



HAL
open science

Propagation d'une onde de choc dans un liquide aéré : modélisation et application aux rideaux de bulles

Hervé Grandjean

► **To cite this version:**

Hervé Grandjean. Propagation d'une onde de choc dans un liquide aéré : modélisation et application aux rideaux de bulles. Autre. Université de Bretagne occidentale - Brest, 2012. Français. NNT : 2012BRES0035 . tel-00776609v2

HAL Id: tel-00776609

<https://theses.hal.science/tel-00776609v2>

Submitted on 4 Jun 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT
de l'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

sous le sceau de l'Université Européenne de Bretagne

ÉCOLE DOCTORALE SICMA [E.D. 373]

Mention :

Sciences Pour l'Ingénieur

Spécialité :

Mécanique des Matériaux, des Structures et des Fluides

Présentée par :

Hervé GRANDJEAN

**Propagation d'une onde de choc dans un liquide aéré :
modélisation et application aux rideaux de bulles**

Soutenance effectuée le 24 octobre 2012 devant le jury composé de :

M. Sergey Gavriluk	Université d'Aix-Marseille, IUSTI	<i>Rapporteur</i>
M. Eric Climent	Institut National Polytechnique de Toulouse, IMFT	<i>Rapporteur</i>
M. Christian Kharif	Ecole Centrale de Marseille, IRPHE	<i>Examineur</i>
M. Daniel Fuster	Université Pierre et Marie Curie, CNRS, IJLRDA	<i>Examineur</i>
M. Guillaume Roulet	Université de Bretagne Occidentale, LPO	<i>Examineur</i>
M. Michel Arrigoni	ENSTA Bretagne, LBMS	<i>Examineur</i>
M. Stéphane Zaleski	Université Pierre et Marie Curie, IJLRDA	<i>Directeur</i>
M. Nicolas Jacques	ENSTA Bretagne, LBMS	<i>Co-encadrant</i>
M. Philippe Boyce	DGA Techniques navales	<i>Invité</i>
M. Alain Bovis	DCNS Research	<i>Invité</i>

Laboratoire Brestois de Mécanique et des Systèmes EA4325
ENSTA Bretagne
2 rue François Verny, 29806 Brest Cedex 9

A mon père.



Remerciements

Je remercie l'ensemble des membres du jury, et plus particulièrement les rapporteurs, pour m'avoir fait l'honneur de porter intérêt à ce travail.

J'exprime mes plus vifs remerciements à Nicolas Jacques, qui aura dirigé ces travaux pendant trois ans. Sa compétence, ses intuitions et sa patience à mon égard auront largement contribué à la réussite de ce projet de recherche.

Je remercie les personnes qui ont accompagné cette thèse de leur attention et de leur bienveillance, notamment Stéphane Zaleski, Michel Arrigoni, Philippe Boyce.

Je salue également l'ensemble des membres du laboratoire de mécanique de l'ENSTA Bretagne, permanents et doctorants, et garderai en mémoire l'ambiance intellectuelle stimulante qui règne au laboratoire, ainsi que les nombreux bons moments partagés.

J'exprime toute ma gratitude à Francis Jouanjean, directeur de l'ENSTA Bretagne, et Yann Doutreleau, directeur scientifique, qui m'ont donné l'opportunité de réaliser cette thèse. Que ce manuscrit soit un témoignage de leur confiance.

Enfin, je remercie toute ma famille pour ses encouragements et son soutien sans faille.



Table des matières

Remerciements	v
Table des matières	vi
Table des figures	ix
Liste des tableaux	xv
Nomenclature	xvii
1 Introduction	1
1.1 Motivations	1
1.2 Physique d'une explosion sous-marine	4
1.3 Ondes dans les liquides à bulles	7
1.3.1 Ondes acoustiques	7
1.3.2 Ondes de choc	11
1.4 Rideaux de bulles	19
1.5 Apports et organisation du mémoire	20
2 Modélisation d'un milieu diphasique liquide-bulles homogène	23
2.1 Principe d'une modélisation par transition d'échelles	23
2.2 Loi de comportement du milieu diphasique	26
2.2.1 Réponse dynamique d'un motif de sphère creuse	27
2.2.2 Transferts thermiques entre la bulle et le liquide	29
2.3 Equations de conservation à l'échelle macroscopique, et prise en compte de la compressibilité du liquide	35
2.4 Traitement numérique	37
2.5 Vérification et validation du modèle	38
2.5.1 Comparaison avec la théorie du choc stationnaire	38

2.5.2	Comparaison avec les expériences de Kameda	40
2.6	Conclusion	43
3	Modélisation d'un liquide aéré avec hétérogénéités de porosité	45
3.1	Première tentative de prise en compte des hétérogénéités de porosité .	46
3.2	Modélisation d'un liquide à bulles structuré en clusters	52
3.2.1	Position du problème et aperçu de l'approche proposée	53
3.2.2	Présentation du modèle	54
3.2.3	Résultats et analyse	59
3.2.4	Conclusion	70
4	Modélisation de la fission des bulles	73
4.1	Description du modèle	74
4.1.1	Approche proposée	74
4.1.2	Critère de fission des bulles	75
4.1.3	Mise en oeuvre numérique	79
4.1.4	Commentaires sur les paramètres du modèle	79
4.2	Résultats et discussion	80
4.2.1	Influence de la fission des bulles sur la dynamique du choc . .	80
4.2.2	Comparaison à l'expérience	86
4.2.3	Difficultés pour décrire la transition entre zones de fission et de non-fission	89
4.3	Conclusion	95
5	Simulation numérique de l'atténuation d'une onde de choc par un rideau de bulles	97
5.1	Description des simulations	97
5.1.1	Domaine de calcul et conditions aux limites	97
5.1.2	Distribution spatiale de porosité au sein du rideau	98
5.1.3	Prise en compte de la cavitation du liquide pur	98
5.2	Résultats et analyses	103
5.2.1	Configurations étudiées	103
5.2.2	Quelques définitions	103
5.2.3	Effet de la distribution de porosité au sein du rideau	104
5.2.4	Effet de la fission des bulles et des paramètres du rideau (a_0 , \bar{f}_0 et L_R)	104
5.2.5	Effet des caractéristiques de l'onde incidente	108
5.2.6	Influence des effets thermiques	110
5.3	Conclusion	111
6	Conclusion et perspectives	113
6.1	Conclusion	113
6.2	Perspectives	114



Table des figures

1.1	Essai de choc sur navire (source : www.martec.com).	2
1.2	Entraînement à la neutralisation de mines (source : A. Pfander).	2
1.3	Mise en place d'une éolienne offshore (Source : Dredging International).	2
1.4	Pêche à l'explosif (source : B. White, Marine Photobank).	2
1.5	Dispositif de rideau de bulles (source : Hydrotechnik Lübeck).	3
1.6	Dispositif de rideau de bulles mis en oeuvre par DGA Techniques Navales.	4
1.7	Haut : cycles d'expansion et migration de la bulle des gaz brûlés. Bas : variation de la pression dans le liquide (Shin (1993)).	6
1.8	Célérité du son dans un milieu diphasique air-eau à $T_l=20^\circ\text{C}$ et $P_0=1$ bar prévue par la formule 1.3.	8
1.9	Célérité du son dans l'eau avec des bulles d'air de rayon $a_0 = 0,12\text{mm}$, porosité $f_0 = 0,02\%$. Les points désignent les résultats expérimentaux, la courbe pleine les résultats théoriques en supposant que toutes les bulles sont de même taille, la courbe pointillée les résultats théoriques en tenant compte de la distribution des tailles de bulles (Fox <i>et al.</i> , 1955).	10
1.10	Amortissement d'une bulle isolée par viscosité, effets thermiques, et compressibilité du liquide, en fonction de son rayon (Chapman et Plesset, 1971).	11
1.11	Profil temporel d'onde de choc dans un liquide à bulles (type A) (Noordzij et van Wijngaarden, 1974).	12
1.12	Simulation numérique directe d'écoulement dans un liquide à bulles (Bunner, 2000).	16
1.13	Bulles régulièrement réparties dans un tube à choc (Kameda <i>et al.</i> , 1998).	17
1.14	Clusters de bulles dans le sillage d'un hydrofoil (Ohashi <i>et al.</i> , 1990).	17
1.15	Exemple de distribution de bulles considérée dans les simulations numériques directes de Seo <i>et al.</i> (2010).	18
1.16	Bulle d'ether dans de la glycérine avant (gauche) et après (droite) la phase de collapse et de rebond de la bulle (Frost et Sturtevant, 1986).	18

2.1	Objectif d'une technique d'homogénéisation : définir un milieu fictif, dit fluide homogène équivalent, qui soumis aux mêmes sollicitations que le fluide réel, aurait une réponse globale identique.	24
2.2	Méthode de transition d'échelles pour décrire le comportement d'un liquide aéré homogène : identification d'un volume élémentaire représentatif (a) et fluide homogène équivalent (b).	26
2.3	Bulle dans des VER cubique (côté d , porosité f) et sphériques ((i) : rayon b , porosité f ; (ii) : rayon $d/2$, porosité qf).	27
2.4	Sphère creuse : définition des grandeurs physiques	28
2.5	Structure stationnaire d'un choc dans un liquide à bulles (huile silicone / gaz SF ₆). $a_0 = 0,613\text{mm}$ - $f_0 = 0,24\%$ - $P_0 = 112,9\text{ kPa}$ - $\Delta P_0 = 130,6\text{ kPa}$	40
2.6	Evolution temporelle de la pression macroscopique dans un liquide aéré homogène à $z = 1.462\text{m}$. Mélange SF ₆ / huile silicone - $a_0 = 0,613\text{mm}$ - $f_0 = 0,24\%$ - $P_0 = 112,9\text{kPa}$ - $\Delta P = 130,6\text{kPa}$	42
2.7	Evolution temporelle de la pression macroscopique dans un liquide aéré homogène à $z = 0.912\text{m}$. Mélange N ₂ / huile silicone - $a_0 = 0,582\text{mm}$ - $f_0 = 0,18\%$ - $P_0 = 109,1\text{kPa}$ - $\Delta P = 115\text{kPa}$	42
2.8	Evolution temporelle de la pression macroscopique dans un liquide aéré homogène à $z = 1.462\text{m}$. Mélange N ₂ / huile silicone - $a_0 = 0,573\text{mm}$ - $f_0 = 0,18\%$ - $P_0 = 114,4\text{kPa}$ - $\Delta P = 85,7\text{kPa}$	43
3.1	a. Liquide aéré présentant des hétérogénéités de porosité (Kameda et Matsumoto, 1996) : 1, zone de forte porosité ; 2, zone de porosité moyenne ; 3, zone de faible porosité. b. Volume élémentaire représentatif	46
3.2	Probabilités de présence des familles de bulles - distribution 1 : $k = 1.5$; $s = 0.00185$; $\theta_l = 0,0022$. Le b_0 moyen est indiqué en pointillés rouge.	48
3.3	Effet d'une hétérogénéité de porosité sur l'évolution temporelle de la pression au sein d'un liquide aéré. Gaz : SF ₆ , liquide : huile silicone. $a_0 = 0.613\text{mm}$ - $f_0 = 0.24\%$ - $P_{\text{ref}} = 112.9\text{kPa}$ - $\Delta P = 130.6\text{kPa}$ - $z = 1.462\text{m}$ - distribution 1 - $q = 0$	48
3.4	Probabilités de présence des familles de bulles - distribution 2 : $k = 0.5$; $s = 0.00069$; $\theta_l = 0$. Le b_0 moyen est indiqué en pointillés rouge.	49
3.5	Effet d'une hétérogénéité de porosité sur l'évolution temporelle de la pression au sein d'un liquide aéré. Gaz : SF ₆ , liquide : huile silicone. $a_0 = 0.613\text{mm}$ - $f_0 = 0.24\%$ - $P_{\text{ref}} = 112.9\text{kPa}$ - $\Delta P = 130.6\text{kPa}$ - $z = 1.462\text{m}$ - distribution 2 - $q = 0$	49
3.6	a. Liquide aéré avec deux familles de bulles. b. Volume élémentaire représentatif	49
3.7	Domaine considéré pour les calculs 3D. La zone de forte porosité est matérialisée en bleu.	51

3.18	Evolution spatiale de la pression macroscopique dans un liquide ave des clusters de bulles. Gaz : N_2 , liquide : huile silicone. Rayon de bulles $a_0 = 4\text{mm}$, rayon de cluster $R_{1_0} = 3.48\text{cm}$, fraction volumique d'air dans les clusters $f_{c_0} = 4\%$, fraction moyenne de vide dans le mélange $f_0 = 1.02\%$, fraction volumique de clusters $\alpha_0 = 25.4\%$, $P_0 = 109.3\text{kPa}$, $\Delta P = 101.2\text{kPa}$, $q = 6/\pi$, $q_1 = 3/2$, temps d'observation $t = 15\text{ms}$. 26 bulles dans chaque cluster. Coefficient de séparation d'échelles : $\epsilon \sim 2.2$.	68
3.19	(a) Montage expérimental de Dontsov (2005). Les capteurs de pression sont indiqués par G2-G4. (b) Illustration des deux choix possibles pour la valeur de paramètre d'interaction entre clusters. q_1 peut être choisi de telle sorte que le rayon externe du VER (sphère composite) soit égal au rayon du tube (pointillés courts) ou à la distance moyenne inter-cluster, dans la direction verticale (pointillés longs).	69
3.20	Evolution temporelle de la pression à différentes positions dans un liquide avec des clusters de bulles. La configuration est représentée à la figure 3.19(a). Gaz : air, liquide : eau. (a) Jauge G2, $z = 0,105\text{m}$; (b) Jauge G3, $z = 0,205\text{m}$; (c) Jauge G4, $z = 0,305\text{m}$. Rayon des bulles $a_0 = 5 \times 10^{-5}\text{m}$, rayon des clusters $R_{1_0} = 1.5 \times 10^{-5}\text{m}$, porosité dans les clusters $f_{c_0} = 0,38\%$, porosité moyenne $f_0 = 0,0285\%$, $P_0 = 0.1\text{MPa}$, $\Delta P = 0.037\text{MPa}$, $q_1^l = 0,42$ et $q_1^r = 2,8$.	71
3.21	Evolution temporelle de la température moyenne d'une bulle dans un liquide avec une structure de cluster et dans un liquide aéré à une distance $z = 0,305\text{ m}$. Les conditions sont les mêmes qu'à la figure 3.20.	72
4.1	Exemple de fission d'une bulle sous forme de cluster (Ando <i>et al.</i> , 2011b).	75
4.2	Illustration des deux approches de modélisation de la fission des bulles (modèle C et modèle H). Dans les deux cas, la fission est supposée opérer instantanément à l'instant où le volume des bulles est minimum. (a) : pour le modèle H, les fragments sont répartis uniformément dans le liquide. (b) : pour le modèle C, les fragments issus de la fission d'une bulle donnée sont concentrées dans un petit cluster, dont la taille est liée au rayon initial de la bulle mère.	76
4.3	Evolution temporelle du rayon de la bulle et du taux de croissance λ_c du mode le plus instable de l'instabilité de Rayleigh-Taylor lors d'un collapse de bulle. L'évolution du rayon de la bulle a été obtenue en utilisant l'équation de Rayleigh-Plesset en considérant une bulle d'air dans de l'eau, initialement au repos et soumise à une surpression d'amplitude ΔP . Le comportement du gaz dans la bulle est supposé adiabatique. $a_0 = 1\text{ mm}$, $P_0 = 100\text{ kPa}$, $\Delta P = 500\text{ kPa}$.	78
4.4	Impact de la fission sur la structure d'un choc prévue par le modèle H. Huile de silicone et gaz SF_6 (conditions adiabatiques). $a_0 = 1.15\text{mm}$ - $f_0 = 0.4\%$ - $f_{c_0} = 15\%$ - $\alpha_0 = 2.66\%$. $P_0 = 112.9\text{ kPa}$. $\Delta P = 320\text{ kPa}$. Distance d'observation $z = 2.35\text{ m}$.	82

4.5	Impact de la fission sur la structure d'un choc prévue par le modèle C. Huile de silicone et gaz SF ₆ (conditions adiabatiques). $a_0 = 1.15\text{mm}$ - $f_0 = 0.4\%$. $P_0 = 112.9\text{ kPa}$. $\Delta P = 320\text{ kPa}$. Distance d'observation $z = 2.35\text{ m}$	84
4.6	Impact de la fission sur la structure d'un choc prévue par le modèle H. Huile de silicone et gaz N ₂ (avec effets thermiques). $a_0 = 1.15\text{mm}$ - $f_0 = 0.4\%$. $P_0 = 112.9\text{ kPa}$. $\Delta P = 500\text{ kPa}$. Distance d'observation $z = 2.35\text{ m}$	85
4.7	Impact de la fission sur la structure d'un choc prévue par le modèle C. Huile de silicone et gaz N ₂ (avec effets thermiques). $a_0 = 1.15\text{mm}$ - $f_0 = 0.4\%$. $P_0 = 112.9\text{ kPa}$. $\Delta P = 500\text{ kPa}$. Distance d'observation $z = 2.35\text{ m}$	87
4.8	Effet de la porosité à l'équilibre dans les clusters f_{c_0} sur la structure de l'onde de choc. Huile silicone et gaz SF ₆ . $a_0 = 1.15\text{mm}$, $f_0 = 0.4\%$, $P_0 = 112.9\text{ kPa}$, $\Delta P = 320\text{ kPa}$, distance d'observation $z = 2.35\text{ m}$	88
4.9	Profils temporels de pression dans un liquide aéré, lors de la propagation d'une onde de choc, à différentes positions. Comparaison entre le modèle C, avec et sans effets thermiques, le modèle sans fission (avec effets thermiques), et les résultats expérimentaux d'Ohtani <i>et al.</i> (2002a). Bulles d'air dans l'eau. $f_0 = 0,5\%$, $a_0 = 2\text{ mm}$, $\chi = 3$, $f_{c_0} = 15\%$. Le chargement appliqué est donné par l'équation 4.10.	90
4.10	Profil spatial du ratio entre les temps de la phase de collapse et de croissance d'instabilité, pour différentes amplitudes de chocs. Les calculs ont été réalisés avec le modèle C (et $N_F = n_m^2$). Bulles d'air dans de l'eau. $a_0 = 2\text{mm}$, $f_0 = 0.5\%$, $f_{c_0} = 15\%$, $P_0 = 100\text{ kPa}$, temps d'observation 8 ms , $\chi = 3$	91
4.11	Illustration du caractère erratique du signal de pression suite à une transition fission - non fission. Simulation réalisée avec le modèle C ($N_F = n_m^2$). $\chi = 6$, $a_0 = 2\text{mm}$, $f_0 = 0.5\%$, $f_{c_0} = 15\%$, $P_0 = 100\text{ kPa}$. Le chargement considéré est donné par l'équation 4.10. Temps d'observation $t = 4\text{ ms}$ et $t = 8\text{ ms}$	93
4.12	Evolution du nombre de fragments en fonction de la distance parcourue par le choc. Simulation réalisée avec le modèle C ($N_F = n_m^2$). $\chi = 6$, $a_0 = 2\text{mm}$, $f_0 = 0.5\%$, $f_{c_0} = 15\%$, $P_0 = 100\text{ kPa}$. Le chargement considéré est donné par l'équation 4.10. Temps d'observation $t = 8\text{ ms}$. A cet instant, le front de choc se situe en $z = 2,3\text{ m}$	93
4.13	Mise en évidence de l'arrêt de la fission sur le profil d'une onde de choc. Pour cette simulation, le domaine de calcul est divisé en 2 zones. Pour $z < 1,5\text{ m}$, la fission est autorisée (le modèle C avec $\chi = 6$ est utilisé), tandis qu'elle n'est pas permise pour $z > 1,5\text{ m}$. $a_0 = 2\text{mm}$, $f_0 = 0.5\%$, $P_0 = 100\text{ kPa}$. Temps d'observation $t = 4\text{ ms}$ et $t = 8\text{ ms}$. Le chargement considéré est donné par l'équation 4.10.	94
5.1	Représentation schématique du domaine fluide étudié	98

5.2	Dispositif de rideau de bulles utilisé par DGA Techniques navales : vue de profil.	99
5.3	Représentation schématique des profils spatiaux de porosité au sein du rideau de bulles considérés dans la présente étude : profil carré (pointillés) et profil parabolique (trait plein).	100
5.4	Profils temporels de pression en amont, au milieu et en aval d'un rideau de bulles. Porosité uniforme au sein du rideau. $f_0 = 1\%$ - $a_0 = 2\text{mm}$ - $P_m = 35\text{ bars}$ - $\theta = 0,15\text{ ms}$. Le liquide en amont est régi par l'équation d'état 2.39. Domaine de calcul : $L_1 = L_2 = 2\text{ m}$, $L_R = 1\text{ m}$	100
5.5	Profils temporels de pression en aval d'un rideau de bulles ($z = 4\text{ m}$) : influence des modélisations de la zone amont. $f_0 = 1\%$ - $a_0 = 1\text{ mm}$ - $P_m = 35\text{ bars}$ - $\theta = 0,15\text{ ms}$. Domaine de calcul de 5m . En zone 1, $0\text{ m} \leq z \leq 2\text{ m}$, on applique soit le modèle d'eau pure (équation 2.39), soit le modèle de liquide aéré avec germes, soit le modèle avec eau pure dans lequel la pression n'est pas autorisée à descendre en dessous de -1 bar (équation 5.1). En zone 2, $3\text{ m} \leq z \leq 5\text{m}$, on place de l'eau pure, régie par l'équation 2.39. Largeur du rideau : 1m . La figure du bas est un zoom de la figure du haut. Profil parabolique de porosité. La fission des bulles n'est pas autorisée. Les profils ont été recalés de sorte à faire coïncider les temps d'arrivée du pic principal de pression.	102
5.6	Evolution temporelle de la pression en sortie de rideau. Rideau de 50cm de long. $f_0 = 1\%$ - $a_0 = 5\text{mm}$. $P_m = 35\text{ bar}$ - $\theta = 0,15\text{ ms}$. Profil parabolique de porosité. La courbe "Avec rideau - avec fission" a été décalée temporellement de 3 ms	106
5.7	Evolution temporelle de la pression en sortie de rideau. Rideau de 1m de long. $f_0 = 1\%$ - $a_0 = 1\text{mm}$. $P_m = 35\text{ bar}$ - $\theta = 0,15\text{ ms}$. Profil parabolique de porosité.	107



Liste des tableaux

1.1	Ordres de grandeur d'une onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine. P_m en bar, θ en ms.	5
2.1	Propriétés physiques des liquides considérés dans la présente étude.	40
2.2	Propriétés physiques des gaz considérés dans la présente étude.	41
3.1	Comparaison entre les longueurs d'onde des oscillations du signal de pression (données en centimètres) prévues par les simulations numériques et l'équation 3.28 pour plusieurs valeurs de rayons de clusters. Les autres paramètres sont les mêmes que pour la figure 3.12.	61
3.2	Coefficient de séparation d'échelles ϵ (3.30) et porosité initiale dans le cluster f_0 pour différents configurations de clusters et valeurs de la fraction volumique de cluster α_0 . $P_0 = 109.3$ kPa, $\Delta P = 101.2$ kPa. Configuration 1 : $R_{10}/a_0 = 100$; $f_0 = 0.03\%$. Configuration 2 : $R_{10}/a_0 = 8.7$; $f_0 = 0.254\%$, Configuration 3 : $R_{10}/a_0 = 8.7$; $f_0 = 1.02\%$	66
4.1	Nombre de fragments issus de la fission de bulles de SF ₆ (modèle C) dans l'huile silicone en utilisant $N_F = n_m^2$ et $N_F = n_m^3$ (entre parenthèses) en fonction de la pression de choc et du rayon initial des bulles. Lorsque $N_F = 1$, cela signifie que la fission n'a pas eu lieu. $f_0 = 0.4\%$, distance d'observation $z = 2.35$ m, $\chi = 3$	88
5.1	Energies initiales E_0 (5.2) associées aux différents chargements étudiés, en J/m ²	104
5.2	Valeur des coefficients de transmission, réflexion, atténuation, pour différentes tailles de bulles, porosités, longueurs de rideau. Profil de porosité parabolique (entre parenthèses : profil carré). $P_m = 35$ bars, $\theta = 0,15$ ms. Sans prise en compte de la fission.	105

5.3	Valeur des coefficients de transmission, réflexion, dissipation (5.5) pour différentes largeurs de rideau. Profil parabolique de porosité. Entre parenthèses : sans prise en compte de la fission. $a_0 = 1 \text{ mm}$; $\bar{f}_0=1\%$. $P_m = 35 \text{ bar}$ - $\theta = 0, 15 \text{ ms}$	107
5.4	Valeur des coefficients de transmission, réflexion, dissipation (5.5) pour différentes valeurs de tailles de bulles et de porosité. Entre parenthèses : sans prise en compte de la fission. Profil parabolique de porosité. Longueur du rideau $L_R=1 \text{ m}$. $P_m = 35 \text{ bar}$ - $\theta = 0, 15 \text{ ms}$	108
5.5	Valeur du coefficient d'atténuation du pic de pression α_P (5.6) pour différentes tailles de bulles, valeurs de porosité, largeurs de rideau. Profil parabolique de porosité. Entre parenthèses : sans prise en compte de la fission. $P_m = 35 \text{ bar}$ - $\theta = 0, 15 \text{ ms}$	108
5.6	Valeur des énergies de transmission, réflexion, dissipation (5.4) pour différentes valeurs de P_m , en J/m^2 . Fission et profil parabolique de porosité dans tous les cas. Largeur du rideau $L_R = 50\text{cm}$. $\theta = 0, 15 \text{ ms}$	109
5.7	Valeur des coefficients de transmission, réflexion, dissipation (5.5) pour différentes valeurs de P_m . Fission et profil parabolique de porosité dans tous les cas. Largeur du rideau $L_R = 50\text{cm}$. $\theta = 0, 15 \text{ ms}$	109
5.8	Valeur des énergies de transmission, réflexion, dissipation (5.4) pour différentes valeurs de θ , en J/m^2 . Fission et profil parabolique de porosité dans tous les cas. Largeur du rideau $L_R = 50\text{cm}$. $P_m = 35 \text{ bars}$, $\theta = 0, 15 \text{ ms}$	110
5.9	Valeur des coefficients de transmission, réflexion, dissipation (5.5) pour différentes valeurs de θ . Fission et profil parabolique de porosité dans tous les cas. Largeur du rideau $L_R = 50\text{cm}$. $P_m = 35 \text{ bars}$, $\theta = 0, 15 \text{ ms}$	110
5.10	Influence des échanges thermiques. Valeur des coefficients de transmission, réflexion, dissipation (5.5) pour différentes configurations. Entre parenthèses : sans prise en compte des effets thermiques. Profil parabolique de porosité. La fission des bulles n'est pas permise. Largeur du rideau $L_R = 1 \text{ m}$. $P_m = 35 \text{ bars}$, $\theta = 0, 15 \text{ ms}$	111
5.11	Influence des échanges thermiques. Valeur des coefficients de transmission, réflexion, dissipation (5.5) pour différentes configurations. Entre parenthèses : sans prise en compte des effets thermiques. Profil parabolique de porosité. La fission des bulles est autorisée. Largeur du rideau $L_R = 1 \text{ m}$. $P_m = 35 \text{ bars}$, $\theta = 0, 15 \text{ ms}$	111

Nomenclature

Sauf mention contraire, la quantité \aleph_0 désignera la valeur de \aleph à l'instant $t = 0$.

a	Rayon d'une bulle
b	Rayon d'une sphère creuse de même porosité que le liquide aéré homogène
b_0	Rayon d'une sphère de même volume que le liquide d'une sphère creuse de rayon b
c	Célérité (quasi-statique) du son dans le fluide diphasique (expression simplifiée)
\tilde{c}	Célérité (quasi-statique) du son dans le fluide diphasique
c_g	Célérité du son dans un gaz
c_κ	Vitesse de phase du son dans le fluide diphasique
c_l	Célérité du son dans un liquide pur
c_p	Capacité thermique massique du gaz à pression constante
c_v	Capacité thermique massique du gaz à volume constant
d	Distance inter-bulles
d_1	Distance inter-clusters
E_i	Energie interne de la bulle
\underline{F}	Tenseur gradient de la transformation
f	Porosité moyenne d'un milieu diphasique
f_c	Porosité au sein d'un cluster de bulles
\Im	Partie imaginaire d'un nombre complexe
k	Paramètre de la distribution de Weibull
k_G	Conductivité thermique du gaz
m	Masse de gaz dans la bulle
M_a	Masse molaire du gaz
N	Nombre de bulles par clusters
p	Pression moyenne dans le cluster (échelle mésoscopique)
\bar{p}	Champ de pression au sein de la bulle
p_b	Pression homogène dans la bulle
p_i	Probabilité de présence de la famille de bulles i
P	Pression macroscopique au sein du fluide diphasique

\tilde{P}	Pression macroscopique relative au sein du fluide diphasique
P_e	Pression dans le liquide à la frontière de la sphère creuse "bulle"
P_i	Pression dans le liquide à la surface de la bulle
P_m	Pression maximale d'une explosion sous-marine
P_0	Pression de référence
P_1	Pression à la surface du cluster
Pe	Nombre de Péclet
\tilde{P}_L	Pression relative macroscopique au sein du liquide
Pe_T	Nombre de Péclet thermique
Pe_T^n	Nombre de Péclet thermique basée sur la fréquence ω_n
\hat{P}_{kin}	Puissance virtuelle inertielle
\hat{P}_{int}	Puissance virtuelle des efforts intérieurs
\hat{P}_{ext}	Puissance virtuelle des efforts extérieurs
q	Paramètre d'interactions entre bulles
q_1	Paramètre d'interactions entre clusters
\Re	Partie réelle d'un nombre complexe
r	Coordonnée radiale
r_{gp}	Constante massique des gaz parfaits
R	Rayon courant de la bulle
R_1	Rayon courant des clusters
R_e	Rayon courant externe de la sphère creuse
R_{gp}	Constante des gaz parfaits
r_{gp}	Constante massique des gaz parfaits
s	Paramètre de la distribution de type Weibull
t	Temps
t^*	Temps normalisé
T	Champ de température au sein de la bulle
T^{*}	Perturbation infinitésimale de la température normalisée au sein de la bulle
T_b	Température moyenne du gaz dans la bulle
T_l	Température du liquide
T_r	Gradient de température à l'interface bulle-liquide
\underline{u}	Vecteur-vitesse (échelle microscopique ou mésoscopique)
\hat{u}	Champ de vitesse virtuel
\underline{U}	Vecteur-vitesse (échelle macroscopique)
U_n	Vitesse normale (échelle macroscopique)
u_r	Vitesse radiale dans le liquide
v_b	Volume d'une bulle
V	Volume du milieu diphasique
V_1	Volume d'un cluster
V_L	Volume de liquide
W	Masse de l'explosif
\underline{X}	Vecteur position d'un point matériel (formulation Lagrangienne)

y	Coordonnée radiale normalisée
α	Fraction volumique du milieu diphasique occupée par les clusters
β_T	Coefficient de transfert thermique
β_T^e	Coefficient de transfert thermique équivalent
β_T^{Pr}	Coefficient de transfert thermique prédit par le modèle de Preston
γ	Coefficient polytrophique
Δ	Approximation de l'erreur
δ_d	Coefficient d'amortissement de l'onde
ΔP	Chargement relatif en pression
δQ	Quantité élémentaire de chaleur
δW	Travail élémentaire
ϵ	Index de séparation d'échelles
$\tilde{\epsilon}$	Tolérance définie par l'utilisateur
ζ	Taille de maille
η	Nombre de bulles par unité de volume de liquide
θ	Constante de temps d'une explosion sous-marine
κ	Nombre d'onde
λ	Longueur d'onde
Λ	Distance caractéristique macroscopique ou longueur d'onde
μ	Viscosité dynamique du liquide
ν	Viscosité cinématique du liquide
ξ	Coordonnée radiale normalisée au sein d'un cluster
ρ	Masse volumique du milieu diphasique
ρ_0	Masse volumique du milieu diphasique à $t = 0$
ρ_c	Masse volumique du cluster
ρ_g	Masse volumique du gaz
ρ_l	Masse volumique du liquide
σ	Coefficient de tension de surface
$\underline{\underline{\sigma}}$	Tenseur des contraintes de Cauchy
τ	Période d'oscillation de la bulle
ϕ_1, ϕ_2	Coefficients correctifs
χ_L	Coefficient de compressibilité du liquide
Ψ	Fonction de transfert
ω	Fréquence
ω_b	Fréquence naturelle isotherme d'une bulle isolée en milieu infini
ω_n	Fréquence naturelle isotherme d'une bulle basée sur le modèle de sphère creuse
Ω	Fréquence naturelle isotherme d'un cluster
Ω_d	Fréquence naturelle isotherme d'un cluster isolé dans la limite des faibles porosités

Introduction

Ce mémoire présente les travaux réalisés au sein du Laboratoire Brestois de Mécanique et des Systèmes de l'ENSTA Bretagne, au cours d'une thèse réalisée en collaboration avec l'Institut Jean le Rond d'Alembert (Université Pierre et Marie Curie) et la Direction Générale de l'Armement (DGA Techniques navales). Ces travaux concernent la modélisation de la propagation d'une onde de choc dans un liquide à bulles, avec pour principale application l'étude de l'effet atténuateur d'un rideau de bulles vis-à-vis d'une explosion sous-marine. Dans ce premier chapitre, les motivations, le contexte scientifique et l'orientation donnée à ces travaux sont présentés.

1.1 Motivations

Les ondes de choc sous-marines, souvent issues d'explosions sous-marines (figure 1.1), peuvent apparaître dans diverses circonstances : opérations de déminage ou neutralisation de munitions non explosées (figure 1.2), déroctage en vue de la construction d'infrastructures portuaires, battage de pieux dans le cadre d'installation d'éoliennes offshore posées (figure 1.3), prospection offshore par canon sismique. . . Ces ondes de choc représentent une nuisance importante pour l'environnement, qu'il soit inanimé (structures portuaires, navires) ou vivant (plongeurs opérant à proximité, faune sous-marine).

Dans le domaine des structures navales par exemple, l'onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine peut, si la charge est suffisante, déchirer la coque sur une large surface (Reid, 1996). Les explosions sous-marines causent aussi de sérieux dommages aux espèces marines, telles que mammifères, oiseaux, reptiles ou poissons, ainsi que l'ont souligné Richardson *et al.* (1995) et Koschinski (2011) (figure 1.4). D'ailleurs, la France, suite au Grenelle de la mer et via la loi Grenelle 2, reconnaît officiellement depuis 2010 la pollution sonore sous-marine, qui consiste en "l'introduction directe ou indirecte [...] de sources sonores sous-marines d'origine



FIG. 1.1: Essai de choc sur navire (source : www.martec.com).



FIG. 1.2: Entraînement à la neutralisation de mines (source : A. Pfander).

anthropique, qui entraîne ou est susceptible d'entraîner des effets nuisibles pour les ressources vivantes et les écosystèmes marins". Cette loi pourrait déboucher à court terme sur une réglementation imposant l'utilisation de dispositifs atténuateurs à chaque chantier de génie maritime qui implique des nuisances sonores sous-marines.



FIG. 1.3: Mise en place d'une éolienne off-shore (Source : Dredging International).



FIG. 1.4: Pêche à l'explosif (source : B. White, Marine Photobank).

Dans ce cadre, un dispositif communément utilisé pour diminuer les effets néfastes d'ondes sous-marines sur l'environnement est un rideau de bulles. Ce dispositif consiste en un panache de bulles, créé par circulation d'air comprimé, à l'intérieur de tuyaux sous-marins percés d'une multitude de trous (figures 1.5 et 1.6). Ce montage, placé au sein d'un milieu liquide, a une efficacité avérée pour atténuer les ondes de pression sous-marines, qu'elle soient acoustiques ou de choc (Domenico, 1982a,b; Würsig *et al.*, 2000; Rude et Lee, 2007; Schmidtke *et al.*, 2009; Lucke *et al.*, 2011). Récemment en France, des essais menés par les plongeurs démineurs de la Marine Nationale et par DGA Techniques Navales, ont montré que les rideaux de bulles étaient capables de réduire de façon importante (80% en bassin de détonique) le pic

de pression maximale issu de l'explosion d'une charge sous-marine (Bouton *et al.*, 2007). Ce système d'atténuation présente l'intérêt d'être mobile, et de protéger très significativement les structures, les personnes et l'écosystème, lors d'opérations de déminage, ou bien lors de chantiers d'aménagements portuaires ou offshore.

Si l'efficacité des rideaux de bulles a été expérimentalement démontrée, la compréhension physique du phénomène et surtout sa modélisation ne semblent pas avoir fait l'objet de recherches extensives (voir §1.4). Dans ce cadre, les objectifs scientifiques et industriels de ce travail de thèse sont les suivants :

- comprendre et modéliser les mécanismes mis en jeu dans le processus d'atténuation du choc par un rideau de bulles ;
- être capable d'optimiser le pouvoir atténuateur d'un rideau de bulles en fonction des paramètres physiques du système (par exemple, la fraction volumique de gaz, le rayon des bulles, la largeur du rideau,...).



FIG. 1.5: Dispositif de rideau de bulles (source : Hydrotechnik Lübeck).

Nous dressons aux paragraphes 1.2, 1.3 et 1.4 un état de l'art succinct sur les explosions sous-marines, la propagation des ondes dans les milieux diphasiques, et les rideaux de bulles. L'organisation du manuscrit ainsi que les apports scientifiques de ce travail seront présentés au paragraphe 1.5.

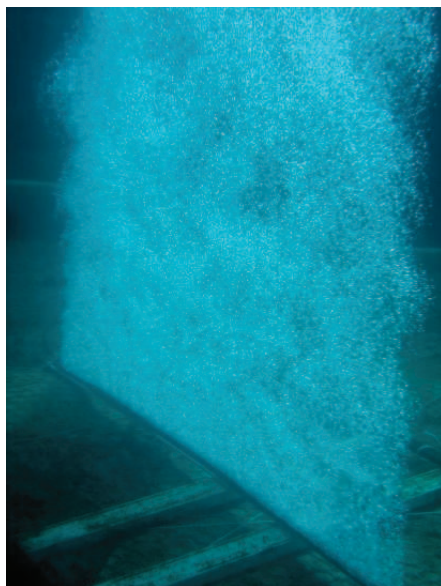


FIG. 1.6: Dispositif de rideau de bulles mis en oeuvre par DGA Techniques Navales.

1.2 Physique d'une explosion sous-marine

Il est proposé ci-après un bref descriptif des phénomènes afférents à une explosion sous-marine, en nous appuyant principalement sur les travaux de [Cole \(1948\)](#) et d'[Urlick \(1967\)](#).

Lors de la détonation d'un explosif en milieu sous-marin, une bulle de gaz très chauds et fortement comprimés se forme, en même temps qu'une onde de choc, dite primaire, est émise. L'onde de choc se propage sphériquement, initialement à des vitesses supersoniques. Néanmoins, l'amplitude de cette onde décroît rapidement avec la distance, et sa célérité se stabilise à la vitesse du son dans l'eau. L'onde de choc primaire en pleine eau consiste en une montée quasi-instantanée (sur un temps de l'ordre de la micro-seconde) de la pression, suivi d'une décroissance exponentielle jusqu'à la valeur de la pression hydrostatique :

$$\begin{cases} P = P_0 & t < t_0 \\ P = P_0 + P_m e^{-(t-t_0)/\theta} & t \geq t_0 \end{cases} \quad (1.1)$$

où t_0 est le temps auquel l'onde de choc arrive à la distance R du point source de l'explosion, et θ est la constante de temps.

Le pic de pression P_m et la constante de temps θ dépendent de la taille de la charge explosive et de la distance du point source à laquelle la pression est mesurée. [Cole \(1948\)](#) propose les formules empiriques suivantes pour estimer P_m et θ :

$$P_m = 52.4(W^{\frac{1}{3}}/R)^{1.18} \quad ; \quad \theta = 0.084W^{\frac{1}{3}}(W^{\frac{1}{3}}/R)^{-0.23} \quad (1.2)$$

où P_m s'exprime en MPa, θ en ms, R en m, et W est la masse d'explosif en kg d'équivalent TNT. Le pic de pression peut atteindre plusieurs dizaines, voire centaines, de MPa. Quelques ordres de grandeur représentatifs des explosions sous-marines sont rapportés dans le tableau 1.1 : il apparaît que plus on se situe proche du point-source et plus la charge est importante, plus le pic de pression est élevé. La constante de temps θ , quant à elle, augmente avec la distance de l'explosion et la masse de l'explosif.

R (m)	1		5		10		50	
W (kg)	P_m	θ	P_m	θ	P_m	θ	P_m	θ
0,05	161	0,039	24	0,056	11	0,066	1,6	0,095
0,1	211	0,046	31	0,067	14	0,079	2	0,11
1	524	0,084	78,4	0,12	34	0,14	5,2	0,206
10	1296	0,151	194	0,219	85,6	0,257	12,8	0,373

TAB. 1.1: Ordres de grandeur d'une onde de choc primaire issue d'une explosion sous-marine. P_m en bar, θ en ms.

Juste après la détonation, la bulle de gaz brûlés adopte un comportement oscillatoire similaire à celui d'un système masse-ressort initialement comprimé. La bulle commence son expansion tandis que la pression à l'intérieur de celle-ci diminue. Par effet inertiel, la bulle dépasse lors de ce mécanisme son rayon d'équilibre. Après avoir atteint son rayon maximum et une pression dans la bulle minimale, la bulle se contracte jusqu'à atteindre un rayon minimum et une pression maximale (bien que cette pression ne soit pas aussi élevée que lors de la détonation initiale). Ce cycle peut se reproduire un certain nombre de fois, accompagné de l'émission d'ondes de pression (pulses) secondaires, à chaque fois que la bulle atteint son rayon minimum. On note une diminution du rayon maximal de la bulle au cours des oscillations, liée principalement aux pertes d'énergie par émission acoustique lors des phases de contraction maximale (Keller et Kolodner, 1956). Pendant ces phases de pulsation, la bulle migre périodiquement vers le haut, sous les effets des forces d'Archimède. La séquence de ces événements est présentée schématiquement à la figure 1.7.

Les travaux de Arons et Yennie (1948) ont permis de quantifier la répartition de l'énergie chimique stockée dans l'explosif entre les différents mécanismes de l'explosion sous-marine. La part de l'énergie chimique transmise au fluide par l'intermédiaire de l'onde de choc primaire est de l'ordre de 54%. Une part de cette énergie est dissipée lors des premiers instants de la propagation de l'onde primaire. Ainsi, seuls 30% de l'énergie chimique initiale sont véhiculés par l'onde primaire lorsque la vitesse de celle-ci devient sonique. La part d'énergie restante (un peu moins de 50%) est stockée dans la bulle sous forme d'énergie potentielle, et servira à entretenir un régime oscillatoire de la bulle, au cours duquel des pulses de pression seront émis à chaque contraction maximale de la bulle. Des pertes énergétiques surviennent lors des oscillations de la bulle de gaz brûlés, liées principalement aux émissions d'ondes

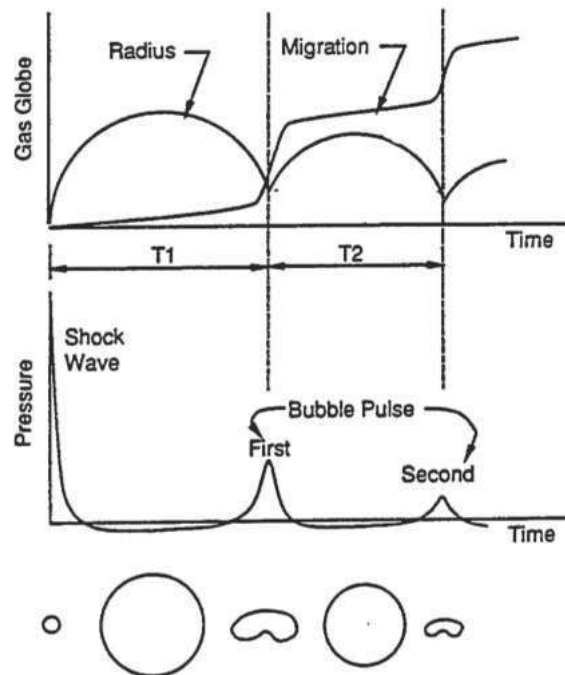


FIG. 1.7: Haut : cycles d'expansion et migration de la bulle des gaz brûlés. Bas : variation de la pression dans le liquide (Shin (1993)).

acoustiques lors des contractions maximales de la bulle, mais aussi aux frottements visqueux et à la diffusion thermique. 13% de l'énergie de l'explosion est dissipée durant le premier cycle d'expansion-contraction de la bulle, tandis que 17% de l'énergie est transférée au fluide sous forme d'un pulse de pression au premier minimum atteint. Dans la seconde pulsation de bulle, 7% de l'énergie de l'explosion est dissipée durant le deuxième cycle d'expansion-contraction de la bulle, et 1% de l'énergie de la bulle est transférée en pulse de pression au second minimum atteint. La part énergétique des cycles suivants est marginale. En synthèse, la part de l'énergie chimique de l'explosion transmise à l'environnement sous forme d'ondes de pression et pouvant causer des dommages à l'environnement est de 48%. La part restante de l'énergie chimique de l'explosion est dissipée sous forme de chaleur (transferts thermiques, viscosité). Il convient de noter que ces chiffres ne prennent pas en compte l'effet de réflexion de l'onde de choc à la surface, ni les interactions possibles entre la bulle de gaz brûlés et la surface libre.

Dans le travail présenté au chapitre 5, seuls les effets de l'onde de choc primaire seront étudiés; le chargement hydrodynamique résultant des pulsations de la bulle de gaz brûlés ne sera pas pris en compte. Notons cependant que le modèle de milieu diphasique proposé aux chapitres 2, 3 et 4 est tout à fait adaptable au cas d'un chargement hydrodynamique correspondant à la pulsation de la bulle de gaz brûlés.

1.3 Ondes dans les liquides à bulles

Si la propagation des ondes dans les liquides à bulles a fait l'objet de travaux dès le début du 20^{ème} siècle ([Mallock, 1910](#)), c'est véritablement à partir de la seconde guerre mondiale que des recherches conséquentes ont été menées sur ce sujet. Il s'agissait alors de comprendre les propriétés acoustiques des liquides aérés, pour analyser et contrôler le son produit par les propulseurs des navires de surface ou des sous-marins. Aujourd'hui, outre la cavitation, qui reste un sujet d'étude répandu ([Brennen, 1995, 2002](#)), la mécanique des écoulements multiphasiques joue un rôle prépondérant dans de nombreux autres domaines, tels que le génie chimique ou le génie nucléaire. Dans ce dernier domaine, les aspects diphasiques interviennent en régime normal dans les échangeurs thermiques, et également lors des accidents graves de type LOCA (Loss of Coolant Accident), ou en cas de fusion du coeur. L'exemple récent de l'accident de Fukushima fournit une bonne illustration de l'importance jouée par la dynamique multiphasique en génie nucléaire. Lors de cet accident au cours duquel le coeur de certains réacteurs a fondu, l'interaction entre le corium (magma métallique résultant de la fusion des éléments du coeur d'un réacteur nucléaire) et l'eau du puits de cuve a provoqué une grande production de vapeur, qui a eu pour conséquence la pressurisation violente du bâtiment réacteur. Une modélisation fine des phénomènes multiphasiques afférents (écoulement du corium, vaporisation de l'eau du puits, propagation des ondes de pression au sein du mélange) semble nécessaire pour comprendre la séquence d'évènements survenus à Fukushima, et ainsi dimensionner les enceintes des réacteurs nucléaires, dernière barrière de confinement de la radioactivité.

Pour plus de détails sur ces sujets, le lecteur peut se reporter aux articles de revue de [van Wijngaarden \(1972, 2007\)](#) ou à l'ouvrage de [Brennen \(2005\)](#). Nous présentons dans cette partie successivement l'état de l'art relatif à la propagation d'ondes acoustiques, puis de choc, dans les liquides à bulles.

1.3.1 Ondes acoustiques

Le modèle le plus simple (et le plus ancien) pour un liquide à bulles est celui d'un fluide homogène dans lequel tous les effets associés à la dynamique des bulles sont négligés, excepté les effets de compressibilité. Si l'on suppose de plus un comportement isotherme du gaz, la vitesse de propagation du son \tilde{c} dans ce milieu diphasique s'écrit ([Wood, 1941](#)) :

$$\tilde{c} = \left[\frac{1}{c_g^2} \left(f_0^2 + f_0(1-f_0) \frac{\rho_l}{\rho_g} \right) + \frac{1}{c_l^2} \left((1-f_0)^2 + f_0(1-f_0) \frac{\rho_g}{\rho_l} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (1.3)$$

où c_g (respectivement c_l) et ρ_g (respectivement ρ_l) représentent la vitesse de propagation du son dans le gaz (respectivement l'eau pure) et la masse volumique du gaz (respectivement l'eau pure). f_0 représente la fraction volumique de gaz dans le

milieu. Notons que si l'on néglige la compressibilité du liquide et que l'on se place dans l'hypothèse de faibles porosités, alors l'expression 1.3 se simplifie en :

$$c = \sqrt{\frac{p_{b_0}}{\rho_l f_0 (1 - f_0)}} \quad (1.4)$$

où p_{b_0} est la pression dans la bulle à $t = 0$.

La figure 1.8 illustre la formule 1.3 dans le cas d'un mélange entre l'air ($c_g = 340\text{m/s}$) et l'eau ($c_l = 1480\text{m/s}$). Il est visible que pour une large gamme de fractions volumiques, la vitesse du son dans le milieu diphasique est bien inférieure à la vitesse du son dans chacun des deux milieux purs. Ainsi, pour un volume de gaz de 1% dans l'eau, la vitesse du son vaut 123 m/s, et atteint un minimum de 20 m/s pour $f_0 = 50\%$. Ces résultats illustrent le fait qu'un milieu diphasique liquide-gaz, dans une large gamme de porosités, cumule les effets de forte compressibilité du gaz avec ceux de forte densité du fluide. Ces effets réduisent ainsi notablement la vitesse de propagation des ondes dans ce milieu.

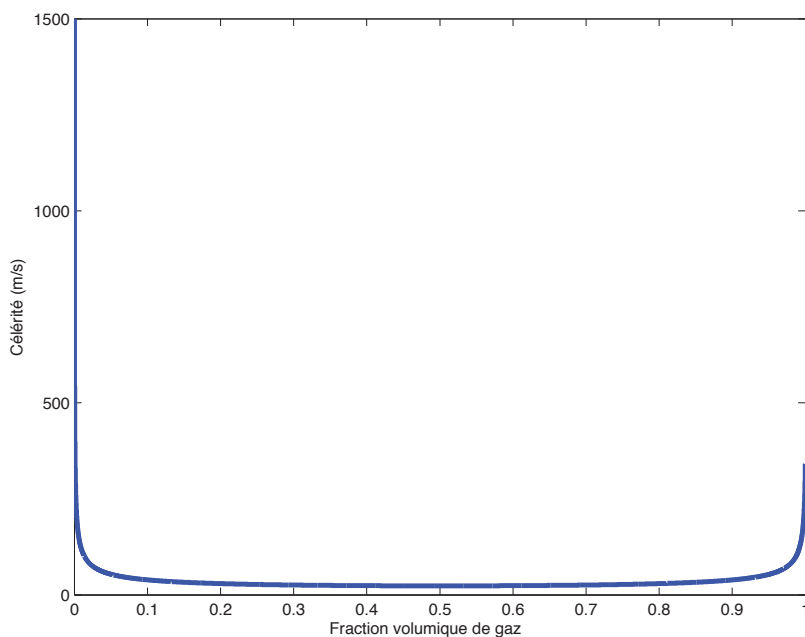


FIG. 1.8: Célérité du son dans un milieu diphasique air-eau à $T_l=20^\circ\text{C}$ et $P_0=1$ bar prévue par la formule 1.3.

La construction de la vitesse 1.3 suppose que les phases gazeuse et liquide sont en équilibre statique à tout instant. Dans le cas d'un liquide à bulles, cela revient à supposer que la réponse des bulles au changement de pression est un changement instantané de volume. En pratique, cela est le cas uniquement si la fréquence des ondes sonores est bien inférieure à la fréquence propre de pulsation isotherme d'une

bulle isolée, $\omega_b = (1/a_0)\sqrt{3p_{b_0}/\rho_l}$. Sous ces hypothèses, les bulles répondent effectivement de manière quasi statique, et le mélange se comporte de façon barotrope. Ceci est attesté par les expériences de [Silberman \(1957\)](#), qui ont validé l'expression 1.3, pour des ondes de fréquence très inférieure à ω_b .

Cependant, il y a un nombre important de situations dans lesquelles les bulles ne sont pas à l'équilibre, par exemple si elles sont soumises à une sollicitation haute fréquence ou à une onde de choc. Ces cas de chargement peuvent occasionner une réponse du milieu diphasique tout à fait différente du cas quasi-statique ([Brennen, 2002](#)). Pour rendre compte de la dynamique des bulles sur la propagation des ondes acoustiques, deux approches distinctes ont été employées :

- La première approche repose sur la théorie de la diffraction multiple, développée par [Foldy \(1945\)](#) et [Carstensen et Foldy \(1947\)](#). Elle consiste à considérer les bulles comme des particules, réparties aléatoirement dans l'espace, qui vont chacune diffracter le signal incident. Une moyenne statistique est ensuite calculée pour accéder au comportement moyen du milieu. Cette approche fournit une relation de dispersion pour la vitesse de phase (complexe) \tilde{c}_κ au sein du liquide aéré ([van Wijngaarden, 1972](#)) :

$$\frac{1}{\tilde{c}_\kappa^2} = \kappa^2/\omega^2 = \frac{1}{c_l^2} + \frac{1}{\tilde{c}^2} \left[1 - \frac{i\delta_d\omega}{\omega_b} - \frac{\omega^2}{\omega_b^2} \right]^{-1} \quad (1.5)$$

où κ est le nombre d'onde, \tilde{c} est la vitesse de propagation du son prévue à la formule 1.3, et δ_d est un coefficient d'amortissement de l'onde. Une représentation graphique de \tilde{c}_κ est proposée en figure 1.9. La théorie de [Carstensen et Foldy \(1947\)](#) est en bon accord avec les résultats expérimentaux de [Silberman \(1957\)](#). Cette relation indique que la vitesse de propagation atteint un maximum lorsque la fréquence de propagation de l'onde acoustique approche la fréquence de résonance de la bulle.

- La deuxième approche repose sur la théorie des milieux continus. A l'inverse des travaux de [Foldy \(1945\)](#) et [Carstensen et Foldy \(1947\)](#), qui s'appuient sur l'existence de particules diffractantes, ce qui implique *in fine* de réaliser une moyenne des grandeurs considérées, l'approche continue consiste à travailler directement avec des grandeurs moyennées (pression P , vitesse \underline{U} , densité ρ), définies à l'échelle d'un élément de volume, contenant de nombreuses bulles, mais de faible taille devant la longueur d'onde caractéristique du signal. Les travaux fondateurs de l'approche continue appliquée aux liquides aérés ont été menés de manière indépendante par [Iordanski \(1960\)](#) et [Kogarko \(1961\)](#) en Union Soviétique et par [van Wijngaarden \(1968, 1970, 1972\)](#) aux Pays-Bas. Ces auteurs ont proposé de coupler les équations de conservation à l'échelle macroscopique avec un modèle décrivant la dynamique d'une bulle dans un volume fluide. Un avantage de la théorie continue par rapport à la méthode de diffraction multiple est, comme nous le verrons dans le prochain paragraphe, qu'elle n'est pas limitée au cas des ondes acoustiques, mais peut aussi traiter des ondes de choc. Dans le cadre de la théorie continue, [van Wijngaarden \(1972\)](#) obtient une relation de dispersion pour la vitesse de phase (complexe) de

l'onde :

$$\frac{1}{c_\kappa^2} = \kappa^2/\omega^2 = \frac{1}{c^2} \left[1 - (\omega/\omega_b)^2 - 4\nu\omega/\omega_b^2 a_0^2 \right]^{-1} \quad (1.6)$$

où ν est la viscosité cinématique du liquide, $\nu = \mu/\rho_l$. Cette équation est identique à l'équation 1.5 issue de la théorie de la diffraction multiple, lorsque $c_l \rightarrow \infty$ et dans le cas spécial où $\delta_d = 4\nu\omega/\omega_b a_0^2$.

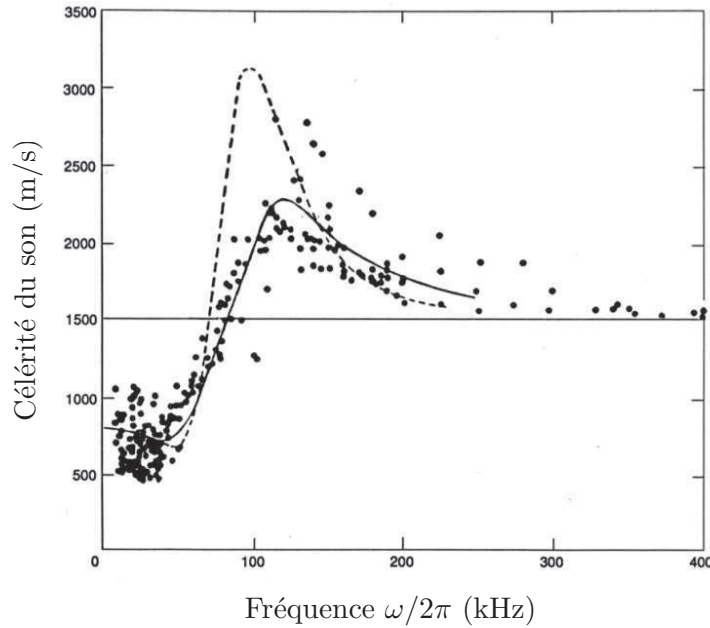


FIG. 1.9: Célérité du son dans l'eau avec des bulles d'air de rayon $a_0 = 0,12\text{mm}$, porosité $f_0 = 0,02\%$. Les points désignent les résultats expérimentaux, la courbe pleine les résultats théoriques en supposant que toutes les bulles sont de même taille, la courbe pointillée les résultats théoriques en tenant compte de la distribution des tailles de bulles (Fox *et al.*, 1955).

Il faut noter que lors de l'établissement de l'équation 1.6, la seule source d'amortissement explicitement incorporée dans le modèle est la viscosité, qui dissipe de l'énergie au cours des oscillations des bulles. Comme l'ont souligné Chapman et Plesset (1971), d'autres phénomènes dissipatifs peuvent influencer sur la dynamique d'une bulle. Les effets de conduction thermique qui apparaissent lors des expansions et contractions de bulles, par échange de chaleur entre le fluide et le gaz de la bulle, causent une différence de phase entre la pression dans la bulle et la pression dans le liquide, et contribuent à amortir les oscillations des bulles. Nous examinerons plus tard les stratégies possibles pour tenir compte de ces transferts de chaleur entre la bulle et le liquide environnant. Un troisième effet amortissant est lié à la radiation

d'énergie acoustique due à la compressibilité du liquide. La figure 1.10 présente le coefficient d'amortissement lié à chacun de ces mécanismes en fonction de la taille des bulles. Il apparaît que pour des bulles de taille intermédiaire (rayon inférieur au mm et supérieur à la dizaine de microns), ce sont les effets thermiques qui sont prépondérants dans la dissipation d'énergie.

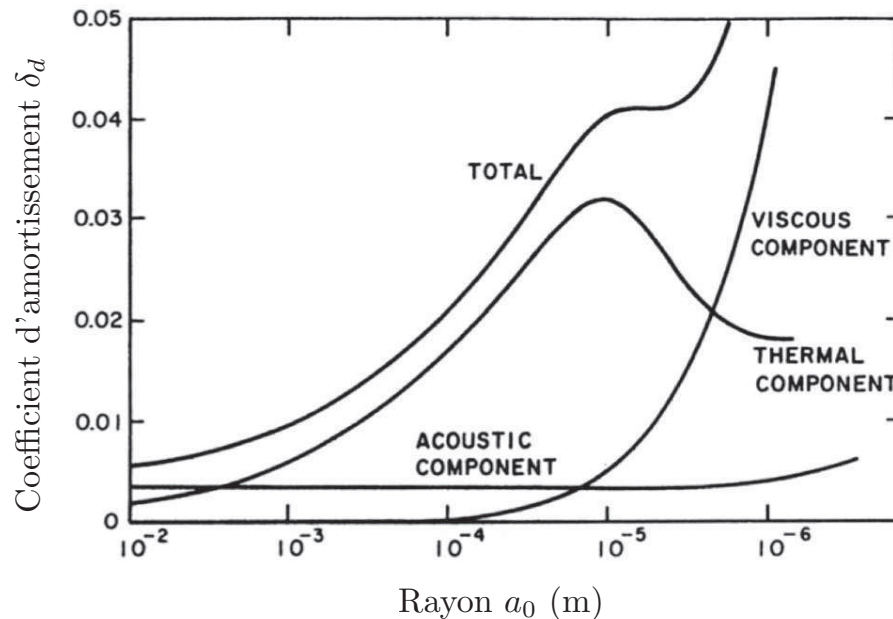


FIG. 1.10: Amortissement d'une bulle isolée par viscosité, effets thermiques, et compressibilité du liquide, en fonction de son rayon (Chapman et Plesset, 1971).

1.3.2 Ondes de choc

Nous rappelons brièvement dans ce paragraphe les principales caractéristiques de la propagation d'un choc dans un liquide à bulles. Pour plus de détails, le lecteur peut utilement se référer à l'étude de van Wijngaarden (2007).

La structure du choc a été observée dans de nombreux travaux expérimentaux (Campbell et Pitcher, 1958; Noordzij et van Wijngaarden, 1974; Beylich et Gülhan, 1990; Kameda et Matsumoto, 1996; Kameda *et al.*, 1998). Ces travaux mettent en évidence des structures caractéristiques de la dynamique de ces chocs, que Noordzij et van Wijngaarden (1974) et Watanabe et Prosperetti (1994) ont proposé de classer en trois types. Le premier (dénommé "type A") consiste en une montée raide de la pression au niveau du front de choc, avec une structure fortement oscillante à l'arrière du front (voir par exemple la figure 1.11). Les chocs de type A sont classiquement observés près de la surface où le choc est appliqué. Deux autres types de profils (B et C) correspondent à des étapes ultérieures de l'évolution de l'onde. Dans le

type B (voir par exemple la figure 2.7, trait continu), la pression oscille faiblement, augmentant progressivement jusqu'à atteindre la valeur de l'amplitude du choc. Le type C correspond généralement à la structure de l'état permanent : il s'agit d'un profil lisse, dans lequel les oscillations ont presque totalement disparu (voir par exemple la courbe verte de la figure 3.20 c). Notons cependant que tous les chocs n'évoluent pas nécessairement en type C durant la propagation. Par exemple, [Watanabe et Prosperetti \(1994\)](#) ont observé qu'une augmentation de l'amplitude du choc pouvait conduire à un état permanent de type B. Ils ont également trouvé des profils d'état stationnaire de type A, dans le cas de mélanges avec de très petites bulles, pour lesquels les changements de température à l'intérieur de la bulle, et l'amortissement correspondant, étaient très limités.

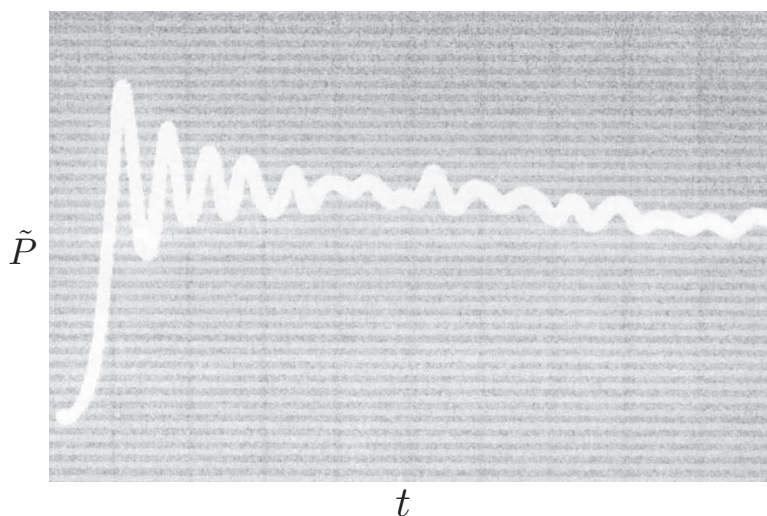


FIG. 1.11: Profil temporel d'onde de choc dans un liquide à bulles (type A) ([Noordzij et van Wijngaarden, 1974](#)).

Ces structures typiques d'une onde de choc dans un liquide à bulles sont assez différentes du profil des chocs qui se propagent dans un milieu monophasique. Dans ce dernier cas, la structure de l'onde résulte d'une compétition entre la non-linéarité de la réponse du milieu sous compression, qui milite pour un raidissement du profil du choc, et la viscosité qui s'oppose à une déformation trop rapide du milieu. Néanmoins, dans un fluide homogène, l'épaisseur du front de choc est faible, de l'ordre de quelques libres parcours moyens des molécules. Dans un liquide à bulles, des mécanismes supplémentaires s'opposent au raidissement des fronts, et contribuent à la structure des ondes de choc. Le principal d'entre eux est lié aux effets inertiels du liquide autour des bulles, qui s'opposent aux changements de volume trop rapides de celles-ci (les mécanismes visqueux et thermiques contribuent également à élargir le front de choc). En arrière du front de choc, la structure de la zone oscillante est liée à la dynamique pulsatoire des bulles. L'amplitude des pics de pression dans cette

zone est progressivement amortie par les effets dissipatifs précédemment évoqués : viscosité, échanges thermiques et radiation acoustique.

De nombreux modèles théoriques et numériques ont été développés pour étudier la dynamique des chocs dans les liquides aérés. Comme nous l'avons mentionné dans le paragraphe précédent, la théorie continue des milieux à bulles a été introduite par [Iordanski \(1960\)](#), [Kogarko \(1961\)](#) et [van Wijngaarden \(1968, 1970, 1972\)](#). Les modèles continus ont été par la suite largement utilisés, améliorés, et étendus par de nombreux auteurs ([Batchelor, 1969](#); [Drumheller *et al.*, 1982](#); [Nigmatulin *et al.*, 1988](#); [Beylich et Gülhan, 1990](#); [Watanabe et Prosperetti, 1994](#); [Kameda et Matsumoto, 1996](#); [Kameda *et al.*, 1998](#)). Sur le plan mathématique, cette approche se traduit par un couplage entre d'une part les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement à l'échelle macroscopique, qui s'écrivent classiquement (dans une formulation Eulérienne) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \underline{U} = 0 \quad (1.7)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \underline{U}}{\partial t} + \underline{U} \cdot \underline{\nabla} \underline{U} \right) = -\underline{\nabla} P \quad (1.8)$$

et d'autre part une équation d'évolution pour la bulle, reliant la pression p_b dans une bulle à la pression à l'infini (équation de Rayleigh-Plesset ([Plesset et Prosperetti, 1977](#))) :

$$P = p_b - \rho_l \left[a \ddot{a} + \frac{3}{2} \dot{a}^2 \right] - 4\mu \frac{\dot{a}}{a} - \frac{2\sigma}{a} \quad (1.9)$$

où a est le rayon d'une bulle, et μ est la viscosité dynamique du liquide. Les points désignent des dérivées particulières. [van Wijngaarden \(1968\)](#) fait ainsi l'hypothèse que la pression macroscopique P intervenant dans l'équation 1.8 joue le rôle de la pression à l'infini pour une bulle isolée. En négligeant la compressibilité du liquide et la masse du gaz, la masse volumique macroscopique peut être exprimée en fonction du rayon des bulles ([Brennen, 2005](#)) :

$$\rho = \frac{\rho_l}{1 + \frac{4}{3}\pi\eta a^3} \quad (1.10)$$

où η est le nombre de bulles par unité de volume du liquide.

Dans ce cadre, [van Wijngaarden \(1970\)](#) a proposé une expression pour la longueur d'onde du signal à l'arrière d'une onde de choc, d'amplitude modérée, dans un liquide aéré homogène et faiblement poreux, et en supposant le gaz isotherme :

$$\lambda = 2\pi a_0 \sqrt{\frac{P_0}{3f_0 \Delta P}} \quad (1.11)$$

avec ΔP l'amplitude du choc. L'équation 1.11 montre que la largeur caractéristique de la structure du choc dans un liquide aéré est reliée au rayon des bulles, et est donc bien plus grande que dans un liquide pur. Notons que l'équation 1.11 peut se réécrire de la façon suivante¹ :

$$\lambda = 2\pi \frac{c}{\omega_b} \sqrt{\frac{P_0}{\Delta P}} \quad (1.12)$$

L'équation 1.12 montre le fort couplage entre la dynamique des bulles et la structure de l'onde de choc. Aussi, on comprend que les progrès réalisés dans la modélisation de la mécanique d'une bulle isolée ont souvent nourri les travaux relatifs aux liquides à bulles. Nous présentons dans la suite de ce paragraphe deux phénomènes d'abord modélisés à l'échelle d'une bulle seule, qui ont par la suite été pris en compte dans l'étude des liquides à bulles.

Un des aspects importants de la dynamique d'une bulle réside dans le comportement thermique du gaz à l'intérieur. La prise en compte des effets thermiques (diffusion de chaleur entre le gaz dans la bulle et le liquide environnant) a en premier été réalisée par [Nigmatulin et Khabeev \(1974\)](#). Il a ensuite été démontré, grâce aux résultats établis dans le cas d'une bulle isolée dans un milieu infini ([Prosperetti et al., 1988](#)), que les effets de relaxation de l'onde de choc (*i.e.* une diminution des contraintes maximales dans le fluide au cours des oscillations) étaient davantage liés à la thermique qu'à la viscosité ([Nigmatulin et al., 1988](#); [Watanabe et Prosperetti, 1994](#); [Kameda et Matsumoto, 1996](#)). [Watanabe et Prosperetti \(1994\)](#) ont calculé des profils transitoires et stationnaires d'ondes de choc avec un modèle mathématique dans lequel les échanges thermiques entre le gaz des bulles et le liquide étaient obtenus par la résolution numérique de l'équation de la chaleur au sein de la bulle. Si cette approche a pour avantage la précision des résultats, elle implique des coûts de calculs importants. [Drumheller et al. \(1982\)](#), ainsi que [Preston et al. \(2007\)](#) ont proposé des modèles simplifiés pour décrire les échanges thermiques entre la bulle et le liquide. Plus de détails à ce sujet seront donnés dans le chapitre suivant (§2.2.2).

Les travaux de modélisation de la réponse d'une bulle isolée dans un liquide compressible ([Gilmore, 1952](#); [Keller et Kolodner, 1956](#); [Prosperetti et Lezzi, 1986](#); [Prosperetti, 1987](#)) ont permis d'intégrer l'effet de compressibilité du liquide dans l'étude de la dynamique du choc au sein d'un liquide aéré ([Commander et Prosperetti, 1989](#)).

L'équation de Rayleigh-Plesset, ainsi que les modèles que nous venons d'évoquer, considèrent une bulle dans un liquide infini. Afin de tenir compte des interactions entre bulles, ou du moins de mieux décrire l'influence de la porosité sur la dynamique des bulles, [Beylich et Gülhan \(1990\)](#) ont proposé d'introduire deux coefficients ϕ_1

¹Nous avons volontairement omis dans l'équation 1.12 le terme $1/\sqrt{1-f_0}$, qui est négligeable pour de faibles valeurs de la porosité.

et ϕ_2 (dépendants de la porosité) dans l'équation de Rayleigh-Plesset :

$$(1 - \phi_1)a\ddot{a} + (1 - \phi_2)\frac{3}{2}\dot{a}^2 = \frac{1}{\rho_l}(P_i - P) \quad (1.13)$$

où P_i est la pression dans le liquide à la surface de la bulle. Il convient de noter que [Beylich et Gülhan \(1990\)](#) ne proposèrent pas de méthodologie pour déterminer ϕ_1 et ϕ_2 (à l'exception d'un recalage à partir de données expérimentales). Dans le cadre de ce mémoire, nous proposons une modélisation pour tenir compte des effets de la porosité sur la dynamique des bulles dans un fluide aéré ([Grandjean *et al.*, 2010, 2012](#)). Notons qu'un modèle quasi-identique a été proposé de manière indépendante par [Seo *et al.* \(2010\)](#). Ces modèles ne considèrent plus une bulle isolée dans un milieu infini, mais ont été établis en considérant la réponse d'un volume élémentaire représentatif (VER) de milieu diphasique liquide-bulles de porosité arbitraire. Cette approche sera décrite en détails dans le prochain chapitre.

L'influence de la polydispersité (dispersion des tailles de bulles à l'équilibre) sur la réponse d'un milieu aéré a été mise en évidence par [Beylich et Gülhan \(1990\)](#), qui ont montré que les oscillations derrière le front de choc étaient notablement atténuées par l'hétérogénéité des tailles de bulles. Au niveau de la modélisation, les premiers travaux concernant la polydispersité ont été menés par [Gavrilyuk et Fil'ko \(1991\)](#); [Gavrilyuk \(1992, 1995\)](#). Plus récemment, [Ando \(2010\)](#) (voir aussi [Ando *et al.* \(2011a\)](#)) ont proposé des simulations numériques de propagation d'ondes de choc dans des fluides aérés polydispersés. Ces simulations ont montré que la dispersion des tailles de bulles contribuait à lisser le profil des chocs. Ce phénomène est lié aux annulations de phase entre les oscillations de bulles de différentes tailles. Si la répartition des tailles de bulles est suffisamment large, les oscillations des bulles n'ont quasiment plus d'effet sur la structure du choc. Dans ce cas, l'influence de la polydispersité est dominante.

Une approche alternative aux modèles continus consiste à réaliser des simulations numériques directes (DNS) (figure 1.12), où la structure réelle du milieu diphasique est prise en compte et l'écoulement autour de chaque bulle résolu. Ces simulations apportent des informations fines sur la dynamique de ces écoulements, en permettant de décrire des phénomènes complexes, tels que l'impact de la dispersion spatiale des bulles, les oscillations non sphériques de bulles, les interactions entre bulles ([Tryggvason *et al.*, 2011](#)). Les simulations numériques directes de chocs dans les liquides aérés ont fait l'objet de travaux récents ([Delale *et al.*, 2005](#); [Delale et Tryggvason, 2008](#)). Néanmoins, elles restent coûteuses en temps de calcul, et donc limitées à un petit nombre de bulles.

Limites des modèles existants. La plupart des modèles continus proposés dans la littérature traitent le cas de bulles distribuées uniformément dans le liquide. Cependant, l'obtention d'un réseau de bulles régulier, tel que dans les expériences de [Kameda *et al.* \(1998\)](#) (figure 1.13) est difficile à obtenir expérimentalement.

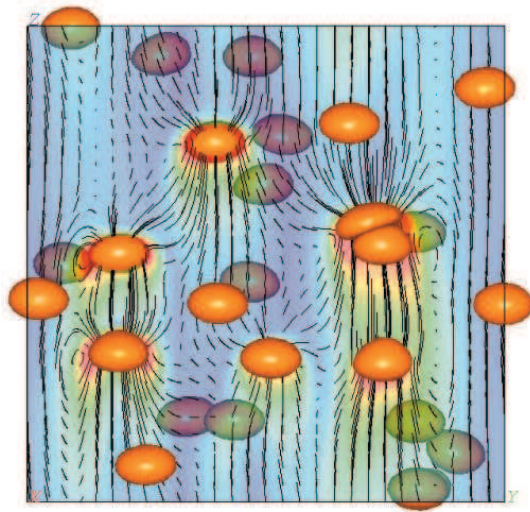


FIG. 1.12: Simulation numérique directe d'écoulement dans un liquide à bulles (Bunner, 2000).

Kameda et Matsumoto (1996) et Kameda *et al.* (1998) ont d'ailleurs souligné le rôle joué par une distribution uniforme de bulles, pour parvenir à un bon accord entre les expériences et les résultats numériques des modèles continus de liquides à bulles homogènes. Cela nous incite à penser que les hétérogénéités de taux de vide peuvent avoir un impact notable sur le profil de l'onde de choc. Notons que, dans de nombreuses situations, les liquides à bulles présentent naturellement des zones avec différentes densités de bulles. On peut par exemple observer un phénomène de ségrégation des bulles dans certains écoulements, particulièrement ceux impliquant des zones de basse pression. Ainsi, dans un écoulement de liquide aéré autour d'un hydrofoil, les bulles tendent à se regrouper sous forme d'amas (ou clusters) sur le bord de fuite du profil (extrados), et au centre des tourbillons qu'on retrouve dans le sillage du profil (voir la figure 1.14, Ohashi *et al.*, 1990). La structure particulière de ces écoulements multiphasiques, qui présentent des zones de forte porosité, occasionne des conséquences importantes pour la performance d'un foil ou d'une pompe par exemple.

Kameda et Matsumoto (1996) ont étudié l'effet d'hétérogénéités de porosité à l'aide d'une méthode particulière, dans laquelle chaque bulle est représentée par une particule Lagrangienne. Cette méthode permet de considérer une répartition quelconque de bulles, mais nécessite de réaliser plusieurs simulations pour obtenir la réponse moyenne du milieu. Ces auteurs ont montré que la non-uniformité spatiale de la répartition des bulles pouvait modifier sensiblement le profil des ondes de choc. Récemment, Seo *et al.* (2010) ont étudié l'effet d'une répartition hétérogène des bulles par le biais de simulations numériques directes. Cependant, la configuration initiale des bulles étant faiblement perturbée par rapport au cas homogène (figure

1.15), ces simulations n'ont pas mis en exergue une réponse très différente du milieu.

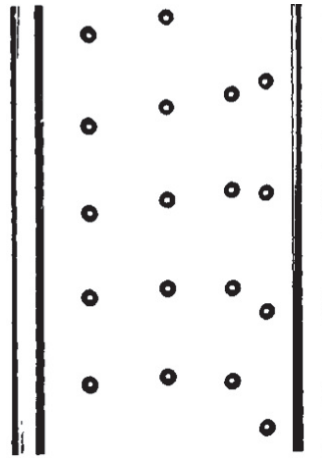


FIG. 1.13: Bulles régulièrement réparties dans un tube à choc (Kameda *et al.*, 1998).

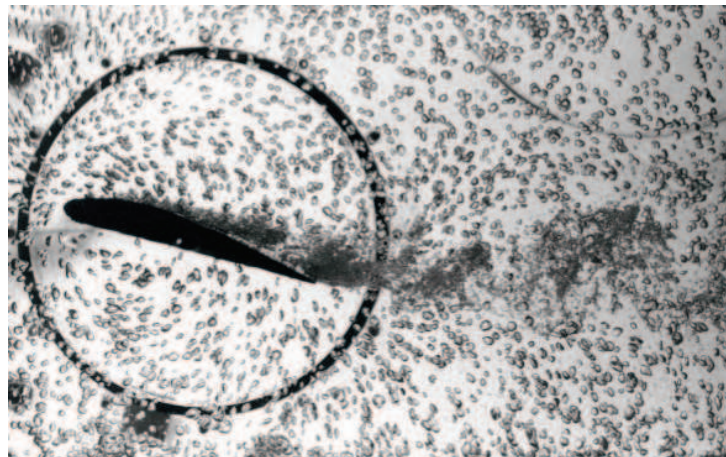


FIG. 1.14: Clusters de bulles dans le sillage d'un hydrofoil (Ohashi *et al.*, 1990).

Il nous a semblé utile de chercher à mieux comprendre les effets des hétérogénéités de porosité sur la dynamique des liquides à bulles. Nous proposerons donc dans la présente étude (chapitre 3) un modèle continu de liquide aéré, incorporant les effets d'une répartition spatiale non-uniforme des bulles.

Par ailleurs, dans le cas d'ondes de choc de forte amplitude, l'hypothèse de sphéricité des bulles est remise en cause. Certaines expériences attestent de la fragmentation des bulles lors du passage du choc (Ohtani *et al.*, 2002a; Ando *et al.*, 2011a). L'étude de la dynamique d'une bulle isolée a également montré que les bulles pouvaient fragmenter lors des phases d'effondrement brutal de la bulle ou

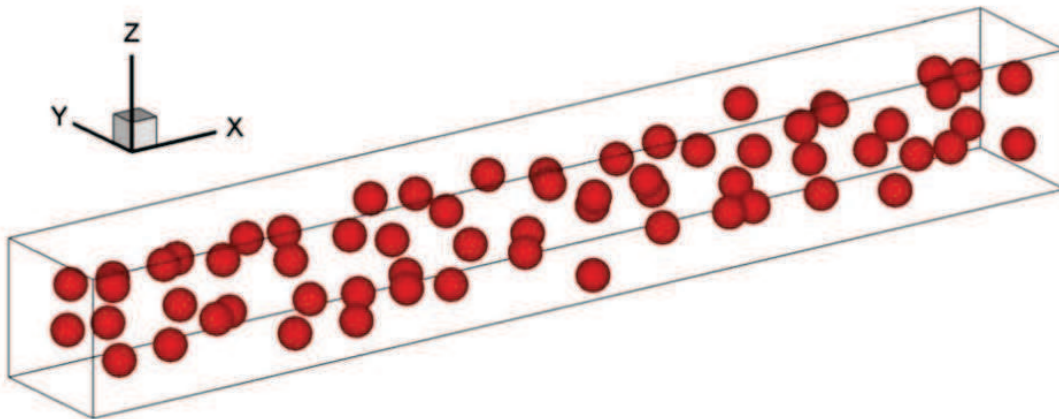


FIG. 1.15: Exemple de distribution de bulles considérée dans les simulations numériques directes de [Seo *et al.* \(2010\)](#).

collapse (figure 1.16) ([Lauterborn et Bolle, 1975](#); [Frost et Sturtevant, 1986](#); [Tomita et Shima, 1990](#)). Des simulations numériques directes, basées par exemple sur des méthodes de suivi d'interface, peuvent permettre de simuler des phénomènes de fragmentation des bulles. Cependant, ces approches sont coûteuses en temps de calcul et, à notre connaissance, n'ont été appliquées qu'au cas d'une bulle seule ([Klaseboer *et al.*, 2007](#); [Turangan *et al.*, 2008](#); [Johnsen et Colonius, 2009](#); [Hawker et Ventikos, 2012](#)). Notre but au chapitre 4 sera plutôt d'intégrer un modèle de fragmentation des bulles au sein du modèle continu de liquide aéré, permettant de rendre compte de l'impact de la fission des bulles sur la structure du choc.

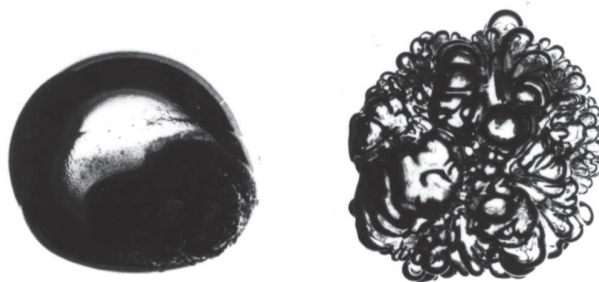


FIG. 1.16: Bulle d'ether dans de la glycérine avant (gauche) et après (droite) la phase de collapse et de rebond de la bulle ([Frost et Sturtevant, 1986](#)).

1.4 Rideaux de bulles

Une étude assez complète sur l'histoire et la physique des rideaux de bulles fait l'objet de l'article de [Domenico \(1982a\)](#). Il apparaît que la première application pratique de l'effet atténuant des bulles d'air dans l'eau a été proposée dans un brevet de [Fessenden \(1920\)](#) : celui-ci envisageait le bullage d'air comme moyen d'accroître la discrétion acoustique d'un destroyer d'une part, et de protéger la structure du navire d'ondes de choc issues d'une explosion, d'autre part. Des recherches intensives ont été ensuite menées après la deuxième guerre mondiale au sujet de l'effet des bulles d'air sur la propagation d'ondes acoustiques. Ces recherches s'inscrivaient dans le cadre de la détection et de la protection des sous-marins ([National Defense Research Committee, 1989](#)). La première utilisation concrète des rideaux de bulles a été réalisée par [La Prairie \(1955\)](#). Lors de l'agrandissement d'une usine hydroélectrique dans l'Ontario, il fut nécessaire de supprimer une barrière rocheuse, qui isolait un réservoir d'une digue abritant les turbines hydroélectriques. Cette opération aurait en temps normal été réalisée en stoppant les turbines et en vidant le réservoir avant les opérations de pétardement (destruction de roche par explosifs). A la place, La Prairie suggéra d'introduire des rideaux de bulles entre la barrière rocheuse et la digue, pour amortir l'onde de choc. L'usage de 3 rideaux de bulles dans le réservoir, alimentés par un débit de $100 \text{ m}^3/\text{min}$ à une pression de 6 bars a permis d'éviter le drainage du réservoir, le stoppage des installations hydroélectriques et d'éventuelles pertes financières consécutives à cet arrêt. Depuis cette opération, les rideaux de bulles ont été couramment utilisés pour protéger les structures sous-marines des dommages d'une explosion sous-marine ([Langefors et Kihlström, 1967](#)).

Lors des tests préliminaires menés par La Prairie en 1955, l'effet des paramètres suivants a été observé : débit d'air, diamètre et espacement des trous dans chaque tuyau, espacement entre chaque tuyau, et nombre de tuyaux. Les résultats précis de ces expérimentations n'ont à notre connaissance pas fait l'objet de communication, seule l'importance de travailler avec une forte porosité a été soulignée par La Prairie. L'importance de la fraction de vide a également été soulignée par [Pipher *et al.* \(1955\)](#), qui ont montré par ces expériences une décroissance exponentielle de la contrainte transmise par l'onde en fonction du débit volumique d'air qui circule dans le rideau de bulles. Plus tard, [Würsig *et al.* \(2000\)](#) et [Lucke *et al.* \(2011\)](#) ont mis en évidence le rôle atténuateur des rideaux de bulles (jusqu'à 14 dB d'atténuation) vis-à-vis de la propagation des ondes acoustiques.

Sur le plan théorique, les coefficients de réflexion et de transmission d'ondes acoustiques à travers un rideau de bulles ont été exprimés par [Carstensen et Foldy \(1947\)](#) et [Commander et Prosperetti \(1989\)](#). Ces travaux s'appuient sur la théorie acoustique de la diffraction multiple dans le premier cas, et sur l'approche continue dans le second cas (voir §1.3). Ces auteurs montrent que, en dessous de la fréquence de résonance de la bulle, l'atténuation de l'amplitude du signal augmente rapidement avec la fréquence. Au delà de la fréquence de résonance, l'atténuation diminue.

[Surov \(1999\)](#) a proposé une modélisation de l'effet des rideaux de bulles sur une onde de choc. Cette étude fait l'hypothèse d'une relation barotrope au sein du mé-

lange liquide-bulles, et d'un comportement adiabatique du gaz au sein des bulles ; les équations de Rankine-Hugoniot, qui traduisent la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont ensuite intégrées. Les aspects dynamiques des bulles sont dans ce travail ignorés. [Surov \(1999\)](#) montre que pour des chocs maintenus, l'effet du rideau consiste uniquement en un retard dans la transmission du signal en aval. Pour des chocs courts, outre le retard dans la transmission, le rideau occasionne une diminution de l'amplitude de l'onde transmise. Récemment, [Ando *et al.* \(2011a\)](#) ont étudié l'effet de la répartition de tailles de bulles sur le signal transmis en aval d'un rideau de bulles, en exploitant un modèle continu prenant en compte la dynamique des bulles. Il apparaît qu'une distribution de taille de bulles tend à lisser les oscillations du signal, et élargit la structure du choc. [Ando *et al.* \(2011a\)](#) concluent donc qu'une hétérogénéité de tailles de bulles est susceptible d'amortir davantage les chargements issus d'une explosion sous-marine.

Limites des modèles existants. La plupart des études qui traite de l'effet des rideaux de bulles considère uniquement le cas des ondes acoustiques ([Commander et Prosperetti, 1989](#); [Domenico, 1982b](#); [Shagapov *et al.*, 2003](#)). Les quelques travaux portant sur des ondes de forte amplitude ([Gel'fand *et al.*, 1981](#); [Surov, 1999](#)) ignorent la dynamique pulsatoire des bulles, et considèrent uniquement le rôle joué par les ruptures d'impédance. Seuls [Ando *et al.* \(2011a\)](#) semblent avoir proposé des simulations numériques du comportement d'un rideau de bulles en réponse à une onde de choc, avec prise en compte la dynamique des bulles. Cependant, les chargements considérés par [Ando *et al.* \(2011a\)](#) sont des chocs maintenus, peu représentatifs d'une explosion sous-marine. Par ailleurs, la description de la dynamique des bulles est basée dans ces travaux sur l'hypothèse de sphéricité des bulles. Ainsi que nous le montrerons au chapitre 5, cette hypothèse peut être mise en défaut lors de chargements intenses, tels que ceux rencontrés lors des explosions sous-marines, qui peuvent provoquer une fragmentation des bulles.

1.5 Apports et organisation du mémoire

Les principaux apports de ce mémoire par rapport à la littérature existante sont les suivants :

- formulation d'un modèle continu de fluide diphasique liquide-bulles, prenant en compte une forme d'hétérogénéité spatiale de la répartition des bulles ;
- amélioration du modèle de transfert de chaleur entre la bulle et le liquide environnant proposé par [Preston *et al.* \(2007\)](#) ;
- établissement d'un critère permettant de prédire la fragmentation des bulles au cours de la propagation du choc, ainsi que le nombre de fragments ;
- quantification de l'atténuation d'une onde de choc sous-marine par rideau de bulles.

D'après les éléments évoqués au paragraphe 1.4, il apparaît qu'une bonne compréhension de l'effet atténuateur des rideaux de bulles est d'abord subordonnée à une modélisation fine de la propagation d'ondes de forte amplitude au sein d'un milieu diphasique liquide-bulles. En conséquence, afin de répondre aux objectifs que nous nous sommes assignés au paragraphe 1.1, le présent manuscrit est organisé de la façon suivante : dans le chapitre 2, une modélisation de la réponse d'un milieu diphasique liquide-bulles homogène (*i.e.* dans lequel les bulles sont réparties régulièrement dans l'espace) à la propagation d'une onde de pression est présentée : celle-ci repose sur l'emploi d'une technique de transition d'échelles, qui consiste à remplacer le milieu diphasique liquide-bulles par un fluide homogène équivalent.

Dans de nombreuses situations, un liquide à bulles n'est pas homogène, mais présente des répartitions hétérogènes de bulles avec des zones de forte et faible porosité (notamment à cause de zones de basse pression : sillage, vortex...). Nous abordons dans le chapitre 3 le problème de l'effet des hétérogénéités de porosité sur la structure des ondes de choc. Plus particulièrement, nous proposons un modèle pour des configurations dans lesquelles les bulles sont concentrées sous la forme d'amas sphériques.

Dans les chapitres 2 et 3, la modélisation présentée repose sur l'hypothèse de sphéricité des bulles. Or, dans le cas des explosions sous-marines, les chargements mis en jeu occasionnent des déformations de la surface des bulles qui peuvent conduire à leur fragmentation. Ce phénomène, qui perturbe notablement la réponse du milieu diphasique, fait l'objet d'une modélisation proposée dans le chapitre 4. Enfin, dans le chapitre 5, nous présentons les résultats de simulations mettant en jeu un rideau de bulles, et quantifions ainsi l'impact de la présence d'un rideau de bulles sur la propagation d'une onde de choc, en fonction de divers paramètres : porosité, taille des bulles, largeur du rideau...

Notons pour conclure ce chapitre introductif que, si l'effort a lors de ces travaux essentiellement porté sur la modélisation et la simulation numérique des phénomènes physiques, une confrontation expérimentale a été systématiquement menée, quand des données étaient disponibles dans la littérature.

Modélisation d'un milieu diphase liquide-bulles homogène

Nous présentons dans ce chapitre le modèle continu qui a été développé pour rendre compte du comportement d'un liquide aéré **homogène**. Par ce terme, nous désignons un milieu dans lequel les bulles sont réparties sur un réseau régulier. L'objet du modèle proposé consiste à décrire le comportement "moyen" du fluide diphase en nous basant sur une méthode d'homogénéisation, ou transition d'échelles. Cette méthodologie est assez courante pour la modélisation des milieux à bulles depuis les travaux de [van Wijngaarden \(1968\)](#). Néanmoins, contrairement à la plupart des modèles disponibles dans la littérature, nous proposons un modèle dans lequel la dynamique des bulles n'est pas décrite par une équation établie en considérant une bulle isolée dans un domaine liquide de taille infinie. Dans notre approche, nous considérons un volume élémentaire représentatif (VER) du milieu à bulles pour établir cette équation. Cela permet à notre sens de mieux tenir compte de la microstructure du milieu.

Le principe général de l'approche suivie est exposé en partie [2.1](#). La technique employée nécessite l'écriture, à l'échelle du VER, des équations de la mécanique et de la thermodynamique, qui sont détaillées en partie [2.2](#). Les équations de conservation macroscopiques sont présentées en partie [2.3](#). Le paragraphe [2.4](#) expose les méthodes numériques adoptées pour la mise en oeuvre de ce modèle, et enfin la partie [2.5](#) présente différents cas de vérification et validation.

2.1 Principe d'une modélisation par transition d'échelles

Ainsi que nous l'avons précédemment souligné, une question centrale dans l'étude des liquides à bulles est de savoir comment relier les propriétés de la microstructure avec le comportement macroscopique du fluide, qui est *in fine* celui que l'on cherche à caractériser. L'approche adoptée dans ces travaux repose sur une technique d'homogénéisation, dite aussi de transition d'échelles.

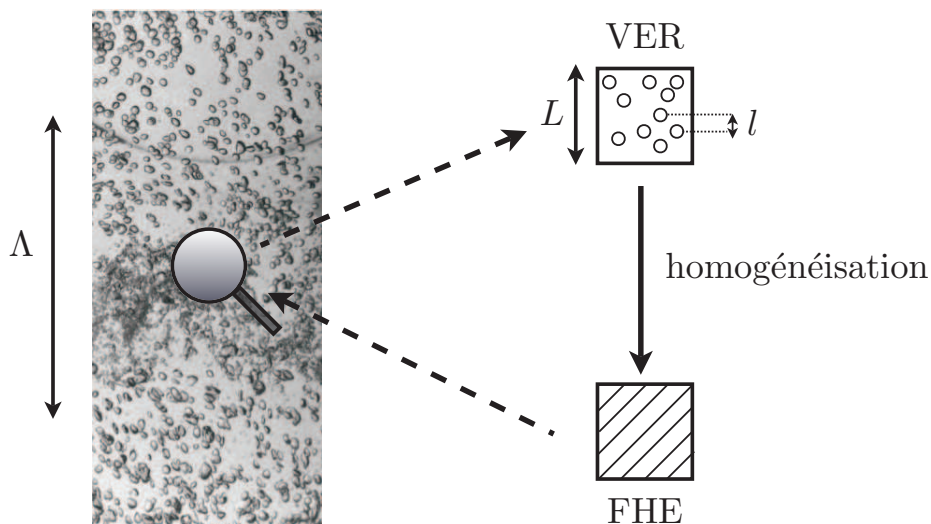


FIG. 2.1: Objectif d'une technique d'homogénéisation : définir un milieu fictif, dit fluide homogène équivalent, qui soumis aux mêmes sollicitations que le fluide réel, aurait une réponse globale identique.

Le but d'une technique de transition d'échelles est de remplacer un milieu hétérogène, possédant une microstructure (*e.g.* des grains ou des inclusions dans un solide, des bulles ou des particules dans un liquide), par un milieu homogène équivalent. Ce nouveau milieu, fictif, se voit affecter une loi de comportement, qui décrit à l'échelle macroscopique le comportement du fluide diphasique, en rendant compte des mécanismes microscopiques sous-jacents. Pour établir la loi de comportement du milieu homogène équivalent, il faut généralement considérer un volume élémentaire, représentatif de la microstructure du milieu hétérogène (VER, voir figure 2.1). Le choix du VER est bien sûr un point clé d'une approche micromécanique. Le VER n'est clairement défini que pour un milieu ayant une microstructure périodique. Dans ce cas, le VER est simplement une cellule élémentaire de la microstructure du milieu.

Les techniques d'homogénéisation sont basées sur une vision multi-échelles du milieu (Beylich et Gülhan, 1990). Dans le cas général d'une microstructure aléatoire, il est généralement nécessaire de considérer trois échelles caractéristiques. La première est liée à la taille des hétérogénéités de la microstructure du milieu. Notons l la taille de ces dernières. La seconde est liée à la taille du VER que nous notons L . La troisième est liée à la distance Λ sur laquelle les champs macroscopiques varient significativement. Pour qu'il soit licite d'employer une technique de transition d'échelles, les conditions suivantes doivent être satisfaites :

$$\begin{cases} (1) & l \ll L \\ (2) & L \ll \Lambda \end{cases} \quad (2.1)$$

La condition (1) doit être satisfaite pour pouvoir affecter au VER un comporte-

ment macroscopique homogène malgré son hétérogénéité microstructurale (condition de macro-homogénéité). L'approche homogénéisée est effectivement conçue pour fonctionner dans un cadre statistique, et est d'autant plus valable que les motifs (bulles, grains,...) présents dans le VER sont nombreux. En effet, dans le cas d'un milieu à microstructure aléatoire, la variabilité microstructurale provoque des fluctuations du comportement macroscopique, qui s'atténuent dans la plupart des cas lorsque le rapport L/l (et donc la taille du VER) augmente, jusqu'à devenir négligeables si ce rapport est suffisamment grand (Chaboche et Suquet, 1988). La condition (2), souvent appelée hypothèse de séparation d'échelles, est nécessaire pour que l'on puisse traiter le milieu comme continu, et y définir des champs continus (de contrainte, de vitesse,...) à l'échelle macroscopique. Si la double condition 2.1 est satisfaite, le fluide hétérogène réel peut être remplacé par un fluide homogène équivalent (FHE) fictif, qui permet de découpler les effets mécaniques macroscopiques et microscopiques. Notons que dans le cas d'un milieu à microstructure périodique, la taille du VER est liée à celle de la microstructure ($l \approx L$), et seule la contrainte (2) subsiste. Dans ce chapitre, nous nous placerons uniquement dans ce cas.

L'approche que nous allons employer est assez classique en mécanique des solides. Gurson (1977) l'utilisa pour décrire la réponse des matériaux poreux et l'endommagement ductile des matériaux (phénomène causé par la croissance de microcavités). Dans la présente étude, cette méthode est mise en oeuvre pour modéliser certains fluides diphasiques. Le milieu diphasique considéré dans la suite de ce chapitre est un liquide aéré homogène. Ce milieu consiste en un liquide contenant une population de bulles de gaz, toutes de même taille, dont le rayon est noté a . Ces bulles sont réparties uniformément dans l'espace selon un réseau régulier (distance inter-bulles d , figure 2.2). La fraction volumique de gaz dans le milieu diphasique est notée f . Dans le cas d'un tel milieu, présentant une microstructure périodique, deux échelles sont suffisantes pour décrire le fluide : tout d'abord, l'échelle microscopique, liée à la distance inter-bulles, et l'échelle macroscopique. Pour des problèmes de propagation d'onde de choc, cette dernière est reliée à la longueur caractéristique de la structure du choc.

La procédure d'homogénéisation employée pour décrire le comportement d'un liquide aéré homogène est illustrée à la figure 2.2, dans le cas où les bulles sont réparties sur un réseau cubique. Le VER est clairement défini, il s'agit d'un domaine cubique avec une seule bulle en son centre. L'écriture des équations de la mécanique et de la thermodynamique à l'échelle du VER permettra d'établir la réponse du VER à une sollicitation mécanique quelconque. Cela fait l'objet du paragraphe suivant.

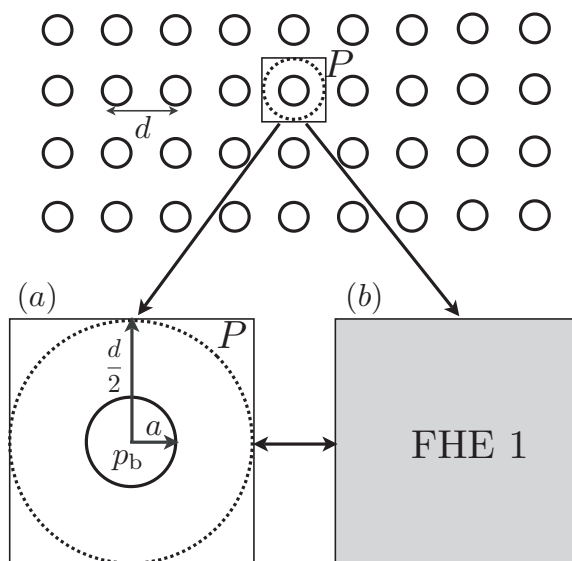


FIG. 2.2: Méthode de transition d'échelles pour décrire le comportement d'un liquide aéré homogène : identification d'un volume élémentaire représentatif (a) et fluide homogène équivalent (b).

2.2 Loi de comportement du milieu diphasique

Nous établissons dans cette partie la loi de comportement du milieu diphasique considéré, en prenant en compte la dynamique des bulles et les effets dissipatifs associés, dûs à la viscosité du liquide et aux transferts de chaleur.

Pour le fluide considéré, le volume élémentaire représentatif du milieu diphasique est une bulle de gaz (rayon a) insérée dans une cube de liquide (ou un polyèdre si les bulles sont réparties sur un réseau non cubique), de côté d , la distance interbulles (figure 2.2). Cependant, afin d'obtenir des modèles analytiques simples, nous choisissons plutôt un VER sphérique, appelé sphère creuse. Le choix d'une sphère creuse comme VER d'un liquide aéré a été préconisé récemment par Seo *et al.* (2010). De plus, le modèle de sphère creuse a également été couramment utilisé dans la modélisation des solides poreux (Gurson, 1977; Johnson, 1981; Czarnota *et al.*, 2008; Jacques *et al.*, 2012). Plusieurs choix peuvent être faits pour la valeur du rayon extérieur de la sphère creuse. Le premier choix possible est celui d'un rayon b tel que la porosité dans la cellule unité (sphère creuse) soit égale à la porosité du milieu diphasique, $b = a/f^{1/3}$. Un autre choix consiste à prendre comme rayon extérieur de la sphère creuse la demi-distance entre bulles ($d/2$) (figure 2.3). Par des comparaisons avec des simulations numériques directes d'ondes de choc dans des milieux diphasiques, Seo *et al.* (2010) ont montré que ce dernier choix permettait une bonne description des interactions entre bulles. Nous adoptons donc ce VER dans la présente étude. Dans ce VER, la bulle voit une porosité effective, qf , où $f = (4/3)\pi a^3/d^3$ est la porosité du milieu diphasique homogène, et q est un paramètre

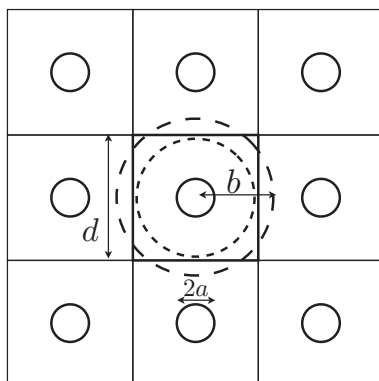


FIG. 2.3: Bulle dans des VER cubique (côté d , porosité f) et sphériques ((i) : rayon b , porosité f ; (ii) : rayon $d/2$, porosité qf).

dépendant de la configuration du réseau de bulles (appelé paramètre d'interaction entre bulles). Dans le cas d'un réseau cubique, le paramètre d'interaction entre bulles est $q = 6/\pi$ (Seo *et al.*, 2010). Cette valeur sera adoptée pour toutes les simulations présentées dans ce chapitre.

La présente modélisation est basée sur une approche auto-cohérente (Markov, 1999) : cela signifie que le motif représentant le VER (sphère creuse) est supposé être immergé dans le fluide homogène équivalent (inconnu). Ainsi, la pression macroscopique P est définie comme la pression agissant sur la frontière du VER (surface extérieure de la sphère creuse).

2.2.1 Réponse dynamique d'un motif de sphère creuse

Le but de ce paragraphe est de déterminer la réponse du motif élémentaire considéré (sphère creuse) à une évolution arbitraire de la pression macroscopique P . Le liquide, dont la masse volumique est ρ_L et la viscosité dynamique est μ , est supposé isotherme (température T_L) et incompressible. (Nous supposons que la compressibilité du liquide a peu d'influence sur la dynamique de la bulle. Cependant, certains effets liés à la compressibilité du liquide seront pris en compte ultérieurement au niveau macroscopique, voir §2.3.).

Le gaz dans la bulle est supposé non-condensable, et obéir à la loi des gaz parfaits. La pression p_b dans la bulle est supposée uniforme. Nous supposons également que la bulle se déforme sphériquement (les mécanismes d'instabilité qui peuvent survenir à la surface de la bulle, et potentiellement causer la fission des bulles, seront abordés dans le chapitre 4). On suppose également qu'il n'y a pas de mouvement relatif entre le centre de la bulle et le liquide l'entourant (d'Agostino *et al.*, 1988). En effet, il a été démontré que ce phénomène n'a qu'un impact faible sur la propagation d'une onde de choc sauf dans le cas de fortes porosités (Watanabe et Prosperetti, 1994; Kameda et Matsumoto, 1996; Seo *et al.*, 2010). En utilisant l'incompressibilité du

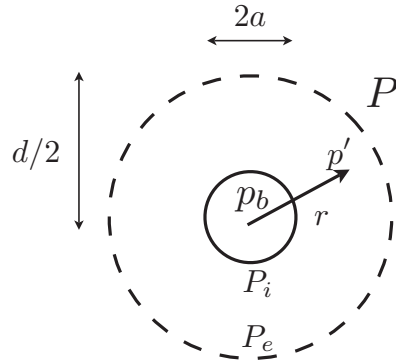


FIG. 2.4: Sphère creuse : définition des grandeurs physiques

liquide, nous pouvons exprimer la vitesse radiale du liquide sous la forme suivante :

$$u_r(r, t) = \frac{a^2}{r^2} \dot{a}(t) \quad (2.2)$$

Par ailleurs, l'équation de conservation de la quantité de mouvement au sein du liquide s'écrit :

$$\rho_L \left[\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right] = -\frac{\partial p'}{\partial r} + \mu \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) - \frac{2}{r^2} u_r \right] \quad (2.3)$$

où p' est le champ de pression dans le liquide au sein du VER (figure 2.4).

En injectant le champ de vitesse 2.2 dans l'équation 2.3, et en intégrant la conservation de la quantité de mouvement de la surface de la bulle $r = a$ à la frontière externe du VER $r = d/2$, il vient :

$$P_i = P_e + \rho_L \left[a\ddot{a}(1 - (qf)^{\frac{1}{3}}) + \frac{3}{2}\dot{a}^2 \left(1 - \frac{4}{3}(qf)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}(qf)^{\frac{4}{3}} \right) \right] \quad (2.4)$$

où P_i et P_e sont la pression dans le liquide respectivement à la surface de la bulle et à la frontière du VER ($r = d/2$).

Les conditions aux limites dynamiques, respectivement à la surface de la bulle et à la frontière du VER, traduisant l'équilibre des efforts s'exerçant sur celles-ci, s'écrivent :

$$\begin{cases} P_i &= p_b - \frac{2\sigma}{a} - 4\mu\frac{\dot{a}}{a} \\ P &= P_e + 4\mu f\frac{\dot{a}}{a} \end{cases} \quad (2.5)$$

Finalement, l'équation décrivant l'évolution de la bulle au sein de la cellule unité s'écrit :

$$P = p_b - \rho_L \left[a\ddot{a}(1 - (qf)^{\frac{1}{3}}) + \frac{3}{2}\dot{a}^2 \left(1 - \frac{4}{3}(qf)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}(qf)^{\frac{4}{3}} \right) \right] - 4\mu\frac{\dot{a}}{a}(1 - qf) - \frac{2\sigma}{a} \quad (2.6)$$

Par rapport à l'équation de Rayleigh-Plesset (Plesset et Prosperetti, 1977), l'équation 2.6 inclut des facteurs correctifs qui dépendent de la porosité. Ces facteurs montrent que les interactions entre bulles sont responsables d'une diminution de l'inertie autour de la bulle, par comparaison au cas d'une bulle isolée dans un liquide infini. Cette équation 2.6 est un cas particulier du modèle établi par Johnson (1981). Elle est également proche de l'équation établie par Seo *et al.* (2010) (l'équation de Seo *et al.* n'inclut pas le facteur correctif dépendant de la porosité dans le terme visqueux, la différence est due au fait que ces auteurs utilisent une définition différente pour la pression macroscopique).

La linéarisation de l'équation 2.6 fournit une expression pour la fréquence propre de pulsation isotherme du VER, qui est supérieure à celle d'une bulle isolée dans un milieu infini :

$$\omega_n = \frac{1}{a_0} \sqrt{\frac{3p_{b_0} + 4\sigma/a_0}{\rho_L(1 - (qf_0)^{\frac{1}{3}})}} \quad (2.7)$$

2.2.2 Transferts thermiques entre la bulle et le liquide

Plusieurs phénomènes dissipatifs contribuent à amortir le mouvement d'une bulle. Outre la viscosité du liquide, plusieurs auteurs ont mis en évidence l'importance de la diffusion thermique, liée à l'établissement d'une différence de température entre le liquide et le gaz, lors des oscillations de la bulle. Dans les travaux de Prosperetti *et al.* (1988); Watanabe et Prosperetti (1994); Kameda et Matsumoto (1996); Kameda *et al.* (1998), les effets thermiques sont pris en compte en résolvant numériquement les équations aux dérivées partielles qui gouvernent les transferts de chaleur dans les bulles. Un bon accord avec les résultats expérimentaux a été trouvé. Cependant, cette approche est coûteuse en temps de calcul. Drumheller *et al.* (1982) et Preston *et al.* (2007) ont proposé des modèles semi-analytiques, qui capturent les effets de diffusion thermique avec une précision raisonnable.

Pour décrire les effets thermiques qui interviennent au cours de l'évolution de la bulle, nous nous appuyons d'abord sur l'équation de conservation de l'énergie du gaz au sein de la bulle, établie ci-après. Une formulation du transfert de chaleur à la surface de la bulle est ensuite proposée, adaptée des travaux de Preston *et al.* (2007).

Conservation de l'énergie

Pendant un intervalle de temps infinitésimal dt , la chaleur δQ apportée par l'interface à la bulle s'écrit, selon la loi de Fourier :

$$\delta Q = 4\pi a^2 k_G \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=a} dt \quad (2.8)$$

où k_G est la conductivité thermique du gaz dans la bulle. En supposant la transformation quasi-statique, l'équation de conservation de l'énergie pour le gaz dans la bulle s'écrit, avec E_i l'énergie interne de la bulle et δW le travail élémentaire fourni à la bulle :

$$\delta Q = dE_i - \delta W = mc_v dT_b + p_b dv_b \quad (2.9)$$

avec m la masse de gaz dans la bulle, c_v la capacité thermique massique du gaz à volume constant, v_b le volume de la bulle, et T_b la température moyenne dans la bulle.

Par ailleurs, la relation de Mayer s'écrit $c_p - c_v = R_{\text{gp}}/M_a = r_{\text{gp}}$, où R_{gp} est la constante des gaz parfaits et M_a la masse molaire du gaz. On établit alors la relation classique : $c_v = r_{\text{gp}}/(\gamma - 1)$, avec γ le coefficient polytropique et r_{gp} la constante massique des gaz parfaits. En combinant les équations 2.8 et 2.9, il vient :

$$\frac{dT_b}{dt} = \frac{\gamma - 1}{mr_{\text{gp}}} \left[4\pi a^2 k_G \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=a} - p_b \frac{dv_b}{dt} \right] \quad (2.10)$$

La loi des gaz parfaits appliquée à la bulle donne, après différentiation logarithmique et dérivation par rapport au temps :

$$\frac{dp_b}{dt} = -\frac{3}{a} \left(p_b \frac{da}{dt} \right) + \frac{dT_b}{dt} \frac{p_b}{T_b} \quad (2.11)$$

Combinant 2.10 et 2.11, nous pouvons écrire :

$$\frac{dp_b}{dt} = -\frac{3}{a} \left(p_b \frac{da}{dt} \right) + \frac{p_b}{T_b} \frac{\gamma - 1}{mr_{\text{gp}}} \left[4\pi a^2 k_G \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=a} - p_b \frac{dv_b}{dt} \right] \quad (2.12)$$

En utilisant la loi des gaz parfaits, $\frac{p_b}{T_b} = \frac{mr_{\text{gp}}}{v_b}$, et en écrivant $dv_b = 4\pi a^2 da$, il vient finalement :

$$\boxed{\frac{dp_b}{dt} = -\frac{3\gamma}{a} p_b \frac{da}{dt} + \frac{3(\gamma-1)}{a} k_G \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=a}} \quad (2.13)$$

Cette équation a été établie en premier par [Nigmatulin et Khabeev \(1974\)](#), et reprise par [Prosperetti et al. \(1988\)](#). Le deuxième terme du membre de droite de l'équation 2.13 correspond aux effets dissipatifs associés à la conduction. En l'absence de ce terme, une intégration aisée permet de retrouver la classique équation d'évolution d'un gaz parfait adiabatique : $p_b v_b^\gamma = \text{Cste}$.

Transfert de chaleur à la surface de la bulle

L'équation 2.13 fait apparaître une inconnue supplémentaire au problème, le gradient de température à la surface de la bulle, qu'il convient donc de modéliser. [Drumheller et al. \(1982\)](#) et [Preston et al. \(2007\)](#) proposent de relier le gradient de température à la surface de la bulle à la température moyenne dans la bulle, à travers l'utilisation d'un coefficient constant de transfert de chaleur, β_T , tel que :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=a} = -\frac{\beta_T}{a}(T_b - T_L) \quad (2.14)$$

La température moyenne dans la bulle T_b est estimée en utilisant l'équation des gaz parfaits :

$$T_b = \frac{p_b}{\rho_g r_{gp}} = T_{b0} \frac{p_b}{p_{b0}} \frac{a^3}{a_0^3} \quad (2.15)$$

où ρ_g est la masse volumique du gaz.

Afin de calculer le coefficient de transfert thermique β_T , [Preston et al. \(2007\)](#) proposent de se baser sur la solution analytique qui décrit les transferts de chaleur au sein de la bulle, dans le domaine fréquentiel. Le modèle de Preston donne de bons résultats pour de petits nombres de Péclet, *i.e.* pour de petites bulles ([Preston et al., 2007](#)). Cependant, par comparaison avec les expériences de [Kameda et al. \(1998\)](#), dans lesquelles des bulles de N_2 de l'ordre de 1 mm de diamètre sont utilisées, il a été observé que ce modèle conduit à surestimer l'amortissement des signaux de pression (voir §2.5.2). Nous proposons donc une stratégie légèrement différente pour calculer le coefficient de transfert de chaleur, toujours en utilisant la solution analytique dans le domaine fréquentiel, mais en nous basant sur la notion de dissipation thermique équivalente. Nous commençons par décrire le modèle de Preston, dont la connaissance est nécessaire à la bonne compréhension du modèle de dissipation thermique équivalente, exposé *infra*.

Calcul de β_T : modèle de Preston et al. (2007). L'équation de la chaleur linéarisée, appliquée au gaz dans la bulle, s'écrit sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \frac{1}{\text{Pe}_T} \frac{1}{y^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(y^2 \frac{\partial T^*}{\partial y} \right) + \frac{\gamma - 1}{\gamma} p^* \quad (2.16)$$

où $t^* = t\omega_n$, $y = \frac{r}{a}$, $T^{*'} = T/T_{b_0} - 1$ et $p^{*'} = \bar{p}/p_{b_0} - 1$ (T et \bar{p} désignent les champs de température et de pression au sein de la bulle, les primes désignent des perturbations infinitésimales et ω_n est une fréquence de référence prise égale à la fréquence propre isotherme de vibration de la bulle). Pe_T est le nombre de Péclet thermique, $Pe_T = \rho_g c_p a_0^2 \omega / k_G$. Le dernier terme dans le membre de droite correspond à un terme source, lié à l'échauffement du gaz lorsqu'il est comprimé. En supposant que le changement de température du liquide est négligeable, la condition aux limites à la surface de la bulle s'écrit $T^{*'} = 0$. Dans le domaine fréquentiel, il existe une solution analytique pour ce problème linéarisé de transfert thermique :

$$T_{\omega}^{*'}(y, \omega^*) = \frac{\gamma - 1}{\gamma} p_{\omega}^{*'}(\omega^*) [1 - \Theta(y; \omega^*; Pe_T)] \quad (2.17)$$

où $\omega^* = \frac{\omega}{\omega_n}$. La fonction Θ est donnée par :

$$\Theta(y; \omega^*; Pe_T) = \frac{\sinh \sqrt{i\omega^* Pe_T} y}{y \sinh \sqrt{i\omega^* Pe_T}} \quad (2.18)$$

En dérivant l'équation 2.17 d'une part, et en l'intégrant d'autre part sur le volume de la bulle, nous obtenons une relation entre le gradient de température à la surface de la bulle et la température moyenne du gaz dans la bulle :

$$\frac{\partial T_{\omega}^{*'}}{\partial y}(\omega^*) = -\Psi(\omega^*; Pe_T) T_{b_{\omega}}^{*'}(\omega^*) \quad (2.19)$$

où la fonction de transfert (complexe) Ψ est donnée par :

$$\Psi(\omega^*; Pe_T) = \left\{ \left[\sqrt{i\omega^* Pe_T} \coth \sqrt{i\omega^* Pe_T} - 1 \right]^{-1} - \left(\frac{3}{i\omega^* Pe_T} \right) \right\}^{-1} \quad (2.20)$$

En se basant sur la similitude entre les équations 2.14 et 2.19, Preston *et al.* (2007) proposent de déterminer le coefficient β_T comme la partie réelle de la fonction de transfert, calculée à une fréquence égale à la fréquence propre de pulsation isotherme des oscillations de la bulle ($\omega^* = 1$).

$$\beta_T^{Pr} = \Re(\Psi(Pe_T^n)) \quad (2.21)$$

où le nombre de Péclet thermique est calculé en considérant la fréquence propre de vibration de la bulle dans le VER : $Pe_T^n = \rho_G c_p a_0^2 \omega_n / k_G$. Le modèle de Preston se révèle bien adapté à de petits nombres de Péclet, c'est-à-dire pour de petites bulles. En effet, dans la limite $Pe_T \rightarrow 0$, la fonction Ψ est réelle et constante, et il est donc légitime d'approximer Ψ par sa partie réelle. Cependant, pour des tailles de bulles plus importantes, cette approximation montrera des résultats moins probants (voir §2.5) : nous proposons donc une variante de ce modèle, basée sur la notion de dissipation thermique équivalente.

Détermination du coefficient de transfert thermique β_T par la notion de dissipation thermique équivalente. Afin d'améliorer la description des effets thermiques, nous proposons de calculer le coefficient de transfert de chaleur en utilisant la notion de dissipation thermique équivalente. Connaissant la solution analytique pour le problème de transfert thermique dans le domaine fréquentiel, il est possible de calculer l'énergie dissipée pendant une oscillation de la bulle. Il est d'autre part possible de calculer cette quantité en utilisant le modèle impliquant un coefficient de transfert de chaleur constant β_T (équation 2.14).

Nous proposons donc de choisir β_T afin que la dissipation thermique prévue par le modèle simplifié soit la même que celle donnée par la solution exacte.

Le travail mécanique élémentaire δW reçu par une bulle lors d'un déplacement infinitésimal vaut $\delta W = -p_b dv_b$. Dans le cas de petits mouvements, nous écrivons :

$$a = a_0 + a' ; p_b = p_{b_0} + p'_b ; T_r = T'_r \quad (2.22)$$

où l'indice 0 indique les valeurs à l'équilibre, et où les ' indiquent des perturbations infinitésimales. T_r désigne le gradient de température à la surface de la bulle : $T_r = (\partial T / \partial r)_{r=a}$. L'énergie mécanique dissipée sur une période d'oscillation τ peut alors s'écrire sous la forme :

$$E_D = \int_0^\tau \frac{\delta W}{\delta t} dt = -4\pi a_0^2 \int_0^\tau p'_b \dot{a}' dt \quad (2.23)$$

Nous considérons dorénavant des oscillations harmoniques. Le rayon, la pression et le gradient de température s'écrivent respectivement :

$$a' = a_\omega \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} ; p'_b = \frac{p_{b_\omega} e^{j\omega t} + \bar{p}_{b_\omega} e^{-j\omega t}}{2} ; T'_r = \frac{T_{r_\omega} e^{j\omega t} + \bar{T}_{r_\omega} e^{-j\omega t}}{2} \quad (2.24)$$

où $a_\omega \in \mathbb{R}$, $(p_{b_\omega}, T_{r_\omega}) \in \mathbb{C}^2$, et $\bar{}$ désigne le complexe conjugué. Nous pouvons évaluer la partie droite de l'équation 2.23 :

$$\int_0^\tau p'_b \dot{a}' dt = \pi a_\omega \Im(p_{b_\omega}) \quad (2.25)$$

Pour déterminer p_{b_ω} , l'équation 2.13 est linéarisée :

$$\dot{p}'_b = -\frac{3\gamma p_{b_0}}{a_0} \dot{a}' + \frac{3(\gamma - 1)}{a_0} k_G T'_r \quad (2.26)$$

Dans le domaine fréquentiel, cette équation s'écrit :

$$j\omega p_{b_\omega} = -3\gamma \frac{p_{b_0}}{a_0} (j\omega a_\omega) + \frac{3(\gamma - 1)}{a_0} k_G T_{r_\omega} \quad (2.27)$$

De plus, la loi des gaz parfaits fournit une expression pour le gradient de température dans le domaine fréquentiel :

$$T_{r\omega} = -\frac{\Psi T_{b_0}}{a_0} \left(3\frac{a_\omega}{a_0} + \frac{p_{b\omega}}{p_{b_0}} \right) \quad (2.28)$$

où Ψ est la fonction de transfert complexe, donné par l'équation 2.20. Finalement, avec :

$$A = \frac{3\gamma p_{b_0}}{a_0} ; B = \frac{3(\gamma - 1)}{a_0} k_G ; \lambda_1 = \frac{3\Psi T_{b_0}}{a_0^2} ; \lambda_2 = \frac{\Psi T_{b_0}}{a_0 p_{b_0}} \quad (2.29)$$

où $(A, B) \in \mathbb{R}^2$ et $(\lambda_1, \lambda_2) \in \mathbb{C}^2$, l'énergie dissipée par cycle E_D peut être exprimée sous la forme suivante :

$$E_D(\Psi) = 4\pi^2 a_\omega^2 a_0^2 \Im \left(\frac{jA\omega + \lambda_1 B}{j\omega + \lambda_2 B} \right) \quad (2.30)$$

(Il convient de noter que seule la dépendance de E_D en Ψ est représentée dans l'équation 2.30, mais E_D est également fonction d'autres paramètres.)

L'équation 2.30 permet également de déterminer la dissipation énergétique quand un coefficient de transfert de chaleur constant et réel, est considéré à la place de Ψ . Nous cherchons donc un coefficient de transfert de chaleur réel, β_T^e , qui assure la même dissipation énergétique que le coefficient de transfert de chaleur complexe (correspondant à la solution exacte du problème de transfert de chaleur dans le domaine fréquentiel) :

$$E_D(\beta_T^e) = E_D(\Psi(\text{Pe}_T^n)) \quad (2.31)$$

La fréquence caractéristique que nous choisissons pour calculer le nombre de Péclet est la fréquence propre isotherme d'un motif de sphère creuse (équation 2.7). Il existe une formulation analytique pour la valeur de β_T^e , présentée ci-après. En utilisant les notations définies à la formule 2.29, et en décomposant Ψ en parties réelles et imaginaires, $\Psi = \Psi_1 + j\Psi_2$, l'équation 2.30 se réécrit de la façon suivante :

$$\frac{E_D(\Psi(\text{Pe}_T^n))}{4\pi^2 a_\omega^2 a_0^2} = \frac{\left(A\omega_n + \frac{3T_{b_0}}{a_0^2} B\Psi_2 \right) \left(\frac{T_{b_0}}{a_0 p_{b_0}} B\Psi_1 \right) - \left(\frac{3T_{b_0}}{a_0^2} B\Psi_1 \right) \left(\omega_n + \frac{T_{b_0}}{a_0 p_{b_0}} B\Psi_2 \right)}{\left(\frac{T_{b_0}}{a_0 p_{b_0}} B\Psi_1 \right)^2 + \left(\omega_n + \frac{T_{b_0}}{a_0 p_{b_0}} B\Psi_2 \right)^2} \quad (2.32)$$

Notons que Ψ_1 et Ψ_2 peuvent être calculés grâce à l'équation 2.20.

2.3. Equations de conservation à l'échelle macroscopique, et prise en compte de la compressibilité du liquide

Par ailleurs, en travaillant avec un Ψ réel ($\Psi = \beta_T^e \in \mathbb{R}$), l'expression 2.30 se réduit à :

$$\frac{E_D(\beta_T^e)}{4\pi^2 a_\omega^2 a_0^2} = B\omega_n \frac{3(\gamma - 1) \frac{T_{b_0}}{a_0^2}}{\left(\frac{BT_{b_0}}{a_0 p_{b_0}}\right)^2 \beta_T^e + \omega_n^2} \beta_T^e \quad (2.33)$$

En notant :

$$\delta_1 = 3(\gamma - 1) \frac{T_{b_0}}{a_0^2}; \quad \delta_2 = \left(\frac{BT_{b_0}}{a_0 p_{b_0}}\right)^2; \quad \delta_3 = \frac{E_D(\Psi(\text{Pe}_T^n))}{4\pi^2 a_\omega^2 a_0^2 B\omega_n} \quad (2.34)$$

Il vient que β_T^e est solution de l'équation du second degré suivante :

$$\delta_2 \delta_3 \beta_T^e{}^2 - \delta_1 \beta_T^e + \delta_3 \omega_n^2 = 0 \quad (2.35)$$

Le coefficient de transfert de chaleur équivalent correspond à la plus basse racine (positive) de l'équation 2.35, et s'écrit alors :

$$\beta_T^e = \frac{\delta_1 - \sqrt{\delta_1^2 - 4\delta_2 \delta_3 \omega_n^2}}{2\delta_2 \delta_3} \quad (2.36)$$

Il est intéressant de noter que, pour de petits nombres de Péclet, le coefficient de transfert de chaleur β_T^e obtenu par la méthode présentée est identique à celui prédit par [Preston et al. \(2007\)](#), β_T^{Pr} .

En synthèse, nous venons d'établir, au travers d'une procédure d'homogénéisation, un modèle de comportement de liquide aéré homogène. Ce modèle est décrit par les équations 2.6 et 2.13 à 2.15. Il reste dorénavant à coupler cette loi de comportement aux équations de conservation à l'échelle macroscopique.

2.3 Equations de conservation à l'échelle macroscopique, et prise en compte de la compressibilité du liquide

Les équations de continuité et de conservation de la quantité de mouvement s'écrivent, sous forme Lagrangienne :

$$\boxed{\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{V}{V_0} = \det \underline{\underline{F}}} \quad (2.37)$$

$$\boxed{\rho \frac{DU}{Dt} = \rho \frac{D^2 X}{Dt^2} = -\nabla P} \quad (2.38)$$

où \underline{U} est la vitesse macroscopique et \underline{F} est le tenseur gradient de la transformation, $\underline{F} = \partial \underline{X} / \partial \underline{X}_0$, avec \underline{X} le vecteur position d'un point matériel dont la position est \underline{X}_0 dans un état de référence. ρ_0 et ρ d'une part, V_0 et V d'autre part, sont respectivement la masse volumique et le volume du milieu diphasique à $t = 0$ et à tout instant t ultérieur.

Le changement de volume du milieu diphasique est principalement lié au changement de volume des bulles (dont l'évolution a été décrite à la partie 2.2). Cependant, il existe également une contribution due à la compressibilité du liquide. A l'échelle macroscopique, le changement de volume relatif de la phase liquide V_L/V_{L_0} est donné par une équation d'état linéaire :

$$\frac{V_L}{V_{L_0}} = 1 - \frac{\tilde{P}_L}{\chi_L} \quad (2.39)$$

où $\tilde{P}_L = P_L - P_0$ est la pression relative moyenne dans le liquide et χ_L le coefficient de compressibilité du liquide. La variation de volume due à la compressibilité du liquide ne sera significative (en comparaison avec le changement de volume des bulles) que pour de faibles valeurs de la porosité. Dans de telles circonstances, la pression moyenne dans le liquide sera proche de la pression macroscopique P . Ainsi, on suppose que $\tilde{P}_L = \tilde{P}$ (avec $\tilde{P} = P - P_0$).

Le changement de volume du liquide peut être exprimé en fonction du changement de volume du milieu diphasique V/V_0 et de la porosité :

$$\frac{V_L}{V_{L_0}} = \frac{1-f}{1-f_0} \frac{V}{V_0} \quad (2.40)$$

De l'équation (2.37), il vient alors :

$$\boxed{\tilde{P} = \chi_L \left(1 - \frac{1-f}{1-f_0} \det \underline{F} \right)} \quad (2.41)$$

Finalement, le système d'équations décrivant la réponse du milieu diphasique est constitué des équations de conservation 2.37, 2.38, ainsi que des relations de comportement 2.6, 2.13 à 2.15 et 2.41. Les inconnues du problème sont \underline{X} , ρ , P , ainsi que les variables internes intervenant dans la loi de comportement : a et p_b . La porosité f peut être déduite de a en utilisant la relation : $f = a^3 / (a^3 + b_0^3)$, où $b_0^3 = a_0^3 \times (1 - f_0) / f_0$.

2.4 Traitement numérique

Le modèle proposé de fluide diphasique a été intégré dans le module Lagrangien du code de calculs par éléments finis ABAQUS/Explicit, au travers de la programmation d'un sous-programme "matériau utilisateur" (VUMAT). L'utilisation du formalisme Lagrangien est appropriée pour des simulations de propagation d'ondes de choc car ce problème n'implique que des déplacements modérés de fluide (Drumheller *et al.*, 1982; Colonius *et al.*, 2000). De plus, un avantage du cadre Lagrangien est que les équations décrivant la dynamique des bulles peuvent être simplement intégrées comme des équations différentielles au niveau de chaque point de Gauss du maillage (il n'y a pas de termes convectifs à traiter).

De manière schématique, le code ABAQUS/Explicit fonctionne de la façon suivante : à chaque pas de temps de la simulation, le système d'équations qui résulte de la discrétisation par éléments finis de l'équation de conservation de la quantité de mouvement (2.38) est intégré en temps à l'aide du schéma des différences centrées (voir *e.g.* Belytschko *et al.*, 2000). Cela permet de mettre à jour la position des noeuds du maillage. A partir de ces nouvelles positions, le gradient de la transformation \underline{F} est recalculé au niveau de chaque point de Gauss des éléments et la densité est mise à jour en considérant la conservation de la masse (2.37). \underline{F} est ensuite passé au sous-programme chargé de mettre à jour la pression et autres variables internes de la loi de comportement.

Le pas de temps Δt_{Ab} est déterminé par ABAQUS afin de respecter la limite de stabilité du schéma des différences centrées (condition de Courant, Friedrichs et Lewy ou condition CFL). Notons cependant que si le pas de temps Δt_{Ab} est choisi automatiquement par ABAQUS, l'utilisateur peut affecter ce choix, en multipliant le pas de temps par défaut par un coefficient appelé "scaling factor", compris entre 0 et 1. Dans la plupart des simulations présentées ci-après, nous avons imposé un "scaling factor" de 0,4.

L'intégration des équations différentielles décrivant le comportement du milieu diphasique (équations 2.6 et 2.13, couplées à 2.41) est réalisée à l'aide d'un schéma de Runge-Kutta du second ordre. Ces équations sont assez fortement non-linéaires, et nous avons observé que, pour obtenir une bonne précision des résultats, il était nécessaire d'utiliser un pas de temps faible (c'est-à-dire de prescrire un "scaling factor" petit), ce qui conduit à des temps de calculs importants. Pour contourner ce problème, nous avons adopté une stratégie de sous-incrémentation. Cela signifie que nous utilisons, pour intégrer les équations de la loi de comportement, un pas de temps δt plus petit que le pas de temps global de la simulation Δt_{Ab} . Le pas de temps δt est déterminé de manière adaptative tout au long de la simulation, afin de contrôler les erreurs de troncature induites par le schéma de Runge-Kutta. L'utilisation d'une méthode de pas de temps adaptatif est nécessaire pour conserver des temps de calcul raisonnables. En effet, l'utilisation d'un pas de temps δt très faible n'est nécessaire que lorsque surviennent des collapsés de bulles. Dans les autres phases du mouvement des bulles, le pas de temps peut être pris beaucoup plus grand. La procédure utilisée pour intégrer les équations de la loi de comportement est la

suivante :

1. Au début de chaque pas de temps "global" (Δt_{Ab}), la taille des sous-incréments δt est initiée à $\Delta t_{Ab}/5$. Cette valeur constitue également la valeur maximale permise pour δt .
2. Une solution λ_{RK} au temps $t + \delta t$ est évaluée à partir de la solution au temps t en effectuant une intégration de type Runge-Kutta d'ordre 2.
3. Une solution λ_E au temps $t + \delta t$ est évaluée à partir de la solution au temps t en effectuant une intégration de type Euler explicite.
4. Une approximation de l'erreur d'intégration est obtenue comme $\Delta = \frac{|\lambda_{RK} - \lambda_E|}{\lambda_{RK}}$.
5. Pour une méthode de Runge-Kutta d'ordre 2, l'erreur sur la solution varie comme (δt^3) , ce qui permet d'obtenir la valeur du pas de temps à utiliser :

$$\delta t \leftarrow \delta t \left(\frac{\tilde{\epsilon}}{\Delta} \right)^{1/3} \quad (2.42)$$

Si l'erreur Δ est inférieure à une tolérance $\tilde{\epsilon}$ spécifiée par l'utilisateur, on passe au sous-incrément suivant.

6. Si l'erreur obtenue est supérieure à la tolérance ($\Delta > \tilde{\epsilon}$), on refait le sous-incrément (retour au point 2) en utilisant comme pas de temps δt la valeur calculée par 2.42.

Les simulations numériques menées nécessitent la discrétisation d'un domaine fluide (1D dans la plupart des cas, mais nous avons aussi réalisé des calculs 2D et 3D). Généralement, au temps zéro, un saut de pression d'amplitude ΔP est appliqué sur la face avant du domaine ($z = 0$). Dans certains cas, afin d'éviter les réflexions parasites du précurseur acoustique, des conditions aux limites non-réfléchissantes sont appliquées sur la surface opposée du point d'application du choc, ce qui se traduit par la condition suivante :

$$\tilde{P} = \rho c_L U_n \quad (2.43)$$

où U_n est la composante de vitesse normale à la frontière du domaine fluide.

2.5 Vérification et validation du modèle

2.5.1 Comparaison avec la théorie du choc stationnaire

Afin d'évaluer l'aptitude du code ABAQUS/Explicit à décrire avec précision le problème de la propagation d'un choc dans un milieu à bulles, une confrontation avec des résultats analytiques est recherchée. Il est en effet possible de connaître

analytiquement le profil temporel d'un choc stationnaire dans un milieu diphasique. Le système d'équations rendant compte d'une telle structure est détaillé ci-après.

En négligeant la compressibilité du liquide, les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement pour un milieu diphasique s'écrivent respectivement (Brennen, 2005, chapitre 10) :

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\eta}{1 + \eta v_b} \frac{Dv_b}{Dt} \quad (2.44)$$

$$\rho \frac{DU}{Dt} = -(1 + \eta v_b) \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.45)$$

où η est le nombre de bulles par unité de volume de liquide, supposé constant, U est la vitesse du fluide et v_b est le volume d'une bulle. En outre, on décrit la dynamique de la bulle par l'équation de la sphère creuse 2.6, et on considère une évolution adiabatique du gaz dans la bulle.

On se place désormais dans le référentiel de l'onde de choc (dans lequel par définition le choc est stationnaire). La dérivée particulaire s'écrit alors simplement :

$$\frac{D}{Dt} = c_s \frac{\partial}{\partial x} \quad (2.46)$$

où c_s est la vitesse de propagation du choc dont l'expression est disponible dans Brennen (2005). Dans ce cadre, les équations 2.44 et 2.45 se réécrivent :

$$\frac{DU}{Dt} = \frac{\eta c_s}{1 + \eta v_b} \frac{Dv_b}{Dt} \quad (2.47)$$

avec $\frac{Dv_b}{Dt} = 4\pi a^2 \frac{Da}{Dt}$, et :

$$\frac{DP}{Dt} = -\frac{\rho c_s}{1 + \eta v_b} \frac{DU}{Dt} \quad (2.48)$$

L'intégration (numérique) du système d'équations différentielles 2.6, 2.47, 2.48 permet d'accéder à la structure stationnaire d'un choc se propageant dans un milieu diphasique.

D'autre part, des simulations numériques sont menées avec ABAQUS. On se place à des temps suffisamment longs pour que le choc ait atteint sa structure stationnaire.

La figure 2.5 montre un exemple de confrontation entre les résultats analytiques et ceux d'ABAQUS. Trois maillages sont utilisés (avec des tailles ζ d'éléments valant respectivement $\zeta = 8, 15a_0$, $\zeta = 3, 25a_0$, $\zeta = 1, 6a_0$). Les résultats donnés par les maillages intermédiaire et fin coïncident avec la solution analytique, et valident ainsi l'aptitude du code ABAQUS à traiter de ce problème de dynamique rapide dans un milieu continu.

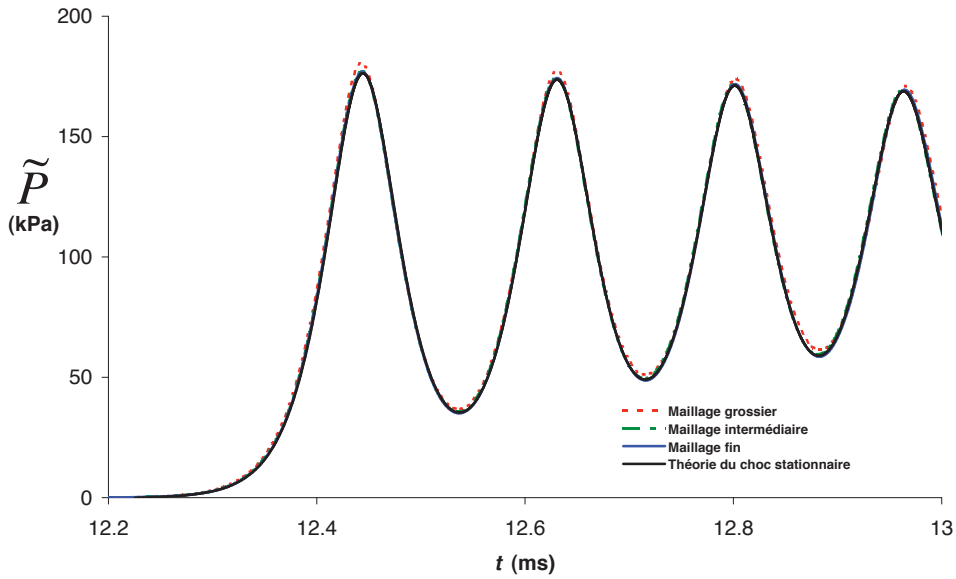


FIG. 2.5: Structure stationnaire d'un choc dans un liquide à bulles (huile silicone / gaz SF₆). $a_0 = 0,613\text{mm}$ - $f_0 = 0,24\%$ - $P_0 = 112,9\text{ kPa}$ - $\Delta P_0 = 130,6\text{ kPa}$.

	Huile silicone	Eau
Viscosité dynamique μ (Pa.s)	0.048	0.001
Tension de surface σ (N/m)	0.02	0.07
Masse volumique ρ_l (kg/m ³)	960	1000
Coefficient de compressibilité χ_L (Pa)	9.201×10^8	2.25×10^9

TAB. 2.1: Propriétés physiques des liquides considérés dans la présente étude.

2.5.2 Comparaison avec les expériences de Kameda

Dans la présente partie, la précision du modèle de milieu diphasique homogène est évaluée par comparaison avec les données expérimentales de [Kameda *et al.* \(1998\)](#). Dans les expériences de [Kameda *et al.*](#), réalisées en utilisant un tube à choc vertical, une attention particulière a été portée à la répartition spatiale des bulles, en faisant en sorte que la distribution des bulles soit aussi régulière et uniforme que possible (voir figure [1.13](#)). Le liquide utilisé est de l'huile silicone (tableau [2.1](#)). Deux gaz différents ont été utilisés : le diazote (N₂) et l'hexafluorure de soufre (SF₆). Ces gaz et ce liquide avaient également été utilisés dans les expériences de [Beylich et Gülhan \(1990\)](#). Ces deux gaz présentent des valeurs très différentes de diffusivité thermique, chaleur spécifique, et index polytropique (tableau [2.2](#)), ce qui va conduire comme nous allons le voir à des comportements thermiques différents.

La figure [2.6](#) présente une comparaison entre le signal temporel de pression (à

	N ₂	SF ₆	Air
Coefficient polytropique γ	1.4	1.09	1.4
Masse volumique initiale ρ_g (kg/m ³)	1.19	6.42	1.29
Conductivité thermique k_G ((kg.m)/(s ³ .K))	0.026	0.014	0.026
Masse molaire (g)	28	146	29
Chaleur massique à pression constante c_p (J/(kg.K))	1039	690	1400

TAB. 2.2: Propriétés physiques des gaz considérés dans la présente étude.

une certaine position) mesuré par Kameda *et al.*, et les résultats de trois simulations numériques. La première a été menée en supposant des conditions adiabatiques pour l'évolution du gaz. Pour les deux autres simulations, le transfert de chaleur à la surface de la bulle est décrit en utilisant respectivement le modèle de Preston *et al.* (2007), ou le modèle de dissipation thermique équivalente proposé au paragraphe 2.2.2. Le gaz des bulles est du SF₆. Avec ce gaz, les effets thermiques sont peu importants, et les résultats obtenus avec les trois modèles sont presque identiques. De plus, l'accord entre les résultats numériques et les expériences est excellent. Les figures 2.7 et 2.8 représentent l'évolution du signal de pression pour des mélanges de bulles remplies de diazote, pour différents paramètres expérimentaux. Nous constatons un écart important entre les calculs menés en supposant une évolution adiabatique et ceux prenant en compte le transfert de chaleur. Ces résultats illustrent l'importance des effets thermiques dans ce cas. Même si l'accord entre simulations et essais est moins bon que pour le cas du SF₆, nous constatons que le modèle du coefficient thermique équivalent permet de reproduire les résultats expérimentaux avec une meilleure précision. Sur la figure 2.7 par exemple, même si le premier pic de pression est sous-estimé, ce modèle permet de capturer la période du signal oscillant de pression plus précisément qu'avec le modèle de Preston *et al.* (2007).

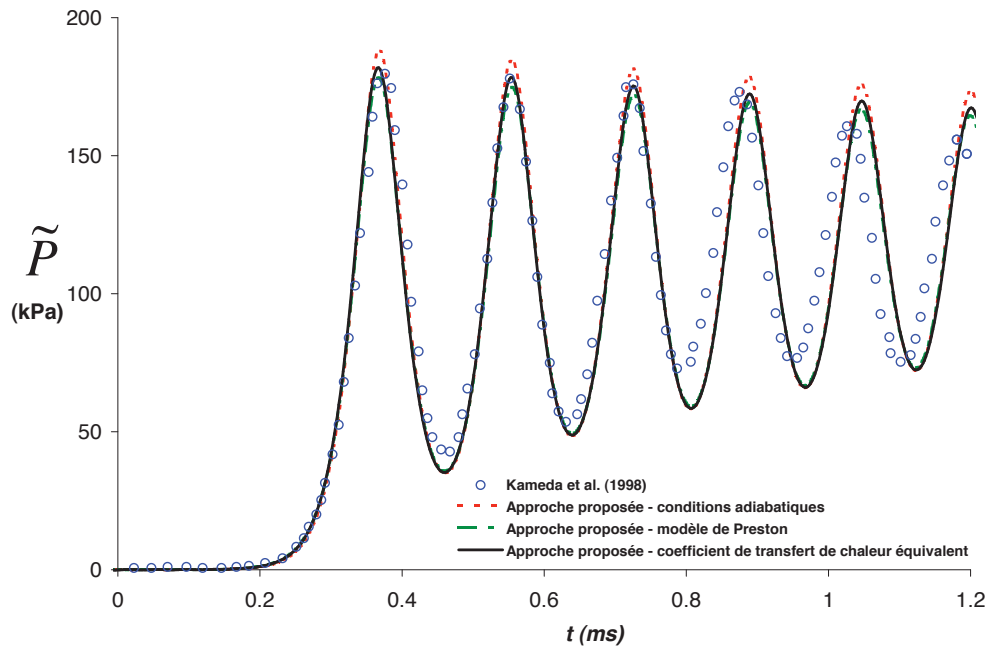


FIG. 2.6: Evolution temporelle de la pression macroscopique dans un liquide aéré homogène à $z = 1.462\text{m}$. Mélange SF_6 / huile silicone - $a_0 = 0,613\text{mm}$ - $f_0 = 0,24\%$ - $P_0 = 112,9\text{kPa}$ - $\Delta P = 130,6\text{kPa}$.

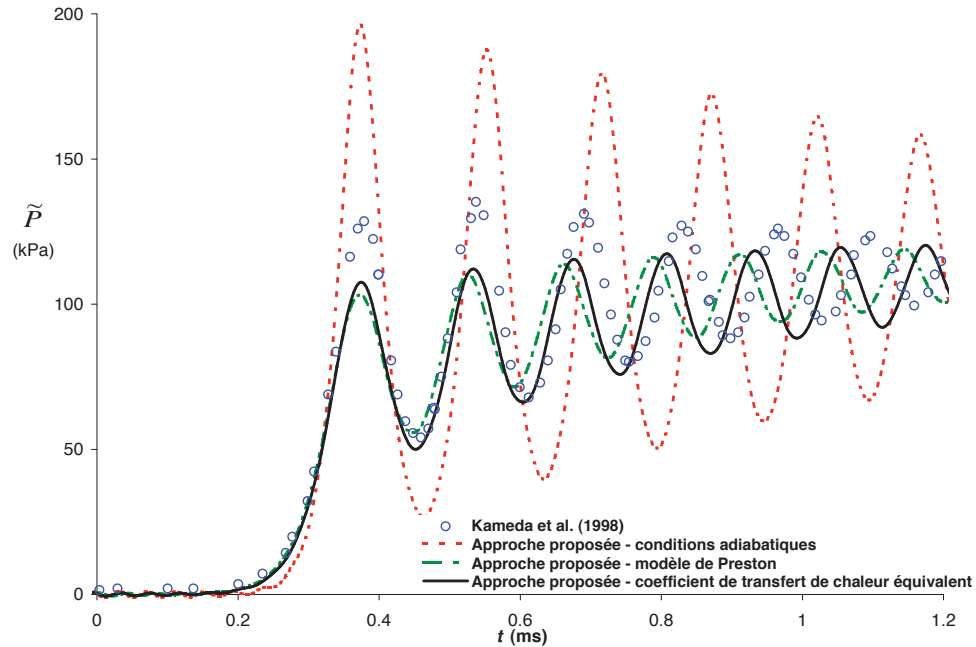


FIG. 2.7: Evolution temporelle de la pression macroscopique dans un liquide aéré homogène à $z = 0.912\text{m}$. Mélange N_2 / huile silicone - $a_0 = 0,582\text{mm}$ - $f_0 = 0,18\%$ - $P_0 = 109,1\text{kPa}$ - $\Delta P = 115\text{kPa}$.

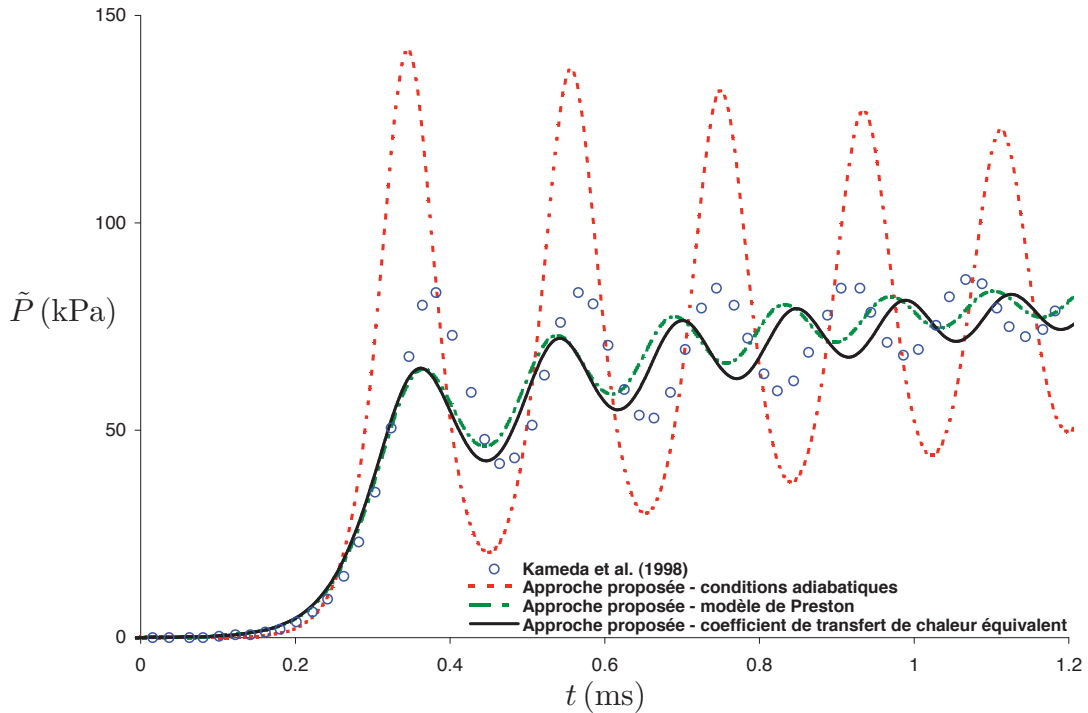


FIG. 2.8: Evolution temporelle de la pression macroscopique dans un liquide aéré homogène à $z = 1.462\text{m}$. Mélange N_2 / huile silicone - $a_0 = 0,573\text{mm}$ - $f_0 = 0,18\%$ - $P_0 = 114,4\text{kPa}$ - $\Delta P = 85,7\text{kPa}$.

2.6 Conclusion

Un modèle décrivant la réponse d'un milieu diphasique liquide-bulles homogène (*i.e.* dans lequel les bulles sont réparties sur un réseau régulier), lors de la propagation d'une onde de pression, a été développé, et intégré dans un code de calculs par éléments finis. Ce modèle, basé sur une technique d'homogénéisation, permet de rendre compte à l'échelle macroscopique de la dynamique des bulles et des effets thermiques associés. Ce modèle servira de base aux travaux présentés dans le prochain chapitre, portant sur la modélisation des effets d'hétérogénéité de porosité dans les milieux à bulles. L'approche développée a été validée par comparaison avec des essais expérimentaux de la littérature.

Modélisation d'un liquide aéré avec hétérogénéités de porosité

Dans la plupart des études de la littérature, ainsi que dans le chapitre précédent, les bulles sont supposées être distribuées régulièrement dans le liquide. Dans le présent chapitre, notre objectif est d'étudier l'effet d'une distribution spatiale non-uniforme de bulles sur la propagation d'une onde de choc. Un premier modèle continu, basé sur une extension du modèle de liquide aéré homogène présenté au chapitre précédent a été développé à cet effet (paragraphe 3.1). Dans ce modèle, une distribution statistique est utilisée pour décrire les hétérogénéités de porosité au sein du liquide. De fait, ce modèle se veut général dans le sens où une distribution quelconque peut être considérée, offrant la possibilité de décrire l'effet d'un grand type de répartitions de bulles au sein du liquide. Afin de valider cette approche, des simulations numériques tri-dimensionnelles, dans lesquelles les hétérogénéités de porosité sont directement spécifiées (taille, forme, position), ont été menées. Le désaccord constaté entre les résultats de ces simulations et ceux du modèle continu nous ont amené à reconsidérer ce dernier. Il est en fait apparu que la réponse dynamique d'un milieu à bulles hétérogène n'est pas uniquement dû à la dynamique des bulles qu'il contient, mais est aussi lié à des effets inertiels à une échelle plus grande, induits par des mouvements de matière générés par les hétérogénéités de porosité. Pour cette raison, il semble qu'une modélisation d'un liquide aéré hétérogène doive incorporer une information concernant la longueur caractéristique des hétérogénéités de porosité au sein du liquide, ce qui n'est pas le cas dans le premier modèle développé.

Nous avons développé un deuxième modèle pour le cas particulier d'un milieu hétérogène où les bulles se concentrent sous la forme d'amas ou clusters, régulièrement disposés au sein du liquide. Ce type de configuration correspond très certainement au cas où l'effet des hétérogénéités est le plus marqué. Ce second modèle, également basé sur une technique de transition d'échelles, prend en compte les effets inertiels à l'échelle du cluster, et a permis d'obtenir un bon accord avec des simulations numériques tridimensionnelles et des résultats expérimentaux de la littérature.

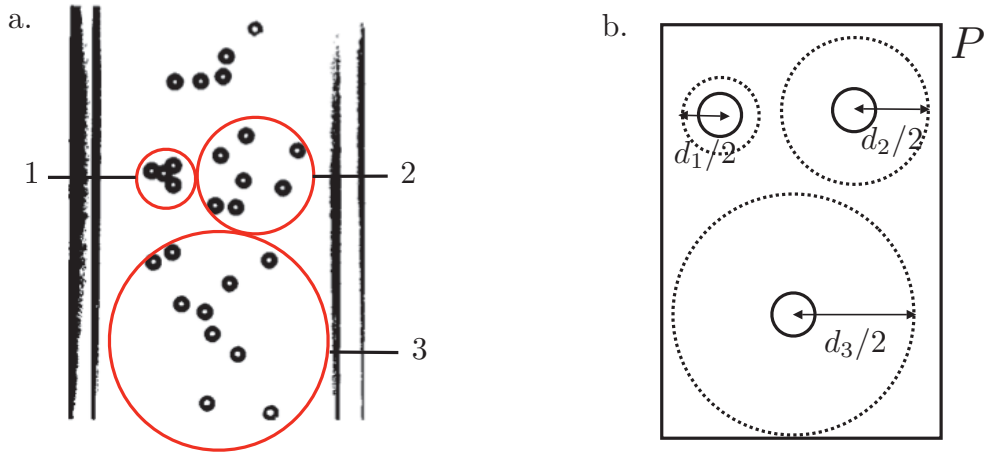


FIG. 3.1: a. Liquide aéré présentant des hétérogénéités de porosité (Kameda et Matsumoto, 1996) : 1, zone de forte porosité ; 2, zone de porosité moyenne ; 3, zone de faible porosité. b. Volume élémentaire représentatif

3.1 Première tentative de prise en compte des hétérogénéités de porosité

La première approche proposée est illustrée à la figure 3.1. La photographie qui est présentée montre que le liquide aéré comporte des zones pour lesquelles les densités de bulles sont différentes. Afin de représenter ce type de configurations, nous proposons de séparer les bulles en différentes "familles", chacune d'entre elles étant caractérisée par la porosité locale de la zone où se trouvent ces bulles. Pour étendre le modèle décrit dans le chapitre précédent à un liquide aéré hétérogène, nous proposons de considérer comme VER, non plus un seul motif de sphère creuse, mais une collection de ces motifs. Chacun d'eux est associé à une famille de bulles et est caractérisé par une valeur de porosité (initiale) f_{0_i} et par une probabilité de présence p_i , avec $\sum_i p_i = 1$ (nous nous limitons au cas où toutes les bulles dans le liquide ont la même taille initiale).

La porosité moyenne f au sein du VER (ensemble des motifs de sphères creuses) est reliée aux porosités locales par la relation suivante :

$$\sum_i \frac{p_i}{f_i} = \frac{1}{f} \quad (3.1)$$

La porosité f_i au sein de chaque famille de bulles peut s'écrire :

$$f_i = \frac{a_i^3}{a_i^3 + b_{0_i}^3} \quad (3.2)$$

où b_{0_i} représente le rayon d'une sphère ayant pour volume la quantité de liquide de la sphère creuse i . En conséquence, b_{0_i} est représentatif, de manière équivalente à f_{0_i} , de la distance inter-bulles au sein de la famille i .

La réponse macroscopique du milieu est obtenue par une procédure d'homogénéisation en deux étapes. Tout d'abord, le modèle établi dans le chapitre précédent est employé pour décrire la réponse de chacun des motifs élémentaires (sphères creuses) constituant le VER. Ensuite, pour relier le comportement macroscopique du milieu à celui des différents motifs élémentaires, nous supposons simplement que la pression P est appliquée sur la surface extérieure de tous les motifs. Ainsi, la dynamique des bulles de la famille i est décrite par les équations suivantes :

$$P = p_{b_i} - \rho_L \left[a_i \ddot{a}_i (1 - (qf_i)^{\frac{1}{3}}) + \frac{3}{2} \dot{a}_i^2 \left(1 - \frac{4}{3} (qf_i)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3} (qf_i)^{\frac{4}{3}} \right) \right] - 4\mu \frac{\dot{a}_i}{a_i} (1 - qf_i) - \frac{2\sigma}{a_i} \quad (3.3)$$

$$\frac{dp_{b_i}}{dt} = \frac{-3\gamma}{a_i} p_{b_i} \frac{da_i}{dt} + \frac{3(\gamma - 1)}{a_i} k_G \left(\frac{\partial T_i}{\partial r} \right)_{r=a_i} \quad (3.4)$$

L'intégration des équations 3.3 et 3.4 pour chaque famille permet ensuite, avec l'équation 3.1, d'accéder à la valeur de la porosité moyenne f . La pression macroscopique P peut alors être calculée par l'équation 2.41. Les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement à l'échelle macroscopique sont les mêmes que dans le chapitre 2 (équations 2.37 et 2.38).

Différentes distributions initiales de porosité (soit de b_{0_i}) ont été testées. Pour cela, il nous a paru commode de construire les distributions discrètes (ensemble des couples $b_{0_i} - p_i$) à partir d'une distribution continue dépendant d'un petit nombre de paramètres. Nous avons considéré une distribution de type Weibull :

$$w(b_0; k; s; \theta_l) = \frac{k}{s} \left(\frac{b_0 - \theta_l}{s} \right)^{k-1} e^{-\left(\frac{b_0 - \theta_l}{s} \right)^k} \quad (3.5)$$

où k , s et θ_l sont les paramètres de la distribution. Pour construire une distribution discrète à partir de la distribution continue 3.5, nous avons adopté la procédure suivante. Un intervalle d'étude $[b_{0_{min}}; b_{0_{max}}]$ a été considéré. $b_{0_{max}}$ est choisi tel que la contribution de la distribution de Weibull 3.5 pour des valeurs de b_0 supérieures à $b_{0_{max}}$, $\int_{b_0 \geq b_{0_{max}}} w db_0$, soit très négligeable devant 1. Les familles de bulles choisies sont telles que les valeurs des b_{0_i} associées valent $b_{0_i} = b_{0_{min}} + (i - 0,5) \times (b_{0_{max}} - b_{0_{min}})/n$, où n est le nombre de familles de bulles. La probabilité de présence de chacune de ces familles est calculée comme $p_1 = \int_0^{b_{0_1}} w db_0$ et $p_i = \int_{b_{0_{i-1}}}^{b_{0_i}} w db_0$ pour $i \geq 2$. Les figures 3.2 et 3.4 présentent des exemples de distributions construites de

cette façon. Le cas présenté à la figure 3.2 est celui d'un liquide aéré où les familles de bulles les plus poreuses présentent des probabilités de présence peu élevées, tandis que le cas présenté à la figure 3.4 est celui d'un liquide aéré où les familles de bulles les plus poreuses sont présentes avec une probabilité très élevée. Les résultats respectifs (profils de chocs) sont présentés aux figures 3.3 et 3.5, où ils sont comparés au cas d'un liquide aéré homogène. Ces calculs indiquent qu'il n'existe un écart marqué entre le cas d'un liquide aéré homogène et celui d'un liquide aéré avec hétérogénéités de porosité que pour la seconde distribution (3.4). Cette distribution présente une famille ayant une forte probabilité de présence associée à une faible valeur de b_0 . Cela signifie que pour ce liquide la majorité des bulles est concentrée dans une zone de très forte porosité (le reste du liquide contenant des bulles dispersées). Nous pensons que cette configuration correspond à un liquide contenant des clusters de bulles. La figure 3.5 semble en outre indiquer que les hétérogénéités de porosité induisent pour le cas considéré une réduction de la longueur d'onde du signal.

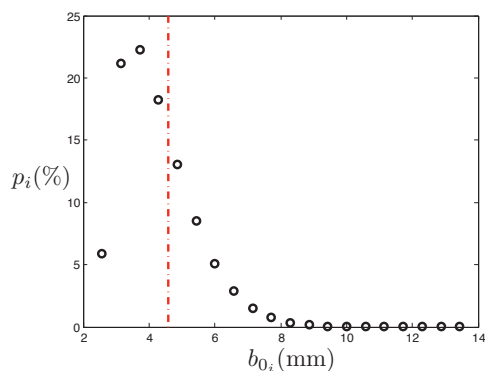


FIG. 3.2: Probabilités de présence des familles de bulles - distribution 1 : $k = 1.5$; $s = 0.00185$; $\theta_l = 0,0022$. Le b_0 moyen est indiqué en pointillés rouge.

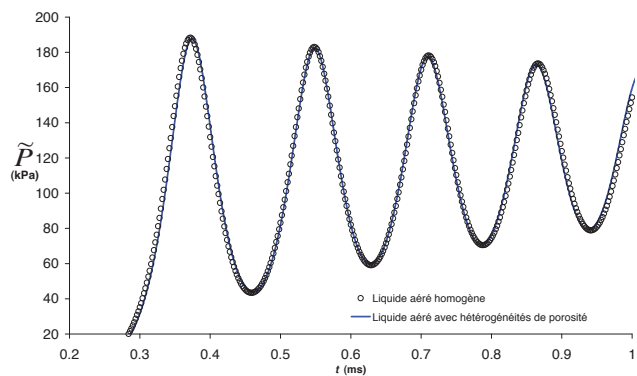


FIG. 3.3: Effet d'une hétérogénéité de porosité sur l'évolution temporelle de la pression au sein d'un liquide aéré. Gaz : SF_6 , liquide : huile silicone. $a_0 = 0.613\text{mm}$ - $f_0 = 0.24\%$ - $P_{\text{ref}} = 112.9\text{kPa}$ - $\Delta P = 130.6\text{kPa}$ - $z = 1.462\text{m}$ - distribution 1 - $q = 0$.

Afin de valider la modélisation proposée, une confrontation avec des simulations tri-dimensionnelles, dans lesquelles la taille et la position des zones poreuses sont directement spécifiées, a été recherchée. Comme nous l'avons noté, la configuration de la figure 3.4 correspond au cas de bulles regroupées sous la forme d'amas (clusters) : ce type de configuration peut être abordé en considérant deux familles de bulles : une première très poreuse (porosité f_1 , probabilité de présence p_1), la seconde très peu poreuse (porosité f_2 , probabilité de présence p_2) (voir figure 3.6). Afin de simplifier la réalisation des simulations numériques 3D, c'est cette configuration (à deux familles) qui sera traitée. Le type de domaine 3D retenu est présenté à la figure 3.7 : il consiste en deux zones adjacentes auxquelles sont affectées initialement

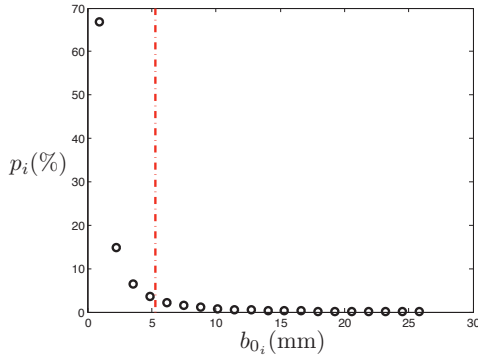


FIG. 3.4: Probabilités de présence des familles de bulles - distribution 2 : $k = 0.5$; $s = 0.00069$; $\theta_l = 0$. Le b_0 moyen est indiqué en pointillés rouge.

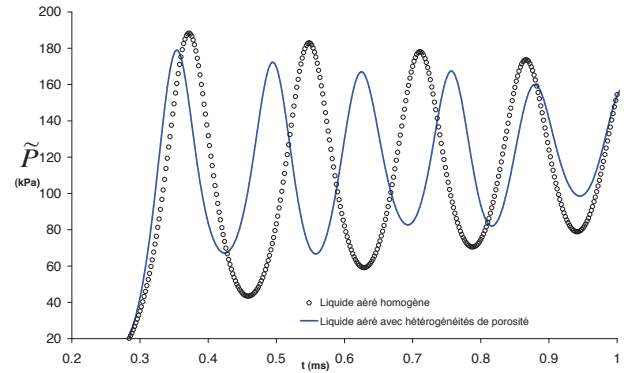


FIG. 3.5: Effet d'une hétérogénéité de porosité sur l'évolution temporelle de la pression au sein d'un liquide aéré. Gaz : SF_6 , liquide : huile silicone. $a_0 = 0.613\text{mm}$ - $f_0 = 0.24\%$ - $P_{\text{ref}} = 112.9\text{kPa}$ - $\Delta P = 130.6\text{kPa}$ - $z = 1.462\text{m}$ - distribution 2 - $q = 0$.

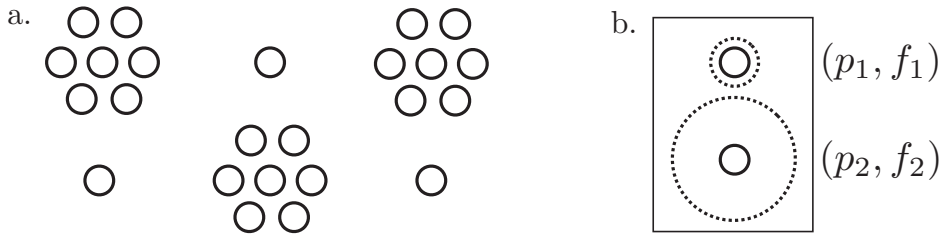


FIG. 3.6: a. Liquide aéré avec deux familles de bulles. b. Volume élémentaire représentatif

des porosités différentes (ici $f_{1_0} = 0,0001\%$ et $f_{2_0} = 8\%$). Les valeurs de p_1 et p_2 correspondantes sont $p_1 = 0,0038\%$ et $p_2 = 99,9962\%$. Le comportement du liquide contenu dans chacune de ces zones est décrit par le modèle présenté au chapitre 2. Deux tailles de domaine ont été considérées : le premier est tel que $d' = 28\text{ cm}$ et $d'' = 14\text{ cm}$, et le second, homothétique au premier dans les directions x et y , est tel que $d' = 56\text{ cm}$ et $d'' = 28\text{ cm}$. La proportion en volume de la zone la plus poreuse est 25% dans les deux cas.

On a superposé sur la figure 3.8 le signal de pression obtenu par le biais de ces simulations 3D et les signaux obtenus par les modèles continus de liquide aéré, d'une part homogène, d'autre part avec hétérogénéités de porosité.

Cette figure indique que la réponse du milieu hétérogène (obtenue par les calculs 3D) présente une longueur d'onde qui est beaucoup plus grande que la longueur d'onde associée à la pulsation des bulles, qui apparaît dans les modèles continus : en

outre, la réponse prédite par les calculs 3D semble dépendre de la taille des zones de porosité. Ces résultats indiquent donc que la structure de l'onde de choc est fortement affectée par la présence des hétérogénéités de porosité, et que de plus des effets d'échelle semblent intervenir. Il est clair que ces effets ne sont aucunement pris en compte dans le modèle continu que nous venons de développer. Ceci explique que ce dernier soit mis en défaut par les calculs 3D.

Comment expliquer ces effets d'échelle ? Dans les simulations que nous venons de discuter, un milieu très hétérogène est considéré (les valeurs de porosité dans les deux zones sont très différentes). Ainsi, les comportements du fluide dans les deux zones sont très distincts. En particulier, la compressibilité de la zone la plus poreuse est nettement plus forte que l'autre. Pour cette raison, il est raisonnable de penser que lors de la propagation de l'onde de choc, le changement de volume du milieu est lié principalement à une contraction de la zone la plus poreuse. Cette contraction va induire aussi des mouvements de matière dans l'autre zone. Il apparaît donc que la propagation d'une onde dans le milieu induit des mouvements de fluide à une échelle liée à la taille caractéristique des hétérogénéités de porosité. Ces mouvements n'existent pas dans le cas d'un milieu homogène. Cette explication suggère que l'oscillation des profils de pression obtenus par les calculs 3D (figure 3.8) ne sont pas liés à la dynamique des bulles contenues dans le milieu (comme dans le cas du liquide homogène), mais à une vibration d'ensemble de la zone poreuse.

La question qui survient est comment décrire ces effets liés aux hétérogénéités de porosité (non pris en compte dans le modèle continu qui vient d'être proposé) ? Bien sûr, les simulations 3D sont un outil tout à fait adapté pour étudier l'effet des hétérogénéités de porosité, mais au prix de temps de calcul assez importants. En guise d'alternative (ou de complément), nous proposons, dans la section suivante, un modèle continu (basé sur l'homogénéisation) de liquide contenant des clusters sphériques de bulles. Ce dernier tient compte des effets d'inertie liés à la dynamique globale des clusters.

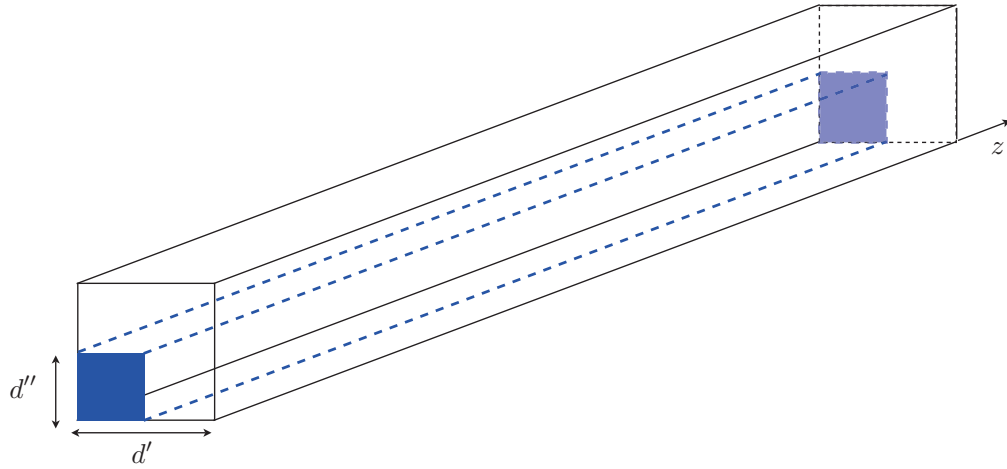


FIG. 3.7: Domaine considéré pour les calculs 3D. La zone de forte porosité est matérialisée en bleu.

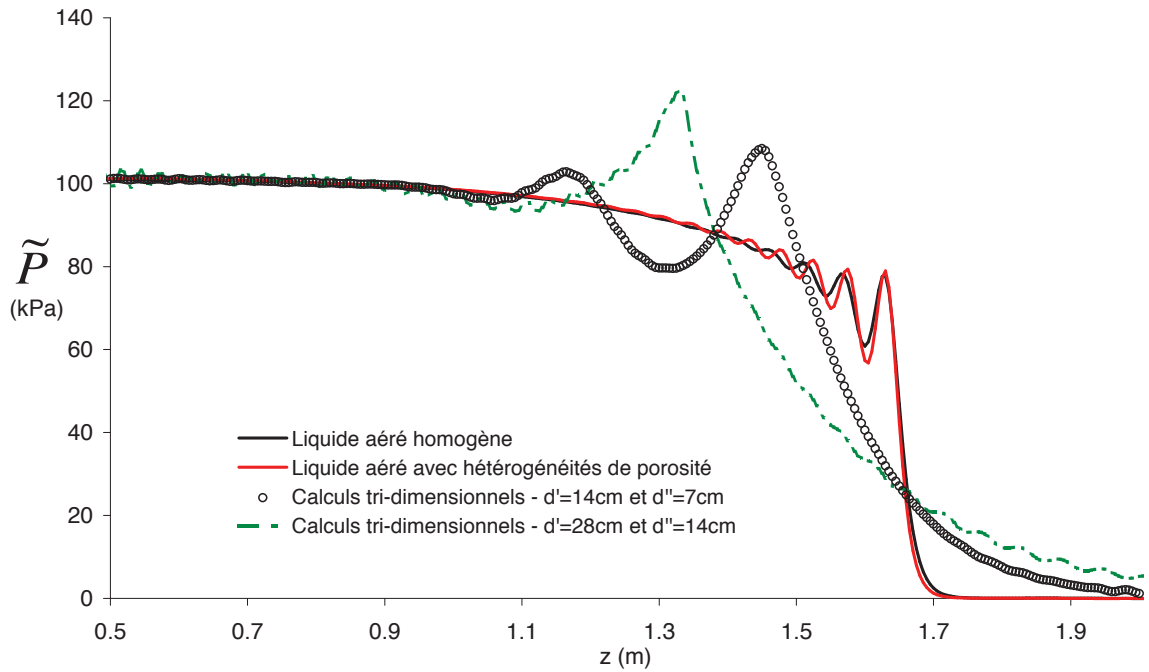


FIG. 3.8: Comparaison entre simulations tri-dimensionnelles et modèles homogénéisés. $a_0 = 2 \text{ mm}$; $f_0 = 2\%$; $f_{1_0} = 0,0001\%$; $f_{2_0} = 8\%$. $q = 0$. Temps $t = 15 \text{ ms}$. Pour des calculs tri-dimensionnels, la pression représente la pression moyenne à la position z correspondante. Les domaines de calculs considérés pour les calculs 3D sont illustrés par la figure 3.7.

3.2 Modélisation d'un liquide à bulles structuré en clusters

La formation de clusters de bulles survient fréquemment dans les fluides diphasiques. Elle peut être due aux couplages entre les mouvements des bulles et l'écoulement du mélange. Ce phénomène a par exemple été étudié pour les écoulements turbulents par [Calzavarini *et al.* \(2008\)](#). La ségrégation des bulles peut aussi survenir par simple effet de pesanteur, à cause du développement d'une "instabilité d'homogénéité" ([Brennen, 2005](#); [Caballina *et al.*, 2003](#); [Climent et Magnaudet, 1997, 1999](#)). Il a également été observé que des bulles dans un champ acoustique tendent à s'auto-organiser en ensembles structurés sous la forme de clusters ([Lauterborn et Kurz, 2010](#)).

Le comportement d'un cluster de bulles isolé a fait l'objet de plusieurs travaux, les premiers étant ceux de [van Wijngaarden \(1964\)](#), qui a étudié les oscillations d'une couche de bulles près d'une paroi. Plus tard, l'étude de la dynamique linéarisée d'un nuage sphérique de bulles ([d'Agostino et Brennen, 1983, 1989](#)) a montré que les fréquences naturelles du nuage pouvaient atteindre des valeurs bien inférieures à la fréquence d'une bulle seule. Cette tendance a été observée expérimentalement par [Yoon *et al.* \(1991\)](#) et [Dontsov \(2005\)](#). La modélisation et la simulation numérique de clusters de bulles ont également fait l'objet de publications. En utilisant des simulations par éléments de frontière, [Chahine et Duraiswami \(1992\)](#) ont montré l'influence des interactions mutuelles de bulles sur la dynamique des nuages multi-bulles. Des simulations de clusters de bulles ont également été menées par [Wang et Brennen \(1994\)](#), [Wang \(1990\)](#), [Shimada *et al.* \(2000\)](#), [Nasibullaeva et Akhatov \(2005\)](#), [Matsumoto et Yoshizawa \(2005\)](#). Dans ces travaux, le cluster est traité comme un milieu continu, dont le comportement est décrit en utilisant un modèle de milieu diphasique basé sur une technique d'homogénéisation. Récemment, des simulations d'un nuage de bulles basées sur des méthodes particulières ont été proposées ([Bremond *et al.* \(2006\)](#), [Arora *et al.* \(2007\)](#), [Zeravic *et al.* \(2011\)](#), [Fuster et Colonius \(2011\)](#)). Dans cette approche, chaque bulle est représentée par une particule Lagrangienne. La dynamique radiale de la bulle est décrite par une équation de type Rayleigh-Plesset, prenant en compte les interactions directes entre bulles.

Cependant, toutes ces études sont centrées sur le comportement d'un seul cluster. A notre connaissance, le comportement d'une onde de choc traversant un grand nombre de clusters lors de sa propagation n'a pas été étudié théoriquement jusqu'à présent, ce qui est précisément l'objectif de la présente partie. Une façon possible d'aborder ce problème consiste, comme à la partie [3.1](#), à réaliser des simulations numériques bi ou tri-dimensionnelles, dans lesquelles la taille et la position des clusters sont directement spécifiées (le comportement du fluide diphasique à l'intérieur des clusters étant décrit par un modèle continu de liquide à bulles). Cependant, cette approche est coûteuse du point de vue numérique, et donc restreinte à des situations avec un nombre assez faible de clusters de bulles. Pour contourner cela, nous avons développé un modèle continu de liquide aéré, présentant une structure

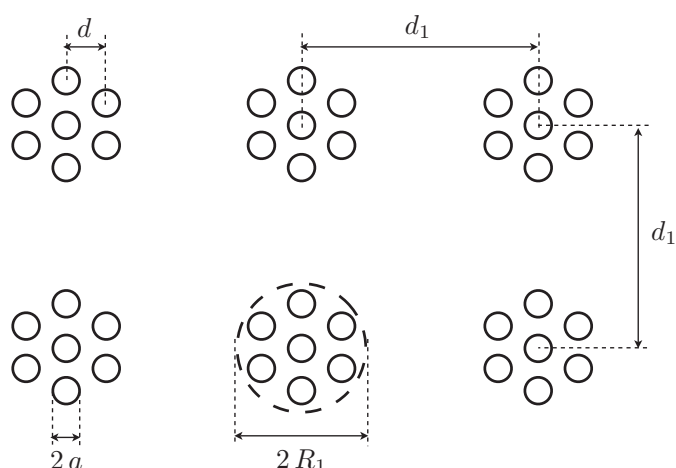


FIG. 3.9: Représentation schématique d'un liquide aéré contenant des clusters de bulles. Définition de quantités géométriques.

en amas (§3.2.2). Cette approche rend possible la capture de l'effet des clusters sur la structure de l'onde de choc (§3.2.3), sans qu'il soit besoin de faire appel à de coûteuses simulations bi ou tri-dimensionnelles.

3.2.1 Position du problème et aperçu de l'approche proposée

Nous considérons un mélange diphasique consistant en un liquide contenant initialement une population de bulles de mêmes tailles. Les bulles sont concentrées sous la forme de clusters, alors que le reste du domaine fluide est supposé exempt de bulles. La fraction volumique de gaz dans les clusters est supposée uniforme et notée f_c . La fraction volumique occupée par les clusters est notée α . Ainsi, la fraction volumique moyenne de gaz dans le mélange, f , est donnée par :

$$f = \alpha f_c \quad (3.6)$$

Tous les clusters sont considérés sphériques et de même rayon, noté R_1 . Nous supposons de plus que les clusters sont répartis sur un réseau régulier, et notons d_1 la distance moyenne inter-clusters (figure 3.9). Les bulles dans les clusters sont également supposées être réparties sur un réseau régulier (distance inter-bulles d). Dans la présente étude, nous développons une technique de transition d'échelles, afin de décrire le comportement moyen des milieux diphasiques avec une structure en amas.

De façon analogue à ce qui a été fait au chapitre 2, nous définissons les échelles caractéristiques de ce fluide diphasique. Dans le cas présent, trois échelles sont nécessaires : l'échelle microscopique qui est liée à la taille des bulles, une échelle intermédiaire, liée à la taille des clusters, et l'échelle macroscopique.

Pour obtenir la réponse macroscopique du fluide comportant des clusters de bulles, une technique d'homogénéisation en deux étapes est utilisée. La première étape consiste à remplacer le liquide à bulles dans chaque cluster par un fluide homogène équivalent numéro 1 (FHE 1) : c'est la même technique que celle utilisée au chapitre 2. La seconde étape consiste à remplacer le liquide avec clusters de bulles par un fluide homogène équivalent numéro 2 (FHE 2). Dans cette étape, les clusters sont vus comme des inclusions sphériques faites du fluide homogène équivalent 1 (figure 3.10)).

3.2.2 Présentation du modèle

Réponse macroscopique du liquide avec amas de bulles

La première étape d'homogénéisation ne pose pas de difficulté : en effet, le comportement du fluide dans chaque cluster est décrit par le modèle présenté au chapitre 2. Ainsi, en utilisant les notations introduites dans le paragraphe précédent, et en notant p la pression au sein du cluster, la réponse du fluide dans le cluster est décrite par l'équation suivante :

$$p = p_b - \rho_L \left[a\ddot{a}(1 - (qf_c)^{\frac{1}{3}}) + \frac{3}{2}\dot{a}^2 \left(1 - \frac{4}{3}(qf_c)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}(qf_c)^{\frac{4}{3}} \right) \right] - 4\mu\frac{\dot{a}}{a}(1 - qf_c) - \frac{2\sigma}{a} \quad (3.7)$$

La deuxième étape d'homogénéisation consiste à remplacer le liquide avec clusters de bulles par un fluide homogène équivalent. Le VER identifié pour cette transition d'échelles est un cluster de bulles inséré dans un volume liquide. La forme du volume de liquide dépend bien sûr de la configuration du réseau de clusters. Dans la figure 3.10(b), un réseau cubique est représenté : dans ce cas, le volume élémentaire représentatif est un cube de côté d_1 , la distance entre clusters. La fraction de volume occupée par le cluster dans le VER cubique est α . Cependant, comme dans le chapitre 2, nous travaillerons plutôt avec un VER sphérique (que nous appellerons sphère composite) de diamètre d_1 . La fraction volumique de cluster dans cette sphère composite est donc $q_1\alpha$, où q_1 est un paramètre du modèle, appelé paramètre d'interaction entre clusters. De même que pour le paramètre q dans le modèle de liquide aéré homogène (chapitre 2), q_1 dépend de la configuration du réseau de clusters. Par exemple, $q_1 = 6/\pi$ quand les clusters sont répartis sur un réseau cubique.

Le modèle mathématique décrivant le comportement global de milieu diphasique avec clusters de bulles est établi ci-après. En supposant le liquide incompressible et en considérant la conservation de la quantité de mouvement pour la couronne liquide autour du cluster ($R_1 < r < d_1$, r désignant la distance du centre du cluster), on peut montrer que la pression macroscopique P appliquée sur la frontière externe du VER est reliée à la pression P_1 à la surface du cluster (figure 3.10), par une équation

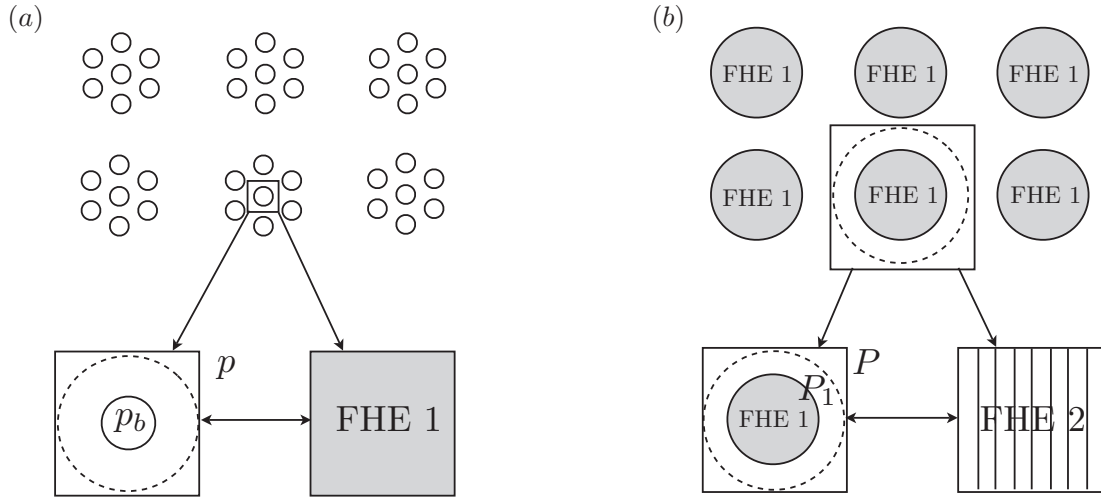


FIG. 3.10: Méthode de transition d'échelles pour décrire le comportement d'un liquide aéré avec clusters de bulles : identification d'un volume élémentaire représentatif à l'échelle de la bulle pour la première étape d'homogénéisation (a) et à l'échelle du cluster pour le deuxième changement d'échelle (b).

similaire à l'équation 2.6 :

$$P - P_1 = -\rho_L \left[R_1 \ddot{R}_1 \left(1 - (q_1 \alpha)^{\frac{1}{3}} \right) + \frac{3}{2} \dot{R}_1^2 \left(1 - \frac{4}{3} (q_1 \alpha)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3} (q_1 \alpha)^{\frac{4}{3}} \right) \right] \quad (3.8)$$

Les contraintes visqueuses sont ignorées à cette échelle. Comme la densité du fluide dans le cluster est proche de celle du liquide, il n'est à notre avis pas justifié de négliger les effets inertiels causés par le mouvement du fluide au sein du cluster. Autrement dit, il ne semble pas pertinent de supposer la pression au sein du cluster, p , égale à la pression au niveau de la surface externe P_1 (figure 3.11). Dans la présente étude, une relation approchée pour la réponse du cluster est obtenue en utilisant une méthode de Bubnov-Galerkin. Le principe des puissances virtuelles pour le domaine V_1 correspondant au volume du cluster peut s'écrire :

$$\hat{\mathcal{P}}_{int} - \hat{\mathcal{P}}_{ext} + \hat{\mathcal{P}}_{kin} = 0 \quad (3.9)$$

$\hat{\mathcal{P}}_{int}$, $\hat{\mathcal{P}}_{ext}$ et $\hat{\mathcal{P}}_{kin}$ sont les puissances virtuelles des efforts internes, externes et inertiels :

$$\hat{\mathcal{P}}_{int} = \int_{V_1} \underline{\underline{\sigma}} : {}^t \underline{\underline{\nabla}} \hat{\underline{u}} dV$$

$$\hat{\mathcal{P}}_{ext} = \int_{\partial V_1} \underline{T} \cdot \hat{\underline{u}} dS$$

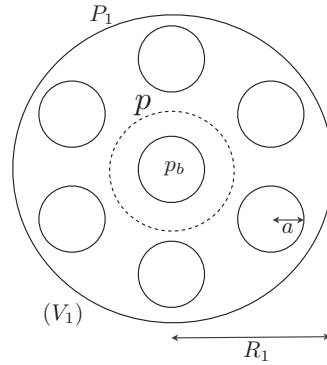


FIG. 3.11: Schéma d'un cluster de bulles

$$\hat{\mathcal{P}}_{kin} = \int_{V_1} \rho_c \dot{\underline{u}} \cdot \underline{\hat{u}} dV$$

où le point désigne la dérivée Lagrangienne par rapport au temps et ρ_c est la masse volumique du fluide diphasique dans le cluster, $\rho_c = \rho_L(1 - f_c)$. \underline{u} et $\underline{\sigma}$ désignent respectivement la vitesse et le tenseur des contraintes de Cauchy en tout point du cluster. \underline{T} est l'effort surfacique agissant sur la frontière du domaine V_1 . $\underline{\hat{u}}$ est une fonction de pondération arbitraire (souvent appelée fonction test ou champ de vitesse virtuelle).

d'Agostino et Brennen (1983, 1989) ont établi une solution analytique pour la dynamique linéaire d'un cluster sphérique de bulles. Ces auteurs ont trouvé que le premier mode de pulsation du cluster correspond à des oscillations presque uniformes des bulles pour toutes les positions dans le cluster. Nous supposons que la dynamique du choc d'un milieu diphasique avec amas de bulles sera dominée par le premier mode de vibration des clusters (la validité de cette hypothèse sera discutée au paragraphe 3.2.3). Ainsi, la fonction suivante est utilisée pour approximer le champ de vitesse dans le cluster :

$$\underline{u} = \dot{R}_1 \xi \underline{e}_r \quad \text{avec} \quad \xi = \frac{r}{R_1} \quad (3.10)$$

où r désigne la coordonnée radiale d'un point relativement au centre du cluster, et \underline{e}_r est le vecteur radial unité. En poursuivant l'approche de Bubnov-Galerkin, la vitesse virtuelle s'écrit aussi :

$$\underline{\hat{u}} = \hat{u}^* \xi \underline{e}_r \quad (3.11)$$

où \hat{u}^* est un coefficient scalaire arbitraire. Avec cette hypothèse, la puissance virtuelle des efforts inertiels $\hat{\mathcal{P}}_{kin}$ peut s'écrire sous la forme :

$$\hat{\mathcal{P}}_{kin} = \frac{3}{5} V_1 \rho_c \ddot{R}_1 \hat{u}^* \quad (3.12)$$

La puissance virtuelle des efforts internes est donnée par :

$$\hat{\mathcal{P}}_{int} = \frac{2p}{R_1} \hat{u}^* V_1 \quad (3.13)$$

où p est la pression moyenne dans le cluster.

En remarquant que $\underline{T} = -P_1 \underline{n}$, avec \underline{n} la normale extérieure à la frontière du cluster, la puissance virtuelle des efforts extérieurs $\hat{\mathcal{P}}_{ext}$ peut s'exprimer comme :

$$\hat{\mathcal{P}}_{ext} = -P_1 4\pi R_1^2 \hat{u}^* \quad (3.14)$$

Nous obtenons ainsi l'équation suivante, qui donne l'évolution du rayon du cluster en fonction de P_1 et p :

$$P_1 = p - \frac{1}{5} \rho_c R_1 \ddot{R}_1 \quad (3.15)$$

La pression moyenne dans le cluster p est donnée par l'équation 3.7.

En négligeant à ce stade la compressibilité du liquide, les rayons de la bulle et du cluster sont liés par la relation suivante :

$$R_1^3 = N \frac{a^3}{f_c} \quad (3.16)$$

où N est le nombre de bulles par cluster ($N = f_{c0}(R_{10}^3/a_0^3)$).

En combinant les équations 3.7, 3.8, 3.15 et 3.16, nous obtenons l'équation suivante, reliant l'évolution du rayon des bulles dans le cluster à la pression macroscopique P :

$$P = \left[p_b - 4\mu \frac{\dot{a}}{a} (1 - qf_c) - \frac{2\sigma}{a} \right] - [\Pi_1 a \ddot{a} + \Pi_2 \dot{a}^2] \quad (3.17)$$

où :

$$\Pi_1 = \rho_l \left(1 - (qf_c)^{\frac{1}{3}} \right) + \frac{1}{5} \rho_c N^{\frac{2}{3}} f_c^{\frac{1}{3}} + \rho_l N^{\frac{2}{3}} f_c^{\frac{1}{3}} \left(1 - (q_1 \alpha)^{\frac{1}{3}} \right) \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \Pi_2 = & \frac{3}{2} \rho_l \left(1 - \frac{4}{3} (qf_c)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3} (qf_c)^{\frac{4}{3}} \right) + \frac{2}{5} \rho_c N^{\frac{2}{3}} \left(f_c^{\frac{1}{3}} - f_c^{\frac{4}{3}} \right) + \\ & 2\rho_l N^{\frac{2}{3}} \left(f_c^{\frac{1}{3}} - f_c^{\frac{4}{3}} \right) \left(1 - (q_1 \alpha)^{\frac{1}{3}} \right) + \frac{3}{2} \rho_l N^{\frac{2}{3}} f_c^{\frac{4}{3}} \left(1 - \frac{4}{3} (q_1 \alpha)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3} (q_1 \alpha)^{\frac{4}{3}} \right) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Remarques sur l'équation obtenue. Il est intéressant de noter que l'équation 3.17 a la même forme que l'équation de Rayleigh-Plesset, mais fait intervenir devant les termes inertiels deux facteurs (Π_1 et Π_2) qui dépendent des paramètres du cluster (R_1, f_c, α). L'équation 3.17 fournit l'expression suivante pour la première fréquence propre Ω du VER (cluster et couronne liquide) dans des conditions isothermes :

$$\Omega = \left[\frac{3p_{b_0}}{a_0^2 \Pi_1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.20)$$

Dans le cas où le cluster est isolé dans un liquide infini ($\alpha = 0$) et que la porosité dans le cluster est faible ($f_{c_0} \ll 1$), l'équation 3.20 peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\Omega_d = \left[\frac{3p_{b_0}}{\rho_L a_0^2 \left(1 + \frac{6}{5} \left(\frac{R_{10}}{a_0} \right)^2 f_{c_0} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.21)$$

d'Agostino et Brennen (1983, 1989) ont obtenu une formulation analytique pour la dynamique linéaire d'un cluster sphérique de bulles dans un liquide infini. Dans la limite des faibles porosités ($f_{c_0} \ll 1$), la première fréquence naturelle obtenue par ces auteurs est donnée comme :

$$\Omega_d^{ab} = \left[\frac{3p_{b_0}}{\rho_L a_0^2 \left(1 + \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{R_{10}}{a_0} \right)^2 f_{c_0} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.22)$$

Nous pouvons noter que la fréquence du cluster obtenue par la présente modélisation (équation 3.21) n'est pas identique à celle de D'Agostino et Brennen. Cependant, la différence maximale entre les deux formules est de seulement 0,6%. Ce léger écart est dû au fait que la fonction qui est utilisée pour approximer le champ de vitesse au sein du cluster dans la présente modélisation (équation 3.10) n'est pas tout à fait identique au premier mode obtenu par d'Agostino et Brennen (1989). L'équation 3.10 est basée sur l'hypothèse que toutes les bulles oscillent uniformément au sein du cluster, quelles que soient leurs positions. Par contre, dans la solution de D'Agostino et Brennen, l'amplitude des oscillations des bulles décroît légèrement avec la distance au centre du cluster.

Kubota *et al.* (1992) ont également développé un modèle pour la dynamique de bulles dans un cluster sphérique. Dans ce modèle, les interactions bulle-bulle sont prises en compte en additionnant la dérivée temporelle du potentiel des vitesses des autres bulles à l'équation de Rayleigh-Plesset. Delale *et al.* (2001) ont appliqué une version légèrement modifiée de ce modèle pour la simulation d'écoulements cavitants stationnaires dans un convergent.

Dans le modèle de [Kubota *et al.* \(1992\)](#), la dynamique des bulles dans le cluster est décrite par une équation présentant la même forme que l'équation [3.17](#), avec des coefficients Π_1 et Π_2 donnés par :

$$\Pi_1^{kky} = \rho_l \left(1 + \frac{3}{2} \left(\frac{R_{10}}{a_0} \right)^2 f_c \right) \quad (3.23)$$

$$\Pi_2^{kky} = \frac{3}{2} \rho_l \left(1 + 2 \left(\frac{R_{10}}{a_0} \right)^2 f_c \right) \quad (3.24)$$

La configuration considérée par [Kubota *et al.* \(1992\)](#) correspond à celle de la présente étude pour $\alpha = 0$. Dans ce cas, et pour de faibles valeurs de la porosité, les coefficients Π_1 ([3.18](#)) et Π_2 ([3.19](#)) s'écrivent :

$$\Pi_{1d}^{\alpha=0} = \rho_l \left(1 + \frac{6}{5} \left(\frac{R_{10}}{a_0} \right)^2 f_c \right) \quad (3.25)$$

$$\Pi_{2d}^{\alpha=0} = \frac{3}{2} \rho_l \left(1 + \frac{8}{5} \left(\frac{R_{10}}{a_0} \right)^2 f_c \right) \quad (3.26)$$

Il est intéressant d'observer que les modèles de [Kubota *et al.* \(1992\)](#) et le nôtre, bien que basés sur des approches différentes, font tous deux intervenir des termes correctifs proportionnels à $\left(\frac{R_{10}}{a_0} \right)^2 f_c$ (mais multipliés par des facteurs légèrement différents).

Equations de conservation à l'échelle macroscopique

Les équations de conservation (masse, quantité de mouvement) et de prise en compte de la compressibilité à l'échelle macroscopique sont les mêmes qu'au chapitre [2](#) (§[2.3](#)).

3.2.3 Résultats et analyse

Effet des clusters de bulles sur la dynamique du choc

Afin d'évaluer l'effet des clusters de bulles sur la dynamique du choc, des simulations numériques ont été réalisées, en utilisant le modèle de liquide diphasique présenté dans la section précédente (équation [3.17](#) couplée aux équations [2.37](#), [2.38](#) et [2.41](#)). Sauf exception, les effets thermiques sont décrits en utilisant le modèle du coefficient de transfert de chaleur équivalent (voir chapitre [2](#)) et les paramètres d'interaction entre bulles et clusters sont $q = q_1 = 6/\pi$.

L'influence de plusieurs paramètres est étudiée. Tout d'abord, nous considérons l'effet de la taille des clusters sur la dynamique de l'onde de choc, le rayon initial des bulles et les porosités f_0 et f_{c_0} restant identiques. Les résultats sont présentés à la figure 3.12. Dans le cas de petits clusters contenant seulement quelques bulles, il apparaît que le comportement du liquide à bulles avec hétérogénéités de porosité est proche de celui correspondant à un liquide à bulles homogène (ayant la même porosité globale et la même taille de bulles, et dont le comportement est décrit par l'équation 2.6 couplée aux équations 2.37, 2.38 et 2.41). Puis, en augmentant le rayon des clusters, et en conséquence le nombre de bulles dans chacun d'eux, la structure de l'onde de choc est fortement affectée. L'effet le plus notable est l'augmentation de la longueur d'onde : la longueur d'onde du choc pour un cluster de rayon 4 cm (640 bulles par cluster) vaut plus de deux fois celle correspondant au liquide à bulles homogène correspondant. Au paragraphe 3.2.2, une expression pour la première fréquence naturelle d'un nuage de bulles (dans la limite des faibles porosités) a été établie (équation 3.21). Cette expression peut se réécrire sous la forme :

$$\Omega_d = \omega_b \left[1 + \frac{6}{5} \left(\frac{R_{1_0}}{a_0} \right)^2 f_{c_0} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.27)$$

où ω_b est la fréquence propre de pulsation isotherme d'une bulle isolée dans un liquide infini. Cela montre que la fréquence d'oscillation du nuage peut atteindre des valeurs bien plus faibles que la fréquence de la bulle isolée. Par la figure 3.12, nous montrons que la structure du choc dans un milieu à bulles hétérogène semble être dominée par la réponse globale des clusters, et non par la dynamique d'une bulle isolée. Pour cette raison, la longueur d'onde dans un liquide contenant des clusters de bulles peut être bien plus grande que dans le milieu diphasique homogène correspondant. Cette tendance avait déjà été observée à la figure 3.8.

Précédemment, nous avons rappelé la formule de [van Wijngaarden \(1970\)](#) pour l'estimation de la longueur d'onde des oscillations derrière le front de choc dans un liquide aéré homogène (équation 1.12). Nous proposons d'étendre heuristiquement cette formule au cas d'un liquide aéré contenant des clusters de bulles, en remplaçant la pulsation naturelle de la bulle ω_b par la fréquence d'oscillation des clusters Ω (3.20). Ainsi, la longueur d'onde dans un mélange avec clusters de bulles, pour un comportement isotherme des bulles, est écrite sous la forme :

$$\Lambda = 2\pi \frac{c}{\Omega} \sqrt{\frac{P_0}{\Delta P}} \quad (3.28)$$

Le tableau 3.1 présente une confrontation entre les résultats prévus par la formule ci-dessus et les longueurs d'onde des profils d'onde de choc présentés à la figure 3.12 : un accord correct est observé. En particulier, l'évolution de la longueur d'onde en fonction du rayon des clusters est bien prédit par l'équation 3.28.

La figure 3.13 représente le profil d'un choc obtenu pour plusieurs valeurs de rayons de bulles, la taille du cluster restant constante. Il convient de remarquer

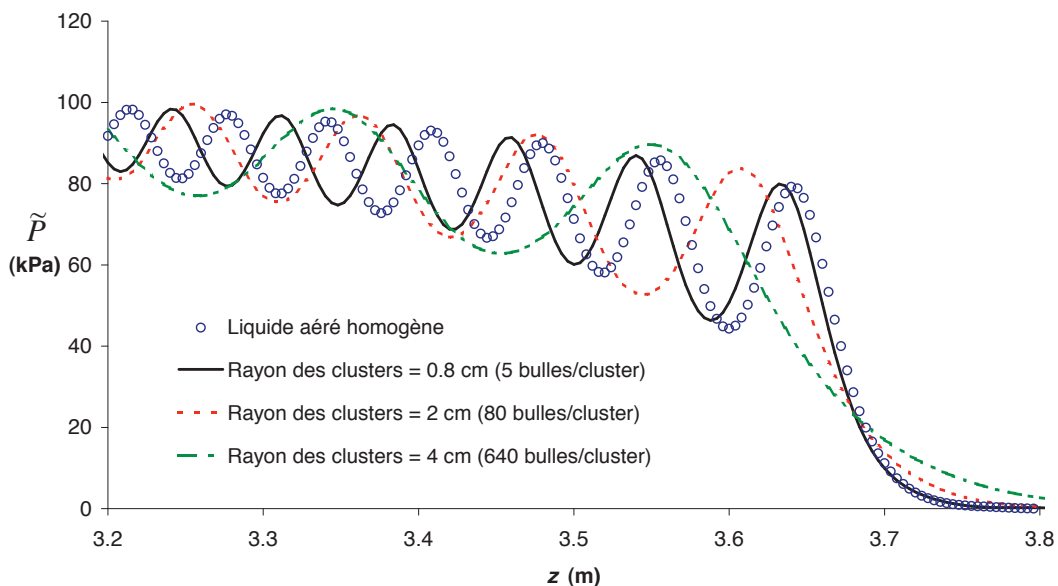


FIG. 3.12: Effet de la taille du cluster sur la structure de l'onde de choc - $a_0 = 1\text{mm}$ - $f_{c_0} = 1\%$ - $f_0 = 0.25\%$ - $\alpha_0 = 25\%$. $P_0 = 109.3\text{ kPa}$. $\Delta P = 101.2\text{ kPa}$. Temps=12.5 ms. Gaz : N_2 , liquide : huile silicone.

	Simulations numériques	Formule analytique (3.28)
Liquide aéré homogène	8	7.4
$R_{1_0} = 0.8\text{ cm}$	8.4	8.2
$R_{1_0} = 2\text{ cm}$	11.4	12.7
$R_{1_0} = 4\text{ cm}$	18.9	22.3

TAB. 3.1: Comparaison entre les longueurs d'onde des oscillations du signal de pression (données en centimètres) prévues par les simulations numériques et l'équation 3.28 pour plusieurs valeurs de rayons de clusters. Les autres paramètres sont les mêmes que pour la figure 3.12.

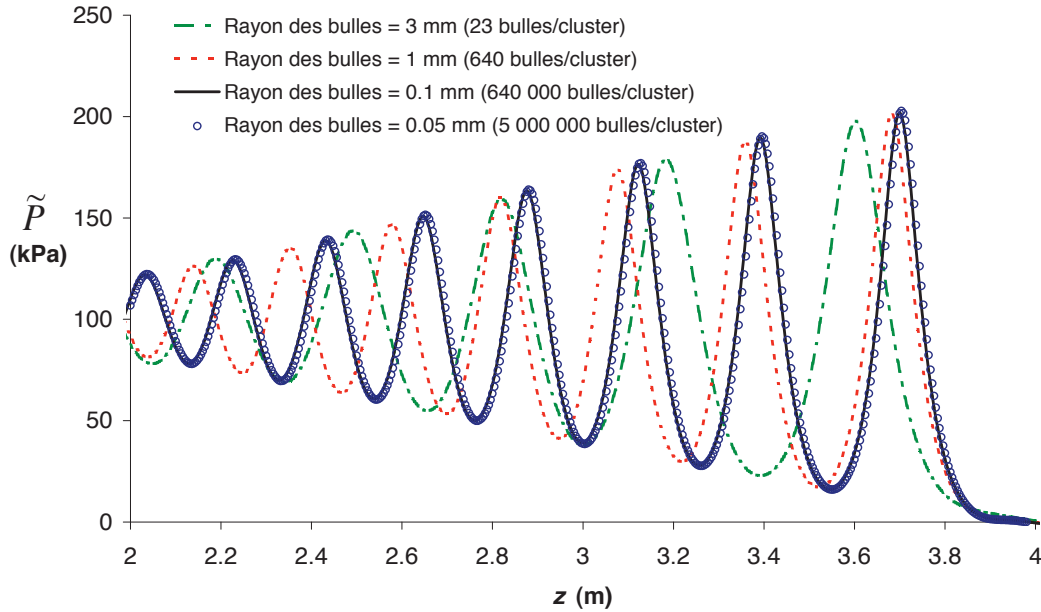


FIG. 3.13: Réponse d'un liquide aéré avec cluster de bulles. Effet du rayon des bulles sur la structure de l'onde de choc - Gaz : N_2 , liquide : huile silicone - $R_{10} = 4\text{cm}$ - $f_{c0} = 1\%$ - $f_0 = 0.25\%$ - $\alpha_0 = 25\%$. $P_0 = 109.3\text{ kPa}$. $\Delta P = 101.2\text{ kPa}$. Les effets thermiques ne sont pas pris en compte dans ces simulations. Temps=11.25 ms.

que pour ces simulations, des conditions adiabatiques ont été retenues. Nous voyons que la longueur d'onde des oscillations de pression diminue avec la taille des bulles. Cependant, dans la limite des très petites bulles (comparées à la taille du cluster), le profil du choc devient indépendant de la taille des bulles. Cela indique que, pour des clusters contenant un grand nombre de bulles, les effets inertiels relatifs aux oscillations des clusters sont causés principalement par le mouvement du fluide à l'échelle du cluster ; les effets dynamiques induits par les mouvement microscopiques de fluide autour des bulles deviennent négligeables. Dans la limite des faibles porosités, la fréquence propre de pulsation de clusters contenant un grand nombre de bulles est donnée par la relation suivante :

$$\lim_{a_0 \rightarrow 0} \Omega_d = \frac{1}{R_{10}} \sqrt{\frac{3p_{b0}}{\rho_L}} \left[\frac{6}{5} f_{c0} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.29)$$

Comparaisons avec des simulations axisymétriques

Afin de valider le modèle proposé (basé sur une technique d'homogénéisation), nous avons réalisé des simulations axisymétriques, dans lesquelles les clusters (position et taille) sont représentés explicitement par le maillage. Un domaine fluide est considéré, dont les dimensions sont $(d_1, 104 d_1)$, où d_1 est la distance inter-clusters,

incluant donc 104 clusters sphériques, régulièrement disposés selon l'axe des z . Le modèle axisymétrique correspond approximativement à un fluide dans lequel les clusters sont positionnés sur un réseau hexagonal (figure 3.14). La valeur du paramètre d'interaction des clusters q_1 correspondant à cette configuration est $q_1 = 3/2$ (nous rappelons que le paramètre d'interaction entre clusters est choisi de telle sorte que le diamètre du VER sphérique adopté dans la seconde étape d'homogénéisation soit égal à la distance entre clusters (§3.2.2)).

Le comportement du milieu fluide à l'intérieur des clusters est décrit par le modèle de liquide aéré homogène établi au chapitre 2. Le liquide entourant les clusters est compressible et son comportement est décrit par une équation d'état linéaire (2.39).

La figure 3.15 présente une comparaison entre des profils de choc obtenus par une simulation axisymétrique et par une simulation uni-dimensionnelle, basée sur la technique d'homogénéisation proposée. Pour la simulation axisymétrique, la pression macroscopique est celle obtenue à la frontière du domaine ($x = d_1/2$, voir la figure 3.14b). Ces résultats montrent un bon accord entre les deux approches. La longueur d'onde et l'atténuation des oscillations de pression sont décrites avec précision par le modèle continu proposé.

Rappelons que le présent modèle suppose que, lors des oscillations des clusters, toutes les bulles oscillent uniformément en leur sein (voir §3.2.2). La figure 3.16 montre l'évolution temporelle du rayon d'une bulle au centre et à la frontière d'un cluster, obtenu par la simulation axisymétrique. L'évolution du rayon prédit par le modèle proposé est également représenté. Il apparaît clairement que le rayon des bulles évolue d'une manière quasiment identique au centre et à la frontière du cluster. L'hypothèse formulée est donc validée. En outre, les résultats du modèle présenté concordent avec la simulation axisymétrique.

Nous discutons désormais des limites de l'approche présentée. Comme tous les modèles basés sur une technique d'homogénéisation, la présente modélisation repose sur une hypothèse de séparation des échelles (voir §2.1) : la longueur caractéristique du profil de pression macroscopique doit être plus grande que la taille du volume élémentaire représentatif (liée à la distance entre clusters). Nous proposons donc un coefficient qui quantifie la séparation entre les échelles macroscopiques et mésoscopiques : il est défini comme le ratio entre la longueur d'onde des oscillations de pression derrière le choc Λ (estimée par la formule 3.28) et la distance inter-clusters d_1 :

$$\epsilon = \frac{\Lambda}{d_1} \tag{3.30}$$

Le domaine de validité de l'approche continue proposée correspond à des valeurs suffisamment grandes du coefficient de séparation d'échelles. La valeur de ϵ pour plusieurs configurations de fluides est donnée à la table 3.2. Nous observons que l'hypothèse de séparation des échelles est mieux satisfaite dans le cas de mélanges faiblement aérés (voir par exemple les valeurs de ϵ pour la configuration 2, en com-

paraison avec la configuration 3). De plus, pour des valeurs données de porosité moyenne et du ratio taille de cluster par rapport à la taille de bulle, le coefficient de séparation d'échelles décroît généralement avec la fraction volumique initiale de cluster α_0 (cela signifie que l'hypothèse de séparation d'échelles est mieux satisfaite dans le cas de clusters petits par rapport à la distance inter-clusters). Cependant, cette tendance n'est pas systématiquement observée (voir par exemple dans la table 3.2 le cas des fortes valeurs de fraction volumique de cluster (25 et 50 %) pour la configuration 2). L'influence de α_0 n'est pas facile à appréhender, car une variation de cette quantité a deux effets contradictoires : d'une part, une augmentation de α_0 induit une diminution de la distance inter-clusters d_1 ; d'autre part, une valeur plus élevée de α_0 mène à une pulsation naturelle du cluster plus forte, et implique ainsi une diminution de la longueur d'onde Λ . Dans la plupart des cas considérés dans la table 3.2, le second effet apparaît prédominant, mais il existe des exceptions.

Pour les paramètres considérés à la figure 3.15 (qui correspond à la configuration 1 avec $\alpha_0 = 0,628\%$), l'hypothèse de séparation des échelles est plutôt bien satisfaite ($\epsilon \sim 5$), et un bon accord entre la simulation axisymétrique, pour laquelle les clusters sont maillés explicitement, et le présent modèle basé sur une approche homogénéisée, est observé. En regardant la table 3.2, il est intéressant de noter que des valeurs plutôt élevées du coefficient de séparation d'échelles peuvent être atteintes, même quand le diamètre du cluster est comparable à la distance inter-clusters (*i.e.* pour de grandes valeurs de α_0). Par exemple, dans le cas de la seconde configuration avec $\alpha_0 = 25,4\%$, pour laquelle le diamètre du cluster $2R_{10}$ représente 72% de la distance entre clusters d_1 , l'index de séparation d'échelles est égal à 3,2. La figure 3.17 présente des profils d'onde de choc correspondant à cette configuration, obtenus par les simulations axisymétriques et le modèle continu proposé. Nous constatons que l'approche proposée reproduit la structure du choc avec une assez bonne précision. La figure 3.18 présente une comparaison similaire pour la troisième configuration. La taille du cluster, le rayon des bulles, et la fraction volumique de cluster sont les mêmes qu'à la figure 3.17, mais la porosité moyenne est quatre fois plus importante. Dans ce cas, l'index de séparation d'échelles vaut seulement 2,2. L'évolution générale du signal de pression est toujours correctement prédite par le modèle continu, mais les écarts avec la simulation axisymétrique sont davantage prononcés qu'à la figure 3.17. En synthèse, il apparaît que l'approche proposée convient même pour de gros clusters (en comparaison avec la distance entre clusters), pourvu que l'hypothèse de séparation d'échelles soit satisfaite. C'est le cas principalement pour des liquides aérés dilués et des amplitudes de choc modérées. De plus, l'hypothèse de séparation des échelles semble davantage satisfaite quand le ratio R_{10}/a_0 diminue.

Comparaison avec les expériences de Dontsov

La validation expérimentale du modèle de liquide aéré avec clusters de bulles est basée sur les travaux de Dontsov (2005), qui a examiné la propagation d'ondes de choc d'amplitude modérée dans un liquide contenant des clusters de bulles. Les expériences ont été conduites dans un tube à choc rempli avec de l'eau distillée et

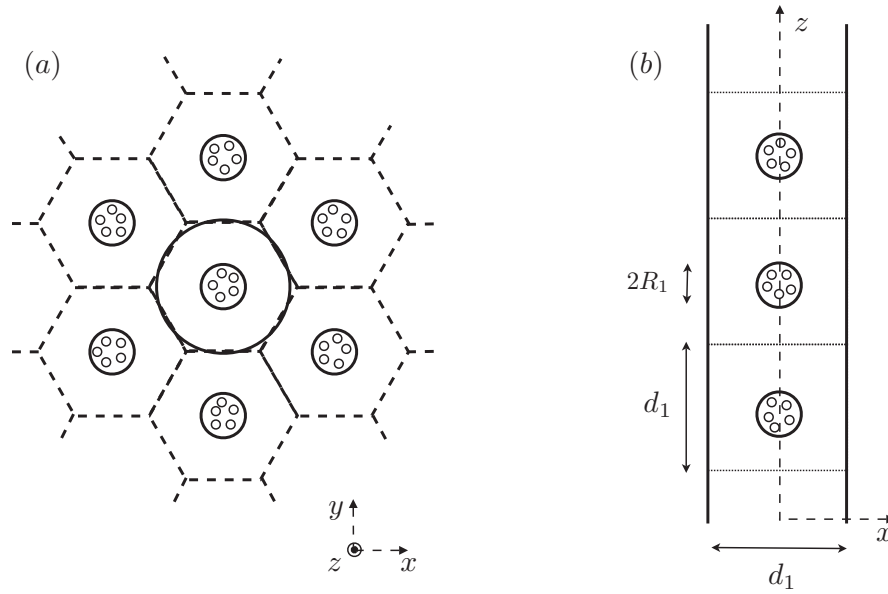


FIG. 3.14: Clusters de bulles dans un liquide pur, localisés sur un réseau hexagonal (a). Domaine considéré pour les simulations axisymétriques (b).

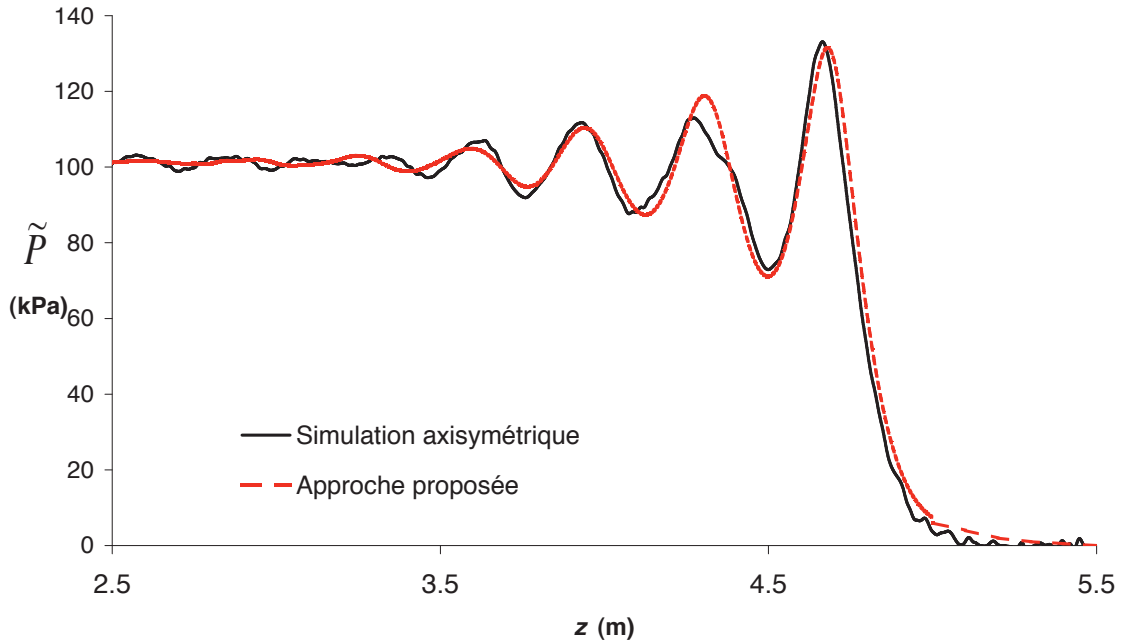


FIG. 3.15: Evolution spatiale de la pression macroscopique dans un liquide avec des clusters de bulles. Gaz : N_2 , liquide : huile silicone. Rayon de bulle $a_0 = 0.1$ mm, rayon de cluster $R_{10} = 1$ cm, fraction volumique d'air dans les clusters $f_{c0} = 5\%$, porosité moyenne $f_0 = 0.03\%$, fraction volumique des clusters $\alpha_0 = 0.628\%$, $P_0 = 109.3$ kPa, $\Delta P = 101.2$ kPa, temps d'observation $t = 7,5$ ms. 50 000 bulles dans chaque cluster.

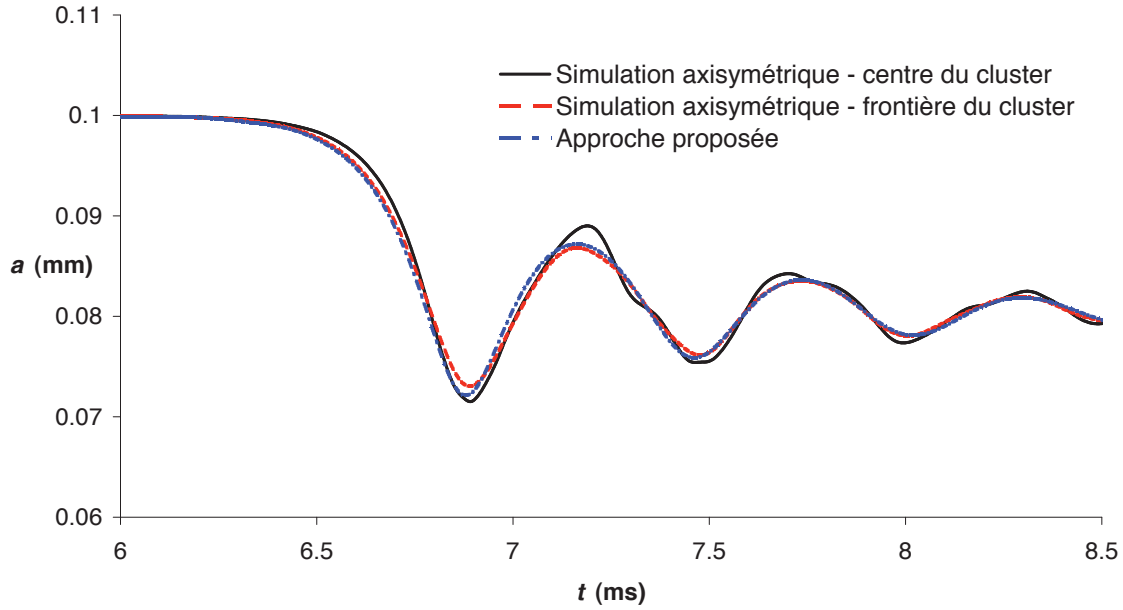


FIG. 3.16: Evolution temporelle du rayon des bulles dans un cluster à une distance $z = 4.2\text{m}$. Gaz : N_2 , liquide : huile silicone. Rayon des bulles $a_0 = 0.1\text{mm}$, rayon des clusters $R_{10} = 1\text{cm}$, porosité dans les clusters $f_{c0} = 5\%$, porosité moyenne $f_0 = 0.03\%$, volume relatif des clusters $\alpha_0 = 0.628\%$, $P_0 = 109.3\text{kPa}$, $\Delta P = 101.2\text{kPa}$. 50 000 bulles dans chaque cluster.

$\alpha_0(\%)$	Configuration 1		Configuration 2		Configuration 3	
	$f_{c0}(\%)$	ϵ	$f_{c0}(\%)$	ϵ	$f_{c0}(\%)$	ϵ
0.5	6	5.2	50.8	5	-	-
1	3	4.5	25.4	4.4	-	-
5	0.6	3.1	5	3.4	20	3.1
25	0.12	2	1	3.2	4	2.2
50	0.06	1.6	0.5	3.7	2	2

TAB. 3.2: Coefficient de séparation d'échelles ϵ (3.30) et porosité initiale dans le cluster f_0 pour différents configurations de clusters et valeurs de la fraction volumique de cluster α_0 . $P_0 = 109.3\text{ kPa}$, $\Delta P = 101.2\text{ kPa}$. Configuration 1 : $R_{10}/a_0 = 100$; $f_0 = 0.03\%$. Configuration 2 : $R_{10}/a_0 = 8.7$; $f_0 = 0.254\%$, Configuration 3 : $R_{10}/a_0 = 8.7$; $f_0 = 1.02\%$.

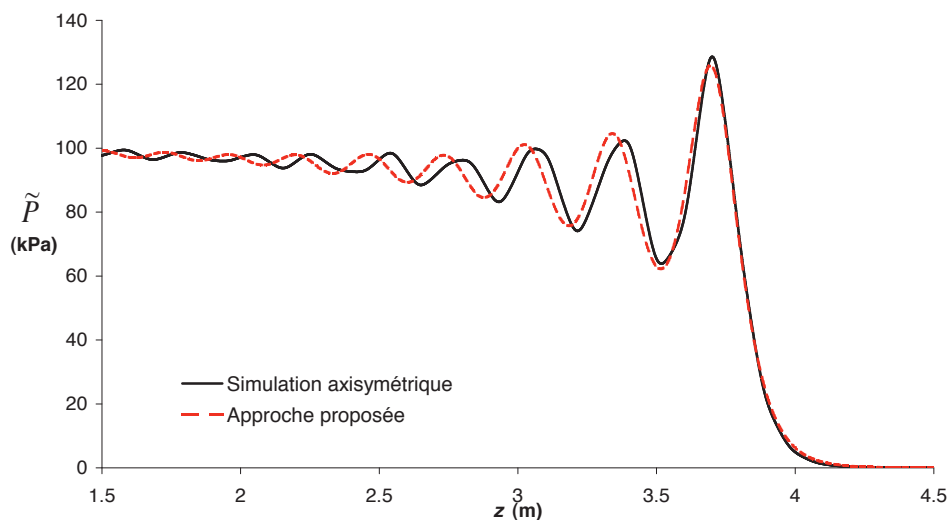


FIG. 3.17: Evolution spatiale de la pression macroscopique dans un liquide avec des clusters de bulles. Gaz : N_2 , liquide : huile silicone. Rayon de bulles $a_0 = 4\text{mm}$, rayon de cluster $R_{1_0} = 3.48\text{cm}$, fraction volumique d'air dans les clusters $f_{c_0} = 1\%$, porosité moyenne dans le mélange $f_0 = 0.254\%$, fraction volumique de clusters $\alpha_0 = 25.4\%$, $P_0 = 109.3\text{kPa}$, $\Delta P = 101.2\text{kPa}$, $q = 6/\pi$, $q_1 = 3/2$, temps d'observation $t = 15\text{ms}$. 6 bulles dans chaque cluster. Coefficient de séparation d'échelles : $\epsilon \sim 3.2$.

contenant cinq clusters de bulles. Ces clusters ont été créés en plaçant cinq squelettes poreux en caoutchouc dans le tube, et en saturant le liquide par de l'air à une pression statique donnée. La pression au sein du fluide est ensuite diminuée, menant à la formation de bulles d'air au niveau des squelettes poreux. Selon Dontsov, les squelettes sont tellement poreux (porosité de 98% à peu près) qu'ils n'influencent pas la propagation du choc. Trois sondes de pression sont montées sur la paroi du tube à différentes positions, correspondant à la hauteur du centre des clusters (voir figure 3.19(a)).

La configuration de ces expériences est légèrement différente de celle qui a été considérée pour établir le modèle présenté. En effet, dans les expériences de Dontsov (2005), la distance entre les clusters n'est pas constante, et n'est pas égale au diamètre du tube, contrairement à la configuration montrée à la figure 3.14(b). Ceci mène à une ambiguïté dans le choix du paramètre d'interaction entre clusters q_1 . Pour cette raison, nous avons travaillé avec deux valeurs de q_1 , que nous pensons correspondre aux bornes du domaine de valeurs admissibles. La première valeur, q_1^r , est prise de telle sorte que le diamètre du VER sphérique considéré dans la procédure d'homogénéisation soit égal au diamètre du tube D , $q_1^r = 3d_1/2D$. Pour la seconde valeur q_1^l , le diamètre du VER est égal à la distance moyenne entre deux clusters successifs (figure 3.19(b)), $q_1^l = 3D^2/2d_1^2$.

La figure 3.20 présente une confrontation entre les résultats d'une expérience de Dontsov (2005), le modèle homogénéisé proposé pour les liquides avec clusters de

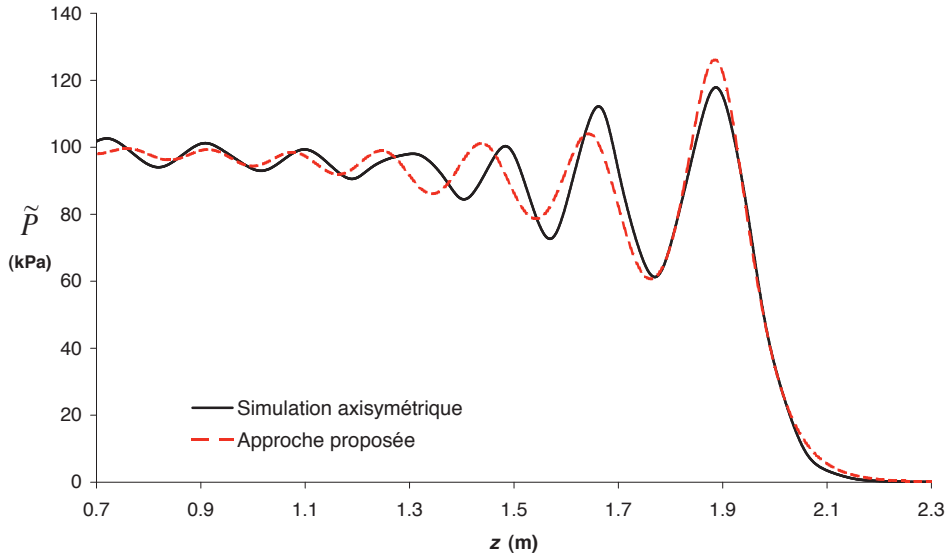


FIG. 3.18: Evolution spatiale de la pression macroscopique dans un liquide avec des clusters de bulles. Gaz : N_2 , liquide : huile silicone. Rayon de bulles $a_0 = 4\text{mm}$, rayon de cluster $R_{10} = 3.48\text{cm}$, fraction volumique d'air dans les clusters $f_{c_0} = 4\%$, fraction moyenne de vide dans le mélange $f_0 = 1.02\%$, fraction volumique de clusters $\alpha_0 = 25.4\%$, $P_0 = 109.3\text{kPa}$, $\Delta P = 101.2\text{kPa}$, $q = 6/\pi$, $q_1 = 3/2$, temps d'observation $t = 15\text{ms}$. 26 bulles dans chaque cluster. Coefficient de séparation d'échelles : $\epsilon \sim 2.2$.

bulles, une simulation axisymétrique dans laquelle la position exacte des clusters est spécifiée (le comportement du fluide diphasique à l'intérieur des clusters étant alors modélisé par le modèle décrit au chapitre 2), et une simulation pour un liquide aéré homogène ayant la même porosité globale. L'évolution temporelle de la pression à différentes distances de la surface libre du liquide est présentée. La figure 3.20 montre que les résultats de la simulation axisymétrique sont très proches des résultats expérimentaux. Le modèle continu proposé reproduit également les évolutions de pression mesurées avec une précision raisonnable. Un meilleur accord est obtenu quand le paramètre d'interaction inter-clusters est égal à q_1^l . Bien sûr, puisque les clusters ne sont pas régulièrement répartis dans les expériences de Dontsov, l'accord n'est pas aussi bon que dans le cas de la simulation axisymétrique, pour laquelle la position exacte des clusters est prise en compte. Le plus grand écart entre les résultats du présent modèle et les données expérimentales est observé au niveau du capteur G2 (figure 3.20). Ceci est probablement dû au fait que le premier cluster est très proche de la surface libre. Pour cette raison, quand l'onde de choc atteint la sonde G2, elle s'est propagée à travers un milieu dont la porosité moyenne est plus grande que la porosité moyenne dans tout le tube. Pour les deux autres sondes, situées à des distances plus grandes de la surface libre, un meilleur accord est observé. Par ailleurs, nous constatons que le modèle proposé décrit avec une précision

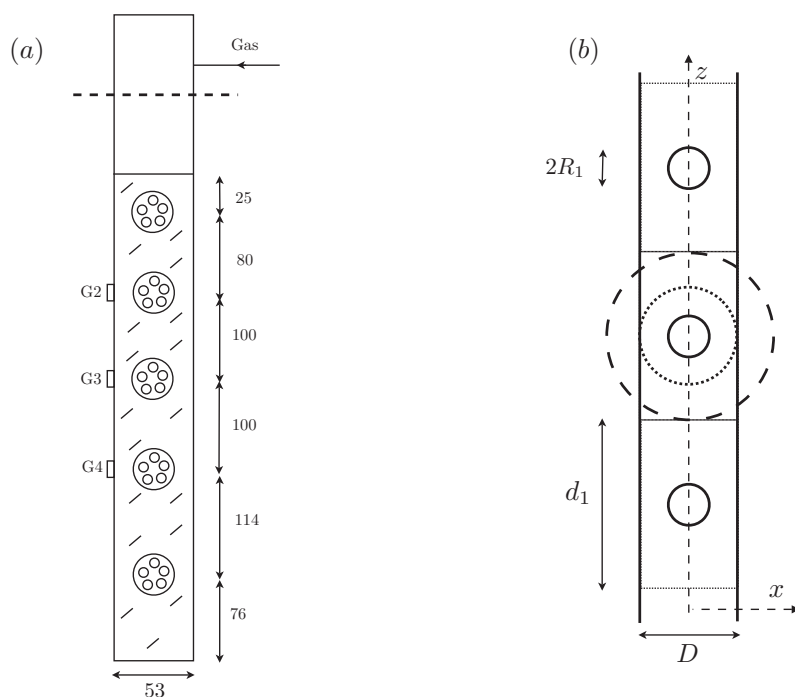


FIG. 3.19: (a) Montage expérimental de [Dontsov \(2005\)](#). Les capteurs de pression sont indiqués par G2-G4. (b) Illustration des deux choix possibles pour la valeur de paramètre d'interaction entre clusters. q_1 peut être choisi de telle sorte que le rayon externe du VER (sphère composite) soit égal au rayon du tube (pointillés courts) ou à la distance moyenne inter-cluster, dans la direction verticale (pointillés longs).

bien supérieure le profil du choc, en comparaison avec le modèle supposant une distribution spatiale régulière des bulles dans le liquide. Cela souligne le rôle joué par les clusters de bulles sur la propagation du choc.

Enfin, il est intéressant de constater sur la figure 3.20 que l'inhomogénéité de la répartition spatiale des bulles mène à un changement du type de choc rencontré. En effet, la structure du choc est de type B¹ (et même C à la jauge G4) dans le liquide aéré homogène, alors qu'un choc de type A est observé pour le liquide avec clusters de bulles. Ce phénomène est probablement lié à l'influence des effets thermiques. Il est en effet connu que les échanges thermiques entre les bulles et le liquide jouent un rôle clé dans le comportement de ces milieux diphasiques. Par exemple, [Watanabe et Prosperetti \(1994\)](#) ont mentionné qu'une transition du type A vers le type B ne pouvait pas être capturée sans une description fine des effets thermiques. Revenons à la figure 3.20, nous voyons que la largeur du front de choc est plus importante dans un mélange contenant des clusters de bulles que dans le liquide aéré homogène correspondant. Cela signifie que les bulles sont comprimées plus lentement et, pour cette raison, les changements de température dans les bulles sont moins marqués

¹Nous nous référons à la classification proposée par [Noordzij et van Wijngaarden \(1974\)](#), voir chapitre 1.

dans ce cas. La figure 3.21 nous montre que l'élévation maximale de température n'est que de 3K pour le liquide avec clusters, contre 10K pour le mélange homogène. Cette réduction des effets thermiques pourrait expliquer pourquoi on rencontre un choc de type A dans le cas du liquide avec des clusters (figure 3.20), et un choc de type B ou C avec un liquide homogène.

En synthèse, le modèle continu qui a été développé, décrivant l'influence des clusters de bulles sur la propagation d'une onde de choc, fournit des résultats en bon accord avec les résultats expérimentaux de la littérature.

3.2.4 Conclusion

La propagation d'ondes de choc dans un liquide contenant des clusters sphériques de bulles a été étudiée. Un modèle continu pour le comportement de tels milieux diphasiques hétérogènes a été développé, en utilisant une méthode d'homogénéisation en deux étapes. La première étape a lieu à l'échelle de la bulle, et la seconde à l'échelle du cluster. Des simulations numériques de propagations d'ondes de choc montrent que la présence de clusters de bulles a une influence significative sur la dynamique du choc. Il a été observé que la structure du choc peut être dominée par la réponse globale des clusters, et non pas par la seule dynamique des bulles, en particulier dans le cas de clusters contenant un grand nombre de bulles. En conséquence, la longueur caractéristique de la structure du choc dans un liquide avec des clusters de bulles peut être bien plus élevée que pour le liquide aéré homogène correspondant. De plus, le profil du choc dépend en général à la fois de la taille des bulles et des clusters. Cependant, nous avons observé que, pour des clusters contenant un grand nombre de bulles, les effets dynamiques liés aux oscillations des clusters deviennent indépendants de la taille des bulles.

Pour évaluer la précision de la modélisation présentée, des simulations axisymétriques ont été menées, pour lesquelles la position et la forme des clusters sont directement spécifiées. Un bon accord entre les deux approches a été observé. Les résultats du modèle proposé sont également en bon accord avec les résultats expérimentaux de [Dontsov \(2005\)](#).

Les résultats présentés constituent seulement une première étape dans la compréhension de la dynamique des chocs dans les liquides aérés avec hétérogénéités de porosité. En effet, dans la présente étude, nous nous sommes concentrés sur le cas de clusters sphériques, de même taille et répartis sur un réseau régulier. Des extensions du modèle sont nécessaires pour appréhender des configurations plus complexes. Il est également important de garder en mémoire d'autres limitations de la théorie présentée. Tout d'abord, puisque le modèle présenté suppose que les bulles restent sphériques, il est probablement davantage adapté au cas des chocs d'amplitude modérée. En effet, des déformations non sphériques de bulles et la fission des bulles sont des phénomènes qui surviennent pour des ondes de forte amplitude ([Brennen, 2002](#); [Johnsen et Colonius, 2009](#)) (voir le chapitre 4). En outre, comme tous les modèles basés sur des techniques d'homogénéisation, la présente modélisation nécessite le respect de la séparation des échelles ((*i.e.* la longueur d'onde du profil de pression

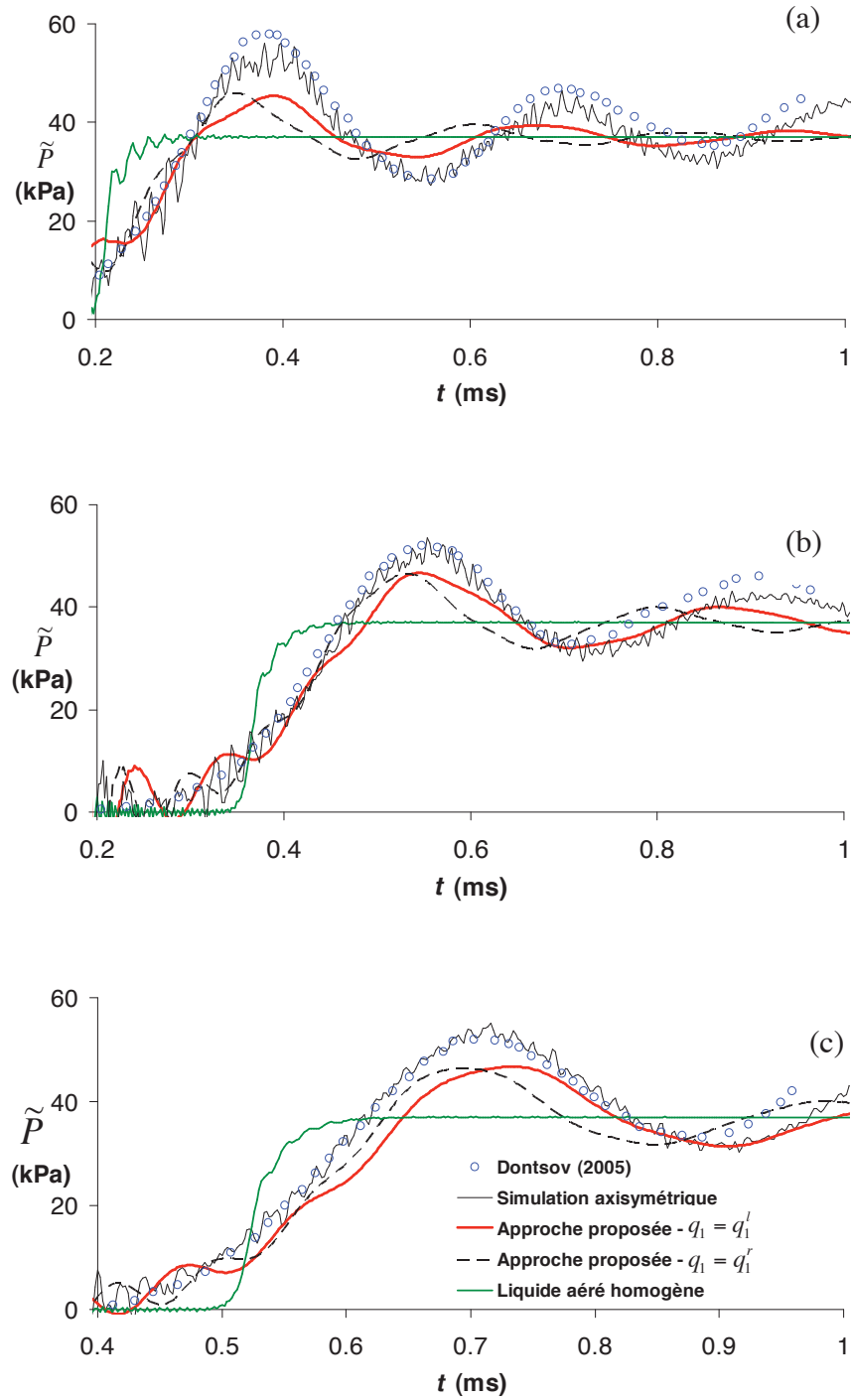


FIG. 3.20: Evolution temporelle de la pression à différentes positions dans un liquide avec des clusters de bulles. La configuration est représentée à la figure 3.19(a). Gaz : air, liquide : eau. (a) Jauge G2, $z = 0,105\text{m}$; (b) Jauge G3, $z = 0,205\text{m}$; (c) Jauge G4, $z = 0,305\text{m}$. Rayon des bulles $a_0 = 5 \times 10^{-5}\text{m}$, rayon des clusters $R_{10} = 1.5 \times 10^{-5}\text{m}$, porosité dans les clusters $f_{c0} = 0,38\%$, porosité moyenne $f_0 = 0,0285\%$, $P_0 = 0.1\text{MPa}$, $\Delta P = 0.037\text{MPa}$, $q_1^l = 0,42$ et $q_1^r = 2,8$.

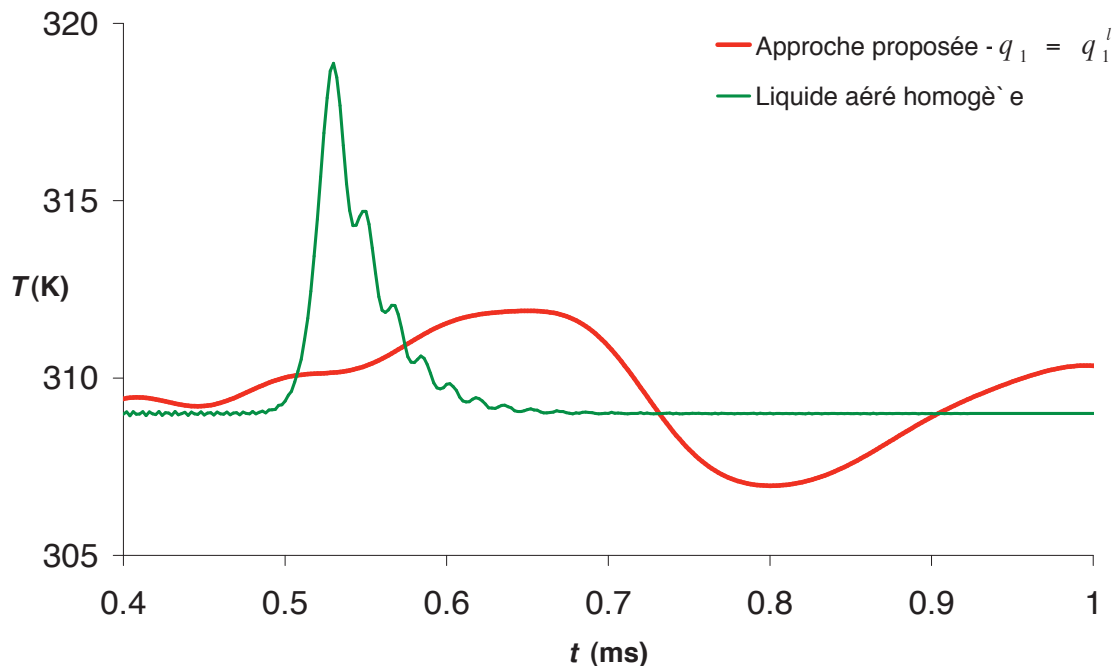


FIG. 3.21: Evolution temporelle de la température moyenne d'une bulle dans un liquide avec une structure de cluster et dans un liquide aéré à une distance $z = 0,305$ m. Les conditions sont les mêmes qu'à la figure 3.20.

macroscopique devrait être grande comparée à la taille du VER). Dans la présente étude, nous nous sommes restreints à l'étude d'ondes de choc d'amplitude modérée, et pour les configurations considérées, l'hypothèse de séparation des échelles était assez bien satisfaite. La présente théorie pourrait également être appliquée à la propagation d'ondes acoustiques. Cependant, dans le cas de liquide avec des clusters de bulles, la taille du VER est liée à la distance inter-clusters, et elle peut être bien plus grande que pour un liquide aéré homogène. Pour cette raison, la validité de la théorie proposée serait probablement limitée à la gamme des basses fréquences.

Notons que les travaux présentés aux chapitres 2 et 3 ont fait l'objet d'une publication par le *Journal of Fluid Mechanics* (Grandjean *et al.*, 2012).

Modélisation de la fission des bulles

La plupart des modèles continus de liquides à bulles disponibles dans la littérature, y compris ceux présentés dans le début de ce mémoire, reposent sur l'hypothèse de sphéricité des bulles. Cependant, dans de nombreux cas, cette hypothèse est invalide, et en particulier lorsqu'apparaissent des phénomènes de fragmentation des bulles. [Frost et Sturtevant \(1986\)](#) et [Tomita et Shima \(1990\)](#) observèrent que des bulles de cavitation subissant un effondrement violent réapparaissent sous la forme d'un nuage contenant un grand nombre de petites bulles (figure 1.16). Plus récemment, [Ohtani *et al.* \(2002a,b\)](#) ainsi que [Ando *et al.* \(2011b\)](#) mirent en évidence expérimentalement que la fragmentation des bulles survient également lors de effondrements induits par la propagation d'ondes de choc de forte amplitude. [Brennen \(2002\)](#) rappelle que deux mécanismes sont susceptibles d'être responsables de la fission des bulles. Tout d'abord, la surface de la bulle, comme toute interface liquide-gaz subissant une accélération, peut être sujette à une instabilité de Rayleigh-Taylor. En effet, en se basant sur des analyses linéaires de stabilité, plusieurs auteurs ont montré que la forme sphérique d'une bulle est généralement instable lors d'un effondrement ([Plesset, 1954](#); [Prosperetti et Seminara, 1978](#); [Iooss *et al.*, 1989](#)). D'autre part, la fission des bulles peut survenir suite à la formation d'un jet rentrant, causé par les forts gradients de pression induits par l'onde de choc ([Klaseboer *et al.*, 2007](#); [Johnsen et Colonius, 2009](#)). Ce phénomène peut aussi intervenir quand la bulle évolue dans un milieu asymétrique, par exemple lorsque la bulle est proche d'une paroi ou d'une surface libre ([Lauterborn et Bolle, 1975](#); [Chahine, 1977](#)).

L'influence de la fission des bulles sur leur dynamique n'a été l'objet que de rares travaux. D'après [Brennen \(2002\)](#), la fission des bulles devrait conduire à amortir fortement les oscillations des bulles. Récemment, [Delale et Tunc \(2004\)](#) ont proposé une équation de Rayleigh-Plesset modifiée pour décrire les oscillations de bulles de cavitation subissant une fragmentation lors d'un effondrement. Dans ce modèle, la fragmentation des bulles est supposée s'opérer instantanément lorsque la bulle atteint son volume minimum. Le nombre de fragments est considéré comme un paramètre du modèle, et la taille de ces fragments est déterminée par la conservation du volume

de gaz. Ce modèle prévoit que la fission des bulles induit une dissipation significative d'énergie, en cohérence avec certaines observations expérimentales.

Ce chapitre est dédié au développement de modèles continus de liquides aérés, tenant compte de la fission des bulles. Comme dans les travaux de [Delale et Tunc \(2004\)](#), nous considérons la fission comme un événement instantané survenant lors d'un collapse violent, au temps auquel la bulle atteint son volume minimal. Nous avons limité notre attention au cas où la fission est liée à une instabilité de Rayleigh-Taylor. En nous basant sur une analyse de stabilité linéaire, nous proposons un critère permettant de déterminer d'une part si un collapse induit ou pas la fission d'une bulle, et d'autre part le nombre de fragments. Une fois que les bulles ont fissionné, deux modèles différents sont proposés pour décrire le comportement du liquide à bulles. Dans le premier modèle, les fragments sont supposés être répartis uniformément dans le liquide. Dans le second modèle, nous considérons que les fragments de chaque bulle-mère se concentrent au sein d'un petit cluster de bulles-filles. Nous présentons au paragraphe [4.1](#) les éléments de la modélisation développée et le critère de fission proposé. Au paragraphe [4.2](#), des simulations de propagation de chocs dans les liquides à bulles sont présentées. L'influence de la fission des bulles sur la structure du choc est discutée. La validité de la modélisation proposée est ensuite estimée par comparaison avec des résultats expérimentaux.

4.1 Description du modèle

4.1.1 Approche proposée

La présente modélisation vise à décrire l'influence de la fission des bulles sur la structure d'ondes de choc se propageant dans un liquide aéré. Comme précisé précédemment, nous faisons l'hypothèse que l'intervalle de temps pendant lequel le processus de fragmentation se produit est faible par rapport à la durée de la phase de collapse. Ainsi, nous considérons que le processus de fission s'opère de manière instantanée. La fission des bulles est ainsi modélisée comme un saut discontinu de la valeur du rayon des bulles au moment où le volume des bulles est minimal.

La modélisation proposée repose sur trois éléments principaux :

- un modèle continu de milieux à bulles qui décrit la dynamique des bulles et la réponse du milieu avant la fission (au niveau d'un point matériel donné, car la fission ne survient pas au même moment en tout point du milieu). Le modèle présenté dans le chapitre [2](#) est utilisé pour cela.
- un critère qui permet de déterminer si les phases de collapse peuvent mener ou non à la fragmentation des bulles, et d'estimer le nombre et la taille des fragments. Nous nous basons sur les travaux de [Brennen \(2002\)](#), et considérons que les caractéristiques principales du processus de fission, dans le cas où celui-ci est lié à une instabilité de Rayleigh-Taylor, peuvent être obtenues à

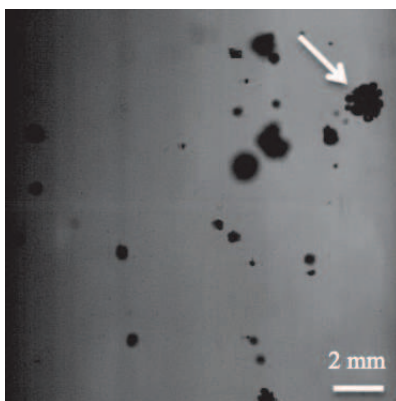


FIG. 4.1: Exemple de fission d'une bulle sous forme de cluster (Ando *et al.*, 2011b).

partir d'une analyse linéaire de stabilité pour la bulle sphérique. A l'aide de l'équation de stabilité établie par Prosperetti et Seminara (1978) pour des liquides faiblement visqueux, nous déterminons le mode le plus instable et le taux de croissance associé. Nous faisons l'hypothèse que l'instabilité de Rayleigh-Taylor mène à la désintégration de la bulle si le ratio entre la durée de la phase de collapse et le temps caractéristique de croissance de l'instabilité (soit l'inverse du taux de croissance) est plus grand qu'une certaine valeur.

- un modèle continu qui décrit le comportement du liquide aéré après fragmentation des bulles. Deux modèles différents, dénommés modèle H et modèle C, ont été développés. Dans le modèle H (comme homogène), les bulles-filles sont supposées être distribuées sur un réseau régulier dans le liquide (figure 4.2 (a)). Dans le cas du modèle C (comme cluster), nous supposons que les produits de la fission de chaque bulle-mère sont concentrés dans un petit cluster de bulles-filles, dont la taille est liée à celle de la bulle initiale (figure 4.2 (b)). Le développement du modèle C a été motivé par des observations expérimentales effectuées par caméra rapide, qui indiquent qu'une bulle, après un collapse violent, prend souvent la forme d'un nuage de bulles plus petites (Frost et Sturtevant, 1986; Ohtani *et al.*, 2002a,b; Ando *et al.*, 2011b). Les figures 1.16 et 4.1 en sont deux exemples.

4.1.2 Critère de fission des bulles

Nous considérons uniquement l'instabilité de Rayleigh-Taylor comme mécanisme responsable de la fragmentation des bulles. Bien que la fission des bulles soit un phénomène hautement non linéaire, nous supposons que les principales caractéristiques du processus de fission (temps caractéristique de croissance de l'instabilité et taille des fragments) peuvent être déduites d'une analyse linéaire de perturbation. La stabilité d'une bulle sphérique a été l'objet de plusieurs études (Plesset, 1954; Pros-

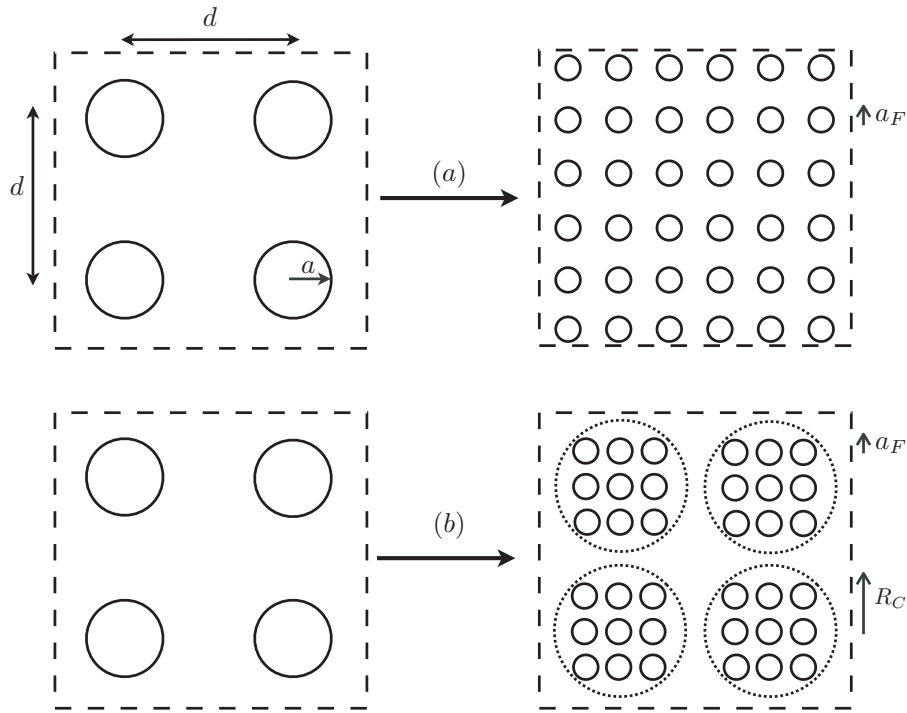


FIG. 4.2: Illustration des deux approches de modélisation de la fission des bulles (modèle C et modèle H). Dans les deux cas, la fission est supposée opérer instantanément à l'instant où le volume des bulles est minimum. (a) : pour le modèle H, les fragments sont répartis uniformément dans le liquide. (b) : pour le modèle C, les fragments issus de la fission d'une bulle donnée sont concentrés dans un petit cluster, dont la taille est liée au rayon initial de la bulle mère.

[peretti et Seminara, 1978](#); [Iooss et al., 1989](#)). Dans la présente étude, nous employons le modèle proposé par [Prosperetti et Seminara \(1978\)](#). Si l'on considère que la forme de la surface de la bulle r_s s'écrit, dans un système de coordonnées sphériques :

$$r_s(\theta, \phi, t) = a(t) + \epsilon_n(t)Y_n^m(\theta, \phi) \quad (4.1)$$

où Y_n^m est une harmonique sphérique, alors l'évolution de l'amplitude ϵ_n de la déformée d'ordre n est donnée par l'équation suivante :

$$\ddot{\epsilon}_n + b_n \dot{\epsilon}_n + c_n \epsilon_n = 0 \quad (4.2)$$

avec

$$b_n = \frac{3}{a} \frac{da}{dt} + 2(n+2)(2n+1) \frac{\nu}{a^2} \quad (4.3)$$

$$c_n = (n - 1) \left[-\frac{1}{a} \frac{d^2 a}{dt^2} + (n + 1)(n + 2) \frac{\sigma}{\rho_L a^3} + 2(n + 2) \frac{\nu}{a^3} \frac{da}{dt} \right] \quad (4.4)$$

où ρ_L , ν et σ sont respectivement la masse volumique, la viscosité cinématique et le coefficient de tension de surface du liquide. En écrivant $\epsilon_n \sim \exp(\lambda_n t)$, l'équation 4.2 permet de calculer le taux de croissance λ_n associé à tout mode n :

$$\lambda_n = \frac{-b_n + \sqrt{b_n^2 - 4c_n}}{2} \quad (4.5)$$

Notons que le taux de croissance est un réel positif, *i.e.* la forme sphérique est instable, si c_n est négatif. En utilisant l'équation 4.5, on peut calculer l'ordre n_c du mode le plus instable (c'est-à-dire celui qui se développe le plus vite), et son taux de croissance λ_c . Cependant, les coefficients b_n et c_n , et en conséquence le mode critique n_c et le taux de croissance λ_c , varient avec le temps. La figure 4.3 présente l'évolution du taux de croissance maximal pendant la phase de collapse d'une bulle. t^* correspond au temps pour lequel l'accélération de la bulle \ddot{a} devient positive (par la suite, nous appellerons phase de rebond la phase où $\ddot{a} > 0$), et t_m est le temps pour lequel le volume de la bulle est minimum. Le développement de l'instabilité de Rayleigh-Taylor est favorisé par de grandes valeurs (positives) d'accélération de la surface de la bulle. Ainsi, bien que la forme sphérique de bulle soit instable ($\lambda_c > 0$) avant le temps t^* , le taux de croissance critique λ_c augmente fortement après t^* . De plus, nous constatons que l'instant où λ_c est maximal est très proche de celui où le rayon de la bulle est minimal. Ainsi que suggéré par Brennen (2002), nous supposons donc que la valeur λ_c calculée à $t = t_m$ est représentative du développement de l'instabilité de Rayleigh-Taylor pendant le collapse de la bulle.

Notons λ_m et n_m les valeurs du taux de croissance et du mode le plus instable à $t = t_m$ ¹. Une valeur positive de λ_m indique que la bulle est dans un état instable au moment du collapse ($t = t_m$), mais n'implique pas nécessairement une fragmentation de la bulle. En effet, la figure 4.3 montre que l'instabilité peut croître significativement uniquement durant une petite période (quand $\lambda_c > 0$) près du temps t_m . En conséquence, si l'instabilité ne se développe pas assez rapidement pendant cette phase, la distorsion de la forme de la bulle sera trop limitée pour mener à la fragmentation de la bulle. Nous supposons donc que la fission de la bulle peut survenir uniquement si le ratio entre la durée de la phase de collapse et le temps caractéristique de croissance de l'instabilité (lié à λ_m) est plus grand qu'une certaine valeur. Le critère pour l'apparition de la fission de la bulle s'écrit alors :

$$\lambda_m(t_m - t^*) > \chi \quad (4.6)$$

¹Dans le cas d'un liquide non visqueux ($\nu = 0$), il existe une expression analytique pour la valeur de n_m , voir Brennen (2002). Lorsque les effets visqueux sont pris en compte, la valeur de n_m doit être calculée numériquement.

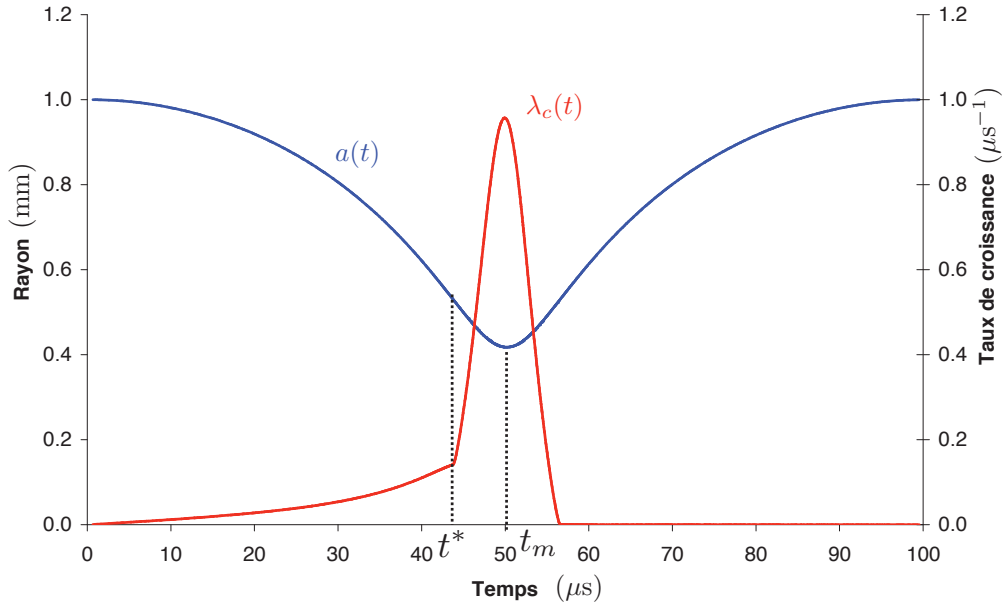


FIG. 4.3: Evolution temporelle du rayon de la bulle et du taux de croissance λ_c du mode le plus instable de l'instabilité de Rayleigh-Taylor lors d'un effondrement de bulle. L'évolution du rayon de la bulle a été obtenue en utilisant l'équation de Rayleigh-Plesset en considérant une bulle d'air dans de l'eau, initialement au repos et soumise à une surpression d'amplitude ΔP . Le comportement du gaz dans la bulle est supposé adiabatique. $a_0 = 1$ mm, $P_0 = 100$ kPa, $\Delta P = 500$ kPa.

où χ est un paramètre du modèle, qui doit être déterminé à partir d'observations expérimentales.

Il s'agit ensuite de déterminer le nombre N_F de fragments issus de la fission d'une bulle. Brennen (2002) propose d'estimer ce nombre en supposant que le rayon a_F des fragments (juste après la fission) est directement relié à la longueur d'onde du mode le plus instable, soit :

$$N_F = n_m^3 \quad \text{et} \quad a_F = \frac{a_m}{n_m} \quad (4.7)$$

où a_m est le rayon minimum de la bulle-mère à $t = t_m$. Il est clair que les relations 4.7 ont été obtenues à l'aide d'un argument purement heuristique (supposer le rayon des fragments égal à la longueur d'onde du mode critique de l'instabilité de Rayleigh-Taylor), dont les justifications physiques ne semblent pas si évidentes. Il nous semble tout aussi raisonnable de déterminer N_F et a_F en supposant que le nombre de fragments est égal au nombre de lobes du mode critique pour l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Cela conduit aux formules suivantes :

$$N_F = n_m^2 \quad \text{et} \quad a_F = \frac{a_m}{n_m^{2/3}} \quad (4.8)$$

L'influence de la méthode utilisée pour estimer le nombre de fragments sur le comportement au choc du liquide aéré sera discutée au paragraphe 4.2.

4.1.3 Mise en oeuvre numérique

L'intégration du modèle qui est présenté dans ce chapitre s'appuie sur des méthodes numériques similaires à celles utilisées dans les chapitres précédents (voir §2.4), mais certaines adaptations ont été apportées pour traiter la fission des bulles. Au début d'un calcul, dans la phase précédant la fission, le comportement du fluide est décrit par le modèle présenté dans le chapitre 2. Les équations pour la dynamique de la bulle (équations 2.6 et 2.13) sont intégrées dans le temps en utilisant un schéma de Runge-Kutta avec sous-incrémentation adaptative. A la fin de chaque sous-incrément, nous vérifions si la bulle est passée par un minimum de volume (*i.e.* si \dot{a} est passé d'une valeur négative à positive). Si tel est le cas, nous calculons à l'aide de l'équation 4.5 le mode critique n_m pour l'instabilité de Rayleigh-Taylor, ainsi que son taux de croissance λ_m . Si le critère de fission 4.6 est vérifié², la valeur courante du rayon des bulles est remplacée par le rayon a_F des fragments, estimé par la formule 4.8 ou 4.7. Les valeurs des autres variables P , f , p_b et T_b sont supposées rester inchangées durant la fission. L'intégration est reprise à partir de là en utilisant des équations différentes suivant que le modèle H ou le modèle C soit utilisé. Pour le modèle H, la dynamique des bulles dans la phase post-fission est toujours décrite par l'équation 2.6. Pour le modèle C, dans lequel les fragments sont supposés former de petits clusters de bulles, c'est l'équation 3.17 (en prenant $N = N_F$) qui est utilisée pour décrire l'évolution du rayon des bulles à l'issue de la fission. Dans les deux cas, un schéma de Runge-Kutta adaptatif est utilisé.

4.1.4 Commentaires sur les paramètres du modèle

La modélisation proposée fait intervenir plusieurs paramètres, outre les paramètres physiques des composants du mélange (liquide et gaz). Ainsi, le critère de fission des bulles (4.6) contient le paramètre χ , qui contrôle l'amorçage de la fission. D'après les données expérimentales de Kameda *et al.* (1998) et Ohtani *et al.* (2002a), nous proposons de travailler avec une valeur de χ comprise entre 2 et 10. En effet, les expériences de Kameda, réalisées pour des chocs de faible amplitude (de l'ordre de 100 kPa), indiquent qu'aucune fission ne survient dans ces conditions³. Nous avons simulé numériquement les expériences de Kameda pour plusieurs valeurs de χ . Nous avons ainsi mis en évidence que les simulations ne prévoient pas de

²Lors de l'intégration des équations de la dynamique de la bulle, le dernier instant où \ddot{a} s'est annulé (*i.e.* le début de la phase de rebond t^*) est détecté et gardé en mémoire.

³Kameda n'a pas réalisé d'observation de la déformation des bulles. Cependant, les profils de pression mesurés par Kameda ont été reproduits avec un excellent accord par plusieurs modèles théoriques ignorant la fission, par exemple ceux de Kameda *et al.* (1998); Ando *et al.* (2011a); Grandjean *et al.* (2012). Ceci est sans doute le signe qu'aucune fission des bulles ne survient lors de ces expériences.

fission à condition que χ soit plus grand que 2. D'autre part, [Ohtani *et al.* \(2002a\)](#) ont étudié la propagation d'ondes de choc de plus grande amplitude (de l'ordre de 500 kPa) dans un mélange eau-bulles d'air. Les observations effectuées par la caméra rapide montrent une fragmentation des bulles lors du passage du choc. Des simulations ont été menées pour reproduire les expériences de [Ohtani *et al.* \(2002a\)](#). Nous avons observé que χ devait être inférieur à 10 pour obtenir une fission des bulles. Nous avons choisi de mener les simulations présentées au paragraphe 4.2 avec une valeur de $\chi = 3$, de sorte à favoriser le processus de fission. Notons que la valeur de χ détermine uniquement s'il y a fission ou pas, mais est sans influence sur le comportement des produits de fission.

En outre, le modèle C inclut un autre paramètre : la porosité f_{c_0} dans les clusters à l'équilibre. La valeur de f_{c_0} doit bien sûr être supérieure à la valeur initiale de la porosité dans le mélange. De plus, notons que f_{c_0} est directement relié au ratio entre le rayon du cluster à l'équilibre R_{c_0} et le rayon initial de la bulle-mère a_0 :

$$f_{c_0} = \left(\frac{a_0}{R_{c_0}} \right)^3 \quad (4.9)$$

Plusieurs images issues de séquences filmées à l'aide de caméras rapides lors de la propagation d'une onde de choc dans un liquide à bulles montrent la formation de petits nuages de bulles après le collapse des bulles ([Ohtani *et al.*, 2002a,b](#); [Ando *et al.*, 2011a,b](#)). Cependant, ces images n'ont pas une résolution suffisante ou ont été prises sur un intervalle de temps trop court pour identifier R_{c_0}/a_0 . Pour cette raison, nous avons considéré f_{c_0} comme un paramètre libre du modèle C. Dans la plupart des simulations présentées ci-après, une valeur de 15% pour f_{c_0} a été adoptée, ce qui signifie que les fragments sont distribués, à l'équilibre, dans un cluster de rayon $2 a_0$. Nous montrerons néanmoins que la valeur de f_{c_0} n'a qu'une influence modérée sur le profil du choc.

4.2 Résultats et discussion

4.2.1 Influence de la fission des bulles sur la dynamique du choc

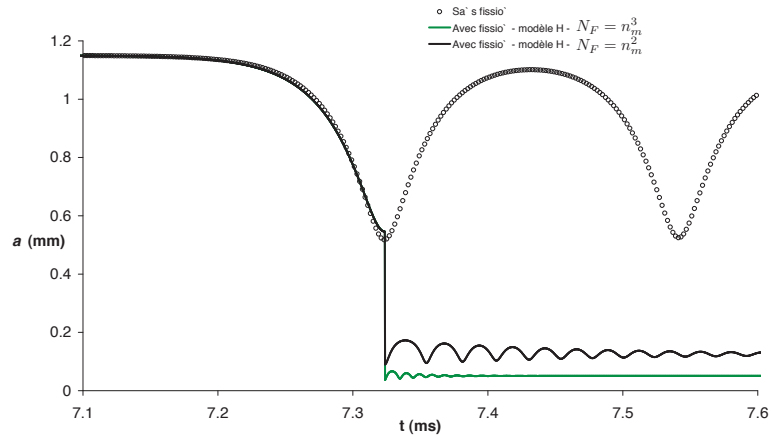
Dans cette partie, nous proposons d'estimer l'impact de la fragmentation des bulles par comparaison entre les résultats obtenus par les modèles continus incorporant le processus de fission, et ceux issus du modèle sans fission (chapitre 2). Des simulations pour deux types de mélange ont été menées : le liquide concerné est toujours l'huile silicone (table 2.1), mais deux gaz sont utilisés : l'hexafluorure de soufre SF_6 et le diazote N_2 , au sein duquel les effets thermiques sont pris en compte (table 2.2). Comme nous l'avons vu au chapitre 2, les mécanismes dissipatifs entrant en jeu avec ces deux gaz sont assez différents (voir §2.5.2). Avec le SF_6 , les effets thermiques sont généralement très limités et l'amortissement des oscillations

des bulles est lié presque exclusivement à la viscosité de l’huile silicone. Pour cette raison, les simulations menées avec le SF₆ l’ont été en négligeant les transferts thermiques entre le gaz et le liquide (comportement adiabatique). A contrario, avec le N₂, les effets thermiques jouent un rôle très important et influent fortement sur la structure des chocs.

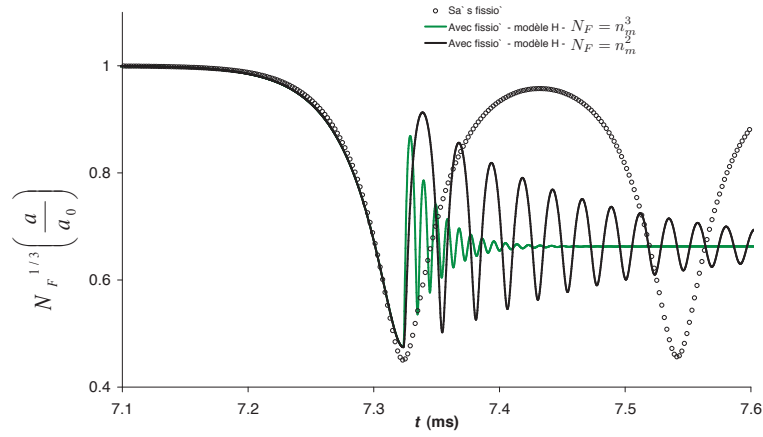
La figure 4.4 présente l’impact de la fission des bulles (prévu par le modèle H) sur la dynamique de la bulle et du choc pour le gaz SF₆. La figure 4.4 (a) présente l’évolution du rayon d’une bulle. Comme nous le voyons, la fission a lieu lors du premier collapse. Le rayon des fragments juste après la fission vaut $a_F = a/15$ en supposant $N_F = n_m^3$, et $a_F = a/6,1$ en supposant $N_F = n_m^2$. La figure 4.4 (b) présente l’évolution temporelle du rayon de la bulle normalisé, $N_F^{1/3}(a/a_0)$. Cette quantité est liée au volume de la bulle initiale, puis à celui de l’ensemble des fragments qu’elle a généré. Cela permet de comparer plus aisément les résultats obtenus avec les deux approches utilisées pour estimer le nombre de fragments. On constate que, quelle que soit l’approche utilisée pour calculer N_F , la période des oscillations des bulles après la fission est beaucoup plus faible que dans le cas sans fission. En outre, le signal s’amortit plus rapidement. Nous constatons également que la valeur maximale de rayon normalisé après le premier rebond est plus faible que dans le cas sans fission. Cela indique que la fission semble induire un amortissement supplémentaire des oscillations de bulles. Ce dernier est plus prononcé lorsque le nombre de fragments est déterminé par $N_F = n_m^3$ que par $N_F = n_m^2$. Comme les effets thermiques ont été négligés pour les simulations présentées en figure 4.4, l’amortissement supplémentaire prévu par le modèle H ne peut être dû qu’à une accentuation des effets visqueux, liée à la réduction du rayon des bulles⁴. Ceci explique que l’amortissement soit plus rapide dans le cas des plus petits fragments (approche $N_F = n_m^3$). La période et l’amplitude des oscillations du signal de pression (figure 4.4 (c)) sont également beaucoup plus faibles dans les cas avec fission. Cette tendance est davantage marquée avec le nombre de fragments le plus élevé ($N_F = n_m^3$).

Considérons maintenant la figure 4.5, qui montre les résultats obtenus avec le modèle C, dans lequel les fragments résultant de la fission de chaque bulle-mère sont répartis dans un petit nuage de bulles. Nous observons que la période et l’amplitude des oscillations du rayon de la bulle et de la pression dans le liquide sont également réduites par rapport au cas sans fission, mais dans des proportions beaucoup moins importantes que pour le modèle H. Cela peut être relié aux résultats présentés dans le chapitre 3. Nous avons en effet montré que la structure d’un choc dans un liquide avec clusters de bulles est dominée par la réponse d’ensemble des clusters et non par la dynamique des bulles isolées. Pour cette raison, les longueurs d’ondes associées sont bien plus élevées que dans le cas du liquide à bulles homogène associé. Cela explique pourquoi l’effet de la fission sur la période des oscillations des bulles et de la pression est moins marquée avec le modèle C qu’avec le modèle H. En effet, si les périodes d’oscillation des clusters issus de la fission sont inférieures à celle

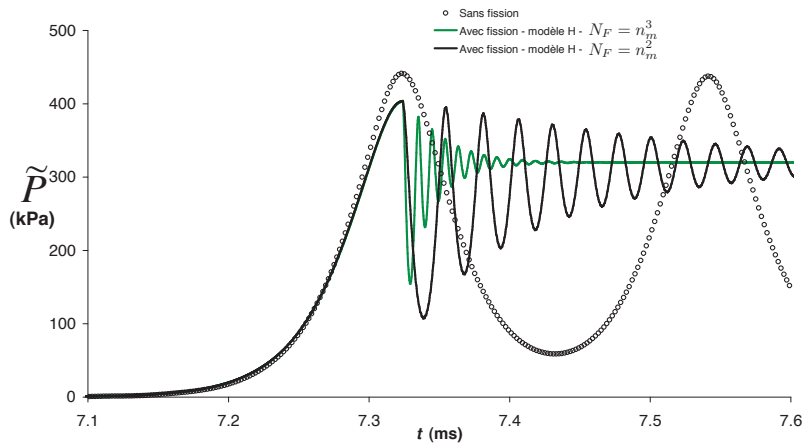
⁴Il est bien connu que l’amortissement visqueux des oscillations d’une bulle diminue avec son rayon (Chapman et Plesset, 1971; Brennen, 2005)



(a) Evolution temporelle du rayon de la bulle



(b) Evolution temporelle du rayon de la bulle normalise



(c) Evolution temporelle du signal de pression

FIG. 4.4: Impact de la fission sur la structure d'un choc prévue par le modèle H. Huile de silicone et gaz SF_6 (conditions adiabatiques). $a_0 = 1.15\text{mm}$ - $f_0 = 0.4\%$ - $f_{c0} = 15\%$ - $\alpha_0 = 2.66\%$. $P_0 = 112.9\text{ kPa}$. $\Delta P = 320\text{ kPa}$. Distance d'observation $z = 2.35\text{ m}$.

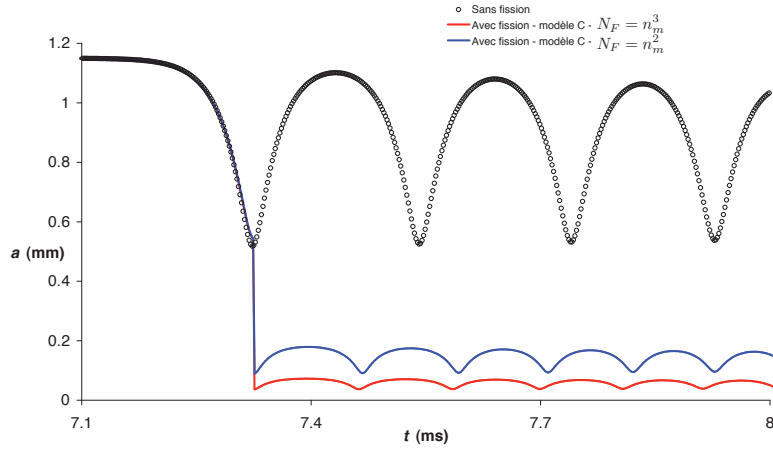
des bulles-mères, cette réduction est bien moindre que lorsque l'on considère les fragments répartis de manière homogène (cas du modèle H).

Il est également intéressant de noter que, contrairement au modèle H, les résultats prévus par le modèle C pour le gaz SF₆ ne sont guère influencés par la manière de calculer le nombre de fragments ($N_F = n_m^2$ ou $N_F = n_m^3$). Cela s'explique également aisément à partir des résultats du chapitre 3. Nous avons en effet observé qu'en absence d'effets thermiques, la réponse de clusters contenant un grand nombre de bulles devient indépendante de la taille (ou du nombre) de ces dernières pour une porosité et une taille de cluster données (voir §3.2.3). Cela explique pourquoi les résultats présentés en figure 4.5 ne sont pas affectés (ou très peu) par le choix de la formule utilisée pour calculer le nombre de fragments. Concernant l'amortissement des oscillations, il semble seulement très légèrement plus marqué que dans le cas sans fission.

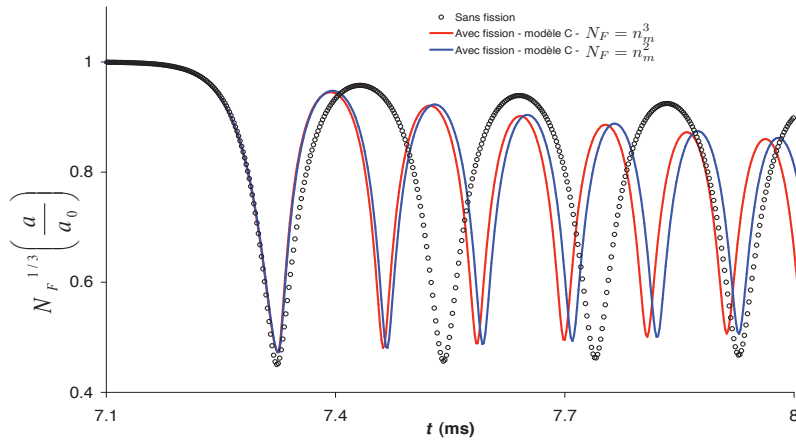
Les simulations menées avec le diazote, pour lesquelles les effets thermiques sont pris en compte, apportent des informations complémentaires sur le rôle joué par la thermique à la suite du processus de fission. Notons que nous avons considéré pour ces simulations une pression de choc un peu supérieure afin que la valeur du rayon des bulles au moment du premier collapse soit proche de celle que nous avons obtenu pour le gaz SF₆ (ceci afin de traiter des collapses d'intensités comparables). Considérons tout d'abord les résultats obtenus à l'aide du modèle H (figure 4.6). Nous voyons que, comme le cas du SF₆, ce modèle prévoit que la fission mène à des oscillations du rayon de la bulle et de la pression plus amorties, avec une période moins élevée que dans le cas sans fission. La figure 4.7 présente les résultats du modèle C pour les bulles de N₂. L'effet de la fission prévu dans ce cas est sensiblement différent que pour le SF₆ (figure 4.5). En effet, si dans le cas SF₆ le modèle C prévoit que la fission induit une réduction de la période des oscillations de pression, il apparaît que dans le cas N₂ la fission cause en plus un amortissement davantage marqué de ces oscillations (par rapport aux courbes obtenues en négligeant la fission), ce qui n'était pas le cas avec le SF₆. En outre, les signaux de pression associés aux modèles $N_F = n_m^2$ ou $N_F = n_m^3$ sont notablement différents avec le gaz N₂. Cela est lié aux effets thermiques. En effet, la fission conduit à une réduction importante du rayon des bulles, ce qui favorise les échanges de chaleur entre le gaz et le liquide, et donc l'amortissement thermique qui en résulte. Ce phénomène, non présent dans les simulations avec le SF₆ réalisées pour des conditions adiabatiques⁵, est d'autant plus marqué que le nombre de fragments est important (*i.e.* pour $N_F = n_m^3$).

On constate de plus pour le modèle C que la structure du profil de pression relève d'un type B dans le cas des simulations impliquant du diazote avec effets thermiques (figure 4.7 (c)), alors qu'elle est de type A pour les simulations impliquant de l'hexafluorure de soufre en conditions adiabatiques (figure 4.5 (c)). Ceci fournit une illustration supplémentaire du rôle joué par les effets thermiques lors de la

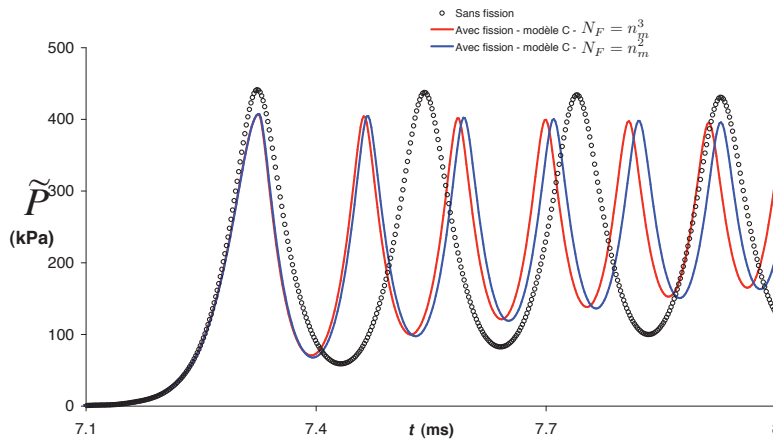
⁵Nous avons aussi réalisé des calculs avec le gaz SF₆ en tenant compte des effets thermiques. Des résultats très proches du cas adiabatique ont été obtenus, montrant que les effets thermiques sont peu importants pour ce gaz.



(a) Evolution temporelle du rayon de la bulle

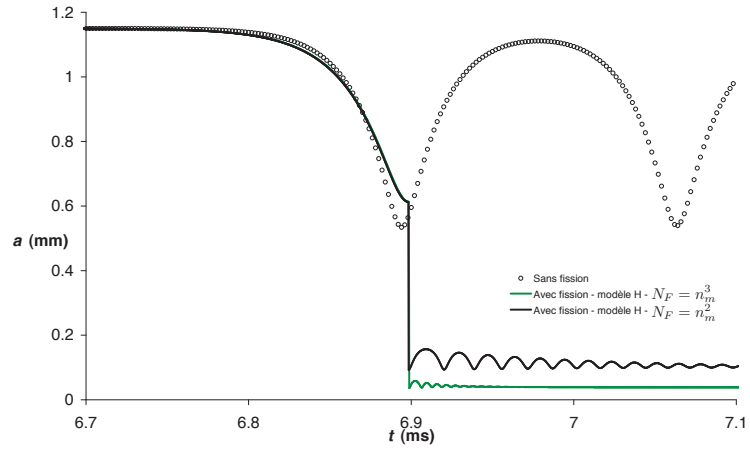


(b) Evolution temporelle du rayon de la bulle normalise

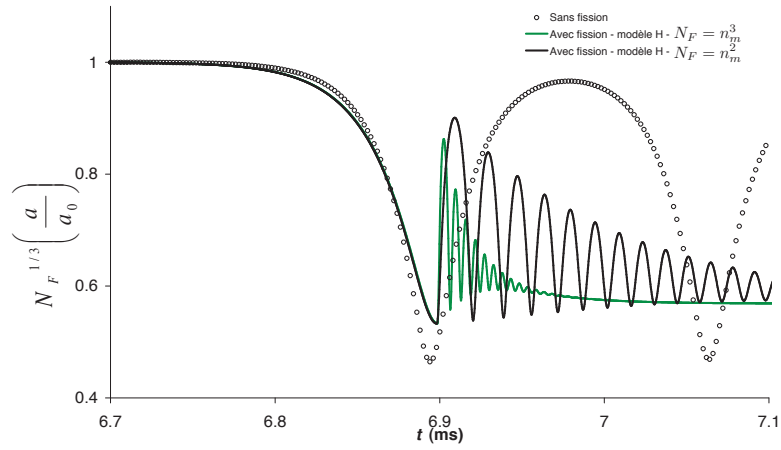


(c) Evolution temporelle du signal de pression

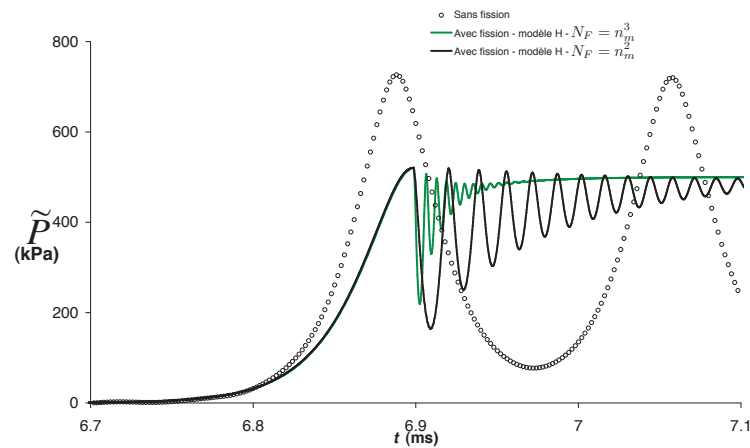
FIG. 4.5: Impact de la fission sur la structure d'un choc prévue par le modèle C. Huile de silicone et gaz SF₆ (conditions adiabatiques). $a_0 = 1.15\text{mm}$ - $f_0 = 0.4\%$. $P_0 = 112.9\text{ kPa}$. $\Delta P = 320\text{ kPa}$. Distance d'observation $z = 2.35\text{ m}$.



(a) Evolution temporelle du rayon de la bulle



(b) Evolution temporelle du rayon de la bulle normalise



(c) Evolution temporelle du signal de pression

FIG. 4.6: Impact de la fission sur la structure d'un choc prévue par le modèle H. Huile de silicone et gaz N_2 (avec effets thermiques). $a_0 = 1.15\text{mm}$ - $f_0 = 0.4\%$. $P_0 = 112.9\text{ kPa}$. $\Delta P = 500\text{ kPa}$. Distance d'observation $z = 2.35\text{ m}$.

propagation du choc.

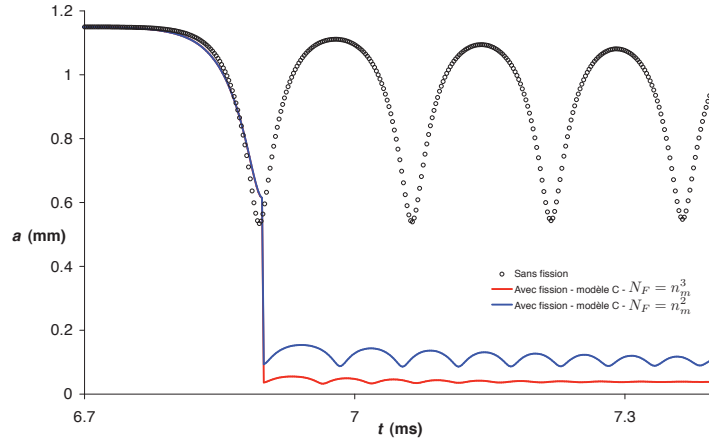
Finalement, il apparaît que la fission des bulles affecte la dynamique du choc, avec une longueur d'onde plus faible que dans le cas où les bulles ne sont pas autorisées à fissionner, et avec un amortissement généralement plus marqué des profils de pression. Le modèle C fournit des longueurs d'onde et des amplitudes de pression bien plus élevées cependant que le modèle H.

Une étude de sensibilité a été menée pour évaluer le nombre de fragments résultant de la fission. La table 4.1 indique le nombre de fragments associés à la fission de bulles de différentes tailles, et pour différentes amplitudes de choc. Nous remarquons que le nombre de fragments augmente avec la taille des bulles et l'amplitude du choc. Si le choc est trop faible et les bulles trop petites, aucune fission ne survient. En l'absence de données expérimentales correspondant aux configurations considérées dans le tableau 4.1, il est difficile de conclure concernant la précision relative des formules $N_F = n_m^2$ et $N_F = n_m^3$. Il nous semble cependant que le nombre de fragments obtenu avec $N_F = n_m^3$ soit vraiment très élevé. Nous pensons que l'approche $N_F = n_m^2$ est davantage susceptible d'être en accord avec les observations expérimentales (voir par exemple Frost et Sturtevant (1986), figure 1.16, et Ando *et al.* (2011b), figure 4.1).

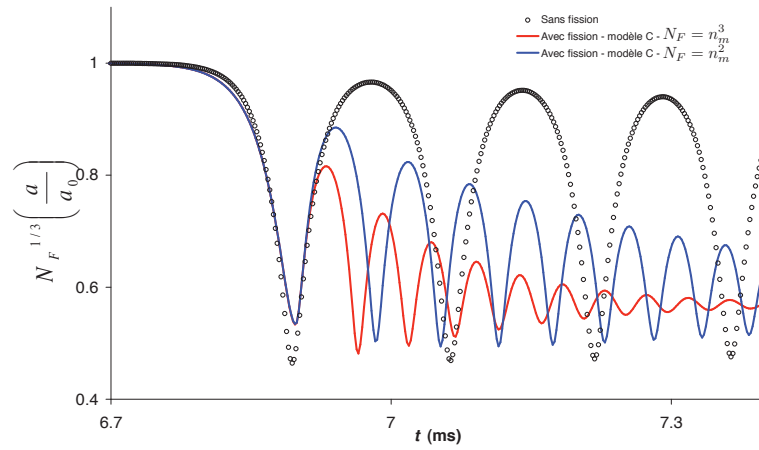
Ainsi que nous l'avons mentionné au paragraphe 4.1, la porosité à l'équilibre dans le cluster, f_{c_0} , est un paramètre libre du modèle C. Nous avons supposé dans la plupart des calculs menés que la porosité du cluster à l'équilibre vaut $f_{c_0} = 15\%$. Nous proposons en figure 4.8 une étude de sensibilité de la valeur de f_{c_0} sur le profil du choc. Il apparaît que la valeur de f_{c_0} n'a qu'un impact mesuré sur la structure du choc. Pour la configuration considérée, une augmentation de f_{c_0} mène à une augmentation de la période d'oscillation. Comme souligné au chapitre 3, l'influence de f_{c_0} sur la structure du choc dans un liquide contenant des clusters de bulles n'est pas facile à prédire. En effet, d'une part, une augmentation de f_{c_0} correspond à un cluster plus petit, et donc *a priori* à une période d'oscillation plus petite. Mais d'autre part, cela mène également à une augmentation des effets inertiels associés à la plus grande quantité de liquide autour du cluster, qui milite pour une plus grande période d'oscillation. Dans le cas présenté, ce dernier effet semble être prédominant.

4.2.2 Comparaison à l'expérience

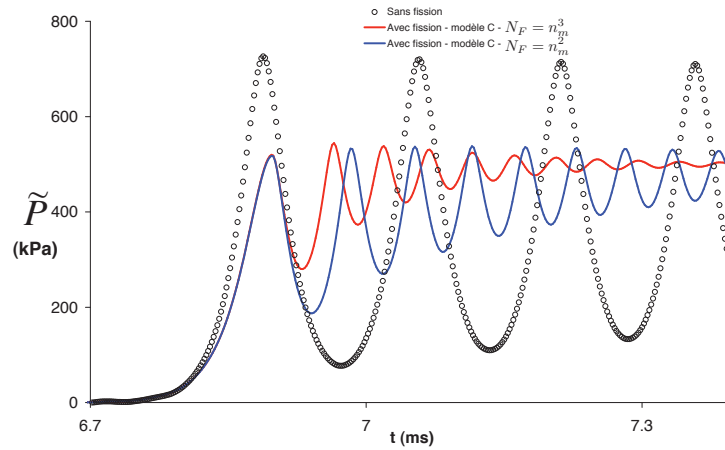
La validation expérimentale de la modélisation développée de liquide aéré incorporant les effets de fission des bulles est basée sur les travaux de Ohtani *et al.* (2002a) (voir aussi Ohtani *et al.* (2002b)). Les expériences ont été conduites dans un tube à choc rempli d'eau et contenant des bulles d'air. Des capteurs de pression ont été montés dans le tube en différentes positions, à la fois dans la partie immergée et au-dessus de la surface libre du liquide. Des observations par caméra rapide ont montré pour certaines conditions la fission des bulles lors du passage de l'onde de choc. Nous avons réalisé des simulations pour une configuration conduisant à la fragmentation des bulles : la fraction volumique d'air est de 0,4% et le rayon initial des bulles de 1,15 mm. A partir des signaux de pression mesurés dans l'air, nous avons



(a) Evolution temporelle du rayon de la bulle



(b) Evolution temporelle du rayon de la bulle normalise



(c) Evolution temporelle du signal de pression

FIG. 4.7: Impact de la fission sur la structure d'un choc prévue par le modèle C. Huile de silicone et gaz N_2 (avec effets thermiques). $a_0 = 1.15\text{mm}$ - $f_0 = 0.4\%$. $P_0 = 112.9\text{ kPa}$. $\Delta P = 500\text{ kPa}$. Distance d'observation $z = 2.35\text{ m}$.

ΔP_0 (bar)	a_0 (mm)		
	0.115	1.15	11.5
1	1 (1)	1 (1)	1369 (50653)
3	1 (1)	196 (2744)	5184 (373248)
5	1 (1)	324 (5832)	9604 (941192)

TAB. 4.1: Nombre de fragments issus de la fission de bulles de SF₆ (modèle C) dans l'huile silicone en utilisant $N_F = n_m^2$ et $N_F = n_m^3$ (entre parenthèses) en fonction de la pression de choc et du rayon initial des bulles. Lorsque $N_F = 1$, cela signifie que la fission n'a pas eu lieu. $f_0 = 0.4\%$, distance d'observation $z = 2.35$ m, $\chi = 3$.

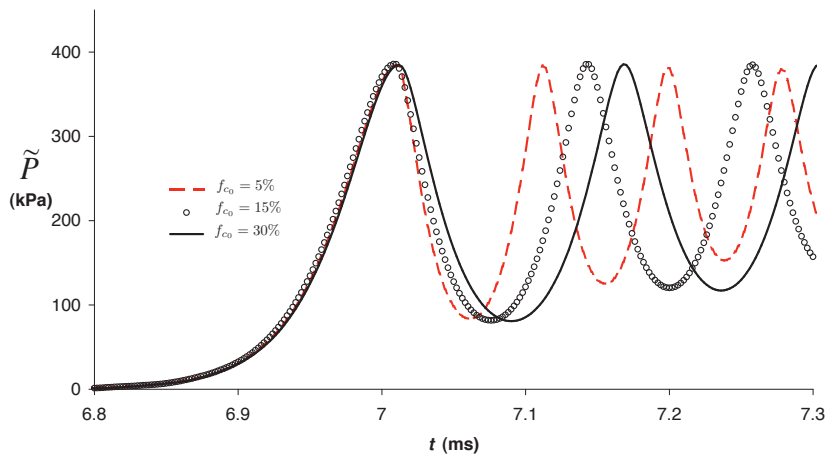


FIG. 4.8: Effet de la porosité à l'équilibre dans les clusters f_{c0} sur la structure de l'onde de choc. Huile silicone et gaz SF₆. $a_0 = 1.15$ mm, $f_0 = 0.4\%$, $P_0 = 112.9$ kPa, $\Delta P = 320$ kPa, distance d'observation $z = 2.35$ m.

prescrit dans les simulations le chargement suivant à une extrémité du domaine de calcul :

$$\begin{cases} \Delta P(t) = P_2 + (P_1 - P_2)t/t_1 & \text{pour } 0 \leq t < t_1 \\ \Delta P(t) = P_1 & \text{pour } t_1 \leq t \end{cases} \quad (4.10)$$

avec $P_1 = 200$ kPa, $P_2 = 606$ kPa et $t_1 = 2$ ms.

Dans les conditions décrites à la légende de la figure 4.9, il a été observé que les bulles se fragmentaient au passage de l'onde de choc. La figure 4.9 présente une comparaison entre les données expérimentales et le résultat de trois simulations numériques. La première correspond au modèle de milieu homogène sans fission (chapitre 2). Les deux autres simulations ont été réalisées en utilisant un modèle continu de liquide aéré incorporant les effets de fission (modèle C, avec un nombre de fragments $N_F = n_m^2$) : l'une suppose un comportement adiabatique de l'air dans

les bulles, l'autre inclut les effets thermiques. Les profils temporels de pression à différentes distances de la surface libre sont présentés.

Nous remarquons que les résultats du modèle homogénéisé avec fission (modèle C) sont en bien meilleur accord avec les résultats expérimentaux que le modèle continu sans fission. En particulier, la période et l'amplitude du signal sont bien mieux décrites. Pour plus de clarté, les résultats fournis par le modèle de fission H n'ont pas été ajoutés sur la figure 4.9. Cependant, ainsi que nous l'avons souligné au paragraphe précédent, le modèle H fournit une période d'oscillation qui est bien plus petite que le modèle C. A la figure 4.9, la période d'oscillation donnée par le modèle C est légèrement inférieure au signal expérimental. En conséquence, le modèle H n'est pas à même de reproduire correctement la structure du choc.

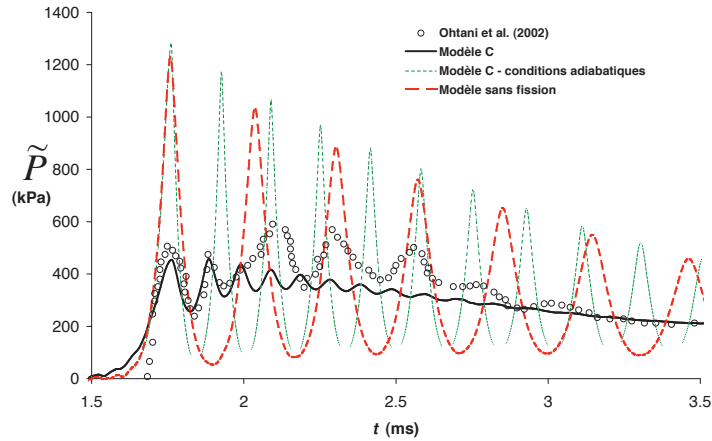
Il est intéressant de noter que l'interaction entre effets thermiques et fission des bulles joue un rôle prépondérant sur la dynamique du choc. En effet, lorsque les effets thermiques sont négligés, le modèle C n'est plus du tout en mesure de reproduire de manière satisfaisante les données expérimentales, l'amplitude des oscillations de pression étant plus importante. Cela signifie que l'atténuation des oscillations de pression induite par la fission des bulles résulte principalement du fait que les effets thermiques sont accentués avec la fission (car les bulles sont devenues plus petites).

4.2.3 Difficultés pour décrire la transition entre zones de fission et de non-fission

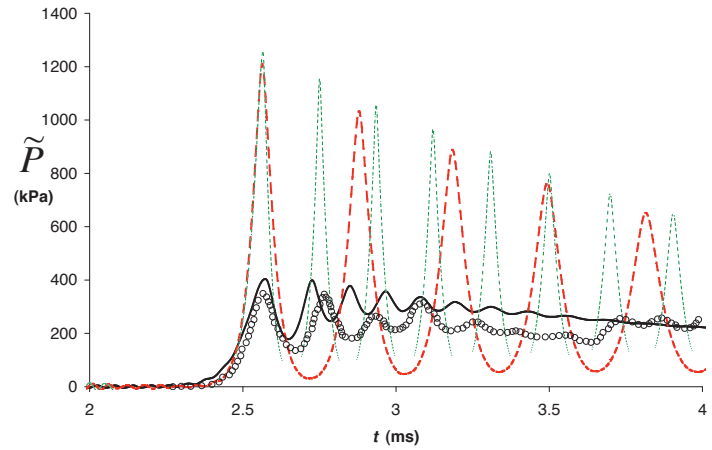
Pour la plupart des simulations présentées jusque là, nous avons considéré des chocs d'amplitude suffisamment forte pour la que la fission des bulles survienne sur toute la propagation du choc (l'état stationnaire du choc engendre la fission des bulles lors d'un collapse). Dans ce cas, les modèles, que nous proposons dans ce chapitre (avec prise en compte de la fission) semblent fonctionner correctement et être en accord avec des données expérimentales (voir paragraphe précédent). Les modèles fonctionnent aussi correctement dans le cas de chocs de faible amplitude pour lesquels le critère de fission (équation 4.6) n'est atteint en aucun point du domaine. Par contre, nous avons rencontré des problèmes pour des conditions de chargement impliquant une transition entre fission et non-fission lors de la propagation du choc. Dans cette partie, l'origine de ces difficultés est discutée et une modification de modélisation qui pourrait permettre de les résoudre est présentée.

Mise en évidence du phénomène

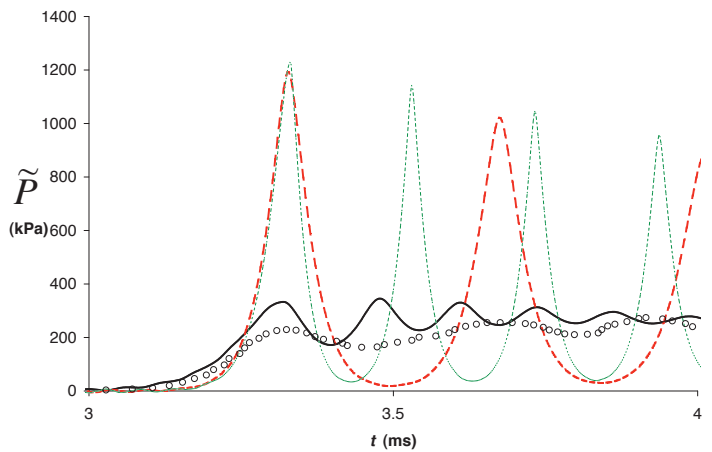
La table 4.1 montre que la fragmentation des bulles ne s'opère que si l'intensité du choc est suffisamment importante. On pressent donc que, pour des chocs d'amplitude faible ou moyenne, seule la zone proche du point d'application du choc puisse fissionner. Dans les zones plus éloignées du point d'impact, le choc a perdu en intensité, et il est possible que les bulles ne fissionnent pas. La figure 4.10 présente le profil spatial de la quantité $q_m = \lambda_m (t_m - t^*)$, qui représente le ratio entre la durée de la phase de collapse de la bulle, et le temps caractéristique de croissance de



(a) $z=59$ cm



(b) $z=85$ cm



(c) $z=107$ cm

FIG. 4.9: Profils temporels de pression dans un liquide aéré, lors de la propagation d'une onde de choc, à différentes positions. Comparaison entre le modèle C, avec et sans effets thermiques, le modèle sans fission (avec effets thermiques), et les résultats expérimentaux d'Ohtani *et al.* (2002a). Bulles d'air dans l'eau. $f_0 = 0,5\%$, $a_0 = 2$ mm, $\chi = 3$, $f_{c0} = 15\%$. Le chargement appliqué est donné par l'équation 4.10.

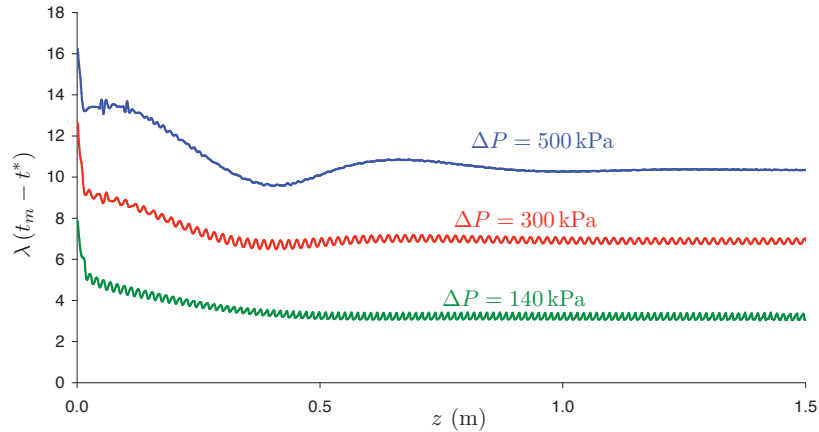


FIG. 4.10: Profil spatial du ratio entre les temps de la phase de collapse et de croissance d'instabilité, pour différentes amplitudes de chocs. Les calculs ont été réalisés avec le modèle C (et $N_F = n_m^2$). Bulles d'air dans de l'eau. $a_0 = 2$ mm, $f_0 = 0.5\%$, $f_{c_0} = 15\%$, $P_0 = 100$ kPa, temps d'observation 8 ms, $\chi = 3$.

l'instabilité, pour différentes amplitudes de choc. Chacune de ces courbes représente donc en chaque point la borne supérieure des valeurs de χ , au delà de laquelle le critère de fission des bulles ne sera plus satisfait.

Il est évident que plus le choc est fort, plus ce ratio est élevé. D'autre part, on observe une décroissance de la valeur de ce ratio à mesure qu'on s'éloigne du point d'application du choc. Enfin, cette valeur se stabilise lorsque le choc atteint sa structure stationnaire.

Ces courbes semblent indiquer que, pour certaines valeurs de χ (à ΔP fixé), il puisse y avoir une transition d'une propagation avec fission vers une propagation sans fission. Par exemple, dans le cas présenté à la figure 4.10, pour $\Delta P = 140$ kPa, l'adoption d'une valeur de $\chi = 4$ conduit *a priori* à une fission des bulles du fluide dans le domaine $0 < z < 0,2$ m, tandis que les bulles situées au-delà ne fragmenteraient pas.

Nous avons réalisé des simulations pour des configurations (et valeurs de χ) pour lesquelles une transition entre fission et non-fission est attendue. Nous avons observé que dans ce cas le modèle fournit des résultats assez erratiques. Cela est illustré par la figure 4.11 qui présente des profils spatiaux de pression à deux instants différents lors de la propagation d'un choc. Au premier instant ($t=4$ ms), nous sommes avant le moment attendu de la transition de fission vers non-fission, et le choc a une structure régulière. Le second instant ($t=8$ ms) est situé après le moment attendu de la transition. Nous voyons qu'à cet instant le choc est devenu très irrégulier.

En analysant plus en détail les résultats de cette simulation, nous avons constaté qu'il n'y avait pas réellement de transition entre fission et non-fission, mais qu'à partir d'un certain moment, il y a plutôt des changements incessants entre fission et non-fission. Ceci est illustré par la figure 4.12, qui représente l'évolution spatiale

du nombre de fragments issus de la fission des bulles. On constate qu'à partir de $z = 1,5$ m, le nombre de fragments varie de façon très irrégulière, indiquant une alternance de zones pour lesquelles le critère de fission est successivement satisfait ou non satisfait. Nous avons essayé de comprendre ce qui se passe lors de l'arrêt de la fission. Pour cela, nous avons repris les paramètres de la simulation présentée à la figure 4.12, et mené une simulation au sein de laquelle deux zones sont explicitement définies : dans la première zone, plus proche du point d'application du choc, la fission était permise. Dans la seconde zone, adjacente à la première, la fission était interdite. La frontière entre les deux zones a été fixée en $z = 1,5$ m, c'est-à-dire juste avant l'endroit où les instabilités surviennent (figure 4.12). Nous présentons à la figure 4.13 le profil spatial de pression à deux temps différents : pour $t = 4$ ms, le choc n'a pas encore dépassé la frontière entre les deux zones, et la fission des bulles s'opère lors de la propagation du choc. Pour $t = 8$ ms, le front de choc se situe dans la zone où la fission est exclue. On constate que le comportement du choc est notablement différent dans ces deux zones : en effet, dans la zone sans fission, les amplitudes du signal de pression ainsi que la période sont plus élevées. Ce signal de pression, moins amorti que dans la zone $z < 1,5$ m, conduirait à la fragmentation des bulles si cette dernière était permise. Cette augmentation de l'amplitude des oscillations de pression dans la zone où la fission n'est plus permise est bien sûr liée à la disparition de l'amortissement additionnel induit par la fission (qui est principalement causé par une accentuation des effets thermiques).

Ces résultats nous permettent de comprendre les comportements irréguliers observés en figure 4.11 et 4.12. En fait, lorsque l'onde se propage, l'intensité des oscillations de pression et des collapsus associés se réduit graduellement. Ainsi, après une certaine distance de propagation, le critère de fission n'est plus satisfait et les bulles ne fragmentent plus. A cause de cela, les mécanismes dissipatifs accompagnant la propagation du choc se trouvent subitement amoindris et l'amplitude des oscillations de bulles a tendance à réaugmenter. Par conséquent, le critère va être, un peu plus loin, de nouveau satisfait. L'amplitude des oscillations repart donc de nouveau à la baisse, jusqu'à ce que le critère ne soit de nouveau plus satisfait. . . On comprend ainsi l'apparition d'une alternance de zones successivement avec et sans fission, visible en figure 4.12.

Il est clair que ce comportement n'est pas physique, et est lié au fait que dans la modélisation proposée, il y a un changement brutal du comportement du fluide lorsqu'une transition entre fission et non-fission s'opère.

Une piste pour résoudre ce problème

Comme nous venons de l'indiquer, la difficulté pour décrire les transitions entre fission et non-fission est sans doute liée à l'absence de progressivité de cette transition. En effet, avec le modèle proposé, lorsque le critère de fission n'est plus vérifié, nous passons entre deux éléments voisins du maillage d'une situation où toutes les bulles fissionnent à une situation où aucune ne fissionne, et donc à un comportement de fluide totalement différent. Afin de résoudre ce problème, il est selon nous néces-

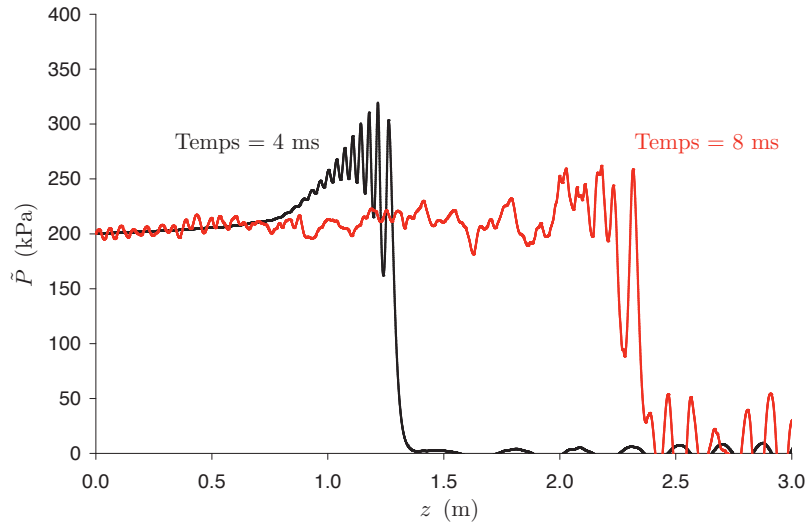


FIG. 4.11: Illustration du caractère erratique du signal de pression suite à une transition fission - non fission. Simulation réalisée avec le modèle C ($N_F = n_m^2$). $\chi = 6$, $a_0 = 2\text{mm}$, $f_0 = 0.5\%$, $f_{c_0} = 15\%$, $P_0 = 100\text{ kPa}$. Le chargement considéré est donné par l'équation 4.10. Temps d'observation $t = 4\text{ ms}$ et $t = 8\text{ ms}$.

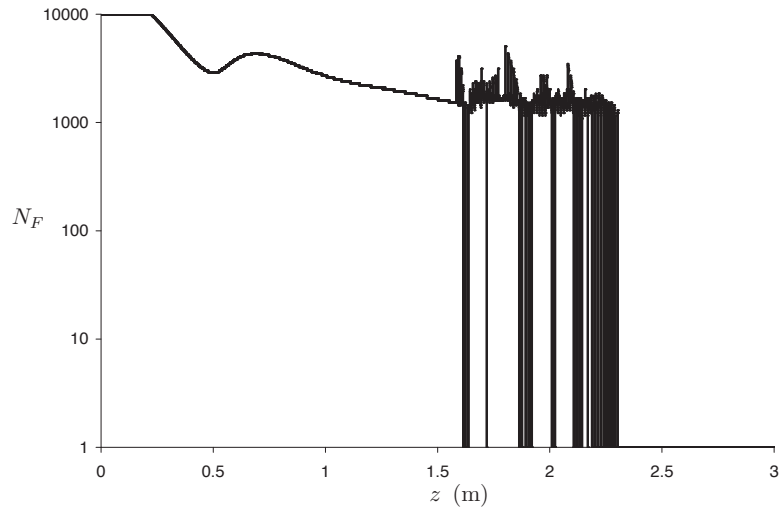


FIG. 4.12: Evolution du nombre de fragments en fonction de la distance parcourue par le choc. Simulation réalisée avec le modèle C ($N_F = n_m^2$). $\chi = 6$, $a_0 = 2\text{mm}$, $f_0 = 0.5\%$, $f_{c_0} = 15\%$, $P_0 = 100\text{ kPa}$. Le chargement considéré est donné par l'équation 4.10. Temps d'observation $t = 8\text{ ms}$. A cet instant, le front de choc se situe en $z = 2,3\text{ m}$.

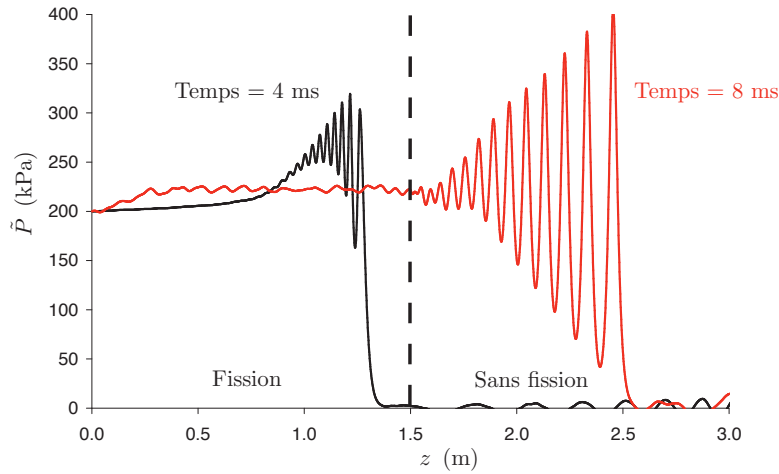


FIG. 4.13: Mise en évidence de l'arrêt de la fission sur le profil d'une onde de choc. Pour cette simulation, le domaine de calcul est divisé en 2 zones. Pour $z < 1,5$ m, la fission est autorisée (le modèle C avec $\chi = 6$ est utilisé), tandis qu'elle n'est pas permise pour $z > 1,5$ m. $a_0 = 2$ mm, $f_0 = 0.5\%$, $P_0 = 100$ kPa. Temps d'observation $t = 4$ ms et $t = 8$ ms. Le chargement considéré est donné par l'équation 4.10.

saire d'introduire plus de progressivité dans la description de la fission. Il pourrait par exemple être possible de considérer qu'entre le cas de chocs de faible amplitude, ne causant pas de fission, et des chocs intenses pour lesquels toutes les bulles se fragmentent lors du passage de l'onde, il existe une zone de transition (pressions intermédiaires) dans laquelle seule une partie des bulles fissionne sous l'effet du choc. Cette hypothèse nous semble raisonnable d'un point de vue physique. En effet, dans le liquide aéré réel, les bulles sont réparties aléatoirement et n'ont donc pas le même voisinage. De plus, elles peuvent ne pas avoir exactement le même rayon. Tout cela peut faire que certaines bulles sont dans une situation plus défavorable que d'autres en terme de risque de fission.

Dans le modèle que nous envisageons, la proportion de bulles fragmentant pourrait être contrôlée par la quantité $q_m = \lambda_m (t_m - t^*)$ qui intervient dans le critère de fission 4.6 :

- lorsque $q_m < \chi$, aucune bulle ne fissionne, comme pour le modèle actuel ;
- lorsque $q_m > \chi + \delta_\chi$, où δ_χ est un nouveau paramètre ($\delta_\chi > 0$), toutes les bulles fissionnent et le comportement du fluide après fission est décrit comme actuellement (modèle H ou modèle C) ;
- pour $\chi < q_m < \chi + \delta_\chi$, seule une fraction p_1 des bulles fissionne. Cette fraction est donnée par :

$$p_1 = \frac{q_m - \chi}{\delta_\chi} \quad (4.11)$$

Dans ce cas, le fluide à l'issue de la fission est donc polydisperse. Pour une

partie des bulles, le rayon n'a pas changé ; pour celles ayant fragmenté, le rayon a été réduit en fonction du nombre de fragments, voir les équations 4.7 ou 4.8.

La réponse du fluide après fission serait déterminée en utilisant un modèle considérant deux familles de bulles de tailles différentes (voir Gavrilyuk et Fil'ko (1991) ou Ando *et al.* (2011a) pour des exemples de modèles de liquide aérés polydisperses).

Par manque de temps, nous n'avons pas été en mesure de programmer ce modèle. Néanmoins, nous pensons qu'il pourrait être capable de décrire convenablement des propagations de choc impliquant une transition entre fission et non-fission.

4.3 Conclusion

Dans le présent chapitre, un effort de modélisation pour décrire les effets de la fission des bulles sur la propagation d'ondes de choc a été présenté. A notre connaissance, cela n'avait pas été réalisé auparavant. Nous pensons que la description de la fission est particulièrement importante pour l'application qui motive ces travaux (rideaux de bulles), car cette dernière implique des ondes de très forte amplitude. Dans la modélisation que nous proposons, une analyse de perturbation linéaire est utilisée pour caractériser le développement d'instabilités de type Rayleigh-Taylor. Cela permet de déterminer le mode critique, ainsi que le taux de croissance de l'instabilité. A partir de là, un critère a été proposé pour l'apparition de la fission et une approche pour le calcul du nombre de fragments a été présentée.

Une fois que les bulles ont fragmenté, deux approches ont été considérées pour modéliser la réponse du mélange liquide-bulles. Le premier modèle suppose que les fragments sont répartis uniformément dans le liquide après la fission, le second fait l'hypothèse que les fragments sont concentrés au voisinage de la bulle-mère. Il a été mis en évidence que la fission des bulles a une influence significative sur la structure de l'onde de choc. Pour les deux modèles, la fragmentation implique une diminution de la longueur d'onde et de l'amplitude de pression, plus fortement marquée dans le cas du modèle H. Pour évaluer la validité des modèles proposés, des comparaisons ont été menées avec des résultats expérimentaux de la littérature (Ohtani *et al.*, 2002a). Les résultats fournis par le modèle C sont en bon accord avec les données expérimentales, même si un léger écart a été observé, probablement imputable à la simplicité du modèle de fission élaboré et de la description des effets thermiques. Cependant, les résultats sont en bien meilleur accord que ceux donnés par un modèle continu de liquide aéré ignorant le processus de fission.

Il est clair que les modèles proposés mériteraient certaines améliorations, en particulier pour décrire la propagation d'ondes de moyenne amplitude, impliquant lors de la phase transitoire une transition entre fission et non-fission.

Nous voulons aussi préciser que, du fait de sa simplicité, l'approche proposée ne tient pas compte de tous les aspects du phénomène de fission. Par exemple, l'amortissement des oscillations de pression dû à la fission qui est prévu par le modèle est lié à des effets indirects. Plus précisément, il est dû au fait que les effets visqueux et thermiques sont accentués dans la phase post-fission à cause de la réduction du

rayon des bulles. Il n'y a pas dans notre modèle de dissipation associée au processus de fission en tant que tel. Or comme l'indique [Brennen \(2002\)](#), le processus de fission cause localement, à l'échelle des bulles, un écoulement très complexe et très violent qui dissipe de l'énergie à cause de la viscosité du fluide (régime turbulent). Cela n'est pas pris en compte dans le modèle.

Nous pouvons également noter que la présente théorie ignore l'influence de la compressibilité du liquide autour des bulles. En effet, pour de fortes ondes de choc, l'émission d'ondes acoustiques lorsque les bulles atteignent leur rayon minimum pourrait survenir. Cependant, notons que [Brennen \(2002\)](#) a montré que la fission des bulles commence bien avant que la compressibilité du liquide ait un effet sur la dynamique des bulles.

Simulation numérique de l'atténuation d'une onde de choc par un rideau de bulles

Les modélisations développées aux chapitres 2, 3 et 4 vont désormais nous permettre d'évaluer l'effet d'un rideau de bulles placé au sein d'un domaine liquide, vis-à-vis d'une explosion sous-marine, dont nous avons exposé la physique au chapitre 1. L'objet de ce chapitre consiste à comprendre l'origine physique du pouvoir atténuateur d'un rideau de bulles, et à quantifier l'influence des différents paramètres physiques, caractérisant le rideau : taille des bulles, largeur du rideau, distribution de porosité.

5.1 Description des simulations

5.1.1 Domaine de calcul et conditions aux limites

L'atténuation d'ondes de choc par rideaux de bulles est étudiée au travers de simulations 1D. L'utilisation d'un modèle 1D est valide pour des cas où le rideau est placé suffisamment loin de l'explosif, de sorte que le rayon de courbure du front d'onde soit grand devant la largeur du rideau.

Les domaines de calculs utilisés lors des simulations sont illustrés par la figure 5.1. Ils sont composés d'une zone centrale aérée (le rideau), entourée de deux zones contenant du liquide "pur". Dans tous les cas, le rideau contient des bulles d'air et le liquide est de l'eau. Nous noterons L_R la largeur du rideau, et L_1 et L_2 celle des zones 1 et 2.

Le comportement du fluide dans le rideau est modélisé soit par le modèle de fluide aéré présenté dans le chapitre 2 (ne tenant pas compte de la fission des bulles), soit par un de ceux présentés dans le chapitre 4 (modèle C avec $\chi = 3$ et $f_{c0} = 15\%$). Le comportement du fluide dans la zone 1 et 2 sera discuté dans le paragraphe 5.1.3.

Au niveau des extrémités du domaine de calcul ($z = 0$ et $z = L_1 + L_R + L_2$), des conditions aux limites non réfléchissantes sont appliquées (voir équation 2.43). Un profil de pression représentatif de ceux issus d'explosions sous-marines (équation

1.1) est appliqué au niveau de la face avant du domaine ($z = 0$). Notons que, du fait de la présence de la condition non-réfléchissante, la valeur du chargement prescrit doit être multipliée par deux, de façon à ce que l'amplitude de l'onde se propageant dans la zone 1 soit égale à P_m .

Pour ces simulations, nous avons utilisé une taille de maille de 0,1 mm. Etant donnée la taille des fragments obtenus, et d'après les résultats sur la convergence du calcul donnés au paragraphe 2.5.1, cette taille de maille doit permettre de garantir la convergence numérique du calcul.

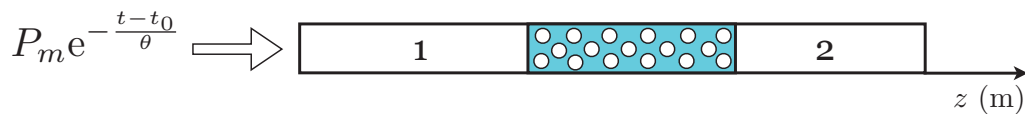


FIG. 5.1: Représentation schématique du domaine fluide étudié

5.1.2 Distribution spatiale de porosité au sein du rideau

Dans la plupart des travaux portant sur la modélisation des rideaux de bulles (Commander et Prosperetti, 1989; Surov, 1999; Ando *et al.*, 2011a), la porosité est supposée uniforme dans celui-ci. Cette hypothèse ne semble pas la plus réaliste. En effet, l'observation de la vue en coupe d'un rideau de bulles indique que la densité de bulles n'est pas nécessairement constante lors de la traversée du rideau (voir la figure 5.2) : la densité de bulles semble en effet plus faible au niveau des faces avant et arrière, et plus importante au centre. Le fait que la porosité ne soit pas uniforme dans le rideau a également été relevé par Carstensen et Foldy (1947). Pour évaluer l'effet de la distribution de porosité au sein du rideau, nous avons mené des simulations pour lesquelles le profil de porosité était soit carré, soit parabolique (voir figure 5.3). Le profil carré implique une discontinuité des propriétés du fluide et en particulier de son impédance aux frontières du rideau ($z = L_1$ et $z = L_1 + L_R$), tandis que le profil parabolique induit une variation continue de ces propriétés. Nous verrons à la section 5.2 l'influence du profil de porosité sur les résultats.

5.1.3 Prise en compte de la cavitation du liquide pur

Lors des premières simulations menées, le comportement du liquide pur (zones 1 et 2) était régi par une équation d'état linéaire (équation 2.39). Ces calculs ont indiqué que l'onde de choc arrivant sur le rideau se réfléchit partiellement, causant l'apparition de zones de pression négative dans le liquide en amont du rideau. La figure 5.4 montre, avec cette modélisation, les profils temporels de pression en amont, au milieu, et en aval du rideau. Si on note déjà une diminution très nette du signal

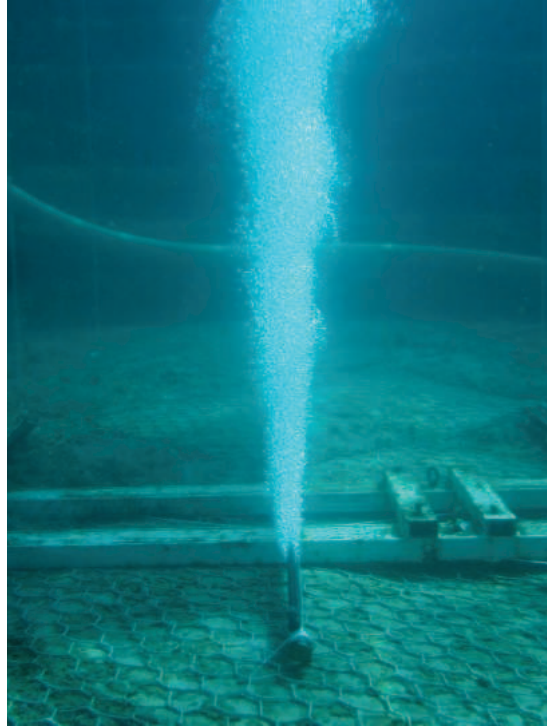


FIG. 5.2: Dispositif de rideau de bulles utilisé par DGA Techniques navales : vue de profil.

de pression en sortie de rideau par rapport au chargement imposé, le profil en amont (courbe noire) indique des niveaux de pression relative de l'ordre de -30 bars. Or une dépression d'une telle ampleur provoque nécessairement, pour un liquide réel, une vaporisation du liquide. En effet, les germes naturellement présents dans l'eau (poussières, micro-bulles) favorisent la formation de bulles de cavitation, quand la pression passe en dessous de la pression de vapeur saturante.

Deux techniques différentes ont été testées pour décrire la cavitation du liquide en amont du rideau :

- On décrit le comportement du liquide dans la zone 1 par un modèle de fluide diphasique (celui du chapitre 2), en considérant une très faible porosité initiale. Cette porosité représente la présence de germes de cavitation au sein du liquide. Nous avons choisi pour la taille initiale de ces germes et la porosité associée $a_0 = 50 \mu\text{m}$ et $f_0 = 0,0001\%$, dont les ordres de grandeur sont compatibles avec ceux indiqués par [Brennen \(2005\)](#).
- On empêche la pression absolue de devenir négative en amont du rideau. La pression dans la zone 1 est dans ce cas donnée par l'équation suivante :

$$\tilde{P} = \text{Max} \left(\chi_L \left(1 - \frac{V_L}{V_{L_0}} \right); -P_0 \right) \quad (5.1)$$

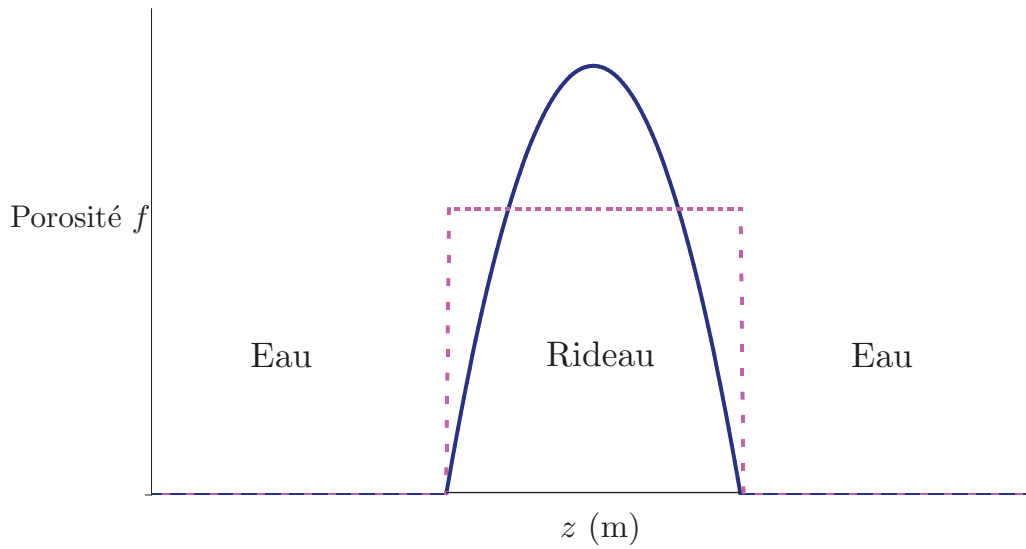


FIG. 5.3: Représentation schématique des profils spatiaux de porosité au sein du rideau de bulles considérés dans la présente étude : profil carré (pointillés) et profil parabolique (trait plein).

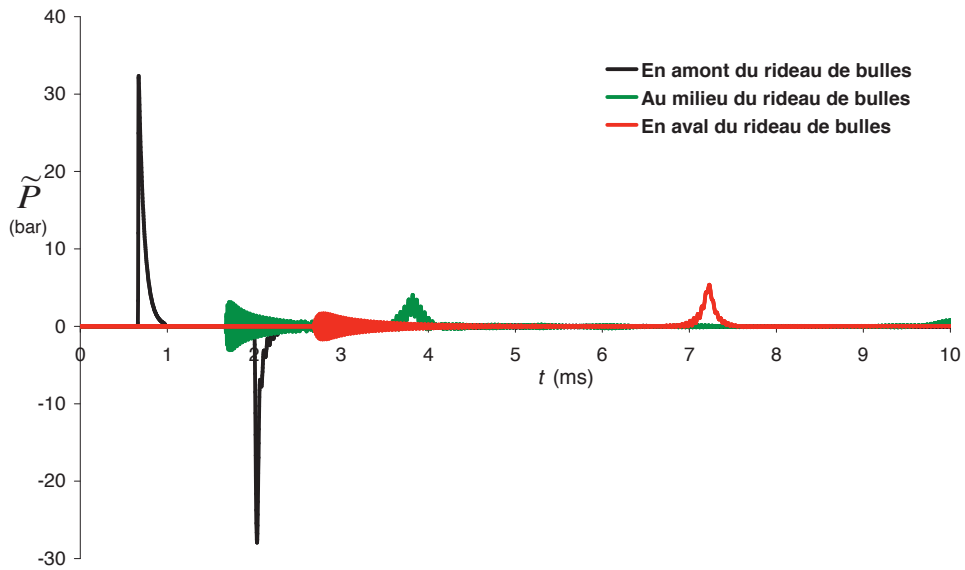


FIG. 5.4: Profils temporels de pression en amont, au milieu et en aval d'un rideau de bulles. Porosité uniforme au sein du rideau. $f_0 = 1\%$ - $a_0 = 2\text{mm}$ - $P_m = 35$ bars - $\theta = 0,15$ ms. Le liquide en amont est régi par l'équation d'état 2.39. Domaine de calcul : $L_1 = L_2 = 2$ m, $L_R = 1$ m.

Ce second modèle est certes plus sommaire que le premier dans le sens où il ne décrit pas certains phénomènes physiques comme la dynamique des bulles de cavitation. Il a cependant deux avantages : il est beaucoup plus économique en terme de temps de calcul et il ne fait pas intervenir de paramètres supplémentaires.

On compare à la figure 5.5 des profils temporels de pression en aval du rideau, obtenus avec ces deux modèles, ainsi qu'avec une simulation ne tenant pas compte de la cavitation. Comme on le voit, le pic de pression émergeant du rideau est bien plus fort en présence de cavitation. Ce phénomène ne doit donc pas être négligé. Nous voyons également que les deux modélisations de la cavitation fournissent des résultats très similaires. Pour cette raison, nous utiliserons par la suite uniquement le modèle basé sur une pression seuil, qui est beaucoup plus économique.

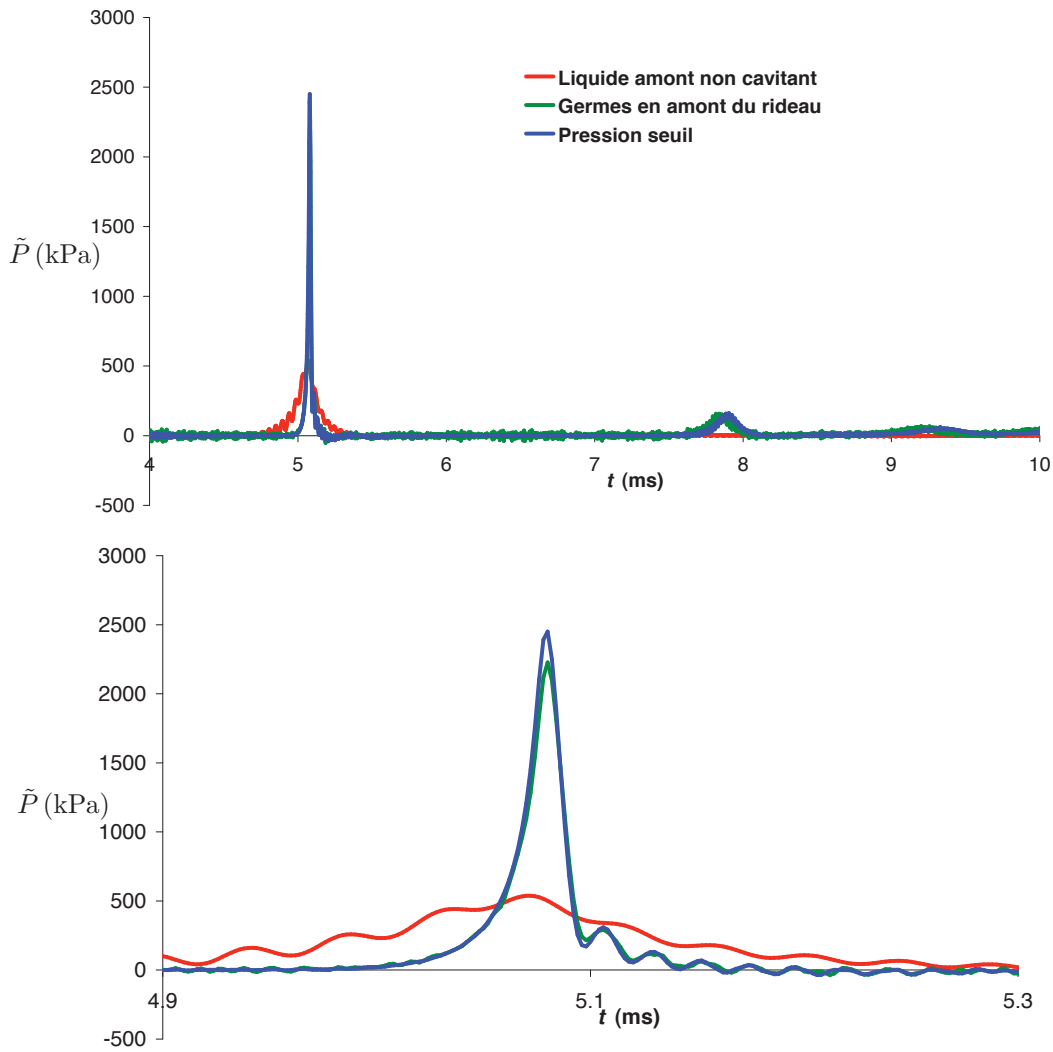


FIG. 5.5: Profils temporels de pression en aval d'un rideau de bulles ($z = 4$ m) : influence des modélisations de la zone amont. $f_0 = 1\%$ - $a_0 = 1$ mm - $P_m = 35$ bars - $\theta = 0,15$ ms. Domaine de calcul de 5m. En zone 1, $0 \text{ m} \leq z \leq 2 \text{ m}$, on applique soit le modèle d'eau pure (équation 2.39), soit le modèle de liquide aéré avec germes, soit le modèle avec eau pure dans lequel la pression n'est pas autorisée à descendre en dessous de -1 bar (équation 5.1). En zone 2, $3 \text{ m} \leq z \leq 5 \text{ m}$, on place de l'eau pure, régie par l'équation 2.39. Largeur du rideau : 1m. La figure du bas est un zoom de la figure du haut. Profil parabolique de porosité. La fission des bulles n'est pas autorisée. Les profils ont été recalés de sorte à faire coïncider les temps d'arrivée du pic principal de pression.

5.2 Résultats et analyses

5.2.1 Configurations étudiées

Plusieurs paramètres ont fait l'objet d'une étude de sensibilité :

- la longueur du rideau : 3 longueurs ont été testées ($L_R = 25$ cm, 50 cm et 1 m). Les dimensions des zones 1 et 2 valent $L_1 = 50$ cm et $L_2 = 25$ cm ;
- la taille des bulles : 2 tailles ont été considérées : $a_0 = 1$ mm et $a_0 = 5$ mm ;
- le profil de porosité (carré ou parabolique) et la porosité moyenne du milieu : 2 porosités ont été testées : $\bar{f}_0 = 0,1\%$ et $\bar{f}_0 = 1\%$;
- le type de chargement considéré : le chargement de référence est celui correspondant à une charge de 1 kg de TNT à 10 mètres ($P_m = 35$ bars et $\theta = 0,15$ ms). Nous avons ensuite fait varier indépendamment P_m ($P_m = 70$ bars et $P_m = 140$ bars), et θ ($\theta = 0,07$ ms et $\theta = 0,3$ ms).

5.2.2 Quelques définitions

Nous introduisons quelques définitions qui seront utiles pour discuter des mécanismes responsables de l'atténuation de l'onde par le rideau.

Au niveau d'un point (Lagrangien) du domaine de calcul, l'énergie qui est transférée (de la gauche vers la droite) par les différentes ondes transitant dans le domaine est donnée par :

$$E = \int_0^{\infty} \tilde{P}(t)U(t)dt \quad (5.2)$$

où $U(t)$ est la vitesse. Si le domaine était uniquement constitué d'eau pure, l'énergie E serait en tout point égale à l'énergie initiale du choc E_0 donnée par :

$$E_0 = \int_0^{\infty} \frac{[P_m e^{-\frac{t-t_0}{\theta}}]^2}{\rho_L c_L} dt \quad (5.3)$$

Les valeurs de E_0 associées aux différents chargements considérés dans cette étude sont données dans le tableau 5.1.

Notons respectivement E_1 et E_2 les valeurs de E (5.2) calculées au centre de la zone 1 et de la zone 2 (figure 5.1). Ainsi, l'énergie E_T transmise en aval du rideau, l'énergie E_R réfléchi par le rideau, et l'énergie E_D dissipée au sein du rideau sont données par :

$$E_T = E_2 \quad ; \quad E_R = E_0 - E_1 \quad ; \quad E_D = E_1 - E_2 \quad (5.4)$$

Nous définissons également les coefficients de transmission, réflexion et dissipation d'énergie :

$$\alpha_T = \frac{E_T}{E_0} \quad ; \quad \alpha_R = \frac{E_R}{E_0} \quad ; \quad \alpha_D = \frac{E_D}{E_0} \quad (5.5)$$

	$\theta = 0,07$ ms	$\theta = 0,15$ ms	$\theta = 0,30$ ms
$P_m=35$ bars	375	657	1310
$P_m=70$ bars	s.o.	2630	s.o.
$P_m=140$ bars	s.o.	10500	s.o.

TAB. 5.1: Energies initiales E_0 (5.2) associées aux différents chargements étudiés, en J/m^2 .

et le coefficient d'atténuation du pic de pression :

$$\alpha_P = \frac{\tilde{P}_{\max,2}}{P_m} \quad (5.6)$$

où $\tilde{P}_{\max,2}$ est la valeur du pic de pression (relative) au centre de la zone 2.

5.2.3 Effet de la distribution de porosité au sein du rideau

En premier lieu, l'influence des profils de porosité dans le rideau est évaluée. Le tableau 5.2 montre une comparaison des coefficients α_T , α_R et α_D (5.5) obtenus en considérant un profil de porosité parabolique ou carré (valeurs entre parenthèses pour le second cas) pour différentes valeurs de rayons de bulles a_0 , de porosité moyenne \bar{f}_0 et de largeur de rideau L_R . Pour ces simulations, la fission des bulles n'a pas été prise en compte. Il apparaît que les configurations avec un profil parabolique de porosité transmettent légèrement plus d'énergie en aval du rideau que celles avec un profil carré.

L'efficacité un peu plus grande du rideau dans le cas du profil carré s'explique sans doute par le fait que celui-ci implique des ruptures franches d'impédance, causant des réflexions partielles d'ondes lorsque celles-ci traversent les interfaces entre le rideau et le liquide pur. Cela favorise la réflexion d'énergie sur le rideau, ainsi que la dissipation en son sein. En effet, les interfaces vont causer des réflexions multiples de l'onde traversant le rideau. Ces allers-retours au sein du rideau s'accompagnent d'une dissipation d'énergie accrue. Notons néanmoins que les différences entre les deux profils de porosité sont rarement très importantes. Par la suite, nous utiliserons uniquement le profil parabolique, davantage conforme aux observations expérimentales (Carstensen et Foldy, 1947).

5.2.4 Effet de la fission des bulles et des paramètres du rideau (a_0 , \bar{f}_0 et L_R)

Les figures 5.6 et 5.7 présentent des exemples de profils de pression en sortie du rideau pour différentes configurations : sans rideau de bulles (auquel cas le signal obtenu est identique au chargement imposé à l'entrée du domaine) ou avec rideau

	α_T (%)	α_R (%)	α_D (%)
$a_0 = 1 \text{ mm } \bar{f}_0 = 0,1\%$			
$L_R = 25 \text{ cm}$	78,1 (77,8)	15,8 (16)	6,1 (6,2)
$L_R = 50 \text{ cm}$	75,3 (73,7)	17 (17,5)	7,6 (8,8)
$L_R = 100 \text{ cm}$	71,5 (69,9)	17,2 (17,4)	11,3 (12,8)
$a_0 = 1 \text{ mm } \bar{f}_0 = 1\%$			
$L_R = 25 \text{ cm}$	48,1 (45,8)	26,2 (23,9)	25,7 (30,3)
$L_R = 50 \text{ cm}$	48,4 (37,6)	25,3 (25)	26,3 (37,4)
$L_R = 100 \text{ cm}$	39,9 (25,4)	22,1 (23,1)	38,1 (51,4)
$a_0 = 5 \text{ mm } \bar{f}_0 = 0,1\%$			
$L_R = 25 \text{ cm}$	82,2 (82,6)	16 (15,8)	1,8 (1,5)
$L_R = 50 \text{ cm}$	78,7 (78,2)	18 (18,1)	3,3 (3,7)
$L_R = 100 \text{ cm}$	76 (75,8)	18,1 (19,5)	5,9 (4,7)
$a_0 = 5 \text{ mm } \bar{f}_0 = 1\%$			
$L_R = 25 \text{ cm}$	47,2 (45,8)	24,7 (24,8)	28,2 (29,4)
$L_R = 50 \text{ cm}$	48,7 (42,8)	31,1 (32,1)	20,2 (25,1)
$L_R = 100 \text{ cm}$	56,5 (41,4)	23,3 (26,5)	20,2 (32,1)

TAB. 5.2: Valeur des coefficients de transmission, réflexion, atténuation, pour différentes tailles de bulles, porosités, longueurs de rideau. Profil de porosité parabolique (entre parenthèses : profil carré). $P_m = 35$ bars, $\theta = 0,15$ ms. Sans prise en compte de la fission.

de bulles (en autorisant ou pas les bulles à fissionner). Considérons tout d'abord la figure 5.6 qui correspond à la configuration suivante : $a_0 = 5$ mm, $\bar{f}_0 = 1\%$ et $L_R = 50$ cm. Notons qu'une des courbes a été décalée temporellement pour des raisons de lisibilité. Nous voyons que dans les deux cas (avec et sans fission), le signal se présente sous la forme d'oscillations à hautes fréquences, suivies par un pic principal de pression. Les oscillations hautes-fréquences correspondent à un précurseur acoustique, qui se propage à la vitesse du son dans de l'eau pure. L'existence d'un précurseur acoustique est prévu par la plupart des modèles de milieux à bulles tenant compte de la compressibilité du liquide (Gavrilyuk et Saurel, 2002; Ando et al., 2011a) et a, semble-t-il, déjà été observé expérimentalement (voir discussion dans Gavrilyuk et Saurel (2002)). Concernant le pic principal de pression, nous voyons que l'amplitude de ce dernier est inférieure à celle du choc incident, que ce soit avec ou sans fission des bulles. L'atténuation est néanmoins bien plus marquée lorsque la fission est prise en compte : la pression en sortie de rideau représente 43% de P_m dans ce cas, contre 73% lorsque la fission est négligée.

La figure 5.7, obtenue pour $a_0 = 1$ mm, $\bar{f}_0 = 1\%$ et $L_R = 1$ m, montre des comportements différents. Dans le cas sans fission, nous voyons que le choc, lorsqu'il a traversé le rideau, donne naissance à trois solitons. La formation de solitons lors de phases transitoires de propagation d'ondes de pression dans un milieu à bulles

est bien connue (Kuznetsov *et al.*, 1978; van Wijngaarden, 2007). Il est intéressant de voir que l'amplitude du premier soliton est supérieure à celle du choc incident. Ce phénomène d'amplification est bien sûr lié à la dynamique des bulles. Lorsque la fission est prise en compte, l'onde émergente du rideau se présente sous la forme d'un paquet d'ondes, dont la valeur maximale est bien inférieure à celle de P_m . Ce changement de comportement induit par la fission s'explique par l'amortissement supplémentaire généré par ce phénomène (voir chapitre 4).

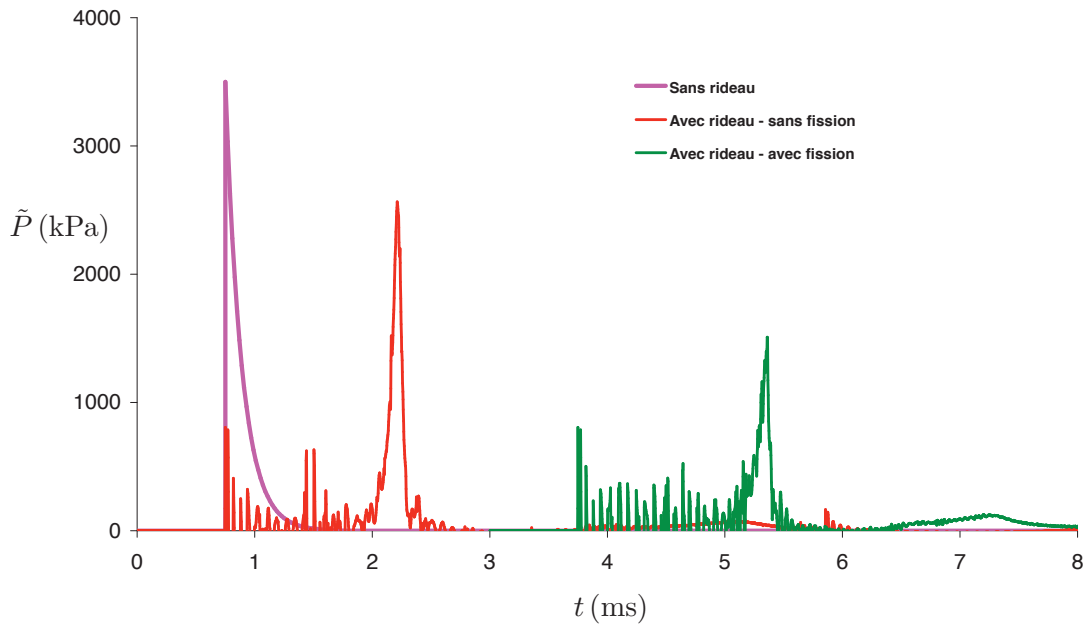


FIG. 5.6: Evolution temporelle de la pression en sortie de rideau. Rideau de 50cm de long. $f_0 = 1\%$ - $a_0 = 5\text{mm}$. $P_m = 35\text{ bar}$ - $\theta = 0,15\text{ ms}$. Profil parabolique de porosité. La courbe "Avec rideau - avec fission" a été décalée temporellement de 3 ms.

Le tableau 5.3 permet d'évaluer l'influence de la largeur du rideau de bulles sur son efficacité d'un point de vue énergétique, ainsi que le rôle joué par la fission dans l'atténuation du signal. Il apparaît que la part d'énergie réfléchiée est sensiblement la même quelle que soit l'épaisseur du rideau. Par contre, l'énergie dissipée dans le rideau augmente avec la largeur, notamment lorsque la fission est permise. En effet, toutes choses égales par ailleurs, un rideau plus large contient plus de bulles, qui sont autant de micro-systèmes capables de capter une partie de l'énergie du choc, pour ensuite la dissiper lors des cycles d'oscillation, par viscosité et effet thermique. La fission augmente notablement cette dissipation, car elle amplifie fortement les effets thermiques du fait que les produits de fission ont un rayon d'équilibre plus faible que les bulles originelles.

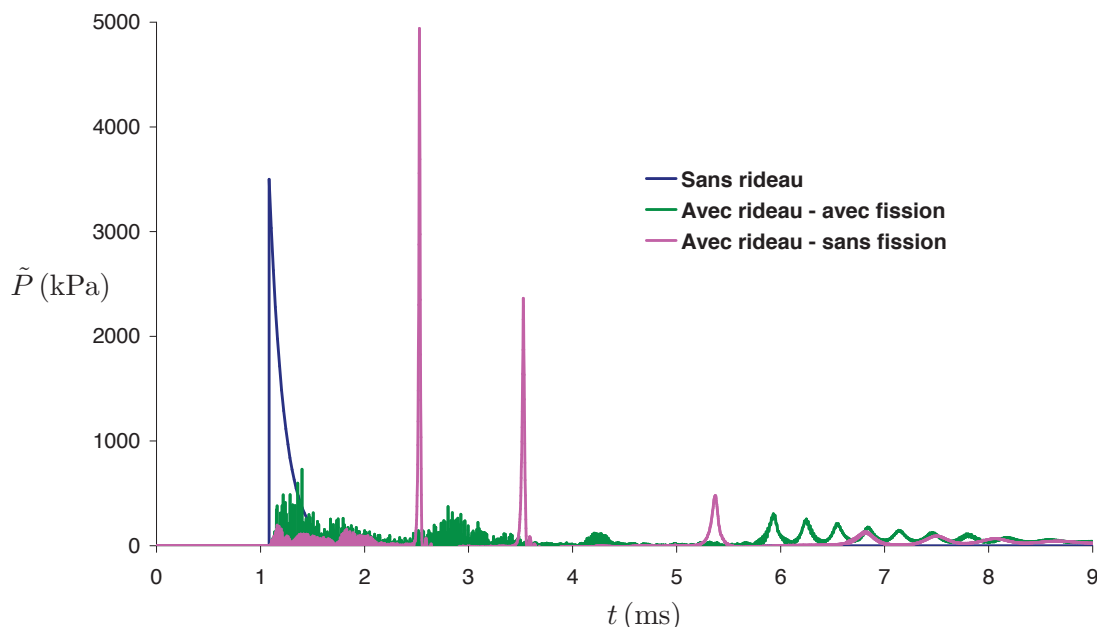


FIG. 5.7: Evolution temporelle de la pression en sortie de rideau. Rideau de 1m de long. $f_0 = 1\%$ - $a_0 = 1\text{mm}$. $P_m = 35\text{ bar}$ - $\theta = 0,15\text{ ms}$. Profil parabolique de porosité.

Longueur du rideau	α_T (%)	α_R (%)	α_D (%)
$L_R = 25\text{ cm}$	63,2 (78,1)	15,7 (15,8)	21,2 (6,1)
$L_R = 50\text{ cm}$	45,7 (75,3)	16,7 (17)	37,6 (7,6)
$L_R = 1\text{ m}$	24,7 (71,5)	18,4 (17,2)	56,9 (11,3)

TAB. 5.3: Valeur des coefficients de transmission, réflexion, dissipation (5.5) pour différentes largeurs de rideau. Profil parabolique de porosité. Entre parenthèses : sans prise en compte de la fission. $a_0 = 1\text{ mm}$; $\bar{f}_0 = 1\%$. $P_m = 35\text{ bar}$ - $\theta = 0,15\text{ ms}$.

Le tableau 5.4 présente l'effet de la taille des bulles et de la porosité sur les coefficients énergétiques α_T , α_R et α_D . Deux tailles de bulles ($a_0 = 1\text{ mm}$ et $a_0 = 5\text{ mm}$) et deux porosités ($f_0 = 0,1\%$ et $f_0 = 1\%$) ont été testées. Toutes choses égales par ailleurs, il apparaît qu'une augmentation de la porosité permet une atténuation plus forte du signal : ceci est dû d'une part à l'énergie réfléchie, qui est plus importante pour un rideau plus poreux, et d'autre part à l'énergie dissipée dans le rideau. En effet, toutes choses égales par ailleurs, le nombre de bulles augmente avec la porosité, et la dissipation d'énergie avec lui. L'effet de la taille des bulles semble avoir peu d'importance sur la part d'énergie réfléchie par le rideau. Par contre, l'énergie dissipée par le rideau semble plus importante pour de petites bulles que pour de

	$\alpha_T(\%)$	$\alpha_R(\%)$	$\alpha_D(\%)$
$a_0 = 1 \text{ mm } \bar{f}_0 = 0,1\%$	25 (71)	18 (17)	57 (11)
$a_0 = 1 \text{ mm } \bar{f}_0 = 1\%$	7 (40)	25 (22)	67 (38)
$a_0 = 5 \text{ mm } \bar{f}_0 = 0,1\%$	64 (76)	20 (18)	16 (6)
$a_0 = 5 \text{ mm } \bar{f}_0 = 1\%$	16 (56)	24 (23)	61 (20)

TAB. 5.4: Valeur des coefficients de transmission, réflexion, dissipation (5.5) pour différentes valeurs de tailles de bulles et de porosité. Entre parenthèses : sans prise en compte de la fission. Profil parabolique de porosité. Longueur du rideau $L_R=1 \text{ m}$. $P_m = 35 \text{ bar}$ - $\theta = 0,15 \text{ ms}$.

	$L_R = 25 \text{ cm}$	$L_R = 50 \text{ cm}$	$L_R = 1 \text{ m}$
$a_0 = 1 \text{ mm } \bar{f}_0 = 0,1\%$	1,53 (1,73)	1,24 (1,71)	0,87 (1,54)
$a_0 = 1 \text{ mm } \bar{f}_0 = 1\%$	0,81 (1,62)	0,15 (1,51)	0,09 (1,41)
$a_0 = 5 \text{ mm } \bar{f}_0 = 0,1\%$	1,03 (0,91)	1,07 (0,88)	1,17 (0,85)
$a_0 = 5 \text{ mm } \bar{f}_0 = 1\%$	0,49 (0,72)	0,43 (0,73)	0,25 (0,8)

TAB. 5.5: Valeur du coefficient d'atténuation du pic de pression α_P (5.6) pour différentes tailles de bulles, valeurs de porosité, largeurs de rideau. Profil parabolique de porosité. Entre parenthèses : sans prise en compte de la fission. $P_m = 35 \text{ bar}$ - $\theta = 0,15 \text{ ms}$.

grosses bulles : là encore, les effets dissipatifs visqueux et surtout thermiques sont plus marqués pour des bulles petites. La fission joue ici également un rôle crucial dans la part d'énergie dissipée dans le rideau.

L'amplitude du pic de pression transmis en sortie de rideau $\tilde{P}_{\max,2}$ a été mesurée et comparée à la valeur du pic de pression en l'absence de rideau de bulles P_m . Les valeurs du coefficient d'atténuation de pression α_P (5.6) obtenues pour différentes configurations, avec et sans prise en compte de la fission, sont présentées dans le tableau 5.5. Nous observons que α_P peut être inférieur (atténuation du pic de pression) ou supérieur (amplification du pic) à 1. Ceci est tout à fait cohérent avec les résultats des figures 5.6 et 5.7. Les atténuations du pic de pression sont observées pour les rideaux les plus poreux (1%). Dans les cas où $\bar{f}_0 = 0,1\%$, une amplification est généralement observée. En outre, la fission contribue généralement à diminuer sensiblement le coefficient α_P .

5.2.5 Effet des caractéristiques de l'onde incidente

Nous avons étudié l'effet de l'amplitude P_m et de la constante de temps θ de l'onde incidente. Les tableaux 5.6 et 5.7 représentent respectivement les énergies transmise, dissipée et réfléchie (E_T , E_D , E_R), ainsi que les coefficients adimensionnels

Valeur de P_m en bar	E_T			E_R			E_D		
	35	70	140	35	70	140	35	70	140
$a_0 = 1 \text{ mm } \bar{f}_0 = 0,1\%$	300,2	1720	8074,5	109,7	378,7	1470	241,1	526	955,5
$a_0 = 1 \text{ mm } \bar{f}_0 = 1\%$	12,5	220,9	1827	204,3	639,1	1827	440,2	1770	6835,5
$a_0 = 5 \text{ mm } \bar{f}_0 = 0,1\%$	486,8	2098,7	8893,5	114,3	398,2	1455,5	59,1	139,4	151
$a_0 = 5 \text{ mm } \bar{f}_0 = 1\%$	128,8	810	5155,5	189,9	520,7	1764	337,7	1299,2	3580

TAB. 5.6: Valeur des énergies de transmission, réflexion, dissipation (5.4) pour différentes valeurs de P_m , en J/m^2 . Fission et profil parabolique de porosité dans tous les cas. Largeur du rideau $L_R = 50\text{cm}$. $\theta = 0,15 \text{ ms}$.

Valeur de P_m en bar	α_T (%)			α_R (%)			α_D (%)		
	35	70	140	35	70	140	35	70	140
$a_0 = 1 \text{ mm } \bar{f}_0 = 0,1\%$	45,7	65,4	76,9	16,7	14,4	14	36,7	20	9,1
$a_0 = 1 \text{ mm } \bar{f}_0 = 1\%$	1,9	8,4	17,4	31,1	24,3	17,4	67	67,3	65,1
$a_0 = 5 \text{ mm } \bar{f}_0 = 0,1\%$	74,1	79,8	84,7	17,4	14,8	13,9	9	5,3	1,4
$a_0 = 5 \text{ mm } \bar{f}_0 = 1\%$	19,6	30,8	49,1	28,9	19,8	16,8	51,4	49,4	34,1

TAB. 5.7: Valeur des coefficients de transmission, réflexion, dissipation (5.5) pour différentes valeurs de P_m . Fission et profil parabolique de porosité dans tous les cas. Largeur du rideau $L_R = 50\text{cm}$. $\theta = 0,15 \text{ ms}$.

correspondants (α_T , α_D , α_R), pour différentes valeurs de P_m (θ restant fixé à 0,15 ms) : $P_m = 35 \text{ bars}$, $P_m = 70 \text{ bars}$ et $P_m = 140 \text{ bars}$. Il apparaît clairement que plus le choc incident est fort, plus les énergies dissipée, transmise et réfléchiée sont importantes (tableau 5.6). Néanmoins, en considérant les coefficients α_T , on constate que l'efficacité du rideau tend à se réduire avec l'intensité du chargement : la part de l'énergie incidente transmise augmente avec P_m (tableau 5.7). Cet effet de saturation n'est pas aisé à expliquer, mais est forcément lié aux non-linéarités associées à la réponse des bulles.

Les tableaux 5.8 et 5.9 illustrent l'influence de la constante de temps θ sur l'atténuation de l'onde par le rideau (nous avons considéré $\theta = 0,07 \text{ ms}$, $\theta = 0,14 \text{ ms}$ et $\theta = 0,3 \text{ ms}$, P_m restant fixé à 35 bars). L'effet de θ est assez complexe à interpréter. Dans la plupart des cas, des chargements plus longs et véhiculant donc plus d'énergie sont moins atténués par le rideau (tableau 5.8). Il y a néanmoins des exceptions à cela. Par exemple, pour $a_0 = 1 \text{ mm}$ et $\bar{f}_0 = 1\%$, nous voyons que l'énergie transmise en aval du rideau est de $29,2 \text{ J/m}^2$ pour $\theta = 0,07 \text{ ms}$ et de $12,5 \text{ J/m}^2$ pour $\theta = 0,15 \text{ ms}$ (tableau 5.9). Ceci est assez surprenant dans la mesure où l'énergie incidente est deux fois plus grande pour $\theta = 0,14 \text{ ms}$ que $\theta = 0,07 \text{ ms}$ (tableau 5.1). Cela montre que l'interaction entre une onde de choc et un rideau de bulles est un phénomène complexe faisant intervenir de nombreux mécanismes liés

Valeur de θ en ms	E_T			E_R			E_D		
	0,07	0,15	0,3	0,07	0,15	0,3	0,07	0,15	0,3
$a_0 = 1 \text{ mm } \bar{f}_0 = 0,1\%$	117	300,2	803	106,1	109,7	129,7	151,9	247	377,3
$a_0 = 1 \text{ mm } \bar{f}_0 = 1\%$	29,2	12,5	154,6	126	204,3	424,4	219,7	440,2	729,7
$a_0 = 5 \text{ mm } \bar{f}_0 = 0,1\%$	223,1	486,8	1061,1	106,9	114,3	129,7	45	59,1	120,5
$a_0 = 5 \text{ mm } \bar{f}_0 = 1\%$	79,9	128,8	357,6	127,1	189,9	327	168,4	337,7	580,3

TAB. 5.8: Valeur des énergies de transmission, réflexion, dissipation (5.4) pour différentes valeurs de θ , en J/m^2 . Fission et profil parabolique de porosité dans tous les cas. Largeur du rideau $L_R = 50\text{cm}$. $P_m = 35$ bars, $\theta = 0,15$ ms.

Valeur de θ en ms	α_T (%)			α_R (%)			α_D (%)		
	0,07	0,15	0,3	0,07	0,15	0,3	0,07	0,15	0,3
$a_0 = 1 \text{ mm } \bar{f}_0 = 0,1\%$	31,2	45,7	61,3	28,3	16,7	9,9	40,5	37,6	28,8
$a_0 = 1 \text{ mm } \bar{f}_0 = 1\%$	7,8	1,9	11,8	33,6	31,1	32,4	58,6	67	55,7
$a_0 = 5 \text{ mm } \bar{f}_0 = 0,1\%$	59,5	74,1	81	28,5	17,4	9,9	12	9	9,2
$a_0 = 5 \text{ mm } \bar{f}_0 = 1\%$	21,3	19,6	27,3	33,9	28,9	28,4	44,9	51,4	44,3

TAB. 5.9: Valeur des coefficients de transmission, réflexion, dissipation (5.5) pour différentes valeurs de θ . Fission et profil parabolique de porosité dans tous les cas. Largeur du rideau $L_R = 50\text{cm}$. $P_m = 35$ bars, $\theta = 0,15$ ms.

à la physique des bulles (effets dynamiques induits par les oscillations des bulles, échanges thermiques, fission, ...), pouvant donner lieu à des comportements variés (formation de solitons, paquet d'ondes, ...). Par conséquent, il est difficile de prévoir sans l'aide des simulations numériques l'effet que peut avoir une variation des paramètres du rideau et du chargement. Cela montre également la nécessité d'une modélisation fine de ces phénomènes physiques.

5.2.6 Influence des effets thermiques

Des simulations ont été menées, pour lesquelles des conditions adiabatiques au sein des bulles sont supposées. On compare ces résultats à des simulations identiques pour lesquelles la diffusion thermique est prise en compte. Les résultats des simulations sans prise en compte de la fission des bulles sont présentés au tableau 5.10, et ceux avec prise en compte de la fission des bulles sont présentés au tableau 5.11. Il apparaît que dans tous les cas, la part d'énergie dissipée est notablement plus faible si les échanges thermiques entre le gaz des bulles et le liquide n'est pas permis. Seule la viscosité contribue alors à dissiper l'énergie du choc. On note en outre que la prise en compte de la fission augmente très significativement la part de

	$\alpha_T(\%)$	$\alpha_R(\%)$	$\alpha_D(\%)$
$a_0 = 1 \text{ mm } \overline{f}_0 = 0,1\%$	71,5 (74,9)	17,2 (18,9)	11,3 (6,2)
$a_0 = 1 \text{ mm } \overline{f}_0 = 1\%$	39,9 (65,5)	22,1 (23,6)	38,1 (10,8)
$a_0 = 5 \text{ mm } \overline{f}_0 = 0,1\%$	76 (76,4)	18,1 (18,1)	6 (5,5)
$a_0 = 5 \text{ mm } \overline{f}_0 = 1\%$	56,5 (62,7)	23,3 (25,9)	20,2 (11,4)

TAB. 5.10: Influence des échanges thermiques. Valeur des coefficients de transmission, réflexion, dissipation (5.5) pour différentes configurations. Entre parenthèses : sans prise en compte des effets thermiques. Profil parabolique de porosité. **La fission des bulles n'est pas permise.** Largeur du rideau $L_R = 1 \text{ m}$. $P_m = 35 \text{ bars}$, $\theta = 0, 15 \text{ ms}$.

	$\alpha_T(\%)$	$\alpha_R(\%)$	$\alpha_D(\%)$
$a_0 = 1 \text{ mm } \overline{f}_0 = 0,1\%$	24,7 (53,3)	18,4 (20,5)	56,9 (26,2)
$a_0 = 1 \text{ mm } \overline{f}_0 = 1\%$	7,2 (31,7)	25,4 (25,1)	67,4 (43,2)
$a_0 = 5 \text{ mm } \overline{f}_0 = 0,1\%$	64,2 (74,1)	19,8 (19,8)	16 (6,1)
$a_0 = 5 \text{ mm } \overline{f}_0 = 1\%$	15,7 (54,5)	23,6 (25,4)	60,7 (20,1)

TAB. 5.11: Influence des échanges thermiques. Valeur des coefficients de transmission, réflexion, dissipation (5.5) pour différentes configurations. Entre parenthèses : sans prise en compte des effets thermiques. Profil parabolique de porosité. **La fission des bulles est autorisée.** Largeur du rideau $L_R = 1 \text{ m}$. $P_m = 35 \text{ bars}$, $\theta = 0, 15 \text{ ms}$.

l'énergie dissipée dans le rideau, surtout en présence d'échanges thermiques, pour les raisons évoquées dans le chapitre précédent.

5.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié numériquement l'atténuation d'une onde de choc sous-marine par un rideau de bulles. En synthèse, les rideaux de bulles apparaissent capables d'atténuer de façon importante une onde de choc sous-marine, qu'il s'agisse aussi bien de l'énergie véhiculée par l'onde que de l'amplitude du signal. Des atténuations de l'ordre de 35% à 90% en énergie semblent atteignables pour des valeurs raisonnables de porosité, taille de bulles, et largeur de rideau. Du point de vue des mécanismes physiques, les simulations ont révélé que l'atténuation de l'onde est fortement liée aux effets combinés de la fission des bulles et des échanges thermiques entre le gaz et le liquide, au moins dans le cas de bulles d'air dans de l'eau. Il semble donc crucial de tenir compte de ces phénomènes dans les calculs.

Notons qu'il n'a pas été possible de confronter les résultats de la modélisation

développée avec des résultats d'expérience. En effet, les seuls signaux de pression dont nous disposons sont ceux obtenus par [Bouton *et al.* \(2007\)](#). Malheureusement, dans ces expériences, ni la porosité ni la taille des bulles ne sont connues. En outre, ainsi qu'on peut l'observer sur la figure 5.2, les tailles de bulles sont assez dispersées. Notons néanmoins que les atténuations du signal observés par [Bouton *et al.* \(2007\)](#) sont du même ordre de grandeur que ceux établis par les calculs numériques.

Conclusion et perspectives

6.1 Conclusion

Le problème de la modélisation de la propagation des ondes de choc dans les liquides à bulles a été étudié par une méthode de transition d'échelles. Ce type d'approche consiste à remplacer un milieu diphasique liquide-bulles par un fluide homogène équivalent, qui rend compte à l'échelle macroscopique des mécanismes microscopiques sous-jacents. En premier lieu, nous avons proposé une modélisation des liquides à bulles homogènes, *i.e.* au sein desquels des bulles de même taille sont réparties régulièrement dans l'espace. Nous avons ensuite abordé la question de la propagation des chocs dans les liquides à bulles comportant des hétérogénéités de porosité. Plus particulièrement, nous avons traité de la configuration dans laquelle des bulles sont concentrées sous forme d'amas sphériques. Nous avons montré que dans ce cas, la structure du choc est dominée par la dynamique globale des clusters, et non par la seule dynamique des bulles. En conséquence, la longueur caractéristique de la structure du choc dans un liquide avec des clusters de bulles peut être bien plus élevée que dans le liquide aéré homogène correspondant.

Un autre problème qui a été abordé dans ce mémoire est celui de la fission des bulles. En effet, les chargements intenses mis en jeu lors d'explosions sous-marines, et les potentielles déformations de la surface des bulles qui en résultent, appellent une remise en cause de l'hypothèse de sphéricité des bulles. Nous avons proposé un modèle permettant de décrire la fragmentation des bulles lors du passage du choc. L'initiation de la fission est étudiée par le biais d'une analyse linéaire de stabilité. Cette analyse a permis d'une part d'établir un critère prédictif de fission des bulles, et d'autre part d'estimer le nombre de fragments. Les résultats de l'étude indiquent que la fragmentation des bulles induit une diminution de la longueur d'onde et de l'amplitude du signal de pression.

Chacun des trois modèles continus proposés (liquide à bulles homogène, liquide à bulles avec clusters sphériques, liquide diphasique dont les bulles sont sujettes à fragmentation) a fait l'objet d'une validation expérimentale, basée sur des données

disponibles dans la littérature. La bonne concordance légitime l'approche retenue, qui a ensuite été appliquée au problème des rideaux de bulles.

Une étude de sensibilité sur les paramètres physiques du rideau (largeur, porosité, taille de bulles) ainsi que sur le chargement appliqué a été menée, et a démontré les capacités d'atténuation d'une onde de choc par un rideau de bulles. En particulier, le rôle prépondérant de la largeur du rideau et de sa porosité dans le processus d'atténuation du choc a été mis en exergue.

6.2 Perspectives

Plusieurs aspects du comportement des liquides aérés en général, et d'un rideau de bulles en particulier, n'ont pu être traités en détail par manque de temps. En premier lieu, le modèle de fission des bulles développé au chapitre 4 mériterait d'être amélioré. Une prise en compte plus réaliste de la transition entre fission et non-fission permettrait de traiter des chocs d'amplitude moyenne. En outre, l'intégration des phénomènes de turbulence au moment de la fragmentation des bulles augmenterait probablement l'atténuation des ondes de choc par le liquide aéré.

De plus, le problème de l'impact des hétérogénéités de porosité sur la structure du choc a été abordé sous l'angle d'une configuration particulière d'hétérogénéités (clusters sphériques de bulles). Le problème reste néanmoins ouvert pour d'autres motifs d'hétérogénéité.

Dans l'étude de l'atténuation d'ondes de choc par rideaux de bulles (chapitre 5), les paramètres caractérisant le rideau (largeur et distribution de porosité) ont été considérés comme des données d'entrée. Pour compléter la modélisation proposée, il serait intéressant d'être capable de relier la structure du rideau aux caractéristiques du dispositif servant à le générer (débit d'air, taille des trous d'injection, ...). Pour cela, des simulations numériques utilisant des méthodes de particules Lagrangiennes (voir *e.g.* Murai et Matsumoto (2000); Caballina *et al.* (2003); Tomar *et al.* (2010)). Ces simulations pourraient également donner des informations intéressantes concernant la distribution de porosité au sein du rideau, et la présence d'éventuelles hétérogénéités.

Par ailleurs, des variantes du chargement appliqué au rideau de bulles sont envisageables. Ainsi l'hypothèse de la propagation 1D des ondes de choc dans l'étude du rideau de bulles peut largement être remise en cause. Une étude de l'influence du rideau de bulles vis-à-vis d'ondes de choc ayant une incidence oblique pourrait être menée par le biais de simulations numériques bi- ou tri-dimensionnelles. Il serait alors intéressant d'étudier les phénomènes de réfraction-réflexion de l'onde à la traversée du rideau, et de quantifier dans ce cas la part d'énergie transmise en aval du rideau.

Enfin, Les chargements hydrodynamiques considérés dans ce travail, et notamment au chapitre 5, ont consisté uniquement en des ondes de choc, caractéristiques d'explosions sous-marine. Il convient cependant de noter que le modèle de fluide diphasique développé aux chapitres 2, 3, 4 est indépendant du chargement subi, et il

serait donc relativement facile d'étendre l'étude au cas de chargements acoustiques. Dans ce cadre, il serait intéressant de mener une analyse fréquentielle de l'influence du rideau, afin de proposer un système optimisé en fonction des pollutions sonores attendues. Il est probable que la taille des bulles, dont l'influence était mineure dans le cas des chocs suite au processus de fission, joue alors un rôle plus important.



Références

- ANDO, K. (2010). *Effects of polydispersity in bubbly flows*. Thèse de doctorat, California Institute of Technology.
- ANDO, K., COLONIUS, T. et BRENNEN, C. E. (2011a). Numerical simulation of shock propagation in a polydisperse bubbly liquid. *Int. J. Mult. Flow*, 37(6):596–608.
- ANDO, K., SANADA, T., INABA, K., SHEPHERD, J., COLONIUS, T. et BRENNEN, C. (2011b). Shock propagation through a bubbly liquid in a deformable tube. *J. Fluid Mech.*, 671:339–363.
- ARONS, A. et YENNIE, D. R. (1948). Energy partition in underwater explosion phenomena. *Reviews of modern Physics*, 20(3):519–536.
- ARORA, M., OHL, C. et LOHSE, D. (2007). Effect of nuclei concentration on cavitation cluster dynamics. *J. Acoust. Soc. Am.*, 121(6):3432–3436.
- BATCHELOR, G. (1969). Compression waves in a suspension of gas bubbles in liquid. *Fluid Dynamics Transactions*, 4:425–445.
- BELYTSCHKO, T., LIU, W. et MORAN, B. (2000). *Nonlinear finite elements for continua and structures*. Wiley.
- BEYLICH, A. et GÜLHAN, A. (1990). On the structure of non-linear waves in liquids with gas bubbles. *Phys. Fluids*, A(2):1412.
- BOUTON, M., BOYCE, P. et TIEN, E. (2007). Evaluation de l’effet protecteur d’un rideau de bulles face à une explosion sous-marine. Rapport technique - DGA Techniques Navales.
- BREMOND, N., ARORA, M., OHL, C.-D. et LOHSE, D. (2006). Controlled multi-bubble surface cavitation. *Phys. Rev. Lett.*, 96(224501-1, 224501-4):1412.

- BRENNEN, C. (1995). *Cavitation and bubble dynamics*. Oxford University Press.
- BRENNEN, C. (2002). Fission of collapsing cavitation bubbles. *J. Fluid Mech.*, 472:153–166.
- BRENNEN, C. (2005). *Fundamentals of multiphase flows*. Oxford University Press.
- BUNNER, B. (2000). *Numerical simulations of gas-liquid bubbly flows*. Thèse de doctorat, University of Michigan.
- CABALLINA, O., CLIMENT, E. et DUSEK, J. (2003). Two-way coupling simulations of instabilities in a plane bubble plume. *Phys. Fluids*, 15(6):1535–1544.
- CALZAVARINI, E., KERSCHER, M., LOHSE, D. et TOSCHI, F. (2008). Dimensionality and morphology of particle and bubble clusters in turbulent flow. *J. Fluid Mech.*, 607:13–24.
- CAMPBELL, I. et PITCHER, A. (1958). Shock waves in a liquid containing gas bubbles. *In Proc. Roy. Soc. A*, volume 243, pages 534–545.
- CARSTENSEN, E. et FOLDY, L. (1947). Propagation of sound through a liquid containing bubbles. *J. Acoust. Soc. Am.*, 19(3):481–501.
- CHABOCHE, J. et SUQUET, P. (1988). Endommagement, interfaces. Ecole d’été : Méthodes d’homogénéisation en mécanique des matériaux, La Londe-les-Maures.
- CHAHINE, G. (1977). Interactions between an oscillating bubble and a free surface. *ASME J. Fluids Eng.*, 99:709–716.
- CHAHINE, G. et DURAISWAMI, R. (1992). Dynamical interactions in a multibubble cloud. *ASME J. Fluids Eng.*, 114:680–686.
- CHAPMAN, R. et PLESSET, M. (1971). Thermal effects in the free oscillation of gas bubbles. *ASME J. Basic Eng.*, 93:373–376.
- CLIMENT, E. et MAGNAUDET, J. (1997). Simulation d’écoulements induits par des bulles dans un liquide initialement au repos. *C. R. Acad. Sci., Ser. IIB*, 324:91–98.
- CLIMENT, E. et MAGNAUDET, J. (1999). Large-scale simulations of bubble-induced convection in a liquid layer. *Phys. Rev. Lett.*, 82:4827–4830.
- COLE, R. (1948). *Underwater explosions*. Cambridge University Press.
- COLONIUS, T., D’AURIA, F. et BRENNEN, C. (2000). Acoustic saturation in bubbly cavitating flow adjacent to an oscillating wall. *Phys. Fluids*, 12(11):2752–2761.
- COMMANDER, K. et PROSPERETTI, A. (1989). Linear pressure waves in bubbly liquids : comparison between theory and experiments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 85(2): 732–746.

-
- CZARNOTA, C., JACQUES, N., MERCIER, S. et MOLINARI, A. (2008). Modelling of dynamics ductile fracture and application to the simulation of plate impact tests on tantalum. *J. Mech. Phys. Solids*, 56(4):1624–1650.
- D’AGOSTINO, L. et BRENNEN, C. (1983). On the acoustical dynamics of bubble clouds. *In ASME Cavitation and Multiphase Flow Forum*, pages 72–75.
- D’AGOSTINO, L. et BRENNEN, C. (1989). Linearized dynamics of spherical bubble clouds. *J. Fluid Mech.*, 199:155–176.
- D’AGOSTINO, L., BRENNEN, C. et ACOSTA, A. (1988). Linearized dynamics of two dimensional bubbly and cavitating flows over slender surfaces. *J. Fluid Mech.*, 192:485.
- DELALE, C., NAS, S. et TRYGGVASON, G. (2005). Direct numerical simulations of shock propagation in bubbly liquids. *Phys. Fluids*, 17:121705.
- DELALE, C., SCHNERR, G. et SAUER, J. (2001). Quasi-one dimensional steady-state cavitating nozzle flows. *J. Fluid Mech.*, 427:167–204.
- DELALE, C. et TRYGGVASON, G. (2008). Shock structure in bubbly liquids : comparison of direct numerical simulations and model equations. *Shock waves*, 17:433–440.
- DELALE, C. et TUNC, M. (2004). A bubble fission model for collapsing cavitation bubbles. *Phys. Fluids*, 16(11):4200–4203.
- DOMENICO, S. (1982a). Acoustic wave propagation in air-bubble curtains in water - part i : History and theory. *Geophysics*, 47(3):345–353.
- DOMENICO, S. (1982b). Acoustic wave propagation in air-bubble curtains in water - part ii : Field experiment. *Geophysics*, 47(3):354–375.
- DONTSOV, V. (2005). Propagation of pressure waves in a gas-liquid medium with a cluster structure. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 46(3):346–354.
- DRUMHELLER, D., KIPP, D. et BEDFORD, M. (1982). Transient wave propagation in bubbly liquids. *J. Fluid Mech.*, 19:347–365.
- FESSENDEN, R. (1920). Method and apparatus for sound insulation. U.S. Patent no. 1,348,828.
- FOLDY, L. (1945). The multiple scattering of waves. *Phys. Rev.*, 67:107–119.
- FOX, F., CURLEY, S. et LARSON, G. (1955). Phase velocity and absorption measurements in water containing air bubbles. *J. Acoust. Soc. Am.*, 27:534–539.
- FROST, D. et STURTEVANT, B. (1986). Effects of ambient pressure on the instability of a liquid boiling explosively at the superheat limit. *ASME J. Heat Transfer*, 108:418–424.

- FUSTER, D. et COLONIUS, T. (2011). Modeling of bubble clusters in compressible liquids. *J. Fluid Mech.*, 688:352–389.
- GAVRILYUK, S. (1992). Propagation of a signal in a liquid with continuous distribution of bubble sizes. *J. Appl. Math. Tech. Phys.*, 33(4):526–531.
- GAVRILYUK, S. (1995). Travelling waves in a bubbly liquid with continuous bubble-size distribution. *Eur. J. Appl. Math.*, 6:247–264.
- GAVRILYUK, S. et FIL’KO, S. (1991). Shock waves in polydisperse bubbly media with dissipation. *J. Appl. Math. Tech. Phys.*, 32:669–677.
- GAVRILYUK, S. et SAUREL, R. (2002). Mathematical and numerical modeling of two-phase compressible flows with micro-inertia. *J. Comp. Phys.*, 175:326–360.
- GEL’FAND, B., GUBANOV, A. et TIMOFEEV, E. (1981). Refraction of plane shock waves interacting with a layer of gas bubbles in a liquid. *Fluid Dynamics*, 16(2): 298–301.
- GILMORE, R. (1952). The growth or collapse of a spherical bubble in a viscous compressible liquid. Technical Report No. 26-4, California Institute of Technology.
- GRANDJEAN, H., JACQUES, N. et ZALESKI, S. (2010). Modélisation de l’atténuation d’une onde de pression sous-marine par rideau de bulles. *In Actes des douzièmes journées de l’hydrodynamique*.
- GRANDJEAN, H., JACQUES, N. et ZALESKI, S. (2012). Shock propagation in liquids containing bubbly clusters : a continuum approach. *J. Fluid. Mech.*, 701:304–332.
- GURSON, A. (1977). Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth : Part 1 - yield criteria and flow rules for porous ductile media. *J. Eng. Mater. Technol., Trans. of ASME*, 99(2):2–15.
- HAWKER, N. et VENTIKOS, Y. (2012). Interaction of a strong shockwave with a gas bubble in a liquid medium : a numerical study. *J. Fluid Mech.*, 701:59–97.
- IOOSS, G., LAURE, P. et ROSSI, M. (1989). Stability of a compressed gas bubble in a viscous fluid. *Phys. Fluids*, A 1(6):915–923.
- IORDANSKI, S. (1960). On the equations of motion of the liquid containing gas bubbles. *Zh. Prikl. Mekh. Tekhn. Fiz.*, 3:102–111.
- JACQUES, N., MERCIER, S. et MOLINARI, A. (2012). Effects of microscale inertia on dynamic ductile crack growth. *J. Mech. Phys. Solids*, 60(4):665–690.
- JOHNSEN, E. et COLONIUS, T. (2009). Numerical simulations of non-spherical bubble collapse. *J. Fluid Mech.*, 629:231–262.

-
- JOHNSON, J. (1981). Dynamic fracture and spallation in ductile solids. *J. Appl. Phys.*, 52(4):2812–2825.
- KAMEDA, M. et MATSUMOTO, Y. (1996). Shock waves in a liquid containing small gas bubbles. *Phys. Fluids*, 8(2):322–335.
- KAMEDA, M., SHIMAURA, N., HIGAO, F. et MATSUMOTO, Y. (1998). Shock waves in a uniform bubbly flow. *Phys. Fluids*, 10(10):2661–2668.
- KELLER, J. et KOLODNER, I. (1956). Damping of underwater explosion bubble oscillations. *Journal of Applied Physics*, 27:1152–1161.
- KLASEBOER, E., FONG, S., TURANGAN, C., KHOO, B., SZERI, A., CALVISI, M., SANKIN, G. et ZHONG, P. (2007). Interaction of lithotripter shockwaves with single inertial cavitation bubbles. *J. Fluid Mech.*, 593:33–56.
- KOGARKO, B. (1961). On the model of cavitating liquid. *Dokl. AN SSSR*, 137:1331–1333.
- KOSCHINSKI, S. (2011). Underwater noise pollution from munitions clearance and disposal, possible effects on marine vertebrates, and its mitigation. *Marine Technology Society Journal*, 45(6):80–88.
- KUBOTA, A., KATO, H. et YAMAGUCHI, H. (1992). A new modelling of cavitating flows : a numerical study of unsteady cavitation on a hydrofoil section. *J. Fluid Mech.*, 240:59–96.
- KUZNETSOV, V. V., NAKORYAKOV, V. E., POKUSAEV, B. et SHREIBER, I. (1978). Propagation of perturbations in a gas-liquide mixture. *J. Fluid Mech.*, 85:85–96.
- LA PRAIRIE, A. (1955). Method of blasting. U.S. Patent no. 2,699,117.
- LANGFORS, U. et KIHLSSTRÖM, B. (1967). *The modern technique of rock blasting*. John Wiley and Sons.
- LAUTERBORN, W. et BOLLE, H. (1975). Experimental investigations of cavitation bubble collapse in the neighborhood of a solid boundary. *J. Fluid Mech.*, 72:391–399.
- LAUTERBORN, W. et KURZ, T. (2010). Physics of bubble oscillations. *Rep. Prog. Phys.*, 73:106501.
- LUCKE, K., LEPPER, P., BLANCHET, M.-A. et SIEBERT, U. (2011). The use of an air bubble curtain to reduce the received sound levels for harbor porpoises (*Phocoena phocoena*). *J. Acoust. Soc. Am.*, 130(5):3406–3412.
- MALLOCK, A. (1910). The damping of sound by frothy liquids. *In Proc. Roy. Soc. A*, volume 84, pages 391–395.

- MARKOV, K. (1999). Elementary micromechanics of heterogeneous media. *In Heterogeneous media : modelling and simulation*, pages 1–162. Birkhauser Boston.
- MATSUMOTO, Y. et YOSHIKAWA, S. (2005). Behaviour of a bubble cluster in an ultrasound field. *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 47(6-7):591–601.
- MURAI, Y. et MATSUMOTO, Y. (2000). Numerical study of the three-dimensional structure of a bubble plume. *J. Fluids Eng.*, 122:754–760.
- NASIBULLAEVA, E. et AKHATOV, I. (2005). Dynamics of a bubble cluster in an acoustic field. *Acoust. Phys.*, 51(6):705–712.
- NATIONAL DEFENSE RESEARCH COMMITTEE (1989). *Physics of sound in the sea*. Peninsula Pub.
- NIGMATULIN, R. et KHABEEV, N. (1974). Heat exchange between a gas bubble and a liquid. *Fluid Dyn.*, 9:890–899.
- NIGMATULIN, R., KHABEEV, N. et HAI, Z. (1988). Waves in liquids with vapour bubbles. *J. Fluid Mech.*, 186:85–117.
- NOORDZIJ, L. et VAN WIJNGAARDEN, L. (1974). Relaxation effects, caused by relative motion, on shock waves in gas-bubble/liquid mixtures. *J. Fluid Mech.*, 66:115–143.
- OHASHI, H., MATSUMOTO, Y., ICHIKAWA, Y. et TSUKIYAMA, T. (1990). Air/water two-phase flow test tunnel for airfoil studies. *Expts. in Fluids*, 8:249–256.
- OHTANI, K., SUGIYAMA, H. et MIZOBATA, K. (2002a). Large-amplitude shock wave propagation and bubble collapse in a water containing gas bubbles. *In Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. B*.
- OHTANI, K., SUGIYAMA, H. et MIZOBATA, K. (2002b). Shock wave phenomena and bubble collapse in bubbly liquids. *In Proceedings of the 10th International Symposium on Flow Visualization*, volume 68, pages 1646–1652.
- PIPHER, F., RARDIN, G. et RICHTER, W. (1955). High energy rate metal forming. Final technical engineering report - Lockheed Aircraft Corp.
- PLESSET, M. (1954). On the stability of fluid flows with spherical symmetry. *J. Appl. Phys.*, 25:96–98.
- PLESSET, M. et PROSPERETTI, A. (1977). Bubble dynamics and cavitation. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 9:145–185.
- PRESTON, A., COLONIUS, T. et BRENNEN, C. (2007). A reduced-order model of diffusive effects on the dynamics of bubbles. *Phys. Fluids*, 19:123302.

-
- PROSPERETTI, A. (1987). The equation of bubble dynamics in a compressible liquid. *Phys. Fluids*, 30(11):3626–3628.
- PROSPERETTI, A., CRUM, L. et COMMANDER, K. (1988). Nonlinear bubble dynamics. *J. Acoust. Soc. Am.*, 83(2):502–514.
- PROSPERETTI, A. et LEZZI, A. (1986). Bubble dynamics in a compressible liquid. Part 1. First-order theory. *J. Fluid Mech.*, 168:457–478.
- PROSPERETTI, A. et SEMINARA, G. (1978). Linear stability of a growing or collapsing bubble in a slightly viscous liquid. *Phys. Fluids*, 21(9):1465–1470.
- REID, W. (1996). The response of surface ships to underwater explosions. Technical report - Department of Defence - Defence science and technology organization.
- RICHARDSON, W., GREENE, C., MALME, C. et THOMSON, D. (1995). *Marine mammals and noise*. San Diego, CA : Academic Press.
- RUDE, G. et LEE, J. (2007). Performance evaluation of the roach cove bubble screen apparatus. Report of the Defence Research and Development Canada.
- SCHMIDTKE, E., NÜTZEL, B. et LUDWIG, S. (2009). Risk mitigation for sea mammals - the use of air bubbles against shock waves. *In Proc. NAG/DAGA*.
- SEO, J., LELE, S. et TRYGGVASON, G. (2010). Investigation and modeling of bubble-bubble interactions effect in homogeneous bubbly flow. *Phys. Fluids*, 22:063302.
- SHAGAPOV, V., GIMALTDINOV, I., KHABEEV, N. et BAILEY, S. (2003). Acoustic waves in a liquid with a bubble screen. *Shock waves*, 13(49-56):063302.
- SHIMADA, M., MATSUMOTO, Y. et KOBAYASHI, T. (2000). Influence of the nuclei size distribution on the collapsing behavior of the cloud cavitation. *JSME Int. J., Ser. B*, 43:380–385.
- SHIN, Y. (1993). Overview of underwater shock and DDAM. *In Proc. 64th Shock and Vibration Symposium*.
- SILBERMAN, E. (1957). Sound velocity and attenuation in bubbly mixtures measured in standing wave tubes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 29:925–933.
- SUROV, V. (1999). Interaction of a shock wave with a bubble screen. *Technical physics*, 44:37–43.
- TOMAR, G., FUSTER, D., ZALESKI, S. et POPINET, S. (2010). Multiscale simulations of primary atomization. *Computers and Fluids*, 39:1864–1974.
- TOMITA, Y. et SHIMA, A. (1990). High-speed photographic observations of laser-induced cavitation bubbles in water. *Acustica*, 71:161–171.

- TRYGGVASON, G., SCARDOVELLI, R. et ZALESKI, S. (2011). *Direct numerical simulations of gas-liquid multiphase flows*. Cambridge University Press.
- TURANGAN, C., JAMALUDDIN, A., BALL, G. et LEIGHTON, T. (2008). Free-lagrange simulations of the expansion and jetting collapse of air bubbles in water. *J. Fluid Mech.*, 598:1–25.
- URICK, R. (1967). *Principles of underwater sound for engineers*. McGraw-Hill.
- VAN WIJNGAARDEN, L. (1964). On the collective collapse of a large number of gas bubbles in water. *In Proc. 11th Cong. Appl. Mech.*, pages 854–861.
- VAN WIJNGAARDEN, L. (1968). On the equations of motion for mixtures of liquid and gas bubbles. *J. Fluid Mech.*, 33:465–474.
- VAN WIJNGAARDEN, L. (1970). On the structure of shock waves in liquid-bubble mixtures. *Appl. Sci. Res.*, 22(6):366–381.
- VAN WIJNGAARDEN, L. (1972). One-dimensional flow of liquids containing small gas bubbles. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 4:369–396.
- VAN WIJNGAARDEN, L. (2007). Shock waves in bubbly liquids. *In Shock Wave Science and Technology Reference Library. Vol. 1 : Multiphase Flows*, pages 3–33. Springer Berlin Heidelberg.
- WANG, Y.-C. (1990). Effects of nuclei size distribution on the dynamics of a spherical cloud of cavitation bubbles. *J. Fluids Eng.*, 121:881–886.
- WANG, Y.-C. et BRENNEN, C. (1994). Shock wave development in the collapse of a cloud of bubbles. *In ASME Cavitation and Multiphase Flow Forum*, pages 15–20.
- WATANABE, M. et PROSPERETTI, A. (1994). Shock waves in dilute bubbly liquids. *J. Fluid Mech.*, 274:349–381.
- WOOD, A. (1941). *A textbook of sound*. London : G. Bell and Sons Ltd.
- WÜRSIG, B., GREEN, C. et JEFFERSON, T. (2000). Development of an air bubble curtain to reduce underwater noise of percussive piling. *Marine Environmental Research*, 49:79–93.
- YOON, S., CRUM, L., PROSPERETTI, A. et LU, N. (1991). An investigation of the collective oscillations of a bubble cloud. *J. Acoust. Soc. Am.*, 89(2):700–706.
- ZERAVCIC, Z., LOHSE, D. et VAN SAARLOS, W. (2011). Collective oscillations in bubble clouds. *J. Fluid Mech.*, 680:114–149.