



**HAL**  
open science

# Croissance et convergence des pays de la zone CFA : une étude par les données de panel non stationnaires

Abdou-Aziz Niang

► **To cite this version:**

Abdou-Aziz Niang. Croissance et convergence des pays de la zone CFA : une étude par les données de panel non stationnaires. Economies et finances. Université de Bourgogne; SENEGAL - Université Cheik Anta Diop - DAKAR, 2011. Français. NNT : 2011DIJOE008 . tel-00834421

**HAL Id: tel-00834421**

**<https://theses.hal.science/tel-00834421>**

Submitted on 15 Jun 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE BOURGOGNE  
ET  
UNIVERSITÉ DE DAKAR

N° attribué par la bibliothèque

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## THÈSE

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR**

Spécialité : **Sciences Économiques**

préparée au laboratoire

**Laboratoire d'Économie et de Gestion - UMR CNRS 5118**

dans le cadre de l'École Doctorale

**École Doctorale 491, Langages, Idées, Sociétés, Institutions, Territoires  
(LISIT)**

présentée et soutenue publiquement

par

**Abdou-Aziz NIANG**

14 Juin 2011

Titre:

**Croissance et convergence dans les pays de la zone CFA: Une  
étude par les données de panel non stationnaires**

Directeurs de thèse:

**Mme Marie-Claude PICHERY**

**M. Abdoulaye DIAGNE**

### Jury

M. Hervé CARDOT	Professeur à l'Université de Bourgogne
M. Abdoulaye DIAGNE	Professeur à l'Université de Dakar
M. Christophe HURLIN	Professeur à l'Université d'Orléans
Mme. Valérie MIGNON	Professeur à l'Université Paris Ouest-Nanterre La Défense
Mme. Marie-Claude PICHERY	Professeur à l'Université de Bourgogne
M. Ababacar DIENG	Professeur à l'Université de Dakar

### Rapporteurs

M. Christophe HURLIN	Professeur à l'Université d'Orléans
Mme. Valérie MIGNON	Professeur à l'Université Paris Ouest-Nanterre La Défense

# Remerciements

Je tiens à remercier en tout premier lieu mes deux directeurs de thèse, Madame Marie-Claude PICHERY et Monsieur Abdoulaye DIAGNE pour m'avoir permis de travailler avec eux. Ils m'ont apporté un encadrement et un soutien sans faille et ont su me garantir la liberté nécessaire pour mes recherches, sans jamais se désintéresser de mes avancées. Je remercie les rapporteurs pour avoir accepté de rapporter sur cette thèse et tous les membres du jury d'avoir accepté de faire partie du jury.

Je voudrais aussi adresser mes remerciements à toute l'équipe Analyse et Modélisation des Interaction Économiques (AMIE) du Laboratoire d'Économie et de Gestion (LEG) de l'Université de Bourgogne, notamment au responsable, Monsieur Louis De MESNARD. Tout au long de ce travail, j'ai pu mener mes recherches dans un environnement très propice en évoluant au sein de l'équipe AMIE. Merci également à tout le personnel et chercheurs du Consortium pour la Recherche Économique et Sociale (CRES) de Dakar qui m'ont beaucoup soutenu et m'ont accueilli chaleureusement lors de mes séjours effectués à Dakar.

Je remercie tous les ami-e-s en France et au Sénégal pour leurs encouragements et pour les bons moments qui ont accompagné la rédaction de la thèse. Merci infiniment à tous les ami-e-s membres de l'association *Une Maison de Parents en Bourgogne* avec qui j'ai eu l'occasion et le grand plaisir de travailler et qui n'ont cessé de m'encourager pendant les moments les plus difficiles.

Je n'oublierai jamais feu Marcellin EDJO économiste à la BCEAO qui, avant de disparaître prématurément en fin 2008, a contribué à un premier draft du Chapitre 5 qui fait l'objet d'un document de travail co-écrit avec Mme Marie-Claude PICHERY.

Merci à toute ma famille, frères, soeurs, oncles, tantes et grands parents sans oublier mon frère El hadji NIANG et sa femme Susanne depuis l'Allemagne pour leur soutien permanent, mon oncle Makhfouss Sarr, mon frère Thierno NIANG qui m'ont également apporté un important soutien moral. Enfin et surtout, je remercie mes parents, en particulier ma mère qui m'a soutenu quotidiennement et à qui je dédie cette thèse.

# Résumé

Les pays africains de la zone CFA ont connu ces dernières années de multiples transformations économiques d'une part à travers les mesures initiées par les bailleurs de fonds bilatéraux et multilatéraux et d'autre part à travers les politiques d'intégration économique et monétaire. Ainsi, en partant de l'hypothèse selon laquelle du fait de ces nombreuses interventions, ces systèmes économiques incorporent divers phénomènes tels que les changements structurels et les dépendances inter-économies, nous avons étudié leurs principales implications sur la croissance, la convergence et la prévisibilité du taux de croissance. L'accent est d'abord mis sur les traits majeurs des politiques d'intégration dans le cadre d'une union monétaire tout en soulignant les éventuelles incidences de telles politiques sur la dynamique économique des pays membres principalement en termes de modélisation économétrique de la croissance et de la convergence. Les différentes études réalisées sur la base d'outils économétriques adaptés ont permis d'aboutir à des résultats nouveaux relatifs au processus de croissance et de convergence de ces économies comparativement à ceux basés sur les outils classiques de modélisation économétrique. Il ressort également de cette étude que la présence de facteurs communs et de ruptures structurelles est fortement liée aux politiques d'intégration mises en oeuvre au sein de la zone CFA. Ces résultats révèlent aussi que les chocs produisent des effets hétérogènes et ont généralement des dates d'occurrence différentes selon les pays et qu'il est nécessaire de faire varier les réponses de politique économique d'un pays à l'autre pour une croissance durable et mieux partagée.

# Abstract

During the recent years, african countries in the CFA zone have experienced many economic changes on the one hand through the measures initiated by bilateral and multilateral donors and on the other hand through the economic and monetary integration policies. Thus, relying on the assumption that because of these interventions, the economic systems incorporate various phenomena such as structural change and economic interdependencies, we studied their major implications on growth, convergence and growth predictability. Emphasis is first placed on the major features of integration policies in a monetary union, while stressing the possible implications of such policies on the economic dynamics of member countries mainly in terms of econometric modelling of growth and convergence. The different studies conducted on the basis of appropriate econometric tools led to new results concerning the process of growth and convergence of these economies compared to those based on standard tools of econometric modelling. It is also clear from this study that the presence of common factors and structural breaks is strongly linked to integration policies implemented in the CFA zone. These results also indicate that shocks produce heterogeneous effects on economies with various dates of occurrence and that it is necessary to vary the policy responses from one country to another for sustainable and shared growth.

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>1</b>
<b>Abstract</b>	<b>2</b>
<b>Introduction Générale</b>	<b>6</b>
<b>1 Politiques d'intégration et mises en oeuvre au sein de la zone CFA</b>	<b>15</b>
1.1 Les politiques d'intégration, sources d'interdépendances économiques et de mutations structurelles . . . . .	17
1.1.1 Politiques d'intégration dans le cadre d'une union monétaire .	17
1.1.2 L'incidence de ces politiques d'intégration sur les co-mouvements économiques et les mutations structurelles . . . . .	20
1.2 L'intégration économique et monétaire au sein de la zone CFA . . . .	24
1.2.1 La zone CFA et les caractéristiques économiques des pays membres . . . . .	24
1.2.2 Au sein de l'UEMOA . . . . .	26
1.2.3 Au sein de la CEMAC . . . . .	28
<b>2 Modélisation et analyse des co-mouvements économiques</b>	<b>31</b>
2.1 Modèles factoriels en macroéconomie . . . . .	34
2.1.1 Le modèle factoriel classique ou modèle à structure factorielle stricte . . . . .	34
2.1.2 Le modèle factoriel généralisé ou modèle à structure factorielle approximative . . . . .	36
2.2 Méthodes d'estimation des facteurs communs et de sélection du nombre de facteurs . . . . .	41
2.2.1 Méthode d'estimation des facteurs communs . . . . .	41
2.2.2 Méthode de sélection du nombre de facteurs communs . . . .	44
2.3 Tests d'indépendance interindividuelle et d'identification des facteurs communs à l'origine des dépendances inter-économies . . . . .	48
2.3.1 Test d'identification des facteurs estimés . . . . .	48
2.3.2 Test d'indépendance interindividuelle en panel . . . . .	50
2.4 Application Empirique . . . . .	51
2.4.1 Présentation des données et des résultats des tests de dépendance interindividuelle . . . . .	52
2.4.2 Analyse des effets de propagation des chocs de croissance économique au sein de la zone CFA . . . . .	54

<b>3</b>	<b>Méthodes de modélisation et de détection de changements structurels affectant les séries macroéconomiques</b>	<b>75</b>
3.1	Tests de changement structurel sur la moyenne d'une variable macroéconomique . . . . .	78
3.1.1	Le modèle . . . . .	78
3.2	Changements structurels dans la fonction de tendance d'une variable macro-économique . . . . .	86
3.2.1	Le modèle . . . . .	86
3.2.2	Statistiques de test . . . . .	87
3.3	Étude des changements structurels dans les pays de la zone CFA . . .	89
3.3.1	Tests individuels de changement structurel sur les variables macroéconomiques . . . . .	89
3.3.2	Test de rupture commune pour les économies membres de la zone CFA . . . . .	94
<b>4</b>	<b>La prise en compte des dépendances interindividuelles et des changements structurels dans les tests de racine unitaire en panel</b>	<b>101</b>
4.1	Problèmes résultant des tests de racine unitaire en panel basés sur l'hypothèse d'indépendance interindividuelle . . . . .	105
4.1.1	Une présentation des modèles de test de racine unitaire de première génération . . . . .	106
4.1.2	Statistiques des tests de racine unitaire de première génération	109
4.1.3	Problèmes découlant de l'utilisation des tests de racine unitaire de première génération . . . . .	112
4.2	Tests de racine unitaire en panel en présence de facteurs communs dans le modèle . . . . .	114
4.2.1	Le test de racine unitaire de Bai et Ng (2004) . . . . .	115
4.2.2	Le test de racine unitaire de Moon et Perron (2004) . . . . .	121
4.2.3	Le test de racine unitaire de Pesaran (2007) . . . . .	129
4.3	Introduction simultanée des changements structurels et des dépendances inter-économies dans les tests de racine unitaire en panel . . .	132
4.3.1	Procédure de test de racine unitaire en panel en présence d'une rupture uniquement . . . . .	133
4.3.2	Procédure de test de racine unitaire en présence de changement structurel et dépendance inter-économies . . . . .	139
<b>5</b>	<b>Test de Convergence en panel non stationnaire : une approche de la troisième génération</b>	<b>147</b>
5.1	Les tests de convergence en panel . . . . .	149
5.2	Une procédure alternative . . . . .	151
5.2.1	Le modèle économétrique . . . . .	152
5.2.2	Test de la convergence stochastique . . . . .	154
5.2.3	Analyse de la $\beta$ -convergence . . . . .	157
5.3	Simulations . . . . .	158
5.4	Application . . . . .	161
5.4.1	Les données . . . . .	161
5.4.2	Résultats . . . . .	162

<b>6 Incidences des co-mouvements économiques et des changements structurels sur la prévisibilité des taux de croissance des pays de la zone CFA</b>	<b>176</b>
6.1 Le cadre théorique . . . . .	177
6.1.1 Le modèle de prévision à facteurs statiques . . . . .	178
6.1.2 Le modèle de prévision à facteurs dynamiques . . . . .	179
6.2 Application . . . . .	181
6.2.1 Les données . . . . .	181
6.2.2 L'Erreur Quadratique Moyenne de Prévision (EQMP) . . . . .	182
6.2.3 Résultats empiriques . . . . .	183
<b>Conclusion générale</b>	<b>199</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>206</b>



# Introduction Générale

Après les indépendances, les pays africains se sont engagés dans des politiques d'intégration à travers la mise sur pied d'unions économiques et monétaires et la fixation d'accords visant à faciliter l'épanouissement économique des pays membres. En effet, on remarque qu'au cours de ces dernières décennies la formation d'espaces économiques ou monétaires notée à travers le monde a un impact important sur l'évolution économique de ces entités sous régionales. Pour les pays membres de l'union monétaire de la zone CFA, cette vague d'initiatives d'après les indépendances visait surtout à mieux faire face à l'instabilité qui touchait la plupart des économies membres. Cette situation était liée à des chocs externes tels que l'évolution des cours mondiaux des produits de base, à l'adoption de politiques économiques inefficaces, à des rigidités économiques tels que les droits d'entrée aux frontières. Ceci a conduit à cette époque, à l'accumulation de déficits publics : déficits d'exploitation des sociétés d'Etat, incapacité des budgets des Etats à s'équilibrer et impossibilité d'assurer le service de la dette externe.

Les stratégies adoptées face à cette situation avaient principalement pour finalité de stimuler la croissance économique et surtout d'aboutir à une amélioration des conditions de vie des populations. Cependant, le processus d'endettement amorcé au milieu des années 1970 a fini par produire des conséquences qui se sont avérées désastreuses pour ces économies. Ainsi, au début des années 1980, ces actions sont suppléées par la mise en place de Programmes d'Ajustement Structurel promus notamment par le Fonds Monétaire International et la Banque Mondiale et auxquels sont soumis peu à peu tous les pays de la zone CFA. Les objectifs allaient de la stabilisation des économies à la relance de la croissance par un accroissement de l'investissement dans les secteurs jugés productifs, par l'augmentation de l'épargne publique et privée, par la rationalisation du secteur public et parapublic et par la

libéralisation du commerce. La doctrine des institutions internationales repose sur le postulat que le principal obstacle à l'ajustement réside dans les multiples entraves aux échanges secrétées par des politiques nationales protectionnistes. En contrepartie de leurs appuis financiers, le FMI et la Banque Mondiale appuyés par les bailleurs de fonds bilatéraux, ont donc entrepris de libéraliser les économies africaines en démantelant les protections par la réduction des droits d'entrée aux frontières.

En ce qui concerne les pays de la zone CFA, cette suppression des frontières économiques nationales par l'intégration croissante de biens et de services est accentuée par le développement de politiques d'intégrations économique et monétaire qui sont aujourd'hui à la base du renforcement des relations économiques et commerciales entre ces pays. Ceci leur permet ainsi de profiter pleinement du fait de partager une monnaie unique. Ce qui devrait également induire des co-mouvements des variables macroéconomiques des différents pays dus à un effet de contagion. En effet, vu le caractère collectif de toutes ces stratégies de développement économique, il est tout à fait concevable d'envisager que leurs effets sur l'évolution du PIB réel créent une situation d'interdépendance économique. Les cycles économiques des pays appartenant à une même entité sous régionale ont tendance à connaître des évolutions similaires. Et lorsque de tels co-mouvements sont globaux, l'influence des décideurs politiques sur leurs économies nationales peut être très réduite. La prise en compte explicite de cette hypothèse de dépendance inter-économies constitue un élément d'un intérêt majeur en termes de modélisation macro économique dans la mesure où elle contribue à remettre en cause la procédure généralement adoptée qui consiste tout simplement à interpréter ces co-fluctuations économiques comme des paramètres de nuisance.

Au cours des dernières années, la disponibilité de bases de données plus complètes et le développement avancé des techniques d'analyse économétrique ont largement contribué à améliorer la performance des modèles économétriques en rendant possible l'exploitation de contenu informatif provenant à la fois de plusieurs séries temporelles. Ce qui permet une meilleure connaissance de la structure de l'environnement économique ainsi qu'une meilleure prévisibilité de la croissance économique. Par conséquent, une nouvelle génération de modèles économétriques visant à mieux expliciter la dynamique de croissance et de convergence des économies en se basant

sur l'exploitation des fortes corrélations existant entre les agrégats économiques sont placés au centre d'intérêt des recherches menées aussi bien par les universitaires que par les services de recherches des banques centrales. Dans le même temps on assiste à un renouveau des méthodes de prévision portant sur un nombre important de prédicteurs. La méthodologie utilisée est généralement basée sur les modèles à facteurs qui permettent de modéliser les co-mouvements des variables à travers une structure économétrique parcimonieuse. Un nombre réduit de facteurs communs permet d'expliquer la plupart des co-variations entre les variables. La composante inexpliquée des dynamiques des séries est quant à elle traduite par une composante idiosyncratique. La généralité de ces modèles permet leur utilisation aussi bien dans un cadre macro-économique qu'en finance ou pour l'évaluation de politiques. Les travaux pionniers permettant d'intégrer les facteurs communs et idiosyncratiques dans la modélisation des agrégats macroéconomiques ont été initiés par Burns et Mitchelles (1946). Cependant, les développements les plus importants sont l'oeuvre de Forni, Hallin, Lippi et Reichlin (1998, 2000), Stock et Watson (1998, 2002), Bai (2003) pour ne citer que ceux-là.

Dans les pays de la zone CFA, les politiques de développement et d'intégration économique ont également conduit à des changements dans la structure des économies membres. Les mesures adoptées par les autorités dans le cadre de l'union et qui visent à accroître l'optimalité de la zone à travers notamment la réduction des chocs asymétriques sont également source de mutations structurelles. Il se produit en effet un changement dans les relations commerciales qui deviennent plus intenses et provoquent des ruptures dans l'évolution de certaines variables macro-économiques. Ces ruptures sont également causées par l'intensification du mécanisme de partage de risques et la coordination des politiques budgétaires qui ont en général d'importants effets d'ajustement pour les pays partageant une zone monétaire. Lorsque ces changements structurels se produisent, ils se manifestent à travers un processus discontinu marqué par une suite de ruptures. Ainsi, le changement structurel détermine une succession de régimes de croissance. Il est endogène s'il est déterminé par des causes internes au système économique, ou exogènes si ces causes lui sont externes. Dans le cas des pays de la zone CFA, les changements structurels sont souvent liés à une combinaison d'événements internes et externes et on parle dans ce cas de chan-

gements structurels mixtes. Certains auteurs ont développé des théories permettant de détecter et de modéliser les changements structurels qui touchent les systèmes économiques. La plupart des travaux sur ce thème partent de la publication de Chow (1960) qui a initié des tests de stabilité sur les séries macroéconomiques. Ces travaux ont ensuite été développés par d'autres auteurs (Andrews 1993, Andrews et Ploberger 1994, Vogelsang 1997, 1998, 1999 etc).

Aujourd'hui, l'intégration des mutations et des dépendances inter-économies dans le cadre déjà très riche de la modélisation des variables macroéconomiques par le biais de l'économétrie des données de panel non stationnaires revêt une importante pertinence. La littérature sur la croissance et la convergence économiques a trouvé en la théorie sur les données de panel non stationnaires un terrain d'application très fertile permettant d'exploiter un maximum d'informations relatives aux dynamiques du PIB et du PIB par tête. L'attractivité de cette théorie portant sur les propriétés de non stationnarité des variables macro-économiques en panel est également liée au fait qu'elle offre une alternative à son homologue en série chronologique individuelle qui présente d'importants problèmes de puissance discriminatoire (Chang, 2004). En outre, dans la mesure où les phénomènes d'interdépendance et de mutation structurelle sont particulièrement actifs dans les pays de la zone CFA, une modélisation davantage plus fidèle de la croissance et de la convergence économiques dans cette région est aujourd'hui possible à travers leur prise en compte. Suite aux travaux de Nelson et Plosser (1982), il est apparu que la représentation traditionnelle des séries temporelles en cycle-tendance dans lequel la tendance reste stable est une démarche qui peut être largement remise en cause. Dans certains cas, les séries macro-économiques sont caractérisées par une tendance stochastique déterminée par une accumulation de chocs aléatoires, plutôt que par une tendance déterministe. Pour les économies de l'espace monétaire CFA, cette situation est envisageable étant donné que ces pays ont connu ces dernières années de multiples transformations économiques d'une part à travers les mesures initiées par les bailleurs de fonds et d'autre part à travers les politiques d'intégration économique et monétaire. Ainsi, le fait de ne laisser aucune place à ces aspects conduirait certainement à une mauvaise appréhension économique des pays membres. En admettant donc que ces systèmes économiques sont en général très dépendants et souvent entachés d'instabilités les

méthodes classiques ne sont plus adaptées pour étudier leurs évolutions. Dès lors, on peut noter que le postulat établi dans le cadre du modèle néoclassique de Solow (1956) où on suppose la stabilité de la croissance de long terme le long d'un sentier de croissance équilibré devient inapproprié et conduirait à des analyses basées sur des résultats erronés.

En partant de l'hypothèse selon laquelle les PIB et PIB par tête incorporent tout un ensemble de phénomènes socio-économiques tels que les changements structurels et les dépendances inter-économies, l'objectif de cette thèse est d'étudier leurs implications sur la croissance, la convergence et la prévisibilité du taux de croissance. Pour éclairer le problème crucial lié au développement économique dans ces pays du Sud, ces aspects ne peuvent être ignorés puisqu'ils résultent des importants bouleversements socio-économiques ayant frappés conjointement ces économies au cours de ces dernières décennies. Ainsi, notre étude cherchera à répondre à trois questions principales. *(i)* Les politiques communes mises en oeuvre ces dernières années pour les économies de la zone CFA ont-elles produit des dépendances inter économies significatives et les mutations économiques qui les accompagnent permettent-elles de noter des changements structurels? *(ii)* Peut-on alors parler de phénomènes de co-mouvement et de changement de structure de ces économies et quelles sont les implications sur le taux de croissance économique et sur sa prévisibilité? *(iii)* Quelles sont les incidences sur le processus de convergence des pays de la zone CFA dans le cadre des données de panel non stationnaires? Nous espérons que la réponse à ces questions fournira une base rigoureuse d'éléments de recommandations en matière de politique économique. Dans la perspective de répondre à ces questions, notre travail s'organise en six chapitres.

Le **Chapitre 1** est un chapitre introductif qui expose le cadre d'analyse de cette thèse. Il aborde d'abord une analyse des traits majeurs des politiques d'intégration dans le cadre d'une union monétaire. Il s'agit ainsi d'analyser succinctement le concept d'intégration monétaire en faisant appel notamment à la fameuse théorie sur les Zone Monétaires Optimales (ZMO) initiée par Mundell (1961). Nous avons également exposé les principales incidences que ces politiques peuvent avoir sur les perspectives économiques des pays membres principalement en termes d'interdépendance et de mutation structurelle. Nous sommes ensuite passés à l'examen de la mise

en oeuvre de ces types de politiques d'intégration dans un contexte purement relatif à la zone CFA. L'analyse est menée de façon parallèle pour l'Union Economique et Monétaire Ouest Africaine (UEMOA) et pour la Communauté Economique et Monétaire des Etats d'Afrique Centrale (CEMAC) qui sont les deux principaux sous espaces économiques qui composent la zone CFA.

Les Chapitres 2 à 6 contribuent à la littérature empirique sur la modélisation de la croissance et de la convergence économiques et sur l'étude de la prévisibilité du taux de croissance en prenant en compte les incidences des politiques d'intégration. Elle propose à la fois une revue de littérature relative aux techniques économétriques utilisées dans ce contexte en restant toujours dans le cadre des modèles factoriels et aussi des applications originales basées sur ces techniques économétriques pour mieux répondre à certains contextes macro-économiques. Ainsi, dans le **Chapitre 2** nous examinons les différentes techniques utilisées pour modéliser les interdépendances économiques. Les modèles factoriels sont généralement privilégiés car ils offrent aussi le moyen de traiter naturellement des systèmes de dimension très élevée qui est un problème souvent rencontré dans la littérature empirique. Les approches sur lesquelles nous mettons l'accent sont toutes basées sur ces modèles. En développant les fondements et les mécanismes des deux grandes catégories de modèles factoriels développés dans la littérature théorique à savoir le modèle factoriel classique qui est basé sur un ensemble d'hypothèses assez restrictives et le modèle factoriel généralisé (dans ses formes statique et dynamique) qui intègre une généralisation de ces hypothèses, nous analysons le degré d'interdépendance économique entre les pays membres de la zone CFA. A cet effet, différentes méthodes d'estimation des facteurs communs et de sélection du nombre de facteurs sont également passées en revue. Ce Chapitre 2 est aussi une occasion de mettre en oeuvre la procédure de Bai et Ng (2006) permettant d'identifier les facteurs estimés à partir de tests de comparaisons avec les facteurs observés. Le test de Pesaran (2004) qui est robuste au changement structurel et qui permet de détecter l'existence de dépendance interindividuelle dans un panel de variables est également analysé. Les investigations empiriques ont permis d'étudier d'une part les co-mouvements au niveau de la zone CFA sur la période 1963-2004 et d'autre part d'effectuer des analyses au niveau des deux sous zones (UEMOA et CEMAC) sur cette même période. Ceci a permis par

ailleurs d'examiner l'efficacité des politiques d'intégration économique et monétaire spécifiques à ces deux sous zones, de vérifier le degré d'interdépendance entre elles et d'analyser le mécanisme de transmission des chocs.

Dans le **Chapitre 3**, une analyse des méthodes de détection d'un changement structurel affectant les variables macro-économiques est abordée. Nous avons exposé les procédures de recherche d'une perturbation dans les séries temporelles et les tests de présence d'une rupture sur la moyenne et sur la fonction de tendance d'une série macro-économique. L'utilisation de ces techniques économétriques a conduit à mettre en exergue les changements structurels touchant significativement certaines variables macro-économiques des pays de la zone CFA telles que le PIB, la consommation, l'indice des prix à la consommation, la production industrielle et l'investissement. Nous avons montré que les instabilités structurelles ont plus tendance à affecter les variables macro-économiques des pays de la CEMAC que ceux de l'UE-MOA. En effet, les problèmes de chocs asymétriques se font généralement plus sentir dans les pays de la CEMAC dont certains Etats font souvent l'objet de chocs notoires tant sur le plan économique que sur le plan social.

Le **Chapitre 4** est essentiellement théorique et s'intéresse aux tests de racine unitaire en panel et leurs importances en analyse macro-économique. Comme nous l'avons souligné, ces outils économétriques sont d'une grande importance dans le cadre de l'étude de la croissance et de la convergence entre les économies. Nous avons retracé le panorama des développements récents liés au test de racine unitaire en panel de la première à la troisième génération en passant par la deuxième génération de test et en s'intéressant particulièrement aux dépendances interindividuelles modélisables sur la base de modèles à facteurs. Ces outils seront ensuite utilisés dans le chapitre suivant afin de proposer une procédure empirique de test de convergence et de montrer comment la prise en compte des co-mouvements économiques et des mutations structurelles change radicalement les résultats de ces tests de convergence économique. En effet, s'ils ne sont pas traités, les phénomènes d'interdépendance et de changement structurel impliquent une surestimation de la racine autorégressive des séries et tirent cette racine vers l'unité.

La démarche empirique proposée dans le **Chapitre 5** est une modification de la procédure de test de convergence d'Evans et Karras (1996) développée dans le cadre

des données de panel non stationnaires. Nous avons notamment montré que l'omission des effets des politiques d'intégration économiques et monétaires sur l'évolution des variables macro-économiques conduit généralement à rejeter à tort l'hypothèse de convergence économique. L'hypothèse de divergence économique correspondant généralement à celle de racine unitaire—nous verrons comment cela se passe dans ce chapitre—les tests basés sur les premières générations de modèles en panel auront également tendance à fournir des résultats en faveur de cette hypothèse. Les applications montrent ainsi que la plupart des recherches menées pour les pays de la zone CFA ont tendance à conclure à tort à la divergence de ces économies ou, s'ils acceptent l'hypothèse de convergence, à sous-estimer la vitesse à laquelle ce processus de convergence a lieu. Il a également été montré sur la base de simulations de Monte Carlo qu'en plus de traiter les interdépendances, la procédure PANIC (Bai et Ng 2004) utilisée dans cette approche offre également l'avantage de traiter naturellement l'existence d'un unique changement structurel et d'éliminer les problèmes de puissance de test qu'ils engendrent. Afin de comparer les résultats pour les pays développés et les pays pauvres, deux échantillons sont considérés. Le premier est composé de 20 pays de l'Afrique subsaharienne. Il s'agit d'un groupe de 13 pays membres de la zone CFA auquel nous avons ajouté une liste de 7 autres pays d'Afrique subsaharienne. Le deuxième groupe comprend 20 pays membres de l'OCDE.

Nous terminerons avec le **Chapitre 6** qui propose de vérifier l'implication de nos hypothèses théoriques de co-mouvement économique et de changement structurel sur la prévisibilité des taux de croissance. Nous nous basons d'abord sur un modèle de prévision à base de facteurs statiques (Stock et Watson 2002) que nous augmentons d'un changement structurel sur la moyenne. Des prévisions sont également réalisées sur la base d'un modèle à facteurs dynamiques (Forni et al. 2005). D'après les résultats empiriques, l'inclusion des changements structurels dans les modèles de prévision à facteurs communs améliore considérablement la qualité des résultats. On note par ailleurs que ces deux modèles factoriels de prévision sont beaucoup plus adaptés qu'un modèle VAR et que s'agissant des pays de la CEMAC, les facteurs dynamiques permettent un meilleur gain de précision que les facteurs statiques tandis que pour l'UEMOA, il convient d'utiliser un modèle de prévision à



facteurs statiques.

# Chapitre 1

## Politiques d'intégration et mises en oeuvre au sein de la zone CFA

### Introduction

La politique monétaire est le processus par lequel les gouvernements et les banques centrales contrôlent la demande et le coût de la monnaie afin d'obtenir un ensemble d'objectifs généralement orientés vers la croissance économique et la stabilité de l'économie. A cet égard, le succès d'une union monétaire dépendra de sa capacité à promouvoir la croissance économique au sein de l'union pour le bénéfice de chaque pays membre. L'intégration monétaire joue un rôle indirect dans l'accélération de la croissance et de la convergence économiques au sein d'une région. La majeure partie de la littérature reconnaît que les prix sont déterminés par l'offre et la demande de monnaie et que les politiques monétaire et fiscale doivent être menées de façon appropriée si l'on veut arriver à la stabilité des prix qui est un élément déterminant pour la croissance. On peut citer l'exemple de l'union monétaire européenne dont la création a été déterminante dans certaines avancées économiques réalisées ces dernières années en Europe en offrant des moyens de transaction efficaces. En effet, dans ce contexte de mondialisation, une monnaie commune facilite les liens entre entreprises et de manière plus générale entre nations en renforçant les relations économiques. Elle sert également de catalyseur pour la mise en place d'un marché régional au sein duquel une libre mobilité des personnes, des biens et des services est assurée. L'intégration monétaire est donc un bon moyen de doper les échanges entre les pays membres et de permettre à chacun de tirer profit à travers la synergie et la symbiose que cela implique (Debrun et al., 2002). Ainsi, en renonçant

à une partie de leurs politiques nationales, les économies engagées dans un processus d'intégration augmentent leur chance de réduire la pauvreté de façon plus rapide en stimulant le commerce, l'investissement et le transfert de technologie.

C'est dire que, dans le cas de la zone franc CFA, une intégration monétaire effective est une exigence qui est de nature à favoriser une accélération du processus d'intégration économique au sein de la région, dont force est de reconnaître que le bilan est mitigé. Toutefois, au regard de ces aspects fondamentaux, la zone franc se présente aujourd'hui comme un espace économique et monétaire assez bien organisé lorsqu'on la compare à d'autres espaces économiques régionaux en Afrique. En effet, depuis sa création, en 1939, la zone franc a réalisé des étapes importantes. Cependant, même si les pays membres présentent de manière générale des caractéristiques économiques assez similaires, on peut noter que certains États sont caractérisés par des instabilités politiques notoires et qui ne sont pas sans dommage sur les principaux acquis en matière de développement économique. Des efforts constants sont donc nécessaires et sont en train d'être réalisés dans le but d'endiguer les conséquences liées aux problèmes auxquels certains pays membres sont souvent confrontés.

Afin de faire une présentation des différentes politiques d'intégration monétaire et leurs mises en oeuvre dans le cadre de la zone CFA, ce chapitre est divisé en deux sections. Dans la première section nous donnons un aperçu de la théorie sur les politiques d'intégration dans le cadre d'une union monétaire en nous basant notamment sur les travaux incontournables de Mundell (1961) et McKinnon (1963). Nous analyserons ensuite les éventuelles incidences de telles politiques sur les co-mouvements et les mutations structurelles des économies membres. Dans la deuxième section nous effectuons une analyse des caractéristiques économiques des différents pays membres et les politiques menées dans l'Union Économique et Monétaire Ouest Africaine (UEMOA) et la Communauté Économique et Monétaire de l'Afrique Centrale (CEMAC) qui sont les deux sous-régions qui composent la zone CFA.

## **1.1 Les politiques d'intégration, sources d'interdépendances économiques et de mutations structurelles**

Dans cette section, nous faisons une présentation des fondements des politiques d'intégration monétaire afin de mieux comprendre leurs probables incidences sur l'évolution de l'environnement économique. Il ne s'agit pas de faire une présentation exhaustive de la théorie portant sur ces aspects mais plutôt de donner une vue d'ensemble de cette théorie et de sa concordance avec les hypothèses d'interdépendance et de mutation qui sous tendent notre démarche économétrique.

### **1.1.1 Politiques d'intégration dans le cadre d'une union monétaire**

La théorie sur la croissance et la convergence économiques soutient que l'intégration régionale en particulier celle qui est effectuée à partir de la création d'une union monétaire conduit à une convergence des niveaux de revenu en stimulant la croissance dans les pays pauvres grâce à l'accroissement des échanges qu'elle engendre (Masson et Pattillo, 2004). Elle soutient en outre que les initiatives liées à la libéralisation des mouvements des facteurs favoriseraient la croissance des pays pauvres en permettant au capital et au travail de passer vers les endroits où ils sont plus productifs. En général, les clubs de convergence existent là où les pays ayant un faible PIB par tête croissent plus rapidement parce qu'ils sont membres d'un bloc économique, ou parce que les politiques nationales respectives ont pu gagner en crédibilité en étant liées à la politique d'un pays jouissant d'une meilleure réputation économique (Jenkins et Thomas, 1996). Comme l'ont souligné McDonald et Ricci (2001), les notions de convergences réelle et nominale constituent des conditions importantes au bon fonctionnement d'un espace monétaire. La convergence se traduit par un important degré d'homogénéité entre économies du point de vue de leurs caractéristiques économiques. De manière plus précise, la convergence réelle implique une égalisation des niveaux de vie à travers certaines caractéristiques économiques telles que le taux de chômage et le revenu par tête. Quant à la convergence nomi-

nale, elle implique l'existence de fortes similarités des niveaux d'inflation, de déficit public etc. En général, ces deux formes de convergence sont complémentaires. En effet, selon les travaux de Mundell (1961) étendus par McKinnon (1963), une zone monétaire optimale peut être définie sur la base de quatre critères fondamentaux qui de manière générale, mettent l'accent sur la nécessité du respect de ces deux formes de convergence.

*Le niveau d'échange commercial* : plus les pays membres commercent entre eux, plus la stabilité du taux de change bilatéral est favorisée. Lorsque des partenaires commerciaux ont un taux de change flottant, l'incertitude concernant les mouvements futurs peuvent négativement affecter le commerce de bien et de services. Cependant, l'adoption d'un taux de change fixe peut réduire l'incertitude liée à la variation du taux de change et qui peut entraver le bon développement du commerce. Des études empiriques menées par Kwan (1994) ont montré que certains pays de l'Asie de l'Est (Hong Kong, Corée du Sud, Singapour et Taiwan) qui échangent le plus avec le voisin japonais au lieu des Etats-Unis ont fini par indexer leur monnaie sur un panier de monnaies qui donne plus de poids au yen qu'au dollar américain. Ce qui a réduit le niveau d'incertitude de leur monnaie vis-à-vis du yen.

*La symétrie de l'activité économique* : un des objectifs de la politique macroéconomique est de maintenir la balance intérieure, c'est-à-dire créer le plein emploi et veiller à un niveau d'inflation proche de zéro. Une politique monétaire expansionniste est nécessaire pour atteindre l'objectif de plein emploi en période de récession, tandis qu'une politique monétaire restrictive peut être prescrite comme une réponse à une inflation galopante. Puisque les membres d'une union monétaire ne sont pas sensés adopter des politiques indépendantes, il est clair dans ce cas que les économies ayant des similarités du point de vue de leurs dynamiques respectives présentent les meilleures conditions pour évoluer au sein d'un même espace monétaire.

*Les caractéristiques individuelles des pays* : les pays qui ont des caractéristiques semblables en termes de taille, de degré d'ouverture et de niveau de développement et qui en plus sont géographiquement proches sont plus susceptibles de tirer profit de la formation d'une union monétaire.

*La mobilité du travail et la flexibilité des salaires* : si ces derniers sont rigides et si la mobilité du travail est limitée les économies membres ont plus de difficultés

à s'ajuster par rapport aux fluctuations de la demande que les pays qui ont leurs propres monnaies et qui peuvent réévaluer plus facilement leur monnaie. Ainsi, une des conditions nécessaires à la réussite d'une union monétaire est que les pays affectés par un choc asymétrique soient en mesure de bénéficier d'une bonne flexibilité du marché du travail. Une importante mobilité du travail devrait servir de canal à travers lequel des ajustements par rapport aux chocs peuvent s'effectuer.

Au vu de ces quatre critères, on s'aperçoit que le fait de partager un même espace monétaire conduit normalement à un important gain d'efficacité économique. Selon Hausman et al. (2001), quel que soit le stade de développement et les structures économiques, la constitution d'une union monétaire pourrait agir comme un véritable instrument de convergence macro-économique. Leurs résultats indiquent que d'importants effets bénéfiques peuvent naître dans un tel contexte. Les économies régionales tirent profit du fait de partager un espace monétaire en combinant leurs ressources et en disposant d'économies d'échelles. Ceci améliore également la productivité régionale à travers la compétition que cela engendre et conduit à une meilleure diversification de la production et des exportations. C'est pourquoi l'intégration monétaire doit généralement constituer un aboutissement d'un important processus d'intégration sous-régionale qui nécessite en amont d'autres formes d'intégration qui selon De Grauwe (2007) doivent être réalisées dans l'ordre chronologique suivant : d'abord l'intégration commerciale, ensuite l'union économique suivie par l'union financière et enfin l'union monétaire. La stabilité du taux de change à travers les pays qui composent l'union intensifie le niveau des échanges et accroît les revenus par tête des pays membres. L'élimination des risques de change stimule les échanges transfrontaliers et les investissements à travers l'amélioration des systèmes de compensation dans les secteurs bancaires. En quantifiant l'impact d'une monnaie commune et des dépendances entre économies sur le niveau des échanges et des revenus sur plus de 200 nations, Jeffrey et Rose (2000) notent que, le fait d'évoluer dans un cadre monétaire unifié multiplie par trois le niveau des échanges entre pays membres. Une monnaie unique constitue un gage de meilleure promotion des échanges entre pays et renforce la croissance économique (Collier, 1991). Le processus de globalisation à travers l'intégration des marchés est perçu comme un mécanisme qui renforce et promeut la compétitivité des économies régionales. Il est

très difficile pour un pays de maintenir un taux de change fixe et un marché de capital ouvert à l'extérieur tout en poursuivant une politique économique isolée. En effet, il est généralement admis qu'un pays pris individuellement ne peut être économiquement autosuffisant. Dans un contexte de mondialisation, aucune nation ne peut prétendre déterminer sa politique économique nationale sans tenir compte de l'influence du reste du monde. Ainsi, l'initiative consistant à mettre en place une zone d'échange moins contraignante peut être perçue comme une stratégie permettant aux pays en question de constituer un bloc important au sein de l'économie mondiale. Cela entraîne par ailleurs une importante synchronisation des mouvements de la production et des prix relatifs (Rose et Svensson 1993) entre les pays constitutifs. En d'autres termes, dans de tels cas, les économies connaissent des niveaux d'interdépendance assez importants et ont tendance à traverser des phases d'expansion et de contraction synchronisées. Ce qui fait qu'une politique commune sera plus en mesure de contenir un choc économique subi au sein de l'espace monétaire. Si tous les pays sont soumis aux mêmes chocs ou à des chocs similaires (chocs symétriques), le coût lié à la création d'un espace monétaire devient moins important. On observe le contraire si les chocs sont asymétriques c'est-à-dire s'ils affectent les économies de manières différentes ou autrement dit, lorsqu'ils ont tendance à affecter une partie des économies plus que le reste. Une situation de chocs asymétriques peut donc être une contrainte sérieuse pour les décideurs politiques lorsqu'ils doivent mettre en oeuvre des politiques macroéconomiques qui concernent à la fois les membres affectés par les chocs et ceux qui sont non affectés. Le respect des quatre critères cités plus haut permet justement de réduire considérablement l'éventualité qu'un choc asymétrique survienne.

### **1.1.2 L'incidence de ces politiques d'intégration sur les mouvements économiques et les mutations structurelles**

Même si la croissance économique n'est pas forcément en soi la finalité, il est clair au vu de ce qui précède, que les politiques de croissance et de convergence économiques occupent une place importante dans les stratégies d'intégration économique. En effet, dans un contexte d'union monétaire, il est important de comprendre

comment chaque pays s'y insère en matière de croissance économique et comment évolue l'environnement économique. Ceci aide d'une part les autorités à mieux reformuler leurs politiques de réponse aux chocs économiques, et d'autre part elle fournit une bonne base d'éléments d'appréciation de l'environnement politico-économique. L'instauration d'un environnement économique propice est bénéfique aux entrepreneurs et aux investisseurs en leur fournissant l'opportunité d'évoluer dans un cadre mieux maîtrisé. Le système économique dans lequel nous évoluons est souvent affecté par des interventions dont les effets ne sont pas neutres dans l'économie. Une telle situation peut être d'origine économique lorsqu'elle prend sa source dans les crises financières ou dans les changements de politique économique. Par exemple, lorsque les autorités compétentes agissent sur la politique monétaire à travers une baisse des taux d'intérêt, ceci engendre un changement de comportement des agents économiques en les incitant à emprunter. Les causes peuvent aussi être d'origine non économique et avoir des répercussions sur la structure de l'économie. C'est le cas de catastrophes naturelles, de crises politiques etc. Mais, quelque soit l'origine (économique ou non économique) les conséquences se manifestent en général par des mutations structurelles et/ou des co-fluctuations des variables macro-économiques notamment lorsqu'on est dans un contexte d'union monétaire. La littérature a montré que l'intégration monétaire favorise généralement la convergence des cycles d'affaires des pays concernés. Des auteurs comme De Grauwe (1997) ont beaucoup souligné cet aspect à travers l'étude du lien existant entre le régime des taux de change et la synchronisation des cycles d'affaires. Comme nous le verrons dans la section suivante, dans la zone CFA ce phénomène d'interdépendance est renforcé par les politiques de coordination et de stabilité (notamment des prix) initiées par les pays membres et qui constituent une source importante de co-mouvement. En effet, les termes de l'échange et les prix relatifs constituent un bon canal de transmission. De la même manière que cela constitue une réponse de l'offre d'exportation à l'évolution des prix à l'exportation, l'impact des termes de l'échange agit également par le biais d'un effet revenu et induit des changements sur la demande intérieure (Kouparitsas, 1996). Ainsi, l'amélioration des termes de l'échange d'un pays est nécessaire pour favoriser l'amélioration du niveau des exportations nettes et du PIB.

Dans la sous section précédente, nous avons vu que la question centrale à laquelle



cherchent à répondre les autorités d'une union monétaire est comment créer une situation de chocs symétriques, communs à l'ensemble des économies membres. Ce qui ne manque pas de renforcer la corrélation entre les agrégats macro-économiques des différents pays et ainsi de soulever des problèmes économétriques sérieux notamment pour modéliser la croissance et la convergence économiques. L'acceptation de l'hypothèse de dépendance économique entre pays membres implique qu'il existe des facteurs communs qui agissent simultanément et significativement sur ces économies et conditionnent leurs dynamiques respectives. Ces facteurs doivent donc nécessairement être pris en compte si l'on veut aboutir à une représentation plus ou moins fidèle de ces processus. Certaines études ont utilisé un modèle VAR pour étudier des chocs économiques dans les pays d'Afrique de l'Ouest en se basant sur des techniques standard appliquées aux pays industrialisés par les auteurs comme Blanchard et Quah (1989). On peut citer Fielding et Shields (2003) et Masson et Pattillo (2004) dont les travaux sont basés sur la littérature sur les zones monétaires optimales. Ils montrent que le partage d'une même monnaie peut conduire à une situation intéressante pour les pays membres mais que cela implique aussi des interdépendances économiques assez importantes entre ces pays. Cependant, toujours en ce qui concerne l'Afrique, les études portant sur les mutations structurelles et les co-mouvements et leurs impacts sur l'évolution de l'environnement économique sont très rares. Kaboundi et Loots (2007) utilisent le modèle dynamique de Forni et al. (2000) pour étudier le degré de synchronisation des cycles d'affaires entre l'Afrique du Sud et les autres pays membres de la Communauté de développement de l'Afrique australe (SADC). Leurs résultats montrent qu'il existe une forte synchronisation entre le cycle d'affaires de l'Afrique du Sud et celui de la plupart des pays de la SADC. En se basant sur les propriétés des séries temporelles non stationnaires, Edjo (2003) prend en compte les changements structurels dans l'étude de la croissance et de la convergence économiques des pays de la zone CFA. En dehors des politiques initiées dans le cadre de la zone CFA, il souligne le rôle important joué par les politiques communes appuyées depuis les indépendances par la France et surtout, par les institutions internationales (FMI, Banque Mondiale). Tapsoba (2009) note que "une fois l'union adoptée, les structures et les politiques économiques évoluent et peuvent réduire les inconvénients des chocs asymétriques et

accroître l'optimalité de l'union. L'union monétaire elle-même crée des changements structurels qui, soit atténuent les chocs, soit permettent d'en compenser les effets sur la consommation ou soit enfin, permettent de mettre en place une coordination des politiques budgétaires susceptibles de réduire l'instabilité ”.

Malgré l'existence des phénomènes d'interdépendance et de mutations structurelles qu'on peut noter au sein des économies régionales africaines, il n'est pas rare de voir encore aujourd'hui que les modélisations macro-économiques appliquées dans le cadre de l'étude de ces économies continuent de postuler leur stabilité et leur indépendance mutuelle. Les résultats qui seront tirés de ce travail permettent de mettre le doigt sur ces phénomènes longtemps ignorés en mettant à la disposition des autorités, des éléments nouveaux nécessaires pour une meilleure appréhension de ces économies et ainsi l'instauration d'un cadre macro-économique approprié. Les conclusions qui se dégageront de cette étude vont permettre en outre de déterminer si la zone CFA présente des conditions favorables à une croissance durable. L'existence de fortes fluctuations et de mutations structurelles conduit généralement à une instabilité de la croissance économique qui a forcément un impact sur les niveaux de vie des populations. Ces phénomènes sur lesquels nous mettons l'accent dans l'espoir d'aboutir à une meilleure modélisation ne sont pas neutres dans la dynamique de croissance des pays de la zone CFA et leur inclusion dans la modélisation renseigne entre autres sur l'homogénéité des chocs subis par ces pays non seulement en termes d'amplitude mais aussi en termes d'effets et de dates d'occurrence. Ainsi, cela répond à la question de savoir comment faire varier les réponses de politique économique d'un pays à l'autre afin que les chocs économiques soient le plus symétriques. La vulnérabilité de l'économie de la zone CFA aux chocs qui entraînent parfois un fléchissement de la croissance, voire même un ralentissement des progrès en matière de réduction de pauvreté est parfois ressentie de manière différenciée d'un pays à l'autre. Ces chocs peuvent se transmettre via les relations économiques (notamment commerciales) bilatérales et de manière plus générale, à travers l'ensemble des relations à l'intérieur du groupe d'économies (Rondeau et Tavéra 2005). Par exemple, pour la Côte d'Ivoire qui est un pays dont l'économie est relativement importante au sein de la zone CFA, un choc sur sa production aura une répercussion sur les autres pays avec une ampleur qui peut varier suivant le degré d'interdépendance qui

existe entre ce pays et chacune des autres économies membres. De ce point de vue, l'évaluation de l'importance des effets de propagation des chocs macro-économiques dans les pays de la zone et leurs incidences sur la dynamique de croissance de ces économies est d'un grand intérêt. Elle permettra d'étaler les bases d'une création des conditions d'émergence d'une économie régionale compétitive, ainsi que la réalisation d'une croissance économique durable et partagée, à même de relever le défi de la lutte contre la pauvreté. Dans la section suivante, nous analyserons les politiques d'intégration économique et monétaire mises en oeuvre au sein de la zone CFA et dont les objectifs se résument généralement à la création d'une sous région propice au développement à travers la facilitation des relations économiques entre les pays membres.

## 1.2 L'intégration économique et monétaire au sein de la zone CFA

Depuis quatre décennies, les pays de la zone CFA se sont activés à mettre en place un processus d'intégration économique notamment à travers l'intégration monétaire. Durant toute cette période, ce processus a connu des évolutions remarquables dont nous présentons ici les différents traits.

### 1.2.1 La zone CFA et les caractéristiques économiques des pays membres

La zone franc est issue de l'ancien Empire colonial français et est mise en place en 1939. Elle est composée de la France<sup>1</sup> (franc Français, puis Euro), des Comores (franc Comorien) et de quatorze pays d'Afrique de l'Ouest et du Centre qui utilisent le franc des Colonies Françaises d'Afrique (CFA) né de la réforme monétaire instituée en 1945. Nous appelons Zone CFA l'espace monétaire composé par ces quatorze pays utilisant la monnaie franc CFA. Ces pays sont<sup>2</sup> : le Bénin, le Burkina Faso, la Côte-d'Ivoire, la Guinée-Bissau, le Mali, le Niger, le Sénégal et le Togo, formant

---

1. Aujourd'hui, le franc CFA est arrimé à l'euro (1 EUR = 655.95666 F CFA).

2. Précisons que la Guinée Bissau n'a fait son adhésion à la zone CFA qu'en 1997.

l'Union Economique et Monétaire Ouest Africaine (UEMOA), le Cameroun, le Centrafrique, le Congo, le Gabon, la Guinée-Equatoriale et le Tchad qui composent la Communauté Economique et Monétaire de l'Afrique Centrale (CEMAC). Les pays de la zone CFA couvrent une superficie d'environ 6.44 millions de km<sup>2</sup> soit plus du quart de la superficie de l'Afrique sub-saharienne. Sur ces 14 Etats, 9 sont classés parmi les pays les moins avancés, 3 parmi les pays à faible revenu (Cameroun, Congo, Côte d'Ivoire) et 2 parmi les pays à revenu intermédiaire (Gabon, Guinée Equatoriale). A titre de comparaison, le PIB des 14 pays de la zone CFA représente moins de 3% du PIB de la France.

Tableau 1.1 : Caractéristiques des pays de la zone CFA

	Population (millions)	Superficie (milliers km <sup>2</sup> )	IDH	Densité (Pop.)	PIB/tête (USD)
UEMOA	84.4	3465	0.422	24	335
Bénin	8.2	111	0.437	74	324
Burkina	12.8	274	0.370	47	248
Côte d'Ivoire	17.9	318	0.432	56	574
Guinée Bissau	1.5	28	0.374	54	134
Mali	13.1	1220	0.380	11	237
Niger	13.5	1267	0.374	11	155
Sénégal	11.4	193	0.499	59	461
Togo	6	54	0.512	111	244
CEMAC	35.2	2975	0.529	12	740
Centrafrique	4	623	0.384	6	225
Cameroun	16	465	0.532	34	737
Congo	3.9	342	0.548	11	940
Guinée Equatoriale	0.5	28	0.642	18	4101
Gabon	1.4	258	0.677	5	3860
Tchad	9.4	1259	0.388	7	261
Zone CFA	120.2	6442	0.468	19	450

Notes : En dehors de l'IDH qui est issu du rapport du PNUD 2007, toutes les données présentées sont tirées des *World Development Indicators* (WDI) de la banque Mondiale, 2007.

Lorsque l'on compare ces pays en termes de structure économique comme la part de l'épargne sur le PIB, le profil démographique et la mobilité du travail, les pays de la zone CFA montrent certaines similarités. Pratiquement tous ces pays ont concentré leurs exportations sur quelques produits. C'est le cas du Burkina Faso dont la quasi-totalité des exportations est constituée de coton ou de la Côte d'Ivoire dont la moitié des exportations portent sur le cacao. Ainsi les pays de l'UEMOA sont agricoles et majoritairement exportateurs de produits de base (coton, café ou cacao).

Quant aux pays de la CEMAC, ils sont exportateurs de pétrole à l'exception de la République Centrafricaine. Le Cameroun, en dehors du pétrole, exporte également quelques produits agricoles : café, coton et cacao dont il est le quatrième producteur mondial. La spécialisation de ces pays dans l'exportation de matières premières non transformées sur place demeure une caractéristique commune de leurs économies. Ils sont dépendants du marché mondial. En conséquence, les fluctuations des cours mondiaux des matières premières conditionnent leurs performances macroéconomiques.

Dans la plupart de ces pays, le secteur industriel représente environ un quart du PIB, tandis que l'agriculture occupe une part correspondant à un tiers du PIB. Bien que la majorité de la population vive en milieu rural, la population rurale a tendance à baisser. Ces pays ont en général des profils démographiques très similaires. Une très petite partie de la population appartient à la tranche d'âge supérieure à 65 ans. Cette concordance des caractéristiques socio-économiques des pays appartenant à la zone CFA est à certains égards, un avantage certain pour évoluer de manière efficiente dans un même espace économique ou monétaire. En effet, comme nous l'avons vu dans la section précédente, lorsque des pays présentent les mêmes types de caractéristiques économiques, cela indique une meilleure facilité de transfert de fonds des pays relativement plus abondants en ressources vers les pays les plus démunis. Ce qui permet ainsi une mise en oeuvre plus aisée des politiques communes de développement. La division de la zone CFA en deux sous-régions (UEMOA et CEMAC) est faite dans le but de compléter la coopération monétaire. Chacune de ces entités est de structure assez homogène et est fondée sur l'harmonisation graduelle des politiques économiques et de l'environnement juridique. Ainsi, bien qu'il existe un Comité de convergence de la zone franc qui est une instance technique de coordination entre les institutions de l'UEMOA et de la CEMAC, des initiatives de convergence sont adoptées dans chacune des deux sous-régions.

### **1.2.2 Au sein de l'UEMOA**

Depuis 1994, les pays membres de l'UEMOA se sont engagés dans un processus d'intégration qui vient suppléer la coordination de la politique monétaire, assurée depuis 1973 dans le cadre de l'Union Monétaire Ouest Africaine (UMOA). Les 8

pays membres ont tous comme monnaie le franc CFA émis par la Banque Centrale des Etats d'Afrique de l'Ouest (BCEAO). L'UEMOA compte également dans ses institutions la Banque Ouest Africaine de Développement (BOAD) et dispose d'une bourse régionale (Bourse Régionale des Valeurs Mobilières). En 2007, la population totale de l'UEMOA était de 84.4 millions, et en moyenne le PIB par tête s'est élevé à 335 USD pour cette même année. La Côte d'Ivoire correspond au plus grand pays de l'espace UEMOA en termes de population soit plus d'un cinquième de la population totale. Il en est de même en termes de PIB avec 39% du PIB total de l'UEMOA en 2000. La Côte d'Ivoire est également le pays le plus riche de la région si l'on considère le revenu par habitant (Tableau 1.1) tandis que le Niger correspond au pays le plus pauvre de la sous-région.

Afin de mieux stimuler les efforts d'intégration commerciale déjà amorcés dans le cadre de la zone CFA, ces pays ont mis en place un régime tarifaire préférentiel et un système tarifaire extérieur commun. Les mesures adoptées dans le cadre de l'UEMOA visent une meilleure harmonisation des politiques économiques nationales à travers la mise en place en 1999 d'un processus de surveillance multilatéral et aussi à travers une coordination des politiques sectorielles nationales notamment sur les plans industriel, agricole et minier. Les pays membres se sont en même temps engagés dans un pacte de convergence, de stabilité, de croissance et de solidarité. L'adoption du pacte est basée sur le respect de critères de convergence définis suivant trois catégories hiérarchiques. Il s'agit d'un critère-clé, des critères de premier rang et des critères de second rang. Le critère-clé est le solde budgétaire de base rapporté au PIB nominal dont le non-respect peut faire l'objet de sanctions. Les critères de premier rang sont au nombre de trois : taux d'inflation annuel limité à un niveau donné, non accumulation d'arriérés de paiement, encours de la dette intérieure et extérieure rapportée au PIB nominal. Leurs non respects impliquent la formulation de recommandations visant à mettre en place des mesures restrictives. Quant à la dernière catégorie de critères appelés critères de second rang, elle est définie comme suit : masse salariale rapportée aux recettes fiscales, investissements publics financés sur ressources internes rapportés aux recettes fiscales, déficit extérieur courant hors dons par rapport au PIB nominal, taux de pression fiscale. Le Togo est le pays de la région qui rassemble les meilleures conditions sociales mesurées par l'Indice de

Développement Humain (IDH). Avec un IDH égal à 0.512, le Togo est ainsi classé parmi les pays au niveau de développement humain moyen tandis que tous les autres pays membres de l'UEMOA sont classés parmi les pays présentant les plus faibles niveaux de développement humain dans le monde.

### 1.2.3 Au sein de la CEMAC

La CEMAC est également mise en place en 1994 et tous les pays membres ont pour monnaie le franc CFA dont l'émission est assurée par la Banque des Etats d'Afrique Centrale (BEAC). Notons que cette sous-région regroupe en son sein deux entités distinctes à savoir l'Union Economique d'Afrique Centrale (UEAC) et l'Union Monétaire d'Afrique Centrale (UMAC). Depuis 1998, ces pays d'Afrique centrale bénéficient d'un tarif extérieur commun avec une suppression progressive des droits de douane au sein de la sous-région. Dans un cadre de surveillance multilatérale, quatre critères fondamentaux sont fixés afin de renforcer le processus de convergence. Ces critères visent essentiellement à assainir les finances publiques dans l'ensemble des Etats membres et concernent (i) un taux minimal de couverture extérieure de l'émission monétaire de 20%, (ii) un solde budgétaire primaire positif, (iii) la non-accumulation d'arriérés intérieurs ou extérieurs et (iv) un taux de croissance de la masse salariale publique égal ou inférieur à la croissance budgétaire.

En 2007, la moyenne du PIB par tête des six pays de la CEMAC était évaluée à 740 USD soit plus du double de celle de l'UEMOA. Cette différence s'explique essentiellement par le fait que ces économies sont essentiellement basées sur le pétrole. Si on prend le cas de la Guinée Equatoriale, elle a connu une augmentation spectaculaire de son PIB par tête ces dernières années. En effet, le poids du secteur pétrolier au sein de cette économie est particulièrement important et représente aujourd'hui environ 70% du revenu du pays. Cependant cette moyenne du PIB par tête cache d'énormes disparités. Par exemple, la moyenne des PIB par tête de la Centrafrique et du Tchad s'élève à seulement 243 USD. En termes de poids économique, le Cameroun est le plus grand pays de la CEMAC en concentrant plus de 40% du PIB de la sous-région et près de la moitié de la population totale. Au regard des Indices de Développement Humain (IDH), la zone CEMAC présente des conditions beaucoup plus satisfaisantes que l'UEMOA. En effet, en dehors de la Centrafrique, tous les

pays de la CEMAC ont un IDH supérieur à 0.50 et appartiennent ainsi à la catégorie de pays ayant un niveau de développement humain moyen. Le Gabon et la Guinée Equatoriale détiennent les meilleurs classements avec des indices respectifs de 0.68 et 0.64.

## Conclusion

Il existe maintenant un consensus sur le fait que l'intégration régionale notamment celle réalisée à travers la mise en place d'une monnaie commune est une réponse très efficace au défi de la globalisation. Selon Kaldor (1978), la monnaie en tant que problème englobe tous les autres problèmes et ses mouvements peuvent être perçus comme la somme des mouvements de tous les autres aspects relatifs à l'économie (l'investissement, le commerce etc ). Ainsi, un co-mouvement des composantes cycliques des PIB reflète généralement la poursuite d'une politique monétaire visant à atteindre un objectif économique commun. Et vice versa, une politique monétaire et fiscale commune serait appropriée pour les nations concernées par des co-mouvements économiques. Ceci est valable pour les économies de la zone CFA qui tirent un important bénéfice de l'intégration monétaire notamment en matière de croissance économique. Les pays engagés dans un tel processus ont la possibilité de négocier de meilleurs accords commerciaux et de permettre une diversification des exportations, de favoriser les investissements directs étrangers, de bénéficier d'un gain d'économies d'échelles, etc. De ce fait, même si le processus d'intégration au sein de cette zone est beaucoup entravé par un manque criard d'infrastructures, la mal gouvernance et l'instabilité politique, force est de constater que les Etats membres ont néanmoins montré une certaine volonté politique et un engagement louable à mettre en oeuvre des plans et programmes quitte à renoncer ainsi parfois à leurs souverainetés économiques et permettre à des institutions supranationales d'oeuvrer efficacement. En effet, les autorités ont conscience que l'intégration est bien la clé pour asseoir une croissance et un développement économique soutenables à travers le renforcement du niveau des échanges intra régionaux et la mobilité du travail et à travers l'harmonisation des prix et des salaires. Ceci permet de diversifier les structures industrielles, de stabiliser l'inflation et les taux d'intérêt et de



contrer tout choc asymétrique. Tandis que beaucoup de pays membres ont en général un niveau d'échange commercial relativement élevé avec les pays de l'OCDE, il est noté que le commerce intra-régional constitue une part limitée du total des échanges de chacun des pays membres et est resté quasi constant durant plusieurs années. Les efforts entrepris par les autorités depuis quelques années et qui viennent en appoint aux initiatives menées depuis les indépendances devraient donc améliorer le commerce, stimuler la croissance, permettre de mettre en place une meilleure discipline fiscale et renforcer la stabilité macroéconomique. Dans les chapitres suivants, nous mobiliserons un certain nombre d'outils économétriques permettant de modéliser et d'analyser les effets de ces politiques d'intégration sur les pays membres de la zone CFA notamment en matière de croissance et de convergence économiques. Nous mettrons principalement l'accent sur les effets d'interdépendance et de mutation structurelle et sur leurs principaux impacts sur la dynamique des agrégats macro-économiques.

# Chapitre 2

## Modélisation et analyse des co-mouvements économiques

### Introduction

L'existence de dépendances entre agrégats macroéconomiques ou de manière plus globale entre économies nationales est souvent liée à la présence de facteurs communs. Ces facteurs peuvent être des chocs communs qui sous-tendent les co-mouvements des variables et dans de tels cas, il est possible de représenter les séries étudiées dans un cadre linéaire, en fonction d'un ensemble de variables latentes appelées composantes communes. Ce type d'analyse a été initialement développé par Burns et Mitchell (1946). Il est également mené par certains auteurs dans le cadre des co-mouvements sectoriels. On peut citer entre autres Lilien (1982), Davis et Haltiwanger (1992,1994) et Horvath et Verbugge (1996). Les fluctuations économiques telles que décrites dans le cadre de l'analyse keynésienne ou monétariste constituent des exemples très simples qui peuvent être représentés sous cette forme. C'est aussi l'exemple du modèle de Lucas (1975) dans lequel les mouvements de la demande agrégée interagissent avec la structure stable de l'offre et produisent des fluctuations permanentes dans l'évolution des agrégats réels de l'économie. Ainsi, l'utilisation des modèles factoriels présente un intérêt en panel, lorsque les variables en question présentent de fortes corrélations. Pena et Poncela (2004) ont mis en exergue l'importance des modèles à facteurs dans le cadre des prévisions des agrégats macroéconomiques et ils soulignent que l'avantage du modèle factoriel en termes de l'erreur quadratique moyenne de prévision augmente avec la persistance des composantes communes. En général, l'interdépendance économique traduit le fait qu'un

grand nombre de phénomènes se produisant dans l'espace et dans le temps affectent conjointement les économies. Les modèles factoriels peuvent être utilisés pour synthétiser la masse d'informations contenues dans les séries. C'est donc un moyen de capter certaines caractéristiques communes aux pays telles que les effets des politiques communes. L'analyse que nous faisons ici relève de cette situation ; en effet les politiques économiques de développement initiées ces dernières années en faveur des économies de la zone CFA peuvent être à l'origine de comportements similaires. Ainsi, l'évolution des économies de la zone CFA est caractérisée par un phénomène de synchronisation. Et si ces co-mouvements sont importants, il est parfaitement opportun de les modéliser à partir d'une analyse factorielle. Par ailleurs, il est important de signaler que de façon générale, l'expression analyse factorielle est souvent employée autant pour l'Analyse en Composantes Principales (ACP) que pour l'Analyse Factorielle (AF) pure. Même si ces deux démarches conduisent à la même finalité, il existe des différences fondamentales entre elles : la première tient compte de la variance totale de l'ensemble des individus (Connor et Korajczyk, 1998) et la seconde, de la covariance inter-individuelle (Lehmann et Modest, 1988).

Concrètement, il est difficile d'observer les facteurs communs, cependant il est possible de procéder à leur estimation. Ce qui permet également de déterminer les facteurs spécifiques à chaque économie. Il est également possible de procéder à l'identification d'instruments corrélés aux variables d'intérêt (Bai et Ng, 2006), ce qui revient à trouver des proxys pour les éventuels facteurs communs. On peut ainsi se baser sur la théorie économique pour arriver à la liste de variables susceptibles de constituer un proxy. Mais avant, il se pose un problème de détermination du nombre de facteurs communs. C'est l'un des objets de ce chapitre qui fournit une analyse non exhaustive des procédures permettant d'estimer les facteurs et de déterminer leur nombre. Il s'agit donc de répondre aux questions suivantes : Existe-il des chocs communs à l'ensemble des séries de l'échantillon considéré ? Si oui, combien existe-t-il de facteurs communs aux économies ?

Afin de modéliser ces chocs communs, deux approches sont envisagées dans le cadre de cette étude. La première concerne les modèles factoriels développés initialement par Sargent et Sims (1977) et Geweke (1977) dans lesquels les composantes idiosyncratiques sont considérées comme orthogonales. Nous appellerons ce type de

modèle *modèle factoriel classique* ou *modèle à structure factorielle stricte*. Par hypothèse, il est supposé que la matrice de covariance idiosyncratique est diagonale. La seconde approche utilise le *modèle factoriel généralisé* appelé aussi *modèle à structure factorielle approximative*. Ce modèle tient compte d'une éventuelle corrélation dans les composantes idiosyncratiques (Chamberlain, 1983 ; Chambelain et Rothschild, 1983 ; Ingersoll, 1984), et par conséquent n'impose pas que la matrice de covariance de ces composantes soit diagonale. Notons en passant que si en plus les facteurs communs agissent de façon dynamique on parle dans ce cas de *modèle factoriel dynamique généralisé* (Forni et al. 2000). Les procédures d'estimation se basent sur l'étude des valeurs propres dynamiques de la matrice de covariance de l'échantillon considéré (Luedecke, 1984 et Trzcinka, 1986). Dans un modèle théorique dans lequel le nombre d'individus  $N$  est assez élevé, il est possible d'estimer les facteurs à partir de combinaisons linéaires sur les séries. C'est là un outil performant pour l'estimation des facteurs qui permet d'aller plus loin en relaxant les conditions d'orthogonalité imposées dans les composantes idiosyncratiques. Par exemple, dans le cadre d'un modèle à facteurs, on suppose que les valeurs propres de la matrice de covariance des  $N$  séries du panel divergent quand  $N$  tend vers l'infini, tandis que le reste converge. Chamberlain et Rothschild (1983) soulignent qu'une telle hypothèse permet de faire un lien étroit entre l'Analyse Factorielle pure et l'Analyse en Composantes Principales.

Plus récemment certaines méthodes de sélection du nombre de facteurs communs sont développées par Bai et Ng (2002), toujours dans le cadre des modèles factoriels généralisés. Ces procédures se basent sur des formes modifiées des critères d'information classiques. Le modèle factoriel est dit dynamique lorsque les séries sont affectées par différents retards sur la composante commune, tandis qu'il est statique lorsque tous les agrégats étudiés sont affectés par des chocs contemporains. Mais il est important de noter que quelque soit la caractéristique statique ou dynamique, le principe de l'analyse factorielle reste applicable (Croux et al., 2001).

Afin de mettre l'accent sur différentes méthodes de modélisation des dépendances interindividuelles basées sur des facteurs communs, ce chapitre sera organisé de la manière suivante. Dans la première section, nous présentons d'une part les modèles factoriels dynamiques et statiques de la catégorie des modèles factoriels dits clas-

siques et d'autre part les modèles factoriels généralisés dynamiques et statiques. La section suivante fera un parcours des différentes méthodes d'estimation des facteurs communs et de procédures de sélection du nombre de facteurs. Dans la troisième et dernière section, nous introduisons la procédure de test permettant de détecter l'existence de dépendance interindividuelle dans un panel de variables. Nous développerons ainsi le principal test d'indépendance en panel (Pesaran 2004) qui est un test robuste à la présence de rupture. Cette dernière section est également consacrée à la présentation du test  $M(j)$  de Bai et Ng (2006) qui identifie les facteurs estimés à partir de tests de comparaisons avec les facteurs observés.

## 2.1 Modèles factoriels en macroéconomie

Ces dernières années, la recherche sur la modélisation macroéconomique s'est orientée vers l'exploitation d'informations provenant de panels dont le nombre de variables est assez élevé. Ces études se basent généralement sur l'hypothèse que certaines données peuvent admettre une structure factorielle et permettent d'avoir ainsi une décomposition en composantes idiosyncratique et commune. Ce type de modélisation peut ainsi être utilisé lorsqu'un petit nombre de facteurs permet de capter une importante part de l'information contenue dans l'ensemble des séries du panel. L'importance de cette démarche réside également dans le fait qu'elle permet d'aboutir à une représentation plus parcimonieuse comparativement aux modèles VAR lorsque la dimension individuelle est assez importante. Nous ferons dans cette section une présentation théorique de ces modèles et des intérêts qu'ils présentent, particulièrement lorsqu'il s'agit de modéliser les dépendances inter-économies.

### 2.1.1 Le modèle factoriel classique ou modèle à structure factorielle stricte

En admettant que la dimension individuelle  $N$  est fixe et qu'elle est inférieure à  $T$  le nombre d'observations temporelles, le modèle à structure factorielle stricte avec  $r$  facteurs aléatoires peut s'écrire, pour  $i = 1, \dots, N$ , et  $t = 1, \dots, T$

$$y_{it} = \pi_i' F_t + e_{it}, \tag{2.1}$$

où  $\pi_i' = [\pi_{i1}, \dots, \pi_{ir}]$ ,  $F_t = [F_{1t}, \dots, F_{rt}]'$  et  $e_{it}$  correspond au terme d'erreur idiosyncratique spécifique à l'individu  $i$  et nous avons  $E(e_t e_t') = \Phi$ , avec  $\Phi$  la matrice des covariances des erreurs idiosyncratiques. Une autre hypothèse de base du modèle à structure factorielle stricte est que la composante  $e_t$  constitue un vecteur d'erreurs idiosyncratiques non corrélées dans la dimension individuelle. La matrice de covariance des erreurs  $\Phi$  est ainsi une matrice carrée d'ordre  $N$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sigma_N^2 \end{pmatrix}.$$

Par ailleurs, l'hypothèse d'indépendance d'une part entre les facteurs et les termes idiosyncratiques et d'autre part entre les facteurs communs permet d'écrire  $E(F_t e_t') = 0$  et  $E(F_t F_t') = \Xi$ , où  $\Xi$  est la matrice de covariance entre les facteurs communs qui est une matrice  $(r \times r)$  diagonale. En considérant la forme matricielle du modèle (2.1), nous avons

$$y = F\pi' + e \tag{2.2}$$

où  $\pi = [\pi_1, \dots, \pi_N]'$ ,  $y = [y_1, \dots, y_N]'$  et  $F = [F_1, \dots, F_T]'$  et  $e = [e_1, \dots, e_N]'$ . Ce modèle implique que la matrice de covariance de  $y$  notée  $\Omega$  peut être décomposée en une matrice de rang  $r$  et une matrice diagonale ( $\Phi$ )

$$\Omega = \pi\Xi\pi' + \Phi. \tag{2.3}$$

Généralement, dans le cadre du modèle classique, un estimateur du vecteur de coefficients des facteurs communs peut être obtenu à partir de la méthode du Maximum de Vraisemblance (MV). Sargent et Sims (1977) ont proposé une version dynamique du modèle statique qui peut également être estimé en utilisant la méthode du Maximum de Vraisemblance. Cependant il faut signaler qu'en dehors de la procédure d'estimation basée sur le MV, il existe d'autres méthodes d'estimation dans la littérature et qui reposent sur des combinaisons linéaires des variables. Ces techniques sont actuellement plus fréquentes et sont souvent employées dans le cadre des modèles factoriels généralisés où la dimension individuelle est assez importante.

### 2.1.2 Le modèle factoriel généralisé ou modèle à structure factorielle approximative

En faisant tendre  $N$  vers l'infini, il est possible de généraliser l'hypothèse assez restrictive du modèle à structure factorielle stricte à l'instar de Chamberlain et Rothschild (1983) et Bai (2003). Ainsi on peut admettre l'existence de faibles corrélations sérielles des erreurs idiosyncrasiques et dans ce cas la procédure d'estimation peut être basée sur la technique de l'Analyse en Composantes Principales. En effet, la procédure d'estimation par la méthode du Maximum de Vraisemblance généralement adoptée dans les modèles factoriels classiques n'est plus adaptée car dans le cas du modèle généralisé où  $N \rightarrow \infty$ , l'application du Maximum de Vraisemblance conduit à estimer un nombre de paramètres trop élevé.

Le modèle permet également de faibles corrélations entre les facteurs communs et les composantes idiosyncratiques. Un autre problème est que ces hypothèses relatives au modèle factoriel dit classique sont en général trop restrictives pour être conformes aux situations rencontrées en économie, en particulier l'hypothèse d'indépendance des erreurs idiosyncratiques. En plus, le modèle classique ne permet d'obtenir qu'un estimateur convergent en probabilité des coefficients des facteurs et non des facteurs communs qui sont au centre du problème (Anderson 1984). Dans cette partie, nous ferons un petit rappel de l'origine du concept de modèle à structure factorielle approximative. Ensuite nous présenterons les développements récents qu'il a connus.

#### **Le concept de "structure factorielle approximative"**

Même si la modélisation des dépendances interindividuelles à partir d'un modèle factoriel généralisé présente aujourd'hui un grand intérêt en macroéconomie, ce concept était surtout développé à l'origine en finance pour étudier le marché des actifs avec notamment les travaux de Chamberlain et Rothschild (1983). Afin de mieux comprendre les principes qui sous-tendent ces modèles en macro-économétrie, il nous semble important de faire un bref parcours du contexte dans lequel le modèle à structure factorielle approximative a vu le jour. Chamberlain et Rothschild (1983) ont été parmi les premiers à proposer le concept de modèle à structure factorielle

approximative en s'inspirant des travaux de Ross (1976) sur l'arbitrage des prix. En supposant que tous les actifs sur le marché comportent un risque élevé, la question est de savoir si les investisseurs, en répartissant leurs achats sur de nombreux actifs, peuvent créer un portefeuille qui est sans risque et qui produit un rendement positif. Ce concept de structure factorielle approximative est également utile en finance pour explorer la relation théorique entre les prix des actifs et les coefficients des facteurs communs. S'il existe une telle structure factorielle, les rendements moyens sont alors approximativement fonctions linéaires des coefficients des facteurs et dans ce cas, seules  $r$  des plus grandes valeurs propres de la matrice de covariance  $\Omega$  divergent et le reste converge lorsque  $N \rightarrow \infty$ . En outre, on admet que la structure factorielle approximative reste unique. Ceci suggère que l'extraction des vecteurs propres de  $\Omega$  est un outil simple et aussi valable que tout autre moyen permettant de définir une structure factorielle approximative.

### Les développements récents du modèle factoriel généralisé en macroéconomie

#### – Le cas du modèle factoriel statique généralisé

Dans un cadre macroéconomique où le nombre d'individus  $N$  est souvent très important, les hypothèses restrictives du modèle factoriel classique peuvent être plus facilement étendues. On peut ainsi tenir compte de l'existence de corrélations sur les composantes spécifiques. Une autre généralité que l'on peut aussi attribuer à ce modèle est qu'on tient compte de l'hétéroscédasticité dans la composante idiosyncratique et de la présence de faibles dépendances entre les facteurs et les erreurs idiosyncratiques. Soit  $y_i$  un vecteur d'observations temporelles pour le  $i$ -ème individu. Pour chaque  $i$ , on a

$$\underset{(T \times 1)}{y_i} = \underset{(T \times r)}{F} \underset{(r \times 1)}{\pi_i} + \underset{(T \times 1)}{e_i}. \quad (2.4)$$

Pour le panel entier, nous avons

$$\underset{(T \times N)}{y} = \underset{(T \times r)}{F} \underset{(r \times N)}{\pi'} + \underset{(T \times N)}{e}. \quad (2.5)$$



Dans ce modèle on suppose que chaque facteur contribue de manière importante à la variance de  $y_{it}$ . Par souci de simplicité, on peut considérer que les coefficients des facteurs sont non aléatoires (Bai et Ng 2002). Mais le modèle tient encore quand les  $\pi_i$  sont aléatoires, à condition qu'ils soient indépendants des facteurs et des erreurs idiosyncratique. L'hypothèse d'hétéroscédasticité et de faibles dépendances temporelles et interindividuelles est également prise en compte dans les composantes idiosyncratiques. La prise en compte d'éventuelles corrélations dans les composantes idiosyncratiques rend possible l'existence de structure factorielle approximative. Le modèle est plus général que le modèle à structure factorielle stricte où on ignore toute corrélation interindividuelle sur les  $e_{it}$ . Rappelons que pour qu'un modèle admette une structure factorielle approximative au sens de Chamberlain et Rothschild (1983), il faut que la plus grande valeur propre de la matrice  $N \times N$  de covariance notée  $\Omega$  admette une limite. Ainsi si on admet que  $e_{it}$  est stationnaire, la plus grande valeur propre de  $\Omega$  sera bornée et pour tout  $i$  on aura une structure factorielle approximative au sens de Chamberlain et Rothschild (1983). Bai (2003) montre que l'application de l'Analyse en Composantes Principales permet d'obtenir un estimateur convergent en probabilité des facteurs communs et de leurs coefficients. Ce modèle peut être utilisé dans le cadre des modèles factoriels dynamiques en introduisant les retards des facteurs communs obtenus à partir d'une Analyse en Composantes Principales Statiques. Dans la sous-section suivante nous analysons une version dynamique de ce modèle dont l'estimateur est basé sur une Analyse en Composantes Principales Dynamiques.

– **Le cas du modèle factoriel dynamique généralisé**

Dans cette partie, nous nous intéressons au modèle factoriel estimable sur la base d'une Analyse en Composantes Principales Dynamiques. Le principal modèle de ce type proposé dans la littérature est l'oeuvre de Forni et al. (2000). Il combine à la fois une forme générale du modèle factoriel dynamique de Sargent et Sims (1997) et Geweke (1977) dans lequel l'hypothèse d'orthogonalité des composantes idiosyncratiques est considérée, et le cas particulier du modèle factoriel statique de Chamberlain (1983) et Chamberlain et Rothschild (1983) où il est possible de supposer l'existence de corrélation sur les composantes spécifiques. On suppose que

les variables stochastiques considérées appartiennent à l'espace de Hilbert <sup>1</sup> et les moments d'ordres 1 et 2 sont finis

$$y_{it} = b_{i1}(L)F_{1t} + b_{i2}(L)F_{2t} + \dots + b_{ir}(L)F_{rt} + e_{it} \quad . \quad (2.6)$$

Le processus vectoriel de dimension  $r$ ,  $F_t = (F_{1t}, F_{2t}, \dots, F_{rt})'$  est orthonormal et les facteurs sont indépendants, d'où  $E(F_{jt}) = 0$ ;  $Var(F_{jt}) = 1$  pour tout  $j$  et  $t$ .  $F_{jt} \perp F_{j,t-k}$  pour tout  $j$  et  $t$ , et  $k \neq 0$ . En outre  $F_{jt} \perp F_{s,t-k}$  pour tout  $s \neq j$ ,  $t$  et  $k$ . Les hypothèses sur les termes idiosyncratiques  $e = (e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{Nt})'$  sont telles que pour chaque  $i$  on a un processus vectoriel stationnaire, de moyenne nulle et aussi  $e_{it} \perp F_{j,t-k}$  pour tout  $i, j, t$  et  $k$ . Sous ces hypothèses, on a un processus vectoriel de dimension  $N$ ,  $y_t = (y_{1t}, \dots, y_{Nt})'$  qui est de moyenne nulle et stationnaire pour  $i$ . Dans le modèle (2.6), les variables  $F_{jt}$   $j = 1, \dots, r$  sont appelées chocs communs. Les composantes commune et idiosyncratique de  $y_{it}$  seront notées respectivement  $\chi_{it}$  et  $e_{it}$ , avec  $\chi_{it} = y_{it} - e_{it}$ . Ainsi, ce modèle peut être représenté comme étant la somme de deux composantes distinctes

$$y_{it} = b_i(L)F_t + e_{it} = [b_{i0}, \dots, b_{is}] (F_t, \dots, F_{t-s})' + e_{it}, \quad (2.7)$$

dont la forme matricielle est la suivante

$$y_t = B(L)F_t + e_t = [B_0, \dots, B_s] (F_t, \dots, F_{t-s})' + e_t, \quad (2.8)$$

où  $B(L) = B_0 + B_1(L) + \dots + B_s L^s$  est une matrice de dimensions  $(N \times r)$  de filtres de taille  $s$ . Contrairement aux modèles factoriels classiques, le modèle généralisé permet de tenir compte d'une éventuelle corrélation entre les composantes idiosyncratiques. Théoriquement, on peut supposer que la dimension individuelle  $N$  est infinie. En effet, à certains égards, lorsque le nombre d'individus  $N$  est fini il s'avère difficile de justifier l'hypothèse selon laquelle il existe des composantes communes et des composantes spécifiques distinctes tout en admettant que les composantes idiosyncratiques sont corrélées (Bai et Ng 2002). Soit  $\Sigma(\theta)$  la matrice de densité spectrale du processus vectoriel  $y$  et  $\Sigma^x(\theta)$  et  $\Sigma^e(\theta)$  les matrices de densité spectrales commune

---

1. Espace vectoriel réel ou complexe muni d'un produit scalaire.

et idiosyncratique respectivement. Nous avons

$$\Sigma(\theta) = b(e^{-i\theta}) \tilde{b}(e^{-i\theta}) + \Sigma^e(\theta). \quad (2.9)$$

L'Analyse en Composantes Principales Dynamiques appliquée dans ce cadre et qui est basée sur les valeurs propres dynamiques de  $\Sigma(\theta)$  nécessite la définition d'un certain nombre d'hypothèses. On admet ainsi que pour tout  $i$  il existe un réel  $c_i > 0$  tel que  $\sigma_i(\theta) \leq c_i$  à toute fréquence  $\theta$  telle que  $\theta \in [-\pi, \pi]$ . Soit  $\vartheta_j$  la fonction générant la  $j$ -ème valeur propre non négative de  $\Sigma(\theta)$  suivant un ordre décroissant.  $\vartheta_j$  donne ainsi les valeurs propres dynamiques de  $\Sigma$ . L'ensemble des valeurs propres dynamiques de ces composantes commune et idiosyncratique sont respectivement notées  $\vartheta_j^x$  et  $\vartheta_j^e$ . On suppose que la première valeur propre dynamique de la composante idiosyncratique  $\vartheta_1^e$  admet une limite pour tout  $i$ . En d'autres termes, il existe un réel  $a$  tel que  $\vartheta_1^e(\theta) \leq a$  pour tout  $\theta \in [-\pi, \pi]$  et tout  $i$ . Cette hypothèse implique que les causes idiosyncratiques des variations peuvent être les mêmes pour certains individus du panel et auront tendance à s'annuler lorsque  $N$  tend vers l'infini. Ainsi elle est satisfaite si  $\text{var}(e_{it}) = 1$ ,  $\text{cov}(e_{it}, e_{i+1,t}) = \text{covar} \neq 0$  et  $\text{cov}(e_{it}, e_{i+h,t}) = 0$  avec  $h$  un entier tel que  $h > 1$ . On suppose aussi que les  $r$  premières valeurs propres dynamiques divergent pour  $\theta \in [-\pi, \pi]$  c'est-à-dire  $\lim_{N \rightarrow \infty} \vartheta_j^e(\theta) = \infty$  pour tout  $j \leq r$  et  $\theta \in [-\pi, \pi]$ . Précisons que cette condition relative à la divergence des valeurs propres peut ne pas se vérifier pour certains points de l'intervalle  $[-\pi, \pi]$ . En effet, il n'est pas nécessaire que  $\theta$  puisse prendre toutes les valeurs de cet intervalle. A partir des hypothèses relatées, Forni et al. (2000) font l'affirmation suivante :

*Les  $r$  premières valeurs propres de  $\Sigma$  divergent, tandis que la  $(r + 1)$ -ème valeur propre admet une limite uniforme. Il existe ainsi un réel  $M$  tel que  $\vartheta_{r+1}(\theta) \leq M$  pour tout  $\theta \in [-\pi, \pi]$  et tout  $i$ .*

Cette implication est importante dans la mesure où elle permet de considérer que le comportement des valeurs propres dynamiques associées aux composantes inobservables  $\chi$  et  $e$  peut être capté à travers l'étude du comportement des valeurs propres dynamiques relatives à  $y$ , qui est supposée être observable. Ainsi, si l'analyse des valeurs propres dynamiques de ces processus observables conduit à la conclusion selon laquelle les  $r$  premières valeurs propres de  $\Sigma$  divergent, tandis que la  $(r + 1)$ -

ème admet une limite uniforme, alors l'hypothèse d'un modèle factoriel peut être retenue.

## 2.2 Méthodes d'estimation des facteurs communs et de sélection du nombre de facteurs

En macroéconomie le modèle à facteurs communs est souvent utilisé en généralisant les hypothèses classiques et il est estimé sur la base d'une ACP : Analyse en Composantes Principales Statiques pour le modèle statique et Analyse en Composantes Principales Dynamiques dans le cas d'un modèle dynamique. Dans ce dernier cas, l'estimation s'inspire de la procédure de Brillinger (1981). Bai (2003) montre que lorsque  $N, T \rightarrow \infty$ , des estimateurs convergents des facteurs communs et de leurs coefficients peuvent être obtenus. Cependant dans le cas où  $T$  est fixe et  $N$  tend vers l'infini, il est nécessaire de supposer asymptotiquement l'orthogonalité et l'homoscédasticité des composantes idiosyncratiques.

### 2.2.1 Méthode d'estimation des facteurs communs

#### Estimation par l'Analyse en Composantes Principales Statiques

L'Analyse en Composantes Principales Statiques (Stock et Watson 1998, Bai et Ng 2002) est utilisée pour estimer le modèle statique. Elle est basée sur une démarche non paramétrique et le nombre de facteurs pouvant être estimés dans ce cadre est  $\min\{N, T\}$ . Les facteurs  $F$  et leurs coefficients  $\pi$  sont obtenus en résolvant ce problème d'optimisation <sup>2</sup>

$$V(q) = \min_{\pi, F} (NT)^{-1} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{it} - \pi'_i F_t)^2. \quad (2.10)$$

$V(q)$  est la somme des carrés des résidus de la régression de  $y$  sur  $F$  par les Moindres Carrés Ordinaires. En utilisant les normalisations  $\pi' \pi / N = I_q$  et  $F' F / T = I_q$ , le problème consiste alors à maximiser  $tr(F'(yy')F)$ . La matrice des facteurs estimés notée  $\tilde{F}$  est égale à  $\sqrt{T}$  fois les vecteurs propres correspondant aux  $q$  plus grandes

---

2. On considère ici la normalisation  $\pi' \pi / N = I_q$  et  $F' F / T = I_q$ .

valeurs propres de la matrice  $yy'$  de dimensions  $T \times T$ .

Une fois  $\tilde{F}$  déterminée, la matrice de coefficients de ces facteurs est obtenue par les Moindres Carrés Ordinaires, et ainsi  $\tilde{\pi}' = (\tilde{F}'F)^{-1} \tilde{F}'y = \tilde{F}'y/T$ . Une autre solution<sup>3</sup> donnée par  $(\bar{F}, \bar{\pi})$  consiste à d'abord déterminer  $\bar{\pi}$  qui est égale à  $\sqrt{N}$  fois les vecteurs propres correspondant aux  $q$  plus grandes valeurs propres de la matrice  $y'y$  de dimension  $N \times N$ . Et ensuite, en tenant en compte de la normalisation  $\bar{\pi}'\bar{\pi}/N = I_q$  on a  $\bar{F} = y\bar{\pi}/N$ . Bai et Ng (2002) établissent que la moyenne temporelle des carrés des écarts entre les facteurs estimés et ceux appartenant au même espace que les vrais facteurs s'annule lorsque  $N, T \rightarrow \infty$ . La vitesse de convergence dépend ainsi de la structure du panel et est déterminée par  $\min \{N, T\}$ .

### Estimation par l'Analyse en Composantes Principales Dynamiques

Dans le cadre du modèle dynamique généralisé, il est possible d'obtenir un estimateur convergent en probabilité de  $\chi_{it}$  pour tout  $i$ . Pour cela, il suffit de considérer la projection de  $y_{it}$  sur toutes les valeurs passées et présentes des  $r$  premières composantes principales dynamiques de  $y$  obtenues à partir de  $\Sigma$ , la matrice de densité spectrale du panel. Notons que la matrice  $\Sigma(\theta)$  admet ainsi  $N$  vecteurs propres à valeurs complexes

$$p_j(\theta) = (p_{j,1}(\theta), p_{j,2}(\theta), \dots, p_{j,N}(\theta)), j = 1, 2, \dots, N. \quad (2.11)$$

Dans ce cas,  $p_j(\theta)$  est un vecteur propre colonne de  $\Sigma(\theta)$  correspondant à  $\vartheta_j$ ; ainsi

$$p_j(\theta)\Sigma(\theta) = \vartheta_j(\theta)p_j(\theta) \text{ pour tout } \theta \in [-\pi, \pi]. \quad (2.12)$$

Avec l'orthogonalité des composantes communes pour les valeurs passées et futures, la projection de la composante commune est

$$\tilde{\chi}_{it} = K_i(L)y_t. \quad (2.13)$$

---

<sup>3</sup>. Cette seconde méthode peut être plus simple à utiliser lorsque  $T \succ N$  tandis que la première l'est plus lorsque  $N \succ T$ .

$K_i(\theta) = \tilde{p}_{1,i}(\theta)p_1(\theta) + \tilde{p}_{2,i}(\theta)p_2(\theta) + \dots + \tilde{p}_{r,i}(\theta)p_r(\theta)$  est un vecteur  $(1 \times N)$  de coefficients de pondérations. Forni et al. (2000) montrent que cette projection  $\tilde{\chi}_{it}$  converge vers  $\chi_{it}$  en moyenne quadratique quand  $N$  tend vers l'infini.

Le problème qui se pose réellement est comment obtenir une estimation de ces filtres  $K_i(\theta)$  qui permettent d'extraire les composantes communes. En considérant un entier<sup>4</sup>  $M = M(T)$ , la procédure consiste à déterminer l'ensemble des matrices de covariance pour  $k = 0, 1, 2, \dots, M$  et calculer la transformation de Fourier discrète sur  $(2M + 1)$  points correspondant aux séquences  $\hat{\Omega}_{-M}, \dots, \hat{\Omega}_0, \dots, \hat{\Omega}_M$  avec  $\Omega_{-k} = \Omega'_k$ . Il s'agit précisément de déterminer

$$\hat{\Sigma}(\theta_h) = \sum_{k=-M}^M \hat{\Omega}_k \omega_k e^{-ik\theta_h}, \quad (2.14)$$

où  $\theta_h = 2\pi h/(2M + 1)$  et  $h = 0, 1, \dots, 2M$ . Les éléments  $\omega_k = 1 - [|k|/(M + 1)]$  sont des pondérations correspondant à la fenêtre de retard de Bartlett de taille  $M$ . Il faut ensuite déterminer les  $r$  premiers vecteurs propres  $\hat{p}_j(\theta_h)$  de  $\Sigma(\theta_h)$  pour  $j = 1, \dots, r$  et  $h = 0, 1, \dots, 2M$ . Considérons ainsi les filtres  $K_j(L)$ ,  $j = 1, \dots, r$ . Pour  $h = 0, 1, \dots, 2M$ , on a

$$\hat{K}_i(\theta_h) = \tilde{p}_{1,i}(\theta_h)\hat{p}_1(\theta_h) + \dots + \tilde{p}_{r,i}(\theta_h)\hat{p}_r(\theta_h). \quad (2.15)$$

L'estimateur de ces filtres est obtenu en utilisant l'inverse de la transformation de Fourier discrète du vecteur  $(\hat{K}_i(\theta_0), \dots, \hat{K}_i(\theta_{2M}))$ , ce qui revient à calculer

$$\hat{K}_{i,k} = \frac{1}{2M + 1} \sum_{h=0}^{2M} \hat{K}_i(\theta_h) e^{ik\theta_h}. \quad (2.16)$$

Pour  $k = -M, \dots, M$ , l'estimateur s'obtient de la manière suivante

$$\hat{K}_i(L) = \sum_{k=-M}^M \hat{K}_{i,k} L^k. \quad (2.17)$$

---

4.  $M(T) = \text{round}(\sqrt{T}/4)$ .

La composante commune de chaque économie est ainsi donnée par

$$\hat{\chi}_{it} = \sum_{k=-M}^M \hat{K}_{i,k} y_{t-k} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=-M}^M \hat{K}_{j,k} y_{j,t-k}, \quad (2.18)$$

où  $\hat{K}_{i,k}$  est un vecteur ( $1 \times N$ ) de coefficients de pondérations, et  $\hat{K}_{j,k}$  le  $j$ -ème élément de  $\hat{K}_{i,k}$  correspondant également au poids associé à la  $j$ -ème économie

### 2.2.2 Méthode de sélection du nombre de facteurs communs

Dans la pratique, le nombre de facteurs communs nécessaires pour capter les dépendances interindividuelles n'est pas connu. Ainsi, pour déterminer  $r$  un certain nombre de procédures sont présentées dans la littérature. Par exemple, Cattell (1966) propose une méthode basée sur une étude graphique des valeurs propres de  $\Omega$ . Cependant cette démarche présente des ambiguïtés dans la mesure où la procédure est essentiellement subjective. D'autres méthodes basées sur le test du Ratio de Vraisemblance sont également utilisées dans la littérature. Mais étant donné qu'en général ces dernières ne sont applicables que dans le cas où la dimension individuelle est très réduite, elles ne sont pas adaptées en analyse macroéconomique où le nombre de variables dans le panel est souvent assez important.

Pour les modèles factoriels généralisés, Bai et Ng (2002) ont proposé différents critères de sélection du nombre de facteurs lorsque ceux-ci sont estimés sur la base d'une Analyse en Composantes Principales Statiques. Dans le cas où les chocs communs sont estimés sur la base d'une Analyse en Composantes Principales Dynamiques (i.e. Modèle Factoriel Dynamique Généralisé), le critère généralement adopté repose sur la part de variance expliquée par les facteurs. Ces deux types de critères sont actuellement les plus fréquents dans la modélisation macroéconomique basée sur les modèles à facteurs.

#### Sélection du nombre de facteurs dans le cas d'un modèle factoriel statique généralisé

S'agissant de l'estimation du nombre de facteurs dans le cadre du modèle statique, le problème consiste tout simplement à choisir  $q$  facteurs permettant de bien

capter les variations de  $y$ . Étant donné que le modèle est linéaire, en supposant que les facteurs sont observés les coefficients  $\pi_i$  peuvent être estimés en appliquant les Moindres Carrés Ordinaires pour chaque  $i$ . On est ainsi confronté à un simple problème de sélection de modèle et un modèle à  $q + 1$  facteurs peut être aussi valable qu'un modèle à  $q$  facteurs. Mais il peut se poser un problème d'efficacité des estimateurs en incluant un facteur de plus (ou de moins) que le nombre optimal de facteurs. Soit  $F$  une matrice à  $q$  facteurs et soit

$$V(q, F) = \min_{\pi} \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{it} - \pi'_i F_t)^2 \quad (2.19)$$

la somme des carrés des résidus (divisée par  $NT$ ) de la régression temporelle de  $y_i$  sur les  $q$  facteurs et pour chaque  $i$ . Pour déterminer le nombre optimal de facteurs  $q^* = r$ , on peut utiliser la fonction suivante

$$V(q, F) + qg(N, T), \quad (2.20)$$

où  $g(N, T)$  constitue une contrainte. Si les facteurs sont observés, le critère de sélection  $BIC$  permet d'estimer  $r$  en utilisant  $g(N, T) = \ln(T)/T$  et  $q = 0, 1, \dots, q_{\max}$  dans l'expression (2.20). La grandeur  $q_{\max}$  étant le nombre maximal de facteurs communs autorisé et constituant un entier naturel tel que  $r \leq q_{\max}$ . On retrouve les mêmes conclusions que dans Geweke et Meese (1981) pour  $N = 1$ . En effet, lorsque les facteurs sont observés, il n'est pas nécessaire de prendre en compte la dimension individuelle du panel. Mais ceci n'est plus valable lorsque les facteurs doivent être estimés et dans ce cas on peut utiliser la fonction suivante

$$V(q, \hat{F}) = \min_{\pi} \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{it} - \pi'_i \hat{F}_t)^2 \quad (2.21)$$

qui désigne la somme des carrés des résidus (divisé par  $NT$ ) lorsque  $q$  facteurs sont estimés. Il s'agit de trouver la fonction de contrainte permettant de minimiser le critère suivant <sup>5</sup>

$$PC(q) = V(q, \hat{F}) + qg(N, T). \quad (2.22)$$

---

5. PC : Panel Criterium.



Pour cela, en considérant  $q_{\max}$ , Bai et Ng (2002) établissent le théorème suivant

*En supposant que les  $q$  facteurs sont estimés par une Analyse en Composantes Principales, on considère que  $\hat{q} = \arg \min_{0 \leq q \leq q_{\max}} PC(q)$  et  $\lim_{N, T \rightarrow \infty} \Pr ob[\hat{q} = r] = 1$  si *i*)  $g(N, T) \rightarrow \infty$ , *ii*)  $C_{NT}^2 g(N, T) \rightarrow \infty$  avec  $C_{NT} = \min \{ \sqrt{N}, \sqrt{T} \}$ .*

Les conditions (i) et (ii) sont nécessaires dans la mesure où si l'une de ces conditions est violée, le nombre de facteurs ne pourrait être estimé. A partir de différentes formulations de  $g(N, T)$  et en considérant  $\hat{\sigma}^2$  qui est l'estimateur de  $(NT)^{-1} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T E(e_{it})^2$  avec  $q_{\max}$  facteurs communs, les auteurs définissent un certain nombre de critères dans un cadre empirique. Cependant, certains de ces critères d'information ne satisfont pas aux conditions (i) et (ii) du théorème. En général, le meilleur au regard du théorème précédent correspond d'abord au critère noté  $IC_1$  qui s'écrit <sup>6</sup>

$$IC_1(q) = \ln(V(q, \hat{F})) + q \left( \frac{N+T}{NT} \right) \ln \left( \frac{NT}{N+T} \right). \quad (2.23)$$

Un critère de type  $BIC$  modifié pour prendre en compte ces problèmes liés à la structure du panel est également proposé. Il s'écrit

$$BIC_3(q) = V(q, \hat{F}) + q \hat{\sigma}^2 \left( \frac{(N+T-q) \ln(NT)}{NT} \right). \quad (2.24)$$

Par ailleurs, soulignons que même si  $BIC_3$  semble être adapté grâce au fait qu'il satisfait à toutes les deux conditions du théorème, celui-ci ne tient plus lorsque  $N = \exp(T)$  ou  $T = \exp(N)$  car dans ce cas, la première condition du théorème ne serait pas remplie. Cependant, comme les résultats des simulations Monte Carlo réalisées par Bai et Ng (2002) et Moon et Perron (2004) l'ont montré,  $BIC_3$  est le critère adéquat notamment lorsqu'on est dans un cas où le nombre d'individus est relativement limité.

---

6.  $V(q, \hat{F}) = N^{-1} \sum_{i=1}^N \hat{\sigma}_i^2$  avec  $\hat{\sigma}_i^2 = \hat{e}'_i \hat{e}_i / T$ .

### Sélection du nombre de facteurs dans le cas d'un modèle factoriel dynamique généralisé

Dans le cadre de l'Analyse en Composantes Principales Dynamiques, la sélection du nombre de facteurs communs peut se faire à partir de l'exploitation de l'affirmation de Forni et al. (2000) présentée dans la sous-section (2.1.2) selon laquelle si le nombre de facteurs est égal à  $r$  alors les  $r$  premières valeurs propres dynamiques de  $\Sigma(\theta)$  divergent tandis que la  $(r + 1)$ -ème converge uniformément. De ce fait, une solution consiste à analyser ces valeurs propres relativement au nombre de séries  $N$ . Par exemple si  $T$  observations sont disponibles pour  $N$  séries  $y_{it}$ , les matrices de densité spectrale  $\hat{\Sigma}_q$  ( avec  $q \leq N$ ) peuvent être estimées pour ensuite déterminer les valeurs propres dynamiques  $\hat{\vartheta}_j$ .

Ainsi, pour déterminer  $r$  empiriquement, on peut considérer que les valeurs propres dynamiques calculées à partir de  $\hat{\Sigma}_q$ ,  $q = 1, \dots, N$  admettent les deux caractéristiques principales suivantes. (i) La moyenne en fonction des fréquences  $\theta$  des  $r$  premières valeurs propres dynamiques déterminées empiriquement diverge, tandis que la moyenne de la  $(r + 1)$ -ème est relativement stable. (ii) En partant du cas  $q = N$ , il existe un écart substantiel  $\Delta_\alpha$  entre la variance expliquée par la  $r$ -ème composante principale et la variance expliquée par la  $(r + 1)$ -ème. Puisque  $tr(\hat{\Sigma}_N) = \sum_{i=1}^N \hat{\vartheta}_i = N$ , il s'agit ainsi de choisir  $r$  tel que

$$\hat{\vartheta}_{r+1}/N \prec \Delta_\alpha \text{ et } \hat{\vartheta}_r/\sum_{i=1}^N \hat{\vartheta}_i \succ \Delta_\alpha \quad (2.25)$$

où  $\hat{\vartheta}_j/\sum_{i=1}^N \hat{\vartheta}_i$  représente la variance du  $j$ -ème facteur. Une autre possibilité consiste à fixer une part minimum de variance expliquée par les  $q$  facteurs égale à  $\alpha$ . Dans ce cas, le nombre optimal de facteurs  $q^* = r$  est tel que

$$\sum_{i=1}^q \hat{\vartheta}_i/N \geq \alpha. \quad (2.26)$$

Il faut cependant souligner que dans chacun des deux cas, le choix de  $\Delta_\alpha$  où  $\alpha$  n'est pas unanimement le même dans la littérature. En Sciences Sociales par exemple, il n'est pas rare de rencontrer des cas où  $\alpha = 0.90$  ou  $\Delta_\alpha = 0.05$ . En macroéconomie, il est généralement admis qu'un ratio de variance  $\alpha = 0.40$  ou un écart  $\Delta_\alpha$

$= 0.10$  sont assez raisonnables. Signalons enfin une troisième démarche qui consiste tout simplement à sélectionner les facteurs pour lesquels la valeur propre associée est supérieure à 1.

## 2.3 Tests d'indépendance interindividuelle et d'identification des facteurs communs à l'origine des dépendances inter-économies

Deux autres questions peuvent être soulevées dans le cadre des modèles à facteurs communs. La première est : comment s'assurer de l'existence de dépendances inter-économies ? En effet, avant de passer à une modélisation sur la base d'un modèle à facteur il est important de s'assurer qu'on est bien en présence de données répondant à une structure factorielle. La seconde question qu'on pourrait également se poser est : comment identifier les facteurs communs estimés ? Pour analyser cette dernière question, nous étudierons la procédure de test de Bai et Ng (2006) permettant d'identifier les facteurs estimés. Il s'agit de déterminer si les facteurs communs obtenus par estimation correspondent à des proxys de certains agrégats économiques. Les procédures parfois adoptées dans la littérature consistent à se baser sur de simples études de corrélations ou alors à analyser le coefficient de détermination de la régression par les MCO des facteurs estimés sur ceux observés. Cependant, pour des raisons que nous évoquerons dans cette section, cette démarche n'est pas forcément la mieux adaptée. Nous présenterons aussi le principal test de l'hypothèse nulle d'indépendance interindividuelle en panel développée par Pesaran (2004).

### 2.3.1 Test d'identification des facteurs estimés

Le test  $M(j)$  élaboré par Bai et Ng (2006) constitue un excellent moyen d'identifier les facteurs estimés. Soit  $F_{jt}^o$  un élément du vecteur  $F_t^o$  représentant les facteurs observés. Il s'agit de tester s'il existe un  $\delta_j$  tel que  $F_{jt}^o = \delta_j' F_t$  pour tout  $t$ . Une première intuition consiste à effectuer la régression de  $y_{it}$  sur  $F_{jt}^o$  puis d'analyser le pouvoir explicatif de  $F_{jt}^o$ . Dans ce cas, s'il existe un lien significatif entre  $F_t$  et  $F_{jt}^o$ ,

alors  $F_{jt}^o$  devrait aussi expliquer  $y_{it}$ . Cependant, selon Bai et Ng (2006), une telle procédure n'est pas satisfaisante dans la mesure où même si  $F_{jt}^o$  est un proxy pour  $F_t$ , la corrélation entre les deux séries pourrait être très faible si la variance de  $e_{it}$  est importante. Et dans ce cas, l'analyse du pouvoir explicatif de cette relation ne permet pas de savoir si  $F_{jt}^o$  est le facteur correspondant à  $F_t$ .

En considérant  $\hat{\gamma}_j$ , l'estimateur de  $\gamma$  obtenu en appliquant la régression<sup>7</sup> des Moindres Carrés Ordinaires  $F_{jt}^o = \gamma'_j \tilde{F}_t + \eta_{jt}$ , on peut définir  $\hat{F}_{jt}^o = \hat{\gamma}'_j \tilde{F}_t$  pour ensuite tester l'écart entre les courbes  $\hat{F}_{jt}^o$  et  $F_{jt}^o$ . On définit ainsi la statistique

$$\tau_t(j) = \frac{(\hat{F}_{jt}^o - F_{jt}^o)}{(\text{var}(\hat{F}_{jt}^o))^{1/2}}. \quad (2.27)$$

La statistique de test  $M(j)$  est

$$M(j) = \max_{1 \leq t \leq T} |\tau_t(j)|. \quad (2.28)$$

Si le terme idiosyncratique n'est pas sériellement corrélé, sous l'hypothèse<sup>8</sup> nulle  $F_{jt}^o = \delta' F_t$  nous avons  $P(M(j) \leq y) \approx [2\Phi(y) - 1]$ ,  $\Phi(y)$  étant la distribution de fréquence cumulée (cdf) d'une variable aléatoire normalement distribuée. Notons également que sous l'hypothèse nulle, la vitesse de convergence de  $\hat{F}_{jt}^o$  vers  $F_{jt}^o$  est égale à  $\sqrt{N}$  et la distribution est asymptotiquement normale. En outre,  $\tau_t(j)$  admet une distribution limite normale. Soit  $\text{Avar}(\hat{F}_{jt}^o)$  la variance asymptotique<sup>9</sup> de  $\sqrt{N}(\hat{F}_{jt}^o - F_{jt}^o)$ , ainsi la variance asymptotique divisée par  $N$  est de la forme  $\text{var}(\hat{F}_{jt}^o) = \frac{1}{N} \text{Avar}(\hat{F}_{jt}^o)$ . En remplaçant  $\tilde{F}$  par  $F$  et en tenant compte de la normalisation  $\tilde{F}'\tilde{F}/T$ , on peut définir<sup>10</sup>

$$\widehat{\text{var}}(\hat{F}_{jt}^o) = \frac{1}{N} \hat{\gamma}'_j \tilde{V}^{-1} \tilde{\Gamma}_t \tilde{V}^{-1} \hat{\gamma}_j. \quad (2.29)$$

La construction de la variance se base alors sur la détermination de  $\Gamma_t$ . Sous l'hy-

---

7.  $\hat{F}_{jt}^o$  étant l'estimateur de  $F_{jt}^o$  et  $\tilde{F}_t$  l'estimateur par ACP de  $F_t$ .

8.  $N, T \rightarrow \infty$ , avec  $\sqrt{N}/T \rightarrow 0$ .

9.  $\text{Avar}(\hat{F}_{jt}^o) = \text{plim} \hat{\gamma}'_j \text{Avar}(\tilde{F}_t) \hat{\gamma}_j = \text{plim} \hat{\gamma}'_j \tilde{V}^{-1} \left( \frac{\tilde{F}'F}{T} \right) \Gamma_t \left( \frac{\tilde{F}'F}{T} \right) \tilde{V}^{-1} \hat{\gamma}_j$  et  $\Gamma_t = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N E(\pi_i \pi'_j e_{it} e_{it})$ .  $\pi$  est la matrice des coefficients des facteurs.

10.  $V$  est une matrice diagonale de dimensions  $r \times r$  contenant les  $r$  plus grandes valeurs propres de la matrice  $y'y/(NT)$  suivant un ordre décroissant.

pothèse d'orthogonalité des  $e_{it}$ , on peut définir

$$\tilde{\Gamma}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{e}_{it}^2 \tilde{\pi}_i \tilde{\pi}_i'$$

où  $\tilde{\pi}$  est la matrice des coefficients des facteurs communs estimée par une Analyse en Composantes Principales. Il est alors possible de construire  $\widehat{\text{var}}(\hat{F}_{jt}^o)$  qui sera utilisée dans la construction de la statistique définie dans (2.28) afin de tester si  $F_{jt}^o$  est un proxy parfait des facteurs estimés en utilisant les valeurs critiques fournies par Bai et Ng (2006).

### 2.3.2 Test d'indépendance interindividuelle en panel

Nous terminerons cette partie théorique en présentant la procédure de test de l'hypothèse nulle d'indépendance en panel. En effet, la modélisation des dépendances interindividuelles nécessite de s'assurer au préalable de la véritable existence de ces interdépendances. Le principal test d'indépendance interindividuelle en panel est développé par Pesaran (2004). D'autres tests existent dans la littérature, cependant ils ne sont applicables que lorsque  $N$  est fixe et  $T \rightarrow \infty$ , en outre ils ne tiennent pas compte des mutations structurelles. C'est l'exemple du test du multiplicateur de Lagrange (LM) de Breusch et Pagan (1980) dont la statistique de test est établie sur la base des carrés des coefficients de corrélation de Pearson  $p_{ij}$ . On peut également citer le test *Spacing Variance Ratio* de Ng (2006).

Le test proposé par Pesaran (2004) est plus général et plus adapté même lorsque les deux dimensions du panel tendent vers l'infini. L'autre avantage de ce test est qu'il peut permettre de prendre en compte une de nos hypothèses de base à savoir l'existence d'un changement structurel sur les séries. En effet, Pesaran (2004) a montré que ce test est robuste aux ruptures sur les coefficients tant que les moyennes non conditionnelles des variables restent constantes le long de la dimension temporelle. En notant CD (Cross-section Dependance) la statistique de test et en considérant les résidus  $\varepsilon_{it}$  de la régression de type ADF <sup>11</sup>, le test est basé sur la moyenne des

---

11. L'utilisation d'une régression de type ADF permet d'isoler l'autocorrélation des résidus.

$p_{ij}$

$$CD = \sqrt{\frac{2T}{N(N-1)}} \left( \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \hat{p}_{ij} \right) \rightarrow N(0, 1) \quad (2.30)$$

où

$$p_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T \varepsilon_{it} \varepsilon_{jt}}{\left( \sum_{t=1}^T \varepsilon_{it}^2 \right)^{1/2} \left( \sum_{t=1}^T \varepsilon_{jt}^2 \right)^{1/2}}. \quad (2.31)$$

On considère que les erreurs issues de la régression ADF sont sériellement non corrélées de moyenne nulle et de variance égale à 1. Cependant elles peuvent être corrélées dans la dimension individuelle et sous l'hypothèse nulle on a  $E(\hat{p}_{ij}) = 0$ . Pesaran (2004) montre, sur la base de simulations de Monte-Carlo, que les propriétés en petit échantillon sont satisfaisantes même pour de petites valeurs de  $T$ .

## 2.4 Application Empirique

Comment doper la croissance économique des pays membres de la zone CFA afin d'accélérer le processus d'intégration ? Cette question constitue l'une des principales préoccupations des autorités de cet espace économique. La zone CFA étant un modèle d'intégration monétaire, il est fondamental de saisir comment chaque pays s'y insère en matière de croissance économique. Une politique de croissance bien ciblée est basée sur une allocation efficace des ressources en identifiant les facteurs affectant l'évolution du PIB. Ces dernières années la multiplicité des initiatives d'intégration économique et monétaire accompagnées d'un allègement des barrières commerciales devrait réduire l'importance des facteurs nationaux et accroître la persistance des facteurs internationaux sources de co-mouvements des variables macro-économiques. Les causes des fluctuations économiques des pays de la zone CFA font l'objet de beaucoup de controverses. Certains économistes privilégient les causes de nature commune engendrées par les politiques communes et d'autres mettent l'accent sur les causes dont l'origine est spécifique à chaque pays. L'étude de l'étendue des co-mouvements économiques des pays membres pourrait être d'un grand intérêt d'une part pour les décideurs politiques en les aidant à mieux reformuler leurs politiques de réponse aux chocs économiques, et d'autre part pour les investisseurs en mettant à leurs dispositions des éléments d'appréciation de l'environnement

politico-économique. Dans cette section, nous apporterons un peu de lumière sur la controverse relative à la source des fluctuations du taux de croissance au sein de la zone CFA et sur l'étendue de ces co-mouvements entre les 12 économies membres<sup>12</sup>. Nous nous basons sur les procédures d'estimation économétriques présentées dans la partie théorique pour évaluer le rôle de chacun des pays de la zone CFA dans la propagation des chocs conjoncturels en provenance des autres pays de l'ensemble de la zone CFA ou des deux sous zone UEMOA et CEMAC. Pour cela, nous construisons un indice de diffusion permettant de mesurer le rôle de plaque tournante que joue chacun des pays dans la diffusion des chocs d'activité.

### 2.4.1 Présentation des données et des résultats des tests de dépendance interindividuelle

Les données dont nous disposons concernent cinq indicateurs macroéconomiques, à savoir : le Produit Intérieur Brut (PIB), la production Industrielle (*Ind*), l'Investissement (*Inv*), l'Indice des Prix à la consommation (*IP*) et la Consommation privée (*Cons*). Ces données couvrent la période allant de 1963 à 2004. Une partie de ces variables provient des *World Development Indicators* (WDI) du Groupe Banque Mondiale. Il s'agit du Produit Intérieur Brut, de la Consommation privée et de la production Industrielle (*Ind*). La variable Investissement (*Inv*)<sup>13</sup> est issue du *Penn World Table 6.2* (PWT 6.2) et l'indice des Prix est obtenu à partir des statistiques du centre de recherches statistiques, économiques et sociales et de formation pour les pays islamiques (SESRIC).

---

12. La Guinée Equatoriale et la Guinée Bissau sont exclues de l'étude du fait de l'absence de données suffisantes sur ces pays.

13. Pour obtenir cet agrégat, nous avons d'abord déterminé l'investissement par tête à partir de la part de l'investissement sur le PIB/tête (disponible directement sur le PWT 6.2). Nous avons ensuite multiplié la valeur obtenue par le niveau de la population également disponible sur PWT 6.2.

Tableau 2.1 : Disponibilité des séries

Pays	PIB	Inv.	Ind.	Cons.	IP
Bénin	+	+	+	+	-
Burkina Faso	+	+	+	+	+
Centrafrique	+	+	+	-	-
Côte d'Ivoire	+	+	+	+	+
Cameroun	+	+	+	+	+
Rép. Congo	+	+	-	-	-
Gabon	+	+	+	+	+
Mali	+	+	+	+	-
Niger	+	+	+	-	+
Sénégal	+	+	+	+	+
Tchad	+	+	+	+	-
Togo	+	+	+	+	+

Notes : (+) : séries disponibles. (-) : séries indisponibles.

En raison de restrictions sur la disponibilité des données, certaines séries sont exclues (voir Tableau 2.1). Ainsi, nous avons un nombre de variables  $N = 51$  et une longueur de temps  $T = 42$ . Pour tenir compte de l'hypothèse de stationnarité et de moyenne nulle, toutes les variables sont prises en logarithme, puis différenciées. Elles sont ensuite normalisées en soustrayant la moyenne pour chaque série, et en divisant par l'écart-type.

Tableau 2.2 : Résultats des tests de dépendance interindividuelle

<i>régressions ADF(p)</i>	Statistiques CD					
	PIB uniquement			Toutes les variables		
	$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$
<i>UEMOA</i>	2.86	3.04	3.10	11.29	10.82	10.86
<i>CEMAC</i>	0.40	0.37	0.22	7.38	6.23	6.04
<i>CFA</i>	3.67	3.66	3.87	14.84	14.35	14.42

Notes : *CD* correspond à la statistique de Pesaran (2004). La statistique de test est basée sur la moyenne des coefficients de corrélation de Pearson des résidus estimés à partir des équations de régression de type ADF. Nous considérons différents ordres  $p$  de la régression ADF. La statistique est comparée à la distribution normale standard. L'hypothèse nulle d'indépendance est rejetée si  $|CD| \geq 1.96$ .

Notre analyse tient compte des deux sous zones principales composant la zone CFA en distinguant trois échantillons notés *UEMOA*, *CEMAC* et *CFA* et respectivement composés des pays de l'Union Economique et Monétaire Ouest Africaine, des pays de la Communauté Economique et Monétaire d'Afrique Centrale et de l'ensemble des pays de la zone CFA.

Rappelons que la représentation à partir d'un processus admettant une structure factorielle n'est pertinente que s'il existe un degré d'interdépendance assez significatif



entre les variables incluses dans l'analyse. Nous avons ainsi procédé au préalable à des tests de dépendance interindividuelle réalisés sur la base de la statistique  $CD$  de Pesaran (2004) et en considérant différents ordres  $p$  de la régression ADF (Table 2.2). Les tests sont réalisés en considérant d'une part un panel de variables composé uniquement des séries du PIB et d'autre part en utilisant la totalité des variables dont nous disposons. Sauf pour le cas des séries du PIB des pays de la CEMAC, les statistiques  $CD$  sont toutes supérieures à la valeur critique de la loi normale au seuil standard de 5% pour  $p = 1, 2, 3$ . Ce qui conduit à rejeter l'hypothèse nulle d'indépendance interindividuelle. Ainsi, l'hypothèse d'un processus générateur de données admettant une structure factorielle n'est rejetée que pour les séries du PIB des pays de la CEMAC. Cependant, le rejet de l'hypothèse d'interdépendance peut être lié à la taille très réduite de cet échantillon (5 séries du PIB). L'inclusion des autres variables macro-économiques a permis d'accepter largement la présence d'interdépendance au sein de l'échantillon CEMAC quelque soit l'ordre de retard considéré dans la régression ADF.

### 2.4.2 Analyse des effets de propagation des chocs de croissance économique au sein de la zone CFA

En utilisant les données présentées dans la sous section précédente, nous étudierons en première partie l'étendue des co-mouvements entre les 12 pays de la zone CFA concernés. Nous étudierons ainsi le niveau de propagation des chocs qui sous-tendent ces co-fluctuations en dissociant les chocs de nature commune des chocs idiosyncratiques. Nous ferons appel d'une part au modèle factoriel statique de type stock et Watson (1998) et d'autre part, au modèle factoriel dynamique de Forni et al. (2000).

#### Co-mouvements des taux de croissance économique des pays de la zone CFA

##### – Estimation du nombre de facteurs communs

Le nombre de facteurs est d'abord estimé pour  $q_{\max} = 2, \dots, 8$  sur la base du modèle factoriel statique. Les résultats de sélection du nombre optimal de facteurs

$r$  obtenus varient selon le critère et le nombre maximal de facteurs  $q_{\max}$  considérés. Dans chacun des sept cas, les critères  $AIC_3$ ,  $IC_3$ ,  $PC_1$  et  $PC_3$  donnent  $r = q_{\max}$  tandis que le nombre optimal de facteurs estimés sur la base des critères  $IC_1$  et  $PC_2$  varie entre 2 et 8. Quant à  $BIC_3$ , il permet de détecter suivant  $q_{\max}$ , un nombre de facteurs communs compris entre 1 et 4. Seul le critère de sélection  $IC_2$  fournit un nombre de facteurs fixe égal à 2 et quelque soit  $q_{\max} = 2, \dots, 8$ .

Tableau 2.3 : Résultats des estimations du nombre de facteurs communs sur la base du modèle statique

		Estimation suivant les critères de sélection							
$V(q_{\max}, \widehat{F})$		$IC_j$			$PC_j$			$BIC_3$	$AIC_3$
		$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$		
$q_{\max} = 2$	0.0148	2	2	2	2	2	2	1	2
$q_{\max} = 3$	0.0126	3	2	3	3	3	3	1	3
$q_{\max} = 4$	0.0107	4	2	4	4	4	4	2	4
$q_{\max} = 5$	0.0092	5	2	5	5	4	5	2	5
$q_{\max} = 6$	0.0079	6	2	6	6	6	6	2	6
$q_{\max} = 7$	0.0068	7	2	7	7	6	7	2	7
$q_{\max} = 8$	0.0059	7	2	8	8	7	8	4	8

Notes :  $q_{\max}$  est le nombre maximal de facteurs autorisés.  $V(q_{\max}, \widehat{F})$  est la variance estimée en fonction de  $q_{\max}$  et de  $\widehat{F}$ .

On peut constater ainsi qu'il est parfois difficile d'estimer le nombre de facteurs communs sur la base des critères de Bai et Ng (2002)<sup>14</sup>. Cependant, notons que quelle que soit la caractéristique dynamique ou statique du modèle factoriel généralisé, la sélection du nombre de facteurs peut être effectuée en exploitant les résultats de l'Analyse en Composantes Principales. En effet, si le processus générateur de données peut être représenté sous forme de modèle à facteurs, un petit nombre de composantes principales permet alors de capter une importante part de variance du panel tandis que la contribution marginale de chacune des composantes principales restantes aura tendance à s'annuler. Ainsi, si chaque composante principale n'explique qu'une part très réduite de variance, cela implique qu'il faudra un nombre important de composantes pour appréhender une part suffisante de variance. Ce qui reflète un faible degré de co-mouvement des variables. De ce fait, le critère le plus simple et le plus précis pour sélectionner le nombre de facteurs est le pourcentage de variance dont tiennent compte les composantes communes comme l'ont préconisé

---

14. Nous verrons dans le Chapitre 4 que ceci est souvent dû à la présence de racine unitaire sur les séries et que la solution consiste à mener une ACP sur les séries différenciées.

Forni et al. (2000) dans le cadre du modèle dynamique. En effet, une structure factorielle ne tient que s'il existe un petit nombre de forces communes qui sous-tendent les co-mouvement des variables macro-économiques. En appliquant ce principe pour le modèle dynamique, nous obtenons des résultats d'estimation du nombre de facteurs plus précis. L'estimation de la matrice de densité spectrale (en utilisant  $M(T) = 2$ ) a permis de sélectionner 4 facteurs communs ( $r = 4$ ) à partir de l'étude des valeurs propres dynamiques et en considérant le critère de sélection basé sur le ratio de variance expliquée par les facteurs communs.

Tableau 2.4 Résultats des estimations du nombre de chocs communs sur la base du modèle dynamique

	$\hat{\vartheta}_r(\theta_h)$					$\frac{\sum_{h=0}^{2M} \hat{\vartheta}_r(\theta_h)}{2M+1}$	$\frac{\hat{\vartheta}_r}{\sum_{i=1}^N \hat{\vartheta}_i}$	$\frac{\sum_{i=1}^r \hat{\vartheta}_i}{\sum_{i=1}^N \hat{\vartheta}_i}$
	$h = 0$	$h = 1$	$h = 2$	$h = 3$	$h = 4$			
$r = 1$	12.93	9.00	7.34	7.34	9.00	9.13	0.18	0.18
$r = 2$	8.65	6.29	5.96	5.96	6.29	6.63	0.13	0.31
$r = 3$	6.09	5.54	4.69	4.69	5.54	5.31	0.10	0.42
$r = 4$	4.49	4.59	3.99	3.99	4.59	4.33	0.08	0.50

Notes : La quantité  $\hat{\vartheta}_r / \sum_{i=1}^N \hat{\vartheta}_i$  correspond à la variance expliquée par la  $r$ -ème composante principale dynamique et  $\sum_{i=1}^r \hat{\vartheta}_i / \sum_{i=1}^N \hat{\vartheta}_i$  la variance expliquée par les  $r$  premières composantes principales dynamiques.

En tenant compte de la variance expliquée par les  $r$  facteurs communs, un écart  $\Delta_\alpha = 0.10$  entre la variance expliquée par les  $r$ -ème et  $(r + 1)$ -ème composantes communes a été fixé. Ce qui permet d'obtenir  $r = 4$ . Ceci correspond au même nombre de facteurs sélectionnés par le critère  $BIC_3$  utilisé dans le cadre du modèle statique. Comme nous l'avons souligné dans la partie théorique,  $BIC_3$  est le meilleur critère de sélection du nombre de facteurs communs lorsque  $N \leq 20$  ou lorsque  $N$  et  $T$  ont des valeurs voisines comme c'est le cas pour notre panel. Nous avons ainsi retenu un nombre de facteurs communs égal à 4 dans la suite de ce chapitre. La Figure suivante permet de comparer l'évolution des composantes communes obtenues à partir des deux méthodes.

Les deux courbes connaissent des évolutions fortement similaires avec un coefficient de corrélation égal à 0.90. Cependant, contrairement à la composante commune obtenue à partir du modèle dynamique qui enregistre son niveau le plus bas en 1980, celle obtenue à partir du modèle statique atteint son niveau le plus bas en 1983. Par ailleurs, on peut aussi constater que d'une manière générale, les amplitudes des co-fluctuations sont en général relativement plus importantes lorsqu'on utilise le modèle

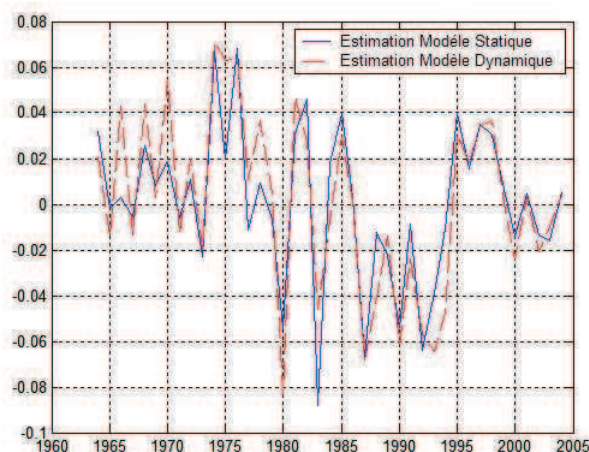


FIGURE 2.1 – Composante commune (Statique vs Dynamique)

dynamique. En effet, ce modèle est plus sensible aux chocs subis par l'économie étant donné son caractère dynamique qui permet de tenir compte de plus de variabilité de la variable d'intérêt. Dans la sous-section suivante, nous utiliserons ce modèle pour faire une analyse plus approfondie des effets de propagation des chocs de croissance économique au sein de la zone CFA

– **Evolution du cycle d'affaire de la zone CFA et analyse des transmissions des chocs du taux de croissance du PIB**

*i) Analyse de l'évolution du cycle d'affaire de la zone CFA*

Dans un premier temps, nous avons appliqué l'Analyse en Composantes Principales Dynamiques (ACPD) afin d'étudier la nature et l'étendue des co-mouvements des taux de croissance économique des 12 pays de la zone CFA. Par la même occasion, le degré de synchronisation des deux sous zones (UEMOA et CEMAC) est aussi examiné. L'estimation des composantes communes des PIB des 12 pays est basée sur la prise en compte de quatre facteurs communs expliquant 70% de la variance du taux de croissance du PIB dans cette région (Tableau 2.10). Comme l'ont suggéré Forni et al. (2000), les composantes communes de chacun de ces pays sont utilisées pour déterminer la composante commune à l'ensemble de la zone CFA. Un indice de diffusion est ainsi obtenu en utilisant la moyenne pondérée par le niveau du PIB. Pour vérifier la pertinence du choix du PIB comme indice de référence per-

mettant de décrire les variations cycliques de l'économie de cette union monétaire, une estimation de la composante commune des autres variables du système est également réalisée. Pour chaque variable de chaque pays, nous avons aussi déterminé la moyenne des coefficients de corrélation avec les autres variables du pays correspondant. Les résultats sont présentés dans le Tableau 2.5 et permettent de mesurer le degré de synchronisation de chaque série avec les autres variables du même pays.

Tableau 2.5 : Corrélation moyenne de la composante commune de chaque catégorie de variable avec la composante commune des autres variables du même pays.

Pays	PIB	Inv.	Ind.	Cons.	IP
Zone CFA	0.51	0.31	0.45	0.40	0.26
Bénin	0.42	-0.02	0.34	0.39	—
Burkina Faso	0.08	0.29	-0.02	0.25	-0.07
Centrafrique	0.47	0.42	0.31	—	—
Côte d'Ivoire	0.59	0.32	0.52	0.55	0.13
Cameroun	0.61	0.29	0.53	0.54	0.25
Rép. Congo	0.65	0.65	—	—	—
Gabon	0.33	0.31	0.40	0.00	0.25
Mali	0.54	0.01	0.39	0.50	—
Niger	-0.03	0.26	0.25	—	0.33
Sénégal	0.49	0.29	0.50	0.46	-0.08
Tchad	0.69	0.38	0.51	0.64	—
Togo	0.53	0.43	0.53	0.22	0.40

Notes : (—) séries non disponibles.

Les résultats montrent que pour la plupart des pays et pour l'ensemble de la Zone CFA, la composante commune du PIB enregistre le plus grand coefficient de corrélation moyen. Ce qui confirme la pertinence du choix du PIB comme indice de référence. Cependant, il faut préciser que du fait de l'importance des effets idiosyncratiques qui caractérise généralement les économies de l'Afrique subsaharienne et particulièrement celles de la zone CFA, il serait inopportun d'utiliser directement le PIB à la place de la composante commune du PIB comme indicateur de référence. En effet, 30% de la variance du taux de croissance du PIB de la zone est expliquée par la composante idiosyncratique.

La Figure 2.2 représente la composante commune de la zone CFA et montre que les variations cycliques que connaît l'économie de la zone entament une baisse considérable en 1970 pour atteindre le niveau le plus bas en 1980. Cette période correspond à une forte sécheresse qui a considérablement affecté la production agricole dans cette région. A partir de 1985 commence à nouveau une période de forte baisse

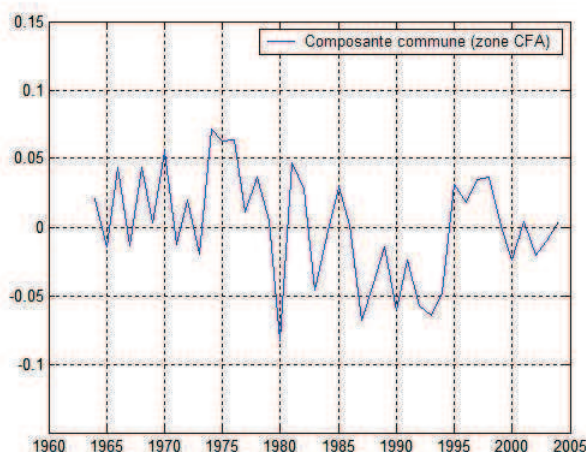


FIGURE 2.2 – Composante commune du taux de croissance du PIB de la zone CFA

qui va durer jusqu'à 1993, avec parfois des phases ascendantes. En effet, à partir de 1985, on note un retournement des cours des principales matières exportées par les pays membres et une dépréciation du dollar<sup>15</sup>. Durant la période 1985-1992, on assiste ainsi à une dégradation des termes de l'échange d'environ 45% pour l'ensemble de ces pays, et à une forte diminution des recettes à l'exportation. Les conséquences économiques qui en découlent sont accentuées par le poids de la dette contractée par ces pays. Le FMI et Banque Mondiale procèdent en 1993, à la suspension de l'aide et préconisent un ajustement monétaire. Afin de résorber les déséquilibres économiques et financiers qui se sont manifestés au cours de cette période, ces pays procèdent à la modification de la parité du franc CFA. Les conséquences sont très vite ressenties : l'inflation est limitée et la croissance a repris son envol, ce qui se traduit par une nouvelle phase ascendante du cycle d'affaires de la Zone CFA pour la période 1994-1997. A partir de 1998, la croissance connaît à nouveau un net fléchissement qui se poursuivra jusqu'en 2000, période à partir de laquelle les pays de la zone CFA enregistrent une croissance économique plus ou moins contrastée. Mais dans l'ensemble, ces pays parviennent à maintenir un cadre macroéconomique mieux maîtrisé.

*ii) Co-mouvements entre les économies de la zone CFA*

15. Monnaie dans laquelle sont cotées et facturées les matières premières exportées.

Sur la période globale (1963-2004), l'analyse comparative de l'évolution du cycle d'affaires de chaque pays, par rapport à celui de l'ensemble de la zone CFA, révèle une synchronisation de la dynamique économique de cette dernière avec la plupart des pays qui la composent (Tableau 2.6). Ces co-mouvements sont plus importants avec les pays comme la Côte d'Ivoire, le Sénégal et le Cameroun qui, comme nous l'avons vu dans le Chapitre 1, ont des poids économiques considérables au sein de la zone CFA. On peut par exemple noter que le coefficient de corrélation de la composante commune de la Côte d'Ivoire avec celle de l'ensemble de la zone est le plus élevé (0.78). En revanche sur cette même période globale, on note des co-mouvements très faibles entre la zone CFA et les pays comme le Bénin, le Mali, le Tchad, la République du Congo et le Togo qui enregistrent les plus faibles coefficients de corrélation, respectivement 0.07 ; 0.09 ; 0.13 ; 0.14 et 0.17. Cependant l'évolution des cycles d'affaires de ces pays durant cette période globale cache des tendances différentes entre la sous période allant de 1963 à 1983 et celle allant de 1984 à 2004. En effet, en s'intéressant aux co-fluctuations dans ces deux sous périodes respectives on observe des schémas intéressants. Il apparaît que les corrélations entre la composante commune de l'ensemble de la zone et celle des pays membres sont pour la plupart très faibles voire nulles durant la première sous période (1963-1983) alors qu'elles ont considérablement augmenté durant la seconde sous période (1984-2004). Le faible niveau d'interdépendance entre certains pays membres de la zone CFA durant la période globale reflète l'absence de politiques d'intégration conséquentes au cours des années 1963-1983.

Tableau 2.6 : Corrélation de la composante commune de chaque pays avec la composante commune de la zone CFA

Pays/Périodes	1963-2004	1963-1983	1984-2004
Bénin	0.07	0.00	0.34
Burkina Faso	0.43***	0.42*	0.64***
Centrafrique	0.57 ***	0.56**	0.63***
Côte d'Ivoire	0.78 ***	0.75***	0.77***
Cameroun	0.60 ***	0.38	0.84***
Rép. Congo	0.14	-0.17	0.26
Gabon	0.31 **	0.28	0.18
Mali	0.09	0.05	0.13
Niger	0.27*	0.29	0.39*
Sénégal	0.53***	0.68***	0.60***
Tchad	0.13	0.25	0.37
Togo	0.17	-0.13	0.44**
Moyenne	0.34	0.28	0,47

Notes : (\*), (\*\*) et (\*\*\*) indiquent respectivement des niveaux de significativité de 10%, 5% et 1%.

Comme le montre le Tableau 2.6, la coordination effectuée des politiques économiques et l'allègement de certaines barrières commerciales notamment dans le cadre des politiques d'intégration menées dans les deux sous zones respectives (UEMOA et CEMAC) ont eu des effets notoires (même s'ils restent toujours insuffisants) sur la synchronisation des cycles d'affaires des pays membres. En effet, 1984-2004 correspond à la période de mise en oeuvre des Programmes d'Ajustement Structurel mais surtout la période où les autorités de tutelle ont établi des règles à respecter dans la gestion de la politique macroéconomique, en fixant notamment des critères de convergence économique suite à la dévaluation de 1994. Les cinq pays membres cités plus haut (Bénin, Mali, Tchad et République du Congo et Togo) et qui ont connu un niveau de dépendance très faible vis-à-vis de l'économie de la zone CFA dans sa globalité ont enregistré une amélioration importante. Ainsi, entre les deux sous périodes les degrés de corrélation des composantes communes du Bénin, du Mali, du Tchad, de la République du Congo et du Togo ont tous augmenté en passant respectivement de 0.00 à 0.34, 0.05 à 0.13, 0.25 à 0.37, -0.17 à 0.26 et -0.13 à 0.44.

En dehors de l'insuffisance et surtout de l'inefficacité des politiques communes mises en oeuvre durant cette première période, ces pays ont également été victimes d'importants bouleversements politiques et/ou économiques. Pour ce qui concerne le Mali par exemple, rappelons que celui-ci avait préféré créer sa propre banque d'émission après les indépendances et n'a effectivement réintégré l'UMOA (Union



Monétaire Ouest Africaine) qu'en 1984 lorsque la banque du Mali opta pour le transfert de son privilège d'émission à la BCEAO. Cette décision avait nécessité un long processus d'assainissement financier car le Mali enregistrait de graves difficultés d'ordre financier. En outre, le pays importe beaucoup de biens manufacturés et son économie est principalement basée sur le coton, soumis aux aléas climatiques et aux variations des cours mondiaux.

*iii) Le cas de l'UEMOA*

Au sein de l'UEMOA, on retrouve la forte domination de l'économie ivoirienne qui, en 2006, représente environ 40% de la masse monétaire et cette même part du PIB. Ainsi, la Côte d'Ivoire est l'un des principaux fournisseurs de ses voisins de l'UEMOA (Burkina Faso, Mali, Niger), ce qui crée une forte relation de dépendance avec eux. Comme le montre la Figure 2.3, il existe une forte synchronisation du cycle d'affaires de la Côte d'Ivoire avec celui de l'UEMOA. Le coefficient de corrélation entre sa composante commune et celle de l'ensemble de la zone UEMOA est de 0.86. Le niveau d'interdépendance de la composante commune de l'économie ivoirienne avec celle de la zone CFA a légèrement diminué entre les deux sous périodes avec un coefficient de corrélation qui passe de 0.88 à 0.85.

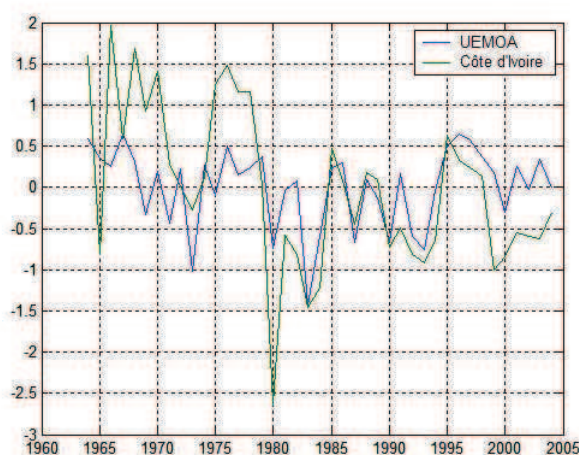


FIGURE 2.3 – Composantes communes Côte d'Ivoire / UEMOA

Tableau 2.7 : Corrélations des composantes communes UEMOA / Pays membres

Pays	1963-2004	1963-1983	1984-2004
Bénin	0.00	-0.03	0.18
Burkina Faso	0.46***	0.37**	0.77***
Côte d'Ivoire	0.86***	0.88***	0.85***
Mali	0.42***	0.46***	0.30**
Niger	0.50***	0.40**	0.75***
Sénégal	0.57***	0.67***	0.42***
Togo	0.23	0.09	0.45***
Moyenne	0.43	0.41	0.53

Notes : (\*), (\*\*) et (\*\*\*) indiquent respectivement des niveaux de significativité de 5% et 1%.

L'économie ivoirienne a connu ses périodes les plus glorieuses durant la première période considérée (1963-1983) en étant le seul pays d'Afrique noire qui enregistre un taux de croissance qui avoisine les 7%. Les performances économiques alors enregistrées avaient fait de ce pays un modèle unique de développement économique avec un poids économique considérable au sein de la zone CFA et même au niveau de l'Afrique Occidentale. Ces performances sont basées sur une politique d'exportation, notamment de matières premières, très réussie et est favorisée par une stabilité politique relativement très importante comparativement aux autres pays d'Afrique à l'époque.

Cependant, puisque cette économie est très dépendante des cours des matières premières, elle va être confrontée à une brusque contre performance au début des années 1980 liée à la chute des cours des produits agricoles et qui va entraîner des fléchissements de la croissance et des déficits relativement importants. Depuis, la Côte d'Ivoire vivra des épisodes de ce genre et la crise politique qui s'est déclenchée en 2002 n'arrange pas la situation. Ainsi, même si le pays reste une économie très importante au sein de la zone CFA, son poids a baissé au cours de la seconde période 1964-2004.

*iv) Le cas de la CEMAC*

Au niveau de la zone CEMAC, la domination de l'économie camerounaise est très nette. En 2004, ce pays représente à lui seul, près de 50% du PIB de la CEMAC. Comparée à la zone UEMOA, cette zone est constituée de pays dont l'économie est relativement basée sur le pétrole qui représente 40% des échanges en valeur du Cameroun, 50% des exportations et 29% des importations (Banque de France,

2002). Le coefficient de corrélation de la composante commune du Cameroun avec celui de l'ensemble de la zone CEMAC est très élevé (0.74) comparé au cas des autres pays membres . Ce qui témoigne de la forte relation qui existe entre l'évolution de l'activité économique Camerounaise avec celle de cette sous région.

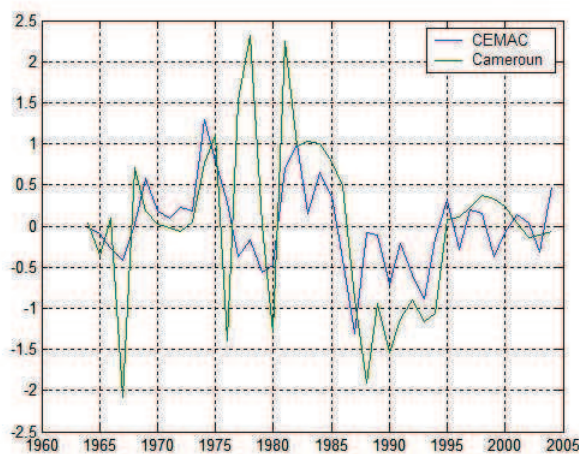


FIGURE 2.4 – Composantes communes Cameroun / CEMAC

Tableau 2.8 : Corrélations des composantes communes CEMAC / Pays membres

Pays	1963-2004	1963-1983	1984-2004
Centrafrique	0.33**	0.17	0.56***
Cameroun	0.74***	0.62***	0.88***
Rép. Congo	0.54***	0.44***	0.38**
Gabon	0.38**	0.37**	0.21
Tchad	0.22	0.48***	0.35**
Moyenne	0.44	0.42	0.48

Notes : (\*), (\*\*) et (\*\*\*) indiquent respectivement des niveaux de significativité de 10%, 5% et 1%.

Le coefficient de corrélation de la composante commune du Cameroun avec celui de la CEMAC a fortement augmenté entre les deux sous périodes en passant de 0.62 à 0.88. Paradoxalement, la période 1963-1983 correspond à la période où le Cameroun connaît une croissance soutenue notamment grâce à l'exportation de pétrole. Depuis, les réserves de pétrole ont beaucoup baissé provoquant une légère baisse des performances économiques qui n'ont commencé à se rétablir qu'après la dévaluation de 1994. Cette augmentation de la corrélation entre les chocs de croissance perçus par l'économie camerounaise et ceux enregistrés dans l'ensemble de la zone CEMAC

durant la seconde sous période s'explique ainsi essentiellement par le fait que le niveau des relations économiques et commerciales entre ce pays et les autres membres de CEMAC s'est beaucoup amélioré durant la période 1984-2004.

Avec un coefficient de corrélation de 0.22 sur la période globale, le Tchad est le seul pays de la zone CEMAC dont le cycle d'affaires subit, de la part de cette union, une influence statistiquement non significative durant la période globale. Cependant, l'analyse des résultats entre les deux sous périodes révèle que cette situation liée au Tchad est due à la baisse de l'influence subie par l'activité économique Tchadienne entre les deux périodes, le coefficient de corrélation ayant passé de 0.48 à 0.35.

### Tests d'identification des facteurs communs estimés

L'identification des facteurs estimés peut se faire à partir de tests de comparaison avec les facteurs observés. Comme l'ont souligné Moon et Perron (2007), il est bien envisageable de chercher les variables susceptibles de constituer des proxys pour les facteurs estimés en dehors du panel, mais il semble plus évident de privilégier les séries comprises dans le panel comme variables candidates. Les agrégats que nous considérons comme éventuels proxys des facteurs communs obtenus par estimation correspondent ainsi aux mêmes variables présentées dans la sous section 2.4.1 (*Cons*, *Ind*, *Inv*, *IP*). Nous chercherons à déterminer s'il existe une ou plusieurs de ces variables qui peuvent servir de proxys aux facteurs communs qui sous-tendent les co-mouvements des taux de croissance. A cet effet, le test  $M(j)$  de Bai et Ng (2006) de l'hypothèse nulle  $F_{jt}^o = \delta' F_t$  sera mis en oeuvre. Dans le cadre de l'application de ce test, les variables sont différenciées pour tenir compte d'une éventuelle présence de racine unitaire et sont ensuite normalisées en enlevant la moyenne et en divisant par l'écart-type.

Pour chaque cas, il s'agit d'utiliser les facteurs estimés pour tester l'existence de relations avec les variables observées. Les résultats du test  $M(j)$  sont consignés dans le Tableau 2.9. Ils montrent que les co-fluctuations dans la zone CFA et au sein des deux sous-zones UEMOA et CEMAC sont l'oeuvre d'une combinaison d'effets induits par la variable *Cons*. La consommation englobe ainsi le principal facteur commun qui explique les co-mouvements économiques au sein de la zone CFA. En

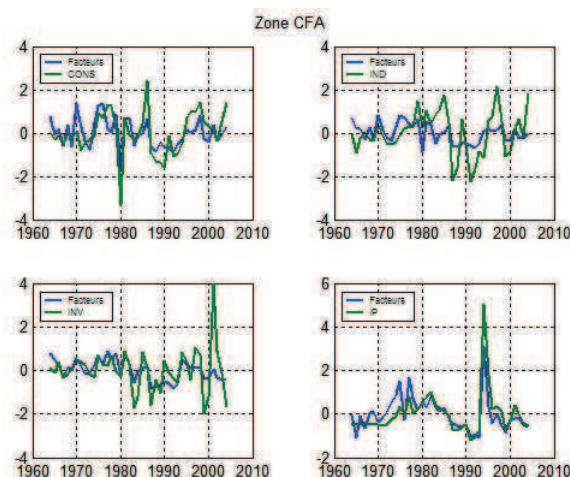


FIGURE 2.5 – Facteurs estimés vs Proxy ( $\Delta F_{jt}^o$  vs  $\hat{\gamma}'_j \Delta \tilde{F}_t$ )

effet, avec cette variable on obtient une statistique<sup>16</sup> de test égale à 3.5985 (supérieure à la valeur critique à 5%). Par ailleurs, même si le test rejette l'hypothèse que l'inflation est un facteur expliquant les co-mouvements au sein de la zone CFA, on peut noter à travers la Figure 2.5 que l'inflation reste une variable très liée à ces chocs communs. Ce lien est tout à fait prévisible étant donné la relation étroite qui existe entre la consommation et l'indice des prix à la consommation. D'ailleurs il est fort probable que le rejet de l'hypothèse nulle du test  $M(j)$  soit tout simplement dû à l'absence de données sur l'inflation pour 5 des 12 pays qui composent notre échantillon.

Les tests effectués en considérant l'échantillon composé uniquement des pays de l'UEMOA fournissent des résultats similaires. La consommation reste la principale variable regroupant des effets communs avec une statistique de test égale à 3.6004. De la même manière, les résultats des tests  $M(j)$  portant sur l'inflation acceptent l'hypothèse alternative selon laquelle la variable IP ne constitue pas un proxy pour les facteurs communs. Cependant, même si statistiquement cette hypothèse est acceptée, la Figure 2.6 permet de constater que l'inflation a une incidence relativement importante sur l'évolution de ces facteurs.

16. La statistique de test est égale à 2.8839 et est inférieure à la valeur critique à 5% qui est égale à 3.28.

Tableau 2.9 : Résultats du test  $M(j)$

Echantillons	Proxys considérés pour les facteurs estimés			
	Cons	Ind	Inv	IP
Zone CFA T=42 N=51	3.5985*	9.0461**	15.195**	5.7557**
UEMOA T=42 N= 32	3.6004*	13.500**	6.2487**	4.707**
CEMAC T=42 N=19	3.7047*	3.0503	7.7677**	3.6223*

Notes : Aux seuils de 5% et 1%, les valeurs critiques sont respectivement égales à 3.283 et 3.775. (\*), (\*\*) dénotent l'acceptation de l'hypothèse alternative aux seuils respectifs de 5% et 1% .

Quant aux résultats obtenus avec la zone CEMAC, ils montrent que le test  $M(j)$  n'accepte l'hypothèse alternative qu'à un seuil supérieur au seuil standard de 5% pour la variable *Ind*, la statistique de test étant égale à 3.0503. On peut ainsi conclure que la variable *Ind* constitue un proxy "parfait" pour les facteurs communs de l'espace CEMAC. Pour ce qui concerne les variables *Cons* et *IP* de la zone CEMAC, les statistiques du test  $M(j)$  sont respectivement égales à 3.7047 et 3.6223 et sont ainsi inférieures à la valeur critique à 1%. Cependant, avec une statistique de test égale à 7.7677, l'hypothèse alternative d'absence de lien entre *Ind* et les facteurs communs est définitivement acceptée au seuil de 1%.

Finalement, on peut admettre au vu des résultats du test  $M(j)$  que la consommation et l'inflation constituent les principales variables à l'origine des co-mouvements du taux de croissance économique aux seins des espaces CFA et UEMOA, tandis qu'en considérant le cas de la zone CEMAC uniquement, il apparaît que les co-fluctuations observées sont principalement causées par les variables *Ind*, *Cons* et *IP*.

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié différents modèles factoriels existant actuellement dans la littérature et permettant d'étudier les co-mouvements entre les

variables macro-économiques. Il s'agit notamment de deux catégories de modèles factoriels. La première concerne les modèles dits classiques et dont la construction est basée sur des hypothèses restrictives d'absence de corrélation entre les composantes idiosyncratiques. La deuxième concerne les modèles généralisés qui tiennent compte d'une éventuelle corrélation de ces composantes idiosyncratiques et sont généralement plus conformes aux situations rencontrées en économie. Ainsi, en utilisant cette dernière catégorie de modèle factoriel, le niveau de propagation des chocs de croissance économique des pays de la zone CFA a été analysée en distinguant les effets des déterminants nationaux et internationaux (communs) des taux de croissance de chaque économie membre. Les résultats obtenus montrent que les politiques d'intégration monétaire et de manière plus générale la coordination des politiques sous régionales ressortent comme des forces qui renforcent la synchronisation des cycles d'activité. Une des implications de cette étude est que malgré la faiblesse des relations commerciales (relativement au potentiel d'échange) entre les pays de la zone CFA, il existe un co-mouvement économique assez important entre la plupart des pays de cette zone. Ces co-mouvements sont fortement dictés par les pays "leaders" à savoir la Côte d'Ivoire et le Cameroun dont les composantes communes sont fortement corrélées à celle de l'ensemble de la Zone CFA. Il est noté également qu'en ce qui concerne le degré d'intégration économique, la CEMAC où les politiques communes sont moins intenses comparée à l'UEMOA, présente un niveau d'intégration économique moins important validant l'hypothèse d'une ligne de fracture entre ces deux entités. Sans vouloir mettre en cause la subdivision de la zone CFA en sous zones économiques, il faut dire que cette situation doit pousser à réfléchir à la manière de rendre plus efficace cette démarche qui consiste à mettre en place des sous-espaces économiques. En effet, dans une certaine mesure, ceci peut laisser apparaître une entrave liée au chevauchement entre la zone CFA dans son ensemble et les différentes communautés économiques régionales qui la constituent. Ainsi, comme l'ont souligné Arora et Vamvakidis (2005), dans un tel cas, sauf une harmonisation très efficace des objectifs, il sera difficile de parvenir à une intégration plus ou moins parfaite. Les objectifs suivis respectivement par la CEMAC et l'UEMOA qui tournent parfois autour de la stabilité des prix et de manière plus générale autour de la coordination des politiques macroéconomiques impliquent que les deux banques centrales de ces

deux zones d'émission (BEAC et BCEAO) devraient renforcer la surveillance d'un grand nombre d'indicateurs dans le but d'obtenir un tableau fiable de la situation économique actuelle dans la région, ainsi que de son évolution future. Et même si les perspectives de croissance ne sont pas en général une préoccupation directe de ces autorités monétaires, elles peuvent influencer les décisions politiques car elles ont un impact sur les prix. Notre analyse montre en effet que les prix à la consommation sont fortement cycliques. L'absence de co-mouvement entre certains pays appartenant à un même sous groupe montre que la région devrait travailler à mettre davantage à profit la proximité géographique. Comme on a pu le voir, même pour certains pays de cette zone pour lesquels l'effet de contagion devrait jouer facilement grâce à la proximité géographique, il existe une forte asymétrie des chocs qui peut mettre en cause l'optimalité de la zone monétaire au sens de Mundell.

## ANNEXE 2

Tableau 2.10 : Valeurs propres issues des matrices de densité spectrale estimées du PIB

$q$	$\hat{\vartheta}_q(\theta_h)$					$\frac{\sum_{h=0}^{2M} \hat{\vartheta}_q(\theta_h)}{2M+1}$	$\frac{\hat{\vartheta}_q}{\sum_{i=1}^N \hat{\vartheta}_i}$	$\frac{\sum_{i=1}^q \hat{\vartheta}_i}{\sum_{i=1}^N \hat{\vartheta}_i}$
	$h=0$	$h=1$	$h=2$	$h=3$	$h=4$			
1	3.54	3.08	2.49	2.49	3.08	2.94	25	25
2	2.80	2.65	2.05	2.05	2.65	2.44	20	50
3	2.33	1.45	1.65	1.65	1.45	1.71	14	59
4	1.69	1.26	1.27	1.27	1.26	1.35	11	70
5	1.03	0.94	0.83	0.83	0.94	0.92	8	78
6	0.74	0.84	0.70	0.70	0.84	0.76	6	84
7	0.61	0.54	0.53	0.53	0.54	0.55	4	89
8	0.47	0.48	0.41	0.41	0.48	0.45	4	93
9	0.31	0.37	0.32	0.32	0.37	0.34	3	95
10	0.24	0.26	0.25	0.25	0.26	0.25	2	97
11	0.21	0.17	0.20	0.20	0.17	0.19	2	99
12	0.10	0.10	0.12	0.12	0.10	0.11	1	100
Total						12	100%	



## CHAPITRE 2. MODÉLISATION ET ANALYSE DES CO-MOUVEMENTS ÉCONOMIQUES

Tableau 5.11 : Corrélations composantes communes CIV / autres membres UEMOA

Pays	Corrélat.	Signif.
Burkina Faso	0.07	0.6491
Sénégal	0.24	0.1276
Niger	0.26	0.0960
Togo	0.28	0.0773
Mali	0.30	0.0582
Bénin	-0.21	0.1882

Tableau 5.12 : Corrélations composantes communes Cameroun /autres membres CEMAC

Pays	Corrélat.	Signif.
Rép. Congo	0.26	0.0966
Centrafrique	0.17	0.3017
Tchad	0.09	0.5730
Gabon	-0.28	0.0808

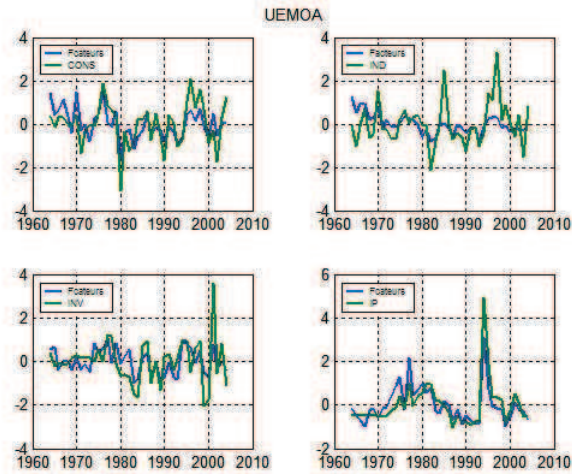


FIGURE 2.6 – Facteurs estimés vs Proxy ( $\Delta F_{jt}^o$  vs  $\hat{\gamma}'_j \Delta \tilde{F}_t$ )

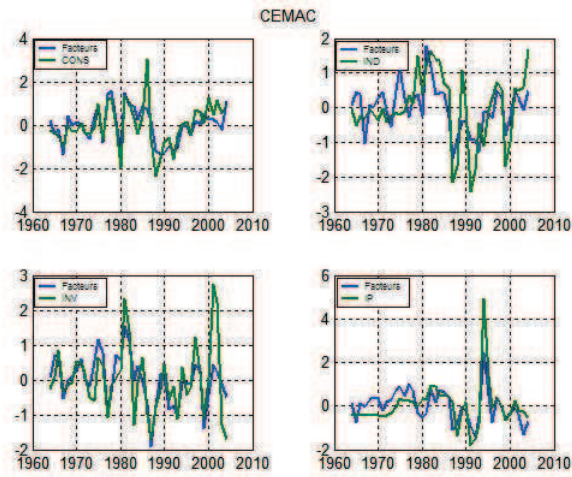


FIGURE 2.7 – Facteurs estimés vs Proxy ( $\Delta F_{jt}^o$  vs  $\hat{\gamma}'_j \Delta \tilde{F}_t$ )

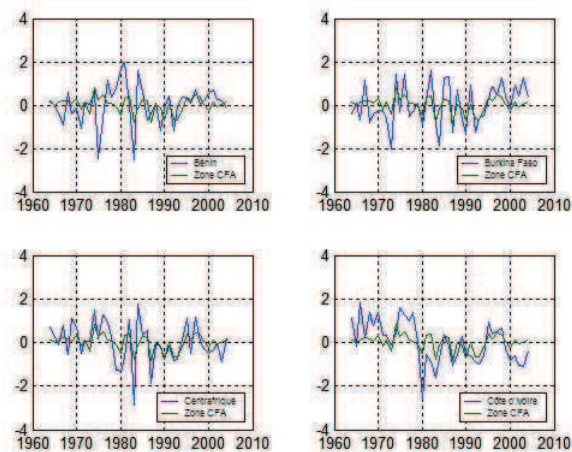


FIGURE 2.8 – Composantes communes zone CFA / pays membres

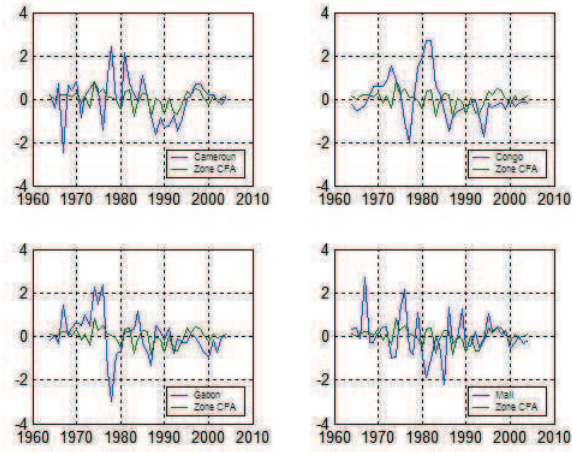


FIGURE 2.9 – Composantes communes zone CFA / pays membres (Suite 1)

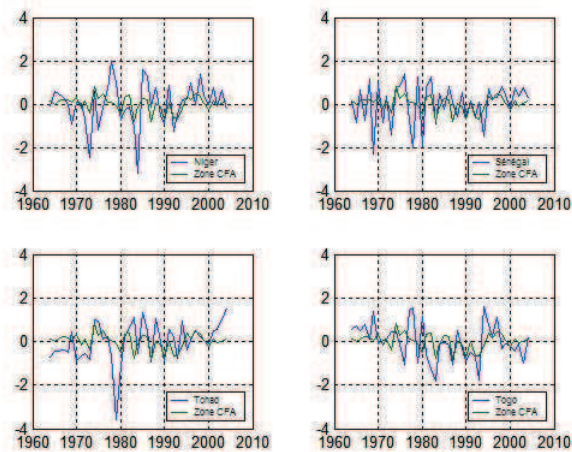


FIGURE 2.10 – Composantes communes zone CFA / pays membres (Suite 2)

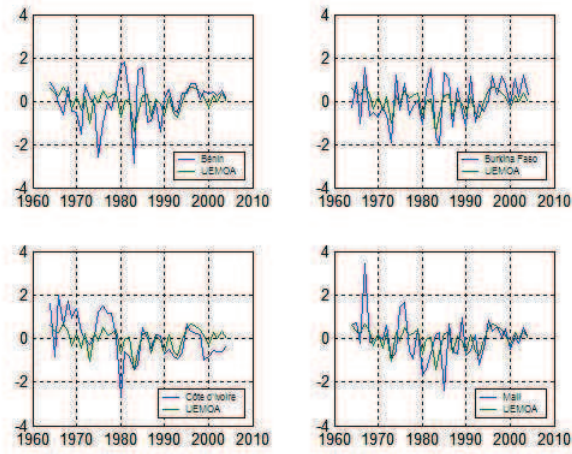


FIGURE 2.11 – Composantes communes UEMOA / pays membres

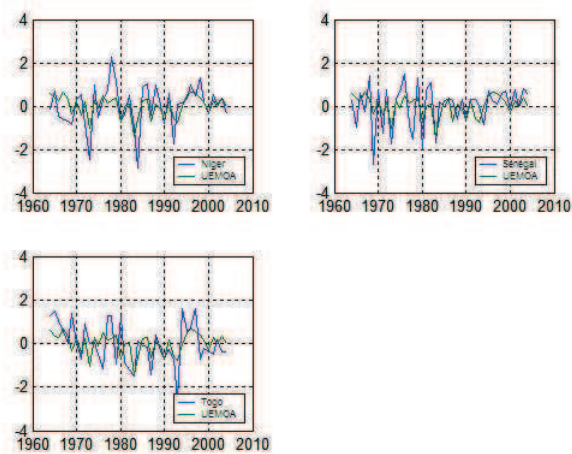


FIGURE 2.12 – Composantes communes UEMOA / pays membres (Suite 1)

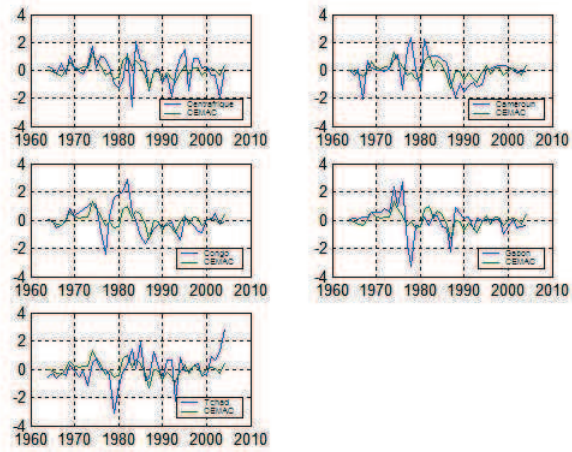


FIGURE 2.13 – Composantes communes CEMAC / pays membres

# Chapitre 3

## Méthodes de modélisation et de détection de changements structurels affectant les séries macroéconomiques

### Introduction

La littérature économique a montré que la réduction des barrières commerciales qu'engendrent les politiques d'intégration économique et monétaire implique également des changements dans la structure productive notamment à travers des changements dans la structure des exportations et des emplois par secteur. En effet, la réallocation des facteurs de production d'un secteur à un autre de l'économie constitue une caractéristique qui accompagne généralement le processus de développement économique. Par exemple Kuznets (1966) note qu'en général, la part de l'agriculture sur la production a tendance à diminuer lorsque le niveau de développement économique augmente. Les mesures de politique économique sont donc susceptibles de provoquer des perturbations sur l'évolution des variables macro-économiques qui se manifestent par la présence de changement structurel et de point de rupture.

Un agrégat macro-économique affecté d'une perturbation peut suivre un processus "Additive Outlier" (AO) ou un processus "Innovational Outlier" (IO). Un processus est dit AO si la série est la somme d'une composante déterministe incluant une perturbation et d'une composante stochastique tandis que dans l'approche IO, la perturbation porte plutôt sur la partie déterministe des innovations. Différentes procédures de détection de telles observations sont proposées dans la littérature (Tsay 1988, Chen et Tiao 1990, Vogelsang 1999a) mais ici, nous mettons particulièrement

l'accent sur les méthodes de détection de l'existence de changements structurels plutôt que sur la manière dont ces perturbations affectent la série. Quelque soit le processus (AO ou IO), l'existence d'une intervention extérieure à une date  $T_b$  peut être modélisée en utilisant une variable déterministe qui prend pour valeur 1 ou 0 selon la présence ou l'absence d'intervention. Lorsque cette variable que nous notons

$C_s$  prend la forme  $C_s = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq T_b \\ 1 & \text{si } t > T_b \end{cases}$ , on parle de fonction de saut dans laquelle

$C_s = DU_t$ . En revanche, lorsque la variable prend la forme  $C_s = \begin{cases} 0 & \text{si } t \neq T_b \\ 1 & \text{si } t = T_b + 1 \end{cases}$ , il s'agit d'une fonction impulsion dans laquelle  $C_s = DT_{b,t}$ .

Le fait que ces phénomènes affectent les propriétés des séries chronologiques est mis en exergue par la théorie économétrique notamment dans le cadre de l'analyse de la croissance et de la convergence économiques basée sur les propriétés des séries non stationnaires. Vogelsang (1999b) a montré comment les changements structurels peuvent conduire à de sérieuses distorsions de taille lorsqu'on applique des tests de racine unitaire. Quant à Perron (1989), il souligne que la présence de perturbations dans une série conduit souvent à l'acceptation à tort de l'hypothèse nulle de racine unitaire si elle n'est pas prise en compte. Ce qui peut ainsi fausser les tests de convergence économique basés sur les propriétés des séries chronologiques non stationnaires. Les chocs de politique économique provoquent des fluctuations des variables macro-économiques avec des amplitudes qui peuvent être différentes en fonction des séries. Par exemple, si les politiques produisent des effets négatifs sur des variables admettant au départ une tendance stochastique (racine unitaire), elles peuvent avoir tendance à retrouver leur sentier d'origine (non stationnarité) après chaque intervention et vice versa. Et ce sont justement ces effets qui contaminent les mesures statistiques dans la mesure où ces chocs de politique économique peuvent créer une sorte de faux-semblant de retour à la moyenne ou même induire une tendance explosive de la variable.

Etant donné que les tests de changement structurel ont connu ces dernières années d'importants développements, il nous semble important de fournir trois précisions essentielles afin de définir le cadre dans lequel ce chapitre sera traité. Premièrement, même si l'existence de changement structurel peut impliquer des chan-

gements sur la moyenne, la tendance ou la variance des séries macro-économiques, ou alors des changements sur les coefficients structurels du modèle, ce chapitre discute uniquement des tests de détection d'un changement structurel qui se manifeste à travers la moyenne ou la tendance d'une série. Deuxièmement, ce chapitre s'attache à fournir les approches destinées à détecter un seul saut à une date connue ou inconnue. Cependant, signalons que Bai (1997) et Bai et Perron (1998, 2003) ont élaboré des tests de changements structurels multiples. Leurs procédures sont basées sur une démarche séquentielle qui consiste à tester l'hypothèse nulle de  $m$  changements structurels contre l'alternative de  $m + 1$  changements structurels. Enfin, la dernière précision est relative aux types de tests de mutations structurelles qui seront considérés. Contrairement à la plupart des approches actuelles, les premiers tests étaient basés sur des procédures qui ne permettaient pas de modéliser explicitement la rupture. Il s'agit notamment du test  $Q$  de Gardner (1969), du test CUSUM proposé par Brown, Durbin et Evans (1975). Selon Perron (2006), la raison principale est liée au fait qu'à l'époque où ces approches étaient élaborées certains outils statistiques n'étaient pas encore disponibles et par conséquent, il était difficile d'établir la distribution des statistiques basées sur l'estimation des dates de rupture. Puisque ces tests ont tendance à présenter d'importants problèmes statistiques, nous nous focaliserons sur les méthodes actuelles de détection d'une perturbation dans une variable macro-économique qui s'inspirent généralement des travaux de Chow (1960). Ces travaux ont connu des améliorations avec la série de contributions de Vogelsang (1997, 1998, 1999, 2001) qui ont permis d'établir une classe de tests de type Andrews et Ploberger (1994) ayant certaines propriétés d'optimalité.

Une excellente analyse de ces tests de changement structurel a été effectuée par feu Marcellin Edjo dont nous saluons ici la mémoire. Ce chapitre s'inscrit dans ce cadre et fait ainsi une synthèse des différentes procédures de détection d'un unique changement structurel affectant une série macroéconomique. Pour ce faire, il sera divisé en deux sections. Dans la première section, nous analyserons les tests de changement structurel se répercutant sur la moyenne d'une série, tandis que la deuxième section s'intéresse aux cas de changement structurel se manifestant sur la fonction de tendance.



## 3.1 Tests de changement structurel sur la moyenne d'une variable macroéconomique

Dans cette partie, il s'agit de présenter les statistiques de test permettant de détecter la présence d'un saut dans la moyenne d'une série temporelle. Les statistiques étudiées sont les statistiques de Chow et de la somme partielle (PS) qui sont présentées dans deux cadres : date de rupture connue et date de rupture inconnue.

### 3.1.1 Le modèle

En restant dans le cadre des données de panel avec dépendance inter-économies, il est possible d'introduire des facteurs communs dans la représentation du modèle servant à détecter le changement structurel (Voir Bai et Carrion-i-Silvestre, 2009). Mais étant donné que les tests que nous présentons ici s'effectuent de manière individuelle et indépendante, nous nous basons par souci de simplification, sur une représentation classique des séries chronologiques individuelles pour décrire le processus générateur de données <sup>1</sup>

$$y_t = \kappa + \gamma DU_t + u_t, \quad (3.1)$$

où  $\kappa$  est une constante.  $DU_t = 1$  si  $t \succ T_b$  et 0 sinon,  $T_b$  étant la date d'intervention de la politique ayant occasionné la perturbation. A propos du terme d'erreur  $u_t$ , deux cas de figures sont envisagés et dépendent du fait que ce terme d'erreur possède une racine unitaire ou non. Ainsi dans un premier postulat, on suppose que  $u_t$  est stationnaire avec une variance  $\sigma^2$ . Dans un second postulat, on envisage le cas où  $u_t$  est un processus intégré d'ordre 1 de variance  $\sigma_u^2$  et s'écrivant  $u_t = u_{t-1} + \eta_t$ , et que les erreurs  $\eta_t$  remplissent les conditions du premier postulat.

Dans ce qui suit, la date de rupture sera notée  $T_b$  lorsqu'elle est inconnue, dans le cas contraire elle est notée <sup>2</sup>  $T_b^c$ . Les fractions de rupture correspondantes sont respectivement  $\alpha = T_b/T$  et  $\alpha_c = T_b^c/T$  et on suppose qu'elles restent constantes

---

1. Cependant, il faut souligner que Bai, Lumsdaine et Stock (1998) et Bai (2006) ont proposé dans le cadre des données de panel, des tests de détection de changement structurel survenu à une date commune à l'ensemble des économies.

2. Notons que  $T_b$  peut être différente de  $T_b^c$ .

lorsque la taille de l'échantillon croît.

### Statistiques de tests dans le cas où la date de rupture est connue

#### – Statistique de test de Chow

Vogelsang (1998b) a construit une statistique de test de l'hypothèse nulle  $\gamma = 0$ . Il s'agit d'une statistique de Chow basée sur les erreurs supposées stationnaires de la régression par les MCO de l'équation (3.1). La procédure généralement adoptée consiste à utiliser une statistique standard de Wald. Cependant, ceci n'est valable que si les erreurs sont identiquement et indépendamment distribuées. Dans ce cas, la statistique de test est libre des paramètres de nuisance. Si  $u_t$  n'est pas *i.i.d.*, il se pose le problème d'obtenir un estimateur correct du ratio  $\sigma^2/\sigma_u^2$  qui est la variance de la distribution de la statistique de test correspondant à une Khi deux avec un degré de liberté. Dans ces conditions, nous avons  $\sigma_u^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left( T^{-1} \sum_{t=1}^T u_t^2 \right)$  et  $\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left( \left( T^{-1} \sum_{t=1}^T u_t \right)^2 \right)$  et deux approches peuvent être mises en oeuvre. La première suppose que la série  $u_t$  suit un processus ARMA conduisant à la régression augmentée suivante

$$y_t = \kappa + \gamma DU_t^c + \sum_{j=1}^k c_j y_{t-j} + e_t, \quad (3.2)$$

ou  $DU_t^c$  sert à modéliser une intervention dont la date est connue. A partir de cette régression, une statistique de Chow asymptotiquement invariante aux paramètres  $\sigma^2$  et  $\sigma_u^2$  peut être construite. Elle admet une distribution de Khi-deux avec un degré de liberté ( $\chi_1^2$ ). Vogelsang (1998b) propose également de définir une autre statistique en remplaçant l'estimateur par les MCO de la variance  $\sigma^2$  de l'erreur  $u_t$  de la statistique de Wald par son estimateur convergent  $\hat{\sigma}^2$ . Sous l'hypothèse que les erreurs sont stationnaires, la statistique de Chow obtenue à partir de l'estimateur convergent  $\hat{\sigma}^2$  peut être définie de la manière suivante

$$Chow_T(T_b^c) = \left[ \sum_{T_b^c+1}^T (y_t - \bar{y}) \right]^2 / [\hat{\sigma}^2 T_b^c (T - T_b^c)] \Rightarrow \chi_1^2. \quad (3.3)$$

Un estimateur convergent de  $\sigma^2$  est fourni par Andrews et Monahan (1992) et est

obtenu comme suit

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{j=-T+1}^{T-1} w(j/L)\hat{\vartheta}(j), \quad (3.4)$$

où  $w(\cdot)$  est un noyau et  $\hat{\vartheta}(j) = T^{-1} \sum_{t=1}^{T-j} \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}$  sont les autocovariances des résidus de la régression (3.1) et  $L$  le paramètre de retard. Cet estimateur est robuste à l'autocorrélation sérielle et à l'hétéroscédasticité.

### – Statistique de test de la Somme Partielle

La statistique de la Somme Partielle (PS) est élaborée à partir de la transformation partielle de la régression (3.1) et sa mise en oeuvre ne nécessite pas l'estimation des paramètres de la série d'erreurs  $u_t$ . En notant  $s_t = \sum_{j=1}^t u_j$  la somme partielle de  $u_t$  et en posant  $z_t = \sum_{j=1}^t y_j$ , la régression (3.1) devient

$$z_t = \kappa t + \gamma DT_t^c + s_t, \quad (3.5)$$

où  $DT_t^c = t - T_b^c$  si  $t \succ T_b^c$  et 0 sinon. L'expression (3.5) montre que  $z_t$  est un processus avec tendance et racine unitaire ayant  $\kappa$  comme pente avant le choc  $T_b$  et  $\kappa + \gamma$  après. L'hypothèse nulle testée est la stabilité de la moyenne de la série  $y_t$  ou encore la stabilité de la tendance de la série  $z_t$ . Ce qui équivaut également à tester l'hypothèse nulle  $H_0 : \gamma = 0$ . La statistique de Wald servant à tester cette hypothèse nulle est obtenue en estimant la régression (3.5) par les MCO. Cette statistique que nous notons  $PS_T(T_b^c)$  est égale à  $T^{-1}$  fois la statistique classique de Wald. La normalisation (division par la taille de l'échantillon) permet d'avoir une distribution asymptotique non dégénérée en raison de la présence d'une racine unitaire dans la série  $s_t$ .  $PS_T(T_b^c)$  admet une distribution non standard, indépendante de  $\sigma^2$  et de  $\sigma_u^2$  et les valeurs critiques associées sont simulées par Vogelsang (1998b) pour certaines fractions de rupture connues allant de 0.1 à 0.9. Par ailleurs, signalons qu'en présence de racine unitaire sur les erreurs cette distribution limite est également affectée. Ainsi, même si elle reste libre des paramètres de nuisance, les valeurs critiques tabulées sont différentes de celles obtenues dans le cas d'erreurs stationnaires.

Cependant, une version plus pratique de la statistique  $PS_T(T_b^c)$  est proposée par Vogelsang (1998b). Il s'agit d'une statistique modifiée que nous noterons  $PS_T^m(T_b^c)$

et qui peut être utilisée sans savoir a priori si la série des erreurs est stationnaire ou possède une racine unitaire. La correction est basée sur la statistique  $J_T(T_b^c)$  de racine unitaire de Park et Choi (1988) et Park (1990) construite en utilisant la régression (3.6) estimée par les MCO

$$y_t = \kappa + \gamma DU_t^c + \sum_{i=1}^9 \gamma_i t^i + u_t. \quad (3.6)$$

$J_T(T_b^c)$  est définie comme étant la statistique standard de Wald pour tester l'hypothèse nulle  $\gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_9$ , multipliée par  $T^{-1}$  où  $J_T$  est invariante par rapport à  $\gamma$ . La version modifiée de la statistique  $PS_T$  proposée par Vogelsang (1998b) est

$$PS_T^m(T_b^c) = PS_T(T_b^c) \exp(-bJ_T(T_b^c)), \quad (3.7)$$

où  $b$  est une constante finie. Lorsque les erreurs sont stationnaires, la distribution limite de  $PS_T^m$  est équivalente à celle de  $PS_T$ . Dans ce cas, la modification n'affecte pas de manière asymptotique le test. Cette équivalence n'est toutefois plus valable dans le cas où  $u_t$  est stationnaire. Il ressort donc que lorsque les erreurs  $u_t$  présentent une racine unitaire, la constante  $b$  peut être choisie de telle manière que pour un niveau nominal donné,  $PS_T^m$  ait asymptotiquement la même valeur critique pour les erreurs stationnaires et les erreurs avec racine unitaire.

### Statistiques de tests dans le cas où la date de rupture est inconnue

#### – Les statistiques de Chow et de la Somme Partielle

Dans le cas où la date de rupture est inconnue, Andrews et Ploberger ( ) considèrent une classe de tests optimaux dans le sens où ils permettent de maximiser la puissance moyenne. Il s'agit d'abord d'effectuer des tests de changement structurel pour toutes les dates de rupture possibles dans l'intervalle

$$\Lambda = \{T_b^*, T_b^* + 1, T_b^* + 2, \dots, T - T_b^*\}$$

sur la base de la statistique standard de Wald et ensuite de définir des statistiques optimales "Mean Exponential". Cette procédure est ensuite étendue par Vogelsang (1998b) qui se base sur des statistiques *Chow* et  $PS_T^m$  sous les conditions de sta-

tionnarité des erreurs et d'absence de tendance. Les statistiques optimales de Chow sont

$$\begin{aligned} \text{MeanChow} &= T^{-1} \sum_{T_b \in \Lambda} \text{Chow}(T_b), \\ \text{ExpChow}_T &= \log \left\{ T^{-1} \sum_{T_b \in \Lambda} \exp \left( \frac{1}{2} \text{Chow}_T(T_b) \right) \right\}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

De la même manière, Vogelsang (1998b) montre que des statistiques PS optimales peuvent également être utilisées. Elles sont définies comme suit

$$\begin{aligned} \text{MeanPS}_T &= \left\{ T^{-1} \sum_{T_b \in \Lambda} \text{PS}_T(T_b) \right\} \exp(-bJ_T^*), \\ \text{ExpPS}_T &= \log \left\{ T^{-1} \sum_{T_b \in \Lambda} \exp \left( \frac{1}{2} \text{PS}_T(T_b) \right) \right\} \exp(-bJ_T^*). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Le choix de  $b$  dépend du niveau de significativité désiré<sup>3</sup>. Les distributions limites des statistiques PS sont non standards mais ces statistiques donnent une meilleure puissance asymptotique comparée à celles du test de Chow, qui ne sont optimales que lorsque la date de rupture est connue et lorsque les erreurs sont identiquement et indépendamment distribuées suivant une loi normale. Les statistiques optimales sont alors recommandées lorsque la date de rupture est inconnue. La comparaison des puissances de ces tests révèle que pour  $T \rightarrow \infty$ , "Mean" donne de meilleures puissances de test pour de petites perturbations tandis que "Exp" est plus puissante lorsque la perturbation est assez importante (Perron, 2006). En dehors de ces versions optimales, un test "Supremum" d'Andrews (1993) généralement supérieur aux tests optimaux précédents est également proposé par Vogelsang (1998b). Les statistiques "Supremum" de Chow et de la Somme Partielle s'écrivent comme suit

$$\begin{aligned} \text{SupChow} &= \sup_{T_b \in \Lambda} \text{Chow}(T_b) \\ \text{SupPS}_T &= \left\{ \sup_{T_b \in \Lambda} \text{Chow}(T_b) \right\} \exp(-bJ_T^*). \end{aligned} \quad (3.10)$$

A noter qu'avec la statistique  $\text{SupChow}$ , la date de rupture qui sert à maximiser la statistique de Wald correspond à la date de rupture estimée.

---

<sup>3</sup>. Ainsi, en notant  $P$  le pourcentage correspondant au niveau de significativité, Vogelsang (1998b) propose d'utiliser  $b(P) = -8.989 + 42.543P - 60.427P^2 + 29.432P^3 + \exp(-99.324 + 100P)$ . La p-value associée est dans ce cas donnée par  $1 - P$ .

– **Statistiques fondées sur les régressions statique et dynamique**

En partant de la régression (3.1), on peut effectuer des développements pour déduire le modèle dynamique suivant

$$y_t = \kappa^* + \gamma^* DU_t^c + \theta DT_{b,t}^c + \beta y_{t-1} + e_t, \quad (3.11)$$

où  $DT_{b,t}^c = 1(t = T_b + 1)$ ,  $\kappa^* = \kappa(1 - \beta)$ ,  $\gamma^* = \gamma(1 - \beta)$  et  $\theta = \beta\gamma$ . Il est ainsi possible de se baser sur la régression (3.1) ou sur sa version dynamique (3.11) afin de mener des tests de l'hypothèse nulle  $H_0 : \gamma = 0$ .

*i) Construction des statistiques de test basées sur la régression statique (3.1)*

Dans ce cas, Vogelsang (1999b) suppose que la série d'erreurs  $u_t$  est modélisée suivant un processus autorégressif d'ordre 1

$$u_t = \beta u_{t-1} + e_t, \quad (3.12)$$

où  $e_t$  suit une loi normale d'espérance mathématique nulle et de variance  $\sigma_e^2$ . Pour tester l'hypothèse  $\gamma = 0$  il est indispensable dans ce cas d'estimer les paramètres de nuisance associés à la série corrélée  $\{u_t\}$  compte tenu de l'équation (3.12). Si le modèle (3.1) est estimé par les MCO, alors les estimateurs de  $\kappa$  et  $\gamma$  sont asymptotiquement normaux avec des variances qui sont des fonctions de  $\omega^2 = \sigma_e^2 / (1 - \beta)^2$ . Ainsi, les distributions limites des statistiques basées sur l'estimation des MCO de l'équation (3.1) dépendent de  $\omega^2$ . L'apport de Vogelsang (1999b) réside dans la proposition d'une estimation non paramétrique de  $\omega^2$  donnée par

$$\hat{\omega}_{np}^2 = \sum_{j=-T+1}^{T-1} \left[ \phi(j/L) T^{-1} \sum_{t=1}^{T-j} \hat{u}_t \hat{u}_{t+j} \right], \quad (3.13)$$

où  $\{\hat{u}_t\}$  sont les résidus des MCO issus de la régression (3.1) en imposant  $\gamma = 0$ ,  $\phi(\bullet)$  est un noyau,  $L$  le paramètre de retard. On obtient ainsi une statistique de Wald donnée par

$$W^S(T_b) = \left( \sum_{t=T_b+1}^T \hat{y}_t \right)^2 / \left( \hat{\omega}_{np}^2 \sum_{t=T_b+1}^T \hat{DU}_t^2 \right), \quad (3.14)$$

où  $\hat{y}_t$  et  $\hat{DU}_t$  sont les résidus issus des régressions de  $y_t$  et  $DU_t$  respectivement

sur une constante et l'estimateur non paramétrique de  $\omega^2$  noté  $\hat{\omega}_{np}^2$  est calculé en remplaçant  $\hat{u}_t$  par  $\hat{y}_t$  dans l'équation (3.13) et en imposant l'hypothèse nulle  $\gamma = 0$  dans l'équation (3.1). Andrews et Ploberger (1994) ont montré qu'il est possible d'obtenir un test optimal basé sur la moyenne de  $WS(T_b)$  sur l'ensemble des dates de rupture  $T_b$  possibles<sup>4</sup>

$$\text{Mean}W^S = T^{-1} \sum_{T_b \in \Lambda} W^S(T_b). \quad (3.15)$$

Deux autres statistiques qui appartiennent à la classe de celles proposées par Vogelsang (1998a) et qui sont similaires à la statistique du saut de moyenne analysée par Vogelsang (1998b) peuvent également être utilisées. En appliquant la somme partielle sur la régression (3.1) on obtient la relation suivante

$$z_t = \kappa t + \gamma DT_t + s_t \quad (3.16)$$

où  $DT_t = 1(t \succ T_b)(t - T_b)$ . Soit  $J^* = \inf_{T_b \in \Lambda} J(T_b)$ , où  $J(T_b)$  correspond à la statistique standard de Wald multipliée par  $T^{-1}$  pour tester  $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_9 = 0$  dans la régression

$$y_t = \kappa + \gamma DU_t + \sum_{i=1}^9 \beta_i t^i + u_t. \quad (3.17)$$

En utilisant les paramètres d'ajustement  $c_i(T_b) = 100 \exp(b_i J^*) T^{-2} \sum_{t=1}^T \hat{s}_t(T_b)^2$  pour  $i = 1, 2$  où  $b_1 = 1.129$  et  $b_2 = 1.261$ , les statistiques suggérées par Vogelsang (1999b) sont

$$\begin{aligned} \text{Mean}PS^W &= T^{-1} \sum_{T_b \in \Lambda} \left( \sum_{t=T_b+1}^T \hat{y}_t \right)^2 / \left[ \left( \sum_{t=T_b+1}^T \hat{DU}_t^2 \right) c_1(T_b) \right], \\ \text{Sup}PS^W &= \sup_{T_b \in \Lambda} \left( \sum_{t=T_b+1}^T \hat{y}_t \right)^2 / \left[ \left( \sum_{t=T_b+1}^T \hat{DU}_t^2 \right) c_2(T_b) \right] \end{aligned} \quad (3.18)$$

où  $\hat{s}_t(T_b)$  est l'estimateur de  $s_t(T_b)$ . Les paramètres  $b_i$  sont choisis de telle sorte que les valeurs critiques asymptotiques à 5% soient les mêmes pour des erreurs stationnaires  $I(0)$  et non stationnaires  $I(1)$ . Vogelsang (1999b) souligne qu'en échantillon fini, la puissance des tests basés sur la régression statique est sensible à la ma-

---

4.  $\Lambda = (T_b^*, T_b + 1, \dots, T - T_b^*)$  où  $T_b^* = [\alpha^* T]$  et  $\alpha^* \in (0, 1)$ .

nière dont  $\omega^2$  est estimée. Lorsque le test de l'hypothèse nulle d'absence de rupture dans la moyenne est mené sur la base de la régression statique (3.1), la statistique  $\text{MeanPSW}$  est appropriée car elle possède une puissance satisfaisante.

*i) Construction des statistiques de tests basées sur l'équation dynamique (3.11)*

Le problème lié à l'autocorrélation des erreurs peut être traité à travers l'introduction directe de  $u_t$  dans la régression (3.1). En procédant ainsi, Vogelsang (1999b) propose une statistique "Mean" (Andrews et Ploberger, 1994) dont l'expression est

$$\text{Mean}W^D = T^{-1} \sum_{T_b \in \Lambda} W^D(T_b), \quad (3.19)$$

où  $W^D(T_b)$  est la statistique<sup>5</sup> permettant de tester l'hypothèse nulle d'absence de changement structurel dans l'équation (3.11). De manière similaire à l'analyse statique, on définit la statistique de Wald suivante dans le cas où la variance de  $\{e_t\}$  est connue

$$W_e^D(T_b) = \left( \sum_{t=T_b+1}^T \tilde{y}_t \right)^2 / \left[ \sigma_e^2(T_b) \left( \sum_{t=T_b+1}^T \tilde{DU}_t^2 \right) \right]. \quad (3.20)$$

Vogelsang (1999b) souligne des problèmes de puissance de test associés aux statistiques  $\text{Mean}W^D$  et  $W^D$  et propose une statistique "Supremum" d'Andrews (1993) pour résoudre le problème. La statistique proposée a la forme suivante

$$\text{Sup}W^D = \sup_{T_b \in \Lambda} W^D(T_b). \quad (3.21)$$

Cette statistique est plus adaptée car elle a une puissance monotone et en outre, contrairement aux autres types de statistiques, elle permet de dater la rupture.

---

5. Il s'agit d'une statistique de Wald qui s'écrit  $W^D(T_b) = \left( \sum_{t=T_b+1}^T \tilde{y}_t \right)^2 / \left[ s_u^2(T_b) \left( \sum_{t=T_b+1}^T \tilde{DU}_t^2 \right) \right]$  où  $\tilde{y}_t$  et  $\tilde{DU}_t$  sont les résidus issus des régressions de  $y_t$  et  $DU_t$  respectivement sur  $\{1, \tilde{DT}_{b,t}, y_{t-1}\}$  et  $s_u^2(T_b)$  la variance de  $e_t$  estimée par les MCO provenant de la régression (3.11).



## 3.2 Changements structurels dans la fonction de tendance d'une variable macro-économique

Nous nous intéressons ici aux méthodes de modélisation et de détection d'un changement structurel qui se manifeste à travers la fonction de tendance d'une série macro-économique. De la même manière qu'un changement dans la moyenne d'une variable, si une perturbation dans la fonction de tendance n'est pas prise en compte dans la modélisation cela peut conduire à des estimateurs non convergents. Naturellement, la prise en compte des changements sur la fonction de tendance est d'intérêt lorsque la variable susceptible d'être affectée par une perturbation admet une tendance. Par exemple, le taux de croissance du PNB peut être modélisé en considérant un saut sur le coefficient de la tendance du logarithme du PNB. Dans ce cas, on peut se baser sur la même démarche que précédemment. Ainsi, des statistiques de Wald et de la Somme Partielle sont utilisées si la date d'intervention est connue. Et dans le cas contraire (date de rupture inconnue), leurs formes Optimale ou "Supremum" restent également applicables. Toutes ces statistiques ayant déjà fait l'objet de discussion dans la section précédente, nous passons directement à la présentation de la forme qu'elles prennent en cas de présence de tendance après avoir introduit le modèle général qui permet leur prise en compte.

### 3.2.1 Le modèle

Lorsqu'on est en présence d'une rupture de tendance dans l'évolution des séries macro-économiques, une manière simple de modéliser le processus est de considérer la régression suivante

$$y_t = \kappa_0 + \kappa_1 t + \gamma_1 DU_t + \gamma_2 DT_t + u_t \quad (3.22)$$

où<sup>6</sup>  $DU_t = 1(t > T_b)$  et  $DT_t = 1(t > T_b)(t - T_b)$ . Cependant, cette spécification peut présenter des problèmes de corrélation ou de non stationnarité du terme d'erreurs qui peuvent conduire à des tests d'Andrews et al. (1996) non optimaux.

---

6. De manière plus explicite, on a  $DU_t = \begin{cases} 1, & \text{si } t > T_b \\ 0, & \text{si } t \leq T_b \end{cases}$ ,  $DT_t = \begin{cases} t - T_b, & \text{si } t > T_b \\ 0, & \text{si } t \leq T_b \end{cases}$ .

Ainsi, un modèle ADF est proposé par Vogelsang (1997)

$$\Delta y_t = \kappa_0 + \kappa_1 t + \gamma_1 DU_t + \gamma_2 DT_t + \rho y_{t-1} + \sum_{j=1}^k c_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t. \quad (3.23)$$

A partir de cette régression un certain nombre de statistiques peuvent être construites pour tester l'hypothèse nulle  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ . Il s'agit des statistiques optimales "Mean" et "Exponential" d'Andrews et Ploberger (1994) proposées dans ce cadre par Vogelsang (1997), de la statistique "Supremum" de Vogelsang (1997) initialement développée par Andrews (1993) et de la statistique de la Somme Partielle (PS) proposée par Vogelsang (2001). Dans la sous-section suivante, nous présentons les procédures de mise en oeuvre de ces différents tests de changement structurel sur la fonction de tendance d'une variable macro-économique.

### 3.2.2 Statistiques de test

Les statistiques de test proposées par Vogelsang sont des statistiques de Wald établies sur la base de procédures séquentielles. En supposant que la date de rupture est  $T_b = [\alpha T]$  où  $\alpha \in [\alpha^*, 1 - \alpha^*] \subset (0, 1)$ , les deux statistiques optimales étudiées par Vogelsang (1997) sont définies comme suit

$$\begin{aligned} \text{Mean}W_T^p &= T^{-1} \sum_{T_b \in \Lambda} W_T^p(T_b/T), \\ \text{Exp}W_T^p &= \log \left( T^{-1} \sum_{T_b \in \Lambda} \exp \left( \frac{1}{2} W_T^p(T_b/T) \right) \right). \end{aligned} \quad (3.24)$$

Dans ces expressions,  $\Lambda = (T_b^*, T_b^* + 1, \dots, T - T_b^*)$  désigne l'ensemble des dates de rupture possibles. Notons également que dans la notation  $W_T^p(\alpha)$ ,  $T$  désigne la taille de l'échantillon,  $p$  l'ordre de la fonction de tendance, avec  $p = 0$  correspondant au modèle sans tendance et  $p = 1$  au modèle avec tendance linéaire. Cependant, Vogelsang montre qu'en réalité ces statistiques ne sont optimales que lorsque la régression est stationnaire et sans tendance. La troisième statistique proposée est une statistique "Supremum" qui a tendance à fournir une bonne estimation de la

fraction de rupture  $\alpha$ . Elle s'écrit

$$\text{Sup}W_T^p = \sup_{T_b \in \Lambda} W_T^p(T_b/T). \quad (3.25)$$

La procédure de Vogelsang (2001) consiste à construire une statistique de la Somme Partielle en se basant sur les résidus de la régression en niveau (3.22). En notant  $W_T(\alpha)$  la statistique classique de Wald, la statistique PS dans ce cas est

$$PSW_T(\alpha) = W_T(\alpha) \left[ s_u^2 / (100T^{-1}s_z^2) \right] \exp(-bJ_T). \quad (3.26)$$

$s_u^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2$  avec  $\hat{u}_t^2$  les résidus des MCO de la régression (3.22) et  $s_z^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{v}_t^2$  où les  $\hat{v}_t$  sont les résidus de la régression de la Somme Partielle suivante

$$y_t^p = \kappa_0 t + \kappa_1 ((t^2 + t)/2) + \gamma_1 DT_t + \gamma_2 [DT_t^2 + DT_t]/2 + v_t \quad (3.27)$$

dans laquelle  $y_t^p = \sum_{j=1}^t y_j$ . De la même manière que dans le cas de test sur la moyenne, la constante  $b$  est choisie de telle sorte que les valeurs critiques soient identiques pour des erreurs  $I(0)$  et  $I(1)$ . Quant à la statistique  $J_T$ , elle a une distribution limite non dégénérée en cas de présence de racine unitaire et tend vers 0 dans le cas contraire. Vogelsang (2001) souligne par ailleurs que  $PSW_T(\alpha)$  peut être utilisée sous cette forme si les dates de ruptures sont connues. Autrement, on peut construire les statistiques pour une séquence de dates de ruptures possibles et utiliser les statistiques "Supremum" ou "Mean". En s'intéressant aux distributions limites et aux propriétés de taille et de puissance, il ressort que les distributions limites de ces trois statistiques sont libres des paramètres de nuisance et ne dépendent que de  $p$  et  $\alpha^*$  et quel que soit l'ordre d'intégration ( $I(0)$  ou  $I(1)$ ) des erreurs. Cependant, les distributions limites dans le cas d'erreurs stationnaires sont différentes de celles où les erreurs sont non stationnaires et les valeurs critiques asymptotiques sont tabulées par Vogelsang (1997) pour les deux catégories d'erreurs. Il a également analysé la puissance des statistiques pour  $p = 0, 1$ . Il montre ainsi que  $\text{Exp}W_T^p$  et  $\text{Sup}W_T^p$  sont plus puissantes que la statistique  $\text{Mean}W_T^p$  dans le cas où  $p = 0$ . Ceci est valable lorsque  $p = 1$  car dans ce cas, la statistique  $\text{Mean}W_T^p$  a une puissance non monotone. Cependant, en comparant les deux statistiques optimales ("Mean" et

”Exponential”) sur la base de simulations, Vogelsang (1997) montre que  $\text{Exp}W_T^p$  est meilleure en termes de puissance de test lorsque les chocs à détecter se produisent avec une ampleur importante tandis que la statistique  $\text{Mean}W_T^p$  est adaptée pour des perturbations de taille modérée.

### 3.3 Étude des changements structurels dans les pays de la zone CFA

En utilisant les données présentées dans le Chapitre 2, nous avons déterminé si les changements structurels dont les économies de la zone CFA ont fait l’objet durant ces dernières années ont significativement affecté les agrégats macro-économiques. Pour rappel, ces séries sont le Produit Intérieur Brut (*PIB*), la production Industrielle (*Ind*), l’Investissement (*Inv*), l’Indice des Prix à la consommation (*IP*) et la Consommation privée (*Cons*) et couvrent la période allant de 1963 à 2004. Les variables *PIB*, *Ind* et *Inv* sont issues des *World Development Indicators* (WDI) du Groupe Banque Mondiale tandis que la variable Investissement <sup>7</sup> (*Inv*) est issue du *Penn World Table 6.2* (PWT 6.2) et l’indice des Prix, des statistiques du centre de recherches statistiques, économiques et sociales et de formation pour les pays islamiques (SESERIC). Le Tableau 3.4 donne, pour chaque pays de notre échantillon, la liste des variables disponibles.

#### 3.3.1 Tests individuels de changement structurel sur les variables macroéconomiques

Bien que notre intérêt porte uniquement sur le cas d’un seul changement structurel, nous avons effectué les tests en tenant compte de l’éventuelle présence de plusieurs changements structurels. En effet, Perron (2006) signale que les statistiques de tests établies sur la base de l’hypothèse d’un unique changement structurel peuvent présenter d’importants problèmes de puissance lorsque le modèle de

---

7. Pour obtenir cet agrégat, nous avons d’abord déterminé l’investissement par tête à partir de la part de l’investissement sur le PIB/tête (disponible directement sur le PWT 6.2). Nous avons ensuite multiplié la valeur obtenue par le niveau de la population également disponible sur PWT 6.2.

régression utilisé n'inclut qu'une seule perturbation pour des séries qui en admettent plusieurs. Des simulations réalisées par Vogelsang (1997) ont montré que les tests ont des fonctions de puissance non monotones si le nombre de changements structurels affectant significativement les variables macro-économiques est supérieur au nombre de perturbations prises en compte. Ainsi, d'après Perron (2006), même si les données admettent éventuellement un seul changement structurel comme c'est le cas ici<sup>8</sup>, un gain de puissance substantiel peut être obtenu en tenant compte de la possibilité de plusieurs ruptures dans le modèle de test. Nous avons ainsi utilisé la démarche de Bai et Perron (2003) pour tester l'hypothèse nulle d'absence de ruptures contre l'alternative d'existence de ruptures. La statistique utilisée est une statistique  $SupF$  (c'est-à-dire  $SupW$ ) qui est le maximum sur l'ensemble des points de ruptures possibles de la statistique  $F$  standard. En réalité, malgré la multitude de tests de changement structurel seule la statistique  $SupW$  fournit une estimation de la date de rupture, les autres ne permettant de détecter que la présence d'une perturbation sans en estimer la date. La  $SupF$  utilisée ici permet de tenir compte de corrélations sur les erreurs. La règle de décision est telle que l'hypothèse alternative (changement structurel) est acceptée si  $SupF$  est supérieure à la valeur critique appropriée.

Les résultats révèlent que pour ce qui concerne le PIB qui est notre principale variable d'intérêt, seuls le Burkina Faso, la Côte d'Ivoire et le Gabon admettent un changement structurel significatif aux dates respectives de 1994, 1978 et 1976. Le Tableau 3.1 fournit les résultats des tests sur la variable PIB et sur les autres variables de notre échantillon. On note également un changement structurel sur la variable  $Ind$  pour cinq pays de la zone CFA en l'occurrence le Bénin (1970), le Burkina Faso (1970), le Mali (1969), le Niger (1979) et le Tchad (1998). Le changement structurel sur la série  $Cons$  concerne la Côte d'Ivoire pour l'année (1978) tandis que l'Indice des Prix (IP) ne présente de rupture que pour le Cameroun et le Gabon respectivement aux dates de 1972 et 1986.

---

<sup>8</sup>. Notamment du fait que nos données sont disponibles sur une base annuelle et que la période de temps est relativement limitée.

### CHAPITRE 3. MÉTHODES DE MODÉLISATION ET DE DÉTECTION DE CHANGEMENTS STRUCTURELS AFFECTANT LES SÉRIES MACROÉCONOMIQUES

Tableau : Résultats des tests de changement structurel des taux de croissance des variables

Pays	PIB		Ind.		Cons.		IP	
	<i>SupF</i>	Date	<i>SupF</i>	Date	<i>SupF</i>	Date	<i>SupF</i>	Date
Bénin			12.42***	1970				
Burkina Faso	15.57***	1994	13.44***	1970				
Centrafrique								
Côte d'Ivoire	33.32***	1978			15.10***	1978		
Cameroun							15.61***	1972
Rép. Congo								
Gabon	10.26**	1976					14.16***	1986
Mali			12.77***	1969				
Niger			12.97***	1979				
Sénégal								
Tchad			9.03**	1998				
Togo								

Notes : Les dates indiquées correspondent aux dates d'occurrence du changement structurel. Les signes (\*\*\*) et (\*\*) indiquent respectivement la significativité du test *SupF* aux seuils de 1% et 5%. Les valeurs critiques à ces seuils étant respectivement égales à 11.94 et 8.22.

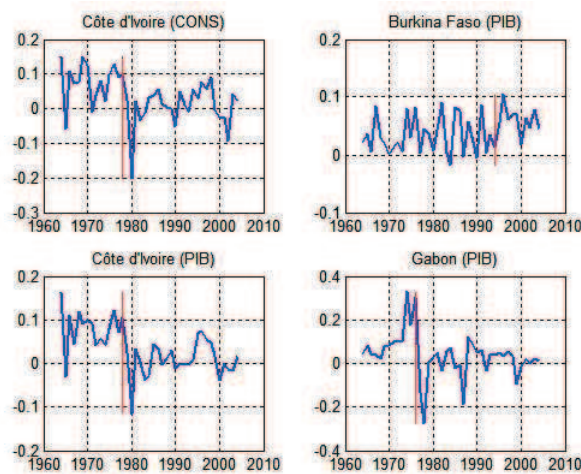


FIGURE 3.1 – Taux de croissance des séries admettant un changement structurel significatif

Les Figures 3.1 à 3.3 présentent les séries admettant un changement structurel sur la période 1963-2004. Le nombre maximal de ruptures est fixé à 3 avec une restriction de 20%, c'est-à-dire tel que  $0.20T < T_b < 0.80T$ . Les valeurs critiques à 5% et 1% sont fournies par Bai et Perron (2003) et sont respectivement égales à 8.22 et 11.94. On peut constater que la plupart de ces séries présentent des pics importants et que certains ne correspondent pas forcément à des points de changement. En effet,

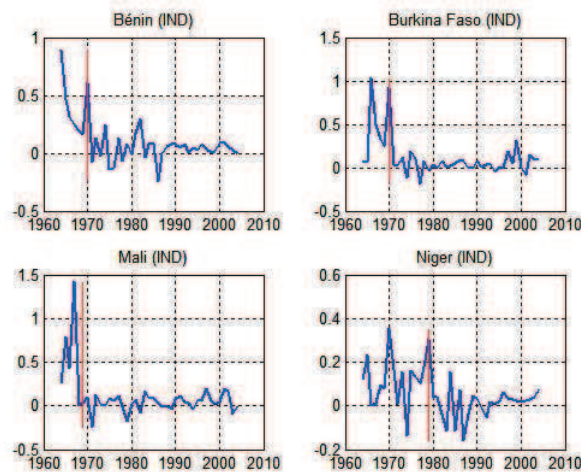


FIGURE 3.2 – Taux de croissance des séries admettant un changement structurel significatif (Suite 1)

comme l'a souligné Edjo (2003), la date à laquelle un changement significatif sur la moyenne se produit n'est pas forcément celle où un pic est observé. Cependant, il faut souligner que la présence de plusieurs pics, donc d'une forte volatilité de la série peut avoir des conséquences négatives sur la puissance du test. Un autre point qui peut affecter la puissance des tests est la présence d'une racine unitaire. Cependant, une éventuelle présence d'un problème de cet ordre est exclu puisqu'on s'intéresse ici aux taux de croissance et que le calcul des accroissements du PIB et des autres séries implique que les séries soient prises en logarithme puis différenciées. Or, selon Vogelsang (1997) si une racine unitaire est présente dans une série le fait d'effectuer le test sur la série différenciée résout le problème de puissance lié à la non stationnarité. Les changements structurels sur les taux de croissance des PIB de la Côte d'Ivoire et du Gabon qui se sont produits durant la deuxième moitié des années 1970-1980 reflètent la crise économique occasionnée par la chute des cours des produits agricoles de base qui a touché à l'époque ces économies fortement dépendantes de ces cours. En effet, depuis son accession à l'indépendance (1960), la Côte d'Ivoire s'est largement tournée vers l'exportation de café et de cacao dont l'économie est devenue progressivement très dépendante. Le changement structurel qui a touché le taux de croissance du PIB a apparemment affecté aussi l'évolution de la consommation qui a connu une rupture significative la même année (1978). Comme le montre le Tableau 3.2, au même titre que le PIB qui a connu un taux de

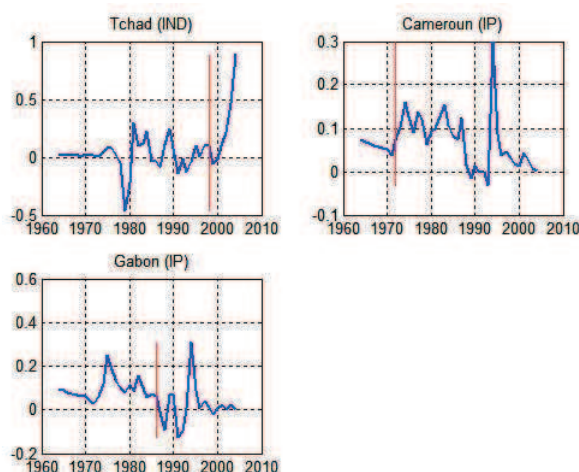


FIGURE 3.3 – Taux de croissance des séries admettant un changement structurel significatif (Suite 2)

croissance qui est passé de 8% à 1.10% après le choc, la consommation ivoirienne a enregistré une croissance moyenne de 7.75% avant, et 1% après la perturbation.

Tableau 3.2 : Taux de croissance avant et après le choc

Pays	PIB		Ind.		Cons.		IP	
	tc1	tc2	tc1	tc2	tc1	tc2	tc1	tc2
Bénin			41.10%	5.45%				
Burkina Faso	3.25%	5.71%	45.22%	6.77%				
Centrafrique								
Côte d'Ivoire	8%	1.10%			7.75%	1%		
Cameroun							5.99%	7.04%
Rép. Congo								
Gabon	11.61%	1.12%					9.40%	1.97%
Mali			49.09%	3.85%				
Niger			12.27%	2.16%				
Sénégal								
Tchad			1.76%	24.74%				
Togo								

Notes : tc1 et tc2 désignent respectivement le taux de croissance avant et après le choc.

Le changement structurel au Gabon peut également être associé à l'évolution des cours sur les marchés internationaux qui contribuent le plus à son PIB notamment les produits forestiers. Cette perturbation négative enregistrée en 1976 combinée à la contre performance économique des années 1980 ont fait que le Gabon a connu une récession après le choc de 1976 avec un taux de croissance qui passe de 11.61% à 1.12%. Une récession est définie ici au sens de Ben-David et Papell (1998) pour



qui cela correspond à un taux de croissance moyen avant le choc supérieur à celui après le choc.

Quant au changement structurel ayant touché l'économie burkinabaise en 1994, il a conduit à un relèvement du taux de croissance moyen qui s'est établi à 5.71% après le choc contre 3.25% avant. Ce choc est lié à l'importante dévaluation du franc CFA (à hauteur de 50%) décidée cette même année pour rectifier la surévaluation du taux de change et a ainsi permis un gain de croissance sur une période très courte de 2 ans. Comme on peut le constater dans les résultats présentés dans le Tableau 3.1, un autre changement concerne le Burkina Faso cette fois en 1970 et à travers sa production industrielle qui n'a connu que des variations modérées depuis cette date comme l'illustre le Figure 3.1. Enfin, il est intéressant de souligner que la plupart des changements structurels qui touchent la variable *Ind* se sont produits entre la fin des années 1960 et le début des années 1970. Ceci correspond à une période de structuration industrielle pour ces pays alors fraîchement indépendants. Aujourd'hui, l'industrie occupe une place relativement faible et ne représente qu'environ un quart du PIB total des pays membres de la zone CFA. Il convient également de noter que les deux pays ayant connu un changement en rapport avec la variable *IP* (Cameroun en 1972 et Gabon en 1986) appartiennent à la zone CEMAC. En effet, durant les années 1970-1980, la zone CEMAC a connu des chocs inflationnistes liés à la structure des exportations qui est fortement basée sur les produits d'extraction ou agricoles. Or, comme l'a souligné Mantsie (2003), une augmentation des recettes publiques suite au renchérissement des matières premières, conduit en moyenne à une augmentation des prix

### **3.3.2 Test de rupture commune pour les économies membres de la zone CFA**

Depuis les indépendances, les pays de la zone CFA sont soumis à d'importantes mesures économiques de la part aussi bien des bailleurs multilatéraux que des bailleurs bilatéraux. Puisque la plupart de ces initiatives sont menées de manière collective, nous envisageons ainsi que ces mesures induisent une rupture simultanée. Parmi ces interventions, on peut mentionner les Programmes d'Ajustement Struc-

turel (PAS) qui ont marqué les économies de la zone CFA tout au long des années 1980. Les PAS ont comporté plusieurs phases dont les plus importantes visaient le redressement de la situation financière rendue difficile par le poids de la dette extérieure contractée durant les années 1970 et le déficit public. Un autre événement majeur qui a touché simultanément ces pays est d'ordre monétaire et concerne la dévaluation du franc CFA intervenue en 1994. Le changement de parité du franc CFA vis-à-vis du franc français avait pour principal but de relever le niveau de compétitivité de ces économies. L'espoir était ainsi de pallier au ralentissement de la croissance observé dans la plupart de ces pays depuis le début des années 1980 et qui est curieusement aggravé par les mesures adoptées dans les premiers PAS.

En remontant plus loin dans le passé, on s'aperçoit qu'en réalité, les politiques communes de développement ont connu leur essor dans la zone CFA dès la fin des années 1950, période à laquelle la coopération monétaire a été officialisée à travers la signature d'accords qui ont permis aux pays membres de définir les principes régissant l'organisation monétaire de la zone. La politique d'endettement des années 1970 qui a laissé apparaître d'importantes séquelles et qui était encouragée par les institutions de Brettons Woods alors en sur-liquidité avait également un caractère collectif dans la mesure où elle concernait l'ensemble de ces pays.

En se basant sur l'hypothèse qui nous semble très justifiée que ces mesures collectives de développement et d'intégration économique ont fini par créer des chocs simultanés sur les économies membres de la zone CFA, nous avons mené des tests de rupture commune. Le Tableau 3.2 présente les résultats des tests communs de présence d'un changement structurel. Le test utilisé ici est basé sur une statistique  $SupW$  construite par Carrion-i-Silvestre et al. (2001) dans le cadre de leur test de racine unitaire en panel avec rupture. En effet, comme nous l'avons souligné dans la partie théorique et comme il a également été souligné par Kejriwal, Perron et Zhou (2011), il existe une relation étroite entre un processus perturbé par la présence d'un changement structurel et un processus admettant une racine unitaire. La statistique est construite suivant le même principe que son homologue présenté dans la partie théorique sauf qu'ici la rupture touche simultanément l'ensemble des variables. C'est

une statistique qui suit une loi normale et qui s'établit comme suit

$$\text{Sup}W_T = \sup_{T_b \in \Lambda} W_T(T_b/T) \rightarrow N(0, 1) \quad (3.28)$$

où  $W_T(T_b/T) = \sqrt{N/C_N} (\hat{\rho} - 1 - B_N)$ . Le paramètre  $\hat{\rho}$  est une racine autorégressive estimée à partir du modèle empilé,  $C_N$  est la variance de la distribution et  $B_N$  un terme de biais. Ces paramètres utilisés dans la construction de la statistique ainsi que le modèle de test sont présentés en détail dans le Chapitre 4 qui traite des tests de racine unitaire. Ce test est adapté à l'étude d'économies régionales engagées dans un processus d'intégration et donc susceptibles de faire face à des chocs communs.

Tableau 3.2 : Résultats des tests communs de changement structurel

	PIB	Inv	Ind	Cons	IP	GLOBAL
statistique	-33.10	-42.91	-30.26	-37.64	-19.53	-78.85
p-value	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Date	2002	1965	1968	1966	2002	1965

Notes : Les dates indiquées correspondent aux dates d'occurrence du changement structurel commun.

Les résultats du test commun de Carrion et al. (2001) sont fournis dans le Tableau 3.2. Les tests sont menés sur tous les panels de variables dont nous disposons y compris sur le panel global composé de l'ensemble des 51 séries. Selon les résultats obtenus, la rupture commune sur le taux de croissance du PIB et sur l'indice des prix s'est manifestée la même année (2002). Même si c'est difficile à confirmer, il est fort probable que cette rupture commune soit liée à la crise qui s'est installée en 2002 en Côte d'Ivoire dont, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, l'économie a un poids considérable dans la zone CFA et influence très fortement celle des autres membres. Les autres variables admettent des changements communs qui ont tous eu lieu durant les années 1960 : année 1965 pour l'investissement, 1968 pour la variable *Ind* et 1966 pour *Cons*. Quand au panel global, la rupture commune concerne l'année 1965. Il faut cependant noter que cette méthode d'estimation des ruptures communes peut présenter beaucoup de lacunes liées à une mauvaise estimation de la racine autorégressive. Nous discuterons largement de ces problèmes liés à l'estimateur de la racine dans le Chapitre 4.

Nous avons également mené un test de changement structurel sur les taux de croissance des moyennes entre pays des cinq variables. Ceci nous permet d'utiliser le

CHAPITRE 3. MÉTHODES DE MODÉLISATION ET DE DÉTECTION DE  
CHANGEMENTS STRUCTURELS AFFECTANT LES SÉRIES  
MACROÉCONOMIQUES

---

test  $SupF$  pour tester la présence de rupture significative ayant concerné la moyenne de l'ensemble des 12 pays de notre échantillon. Les résultats sont présentés dans le Tableau 3.3.

Tableau 3.3 : Résultats des tests de changement structurel sur la moyenne internationale

	PIB	Inv	Ind	Cons	IP
Dates sélectionnées	1976	1972	1975	1978	1972
	1986	1982	1986	1986	1984
	1994	1993	1994	1994	1993
Statistique $SupF$	6.74	3.09	8.93**	4.39	5.18
Val.crit. (5%)	8.22	8.22	8.22	8.22	8.22
Date significative	1986				

Notes : La sélection des *dates candidates* à un changement structurel est réalisée sur la base d'une procédure d'optimisation globale présentée par Bai et Peron (2003). Le double Astéris désigne un niveau de significativité de 5%.

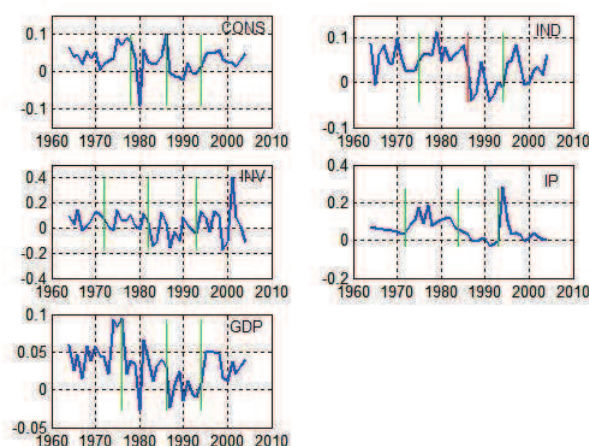


FIGURE 3.4 – Taux de croissance de la moyenne inter-économies des variables

La première ligne du Tableau 3.3 "Dates sélectionnées" indique trois *dates candidates* à un changement et sélectionnées sur la base d'une optimisation (minimisation de la somme des carrés des erreurs) globale développée par Bai et Perron (2003). Pour les cinq panels de variables, l'année 1993-1994 qui correspond à la dévaluation du franc CFA est retenue comme une année susceptible de présenter un changement structurel. En effet, comme nous l'avons souligné plus haut, la dévaluation de la monnaie franc CFA a constitué un choc qui a véritablement marqué ces économies dans presque toutes leurs structures en relation aussi bien avec le secteur public qu'avec le secteur privé. Cependant, la statistique  $SupF$  ne permet pas de considérer cet événement comme un changement significatif pour aucune des variables y

compris pour le taux de croissance du PIB. Les autres *dates candidates* se situent entre le milieu des années 1970 et le milieu des années 1980. Parmi ces dates, celle qui revient le plus est l'année 1986. En effet, le début de l'année 1986 correspond au retournement du cours des matières premières exportées par ces pays et qui a entraîné une tendance négative aussi bien du PIB que des autres agrégats comme le montre la Figure<sup>9</sup> 3.4. Cette période correspond aussi au début de la crise financière qui a secoué l'économie mondiale et qui est principalement causée par la dépréciation du dollar, la monnaie de transaction des matières premières exportées par ces pays. Par ailleurs, la significativité de ce changement structurel de l'année 1986 n'est validée que pour la variable *Ind* et au seuil de 5%.

## Conclusion

Ce chapitre a permis de discuter de différentes méthodes de modélisation et de datation d'un changement structurel dans une série macro-économique. Nous avons ainsi présenté un ensemble de statistiques de tests permettant de tester l'hypothèse nulle d'absence de rupture à une date connue ou inconnue. Nous avons vu qu'en général, en fonction des postulats établis sur les erreurs, les statistiques de tests peuvent présenter des formes différentes et que seule la statistique *SupF* permet de dater le changement structurel. Cette statistique *SupF* est ainsi utilisée dans la partie empirique pour détecter et dater la présence d'une rupture sur certaines variables macroéconomiques des pays de la zone CFA. En plus du PIB qui est notre principale variable d'intérêt, l'étude empirique a utilisé également l'indice des prix à la consommation, la production industrielle, la consommation privée et l'investissement. Les résultats des tests individuels de changement structurel ont montré qu'une partie de ces variables a subi une rupture qui reflète dans chaque cas un choc vécu par le pays correspondant. La plupart de ces changements structurels se sont produits durant les années 1970-1980. En effet, à partir des années 1970 les économies africaines se sont installées durablement dans une crise qui a eu des répercussions à la fois financières, économiques, politiques et sociales. Durant les

---

9. Dans le Figure 3.4 les ligne vertes indiquent les *dates candidates* sélectionnées. Ces lignes sont colorées en rouge lorsque la date pré-sélectionnée est significative comme c'est le cas de l'année 1986 pour la variable *Ind*.

années 1980, l'effondrement des cours mondiaux des produits de base précédé de la contraction du commerce international survenue au milieu des années 1970 ont produit des effets négatifs sur les principaux agrégats macro-économiques. Ainsi, les taux de croissance des PIB de la Côte d'Ivoire et du Gabon ont subi des ruptures respectivement en 1978 et en 1976 qui se sont toutes traduites par une récession après le choc. Le redressement de la situation économique intervenu au milieu des années 1990 avec la remontée des cours des matières premières et la dévaluation du franc CFA ont permis un retour de croissance pendant une courte période. Ce qui fait qu'avec le choc de la dévaluation de 1994, le taux de croissance du PIB du Burkina Faso subit un changement significatif qui entraîne une amélioration du taux de croissance moyen. Dans le cadre des applications empiriques, nous nous sommes également intéressé aux changements structurels qui ont éventuellement concerné simultanément l'ensemble des économies de la zone CFA. Nous avons considéré certaines dates candidates à un changement, sélectionnées sur la base d'une procédure de minimisation globale de la somme des carrés des résidus. Ces dates correspondent à des chocs majeurs ayant secoué ces économies dont nous avons testé la significativité des changements induits sur la moyenne internationale des variables et sur la base de la statistique  $SupF$ . Il s'agit principalement de la crise de 1986 qui marque le retournement du cours des matières premières exportées par ces pays et de l'année 1994 de la dévaluation du franc CFA. Nos résultats ont mis en exergue la présence d'une rupture significative uniquement sur la moyenne de la production industrielle des pays de la zone CFA à la date 1986. L'utilisation de la statistique  $SupW$  de test de rupture commune développée par Carrion-i-Silvestre et al. (2001) révèle des changements structurels communs pour toutes les cinq catégories de variables et pour l'échantillon global, à des dates différentes de celles obtenues précédemment. Cependant, ces résultats basés sur la statistique de Carrion-i-Silvestre (2001) sont très susceptibles de présenter des biais d'autant que la statistique  $SupW$  utilisée est calculée sur la base d'une racine autorégressive du modèle empilé qui ne tient pas compte des dépendances dans la dimension individuelle.

## ANNEXE 3

Tableau 3.4 : Disponibilité des séries

Pays	PIB	Inv.	Ind.	Cons.	IP
Bénin	+	+	+	+	-
Burkina Faso	+	+	+	+	+
Centrafrique	+	+	+	-	-
Côte d'Ivoire	+	+	+	+	+
Cameroun	+	+	+	+	+
Rép. Congo	+	+	-	-	-
Gabon	+	+	+	+	+
Mali	+	+	+	+	-
Niger	+	+	+	-	+
Sénégal	+	+	+	+	+
Tchad	+	+	+	+	-
Togo	+	+	+	+	+

Notes : (+) : séries disponibles. (-) : séries indisponibles.

## Chapitre 4

# La prise en compte des dépendances interindividuelles et des changements structurels dans les tests de racine unitaire en panel

### Introduction

Ces dernières années, la littérature sur la croissance et la convergence économiques s'est beaucoup intéressée à l'étude des propriétés asymptotiques des séries du PIB et du PIB par tête dans le cadre de l'économétrie des données de panel non stationnaires. En effet, même si la combinaison des dimensions temporelle et individuelle permet un gain de puissance de test de racine unitaire substantiel, le fait que la dimension temporelle du panel soit considérablement allongée soulève un problème de non stationnarité et donc de régression fallacieuse. Dans de tels cas, la définition d'un estimateur convergent à partir du modèle empilé permettant d'aboutir à de meilleures puissances de tests de racine unitaire n'est possible que lorsqu'il y a indépendance interindividuelle. Or, cette hypothèse d'indépendance peut être particulièrement gênante en macro-économie étant donné qu'en général les variables macroéconomiques connaissent des co-mouvements économiques relativement importants. Une des raisons principales qui ont poussé les auteurs des premiers travaux (Im et al. 1997, Maddala et Wu 1999, Choi 2001, Chang 2002, Levin et al. 2002) dans ce domaine à considérer l'hypothèse restrictive d'indépendance est le fait de pouvoir appliquer facilement le théorème central limite afin de dériver des statistiques de test admettant une distribution asymptotiquement normale. Comme l'a



souligné Chang (2002), en présence de dépendance interindividuelle les statistiques de tests sont atteintes de manière très compliquée et il n'existe aucune méthode simple d'application pour pallier à cela.

La prise en compte des dépendances dans le cadre des données de panel non stationnaires est une pratique relativement récente. Elle s'effectue en général en utilisant un modèle à structure factorielle approximative dans lequel les séries sont générées par des chocs idiosyncratiques et des facteurs qui sont communs à tous les individus et auxquels chaque individu réagit de manière hétérogène. Le test proposé par Bai et Ng (2004) entre dans le même cadre et peut ainsi être appliqué à des panels de dimensions très élevées. Ceci constitue un avantage important car lorsque la dimension individuelle est assez réduite Bai et Ng (2004) soulignent qu'il n'est possible d'extraire que la tendance ou le cycle commun à seulement un petit nombre de séries laissant ainsi inexploitées les informations éventuellement pertinentes contenues dans les autres séries. Cette approche permet également de capter les variations communes des séries tout en faisant fi des hypothèses de stationnarité et permet aussi de déterminer la source de stationnarité en effectuant des tests séparés sur les composantes communes et idiosyncratiques. Cette démarche dénommée PANIC (*Panel Analysis of Non-stationarity in the Idiosyncratic and Common components*) peut ainsi conduire à résoudre trois problèmes économétriques essentiels. Le premier est le problème de taille de test engendré par le fait d'additionner des composantes de différents ordres d'intégration. Le second est la conséquence directe du fait que par construction, dans un modèle à structure factorielle approximative, les composantes idiosyncratiques ne peuvent être que faiblement corrélées. Ce qui fait que les termes d'erreurs idiosyncratiques offrent l'avantage de satisfaire à l'hypothèse d'indépendance nécessaire pour appliquer un test classique basé sur un "estimateur empilé". Le troisième problème a trait à la puissance du test et découle du fait que, comme nous l'avons souligné plus haut, les "tests empilés" sont en général plus puissants que les tests univariés. Le test proposé par Moon et Perron (2004) est basé sur un processus générateur de données dont le terme d'erreurs admet une structure factorielle approximative. Ces auteurs mettent l'accent sur le comportement des statistiques sous une hypothèse alternative locale. Ils soulignent ainsi que lorsque le modèle ne comporte pas de tendance, leur procédure permet d'aboutir

à une meilleure puissance comparativement aux procédures classiques mais qu'en présence d'une tendance déterministe hétérogène, le test n'a aucune puissance statistique. Bai et Ng (2010) ont d'ailleurs apporté des critiques sur cette procédure lorsque le modèle comporte une tendance. Ils expliquent que le problème de puissance de test souligné par Moon et Perron (2004) est tout simplement causé par la méthode utilisée pour écrire le modèle en écart aux composantes déterministe et commune. Bai et Ng (2010) montrent ainsi que l'application de PANIC conduit à une puissance de test très satisfaisante. En effet, PANIC permet d'une part d'enlever la composante déterministe du modèle sans utiliser les MCO, ceci en se basant sur une simple procédure *différence-recumulée*. D'autre part, elle permet aussi d'obtenir un estimateur convergent des facteurs communs et de les éliminer explicitement sans passer par la procédure implicite d'orthogonalisation proposée par Moon et Perron (2004). Les statistiques de test proposées, qui sont établies sur la base des résidus du modèle PANIC donnent des puissances de test qui avoisinent les cent pour cent, même en cas de présence de tendance sur le modèle. A l'instar du test de Moon et Perron (2004), celui de Pesaran (2007) est basé sur un modèle dont le terme d'erreur admet une structure factorielle. Cependant, le nombre de facteurs communs est fixé à 1. Mais Pesaran et al. (2009) montrent que le test peut être étendu dans le cadre d'un modèle à plusieurs facteurs. Même s'il existe des ressemblances sur le processus générateur de données notamment sur la manière de prendre en compte les dépendances, la démarche adoptée par Pesaran (2007) pour résoudre le problème de dépendance diffère de celle adoptée par Bai et Ng (2004, 2010) ou Moon et Perron (2004) qui ont opté pour l'écriture du modèle en écart aux facteurs estimés. Pesaran (2007) se base sur une procédure simplifiée. Il utilise une simple régression ADF qu'il augmente de la moyenne interindividuelle retardée et de la différence première de la série individuelle correspondante. Cette régression ADF augmentée est ainsi appelée CADF (*Cross-sectionally augmented ADF*). Les tests standards de racine unitaires sont ensuite appliqués en se basant sur les moyennes interindividuelles des statistiques de test de la régression CADF ou sur des transformations appropriées des probabilités de rejet associées à l'hypothèse nulle.

Parallèlement à ces tests qui prennent en compte les dépendances dans la dimension individuelle, d'autres prenant en compte l'existence de ruptures sur les séries

individuelles sont proposés. Parmi ces tests, nous pouvons citer ceux développés par Carrion-i-Silvestre et al. (2001), Im et al. (2005) et Hadri et Rao (2008) qui permettent d'inclure un unique changement structurel. En outre, depuis peu de temps, une autre génération de test de racine unitaire est en train de voir le jour. Cette nouvelle génération est initiée par les auteurs comme Bai et Carrion-i-Silvestre (2009) et permet d'inclure simultanément les dépendances interindividuelles et les changements structurels dans le modèle. En effet, de même que la non prise en compte des corrélations entre économies, l'omission des changements structurels dans la mise en oeuvre des tests de racine unitaire sur les variables macroéconomiques peut induire des problèmes de biais et de perte de puissance non négligeables.

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à ces tests qui sont tous basés sur des modèles à facteurs communs inobservés avec rupture et qui offrent l'avantage d'inclure à la fois les dépendances interindividuelles et les changements structurels. L'utilisation des modèles à facteurs pour modéliser les corrélations permet en même temps de traiter de manière naturelle la contrainte dimensionnelle qui est un problème souvent rencontré en analyse économétrique. Le chapitre est divisé en trois sections. Dans la première section nous analysons les problèmes résultant des tests de racine unitaire en panel basés sur l'hypothèse d'indépendance interindividuelle. Nous ferons d'abord une brève présentation des différents tests de racine unitaire basés sur l'hypothèse cruciale d'indépendance afin d'exposer ensuite les problèmes résultant de leurs applications dans le cadre de l'analyse macro-économique. La deuxième section fait un état des lieux des tests de racine unitaire en panel qui incluent de manière explicite l'existence de relation d'interdépendance entre les économies à travers un modèle factoriel. Quant à la dernière section, elle propose une analyse de la toute nouvelle génération de tests de racine unitaire en panel qui intègre à la fois les dépendances interindividuelles et les mutations structurelles. Nous nous intéresserons ainsi aux forces et faiblesses de ces modèles à travers l'analyse des propriétés statistiques qui les sous-tendent.

## 4.1 Problèmes résultant des tests de racine unitaire en panel basés sur l'hypothèse d'indépendance interindividuelle

La littérature économétrique a largement montré l'importance des tests de racine unitaire. Ces tests aident surtout à répondre à certaines questions en économie notamment celles de la croissance et de la convergence. Leurs applications en panel fournissent un important moyen d'améliorer la puissance des tests qui est en général très faible lorsqu'ils sont appliqués sur les séries chronologiques individuelles. Une première génération de test de racine unitaire en panel a ainsi vu le jour dès le milieu des années 1990. Une partie de ces méthodologies proposées considère une racine autorégressive homogène. C'est le cas des tests de Levin et Lin (1992), Levin, Lin et Chu (2002), Harris et Tzavalis (1999). Une autre catégorie s'intéresse au cas d'une racine autorégressive hétérogène. On peut citer les tests de racine unitaire de Im, Pesaran et Shin (1997), Choi (2001), Maddala et Wu (1999), Hadri (2000). Cependant, comme nous l'avons déjà souligné, même si les tests de racine unitaire en panel présentent plus d'avantages que leurs homologues en séries chronologiques individuelles, il existe d'importants problèmes résultant de leur mise en oeuvre du fait de la nature des variables macro-économiques qui sont souvent caractérisées par un degré d'interdépendance non négligeable. Ainsi, ces premiers tests de racine unitaire en panel présentent des lacunes importantes étant donné qu'en général ils ignorent l'hypothèse d'interdépendance. Comme l'ont montré les résultats des simulations effectuées par Maddala et Wu (1999), ces tests sont très susceptibles de donner des résultats biaisés s'ils sont appliqués à des panels où il existe une corrélation dans la dimension individuelle. Dans une première partie, cette section présente de manière générale les différents tests fondés sur l'hypothèse d'indépendance en distinguant la catégorie utilisant un modèle avec paramètre autorégressif homogène et celle admettant une racine hétérogène. Nous analyserons ensuite les différents problèmes statistiques qu'implique l'hypothèse restrictive d'indépendance.

### 4.1.1 Une présentation des modèles de test de racine unitaire de première génération

#### Le cas des tests de première génération admettant une racine autorégressive homogène

Dans les premiers modèles, certains auteurs ont mis en avant l'hypothèse d'homogénéité de la racine autorégressive. Il s'agit notamment de Levin et Lin (1992), Levin, Lin et Chu (2002), Harris et Tzavalis (1999). Cette hypothèse d'homogénéité en panel est pratique et donne l'avantage de disposer d'un "estimateur empilé". Soit  $\lambda$  l'estimateur empilé, en admettant que les séries individuelles  $i = 1, \dots, N$  sont générées pour chaque  $i$  par un processus autorégressif d'ordre 1, le modèle général peut s'écrire de la manière suivante

$$y_{it} = \mu'_{\ell i} \tau_{\ell t} + \lambda y_{i,t-1} + \varepsilon_{it} \quad (4.1)$$

avec  $\ell = 0, 1$ . La valeur initiale de  $y_{it}$  notée  $y_{i0}$  est donnée et on admet que les erreurs sont indépendamment et identiquement distribuées dans les dimensions individuelle et temporelle et sont de moyenne nulle et de variance constante. En outre, le moment d'ordre 4 de  $\varepsilon_{it}$  est fini. Dans le cas du modèle avec constante uniquement, nous avons  $\tau_{0,t} = 1$  et le modèle avec tendance spécifique correspond au cas où  $\tau_{1,t} = (1, t)'$ . Cette équation peut être réécrite sous forme de régression DF dont la version avec constante uniquement donne

$$\Delta y_{it} = \rho y_{i,t-1} + \varepsilon_{it} \quad (4.2)$$

avec comme hypothèses  $H_0 : \rho = 0$  et  $H_1 : \rho < 0$ . Quant au modèle avec tendance, sa forme DF peut être représentée de la manière suivante

$$\Delta y_{it} = \alpha_i + \rho y_{i,t-1} + \varepsilon_{it} \quad (4.3)$$

avec les hypothèses  $H_0 : \rho = 0; \alpha_i = 0, \forall i = 1, \dots, N$  et  $H_1 : \rho < 0; \alpha_i \in \mathbb{R}, \forall i = 1, \dots, N$ . A partir de ces deux modèles DF, l'hypothèse nulle de racine unitaire peut être testée. A l'instar des tests en série chronologique individuelle, l'hypothèse nulle

testée dans (4.3) est une hypothèse jointe de racine unitaire et d'absence d'effets individuels fixes. Afin de prendre en compte l'autocorrélation des résidus qui, lorsqu'elle est présente, peut conduire à des biais d'estimation de la racine autorégressive, il est possible d'utiliser les formes ADF des modèles précédents. Ainsi, en conservant les mêmes hypothèses de test, nous avons

$$\text{Model 1 } \Delta y_{it} = \rho y_{i,t-1} + \sum_{s=1}^{p_i} \gamma_{is} \Delta y_{i,t-s} + \xi_{it};$$

$$\text{Model 2 } \Delta y_{it} = \alpha_i + \rho y_{i,t-1} + \sum_{s=1}^{p_i} \gamma_{is} \Delta y_{i,t-s} + \xi_{it}.$$

Comme l'ont souligné Hurlin et Mignon (2005), la notion d'hétérogénéité relationnelle ici constitue un problème très important en économétrie. Car, contrairement à l'analyse des séries chronologiques individuelles, lorsqu'on se situe dans le cadre de l'économétrie des données de panel il se pose la question de savoir s'il est valable de considérer un même modèle pour tester la présence d'une racine unitaire dans une série observée pour plusieurs pays. Autrement dit, peut-on admettre l'existence de propriétés dynamiques pour l'ensemble des séries de la même variable et ceci indépendamment du pays considéré ? En économie, ceci constitue à l'évidence une hypothèse trop restrictive pouvant conduire à des résultats fallacieux. Ainsi, les tests de première génération se sont vite penchés sur la possibilité d'étendre l'hétérogénéité à la racine autorégressive. Les premiers tests de racine unitaire sur panels hétérogènes ont alors été proposés par Im, Pesaran et Shin (1997) et Maddala et Wu (1999). En plus de l'hétérogénéité de la racine autorégressive, on peut admettre également sous l'alternative, la possibilité que la présence de racine unitaire puisse ne concerner qu'une fraction d'individus.

### **Le cas des tests de première génération avec racine autorégressive hétérogène**

Im, Pesaran et Shin (1997) ont été les premiers à avoir introduit une racine autorégressive hétérogène dans la première génération de tests de racine unitaire en panel utilisant des spécifications de type DF ou ADF. Ils ont été suivis dans cette lancée par d'autres auteurs qui se basent sur des approches différentes. Choi (2001)

et Maddala et Wu (1999) proposent un test non paramétrique de Fisher (1932) tandis que Hadri (2000) propose un test dont l'hypothèse nulle correspond plutôt à l'absence de racine unitaire.

Le modèle de test proposé par Im, Pesaran et Shin (1997), Choi (2001) et Maddala et Wu (1999) est une version généralisée du modèle précédent dans le sens où la seule différence est qu'il admet une hétérogénéité de la racine autorégressive. La forme ADF du modèle se présente ainsi de la manière suivante

$$\Delta y_{it} = \alpha_i + \rho_i y_{i,t-1} + \sum_{s=1}^{p_i} \gamma_{is} \Delta y_{i,t-s} + \xi_{it}. \quad (4.4)$$

L'hypothèse nulle est  $H_0 : \rho_i = 0$  pour tout  $i$  et l'hypothèse alternative est  $H_1 : \rho_i < 0$  pour au moins un individu. Comme nous le verrons dans la suite, la statistique de test définie par Im, Pesaran et Shin (1997) est une moyenne des statistiques ADF individuelles. Nous verrons également que l'établissement de cette statistique notée  $t\_bar$  est possible grâce à l'hypothèse d'indépendance. En effet, cette hypothèse est fondamentale pour aboutir à une distribution normale de la statistique.

L'approche de Hadri (2000) diffère totalement des approches précédentes qui sont basées sur les modèles DF ou ADF. Il propose un test de type LM qui est une extension du test de racine unitaire de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin (1992) communément appelé test KPSS et développé dans le cadre des séries temporelles individuelles. Les deux modèles de test suivants peuvent être utilisés

$$y_{it} = r_i + u_{it} \quad (4.5)$$

et

$$y_{it} = r_i + \beta_i t + u_{it}. \quad (4.6)$$

Dans chacun des deux modèles, l'hypothèse nulle correspond à la stationnarité du terme d'erreur  $u_{it}$ . Ainsi, en supposant que  $u_{it} = \lambda_i u_{i,t-1} + v_{it}$  pour  $i = 1, \dots, N$  et  $t = 2, \dots, T$ , cette hypothèse nulle de stationnarité de  $y_{it}$  (i.e.  $u_{it}$ ) donne

$$H_0 : |\lambda_i| < 1 \text{ pour tout } i$$

contre l'alternative

$$H_1 : \lambda_i = 1 \text{ pour tout } i.$$

Signalons que dans ce cas, on suppose que les termes  $v_{it}$  sont stationnaires et sont indépendants dans la dimension individuelle.

### 4.1.2 Statistiques des tests de racine unitaire de première génération

A partir des modèles de test présentés précédemment, différentes statistiques de tests ont été établies aussi bien dans le cadre des modèles admettant une racine homogène que dans le cadre plus général des modèles où on admet l'hétérogénéité de la racine autorégressive. Les procédures adoptées présentent généralement des différences fondamentales même dans le cas où le modèle utilisé est identique. Dans cette partie, nous présentons différentes statistiques de test proposées permettant de tester l'ordre d'intégration des séries en panel lorsque l'hypothèse d'indépendance est considérée.

#### Etablissement des statistiques de test dans le cadre des modèles admettant une racine homogène

Nous nous intéressons ici à la procédure de Levin et Lin (1992) et Levin, Lin et Chu (2002). Dans la suite de ce travail, nous l'appellerons test LLC. Une des étapes les plus importantes de la mise en oeuvre du test LLC est la construction d'un estimateur de  $\rho$  qui permettra par la suite d'utiliser une simple statistique basée sur le ratio du coefficient à son écart-type pour tester la non stationnarité. Lorsque le modèle ne contient pas de composante déterministe (Modèle 1), la statistique admet une distribution normale et peut être construite de façon classique

$$t_\rho = \frac{\hat{\rho}}{\hat{\sigma}_\rho} \tag{4.7}$$

où  $\hat{\sigma}_\rho$  est l'estimateur de la variance de  $\hat{\rho}$ . Cependant, étant donné que cette statistique diverge dans le Modèle 2, il est nécessaire d'utiliser un terme d'ajustement. Le



test LLC propose alors de définir la t-statistique ajustée suivante

$$t_{\rho}^* = \frac{t_{\hat{\rho}}}{\hat{\sigma}_T^*} - NT\hat{S}_N \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{\hat{\rho}} \\ \hat{\sigma}_{\hat{\xi}}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_T^* \\ \hat{\sigma}_T^* \end{pmatrix} \rightarrow N(0, 1) \quad (4.8)$$

où  $\mu_T^*$  et  $\hat{\sigma}_T^*$  correspondent respectivement aux composantes d'ajustement de la moyenne et de la variance. Leurs valeurs sont simulées par les auteurs et dépendent de  $T$  et du paramètre de troncature utilisé dans la procédure d'estimation par noyau de la variance de long terme des résidus. Le terme  $\hat{S}_N$  est la moyenne des ratios de la variance de long terme du modèle sur la variance de court terme des résidus individuels pour  $i = 1, \dots, N$ .

### **Etablissement des statistiques de test dans le cadre des modèles admettant une racine hétérogène**

#### **– La procédure de Im, Pesaran et Shin (1997)**

Une des particularités du test de Im, Pesaran et Shin (1997) que nous appellerons dans la suite test de IPS est le fait qu'on considère que sous l'hypothèse alternative on peut avoir deux catégories d'individus. Ainsi, sous  $H_1$  on a  $\rho_i < 0$  pour  $i = 1, \dots, N_1$  et  $\rho_i = 0$  pour  $i = N_1 + 1, \dots, N$  avec  $0 < N_1 \leq N$ . La statistique de test  $t_{\text{bar}}$  qui correspond à la moyenne des statistiques ADF individuelles est

$$t_{\text{bar}NT} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{iT}(q_i, \gamma_i) \quad (4.9)$$

où  $t_{iT}(q_i, \gamma_i)$  correspond au ratio  $t$  associé à l'hypothèse nulle  $\rho_i = 0$ , avec  $q_i$  le nombre de retards de la régression ADF et  $\gamma_i = (\gamma_{i1}, \dots, \gamma_{iq_i})'$  un vecteur de paramètres ADF. Notons cependant que IPS montrent que cette statistique admet une distribution dégénérée lorsque  $N \rightarrow \infty$ . De ce fait, ils proposent une statistique standardisée centrée sur l'espérance de la distribution asymptotique de la statistique individuelle ADF et réduite par la variance de cette même distribution. En notant  $E(t_{iT})$  et  $Var(t_{iT})$  l'espérance et la variance de la distribution asymptotique d'une statistique ADF sous l'hypothèse nulle de racine unitaire dans un modèle avec

constante, la statistique standardisée est

$$Z_{t\_bar}(q, \gamma) = \frac{N^{1/2}(t\_bar_{NT} - E(t_{iT}))}{\sqrt{Var(t_{iT})}} \rightarrow N(0, 1). \quad (4.10)$$

Lorsque  $T \rightarrow \infty$ , les moments  $E(t_{iT})$  et  $Var(t_{iT})$  correspondent à ceux d'une distribution DF et leurs valeurs respectives sont -1.532 et 0.706.

Dans des panels de petites tailles, IPS proposent d'utiliser une autre forme de statistique standardisée notée  $W_{t\_bar}(q, \gamma)$  qui est beaucoup plus puissante lorsque la dimension temporelle est finie et qui en plus, tient compte de l'autocorrélation des résidus. En notant cette fois-ci  $E(t_{iT})$  et  $Var(t_{iT})$  respectivement l'espérance et la variance de la distribution, la statistique  $W_{t\_bar}(q, \gamma)$  est

$$W_{t\_bar}(q, \gamma) = \frac{N^{1/2} \left( t\_bar_{NT} - N^{-1} \sum_{i=1}^N E[t_{iT}(q_i, 0) | \rho_i = 0] \right)}{\sqrt{N^{-1} \sum_{i=1}^N Var[t_{iT}(q_i, 0) | \rho_i = 0]}} \rightarrow N(0, 1). \quad (4.11)$$

Cette statistique standardisée  $W_{t\_bar}(q, \gamma)$  est définie de la même façon que  $Z_{t\_bar}(q, \gamma)$  et en plus les deux sont asymptotiquement équivalents. La seule différence c'est qu'elle est standardisée à partir des moments de la statistique ADF obtenue sous l'hypothèse nulle de racine unitaire.

– **La procédure de Maddala et Wu (1999) et Choi (2001)**

Cette procédure est basée sur une combinaison des p-values de  $N$  tests individuels de racine unitaire effectués de manière indépendante. Il s'agit ainsi d'un test de significativité à la Fisher (1932). La statistique proposée par Maddala et Wu (1999) suit un  $\chi^2(2N)$  et se présente de la manière suivante

$$P_{MW} = -2 \sum_{i=1}^N \ln(p_i) \quad (4.12)$$

où  $p_i$  correspond à la p-value associée à la régression ADF pour l'individu  $i$ . A noter que les p-values sont distribuées selon des lois uniformes sur  $[0, 1]$  et  $\ln(p_i)$  est distribuée selon un  $\chi^2(1)$ ,  $\forall i = 1, \dots, N$ . Pour des cas où la dimension individuelle est assez importante, les auteurs proposent une statistique correspondant à la moyenne

standardisée des p-values individuelles

$$Z_{MW} = -\frac{\sum_{i=1}^N \ln(p_i) + N}{\sqrt{N}}. \quad (4.13)$$

Sous l'hypothèse nulle ( $\rho_i = 0$ ) et en supposant que les p-values sont *i.i.d.*, il est possible de démontrer que  $Z_{MW}$  suit une loi normale centrée réduite lorsque  $N$  tend vers l'infini.

#### – La procédure de Hadri (2000)

La procédure proposée par Hadri (2000) consiste en un test du Multiplicateur de Lagrange dans lequel l'hypothèse testée est la stationnarité pour l'ensemble des individus. Les statistiques peuvent être définies sur la base des résidus des régressions (4.5) et (4.6). Soit  $S_{it} = \sum_{j=1}^t \hat{u}_{ij}$  la somme partielle des résidus. La statistique LM est donnée par

$$LM = \frac{1}{\hat{\sigma}_i^2} \frac{1}{NT^2} \left( \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T S_{it}^2 \right) \quad (4.14)$$

ou  $\hat{\sigma}_i^2$  est l'estimateur de la variance de long terme. A l'instar d'IPS, Hadri (2000) propose une version modifiée du test LM lorsque  $N$  est élevé. La statistique est définie de la manière suivante pour le cas du modèle (4.5)

$$W_{LMbar} = \frac{\sqrt{N} (LM - \frac{1}{6})}{\sqrt{\frac{1}{45}}}. \quad (4.15)$$

Elle suit une loi normale centrée réduite et notons que pour ce qui est du modèle (4.6), il suffit de remplacer les valeurs  $\frac{1}{6}$  et  $\frac{1}{45}$  portées au numérateur et au dénominateur respectivement par  $\frac{1}{15}$  et  $\frac{11}{6300}$ .

### 4.1.3 Problèmes découlant de l'utilisation des tests de racine unitaire de première génération

Comme on peut le remarquer, les premiers tests de racine unitaire en panel ont la particularité d'être relativement simples à mettre en oeuvre du fait de l'hypothèse d'indépendance interindividuelle. Cette hypothèse est nécessaire pour satisfaire aux conditions du théorème central limite de Lindberg-Levy et ainsi de dériver de ma-

nière relativement simple les lois asymptotiques normales des statistiques de tests. Ceci permet l'usage de simples tables de la loi normale et rend ces tests particulièrement attractifs. Cependant, du fait des dépendances inter économies ces tests de première génération ne sont pas adaptés car en réalité, la distribution limite des statistiques de test ne sont pas valides et sont même inconnues (Chang, 2004). D'ailleurs Maddala et Wu (1999) montrent à travers des simulations que leur test présente d'importantes distorsions de taille en cas de corrélation entre individus. En plus, même si la vraie distribution de la statistique de test est connue il est fort probable que la puissance du test diminue étant donné que la quantité d'informations indépendantes contenues dans le panel se réduit (O'Connell, 1998).

Ainsi, ces tests peuvent laisser apparaître des problèmes de résultats erronés notamment lorsqu'on travaille sur des données macroéconomiques. C'est l'exemple de l'application des tests de convergence en panel. Comme l'ont souligné Hurlin et Mignon (2007), rien ne garantit a priori que la pratique qui consiste à introduire des effets temporels ou le fait de centrer les données sur la moyenne internationale dans le cadre de l'étude de la croissance et de la convergence des économies permette de purger les éventuelles interdépendances des PIB et PIB par tête si celles-ci sont assez significatives. En effet, la littérature récente a beaucoup souligné l'importance des co-mouvements entre économies et le fait de les négliger conduit à des restrictions qui ne sont pas sans dommage sur la validité des estimateurs. Strauss et Yigit (2003) montrent que les problèmes de distorsion de taille augmentent avec les dépendances interindividuelles et la prise en compte de ces corrélations à travers l'écriture des variables en écart à la moyenne internationale ne permet pas d'éliminer ce problème. Il faut dire qu'en présence d'interdépendance, les estimateurs classiques et les tests réalisés sur les paramètres sont basés sur les paramètres de nuisance issus des interdépendances elles-mêmes. Philips et Sul (2003) notent que dans ce cas, si les corrélations contemporaines ne sont pas correctement traitées, l'"estimateur empilé" des Moindres Carrés Ordinaires manque considérablement de précision. Ces auteurs démontrent également qu'une autre conséquence est qu'asymptotiquement les tests de première génération présentent des propriétés différentes. Depuis un peu plus de cinq ans, des tests de racine unitaire en panel sont proposés sur la base de modèles à facteurs qui permettent une prise en compte plus générale des dépendances entre

économies. Dans la section suivante, nous ferons une présentation de ces nouveaux tests notamment les hypothèses de base qui les sous-tendent et les propriétés des statistiques de test.

## 4.2 Tests de racine unitaire en panel en présence de facteurs communs dans le modèle

La section précédente a permis de constater que dans les premiers travaux consacrés à la non stationnarité en panel, les auteurs ont tendance soit à ignorer l'hypothèse de dépendance entre les séries individuelles, soit à négliger ses incidences sur les propriétés des statistiques de tests. En effet, une partie de ces travaux considère que le simple fait de soustraire la moyenne interindividuelle des séries dans le cadre de l'application des tests de racine unitaire permettait d'éliminer le problème lié à la corrélation dans la dimension individuelle. Mais comme l'a souligné Pesaran (2007), cette procédure ne tient pas surtout lorsque les covariances interindividuelles des termes d'erreurs diffèrent.

Ainsi, pour faire face à cette lacune, de nouveaux tests de racine unitaire sur données de panel ont été proposés dans la littérature. En utilisant une approche non linéaire basée sur la technique des variables instrumentales, Chang (2002) traite ces problèmes de corrélation en admettant que les statistiques DF et ADF sont asymptotiquement indépendants lorsque l'on utilise comme instrument une fonction intégrale de la variable dépendante retardée. Dans le cadre des modèles factoriels sur lesquels nous portons notre intérêt, Moon et Perron (2004), Bai et Ng (2004), Pesaran (2007) et Bai et Ng (2010) considèrent une décomposition en composantes commune et idiosyncratique de la variable d'intérêt. Dans cette partie, nous examinons les différentes procédures de tests qui mettent en avant et exploitent l'hypothèse qu'il existe des dépendances assez importantes entre les variables de sorte qu'elles puissent être représentées sous forme d'un modèle à structure factorielle.

### 4.2.1 Le test de racine unitaire de Bai et Ng (2004)

#### Le modèle de test

Le test proposé par Bai et Ng (2004) est l'un des tests qui s'appuient sur l'utilisation des modèles factoriels les plus réputés. Ces auteurs partent de ce type de modèle pour effectuer des tests à la fois sur les facteurs communs et sur les composantes idiosyncratiques. Le modèle de base utilisé se présente comme suit

$$y_{it} = \kappa_{0i} + \kappa_{1i}t + \pi_i'F_t + e_{it}. \quad (4.16)$$

$F_t$  est un vecteur  $r \times 1$  de facteurs communs,  $\kappa_{0i}$  est une constante et  $\kappa_{1i}$  le coefficient de la tendance.  $\pi_i$  est un vecteur  $r \times 1$  des coefficients des facteurs communs. La série  $y_{it}$  est  $I(1)$  si au moins un des facteurs est non stationnaire ou alors si le terme d'erreur idiosyncratique est non stationnaire ou encore si tous les deux membres sont non stationnaires à la fois. En effet, on admet que les composantes  $F_t$  et  $e_{it}$  peuvent être intégrés d'ordres différents. La littérature a montré que la somme de deux séries chronologiques peut avoir des propriétés dynamiques tout à fait différentes des séries individuelles elles-mêmes. Schwert (1989) explique que dans ce type de cas, les tests de racine unitaire appliqués directement sur la série agrégée n'ont pratiquement aucune puissance. De ce fait, au lieu de mener des tests de racine unitaire sur  $y_{it}$ , ils sont menés séparément sur les deux composantes. Cette procédure dénommée PANIC (*Panel Analysis of Nonstationarity in the Idiosyncratic and Common components*) par les auteurs présente un avantage certain en panel dans la mesure où elle permet de préciser si la source de la non stationnarité est globale ou spécifique. Elle permet également de mener des tests communs en panel lorsqu'il y a présence de dépendance interindividuelle.

D'autres problèmes économétriques sont également pris en compte dans PANIC, il s'agit tout d'abord du problème de distorsion de taille mentionné dans la section précédente et qui conduit à rejeter à tort l'hypothèse de non stationnarité. Ces problèmes peuvent naître de l'application directe des tests de racine unitaire sur la série  $y_{it}$  lorsque celle-ci est la somme d'une composante faiblement non stationnaire et d'une autre composante fortement  $I(0)$ . Comme nous venons de le souligner, la dépendance interindividuelle pouvant affecter les tests communs peut également être

traitée dans le cadre de cette démarche. En effet, lorsque les séries répondent à une structure factorielle, cela traduit le fait qu'il existe d'importantes corrélations entre les individus du panel, et de ce fait, les tests communs effectués sur les  $e_{it}$  satisfont mieux à l'hypothèse d'indépendance nécessaire pour la bonne mise en oeuvre de ces types de tests. Il s'agit ainsi de la conséquence du fait que dans un modèle factoriel, les composantes idiosyncratiques des différents individus du panel ne peuvent être que faiblement corrélés (Cf. Chapitre 2). Enfin, le dernier avantage qu'on peut souligner à ce niveau, est que les tests communs appliqués dans le cadre de PANIC sont en général plus puissants que ceux effectués dans un cadre univarié car PANIC permet de tenir compte des informations interindividuelles. La différence avec certaines théories développées dans le cadre des tests de racine unitaire en présence de corrélations entre individus est qu'ici on s'intéresse à la nature même des interdépendances. Dans ce modèle, les facteurs communs et les composantes idiosyncratiques suivent un processus AR(1) tels que

$$F_t = F_{t-1} + u_t \tag{4.17}$$

$$e_{it} = \lambda_i e_{i,t-1} + \varepsilon_{it}. \tag{4.18}$$

Le terme  $\varepsilon_{it}$  suit un processus MA inversible stationnaire, de moyenne nulle telle que  $\varepsilon_{it} = D_i(L)\xi_{it}$ . Dans ce cas, le terme idiosyncratique  $e_{it}$  est non stationnaire si  $\lambda_i = 1$  et il est stationnaire si  $|\lambda_i| < 1$ . Les facteurs  $F_t$  sont définis si les coefficients  $\pi_i$  correspondants sont tels que lorsque  $N \rightarrow \infty$  alors  $N^{-1} \sum_{i=1}^N \pi_i \pi_i'$  converge vers une matrice  $r \times r$  définie positive.

### **Estimation des facteurs communs dans le cadre de la procédure PANIC**

L'application de cette procédure nécessite au préalable la mise en oeuvre d'une Analyse en Composantes Principales afin d'estimer le nombre de facteurs et les facteurs communs. Les auteurs proposent la même démarche présentée dans Bai et Ng (2002) sauf qu'ici l'analyse s'effectue précisément sur les séries en différence première  $\Delta y$ . En effet, comme il a été souligné lorsque  $e_{it}$  est  $I(1)$ , la régression de  $y_{it}$  sur  $F_t$  devient fallacieuse même dans le cas où  $F_t$  est observé. Il se pose dans ce cas le problème de pouvoir estimer  $F_t$  et  $e_{it}$  tout en préservant leurs ordres d'intégration.

Et c'est justement là, l'un des problèmes essentiels pris en compte dans PANIC.

Soit  $\Delta\hat{F}$  l'estimateur de  $\Delta F$ , cet estimateur est obtenu en multipliant le scalaire  $\sqrt{T-1}$  par la matrice formée par les vecteurs propres correspondant aux  $r$  plus grandes valeurs propres de la matrice  $(\Delta y)(\Delta y)'$  de dimension  $(T-1, T-1)$ . En considérant la normalisation  $\Delta\hat{F}'\Delta\hat{F}/(T-1) = I_r$ , la matrice de coefficients de ces facteurs est donnée par

$$\hat{\Lambda} = (\Delta y' \Delta \hat{F}) / (T-1). \quad (4.19)$$

Une fois que les différences premières des facteurs et des composantes idiosyncratiques sont extraites, on peut déterminer  $\hat{F}_t$  et  $e_{it}$  à partir des variables cumulées définies par

$$\hat{F}_{q,t} = \sum_{s=2}^t \hat{f}_{q,s} \quad \text{et} \quad \hat{e}_{it} = \sum_{s=2}^t \hat{z}_{it}$$

$$\text{avec } q = 1, \dots, r; t = 2, \dots, T; i = 1, \dots, N$$

où  $\hat{z}_{it} = \Delta y_{it} - \Delta \hat{F}_t' \pi_i$  et  $\hat{f}_t = \Delta \hat{F}_t$ . Il est alors possible de tester l'hypothèse nulle de racine unitaire des facteurs communs et de la composante idiosyncratique à l'aide de  $\hat{F}_{q,t}$  et  $\hat{e}_{it}$ .

### Application des tests sur les composantes commune et idiosyncratique

#### – Test de racine unitaire sur la composante idiosyncratique

L'application des tests sur la composante idiosyncratique peut s'effectuer de manière individuelle et sur la base d'une procédure identique à celle des tests ADF classiques ou en utilisant une statistique moyenne définie de manière similaire à celle des statistiques IPS.

#### *i) Construction des statistiques de tests individuels des composantes idiosyncratiques*

Notons  $ADF_{\hat{e}}^c(i)$  la t-statistique du test ADF de la composante idiosyncratique du  $i$ -ème individu. Afin de tester la non stationnarité de la composante idiosyncratique, Bai et Ng (2004) ont proposé d'utiliser la moyenne des t-statistiques des tests ADF calculées sur la base des composantes estimées  $\hat{e}_{it}$  dans le cadre d'un modèle



ne contenant pas de composante déterministe

$$\Delta\hat{e}_{it} = \rho_{i0}\hat{e}_{i,t-1} + \rho_{i1}\Delta\hat{e}_{i,t-1} + \dots + \rho_{ip}\Delta\hat{e}_{i,t-p} + \mu_{it}. \quad (4.20)$$

La distribution asymptotique de la statistique  $ADF_{\hat{e}}^c(i)$  est identique à celle de la statistique usuelle de Dickey-Fuller du modèle sans constante. Cependant, il faut préciser à ce niveau que le fait que  $e_{it}$  n'est pas observée n'est pas sans dommage. En effet, même si  $\hat{e}_{it}$  permet de faire des inférences asymptotiquement valides à propos de la non stationnarité de  $e_{it}$ , il faut souligner que la puissance du test dépend essentiellement de la vitesse à laquelle l'erreur d'estimation des facteurs tend à s'annuler et donc de  $N$  et de  $T$ .

Une démarche similaire peut être adoptée dans le cas d'un modèle incluant des tendances déterministes propres à chaque individu. Pour tester la non stationnarité de la composante idiosyncratique, on utilise une statistique de test notée  $ADF_{\hat{e}}^{\tau}(i)$  et le modèle (4.20) précédent. Il faut préciser cette fois-ci que sous l'hypothèse nulle  $\rho_{i0} = 0$ , la distribution de la statistique de test du modèle avec tendance n'est pas de type  $ADF$ .

*ii) Définition de la moyenne des statistiques individuelles des composantes idiosyncratiques*

Du fait de la faible puissance des tests individuels pour des échantillons dont la dimension  $T$  est assez limitée, des statistiques de tests communs qui s'inspirent de celles proposées par Im, Pesaran et Shin (2003) et Maddala et Wu (1999) sont utilisées. Etant donné que les corrélations interindividuelles sont captées par les facteurs communs, on peut supposer l'indépendance des composantes individuelles inobservables afin de dériver la loi des statistiques de test. En effet, asymptotiquement, les tests individuels sur les  $\hat{e}_{it}$  ne dépendent pas des mouvements browniens décrits par les innovations communes. Ainsi, si les  $e_{it}$  sont indépendants, les statistiques de tests basées sur les  $\hat{e}_{it}$  sont également indépendantes. Soient  $p_{\hat{e}}^c(i)$  et  $p_{\hat{e}}^{\tau}(i)$  les p-values associées respectivement aux statistiques de Dickey-Fuller  $ADF_{\hat{e}}^c(i)$  et  $ADF_{\hat{e}}^{\tau}(i)$ , les

statistiques de tests s'écrivent

$$\begin{aligned} P_{\widehat{e}}^c &= \frac{-2 \sum_{i=1}^N \log p_{\widehat{e}}^c(i) - 2N}{\sqrt{4N}} \xrightarrow{d} N(0, 1) \\ P_{\widehat{e}}^\tau &= \frac{-2 \sum_{i=1}^N \log p_{\widehat{e}}^\tau(i) - 2N}{\sqrt{4N}} \xrightarrow{d} N(0, 1). \end{aligned} \quad (4.21)$$

Elles sont ainsi standardisées suivant la procédure de Choi (2001). Les p-values  $p^c(i)$  sont distribuées de façon indépendante selon des lois uniformes sur  $[0, 1]$ . Et sous l'hypothèse que l'ensemble des composantes individuelles  $e_{it}$  pour  $i = 1, \dots, N$  sont  $I(1)$ , elles suivent une loi  $N(0, 1)$  quelle que soit la taille du panel. Les tests communs sur la base des p-values permettent de prendre en compte au maximum l'hétérogénéité et peuvent être mis en oeuvre même si le panel n'est pas balancé. Signalons que ces tests sont utilisables également pour tester la cointégration entre les séries étant donné que l'hypothèse nulle de présence de racine unitaire ne tient que s'il n'existe aucune combinaison stationnaire des  $y_{it}$ .

– **Test de racine unitaire sur la composante commune**

La procédure de test sur la composante commune dépend de la nature du terme déterministe que contient le modèle de test. Cette procédure distingue ainsi le cas d'un modèle avec constante uniquement et celui d'un modèle avec tendance.

*i) En présence de constante uniquement sur le modèle*

Pour ce qui concerne les tests sur les facteurs communs en présence de constante sur le modèle, deux situations sont envisageables dans lesquelles il est possible d'utiliser un test  $ADF$  standard. Soit  $ADF_{\widehat{F}}^c$  la t-statistique du test  $ADF$  correspondant

Lorsqu'il n'y a qu'un seul facteur ( $r = 1$ ), on a un modèle de test avec constante dans lequel on peut se baser sur un test  $ADF$  standard.

$$\Delta \widehat{F}_t = c + \rho_{F,0} \widehat{F}_{t-1} + \rho_{F,1} \Delta \widehat{F}_{t-1} + \dots + \rho_{F,p} \Delta \widehat{F}_{t-p} + \nu_{it}. \quad (4.22)$$

Lorsque les séries différenciées ne contiennent aucun terme déterministe, l'application de tests de racine unitaire sur les  $\widehat{F}_t$  centrés sur leurs moyennes donne asymp-

totiquement les mêmes résultats que lorsqu'on les applique sur les  $F_t$ . Soit  $ADF_{\hat{F}}^c$  la  $t$ -statistique du test  $ADF$  sur le facteur commun, cette statistique admet la même distribution limite que le test  $DF$  avec constante uniquement.

Lorsque  $r > 1$ , Bai et Ng (2004) proposent d'abord de centrer les facteurs estimés et définissent  $\hat{F}_t^c = \hat{F}_t - \bar{\hat{F}}$  avec  $\bar{\hat{F}} = (T-1)^{-1} \sum_{t=2}^T \hat{F}_t$ . Deux statistiques basées sur les  $r$  facteurs estimés  $\hat{F}_{q,t}$  pour  $q = 1, \dots, r$  sont ensuite définies. Les deux statistiques notées  $MQ_c$  et  $MQ_f$  nécessitent des tests successifs de séquences d'hypothèses, à l'instar des tests du nombre de vecteurs de cointégration de Johansen (1988). En commençant par  $q = r$ , l'hypothèse nulle est définie par  $H_0 : r_1 = q$  avec  $r_1$  le nombre de tendances stochastiques communes. Dans ce cas, les  $q$  vecteurs propres associés aux  $q$  premières valeurs propres de  $T^{-2} \sum_{t=2}^T \hat{F}_t^c \hat{F}_t^{c'}$  seront notés  $\hat{V}_\perp$  et nous pouvons définir  $\hat{Z}_t^c = \hat{V}_\perp' F_t^c$ . Pour déterminer la première statistique de test, on applique la procédure suivante.

Premièrement : On considère les résidus autorégressifs d'ordre 1 de  $Z_t^c$  notés  $\hat{\xi}_t^c$  et on définit<sup>1</sup>

$$\hat{\Sigma}_1^c = \sum_{j=1}^J K(j) \left( T^{-1} \sum_{t=2}^T \hat{\xi}_{t-j}^c \hat{\xi}_t^{c'} \right). \quad (4.23)$$

Deuxièmement : On peut déterminer ensuite  $\nu_c^c(m)$ , la plus petite valeur propre de

$$\hat{\Phi}^c(m) = 0.5 \left[ \sum_{t=2}^T (\hat{Z}_t^c \hat{Z}_{t-1}^{c'} + \hat{Z}_{t-1}^c \hat{Z}_t^{c'}) - T(\hat{\Sigma}_1^c + \hat{\Sigma}_1^{c'}) \right] \left( \sum_{t=2}^T \hat{Z}_{t-1}^c \hat{Z}_{t-1}^{c'} \right)^{-1}. \quad (4.24)$$

Troisièmement : A partir de  $\nu_c^c(m)$ , la première statistique est enfin définie comme suit

$$MQ_c^c(m) = T[\hat{\nu}_c^c(m) - 1]. \quad (4.25)$$

La procédure pour déterminer la deuxième statistique de test peut être résumée de la manière suivante.

Premièrement : Dans la première étape, il s'agit de construire la variable filtrée

$$\hat{z}_t^c = \hat{\Pi}(L) \hat{Z}_t^c \quad (4.26)$$

---

1.  $K(j) = 1 - j/(J+1)$  pour  $j = 0, 1, \dots, J$ .

où  $\hat{\Pi}(L)$  est obtenu à partir de l'estimation du modèle VAR d'ordre  $p$  de  $\Delta\hat{Z}_t^c$ .  
Deuxièmement : Il s'agit ensuite de déterminer  $\hat{\nu}_f^c(m)$ , la plus petite valeur propre de

$$\hat{\Phi}_f^c(m) = 0.5 \left[ \sum_{t=2}^T (\hat{z}_t^c \hat{z}_{t-1}^{c'} + \hat{z}_{t-1}^c \hat{z}_t^{c'}) \right] \left( \sum_{t=2}^T \hat{z}_{t-1}^c \hat{z}_{t-1}^{c'} \right)^{-1}. \quad (4.27)$$

Troisièmement : La deuxième statistique de test est alors

$$MQ_f^c(m) = T [\hat{\nu}_f^c(m) - 1]. \quad (4.28)$$

Si l'hypothèse nulle est rejetée, on pose  $q = r - 1$  et on réitère la procédure. Dans le cas contraire, le nombre estimé de tendances communes, noté  $\hat{r}_1$  sera égal à  $q$ . Il faut préciser que l'utilisation de ces tests basés sur l'ensemble des  $r$  facteurs communs estimés est motivée par le fait que tester individuellement la présence d'une racine unitaire dans chacun des facteurs tend généralement à surestimer le nombre de tendances communes.

*ii) En présence de tendance linéaire sur le modèle*

En présence de tendance linéaire, le test de racine unitaire sur les facteurs distingue également le cas  $r = 1$  et le cas  $r > 1$ .

Si  $r = 1$ , on utilise dans ce cas le modèle avec constante et tendance suivant

$$\Delta\hat{F}_t = c_0 + c_1 t + \rho_{F,0}\hat{F}_{t-1} + \rho_{F,1}\Delta\hat{F}_{t-1} + \dots + \rho_{F,p}\Delta\hat{F}_{t-p} + v_{it} \quad (4.29)$$

Si  $r > 1$ , en notant les statistiques de tests  $MQ_f^r(q)$  et  $MQ_c^r(q)$ , on applique la même démarche que dans le cas d'un modèle avec constante. Et dans ce cas, on remplace  $\hat{F}_t^c$  par  $\hat{F}_t^r$  pour obtenir  $\hat{Z}_t^r$  et  $\hat{z}_t^r$ ,  $\hat{F}_t^r$  étant les résidus issus de la régression de  $\hat{F}_t$  sur une constante et la tendance.

## 4.2.2 Le test de racine unitaire de Moon et Perron (2004)

### Le modèle

A l'instar de Bai et Ng (2004), Moon et Perron (2004) se basent sur un modèle à facteurs pour tester l'hypothèse nulle de présence de racine unitaire en panel

avec dépendance interindividuelle. Ici le processus générateur de données suit un processus AR(1) et les auteurs admettent que les facteurs communs sont présents dans le terme d'erreur. Ainsi, le terme d'erreurs noté  $u_{it}$  constitue un modèle à  $r$  facteurs et on a

$$\begin{aligned} y_{it} &= (1 - \lambda_i)\mu_i + \lambda_i y_{i,t-1} + u_{it}, \\ u_{it} &= \pi_i' F_t + e_{it}, \end{aligned} \tag{4.30}$$

$F_t$  est un vecteur ( $r \times 1$ ) de facteurs communs et  $\pi_i$  est le vecteur de coefficients correspondant aux facteurs communs.  $e_{it}$  constitue un terme d'erreur idiosyncratique. L'hypothèse nulle testée est  $H_0 : \lambda_i = 1$  pour tout  $i = 1, \dots, N$  contre l'alternative  $H_1 : \lambda_i < 1$  pour quelques individus  $i$ . Afin d'étudier la puissance du test sous une alternative locale de quasi-racine unitaire, Moon et Perron (2004) se basent sur l'expression suivant

$$\lambda_i = 1 - \frac{\theta_i}{\sqrt{NT}}, \tag{4.31}$$

où  $\theta_i$  est une variable aléatoire de moyenne  $\mu_0$ . Les hypothèses du test deviennent alors  $H'_0 : \mu_0 = 0$  contre l'alternative locale  $H'_1 : \mu_0 > 0$ . Concernant le terme d'erreurs défini dans (4.30), la composante idiosyncratique suit un processus Moyenne Mobile infini appelé aussi processus  $MA(\infty)$  et est non corrélée dans la dimension individuelle. Nous avons ainsi  $e_{it} = \sum_{j=0}^{\infty} \gamma_{i,j} \varepsilon_{i,t-j}$  avec  $\varepsilon_{it} \sim iid(0, 1)$ . Les facteurs communs suivent un processus  $MA(\infty)$  et  $F_t = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_j \eta_{t-j}$  avec  $\eta_t \sim iid(0, I_r)$ . Asymptotiquement, la matrice de covariance de  $F_t$  est définie positive. Le modèle permet de prendre en compte la présence de plusieurs facteurs communs mais cependant, la présence de facteurs redondants<sup>2</sup> est exclue.

Par ailleurs, notons que pour chaque composante idiosyncratique  $e_{it}$ , il existe des variances de court et de long terme définies respectivement de la manière suivante

$$\sigma_{e_i}^2 = \sum_{j=0}^{\infty} \gamma_{i,j}^2 \quad \text{et} \quad \omega_{e_i}^2 = \left( \sum_{j=0}^{\infty} \gamma_{i,j} \right)^2.$$

La somme des autocovariances positives de ces composantes idiosyncratiques est définie comme suit

$$\varphi_{e_i} = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \gamma_{i,j} \gamma_{i,j+l}.$$

---

<sup>2</sup>. C'est-à-dire des facteurs communs qui asymptotiquement, n'influencent qu'un nombre fini d'individus.

Quant aux moyennes individuelles de ces paramètres, elles sont non nulles et peuvent s'écrire de cette manière

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_{e_i}^2; \quad \omega_e^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \omega_{e_i}^2 \quad \text{et} \quad \varphi_e^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi_{e_i}^2.$$

Une fois ces paramètres définis, deux statistiques de test sont construites dans le but de tester l'hypothèse nulle de présence de racine unitaire. Ces deux statistiques sont ajustées et sont basées sur l'"estimateur empilé" corrigé du modèle autorégressif d'ordre 1. La procédure d'estimation et de test est basée sur le modèle défactorisé c'est-à-dire le modèle en écart aux composantes communes. Soit  $F$  la matrice des facteurs communs,  $y$  la matrice des observations individuelles  $y_{it}$ ,  $y_{-1}$  la matrice des observations retardées. En supposant que le nombre d'observations initial est égal à  $T + 1$  nous avons les écritures matricielles suivantes

$$\underset{(T,N)}{y} = \begin{pmatrix} y_{1,2} & \dots & y_{N,2} \\ \dots & \dots & \dots \\ y_{1,T+1} & & y_{N,T+1} \end{pmatrix}; \quad \underset{(T,N)}{y_{-1}} = \begin{pmatrix} y_{1,1} & \dots & y_{N,1} \\ \dots & \dots & \dots \\ y_{1,T} & & y_{N,T} \end{pmatrix}; \quad \underset{(T,r)}{F} = \begin{pmatrix} F'_1 \\ \dots \\ F'_T \end{pmatrix}.$$

En notant  $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_N)'$  la matrice des coefficients des facteurs communs, le modèle défactorisé est obtenu en projetant  $y$  sur l'orthogonal du sous espace vectoriel engendré par les colonnes de  $\pi$ . A cet effet, il est possible d'utiliser la matrice de projection suivante

$$Q_\pi = I_N - \pi(\pi'\pi)^{-1}\pi'. \quad (4.32)$$

Du fait des importantes corrélations interindividuelles présentes dans le modèle à travers les facteurs communs, le test basé sur le t-ratio classique a une distribution limite non standard. La matrice des coefficients des facteurs est estimée en appliquant une Analyse en Composantes Principales sur les résidus de la régression empilée

$$\hat{u}_{it} = y_{it} - \hat{\lambda}y_{i,t-1}. \quad (4.33)$$

La matrice de projection sera ensuite construite à partir de l'estimateur de  $\pi$  notée  $\hat{\pi}$ . Ainsi, les résidus défactorisés sont donnés par la relation  $\hat{e} = \hat{u}Q_{\hat{\pi}}$  où  $Q_{\hat{\pi}}$

désigne l'estimateur de la matrice de projection  $Q_\pi$ .

**Définition de l'"estimateur empilé" sans biais et construction des statistiques de test**

Dans ce qui suit, nous noterons  $\hat{\varphi}_{e_i}, \hat{\omega}_{e_i}^2, \hat{\varphi}_e, \hat{\omega}_e^2$  les estimateurs respectifs de  $\varphi_{e_i}, \omega_{e_i}^2, \varphi_e, \omega_e^2$ . L'"estimateur empilé" corrigé de  $\lambda$  proposé par Moon et Perron (2004) est

$$\lambda^* = \frac{\text{tr}(y_{-1}Q_{\hat{\pi}}y') - NT\varphi_e}{\text{tr}(y_{-1}Q_{\hat{\pi}}y'_{-1})}. \quad (4.34)$$

Les statistiques de test sont déterminées à partir de cet estimateur convergent en probabilité. Elles sont notées  $t_a^*$  et  $t_b^*$ , et en analysant leurs comportements asymptotiques, on observe que ces statistiques ont une distribution limite normale sous l'hypothèse nulle et divergent sous l'alternative. Soient  $\hat{\phi}_{e_i}^4 = (\hat{\omega}_{e_i}^2)^2$  et  $\hat{\phi}_e^4 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_{e_i}^4$ , on a

$$t_a^* = \sqrt{NT} \left( \hat{\lambda}^* - 1 \right) / \sqrt{2\hat{\phi}_e^4 / \hat{\omega}_e^4} \xrightarrow{T, N \rightarrow \infty} N(0, 1) \quad (4.35)$$

$$t_b^* = \sqrt{NT} \left( \hat{\lambda}^* - 1 \right) \sqrt{\frac{1}{NT^2} \text{tr}(y_{-1}Q_{\hat{\pi}}y'_{-1})} \left( \frac{\hat{\omega}_e}{\hat{\phi}_e^2} \right) \xrightarrow{T, N \rightarrow \infty} N(0, 1). \quad (4.36)$$

Moon et Perron (2004) étudient également ce modèle en présence de tendance déterministe. Ils montrent que lorsqu'il existe une tendance déterministe, la puissance asymptotique du test devient très faible au voisinage de l'hypothèse nulle de non stationnarité même si les résultats en termes de taille restent inchangés. Pour mieux comprendre le pourquoi, considérons une forme plus générale du modèle (4.30) qui permet de tenir compte de la présence de tendance déterministe

$$\begin{aligned} y_{it} &= \mu'_{\ell i} \tau_{\ell t} + y_{it,0} \\ y_{it,0} &= \lambda_i y_{i,t-1,0} + u_{it} \\ u_{it} &= \pi'_i F_t + e_{it}, \end{aligned} \quad (4.37)$$

avec  $\ell = 0, 1$  et  $\tau_{0,t} = 1, \tau_{1,t} = (1, t)'$ . Le cas  $\ell = 0$  correspond ainsi au modèle (4.30). Moon et Perron (2004) conservent à peu près les mêmes hypothèses qu'en absence de tendance déterministe avec parfois plus de restrictions sur les hypothèses. Par exemple, on admet ici que les termes idiosyncratiques et les facteurs communs

sont chacun indépendamment et identiquement distribués et en plus ces deux composantes sont orthogonales. Une autre restriction par rapport au cas précédent est qu'on admet que le paramètre autorégressif est identique pour tout  $i$ . Ainsi, pour tout  $i$ , l'alternative locale de quasi racine unitaire devient

$$\lambda_i = 1 - \frac{\mu_\theta}{N\eta T}, \quad (4.38)$$

où  $\eta \succ \frac{1}{6}$ . Notons  $\tilde{y}$  et  $\tilde{y}_{-1}$  les matrices des observations contemporaines et retardées, les deux en écart au terme déterministe. Soit la matrice de projection  $M_\tau = I - \tau_{\ell,T}(\tau'_{\ell,T}\tau_{\ell,T})^{-1}\tau_{\ell,T}$  avec  $\tau_{\ell,T} = (\tau_{\ell,1}, \dots, \tau_{\ell,T})'$  une matrice de dimensions  $T \times (\ell + 1)$ . Dans le cas d'un modèle avec constante uniquement (i.e  $\ell = 0$ ),  $\tau_t = 1$  pour tout  $t$  et la matrice  $M$  sert à enlever la constante. Si  $\ell = 1$ , alors  $\tau_t = (1, t)'$  et  $M$  permet dans ce cas d'enlever à la fois la constante et la tendance. Cette matrice  $M$  permet donc d'obtenir les données en écart à la composante déterministe sur la base des MCO. Pour mieux voir comment ca se passe, développons l'expression  $M_\tau y_i$  qui donne

$$\begin{aligned} M_\tau y_i &= \left( I - \tau_{\ell,T}(\tau'_{\ell,T}\tau_{\ell,T})^{-1}\tau'_{\ell,T} \right) y_i \\ &= y_i - \tau_{\ell,T}(\tau'_{\ell,T}\tau_{\ell,T})^{-1}\tau'_{\ell,T} y_i. \end{aligned}$$

Soit  $\hat{\mu}_{\ell,i}^0$  l'estimateur des Moindres Carrés Ordinaires du vecteur de paramètres de la composante lorsque le modèle ne contient que la composante déterministe. On a ainsi,

$$\hat{\mu}_{\ell,i}^0 = (\tau'_{\ell,T}\tau_{\ell,T})^{-1}\tau'_{\ell,T} y_i$$

On peut donc écrire

$$M_\tau y_i = y_i - \tau_{\ell,T}\hat{\mu}_{\ell,i}^0.$$

Cette écriture permet de voir directement que  $M_\tau y_i$  correspond à la série  $y_i$  moins la composante déterministe estimée par les MCO. Soit  $B_{\ell,NT}$  le terme de biais généré par la corrélation entre les termes d'erreurs. Ce biais est défini comme suit

$$B_{\ell,NT} = (1/NT) E(tr(\tilde{e}_{0,-1}\tilde{e}')) \quad (4.39)$$

où  $\tilde{e}_{0,-1}$  est la matrice des erreurs du modèle en écart à sa composante déterministe.



L'estimateur sans biais du paramètre autorégressif est alors

$$\hat{\lambda}^\# = \frac{\text{tr}(\tilde{y}_{-1} Q_\pi \tilde{y}'_1) - NT B_{\ell, NT}}{\text{tr}(\tilde{y}_{-1} Q_\pi \tilde{y}'_{-1})} \quad (4.40)$$

La statistique de test correspondante est

$$t^\# = \sqrt{\text{tr}(\tilde{y}_{-1} Q_\pi \tilde{y}'_{-1})} (\hat{\lambda}^\# - 1). \quad (4.41)$$

Il faut préciser que la matrice des coefficients des facteurs communs est supposée connue, ainsi  $Q_\pi$  est également connue. Il est possible de démontrer que la distribution limite de cette statistique de test est indépendante de  $\mu_\theta$  et est identique sous l'hypothèse nulle et sous l'alternative. En effet, en utilisant l'expression de  $\hat{\lambda}^\#$ , la statistique de test peut être, après développement, réécrite de la manière suivante

$$t^\# = \frac{N^{1/2} [(1/NT) \text{tr}(\tilde{e}_{0,-1} \tilde{e}') - B_{\ell, NT}]}{[(1/NT^2) \text{tr}(\tilde{y}_{-1} Q_\pi \tilde{y}'_{-1})]^{1/2}} + op(1) \quad (4.42)$$

A partir de cette expression de  $t^\#$ , il est établi (Moon et Perron 2004) la distribution limite suivante

$$t^\# \Rightarrow N \left( 0, \frac{\lim_{N,T} E \left( (1/NT) \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \tilde{e}_{0,i,t-1} \tilde{e}_{it} - B_{\ell, NT} \right)^2}{\int_0^1 r dr - \int_0^1 \int_0^1 \min(r, s) h_\ell(r, s) ds dr} \right) \quad (4.43)$$

où  $W(r)$  est un processus de Wiener et  $h_\ell(r, s) = \kappa_\ell(r)' \left( \int_0^1 \kappa_\ell(r) \kappa_\ell(r)' dr \right)^{-1} \kappa_\ell(s)$  avec  $\kappa_0(r) = 1$  et  $\kappa_1(r) = (1, r)'$ . Cette relation permet de voir que la distribution limite de  $t^\#$  ne dépend pas de  $\mu_\theta$  et n'a aucune puissance statistique aux voisinages de l'hypothèse nulle de racine unitaire. De ce fait, la procédure de Moon et Perron (2004) peut présenter des problèmes de puissance non négligeables en cas de présence de tendance déterministe. Bai et Ng (2010) ont d'ailleurs émis des critiques relatives à cette procédure notamment lorsque le modèle comporte une tendance. Ils ont ainsi proposé une méthode permettant de pallier aux problèmes de puissance de test relatifs à cette méthode.

### Les critiques de Bai et Ng (2010) à l'encontre du test de Moon et Perron (2004) et la procédure alternative proposée

Une des critiques majeures de Bai et Ng (2010) relatives au test de Moon et Perron (2004) est la façon dont la composante déterministe est traitée. Bai et Ng (2010) soulignent que la faible puissance du test de Moon et Perron (2004) lorsque les données admettent une tendance déterministe est liée à la méthode utilisée pour enlever la tendance qui consiste à utiliser les MCO. Ce type de problème avait également été souligné par Moon, Perron et Philips (2007). Afin de résoudre ce détail problématique, Bai et Ng (2010) proposent un processus générateur de données à la PANIC. En conservant les mêmes hypothèses que celles qui sont formulées dans le cadre du modèle général (4.37), celui-ci peut être réécrit de manière plus simple

$$y_{it} = \mu'_{\ell_i} \tau_{\ell t} + \pi'_i F_t + e_{it} \quad (4.44)$$

où  $e_{it} = \lambda_i e_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$ . Si  $\ell = 0$ , la différence première du modèle (4.44) donne

$$\Delta y_{it} = \pi'_i f_t + z_{it} \quad (4.45)$$

où  $f_t = \Delta F_t$  et  $z_{it} = \Delta e_{it}$ . Dans le cas où  $\ell = 1$ , la différenciation permet d'enlever la tendance. Il s'agira ensuite d'éliminer la moyenne de la série différenciée qui correspond également à la pente du coefficient de la tendance. On a ainsi  $\Delta y_{it} - \overline{\Delta y}_i = \pi'_i f_t + z_{it}$  avec  $f_t = \Delta F_t - \overline{\Delta F}$  et  $z_{it} = \Delta e_{it} - \overline{\Delta e}_i$ . Les quantités  $\overline{\Delta y}_i$ ,  $\overline{\Delta F}$  et  $\overline{\Delta e}_i$  correspondent respectivement aux moyennes dans le temps de  $\Delta y_{it}$ ,  $\Delta F_t$  et  $\Delta e_{it}$ . Les estimateurs de  $F_t$  et  $e_{it}$  notés respectivement  $\hat{F}_t$  et  $\hat{e}_{it}$  sont définis de cette façon

$$\hat{F}_t = \sum_{s=2}^t \hat{f}_s \quad \text{et} \quad \hat{e}_{it} = \sum_{s=2}^t \hat{z}_{is}.$$

A partir de là, le test de Moon et Perron (2004) basé sur le coefficient autorégressif du modèle empilé estimé par les MCO peut être appliqué sur les données en écart à la composante commune

$$\hat{e}_{it} = \lambda \hat{e}_{i,t-1} + \varepsilon_{it}. \quad (4.46)$$

Contrairement au modèle de Moon et Perron (2004) qui présente des faiblesses en

termes de puissance de test notamment lorsque le modèle comprend une tendance, le test basé sur la procédure PANIC permet d'utiliser des statistiques de type  $t_{a,b}$  assez puissantes même dans le cas où le processus générateur de données contient une tendance déterministe. L'utilisation de la procédure *différence-recumulée* dans le cadre de PANIC offre ainsi l'avantage de pouvoir enlever la tendance sans pour autant passer par les MCO et permet ainsi d'éviter de limiter la puissance du test de Moon et Perron (2004). Cependant, signalons que le biais de correction dépend du type de composante déterministe que contient le modèle. Soit  $\hat{\lambda}$  l'estimateur des MCO de  $\lambda$  à partir du modèle (4.44)

$$\hat{\lambda} = \frac{\text{tr}(\hat{e}'_{-1}\hat{e})}{\text{tr}(\hat{e}'_{-1}\hat{e}_{-1})} \quad (4.47)$$

où  $\hat{e}_{-1}$  et  $\hat{e}$  sont des matrices de dimensions  $(T-2) \times N$ . L'estimateur corrigé du paramètre autorégressif du modèle empilé est

$$\hat{\lambda}^* = \frac{\text{tr}(\hat{e}'_{-1}\hat{e}) - NT\hat{\phi}_\varepsilon}{\text{tr}(\hat{e}'_{-1}\hat{e}_{-1})} \quad (4.48)$$

où  $\hat{\phi}_\varepsilon$  est l'équivalent de  $\hat{\phi}_e$  défini dans le cadre de la procédure de Moon et Perron (2004).

Pour  $\ell = 0$ , deux statistiques notées  $P_a$  et  $P_b$  respectivement analogues aux statistiques  $t_a$  et  $t_b$  de Moon et Perron (2004) sont développées.

$$P_a = \sqrt{NT}(\lambda^* - 1) / \sqrt{2\hat{\phi}_\varepsilon^4 / \hat{\omega}_\varepsilon^4} \xrightarrow{T, N \rightarrow \infty} N(0, 1) \quad (4.49)$$

$$P_b = \sqrt{NT}(\hat{\lambda}^* - 1) \sqrt{\frac{1}{NT^2} \text{tr}(\hat{e}'_{-1}\hat{e}_{-1})} \left( \frac{\hat{\omega}_\varepsilon}{\hat{\phi}_\varepsilon^2} \right) \xrightarrow{T, N \rightarrow \infty} N(0, 1). \quad (4.50)$$

Pour  $\ell = 1$ , on a

$$\hat{\lambda}^* = \frac{\text{tr}(\hat{e}'_{-1}\hat{e})}{\text{tr}(\hat{e}'_{-1}\hat{e}_{-1})} + \frac{3\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{T\hat{\omega}_\varepsilon^2}. \quad (4.51)$$

Les statistiques de test deviennent alors

$$P_a = \sqrt{NT}(\lambda^* - 1) / \sqrt{(36/5)\hat{\phi}_\varepsilon^4\hat{\sigma}_\varepsilon^4/\hat{\omega}_\varepsilon^8} \xrightarrow{T, N \rightarrow \infty} N(0, 1) \quad (4.52)$$

$$P_b = \sqrt{NT} \left( \hat{\lambda}^* - 1 \right) \sqrt{\frac{1}{NT^2} \text{tr} (\hat{e}'_{-1} \hat{e}_{-1}) \frac{5}{6} \frac{\hat{\omega}_\varepsilon^6}{\hat{\phi}_\varepsilon^4 \hat{\sigma}_\varepsilon^4}} \xrightarrow{T, N \rightarrow \infty} N(0, 1). \quad (4.53)$$

$P_a$  et  $P_b$  sont asymptotiquement distribuées suivant une loi normale et  $\hat{\omega}_\varepsilon^2$ ,  $\hat{\phi}_\varepsilon^4$ ,  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$  sont définies dans le paragraphe 4.2.2. Lorsque la composante déterministe ne contient que la constante ( $\ell = 0$ ), les statistiques  $P_{a,b}$  et  $t_{a,b}$  sont déterminées de façon quasi identique. La seule différence est qu'elles sont établies sur la base de processus générateurs de données différentes. Cependant, lorsqu'en plus de la constante, la composante déterministe contient une tendance, le biais de correction de l'"estimateur empilé" du paramètre autorégressif n'est plus le même. Ainsi, le paramètre  $\hat{\lambda}^*$  obtenu par la procédure de Moon et Perron (2004) sera différent de celui obtenu par la procédure de Bai et Ng (2010). Par conséquent les statistiques de test  $P_{a,b}$  et  $t^\#$  seront différentes. En effet, Bai et Ng (2010) montrent que lorsque  $\ell = 1$ , le biais de correction porté sur le numérateur du paramètre autorégressif n'est plus adapté car il conduit à des puissances de tests très faibles. Ainsi, en présence de tendance, le paramètre  $\hat{\lambda}^*$  défini dans (4.51) permet de remédier considérablement à ce problème.

### 4.2.3 Le test de racine unitaire de Pesaran (2007)

Pesaran (2007) utilise également un modèle à facteur pour traiter les dépendances interindividuelles dans le cadre des tests d'intégration d'ordre 1 en panel. De la même façon que Moon et Perron (2004) il considère que les dépendances interviennent sur le terme d'erreur qui suit un processus factoriel

$$y_{it} = (1 - \lambda_i) \mu_i + \lambda_i y_{i,t-1} + u_{it} \quad (4.54)$$

où  $y_{it}$  admet une valeur initiale  $y_{i,0}$  et le terme d'erreur est représenté suivant un processus admettant un seul facteur

$$u_{it} = \pi_i F_t + e_{it}. \quad (4.55)$$

En tenant compte de l'écriture de  $u_{it}$  et en ajoutant  $y_{i,t-1}$  à chaque membre de l'équation (4.54), le modèle peut alors s'écrire

$$\Delta y_{it} = \alpha_i + \rho_i y_{i,t-1} + \lambda_i F_t + e_{it} \quad (4.56)$$

où  $\Delta y_{it}$  désigne la différence première de  $y_{it}$  et on a  $\alpha_i = (1 - \lambda_i) \mu_i$  et  $\rho_i = (\lambda_i - 1)$ . Le facteur commun  $F_t$  est sériellement non corrélé avec une moyenne nulle et une variance unitaire  $\sigma_F$ . Quand aux erreurs idiosyncratiques, elles sont aussi sériellement non corrélées, indépendamment distribués, de moyenne nulle et de variance  $\sigma_i^2$ . L'hypothèse nulle de racine unitaire testée est  $\lambda_i = 1$  pour tout  $i$  contre l'alternative hétérogène  $\lambda_i < 1$  pour  $i = 1, \dots, N_1$  et  $\lambda_i = 1$  pour  $i = N_1 + 1, N_1 + 2, \dots, N$ . On suppose dans ce cas que la fraction d'individus stationnaires  $N_1/N$  est non nulle et tend vers une constante  $\eta$  tel que  $0 < \eta \leq 1$  quand  $N \rightarrow \infty$ . Contrairement à la procédure de Moon et Perron (2004), ici le facteur commun est éliminé directement du modèle et est remplacé par les moyennes individuelles  $\bar{y}_{t-1}$  et  $\Delta \bar{y}_t$  qui servent ainsi de proxy au facteur commun. L'hypothèse nulle est ainsi testée sur la base d'un modèle augmenté de type DF communément appelé CADF (Cross-sectionally Augmented DF)

$$\Delta y_{it} = a_i + b_i y_{i,t-1} + c_i \bar{y}_{t-1} + d_i \Delta \bar{y}_t + \varepsilon_{it} \quad (4.57)$$

où  $\bar{y}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{it}$  et  $\Delta \bar{y}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta y_{it}$  et  $\varepsilon_{it}$  est un terme d'erreur. En supposant que  $u_{it}$  n'est pas sériellement corrélé, Pesaran (2007) établit que  $\bar{y}_{t-1}$  et  $\Delta \bar{y}_t$  devraient suffire pour servir de proxy à  $F_t$  et devraient asymptotiquement capter ses effets. Ainsi, au lieu de baser le test sur le modèle en écart au facteur estimé, le modèle (4.56) est augmenté de la moyenne interindividuelle retardée d'une période et de sa différence première. On se retrouve ainsi avec un modèle de test de type CADF (modèle (4.57)). Les statistiques CADF individuelles peuvent alors être utilisées pour développer des versions modifiées des statistiques  $t\_bar$  à l'instar des test  $Z$  et  $P$  proposés respectivement par Im et al. (1997, 2003), Choi (2001) et Maddala et Wu (1999). Soit  $t_i(N, T)$  le t-ratio associé à  $\hat{b}_i$ , l'estimateur des MCO de  $b_i$  et  $\bar{M}_w = I - \bar{W}(\bar{W}'\bar{W})^{-1}\bar{W}'$ . Dans l'expression de  $\bar{M}_w$ , on a  $\bar{W} = (\tau, \Delta \bar{y}, \bar{y}_{-1})$  avec  $\tau = (1, 1, \dots, 1)'$ ,  $\Delta \bar{y} = (\Delta \bar{y}_1, \Delta \bar{y}_2, \dots, \Delta \bar{y}_T)'$ ,  $\bar{y}_{-1} = (\bar{y}_0, \bar{y}_1, \dots, \bar{y}_{T-1})'$ . La statistique

$t_i(N, T)$  est alors définie comme suit

$$t_i(N, T) = \frac{\Delta y'_i \bar{M}_w y_{i,-1}}{\hat{\sigma}_i (y'_{i,-1} \bar{M}_w y_{i,-1})^{1/2}} \quad (4.58)$$

où  $\hat{\sigma}_i^2 = \frac{\Delta y'_i M_{i,w} \Delta y_i}{T-4}$ . Le t-ratio peut être réécrit de la manière suivante

$$t_i(N, T) = \frac{\sqrt{T-4} v'_i \bar{M}_w s_{i,-1}}{(v'_i M_{i,w} v_i)^{1/2} (s'_{i,-1} \bar{M}_w s_{i,-1})^{1/2}} \quad (4.59)$$

où  $v_i$  est le vecteur d'erreur normalisé du modèle (4.57) sous l'hypothèse nulle, associé à l'individu  $i$ .  $s_i$  est la marche aléatoire associée à  $v_i$ . Cette écriture permet de constater que sous l'hypothèse nulle, les paramètres de nuisances n'affectent qu'indirectement la distribution de  $t_i(N, T)$  et ceci à travers leurs effets sur  $M_{i,w}$  et  $\bar{M}_w$ . En outre, il est démontré qu'asymptotiquement, en particulier quand  $N \rightarrow \infty$ , ces effets s'annulent et la distribution de  $t_i(N, T)$  sous l'hypothèse nulle est totalement indépendante des paramètres de nuisance. Une des conséquences est que la distribution limite de la statistique CADF individuelle notée  $CADF_i$  sera asymptotiquement indépendante des paramètres de nuisance. Ceci est valable pour  $N$  et  $T$  tendant vers l'infini de manière séquentielle, c'est-à-dire  $N$  puis  $T$  tendent vers l'infini ou alors lorsque les deux dimensions tendent vers l'infini conjointement. Dans ce dernier cas, on admet également que  $N/T \rightarrow c$ , où  $c$  est une constante non nulle. Le fait que la statistique CADF soit libre des paramètres de nuisance permet l'application des types de tests où l'hypothèse d'indépendance des erreurs dans la dimension individuelle est supposée. Ainsi, la statistique  $t\_bar$  du test IPS correspondante est

$$CIPS(N, T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N CADF_i, \quad (4.60)$$

où  $CADF_i$  est la statistique CADF du  $i$ -ème individu donné par le t-ratio de  $b_i$  dans la régression (4.57). Cependant, il est démontré que la statistique  $CIPS(N, T)$  est non standard même lorsque  $N \rightarrow \infty$ . Et du fait de la présence de facteur commun, les statistiques  $CADF_i$  sont affectées par des dépendances dans la dimension individuelle et de ce fait, il est difficile d'appliquer le théorème central limite pour dériver la distribution limite de  $CIPS(N, T)$ . En outre, il est très difficile de dé-

finir les moments de la statistique  $CIPS(N, T)$  ou même d'établir leur existence, même en considérant une hypothèse d'indépendance individuelle. Afin de contourner ce problème technique et de s'assurer de l'existence de moments de la statistique  $CIPS(N, T)$  en échantillon fini, Pesaran (2007) propose de se baser sur la statistique  $CIPS^*(N, T)$  qui correspond à la moyenne des versions tronquées de  $CADF_i$ , notée  $CADF_i^*$

$$CIPS^*(N, T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N CADF_i^*. \quad (4.61)$$

Ainsi, pour  $K_1$  et  $K_2$  deux constantes positives telles que  $\Pr[-K_1 < CADF_i < K_2]$  soit suffisamment large (au-delà de 0.9999), les valeurs de  $CADF_i$  inférieures à  $-K_1$  ou supérieures à  $K_2$  sont remplacées par leurs bornes respectives. Les valeurs de  $K_1$  et  $K_2$  sont fournies par Pesaran (2007) sur la base de simulations de Monte Carlo. A noter que, dans le cas de l'existence de corrélation sérielle sur le facteur commun ou sur les erreurs, le modèle (4.57) est augmenté de  $\Delta y_{i,t-1}$  et  $\Delta \bar{y}_{t-1}$  et la version tronquée de la statistique  $CIPS$  peut également être utilisée en utilisant la même procédure de troncation établie précédemment. La statistique  $CIPS^*$  a la même distribution limite et les mêmes valeurs critiques que dans le cas d'absence de corrélation sérielle.

### 4.3 Introduction simultanée des changements structurels et des dépendances inter-économies dans les tests de racine unitaire en panel

La disponibilité de bases de données couvrant une période de temps plus longue et un nombre d'économies de plus en plus important donne lieu à plusieurs situations parmi lesquelles l'augmentation de la probabilité qu'un changement structurel et/ou une racine unitaire surviennent. Comme l'a souligné Perron (1989), la présence d'une racine unitaire et l'existence d'une perturbation dans un processus sont en général deux phénomènes très liés. Et il faut souligner que de la même manière que l'application des tests de changement structurel en présence d'une racine unitaire conduit généralement au rejet à tort de l'hypothèse nulle de présence de rupture, l'existence

d'une perturbation dans une série peut conduire à des résultats erronés de test de racine unitaire. En utilisant des variables macroéconomiques relatives aux Etats-Unis, Nelson et Plosser (1982) ont montré que les agrégats macro-économiques subissent en général des changements dans leur fonction de tendance. Depuis, la modélisation macro-économique a porté plus d'intérêt à la partie déterministe des modèles afin de repérer les effets de certains événements économiques susceptibles de changer les caractéristiques des variables. Cet intérêt a d'abord pris place dans l'étude des propriétés de non stationnarité des séries chronologiques individuelles avec notamment les travaux de Zivot et Andrews (1992), Banerjee, Lumsdaine, et Stock (1992), Montañés et Reyes (1998) et Vogelsang (1997). Il a ensuite été étendu dans le cadre des données de panel non stationnaires (Carrion-i-Silvestre et al. 2005). Dans le cas d'une unique rupture affectant les séries individuelles du panel, Im et al. (2005), Carrion et al. (2001) et Hadri et Rao (2008) ont respectivement développé des procédures de tests de racine. Ces auteurs ont montré comment l'application de ces types de tests en panel peuvent être d'utilité lorsque l'on analyse les caractéristiques des variables macroéconomiques en panel. Bai et Carrion-i-Silvestre (2009) sont ensuite allés plus loin dans cette direction, cette fois-ci en prenant en compte simultanément les changements structurels et les co-mouvements économiques. Avant d'étudier le cas où les changements structurels et les dépendances inter-économies sont simultanément considérés (Bai et Carrion-i-Silvestre, 2009) nous nous proposons d'abord dans cette section d'analyser les catégories de tests dont le modèle de base inclut un unique changement structurel (Im et al. 2005, Carrion et al. 2001 et Hadri et Rao 2008).

### **4.3.1 Procédure de test de racine unitaire en panel en présence d'une rupture uniquement**

#### **Le modèle**

En panel, les tests de racine unitaire avec une seule rupture se basent généralement sur des modèles dans lesquels la rupture porte sur la moyenne ou la tendance des séries individuelles. Il s'agit de modèles construits en généralisant les procédures classiques de test de racine unitaire en panel (Paragraphe 4.1.1) à travers l'introduction d'un changement structurel dans la composante déterministe. Ainsi,



Carrion-i-Silvestre et al. (2001) ont développé une forme générale du modèle de Harris et Tzavalis (1999). Quant à la procédure de Hadri et Rao (2008), elle s'inspire de la démarche de Hadri (2000) et est applicable même en cas de présence de multiples ruptures. A l'instar du test IPS, Im et al. (2005) partent de la démarche en série chronologique individuelle de Schmidt et Phillips (1992) pour proposer une procédure de test de racine unitaire en panel avec un seul changement structurel. Nous appellerons respectivement (CDL), (ILT) et (HR0) les modèles de tests de Carrion-i-Silvestre et al. (2001), Im et al. (2005) et Hadri et Rao (2008).

$$\text{Modèle (CDL)} \quad y_{it} = \kappa_i + \gamma_{i,1}DU_t + \gamma_{i,2}D(T_b)_t + \lambda y_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$$

$$\text{Modèle (ILT)} \quad y_{it} = \kappa_{i,0} + \kappa_{i,1}t + \gamma_i DU_{it} + x_{it} \tag{4.62}$$

$$\text{Modèle (HR0)} \quad y_{it} = \kappa_{i,0} + \kappa_{i,1}t + \gamma_{i,1}DU_{it} + \gamma_{i,2}DT_{it} + r_{it} + u_{it}$$

Dans le modèle (ILT) nous avons  $x_{it} = \lambda_i x_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$ . Pour les trois modèles,  $DU_{it} = DU_t = 1$  si  $t > T_b$  et 0 sinon, et  $DT_{it} = t - T_{b,i}$  si  $t > T_{b,i}$  et 0 sinon.  $DU$  et  $DT$  modélisent respectivement des ruptures portant sur la moyenne et la tendance de la série  $y_{it}$  tandis que  $D(T_b)$  constitue une impulsion telle que  $D(T_b)_t = 1$  pour  $t = T_b$  et 0 sinon. Dans le modèle (HR0), on prend en compte le cas de rupture portant à la fois sur la moyenne et la tendance de la série. Le terme  $r_{it}$  suit un processus AR(1) et on a

$$r_{it} = r_{i,t-1} + v_{it}$$

avec  $r_{i0} = 0$ . Pour  $i = 1, \dots, N$  et  $t = 1, \dots, T$ ,  $\{u_{it}\}$  et  $\{v_{it}\}$  sont mutuellement indépendants et  $u_{it}$  et  $v_{it}$  sont *i.i.d* d'espérance mathématique nulle et de variance finie. Les hypothèses de test concernant le modèle (HR0) sont définies de la même façon que dans le cadre du test de Hadri (2000)<sup>3</sup>. Ainsi, l'hypothèse nulle est  $H_0 : \sigma_{v,1}^2 = \sigma_{v,2}^2 = \dots = \sigma_{v,N}^2 = 0$  et correspond à l'absence de racine unitaire. Quant à l'hypothèse alternative d'intégration d'ordre 1 correspondante, elle s'établit comme suit  $H_1 : \sigma_{v,i}^2 > 0, i = 1, 2, \dots, N_1; \sigma_{v,i}^2 = 0, i = N_1 + 1, \dots, N$ . En ce qui concerne le

---

<sup>3</sup>. En effet, les hypothèses de tests que nous avons présentées dans le cadre de l'analyse du test de Hadri (Paragraphe 4.1.1) peuvent être réécrites en fonction de la variance de  $v_{it}$  puisque le modèle est tel qu'il n'y a stationnarité que si cette variance est nulle.

modèle (ILT), l'hypothèse de présence de racine unitaire peut être formulée de la manière suivante  $H_0 : \lambda_i = 1$  pour tout  $i$  contre  $H_1 : |\lambda_i| < 1$  pour quelques individus  $i$ . Pour le modèle (CDL) nous avons comme hypothèse nulle  $H_0 : \lambda = 1$  contre  $H_1 : |\lambda| < 1$ . Dans chacun de ces deux modèles, les erreurs sont *i.i.d* normalement distribuées, d'espérance mathématique nulle et de variance constante.

Le test basé sur le modèle (CDL) utilise une t-statistique corrigée tandis que les procédures basées sur les deux modèles (ILT) et (HR0) présentés dans (4.62) ont principalement en commun le fait que les tests sont réalisés sur la base de statistiques LM. Nous montrerons dans le paragraphe suivant les procédures de constructions de ces statistiques de test et nous verrons également que dans le cas du modèle (ILT), une statistique LM de test de  $H_0$  permettant de tenir compte d'une éventuelle autocorrélation des erreurs peut être construite après transformations préalables sur le modèle.

### Construction des statistiques de tests

#### – Statistique de test relative au modèle (CDL)

Ici l'hypothèse nulle d'intégration d'ordre 1 est testée en généralisant la statistique LM de Harris et Tzavalis (1999). On suppose dans ce cas que le changement structurel se produit simultanément sur toutes les économies à une date inconnue<sup>4</sup> mais que chaque économie réagit à la perturbation avec une ampleur spécifique. Cette approche peut être particulièrement adaptée pour modéliser des changements structurels survenus au sein d'économies intégrées dans la mesure où ces économies sont en général soumises à des chocs communs avec différents degrés de réactivité. Sur la base de simulations de Monte-Carlo, Carrion-i-Silvestre et al. (2001) montrent que la puissance du test de racine unitaire de Harris et Tzavalis (1999) diminue lorsque les économies sont touchées par des changements structurels qui ne sont pas pris en compte dans la modélisation. En plus, cette perte de puissance s'accroît en fonction de l'ampleur de la perturbation. En effet, la présence de rupture induit un biais d'estimation qui en général, conduit à une surestimation du paramètre autorégressif  $\lambda$ . Dans ce cas, un test de racine unitaire basé sur l'estimateur  $\lambda$  a tendance à mener à des conclusions à tort en faveur de l'hypothèse nulle de non

---

4. La date de rupture peut être estimée en utilisant une statistique "Supremum" (Chapitre 3).

stationnarité du fait du biais généré par une mauvaise spécification de la composante déterministe à travers l'omission d'un changement structurel affectant la moyenne de la série  $y_{it}$ . Carrion-i-Silvestre et al. (2001) ont ainsi proposé une procédure de test plus générale qui tient compte du biais et permet d'aboutir à une puissance de test plus satisfaisante. Considérons  $\hat{\lambda}_0$ , l'estimateur de  $\lambda$  obtenu à partir du modèle nul spécifié de la manière suivante  $y_{it} = \kappa_i + \gamma_i DU_t + \gamma_{i,2} D(T_b)_t + y_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$ . Le paramètre  $\hat{\lambda}_0$  satisfait à la relation

$$\hat{\lambda}_0 - 1 = \left[ \sum_{i=1}^N y'_{i,-1} Q y_{i,-1} \right]^{-1} \left[ \sum_{i=1}^N y'_{i,-1} Q \varepsilon_i \right]^{-1} \quad (4.63)$$

où  $Q = I_T - z(z'z)^{-1}z'$  est la matrice  $T \times 3$  des régresseurs de la composante déterministe ayant ainsi pour première colonne le vecteur associé à la constante et pour deuxième et troisième colonnes les variables dummy  $DU$  et  $D(T_b)_t$  respectivement. Cependant, cet estimateur de  $\lambda$  obtenu à partir du modèle nul présente un biais que nous noterons  $B_N$  et qui est une fonction de  $T$  et de la fraction de rupture  $\alpha = T_b/T$ . Ainsi, sous l'hypothèse nulle,  $\hat{\lambda}_0 - 1$  est non nul et nous avons

$$p \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left( \hat{\lambda}_0 - 1 \right) = B_N. \quad (4.64)$$

Le terme de biais de correction est égal à

$$B_N = \frac{-3T(T-3)}{(1+2\alpha^2-2\alpha)T + (2\alpha-2)T-1},$$

il décroît lorsque la dimension temporelle s'accroît et s'annule pour  $T \rightarrow \infty$ . Ce terme de biais peut être utilisé pour corriger la t-statistique servant à tester l'hypothèse nulle de non stationnarité  $\lambda = 1$ . La distribution limite de la t-statistique corrigée est normale avec une moyenne nulle et une variance qui dépend de  $T$  et de  $\alpha$ . Les simulations réalisées par Carrion-i-Silvestre et al. (2001) montrent que le test présente de bonnes propriétés en échantillon fini.

#### – Statistique de test relative au modèle (ILT)

Afin d'analyser la procédure de construction de la statistique de test relative au

modèle (ILT), considérons d'abord la forme différenciée du modèle

$$\Delta y_{it} = \rho_i y_{i,t-1} - \rho_i \kappa_{i,1} + [1 - (\rho_i + 1)(t - 1)] \kappa_{i,2} + (D(T_b)_{it} - \rho_i DU_{i,t-1}) \gamma_i + \varepsilon_{it}. \quad (4.65)$$

A partir de là, les hypothèses du test sont reformulées et nous avons  $H_0 : \rho_i = 0$  contre l'alternative  $H_1 : \rho_i < 0$  pour quelques économies. La statistique de test de l'hypothèse nulle de présence de racine unitaire est une moyenne de statistiques LM individuelles construites pour chaque  $i$  en suivant la méthode de Amsler et Lee (1995). Ces statistiques individuelles correspondent ainsi aux t-statistiques servant à tester l'hypothèse nulle  $\rho_i = 0$  à partir de la régression augmentée

$$\Delta y_{it} = c_i + \gamma_i \Delta DU_{it} + \rho_i \tilde{s}_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{q_i} a_{ij} \Delta \tilde{s}_{i,t-j} + \zeta_{it}. \quad (4.66)$$

Suivant Amsler et Lee (1995), en utilisant  $\hat{\kappa}_{i,2}$  et  $\hat{\gamma}_i$  qui correspondent respectivement aux estimateurs par les MCO de  $\kappa_{i,2}$  et  $\gamma_i$  obtenus à partir de la régression  $\Delta y_{it} = \kappa_{i,2} + \gamma_i \Delta DU_{it} + \varepsilon_{it}$ , la variable  $\tilde{s}_{i,t-1}$  est définie de la manière suivante

$$\tilde{s}_{i,t-1} = y_{i,t-1} - \hat{\kappa}_{i,2}(t - 1) - \hat{\gamma}_i DU_{i,t-1}. \quad (4.67)$$

L'augmentation du modèle par le terme  $\tilde{s}_{i,t-j}$  est nécessaire pour contrôler une éventuelle autocorrélation du terme d'erreur de l'équation (4.65). Notons que la statistique est standardisée en utilisant sa moyenne et sa variance dans la dimension  $N$  respectivement notées  $E(\tau_{LM})$  et  $V(\tau_{LM})$ . Ainsi, pour l'ensemble du panel nous avons

$$\Gamma_{LM} = \frac{\sqrt{N} [\bar{t}_{LM} - E(\tau_{LM})]}{\sqrt{V(\tau_{LM})}} \quad (4.68)$$

où  $\bar{t}_{LM}$  désigne la moyenne des statistiques LM individuelles de test de l'hypothèse nulle  $\rho_i = 0$ . Cette forme standardisée suit ainsi une loi normale centrée réduite. D'après les simulations effectuées par Im et al. (2005), la puissance du test dépend beaucoup du nombre de retards  $q$  inclus dans la régression et de la taille de la dimension temporelle. Lorsque le nombre de retards pris en compte est supérieur à la valeur optimale de  $q$ , la puissance du test a tendance à diminuer considérablement et le problème s'amplifie davantage si  $T$  est petite. Cependant, dans tous les

cas, cette procédure de test de racine unitaire produit de meilleures performances en termes de puissance de test que son homologue qui ne prend pas en compte les changements structurels. Ainsi, Im et al. (2005) soulignent que même en cas de doute sur la présence de changement structurel sur les économies, il est préférable de les inclure dans la modélisation car l'omission de ruptures implique d'importantes distorsions de taille et de pertes de puissance tandis que l'inclusion à tort de changement structurel ne peut engendrer que des pertes de puissances mineures.

– **Statistique de test relative au modèle (HR0)**

Le modèle (HR0) est présenté ici dans sa forme la plus générale. Mais en réalité, la statistique de test dépend de la spécification de la partie déterministe du modèle. Ainsi, en dehors de cette forme générale (HR0), trois autres configurations moins générales que nous nommerons respectivement (HR1), (HR2) et (HR3) peuvent être considérées. Le cas (HR1) correspond au cas où  $\kappa_{i,2} = \gamma_{i,2} = 0$ , tandis que les cas (HR2) et (HR3) correspondent respectivement aux situations  $\gamma_{i,2} = 0$  et  $\gamma_{i,1} = 0$ . En se référant à Hadri (2000), la statistique de test pour chaque individu est

$$\eta_i^{(HRj)}(\alpha_i) = \frac{\sum_{t=1}^T s_{it}^2}{T^2 \hat{\sigma}_{u,i}^2} \quad (4.69)$$

où  $\alpha_i$  est la fraction de rupture pour l'individu  $i$ ,  $(HRj)$  avec  $j = 0, 1, 2, 3$  désigne la  $j$ -ème spécification et  $\hat{\sigma}_{u,i}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} E(s_{i,T}^2)$  et  $s_{it} = \sum_{j=1}^t \hat{u}_{i,j}$  désignent respectivement la variance de long terme et la somme partielle des erreurs du modèle nul. La statistique de test de stationnarité pour l'ensemble du panel est une moyenne de  $\eta_i^{(HRj)}(\alpha_i)$

$$LM^{(HRj)}(\alpha) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i^{(HRj)}(\alpha_i). \quad (4.70)$$

Hadri et Rao (2008) ont montré que la distribution limite de cette statistique dépend du modèle et de la localisation de la fraction de rupture. Ainsi, de la même manière que dans le test de racine unitaire de Hadri (2000), la version modifiée suivante est proposée

$$Z^{(HRj)}(\alpha) = \frac{\sqrt{N} (LM^{(HRj)}(\alpha) - Moy(LM))}{Var(LM)}. \quad (4.71)$$

Cette statistique  $Z^{(HRj)}(\alpha)$  qui suit une loi normale centrée réduite peut être utili-

sée pour tester l'hypothèse nulle de processus  $I(0)$ . Les quantités  $Moy(LM)$  et  $Var(LM)$  désignent respectivement la moyenne et la variance asymptotique de  $LM^{(HRj)}(\alpha)$  et dépendent du modèle  $(HRj)$  considéré. Pour  $j = 1$ ,  $Moy(LM) = \frac{1}{6}$  et  $Var(LM) = \frac{1}{45}$  tandis que pour  $j = 0, 2, 3$  nous avons  $Moy(LM) = \frac{1}{15}$  et  $Var(LM) = \frac{11}{6300}$ . Par simulations, Hadri et Rao (2008) montrent que lorsque les erreurs sont *i.i.d* et que la date de rupture est connue, la puissance du test non modifié augmente de manière monotone et en fonction de  $N$  et de  $T$ . Ceci est valable aussi pour le test modifié. Pour les cas où la date de rupture est inconnue, la puissance des deux tests dépend également de  $N$  et  $T$ . Le test LM simple présente de meilleures performances statistiques que le test modifié lorsque la taille de l'échantillon est petite en particulier la dimension temporelle  $T$ . Par exemple, si  $T$  est fixé, il existe d'importantes distorsions de taille causées par une accumulation d'erreurs liées à l'estimation de la date de rupture. Ainsi, ce problème de distorsion de taille du test LM devient plus persistant lorsque la date de rupture est inconnue et doit être estimée. Enfin, les simulations effectuées par Hadri et Rao (2008) sur la base d'erreurs autocorrélées révèlent d'importantes pertes de puissances dues à l'autocorrélation notamment pour des échantillons de petite taille.

### 4.3.2 Procédure de test de racine unitaire en présence de changement structurel et dépendance inter-économies

Dans le cadre des tests de racine unitaire en panel, l'introduction simultanée des changements structurels et des interdépendances est une pratique très récente qui donne ainsi naissance à une nouvelle génération de test. Comme l'ont souligné Bai et Carrion-i-Silvestre (2009), la longueur de la dimension temporelle en panel augmente la probabilité que certains événements affectent les variables macro-économiques. Et si ceux-ci ne sont pas pris en compte, ils ont tendance à conduire à de fausses conclusions. Par exemple, une série macro-économique affectée par une rupture sur la tendance est généralement considérée à tort comme un processus intégré d'ordre 1 si la rupture n'est pas prise en compte dans la modélisation. Cette génération de test que nous étudierons ici utilise une version généralisée du *modèle à structure factorielle approximative* dans la mesure où il s'agit du même modèle avec les mêmes

hypothèses, augmenté d'une rupture sur la moyenne ou la tendance.

### Spécifications des modèles et hypothèses de test

Le modèle de Bai et Ng (2004) peut être augmenté pour prendre en compte la présence d'un changement structurel dans la moyenne ou la tendance de la série. Dans chacun des deux cas, ces changements structurels sont hétérogènes avec ainsi des dates d'occurrence et des effets qui peuvent être différents selon les pays. Dans un cadre général où le nombre de ruptures peut être supérieur à 1, Bai et Carrion-i-Silvestre (2009) ont proposé des statistiques modifiées de Sargan et Bhargava (1983) notées statistiques MSB. Dans notre analyse, nous ne considérerons que le cas particulier de présence d'un unique changement structurel. Lorsque le modèle comporte une seule rupture sur la moyenne de la variable, nous nous appuyons sur le processus générateur de données suivant qui est un cas particulier du modèle de Bai et Carrion-i-Silvestre (2009)

$$y_{it} = \kappa_i + \gamma_i DU_{i,t} + \lambda_i F_t + e_{it} \quad (4.72)$$

où  $DU_{it} = 1$  si  $t > T_{b,i}$  et 0 sinon, avec  $T_{b,i}$  la date de rupture pour la série  $i$ . Les facteurs communs et les composantes idiosyncratiques suivent un processus AR(1) tels que  $F_t = F_{t-1} + u_t$  et  $e_{it} = \lambda_i e_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$ . Le terme  $\varepsilon_{it}$  suit un processus MA inversible stationnaire, de moyenne nulle tel que  $\varepsilon_{it} = D_i(L)\xi_{it}$ . L'hypothèse nulle testée est  $\lambda_i = 1$  contre l'hypothèse alternative  $|\lambda_i| < 1$ . La mise en oeuvre du test MSB s'inspire de PANIC et nécessite des transformations préalables. La différence est qu'ici, le test porte uniquement sur la composante idiosyncratique. Afin d'estimer cette composante idiosyncratique, considérons la différence première de (4.72) qui donne

$$\Delta y_{it} = \Delta F_t' \pi_i + \Delta e_{it} + \gamma_i D(T_{b,i})_t \quad (4.73)$$

où  $D(T_{b,i})_t$  constitue une impulsion telle que  $D(T_{b,i})_t = 1$  pour  $t = T_{b,i}$  et 0 sinon. Cette impulsion peut être incorporée dans le terme d'erreur idiosyncratique et nous définissons alors  $\Delta e_{it}^* = \Delta e_{it} + \gamma_i D(T_{b,i})_t$ . Ainsi, en présence d'une rupture sur la moyenne, le test de racine unitaire sera basé sur la variable  $\hat{e}_{it}^* = \sum_{s=2}^t \hat{z}_{it}^*$  où  $\hat{z}_{it}^* = \Delta y_{it} - \Delta \hat{F}_t' \hat{\pi}_i$ . Notons que  $\Delta \hat{F}_t$  est l'estimateur par ACP du vecteur  $r \times 1$  des facteurs

communs différenciés et  $\hat{\pi}_i$ , l'estimateur par la même technique des coefficients de ces facteurs communs. Dans le cas où la composante déterministe inclut une rupture sur la tendance, les mêmes transformations seront effectuées en partant cette fois-ci du processus générateur de données suivant

$$y_{it} = \kappa_{i,0} + \kappa_{i,1}t + \gamma_{i,1}DU_{i,t} + \gamma_{i,2}DT_{i,t} + \lambda_i F_t + e_{it} \quad (4.74)$$

où  $DT_{it} = t - T_{b,i}$  si  $t > T_{b,i}$  et 0 sinon. Comme on peut le constater, ce processus permet de modéliser des ruptures présentes sur la moyenne et sur la tendance des variables macro-économiques. Contrairement au cas précédent, cette fois-ci le modèle différencié présente une rupture sur la moyenne et nous avons

$$\Delta y_{it} = \kappa_{i,1} + \gamma_{i,1}D(T_{b,i})_t + \gamma_{i,2}DU_{i,t} + \Delta F'_t \pi_i + \Delta e_{it}. \quad (4.75)$$

En remplaçant  $\Delta e_{it} + \gamma_i D(T_{b,i})_t$  par  $\Delta e_{it}^*$ , l'équation (4.75) peut être présentée sous la forme classique d'un modèle avec rupture sur la moyenne

$$\Delta y_{it} = \kappa_{i,1} + \gamma_{i,2}DU_{i,t} + \Delta F'_t \pi_i + \Delta e_{it}^*. \quad (4.76)$$

L'utilisation de cette spécification permettra d'estimer la composante  $e_{it}^*$  sur laquelle les tests de racine unitaire seront basés. Pour cela, on peut procéder en deux étapes. Dans la première étape, la date de rupture est estimée pour chaque  $i$ , ensuite la composante déterministe est éliminée du modèle après avoir estimé les paramètres qui lui sont associés sur la base des MCO. Dans la seconde étape, le modèle en écart à la partie déterministe est estimé par ACP pour obtenir  $\Delta \hat{F}_t$  et  $\hat{z}_{it}^*$ . L'estimateur de  $e_{it}^*$  est ainsi la somme cumulée de  $\hat{z}_{it}^*$  et s'écrit  $\hat{e}_{it}^* = \sum_{s=2}^t \hat{z}_{it}^*$ .

### Statistiques de test

La construction des statistiques de test en panel se fait en combinant les statistiques individuelles déterminées préalablement pour chaque  $i$ . A l'instar du test LLC, il s'agit précisément de construire la statistique de test pour chaque série pour ensuite utiliser une moyenne de ces statistiques individuelles. Comme nous l'avons souligné dans les sections précédentes, le fait de combiner les deux dimensions  $N$  et



$T$  augmente la puissance du test à condition que les dépendances inter-économies soient contrôlées. Ce qui n'est pas un problème dans le cas du test MSB si on considère le fait que les transformations préalables réalisées dans le cadre de cette procédure ont permis de purger ces interdépendances.

– **Statistiques individuelles de test**

Soit  $\hat{\sigma}_{\varepsilon,i}$ , la variance de long terme de  $\varepsilon_{it}$  définie dans la relation  $e_{it} = \lambda e_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$ . Pour chaque  $i$ , la statistique MSB est généralement construite de la manière suivante

$$MSB_i = \frac{T^{-2} \sum_{t=1}^T \hat{e}_{i,t-1}^2}{\hat{\sigma}_{\varepsilon,i}}. \quad (4.77)$$

Dans un contexte d'absence de changement structurel, Ploberger et Phillips (2004) ont montré que cette statistique présente certaines propriétés d'optimalité en panel. En outre, Bai et Carrion-i-Silvestre (2009) ont déterminé la distribution limite correspondant au modèle contenant une rupture sur la moyenne ou la tendance. Ils montrent aussi que dans le cas du modèle avec une tendance perturbée, la distribution limite de la statistique MSB n'est pas invariante aux ruptures structurelles et dépend ainsi de leurs positions. Ils proposent une version simplifiée qui, dans le cas particulier d'une seule rupture peut s'écrire

$$MSB_i^* = \frac{\hat{T}_{b,i}^{-2} \sum_{t=1}^{\hat{T}_{b,i}} \hat{e}_{i,t-1}^2 + \left(T - \hat{T}_{b,i}\right)^{-2} \sum_{t=\hat{T}_{b,i}+1}^T \hat{e}_{i,t-1}^2}{\hat{\sigma}_{\varepsilon,i}} \quad (4.78)$$

où  $\hat{T}_{b,i}$  est l'estimateur de la date de rupture  $T_{b,i}$ . La statistique  $MSB^*$  est dite simplifiée dans la mesure où contrairement à MSB, sa distribution limite est indépendante de la fraction de rupture  $\alpha_i = T_{b,i}/T$ . En fonction du modèle de test considéré, nous analyserons dans ce qui suit, les procédures de construction de MSB et  $MSB^*$  en panel qui ont chacune une distribution limite non standard.

– **Statistiques empilées**

Pour construire les statistiques empilées, une approche très simple consiste à déterminer une statistique  $Z$  à la IPS qui constitue une moyenne des statistiques

individuelles. Ainsi, pour MSB et MSB\* nous avons

$$Z_{MSB} = N^{1/2} \frac{\overline{MSB} - \bar{\xi}}{\bar{\vartheta}} \rightarrow N(0, 1) \quad (4.79)$$

$$Z_{MSB^*} = N^{1/2} \frac{\overline{MSB^*} - \bar{\xi}^*}{\bar{\vartheta}^*} \rightarrow N(0, 1). \quad (4.80)$$

Ces statistiques sont standardisées en utilisant la moyenne de la distribution asymptotique de la statistique individuelle  $\bar{\xi}$  (ou  $\bar{\xi}^*$  pour MSB\*) et la variance de cette même distribution  $\bar{\vartheta}$  (ou  $\bar{\vartheta}^*$  pour MSB\*) et suivent une loi normale. Bai et Carrion-i-Silvestre (2009) ont déterminé les valeurs de ces moments. Ils sont tous les deux constants si le modèle contient uniquement une rupture sur la moyenne et dépendent de la position de la rupture dans le cas d'un modèle avec rupture sur la tendance. Notons également que dans les expressions (4.79) et (4.80),  $\overline{MSB}$  et  $\overline{MSB^*}$  désignent respectivement les moyennes sur  $N$  des statistiques  $MSB_i$  et  $MSB_i^*$ . Par ailleurs, du fait de l'asymétrie de la distribution asymptotique des statistiques individuelles, les statistiques  $Z$  peuvent être inappropriées. Ainsi, sous l'hypothèse que les  $\hat{e}_{it}$  sont indépendantes on peut utiliser les statistiques de Maddala et Wu (1999) suivante notées  $P$  et  $P^*$  et qui sont respectivement associées aux tests MSB et MSB\*

$$P = -2 \sum_{i=1}^N \ln p_i \rightarrow \chi_{2N}^2 \quad (4.81)$$

$$P^* = -2 \sum_{i=1}^N \ln p_i^* \rightarrow \chi_{2N}^2,$$

où  $p_i$  et  $p_i^*$  sont les p-values associées respectivement à  $MSB_i$  et  $MSB_i^*$  avec  $i = 1, \dots, N$ . De la même manière que Bai et Ng (2004), une statistique de Choi (2001) peut également être utilisée en considérant toujours les p-values associées aux tests MSB et MSB\*. Nous avons alors respectivement

$$P_m = \frac{-2 \sum_{i=1}^N \ln p_i - 2N}{\sqrt{4N}} \rightarrow N(0, 1); \quad (4.82)$$

$$P_m^* = \frac{-2 \sum_{i=1}^N \ln p_i^* - 2N}{\sqrt{4N}} \rightarrow N(0, 1).$$

Nous avons vu que la distribution limite des statistiques individuelles  $MSB$  et  $MSB^*$  dépend de la position de la rupture en cas de présence de tendance sur le modèle. Or l'utilisation de  $P$  et  $P^*$  nécessite la connaissance de la vraie distribution de chaque statistique individuelle. Pour une question de simplification, Bai et Carrion-i-Silvestre (2009) ont construit sur la base de simulations de Monte-Carlo, les surfaces de réponse qui servent à approximer les p-values. L'évaluation des propriétés des statistiques de test en échantillon fini révèle que la statistique  $Z$  ainsi que  $P$  et  $P^*$  présentent de meilleures propriétés de taille que les autres statistiques. En plus, du point de vue de puissance de test,  $Z$  est supérieure aux statistiques simplifiées  $P^*$  et  $P_m^*$ . Soulignons enfin que du fait de la présence d'une tendance dans le modèle (4.74), les statistiques de test obtenues à partir de ce modèle ont une puissance plus faible que celles obtenues à partir du modèle sans tendance (4.72). Il se produit en effet un problème du même ordre que celui que nous avons souligné dans le cadre du modèle de Moon et Perron (2004) lorsque le processus générateur de donnée présente une tendance dans sa composante déterministe.

## Conclusion

L'analyse menée dans ce chapitre a permis de mettre l'accent sur la nécessité de la prise en compte des hypothèses d'interdépendance et de changement structurel dans la modélisation économétrique des variables macroéconomiques notamment celle qui fait appel aux propriétés de non stationnarité des séries en panel. A cet effet, nous sommes parti des premières générations de tests en pointant du doigt leurs faiblesses liées principalement à l'omission des hypothèses clés d'interdépendance et de rupture. Notre analyse va ainsi dans le même sens que celle proposée par Hurlin et Mignon (2005, 2007) et Gengenbach et al. (2010) et va plus loin en considérant l'hypothèse de changement structurel en plus de celle d'interdépendance modélisable sur la base d'un modèle à facteurs. Nous avons souligné l'importance de l'inclusion de ces deux hypothèses en termes de gain de puissance de test et avons analysé les procédures de construction des statistiques. Contrairement aux premiers tests qui doivent leur popularité à leur simplicité de mise en oeuvre du fait des hypothèses très restrictives qui les sous-tendent, il faut dire que les gains de puissance

obtenus à travers la généralisation des hypothèses rend les procédures de test basées sur les nouvelles générations de modèles très complexes. Ceci en raison du fait que les lois suivies par les statistiques de tests ne peuvent plus alors être déterminées à partir du théorème central limite très pratique de Lindberg-Levy et leurs distributions asymptotiques ne sont plus standards. Toutefois, il ressort de cette analyse que les modèles avec dépendance interindividuelle uniquement ou changement structurel uniquement, ou mieux encore les modèles avec à la fois interdépendance et changement structurel sont d'une grande importance et même indispensables pour une modélisation fidèle des variables macro-économiques. Il faut noter que la qualité (en termes de puissance) des tests de racine unitaire en panel est fonction des hypothèses prises en compte. La Figure 4.1 montre l'évolution des tests de racine unitaire en panel en soulignant les gains de puissance engendrés au passage de chaque étape (signes +). Il existe ainsi de bonnes raisons de favoriser les derniers tests malgré leur

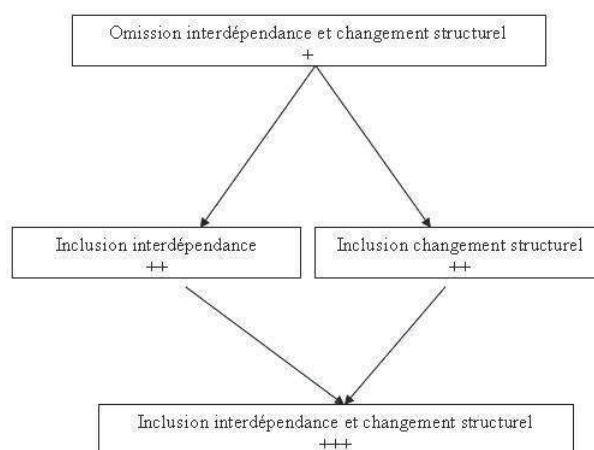


FIGURE 4.1 – Évolution des tests de racine unitaire en panel

complexité. Par exemple, puisque les premiers présentent d'importants problèmes de puissance et ont tendance à favoriser à tort l'hypothèse nulle de racine unitaire, leur utilisation dans le cadre de l'étude de la croissance ou de la convergence des économies conduirait à des résultats erronés et les recommandations de politique économique qui seront tirées auront de fortes chances d'être fausses. Les tests de racine unitaire sont d'un grand intérêt économique non seulement quand il s'agit d'analyser la croissance à long terme, mais également dans le cadre de l'analyse de la convergence. Sur le plan économétrique, la démarche adoptée dans la construc-

tion des modèles de dernière génération présentés dans ce chapitre conduit à une modélisation parcimonieuse qui pourrait être utile en général à la description des données avec composantes commune et déterministe admettant respectivement des facteurs communs et une rupture.

# Chapitre 5

## Test de Convergence en panel non stationnaire : une approche de la troisième génération

1

### Introduction

Depuis les travaux de Baumol (1986), Barro et Sala-i-Martin (1991, 1995), un grand nombre de recherches se sont intéressées à l'analyse de la convergence en utilisant généralement deux approches :  $\beta$ -convergence et  $\sigma$ -convergence. Ces deux formes de convergence ont fait l'objet de beaucoup d'applications basées sur les propriétés des séries temporelles individuelles. En effet, le développement des techniques d'analyse économétrique et la disponibilité de bases de données (Summers et Heston, 1991) couvrant de larges périodes offrent la possibilité d'aller au-delà de l'analyse en coupe transversale et d'exploiter les propriétés des séries temporelles non stationnaires (Bernard et Durlauf 1995, Edjo 2003) afin de mieux étayer le débat sur la convergence économique.

Les tests de convergence ont ensuite été adaptés au cadre des données de panel. Les premiers tests s'inspirent essentiellement de la méthodologie utilisée en coupe transversale. On peut citer les travaux d'Islam (1995), Berthelemy et al. (1997) etc. Ensuite, à l'instar des séries chronologiques individuelles, des tests de racine unitaire en panel sont utilisés pour étudier la convergence économique. Ces méthodes ont été introduites par des auteurs comme Quah (1992), Evans et Karras (1996),

---

1. Ce chapitre fait l'objet d'un document de travail co-signé par A Niang, MC Pichery et M Edjo<sup>†</sup>.

Bernard et Jones (1996), Gaulier et al. (1999) parmi d'autres. L'avantage réside dans le fait que la combinaison des dimensions individuelle et temporelle permet de réaliser des tests statistiquement plus puissants. Aujourd'hui, on distingue deux générations de tests de racine unitaire<sup>2</sup>. La plupart des méthodologies d'analyse de la convergence qui utilisent les propriétés des séries non stationnaires se réfèrent à la première génération qui met en avant l'hypothèse d'indépendance interindividuelle (Harris et Tzavalis 1999, Maddala et Wu 1999, Hadri 2000, Choi 2001, Levin et al. 2002, Im et al. 2003). Cependant, comme l'ont souligné Hurlin et Mignon (2005), cette hypothèse d'indépendance interindividuelle est particulièrement gênante en analyse macro-économique. La seconde génération de tests basés sur des modèles à facteurs communs (Bai et Ng 2004, Moon et Perron 2004, Pesaran 2007 et Bai et Ng 2010) permet une prise en compte plus générale des différentes formes possibles de corrélations interindividuelles.

Dans ce chapitre, l'approche empirique que nous proposons s'inspire de ces types de tests de seconde génération et permet ainsi de prendre en compte de manière explicite les dépendances dans la dimension individuelle. L'accent est mis sur le fait que les interdépendances qui peuvent exister dans l'équation de convergence sont non seulement dues à une corrélation interindividuelle des résidus, mais aussi à la présence d'un ou de plusieurs facteurs communs qui affectent conjointement les PIB réels par tête des économies. Dès lors, l'étude de la convergence en panel basée sur le modèle ADF standard tel que l'ont préconisé Evans et Karras (1996) n'est plus adaptée car elle conduit à des tests de très faible puissance (Strauss et Yigit, 2003).

Un autre point traité dans l'approche empirique proposée ici est l'existence d'un changement structurel qui peut affecter le PIB par tête. En ce sens, cette approche s'apparente aux tests de troisième génération. Les travaux traitant de changement structurel dans le cadre des données de panel avec dépendance interindividuelle sont très rares. On peut citer Bai et Carrion-i-Silvestre (2009), Carrion-i-Silvestre et German-Soto (2009). Comme l'ont souligné Carrion-i-Silvestre et al. (2005), la non prise en compte de ces chocs dans le cadre de l'économétrie des données de panel peut engendrer des biais qui conduisent à tort à des conclusions en faveur de l'hypothèse

---

2. Une troisième génération permettant d'inclure à la fois les interdépendances et les ruptures est également en train de voir le jour (Voir par exemple Bai et Carrion-i-Silvestre 2009).

de divergence. Les crises financières et économiques, les réformes économiques, ... sont autant de facteurs qui peuvent être à l'origine de ces chocs et qu'il est nécessaire d'inclure dans la modélisation.

Dans la prochaine section, nous présentons l'approche généralement utilisée pour tester la convergence en panel tout en mettant l'accent sur la procédure d'Evans et Karras (1996). Nous développerons ensuite dans la section 5.2, la procédure que nous proposons qui s'inspire de cette approche traditionnelle. Dans la section 5.3, des simulations de Monte-Carlo sont réalisées pour étudier les incidences de la démarche proposée sur les performances du test de l'hypothèse nulle d'absence de convergence. La section 5.4 présente une application en utilisant sur la période 1975-2008, un échantillon composé de 20 pays membres de l'OCDE et 20 pays de l'Afrique subsaharienne.

## 5.1 Les tests de convergence en panel

Dans la littérature actuelle, les tests de convergence en panel s'inspirent généralement de l'approche standard en coupe transversale qui consiste à tester si les économies à revenu initial faible par rapport à leur position de long terme ou d'état régulier croîtront plus vite que les économies à revenu initial élevé. Il s'agit d'appliquer les Moindres Carrés Ordinaires (MCO) à l'équation

$$\frac{1}{T} \ln(y_{i,T}/y_{i,0}) = \kappa + \beta \ln(y_{i,0}) + \varphi' \Xi_i + \xi_i \quad \xi_i \sim i.i.d(0, \sigma_\xi^2) \quad (5.1)$$

où  $y_i$  est le PIB réel par tête du pays  $i$ ,  $\Xi_i$  est un vecteur de variables contrôlées de façon à maintenir constant l'état stationnaire de chaque économie  $i$  et  $\xi_i$  est le terme d'erreur. La grandeur  $T$  désigne la longueur de l'intervalle de temps.  $\kappa$ ,  $\beta$ ,  $\varphi$  sont des paramètres inconnus à estimer. La vitesse de convergence donnée par  $\theta = -\ln(1 + \beta T)/T$  correspond à la vitesse à laquelle chaque économie converge vers son état d'équilibre. L'hypothèse nulle testée est l'absence de convergence contre l'alternative selon laquelle quelques pays convergent à partir d'un certain niveau de production initialement différent. Si le coefficient  $\beta$  estimé est négatif et significatif, on accepte l'hypothèse de convergence conditionnelle, ce qui signifie qu'une fois que



les variables qui influencent la croissance sont contrôlées, les économies à revenu faible ont tendance à croître plus vite vers leur propre état régulier. Il est possible de déduire la durée nécessaire pour que les économies combent la moitié de l'écart qui les sépare de leur état stationnaire, appelée demi-vie, à partir du coefficient  $\beta$ . Cette demi-vie est donnée par l'expression  $\tau = -\ln(2)/\ln(1 + \beta)$ .

Toutefois, l'inférence basée sur l'application des MCO à (5.1) n'est réalisable que sous certaines conditions. En effet, Evans et Karras (1996) expliquent que les estimateurs  $\hat{\beta}$  et  $\hat{\varphi}$  obtenus par l'application des Moindres Carrés Ordinaires à l'équation (5.1) ne sont valides que si  $\xi_i$  et  $y_{i,0}$  ne sont pas corrélées, et si la constante est générée de la façon suivante

$$\kappa_i = \psi' \Xi_i \quad (5.2)$$

avec <sup>3</sup>  $\psi \equiv (\lambda - 1)\varphi/\beta$ . En données de panel, la procédure d'Evans et Karras (1996) fondée sur les tests de racine unitaire est une procédure de base pour de nombreuses études empiriques traitant des tests de convergence économique. En considérant un groupe de  $N$  pays, ces auteurs montrent que les économies convergent si le logarithme du PIB par tête centré sur la moyenne interindividuelle est stationnaire pour chaque pays. Soit  $y_{it}$  le logarithme du PIB par tête du pays  $i$  à l'instant  $t$  avec  $i = 1, \dots, N$ ;  $t = 1, \dots, T$  et  $\bar{y}_t$  la moyenne interindividuelle <sup>4</sup> des  $y_{it}$ . Il s'agit ainsi de tester si le processus générateur de données  $(y_{it} - \bar{y}_t)$  est stationnaire quelque soit  $i$

$$\lim_{h \rightarrow \infty} (y_{i,t+h} - \bar{y}_{t+h}) = \mu_i. \quad (5.3)$$

Il y a convergence si pour chaque  $i$  les déviations du PIB par tête par rapport à la moyenne internationale tendent vers une constante quand  $t \rightarrow \infty$ . De manière plus précise, l'hypothèse de convergence ne peut être retenue que si les  $y_{it}$  sont non stationnaires alors que les  $(y_{it} - \bar{y}_t)$  sont intégrés d'ordre 0. Dans ce cas, on parle de convergence stochastique. Cependant, comme souligné par Carrion-i-Silvestre et German-Soto (2009), la convergence stochastique est une condition nécessaire mais pas suffisante pour satisfaire la définition de la  $\beta$ -convergence. En posant  $y_{it}^c =$

---

3. Cette relation permet de voir le lien entre la spécification en coupe transversale et celle en données de panel.  $\lambda$  est un paramètre de convergence que nous définirons dans la section suivante.

4.  $\bar{y}_t = \sum_{i=1}^N y_{it}/N$ .

$y_{it} - \bar{y}_t$ , le processus générateur de données proposé par Evans (1996) est le suivant

$$y_{it}^c = \kappa_i + \lambda y_{i,t-1}^c + u_{it} \quad (5.4)$$

où  $\lambda \equiv (1 + \beta T)^{(1/T)}$  est inférieur à 1 si les  $N$  économies convergent et dans ce cas  $\beta < 0$ . Il y a divergence si  $\lambda = 1$  ce qui implique également que  $\beta = 0$ . La constante  $\kappa_i$  est spécifique à chaque économie et le terme d'erreur  $u_{it}$  est non corrélé dans la dimension temporelle. Par ailleurs, Evans et Karras (1996) montrent que dans le cas où les termes d'erreurs sont corrélés dans la dimension individuelle, cette spécification présente de sérieux problèmes d'inférences statistiques. Or, du fait des interactions économiques entre les pays, les innovations deviennent probablement corrélées. En outre, étant donné la spécificité des pays du point de vue technologique, le paramètre  $\lambda$  devrait être spécifique à chaque économie. Par conséquent, une spécification de type ADF en panel avec une racine autorégressive hétérogène est généralement utilisée

$$\Delta y_{it}^c = \kappa_i + \rho_i y_{it}^c + \sum_{s=1}^p \gamma_{i,s} \Delta y_{i,t-s}^c + u_{it}. \quad (5.5)$$

Le paramètre  $\rho_i$  est négatif si les économies convergent et est égal à zéro au cas où elles divergent. Les  $\gamma$  sont tels que les racines de  $\sum_s \gamma_{i,s} L^s$  sont à l'extérieur du cercle unité. Dans la procédure que nous proposons ci-après, nous utilisons une spécification généralisée de l'équation (5.4) qui permet de mieux contrôler les dépendances interindividuelles et sérielles du terme  $u_{it}$ . Elle permet également de tenir compte d'un éventuel changement structurel pouvant affecter le paramètre  $\kappa_i$ .

## 5.2 Une procédure alternative

La procédure consiste à procéder dans un premier temps au test de convergence stochastique, une condition première de la  $\beta$ -convergence, en utilisant la démarche de Bai et Ng (2010) basée sur la procédure PANIC. Il s'agit de tester la non-stationnarité du PIB par tête centré sur sa moyenne internationale ( $H_0 : \lambda = 1$ ). Si la convergence stochastique est vérifiée, nous passons au test de l'hypothèse de  $\beta$ -convergence.

### 5.2.1 Le modèle économétrique

Comme nous l'avons mentionné précédemment, la spécification (5.4) n'est utile que sous certaines conditions et si celles-ci ne sont pas vérifiées il sera très difficile d'obtenir des estimateurs convergents des paramètres du modèle. Ces conditions sont relatives au terme d'erreur et peuvent généralement se résumer en deux points relatés par Evans (1996). (i)  $u_{it}$  n'est pas affectée par une corrélation sérielle et admet une moyenne nulle et une variance finie ; (ii) de plus, il n'existe pas de corrélation contemporaine de  $u_{it}$  dans la dimension  $N$ . Pour traiter l'éventuelle dépendance interindividuelle qui concerne  $u_{it}$ , nous utilisons le processus générateur de données de Moon et Perron (2004) afin de définir une forme générale de l'équation (5.4)

$$y_{it}^c = \kappa_i + \lambda_i y_{i,t-1}^c + u_{it}. \quad (5.6)$$

Dans ce modèle, les corrélations interindividuelles des erreurs sont captées à l'aide d'un modèle factoriel

$$u_{it} = \pi_i' f_t + \varepsilon_{it} \quad (5.7)$$

où  $f_t$  est une matrice de dimensions  $(T \times r)$  représentant les facteurs communs,  $\pi_i$  est un vecteur de dimensions  $(r \times 1)$  des coefficients des facteurs communs et le vecteur  $e_{it}$  de dimensions  $(T \times 1)$  représente le terme d'erreur idiosyncratique. En supposant, suivant Bai et Ng (2010), que les composantes commune et idiosyncratique admettent le même ordre d'intégration et que le paramètre autorégressif  $\lambda$  est tel que  $\lambda_i = \lambda$  pour tout  $i$ , nous pouvons écrire

$$y_{it}^c = \kappa_i + \pi_i' F_t + e_{it} \quad (5.8)$$

où  $F_t - \lambda F_{t-1} = f_t$  et  $e_{it} - \lambda e_{i,t-1} = \varepsilon_{it}$ . Le passage à la spécification (5.8) offre la possibilité de pouvoir estimer  $\lambda$  sans être confronté aux problèmes induits par la non satisfaction des conditions (i) et (ii). La procédure PANIC développée par Bai et Ng (2004) traite d'abord les dépendances interindividuelles en éliminant les facteurs communs qui en sont à l'origine. Ensuite l'hypothèse nulle d'absence de convergence est testée sur la série du PIB par tête centré, en écart aux composantes communes notée  $x_{it}$ . Ceci équivaut à tester la présence de racine unitaire  $H_0 : \lambda_i = 1 \quad \forall i$

contre l'hypothèse alternative de stationnarité  $H_1 : \lambda_i < 1$  pour quelques individus du panel.

Les problèmes de changements structurels pouvant affecter les économies sont également d'intérêt dans cette procédure. Paci et Pigliaru (1997) ont montré que le changement structurel joue un rôle fondamental dans le processus de convergence. En effet, ce dernier est fortement associé aux sauts sur le niveau des ressources dans les différents secteurs des économies. Ainsi, au même titre que les interdépendances économiques, l'omission de ces ruptures dans la modélisation du processus de convergence conduit généralement à rejeter à tort l'hypothèse de convergence. Afin d'en tenir compte, nous proposons une autre forme générale de l'équation (5.8) qui admet la présence d'une rupture sur la moyenne

$$y_{it}^c = \kappa_i + \theta_i DU_{i,t} + \pi_i' F_t + e_{it} \quad (5.9)$$

où  $DU_{i,t} = 1$  pour  $t > T_{b,i}$  et 0 sinon.  $T_{b,i}$  dénote la rupture pour le  $i$ -ème individu. Considérons maintenant la forme différenciée de (5.9) qui s'écrit

$$\Delta y_{it}^c = \theta_i D(T_{b,i})_t + \pi_i' \Delta F_t + \Delta e_{it} \quad (5.10)$$

où  $D(T_{b,i})$  constitue une impulsion telle que  $D(T_{b,i})_t = 1$  pour  $t = T_{b,i} + 1$  et 0 sinon. Suivant<sup>5</sup> Bai et Carrion-i-Silvestre (2009), nous pouvons ignorer ces impulsions étant donné qu'elles ne permettent de capter que l'incidence de quelques rares événements inhabituels dont les effets sont asymptotiquement négligeables. Puisque ces effets sont négligeables, ils peuvent être inclus dans le terme idiosyncratique. En définissant  $\hat{F}_t = \sum_{s=2}^t \Delta F_t$  l'estimateur de  $F_t$  et  $\hat{e}_{it} = \sum_{s=2}^t \Delta e_{is}$  l'estimateur de  $e_{it}$ , nous pouvons écrire le modèle en niveau pour  $t = 2, \dots, T$ ,

$$\hat{y}_{it}^c = \pi_i' \hat{F}_t + \hat{e}_{it}. \quad (5.11)$$

La série  $\hat{y}_{it}^c$  ainsi estimée préserve les propriétés de non-stationnarité de la série originale  $y_{it}^c$  (Bai et Ng, 2004). En outre la spécification (5.11) présente deux avantages

---

5. Bai et Carrion-i-Silvestre (2009) appliquent cette transformation dans le cadre de leur test modifié de Sargan-Bhargava (test MSB) qui prend en compte les changements structurels et les facteurs communs.

très importants. Premièrement, ce processus n'est pas affecté par un changement structurel, ce qui permet de revenir au cas simple d'un test sans rupture. Deuxièmement, contrairement à la démarche de Moon et Perron (2004) qui utilisent une procédure d'orthogonalisation de type Philips et Sul (2003) pour éliminer les facteurs communs, ces facteurs sont estimés de manière explicite avant d'être éliminés du modèle. En effet, comme l'ont souligné Bai et Ng (2010), la démarche présentée par Moon et Perron (2004) qui permet d'écrire leur modèle en écarts aux composantes commune et déterministe, engendre de sérieux problèmes de puissance de test notamment lorsque le modèle comporte une tendance. Dans la section 5.3 nous procéderons à des simulations de Monte-Carlo pour vérifier si cette procédure PANIC utilisée pour enlever à la fois la constante et la rupture peut affecter les performances des tests. Dans ce qui suit, nous noterons  $\hat{x}_{it}$  la forme défactorisée de la variable  $\hat{y}_{it}^c$ . Etant donné que  $\hat{x}_{it} = \hat{e}_{it} = \lambda \hat{e}_{i,t-1} + \hat{\varepsilon}_{it}$ , le modèle défactorisé peut alors s'écrire

$$\hat{x}_{it} = \lambda \hat{x}_{i,t-1} + \hat{\varepsilon}_{it} \quad (5.12)$$

où  $\hat{\varepsilon}_{it}$  est non corrélée entre pays, conformément à la condition (ii). Enfin, on peut rappeler que les critères de sélection de Bai et Ng (2002) sont utilisés pour sélectionner le nombre de facteurs communs.

### 5.2.2 Test de la convergence stochastique

Comme nous venons de le voir, la mise en oeuvre de la procédure de test nécessite au préalable de sélectionner le nombre optimal de facteurs communs à éliminer du processus générateur de données afin de pouvoir définir un estimateur convergent de  $\lambda$ . Dans le paragraphe suivant, nous présentons les méthodes de sélection de  $r$  puis d'estimation de  $\lambda$  et enfin les statistiques de tests de l'hypothèse nulle  $\lambda = 1$ .

#### Méthode de sélection et d'estimation des facteurs communs

La matrice des facteurs (en différence première) estimés notée  $\Delta \tilde{F}$  est égale à  $\sqrt{T-1}$  fois les vecteurs propres correspondant aux  $r$  plus grandes valeurs propres de la matrice  $y^c y^{c'}$ . En considérant les normalisations  $\tilde{\pi}' \tilde{\pi} / N = I_r$  et  $\Delta \tilde{F}' \Delta \tilde{F} / (T-1) = I_r$ , la matrice  $\pi$  des coefficients de ces facteurs peut être obtenue par les Moindres

Carrés Ordinaires  $\tilde{\pi}' = \left( \Delta\tilde{F}' \Delta\tilde{F} \right)^{-1} \Delta\tilde{F}' y^c = \Delta\tilde{F}' y^c / (T - 1)$ . Pour sélectionner  $r$ , nous utilisons les critères d'information  $IC_1$  et  $BIC_3$  de Bai et Ng (2002). Le critère de sélection communément noté  $BIC_3$  correspond à une modification du critère  $BIC$  habituel ; il est adapté pour des échantillons de taille réduite ( $N \leq 20$ ). Soit<sup>6</sup>  $V(r, \Delta F)$  la somme des carrés des résidus (divisée par  $NT$ ) de la régression temporelle de  $\hat{y}_{it}^c$  sur les  $r$  facteurs et pour chaque  $i$ . Pour des panels de taille modérée, comme c'est le cas en général dans les études de convergence, on peut définir le programme<sup>7</sup>  $V(r, \Delta F) + r_{\max} g_{BIC}(N, T)$  où  $g_{BIC}(N, T)$  est une contrainte. Dans ce cas,  $r$  peut être estimé en utilisant la fonction de contrainte  $g_{BIC}(N, T) = \frac{(N+T-r)\ln(NT)}{NT}$  pour minimiser<sup>8</sup>

$$BIC_3(r) = V(r, \Delta\tilde{F}) + r\hat{\sigma}_e^2(r_{\max}) \left( \frac{(N+T-r)\ln(NT)}{NT} \right). \quad (5.13)$$

Pour  $IC_1$ , la contrainte est  $g_{IC}(N, T) = \frac{N+T}{NT} \ln\left(\frac{NT}{N+T}\right)$  et le problème consiste à minimiser

$$IC_1(r) = \ln\left(V(r, \Delta\tilde{F})\right) + r\hat{\sigma}_e^2(r_{\max}) \frac{N+T}{NT} \ln\left(\frac{NT}{N+T}\right). \quad (5.14)$$

Dans le paragraphe suivant, nous nous baserons sur cette démarche inspirée de la procédure PANIC afin de définir le paramètre  $\lambda$  commun à l'ensemble des observations (*pooled estimator*) et noté  $\hat{\lambda}^*$ ; ensuite les statistiques de test sont construites en suivant la démarche de Bai et Ng (2010).

### Estimation de $\lambda$ et construction des statistiques de test

Les statistiques de test de l'hypothèse nulle  $\lambda = 1$  peuvent être construites à partir de l'estimateur des MCO corrigé de la racine autorégressive *pooled*. Notons que cet estimateur est corrigé de façon à tenir compte de la condition (*i*). Ainsi, les possibles corrélations sérielles des résidus  $\hat{\varepsilon}_{it}$  sont contrôlées. Soit  $\hat{\phi}_\varepsilon$  l'estimateur de la somme des autocovariances positives des erreurs et  $\hat{x}$  la matrice de dimensions

---

6.  $V(r, \Delta F)$  est la variance de la composante idiosyncratique estimée avec le nombre maximal de facteurs.

7.  $r_{\max}$  est le nombre maximal de facteurs.

8.  $\hat{\sigma}_e^2$  est la variance estimée de la composante idiosyncratique.

$(T - 2) \times N$  contenant les observations  $\hat{x}_{it}$ . L'estimateur corrigé des MCO est

$$\hat{\lambda}^* = \frac{\text{trace}(\hat{x}'_{-1}\hat{x}) - NT\hat{\phi}_\varepsilon}{\text{trace}(\hat{x}'_{-1}\hat{x}_{-1})}. \quad (5.15)$$

A partir de cet estimateur *pooled*, deux statistiques de test de l'hypothèse nulle  $\lambda = 1$  sont construites par Bai et Ng (2010) en s'inspirant des statistiques  $t_a$  et  $t_b$  de Moon et Perron (2004). Elles sont notées  $P_a$  et  $P_b$  et suivent toutes les deux une loi normale centrée réduite

$$P_a = \frac{T\sqrt{N}(\hat{\lambda}^* - 1)}{\sqrt{2\hat{\nu}_\varepsilon^4/\hat{\omega}_\varepsilon^4}} \rightarrow N(0, 1); \quad (5.16)$$

$$P_b = T\sqrt{N}(\hat{\lambda}^* - 1) \sqrt{\frac{1}{NT^2} \text{trace}(\hat{x}'_{-1}\hat{x}_{-1}) \frac{\hat{\omega}_\varepsilon^2}{\hat{\nu}_\varepsilon^4}} \rightarrow N(0, 1) \quad (5.17)$$

où  $\hat{\omega}_\varepsilon^2$  et  $\hat{\nu}_\varepsilon^4$  correspondent respectivement aux estimateurs des moyennes interindividuelles des variances de long terme  $\omega_{\varepsilon,i}^2$  et des variances de long terme au carré  $\phi_{\varepsilon,i}^4$  de  $\varepsilon_{it}$ . A partir de  $\hat{\Gamma}_i(j)$  l'estimateur de l'autocovariance empirique des résidus,

$$\hat{\Gamma}_i(j) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-j} \hat{\varepsilon}_{i,t} \hat{\varepsilon}_{i,t+j}$$

il est possible de construire les estimateurs des variances de long terme individuelles<sup>9</sup>

$$\hat{\omega}_{\varepsilon,i}^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=-T+1}^{T-2} \omega(q_i, j) \hat{\Gamma}_i(j); \quad \hat{\phi}_{\varepsilon,i} = \sum_{j=1}^{T-1} \omega(q_i, j) \hat{\Gamma}_i(j).$$

Ceci permet ensuite d'estimer les moyennes des variances de long terme de la manière suivante

$$\hat{\omega}_\varepsilon^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\omega}_{\varepsilon,i}^2; \quad \hat{\phi}_\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_{\varepsilon,i}; \quad \hat{\nu}_\varepsilon^4 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{\omega}_{\varepsilon,i}^2)^2.$$

---

9.  $q_i = 1.3221 \left[ \frac{4\hat{\psi}_{i,1}^2 T_i}{(1-\hat{\psi}_{i,1})^4} \right]^{1/5}$  avec  $\hat{\psi}_{i,1}$  estimateur de l'autocorrélation d'ordre 1 de  $\hat{\varepsilon}_{it}$ ;  $\omega(q_i, j) = \frac{25}{12\pi^2 w^2} \left[ \frac{\sin(6\pi w/5)}{6\pi w/5} - \cos\left(\frac{6\pi w}{5}\right) \right]$  avec  $w = \frac{j}{q_i}$ .

Les statistiques de tests sont alors obtenues en remplaçant les valeurs estimées de ces variances dans les expressions de  $P_a$  et  $P_b$ . Si la réalisation de la statistique est inférieure au seuil de la loi normale, on accepte l'hypothèse de convergence.

### 5.2.3 Analyse de la $\beta$ -convergence

Ce paragraphe présente la démarche utilisée pour analyser la  $\beta$ -convergence une fois l'hypothèse de convergence stochastique acceptée. Il s'agira d'estimer la valeur implicite de  $\hat{\beta}$  donnée par  $\hat{\beta} = ((\hat{\lambda}^*)^T - 1)/T$  afin d'analyser la  $\beta$ -convergence. À cet effet, nous utilisons un estimateur convergent de  $\lambda$ , que nous noterons  $\hat{\lambda}^*$ . La procédure se résume aux trois étapes suivantes qui permettent d'estimer  $\lambda$  et en outre de tester l'hypothèse nulle  $\lambda = 0$ .

Étape 1 : Il s'agit d'abord d'appliquer la procédure PANIC à l'équation (5.8) pour obtenir le modèle défactorisé

$$\hat{x}_{it} = \lambda \hat{x}_{i,t-1} + \hat{\varepsilon}_{it} \quad (5.18)$$

où les variables sont définies de la même manière que dans l'équation (5.12). Ensuite, pour chaque  $i$ , la série  $\hat{x}_{it}$  est normalisée par l'écart-type de la régression des MCO  $\hat{\sigma}_{\hat{\varepsilon}_i}$  afin de contrôler l'hétérogénéité entre pays. La série normalisée est

$$\hat{z}_{it} = \hat{x}_{it} / \hat{\sigma}_{\hat{\varepsilon}_i}.$$

Étape 2 : Dans cette étape, nous construisons le modèle normalisé suivant afin d'obtenir un estimateur de  $\lambda$

$$\hat{z}_{it} = \lambda \hat{z}_{i,t-1} + \hat{v}_{it}$$

où  $\hat{v}_{it} = \hat{\varepsilon}_{it} / \hat{\sigma}_{\hat{\varepsilon}_i}$ . Soit  $\hat{z}$  la matrice des observations  $\hat{z}_{it}$  et  $\hat{z}_{-1}$  la matrice des observations retardées. L'estimateur corrigé de  $\lambda$  est

$$\hat{\lambda}^* = \frac{\text{trace}(\hat{z}'_{-1} \hat{z}) - NT \hat{\phi}_\varepsilon}{\text{trace}(\hat{z}'_{-1} \hat{z}_{-1})}.$$



Etape 3 : En utilisant cet estimateur empilé corrigé des MCO de l'équation normalisée, nous définissons la t-statistique corrigée

$$t^*(\lambda) = \frac{\hat{\lambda}^*}{\hat{\sigma}_{\lambda^*}},$$

où

$$\hat{\sigma}_{\lambda^*} = \hat{\sigma}_{\hat{\nu}} \left( \sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T \hat{z}_{i,t-1}^2 \right)^{-1/2} ; \quad \hat{\sigma}_{\hat{\nu}} = \sqrt{\text{trace}((\hat{z} - \hat{\lambda}^* \hat{z}_{-1})(\hat{z} - \hat{\lambda}^* \hat{z}_{-1})') / NT}.$$

Cette t-statistique corrigée sera ensuite comparée à la valeur critique appropriée en vue de tester l'hypothèse nulle  $\lambda = 0$ . Si l'hypothèse nulle est acceptée, nous remplacerons  $\hat{\lambda}$  par 0 dans l'expression de  $\hat{\beta}$  donnée plus haut. Autrement, la valeur de  $\hat{\lambda}$  obtenue dans l'étape 2 sera utilisée.

### 5.3 Simulations

Cette section présente les résultats des simulations de Monte Carlo dont l'objet est de vérifier si les transformations effectuées dans le cadre de l'application de la procédure PANIC permettent de traiter le problème lié à une éventuelle présence d'un unique changement structurel sur la moyenne du processus générateur de données. La vérification de cette hypothèse est importante car elle implique que la spécification (5.18) peut non seulement être utilisée pour tester l'hypothèse de convergence sans que nous soyons confrontés aux problèmes touchant le terme d'erreur et qui sont relatés par Evans et Karras (1996) mais en plus elle permet de traiter les changements structurels qui affectent les séries. Sur le plan purement économétrique, il s'agit précisément de montrer que même en présence d'une rupture, les statistiques de test  $P_a$  et  $P_b$  peuvent être utilisées sans aucune incidence négative sur la taille et la puissance du test. Nous mènerons ainsi deux expériences<sup>10</sup> sous MATLAB 6.5. Dans l'expérience 1, le processus générateur de données est le même que celui de Bai et Ng (2010) tandis que dans l'expérience 2, le modèle est augmenté d'une rupture

---

10. Programmation par les auteurs. Nous remercions Christophe Hurlin, Serena Ng et Pierre Perron d'avoir rendu disponibles les codes supplémentaires utilisés pour élaborer les programmes des deux expériences réalisées.

sur la moyenne. Les chocs communs sont *i.i.d.*,  $(F_{tj}, \pi_{ij}, e_{it}) \sim iidN(0, I_3)$ .

*Expérience 1 :*

$$y_{it}^c = \kappa_i + \sum_{j=1}^r \pi_{ij} F_{tj} + e_{it}$$

où  $F_t = \Phi F_{t-1} + \eta_t$  et  $e_{it} = \lambda e_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$ .

Dans l'expérience 2, nous incluons des ruptures positionnées de manière aléatoire pour chaque  $i$  avec des fractions  $\alpha_i = T_{b,i}/T$  qui suivent une loi uniforme  $U [0.2, 0.8]$ .

*Expérience 2 :*

$$y_{it}^c = \kappa_i + \theta_i DU_{i,t} + \sum_{j=1}^r \pi_{ij} F_{tj} + e_{it}$$

où  $F_t = \Phi F_{t-1} + \eta_t$  et  $e_{it} = \lambda e_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$ .

Dans chacune des deux expériences  $\kappa_i \sim N(0, 1)$ . Notons également que la procédure PANIC est utilisée dans les deux cas pour définir la forme défactorisée du modèle

$$\hat{x}_{it} = \lambda \hat{x}_{i,t-1} + \hat{\varepsilon}_{it}.$$

Pour étudier la taille du test, en suivant Bai et Ng (2010), nous avons  $\lambda_i = \Phi = 1$  pour tout  $i$ . Pour la puissance du test, nous considérons des valeurs de  $\lambda_i$  très proches de l'hypothèse nulle de racine unitaire. Ainsi, sous l'alternative, le paramètre  $\lambda$  est spécifique à chaque individu avec  $\lambda \sim U [0.9, 0.99]$ , tandis que  $\Phi = 0.5$ . Le nombre de facteurs communs est estimé en utilisant les critères  $BIC_3$  et  $IC_1$ . Suivant Bai et Ng (2002, 2004, 2010) et Moon et Perron (2004), le nombre maximal de facteurs communs est fixé à 8. Les simulations sont effectuées sur la base de 5 000 itérations avec  $N = \{20, 50\}$  et  $T = \{50, 100\}$ , et avec un niveau de significativité de 5%.

CHAPITRE 5. TEST DE CONVERGENCE EN PANEL NON STATIONNAIRE : UNE  
APPROCHE DE LA TROISIÈME GÉNÉRATION

---

Tableau 5.1 : Résultats simulations

$(N, T)$		Expérience 1			Expérience 2		
		$P_a$	$P_b$	moy. $r$	$P_a$	$P_b$	moy. $r$
Taille							
(20,50)	vrai $r$	10.5	6.8	1.00	10.7	7.0	1.00
	$BIC_3$	10.5	6.8	1.00	10.7	7.0	1.00
	$IC_1$	10.5	6.8	1.00	10.7	7.0	1.00
(20,100)	vrai $r$	10.1	6.8	1.00	10.6	6.9	1.00
	$BIC_3$	10.1	6.8	1.00	10.6	6.9	1.00
	$IC_1$	10.1	6.8	1.00	10.6	6.9	1.00
(50,50)	vrai $r$	9.4	6.7	1.00	9.3	6.6	1.00
	$BIC_3$	9.4	6.7	1.00	9.3	6.6	1.00
	$IC_1$	9.4	6.7	1.00	9.3	6.6	1.00
(50,100)	vrai $r$	8.3	6.0	1.00	8.2	5.9	1.00
	$BIC_3$	8.3	6.0	1.00	8.2	5.9	1.00
	$IC_1$	8.3	6.0	1.00	8.2	5.9	1.00
Puissance							
(20,50)	vrai $r$	99.8	99.5		99.8	99.3	
	$BIC_3$	99.8	99.5		99.8	99.3	
	$IC_1$	99.8	99.5		99.8	99.3	
(20,100)	vrai $r$	100	100		100	100	
	$BIC_3$	100	100		100	100	
	$IC_1$	100	100		100	100	
(50,50)	vrai $r$	100	100		100	100	
	$BIC_3$	100	100		100	100	
	$IC_1$	100	100		100	100	
(50,100)	vrai $r$	100	100		100	100	
	$BIC_3$	100	100		100	100	
	$IC_1$	100	100		100	100	

Notes : Pour la taille, les colonnes  $P_a$  et  $P_b$  donnent le pourcentage d'itérations pour lesquelles l'hypothèse nulle de racine unitaire est rejetée au seuil de 5%. Le nombre de facteurs est soit égal à 1 (le vrai nombre de facteurs) ou estimé en utilisant les critères d'information proposés par Bai et Ng (2002). La dernière colonne donne le nombre moyen de facteurs estimés. Pour la puissance, les colonnes donnent le pourcentage d'itérations pour lesquelles l'hypothèse nulle de racine est rejetée

Le Tableau 5.1 présente les résultats relatifs à la puissance et à la taille du test pour chaque expérience décrite ci-dessus. Pour les deux processus générateurs de données, les propriétés de taille et de puissance des tests  $P_a$  et  $P_b$  sont étudiées en considérant le pourcentage de réplifications où l'hypothèse de racine unitaire est rejetée. Le Tableau 5.1 donne également le nombre moyen de facteurs estimé en utilisant

les critères de sélection et le vrai nombre de facteurs (vrai  $r$ ) qui est égal à 1. Comme prévu, les résultats montrent que la procédure PANIC permet de tenir compte d'une éventuelle présence d'une rupture sur la moyenne du processus générateur de données sans pour autant affecter négativement les propriétés, en échantillon fini, des tests  $P_a$  et  $P_b$  de l'hypothèse nulle d'absence de convergence. Les propriétés de taille et de puissance des deux expériences sont très satisfaisantes et fortement similaires. En outre, ces résultats montrent que même en cas de présence d'un changement structurel sur la constante du modèle de convergence, les transformations proposées dans cette procédure permettent d'estimer avec précision le nombre de facteurs communs. Enfin, signalons que le nombre moyen de facteurs communs estimés reste le même pour ces deux expériences, et indépendamment du couple  $(N, T)$  considéré.

## 5.4 Application

### 5.4.1 Les données

Les données sont tirées des *World Development Indicators* (WDI) du groupe de la Banque Mondiale (<http://data.worldbank.org/data-catalog/world-development-indicators>). Ce sont des séries annuelles du PIB réel par habitant pour la période 1975-2008. Afin de comparer les résultats pour les pays développés et les pays pauvres, deux échantillons sont considérés. Le premier, noté *AFRICA* est composé de 20 pays de l'Afrique subsaharienne. Il s'agit des 13 pays membres de la zone CFA auquel nous avons ajouté une liste de 7 autres pays d'Afrique subsaharienne. Les 13 pays de la zone CFA sont : Bénin, Burkina Faso, Cameroun, Centrafrique, République du Congo, Côte d'Ivoire, Gabon, Guinée Bissau, Mali, Niger, Sénégal, Tchad et Togo. Ces pays ont en général des cycles d'affaire fortement corrélés (Diagne et Niang, 2008). Les 7 autres pays qui composent l'échantillon *AFRICA* sont donnés par la liste suivante : Afrique du Sud, Congo Démocratique, Gambie, Ghana, Liberia, Nigeria et Sierra Léone. Le deuxième groupe de pays noté *OCDE* comprend 20 pays membres de l'OCDE : Allemagne, Australie, Autriche, Belgique, Canada, Danemark, Espagne, Etats-Unis, Finlande, France, Grèce, Irlande, Italie, Japon, Norvège, Nouvelle-Zélande, Pays-Bas, Portugal, Royaume-Uni et Suède. Un échantillon complet que nous appellerons *GLOBAL* et composé de ces deux groupes de

pays est également considéré. Ainsi, ce dernier groupe comprend 40 pays riches et pauvres.

### 5.4.2 Résultats

#### Comparaison des résultats des tests de convergence obtenus à partir des différentes générations de tests

Nous avons utilisé les statistiques des trois générations de tests<sup>11</sup> développés dans la littérature afin de tester la non stationnarité du PIB par tête centré sur sa moyenne interindividuelle. Tous les résultats des tests sont présentés dans le Tableau 5.2 et sont basés sur un processus générateur de données dont la composante déterministe contient une constante pouvant être augmentée d'une rupture le cas échéant. L'utilisation de ces statistiques permet ainsi de tester l'hypothèse nulle de non convergence et de mener une étude comparative des résultats obtenus afin d'analyser l'incidence des phénomènes d'interdépendance et/ou de changement structurel. Dans un premier temps, des tests de changement structurel sont menés sur les séries en utilisant la procédure de Bai et Perron (1998). L'hypothèse nulle d'indépendance interindividuelle est également vérifiée grâce à la statistique  $CD$  de Pesaran (2004) qui est robuste au changement structurel. Les résultats de ces tests sont donnés dans les Tableaux 5.4 et 5.5 et ils montrent qu'il existe bien des problèmes de rupture et de dépendances inter-économies. Pour l'échantillon *GLOBAL*, les résultats des tests  $CD$  réalisés sur la base des résidus des régressions  $ADF(p)$  sont significatifs au seuil de 5% aussi bien pour le logarithme du PIB par tête que pour sa variante centrée sur la moyenne interindividuelle. Ceci est valable également pour l'échantillon *OCDE* et indépendamment de l'ordre de retard  $p = 1, 2, 3$ . Concernant le groupe *AFRICA*, seul le test d'interdépendance relatif au logarithme du PIB rejette l'hypothèse nulle, celui qui est réalisé sur le PIB centré l'accepte<sup>12</sup>

---

11. Nous adressons nos remerciements à Christophe Hurlin (Université d'Orléans), Serena Ng (Columbia University) et Pierre Perron (Boston University) pour nous avoir gracieusement mis en ligne les programmes MATLAB nécessaires à la mise en oeuvre des tests de première et deuxième génération présentés dans le Tableau 5.2. Nous remercions également Josep Lluís Carrion-i-Silvestre (Université de Barcelone) et Tomás del Barrio Castro (Université des Îles Baléares) pour nous avoir fourni les programmes GAUSS utilisés dans les tests  $stat_{CDL}$  et  $P_m$ .

12. Dans l'application de la procédure proposée, nous avons néanmoins retenu le modèle (5.9) pour ce groupe de pays.

A propos des tests de convergence proprement dits, les statistiques de tests reportées dans le Tableau 5.3 sont présentées de manière détaillée dans le Chapitre 4. D'autres statistiques sont disponibles également dans ce Chapitre 4 mais nous ne considérons ici que celles qui sont mieux adaptées à la structure de notre panel eu égard aux propriétés spécifiques de ces différents tests. Concernant les procédures d'Im et al. (1997), Maddala et Wu (1999) et Levin et al. (2002) qui appartiennent à la première génération de test ignorant les corrélations entre pays et les changements structurels, les statistiques correspondantes  $W_{tbar}$  et  $t_{\rho}^*$  sont comparées aux valeurs critiques de la distribution normale tandis que  $P_{MW}$  est comparée au seuil d'un  $\chi^2(2N)$ . Cependant, à propos des tests appartenant à la catégorie de modèles dits de deuxième génération qui permettent de modéliser les dépendances inter-économies sur la base d'un modèle à facteurs (Bai et Ng 2004, Moon et Perron 2004, Pesaran 2007), les statistiques<sup>13</sup>  $P_{\hat{e},Choi}^c$  et  $MQ_c$  testent la non stationnarité respectivement sur les composantes idiosyncratique et commune du même pays. Contrairement à  $P_{\hat{e},Choi}^c$  qui est distribuée suivant une loi normale,  $MQ_c$  et  $CIPS^*$  sont non standard et leurs valeurs critiques sont fournies par leurs auteurs. Au seuil de 5%, ces valeurs critiques sont respectivement égales à -57.04 et -2.22. Quand au test de Carrion-i-Silvestre et al. (2001) dont le modèle ne prend en compte qu'une rupture sur la moyenne ignorant ainsi les corrélations dans la dimension individuelle, la statistique correspondante suit une loi normale de moyenne nulle et de variance qui dépend de la longueur de temps  $T$  et de la position de la rupture. Enfin, pour ce qui concerne le test de Bai et Carrion-i-Silvestre (2009) qui inclut à la fois les interdépendances et les changements structurels et appartient ainsi à une troisième génération<sup>14</sup>, la statistique  $P_m$  utilisée ici admet une distribution normale standard.

---

13. A noter que la statistique empilée de la composante idiosyncratique  $P_{\hat{e},Choi}^c$  est standardisée à partir de la procédure de standardisation de Choi (2001).

14. Dans ce travail, nous appelons troisième génération de test ceux qui prennent en compte simultanément les interdépendances économiques et les changements structurels.

CHAPITRE 5. TEST DE CONVERGENCE EN PANEL NON STATIONNAIRE : UNE  
APPROCHE DE LA TROISIÈME GÉNÉRATION

---

Tableau 5.2 : Résultats des tests de convergence réalisés sur la base des différentes générations de tests de racine unitaire en panel

Hypothèses prises en compte :	AFRICA	OCDE	GLOBAL
<b>Ni interdépendance ni rupture</b>			
Im, Pesaran et Shin (1997)			
$W_{tbar}$	-1.1899	-1.5065*	-1.7529**
Maddala et Wu (1999)			
$P_{MW}$	41.3962	56.8904**	94.0668
Levin, Lin et Chu (2002)			
$t_{\rho}^*$	-1.6285*	-4.5233***	-7.1853***
<b>Interdépendance uniquement</b>			
Bai et Ng (2004)			
$(P_{\hat{e},Choi}^c; MQ_c)$	(0.32 ; -19.197)	(3.39*** ; -21.95)	(2.24** ; -19.55)
Moon et Perron (2004)			
$t_b^*$	-5.61***	-5.35***	-8.57***
Pesaran (2007)			
$CIPS^*$	-1.614	-1.530	-1.269
<b>Rupture uniquement</b>			
Carrion, Barrio et López (2001)			
$stat_{CDL}$	-1.121	2.662	0.155
<b>Interdépendance et rupture</b>			
Bai et Carrion-i-Silvestre (2009)			
$P_m$	-4.022***	-4.312***	-6.189***

Notes : Les signes (\*), (\*\*) et (\*\*\*) indiquent des niveaux de significativité respectivement égales à 10%, 5% et 1%.  $stat_{CDL}$  est la statistique de Carrion-i-Silvestre et al. (2001) obtenue à partir du modèle  $CDL$  (Chapitre 4). En dehors du test de Pesaran (2007) où le nombre de facteurs communs est fixé à 1, les tests de deuxième génération (Bai et Ng 2004, Moon et Perron 2004) incluent un nombre de facteurs communs (sélectionné par le critère  $BIC_3$ ) qui est égal à 6 pour les trois échantillons. C'est aussi le cas pour le test de Bai et Carrion-i-Silvestre (2009). Quand au nombre maximal de facteurs autorisé, il est égal à 8.

Si l'on se base sur les résultats issus de la première et de la deuxième génération de tests, il apparaît une importante disparité d'une part entre les résultats d'une même génération et d'autre part entre ceux des deux différentes générations. Parmi les premiers tests, seul celui de Levin et al. (2002) accepte l'hypothèse de convergence au seuil de 1% pour OCDE et GLOBAL, et 10% pour l'échantillon *AFRICA*. La statistique  $P_{MW}$  de Maddala et Wu (1999) valide l'hypothèse de convergence uniquement pour les pays membres de l'OCDE avec un niveau de significativité de 5% tandis que le test  $W_{tbar}$  d'Im et al. (1997) conclut à la convergence des pays de l'échantillon *GLOBAL* et des pays de l'OCDE aux seuils respectifs de 5% et 1% tout

en rejetant définitivement cette hypothèse de convergence pour les pays d'Afrique.

L'inclusion des dépendances interindividuelles uniquement (deuxième génération) conduit également à des résultats pour le moins mitigés. Avec la procédure de Bai et Ng (2004), la convergence est rejetée quel que soit l'échantillon. Cette procédure a l'avantage de permettre de distinguer la source (idiosyncratique ou commune) de non convergence entre les économies. Et on peut constater que l'absence de convergence entre les pays de l'OCDE et ceux de l'échantillon *GLOBAL* est causée par des facteurs communs. Dans la mesure où la plupart des pays pris en compte évoluent dans les mêmes espaces économique ou monétaire, ceci peut sembler contradictoire. En effet, la théorie économique notamment celle sur les espaces économiques et monétaires soutient que les dépendances inter-économies engendrées par les politiques d'intégration sous-régionales devraient permettre d'accélérer le processus de convergence. Cependant, il faut préciser qu'en dehors des chocs de politiques d'intégration, les économies subissent également des chocs en rapport avec la conjoncture mondiale qui, comme le montrent les résultats du test de Bai et Ng (2004), sont de véritables sources de divergence. Bai et Carri-i-Silvestre (2009) soutiennent que lorsque le processus générateur de données contient des facteurs communs, les facteurs  $I(0)$  modélisent les chocs communs tandis que les facteurs  $I(1)$  modélisent les effets liés à l'évolution de l'économie mondiale. Par exemple, Hurlin et Mignon (2005) notent dans le cadre de l'analyse des propriétés de non stationnarité des séries du PNB que les facteurs communs  $I(1)$  peuvent être assimilés aux facteurs de croissance mondiale. En restant toujours dans le cadre des tests de deuxième génération, nous pouvons par ailleurs observer que la statistique  $t_b^*$  de Moon et Perron (2004) accepte au niveau de 1% l'hypothèse de convergence pour nos trois échantillons contredisant complètement les résultats du test *CIPS\** qui concluent en faveur de la divergence pour ces mêmes échantillons. Il faut par ailleurs rappeler que dans le test *CIPS\**, les hypothèses sont formulées de telle sorte que sous l'alternative, nous pouvons avoir deux catégories de pays : une première catégorie d'économies qui convergent et une seconde catégorie de pays qui divergent. Ainsi, si l'hypothèse alternative est acceptée, cela traduit le fait qu'il existe au moins un pays dont le PIB par tête converge vers la moyenne inter-économies. Ceci est valable également pour le test de Im et al. (1997) ou de Moon et Perron (2004). Dans



le Tableau 5.6, nous avons utilisé la statistique CADF individuelle de Pesaran (2007) pour chaque économie afin de distinguer les pays dont le PIB par tête converge vers la moyenne internationale.

Afin d'étudier la situation où seul le changement structurel est pris en compte, le test de Carrion-i-Silvestre et al. (2001) qui est une extension du test de racine unitaire de première génération développé par Harris et Tzavalis (1999) est également mis en oeuvre. Ici, les dates de ruptures estimées sont communes et sont obtenues sur la base d'une statistique *Supremum* (Cf. Chapitre 3). Ces dates correspondent à 1989, 1995 et 1989 respectivement pour les échantillons *AFRICA*, *OCDE* et *GLOBAL*. Les résultats du test de Carrion-i-Silvestre et al. (2001) sont identiques à ceux du test *CIPS\** dans le sens où ils concluent en faveur de la non stationnarité du PIB par tête centré sur sa moyenne interindividuelle quel que soit l'échantillon.

De manière générale, le constat qui se dégage à travers l'étude des résultats issus des deux premières générations de tests est que même si des progrès considérables sont réalisés dans le cadre de la littérature sur la modélisation macro économétrique en panel non stationnaire, les résultats empiriques relatifs aux tests de convergence restent très mitigés et ne sont pas toujours en phase avec les prédictions de la théorie économique. C'est fort de ce constat qu'il nous semble indispensable d'aller plus loin dans la prise en compte effective des différents phénomènes qui peuvent affecter l'équation de convergence et dont l'omission conduit généralement au rejet à tort de l'hypothèse de convergence. D'ailleurs, les résultats fournis par le test  $P_m$  de Bai et Carrion-i-Silvestre (2009), qui appartient à la troisième génération incluant les co-mouvements économiques et les mutations structurelles, acceptent l'hypothèse de convergence économique pour les trois groupes de pays au seuil de 1%. Le paragraphe suivant présente une application basée sur la procédure empirique proposée qui, en plus de tester la convergence en tenant compte à la fois les interdépendances et les ruptures, permet d'aller au-delà en analysant la  $\beta$ -convergence.

### Résultats obtenus sur la base de l'approche proposée

- Valeurs critiques de la statistique  $t^*(\hat{\lambda})$

L'analyse des résultats obtenus dans le cadre de l'approche proposée nécessite la

connaissance du niveau de significativité marginale de la t-statistique corrigée  $t^*(\hat{\lambda})$ . Nous avons ainsi fait appel à des simulations de Monte-Carlo<sup>15</sup> qui ont permis de déterminer les valeurs critiques aux seuils standards de 1%, 5% et 10%. La procédure de simulation se déroule de la manière suivante. Dans un premier temps, les paramètres (variances) des  $\hat{\varepsilon}_{it}$  sont recueillis pour chaque  $i$  afin de construire le modèle nul  $\hat{x}_{it} = \hat{\varepsilon}_{it}$ . A cet effet, nous appliquons au préalable la procédure PANIC au modèle de base  $y_{it}^c = \kappa_i + \theta_i DU_{i,t} + \lambda'_i F_t + e_{it}$  où  $F_t = \Phi F_{t-1} + \eta_t$  et  $e_{it} = \lambda e_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$ . La forme défactorisée, en écart à la composante déterministe  $\hat{x}_{it} = \lambda \hat{x}_{i,t-1} + \hat{\varepsilon}_{it}$  est ensuite estimée par les Moindres Carrés Ordinaires afin de recueillir les résidus  $\hat{\varepsilon}_{it}$ . Dans un deuxième temps, pour chaque  $i$ , en utilisant la variance de l'estimateur  $\hat{\varepsilon}_{it}$ , 10 000 séries sont générées<sup>16</sup> à partir du modèle nul  $\hat{x}_{it} = \hat{\varepsilon}_{it}$  avec  $\hat{\varepsilon}_{it} \sim iidN(0, \sigma_{\hat{\varepsilon}_i}^2)$ . Ainsi, sur la base du modèle alternatif  $\hat{x}_{it} = \lambda \hat{x}_{i,t-1} + \hat{\varepsilon}_{it}$ , nous procédons aux étapes 2 et 3 de la procédure présentée dans le paragraphe 5.2.3 pour obtenir l'estimateur empilé corrigé des MCO du modèle normalisé et pour déterminer la statistique de test  $t^*(\hat{\lambda})$ . Avec un échantillon de 10 000 valeurs de  $t^*(\hat{\lambda})$ , les valeurs critiques correspondant aux quantiles 1%, 5% et 10% sont déduites. La statistique  $t^*(\hat{\lambda})$  est ensuite comparée à la valeur critique appropriée.

#### – Discussion des résultats

Le Tableau 5.3 fournit les résultats des estimations réalisées en utilisant notre approche. Pour les trois échantillons (*AFRICA*, *OCDE*, *GLOBAL*), la procédure de sélection basée sur le critère de sélection  $BIC_3$  permet d'estimer un nombre de facteurs égal à 6, ce qui correspond ainsi au  $\hat{r}$  estimé dans le paragraphe 5.4.2. Les résultats du Tableau 5.3 montrent que les pays de l'échantillon GLOBAL ont convergé sur la période 1975-2008. Les p-values associées aux statistiques de tests  $P_a$  et  $P_b$  sont inférieures au seuil de 1%, indiquant le rejet de l'hypothèse nulle de divergence pour ces pays. Ainsi, pour cet échantillon, le paramètre  $\hat{\lambda}^*$  est significativement inférieur à 1 avec une valeur  $\hat{\lambda}^* = 0.9421$ . Les tests basés sur  $t^*(\lambda)$  montrent que  $\lambda \neq 0$ <sup>17</sup> et la valeur implicite du paramètre  $\beta$  est  $\hat{\beta} = -0.0266$ . Ces résultats permettent de déterminer la vitesse de convergence et la demi-vie  $\tau$ . Le taux de convergence des

15. Les programmes utilisés sont réalisés sous MATLAB et leurs élaborations ont été possibles grâce à des programmes de base de Pierre Perron, Christophe Hurlin et Serena Ng.

16. Nous obtenons ainsi 10 000 échantillons.

17. Suivant Evans et Karras (1996), nous admettons que  $\lambda \geq 0$ .

CHAPITRE 5. TEST DE CONVERGENCE EN PANEL NON STATIONNAIRE : UNE  
APPROCHE DE LA TROISIÈME GÉNÉRATION

---

pays de l'échantillon *GLOBAL* est de 5.95% et la demi-vie correspondante est de 26 ans.

Tableau 5.3 : Résultats des estimations de l'approche proposée

Echantillons :	<i>AFRICA</i>	<i>OCDE</i>	<i>GLOBAL</i>
Converg. stochast. ( $H_0 : \lambda = 1$ )			
$P_a$	0.4768 (0.6832)	-7.5155*** (0.0000)	-5.8031*** (0.0000)
$P_b$	0.4555 (0.6756)	-3.8373*** (0.0000)	-3.9214*** (0.0000)
Analyse de la $\beta$ -convergence			
$\hat{\lambda}^*$	1.00	0.8843***	0.9421***
$t^*(\lambda)$		55.95	120.02
Val. crit. (5%)		1.95	1.94
$\hat{\beta}$		-0.0306	-0.0266
$\hat{\theta}$		12.30%	5.95%
$\hat{\tau}$		22 ans	26 ans

Notes : Le paramètre  $\hat{\beta}$  est égal à  $\hat{\beta} = ((\hat{\lambda}^*)^T - 1)/T$ .  $\hat{\theta}$  correspond à la vitesse de convergence calculée à partir de l'expression  $\hat{\theta} = -\ln(1 + \hat{\beta}T)/T$  et exprimée en pourcentage.  $\hat{\tau}$  est la demi-vie (en années) donnée par  $\hat{\tau} = -\ln(2)/\ln(1 + \hat{\beta})$ . Val. crit. (5%) correspond à la valeur critique du test  $t^*(\lambda)$  au seuil de 5%. Les valeurs entre parenthèses correspondent aux p-values.

Il ressort des résultats concernant les pays de l'OCDE que les deux tests  $P_a$  et  $P_b$  acceptent aussi l'hypothèse de convergence pour ces pays au niveau de 1%. En outre, il y a  $\beta$ -convergence pour les pays membres de l'OCDE durant la période 1975-2008. En effet, avec un paramètre  $\hat{\beta} = -0.0306$  la vitesse de convergence est de 12.30%, ce qui implique une demi-vie égale à 22 ans. En ce qui concerne l'échantillon *AFRICA*, l'hypothèse nulle de divergence est définitivement acceptée. Les probabilités associées à  $P_a$  et  $P_b$  sont plus élevées que les seuils standards de 5% et 10%.

Ces résultats vont ainsi dans le même sens que les nombreux travaux sur la convergence des économies en panel en acceptant la  $\beta$ -convergence pour les pays de l'OCDE et ceux de l'échantillon complet. Par ailleurs, comme prévu, le traitement des changements structurels et des dépendances inter-économies conduit à des

vitesse de convergence plus élevées que celles obtenues à partir des approches généralement utilisées. Les estimations réalisées par Evans et Karras (1996) sur la période 1950-1990 et sur la base d'un échantillon plus large composé de 54 pays riches et pauvres constitué à partir des données de Summers et Heston (1991) fournissent une vitesse de convergence de 4.30%. Gaulier et al. (1999) introduisent l'hypothèse d'hétérogénéité du paramètre de convergence dans la procédure d'Evans et Karras (1996) et obtiennent une vitesse de convergence de 11.4% pour un échantillon de 27 pays de l'OCDE<sup>18</sup> sur la période 1960-1990. Cependant, comme on peut le constater, ni les périodes considérées par ces auteurs, ni leurs sources de données ne sont identiques aux nôtres. Ce qui peut rendre la comparaison moins facile. Toutefois, il est important de souligner que l'utilisation des données de panels non stationnaires notamment en prenant en compte les phénomènes de co-mouvement et de changement structurel résout considérablement le biais d'estimation rencontré en coupe transversale, qui tire la vitesse de convergence vers 0. C'est l'exemple des travaux de Barro et Sala-i-Martin (1991) et Mankiw et al. (1992) qui concluent à une vitesse de convergence de l'ordre de 2%. Comme l'a souligné Evans (1997), en se plaçant dans le contexte du modèle néoclassique de croissance, cette faible vitesse de convergence est incompatible avec le fait que le capital physique est le seul facteur principal reproductible et est rémunéré à son produit marginal. Car dans ce cas, l'élasticité de la production devra être beaucoup plus élevée que ce qui est généralement observé pour le capital physique. En d'autres termes, pour une analyse plus fidèle du processus de convergence, l'utilisation de procédures adaptées comme celle adoptée ici permettant d'aboutir à des estimateurs convergents des paramètres du modèle de convergence est nécessaire.

## Conclusion

Ce chapitre est centré sur la proposition d'une procédure de test de convergence économique en panel. En partant de l'approche proposée par Evans et Karras (1996), nous avons mis en oeuvre une procédure de test de convergence en mettant l'accent sur les dépendances interindividuelles et les changements structurels qui,

---

18. Les données utilisées par Gaulier et al. (1999) sont issues de la base de Summers et Heston.

s'ils sont ignorés, peuvent conduire à d'importants biais qui réduisent considérablement la puissance du test. Il apparaît à travers les simulations de Monte-Carlo qu'une démarche basée sur PANIC permet de contrôler les facteurs communs et les ruptures structurelles éventuellement associés au processus de convergence. En effet, la période d'étude considérée (1975-2008) correspond à une période où les politiques d'intégration sous-régionales sont au centre des stratégies de développement économique aussi bien dans les pays du Nord que dans ceux du Sud. Ces politiques n'ont cependant pas manqué de provoquer des changements dans la structure des économies leur permettant généralement de réaliser une meilleure croissance économique. Ainsi, avec la persistance de ce type de politiques, les économies les plus pauvres ont tendance à croître plus vite.

L'approche considérée pour étudier la convergence va au-delà de la démarche standard qui consiste à considérer les phénomènes cités comme de simples paramètres de nuisance. Des applications sont réalisées sur le groupe de pays *AFRICA* composé en grande partie d'économies membres de la zone CFA et à titre de comparaison, sur un échantillon de pays membres de l'OCDE. Les résultats confirment le rejet de l'hypothèse de convergence pour les pays d'Afrique sub-saharienne à l'instar des travaux qui se sont intéressés à la convergence économique dans ces pays. Cependant, au-delà de ce fait, il se dégage un point qui nous semble important. En effet, le travail a permis de souligner que la faiblesse de la vitesse de convergence généralement obtenue dans les études de convergence est en grande partie due à l'omission de certains chocs qui concernent les économies et qui peuvent créer des co-mouvements économiques et/ou des mutations structurelles ayant des impacts significatifs sur le processus de convergence. Ceci est confirmé par les résultats relatifs au groupe *OCDE* qui valident l'hypothèse de  $\beta$ -convergence pour les pays membres de l'OCDE avec une vitesse de convergence relativement importante (12.30%). En considérant un échantillon hétérogène qui est un regroupement des deux échantillons *AFRICA* et *OCDE* et donc composé de 40 pays riches et pauvres, l'hypothèse de convergence économique est également acceptée avec cette fois-ci une vitesse de convergence moins élevée que celle des pays de l'OCDE mais relativement plus importante que la vitesse de convergence mesurée à partir des approches existant dans la littérature.

## ANNEXE 5

CHAPITRE 5. TEST DE CONVERGENCE EN PANEL NON STATIONNAIRE : UNE  
APPROCHE DE LA TROISIÈME GÉNÉRATION

---

Tableau 5.4 : Résultats des tests de changement structurel

Pays	Logarithme PIB par tête centré							
	Logarithme PIB par tête		AFRICA		OECD		GLOBAL	
	Rup.	Date	Rup.	Date	Rup.	Date	Rup.	Date
Allemagne					+	1999		
Australie					+	1982		
Autriche					+	2000	+	1989
Belgique					+	1997		
Canada					+	1989	+	1992
Danemark					+	2000		
Espagne							+	1989
Etats-Unis					+	2000		
Finlande								
France								
Grèce								
Irlande					+	1995		
Italie								
Japon								
Norvège								
Nouvelle Zélande					+	1987	+	1992
Pays Bas					+	1990		
Portugal					+	1987		
Royaume Uni								
Suède					+	1990		
Afrique du Sud								
Bénin	+	1997	+	1991				
Burkina Faso							+	1995
Cameroun								
Centrafrique	+	1989	+	2002				
Congo, Dém.			+	1992				
Congo, Rep.	+	1980	+	1980				
Côte d'Ivoire								
Gabon								
Gambie			+	1989			+	1994
Ghana								
Guinée Bissau	+	2001					+	2001
Libéria	+	1989	+	1989			+	1989
Mali	+	2000	+	1991			+	1981
Niger	+	1983	+	1983				
Nigeria							+	1980

CHAPITRE 5. TEST DE CONVERGENCE EN PANEL NON STATIONNAIRE : UNE APPROCHE DE LA TROISIÈME GÉNÉRATION

(Suite Tableau 5.4)

Pays	Logarithme PIB par tête centré							
	Logarithme PIB par tête		AFRICA		OECD		GLOBAL	
	Rup.	Date	Rup.	Date	Rup.	Date	Rup.	Date
Sénégal	+	2003	+	1991			+	1982
Sierra Leone								
Tchad	+	2003	+	2002				
Togo	+	1982						

Notes : Les dates de ruptures sont estimées suivant la procédure de Bai et Perron (1998). Nous considérons le cas d'un seul changement structurel. Le signe (+) indique la présence d'une rupture.

Tableau 5.5 : Résultats des tests d'indépendance interindividuelle

Régressions $ADF(p)$	Statistiques $CD$					
	PIB par tête			PIB par tête centré		
	$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$
<i>AFRICA</i>	3.70	3.40	3.67	-0.30	0.24	-0.36
<i>OCDE</i>	24.63	24.32	24.26	-3.00	-2.63	-2.65
<i>GLOBAL</i>	17.04	15.96	15.01	8.17	7.56	6.88

Notes :  $CD$  correspond à la statistique de Pesaran (2004). La statistique de test est basée sur la moyenne des coefficients de corrélation de Pearson des résidus estimés à partir des équations de régression de type ADF. Nous considérons différents ordres  $p$ . La statistique est comparée à la distribution normale standard. L'hypothèse nulle d'indépendance interindividuelle est rejetée si  $|CD| \geq 1.96$ .



CHAPITRE 5. TEST DE CONVERGENCE EN PANEL NON STATIONNAIRE : UNE  
APPROCHE DE LA TROISIÈME GÉNÉRATION

---

Tableau 5.6 : Résultats des tests CADF individuels

Pays	Log. PIB par tête	Log. PIB par tête en écart à la moyenne interindividuelle		
		AFRICA	OECD	GLOBAL
Allemagne	-0.896		-2.505	-1.050
Australie	1.496		-1.612	-0.370
Autriche	-0.336		-3.251*	-1.180
Belgique	-0.138		-0.651	-0.901
Canada	0.358		-1.100	-1.548
Danemark	-0.460		-0.547	-1.012
Espagne	-0.321		-1.202	-1.439
Etats-Unis	0.087		-1.324	-0.653
Finlande	-1.874		-1.861	-1.679
France	0.262		-0.811	-0.701
Grèce	-1.257		-2.293	1.453
Irlande	0.112		-1.079	-1.199
Italie	-0.802		-0.848	-0.824
Japon	-1.609		-2.146	-1.370
Norvège	-0.153		-1.208	-1.383
Nouvelle Zélande	0.092		-0.722	-1.267
Pays Bas	-0.258		-3.153*	0.370
Portugal	-0.690		-1.654	-0.726
Royaume Uni	0.575		-1.475	0.181
Suède	-0.412		-1.162	-1.033
Afrique du Sud	-0.425	-1.165		-1.227
Bénin	-2.670	-3.070*		-2.487
Burkina Faso	1.303	-2.062		-0.972
Cameroun	-2.229	-2.687		-0.773
Centrafrique	-1.134	-0.027		-1.464
Congo, Dem.	0.579	-0.849		-1.039
Congo, Rep.	-3.292*	-3.811**		-3.262*
Côte d'Ivoire	-3.384**	-1.184		-2.323
Gabon	-1.122	-0.972		-0.946
Gambie	0.235	-1.129		-1.628
Ghana	-3.179*	-0.041		-2.472
Guinée Bissau	-1.522	-2.268		0.056
Liberia	-1.218	-1.739		0.279
Mali	-2.564	0.180		-2.493
Niger	-1.212	-1.495		-1.659
Nigeria	-3.436**	-2.143		-3.653**

CHAPITRE 5. TEST DE CONVERGENCE EN PANEL NON STATIONNAIRE : UNE  
APPROCHE DE LA TROISIÈME GÉNÉRATION

(Suite Tableau 5.6)

Pays	Log. PIB par tête	Log. PIB par tête en écart à la moyenne interindividuelle		
		AFRICA	OECD	GLOBAL
Sénégal	-2.038	-1.716		-1.853
Sierra Leone	-0.844	-2.402		-1.728
Tchad	-5.749**	-0.914		-3.692**
Togo	-1.323	-2.787		-1.073

Notes : Les valeurs critiques aux seuils de 5% et 10% sont respectivement égales à -3.34 et -2.96 pour les échantillons *OCDE* et *AFRICA*. Pour l'échantillon *GLOBAL*, les valeurs critiques aux seuils respectifs de 5% et 10% correspondent à -3.34 et -2.97. Les signes (\*) et (\*\*) indiquent respectivement des niveaux de significativité de 10% et 5%.

# Chapitre 6

## Incidences des co-mouvements économiques et des changements structurels sur la prévisibilité des taux de croissance des pays de la zone CFA

### Introduction

Comme nous l'avons beaucoup souligné tout au long des chapitres précédents, la multiplication des initiatives d'intégration économique et monétaire devrait réduire l'importance des facteurs nationaux et accroître la persistance des facteurs internationaux sources de co-mouvements entre les économies. Elle devrait également engendrer des ruptures sur la dynamique des économies avec probablement des incidences sur la prévisibilité des taux de croissance économiques. Ainsi, la prise en compte de ces incidences sur l'évolution future des taux de croissance pourrait être d'un intérêt majeur d'une part pour les décideurs politiques en les aidant à mieux reformuler leurs politiques de réponse aux chocs économiques, et d'autre part pour les investisseurs en mettant à leurs dispositions des éléments d'appréciation de l'environnement politico-économique.

La littérature sur les techniques de prévision se fonde généralement sur des modèles VAR qui ne permettent de prendre en compte qu'un nombre de variables très restreint. Ce qui induit une perte d'informations qui peut affecter considérablement les résultats obtenus. La méthode de prévision basée sur un modèle à facteurs et permettant la prise en compte d'une quantité importante de variables est relativement

récente et est développée par les auteurs comme Stock et Watson (2002) et Forni et al. (2005). Les premiers utilisent un modèle à facteurs statiques généralisé de type Stock et Watson (1998) tandis que les seconds se basent sur le modèle factoriel dynamique généralisé de Forni et al. (2000). Cependant, les applications empiriques dans ce domaine se font rares. En effet, même si elle peut conduire à des gains de précisions importantes, il faut néanmoins préciser que la mise en oeuvre de ces outils de prévision peut être très coûteuse du fait de la quantité de calculs que cela nécessite ou de la difficulté d'obtenir un grand nombre de séries renfermant toutes des informations pertinentes. Dans ce chapitre, nous nous proposons de vérifier si la prise en compte des co-mouvements économiques et des mutations structurelles permet de réaliser une meilleure prévision de l'évolution de la croissance des pays de la zone CFA. Les modèles factoriels utilisés pour extraire les facteurs communs correspondent à ceux présentés dans le Chapitre 2, nous ne reprendrons donc ici que quelques aspects relatifs à ces modèles. Ainsi, ce chapitre comprend deux grandes sections. Dans la première section, nous exposons le cadre théorique en présentant les deux modèles de prévision dynamique et statistique. La technique utilisée pour estimer les facteurs dynamiques étant robuste aux changements structurels (Forni et al. 2005), ce modèle sera utilisé tel quel et nous interviendrons uniquement sur le modèle statique en l'augmentant d'une rupture sur la moyenne. La deuxième section de ce chapitre présente des applications de ces modèles de prévisions aux pays de la zone CFA avec des analyses comparatives des pouvoirs prédictifs des différents modèles.

## 6.1 Le cadre théorique

Les méthodes de prévision à base de facteurs communs sont généralement d'intérêt lorsque les données admettent une structure factorielle et que les facteurs communs permettent d'expliquer une importante part de covariance entre les variables. Soit  $\hat{\Omega}_k$  l'estimateur de la matrice des covariances inter-temporelles à l'ordre  $k$   $\Omega_k$  avec  $k$  un entier naturel, cet estimateur peut être écrit de la manière suivante

$$\hat{\Omega}_k = (T - k)^{-1} \sum_{t=k+1}^T \hat{y}_t \hat{y}'_{t-k} \quad (6.1)$$

où  $\hat{y}_t = (\hat{y}_{1t}, \dots, \hat{y}_{Nt})'$  correspond à la matrice des données normalisées et on a ainsi  $\hat{y}_{it} = (y_{it} - \hat{\mu})_i / \hat{\sigma}_i$ . Les quantités  $\hat{\mu}_i$  et  $\hat{\sigma}_i$  correspondent respectivement à la moyenne et à l'écart type de  $y_{it}$ . Cette matrice de covariance sera utilisée dans la suite pour extraire les facteurs communs statiques et dynamiques respectivement sur la base d'Analyse en Composantes Principales Statique (ACPS) et d'Analyse en Composantes Principales Dynamiques (ACPD) qui sont largement discutées dans le Chapitre 2.

### 6.1.1 Le modèle de prévision à facteurs statiques

Dans cette approche, l'ACPS permettant d'estimer les facteurs communs est réalisée en utilisant la matrice de covariance  $\hat{\Omega}_k$  pour  $k = 0$  (matrice des variances covariances contemporaines)

$$\hat{\Omega}_0 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{y}_t \hat{y}_t' \quad (6.2)$$

Les prévisions sont ensuite réalisées en projetant  $\hat{y}_{i,t+h}$  sur l'union entre l'espace formé par  $\hat{F}_t$  l'estimateur de  $F_t$  et celui formé par  $y_{it}$  et ses termes retardés. En effet, l'idée est que les co-mouvements des variables peuvent être captés par les moyennes des facteurs communs et étant donné que les corrélations entre les termes idiosyncratiques sont très faibles, ces corrélations peuvent être contrôlées à travers l'introduction de la variable retardée. Nous utilisons ainsi une version augmentée d'une rupture sur la moyenne de l'équation de prévision de Stock et Watson (2002)

$$y_{i,t+h} = \kappa_{ih} + \theta_{ih} DU_{it} + \beta_{ih} \hat{F}_t + \gamma_{ih}(L) y_{it} + \varepsilon_{i,t+h} \quad (6.3)$$

avec  $t = 1, \dots, (T - h)$ . En notant  $T_{b,i}$  la date à laquelle intervient le changement structurel, nous avons  $DU_{it} = 1$  si  $t \succ T_{b,i}$  et 0 sinon. Les indices  $i$  et  $h$  se réfèrent respectivement à la variable et à l'horizon de prévision. Le terme  $\gamma_{ih}(L)$  est un polynôme de retard de longueur  $s$  et  $\varepsilon_{i,t+h}$  constitue un terme d'erreur. Soit  $\hat{D}U_t$

l'estimateur de  $DU_t$ , la prévision de  $\hat{y}_{i,T+h|T}$  est donnée par

$$\hat{y}_{i,T+h|T} = \begin{cases} \hat{\kappa}_{ih} + \hat{\theta}_{ih}\hat{DU}_{it} + \hat{\beta}_{ih}\hat{F}_T + \hat{\gamma}_{ih}(L)y_{iT}, & T-h \geq T_{b,i} \\ \hat{\kappa}_{ih} + \hat{\beta}_{ih}\hat{F}_T + \hat{\gamma}_{ih}(L)y_{iT}, & T-h < T_{b,i}. \end{cases} \quad (6.4)$$

Les paramètres  $\hat{\kappa}_{ih}$ ,  $\hat{\theta}_{ih}$ ,  $\hat{\beta}_{ih}$  et  $\hat{\gamma}_{ih}$  désignent respectivement les estimateurs par les MCO de  $\kappa_{ih}$ ,  $\theta_{ih}$ ,  $\beta_{ih}$  et  $\gamma_{ih}$  à partir du modèle (6.3) et sur l'intervalle de temps  $[1, T-h]$ . Cette forme générale du modèle de prévision de Stock et Watson (2002) permet de prendre en compte à la fois les dépendances entre les agrégats et aussi les changements structurels qui peuvent affecter la moyenne de la série. Selon Hendry et Clements (2002), ces ruptures réduisent la qualité de la prévision du fait de l'instabilité des paramètres du modèle de prévision. Cette instabilité peut avoir plusieurs sources. Dans le cadre d'une union monétaire comme c'est le cas de la zone CFA, la cause la plus vraisemblable est généralement les politiques d'ajustement. Cependant, d'autres sources spécifiques telles que le changement technologique, un changement de régime politique ou un changement dans la méthode de collecte des données peuvent également exister.

### 6.1.2 Le modèle de prévision à facteurs dynamiques

Nous notons  $D_r(\theta)$  la matrice diagonale contenant les  $r$  plus grandes valeurs propres de la matrice de densité spectrale  $\hat{\Sigma}(\theta)$  et  $V(\theta)_r = [v_1(\theta), \dots, v_r(\theta)]$  la matrice ( $N \times r$ ) dont les colonnes sont les vecteurs propres correspondant à ces valeurs propres. L'estimateur de la matrice de densité spectrale de la composante commune est

$$\hat{\Sigma}^x(\theta) = V_r(\theta) D_r(\theta) V_r(\theta)'. \quad (6.5)$$

S'agissant de la composante idiosyncratique, sa matrice de densité spectrale est

$$\hat{\Sigma}^e(\theta) = \hat{\Sigma}(\theta) - \hat{\Sigma}^x(\theta) \quad (6.6)$$

Suivant Forni et al. (2005),  $\hat{\Sigma}(\theta)$  est définie comme suit

$$\hat{\Sigma}(\theta) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-m}^m \omega_k \hat{\Omega}_k e^{-i\theta k}. \quad (6.7)$$

En outre étant donné que  $\hat{\Sigma}(\theta)$  ne converge en probabilité que dans le cas où le nombre d'autocovariances  $m \rightarrow \infty$  et  $\frac{m}{T} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} 0$ , Forni et al. (2005) suggèrent d'utiliser  $m = \sqrt{T}$ . Quant aux pondérations  $\omega_k$ , elles satisfont aux conditions suivantes

$$\begin{cases} \omega_0 = 1 \\ 0 \leq \omega_k \leq 1, \forall k \leq m. \end{cases} \quad (6.8)$$

La méthode de prévision de Forni et al. (2005) est une procédure non paramétrique qui consiste à réaliser des prévisions séparées des deux composantes (commune et idiosyncratique). Pour la composante commune, il s'agit de projeter  $\hat{\chi}_{i,t+h}$  sur l'espace formé par les facteurs estimés

$$\hat{\chi}_{i,t+h} = \text{proj} \left\{ \chi_{i,t+h} \mid \hat{F}_t \right\} = \left( \hat{F}_t \left( V' \hat{\Omega}^y V \right)^{-1} V' \hat{\Omega}_{-h}^x \right) \quad (6.9)$$

où  $\hat{\Omega}^y$  est l'estimateur de la matrice de covariance de  $y$ , et  $\hat{\Omega}_{-h}^x$  l'estimateur de la matrice de covariance de la composante commune  $\chi$  avec un retard égal à  $h$ . Les matrices de covariance des composantes commune et idiosyncratique sont obtenues par l'inverse de la transformation de Fourier

$$\hat{\Omega}_k^x = \frac{2\pi}{2m+1} \sum_{j=-m}^m \hat{\Sigma}^x(\theta_j) e^{ik\theta_j} \quad (6.10)$$

avec  $\theta_j = \frac{2\pi}{2m+1}j$  et  $j = -m, \dots, m$ . Comme l'ont souligné Bulligan et al. (2010), la prévision de la composante idiosyncratique peut être réalisée en utilisant une spécification AR

$$e_{i,t+h} = \Pi(L)e_{it} \quad (6.11)$$

où  $e_{it} = y_{it} - \hat{\chi}_{it}$ . Cependant, D'Agostino et Giannone (2006) précisent qu'en pratique les facteurs communs estimés avec la méthode de Forni et al. (2005) permettent de capter la majeure partie de la dynamique de la variable d'intérêt et peuvent également capter une grande part de leur dynamique future. Ce qui implique qu'une fois que les facteurs communs sont contrôlés, l'utilisation de la variable dépendante retardée comme c'est le cas dans le modèle de prévision de Stock et Watson (2002) n'est plus d'utilité et l'introduction de la composante idiosyncratique ne permettrait

pas d'améliorer la qualité de la prévision. Ainsi, la prévision de  $y_{it}$  peut être réalisée uniquement sur la base de la composante commune. Par ailleurs, étant donné que la procédure est mise en oeuvre sur la base de données standardisées, l'équation de prévision s'écrit

$$\hat{y}_{i,T+h|T} = \hat{\sigma}_i (\hat{\chi}_{i,T+h|T} + \hat{e}_{i,T+h|T}) + \hat{\mu}_i. \quad (6.12)$$

De la même manière que dans le modèle précédent, les indices  $i$  et  $h$  se réfèrent respectivement à la variable et à l'horizon de prévision.

## 6.2 Application

### 6.2.1 Les données

Les données utilisées sont les mêmes que dans les Chapitres 2 et 3. Les variables sont prises en logarithme puis différenciées ainsi le taux de croissance du PIB est calculé de la manière suivante

$$y_{it} = (\log PIB_{it} - \log PIB_{i,t-1}) \times 100. \quad (6.13)$$

La différenciation des variables permet de tenir compte de la non stationnarité. Selon Pena et Poncela (2004), lorsque les facteurs communs sont non stationnaires, on est confronté à des problèmes de prévisions comparables à ceux rencontrés en cas de présence de relation de cointégration entre les séries. Les travaux de Pena et Poncela (2004) montrent à la fois par le biais d'une simulation de Monte-Carlo et par un exemple concret que la différenciation peut permettre de réduire considérablement l'erreur de prévision. Comme le montrent les résultats des tests de changement structurel présentés dans le Chapitre 3, une grande partie des séries macroéconomiques incluses dans notre panel présentent une rupture sur la constante. La prise en compte des changements structurels devrait donc permettre d'améliorer la qualité de la prévision. Pour ce qui concerne le PIB qui est notre principal variable d'intérêt, nous rappelons que les changements structurels concernent trois pays : le Burkina Faso (1995), la Côte d'ivoire (1979), le Gabon (1977). Dans chacun des deux cas, les prévisions se basent d'abord sur les facteurs communs d'un échantillon global



composé de l'ensemble des 12 pays de la zone CFA. Ensuite nous avons effectué des prévisions en subdivisant l'échantillon global en deux sous-échantillons composés respectivement des 7 pays de l'UEMOA et des 5 pays de la CEMAC. Notons également que pour chacun des trois échantillons (CFA, UEMOA, et CEMAC), les facteurs communs sont extraits en utilisant trois panels (Panel 1, Panel 2 et Panel 3) de variables définies de la manière suivante.

- Panel 1 est composé uniquement du PIB, ainsi  $N = 12$  pour la zone CFA, tandis que pour les deux sous-zone UEMOA et CEMAC nous avons respectivement  $N = 7$  et  $N = 5$ .
- Panel 2 comprend les variables identifiées comme étant les principaux agrégats responsables des co-mouvements par le test  $M(j)$  réalisé dans le Chapitre 2. Dans ce cas,  $N = 28, 18, 14$  respectivement pour CFA, UEMOA et CEMAC.
- Quant à Panel 3 il concerne l'ensemble des variables, d'où  $N = 51, 32, 19$  respectivement pour les échantillons CFA, UEMOA et CEMAC.

Puisque les séries utilisées sont les mêmes que celles présentées dans les chapitres 2 à 5, le nombre de facteurs communs considérés est également le même ( $r = 4$ ). Les qualités de prévision du modèle statique tout comme celles du modèle dynamique peuvent être analysées en utilisant la moyenne des carrés des erreurs de mesure.

### 6.2.2 L'Erreur Quadratique Moyenne de Prévision (EQMP)

Afin d'examiner les performances des deux modèle, nous nous basons sur l'Erreur Quadratique Moyenne de Prévision (EQMP). Cette mesure correspond à la moyenne des carrés de l'erreur de prévision qui, dans notre cas est égale

$$EQMP = \sum_{\tau=T}^{T+h} (\hat{y}_{\tau+h|\tau} - y_{\tau+h})^2 / (h + 1). \quad (6.14)$$

Dans la mesure où, en dehors des observations incluses dans notre étude (1963-2004), nous ne disposons que des observations  $T + 1$  et  $T + 2$  correspondant respectivement aux années 2005 et 2006, nous fixons une séquence d'horizons de prévision  $h_j$  avec  $j = 1, 2$ . Ceci nous permet d'analyser la performance de nos deux modèles de prévision en nous basant sur l'EQMP. Notons  $EQMP_{SW}$  le degré de précision mesurée à partir du modèle de Stock et Watson (2002) que nous désignerons dans la suite par modèle

SW et  $EQMP_{FHLR}$  celui qui est mesuré à partir du modèle de Forni et al. (2005) que nous appellerons modèle FHLR. Dans ce cas, la meilleure performance entre les deux modèle est donnée par  $\min\{EQMP_{SW}, EQMP_{FHLR}\}$ .

### 6.2.3 Résultats empiriques

#### Résultats relatifs au modèle de prévision statique

Les Tableaux 6.1, 6.2 et 6.3 donnent les résultats des prévisions basées sur le modèle SW augmenté en considérant une taille de retard  $s = 1$  pour les trois panels de variables. Dans chacun de ces trois tableaux, les deux premières colonnes fournissent les valeurs observées pour les deux horizons de prévision fixés. Les colonnes suivantes donnent les valeurs prédites du taux de croissance économique pour les échantillons CFA, UEMOA et CEMAC avec les EQMP associées. En dehors du Niger, les pays de l'UEMOA présentent les meilleures précisions quelque soit le panel considéré. Parmi les pays de la CEMAC, seul le Cameroun présente des résultats acceptables. Les résultats de prévision sont médiocres pour le Niger, le Congo, le Tchad et le Gabon car comme nous l'avons vu dans l'analyse des co-mouvements (Chapitre 2), ces pays enregistrent des effets idiosyncratiques très importants et l'évolution de leurs taux de croissance est moins dépendante de leurs composantes communes. Ce qui fait que les prévisions basées sur les facteurs communs produisent des résultats très insatisfaisants d'autant plus que dans ce cas, l'effet des  $e_{it}$  est plus difficile à capter par la variable retardée. En effet, comme l'ont souligné Forni et al. (2005), la capacité du modèle à prédire l'évolution des variables macroéconomiques dépend également du degré d'intégration entre les variables. Ainsi, plus les dépendances entre pays (i.e. niveau d'intégration) sont importantes, plus le modèle de prédiction basé sur les facteurs communs est performant. L'UEMOA étant la zone où le niveau d'intégration est plus important comparativement à la zone CEMAC, les facteurs communs de cette zone permettent de réaliser les meilleures performances de prévision au vu des résultats de l'EQMP. La moyenne des EQMP des pays de l'UEMOA est nettement inférieure à celle des pays de la CEMAC. Pour chacun des trois panels de variables les moyennes des EQMP des pays de l'UEMOA sont respectivement égales à 6.80, 5.65 et 5.71 alors que pour la CEMAC, ces moyennes sont respectivement égales 42.21,

CHAPITRE 6. INCIDENCES DES CO-MOUVEMENTS ÉCONOMIQUES ET DES  
CHANGEMENTS STRUCTURELS SUR LA PRÉVISIBILITÉ DES TAUX DE  
CROISSANCE DES PAYS DE LA ZONE CFA

72.85 et 122.45. Toutefois, il faut signaler que les EQMP sont en général considérablement améliorées<sup>1</sup> lorsque l'on utilise les facteurs communs de l'ensemble de la zone CFA à la place des facteurs communs des deux sous-zones respectives. En effet, si l'on considère le cas des pays de la CEMAC, l'utilisation des facteurs communs de la zone CFA permet de diminuer l'EQMP de 71% pour le panel 1, 82% pour le panel 2 et 77% pour le panel 3.

Tableau 6.1 : Prévisions du taux de croissance basées sur les facteurs communs du Panel 1 (Modèle SW)

Pays	Prévisions réalisées selon les facteurs des différents échantillons										
	Val. Obs.		Zone CFA			UEMOA			CEMAC		
	2005	2006	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP
Bénin	2.86	4.02	2.90	4.23	<b>0.02</b>	3.14	3.26	<b>0.33</b>			
Burkina	6.85	6.19	5.39	5.33	<b>1.43</b>	5.65	5.51	<b>0.95</b>			
Côte d'Ivoire	1.18	0.85	1.56	0.93	<b>0.08</b>	1.28	1.90	<b>0.56</b>			
Mali	5.90	5.16	5.36	4.23	<b>0.59</b>	2.58	5.04	<b>5.52</b>			
Niger	6.95	4.69	0.19	1.08	<b>29.37</b>	0.07	1.56	<b>28.62</b>			
Sénégal	5.45	2.27	2.72	1.96	<b>3.79</b>	1.19	2.56	<b>9.12</b>			
Togo	1.23	4.02	2.80	2.42	<b>2.51</b>	2.74	2.38	<b>2.49</b>			
Centrafrique	2.18	4.01	-1.26	0.66	<b>11.51</b>				2.93	-2.40	<b>20.84</b>
Cameroun	2.02	3.69	2.87	1.85	<b>2.05</b>				5.15	-0.79	<b>14.93</b>
Congo	7.42	6.20	2.88	4.10	<b>12.49</b>				-1.53	-5.40	<b>107.42</b>
Gabon	2.98	1.17	-1.38	-0.22	<b>10.47</b>				1.17	-4.13	<b>15.73</b>
Tchad	7.64	0.47	3.38	5.89	<b>23.74</b>				7.16	10.67	<b>52.11</b>

Tableau 6.2 : Prévisions du taux de croissance basées sur les facteurs communs du Panel 2 (Modèle SW)

Pays	Prévisions réalisées selon les facteurs des différents échantillons										
	Val. Obs.		Zone CFA			UEMOA			CEMAC		
	2005	2006	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP
Bénin	2.86	4.02	2.37	3.37	<b>0.33</b>	3.34	3.04	<b>0.59</b>			
Burkina	6.85	6.19	5.01	5.45	<b>1.96</b>	5.09	5.36	<b>1.88</b>			
Côte d'Ivoire	1.18	0.85	1.66	1.91	<b>0.68</b>	1.36	2.05	<b>0.74</b>			
Mali	5.90	5.16	6.11	5.39	<b>0.05</b>	4.79	4.37	<b>0.94</b>			
Niger	6.95	4.69	0.96	2.52	<b>20.33</b>	-0.1	1.85	<b>28.91</b>			
Sénégal	5.45	2.27	2.05	1.91	<b>5.86</b>	2.34	1.26	<b>5.34</b>			
Togo	1.23	4.02	2.41	2.09	<b>2.57</b>	2.52	3.25	<b>1.13</b>			
Centrafrique	2.18	4.01	-0.6	3.24	<b>4.26</b>				1.16	-2.28	<b>20.33</b>
Cameroun	2.02	3.69	1.84	1.54	<b>2.32</b>				2.79	-3.99	<b>29.75</b>
Congo	7.42	6.20	0.62	2.46	<b>30.09</b>				-4.07	-12.3	<b>237.78</b>
Gabon	2.98	1.17	-2.4	-1.0	<b>16.59</b>				3.83	-3.39	<b>10.78</b>
Tchad	7.64	0.47	3.93	4.05	<b>13.29</b>				13.85	10.10	<b>65.60</b>

1. Une amélioration de l'EQMP consiste en une diminution de sa valeur.

CHAPITRE 6. INCIDENCES DES CO-MOUVEMENTS ÉCONOMIQUES ET DES  
CHANGEMENTS STRUCTURELS SUR LA PRÉVISIBILITÉ DES TAUX DE  
CROISSANCE DES PAYS DE LA ZONE CFA

Tableau 6.3 : Prévisions du taux de croissance basées sur les facteurs communs du Panel 3 (Modèle SW)

Pays	Prévisions réalisées selon les facteurs des différents échantillons										
	Val. Obs		Zone CFA			UEMOA			CEMAC		
	2005	2006	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP
Bénin	2.86	4.02	0.92	4.14	<b>1.88</b>	3.41	2.97	<b>0.70</b>			
Burkina	6.85	6.19	4.54	4.98	<b>3.40</b>	5.73	5.19	<b>1.13</b>			
Côte d'Ivoire	1.18	0.85	2.15	4.42	<b>6.83</b>	1.80	2.15	<b>1.04</b>			
Mali	5.90	5.16	6.74	1.86	<b>5.82</b>	4.59	3.77	<b>1.83</b>			
Niger	6.95	4.69	-1.40	3.49	<b>35.57</b>	0.03	1.32	<b>29.64</b>			
Sénégal	5.45	2.27	1.71	0.65	<b>8.31</b>	2.48	1.11	<b>5.09</b>			
Togo	1.23	4.02	1.19	6.04	<b>2.05</b>	2.26	3.92	<b>0.54</b>			
Centrafrique	2.18	4.01	1.46	3.48	<b>0.40</b>				1.90	-3.61	<b>29.12</b>
Cameroun	2.02	3.69	-2.29	4.01	<b>9.36</b>				-0.90	-9.63	<b>92.95</b>
Congo	7.42	6.20	-3.67	-2.42	<b>98.66</b>				-8.61	-17.1	<b>399.16</b>
Gabon	2.98	1.17	2.41	-1.41	<b>3.50</b>				-6.07	-4.77	<b>58.55</b>
Tchad	7.64	0.47	6.69	7.65	<b>26.24</b>				12.50	6.90	<b>32.48</b>

Par ailleurs, on note que le choix des variables à inclure dans l'Analyse en Composantes Principales influe considérablement sur la précision de la prévision. Pour les pays de l'UEMOA et ceux de la zone CFA dans sa globalité qui sont les deux échantillons où les dépendances sont plus notoires, l'utilisation des facteurs communs de l'ensemble des variables (Panel 3) diminue la qualité des résultats. Selon Boivin et Ng (2006), même si la littérature a tendance à encourager l'utilisation d'un nombre élevé de séries dans le cadre des modèles à facteurs, cette pratique ne garantit pas forcément l'obtention de meilleurs résultats de prévision. La qualité des données incluses dans l'Analyse en Composantes Principales joue également un rôle très important. Toujours selon ces auteurs la prise en compte d'un nombre important de séries peut laisser apparaître deux problèmes. Le premier est qu'en moyenne, l'incidence de la composante commune aura tendance à diminuer en fonction du nombre de séries dont les effets idiosyncratiques sont élevés. Et lorsqu'il existe un nombre assez important de séries de ce type, les composantes idiosyncratiques peuvent largement dominer la moyenne de la composante commune. Dans ce cas, les corrélations des  $e_{it}$  peuvent être plus importantes que ne le prévoit la théorie créant ainsi un problème sur la validité des estimateurs.

CHAPITRE 6. INCIDENCES DES CO-MOUVEMENTS ÉCONOMIQUES ET DES  
CHANGEMENTS STRUCTURELS SUR LA PRÉVISIBILITÉ DES TAUX DE  
CROISSANCE DES PAYS DE LA ZONE CFA

Tableau 6.4 : Résultats comparatifs Modèle SW vs Modèle SW augmenté (Panel 1)

Pays	Prévisions réalisées selon les facteurs des différents échantillons											
	Val. Obs.		Zone CFA			UEMOA			CEMAC			
	2005	2006	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP	
Burkina	(1)	6.85	6.19	5.39	5.33	<b>1.43</b>	5.65	5.51	<b>0.95</b>			
	(2)	6.85	6.19	3.76	4.12	<b>6.91</b>	4.35	4.68	<b>4.27</b>			
Côte d'Ivoire	(1)	1.18	0.85	1.56	0.93	<b>0.08</b>	1.28	1.90	<b>0.56</b>			
	(2)	1.18	0.85	1.58	0.89	<b>0.08</b>	1.53	2.32	<b>1.14</b>			
Gabon	(1)	2.98	1.17	-1.4	-0.2	<b>10.47</b>				1.17	-4.1	<b>15.73</b>
	(2)	2.98	1.17	0.07	1.63	<b>4.34</b>				1.15	-4.3	<b>16.47</b>

Notes : (1) correspond aux prévisions réalisées à partir du modèle avec changement structurel

(2) correspond au modèle sans rupture.

Tableau 6.5 : Résultats comparatifs Modèle SW vs Modèle SW augmenté (Panel 2)

Pays	Prévisions réalisées selon les facteurs des différents échantillons											
	Val. Obs.		Zone CFA			UEMOA			CEMAC			
	2005	2006	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP	
Burkina	(1)	6.85	6.19	5.39	5.33	<b>1.43</b>	5.65	5.51	<b>0.95</b>			
	(2)	6.85	6.19	4.46	1.73	<b>12.8</b>	3.36	4.35	<b>7.78</b>			
Côte d'Ivoire	(1)	1.18	0.85	1.56	0.93	<b>0.08</b>	1.28	1.90	<b>0.56</b>			
	(2)	1.18	0.85	2.40	1.50	<b>0.96</b>	1.50	2.26	<b>1.05</b>			
Gabon	(1)	2.98	1.17	-1.4	-0.2	<b>10.47</b>				1.17	-4.1	<b>15.73</b>
	(2)	2.98	1.17	3.08	2.19	<b>0.53</b>				1.83	-6.2	<b>27.53</b>

Notes : (1) correspond aux prévisions réalisées à partir du modèle avec changement structurel.

(2) correspond au modèle sans rupture.

CHAPITRE 6. INCIDENCES DES CO-MOUVEMENTS ÉCONOMIQUES ET DES  
CHANGEMENTS STRUCTURELS SUR LA PRÉVISIBILITÉ DES TAUX DE  
CROISSANCE DES PAYS DE LA ZONE CFA

Tableau 6.6 : Résultats comparatifs Modèle SW vs Modèle SW augmenté (Panel 3)

Pays	Prévisions réalisées selon les facteurs des différents échantillons											
	Val. Obs.		Zone CFA			UEMOA			CEMAC			
	2005	2006	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP	
Burkina	(1)	6.85	6.19	5.39	5.33	<b>1.44</b>	5.65	5.51	<b>0.95</b>			
	(2)	6.85	6.19	2.74	3.85	<b>11.18</b>	3.43	4.29	<b>7.65</b>			
Côte d'Ivoire	(1)	1.18	0.85	1.56	0.93	<b>0.08</b>	1.28	1.90	<b>0.56</b>			
	(2)	1.18	0.85	2.00	4.04	<b>5.42</b>	1.98	2.68	<b>1.99</b>			
Gabon	(1)	2.98	1.17	-1.4	-0.2	<b>10.47</b>				1.17	-4.1	<b>15.73</b>
	(2)	2.98	1.17	4.80	1.08	<b>1.66</b>				-8.6	-8.5	<b>113.51</b>

(1) correspond aux prévisions réalisées à partir du modèle avec changement structurel.

(2) correspond au modèle sans rupture.

Les Tableaux 6.4, 6.5 et 6.6 permettent de comparer les résultats des prévisions avec une rupture affectant le taux de croissance du PIB et ceux sans rupture. De manière générale, la prise en compte des changements structurels pour les trois pays concernés (Burkina Faso, Côte d'Ivoire et Gabon) permet d'améliorer assez nettement la précision de la prévision de leurs taux de croissance économique. Pour le cas du Burkina Faso, l'EQMP connaît des diminutions de 79% et 78% en considérant respectivement les facteurs communs de la zone CFA et ceux de l'UEMOA. Pour la Côte d'Ivoire, les diminutions s'élèvent respectivement à 1% et 93%. Seul le Gabon semble échapper à cette tendance avec des résultats de prévision basés sur les facteurs communs de la zone CFA meilleurs en cas de non prise en compte des changements structurels. En effet, pour le cas du Gabon, l'introduction du changement structurel augmente l'erreur quadratique moyenne de prévision basée sur les facteurs de la zone CFA de 141% alors qu'elle ne permet de réduire l'EQMP obtenue à partir des facteurs communs de la CEMAC que de 5%. Le cas du Gabon peut être lié à deux raisons fondamentales. La première est le fait que la composante commune du Gabon a moins d'incidence sur l'évolution de son taux de croissance. La deuxième raison est relatée par Stock et Watson (2008) qui soulignent que dans le cas où les facteurs sont bien estimés, les prévisions à base de facteurs communs peuvent être robustes aux instabilités structurelles qui affectent les variables. Et dans ce cas, l'inclusion du changement structurel effectué dans le modèle (6.4) n'est pas nécessaire et peut même nuire à la précision des valeurs prédites.

CHAPITRE 6. INCIDENCES DES CO-MOUVEMENTS ÉCONOMIQUES ET DES  
CHANGEMENTS STRUCTURELS SUR LA PRÉVISIBILITÉ DES TAUX DE  
CROISSANCE DES PAYS DE LA ZONE CFA

---

Dans la sous-section suivante nous nous baserons sur le modèle FHLR qui, comme nous l'avons vu, retrace plus fidèlement la dynamique de la composante commune. Elle permet généralement de réaliser des prévisions sur la base des facteurs communs sans besoin d'inclure explicitement les changements dans le modèle.

### Résultats relatifs au modèle de prévision dynamique

Dans le cadre de l'application du modèle FHLR, nous utilisons les trois panels de variables présentés plus haut. Les résultats issus de cette prévision sont présentés dans les Tableaux 6.7, 6.8 et 6.9. Le Tableau 6.7 donne les résultats des prévisions sur la base des facteurs extraits du Panel 1 et le Tableau 6.8 fournit les résultats correspondants pour Panel 2. Enfin, le Tableau 6.9 présente les résultats pour Panel 3 qui utilise la totalité des variables à notre disposition. On observe presque les mêmes tendances que dans le cadre du modèle SW notamment lorsque l'on considère les facteurs communs des Panels 1 et 2. De la même manière que dans le modèle SW, les prévisions des taux de croissance du Niger et des pays de la CEMAC sont beaucoup plus difficiles à réaliser sur la base des facteurs même si on note une amélioration considérable en utilisant les facteurs communs de la zone CFA au lieu des facteurs communs de la sous-zone CEMAC pour les pays membres.

Tableau 6.7 : Prévisions du taux de croissance basées sur les facteurs communs du Panel 1 (Modèle FHLR)

Pays	Prévisions réalisées selon les facteurs des différents échantillons										
	Val. Obs		Zone CFA			UEMOA			CEMAC		
	2005	2006	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP
Bénin	2.86	4.02	3.18	3.63	<b>0.13</b>	3.32	3.56	<b>0.21</b>			
Burkina Faso	6.85	6.19	3.84	3.82	<b>7.35</b>	3.87	3.88	<b>7.10</b>			
Côte d'Ivoire	1.18	0.85	3.51	3.37	<b>5.89</b>	2.16	3.29	<b>3.47</b>			
Mali	5.90	5.16	4.94	4.30	<b>0.83</b>	3.03	4.26	<b>4.53</b>			
Niger	6.95	4.69	1.08	1.06	<b>23.83</b>	0.41	1.29	<b>27.17</b>			
Sénégal	5.45	2.27	2.55	2.40	<b>4.20</b>	1.72	2.64	<b>7.02</b>			
Togo	1.23	4.02	3.59	3.67	<b>2.85</b>	3.12	3.34	<b>2.02</b>			
Centrafrique	2.18	4.01	1.12	1.20	<b>4.53</b>				3.35	-0.66	<b>11.61</b>
Cameroun	2.02	3.69	3.27	3.30	<b>0.85</b>				4.72	-0.14	<b>10.99</b>
Congo	7.42	6.20	3.89	4.06	<b>8.50</b>				0.26	-2.48	<b>63.32</b>
Gabon	2.98	1.17	3.31	3.47	<b>2.69</b>				2.15	-1.75	<b>4.62</b>
Tchad	7.64	0.47	2.57	2.59	<b>15.12</b>				4.57	3.63	<b>9.70</b>

CHAPITRE 6. INCIDENCES DES CO-MOUVEMENTS ÉCONOMIQUES ET DES  
CHANGEMENTS STRUCTURELS SUR LA PRÉVISIBILITÉ DES TAUX DE  
CROISSANCE DES PAYS DE LA ZONE CFA

Tableau 6.8 : Prévisions du taux de croissance basées sur les facteurs communs du Panel 2 (Modèle FHLR)

Pays	Prévisions réalisées selon les facteurs des différents échantillons										
	Val. Obs		Zone CFA			UEMOA			CEMAC		
	2005	2006	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP
Bénin	2.86	4.02	2.95	3.58	<b>0.10</b>	3,55	3,3	<b>0,5</b>			
Burkina Faso	6.85	6.19	3.19	3.40	<b>10.57</b>	3,16	3,51	<b>10,4</b>			
Côte d'Ivoire	1.18	0.85	2.33	3.15	<b>3.32</b>	2,59	3,37	<b>4,19</b>			
Mali	5.90	5.16	5.28	4.26	<b>0.60</b>	5,01	4,09	<b>0,97</b>			
Niger	6.95	4.69	0.53	1.38	<b>26.09</b>	0,4	1,63	<b>26,12</b>			
Sénégal	5.45	2.27	1.84	2.21	<b>6.53</b>	2,07	1,98	<b>5,74</b>			
Togo	1.23	4.02	2.98	3.49	<b>1.68</b>	3,02	4,06	<b>1,61</b>			
Centrafrique	2.18	4.01	0.24	1.81	<b>4.31</b>				0.91	0.07	<b>8.60</b>
Cameroun	2.02	3.69	1.13	2.21	<b>1.50</b>				2.65	-0.64	<b>9.58</b>
Congo	7.42	6.20	1.45	2.72	<b>23.85</b>				0.97	-3.84	<b>71.23</b>
Gabon	2.98	1.17	2.03	2.98	<b>2.07</b>				3.93	-0.09	<b>1.25</b>
Tchad	7.64	0.47	3.82	3.79	<b>12.79</b>				8.09	3.63	<b>5.07</b>

Tableau 6.9 : Prévisions du taux de croissance basées sur les facteurs communs du Panel 3 (Modèle FHLR)

Pays	Prévisions réalisées selon les facteurs des différents échantillons										
	Val. Obs		Zone CFA			UEMOA			CEMAC		
	2005	2006	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP	2005	2006	EQMP
Bénin	2.86	4.02	3.02	3.48	<b>0.16</b>	3.34	3.40	<b>0.31</b>			
Burkina Faso	6.85	6.19	3.11	3.58	<b>10.39</b>	3.28	3.38	<b>10.34</b>			
Côte d'Ivoire	1.18	0.85	2.91	4.23	<b>7.23</b>	2.52	3.44	<b>4.26</b>			
Mali	5.90	5.16	5.14	4.53	<b>0.49</b>	4.91	4.41	<b>0.78</b>			
Niger	6.95	4.69	0.38	1.49	<b>26.69</b>	0.65	1.09	<b>26.36</b>			
Sénégal	5.45	2.27	1.77	1.95	<b>6.81</b>	2.01	2.11	<b>5.93</b>			
Togo	1.23	4.02	3.31	4.05	<b>2.17</b>	3.16	3.95	<b>1.88</b>			
Centrafrique	2.18	4.01	0.81	1.99	<b>2.97</b>				1.33	-1.27	<b>14.33</b>
Cameroun	2.02	3.69	0.78	2.81	<b>1.16</b>				1.46	-2.40	<b>18.74</b>
Congo	7.42	6.20	1.18	2.22	<b>27.39</b>				-1.59	-5.37	<b>107.48</b>
Gabon	2.98	1.17	3.33	2.75	<b>1.30</b>				-1.47	-1.51	<b>13.51</b>
Tchad	7.64	0.47	4.07	4.37	<b>13.99</b>				6.28	3.80	<b>6.46</b>

Cependant, la variation de l'EQMP d'un panel de variables à un autre ou d'un groupe de pays à un autre est beaucoup moins importante. Cette fois-ci, en passant des facteurs de la sous-zone CEMAC aux facteurs communs de la zone CFA, l'EQMP diminue de 68%, 53% et 71% respectivement pour Panel 1, Panel 2 et Panel 3. Et en plus on peut remarquer qu'avec le modèle FHLR, la moyenne des EQMP des pays de la CEMAC obtenue sur la base des facteurs de l'ensemble de la zone CFA reste très proche de celle concernant les pays de l'UEMOA. Autrement dit, avec le modèle de prévision FHLR, l'importante incidence des effets idiosyncratiques enregistrés dans la sous zone CEMAC est mieux contrôlée, ce qui permet d'enregistrer des



performances de prévision qui avoisinent celle de l'UEMOA où les co-mouvements sont plus importants. Concernant ces pays de l'UEMOA, les résultats des prévisions réalisées sur la base des facteurs communs de la zone CFA et des facteurs communs de l'UEMOA restent très similaires et ceci est valable pour les trois Panels de variables.

### **Analyse comparative des pouvoirs prédictifs des deux modèles**

Une étude comparative des résultats des deux modèles de prévision permet de constater qu'au vu de l'EQMP, le modèle SW est plus adapté pour prédire le taux de croissance des pays de l'UEMOA (excepté le Niger). Ceci est valable quelque soit l'échantillon (UEMOA ou CFA) ou le groupe de variables (Panel 1, Panel 2 ou Panel 3) à partir duquel les facteurs communs sont extraits. De manière générale, pour les pays de l'UEMOA la moyenne de l'EQMP associée à la méthode de prévision de Forni et al. (2005) est considérablement plus élevée que celle obtenue à partir de la méthode de Stock et Watson (2002). Ceci est particulièrement vrai pour les pays de l'UEMOA dont le taux de croissance du PIB admet un changement structurel sur la moyenne (Burkina Faso et Côte d'Ivoire). Ce qui implique que la prise en compte des changements structurels tels que nous l'avons faite avec le modèle SW est d'une importance capitale pour prédire la dynamique des taux de croissance des pays de la zone CFA.

Cependant, même si une forte amélioration de la performance des prévisions des pays de la CEMAC est obtenue à partir du modèle FLHR les résultats restent toujours beaucoup moins satisfaisants que ceux de l'UEMOA indépendamment du modèle considéré. Les effets idiosyncratiques enregistrés dans les pays de la CEMAC et le Niger semblent jouer un rôle important de sorte à réduire la part de variance du taux de croissance économique expliquée par les facteurs communs. En effet, comme nous l'avons souligné dans le Chapitre 1, moins les effets des politiques d'intégration au sein d'une union économique sont ressentis moins les dépendances inter-économies traduites par les facteurs communs auront une incidence sur les économies en question. La prévisibilité du taux de croissance sur la base des facteurs devient ainsi assez hypothétique et il pourrait être souhaitable de se contenter d'un simple modèle VAR pour éviter d'aggraver le cas. Cependant, comme le montre le Tableau 6.10, pour les pays dont les co-mouvements sont assez importants les

CHAPITRE 6. INCIDENCES DES CO-MOUVEMENTS ÉCONOMIQUES ET DES  
CHANGEMENTS STRUCTURELS SUR LA PRÉVISIBILITÉ DES TAUX DE  
CROISSANCE DES PAYS DE LA ZONE CFA

---

performances du modèle de prévision de type VAR sont globalement assez limitées comparativement à nos deux modèles de prévision à facteurs.

Tableau 6.10 : Prévisions du taux de croissance économique basées sur  
un modèle VAR augmenté

Pays	Valeurs observées		Prévisions		
	2005	2006	2005	2006	EQMP
Bénin	2.86	4.02	9.97	18.16	<b>328.22</b>
Burkina Faso	6.85	6.19	7.06	5.45	<b>0.3</b>
Centrafrique	2.18	4.01	1.48	2.46	<b>1.44</b>
Côte d'Ivoire	1.18	0.85	-0.71	-13.99	<b>111.91</b>
Cameroun	2.02	3.69	-1.43	-0.17	<b>13.38</b>
Congo	7.42	6.20	-1.56	-0.78	<b>64.7</b>
Gabon	2.98	1.17	1.83	2.19	<b>1.18</b>
Mali	5.90	5.16	5.72	-0.15	<b>14.15</b>
Niger	6.95	4.69	0.46	1.68	<b>25.62</b>
Sénégal	5.45	2.27	2.16	2.65	<b>5.49</b>
Tchad	7.64	0.47	27.21	2.02	<b>192.71</b>
Togo	1.23	4.02	4.57	2.23	<b>7.2</b>

Par ailleurs, notons que contrairement aux autres pays de la zone CFA, les résultats de prévision du Gabon et de la Centrafrique se retrouvent particulièrement améliorés en passant de Panel 1 à Panel 2 et encore mieux en passant de Panel 2 à Panel 3 et ceci quelque soit l'un ou l'autre des deux modèles. Pour ces deux pays, l'augmentation du nombre de variables joue ainsi un rôle positif sur la qualité de la prévision de leurs taux de croissance. Signalons aussi que la fréquence des données qui sont toutes disponibles uniquement sur une base annuelle peut affecter les qualités de prévision des deux modèles notamment le modèle FHLR. En plus, la non disponibilité de données plus fréquentes fait que l'EQMP est calculée sur la base d'un nombre d'horizons de prévisions très limité, ce qui réduit considérablement la pertinence de l'EQMP. Par exemple, dans le cadre du modèle FHLR, l'utilisation de données plus fréquentes (mensuelles ou trimestrielles) donc de nombre d'observations plus élevé devrait conduire à un estimateur de la composante commune qui converge en probabilité (Forni et al. 2000). Toutefois, ces résultats peuvent aider à discriminer entre le modèle SW augmenté d'une rupture sur la moyenne et le modèle FHLR pour chacun des pays membres de la zone CFA. Aussi, il est important de préciser que même si la théorie admet que la procédure d'estimation adoptée dans le cadre du modèle FHLR peut permettre de tenir compte implicitement de l'éventuelle présence de changement structurel, ceci n'est pas totalement vérifié pour des

changements structurels assez significatifs et que pour les pays de la zone CFA, la spécification (6.4) conduit à un meilleur traitement des ruptures affectant la moyenne de la série.

En résumé, trois implications peuvent être tirées de cet exercice. (i) La faiblesse des co-mouvements pour les pays de la CEMAC constitue une importante contrainte pour la prévisibilité de leurs taux de croissance annuelle sur la base de modèle à facteurs communs. (ii) Les deux modèles de prévision à facteurs sont beaucoup plus adaptés qu'un modèle VAR même si pour certains pays de la zone CFA ces deux modèles présentent parfois des faiblesses en termes de qualité de la prévision. (iii) Le modèle de prévision FHLR constitue le modèle le mieux adapté pour prédire la croissance économique des pays de la CEMAC tandis que pour le cas de l'UEMOA, il convient mieux de se baser sur le modèle SW pour une meilleure prévision du taux de croissance des pays membres.

## Conclusion

Ce chapitre a permis d'analyser la prévisibilité du taux de croissance du PIB et des autres variables macroéconomiques des pays de la zone CFA sur la base d'un modèle de prévision exploitant les interdépendances et les changements structurels. L'importance des phénomènes de co-mouvements entre les variables et les changements fréquents notés dans l'environnement économique suggèrent qu'il est important de reconsidérer les méthodes de prévisions standard. Les prévisions sont ainsi réalisées en utilisant respectivement les facteurs communs estimés sur la base d'une Analyse en Composantes Principales Statiques et ceux estimés par une Analyse en Composantes Principales Dynamiques. Les résultats ont montré que les changements structurels et les facteurs communs ont d'importants effets sur les performances de la prévision et leur inclusion permet d'aboutir à de meilleurs résultats comparativement au modèle VAR. Notre analyse est menée aussi bien pour les pays de l'UEMOA et de la CEMAC que pour l'ensemble de la zone CFA. Dans chacun des trois cas, nous avons considéré une variété de séries macroéconomiques dont l'analyse menée dans le Chapitre 3 a montré que certaines sont affectées par un changement structurel significatif lié généralement à un choc majeur auquel l'économie a fait face au

CHAPITRE 6. INCIDENCES DES CO-MOUVEMENTS ÉCONOMIQUES ET DES  
CHANGEMENTS STRUCTURELS SUR LA PRÉVISIBILITÉ DES TAUX DE  
CROISSANCE DES PAYS DE LA ZONE CFA

cours de ces dernières années. Il ressort de cette analyse que le faible niveau d'interdépendance des économies de la CEMAC constitue une importante contrainte pour la prévisibilité de leurs taux de croissance annuels sur la base d'un modèle à facteurs communs même en incluant les changements structurels. En outre, le modèle de prévision FHLR constitue le modèle le mieux adapté pour prédire la croissance économique des pays de la CEMAC tandis que pour le cas de l'UEMOA, il convient de se baser sur le modèle SW.

## ANNEXE 6

Tableau 6.11 : Prévisions du taux de croissance annuel sur dix ans : Panel 1, modèle SW(02) augmenté

Échantillons/Années	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Zone CFA										
Bénin	2.90	4.23	4.34	3.05	3.92	3.84	3.53	2.80	3.96	4.10
Burkina Faso	5.39	5.33	5.16	5.91	6.07	6.83	4.45	4.05	4.19	5.60
Centrafrique	-1.26	0.66	0.58	1.52	0.05	1.18	3.94	2.13	0.56	0.78
Côte d'Ivoire	1.56	0.93	1.44	1.55	0.23	-0.21	1.78	1.60	1.37	3.43
Cameroun	2.87	1.85	4.00	3.45	1.56	2.33	4.50	2.24	1.71	3.32
Congo	2.88	4.10	4.32	5.17	3.78	3.06	2.14	2.05	1.24	3.08
Gabon	-1.38	-0.22	-0.12	1.27	1.87	1.71	1.87	1.65	4.07	0.40
Mali	5.36	4.23	2.07	3.41	3.27	1.50	4.21	4.02	3.89	4.58
Niger	0.19	1.08	2.06	0.93	-1.18	0.73	2.46	1.11	1.56	3.29
Sénégal	2.72	1.96	2.95	3.20	3.84	1.89	2.80	2.68	1.89	4.45
Tchad	3.38	5.89	2.43	2.80	7.69	11.12	4.29	2.85	3.46	3.05
Togo	2.80	2.42	3.90	1.94	0.33	3.14	0.62	2.23	4.74	3.50
UEMOA										
Bénin	3.14	3.26	3.06	3.49	3.57	3.80	2.99	2.75	4.05	3.33
Burkina Faso	5.65	5.51	5.09	5.85	6.13	6.73	4.78	3.27	5.02	5.06
Côte d'Ivoire	1.28	1.90	2.08	1.76	1.26	1.20	1.19	0.98	2.05	2.98
Mali	2.58	5.04	2.79	3.74	3.60	0.99	5.13	4.25	2.43	4.23
Niger	0.07	1.56	0.72	1.11	-0.16	4.15	2.62	0.17	2.13	2.79
Sénégal	1.19	2.56	3.90	2.62	4.12	2.43	2.19	2.33	2.72	3.92
Togo	2.74	2.38	2.93	3.80	2.86	2.31	1.00	2.02	1.39	3.97
CEMAC										
Centrafrique	2.93	-2.40	1.31	2.01	-2.88	-0.52	3.51	-0.05	-2.51	4.25
Cameroun	5.15	-0.79	3.47	-0.54	-5.34	-0.67	-0.64	2.33	4.14	1.55
Congo	-1.53	-5.40	-3.81	8.44	1.36	7.19	6.07	2.10	-0.07	4.06
Gabon	1.17	-4.13	-1.52	-5.52	8.56	9.87	5.50	1.86	-2.91	2.73
Tchad	7.16	10.67	3.33	-8.72	2.11	11.70	7.70	1.72	1.14	-3.43

CHAPITRE 6. INCIDENCES DES CO-MOUVEMENTS ÉCONOMIQUES ET DES  
CHANGEMENTS STRUCTURELS SUR LA PRÉVISIBILITÉ DES TAUX DE  
CROISSANCE DES PAYS DE LA ZONE CFA

Tableau 6.12 : Prévisions du taux de croissance annuel sur dix ans : Panel 2, modèle SW(02) augmenté

Échantillons / Années	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Zone CFA										
Bénin	2.37	3.37	3.88	3.04	3.69	4.03	3.12	3.08	4.02	3.84
Burkina Faso	5.01	5.45	4.42	5.49	5.65	6.53	5.63	4.06	6.14	6.71
Centrafrique	-0.64	3.24	1.08	0.53	-0.29	1.73	1.84	0.54	2.40	1.35
Côte d'Ivoire	1.66	1.91	2.63	1.42	1.91	1.74	2.64	1.88	3.21	3.83
Cameroun	1.84	1.54	2.23	1.31	3.31	1.99	5.07	3.95	4.36	5.34
Congo	0.62	2.46	4.10	4.71	4.17	3.94	2.54	3.03	2.01	3.69
Gabon	-2.37	-0.96	-0.93	3.60	3.57	3.16	4.44	2.08	6.45	0.23
Mali	6.11	5.39	3.65	4.20	4.33	1.81	4.93	4.43	1.96	7.07
Niger	0.96	2.52	1.17	-0.13	-1.09	2.09	1.94	-1.01	4.65	6.22
Sénégal	2.05	1.91	3.81	2.25	3.82	2.24	2.49	3.25	2.40	4.83
Tchad	3.93	4.05	0.73	3.83	4.80	9.79	4.50	2.80	3.24	1.28
Togo	2.41	2.09	3.15	4.05	0.02	5.35	-1.24	3.17	3.64	5.70
UEMOA										
Bénin	3.34	3.04	3.23	2.67	3.24	3.71	3.36	3.40	3.75	3.78
Burkina Faso	5.09	5.36	4.59	5.66	5.86	5.98	5.78	4.12	6.03	6.08
Côte d'Ivoire	1.36	2.05	3.02	1.86	2.63	2.76	2.52	2.34	3.61	3.71
Mali	4.79	4.37	4.08	3.72	4.35	3.03	3.55	5.29	2.67	5.81
Niger	-0.10	1.85	0.70	-0.64	0.47	2.06	2.66	0.05	3.73	4.90
Sénégal	2.34	1.26	4.11	2.15	3.17	2.53	2.08	3.20	3.35	3.79
Togo	2.52	3.25	1.76	3.79	2.10	4.29	0.74	3.95	2.40	4.06
CEMAC										
Centrafrique	2.93	-2.40	1.31	2.01	-2.88	-0.52	3.51	-0.05	-2.51	4.25
Cameroun	5.15	-0.79	3.47	-0.54	-5.34	-0.67	-0.64	2.33	4.14	1.55
Congo	-1.53	-5.40	-3.81	8.44	1.36	7.19	6.07	2.10	-0.07	4.06
Gabon	1.17	-4.13	-1.52	-5.52	8.56	9.87	5.50	1.86	-2.91	2.73
Tchad	7.16	10.67	3.33	-8.72	2.11	11.70	7.70	1.72	1.14	-3.43

CHAPITRE 6. INCIDENCES DES CO-MOUVEMENTS ÉCONOMIQUES ET DES  
CHANGEMENTS STRUCTURELS SUR LA PRÉVISIBILITÉ DES TAUX DE  
CROISSANCE DES PAYS DE LA ZONE CFA

Tableau 6.13 : Prévisions du taux de croissance annuel sur dix ans : Panel 3, modèle SW (02) augmenté

Échantillons/Années	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Zone CFA										
Bénin	0.92	4.14	3.96	2.71	3.94	5.71	2.62	3.31	5.84	7.09
Burkina Faso	4.54	4.98	4.76	6.56	4.92	7.24	5.79	3.96	5.96	7.01
Centrafrique	1.46	3.48	0.48	-1.61	-0.58	2.85	1.91	0.35	0.96	2.66
Côte d'Ivoire	2.15	4.42	4.74	1.11	1.69	3.07	2.96	1.47	2.46	2.14
Cameroun	-2.29	4.01	2.55	-2.33	0.57	1.59	6.27	6.01	5.09	6.89
Congo	-3.67	-2.42	0.08	3.01	4.08	6.72	3.48	5.33	3.55	1.37
Gabon	2.41	-1.41	-2.94	4.12	5.76	5.75	3.39	0.69	3.32	-0.69
Mali	6.74	1.86	5.17	5.03	4.65	1.21	4.18	6.97	3.24	2.95
Niger	-1.40	3.49	4.17	5.17	-0.75	1.89	4.27	-0.48	0.88	5.45
Sénégal	1.71	0.65	3.12	3.28	3.00	3.89	0.07	2.96	3.57	3.45
Tchad	6.69	7.65	-1.13	-2.88	3.00	5.15	3.03	2.82	4.44	1.99
Togo	1.19	6.04	1.63	2.14	3.54	3.37	0.54	3.93	0.97	4.84
UEMOA										
Bénin	3.41	2.97	3.19	2.77	2.57	3.71	3.39	3.27	3.60	4.21
Burkina Faso	5.73	5.19	4.33	5.81	5.50	5.94	5.29	4.37	5.44	5.21
Côte d'Ivoire	1.80	2.15	2.78	2.33	2.69	2.98	2.51	2.87	3.39	2.93
Mali	4.59	3.77	3.75	3.43	4.18	3.67	2.95	5.52	3.40	4.27
Niger	0.03	1.32	0.11	0.17	0.81	1.36	2.37	1.41	2.57	4.34
Sénégal	2.48	1.11	3.32	2.78	2.71	3.15	1.29	2.80	3.65	3.08
Togo	2.26	3.92	2.19	3.59	3.36	3.08	2.41	3.35	1.32	3.21
CEMAC										
Centrafrique	1.90	-3.61	1.79	-3.62	-5.11	-3.06	7.05	-1.66	-1.92	3.97
Cameroun	-0.90	-9.63	-1.63	-9.38	-13.54	-10.93	-4.50	1.91	4.75	1.68
Congo	-8.61	-17.07	-3.89	4.84	-0.97	0.34	-0.74	-3.76	-3.37	7.63
Gabon	-6.07	-4.77	-1.95	5.14	22.19	15.47	5.07	-4.31	-3.60	6.30
Tchad	12.50	6.90	11.13	7.70	1.05	19.49	15.65	-10.18	-8.22	-2.39

CHAPITRE 6. INCIDENCES DES CO-MOUVEMENTS ÉCONOMIQUES ET DES  
CHANGEMENTS STRUCTURELS SUR LA PRÉVISIBILITÉ DES TAUX DE  
CROISSANCE DES PAYS DE LA ZONE CFA

Tableau 6.14 : Prévisions du taux de croissance annuel sur dix ans : Panel 1, modèle FHLR (05)

Échantillons/Années	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Zone CFA										
Bénin	3.18	3.63	3.67	3.32	3.44	3.54	3.39	3.29	3.48	3.55
Burkina Faso	3.84	3.82	3.99	4.01	3.86	3.91	3.98	3.97	3.83	4.08
Centrafrique	1.12	1.20	1.41	1.05	0.87	1.31	1.30	1.35	1.22	1.35
Côte d'Ivoire	3.51	3.37	3.45	3.24	3.01	3.18	3.58	3.42	3.34	3.56
Cameroun	3.27	3.30	3.80	3.56	3.11	3.36	3.81	3.46	3.35	3.49
Congo	3.89	4.06	4.27	4.58	4.48	4.46	4.24	3.99	3.97	4.09
Gabon	3.31	3.47	3.28	3.46	4.07	3.98	3.78	3.69	3.76	3.64
Mali	4.94	4.30	4.17	4.27	4.41	4.11	4.18	4.35	4.25	4.32
Niger	1.08	1.06	1.49	1.41	0.77	0.80	1.17	1.08	1.00	1.15
Sénégal	2.55	2.40	2.44	2.64	2.57	2.52	2.49	2.58	2.47	2.61
Tchad	2.57	2.59	2.88	2.29	2.59	3.62	3.24	2.75	3.11	2.91
Togo	3.59	3.67	3.72	3.17	3.12	3.59	3.24	3.48	3.76	3.64
UEMOA										
Bénin	3.32	3.56	3.22	3.46	3.76	3.70	3.13	3.16	4.03	3.55
Burkina Faso	3.87	3.88	4.10	4.46	3.75	4.62	3.98	3.42	4.10	4.14
Côte d'Ivoire	2.16	3.29	3.45	2.92	3.28	3.57	2.87	2.73	3.08	3.13
Mali	3.03	4.26	3.97	4.53	4.96	3.32	4.91	4.76	4.09	4.44
Niger	0.41	1.29	1.41	2.34	0.73	2.29	1.58	0.34	1.16	1.03
Sénégal	1.72	2.64	2.83	2.40	2.87	2.78	2.30	2.66	2.54	2.36
Togo	3.12	3.34	3.35	4.25	4.13	3.24	3.08	3.23	2.77	4.01
CEMAC										
Centrafrique	3.35	-0.66	2.18	0.39	-1.66	0.41	0.69	1.40	0.43	3.26
Cameroun	4.72	-0.14	3.20	1.68	-1.16	1.49	1.99	3.25	4.64	3.09
Congo	0.26	-2.48	-0.71	5.94	3.62	6.66	5.69	3.24	1.95	3.90
Gabon	2.15	-1.75	-0.37	-0.31	5.81	7.38	5.32	4.51	1.50	2.32
Tchad	4.57	3.63	5.30	-2.25	-0.48	6.52	7.05	2.29	2.47	1.09

CHAPITRE 6. INCIDENCES DES CO-MOUVEMENTS ÉCONOMIQUES ET DES  
CHANGEMENTS STRUCTURELS SUR LA PRÉVISIBILITÉ DES TAUX DE  
CROISSANCE DES PAYS DE LA ZONE CFA

Tableau 6.15 : Prévisions du taux de croissance annuel sur dix ans : Panel 2, modèle FHLR (05)

Échantillons/Années	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Zone CFA										
Bénin	2.95	3.58	3.42	3.07	3.79	3.93	3.02	3.44	4.13	3.92
Burkina Faso	3.19	3.40	4.01	4.00	3.55	4.82	4.27	3.70	4.10	4.72
Centrafrique	0.24	1.81	1.07	0.24	0.29	2.28	0.90	1.93	2.13	1.94
Côte d'Ivoire	2.33	3.15	3.73	2.68	3.85	4.49	4.43	3.76	4.19	3.89
Cameroun	1.13	2.21	2.30	1.27	2.88	2.75	4.34	3.61	3.78	4.60
Congo	1.45	2.72	3.50	3.86	3.83	4.18	3.49	4.25	4.19	4.15
Gabon	2.03	2.98	3.15	5.45	5.86	4.53	4.41	3.93	4.72	3.78
Mali	5.28	4.26	5.27	4.90	5.41	3.79	4.85	5.44	4.00	5.50
Niger	0.53	1.38	1.65	1.26	0.56	1.64	1.85	0.00	1.70	1.92
Sénégal	1.84	2.21	3.10	2.03	2.61	2.96	2.21	3.06	2.54	2.58
Tchad	3.82	3.79	2.83	2.72	2.89	4.83	2.70	1.45	2.88	1.86
Togo	2.98	3.49	2.37	4.31	3.25	4.85	2.92	4.24	3.88	4.55
UEMOA										
Bénin	3.55	3.30	3.16	2.95	3.46	3.66	3.22	3.62	3.96	3.81
Burkina Faso	3.16	3.51	3.82	3.89	3.48	4.41	4.35	3.82	4.13	4.66
Côte d'Ivoire	2.59	3.37	4.08	3.16	4.34	5.11	4.57	4.13	4.56	3.96
Mali	5.01	4.09	5.71	4.59	5.46	4.49	4.36	5.67	4.16	5.26
Niger	0.40	1.63	1.08	0.77	0.78	1.17	1.92	0.33	1.61	2.27
Sénégal	2.07	1.98	3.27	2.20	2.05	3.03	2.08	3.01	2.69	2.43
Togo	3.02	4.06	1.99	3.99	4.02	4.33	3.75	4.46	3.58	4.25
CEMAC										
Centrafrique	0.91	0.07	2.77	-0.51	-2.18	1.27	2.12	-0.21	0.70	3.73
Cameroun	2.65	-0.64	2.55	0.66	-1.87	0.40	1.72	1.98	3.74	2.82
Congo	0.97	-3.84	-1.66	3.13	1.43	3.65	4.09	3.78	2.71	5.29
Gabon	3.93	-0.09	-1.56	1.58	5.27	7.98	4.66	1.75	2.57	3.26
Tchad	8.09	3.63	9.88	2.53	-1.83	9.17	7.22	-1.90	1.03	1.28



CHAPITRE 6. INCIDENCES DES CO-MOUVEMENTS ÉCONOMIQUES ET DES  
CHANGEMENTS STRUCTURELS SUR LA PRÉVISIBILITÉ DES TAUX DE  
CROISSANCE DES PAYS DE LA ZONE CFA

Tableau 6.16 : Prévisions du taux de croissance annuel sur dix ans : Panel 3. modèle FHLR (05)

Échantillon/Années	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Zone CFA										
Bénin	3.02	3.48	3.26	3.09	3.89	3.89	2.94	3.47	4.31	3.93
Burkina Faso	3.11	3.58	3.87	3.82	3.54	3.54	4.28	3.51	4.29	4.65
Centrafrique	0.81	1.99	1.24	0.18	0.79	0.79	0.85	1.94	2.15	1.97
Côte d'Ivoire	2.91	4.23	4.41	2.89	4.45	4.45	4.49	3.88	4.25	3.67
Cameroun	0.78	2.81	2.36	1.10	3.23	3.23	4.61	4.37	4.15	4.92
Congo	1.18	2.22	3.31	3.67	4.05	4.05	3.60	4.97	4.64	4.11
Gabon	3.33	2.75	3.14	6.23	6.76	6.76	4.47	3.80	5.29	3.84
Mali	5.14	4.53	5.74	4.69	5.70	5.70	5.06	5.60	4.04	5.33
Niger	0.38	1.49	1.25	1.56	0.80	0.80	1.92	-0.36	1.69	1.84
Sénégal	1.77	1.95	3.07	1.69	2.87	2.87	1.86	2.89	2.70	2.53
Tchad	4.07	4.37	1.00	1.99	2.55	2.55	2.36	1.57	2.56	1.48
Togo	3.31	4.05	2.12	4.79	4.03	4.03	3.26	4.49	3.41	4.45
UEMOA										
Bénin	3.34	3.40	3.28	3.02	3.37	3.66	3.16	3.45	3.97	3.85
Burkina Faso	3.28	3.38	3.85	4.00	3.56	4.50	4.13	3.78	4.10	4.54
Côte d'Ivoire	2.52	3.44	3.98	3.17	4.28	4.93	4.44	4.18	4.25	3.78
Mali	4.91	4.41	5.13	4.44	5.58	4.40	4.44	5.54	4.30	5.09
Niger	0.65	1.09	0.88	1.19	0.56	1.28	1.82	0.62	1.47	1.97
Sénégal	2.01	2.11	2.87	2.21	2.42	3.10	1.94	2.96	2.59	2.39
Togo	3.16	3.95	2.33	4.28	3.85	3.96	3.77	4.24	3.61	4.44
CEMAC										
Centrafrique	1.33	-1.27	2.05	-0.75	-1.68	0.42	2.29	0.53	1.44	3.11
Cameroun	1.46	-2.40	1.42	-0.66	-2.36	0.49	1.99	3.27	4.88	3.28
Congo	-1.59	-5.37	0.01	3.86	2.31	3.85	3.74	2.18	2.47	5.78
Gabon	-1.47	-1.51	-0.16	4.60	8.96	8.03	4.70	1.37	1.37	3.42
Tchad	6.28	3.80	7.81	3.35	0.80	11.14	7.10	-2.33	-1.00	0.64

Tableau 6.17 : Prévisions du taux de croissance annuel sur dix ans basée sur un modèle VAR augmenté d'une rupture sur la constante

Échantillons/Années	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Zone CFA										
Bénin	-9.97	-18.16	32.71	11.61	-12.00	10.62	14.14	-3.47	-31.97	-10.08
Burkina Faso	7.06	5.45	5.47	4.05	7.08	5.80	4.03	2.97	2.71	5.87
Centrafrique	1.48	2.46	-0.96	3.56	0.11	0.95	1.37	1.84	1.53	0.51
Côte d'Ivoire	-0.71	-13.99	31.98	16.38	-0.71	5.68	-0.18	2.99	8.30	-0.95
Cameroun	-1.43	-0.17	5.31	1.64	1.65	3.52	6.34	5.85	1.78	6.35
Congo	-1.56	-0.78	0.44	2.46	5.36	3.97	4.78	2.67	2.74	3.25
Gabon	1.83	2.19	2.37	4.52	2.23	0.14	0.06	1.26	1.74	4.31
Mali	5.72	-0.15	4.48	3.40	3.93	1.14	2.32	2.91	3.41	1.21
Niger	0.46	1.68	0.87	0.94	-0.42	1.44	2.53	2.00	1.78	1.02
Sénégal	2.16	2.65	0.11	2.11	4.45	4.89	-1.10	6.02	0.93	6.45
Tchad	27.21	2.02	-7.62	7.91	-4.97	8.09	15.18	-4.03	1.75	-3.85
Togo	4.57	2.23	2.76	1.97	2.63	5.05	3.71	1.92	3.38	1.69

# Conclusion générale

Cette thèse avait pour objectif d'étudier les implications sur la croissance, la convergence et la prévisibilité du taux de croissance des effets des politiques d'intégration mises oeuvre dans le cadre de la zone CFA. Nous sommes ainsi partis du postulat selon lequel, du fait de la persistance de ces politiques, les PIB et PIB par tête incorporent tout un ensemble de phénomènes tels que les changements structurels et les dépendances interindividuelles et qu'il est nécessaire d'apporter un nouveau regard sur les méthodes d'analyse de la croissance et de la convergence.

Dans le Chapitre 1, nous avons mis l'accent sur les traits majeurs des politiques d'intégration dans le cadre d'une union monétaire. Le concept d'intégration monétaire a ainsi été analysé de façon succincte en se référant notamment à la théorie sur les Zone Monétaires Optimales (ZMO) initiée par Mundell (1961). Ce chapitre a également permis de souligner les éventuelles incidences de ces politiques sur la dynamique économique des pays membres principalement en termes d'interdépendance et de changement structurel. En examinant les différentes stratégies adoptées, une analyse a été menée pour l'UEMOA et pour la CEMAC en soulignant la spécificité de chacun de ces deux sous-espaces économiques en matière de politiques d'intégration. On peut noter que d'importants efforts ont été fournis dans ce sens et que les Etats membres ont fait montre d'un véritable engagement politique. Ces efforts vont dans le sens de renforcer la stabilité macro-économique en permettant notamment d'améliorer le niveau des échanges commerciaux, de stimuler la croissance et de mettre en place une meilleure discipline fiscale. Les économies de la zone CFA tirent ainsi un important bénéfice de l'intégration monétaire particulièrement en matière de croissance économique. Cependant, ceci peut renforcer en même temps le niveau de dépendance entre les différentes économies, provoquer des changements dans leurs structures respectives et soulever ainsi des problèmes économétriques sé-

rieux notamment pour modéliser la croissance et la convergence économiques.

Le Chapitre 2 a permis de proposer une analyse sélective des méthodes de modélisation des co-mouvements économiques. Dans une première étape, nous avons fait une revue des différentes techniques économétriques utilisées pour modéliser des données répondant à une structure factorielle. Nous avons ainsi visité les deux principales catégories de modèles factoriels à savoir le *modèle à structure factorielle stricte* et le *modèle à structure factorielle approximative*. L'analyse a permis de souligner que la première présente moins d'avantages du fait des hypothèses restrictives qui les sous-tendent et qui ne sont pas en conformité avec les propriétés des séries macro-économiques. Nous avons vu aussi que suivant sa forme statique ou dynamique le *modèle à structure factorielle approximative* (appelé aussi modèle factoriel généralisé) peut être estimé par une Analyse en Composantes Principales Statiques ou par une Analyse en Composantes Principales Dynamiques. Il faut souligner que dans les deux cas, la technique utilisée permet d'estimer aussi bien les facteurs que leur nombre et que force est de constater qu'en termes de résultats, il peut exister des différences importantes selon la démarche utilisée. L'étude empirique portant sur les pays de la zone CFA révèle qu'en général, le nombre de facteurs communs estimés dans le cadre du modèle statique par les critères proposés par Bai et Ng (2002) dépend du nombre maximal de facteurs communs pris en compte et du type de critère considéré. Quant à la méthode de sélection du nombre de facteurs utilisée dans le cadre du modèle dynamique et qui est basée sur la part de variance expliquée par les facteurs communs, elle permet d'aboutir à une estimation plus précise. L'utilisation de ces différentes techniques a conduit à la sélection de 4 facteurs communs pour le PIB (avec 70% de part de variance) et pour l'ensemble des séries. Une analyse des co-mouvements a été effectuée d'abord en couplant les deux formes (statique et dynamique) de modèles factoriels, ensuite de manière plus approfondie, en considérant uniquement la forme dynamique qui permet de tenir compte de plus de variabilité. Il apparaît qu'il existe un fort niveau de propagation des chocs de croissance au sein de la zone CFA. En distinguant la sous période allant de 1963-1983 et celle allant de 1984-2004 qui correspond à la période d'intensification des plans et programmes de développement et d'intégration, nous avons montré que les politiques d'intégration monétaire et de manière plus générale la coordination des

politiques sous régionales constituent des forces qui renforcent la synchronisation des cycles d'activité. Ainsi, malgré la faiblesse des relations commerciales, on peut dire qu'il existe un co-mouvement économique assez important entre la plupart des pays membres. Il ressort également que ces co-mouvements sont fortement dictés par la Côte d'Ivoire et le Cameroun respectivement pour l'UEMOA et la CEMAC et que le degré d'intégration économique est plus important au sein de l'UEMOA.

Le Chapitre 3 s'est intéressé aux différentes méthodes de modélisation et de datation d'un changement structurel d'une série macro-économique et permet de souligner la diversité des approches développées dans la littérature depuis maintenant plusieurs décennies. La statistique de test utilisée dépend du fait que la date à laquelle le choc ayant occasionné la perturbation est connue ou non. Cependant, même si un choix exogène de la date de rupture permet de faire facilement un lien entre la date d'occurrence du changement structurel et un événement économique donné, il faut souligner que cette démarche présente d'importantes limites sur le plan statistique car l'événement auquel on fait volontairement référence ne correspond pas forcément à celui dont les effets ont été significatifs sur la variable d'intérêt. En effet, les variables macro-économiques subissent des influences de toute part pouvant créer une rupture au sens purement statistique du terme et parfois sans que cette rupture ait un sens économique. Ainsi, puisque la démarche endogène nous semble plus fiable en ne tenant compte que des perturbations qui ont un effet statistiquement significatif, nous avons adopté cette approche dans la partie empirique. En nous basant sur des statistiques  $SupF$  qui présentent l'avantage de permettre de détecter et de dater les changements structurels, nous avons testé la présence d'une rupture sur le taux de croissance du PIB par tête et sur d'autres variables clés (l'indice des prix à la consommation, la production industrielle, la consommation privée et l'investissement). Les tests sont d'abord menés sur les séries individuelles, ensuite des tests de rupture commune sont exécutés sur l'ensemble des variables. D'après les résultats individuels, les ruptures significatives ayant touché une partie de ces séries se sont produites durant la période 1970-1980 reflétant ainsi l'importance des chocs (économique, politique et social) auxquels ces pays ont fait face au cours de cette décennie. Les tests menés sur la base de l'hypothèse d'un changement structurel commun ont également permis de souligner l'existence de ruptures communes pour

le taux de croissance du PIB et pour les autres variables.

La revue de littérature sur les tests de racine unitaire en panel effectuée dans le Chapitre 4 a permis de faire le point sur l'importance de la prise en compte de ces problèmes de co-mouvement et de changement structurel sur les méthodes de modélisation de la croissance et de la convergence économiques fondées sur les propriétés de non stationnarité. Nous avons vu que les premiers tests de racine unitaire en panel ont la particularité d'être relativement simples à mettre en oeuvre du fait de l'hypothèse d'indépendance interindividuelle et de changement structurel et peuvent être menés en faisant usage de simples tables de la loi normale. Cependant, ils peuvent laisser apparaître des problèmes de résultats erronés notamment lorsqu'on travaille sur des données macroéconomiques. Nous avons ainsi mis l'accent sur l'importance de la prise en compte de ces hypothèses dans la modélisation économétrique des variables macroéconomiques. Les imperfections liées à ces premiers modèles ont conduit au développement d'une autre génération de tests qui a pris deux directions parallèles en s'intéressant d'un côté à l'inclusion des changements structurels et d'un autre côté, à la prise en compte des co-mouvements économiques. Il ressort de l'analyse de ces deux approches que même si les procédures de test basées sur les nouvelles générations de modèles s'avèrent très complexes, des gains de puissance substantiels sont obtenus. L'inclusion simultanée de ces deux hypothèses permet d'aboutir à des résultats encore plus intéressants. On peut ainsi noter que la qualité (en termes de puissance) des tests de racine unitaire en panel est fonction des hypothèses prises en compte et que les derniers modèles sont indispensables pour représenter avec le maximum de précision les processus suivis par les variables macro-économiques. Ce qui implique que les faiblesses des modèles classiques de convergence économique peuvent être largement comblées.

Nous avons ainsi proposé dans le Chapitre 5 une procédure empirique de test de convergence économique qui permet de répondre aux questions soulevées lors du précédent chapitre en revisitant la procédure de test de convergence d'Evans et Karras (1996). L'approche proposée permet de purger efficacement les dépendances inter-économies sur la base de la procédure "*Panel Analysis of Nonstationarity in the Idiosyncratic and Common components*" (PANIC) de Bai et Ng (2004). Des simulations de Monte-Carlo réalisées dans ce chapitre ont montré qu'en plus de contrôler

les interdépendances, PANIC offre aussi l'avantage de traiter naturellement l'existence d'un unique changement structurel et d'éliminer les problèmes de puissance de test qu'il engendre. Il a été souligné que la faiblesse de la vitesse de convergence généralement obtenue dans les études de convergence est en grande partie due à l'omission de certains chocs qui concernent les économies et qui peuvent créer des co-mouvements économiques et/ou des changements structurels ayant des impacts significatifs sur le processus de convergence. Les applications menées sur un échantillon de pays africains composé essentiellement des pays de la zone CFA et à titre de comparaison sur les pays de l'OCDE ne permettent de valider l'hypothèse de  $\beta$ -convergence que pour les pays membres de l'OCDE avec une vitesse de convergence relativement importante (12.30%). En considérant un échantillon composé des deux groupes de pays, l'hypothèse de convergence économique est également acceptée avec cette fois-ci une vitesse de convergence moins élevée que celle des pays de l'OCDE mais relativement plus importante que la vitesse mesurée à partir des approches existant dans la littérature.

L'étude menée dans le Chapitre 6 a été l'occasion d'analyser l'incidence des co-mouvements et des changements structurels sur la prévisibilité du taux de croissance économique des pays de la zone CFA. Nous nous sommes basés sur des techniques alternatives de prévision permettant d'utiliser un nombre important de variables et d'exploiter les co-mouvements entre elles. Il s'agit notamment des méthodes développées par Stock et Watson (2002) et Forni et al. (2005) basées sur des modèles à facteurs. Le second étant robuste aux ruptures, nous avons augmenté le premier d'un changement structurel sur la moyenne. Trois implications majeures sont tirées de notre démarche. (i) La faiblesse des co-mouvements pour les pays de la CEMAC constitue une importante contrainte pour la prévisibilité de leurs taux de croissance annuelle sur la base de modèle à facteurs communs. (ii) Les deux modèles de prévision à facteurs sont beaucoup plus adaptés qu'un modèle VAR. (iii) Le modèle de prévision de Forni et al. (2005) constitue le modèle le mieux adapté pour prédire la croissance économique des pays de la CEMAC tandis que pour une meilleure prévision du taux de croissance des pays de l'UEMOA, il convient de se baser sur le modèle de Stock et Watson (2002).

L'ensemble des travaux réalisés dans cette thèse permet de conclure qu'il existe

bien des phénomènes de co-mouvements et de changements structurels qui affectent les systèmes économiques et qui ne sont pas neutres dans le processus de croissance et de convergence des économies. Ceci a pu être mis en exergue notamment en se basant sur les développements récents en économétrie des données de panel. Il est également noté que la présence de facteurs communs et de ruptures structurelles ou en tout cas l'intensification de leurs effets est fortement liée aux politiques d'intégration mises en oeuvre au sein de la zone CFA. Ces travaux révèlent également que les chocs produisent des effets hétérogènes et ont généralement des dates d'occurrence différentes selon les pays et qu'il est nécessaire de faire varier les réponses de politique économique d'un pays à l'autre.

Par ailleurs, il serait intéressant de souligner les possibles extensions de ce travail afin de mieux généraliser la démarche adoptée dans cette thèse. Tout d'abord, sur le plan empirique, l'accès à une base de données plus fréquentes incluant un plus grand nombre de séries aurait permis de se retrouver avec de meilleurs estimateurs et de mieux rendre compte des effets des politiques sur l'environnement économique. Ceci permettrait également d'étendre la démarche méthodologique basée sur l'hypothèse d'un unique changement structurel. En effet, étant donné les nombreuses transformations auxquelles ces économies ont fait face au cours de notre période d'étude, une base de données fréquentes permettrait de tenir compte de l'existence de plusieurs ruptures et ainsi de généraliser l'hypothèse relative au nombre de changements structurels.

Récemment, Banerjee et Marcellino (2008), Stock et Watson (2009), Breitung et Eickmeier (2009) ont montré qu'en général, lorsqu'on est en présence de données répondant à une structure factorielle et qui en plus sont sujettes à des changements structurels, il est fréquent que ces ruptures se répercutent sur les coefficients des facteurs communs. Et dans de tels cas, la non prise en compte de ces changements peut conduire à des estimateurs non convergents des facteurs et à surestimer leur nombre. A cet égard, nous estimons que la prise en compte des instabilités qui peuvent éventuellement toucher les facteurs communs pourrait apporter plus d'éléments à l'analyse de la convergence et à l'étude de la prévisibilité du taux de croissance.

Enfin, s'agissant de l'étude de la convergence, nous considérons également que

l'approche introduite dans le Chapitre 5 via les propriétés de non stationnarité peut être étendue afin de caractériser le processus de convergence c'est-à-dire de vérifier si la convergence est conditionnelle ou absolue. Ceci peut se faire à travers un traitement plus poussé de la composante déterministe du modèle. En effet, comme l'ont souligné Gaulier et al. (1999), cette composante capte toutes les caractéristiques individuelles qui affectent l'état d'équilibre des économies et l'inclusion d'une perturbation permettrait de tenir compte des changements relatifs à ces caractéristiques individuels.



# Bibliographie

- [1] Amsler C., Lee J., (1995), An LM test for a unit root in the presence of a structural change. *Econometric Theory*, 11, 359-368.
- [2] Anderson T. W., (1984), An Introduction to Multivariate Statistical Analysis, *Wiley New York*, 2d ed .
- [3] Andrews D. W. K., (1993), Test for parameter instability and structural change with unknown change point, *Econometrica*, 61, 821-856.
- [4] Andrews D. W. K., Ploberger W., (1994), Optimal test when a nuisance parameter is present only under the alternative, *Econometrica*, 62, 1383-1414.
- [5] Andrews D.W.K., Lee I., Ploberger W., (1996), Optimal change point tests for normal linear regression, *Journal of Econometrics*, 70, 9-38.
- [6] Andrews D.W.K., Monahan J. C., (1992), An improved heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix estimator, *Econometrica*, 60, 953-966.
- [7] Arora V., Vamvakidis A., (2005), How Much Do Trading Partners Matter for Economic Growth ?, Staff Papers, *International Monetary Fund*, 52, 24-40.
- [8] Bai J., (1997), Estimating multiple breaks one at a time, *Econometric Theory*, 13, 315-352.
- [9] Bai J., (2003), Inferential Theory for Factor Models of Large Dimensions, *Econometrica*, 71, 135-171.
- [10] Bai J., (2006), Common breaks in panel data, *New York University*, unpublished manuscript.
- [11] Bai J., Carrion-i-Silvestre J. L., (2009), Structural Changes, Common Stochastic Trends, and Unit Roots in Panel Data. *Review of Economic Studies*, *Blackwell Publishing*, 76, 471-501.
- [12] Bai J., Lumsdaine R.L., Stock J.H., (1998), Testing for and dating breaks in multivariate time series, *Review of Economic Studies*, 65, 395-432.
- [13] Bai J., Ng S., (2002), Determining the Number of Factors in Approximate Factor Models, *Econometrica*, 70, 191-221.
- [14] Bai J., Ng S., (2004), A PANIC Attack on Unit Roots and Cointegration, *Econometrica*, 72, 1127-1178.
- [15] Bai J., Ng S., (2006), Evaluating latent and observed factors in macroeconomics and finance, *Journal of Econometrics*, 131, 507-537.
- [16] Bai J., Ng S., (2010), Panel Unit Root Tests With Cross-Section Dependence : A Further Investigation, *Econometric Theory*, 26, 1088-1114.

- 
- [17] Bai J., Perron P., (1998), Estimating and testing linear models with multiple structural changes, *Econometrica* 66, 47-78.
- [18] Bai J., Perron P., (2003), Computation and analysis of multiple structural change models, *Journal of Applied Econometrics*, 18, 1-22.
- [19] Banerjee A., Lumsdaine R.L., Stock J.H., (1992), Recursive and sequential tests of the unit-root and trend-break hypotheses : theory and international evidence, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 271-287.\*
- [20] Banerjee A., Marcellino M., Masten I., (2008), Forecasting Macroeconomic Variables Using Diffusion Indexes in Short Samples with Structural Change, *CEPR Discussion Papers* 6706.
- [21] Barro R. J., Sala-i-Martin X., (1991), Convergence across States and Regions, *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, 107-182.
- [22] Barro R. J., Sala-i-Martin X., (1995), Economic Growth Theory, *MIT Press*.
- [23] Baumol W. J., (1986), Productivity Growth, Convergence and Welfare : What the Long Run Data Show, *American Economic Review*, 76, 1072-1085.
- [24] Ben-David D., Papell D.H., (1998), Slowdowns and meltdowns : Postwar growth evidence from 74 countries, *Review of Economics and Statistics*, 80, 561-571.
- [25] Bernard A. B., Durlauf S. N., (1995), Convergence of International Output, *Journal of Applied Econometrics*, 10, 97-108.
- [26] Bernard A., Jones C., (1996), Productivity Across Industries and Countries : Times Series Theory and Evidence, *The Review of Economics and Statistics*, 78, 135-146.
- [27] Berthélemy J. C., Dessus S., Varoudakis A., (1997), Capital Humain et Croissance : le Rôle du Régime Commercial, *Revue Economique*, 48, 419-427.
- [28] Blanchard O. J., Quah D., (1989), The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances, *American Economic Review*, American Economic Association, 79, 655-673.
- [29] Boivin J., Ng S., (2006), Are more data always better for factor analysis?, *Journal of Econometrics*, Elsevier, 132, 169-194.
- [30] Breitung J., Eickmeier S., (2009), Testing for structural breaks in dynamic factor models, *Deutsche Bundesbank, Research Centre*, Discussion Paper n° 2009-05.
- [31] Breusch T.S., Pagan A.R., (1980), The Lagrange Multiplier Test and its Application to Model Specifications in Econometrics, *Review of Economic Studies*, 47, 239-53.
- [32] Brillinger D.R., (1981), Time Series : Data Analysis and Theory. Holden-Day, San Francisco.
- [33] Brown R.L., Durbin J., Evans J.M., (1975), Techniques for testing the constancy of regression relationships over time, *Journal of the Royal Statistical Society*, 37, 149-163.
- [34] Bulligan G., Golinelli R., Parigi G., (2010), Forecasting monthly industrial production in real-time : from single equations to factor-based models, *Empirical economics*, 39, 303-336.

- 
- [35] Burns A. M., Mitchell W. C., (1946), Measuring Business Cycles, *National Bureau of Economic Research* New York.
- [36] Carrion-i-Silvestre J. L., German-Soto V., (2009), Panel Data Stochastic Convergence Analysis of the Mexican Regions, *Empirical Economics*, 37, 303-327.
- [37] Carrion-i-Silvestre J. L., Del Barrio-Castro T., Lopez-Bazo E., (2005), Breaking the panels : An application to the GDP per capita, *Econometrics Journal*, 8-159-175.
- [38] Carrion-i-Silvestre J.L., Del Barrio-Castro T., López-Bazo E., (2001), Level Shifts in a Panel Data Based Unit Root Test, An Application to the Rate of Unemployment, *Working Paper* Num. E02-79, University of Barcelona.
- [39] Cattell R.B., (1966), The Scree test for the number of factors, *Multivariate Behavioral Research*, 1, 245-276.
- [40] Chamberlain G., (1983), Funds, factors, and diversification in arbitrage pricing models. *Econometrica*, 51, 1305-1324.
- [41] Chamberlain G., Rothschild M., (1983), Arbitrage, Factor Structure and Mean-Variance Analysis on Large Asset Markets, *Econometrica*, 51,1281-1304.
- [42] Chang Y., (2002), Nonlinear IV unit root tests in panels with cross-sectional dependency, *Journal of Econometrics*, 110, 261-292.
- [43] Chang Y., (2004), Bootstrap unit root tests in panels with cross-sectional dependency, *Journal of Econometrics*, 120, 263-293.
- [44] Chen C., Tiao G. C., (1990), Random Level-Shift Time series Models, ARIMA Approximations, and Level-Shift Detection, *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, 83-97.
- [45] Choi I., (2001), Unit root tests for panel data, *Journal of International Money and Banking*, 20, 249-272.
- [46] Chow G. C., (1960), Test of equality between sets of coefficients in two linear regressions, *Econometrica*, 28, 591-605.
- [47] Collier P., (1991), Africa's external relations, 1960-1990, *African Affairs*, 90, 339-356.
- [48] Connor G., Korajczyk R., (1988), Risk and Return in an Equilibrium APT : Application to a New Test Methodology, *Journal of Financial Economics*, 21, 255-289.
- [49] Croux C., Forni M., Reichlin L., (2001), A Measure of Co-movement for Economic Variables : Theory and Empirics, *The Review of Economic and Statistics*, 83, 232-241.
- [50] D'Agostino A., Giannone D., (2006), Comparing Alternative Predictors Based on Large-Panel Factor Models, *C.E.P.R. Discussion Papers*, n° 6564.
- [51] Davis S., Haltiwanger J., (1992), Gross Job Creation, Gross Job Destruction, and Employment Reallocation, *The Quarterly Journal of Economics*, 107, 819-863.
- [52] De Grauwe P., (1997), Problems of Transition and Initialisation of EMU, *Swedish Economic Policy Review*, Spring, 117-154.
- [53] De Grauwe P., (2007), Economics of Monetary Union, *Oxford University Press*, Oxford, United Kingdom.

- 
- [54] Debrun X., Masson P., Patillo C., (2002), Monetary Union in West Africa : Who Might Gain, Who Might Lose, and Why ?, *IMF Working Paper*, WP/02/226.
- [55] Diagne A., Niang A. A., (2008), Co-mouvements économiques dans les pays de la Zone CFA : Une analyse par le modèle factoriel dynamique généralisé, *Document de Travail* n° 2008-08, Laboratoire d'Economie et de Gestion, *Université de Bourgogne*.
- [56] Edjo E.M.T., (2003), Analyse économétrique de la croissance, de la convergence et des changements structurels dans les pays de la zone FCFA : une approche par les séries temporelles, *Thèse Université de Bourgogne*, sous la direction de Pichery M.C. et de Ertur C. K. .
- [57] Evans P., (1997), How Fast Do Economies Converge ? *Review of Economics and Statistics*, 36, 219-225.
- [58] Evans P., Karras G., (1996), Convergence Revisited, *Journal of Monetary Economics*, 37, 249-265.
- [59] Fielding D., Shields K., (2003), Do Currency Unions Deliver More Economic Integration than Fixed Exchange Rates ? Evidence from the CFA and the ECCU, *Discussion Papers in Economics* 03/9, Department of Economics, University of Leicester.
- [60] Fisher R.A., (1932), *Statistical Methods for Research Workers*, Oliver and Boyd, Edinburgh.
- [61] Forni M., Hallin M., Lippi M., Reichlin L., (2000), The Generalized Dynamic Factor Model : Identification and Estimation, *The Review of Economics and Statistics*, 82, 540-554.
- [62] Forni M., Hallin M., Lippi M., Reichlin L., (2005), The Generalized Dynamic Factor Model : one-sided estimation and forecasting, *Journal of the American Statistical Association*, 100, 830-840.
- [63] Forni M., Reichlin L., (1998), Let's Get Real : A Factor Analytical Approach to Disaggregated Business Cycle Dynamics, *Review of Economic Studies*, 65, 453-73.
- [64] Gardner L. A., (1969), On detecting changes in the mean of normal variates, *The Annals of Mathematical Statistics* , 40, 116-126.
- [65] Gaulier G., Hurlin C., Jean-Pierre P., (1999), Testing Convergence : A Panel Data Approach, *Annales d'Economie et de statistique*, 17, 55-56.
- [66] Gengenbach C., Palm F., Urbain J.P., (2010), Panel unit root tests in the presence of cross-sectional dependencies : Comparison and implications for modelling, *Econometric Review*, 29, 111-145.
- [67] Geweke J., (1977), The dynamic factor analysis of economic time series, In : Aigner, D.J., Goldberger, A.S.(Eds.), *Latent Variables in Socio-Economic Models*. North-Holland, Amsterdam.
- [68] Geweke J., Meese R., (1981), Estimating Regression Models of Finite but Unknown Order, *International Economic Review*, 23, 55-70.
- [69] Hadri K., (2000), Testing for Unit Roots in Heterogeneous Panel Data, *Econometrics Journal*, 3, 148-161.
- [70] Hadri K., Rao Y., (2008), Panel Stationarity Test with Structural Breaks, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Department of Economics, University of Oxford, 70, 245-269.

- 
- [71] Harris R. D. F., Tzavalis E., (1999), Inference for Unit Roots in Dynamic Panels where the Time Dimension is Fixed, *Journal of Econometrics*, 91, 201-226.
- [72] Hausman R., Panizza U., Stein E., (2001), Original Sin, Passthrough and Fear of Floating, Washington : Inter-American Development Bank, mimeo.
- [73] Hendry D.F., Clements M.P., (2002), Pooling of forecasts, *Econometrics Journal*, 5, 1-26.
- [74] Horvath M. T. K., Verbugge R., (1996), Shocks and Sectoral Interactions : An Empirical Investigation, Department of Economics, Stanford University.
- [75] Hurlin C., Mignon V., (2005), Une Synthèse des Tests de Racine Unitaire sur Données de Panel, *Economie et Prévision*, 169, 253-294.
- [76] Hurlin C., Mignon V., (2007), Second Generation Panel Unit Root Tests, *Working Papers* halshs-00159842, HAL.
- [77] Im K. S., Lee J., Tieslau M., (2005), Panel LM Unit Root Test with Level Shifts, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 67, 393-419.
- [78] Im K. S., Pesaran M. H., Shin Y., (2003), Testing for Unit Roots in Heterogeneous Panels, *Journal of Econometrics*, 115, 53-74.
- [79] Im K.S., Pesaran M.H., Shin, Y., (1997), Testing for Unit Roots in Heterogeneous Panels, DAE, *Working Paper* 9526, University of Cambridge.
- [80] Ingersoll J. E. Jr., (1984), Some results in the theory of arbitrage pricing, *Journal of Finance*, 39, 1021-1039.
- [81] Islam N., (1995), Growth Empirics : A Panel Data Approach, *Quarterly Journal of Economics*, 110, 1127-1170.
- [82] Jeffrey A.F., Rose A. K., (2000), Estimating the Effect of Currency Unions on Trade and Output, *National Bureau of Economic Research*, Working Papers 7857.
- [83] Jenkins C., Thomas L., (1997), Is Southern Africa ready for regional monetary integration?, *Centre for the Study of African Economies*, University of Oxford.
- [84] Johansen S., (1988), Statistical Analysis of Cointegration Vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 231-254.
- [85] Kabundi A., Loots E., (2007), Co-movement between South Africa and the Southern African Development Community : An empirical analysis, *Economic Modelling*, 24, 737-748.
- [86] Kaldor N., (1978), Further Essays on Economic Theory (Collected Economic Essays, vol. 5), London, Gerald Duckworth.
- [87] Kejriwal M., Perron P., Zhou J., (2011), Wald Tests for detecting Multiple Structural Changes in Persistence, Purdue University, Department of Economics, Working Paper n° 1223.
- [88] Kouparitsas M.A., (1996), North-South Financial Integration and Business Cycles, *Working Paper* Nos. 69-10, Research Department, Federal Reserve Bank of Chicago.
- [89] Kuznets S., (1966), Modern Economic Growth, Yale University Press.
- [90] Kwan C. H., (1994), Economic Interdependence in the Asia-Pacific Region : Towards a Yen Bloc, Routledge : London and New York.

- 
- [91] Kwiatkowski D., Phillips P.C.B., Schmidt P., Shin Y., (1992), Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root, *Journal of Econometrics*, 54, 91-115.
- [92] Lehmann B. N., Modest D., (1988), The Empirical Foundations of the Arbitrage Pricing Theory, *Journal of Financial Economics*, 21, 213-254.
- [93] Levin A., Lin C. F., (1992), Unit Root Tests in Panel Data : Asymptotic and Finite-Sample Properties, University of California at San Diego, *Working Paper* n° 92-23.
- [94] Levin A., Lin F., Chu C., (2002), Unit root tests in panel data : asymptotic and finite-sample properties, *Journal of Econometrics*, 108, 1-24.
- [95] Lilien D. M., (1982), Sectoral shifts and cyclical unemployment, *Journal of Political Economy*, 90,777-793.
- [96] Lucas R., (1975), An equilibrium model of the business cycle, *Journal of Political Economy*, 83, 1113-1144.
- [97] Luedecke B. P., (1984), An empirical investigation into arbitrage and approximate K-factor structure on large asset markets, *Doctoral dissertation*, Department of Economics, University of Wisconsin.
- [98] Maantsie R. W., (2003), Inflation et croissance dans les pays de la CEMAC, *Annales Universitaires M. Ngouabi*, 4, 185-201.
- [99] Maddala G. S., Wu S., (1999), A Comparative Study of Unit Root Tests with Panel Data and a New Simple Test, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 61, 631-652.
- [100] Mankiw N. G., Romer D., Weil D. N., (1992), A Contribution to the Empirics of Economic Growth, *The Quarterly Journal of Economics*, 107, 407-437.
- [101] Masson P., Patillo C., (2004), The monetary geography of Africa, *Brookings Institution*, Washington.
- [102] Mc Kinnon R. I., (1963), Optimum Currency Areas, *American Economic Review*, 53, 717-25.
- [103] McDonald R., Ricci L., (2001), PPP and the Balassa-Samuelson Effect : The Role of the Distribution Sector, *IMF Working Paper*, WP/01/38.
- [104] Montañés A., Reyes M., (1998), Effect of a shift in the trend function on Dickey-Fuller unit root tests, *Econometric Theory*, 14, 355-363.
- [105] Moon H.R., Perron B., (2004), Testing for a Unit Root in Panels with Dynamic Factors, *Journal of Econometrics*, 122, 81-126.
- [106] Moon H.R., Perron B., (2007), An Empirical Analysis on Nonstationarity in Panels of Interest Rates with Factors, *Journal of Applied Econometrics* , 22, 383-400.
- [107] Moon H.R., Perron B., Phillips P. C. B., (2007), Incidental Trends and the Power of Panel Unit Root Tests, *Journal of Econometrics*, 141, 416-459.
- [108] Mundell R. A., (1961), A Theory of Optimum Currency Areas, *American Economic Review*, 51, 657-665.
- [109] Nelson C. R., Plosser C. I., (1982), Trend and Random Walks in Macroeconomic Time Series, *Journal of Monetary Economics*, 10, 139-162.

- 
- [110] Ng S., (2006), Testing Cross-section Correlation in Panel Data Using Spacings, *Journal of Business and Economic Statistics*, 24, 12-23.
- [111] O'Connell P., (1998), The Overvaluation of Purchasing Power Parity, *Journal of International Economics*, 44, 1-19.
- [112] Paci R., Pigliaru F., (1997), Structural change and convergence : an Italian regional perspective, *Structural Change and Economic Dynamics*, 8, 297-318.
- [113] Park J.Y., (1990), Testing for unit roots and cointegration by variable addition, in T.B. Fomby and G.F. Rhodes, Jr. eds., *Co-integration, Spurious Regressions, and Unit Roots : Advances in Econometrics*, (London : JAI Press).
- [114] Park J.Y., Choi B., (1988), A new approach to testing for a unit root, *CAE Working Paper* 88-23, Cornell University.
- [115] Pena D., Poncela P., (2004), Forecasting with nonstationary dynamic factor models, *Journal of Econometrics*, 119, 291-321.
- [116] Perron P., (1989), The great crash, the oil price shock and the unit root hypothesis, *Econometrica*, 57, 1361-1401.
- [117] Perron P., (2006), Dealing with Structural Breaks, in *Palgrave Handbook of Econometrics*, Vol. 1 : *Econometric Theory*, K. Patterson and T.C. Mills (eds.), Palgrave Macmillan, 278-352.
- [118] Pesaran H. M., (2007), A Simple Panel Unit Root Test in the Presence of Cross Section Dependence, *Journal of Applied Econometrics*, 22, 265-312.
- [119] Pesaran H. M., Smith L. V., Yamagata T., (2009), A Panel Unit Root Test in the Presence of a Multifactor Error Structure, Faculty of Economics, University of Cambridge, *Working Paper* n° 0775.
- [120] Pesaran M.H., (2004), General diagnostic tests for cross section dependence in panels, *Cambridge Working Papers in Economics* No. 435, University of Cambridge.
- [121] Phillips P. C. B., Sul D., (2003), Dynamic Panel Estimation and Homogeneity Testing Under Cross Section Dependence, *Econometrics Journal*, 6, 217-259.
- [122] Ploberger W., Phillips P. C. B., (2004), Optimal Testing for Unit Roots in Panel Data, University of Rochester, mimeo.
- [123] Quah D., (1992), International Patterns of Growth : I, Persistency in Cross-Country Disparities, *London School of Economics*.
- [124] Rondeau F., Tavera C., (2005), Interdépendance macroéconomique des pays européens et propagation des chocs conjoncturels d'activité, *Economie et Prévision*, 3, 25-39.
- [125] Rose A. K., Svensson L. E. O., (1993), European Exchange Rate Credibility Before the Fall, *National Bureau of Economic Research*, n 4495.
- [126] Ross S. A., (1976), The arbitrage theory of capital asset pricing, *Journal of Economic Theory*, 13, 341-360.
- [127] Sargan J. D., Bhargava A., (1983), Testing for Residuals from Least Squares Regression for Being Generated by the Gaussian Random Walk, *Econometrica*, 51, 153-174.

- 
- [128] Sargent T.J., Sims C.A., (1977), Business cycle modelling without pretending to have too much a priori economic theory, In : Sims, C.A. (Ed.), *New Methods in Business Research*. Federal Reserve Bank of Minneapolis, Minneapolis.
- [129] Schmidt P., Phillips P.C.B., (1992), LM Tests for a Unit Root in the Presence of Deterministic Trends, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54, 257-587.
- [130] Schwert G. W., (1989), Tests for Unit Roots : A Monte Carlo Investigation, *Journal of Business and Economic Statistics*, 7, 147-160.
- [131] Solow R. M., (1956), A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, 70, 65-94.
- [132] Stock J. H., Watson M. H., (1998), Diffusion Indexes, *National Bureau of Economic Research*, no. 6702.
- [133] Stock J. H., Watson M. W., (2002), Forecasting Using Principal Components from a Large Number of Predictors, *Journal of the American Statistical Association*, 97, 147-162.
- [134] Stock J. H., Watson M. W., (2009), Forecasting in Dynamic Factor Models Subject to Structural Instability, *The Methodology and Practice of Econometrics*, Oxford, 34, 173-206.
- [135] Strauss J., Yigit T., (2003), Shortfalls of Panel Unit Root Testing, *Economics Letters*, 81, 309-313.
- [136] Summers R., Heston A., (1991), The Penn World Table (Mark 5) : An Expanded Set of International Comparisons, 1950-1988, *The Quarterly Journal of Economics*, 106, 327-368.
- [137] Tapsoba J A., (2009), Intégration Monétaire Africaine et Changements Structurels : Commerce, Partage des risques et Coordination budgétaire, *Thèse Université d'Auvergne*.
- [138] Trzcinka C., (1986), On the number of factors in the arbitrage pricing model, *Journal of Finance*, 41, 347-368.
- [139] Tsay R. S., (1988), Outliers, level shifts, and variance changes in time series, *Journal of Forecasting*, 7, 1-20.
- [140] Vogelsang T. J., (1997), Wald-type tests for detecting shifts in trend function in a dynamic time series, *Econometric theory*, 13, 818-849.
- [141] Vogelsang T.J., (1998a), Trend function hypothesis testing in the presence of serial correlation, *Econometrica*, 66, 123-148.
- [142] Vogelsang T. J. (1998b), Testing for a shift in mean without having to estimate serial correlated parameters, *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 73-80.
- [143] Vogelsang T. J., (1999a), Two simple procedure for detecting a unit root when there are additive outliers, *Journal of Time Series Analysis*, 20, 237-252.
- [144] Vogelsang T. J., (1999b), Sources of non monotonic power when testing for a shift in mean of a dynamic time series, *journal of Econometrics*, 88, 283-299.
- [145] Vogelsang T. J., (2001), Testing for a shift in trend when serial correlation is of unknown formé, *Working Paper*, Cornell University, Dept. of Economics.
- [146] Zivot E., Andrews D.W.K., (1992), Further evidence on the great crash, the oil price shock and the unit root hypothesis, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 251-270.



## RÉSUMÉ

Les pays africains de la zone CFA ont connu ces dernières années de multiples transformations économiques d'une part à travers les mesures initiées par les bailleurs de fonds bilatéraux et multilatéraux et d'autre part à travers les politiques d'intégration économique et monétaire. Ainsi, en partant de l'hypothèse selon laquelle du fait de ces nombreuses interventions, ces systèmes économiques incorporent divers phénomènes tels que les changements structurels et les dépendances inter-économies, nous avons étudié leurs principales implications sur la croissance, la convergence et la prévisibilité du taux de croissance. L'accent est d'abord mis sur les traits majeurs des politiques d'intégration dans le cadre d'une union monétaire tout en soulignant les éventuelles incidences de telles politiques sur la dynamique économique des pays membres principalement en termes de modélisation économétrique de la croissance et de la convergence. Les différentes études réalisées sur la base d'outils économétriques adaptés ont permis d'aboutir à des résultats nouveaux relatifs au processus de croissance et de convergence de ces économies comparativement à ceux basés sur les outils classiques de modélisation économétrique. Il ressort également de cette étude que la présence de facteurs communs et de ruptures structurelles est fortement liée aux politiques d'intégration mises en œuvre au sein de la zone CFA. Ces résultats révèlent aussi que les chocs produisent des effets hétérogènes et ont généralement des dates d'occurrence différentes selon les pays et qu'il est nécessaire de faire varier les réponses de politique économique d'un pays à l'autre pour une croissance durable et mieux partagée.

---

Mots clés : Test de racine unitaire en panel - Changement structurel - Dépendance interindividuelle - Modèles factoriels - Croissance économique - Convergence économique - Politiques d'intégration - Prévision - Zone CFA.

---

TITLE : GROWTH AND CONVERGENCE IN CFA ZONE COUNTRIES : A NON-STATIONARY PANEL DATA STUDY

---

## ABSTRACT

During the recent years, african countries in the CFA zone have experienced many economic changes on the one hand through the measures initiated by bilateral and multilateral donors and on the other hand through the economic and monetary integration policies. Thus, relying on the assumption that because of these interventions, the economic systems incorporate various phenomena such as structural change and economic interdependencies, we studied their major implications on growth, convergence and growth predictability. Emphasis is first placed on the major features of integration policies in a monetary union, while stressing the possible implications of such policies on the economic dynamics of member countries mainly in terms of econometric modelling of growth and convergence. The different studies conducted on the basis of appropriate econometric tools led to new results concerning the process of growth and convergence of these economies compared to those based on standard tools of econometric modelling. It is also clear from this study that the presence of common factors and structural breaks is strongly linked to integration policies implemented in the CFA zone. These results also indicate that shocks produce heterogeneous effects on economies with various dates of occurrence and that it is necessary to vary the policy responses from one country to another for sustainable and shared growth.

---

Key words : Panel data unit root test - Structural change - Interindividual dependance - Factor models - Economic growth - Economic convergence - Integration policies - Forecasting - CFA zone.

---

**ADRESSE** : Université de Bourgogne - Laboratoire d'Économie et de Gestion (LEG) - CNRS - UMR 5118 - PEG, BP 26611, 21066 Dijon Cedex.