



**HAL**  
open science

# Etude expérimentale des instabilités thermoconvectives de Rayleigh-Bénard dans les fluides viscoplastiques

Ahmed Abdelali

► **To cite this version:**

Ahmed Abdelali. Etude expérimentale des instabilités thermoconvectives de Rayleigh-Bénard dans les fluides viscoplastiques. Autre. Université de Grenoble, 2012. Français. NNT : 2012GRENI042 . tel-00845453

**HAL Id: tel-00845453**

**<https://theses.hal.science/tel-00845453>**

Submitted on 17 Jul 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE**

Spécialité : Mécanique des fluides, Procédés, Énergétique

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

**Ahmed ABDELALI**

Thèse dirigée par Mr. Albert Magnin

codirigée par Mr. Jean Michel Piau

préparée au sein du Laboratoire de Rhéologie (UMR 5520)

dans l'École Doctorale IMEP2

**ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DES INSTABILITÉS  
THERMOCONVECTIVES DE  
RAYLEIGH-BÉNARD  
DANS LES FLUIDES VISCOPLASTIQUES**

Thèse soutenue publiquement le **13 Mars 2012**

devant le jury composé de :

**Monsieur Patrick BOURGIN,**

Professeur à l'INSA de Lyon, Président

**Madame Dominique DUPUIS,**

Professeur à ENSISA/Université de Haute-Alsace Mulhouse, Rapporteur

**Monsieur Chérif NOUAR,**

Directeur de recherches CNRS, Rapporteur

**Monsieur Albert MAGNIN,**

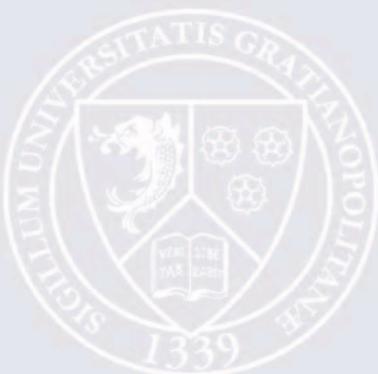
Directeur de Recherches au CNRS, Examineur

**Monsieur Jean Michel PIAU,**

Professeur à l'Institut National Polytechnique de Grenoble, Examineur

**Madame Christelle METIVIER,**

Maitre de Conférence à l'Université de Lorraine, Examineur









*“...Avant la création de la vigne, l’esprit a bu le vin et s’est enivré.”*

*Jalalou Addine RÛMÎ*

*À mes Amours.*



## *Remerciements*

Je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont aidé et soutenu durant ces années de thèse. Tout d'abord, je veux remercier sincèrement Monsieur Albert Magnin, directeur du laboratoire de Rhéologie et directeur de ma thèse, de m'avoir accueilli dans son équipe, ainsi que le Professeur Jean Michel Piau mon co-directeur. Je les remercie pour leur suivi, leur soutien et leurs conseils avisés.

Je veux aussi remercier Monsieur Patrick BOURGIN le président du jury, pour sa présence et son investissement dans ce travail, ainsi que les membres de mon jury, Madame Dominique DUPUIS, Chérif NOUAR et Madame Christelle Métivier qui ont bien voulu lire mon manuscrit et qui se sont déplacés le jour de ma soutenance. Je remercie bien-sûr l'École doctorale IMEP2.

Je voudrais remercier l'équipe technique du Laboratoire de Rhéologie. Particulièrement, Hélène Galliard pour ses conseils et initiations sur les appareillages de mesures, Mohamed Karrouch pour son apport important et rigoureux pendant la réalisation du dispositif expérimental, ainsi que Frédéric Hugenell et Didier Bleses pour leur soutien et leur apport considérables à la réalisation de la chaîne de mesure, sans oublier Catherine Coulaud. Je les remercie tous pour leur aide, conseils et soutien. Je remercie également l'équipe technique MEB du LEPMI pour la caractérisation des plaques.

Je remercie les autres membres du laboratoire qui participent à créer une ambiance très agréable et cordiale pendant mes années de thèse. Merci Sylvie Garofalo, et pour sa disponibilité et pour ses conseils lors des démarches administratives, je remercie également François Bergerot pour son accueil, son efficacité dans le suivi des commandes ainsi que pour sa gentillesse et nos discussions passionnantes sur des voyages pédestres et à vélo dans des endroits ludiques et sauvages. Je n'oublie pas de remercier Simone Faure pour sa présence et j'espère qu'elle profite bien de sa retraite.

Je me souviendrai longtemps des belles discussions philosophiques avec Denis Roux et Nadia El Kissi, et nos discussions musicales avec Jean Robert Clermont et Amine Ammar nos chercheurs musiciens virtuoses. Je tiens aussi à remercier tous mes collègues doctorants et docteurs pour la bonne ambiance au laboratoire. En particulier, j'ai apprécié la

présence de Mohammed Yousfi et Eric Santanach, mes collègues de bureau et de pauses café avec Yannick Molmeret, Boisson Pierre Aimé et Othmane Merkak.

Je veux aussi remercier François et Simone Thierry, pour leur soutien constant. Merci également à la famille Le Borgne. Je remercie les amis proches de Grenoble et d'Algérie, pour leur encouragement. Merci à Geneviève Genicot, Sonia Chabot, Bernard De Vienne, Coriandre Emmanuel Vilain (du P'tit Vélo) pour les corrections de mon français et leurs relectures. Merci aux parisiens qui m'ont suivi et encouragé tout au long de ces années. Merci aux amis musiciens avec qui j'ai partagé ma passion pour la musique.

Je n'aurais sans doute pas pu finir ce travail sans la présence et le soutien de Caroline Germain. Enfin, mille mercis à mes parents, ma sœur et mes frères. Je ne peux malheureusement pas citer tout le monde ici, mais j'exprime ma profonde gratitude à tout ceux qui d'une façon ou d'une autre, ont permis que ces années de thèse se déroulent bien et aboutissent à ce présent manuscrit.

MERCI...





## *Résumé*

Le phénomène de Rayleigh-Bénard correspond à l'état instable dans lequel se trouve une couche horizontale d'un fluide dilatable, soumise à un gradient de température. Si ce dernier dépasse une valeur critique, des mouvements convectifs naissent à l'intérieur du fluide. Concernant les fluides à seuil, le phénomène devient plus complexe. Le seuil s'ajoute aux forces stabilisatrices au sein du fluide et modifie de manière fondamentale le transfert de matière et le transfert thermique. Au départ, le fluide est au repos; le gradient de vitesse est alors nul et la viscosité efficace infinie partout. L'approche de stabilité linéaire est incapable de fournir une solution aux équations d'écoulement car on doit perturber, par les forces d'Archimède, un fluide d'une viscosité infinie [59]. Dans ce travail de thèse, des expériences de Rayleigh-Bénard ont été effectuées sur des solutions à base de Carbopol 940 présentant un seuil de contrainte. Le dispositif expérimental nous a permis d'avoir des résultats quantitatifs et qualitatifs intéressants. Les mouvements thermoconvectifs ont ensuite été filmés par la technique d'ombroscopie. L'effet non-linéaire au début de la convection a été observé.

*Mots clés : Rhéologie, fluides à seuil, convection de Rayleigh-Bénard, nombre de Nusselt, structures et formes thermoconvectives, ombroscopie*

## *Abstract*

Rayleigh-Bénard convection phenomena correspond to the unstable state of an horizontal and dilatable fluid layer under a temperature gradient. If it exceeds a given critical value, convective movements appear. The phenomena becomes more complex for yield stress fluids. This threshold is added to stabilizing forces exerced within the fluid and alters the fundamental heat and mass transfer. The fluid is initially at rest and therefore the velocity gradient is zero, and the effective viscosity is infinite everywhere. The linear stability approach is unable to respond because we have to disturb Archimedes forces in a fluid with infinite viscosity [59]. In this thesis, Rayleigh-Bénard experiments were performed with Carbopol 940 solutions which expressing a yield stress. The experimental apparatus allowed us to obtain interesting quantitative and qualitative results. The non-linear effect at the beginning of convection was observed and thermoconvective movements were observed using shadowgraphy technique.

*Keywords : Rheology, yield stress fluids, Rayleigh-Bénard convection, Nusselt number, Thermoconvective structures and patterns, shadowgraphy.*



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Instabilité thermoconvective de Rayleigh-Bénard</b>	<b>7</b>
2.1	Introduction . . . . .	7
2.2	La convection thermique dans les fluides newtoniens . . . . .	8
2.2.1	La convection de Rayleigh-Bénard . . . . .	8
2.2.2	Critère physique de l'instabilité . . . . .	13
2.2.3	Mesure du flux thermoconvectif et détection de l'instabilité . . . . .	15
2.2.4	Diagramme des régimes de convection de Rayleigh-Bénard . . . . .	21
2.2.5	Effets non-linéaires du début de l'instabilité de Rayleigh-Bénard . . . . .	25
2.2.6	Loi de puissance du régime turbulent . . . . .	33
2.3	Cas des fluides non-newtoniens . . . . .	39
2.3.1	La convection de Rayleigh-Bénard dans les fluides à seuil . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Méthodes expérimentales</b>	<b>55</b>
3.1	Introduction . . . . .	55
3.2	Installation expérimentale . . . . .	56
3.2.1	Cellule de convection . . . . .	56
3.2.2	Dispositif de visualisation . . . . .	62
3.3	L'effet de la conductivité thermique des plaques sur le transfert thermique . . . . .	64
3.4	Estimation de la justesse des mesures de $\Delta T$ . . . . .	67
3.4.1	Autres sources d'erreurs sur les mesures de la température par un thermocouple. . . . .	68
3.4.2	Erreur de position d'un thermocouple . . . . .	71
3.4.3	Discussion de l'effet des plaques sur les mesures expérimentales . . . . .	83
3.5	Validation du dispositif expérimental . . . . .	94

3.6	Fluides utilisés . . . . .	101
3.6.1	Nature des fluides . . . . .	101
3.6.2	Mode de préparation du gel Carbopol . . . . .	102
3.7	Rhéométrie . . . . .	103
3.7.1	Techniques utilisées et protocoles expérimentaux . . . . .	103
3.7.2	Caractéristiques des fluides à seuil (fluide Herschel-Bulkley) . . . . .	104
3.7.3	Concentration et seuil de contrainte . . . . .	109
3.7.4	Thermodépendance des paramètres rhéologiques . . . . .	110
<b>4</b>	<b>Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité</b>	<b>115</b>
4.1	Introduction . . . . .	115
4.2	Expérience de la convection de Rayleigh-Bénard sur les dispersions de Carbopol 940 . . . . .	116
4.2.1	Détection de l'écart de température critique du début des instabilités . . . . .	117
4.2.2	Détection des bifurcations et mesure du flux thermoconvectif . . . . .	122
4.2.3	Relation entre la concentration, le seuil de contrainte et l'écart de température critique . . . . .	129
4.2.4	variation de $\Delta T_C$ en fonction de $d$ . . . . .	133
4.2.5	Efficacité du transfert thermoconvectif . . . . .	134
4.3	Visualisations . . . . .	140
4.3.1	Visualisation dans le cas où la plaque inférieure est en laiton pour le 0.04%wt et le 0.045%wt, $d = 17mm$ . . . . .	142
4.3.2	Visualisation dans le cas où la plaque inférieure est un miroir en verre ordinaire . . . . .	145
4.3.3	Remarques supplémentaires sur quelques visualisations: . . . . .	161
4.4	Observations de la dynamique des mesures . . . . .	162
4.4.1	Temps caractéristique de la relaxation thermique durant le régime conductif . . . . .	162
4.4.2	Fluctuations de l'écart de température. Une signature du début des instabilités thermoconvectives . . . . .	167
4.4.3	Évolution de la température au début et durant le régime convectif	182
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>193</b>
	<b>Annexes</b>	<b>199</b>
	Annexe A : Mesures thermiques . . . . .	199

Annexe A. 1 : $d = 10mm$ . . . . .	200
Annexe A. 2 : $d = 17mm$ . . . . .	207
Annexe A. 3 : $d = 60mm$ . . . . .	210
Annexe B : Mesures rhéométriques . . . . .	212
Annexe C : Propriétés physiques isobariques de l'eau, $P = 1.001bar$ . . . . .	216



# Nomenclature

---

## Symboles et abréviations

$\Delta T$	Écart de température entre les plaques de confinement
$\Delta T_C$	Écart de température critique
$T_{froide}, T_1$	Température de la plaque supérieure (froide)
$T_{chaude}, T_2$	Température de la plaque inférieure (chaude)
$d$	Distance entre les plaques, épaisseur de la couche fluide
$g$	Accélération gravitationnelle
$t_v$	Temps caractéristique de diffusion thermique verticale de la cellule
$t_h$	Temps caractéristique de diffusion thermique horizontale de la cellule
$t_\nu$	Temps caractéristique de dissipation visqueuse
$\tau_{th}$	Temps caractéristique thermique d'une particule fluide
$A$	Surface d'échange thermique dans la cellule de Rayleigh-Bénard
$R$	Résistance de chauffe
$i$	Courant électrique
$Ra$	Nombre de Rayleigh
$Ra_C$	Nombre de Rayleigh critique
$Pr$	Nombre de Prandtl
$Bi$	Nombre de Biot
$Gr$	Nombre de Grashof

## Symboles et abréviations

---

$Nu$	Nombre de Nusselt
$h$	Coefficient de transfert thermique par convection
$\varphi$	Densité de flux thermique
$\epsilon$	Nombre de Rayleigh réduit, gradient thermique réduit
$\rho$	Masse volumique
$\lambda$	Conductivité thermique
$\kappa$	Diffusivité thermique
$\alpha$	Coefficient de dilatation thermique
$\nu$	Viscosité cinématique
$\mu$	Viscosité dynamique
$\mu_0$	Viscosité cinématique à vitesse de cisaillement nulle
$\tau$	Contrainte de cisaillement
$s$	Seuil de contrainte
$\dot{\gamma}$	Vitesse de cisaillement
$k$	Consistance
$n$	Indice de la loi de puissance
$B$	Nombre de Bingham





# 1

## Introduction

### Introduction

Dans le contexte énergétique mondial actuel, l'optimisation de la consommation énergétique devient une priorité. La compréhension des phénomènes physiques qui sont à l'œuvre dans divers procédés industriels est nécessaire. Ainsi, le transfert de la chaleur et de la matière restent des phénomènes complexes très présents dans le quotidien. La convection thermique naturelle dans un fluide fascine encore les scientifiques. Ici, il s'agit d'étudier un phénomène dit « dissipatif ». En transportant de la chaleur par le mouvement lui-même du fluide entre deux milieux, ce mode de transfert permet d'échanger la chaleur de manière plus importante que ne le permet la conduction.

Un cas particulier de convection thermique est la convection de Rayleigh-Bénard ; elle correspond à la situation où un volume de fluide est confiné dans une enceinte (dite « cellule ») formée de deux plans rigides horizontaux. Aux frontières latérales, le fluide est limité par des parois rigides verticales. Partant de conditions initiales de stratification thermique, le fluide est stable, au repos, et ne coule pas. Dans le champ de la pesanteur, quand simultanément le fluide est chauffé par le bas et refroidi par le haut, cette configuration est instable, en raison du gradient de densité au sein du fluide. Ce gradient de

## 1 Introduction

densité est engendré par la différence de température entre le haut et le bas de la cellule. Les molécules chaudes se dilatent, deviennent plus légères que les molécules froides et tendent à s'élever sous l'effet de la poussée d'Archimède. Cette force motrice s'oppose à deux autres forces de freinage, qu'est la dissipation visqueuse et la dissipation thermique.

Il faut rappeler ici que, même si la convection en tant que processus de transfert de chaleur avait été découverte par Rumford en 1797, sa véritable compréhension ne date que du début du  $XX^e$  siècle. Les études expérimentales de Bénard en 1900-1901 sur une couche fluide à l'air libre, bien que construites de sorte que les phénomènes observés soient liés à de la tension superficielle et non à de la convection thermique, ont donné lieu aux premières théories de la convection, telle que celle de Boussinesq en 1903, puis celle, plus complète, de Rayleigh en 1916. Rayleigh a montré que la convection ne pouvait survenir dans un fluide que si le rapport entre les forces d'Archimède, moteurs de la convection, et les forces visqueuses et la diffusion de la chaleur, qui s'opposent aux mouvements du fluide, dépassait une certaine valeur critique. Ce rapport entre forces motrices de gravité et forces résistantes est défini par le nombre dit de *Rayleigh*, qui doit dépasser une certaine valeur critique pour que la convection survienne. L'enclenchement des mouvements de convection ou leur atténuation n'est qu'une concurrence entre les temps d'action caractéristiques des trois forces gouvernant ce phénomène.

L'écart de température  $\Delta T$  est exprimé par le nombre sans dimension  $Ra$ , il met en évidence le lien entre les différentes forces de ce phénomène.

$$Ra = \frac{\text{poussée d'Archimède}}{\text{force visqueuse x diffusion thermique}}$$

Le nombre de Rayleigh ( $Ra$ ) est un paramètre de contrôle du système. Il peut être vu comme la différence de température sans dimension, c'est-à-dire que plus il est élevé, plus l'échange de chaleur est important. La plupart des études existantes portent sur la compréhension de l'échange de chaleur au sein des fluides entre une source chaude et une source froide et posent notamment la question centrale de savoir comment évolue *l'efficacité* du transfert thermique avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

Ce mouvement de fluide sollicité par une différence de température entre deux milieux est un phénomène familier et quotidien. Le nombre de Rayleigh, en fonction des écoulements considérés, peut varier sur plusieurs dizaines de décades. À titre d'exemple et à petite échelle, dans une casserole d'eau chaude, il est de l'ordre de  $10^9$ , et à très grande échelle, en comparaison avec la convection du manteau terrestre où la viscosité est très

importante ( $\approx 10^{22} Pa \cdot s$ ), le nombre de Rayleigh est estimé à  $\approx 10^8$ . En conditions de laboratoire, quelques expériences ont abouti à des nombres de Rayleigh maxima atteignant des valeurs de l'ordre de  $10^{17}$ , alors que dans d'autres cas d'écoulements géophysiques, ils sont nettement supérieurs. Par exemple, pour la convection atmosphérique, on estime que  $Ra \approx 10^{21}$ . La compréhension de l'évolution du transfert de chaleur en fonction de  $Ra$  est donc indispensable pour pouvoir extrapoler sur plusieurs décades les lois établies à des  $Ra$  plus modérés.

En raison du faible nombre de paramètres de contrôle, la convection de Rayleigh-Bénard a fait l'objet de nombreux travaux tant d'un point de vue expérimental que sur le plan théorique. L'importance de ce phénomène a donné lieu à plusieurs recherches ayant pour but de le comprendre et de l'exploiter ; dans le cadre d'études fondamentales ou appliquées, ces recherches admettent des développements extrêmement larges et intéressants.

Dans l'industrie, le phénomène qui nous occupe est fréquemment présent dans plusieurs procédés où les fluides *non-newtoniens* occupent une place très importante : le traitement des polymères, les installations pétrolières, l'agroalimentaire (fabrication du chocolat, séchage de certains produits fluides), l'écoulement de la boue thermique, etc. Le terme *non-newtonien* est universel et décrit des effets variés. De nombreux fluides sont classés *non-newtoniens* par le fait de la dépendance non-linéaire de leur gradient de vitesse par rapport à la contrainte. Pour les fluides dits *newtoniens*, cette dépendance est linéaire. Elle implique ainsi, pour un écoulement de cisaillement simple que les contraintes créées par l'écoulement sont des contraintes de cisaillement, que la viscosité est indépendante de la vitesse de cisaillement et du temps, et que les contraintes s'annulent immédiatement lorsque l'écoulement est arrêté. Contrairement à ces fluides, les fluides non-newtoniens possèdent deux effets phénoménaux principaux et remarquables : *la rhéofluidité et le seuil de contraintes*. Pour la première, la viscosité peut diminuer ou augmenter avec la contrainte ; pour la deuxième, au-dessous d'un certain seuil de contrainte, le gradient de vitesse est nul, le fluide ne coule plus. Cette classe de fluides est souvent nommée *viscoplastique*. D'autres effets qui compliquent la modélisation sont la thixotropie et la viscoélasticité.

Les fluides à seuil ont été étudiés par Bingham en 1922. En 1947, Oldroyd a étudié plus largement les fluides de Bingham, Prager (1954), Mossolov & Miasnikov (1965, 1966) et Duvant & Lions (1976), Dai & Yarusso (1983) ont présenté une solution analytique pour les équations de Navier-Stokes.

Concernant la convection de Rayleigh-Bénard dans les fluides à seuil, les théories actuelles prédisent une stabilité linéaire (Zhang et al, (2006)). Un fluide à seuil est un fluide où la

## 1 Introduction

viscosité effective peut être exprimée par :

$$\mu = \mu_0 + \frac{s}{\dot{\gamma}} \quad (1.0.1)$$

où  $\mu_0$ ,  $s$  et  $\dot{\gamma}$  sont respectivement, la viscosité plastique, le seuil de contrainte et le gradient de vitesse de cisaillement. Dans le paradigme de la convection de Rayleigh-Bénard, le flux de base est statique, avec un gradient de vitesse nul ; de là, la viscosité efficace est infinie partout. Dès lors, pour suivre une approche d'analyse de stabilité linéaire, nous devons perturber un fluide de viscosité effective infinie, ce qui est problématique.

Pour d'autres fluides purement visqueux, le problème ne se pose pas. Il est en effet possible pour les fluides viscoélastiques d'utiliser la théorie classique de la stabilité linéaire, qui pose un handicap pour la convection de Rayleigh-Bénard dans les fluides à seuil ; peut-être cela explique-t-il le manque d'études de ce phénomène pour cette classe de fluides, malgré son importance et sa présence dans la nature et dans différents procédés industriels. Beaucoup de travaux dans la littérature sont consacrés au problème de Rayleigh-Bénard pour des fluides newtonien : des études numériques, par exemple, comme les travaux de Koschmieder (1993). Des études ont également été menées sur des fluides visqueux et des fluides non-newtoniens viscoélastiques (p. ex. Khayat 1995a-c, 1996 ; Martinez-Mardones, Tiemann & Walgraef 1999-2000 ; Park & Ryu 2001a-b ; Abu-Ramadan, Hay & Khayat 2003). Mais peu d'études ont porté sur les fluides à seuil, sauf le travail théorique et de simulation numérique de J. Zhang, D. Vola & I.A. Frigaard (2006), ou les études de Blamforth & Rust (2008), dans lesquelles les chercheurs ont effectuée des travaux expérimentaux qu'on peut considérer de notre point de vue purement qualitatifs. On trouve aussi dans la littérature des travaux sur la convection forcée et naturelle (la convection mixte) d'un fluide à seuil dans une conduite (p. ex. Round & Yu 1993 ; Nouar, Devienne & Lebouche 1994 ; Patel & Ingham 1994 ; Soares et al. 1999, 2003), Nouar, Métivier & Brancher (2010), ainsi que le travail de Christel Métivier & Albert Magnin (2011).

Interdisciplinaire par essence, la rhéologie fait appel à la chimie, à la physique, à la mécanique, aux mathématiques et à la biologie, qui lui fournissent des instruments de base, et elle se montre utile à chacune de ces disciplines [39] ; dans notre travail, elle fait appel à la thermique comme outil de compréhension des instabilités thermoconvectives dans les fluides à seuil.

Ce mémoire de thèse est divisé en quatre parties. Le premier chapitre est une introduction aux grandes lignes de la thèse et aux motivations qui ont mené à sa réalisation.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des instabilités thermoconvectives de Rayleigh-Bénard et situe le contexte scientifique dans lequel ce travail de thèse a été réalisé. Le troisième chapitre présente en détail les dispositifs expérimentaux utilisés, tels que la cellule de convection ou les moyens investis pour les mesures de la température. Dans ce chapitre, nous présenterons aussi les techniques de détection du début de la convection et des mouvements thermoconvectifs, par la méthode de changement de pente du flux thermique ainsi que par visualisation à l'aide de la technique d'ombroscopie. L'effet de la conductivité thermique des plaques sur le transfert thermoconvectif, ainsi que de la justesse des mesures seront abordée. Nous discuterons aussi, notamment, des spécificités des dilutions de Carbopol 940 dans l'eau distillée, et de leurs caractérisation rhéométrique. Ces dilutions sont présentés et utilisés comme un modèle aux fluides à seuil, ainsi que de la validation du dispositif expérimental avec des mesures du flux thermoconvectif dans l'eau, connaissant le nombre de Rayleigh critique pour les fluides newtoniens (théoriquement  $Ra_C = 1708$ ). Nous décrirons dans le quatrième chapitre les résultats obtenus, et nous les mettrons à profit pour, d'une part, présenter les mesures de l'écart de température pour différentes solutions ayant un seuil de contrainte ainsi que l'écart de température critique du début des instabilités, et d'autre part nous présentons aussi l'influence des propriétés rhéologique sur le transfert thermique. Dans ce chapitre, nous présenterons une série de visualisations par la technique d'ombroscopie. Les mouvements thermoconvectifs et différents régimes de convection seront discutés. Enfin, quelques mesures transitoires de l'écart de température seront abordées.



# 2

## Instabilité thermoconvective de Rayleigh-Bénard

### 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous introduisons les instabilités thermoconvectives de Rayleigh-Bénard dans les fluides newtoniens en décrivant un modèle physique regroupant les différentes forces qui gouvernent ce phénomène. Nous nous référerons aux travaux bibliographiques portant sur la détection du début des instabilités thermoconvectives ainsi que sur la quantification du flux thermique dissipé par le fluide afin de calculer le nombre de Nusselt - nombre qui, par sa valeur d'unité, définit la limite entre le mode de transfert thermique par conduction et le mode de transfert thermique par convection. Les différents régimes de convection seront également cités, afin de définir les différentes configurations spatio-temporelles des mouvements thermoconvectifs.

Quelques travaux sur la convection de Rayleigh-Bénard dans les fluides non-newtoniens (spécifiquement les fluides rhéofluidifiants) seront présentés à titre de comparaison avec les fluides newtoniens. Enfin, nous présenterons les fluides à seuil suivant le modèle

rhéologique de Herschel-Bulkley et la théorie déjà existante portant sur les instabilités de Rayleigh-Bénard concernant ces fluides, pour terminer par une brève discussion critique des expériences réalisées par Blamforth et Rust en 2005.

Malgré l'importance des fluides à seuil dans la vie de tous les jours et leur présence dans différents procédés industriels, le manque de travaux antérieurs traitant de ce phénomène dissipatif est tout-à-fait remarquable.

## 2.2 La convection thermique dans les fluides newtoniens

### 2.2.1 La convection de Rayleigh-Bénard

Le phénomène de Rayleigh-Bénard correspond à l'état instable dans lequel se trouve une couche de fluide dilatible, couche confinée entre deux plans rigides horizontaux, d'épaisseur  $d$  et soumise à un écart de température  $\Delta T$ . La structure du fluide est encore stable et au repos, si cet écart dépasse une valeur critique  $\Delta T_C$ , la structure devient instable et des mouvements naissent à l'intérieur du fluide. Ces mouvements augmentent l'échange de la chaleur bien au-delà de l'échange thermique par simple conduction. C'est-à-dire qu'à la conduction vient s'ajouter un flux thermique convectif : les particules du fluide en mouvement transportent de la chaleur en l'évacuant autour d'elles vers d'autres particules plus froides, puis vers l'extérieur du fluide. L'exemple le plus simple de ce phénomène est celui de l'eau que l'on fait bouillir dans une casserole sur une plaque chauffante : au voisinage de celle-ci, le fluide se réchauffe, devient plus léger et se met à monter sous l'effet des forces d'Archimède, tandis qu'à la surface, au contact de l'air, il se refroidit, devient plus lourd et se met à descendre.

Les instabilités de Rayleigh-Bénard sont contrôlées par une concurrence entre plusieurs forces ; la poussée d'Archimède (la force motrice), la dissipation de quantité de mouvement (le terme visqueux) et la diffusivité thermique. Ces deux dernières représentent les forces de freinage (Figure 2.2.1).

On s'intéresse ici à la configuration idéalisée d'une couche fluide horizontale forcée par un gradient thermique vertical. L'état conductif est caractérisé par une vitesse nulle et un profil linéaire de température à gradient vertical. On suppose que le bas de la couche est plus chaud que le haut et l'on augmente progressivement le forçage. Lorsque le forçage thermique est faible, l'état conductif est stable. Une perturbation de température ou de vitesse est dissipée par la diffusion thermique ou la viscosité avant que la force

d'Archimède n'aie eu le temps d'agir. Lorsque le forçage thermique dépasse un seuil critique, l'état conductif devient instable et des mouvements de convection apparaissent.

### 2.2.1.1 Approximation de Boussinesq

En 1903, Gauthier-Villars éditait à Paris le tome II, du traité de Joseph Boussinesq intitulé : « Théorie Analytique de la Chaleur ». A la page VII de l'Avertissement à ce tome II Boussinesq écrit : « .. il fallait encore observer que, dans la plupart des mouvements provoqués par la chaleur sur nos fluides pesants, les volumes ou les densités se conservent à très peu près, quoique la variation correspondante de l'*unité de volume* soit justement la cause des phénomènes qu'il s'agit d'analyser. De là résulte la possibilité de négliger les variations de la densité, là où elles ne sont pas multipliées par la gravité  $g$ , tout en conservant, dans les calculs, leur produit par celle-ci... ». Cette observation est, ce que l'on appelle, aujourd'hui : « l'approximation de Boussinesq » (en accord avec l'appellation, en 1916, de Rayleigh), et une conséquence spectaculaire en est la possibilité de considérer un système d'équations quasi-incompressible couplé pour la dynamique (équation de Navier) et la température (équation de Fourier) pour lequel la poussée d'Archimède est la force active principale régissant le mouvement (extrait de [58]).

En général, les travaux théoriques traitant de la convection de Rayleigh-Bénard se sont basés sur l'approximation de Boussinesq, qui suppose que les propriétés physiques du fluide, exceptée la densité, ne varient pas en fonction de la température. Rappelons que les forces d'Archimède proviennent de la variation de la densité au sein du fluide même [9].

L'approximation de Boussinesq permet une formulation incompressible des équations de Navier-Stokes, prenant en compte des forces de flottabilité (poussée d'Archimède) à l'échelle local dues à la dilatation du fluide et induite par une variation de la température.

Cette étude de stabilité s'effectue en linéarisant les équations autour de l'état conductif. On montre alors que la stabilité de l'état conductif ne dépend que de la valeur du nombre de Rayleigh.

Pour décrire le mouvement de convection d'un fluide chauffé par le bas, les équations de Navier-Stokes compressibles sont trop complexes, et les équations de Navier-Stokes incompressibles ne rendent pas compte des forces de flottabilité. L'approximation de Boussinesq permet de prendre en compte ces forces car la densité volumique des forces extérieures est celle induite par le champ de gravité.

L'hypothèse d'incompressibilité interdit de prendre en compte une loi d'état concernant la variation de la pression en fonction de la densité et de l'énergie interne ; la pression  $p$  devient donc un paramètre dynamique découplé de la thermodynamique. La loi d'état de la pression est alors remplacée par une loi  $\rho = R(T)$ , que l'on suppose linéaire en écrivant  $\rho = R(T) = \rho_0[1 - \alpha(T - T_0)]$ . Le coefficient  $\alpha$  est appelé « coefficient de dilatation thermique » ; il est positif dans la mesure où un échauffement autour de la température  $T_0$  induit une diminution de la densité.

### 2.2.1.2 Le mécanisme de la convection de Rayleigh-Bénard

La présence d'un gradient thermique dans le fluide induit un gradient de densité. Des particules se refroidissent au contact de la plaque froide, deviennent plus denses et ont donc tendance à couler. D'autres particules deviennent moins denses au contact de la plaque chaude, elles se dilatent et ont donc tendance à monter. C'est cette différence de densité qui fait naître la poussée d'Archimède au sein du fluide, poussée qui croît avec l'augmentation de l'écart de température entre le haut et le bas du fluide. Le système est en équilibre mécanique, et le transfert thermique reste purement conductif tant que la poussée d'Archimède n'arrive pas à vaincre les forces de freinages que sont le frottement visqueux et la dissipation thermique (Figure 2.2.1).

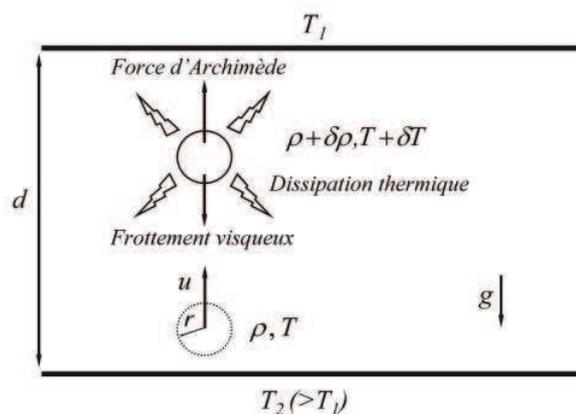


FIGURE 2.2.1: Mécanisme physique de l'instabilité thermique de Rayleigh-Bénard : fluide confiné entre deux plans rigides espacés d'une distance  $d$ , chauffé par le bas et refroidi par le haut.

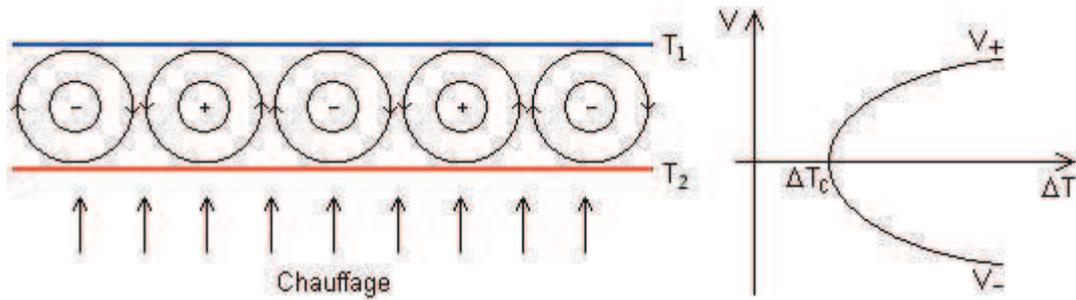


FIGURE 2.2.2: Bifurcation dans la convection de Rayleigh-Bénard [8].

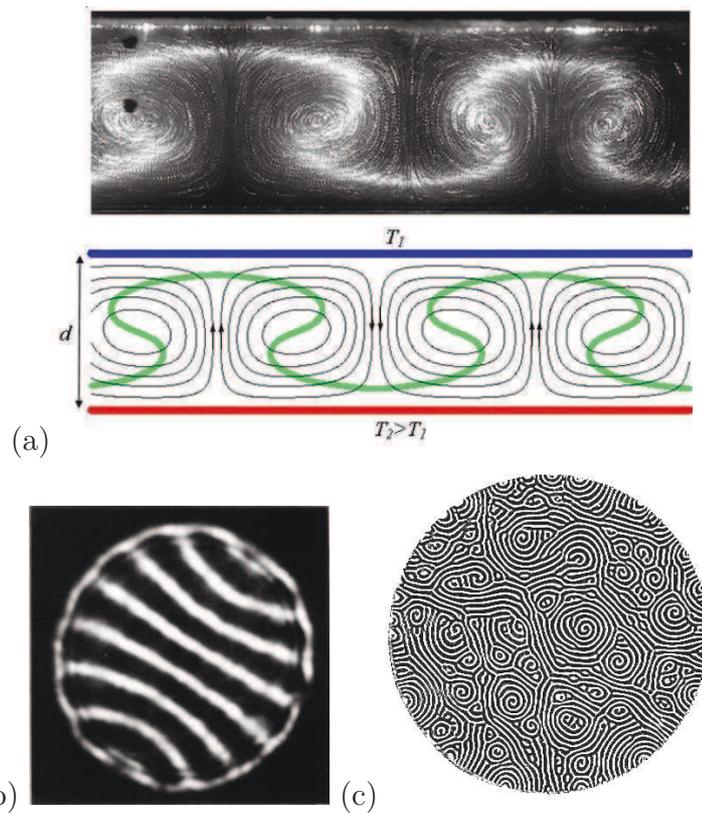


FIGURE 2.2.3: (a) En haut : Photographie de rouleaux de convection de Rayleigh-Bénard dans un « sirop » (glycérol). Le glycérol contient une suspension de micro-gouttelettes de cristaux liquides thermochromes, en concentration de 0.03% en masse [54]. L'ordre de grandeur de la largeur des rouleaux correspond à la distance  $d$  entre les plaques. En bas : les flèches montrent le sens de rotation inversé de chacun des deux rouleaux successifs. Les lignes noires désignent les lignes de courant et la ligne verte désigne la ligne isotherme moyenne. (b) Vue du haut des rouleaux thermoconvectifs dans l'Argon [19], (c) Vue du haut des motifs de convection du  $CO_2$ , évolution des rouleaux vers des formes plus complexes [2] (les photos « a » et « b » ont été réalisées par la technique de visualisation par ombroscopie).

A partir d'un certain écart de température entre le haut et le bas du fluide, la poussée d'Archimède devient suffisamment importante pour enclencher les mouvements ascendants et descendants de convection. Des mouvements apparaissent, en général sous forme de rouleaux contra-rotatifs bidimensionnels (Figures 2.2.2 et 2.2.3) ; le sens de rotation est difficile à prédire théoriquement [40].

Par ailleurs, il faut noter que, à l'apparition de ces rouleaux convectifs, deux situations qualitativement différentes peuvent se présenter : pour un rouleau donné, la rotation peut s'effectuer dans le sens positif ou dans le sens négatif, selon que le système emprunte une branche ou l'autre au point de bifurcation  $\Delta T_C$  (Figure 2.2.2). Le sens de rotation est dit « équiprobable ».

Autrement dit, en un point du fluide, la vitesse peut tout aussi bien être dirigée dans un sens que dans le sens opposé, et ce, en fonction du fait que telle ou telle infime perturbation, par nature imprévisible et non maîtrisable, prévaudra au point de bifurcation [8]. Les rouleaux deviennent progressivement plus complexes avec l'augmentation de  $\Delta T$ . quand la température croît, le nombre d'état possible augmente également et l'existence de ce grand degrés de liberté permet l'apparition d'un régime turbulent [58]. La structure de l'écoulement de base est complètement modifiée. Au cours des trente dernières années, plusieurs études se sont intéressées à la convection de Rayleigh-Bénard, qui est d'ailleurs devenue un paradigme pour l'étude de la formation des motifs thermoconvectifs [21], de leurs sélection et de leurs évolutions.

L'écart de température  $\Delta T$  est exprimé par le nombre sans dimension  $Ra$ . Le nombre de Rayleigh met donc en évidence le lien entre les différentes forces de ce phénomène par :

$$Ra = \frac{\text{poussée d'Archimède}}{\text{force visqueuse} \times \text{diffusion thermique}}$$

Le rapport entre la poussée d'Archimède et la force visqueuse est donné par un nombre sans dimension, le nombre de Grashof, avec :

$$Gr = \frac{\alpha g \Delta T \rho^2 d^3}{\nu^2} \quad (2.2.1)$$

La concurrence entre les forces visqueuses et la diffusion thermique est représentée dans le nombre de Rayleigh par un autre nombre sans dimensions : le nombre de Prandtl :

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} \quad (2.2.2)$$

## 2.2 La convection thermique dans les fluides newtoniens

Il représente le rapport entre le temps de diffusion thermique verticale  $t_v = \frac{d^2}{\kappa}$  et le temps de la relaxation visqueuse verticale  $t_\nu = \frac{d^2}{\nu}$ . Le nombre de Grashof ne suffit pas à lui seul de donner un critère de stabilité généralisée pour tous les fluides. La diffusivité thermique a un rôle très important dans le transfert thermique. Faire intervenir le nombre de Prandtl est primordial pour avoir un critère de stabilité généralisée. À partir de sa définition, le nombre de Rayleigh est donc :

$$Ra = Gr \cdot Pr \quad (2.2.3)$$

Si la condition de Boussinesq est respectée, le nombre de Rayleigh s'écrit alors :

$$Ra = \frac{\alpha g \Delta T d^3}{\kappa \nu} \quad (2.2.4)$$

avec  $\alpha$  le coefficient de dilatation thermique en  $^{\circ}C^{-1}$ ,  $g$  l'accélération gravitationnelle en  $m/s^2$ ,  $\Delta T$  l'écart de température entre la plaque supérieure et inférieure exprimé en  $^{\circ}C$ ,  $d$  la distance entre ces deux plaques,  $\kappa$  la diffusivité thermique du fluide en  $m^2/s$  et finalement  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide en  $m^2/s$  avec  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ ,  $\mu$  la viscosité dynamique en  $Pa \cdot s$  et  $\rho$  la masse volumique du fluide en  $kg/m^3$ . Les propriétés physiques sont prises à la température moyenne  $T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}$  entre les deux plans.

### 2.2.2 Critère physique de l'instabilité

Nous analysons le mouvement d'une particule sphérique de rayon  $r \leq d$  comme élément volume du fluide au repos (Figure 2.2.1). Par suite d'une perturbation due à l'augmentation de la température, nous animons brusquement la sphère d'une vitesse verticale  $u$  (comptée positivement vers le haut). Nous allons observer si cette fluctuation de vitesse s'atténue par la suite (la particule retrouvant sa stabilité) ou tend au contraire à s'amplifier (début de l'instabilité) [29].

Estimons d'abord la différence de température  $\delta T$  que la particule acquiert par rapport au fluide environnant. Dans le cas d'un grand nombre de Prandtl  $Pr \gg 1$ , cette différence est limitée par la relaxation thermique de la particule avec le fluide (par contre, on peut supposer qu'elle atteint immédiatement son équilibre de vitesse). Le temps caractéristique thermique correspondant vérifie :

## 2 Instabilité thermoconvective de Rayleigh-Bénard

$$\tau_{th} = a \cdot \frac{r}{\kappa} \quad (2.2.5)$$

où  $a$  est une constante géométrique. Pendant ce temps-là, la particule s'est déplacée de  $\delta y = \tau_{th} \cdot u$  et les différences de température et de densité  $\delta T$  et  $\delta \rho$  par rapport au fluide environnant deviennent respectivement :

$$\delta T = \delta y \cdot \frac{\delta T}{\delta y} = a \cdot u \cdot \frac{r^2}{\kappa} \cdot \frac{\Delta T}{d} \quad (2.2.6)$$

et

$$\delta \rho = -\rho_0 \alpha \delta T = -a \rho_0 \alpha u \cdot \frac{r^2}{\kappa} \cdot \frac{\Delta T}{d} \quad (2.2.7)$$

$\rho_0$  étant la masse volumique de la particule à une température de référence  $T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}$  qui est choisie comme la température moyenne entre celles des deux plans horizontaux, et  $\alpha$  le coefficient de l'expansion thermique du fluide à  $T_0$ .

On a donc sur la sphère une force motrice (ici la force d'Archimède), qui s'écrit comme suit :

$$F_m = -\frac{4}{3}\pi r^3 \delta \rho g = \frac{4}{3}\pi a \rho_0 \alpha g u \cdot \frac{r^5}{\kappa} \cdot \frac{\Delta T}{d} \quad (2.2.8)$$

La vitesse  $u$  de la particule augmentera donc si la force motrice est supérieure à la force de freinage visqueuse de Stocks avec :

$$F_{visc} = -6\pi \mu r u \quad (2.2.9)$$

$\mu$  étant la viscosité dynamique du fluide. Le critère de stabilité devient donc :

$$F_m > F_{visc}$$

$$\frac{4}{3}\pi a \rho_0 \alpha g u \cdot \frac{r^5}{\kappa} \cdot \frac{\Delta T}{d} > 6\pi \mu r u \quad (2.2.10)$$

Plus la perturbation aura une grande étendue spatiale, plus elle sera instable [29]. En prenant  $r = \frac{d}{2}$  comme taille maximale, on obtient la condition d'instabilité du système :

$$Ra = \frac{\alpha g \Delta T d^3}{\kappa \nu} > \frac{72}{a} \quad (2.2.11)$$

$$Ra_C = \frac{72}{a} \quad (2.2.12)$$

Pour que l'instabilité convective se déclenche, il est nécessaire que  $Ra$  dépasse la valeur critique  $Ra_C$ , à laquelle l'écart de température  $\Delta T$  atteint une valeur critique  $\Delta T_C$  associée au début de l'instabilité. La valeur théorique exacte du nombre de Rayleigh critique pour un fluide contenu entre deux plaques rigides et infinies est de 1707.76 [13].

Citons un ordre de grandeur correspondant à une expérience réalisée avec une huile silicone où :

$$\nu \approx 10^{-4} m^2 s^{-1}, \kappa \approx 10^{-7} m^2 s^{-1}, d = 10^{-2} m, \alpha = 10^{-3} C^{-1}.$$

On trouve une valeur de  $\Delta T_C \approx 1,7^\circ C$ . On remarquera en particulier la variation très rapide de l'écart de température critique avec la distance  $d$  entre les plaques : ainsi, pour une distance de moitié, le seuil en différence de température sera huit fois plus élevé [29].

### 2.2.3 Mesure du flux thermoconvectif et détection de l'instabilité

Le passage du régime de transfert thermique conductif au régime convectif favorise l'échange thermique qui s'accroît avec l'augmentation de l'écart de température entre les deux plaques  $\Delta T$ . Pour déterminer la contribution du flux thermique thermoconvectif, un autre nombre sans dimension est utilisé. Le nombre de Nusselt définit le rapport entre le flux thermique total et le flux thermique purement conductif.

$$Nu = \frac{\text{flux thermique total}}{\text{flux thermique par conduction}} \quad (2.2.13)$$

Le flux thermique total est  $Q_T = Q_{conduction} + Q_{convection}$ , d'où :

$$Nu = \frac{Q_{conduction} + Q_{convection}}{Q_{conduction}} = 1 + \frac{Q_{convection}}{Q_{conduction}}$$

## 2 Instabilité thermoconvective de Rayleigh-Bénard

avec

$$Q_{conduction} = \frac{\lambda \Delta T}{d} \cdot A \quad (2.2.14)$$

$\lambda$  étant la conductivité thermique du fluide en  $W/m^{\circ}C$ ,  $d$  l'épaisseur de la couche fluide en mètre et  $A$  est la surface d'échange thermique entre la plaque inférieure et le fluide, exprimée en  $m^2$ , soit :

$$Nu = 1 + \frac{Q_{convection}}{\frac{\lambda \Delta T}{d} \cdot A} \begin{cases} = 1 & \text{Régime conductif} \\ > 1 & \text{Régime convectif} \end{cases} \quad (2.2.15)$$

et de là, le rapport du flux convectif par rapport au flux conductif est :

$$Nu - 1 = \frac{Q_{convection}}{\frac{\lambda \Delta T}{d} \cdot A} \quad (2.2.16)$$

Le rapport  $Nu - 1$  mesure la contribution du transfert thermique par convection seule par rapport à la conduction. Il est proportionnel au rapport sans dimension  $\epsilon$ ,  $Nu - 1 \propto \epsilon$  avec :

$$\epsilon = \frac{\Delta T - \Delta T_C}{\Delta T_C} \approx \frac{Ra - Ra_C}{Ra_C} \quad (2.2.17)$$

soit :

$$\epsilon = \frac{\Delta T}{\Delta T_C} - 1 \approx \frac{Ra}{Ra_C} - 1 \quad (2.2.18)$$

En expérience, la mesure directe et précise de la densité de flux thermoconvectif  $Q_{convection}$  est difficilement mesurable. Quand la chaleur est apportée à la plaque inférieure par effet Joule, la mesure indirecte peut être effectuée en connaissant la valeur de la résistance de chauffe et le courant électrique qui la traverse (expérience de Milverston et Schmidt 1935) [13]. Supposant que l'échange thermique fourni traverse entièrement le fluide de la plaque inférieure vers la plaque supérieure en absence d'échange avec les parois latérales. Connaissant le flux thermique conductif régi par la loi de Fourier comme :

$$Q_{conduction} = \frac{\lambda \Delta T}{d} \cdot A \quad (2.2.19)$$

avec :

Puissance électrique fournie = Puissance dissipée par le fluide

$$Q_T = R \cdot i^2 = (Q_{conduction} + Q_{convection})_{fluide} \quad (2.2.20)$$

alors :

$$Q_{convection} = R \cdot i^2 - \frac{\lambda \Delta T}{d} \cdot A \quad (2.2.21)$$

où  $R$  représente la valeur de la résistance électrique en *Ohms*, et  $i$  est le courant électrique traversant la résistance exprimée en *Ampères*. Le produit  $R \cdot i^2$  est le flux thermique produit par effet Joule.

$A$  est la surface d'échange thermique entre la plaque inférieure qui est en contact direct avec le fluide d'un côté et la résistance de chauffe de l'autre ; elle est exprimée en  $m^2$ .

Le nombre de Nusselt s'écrit maintenant :

$$Nu = \frac{R \cdot i^2}{A \cdot \frac{\lambda \Delta T}{d}} \begin{cases} = 1 \text{ Régime conductif} \\ > 1 \text{ Régime convectif} \end{cases} \quad (2.2.22)$$

Donc,  $Nu = 1$  dans les conditions stables. L'amplitude du nombre de Nusselt est déterminée dans la théorie linéaire par les conditions initiales, mais il est vérifié dans la pratique qu'elle peut augmenter soudainement suite à la convection [21]. Le début des instabilités peut être aussi observé directement par des techniques de visualisations diverses.

Voici quelques résultats de la détection du  $\Delta T_C$  pour différentes expériences effectuées par Silverston (1958). L'apport du flux thermique est assuré par une résistance électrique en contact avec la plaque inférieure. Cette résistance est alimentée par un courant électrique continu. Dans l'état stationnaire et pour chaque point, l'écart de température et le carré du courant électrique qui traverse la résistance sont mesurés. On remarque sur la Figure 2.2.4 que les points de mesure suivent linéairement deux lignes distinctes par leurs propres pentes.

Au début, le fluide est au repos et le transfert thermique est purement conductif. Une augmentation linéaire de la valeur de  $\Delta T$  en fonction de la puissance de chauffe est

observée. Si nous observons la pente  $\Delta T = f(P)$ , et à un écart de température critique donné  $\Delta T_C$ , des mouvements apparaissent au sein du fluide et un changement de pente est remarqué, marquant la transition vers un régime de transfert thermique par convection. Schmidt & Milverton ont obtenu une valeur de Rayleigh critique moyenne  $(Ra_C)_{moyen} = 1770 \pm 140$ .

Silverston (1958) a effectué des mesures du nombre de Nusselt pour différents liquides (correspondants à différentes valeurs de  $Pr$ ), en faisant varier la distance  $d$  entre  $1.45mm$  et  $13mm$ . Ces mesures sont illustrées sur la Figure 2.2.5 pour des valeurs de Rayleigh comprises entre  $10^2$  et  $10^7$ . Elles ont été réalisées sous différentes conditions, en faisant varier des paramètres physiques tels que  $d$  et la nature du fluide. Une courbe maîtresse moyenne gouverne les mesures du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh pour toutes ces expériences [13]. En général, le nombre de Nusselt varie avec le nombre de Rayleigh  $Ra$ , et varie faiblement avec le nombre de Prandtl  $Pr$  [21].

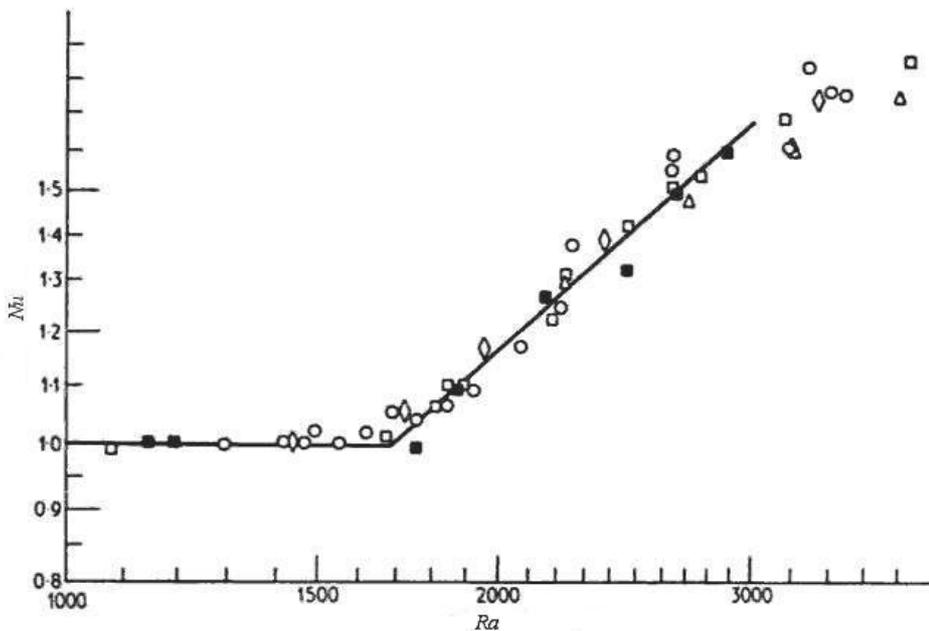


FIGURE 2.2.6: Agrandissement d'échelle pour les résultats expérimentaux de Silverston (1958) sur la convection de Rayleigh-Bénard dans plusieurs fluides et dans divers dispositifs. Le nombre de Nusselt est tracé par rapport au nombre de Rayleigh dans l'intervalle  $1000 \leq Ra \leq 3500$  :  $\circ$  Eau ;  $\triangle$  Heptan ;  $\square$  Ethylen glucol ;  $\diamond$  Huile de silicone AK3 ;  $\blacksquare$  Huile de silicone AK350 [13].

La Figure 2.2.6 montre la précision expérimentale des expériences de Silverston. L'augmentation brusque de la valeur de Nusselt est observée à des valeurs de Rayleigh proches

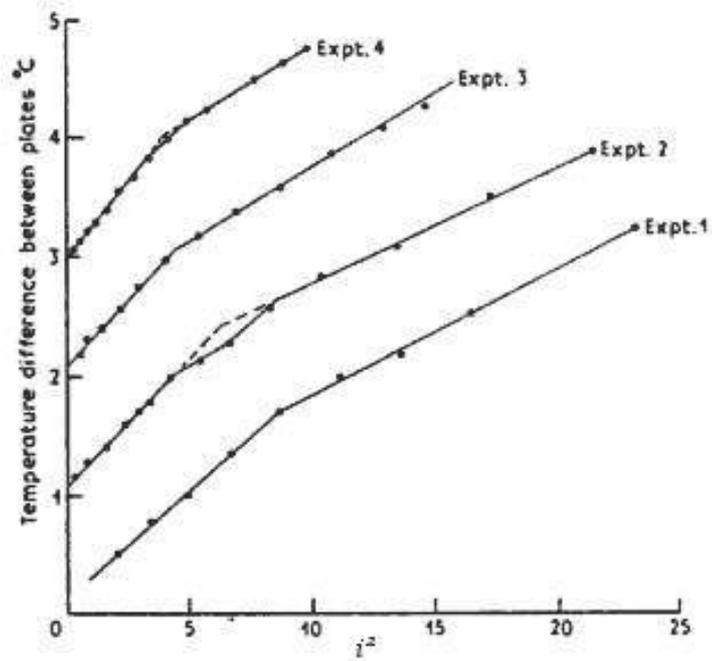


FIGURE 2.2.4: Le carré du courant de chauffe  $i^2$  nécessaire pour maintenir un écart de température donné dans une couche d'eau confinée entre deux plaques. Le jeu  $d$  varie d'une expérience à une autre. Le changement de pente indique le début de l'instabilité de Rayleigh-Bénard, Schmidt & Milverton (1935)[13].

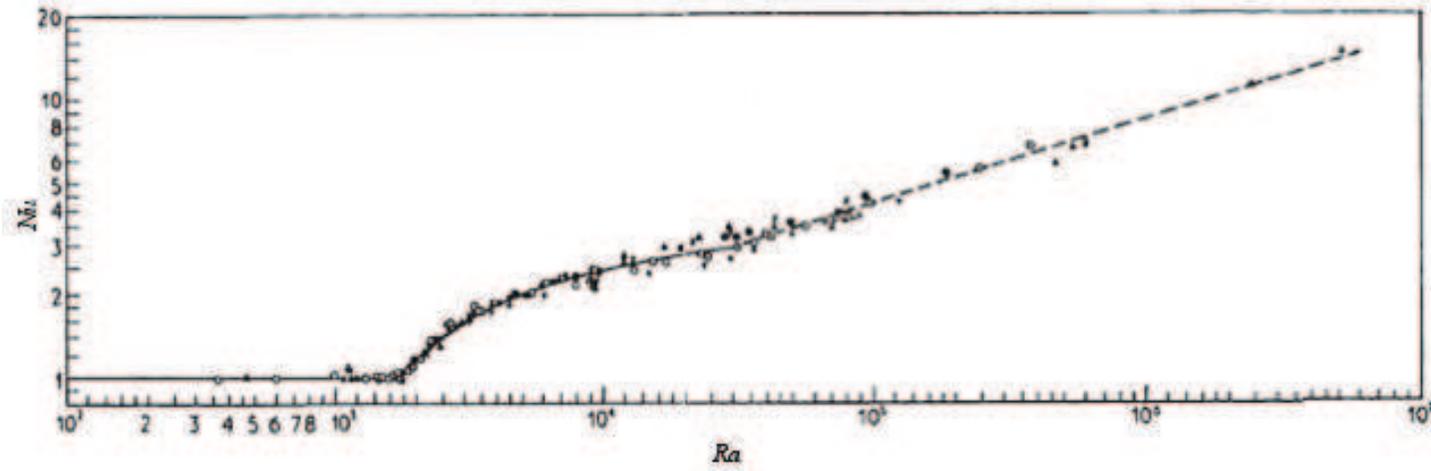


FIGURE 2.2.5: Résultats expérimentaux de Silveston (1958) sur la convection de Rayleigh-Bénard dans plusieurs fluides et dans divers dispositifs. Le nombre de Nusselt est tracé par rapport au nombre de Rayleigh ;  $\circ$  Eau ;  $+$  Heptan ;  $\times$  Ethylen glucol ;  $\bullet$  Huile de silicone AK3 ;  $\blacktriangle$  Huile de silicone AK350 ;  $\triangle$  Air selon Mull & Raither [13] .

de 1708 ; les valeurs expérimentales du nombre de Rayleigh critique  $Ra_C = 1700 \pm 51$  sont donc en accord avec la théorie [13].

La Figure 2.2.7 est une copie des photos prises par Silveston. L'apparition des motifs est observable dès que le nombre de Rayleigh atteint sa valeur critique. Ces motifs deviennent de plus en plus complexes avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

### 2.2.4 Diagramme des régimes de convection de Rayleigh-Bénard

Les mouvements de convection se manifestent sous différentes formes ; ainsi, les cellules peuvent présenter différentes configurations formant des motifs plus au moins ordonnés. Ici, nous nous intéressons à des motifs que nous avons rencontrés dans nos expériences. Pour plus de détails sur les différents motifs et leur formation dans la convection de Rayleigh-Bénard, on se référera à l'ouvrage de Getling intitulé « Rayleigh-Bénard Convection, Structures and Dynamics » (1998).

Dans les conditions standard, les rouleaux pseudo-bi-dimensionnels présentent la forme de base de l'état stationnaire des instabilités thermoconvectives de Rayleigh-Bénard, ce qui reste un facteur très important pour la transition vers des mouvements thermoconvectifs tridimensionnels. L'écoulement peut atteindre un état stationnaire, subir des oscillations de différents ordres, ou devenir complètement turbulent [26]. Les régimes de convection sont contrôlés par le nombre de Rayleigh et le nombre de Prandtl, et la transition entre les régimes est décrite sur un diagramme (Figure 2.2.8). Les lignes délimitant les régions de différents régimes sont dessinées jusqu'à une certaine limite arbitraire, à partir de résultats expérimentaux qui ne sont pas toujours en accord avec ces limites précises ; de plus, des difficultés surviennent pour la détermination de la valeur du nombre de Rayleigh de transition, spécialement pour les transitions hystérétiques. Il apparaît évident que l'observation de la transition de l'état stationnaire à l'état instationnaire est spécialement subtile [26].

Dans ce diagramme des régimes de convection, la ligne  $I$  est la ligne de conduction ; au-dessous de cette ligne, les fluides sont au repos et  $Ra = Ra_C$ , la région des rouleaux stationnaires bidimensionnels de convection, se situe au-dessus. Pour de grandes valeurs de  $Pr$ , cette région s'étend vers des valeurs du nombre de Rayleigh de l'ordre de  $13 \cdot Ra \approx 2 \cdot 10^4$ . La courbe  $II$  est une limite de l'apparition des instabilités convectives de type rouleaux-croisés issues de l'état stationnaire bimodal. Il est intéressant de signaler que, pour de grandes valeurs de  $Pr$  de l'ordre de  $8.3 \cdot 10^3$ , l'état d'écoulement bimodal peut être stable en des  $Ra$  de l'ordre de  $2 \cdot 10^5$  à  $8 \cdot 10^5$ , mais instable à  $Ra \approx 10^5$ .

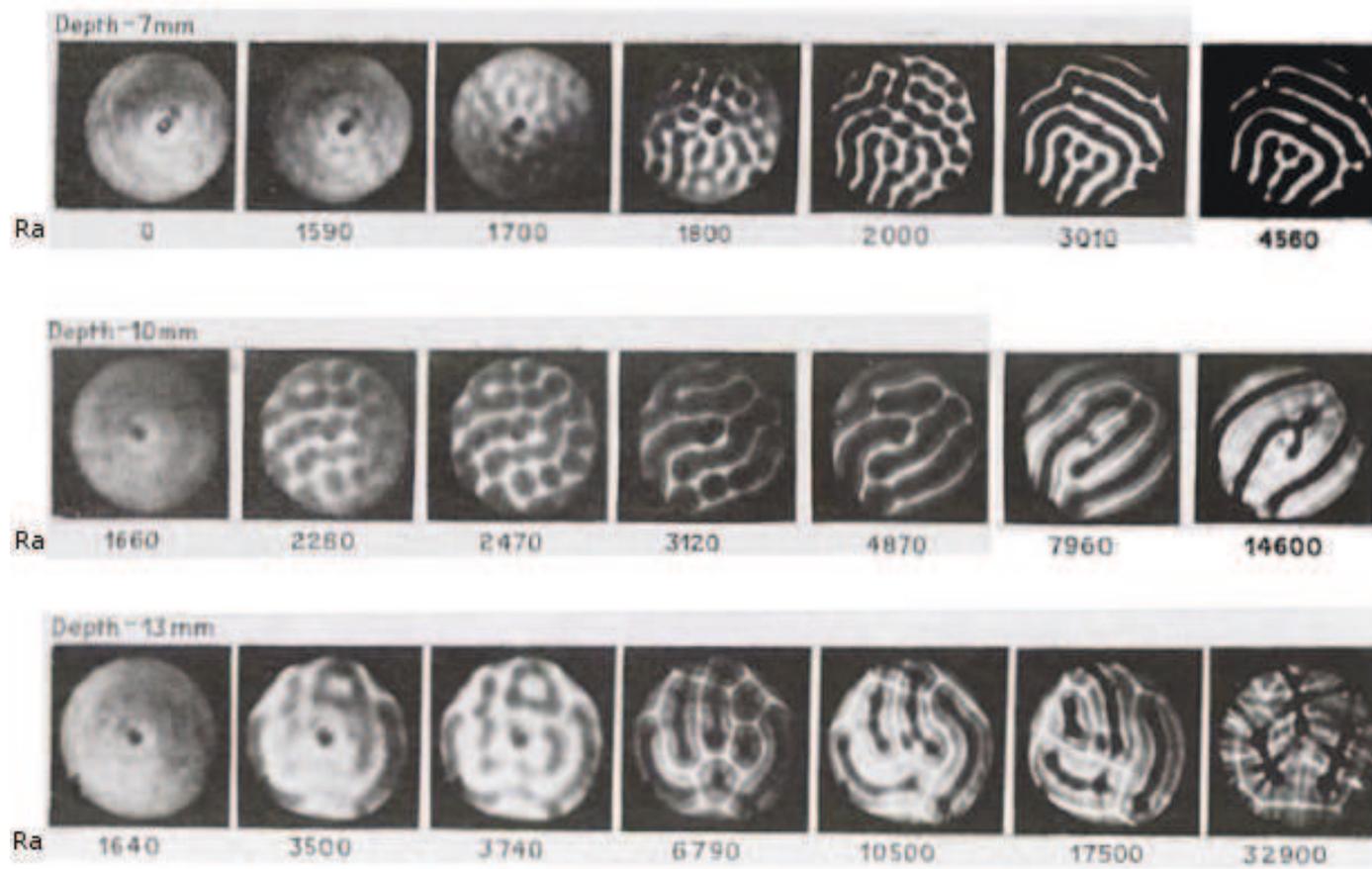


FIGURE 2.2.7: Visualisation des mouvements thermoconvectifs par Silveston en fonction de l'augmentation du nombre de Rayleigh pour différentes épaisseurs. Photographies de plusieurs épaisseurs d'une couche d'eau confinée entre deux plans rigides [13].

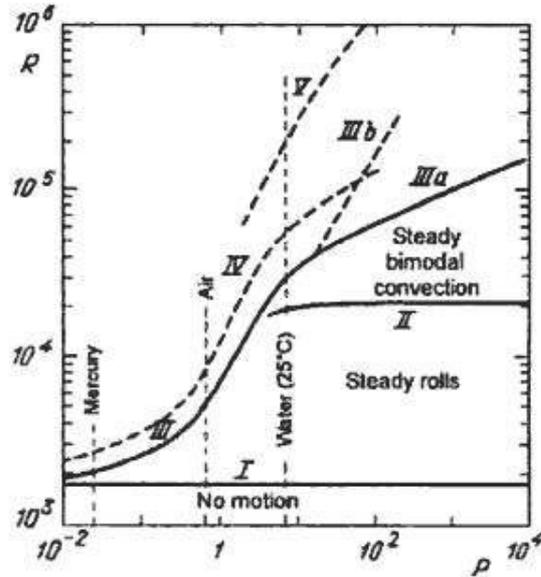


FIGURE 2.2.8: Diagramme des régimes de convection. Le nombre de Rayleigh (ici  $R$ ) est tracé en fonction du nombre de Prandtl (ici  $P$ ). Les lignes continues montrent les limites des transitions entre différents régimes et modes de convection jusqu'à atteindre la turbulence. Le diagramme a été construit par Krishnamurti (1973) et modifié par Busse (1985). Les lignes délimitent les régions pour les différents régimes [26].

La transition vers l'écoulement bimodal est observée seulement pour de grandes valeurs de  $Pr$ . Pour de faibles valeurs de  $Pr$ , l'état instationnaire est atteint immédiatement (courbe *III*). Cette transition est associée avec le début d'une instabilité oscillatoire qui se manifeste d'elle-même en ondes qui se déplacent le long des rouleaux. Ce scénario est une prédiction théorique. Expérimentalement, et pour de faibles valeurs de  $Pr$ , il est impossible de déterminer une valeur limite universelle du  $Ra$  pour ces transitions dans des dispositifs expérimentaux différents [49].

Dans la région où  $Pr \gtrsim 50$ , la valeur de  $Ra$  est presque constante ( $5.5 \cdot 10^4$ ). Des formes non-uniformes peuvent donner lieu à des oscillations (branche *IIIa*). Par contraste, le début de l'état instationnaire pour des formes de convection bimodale hautement uniformes peut avoir lieu à de très grandes valeurs de  $Ra$  (branche *IIIb*). Pour la convection à des  $Ra \sim 10^5 - 10^7$  et pour des valeurs modérées de  $Pr$ , les écoulements sont fortement instationnaires. La courbe *IV* correspond à l'apparition des harmoniques d'un ordre supérieur dans le spectre des oscillations. Les écoulements thermoconvectifs sont complètement turbulents au-dessus de la courbe *V*.

Pour de faibles valeurs du nombre de Prandtl ( $Pr \sim 1$ ) telles que celle présentée par l'air, on observe une séquence de transitions avec l'augmentation du nombre de Rayleigh : une transition du régime purement conductif (absence de mouvement macroscopique) vers un état stationnaire des rouleaux bidimensionnels, puis un passage vers un état non-stationnaire tridimensionnel, qui devient finalement complètement turbulent. Dans le cas de l'eau, par exemple, où  $Pr \sim 7$ , un état stationnaire tridimensionnel apparaît entre l'état stationnaire des rouleaux bidimensionnels et l'état non-stationnaire tridimensionnel.

Les rouleaux de convection sont observés seulement pour un intervalle donné du nombre de Rayleigh, qui dépend du nombre de Prandtl [26]. A une certaine limite de cet intervalle, les rouleaux deviennent instables et un flux tridimensionnel se développe, rendant le champ de la vitesse tridimensionnelle.

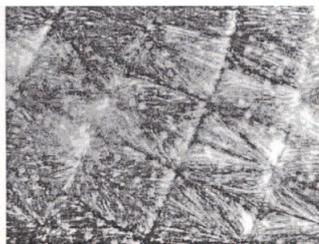


FIGURE 2.2.9: Observation expérimentale du flux bimodal dans l'éthanol ( $Ra \approx 1.98 \cdot 10^4$ ,  $Pr \approx 16$ ), superposition des deux ensembles de rouleaux thermoconvectifs [26].

L'instabilité à rouleaux croisés (*Cross-roll*) est un exemple des formes stationnaires tridimensionnelles. Elle se manifeste par la nucléation d'un nouveau système de rouleaux perpendiculaires aux rouleaux d'origine (Figure 2.2.9). Pour des valeurs de Rayleigh modérées ( $Ra \gtrsim 10Ra_C$ ), les rouleaux croisés remplacent finalement les rouleaux d'origine. Cette instabilité n'est que le résultat du développement du flux nommé *bimodal*, issu des instabilités aux frontières entre les rouleaux d'origine [26].

A hauteur d'un certain nombre de Rayleigh, les mouvements de convection bimodale deviennent non-stationnaires. Le développement complet des nœuds issus de la bimodalité, c'est-à-dire l'évolution des points issus de croisement des rouleaux convectifs, donnent lieu à des motifs polygonaux avec des rayons (Figure 2.2.10), la structure originale des rouleaux étant remplacée par ces nouvelles formes [26].

### 2.2.5 Effets non-linéaires du début de l'instabilité de Rayleigh-Bénard

L'amplitude du mouvement peut être caractérisée par l'amplitude de la vitesse (Figure 2.2.2). Ici et pour caractériser l'état du système, nous pouvons utiliser plusieurs paramètres.  $Nu$  le nombre de Nusselt et  $Ra$  le nombre de Rayleigh peuvent nous aider à tracer le diagramme de bifurcation. Les solutions de l'état stationnaire des équations de convection peuvent être stables ou instables aux perturbations infinitésimales. Une ligne

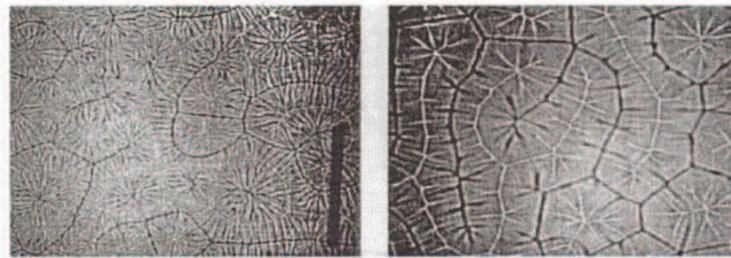


FIGURE 2.2.10: Photographies de la convection en forme de cellules polygonales avec des rayons. Gauche :  $Ra = 5 \cdot 10^4$   $Pr = 7$  (méthanol). Droite :  $Ra = 9 \cdot 10^4$ ,  $Pr = 64$  (silicone) [26].

formée par les solutions stables dans le diagramme de bifurcation est nommée « branche stable ». Les solutions instables forment une « branche instable ». Contrairement aux solutions de l'état stationnaire stable, les solutions de l'état stationnaire instable aux perturbations infinitésimales avec  $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$  sont impossibles à obtenir expérimentalement [52].

Considérons par exemple le diagramme de bifurcation pour une cavité bidimensionnelle contenant un fluide à viscosité constante avec des frontières libre-libre (Figure 2.2.11.a). Le nombre de Rayleigh critique est  $Ra_C = 657.5$ . La solution conductive à  $Ra < Ra_C$  constitue une branche stable avec  $Nu = 1$ . La convection commence à  $Ra = Ra_C$ , et à  $Ra > Ra_C$  les solutions stables à grande amplitudes de la convection stationnaire sont localisées sur la branche qui commence originellement à  $Ra = Ra_C$ , et  $Nu = 1$ . Dans la région super-critique  $Nu \geq 1$ , les solutions de conduction sont instables aux perturbations infinitésimales et forment une branche instable. On note que près de  $Ra = Ra_C$  le nombre de Nusselt correspondant augmente dans la branche stable de façon linéaire avec  $Ra$ . Le point  $Ra = Ra_C$ ,  $Nu = 1$  est appelé *le point de bifurcation*. La branche stable correspondant à des solutions de conduction à  $Ra < Ra_C$  bifurque en deux

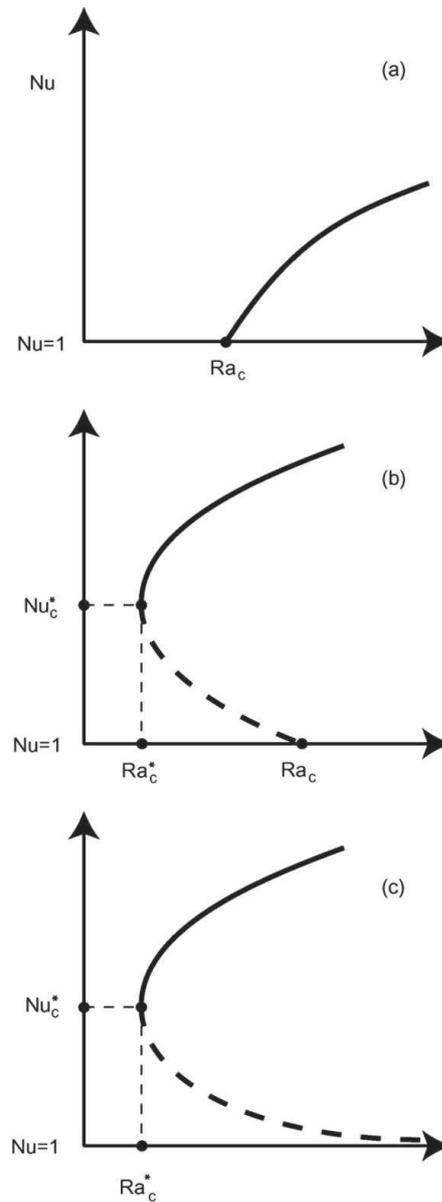


FIGURE 2.2.11: Diagramme de bifurcation dans le plan Ra–Nu pour (a) convection à viscosité constante, (b) convection avec une thermodépendance de la viscosité et (c) convection à viscosité obéissant à la loi de puissance (avec ou sans thermodépendance). Les branches stables sont montrées avec les lignes continues. Les branches instables sont montrées avec les lignes discontinues [52].

branches, branche conductrice instable et branche de grandes amplitudes convectives stables (à noter que celle-ci se compose de deux branches si l'on considère le sens des flux à la fois dans le sens horaire et dans le sens inverse). Ce type de bifurcation est appelé une *bifurcation fourche*. Lorsque la bifurcation s'étend dans la région super-critique ( $Ra > Ra_C$ ), elle est appelée *bifurcation fourche super-critique* [52].

Pour des fluides à viscosité dépendante de la température (Figure 2.2.11.b), il y a deux points de bifurcation :  $Ra = Ra_C, Nu = 1$  et  $Ra = Ra_C^*, Nu = Nu_C^*$ . Le point  $Ra = Ra_C, Nu = 1$  est une bifurcation fourche sous-critique ; elle se ramifie en arrière, dans la région sous-critique. Comme dans le cas d'une viscosité constante, les solutions conductrices à  $Ra > Ra_C$  sont instables aux perturbations infinitésimales. Une différence importante du cas à viscosité constante est que, dans la gamme de  $Ra_C^* < Ra < Ra_C$ , les solutions de conduction sont stables à des perturbations infinitésimales, mais instable à des perturbations d'amplitude finie. Au  $Ra < Ra_C^*$ , les solutions de conduction sont stables à la fois aux perturbations infiniment petites et aux perturbations d'amplitude finie (on appelle cela un *équilibre global asymptotiquement stable*). Si les perturbations sont suffisamment grandes, le système peut atteindre une grande amplitude, c'est la solution d'un état stable de convection stationnaire. Ces solutions sont situées sur la branche stable sous-critique. En termes physiques, les solutions dans la région sous-critique ( $Ra_C^* < Ra < Ra_C$ ) sont *méta-stables*. Ce phénomène est fréquent, par exemple, dans les transitions de phase. Dans la région sous-critique, à la fois l'état de conduction ("phase  $\alpha$ ") et l'état de convection ("phase  $\beta$ ") sont stables à des perturbations infinitésimales et peuvent donc être observés au cours des expériences de laboratoire. Cependant, une perturbation suffisamment importante peut déclencher une transition, d'un état initialement conducteur à un état de convection (transition  $\alpha \rightarrow \beta$ ), ou d'un état initialement convectif à un état conducteur (transition  $\beta \rightarrow \alpha$ ). Le point de bifurcation ( $Ra = Ra_C^*, Nu = Nu_C^*$ ) est appelé point de bifurcation de *point de selle*. Il produit la branche stable sous-critique et une branche instable de grande amplitude qui relie les deux points de bifurcation (Figure 2.2.11.b). Notez qu'avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, la branche de grande amplitude stable bifurque et produit d'autres branches qui bifurquent éventuellement. Les solutions seront périodiques, quasi-périodiques et, éventuellement, chaotiques. Le diagramme de bifurcation à viscosité obéissant à une loi de puissance (avec ou sans thermodépendance (Figure 2.2.11.c)) diffère théoriquement du diagramme d'un fluide newtonien à viscosité thermodépendante quand  $Ra_C = \infty$  et, par conséquence, toutes les solutions à amplitude finies sont essentiellement sous-critiques. Le point de bifurcation ( $Ra = Ra_C^*, Nu = Nu_C^*$ ) est simplement appelé le

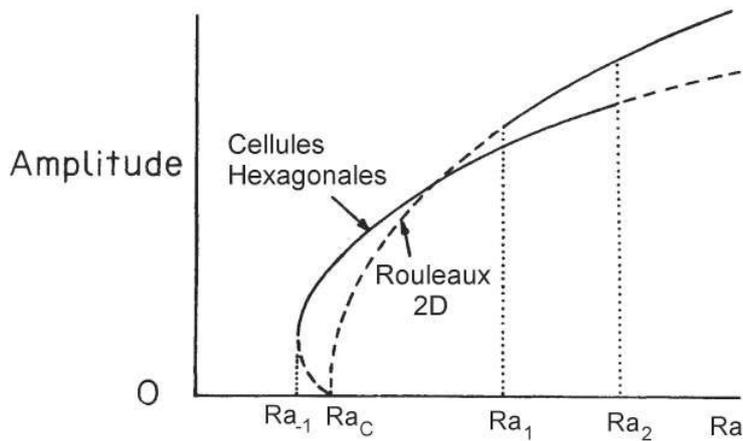


FIGURE 2.2.12: Diagramme montrant la théorie non-linéaire de sélection des formes de mouvements thermoconvectifs au début des instabilités de Rayleigh-Bénard. Les lignes continues et discontinues correspondent respectivement aux états stables et instables [49].

*point critique*. La solution de convection à grande amplitude correspondant à ce point est appelée *la solution critique* (extrait de la réf. [52]).

### 2.2.5.1 Thermodépendance de la viscosité

Les flux de convection à haute température interviennent dans de nombreuses applications techniques. Dans des conditions de température élevée, on observe des variations des propriétés du fluide, par exemple une dépendance en température des propriétés des matériaux telles que la densité, la conductivité thermique ou la viscosité, notamment ; ce type de phénomène est désigné par une *rupture d'isotropie* ou rupture de la condition de Boussinesq [12]. La non-linéarité, associée à la brisure de la symétrie, est responsable de diverses instabilités d'écoulement, qu'on n'observe pas pour les flux à basse température ; où l'écoulement est généralement décrit par l'approximation de Boussinesq dans les équations de Navier-Stokes [55].

La théorie non-linéaire ou approximation non-Boussinesq peut définir les règles de sélection des formes de convection quand  $Ra$  est légèrement supérieur à  $Ra_C$ . Une telle situation est due soit à la présence d'un champ thermique vertical non-linéaire, soit à la thermodépendance non-linéaire de la viscosité cinématique  $\nu$ . Dans ce cas, les cellules hexagonales stables sous-critiques apparaissent à  $Ra = Ra_{-1}$ , suivies de rouleaux bidimensionnels de convection quand  $Ra = Ra_1$  (Figure 2.2.12). Dans le rang de

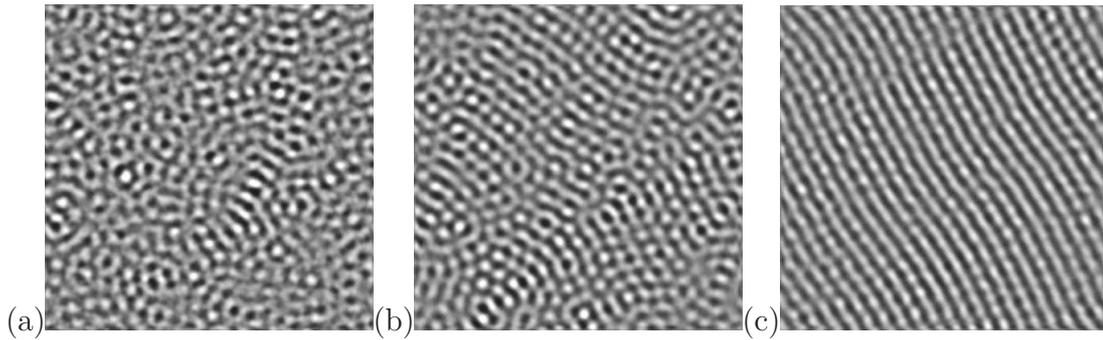


FIGURE 2.2.13: Les Images (a), (b) et (c) sont réalisées par la technique d'ombroscopie à des écarts de température respectivement égaux à  $\Delta T = 0.3972$ ,  $0.3985$  et  $0.3998^\circ C$  à  $P_{is} = 39.59bars$  et  $T_m = 48.00^\circ C$ . Chaque image couvre  $0.96 \times 0.96mm^2$ . Les mesures ont été faites avec de l'hexafluorure de soufre ( $SF_6$ ) dans un état légèrement au-dessus de son point critique gaz-liquide. L'épaisseur réelle de l'échantillon a été mesurée par interférométrie. Il est de l'ordre de quelques dizaines de micromètre. Dans la photographie de gauche, on a observé la présence de cellules hexagonales ; dans celle du milieu, ces cellules coexistent avec les rouleaux de convection ; enfin, avec l'augmentation de  $\Delta T$ , dans la photographie de droite, les cellules hexagonales sont instables et les rouleaux pseudo-bidimensionnels apparaissent [3].

$Ra_1 < Ra < Ra_2$ , les deux types de cellules coexistent [49].

Dans les conditions « non-Boussinesq », les cellules hexagonales, qui sont des mouvements tridimensionnels, sont le mode privilégié de l'évolution de l'instabilité des systèmes homogènes. Dans le cas inverse où il n'y a pas rupture d'isotropie, les rouleaux semblent être le mode privilégié de l'évolution, mais, lorsque la rupture de l'isotropie est introduite, l'importance des rouleaux diminue au fur et à mesure que l'ampleur de cette rupture augmente [12]. La forme principale des mouvements de convection apparaît comme un état secondaire d'une couche fluide après une autre forme primaire et l'état de repos perd sa stabilité ; dès lors, un état peut être spontanément remplacé par un autre seulement après que le seuil de stabilité ait été dépassé (Figure 2.2.13). La transition entre les deux états est donc démontrée hystérétique. Elle peut accompagner les transitions [26] :

$$\text{état de repos} \rightleftharpoons \text{cellules hexagonales}$$

dans les régions des instabilités sous-critiques à amplitude finies de l'état de repos, ainsi que la transition :

cellules hexagonales  $\Leftrightarrow$  rouleaux

dans la région où les deux types de mouvements sont stables.

Des études ont montré que, pour des équations de mouvement tenant compte de l'approximation de Boussinesq avec  $\nu = \text{const}$ , on obtient une solution d'état stationnaire pour un problème faiblement non-linéaire. La stabilité de ces mouvements face à une classe d'échelle de perturbation infinitésimale est analysée par une approche linéaire. Dans le cas où  $\nu = \text{const}$ , tous les flux tri-dimensionnels sont instables à l'approche du début de convection et il n'y a donc pas de présence, par exemple, de cellules hexagonales; il existe seulement une classe de flux stable de rouleaux bidimensionnels. Ce résultat est valable que les conditions géométrique aux limites soient rigides ou libres [26].

La Figure 2.2.14 illustre des résultats expérimentaux traitant la dépendance du nombre de Rayleigh et la stabilité des rouleaux de convection au rapport  $\nu_{max}/\nu_{min}$ , rapport entre le maximum et le minimum de viscosité dans la couche fluide.  $Ra$  est calculé sur la base de la valeur de  $\nu(T_0)$  représentant la viscosité à la température  $T_0 = (T_1 + T_2)/2$ . Les fluides employés sont le glycérine et l'huile de polybutène. Quand  $Ra$  augmente, nous observons une transition hexagones-rouleaux seulement quand le paramètre  $\eta = \ln(\nu_{max}/\nu_{min})$  ne dépasse pas 2. Par contre, pour de grandes valeurs de  $\eta$  et quand  $Ra$  augmente, les hexagones ne se transforment pas en rouleaux, mais en d'autres formes irrégulières : tétragones, pentagones, hexagones. Quand  $Ra$  augmente encore, et pour des valeur de  $\eta \gtrsim 4$ , les formes irrégulières se transforment davantage en cellules carrées. La courbe  $S$  illustre la dépendance du nombre de Rayleigh critique  $Ra_C$  de  $\eta$ . La courbe  $B$  représente quant à elle la limite supérieure théorique de  $Ra$  de stabilité des cellules hexagonales normalisées par les valeurs indiquées de  $Ra_C(\eta)$  [26].

Les météorologistes nomment les liquides *l-cellules ouvertes* et les *g-cellules fermées* concernant les gaz. Dans certaines conditions, dans l'air par exemple, l'écoulement est descendant dans le centre et ascendant en périphérie. La direction de la vitesse verticale dans le centre de chaque cellule est ascendante ou descendante et dépend du signe de  $\partial\nu/\partial T$ ; il est négatif pour la plupart des liquides et positif pour la plupart des gaz. Le fluide ascendant dans une cellule de convection est toujours plus chaud que le fluide descendant. Par conséquent, la partie centrale d'une *l-cellule* est moins visqueuse et les contraintes visqueuses de cisaillement sont donc plus faibles à l'approche de l'axe de la cellule, devenant maximales aux limites de la géométrie maximale de flux [26].

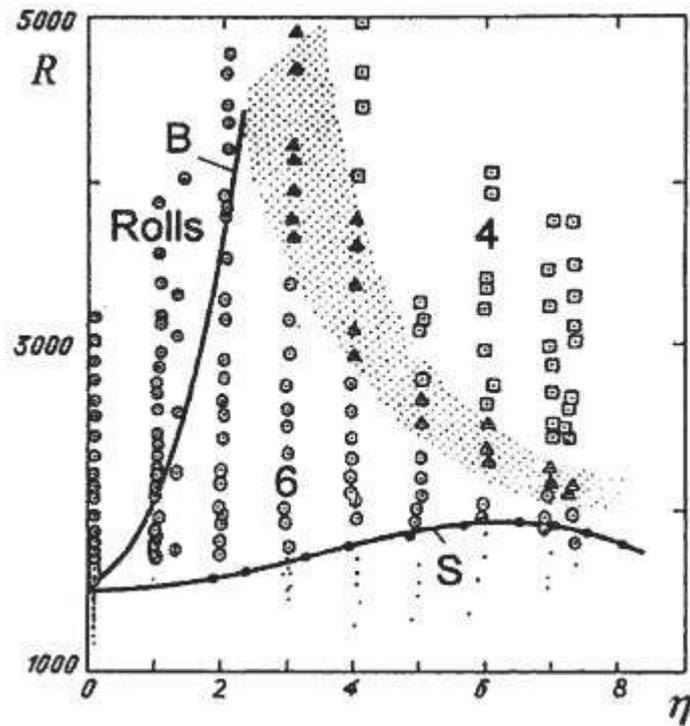


FIGURE 2.2.14: Observations expérimentales pour des cellules de convection variées, concernant des fluides avec une viscosité thermodépendante avec  $\eta = \ln(\nu_{max}/\nu_{min})$ . Le nombre de Rayleigh  $Ra$  est calculé sur la base d'une viscosité à température moyenne  $T_0$ . Dans la zone de stabilité des rouleaux de convection, les régimes étudiés sont mentionnés par des cercles. Les hexagones (régions 6) et les carrés (région 4) représentent des formes d'écoulement hexagonales stables et carrées stables respectivement. Les triangles (régions ombragées) sont des formes irrégulières de cellules tétraogones, pentagonales et hexagonales. Les point correspond à l'état de repos. La courbe  $S$  illustre la dépendance du nombre de Rayleigh critique  $Ra_C$  de  $\eta$ . La courbe  $B$  représente la limite supérieure théorique de  $Ra$  de stabilité des cellules hexagonales normalisées par les valeurs indiquées de  $Ra_C(\eta)$  [26].

Une certaine confusion se présente concernant l'apparition des cellules hexagonales. En effet, ces cellules n'apparaissent pas seulement dans le cas des expériences de Bénard où la surface supérieure est libre : elles peuvent apparaître généralement quand la symétrie entre le haut et le bas de la couche fluide est brisée (i.e. quand les conditions aux limites de la plaque supérieure sont différentes de celles de la plaque inférieure) [35].

La non-satisfaction de l'approximation de Boussinesq est indépendante de la géométrie. Des fluides présentant différentes viscosités peuvent former différentes structures de convection sous des conditions expérimentales similaires [26].

### 2.2.5.2 L'effet de la thermocapillarité

Bénard a observé que les formes de convection sont des polygones : souvent des hexagones. Pour les liquides, le flux montant se trouve au centre de la cellule et le flux descendant en périphérie de celle-ci (Figure 2.2.15). L'amplitude des flux thermo-capillaires est caractérisée par le nombre de Marangoni :

$$Ma = \frac{(\partial\gamma/\partial T) \Delta T d}{\alpha\mu} \quad (2.2.23)$$

avec  $\gamma$  le coefficient de la tension de surface. La direction de la vitesse verticale dans le centre de chaque cellule est ascendante ou descendante et dépend du signe de  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  ; il est négatif pour la plupart des liquides et positif pour la plupart des gaz [26][49]. On trouve ici des similitudes quand au cas d'une thermodépendance de la viscosité.

Sous l'influence des expériences de Bénard, l'opinion généralement émergente est que les formes issues de l'écoulement stationnaire laminaire dans une couche horizontale en convection sont souvent des cellules hexagonales (cellules de Bénard). Mais des études postérieures à celles de Bénard ont montré que deux mécanismes entrent en compétition en la matière : la tension de surface ou la thermocapillarité et les forces d'Archimède [26].

Des expériences ont montré le rôle de la tension superficielle dans la formation des cellules hexagonales à des nombre de Rayleigh  $Ra < Ra_C$  et même pour des  $Ra < 0$  quand le mécanisme thermo-gravitationnel n'est pas opérationnel. Généralement, l'effet de la tension de surface est de créer les premiers mouvements ; ensuite, à un moment donné, les forces d'Archimède prennent le contrôle de l'écoulement et dominent dans les couches épaisses, tandis que la tension de surface domine dans les couches minces ; il existe donc une épaisseur de compensation où les deux mécanismes de déformation

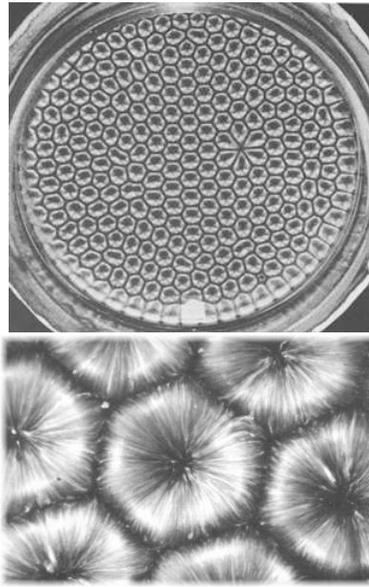


FIGURE 2.2.15: Cellules hexagonales formées dans une cellule de convection de Bénard, visualisées à l'aide des billes en aluminium [57].

entrent en compétition hystérétique [35]. Des expériences ont conclu que pour une valeur importante de  $\Delta T$ , le mécanisme de Rayleigh prédominait [26].

### 2.2.6 Loi de puissance du régime turbulent

Les mesures du nombre de Nusselt et du nombre de Rayleigh dans les expériences de convection montrent une dépendance non-linéaire entre ces deux nombres (Figure 2.2.16). Beaucoup de travaux ont été réalisés pour comprendre cette dépendance. D'autres expériences ont été effectuées sur des fluides permettant aussi la vérification de la dépendance de  $Nu$  du nombre de Prandtl notamment dans le régime turbulent à de très grandes valeurs de Rayleigh.

Le nombre de Nusselt est défini comme le rapport du flux thermique total au flux thermique purement conductif calculé par la loi de Fourier pour un fluide au repos entre deux plans rigides, avec un gradient thermique vertical imposé, d'où  $Nu = 1$  pour des valeurs de Rayleigh  $Ra < Ra_C$ , le rapport  $Nu - 1$  mesurant la contribution de la convection au-delà du  $Ra_C$ . Juste après le déclenchement des instabilités, il est vérifié que  $Nu - 1$  varie comme suit :

$$Nu - 1 \propto u_z \delta T \propto \epsilon \quad (2.2.24)$$

## 2 Instabilité thermoconvective de Rayleigh-Bénard

où  $u_z$  est la composante de la vitesse perpendiculaire à la cellule de convection et  $\delta T$  est la fluctuation de la température.  $Nu - 1$  représente alors la moyenne du produit  $u_z \delta T$  dans le fluide, où chaque terme varie en  $\epsilon^{1/2}$  [35]. Ce propos a été vérifié expérimentalement et mentionné par Chandrasekhar [13].

Quand le nombre de Rayleigh devient largement plus grand que la valeur critique,  $Nu$  augmente suivant une loi de puissance qui s'exprime comme :

$$Nu \sim Ra^\gamma \tag{2.2.25}$$

Mais beaucoup de confusions existent autour de la valeur relevée de  $\gamma$ . De nombreux éléments peuvent intervenir dans son évaluation : la valeur du nombre de Rayleigh considéré, la transition entre les différents régimes (l'histoire de la convection), la nature du fluide (la valeur de  $Pr$ ) et, à un degré moindre, la géométrie de la cellule ou la rugosité des surfaces des plaques en contact avec le fluide [35].

Parmi les premières prédictions théoriques, les valeurs trouvées de l'exposant sont de  $\gamma = 1/3$  et  $\gamma = 1/2$ . La première prédiction considère que le flux thermique turbulent est contrôlé seulement par l'épaisseur finie de la couche limite thermique, ce qui suppose que ce flux est indépendant du jeu  $d$  du dispositif (Malakus 1958). La seconde prédiction considère que le régime ultime à des valeurs de  $Ra$  très importantes est atteint quand la poussée d'Archimède est dominée par l'advection dans l'équation du mouvement, et de là, le transfert thermique ne dépendra plus des propriétés moléculaires que sont  $\nu$  et  $\kappa$  [35].

La première expérience sur la convection de Rayleigh-Bénard turbulente dans l'air avec  $Pr \approx 1$ , par Davis (1922), montre une loi de puissance en  $\gamma \simeq 1/4$  pour des valeurs de Rayleigh  $Ra \lesssim 10^8$  [28]. Plus tard, des expériences sur l'eau avec  $Pr \approx 7$  ont été réalisées et ont montré que l'exposant de la loi de puissance était plus grand que  $1/4$  Malkus (1954). Dans les années 80, Libchaber & al. ont effectué des expériences pour de très grandes valeurs de Rayleigh sur la convection dans le gaz d'hélium avec  $Pr \approx 1$  qui donna une valeur de  $\gamma = 0.282 \pm 0.006$  [28].

Partant de la définition du nombre de Rayleigh,  $Ra$  croît comme  $d^3$  à un  $\Delta T$  donné. Dans le but d'atteindre des valeurs de Rayleigh très importantes en respectant la validité de l'approximation de Boussinesq, des expériences avec des valeurs de  $\Gamma = 1/2$  ou 1 ont été menées pour atteindre des valeurs  $10^{18}$  fois plus grandes que le Rayleigh critique. Ici, le transfert thermique est contrôlé par des mouvements produisant du « vent » le long des

plaques inférieures et supérieures. Nous avons pu observer des variations de Nusselt en  $Ra^{1/4}$  durant le régime laminaire et  $Nu \sim Ra^{2/7}$  pendant le régime turbulent [35].

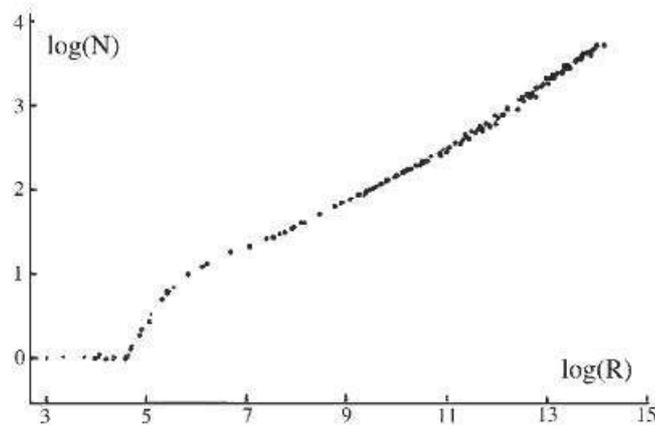


FIGURE 2.2.16: Mesure du flux thermique total exprimé par le tracé en échelle log-log du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh dans l'hélium liquide,  $\Gamma = 1/2$ . Après l'augmentation initiale brusque du flux thermique correspondant à un régime non-linéairement faible, la valeur du nombre de Nusselt augmente doucement et faiblement comme  $\sim Ra^\gamma$ . L'exposant  $\gamma$  est proche de  $2/7$  pour des valeurs de Rayleigh comprises entre  $10^7$  et  $10^{11}$  et atteint une valeur d'environ  $1/2$  dans le régime ultime au dessus de  $10^{11}$  [35].

La Figure 2.2.16 est adaptée des résultats de Chavanne & al. pour l'hélium liquide [14]. Le début des instabilités commence brusquement par un régime non-linéaire au-delà de la valeur critique de Rayleigh (1708). Cette augmentation brusque est alors suivie d'un régime de turbulence molle, où le chaos reste principalement temporaire. Un autre régime qui s'ensuit, nommé « hard-turbulence » est marqué par un exposant  $\gamma \simeq 2/7$  et exprimé par la théorie du cisaillement de la couche limite turbulente (cisaillement induit par la circulation générale du « vent<sup>1</sup> » turbulent). Enfin, on a le régime « ultime », avec un

1. Le terme de « vent » est souvent utilisé pour décrire un écoulement qui vient « raser » la surface des plaques, généralement dans le cas de la convection de Rayleigh-Bénard dans des cellules ayant un petit rapport d'aspect.

## 2 Instabilité thermoconvective de Rayleigh-Bénard

exposant  $\gamma$  qui tend vers  $1/2$  [35]. Ces régimes dépendent du nombre de Prandtl ainsi que de la forme du dispositif expérimental.

Guenter Ahlers et Xiaochao Xu (2001) ont réalisé des expériences avec des rapports d'aspect de  $\Gamma = 0.5$  et  $1$  pour différents fluides ayant des valeurs du nombre de Prandtl comprises entre  $4 \lesssim Pr \lesssim 34$  et pour des valeurs de Rayleigh comprises entre  $3 \cdot 10^7 \leq Ra \leq 10^{11}$ . La théorie prédit approximativement 20% de diminution sur la valeur de  $Nu$  à des  $Ra$  et  $\Gamma$  constantes et pour des valeurs de  $Pr$  situées dans cet intervalle [4], contrairement aux expériences de Ahlers et Xu (2001) qui expriment une diminution de la valeur de Nusselt de 1% ou 2%.

Pour des valeurs de  $Ra \gtrsim 10^7$ , il est montré dans des études récentes que  $Nu(Ra, Pr)$  ne peut pas être représenté par la seule loi de puissance  $Nu = Nu_0 \cdot Ra^\gamma$ , où  $Nu_0$  est une constante empirique nommée « le nombre de Nusselt réduit ». Des études théoriques basées sur la décomposition de la contribution de la cinétique et de la dissipation thermique dans les couches limites et dans le volume donnent une excellente approximation. Pour des valeurs de Prandtl  $Pr \gtrsim 2$ , cette prédiction donne [4] :

$$Nu = aPr^{-1/2} Ra^{1/4} + bPr^{-1/7} Ra^{3/7} \quad (2.2.26)$$

où  $a$  et  $b$  peuvent être déterminés par modélisation des données expérimentales pour un  $\Gamma$  donné. Cette relation ne donne pas seulement la dépendance entre le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh, mais aussi une dépendance spécifique au nombre de Prandtl. Une fois que les valeurs de  $a$  et  $b$  sont déterminées pour une valeur donnée de  $\Gamma$  et de  $Pr$ , la dépendance du nombre de Prandtl est donnée uniquement par voie théorique, sans autre possibilité d'ajustement [4].

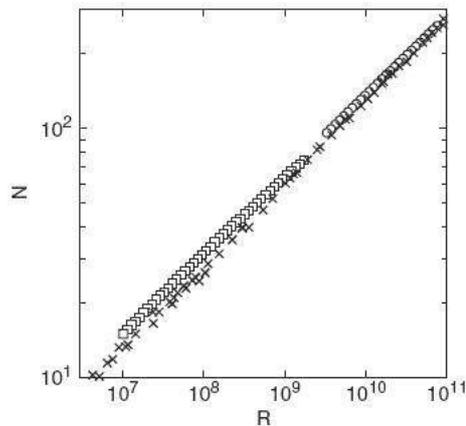


FIGURE 2.2.17: Tracé du Nombre de Nusselt (ici  $N$ ) en fonction du nombre de Rayleigh (ici  $R$ ) en échelle logarithmique avec :  $\circ$  acétone ( $Pr = 3.94$  et  $\Gamma = 0.5$ ),  $\square$  2-propanol ( $Pr = 34.1$  et  $\Gamma = 1$ ),  $\times$  hélium liquide depuis [39]; une correction du flux thermique traversant les parois latérales a été appliquée sur la base du modèle non-linéaire du profil de la température proposé dans la référence bibliographique n° 17 [4].

Des expériences effectuées par G. Ahlers et X. Xu (2000) (réf. [4]) ont apporté des mesures des instabilités thermoconvectives dans deux cellules de convection ( $\Gamma = 0.5$  et  $\Gamma = 1$ ), sur l'acétone, le 2-propanol et l'hélium liquide (Figure 2.2.17). D'autres résultats sont enlevés du tracé pour éviter l'encombrement et la superposition des symboles. Les valeurs de Rayleigh atteintes se situent entre  $10^7 \lesssim Ra \lesssim 10^{11}$ . Dans ces mesures, la dépendance de  $\Gamma$  et  $Pr$  n'est pas observable pour  $4 \lesssim Pr \lesssim 34$  [4].

Pour montrer les mêmes résultats avec une résolution plus importante du graphique, le nombre de Nusselt réduit  $Nu \cdot Ra^{-2/7}$  est tracé en fonction de  $\log_{10}(Ra)$  sur la Figure 2.2.18. Sur cette Figure et dans chaque graphique, on distingue deux ensembles de tracés. L'ensemble du bas pour chaque graphique a subi une correction du flux thermique traversant les parois latérales, suivant un modèle non-linéaire du profil de la température (pour plus d'informations voir [1] et [47]). On remarque ici la légère dépendance du nombre de Prandtl.

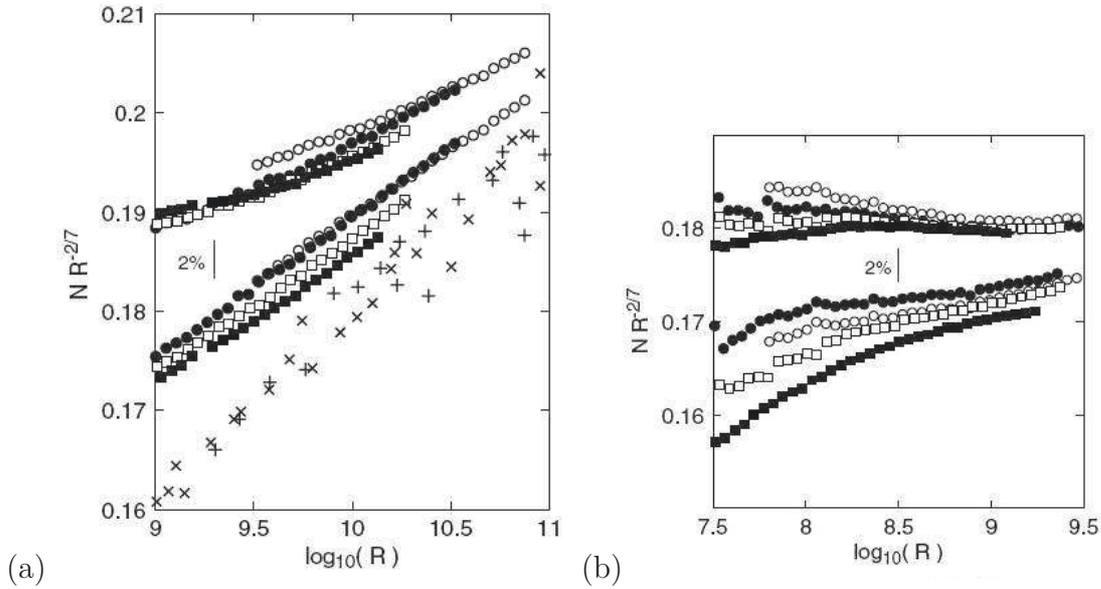


FIGURE 2.2.18: Tracé du nombre de Nusselt réduit  $N \cdot R^{-\frac{2}{7}}$  en fonction du logarithme du nombre de Rayleigh  $\log_{10}(R)$ . (a) : Cellule ayant un rapport d'aspect  $\Gamma = 0.5$  avec :  $\circ$  acétone,  $\bullet$  méthanol,  $\square$  éthanol,  $\blacksquare$  2-propanol,  $+$  et  $\times$  respectivement depuis les réf. [14] et [39] pour  $Pr \simeq 0.7$  et  $\Gamma = 0.5$ . (b) : Cellule ayant un rapport d'aspect  $\Gamma = 1$ . Les symboles sont les mêmes que ceux utilisés dans le tracé (a). L'ensemble du bas pour chaque graphique et les données de la référence [14] et [39] ont subi une correction du flux thermique à travers les parois latérales, suivant un modèle non-linéaire du profil de la température suivant les réf. [1], [4]. Ici le nombre de Rayleigh est désigné par  $R$ , le nombre de Nusselt par  $N$ .

Les résultats montrent, pour un nombre de Rayleigh donné, que le nombre de Nusselt varie de 2% ou 3% pour des valeurs de  $4 \lesssim Pr \lesssim 34$ . Pour  $Pr \gtrsim 6$ , le nombre de Nusselt a une légère tendance à diminuer avec l'augmentation de  $Pr$ , mais il est difficile de dire que cette diminution dépasse les erreurs systématiques [4]. Pour un nombre de  $Pr$  donné, le modèle prédit que  $Nu \sim Ra^{1/3}$ . Les résultats sont compatibles avec un exposant  $\gamma \simeq 0.318$ .

P.-E. Roche & al (2002) ont travaillé sur de l'hélium à l'état gazeux à pression contrôlée, dans une cellule d'un rapport d'aspect  $\Gamma = 0.5$ . La cellule permet d'étudier la convection pour des nombres de Prandtl entre  $0.7 < Pr < 21$  et pour des nombres de Rayleigh entre  $2 \cdot 10^8 < Ra < 2 \cdot 10^{10}$ . Pour vérifier la dépendance de  $Nu$  au nombre de Rayleigh et au nombre de Prandtl, un modèle suivant la relation  $Nu \sim Pr^\delta Ra^\gamma$  à était utilisé pour des valeurs de  $0.7 < Pr < 11$ . Les valeurs trouvées de  $\gamma$  sont comprises entre  $0.31 < \gamma < 0.32$  et pour l'exposant du nombre de Prandtl  $|\delta| < 0.03$ . Quand on étend ces résultats à ceux

obtenus par Ahlers et Xu (2001), ils sont difficilement compatibles avec les études des dix dernières années, prédisant  $Nu \sim Pr^{-1/7} Ra^{2/7}$ . En conclusion, l'indépendance du nombre de Nusselt par rapport au nombre de Prandtl est vérifiée pour  $2 \cdot 10^8 < Ra < 2 \cdot 10^{10}$  et  $0.7 < Pr < 21$ , ces limites pouvant être étendues aux résultats de Ahlers et Xu (2001) [46].

## 2.3 Cas des fluides non-newtoniens

Les fluides non-newtoniens occupent une place importante dans les écoulements industriels et naturels. Le terme « non-newtonien » est universel et décrit des effets variés. De nombreux fluides sont classés comme non-newtoniens du fait de la dépendance non-linéaire de leur gradient de vitesse par rapport à la contrainte, contrairement aux fluides newtoniens qui expriment une linéarité. Ainsi, dans un écoulement newtonien à cisaillement simple, les contraintes créées par l'écoulement sont des contraintes de cisaillement, la viscosité est indépendante de la vitesse de cisaillement et du temps, et les contraintes s'annulent immédiatement lorsque l'écoulement est arrêté.

La mise en forme d'un grand nombre de matériaux, leur fabrication ou du moins le contrôle de leurs propriétés, met très souvent en jeu des écoulements en présence d'échanges de chaleur et de masse. Le transfert thermique jouant un rôle très important, le comprendre devient donc une nécessité. Les matériaux en écoulement sont en général classés selon leur comportement rhéologique comme non-newtoniens et ils sont souvent caractérisés par une *loi de puissance* [11] :

$$\tau = k \cdot \dot{\gamma}^n \quad (2.3.1)$$

La viscosité s'écrit donc :

$$\mu = k \cdot \dot{\gamma}^{n-1} \quad (2.3.2)$$

C'est le modèle le plus simple qui existe pour représenter le comportement rhéologique en loi de puissance ; d'autres modèles existent, tel que celui de Carreau ou celui de Carreau-Yasuda. Les paramètres des *lois de puissance*  $k$  (indice de consistance) et  $n$  (exposant de comportement) sont déterminés expérimentalement et dépendent du fluide utilisé. Si  $n < 1$ , le fluide est dit pseudo-plastique (rhéofluidifiant) ; si  $n > 1$ , le fluide est dit dilatant (rhéopaississant). Lorsque  $n = 1$ , on retrouve la loi de Newton :

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma} \quad (2.3.3)$$

où  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide ( $Pa \cdot s$ ). Le comportement  $\tau = \tau(\dot{\gamma})$  est alors linéaire et  $\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$  est constant.

Une extension du modèle en loi de puissance est la relation de *Carreau-Yasuda*, qui fait intervenir cinq paramètres :

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 + \mu_\infty} = (1 + (\lambda\dot{\gamma})^a)^{\frac{n-1}{a}} \quad (2.3.4)$$

Si  $n$  est l'exposant de la loi de puissance,  $\mu_0$  est la viscosité à gradient de vitesse de cisaillement nulle,  $\mu_\infty$  est la viscosité à des très grands gradients de vitesse de cisaillement,  $\lambda$  est une constante de temps de l'expression du modèle de Carreau, et enfin  $a$  est un paramètre qui décrit la transition entre le comportement à faible cisaillement et la région en loi de puissance. Ces différents coefficients doivent être déterminés empiriquement.

Les fluides non-newtoniens peuvent exprimer aussi un comportement dit « de seuil de contrainte », i.e. sous une certaine valeur de contrainte, le fluide ne coule pas et il est considéré comme un solide. Ce cas là sera examiné dans les sections suivantes. D'autres effets compliquent la description et la compréhension de ces fluides, comme la thixotropie, la viscoélasticité, ou la présence de domaine élastique au-dessous du seuil de contrainte [59].

Beaucoup de de travaux expérimentaux, de travaux théoriques et de simulations numériques ont traité de la convection de Rayleigh-Bénard dans les fluides newtoniens. Concernant ce type de convection naturelle pour des fluides non-newtoniens visqueux et viscoélastiques, nous pouvons mentionner les travaux de Khayat (1995a), Khayat (1995b), Khayat (1995c), Khayat (1996), Martinez-Mardones & al. (1999), Martinez-Mardones & al. (2000), Abu-Ramadan & al. (2003). Cependant, ces recherches restent des études théoriques et de simulation numérique ; finalement, peu d'expérimentations traitent du phénomène qui nous occupe.

Liang & Acrivos (1969) ont réalisé des expériences de convection sur des fluides rhéofluidifiants pour différentes géométries en variant le jeu  $d$ . Leur but était de déterminer l'évolution du flux thermique et l'effet du caractère non-newtonien sur les écoulements thermoconvectifs. La relation entre le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh, ainsi que les écoulements laminaires et les motifs associés, ont été étudiés dans le cadre de

notre recherche. Des visualisations par photographie utilisant un traceur à base d'aluminium ont permis de voir que les deux modes de convection stationnaire 2D et stationnaire 3D étaient exactement similaires aux motifs observés dans le cas de la convection pour des fluides newtoniens.

Le problème de l'instabilité de Rayleigh-Bénard dans les fluides newtoniens généralisés et purement visqueux (comme les fluides à comportement de loi de puissance, les fluides de Carreau, etc.) peut être résolu par une analyse linéaire de la stabilité. La prédiction du début des instabilités, les perturbations non-linéaires et la formation des motifs peuvent donc être abordés de la même manière que les fluides newtoniens.

Au début des mouvements thermoconvectifs, la valeur du gradient de vitesse est très faible et, à partir de là, la valeur de la viscosité utilisée dans l'expression du nombre de Rayleigh critique est basée sur la viscosité apparente à gradient de vitesse nulle. La valeur du nombre de Rayleigh critique pour ce type de fluides devrait être la même pour les fluides newtoniens, c'est-à-dire théoriquement égale à 1708. D'autre part, Liang & Acrivos (1969) ont proposé que cette valeur critique et la mesure de l'écart de température critique puissent être utilisées pour prédire la viscosité apparente  $\mu_0$  avec précision. Ces expériences de convection naturelle par la détermination de la valeur de  $\Delta T_C$  ont permis pour la première fois de quantifier indirectement une propriété physique.

Les fluides rhéofluidifiants utilisés dans ces expériences sont des dilutions à base d'un polyacrylamide dans l'eau déminéralisée. Les viscosités apparentes pour chaque fluide ont été mesurées par le rhéomètre Weissenberg. Le Separan MGL à 0.5%, le Separan AP-30 à 0.1% et à 0.5% ont une viscosité apparente  $\mu_0$  respectivement égale à  $0.023 Pa \cdot s$ ,  $0.206 Pa \cdot s$  et  $2.06 Pa \cdot s$ . Toutes les propriétés physiques de ces fluides qui ont été utilisées dans l'expérience sont celle de l'eau, à l'exception de la viscosité[54].

Les valeurs du nombre de Rayleigh dans les expériences de convection pour  $d = 1cm$  pour le Separan MGL 0.5% sont comprises entre  $10^3$  et  $3.1 \cdot 10^4$ . Toutes les mesures sont réalisées à une température moyenne de  $25^\circ C$  et  $27^\circ C$  pour éviter la variation de la viscosité en fonction de la température [32].

Sur la Figure 2.3.1, on remarque la déviation du nombre de Nusselt à une valeur de  $Ra \simeq 10^4$ . La viscosité apparente mesurée à partir de la valeur mesurée de  $\Delta T_C$  est de  $0.024 Pa \cdot s$ , ce qui représente une très bonne mesure par rapport à celle trouvée par rhéométrie. De la même façon, la viscosité prédite  $\mu_0$  du Separan AP-30 0.1% est de  $0.203 Pa \cdot s$ .

$5 \cdot 10^{-5} moles/litre$  d'un antibactérien est ajouté aux différentes solutions du Separan

## 2 Instabilité thermoconvective de Rayleigh-Bénard

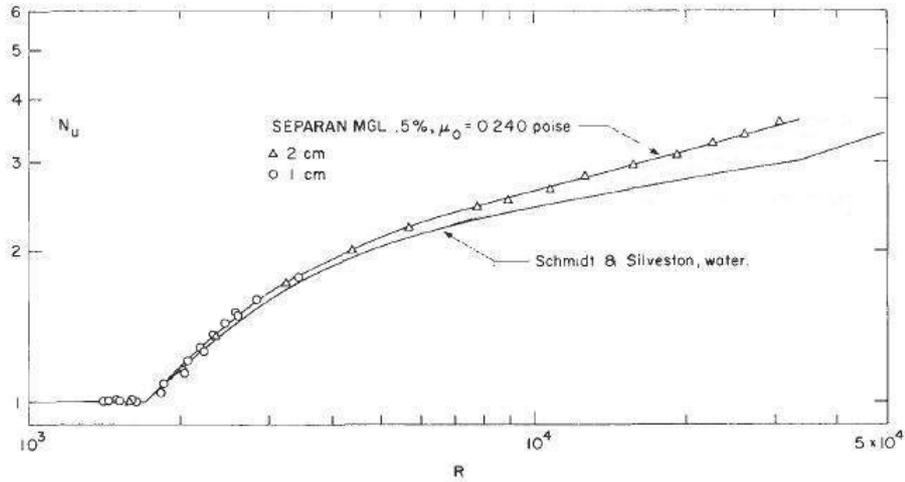


FIGURE 2.3.1: Le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh (ici  $R$ ) pour une solution de Separan MGL à 0.5% [32].

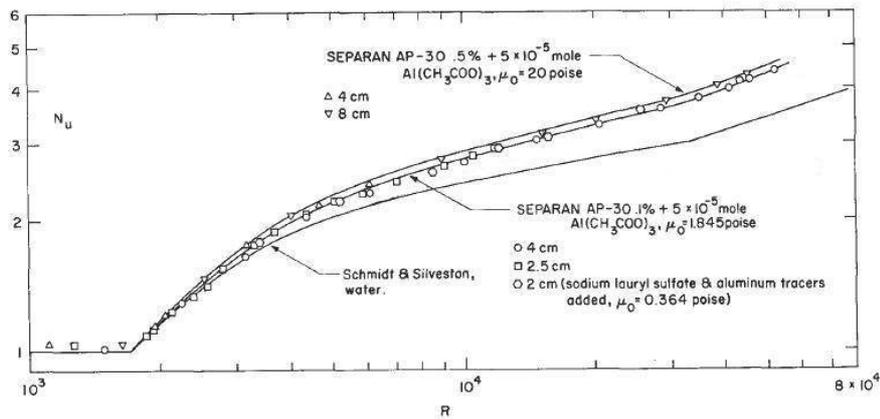


FIGURE 2.3.2: Le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh (ici  $R$ ) pour le Separan AP-30 à 0.5% et 0.1% [32].

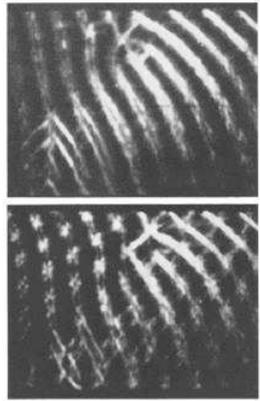


FIGURE 2.3.3: Photographie du motif de convection pour un fluide newtonien visqueux ( $\mu = 0.285 Pa \cdot s$ ), le Polybutène,  $d = 2.5 cm$ . Haut :  $Ra = 1.93 \cdot 10^4$ . Bas :  $Ra = 1.98 \cdot 10^4$  [32].

AP-30 ; il s'agit d'acétate d'aluminium neutre, ce qui réduit la viscosité apparente du Separan AP-30 0.1% à  $0.1845 Pa \cdot s$ . Concernant la solution Separan AP-30 0.5%, de par la présence de l'antibactérien, les mesures thermiques donnent une valeur de viscosité à gradient de vitesse zéro de  $2 Pa \cdot s$  [32].

Les résultats des expériences de convection de Rayleigh-Bénard pour les deux solutions du Separan AP-30 sont illustrés par la Figure 2.3.2. Les valeurs du nombre de Rayleigh lors des expériences sont comprises entre  $10^3$  et  $5 \cdot 10^4$ . Le nombre de Nusselt pour les fluides non-newtoniens est plus grand que ses valeurs pour les fluides newtonien pour le même nombre de Rayleigh et pour la même viscosité (voir polybutène, même article) [32]. Cela signifie que la rhéofluidification du fluide augmente l'échange thermique avec la diminution de la viscosité suite à l'augmentation du gradient de vitesse caractéristique de la convection. La différence entre les courbes de transfert thermique des deux solutions de Separan AP-30 reste faible.

Les régimes d'écoulement observés dans les travaux de Liang & Acrivos (1969) ont permis de montrer que les transitions se font de la même façon que dans la convection de Rayleigh-Bénard dans les fluides newtoniens. Il est remarquable que la rhéofluidification favorise la régularité des motifs. A titre de comparaison avec un fluide newtonien de la même viscosité, des visualisations de convection naturelle du polybutène ont été réalisées [32].

La photographie des mouvements de convection pour le fluide newtonien qu'est le polybutène montre que la transition du mode d'écoulement stationnaire 2D au mode d'écoulement stationnaire 3D de type rouleaux-croisés est vérifiée par rapport à la littérature.

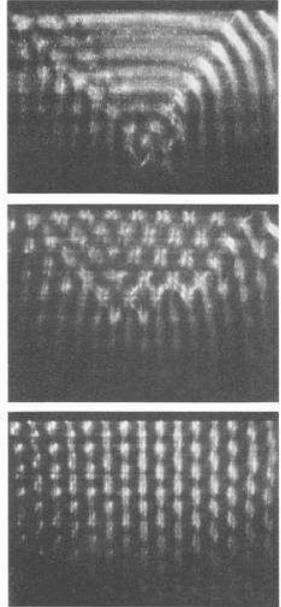


FIGURE 2.3.4: Photographie du motif de convection pour une solution de Separan AP-30 à 0.1%. ,  $d = 2\text{cm}$ . Haut :  $Ra = 5.2 \cdot 10^3$ . Milieu :  $Ra = 8.6 \cdot 10^3$ . Bas :  $Ra = 12.1 \cdot 10^3$  [32].

La transition a lieu à l'approche de la valeur du nombre de Rayleigh de  $\sim 2 \cdot 10^4$ . Un nouveau groupe de rouleaux se forme alors pour croiser les rouleaux d'origine (Figure 2.3.3).

Regardons maintenant les photographies de la convection pour le Separan AP-30 à 0.1% (Figure 2.3.4). Les rouleaux de convection sont plus prononcés pour cette dilution que ceux observés pour le polybutène, et dès que le nombre de Rayleigh franchit  $2 \cdot 10^4$ , les rouleaux sont remplacés par des rouleaux croisés pour former un mouvement stationnaire tridimensionnel [32]. Quand il s'agit de convection naturelle entre deux plaques, les fluides rhéofluidifiants étudiés par Liang & Acrivos se comportent comme un fluide visqueux.

Ozoe & Churchill (1973) ont réalisé un travail expérimental et numérique pour étudier la convection naturelle des fluides non-newtoniens. Deux fluides ont été étudiés. La glycérine et une solution en coagulant POLYOX à 0.164%. Les viscosités à gradient de vitesse nulle de ces fluides sont respectivement  $0,61\text{Pa} \cdot \text{s}$  et  $0,15\text{Pa} \cdot \text{s}$  [41]. Deux cellules ont été utilisées d'un jeu  $d$  de  $25.4\text{mm}$  et  $12.7\text{mm}$ . Les résultats sont illustrés dans le tableau suivant :

Fluide	$d(mm)$	$\Delta T_C(^{\circ}C)$	$Ra_C$
Glycérine ( $\mu_0 = 0.61 Pa \cdot s$ )	25.4	1.15	1630
	12.7	...	2250
0,0164% Coag. POLYOX ( $\mu_0 = 0.15 Pa \cdot s$ )	12.7	...	2400

TABLE 2.3.1: Résultats expérimentaux de Ozoe & Churchill (1973) sur la convection de Rayleigh-Bénard pour la glycérine et une solution très diluée de coagulant POLYOX à 0.0164% depuis [41].

Ces valeurs, basées sur la viscosité à gradient de vitesse nulle, sont en accord avec les travaux de Liang & Acrivos [32] et correspondent à la valeur du nombre de Rayleigh critique pour les fluides newtoniens. Les différences entre ces mesures et les valeurs critiques pour les fluides newtoniens sont dues aux incertitudes sur les mesures de Nusselt ainsi qu'aux effets des parois latérales [40].

D'autres modèles peuvent être utilisés pour l'étude des instabilités thermiques dans les fluides non-newtoniens. Le modèle de Carreau-Bird par exemple permet de mieux décrire le comportement rhéologique du fluide. Son avantage par rapport à la loi de puissance simple est de couvrir le domaine newtonien à très faible gradient de vitesse [5].

Albaalbaki & Khayat (2008) ont réalisé une étude de simulation numérique de la convection de Rayleigh-Bénard où l'expression de la viscosité utilisée dans les calculs se base sur le modèle de Carreau-Bird. Les résultats et l'analyse linéaire du début des instabilités montrent que le nombre d'onde et le nombre de Rayleigh critique restent similaires aux résultats obtenus pour les fluides newtoniens. Cependant, l'analyse non-linéaire des motifs montre qu'à partir d'un certain degré de rhéofluidification, les rouleaux sont les structures stables du début de la convection stationnaire. Si la rhéofluidification excède une certaine valeur, les hexagones sont les motifs stables qui apparaissent au début de la convection stationnaire. Dans le cas des fluides newtoniens, les rouleaux sont les seuls motifs stables qui apparaissent [5] en fonction de la valeur du nombre de Prandtl (voir diagramme des bifurcations).

### 2.3.1 La convection de Rayleigh-Bénard dans les fluides à seuil

De façon simplifiée, les fluides à seuil sont des fluides qui ne s'écoulent pas tant que la contrainte appliquée est inférieure à une contrainte seuil, notée  $s_0$ . La contrainte seuil est due, au niveau microscopique, à l'existence d'un réseau de liaisons entre les éléments constitutifs du matériau. Ces liaisons sont la conséquence des interactions entre

toutes les espèces moléculaires constituant le fluide. Les matériaux présentant un seuil de contrainte sont divers : ceux-ci vont des boues de forage au sang, en passant par les produits cosmétiques. Au repos, le solvant est piégé par une structure tridimensionnelle. Le matériau se comporte alors comme un gel. On distingue deux types de gels : (i) les « gels chimiques » pour lesquels les liaisons sont fortes, par exemple les liaisons covalentes et (ii) les « gels physiques » pour lesquels les liaisons sont faibles, par exemple les liaisons hydrogènes. Les expériences présentées dans ce manuscrit ne concernent que le cas des gels physiques tels que les solutions de Carbopol 940 neutralisées dans l'eau distillée.

Les fluides à seuil ont été abordés par Bingham (1922) qui donne un modèle de comportement du même nom. Plus tard, ces fluides ont été étudiés par beaucoup de scientifiques, dont Oldroyd (1947), Duvaut & Lions (1976). Certaines solutions analytiques des équations de Navier-Stokes des fluides à seuil ont été présentées par Bird & al. (1983). Cependant, d'autres modèles existent pour les fluides viscoplastiques, citons le modèle d'Hershel-Bulkley et le modèle de Casson [59].

Le cas de ces fluides est encore trop peu examiné en dépit de son importance et de son application dans la maîtrise et le contrôle des procédés industriels, ainsi qu'en la compréhension de la nature. On ne trouve pas beaucoup de travaux concernant la convection naturelle pour les fluides à seuil dans la littérature scientifique. Citons le travail théorique de Zhang, Vola & Frigaard (2006) où l'écoulement modélisée est similaire à celle du cas newtonien, à l'exception de la présence de zones cisailées loin du centre des cellules de convection et de zones non-cisailée au milieu des cellule, puisque la vitesse de cisaillement s'atténue plus qu'on s'approche du centre de la cellule. La rotation est lente dans le cœur de chaque cellule de convection, avec un fluide complètement cisailés contenu dans une couche progressivement étroite entourant le cœur de la cellule [59]. L'article de modélisation de Blamforth & Rust (2008) est le seul à proposé des résultats d'une expérience qualitative de convection libre dans une cavité cubique.

Nous trouvons également dans la littérature d'autres travaux sur la convection mixte (forcée et naturelle) d'un fluide à seuil dans une conduite, p. ex. Round & Yu (1993); Patel & Ingham 1994; Soares et al. (1999-2003); Nouar (2005), Nouar, Devienne & Lebouche (2008), Nouar, Métivier & Brancher (2010), ainsi que le travail de Christel Métivier & Albert Magnin (2011) où l'état stationnaire de l'écoulement de Poiseuille-Bingham est caractérisé par la présence à la fois d'une région non-cisailée et deux régions cisailées près des parois avec des conditions de glissement et de non-glissement aux parois. Une analyse de stabilité linéaire est proposée. Le cas limite de glissement cas, la condition aux limites de glissement conduit à la déstabilisation des flux par rapport aux

résultats obtenus dans le cas de non-glissement [36].

### 2.3.1.1 Modèles rhéologiques

Le comportement de la matière s'exprime en général sous forme d'un rhéogramme (évolution de la contrainte en fonction du gradient de vitesse de cisaillement). Grâce au rhéogramme, différents modèles empiriques peuvent caractériser les propriétés d'écoulement du matériau [18].

La représentation la plus simple d'un fluide à seuil est le modèle de *Bingham*, qui donne la relation suivante entre contrainte et taux de cisaillement :

$$\tau = s + \mu_0 \dot{\gamma} \quad (2.3.5)$$

où  $s$  est la contrainte seuil et  $\mu_0$  la viscosité plastique, représentant la viscosité du fluide à vitesse de cisaillement nulle. La viscosité d'un fluide de *Bingham* s'écrit en fonction de la vitesse de cisaillement comme suit :

$$\mu = \mu_0 + \frac{s}{\dot{\gamma}} \quad (2.3.6)$$

Le matériau ne commence à s'écouler qu'au-delà du seuil et présente ensuite un comportement newtonien. Certains matériaux ne présentent pas un comportement newtonien au-delà du seuil. C'est le cas du fluide de *Casson* pour lequel la relation utilisée est :

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{s} + \sqrt{\mu_p \dot{\gamma}} \quad (2.3.7)$$

Un autre modèle largement représenté dans la littérature est celui de *Herschel-Bulkley* :

$$\begin{cases} \tau = s + k \dot{\gamma}^n \\ \mu = k \dot{\gamma}^{n-1} + \frac{s}{\dot{\gamma}} \end{cases} \quad (2.3.8)$$

où le coefficient  $k$  est la consistance et l'exposant  $n$  est l'indice de la loi de puissance, qui sont à déterminer empiriquement depuis le rhéogramme. L'expression de la viscosité

montre que le fluide prend un comportement rhéofluidifiant dès qu'il se met à couler. Quand  $n = 1$ , on parle du modèle de *Bingham*.

Ces modèles permettent d'identifier deux paramètres rhéologiques : le seuil de contrainte de mise en écoulement et la consistance. Le modèle de *Herschel-Bulkley* est celui que nous allons utiliser dans notre travail pour décrire le comportement des fluides à seuil réalisés en laboratoire.

### 2.3.1.2 Le paradigme de Rayleigh-Bénard pour un fluide à seuil

Pour la convection de Rayleigh-Bénard dans les fluides à seuil, le phénomène devient plus complexe. La contrainte seuil s'ajoute aux forces stabilisatrices au sein du fluide et modifie de manière fondamentale le transfert de matière et le transfert thermique. Dans le paradigme de Rayleigh-Bénard, l'écoulement de base est statique (le fluide est au repos) ; avec une vitesse nulle, la viscosité effective est infinie. Si l'on suit l'approche classique de la stabilité linéaire, on doit perturber un fluide possédant une viscosité effective infinie, ce qui est problématique. Le problème ne se pose pas pour les fluides obéissant au modèle de la loi de puissance ou de Carreau. De la même façon, pour les fluides viscoélastiques, il est possible de progresser par analyse linéaire de la stabilité [59]. Zhang, Vola & Frigaard (2006) ont appliqué deux méthodes pour résoudre ce paradigme : la théorie de la stabilité de l'énergie et la simulation numérique. Le modèle choisi dans leurs travaux est le modèle le plus simple, le modèle de fluide de Bingham.

Au-dessous d'un nombre de Rayleigh critique, l'étude de la stabilité de l'énergie de perturbation a montré que les fluides de Bingham comme les fluides newtoniens sont linéairement et asymptotiquement stables [59]. Au-dessus, et pour un fluide de Bingham, les instabilités sont conditionnées par le nombre de Bingham  $B$ . À un écart de température donné, Ce nombre représente d'une part : le rapport du seuil de contrainte d'écoulement au contrainte de la poussée d'Archimède. Les caractéristiques de cette instabilité diffèrent considérablement de celles d'un fluide newtonien [59].

Frigaard, Vola et Zhang (2006) ont mentionné que la contrainte « seuil » affectait l'écoulement quand elle était asymptotiquement stable. Par simulation numérique, ils montrent que la perturbation de la vitesse s'atténue pour devenir nulle dans un intervalle de temps fini, en fournissant des estimations sur le temps d'arrêt pour différents types de stabilité. En conséquence, la perturbation de la température s'atténue sur deux échelles distinctes de temps : avant et après l'arrêt de la convection naturelle.

Une propriété clé des écoulements des fluides à seuil est qu'à l'état statique, fréquemment,

la stabilité non-linéaire exprime une atténuation des perturbations dans un temps fini. Ce dernier point a été démontré pour un cas mono-dimensionnel d'écoulement dans une étude menée par Glowinski, Lion & Témolières (1981) ainsi que dans les travaux de Huigol, Mena & Piau (2002).

Considérons le problème simple de la convection de Rayleigh-Bénard pour un fluide de Bingham. Le fluide au début est au repos, confiné entre deux plans parallèles rigides différentiellement chauffés et distants de  $d$ . Le problème lui-même est tridimensionnel, mais dans l'analyse, l'espace est simplifié en deux dimensions. Les équations adimensionnelles de Navier-Stokes et l'équation de l'énergie respectant l'approximation de Boussinesq sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{Pr} \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + Ra\delta_{iz} \\ \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{DT}{Dt} = \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} \end{array} \right. \quad (2.3.9)$$

Pour  $i, j = 1, 2, 3$  avec  $(x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$  et  $\frac{D}{Dt}$  représente la dérivée de matière. Un fluide de Bingham est représenté par les relations suivantes, soit :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \tau_{ij} = (1 + \frac{B}{\dot{\gamma}})\dot{\gamma}_{ij} & \text{si } \tau > B \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{si } \tau \leq B \end{array} \right. \quad (2.3.10)$$

avec  $\dot{\gamma}_{ij}$  et  $\tau_{ij}$  étant respectivement la matrice du gradient de vitesse et des contraintes.  $\dot{\gamma}_{ij}$  est défini par :

$$\dot{\gamma}_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (2.3.11)$$

Trois groupes adimensionnels gouvernent le phénomène :

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa}, Ra = \frac{\alpha g \Delta T d^3}{\kappa \nu}, \text{ et } B = \frac{s_0}{\rho g \alpha \Delta T d}$$

Le nombre de Prandtl et le nombre de Rayleigh sont suffisamment discutés. Le nombre de Bingham,  $B$ , nommé parfois nombre d'Oldroyd, représente le rapport entre le seuil

de contrainte  $s$  et la force d'Archimède. Les propriétés physiques sont :  $\nu$ , la viscosité cinématique basée sur la viscosité plastique  $\mu$ ,  $\alpha$  est le coefficient d'expansion thermique,  $\kappa$  est la diffusivité thermique,  $\rho$  est sa densité.  $g$  représente l'accélération gravitationnelle, et  $\Delta T$  est l'écart de température entre les deux plaques.

### 2.3.1.3 Analyse hystérétique de l'instabilité

Adaptons désormais l'argumentation classique utilisée au début de notre travail pour l'analyse de la stabilité d'un fluide newtonien dans le cas d'un fluide de Bingham. Considérons une particule fluide de rayon  $r$  dans un champ thermiquement stratifié, avec un gradient thermique vertical  $\frac{\Delta T}{d}$ . Supposons maintenant que le centre de la particule soit plus chaud de  $\delta T$  que le champ thermique qui l'entoure. A cause de la poussée d'Archimède exercée sur la particule, celle-ci va se trouver en mouvement vertical contre la gravité avec une vitesse  $u$ . La particule cède de la chaleur par conduction au fluide environnant, cette quantité de chaleur étant de l'ordre de  $\propto \lambda \delta T / r^2$ ,  $\lambda$  étant la conductivité thermique du fluide. La particule gagne une quantité de chaleur de l'ordre de  $\propto \rho c_p u \Delta T / r$ . Par conséquent, le centre reste plus chaud que le fluide environnant si :

$$u \geq \Lambda_1 \frac{\kappa \delta T d}{\Delta T \cdot r^2} \quad (2.3.12)$$

où  $\Lambda_1$  est une constante géométrique. D'autre part, le mouvement de la particule fluide peut être maintenu si sa flottabilité (force d'Archimède)  $\propto \rho g \alpha \delta T \cdot r^3$  dépasse la force résistante appliquée sur la particule (la résistance de stocks, qui représente une force de freinage visqueux résultant du frottement visqueux entre le fluide et la particule en mouvement avec une vitesse  $u$ ). Dans le cas d'un fluide à seuil, on rajoute la résistance due au seuil de contrainte du fluide, ce qui donne :

$$\rho g \alpha \delta T \cdot r^3 \geq \Lambda_2 \mu \cdot r \cdot u + \Lambda_3 r^2 s_0 \quad (2.3.13)$$

où  $\Lambda_2$  et  $\Lambda_3$  sont des constantes géométriques adimensionnelles ; si nous modifions l'échelle pour remplacer  $\delta T$  par  $\Delta T$ ,  $r$  par  $d$ , et que nous divisons par la force d'Archimède, nous remarquons que le mouvement peut être maintenu seulement si :

$$1 \geq \Lambda_4 \frac{\kappa \mu}{\rho g \alpha \Delta T d^3} + \Lambda_5 \frac{s_0}{\rho g \alpha \Delta T d} = \Lambda_4 \frac{1}{Ra} + \Lambda_5 B \quad (2.3.14)$$

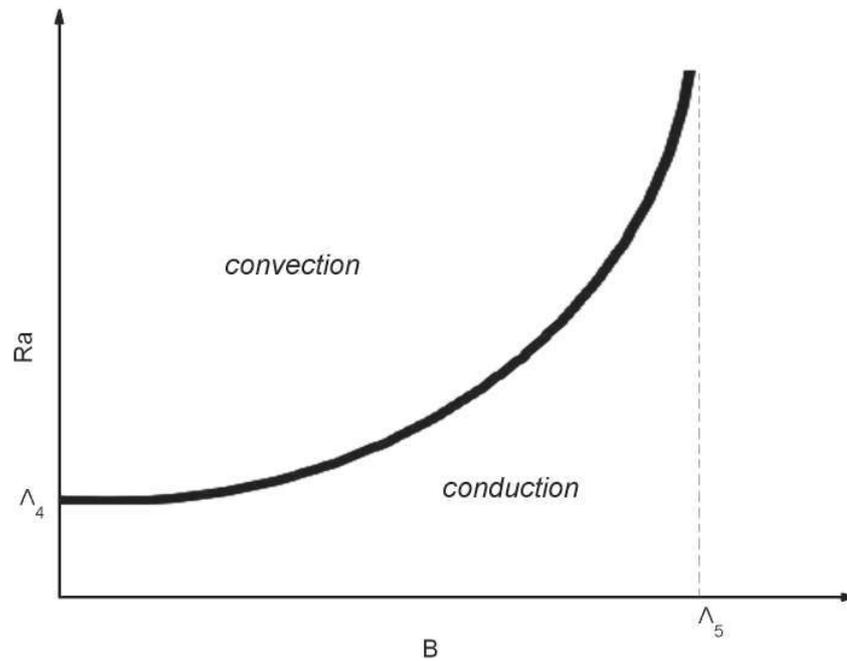


FIGURE 2.3.5: Critère d'instabilité de Rayleigh-Bénard pour un fluide de Bingham

d'où

$$Ra \geq \frac{\Lambda_4}{1 - \Lambda_5 \cdot B}, \text{ si } : B = \frac{1}{\Lambda_5} \Rightarrow Ra \rightarrow \infty \quad (2.3.15)$$

$\Lambda_4$  et  $\Lambda_5$  sont des constantes adimensionnelles. Si le fluide est stable, nous devons vérifier l'influence du nombre de Prandtl  $Pr$  sur l'atténuation des perturbations initiales. Il est évident que l'expression du nombre de Rayleigh prend en compte la concurrence entre les deux temps caractéristiques de la dissipation visqueuse et la dissipation thermique. La Selon la formule 2.3.15, la Figure 2.3.5 illustre l'instabilité marginale de la convection de Rayleigh-Bénard pour un fluide de Bingham.

#### 2.3.1.4 L'expérience de Blamforth & Rust sur la convection naturelle pour des fluides de Bingham

Le seul article mentionnant une expérience pour étudier le phénomène de la convection libre pour un fluide de Bingham est celui de Blamforth & Rust (2008), dans lequel les auteurs rapportent une série d'expériences qualitatives qu'ils ont réalisées sur des

## 2 Instabilité thermoconvective de Rayleigh-Bénard

Carbopol wt.%	$\tau_y$ Pa	$\nu_0$ $\text{m}^2\text{s}^{-1}$	$\nu_{0.01}$ $\text{m}^2\text{s}^{-1}$	$\bar{d}$ m	$T_1-T_2$ $^\circ\text{C}$	convects?	$R_0$	$R_{0.01}$	$B/R$	$\tau_y/(\rho g \alpha d)$ $^\circ\text{C}$
0.05	0.07	2	0.008	0.044	27	Yes	10	4000	0.03	0.8
0.05	0.07	2	0.008	0.113	36	Yes	300	$1 \times 10^5$	0.008	0.3
0.06	0.3	14	0.03	0.1	50	No/Yes*	50	$2 \times 10^4$	0.03	1.5
0.075	2	150	0.2	0.1	50	No	5	4000	0.2	10
0.1	10	1200	1	0.1	50	No	0.6	700	1	49

TABLE 2.3.2: Résultats de différentes expériences qualitatives de convection sur plusieurs dispersions en Carbopol 940 [7]. L'étoile \* indique que la convection est initiée avec une perturbation importante (la cuve est secouée manuellement afin de déclencher les instabilités) [7].

solutions en Carbopol 940 dans une enceinte en verre de forme cubique de 30cm de côté, à surface libre. La face d'en bas est chauffée par une circulation d'eau chaude et la température de la surface libre n'est pas contrôlée et subit la variation de la température de la chambre d'essai. Des thermocouples sont placés à différents endroits, pour mesurer la température de la face inférieure. Une couche d'un thermo-cristaux-liquide est placée sur une plaque en polyester qui flotte sur la surface libre du gel Carbopol; elle permet de mesurer approximativement la température de la surface libre.

Le tableau 2.3.2 illustre les résultats qualitatifs de convection libre pour différentes solutions en Carbopol 940 ayant différents seuil de contraintes. Blamforth & Rust (2008) se sont basés sur le travail de Roberts & Barnes (2001) pour estimer les viscosité  $\nu_0$  et  $\nu_{0.01}$  qui représentent respectivement les viscosités à  $\dot{\gamma} = 0$  et  $\dot{\gamma} = 0.01\text{s}^{-1}$ . Ces viscosités ont été utilisées pour calculer les valeurs de  $Ra_0$  et  $Ra_{0.01}$ . La valeur de l'écart de température maximum imposé durant les expériences est de  $50^\circ\text{C}$ . La dernière colonne représente l'amplitude caractéristique de la perturbation.

Les différentes concentrations en Carbopol présentent une possibilité différente a convec-  
ter. La convection dans les expériences sur la solution de 0.05%wt en Carbopol ( $s = 0.07\text{Pa}$ ; tableau 2.3.2) a été réalisée sans imposer un déclenchement externe au système. Le rapport du seuil d'écoulement à la flottabilité ( $B/Ra$ ) est très faible pour cette concentration; un rapport très faible, inférieur à  $1^\circ\text{C}$ , est nécessaire pour enclencher les mouvements de convection dans ce fluide [7].

Concernant la concentrations 0.06%wt ( $s = 0.3\text{Pa}$ ), la convection est initiée à condition qu'on introduise une perturbation externe à l'expérience, comme par exemple l'injection subite d'une large bulle d'air au fond du récipient, ou le fait de remuer le fluide à l'aide

d'un agitateur. Les tentatives de déstabilisation du 0.075%wt et du 0.1%wt ( $s = 2Pa$  et  $s = 10Pa$ ) par ces différentes méthodes n'ont amené qu'une perturbation transitoire locale et n'ont pas généré de mouvement de convection maintenu ni de plumes thermiques. L'amplitude de la perturbation requise croît avec l'augmentation du seuil de contrainte [7].

Les conditions expérimentales du travail de Blamforth & Rust (2008) ne sont pas idéales pour étudier la convection de Rayleigh-Bénard ni pour quantifier avec précision ses différents paramètres, tels que le nombre de Nusselt ou l'écart de température. Outre le fait que la surface supérieure soit libre, la température de cette surface n'est pas rigoureusement contrôlée et elle subit les fluctuations thermiques de l'air ambiant. En plus de cela, la méthode d'observation des mouvements thermoconvectifs et leurs détections sont absentes dans la description de ces expériences, et leurs existences manquent d'argumentation.



# 3

## Méthodes expérimentales

### 3.1 Introduction

Le dispositif expérimental et la cellule de convection seront présentés ici afin de permettre d'obtenir de plus amples informations sur les matériaux utilisés dans leurs réalisations, ainsi que le contexte technico-économique de leurs choix. La tour de visualisation par la technique d'ombroscopie est aussi présentée avec un bref rappel sur son principe. Cette technique reste très simple à réaliser pour la visualisation du phénomène de convection de Rayleigh-Bénard et pour le type de cellule que nous proposons.

La cellule de convection a été validée par des expériences de convection de Rayleigh-Bénard en utilisant l'eau comme fluide de référence. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les travaux bibliographiques classiques. Le nombre de Rayleigh critique obtenu pour un jeu de  $10\text{mm}$  est de 1425, ce qui représente un bon résultat par rapport au nombre de Rayleigh critique théorique (1708). En changeant la nature des plaques et le jeu  $d$ , nous avons effectué différentes expériences sur les fluides à seuil. Nous discuterons de l'effet des propriétés thermiques des plaques, et du positionnement des thermocouples sur l'écart et la justesse des mesures de  $\Delta T$ .

Le procédé de réalisation des fluides à seuil utilisés dans les différentes expériences est présenté dans le présent chapitre. Dans ce contexte, des solutions à base de dilutions de Carbopol 940 dans l'eau distillée ont été préparées en laboratoire avec grand soin. Nous évoquerons aussi dans ce chapitre les difficultés rencontrées lors de la fabrication de ces fluides, notamment l'influence de l'ajout d'un antibactérien : l'azoture de sodium ( $NaN_3$ ). Les fluides ont été caractérisés par des tests d'écoulement à vitesse imposée à l'aide du rhéomètre AR-G2, disponible dans notre laboratoire. Par ailleurs, les fluides réalisés seront aussi comparés avec les travaux de Piau (2007) afin de trouver la relation entre le seuil de contrainte de chaque fluide avec sa concentration en Carbopol 940. Enfin, la thermodépendance des propriétés rhéologiques de nos fluides a été faiblement observée.

## 3.2 Installation expérimentale

### 3.2.1 Cellule de convection

Les fluides sont confinés dans ces cellules cylindriques de  $179mm$  de diamètre (Figure 3.2.1). La surface d'échange thermique est de  $\approx 2.51 \cdot 10^{-2}m^2$ . Plusieurs entretoises en Plexiglas<sup>1</sup> ont été utilisées, ayant  $30mm$  d'épaisseur (distance entre rayon interne et rayon externe) et présentant trois hauteurs différentes permettant le contrôle de l'épaisseur de la couche fluide :  $d = 10mm$ ,  $17mm$  et  $60mm$  présentant des rapports d'aspects  $\Gamma = D/2d$  respectivement de 8.95, 5.26 et de 1.49. La Figure 3.2.2 montre une photographie de la cellule de convection utilisée dans nos expériences (ici  $d = 60mm$ ).

Les plaques utilisées sont en laiton  $CuZn5\%$ , d'une conductivité thermique  $\lambda_{CuZn5\%} = 234W/m^{\circ}C$ ; ces plaques sont chromées pour éviter la corrosion au contact des fluides. La plaque inférieure de la cellule est chauffée par effet Joule à l'aide d'une résistance<sup>2</sup> électrique de  $5\Omega$ ; pour chaque  $\Delta T$  on varie le courant électrique à l'aide d'une alimentation stabilisée et on le mesure avec un ampèremètre d'une précision de  $\pm 0.02A$ . La température de la plaque supérieure est fixée par une circulation d'eau à température contrôlée par un bain thermostaté, la précision sur la température du bain étant de l'ordre de  $\pm 0.03^{\circ}C$ . Les propriétés physiques des fluides modèles sont celles de l'eau. Elles sont

---

1. La conductivité thermique du PMMA (Plexiglas) est de  $0.19 \frac{W}{m^{\circ}C}$ .

2. Un film chauffant de  $\sim 0.4mm$  d'épaisseur est collé au-dessous de la plaque inférieure. Il nous a été fourni par la société RICA (Italie). Le matériau résistif du réchauffeur est l'INCONEL 600; ce métal est parmi les plus stables trouvés sur le marché et il est utilisé pour des applications spatiales. La variation de la résistance est de  $175ppm/C^{\circ}$ ; sa résistivité est de l'ordre de  $106 \cdot 10^{-6} Ohm \cdot cm$ .

calculées par interpolation pour chaque point de mesure par rapport à la température  $T_0$  qui représente une valeur moyenne entre la température froide et la température chaude, avec  $T_0 = \frac{T_{chaude} + T_{froide}}{2}$ . Les valeurs des propriétés physiques isobariques de l'eau sont données par NIST (National Instruments of Standards and Technology, voir Annexe C et réf. [38]). Les fluides utilisés sont supposés incompressibles et que les variations de pression sont négligeable.

Observons la Figure 3.2.1. Pour assurer un minimum de déperdition thermique, deux plaques en Plexiglas (éléments (3)), superposées et espacées par une couche d'air, sont placées au-dessus de la plaque supérieure (élément (1)). Une autre couche d'air sépare un bloc en mousse PVC<sup>3</sup> de la plaque inférieure (élément (2)). Une autre mousse est posée autour de la cellule pour minimiser les pertes via les parois latérales. Pour mesurer l'écart de température entre les plaques, des thermocouples de type « T » sont placés dans l'épaisseur de chacune des plaques à 0.5mm de la surface de contact avec le fluide. La lecture se fait par l'intermédiaire d'un micro-voltmètre numérique « Keithley 2700 ». La précision sur la mesure de la température des plaques est de l'ordre de  $\pm 0.08^\circ\text{C}$ . Un port de connexion RS232 relaie le Keithley 2700 à un ordinateur où les mesures de la température sont traitées et enregistrées. La fréquence de l'acquisition de ces mesure est de 3Hz.

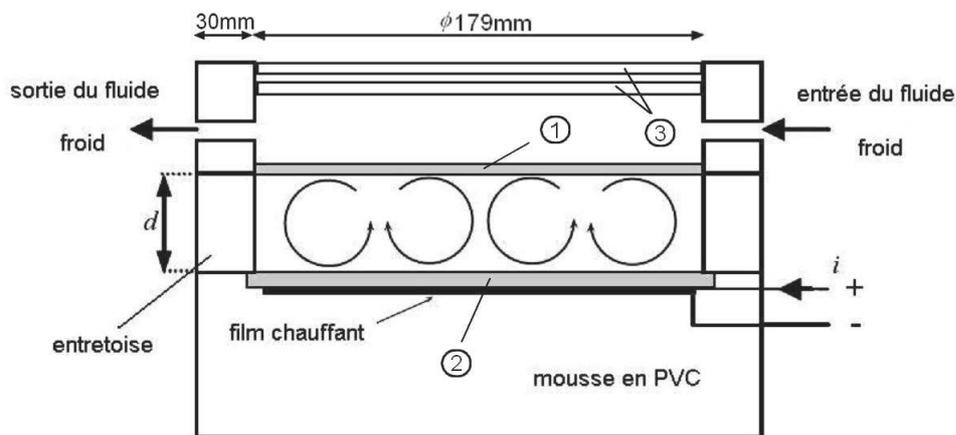


FIGURE 3.2.1: Schéma simplifié de la cellule de Rayleigh-Bénard réalisée.

3. Cette mousse apparaît en couleur orange foncée sur la photo suivante de la cellule de convection. La conductivité thermique du PVC expansé est proche de celle de l'air au repos. Elle est de l'ordre de  $0.023 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$ .



FIGURE 3.2.2: Vue latérale de la cellule de convection. Une mousse d'isolation thermique entoure les tubes d'acheminement du fluide de refroidissement, ainsi qu'une autre, ici de couleur jaune, qui entoure latéralement l'entretoise de plexiglas afin de réduire les déperditions thermiques. L'ensemble - la cellule de convection, la mousse d'isolation inférieure, ici en orange, et le réservoir de circulation de l'eau de refroidissement - sont solidarisés à deux plaques horizontales dont nous pouvons contrôler l'horizontalité à l'aide de vis de serrage, en bas à gauche.

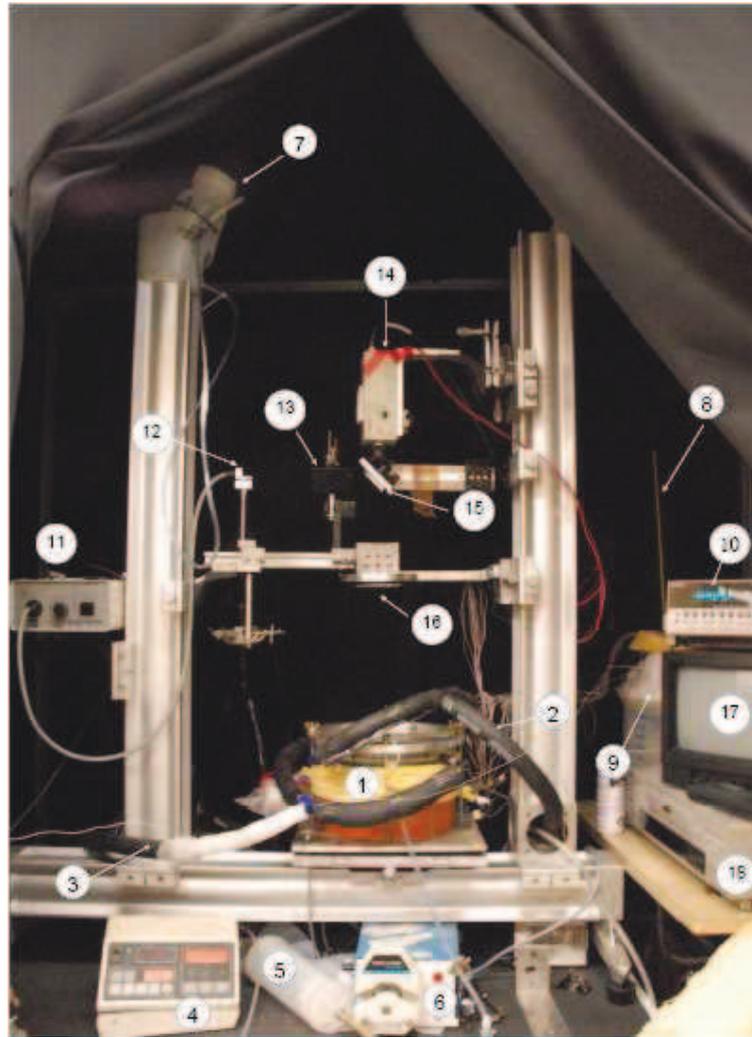


FIGURE 3.2.3: Photographie de la tour expérimentale de la convection de Rayleigh-Bénard utilisée dans notre étude. Elle est divisée en trois principales parties : (i) La cellule de convection et ses alimentations : (1) cellule de convection, (2) entrée de l'eau de refroidissement (une gaine en mousse de polyéthylène couvre les tubes d'alimentation d'eau afin de diminuer les pertes thermiques), (3) sortie de l'eau de refroidissement, (4) affichage et contrôle de la température du bain thermostaté, (5) seringue d'injection du fluide, (6) pompe péristaltique, (7) réservoir d'alimentation du fluide. (ii) Partie des mesures et acquisitions de la température : (8) thermomètre à mercure de précision ( $\pm 0.02^{\circ}C$ ), (9) flacon isolant contenant de l'eau dans laquelle sont plongées les jonctions froides des huit thermocouples de mesure, (10) micro-voltmètre électronique Keithley 2700 relayé au PC via une entrée RS232. (iii) Enfin, la partie de visualisation : (11) générateur pour l'éclairage fibre optique (12) arrivée de la lumière blanche via les fibres optiques, (13) objectif de microscope à courte focale, (14) caméra CCD, (15) miroir semi-transparent incliné de  $45^{\circ}$  à l'horizontale, (16) lentille collimatrice d'une longueur focale de  $580mm$ , (17) écran d'affichage, (18) enregistreur vidéo.

Une vue générale du dispositif d'étude de la convection de Rayleigh-Bénard est illustrée sur la Figure 3.2.3. Il s'agit de l'ensemble d'une structure en forme de tours en aluminium, sur laquelle sont montés la cellule de convection et les éléments nécessaires à la visualisation du phénomène thermoconvectif. La cellule a été réalisée au Laboratoire de Rhéologie avec la participation de l'équipe technique du laboratoire. Nous pouvons donc voir sur la Figure 3.2.4 les différents éléments qui constituent l'expérience, notamment la chaîne de mesure des températures et du courant électrique, ainsi que le matériel utilisé pour le contrôle des températures.

Les expériences peuvent être effectuées sous des conditions correspondant à l'approximation de Boussinesq. Des expériences quasi-Boussinesq sont typiquement réalisées par la conception d'un dispositif permettant d'atteindre un faible  $\Delta T_C$  entre les plaques de confinement, typiquement ne dépassant pas quelques  $^{\circ}C$ , avec un jeu  $d$  approprié. Pour des fluides newtoniens comme l'eau, cela implique que  $d$  doit être supérieur à  $3mm$ . Ceci limite la valeur maximale possible de  $\Gamma$ . Les cellules possédant des limites excessivement étendues sont difficiles à construire et coûteuses à produire [9].

Un autre facteur qui rend difficile l'utilisation des cellules à très grande dimension latérale est l'augmentation du temps de la diffusion thermique horizontal. Il est exprimé comme suit :

$$t_h = \Gamma^2 t_v = \Gamma^2 d^2 / \kappa \quad (3.2.1)$$

$t_v$  représente le temps caractéristique de diffusion thermique vertical, il dépend de l'épaisseur de la couche fluide et de sa diffusivité thermique.  $t_h$  augmente avec l'augmentation du rapport d'aspect, ce qui influence le temps requis pour la relaxation de certaines formes d'écoulement. Par exemple, pour une expérience avec l'eau comme un fluide de Boussinesq, et pour un  $\Gamma \simeq 100$ , le temps de diffusion thermique horizontal  $t_h \simeq 48h$ ; ce qui rend l'expérience impraticable. Parfois, le phénomène de sélection de certaines formes des mouvements de convection nécessite un temps de l'ordre de  $\sim 10 \cdot t_h$ [9].

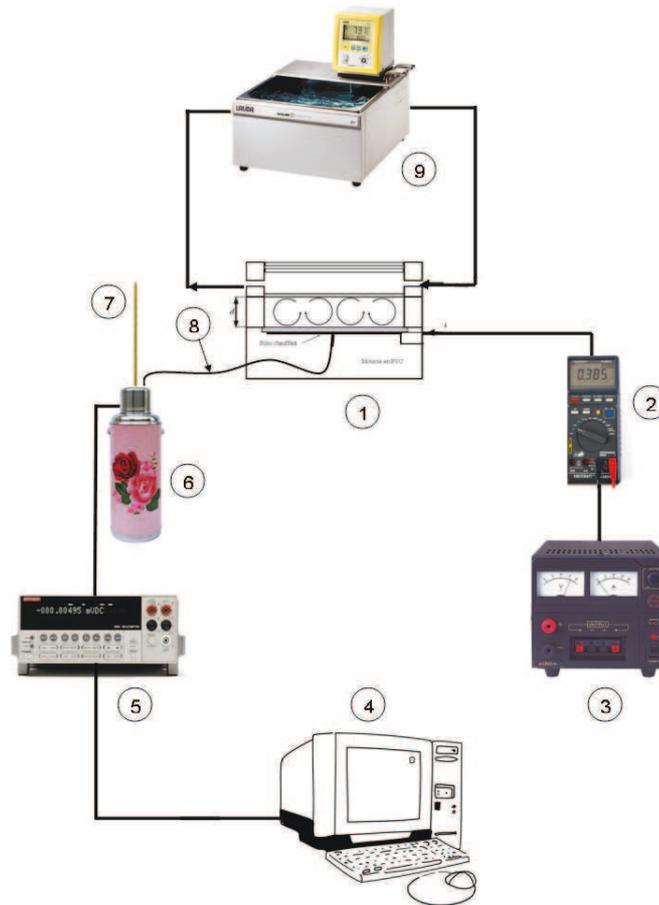


FIGURE 3.2.4: Schéma général simplifié du dispositif expérimental : (1) cellule de convection, (2) ampèremètre, (3) alimentation stabilisée, (4) ordinateur d'affichage, de traitement et de stockage de données à l'aide d'un programme réalisé sous Labview, (5) micro-voltmètre Keithley 2700, (6) flacon isolant contenant de l'eau dans laquelle sont plongées les jonctions froides des huit thermocouples de mesure, (7) thermomètre de précision ( $\pm 0.02^\circ\text{C}$ ), (8) thermocouples. Ils sont positionnés à différents endroits : entrées et sorties de l'eau de refroidissement, et afin de mesurer l'écart de température  $\Delta T$ , quatre thermocouples sont placés dans l'épaisseur des plaques de confinement du fluide étudié ; (9) un bain thermostaté Haak alimente la cellule de convection en eau, permettant ainsi le maintien et le contrôle de la température de la plaque supérieure. Il est d'une précision de l'ordre de  $\pm 0.03^\circ\text{C}$ .

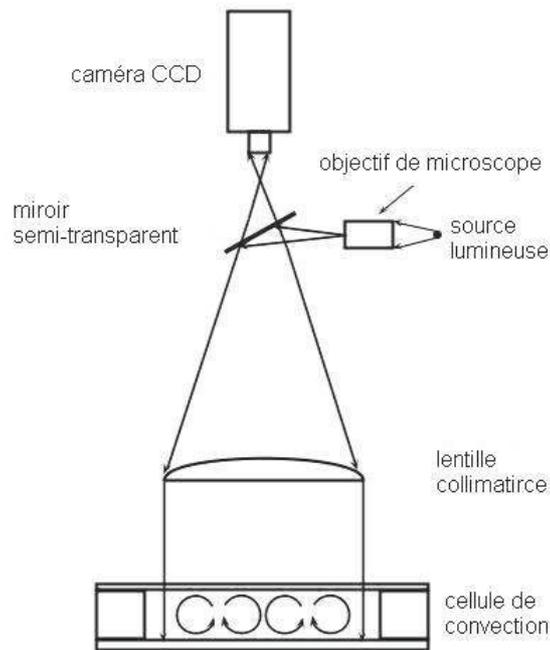


FIGURE 3.2.5: Schéma du dispositif de visualisation par la technique d'ombroscopie.

### 3.2.2 Dispositif de visualisation

La visualisation des mouvements thermoconvectifs est réalisée par la technique d'ombroscopie. Elle consiste à visualiser l'intensité spatiale d'une lumière traversant perpendiculairement un fluide où un gradient d'indice de réfraction est créé suite à une in-homogénéité de la température.

Le dispositif de visualisation est illustré dans la Figure 3.2.5. La plaque supérieure est remplacée par une plaque en verre<sup>4</sup>, pour permettre le passage de la lumière vers le fluide étudié. La lumière est transmise par un dispositif de fibres optiques, elle traverse un objectif de microscope à courte focale, puis réfléchit à l'aide d'un miroir semi-transparent incliné de 45°. Une partie de la lumière va être transmise vers une lentille collimatrice de 90mm de diamètre et d'une distance focale  $f = 580mm$  afin d'obtenir des rayons lumineux parallèles qui traversent perpendiculairement la cellule de convection. Ces rayons traversent d'abord la plaque supérieure en verre, puis le fluide, pour être réfléchis ensuite par la plaque inférieure<sup>5</sup> vers la lentille. Cette lentille va enfin faire converger la lumière vers une caméra CCD, caméra qui se trouve au-dessus de la cellule.

Cependant, pour le respect des contraintes et des conditions de réalisation d'une cellule

4. L'état de surface des plaques de confinement est lisse où la rugosité est de l'ordre de quelques dixièmes de nanomètre

5. Dans un premier temps, cette plaque est en laiton  $CuZn5\%$ ; elle est chromée et polie.

de Rayleigh-Bénard de bonne qualité, cette technique nécessite de choisir pour les plaques de confinement des matériaux qui possèdent à la fois de très bonnes qualités optiques et de très bonnes qualités thermiques. Ces matériaux doivent présenter une conductivité thermique nettement supérieure au fluide étudié : ce peuvent être le cuivre, l'argent ou l'or pour la plaque inférieure. La face supérieure de cette plaque doit être polie jusqu'à ce qu'on obtienne les qualités optiques voulues. Le fait d'utiliser de la lumière blanche pour éclairer ; au polissage, l'ordre de grandeur de la rugosité doit donc être celui de la longueur d'onde de la lumière visible, soit environ  $0,5\mu m$ . La plaque supérieure est souvent réalisée en saphir<sup>6</sup> vu les bonnes qualités optiques, thermiques et mécaniques de ce matériau. Cette plaque sert de fenêtre d'observation. L'utilisation des matériaux cités assure une meilleure canalisation du flux thermique, nous permettant ainsi l'obtention d'une bonne précision sur les mesures du flux thermique réellement échangé entre les deux plaques [20] et de bonnes conditions de visualisation. Cela est primordial, car des images de haute qualité nous apportent des informations importantes sur les instabilités de Rayleigh-Bénard telles qu'elles sont au sein du fluide. Ces instabilités sont associées en temps réel aux mesures des écarts de température et du nombre de Nusselt, d'une manière précise, avec une signature propre au fluide.

Le coût économique trop élevé d'une telle configuration (quelques milliers d'euros) ne nous a pas permis de la mettre en œuvre ; nous nous sommes alors porté vers une simple étude qualitative de ces phénomènes d'apparition de formes de convection. Au début de notre travail, notre but était de savoir si les instabilités thermoconvectives dans les fluides à seuil pouvaient avoir lieu. Dans les premières visualisations des phénomènes thermoconvectifs, nous avons alors opté pour le laiton pour la plaque inférieure ; il s'agit du *CuZn5%*. Cette plaque est chromée, afin d'empêcher l'oxydation due au contact continu avec les fluides, puis polie, pour permettre la réflexion de la lumière, mais le polissage est d'une qualité ordinaire. Les qualités optiques de la surface polie miroir sont mauvaises : nous observons la présence de stries, de sillons et d'ondulations légères parfois difficilement observables à l'œil nu ; c'est la visualisation par ombroscopie qui permet de révéler ces défauts de surface. Concernant la plaque supérieure, un disque en verre ordinaire transparent est utilisé en guise de fenêtre d'observation du phénomène.

La conductivité thermique du *CuZn5%* est  $\sim 400$  fois supérieure à celle des fluides

---

6. Il s'agit d'un saphir de fabrication synthétique. Le saphir mono-cristallin possède une conductivité thermique élevée, la dureté et la résistance à l'usure, ainsi qu'une température d'utilisation maximale élevée. Le saphir est un matériau transparent et bien plus résistant que le verre ; il peut être utilisé comme fenêtre d'observation. La conductivité thermique du saphir est  $\sim 58$  fois supérieure à celle de l'eau. [<http://www.goodfellow.com/F/Saphir.html>]

étudiés ( $\lambda_{fluides} \simeq 0.6 \frac{W}{m^{\circ}C}$ ); pour le verre elle est de  $\sim 1.2 \frac{W}{m^{\circ}C}$  [44]. Cette valeur est le double de  $\lambda_{fluides}$ . Le temps caractéristique de la diffusion thermique verticale  $t_v$  dans le verre est de  $13,51s$  pour une épaisseur  $e = 3mm$ , avec  $t_v = e^2/\kappa[s]$  ( $\kappa$  est sa diffusivité thermique,  $\kappa_{verre} = 6.66 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s}$ ). Durant le régime conductif et en comparaison avec l'eau pour la plus faible épaisseur étudiée  $d = 4mm$ ,  $t_v = 114.17s$ , le transfert de chaleur traversant la plaque en verre atteint son régime stationnaire avant sa stabilité dans l'échantillon; le transfert conductif dans les deux milieux est donc en phase. Cela signifie que le choix du verre ne devrait pas affecter l'apparition des instabilités. Le verre est un mauvais conducteur, mais en comparaison avec l'eau, et durant le régime conductif, il est deux fois plus conducteur. Par contre, il pourrait affecter la stabilisation et le temps d'équilibre des formes de convection, surtout durant le régime turbulent où les temps caractéristiques de relaxation du transfert thermique convectif deviennent de plus en plus nettement inférieurs au temps caractéristique de la diffusion thermique vertical dans les plaques en verre.

Les premiers résultats de visualisation donnent des images striées et d'une mauvaise qualité optique, cela étant dû au polissage non approprié qu'a subi la plaque inférieure (voir la section 4.3 dans le chapitre 4). Dans le but d'obtenir des images plus nettes, nous optons pour le remplacement de la plaque inférieure en laiton par un miroir ordinaire en verre. Concernant les mesures du flux thermique, nous reviendrons plus tard sur les effets de la conductivité thermique des plaques sur la convection de Rayleigh-Bénard.

Puisque le diamètre de la lentille collimatrice est inférieur à celui de la cellule, nous ne pouvons observer entièrement la surface expérimentale. La Figure 3.2.6 représente les zones visualisées.

## 3.3 L'effet de la conductivité thermique des plaques sur le transfert thermique

Durant le transfert thermoconvectif, les deux modes d'échange par conduction et par convection coexistent. La concurrence entre les différents temps caractéristiques qui gouvernent le phénomène définit la part de chaque mode dans le transfert de la chaleur. A cela vient s'ajouter l'effet de la conductivité thermique des plaques.

Comprendre l'effet de la conductivité thermique des plaques de confinement, ainsi que les conditions initiales des expériences, est primordial pour l'étude des formes thermoconvectives et leur historique [19][26]. La concurrence entre les temps caractéristique de

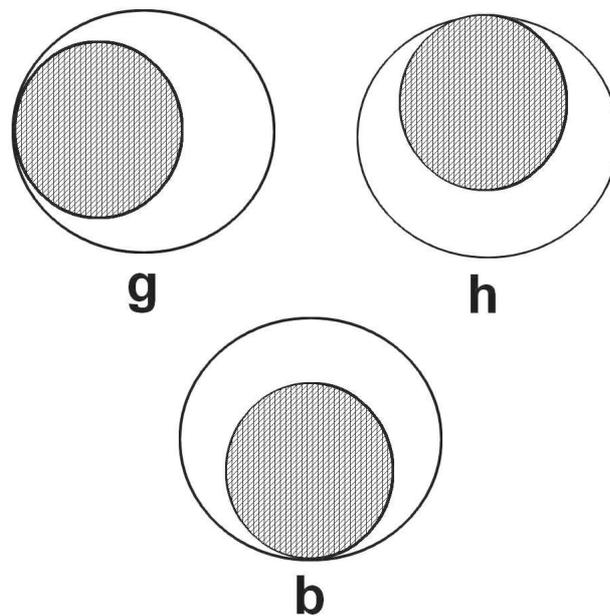


FIGURE 3.2.6: Positions de la lentille d'observation au-dessus de la cellule de convection. La zone claire représente la surface expérimentale vue du haut, tandis que la surface hachurée représente la lentille de visualisation et donc la zone observée. (g) : zone située dans la partie gauche de la cellule, (h) : zone située en haut de la cellule, (b) : zone située en bas de la cellule. Ces lettres sont mentionnées juste au-dessous de l'écart de température ou de la puissance de chauffe. En absence de cette notation, la zone observée est le centre de la cellule.

### 3 Méthodes expérimentales

la diffusivité thermique du fluide et ceux de la diffusivité thermique des plaques, définit certaines évolutions des formes de convection ou de la transition entre les différents régimes [9].

La faible valeur de la conductivité thermique du verre<sup>7</sup> limite l'échange thermique dans la cellule. Elle agit donc comme un barrage thermique, dont l'effet plus au moins isolant est à prendre en compte par un autre nombre sans dimension : le nombre de Biot. Il compare la résistance au transfert thermique à l'intérieur du volume d'un corps à celle de la surface du corps considéré. Si le milieu en question est la plaque en contact avec le fluide, le nombre de Biot s'écrit alors :

$$Bi = \frac{h \cdot d_{plaque}}{\lambda_{plaque}} \quad (3.3.1)$$

où  $h$  est le coefficient de transfert thermique convectif dans le fluide.  $\lambda_{plaque}$  et  $d_{plaque}$  sont la conductivité thermique de la plaque et son épaisseur. Utilisé dans les calculs de transfert thermique en phase transitoire, un nombre de Biot faible ( $Bi \leq 0.1$ ), signifie que la conductivité thermique  $\lambda_{plaque}$  est plus importante que celle du fluide. La température dans la plaque a donc tendance à devenir plus homogène, et l'écart entre le fluide et le solide est plus faible. Cela implique un fort effet conducteur de la part de la plaque (le fluide impose la température). Ainsi, dans la littérature, la plaque est considérée comme un milieu mince. A l'inverse, une valeur de  $Bi$  plus grande correspond à une faible conductivité thermique de plaque, et donc, à fort effet isolant : on parle alors d'un milieu épais. La résistance des plaque réduit l'échange thermique. Le nombre de Biot est un rapport qui compare les temps caractéristiques de diffusion thermique de deux milieux en contact. Le nombre de Biot s'écrit donc comme l'expression du rapport des temps caractéristiques de diffusion thermique de la plaque et le fluide par :

$$Bi = Nu \cdot \frac{\lambda_{fluide}}{d_{fluide}} \cdot \frac{d_{plaque}}{\lambda_{plaque}} \quad (3.3.2)$$

Durant le régime conductif où  $Nu = 1$ , si nous considérons que le fluide au repos est comme solide, le nombre de Biot peut être représenté par :

$$Bi = \frac{\lambda_{fluide}}{d_{fluide}} \cdot \frac{d_{plaque}}{\lambda_{plaque}} \quad (3.3.3)$$

---

7. Résistance thermique assez grande par rapport au laiton utilisé, et relativement grande par rapport à l'eau

### 3.4 Estimation de la justesse des mesures de $\Delta T$

$\lambda_{\text{plaque}}$  et  $d_{\text{fluide}}$  sont la conductivité thermique du fluide et sa dimension caractéristique. Prenons compte des différentes configurations expérimentales que nous avons effectuées, nous allons maintenant comparer les valeurs du nombre de Biot du verre et du laiton en contact avec les fluides étudiés. Les valeurs sont présentées dans le tableau 3.3.1. Les plaques en verre se comporte comme un isolant, l'effet est plus au moins faible plus que  $d$  augmente :

d (mm)	laiton (3mm)	laiton (6mm)	verre (3mm)
4	0.0019	0.0038	0,3750
10	0.0008	0.0015	0,1500
17	0.0005	0.0009	0,0882
60	0.0001	0.0003	0,0250

TABLE 3.3.1: Valeur calculés du nombre de Biot entre fluide et plaque. Concernant les plaque en laiton, l'épaisseur de la plaque inférieure est le double de celui de la plaque supérieure.

Durant le régime convectif, le mode de transfert dominant se fait essentiellement par convection. Le coefficient de transfert thermique convectif est mesuré par unité de coefficient de transfert par conduction propre au fluide. Ici par exemple pour un jeu de 17mm et pour un  $Nu = 3$ , avec  $h = \frac{Nu \cdot \lambda}{d}$ , nous avons  $h \simeq 105.88 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$ . Cette valeur de  $h$  convertie par unité de coefficient de transfert conductif donne un  $\lambda_{\text{fluide}} \simeq 3\lambda_{\text{fluide-conduction}}$ . Si on remplace cette valeur dans l'expression du nombre de Biot, il en résulte une valeur de  $Bi \simeq 0.22$ . La plaque en verre a donc un effet isolant, et dans ces conditions, elle est considérée comme un milieu épais.

Enfin, cet effet de barrage thermique affecte la canalisation du flux thermique. Les pertes thermiques vers l'extérieur, et les pertes thermiques via les parois latérales sont à prendre en considération.

### 3.4 Estimation de la justesse des mesures de $\Delta T$

La mesure de la température implique des interactions complexes entre le capteur et le milieu qui nous intéressent et le système de mesure lui-même. Les mesures de la température sont souvent sous-estimées dans le cas des solides, des surfaces, et dans les liquides ou les gaz [58]. Outre cette interaction locale, et malgré la précaution prise pour étalonner le dispositif thermométrique, nous avons souvent tendance à considérer que l'erreur

maximale de mesure possible est celle qui a été définie par l'étalonnage en négligeant ainsi les causes d'erreurs liées aux conditions de la "prise" de cette température.

Cela conduit à définir ce qu'il faut entendre par "*erreur globale*" sur une température mesurée qui est en fait la somme de deux erreurs : l'une, propre au capteur et à sa chaîne de mesure pris isolément, représente l'erreur maximale de mesure possible déterminée par l'étalonnage du dispositif thermoélectrique. Il s'agit là de la précision des mesures. L'autre doit répondre à la question : ce que mesure le capteur, représente-il bien la température du milieu à mesurer ?

Cette erreur due aux conditions de la "prise", est encore le résultat du transfert thermique entre le milieu dont on désire connaître la température et le capteur. Il s'agit de la justesse de la mesure. Une mesure est d'autant plus juste que la différence entre la valeur mesurée (valeur lue) et la valeur réelle s'avère plus faible [30].

Nous pouvons donc écrire :

$$\text{Erreur Globale} = \text{Erreur de Mesure} + \text{Erreur de Prise}$$

#### 3.4.1 Autres sources d'erreurs sur les mesures de la température par un thermocouple.

Hormis les erreurs liées à la mesure du phénomène thermométrique ; les erreurs liées à la perturbation du champ thermique que provoque l'application du thermomètre, peuvent être dans des cas particuliers une source importante de l'erreur. En effet, des mesures de température de précision par exemple (de l'ordre des quelque  $\mu^\circ\text{C}$ ), en utilisant par fois des thermocouples microscopiques, demandent beaucoup de précautions et une meilleure maîtrise et connaissance du dispositif expérimental. Cela est pour le but de pouvoir estimer et avec précision les erreurs dues à l'interaction au contact des thermocouples avec les milieux étudiés.

Sur ce problème, et en ce qui concerne notre étude expérimentale, vue la faible dimension des thermocouples par rapport au milieu étudié, vue les plages et l'échelle des températures étudiées, et leurs résolution spatiale, nous estimons que ce type d'erreurs est négligeable devant l'erreur engendrée par l'emplacement de prise de la température. C'est pourquoi nous allons évoquer que les notions élémentaires sur les erreurs dues au contact des capteurs thermoélectriques.

Dans la pratique, il n'existe pas une méthode facile pour attacher le thermocouple à une surface qui pourrait garantir l'indication de la température *réelle* de la surface. Pour cela,

il est nécessaire de monter la jonction de mesure pour atteindre la surface sans affecter la mesure de sa température. Dans certains cas, ce point d'attachement à lui seul cause des perturbations locales sur la répartition de la température [6].

Quand le capteur entre en contact avec la surface, la température de celle-ci se trouve perturbée localement. En-effet, un flux thermique  $\varphi$  est échangé entre la pointe et la surface considérée [24]. La résistance thermique de contact entre la jonction chaude du thermocouple et la surface provoque un écart de température, car la résistance de contact empêche la jonction du thermocouple d'atteindre la température correcte [6]; cela se traduit par un écart entre la température indiquée et la température réelle. Le contact mécanique avec la surface induit une nouvelle redistribution de la température (Figure 3.4.1); les lignes des isothermes se trouvent donc modifiées par le fait que le thermocouple pompe de la chaleur s'il se trouve à une température inférieure à celle de la surface en considération, dans le cas contraire, une partie de la chaleur sera ajoutée au flux thermique de base.

Trois effets distincts se superposent et participe à cette modification de la distribution de la température. L'effet d'ailette, l'effet de macroconstriction, et finalement l'effet de microconstriction (effet de la résistance de contact) [24]. Ce dernier, est le plus perturbant pour les mesure. Les trois effets peuvent êtres combinés dans un seule modèle afin d'avoir une meilleure correction. Ils sont définis comme suit :

- *Effet ailette* : Cet effet résulte de l'échange thermique avec le milieu ambiant, et qui inclus le rayonnement<sup>8</sup> émis par la surface ou d'une autre source extérieur, peuvent apporter un transfert thermique additionnel au flux thermique.
- *Effet de macroconstriction* : Cet effet est dû à la convergence des lignes de courant thermique vers la zone de contact macroscopique, la surface de contact apparente (Figure 3.4.1).
- *Effet de la résistance de contact thermique* : Cet effet est dû à l'irrégularité de la surface de contact entre les solides à l'échelle microscopique. Il existe de nouvelles convergences vers les zones en contact réel aux niveaux des micro-jonctions, où une grande partie de l'échange thermique se réalise [25] (Figure 3.4.2).

Ces effets peuvent être combinés en plus des erreurs sur la prise et la position du thermocapteur lui-même. Ainsi, dans les mesure de précision la synthèse de ces erreurs est cruciale pour estimer les écarts entre la mesure et la réalité du phénomène étudié.

---

8. Puisque le rayonnement n'est constatable avec nos moyens de mesure qu'à haute température, nous pouvons considérer que son effet est négligeable.

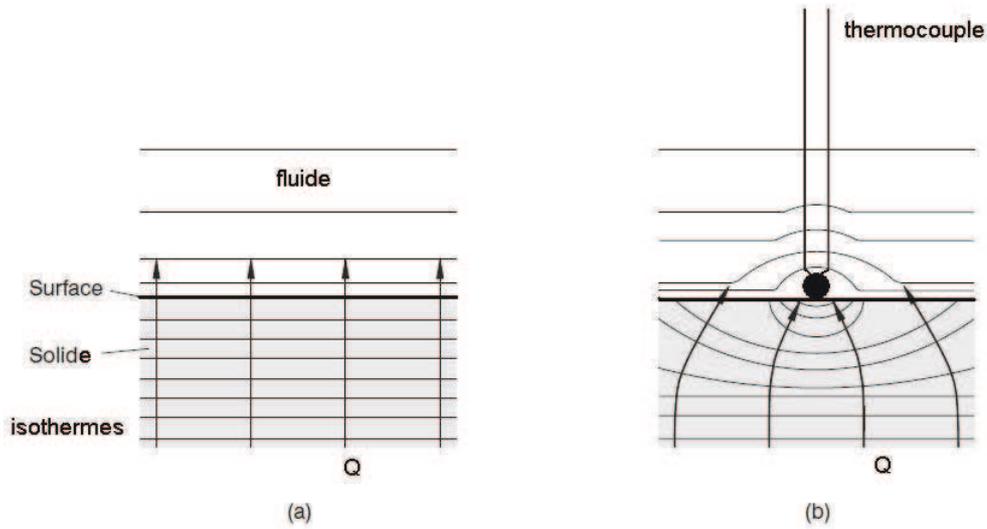


FIGURE 3.4.1: (a) Lignes isothermes dans un solide avec une condition au limites de convection thermique à la surface. (b) Modification des isothermes due à la présence de la surface de contact entre la jonction du thermocouple et la surface du solide. C'est le phénomène de la macroconstriction [6].

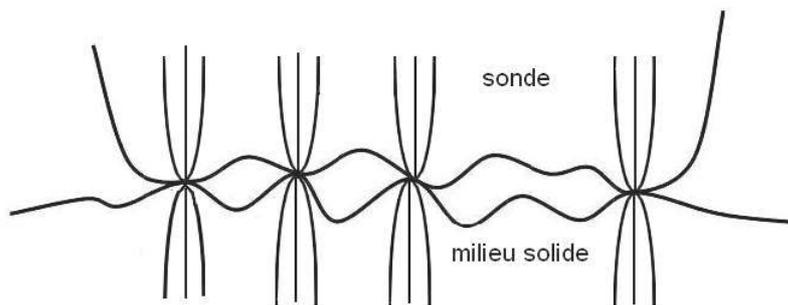


FIGURE 3.4.2: Lignes du courant thermique entre la sonde et un autre milieu solide à mesurer. Le flux thermique passe par les micro-jonctions qui représentent la surface de contact réelle. C'est le phénomène de la microconstriction.

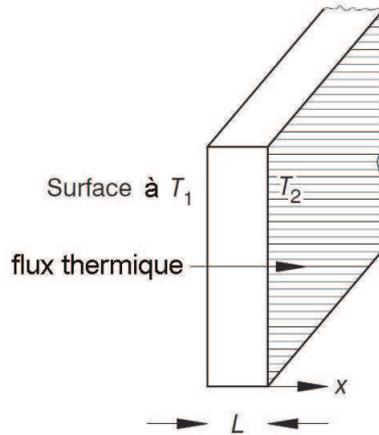


FIGURE 3.4.3: Transfert thermique à travers un solide ou un fluide au repos.

### 3.4.2 Erreur de position d'un thermocouple

Maintenant notre analyse des erreurs sur la prise se porte essentiellement sur la position du capteur thermoélectrique dans nos expériences, et l'influence des matériaux des plaques sur les échanges thermiques.

Au repos, si un gradient thermique est appliqué dans un milieu fluide ou solide, le mode de transfert de la chaleur s'effectue par conduction. Comme nous l'avons déjà vu, ce flux thermique peut être déterminé par la loi de Fourier. La surface étant considérée comme infinie, il n'y a pas d'effet de bord de sorte que l'écoulement de la chaleur peut être considéré comme unidirectionnel comme le montre la Figure 3.4.3. Dans l'état permanent, la densité du flux thermique peut être écrite suivant :

$$\varphi = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (3.4.1)$$

où  $\varphi$  représente la densité du flux exprimée en  $\frac{W}{m^2}$ ,  $\lambda$  la conductivité thermique du milieu concerné en  $\frac{W}{m \cdot C}$ ,  $T$  la température et  $x$  la position exprimée en  $m$ . Le signe négatif signifie que le flux thermique se propage dans le sens décroissant de la température. La conductivité thermique est supposée indépendante de la température.

Ici, il s'agit dans ce qui suit, d'une estimation de l'erreur de mesure due au positionnement d'un capteur thermoélectrique. La position du point de soudure des thermocouples dans nos expériences se trouve toujours à une distance  $e$  de la surface (Figures 3.4.4 et 3.4.5). La température indiquée n'est en réalité que la température de la soudure du thermocouple  $\theta$  et non pas la température de la surface elle-même.

### 3 Méthodes expérimentales

Si nous suivons une analyse unidirectionnelle (absence d'effet de bord), la densité du flux thermique pourrait être écrite suivant la loi de Fourier :

$$\begin{cases} \varphi = \frac{\lambda_m}{e} (\theta - T_{surface}) & \text{si } \theta > T_{surface} \\ \varphi = \frac{\lambda_m}{e} (T_{surface} - \theta) & \text{si } T_{surface} > \theta \end{cases} \quad (3.4.2)$$

où  $\lambda_m$  est la conductivité thermique du milieu qui sépare les deux positions (la vraie position du thermocouple et la surface étudiée),  $e$  la distance qui sépare les deux positions, et finalement  $\theta$  et  $T_{surface}$  sont respectivement la température indiquée et la vraie température de la surface concernée.

En cas de contact *solide-solide* (dans notre cas il s'agit de la soudure des thermocouples et des plaques) nous procédons en premier lieu à une analyse tenant compte de la superposition des résistances thermiques des différents milieux en contact parfait. Puis nous discutons brièvement des autres sources d'erreurs, que ce soit la macrostriction, la microstriction ou l'effet ailette et la somme de tous ces effets.

Soient  $T_1$  pour désigner la température froide et  $T_2$  pour désigner la température chaude, les vraies températures des surfaces concernées. Selon la formule 3.4.2, et connaissant  $T_{froide}$  et  $T_{chaude}$ , les températures indiquées des thermocouples respectivement placés près de la surface de la plaque supérieure et la plaque inférieure ; nous pouvons donc estimer l'erreur induite par le positionnement des thermocouples afin de connaître approximativement la vraie valeur de l'écart de température entre les deux surfaces en contact avec le fluide étudié.

Pour des raisons expérimentales (voir la section 4.3 du chapitre 4), nous avons effectué des mesures de  $\Delta T$  dans trois configurations différentes (Figure 3.4.4 et Figure 3.4.5). Dans le cas (a), les deux plaques de confinement sont en laiton (CuZn5%). Les thermocouples sont introduits dans des trous de 1mm de diamètre afin d'effleurer la surface de 0.5mm. Une pâte thermique à base d'argent ( $\lambda = 350 \frac{W}{m^{\circ}C}$ ) est injectée dans les trous qui accueillent les thermocouples afin d'assurer un excellent contact entre les thermocouples et les plaques, minimisant ainsi la résistance thermique de contact. Puisque le diamètre de la soudure des thermocouples est égal à  $\simeq 0.5mm$ , la distance entre le plan médian de la soudure des thermocouples et la surface est estimée de l'ordre de  $\sim 1mm$  (tenant compte de l'angle du cône de perçage des trous).

### 3.4 Estimation de la justesse des mesures de $\Delta T$

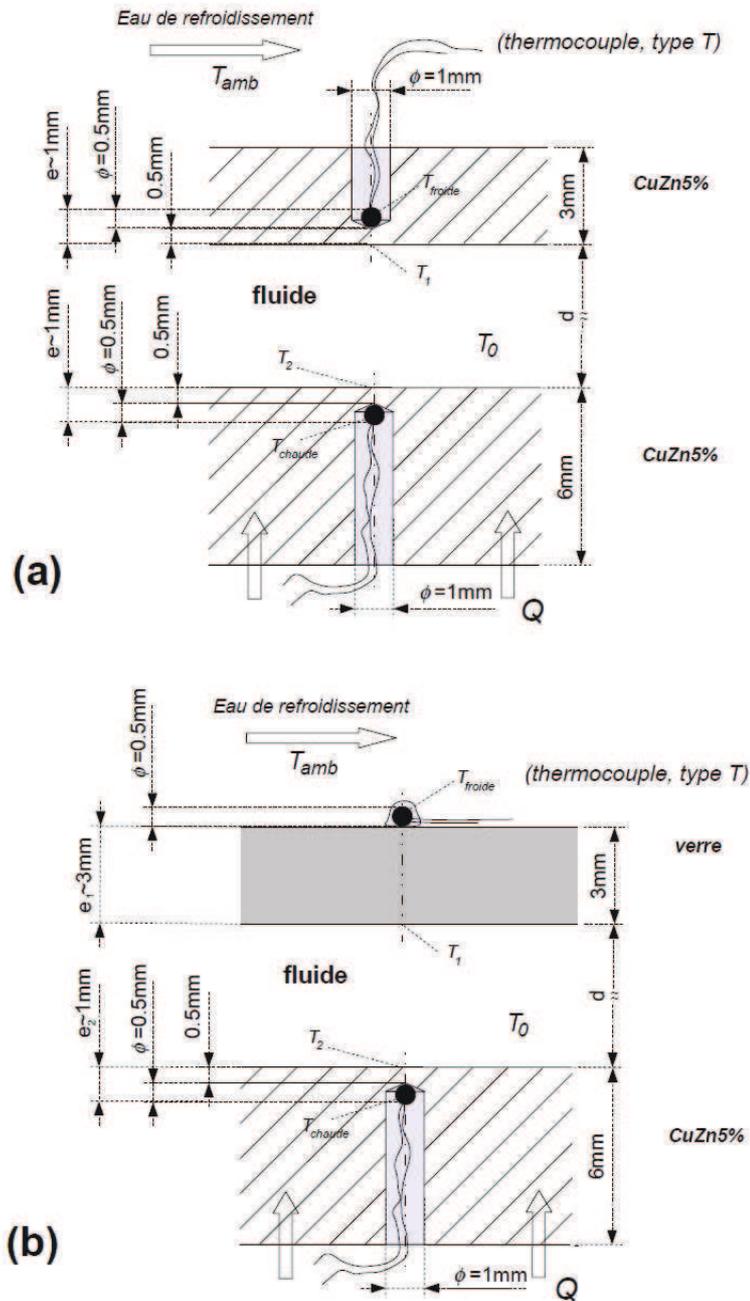


FIGURE 3.4.4: Positionnement des thermocouples au centre de la plaque supérieure et de la plaque inférieure afin de mesurer l'écart de température : (a) les deux plaques sont en laiton. Une pâte thermique à base d'argent et d'une conductivité thermique de  $\approx 350 \frac{W}{m^{\circ}C}$  est injectée à l'intérieur des trous qui accueillent les thermocouples. (b) La plaque inférieure est en laiton et la plaque supérieure en verre. Sur cette dernière, la jonction du thermocouple est entourée de pâte thermique pour améliorer le transfert avec la surface et réduire la résistance thermique de contact.

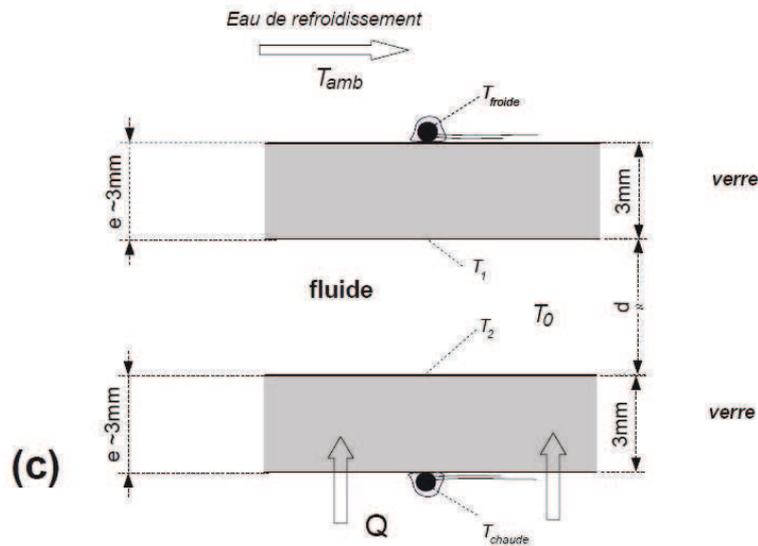


FIGURE 3.4.5: Positionnement des thermocouples au centre de la plaque supérieure et de la plaque inférieure afin de mesurer  $\Delta T$ . Ici, Les deux plaques sont en verre. Une pâte thermique entoure les jonctions des thermocouples pour améliorer l'échange thermique avec les plaques.

Cette distance empêche que la température du thermocouple atteigne la température de la surface. La résistance thermique des plaques crée donc un gradient thermique entre l'endroit à mesurer et la position du thermocouple. Concernant les cas (b) et (c) l'utilisation des plaques de verre nous a contraint à positionner les jonctions des thermocouples à une distance égale à l'épaisseur des plaques de verre ( $3\text{mm}$ ). Les soudures sont entourées par la pâte thermique utilisée dans la configuration (a). Elles sont maintenues en contact avec la surface du verre par un ruban adhésif étroit, type Gaffer®, et par la pâte elle-même, qui possède une viscosité remarquable et une bonne adhérence.

Concernant la plaque de laiton, vue la dimension de la soudure des thermocouple, et vue la présence de la pâte thermique qui améliore le contact et possède une conductivité thermique du même ordre que celle des plaques, nous pouvons avancer comme première approximation que les points mesurés se trouvent en contact direct avec les plaques à une

distance  $e \approx 1mm$  de la surface à mesurer, et que la résistance thermique de contact entre la soudure des thermocouples et les plaques est négligeable. Cependant, et concernant les trois cas de Figures, les températures sont  $T_{froide} < T_1 < T_2 < T_{chaude}$ . Les écarts peuvent être estimés comme suit :

### 3.4.2.1 Cas (a) : les deux plaques sont en laiton

Si nous observons le schéma (a) illustré dans la Figure 3.4.4 et concernant la plaque inférieure, la densité de flux thermique entre  $T_{chaude}$  et  $T_2$  s'écrit :

$$\varphi = \frac{\lambda_{CuZn5\%}}{e} (T_{chaude} - T_2) \quad (3.4.3)$$

l'écart entre la vraie température de la surface et la température mesurée s'écrit alors :

$$T_{chaude} - T_2 = \frac{e \cdot \varphi}{\lambda_{CuZn5\%}} \quad (3.4.4)$$

de la même manière pour la plaque supérieure on a :

$$\varphi = \frac{\lambda_{CuZn5\%}}{e} (T_1 - T_{froide}) \quad (3.4.5)$$

et donc :

$$T_1 - T_{froide} = \frac{e \cdot \varphi}{\lambda_{CuZn5\%}} \quad (3.4.6)$$

par comparaison entre les équations 4.4.4 et 3.4.6, nous pouvons constater que l'écart entre les valeurs indiquées et les vraies valeurs des températures est identique pour les deux plaques. Cela implique que :

$$T_{chaude} - T_2 = T_1 - T_{froide} = \frac{e \cdot \varphi}{\lambda_{CuZn5\%}} \quad (3.4.7)$$

d'où :

$$T_{chaude} + T_{froide} = T_2 + T_1 \quad (3.4.8)$$

Ce qui signifie que la chute de température  $T_2$  par rapport à  $T_{chaude}$  est compensée par l'augmentation de  $T_1$  par rapport à la température mesurée  $T_{froide}$ .

Concernant la différence entre l'écart de température indiqué et celui à mesurer (entre les

### 3 Méthodes expérimentales

deux surfaces de contact plaques-fluide), nous procédons en premier lieu à une analyse de la conduction thermique par superposition des résistances thermiques des différents milieux concernés, et en négligeant la résistance thermique de contact. Puis, nous prenons en compte l'apparition de la convection thermique au sein du fluide.

Quand le transfert thermique dans le fluide est purement conductif, pour l'ensemble *plaques supérieure-fluide-plaque inférieure*, la densité du flux thermique est :

$$\varphi = \frac{\lambda_{CuZn5\%}}{e} (T_{chaude} - T_2) = \frac{\lambda_{CuZn5\%}}{e} (T_1 - T_{froide}) = \frac{\lambda_{eau}}{d} (T_2 - T_1) \quad (3.4.9)$$

si on écrit 4.3.24 avec la notion de la résistance thermique on obtient :

$$\varphi = \frac{(T_1 - T_{froide})}{R_1} = \frac{(T_{chaude} - T_2)}{R_2} = \frac{(T_2 - T_1)}{R_{eau}} = \frac{(T_{chaude} - T_{froide})}{R_1 + R_2 + R_{eau}} \quad (3.4.10)$$

ce qui donne :

$$(T_2 - T_1) = \frac{R_{eau}}{R_1 + R_2 + R_{eau}} \cdot (T_{chaude} - T_{froide}) \quad (3.4.11)$$

$$\chi = \frac{\Delta T_{surface}}{\Delta T_{mesurée}} = \frac{R_{eau}}{R_1 + R_2 + R_{eau}}$$

$\chi$  est le rapport de l'écart de température réel entre les deux surfaces horizontales qui limitent le fluide et l'écart de température mesuré entre les deux emplacements des thermocouples avec  $1 > \chi > 0$ . Il représente la part de la résistance thermique du fluide étudié entre deux plans à des températures  $T_1$  et  $T_2$ , dans la résistance thermique totale entre deux autres plans de référence à des températures  $T_{froide}$  et  $T_{chaude}$ , où  $T_{froide} < T_1 < T_2 < T_{chaude}$ , avec  $R_1 = R_2 = R_{CuZn5\%} = \frac{e}{\lambda_{CuZn5\%}}$  et  $R_{eau} = \frac{d}{\lambda_{eau}}$  sont exprimés en  $\frac{m^2 \cdot C}{W}$ .  $R_1$  et  $R_2$ , respectivement les résistances thermiques de la plaque supérieure et de la plaque inférieure pour une distance  $e$  qui sépare les positions des capteurs thermoélectriques de la surface considérée. Enfin  $R_{eau}$  est la résistance thermique de la couche fluide étudiée d'épaisseur  $d$ . Maintenant  $\chi$  peut être exprimé en fonction des deux résistances thermiques, celle de l'eau et celle du laiton par :

$$\chi = \frac{\Delta T_{surface}}{\Delta T_{mesurée}} = \frac{R_{eau}}{2 \cdot R_{CuZn5\%} + R_{eau}} \quad (3.4.12)$$

### 3.4 Estimation de la justesse des mesures de $\Delta T$

Durant le régime conductif, et pour différents jeux  $d$ ,  $R_1 = R_2 \approx 4.27 \cdot 10^{-6} \frac{m^2 \circ C}{W}$  pour  $e \sim 1mm$ , tandis que  $R_{eau}(4mm) \approx 0.007 \frac{m^2 \circ C}{W}$ ,  $R_{eau}(10mm) \approx 0.017 \frac{m^2 \circ C}{W}$ ,  $R_{eau}(17mm) \approx 0.028 \frac{m^2 \circ C}{W}$  et  $R_{eau}(60mm) \approx 0.1 \frac{m^2 \circ C}{W}$ . Le calcul de  $\chi$  pour différents jeux  $d$  donne :

$$\begin{aligned}
 & \text{pour } d = 4mm, \quad (T_2 - T_1) = 0.9987 \cdot (T_{chaude} - T_{froide}) \longrightarrow \chi = 99.87\% \\
 & \text{pour } d = 10mm, \quad (T_2 - T_1) = 0.9995 \cdot (T_{chaude} - T_{froide}) \longrightarrow \chi = 99.95\% \\
 & \text{pour } d = 17mm, \quad (T_2 - T_1) = 0.9997 \cdot (T_{chaude} - T_{froide}) \longrightarrow \chi = 99.97\% \\
 & \text{pour } d = 60mm, \quad (T_2 - T_1) = 0.9999 \cdot (T_{chaude} - T_{froide}) \longrightarrow \chi = 99.91\%
 \end{aligned} \tag{3.4.13}$$

Dans cette configuration, nous pouvons constater que la position des thermocouples à l'intérieur des plaques, donne une excellente estimation des valeurs de l'écart de température. La symétrie des matériaux et des distance qui séparent les points mesurés et les points à mesurer, est la seule explication de ces résultats. L'influence du jeu  $d$  est négligeable.

Maintenant, et après le début de la convection ( $Nu \geq 1$ ), la résistance thermique de l'eau est donc affectée par le fait que le mode de transfert thermique varie en présence des mouvements de convection. On doit tenir compte du nouveau coefficient de transfert thermique convectif  $h$ . Il représente le rapport  $h = \frac{Nu \cdot \lambda_{eau}}{d}$  en fonction du nombre de Nusselt, la conductivité thermique de l'eau et l'épaisseur  $d$  de la couche fluide étudiée. Ainsi, la résistance thermique thermoconvective est représentée comme  $R_{eau} = \frac{1}{h}$ , d'où :

$$R_{eau} = \frac{d}{Nu \cdot \lambda_{eau}} = \frac{\text{Résistance thermique de conduction}}{Nu} \tag{3.4.14}$$

$R$  quantifie la résistance thermique convective comme une fraction  $\frac{1}{Nu}$  de la résistance thermique de conduction. Nous pouvons remarquer que la résistance thermique de l'eau diminue avec l'augmentation de  $Nu$ . Ainsi, le graphique illustré dans la Figure 3.4.6 nous montre la variation de la résistance thermique de l'eau en fonction du nombre de Nusselt et de  $d$ .

L'augmentation de  $Nu$  est due à la croissance de la vitesse de convection en fonction de  $\Delta T$ . C'est pourquoi le fluide échange plus de chaleur à de grandes amplitudes de mouvement thermoconvectif. Ainsi, le coefficient de transfert thermique augmente davantage et la résistance thermique se trouve de plus en plus faible, et tend vers zéro à de très grandes valeurs de Nusselt. Théoriquement, une valeur de résistance thermique nulle, signifie que le flux thermique transporté par l'eau est infini. En pratique, ce qui limite les échanges thermiques par convection naturelle, ce sont les frontières du fluide.

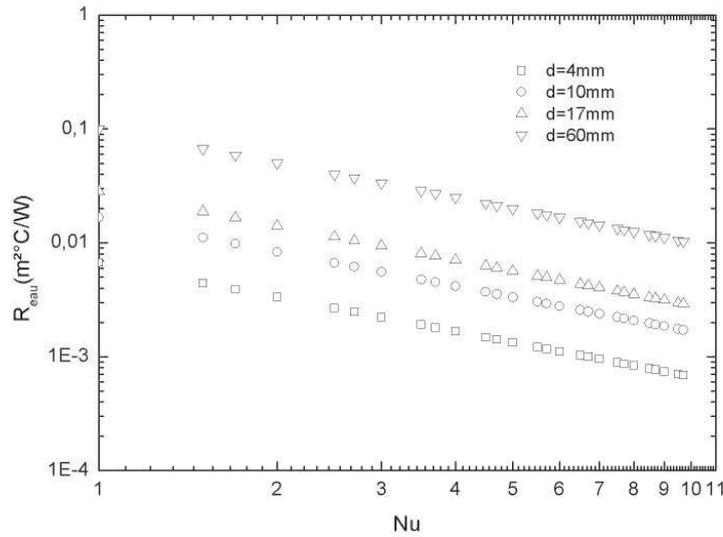


FIGURE 3.4.6: Évolution de la résistance thermique de l'eau pour différentes épaisseurs en fonction du nombre de Nusselt.

La limitation dépend de la géométrie et des matériaux utilisés. Ainsi, des plaques très conductrices, permettent plus d'échanges de chaleur avec le fluide, et la limite maximale de cet échange, sera imposée par les valeurs minimales des résistances thermiques des plaques. Finalement, l'influence de  $d$  est aussi remarquée. Quand  $d$  augmente, la résistance thermique est plus importante pour le même  $Nu$ .

Pour estimer la différence entre l'écart de température mesuré et celui à mesurer en présence des mouvements de convection, les variations du rapport  $\chi$  sont représentées dans la Figure 3.4.7. L'effet de la convection est inaperçu.

### 3.4.2.2 Cas (b) : la plaque supérieure est en verre

Quand le transfert thermique est purement conductif, et concernant la plaque inférieure, nous procédons de la même manière que dans le cas (a). Tandis que pour la plaque supérieure, la distance entre le capteur et la surface représente l'épaisseur de la plaque de verre, avec  $e_{verre} = 3mm$  (voir schémas (b) dans la Figure 3.4.4). Nous écrivons donc :

$$\varphi = \frac{\lambda_{verre}}{e_{verre}} (T_1 - T_{froide}) \quad (3.4.15)$$

$\lambda_{verre}$  représente la conductivité thermique du verre, elle est égale à  $1.2 \frac{W}{m^\circ C}$ . La densité

### 3.4 Estimation de la justesse des mesures de $\Delta T$

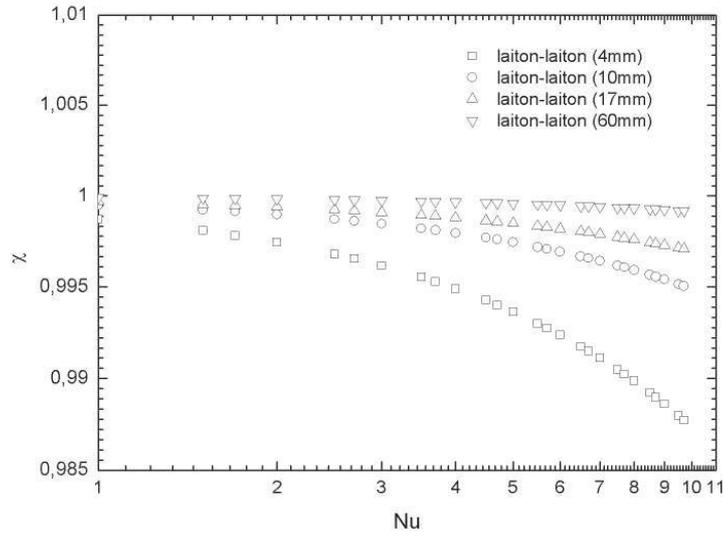


FIGURE 3.4.7: Tracé en log-log de l'évolution du Rapport  $\chi$  en fonction Nusselt qui représente l'augmentation de l'amplitude des mouvements thermoconvectifs au sein du fluide étudié. Les deux plaques de confinement sont en laiton.

du flux thermique s'écrit :

$$\varphi = \frac{\lambda_{verre}}{e_{verre}} (T_1 - T_{froide}) = \frac{\lambda_{CuZn5\%}}{e} (T_{chaude} - T_2) = \frac{\lambda_{eau}}{d} (T_2 - T_1) \quad (3.4.16)$$

$$(T_2 - T_1) = \frac{R_{eau}}{R_1 + R_2 + R_{eau}} \cdot (T_{chaude} - T_{froide}) \quad (3.4.17)$$

Maintenant,  $R_1 = R_{verre} = 0.0025 \frac{m^2 \cdot ^\circ C}{W}$  et le rapport  $R_2(laiton) \approx 4.27 \cdot 10^{-6} \frac{m^2 \cdot ^\circ C}{W}$

$$\begin{aligned} \text{pour } d = 4mm, \quad (T_2 - T_1) &= 0.7269 \cdot (T_{chaude} - T_{froide}) \longrightarrow \chi = 72.69\% \\ \text{pour } d = 10mm, \quad (T_2 - T_1) &= 0.8716 \cdot (T_{chaude} - T_{froide}) \longrightarrow \chi = 87.16\% \\ \text{pour } d = 17mm, \quad (T_2 - T_1) &= 0.9179 \cdot (T_{chaude} - T_{froide}) \longrightarrow \chi = 91.79\% \\ \text{pour } d = 60mm, \quad (T_2 - T_1) &= 0.9756 \cdot (T_{chaude} - T_{froide}) \longrightarrow \chi = 97.56\% \end{aligned} \quad (3.4.18)$$

Depuis ces calculs, nous signalons l'influence de la résistance thermique de la plaque de verre sur l'écart entre la valeur mesurée ( $T_{chaude} - T_{froide}$ ) et la valeur à mesurer ( $T_2 - T_1$ ). La résistance thermique importante du verre (par rapport à celle de l'eau

### 3 Méthodes expérimentales

et en comparaison avec celle du laiton) et la distance entre les capteurs et les points à mesurer augmentent le gradient thermique vertical dans la plaque de verre, cela conduit à l'augmentation de l'écart entre les valeurs mesurées et celles à mesurer. Par exemple, quand  $d = 10\text{mm}$  l'écart de température à mesurer pourrait atteindre 12.84% en moins de l'écart de température mesuré.

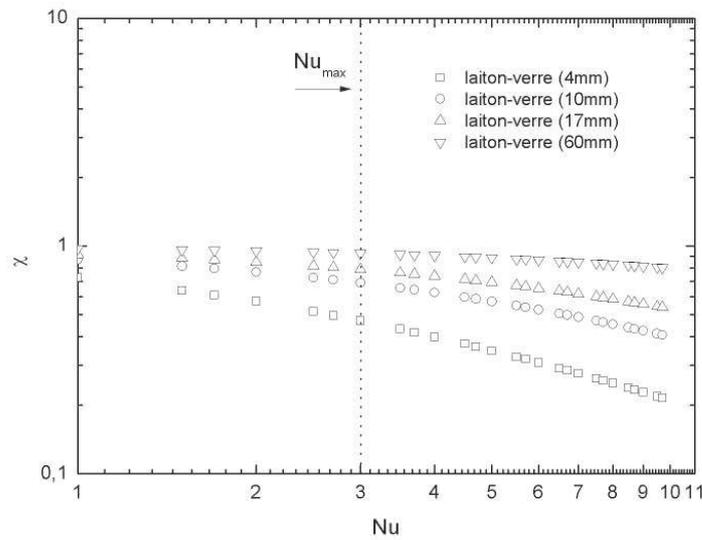


FIGURE 3.4.8: Tracé en log-log de l'évolution du Rapport  $\chi$  en fonction de Nusselt qui représente l'augmentation de l'amplitude des mouvements thermoconvectifs au sein du fluide étudié. La plaque supérieure est en verre.

Cependant, dans la Figure 3.4.8 nous illustrons l'effet du transfert thermoconvectif. L'amplitude des mouvements de convection aussi affecte la différence entre l'écart de température mesuré et celui à mesurer. Il est important de noter que dans cette configuration, la valeur maximale de  $Nu$  atteinte dans nos expériences ne dépasse pas  $\sim 3$ . En effet, pour chaque jeu  $d$ , les valeurs de  $\chi$  estimées pour  $Nu(max)$  sont donc :

$$\begin{aligned}
 d = 4\text{mm} &\longrightarrow \chi(Nu_{max}) \approx 47\% \\
 d = 10\text{mm} &\longrightarrow \chi(Nu_{max}) \approx 69\% \\
 d = 17\text{mm} &\longrightarrow \chi(Nu_{max}) \approx 79\% \\
 d = 60\text{mm} &\longrightarrow \chi(Nu_{max}) \approx 93\%
 \end{aligned}$$

### 3.4.2.3 Cas (c) : les deux plaques sont en verre

L'analyse de la variation de  $\chi$  se fait d'abord en étudiant les résistances thermiques dans les plaques de verre et dans la couche fluide étudié. Selon la configuration spatiale illustrée dans le schéma (c) (Figure 3.4.5), nous pouvons donc procéder de la même manière que dans le cas (a), mais cette fois-ci la distance entre le capteur et la surface concernée représente l'épaisseur de la plaque de verre,  $e_{verre} = 3mm$  (voir schémas (b) dans la Figure 3.4.4). Nous écrivons donc :

$$\varphi = \frac{\lambda_{verre}}{e_{verre}} (T_{chaude} - T_2) = \frac{\lambda_{verre}}{e_{verre}} (T_1 - T_{froide}) = \frac{\lambda_{eau}}{d} (T_2 - T_1) \quad (3.4.19)$$

ce qui donne :

$$\varphi = \frac{(T_1 - T_{froide})}{R_{verre}} = \frac{(T_{chaude} - T_2)}{R_{verre}} = \frac{(T_2 - T_1)}{R_{eau}} = \frac{(T_{chaude} - T_{froide})}{2 \cdot R_{verre} + R_{eau}} \quad (3.4.20)$$

maintenant, la relation entre l'écart de température mesuré et l'écart de température à mesurer est :

$$(T_2 - T_1) = \frac{R_{eau}}{2 \cdot R_{verre} + R_{eau}} \cdot (T_{chaude} - T_{froide}) \quad (3.4.21)$$

$$\chi = \frac{\Delta T_{surface}}{\Delta T_{mesurée}} = \frac{R_{eau}}{2 \cdot R_{verre} + R_{eau}}$$

$$\begin{aligned} \text{pour } d = 4mm, \quad (T_2 - T_1) &= 0.5833 \cdot (T_{chaude} - T_{froide}) \longrightarrow \chi = 58.33\% \\ \text{pour } d = 10mm, \quad (T_2 - T_1) &= 0.7727 \cdot (T_{chaude} - T_{froide}) \longrightarrow \chi = 77.27\% \\ \text{pour } d = 17mm, \quad (T_2 - T_1) &= 0.8484 \cdot (T_{chaude} - T_{froide}) \longrightarrow \chi = 84.84\% \\ \text{pour } d = 60mm, \quad (T_2 - T_1) &= 0.9523 \cdot (T_{chaude} - T_{froide}) \longrightarrow \chi = 95.23\% \end{aligned} \quad (3.4.22)$$

En effet, comme dans le cas de la configuration de plaques *laiton-verre*, durant le régime conductif, nous avons pu constater l'influence de la résistance thermiques des plaques de

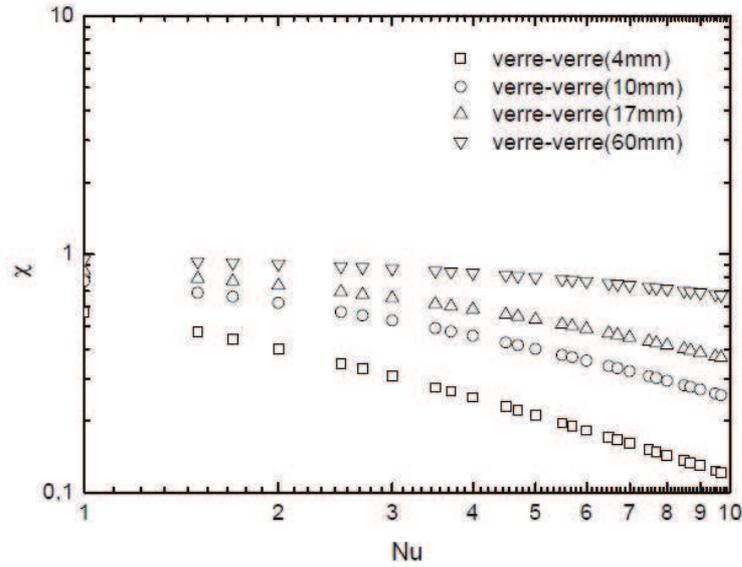


FIGURE 3.4.9: Tracé en log-log de l'évolution du Rapport  $\chi$  en fonction de Nusselt qui représente l'augmentation de l'amplitude des mouvements thermoconvectifs au sein du fluide étudié. La plaque supérieure est en verre.

verre sur l'écart entre la valeur mesurée ( $T_{chaude} - T_{froide}$ ) et la valeur à mesurer ( $T_2 - T_1$ ). Par exemple, quand  $d = 17mm$  l'écart pourrait atteindre 15.16% en moins. Cet écart diminue avec l'augmentation de l'épaisseur de la couche fluide. Quand  $d$  augmente, la résistance thermique des plaques devient négligeable devant la résistance thermique du fluide, et donc, l'écart de température à mesurer ( $T_2 - T_1$ ) augmente devant ( $T_{chaude} - T_{froide}$ ).

Si nous observons maintenant l'estimation de  $\chi$  en fonction de l'augmentation de l'amplitude des mouvements thermoconvectifs (Figure 3.4.9), nous constatons que  $\chi$  est plus faible quand  $Nu$  augmente. La résistance thermique du fluide (exprimée en  $\frac{1}{h}$ ) diminue avec l'augmentation de  $Nu$ , et cela va causer la diminution de l'écart de température à mesurer ( $T_2 - T_1$ ) en comparaison avec la valeur mesurée ( $T_{chaude} - T_{froide}$ ). Nous constatons aussi pour une valeur de  $Nu > 1$  donnée que  $\chi$  est de plus en plus petit quand  $d$  augmente, comme c'est le cas pour la configuration « b ».

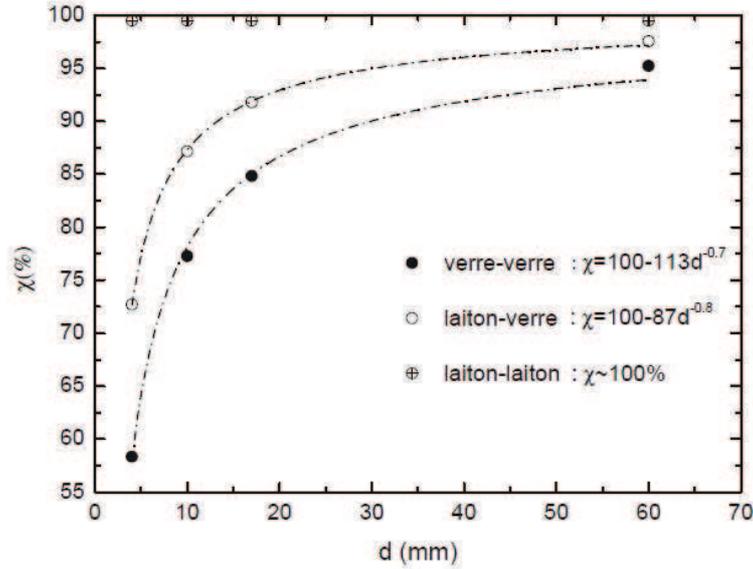


FIGURE 3.4.10: Évolution de  $\chi$  en fonction du jeu  $d$  durant le régime conductif et pour différentes configurations de matériaux des plaques.

### 3.4.3 Discussion de l'effet des plaques sur les mesures expérimentales

D'après nos estimations des erreurs de mesure dues au positionnement des capteurs, dans les cas (a), que ce soit dans le régime conductif ou convectif, le rapport  $\chi \approx 1$ . Cela est dû à la faible résistance thermique entre les points mesurés et les points à mesurer. Dans ce cas là,  $\Delta T_{mesuré}$  et  $\Delta T_{àmesurer}$  sont identiques, mais, cela ne veut pas dire que les valeurs des « températures » mesurées et à mesurer sont les mêmes, pour la simple raison qu'on a  $T_{froide} < T_1 < T_2 < T_{chaude}$ . La perturbation thermique est plus forte à  $T_{chaude}$  que à  $T_2$  qui se trouve à une position plus éloignée de la source chaude. L'écart entre ces deux température est le même entre  $T_{froide}$  et  $T_1$ . Dans ce cas de figure, que ce soit dans le régime conductif ou convectif, les points mesurés se trouve avec le même écart de température  $\delta T$  par rapport à son point à mesurer. Nous pouvons donc écrire :

$$\begin{aligned} T_2 &\approx T_{chaude} - \delta T \\ T_1 &\approx T_{froide} + \delta T \end{aligned} \quad (3.4.23)$$

alors

$$T_2 - T_1 \approx (T_{chaude} - \delta T) - (T_{froide} + \delta T) \quad (3.4.24)$$

d'où

$$T_2 - T_1 \approx T_{chaude} - T_{froide} \quad (3.4.25)$$

Les résultats obtenus dans la configuration *laiton-laiton*, peuvent nous servir de référence puisqu'elle est le cas le plus proche des conditions expérimentales idéale de la convection de Rayleigh-Bénard. Nous allons donc la comparer avec les résultats des autres configurations de plaques en tenant compte des estimations de  $\chi$ .

Après avoir estimé l'écart entre les valeurs mesurées ( $T_{chaude} - T_{froide}$ ) et les valeurs à mesurer ( $T_2 - T_1$ ), pour les trois configurations expérimentales, durant le régime conductif nous pouvons noter que  $\chi \rightarrow 1$  quand  $d \gg e$  (Figure 3.4.10). La résistance thermique du fluide étudié augmente avec  $d$ . Lorsque la résistance des plaques devient négligeable devant celle du fluide, le champ de température dans les plaques est plus homogène. La température de la surface de contact fluide-plaque est imposée alors par les plaques. L'écart entre les valeurs des températures mesurées et celles à mesurer devient plus faible, d'où l'importance de la définition du nombre de Biot que nous avons déjà vu dans la section 3.3. Quand deux milieux sont en contact, le nombre de Biot évalue le caractère isolant ou conducteur d'un milieu par rapport à l'autre.

L'estimation de  $\chi$  pour les différentes configurations des plaques, peut expliquer l'écart des mesures expérimentales obtenues. Durant la convection, l'écart pourrait être plus flagrant. Ainsi, en comparant plusieurs expériences sur le même fluide et du même  $d$ , les trois configurations possibles des plaques peuvent avoir pour un même  $Nu > 1$  donné des écarts plus ou moins appréciables. Dans notre étude comparative entre les résultats obtenus pour chaque configuration de plaques, nous allons considérer que les expériences effectuées sur le 0.045%wt pour  $d = 17mm$  (Figure 3.4.11).

#### 3.4.3.1 Effet de la conductivité thermique des plaques durant la conduction

Durant le régime conductif, nous pouvons remarquer que le nombre de Nusselt dans les deux autres configurations de plaques est inférieur à celui mesuré dans la configuration *laiton-laiton* ( $Nu \simeq 1$ ). Les valeurs de  $Nu$  s'est stabilisé à  $\approx 0.74$  pour la configuration *verre-verre* et à  $Nu \approx 0.9$  pour la configuration *laiton-verre* (Figure 3.4.11). Ainsi, des écarts de  $-26\%$  et de  $-10\%$  par rapport à l'unité sont observés respectivement pour ces deux configurations de plaques.

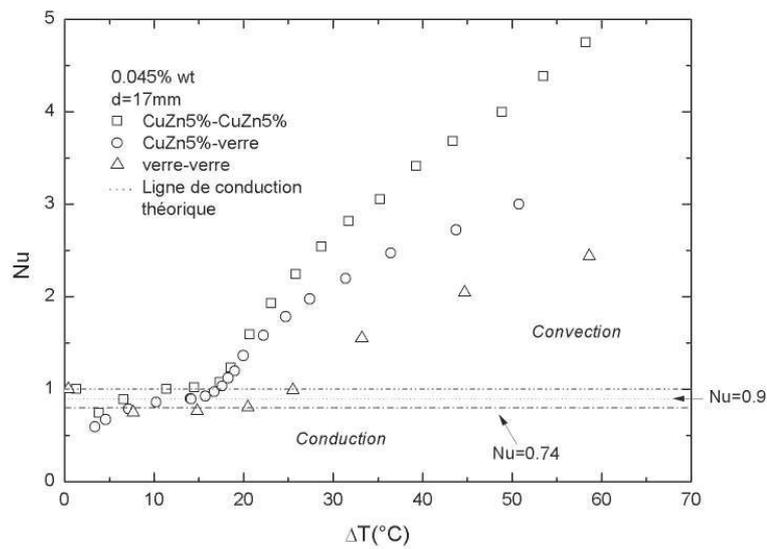


FIGURE 3.4.11: Influence du choix des plaques sur les mesures du nombre de Nusselt pour une concentration de 0.045%wt en Carbopol 940 diluée dans l'eau distillée, le jeu  $d = 17\text{mm}$ . Ici, dans la configuration verre-verre, la valeur mesurée du nombre de Nusselt marquant la limite conduction-convection (théoriquement  $Nu = 1$ ) est égale à  $\sim 0.74$ . Dans la légende, les notations du type « CuZn5% – verre » mentionnent la nature des matériaux utilisés pour les plaques *inférieure* et *supérieure*, respectivement.

Comme nous avons vu, le nombre de Nusselt est le rapport entre le flux thermique imposé par la puissance de chauffe rapporté à la quantité de chaleur traversant la couche du fluide où un gradient thermique s'est établis, avec :

$$Nu = \frac{R \cdot i^2}{A \cdot \frac{\lambda \Delta T}{d}} \begin{cases} = 1 \text{ Régime conductif} & (\text{théoriquement}) \\ > 1 \text{ Régime convectif} \end{cases} \quad (3.4.26)$$

Une valeur du nombre de Nusselt plus faible que la valeur théorique de l'unité, signifie que la puissance thermique traversant le fluide réellement est plus grande que le flux thermique imposé. Mais si nous considérons que la cellule de convection est bien isolée (Pas d'apport de chaleur à la cellule en plus que la quantité de chaleur que la résistance de chauffe peut y fournir), nous devant sans doute donc vérifier les erreurs dus à la justesse des mesures, que la position de prise des thermocouples et la faible conductivité thermique des plaques de verre pourrait introduire.

L'introduction de la correction de la justesse sur les valeurs des écarts de température afin de corrigé la valeur du nombre de Nusselt durant le régime conductif donne :

a) *Configuration verre-verre* :

- La valeur du nombre de Nusselt moyen sans la correction et avec la correction de  $\Delta T$  successivement sont 0.79 et 0.93 pour une valeur de  $\chi = 84.84\%$ .

b) *Configuration laiton-verre* :

- La valeur du nombre de Nusselt moyen sans la correction et avec la correction de  $\Delta T$  successivement sont 0.9 et 0.98 pour une valeur de  $\chi = 91.79\%$ .

Ainsi, nous avons pus corriger la valeur plateau de Nu durant le régime conductif, elle est plus proche de la valeur théorique de l'unité. Cela, montre en plus et vérifie la bonne qualité d'isolation thermiques de la cellule.

### 3.4.3.2 Effets de la conductivité thermique des plaques sur $\Delta T_C$

La Figure 3.4.11 montre que la valeur de  $\Delta T_C$  dans la configuration laiton-verre est égale à 16.64°C, il est de 5% plus faible que celui mesuré dans la configuration laiton-laiton (17.5°C) (Figure 3.4.11). Tandis que pour la configuration verre-verre, le  $\Delta T_C \simeq 24.03^\circ\text{C}$ , c'est-à-dire une valeur 37% plus grande que celle mesurée dans la configuration laiton-laiton. Si nous appliquons les estimations de  $\chi$ , les écarts de température mesurés et l'estimation des écarts de température à mesurer pour chaque configuration de plaques sont présentés dans le tableau 3.4.1 :

	laiton-laiton	laiton-verre	verre-verre
$\chi(\%)$	99.97	91.79	84.84
$\Delta T_C$ (mesuré) [°C]	17.5	16.64	24.03
$\Delta T_C$ (à mesurer) [°C]	17.49	15.27	20.08

Table 3.4.1: Estimation de l'écart de température critique à mesurer pour différentes configurations de plaques pour des expériences de convection de Rayleigh-Bénard avec  $d = 17mm$  et dans une solution de 0.045%wt en Carbopol 940 dilué dans l'eau distillée.

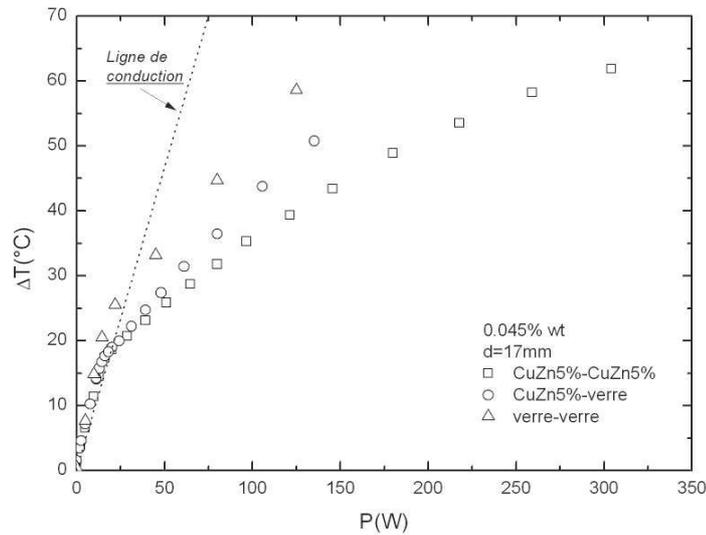


FIGURE 3.4.12: Influence de la conductivité thermique des plaques sur la détection de  $\Delta T_C$  pour une dilution de 0.045%wt en Carbopol 940 dans l'eau distillée,  $d = 17mm$ .

Ces résultats montrent que l'effet de la conductivité des plaques sur la différence entre l'écart de température critique mesuré et à mesurer est encore plus flagrant quand les deux plaques possèdent une résistance thermique plus proche de celle du fluide étudié. L'écart de température critique dérive donc beaucoup plus dans la configuration verre-verre que dans la configuration laiton-verre par rapport à la configuration référence quand les deux plaques sont en laiton.

### 3.4.3.3 Origine de la valeur non nulle de $\Delta T$ pour le premier point de mesure

L'échange de la chaleur non-contrôlé entre la cellule de convection et son environnement est un point important qui pourrait expliquer l'écart des mesures entre les différentes

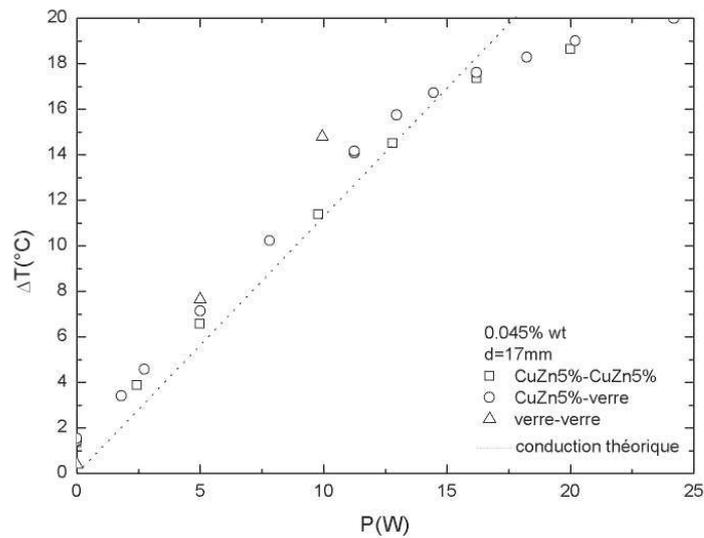


FIGURE 3.4.13: Agrandissement d'échelle de la Figure 3.4.12. Observation de la différence entre les écarts de température mesurés et les écarts de température théoriques pour différentes configuration.

configurations et la valeur non nulle de  $\Delta T$  quand la puissance de chauffe est absente. En effet, si nous observons encore une fois la Figure 3.4.13, durant le régime conductif, nous pouvons constater que les valeurs des écarts de température mesurés sont au-dessus de la ligne de conduction théorique. Cela, signifie qu'il y a un apport thermique depuis l'extérieur. Effectivement, au début des expériences, les températures de fonctionnement sont plus faibles que la température ambiante, le bain thermostaté impose une température froide à la plaque supérieur (pour certaines expériences  $T_{froide} \simeq 5^\circ\text{C}$ ), le courant électrique imposée à la résistance de chauffe est nulle. Le grand écart qui existe entre la température froide imposée à la cellule (initialement qui se trouve à la température ambiante  $\approx 20^\circ\text{C}$ ) et l'ambient, fait que nous n'arrivons pas à rendre l'écart de température entre les plaques nul. C'est-à-dire que pratiquement il y a un flux thermique latent entre les plaques provoquant à un écart de température que nous allons appeler  $\delta T_{exp}$ . Il dépend de l'écart entre la température ambiante et la température du bain de refroidissement, des dimensions de la cellule, des matériaux utilisés dans sa conception et aussi de la durée du temps d'application de la température froide. Selon la figure 3.4.13, l'écart de température expérimentale et l'écart de température théorique durant la conduction peuvent être exprimés donc par :

### 3.4 Estimation de la justesse des mesures de $\Delta T$

$$\begin{aligned}\Delta T_{exp} &= a_{exp} \cdot P + \delta T_{exp} \\ \Delta T_{théo} &= a_{théo} \cdot P\end{aligned}\tag{3.4.27}$$

où  $P$  est la puissance électrique appliquée,  $a_{exp}$  et  $a_{théo}$  respectivement sont les pentes données en fonction du rapport  $\frac{d}{\lambda A}$  ( $A$  est la surface d'échange thermique). Il est important de rappeler que  $\Delta T_{théo} = (T_2 - T_1)_{théo}$  l'écart de température entre les deux surfaces en contact avec le fluide. L'interpolation de l'écart de température mesuré durant le régime conductif pour les différentes configurations en fonction de la puissance de chauffe est donnée alors par :

- laiton-laiton :  $\Delta T_{exp} = 1.024 \cdot P + 1.38$
- laiton-verre :  $\Delta T_{exp} = 1.11 \cdot P + 1.49$
- verre-verre :  $\Delta T_{exp} = 1.44 \cdot P + 0.4$

tandis que l'expression de l'écart de température théorique est donnée par :

$$\Delta T_{théo} = 1.126 \cdot P\tag{3.4.28}$$

L'écart entre l'expérimentation et la théorie peut être définis comme le rapport  $y = \frac{\Delta T_{exp}}{\Delta T_{théo}} - 1$ . La déviation de l'écart de température mesuré par rapport à la théorie est illustrée dans la Figure 3.4.14. Les derniers points représentent le début de la convection (théoriquement ils appartiennent aux deux courbes, celle de la conduction et celle de la convection). L'interpolation des écarts prend une tendance exponentielle asymptotique. Les résultats pour les différentes configurations sont :

- laiton-laiton :

$$y(\%) = 0.56 + \frac{126.8}{0.67^{-\Delta T_{théo}}}$$

- laiton-verre :

$$y(\%) = 8.62 + \frac{135.52}{0.68^{-\Delta T_{théo}}}$$

- verre-verre :

$$y(\%) = 30.58 + \frac{36.39}{0.68^{-\Delta T_{théo}}}$$

Nous observons qu'il est plus important à faible puissance et fortement dépendant des matériaux des plaques. À l'approche de la zone critique les écarts se stabilisent pour

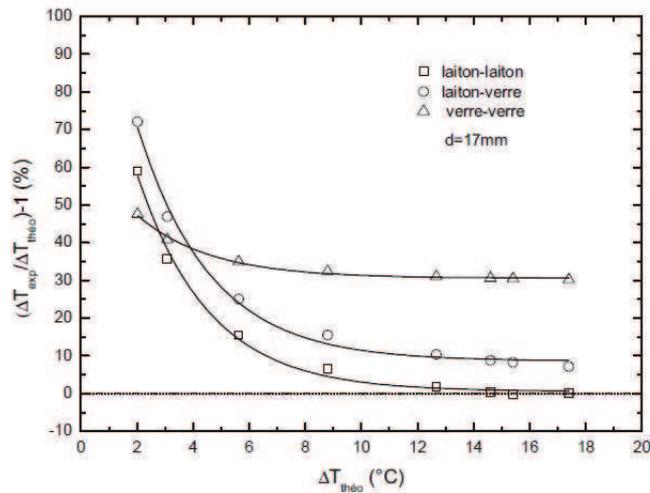


FIGURE 3.4.14: Pourcentage de la différence entre l'écart de température expérimentale et l'écart de température théorique durant le régime conductif, pour les différentes configurations. La concentration du fluide étudié est 0.045%wt du Carbopol 940.  $d=17\text{mm}$

atteindre 0.56%, 8.62% et 30.58% respectivement pour les différentes configurations (a), (b) et (c). La configuration laiton-laiton reste alors et sans doute un très bon choix pour étudier le phénomène.

#### 3.4.3.4 Effets de la conductivité thermique des plaques sur la convection

Quand à l'effet de la conductivité thermique des plaques sur le transfert thermoconvectif, nous avons constaté que l'écart entre les écarts de température mesurés et ceux à mesurer devient de plus en plus faible avec l'augmentation de l'amplitude des mouvements de convection liée directement à l'écart de température. La résistance thermique du fluide inversement proportionnelle à la vitesse de convection devient donc plus faible. Enfin, la concurrence entre le temps caractéristique de diffusivité thermique dans le fluide, la dissipation visqueuse et le temps caractéristique de la diffusion thermique dans les plaques définit un autre niveau d'équilibre thermodynamique face aux forces d'Archimède, l'état stationnaire des mouvements de convection est atteint quand les températures aux interfaces (*fluide-plaques*) se stabilisent.

Au-delà du point critique, l'échange thermique par convection se trouve affecté par ce changement de condition aux limites. En effet, pour la même puissance de chauffe imposée, plus les conductivités thermiques des plaques sont importantes, plus le fluide dissipe

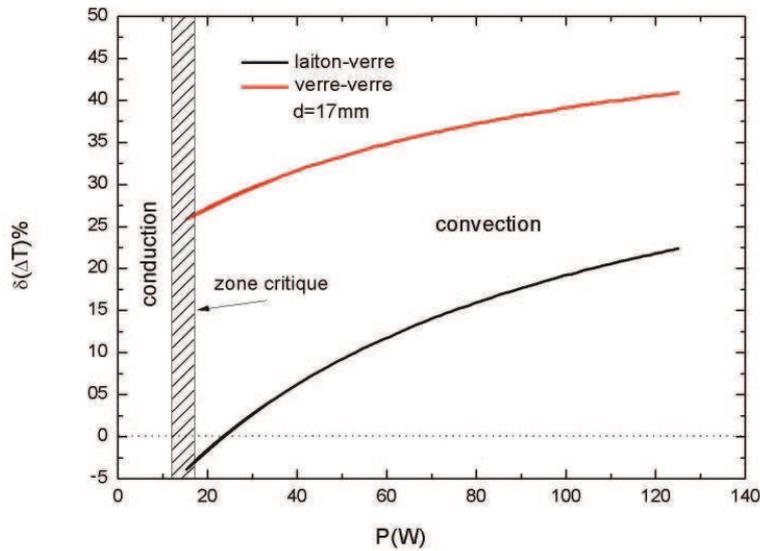


FIGURE 3.4.15: Pourcentage de la différence entre les écarts de température mesurés en fonction de la puissance de chauffe dans les configurations verre-verre et laiton-verre, par rapport aux mesures obtenues pour la configuration laiton-laiton,  $d = 17mm$ . (0.045%wt de Carbopol 940)

plus rapidement de la chaleur par son propre mouvement, ainsi, quand le fluide est en mouvement, l'écart de température entre les deux plaques est plus faible que si le régime de transfert reste conductif pour la même puissance thermique imposé (voir les Figures 3.4.11, 3.4.12).

Après l'enclenchement des mouvements de convection, nous avons quantifier l'écart entre les configurations verre-verre et laiton-verre par rapport aux valeurs mesurées dans la configuration laiton-laiton. La Figure 3.4.15 nous montre que l'écart est plus en plus important plus que l'amplitude de la convection augmente. Pour la configuration verre-verre, et à la puissance maximale, l'écart peut atteindre 40% par rapport aux valeurs mesurées dans la configuration laiton-laiton, contre 25% d'écart concernant la configuration laiton-verre.

L'historique du déroulement des expériences, et les matériaux qui constituent la cellule, semble avoir un rôle important dans l'évolution de la convection. L'effet d'une faible conductivité thermique des plaques peut engendrer des erreurs, qui pourront atteindre une décade sur les mesures du nombre de Nusselt dans le régime turbulent et pour des nombre de Rayleigh  $Ra \geq 10^9$  [10][15].

### 3 Méthodes expérimentales

La Figure 3.4.16 illustre une comparaison entre deux expériences sur la dilution 0.05%wt (0.15Pa) pour le jeu  $d = 17mm$ . Les plaques utilisées dans la première expérience sont en laiton, tandis que dans la deuxième, la plaque supérieure est remplacé par une plaque en verre ordinaire de même épaisseur. Tenant compte de l'effet isolant du verre, l'instabilité thermique n'était pas observée même après avoir dépasser le  $\Delta T_C$  mesuré dans la configuration laiton-laiton. L'effet de la conductivité thermique des plaques sur le phénomène est en effet observé si l'on tient compte premièrement de la valeur élevée du seuil de contrainte pour ce fluide ; les valeurs élevées de l'écart de température atteints ont empêché de continuer l'expérience pour voir si les mouvements de convection pouvaient débuter un peu plus loin ou non. Nous avons atteint les limites de fonctionnement du dispositif expérimental. De plus, ces valeurs élevées engendrent l'apparition intense de bulles d'air dans le fluide, lesquelles se trouvent pour la plupart à l'interface *plaque supérieure-fluide*, créant ainsi une couche de bulles d'air qui isolent thermiquement de la plaque supérieure.

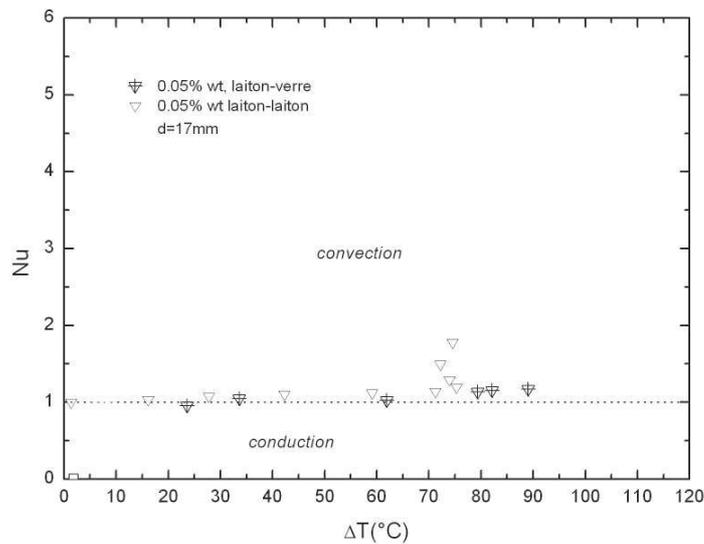


FIGURE 3.4.16: Influence de la conductivité thermique des plaques sur l'enclenchement des instabilités thermoconvectives pour une concentration de 0.05%wt en Carbopol 940 diluée dans l'eau distillée, le jeu  $d = 17mm$ . Ici, et dans le cas où la plaque supérieure est en verre, nous remarquons que le fluide n'a pas convecté, même après que  $\Delta T$  ait atteint une valeur de  $\approx 90^\circ C$ . Légende : les notations du type « laiton – verre » correspondent aux matériaux utilisés pour les plaques *inférieure et supérieure*, respectivement.

La Figure 3.4.17 est un autre exemple de l'influence du choix des plaques sur la convection de Rayleigh-Bénard. Les mesures sur la convection, dans une solution de 0.047%wt ( $s = 0.051Pa$ ), montrent des similitudes avec ce qui a été dit dans les paragraphes précédents. Mais il est important de noter l'absence de la bifurcation non linéaire du début d'instabilité dans le cas où la plaque supérieure est en verre ordinaire.

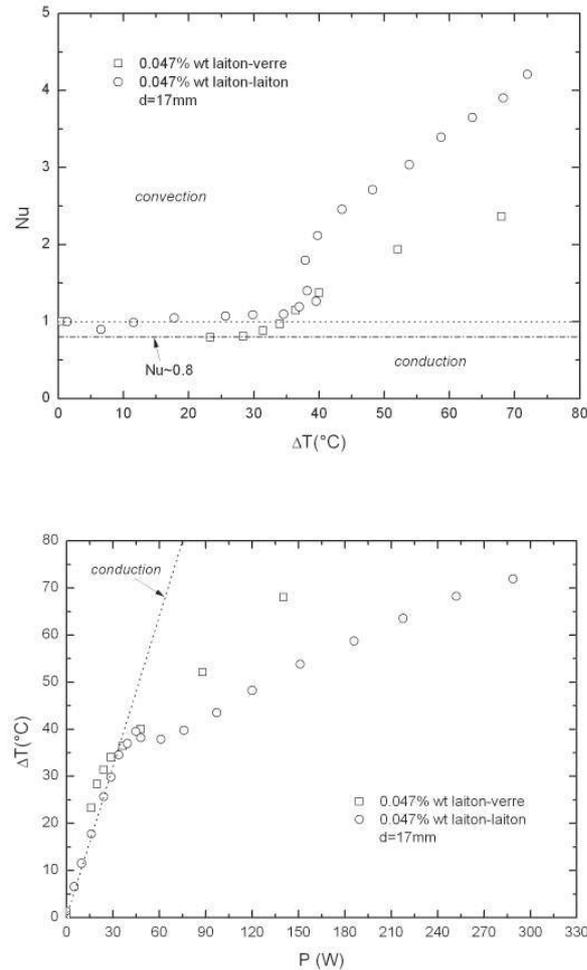


FIGURE 3.4.17: Évolution du nombre de Nusselt en fonction de l'écart de température. Elle montre l'influence de la conductivité thermique des plaques sur les mesures du nombre de Nusselt pour une concentration de 0.047%wt en Carbopol 940 diluée dans l'eau distillée, le jeu  $d = 17mm$ . Ici, et dans le cas où la plaque supérieure en verre est utilisée, la valeur mesurée du nombre de Nusselt marquant la limite conduction-convection est 20% plus faible que la valeur théorique et égale à  $\sim 0.8$ . Légende : les notations du type « laitron – verre » correspondent aux matériaux utilisés pour les plaques inférieure et supérieure, respectivement.

### 3.5 Validation du dispositif expérimental

Afin de valider la cellule de convection de Rayleigh-Bénard réalisée pour cette thèse, nous avons effectué des expériences de convection sur l'eau. Les résultats sont comparés avec la littérature et la théorie de la convection de Rayleigh-Bénard des fluides newtoniens.

La cellule utilisée a comme rapport d'aspect  $\Gamma = 8.95$  et  $d = 10\text{mm}$ . Les plaques de confinement sont en laiton. Les relevés des mesures de la variation de l'écart de température et ceux de la puissance électrique sont effectués après avoir atteint le régime permanent. Les résultats permettent d'obtenir des données satisfaisantes.

Au départ, après la mise en place du fluide, la température de la plaque supérieure est fixée par le bain thermostaté jusqu'à atteindre l'équilibre du système. Pour chaque point de mesure, nous fixons la puissance électrique fournie à la résistance de chauffe.  $\Delta T$  est mesuré jusqu'à établissement du régime stationnaire. La Figure 3.5.1 montre l'évolution de  $\Delta T$  en fonction de la puissance électrique imposée à la résistance. Nous avons observé que la bifurcation vers le régime convectif est effectuée à un écart de température critique de  $\simeq 0.1^\circ\text{C}$ , et le nombre de Rayleigh est calculé selon :

$$Ra = \frac{\alpha g \Delta T d^3}{\kappa \nu} \quad (3.5.1)$$

où  $\alpha$  est le coefficient de dilatation thermique en  $^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $g$  l'accélération gravitationnelle en  $\text{m}/\text{s}^2$ ,  $\Delta T$  l'écart de température entre la plaque supérieure et inférieure exprimé en  $^\circ\text{C}$ ,  $d$  la distance entre ces deux plaques,  $\kappa$  la diffusivité thermique du fluide en  $\text{m}^2/\text{s}$ , et enfin  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide en  $\text{m}^2/\text{s}$ , avec  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ ,  $\mu$  exprimant la viscosité dynamique en  $\text{Pa} \cdot \text{s}$ , et  $\rho$  la masse volumique du fluide en  $\text{kg}/\text{m}^3$ .

Le nombre de Rayleigh critique correspondant à  $\Delta T_C = 0.1 \pm 0.11^\circ\text{C}$  est égal à 1425 ; ainsi, il y a 16% d'écart avec la valeur théorique de  $Ra_C \simeq 1708$ .

Le nombre de Nusselt est calculé selon :

$$Nu = \frac{R \cdot i^2}{A \cdot \frac{\lambda \Delta T}{d}} \begin{cases} = 1 & \text{Régime conductif} \\ > 1 & \text{Régime convectif} \end{cases} \quad (3.5.2)$$

où  $\lambda$  est la conductivité thermique du fluide en  $\text{W}/\text{m}^\circ\text{C}$ ,  $d$  l'épaisseur de la couche fluide en mètre, et  $A$  la surface d'échange thermique entre la plaque inférieure et le fluide,

exprimée en  $m^2$  ;  $R$  représente la valeur de la résistance électrique en *Ohms*,  $i$  le courant électrique traversant la résistance exprimée en *Ampère*. Le produit  $R \cdot i^2$  est le flux thermique produit par effet Joule.

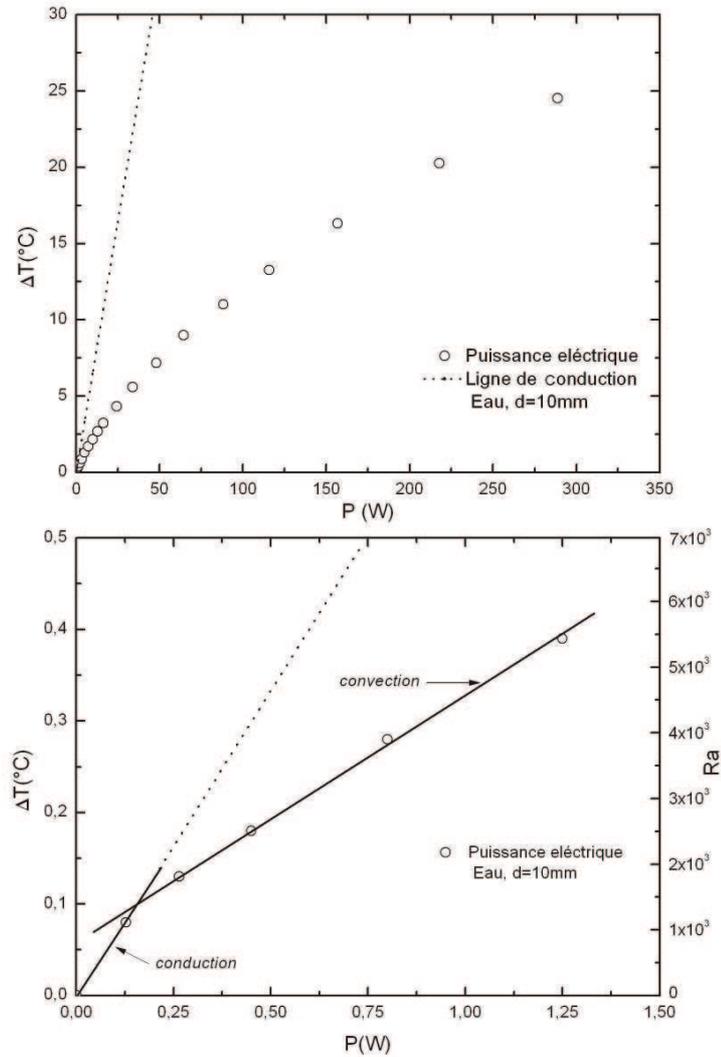


FIGURE 3.5.1: Haut : Mesure de l'écart de température  $\Delta T$  en fonction de la puissance électrique. La transition vers le régime convectif est clairement observée. Bas : Agrandissement d'échelle de la Figure du haut. La transition du régime conductif vers le régime convectif a eu lieu à  $\Delta T_C \simeq 0.1 \pm 0.11^\circ C$ , et  $Ra_C \simeq 1425$ . La théorie prévoit un  $\Delta T_C \simeq 0.12^\circ C$  pour  $Ra_C = 1708$ .

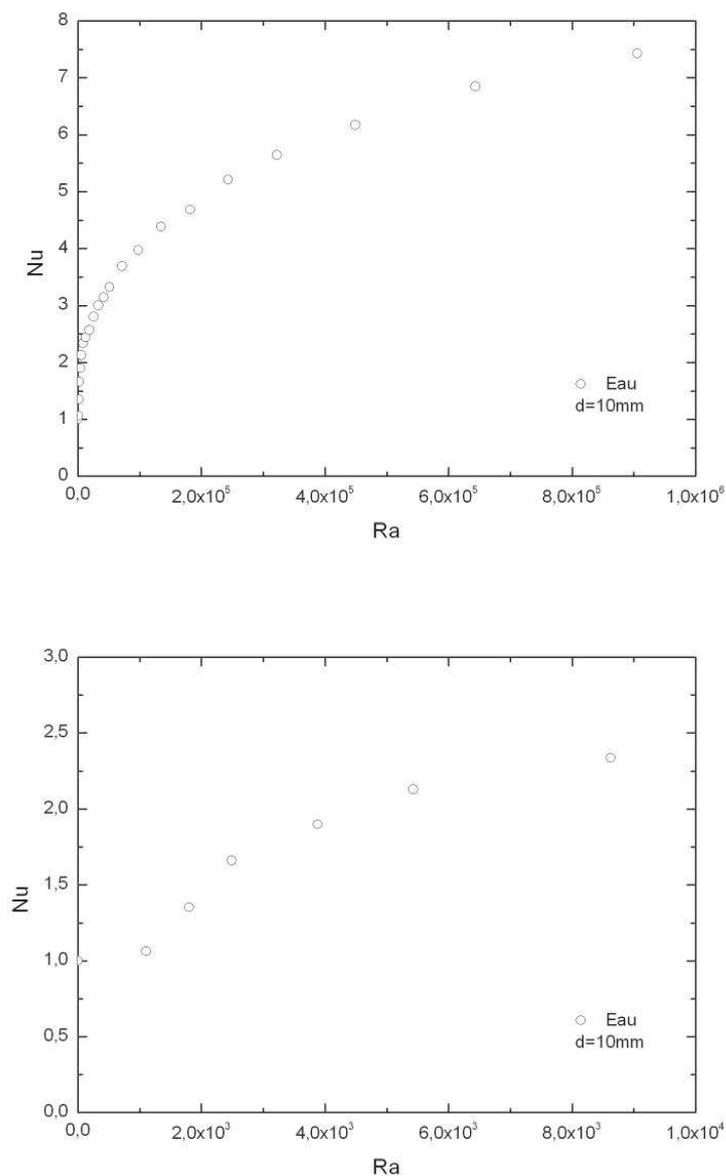


FIGURE 3.5.2: Tracé en échelle linéaire du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh pour l'eau avec  $d = 10\text{mm}$ . Tous les points de mesures sont tracés sur le graphe du haut. Le graphe du bas est une agrandissement montrant la transition vers la convection.  $Nu = 1$  durant le régime conductif, et  $> 1$  durant le régime convectif. Le Rayleigh critique est de 1425.25.

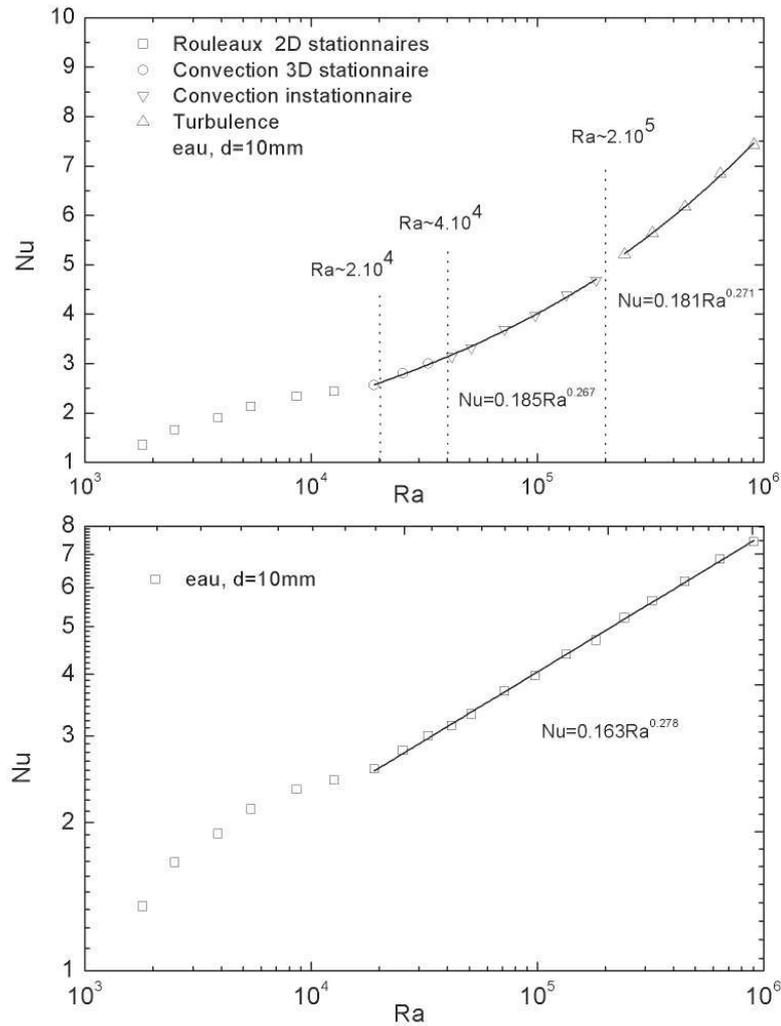


FIGURE 3.5.3: Haut : Évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh en log-linéaire afin de montrer la transition entre le régime des mouvements stationnaires 2D vers un régime stationnaire 3D, puis vers le début de la turbulence thermoconvective. La même Loi de puissance  $Nu \sim Ra^\gamma$  est observée pour différentes zones, même après la transition vers la turbulence. Bas : mêmes points que ceux du haut, tracés en log-log ; la loi de puissance d'unification est  $Nu \sim Ra^{0.278}$  (fluide utilisé : l'eau, le jeu  $d = 10\text{mm}$ ,  $\Gamma = 8.95$ , les plaques de confinement sont en  $\text{CuZn5\%}$ ).

### 3 Méthodes expérimentales

Sur la Figure 3.5.2, le nombre de Rayleigh est tracé en fonction du nombre de Nusselt ; la transitions entre les différents régimes sont mentionnés à titre indicatif. Une loi de puissance est observée pour le domaine turbulent, donnant la variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh suivant  $Nu \sim Ra^{0.271}$  ; l'exposant est proche de  $\frac{2}{7}$ . Nos résultats sont cohérents par rapport à plusieurs expériences et travaux dans la littérature (voir [2],[28], [35] et [4]).

Nous observons que les points de bifurcation rapportés aux valeurs du nombre de Rayleigh associées correspondent aux résultats obtenus dans différents travaux concernant la convection de Rayleigh-Bénard dans les fluides newtoniens. La convection commence à un Rayleigh critique de 1425. Mais puisque nous ne disposons pas de visualisations<sup>9</sup> de ce phénomène dans ces conditions, nous ne pouvons pas discuter des régimes de convection ni de la nature des transitions entre ces régimes.

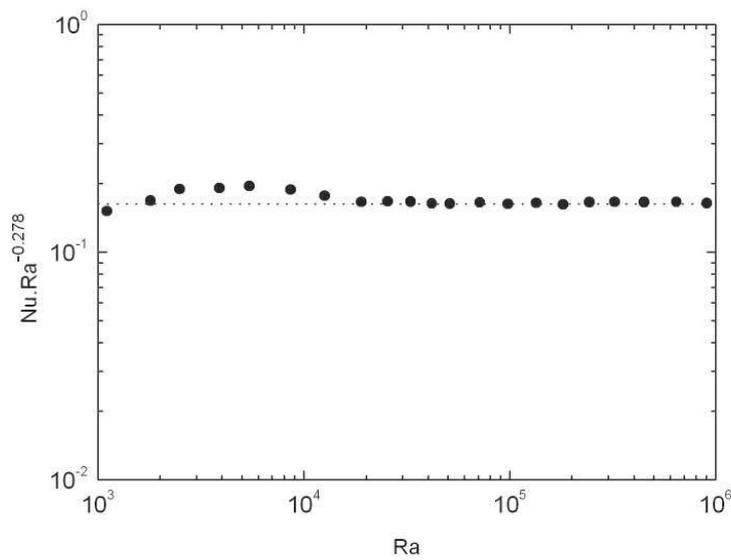


FIGURE 3.5.4: Le nombre de Nusselt compensé  $Nu \cdot Ra^{-0.278}$  en fonction du nombre de Rayleigh  $Ra$ , pour une expérience sur l'eau avec  $d = 10mm$ .

Si les valeurs du nombre de Rayleigh de transition correspondent à celles observées dans la littérature et que les conditions expérimentales sont optimales, les différentes bifurcation et les transitions entre les régimes devraient correspondre. Les mesures thermique nous

---

9. Les visualisations n'ont pas été effectuées pour ces expériences. Voir les visualisations dans le quatrième chapitre, portant sur l'évolution des formes thermoconvectives dans une expérience sur l'eau et cette fois pour un jeu de  $4mm$ .

ont permis l'observation d'une bifurcation à  $Ra \approx 2 \cdot 10^4$  et pour une valeur de  $Nu \sim 2.5$  ; selon la littérature, et à partir de cette valeur de  $Ra$ , des mouvements tridimensionnels stationnaires prennent place. Les deux autres transitions mentionnées dans le graphique 3.5.3 sont seulement présentes à titre indicatif ; elles se réfèrent à la bibliographie. Quand le nombre de Rayleigh atteint donc une valeur  $\sim 4 \cdot 10^4$ , une autre bifurcation est observée. Il s'agit de formes de mouvement tridimensionnel, qui prennent place et deviennent instationnaires. La turbulence devrait débuter dans le fluide à  $Ra \approx 2 \cdot 10^5$  si nous observons le diagramme des régimes de convection.

Nous pouvons observer maintenant la variation du nombre de Nusselt compensé en fonction du nombre de Rayleigh (Figure 3.5.4). À partir de  $Ra \approx 2 \cdot 10^4$ , il reste constant à une valeur égale à 0.1648 . La loi de puissance entre Nusselt et Rayleigh devient alors :

$$Nu = 0.1648 \cdot Ra^{0.278} \quad (3.5.3)$$

Cette valeur est en accord avec plusieurs travaux bibliographique (cf. chapitre 2 ; sous-section 2.2.6).

Les expériences de convection de Rayleigh-Bénard sur des solutions de Carbopol 940 neutralisées dans l'eau distillée ont aussi permis d'estimer la valeur du coefficient de la conductivité thermique de ces fluides. La transition du régime purement conducteur à la convection est clairement observable. Le changement de la pente nous indique le changement du régime de transfert thermique. Les variations du coefficient d'échange thermique sont illustrées dans la Figure 3.5.5.

Pour chaque puissance électrique imposée, les valeurs du coefficient d'échange thermique effectif sont calculées selon la relation suivante :

$$\lambda_{eff} = P \cdot \frac{d}{A \cdot \Delta T} \quad (3.5.4)$$

Le coefficient  $\lambda_{eff}$  est exprimé en  $W/m^{\circ}C$ ,  $P$  exprime la puissance électrique imposée en  $W$ ,  $A$  est la surface d'échange thermique en  $m^2$ ,  $d$  est l'épaisseur de la couche du fluide confinée entre les deux plaques, enfin  $\Delta T$  est l'écart de température mesuré entre ces deux plaques en  $^{\circ}C$ .

### 3 Méthodes expérimentales

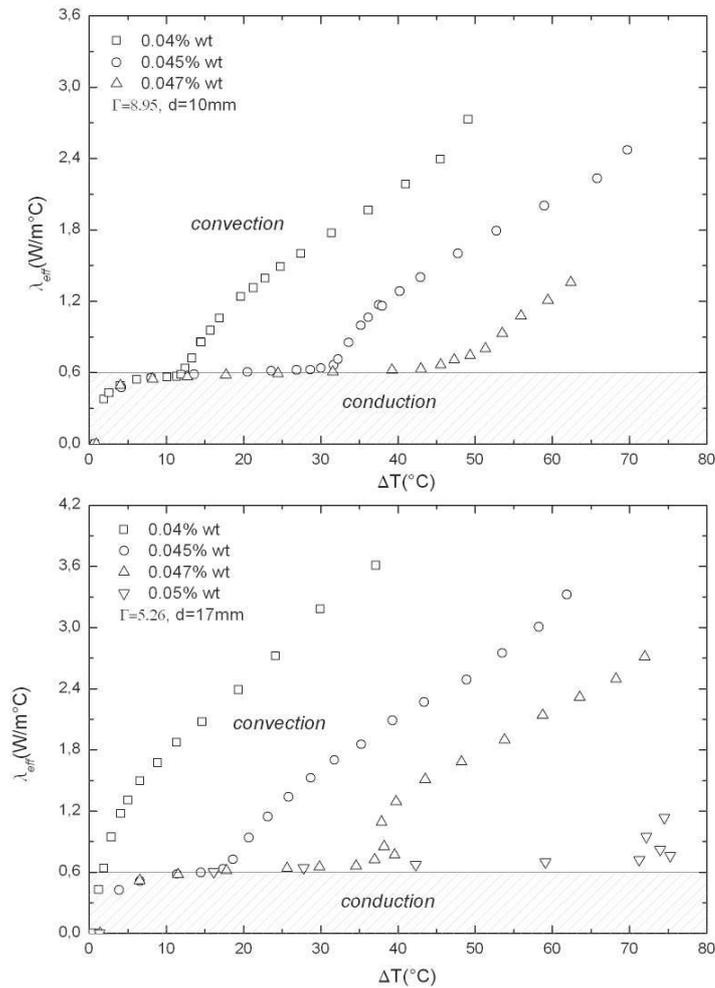


FIGURE 3.5.5: Mesures du coefficient d'échange thermique global entre les deux plaques. Haut :  $\Gamma = 8.95$ ,  $d = 10mm$ . Bas :  $\Gamma = 5.26$ ,  $d = 17mm$ . Les fluides utilisés sont des gels de Carbopol 940 à différents concentration en poids.

Avant une certaine valeur critique de l'écart de température, les valeurs du coefficient de transfert thermique restent plus au moins égales à  $\approx 0.6W/m^{\circ}C$ , qui représente le coefficient de transfert thermique par conduction propre à l'eau dans une gamme de températures situées entre  $5^{\circ}C$  et  $70^{\circ}C$ . Nous pouvons interpréter cela par la dominance des propriétés physiques de l'eau, due à sa présence majoritaire dans nos préparations (entre 99.95% et 99.96%). La valeur mesurée de  $\lambda_{eff}$  reste en général constante durant le régime conductif, mais elle augmente légèrement en fonction de la température. Cette augmentation pourrait être due à l'augmentation intrinsèque de la conductivité thermique en fonction de la température, et aux erreurs sur la mesure du flux thermique

réellement échangé entre les deux plaques. L'origine de ces erreurs est due aux déperditions thermiques via les parois latérales principalement, et vers le bas de la plaque inférieure.

Dès que  $\Delta T$  atteint une valeur critique  $\Delta T_C$ ,  $\lambda_{eff}$  commence à augmenter rapidement, marquant le début d'une autre forme d'échange thermique en plus du transfert de la chaleur par simple conduction. Le transfert thermoconvectif est mis en place par le déclenchement des mouvements au sein du fluide.

## 3.6 Fluides utilisés

### 3.6.1 Nature des fluides

En ce qui concerne les fluides à seuil, les solutions de Carbopol 940 sont parmi les meilleurs fluides modèles utilisés. Le Carbopol 940 nous a été fourni par la société B.F. Goodrich.

Différentes concentrations ont été réalisées (0.04%wt, 0.045%wt, 0,047%, 0.05%wt, 0,055%, 0,06%, 0,1%). La mise en solution de la résine déshydratée du Carbopol 940 dans l'eau distillée donne une substance acide et translucide. Cette solution doit être neutralisée en malaxant et en ajoutant progressivement une base minérale telle que la soude  $NaOH$ . Le fluide final obtenu est un gel aqueux, transparent et homogène.

#### 3.6.1.1 Comprendre les mécanismes physico-chimiques

La solution eau-résine-Carbopol 940 est une substance colloïdale de synthèse de type ionique. Une grande partie des propriétés intéressantes du matériau sont dues à l'existence de branchements de groupements carboxyliques sur la chaîne principale du polymère. Initialement, les chaînes moléculaires de la résine du Carbopol 940 sont fortement encombrées, sous forme de pelote. A la mise en solution, les chaînes moléculaires subissent une hydratation et elles se déroulent pour former un micro-gel. Dans la dispersion, chaque micro-gel se comporte comme une éponge, absorbant tout ce qu'elle peut dans la limite de son expansion maximale (Figure 3.6.1) [45].

Une ionisation de la substance conduit à un épaissement instantané, et ceci grâce à la base minérale qui provoque le développement des charges négatives sur les chaînes moléculaires de la résine ; la répulsion de ces charges provoque un déroulement des chaînes

moléculaires. Les micro-gels subissent des forces browniennes et gravitationnelles, mais l'influence des interactions des forces colloïdales est tout à fait limitée et ne montre pas une organisation structurale collective. La dimension de ces micro-gels varie entre 2 et 20  $\mu m$  [45].



FIGURE 3.6.1: Une goutte d'une dispersion de 0.04%wt de Carbopol 940 neutralisée dans l'eau déminéralisée [45].

#### 3.6.2 Mode de préparation du gel Carbopol

Le gel Carbopol 940 se prépare selon un protocole particulier et rigoureux. La résine du Carbopol C940 est séchée afin d'obtenir une poudre déshydratée. Par la suite, un poids connu de cette poudre est déversé délicatement dans un récipient contenant un volume connu d'eau déminéralisée, pendant 60 à 90 secondes. Ce récipient est placé sous un agitateur tournant à une vitesse de 1000  $tr/min$ , dont l'arbre est incliné de  $60^\circ$  et muni d'une pale défloculante. Cette pale est placée suffisamment loin de la surface libre, afin d'éviter la formation d'une cavitation génératrice de bulles dans le gel, et elle est placée tout en raclant la poudre et le gel collés aux parois du réservoir de ce mélange, afin d'obtenir une bonne dispersion ainsi que pour éviter la formation de grumeaux ou d'un film continu du matériau. Après 30min, on diminue la vitesse et on l'a maintien durant 24h. Un film étanche couvre l'ouverture du récipient afin de minimiser l'évaporation de l'eau. Ce film est placé de sorte que l'arbre de l'agitateur tourne librement. Le produit résultant est encore un liquide acide, translucide. Dans la phase finale de la préparation de la solution Carbopol, on doit le neutraliser en ajoutant progressivement une base : il s'agit

du  $NaOH$ . Le  $pH$  est mesuré régulièrement à l'aide d'un pH-mètre. La solution résultante est malaxée jusqu'à obtenir un fluide homogène et sans bulle d'air. A l'approche de la neutralisation, le mélange devient de plus en plus transparent, et le  $pH$  doit être compris entre 6.5 et 8 pour obtenir une consistance maximale du gel.

Sachant que le fluide obtenu est un milieu qui favorise le développement des bactéries, on a trouvé des mentions dans les études élaborées par Belhadri 1996, et Belabed 2002, pour l'élaboration des solutions Carbopol 940 avec ajout de l'azoture de sodium ( $NaN_3$ ) pour remédier à ce problème ; cet antibactérien est préparé à une concentration de 20g/l d'eau, 1 ml de cette solution étant rajouté à 1l de la solution Carbopol 940.

Mais les expériences que nous avons effectuées dans le cadre de notre thèse ont montré l'influence flagrante de cet anti-bactérien sur le seuil de contrainte pour les solutions de Carbopol. À titre d'exemple, pour une concentration de 0.1%wt de C940 dans l'eau déminéralisée, on enregistre une chute du seuil de contrainte de l'ordre d'une décade entre une solution avec l'azoture de sodium et une autre sans azoture de sodium ( $\sim 1Pa$  avec le  $NaN_3$  et  $\sim 10Pa$  sans le  $NaN_3$ ). La Figure 3.6.2 est un rhéogramme portant sur la caractérisation rhéologique d'une solution de 0.1%wt en Carbopol 940 neutralisée dans l'eau déminéralisée ; elle montre l'effet de l'ajout de cet antibactérien sur la valeur du seuil mesuré<sup>10</sup>.

Nous choisissons finalement de nous passer de l'azoture de sodium. De façon alternative, une grande quantité de solution mère de C940 sans neutralisation est conservée, son  $pH$  étant entre 3 et 4, ce qui est acide ; nous pouvons ainsi retarder le développement des bactéries. Les solutions sont stockées dans des bidons hermétique, placés à l'abri de la lumière.

## 3.7 Rhéométrie

### 3.7.1 Techniques utilisées et protocoles expérimentaux

Pour la caractérisation de nos solutions, nous avons effectué une série de mesures en cisaillement simple à une température de  $20 \pm 0.1^\circ C$ , à l'aide d'un rhéomètre rotatif à

---

10. Les mesures ont été réalisées en cisaillement simple à une température de  $20 \pm 0.1^\circ C$  et après l'atteinte du régime stationnaire, à l'aide d'un rhéomètre rotatif à vitesse imposée AR-G2 de TA-instruments. Les mesures ont été réalisées à l'aide d'une configuration plan/plan en acier plein de 60mm de diamètre et de 1000 $\mu m$  de jeu, un papier rugueux étant collé sur la surface fonctionnelle pour éviter le glissement et les fracturations.

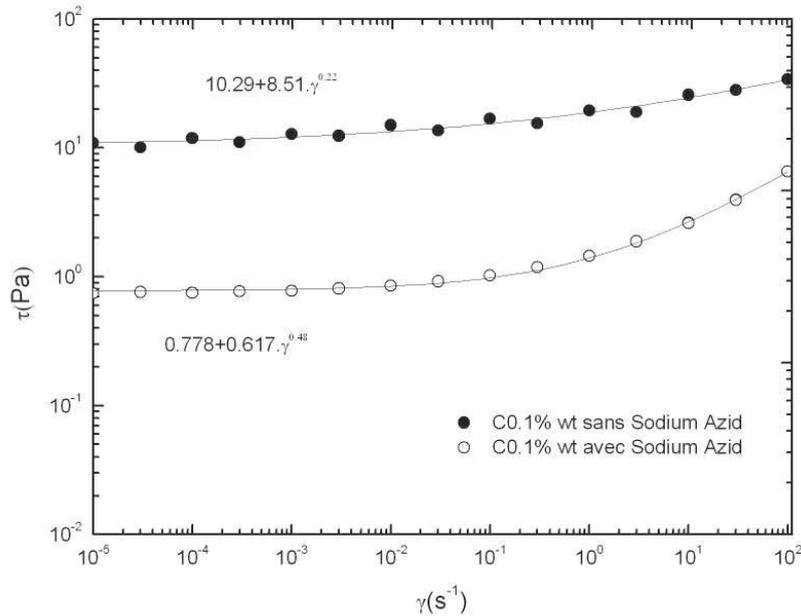


FIGURE 3.6.2: Effet de l'ajout de l'azoture de sodium sur le seuil de contrainte d'une concentration de 0.1%wt en Carbopol 940.

vitesse imposée AR-G2 de TA-instruments. Les mesures ont été réalisées à l'aide d'une configuration plan/plan en acier plein de 60mm de diamètre et de 1000µm de jeu. Les régimes permanents nous ont demandé d'imposer un gradient de cisaillement donné et de suivre l'évolution des contraintes au cours du temps jusqu'à l'obtention d'un équilibre. Nous avons utilisé un système anti-évaporation pour les testes un peut long. Afin d'éviter des phénomènes perturbateurs tels que des instabilités d'écoulement de type glissement à l'interface de la paroi des outils et de l'échantillon, les outils ont été recouverts de papier de verre type P120 [34]. La taille moyenne du grain est de l'ordre de 125µm selon les standards FEPA [22].

### 3.7.2 Caractéristiques des fluides à seuil (fluide Herschel-Bulkley)

Les courbes d'écoulement des différentes concentrations sont représentées sur la Figure suivante (Fig 3.7.1). Au bas gradient de vitesse, ces courbes tendent vers un plateau, ce qui met en évidence l'apparition d'un seuil de contrainte. Un état de gel est atteint.

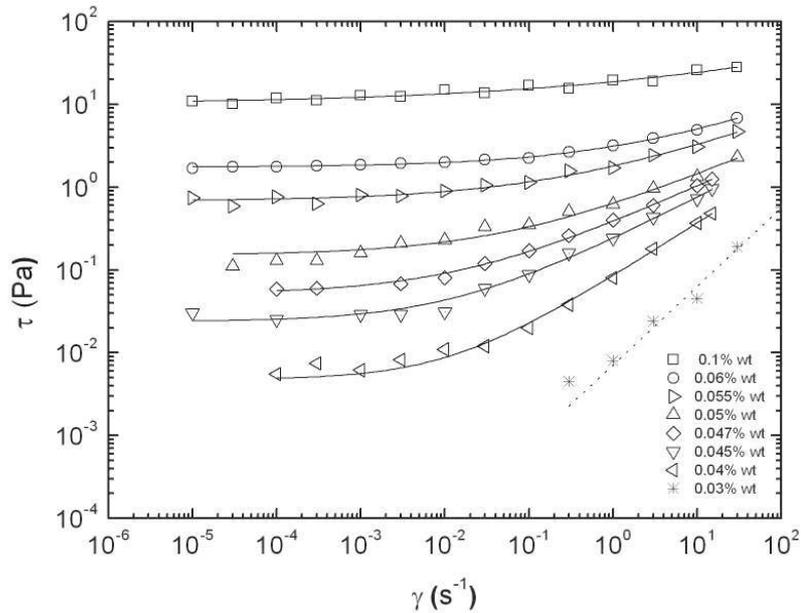


FIGURE 3.7.1: Courbes d'écoulement des différentes concentrations en Carbopol 940 dans l'eau distillée. Rhéomètre : ARG2, outil : acier, plan/plan 60mm rugueux, jeu = 1000 $\mu$ m,  $T = 20 \pm 0.1^\circ C$ .

Le comportement rhéologique des fluides viscoplastiques peut être modélisé par le modèle d'Herschel-Bulkley comme suit :

$$\begin{cases} \tau = s + k\dot{\gamma}^n \\ \mu = k\dot{\gamma}^{n-1} + \frac{s}{\dot{\gamma}} \end{cases} \quad (3.7.1)$$

où  $s$  est la contrainte seuil exprimée en Pascal,  $k$  est la consistance et  $n$  est l'indice de la loi de puissance.

Le tableau suivant résume les valeurs de  $s$ ,  $n$  et  $k$  pour chaque concentration, selon le modèle d'Herschel-Bulkley :

### 3 Méthodes expérimentales

gel	$C\%wt$	$s(Pa)$	$k(Pa.s^n)$	$n$
1	0.03	...	0.00712	0.948
2	0.04	0.0047	0.082	0.65
3	0.045	0.024	0.22	0.52
4	0.047	0.051	0.34	0.46
5	0.05	0.15	0.49	0.43
6	0.055	0.678	1.12	0.37
7	0.06	1.736	1.39	0.38
8	0.1	10.14	8.7	0.21

TABLE 3.7.1: Récapitulatif des valeurs de  $s$ ,  $k$  et  $n$  pour différentes concentrations en Carbopol 940 dilués dans l'eau distillée.

La modélisation des mesures rhéométriques, effectuées sur la concentration de  $0.03\%wt$  suivant le simple modèle de la loi de puissance, donne une variation de la contrainte en fonction de la vitesse de cisaillement selon  $\tau = 0.00712 \cdot \dot{\gamma}^{0.948}$ ; l'indice de la rhéofluidification est  $\approx 1$ , ce qui représente un comportement newtonien de cette dilution où sa viscosité est 7 fois plus grande que la viscosité de l'eau. Les limites de la précision des mesure des contraintes par le rhéomètre AR-G2 sont comprises dans le domaine des faible valeurs de vitesse de cisaillement et pour des valeurs de contraintes inférieures ou égales à  $10^{-3}Pa$ . Le AR-G2 a été présenté pour sa capacité de mesurer des contraintes de l'ordre de  $10^{-6}Pa$ , mais nous avons observé qu'il peut nous donner une valeur de seuil de contrainte pour des newtoniens même. Cela a été observé à faible vitesse et à partir de  $10^{-3}Pa$  de contrainte mesurée.

D'autres solutions ont été réalisées à base de Carbopol 940 dans l'eau déminéralisée, mais cette fois avec l'ajout de l'azoture de sodium ( $NaN_3$ ). En comparaison avec les travaux de Piau (2007), la caractérisation de ces fluides à montrer l'influence de cette antibactérien sur la diminution du seuil de contrainte. Les formule obtenus de la Figure 3.7.4 ne s'applique pas à ces dilutions. Les paramètres mesurés de la loi de comportement pour les gels  $a, b$  et  $c$  sont illustrées dans le tableau 3.7.2 à partir de l'interpolation des mesures rhéométrique avec une configuration acier plan-plan rugueux de 60mm de diamètre le jeu est de  $1000\mu m$  (Figures 3.7.2 et 3.7.3).

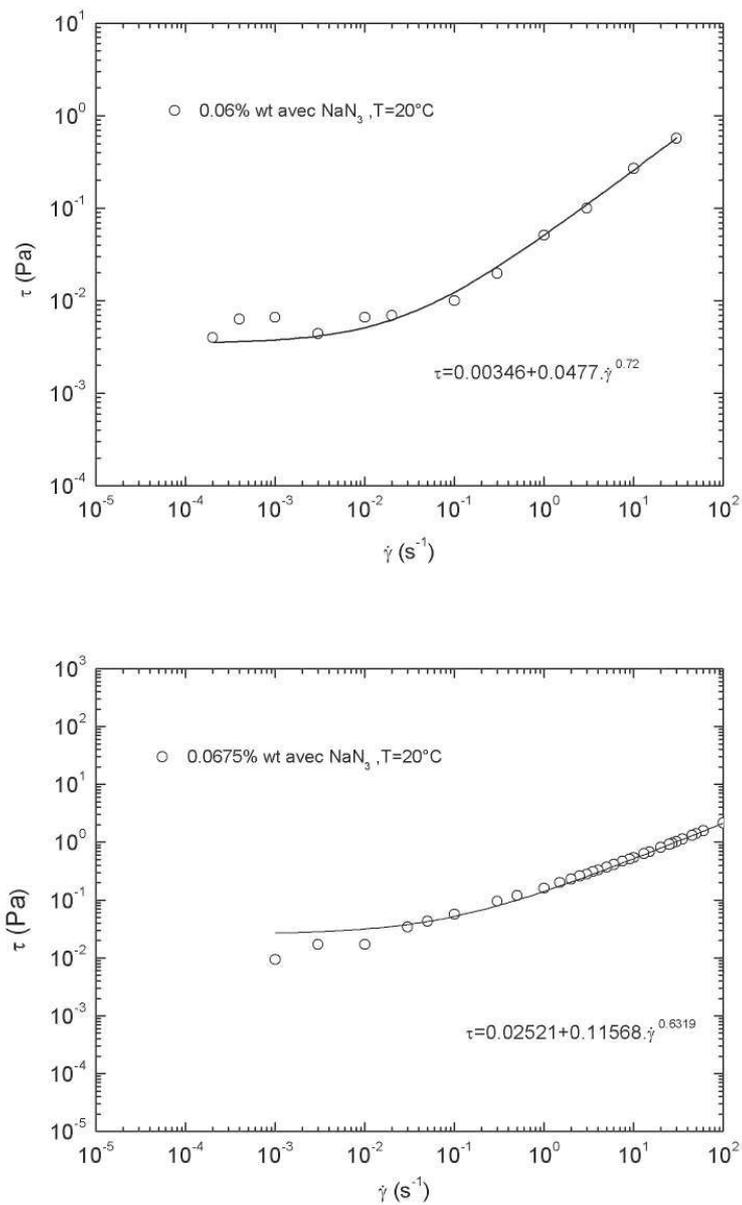


FIGURE 3.7.2: Courbes d'écoulement haut et bas respectivement des concentrations 0.06%wt et du 0.0675%wt en Carbopol 940 diluées dans l'eau déminéralisée et en présence de l'azoture de sodium. Rhéomètre : ARG2, outil : acier, plan/plan 60mm rugueux, jeu = 1000 $\mu m$ ,  $T = 20 \pm 0.1^\circ C$ .

### 3 Méthodes expérimentales

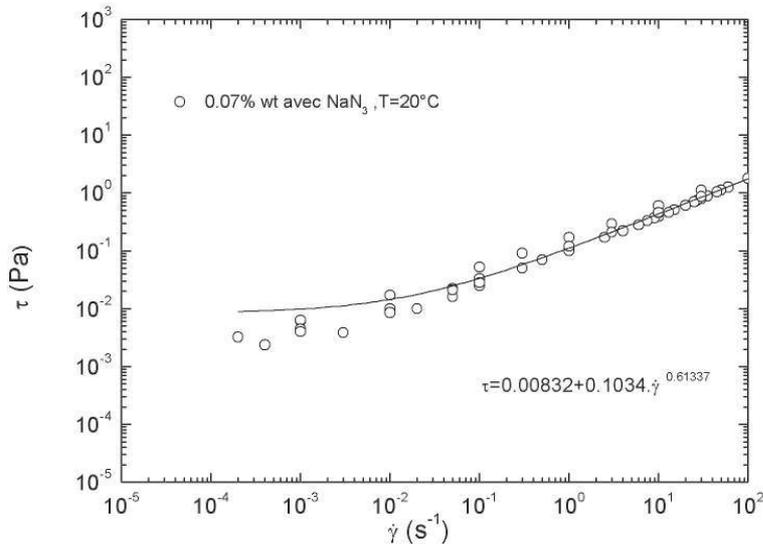


FIGURE 3.7.3: Courbes d'écoulement de la dilution 0.07%wt en Carbopol 940 dans l'eau déminéralisée et en présence de l'azoture de sodium. Rhéomètre : ARG2, outil : acier, plan/plan 60mm rugueux, jeu = 1000 $\mu$ m,  $T = 20 \pm 0.1^\circ\text{C}$ .

gel	$C\%$ wt	$s(\text{Pa})$	$k(\text{Pa}\cdot\text{s}^n)$	$n$
<i>a</i>	0.06	0.00346	0.0477	0.72
<i>b</i>	0.0675	0.025	0.1156	0.63
<i>c</i>	0.07	0.01	0.1034	0.61

TABLE 3.7.2: Valeurs de  $s$ ,  $k$  et  $n$  pour les gels Carbopol 940 *a*, *b* et *c* (avec l'ajout de l'azoture de sodium). Nous remarquons ici que le comportement rhéologique des gels *b* et *c* est presque identique : cela pourrait expliquer le déclenchement des mouvements thermoconvectifs dans ces fluides à des écarts de température critiques du même ordre de grandeur (voir le tableau 4.3).

L'ajout du  $\text{NaN}_3$  a induit une baisse remarquable de la valeur du seuil de contrainte (de l'ordre d'une décade) en comparaison avec les autres gels de la même concentration en Carbopol 940 et sans la présence du  $\text{NaN}_3$ . Pour la même entretoise, la valeur mesurée de l'écart de température critique du gel (*a*) est du même ordre de grandeur que celle du gel (2) (e.g 0.04%wt), les deux gels ayant un seuil de contrainte du même ordre. De la même manière, on peut comparer les deux gels *b* et *c* : leurs  $\Delta T_C$  sont du même ordre de grandeur que le gel (3) (e.g 0.045%wt). Les propriétés rhéologiques de ces deux fluides sont du même ordre de grandeur.

### 3.7.3 Concentration et seuil de contrainte

Piau (2007) a effectué des observations mésoscopiques en combinaison avec des mesures de la contrainte seuil. Il propose une loi d'échelle décrivant la variation de la contrainte seuil avec la concentration pour différentes dispersions de Carbopol 940. A titre de comparaison, les valeurs des contraintes seuil de nos fluides modèles sont tracées (Figure 3.7.4) avec les résultats de Piau (2007).

Deux régimes de concentration apparaissent clairement dans le graphe. Une première corrélation est obtenue [45] comme suit :

$$s(Pa) = \left( \frac{C}{0.0335} - 1 \right)^3 \quad (3.7.2)$$

où  $C$  est la concentration massique du Carbopol 940. Cette formule montre que la valeur du seuil de contrainte peut être mesurée tant que la concentration est supérieure à une certaine valeur limite. Et pour des concentrations au-dessus de cette valeur, le seuil de contrainte augmente très rapidement ( $\sim C^3$ ), suivant une expression typique du phénomène de percolation [45].

Comparativement aux grandes valeurs de concentrations, une variation plus lente du seuil de contrainte en fonction de la concentration est obtenue comme suit :

$$s(Pa) = 45 \left( \frac{C}{0.124} \right)^{1/3} \quad (3.7.3)$$

Les exposants des deux corrélations peuvent être attribués à des exposants universels associés à la physique des dispersions. Les coefficients utilisés dans les deux corrélations sont liés aux propriétés intrinsèques du Carbopol et du solvant [45].

Les fluides utilisés dans nos expériences possèdent des propriétés physico-chimiques en accord avec les résultats de Piau (2007). Concernant la disparition du seuil de contrainte, nous pouvons remarquer que pour nos fluides, la concentration limite se trouve entre 0.03%wt et 0.04%wt, puisque pour cette dernière concentration le fluide possède un seuil de contrainte très faible, tandis que le premier ne présente pas d'attitude de seuil de contrainte. Les formules obtenus par Piau (2007) ne s'appliquent pas au solutions « a », « b » et « c » vue que l'ajout de l'azoture de sodium à diminuer le seuil de contrainte d'une manière remarquable.

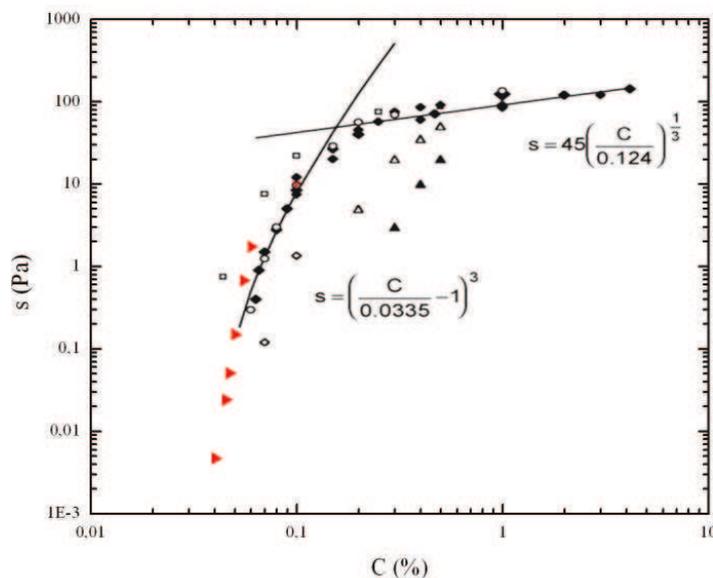


FIGURE 3.7.4: Valeurs de mesure de la contrainte seuil en fonction de la concentration pour plusieurs dispersions de Carbopol 940 neutralisées. Les losanges noirs correspondent aux différents systèmes préparés à différentes périodes du même fluide mère. Ceci est un ensemble représentatif de variations typiques de l'eau, de contrôle de qualité et des mesures rhéométriques. Les carrés blancs correspondent à des dispersions soigneusement préparées dans l'eau bi-distillée. Les losanges blancs, eux, correspondent à des dispersions avec un excès du chlore qui a été trouvé dans la composition durant l'analyse par le MEB. Les triangles blancs ainsi que les noirs correspondent à un ajout de 30% en masse et de 70% en masse de sirop de glucose au solvant. Les cercles correspondent à des dispersions neutralisées de Carbopol 980 dans l'eau déminéralisée. Les lignes noires correspondent aux deux corrélations [45]. Les triangles rouges représentent les fluides utilisés dans nos expériences, qui correspondent à des dispersions de Carbopol 940 neutralisées dans l'eau distillée. Nos résultats confirment la corrélation formulée par Piau (2007).

### 3.7.4 Thermodépendance des paramètres rhéologiques

Une évaluation de la thermodépendance des paramètres rhéologiques a été menée pour en déterminer la plage de variation. Peixinho (2004) a effectué des expériences rhéométriques à différentes températures ( $10^{\circ}\text{C} < T < 90^{\circ}\text{C}$ ) pour une solution de Carbopol 940 à 0.2%. La Figure 3.7.5 met clairement en évidence la thermodépendance des compor-

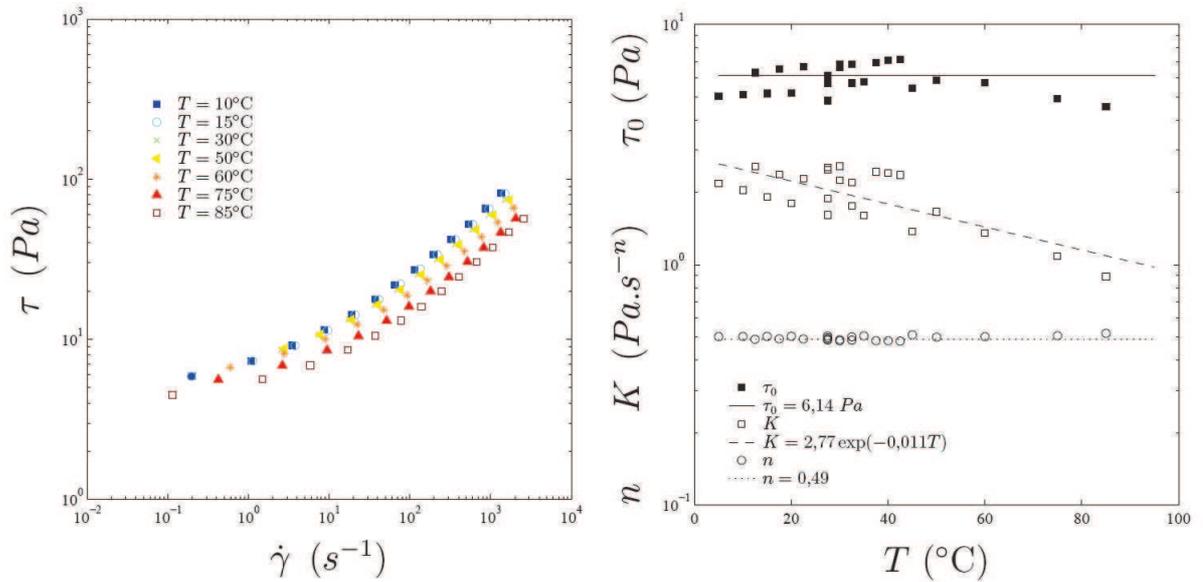


FIGURE 3.7.5: A gauche : évolution de la contrainte en fonction du gradient de vitesse à différentes températures pour une solution de Carbopol 940 à 0.2%wt. À droite : évolution de la contrainte seuil  $s$  ( ici  $\tau_0$ ),  $k$  et  $n$  en fonction de la température [42].

tements rhéologiques. La contrainte seuil varie faiblement vis-à-vis de la température, comme l'ont observé Forrest et Wilkinson (1973). L'indice de rhéofluidification varie aussi très faiblement (2%). Le fluide est essentiellement thermodépendant au travers de la consistance [42], suivant :

$$k(T) = k_0 e^{-bT} \quad (3.7.4)$$

Le paramètre de thermodépendance  $b$  diminue lorsque la concentration augmente. Pour le fluide testé,  $b$  vaut  $0.011^{\circ}C^{-1}$ .

Pour vérifier la thermodépendance des comportements rhéologiques de nos fluides à des concentrations encore plus faibles que 0.2%wt de Carbopol 940, des tests de rhéométrie ont été réalisés à des températures entre  $20^{\circ}C$  et  $70^{\circ}C$  pour une dispersion à 0.05%wt. Ces tests ont été effectués à l'aide d'un rhéomètre rotatif à vitesse imposée AR-G2 de TA-instruments, avec des outils plan/plan 60mm de diamètre et  $1000\mu m$  de jeu. Du papier rugueux a été collé aux surfaces des outils pour éviter le glissement ; un système anti-évaporation a été utilisé durant les mesures, surtout à faible gradient de vitesse.

La Figure 3.7.6 montre clairement que le seuil de contrainte varie peu avec la température

### 3 Méthodes expérimentales

(0.2%) et que sa valeur moyenne est de  $0.24 Pa$ . L'indice de rhéofluidification subit lui aussi une variation très faible de 3% et a comme valeur moyenne 0.48, tandis que la consistance est le seul paramètre affecté par la variation de la température; suivant la corrélation (3.8), on a  $k = 1.05 \cdot e^{-0.027 \cdot T}$ , et la valeur de la thermodépendance  $b = 0.027^\circ C^{-1}$  est proche de celle de l'eau :  $0.03^\circ C^{-1}$  pour  $10^\circ C \leq T \leq 50^\circ C$ . Les propriétés rhéologiques de nos solutions de Carbopol 940 ont, en général, une thermodépendance très faible.

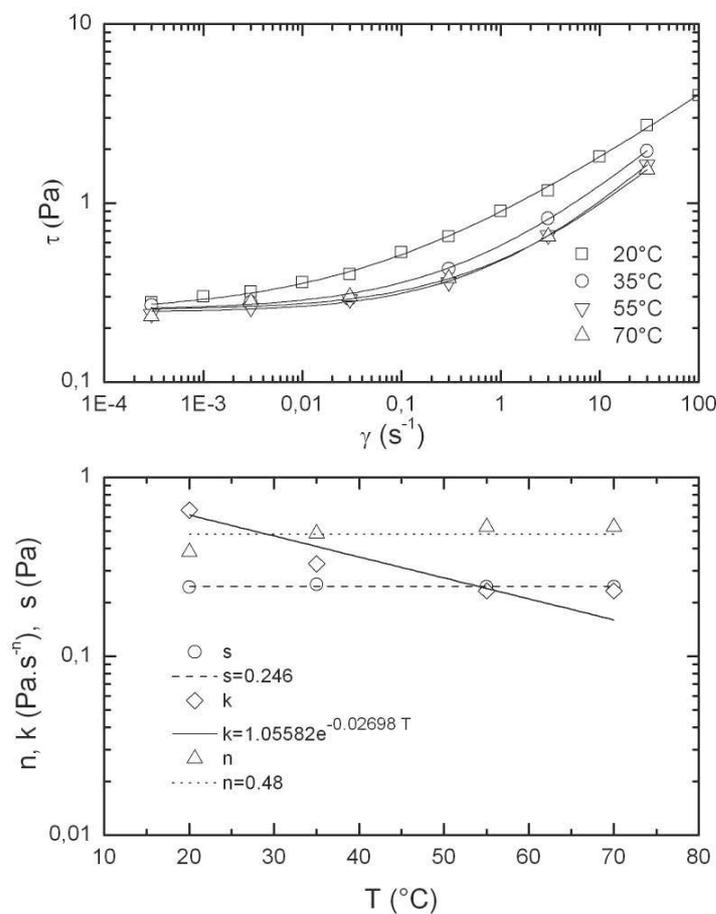


FIGURE 3.7.6: En haut : Courbes d'écoulement pour une dispersion de Carbopol 940 à 0.05%wt à différentes températures. En bas : Effet de la température sur le seuil de contrainte  $s$ , la consistance  $k$  et l'indice de rhéofluidification  $n$  pour une dispersion de Carbopol 940 neutralisé dans l'eau distillée à 0,05% de concentration massique.





# 4

## Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

### 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter de nouveaux résultats portant sur les expériences de Rayleigh-Bénard sur les fluides à seuil. Anticipons le fait que les fluides sont incompressible et que les variations de pression dans la cellule sont négligeables.

Le dispositif expérimental a été validé par des expériences de Rayleigh-Bénard sur l'eau. Des mesures quantitatives ont été réalisées dans des conditions optimales de la convection de Rayleigh-Bénard. Ces résultats ont permis d'obtenir des valeurs de l'écart de température et de quantifier le nombre de Nusselt.

Plusieurs dilutions à base de Carbopol 940 diluées dans l'eau distillée ont été utilisées afin de trouver la relation entre le seuil de contrainte, la concentration et l'écart de température critique. Nous avons effectué différentes expériences de convection sur ces fluides en utilisant différents jeux  $d$  avec des plaques de confinement en laiton. L'écart critique  $\Delta T_C$  pour chaque expérience est mesuré, ainsi que l'évolution du nombre de Nusselt.

## 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

Les mesures nous ont permis de quantifier l'échange thermoconvectif, et de détecter les différents points de bifurcation *conduction-convection*. L'efficacité du transfert convectif est discutée ainsi que l'effet de l'indice de la loi de puissance sur la convection.

Pour différentes configurations de plaques de confinement, l'observation par la technique d'ombroscopie, nous a fourni des informations sur la nature de l'écoulement des premières formes d'instabilités thermoconvectives. Les bifurcations associés au changement de régime de convection sont aussi observés .

Des mesures dynamiques de l'évolution des perturbations thermiques seront discutées concernant quelques expériences. Ces observations portent sur :

- L'évolution de la température durant le régime conductif.
- Les fluctuations de l'écart de température au début de la convection.
- Les fluctuations de l'écart de température loin de la zone critique à des nombres de Nusselt plus importants, quand l'effet du seuil est moins présent.

Ces observations montrent que les fluctuations de l'écart de température représentent une signature du début de la convection [50]. Les effets des propriétés rhéologiques sur l'échange thermique et sur l'atténuation ou l'auto-maintien des perturbations thermiques imposées sont aussi observés.

### 4.2 Expérience de la convection de Rayleigh-Bénard sur les dispersions de Carbopol 940

Nous allons à présent donner nos nouveaux résultats portant sur la convection de Rayleigh-Bénard. Les fluides modèles utilisés sont des dispersions en Carbopol 940 neutralisées dans l'eau distillée. Les propriétés rhéologiques de ces fluides sont mentionnées dans le Tableau 3.7.1. La densité et les propriétés thermiques sont les mêmes que celles de l'eau et sont prises à  $T_0$ , la température moyenne entre les deux plaques.

Les variations de la viscosité et de la contrainte en fonction de la température sont négligées par rapport aux variations dues au gradient de vitesse et à la concentration du Carbopol 940.

### 4.2.1 Détection de l'écart de température critique du début des instabilités

Après la mise en place du fluide dans la cellule de Rayleigh-Bénard, la température de la plaque supérieure est fixée par le bain thermostaté jusqu'à l'équilibre thermique du système.  $\Delta T$  est mesuré jusqu'à l'établissement du régime stationnaire. La Figure 4.3.6 illustre les points de mesure de l'écart de température en fonction de la puissance électrique pour les différentes expériences. L'écart de température croît linéairement avec l'augmentation de la puissance imposée au système. À un certain écart critique  $\Delta T_C$ , un changement de pente est observé. Les écarts de température critiques concernant les expériences sur les fluides à seuil sont présentés dans le tableau 4.2.1.

Dans les Figures 4.2.1, 4.2.3 et 4.2.4, la ligne en pointillé représente le régime conductif théorique. La pente de cette ligne n'est que le rapport  $\left(\frac{\lambda A}{d}\right)^{-1}$ . Il présente les valeurs de  $\sim 0.663 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$ ,  $\sim 1.126 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$  et  $\sim 3.976 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$  respectivement pour les jeux de  $10\text{mm}$ ,  $17\text{mm}$  et  $60\text{mm}$ .

Il est remarquable que les pertes thermiques sont minimales ; la ligne de la conduction théorique se confond presque avec les mesures des écarts de température durant le régime conductif pour chaque fluide et pour chaque valeur du jeu  $d$  utilisé. Les écarts entre les valeurs mesurées de l'écart de température et les valeurs théoriques<sup>1</sup> dépendent de la puissance électrique, de la température ambiante, du rapport d'aspect utilisé, elle dépendent aussi du choix des matériaux des plaques et ceux utilisés comme isolant. La Figure 4.2.2 montre qu'au moment où les instabilités thermiques s'enclenchent, les mesure s'écartent de  $\pm 5\%$  entre les différentes expériences par rapport au écart de température théorique. Cela représente une bonne approche.

Pour l'expérience avec une entretoise  $d = 60\text{mm}$  avec  $\Gamma = 1.49$  (Figure 4.2.3), nous pouvons remarquer que les courbes de l'évolution de l'écart de température pour les solutions de  $0.055\%wt$  et  $0.06\%wt$  se superposent. La pente des deux courbes est plus faible que celle de la ligne de conduction théorique. Une légère brisure de pente est observée à un peu plus de  $50^\circ\text{C}$ . L'écart entre le flux thermique réellement imposé et le flux thermique mesuré peut atteindre pour sa valeur maximale  $30\%$ . Tous cela nous laisse penser que le régime du transfert thermique dans ces deux expériences est toujours conductif.

---

1. A noter ses conditions idéales avec un rapport d'aspect  $\Gamma \rightarrow \infty$  pour éviter l'effet du bord, et des plaques ayant une conductivité thermique  $\lambda_{\text{plaque}} \gg \lambda_{\text{fluide}}$ .

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

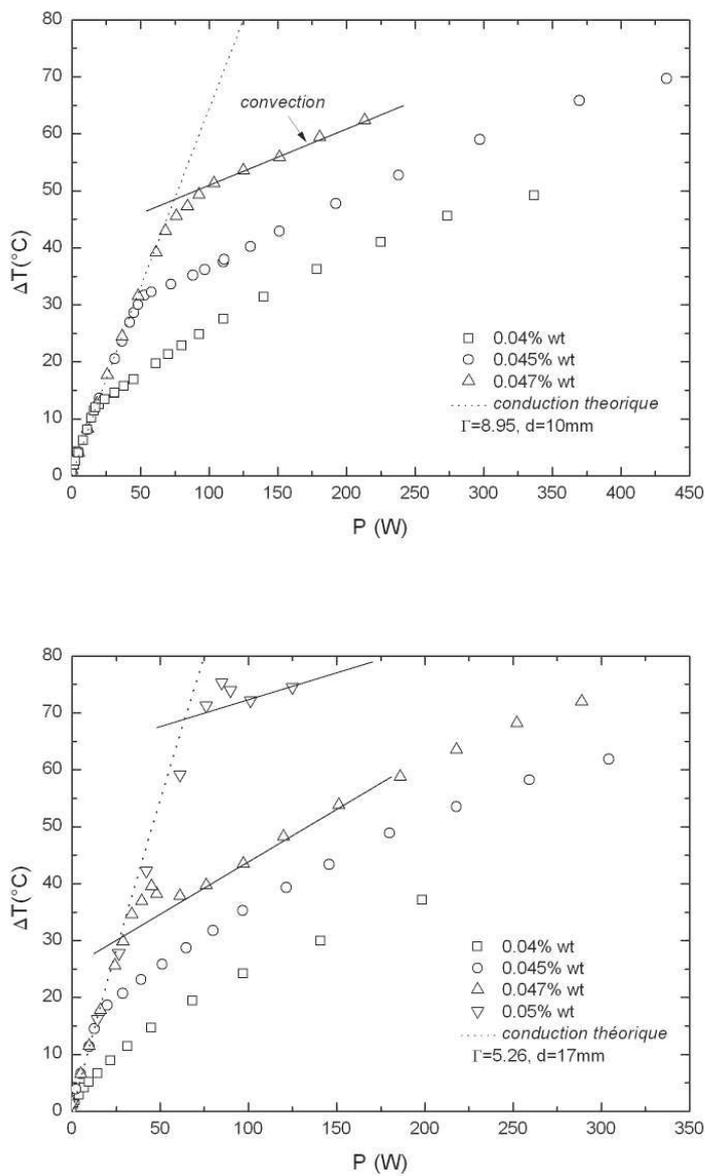


FIGURE 4.2.1: Les mesures de l'écart de température  $\Delta T$  en  $^{\circ}\text{C}$  sont tracées en fonction de la puissance électrique  $P$  en *watt* pour différentes dispersions de Carbopol 940. Haut :  $\Gamma = 8.95$  et  $d = 10\text{mm}$ . Bas :  $\Gamma = 5.26$  et  $d = 17\text{mm}$ . La ligne en pointillés représente la conduction thermique théorique.

## 4.2 Expérience de la convection de Rayleigh-Bénard sur les dispersions de Carbopol 940

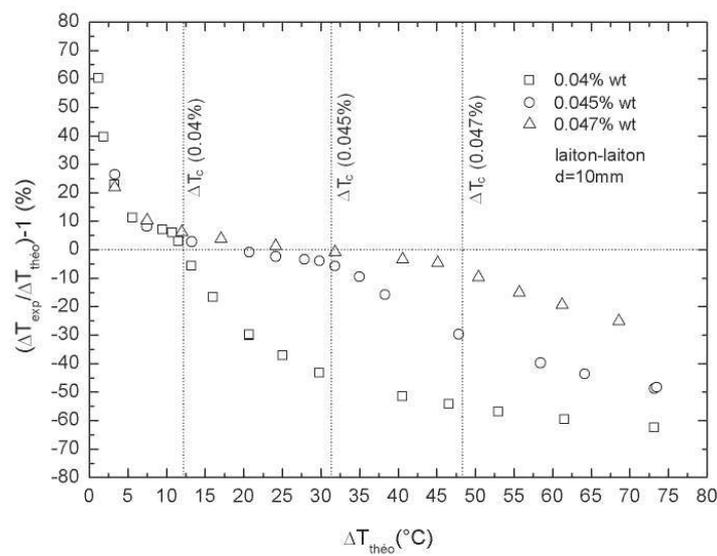


FIGURE 4.2.2: Pourcentage de la différence entre l'écart de température expérimental et théorique dans l'état conductif. La Figure nous montre aussi l'effet de la convection sur l'écart de l'écart de température durant la convection par rapport à sa valeur si le régime de transfert restait conductif. Les fluides étudiés sont des dilutions de Carbopol 940 dans l'eau distillée, la configuration des plaques est laiton-laiton avec un jeu  $d = 10\text{mm}$ .

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

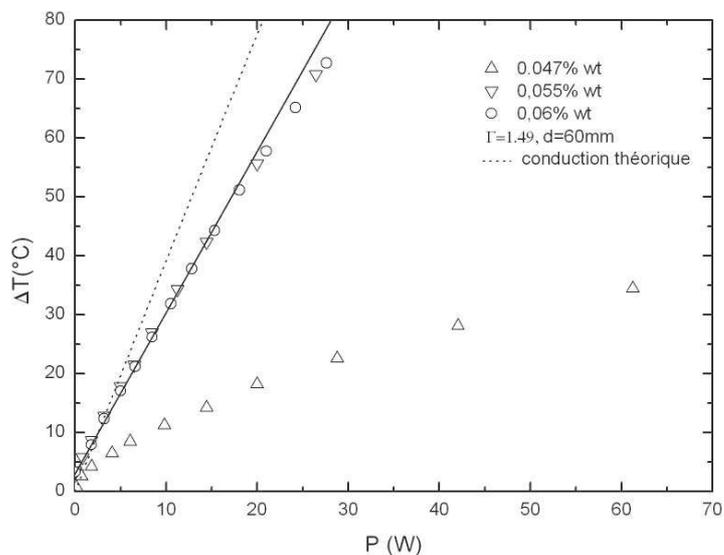


FIGURE 4.2.3: Les mesures de l'écart de température  $\Delta T$  en  $^{\circ}\text{C}$  sont tracées en fonction de la puissance électrique  $P$  en *Watts* pour différentes dispersions de Carbopol 940. Le rapport d'aspect est  $\Gamma = 1.49$  pour un jeu  $d = 60\text{mm}$ . La ligne en pointillés représente la ligne de conduction thermique théorique.

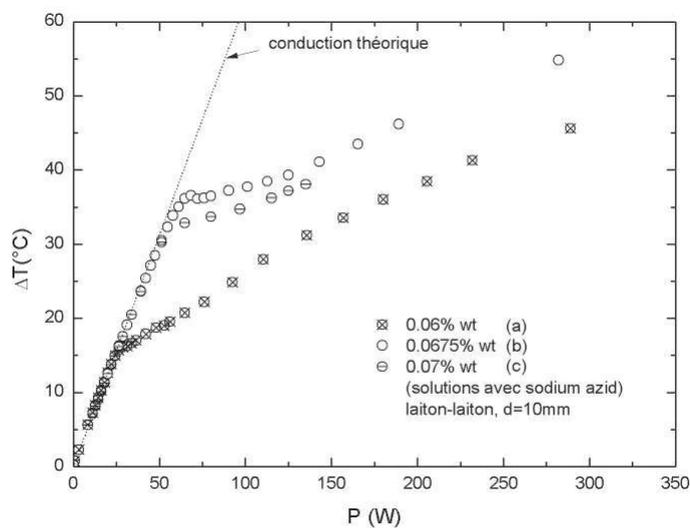


FIGURE 4.2.4: Les mesures de l'écart de température  $\Delta T$  en  $^{\circ}\text{C}$  sont tracées en fonction de la puissance électrique  $P$  en *watt* pour différentes dispersions de Carbopol 940 avec l'ajout de l'azoture de sodium.  $\Gamma = 8.95$  et  $d = 10\text{mm}$ . Les plaques de confinement sont en laiton. La ligne en pointillés représente la conduction thermique théorique.

## 4.2 Expérience de la convection de Rayleigh-Bénard sur les dispersions de Carbopol 940

Tenant compte des limites expérimentales, quelques expériences de convection concernant certains gels n'ont pas été réalisées. Il était inutile par exemple d'effectuer des expériences de convection pour le gel 5 présentant un seuil de  $0.15 Pa$  dans la cellule avec le jeu  $10mm$  ( $\Gamma = 8.95$ ). Les températures maximales pour cette expérience peuvent dépasser largement la température de fonctionnement du dispositif expérimental<sup>2</sup>. L'écart de température critique mesuré pour un jeu de  $17mm$  concernant le gel 5 est égal à  $69.37^\circ C$ ; ainsi, la température de la plaque inférieure est  $T_2 \approx 76^\circ C$ , ce qui représente déjà une limite de fonctionnement du dispositif expérimental. Nous constatons aussi, à ce niveau de température, l'intensification de l'apparition de bulles d'air dans l'échantillon, due au fait que les fluides n'ont pas été dégazés.

gel	C%wt	s(Pa)	k(Pa.s <sup>n</sup> )	n	$\Gamma = 8.95$	$\Gamma = 5.26$	$\Gamma = 1.49$
					d = 10mm	d = 17mm	d = 60mm
					$\Delta T_C(^\circ C)$	$\Delta T_C(^\circ C)$	$\Delta T_C(^\circ C)$
1	0.03	...	0.00712	0.948	...	0.28	...
2	0.04	0.0047	0.082	0.65	12.14	2.77	...
3	0.045	0.024	0.22	0.52	31.34	17.4	...
4	0.047	0.051	0.34	0.46	48.33	30.7	2.54
5	0.05	0.15	0.49	0.43	...	69.37	...
6	0.055	0.678	1.12	0.37	...	...	...
7	0.06	1.736	1.39	0.38	...	...	...
a	0.06	0.00346	0.0477	0.72	15.7	...	...
b	0.0675	0.025	0.1156	0.63	33.86	...	...
c	0.07	0.01	0.1034	0.61	32	...	...

TABLE 4.2.1: Valeurs des écarts de température critiques mesurées pour différentes solutions en Carbopol 940. Les rapports d'aspect utilisés sont  $\Gamma = 8.95$ ,  $\Gamma = 5.26$  et  $\Gamma = 1.49$ . Les plaques supérieure et inférieure sont en laiton  $CuZn5\%$ .

Le tableau 4.3.3 présente maintenant les valeurs mesurées de  $\Delta T_C$  pour les différentes expériences effectuées. Les solutions « a », « b » et « c » sont des dispersions de Carbopol 940 dans l'eau déminéralisée avec l'ajout de l'azoture de sodium pour empêcher le développement des bactéries. Dans la chapitre 3 nous avons évoqué son rôle dans la dégradation du seuil de contrainte. Pour le même jeu  $d = 10mm$ , la valeur mesurée de l'écart de température critique du gel (a) est du même ordre de grandeur que celle du gel (2) (e.g 0.04% en masse), les deux gels ayant un seuil de contrainte du même ordre. De la même manière, on peut comparer les deux gels b et c : leurs  $\Delta T_C$  sont du même

<sup>2</sup> La température de fonctionnement de la mousse de PVC est égale à  $80^\circ C$ . Au-delà de  $70^\circ C$ , nous ne savons pas si les propriétés rhéologiques des fluides étudiés sont encore faiblement thermo-dépendantes.

ordre de grandeur que le gel (3) (e.g 0.045%wt). Les propriétés rhéologiques de ces deux fluides sont du même ordre de grandeur. L'évolution de l'écart de température pour les fluides « a », « b » et « c » est présentée dans la Figure 4.2.4. Nous pouvons observer la présence de l'effet non-linéaire du début de convection pour le fluide « b », tandis que la solution 0.045%wt sans l'azoture de sodium ne montre pas ce comportement malgré la similitude des propriétés rhéologiques avec la solution « b ».

### 4.2.2 Détection des bifurcations et mesure du flux thermoconvectif

La contribution du flux thermoconvectif dans le transfert de la chaleur peut être déduite en fonction du nombre de Nusselt par unité de flux thermique conductif, selon  $Nu - 1$ . La variation de  $Nu$  en fonction de l'écart de température peut traduire l'état de l'écoulement. Le passage vers le régime convectif et les différents régimes d'écoulement du fluide durant la convection sont marqués par la présence de passages nommés *points de bifurcation*. Le nombre de Nusselt est tracé alors pour différentes expériences (Figures 4.2.5 et 4.2.6) en fonction de l'écart de température  $\Delta T$  afin d'illustrer les différents points de bifurcations observés.

Concernant les expériences portant sur les fluides 0.04%wt et 0.045%wt avec les jeux 10mm et 17mm, le transfert de chaleur est purement conductif pour les points où  $Nu = 1$  et  $\Delta T \leq \Delta T_C$ , tandis que le système est convectif quand  $Nu > 1$  et  $\Delta T > \Delta T_C$ . Dans ce cas, les mesures nous laisse penser que quand  $\Delta T \geq \Delta T_C$ , le nombre de Nusselt s'éloigne de la valeur de l'unité avec l'augmentation de  $\Delta T$  dans la branche stable de façon linéaire ; mais nous ne pouvons pas juger de la nature de cette bifurcation si elle est *super-critique*, car nous ne possédons pas assez de données, en matière de précision et de résolution des mesures dans la zone critique pour pouvoir détecter une éventuelle présence d'une *bifurcation sous-critique*.

## 4.2 Expérience de la convection de Rayleigh-Bénard sur les dispersions de Carbopol 940

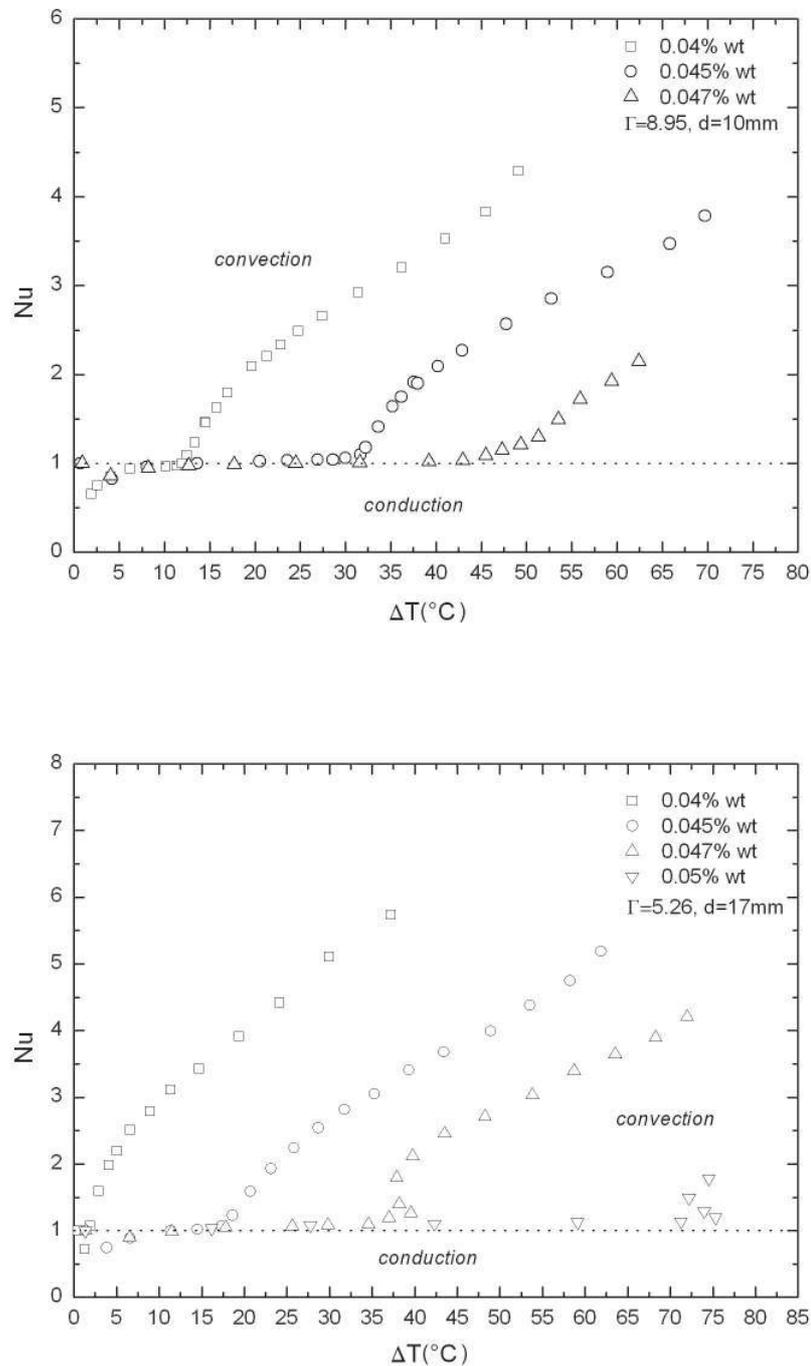


FIGURE 4.2.5: Évolution du nombre de Nusselt en fonction de l'écart de température pour les différentes dispersions en Carbopol 940. Les plaques de confinement sont en laiton  $CuZn5\%$ . Haut :  $d = 10mm$ , Bas :  $d = 17mm$ .

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

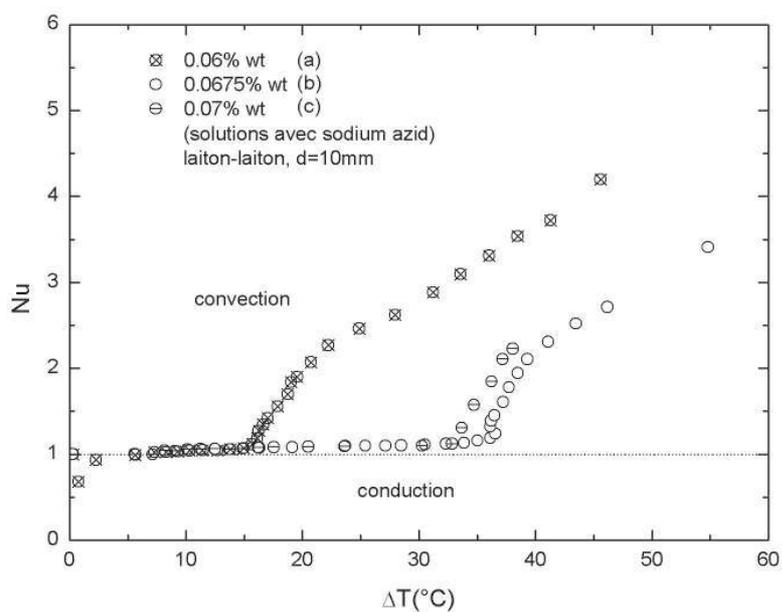


FIGURE 4.2.6: Évolution du nombre de Nusselt en fonction de l'écart de température pour différentes dispersions en Carbopol 940 avec l'ajout de l'azoture de sodium. Les plaques de confinement sont en laiton  $CuZn5\%$  et le jeu  $d = 10mm$ .

Maintenant, concernant les expériences de convection portant sur les solutions 0.05% et 0.047% pour  $d = 17mm$ , nous remarquons que les valeurs des écarts de température critiques sont plus importants que les valeurs mesurées pour les autres solutions moins concentrées. Nous avons également pu observer l'augmentation du nombre de Nusselt en fonction de  $\Delta T$  au début de la convection d'une manière non-linéaire. Ce phénomène a été prédit par la théorie concernant les fluides à seuil [7]. Après l'enclenchement de l'instabilité, les points de mesures se décrochent en se ramifiant vers l'arrière pour en suite bifurquer à nouveau à partir d'un *point de selle*. Cela signifie qu'il y a une rupture de la symétrie du phénomène de Rayleigh-Bénard, l'écoulement de base devrait être tridimensionnel.

Nous rappelons que les propriétés rhéologiques ont été vérifiées faiblement thermodépendantes. Ici, nous nous trouvons dans un cas de fluide rhéofluidifiant après l'enclenchement des mouvements thermoconvectifs [7]. L'invalidité de l'approximation de Boussinesq pourrait expliquer ce phénomène non-linéaire. Après le début de la convection la viscosité efficace diminue non pas sous l'influence de la température, mais sous l'effet de l'intensification de la vitesse des mouvements thermoconvectifs. La rhéofluidification restreint l'augmentation de l'écart de température [7].

Dans la zone critique du début de convection l'effet du seuil est toujours présent, car la vitesse de cisaillement thermoconvective est encore très faible. Ce type de bifurcation souvent caractérisé par l'apparition des mouvements tridimensionnelles au début de convection, a été observé par la visualisation (voir la sous section 4.3.2). Nous signalons aussi la présence de ces formes tridimensionnelles au début de la convection dans l'eau. Ce phénomène non-linéaire pourrait être du à l'invalidité de la condition de Boussinesq. En effet, l'utilisation du verre comme plaques de confinement participe à la brisure de la symétrie de l'expérience. Par ces faibles conductivité thermique par rapport à l'eau, le verre crée une résistance thermiques qui peut engendrer des écarts de température remarquables au sein du fluide ; cela va créer à son tour des écarts parfois non négligeables des propriétés physiques du fluide. L'utiliser d'une fenêtre d'observation de bonne qualités optique et thermique (le Saphir par exemple) pourrait séparer les effets thermiques (dus au choix des matériaux des plaques) des effets dus aux propriétés rhéologiques des fluides.

Enfin, connaissant que les dilutions de Carbopol peuvent avoir un caractère viscoélastique, il serait judicieux de vérifier son rôle dans le phénomène de convection de Rayleigh-Bénard dans des études futures. L'utilisation de moyens de mesures adaptés à l'étude de la dynamique de ce phénomène (champ de vitesse, champ de température, etc...),

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

pourrait nous aider à observer les oscillations de la vitesse, ainsi, nous pourrions éventuellement juger si ces fluctuations sont d'origine thermique ou élastique notamment au début de la convection, quand les vitesses d'écoulement sont très faibles.

La Figure 4.2.6 montre l'évolution du nombre de Nusselt en fonction de l'écart de température pour des dilutions en Carbopol 940 dans l'eau déminéralisée. De l'azote de sodium a été ajouté à ces solutions avant de se rendre compte de son effet sur les mesures du seuil de contrainte. Les résultats expérimentaux sur la cellule de Rayleigh-Bénard d'un jeu égale à 10mm et sur les concentrations de 0.06%wt, 0.0675%wt et 0.07%wt sont présentés. Le comportement non-linéaire du début de convection pour le fluide « b » a été clairement observé, contrairement au fluide « c » ou la solution 0.045 sans l'azote de sodium (Figure 4.2.5). Ces solutions, possèdent des propriétés rhéologiques similaires. La résolution des mesures, l'amplitude des perturbations ou/et la durée d'application de ces perturbations au voisinage du point critique peuvent avoir un rôle important dans la détection de la convection non-linéaire pour les fluides à seuil.

Revenons au graphique du haut illustré dans la Figure 4.2.5. Le jeu utilisé est de 17mm. Pour la solution 0.047%wt, nous observons deux points de bifurcation, la première est à ( $\Delta T_C = 30.7^\circ\text{C}$ ,  $Nu = 1$ ) et la deuxième est à ( $\Delta T_C^* \sim 37.5^\circ\text{C}$ ,  $Nu_C^* \sim 1.7$ ). Concernant la solution 0.05%wt, les bifurcations observées sont à ( $\Delta T_C = 69.3^\circ\text{C}$ ,  $Nu = 1$ ) et ( $\Delta T_C^* \sim 72.5^\circ\text{C}$ ,  $Nu_C^* \sim 1.5$ ). Le point  $\Delta T = \Delta T_C$ ,  $Nu = 1$  est une bifurcation fourche *sous-critique* : elle se ramifie en arrière, dans la région *sous-critique*.

Quand  $\Delta T_C^* < \Delta T < \Delta T_C$ , le régime conductif est stable face aux perturbations infinitésimales, mais instables face à des perturbations d'amplitude finie. L'état du fluide est physiquement *méta-stable*. Cependant, une perturbation suffisamment importante peut déclencher une transition d'un état initialement conducteur à un état de convection. Quand les perturbations sont suffisamment grandes, le système peut atteindre une grande amplitude : c'est l'état convectif stationnaire. Ces solutions sont situées sur la branche stable *sous-critique*.

Au  $\Delta T < \Delta T_C^*$ , les fluides sont au repos et le régime de conduction est stable à la fois face aux perturbations infiniment petites et face aux perturbations d'amplitude finie (c'est un *équilibre global asymptotiquement stable*).

Le *point de selle* est situé au point  $\Delta T = \Delta T_C^*$ ,  $Nu = Nu_C^*$ . Il en produit une branche stable *sous-critique* et une branche instable de grande amplitude qui relie les deux points de bifurcation [7]. Notons qu'avec l'augmentation de  $\Delta T$ , la branche de grande amplitude stable peut bifurquer à son tour, pour produire une autre branche qui pourrait éventuellement bifurquer. Les solutions sont associées aux formes des mouvements de convection.

## 4.2 Expérience de la convection de Rayleigh-Bénard sur les dispersions de Carbopol 940

Ils peuvent être périodiques, quasi-périodiques ou chaotiques. Les visualisations dans la section 4.3 montrent les différents régimes et formes d'écoulement rencontrés. Les différents points de bifurcation après le point de selle sont illustrés dans le tableau 4.2.2.

$Nu$	10mm		17mm		
	0.04%wt	0.045%wt	0.04%wt	0.045%wt	0.047%wt
	$\Delta T(^{\circ}C)$				
2.5	22.5	45	7	27.5	45
3.2	35	57.5	...	...	...
4	...	...	20	47.5	67.5

TABLE 4.2.2: Différents points de bifurcation observés après le début des instabilités thermoconvectives dans différentes configurations expérimentales et pour différentes solutions de Carbopol 940 diluées dans l'eau distillée.

Les mesures du nombre de Nusselt illustrées sur la Figure 4.2.7 sont réalisées pour une entretoise de 60mm présentant un rapport d'aspect  $\Gamma = 1.49$ . Les fluides étudiés sont des dilutions de 0.047%wt, 0.055%wt et 0.06%wt ayant comme contraintes seuils respectives : 0.051Pa, 0,678Pa et 1.736Pa.

La transition vers la convection est très franche pour le 0.047%, ayant une valeur de seuil de 0.051Pa. Pour ce fluide, la convection se déclenche à un  $\Delta T_C = 2.54^{\circ}C$ . Concernant les deux autres dilutions (le 0.055% et le 0.06%), ayant comme valeurs de contraintes seuil respectives 0.678Pa et 1.736Pa, le nombre de Nusselt augmente légèrement avec l'augmentation de l'écart de température. Il atteint une valeur maximale mesurée de 1.42 pour la solution à 0.06%. Pour cette expérience, vu l'importance de la surface de la paroi latérale (faible rapport d'aspect), une correction des mesures du nombre de Nusselt est nécessaire.

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

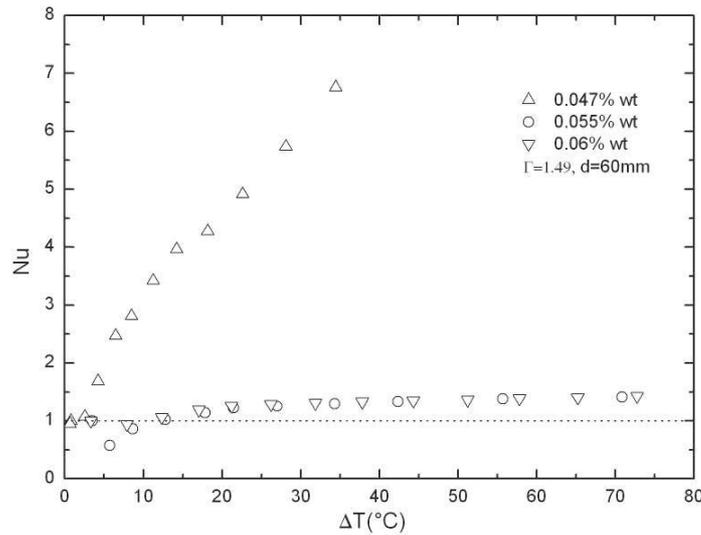


FIGURE 4.2.7: Évolution du nombre de Nusselt en fonction de l'écart de température pour différentes concentrations de Carbopol dans l'eau distillée (0.057%wt, 0.055%wt, 0.06%wt), pour une entretoise de hauteur  $d = 60\text{mm}$ , et un rapport d'aspect  $\Gamma = 1.49$ . Les plaques de confinement sont en laiton  $\text{CuZn5\%}$ .

##### 4.2.2.1 Correction des mesures de $Nu$ pour $\Gamma = 1.49$

Beaucoup de résultats sur les travaux concernant la convection de Rayleigh-Bénard présentent des différences et parfois des divergence dans les résultats obtenus pour les mesures du flux thermique. L'influence des parois latérales fait partie des effets qui ont été négligés [47]. Roche & al. (Réf 18) présentent un modèle qui permet de corriger les effets de bord. Une partie du flux thermique imposé à la plaque inférieure est absorbée par la paroi latérale ; elle devient plus chaude que le fluide. En revanche, la surface d'échange thermique avec le fluide augmente, ce qui induit des erreurs sur les mesures du nombre de Nusselt. Un nombre sans dimension, nommé le « nombre de parois », intervient dans ces corrections. Il est calculé comme suit :

$$W = \frac{2 \cdot k_w \cdot e}{k_f \cdot R} \quad (4.2.1)$$

où  $k_f$  et  $k_w$  sont respectivement les conductivités thermiques du fluide et la paroi latérale en contact avec ce fluide (dans notre cas l'entretoise en plexiglas),  $e$  l'épaisseur de

## 4.2 Expérience de la convection de Rayleigh-Bénard sur les dispersions de Carbopol 940

l'entretoise et  $R$  son rayon interne (il est égal au rayon des plaques). Pour  $e = 30mm$  et  $R = 89.5mm$ , les calculs présentent une valeur de  $W = 0.212$ .

Pour de valeurs faibles de  $Nu$  et de  $W$  (et), quand la conduction thermique des parois est faible ( $\lambda_{plexiglas} = 0.19 \frac{W}{m^{\circ}C}$ ), la température des parois est imposée par le fluide et la correction du nombre de Nusselt correspondante est donc [47] :

$$Nu_{mesuré} = Nu_{corrigé} \cdot (1 + W) \quad (4.2.2)$$

alors :

$$Nu_{corrigé} = \frac{Nu_{mesuré}}{1 + W} \quad (4.2.3)$$

Après la correction des mesures du nombre de Nusselt suivant le modèle de Roch & al. (Réf 18), on observe que les deux courbes se superposent toujours (Figure 4.2.8) et que la valeur maximal atteinte de  $Nu$  pour un  $\Delta T \sim 73^{\circ}C$  est de l'ordre de 1.2, ce qui nous laisse penser encore une fois que les fluides sont toujours au repos. La différence de 0.2 par rapport à la valeur unité de  $Nu$  (cas du régime conductif), est sûrement due aux déperditions vers l'extérieur de la cellule, à travers la paroi latérale et la mousse PVC située en dessous de la plaque inférieure.

Les expériences effectuées sur la cellule de Rayleigh-Bénard ayant un jeu de 60mm ( $\Gamma = 1.49$ ) ont donc montré que le transfert thermique reste conductif dans les gels testés, sauf pour la dilution de 0.047%wt, où la convection a été observée. Il est intéressant de noter que l'utilisation des petits rapports d'aspect inclut des erreurs sur les mesures, suite au effets de bord et aux échanges thermique non contrôlés à travers la paroi latérale [13-14]. La convection de Rayleigh-Bénard dans de petits rapports d'aspect nécessite des temps d'équilibre thermique très importants et parfois impossibles à atteindre, suite à de très lents phénomènes, tels que l'établissement de quelques formes de mouvements convectifs [9].

### 4.2.3 Relation entre la concentration, le seuil de contrainte et l'écart de température critique

Rapportons maintenant les valeurs des seuils de contrainte mesurées par rhéométrie pour les fluides à base de différentes dilutions en Carbopol 940 dans l'eau distillée (tableau

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

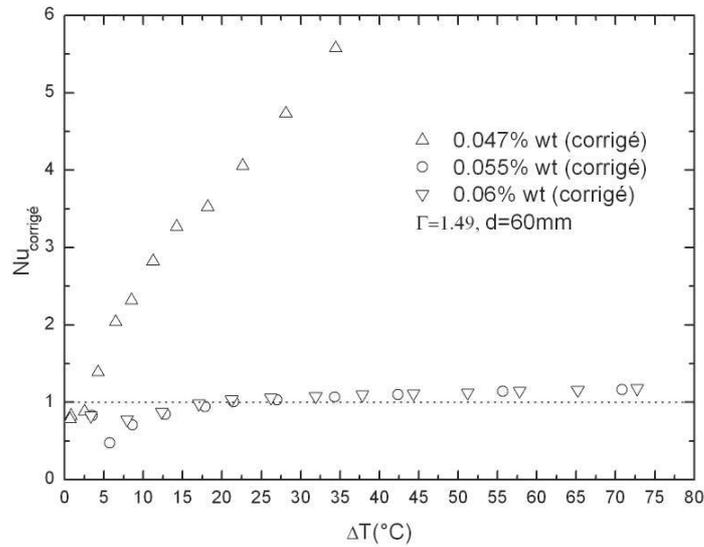


FIGURE 4.2.8: Évolution du nombre de Nusselt en fonction de l'écart de température pour différentes dilutions de Carbopol 940 dans l'eau distillée, pour une entretoise de hauteur  $d = 60mm$ .  $\Gamma = 1.49$ .

4.2.1). Cela n'est valable que pour les gels sans azoture de sodium. Ces mesures sont rapportées aux valeurs de l'écart de température critique obtenu par des mesures stationnaires de l'échange thermique dans la cellule de convection. Les tracés sont illustrés sur la Figure 4.2.9.

On présume que la variation de  $\Delta T_C$  est linéaire en fonction du seuil, suivant la relation  $\Delta T_C = b + a \cdot s$ , avec :

- Pour  $d = 10mm$  :

$$\Delta T_C = 10.24 + 770.07 \cdot s \quad (4.2.4)$$

- Pour  $d = 17mm$  :

$$\Delta T_C = 4.98 + 438.92 \cdot s \quad (4.2.5)$$

Les valeurs limites  $10.24^\circ C$  et  $4.92^\circ C$ , correspondant aux valeurs de l'écart de température critique quand le seuil  $s \rightarrow 0$ , sont respectivement associées au jeu  $10mm$  et  $17mm$ .

Nous avons remarqué que le produit de la valeur du jeu ( $10mm$  et  $17mm$  respectivement), converti en mètre par les valeurs des pentes  $770.07$  et  $438.92$ , donne une constante ( $Pente \times d = C^{te}$ ) avec  $C^{te} \approx 7.58$ .

## 4.2 Expérience de la convection de Rayleigh-Bénard sur les dispersions de Carbopol 940

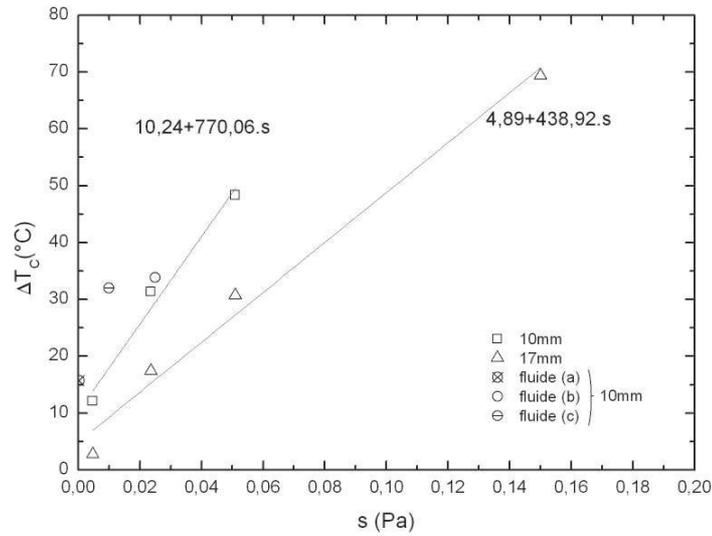


FIGURE 4.2.9: Valeurs de l'écart de température critique  $\Delta T_C$  pour différents solutions de Carbopol 940 en fonction de leurs seuils de contrainte  $s$ . Les mesures de  $\Delta T_C$  ont été réalisées sur des cellules de convection ayant les jeux  $d = 10\text{mm}$  et  $17\text{mm}$ . Dans ce graphique, les valeurs des écarts de température critiques mesurés dans les expériences de Rayleigh-Bénard pour un jeu de  $10\text{mm}$  et pour les fluides  $a, b$  et  $c$  ont été rapportées aussi, afin que nous puissions les comparer avec les résultats des fluides possédant une valeur seuil du même ordre de grandeur. Ces trois fluides sont des dilutions en Carbopol 940 dans l'eau déminéralisée avec ajout de l'azoture de sodium. Le fluide  $c$  sort du groupe de mesure et présente *a priori* une erreur sur la mesure de son seuil d'écoulement.

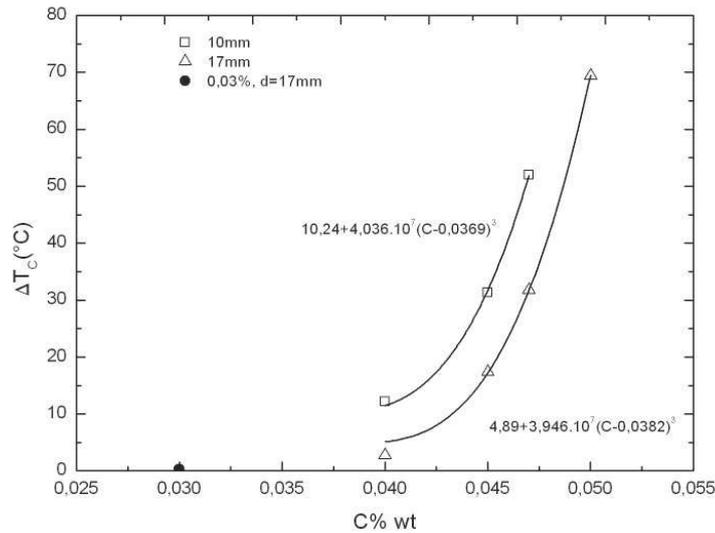


FIGURE 4.2.10: Les valeurs mesurées de  $\Delta T_C$  en fonction de la concentration en Carbopol 940 sans azoture de sodium pour les jeux  $d = 10\text{mm}$  et  $17\text{mm}$ . Pour la concentration  $0,03\%wt$ , le  $\Delta T_C$  mesuré est égal à  $0,28^\circ\text{C}$ .

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

Dans la Figure 4.2.10, nous remarquons la singularité de la dispersion de 0.03%wt en Carbopol 940<sup>3</sup>. Selon les résultats de la rhéométrie, cette dispersion ne présente pas de seuil de contrainte. Si c'était le cas, il serait alors plus bas que la sensibilité du rhéomètre utilisé. Le modèle de la loi de puissance donne une variation de la contrainte en fonction de la vitesse de cisaillement selon  $\tau = 0.00712 \cdot \dot{\gamma}^{0.948}$  ; la valeur de l'indice de la rhéofluidification est proche de l'unité, ce qui signifie la présence d'un comportement newtonien de cette dilution, avec une viscosité 7 fois plus grande que celle de l'eau. Nous pourrions donc estimer le nombre de Rayleigh critique pour ce fluide : pour  $d = 17mm$ , on a un  $Ra_C \approx 2751$ , sachant qu'une erreur de  $+0.08^\circ C$  sur le  $\Delta T_C$  donne un  $Ra_C \approx 1965$ .

L'interpolation des mesures de l'écart de température critique et la concentration pour les jeux 10mm et 17mm donnent donc :

- Pour  $d = 10mm$  :

$$\Delta T_C = 10.24 + 4.03608 \cdot 10^7 (C - 0.0369)^3 \quad (4.2.6)$$

- Pour  $d = 17mm$  :

$$\Delta T_C = 4.89 + 3.936 \cdot 10^7 (C - 0.0382)^3 \quad (4.2.7)$$

Il est important de préciser que cela n'est valable que pour les gels sans azoture de sodium. Les concentrations limites 0.0369%wt et 0.0382%wt correspondent aux concentrations où le seuil disparaît pour une dispersion en Carbopol 940. Ceci est en accord avec les travaux de Piau présentés au début du chapitre (réf. [45]). Ces travaux prévoient une concentration limite de disparition du seuil de contrainte pour des dispersions en Carbopol 940 et pour des concentrations inférieures à 0.12%wt ; la valeur limite de disparition de seuil est prédite à 0.0335%wt.

La valeur de l'écart de température critique pour la dispersion à 0.03%wt se trouve bien au-dessous de la continuité de la courbe maîtresse, après une concentration de 0.038%wt. Les concentrations limites sont obtenues par l'interpolation des mesures ; nous nous appuyons sur les valeurs de  $4.89^\circ C$  et  $10.24^\circ C$  (Figure 4.2.9) qui correspondent aux valeurs de l'écart de température critique pour les deux jeux en question et pour un fluide à base de Carbopol 940 ayant une concentration limite de disparition du seuil de contrainte.

---

3. Comme les autres concentrations, le Carbopol 940 avec une concentration de 0.03%wt est dispersé dans l'eau distillée.

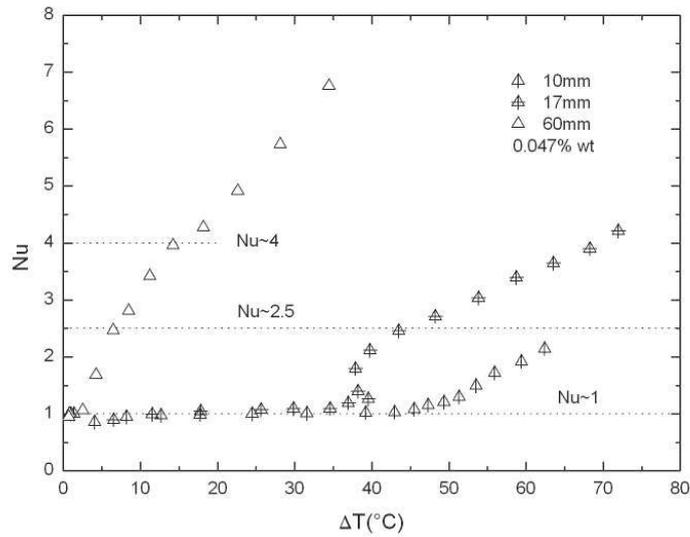


FIGURE 4.2.11: Expériences de Rayleigh-Bénard pour une dilution de 0.047% de Carbopol 940 dans l'eau distillée en fonction du jeu  $d$  :  $d = 10\text{mm}$  ( $\Gamma = 8.95$ ),  $d = 17\text{mm}$  ( $\Gamma = 5.26$ ), et  $d = 60\text{mm}$  ( $\Gamma = 1.49$ ).

#### 4.2.4 variation de $\Delta T_C$ en fonction de $d$

Comparons maintenant les différentes expériences du même fluide (0.047%) en fonction du jeu  $d$ . Dans la Figure 4.2.11, on remarque le rôle de l'épaisseur de la couche fluide dans l'enclenchement de la convection, ainsi dans l'apparition des différents type de bifurcations dans la zone critique. Les effets non-linéaires du début de convection ne sont pas observés dans l'expérience avec le jeu de  $60\text{mm}$ . Cela pourrait être dû à la possibilité de convecter plus facilement en présence de faibles perturbations quand le jeu est assez important. La valeur de l'écart de température critique est inférieure aux valeurs mesurées dans les deux autres expériences. Cependant, les valeurs maximales mesurées de  $Nu$  sont supérieures pour des valeurs de  $\Delta T$  relativement inférieures ; l'échange thermique par convection est donc plus efficace.

Dans le cas des fluides newtoniens,  $\Delta T_C$  varie en fonction du jeu  $d$  comme  $d^{-3}$ [29]. Pour les fluides rhéofluidifiants, nous trouvons la même variation si nous partons du constat que le nombre de Rayleigh critique est le même que celui des fluides newtoniens basé sur la viscosité zéro (voir la réf. [32]). Dans une série d'expériences sur un des fluides à seuil ayant la concentration 0.047%wt, on a observé une variation suivant  $\sim d^{-1}$  (Figure 4.2.12). L'erreur sur l'exposant est de  $\pm 0.32$ . Nous nous ne disposons pas de

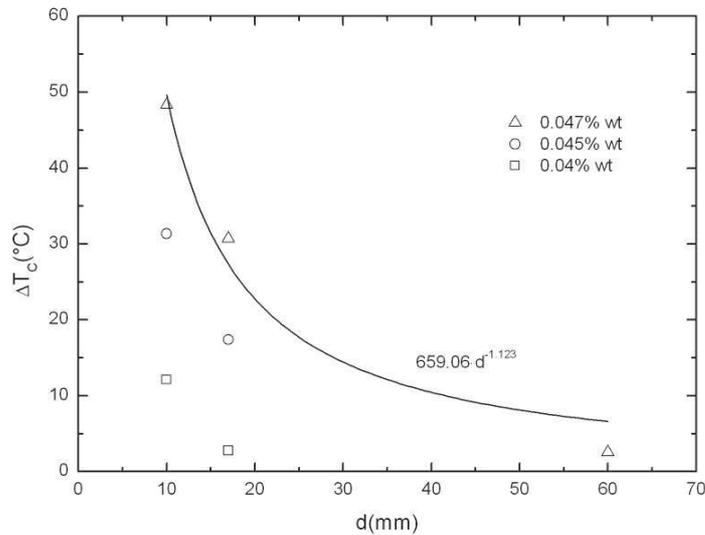


FIGURE 4.2.12: Les expériences pour un jeu  $d = 60\text{mm}$  sur les concentrations  $0.04\%wt$  et  $0.045\%wt$  n'ont pas été effectuées (nous estimons que l'écart de température critique est largement au-dessous de la sensibilité de nos moyens de mesure). Nous pouvons observer que les valeurs de l'écart de température critique pour le fluide  $0.047\%wt$  varient en  $\sim \frac{1}{d}$ .

données suffisantes ni de points de mesures portant sur les autres fluides, mais nous pouvons observer qualitativement leurs tendance. Elle montre l'effet du jeu  $d$  sur  $\Delta T_C$  et l'enclenchement des instabilités thermoconvectives.

#### 4.2.5 Efficacité du transfert thermoconvectif

Traçons maintenant le nombre de Nusselt en fonction du rapport sans dimensions  $\epsilon$  (nommé « la température réduite »), pour différentes concentrations. Rappelons que  $\epsilon$  s'écrit comme suit :

$$\epsilon = \frac{\Delta T}{\Delta T_C} - 1 \quad (4.2.8)$$

Dans la Figure 4.2.13, la courbe porte une signature du comportement rhéologique du fluide. Quand  $\epsilon > 0$ , le transfert thermique est convectif, le fluide coule donc de plus en plus en s'éloignant de  $\epsilon = 0$ . L'indice de la loi de puissance  $n$  a une influence sur

## 4.2 Expérience de la convection de Rayleigh-Bénard sur les dispersions de Carbopol 940

le transfert de la chaleur par convection ; nous observons que, quand  $n \rightarrow 1$ , la courbe  $Nu = f(\epsilon)$  s'approche de celle de l'eau.

Nous pouvons aussi constater dans ce graphique que, pour le même jeu  $d$  et pour le même rapport  $\epsilon \gg 0$ , quand  $n$  décroît, le nombre de Nusselt décroît davantage ; l'échange thermique par convection est plus important quand  $n$  est grand, sachant que, pour nos expériences, pour le même  $\epsilon$ , les écarts de température atteints sont plus importants quand  $n$  est grand.

Observons maintenant la variation de  $\epsilon$ . Pour le même jeu et pour un  $Nu \gg 1$  donné,  $\epsilon$  augmente à son tour tant que  $n \rightarrow 1$ . Ici, les forces d'Archimède sont plus importantes que les forces de freinage (notamment le freinage visqueux), et l'efficacité de l'échange thermique est donc plus importante.

Si nous remarquons le comportement des solutions 0.045%wt et 0.047%wt dans les expériences de convection avec les cellules ayant respectivement le jeu  $d = 10mm$  et  $d = 17mm$ , nous constatons qu'ils ont la même efficacité. Il s'agit ici de compenser une différence de comportement rhéologique par le changement du rapport d'aspect afin d'obtenir la même rapport  $\epsilon$ .

Le coefficient de transfert thermique par convection est estimé selon le rapport exprimant la relation entre le nombre de Nusselt, la conductivité thermique du fluide et le jeu  $d$ , suivant :

$$h = Nu \cdot \frac{\lambda}{d} \quad (4.2.9)$$

Le coefficient de transfert thermique par convection augmente davantage avec l'augmentation de la vitesse des mouvements thermoconvectifs.

Traçons à présent le coefficient  $h$  en fonction du rapport  $\epsilon$  et  $h$  en fonction de  $\Delta T$ . Les Figures 4.2.14 et 4.2.15 montrent que pour un  $d$  donné et pour un  $\epsilon \gg 0$  donné, le coefficient  $h$  diminue davantage quand  $n$  augmente. Dans ce cas de figure, quand la

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

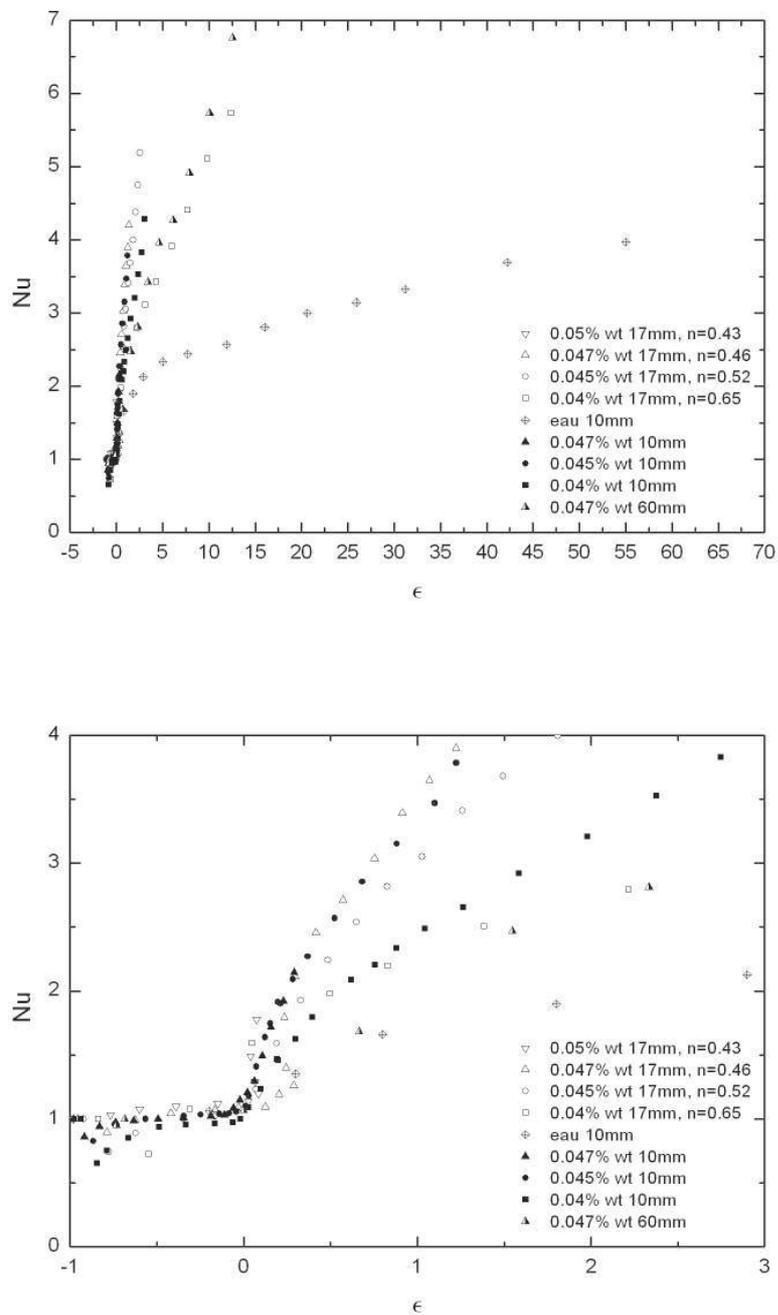


FIGURE 4.2.13: Le nombre de Nusselt est tracé en fonction du rapport sans dimension  $\epsilon$  pour des expériences de la convection de Rayleigh-Bénard dans l'eau (modèle newtonien) et différentes dispersions de Carbopol 940 (fluides à seuil). Toutes les mesures sont réalisées à l'état stationnaire. Le graphique du bas est une agrandissement à l'échelle du graphique du haut.

## 4.2 Expérience de la convection de Rayleigh-Bénard sur les dispersions de Carbopol 940

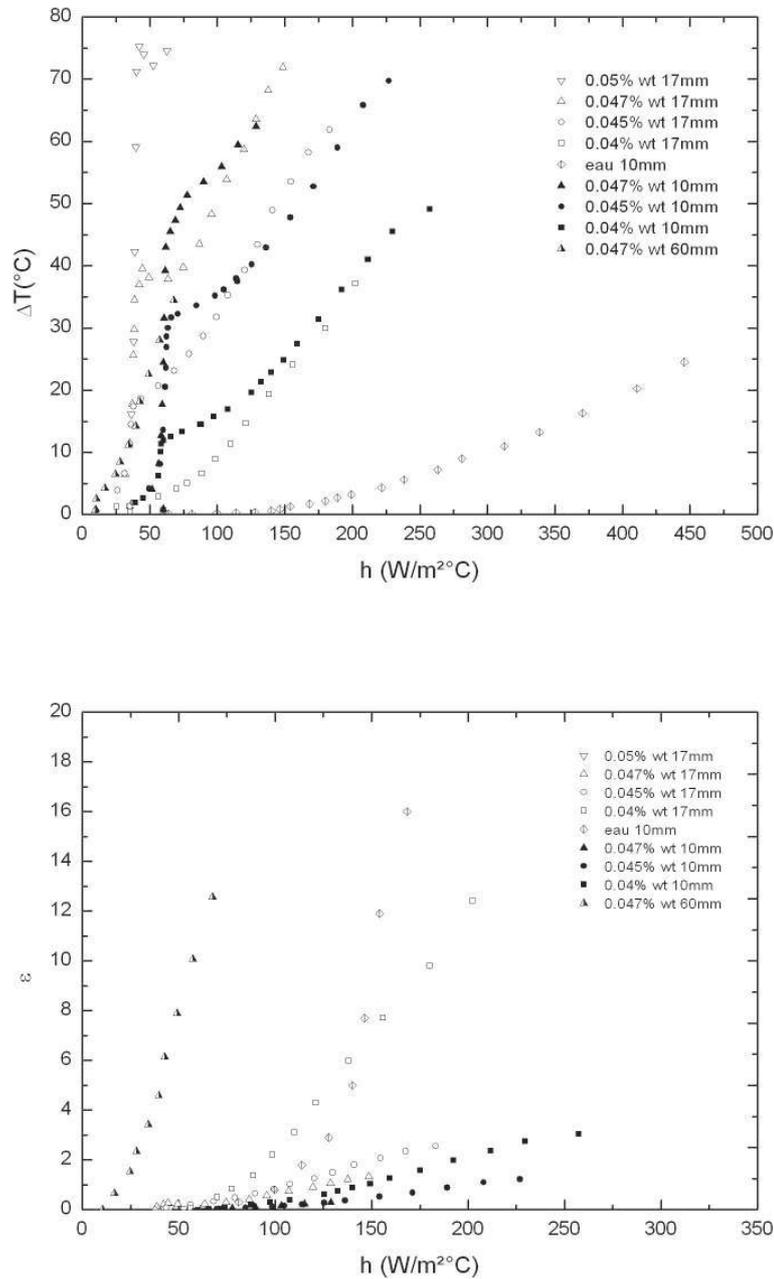


FIGURE 4.2.14: En haut : Évolution du coefficient de transfert thermoconvectif estimé en fonction de  $\Delta T$ . Pour chaque jeu  $d$ , la valeur effective de  $h$  durant le régime conductif correspond au rapport  $\frac{\lambda_{fluide}}{d}$ , avec  $\lambda_{fluide} = 0.6 \frac{W}{m^{\circ}C}$ . En bas : tracé du rapport sans dimension  $\epsilon$  en fonction de  $h$ .

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

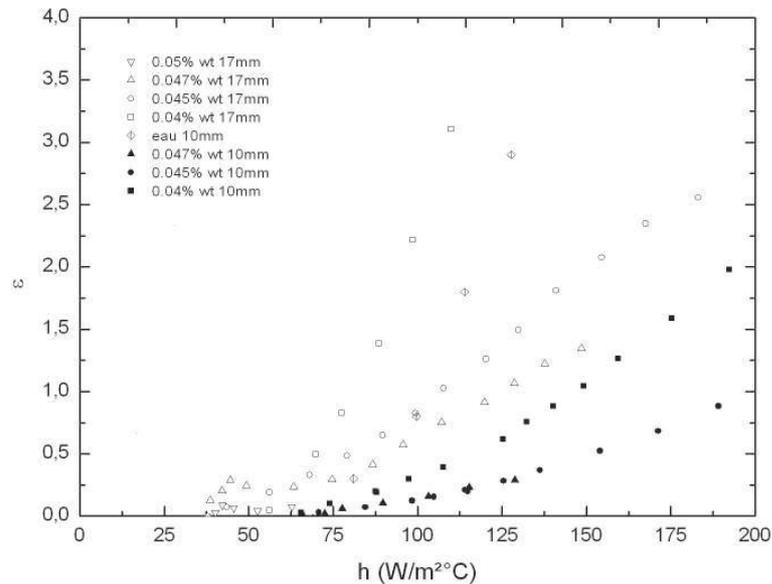


FIGURE 4.2.15: Agrandissement d'échelle du tracé du rapport sans dimension  $\epsilon$  en fonction de  $h$ .

concentration du Carbopol décroît ( $n$  augmente), l'écart de température critique est plus faible. Dans des expériences de Rayleigh-Bénard menées sur deux fluides ayant chacun un indice  $n$  différent, et pour le même jeu, l'échange thermique peut être efficace de la même manière.

Maintenant, et toujours après l'observation des Figures 4.2.14 et 4.2.15, pour une valeur d'un nombre de Nusselt donnée et pour le même fluide : quand  $d$  augmente, l'écart de température critique nécessaire pour enclencher la convection est plus bas ; et le coefficient de transfert thermique par convection est aussi plus bas. L'efficacité du transfert thermique  $\epsilon$  augmente donc davantage, et le fluide a plus de facilité à couler quand  $d$  augmente malgré le fait que la chaleur fournie au fluide est plus faible pour le plus grand jeu.

#### 4.2.5.1 Variation de $Nu$ loin du passage critique en fonction de l'exposant de la loi de puissance

Nous allons à présent tracer le nombre de Nusselt en fonction de l'indice de rhéofluidification  $n$  (Figure 4.3.16) en nous appuyant sur les Figures 4.2.13 et 4.2.14.

Pour le même jeu et la même température, le nombre de Nusselt augmente d'une façon linéaire avec l'augmentation de  $n$ , c'est-à-dire que le flux thermique dissipé par convection est plus important quand  $n$  augmente (c'est-à-dire quand  $n \rightarrow 1$ ) dans la limite des valeurs mesurées de  $Nu$  et de  $\Delta T$ . Écrivons à présent les corrélations moyennées obtenues respectivement pour les jeux  $10mm$  et  $17mm$  :

$$Nu_{(10mm)} = 10.836 \cdot n - 3.5 \quad (4.2.10)$$

$$Nu_{(17mm)} = 20.1 \cdot n - 7.322 \quad (4.2.11)$$

Les points à  $\Delta T = 72.4^\circ\text{C}$  sont des mesures qui correspondent à des zones de bifurcations non-linéaires et qui représentent des singularités, surtout pour les fluides ayant un grand seuil de contrainte  $s$  et un faible indice  $n$ . C'est pour cela que nous pouvons remarquer que ces points ne suivent pas la tendance des autres mesures ; rappelons la difficulté de définir ces points de bifurcations d'une manière précise.

Pour le même jeu et à une valeur fixe du nombre de Nusselt, les fluides ayant un indice important échangent la même quantité de chaleur par convection que les fluides à plus faible indice, où les frictions visqueuses sont plus importantes. Pourtant,  $\Delta T$  est plus important pour ces derniers. En effet, après l'enclenchement des mouvements thermoconvectifs, plus nous fournissons de chaleur au fluide, plus la température augmente. Le désordre tend à s'accroître, mais il est vite atténué par le fait qu'une partie de la chaleur est dissipée par les frictions visqueuses (diffusion thermique visqueuse). Une partie de la chaleur est dissipée par conduction et la vitesse des mouvements thermoconvectifs n'est pas suffisante pour dissiper cette chaleur, provoquant ainsi l'augmentation de la température.

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

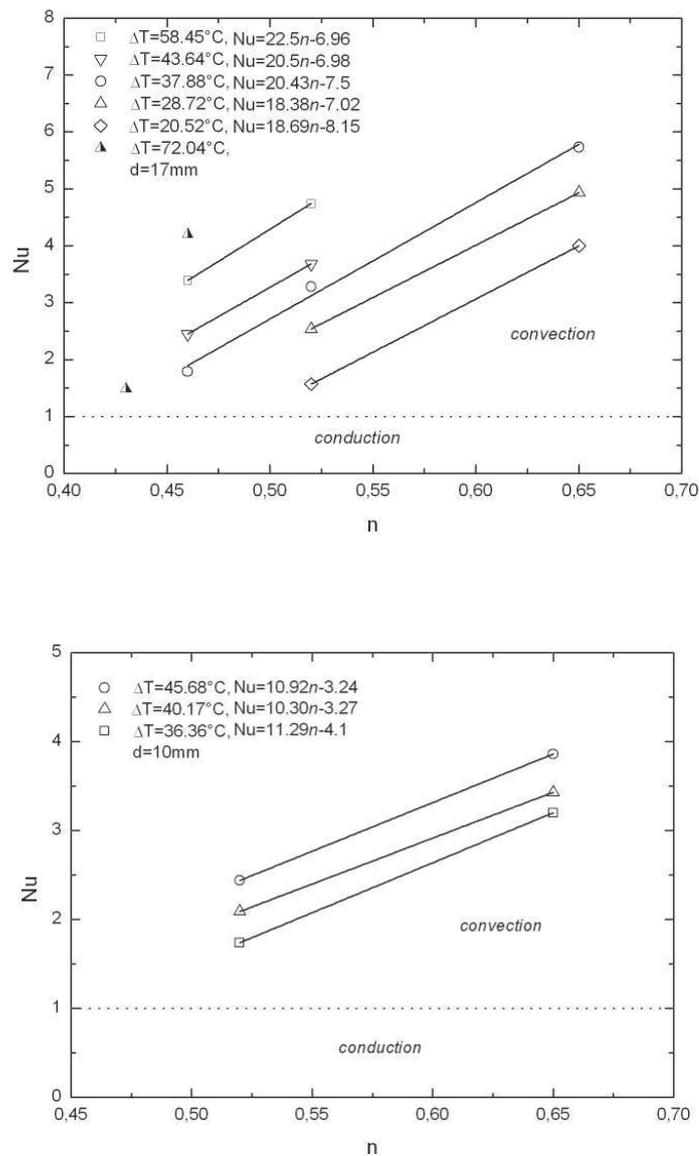


FIGURE 4.2.16: Influence de l'indice rhéologique de la loi de puissance sur le transfert thermoconvectif de Rayleigh-Bénard.

### 4.3 Visualisations

La technique d'ombroscopie nous a permis de visualiser les différentes formes d'écoulement thermoconvectif dans l'eau et dans les dilutions de Carbopol 940. Dans les premières visualisations des phénomènes thermoconvectifs, nous avons choisis le lait comme ma-

tériau pour la plaque inférieure; il s'agit du  $CuZn5\%$ . Cette plaque est chromée, afin d'empêcher l'oxydation due au contact continu avec les fluides, puis polie, pour permettre la réflexion de la lumière, mais le polissage est d'une qualité ordinaire. Concernant la plaque supérieures, un disque en verre ordinaire transparent est utilisé en guise de fenêtre d'observation du phénomène.

La conductivité thermique du  $CuZn5\%$  est  $\sim 400$  fois supérieure à celle de l'eau; pour le verre, elle est de  $\sim 1.2 \frac{W}{m^{\circ}C}$  [44]. Cette valeur est le double que celle de la conductivité thermique des fluides. Le temps caractéristique de la diffusion thermique verticale  $t_v$  dans le verre est de  $13,51s$  pour une épaisseur  $e = 3mm$ , avec  $t_v = e^2/\kappa[s]$  ( $\kappa$  est sa diffusivité thermique,  $\kappa_{verre} = 6.66 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s}$ ).

Les premiers résultats de visualisation donnent des images striées et d'une mauvaise qualité optique, cela étant dû au polissage non approprié qu'a subi la plaque inférieure : nous observons la présence de stries, de sillons et d'ondulations légères parfois difficilement observables à l'œil nu; c'est la visualisation par ombroscopie qui a permis de révéler ces défauts de surface qui altèrent la qualité des images, et cela étant dû au polissage non approprié qu'a subi la plaque. Dans le but d'obtenir des images plus nettes et pour des raisons économiques, nous optons pour le remplacement de la plaque polie miroir par un miroir ordinaire en verre.

Après la présentation de quelques images concernant des phénomènes observés dans la cellule expérimentale où la plaque réfléchissante est en laiton, nous présenterons d'autres visualisations obtenues dans une configuration où la plaque inférieure est remplacée par un miroir en verre ordinaire. Cette solution a permis d'avoir des images sans stries, propres, et qui donnent une idée qualitative de l'apparition et de l'évolution des mouvements thermoconvectifs. Certes, ces résultats devraient être différents si les plaques utilisées étaient de très bonne qualité thermique et optique; cependant, nous avons au moins observé les instabilités.

*Remarque :* Concernant les visualisations, les gradients thermiques mentionnés dans les configurations laiton-verre et verre-verre se sont des mesures brutes, ils n'ont pas subi de corrections qui permettraient de prendre en compte l'erreur due à la justesse de mesure. Veuillez vous rapporter à la section 3.3 et 3.4 du chapitre 3.

## 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

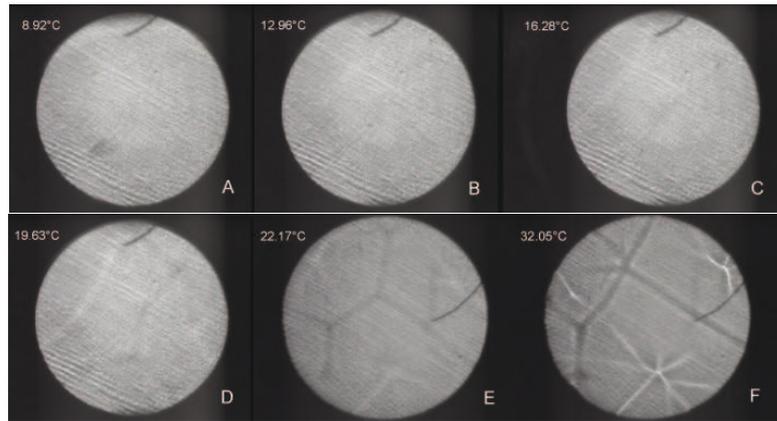


FIGURE 4.3.1: Série d'images (vue du haut de la cellule) obtenues par la technique d'ombroscopie, traitant de l'évolution des formes d'instabilité thermoconvectives dans une dilution de 0.04%wt en Carbopol 940 dans l'eau distillée. Le jeu utilisé est de 17mm, et la plaque inférieure est en laiton, chromée et polie, tandis que la plaque supérieure (fenêtre d'observation) est en verre ordinaire de 3mm d'épaisseur. Les lignes sombres représentent les courants chauds, et les lignes claires, les courants froids. Nous pouvons observer une multitude de stries qui affectent la qualité et la sensibilité des visualisations.

### 4.3.1 Visualisation dans le cas où la plaque inférieure est en laiton pour le 0.04%wt et le 0.045%wt, $d = 17mm$

Dans cette configuration de plaques, nous avons observé des stries qui altèrent et parasitent les images (Figure 4.3.1) ; de ce fait, il a fallu les traiter numériquement en ajustant leur contraste, pour pouvoir observer difficilement les mouvements de convection (Figure 4.3.2). De ce fait et pour d'autres raisons que nous allons citer dans les paragraphes suivants, les visualisations pour ce cas de choix de plaques sont réalisées seulement pour les deux concentrations 0.04%wt et 0.045%wt en Carbopol 940 dilués dans l'eau distillée.

Les images sont prises dès que la mesure de l'écart de température est stabilisée. Pour le fluide de concentration 0.04%wt et pour un jeu de 17mm, la première détection visuelle des formes thermoconvectives est effectuée à  $\Delta T \simeq 12.96^\circ C$  (Image B, Figure 4.3.2). Dans cette configuration (CuZn5% - verre), l'écart de température est mesuré en même temps, et sa valeur critique, obtenue par l'observation du changement de pente du flux thermique *conduction-convection*, est égale à  $\simeq 5.8^\circ C$ . L'écart avec la détection visuelle est donc de  $\simeq 7.16^\circ C$ . Rappelons que, dans configuration où les deux plaques sont en CuZn5%, l'écart de température critique  $\Delta T_C \simeq 2.77^\circ C$ . Dans ces conditions, ce qui se passe entre le moment de la détection de l'écart de température critique par la mesure et

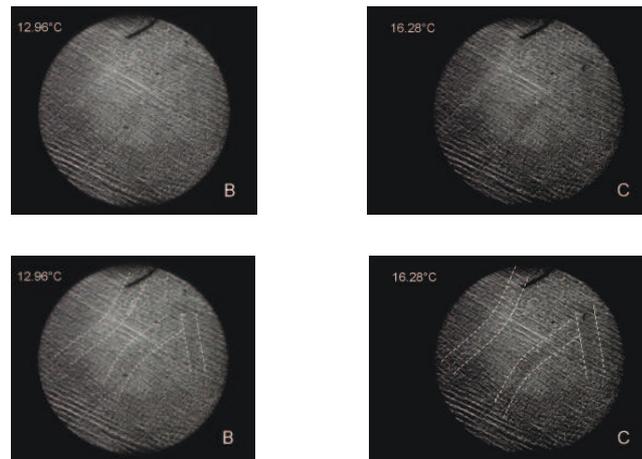


FIGURE 4.3.2: Images traitées numériquement, montrant le début de l'apparition des instabilités thermoconvectives dans une dilution de 0.04%wt en Carbopol 940 dans l'eau distillée, plaque inférieure en laiton chromée et polie. Le jeu  $d = 17mm$ . Les traits délimitant les formes de convection n'étant pas assez précis, les formes sont dessinées approximativement, à l'œil nu.

la détection par ombroscopie des premières formes de mouvements de convection, reste inconnu. Quelles sont les premières formes qui apparaissent au début des instabilités ? Et comment évoluent-elles ? Ce sont des questions qui restent ouvertes pour l'instant.

Les formes d'écoulements thermoconvectives généralement observées dans la Figure 4.3.2 ne sont pas très claires au début de leurs apparitions ; nous ne pouvons pas les distinguer et en tirer des jugements. Cependant, nous pouvons noter la présence de polygones stationnaires dans l'image « E » à  $\Delta T \simeq 22.17^\circ C$  (Figure 4.3.1). Toujours dans la même Figure, nous distinguons clairement dans l'image « F » plusieurs formes radiales au centre des cellules, à un  $\Delta T = 32.05^\circ C$ . Ces formes marquent un régime d'écoulement tri-dimensionnel instationnaire.

D'autres séries de visualisations ont été réalisées concernant la convection de la solution 0.045%wt pour un jeu de 17mm (Figure 4.3.3). Le changement de pente *conduction-convection* est observé avant la détection visuelle des formes d'instabilité ; l'écart de température critique mesuré est  $\Delta T_C \simeq 17.5^\circ C$ . Rappelons que dans les expériences effectuées, où les plaques inférieure et supérieure sont en laiton,  $\Delta T_C \simeq 17.4^\circ C$ . Le fait de changer le matériau de l'une des plaques n'a pas influencé la détection de  $\Delta T_C$ . Nous évoquerons plus loin l'influence de la conductivité thermique des plaques sur les échanges thermoconvectifs.

La détections par ombroscopie des mouvements thermoconvectifs a eu lieu à un écart de

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

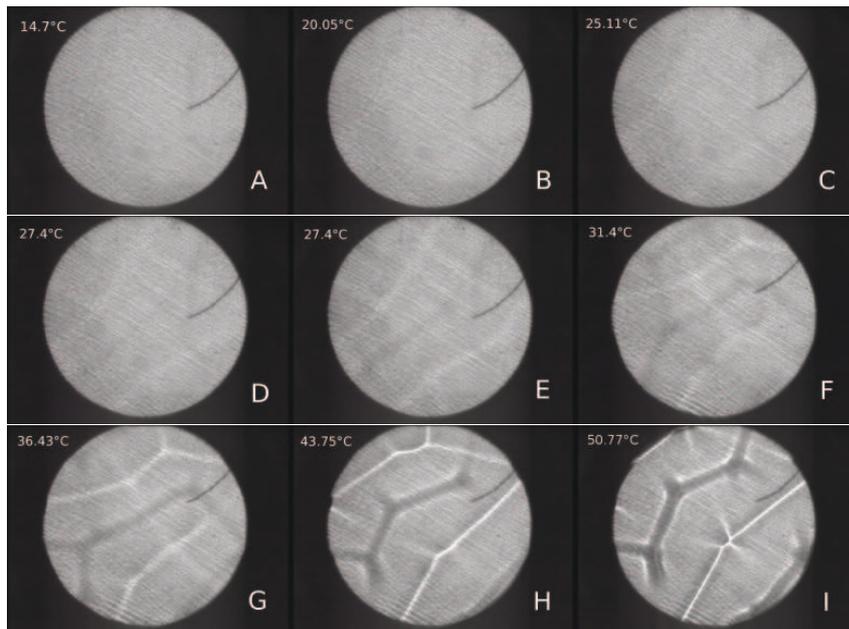


FIGURE 4.3.3: Série d'images de l'évolution des instabilités thermoconvectives dans une dilution de 0.045%wt en Carbopol 940 dans l'eau distillée,  $d = 17\text{mm}$ . La plaque inférieure est en laiton, et la plaque supérieure, en verre ordinaire.

température  $\Delta T = 25.11^\circ\text{C}$  (Image « C »). Un écart de  $7.61^\circ\text{C}$  est remarqué entre les deux techniques de détection ; il est du même ordre de grandeur que l'expérience citée dans le paragraphe précédant concernant le 0.04%wt. La sensibilité du dispositif de détection par ombroscopie est donc de l'ordre de  $\sim 7^\circ\text{C}$  d'écart en plus par rapport à la détection par changement de pente du flux thermique annonçant la transition *conduction-convection*.

Les premières formes observées correspondent à des rouleaux de convection à  $\Delta T = 25.11^\circ\text{C}$ . Il n'est pas aisé de distinguer ces rouleaux dans l'image « C » sur la Figure 4.3.3. Pour rendre l'image « C » plus lisible, nous avons effectué un changement au niveau de contraste (Figure 4.3.4). Les rouleaux de convection sont maintenant facilement observables. Quand  $\Delta T$  augmente, nous pouvons voir sur la Figure 4.3.3 que les mouvements de convection deviennent de plus en plus visible et « naturellement » contrastés, et que les formes de convection s'établissent de plus en plus et occupent de plus en plus de volume. À titre d'exemple, pour le même  $\Delta T$ , les images « D » et « E » sont prises à deux intervalles de temps différents.

À des  $\Delta T = 31.4^\circ\text{C}$  (image « F » Figure 4.3.3), de nouvelles ramifications sont observées dans les rouleaux ; ce sont les rouleaux croisés stationnaires qui prennent place. Ces croisements sont plus visibles dans l'image « G » avec l'augmentation du flux thermique imposé, ici, l'écart de température est de  $36.43^\circ\text{C}$ . Dans l'image « H », on remarque à

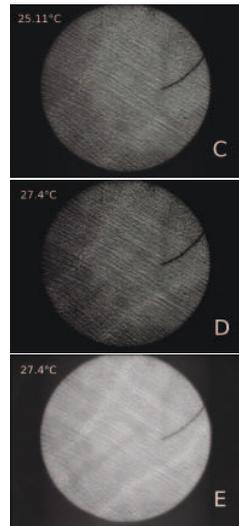


FIGURE 4.3.4: C et D, images contrastés pour permettre l'observation des formes d'instabilité thermoconvective dans une dilution de 0.045%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée. La plaque inférieure est en laiton,  $d = 17mm$ .

$\Delta T = 43.75^\circ C$  le début du régime tridimensionnel instationnaire, et à  $\Delta T = 50.77^\circ C$ , des formes radiales de convection (*spoke-patterns*).

### 4.3.2 Visualisation dans le cas où la plaque inférieure est un miroir en verre ordinaire

Afin d'obtenir des images nettes et sans stries, nous avons réalisé d'autres séries de visualisations en remplaçant la plaque inférieure en laiton par un miroir en verre ordinaire. Cette manœuvre nous a permis d'obtenir des images d'une qualité acceptable. Les thermocouples de mesure de  $\Delta T$  ont été placés contre la surface externe des plaques supérieure et inférieure. Par rapport au fluide, ils sont donc placés à une distance égale à l'épaisseur des plaque ( $3mm$ ). L'écart de température entre les deux plaques est mesuré en continu. Des instabilités thermoconvectives sont observées.

#### 4.3.2.1 Visualisation de la convection pour le 0.045%wt, $d = 17mm$ , plaques : verre-verre

Pour les visualisations du fluide 0.045%wt pour un  $d = 17mm$  (Figures 4.3.5 et 4.3.6), les premières instabilités observées présentent des formes de distorsions locales dans l'image, distorsions qui sont nommées *noyaux de convection*. On distingue des irrégularités sin-

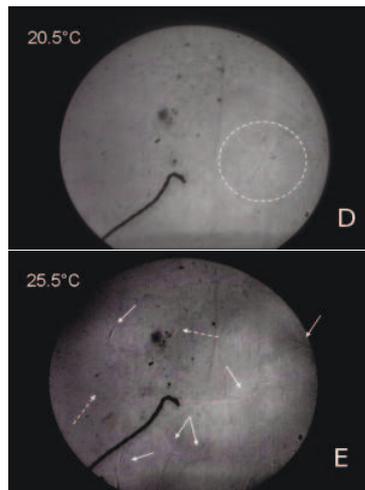


FIGURE 4.3.5: Images D et E contrastées afin de pouvoir observer les premières formes d'instabilité thermoconvective dans une dilution de 0.045%wt de Carbo-pol 940. La plaque inférieure est un miroir ordinaire,  $d = 17mm$ . L'écart de température critique mesuré est  $\Delta T_C = 23^\circ C$ , tandis que les premières formes de convection sont observées à un écart de température égal à  $20.5^\circ C$ .

gulières du contraste (Image « D » ; Figures 4.3.5). Ici,  $\Delta T = 20.5^\circ C$ , tandis que  $\Delta T_C$  mesuré après le changement de pente *conduction-convection*, donne un  $\Delta T_C \simeq 23^\circ C$ . L'écart s'explique par le fait que les instabilités thermoconvectives restent très localisées dans le volume du fluide, et que l'échange thermoconvectif dans ces premiers noyaux thermoconvectifs ne suffit pas à réduire l'écart thermique entre les deux plaques de manière homogène. Rappelons que, dans la configuration des plaques *laiton-laiton*,  $\Delta T_C \simeq 17.4$ , soit un écart de  $5.6^\circ C$  de moins par rapport à la valeur mesurée de  $\Delta T_C$ , et  $2^\circ C$  pour le cas de la configuration des plaques *laiton-verre*.

Dans cette dernière configuration, les premières formes d'instabilités thermoconvectives nettement observées (Images « F », « G » et « H », à  $\Delta T = 33.2^\circ C$  ; Figure 4.3.6) sont des pentagones stationnaires non-uniformes. On remarque par la suite, pour ce même écart de température (Images « I », « J », « K » et « L »), qu'une partie des cellules se sont transformées en rouleaux croisés directement, ce qui marque le début des mouvements stationnaires tridimensionnels. Ces rouleaux coexistent avec d'autres cellules de formes pentagonales (Image « L » avec un  $\Delta T = 33.2^\circ C$  ; Images « M », « N », « O » et « P » où  $\Delta T = 44.7^\circ C$  ). Le contraste des images augmente au fur et à mesure que les formes se stabilisent et se répandent dans le volume, et surtout avec l'augmentation de la quantité du flux thermique imposé au système.

Dans l'image « Q », on distingue des formes radiales de convection à  $58.6^{\circ}\text{C}$  ; une autre bifurcation est observée. L'écoulement est instationnaire et les formes de convection deviennent plus complexes ; les croisements entre les lignes sombres et les lignes claires se multiplient. Le mouvement de ces formes est de plus en plus important. Les images « T » et « U » sont prises à deux intervalles de temps différents.

#### 4.3.2.2 Visualisation de la convection pour le $0.047\%wt$ , $d = 17mm$ , plaques : *verre-verre*

À présent, observons les instabilités thermoconvectives dans un fluide ayant une concentration de  $0.047\%wt$  en Carbopol 940, pour un jeu  $d = 17mm$  (Figures 4.3.7 et 4.3.8). La première instabilité est observée à  $\Delta T = 28.35^{\circ}\text{C}$  (Image « D ») puis à  $\Delta T = 31.4^{\circ}\text{C}$  (Image « F »). Après réajustement de la focale, des zones claires apparaissent ; elles deviennent plus évidentes dans l'image « G » à  $\Delta T = 34^{\circ}\text{C}$ . Les cellules pentagonales stationnaires apparaissent à  $\Delta T = 40^{\circ}\text{C}$  (Image « K »). Ces cellules tendent à fusionner à partir de  $\Delta T = 42.3^{\circ}\text{C}$  (Image « O ») pour former des rouleaux stationnaires. Dans l'image « P » (bas de la cellule de convection), on observe que ces rouleaux coexistent avec des pentagones. L'écoulement stationnaire tridimensionnel est observé dans les images « R », « S », « T » et « U » à  $\Delta T = 52.1^{\circ}\text{C}$ . Le système devient instationnaire à partir de  $\Delta T = 55.3^{\circ}\text{C}$  (Image « V » dans la Figure 4.3.26 ; Images «  $V_1$  », «  $V_2$  » et «  $V_3$  » dans la Figure 4.3.9) où l'on observe clairement l'apparition de formes de mouvement radial jusqu'à l'image « Z' » à  $\Delta T = 67.2^{\circ}\text{C}$ . Les valeurs des écarts de température associés aux différents points de bifurcation sont supérieures aux valeurs mesurées pour les points de bifurcation similaires dans la convection du  $0.045\%wt$  et pour un jeu de  $17mm$  ; cela est probablement dû à l'influence des propriétés rhéologiques telles que le seuil de contrainte sur le  $\Delta T_C$  ou la rhéofluidification des fluides sur le  $\Delta T$  au-delà de l'enclenchement du début des instabilités thermoconvectives, quand le fluide est en écoulement.

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

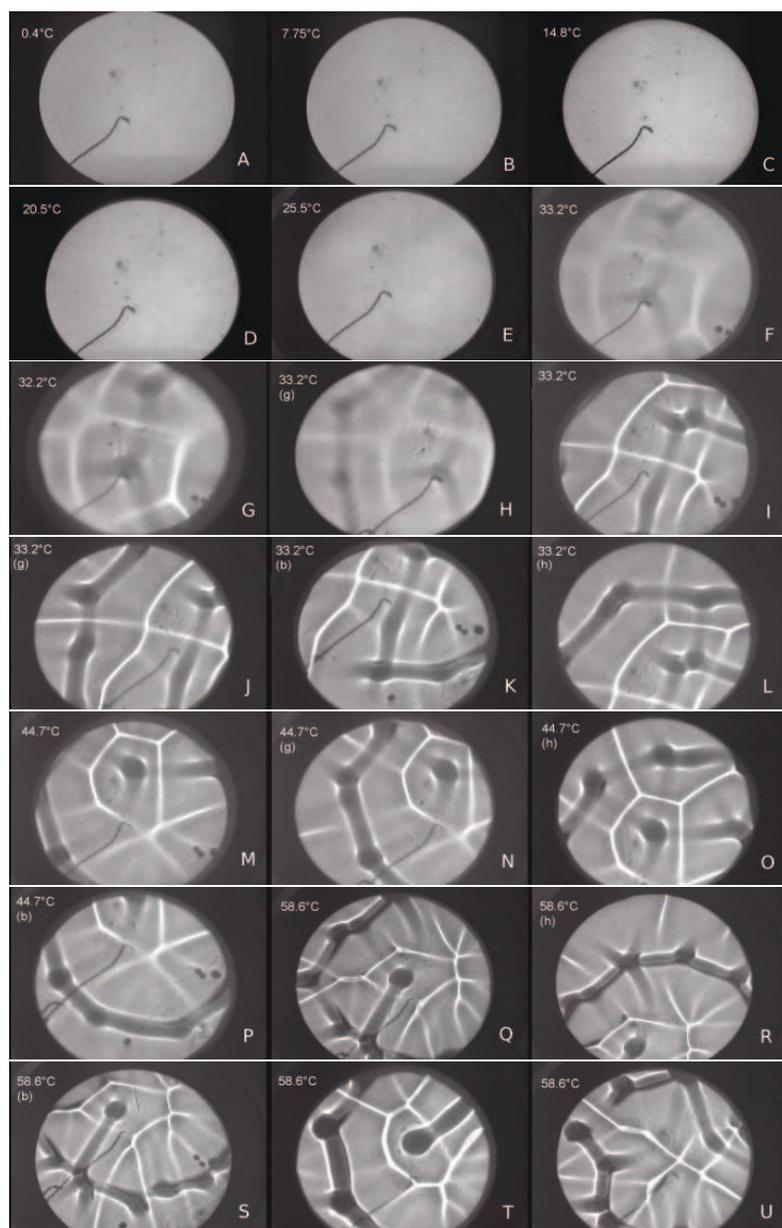


FIGURE 4.3.6: Évolution des formes d'instabilités thermoconvectives dans une dilution de 0.045%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée. La plaque inférieure est un miroir en verre ordinaire,  $d = 17mm$ . L'écart de température critique mesuré  $\Delta T_C \simeq 23^\circ C$ . Le fil au milieu est un thermocouple permettant de mesurer la température de la plaque supérieure. La petite tache sombre observable légèrement sur la gauche de la cellule, depuis « A » jusque « F », est une accumulation de résidus provenant du circuit de refroidissement. Les lettres (g), (h) et (b) inscrites au-dessous des valeurs de l'écart de température ou de la puissance électrique, désignent la zone expérimentale couverte par la visualisation, avec (g) : zone située dans la partie gauche de la cellule, (h) : zone située en haut de la cellule, (b) : zone située en bas de la cellule (voir chapitre trois, Figure 3.2.6).

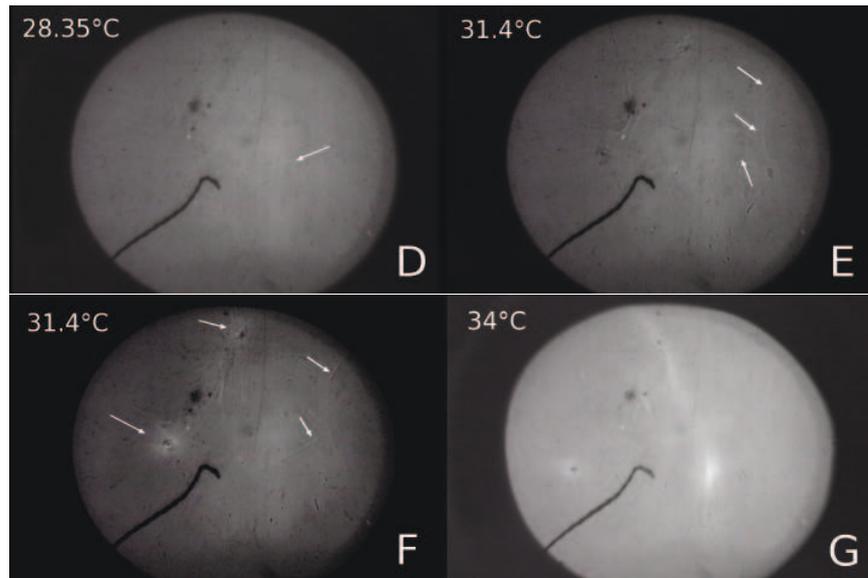


FIGURE 4.3.7: Images contrastées montrant le début de l'apparition des instabilités thermoconvectives dans une concentration de 0.047%wt du Carbopol 940,  $d = 17\text{mm}$ . Une déformation locale est observée sur l'image « D »  $\Delta T = 28.35^\circ\text{C}$ . Sur l'image « E »  $\Delta T = 31.4^\circ\text{C}$ , on observe deux déformations, sous la forme de deux lignes croisées ; leur contraste est différent du reste de l'image. L'image « F » est prise au même écart de température que l'image « E », mais avec un changement de focale ; en plus des observations précédentes, nous pouvons observer deux taches plus claires que le reste. Les taches se situent à gauche et en haut de l'image. A  $\Delta T = 34^\circ\text{C}$  (image « G »), l'observation des zones d'instabilité devient plus évidente même sans traitement numérique des images.

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

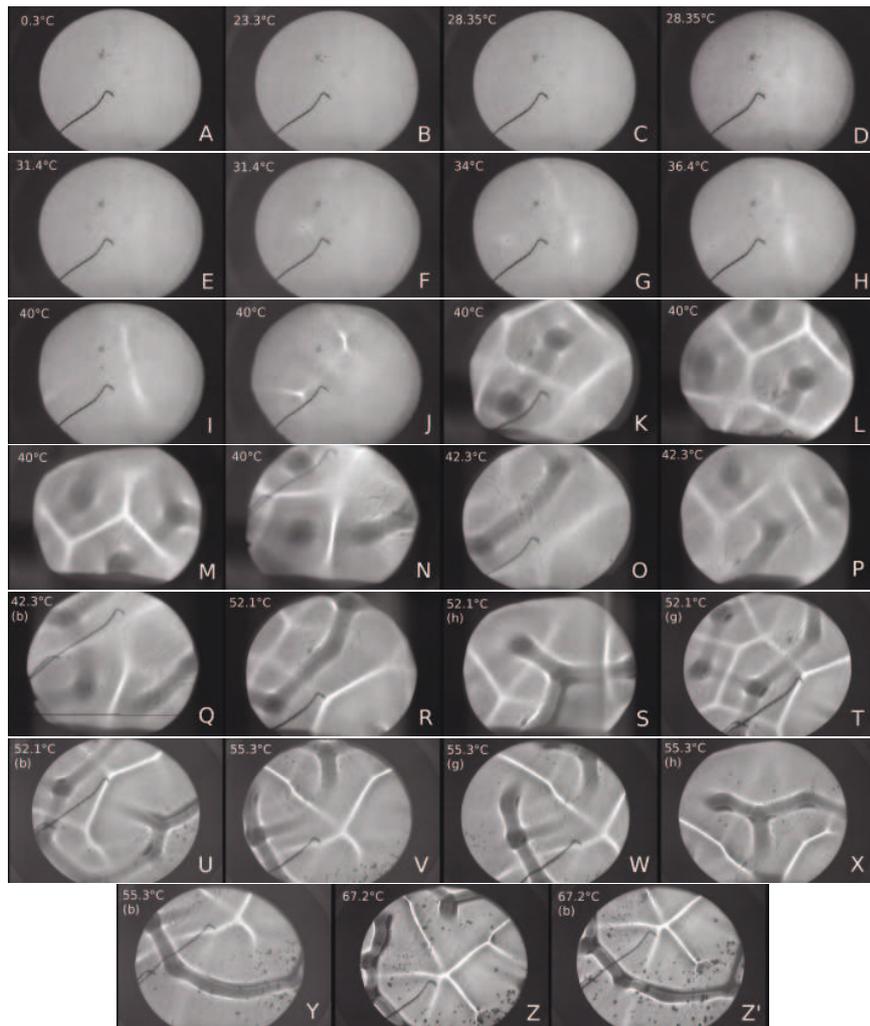


FIGURE 4.3.8: Série d'images de l'évolution des instabilités thermoconvectives dans une dilution de 0.047%wt en Carbopol 940 dans l'eau distillée  $d = 17mm$ . L'image « D » n'est que l'image « C » qui a subi un changement de contraste. À  $\Delta T = 28.35^\circ C$  (image « C »), une déformation locale de contraste est observée et représente le début d'une instabilité thermoconvective (voir aussi image « C » dans la Figure suivante). L'image « F » est prise au même écart de température que l'image « E », mais avec un changement de focale. De l'image « A » à « J », les zones claires sont des zones chaudes ; le changement de focale a permis l'inversion du contraste. Ce phénomène, purement optique, est connu sous le nom d'effet « *Talbot* ». A partir de l'image « K », nous avons changer la focale plus au moins à sa position initiale afin d'inverser le contraste. Les centres des cellules sont les front chauds ; le fluide remonte au centre de la cellule pour retomber suivant les lignes claires qui sont aux frontières entre les cellules thermoconvectives. La plaque inférieure utilisée dans cette expérience est un miroir ordinaire, et la plaque supérieure est en verre ordinaire. Légende : Image prise (h) du haut de la cellule ; (b) du bas de la cellule ; (g) à gauche de la cellule.

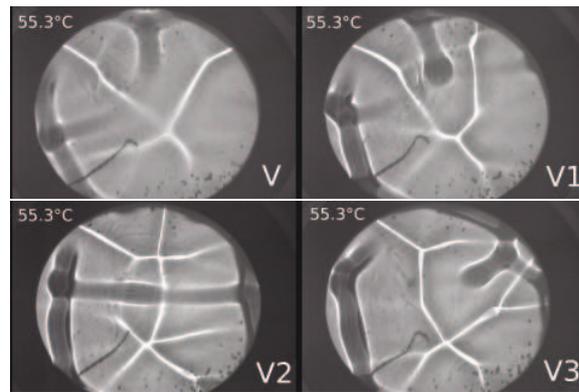


FIGURE 4.3.9: Différentes images traitant de l'évolution des instabilités thermoconvectives dans une dilution de 0.047%wt en Carbopol 940, avec un jeu  $d = 17mm$ . Les images sont prises à différents intervalles de temps pour le même écart de température  $\Delta T \simeq 55.3^\circ C$ . Les mouvements sont instationnaires et complètement turbulents; des cellules de convection se forment et disparaissent, de nouvelles frontières se créent ou fusionnent entre ces cellules. On note l'apparition dans tout le volume de formes d'écoulement en rayons nommées « spoke-patterns ».

#### 4.3.2.3 Visualisation de la convection pour le 0.04%wt, $d = 4mm$ , plaques : verre-verre

Nous présentons maintenant, dans les Figures 4.3.10 et 4.3.11, des images traitant d'une expérience de convection de Rayleigh-Bénard pour un jeu  $d = 4mm$ . Le fluide étudié est une dilution de 0.04%wt de Carbopol 940. Ici, les plaques de confinement sont en verre.

Nous observons l'évolution de l'expérience à des écarts de température établis. Une première déformation, qui semble être un début d'instabilité thermoconvective, est difficilement observée à  $\Delta T = 32.8^\circ C$  (Image « D » dans les Figures 4.3.10 et 4.3.11). Cette instabilité devient plus évidente avec l'augmentation de l'écart de température, si nous observons l'image « E » pour un  $\Delta T = 38.2^\circ C$ . L'écart de température critique obtenu par le changement de pente est  $\Delta T_C = 43.5^\circ C$ .

Nous varions le flux thermique, augmentant sa valeur. La puissance imposée est à présent de 92.45W, le  $\Delta T$  mesuré (Image « I ») s'étant stabilisé à une valeur de 47.75°C. Nous avons testé l'effet du paramètre de la durée de l'application du flux thermique sur la mesure après la stabilisation de  $\Delta T$ . Nous avons pu observer que, sur une durée de  $\sim 8$  heures, les formes de convection cellulaires deviennent clairement visible et se multiplient. Après la stabilisation des formes thermoconvectives, l'écart de température décroît en se stabilisant à une valeur égale à 45.8°C (Image « J »). On peut observer cette

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

variation de l'écart de température pour la même puissance de chauffe dans la courbe de puissance (Graphique du haut dans la Figure 4.3.12).

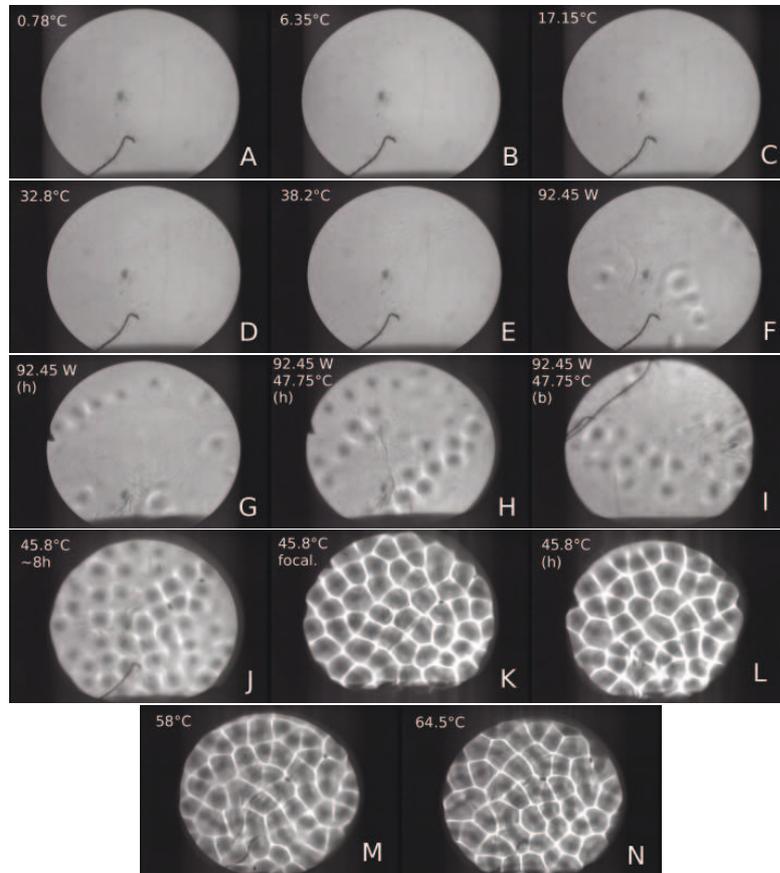


FIGURE 4.3.10: Série d'images de l'apparition des instabilités thermoconvectives dans une dilution de 0.04%wt en Carbopol 940 dans l'eau distillée,  $d = 4\text{mm}$ . La plaque inférieure est un miroir ordinaire. Légende : Image prise (h) du haut de la cellule, (b) du bas de la cellule, (g) de la gauche de la cellule.

Dans l'image « J », les formes de convection observées sont stationnaires et occupent tout le volume. Après l'ajustement de la focale (images « K » et « L »), les formes observées sont plus évidentes, elles prennent une apparence polygonale non-uniforme, et restent les seules formes observées durant toute l'expérience. La dominance des formes pentagonales est remarquable ; celles-ci coexistent avec quelques cellules tétraogonales, voire même avec d'autres, de forme trigonale. En observant les images « K », « M » et « N », on peut distinguer que les frontières entre les cellules se sont modifiées à chaque niveau d'énergie thermique imposée, avec un changement de la disposition des cellules. La vitesse des mouvements de ces cellules polygonales reste faible. L'écart de température maximum atteint dans cette expérience est de 64.5°C, sans que l'on remarque l'apparition de la

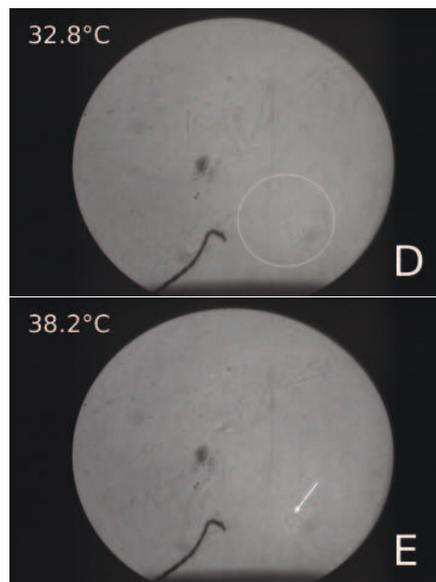


FIGURE 4.3.11: Images traitées du début de l'apparition des instabilités thermoconvectives dans une dilution de  $0.04\%wt$  en Carbopol 940 dans l'eau distillée. Le jeu  $d = 4mm$ . Une déformation est difficilement observée sur l'image « D », le cercle montre l'extension de l'instabilité, tandis que sur l'image « E », la déformation observée auparavant dans « D » est plus contrastée, plus visible, et elle s'est concentrée. La plaque inférieure est un miroir ordinaire.

moindre bulle d'air.

L'influence de la conductivité thermique des plaques est également observée. Durant le régime conductif,  $Nu$  est égal à 0.5, alors qu'il doit théoriquement être égal à l'unité. Les temps d'échange thermique dans le verre et dans le fluide se rapprochent et le fluide a du mal à évacuer la chaleur fournie par la résistance de chauffe. Une partie de la chaleur est absorbée essentiellement par la paroi latérale et aussi le bas de la cellule de convection. La valeur maximale atteinte de  $Nu$  est de l'ordre de 0.66. Dans la Figure 4.3.12, nous pouvons constater que la ligne de conduction théorique et la ligne de convection sont parallèles. Dans certaines conditions expérimentales et pour des plaques de confinement faiblement conductrices, l'échange thermoconvectif n'est alors pas plus efficace que le transfert thermo-conductif (voir la Section 3.3 du chapitre 4 dédiée au rôle et à l'effet de la conductivité thermique des plaques de confinement sur les échanges thermiques, ainsi qu'à l'apparition et à l'évolution des mouvements de convection).

### 4.3.2.4 Expérience de Rayleigh-Bénard sur l'eau, $d = 4mm$

Nous proposons à présent une expérience portant sur l'eau avec un jeu de  $4mm$ . Dans notre travail, cette cellule a le plus grand rapport d'aspect étudié ( $\Gamma = 22.375$ ). Les résultats seront comparés avec ceux effectuées sur le  $0.04\%wt$  pour le même jeu. L'eau reste un fluide classique avec des comportements connus dans l'étude du phénomène de Rayleigh-Bénard. En comparaison avec la théorie et les études expérimentales citées dans la littérature, les résultats obtenus pour la mesure de l'écart de température critique sont acceptables.

Dans la Figure 4.3.13, aucune instabilité n'est observée avant un  $\Delta T \simeq 6.25^\circ C$ , où nous observons les premières instabilités pour un  $Ra \simeq 1600.17$ . Le  $\Delta T_C$  correspondant à la valeur théorique de  $Ra_C = 1708$  est de  $6.46^\circ C$  (les propriétés physique du fluides ont été relevées à la température moyenne correspondante). *A priori*, des formes polygonales<sup>4</sup> stationnaires apparaissent. Ces formes marquent la signature d'une expérience *non-Boussinesq* (voir les images « C », « C' », « D » et « D' »). Pour le même  $\Delta T$ , et après une certaine durée de temps, des polygones ont fusionnés pour donner naissance à des rouleaux stationnaires de convection (images « E », « E' », « F », « F' », « G » et « G' »). Pour différentes valeurs de l'écart de température, on remarque la coexistence entre les rouleaux et les polygones. Les polygones fusionnent davantage pour former les rouleaux, jusqu'à atteindre un  $\Delta T = 11.7^\circ C$  correspondant à un  $Ra \sim 8 \cdot 10^3$  (image

---

4. Les images ne sont pas assez claires pour définir la forme exacte des cellules.

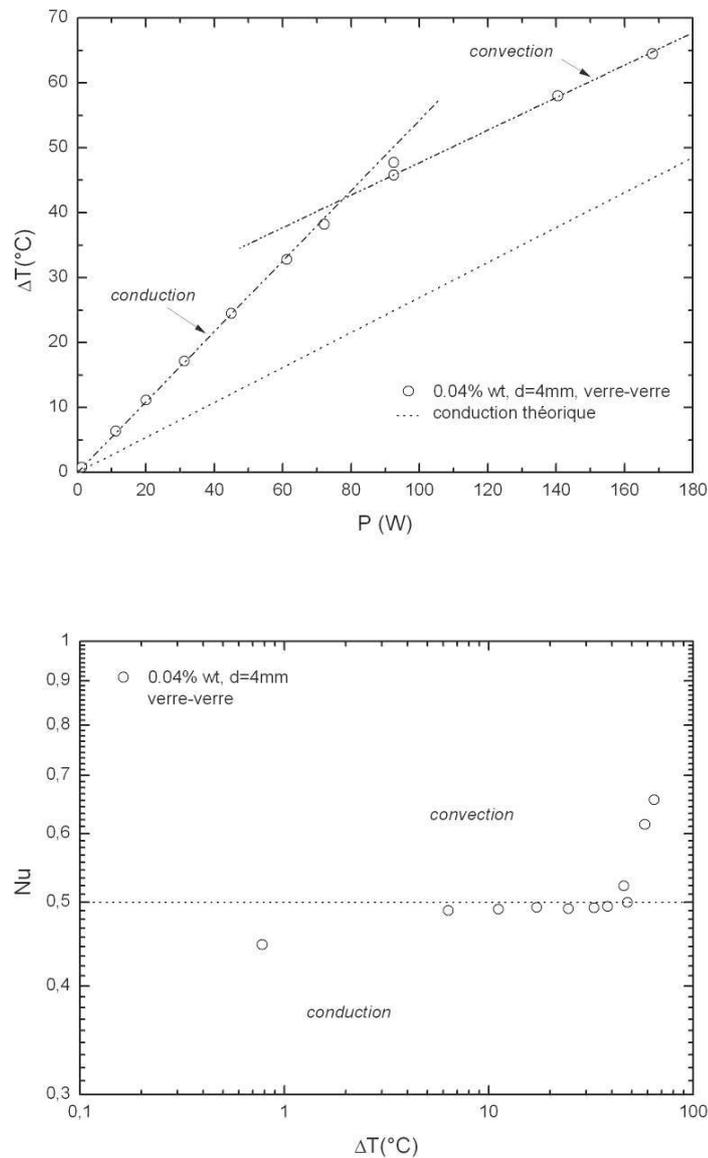


FIGURE 4.3.12: Haut : Changement de pente du flux thermique pour le fluide 0.04%wt.  $d = 4\text{mm}$ . Configuration des plaques : verre – verre. Bas : évolution du nombre de Nusselt en fonction de l'écart de température pour le fluide 0.04%wt. Les plaques sont en verre. Ici, la valeur mesurée du nombre de Nusselt marquant la limite conduction-convection (théoriquement  $Nu = 1$ ) est 50% plus faible, cette valeur est égale à  $\sim 0.5$ , ce qui signifie que, pendant le transfert thermique par conduction, il y a une différence de 50% entre le flux thermique imposé et celui qui traverse réellement le fluide.

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

« L » Figure 4.3.14).

Pendant le passage de la puissance de chauffe vers  $45W$ , les derniers polygones disparaissent pour former un réseau de rouleaux stationnaires dans tout le volume ; le  $\Delta T$  mesuré atteint sa stabilité à  $17.25^\circ C$  et le nombre de Rayleigh est maintenant d'une valeur égale à un peu plus de  $Ra \sim 10^4$  (Image « U »). Ces rouleaux devient instationnaires au passage à  $80W$ . Après la stabilisation des mesures, l'écart de température atteint  $28.25^\circ C$ , et le nombre de Rayleigh  $\sim 3 \cdot 10^4$  ( $\approx 30 \cdot Ra_C$ ) ; cette valeur se rapproche parfaitement de la valeur bibliographique du nombre de Rayleigh de transition vers le régime instationnaire. À  $Ra \sim 6 \cdot 10^4$  ( $\sim 40 \cdot Ra_C$ , Image « AC »), et pour un  $\Delta T \simeq 41^\circ C$ , nous observons le début des mouvements radiales (*spoke-patterns*). Ces formes vont se développer davantage à  $Ra \sim 13 \cdot 10^4$  ( $\approx 83 \cdot Ra_C$ ) pour  $\Delta T = 56.74^\circ C$  (Image « AE »). La turbulence commence vers une valeur légèrement supérieure à  $Ra \sim 2 \cdot 10^5$ , correspondant à un écart de température égal à  $66^\circ C$  (Image « AH »).

Dans les Figures 4.3.16 et 4.3.17, nous observons la valeur du Rayleigh critique de transition *conduction-convection* pour un  $Nu \sim 0.5$ , il est égale à 1600. Nous remarquons aussi qu'à l'approche de la valeur du nombre de Rayleigh de  $10^5$ , le nombre de Nusselt tend vers une valeur constante dans la limite des valeurs atteintes, et que le flux thermoconvectif tend à se stabiliser. Il est important de noter que l'efficacité du transfert thermique augmente avec le nombre de Rayleigh. La limite maximale de  $Ra$  dépend du rapport d'aspect et aussi des propriétés physiques du fluide<sup>5</sup>. La valeur du nombre de Rayleigh critique mesurée pour l'eau, pour un  $d = 4mm$ , est proche de la valeur théorique 1708. Quand le rapport d'aspect augmente (ici avec la diminution de  $d$ ) le  $Ra_{C.(mesuré)} \rightarrow Ra_{C.(théorique)}$  [35][36].

Si nous comparons ses visualisations avec celles du  $0.04\%wt$  pour le même  $d$ . On peut constater pour l'apparition des premières instabilités et pour les visualisation au même ordre de grandeur de  $\Delta T$  :

- Les premières instabilités thermoconvectives apparaissent à  $\sim 6^\circ C$  au lieu de  $\sim 47^\circ C$  pour le  $0.04\%wt$ . Les mouvement de base du début des instabilités thermoconvectives pour les deux fluides sont des polygones.
- À  $17^\circ C$  le  $0.04\%wt$  est toujours en conduction comparé à l'eau qui présente déjà des mouvements thermoconvectifs de formes de rouleaux.
- Les formes observés durant toute l'expérience sur le  $0.04\%wt$  sont des polygones, où les mouvements devient instationnaires entre  $45^\circ C$  et  $58^\circ C$ . Tandis que l'eau présente

---

5. Pour les fluides newtoniens, un fluide très visqueux dissipe moins de chaleur par convection qu'un autre fluide moins visqueux. Pour la même cellule et pour le même  $d$ , la valeur du nombre de Rayleigh maximal atteint est plus faible dans le premier cas que dans le deuxième.

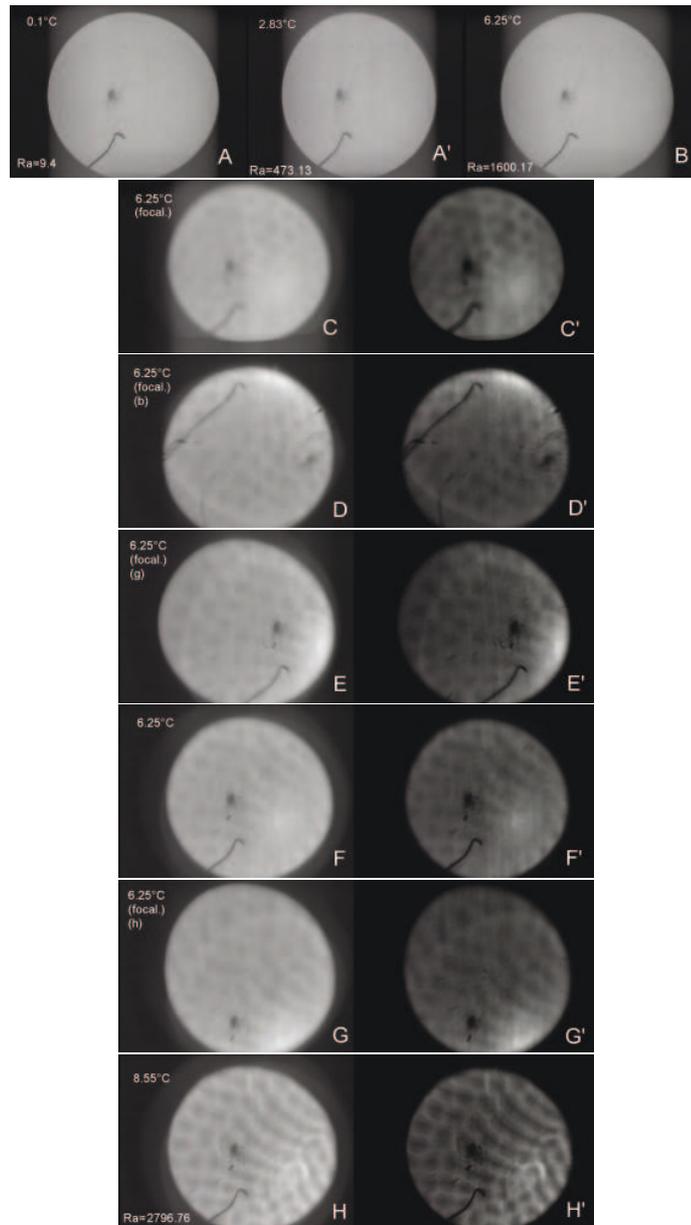


FIGURE 4.3.13: Série d'images de l'apparition des instabilités thermoconvectives dans l'eau distillée. La plaque inférieure est un miroir en verre ordinaire,  $d = 4\text{mm}$ . L'écart de température critique correspondant à la valeur théorique de  $Ra_C = 1708$  est  $\Delta T_C = 6.46^\circ\text{C}$ . Nous avons observé les premières instabilités à un  $\Delta T \simeq 6.25^\circ\text{C}$  (Images « C » et « C' ») pour un nombre de Rayleigh critique mesuré de  $Ra_C \simeq 1600.17$ . Les images nommées avec « ' » sont les images portant la même lettre, traitées numériquement avec une correction de contraste. Légende : l'image est prise : (h) du haut de la cellule, (b) du bas de la cellule, (g) de la gauche de la cellule.

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

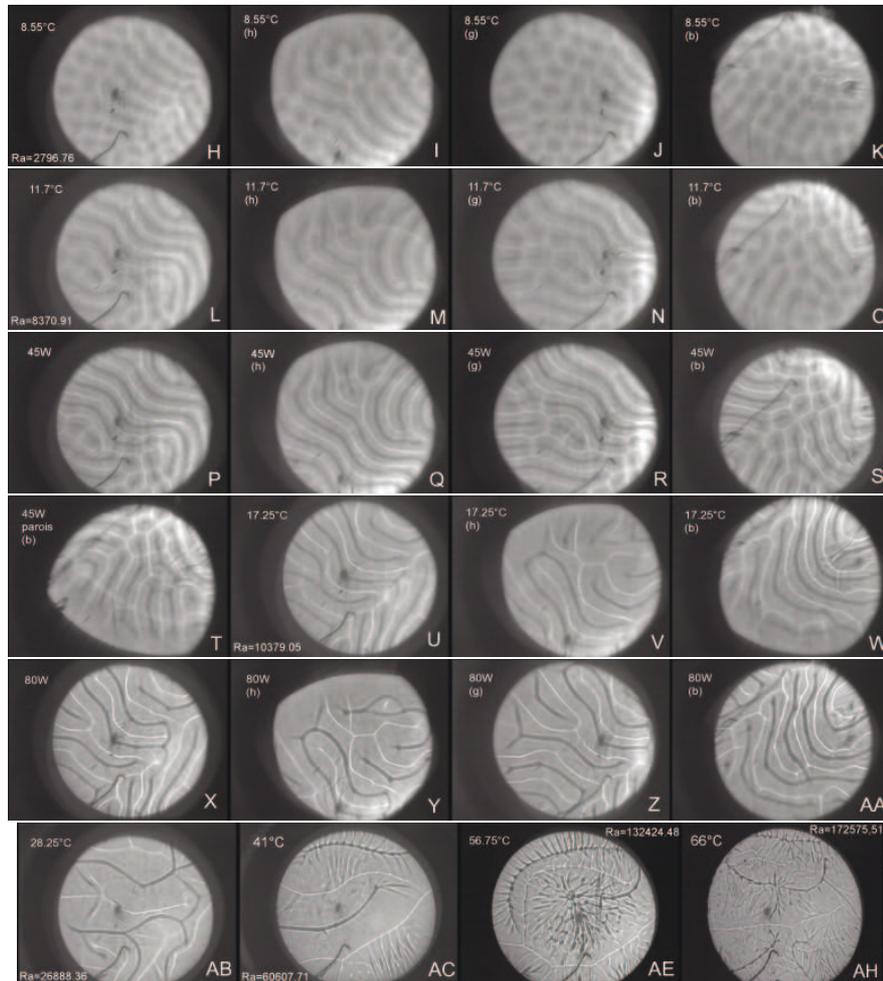


FIGURE 4.3.14: Évolution des formes d'instabilité thermoconvective dans l'eau distillée,  $d = 4mm$ . Les différents nombres de Rayleigh de transition entre les régimes sont mentionnés; ils sont proches des valeurs citées dans la littérature (voir diagramme des régimes de convection). Les formes deviennent instationnaires à  $Ra \approx 30 \cdot Ra_C$  (Image « X »). Les formes de convection en rayons sont observables à  $Ra \approx 40 \cdot Ra_C$  (Image « AC »). Légende : image prise (h) du haut de la cellule, (b) du bas de la cellule, (g) de la gauche de la cellule.

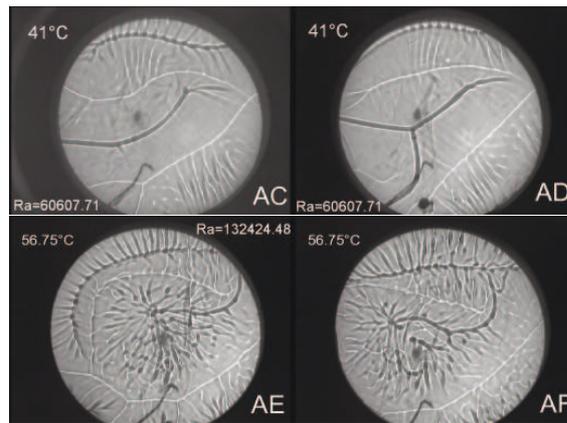


FIGURE 4.3.15: Images de convection de l'eau ( $d = 4\text{mm}$ ) prises à deux intervalles de temps pour deux écarts de température différents; en haut  $\Delta T \simeq 41^\circ\text{C}$  et en bas  $\Delta T \simeq 56.75^\circ\text{C}$ .

presque tout les régimes de convection, jusqu'à l'apparition de la turbulence à la fin de l'expérience à  $66^\circ\text{C}$ .

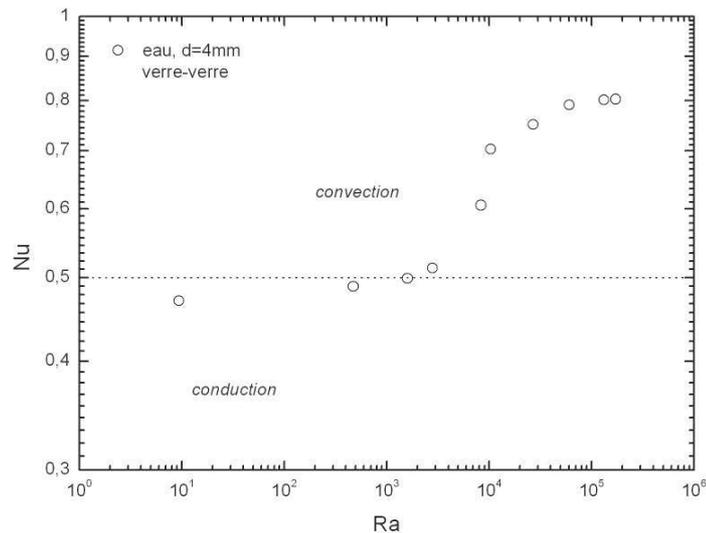


FIGURE 4.3.17: Évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh pour l'eau;  $d = 4\text{mm}$ ,  $\Delta T_C \sim 6^\circ\text{C}$ ,  $Ra_C \approx 1600$ ; configuration des plaques : *verre - verre*.

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

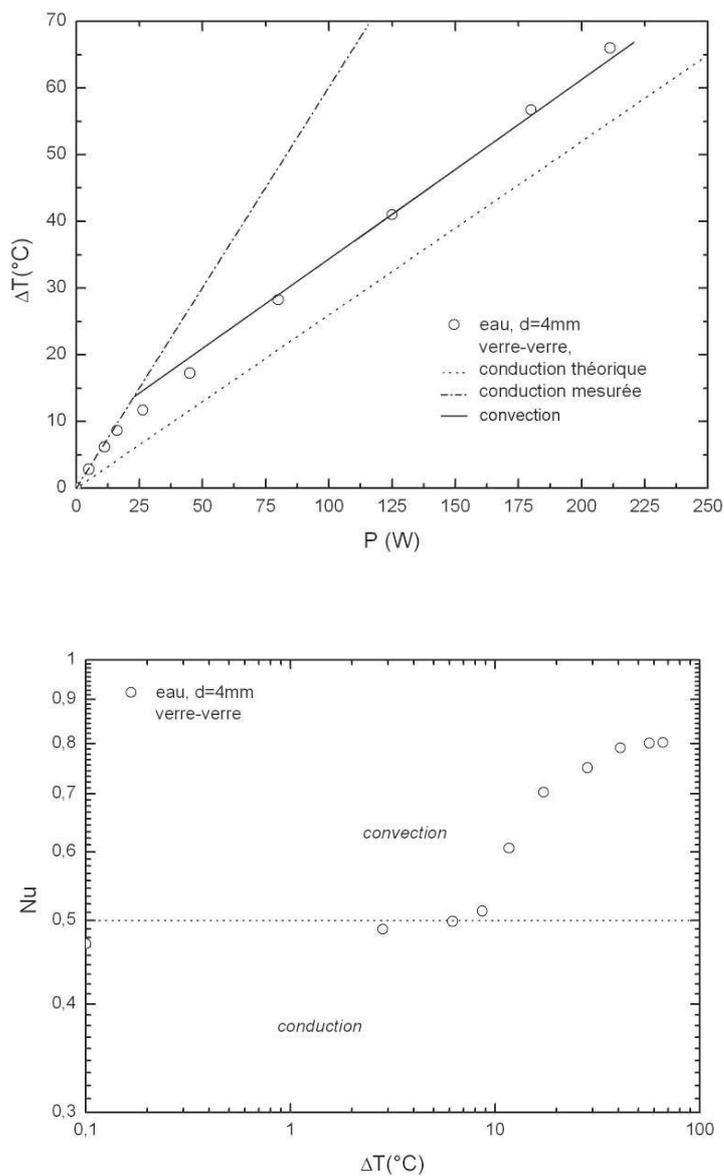


FIGURE 4.3.16: Étude de la convection dans l'eau ( $d = 4\text{mm}$ ,  $\Delta T_C \sim 6^\circ\text{C}$ ). En haut : observation du changement de pente du flux thermique pour l'eau. En bas : évolution du nombre de Nusselt en fonction de  $\Delta T$  pour l'eau.  $\Delta T_{C_{théorique}} \sim 6.46^\circ\text{C}$ . Les deux plaques sont en verre.

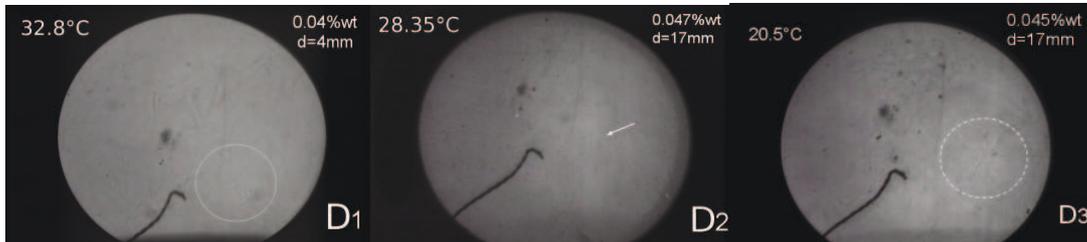


FIGURE 4.3.18: Localisation par la technique d'ombroscopie de la première instabilité thermoconvective pour différentes expériences traitant de différents fluides, image « D1 » : 0.04%wt avec  $d = 4mm$ , « D2 » : 0.047%wt, « D3 » : 0.045%wt. Le jeu pour les deux dernières expériences est de 17mm.

### 4.3.3 Remarques supplémentaires sur quelques visualisations :

D'après les visualisations, les premières instabilités observées par la technique d'ombroscopie apparaissent dans un endroit identique pour différentes expériences (Figure 4.3.18). Cette similitude pourrait être due à la géométrie, mais aussi à la disposition et à la répartition spatiale du matériau résistant du film chauffant. Concernant l'influence de la géométrie, vu la dépendance de  $Ra$  en  $d^3$ , nous pouvons penser à l'effet des ondulations des surfaces de contact entre les plaques et le fluide. Dans cette hypothèse, l'épaisseur de la couche fluide n'est plus identique partout : il y a probablement des endroits où elle est plus importante et d'autres endroits où elle pourrait être plus faible ; la convection peut alors s'enclencher plus facilement dans les zones où l'épaisseur de la couche fluide est plus importante.

Loin de la zone critique, des formes de convection presque identiques ont été observées au même endroit (Figure 4.3.19) pour deux expériences différentes. Ces remarques concernent les visualisations des mouvements de convection pour les fluides 0.047%wt et 0.045%wt, pour le même jeu. Si nous nous référons à sa distance du thermocouple, nous pouvons voir que la localisation des croisements des lignes froides (ici, les lignes de convection claire) et d'une ligne chaude se trouvent presque au même endroit pour les deux expériences.

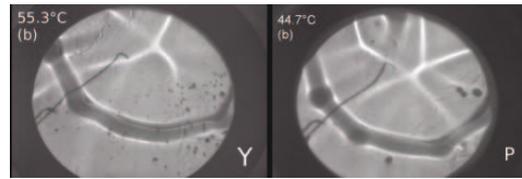


FIGURE 4.3.19: Comparaison des formes de convection entre deux expériences : le 0.047%wt (Image « Y ») avec  $\Delta T = 55.3^\circ C$ , et le 0.045%wt (Image « P ») où  $\Delta T = 44.7^\circ C$ . Le jeu  $d = 17mm$ . Dans les deux cas, le régime tridimensionnel-instationnaire est atteint et la similitude des formes thermoconvectives est observée.

### 4.4 Observations de la dynamique des mesures

Afin d'entamer une étude plus précise et ciblées sur la dynamique du phénomène de convection, un travail en amont beaucoup plus approfondie devrait êtres effectué. Il est judicieux donc de mieux adapter les moyens et les procédures de mesure ainsi que ceux utilisés pour la visualisation. De telles études pourraient faire l'objet d'un sujet de recherche futur dans notre laboratoire.

Nos travaux de recherche se sont essentiellement intéressés aux mesures stationnaires. Nous allons évoquer dans cette section quelques observations élémentaires sur la dynamique de ce du phénomène.

Ici, l'étude de la dynamique comporte trois points essentiels :

- Le régime conductif : il consiste à l'évaluation du temps de l'équilibre thermique des frontières des fluides (des plaques).
- Approche du point critique : où les fluctuations de la température donne une information sur le début des instabilités thermoconvectives.
- Le régime convectif loin du passage critique : où nous observons l'influence de la rhéofluidification sur l'échange thermique.

#### 4.4.1 Temps caractéristique de la relaxation thermique durant le régime conductif

Tenant compte à la fois des propriétés physiques de l'échantillon, des matériaux utilisés dans la conception de l'expérience, ainsi que les spécificités du matériel de régulation, on constate que les temps caractéristiques des échanges thermiques définissent en quelque sorte les fluctuations de température aux frontières du fluide étudié.

$d[mm]$	$t_v[s]$	$t_v[min]$	$t_v[h]$	$t_h[s]$	$t_h[min]$	$t_h[h]$
4	114.28	1.90	0.031	2557.01	42.61	0.710
10	714.28	11.90	0.198	6392.80	106.54	1.775
17	2064.28	34.40	0.573	10858.11	180.96	3.016
60	25714.28	428.57	7.142	38314.27	638.57	10.642

TABLE 4.4.1: Temps caractéristiques de diffusion thermique verticale et horizontale dans l'eau pour différents jeux ( $d = 4mm$ ,  $d = 10mm$ ,  $17mm$  et  $60mm$ ). La diffusivité thermique de l'eau à  $20^\circ C$  est  $\kappa_{eau} = 1.4 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s}$ .

La concurrence entre le temps de diffusivité thermique du fluide et celui des plaques définit certaines évolutions des formes de convection et la transition entre les différents régimes [9]. L'établissement des formes de convection dans tout le volume du fluide dépend du temps de diffusion thermique horizontale  $t_h$ , qui dépend lui-même de la géométrie de la cellule de convection et du temps caractéristique de la relaxation thermique verticale  $t_v$  avec :

$$t_v = \frac{d^2}{\kappa} \quad (4.4.1)$$

Le temps d'établissement des formes thermoconvectives est mesuré sur une échelle dépendant de  $t_h$ , avec :

$$t_h = \Gamma \cdot t_v \quad (4.4.2)$$

Certains phénomènes d'établissement de formes de convection peuvent durer  $10 \cdot t_h$ . L'utilisation de cellules ayant un faible rapport d'aspect avec certains fluides rend certaines expériences impraticables [9].

Le tableau 4.4.1 illustre les valeurs temporelles de la diffusion thermique verticale et horizontale; elles sont calculées selon les propriétés physiques de l'eau pour différentes cellules de convection :

Durant le régime conductif du transfert thermique, l'évolution de  $\Delta T$  dans le temps évolue d'une manière exponentielle<sup>6</sup>, selon la formule suivante :

$$\Delta T(t) = \Delta T_{finale} - (\Delta T_{finale} - \Delta T_{initiale}) \cdot \exp\left(-\frac{t}{t_v}\right) \quad (4.4.3)$$

---

6. Nous remarquons l'analogie avec la charge d'un condensateur  $C$  à travers une résistance électrique.

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

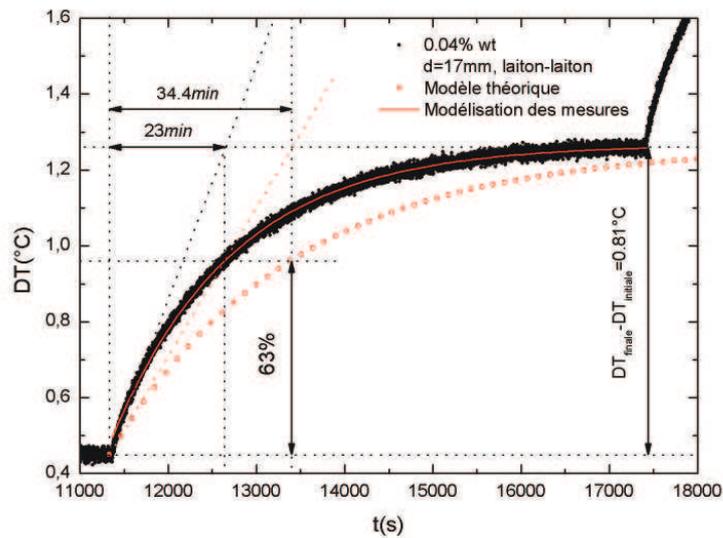


FIGURE 4.4.1: Mesures de la variation transitoire de l'écart de température pendant un transfert de chaleur par conduction pour la solution de 0.04%wt de Carbopol 940. Le passage se fait de  $0.45^{\circ}\text{C}$  à  $1.26^{\circ}\text{C}$ , ce qui correspond respectivement à une variation de la puissance de chauffe de 0 à  $0.8\text{W}$ . Cela représente un flux thermique d'une densité surfacique égale à  $31.8\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ . Le jeu  $d = 17\text{mm}$  et les plaques rigides sont en laiton ( $\text{CuZn}5\%$ ).

L'amplitude maximale atteinte après l'établissement du régime permanent dépend de l'amplitude de la perturbation imposée, donc de la quantité de flux thermique imposée et bien sûr du jeu  $d$  et des propriétés physiques du fluide.

À titre d'exemple, pour une expérience de Rayleigh-Bénard sur le 0.04%wt avec un jeu de  $17\text{mm}$ , (Figure 4.4.1) ; au début de l'expérience, quand  $i = 0\text{A}$ , les deux plaques devraient théoriquement présenter la même température - celle imposée par le bain thermostaté, donc un  $\Delta T = 0^{\circ}\text{C}$ . Mais le temps de l'équilibre thermique de la cellule est trop grand pour que l'ensemble présente la même température ; dans ce cas, l'écart de température atteint pour  $i = 0\text{A}$  est de  $0.45^{\circ}\text{C}$  (voir la sous-sous-section 3.4.3.1 dans le chapitre 3). Nous commençons alors à imposer une puissance de chauffe de  $0.8\text{W}$ . Théoriquement pour cette valeur de puissance, l'écart de température final doit être d'une valeur de  $0.91^{\circ}\text{C}$ .

Entre la théorie et l'expérimentation, le comportement exponentiel du passage transitoire reste le même. Dans la Figure 4.4.1, les écarts de température initiaux et finaux utilisés dans le calcul de la modélisation théorique sont les mêmes obtenus de l'expérience. Nous

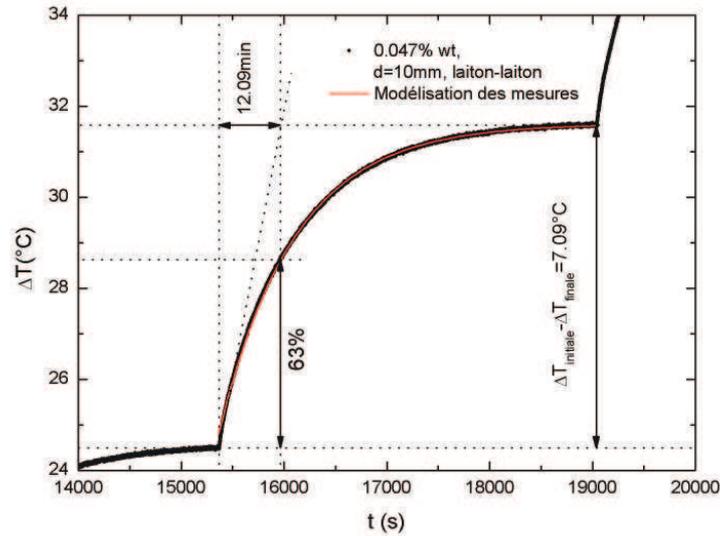


FIGURE 4.4.2: Mesures de la variation de l'écart de température durant le régime conducteur en régime transitoire pour la solution de 0.047%wt de Carbopol 940. Le passage se fait de  $24.5^\circ\text{C}$  à  $31.59^\circ\text{C}$ , ce qui correspond à une variation de la puissance de chauffe respectivement de  $36.72\text{W}$  à  $48.05\text{W}$ . Cela représente un flux thermique d'une densité surfacique égale à  $\approx 1910.53 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ . Le jeu  $d = 10\text{mm}$  et les plaques rigides sont en laiton  $\text{CuZn}5\%$ .

observons le temps caractéristique de la relaxation thermique verticale  $t_v$  à 63% de la variation de  $\Delta T$ . La modélisation des mesures expérimentales donne un  $t_v \approx 23\text{min}$ ; nous remarquons qu'il est un peu plus court que le temps caractéristique théorique. Ce temps est en pratique un ordre de grandeur du temps de transition entre deux paliers stationnaires. Nous estimons que le régime stationnaire est complètement établi à  $t = 5 \cdot t_v$ .

Si nous examinons le temps caractéristique de conduction pour le jeu  $d = 10\text{mm}$ , la Figure 4.4.2 montre l'évolution de  $\Delta T$  dans un régime transitoire entre deux points de mesures. Le fluide testé est une solution de 0.047%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée. Après interpolation des mesures et application du modèle mathématique (formule. 4.4.3), nous avons constaté que la valeur de  $t_v$  est égale à  $12.05\text{min}$ , ce qui équivaut à la valeur calculée théoriquement illustrée dans le tableau 4.5. Cela nous laisse penser que nos expériences avec les plaques de laiton donnent de très bons résultats par rapport à la théorie (voir le chapitre 3 section 3.3).

## 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

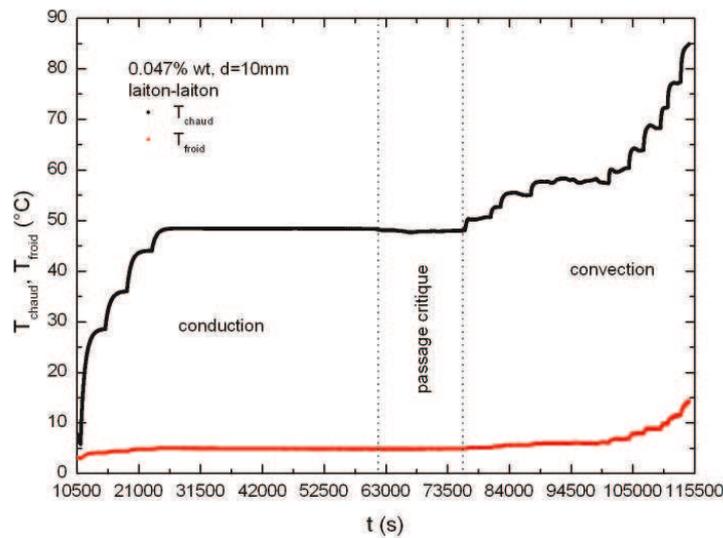


FIGURE 4.4.3: Dynamique des mesures de la température froide (en rouge) et de la température chaude (en noir) pour une solution de 0.047%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée. Le jeu  $d$  est de 10mm, les deux plaques confinant le fluides sont en laiton.

### 4.4.1.1 Performance du bain thermostaté

Le graphique suivant est présenté à titre qualitatif seulement ; il illustre la performance du bain thermostaté. Nous remarquons que le bain n'arrive pas à bien se stabiliser à la température froide voulue. La température froide augmente par paliers, au fur et à mesure que la puissance de chauffe imposée augmente. Cette augmentation devient plus importante pour des valeurs de flux plus importantes ; le flux thermique traversant verticalement la cellule est donc absorbé par le fluide de refroidissement et le système de refroidissement régulé du bain n'arrive pas à l'évacuer entièrement ; par conséquent,  $T_f$  augmente.

Le temps caractéristique de ce changement est égal au temps caractéristique de la conduction thermique dans l'eau pour le jeu en question ; vient s'y ajouter le temps de diffusion thermique dans la plaque inférieure<sup>7</sup>, qui reste négligeable par rapport au  $t_v$  du fluide.

Le thermocouple de mesure de  $T_{froide}$  se trouve au centre de la plaque supérieure à 0.5mm de la surface de contact avec le fluide étudié. Ici, et pour  $d = 10\text{mm}$ , ce temps caractéris-

7. Sachant que la diffusivité thermique du  $CuZn5\%$  est  $\kappa_{CuZn5\%} \approx 0.7 \cdot 10^{-4} \frac{m^2}{s}$ , le temps caractéristique de la diffusion thermique dans la plaque inférieure ayant 6mm d'épaisseur, est de l'ordre de 86s (1.4min).

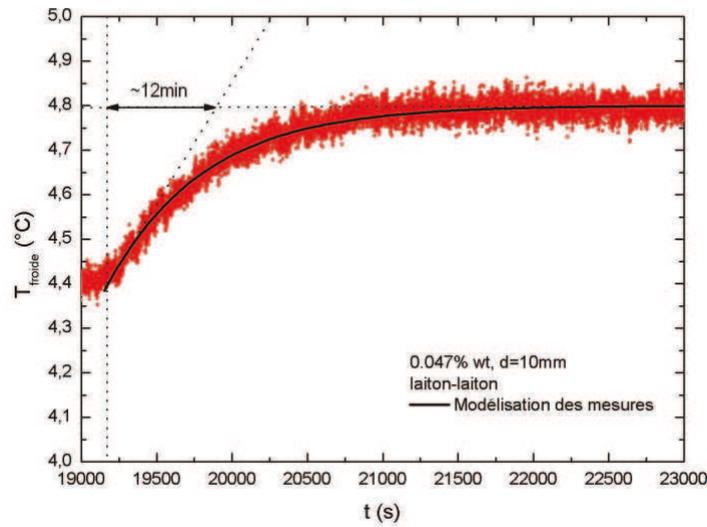


FIGURE 4.4.4: Évolution de  $T_{froide}$ . L'augmentation par palier est observée après le changement de la puissance de chauffe. Le temps caractéristique de stabilisation représente le temps de diffusivité thermique de la couche fluide étudiée. Ici, elle s'agit d'une solution de 0.047%wt de Carbopol 940. Le jeu  $d$  est de 10mm.

tique de stabilisation de la température est de l'ordre de 12min (Figure 4.4.4). L'amplitude de cette variation dépend du flux imposé. Après  $\sim 5 \times 12min$ , l'état stationnaire est atteint. Nous observons aussi, après l'enclenchement des instabilités thermoconvectives, loin de la zone critique, que la température froide fluctue moins  $T_C$  (Figure 4.4.5). La présence de la circulation de l'eau froide atténue les perturbations dues à l'intensification de l'échange thermoconvectif.

#### 4.4.2 Fluctuations de l'écart de température. Une signature du début des instabilités thermoconvectives

Les fluctuations de l'écart de température comportent une signature de la dynamique des écoulements thermoconvectifs. L'amplitude de ces fluctuations augmente avec l'amplification de la vitesse de convection. Le choix de matériaux et du matériel pour une bonne isolation thermique et une bonne régulation de la température froide, permettent d'observer ce phénomène dissipatif dans le fluide, sans que ce dernier soit affecté par des perturbations thermiques extérieures à la cellule. Ainsi, les fluctuations portent la

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

signature de l'échange thermique propre au fluide étudié.

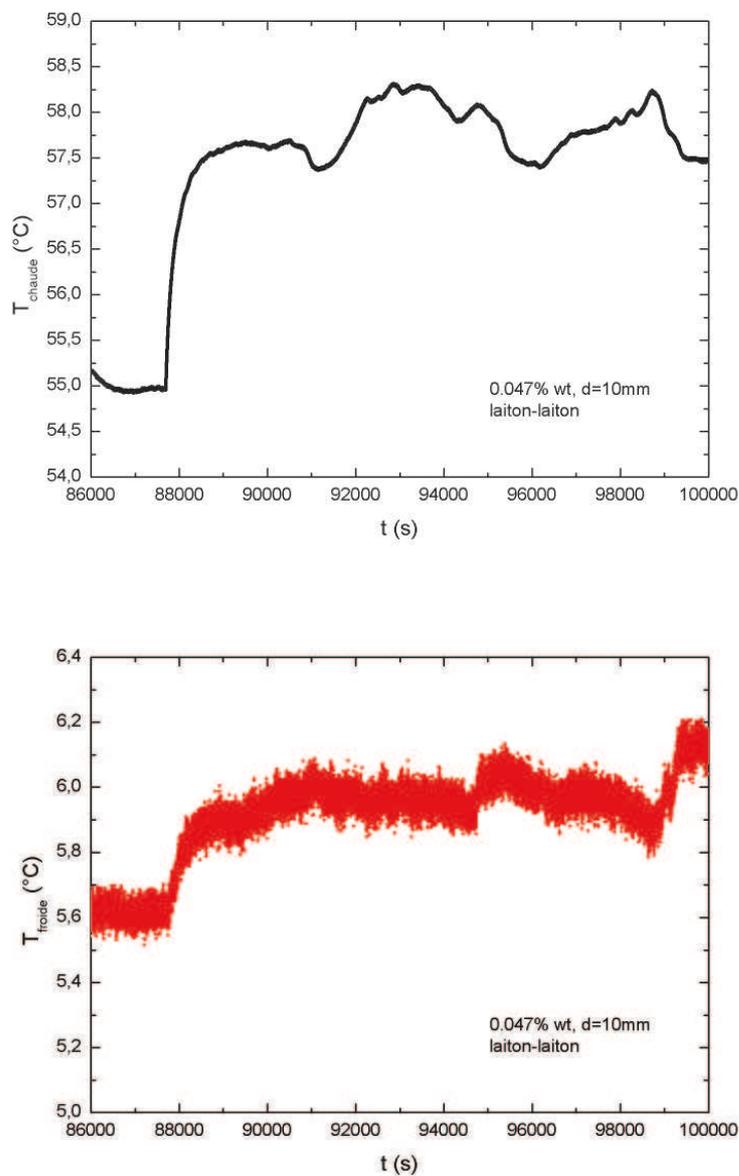


FIGURE 4.4.5: Comparaison des fluctuations de la température chaude (graphique du haut) et de la température froide (graphique du bas) pour une solution de 0.047%wt de Carbopol 940. Le jeu  $d$  est de 10mm.

L'acquisition de la température est effectuée de manière à enregistrer l'équivalent de trois points de mesures par seconde, c'est-à-dire avec une fréquence de  $\approx 3$ Hz. Les fluctuations des températures des deux plaques se superposent pour exprimer finalement la

variation de l'écart de température. Durant le régime conductif, le fluide est au repos. Les fluctuations mesurées ne sont en fait que la signature de l'évolution de l'échange thermique entre la cellule de convection et son environnement. Il s'agit ici, concernant la frontière supérieure, des effets des fluctuations thermiques du fluide de refroidissement, dus à l'asservissement du bain thermostaté, les déperditions thermiques vers l'extérieur *via* les tubes de circulation de l'eau de refroidissement et des caractéristiques de son écoulement. Concernant les frontières inférieures, ce sont les déperditions thermiques vers le bas de la plaque inférieure et *via* les parois latérales qui influencent l'échange thermique au sein du fluide.

L'analyse des fluctuations de  $\Delta T$ , est rendue complexe par les échanges thermiques entre la cellule et son environnement. Pour une très bonne compréhension des fluctuations de  $\Delta T$ , il est important de mesurer les fluctuations des deux plaques séparément. Puisque la plaque inférieure dépend directement des fluctuations propres à la régulation de la température du bain thermostaté, nous allons donc nous concentrer sur les fluctuations de la température chaude, car elle est moins affectée par la régulation thermique du bain thermostaté et l'étude de son évolution revient indirectement à étudier les fluctuations de  $\Delta T$ . La couche fluide joue un rôle d'isolant thermique qui participe à l'atténuation des fluctuations de la température due au système de régulation du bain thermostaté.

##### 4.4.2.1 Fluctuations de la température au premier point de référence ( $P = 0W$ ).

Nous allons voir à présent les fluctuations thermiques des deux plaques en l'absence de puissance de chauffe. Cela implique que les fluctuations de la température froide soient essentiellement celles du circuit de refroidissement. Concernant  $T_{chaude}$ , ce sont les effets propres à la chaîne électronique de mesure et à la réponse du fluide qui seront étudiées dans leur interaction avec l'environnement durant le régime conductif, ainsi que l'effet des fluctuations de la source froide.

##### Cas du fluide 0.045%wt, $d = 10mm$

Si nous prenons l'exemple des expériences de Rayleigh-Bénard réalisées pour un jeu  $d = 10mm$ , et sur une dilution de Carbopol 940 de 0.045%wt dans l'eau distillée. Les fluctuations du courant électrique ont été notées : elles sont de l'ordre de  $\pm 10^{-2}A$ . La fluctuation de la puissance électrique est donc de  $\pm 5 \cdot 10^{-4}W$ , ce qui conduit à une variation de la température chaude de l'ordre de  $\pm 10^{-3}^{\circ}C$ . Ainsi, les fluctuations de la température chaude issues des fluctuations du courant électrique ne sont pas observées

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

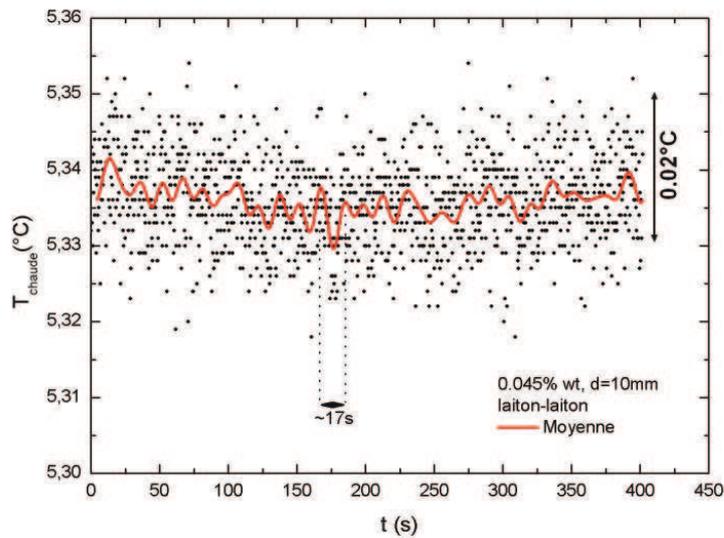


FIGURE 4.4.6: Fluctuations de la température de la plaque inférieure  $T_{chaude}$ . Le régime de transfert thermique est purement conductif avec  $\epsilon \approx -0.974$ . Les mesures sont réalisées en l'absence de puissance de chauffe ( $i = 0A$ ) pour une expérience de Rayleigh-Bénard dans une dilution de 0.045%wt de Carbopol 940 avec un jeu de 10mm. Les deux plaques rigides sont en laiton.

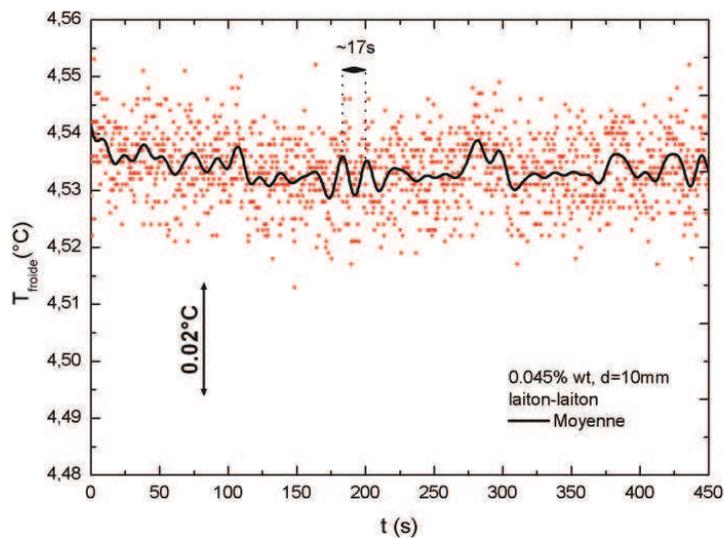


FIGURE 4.4.7: Fluctuations de la température de la plaque supérieure  $T_{froide}$ . Le régime de transfert thermique est purement conductif, avec  $\epsilon \approx -0.974$ . Les mesures sont réalisées en l'absence de puissance de chauffe ( $i = 0A$ ) pour une expérience de Rayleigh-Bénard dans une dilution de 0.045%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillé, avec un jeu de 10mm. Les deux plaques rigides sont en laiton.

devant l'amplitude des autres perturbations thermiques qui peuvent intervenir dans des expériences telles que la régulation du bain thermostaté et l'interaction entre la cellule expérimentale et l'air ambiant. Une période de 17s est observée où elle représente les fluctuations de base à  $P = 0W$ . Ce sont des fluctuations issues de l'échange thermique entre la cellule et son environnement avec le bain thermostaté inclus (Figures 4.4.6 et 4.4.7).

Maintenant et pour la même dilution,  $\epsilon \approx -0.086$  et pour une puissance imposée  $P \approx 45W$ . La Figure 4.4.8 présente les fluctuations de  $T_{chaude}$  et celles de  $\Delta T$ . La période des fluctuations principales pour  $\Delta T$  et  $T_{chaude}$  est de l'ordre de  $6min$ . A l'approche de la zone critique, cette période représente une nouvelle fréquence de fluctuation avec une augmentation de l'amplitude de  $\Delta T$ . Nous observons que l'amplitude de  $\Delta T$  varie de  $\pm 0.035^\circ C$ . Nous pouvons également observer que la température chaude a presque doublé d'amplitude par rapport à sa valeur quand  $\epsilon \approx -0.974$  : elle varie à présent de  $\pm 0.022^\circ C$ . Plus qu'on augmente la perturbation thermique, nous augmentant ainsi l'écart  $\Delta T$  et l'amplitude de l'échange thermique augmente à son tour.

Après le dépassement de l'écart de température critique ( $\Delta T \approx 31.67^\circ C$ ,  $\epsilon \approx 0.042$ ), d'autres fréquences apparaissent avec une période de l'ordre de  $2.4min$  pour une fluctuation d'amplitude de  $\pm 0.035^\circ C$ . Nous pouvons aussi observer les fluctuations secondaire de l'ordre de  $\sim 75s$  ( $\sim 1.25min$ ) (voir la Figure 4.4.9).

#### **Comparaison avec le cas du fluide 0.047%wt, $d = 10mm$**

Des fluctuations similaires sont observables dans une autre expérience portant sur un autre fluide, d'une concentration de 0.047%wt de Carbopol 940, et pour le même jeu ( $10mm$ ). Nous allons nous intéresser maintenant aux fluctuations  $T_{chaude}$ . Les fluctuations de la température froide imposée par le bain thermostaté n'affectent pas de manière considérable la variation de la température chaude. La couche du fluide étudié joue le rôle d'une résistance thermique qui atténue clairement les perturbations thermiques de la plaque supérieure. L'amplitude des fluctuations de la température chaude varie de  $\pm 0.02^\circ C$  avec des fluctuations périodiques de  $\sim 17s$  (Figures 4.4.10 et 4.4.11). L'amplitude est la même durant le régime conductif que celle observée pour la variation de  $T_{chaude}$  dans l'expérience sur le 0.045%wt, pour le même jeu.

Pour le fluide 0.047%wt, nous observons l'effet de l'augmentation de la concentration du Carbopol sur les fluctuations de  $T_{chaude}$  ; l'amplitude de ces variations est faible par rapport à l'expérience effectuée sur le 0.045%wt et pour le même jeu. Comme nous avons

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

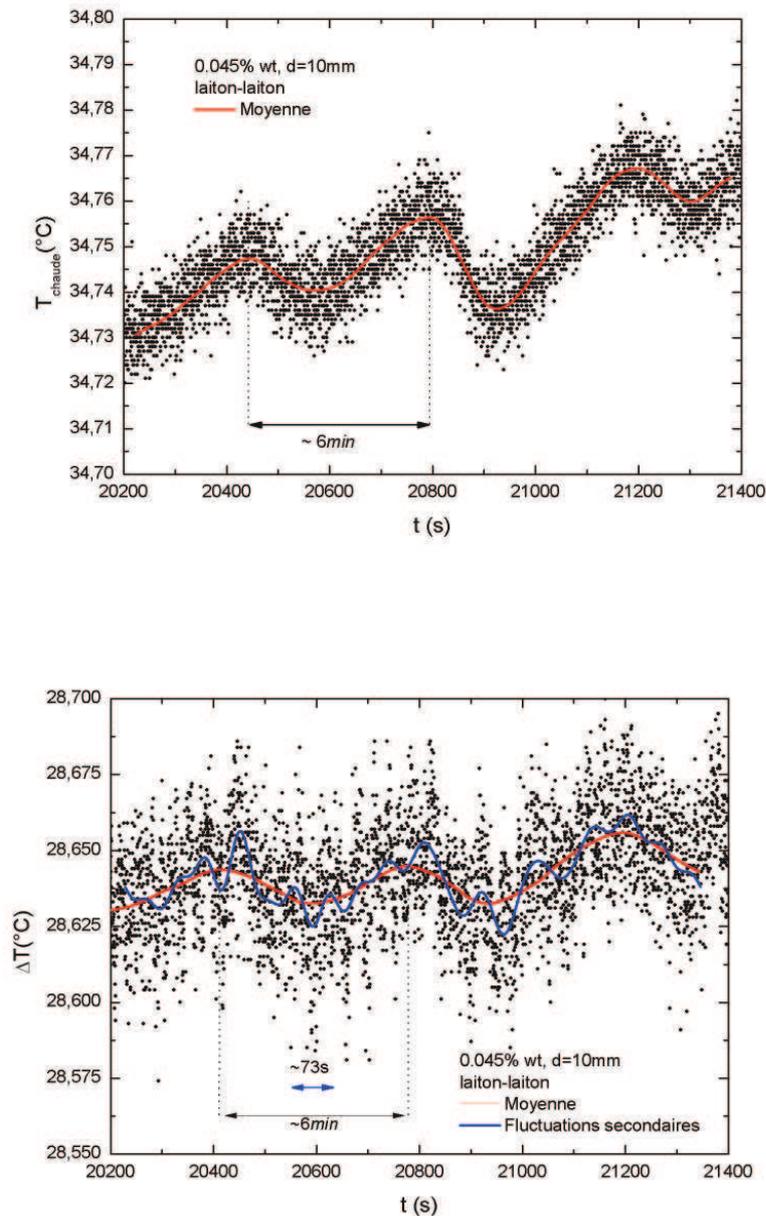


FIGURE 4.4.8: Fluctuations de l'écart de température au voisinage de la zone critique. En haut : fluctuations de  $T_{chaude}$  au voisinage de la zone critique. Les fluctuations principales sont observées pour une période de  $\sim 6min$ . En bas : fluctuations de  $\Delta T$ . Une autre fluctuation s'impose avec une période de  $\sim 73s$ . Ici, le jeu  $d = 10mm$  et le fluide étudié présente une concentration de  $0.045\%wt$  de Carbopol 940 dans l'eau distillée. La puissance imposée est  $P \simeq 45W$  ; elle correspond à  $\epsilon \approx -0.086$ .

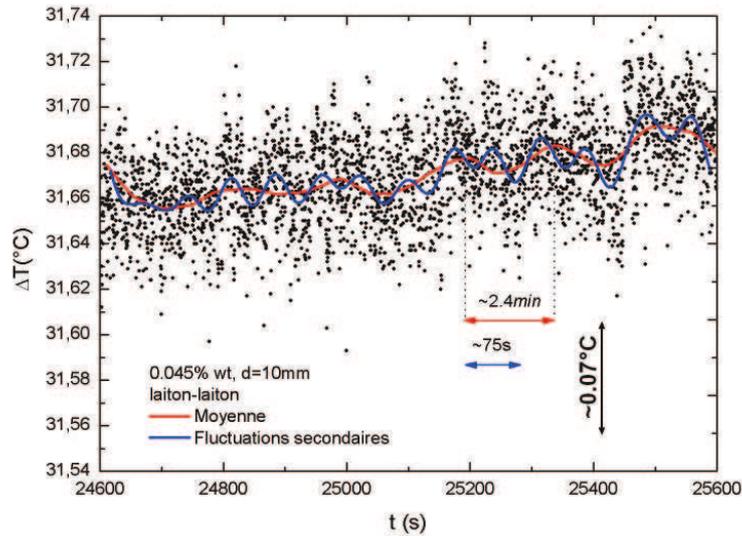


FIGURE 4.4.9: Fluctuations de l'écart de température au voisinage de la zone critique. Le régime convectif à  $P \simeq 52W$  pour  $\epsilon \approx 0.042$ . Le fluide étudié a une concentration de Carbopol 940 de  $0.045\%wt$ , le jeu  $d$  est de  $10mm$ .

vus, les propriétés rhéologiques affecte l'échange thermique. Plus que le fluide est plus consistant, les fluctuations thermiques seront atténuées. Nous observons aussi la période de  $\sim 6min$  déjà observée dans l'expérience portant sur le  $0.045\%wt$  (Figure 4.4.12).

Les fluctuations de la température froide et de la température chaude juste avant et juste après le début des instabilités thermoconvectives sont illustrées (Figure 4.4.13). Il est très clair que les variations de la température froide ne sont pas du même ordre de grandeur que les fluctuations de la température chaude. La régulation du bain thermostaté participe aussi à l'atténuation des perturbations provenant de la plaque inférieure.

Dans la Figure 4.4.14, la température chaude fluctue approximativement de  $\pm 0.015^\circ C$ ; une périodicité de  $6min$  notée  $t_1$  est clairement observée. Ces fluctuations continuent avec la même périodicité, jusqu'au moment où l'écart de température chute de  $-2.68 \cdot 10^{-4}^\circ C/s$  et où d'autres fluctuations de  $2.4min$  viennent s'intercaler avec une amplitude de  $\pm 0.01^\circ C$  (Figure 4.4.15). Cette nouvelle oscillation, notée  $t_2 \approx \frac{t_1}{2}$ , marque une première bifurcation. Les ondes de  $6min$  d'intervalle gardent la même amplitude qu'avant la chute de l'écart de température.

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

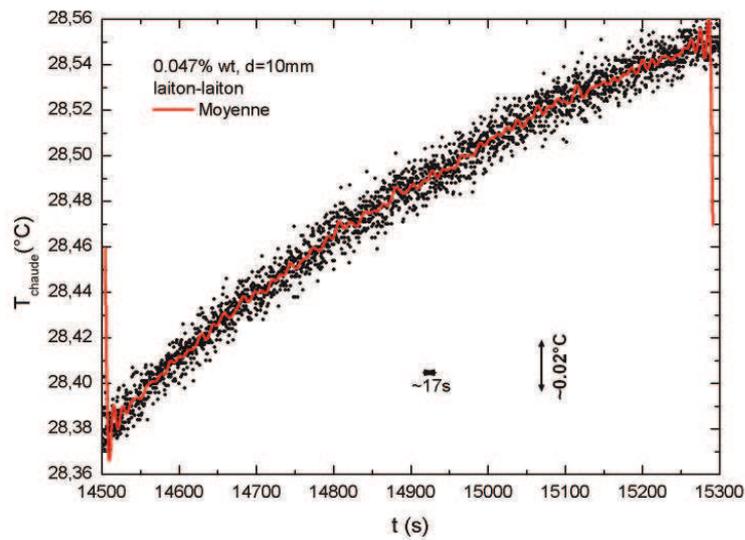


FIGURE 4.4.10: Fluctuations de la température chaude durant le régime conductif et loin de la zone critique. La puissance de chauffe est de  $36.72\text{W}$  avec  $\epsilon \approx -0.49$ . Le fluide étudié présente une concentration de Carbopol 940 de  $0.047\%wt$ ; le jeu  $d$  est de  $10\text{mm}$ .

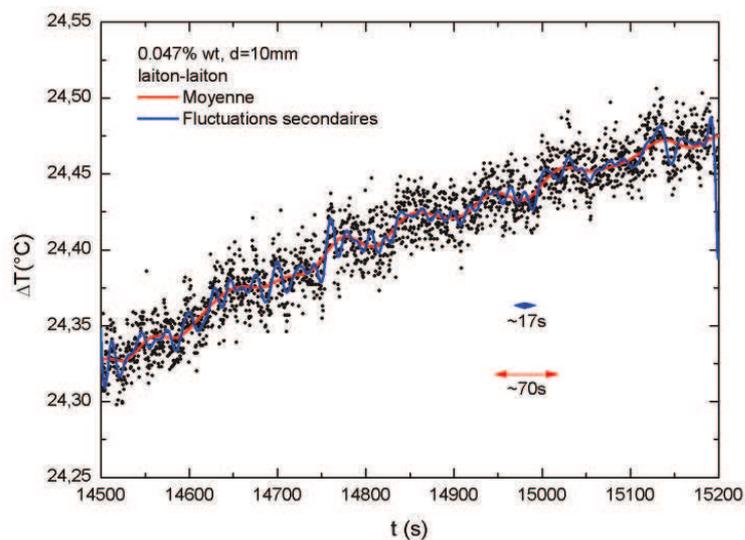


FIGURE 4.4.11: Fluctuations de l'écart de température en dessous de la zone critique. Le régime du transfert thermique est conductif pour une puissance imposée  $P \simeq 36.72\text{W}$ . L'écart de température réduit atteint est  $\epsilon \approx -0.49$ . Le fluide étudié présente une concentration de Carbopol 940 de  $0.047\%wt$ , le jeu  $d$  est de  $10\text{mm}$ .

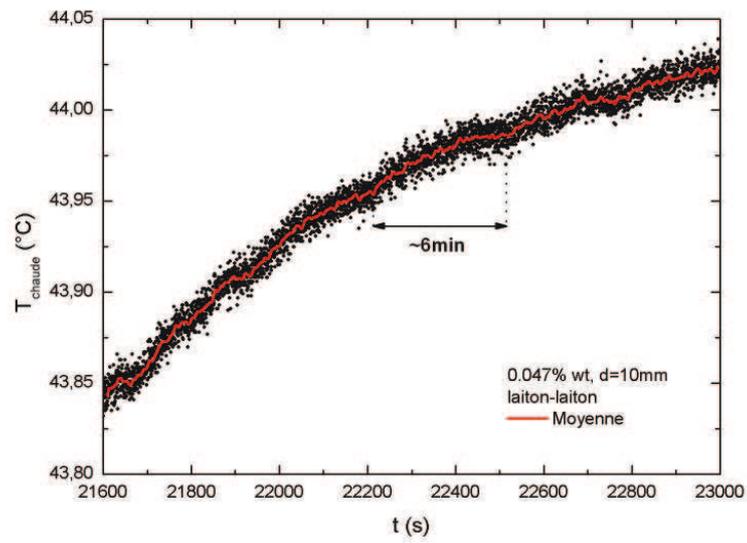


FIGURE 4.4.12: Fluctuations de la température chaude en dessous de la zone critique. Le régime du transfert thermique est conductif pour  $P \simeq 61.25W$ . Le fluide étudié présente une concentration de Carbopol 940 de  $0.045\%wt$ , le jeu  $d$  est de  $10mm$ . Ici l'écart de température réduit s'est stabilisé à  $\epsilon \approx -0.188$ .

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

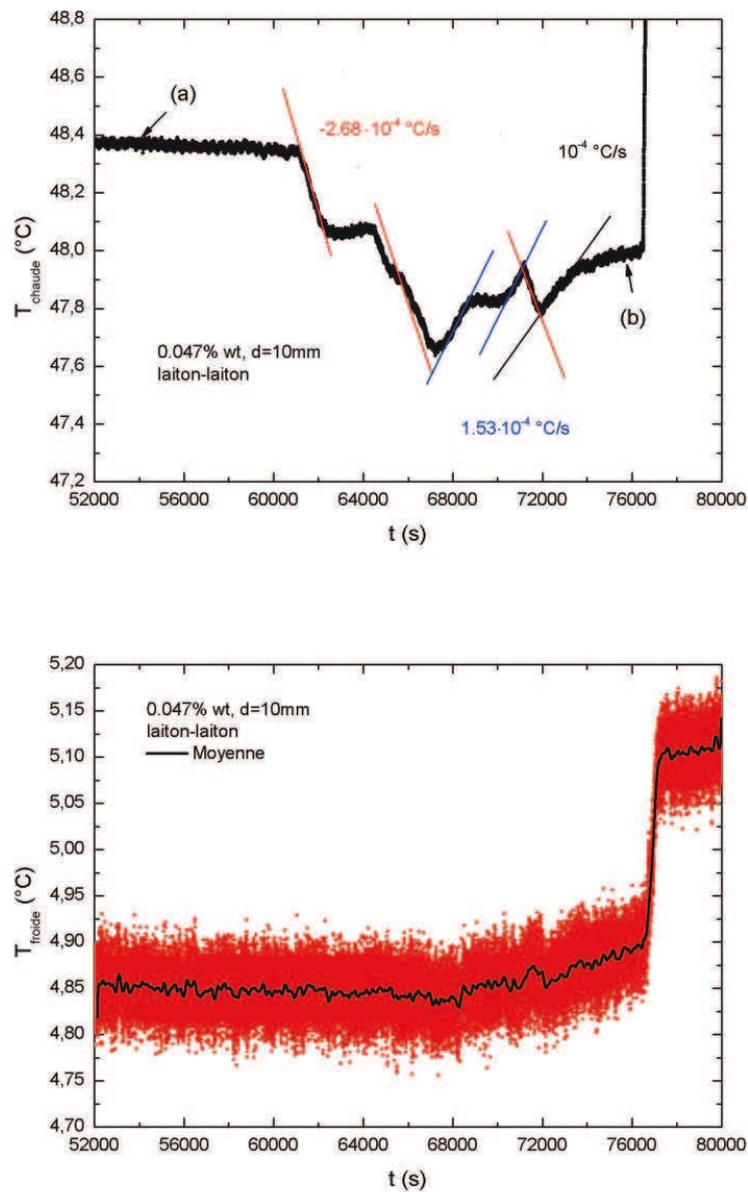


FIGURE 4.4.13: Fluctuations de la température froide et chaude, juste avant et juste après le début des instabilités thermoconvectives : successivement les zones (a) et (b). Le régime de transfert thermique est conducteur dans la zone (a) pour  $P \simeq 68.08W$ , tandis qu'il est convectif dans la zone (b) pour la même puissance de chauffe imposée. Le fluide étudié a une concentration de Carbopol 940 de  $0.047\%wt$ , le jeu  $d$  est de  $10mm$ .

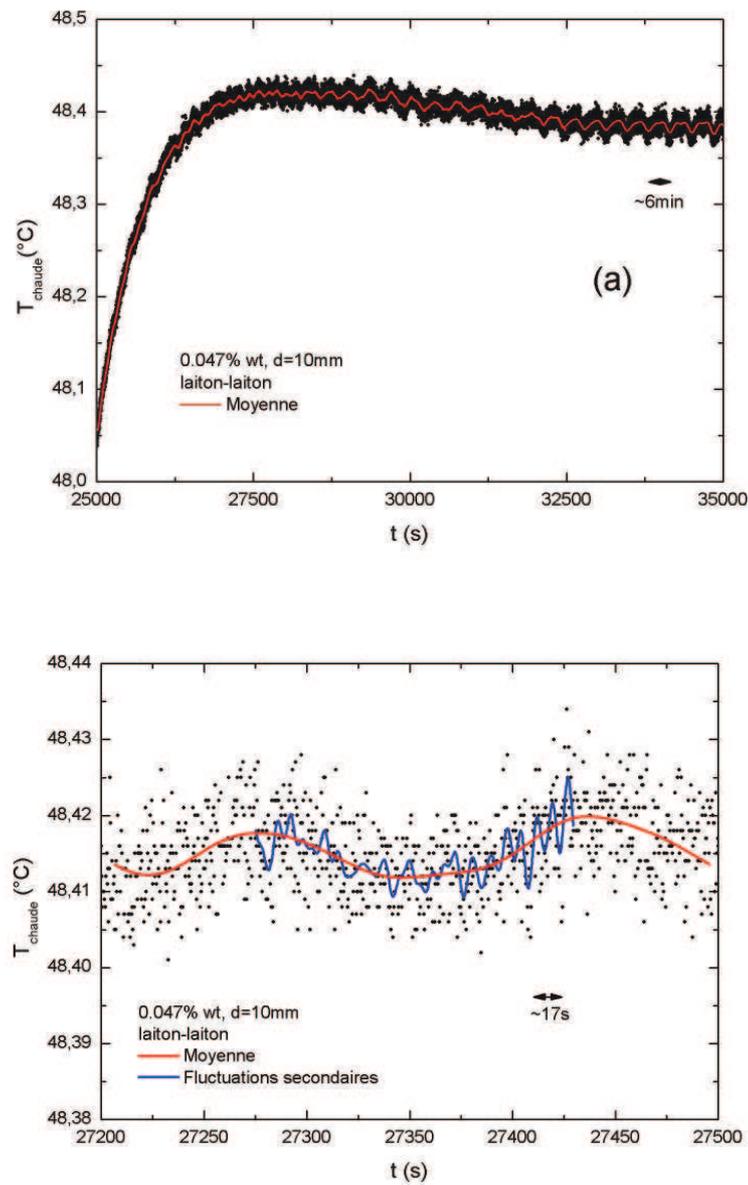


FIGURE 4.4.14: Fluctuations de l'écart de température au voisinage de la zone critique juste avant le début de la convection. Avec  $\epsilon \approx -0.98$  pour une puissance de chauffe imposée  $P$  de  $68.08W$ . Le fluide étudié a une concentration de Carbopol 940 de  $0.047\%wt$ , le jeu  $d$  est de  $10mm$ . Nous observons ici clairement des fluctuations d'une périodicité de l'ordre de  $6min$  et des fluctuations de base de  $17$  seconde d'intervalle. Le graphique du bas correspond à un agrandissement à l'échelle du graphique du haut.

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

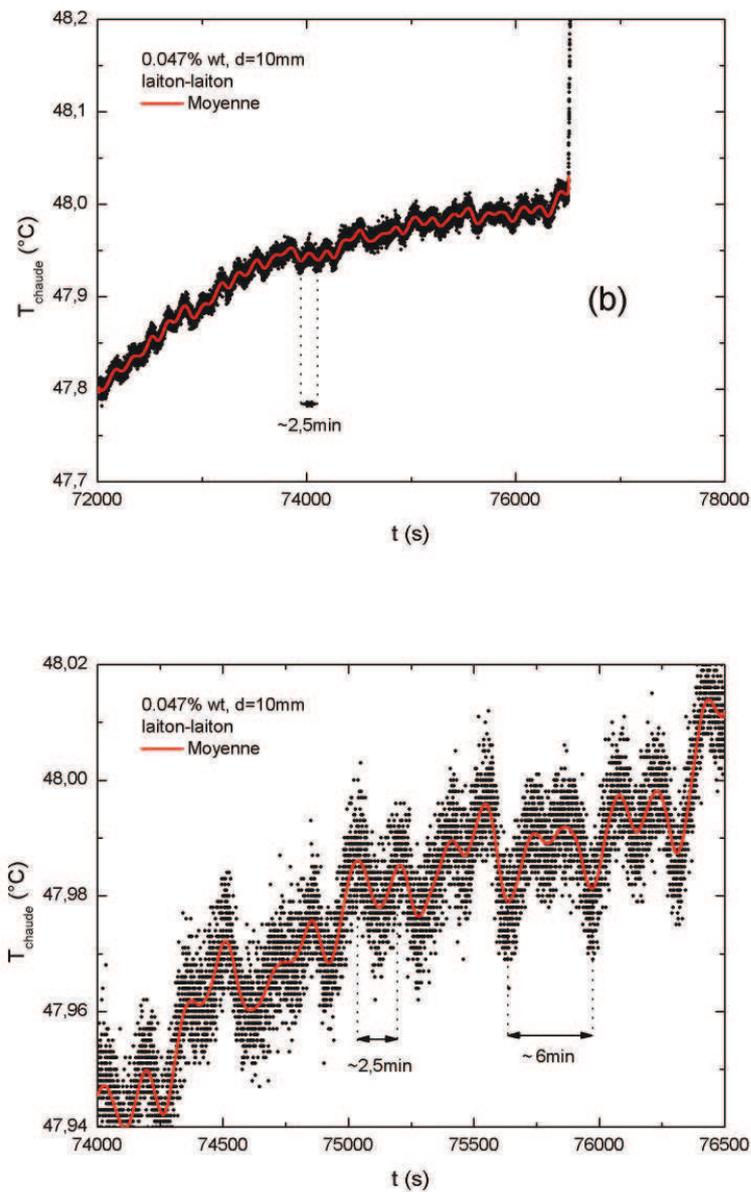


FIGURE 4.4.15: Fluctuations de l'écart de température au voisinage de la zone critique, juste après le début de la convection. La puissance de chauffe imposée est  $P \simeq 68.08W$ . Le fluide étudié présente une concentration de Carbopol 940 de  $0.047\%wt$ ; le jeu  $d$  est de  $10mm$ . Nous observons ici clairement des fluctuations d'une périodicité de l'ordre de  $6min$ , entre lesquelles viennent s'intercaler d'autres fluctuations d'une périodicité approximativement égale à  $\sim 2.4min$ . Le graphique du bas est un agrandissement à l'échelle du graphique du haut.

#### 4.4.2.2 Exemple de démultiplication des fréquence

Il est important de noter que la simple observation des périodes des fluctuations de l'écart de température reste à approfondir dans des études futures. Il reste cependant intéressant d'effectuer une étude des fréquences de ses fluctuations et de l'apparition de leurs harmoniques : cela nous permettra d'avoir une idée claire des transitions entre les régimes par les différents points de bifurcations et le passage vers la turbulence. Cependant, le travail en amont sur les mesures ciblées doit prévoir un nombre suffisant de points de mesures dans un intervalle de temps approprié pour que l'on puisse tirer des conclusions valables sur la dynamique du phénomène.

L'observation des fluctuations des températures des plaques a montré la présence d'un phénomène oscillatoire connu dans l'étude des instabilités de Rayleigh-Bénard, où les oscillations se multiplient avec l'apparition de leurs harmoniques à l'approche du point de bifurcation critique.

Lorsqu'on augmente le chauffage de la plaque inférieure, la fréquence et l'amplitude des oscillations augmentent et les effets non-linéaires du fluide font apparaître progressivement une démultiplication de la fréquence de base (exemple en Figure 4.4.16). Cette démultiplication de fréquence apparaît comme cruciale pour la germination de la turbulence ; elle semble être un précurseur de la turbulence, le début du désordre temporel [33].

A présent, nous allons observer quelques graphiques traitant de l'évolution de l'écart de température pour une expérience sur l'eau et pour un jeu  $d = 10mm$ . On voit bien, par exemple dans la Figure 4.4.17, qu'à  $\epsilon \approx 89$ , l'amplitude des fluctuations est très importante : de l'ordre de  $\pm 0.15^\circ C$ . Le nombre de Rayleigh est égal à 181634.787 ; il est de l'ordre de  $2 \cdot 10^5$ , c'est le début de la turbulence. Les valeurs de l'écart de température réduits atteints dans cette expérience sont nettement supérieures à celles obtenues dans les autres expériences portant sur les fluides à seuil.

Nous remarquons aussi dans cette exemple la présence du phénomène de démultiplication de fréquence. Dans la Figure 4.4.17 pour  $\epsilon \approx 89$ , nous pouvons voir en plus de la période de  $6min$  observée dans les autres expériences, une autre fluctuation, avec une période de  $\sim 41min$ . Il y a une succession de superposition de fréquences. Les régimes atteints ne sont pas les mêmes que dans les autres expériences sur les fluides à seuil : on peut ici atteindre facilement le régime turbulent dans l'eau - régime où l'amplitude des fluctuations de l'écart de température est bien plus importantes que dans le cas des expériences de convection dans les autres solutions de Carbopol 940.

4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

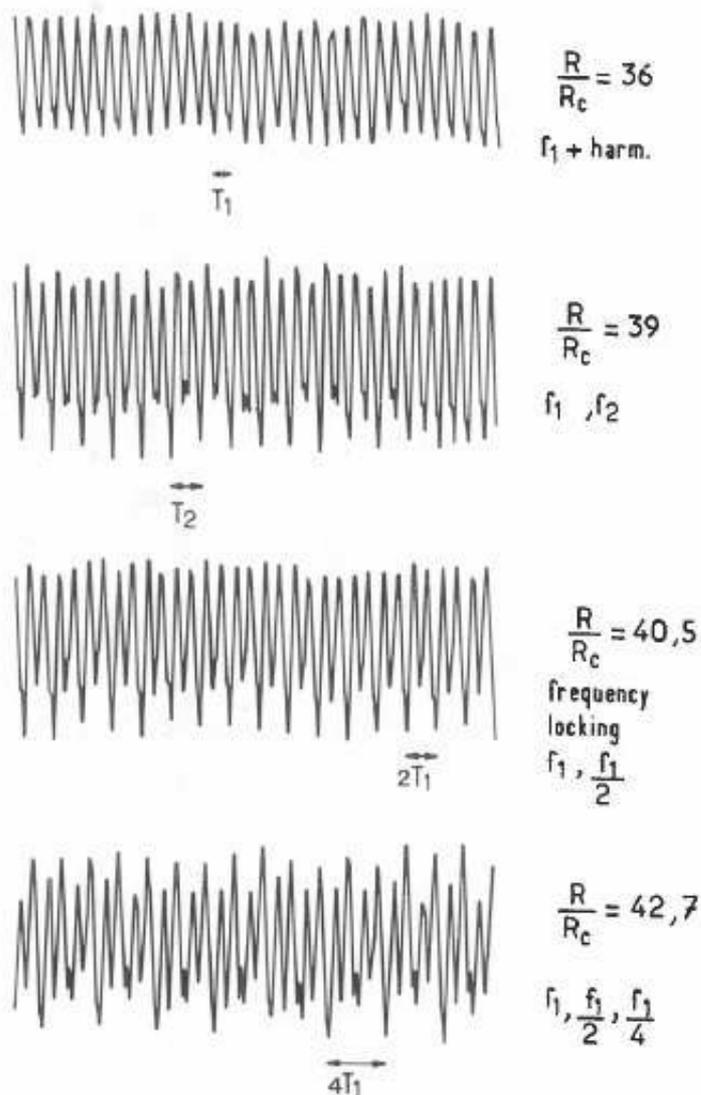


FIGURE 4.4.16: Exemple d'enregistrement des signaux en temps réel.  $T_1$  et  $T_2$  sont les périodes associées aux fréquences  $f_1$  et  $f_2$  en fonction de  $\frac{R}{R_c} \approx \epsilon + 1$ . [33]

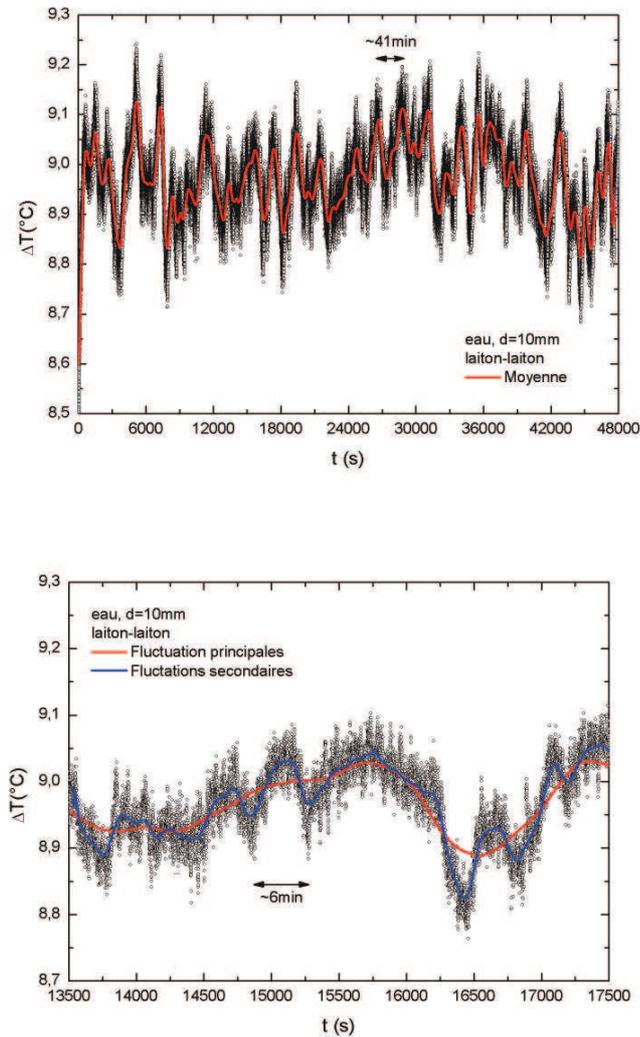


FIGURE 4.4.17: En haut : les fluctuations de l'écart de température pour une expérience de Rayleigh-Bénard concernant une couche de  $10\text{mm}$  d'eau. En bas : un agrandissement d'échelle du graphique du haut. Nous pouvons observer la période de 6 minutes déjà constatée dans les autres expériences. Ici,  $\epsilon \approx 89$ ; le régime de transfert thermique est convectif. Les deux plaques rigides utilisées dans l'expérience sont en laiton.

La Figure suivante est un exemple de ce type d'oscillations : c'est le spectre de la variation de  $T_{chaude}$  présentée sur la Figure 4.4.18 à  $\epsilon \approx -0.98$ . On remarque la combinaison de plusieurs fréquences. Les fréquences  $f_1$  et  $f_2$  sont associées aux périodes  $t_1 \approx 6\text{min}$  et  $t_2 \approx 2.4\text{min}$ , respectivement. La période  $t_2$  pour ce passage était difficile à observer en se contentant de simples observations des périodes des fluctuations. L'analyse du spectre a finalement permis de détecter la présence de  $t_2$  à  $\epsilon \approx -0.98$  après l'établissement de

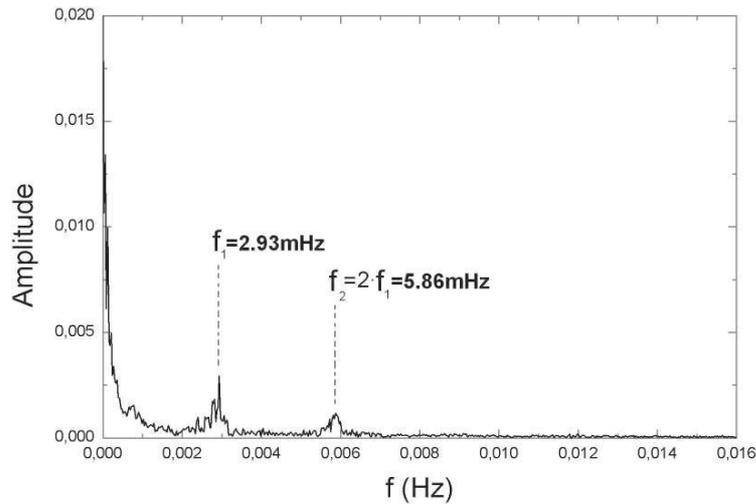


FIGURE 4.4.18: Spectre de fréquence en présence des deux oscillations  $f_1$  et  $f_2$ , concernant les fluctuations de la température inférieure ( $T_{chaude}$ ) au voisinage de la zone critique, juste avant le début de la convection. Avec  $\epsilon \approx -0.98$  pour une puissance de chauffe imposée  $P$  de  $68.08W$ . Le fluide étudié a une concentration en Carbopol 940 de  $0.047\%wt$ , le jeu  $d$  est de  $10mm$ .

l'écart de température autour d'une valeur moyenne et avant sa chute, qui marque le début de la convection (Figure 4.4.19). En comparant les périodes de ces fluctuations avec le temps caractéristique de la diffusion thermique dans la couche fluide de  $10mm$  d'épaisseur (de l'ordre de  $11.90min$ ), on constate qu'il y a opposition de phase.

Il semble bien que l'histoire de la cellule, c'est-à-dire la façon particulière dont l'expérience a été menée et la nature du fluide, joue un rôle important dans le choix de bifurcation. Cette très longue "mémoire" du fluide convectif est l'un des caractères des phénomènes hydrodynamiques [33].

### 4.4.3 Évolution de la température au début et durant le régime convectif

Compte tenu à la fois des difficultés expérimentales de l'étude des phénomènes critiques en physique, en général, et du phénomène de Rayleigh-Bénard, en particulier, nous avançons l'hypothèse d'une impossibilité expérimentale de détecter précisément  $\Delta T_C$ . On ne peut l'obtenir que de façon approximative. Les premières instabilités sont difficiles à détecter par les mesures thermique ou visuellement car elles sont souvent très localisées,

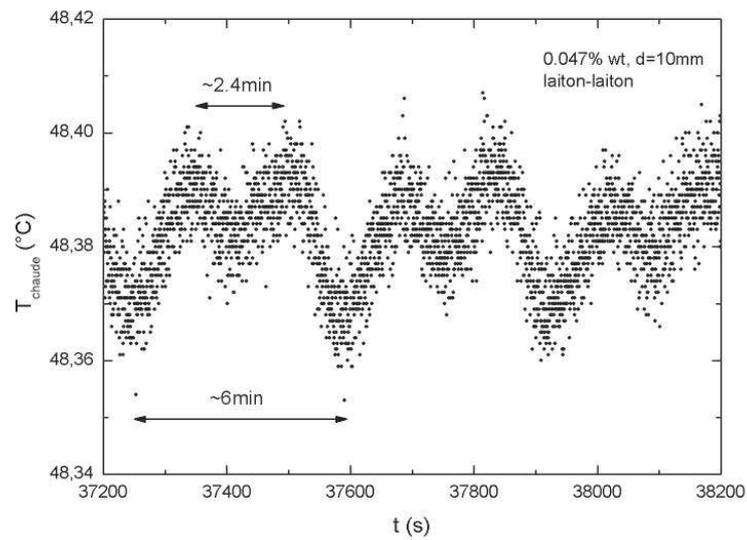


FIGURE 4.4.19: Présence des deux périodes  $t_1 \approx 6\text{min}$  et  $t_2 \approx 2.4\text{min}$  dans les fluctuations de la température inférieure ( $T_{chaude}$ ) juste avant le début de la convection, avec  $\epsilon \approx -0.98$  pour une puissance de chauffe imposée de  $68.08\text{W}$ . Le fluide étudié présente une concentration en Carbopol 940 de  $0.047\%wt$ , le jeu  $d$  est de  $10\text{mm}$ .

dans des positions qui ne sont pas forcément celles des thermocouples de mesure.

### 4.4.3.1 Détection des premières instabilités thermoconvectives

Prenons quelques expériences de convection concernant des mesures dynamiques dans ce phénomène. Dans la Figure 4.4.20, les points rapportés sur le graphique du bas correspondent aux mesures stationnaires de l'écart de température en fonction de la puissance électrique. Le fluide étudié est une solution de 0.045%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée, le jeu  $d$  est de 10mm. Les plaques de confinement sont en laiton. L'écart de température critique mesuré par le changement de pente est égal à  $\approx 31.34^\circ\text{C}$ . Si nous observons à présent la zone critique sur la Figure 4.4.21, nous pouvons voir deux instabilités : la première est à l'instant  $t \simeq 22400\text{s}$ , après avoir imposé un flux de 48.15W, mais elle ne tarde pas à s'atténuer et la valeur de l'écart de température atteint une valeur stationnaire de  $\approx 30^\circ\text{C}$ . Selon la variation de la courbe de la puissance, le système est encore conducteur. Maintenant, quand le flux thermique est de  $\approx 52\text{W}$ ,  $\Delta T$  augmente pour se stabiliser brusquement à  $t \simeq 24150\text{s}$ ; l'écart de température moyen à ce moment-là est de  $\approx 31.37^\circ\text{C}$ ; c'est le début de la convection.

Dans la zone critique, l'instabilité thermoconvective pourrait soit se maintenir, c'est-à-dire le début de la convection d'une manière permanente, avec une diminution de  $\Delta T$  par rapport à sa valeur si le transfert thermique reste conducteur, soit s'atténuer, face aux autres forces qui s'opposent aux forces d'Archimède, le système restant donc conducteur.

### 4.4.3.2 Le surchauffe et de la concurrence entre les forces gouvernantes de convection

Observons maintenant à des valeurs proches de l'écart de température critique (graphique du haut Figure 4.4.22), l'évolution de l'écart de température dans le temps après le début des instabilités thermoconvectives. Le fluide étudié est une solution de 0.045%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée, le jeu  $d$  est de 10mm. Les plaques de confinement sont en laiton. Nous remarquons qu'après le début de la convection et au voisinage du point critique, que l'écart de température augmente avec l'augmentation de la puissance de chauffe; il atteint une valeur maximale pour diminuer brusquement et atteindre une valeur stationnaire, ce phénomène étant nommé *surchauffe*. Cela est essentiellement du au concurrence entre les différentes forces à l'intérieur du fluide. Pour une perturbation donnée, quand la valeur de l'écart de température augmente, les forces de freinage tel que le seuil de contrainte et la dissipation thermique sont plus importante que la force

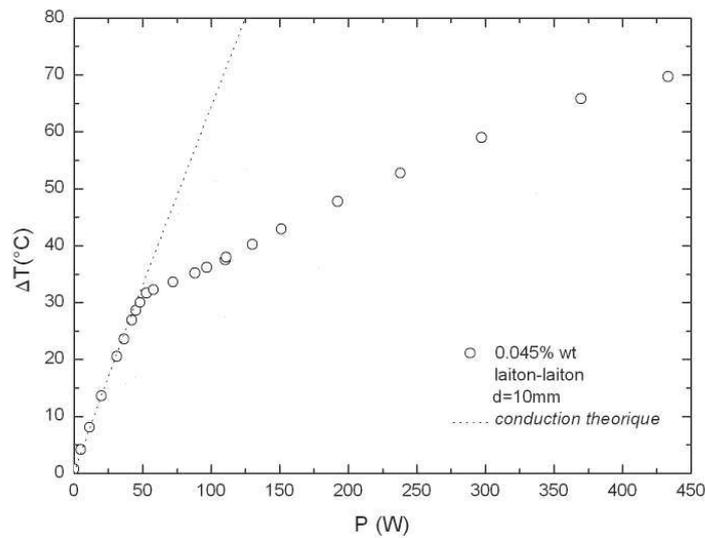


FIGURE 4.4.20: Mesures stationnaires de l'écart de température pour la même solution en fonction de la puissance de chauffe, pour une solution de 0.045%wt en Carboxyméthylcellulose diluée dans l'eau distillée. Le jeu  $d$  est de 10mm, les deux plaques confinantes sont en laiton.

d'Archimède. Dès que cette dernière devient plus importante il en résulte une augmentation de la vitesse d'écoulement qui va favoriser l'échange thermoconvectif et l'écart de température décroît avec l'augmentation de la fréquence des mouvements de convection, jusqu'à atteindre l'équilibre. L'amplitude du surchauffe dépend de l'amplitude de la perturbation et de l'historique de la convection. Nous remarquons quand la perturbation augmente, l'amplitude du surchauffe diminue jusqu'à sa disparition (graphique du haut Figure 4.4.22).

Dans le cas des fluides à seuil, le phénomène du surchauffe pourrait associer un autre facteur stabilisant. Compte tenu de la présence de l'élasticité (au voisinage du passage critique), le temps de relaxation élastique du fluide pourrait à ce propos constituer un élément essentiel à observer dans les études futures. Il est intéressant de noter que le temps caractéristique de relaxation thermique devient de plus en plus court avec l'augmentation des perturbations thermiques. De la même manière nous pouvons observer les mêmes phénomènes cette fois pour un jeu de 17mm (graphique du bas Figure 4.4.22).

Ce phénomène du surchauffe pourrait être expliqué, dans le cas des fluides newtoniens, par la concurrence entre le temps d'action des forces d'Archimède et celui des dissipations visqueuse et thermique. Prenons l'exemple de la convection de l'eau (Figure 4.4.23).

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

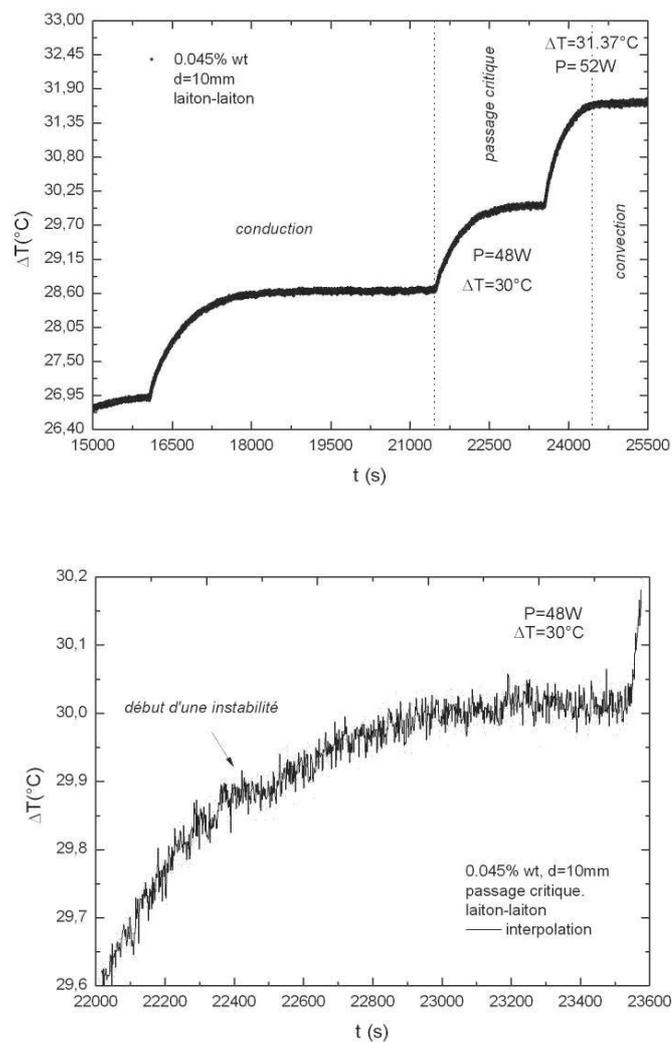


FIGURE 4.4.21: Agrandissement d'échelle dans la zone du graphique illustrée dans la Figure 4.5.3. Le graphique du bas représente un agrandissement d'échelle du passage qui se trouve juste avant la stabilisation brusque de l'écart de température, où l'on observe une première instabilité qui s'est atténuée (augmentation de  $\Delta T$ ).

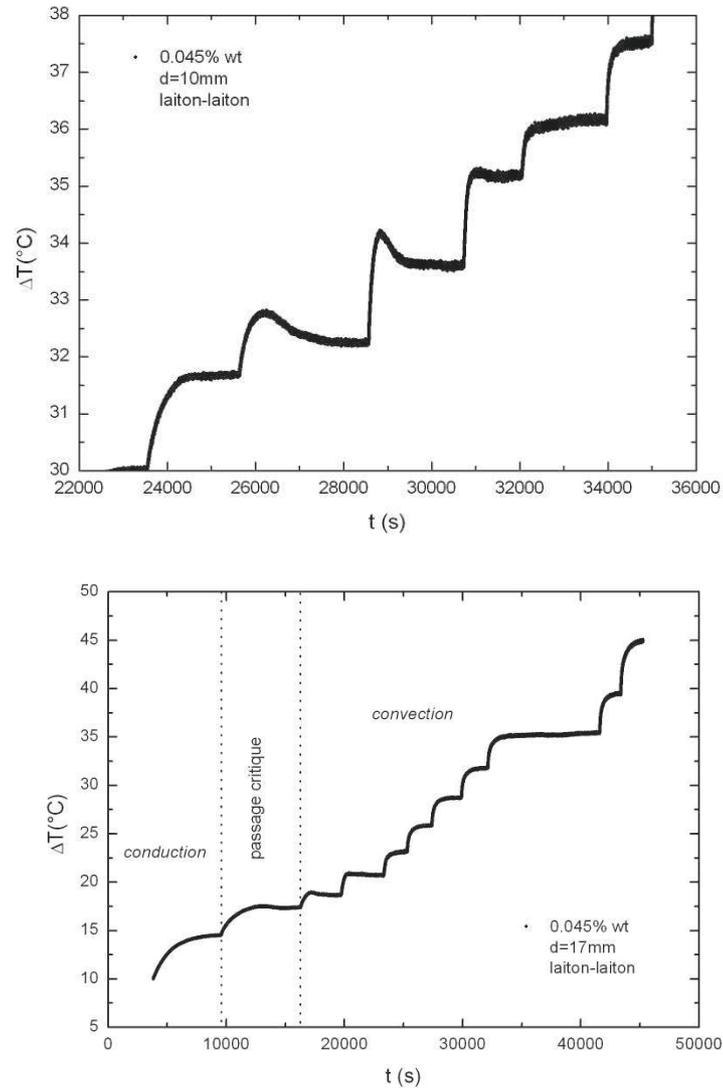


FIGURE 4.4.22: Évolution de l'écart de température dans le temps pour différents points de mesures. (Haut) : Stabilisation de l'écart de température pendant le régime convectif au voisinage de l'écart de température critique pour une dilution de 0.045%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée et pour un jeu de 10mm. (Bas) : Mesure de l'écart de température dans le temps, pour une solution de 0.045%wt et un jeu de 17mm. Pendant le passage critique,  $\Delta T$  augmente jusqu'à atteindre une valeur seuil de 17.51°C pour décroître légèrement et atteindre une valeur stationnaire de 17.36°C. L'écart de température critique calculé par le changement de pente est de 17.4°C.

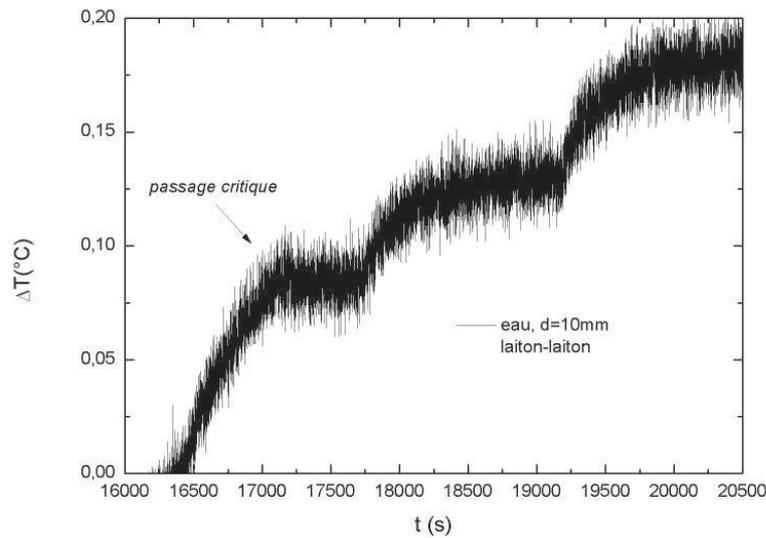


FIGURE 4.4.23: Stabilisation de l'écart de température pendant le passage critique pour une expérience sur l'eau avec un jeu  $d = 10\text{mm}$ . L'écart de température critique calculé par le changement de pente de la puissance de chauffe donne une valeur de  $0.1^\circ\text{C}$ . Les plaques de confinement sont en laiton.

Notons que  $\Delta T_C$  de cette expérience est de  $0.1^\circ\text{C}$  pour un jeu  $d = 10\text{mm}$  avec des plaques de confinement laiton-laiton. La Figure montre la présence d'une légère surchauffe au passage critique à  $t \approx 17125\text{s}$ .  $\Delta T$  se stabilise finalement à une valeur moyenne de  $0.09^\circ\text{C}$ . Ces observations sont présentes dans la zone critique après le début du transfert convectif où la convection est encore instable.

D'autres fluctuations sont observées loin de la zone critique. Ici, et pour un  $\Delta T \simeq 4.38^\circ\text{C}$ , le nombre de Rayleigh  $Ra$  égale 134578. Il est de l'ordre de  $96Ra_C \sim 10^5$ ; cette valeur s'approche de la limite de développement de la turbulence. L'amplitude des fluctuations globale de l'écart de température est de plus en plus importante (Figure 4.4.24).

#### 4.4.3.3 Effet de la durée de la perturbation

L'étude du début de la convection est très complexe, et vue la particularité des fluides à seuil étudiés, l'effet de la durée de l'application des perturbations mérite d'être plus étudié dans le futur. Au début de la convection la vitesse des mouvements sont très lents, et si nous comparons ce phénomène par un test de rhéométrie à faibles vitesses contrôlées, il est important d'examiner le rôle de la durée de l'application des perturbations

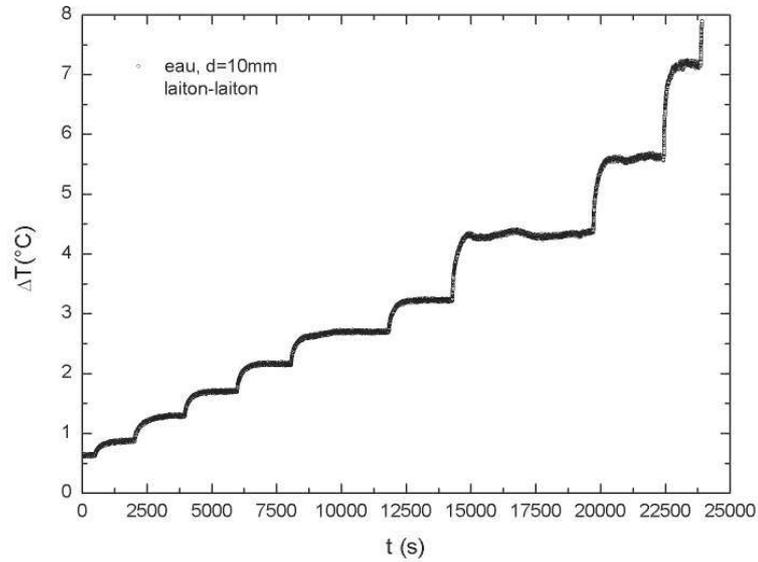


FIGURE 4.4.24: Évolution de l'écart de température au-delà du passage critique pour une expérience sur l'eau avec un jeu  $d = 10\text{mm}$ . Le  $\Delta T_C \simeq 0.1^\circ\text{C}$ .

surtout dans la zone critique.

Nous avons effectué une expérience de convection sur le  $0.047\%wt$  avec  $d = 10\text{mm}$  (Figure 4.4.25), nous avons varié la puissance de chauffe par paliers. D'après les résultats obtenus sur les écarts de température critiques des autres fluides à seuil, et par projection de la variation linéaire entre les valeurs des seuils de contrainte et les écarts de température critique, nous avons estimé que nous nous approchons du début de la convection. Nous avons laissé donc la puissance imposée durant  $\sim 15h$ , à une valeur de  $75W$ .  $\Delta T$  s'est stabilisé donc à  $\simeq 43.45^\circ\text{C}$ . Pour cet écart de température, le transfert thermique selon la courbe de puissance est encore conductif. Après 11 heures, à  $t = 61355\text{s}$  l'écart  $\Delta T$  a baissé progressivement jusqu'à sa stabilisation à une valeur de  $43.1^\circ\text{C}$ , marquant ainsi le début de l'instabilité thermoconvective. La concurrence entre les différentes forces du phénomène est aussi influencée par le temps d'application des perturbations. Dans la zone critique, les perturbations peuvent être atténuées ou amplifiées, un temps d'équilibre est nécessaire, et cela dépend aussi de l'amplitude de la perturbation. On estime aussi que si nous avons augmenté la puissance juste après la stabilisation de la température à  $P = 75W$ , on aura de telle manière augmenté l'amplitude de la perturbation, et le fluide peut convecter après un intervalle de temps plus court.

#### 4 Étude expérimentale de l'apparition de l'instabilité

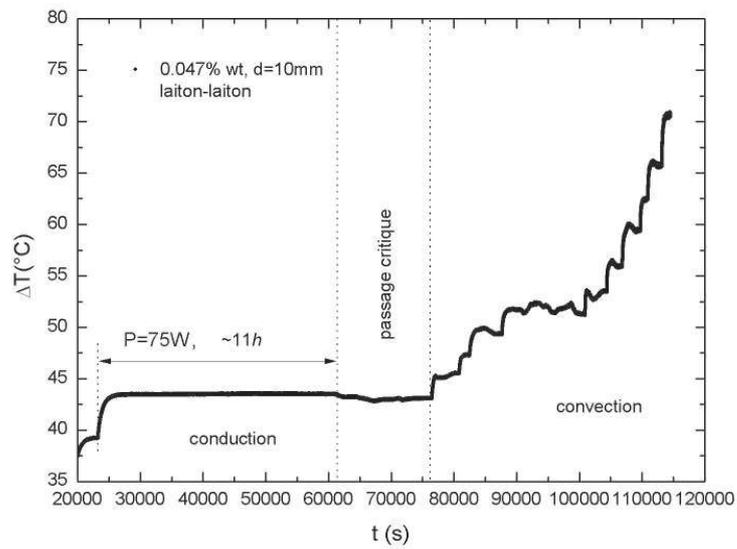


FIGURE 4.4.25: Mesures dynamiques de  $\Delta T$  et observation du déclenchement de l'instabilité de Rayleigh-Bénard pour une expérience sur dilution de 0.047%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée. Au bout de  $\approx 11h$  et sous une puissance de chauffe imposée de 75W, l'instabilité thermoconvective est observée. Ici, le jeu  $d$  est de 10mm, les deux plaques confinant le fluide sont en laiton.





# 5

## Conclusion

Durant ce travail de thèse, nous avons effectué plusieurs expériences de convection de Rayleigh-Bénard sur des fluides viscoplastiques. Ces fluides ont été réalisés à partir de plusieurs dilutions de Carbopol 940 neutralisées dans l'eau distillée. La présence d'instabilités thermoconvectives dans les fluides viscoplastiques et la relations entre seuil de contrainte, concentration et écart de température critique ont été trouvées. Les solutions réalisées au laboratoire dont le comportement en cisaillement simple est décrit par le modèle de Herschel-Bulkley ont des seuils de contraintes variant entre  $0.00346$  et  $1.736Pa$ . Le rapport entre le seuil de contrainte et la concentration du Carbopol 940 est en accord avec le travail de Piau (2007).

Cette thèse présente, dans le chapitre 3, des résultats expérimentaux de validation du dispositif expérimental par des expériences de Rayleigh-Bénard sur l'eau. Ensuite le dispositif nous a permis d'effectuer des mesures quantitatives dans des conditions optimales de la convection de Rayleigh-Bénard. Différentes expériences de convection sur les fluides à seuil ont été réalisées pour différentes épaisseurs (4mm, 10mm, 17mm et 60mm) avec des plaques de confinement en laiton. Nous avons détecté expérimentalement des instabilités thermo-convectives dans les fluides à seuil ; bien que les théories actuelles prédisent une stabilité linéaire (Zhang et al, (2006)). Les expériences ont permis de mesurer l'écart

## 5 Conclusion

de température critique pour chaque expérience. Nous avons trouvé que  $\Delta T_C$  varie en fonction de la concentration en puissance 3, tandis qu'il varie linéairement en fonction du seuil de contrainte.

L'évolution du nombre de Nusselt en fonction de  $\Delta T$  à permis de quantifier l'échange thermoconvectif et détecter les différents points de bifurcation associés à la transition conduction-convection, et aux différents régimes d'écoulement. L'effet non-linéaire du début de la convection est observé pour les fluides ayant un seuil de contrainte relativement important. Tandis que cet effet n'était pas observé pour les expériences réalisées avec des fluides à faible seuil de contrainte. Cela pourrait avoir un lien avec plusieurs facteurs : La résolution des mesures, l'amplitude des perturbations ou/et la durée d'application de ces perturbations au voisinage du point critique. Ces facteurs peuvent avoir un rôle important dans la détection de la convection non-linéaire pour les fluides à seuil. Concernant les solutions 0.055%wt et 0.06%wt qui possèdent les plus importants seuils de contrainte, la conduction reste stable aux perturbations imposées, même en utilisant le plus grand jeu de 60mm. La limite expérimentale imposée par la température de fonctionnement du dispositif est atteinte.

Par ailleurs, on observe une augmentation ou une réduction du transfert thermoconvectif avec le caractère non-newtonien du fluide. Les lois de transfert thermique sont fortement influencées par l'indice de rhéofluidification loin de la zone critique. L'effet de l'indice de la loi de puissance sur l'efficacité du transfert thermoconvectif a été observé. Nous avons remarqué donc pour la même cellule de convection, quand  $n$  augmente, le transfert thermoconvectif est plus efficace pour le même niveau de perturbation. La quantité de chaleur échangée par convection est donc plus important quand  $n$  augmente.

Concernant la visualisation du phénomène, la technique d'ombroscopie nous a permis de visualiser les différentes formes d'écoulement thermoconvectif dans l'eau et dans les dilutions de Carbopol 940. Pour les premières visualisations réalisées, nous avons choisi le laiton comme matériau de la plaque inférieure ; il s'agit du  $CuZn5\%$ . Cette plaque a été chromée, afin d'empêcher l'oxydation, puis polie, mais le polissage est d'une qualité médiocre, où nous avons observé des stries, des sillons et des ondulations difficilement observables à l'œil nu ; c'est la visualisation par ombroscopie qui nous a permis de révéler ces défauts de surface qui perturbent l'observation visuelle des instabilités thermoconvectives. Concernant la plaque supérieure, un disque en verre ordinaire transparent a été utilisé en guise de fenêtre d'observation. Dans cette configuration, les visualisations réalisées n'ont pas permis de détecter les formes de base du début de la convection. La détection visuelle des instabilités thermoconvectives se trouve à un  $\Delta T$  plus grand que

celui mesuré par l'observation de la variation de l'écart de température en fonction de la puissance de chauffe. Cela, a empêché de savoir la nature des formes de base du début de convection.

D'autre part, les visualisations effectuées avec la configuration *verre-verre*, ont permis d'avoir des images sans stries, propres, et les premières instabilités ont été observées au même écart de température critique mesuré par le changement de pente de la puissance de chauffe. Mais il est important de noter que toutes les formes de base du début de la convection pour tous les fluides dans les cellules avec cette configuration de plaques sont des polygones, et l'écoulement est considérée donc tridimensionnelle. Les plaques de verre ont un effet isolant qui favorise la brisure de la condition de Boussinesq. Maintenant, en ce qui concerne l'influence des propriétés rhéologiques des fluides sur les formes de convection observées, nous avons remarqué que plus l'indice de puissance diminue plus les formes de convection sont stables et prononcées. La température maximale de fonctionnement du dispositif expérimental représente une contrainte pour atteindre des régimes supérieurs de convection. Le dernier régime de convection atteint se trouve donc différent d'une expérience à une autre vue le rôles des propriétés rhéologiques des fluides sur le transfert thermoconvectif. L'ordre de ce régime est inférieur quand l'indice  $n$  est faible en comparaison avec les autres expériences sur des fluides ayant un indice plus important où l'ordre du régime thermoconvectif atteint est supérieur.

Il est important de noter que les fluctuations de la température ne sont qu'une signature de l'amplitude de la vitesse de convection. La dynamique des mesures des fluctuations de la température représente une clé importante pour comprendre la convection de Rayleigh-Bénard. Dans notre travail, l'étude de la dynamique du phénomène n'était pas très approfondie car au départ nous voulions savoir si la convection peut avoir lieu ou non dans nos fluides, et établir le lien entre le seuil de contrainte et l'écart de température critique. Les mesures dynamiques demandent de préparer en amont une procédure et des moyens de mesure plus adaptés. Les remarques générales à retenir consistent à signaler que l'apparition de nouvelles oscillations à part celles observées durant le régime conducteur marque le début des instabilités thermoconvectives.

Enfin, concernant les perspectives de notre travail, nous pouvons citer plusieurs points. Premièrement, l'adaptation de formules de nombres sans dimensions qui gouverne le phénomène, tel que le nombre de Rayleigh, qui doit tenir compte des propriétés rhéologiques des fluides étudiés. En deuxième point, il serait intéressant d'étudier avec rigueur la zone critique dans le but d'avoir le plus d'informations possibles sur son mécanisme et sur les origines des différentes forces qui le gouverne. Cela impliquerait :

## 5 Conclusion

- Mieux explorer l'influence de l'amplitude des perturbations thermiques imposées sur l'apparition des mouvements thermoconvectifs et sur le surchauffe.
- L'élargissement de la caractérisation des fluides à seuil à l'étude de l'élasticité, pour mieux comprendre son effet sur la convection et le phénomène non-linéaire du début de la convection par rapport à l'effet de seuil de contrainte.

Ensuite, approfondir l'étude de la dynamique de ce phénomène pourrait faire l'objet d'un sujet de recherche futur. Cela nécessiterait l'adaptation de procédures aux mesures dynamiques de la température afin d'analyser et comprendre l'aspect fréquentiel des fluctuations de l'écart de température, pour mieux l'associer au changement de régime de convection et à la fluctuation de la vitesse au sein du fluide. L'utilisation de moyens de mesures adaptés à l'étude de la dynamique de ce phénomène (champ de vitesse, champ de température, etc...), pourrait nous aider à observer les oscillations de la vitesse, ainsi, nous pourrions éventuellement les associer aux fluctuations d'origine thermique ou élastique notamment au début de la convection, quand les vitesses d'écoulement sont très faibles.

Enfin, en ce qui concerne l'amélioration de la cellule, il serait intéressant de munir la plaque inférieure d'un autre circuit de régulation de la température, afin de mieux contrôler le point zéro de l'expérience dans le but d'atteindre un écart de température de référence nul entre les deux plaques. L'augmentation de l'épaisseur de la plaque supérieure pourra sans doute atténuer les fluctuations de la température froide causées par le système de régulation du bain thermostaté. Par ailleurs, afin d'effectuer des expériences quasi-Boussinesq durant la visualisation par ombroscopie, il est conseillé d'utiliser le saphir comme fenêtre d'observation pour ses qualités optiques, thermiques et mécaniques. De telle façon, les formes de convection observées seront associées aux propriétés rhéologiques des fluides étudiés et non pas aux conditions expérimentales.





# Annexes

## Annexe A : Mesures thermiques

Ici nous mettons à profit des tableaux illustrant les mesures brutes effectuées pour les principales expériences réalisées sur la convection de Rayleigh-Bénard pour différentes concentrations de Carbopol 940 dilués dans l'eau distillée. Les mesures concernent le courant électrique imposé  $i[A]$ , l'écart de température mesuré  $\Delta T[^\circ\text{C}]$  et le nombre de Nusselt  $Nu$ . Pour les expériences effectuées sur l'eau pour un  $d = 10\text{mm}$  et  $d = 4\text{mm}$ , les valeurs du nombre de Rayleigh calculés sont aussi présentées. Les mesures sont enregistrées dans l'état stationnaire. Les plaques de confinement sont en laiton ( $\text{CuZn}5\%$ ).

**Annexe A. 1 :  $d = 10mm$** 

$i$ [A]	$T_{Chaude}$ [°C]	$T_{froide}$ [°C]	$\Delta T_{moy}$ [°C]	$Nu$	$\alpha$ [°C <sup>-1</sup> ]	$Ra$
0	19.79	19.79	0	1	2.05E-04	0
0.16	19.76	19.67	0.08	1.06	2.04E-04	1106.994
0.23	19.78	19.65	0.13	1.35	2.04E-04	1798.865
0.3	19.81	19.63	0.18	1.66	2.04E-04	2491.672
0.4	19.88	19.6	0.28	1.89	2.04E-04	3881.763
0.5	19.98	19.59	0.39	2.12	2.05E-04	5425.037
0.65	20.56	19.93	0.6	2.33	2.09E-04	8625.129
0.8	20.82	19.95	0.87	2.43	2.11E-04	12626.470
1	21.26	19.97	1.29	2.56	2.13E-04	19016.788
1.2	21.7	20	1.7	2.80	2.16E-04	25461.898
1.4	22.21	20.05	2.16	3.00	2.18E-04	32961.651
1.6	22.74	20.05	2.69	3.14	2.21E-04	41771.569
1.8	23.33	20.11	3.22	3.32	2.24E-04	51075.366
2.2	24.57	20.2	4.32	3.69	2.31E-04	71511.095
2.6	26.05	20.45	5.6	3.96	2.40E-04	97854.029
3.1	28	20.82	7.18	4.38	2.51E-04	134578.095
3.59	30.26	21.28	8.98	4.68	2.64E-04	181634.787
4.2	32.91	21.9	11.01	5.20	2.80E-04	243350.858
4.81	35.95	22.69	13.26	5.64	2.97E-04	322316.979
5.6	40.2	23.89	16.31	6.17	3.20E-04	449136.039
6.6	45.59	25.33	20.26	6.84	3.49E-04	643700.696
7.6	51.72	27.2	24.52	7.43	3.80E-04	905487.002

TABLE 5.0.1: Expérience de Rayleigh-Bénard sur l'eau distillée,  $d = 10mm$ , plaques : *laiton – laiton*.  $Ra_C \approx 1425$ ,  $\Delta T_C \approx 0.1 \pm 0.11^\circ\text{C}$ .

$i[A]$	$T_{Chaude}[^{\circ}C]$	$T_{froide}[^{\circ}C]$	$\Delta T_{moy}[^{\circ}C]$	$Nu$	$\alpha[^{\circ}C^{-1}]$
0	5.33	4.58	0.75	1	1.53E-05
0.6	6.54	4.6	1.91	0.65	2.47E-05
0.75	7.23	4.64	2.6	0.75	3.03E-05
1	8.8	4.71	4.07	0.85	4.25E-05
1.3	11.02	4.8	6.22	0.93	5.92E-05
1.5	12.96	4.87	8.09	0.95	7.32E-05
2	17.77	5.28	12.49	1.09	1.08E-04
2.5	20.1	5.62	14.47	1.46	1.25E-04
1.69	15.35	5.21	10.12	0.96	9.16E-05
1.8	16.59	5.22	11.37	0.97	9.98E-05
1.87	17.13	5.21	11.93	1.00	1.03E-04
2.2	18.2	5.44	13.35	1.23	1.12E-04
2.5	20.12	5.61	14.55	1.45	1.25E-04
2.75	21.55	5.79	15.76	1.62	1.35E-04
3	23.14	6.22	16.93	1.79	1.47E-04
3.5	26.42	6.76	19.66	2.09	1.69E-04
3.75	28.21	6.9	21.31	2.20	1.80E-04
4	30.03	7.19	22.84	2.33	1.92E-04
4.31	32.27	7.5	24.8	2.48	2.06E-04
4.7	35.48	8	27.47	2.65	2.24E-04
5.29	40.29	8.82	31.4	2.91	2.53E-04
5.98	46.18	10	36.19	3.20	2.86E-04
6.71	52.42	11.46	41	3.52	3.19E-04
7.4	58.69	12.99	45.51	3.82	3.52E-04
8.21	68.51	19.24	49.12	4.28	4.12E-04

TABLE 5.0.2: Expérience de Rayleigh-Bénard sur une dilution de 0.04%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée,  $d = 10mm$ , plaques : *laiton – laiton*,  $\Delta T_C \simeq 12.14^{\circ}C$ .

$i$ [A]	$T_{Chaude}$ [°C]	$T_{froide}$ [°C]	$\Delta T_{moy}$ [°C]	$Nu$	$\alpha$ [°C <sup>-1</sup> ]
0	5.16	4.42	0.74	1	1.27E-05
1	8.88	4.69	4.19	0.82	4.29E-05
1.5	12.9	4.9	8.06	0.95	7.30E-05
2	18.85	5.21	13.62	0.99	1.14E-04
2.5	26.12	5.57	20.52	1.02	1.61E-04
2.7	29.38	5.76	23.58	1.03	1.80E-04
2.9	32.89	5.96	26.91	1.03	2.01E-04
3	34.78	6.1	28.64	1.04	2.11E-04
3.1	36.23	6.2	30.01	1.05	2.19E-04
3.25	38.09	6.44	31.68	1.09	2.30E-04
3.4	38.92	6.66	32.25	1.18	2.35E-04
3.8	40.78	7.19	33.61	1.40	2.47E-04
4.2	42.85	7.66	35.18	1.63	2.59E-04
4.4	44.04	7.88	36.16	1.74	2.66E-04
4.7	45.87	8.3	37.53	1.91	2.77E-04
5.1	49.27	9.06	40.22	2.09	2.95E-04
4.71	46.06	8.1	37.97	1.90	2.77E-04
5.5	52.3	9.3	42.9	2.27	3.09E-04
6.2	58.37	10.62	47.76	2.56	3.41E-04
6.9	64.76	11.9	52.75	2.85	3.71E-04
7.71	72.82	13.97	58.98	3.15	4.09E-04
8.6	82.95	17.38	65.82	3.46	4.55E-04
9.31	93.64	23.78	69.7	3.78	5.08E-04

TABLE 5.0.3: Expérience de Rayleigh-Bénard sur une dilution de 0.045%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée,  $d = 10\text{mm}$ , plaques : *laiton – laiton*,  $\Delta T_C \simeq 31.34^\circ\text{C}$ .

$i$ [A]	$T_{Chaude}$ [°C]	$T_{froide}$ [°C]	$\Delta T_{moy}$ [°C]	$Nu$	$\alpha$ [°C <sup>-1</sup> ]
0	4.5	3.55	0.95	1	1.36E-06
1	7.74	3.7	4.04	0.85	2.72E-05
1.5	12.12	3.9	8.22	0.94	6.04E-05
1.9	16.69	4	12.69	0.97	9.23E-05
2.27	21.91	4.21	17.72	0.98	1.27E-04
2.7	28.56	4.08	24.48	0.99	1.66E-04
3.1	35.99	4.42	31.57	1.01	2.09E-04
3.5	44.02	4.79	39.23	1.02	2.51E-04
3.69	47.86	4.88	42.98	1.03	2.70E-04
3.9	50.67	5.15	45.52	1.08	2.84E-04
4.1	52.62	5.32	47.3	1.15	2.94E-04
4.3	54.94	5.6	49.34	1.20	3.05E-04
4.55	57.35	6.03	51.32	1.29	3.17E-04
5	60.01	6.5	53.51	1.49	3.31E-04
5.5	63.86	7.8	55.92	1.72	3.51E-04
6.01	68.26	8.82	59.42	1.92	3.73E-04
6.53	72.22	9.82	62.4	2.14	3.91E-04

TABLE 5.0.4: Expérience de Rayleigh-Bénard sur une dilution de 0.047%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée,  $d = 10mm$ , plaques : *laiton – laiton*,  $\Delta T_C \simeq 48.33^\circ\text{C}$ .

$i$ [A]	$T_{Chaude}$ [°C]	$T_{froide}$ [°C]	$\Delta T_{moy}$ [°C]	$Nu$	$\alpha$ [°C <sup>-1</sup> ]
0	5.31	5	0.31	1	2.40E-05
0.4	5.76	4.98	0.78	0.68	2.69E-05
0.8	7.28	5.01	2.27	0.93	3.74E-05
1.3	10.64	5	5.64	0.99	5.95E-05
1.5	12.33	5.05	7.28	1.02	7.08E-05
1.6	13.32	5.05	8.27	1.03	7.71E-05
1.7	14.35	5.06	9.29	1.03	8.37E-05
1.8	15.37	5.07	10.3	1.04	9.02E-05
1.9	16.51	5.09	11.42	1.05	9.74E-05
2	17.77	5.09	12.68	1.05	1.05E-04
2.1	18.91	5.1	13.81	1.06	1.12E-04
2.2	20.11	5.16	14.95	1.07	1.20E-04
2.3	20.88	5.18	15.7	1.12	1.25E-04
2.4	21.36	5.24	16.12	1.18	1.28E-04
2.5	21.56	5.31	16.25	1.27	1.29E-04
2.6	22.01	5.37	16.64	1.35	1.32E-04
2.7	22.46	5.44	17.02	1.42	1.36E-04
2.9	23.47	5.59	17.88	1.56	1.42E-04
3.1	24.51	5.76	18.75	1.70	1.49E-04
3.25	25.17	6.14	19.03	1.84	1.55E-04
3.35	25.73	6.18	19.55	1.90	1.59E-04
3.6	27.35	6.62	20.73	2.07	1.71E-04
3.9	29.54	7.32	22.22	2.27	1.87E-04
4.3	32.85	7.97	24.88	2.46	2.08E-04
4.7	36.8	8.86	27.94	2.62	2.33E-04
5.21	41.22	10.02	31.2	2.88	2.61E-04
5.6	44.6	11.04	33.56	3.10	2.82E-04
6	48.4	12.38	36.02	3.31	3.05E-04
6.41	52.07	13.6	38.47	3.54	3.27E-04
6.81	56.29	15	41.29	3.72	3.51E-04
7.6	63.8	18.2	45.6	4.20	3.93E-04

TABLE 5.0.5: Expérience de Rayleigh-Bénard sur une dilution de 0.06%wt de Carbopol 940 dans l'eau déminéralisée avec ajout du  $NaN_3$ ,  $d = 10mm$ , plaques : *laiton – laiton*,  $\Delta T_C \simeq 15.7^\circ C$ .

$i$ [A]	$T_{Chaude}$ [°C]	$T_{froide}$ [°C]	$\Delta T_{moy}$ [°C]	$Nu$	$\alpha$ [°C <sup>-1</sup> ]
0	5.32	5.05	0.27	1	2.44E-05
2	18.2	5.71	12.49	1.06	1.12E-04
2.3	22.19	5.89	16.3	1.08	1.37E-04
2.5	25.15	6.03	19.12	1.08	1.55E-04
2.8	29.94	6.27	23.67	1.10	1.83E-04
2.9	31.72	6.33	25.39	1.10	1.93E-04
3	33.53	6.4	27.13	1.10	2.03E-04
3.08	34.85	6.37	28.48	1.10	2.10E-04
3.2	36.97	6.45	30.52	1.11	2.22E-04
3.31	38.88	6.56	32.32	1.12	2.32E-04
3.4	40.47	6.61	33.86	1.13	2.40E-04
3.5	41.85	6.83	35.02	1.16	2.48E-04
3.6	43.23	7.09	36.14	1.19	2.56E-04
3.7	43.7	7.14	36.56	1.24	2.59E-04
3.8	43.68	7.56	36.12	1.32	2.61E-04
3.9	43.95	7.75	36.2	1.39	2.63E-04
4	44.34	7.85	36.49	1.45	2.65E-04
4.25	45.2	7.96	37.24	1.61	2.70E-04
4.5	46.15	8.42	37.73	1.78	2.77E-04
4.75	47.63	9.15	38.48	1.94	2.87E-04
5	49.24	9.92	39.32	2.11	2.98E-04
5.35	51.95	10.86	41.09	2.31	3.15E-04
5.75	55.14	11.65	43.49	2.52	3.32E-04
6.15	59.29	13.11	46.18	2.71	3.55E-04
7.51	71.68	16.87	54.81	3.41	4.17E-04

TABLE 5.0.6: Expérience de Rayleigh-Bénard sur une dilution de 0.0675%wt de Carbopol 940 dans l'eau déminéralisée avec ajout du  $NaN_3$ ,  $d = 10mm$ , plaques : *laiton – laiton*,  $\Delta T_C \simeq 33.86^\circ C$ .

$i$ [A]	$T_{Chaude}$ [°C]	$T_{froide}$ [°C]	$\Delta T_{moy}$ [°C]	$Nu$	$\alpha$ [°C <sup>-1</sup> ]
1.3	10.83	5.22	5.61	1.00	6.22E-05
1.5	12.47	5.34	7.13	1.05	7.35E-05
1.6	13.54	5.37	8.17	1.04	8.05E-05
1.7	14.5	5.45	9.05	1.06	8.71E-05
1.8	15.6	5.48	10.12	1.06	9.42E-05
1.9	16.67	5.42	11.25	1.06	1.00E-04
2	18	5.49	12.51	1.06	1.09E-04
2.1	19.22	5.49	13.73	1.06	1.16E-04
2.2	20.46	5.57	14.89	1.08	1.24E-04
2.3	21.76	5.57	16.19	1.08	1.32E-04
2.4	23.11	5.57	17.54	1.09	1.40E-04
2.6	26.3	5.8	20.5	1.09	1.60E-04
2.8	29.41	5.8	23.61	1.10	1.77E-04
3.2	36.72	6.47	30.25	1.12	2.20E-04
3.6	40.24	7.39	32.85	1.31	2.43E-04
4	41.96	8.28	33.68	1.57	2.56E-04
4.4	44.04	9.31	34.73	1.85	2.71E-04
4.8	46.48	10.25	36.23	2.11	2.87E-04
5	47.96	10.78	37.18	2.23	2.96E-04
5.2	49.57	11.51	38.06	2.35	3.07E-04

TABLE 5.0.7: Expérience de Rayleigh-Bénard sur une dilution de 0.07%wt de Carbopol 940 dans l'eau déminéralisée avec ajout du  $NaN_3$ ,  $d = 10mm$ , plaques : *laiton – laiton*,  $\Delta T_C \simeq 32^\circ C$ .

**Annexe A. 2 :  $d = 17mm$** 

$i[A]$	$T_{Chaude}[^{\circ}C]$	$T_{froide}[^{\circ}C]$	$\Delta T_{moy}[^{\circ}C]$	$Nu$	$\alpha[^{\circ}C^{-1}]$
0	20.11	20.1	0.01	1	2.08E-04
0.2	20.35	20.11	0.23	0.98	2.09E-04
0.35	20.55	20.13	0.42	1.64	2.10E-04
0.55	20.94	20.16	0.78	2.18	2.13E-04
0.8	21.64	20.21	1.43	2.51	2.16E-04
1.1	22.56	20.27	2.3	2.95	2.21E-04
1.4	23.66	20.32	3.34	3.29	2.27E-04
1.8	25.36	20.42	4.95	3.66	2.36E-04
2.2	27.42	20.7	6.73	4.01	2.48E-04
2.46	28.68	20.78	7.88	4.27	2.54E-04
2.81	30.49	20.79	9.67	4.53	2.63E-04
3.3	33.23	21.13	12.09	4.98	2.78E-04
4	37.55	21.71	15.83	5.55	3.00E-04
5	44.22	22.66	21.57	6.30	3.32E-04

TABLE 5.0.8: Expérience de Rayleigh-Bénard sur une dilution de 0.03%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée,  $d = 17mm$ , plaques : *laiton – laiton*,  $\Delta T_C \simeq 0.28^{\circ}C$ .

$i[A]$	$T_{Chaude}[^{\circ}C]$	$T_{froide}[^{\circ}C]$	$\Delta T_{moy}[^{\circ}C]$	$Nu$	$\alpha[^{\circ}C^{-1}]$
0	16.16	15.7	0.45	1.00	1.62E-04
0.4	16.88	15.63	1.26	0.72	1.66E-04
0.6	17.54	15.61	1.91	1.07	1.69E-04
0.9	18.06	15.16	2.9	1.59	1.70E-04
1.2	19.38	15.24	4.14	1.98	1.77E-04
1.4	20.34	15.28	5.07	2.20	1.83E-04
1.71	21.98	15.35	6.61	2.51	1.92E-04
2.1	24.49	15.58	8.91	2.79	2.07E-04
2.51	27.17	15.81	11.37	3.11	2.22E-04
3	30.81	16.16	14.66	3.43	2.42E-04
3.7	36.14	16.78	19.37	3.92	2.71E-04
4.41	42.54	18.48	24.15	4.41	3.07E-04
5.31	49.51	19.54	29.95	5.11	3.41E-04
6.3	57.66	20.5	37.16	5.73	3.77E-04

TABLE 5.0.9: Expérience de Rayleigh-Bénard sur une dilution de 0.04%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée,  $d = 17mm$ , plaques : *laiton – laiton*,  $\Delta T_C \simeq 2.77^{\circ}C$ .

$i$ [A]	$T_{Chaude}$ [°C]	$T_{froide}$ [°C]	$\Delta T_{moy}$ [°C]	$Nu$	$\alpha$ [°C <sup>-1</sup> ]
0	6.08	4.59	1.35	1	2.11E-05
0.7	8.53	4.63	3.88	0.74	3.99E-05
1	11.24	4.66	6.58	0.89	5.98E-05
1.4	16.14	4.72	11.38	1.00	9.36E-05
1.6	19.44	4.93	14.5	1.02	1.16E-04
1.8	22.4	5	17.36	1.07	1.35E-04
2	23.78	5.14	18.63	1.23	1.45E-04
2.4	26.12	5.45	20.7	1.59	1.60E-04
2.8	28.89	5.68	23.12	1.92	1.77E-04
3.2	32.01	6.18	25.84	2.24	1.97E-04
3.6	35.29	6.58	28.71	2.54	2.16E-04
4	38.8	7.01	31.78	2.81	2.36E-04
4.4	42.98	7.6	35.27	3.05	2.60E-04
4.93	47.81	8.52	39.31	3.40	2.86E-04
5.4	52.55	9.08	43.39	3.68	3.10E-04
6	59	9.98	48.89	3.99	3.41E-04
6.6	64.73	11.11	53.52	4.38	3.67E-04
7.2	70.99	12.7	58.23	4.74	3.97E-04
7.8	77.97	16.12	61.87	5.18	4.34E-04

TABLE 5.0.10: Expérience de Rayleigh-Bénard sur une dilution de 0.045%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée,  $d = 17mm$ , plaques : *laiton – laiton*,  $\Delta T_C \simeq 17.4^\circ\text{C}$ .

$i[A]$	$T_{Chaude}[^{\circ}C]$	$T_{froide}[^{\circ}C]$	$\Delta T_{moy}[^{\circ}C]$	$Nu$	$\alpha[^{\circ}C^{-1}]$
0	5.94	4.51	1.39	1	1.94E-05
1	11.29	4.72	6.53	0.89	6.06E-05
1.4	16.49	4.95	11.51	0.98	9.74E-05
1.8	23.01	5.2	17.79	1.04	1.40E-04
2.2	31.16	5.5	25.65	1.07	1.89E-04
2.4	35.53	5.69	29.83	1.08	2.13E-04
2.6	40.12	5.56	34.57	1.09	2.35E-04
2.81	41.7	5.7	36.96	1.19	2.44E-04
3.1	44.3	6.03	38.19	1.39	2.58E-04
3.5	44.5	6.65	37.87	1.79	2.62E-04
3.9	46.81	7.11	39.77	2.11	2.76E-04
4.41	51.18	7.65	43.51	2.45	2.98E-04
4.9	56.73	8.42	48.24	2.71	3.25E-04
3	45.74	6.18	39.56	1.26	2.66E-04
5.5	63.34	9.45	53.81	3.03	3.56E-04
6.1	69.27	10.56	58.74	3.39	3.83E-04
6.6	74.98	11.51	63.52	3.64	4.08E-04
7.1	80.76	12.54	68.25	3.90	4.32E-04
7.6	86.64	14.48	71.95	4.20	4.57E-04

TABLE 5.0.11: Expérience de Rayleigh-Bénard sur une dilution de 0.047%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée,  $d = 17mm$ , plaques : *laiton – laiton*.

$i[A]$	$T_{Chaude}[^{\circ}C]$	$T_{froide}[^{\circ}C]$	$\Delta T_{moy}[^{\circ}C]$	$Nu$	$\alpha[^{\circ}C^{-1}]$
0	5.86	4.51	1.35	1	1.88E-05
1.7	21.08	4.51	16.14	1.03	1.24E-04
2.3	33.08	5.3	27.78	1.07	1.98E-04
2.9	48.05	5.75	42.28	1.10	2.75E-04
3.5	65.39	6.29	59.1	1.12	3.52E-04
3.9	77.97	6.75	71.24	1.13	4.01E-04
4.12	82.22	7.02	75.28	1.19	4.17E-04
4.24	80.96	7.13	73.95	1.29	4.13E-04
4.5	79.6	7.5	72.17	1.49	4.10E-04
5	82.2	7.7	74.5	1.77	4.20E-04

TABLE 5.0.12: Expérience de Rayleigh-Bénard sur une dilution de 0.05%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée,  $d = 17mm$ , plaques : *laiton – laiton*.

**Annexe A. 3 :  $d = 60mm$** 

$i$ [A]	$T_{Chaude}$ [°C]	$T_{froide}$ [°C]	$\Delta T_{moy}$ [°C]	$Nu$	$Nu_{corrigé}$	$\alpha$ [°C <sup>-1</sup> ]
0	20.55	19.74	0.8	1	0.83	2.08E-04
0.18	20.49	19.8	0.68	0.95	0.78	2.08E-04
0.37	22.84	20.29	2.54	1.07	0.88	2.23E-04
0.6	24.13	19.89	4.23	1.69	1.39	2.27E-04
0.9	26.44	19.99	6.47	2.47	2.04	2.39E-04
1.1	28.44	19.97	8.47	2.81	2.32	2.49E-04
1.4	31.38	20.15	11.22	3.42	2.82	2.64E-04
1.7	34.48	20.25	14.23	3.96	3.27	2.79E-04
2	38.38	20.14	18.17	4.27	3.52	2.96E-04
2.4	42.98	20.39	22.6	4.91	4.06	3.17E-04
2.9	48.2	20.1	28.11	5.73	4.73	3.38E-04
3.5	55.09	20.53	34.43	6.76	5.58	3.67E-04

TABLE 5.0.13: Expérience de Rayleigh-Bénard sur une dilution de 0.047%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée,  $d = 60mm$ , plaques : *laiton – laiton*,  $\Delta T_C \simeq 2.54^\circ\text{C}$ .

$i$ [A]	$T_{Chaude}$ [°C]	$T_{froide}$ [°C]	$\Delta T_{moy}$ [°C]	$Nu$	$Nu_{corrigé}$	$\alpha$ [°C <sup>-1</sup> ]
0	6.97	3.5	3.48	1	0.83	1.96E-05
0.4	9.15	3.4	5.75	0.58	0.48	3.54E-05
0.6	13.75	5.12	8.63	0.86	0.71	8.03E-05
0.8	17.03	4.23	12.8	1.03	0.85	9.62E-05
1	21.75	3.91	17.84	1.14	0.94	1.25E-04
1.3	31.84	4.84	27	1.25	1.03	1.89E-04
1.7	47.76	5.38	42.38	1.33	1.10	2.72E-04
2.3	76.35	5.51	70.83	1.41	1.16	3.91E-04
2	60.9	5.23	55.67	1.38	1.14	3.29E-04
1.5	39.83	5.51	34.32	1.30	1.07	2.34E-04
1.14	26.71	5.26	21.45	1.22	1.01	1.63E-04

TABLE 5.0.14: Expérience de Rayleigh-Bénard sur une dilution de 0.055%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée,  $d = 60mm$ , plaques : *laiton – laiton*.

$i$ [A]	$T_{Chaude}$ [°C]	$T_{froide}$ [°C]	$\Delta T_{moy}$ [°C]	$Nu$	$Nu_{corrigé}$	$\alpha$ [°C <sup>-1</sup> ]
0	8.45	5.13	3.31	1	0.83	4.30E-05
0.6	13.02	5.08	7.9	0.94	0.78	7.51E-05
0.8	17.13	4.77	12.35	1.06	0.88	1.00E-04
1	22.14	5.1	17.05	1.19	0.98	1.34E-04
1.15	27.14	5.94	21.21	1.26	1.04	1.69E-04
1.3	32.53	6.33	26.2	1.29	1.06	2.01E-04
1.45	37.55	5.71	31.88	1.31	1.08	2.23E-04
1.6	43.25	5.44	37.81	1.33	1.10	2.50E-04
1.75	49.43	5.13	44.3	1.35	1.11	2.79E-04
1.9	56.82	5.62	51.19	1.36	1.12	3.13E-04
2.05	63.92	6.16	57.79	1.39	1.15	3.45E-04
2.2	72.78	7.58	65.19	1.40	1.16	3.83E-04
2.35	78.64	5.88	72.74	1.43	1.18	4.00E-04

TABLE 5.0.15: Expérience de Rayleigh-Bénard sur une dilution de 0.06%wt de Carbopol 940 dans l'eau distillée,  $d = 60mm$ , plaques : *laiton – laiton*.

## Annexe B : Mesures rhéométriques

Pour la caractérisation de nos solutions, nous avons effectué une série de mesures en cisaillement simple à une température de 20°C, à l'aide d'un rhéomètre rotatif à vitesse imposée AR-G2 de TA-instruments. Les mesures ont été réalisées à l'aide d'une configuration plan/plan en acier plein de 60mm de diamètre et de 1000 $\mu$ m de jeu. Les régimes permanents nous ont demandé d'imposer un gradient de cisaillement donné et de suivre l'évolution des contraintes au cours du temps jusqu'à l'obtention d'un équilibre. Les mesures longues ont été réalisées en la présence d'un système limitant l'évaporation. Les outils étaient recouverts de papier rugueux type P120 (taille du grain 125 $\mu$ m [22]) afin d'éviter le glissement à l'interface de la paroi des outils et de l'échantillon.

$\dot{\gamma}(s^{-1})$	$\tau(Pa)$	$\dot{\gamma}(s^{-1})$	$\tau(Pa)$
100	2.15	5	0.37
60	1.57	4	0.33
50	1.4	3.5	0.31
45	1.31	3	0.28
35	1.13	2.5	0.26
30	1.02	2	0.23
27	0.96	1.5	0.2
25	0.92	1	0.16
20	0.81	0.5	0.12
15	0.68	0.3	0.095
13	0.63	0.1	0.057
10	0.54	0.05	0.043
9	0.51	0.03	0.034
7.5	0.47	0.003	0.017
6	0.41	1E-3	0.00939

TABLE 5.0.18: Résultats bruts des tests d'écoulement pour le 0.0675% *wt* en Carbopol 940 diluées dans l'eau déminéralisée en présence de l'azoture de sodium. Les mesures de la contraintes sont illustrées en fonction de la vitesse de cisaillement imposée.

	0.1%wt	0.06%wt	0.055%wt	0.05%wt	0.047%wt	0.045%wt	0.04%wt	0.03%wt
$\gamma(s^{-1})$	$\tau(Pa)$							
100	–	–	–	–	–	–	–	0.56
30	28	6.84	4.71	2.3	–	–	–	0.19
15	–	–	–	–	1.25	0.96	0.48	–
10	25.79	4.89	3.08	1.34	1.034	–	0.37	0.045
3	18.94	3.89	2.44	0.96	0.6	0.72	0.18	0.024
1	19.54	3.17	1.72	0.62	0.4	0.43	0.08	0.008
0.3	15.47	2.67	1.58	0.51	0.26	0.24	0.038	0.00451
0.1	16.86	2.25	1.14	0.35	0.17	0.16	0.02	–
0.03	13.66	2.14	1.06	0.33	0.12	0.088	0.012	–
0.01	15.02	1.99	0.9	0.23	0.08	0.06	0.011	–
0.003	12.4	1.95	0.78	0.21	0.068	0.031	0.00824	–
1E-3	12.78	1.86	0.8	0.16	–	0.029	0.00616	–
3E-4	11.07	1.8	0.63	0.13	0.06	0.029	0.00746	–
1E-4	11.9	1.75	0.76	0.13	0.059	–	0.0055	–
3E-5	10.07	1.76	0.59	0.11	–	0.025	–	–
1E-5	10.88	1.68	0.74	–	–	0.03	–	–

TABLE 5.0.16: Résultats bruts des tests d'écoulement pour plusieurs concentrations de Carbopol 940 diluées dans l'eau distillée. Les mesures de la contraintes sont illustrées en fonction de la vitesse de cisaillement imposée.

Test 1		Test 2		Test 3		Test 4		Test 5		Test6	
$\dot{\gamma}(s^{-1})$	$\tau(Pa)$										
10	0.28	30	0.63	10	0.29	10	0.269	30	0.57	10	0.33
1	0.051	0.3	0.025	1	0.05	1	0.051	3	0.1	1	0.073
0.1	0.00853	0.003	0.0018	0.1	0.01	0.1	0.01	0.3	0.01968	0.1	0.017
0.003	0.00135	1E-3	0.00125	0.01	0.00231	0.02	0.0069	0.01	0.00661	0.01	0.0077
2E-4	0.00113	...	...	0.003	4.73E-4	0.003	0.0044	1E-3	0.0066	...	...
...	...	...	...	...	...	2E-4	0.004	4E-4	0.00634	...	...

TABLE 5.0.17: Résultats bruts des tests d'écoulement pour le 0.06% *wt* en Carbopol 940 diluées dans l'eau déminéralisée en présence de l'azoture de sodium. Les mesures de la contraintes sont illustrées en fonction de la vitesse de cisaillement imposée.

Test 1		Test 2		Test 3		Test 4		Test 5		Test 6	
$\dot{\gamma}(s^{-1})$	$\tau(Pa)$										
100	1.78	10	0.6	30	1.111	10	0.45	30	0.86	10	0.46
60	1.26	1	0.17	3	0.29	1	0.12	3	0.21	1	0.12
50	1.121	0.1	0.052	0.3	0.09	0.1	0.033	0.3	0.05	0.1	0.028
45	1.04	1E-3	0.00614	0.01	0.017	0.05	0.022	0.02	0.01	0.05	0.021
35	0.88	...	...	1E-3	0.00632	0.01	0.01	0.003	0.00386	0.01	0.0085
30	0.79	...	...	...	...	1E-3	0.00444	4E-4	0.00236	1E-3	0.004
27	0.74	...	...	...	...	2E-4	0.00321	...	...	...	...
25	0.7	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
20	0.61	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
15	0.51	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
13	0.46	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
10	0.39	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
9	0.37	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
7.5	0.33	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
6	0.28	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
4	0.22	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
2.5	0.17	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1	0.1	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.5	0.07	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.3	0.05	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.1	0.025	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.05	0.016	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

TABLE 5.0.19: Résultats bruts des tests d'écoulement pour le 0.07% *wt* en Carbopol 940 diluées dans l'eau déminéralisée en présence de l'azoture de sodium. Les mesures de la contraintes sont illustrées en fonction de la vitesse de cisaillement imposée.

## Annexe C : Propriétés physiques isobariques de l'eau,

$$P = 1.001\text{bar}$$

$T_{moy} [^{\circ}C]$	$\rho [\frac{Kg}{m^3}]$	$Cp [J \cdot Kg \cdot ^{\circ}K]$	$\mu [Pa \cdot s]$	$\lambda [\frac{W}{m \cdot ^{\circ}K}]$	$\kappa [\frac{m^2}{s}]$	$\alpha [\frac{1}{^{\circ}C}]$	$Pr$
4	999.97	4211.06	0.0016	0.569	1.35E-07	3.10E-07	11.605
5	999.97	4208.61	0.0015	0.571	1.36E-07	1.60E-05	11.198
6	999.94	4206.33	0.0015	0.572	1.36E-07	3.13E-05	10.811
7	999.9	4204.22	0.0014	0.574	1.37E-07	4.61E-05	10.445
8	999.85	4202.22	0.0014	0.576	1.37E-07	6.05E-05	10.097
9	999.78	4200.39	0.0013	0.578	1.38E-07	7.44E-05	9.767
10	999.7	4198.72	0.0013	0.580	1.38E-07	8.80E-05	9.453
11	999.61	4197.17	0.0013	0.582	1.39E-07	1.01E-04	9.153
12	999.5	4195.72	0.0012	0.584	1.39E-07	1.14E-04	8.869
13	999.38	4194.39	0.0012	0.586	1.40E-07	1.27E-04	8.597
14	999.25	4193.17	0.0012	0.588	1.40E-07	1.39E-04	8.338
15	999.1	4192.00	0.0011	0.589	1.41E-07	1.51E-04	8.091
16	998.95	4190.94	0.0011	0.591	1.41E-07	1.63E-04	7.855
17	998.78	4190.00	0.0011	0.593	1.42E-07	1.74E-04	7.629
18	998.6	4189.11	0.0011	0.595	1.42E-07	1.85E-04	7.413
19	998.41	4188.33	0.0010	0.597	1.43E-07	1.96E-04	7.206
20	998.21	4187.61	0.0010	0.598	1.43E-07	2.07E-04	7.009
21	998	4186.94	0.0010	0.600	1.44E-07	2.17E-04	6.819
22	997.77	4186.33	0.0010	0.602	1.44E-07	2.27E-04	6.637
23	997.54	4185.78	0.0009	0.604	1.45E-07	2.37E-04	6.463
24	997.3	4185.28	0.0009	0.605	1.45E-07	2.47E-04	6.295
25	997.05	4184.89	0.0009	0.607	1.46E-07	2.57E-04	6.135
26	996.79	4184.50	0.0009	0.609	1.46E-07	2.66E-04	5.980
27	996.52	4184.11	0.0009	0.611	1.46E-07	2.76E-04	5.832
28	996.24	4183.83	0.0008	0.612	1.47E-07	2.85E-04	5.689
29	995.95	4183.56	0.0008	0.614	1.47E-07	2.94E-04	5.551
30	995.65	4183.39	0.0008	0.616	1.48E-07	3.03E-04	5.419

TABLE 5.0.20: Valeurs isobariques des grandeurs physiques de l'eau, pour des valeurs de température variant de 4°C à 30°C [38].

$T_{moy} [^{\circ}C]$	$\rho [\frac{Kg}{m^3}]$	$Cp [J \cdot Kg \cdot ^{\circ}K]$	$\mu [Pa \cdot s]$	$\lambda [\frac{W}{m \cdot K}]$	$\kappa [\frac{m^2}{s}]$	$\alpha [\frac{1}{^{\circ}C}]$	$Pr$
31	995.34	4183.17	0.0008	0.617	1.48E-07	3.11E-04	5.292
32	995.03	4183.06	0.0008	0.619	1.49E-07	3.20E-04	5.169
33	994.7	4182.94	0.0007	0.620	1.49E-07	3.28E-04	5.051
34	994.37	4182.83	0.0007	0.622	1.49E-07	3.37E-04	4.937
35	994.03	4182.78	0.0007	0.623	1.50E-07	3.45E-04	4.827
36	993.69	4182.78	0.0007	0.625	1.50E-07	3.53E-04	4.721
37	993.33	4182.78	0.0007	0.626	1.51E-07	3.61E-04	4.618
38	992.97	4182.83	0.0007	0.628	1.51E-07	3.68E-04	4.519
39	992.59	4182.89	0.0007	0.629	1.52E-07	3.76E-04	4.424
40	992.22	4182.94	0.0007	0.631	1.52E-07	3.84E-04	4.331
41	991.83	4183.06	0.0006	0.632	1.52E-07	3.91E-04	4.242
42	991.44	4183.17	0.0006	0.633	1.53E-07	3.98E-04	4.155
43	991.04	4183.33	0.0006	0.635	1.53E-07	4.06E-04	4.072
44	990.63	4183.50	0.0006	0.636	1.53E-07	4.13E-04	3.991
45	990.21	4183.67	0.0006	0.637	1.54E-07	4.20E-04	3.912
46	989.79	4183.89	0.0006	0.639	1.54E-07	4.27E-04	3.837
47	989.36	4184.11	0.0006	0.640	1.55E-07	4.34E-04	3.763
48	988.93	4184.33	0.0006	0.641	1.55E-07	4.40E-04	3.692
49	988.48	4184.61	0.0006	0.642	1.55E-07	4.47E-04	3.623
50	988.03	4184.89	0.0005	0.644	1.56E-07	4.54E-04	3.556
51	987.58	4185.17	0.0005	0.645	1.56E-07	4.60E-04	3.491
52	987.12	4185.50	0.0005	0.646	1.56E-07	4.67E-04	3.428
53	986.65	4185.83	0.0005	0.647	1.57E-07	4.73E-04	3.367
54	986.17	4186.17	0.0005	0.648	1.57E-07	4.79E-04	3.307
55	985.69	4186.50	0.0005	0.649	1.57E-07	4.86E-04	3.250
56	985.21	4186.89	0.0005	0.650	1.58E-07	4.92E-04	3.194
57	984.71	4187.28	0.0005	0.651	1.58E-07	4.98E-04	3.139
58	984.21	4187.67	0.0005	0.652	1.58E-07	5.04E-04	3.087
59	983.71	4188.06	0.0005	0.653	1.59E-07	5.10E-04	3.035
60	983.2	4188.50	0.0005	0.654	1.59E-07	5.16E-04	2.985
61	982.68	4188.94	0.0005	0.655	1.59E-07	5.21E-04	2.937
62	982.16	4189.39	0.0005	0.656	1.60E-07	5.27E-04	2.889
63	981.63	4189.89	0.0004	0.657	1.60E-07	5.33E-04	2.844
64	981.09	4190.39	0.0004	0.658	1.60E-07	5.38E-04	2.799
65	980.55	4190.89	0.0004	0.659	1.60E-07	5.44E-04	2.755

TABLE 5.0.21: Valeurs isobariques des grandeurs physiques de l'eau, pour des valeurs de température variant de 31°C à 65°C [38].

$T_{moy} [^{\circ}C]$	$\rho [\frac{Kg}{m^3}]$	$Cp [J \cdot Kg \cdot ^{\circ}K]$	$\mu [Pa \cdot s]$	$\lambda [\frac{W}{m \cdot K}]$	$\kappa [\frac{m^2}{s}]$	$\alpha [\frac{1}{^{\circ}C}]$	$Pr$
66	980	4191.39	0.0004	0.660	1.61E-07	5.50E-04	2.713
67	979.45	4191.94	0.0004	0.661	1.61E-07	5.55E-04	2.672
68	978.9	4192.50	0.0004	0.662	1.61E-07	5.60E-04	2.632
69	978.33	4193.06	0.0004	0.662	1.61E-07	5.66E-04	2.592
70	977.76	4193.61	0.0004	0.663	1.62E-07	5.71E-04	2.554
71	977.19	4194.22	0.0004	0.664	1.62E-07	5.76E-04	2.517
72	976.61	4194.83	0.0004	0.665	1.62E-07	5.81E-04	2.481
73	976.03	4195.44	0.0004	0.665	1.62E-07	5.86E-04	2.446
74	975.44	4196.11	0.0004	0.666	1.63E-07	5.92E-04	2.411
75	974.84	4196.78	0.0004	0.667	1.63E-07	5.97E-04	2.377
76	974.24	4197.44	0.0004	0.667	1.63E-07	6.01E-04	2.345
77	973.64	4198.11	0.0004	0.668	1.63E-07	6.06E-04	2.313
78	973.03	4198.83	0.0004	0.669	1.64E-07	6.11E-04	2.282
79	972.41	4199.56	0.0004	0.669	1.64E-07	6.16E-04	2.251
80	971.79	4200.33	0.0004	0.670	1.64E-07	6.21E-04	2.221
81	971.16	4201.06	0.0003	0.671	1.64E-07	6.26E-04	2.192
82	970.53	4201.83	0.0003	0.671	1.65E-07	6.30E-04	2.164
83	969.9	4202.67	0.0003	0.672	1.65E-07	6.35E-04	2.136
84	969.26	4203.44	0.0003	0.672	1.65E-07	6.39E-04	2.109
85	968.61	4204.33	0.0003	0.673	1.65E-07	6.44E-04	2.083
86	967.96	4205.17	0.0003	0.673	1.65E-07	6.48E-04	2.057
87	967.31	4206.06	0.0003	0.674	1.66E-07	6.53E-04	2.032
88	966.64	4206.94	0.0003	0.674	1.66E-07	6.57E-04	2.007
89	965.98	4207.83	0.0003	0.675	1.66E-07	6.62E-04	1.983
90	965.31	4208.78	0.0003	0.675	1.66E-07	6.66E-04	1.960
91	964.63	4209.72	0.0003	0.676	1.66E-07	6.70E-04	1.937
92	963.95	4210.72	0.0003	0.676	1.67E-07	6.74E-04	1.914
93	963.27	4211.67	0.0003	0.677	1.67E-07	6.79E-04	1.892
94	962.58	4212.72	0.0003	0.677	1.67E-07	6.83E-04	1.870
95	961.89	4213.72	0.0003	0.677	1.67E-07	6.87E-04	1.849
96	961.19	4214.78	0.0003	0.678	1.67E-07	6.91E-04	1.829
97	960.49	4215.89	0.0003	0.678	1.67E-07	6.95E-04	1.809
98	959.78	4217.00	0.0003	0.678	1.68E-07	6.99E-04	1.789
99	959.07	4218.11	0.0003	0.679	1.68E-07	7.03E-04	1.769
99.884	958.43	4219.11	0.0003	0.679	1.68E-07	7.07E-04	1.753

TABLE 5.0.22: Valeurs isobariques des grandeurs physiques de l'eau, pour des valeurs de température variant de 66°C à 99.884°C [38].









# Bibliographie

- [1] Ahlers G., 2000. Effect of sidewall conductance on heat-transport measurements for turbulent Rayleigh-Bénard convection, *Phys. Rev. E*, 63.
- [2] Ahlers G., 2006. Experiments with Rayleigh-Bénard Convection, In "Dynamics of spatio-temporal cellular structures - Henri Bénard centenary review", edited by I. Mutabazi, Jose E. Wesfreid, and E. Guyon (Springer Tracts in Modern Physics, Vol. 207).
- [3] Ahlers G., Dressel B., Oh J. & Pesch W., 2010. Strong non-Boussinesq effects near the onset of convection in a fluid near its critical point. *J. Fluid Mech*, vol. 642, pp. 15–48.
- [4] Ahlers G., Xu X., 2001. Prandtl-Number Dependence of Heat Transport in Turbulent Rayleigh-Bénard Convection. *Physical Review Letters*. Vol. 86, N. 15.
- [5] Albaalbaki B., El Khayat R., 2008. Finite-amplitude Rayleigh-Bénard convection for weakly shear thinning fluids. *Journal of Physics : Conference Series* 137, 012024.
- [6] ASTM International, 1993. Manual on the use of thermocouples in temperature measurement. Fourth Edition, Editorial work coordinated by R. M. Park, Marlin Manufacturing Corp and Helen M. Hoersch, ASTM edition.
- [7] Balmforth N. J., Rust A. C., 2009. Weakly nonlinear viscoplastic convection. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* pp 36-45.
- [8] Benkhelifa A., Penot F., 2006. Sur la convection de Rayleigh-Bénard turbulente : Caractérisation dynamique par PIV. *Revue des Énergies Renouvelables*, Vol. 9, N°4, pp 341-354.

- [9] Bodenschatz E., Pesch W. & Ahlers G., 2000. Recent Developments in Rayleigh-Bénard Convection. *Annual Review of Fluid Mechanics*. Vol. 32, pp 709-778.
- [10] Brown E., Nikolaenko A., Funfschilling D. & Ahlers G., 2005. Heat transport in turbulent Rayleigh-Bénard convection : Effect of finit top- and bottom-plate conductivities. *Physics of Fluids*, 17, 075108.
- [11] Cardon X., Roiland M. & Bardon J. P., 1987. Etude expérimentale de la convection naturelle dans un fluide complexe à l'intérieur d'une cavité parallélépipédique différentiellement chauffée. *Revue Générale de Thermique Fr.* Vol. 26, N. 306-307, pp. 374-380
- [12] Cartland Glover G. M., Generalis S. C., 2009. Pattern competition in homogeneously heated fluid layers. *Generalis. Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics* Vol. 3, N. 2, pp 164-174.
- [13] Chandrasekhar S., 1961. *Hydrodynamic and Hydromagnetic stability*. Oxford University Press.
- [14] Chavanne X., Chillà F., Castaing B., Hébral B., Chabaud B. & Chaussy J., 1997. Observation of the ultimate regime in Rayleigh-Bénard convection. *Phys. Rev. Lett.* Vol. 79, pp 3648-3651.
- [15] Chilla F., Rastello M., Chaumat S. & Castaing B., 2004. Ultimate regime in Rayleigh-Bénard convection : The role of plates. *Physics of Fluids*, Vol. 16, N. 7.
- [16] Cladwell D. R., 1970. Non-linear effects in a Rayleigh-Bénard experiment. *J. Fluid Mech.* Vol. 42, P 161-175.
- [17] Copper Development Association, sur : [http ://www.copper.org/](http://www.copper.org/). Consulté le 06 Septembre 2011 à 17h31.
- [18] Couarraze G., Grossiord J.L, 2000. *Initiation à la Rhéologie*. TEC, p 63.
- [19] Cross M. C., Hohenberg P. C., 1993. Pattern formation outside of equilibrium *Reviews of Modern Physics*, Vol. 65, No. 3.
- [20] De Bruyn J. R. & al, 1996. Apparatus for the study of Rayleigh-Bénard convection in gases under pressure. *Scientific Instruments Review*, 67 (6).
- [21] Drazin P. G., Reid W. H., 2004. *Hydrodynamic Stabiliy*. Cambridge University Press, second edition.
- [22] Federation of European Producers of Abrasives. [www.fepa-abrasives.org/](http://www.fepa-abrasives.org/) . Consulté le 24 Octobre 2011 à 10h.

- [23] Founargiotakis K., Kelessidis V. C. & Maglione R., 2008. Laminar, Transitional and Turbulent Flow of Herschel–Bulkley Fluids in Concentric Annulus. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 86, pp 676-683.
- [24] Genix M., 2009. Mesures thermiques locales par thermocouple intrinsèque en modes contact et non contact. Thèse de doctorat, UFR des sciences et technique, Université de Franche-Comté.
- [25] Gery A., Degiovanni A., Petit D. et Dard J., 1982. Mesure des températures de surface par contacts séparés. *Revue Phys. Appl.* 17, pp 163-175.
- [26] Getling A. V., 1998. Rayleigh–Bénard Convection, Structures and Dynamics. World Scientific Edition.
- [27] Glowinski R., Lions J. L. & Trémolières R., 1981. Numerical Analysis of Variational Inequalities. Edition North-Holland, Amsterdam.
- [28] Grossmann S., Lohse D., 2000. Scaling in thermal convection : A unifying theory. *Journal of Fluid Mechanics*. Cambridge University Pres. Vol. 407, pp 27-56.
- [29] Guyon E., Hulin J. P. & Petit L., 1991. Hydrodynamique physique. Interéditions, éditions du CNRS.
- [30] Horbette B., Navailles J.C. & Tardy P., 1999. La mesure des températures et sa validité, Institut Universitaire de Technologie, Bordeaux I, Département des Mesures Physiques. Edition interne.
- [31] Huilgol R., Mena B. & Piau J.M., 2002. Finite stopping time problems and rheometry of Bingham fluids. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 102, pp 97-107.
- [32] Liang S. F., Acrivos A., 1969. Experiments on buoyancy driven convection in non-Newtonian fluids. *Rheologica Acta*, Springer Berlin / Heidelberg edition. Vol. 9, N. 3, pp 447-455.
- [33] Libchaber A. et Maurer J., 1980. Une expérience de Rayleigh–Bénard de géométrie réduite ; multiplication, accrochage et démultiplication de fréquences. *Journal de Physique*. Colloque C3, supplément au n° 4, Tome 41, pp C3-51.
- [34] Magnin A., Piau J.M., 1990. Cone-and-plate rheometry of yield stress fluid. Study of an aqueous gel, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 36, pp 85-108.

- [35] Manneville P., 2006. Rayleigh-Bénard Convection, thirty years of experimental, theoretical, and modeling work. Springer Tracts in Modern Physics. Springer-Verlag Edition. Vol. 207, pp 41-66.
- [36] Métivier C. & Magnin A., 2011. The effect of wall slip on the stability of the Rayleigh-Bénard Poiseuille flow of viscoplastic fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* V. 166, Iss. 14-15, pp 839-846.
- [37] Métivier C., Nouar C. & Brancher J.-P., 2010. Weakly nonlinear dynamics of thermoconvective instability involving viscoplastic fluids. *J. Fluid Mech.*, pp 1-38.
- [38] National Institute of Standards and Technology (NIST), Isobaric Properties for Water, sur : <http://webbook.nist.gov/>, consulté le 17/06/2008. Data from NIST Standard Reference Database 69, June 2005 Release : NIST Chemistry WebBook.
- [39] Niemela J. J., Skrbek L., Sreenivasanl K. R. & Donnelly R. J., 2000. Turbulent convection at very high Rayleigh numbers, *Nature*. 404, pp 837-840.
- [40] Nouar C., 2005. Thermal convection for a thermo-dependent yield stress fluid in an axisymmetric horizontal duct. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, pp 5520-5535.
- [41] Ozoe H., Churchill S.W., 1973. Hydrodynamic stability and natural convection in newtonian and non-Newtonian fluids heated from below. *AIChE Symposium Series, Heat Transfer*, 69, pp 126-133.
- [42] Peixinho J., 2004. Experimental Study of Laminar, Transitional and Turbulence Heat Convection of a Yield Stress Fluid in a Pipe, Thèse de doctorat de l'Université de Nancy 1, pp 30-32.
- [43] Peixinho J., Desaubry C. & Lebouché M., 2008. Heat transfer of a non-Newtonian fluid (Carbopol aqueous solution) in transitional pipe flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, I. 1-2, pp 198-209.
- [44] Pérez J. Ph., Romulus A. M., 1993. *Thermodynamique, fondements et applications*. édition Masson, p 155.
- [45] Piau J. M., 2007. Carbopol gels : Elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges Meso and macroscopic propreties,

- constitutive equations and scaling laws, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 144, pp 1-29.
- [46] Roche P. E., Castaing B., Chabaud B. & Hébral B., 2002. Prandtl and Rayleigh numbers dependences. *Europhys. Lett.*, 58 (5), pp 693-698.
- [47] Roche P. E., Chabaud B., Hébral B. & Sommeria J., 2001. Side wall effects in Rayleigh-Bénard experiments. *Eur. Phys. J. B* 24, pp 405-408.
- [48] Round G. F., Yu S., 1993. Entrance Laminar Flows of Viscoplastic Fluids in Concentric Annuli. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 71, pp 642-645.
- [49] Sano O., 1994. Formation and transitions of patterns in thermal convection. *Research of Pattern Formation*. KTK Edition, Scientific Publisher, Japan. pp 265-288.
- [50] Shang X. D., Qiu X. L., Tong P. & Xia K. Q., 2004. Measurement of the local convective heat flux in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Physical Review E*, 70, 026308.
- [51] Sheard G. J. & King M. P., 2011. Horizontal convection : Effect of aspect ratio on Rayleigh number scaling and stability. *Applied Mathematical Modelling*, n° 35, pp 1647-1655.
- [52] Solomatov V. S. & Barr A.C., 2007. Onset of convection in fluids with strongly temperature-dependent, power-law viscosity, Dependence on the initial perturbation. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. N. 165, pp 1-13.
- [53] Sotin Ch., 2000. Le Manteau Terrestre en cuve. *La Recherche*, 330, pp 24-25.
- [54] Stasiek J., 1997. Thermochromic liquid crystals and true colour image processing in heat transfer and fluid-flow research, *Heat and mass transfer review*, Edited by Springer Berlin, Heidelberg, 33, pp 27-39.
- [55] Suslov S. A., 2005. Analysis of coupling between hydrodynamic and thermal instabilities in non-Boussinesq convection. *Nonlinear analysis*. 63 (5), pp 1435-1443.
- [56] Tien C., Tsuei H. S. & Sun Z. S., 1969. Thermal instability of a horizontal layer of non-Newtonian fluid heated from below. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 12, 1173.

## *Bibliographie*

- [57] Van Dyke M., 1982. An Album of fluid motion. The parabolic press edition.
- [58] Zeytounian Radyadour Kh., 2003. Joseph Boussinesq and his approximation : a contemporary view. Elsevier, vol. 331, N°8, pp. 575-586.
- [59] Zhang J., Vola D. & Frigaard I. A., 2006. Yield stress effects on Rayleigh–Bénard convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 566 , pp 389-419.







## *Résumé*

Le phénomène de Rayleigh-Bénard correspond à l'état instable dans lequel se trouve une couche horizontale d'un fluide dilatable, soumise à un gradient de température. Si ce dernier dépasse une valeur critique, des mouvements convectifs naissent à l'intérieur du fluide. Concernant les fluides à seuil, le phénomène devient plus complexe. Le seuil s'ajoute aux forces stabilisatrices au sein du fluide et modifie de manière fondamentale le transfert de matière et le transfert thermique. Au départ, le fluide est au repos; le gradient de vitesse est alors nul et la viscosité efficace infinie partout. L'approche de stabilité linéaire est incapable de fournir une solution aux équations d'écoulement car on doit perturber, par les forces d'Archimède, un fluide d'une viscosité infinie [59]. Dans ce travail de thèse, des expériences de Rayleigh-Bénard ont été effectuées sur des solutions à base de Carbopol 940 présentant un seuil de contrainte. Le dispositif expérimental nous a permis d'avoir des résultats quantitatifs et qualitatifs intéressants. Les mouvements thermoconvectifs ont ensuite été filmés par la technique d'ombroscopie. L'effet non-linéaire au début de la convection a été observé.

*Mots clés :* Rhéologie, fluides à seuil, convection de Rayleigh-Bénard, nombre de Nusselt, structures et formes thermoconvectives, ombroscopie

## *Abstract*

Rayleigh-Bénard convection phenomena correspond to the unstable state of an horizontal and dilatable fluid layer under a temperature gradient. If it exceeds a given critical value, convective movements appear. The phenomena becomes more complex for yield stress fluids. This threshold is added to stabilizing forces exercised within the fluid and alters the fundamental heat and mass transfer. The fluid is initially at rest and therefore the velocity gradient is zero, and the effective viscosity is infinite everywhere. The linear stability approach is unable to respond because we have to disturb Archimedes forces in a fluid with infinite viscosity [59]. In this thesis, Rayleigh-Bénard experiments were performed with Carbopol 940 solutions which expressing a yield stress. The experimental apparatus allowed us to obtain interesting quantitative and qualitative results. The non-linear effect at the beginning of convection was observed and thermoconvective movements were observed using shadowgraphy technique.

*Keywords :* Rheology, yield stress fluids, Rayleigh-Bénard convection, Nusselt number, Thermoconvective structures and patterns, shadowgraphy.