



HAL
open science

Caractérisation 3D d'un nuage de particules par imagerie interférométrique de Fourier : positions relatives 3D, tailles et indices de réfraction

Paul Briard

► **To cite this version:**

Paul Briard. Caractérisation 3D d'un nuage de particules par imagerie interférométrique de Fourier : positions relatives 3D, tailles et indices de réfraction. Autre [cond-mat.other]. INSA de Rouen, 2012. Français. NNT : 2012ISAM0023 . tel-00846098

HAL Id: tel-00846098

<https://theses.hal.science/tel-00846098>

Submitted on 18 Jul 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE DOCTORALE SPMII

THÈSE présentée par :
Paul Briard

soutenue le : **05 décembre 2012**

pour obtenir le grade de : Docteur en sciences physiques

Discipline/ Spécialité : Physique/Optique

**Caractérisation 3D d'un nuage de
particules par imagerie interférométrique de
Fourier : positions relatives 3D, tailles et
indices de réfraction**

THÈSE dirigée par :
Mr. GREHAN Gérard

DR2 CNRS, Rouen

RAPPORTEURS :
Mr TAYLOR A.K.M.P
Mr. PICART Pascal

Professeur, Imperial College of London
Professeur, Université du Maine

JURY :

Mme FOURNIER Corinne
Mr MEES Loïc
Mr RENOU Bruno
Mr LEBRUN Denis
Mr MEUNIER-GUTTIN-CLUZEL Siegfried

Maitre de conférences, Université Jean Monnet de Saint-Etienne
Chargé de recherche CNRS, LMFA de Lyon
Professeur, INSA de Rouen
Professeur, Université de Rouen
Maître de conférences, INSA de Rouen

Il n'existe que deux choses infinies, l'univers et la bêtise humaine... mais pour l'univers, je n'ai pas de certitude absolue. Albert Einstein

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Gérard Gréhan, mon directeur de thèse, qui m'a fait confiance pour mener ce travail de thèse à bien. Il lui a fallu beaucoup de patience et je ne compte plus les corrections d'articles ou de manuscrit de thèse qu'il a réalisés. Un grand merci également pour m'avoir permis de voyager !

Je remercie Damien Bonin, qui a observé expérimentalement les figures d'interférences créées par des gouttes, ce qui a poussé notre groupe d'optique à s'y intéresser et à me faire travailler sur ce sujet. Bonne continuation à toi pour la suite.

Je remercie Siegfried Meunier-Guttin-Cluzel et Annie Garo, mes voisins de bureau, pour les nombreuses discussions que nous avons eu, l'aide qu'ils m'ont apporté et pour leur bonne humeur quotidienne !

Je remercie Stéphane Gropsiron qui a été l'enseignant du Lycée Fenelon (Elbeuf) qui m'a donné le goût de la physique et de l'expérimentation.

Je remercie tous mes collègues, toujours prêts à aider, en particulier les membres du service informatique, de l'atelier, du service électronique, et de l'administration du Coria.

Et enfin un très très grand merci aux amis que je me suis fait au laboratoire Coria, pour les discussions autour d'un café ou d'une bière, pas toujours scientifiques mais toujours enrichissantes, et pour toutes les soirées que nous avons pu passer ensemble : Clément (et bon courage au Canada ☺), Huan Huan, Fon et David, Ngo, David, Nico, Prew, Jan, Mechline, Alvin, Pradip, Arnab, ceux que j'ai oublié ici, et les gens que vous m'avez fait rencontré, de nationalité thaïlandaise, vietnamienne, chinoise, indienne, coréenne et j'en passe.

Grace à vous ou à cause de vous, ces années sont passées trop vite.

Résumé

Dans ce mémoire, je propose une nouvelle technique optique de mesure de positions relatives 3D, tailles et indices de réfraction d'un ensemble de particules, éclairées par un faisceau laser plan pulsé (typiquement 10 ns): l'imagerie interférométrique de Fourier (FII). Dans le cadre de ce travail, les particules sont sphériques, homogènes, transparentes et isotropes. Lorsque ces particules sont éclairées, elles se comportent comme des sources d'ondes lumineuses sphériques qui interfèrent entre elles. L'enregistrement des franges d'interférences et leur analyse par transformation de Fourier peut permettre d'accéder aux caractéristiques des particules. Dans ce mémoire, je décris l'influence des caractéristiques de particules sur les représentations spectrales des figures d'interférences créées par les couples de particules éclairées dans l'espace de Fourier 2D. Les figures d'interférences sont simulées numériquement en utilisant la théorie de Lorenz-Mie. Puis j'aborde le problème inverse en montrant comment il est possible de retrouver les caractéristiques des particules, en me servant de l'optique géométrique et/ou du filtrage spatial par transformation de Fourier

Mots clés : Théorie de Lorenz-Mie, optique géométrique, indices de réfraction, diamètres, positions 3D, métrologie/diagnostic optique, interférométrie.

Résumé en anglais

In this thesis, I propose a new optical technique for measuring 3D relative positions, sizes and refractive indices of a set of particles, which are illuminated by a plane and pulsed laser beam (typically 10 ns). In this work, the particles are spherical, transparent, homogeneous and isotropic. When these particles are illuminated, they have the behavior of sources of spherical light waves which interfere. The recording of interference fringes and analysis by Fourier transform can measure the characteristics of the particles. I describe the influence of particle characteristics on spectral representations of the interference s created by the pairs of particles illuminated in 2D Fourier space. The interference patterns are simulated numerically using the Lorenz-Mie theory. The inverse problem is approached by showing how it is possible to measure the characteristics of particles with geometrical optics and/or spatial filtering by Fourier transformation.

Key-words : Lorenz-Mie theory, geometric optics, refractive indices, diameters, 3D locations, optical metrology, interferometry.

Table des matières

Remerciements	II
Résumé	III
Résumé en anglais	IV
Table des matières	V
Liste des tableaux	VIII
Liste des figures	IX
Introduction	1
Première partie : Techniques de diagnostic optique de milieux multiphasiques existantes.....	5
1 Techniques de diagnostic optique de milieux multiphasiques existantes	6
1.1 Introduction	6
1.2 Techniques ponctuelles	8
1.2.1 L'anémométrie doppler laser et anémométrie phase doppler	8
1.2.2 Le comptage optique	9
1.3 Techniques plein champ.....	10
1.3.1 L'imagerie classique (ou ombroscopie) et PIV2D.....	10
1.3.2 La PIV 3D	12
1.3.3 L'holographie numérique.....	14
1.3.4 L'imagerie en défaut de mise au point (ILIDS)	15
1.3.5 La réfractométrie d'arc-en-ciel.....	17
1.4 Conclusion.....	23
Deuxième partie Modèles de diffusion de la lumière par une et plusieurs particules sphériques	25
2 Modèles de diffusion de la lumière par une et plusieurs particules sphériques	26
2.1 Diffusion de la lumière par une particule sphérique, homogène et isotrope.....	26
2.1.1 La théorie de Lorenz-Mie.....	26
2.1.2 La théorie de Debye	32
2.1.3 La théorie de Nussenzveig	34
2.1.4 Modèle de l'optique géométrique « classique » : déviation de rayons lumineux par une particule.....	36
2.1.5 Interférences entre rayons lumineux diffusés par une particule sphérique	39
2.2 Diffusion de la lumière par plusieurs particules.....	46

2.2.1	Expression de l'intensité lumineuse en un point d'un détecteur en utilisant le modèle de la diffusion simple	46
2.2.2	Calcul de la différence de phase entre les ondes diffusées par les particules en fonction des coordonnées relatives d'un couple de particules	49
2.2.3	Expression de l'intensité totale de la lumière diffusée par les particules en fonction de leur coordonnées relatives.....	55
2.2.4	Simulation numérique de la diffusion de la lumière par plusieurs particules à l'aide du code Holo_Mie.....	55
Troisième partie Représentations spectrales des franges d'interférences par transformation de Fourier.....		61
3	Représentations spectrales des figures d'interférences par transformation de Fourier....	62
3.1	La transformation de Fourier bidimensionnelle.....	62
3.2	Représentation de la transformation de Fourier discrète d'un signal 2D.....	63
3.3	La fenêtre de pondération de Blackman-Harris	66
3.4	Influences des caractéristiques des particules	68
3.4.1	Influence de la position relative 3D des particules	68
3.4.2	Influence des diamètres des particules	73
3.4.3	Influence des indices de réfraction sur les représentations spectrales des franges d'interférences.....	80
3.5	Cas de plus de deux particules dans le volume de mesure.....	83
Quatrième partie Exploitation des représentations spectrales des figures d'interférences pour reconstruire le champ de particules : positions relatives 3D, diamètres, et indices de réfraction		85
4	Exploitation des représentations spectrales des figures d'interférences pour reconstruire le champ de particules : positions relatives 3D, diamètres, et indices de réfraction.....	86
4.1	Reconstruction d'un champ de particules quasi-identiques.....	87
4.1.1	Deux caméras nécessaires pour reconstruire le champ de particules.....	87
4.1.2	Interactions entre 3 particules deux à deux	91
4.1.3	Interactions entre un nombre quelconque de particules deux à deux.....	93
4.1.4	Interactions entre une particule et toutes les autres particules éclairées	99
4.1.5	Reconstruction du champ de particules pour des particules de caractéristiques quasi-identiques.....	101

4.2	Reconstruction du champ de particules pour des particules de diamètres différents et d'indice de réfraction identiques	107
4.3	Fonction de diffusion composite	116
4.3.1	Principe de construction de la fonction de diffusion composite	117
4.3.2	Arc-en-ciel composite pour différentes configurations.....	121
4.4	Principe de construction de la fonction de diffusion composite	124
	Conclusion et perspectives	129
	ANNEXES	138
	ANNEXE A. Calcul de la différence de chemin optique entre rayons lumineux réfléchis ($p=0$) et réfractés ($p=1$) par une particule, en diffusion vers l'avant et de la fréquence spatiale associée.	139
	ANNEXE B. Calcul du coefficient Γ	146
	ANNEXE C. Influences sur les franges d'interférences de la longueur d'onde du faisceau incident, de l'angle d'ouverture et de la distance particules-camera.	149
C.1.	Influence de la longueur d'onde et de l'angle d'ouverture $ \theta_{\max} - \theta_{\min} $	149
C.2.	Influence de la distance origine-caméra R_0	151
	ANNEXE D. Cas particuliers de topographie de taches en diffusion vers l'avant.....	153
	ANNEXE E. Production scientifique.....	156
E.1.	Articles de revue internationale à comité de lecture.....	156
E.2.	Actes de conférences francophones.....	156
E.3	Actes de conférences anglophones	157
	Résumé	158
	Résumé en anglais.....	158

Liste des tableaux

Tableau 1. Récapitulatif des modèles de diffusion de la lumière par une particule sphérique, homogène et isotrope qui m'ont intéressé au cours de la thèse	45
Tableau 2. Caractéristiques du champ initial de particules	88
Tableau 3 . Champ de particules initial et les deux solutions retrouvées, symétriques l'une de l'autre.	104
Tableau 4. Erreur statistique sur la mesure de positions relatives 3D (900 couples de particules).	107
Tableau 5. Diamètres et positions 3D du champ de particules initial.	108
Tableau 6. Positions relatives 3D et diamètres des particules initiaux et retrouvés, par rapport à la particule n°6.	113

Liste des figures

Figure 1. Schéma de principe de l'anémométrie phase doppler (Dantec, 2012)	9
Figure 2. Principe du comptage optique de particules (Blanchard, et al., 2004 p. 18).	10
Figure 3. Collision de deux gouttes (glycérol 50% et SOM3).....	10
Figure 4. Atomisation primaire en sortie d'injecteur	11
Figure 5. Dispositif expérimental de PIV 2D (Udrea , et al., 1997)	12
Figure 6. Principe de la PIV 3D tomographique (Elsinga, et al., 2006a).....	13
Figure 7. Dispositif expérimental d'holographie numérique en ligne	14
Figure 8. Exemple d'hologramme (a) d'un champ de particules (sphères de polymère suspendues dans de l'eau) et 2 plans de reconstruction (b et c) à deux distances différentes (Darakis, et al., 2010).....	15
Figure 9. Réflexion et réfraction de la lumière par une particule. Des franges d'interférences sont observées dans le plan en défaut de mise au point.	16
Figure 10. Image en défaut de mise au point d'une partie d'un spray d'eau (Lemaitre, et al., 2005).....	17
Figure 11. Relation entre indice de réfraction et température pour le n-octane pur et un pour mélange n-octane (85%)/3-pentanone(15%) , pour $\lambda = 635 \text{ nm}$ (Bodoc, et al., 2011)....	18
Figure 12. Arc-en-ciel standard d'une goutte d'eau enregistré expérimentalement. Il est indiqué « relative index » car l'axe des abscisses n'a pas été calibré angulairement. Pour un changement d'indice, on observera une translation angulaire sans possibilité de quantification.....	19
Figure 13. Influence du diamètre de la particule sur l'arc-en-ciel standard (goutte d'indice de réfraction égal à 1.38 et de diamètre égal à 40 μm , 80 μm , et 160 μm): en abscisses, l'angle de diffusion ($^\circ$), en ordonnées, l'intensité lumineuse normalisée (u.a.). Le trait vertical décrit la position de l'angle de diffusion critique (par l'optique géométrique) de l'arc-en-ciel (voir section 2.1.4).....	20
Figure 14. Influence de l'indice de réfraction sur l'arc-en-ciel standard (goutte de 80 μm de diamètre et d'indice de réfraction égal à 1.36, 1.38, et 1.40): en abscisses, l'angle de diffusion ($^\circ$), en ordonnées, l'intensité lumineuse normalisée (u.a.).....	21
Figure 15. Dispositif expérimental d'enregistrement d'un arc-en-ciel global (Van Beeck, et al., 2001).....	22
Figure 16. Arc-en-ciel global d'un spray d'eau enregistré expérimentalement (Van Beeck, et al., 2001).....	22

Figure 17. Système de coordonnées sphériques centrées sur une particule.....	27
Figure 18. Intensité calculée par la théorie de Lorenz-Mie pour une goutte d'eau d'indice de réfraction 1.3333 et 50 μm de diamètre. La caméra a une position angulaire proche de l'angle d'arc-en-ciel ($\theta_0 = 140 \pm 10^\circ$).....	31
Figure 19. Intensité calculée par la théorie de Lorenz-Mie pour une goutte d'eau d'indice de réfraction 1.3333 et 100 μm de diamètre, en diffusion vers l'avant ($\theta_0 = 20 \pm 10^\circ$).....	31
Figure 20. Prédiction par séries de Debye de l'importance des différents ordres p (jusqu'à 7), pour une longueur d'onde 0.65 μm , et pour une goutte d'eau de 100 μm de diamètre ...	33
Figure 21. Simulation d'arc-en-ciel créée par une goutte d'eau en utilisant la théorie de Lorenz-Mie et en utilisant la théorie de Nussenzveig (ordres $p=0, 2$ et 3).....	35
Figure 22. Réflexion et réfraction d'un rayon lumineux à travers un dioptre	36
Figure 23. Réflexion et réfraction d'un rayon lumineux par une particule sphérique (Van de Hulst, 1957 p. 201).....	37
Figure 24. Tracé de l'angle de déviation (en ordonnée) des rayons des ordres $p = 0$ aux ordres $p = 6$ en fonction de l'angle d'incidence τ (en abscisse). Sur ce graphique, $m=4/3$ est l'indice de réfraction de la particule (Van de Hulst, 1957).....	38
Figure 25. Rayons réfléchis et réfractés par une particule et rayon de référence.....	39
Figure 26. Comparaison entre le modèle de l'optique géométrique, en tenant compte des interférences entre rayons lumineux d'ordre $p=0$ et $p=1$, et la théorie de Lorenz-Mie pour différents angles de diffusion θ (diamètre de la particule : 50 μm , indice de la particule : 1.333).....	42
Figure 27. Rayons lumineux d'ordre $p = 2$ diffusés par une particule et front d'onde « initial ».....	43
Figure 28. Comparaison entre les arcs-en-ciel calculés à l'aide de la théorie de Lorenz-Mie et par la théorie d'Airy (particule de 50 μm de diamètre et 1.3333 d'indice de réfraction)..	44
Figure 29. Principe de l'imagerie interférométrique de Fourier : des particules sont éclairées par un faisceau laser plan pulsé qui diffusent la lumière en direction d'un détecteur à deux dimensions (caméra CCD par exemple).....	47
Figure 30. Les deux systèmes de coordonnées utilisés : le système (OXYZ) pour définir les positions des centres des particules et le système (O' $\eta\xi$) pour définir la position d'un point M, éloigné des particules, courant sur la surface d'un détecteur.....	50
Figure 31. Interface principale du code holo_mie , basé sur la théorie de Lorenz-Mie, qui simule les figures d'interférences créées par un ensemble de particules.....	57

Figure 32. Franges d'interférences par deux particules éclairées simulées à l'aide de la théorie de Lorenz-Mie (diffusion vers l'avant-hors axe) 58

Figure 33. Figures d'interférences pour six particules éclairées simulées à l'aide de la théorie de Lorenz-Mie (diffusion vers l'avant hors axe)..... 59

Figure 34. l'image enregistrée par une caméra CCD (a) pour deux particules dans le volume de mesure et spectres de Fourier d'amplitude en représentation logarithmique (b) et de phase (c). La transformation de Fourier a été réalisée avec le code **holo_mie**. 64

Figure 35. Fenêtre de pondération de Blackman-Harris 2D, avec un nombre de 512 pixels pour les deux directions..... 66

Figure 36. Spectre de Fourier d'amplitude (a) et de phase (b) de l'image enregistrée (Figure 34.a) pour deux particules dans le volume de mesure, après multiplication par la fonction de pondération de Blackman-Harris (Figure 35)..... 67

Figure 37. Mesure de la coordonnée f_η , exprimée en « franges par degré » (les coordonnées $\{x_2 - x_1, z_2 - z_1, f_\eta\}$ sont représentées par des ellipses noires), d'une tache dans le spectre d'amplitude en modifiant les valeurs des coordonnées relatives $x_2 - x_1$ et $z_2 - z_1$ du couple de particules. L'angle θ_0 est égal à 35° 69

Figure 38. Coefficients a et b en fonction de θ_0 calculés analytiquement à partir de l'équation (3. 8) et mesurés dans le spectre d'amplitude des franges d'interférences simulées numériquement..... 71

Figure 39. Tracé de ξ calculé analytiquement et mesuré dans le spectre d'amplitude en faisant varier la coordonnée relative $(y_2 - y_1)$ 73

Figure 40. Réflexion et réfraction de la lumière par deux particules..... 74

Figure 41. Topographie d'une tache, correspondante à un couple de particule. Les deux particules sont de même indice et de tailles différentes, mais du même ordre de grandeur (80 et 100 μm). 75

Figure 42. Ecarts entre pics principaux mesurés dans le spectre d'amplitude des franges d'interférences (simulées par la théorie de Lorenz-Mie) et calculés analytiquement (approche de Glantschnig et Chen) pour différents angles θ_0 79

Figure 43. Tracé des écarts $|f_{\eta,p=1,q=0} - f_{\eta,p=1,q=1}|$ et $|f_{\eta,p=0,q=1} - f_{\eta,p=1,q=1}|$ calculés analytiquement (à partir de l'approche de Glantschnig et Chen) et mesurés dans le spectre d'amplitude des franges d'interférences simulées numériquement (à partir de la

- théorie de Lorenz-Mie), en fonction des rayons R_1 et R_2 des deux particules (d'indices de réfraction $N_1=1.5$ pour la première particule et $N_2=1.3333$ pour la deuxième). L'angle θ_0 est de 35° et l'angle $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$ est de 10° 80
- Figure 44. Influence de l'indice de réfraction sur les spectres d'amplitude des franges d'interférences, en diffusion vers l'avant (a) et aux alentours de l'angle d'arc-en-ciel (b). L'indice de réfraction d'une particule prend la valeur 1.32, 1.33 ou 1.34. L'autre particule a pour indice de réfraction 1.33. Les deux particules ont $100 \mu\text{m}$ de diamètre. 82
- Figure 45. Influence de l'indice de réfraction sur les spectres de phase des franges d'interférences, en diffusion vers l'avant (a) et aux alentours de l'angle d'arc-en-ciel (b). L'indice de réfraction d'une particule prend la valeur 1.32, 1.33 ou 1.34. L'autre particule a pour indice de réfraction 1.33. Les deux particules ont $100 \mu\text{m}$ de diamètre. 83
- Figure 46. Simulation de figures d'interférences(a), spectre de Fourier d'amplitude (b) et spectre de Fourier de phase (c) pour 4 particules dans le volume de mesure, après pondération par la fonction de Blackman-Harris. 84
- Figure 47. Images de franges simulées pour 6 particules quasi-identiques. Les positions angulaires des caméras sont de $\theta_0 = 20^\circ$ (a) et $\theta_0' = 90^\circ$ (b). 87
- Figure 48. Transformations de Fourier (amplitudes) des figures d'interférences créées par 6 particules : sans utiliser de fonction de pondération (a : caméra à 20° , b : caméra à 90°) après l'utilisation d'une fonction de pondération de Blackman-Harris (c : caméra à 20° et caméra à 90°). 88
- Figure 49. Numérotation des taches dans les deux spectres d'amplitude (a: caméra à 20° , b : caméra à 90°). 90
- Figure 50. Ensemble de 3 particules et vecteurs formés par leurs centres. 91
- Figure 51. Les taches identifiées (en rouge) correspondent à un ensemble d'interactions deux à deux entre 3 particules, parmi les 6 particules éclairées (a: caméra à 20° , b: caméra à 90°). 93
- Figure 52. Diagramme de Venn représentant les différents couples de particules, deux ensembles d'interactions entre 3 particules deux à deux et l'ensemble les incluant tous. 94
- Figure 53. 4 ensembles d'interactions entre 3 particules deux à deux, identifiés par des cercles rouges, qui ont les uns avec les autres un couple de particules en commun (caméra à 20°). Par exemple, l'ensemble de taches identifié sur la figure (a), (les taches n°1, 3, 13, 19, 29 et 31) possède : 96

- Figure 54. Un ensemble d'interactions entre 4 particules deux à deux issu de la combinaison des ensembles d'interactions entre 3 particules deux à deux de la Figure 53..... 97
- Figure 55. Diagramme de Venn dans lequel sont représentés l'ensemble des interactions deux à deux entre 5 particules $\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$ ainsi que deux ensembles d'interactions entre 4 particules : $\{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ et $\{P_2, P_3, P_4, P_5\}$. Ces deux ensembles ont en commun les couples de particules $\{P_2, P_4\}$, $\{P_2, P_3\}$, et $\{P_3, P_4\}$, c'est-à-dire l'ensemble d'interactions entre 3 particules deux à deux : $\{P_2, P_3, P_4\}$ 97
- Figure 56. Un ensemble d'interactions entre 5 particules deux à deux, retrouvé par la réunion d'ensembles d'interactions entre 4 particules deux à deux, qui ont les uns les autres un ensemble d'interactions deux à deux entre 3 particules en commun. 98
- Figure 57. Diagramme de Venn où est mis en évidence l'ensemble (entouré en rouge) d'interactions entre la particule P_4 et les autres particules P_1, P_2 et P_3 99
- Figure 58. Ensemble d'interactions entre une particule et les 5 autres particules éclairées (b), complémentaire d'un ensemble d'interactions deux à deux entre 5 particules (a). 100
- Figure 59. Illustration de la levée partielle des ambiguïtés de signes. Pour chacun des quatre cas exposés dans cet exemple, $|x_3 - x_1|$ est plus grand que $|x_2 - x_1|$. Pour lever partiellement les ambiguïtés de signes, il est nécessaire de comparer l'une ou l'autre de ces deux valeurs absolues de coordonnées relatives avec $|x_3 - x_2|$ 103
- Figure 60. Comparaison entre le champ de particule initial (particules rouges) et les deux champs solutions, symétriques l'un de l'autre (particules blanches) : à gauche, la 1^{ère} solution FII, à droite, la 2^{ème} solution FII)..... 105
- Figure 61. Image enregistrée par la caméra CCD ($\theta_0 = 20^\circ$), simulées numériquement en utilisant les champs de particules solutions, symétriques l'un de l'autre..... 105
- Figure 62. Spectres d'amplitude de l'image enregistrée par la caméra CCD ($\theta_0 = 20^\circ$) en utilisant les deux champs de particules solutions (après pondération par la fonction de Blackman-Harris). 106
- Figure 63. Images simulées pour deux caméras (figure a : $\theta_0 = 20^\circ$, figure b : $\theta_0 = 90^\circ$) et leurs spectres d'amplitude (figure c : $\theta_0 = 20^\circ$, figure d : $\theta_0 = 90^\circ$)..... 109
- Figure 64. Positions approximatives (f_η, f_ξ) des taches dans le spectre d'amplitude (a: $\theta_0 = 20^\circ$, b: $\theta_0 = 90^\circ$). 110

Figure 65. Ensemble d'interactions entre une particule et les cinq autres particules éclairées	110
Figure 66. Positions précises des taches dans les deux spectres d'amplitude : à $\theta_0 = 20^\circ$ (a) et à $\theta_0 = 90^\circ$ (b) calculées avec les relations (3. 22) et (3. 24).....	111
Figure 67. Deux configurations possibles pour les diamètres D_1 et D_2 du couple de particules, pour lesquelles les particules occupent les même positions 3D.....	112
Figure 68. Franges d'interférences créées par les champs de particules solutions (a) et symétriques (b) et leur spectres d'amplitude respectif (c et d) en diffusion vers l'avant ($\theta_0 = 20^\circ$).....	114
Figure 69. Champ de particules initial (en rouge) et champ de particules retrouvé à partir des spectres d'amplitude des franges (en gris).....	115
Figure 70. Algorithmes de reconstruction du champ de particules que j'ai utilisé.....	116
Figure 71. Exemple d'image enregistrée par une caméra CCD (simulation numérique à l'aide de la théorie de Lorenz-Mie) pour 3 particules dans le volume de mesure. Ici la caméra est située aux environs de l'angle d'arc-en-ciel des particules.....	118
Figure 72. Espace de Fourier (a: spectre d'amplitude, b : spectre de phase) associé à l'image enregistrée par la caméra CCD (Figure 71). La fonction de pondération de Blackman-Harris n'a pas été utilisée.	118
Figure 73. Espace de Fourier «filtré », en utilisant un masque rectangulaire. La phase du nombre complexe « 0 » n'étant pas définie, on la représente par un pixel gris.	119
Figure 74. Fonction de diffusion composite 2D d' un couple de particules.	120
Figure 75. Comparaison entre arc-en-ciel composite (points verts), obtenu par filtrage spatial dans l'espace de Fourier, et arc-en-ciel standard crée par l'une ou l'autre des particules du couple (courbe rouge). Les particules ont un indice de 1.3333 et un diamètre de 130 micromètres. L'angle de diffusion est de $\theta_0=140\pm 5^\circ$	121
Figure 76. Comparaison entre l'arc-en-ciel composite (points verts), et la racine carré du produit des intensités des deux arcs-en-ciel standards (courbe rouge) créés par 2 particules d'indices de réfraction identiques (1.33). Les arcs-en-ciel standards créés par les deux particules sont également tracés (particule de 130 μm de diamètre : courbe noire, particule de 100 μm de diamètre : courbe bleue).....	122
Figure 77. Fonction $[I_k I_l]^{1/2}$ (points verts), arcs-en-ciel composites (courbes rouges) et arcs-en-ciel standards associés (courbe bleue et courbe noire) créés par des particules	

d'indices de réfractons différents, 1.32 et 1.33 (a et b) ; 1.33 et 1.36 (c et d). Les particules ont le même diamètre de 130 μm (a et c) et des diamètres de 100 et 130 μm (b et d). L'angle de diffusion est égal à $140\pm 5^\circ$.	123
Figure 78. Spectres d'amplitude non filtré (a) et filtré (b, c et d) par 3 masques chacun centré sur une tache. Les 3 particules ont des diamètres de 100 μm , 80 μm , et 60 μm et respectivement des indices de réfraction de 1.331, 1.332 et 1.333.	125
Figure 79. Les 3 arcs-en-ciel composites obtenus par filtrage spatial et transformation de Fourier inverse (courbe noire : en utilisant le masque illustré Figure 78.b , courbe bleue : en utilisant le masque illustré Figure 78.c, courbe rouge : en utilisant le masque illustré Figure 78.d)	126
Figure 80. Comparaison entre 3 arcs-en-ciel standards extraits des 3 arcs-en-ciel composites (courbes rouges en tirets) et les arcs-en-ciel standards (courbes noires) créés par les particules de : 100 μm de diamètre et 1.331 d'indice de réfraction (a), 80 μm de diamètre et 1.332 d'indice de réfraction (b), 60 μm de diamètre et 1.333 d'indice de réfraction (c).	127
Figure 81. Réfraction ($p=1$) et réflexion ($p=0$) de rayons lumineux par une particule sphérique, avec le même angle de diffusion θ , en diffusion vers l'avant.	140
Figure 82. Influence de la longueur d'onde et de l'angle d'ouverture $ \theta_{\max} - \theta_{\min} $: Comparaison entre la mesure de f_ξ dans le spectre d'amplitude avec les résultats calculés analytiquement (équation (3. 11))	150
Figure 83. Influence de la distance origine-camera R_0 (m) sur la position f_ξ (franges par degré). Une représentation semi-logarithmique a été utilisée.	151
Figure 84. Profil d'une tache en diffusion vers l'avant ($\theta_0 = 35^\circ$) correspondante à un couple de gouttes d'eau 1 et 100 μm de diamètre.	153
Figure 85. Profil de tache en diffusion vers l'avant dans le spectre d'amplitude pour le cas d'un couple de particules de 1 μm de diamètre.	154
Figure 86. Profil de tache en diffusion vers l'avant pour le cas d'un couple de gouttes d'eau de 100 μm de diamètre.	155

Introduction

Ce mémoire de thèse s'inscrit dans un contexte de besoin de contrôle et de compréhension des phénomènes physiques en 3D tels que la combustion ou l'évaporation de nuages de particules, afin de respecter des normes environnementales de plus en plus drastiques. C'est dans ce but que se sont développées des techniques permettant la caractérisation de milieux multiphasiques (spray de combustible entouré d'air par exemple).

La caractérisation de milieux multiphasiques permet de valider les simulations numériques développées en laboratoire qui concernent par exemple la simulation de l'atomisation d'un spray en sortie d'injecteur. Le champ d'application de la caractérisation des milieux multiphasiques est vaste : amélioration des rendements des moteurs et diminution de la formation en polluants, sûreté nucléaire ou météorologie.

Parmi l'éventail des techniques de caractérisation existantes, les techniques optiques présentent pour avantage principal d'être faiblement intrusives. Parmi ces techniques, les techniques interférométriques occupent une place prépondérante en raison de leur grande sensibilité aux caractéristiques des milieux étudiés. Dans ce mémoire de thèse, je présente en première partie les techniques optiques utilisées le plus couramment en laboratoire pour caractériser un milieu multiphasique.

Parmi ces techniques optiques de mesures, deux m'ont particulièrement intéressé car elles possèdent des connexions avec l'imagerie interférométrique de Fourier : la réflectométrie d'arc-en-ciel standard (section 1.3.5.1), c'est-à-dire d'arc-en-ciel créée par une seule particule, et l'imagerie en défaut de mise au point (section 1.3.4).

Depuis l'expérience des trous d'Young, le principe de la caractérisation par interférométrie n'a pas changé : le milieu est éclairé par une source de lumière, les franges d'interférences résultant de l'interaction entre cette lumière et le milieu codent les caractéristiques du milieu.

Dans le cadre de l'Imagerie Interférométrique de Fourier, le milieu multiphasique est un ensemble de particules qui, éclairées par un faisceau laser pulsé, se comportent comme des sources d'ondes lumineuses sphériques. En diffusion hors-axe, les particules créent un champ d'interférences qui codent les caractéristiques du milieu que l'on souhaite analyser (il n'y a pas de faisceau de référence utilisé comme en holographie). Une caméra enregistre un

système de figures d'interférences, dont l'analyse permet d'extraire les caractéristiques des particules.

Pendant cette thèse, je me suis intéressé aux problèmes «direct» (simulation numérique des figures d'interférences à partir de caractéristiques connues des particules) et «inverse» (retrouver les caractéristiques des particules à partir des figures d'interférences). La deuxième partie de ce mémoire de thèse présente différents modèles de diffusion de la lumière par des particules auxquels je me suis intéressé au cours de ma thèse, en particulier :

- La théorie de Lorenz-Mie, décrite dans la section 2.1.1 pour simuler les franges d'interférences créées par les particules.
- L'optique géométrique, décrite dans la section 2.1.5 (en prenant en compte les interférences entre rayons lumineux) pour retrouver les caractéristiques des particules à partir des franges d'interférences : leurs positions relatives 3D et leurs tailles.

La théorie de Lorenz-Mie m'a servi d'étalon pour montrer la pertinence de l'optique géométrique dans la description du champ d'interférences et à valider les modèles théoriques développés au cours de la thèse.

Pour plus de deux particules éclairées, le système interférentiel est un système complexe à cause de la multitude de figures d'interférences. Il y a des figures d'interférences qui sont créées par les particules seules et des figures d'interférences créées par les couples de particules.

Je me suis intéressé à la transformation de Fourier bidimensionnelle, des figures d'interférences créées par les couples, pour les étudier plus facilement (présentée dans la 3^{ème} partie du mémoire). La transformation de Fourier 2D permet de séparer les différents systèmes interférentiels. Cet outil, décrit dans la section 3.1, donne une représentation spectrale des figures d'interférences. Il permet également de s'affranchir, au moins partiellement, de l'effet Moiré.

La transformée de Fourier 2D d'une fonction 2D réelle est une fonction 2D complexe (avec une partie réelle et une partie imaginaire associée) appelée spectre de Fourier. Dans le spectre de Fourier d'amplitude, les différents systèmes interférentiels sont représentés par des taches lumineuses.

La tache lumineuse centrale combine les informations basses fréquences issues des interférences entre ondes lumineuses diffusées par chaque particule. Les autres taches lumineuses correspondent aux différents couples de particules et contiennent les informations sur les positions relatives 3D, tailles et indices de réfraction de chaque couple de particules. Ce sont ces taches lumineuses que je vais exploiter. La sensibilité de ces taches aux différents paramètres d'études est l'objet de la troisième partie de ce mémoire de thèse.

La quatrième partie du mémoire est consacrée au problème inverse, c'est-à-dire que je démontre que l'optique géométrique peut permettre de retrouver positions relatives 3D et diamètres des particules à partir de la mesure de positions de pics observées dans le spectre de Fourier d'amplitude des figures d'interférences.

Je me suis également intéressé à la question de la reconstruction du champ de particules (identification de toutes les interactions lumineuses entre particules et mesure des diamètres et des positions 3D des particules par rapport à une particule de références) (sections 4.1 et 4.2).

Dans la sections 4.3, je décris une fonction de diffusion composite associée à un couple de particules parmi d'autres, obtenue par filtrage spatial dans l'espace de Fourier. Une stratégie d'extraction des fonctions de diffusions des particules seules à partir des fonctions de diffusion composites est présentée dans la section 4.4. L'inversion d'une fonction de diffusion d'une particule permet de retrouver sa taille et son indice de réfraction.

Première partie : Techniques de diagnostic
optique de milieux multiphasiques existantes

1 Techniques de diagnostic optique de milieux multiphasiques existantes

1.1 Introduction

Les normes environnementales imposent une maîtrise et une compréhension toujours plus importante des phénomènes physiques et chimiques ayant lieu à l'intérieur des moteurs. Les phénomènes mis en jeu sont l'atomisation, la combustion et l'évaporation de combustible et de comburant, ou encore la formation de polluants par réaction chimique. De plus, le comportement de gouttelettes, en évaporation par exemple, ne sont pas indépendants de leur environnement constitué de gaz et de gouttelette voisines, ce qui pousse les chercheurs à comprendre et quantifier également les interactions entre gouttelettes (Devarakonda et al., 2003).

Pour étudier ces différents phénomènes physiques, il est nécessaire de caractériser les particules (gouttes ou particules solides dans un écoulement gazeux, émulsions, particules solides dans un liquide...) qui interagissent entre elles et avec leur environnement, par un ensemble de paramètres qui sont :

- leur taille,
- leur forme,
- leur composition chimique,
- leur température,
- les distances entre les particules,
- leurs positions et leurs vitesses,
- ...

Il est également courant de pratiquer l'ensemencement de gaz en écoulement dont on souhaite connaître les propriétés (champ de vitesses du gaz, Nombre de Reynolds).

Il n'existe pas une technique universelle qui permettrait la mesure de tous ces paramètres dans tous les domaines d'application possibles. Le choix de la technique et du matériel à employer

dépend, en plus des paramètres que l'on souhaite mesurer, de la précision sur la mesure à laquelle on veut accéder, de la complexité de la technique mise en œuvre, et du temps de dépouillement des données récoltées.

On distingue trois grandes familles de techniques qui permettent d'avoir des informations sur un ensemble de particules en écoulement : les techniques optiques, faiblement intrusives (c'est-à-dire qui perturbent peu les phénomènes mis en jeu et les particules), et les techniques aérodynamiques et thermodynamiques, qui sont intrusives et qui ne seront pas abordés dans ce mémoire de thèse.

Les techniques optiques ont plusieurs points communs : on envoie vers une ou plusieurs particules un ou plusieurs faisceaux incidents. Les particules diffusent la lumière (par réflexion, diffraction, réfraction). Cette lumière est collectée par un système optique, par exemple une lentille, et arrive jusqu'à un ou plusieurs détecteurs (caméra CCD, photomultiplicateur, ...).

L'intensité lumineuse $I(x, y, z, t)$ enregistrée par un capteur à un instant t , à une position (x, y, z) résulte des contributions des lumières diffusées par les particules seules mais aussi des interférences entre les ondes diffusées par les particules. Le traitement du signal enregistré permet de retrouver les caractéristiques du nuage de particules ou de la particule à l'origine du signal. Il est possible de faire interférer la lumière diffusée par les particules avec un faisceau de référence (holographie).

On peut classer les techniques optiques en deux grandes catégories : les techniques d'intégration temporelle, ponctuelles dans l'espace (l'anémométrie Doppler laser par exemple), qui sont appelées « techniques ponctuelles » et les techniques d'intégration dans l'espace, ponctuelles en temps (l'holographie numérique par exemple), qui sont appelées techniques « plein champ ».

Dans la première partie de ce mémoire, je décris les techniques de diagnostic optique les plus courantes, et la façon dont elles permettent d'accéder aux informations sur les particules. Les techniques « ponctuelles » et les techniques « plein champ » seront décrites respectivement dans les sections 1.2 et 1.3.

1.2 Techniques ponctuelles

Les techniques ponctuelles (d'intégration temporelle et ponctuelles dans l'espace), caractérisent une particule en enregistrant l'intensité lumineuse qu'elle diffuse pendant une certaine durée. Dans ce mémoire, je décris l'anémométrie doppler laser et l'anémométrie phase doppler (section 1.2.1) ainsi que le comptage optique (section 1.2.2).

1.2.1 L'anémométrie doppler laser et anémométrie phase doppler

L'anémométrie doppler laser (LDV : Laser Doppler Velocimetry) a été développée dans les années 60 (Yeh, et al., 1964). Aujourd'hui, l'anémométrie Doppler Laser consiste à faire croiser deux faisceaux laser incidents et cohérents (formés à partir d'un faisceau unique, grâce à un séparateur de faisceaux), où le volume de mesure est défini par la zone de croisement des faisceaux.

La particule en mouvement, éclairée par les deux ondes incidentes, diffuse deux ondes lumineuses en direction du détecteur (photomultiplicateur ou diode à avalanche), avec une fréquence différente de celle de l'onde incidente associée en raison de l'effet doppler. Les fréquences de décalage doppler sont différentes pour les deux ondes diffusées. Le détecteur enregistre l'intensité qui résulte de la superposition des deux ondes diffusées, de fréquence légèrement différente, ce qui produit un phénomène de battement (Durst, et al., 1981).

Le signal enregistré par le détecteur est sous la forme d'un signal temporel de forme gaussienne (Figure 1) modulée en amplitude. La fréquence de modulation est proportionnelle à la composante de la vitesse de la particule qui est perpendiculaire à la bissectrice des deux axes de propagation des faisceaux.

Pour avoir le sens du mouvement de la particule, on peut utiliser par exemple une cellule de Bragg, qui décale en fréquence l'un des faisceaux incidents. L'anémométrie phase doppler, développée par Bachalo (Bachalo, et al., 1984), est une extension de l'ADL qui permet la mesure de la taille de la particule éclairée, déduite de la phase du signal.

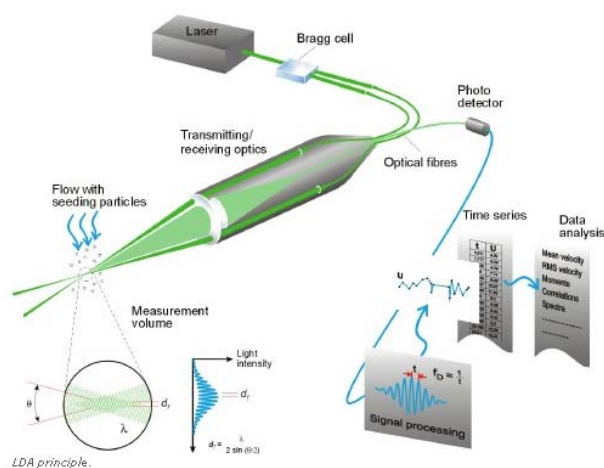


Figure 1. Schéma de principe de l'anémométrie phase doppler (Dantec, 2012)

Les sondes de PDA permettent d'analyser des sprays d'une gamme de diamètres typique de $0.5 \mu\text{m}$ à 2.5mm , mais avec une dynamique instantanée comprise entre 20 et 50.

1.2.2 Le comptage optique

Des particules du milieu que l'on souhaite analyser par comptage optique sont amenées par aspiration et sont éclairées une par une par un faisceau laser. Elles diffusent la lumière en direction d'un détecteur qui mesure l'intensité de la lumière diffusée en fonction de l'angle de diffusion. La particule éclairée est alors comptée et son intensité lumineuse permet de retrouver sa taille (Ovarlez, 2005). La Figure 2 illustre un dispositif de comptage de particules.

Les compteurs optiques sont des appareils servant à mesurer les concentrations en particules et les distributions de tailles de particules là où la maîtrise de la contamination est imposée, c'est-à-dire :

- pour la mesure d'efficacité de filtres à particules,
- dans le contrôle de propreté des salles blanches (ou salles propres), de hottes, de lignes de production (pour la fabrication de microélectronique),
- de contrôle de pollution environnementale (Bakrona, 2012).

Les compteurs optiques sont efficaces pour mesurer la concentration pour des tailles de particules de $0.1 \mu\text{m}$ à quelques dizaines de μm (Blanchard, et al., 2004).

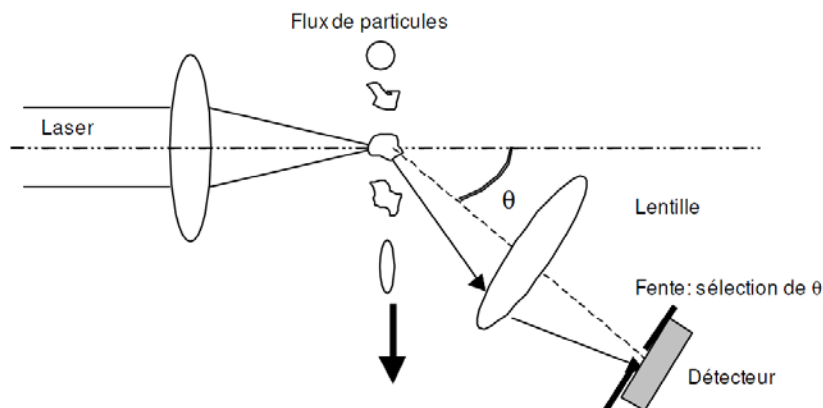


Figure 2. Principe du comptage optique de particules (Blanchard, et al., 2004 p. 18).

1.3 Techniques plein champ

Dans cette section, je décris des techniques plein champ (d'intégration spatiale, ponctuelles dans le temps), parmi les plus courantes : l'imagerie classique et la PIV 2D (section 1.3.1), la PIV 3D (section 1.3.2), l'holographie numérique (section 1.3.3), l'imagerie en défaut de mise au point (section 1.3.4), et la technique d'arc-en-ciel (section 1.3.5).

1.3.1 L'imagerie classique (ou ombroscopie) et PIV2D

L'imagerie classique consiste en la prise d'une photographie d'un spray par une caméra. L'image enregistrée est analysée par traitement d'image pour en retirer des informations sur les particules (taille, forme, orientation), pour étudier la collision de deux gouttes (Figure 3) par exemple (Planchette, et al., 2010), ou sur le spray entier (Figure 4): angle de cône du spray, vitesse de pénétration ... (Klein-Douwel, et al., 2007)



Figure 3. Collision de deux gouttes (glycérol 50% et SOM3)



Figure 4. Atomisation primaire en sortie d'injecteur

Le grand avantage de l'imagerie classique est de conserver une partie des informations sur la forme des particules (qui dans un spray ne sont pas toujours des sphères ou des sphéroïdes, mais aussi des ligaments ou des structures plus complexes encore). Le principal inconvénient de l'imagerie classique est de ne pas permettre de caractériser une partie du spray, qui est cachée. De plus, le défaut de mise au point gêne la caractérisation des particules : Il peut gêner la détection de particules ou faire apparaître des particules plus grosses qu'elles ne le sont ce qui doit être pris en compte lors du dépouillement des images de spray (Fdida, 2008 pp. 50-53).

Les caméras (de recherche) les plus récentes, telles que celles proposées par l'entreprise Lavigation permettent une fréquence d'enregistrement de l'ordre 10000 fps, voire plus. Les meilleures résolutions spatiales (pour des résolutions temporelles moindres) des caméras proposées par ce constructeur sont de l'ordre de 10^7 pixels. Dans la plupart des dispositifs expérimentaux d'imagerie classique, les particules doivent avoir une taille plus grande que 5 μm pour être observables.

L'imagerie permet également la mesure des vitesses instantanées des particules en mouvement, par la technique de la PIV 2D (particle imaging velocimetry) dont un dispositif est montré Figure 5. Pour cela, un laser à double pulse (avec une durée de pulse typique de 10 ns) éclaire les particules et deux photographies d'un spray (ou d'un fluideensemencé) sont prises.

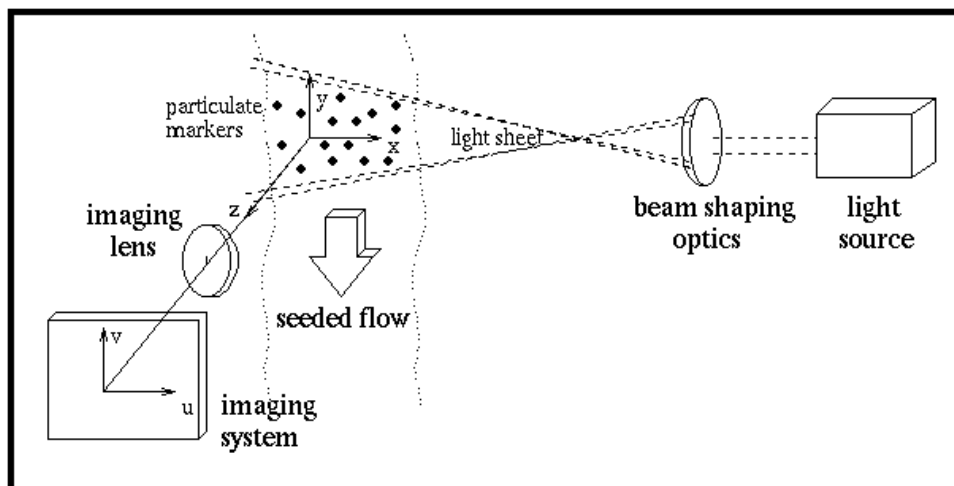


Figure 5. Dispositif expérimental de PIV 2D (Udrea , et al., 1997)

La PIV 2D permet de mesurer deux composantes du vecteur vitesse d'un ensemble de particules (par corrélation croisée, à partir de fluctuations d'intensité enregistrée) ou de chaque particule (par tracking). Les écoulements étant tridimensionnels, la PIV 3D se développe depuis quelques années, extension de la PIV 2D à la 3^{ème} dimension. Ce développement est abordé dans la prochaine section.

1.3.2 La PIV 3D

Il existe deux techniques qui étendent la PIV 2D à la 3^{ème} dimension : La PIV stéréoscopique et la PIV tomographique. La PIV stéréoscopique permet de mesurer 3 composantes de vitesses de particules situées dans un plan laser. Les particules sont photographiées par deux caméras avec deux angles de vue différents. L'une des dimensions du volume de mesure est bien plus petite que les 2 autres. Il ne s'agit donc pas vraiment de PIV 3D mais plutôt de PIV 3C-2D.

La PIV tomographique été introduite par Elsinga (Elsinga, et al., 2006a). Son principe est résumé sur la Figure 6. Il s'agit d'une extension de la PIV stéréoscopique en utilisant le principe de reconstruction tomographique utilisée en imagerie en résonance magnétique (IRM). Un certain volume de mesure est constitué de plusieurs voxels (c'est-à-dire des « pixels » à 3 dimensions). Des images de la lumière diffusée par un champ de particules sont enregistrées par un ensemble de caméras CCD (typiquement 4).

Un algorithme permet de calculer une intensité pour chaque voxel du volume de mesure en utilisant les 4 images enregistrées par les caméras CCD. Entre deux instants, l'intensité sur chaque voxel évolue. A partir des fluctuations d'intensité au cours du temps, les champs des vecteurs vitesse 3D sont reconstruits.

Le principal inconvénient de la PIV 3D est la complexité du montage utilisé (avec au moins 4 caméras synchronisées). Le principal avantage de la PIV 3D est le fait d'avoir une très large gamme de volume de mesure possible (de quelques mm^3 jusqu'à de grands volume, d'après le constructeur Lavision).

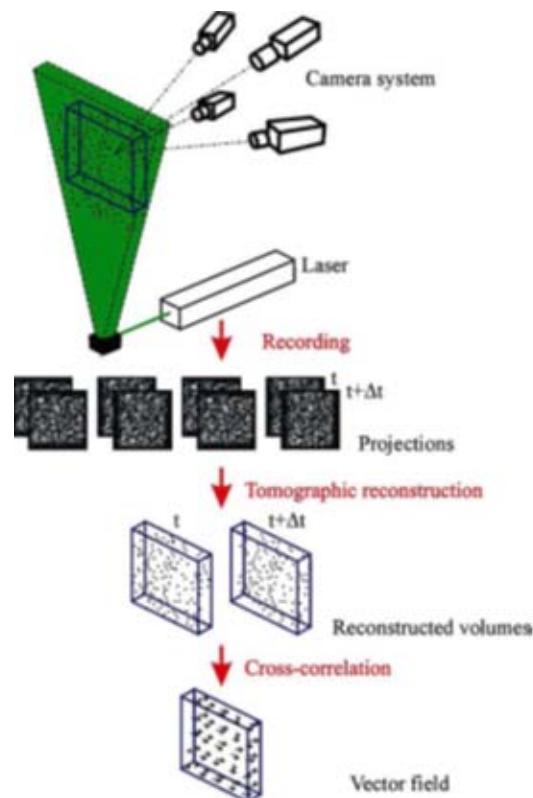


Figure 6. Principe de la PIV 3D tomographique (Elsinga, et al., 2006a)

Elsinga et al. ont comparé des mesures de vitesses 3D de particules mesurées par PIV tomographique et par stéréo-PIV. La différence maximale de mesure de vitesses entre les

deux techniques a été de 0.5 m.s^{-1} , pour une gamme de vitesse allant de 0 à 6 m.s^{-1} , soit une différence maximale de 10%, et des champ de vitesses de même forme pour les deux techniques (Elsinga, et al., 2006b) .

1.3.3 L'holographie numérique

L'holographie numérique permet de mesurer individuellement les positions 3D d'un ensemble de particules éclairées. On doit cette technique à Gabor qui a introduit son principe en 1948 (Gabor, 1948). L'invention du laser a permis de s'affranchir des problèmes de cohérence et d'enregistrer des hologrammes de qualité. Un faisceau laser éclaire les particules qui diffusent la lumière dans tout l'espace. Les interférences entre la lumière diffusée et un faisceau de référence (le faisceau incident lui-même ou un faisceau cohérent avec le faisceau incident) forment un hologramme qui peut être enregistré sur une plaque holographique ou par une caméra (Figure 7).

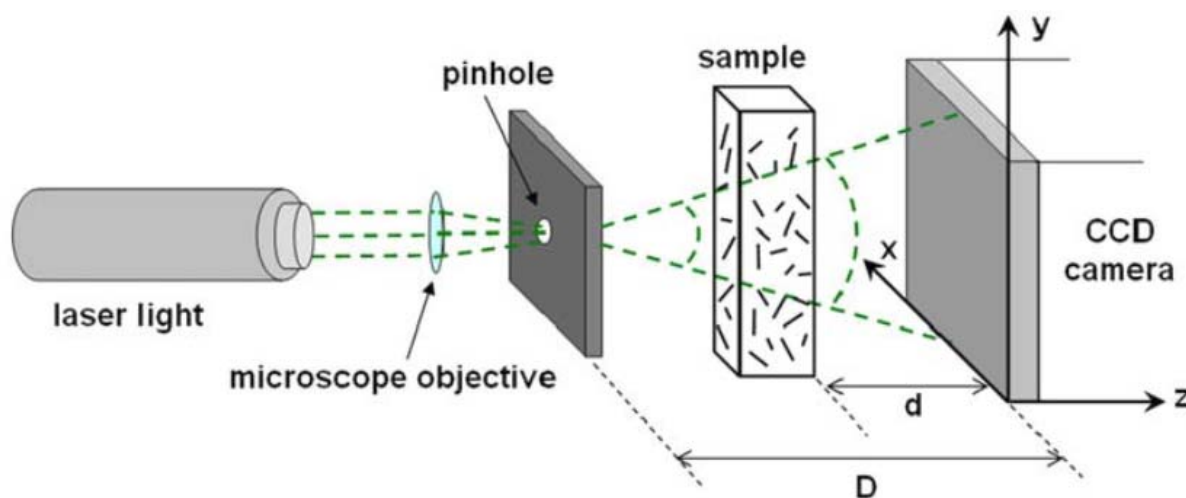


Figure 7. Dispositif expérimental d'holographie numérique en ligne

Avec les progrès réalisés dans le domaine des caméras, l'holographie est devenue une science numérique. Pour mesurer les positions 3D des particules, le champ de particules est reconstruit plan par plan, en prenant pour modèle l'approximation de Fresnel. Les positions 3D sont mesurées, avec une précision bien moindre (entre 10 et 100 fois) le long de l'axe de visée de la caméra CCD (Martin, et al., 2011). La Figure 8 présente un exemple d'hologramme et deux plans de mise au point reconstruits.

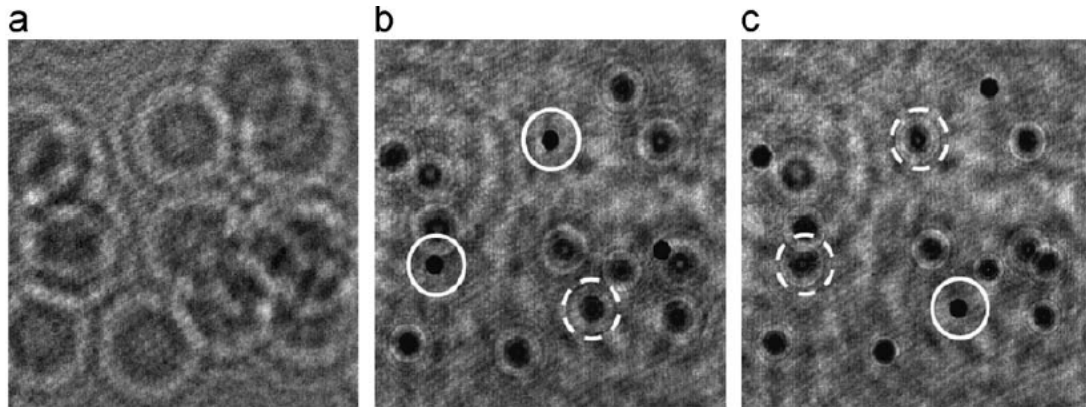


Figure 8. Exemple d'hologramme (a) d'un champ de particules (sphères de polymère suspendues dans de l'eau) et 2 plans de reconstruction (b et c) à deux distances différentes (Darakis, et al., 2010)

L'holographie numérique permet en plus de la mesure des positions 3D des particules de mesurer les diamètres des particules (Darakis, et al., 2010). Les mesures de diamètres sont réalisées avec une précision relative de quelques pourcents.

1.3.4 L'imagerie en défaut de mise au point (ILIDS)

L'imagerie en défaut de mise en point, proposée par Glover (Glover, et al., 1995), est une extension des travaux réalisés par König (König, et al., 1986) qui permet la mesure de la distribution en taille de particules sphériques, des vitesses de particules et d'obtenir une cartographie 2D en diamètres d'un spray.

König et al. s'étaient intéressés à la mesure du diamètre d'une particule en diffusion vers l'avant, par interférométrie en utilisant l'optique géométrique. Une particule éclairée par un faisceau laser diffuse vers l'avant principalement des rayons lumineux qui subissent une réflexion externe (rayons d'ordre $p=0$) et des rayons lumineux qui subissent deux réfractions (rayons d'ordre $p=1$). La lumière diffusée par la particule est collectée par une lentille, puis enregistrée sur une caméra CCD (Figure 9).

Si la caméra est placée au plan focal de la lentille, deux taches lumineuses, appelées points de gloire, sont observées. Elles correspondent aux rayons lumineux réfractés $p=1$ ou réfléchis $p=0$ par la particule. Si la caméra est placée hors du plan focal, alors des franges

d'interférences sont observées. Pour plusieurs particules éclairées, on observe plusieurs cercles contenant les franges (Figure 10).

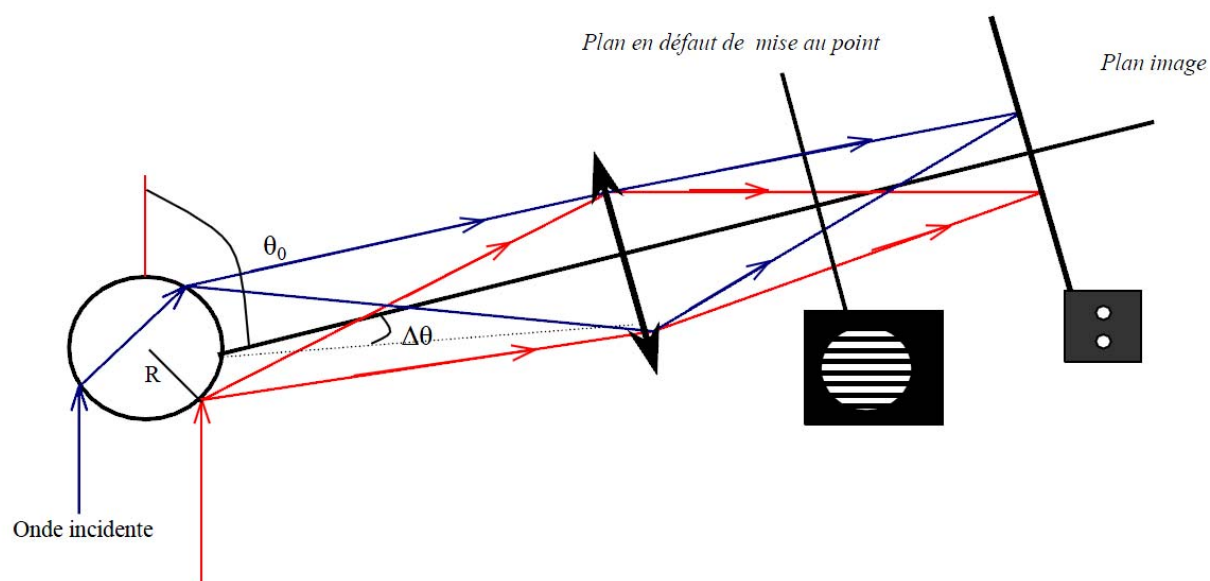


Figure 9. Réflexion et réfraction de la lumière par une particule. Des franges d'interférences sont observées dans le plan en défaut de mise au point.

A chaque cercle correspond une particule éclairée. Les cercles ont la même taille car celle-ci dépend du défaut de mise au point (et non des diamètres des particules).

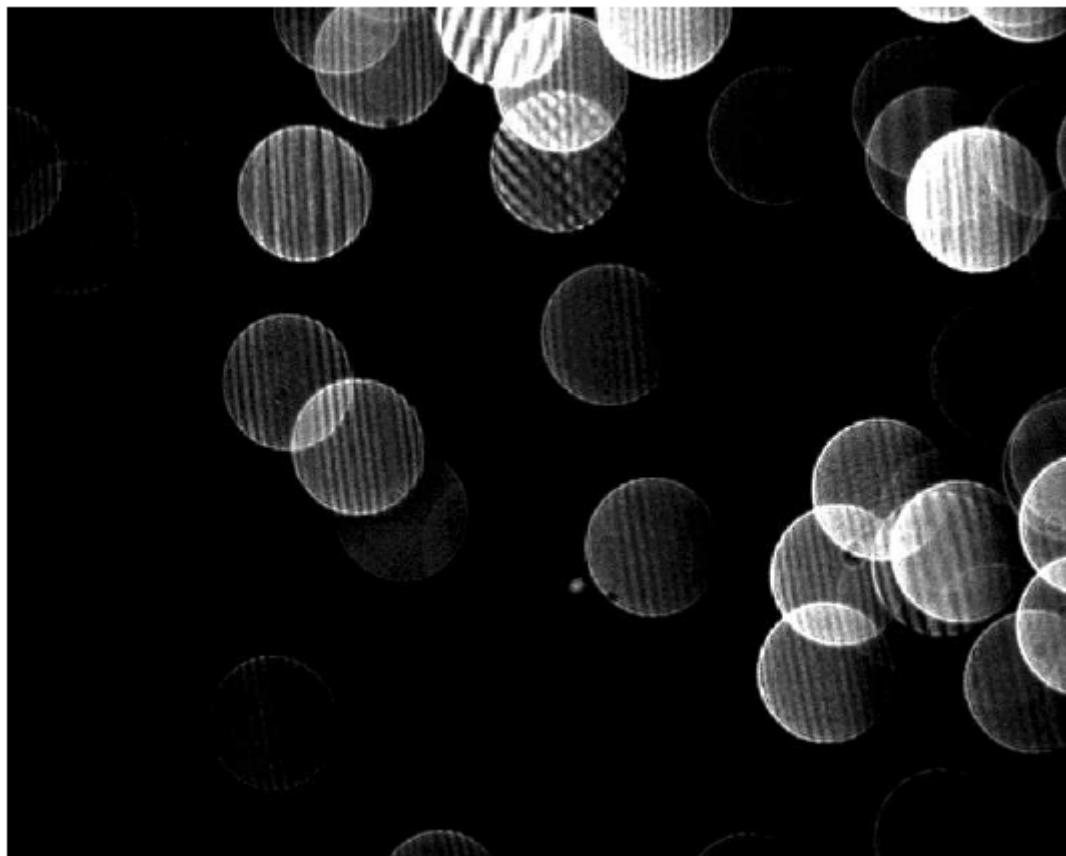


Figure 10. Image en défaut de mise au point d'une partie d'un spray d'eau (Lemaitre, et al., 2005)

Le domaine de taille mesurable est déterminé par l'ouverture de la camera et par le critère de Shannon. Par un dispositif proposé par le constructeur LaVision, les tailles des particules sont mesurées par imagerie en défaut de mise au point avec une gamme dynamique de 1 : 20 et pour des tailles de particules comprises entre 2 et 200 μm . Il y a interférence entre les rayons lumineux diffusés par les couples de particules mais ces informations ne sont pas prises en compte dans la caractérisation des particules.

1.3.5 La réfractométrie d'arc-en-ciel

Dans cette section, nous allons distinguer la réfractométrie d'arc-en-ciel standard qui s'applique à une seule particule et la réfractométrie d'arc-en-ciel global qui s'applique à un ensemble de particules.

1.3.5.1 La réfractométrie d'arc-en-ciel standard

Comme illustré Figure 11, connaître les indices de réfraction d'une particule permet d'obtenir des informations sur sa composition chimique ou sa température.

La réfractométrie d'arc-en-ciel standard consiste à mesurer le diagramme de diffusion d'une particule transparente, éclairée par un faisceau laser, à l'aide d'une caméra CCD disposée aux alentours de l'angle d'arc-en-ciel.

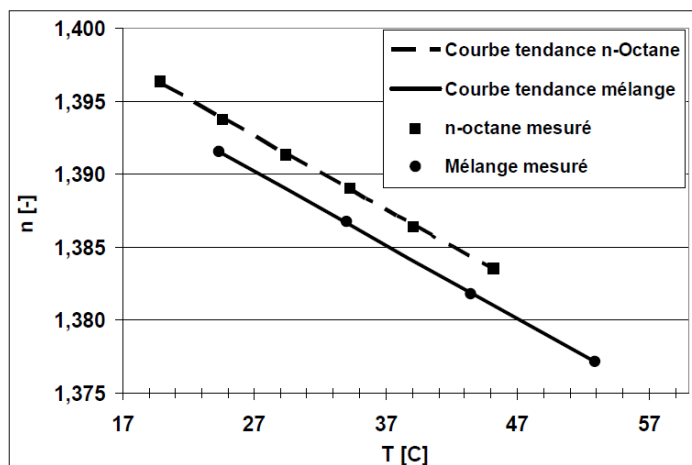


Figure 11. Relation entre indice de réfraction et température pour le n-octane pur et un pour mélange n-octane (85%)/3-pentanone(15%) , pour $\lambda = 635$ nm (Bodoc, et al., 2011)

Pour retrouver la taille et l'indice de la particule, le diagramme de diffusion enregistré est comparé par un code d'inversion à des arcs-en-ciel simulés avec la théorie de Nussenzveig (décrite dans la section 2.1.3) ou avec l'approximation d'Airy (décrite dans la section 2.1.5.2) selon les besoins de précision de mesure. La Figure 12 présente un exemple d'arc-en-ciel crée par une goutte d'eau enregistré expérimentalement (Van Beeck, et al., 2001).

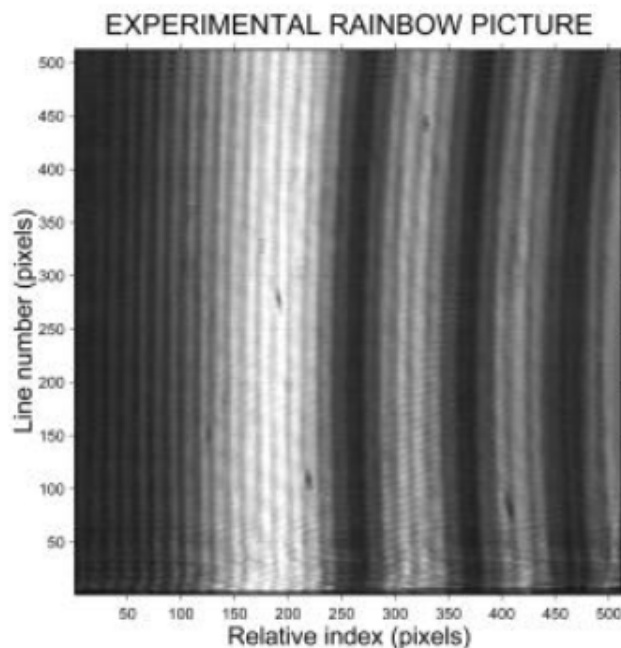


Figure 12. Arc-en-ciel standard d'une goutte d'eau enregistré expérimentalement. Il est indiqué « relative index » car l'axe des abscisses n'a pas été calibré angulairement. Pour un changement d'indice, on observera une translation angulaire sans possibilité de quantification.

L'arc-en-ciel standard est constitué d'une structure de basse fréquence spatiale (issue de la lumière réfléchi 1 fois dans la goutte) et d'une structure de haute fréquence spatiale appelée ripple (issue des interférences entre la lumière réfléchi sur la surface externe de la goutte et celle créant la structure basse fréquence de l'arc-en-ciel). Les figures 13 et 14 sont des simulations numériques d'arc-en-ciel calculées à l'aide de la théorie de Lorenz-Mie (Bonin, 2011 pp. 45-46). Cette théorie, décrite dans la section 2.1.1, permet de décrire rigoureusement la diffusion de la lumière par la particule.

Sur la Figure 13, le diamètre d'une particule varie entre 40 et 80 μm (l'indice de réfraction a une valeur de 1.38). La largeur des lobes et les distances entre leurs maxima diminuent lorsque la taille de la particule augmente. Sur la Figure 14, la position angulaire de l'arc-en-ciel crée par une particule seule dépend de l'indice de réfraction de cette particule. L'indice de réfraction et la taille de la particule influencent également la phase de la structure haute fréquence de l'arc-en-ciel.

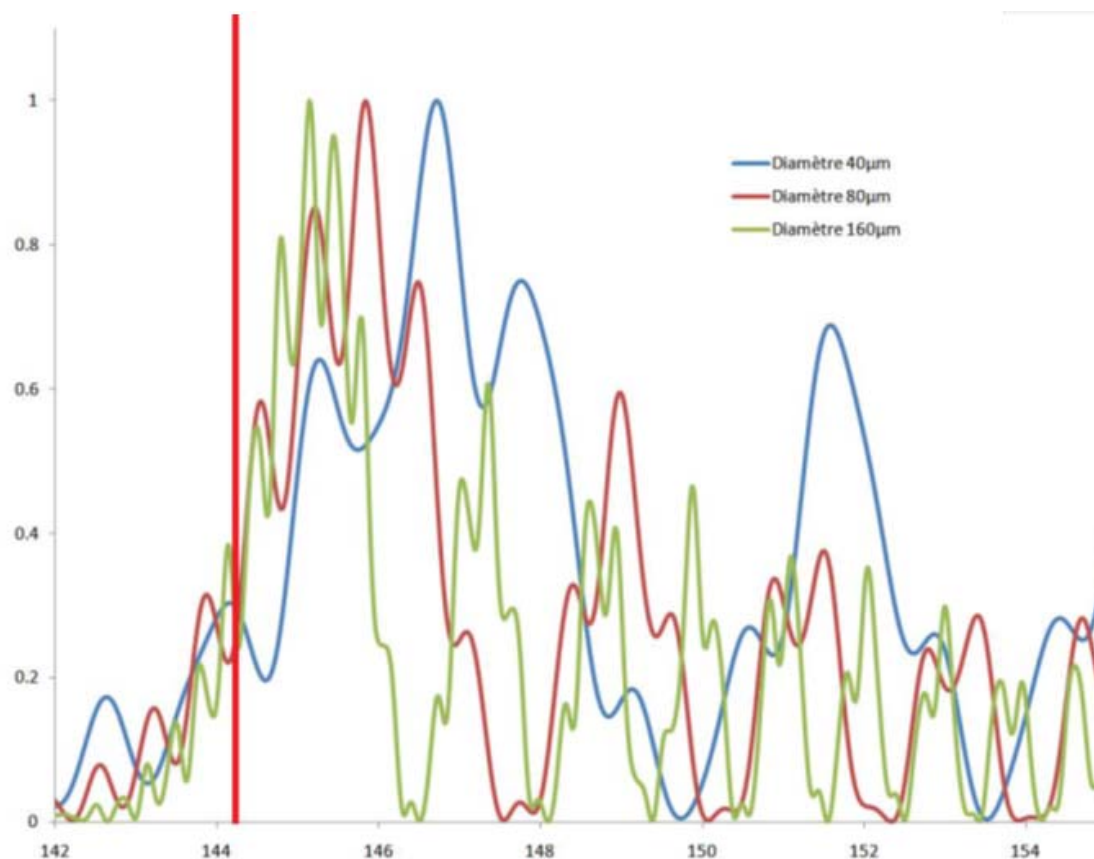


Figure 13. Influence du diamètre de la particule sur l'arc-en-ciel standard (goutte d'indice de réfraction égal à 1.38 et de diamètre égal à 40 μm , 80 μm , et 160 μm): en abscisses, l'angle de diffusion ($^\circ$), en ordonnées, l'intensité lumineuse normalisée (u.a.). Le trait vertical décrit la position de l'angle de diffusion critique (par l'optique géométrique) de l'arc-en-ciel (voir section 2.1.4).

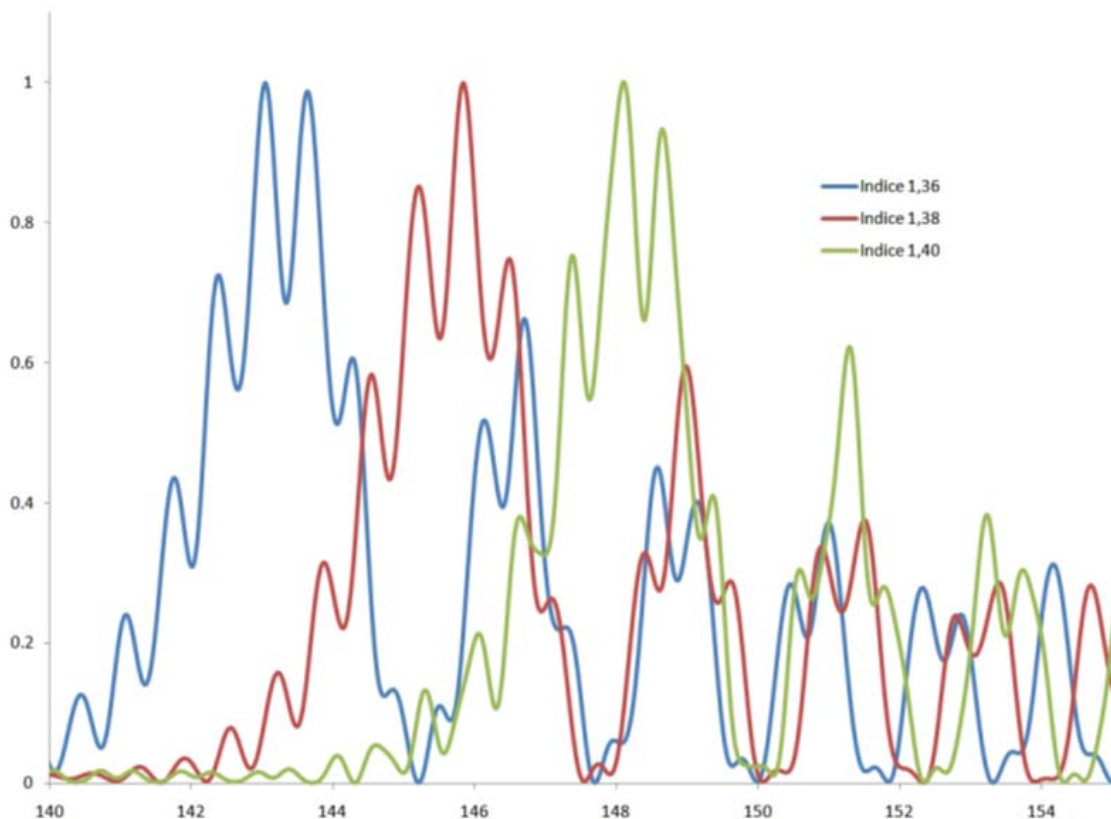


Figure 14. Influence de l'indice de réfraction sur l'arc-en-ciel standard (goutte de $80\mu\text{m}$ de diamètre et d'indice de réfraction égal à 1.36, 1.38, et 1.40): en abscisses, l'angle de diffusion ($^{\circ}$), en ordonnées, l'intensité lumineuse normalisée (u.a.).

L'inversion d'un arc-en-ciel standard expérimental permet de mesurer l'indice de réfraction avec une précision sur la 4^{ème} décimale et la taille des particules est mesurée avec une précision de l'ordre de $0.01\mu\text{m}$ (Saengkaew, et al., 2010).

L'arc-en-ciel standard s'applique à une particule seule (une goutte parmi d'autres, dans un spray en écoulement par exemple). La section suivante présente la réfractométrie d'arc-en-ciel appliquée à un ensemble de particules.

1.3.5.2 La réfractométrie d'arc-en-ciel global

La réfractométrie d'arc-en-ciel global est une technique, proposée par Van Beeck et al., qui permet de mesurer l'indice de réfraction moyen ainsi que la distribution granulométrique d'un nuage de particules (Van Beeck, et al., 1999).

Le nuage de particules est éclairé par un faisceau laser continu et diffuse la lumière en direction d'une caméra CCD, localisée aux alentours de l'angle d'arc-en-ciel, qui enregistre pour une section du nuage un diagramme de diffusion 2D. La Figure 15 présente un dispositif expérimental d'enregistrement d'un arc-en-ciel global d'un spray de gouttes d'eau créées par un injecteur TG_03. Un exemple d'arc-en-ciel global enregistré par ce dispositif est illustré sur la Figure 16.

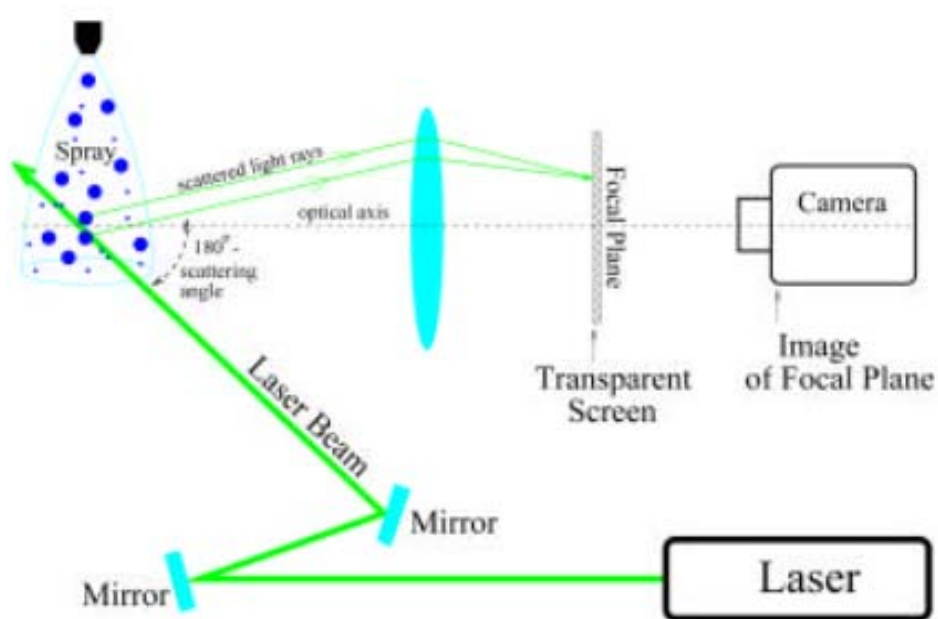


Figure 15. Dispositif expérimental d'enregistrement d'un arc-en-ciel global (Van Beeck, et al., 2001)

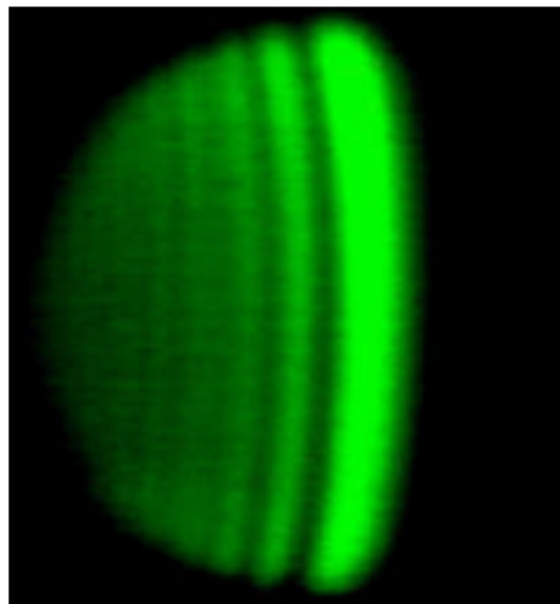


Figure 16. Arc-en-ciel global d'un spray d'eau enregistré expérimentalement (Van Beeck, et al., 2001).

De la même façon que pour une goutte unique, les modèles d'inversion utilisés sont basés sur les théories de Nussenzveig ou d'Airy (Saengkaew, 2005 pp. 110-156), avec la possibilité d'inverser une distribution de tailles multimodale.

Le signal enregistré dans le cas d'un nuage de particules est alors la somme des intensités diffusées par chacune des particules éclairées. Elle a été introduite pour minimiser les effets de non-sphéricité des particules. Cette sommation est responsable de l'effet de lissage de la structure de ripple décrite dans la section 1.3.5.1.

Les ondes diffusées par les particules interfèrent également à l'angle d'arc-en-ciel mais des figures d'interférences entre ces ondes ne sont pas prises en compte. Ceci est dû au temps d'intégration temporelle (par rapport aux vitesses des particules, de l'ordre de 10 m/s) des expériences d'arc-en-ciel global, trop long pour permettre de les distinguer.

1.4 Conclusion

J'ai décrit dans la première partie de ce mémoire les principales techniques de caractérisation de milieux multiphasiques.

Parmi toutes les techniques décrites, aucune ne tire parti des interférences entre les lumières diffusées par les particules. Dans le cas de l'holographie numérique, les particules sont caractérisées séparément les unes des autres. La technique d'arc-en-ciel global ne s'intéresse qu'à la somme des contributions des champs diffusés par les particules. A ma connaissance, les techniques optiques que je n'ai pas décrit, telles que la spectrométrie ou encore la mesure de distribution de taille par la mesure de rapport de polarisation (Hofeldt, 1993)...), ne tirent pas non plus parti de ces figures d'interférences.

Pourtant, les interférences entre les ondes diffusées par les particules caractérisent elles aussi le nuage de particules. Ces interférences sont sensibles aux positions relatives 3D (positions 3D par rapport à une référence arbitraire), aux diamètres et indices de réfraction, avec une précision pouvant concurrencer les techniques décrites dans la première partie du mémoire. C'est pour ces raisons que j'ai développé l'imagerie interférométrique de Fourier, introduite dans ce mémoire.

Cette technique est basée sur l'analyse des figures d'interférences entre les lumières diffusées par les particules éclairées par un faisceau laser pulsé (durée typique de 10 ns, comme en PIV). Elle a le potentiel pour mesurer tailles, indices de réfraction et positions relative 3D de ces particules.

Le développement et la validation de cette approche, avant une validation expérimentale, nécessite de simuler numériquement la diffusion de la lumière par les particules éclairées :

- pour simuler les franges d'interférences créées par les particules,
- pour définir les stratégies pour mesurer leurs caractéristiques (positions relatives 3D, taille, indice de réfraction).

Les différents modèles de description de la lumière auxquels je me suis intéressé au cours de la thèse, qui seront utilisés par la suite pour certains d'entre eux, sont décrits dans la deuxième partie de ce mémoire.

Deuxième partie

Modèles de diffusion de la lumière par une et
plusieurs particules sphériques

2 Modèles de diffusion de la lumière par une et plusieurs particules sphériques

Dans cette seconde partie, je présente une liste non exhaustive de modèles de diffusion de lumière par une particule sphérique, homogène et isotrope. Dans un premier temps, je décris les différents modèles de diffusion de la lumière par une particule du modèle le plus rigoureux au modèle le moins rigoureux (sections 2.1.1 à 2.1.5) auxquels je me suis intéressé au cours du travail de thèse. Puis j'étends ces modèles au cas d'un ensemble de particules diffusant la lumière où les interférences entre les lumières diffusées par les particules sont prises en compte (section 2.2). La section 2.2.4 qui clôt la seconde partie du mémoire est une description du code de simulation numérique basé sur la théorie de Lorenz-Mie qui simule les figures d'interférences créées par un ensemble de particules dans le cas où la diffusion multiple est négligée.

2.1 Diffusion de la lumière par une particule sphérique, homogène et isotrope

2.1.1 La théorie de Lorenz-Mie

La théorie de Lorenz-Mie a été introduite par Ludvig Lorenz en 1890 (dans le cadre de la théorie de l'éther) et indépendamment par Gustav Mie en 1908 (dans le cadre de la théorie électromagnétique de Maxwell). Cette théorie est une résolution rigoureuse des équations de Maxwell pour décrire la diffusion d'une onde électromagnétique plane par une particule sphérique.

La théorie de Lorenz-Mie, initialement développée pour décrire la diffusion d'une onde plane par une particule sphérique, homogène et isotrope, a été généralisée à partir des années 80 à des éclairissements de forme arbitraire (par exemple gaussien), sur des particules non sphériques ou encore possédant des gradients d'indices de réfraction à l'intérieur de la particule (Gouesbet, 2009). Je décris dans cette section la théorie de Lorenz-Mie (ou plutôt les

solutions de la théorie de Lorenz-Mie) pour des particules sphériques, homogènes et isotropes.

A cause de la géométrie de la particule, les champs électriques et magnétiques sont exprimés en coordonnées sphériques représentées Figure 17.

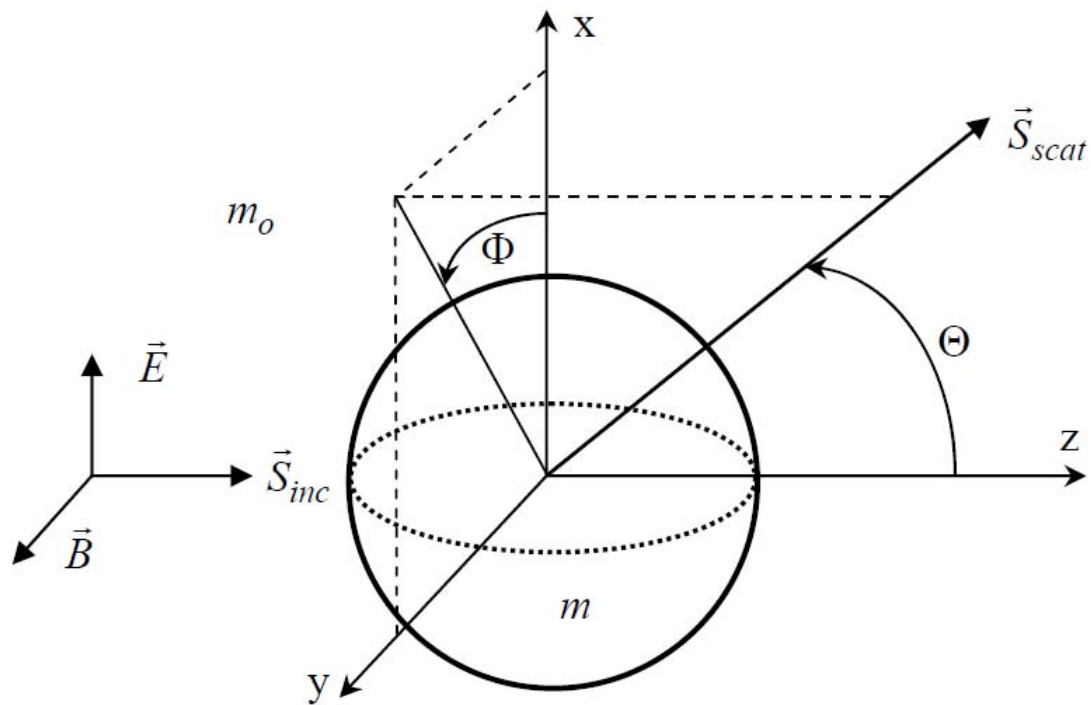


Figure 17. Système de coordonnées sphériques centrées sur une particule.

Dans la théorie de Lorenz-Mie, le champ électrique et le champ magnétique de l'onde diffusée par la particule en un point de l'espace sont chacun une somme infinie de champs correspondant à des ondes partielles.

A l'aide des équations de Maxwell, des conditions de continuités aux frontières de la particule, de la conservation de l'énergie, et du fait que les champs soient finis au centre de la particule, le champ électrique et le champ magnétique en un point sont prédits. Je présente ici les 3 composantes (en coordonnées sphériques) du champ électrique et du champ magnétique diffusés par la particule, en champ proche (les composantes radiales ne sont pas négligées):

$$E_r = E_0 \cos \varphi \sum_{n=1}^{\infty} i^{n+1} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} a_n \left[\xi_n''(kr) + \xi_n(kr) \right] P_n^1(\cos \theta) \quad (2.1)$$

$$E_\theta = \frac{E_0}{kr} \cos \varphi \sum_{n=1}^{\infty} i^{n+1} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \left[a_n \xi_n'(kr) \tau(\cos \theta) - i b_n \xi_n(kr) \pi(\cos \theta) \right] \quad (2.2)$$

$$E_\varphi = \frac{-E_0}{kr} \sin \varphi \sum_{n=1}^{\infty} i^{n+1} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \left[a_n \xi_n'(kr) \pi(\cos \theta_j) - i b_n \xi_n(kr) \tau(\cos \theta) \right] \quad (2.3)$$

E_0 correspond au champ électrique associé à l'onde plane monochromatique incidente qui éclaire la particule. P_n^1 , τ_n , π_n sont des fonctions associées de Legendre définies de la façon suivante :

$$\pi_n(\cos \theta) = \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \quad (2.4)$$

$$\tau_n(\cos \theta) = \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta} \quad (2.5)$$

$$P_n^1(\cos \theta) = -\sin \theta \frac{dP_n(\cos \theta)}{d \cos \theta} \quad (2.6)$$

ξ_n se calcule à partir des fonctions de Ricatti-Bessel ψ_n et χ_n :

$$\xi_n(kr) = \psi_n(kr) + i \chi_n(kr) \quad (2.7)$$

$$\psi_n(kr) = kr \psi_n^{(1)}(kr) = \left(\frac{\pi kr}{2} \right)^{1/2} J_{n+1/2}(kr) \quad (2.8)$$

$$\chi_n(kr) = (-1)^n \left(\frac{\pi kr}{2} \right)^{1/2} J_{-n-1/2}(kr) \quad (2.9)$$

ξ_n' et ξ_n'' sont les dérivées première et seconde de ξ_n par rapport à kr . $J_{n+1/2}$ et $J_{n-1/2}$ sont des fonctions de Bessel sphériques. a_n et b_n sont les coefficients de diffusion de Mie associés à l'onde élémentaire d'ordre n diffusée par la particule. Ils ont pour expression :

$$a_n = \frac{\psi_n(\alpha)\psi_n'(\beta) - m\psi_n'(\alpha)\psi_n(\beta)}{\xi_n(\alpha)\psi_n'(\beta) - m\xi_n'(\alpha)\psi_n(\beta)} \quad (2.10)$$

$$b_n = \frac{m\psi_n(\alpha)\psi_n'(\beta) - \psi_n'(\alpha)\psi_n(\beta)}{m\xi_n(\alpha)\psi_n'(\beta) - \xi_n'(\alpha)\psi_n(\beta)} \quad (2.11)$$

Avec α et β des paramètres adimensionnels :

$$\alpha = \frac{\pi D}{\lambda} \quad (2.12)$$

$$\beta = m\alpha \quad (2.13)$$

D est le diamètre de la particule et m son indice de réfraction complexe. ψ_n' est la dérivée de ψ_n (par rapport à α ou β).

Le champ magnétique est également calculé en coordonnées sphériques, avec μ et ε la perméabilité magnétique et la permittivité diélectrique de la particule.

$$H_r = E_0 \left(\frac{\partial}{\partial \mu} \right)^{1/2} \sin \varphi \sum_{n=1}^{\infty} i^{n+1} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} b_n [\xi_n''(kr) + \xi_n'(kr)] P_n^1(\cos \theta) \quad (2.14)$$

$$H_\theta = \frac{E_0}{kr} \left(\frac{\partial}{\partial \mu} \right)^{1/2} \sin \varphi_j \sum_{n=1}^{\infty} i^{n+1} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} [-ia_n \xi_n'(kr) \pi(\cos \theta) + \dots + b_n \xi_n(kr_j) \pi(\cos \theta_j)] \quad (2.15)$$

$$H_\varphi = \frac{E_0}{kr_j} \left(\frac{\partial}{\partial \mu} \right)^{1/2} \cos \varphi_j \sum_{n=1}^{\infty} i^{n+1} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} [-ia_n \xi_n'(kr_j) \tau(\cos \theta_j) + \dots + b_n \xi_n(kr_j) \pi(\cos \theta_j)] \quad (2.16)$$

Lorsque la théorie de Lorenz-Mie est utilisée pour calculer numériquement le champ diffusé par une particule sphérique, les différents champs électriques correspondant aux ondes partielles d'ordre n se calculent jusqu'au terme de l'ordre de $\beta + \beta^{1/3}$ (Nussenzveig, 1969b).

La théorie de Lorenz-Mie m'a été particulièrement utile dans le travail que j'ai effectué au cours de ma thèse pour simuler la diffusion de la lumière par un ensemble de particules sphériques, homogènes et isotropes. Le cas de la diffusion de la lumière par plusieurs particules est discuté dans la section 2.2. Le code **holo_mie** calcule les champs électriques et magnétiques diffusés par un ensemble de particules avec la théorie de Lorenz-Mie en chaque point (pixel) d'une caméra CCD. Ce code est décrit dans la section 2.2.4

La Figure 18 et la Figure 19 présentent l'intensité simulée par le code **holo_mie** collectée par une caméra CCD pour une goutte d'eau ($N= 1.3333$ d'indice de réfraction) de $100 \mu\text{m}$ de diamètre, avec une polarisation du faisceau incident de 90° , une longueur d'onde de 532 nm , et deux angles de diffusion au centre de la caméra θ_0 différents : 140° (Figure 18) et 20° (Figure 19). L'ouverture angulaire est de 20° .

Avec la théorie de Lorenz-Mie, l'intensité lumineuse calculée en un point de la caméra CCD est calculée rigoureusement. Mais cette théorie a pour inconvénient principal le temps nécessaire pour effectuer le calcul, d'autant plus important que la particule est grosse (par rapport à la longueur d'onde). Par exemple, pour une goutte d'eau de $100 \mu\text{m}$ de diamètre et une longueur d'onde de 532 nm , il y a plus d'un millier de termes à calculer par pixel, ce qui donne pour une matrice de 512×512 pixels un temps de calcul de l'ordre de la minute sur un ordinateur standard.

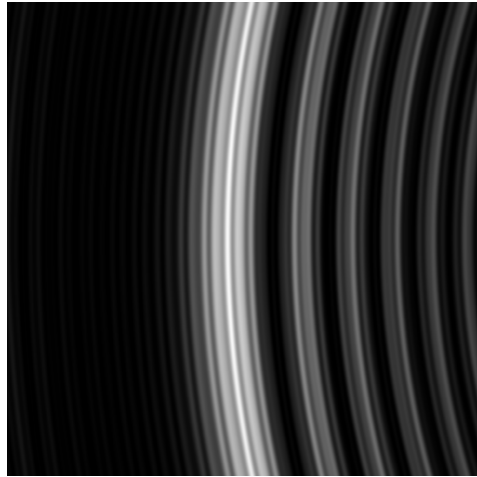


Figure 18. Intensité calculée par la théorie de Lorenz-Mie pour une goutte d'eau d'indice de réfraction 1.3333 et 50 μm de diamètre. La caméra a une position angulaire proche de l'angle d'arc-en-ciel ($\theta_0 = 140 \pm 10^\circ$).

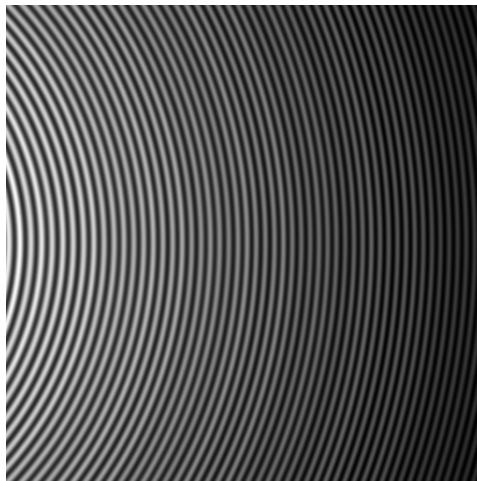


Figure 19. Intensité calculée par la théorie de Lorenz-Mie pour une goutte d'eau d'indice de réfraction 1.3333 et 100 μm de diamètre, en diffusion vers l'avant ($\theta_0 = 20 \pm 10^\circ$).

Le principal intérêt de la théorie de Lorenz-Mie est donc de servir « d'étalon » pour la validation et l'étude d'autres théories de description de la lumière diffusée par une particule et de fournir des images étalons permettant de quantifier la qualité de stratégies d'inversion.

D'autres modèles de description de la lumière seront décrits dans les prochaines sections. :

- La théorie de Debye permet de séparer les composantes du champ électromagnétiques en contributions d'ordre p . Elle est décrite dans la section 2.1.2.
- La théorie de Nussenzveig, décrite dans la section 2.1.3, est une réécriture des séries de termes de la théorie de Debye sous la forme d'intégrales, qui sont résolues

analytiquement grâce à des approximations spécifiques selon la région angulaire étudiée et l'indice de réfraction.

- Dans le modèle de l'optique géométrique, les ondes lumineuses sont représentées sous la forme de rayons lumineux (section 2.1.4). La prise en compte des interférences entre les rayons lumineux est décrite dans la section 2.1.5.1 en diffusion vers l'avant et dans la section 2.1.5.2 pour la diffusion aux alentours de l'angle d'arc-en-ciel.

2.1.2 La théorie de Debye

La théorie de Debye permet de séparer les différentes contributions (d'ordre p) entre les ondes diffusées. Cette décomposition a été introduite par Debye en 1909. Les coefficients de diffusion Mie a_n et b_n sont réécrits, en fonction des coefficients $R_{n,a,b}^{22}$, $R_{n,a,b}^{11}$, $T_{n,a,b}^{21}$ et $T_{n,a,b}^{12}$.

$$\begin{Bmatrix} a_n \\ b_n \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \left[1 - R_{n,a,b}^{22} - \sum_{p=1}^{\infty} T_{n,a,b}^{21} (R_{n,a,b}^{11})^{p-1} T_{n,a,b}^{12} \right] \quad (2.17)$$

$R_{n,a,b}^{22}$, $R_{n,a,b}^{11}$, $T_{n,a,b}^{21}$ et $T_{n,a,b}^{12}$ sont les coefficients de réflexion et de transmission de la lumière à l'interface entre la particule et le milieu environnant associés à l'onde sphérique partielle d'ordre n .

A l'ordre p correspond $p+1$ dioptries (c'est-à-dire interfaces) rencontrés par une onde sphérique partielle :

- $p = 0$: un dioptre rencontré pour lequel il y a une réflexion à l'interface air-particule,
- $p = 1$: deux dioptries rencontrés pour lesquels il y a une réfraction à l'interface air-particule et une autre réfraction à l'interface particule-air,
- $p = 2$: trois dioptries rencontrés pour lesquels il y a une réfraction à l'interface air-particule, une réflexion à l'interface particule-air, et une réfraction à l'interface particule-air,
- ...

Une onde partielle caractérisée par ses coefficients a_n et b_n est la somme de différentes contributions, correspondant :

- à la diffraction : Il s'agit du terme « 1 » de l'équation (2.17).
- à la réflexion de l'onde sur la goutte. Il s'agit du terme $R_{n,a,b}^{22}$

- à la transmission à travers la goutte après un certain nombre de réflexions internes.

Il s'agit des termes de la somme :
$$\sum_{p=1}^{\infty} T_{n,a,b}^{21} (R_{n,a,b}^{11})^{p-1} T_{n,a,b}^{12}$$

Le champ diffusé peut se décomposer en plusieurs termes d'ordre p , qui sont eux-mêmes des séries infinies (Adam, 2002). On peut alors calculer chaque contribution d'ordre p du champ et l'intensité correspondante. La Figure 20 présente les différentes contributions d'ordre p dans le cas d'une goutte d'eau de 100 μm de diamètre (Laven, 2003).

Les contributions d'ordre $p=0$ et d'ordre $p=1$ sont les plus intenses en diffusion vers l'avant, tandis que les contributions d'ordre $p=2$, $p=3$ et d'ordre $p=0$ sont les plus intenses aux alentours de l'angle d'arc-en-ciel (Figure 20).

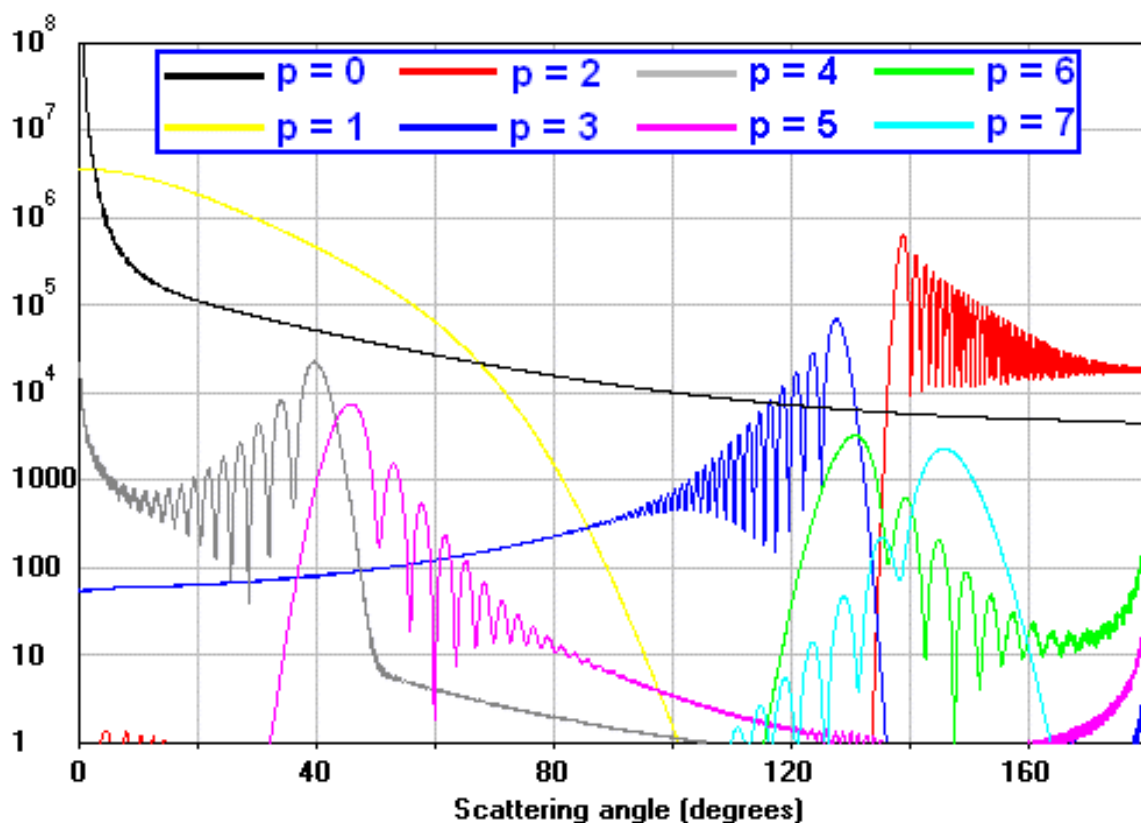


Figure 20. Prédiction par séries de Debye de l'importance des différents ordres p (jusqu'à 7), pour une longueur d'onde 0.65 μm , et pour une goutte d'eau de 100 μm de diamètre

Précisons que la théorie de Debye est aussi rigoureuse (et couteuse en temps de calcul) que la théorie de Lorenz-Mie. Son principal intérêt par rapport à la théorie de Lorenz-Mie est donc de pouvoir quantifier les contributions des différents ordres p .

2.1.3 La théorie de Nussenzveig

Nussenzveig s'est intéressé au problème de diffusion de la lumière par des sphères opaques (Nussenzveig, 1965) puis transparentes (Nussenzveig, 1969b).

Dans la théorie de Nussenzveig, seul le champ lointain est discuté. Les principales approximations sont :

$$\beta^{1/3} \gg 1 \quad (2.18)$$

$$|N-1|^{1/2} \beta^{1/3} \gg 1 \quad (2.19)$$

N est l'indice de réfraction réel de la particule. Nussenzveig transforme les termes de l'équation (2.17), qui sont des séries infinies, en intégrales qu'il résout : à l'ordre $p=0$, $p=1$ (Nussenzveig, 1969b) et $p=2$ (Nussenzveig, 1969a). Les résolutions analytiques de ces intégrales sont faites en prenant des approximations suivant la région angulaire considérée et l'indice de réfraction de la particule. Les solutions trouvées sont rappelées de façon concise dans la thèse de Sawitree Saengkaew (Saengkaew, 2005 pp. 33-41).

La Figure 21 compare un arc-en-ciel créé par une particule (100 μm de diamètre et 1.333 d'indice de réfraction), simulé à l'aide de la théorie de Lorenz-Mie à celui simulé par la théorie de Nussenzveig.

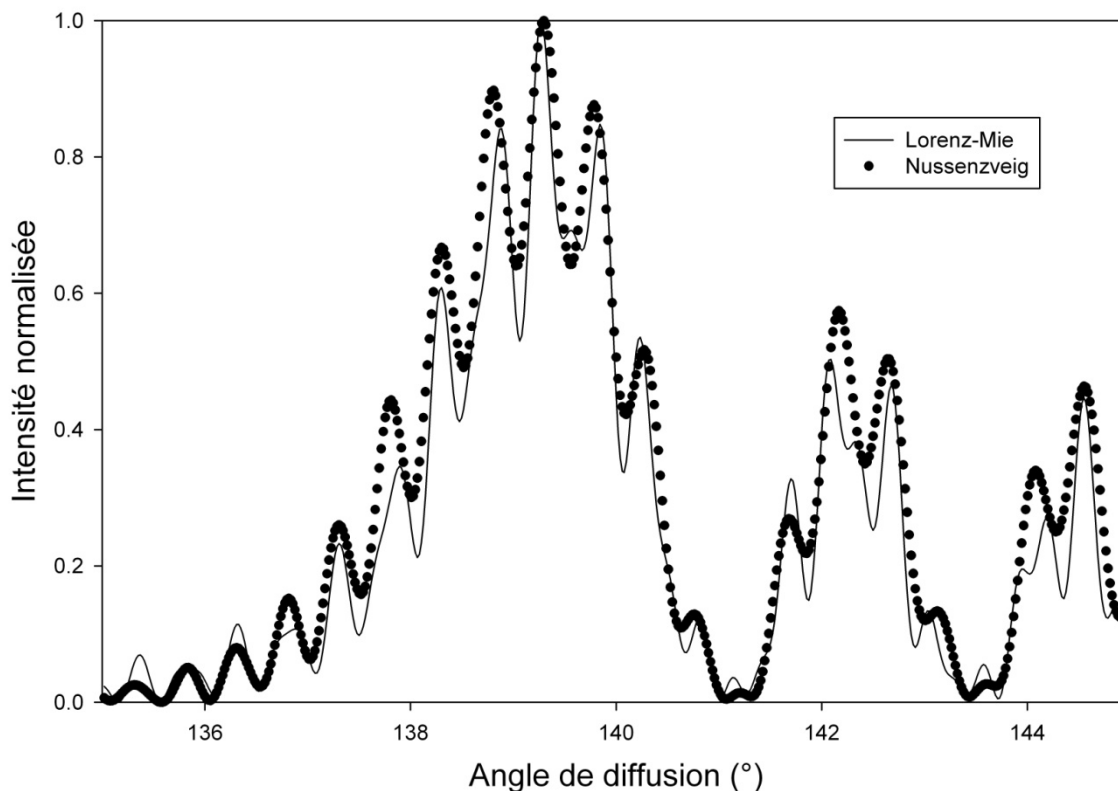


Figure 21. Simulation d'arc-en-ciel créée par une goutte d'eau en utilisant la théorie de Lorenz-Mie et en utilisant la théorie de Nussenzveig (ordres $p=0, 2$ et 3).

De la même manière que la théorie de Debye, la théorie de Nussenzveig permet de calculer les différentes contributions associées aux contributions d'ordre p . Mais le grand avantage d'utiliser la théorie de Nussenzveig est le temps de calcul, bien plus court que pour les théories de Debye ou de Lorenz-Mie. En contrepartie, la théorie de Nussenzveig ne s'accorde pas exactement à la théorie de Lorenz-Mie, ce qui peut être observé sur la Figure 21.

Nous allons aborder dans les prochaines sections (2.1.4 et 2.1.5) le modèle de l'optique géométrique qui est une approche bien moins rigoureuse de la diffusion de la lumière par une particule sphérique que les théories précédentes. La lumière n'est pas considérée sous la forme d'une onde mais sous la forme d'un ensemble de rayons lumineux se propageant en ligne droite dans un milieu d'indice uniforme. Au contact d'un dioptre, un rayon lumineux subit une déviation. La section 2.1.4 s'intéresse à l'optique géométrique, sans considérer les interférences entre rayons lumineux. La prise en compte des interférences sera abordée dans la section 2.1.5.

2.1.4 Modèle de l'optique géométrique « classique » : déviation de rayons lumineux par une particule

Un rayon lumineux qui traverse un dioptre est séparé en deux rayons, l'un réfléchi et l'autre réfracté (Figure 22).

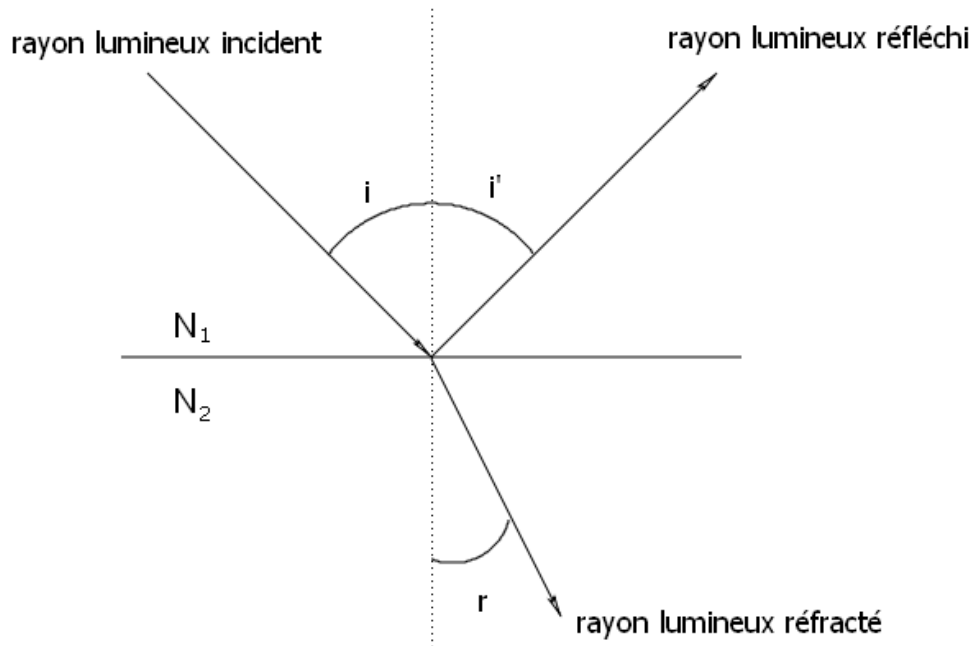


Figure 22. Réflexion et réfraction d'un rayon lumineux à travers un dioptre .

Avec N_1 et N_2 les indices de réfractons réels des deux milieux, i l'angle entre le rayon incident et la normale au dioptre (représentée en pointillé), i' l'angle de réflexion entre le rayon réfléchi et la normale au dioptre et r l'angle de réfraction, entre le rayon réfracté et la normale au dioptre.

Les lois de Snell-Descartes décrivent le comportement du rayon lumineux : le rayon incident, le rayon réfléchi et le rayon réfracté sont situés dans un même plan, le plan d'incidence. Les angles de réfraction r , de réflexion i' et d'incidence i vérifient les relations suivantes:

$$N_1 \sin i = N_2 \sin r \quad (2.20)$$

$$i' = i \quad (2.21)$$

Pour une particule sphérique d'indice de réfraction N , que l'on considère entourée d'air (d'indice de réfraction égal à 1), un rayon lumineux subit un certain nombre de réflexions et de réfractions. Les interfaces rencontrées par le rayon lumineux sont les mêmes que celles décrites dans la section 2.1.2. Il est possible de nommer les rayons en fonction du nombre de cordes dans la particule, notation introduite par Van de Hulst (Van de Hulst, 1957), par exemple :

- $p = 0$: 0 cordes. Le rayon lumineux est réfléchi à l'interface air-particule
- $p = 1$: 1 corde dans la particule. Le rayon subit une réfraction à l'interface air-particule puis une réfraction à l'interface particule-air
- $p = 2$: 2 cordes dans la particule. Le rayon subit une réfraction à l'interface air-particule, une réflexion à l'interface particule-air, puis une réfraction à l'interface particule-air.
- ...

La Figure 23 illustre le trajet parcouru par la lumière pour deux réflexions à l'intérieur de la particule.

Les numérotations correspondent au nombre p de cordes dans la particule. Les angles τ et τ' sont les angles complémentaires des angles d'incidence et de réfraction i et r (c'est-à-dire tels que $i + \tau = \pi/2$ et $r + \tau' = \pi/2$), au premier dioptre rencontré par la lumière.

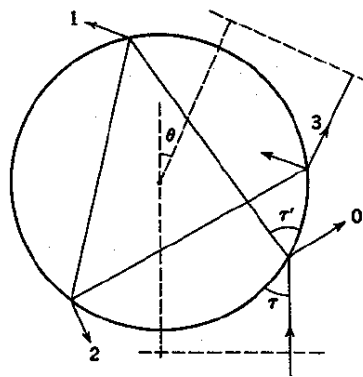


Figure 23. Réflexion et réfraction d'un rayon lumineux par une particule sphérique (Van de Hulst, 1957 p. 201)

La déviation en sortie de particule d'un rayon lumineux, notée θ_p , s'exprime en fonction des angles τ et τ' au premier dioptre rencontré par la lumière et en fonction de l'ordre p :

$$\theta_p = (p-1)(\pi - 2\tau') + 2(\tau - \tau') \quad (2.22)$$

Van de Hulst a tracé la déviation θ_p en fonction de l'angle d'incidence τ pour différents ordres p compris entre 0 et 6 (Figure 24), calculée en s'aidant des lois de Snell-Descartes.

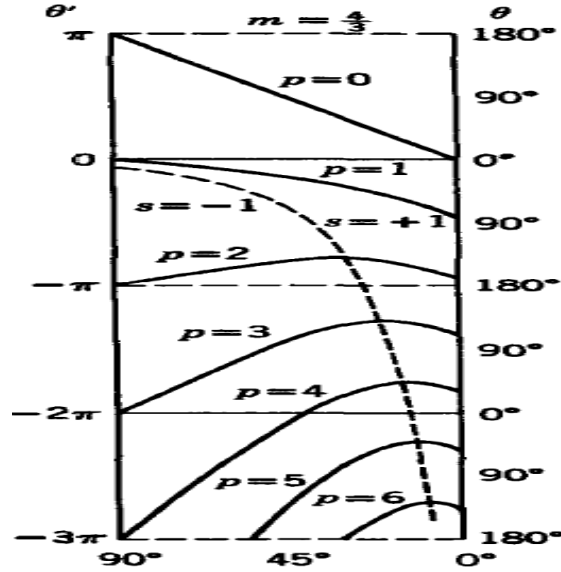


Figure 24. Tracé de l'angle de déviation (en ordonnée) des rayons des ordres $p = 0$ aux ordres $p = 6$ en fonction de l'angle d'incidence τ (en abscisse). Sur ce graphique, $m=4/3$ est l'indice de réfraction de la particule (Van de Hulst, 1957).

Sur la Figure 24, l'angle d'émergence θ' vaut :

$$\theta' = 2\tau - 2p\tau' \quad (2.23)$$

On observe que pour chaque ordre p , en dehors des ordres 0 et 1, il y a un angle critique de diffusion au-delà duquel le rayon lumineux ne peut plus se propager et qui correspond à un extremum de déviation θ_p . L'expression de l'angle critique, se calcule à partir du minimum de déviation et s'exprime de la façon suivante.

$$\theta_p^c = (p-1)\pi + 2 \arccos \sqrt{\frac{N^2 - 1}{p^2 - 1}} - 2p \arccos \left[\frac{p}{N} \sqrt{\frac{N^2 - 1}{p^2 - 1}} \right] \quad (2.24)$$

A chaque rayon lumineux d'ordre p est également associée une intensité lumineuse qui diminue à chaque transmission ou réflexion, en accord avec les relations de Fresnel.

Dans la section 2.1.5, l'optique géométrique en prenant en compte les interférences entre rayons lumineux est décrite.

2.1.5 Interférences entre rayons lumineux diffusés par une particule sphérique

2.1.5.1 Cas de la diffusion vers l'avant

Dans cette section, je m'intéresse aux interférences entre les rayons réfractés d'ordre $p=1$ et les rayons réfléchis d'ordre $p=0$ tous les deux dirigés dans une même direction θ (Glantschnig, et al., 1981).

On calcule la différence de phase entre ces deux rayons lumineux. Ce calcul est plus facile en se servant d'un rayon « fictif », appelé rayon de référence, qui passe par le centre de la particule et qui est dévié dans la même direction θ que les rayons d'ordre $p=0$ et $p=1$. Rayon de référence, et rayons d'ordre $p=0$ et d'ordre $p=1$ sont représentés sur la Figure 25.

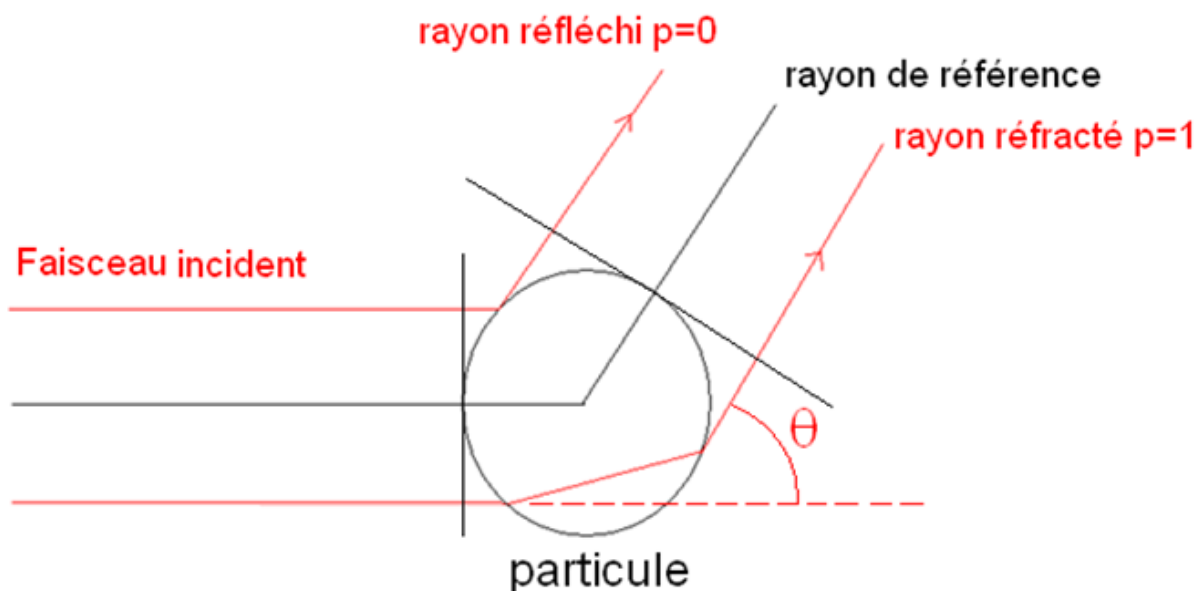


Figure 25. Rayons réfléchis et réfractés par une particule et rayon de référence.

Seuls les résultats les plus importants et qui seront utiles par la suite sont donnés dans cette section (voir l'annexe A pour les détails). Le chemin optique parcouru par le rayon de référence correspond au diamètre de la particule, comme s'il ne traversait que de l'air.

La différence de chemin optique entre le rayon lumineux réfracté et le rayon de référence vaut :

$$\delta_{p=1} - \delta_{référence} = -2R \sqrt{1 + N^2 - 2N \cos \frac{\theta}{2}} \quad (2.25)$$

Avec $\delta_{p=1}$ le chemin optique parcouru par le rayon lumineux d'ordre $p=1$ et $\delta_{référence}$ le chemin optique parcouru par le rayon de référence. R est le rayon de la particule.

La différence de chemin optique entre le rayon lumineux réfléchi $p=0$ et le rayon de référence vaut :

$$\delta_{p=0} - \delta_{référence} = -2R \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.26)$$

On déduit des équations (2.25) et (2.26) la différence de chemin optique entre les rayons d'ordre $p=0$ et $p=1$:

$$\delta_{p=1} - \delta_{p=0} = 2R \left(\sin \frac{\theta}{2} - \sqrt{1 + N^2 - 2N \cos \frac{\theta}{2}} \right) \quad (2.27)$$

La différence de chemin optique entre les rayons d'ordre $p=0$ et $p=1$ est proportionnelle à la taille de la particule.

A partir du calcul de la différence de chemin optique entre les rayons réfracté et réfléchi diffusés vers l'avant, l'interfrange angulaire (ou angle entre deux franges consécutives) est obtenue en fonction de l'angle de diffusion θ :

$$\Delta\theta \cong \frac{\lambda}{R \left[\cos(\theta/2) + \frac{N \sin(\theta/2)}{\sqrt{1 + N^2 - 2N \cos(\theta/2)}} \right]} \quad (2.28)$$

En prenant en compte les interférences entre rayons lumineux, on obtient pour la diffusion vers l'avant un diagramme, proche de ce qui a été simulé à l'aide de la théorie de Lorenz-Mie (Figure 26), tracé par Glantschnig et Chen (Glantschnig, et al., 1981). Les coefficients de réflexion et de transmission de la lumière aux interfaces ont été pris en compte dans leur modèle ainsi que la diffraction de la lumière par la particule (dont la contribution est importante pour les faibles angles de diffusion).

On peut voir que différents extrema d'intensité sont quasiment situés aux mêmes angles de diffusion θ pour les deux modèles. Le modèle de l'optique géométrique en prenant en compte les interférences entre rayons lumineux est un modèle intéressant pour décrire la diffusion de la lumière par une particule. Je m'en sers dans la section 3.4.2.

Le modèle de l'optique géométrique dans lequel les interférences entre rayons lumineux d'ordre $p=2$, pour une diffusion aux alentours de l'arc-en-ciel sont prises en compte est abordé dans la prochaine section. Notons cependant que le modèle de l'optique géométrique est incapable de prédire la diffusion lorsque deux rayons de même ordre se « coupent » (i.e. focalisation, arcs-en-ciel, ...).

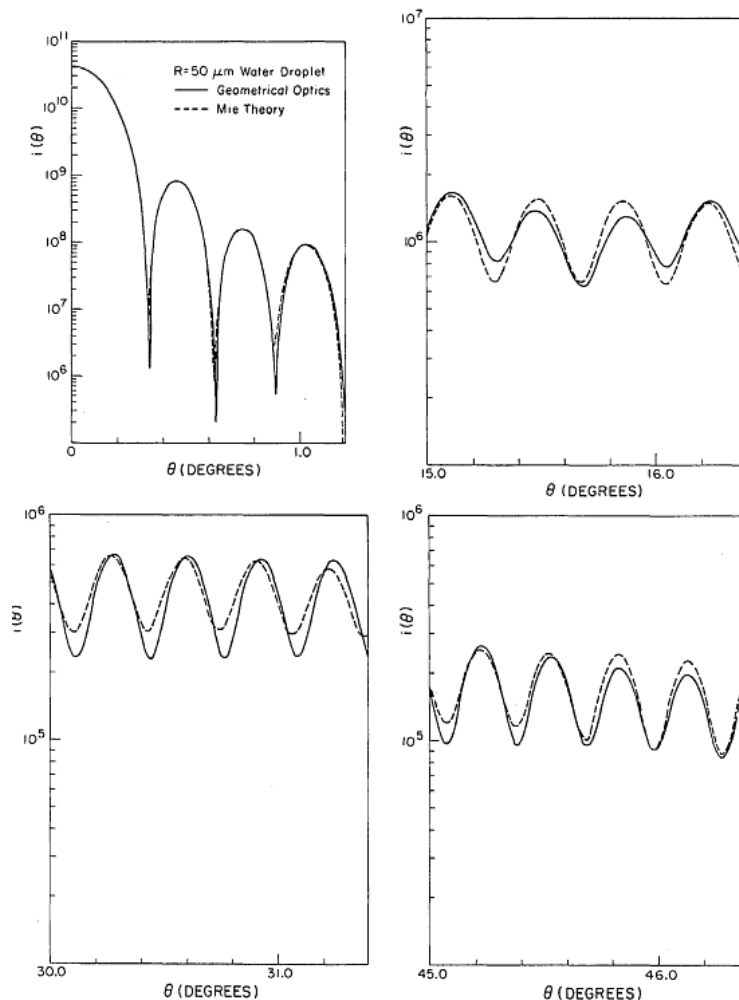


Figure 26. Comparaison entre le modèle de l'optique géométrique, en tenant compte des interférences entre rayons lumineux d'ordre $p=0$ et $p=1$, et la théorie de Lorenz-Mie pour différents angles de diffusion θ (diamètre de la particule : $50 \mu\text{m}$, indice de la particule : 1.333).

2.1.5.2 Aux alentours de l'angle d'arc-en-ciel : la théorie d'Airy

La théorie d'Airy a été établie par Airy en 1836, en considérant que le front de l'onde diffusée par la goutte est cubique (démonstré par Richard Potter en 1835). Dans la théorie d'Airy, on considère une déviation proche de l'arc-en-ciel et le principe de Huygens est appliqué. Les différents points du front d'onde sont vus comme des sources d'ondes sphériques secondaires (Van de Hulst, 1957). La théorie d'Airy est utilisée dans le cadre de la réfractométrie d'arc-en-ciel global présentée dans la section 1.3.5.2. (Vetrano, et al., 2006).

Je résume dans cette section la théorie d'Airy pour des rayons d'ordre $p = 2$, telle qu'elle a été décrite par Van de Hulst (Van de Hulst, 1957 p. 243). La théorie d'Airy généralisée à des rayons d'ordres supérieurs ne sera pas abordée dans ce mémoire. La Figure 27 présente les rayons d'ordre $p = 2$ diffusés par une particule ainsi que la forme du front d'onde correspondant (Adam, 2002 p. 236).

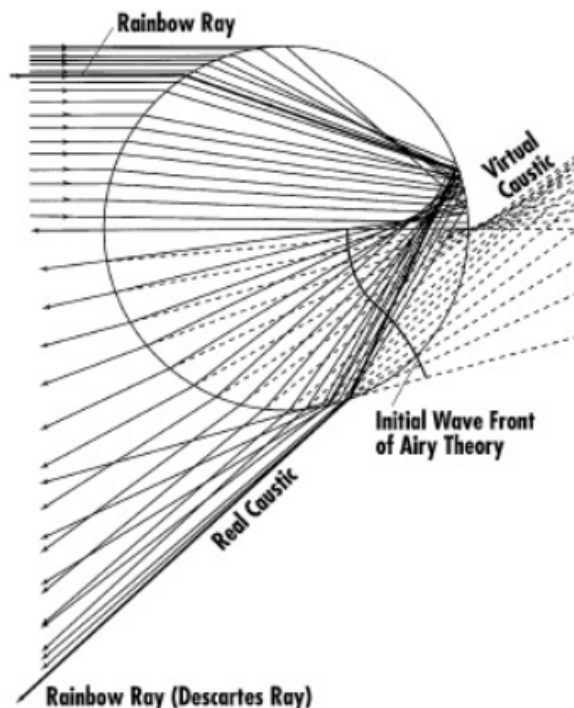


Figure 27. Rayons lumineux d'ordre $p = 2$ diffusés par une particule et front d'onde « initial ».

Dans le cadre de la théorie d'Airy, l'intensité lumineuse I est proportionnelle au carré de la fonction d'Airy A_i :

$$I(\theta) \propto A_i^2(\theta) \quad (2.29)$$

Le principal avantage d'utiliser la théorie d'Airy est le gain en temps de calcul par rapport à l'utilisation des théories de Lorenz-Mie et Debye. La Figure 28 compare un arc-en-ciel d'ordre $p = 2$ calculé à l'aide de la théorie d'Airy et un arc-en-ciel standard calculé à l'aide la théorie de Lorenz-Mie.

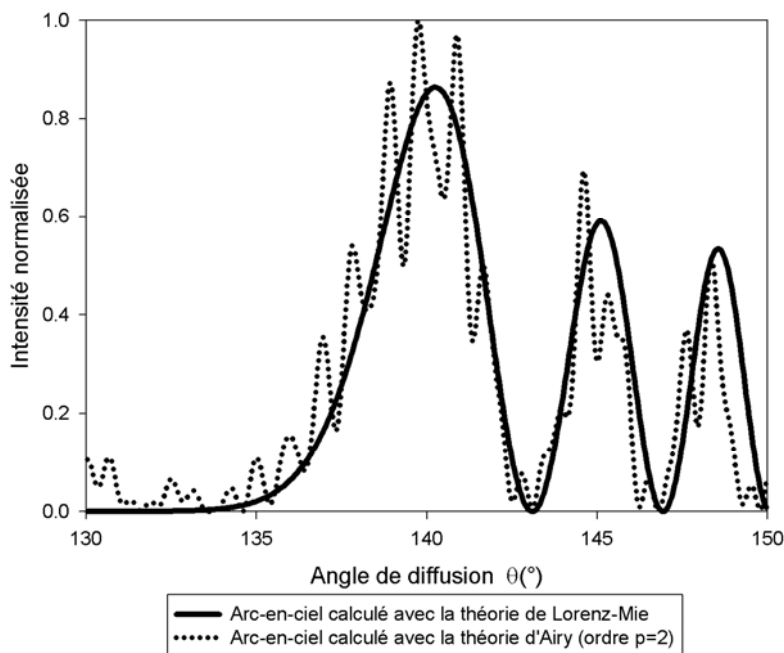


Figure 28. Comparaison entre les arcs-en-ciel calculés à l'aide de la théorie de Lorenz-Mie et par la théorie d'Airy (particule de $50\mu\text{m}$ de diamètre et 1.3333 d'indice de réfraction).

La particule a un diamètre de $50\mu\text{m}$ et un indice de 1.3333. On observe qu'à partir du 2nd arc surnuméraire (entre 147° et 150°), les deux théories s'éloignent. La théorie d'Airy peut être utile pour décrire la lumière diffusée par une très grosse particule mais n'est plus valable pour des particules trop petites (dont le diamètre est inférieur à $100\mu\text{m}$, pour un faisceau incident dans le domaine visible).

Je viens de décrire la diffusion de la lumière par une particule sphérique selon différents modèles de description. Il existe d'autres modèles de description de diffusion de la lumière par des particules: par exemple le modèle de l'approximation eikonale généralisée (Wang, et al., 2012) ou encore le modèle de tracé de rayons vectoriels complexes (TRVC) (Yuan, 2012) Mais je n'ai pas utilisé ces modèles au cours de mon travail de thèse, pour la simulation numérique de la diffusion de la lumière ou pour l'inversion. Le Tableau 1 présente un récapitulatif des différents modèles de description qui ont été présentés dans la section 2.1

Modèle	Caractéristiques
Théorie de Lorenz-Mie	<ul style="list-style-type: none"> - Modèle le plus rigoureux, et le plus couteux en temps de calcul. Ce modèle sert d'étalon pour valider les modèles moins rigoureux et valider la qualité de stratégies d'inversion (ce que j'ai fait).
Théorie de Debye	<ul style="list-style-type: none"> - Aussi rigoureux (et couteux en temps de calcul) que la théorie de Lorenz-Mie, il permet de prédire l'importance des différentes contributions d'ordre p.
Théorie de Nussenzveig	<ul style="list-style-type: none"> - Moins rigoureux que la théorie de Lorenz-Mie, il est bien moins couteux en temps calcul. Il permet de prédire également l'importance des contributions des différents ordres p - Aux alentours de l'angle d'arc-en-ciel des particules, l'accord avec la théorie de Lorenz-Mie n'est pas parfait mais la structure de ripple est prise en compte.
Optique géométrique	<ul style="list-style-type: none"> - Modèle le moins couteux en temps de calcul et le moins rigoureux. - En prenant en compte les interférences entre rayons lumineux en diffusion hors-axe vers l'avant, ce modèle s'accorde bien avec les modèles plus rigoureux, ce qui le rend utile pour l'analyse de fonctions de diffusion pour caractériser un champ de particules (tailles et positions relatives 3D), ce que j'ai fait au cours de la thèse. - En prenant en compte les interférences entre rayons lumineux, aux alentours de l'angle d'arc-en-ciel (théorie d'Airy), la structure de ripple n'est pas prédite. Je ne me suis pas servi de ce modèle au cours de la thèse

Tableau 1. Récapitulatif des modèles de diffusion de la lumière par une particule sphérique, homogène et isotrope qui m'ont intéressé au cours de la thèse .

L'imagerie interférométrique de Fourier s'intéresse à un ensemble de particules sphériques et éclairées par une onde plane. Pour simuler la lumière diffusée par une particule ou par un ensemble de particules, nous utiliserons par la suite la théorie de Lorenz-Mie. Dans la section 2.2, j'aborde le cas de la diffusion de la lumière par plusieurs particules.

2.2 Diffusion de la lumière par plusieurs particules

2.2.1 Expression de l'intensité lumineuse en un point d'un détecteur en utilisant le modèle de la diffusion simple

On peut considérer 3 modèles de diffusion appliqués à un ensemble de particules : cohérente, multiple et simple.

Dans un modèle de diffusion cohérente, les particules sont si rapprochées les unes des autres, qu'une onde lumineuse est diffusée par l'ensemble comme si elle était diffusée par une unique particule. Il s'agit de la «diffusion cohérente de la lumière » qui peut s'appliquer aux agrégats de particules (Gouesbet, et al., 1999).

Si un nuage de particules éclairées est optiquement épais, les photons diffusés par le nuage ont chacun interagi avec plusieurs particules (pour la majorité d'entre eux) avant d'arriver vers le détecteur: une onde lumineuse est diffusée par une particule qui la diffuse vers une autre particule...jusqu'au détecteur. On appelle ce phénomène « diffusion multiple de la lumière».

Au contraire, si un nuage de particules éclairées est optiquement mince, alors les ondes diffusées par le nuage de particules jusqu'au détecteur n'ont chacune interagi qu'avec une seule particule (pour la majorité d'entre elles). Ainsi, chaque particule peut être considérée comme étant isolée des autres. On peut alors négliger la diffusion multiple de la lumière et considérer les particules comme des sources de lumière indépendantes les unes des autres. Il s'agit du « modèle de diffusion simple» par les particules. Le code **holo_mie**, développé au Coria pour simuler la diffusion de la lumière par un nuage de particules, et dont je me suis servi au cours de cette thèse, est décrit dans la section 2.2.4 et s'inscrit dans le cadre de la diffusion simple.

Nous considérons par la suite un ensemble de particules sphériques, homogènes (l'indice de réfraction est le même en tout point d'une particule), isotropes (l'indice est le même dans

toutes les directions), transparentes (indice de réfraction réel), d'indice de réfraction et de taille quelconques (identiques ou différentes). Elles sont éclairées par un faisceau laser plan pulsé (avec un pulse d'une durée de l'ordre de 10 ns) dans le cadre du champ lointain (les tailles et les distances inter-particules sont négligeables par rapport aux distances détecteur-particules). Le dispositif est résumé dans la Figure 29.

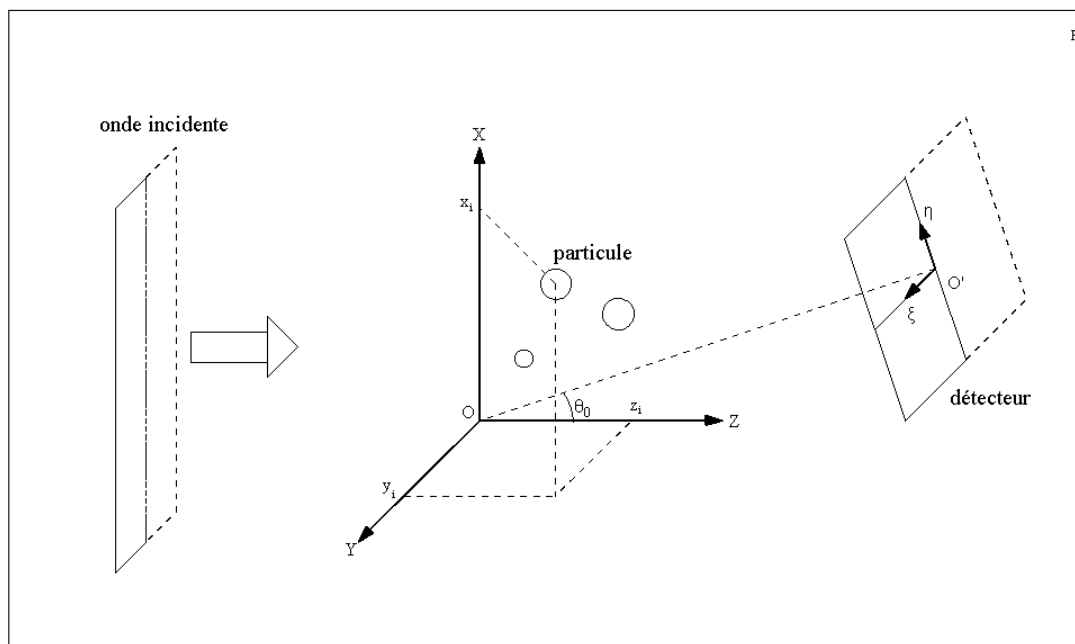


Figure 29. Principe de l'Imagerie interférométrique de Fourier : des particules sont éclairées par un faisceau laser plan pulsé qui diffusent la lumière en direction d'un détecteur à deux dimensions (caméra CCD par exemple)

Sur la Figure 29, il y a deux systèmes de coordonnées. Dans le repère 3D cartésien $(OXYZ)$, les particules P_i ont leur centre défini par la position $\{x_i, y_i, z_i\}$. i est un entier qui désigne l'une des particules parmi les autres. Le repère cartésien 2D $\{O'\eta\xi\}$ représente la surface du détecteur.

Le faisceau incident a pour direction l'axe OZ . L'intensité lumineuse en un point M de l'espace dans ce repère est notée $I(x_M, y_M, z_M)$.

Le repère $(O'\eta\xi)$ formé par les axes $O'\eta$ et $O'\xi$ caractérise la surface du détecteur. Le point O' est le centre du détecteur et est placé dans le plan XOZ . La distance séparant les

points O et O' sera appelée distance R_0 . L'intensité lumineuse en un point du détecteur dans ce repère est notée $I(\eta_M, \xi_M)$. Le champ électrique en un point du détecteur $E_k(\eta_M, \xi_M)$ diffusé par une particule P_k est caractérisé par une amplitude $S_k(\eta_M, \xi_M)$, une phase $\Phi(\eta_M, \xi_M)$ et une pulsation ω identique pour tous les champs diffusés par les particules :

$$E_k(\eta_M, \xi_M) = S_k(\eta_M, \xi_M) e^{-i(\omega t + \Phi_k(\eta_M, \xi_M))} \quad (2.30)$$

$$E_{total}(\eta_M, \xi_M) = \sum_{k=1}^{N_{part}} E_k(\eta_M, \xi_M) \quad (2.31)$$

Le champ électrique total $E_{total}(\eta_M, \xi_M)$ en un point du détecteur est la somme des champs diffusés par chaque particule. N_{part} est le nombre total de particules. L'intensité lumineuse en un point de la caméra CCD en champ lointain vaut, avec E_{total}^* le conjugué de E_{total} :

$$I(\eta_M, \xi_M) = |E_{total}(\eta_M, \xi_M) E_{total}^*(\eta_M, \xi_M)| \quad (2.32)$$

L'intensité en un point peut s'exprimer de la façon suivante :

$$I(\eta_M, \xi_M) = \sum_{k=1}^{N_{part}} I_k(\eta_M, \xi_M) + \sum_{k=1}^{N_{part}} \sum_{l=k+1}^{N_{part}} I_{kl}(\eta_M, \xi_M) \quad (2.33)$$

Cette équation est la plus importante de ce mémoire. Détaillons les termes qui la constituent.

Les termes I_k (ou I_l) sont les intensités lumineuses qui seraient enregistrées pour les particules seules :

$$I_k(\eta_M, \xi_M) = S_k^2(\eta_M, \xi_M) \quad (2.34)$$

La contribution I_{kl} s'exprime de la façon et suivante :

$$I_{kl}(\eta_M, \xi_M) = 2\sqrt{I_k(\eta_M, \xi_M) I_l(\eta_M, \xi_M)} \cos(\Phi_l(\eta_M, \xi_M) - \Phi_k(\eta_M, \xi_M)) \quad (2.35)$$

I_{kl} est un terme qui correspond aux interférences lumineuses entre les lumières diffusées par les couples de particules. Ce terme dépend de la différence de phase $\Phi_l(\eta_M, \xi_M) - \Phi_k(\eta_M, \xi_M)$ entre les ondes diffusées par le couple de particules $\{k, l\}$ et des intensités diffusées si les particules étaient seules.

C'est aux termes associés aux couples de particules I_{kl} de l'équation (2. 33), de hautes fréquences spatiale, que nous nous intéresseront plus particulièrement par la suite. Ils contiennent les informations sur les coordonnées relatives 3D, les diamètres et les indices de réfraction des particules.

Pour comprendre l'influence des caractéristiques des particules, en particulier des positions 3D, il est nécessaire de calculer la différence de phase $\Phi_l(\eta_M, \xi_M) - \Phi_k(\eta_M, \xi_M)$ entre les ondes diffusées par les particules.

2.2.2 Calcul de la différence de phase entre les ondes diffusées par les particules en fonction des coordonnées relatives d'un couple de particules

Il est plus facile de calculer les différences de phase entre les ondes diffusées par les couples de particules dans le repère $(OXYZ)$, puis de calculer ces différences de phase dans le repère $(O'\eta\zeta)$. Les distances entre les centres des particules « k » et « l » et le point M sont notées r_k et r_l .

Les centres des particules G_k et G_l occupent les positions $\{x_k, y_k, z_k\}$ et $\{x_l, y_l, z_l\}$. Le projeté du point M dans le plan (XOZ) est le point H . La droite OH et l'axe OZ forme l'angle θ , lequel désigne l'angle de diffusion des particules (le détecteur est très éloigné des particules).

Pour calculer la différence de phase entre les ondes diffusées par les particules, nous allons procéder à certaines approximations. On considère que les dimensions du détecteur sont petites par rapport aux distances origine-caméra CCD. Les distances inter-particules ainsi que

les distances qui séparent les particules du point O sont négligeables par rapport aux distances origine-caméra CCD: $x_M, z_M, y_M, R_M, r_k, r_l \ll x_l, x_k, z_l, z_k, y_l, y_k, G_l G_k$

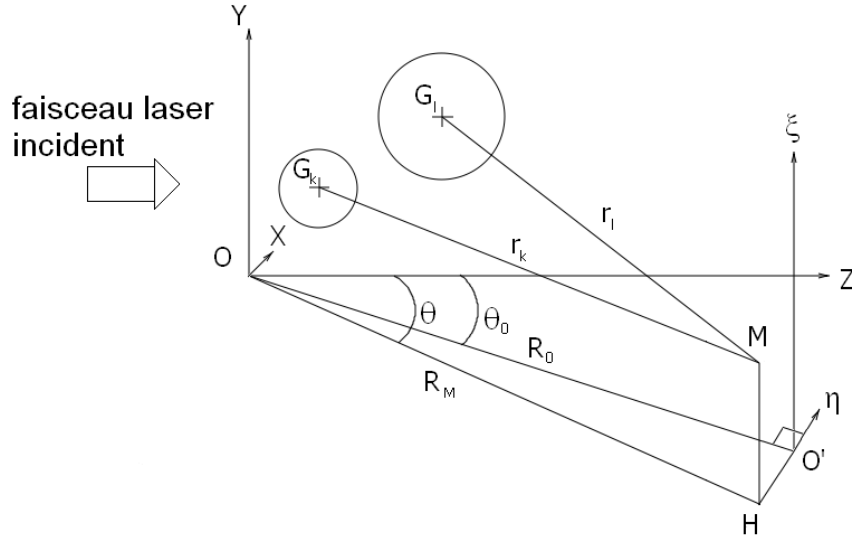


Figure 30. Les deux systèmes de coordonnées utilisés : le système (OXYZ) pour définir les positions des centres des particules et le système (O'ηξ) pour définir la position d'un point M, éloigné des particules, courant sur la surface d'un détecteur.

De plus, les distances R_M , r_k , et r_l sont considérées comme étant très proche (toujours en raison de l'éloignement du détecteur) :

$$R_M \cong r_k \cong r_l \quad (2.36)$$

Le point M est proche du plan (XOZ), c'est-à-dire que :

$$y_M \ll x_M, z_M \quad (2.37)$$

Nous pouvons maintenant calculer la différence de phase entre les ondes diffusées par les particules. Au point M , la différence de phase, notée $\Phi_l - \Phi_k$, entre les ondes diffusées par les deux particules k et l vaut :

$$\Phi_l - \Phi_k = \frac{2\pi}{\lambda}(r_l - r_k) + \frac{2\pi}{\lambda}(z_l - z_k) \quad (2.38)$$

Le terme $2\pi(z_l - z_k)/\lambda$ est un terme de phase sans influence sur la fréquence spatiale des franges enregistrées sur le détecteur, car il ne dépend pas de la position du point M sur le détecteur. On veut calculer l'expression de $r_l - r_k$ en fonction des coordonnées des particules dans le repère $(OXYZ)$. Les expressions de r_l et r_k dans le repère $(OXYZ)$ sont :

$$r_l = \sqrt{(x_M - x_l)^2 + (y_M - y_l)^2 + (z_M - z_l)^2} \quad (2.39)$$

$$r_k = \sqrt{(x_M - x_k)^2 + (y_M - y_k)^2 + (z_M - z_k)^2} \quad (2.40)$$

On introduit les grandeurs ρ_l et ρ_k telles que :

$$\rho_l^2 = (x_M - x_l)^2 + (z_M - z_l)^2 \quad (2.41)$$

$$\rho_k^2 = (x_M - x_k)^2 + (z_M - z_k)^2 \quad (2.42)$$

On obtient les expressions r_l et r_k :

$$r_l = \left[\rho_l^2 \left[1 + \frac{(y_M - y_l)^2}{\rho_l^2} \right] \right]^{1/2} \quad (2.43)$$

$$r_k = \left[\rho_k^2 \left[1 + \frac{(y_M - y_k)^2}{\rho_k^2} \right] \right]^{1/2} \quad (2.44)$$

Le point M étant proche du plan (XOZ) , je fais l'approximation suivante :

$$(y_M - y_l) \ll \rho_l, \rho_k \quad (2.45)$$

En appliquant l'approximation de Fresnel sur les expressions de r_l et r_k , on obtient:

$$r_l \cong \rho_l + \frac{(y_M - y_l)^2}{2\rho_l} \quad (2.46)$$

$$r_k \cong \rho_k + \frac{(y_M - y_k)^2}{2\rho_k} \quad (2.47)$$

Ce qui permet de trouver une expression approchée de $r_l - r_k$:

$$r_l - r_k \cong \rho_l - \rho_k + \frac{\rho_k (y_M - y_l)^2 - \rho_l (y_M - y_k)^2}{2\rho_l \rho_k} \quad (2.48)$$

En considérant que ρ_l et ρ_k sont approximativement égaux à R_M , on obtient :

$$\begin{aligned} r_l - r_k \cong & \frac{2x_M (x_l - x_k) + 2z_M (z_l - z_k) + x_k^2 + z_k^2 - x_l^2 - z_l^2}{2R_M} + \dots \\ & \frac{y_M^2 (2x_M (x_l - x_k) + 2z_M (z_l - z_k) + x_k^2 + z_k^2 - x_l^2 - z_l^2)}{4R_M^2} + \dots \\ & \frac{2y_M (R_M (y_k - y_l) + x_M (x_l y_k - x_k y_l + x_k^2 - x_l^2))}{2R_M^2} + \dots \\ & \frac{2y_M z_M (z_l y_k - z_k y_l + z_k^2 - z_l^2)}{2R_M^2} + \frac{R_M (y_k^2 - y_l^2)}{2R_M^2} \end{aligned} \quad (2.49)$$

Cette expression se simplifie en utilisant les diverses approximations concernant les coordonnées des particules et du point M dans le repère $(OXYZ)$. On obtient :

$$r_l - r_k = \frac{x_M (x_l - x_k)}{R_M} + \frac{z_M (z_l - z_k)}{R_M} + \frac{y_M (y_k - y_l)}{R_M} + \zeta \quad (2.50)$$

ζ est un terme qui ne dépend pas des coordonnées du point M . Ce terme a une influence sur la phase des franges d'interférences mais il n'en a pas sur leur fréquence spatiale ou leur orientation. Nous pouvons calculer la différence de phase entre les ondes diffusées par les particules dans le système de coordonnées $(O'\eta\xi)$.

Les coordonnées (η_M, ξ_M) du point M dans le repère $(O'\eta\xi)$ correspondent aux distances algébriques suivantes :

$$\eta_M = \overline{O'H} \quad (2.51)$$

$$\xi_M = \overline{HM} \quad (2.52)$$

Ces coordonnées peuvent s'exprimer de la façon suivante :

$$\eta_M = R_0 (\tan(\theta - \theta_0)) \quad (2.53)$$

$$\xi_M = Y_M \quad (2.54)$$

L'angle d'ouverture de la caméra $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$ vérifie :

$$\theta_{\min} < \theta < \theta_{\max} \quad (2.55)$$

On considère que les dimensions du détecteur sont telles que l'angle $|\theta - \theta_0|$ ne peut pas être supérieur à 10° , c'est-à-dire que :

$$|\theta_{\max} - \theta_{\min}| \leq 20^\circ \quad (2.56)$$

On en déduit une expression approchée de l'angle de diffusion en fonction de la coordonnée η_M , si l'angle $\theta - \theta_0$ s'exprime en radians :

$$\eta_M \cong R_0 (\theta - \theta_0) \quad (2.57)$$

$$\theta \cong \theta_0 + \frac{\eta_M}{R_0} \quad (2.58)$$

Les coordonnées x_M et z_M s'expriment en fonction de l'angle de diffusion θ :

$$x_M = R_M \sin(\theta) \quad (2.59)$$

$$z_M = R_M \cos(\theta) \quad (2.60)$$

Les coordonnées x_M et z_M sont donc liées à η_M :

$$x_M \cong R_M \sin\left(\theta_0 + \frac{\eta_M}{R_0}\right) \quad (2.61)$$

$$z_M \cong R_M \cos\left(\theta_0 + \frac{\eta_M}{R_0}\right) \quad (2.62)$$

En considérant que la grandeur η_M / R_0 est négligeable par rapport à θ_0 , on peut effectuer un développement limité à l'ordre 1 :

$$x_M \cong R_M \sin(\theta_0) + R_M \cos(\theta_0) \left(\frac{\eta_M}{R_0}\right) \quad (2.63)$$

$$z_M \cong R_M \cos(\theta_0) - R_M \sin(\theta_0) \left(\frac{\eta_M}{R_0}\right) \quad (2.64)$$

Finalement, l'expression approchée de la différence de phases ($\Phi_l - \Phi_k$), en assimilant la distance R_M à la distance R_0 , est:

$$\Phi_l - \Phi_k \cong \frac{2\pi}{\lambda} \left[(\cos(\theta_0)(x_l - x_k) - \sin(\theta_0)(z_l - z_k)) \left(\frac{\eta_M}{R_0}\right) + (y_k - y_l) \frac{\xi_M}{R_0} \right] + \Phi_{k,l} \quad (2.65)$$

Le terme de phase $\Phi_{k,l}$ est un terme de phase des franges d'interférences qui ne dépend pas des coordonnées (η_M, ξ_M) du point M sur le détecteur.

On peut voir de quelle façon la différence de phase entre les ondes diffusées par deux particules dépend des coordonnées relatives du couple de particules. Ainsi, la mesure de l'orientation et de la fréquence spatiale des figures d'interférences entre les ondes diffusées par les particules permet de retrouver les coordonnées relatives des particules. Cet aspect sera abordé dans la section 4.1.

2.2.3 Expression de l'intensité totale de la lumière diffusée par les particules en fonction de leur coordonnées relatives

A partir des équations (2. 33) et (2. 65), l'expression de l'intensité lumineuse pour N_{part} particules dans le volume de mesures est :

$$I(\eta_M, \xi_M) = \sum_{k=1}^{N_{part}} I_k(\eta_M, \xi_M) + \sum_{k=1}^{N_{part}} \sum_{l=1, l \neq k}^{N_{part}} 2\sqrt{I_k(\eta_M, \xi_M) I_l(\eta_M, \xi_M)} \dots \quad (2. 66)$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \left[(\cos(\theta_0)(x_l - x_k) - \sin(\theta_0)(z_l - z_k)) \left(\frac{\eta_M}{R_0}\right) + (y_k - y_l) \frac{\xi_M}{R_0} \right] + \Phi_{k,l} \right)$$

Pour calculer cette intensité, on peut utiliser l'un des modèles de description de la diffusion de la lumière par une particule que nous avons abordé pour calculer l'expression (2. 66). Une autre possibilité est de calculer le champ électromagnétique diffusé par chaque particule, le champ électromagnétique total puis l'intensité totale (sans aucune approximation). C'est ce que propose le code **holo_mie** dont je me suis servi pour simuler la diffusion de la lumière par plusieurs particules.

Dans ce mémoire, les images 2D de figures d'interférences créées par les particules sont des simulations numériques calculées à l'aide de ce code. La prochaine section est consacrée à la présentation du code **holo_mie** et à la simulation numérique des figures d'interférences créées par un ensemble de particules.

2.2.4 Simulation numérique de la diffusion de la lumière par plusieurs particules à l'aide du code Holo_Mie.

Le code **holo_mie** a été programmé par Xue Cheng Wu et Gérard Gréhan. Il est basé sur la théorie de Lorenz-Mie (décrite dans la section 2.1.1) pour calculer l'intensité lumineuse pour chaque pixel d'une camera CCD. Dans ce code, les particules sont parfaitement sphériques, homogènes et isotropes et elles sont éclairées par une onde plane monochromatique pulsée (type PIV), de polarisation rectiligne, avec pour direction de propagation l'axe OZ . Le centre de la caméra CCD O' est situé dans le plan XOZ (Figure 30). La partie « calcul » du code a été réalisée en langage Fortran tandis que l'interface utilisateur a été réalisée en langage Delphi.

Les champs électrique et magnétique totaux \overrightarrow{E}_w^t et \overrightarrow{H}_w^t sont calculés en faisant la somme des différentes contributions de champs électriques \overrightarrow{E}_w^i et magnétiques \overrightarrow{H}_w^i , diffusés par les N_{part} particules, et calculés à l'aide de la théorie de Lorenz-Mie (section 2.1.1). w la variable cartésienne x, y ou z du repère cartésien centré sur chaque particule (pour chaque particule, il y a un repère cartésien dont les axes sont parallèles aux axes OX , OY et OZ avec pour origine le centre de la particule).

$$\overrightarrow{E}_w^t = \sum_{i=1}^{N_{part}} \overrightarrow{E}_w^i \quad (2.67)$$

$$\overrightarrow{H}_w^t = \sum_{i=1}^{N_{part}} \overrightarrow{H}_w^i \quad (2.68)$$

L'intensité et la direction de propagation du vecteur de Poynting \overrightarrow{S} (qui caractérise la propagation de l'énergie lumineuse) sont alors calculées :

$$\overrightarrow{S} = \frac{1}{2} \left[\overrightarrow{E}^t \wedge \overrightarrow{H}^t \right] \quad (2.69)$$

Le flux de \overrightarrow{S} à travers la surface de chaque pixel de la caméra est calculé. Il s'agit de l'intensité lumineuse, qui peut être donnée sous forme de fichier Image (.jpg, .bmp ...), dans laquelle l'intensité est normalisée en 256 niveaux de Gris. La Figure 31 présente l'interface principale du code **holo_mie**.

Un certain nombre de paramètres sont à indiquer dans l'interface du code **holo_mie**. Les paramètres qui ne concernent pas les particules sont :

- la distance R_0 entre l'origine O du repère ($OXYZ$) et le centre O' de la camera CCD, typiquement de 1 m.
- les angles qui définissent les bornes angulaires de la caméra CCD, notés θ_{min} et θ_{max} . Pour le travail que j'ai effectué, l'angle entre ces deux bornes (c'est-à-dire l'ouverture angulaire) est inférieur à 20° . Mon travail s'est effectué soit dans le cadre de la diffusion vers l'avant hors-axe (avec un angle de visée moyen θ_0 de la caméra compris entre 20° et 90°), soit dans le cadre de la rétrodiffusion hors-axe, en particulier pour une caméra située aux alentours des

angles d'arc-en-ciel des particules. Les configurations de la diffusion vers l'avant et de la rétrodiffusion dans l'axe n'ont pas été abordées car correspondant à une situation d'holographie de Gabor (il faudrait prendre en compte les interférences entre les ondes diffusées par les particules et l'onde incidente).

- la résolution de la caméra CCD (identique dans les deux directions η et ξ), est typiquement de 512x512 pixels.
- la longueur d'onde λ de l'onde incidente, typiquement de 532 nm.
- la polarisation de l'onde incidente peut-être orientée parallèlement à l'axe OX ou OY . La polarisation que j'ai choisie pour l'étude est parallèle à l'axe OX .

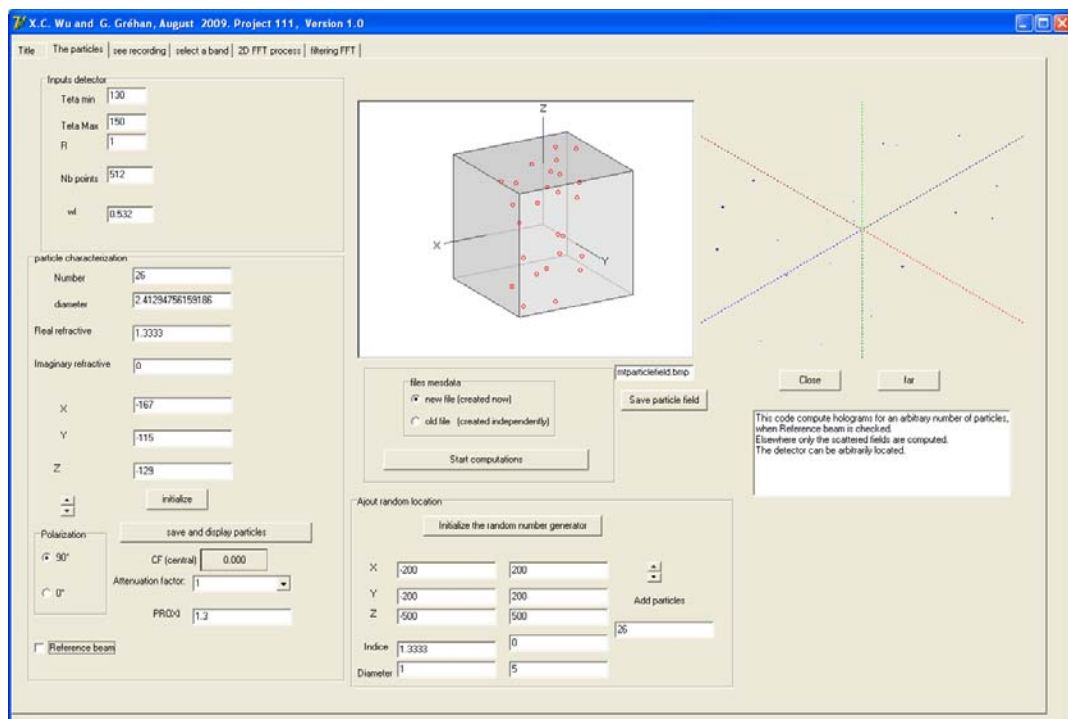


Figure 31. Interface principale du code **holo_mie**, basé sur la théorie de Lorenz-Mie, qui simule les figures d'interférences créées par un ensemble de particules.

Les paramètres à indiquer dans le code **holo_mie** qui concernent les particules sont :

- les indices de réfraction des particules qui peuvent être réels ou complexes. Dans ce travail de thèse, les indices de réfraction sont réels et l'influence de la partie imaginaire de l'indice de réfraction n'a pas été étudiée. Les figures d'interférences codent la partie imaginaire de l'indice, ce qui peut permettre de la mesurer. Je ne m'y suis pas intéressé au cours de ma thèse par manque de temps.
- les diamètres et les positions 3D dans le repère ($OXYZ$) peuvent être fournies par l'utilisateur, ou calculés par le code pseudo-aléatoirement (avec une loi de probabilité normale) entre des bornes définies par l'utilisateur. Typiquement, les particules sont un

cube de 1 mm de côté (en ordre de grandeur), dont le centre est occupé par le point O. Le code calcule l'intensité enregistrée pour des particules de taille inférieure à 130 μm (il n'y a pas de taille minimum). Dans ce mémoire, les diamètres des particules seront compris entre 1 et 130 μm . Il est possible de définir une distance minimale entre les centres des particules, qui est la somme de leurs rayons multiplié par un facteur supérieur à 1 (typiquement de 1.3).

La Figure 32 présente un exemple de simulation numérique effectuée par le code **holo_mie**, dans le cadre de la diffusion vers l'avant pour deux particules éclairées. Sur la Figure 32, les franges de basses fréquences presque verticales correspondent aux interférences des ondes réfléchies et réfractés par chaque particule. Les franges de hautes fréquences correspondent aux interférences entre les ondes diffusées par une particule, et les ondes diffusées par l'autre particule.

L'orientation et les fréquences des franges de haute fréquence dépendent principalement des coordonnées relatives du couple de particules comme le montre l'équation (2. 66). Les mesurer permet d'obtenir des informations sur les coordonnées relatives des particules, à l'aide de la relation (2. 66).

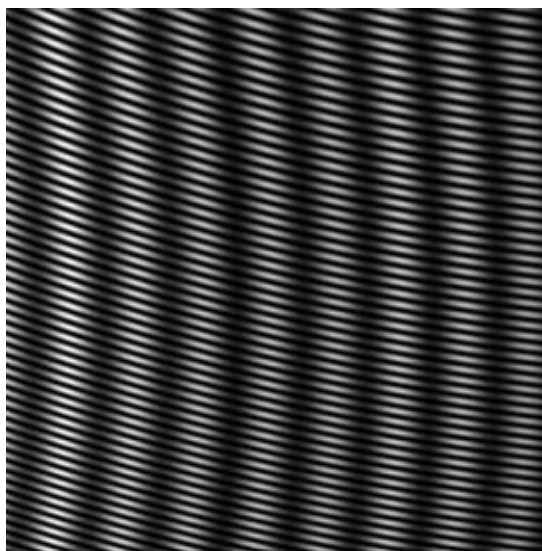


Figure 32. Franges d'interférences par deux particules éclairées simulées à l'aide de la théorie de Lorenz-Mie (diffusion vers l'avant-hors axe)

La Figure 33 présente des figures d'interférences simulées numériquement avec le code **holo_mie**, pour 6 particules éclairées.

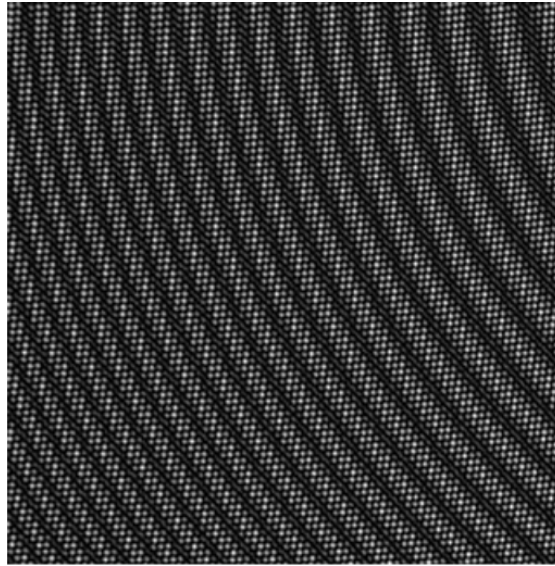


Figure 33. Figures d'interférences pour six particules éclairées simulées à l'aide de la théorie de Lorenz-Mie (diffusion vers l'avant hors axe).

Si, sur la Figure 32, il est possible de mesurer l'orientation et la fréquence spatiale des franges d'interférences, l'image se complexifie davantage quand il y a plus de deux particules, ce qui rend cette mesure difficile dans l'espace « Image ». La figure d'interférences n'est plus un ensemble de franges mais un ensemble de « points lumineux ». C'est pourquoi, quand il y a plus de deux particules éclairées, on parle de « figures d'interférences », plutôt que de franges. De plus, l'enregistrement est sensible à l'effet Moiré.

Enfin, les dérives de fréquences des figures d'interférences entre les ondes diffusées par les couples de particules, qui dépendent de leurs indices de réfraction et de leurs diamètres, sont contenues dans le terme $\sqrt{I_k I_l}$ de l'équation (2. 66) et il n'est pas possible d'isoler ce terme dans l'espace image.

Pour toutes ces raisons, nous allons analyser l'image enregistrée par la caméra CCD en utilisant la transformation de Fourier 2D. La représentation spectrale des figures d'interférences dans l'espace associé de Fourier est l'objet de la prochaine partie de ce mémoire de thèse.

Par la suite, toutes les images de figures d'interférences créées par des particules seront des simulations numériques faites à l'aide du code **holo_mie**.

Dans la quatrième partie de ce mémoire, où nous aborderont le problème inverse, c'est-à-dire retrouver les caractéristiques des particules à partir des images de figures d'interférences, la théorie de Lorenz-Mie sera uniquement utilisée pour simuler les figures et ne sera pas utilisée pour l'inversion.

Troisième partie
Représentations spectrales des franges
d'interférences par transformation de Fourier

3 Représentations spectrales des figures d'interférences par transformation de Fourier.

La transformation de Fourier est un outil fondamental dans l'analyse et dans le traitement des signaux (le filtrage spatial, par exemple) qui permet de représenter le spectre fréquentiel du signal.

Les séries de Fourier ont été introduite par Joseph Fourier en 1822, lors de la présentation de ses travaux portant sur l'équation de la chaleur. Les principaux travaux ont alors portés sur les problèmes de convergences et d'intégration, résolus au début du XXème siècle ainsi qu'à une généralisation à des dimensions supérieures à 1.

La transformation de Fourier a été choisie pour analyser les figures d'interférences, car elle permet de séparer les différents « systèmes » interférentiels. De plus, l'espace de Fourier associé à l'image enregistrée par la caméra CCD est peu sensible à l'effet Moiré et au bruit.

Dans un premier temps, la transformation de Fourier 2D sera décrite.

3.1 La transformation de Fourier bidimensionnelle

Soit $I(\eta_M, \xi_M)$ un signal bidimensionnel et discret, enregistré sur un nombre de pixels N_η dans la direction η et sur un nombre de pixels N_ξ dans la direction ξ .

La transformation de Fourier discrète bidimensionnelle (qu'on appellera par la suite TFD2D) de $I(\eta_M, \xi_M)$, que l'on appellera $\hat{I}(f_\eta, f_\xi)$, est définie par l'équation (Press, et al., 2007 pp. 627-628):

$$\hat{I}(f_\eta, f_\xi) = \sum_{\eta_M=0}^{N_\eta-1} \sum_{\xi_M=0}^{N_\xi-1} I(\eta_M, \xi_M) e^{j2\pi \left(\frac{\eta_M f_\eta}{N_\eta} + \frac{\xi_M f_\xi}{N_\xi} \right)} \quad (3.1)$$

Le couple (f_η, f_ξ) désigne une position dans l'espace de Fourier associé à l'espace Image.

La transformation de Fourier inverse discrète 2D est définie par l'équation :

$$I(\eta_M, \xi_M) = \frac{1}{N_\eta N_\xi} \sum_{\eta=0}^{N_\eta-1} \sum_{\xi=0}^{N_\xi-1} \hat{I}(\eta, \xi) e^{-j2\pi \left(\frac{\eta_M f_\eta}{N_\eta} + \frac{\xi_M f_\xi}{N_\xi} \right)} \quad (3.2)$$

\hat{I} est une fonction complexe discrète bidimensionnelle et pour chaque position (f_η, f_ξ) , il y a une partie réelle associée, notée $\text{Re}(\hat{I}(\eta, \xi))$, et une partie imaginaire associée, notée $\text{Im}(\hat{I}(\eta, \xi))$.

A cause de temps de calcul très élevés dans l'utilisation de la relation (3. 1) pour calculer la transformation de Fourier d'un signal 2D, des algorithmes de calcul de transformation de Fourier rapide ont été développés. Ces algorithmes ne seront pas abordés dans ce mémoire de thèse.

L'analyse spectrale par transformation de Fourier du signal $I(\eta_M, \xi_M)$ consiste à étudier sa transformée de Fourier $\hat{I}(f_\eta, f_\xi)$. La représentation de \hat{I} est abordée dans la prochaine section.

3.2 Représentation de la transformation de Fourier discrète d'un signal 2D

Il peut être plus commode de décrire une fonction complexe par son module (ou amplitude) $|\hat{I}(f_\eta, f_\xi)|$ et son argument (ou phase) $\varphi(f_\eta, f_\xi)$ plutôt que par ses parties imaginaires et réelle :

$$|\hat{I}(f_\eta, f_\xi)| = \sqrt{\text{Re}(\hat{I}(f_\eta, f_\xi))^2 + \text{Im}(\hat{I}(f_\eta, f_\xi))^2} \quad (3.3)$$

$$\varphi(f_\eta, f_\xi) = \arctan \frac{\text{Im}(\hat{I}(f_\eta, f_\xi))}{\text{Re}(\hat{I}(f_\eta, f_\xi))} \quad (3.4)$$

On donne aussi à ces fonctions les noms de spectre de Fourier d'amplitude et de spectre de Fourier de phase. Dans ce mémoire, le spectre de Fourier sera représenté par le spectre d'amplitude et le spectre de phase.

La représentation logarithmique a été choisie pour représenter le module, car sans cela, il y a un risque de perte d'informations, en particulier lors de la normalisation des représentations spectrales de figures d'interférences créées par des couples de particules qui ne seraient plus visibles car d'amplitude trop faible.

La Figure 34 montre le module de la transformée de Fourier 2D d'un enregistrement par une caméra CCD pour deux particules dans le volume de mesure. Dans cet exemple, les particules sont identiques et ont un diamètre de 50 μm et un indice de réfraction de 1.3333.

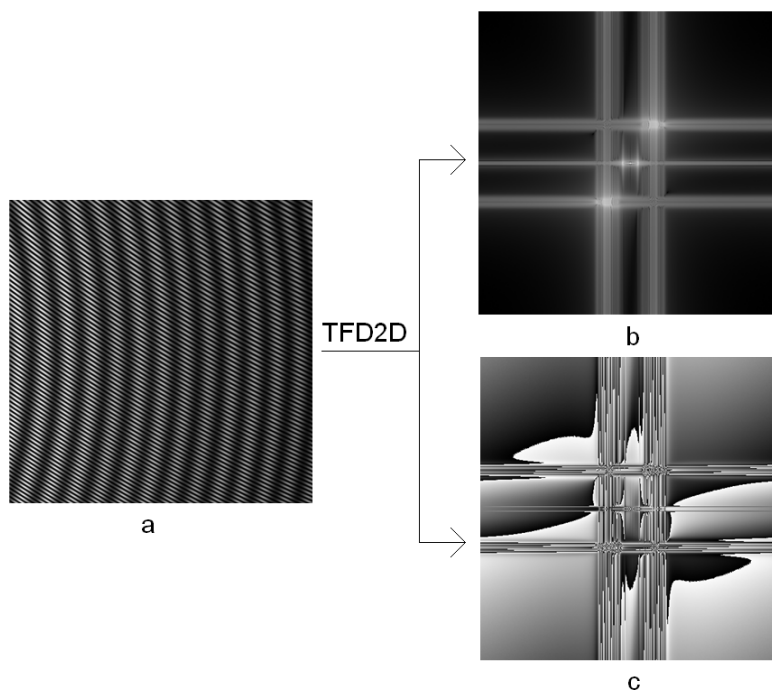


Figure 34. l'image enregistrée par une caméra CCD (a) pour deux particules dans le volume de mesure et spectres de Fourier d'amplitude en représentation logarithmique (b) et de phase (c). La transformation de Fourier a été réalisée avec le code **holo_mie**.

Le spectre de Fourier d'amplitude, sur la Figure 34.b, présente 3 taches : une tache centrale et deux taches symétriques l'une de l'autre. La tache centrale correspond aux franges de basses fréquences spatiales d'interférences entre les ondes réfractés et réfléchies par chaque particule. Les deux autres taches, symétriques l'une de l'autre, correspondent aux franges, de

hautes fréquences spatiales, d'interférences entre les ondes diffusées par le couple de particule. Ainsi le vecteur allant du centre du repère à une tache code la distance entre les 2 particules (module du vecteur) et les positions relatives des particules (orientation du vecteur).

Le spectre d'amplitude présente aussi des bandes grises horizontales et verticales associées aux différents pics. Ces bandes grises sont dues :

- 1) à la convolution entre un dirac et un sinus cardinal, au carré (un signal borné est équivalent à l'application d'une fenêtre rectangulaire ce qui donne le carré d'un sinus cardinal dans le spectre d'amplitude),
- 2) à la discrétisation : le fait que l'espace de Fourier soit discrétisé empêche d'observer tous les lobes de la fonction sinus cardinal au carré) qui apparait sous formes de bandes.

Ces effets peuvent gêner la détection de pics dans le spectre d'amplitude de l'image enregistrée (des pics « parasites » détectés en plus des pics intéressants ou qui ne sont pas détectés car peu distincts d'une bande grise). Pour cette raison, il peut être utile d'appliquer une fenêtre de pondération sur le signal 2D avant de procéder à la transformation de Fourier de l'image.

Les fenêtres de pondération (ou d'apodisation) sont des fonctions bidimensionnelles que l'on utilise pour limiter les effets dus à la troncature du signal. Pour chaque pixel de l'image enregistrée par la caméra, la pondération s'effectue en multipliant le signal $I(\eta_M, \xi_M)$ par la fenêtre $F(\eta_M, \xi_M)$ et le résultat est appelé $I_{pondéré}$:

$$I_{pondéré}(\eta_M, \xi_M) = F(\eta_M, \xi_M) I(\eta_M, \xi_M) \quad (3.5)$$

A cause de la troncature de l'image 2D des franges, une fenêtre de pondération rectangulaire s'applique déjà sur les franges d'interférences. C'est pour cette raison que la fenêtre rectangulaire est aussi appelée fenêtre naturelle.

Diverses fenêtres de pondération peuvent être appliquées pour limiter les effets de la fenêtre rectangulaire sur les représentations spectrales des figures d'interférences. Pour cette étude,

l'une des plus intéressantes est la fenêtre de pondération de Blackman-Harris, décrite dans la prochaine section.

3.3 La fenêtre de pondération de Blackman-Harris

La fenêtre de pondération de Blackman-Harris (Wartewig, 2006 p. 47) à deux dimensions (Figure 35), appliquée à un signal bidimensionnel que j'ai utilisé est la fonction suivante:

$$F(\eta_M, \xi_M) = 0,42323 - 0,49755 \cos \left(2\pi \sqrt{\frac{(\eta_M - N_\eta/2)^2}{N_\eta^2} + \frac{(\xi_M - N_\xi/2)^2}{N_\xi^2}} - \pi \right) + \dots$$

$$0,07922 \cos \left(4\pi \sqrt{\frac{(\eta_M - N_\eta/2)^2}{N_\eta^2} + \frac{(\xi_M - N_\xi/2)^2}{N_\xi^2}} - 2\pi \right)$$
(3.6)

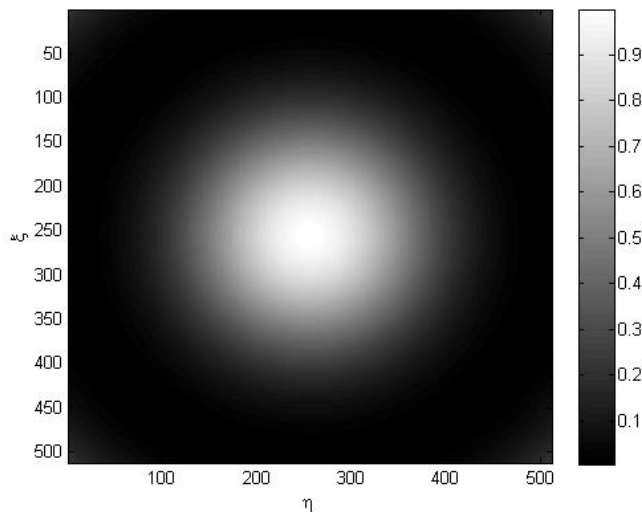


Figure 35. Fenêtre de pondération de Blackman-Harris 2D, avec un nombre de 512 pixels pour les deux directions

Les spectres de phase et d'amplitude obtenus en appliquant la fenêtre de Blackman-Harris dans le cas précédent (2 particules de 50 micromètres) sont représentés Figure 36.

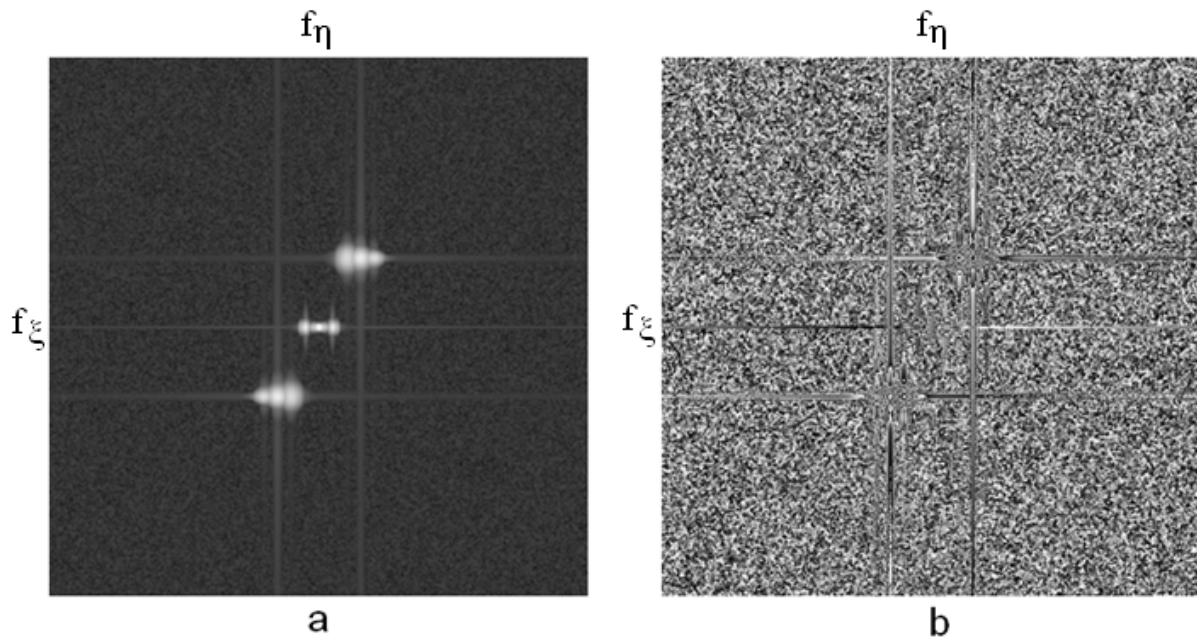


Figure 36. Spectre de Fourier d'amplitude (a) et de phase (b) de l'image enregistrée (Figure 34.a) pour deux particules dans le volume de mesure, après multiplication par la fonction de pondération de Blackman-Harris (Figure 35).

Sur le spectre de Fourier d'amplitude, les taches possèdent un axe de symétrie, parallèle à l'axe f_η . On peut observer que l'intensité des bandes grises dans le spectre de Fourier d'amplitude a diminué et que plusieurs pics (chacun caractérisés par un maxima local) sont observables, après l'utilisation de fonction de pondération de Blackman-Harris.

Les pics appartenant à une tache sont disposés sur l'axe de symétrie parallèle à l'axe f_η . Ces pics possèdent donc tous la même position f_ξ . La position f_ξ de la tache dans le spectre de Fourier sera désignée par la suite comme étant la position f_ξ de cet axe de symétrie. Il y a plusieurs façons de définir la position f_η d'une tache. Pour l'instant, nous définissons la position d'une tache comme étant la position de son pic principal (celui de plus grande intensité), qui est situé au centre de la tache.

Nous venons de décrire les représentations spectrales des franges d'interférences, après multiplication par la fonction de Blackman-Harris. L'utilisation de cette fenêtre permet de limiter les effets de troncature du signal 2D.

3.4 Influences des caractéristiques des particules

Dans cette section, j'étudie l'influence de divers paramètres sur la représentation spectrale de la figure d'interférences créée par un couple de particule: les diamètres, indices et positions relatives 3D du couple de particules.

L'angle d'ouverture $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$, la longueur d'onde du faisceau incident λ , la résolution de la caméra CCD $N_{\eta} \times N_{\xi}$, et la distance R_0 seront fixés :

- Angle d'ouverture $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$: 10°
- Longueur d'onde du faisceau incident λ : 532 nm
- Résolution de la caméra CCD $N_{\eta} \times N_{\xi}$: 512 X 512 pixels
- Distance origine-caméra R_0 : 1 m

Seul le cas d'un couple de particules sera abordé. Le cas d'un nombre arbitraire de particules éclairées sera introduit dans la section 3.5. Tout au long de ce mémoire, nous considérerons que le critère de Nyquist est respecté.

3.4.1 Influence de la position relative 3D des particules

Dans les sections (3.4.1.1) et (3.4.1.2), nous aborderons l'influence des coordonnées relatives des particules sur la position (f_{η}, f_{ξ}) des taches dans le spectre de Fourier d'amplitude.

3.4.1.1 Influences des coordonnées relatives x et z

La Figure 37 présente l'influence des coordonnées relatives $(x_2 - x_1)$ et $(z_2 - z_1)$ sur la position f_{η} de l'une des deux taches symétriques dans le spectre d'amplitude. La position est exprimée en « franges par degrés », en divisant la position d'un point (par rapport au centre) sur la matrice 512x512 de l'espace associé de Fourier, par l'angle d'ouverture (de 10° dans les deux directions η et ξ).

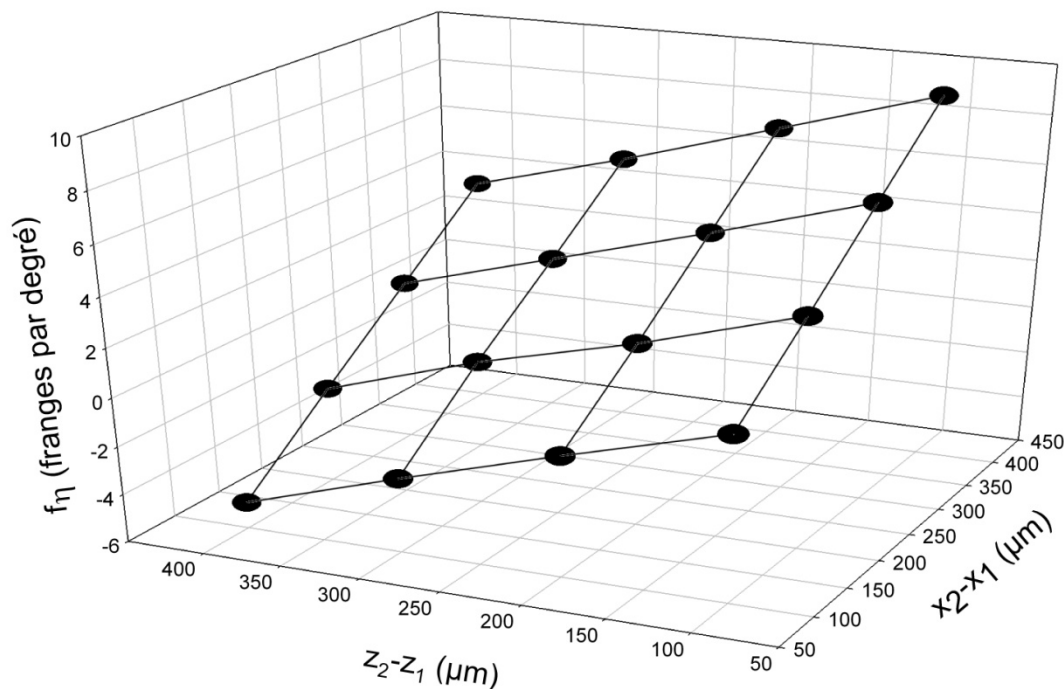


Figure 37. Mesure de la coordonnée f_η , exprimée en « franges par degré » (les coordonnées $\{x_2 - x_1, z_2 - z_1, f_\eta\}$ sont représentées par des ellipses noires), d'une tache dans le spectre d'amplitude en modifiant les valeurs des coordonnées relatives $x_2 - x_1$ et $z_2 - z_1$ du couple de particules. L'angle θ_0 est égal à 35° .

Le maillage formé par les points de coordonnées $\{x_2 - x_1, z_2 - z_1, f_\eta\}$ est de forme plane parce que f_η , $x_2 - x_1$, et $z_2 - z_1$ sont liées par une équation de plan. L'équation de ce plan peut se mettre sous la forme suivante :

$$a(x_2 - x_1) + b(z_2 - z_1) = \pm f_\eta \quad (3.7)$$

Le choix du signe dépend de la tache choisie parmi les deux taches symétriques pour mesurer la position f_η . A partir du calcul de la différence de phase entre les ondes diffusées par les deux particules (équation (2.66), section 2.2.2), les coefficients a et b ont une expression de la forme suivante:

$$\begin{bmatrix} a(\theta_0) \\ b(\theta_0) \end{bmatrix} = \Gamma \begin{bmatrix} -\cos \theta_0 \\ \sin \theta_0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Le coefficient Γ représente la valeur maximale des coefficients a et b . Le calcul détaillé de l'expression de Γ est donné dans l'annexe B.

Si on exprime la position f_η en « franges par degré », alors le coefficient Γ s'exprime en fonction de la longueur d'onde du faisceau incident :

$$\Gamma(\lambda) \cong \frac{\pi}{180\lambda} \quad (3.9)$$

Sinon, si f_η représente la position par rapport au centre d'un point dans la matrice 512x512 de l'espace associé de Fourier, le coefficient Γ s'exprime en fonction de la longueur d'onde et de l'angle d'ouverture $|\theta_{max} - \theta_{min}|$, exprimé en degrés:

$$\Gamma(\lambda, |\theta_{max} - \theta_{min}|) \cong \frac{\pi |\theta_{max} - \theta_{min}|}{180\lambda} \quad (3.10)$$

En mesurant la position f_η d'une tache pour différentes positions relatives et en faisant varier l'angle θ_0 , on en déduit les valeurs des coefficients a et b en fonction de l'angle θ_0 . La Figure 38 compare les coefficients mesurés dans le spectre d'amplitude avec leur valeur déterminée théoriquement. Le coefficient a est mesuré en prenant une coordonnée relative $(z_2 - z_1)$ nulle et en mesurant f_η pour une coordonnée relative $(x_2 - x_1)$ de 300 μm tandis que le coefficient b est mesuré en prenant une coordonnée relative en x nulle et en prenant une coordonnée relative $(z_2 - z_1)$ de 300 μm . Avec l'équation (3.10), on calcule un coefficient $\Gamma(\lambda)$ de 0.0328, ce qui est cohérent avec les résultats présentés sur la Figure 38.

Les coefficients a et b ne sont pas mesurés pour un angle θ_0 de 0° et 180° car ce cas correspond à la diffusion dans l'axe du faisceau. Il y aurait interférences entre le faisceau laser incident et la lumière diffusée par les particules, ce qui correspond à une expérience d'holographie de Gabor.

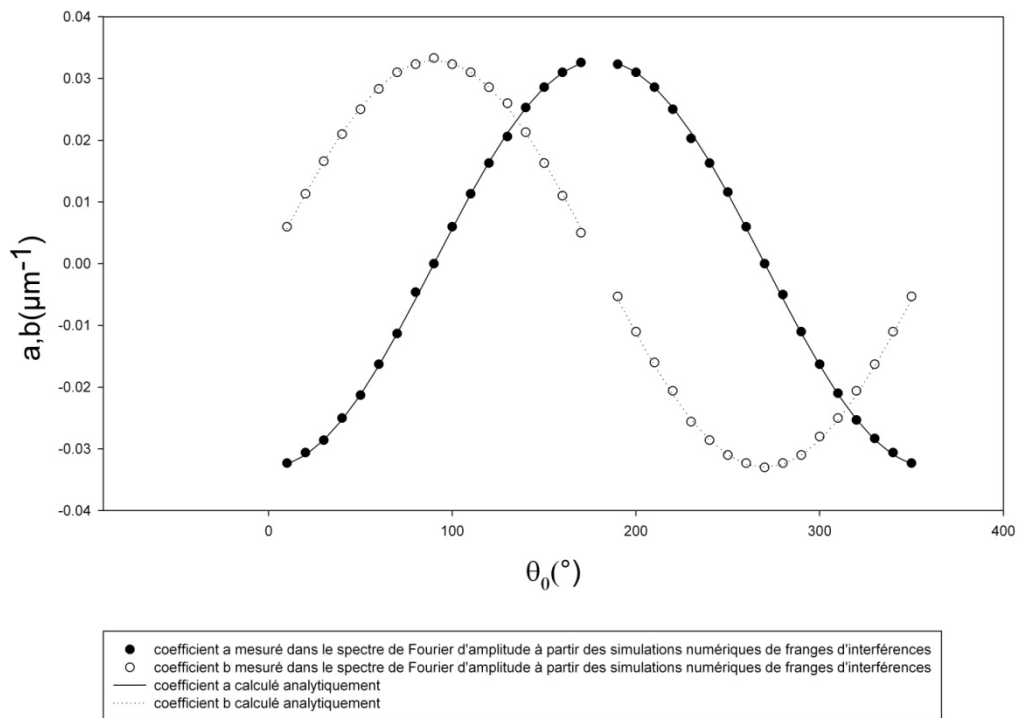


Figure 38. Coefficients a et b en fonction de θ_0 calculés analytiquement à partir de l'équation (3. 8) et mesurés dans le spectre d'amplitude des franges d'interférences simulées numériquement.

Les coefficients a et b ne dépendent pas des caractéristiques des particules mais des caractéristiques de la caméra et du faisceau incident.

On remarque l'indépendance de ces coefficients à la distance origine-caméra R_0 et à la résolution en pixels de la caméra CCD. Ainsi, augmenter la résolution de la caméra CCD en gardant identique les autres paramètres ne modifie pas la position (f_η, f_ξ) d'une tache.

Enfin, la mesure de la position f_η d'une tache ne suffit pas pour déterminer les coordonnées relatives $(x_2 - x_1)$ et $(z_2 - z_1)$. Pour mesurer ces coordonnées relatives, deux angles θ_0 différents sont nécessaires (en utilisant deux caméras, par exemple). Ce point sera abordé plus en détail dans la section 4.1.1.

L'expression de $\Gamma(\lambda, |\theta_{max} - \theta_{min}|)$ a été validée en faisant varier l'angle d'ouverture $|\theta_{max} - \theta_{min}|$ et la longueur d'onde λ (annexe C).

Dans la prochaine section, nous nous intéressons à l'influence de la coordonnée relative y sur les représentations spectrales des franges d'interférences.

3.4.1.2 Influence de la coordonnée relative y

L'influence de la coordonnée relative $(y_2 - y_1)$ sur la position f_ξ de l'une des taches symétriques dans le spectre de Fourier d'amplitude a été calculée et mesurée par simulation numérique en utilisant le code **holo_mie** (Figure 39). La première particule est positionnée en $(0, 0, 0)$ tandis que la position de la seconde particule est positionnée en $(400\mu m, y_2, 0)$. Les paramètres autres que la coordonnée relative $(y_2 - y_1)$, l'angle $|\theta_{max} - \theta_{min}|$ et la longueur d'onde λ du faisceau incident n'ont pas d'influence sur la position f_ξ de la tache.

Nous avons une relation de proportionnalité entre la coordonnée f_ξ d'une tache dans le spectre d'amplitude, et la coordonnée relative $(y_2 - y_1)$:

$$f_\xi = \pm \Gamma (y_2 - y_1) \quad (3.11)$$

Les mesures de positions (f_η, f_ξ) de taches en utilisant le code **holo_mie** m'ont permis de valider l'équation (2.66).

Désormais, je définis la position (f_η, f_ξ) d'une tache à partir des coordonnées relatives des deux particules, de l'angle θ_0 et du coefficient Γ :

$$\begin{bmatrix} f_\eta \\ f_\xi \end{bmatrix} = \pm \Gamma \begin{bmatrix} -(x_2 - x_1) \cos \theta_0 + (z_2 - z_1) \sin \theta_0 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

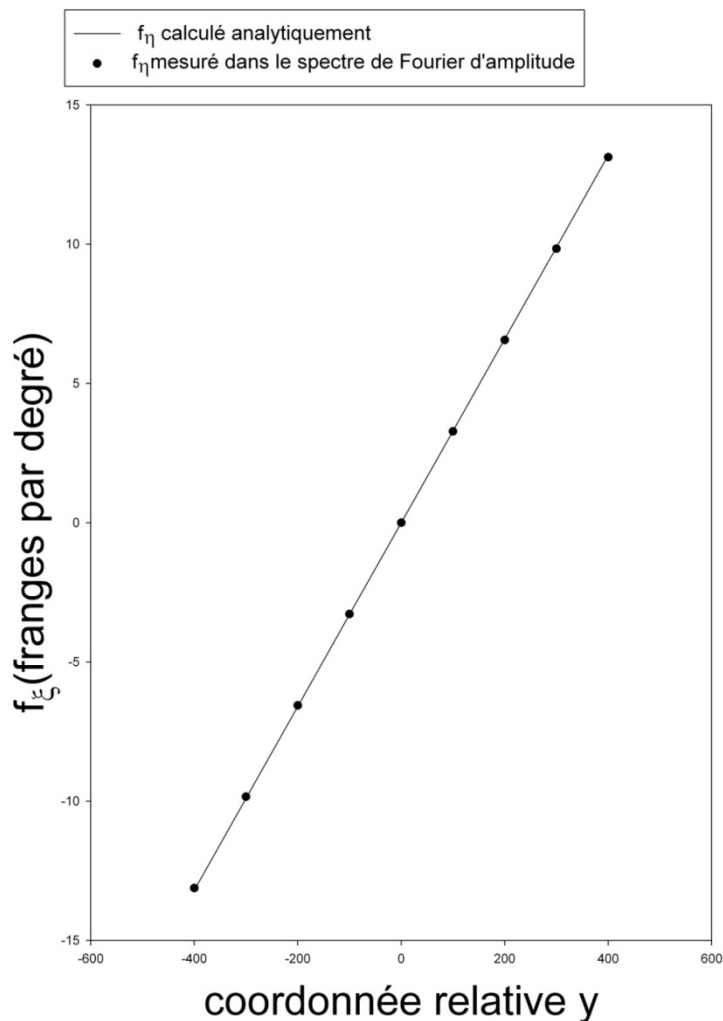


Figure 39. Tracé de ξ calculé analytiquement et mesuré dans le spectre d'amplitude en faisant varier la coordonnée relative $(y_2 - y_1)$.

3.4.2 Influence des diamètres des particules

Dans cette section, les deux particules du couple ont un même indice de réfraction de 1.3333. Le diamètre des particules est la variable et les autres paramètres (longueur d'onde etc...) seront inchangés. Seule la diffusion vers l'avant est abordée.

Nous avons pu observer que dans le spectre d'amplitude, une tache possède plusieurs pics (section 3.3).

En diffusion vers l'avant, il y a une bonne correspondance entre la théorie de Lorenz-Mie et le modèle de l'optique géométrique en prenant en compte les interférences entre rayons

lumineux réfléchis $p = 0$ et réfractés $p = 1$ diffusés par une particule (section 2.1.5.1). C'est la raison pour laquelle je me suis intéressé à l'extension de ce modèle à un couple de particules.

La Figure 40 montre un couple de particules, les rayons réfractés d'ordre $p = 1$ et réfléchis d'ordre $p = 0$ et les rayons de référence associés aux deux particules. Les ordres des rayons lumineux diffusés par l'une et l'autre particule sont notés p_1 pour la particule « 1 » et p_2 pour la particule « 2 » afin de les différencier.

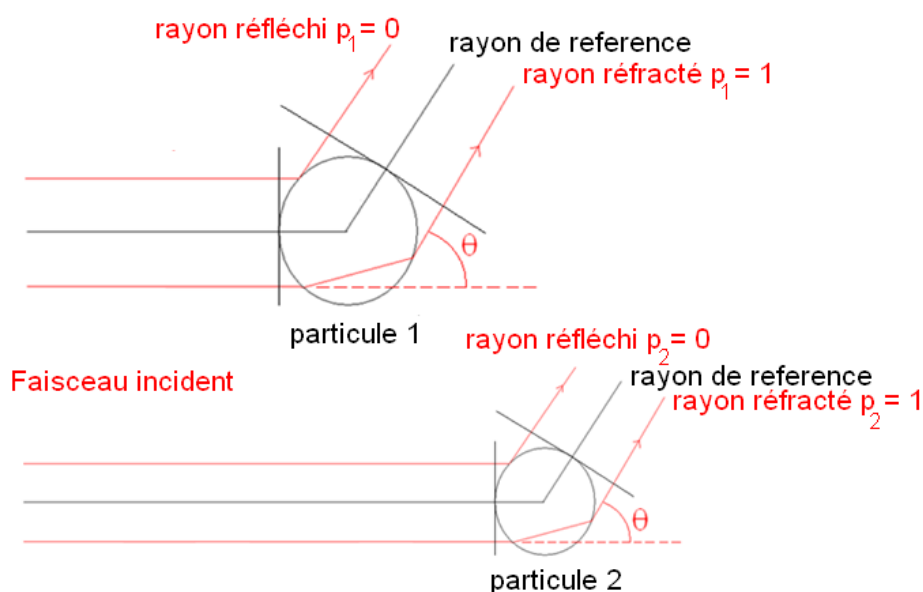


Figure 40. Réflexion et réfraction de la lumière par deux particules.

Les différences de chemins optiques entre ces différents couples de rayons sont liées aux fréquences des franges d'interférences. Ces couples de rayons lumineux correspondent chacun à un pic dans le spectre de Fourier d'amplitude, comme on peut le voir sur la Figure 41, tous proches de la position f_η de la tache.

Sur la Figure 41, le profil d'une tache a été tracé selon l'axe de symétrie parallèle à la direction η . Les particules ont des tailles équivalentes (80 et 100 μm). Des cas particuliers (couples de particules identiques, ou dont la taille d'une particule ou des deux particules du couple est de l'ordre de la longueur d'onde) sont présentés dans l'annexe D.

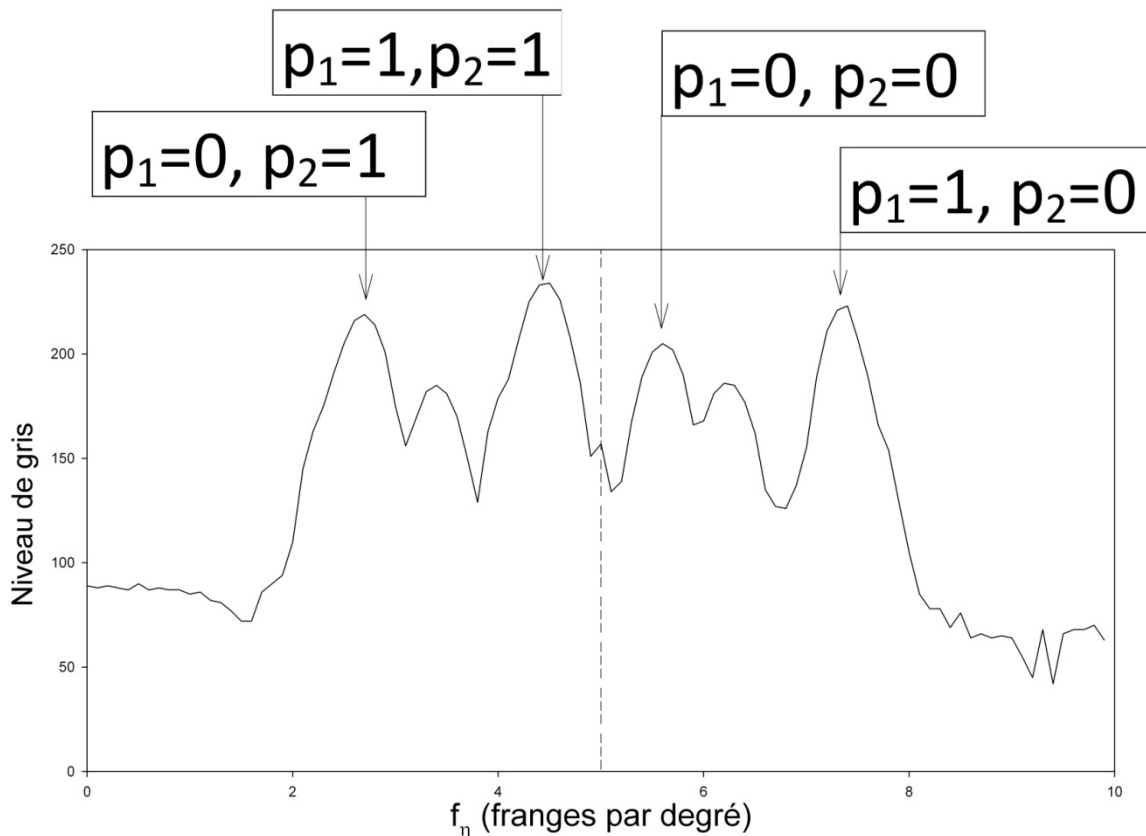


Figure 41. Topographie d'une tache, correspondante à un couple de particule. Les deux particules sont de même indice et de tailles différentes, mais du même ordre de grandeur (80 et 100 μm).

Le pic de plus grande intensité correspond aux interférences entre rayons réfractés par les deux particules ou aux interférences entre rayons réfléchis par les deux particules selon l'angle θ_0 (exception faite pour un angle de θ_0 de 66° où les quatre pics ont la même intensité). Les pics principaux aux extrémités de la tache correspondent aux interférences entre l'onde $p = 0$ diffusée par une particule et l'onde $p = 1$ diffusée par une autre particule.

Les différences de chemins optiques, entre les différents rayons diffusés par l'une ou l'autre particule, peuvent s'exprimer de la façon suivante :

$$\delta_{p_1} - \delta_{p_2} = (\delta_{p_1} - \delta_{ref,1}) + (\delta_{ref,2} - \delta_{p_2}) + (\delta_{ref,1} - \delta_{ref,2}) \quad (3.13)$$

δ_{p_1} et δ_{p_2} sont les chemins optiques parcourus par les rayons d'ordre p_1 et p_2 , associés respectivement à la première et à la deuxième particule. $\delta_{ref,1}$ et $\delta_{ref,2}$ sont les chemins

optiques fictifs de référence, qui passent respectivement par les centre des particules G_1 et G_2 (Figure 40).

A partir de la connaissance des différences de chemin optique entre les rayons réfléchis et/ou réfractés par une particule et un rayon fictif de référence, on déduit les positions des pics correspondants dans le spectre d'amplitude. Les détails des calculs des chemins optiques parcourus par les rayons réfléchis et réfractés sont donnés dans l'annexe A.

La différence de chemin optique entre les rayons de référence est calculée d'après l'équation (2. 50) :

$$\delta_{ref,1} - \delta_{ref,2} = z_1 - z_2 + r_1 - r_2 \quad (3. 14)$$

On peut approximativement décomposer $\delta_{p_1} - \delta_{p_2}$ en 3 contributions :

- la contribution $\Delta\delta_\eta(\eta)$ qui dépend de la position η d'un pixel sur la caméra (et qui ne dépend pas de la position ξ), et qui se calcule à partir des chemins optiques parcourus par les rayons p_1 et p_2 (démonstration dans l'annexe B),
- la contribution $\Delta\delta_\xi(\xi)$ qui dépend de la position ξ sur la caméra (et qui ne dépend pas de la position η),
- la contribution $\Delta\delta_\phi$ qui ne dépend ni de la position η , ni de la position ξ .

$$\delta_{p_1} - \delta_{p_2} \cong \Delta\delta_\eta(\eta) + \Delta\delta_\xi(\xi) + \Delta\delta_\phi \quad (3. 15)$$

La position f_{η,p_1,p_2} d'un pic associé à un couple de rayons p_1 et p_2 est proportionnelle à la contribution $\Delta\delta_\eta$:

$$f_{\eta,p_1,p_2} \cong \pm\Gamma\Delta\delta_\eta \quad (3. 16)$$

Les différences de chemins optiques parcourus entre un rayon réfléchi par une particule et un rayon réfracté par l'autre particule valent:

$$\delta_{p_1=1} - \delta_{p_2=0} = (\delta_{p_1=1} - \delta_{ref,1}) + (\delta_{ref,2} - \delta_{p_2=0}) + (\delta_{ref,1} - \delta_{ref,2}) \quad (3. 17)$$

$$\delta_{p_1=0} - \delta_{p_2=1} = (\delta_{p_1=0} - \delta_{ref,1}) + (\delta_{ref,2} - \delta_{p_2=1}) + (\delta_{ref,1} - \delta_{ref,2}) \quad (3. 18)$$

Par conséquent, avec R_1 et N_1 le rayon et l'indice de réfraction de la particule « 1 » et R_2 et N_2 le rayon et l'indice de réfraction de la particule « 2 », les positions des pics correspondants valent:

$$f_{\eta, p_1=1, p_2=0} \cong \pm \left[\Gamma \left(\frac{R_1 N_1 \sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)}{\sqrt{1 + N_1^2 - 2N_1 \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right)}} - R_2 \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \right) + f_\eta \right] \quad (3.19)$$

$$f_{\eta, p_1=0, p_2=1} \cong \pm \left[\Gamma \left(\frac{R_2 N_2 \sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)}{\sqrt{1 + N_2^2 - 2N_2 \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right)}} - R_1 \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \right) + f_\eta \right] \quad (3.20)$$

Pour chaque couple de rayons lumineux, il y a deux pics symétriques l'un de l'autre par rapport au centre du spectre d'amplitude. C'est pourquoi il y a une ambiguïté de signes sur les expressions des positions des pics.

La différence de chemin optique parcouru entre les rayons réfléchis par les deux particules vaut :

$$\delta_{p_1=0} - \delta_{p_2=0} = (\delta_{p_1=0} - \delta_{ref,1}) + (\delta_{ref,2} - \delta_{p_2=0}) + (\delta_{ref,1} - \delta_{ref,2}) \quad (3.21)$$

La position du pic correspondant vaut :

$$f_{\eta, p_1=0, p_2=0} \cong \pm \left[\Gamma (R_2 - R_1) \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right) + f_\eta \right] \quad (3.22)$$

La différence de chemin optique parcouru entre les rayons réfractés par les deux particules vaut :

$$\delta_{p_1=1} - \delta_{p_2=1} = (\delta_{p_1=1} - \delta_{ref,1}) + (\delta_{ref,2} - \delta_{p_2=1}) + (\delta_{ref,1} - \delta_{ref,2}) \quad (3.23)$$

La position du pic correspondant vaut :

$$f_{\eta, p_1=1, p_2=1} \cong \pm \left[\Gamma \left(\frac{R_1 N_1 \sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)}{\sqrt{1 + N_1^2 - 2N_1 \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right)}} - \frac{R_2 N_2 \sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)}{\sqrt{1 + N_2^2 - 2N_2 \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right)}} \right) + f_\eta \right] \quad (3.24)$$

Les 4 pics principaux indiqués sur la Figure 41 correspondent aux interférences entre les rayons réfléchis ($p_1 = 0$ pour la première particule, $p_2 = 0$ pour la seconde) ou réfractés ($p_1 = 1$ pour la première particule, $p_2 = 1$ pour la seconde) par le couple de particules.

Les pics qui ne correspondent pas aux interférences entre les rayons lumineux d'ordre $p = 0$ ou $p = 1$ sont associés à des ordres supérieurs. Puisque les ordres $p = 0$ et $p = 1$ contiennent les informations sur les rayons des particules, je ne me suis pas intéressé aux structures associés aux ordres $p > 1$ dans le cadre de ma thèse.

Sur la Figure 41, la ligne en pointillé représente la position f_η de la tache, définie par les coordonnées relatives des particules (équation (3. 12)). Ici, l'angle θ_0 est de 35° . Par conséquent, le pic de plus grande intensité correspond aux interférences entre rayons réfractés (voir Figure 20). A partir des positions des différents pics, exprimées dans les équations (3. 19), (3. 20), (3. 22) et (3. 24), on déduit que les écarts de position f_η entre les pics principaux des taches sont proportionnels à l'une des tailles des particules :

$$\begin{aligned} f_{\eta, p_1=1, p_2=1} - f_{\eta, p_1=0, p_2=1} &= f_{\eta, p_1=1, p_2=0} - f_{\eta, p_1=0, p_2=0} \dots \\ &\cong \pm \Gamma \left(\frac{N_1 \sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)}{\sqrt{1 + N_1^2 - 2N_1 \cos\frac{\theta_0}{2}}} + \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \right) R_1 \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} f_{\eta, p_1=1, p_2=1} - f_{\eta, p_1=1, p_2=0} &= f_{\eta, p_1=0, p_2=1} - f_{\eta, p_1=1, p_2=1} \dots \\ &\cong \pm \Gamma \left(\frac{N_2 \sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)}{\sqrt{1 + N_2^2 - 2N_2 \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right)}} + \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \right) R_2 \end{aligned} \quad (3.26)$$

Pour valider ces expressions, j'ai fait varier les rayons des deux particules, mesuré les écarts entre les pics et comparé les résultats pour plusieurs angles θ_0 (Figure 42).

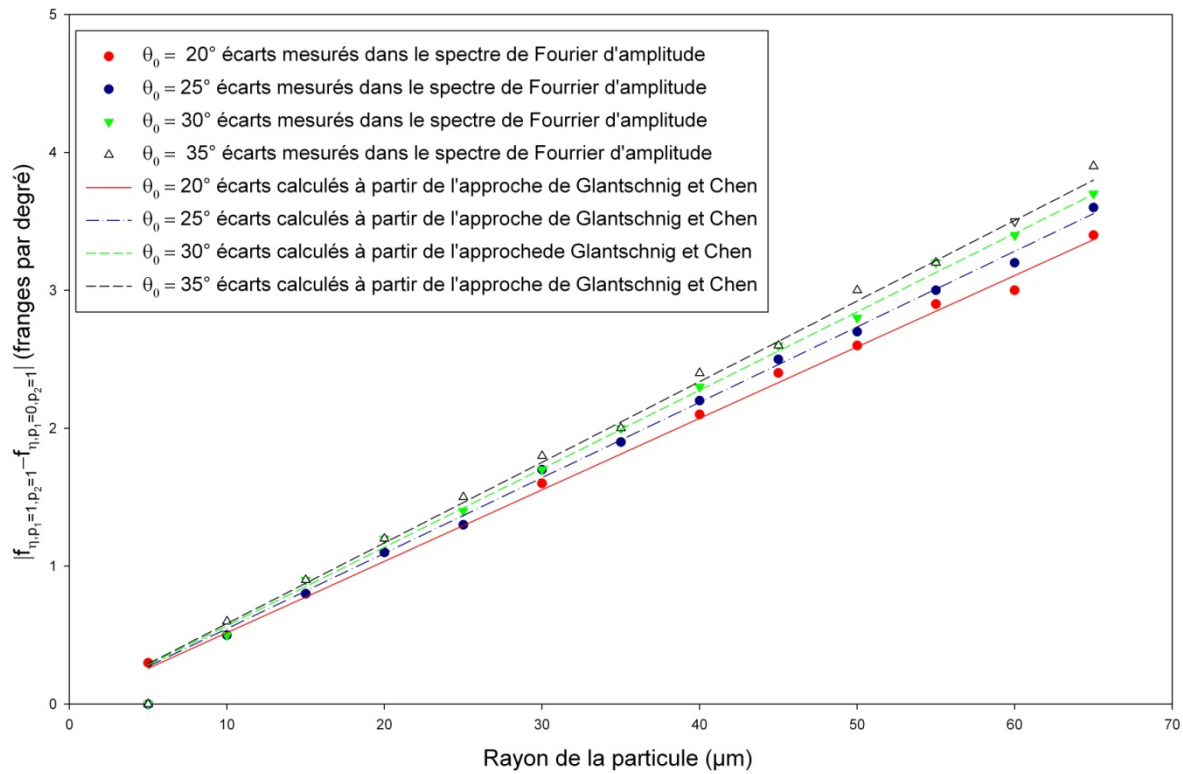


Figure 42. Ecarts entre pics principaux mesurés dans le spectre d'amplitude des franges d'interférences (simulées par la théorie de Lorenz-Mie) et calculés analytiquement (approche de Glantschnig et Chen) pour différents angles θ_0 .

Le modèle de l'optique géométrique en prenant en compte les interférences entre rayons lumineux, en diffusion vers l'avant, est validé par les résultats présentés sur la Figure 42 et l'annexe C.

Les écarts entre les pics dépendent également des indices de réfraction des particules. L'influence de l'indice de réfraction sur les figures d'interférences est abordée dans la section suivante.

3.4.3 Influence des indices de réfraction sur les représentations spectrales des franges d'interférences

Pour un couple de particules d'indice 1.3333 et 1.5, les écarts entre pics principaux (Figure 43) sont mesurés dans le spectre de Fourier d'amplitude, en faisant varier la taille de l'une ou l'autre particule, et sont comparés aux écarts calculés à partir de l'approche de Glantschnig et Chen (section 3.4.2). Les résultats présentés sur la Figure 43 valident eux aussi la pertinence de l'optique géométrique pour décrire les figures d'interférences, en diffusion vers l'avant.

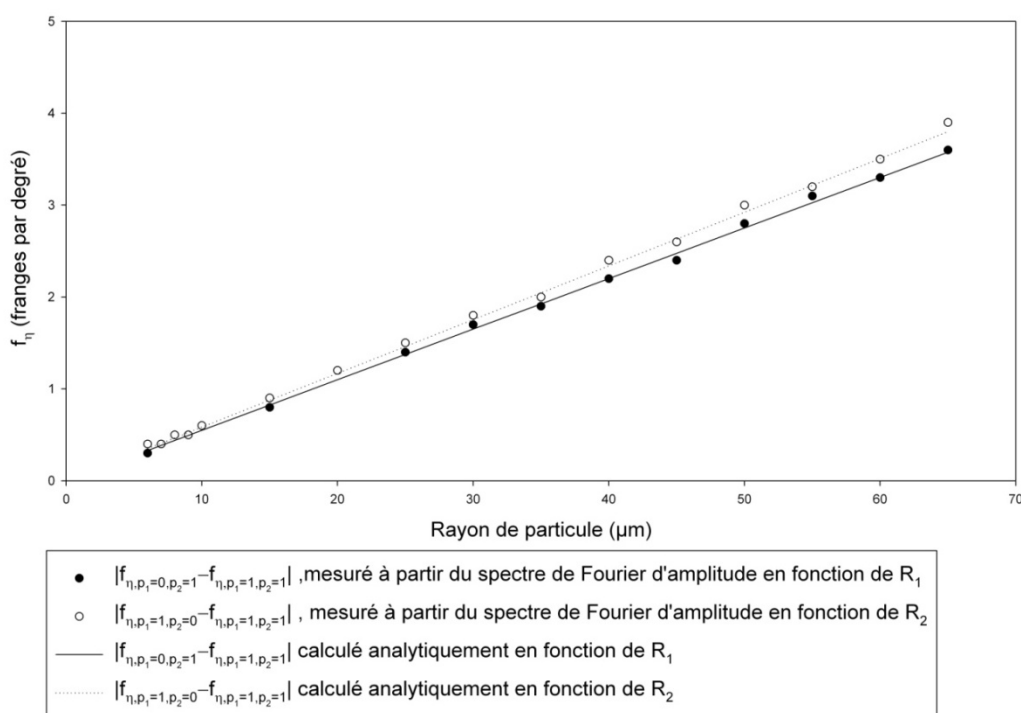


Figure 43. Tracé des écarts $|f_{\eta,p=1,q=0} - f_{\eta,p=1,q=1}|$ et $|f_{\eta,p=0,q=1} - f_{\eta,p=1,q=1}|$ calculés analytiquement (à partir de l'approche de Glantschnig et Chen) et mesurés dans le spectre d'amplitude des franges d'interférences simulées numériquement (à partir de la théorie de Lorenz-Mie), en fonction des rayons R_1 et R_2 des deux particules (d'indices de réfraction $N_1 = 1.5$ pour la première particule et $N_2 = 1.3333$ pour la deuxième). L'angle θ_0 est de 35° et l'angle $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$ est de 10° .

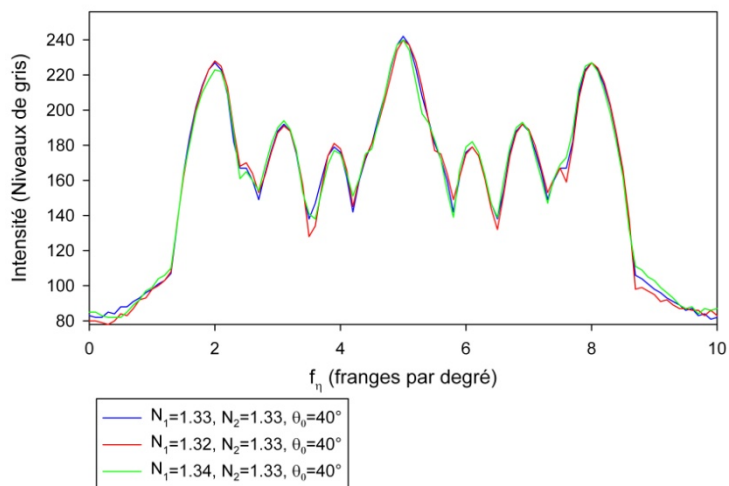
Sur la Figure 44, j'ai tracé les spectres d'amplitude de taches en faisant varier l'indice de réfraction, pour les cas de la diffusion hors-axe vers l'avant et de la diffusion aux alentours de

l'angle d'arc-en-ciel. Sur la Figure 45, j'ai tracé les spectres de phase, en utilisant la fonction de déroulement de phase proposée par le logiciel ImageJ (Ferreira, et al., 2011).

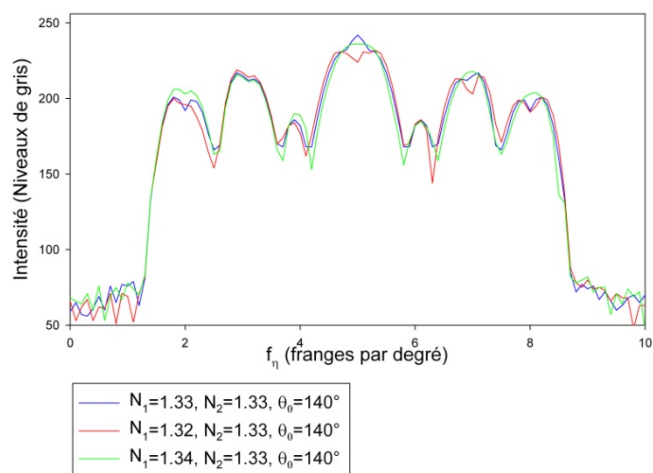
On observe que l'indice de réfraction des particules a bien plus d'influence sur le spectre de phase que sur le spectre d'amplitude. Sur le spectre de phase, les influences des indices de réfraction mais aussi des autres paramètres que sont les coordonnées relatives des particules ou leur taille sont difficiles à interpréter et à quantifier.

A cause de cela, il est compliqué de définir une stratégie de mesure des indices de réfraction dans l'espace de Fourier. Pour s'affranchir de ce problème, une stratégie basée sur le filtrage spatial et la transformation de Fourier inverse de la représentation spectrale de franges est décrite dans la section 4.3.

Nous nous sommes intéressés dans cette section 3.4 aux représentations spectrales des franges d'interférences et aux différents paramètres les influençant. Pour conclure la troisième partie de ce mémoire, la section 3.5 présente le cas où plus de deux particules sont éclairées par le faisceau incident

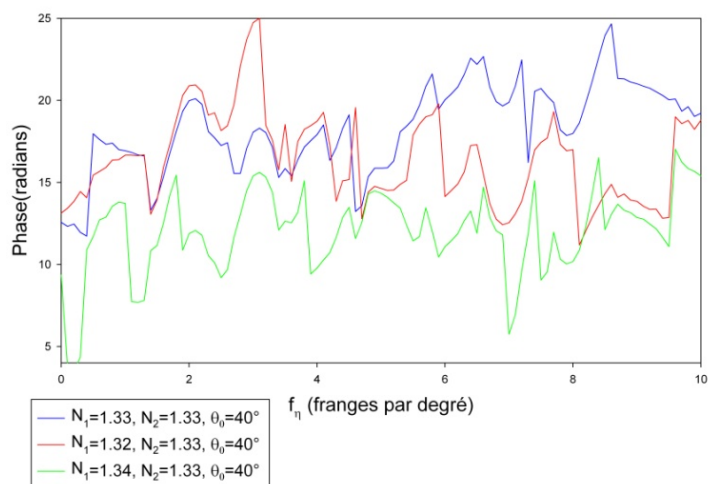


a

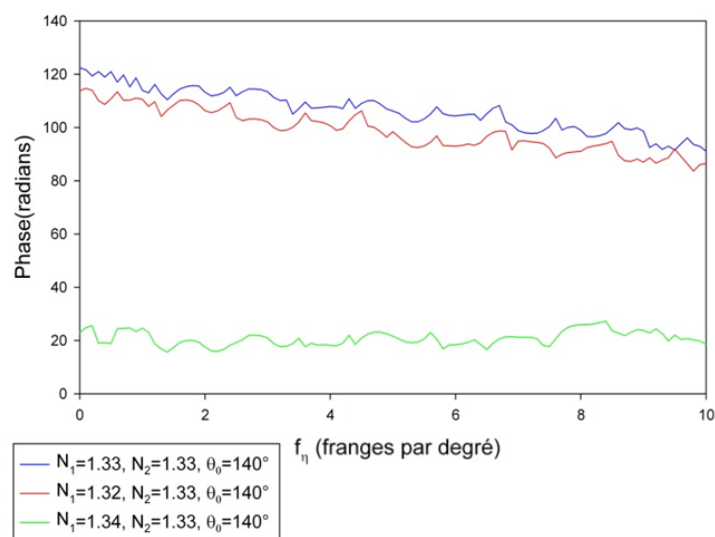


b

Figure 44. Influence de l'indice de réfraction sur les spectres d'amplitude des franges d'interférences, en diffusion vers l'avant (a) et aux alentours de l'angle d'arc-en-ciel (b). L'indice de réfraction d'une particule prend la valeur 1.32, 1.33 ou 1.34. L'autre particule a pour indice de réfraction 1.33. Les deux particules ont 100 μm de diamètre.



a



b

Figure 45. Influence de l'indice de réfraction sur les spectres de phase des franges d'interférences, en diffusion vers l'avant (a) et aux alentours de l'angle d'arc-en-ciel (b). L'indice de réfraction d'une particule prend la valeur 1.32, 1.33 ou 1.34. L'autre particule a pour indice de réfraction 1.33. Les deux particules ont 100 μm de diamètre.

3.5 Cas de plus de deux particules dans le volume de mesure

Nous avons étudié l'influence de différents paramètres sur les figures d'interférences créées par deux particules. Pour plus de deux particules dans le volume de mesure, l'image

Quatrième partie

Exploitation des représentations spectrales des figures d'interférences pour reconstruire le champ de particules : positions relatives 3D, diamètres, et indices de réfraction

4 Exploitation des représentations spectrales des figures d'interférences pour reconstruire le champ de particules : positions relatives 3D, diamètres, et indices de réfraction

Dans cette partie, nous allons nous intéresser aux interactions entre les particules et proposer un algorithme pour « reconstruire » le champ 3D de particules (positions relatives 3D et tailles) à partir de deux spectres d'amplitude des figures d'interférences (pour deux angles θ_0 différents).

Un exemple de reconstruction d'un champ de particules quasi-identiques, c'est-à-dire de tailles proches (c'est-à-dire dont les diamètres diffèrent de 2 μm au maximum) et de même indice, à partir des positions (f_η, f_ξ) des taches dans le spectre d'amplitude sera abordé dans la section 4.1.

Puis la reconstruction d'un champ de particules de tailles différentes et d'indice identiques et connus sera abordée dans la section 4.2. Je montrerais dans cette section comment les tailles des particules sont mesurées et comment tailles et indices sont pris en compte dans la reconstruction.

La section 4.3 sera consacrée à l'introduction de la fonction de diffusion composite. Une stratégie d'extraction des fonctions de diffusions individuelles à partir des fonctions de diffusion composites sera présentée dans la section 4.4 dans le but de mesurer les indices de réfraction des particules.

4.1 Reconstruction d'un champ de particules quasi-identiques

4.1.1 Deux caméras nécessaires pour reconstruire le champ de particules

On déduit de l'équation (3. 12) que pour retrouver les positions relatives 3D des particules à partir des positions des taches dans le spectre d'amplitude, deux angles de diffusion θ_0 sont nécessaires. On peut utiliser deux caméras CCD avec deux positions angulaires différentes (que nous notons θ_0 et θ_0'). Je présente dans cette section un exemple de reconstruction de champ 3D de particules à partir d'images simulées numériquement à l'aide de la théorie de Lorenz-Mie, illustrées sur la Figure 47.

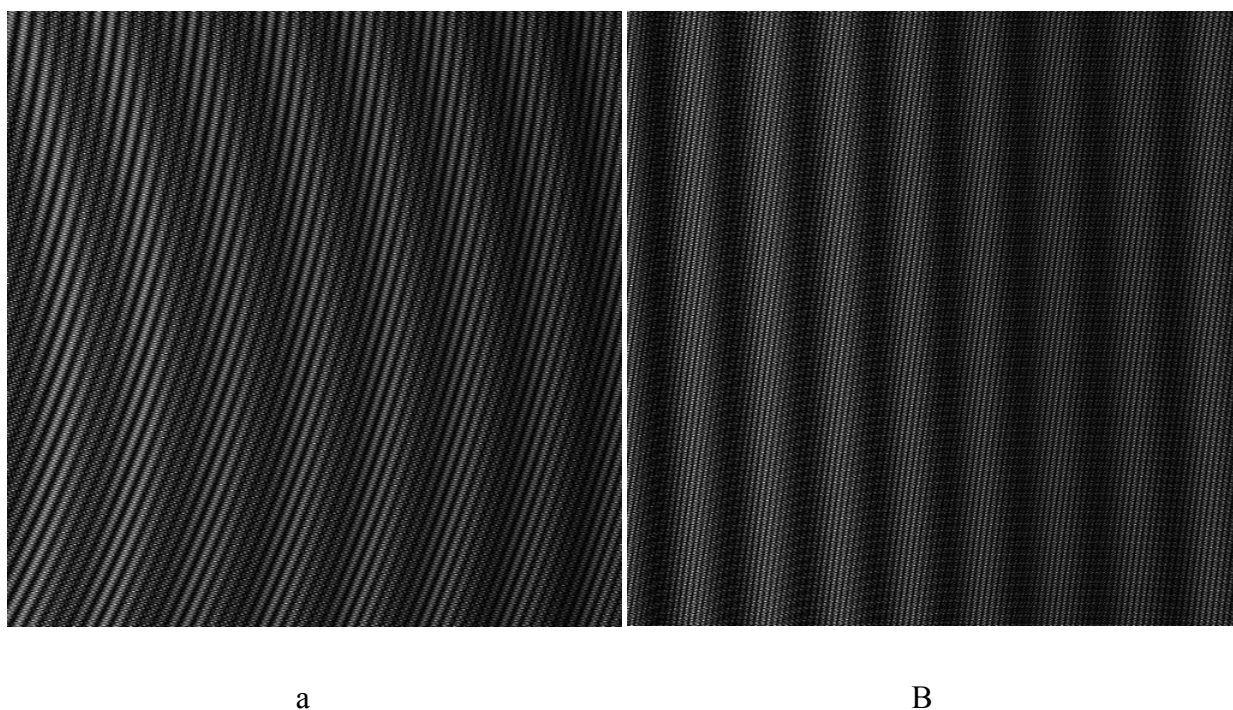


Figure 47. Images de franges simulées pour 6 particules quasi-identiques. Les positions angulaires des caméras sont de $\theta_0 = 20^\circ$ (a) et $\theta_0' = 90^\circ$ (b).

Pour cet exemple, les deux caméras sont à une distance $R_0 = 1$ m de l'origine, avec un angle d'ouverture $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$ de 10° pour les deux caméras et une résolution de 512×512 pixels. La longueur d'onde du faisceau incident est de 532 nm. L'indice de réfraction des particules a pour valeur 1.3333. Les particules ont toutes un diamètre aléatoire compris entre 29 et 31 μm . Les particules sont situées aléatoirement dans un cube de 800 μm de côté, centré sur l'origine

O. Les diamètres et les positions 3D des particules par rapport à l'origine sont détaillées dans le tableau 1.

Numéro de particule	Diamètre (μm)	x_i (μm)	y_i (μm)	z_i (μm)
1	29.35	40	-343	-4
2	29.58	35	101	-214
3	30.02	345	330	194
4	30.84	336	24	-33
5	29.94	-246	250	-305
6	29.39	87	-388	-317

Tableau 2. Caractéristiques du champ initial de particules

Les transformations de Fourier des images simulées Figure 47 sont illustrées sur la Figure 48. L'intérêt de l'utilisation d'une fonction de pondération de Blackman-Harris est démontrée en comparant les Figure 48.a-48.b avec les Figure 48.c-48.d : à cause de la fenêtre naturelle, certaines taches qui n'étaient pas visibles le sont grâce à la pondération.

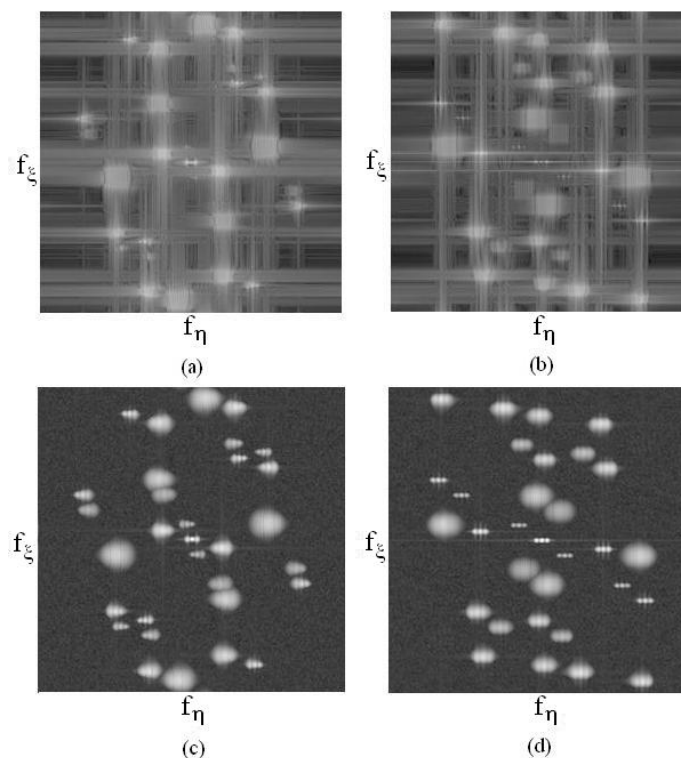


Figure 48. Transformations de Fourier (amplitudes) des figures d'interférences créées par 6 particules : sans utiliser de fonction de pondération (a : caméra à 20° , b : caméra à 90°) après l'utilisation d'une fonction de pondération de Blackman-Harris (c : caméra à 20° et caméra à 90°).

Notons $(f_{\eta,k,l}, f_{\xi,k,l})$ la position d'une tache dans le spectre d'amplitude calculée à partir de l'image enregistrée par la première caméra et $(f_{\eta,k,l}', f_{\xi,k,l}')$ la position d'une tache dans le spectre d'amplitude correspondant à l'image enregistrée par la seconde caméra.

En appliquant l'équation (3. 12) à un couple de de particules $\{P_k, P_l\}$, les positions des taches dans les deux espaces de Fourier sont :

$$\begin{bmatrix} f_{\eta,k,l} \\ f_{\xi,k,l} \end{bmatrix} = \pm \Gamma \begin{bmatrix} -(x_l - x_k) \cos \theta_0 + (z_l - z_k) \sin \theta_0 \\ y_l - y_k \end{bmatrix} \quad (4. 1)$$

$$\begin{bmatrix} f_{\eta,k,l}' \\ f_{\xi,k,l}' \end{bmatrix} = \pm \Gamma' \begin{bmatrix} -(x_l - x_k) \cos \theta_0' + (z_l - z_k) \sin \theta_0' \\ y_l - y_k \end{bmatrix} \quad (4. 2)$$

Les positions f_{ξ} des taches dans les deux spectres de Fourier d'amplitude sont liées par une relation de proportionnalité :

$$f_{\xi,k,l} = \Gamma \frac{f_{\xi,k,l}'}{\Gamma'} \quad (4. 3)$$

Les positions $(f_{\eta,k,l}, f_{\xi,k,l})$ et $(f_{\eta,k,l}', f_{\xi,k,l}')$, définies par les expressions (4. 1) et (4. 2) sont mesurées en prenant les pics principaux des taches, situés en leur centre (il s'agit du cas correspondant aux particules quasi-identiques, présenté dans l'annexe D). La mesure des positions des pics principaux a été faite avec l'aide du logiciel ImageJ.

Pour les identifier, les différentes taches sont numérotées dans le sens des f_{ξ} croissants. De cette façon, une tache dont l'entier associé est le même pour les deux espaces de Fourier, correspond à un même couple de particules. Grâce à la relation de proportionnalité entre $f_{\xi,k,l}$ et $f_{\xi,k,l}'$, il est possible d'identifier les taches sur les deux caméras qui correspondent à un même couple de particules, que les coefficients Γ et Γ' soient identiques ou non.

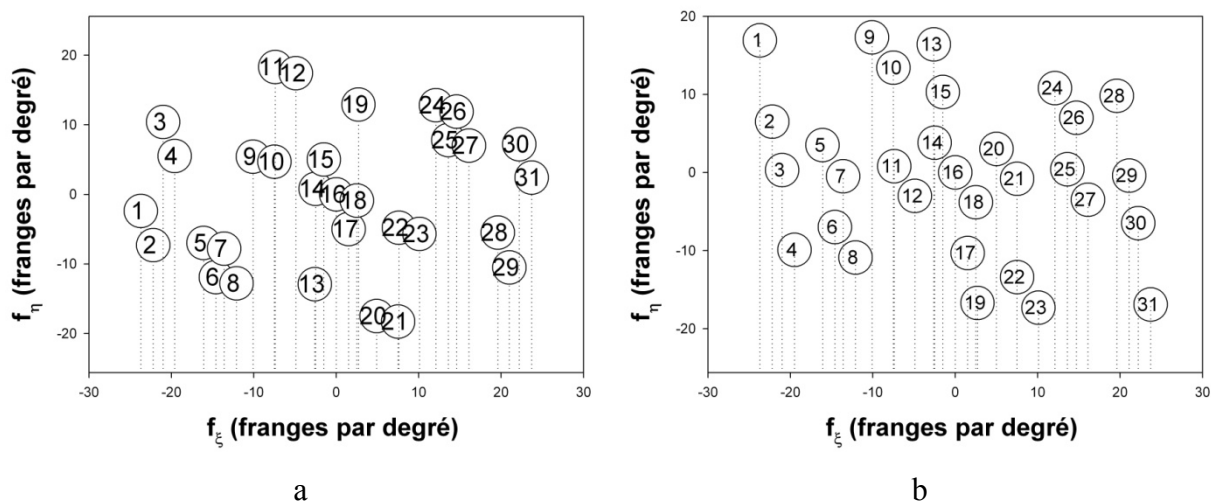


Figure 49. Numérotation des taches dans les deux spectres d'amplitude (a: caméra à 20°, b : caméra à 90°).

En dehors de la tache centrale (tache n°16 sur la Figure 49), **une tache numérotée, correspond à un couple de particules. Cette tache possède une tache symétrique par rapport au centre du spectre, qui correspond au même couple de particules.** Par exemple, la tache n°1 et sa symétrique, la tache n°31 sur la Figure 49, correspondent à un même couple de particules.

L'entier, noté n_{tot} , qui représente le nombre total de taches est lié au nombre de particules N_{part} dans le volume de mesure. C'est le nombre de combinaisons deux à deux auquel on ajoute la tache centrale:

$$n_{tot} = N_{part} (N_{part} - 1) + 1 \quad (4.4)$$

Par exemple, pour 6 particules dans le volume de mesure, il y a 31 taches dans le spectre d'amplitude. Ainsi, compter le nombre de taches permet de compter le nombre de particules éclairées.

Dans l'exemple présenté dans cette section, les caractéristiques des caméras (distances origine-caméra R_0 , dimensions) sont identiques donc Γ est égal à Γ' .

Une fois les taches identifiées, on peut déterminer les ensembles de taches qui correspondent aux interactions deux à deux entre 3 particules.

4.1.2 Interactions entre 3 particules deux à deux

Soient trois particules, parmi d'autres, éclairées par le faisceau laser incident, que l'on note P_1 , P_2 , et P_3 . On note G_1 , G_2 et G_3 les centres de ces 3 particules. Il y a pour ces 3 particules, 3 couples de particules possibles :

- le couple formé par la particule P_1 et la particule P_2 , que l'on note « couple $\{P_1, P_2\}$ »,
- le couple formé par la particule P_1 et la particule P_3 , que l'on note « couple $\{P_1, P_3\}$ »,
- le couple formé par la particule P_2 et la particule P_3 , que l'on note « couple $\{P_2, P_3\}$ ».

Les vecteurs formés par les centres des particules respectent la relation de Chasles, c'est-à-dire que l'on peut décomposer un vecteur formé par les centres d'un couple de particules en la somme de deux autres vecteurs, formés par les deux autres couples de particules.

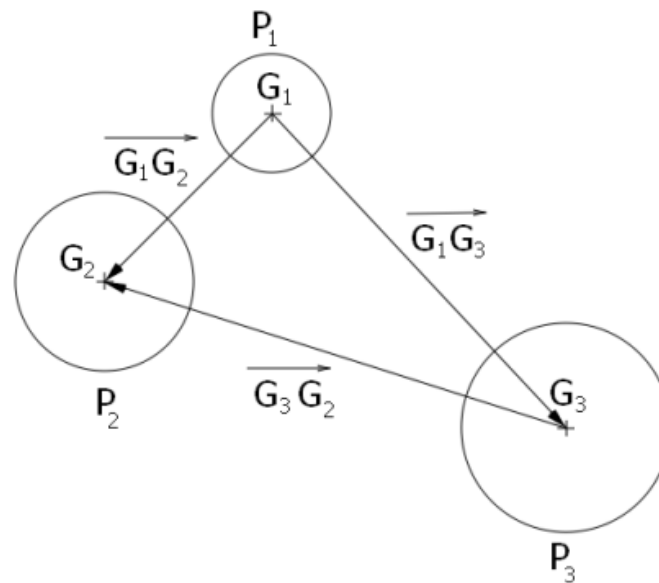


Figure 50. Ensemble de 3 particules et vecteurs formés par leurs centres.

Par exemple, la relation de Chasles illustrée sur la Figure 50 est :

$$\overrightarrow{G_1G_2} = \overrightarrow{G_1G_3} + \overrightarrow{G_3G_2} \quad (4.5)$$

En utilisant la forme matricielle de ces vecteurs nous obtenons la relation de Chasles appliquée aux coordonnées des vecteurs :

$$\begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 - x_1 \\ y_3 - y_1 \\ z_3 - z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_2 - x_3 \\ y_2 - y_3 \\ z_2 - z_3 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Comme le montre l'équation (4. 1), les relations entre les positions (f_η, f_ξ) des taches dans le spectre d'amplitude et les coordonnées des vecteurs formés par les centres des particules sont linéaires. On en déduit les relations entre les positions des taches correspondantes à ces 3 couples de particules dans le spectre d'amplitude :

$$\begin{bmatrix} f_{\eta,1,2} \\ f_{\xi,1,2} \end{bmatrix} = \pm \begin{bmatrix} f_{\eta,1,3} - f_{\eta,2,3} \\ f_{\xi,1,3} - f_{\xi,2,3} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Ainsi, la position des deux taches symétriques dans le spectre d'amplitude qui correspond au couple de particules $\{P_1, P_2\}$ peut se calculer à partir des positions des taches qui correspondent aux couples $\{P_1, P_3\}$ et $\{P_2, P_3\}$.

On peut, en comparant les différentes positions (f_η, f_ξ) des taches dans le spectre d'amplitude, retrouver tous les ensembles de taches qui correspondent aux ensembles d'interactions deux à deux entre 3 particules (un exemple de l'un des ensembles d'interactions deux à deux entre 3 particules est montré Figure 51).

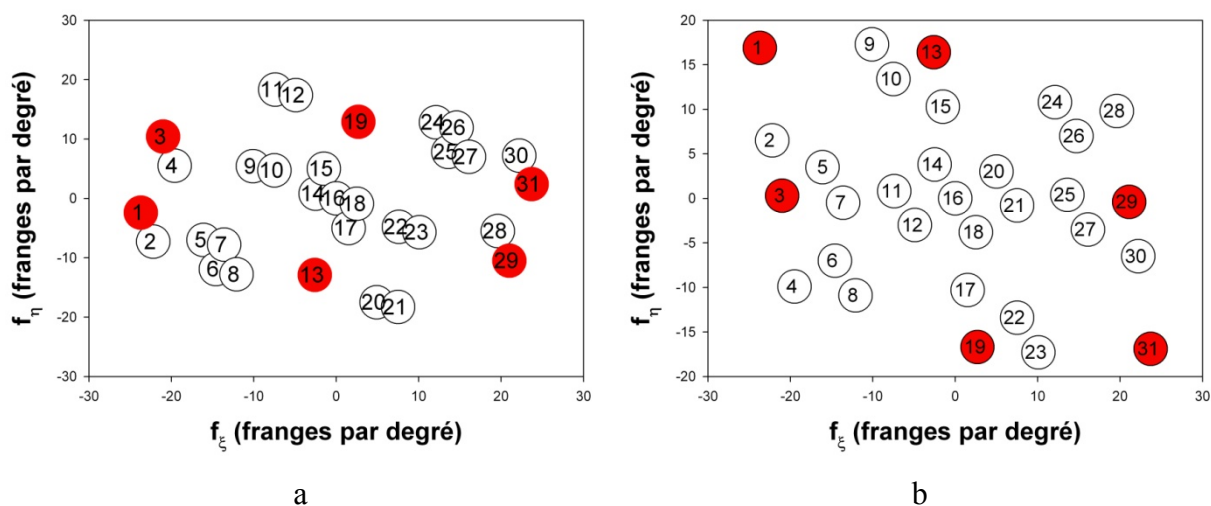


Figure 51. Les taches identifiées (en rouge) correspondent à un ensemble d'interactions deux à deux entre 3 particules, parmi les 6 particules éclairées (a: caméra à 20°, b: caméra à 90°).

En raison des propriétés de symétrie du spectre d'amplitude, il n'est pas nécessaire d'analyser l'ensemble du spectre pour reconstruire le champ de particules. Seule une moitié du spectre (ouest, est, nord-ouest ...) peut être étudiée car dans cette moitié tous les couples de particules sont représentés. Cependant, j'ai choisi de représenter en entier les figures dans lesquelles sont présentées les identifications des différents systèmes d'interactions (Figure 51 et de la Figure 53 à la Figure 58), pour une meilleure lisibilité.

La section 4.1.3 montre comment il est possible de retrouver les ensembles d'interactions entre un nombre quelconque de particules deux à deux, si les ensembles d'interactions entre 3 particules deux à deux ont été correctement identifiés.

4.1.3 Interactions entre un nombre quelconque de particules deux à deux

Soit un ensemble de 4 particules P_1 , P_2 , P_3 et P_4 . Nous illustrons dans un diagramme de Venn (Figure 52) chacun des couples de particules possibles. Les ellipses dans le diagramme de Venn représentent deux ensembles d'interactions entre 3 particules deux à deux $\{P_1, P_2, P_3\}$ et $\{P_2, P_3, P_4\}$ parmi les 4 possibles. L'ensemble incluant les 6 couples de particules sera noté $\{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ (sous forme d'ellipse également).

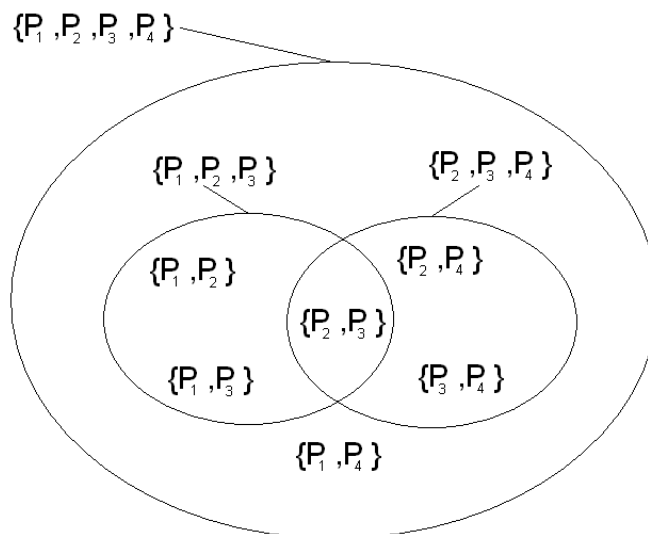


Figure 52. Diagramme de Venn représentant les différents couples de particules, deux ensembles d'interactions entre 3 particules deux à deux et l'ensemble les incluant tous.

Les 4 ensembles d'interactions entre 3 particules deux à deux sont les ensembles $\{P_1, P_2, P_3\}$, et $\{P_2, P_3, P_4\}$ qui sont représentés dans la Figure 52, ainsi que les ensembles $\{P_1, P_3, P_4\}$ et $\{P_1, P_2, P_4\}$.

Les ensembles $\{P_1, P_2, P_3\}$ et $\{P_2, P_3, P_4\}$ ont en commun le couple de particules $\{P_2, P_3\}$. Et ils appartiennent tous les deux à l'ensemble des interactions entre 4 particules deux à deux $\{P_1, P_2, P_3, P_4\}$.

Le couple $\{P_1, P_4\}$ appartient aux ensembles d'interactions entre 3 particules deux-à-deux $\{P_1, P_2, P_4\}$ et $\{P_1, P_3, P_4\}$. Les ensembles $\{P_1, P_2, P_3\}$ et $\{P_2, P_3, P_4\}$ qui ont chacun le couple de particules $\{P_2, P_3\}$ en commun appartiennent à l'ensemble $\{P_1, P_2, P_3, P_4\}$.

Si deux ensembles d'interactions entre 3 particules deux à deux possèdent un couple de particules en commun, alors ces deux ensembles appartiennent à un ensemble d'interaction entre 4 particules deux à deux.

On peut donc, en étudiant les interactions deux à deux communes aux différents ensembles d'interactions entre 3 particules deux à deux, retrouver tous les ensembles de taches qui correspondent aux interactions entre 4 particules deux à deux. Sur la Figure 53, on peut voir les taches qui correspondent à 4 ensembles d'interactions entre 3 particules deux à deux qui ont les uns les autres un couple de particules en commun.

En réunissant les taches de ces 4 ensembles, on construit un ensemble de taches qui correspondent aux interactions entre 4 particules deux à deux (Figure 54).

On peut effectuer le même raisonnement pour identifier un ensemble d'interactions entre 5 particules deux à deux (Figure 55): **La comparaison des ensembles d'interactions entre 3 particules deux à deux communs aux ensembles d'interactions entre 4 particules deux à deux permet de retrouver les ensembles d'interactions entre 5 particules deux à deux (Figure 56).**

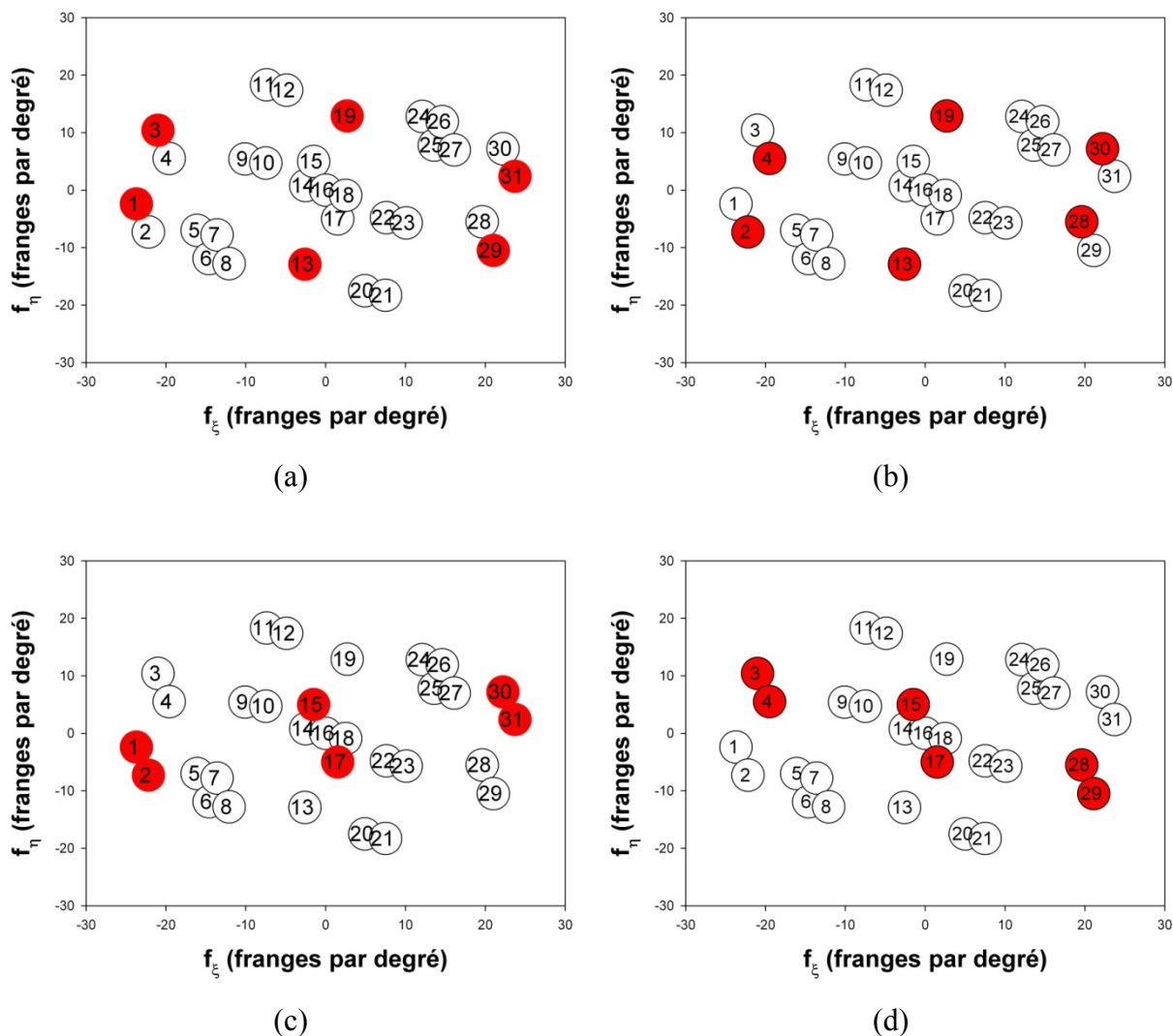


Figure 53. 4 ensembles d'interactions entre 3 particules deux à deux, identifiés par des cercles rouges, qui ont les uns avec les autres un couple de particules en commun (caméra à 20°). Par exemple, l'ensemble de taches identifié sur la figure (a), (les taches n°1, 3, 13, 19, 29 et 31) possède :

- la tache n°13 et sa symétrique, la tache n°19, en commun avec l'ensemble identifié figure (b)
- la tache n°1 et sa symétrique, la tache n°31, en commun avec l'ensemble identifié figure (c)
- la tache n°3 et sa symétrique, la tache n°29, en commun avec l'ensemble identifié figure (d)

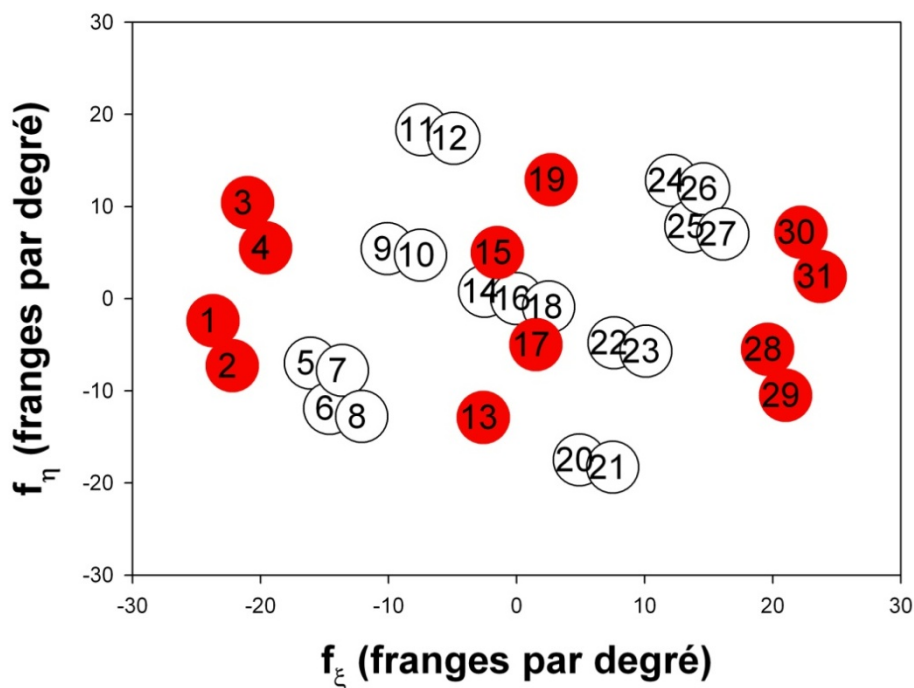


Figure 54. Un ensemble d'interactions entre 4 particules deux à deux issu de la combinaison des ensembles d'interactions entre 3 particules deux à deux de la Figure 53.

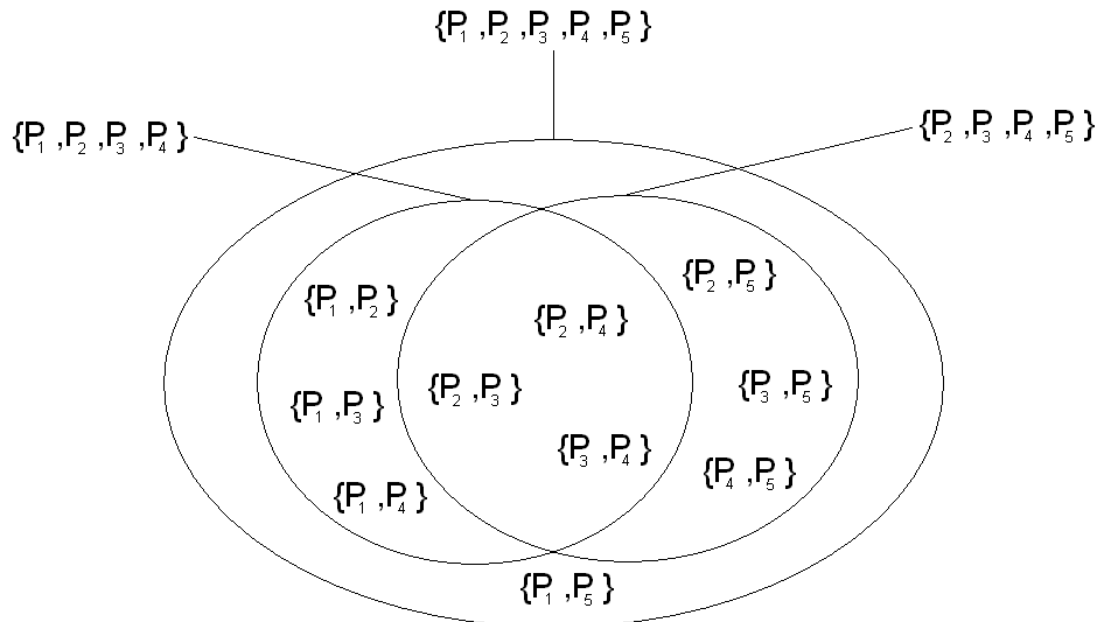


Figure 55. Diagramme de Venn dans lequel sont représentés l'ensemble des interactions deux à deux entre 5 particules $\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$ ainsi que deux ensembles d'interactions entre 4 particules : $\{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ et $\{P_2, P_3, P_4, P_5\}$. Ces deux ensembles ont en commun les couples de particules $\{P_2, P_4\}$, $\{P_2, P_3\}$, et $\{P_3, P_4\}$, c'est-à-dire l'ensemble d'interactions entre 3 particules deux à deux : $\{P_2, P_3, P_4\}$.

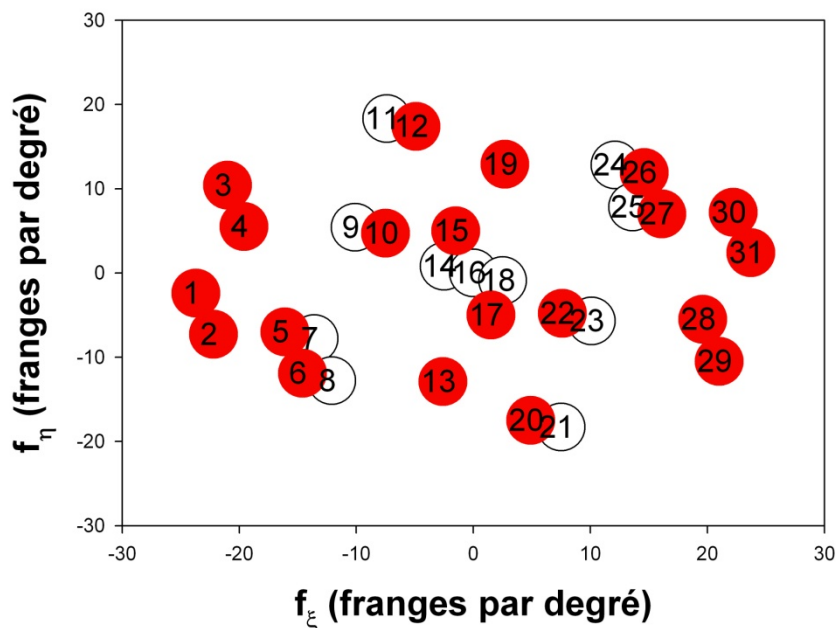


Figure 56. Un ensemble d'interactions entre 5 particules deux à deux, retrouvé par la réunion d'ensembles d'interactions entre 4 particules deux à deux, qui ont les uns les autres un ensemble d'interactions deux à deux entre 3 particules en commun.

On peut proposer la récurrence suivante :

- 1) Tous les ensembles d'interactions entre 3 particules deux à deux sont identifiés grâce aux relations de Chasles entre les vecteurs formés par 3 particules (section 4.1.2).
- 2) Si deux ensembles d'interactions entre 3 particules ont un couple de particules en commun, alors ces deux ensembles appartiennent à un ensemble d'interaction entre 4 particules. On peut donc identifier tous les ensembles d'interactions entre 4 particules deux à deux.
- 3) En généralisant, **si deux ensembles d'interactions entre N_b particules deux à deux, ont en commun un ensemble d'interactions entre $(N_b - 1)$ particules deux à deux, alors ces deux ensembles appartiennent à un plus grand ensemble d'interactions entre $(N_b + 1)$ particules deux à deux.**

Une fois que l'on a déterminé les ensembles d'interactions deux à deux entre $(N_{part} - 1)$ particules, on peut retrouver les ensembles d'interactions entre une particule, de référence, et les autres. Ceci est démontré dans la section 4.1.4.

4.1.4 Interactions entre une particule et toutes les autres particules éclairées

Il est possible de retrouver les différents ensembles d'interactions entre une particule et un nombre quelconque de particules. Soit un ensemble d'interactions entre N_b particules deux à deux (par exemple, l'ensemble $\{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ entre 4 particules deux à deux). Il inclut un ensemble (parmi d'autres) d'interactions entre $(N_b - 1)$ particules deux à deux (par exemple l'ensemble $\{P_1, P_2, P_3\}$, illustré sur la Figure 57).

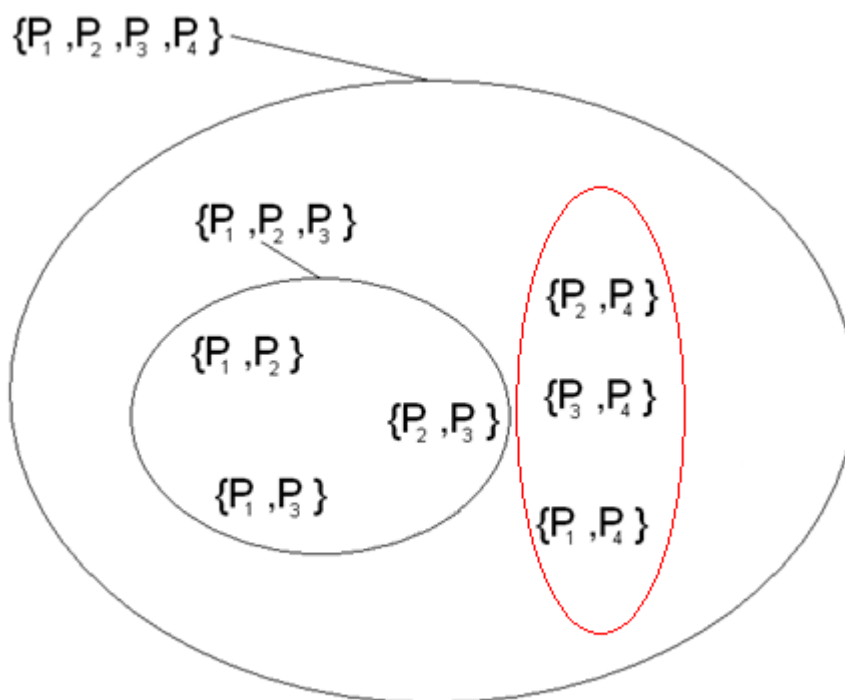


Figure 57. Diagramme de Venn où est mis en évidence l'ensemble (entouré en rouge) d'interactions entre la particule P_4 et les autres particules P_1, P_2 et P_3 .

Les couples de particules qui appartiennent à l'ensemble $\{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ mais qui n'appartiennent pas à l'ensemble $\{P_1, P_2, P_3\}$, sont les couples $\{P_1, P_4\}$, $\{P_2, P_4\}$ et $\{P_3, P_4\}$. Ces couples ont tous en commun la particule P_4 . Par conséquent on peut identifier les interactions

entre la particule P_4 et les 3 autres particules. Cet exemple peut être étendu pour un nombre quelconque de particules.

Ainsi, pour N_{part} particules au total dans le volume de mesure, si on a retrouvé un ensemble d'interactions entre $(N_{part} - 1)$ particules deux à deux, alors les autres interactions correspondent aux couples formés par une particule, appelée par la suite « particule de référence », et toutes les autres particules du volume de mesure, ce qui est montré sur la Figure 58.

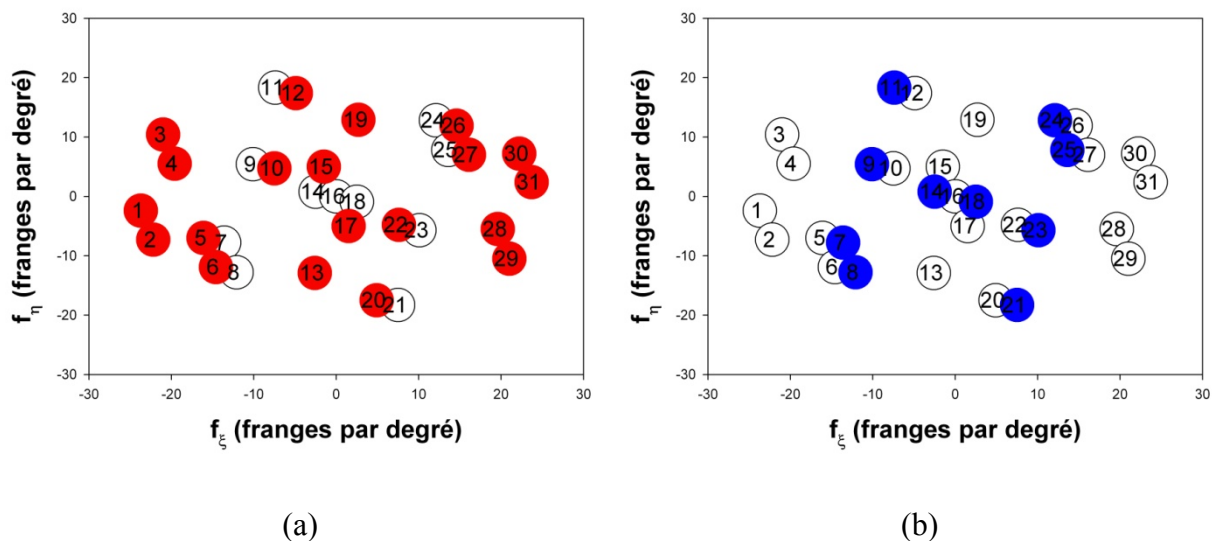


Figure 58. Ensemble d'interactions entre une particule et les 5 autres particules éclairées (b), complémentaire d'un ensemble d'interactions deux à deux entre 5 particules (a).

J'ai démontré dans cette section qu'il est possible d'identifier les interactions entre chaque particule et toutes les autres particules dans l'espace 2D associé de Fourier. Dans la section 4.1.5, la reconstruction du champ de particules est abordée.

4.1.5 Reconstruction du champ de particules pour des particules de caractéristiques quasi-identiques.

Les relations exprimant les positions des particules en fonction des positions des taches dans les deux spectres d'amplitude définies à partir des équations (4. 1) et (4. 2), pour des angles θ_0 et θ_0' qui ne sont pas des multiples de $\pi/2$, sont les suivantes :

$$\begin{bmatrix} x_l - x_k \\ y_l - y_k \\ z_l - z_k \end{bmatrix} = \pm \begin{bmatrix} \frac{\tan \theta_0' - \tan \theta_0}{\tan \theta_0' \tan \theta_0} \left(\frac{f_{\eta,k,l}'}{\Gamma' \sin \theta_0'} - \frac{f_{\eta,k,l}}{\Gamma \sin \theta_0} \right) \\ \frac{f_{\xi,k,l}}{\Gamma} \\ \frac{1}{\tan \theta_0 - \tan \theta_0'} \left(\frac{f_{\eta,k,l}}{\Gamma \cos \theta_0} - \frac{f_{\eta,k,l}'}{\Gamma' \cos \theta_0'} \right) \end{bmatrix} \quad (4. 8)$$

Si θ_0 vaut $\pi/2$ ou $3\pi/2$ alors,

$$\begin{bmatrix} f_{\eta,k,l} \\ f_{\xi,k,l} \end{bmatrix} = \pm \Gamma \begin{bmatrix} (z_l - z_k) \sin \theta_0 \\ y_l - y_k \end{bmatrix} \quad (4. 9)$$

Et :

$$\begin{bmatrix} x_l - x_k \\ y_l - y_k \\ z_l - z_k \end{bmatrix} = \pm \begin{bmatrix} \frac{f_{\eta,k,l} \tan \theta_0'}{\Gamma \sin \theta_0} - \frac{f_{\eta,k,l}'}{\Gamma' \cos \theta_0'} \\ \frac{f_{\xi,k,l}}{\Gamma} \\ \frac{f_{\eta,k,l}}{\Gamma \sin \theta_0} \end{bmatrix} \quad (4. 10)$$

Symétriquement, si θ_0' vaut $\pi/2$ ou $3\pi/2$ alors,

$$\begin{bmatrix} x_l - x_k \\ y_l - y_k \\ z_l - z_k \end{bmatrix} = \pm \begin{bmatrix} \frac{f_{\eta,k,l} \tan \theta_0}{\Gamma' \sin \theta_0'} - \frac{f_{\eta,k,l}}{\Gamma \cos \theta_0} \\ \frac{f_{\xi,k,l}}{\Gamma} \\ \frac{f_{\eta,k,l}}{\Gamma' \sin \theta_0'} \end{bmatrix} \quad (4. 11)$$

Les cas où l'un des angles θ_0 ou θ_0' a une valeur de 0 ou π ne sont pas abordés dans ce mémoire. Ils correspondent au cas d'une caméra dans l'axe du faisceau incident. Cette situation est en dehors du modèle choisi (dans lequel seules les ondes diffusées par les particules sont prises en compte).

Il est possible de lever partiellement les ambiguïtés de signe sur les mesures des coordonnées relatives. Pour chaque couple de particules, il y a deux solutions possibles de positions relatives 3D, symétriques l'une de l'autre. Et pour une particule de référence donnée, qui forme avec les autres particules $(N_{part} - 1)$ couples, le nombre de champs de particules solutions, noté N_{sol} , devrait être :

$$N_{sol} = 2^{(N_{part} - 1)} \quad (4.12)$$

Cependant, il est possible de lever partiellement les ambiguïtés sur les signes des positions relatives 3D en s'intéressant aux ensembles d'interactions entre trois particules deux à deux, qui ont déjà été identifiés. Prenons comme exemple 3 particules, P_1 , P_2 et P_3 , avec P_1 qui sert de particule de référence. On mesure les coordonnées des particules P_2 et P_3 par rapport à P_1 avec une ambiguïté sur les signes des coordonnées relatives pour les deux couples de particules.

Mais en comparant les coordonnées relatives, en valeur absolues, correspondantes aux trois couples de particules $\{P_1, P_2\}$, $\{P_1, P_3\}$ et $\{P_2, P_3\}$ ces ambiguïtés sont partiellement levées (Figure 59).

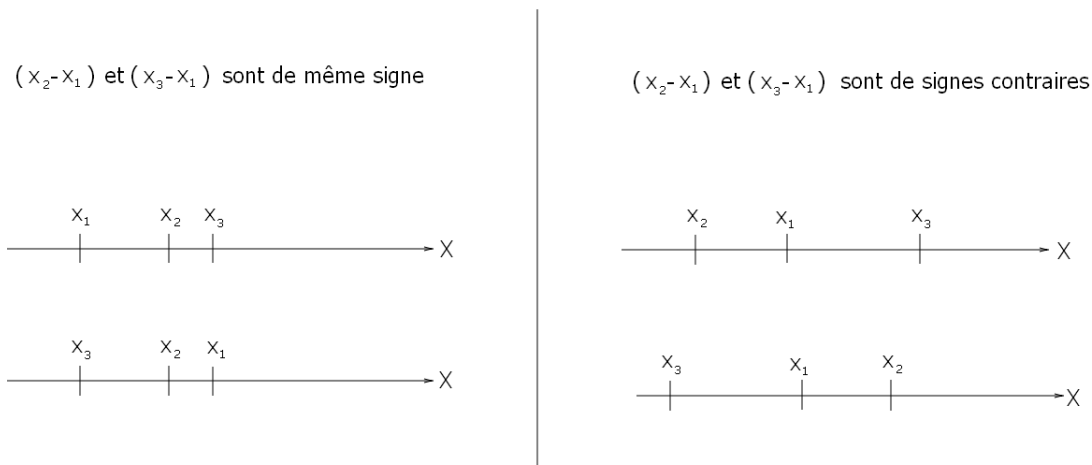


Figure 59. Illustration de la levée partielle des ambiguïtés de signes. Pour chacun des quatre cas exposés dans cet exemple, $|x_3 - x_1|$ est plus grand que $|x_2 - x_1|$. Pour lever partiellement les ambiguïtés de signes, il est nécessaire de comparer l'une ou l'autre de ces deux valeurs absolues de coordonnées relatives avec $|x_3 - x_2|$.

Par contre, les signes de $(x_3 - x_1)$ et $(x_2 - x_1)$ sont indéterminés. Cette dernière ambiguïté ne peut se lever que dans le cas où les particules sont suffisamment grosses et de tailles différentes (cas qui sera abordé dans la section 4.2).

Remarquons que les signes des coordonnées relatives dans les 3 directions étant liés entre eux, la levée (partielle) pour une coordonnée relative (dans l'une des trois directions X , Y ou Z) suffit à lever (partiellement) l'ambiguïté pour les deux autres coordonnées.

Si toutes les particules du volume de mesure sont suffisamment petites et/ou quasi-identiques, alors la reconstruction du champ de particules à partir des positions des taches dans le spectre d'amplitude **aboutit à deux champs de particules « solutions »**, symétrique l'un par rapport à l'autre.

Les coordonnées relatives 3D, exprimées en μm , calculées à partir des positions des taches mesurées, en levant partiellement les ambiguïtés de signes de la façon que nous venons de décrire, sont résumés dans le Tableau 3. Les deux champs de particules solutions, symétriques l'un de l'autre sont comparés au champ de particules initial sur la Figure 60.

Positions des particules initiales (par rapport à la particule n°4)			
<i>Numéro de particule</i>	<i>Coordonnées relatives x (μm)</i>	<i>Coordonnées relatives y (μm)</i>	<i>Coordonnées relatives z (μm)</i>
1	-296	-367	326
2	14	77	116
3	9	306	524
4	0	0	0
5	-582	226	25
6	-249	-412	13
Positions des particules (par rapport à la particule n°4) : 1^{ère} solution FII			
1	-294	-369	332
2	16	76	116
3	17	308	527
4	0	0	0
5	-585	226	25
6	-248	-416	15
Positions des particules (par rapport à la particule n°4) : 2^{ème} solution FII			
1	294	369	-332
2	-16	-76	-116
3	-17	-308	-527
4	0	0	0
5	585	-226	-25
6	248	416	-15

Tableau 3 . Champ de particules initial et les deux solutions retrouvées, symétriques l'une de l'autre.

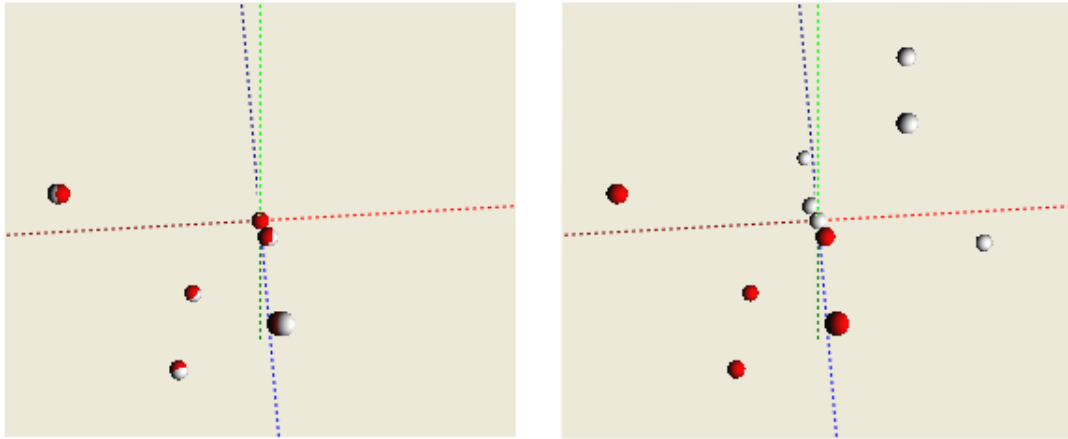


Figure 60. Comparaison entre le champ de particule initial (particules rouges) et les deux champ solutions, symétriques l'un de l'autre (particule blanches) : à gauche, la 1^{ère} solution FII , à droite, la 2^{ème} solution FII).

La Figure 61 montre les images simulées pour la caméra de position angulaire θ_0 de 20° , calculée avec les deux champs de particules solutions et symétriques l'un de l'autre.

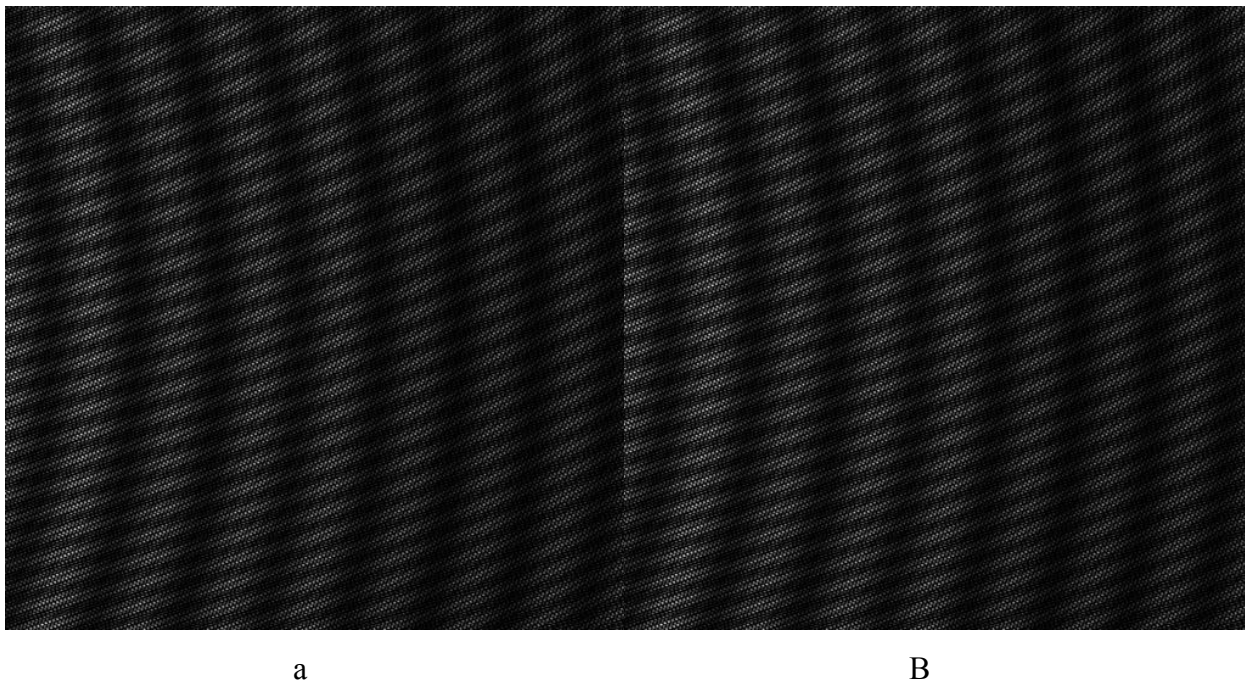


Figure 61. Image enregistrée par la caméra CCD ($\theta_0 = 20^\circ$), simulées numériquement en utilisant les champs de particules solutions, symétriques l'un de l'autre.

On peut voir sur la Figure 61 que les deux images enregistrées sont identiques, et différentes de l'image enregistrée calculée à partir du champ de particules initial (Figure 47). Cette différence s'explique par l'effet Moiré : une petite différence des fréquences des figures d'interférences modifie l'aspect de l'enregistrement par la camera.

En revanche, les spectres d'amplitude créés par les deux champs de particules solutions sont identiques (Figure 62), et très semblables au spectre d'amplitude calculé à partir du champ de particules initial.

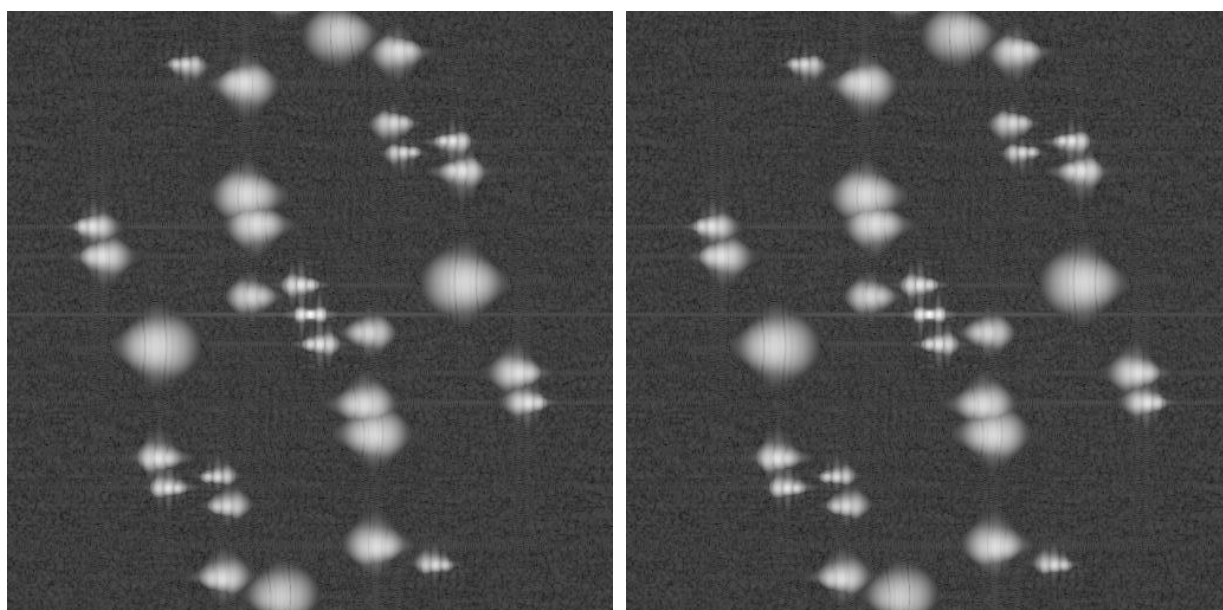


Figure 62. Spectres d'amplitude de l'image enregistrée par la caméra CCD ($\theta_0 = 20^\circ$) en utilisant les deux champs de particules solutions (après pondération par la fonction de Blackman-Harris).

Erreur de mesure statistique:

Pour déterminer une erreur de mesure statistique sur les mesures de positions relatives 3D, j'ai procédé à la génération de 60 champs de particules initiaux. J'ai ensuite calculé les figures d'interférences créés par ces champs de particules avec le code **holo_mie**, pour 6 particules éclairées dans le volume de mesure (ce qui correspond à 900 couples de particules).

La mesure des positions relatives 3D des taches a été réalisée en effectuant les différentes étapes décrites précédemment dans ce mémoire. Les particules ont été disposées

aléatoirement dans un volume cubique de $1000 \mu\text{m}$ de côté. L'angle $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$ est de 10° . Les indices de réfraction ont une valeur de 1.3333. La distance R_0 est de 1 m. Les angles de diffusion θ_0 sont de 20° et 90° . Les résultats sur les erreurs statistiques de positions relatives sur les 3 coordonnées sont indiqués dans le Tableau 4. Les positions des pics dans le spectre d'amplitude ont été mesurées à l'aide d'**ImageJ** avec une précision de 0.1 franges par degré.

Coordonnée relative	Erreur moyenne	Erreur moyenne quadratique (rms)	Plus grande erreur
X	0.0689 μm	2.37	8 μm
Y	-0.0472 μm	2.015	5 μm
Z	0.0450 μm	2.43	6 μm

Tableau 4. Erreur statistique sur la mesure de positions relatives 3D (900 couples de particules).

La mesure des positions relatives 3D des particules lorsque les particules ont des tailles différentes est l'objet de la prochaine section.

4.2 Reconstruction du champ de particules pour des particules de diamètres différents et d'indice de réfraction identiques

Lorsque les particules sont suffisamment petites et/ou quasi-identiques, il est possible de reconstruire le champ de particules à partir des positions moyennes des pics des taches (confondue avec (f_η, f_ξ) et celle de leur pic principal) avec une précision micrométrique (section 4.1).

Lorsque les particules éclairées ont des tailles différentes (et sont suffisamment grosses), on ne peut plus déduire de façon aussi précise qu'auparavant (section 4.1) les positions relatives 3D des particules à partir de la mesure de la position du pic principal au centre d'une tache. Dans cette situation, les positions des taches doivent être déterminées en tenant compte des tailles et des indices de réfraction des particules.

La méthode que je propose est la suivante:

- mesurer les positions des taches, de façon approximative, pour identifier les différents ensembles d'interactions deux à deux et pour en déduire les tailles des particules (en utilisant les expressions (3. 25) et (3. 26).
- Pour chaque tache, calculer l'écart entre le pic principal et la position (f_η, f_ξ) de la tache (en utilisant les expressions (3. 22) et (3. 24)).
- En déduire la position (f_η, f_ξ) de la tache.
- Une fois que les positions (f_η, f_ξ) des taches sont connues, le champ de particules est reconstruit précisément de la même façon qu'illustrée dans la section 4.1.

Pour valider cette méthode, j'ai effectué une simulation numérique à l'aide du code **holo_mie** avec 6 particules dans le volume de mesure. Les particules sont aléatoirement disposées dans un cube de 600 μm de côté, avec pour chaque particule un diamètre défini aléatoirement et compris entre 20 et 100 μm . L'indice de réfraction des particules est de 1.3333. Les deux caméras ont pour position angulaire θ_0 et θ_0' de 20° et de 90°, avec un angle d'ouverture de 10°. La longueur d'onde est de 532 nm. Les distances R_0 sont de 1 m pour les deux caméras et leurs résolutions sont de 512x512 pixels.

Les caractéristiques des particules sont résumées dans le Tableau 5.

Numéro de particule	Diamètre (μm)	$x_i(\mu\text{m})$	$y_i(\mu\text{m})$	$z_i(\mu\text{m})$
1	36.04	40	-179	240
2	43.99	-263	52	-83
3	27.82	257	193	-50
4	67.35	235	-234	-103
5	45.62	-180	-241	150
6	49.54	129	-140	270

Tableau 5. Diamètres et positions 3D du champ de particules initial.

La Figure 63 présente les images simulées pour les deux caméras et leur spectre d'amplitude.

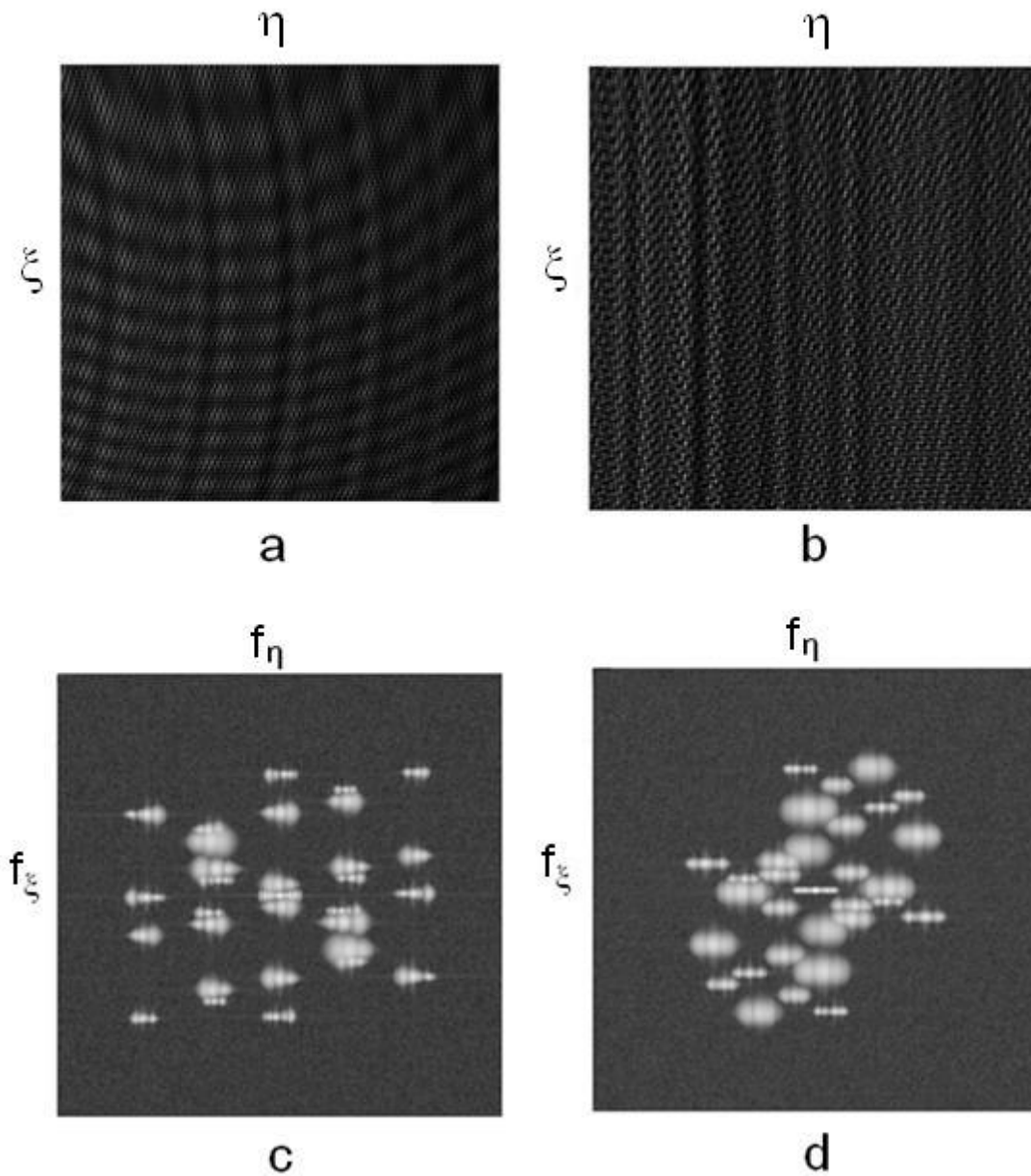


Figure 63. Images simulées pour deux caméras (figure a : $\theta_0 = 20^\circ$, figure b : $\theta_0 = 90^\circ$) et leurs spectres d'amplitude (figure c : $\theta_0 = 20^\circ$, figure d : $\theta_0 = 90^\circ$)

Pour mesurer les diamètres des particules avec la meilleure précision possible, il est préférable de combiner les informations sur les différents couples de particules et donc d'identifier les différents ensembles d'interactions entre une particule et toutes les particules du volume de mesure.

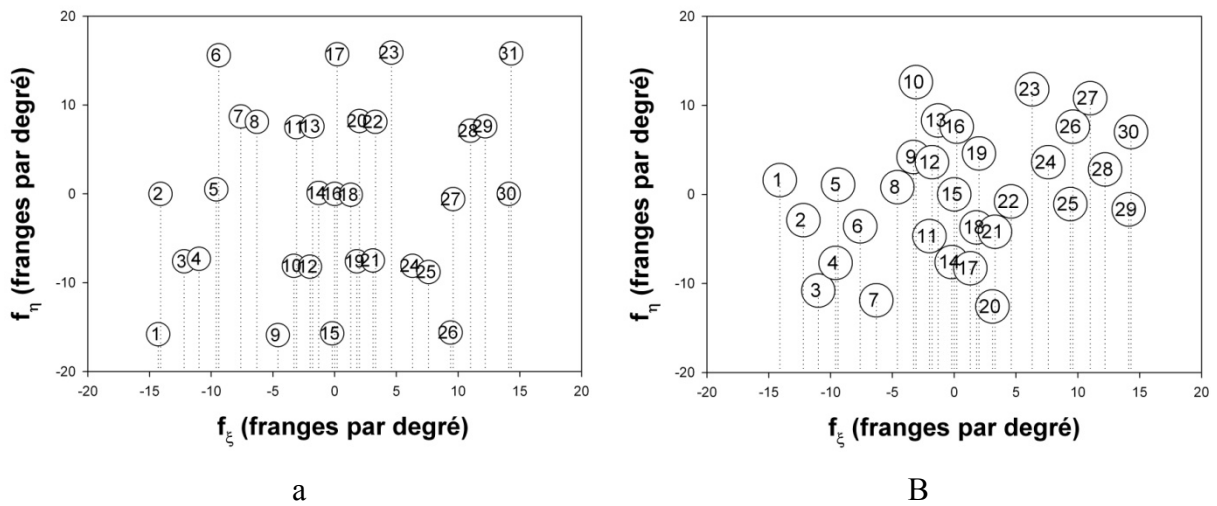


Figure 64. Positions approximatives (f_η, f_ξ) des taches dans le spectre d'amplitude (a: $\theta_0 = 20^\circ$, b: $\theta_0 = 90^\circ$).

J'ai choisi de prendre pour position approximative (f_η, f_ξ) des taches, la moyenne des positions des pics principaux des taches. Ne pas connaître les positions (f_η, f_ξ) avec précision n'est pas un problème pour déterminer les différents ensembles d'interactions deux à deux. Il suffit d'inclure dans l'algorithme une certaine marge de tolérance (par exemple de 0.5 franges par degré) pour retrouver les ensembles d'interactions entre 3 particules deux à deux. On retrouve les interactions entre une particule et les autres particules du volume de mesure (Figure 65) de la même façon que dans la section 4.1.

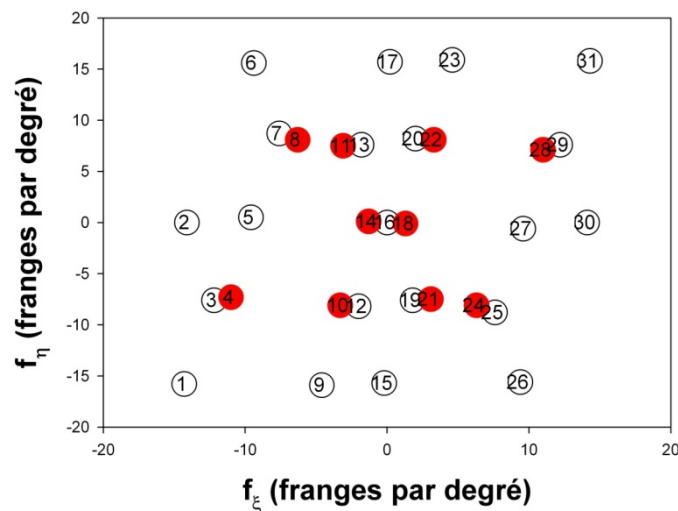


Figure 65. Ensemble d'interactions entre une particule et les cinq autres particules éclairées

Pour chaque tache dans le spectre d'amplitude, la mesure des écarts entre les pics principaux permet de retrouver les tailles des particules en appliquant les relations (3. 25) et (3. 26).

Les écarts entre le pic principal d'une tache et la position (f_η, f_ξ) de la tache sont calculés en utilisant les relations (3. 22) et (3. 24). Pour $\theta_0 = 20^\circ$, le pic principal d'une tache correspond aux interférences entre les rayons lumineux réfractés d'ordre $p = 1$ par le couple de particules. Pour $\theta_0 = 90^\circ$, le pic principal d'une tache correspond aux interférences entre les rayons lumineux réfléchis d'ordre $p = 0$ par le couple de particules.

On déduit de ces écarts et des positions des pics principaux des taches les positions précises (f_η, f_ξ) de chaque tache sur les deux spectres d'amplitude (Figure 66).

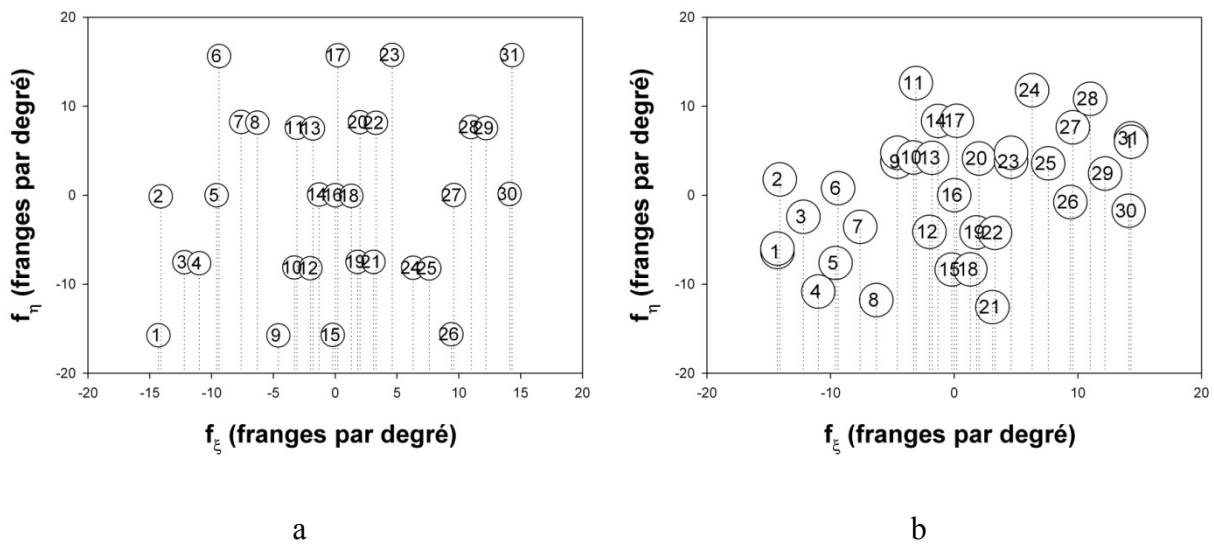


Figure 66. Positions précises des taches dans les deux spectres d'amplitude : à $\theta_0 = 20^\circ$ (a) et à $\theta_0 = 90^\circ$ (b) calculées avec les relations (3. 22) et (3. 24).

Pour $\theta_0 = 90^\circ$ (Figure 66.b), le cas des taches n°1, n°9, n°23 et n°31 est particulier. Il y a deux valeurs possibles en utilisant l'équation (3. 22), qui sont décrites sous la forme de deux cercles pour chacune des taches 1, 9, 23 et 31. Ces deux taches correspondent à deux couples de particules dont les coordonnées relatives dans les directions X et Z ne peuvent pas être mesurées de façon précise (tous les pics n'ont pas été correctement identifiés). Cependant,

cela ne pose pas de problème dans la reconstruction du champ de particules car il suffit de se servir des informations données par les autres taches pour obtenir leurs coordonnées relatives.

La levée de l'ambiguïté de signes sur les positions relatives 3D est possible en analysant la position des pics principaux d'une tache par rapport à sa position f_η . La Figure 67 montre deux configurations possibles de tailles de particules pour lesquelles les particules ont les mêmes coordonnées x , y et z .

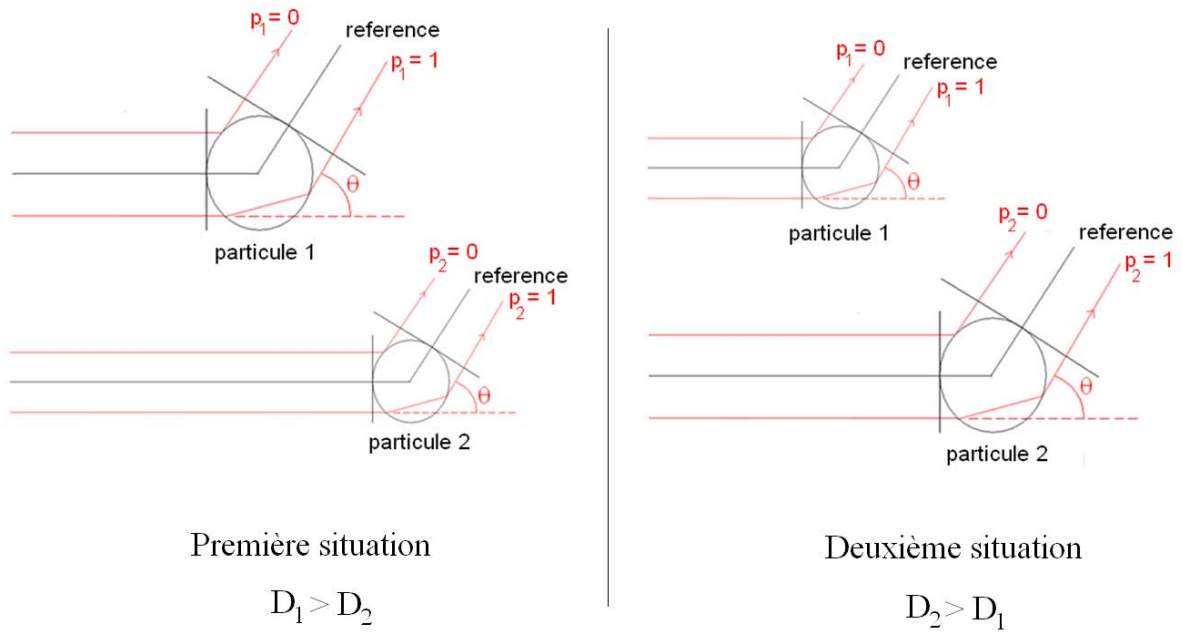


Figure 67. Deux configurations possibles pour les diamètres D_1 et D_2 du couple de particules, pour lesquelles les particules occupent les mêmes positions 3D.

Dans la première configuration sur la Figure 67, la particule 1 est plus grosse que la particule 2. Les positions des pics principaux vérifient :

$$\left| f_{\eta, p_1=0, p_2=1} \right| > \left| f_{\eta, p_1=0, p_2=0} \right| > \left| f_\eta \right| > \left| f_{\eta, p_1=1, p_2=1} \right| > \left| f_{\eta, p_1=1, p_2=0} \right| \quad (4.13)$$

Tandis que dans la deuxième situation, où la particule 1 est plus petite que la particule 2, les positions des pics principaux vérifient :

$$\left| f_{\eta, p_1=0, p_2=1} \right| > \left| f_{\eta, p_1=1, p_2=1} \right| > \left| f_\eta \right| > \left| f_{\eta, p_1=0, p_2=0} \right| > \left| f_{\eta, p_1=1, p_2=0} \right| \quad (4.14)$$

Par conséquent, les positions relatives 3D, les diamètres des particules, et les positions des pics dans le spectre de Fourier sont liées. On peut donc lever complètement les ambiguïtés de signes sur les coordonnées relatives, ce qui n'était pas possible pour des particules quasi-identiques (section 4.1). A partir des positions (f_η, f_ξ) précises des taches mesurées sur les spectres, et en levant les ambiguïtés de signes, le champ de particules est reconstruit. Les résultats sur les positions relatives 3D et les diamètres des particules sont consignés dans le Tableau 6:

Positions des particules initiales (par rapport à la particule n°6) et leurs diamètres				
<i>Numéro de particule</i>	<i>Coordonnées relatives x (μm)</i>	<i>Coordonnées relatives y (μm)</i>	<i>Coordonnées relatives z (μm)</i>	<i>Diamètres (μm)</i>
1	-89	-39	-254	36.04
2	-392	192	-361	43.99
3	128	333	-328	27.82
4	106	-94	-381	67.34
5	-309	-101	-128	45.62
6	0	0	0	49.54
Positions des particules (par rapport à la particule n°6) et leurs diamètres : Solution FII				
1	-90	-40	-254	36.19
2	-394	192	-359	43.79
3	128	335	-329	29.35
4	106	-94	-383	66.99
5	-310	-100	-129	46.20
6	0	0	0	49.09

Tableau 6. Positions relatives 3D et diamètres des particules initiaux et retrouvés, par rapport à la particule n°6.

La Figure 68 montre les simulations et les spectres d'amplitude des figures d'interférences des deux champs de particules solutions symétriques (la solution présentée dans le Tableau 6 et sa symétrique), lorsque l'ambiguïté sur les signes des coordonnées relatives n'est pas

complètement levée. Les différences observables sont dues au fait que les particules ont des tailles différentes (et sont suffisamment grosses).

La Figure 69 montre une comparaison entre le champ de particules initial et le champ de particules solution, lorsque toutes les ambiguïtés de signes sont levées. Le bon accord entre les deux champs de particules valide la méthode proposée.

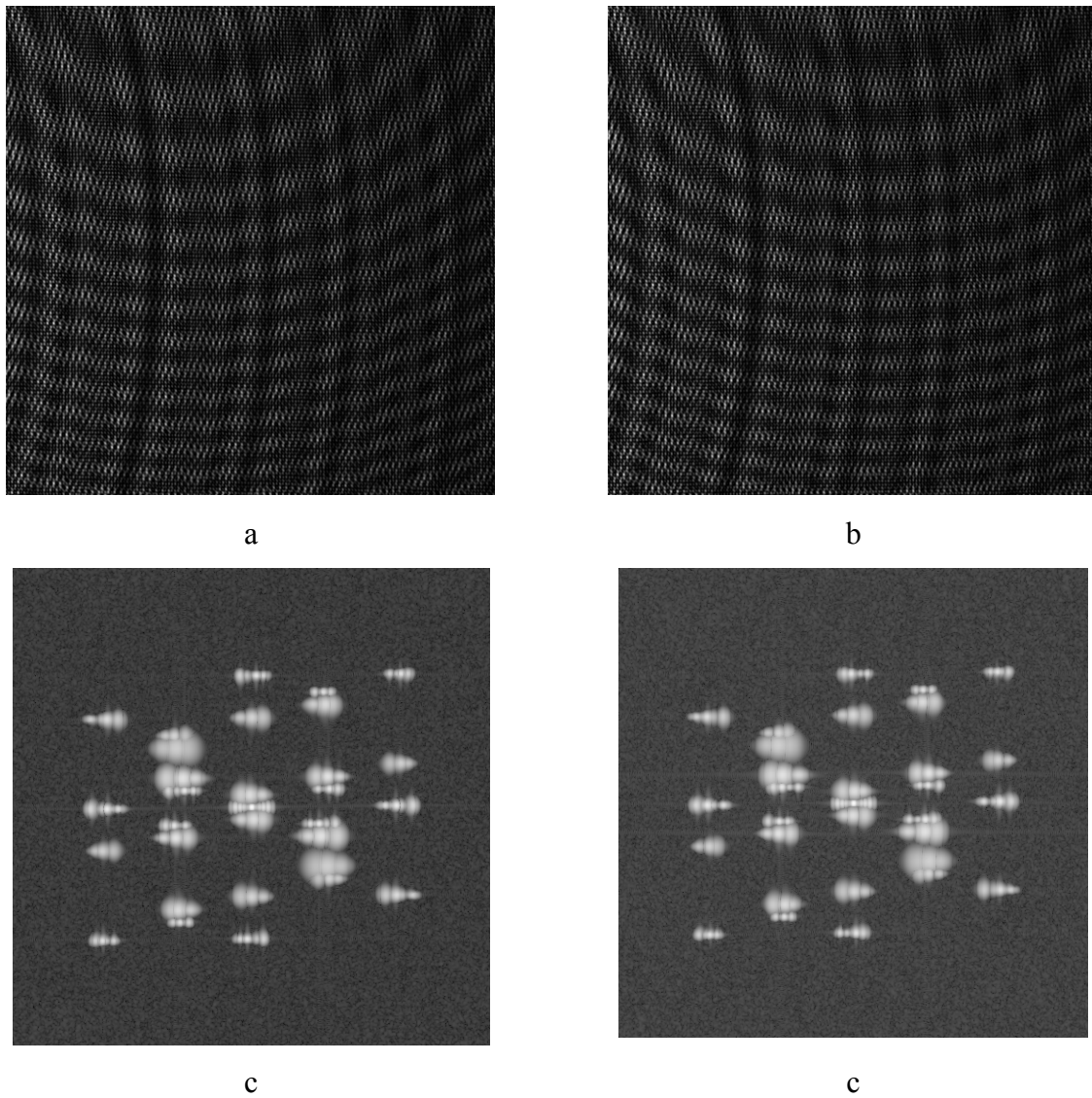


Figure 68. Franges d'interférences créées par les champs de particules solutions (a) et symétriques (b) et leur spectres d'amplitude respectif (c et d) en diffusion vers l'avant ($\theta_0 = 20^\circ$).

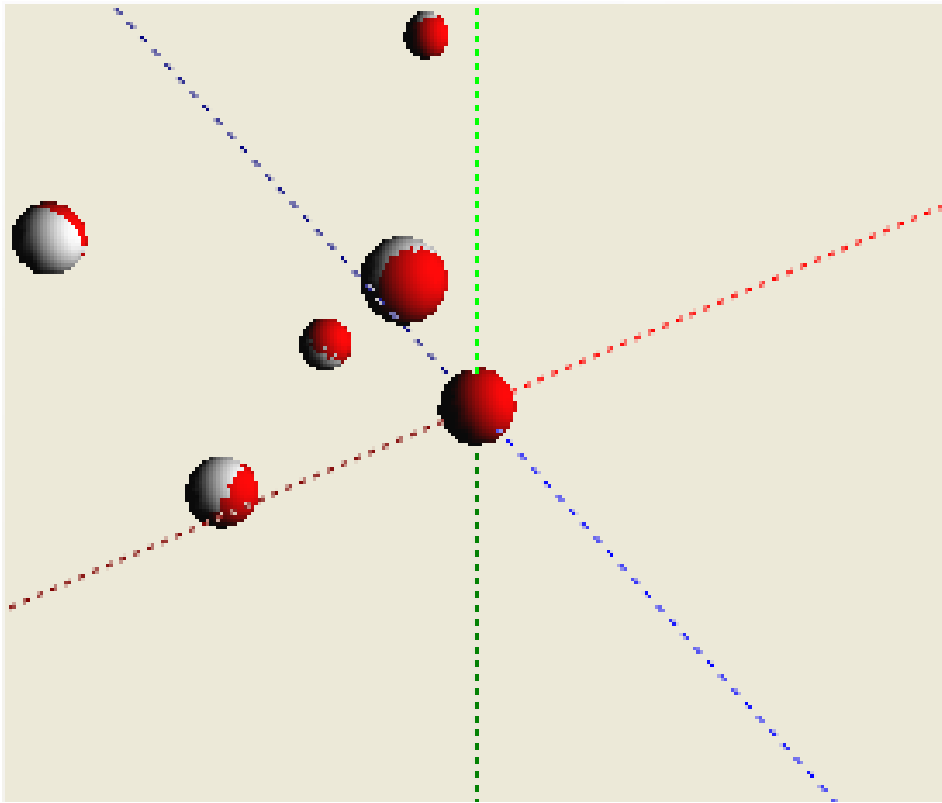


Figure 69. Champ de particules initial (en rouge) et champ de particules retrouvé à partir des spectres d'amplitude des franges (en gris).

Le modèle de l'optique géométrique en tenant compte des interférences entre rayons lumineux diffusés vers l'avant permet de mesurer les diamètres et les positions relatives 3D des particules avec une précision micrométrique. J'ai démontré comment il est possible de retrouver les champs de particules initiaux, que les particules soit quasi-identiques ou différentes. La Figure 70 présente les deux algorithmes utilisés pour reconstruire le champ de particules.

L'influence du bruit sur les spectres d'amplitude et sur la bonne détection des pics est en cours d'étude. Cependant, les premiers résultats montrent que la technique est robuste vis-à-vis d'un bruit blanc.

La prochaine étape est la validation expérimentale de la méthode, en la comparant avec une autre technique optique de caractérisation du champ de particules.

Les positions des pics principaux des taches dépendent trop peu des indices de réfraction pour permettre leur mesure avec une précision satisfaisante. Dans le but de définir une stratégie de mesure des indices de réfraction, j'introduis dans la section 4.3 une fonction de diffusion composite.

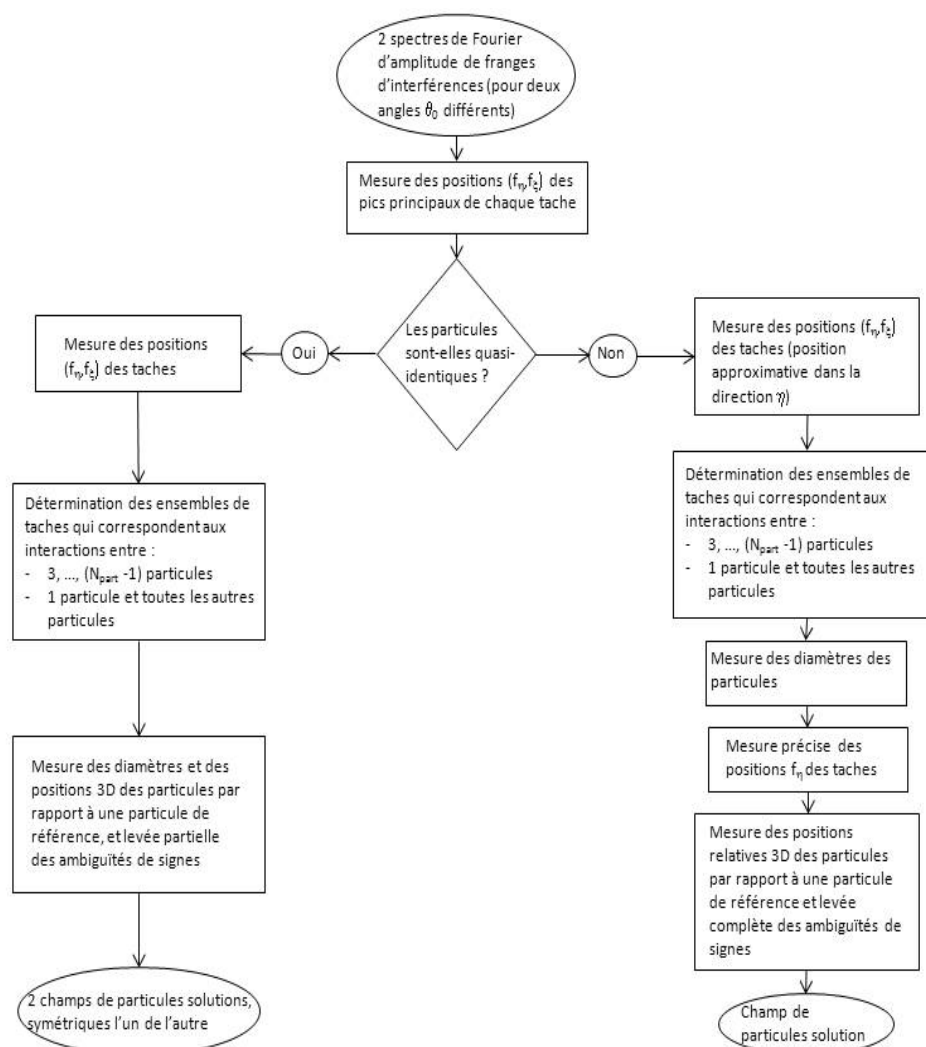


Figure 70. Algorithmes de reconstruction du champ de particules que j'ai utilisé.

4.3 Fonction de diffusion composite

Dans la section précédente, le traitement de l'information était réalisé directement dans l'espace associé de Fourier. Dans cette section, les propriétés de la transformée de Fourier inverse des représentations spectrales des figures d'interférences sont décrites.

La fonction de diffusion composite est une fonction construite:

- en faisant la transformation de Fourier de l'ensemble des franges d'interférences,

- puis en utilisant un masque pour isoler la représentation spectrale de franges associées à un couple de particules,
- pour obtenir la transformation de Fourier inverse de l'espace de Fourier filtré.

Utiliser la fonction de diffusion composite est la stratégie que nous avons choisie pour proposer une méthode de mesure des indices de réfraction des particules, par imagerie interférométrique de Fourier. Je détaille le principe de construction de cette fonction dans la section 4.3.1.

4.3.1 Principe de construction de la fonction de diffusion composite

Première étape : transformation de Fourier des figures d'interférences

Soit un ensemble de particules sphériques éclairées par un faisceau laser plan pulsé. Elles diffusent la lumière en direction d'une caméra CCD.

L'intensité totale enregistrée en une position (η_M, ξ_M) de la caméra peut se mettre sous la forme suivante, déduite de l'équation (2. 33):

$$\begin{aligned}
 I(\eta_M, \xi_M) &= \sum_{k=1}^{N_{part}} I_k(\eta_M, \xi_M) + \sum_k \sum_{l=k+1}^{N_{part}} \sqrt{I_k(\eta_M, \xi_M) I_l(\eta_M, \xi_M)} e^{-i(\Phi_l(\eta_M, \xi_M) - \Phi_k(\eta_M, \xi_M))} .. \\
 &+ \sum_k \sum_{l=k+1}^{N_{part}} \sqrt{I_k(\eta_M, \xi_M) I_l(\eta_M, \xi_M)} e^{i(\Phi_l(\eta, \xi) - \Phi_k(\eta, \xi))} \quad (4. 15)
 \end{aligned}$$

La Figure 71 présente un exemple d'image enregistrée pour 3 particules dans le volume de mesure (calculée à l'aide de la théorie de Lorenz-Mie). La caméra est située aux alentours de l'angle d'arc-en-ciel des particules en raison de la dépendance des arcs-en-ciel standards aux indices de réfraction. Cette structure a été décrite dans la section 1.3.5.1.

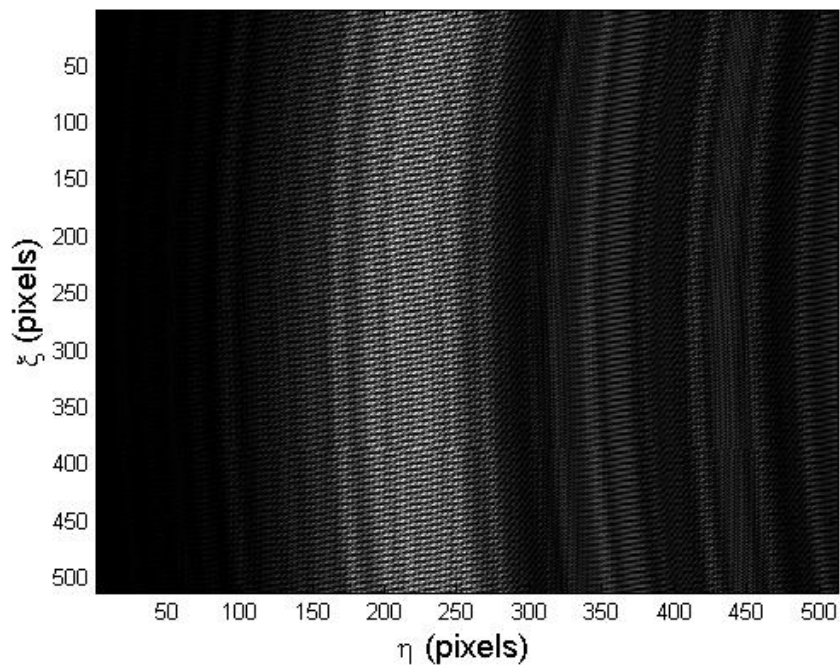


Figure 71. Exemple d'image enregistrée par une caméra CCD (simulation numérique à l'aide de la théorie de Lorenz-Mie) pour 3 particules dans le volume de mesure. Ici la caméra est située aux environs de l'angle d'arc-en-ciel des particules.

La Figure 72 présente les spectres d'amplitude et de phase enregistrée par la caméra CDD (calculés avec le logiciel matlab).

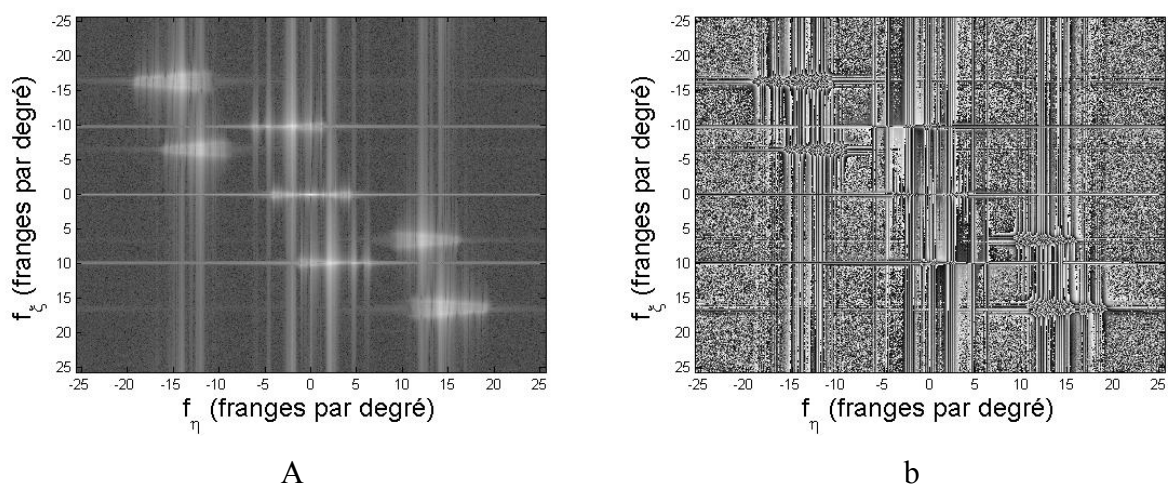


Figure 72. Espace de Fourier (a: spectre d'amplitude, b : spectre de phase) associé à l'image enregistrée par la caméra CCD (Figure 71). La fonction de pondération de Blackman-Harris n'a pas été utilisée.

La transformation de Fourier est une opération linéaire, donc :

$$TF(I) = \sum_{k=1}^{N_{part}} TF(I_k) + \sum_k \sum_{l=k+1}^{N_{part}} TF\left(\sqrt{I_k I_l} e^{-i(\Phi_l - \Phi_k)}\right) + \sum_k \sum_{l=k+1}^{N_{part}} TF\left(\sqrt{I_k I_l} e^{i(\Phi_l - \Phi_k)}\right) \quad (4.16)$$

Dans le spectre d'amplitude, une tache en dehors du centre est identifiée et isolée de toutes les autres taches de la façon décrite dans la prochaine section.

Deuxième étape : Le filtrage spatial dans l'espace de Fourier

Si on effectue un filtrage spatial, c'est-à-dire que si on met à zéro toutes les amplitudes des termes qui correspondent aux différentes taches dans l'espace de Fourier sauf une, non centrale, on obtient l'espace associé de Fourier de la fonction $\sqrt{I_k I_l} e^{-i(\Phi_l - \Phi_k)}$ ou de la fonction $\sqrt{I_k I_l} e^{i(\Phi_l - \Phi_k)}$ selon la tache choisie.

La Figure 73 présente l'utilisation d'un masque dans l'espace de Fourier 2D. Le masque choisi dans l'exemple est un masque rectangulaire.

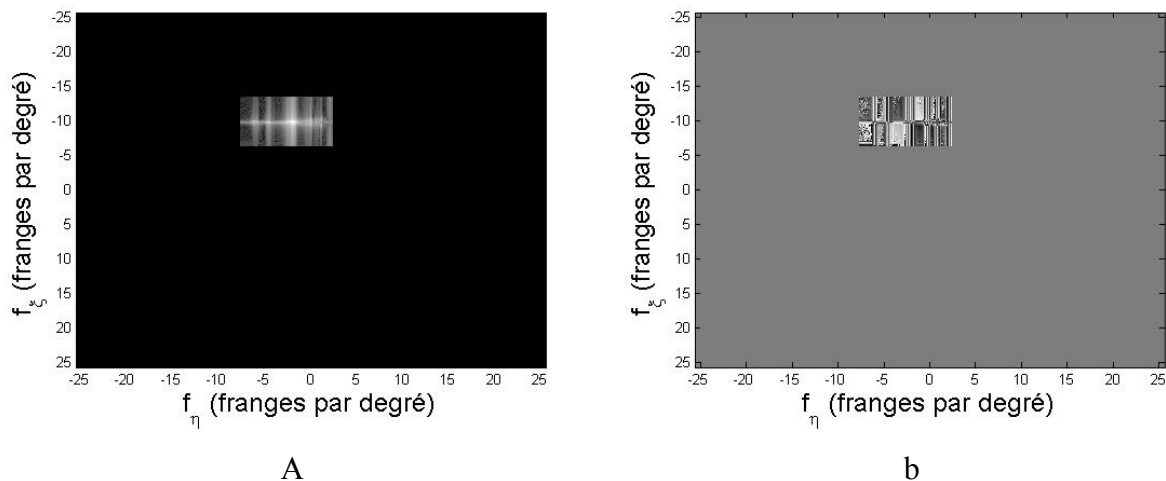


Figure 73. Espace de Fourier «filtré», en utilisant un masque rectangulaire. La phase du nombre complexe « 0 » n'étant pas définie, on la représente par un pixel gris.

Troisième et dernière étape : Transformation de Fourier inverse de l'espace de Fourier filtré

On effectue une transformation de Fourier de l'espace de Fourier filtré (Figure 73) de manière à obtenir la fonction $\sqrt{I_k I_l} e^{-i(\Phi_l - \Phi_k)}$ (ou $\sqrt{I_k I_l} e^{i(\Phi_l - \Phi_k)}$).

Il s'agit d'une fonction complexe dont seul le module, c'est-à-dire le terme $\sqrt{I_k(\eta_M, \xi_M) I_l(\eta_M, \xi_M)}$ nous intéresse. Nous appelons le résultat obtenu « fonction de diffusion composite », notée $I_{composite}^{k,l}$.

$$I_{composite}^{k,l}(\eta_M, \xi_M) \cong \sqrt{I_k(\eta_M, \xi_M) I_l(\eta_M, \xi_M)} \quad (4.17)$$

La fonction de diffusion composite 2D, calculée à partir de la transformation de Fourier inverse de l'espace de Fourier (Figure 73), est présentée sur la Figure 74.

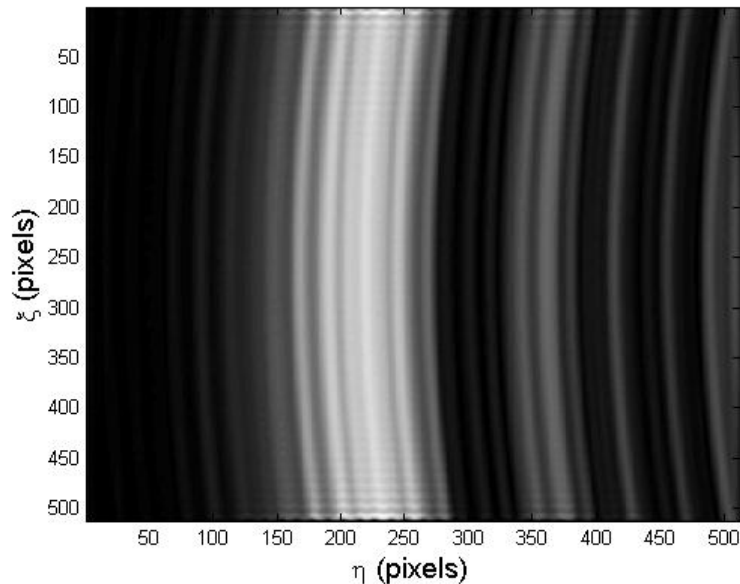


Figure 74. Fonction de diffusion composite 2D d'un couple de particules.

L'inversion peut se faire sur une fonction 1D, en traçant un profil central de la fonction de diffusion composite, ce qui simplifie grandement l'inversion, avec :

$$I_{composite}^{k,l}(\eta_M) \cong \sqrt{I_k(\eta_M) I_l(\eta_M)} \quad (4.18)$$

Pour valider cette approche, nous allons comparer dans la prochaine section l'arc-en-ciel composite avec la fonction $\sqrt{I_k I_l}$ pour différents types de configurations :

- un couple de particules identiques,
- un couple de particules avec le même indice de réfraction et des tailles différentes,
- un couple de particules avec des indices de réfraction différents (tailles identiques ou différentes).

Dans les graphiques qui seront donnés par la suite, j'exprime les fonctions de diffusion $I_{composite}^{k,l}$, I_k , I_l et $\sqrt{I_k I_l}$ en fonction de l'angle de diffusion.

4.3.2 Arc-en-ciel composite pour différentes configurations

Couple de particules identiques

En champ lointain, pour des particules identiques, la fonction $\sqrt{I_k I_l}$ est identique aux fonctions de diffusion I_k et I_l des particules. La Figure 75 présente la comparaison entre un arc-en-ciel composite qui a été calculé par filtrage spatial dans l'espace de Fourier, et l'arc-en-ciel standard, créé par l'une ou l'autre particule du couple.

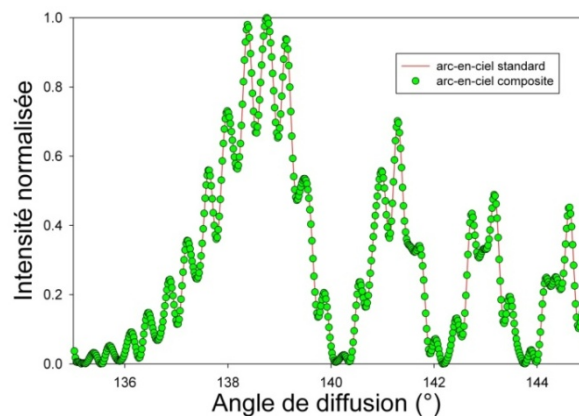


Figure 75. Comparaison entre arc-en-ciel composite (points verts), obtenu par filtrage spatial dans l'espace de Fourier, et arc-en-ciel standard créé par l'une ou l'autre des particules du couple (courbe rouge). Les particules ont un indice de 1.3333 et un diamètre de 130 micromètres. L'angle de diffusion est de $\theta_0=140\pm 5^\circ$

Dans ce cas, l'arc-en-ciel composite est donc identique à un arc-en-ciel standard créé par l'une ou l'autre particule du couple.

Couple de particules d'indices de réfraction identiques et de tailles différentes

La Figure 76 présente l'arc-en-ciel composite 1D, et les deux arcs-en-ciel standards associés, pour un couple de particules d'indices de réfraction identiques et de tailles différentes.

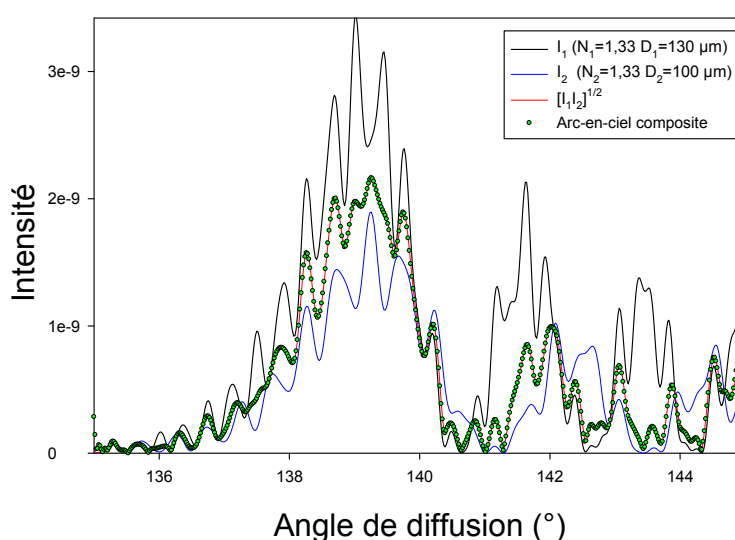


Figure 76. Comparaison entre l'arc-en-ciel composite (points verts), et la racine carré du produit des intensités des deux arcs-en-ciel standards (courbe rouge) créés par 2 particules d'indices de réfraction identiques (1.33). Les arcs-en-ciel standards créés par les deux particules sont également tracés (particule de 130 μm de diamètre : courbe noire, particule de 100 μm de diamètre : courbe bleue).

On observe que l'arc-en-ciel composite possède un arc principal (c'est-à-dire l'arc de plus grande intensité), qui est situé à la même position angulaire que celle des arcs principaux des deux arcs-en-ciel standards. L'arc-en-ciel composite s'accorde bien avec la fonction $\sqrt{I_k I_l}$.

Couples de particules d'indices de réfraction différents

Dans la Figure 77, les arcs-en-ciel composites créés par des particules d'indices de réfraction différents, pour différentes configurations, sont calculés par filtrage spatial dans

l'espace de Fourier et transformation de Fourier inverse. Ils sont comparés avec les fonctions

$$\sqrt{I_k I_l}, I_k \text{ et } I_l.$$

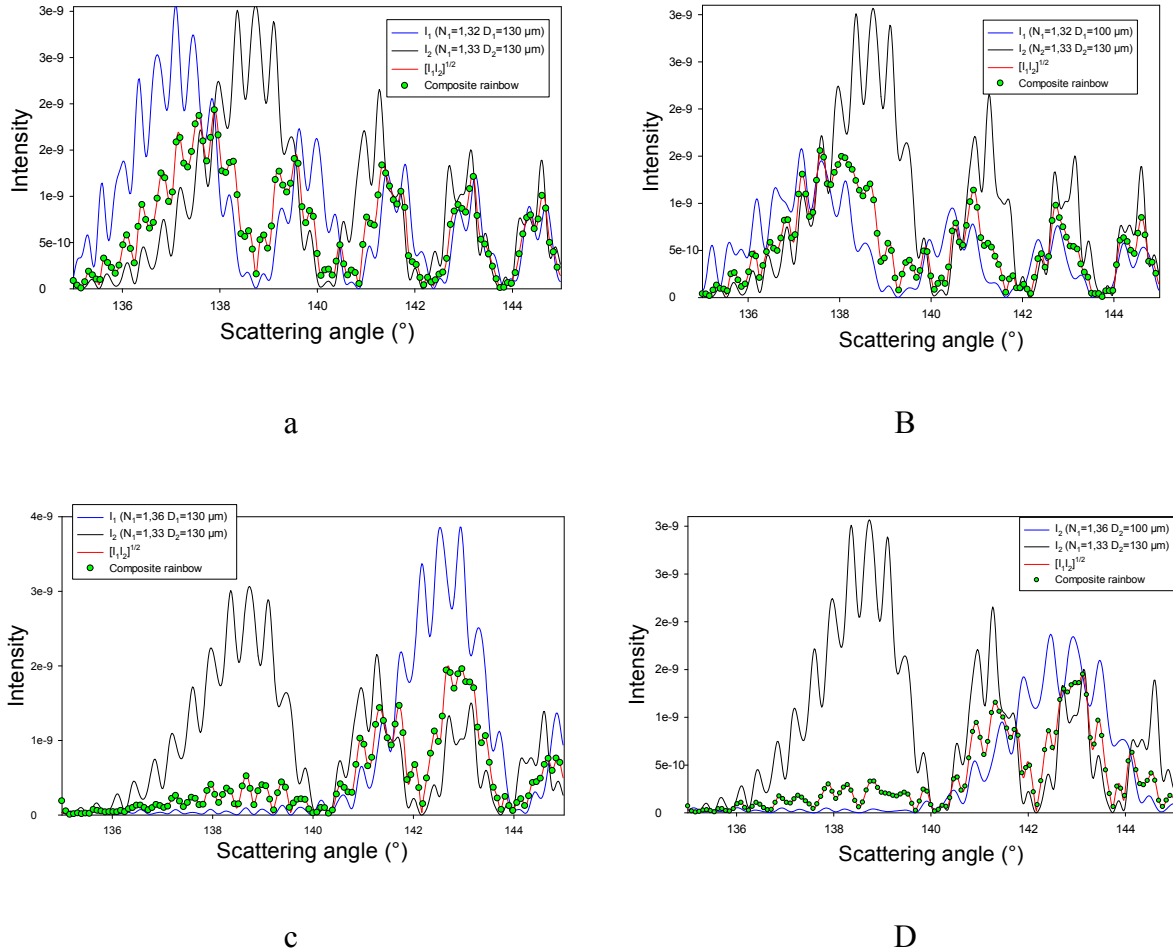


Figure 77. Fonction $[I_k I_l]^{1/2}$ (points verts), arcs-en-ciel composites (courbes rouges) et arcs-en-ciel standards associés (courbe bleue et courbe noire) créés par des particules d'indices de réfractifs différents, 1.32 et 1.33 (a et b) ; 1.33 et 1.36 (c et d). Les particules ont le même diamètre de 130 μm (a et c) et des diamètres de 100 et 130 μm (b et d). L'angle de diffusion est égal à $140 \pm 5^\circ$.

Notre approche basée sur l'exploitation de la fonction $\sqrt{I_k I_l}$ est validée par les résultats présentés sur la Figure 77. L'inversion d'une fonction à 4 paramètres (deux indices de réfraction, deux diamètres) peut être longue en temps de calcul. Pour cette raison, nous

proposons dans la section suivante, une méthode pour extraire les arcs-en-ciel standards (c'est-à-dire créés par les particules seules) à partir des arcs-en-ciel composites.

4.4 Principe de construction de la fonction de diffusion composite

Dans la section 4.3, j'ai introduit une fonction de diffusion composite, obtenue par filtrage spatial dans l'espace de Fourier et transformation de Fourier inverse. J'ai montré que cette fonction correspond également au terme $\sqrt{I_k I_l}$. Dans l'exemple présenté dans la section 4.3, une seule fonction de diffusion composite, appelée « arc-en-ciel composite », pour une caméra aux alentours de l'angle d'arc-en-ciel des particules, a été extraite.

Pour obtenir des arcs-en-ciel composites les indices de réfraction des particules, nous avons choisi la stratégie d'extraire les arcs-en-ciel standards, créés par les particules seules. Je décris dans cette section cette stratégie.

En effectuant un filtrage spatial pour chaque couple de particules d'un triplet, nous pouvons extraire les fonctions $\sqrt{I_1 I_2}$, $\sqrt{I_1 I_3}$ et $\sqrt{I_2 I_3}$ associées à chaque couple, avec I_1 , I_2 et I_3 qui sont les fonctions de diffusion individuelles des particules.

En combinant les 3 fonctions $\sqrt{I_1 I_2}$, $\sqrt{I_1 I_3}$ et $\sqrt{I_2 I_3}$, on peut retrouver les fonctions de diffusion individuelles des particules, en appliquant les relations suivantes :

$$I_1 = \frac{\sqrt{I_1 I_2} \sqrt{I_1 I_3}}{\sqrt{I_2 I_3}} \quad (4.19)$$

$$I_2 = \frac{\sqrt{I_2 I_3} \sqrt{I_1 I_2}}{\sqrt{I_1 I_3}} \quad (4.20)$$

$$I_3 = \frac{\sqrt{I_1 I_3} \sqrt{I_2 I_3}}{\sqrt{I_2 I_3}} \quad (4.21)$$

Ainsi, en multipliant deux fonctions de diffusion composites et en divisant le résultat par la 3^{ème}, on peut extraire une fonction de diffusion créée par une particule. Pour valider cette approche, j'ai effectué un filtrage spatial puis une transformation de Fourier inverse pour chaque tache (non centrale) d'un spectre d'amplitude, avec 3 particules éclairées et une caméra aux alentours de leur angle d'arc-en-ciel. Hormis les diamètres et indices des particules, les conditions sont identiques à celles de l'exemple donné dans la section 4.3.1.

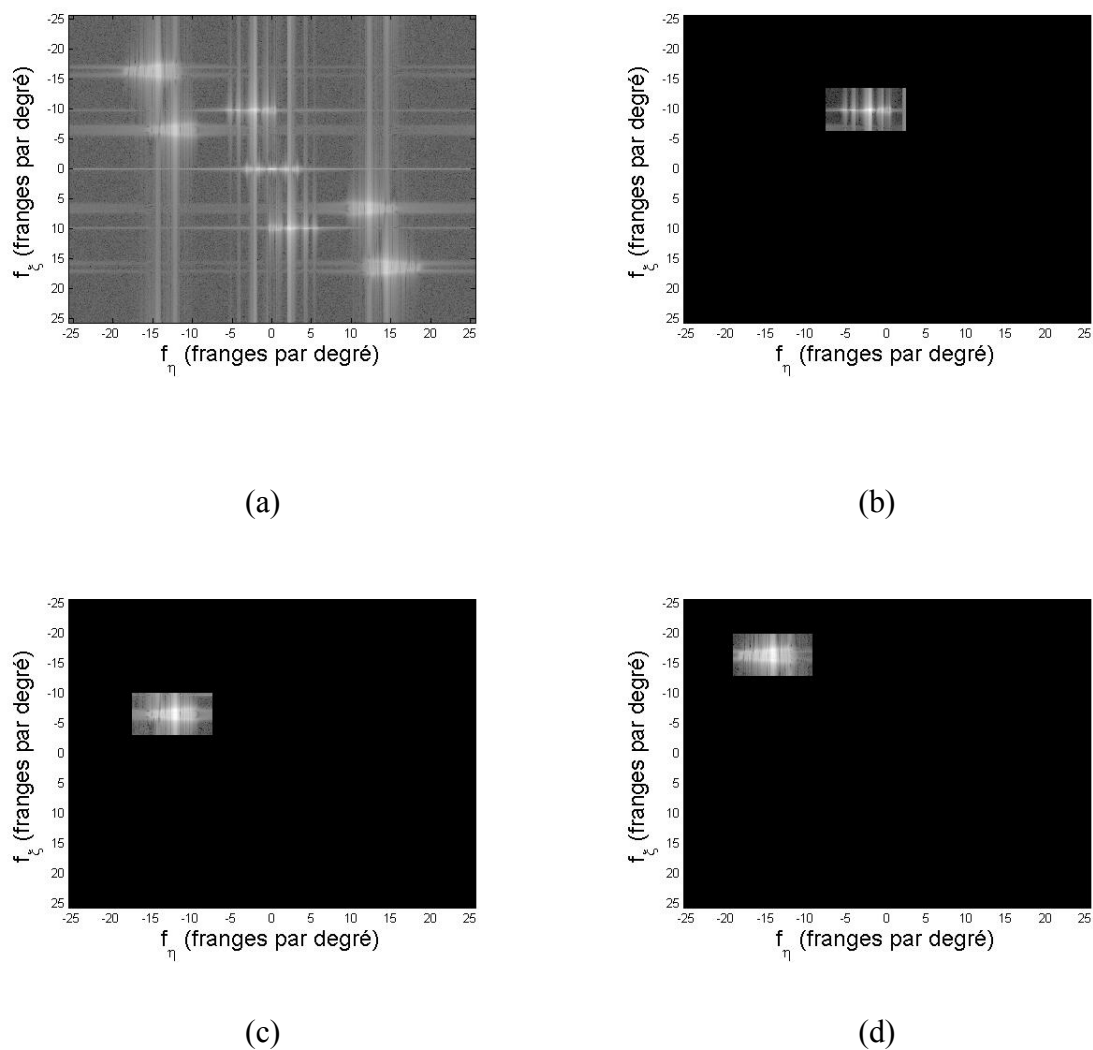


Figure 78. Spectres d'amplitude non filtré (a) et filtré (b, c et d) par 3 masques chacun centré sur une tache. Les 3 particules ont des diamètres de 100 μm , 80 μm , et 60 μm et respectivement des indices de réfraction de 1.331, 1.332 et 1.333.

J'ai ainsi pu extraire les 3 fonctions de diffusion composites (Figure 79) qui sont approximativement égales aux fonctions $\sqrt{I_1 I_2}$, $\sqrt{I_1 I_3}$ et $\sqrt{I_2 I_3}$.

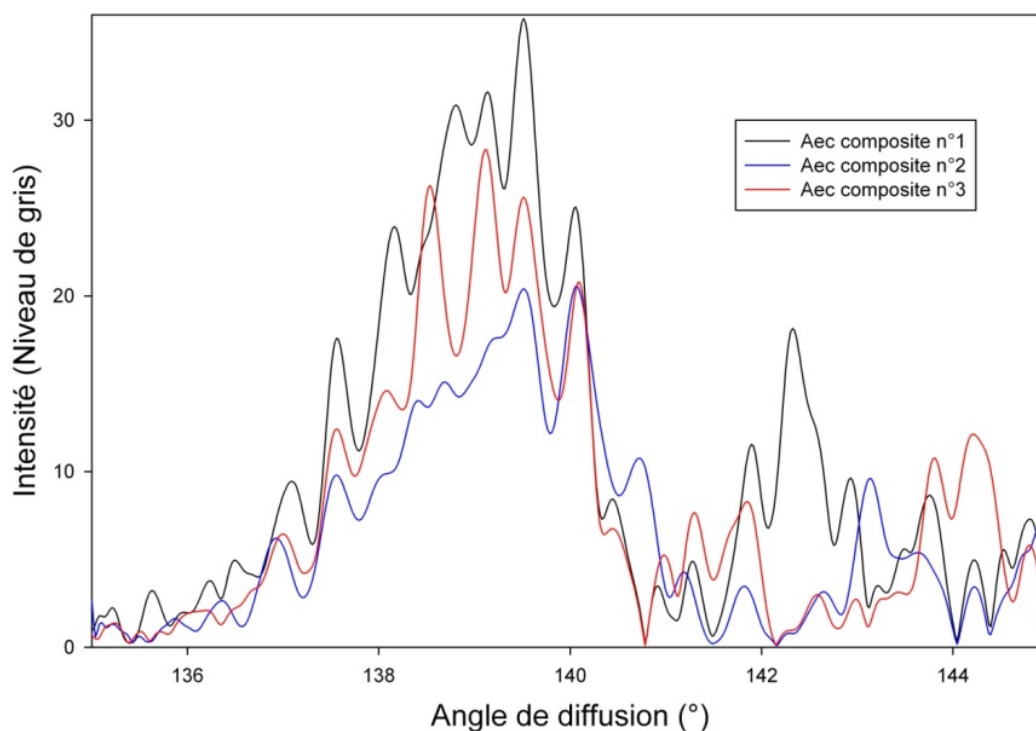


Figure 79. Les 3 arcs-en-ciel composites obtenus par filtrage spatial et transformation de Fourier inverse (courbe noire : en utilisant le masque illustré Figure 78.b , courbe bleue : en utilisant le masque illustré Figure 78.c, courbe rouge : en utilisant le masque illustré Figure 78.d)

J'ai ensuite utilisé les relations (4. 19) , (4. 20) et (4. 21) pour extraire les fonctions de diffusion individuelles des particules c'est-à-dire leurs arcs-en-ciel standards. La Figure 80 compare les fonctions obtenues avec les arcs-en-ciel standards des particules (calculés avec la théorie de Lorenz-Mie).

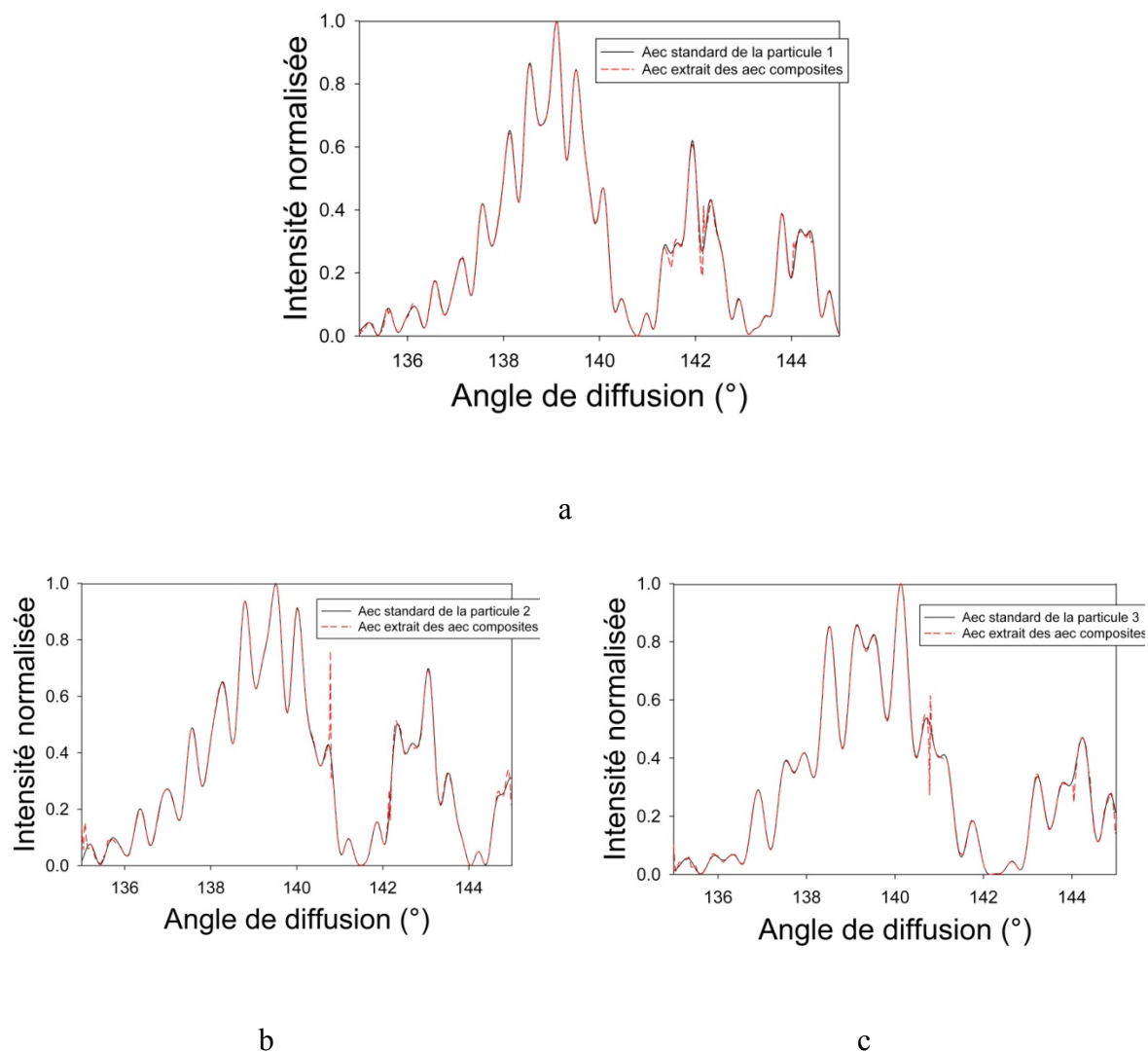


Figure 80. Comparaison entre 3 arcs-en-ciel standards extraits des 3 arcs-en-ciel composites (courbes rouges en tirets) et les arcs-en-ciel standards (courbes noires) créés par les particules de : 100 μm de diamètre et 1.331 d'indice de réfraction (a), 80 μm de diamètre et 1.332 d'indice de réfraction (b), 60 μm de diamètre et 1.333 d'indice de réfraction (c).

On peut voir une bonne correspondance entre les arcs-en-ciel standards extraits des arcs-en-ciel composites et les arcs-en-ciel standards des particules calculés avec la théorie de Lorenz-Mie. Les différences observables sont dues au fait que pour des intensités faibles de l'un des arcs-en-ciel composites, l'arc-en-ciel standard extrait sera bien plus sensible au bruit.

Dans cette section, la possibilité de reconstruire les arcs-en-ciel standards des 3 particules a été démontrée. Cette méthode peut également être appliquée à d'autres angles de diffusion, en diffusion vers l'avant ou à l'angle de Brewster des particules.

Pour plus de 3 particules dans le volume de mesure, une façon de repérer tous les ensembles de taches dans le spectre d'amplitude qui correspondent aux interactions entre 3 particules deux à deux a été présentée dans la section 4.1.2.

Autrement dit, il est possible d'effectuer la mesure des tailles et indices de réfraction individuels des particules d'un nuage composé de plus de 3 particules.

Des codes d'inversion d'arc-en-ciel standards qui sont basés sur la théorie de Nussenzveig ou la théorie d'Airy pour mesurer l'indice de réfraction et la taille d'une particule existent déjà (Saengkaew, et al., 2010). Leur utilisation est donc préconisée pour mesurer les indices de réfraction et tailles individuelles des particules. **Notons que la précision potentielle de la mesure des indices d'un ensemble de particules est de l'ordre de la 4^{ème} décimale. La précision potentielle sur la mesure des diamètres est de 0.01 μm .**

L'influence du bruit sur les fonctions de diffusions extraites et les moyens d'atténuer cette influence sont en cours d'étude. La prochaine étape est la validation expérimentale de la méthode.

Conclusion et perspectives

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

J'ai conçu une technique de caractérisation de nuage de particules, l'imagerie interférométrique de Fourier, avec l'objectif d'être capable de mesurer les positions relatives 3D, tailles et indices de réfraction individuels des particules. Cet objectif a été rempli pour des particules qui sont sphériques, homogènes, isotropes et transparentes, et éclairées par un faisceau laser pulsé (type PIV) en champ lointain. La liste des publications dans lesquelles sont présentés les travaux effectués au cours de la thèse est dans l'annexe E.

Les avantages de l'imagerie interférométrique de Fourier (FII) sont :

- Une grande précision : les diamètres et les coordonnées relatives 3D sont mesurés avec (au moins) une précision de l'ordre de la longueur d'onde du faisceau incident. Le potentiel de précision sur les indices de réfraction est de l'ordre de la 4^{ème} décimale.
- Un temps d'inversion court, comparativement à la reconstruction plan par plan utilisée en holographie numérique. Pour la mesure des positions relatives 3D et des diamètres des particules avec une précision micrométrique, il n'y a que deux FFT à calculer, avec une analyse combinatoire pour reconstruire le champ de particules. Pour la mesure des indices de réfraction individuels des particules, le temps d'inversion potentiel est celui de l'inversion d'un arc-en-ciel standard.
- Un grand nombre de paramètres mesurables, pour une seule technique de mesure: coordonnées relatives 3D, diamètres et indices de réfraction individuels des particules. Le montage de diagnostic optique est simple à réaliser : une source laser pulsée (type laser à PIV) et une ou deux caméra CCD synchronisées (pour deux angles de visée différents), selon que l'on veut connaître les coordonnées relatives 2D ou 3D des particules.
- Les deux caméras peuvent être loin du nuage de particules, par rapport aux distances inter-particules.
- La précision sur la mesure des tailles et coordonnées relatives 3D des particules ne dépend pas de la résolution de la caméra CCD (ou des caméras CCD) ou des distances particules-caméra. Elle dépend uniquement de la longueur d'onde du faisceau incident, de l'angle d'ouverture et de l'algorithme ou du logiciel utilisé pour mesurer les positions des pics.

Les limitations de l'imagerie interférométrique de Fourier sont :

- La possibilité de distinguer les pics dans le spectre d'amplitude dépend de l'angle d'ouverture. S'il est trop grand (30° par exemple), les pics deviennent des taches « floues » dont il est difficile d'extraire des informations.
- L'angle d'ouverture doit être adapté à la précision sur les diamètres et positions relatives 3D et au volume de mesure souhaité. Notons qu'il est possible de modifier l'angle d'ouverture en éloignant ou en rapprochant la caméra des particules, ou en ajoutant une ou plusieurs lentilles entre les particules et les caméras.

- Chaque pic présente une largeur finie. Si deux pics se confondent, leur distinction n'est plus aisée, et il sera plus difficile de reconstruire le champ de particules. Un algorithme de reconstruction du champ de particules doit prendre cela en compte.
- L'imagerie interférométrique de Fourier permet de mesurer les positions 3D relatives des particules (c'est-à-dire les positions des particules les unes par rapport aux autres). Si on souhaite mesurer les positions absolues, il faudrait être capable d'avoir une particule dans le volume de mesure dont la position 3D absolue soit connue.
- La bonne reconnaissance des pics dépend aussi du bruit. L'influence du bruit sur la bonne détection des pics dans le spectre d'amplitude et sur les fonctions de diffusion composites et individuelles (que la méthode permet d'extraire) des particules est en cours d'étude.

Il y a de nombreuses perspectives d'études qui découlent de ce que j'ai réalisé au cours de ma thèse. Tout d'abord, je ne me suis intéressé qu'aux positions des pics dans l'espace de Fourier, et non à leur intensité ou à leur largeur. Pourtant,

- La largeur des pics a une incidence sur leur bonne distinction. Il faudra, ainsi, étudier l'influence des différents paramètres (position 3D relative des particules, angle de visée des caméras ...) sur la largeur des pics. L'optique géométrique peut aider à comprendre l'influence de ces paramètres.
- Les intensités des pics codent les parties imaginaires des indices de réfraction des particules, c'est-à-dire leurs coefficients d'extinction. L'étude de l'influence de la partie imaginaire de l'indice de réfraction (avec celles des autres paramètres déjà décrits) et de la faisabilité des mesures est une perspective intéressante.

De plus, dans le cadre de la thèse,

- Les particules étaient sphériques. Il n'y a pas de raison, à priori, pour qu'il soit impossible de mesurer des positions relatives 3D de particules qui ont d'autres formes géométriques (sphéroïdes, mais aussi de forme plus complexes). Par contre, la mesure d'indice de réfraction me paraît plus difficile. Il faudrait le vérifier.
- Le faisceau incident était cohérent, plan, pulsé (type PIV). Quelles sont les conséquences de la géométrie du faisceau incident sur les figures d'interférences créées par les particules ?
- Nous avons proposé une méthode de reconstruction des arcs-en-ciel standards individuels des particules. Mais la méthode proposée peut s'appliquer pour extraire les fonctions de diffusions individuelles des particules, en diffusion vers l'avant ou encore aux alentours de l'angle de Brewster des particules. Peut-on en tirer de nouvelles informations ?

Avant de répondre à ces différentes questions, les deux perspectives qui me semblent prioritaires sont :

- **La validation expérimentale de la méthode.** Pour ce qui est des mesures de diamètres et des positions relatives 3D, une comparaison avec une autre technique optique de mesure (l'holographie numérique, ou l'imagerie en défaut de mise au point par exemple) me paraît appropriée. Par contre, comme il n'existe pas à ma connaissance, de technique de

mesure des indices individuels des particules, il faut trouver une autre manière que la comparaison de méthodes pour valider. On peut imaginer un montage, dans lequel un mélange de spray de deux liquides différents, dont on connaît les indices de réfraction et la proportion de chacun, est caractérisé par FII.

- **L'automatisation de la méthode.** La validation ne peut être pratiquée qu'avec un grand nombre de mesures. De plus, une fois la méthode validée, une personne intéressée par la technique aura besoin d'un logiciel dans lequel la reconstruction du champ 3D de particules sera automatisée.

Bibliographie

- Adam, J. A. 2002.** The mathematical physics of rainbows and glories. *Physics Reports*. 2002, Vol. 356 , pp. 229–365.
- Akkermans, E., Wolf, P. E. and Maynard, R. 1986.** Coherent Backscattering of Light by Disordered Media: Analysis of the Peak Line Shape. *Phys. Rev. Lett.* 1986, Vol. 56, pp. 1471-1474.
- Aqualytic. 2012.** turbidity meters. *site Web Aqualytic*. [Online] 2012. <http://en.aqualytic.de/products/turbidity-meters>.
- Bachalo, W. D. and Houser, M. J. 1984.** Phase Doppler spray analyser for simultaneous measurements of drop size and velocity distributions. [ed.] *Opt. Eng.* 1984, 23, pp. 583-590.
- Bakrona. 2012.** Mesures de particules . *Site web bakrona*. [Online] 2012. <http://www.bakrona.ch/fr/produits/mesure-de-particules.html>.
- Barth, H. and Sun, S. T. 1993.** Particle size Analysis. *Anal. Chem.* 1993, Vol. 65, 12, pp. 55-66.
- Bertrand-Krajewski, J-L, et al. 2008.** *Mesure en hydrologie urbaine et assainissement*. s.l. : Lavoisier - Tec & Doc , 2008.
- Blanchard, O., et al. 2004.** *Exposition par inhalation aux aérosols. Principes et methodes de mesures*. 2004.
- Bodoc, V., Rouzaud, O. and Lavergne, G. 2011.** Mesure de la température des gouttes bi-composant en évaporation. *Congrès Francophone de Techniques Laser*. 2011.
- Bonin, Damien. 2011.** *Développement de la réfractométrie d'arc-en-ciel pour l'étude de l'évaporation de gouttes individuelles en écoulement*. s.l. : Thèse de Doctorat à l'Université de Rouen, 2011.
- Breuil, P. and Di Benedetto, D. 2007.** Spectrophotometrie d'absorption dans l'ultraviolet et le visible. *site Web Techniques de l'ingénieur* . [Online] 2007. <http://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/mesures-analyses-th1/spectrometries-42390210/spectrophotometrie-d-absorption-dans-l-ultraviolet-et-le-visible-p2795/>.
- Dantec. 2012.** Measurement principles of LDA. *site Web Dantec Dynamics*. [Online] 2012. <http://www.dantecdynamics.com/Default.aspx?ID=1046>.
- Darakis, E., Khanam, T. and Rajendran, A. 2010.** Microparticle characterization using digital holography. *chem. Eng. Sci.* 2010, Vol. 65, pp. 1037-1044.

- Denis, L., et al. 2006.** Direct extraction of mean particle size from a digital hologram. *Applied optics*. 2006, Vol. 45, pp. 944-952.
- Devarakonda, V. and Ray, A. K. 2003.** Effect of interactions evaporation of droplets in a linear array. *J. Aerosol Sci.* 2003, 34, pp. 837-857.
- Durst, F., Mellling, A. and Whitelaw, J. H. 1981.** *Principle and practice of laser-Doppler anemometry 2nd ed.* New York : Academic Press in London, 1981.
- Elsinga, G. E., et al. 2006a.** Tomographic particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*. 2006a, Vol. 41, pp. 933-947.
- Elsinga, G. E., van Oudheusden, B. W. and Scarano, F. 2006b.** assessment of Tomographic-PIV accuracy. *13th Int Symp on Applications of laser Techniques to Fluid mechanics*. 2006b.
- Fdida, N. 2008.** *Développement d'un système de granulométrie par imagerie: application aux sprays larges et hétérogènes.* s.l. : Thèse de doctorat à l'Université de Rouen., 2008.
- Ferreira, T. and Rasband, W. 2011.** *ImageJ user guide*. 2011.
- Gabor, G. 1948.** A new microscopic principle. *Nature*. 1948, Vol. 161, pp. 777-778.
- Glantschnig, W. J. and Chen, S.-H. 1981.** Light scattering from water droplets in the geometrical optics approximation. *Applied optics*. 1981, Vol. 20, pp. 2499-2509.
- Glover, A. R., Skippon, S. M. and Boyle, R. D. 1995.** Interferometric laser imaging for droplet sizing : a method for droplet-size measurement in sparse spray systems. *Applied Optics*. 1995, Vol. 34, 36, pp. 8409-4821.
- Gouesbet, G. and Gréhan, G. 1999.** Generalized Lorenz-Mie theory for assemblies of spheres and aggregates. *Journal of optics A: Pure and applied optics*. 1999, Vol. 1, 6, p. 706.
- . 1999. Generalized Lorenz-Mie theory for assemblies of spheres and aggregates. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 1999, Vol. 1, p. 706.
- Gouesbet, G. 2009.** Generalized Lorenz–Mie theories, the third decade: A perspective. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. 2009, Vol. 110, 14-16, pp. 1223-1238.
- Hofeldt, D. L. 1993.** Full-field measurements of particle size distributions: polarization ratio method. *Applied optics*. 1993, Vol. 32, 36, pp. 7551-7558.
- Klein-Douwel, R. J. H., et al. 2007.** Macroscopic diesel fuel spray shadowgraphy using high speed digital imaging in a high pressure cell. *Fuel*. 2007, Vol. 86, 12-13, pp. 1994-2007.

- König, G., Anders, K. and Frohn, A. 1986.** A new light-scattering technique to measure the diameter of periodically generated moving droplets. *Journal of Aerosol Science*. 2, 1986, Vol. 17, pp. 157-167.
- Kunt, M. 1981.** *Traitement numérique des signaux*. s.l. : Dunod, 1981.
- Laven, P. 2003.** Introduction to the Debye series. *site Web de Philip Laven*. [Online] 2003. <http://www.philiplaven.com/p2-1.html>.
- Lemaitre, P., et al. 2005.** Development and application of out-of-focus imaging in order to characterize heat and mass exchanges in two-phase flows. *21ème Congrès Français sur les Aérosols*. 2005.
- Li, Z. B., Li, D. H. and Wu, Y. X. 2005.** Study on absorption coefficients of dual-energy γ -rays in determining phase fractions of multiphase flows. *Journal of Zhejiang University*. 2005, Vol. 6, 12, pp. 1416-1419.
- Lohner, H., Lehmann, P. and Bauckhage, K. 1999.** Systems, Detection Based on Rainbow Refractometry of Droplet Sphericity in Liquid-Liquid. *Appl. Opt.* 1999, 38, pp. 1127-1132.
- Martin, G. D., Castrejon-Pita, J. R. and Hutchings, I. M. 2011.** Holographic Measurement of Drop-on-Demand Drops in Flight. *27th Int. Conf. on Digital Printing Technologies*. 2011, pp. 620-623.
- Melik, D. H. and Fogler, H. S. 1983.** Turbidimetric determination of particle size distributions of colloidal systems. *Journal of Colloid and Interface Science*. 1983, Vol. 92, 1, pp. 161-180.
- Meunier-Guttin-Cluzel, S., Saengkaew, S. and Gréhan, G. 2010.** Réfractométrie d'Arc-en-ciel Global : Analyse de mélanges de gouttes par algorithme génétique. *Congrès Francophone de Techniques Laser*. 2010.
- Novara, M., Batenburg, K. J. and Scarano, F. 2010.** Motion tracking-enhanced MART for tomographic PIV. *Meas. Sci. Technol.* 2010, Vol. 21.
- Nussenzveig, H. M. 1965.** High frequency scattering by an impenetrable sphere. *Ann. Phys.* 1965, Vol. 34, pp. 23-95.
- , **1969a.** High scattering by a transparent Sphere II Theory of the Rainbow and the Glory. *J. Math. Phys.* 1969a, Vol. 10, pp. 125-175.
- , **1969b.** High Frequency Scattering by a Transparent Sphere. I. Direct Reflection. *J. Math. Phys.* 1969b, Vol. 10, 1, p. 83.

- Onofri, F., Ren, K. F. and Grisolia, C. 2008.** Développement d'un diagnostic optique des poussières en suspension dans le tokamak ITER. . *Congrès Francophone de Techniques Laser*. 2008.
- Ovarlez, H. 2005.** Le compteur de particules du LMD 1999-2005. *Centre for Atmospheric Chemistry Products and Services* . [Online] 2005. <http://ether.ipsl.jussieu.fr/etherTypo/index.php?id=1283&L=1>.
- Peterson, K., et al. 2012.** Single-camera, three-dimensional particle tracking velocimetry. *Optics Express*. 2012, Vol. 20, 8, pp. 9031-9037.
- Planchette, C., Lorenceau, E. and Brenn, G. 2010.** Liquid encapsulation by binary collisions of immiscible liquid drops. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. 2010, Vol. 365, 1-3, pp. 89-94.
- Press, W. H., et al. 2007.** *Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing*. New York : Cambridge University Press, 2007.
- Saengkaew, S. 2005.** *Development of novel global trainbow technique for characterizing spray generated by ultrasonic nozzle*. s.l. : Thèse de doctorat à l'Université de Rouen et à l'Université de Chulalongkorn (Thaïlande), 2005.
- Saengkaew, S., et al. 2010.** Processing of individual rainbow signals. *Experiment in Fluids*. 1, 2010, Vol. 48, pp. 111-119.
- Sangkaew, S., et al. 2006.** Sawitree Saengkaew, Tawatchai Charinpanitkul, Hathaichanok Vanisri, Wiwut Tanthapanichakoon, Loïc Mees, Gérard Gouesbet, Gérard Grehan, Rainbow refractometry: On the validity domain of Airy's and Nussenzweig's theories. *Optics Communications*. 2006, Vol. 259, 1, pp. 7-13.
- Shimadzu. 2012.** UV-1800. *site Web Shimadzu*. [Online] 2012. <http://www.ssi.shimadzu.com/products/product.cfm?product=uv1800>.
- Sigrist. 2012.** Dust-monitors 10114F (pdf). *Sigrist-Process-Photometer*. [Online] 2012. www.photometer.com/svc/document.axd?id=7188.
- Swithenbank, J., et al. 1977.** Experimental diagnostics in gas-phase combustion systems. *AIAA progress in astronautics and aeronautics*. 1977, Vol. 53, p. 421.
- Udrea , D. D., et al. 1997.** Application of PIV (particle image velocimetry) and flow visualization to the coolant flow through an automotive engine. *New Image Processing Techniques and Applications: Algorithms, Methods, and Components II*. 1997, Vol. 3101, pp. 221-226.

- Urban, C. and Schurtenberger, P. 1998.** Characterization of Turbid Colloidal Suspensions Using Light Scattering Techniques Combined with Cross-Correlation Methods. *Journal of Colloid and Interface Science*. 1998, Vol. 207, 1, pp. 150-158.
- Van Beeck, J. P. A. J., Giannoulis, D. and Riethmuller, M. L. 1999.** Global rainbow thermometry for droplet-temperature measurement. *Opt. Lett.* 1999, Vol. 24, pp. 1696-1698.
- Van Beeck, J. P. A. J., Zimmer, L. and Riethmuller, M. L. 2001.** Global rainbow thermometry for mean temperature and size measurement of spray droplets. *Part. Part. Syst. Charact.* 2001, 18, pp. 196-204.
- Van de Hulst, H. C. 1957.** *Light interaction by small particles*. s.l. : Courier Dover Publications, 1957.
- Vetrano, M. R., et al. 2006.** Characterization of a non-isothermal water spray by global rainbow thermometry. *Experiments in Fluids*. 2006, Vol. 40, 1, pp. 15-22.
- Wang, L., Sun, X. and Li, F. 2012.** Generalized eikonal approximation for fast retrieval of particle size distribution in spectral extinction technique. *Appl. Opt.* 2012, Vol. 51, 12, pp. 2997-3005.
- Wartewig, S. 2006.** *IR and Raman spectroscopy*. s.l. : John Wiles & Sons, 2006.
- Willert, C. 1997.** Stereoscopic digital particle image velocimetry for application in wind tunnel flows. *Meas. Sci.* 1997, Vol. 8, pp. 1465-1479.
- Wu, L., et al. 2007.** Scattering by large bubbles: Comparisons between geometrical-optics theory and Debye series. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. Wu, Lei; Yang, Hongru; Li, Xudong; Yang, Bin; Li, Gaoping, 2007, Vol. 108, 1, pp. 54-64.
- Yeh, Y. and Cummins, H. Z. 1964.** Localized fluid flow measurements with He-Ne laser spectrometer. *Appl. Phys. Lett.* 1964, 4, p. 176.
- Yuan, Yijia. 2012.** *Diffusion de la lumière par un objet irrégulier et application à l'imagerie des sprays*. s.l. : Thèse de doctorat à l'Université de Rouen, 2012.

ANNEXES

ANNEXE A. Calcul de la différence de chemin optique entre rayons lumineux réfléchis ($p=0$) et réfractés ($p=1$) par une particule, en diffusion vers l'avant et de la fréquence spatiale associée.

Une particule sphérique, homogène et isotrope, éclairée par un faisceau incident, représenté par des rayons lumineux, diffuse la lumière par réflexion (ordre $p=0$) et par réfraction (ordre $p=1$) (Figure 81). Sur la Figure 81, L correspond à la longueur de la corde EF à l'intérieur de la particule, R est le rayon de la particule et N est son indice de réfraction (la particule est entourée d'air d'indice de réfraction de valeur 1).

G est le centre de la particule. I et E sont respectivement les points d'impacts sur la particule des rayons $p=0$ et $p=1$. H est le projeté de I sur la droite HG . i_0 et i_1 sont les angles d'incidence sur la particule des rayons $p=0$ et $p=1$. L'angle \widehat{FEG} est l'angle de réfraction à l'interface air/particule du rayon $p=1$, que l'on notera r dans les équations suivantes. Il est identique à l'angle \widehat{GFE} .

$P_{incidence}$ est le plan normal aux rayons incidents (tous parallèles) et il est tangent à la particule.

$P_{diffusion}$ est le plan normal aux rayons diffusés (caractérisés par l'angle de diffusion θ) et il est également tangent à la particule. Ces deux plans sont représentés par des droites en bleu pour les distinguer des rayons incidents, réfracté et réfléchi.

d_0 est la distance entre le plan d'incidence $P_{incidence}$ et le point d'impact I du rayon réfléchi $p=0$. d'_0 est la distance entre le plan $P_{diffusion}$ et le point d'impact I du rayon réfléchi $p=0$.

d_1 est la distance entre le plan d'incidence $P_{incidence}$ et le point d'impact E du rayon réfracté $p=1$. d'_1 est la distance entre le plan $P_{diffusion}$ et le point de sortie F du rayon réfracté $p=1$.

Le plan qui contient les rayons $p=0$ et $p=1$, diffusés selon l'angle θ , sera appelé « plan de diffusion ».

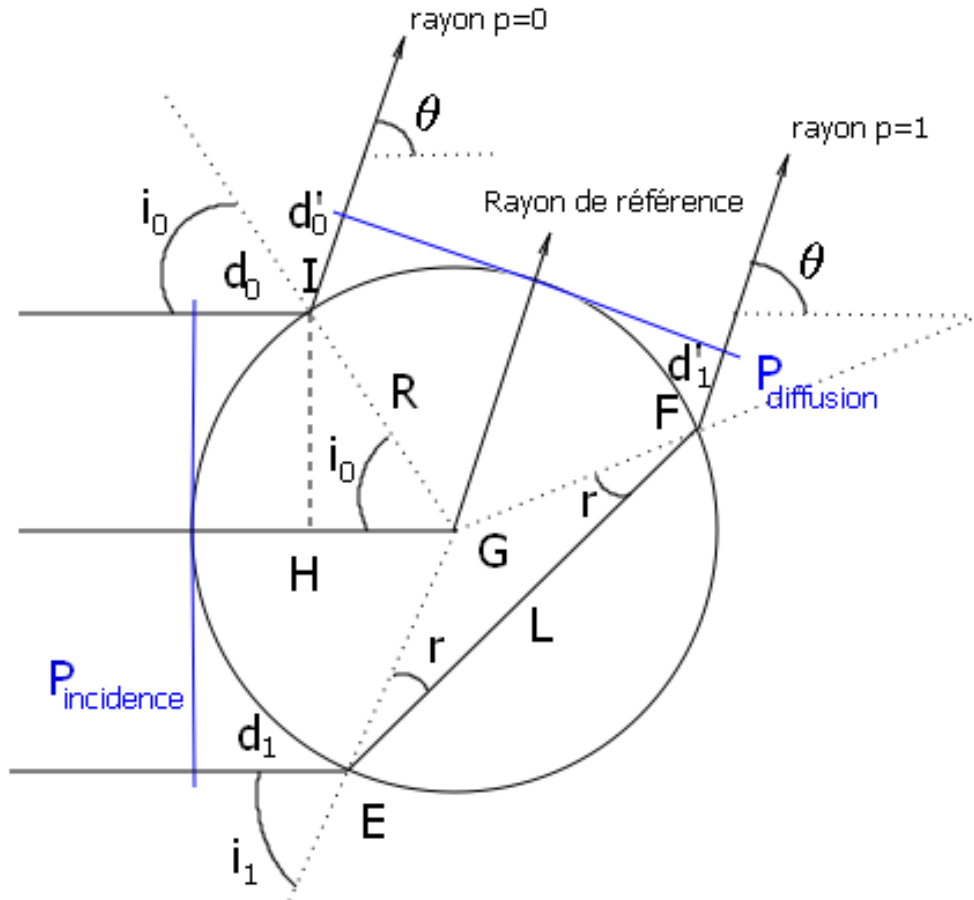


Figure 81. Réfraction ($p=1$) et réflexion ($p=0$) de rayons lumineux par une particule sphérique, avec le même angle de diffusion θ , en diffusion vers l'avant.

Les rayons $p = 0$ et $p = 1$ sont parallèles avant de rencontrer la particule aux points d'impact I et E et sont parallèles après avoir été réfléchi et réfracté par la particule. Par conséquent, calculer la différence de chemin parcouru par ces rayons revient à calculer la différence $\delta_{p=1} - \delta_{p=0}$, avec les chemins optiques $\delta_{p=1}$ et $\delta_{p=0}$ définis par les expressions :

$$\delta_{p=1} = d_1 + NL + d'_1 \quad (\text{A. 1})$$

$$\delta_{p=0} = d_0 + d'_0 \quad (\text{A. 2})$$

Commençons par calculer $\delta_{p=0}$. En observant le triangle IHG, on déduit que la distance d_0 vaut :

$$d_0 = R - HG = R - R \cos i_0 \quad (\text{A. 3})$$

Par le même raisonnement, on obtient l'expression de d'_0 :

$$d'_0 = R - R \cos i_0 \quad (\text{A. 4})$$

La somme de d_0 et d'_0 , qui correspond au chemin optique $\delta_{p=0}$, vaut donc :

$$\delta_{p=0} = 2(R - R \cos i_0) \quad (\text{A. 5})$$

L'angle de diffusion peut s'exprimer en fonction de l'angle d'incidence du rayon $p = 0$:

$$\theta = \pi - 2i_0 \quad (\text{A. 6})$$

On obtient l'expression du chemin optique $\delta_{p=0}$ en fonction de l'angle de diffusion θ .

$$\delta_{p=0} = 2R - 2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (\text{A. 7})$$

Pour calculer plus facilement le chemin optique parcouru par le rayon réfracté $p=1$, on introduit le rayon de référence, rayon fictif qui passe par le centre de la particule, qui subit la même déviation θ que les rayons $p=0$ et $p=1$ et dont le chemin optique parcouru à l'intérieur de la particule vaut $2R$. La différence de chemin optique parcouru entre ce rayon de référence et le rayon $p=1$ est donc :

$$\delta_{reference} - \delta_{p=1} = 2R - d_1 - d'_1 - NL \quad (\text{A. 8})$$

De la même façon que pour les distances d_0 et d'_0 , on exprime les distances d_1 et d'_1 en fonction de l'angle d'incidence du rayon réfracté $p=1$:

$$d_1 = d'_1 = R - R \cos i_1 \quad (\text{A. 9})$$

En observant le triangle isocèle EGF , on déduit une expression de la longueur de la corde L :

$$L = 2R \cos r \quad (\text{A. 10})$$

On obtient donc pour la différence de chemin optique parcouru entre rayon de référence et rayon $p = 1$ l'expression :

$$\delta_{reference} - \delta_{p=1} = 2R - 2(R - R \cos i_1) - 2RN \cos r \quad (\text{A. 11})$$

Ce qui se simplifie :

$$\delta_{reference} - \delta_{p=1} = 2R(\cos i_1 - N \cos r) \quad (\text{A. 12})$$

En élevant au carré cette expression, on obtient :

$$(\delta_{reference} - \delta_{p=1})^2 = (2R)^2 (\cos^2 i_1 + N^2 \cos^2 r - 2N \cos i_1 \cos r) \quad (\text{A. 13})$$

En utilisant les relations entre carré de sinus et carré de cosinus d'un angle, on obtient :

$$(\delta_{reference} - \delta_{p=1})^2 = (2R)^2 (1 - \sin^2 i_1 + N^2(1 - \sin^2 r) - 2N \cos i_1 \cos r) \quad (\text{A. 14})$$

Cette expression se réarrange de la manière suivante :

$$\left(\delta_{reference} - \delta_{p=1}\right)^2 = (2R)^2 \left(1 + N^2 - \left(N^2 \sin^2 r + \sin^2 i_1\right) - 2N \cos i_1 \cos r\right) \quad (\text{A. 15})$$

Le terme $\left(N^2 \sin^2 r + \sin^2 i\right)$ peut prendre la forme suivante :

$$\left(N^2 \sin^2 r + \sin^2 i\right) = \left(N \sin r - \sin i_1\right)^2 + 2N \sin r \sin i_1 \quad (\text{A. 16})$$

En vertu de la 2^{nde} loi de Descartes, le terme $\left(N \sin r - \sin i_1\right)$ est nul. On obtient :

$$\left(\delta_{reference} - \delta_{p=1}\right)^2 = (2R)^2 \left(1 + N^2 - 2N \sin i_1 \sin r - 2N \cos i_1 \cos r\right) \quad (\text{A. 17})$$

De plus, nous avons la relation trigonométrique suivante :

$$\cos(i_1 - r) = \sin i_1 \sin r + \cos i_1 \cos r \quad (\text{A. 18})$$

Ce qui permet d'obtenir :

$$\left(\delta_{reference} - \delta_{p=1}\right)^2 = (2R)^2 \left(1 + N^2 - 2N \cos(i_1 - r)\right) \quad (\text{A. 19})$$

L'angle de diffusion peut s'exprimer en fonction de l'angle d'incidence du rayon $p = 1$ et de l'angle de réfraction :

$$\theta = 2(i_1 - r) \quad (\text{A. 20})$$

Ce qui permet d'obtenir la différence de chemin optique entre rayon de référence et rayon $p = 1$ en fonction de l'angle de diffusion θ :

$$\left(\delta_{reference} - \delta_{p=1}\right) = (2R) \sqrt{1 + N^2 - 2N \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (\text{A. 21})$$

Le chemin optique $\delta_{p=1}$ vaut donc :

$$\delta_{p=1} = 2R - 2R\sqrt{1 + N^2 - 2N\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (\text{A. 22})$$

Finalement, la différence de chemin optique parcourue entre le rayon réfléchi $p = 0$ et le rayon réfracté $p = 1$ est :

$$\delta_{p=1} - \delta_{p=0} = 2R\left(\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sqrt{1 + N^2 - 2N\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right) \quad (\text{A. 23})$$

On peut calculer la fonction dérivée de $\delta_{p=1} - \delta_{p=0}$ par rapport à l'angle de diffusion :

$$\frac{\partial(\delta_{p=1} - \delta_{p=0})}{\partial\theta} = R\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{N\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sqrt{1 + N^2 - 2N\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}}\right) \quad (\text{A. 24})$$

Entre deux franges consécutives, la différence de chemin optique entre le rayon $p = 0$ et le rayon $p = 1$ a varié d'une longueur d'onde. On peut donc donner une expression approchée de l'interfrange angulaire $\Delta\theta$, qui s'exprime en radians, en fonction de l'angle de diffusion θ :

$$\Delta\theta \cong \frac{\lambda}{R\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{N\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sqrt{1 + N^2 - 2N\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}}\right)} \quad (\text{A. 25})$$

Et la fréquence spatiale approchée des franges, notée ν , vaut à une distance R_0 de la particule :

$$\nu \cong \frac{1}{\lambda R_0} \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{N \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sqrt{1 + N^2 - 2N \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}} \right) R \quad (\text{A. 26})$$

Les franges d'interférences entre rayons d'ordre $p = 0$ et d'ordre $p = 1$ sont orientées dans la direction perpendiculairement au plan de diffusion.

ANNEXE B. Calcul du coefficient Γ

Dans cette annexe, le coefficient de proportionnalité Γ , introduit dans la section 3.4.1.1, entre coordonnée relative dans la direction Y d'un couple de particules et la position f_ξ de tache dans l'espace de Fourier est calculé (section 3.4.1.2).

Le coefficient Γ intervient aussi dans le calcul de la position f_η de la tache en fonction des coordonnées relatives dans les directions X et Z du couple de particules et de l'angle de diffusion θ_0 (section 3.4.1.1) ou dans le calcul de l'écart, dans la direction η , entre pics principaux des taches dans le spectre d'amplitude en fonction des diamètres du couple de particules associé à la tache (section 3.4.2).

On considérera dans cette annexe que les dimensions, et les nombres de pixels dans les deux directions η et ξ sont identiques (mais le raisonnement est généralisable à un nombre de pixel quelconque et pour des dimensions différentes). La caméra CCD a pour dimensions (identiques dans les directions η et ξ) L_{CCD} :

$$L_{CCD} = 2R_0 \tan\left(\frac{|\theta_{\max} - \theta_{\min}|}{2}\right) \quad (\text{B. 1})$$

On considère que la distance R_0 entre le centre de la caméra O' et l'origine O du repère ($OXYZ$) est grande devant les dimensions de la caméra CCD, ce qui permet l'approximation :

$$L_{CCD} \cong R_0 |\theta_{\max} - \theta_{\min}| \quad (\text{B. 2})$$

L'angle $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$ s'exprime alors en radians. Notons que nous avons pris comme condition que l'angle $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$ n'excède pas les 20° ce qui correspond à un angle maximal de 0.35 radians.

Dans l'espace de Fourier 2D discret, la plus petite position f_η et f_ξ mesurable (hormis la position centrale de fréquence nulle) correspond à un signal dont la période vaut L_{CCD} (attention, cela n'a pas de rapport avec le critère de Nyquist-Shannon).

Par conséquent, la plus petite fréquence spatiale mesurable dans les deux directions (identique dans les deux directions η et ξ), notée ν_{\min} vaut :

$$\nu_{\min} = \frac{1}{L_{CCD}} \quad (\text{B. 3})$$

La fréquence spatiale qui correspond à la position (f_η, f_ξ) dans le spectre de Fourier 2D discret a pour contributions ν_η et ν_ξ dans les deux directions η et ξ qui sont des multiples de cette fréquence minimale :

$$\begin{bmatrix} \nu_\eta \\ \nu_\xi \end{bmatrix} = \nu_{\min} \begin{bmatrix} f_\eta \\ f_\xi \end{bmatrix} \square \frac{1}{R_0 |\theta_{\max} - \theta_{\min}|} \begin{bmatrix} f_\eta \\ f_\xi \end{bmatrix} \quad (\text{B. 4})$$

Les fréquences spatiales des franges d'interférences entre ondes diffusées par un couple de particules k et l, que l'on note également $\nu_{\eta,k,l}$ et $\nu_{\xi,k,l}$, en fonction des coordonnées relatives des particules ont pour expression, déduites de l'équation (2. 66) :

$$\begin{bmatrix} \nu_{\eta,k,l} \\ \nu_{\xi,k,l} \end{bmatrix} \cong \pm \frac{1}{\lambda R_0} \begin{bmatrix} -(x_l - x_k) \cos \theta_0 + (z_l - z_k) \sin \theta_0 \\ y_l - y_k \end{bmatrix} \quad (\text{B. 5})$$

On obtient en conjuguant les équations (B. 4) et (B. 5):

$$\begin{bmatrix} f_{\eta,k,l} \\ f_{\xi,k,l} \end{bmatrix} \cong \pm \frac{|\theta_{\max} - \theta_{\min}|}{\lambda} \begin{bmatrix} -(x_l - x_k) \cos \theta_0 + (z_l - z_k) \sin \theta_0 \\ y_l - y_k \end{bmatrix} \quad (\text{B. 6})$$

Si on exprime $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$ en degrés et non en radians alors :

$$\begin{bmatrix} f_{\eta,k,l} \\ f_{\xi,k,l} \end{bmatrix} \cong \pm \frac{\pi |\theta_{\max} - \theta_{\min}|}{180\lambda} \begin{bmatrix} -(x_l - x_k) \cos \theta_0 + (z_l - z_k) \sin \theta_0 \\ y_l - y_k \end{bmatrix} \quad (\text{B. 7})$$

On trouve finalement l'expression de Γ utilisé dans les sections 3.4.1.1 et 3.4.1.2:

$$\Gamma \cong \frac{\pi |\theta_{\max} - \theta_{\min}|}{180\lambda} \quad (\text{B. 8})$$

Le même raisonnement s'applique aussi aux interférences entre rayons réfractés et réfléchis par les couples de particules.

ANNEXE C. Influences sur les franges d'interférences de la longueur d'onde du faisceau incident, de l'angle d'ouverture et de la distance particules-camera.

Nous avons montré dans la section 3.4 comment les caractéristiques des particules influencent les représentations spectrales des franges d'interférences. Puis nous avons comparé dans cette section le résultat de la simulation numérique par la théorie de Lorenz-Mie (par mesure de positions de pics et d'écart entre pics dans le spectre d'amplitude des franges simulées) avec le résultat de l'optique géométrique, en faisant varier les paramètres caractéristiques des particules (diamètres, positions relatives 3D, indices de réfraction) et l'angle de diffusion moyen θ_0 (qui caractérise la position angulaire du détecteur).

Dans cette annexe, nous nous intéressons aux influences des autres paramètres : longueur d'onde λ , angle d'ouverture $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$ et distance particules-caméra R_0 . Nous comparons la mesure de position f_ξ d'une tache avec le résultat du calcul (voir équation 3.10) :

$$|f_\xi| = \frac{|\theta_{\max} - \theta_{\min}| |y_2 - y_1|}{180\lambda} \quad (\text{C.1})$$

C.1. Influence de la longueur d'onde et de l'angle d'ouverture

$$|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$$

Les deux particules (d'une taille de 1 μm et d'indice de réfraction égal à 1.3333) sont positionnées en (0, 0, 0) et en (0, 300, 0). La distance R_0 est de 1 m. On fait varier la longueur d'onde entre 0.4 μm et 1 μm . L'angle $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$ prend les valeurs de 10°, 15°, 20°.

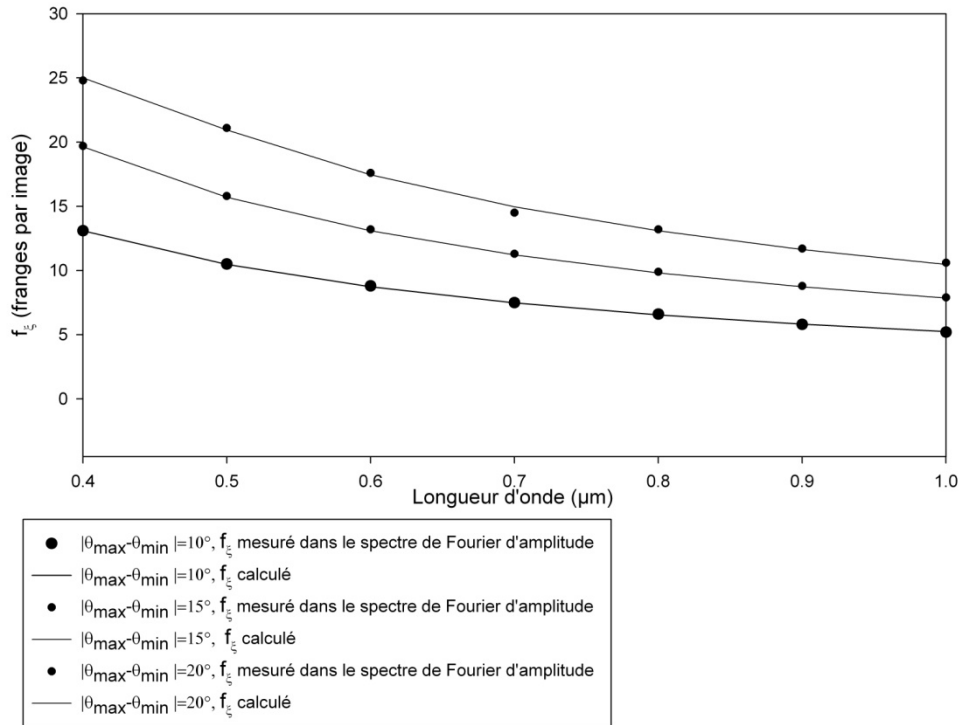


Figure 82. Influence de la longueur d'onde et de l'angle d'ouverture $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$: Comparaison entre la mesure de f_ξ dans le spectre d'amplitude avec les résultats calculés analytiquement (équation (3. 11))

On observe un bon accord entre les positions f_ξ calculées avec l'équation (C. 1) et mesurées dans le spectre d'amplitude. Les légères différences s'expliquent par le fait que les positions des taches ont été mesurées avec le logiciel ImageJ (sans utiliser d'interpolation).

L'équation (C. 1) montre également que si une position f_ξ est exprimée « en franges par degré », alors cette position ne dépend pas de l'angle d'ouverture $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$ de la caméra. Il en est de même pour la position f_η de la tache.

Le même raisonnement s'applique aux positions des pics associés interférences entre rayons réfractés et réfléchis par les couples de particules.

Néanmoins, l'équation (C. 1) n'est valable que si on peut faire l'approximation suivante, avec $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$ qui s'exprime en radians :

$$\tan\left(\frac{|\theta_{\max} - \theta_{\min}|}{2}\right) \cong \frac{|\theta_{\max} - \theta_{\min}|}{2} \quad (\text{C.2})$$

C'est la raison pour laquelle, dans ce mémoire, l'angle $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$ est inférieur (ou égal) à 20° .

La prochaine section montre l'influence de la distance particules-camera

C.2. Influence de la distance origine-caméra R_0

De la même manière que dans la section C.1, nous faisons varier la distance origine-camera R_0 de $5 \cdot 10^{-4}$ m à 1 m et nous mesurons la position de la tache f_ξ . L'angle $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$ est de 10° , les autres paramètres sont identiques à ceux définis par la section C.1. Les résultats sont retranscrits dans la Figure 83.

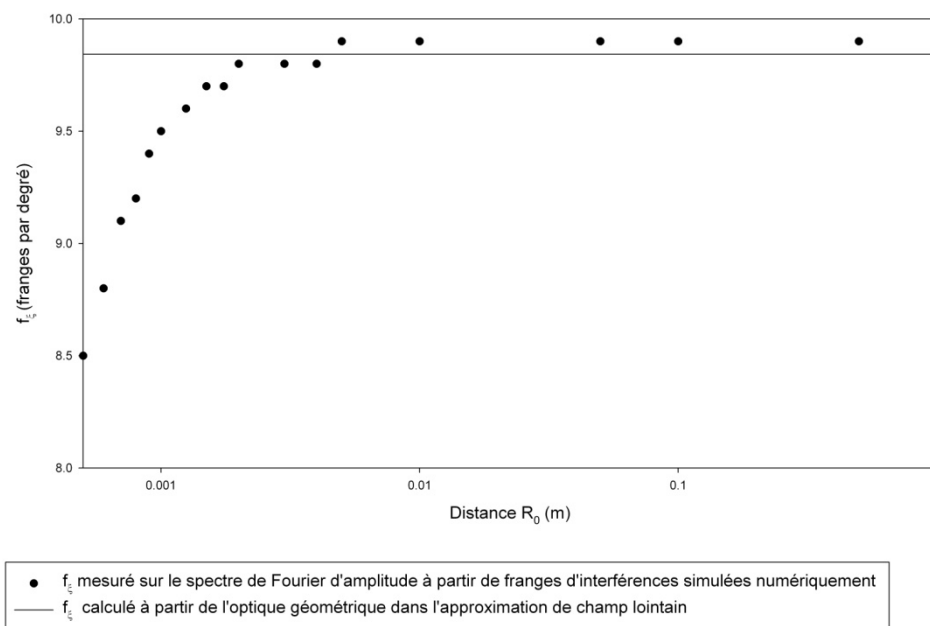


Figure 83. Influence de la distance origine-camera R_0 (m) sur la position f_ξ (franges par degré). Une représentation semi-logarithmique a été utilisée.

On observe qu'il y a moins de 0.1 franges par degré d'écart entre la position de tache f_ξ mesurée dans le spectre d'amplitude et la position de tache calculée avec l'équation (3. 11)

pour des distance particules-caméra CCD R_0 supérieures à 2×10^{-3} m. Pour une distance R_0 inférieure à 2×10^{-3} m, l'approximation qui consiste à négliger les distances inter-particules par rapport aux distances particules-caméra CCD n'est plus validée.

ANNEXE D. Cas particuliers de topographie de taches en diffusion vers l'avant.

Dans la section 3.4.2, nous avons décrit l'influence des diamètres des particules sur la topographie d'une tache dans le spectre d'amplitude, en nous aidant de l'optique géométrique.

Une tache possède plusieurs pics principaux qui correspondent aux interférences entre les rayons d'ordre $p=0$ et $p=1$ diffusés par les deux particules. Tous ces pics ont une certaine largeur, qui dépend des dérivées de fréquences spatiales, et qui dépend donc :

- de l'angle de visée de la caméra θ_0 ,
- de l'angle d'ouverture $|\theta_{\max} - \theta_{\min}|$,
- de la fonction de pondération utilisée,
- des coordonnées relatives $(X_2 - X_1)$ et $(Z_2 - Z_1)$.

C'est pourquoi, pour des tailles de particule trop petites, on n'observe qu'un seul pic, correspondant aux interférences entre rayons d'ordre $p = 0$ et/ou $p = 1$ (Figure 85) ou deux (Figure 84).

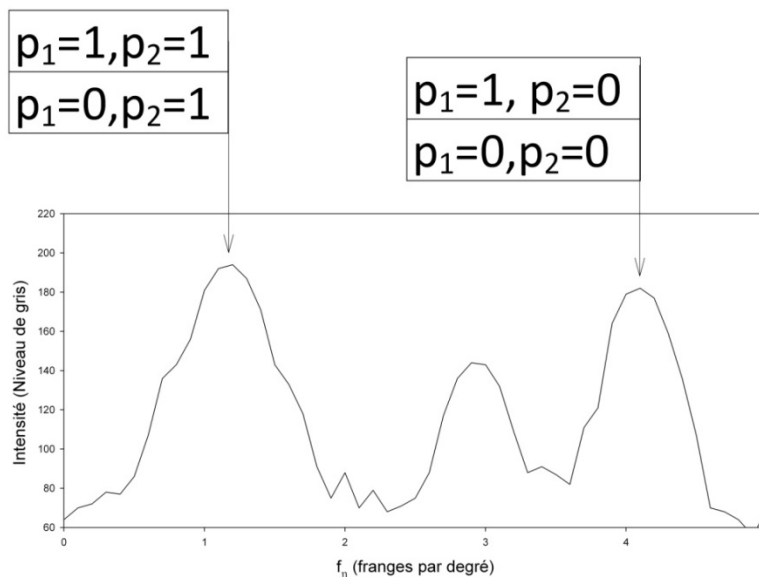


Figure 84. Profil d'une tache en diffusion vers l'avant ($\theta_0 = 35^\circ$) correspondante à un couple de gouttes d'eau 1 et 100 μm de diamètre.

Dans les cas de deux particules suffisamment petites, alors les 4 pics qui correspondent aux interférences entre rayons d'ordre $p = 0$ et $p = 1$ sont confondus en un 1 seul pic (Figure 85).

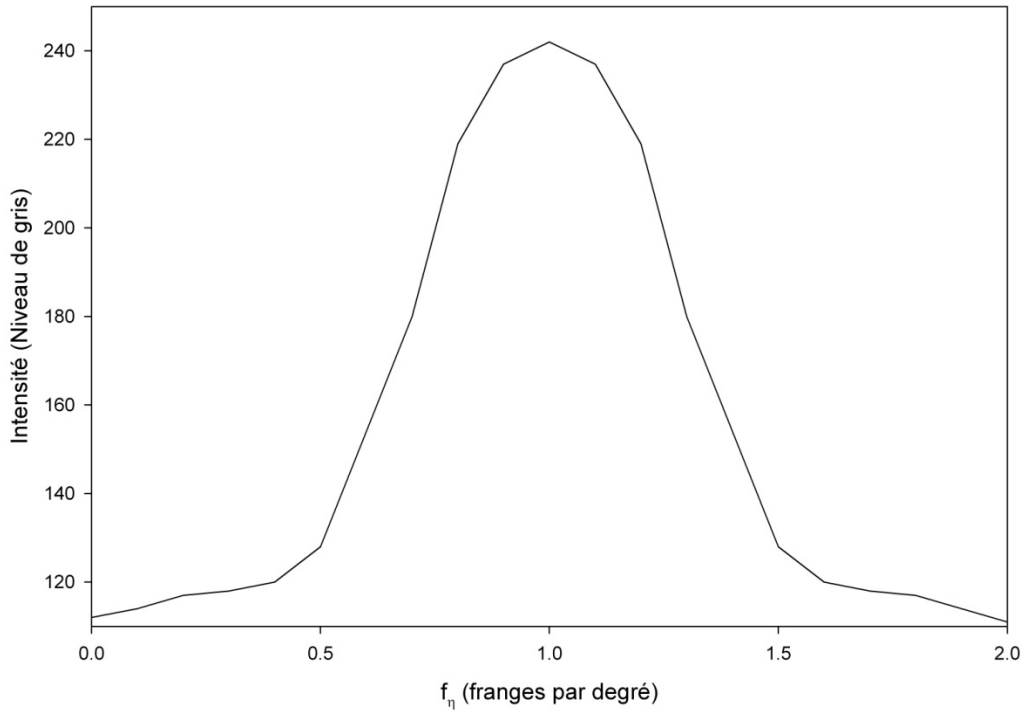


Figure 85. Profil de tache en diffusion vers l'avant dans le spectre d'amplitude pour le cas d'un couple de particules de 1 μm de diamètre.

Si les deux particules ont le même diamètre (et le même indice de réfraction) alors le pic correspondant aux interférences entre rayons réfractés, et les positions des pics correspondant aux interférences entre rayons réfléchis sont confondus (Figure 86). Les écarts entre pics exprimés dans les équations (3. 25)et (3. 26) sont égaux :

$$\left| f_{\eta_{p_1=1, p_2=1}} - f_{\eta_{p_1=1, p_2=0}} \right| = \left| f_{\eta_{p_1=1, p_2=1}} - f_{\eta_{p_1=0, p_2=1}} \right| = \left| f_{\eta_{p_1=0, p_2=0}} - f_{\eta_{p_1=0, p_2=1}} \right| = \left| f_{\eta_{p_1=0, p_2=0}} - f_{\eta_{p_1=1, p_2=0}} \right| \quad (\text{D.1})$$

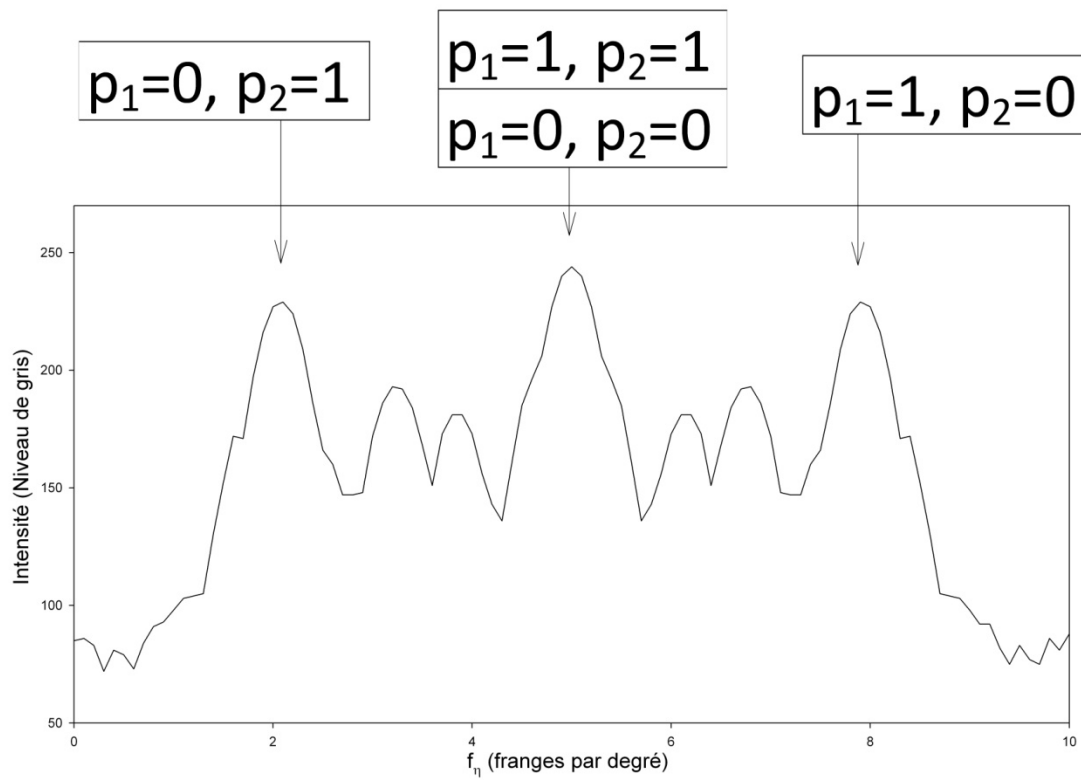


Figure 86. Profil de tache en diffusion vers l'avant pour le cas d'un couple de gouttes d'eau de $100 \mu\text{m}$ de diamètre.

ANNEXE E. Production scientifique

E.1. Articles de revue internationale à comité de lecture

Paul Briard, Sawitree Saengkaew, Xuecheng Wu, Siegfried Meunier-Guttin-Cluzel, Linghong Chen, Kefa Cen, and Gérard Gréhan "Droplet characteristics measurement in Fourier Interferometry Imaging (FII) and behavior at rainbow angle", *accepté par Applied Optics* (2012)

Paul Briard, Sawitree Saengkaew, Xuecheng Wu, Siegfried Meunier-Guttin-Cluzel, Linghong Chen, Kefa Cen, and Gérard Gréhan, "Measurements of 3D relative locations of particles by Fourier Interferometry Imaging (FII)," *Opt. Express* 19, 12700-12718 (2011)

E.2. Actes de conférences francophones

2^{ème} rencontre francophone d'holographie numérique appliquée à la métrologie des fluides (HOLOPHI 2012, Bruxelles) : *Caractérisation 3D de nuage de gouttes : mesure de la position 3D, des diamètres et des indices de réfraction*. P. Briard, S. Meunier-Guttin-Cluzel, S. Saengkaew, et G. Gréhan.

27^{ème} Congrès Français sur les Aérosols (CFA 2012, Paris) : *Mesure d'indices de réfraction de particules par imagerie interférométrique de Fourier*. P. Briard, S. Saengkaew, S. Meunier-Guttin-Cluzel, X. C. Wu, L. H. Chen, et G. Gréhan.

14^{ème} congrès français de VISUalisation et de traitement d'images en mécanique des FLUides (FLUVISU 2011, Lille) : *Mesure des positions relatives 3D et des diamètres de particules par FII (Imagerie Interférométrique de Fourier)*. P. Briard, S. Saengkaew, S. Meunier-Guttin-Cluzel, X. C. Wu, L. H. Chen, G. Gréhan.

1^{ère} rencontre francophone d'holographie numérique appliquée à la métrologie des fluides (HOLOPHI 2010, Rouen) : *Holographie de nuage de gouttes hors axe sans onde de référence*. G. Gréhan, S. Saengkaew, S. Meunier-Guttin-Cluzel, P. Briard.

E.3 Actes de conférences anglophones

Lasers and Interactions with Particles (LIP 2012, Rouen): *Detection of Brownian particles motion and a proposal to the application of Fourier Interferometric Imaging technique to the characterization of nanoparticles suspensions in liquid.* P. Briard, S. Saengkaew, S. Meunier-Guttin-Cluzel, G. Gouesbet and G. Gréhan.

International symposium of Multiphase Flow and Transports Phenomena (MFTP 2012, Agadir): *Measurement of refractive index of particles by Fourier interferometry imaging (FII).* P. Briard, S. Saengkaew, S. Meunier-Guttin-Cluzel, X. C. Wu, L. H. Chen, and G. Gréhan.

Digital Holography and 3-D Imaging (DH 2012, Miami): *3D relative locations and diameters measurements of spherical particles by Fourier Interferometry Imaging (FII).* P. Briard, S. Saengkaew, S. Meunier-Guttin-Cluzel, X. C. Wu, L. H. Chen, and G. Gréhan.

On applications of Laser techniques to fluid Mechanics (2012, Lisbon): *Refractive indices measurement of spherical particles by Fourier interferometry imaging.* G. Gréhan, S. Saengkaew, S. Meunier-Guttin-Cluzel, X. C. Wu, L. H. Chen and P. Briard

Paul BRIARD

**Caractérisation 3D d'un nuage de
particules par imagerie
interférométrique de Fourier :
positions relatives 3D, tailles et indices
de réfraction.**

Résumé

Dans ce mémoire, je propose une nouvelle technique optique de mesure de positions relatives 3D, tailles et indices de réfraction d'un ensemble de particules, éclairées par un faisceau laser plan pulsé : l'imagerie interférométrique de Fourier (FII). Dans le cadre de ce travail, les particules sont sphériques, homogènes transparentes et isotropes. Lorsque ces particules sont éclairées, elles se comportent comme des sources d'ondes lumineuses sphériques qui interfèrent entre elles. L'enregistrement des franges d'interférences et leur analyse par transformation de Fourier peut permettre d'accéder aux caractéristiques des particules. Dans ce mémoire, je décris l'influence des caractéristiques de particules sur les représentations spectrales des franges d'interférences créées par les couples de particules éclairées dans l'espace de Fourier 2D. Les franges d'interférences sont simulées numériquement en utilisant la théorie de Lorenz-Mie. Puis j'aborde le problème inverse en montrant comment il est possible de retrouver les caractéristiques des particules, en me servant de l'optique géométrique et du filtrage spatial par transformation de Fourier.

Résumé en anglais

In this thesis, I propose a new optical technique for measuring 3D relative positions, sizes and refractive indices of a set of particles, which are illuminated by a plane and pulsed laser beam. In this work, the particles are spherical, transparent, homogeneous and isotropic. When these particles are illuminated, they have the behavior of sources of spherical light waves which interfere. The recording of interference fringes and analysis by Fourier transform can measure the characteristics of the particles. I describe the influence of particle characteristics on spectral representations of the interference fringes created by the pairs of particles illuminated in 2D Fourier space. The interference fringes are simulated numerically using the Lorenz-Mie theory. The inverse problem is approached by showing how it is possible to measure the characteristics of particles with geometrical optics and spatial filtering by Fourier transformation.