N° d'ordre : 2235

THESE

PRESENTÉE À

L'UNIVERSITE BORDEAUX 1

ECOLE DOCTORALE DE MATHEMATIQUES-INFORMATIQUE

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPECIALITE : **Didactique des mathématiques**

par

Eugène COMIN

Proportionnalité et fonction linéaire
Caractères, causes et effets didactiques des évolutions et des réformes
dans la scolarité obligatoire

ANNEXES

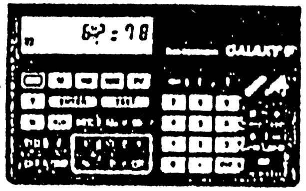
SOMMAIRE

ANNEXES A LA PARTIE 1

FICHE

ACTIVITÉS PÉDAGOGIQUES AVEC LA GALAXY 9

la calculatrice GALAXY 9, grâce à ses touches spécifiques



- [OP] - programmation d'un opérateur
- [÷] - division euclidienne
- [SIMP] - simplification de fractions

va nous aider à faire comprendre ici, un concept délicat à acquérir, celui de la proportionnalité.

1 Observe bien ce tableau et complète-le

7	5				11
14		8	12		
		24		48	

× … ÷ …

× … ÷ …

Tu vas vérifier avec la GALAXY 9

a) Tu programmes [×] [2] [OP]
Tu entres les nombres de la première ligne : [7] [OP] , [5] [OP] , etc...

b) Tu programmes [×] [3] [OP]
Tu entres les nombres de la deuxième ligne : [1] [4] [OP] , [1] [0] [OP] , etc...

c) Pour vérifier la proportionnalité des nombres entre les lignes 3 et 2, utilise la touche division euclidienne : [÷]

TU TAPES	TU VOIS	
[4] [2] [÷] [3] [=]	Q 14 R 0	Q représente le :
[ ] [ ] [÷] [ ] [ ]	Q … R …	....
.... [÷]	Q … R …	R représente le :
.... [÷]	Q … R …	....
.... [÷]	Q … R …	
.... [÷]	Q … R …	

Quand le reste est égal à 0, les 2 nombres sont proportionnels.

Le coefficient de proportionnalité est indiqué par le quotient.

2 Complète le tableau ci-dessous.
Colorie les coefficients de proportionnalité quand les nombres sont proportionnels

TU TAPES	TU VOIS Q	R
[6] [3] [÷] [7]		
[7] [2] [÷] [5]		
[1] [0] [5] [÷] [3] [5]		
[4] [9] [6] [÷] [6] [2]		
[1] [4] [4] [÷] [1] [2]		
[1] [5] [6] [÷] [8]		

3 La grande richesse de la GALAXY 9 nous donne un autre moyen de vérifier si des nombres sont proportionnels ou non.
Pour cela il suffit de les entrer sous forme de fractions. Si la fraction est **entièrement simplifiable**, les deux nombres sont proportionnels.
Le plus grand des deux nombres sera le numérateur. Plusieurs appuis successifs sur la touche [SIMP] montrent lorsque l'on obtient un **nombre entier** :
a) que les nombres sont proportionnels
b) le coefficient de proportionnalité.

La fiche jointe suggère trois activités mathématiques avec une calculatrice pour des élèves de l'école primaire.

Cette fiche appelle-t-elle des objections de votre part ? **OUI** □ **NON** □
Si oui, de quel point de vue ?

(classez les réponses par ordre de priorité en inscrivant un numéro d'ordre dans la case correspondante)

- de l'usage en général des calculatrices à l'école [ ]
- de l'usage de la GALAXY 9 à cause :
  . de la touche **[OP]** [ ]
  . de la touche [├] [ ]
  . de la touche **[SIMP]** [ ]
- de la conception pédagogique [ ]
- du contenu mathématique [ ]
- de la formulation des notions mathématiques [ ]
- du choix des nombres [ ]
- de la précision dans la description du travail des élèves [ ]
- des programmes et instructions officielles [ ]
- autres objections : [ ]

Malgré ces objections à quel(s) niveau(x) pensez-vous que certaines de ces activités (ou toutes) pourraient-être proposées ?

(Cochez les cases de votre choix)

	CP	CE1	CE2	CM1	CM2	Aucun
activité 1						
activité 2						
activité 3						

Si vous aviez à proposer ces activités à des élèves de primaire au niveau de votre choix, le feriez-vous :

- en raison des touches spécifiques de la GALAXY 9 **OUI** □ **NON** □
- pour introduire la notion de proportionnalité **OUI** □ **NON** □
- après avoir expliqué le vocabulaire technique et spécifique de la proportionnalité **OUI** □ **NON** □
- pour introduire la notion de fonction linéaire **OUI** □ **NON** □
- après avoir apporté des modifications nécessaires quelque soit le niveau **OUI** □ **NON** □
- en suivant la fiche fidèlement **OUI** □ **NON** □
- pour habituer les élèves à associer les mots "nombre" et "proportionnalité" **OUI** □ **NON** □
- car la convivialité de la fiche s'inscrit dans votre conception de l'enseignement **OUI** □ **NON** □
- autres :

A PROPOS DE L'ACTIVITE 1

La consigne "Tu vas vérifier avec ta GALAXY 9" **a-t-elle pour objet :**

- de vérifier l'exactitude des opérations effectuées par l'élève **OUI** ☐ **NON** ☐
- de vérifier que le tableau est de proportionnalité **OUI** ☐ **NON** ☐
- d'induire le concept de proportionnalité grâce à la touche **[OP]** **OUI** ☐ **NON** ☐

La consigne 1c) décrit-elle avec suffisamment de précision le travail des élèves OUI ☐ **NON** ☐

Un élève fait : 30 ├ 3 = 10 reste 0

- Il déclare : "les deux nombres 30 et 3 sont proportionnels" ; est-ce exact ? **OUI** ☐ **NON** ☐
- Il dit encore : "en divisant tous les nombres de la dernière ligne par 3 je dois trouver tous les nombres de la deuxième ligne" ; est-ce exact ? **OUI** ☐ **NON** ☐
- A-t-il ainsi "vérifié" la proportionnalité des 2ème et 3ème lignes du tableau ? **OUI** ☐ **NON** ☐
- Il conclut "le coefficient de proportionnalité est le quotient" ; est-ce exact ? **OUI** ☐ **NON** ☐

Un autre élève fait 30 ├ 10 = 3 reste 0

- Il déclare : "les deux nombres 30 et 3 sont proportionnels" ; est-ce exact **OUI** ☐ **NON** ☐
- Il dit "en divisant tous les nombres de la dernière ligne par ceux de la deuxième je dois trouver 3" ; est-ce exact ? **OUI** ☐ **NON** ☐
- A-t-il ainsi "vérifié" la proportionnalité des 2ème et 3ème lignes du tableau ? **OUI** ☐ **NON** ☐
- Il conclut "le coefficient de proportionnalité" est le quotient ; est-ce exact ? **OUI** ☐ **NON** ☐

S'il vous paraissait opportun de modifier la consigne de la fiche :
"Pour vérifier la proportionnalité des nombres entre les lignes 3 et 2 utilise la touche division euclidienne: ├ "
quelle nouvelle consigne donneriez-vous à vos élèves ?

S'il vous paraissait opportun de modifier la phrase :
"Quand le reste est égal à 0, les 2 nombres sont proportionnels"
par quelle phrase la remplaceriez-vous ?

S'il vous paraissait opportun de modifier la phrase :
"Le coefficient de proportionnalité est indiqué par le quotient"
par quelle phrase la remplaceriez-vous ?

A PROPOS DE L'ACTIVITE 2

Les déclarations suivantes (issues d'une enquête préalable) **sont elles acceptables ?**	**pour le professeur**	**de la part d'élèves qui ne connaissent que les entiers naturels**
"Quand le reste de la division euclidienne de deux nombres naturels est nul, le quotient est le coefficient de proportionnalité de ces deux nombres."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"Quand le reste de la division euclidienne de deux nombres naturels n'est pas nul, ils ne peuvent pas se correspondre dans un tableau de proportionnalité."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"Quand le quotient de deux nombres est entier il évoque le coefficient de l'application linéaire qui met en correspondance ces deux nombres."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"Si toutes les divisions ont un reste nul, la suite des dividendes et la suite des diviseurs sont deux suites proportionnelles."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐

S'il vous paraissait opportun de modifier la consigne :
"colorie les coefficients de proportionnalité quand les nombres sont proportionnels"
quelle nouvelle consigne donneriez-vous à vos élèves ?

A PROPOS DE L'ACTIVITE 3

Partagez-vous les opinions suivantes:

La touche [SIMP]

- donne un moyen de vérifier si deux nombres sont proportionnels tout en jouant avec la calculatrice **OUI** ☐ **NON** ☐
- permet de comprendre comment on simplifie une fraction **OUI** ☐ **NON** ☐
- montre aux élèves qu'une fraction n'est pas toujours un coefficient de proportionnalité **OUI** ☐ **NON** ☐

Une fraction est simplifiable lorsqu'elle représente un entier : **OUI** ☐ **NON** ☐

On ne peut pas vérifier que deux suites de nombres entiers sont proportionnelles avec les fractions **OUI** ☐ **NON** ☐

Les fractions n'ont rien à voir avec le concept de proportionnalité **OUI** ☐ **NON** ☐

S'il vous paraissait opportun de modifier la phrase :
"Si la fraction est entièrement simplifiable, les deux nombres sont proportionnels"
par quelle phrase la remplaceriez-vous ?

Cochez les cases de votre choix :

Les notions ci-dessous	vous sont connues	sont familières à vos élèves	sont à introduire avant les activités sur la proportionnalité	sont à introduire après les activités sur la proportionnalité	sont hors programme	sont désuètes	sont mathématiquement incorrectes	ne concernent pas la proportionnalité
situation de proportionnalité								
grandeurs proportionnelles								
suites proportionnelles								
variables proportionnelles								
nombres proportionnels								
proportions								
fractions proportionnelles								
tableau de proportionnalité								
tableau de non proportionnalité								
coefficient de proportionnalité								
quatrième proportionnelle								
quotient								
rapport								
multiple								
fraction								
rapport multiple								
fonction linéaire								
règle de trois								
réduction à l'unité								
raison								
diviseur								

Quel(s) nom(s) pensez-vous que les élèves à la sortie du primaire doivent donner au nombre 5 dans chacun des cas suivants :
(rapport, quotient, quatrième proportionnelle...)

Cas 1 : nom(s) :

35	15	40
7	3	8

Cas 2 : nom(s) :

30
6

Cas 3 : nom(s) :

$$\frac{20}{4}$$

Cas 4 : nom(s) :

45 : 9

Cas 5 : nom(s) :

$48 \div 9$

Cas 6 : nom(s) :

$$\frac{28}{20} = \frac{7}{5}$$

Cas 7 : nom(s) :

35 est à 7 comme 45 est à 9

Cas 8 : nom(s).:

13 x 5 = 65

9

Questions relatives à votre situation :

a) Vous enseignez ou avez enseigné en :

CP	CE1	CE2	CM1	CM2

b) Votre année de naissance : 19 ..

c) Vos diplômes de l'enseignement secondaire et universitaire:

Désignation	Date

d) Avez-vous reçu votre formation dans :

une école normale :	**OUI** □	**NON** □
un I U F M :	**OUI** □	**NON** □
autre :	**OUI** □	**NON** □

e) Depuis combien d'années enseignez-vous ?

f) Avez-vous poursuivi votre formation professionnelle après votre formation initiale ?

NON □

OUI □ dans quel cadre ?

Tableau de contingence

Variables binaires

	E1P	E1L	E1C	E2P	E2L	TA1	TB1	TD1	S1	S3	NA1	NB1	NC1	ND1	NE1	NF1	NG1	NH1	NI1	NJ1	NK1	NL1	NM1	NN1	NP1	NQ1	NR1
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1
2	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1
3	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
6	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0
7	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
8	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0
9	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
10	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1
11	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
12	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1
13	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1
14	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1
15	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
Nbre 1	10	12	7	11	12	6	7	8	9	8	13	5	7	1	7	8	5	12	8	11	2	12	10	13	12	1	11
Nbre 0	5	3	8	4	3	9	8	7	6	7	2	10	8	14	8	7	10	3	7	4	13	3	5	2	3	14	4

11

Tableau de contingence

	NS1	NT1	NU1	NV1	NAE	NBE	NCE	NDE	NEE	NFE	NGE	NHE	NIE	NJE	NLE	NME	NNE	NPE	NRE	NSE	NTE	NVE
1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1
2	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
5	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1
6	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
7	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1
8	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1
10	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
12	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
13	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
14	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
15	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1
Nbre 1	12	7	1	12	13	3	6	1	6	5	1	12	6	6	12	4	13	11	4	4	1	12
Nbre 0	3	8	14	3	2	12	9	14	9	10	14	3	9	9	3	11	2	4	11	11	14	3

12

Matrice des corrélations						Base 15			Valeur critique au seuil de 5% = 0,51											
	E1P	E1L	E1C	E2P	E2L	TA1	TB1	TD1	S1	S3	NA1	NB1	NC1	NE1	NG1	NH1	NK1	NR1	NS1	NT1
E1P	**1,00**	-0,35	-0,19	**0,53**	0,00	0,00	-0,19	-0,09	**0,58**	0,47	0,14	0,20	0,09	0,09	0,50	0,35	0,28	0,21	0,35	-0,19
E1L	-0,35	**1,00**	0,47	0,08	**0,58**	-0,27	0,13	-0,13	0,27	0,20	-0,20	0,00	-0,20	0,13	-0,35	-0,25	-0,29	0,08	-0,25	0,13
E1C	-0,19	0,47	**1,00**	0,26	0,13	0,05	-0,07	0,07	0,22	0,07	-0,03	-0,09	-0,07	-0,07	-0,09	-0,20	-0,37	-0,34	-0,20	-0,34
E2P	**0,53**	0,08	0,26	**1,00**	0,08	0,18	0,26	-0,26	0,43	0,34	-0,24	0,11	-0,34	-0,04	0,11	-0,30	-0,21	-0,36	-0,30	-0,34
E2L	0,00	**0,58**	0,13	0,08	**1,00**	**-0,61**	-0,20	-0,47	-0,07	-0,13	-0,20	0,00	-0,20	0,13	-0,35	0,17	-0,29	0,08	0,17	0,13
TA1	0,00	-0,27	0,05	0,18	**-0,61**	**1,00**	0,05	-0,05	0,11	0,22	-0,08	0,00	0,05	0,05	0,29	-0,27	0,48	-0,43	-0,27	-0,22
TB1	-0,19	0,13	-0,07	0,26	-0,20	0,05	**1,00**	0,07	-0,05	-0,20	-0,42	0,19	-0,34	-0,07	-0,38	**-0,53**	-0,37	-0,04	**-0,53**	-0,07
TD1	-0,09	-0,13	0,07	-0,26	-0,47	-0,05	0,07	**1,00**	0,05	0,20	0,42	0,09	0,07	0,34	0,38	0,20	-0,03	0,34	0,20	0,34
S1	**0,58**	0,27	0,22	0,43	-0,07	0,11	-0,05	0,05	**1,00**	**0,87**	0,08	0,00	-0,05	-0,05	0,29	-0,07	0,32	0,12	-0,07	-0,33
S3	0,47	0,20	0,07	0,34	-0,13	0,22	-0,20	0,20	**0,87**	**1,00**	0,03	-0,19	-0,20	0,07	0,38	-0,13	0,37	0,04	-0,13	-0,20
NA1	0,14	-0,20	-0,03	-0,24	-0,20	-0,08	-0,42	0,42	0,08	0,03	**1,00**	0,28	0,37	0,37	0,28	**0,78**	0,15	0,21	**0,78**	0,37
NB1	0,20	0,00	-0,09	0,11	0,00	0,00	0,19	0,09	0,00	-0,19	0,28	**1,00**	0,47	0,47	0,40	0,35	0,14	0,43	0,35	0,47
NC1	0,09	-0,20	-0,07	-0,34	-0,20	0,05	-0,34	0,07	-0,05	-0,20	0,37	0,47	**1,00**	0,20	0,47	0,47	0,42	**0,56**	0,47	0,46
NE1	0,09	0,13	-0,07	-0,04	0,13	0,05	-0,07	0,34	-0,05	0,07	0,37	0,47	0,20	**1,00**	0,19	0,47	0,03	0,26	0,47	**0,73**
NG1	0,50	-0,35	-0,09	0,11	-0,35	0,29	-0,38	0,38	0,29	0,38	0,28	0,40	0,47	0,19	**1,00**	0,35	**0,55**	0,43	0,35	0,19
NH1	0,35	-0,25	-0,20	-0,30	0,17	-0,27	**-0,53**	0,20	-0,07	-0,13	**0,78**	0,35	0,47	0,47	0,35	**1,00**	0,20	0,45	**1,00**	0,47
NK1	0,28	-0,29	-0,37	-0,21	-0,29	0,48	-0,37	-0,03	0,32	0,37	0,15	0,14	0,42	0,03	**0,55**	0,20	**1,00**	0,24	0,20	0,03
NR1	0,21	0,08	-0,34	-0,36	0,08	-0,43	-0,04	0,34	0,12	0,04	0,21	0,43	**0,56**	0,26	0,43	0,45	0,24	**1,00**	0,45	**0,56**
NS1	0,35	-0,25	-0,20	-0,30	0,17	-0,27	**-0,53**	0,20	-0,07	-0,13	**0,78**	0,35	0,47	0,47	0,35	**1,00**	0,20	0,45	**1,00**	0,47
NT1	-0,19	0,13	-0,34	-0,34	0,13	-0,22	-0,07	0,34	-0,33	-0,20	0,37	0,47	0,46	**0,73**	0,19	0,47	0,03	**0,56**	0,47	**1,00**

13

Matrice des corrélations					Base 14		Valeur critique au seuil de 5% = 0,53								
	NA1	NB1	NC1	ND1	NE1	NF1	NG1	NH1	NI1	NJ1	NK1	NL1	NM1	NN1	NP1
NA1	**1,00**	0,21	0,28	0,08	0,28	0,32	0,21	**0,68**	0,32	**0,53**	0,11	**0,68**	0,44	-0,08	**0,68**
NB1	0,21	**1,00**	0,45	0,37	0,45	**0,65**	0,38	0,30	0,04	0,39	0,12	0,30	0,47	0,21	0,30
NC1	0,28	0,45	**1,00**	0,28	0,14	**0,58**	0,45	0,41	**0,58**	0,52	0,41	0,41	0,32	0,28	0,41
ND1	0,08	0,37	0,28	**1,00**	0,28	0,24	0,37	0,11	0,24	0,14	-0,11	0,11	0,18	0,08	0,11
NE1	0,28	0,45	0,14	0,28	**1,00**	**0,58**	0,15	0,41	0,00	0,52	0,00	0,41	0,32	0,28	0,41
NF1	0,32	**0,65**	**0,58**	0,24	**0,58**	**1,00**	0,04	0,47	0,42	**0,60**	-0,06	0,47	0,41	0,32	0,47
NG1	0,21	0,38	0,45	0,37	0,15	0,04	**1,00**	0,30	0,34	0,03	**0,55**	0,30	0,14	0,21	0,30
NH1	**0,68**	0,30	0,41	0,11	0,41	0,47	0,30	**1,00**	0,47	**0,78**	0,17	**1,00**	**0,65**	**0,68**	**1,00**
NI1	0,32	0,04	**0,58**	0,24	0,00	0,42	0,34	0,47	**1,00**	0,25	-0,06	0,47	0,09	0,32	0,47
NJ1	**0,53**	0,39	0,52	0,14	0,52	**0,60**	0,03	**0,78**	0,25	**1,00**	0,21	**0,78**	**0,83**	**0,53**	**0,78**
NK1	0,11	0,12	0,41	-0,11	0,00	-0,06	**0,55**	0,17	-0,06	0,21	**1,00**	0,17	0,26	0,11	0,17
NL1	**0,68**	0,30	0,41	0,11	0,41	0,47	0,30	**1,00**	0,47	**0,78**	0,17	**1,00**	**0,65**	**0,68**	**1,00**
NM1	0,44	0,47	0,32	0,18	0,32	0,41	0,14	**0,65**	0,09	**0,83**	0,26	**0,65**	**1,00**	0,44	**0,65**
NN1	-0,08	0,21	0,28	0,08	0,28	0,32	0,21	**0,68**	0,32	**0,53**	0,11	**0,68**	0,44	**1,00**	**0,68**
NP1	**0,68**	0,30	0,41	0,11	0,41	0,47	0,30	**1,00**	0,47	**0,78**	0,17	**1,00**	**0,65**	**0,68**	**1,00**
NQ1	0,08	0,37	0,28	**1,00**	0,28	0,24	0,37	0,11	0,24	0,14	-0,11	0,11	0,18	0,08	0,11
NR1	-0,14	0,39	0,52	0,14	0,17	**0,60**	0,39	0,28	**0,60**	0,15	0,21	0,28	0,06	**0,53**	0,28
NS1	**0,68**	0,30	0,41	0,11	0,41	0,47	0,30	**1,00**	0,47	**0,78**	0,17	**1,00**	**0,65**	**0,68**	**1,00**
NT1	0,28	0,45	0,43	0,28	**0,71**	**0,87**	0,15	0,41	0,29	0,52	0,00	0,41	0,32	0,28	0,41
NU1	0,08	-0,21	0,28	-0,08	-0,28	0,24	-0,21	0,11	0,24	0,14	-0,11	0,11	0,18	0,08	0,11
NV1	**0,68**	0,30	0,41	0,11	0,41	0,47	0,30	**1,00**	0,47	**0,78**	0,17	**1,00**	**0,65**	**0,68**	**1,00**
NAE	**1,00**	0,21	0,28	0,08	0,28	0,32	0,21	**0,68**	0,32	**0,53**	0,11	**0,68**	0,44	-0,08	**0,68**
NBE	0,14	0,34	0,17	-0,14	-0,17	0,10	-0,03	-0,28	0,10	-0,15	-0,21	-0,28	-0,06	**-0,53**	-0,28
NCE	0,24	-0,04	**0,58**	-0,24	-0,29	0,17	-0,04	-0,06	0,46	0,10	0,06	-0,06	-0,09	-0,32	-0,06
NDE	0,08	-0,21	-0,28	-0,08	-0,28	-0,32	-0,21	**-0,68**	-0,32	**-0,53**	-0,11	**-0,68**	-0,44	**-1,00**	**-0,68**
NEE	0,24	0,26	0,00	0,32	**0,58**	0,46	-0,04	-0,06	0,17	0,10	-0,35	-0,06	-0,09	-0,32	-0,06
NFE	0,21	**1,00**	0,45	0,37	0,45	**0,65**	0,38	0,30	0,04	0,39	0,12	0,30	0,47	0,21	0,30
NGE	0,08	-0,21	-0,28	-0,08	-0,28	-0,32	0,37	0,11	0,24	**-0,53**	-0,11	0,11	-0,44	0,08	0,11
NHE	**0,68**	0,30	0,00	0,11	0,00	0,06	0,30	0,42	0,06	0,28	0,17	0,42	**0,65**	-0,11	0,42
NIE	0,24	0,26	**0,58**	0,32	-0,29	0,17	**0,56**	0,35	**0,75**	0,10	0,06	0,35	0,23	0,24	0,35
NJE	0,24	0,26	0,29	0,32	0,00	0,17	0,26	0,35	-0,13	0,45	0,47	0,35	**0,55**	0,24	0,35
NLE	**0,68**	0,30	0,41	0,11	0,00	0,47	0,30	0,42	0,47	0,28	0,17	0,42	0,19	-0,11	0,42
NME	0,18	0,52	0,00	-0,18	0,00	0,23	-0,14	0,26	-0,09	0,33	-0,26	0,26	0,40	0,18	0,26
NNE	-0,08	0,21	0,28	0,08	-0,28	0,32	0,21	-0,11	0,32	-0,14	0,11	-0,11	-0,18	-0,08	-0,11
NPE	**0,53**	0,03	0,17	0,14	-0,17	0,25	0,03	0,28	**0,60**	0,15	-0,28	0,28	0,06	-0,14	0,28
NRE	0,18	0,19	0,00	0,44	0,00	0,23	0,19	0,26	0,23	-0,06	-0,26	0,26	0,05	0,18	0,26
NSE	0,18	0,19	0,00	-0,18	-0,32	-0,09	0,19	0,26	0,23	-0,06	-0,26	0,26	0,05	0,18	0,26
NTE	0,08	0,37	0,28	-0,08	0,28	0,24	0,37	0,11	0,24	0,14	-0,11	0,11	0,18	0,08	0,11
NVE	**0,68**	0,30	0,41	0,11	0,00	0,47	0,30	0,42	0,47	0,28	0,17	0,42	0,19	-0,11	0,42

Matric															
	NQ1	NR1	NS1	NT1	NU1	NV1	NAE	NBE	NCE	NDE	NEE	NFE	NGE	NHE	NIE
NA1	0,08	-0,14	**0,68**	0,28	0,08	**0,68**	**1,00**	0,14	0,24	0,08	0,24	0,21	0,08	**0,68**	0,24
NB1	0,37	0,39	0,30	0,45	-0,21	0,30	0,21	0,34	-0,04	-0,21	0,26	**1,00**	-0,21	0,30	0,26
NC1	0,28	0,52	0,41	0,43	0,28	0,41	0,28	0,17	**0,58**	-0,28	0,00	0,45	-0,28	0,00	**0,58**
ND1	**1,00**	0,14	0,11	0,28	-0,08	0,11	0,08	-0,14	-0,24	-0,08	0,32	0,37	-0,08	0,11	0,32
NE1	0,28	0,17	0,41	**0,71**	-0,28	0,41	0,28	-0,17	-0,29	-0,28	**0,58**	0,45	-0,28	0,00	-0,29
NF1	0,24	**0,60**	0,47	**0,87**	0,24	0,47	0,32	0,10	0,17	-0,32	0,46	**0,65**	-0,32	0,06	0,17
NG1	0,37	0,39	0,30	0,15	-0,21	0,30	0,21	-0,03	-0,04	-0,21	-0,04	0,38	0,37	0,30	**0,56**
NH1	0,11	0,28	**1,00**	0,41	0,11	**1,00**	**0,68**	-0,28	-0,06	**-0,68**	-0,06	0,30	0,11	0,42	0,35
NI1	0,24	**0,60**	0,47	0,29	0,24	0,47	0,32	0,10	0,46	-0,32	0,17	0,04	0,24	0,06	**0,75**
NJ1	0,14	0,15	**0,78**	0,52	0,14	**0,78**	**0,53**	-0,15	0,10	**-0,53**	0,10	0,39	**-0,53**	0,28	0,10
NK1	-0,11	0,21	0,17	0,00	-0,11	0,17	0,11	-0,21	0,06	-0,11	-0,35	0,12	-0,11	0,17	0,06
NL1	0,11	0,28	**1,00**	0,41	0,11	**1,00**	**0,68**	-0,28	-0,06	**-0,68**	-0,06	0,30	0,11	0,42	0,35
NM1	0,18	0,06	**0,65**	0,32	0,18	**0,65**	0,44	-0,06	-0,09	-0,44	-0,09	0,47	-0,44	**0,65**	0,23
NN1	0,08	**0,53**	**0,68**	0,28	0,08	**0,68**	-0,08	**-0,53**	-0,32	**-1,00**	-0,32	0,21	0,08	-0,11	0,24
NP1	0,11	0,28	**1,00**	0,41	0,11	**1,00**	**0,68**	-0,28	-0,06	**-0,68**	-0,06	0,30	0,11	0,42	0,35
NQ1	**1,00**	0,14	0,11	0,28	-0,08	0,11	0,08	-0,14	-0,24	-0,08	0,32	0,37	-0,08	0,11	0,32
NR1	0,14	**1,00**	0,28	0,52	0,14	0,28	-0,14	-0,15	0,10	**-0,53**	0,10	0,39	0,14	-0,21	0,45
NS1	0,11	0,28	**1,00**	0,41	0,11	**1,00**	**0,68**	-0,28	-0,06	**-0,68**	-0,06	0,30	0,11	0,42	0,35
NT1	0,28	0,52	0,41	**1,00**	0,28	0,41	0,28	-0,17	0,00	-0,28	**0,58**	0,45	-0,28	0,00	0,00
NU1	-0,08	0,14	0,11	0,28	**1,00**	0,11	0,08	-0,14	0,32	-0,08	-0,24	-0,21	-0,08	0,11	0,32
NV1	0,11	0,28	**1,00**	0,41	0,11	**1,00**	**0,68**	-0,28	-0,06	**-0,68**	-0,06	0,30	0,11	0,42	0,35
NAE	0,08	-0,14	**0,68**	0,28	0,08	**0,68**	**1,00**	0,14	0,24	0,08	0,24	0,21	0,08	**0,68**	0,24
NBE	-0,14	-0,15	-0,28	-0,17	-0,14	-0,28	0,14	**1,00**	**0,60**	**0,53**	0,25	0,34	-0,14	0,21	0,25
NCE	-0,24	0,10	-0,06	0,00	0,32	-0,06	0,24	**0,60**	**1,00**	0,32	0,12	-0,04	-0,24	-0,06	0,42
NDE	-0,08	**-0,53**	**-0,68**	-0,28	-0,08	**-0,68**	0,08	**0,53**	0,32	**1,00**	0,32	-0,21	-0,08	0,11	-0,24
NEE	0,32	0,10	-0,06	**0,58**	-0,24	-0,06	0,24	0,25	0,12	0,32	**1,00**	0,26	-0,24	-0,06	-0,17
NFE	0,37	0,39	0,30	0,45	-0,21	0,30	0,21	0,34	-0,04	-0,21	0,26	**1,00**	-0,21	0,30	0,26
NGE	-0,08	0,14	0,11	-0,28	-0,08	0,11	0,08	-0,14	-0,24	-0,08	-0,24	-0,21	**1,00**	0,11	0,32
NHE	0,11	-0,21	0,42	0,00	0,11	0,42	**0,68**	0,21	-0,06	0,11	-0,06	0,30	0,11	**1,00**	0,35
NIE	0,32	0,45	0,35	0,00	0,32	0,35	0,24	0,25	0,42	-0,24	-0,17	0,26	0,32	0,35	**1,00**
NJE	0,32	0,10	0,35	0,29	0,32	0,35	0,24	-0,45	-0,17	-0,24	-0,17	0,26	-0,24	0,35	0,12
NLE	0,11	0,28	0,42	0,41	0,11	0,42	**0,68**	0,21	0,35	0,11	0,35	0,30	0,11	0,42	0,35
NME	-0,18	-0,06	0,26	0,00	-0,18	0,26	0,18	0,44	0,09	-0,18	0,09	0,52	-0,18	0,26	0,09
NNE	0,08	**0,53**	-0,11	0,28	0,08	-0,11	-0,08	0,14	0,24	0,08	0,24	0,21	0,08	-0,11	0,24
NPE	0,14	0,15	0,28	0,17	0,14	0,28	**0,53**	0,27	0,45	0,14	0,45	0,03	0,14	0,28	0,45
NRE	0,44	0,33	0,26	0,32	0,44	0,26	0,18	-0,33	-0,23	-0,18	0,09	0,19	0,44	0,26	0,41
NSE	-0,18	-0,06	0,26	-0,32	-0,18	0,26	0,18	0,44	0,09	-0,18	-0,23	0,19	0,44	0,26	0,41
NTE	-0,08	0,14	0,11	0,28	-0,08	0,11	0,08	**0,53**	0,32	-0,08	0,32	0,37	-0,08	0,11	0,32
NVE	0,11	0,28	0,42	0,41	0,11	0,42	**0,68**	0,21	0,35	0,11	0,35	0,30	0,11	0,42	0,35

Matric									
	NJE	NLE	NME	NNE	NPE	NRE	NSE	NTE	NVE
NA1	0,24	**0,68**	0,18	-0,08	**0,53**	0,18	0,18	0,08	**0,68**
NB1	0,26	0,30	0,52	0,21	0,03	0,19	0,19	0,37	0,30
NC1	0,29	0,41	0,00	0,28	0,17	0,00	0,00	0,28	0,41
ND1	0,32	0,11	-0,18	0,08	0,14	0,44	-0,18	-0,08	0,11
NE1	0,00	0,00	0,00	-0,28	-0,17	0,00	-0,32	0,28	0,00
NF1	0,17	0,47	0,23	0,32	0,25	0,23	-0,09	0,24	0,47
NG1	0,26	0,30	-0,14	0,21	0,03	0,19	0,19	0,37	0,30
NH1	0,35	0,42	0,26	-0,11	0,28	0,26	0,26	0,11	0,42
NI1	-0,13	0,47	-0,09	0,32	**0,60**	0,23	0,23	0,24	0,47
NJ1	0,45	0,28	0,33	-0,14	0,15	-0,06	-0,06	0,14	0,28
NK1	0,47	0,17	-0,26	0,11	-0,28	-0,26	-0,26	-0,11	0,17
NL1	0,35	0,42	0,26	-0,11	0,28	0,26	0,26	0,11	0,42
NM1	**0,55**	0,19	0,40	-0,18	0,06	0,05	0,05	0,18	0,19
NN1	0,24	-0,11	0,18	-0,08	-0,14	0,18	0,18	0,08	-0,11
NP1	0,35	0,42	0,26	-0,11	0,28	0,26	0,26	0,11	0,42
NQ1	0,32	0,11	-0,18	0,08	0,14	0,44	-0,18	-0,08	0,11
NR1	0,10	0,28	-0,06	**0,53**	0,15	0,33	-0,06	0,14	0,28
NS1	0,35	0,42	0,26	-0,11	0,28	0,26	0,26	0,11	0,42
NT1	0,29	0,41	0,00	0,28	0,17	0,32	-0,32	0,28	0,41
NU1	0,32	0,11	-0,18	0,08	0,14	0,44	-0,18	-0,08	0,11
NV1	0,35	0,42	0,26	-0,11	0,28	0,26	0,26	0,11	0,42
NAE	0,24	**0,68**	0,18	-0,08	**0,53**	0,18	0,18	0,08	**0,68**
NBE	-0,45	0,21	0,44	0,14	0,27	-0,33	0,44	**0,53**	0,21
NCE	-0,17	0,35	0,09	0,24	0,45	-0,23	0,09	0,32	0,35
NDE	-0,24	0,11	-0,18	0,08	0,14	-0,18	-0,18	-0,08	0,11
NEE	-0,17	0,35	0,09	0,24	0,45	0,09	-0,23	0,32	0,35
NFE	0,26	0,30	0,52	0,21	0,03	0,19	0,19	0,37	0,30
NGE	-0,24	0,11	-0,18	0,08	0,14	0,44	0,44	-0,08	0,11
NHE	0,35	0,42	0,26	-0,11	0,28	0,26	0,26	0,11	0,42
NIE	0,12	0,35	0,09	0,24	0,45	0,41	0,41	0,32	0,35
NJE	**1,00**	0,35	0,09	0,24	0,10	0,41	-0,23	-0,24	0,35
NLE	0,35	**1,00**	0,26	**0,68**	**0,78**	0,26	0,26	0,11	**1,00**
NME	0,09	0,26	**1,00**	0,18	0,33	-0,05	**0,65**	0,44	0,26
NNE	0,24	**0,68**	0,18	**1,00**	**0,53**	0,18	0,18	0,08	**0,68**
NPE	0,10	**0,78**	0,33	**0,53**	**1,00**	0,33	0,33	0,14	**0,78**
NRE	0,41	0,26	-0,05	0,18	0,33	**1,00**	-0,05	-0,18	0,26
NSE	-0,23	0,26	**0,65**	0,18	0,33	-0,05	**1,00**	0,44	0,26
NTE	-0,24	0,11	0,44	0,08	0,14	-0,18	0,44	**1,00**	0,11
NVE	0,35	**1,00**	0,26	**0,68**	**0,78**	0,26	0,26	0,11	**1,00**

UNIVERSITE de BORDEAUX I
LADIST 33400 TALENCE

Enquête sur l'usage du vocabulaire en mathématique dans l'enseignement élémentaire

Questionnaire à destination des professeurs des écoles.

Cochez les cases de votre choix :

$$\begin{array}{r|l} 31 & 4 \\ \cline{2-2} 3 & 7 \end{array}$$

L'opération ci-dessus est une :

division exacte **OUI** ☐ **NON** ☐ **?** ☐

division euclidienne **OUI** ☐ **NON** ☐ **?** ☐

est ↙	31	4	7	3
le reste				
le diviseur				
le quotient				
le dividende				

Donnez, lorsque cela est possible :

un diviseur de 12 : un multiple de 25 : un diviseur commun à 12 et 25 :

une décomposition de 30 en produit de facteurs premiers :

Pour chacune des affirmations suivantes cochez la case de votre choix :

Les nombres 12 et 25 sont premiers entre eux. **VRAI** ☐ **FAUX** ☐ **JE NE SAIS PAS** ☐

La fraction $\frac{12}{25}$ est irréductible. **VRAI** ☐ **FAUX** ☐ **JE NE SAIS PAS** ☐

La fraction $\frac{25}{12}$ est irréductible. **VRAI** ☐ **FAUX** ☐ **JE NE SAIS PAS** ☐

Les déclarations suivantes (issues d'une enquête préalable) **sont-elles acceptables :**	**pour le professeur**	**de la part d'élèves qui ne connaissent que les entiers**
"Le quotient de 54 par 9 est 6."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"54 est un multiple de 9. "	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"6 est la règle qui permet de passer de 9 à 54. "	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"54 et 9 sont proportionnels. "	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"6 est le coefficient de proportionnalité des nombres 9 et 54. "	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"54 est le plus petit multiple commun à 6 et 9. "	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"La fraction $\frac{54}{9}$ est simplifiable. "	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"La fraction $\frac{9}{54}$ est simplifiable. "	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"Quand le reste de la division euclidienne de deux nombres naturels est nul, ces deux nombres sont proportionnels."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"Un coefficient de proportionnalité est un entier."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"Un rapport peut toujours être représenté par une fraction."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"Une fraction est simplifiable si elle représente un entier. "	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐

Cochez les égalités correctes du point de vue mathématique :

$57 \div 6 = 9$ ☐ $54 : 6 = 9$ ☐ $57 : 6 = 9{,}5$ ☐ $56 : 6 = 9{,}33$ ☐

Dans chacun des trois cas suivants, cochez la case si l'affirmation vous paraît juste :

Dans l'ensemble des décimaux, tout décimal est divisible :

par 10 ☐ par 5 ☐ par 3 ☐

Pour chacune des affirmations suivantes, cochez la case de votre choix :

$\frac{0,7}{0,5}$ est un nombre décimal. **VRAI ☐ FAUX ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

$\frac{0,7}{0,5}$ est une fraction. **VRAI ☐ FAUX ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

$\frac{7}{5}$ est une fraction décimale. **VRAI ☐ FAUX ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

$\frac{5}{7}$ est un nombre rationnel. **VRAI ☐ FAUX ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

$\frac{5}{7}$ est un nombre décimal. **VRAI ☐ FAUX ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

Le quotient de deux fractions (non nulles) peut toujours s'écrire avec une fraction. **VRAI ☐ FAUX ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

Tout rationnel est décimal. **VRAI ☐ FAUX ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

Tout décimal est rationnel. **VRAI ☐ FAUX ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

Si une fraction représente un entier alors :

- le numérateur est un multiple du dénominateur. **VRAI ☐ FAUX ☐ JE NE SAIS PAS ☐**
- le numérateur est un diviseur du dénominateur. **VRAI ☐ FAUX ☐ JE NE SAIS PAS ☐**
- le numérateur et le dénominateur sont proportionnels. **VRAI ☐ FAUX ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

Les déclarations suivantes sont-elles acceptables :

"$\frac{4}{6}, \frac{18}{27}$ *et* $\frac{14}{21}$ déterminent la même proportion." **OUI ☐ NON ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

"Les suites (4, 18, 14) et (6, 27, 21) sont proportionnelles." **OUI ☐ NON ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

Quels avantages trouvez-vous à utiliser un tableau ?

Classez les réponses par ordre de priorité en inscrivant un numéro d'ordre dans la case correspondante.

Il permet d'expliquer la proportionnalité. ☐ Il facilite les calculs ☐

Il permet de renvoyer les unités en tête de liste ☐ Il évoque la proportionnalité. ☐

Cochez les cases de votre choix:

8	12	16
24	36	48

Dans le tableau ci-contre, chacun des nombres suivants est :	3	2	6	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$
un coefficient de proportionnalité						
un rapport						
un quotient						

Les déclarations suivantes sont-elles acceptables ?

"Les suites (8, 12, 16) et (24, 36, 48) sont proportionnelles." **OUI ☐ NON ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

"Le tableau est de proportionnalité." **OUI ☐ NON ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

"Les deux nombres 8 et 24 sont proportionnels." **OUI ☐ NON ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

"Les deux nombres 8 et 12 sont proportionnels." **OUI ☐ NON ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

Cochez les cases de votre choix:

7	35	31
63	105	248

Dans le tableau ci-contre, chacun des nombres suivants est :	9	3	5	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$
un coefficient de proportionnalité					
un rapport					
un quotient					

Les déclarations suivantes sont-elles acceptables ?

"Les deux nombres 7 et 63 sont proportionnels." **OUI ☐ NON ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

"Le tableau est de proportionnalité." **OUI ☐ NON ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

"Les suites (7, 35, 31) et (63, 105 , 248) sont proportionnelles." **OUI ☐ NON ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

7	1,5	3
21	6	7

Des élèves expliquent pourquoi le tableau ci-contre n'est pas de proportionnalité. Pour chacune de leurs déclarations, cochez les cases qui conviennent :

	déclaration vraie	formulation correcte	raison suffisante
"1,5 n'est pas entier. "	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**
"3 et 7 ne sont pas proportionnels. "	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**
"$\frac{7}{21} \neq \frac{1,5}{6}$."	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**
"1,5 et 3 n'ont pas le même coefficient de proportionnalité que 6 et 7. "	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**
"$7 \times 7 \neq 3 \times 21$."	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**
"7 n'est pas un multiple de 3. "	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**
"1,5 et 3 n'ont pas le même rapport que 6 et 7."	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**
"1,5 et 6 n'obéissent pas à la même règle que 7 et 21."	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**	**OUI ☐ NON ☐**

Cochez les cases de votre choix:

3	9
4	12

Le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité. **VRAI ☐ FAUX ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ est une proportion. **VRAI ☐ FAUX ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

3	7
f(3)	f(7)

Si f désigne une fonction linéaire alors le tableau ci-contre est : un tableau de proportionnalité. **VRAI ☐ FAUX ☐ JE NE SAIS PAS ☐**

Voici un exercice qui a été proposé à des élèves de CM2 :

" Pour obtenir 10 kilogrammes de sel marin, il faut faire évaporer 310 litres d'eau de mer. Quelle quantité d'eau de mer faut-il faire évaporer pour obtenir 15 kilogrammes de sel marin ? "

Les déclarations suivantes sont-elles acceptables ?	**pour le professeur**	**pour l'élève**
"Les grandeurs « sel » et « eau » sont proportionnelles."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"Les variables « sel » et « eau » sont proportionnelles."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"Le nombre de kilogrammes de sel marin est proportionnel au nombre de litres d'eau de mer."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"Il existe une fonction linéaire qui au nombre de kilogrammes de sel marin associe le nombre de litres d'eau de mer."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"La proportion de sel dans l'eau est 1 pour 31."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
"La situation est de proportionnalité :		
car le rapport des grandeurs « sel » et « eau » est constant."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
car le coefficient de proportionnalité des grandeurs « sel » et « eau » est constant. "	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
car si le nombre de litres d'eau double ou triple alors le nombre de kilogrammes de sel marin double ou triple."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
car on peut trouver la réponse avec une règle de trois."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
car on peut faire un tableau de proportionnalité. "	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐
car on décide qu'il en est ainsi."	**OUI** ☐ **NON** ☐	**OUI** ☐ **NON** ☐

Si vous aviez à rédiger une solution de l'exercice, que proposeriez-vous à vos élèves ?

A propos de ce questionnaire, pensez-vous :

que les questions sont en rapport avec votre enseignement ?	**OUI** ☐ **NON** ☐
que les questions sont trop difficiles ?	**OUI** ☐ **NON** ☐
que le questionnaire est trop long ?	**OUI** ☐ **NON** ☐

Autres suggestions :

	AX	AU	BD	BM	BC	BF	C1	C2	C3	DP1	DP2	DP3	DP4
1	NON	OUI	1	1	1	?	?	?	?	OUI	OUI	NON	NON
2	?	?	1	1	?	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	OUI
3	NON	OUI	1	1	0	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	?
4	NON	OUI	1	1	0	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	NON
5	?	OUI	1	1	0	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	OUI	OUI
6	?	?	1	1	0	1	VRAI	VRAI	VRAI	?	OUI	NON	NON
7	NON	OUI	1	1	1	1	?	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	OUI
8	NON	OUI	1	1	0	1	VRAI	VRAI	FAUX	OUI	OUI	NON	OUI
9	NON	OUI	1	1	1	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	OUI
10	NON	NON	1	1	1	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	OUI	NON
11	NON	OUI	1	1	?	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	OUI	OUI
12	NON	OUI	1	1	0	1	FAUX	VRAI	VRAI	NON	OUI	OUI	NON
13	NON	OUI	1	1	1	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	OUI	OUI
14	NON	OUI	1	1	0	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	?
15	NON	OUI	1	1	1	0	?	VRAI	VRAI	?	?	?	?
16	NON	OUI	1	1	0	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	OUI	OUI
17	NON	OUI	1	1	1	1	?	VRAI	VRAI	OUI	OUI	?	?
18	NON	OUI	1	1	1	?	VRAI	VRAI	?	OUI	OUI	NON	OUI
19	NON	OUI	1	1	1	0	FAUX	VRAI	VRAI	OUI	OUI	OUI	OUI
20	OUI	OUI	1	1	0	0	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	OUI	OUI
21	NON	OUI	1	1	1	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	NON
22	NON	?	1	1	1	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	NON
23	?	?	1	1	1	1	FAUX	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	?
24	NON	OUI	0	0	0	0	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	OUI	OUI
25	NON	OUI	1	1	0	0	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	NON
26	OUI	OUI	1	1	0	1	?	FAUX	VRAI	OUI	OUI	NON	OUI
27	NON	OUI	1	0	1	1	?	VRAI	VRAI	OUI	OUI	?	NON
28	OUI	?	1	1	0	1	FAUX	FAUX	VRAI	OUI	OUI	NON	NON
29	NON	OUI	1	1	1	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	OUI	OUI
30	NON	OUI	1	1	1	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	OUI
31	OUI	?	1	1	1	1	?	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	OUI
32	NON	OUI	1	1	1	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	OUI	OUI
33	NON	OUI	1	1	1	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	OUI
34	NON	OUI	1	1	1	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	OUI
35	NON	OUI	1	1	1	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	OUI
36	NON	OUI	1	1	1	1	FAUX	VRAI	VRAI	OUI	OUI	NON	NON
37	NON	OUI	1	1	0	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	?	?
38	NON	OUI	1	1	0	1	VRAI	VRAI	VRAI	OUI	OUI	OUI	OUI
oui/vrai/1	4	31	37	36	21	31	26	35	35	35	37	12	21
non/faux/0	30	1	1	2	15	5	5	2	1	1	0	22	11
?	4	6	0	0	2	2	7	1	2	2	1	4	6
% O / V / 1	0,11	0,82	0,97	0,95	0,55	0,82	0,68	0,92	0,92	0,92	0,97	0,32	0,55
% N / F	0,79	0,03	0,03	0,05	0,39	0,13	0,13	0,05	0,03	0,03	0,00	0,58	0,29
% ?	0,11	0,16	0,00	0,00	0,05	0,05	0,18	0,03	0,05	0,05	0,03	0,11	0,16

	DP5	DP6	DP7	DP8	DP9	DP10	DP11	DP12	DE1	DE2	DE3	DE4	DE5
1	NON	OUI	NON	NON	NON	NON	NON	NON	OUI	OUI	NON	NON	NON
2	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON
3	NON	NON	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	NON	?	NON
4	NON	OUI	OUI	OUI	NON	NON	OUI	NON	OUI	OUI	NON	NON	NON
5	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	NON	NON
6	NON	OUI	OUI	OUI	NON	NON	OUI	NON	?	OUI	NON	OUI	NON
7	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	OUI	NON	OUI	OUI
8	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	OUI	NON	OUI	NON
9	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	OUI	NON	OUI	OUI
10	NON	OUI	OUI	NON	NON	NON	NON	NON	OUI	OUI	NON	NON	NON
11	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	?	NON	OUI	OUI	OUI	NON	NON
12	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	NON	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI
13	OUI	NON	OUI	OUI	NON	NON	OUI	NON	OUI	OUI	?	?	?
14	?	NON	OUI	OUI	?	NON	NON	NON	?	OUI	?	?	?
15	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
16	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	?	NON	OUI	OUI	NON	OUI	NON
17	?	?	OUI	OUI	?	?	OUI	?	?	?	?	?	?
18	?	OUI	OUI	OUI	OUI	?	?	NON	OUI	OUI	NON	?	?
19	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	?	?	?	?	?
20	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON
21	OUI	NON	OUI	OUI	NON	NON	OUI	NON	OUI	OUI	NON	NON	NON
22	?	NON	OUI	OUI	NON	NON	OUI	NON	OUI	OUI	NON	NON	?
23	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI
24	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	?	?	?
25	NON	NON	OUI	OUI	NON	NON	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	NON
26	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	OUI	NON	OUI	?
27	NON	NON	?	?	?	NON	OUI	NON	OUI	OUI	?	?	?
28	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	NON	OUI
29	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	NON
30	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI
31	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI
32	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	NON
33	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON
34	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON
35	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON
36	NON	OUI	OUI	OUI	NON	NON	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI
37	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	?	?	?
38	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	OUI	NON	NON	NON
oui/vrai/1	25	12	35	34	24	6	30	12	32	35	11	16	8
non/faux/0	8	24	1	2	10	29	4	24	1	0	19	12	19
?	5	2	2	2	4	3	4	2	5	3	8	10	11
% O / V / 1	0,66	0,32	0,92	0,89	0,63	0,16	0,79	0,32	0,84	0,92	0,29	0,42	0,21
% N / F	0,21	0,63	0,03	0,05	0,26	0,76	0,11	0,63	0,03	0,00	0,50	0,32	0,50
% ?	0,13	0,05	0,05	0,05	0,11	0,08	0,11	0,05	0,13	0,08	0,21	0,26	0,29

	DE6	DE7	DE8	DE9	DE10	DE11	DE12	E1	E2	E3	E4
1	OUI	NON	NON	NON	NON	NON	NON	0	1	1	0
2	NON	NON	NON	NON	NON	NON	NON	0	1	1	0
3	NON	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	NON	1	1	1	1
4	OUI	OUI	NON	NON	NON	OUI	NON	0	1	1	0
5	NON	NON	NON	NON	NON	NON	NON	0	1	1	0
6	OUI	NON	NON	NON	NON	NON	NON	0	1	1	1
7	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	0	1	1	0
8	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	0	1	1	1
9	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	0	1	1	0
10	NON	OUI	NON	NON	NON	NON	NON	1	1	1	1
11	OUI	OUI	OUI	?	OUI	?	?	0	1	1	1
12	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	0	1	1	0
13	?	?	?	?	?	?	?	0	1	1	0
14	?	?	?	?	?	?	?	0	1	0	0
15	?	?	?	?	?	?	?	0	0	1	0
16	NON	OUI	OUI	NON	NON	?	?	0	1	1	1
17	?	?	?	?	?	?	?	0	1	0	0
18	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	?	?	0	1	1	0
19	?	?	?	?	?	?	?	1	1	1	0
20	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	1	1	1	0
21	NON	NON	NON	NON	NON	NON	NON	0	1	1	0
22	NON	?	?	?	?	?	?	0	1	1	0
23	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	1	1	1	0
24	?	?	?	?	?	?	?	0	1	0	1
25	NON	OUI	NON	NON	OUI	OUI	OUI	?	1	1	0
26	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	0	1	1	0
27	NON	OUI	OUI	?	?	?	?	0	1	1	0
28	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	0	1	1	0
29	NON	OUI	OUI	NON	?	NON	NON	1	1	0	0
30	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	0	1	1	0
31	OUI	OUI	NON	?	OUI	OUI	OUI	0	1	1	0
32	OUI	OUI	OUI	NON	NON	NON	NON	1	1	1	0
33	NON	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	0	1	1	0
34	NON	OUI	OUI	NON	NON	NON	OUI	0	1	1	0
35	NON	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	0	1	1	0
36	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	?	1	1	0
37	?	?	?	?	?	OUI	OUI	?	1	1	0
38	NON	OUI	OUI	NON	OUI	NON	NON	0	1	1	0
oui/vrai/1	12	25	20	9	14	15	13	7	37	34	7
non/faux/0	19	5	10	18	14	12	14	28	1	4	31
?	7	8	8	11	10	11	11	3	0	0	0
% O / V / 1	0,32	0,66	0,53	0,24	0,37	0,39	0,34	0,18	0,97	0,89	0,18
% N / F	0,50	0,13	0,26	0,47	0,37	0,32	0,37	0,74	0,03	0,11	0,82
% ?	0,18	0,21	0,21	0,29	0,26	0,29	0,29	0,08	0,00	0,00	0,00

	F1	F2	F3	G1	G2	G3	G4	G5	H1	H2	H3	I1	I2
1	1	0	0	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
2	1	0	0	VRAI	VRAI	?	?	FAUX	VRAI	?	?	VRAI	FAUX
3	1	0	0	?	?	FAUX	?	FAUX	VRAI	FAUX	FAUX	VRAI	FAUX
4	1	1	0	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	FAUX
5	1	1	0	VRAI	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX	FAUX	VRAI	FAUX
6	1	1	0	VRAI	VRAI	VRAI	?	?	VRAI	?	?	VRAI	FAUX
7	1	1	0	VRAI	FAUX	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX
8	1	0	0	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX
9	1	1	0	?	?	VRAI	?	VRAI	?	?	?	VRAI	VRAI
10	1	1	1	VRAI	VRAI	VRAI	?	VRAI	FAUX	?	?	VRAI	VRAI
11	1	1	0	FAUX	VRAI	FAUX	?	FAUX	VRAI	?	?	VRAI	FAUX
12	1	1	0	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	FAUX
13	1	1	0	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX
14	1	0	0	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX
15	1	0	0	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	?
16	1	1	0	FAUX	FAUX	FAUX	?	FAUX	VRAI	?	?	VRAI	FAUX
17	1	0	0	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	?	?	?	VRAI	FAUX
18	0	0	0									FAUX	VRAI
19	1	0	0	VRAI	FAUX	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX
20	1	0	0	FAUX	VRAI	FAUX	?	VRAI	?	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX
21	1	1	0	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX
22	1	0	0	VRAI	?	VRAI	FAUX	FAUX	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX
23	1	1	0	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	FAUX	FAUX	VRAI	FAUX
24	1	0	0	?	VRAI	?	?	VRAI	VRAI	?	?	VRAI	FAUX
25	1	0	0	?	?	VRAI	FAUX	?	?	?	?	VRAI	FAUX
26	1	0	0	FAUX	VRAI	VRAI	?	FAUX	?	?	?	VRAI	FAUX
27	1	0	0	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX
28	1	1	1	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	?	FAUX	VRAI	VRAI	VRAI
29	1	1	1	VRAI	?	?	?	?	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI
30	1	1	0	VRAI	FAUX	VRAI	?	FAUX	?	?	?	VRAI	FAUX
31	1	0	0	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	FAUX	?	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX
32	1	1	0	VRAI	VRAI	VRAI	?	VRAI	VRAI	?	?	VRAI	FAUX
33	1	0	0	VRAI	FAUX	FAUX	?	VRAI	VRAI	?	?	VRAI	FAUX
34	1	0	0	VRAI	FAUX	FAUX	?	VRAI	VRAI	FAUX	FAUX	VRAI	FAUX
35	1	0	0	VRAI	FAUX	FAUX	?	VRAI	VRAI	?	?	VRAI	FAUX
36	1	0	0	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	FAUX	FAUX	VRAI	FAUX	VRAI	FAUX
37	1	1	0	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX
38	1	0	0	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	FAUX	VRAI	VRAI	FAUX
oui/vrai/1	37	17	3	28	20	23	16	19	25	4	15	36	5
non/faux/0				4	11	10	4	14	3	18	7	1	31
?				5	6	4	17	4	9	15	15	1	2
% O / V/ 1	0,97	0,45	0,08	0,74	0,53	0,61	0,42	0,50	0,66	0,11	0,39	0,95	0,13
% N / F/ 0				0,11	0,29	0,26	0,11	0,37	0,08	0,47	0,18	0,03	0,82
% ?				0,13	0,16	0,11	0,45	0,11	0,24	0,39	0,39	0,03	0,05

	I3	J1	J2	K1	K2	K3	K4	LP3	LP2	LP6	LP1/3	LP3/2	LP1/2	LR3	LR2
1	?	?	?		1										
2	VRAI	NON	NON	2	1	3	4								
3	FAUX	OUI	OUI	1	2			1							
4		OUI	OUI	1	2	3	4	1			1			1	
5	VRAI	OUI	OUI	4	1	3	2	1							
6	VRAI	OUI	?	4	2	1	3	1	1	1	1	1	1		
7	VRAI	OUI	?	2	1		3	1			1				
8	VRAI	OUI	OUI	4	1	2	3	1			1			1	
9	VRAI	OUI	OUI	4	3	1	2	1	1						
10	FAUX	OUI	OUI	1	1		1	1			1				
11	VRAI	OUI	OUI	1	1	1	1	1							
12	FAUX	OUI	?	3	4	1	2	1	1			1	1		
13	VRAI	OUI	OUI	3	2	1	4	1			1				
14		OUI	OUI					1			1				
15	?	NON	?												
16	VRAI	OUI	OUI	1	2		3	1							
17	VRAI	OUI	NON		1			1	1						
18	VRAI	OUI		1				1							
19	?	?	NON	1	0	0	1	1							
20	VRAI	OUI	NON	4	2	1	3	1	1	1					
21	FAUX	OUI	NON	3	1	4	2	1			1			1	
22	?	OUI	OUI	4	1	3	2	1			1				
23	VRAI	OUI	NON	3	1	4	2	1			1				
24	VRAI	NON	NON												
25	?	?	?	2	1	3	4	1	1	1	1		1		
26	FAUX	?	OUI	1	2	3	4	1							
27	FAUX	OUI	OUI	4	2	1	3								
28	VRAI	OUI	NON	4	1	2	3				1				
29	VRAI	NON	?	2	3	4	1								
30	VRAI	OUI	OUI	2	3	4	1	1							
31	VRAI	OUI	NON	4	2	3	1	1							
32	VRAI	OUI	OUI	2	1	4	3	1	1	1					
33	VRAI	OUI	OUI	1	2	4	3	1							
34	VRAI	OUI	OUI	1	3	4	2	1							
35	VRAI	OUI	OUI	3	2	4	1	1						1	
36	FAUX	NON	OUI	3	2	4	1	1			1				
37	VRAI	OUI	OUI		1										
38	VRAI	OUI	?	3	1	2	4	1			1	1	1		1
oui/vrai/1	24	29	20	10	16	7	8	30	7	4	14	3	4	4	1
non/faux/0	7	5	9												
?	5	4	8												
% O / V/ 1	0,63	0,76	0,53	0,26	0,42	0,18	0,21	0,79	0,18	0,11	0,37	0,08	0,11	0,11	0,03
% N / F/ 0	0,18	0,13	0,24												
% ?	0,13	0,11	0,21												

	LR6	LR1/3	LR3/2	LR1/2	LQ3	LQ2	LQ6	LQ1/3	LQ3/2	LQ1/2	LS	LT	LU	LV
1											OUI	OUI	OUI	NON
2											OUI	?	OUI	NON
3		1									OUI	OUI	?	NON
4											OUI	NON	OUI	NON
5		1									OUI	OUI	NON	NON
6		1	1	1				1	1	1	NON	?	NON	NON
7											?	OUI	OUI	OUI
8		1									?	OUI	OUI	NON
9					1	1					OUI	OUI	OUI	NON
10					1						OUI	OUI		OUI
11											OUI	OUI	OUI	NON
12		1	1					1	1		OUI	OUI	OUI	NON
13		1						1			OUI	OUI	NON	NON
14														
15														
16											OUI	OUI	OUI	NON
17		1	1	1							OUI	?	OUI	NON
18												OUI	NON	OUI
19								1			OUI	?	OUI	NON
20		1	1	1				1	1	1	OUI	OUI	OUI	NON
21		1			1			1			NON	OUI	NON	NON
22											OUI	OUI	NON	NON
23		1			1						OUI	OUI	NON	NON
24													OUI	NON
25		1	1	1							NON	OUI	NON	NON
26		1									OUI	OUI	OUI	NON
27											OUI	OUI	OUI	OUI
28					1						OUI	OUI	OUI	NON
29											?	?	?	?
30		1									OUI	OUI	OUI	NON
31											OUI	NON	OUI	NON
32		1	1	1	1	1	1				OUI	OUI	OUI	NON
33		1			1						OUI	OUI	?	NON
34		1			1						OUI	OUI	?	NON
35		1			1						OUI	OUI	?	NON
36		1	1	1	1						OUI	OUI	NON	NON
37											OUI		NON	NON
38		1			1						OUI	OUI	OUI	OUI
oui/vrai/1	0	19	7	6	11	2	1	6	3	2	28	27	20	5
non/faux/0											3	2	10	30
?											3	5	5	1
% O / V/ 1	0,00	0,50	0,18	0,16	0,29	0,05	0,03	0,16	0,08	0,05	0,74	0,71	0,53	0,13
% N / F/ 0											0,08	0,05	0,26	0,79
% ?											0,08	0,13	0,13	0,03

28

	MP9	MP3	MP5	MP1/3	MP1/5	MR9	MR3	MR5	MR1/3	MR1/5	MQ9	MQ3	MQ5
1													
2													
3	1												
4													
5						1	1						
6	1	1	1	1	1				1	1			
7													
8													
9	1	1									1	1	
10								1			1	1	
11													
12			1		1				1	1			
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20	1	1	1						1	1			
21						1	1		1		1	1	
22	1												
23									1	1			
24													
25													
26	1												
27	1	1											
28													
29													
30													
31													
32	1	1							1	1			
33	1					1							
34	1					1							
35	1					1							
36									1	1	1		
37													
38						1		1			1		1
oui/vrai/1	11	5	3	1	2	6	2	2	7	6	5	3	1
non/faux/0													
?													
% O/V/1	0,29	0,13	0,08	0,03	0,05	0,16	0,05	0,05	0,18	0,16	0,13	0,08	0,03
% N/F/0													
% ?													

	MQ1/3	MQ1/5	MN	MT	MS	ND1	ND2	ND3	ND4	ND5	ND6	ND7	ND8	NF1	NF2	NF3
1			OUI	?	?	OUI	OUI	NON	NON	OUI	OUI	OUI	OUI			
2			OUI	?	NON		OUI	OUI							OUI	OUI
3			?	NON	NON	OUI	OUI	OUI			OUI					
4			NON	NON	NON	OUI		OUI		OUI	OUI		OUI	OUI		OUI
5			OUI	NON	NON	OUI	OUI	OUI			OUI	OUI	OUI	OUI		
6	1	1	NON	?	NON	OUI		OUI	OUI	OUI	OUI	OUI				OUI
7			OUI	NON	NON	OUI	OUI	OUI		OUI	OUI		OUI		OUI	OUI
8			OUI	NON	NON		OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI			OUI	
9			OUI	OUI	?			OUI					OUI			
10	1		NON	NON	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI
11			OUI	NON	NON		OUI		OUI	OUI	OUI		OUI			OUI
12	1	1	OUI	NON	NON	OUI	OUI			OUI	OUI	OUI				
13			NON	NON	NON	OUI		OUI	OUI	OUI	OUI	OUI		OUI		OUI
14																
15																
16			OUI	NON	NON		OUI		OUI						OUI	
17			OUI		?											
18				NON												
19			NON	?	?	OUI	OUI			OUI	OUI					OUI
20	1	1	OUI	NON	NON	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON
21	1		NON	NON	NON	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI
22			NON	OUI	OUI	OUI		OUI	OUI		OUI	OUI	NON		NON	OUI
23			NON	NON	NON	OUI	NON	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI
24																
25			NON	NON	NON											
26			OUI	NON	NON	OUI	OUI	OUI		OUI	OUI		OUI	OUI	NON	
27			OUI	NON	NON		OUI	OUI	OUI		OUI		OUI	OUI	OUI	OUI
28			OUI	NON	NON	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON			
29			?	?	?											
30			OUI	NON	?	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI
31			OUI	NON	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI
32			OUI	NON	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI
33			?	NON	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON
34			?	NON	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON
35			?	NON	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON
36			NON	NON	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI
37					NON	OUI		OUI								
38			OUI		NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI
oui/vrai/1	5	3	18	2	1	24	22	25	20	23	27	20	18	15	14	17
non/faux/0			10	25	27	1	3	2	1	0	0	0	4	2	5	4
?			5	5	6											
% O/V/1	0,13	0,08	0,47	0,05	0,03	0,63	0,58	0,66	0,53	0,61	0,71	0,53	0,47	0,39	0,37	0,45
% N/F/0			0,26	0,66	0,71	0,03	0,08	0,05	0,03	0,00	0,00	0,00	0,11	0,05	0,13	0,11
% ?			0,13	0,13	0,16											

	NF4	NF5	NF6	NF7	NF8	NR1	NR2	NR3	NR4	NR5	NR6	NR7	NR8	O	P	Q
1														FAUX	VRAI	FAUX
2							OUI	OUI						VRAI	VRAI	VRAI
3								OUI	OUI	OUI			OUI	VRAI	?	?
4		OUI	OUI			NON		OUI		OUI	NON		OUI	VRAI	FAUX	VRAI
5							OUI	OUI	OUI	OUI		OUI	OUI	VRAI	?	VRAI
6	OUI	OUI	OUI	OUI				OUI	OUI	OUI				VRAI	?	?
7		OUI					OUI	OUI		OUI				VRAI	?	?
8	OUI					OUI							OUI	VRAI	VRAI	FAUX
9								OUI					OUI	VRAI	?	?
10	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI		OUI	OUI		OUI			OUI	VRAI	VRAI	VRAI
11				OUI					OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	VRAI	?	?
12					OUI											VRAI
13		OUI												VRAI	VRAI	VRAI
14																
15														VRAI	?	?
16	OUI													VRAI	?	?
17																
18																
19	OUI				OUI							OUI		VRAI	VRAI	FAUX
20	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	VRAI	FAUX	FAUX
21	NON	OUI	OUI	NON	NON	NON	NON	OUI	NON	OUI	NON	OUI	NON	VRAI	VRAI	VRAI
22	NON		NON		NON			OUI	NON		NON	NON	NON	VRAI	VRAI	VRAI
23	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	NON	OUI	OUI	VRAI	VRAI	VRAI
24																
25														VRAI	?	?
26		OUI	OUI		NON	NON	OUI			OUI	OUI		NON	VRAI	?	?
27	NON		OUI		OUI	NON	OUI	OUI			OUI		NON	VRAI	VRAI	VRAI
28														VRAI	VRAI	?
29														VRAI	VRAI	?
30	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	VRAI	FAUX	VRAI
31	OUI	OUI	OUI	NON	NON	NON	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	OUI	VRAI	?	VRAI
32		OUI				OUI	OUI	OUI		OUI				VRAI	VRAI	VRAI
33	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	NON	OUI	OUI	OUI	NON	NON	OUI	OUI	VRAI	VRAI	VRAI
34	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	NON	OUI	OUI	OUI	NON	NON	OUI	OUI	VRAI	VRAI	VRAI
35	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	NON	OUI	OUI	OUI	NON	NON	OUI	OUI	VRAI	VRAI	VRAI
36	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	NON	NON	OUI	OUI	NON	NON	VRAI	FAUX	VRAI
37							OUI							VRAI	VRAI	?
38	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	VRAI	VRAI	VRAI
oui/vrai/1	12	17	15	10	8	5	14	20	10	16	6	11	15	32	18	18
non/faux/0	5	0	1	3	8	10	4	1	5	3	9	3	5	1	4	4
?														0	11	12
% O/V/1	0,32	0,45	0,39	0,26	0,21	0,13	0,37	0,53	0,26	0,42	0,16	0,29	0,39	0,84	0,47	0,47
% N/F/0	0,13	0,00	0,03	0,08	0,21	0,26	0,11	0,03	0,13	0,08	0,24	0,08	0,13	0,03	0,11	0,11
% ?														0,00	0,29	0,32

	RP1	RP2	RP3	RP4	RP5	RP6	RP7	RP8	RP9	RP10	RP11	RE1	RE2	RE3	RE4
1	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI		OUI	OUI	OUI	OUI
2	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	NON
3	OUI		OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI		OUI	NON
4	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	NON
5	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI		NON	NON	OUI	OUI
6	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI			OUI	OUI	NON	NON	NON	OUI	NON
7	NON	OUI	OUI		OUI	NON	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	
8	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	NON
9	OUI	OUI	OUI		OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON
10	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	NON
11	OUI	OUI	OUI	OUI			OUI	OUI	OUI	OUI					
12	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI		OUI	NON				
13	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON				
14															
15															
16	OUI														
17															
18									OUI						
19	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON				
20	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	NON	OUI	NON
21	NON	NON	OUI	OUI	NON	NON	NON	OUI	OUI	NON	NON	NON	NON	OUI	NON
22	NON	NON	OUI	OUI	OUI		OUI	OUI	OUI	OUI		NON			
23	OUI		OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	NON	OUI	NON
24															
25	?	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI					OUI	OUI	OUI	?
26	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	NON	NON	OUI	NON
27	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON
28				OUI	OUI	OUI		OUI	OUI	OUI					
29	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI		OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI
30	NON	NON	NON	OUI	NON			OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI		OUI
31	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	NON	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON
32	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI		OUI	OUI	OUI	NON
33	OUI		OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI		OUI		OUI	OUI
34	OUI		OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI		OUI	OUI
35	OUI		OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI		OUI		OUI	OUI
36	NON	OUI	OUI	OUI		NON	NON	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	OUI
37	NON	NON	NON			OUI									
38	NON	NON	NON	NON	NON	NON	NON	NON	NON	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI
oui/vrai/1	19	21	28	28	24	22	23	27	26	28	4	20	11	24	9
non/faux/0	12	5	3	1	5	7	4	2	4	2	18	6	10	0	14
% O/ V/ 1	0,50	0,55	0,74	0,74	0,63	0,58	0,61	0,71	0,68	0,74	0,11	0,53	0,29	0,63	0,24
% N/ F/ 0	0,32	0,13	0,08	0,03	0,13	0,18	0,11	0,05	0,11	0,05	0,47	0,16	0,26	0,00	0,37

	RE5	RE6	RE7	RE8	RE9	RE10	RE11	MP	MRU	FL	TP
1	NON	OUI	NON	OUI	OUI	OUI					1
2	NON	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI		1		
3	OUI			OUI	OUI	OUI					1
4	NON	OUI	OUI	NON	NON	OUI	NON				1
5	NON	NON	OUI	OUI	OUI	OUI					1
6	NON	NON			NON	OUI	NON				
7	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON			1	1
8	OUI	OUI	NON	OUI	OUI	OUI	NON		1		
9	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON		1		
10	NON	NON	NON	OUI	OUI	OUI	NON				1
11											1
12											1
13											1
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20	NON	NON	NON	OUI	OUI	OUI	OUI				
21	NON	NON	NON	OUI	NON	NON	NON				
22											1
23	NON	OUI	NON	OUI	NON	OUI	NON				
24											
25	OUI	OUI	NON	OUI							
26	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	NON		1		
27	OUI	NON	NON	OUI	NON	OUI	NON		1		1
28									1		
29	OUI	OUI		OUI	OUI	OUI	OUI				
30	OUI			OUI	OUI	OUI	OUI				1
31	NON	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI		1		
32	OUI	NON	NON	OUI	OUI	OUI			1		
33	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI					
34	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI	NON				
35	OUI	OUI	OUI	OUI	NON	OUI					
36											
37											
38	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI	OUI				1
oui/vrai/1	14	14	11	22	14	22	6	0	8	1	13
non/faux/0	10	8	9	1	9	1	11				
% O/ V/ 1	0,37	0,37	0,29	0,58	0,37	0,58	0,16	0,00	0,21	0,03	0,34
% N/ F/ 0	0,26	0,21	0,24	0,03	0,24	0,03	0,29				

Matrice des	Base 38			Valeur critique au seuil de 5% = 0,32																
corrélations	BC	BF	C1	C2	C3	DP8	DP11	DP12	E4	F1	F2	F3	G1	G2	G3	G4	G5	H1	H2	H3
BC	**1,00**	-0,02	-0,18	-0,29	-0,27	0,00	0,00	-0,10	**-0,39**	-0,15	-0,04	0,07	-0,20	0,06	-0,07	-0,02	-0,16	0,08	-0,01	-0,07
BF	-0,02	**1,00**	0,08	0,29	**0,44**	0,00	0,15	0,12	0,05	**0,35**	**0,43**	0,14	**0,35**	0,27	**0,32**	-0,06	**0,47**	**0,33**	0,10	0,21
C1	-0,18	0,08	**1,00**	0,18	0,16	0,14	0,10	0,01	0,04	-0,02	0,27	0,20	-0,01	0,22	0,17	0,16	0,10	0,22	0,10	**0,35**
C2	-0,29	0,29	0,18	**1,00**	**0,35**	-0,29	-0,21	-0,09	-0,04	0,02	0,10	**0,32**	**0,38**	0,12	0,29	0,05	0,25	-0,14	0,09	0,03
C3	-0,27	**0,44**	0,16	**0,35**	**1,00**	-0,29	0,00	-0,07	0,29	**0,57**	0,08	0,03	**0,36**	0,29	**0,33**	0,23	0,32	0,31	0,30	0,22
DP8	0,00	0,00	0,14	-0,29	-0,29	**1,00**	**0,53**	0,27	0,21	0,00	0,16	0,30	-0,16	-0,12	-0,13	-0,24	-0,12	0,00	**-0,34**	-0,22
DP11	0,00	0,15	0,10	-0,21	0,00	**0,53**	**1,00**	0,10	-0,15	**0,36**	0,00	0,21	-0,22	0,00	-0,19	0,09	-0,17	0,10	0,06	0,15
DP12	-0,10	0,12	0,01	-0,09	-0,07	0,27	0,10	**1,00**	**0,34**	-0,12	0,10	-0,12	-0,16	-0,22	-0,06	-0,06	0,12	0,16	-0,05	-0,05
E4	**-0,39**	0,05	0,04	-0,04	0,29	0,21	-0,15	**0,34**	**1,00**	0,08	0,12	0,11	0,05	-0,07	0,12	**-0,35**	0,03	0,28	-0,24	-0,21
F1	-0,15	**0,35**	-0,02	0,02	**0,57**	0,00	**0,36**	-0,12	0,08	**1,00**	0,15	0,05	0,31	0,27	0,30	0,16	0,31	0,24	0,18	0,17
F2	-0,04	**0,43**	0,27	0,10	0,08	0,16	0,00	0,10	0,12	0,15	**1,00**	**0,33**	0,20	0,25	0,07	-0,06	0,08	0,20	-0,05	0,07
F3	0,07	0,14	0,20	**0,32**	0,03	0,30	0,21	-0,12	0,11	0,05	**0,33**	**1,00**	0,03	-0,19	-0,06	-0,13	-0,25	0,10	-0,02	-0,04
G1	-0,20	**0,35**	-0,01	**0,38**	**0,36**	-0,16	-0,22	-0,16	0,05	0,31	0,20	0,03	**1,00**	**0,47**	**0,44**	-0,06	**0,42**	0,15	0,11	0,04
G2	0,06	0,27	0,22	0,12	0,29	-0,12	0,00	-0,22	-0,07	0,27	0,25	-0,19	**0,47**	**1,00**	**0,41**	0,03	0,29	**0,33**	0,11	0,21
G3	-0,07	**0,32**	0,17	0,29	**0,33**	-0,13	-0,19	-0,06	0,12	0,30	0,07	-0,06	**0,44**	**0,41**	**1,00**	-0,01	0,31	0,23	0,21	0,24
G4	-0,02	-0,06	0,16	0,05	0,23	-0,24	0,09	-0,06	**-0,35**	0,16	-0,06	-0,13	-0,06	0,03	-0,01	**1,00**	0,08	0,10	**0,57**	**0,46**
G5	-0,16	**0,47**	0,10	0,25	0,32	-0,12	-0,17	0,12	0,03	0,31	0,08	-0,25	**0,42**	0,29	0,31	0,08	**1,00**	0,19	0,23	0,27
H1	0,08	**0,33**	0,22	-0,14	0,31	0,00	0,10	0,16	0,28	0,24	0,20	0,10	0,15	**0,33**	0,23	0,10	0,19	**1,00**	0,22	**0,34**
H2	-0,01	0,10	0,10	0,09	0,30	**-0,34**	0,06	-0,05	-0,24	0,18	-0,05	-0,02	0,11	0,11	0,21	**0,57**	0,23	0,22	**1,00**	**0,77**
H3	-0,07	0,21	**0,35**	0,03	0,22	-0,22	0,15	-0,05	-0,21	0,17	0,07	-0,04	0,04	0,21	0,24	**0,46**	0,27	**0,34**	**0,77**	**1,00**

32

Matrice de corrélation				Base 32			Valeur critique au seuil de 5% = 0,35							
	J1	J2	K1	K2	K3	K4	LS	LT	MT	MS	NR1	NR3	NR6	NR7	O
J1	**1,00**	0,10	0,26	**0,37**	0,31	0,21	-0,31	-0,16	-0,04	0,15	-0,02	**0,47**	0,06	0,16	-0,27
J2	0,10	**1,00**	0,20	-0,27	0,12	0,16	0,11	0,10	0,23	0,13	0,26	0,18	0,27	**0,36**	0,00
K1	0,26	0,20	**1,00**	-0,05	**0,54**	**0,80**	0,00	0,23	**0,47**	0,23	0,23	0,34	0,22	0,21	**-0,52**
K2	**0,37**	-0,27	-0,05	**1,00**	**0,37**	-0,06	0,00	**0,36**	0,32	**0,41**	0,16	0,23	0,16	-0,13	0,00
K3	0,31	0,12	**0,54**	**0,37**	**1,00**	**0,67**	0,18	0,25	0,29	0,21	**0,42**	0,17	**0,42**	0,27	-0,32
K4	0,21	0,16	**0,80**	-0,06	**0,67**	**1,00**	0,00	0,17	0,32	0,14	0,28	0,22	0,28	0,26	**-0,43**
LS	-0,31	0,11	0,00	0,00	0,18	0,00	**1,00**	0,00	0,00	0,20	0,08	0,14	0,17	0,11	0,00
LT	-0,16	0,10	0,23	**0,36**	0,25	0,17	0,00	**1,00**	**0,70**	0,28	**0,48**	0,27	**0,49**	0,16	0,00
MT	-0,04	0,23	**0,47**	0,32	0,29	0,32	0,00	**0,70**	**1,00**	**0,49**	**0,36**	0,21	0,26	0,14	-0,30
MS	0,15	0,13	0,23	**0,41**	0,21	0,14	0,20	0,28	**0,49**	**1,00**	0,31	0,21	0,21	-0,01	-0,34
NR1	-0,02	0,26	0,23	0,16	**0,42**	0,28	0,08	**0,48**	**0,36**	0,31	**1,00**	**0,39**	**0,78**	**0,36**	0,00
NR3	**0,47**	0,18	0,34	0,23	0,17	0,22	0,14	0,27	0,21	0,21	**0,39**	**1,00**	**0,45**	**0,48**	0,00
NR6	0,06	0,27	0,22	0,16	**0,42**	0,28	0,17	**0,49**	0,26	0,21	**0,78**	**0,45**	**1,00**	**0,61**	0,00
NR7	0,16	**0,36**	0,21	-0,13	0,27	0,26	0,11	0,16	0,14	-0,01	**0,36**	**0,48**	**0,61**	**1,00**	0,00
O	-0,27	0,00	**-0,52**	0,00	-0,32	**-0,43**	0,00	0,00	-0,30	-0,34	0,00	0,00	0,00	0,00	**1,00**
P	0,30	0,30	-0,08	-0,05	0,11	0,07	-0,11	0,05	0,00	-0,14	**0,37**	0,29	0,31	**0,39**	0,20
Q	-0,13	0,30	-0,08	-0,34	-0,02	0,07	-0,11	0,15	0,00	-0,14	0,31	0,11	0,20	**0,39**	0,20
RP1	**0,38**	0,00	-0,08	0,10	-0,15	-0,01	-0,12	-0,01	-0,13	0,03	0,01	**0,42**	0,15	0,30	-0,21
RP2	0,00	-0,16	-0,23	-0,01	-0,03	-0,02	0,12	-0,13	**-0,35**	-0,24	-0,07	-0,03	-0,02	0,12	0,00
RP3	0,01	-0,27	-0,32	0,03	-0,14	-0,25	0,00	-0,16	-0,32	-0,16	0,14	0,11	0,16	0,13	0,00
RP4	-0,01	0,00	0,32	-0,03	**0,37**	0,25	0,21	0,16	0,00	0,16	**0,36**	0,06	**0,36**	0,28	0,00
RP5	-0,13	0,10	0,29	0,02	0,22	0,26	0,00	0,16	0,08	-0,11	0,31	0,07	0,25	-0,01	0,00
RP6	0,14	-0,09	0,06	0,04	-0,04	0,07	0,00	0,17	0,07	0,34	0,18	0,25	0,00	-0,01	-0,23
RP7	0,00	0,00	0,23	-0,01	-0,03	0,18	0,00	**0,37**	0,25	0,29	0,32	**0,41**	0,32	0,32	0,00
RP8	0,16	0,12	0,31	-0,01	0,17	0,25	**-0,37**	**0,50**	0,14	-0,04	**0,43**	0,25	**0,43**	0,18	0,00
RP9	0,15	0,30	0,29	0,01	0,20	0,25	-0,15	0,31	-0,04	-0,15	0,32	**0,42**	**0,41**	0,25	0,27
RP10	0,19	0,13	**0,37**	0,00	0,23	0,30	0,00	0,19	0,00	0,00	**0,40**	0,34	**0,41**	0,27	0,00
RP11	0,17	0,16	**0,36**	-0,15	-0,04	0,21	-0,08	0,06	0,08	-0,01	0,11	0,23	-0,04	-0,17	-0,28
MRU	0,04	0,33	0,15	0,10	0,28	0,19	-0,17	0,12	0,09	0,07	0,14	-0,07	-0,17	**-0,36**	0,00
TP	-0,08	**-0,38**	-0,05	0,15	-0,25	-0,17	-0,15	0,31	0,12	-0,05	-0,23	0,01	-0,06	-0,09	0,00

Matric															
	P	Q	RP1	RP2	RP3	RP4	RP5	RP6	RP7	RP8	RP9	RP10	RP11	MRU	TP
J1	0,30	-0,13	**0,38**	0,00	0,01	-0,01	-0,13	0,14	0,00	0,16	0,15	0,19	0,17	0,04	-0,08
J2	0,30	0,30	0,00	-0,16	-0,27	0,00	0,10	-0,09	0,00	0,12	0,30	0,13	0,16	0,33	**-0,38**
K1	-0,08	-0,08	-0,08	-0,23	-0,32	0,32	0,29	0,06	0,23	0,31	0,29	**0,37**	**0,36**	0,15	-0,05
K2	-0,05	-0,34	0,10	-0,01	0,03	-0,03	0,02	0,04	-0,01	-0,01	0,01	0,00	-0,15	0,10	0,15
K3	0,11	-0,02	-0,15	-0,03	-0,14	**0,37**	0,22	-0,04	-0,03	0,17	0,20	0,23	-0,04	0,28	-0,25
K4	0,07	0,07	-0,01	-0,02	-0,25	0,25	0,26	0,07	0,18	0,25	0,25	0,30	0,21	0,19	-0,17
LS	-0,11	-0,11	-0,12	0,12	0,00	0,21	0,00	0,00	0,00	**-0,37**	-0,15	0,00	-0,08	-0,17	-0,15
LT	0,05	0,15	-0,01	-0,13	-0,16	0,16	0,16	0,17	**0,37**	**0,50**	0,31	0,19	0,06	0,12	0,31
MT	0,00	0,00	-0,13	**-0,35**	-0,32	0,00	0,08	0,07	0,25	0,14	-0,04	0,00	0,08	0,09	0,12
MS	-0,14	-0,14	0,03	-0,24	-0,16	0,16	-0,11	0,34	0,29	-0,04	-0,15	0,00	-0,01	0,07	-0,05
NR1	**0,37**	0,31	0,01	-0,07	0,14	**0,36**	0,31	0,18	0,32	**0,43**	0,32	**0,40**	0,11	0,14	-0,23
NR3	0,29	0,11	**0,42**	-0,03	0,11	0,06	0,07	0,25	**0,41**	0,25	**0,42**	0,34	0,23	-0,07	0,01
NR6	0,31	0,20	0,15	-0,02	0,16	**0,36**	0,25	0,00	0,32	**0,43**	**0,41**	**0,41**	-0,04	-0,17	-0,06
NR7	**0,39**	**0,39**	0,30	0,12	0,13	0,28	-0,01	-0,01	0,32	0,18	0,25	0,27	-0,17	**-0,36**	-0,09
O	0,20	0,20	-0,21	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,23	0,00	0,00	0,27	0,00	-0,28	0,00	0,00
P	**1,00**	**0,53**	0,07	0,15	0,19	0,23	0,14	-0,20	-0,02	**0,35**	0,02	0,14	0,03	-0,17	-0,06
Q	**0,53**	**1,00**	0,16	0,07	0,05	**0,37**	0,34	0,07	0,26	**0,35**	0,13	0,28	0,08	-0,06	0,04
RP1	0,07	0,16	**1,00**	**0,58**	**0,52**	-0,06	0,04	**0,37**	0,34	0,18	0,08	0,30	0,27	-0,19	0,32
RP2	0,15	0,07	**0,58**	**1,00**	**0,62**	-0,01	0,11	0,01	0,10	0,00	-0,11	0,15	0,07	-0,09	0,26
RP3	0,19	0,05	**0,52**	**0,62**	**1,00**	0,03	0,16	-0,04	0,01	0,01	-0,01	0,00	0,05	-0,31	0,22
RP4	0,23	**0,37**	-0,06	-0,01	0,03	**1,00**	**0,38**	0,04	0,16	**0,44**	0,20	**0,51**	-0,05	-0,10	0,15
RP5	0,14	0,34	0,04	0,11	0,16	**0,38**	**1,00**	0,09	0,13	0,33	**0,40**	**0,53**	0,31	0,07	0,02
RP6	-0,20	0,07	**0,37**	0,01	-0,04	0,04	0,09	**1,00**	**0,56**	0,16	0,11	0,32	0,25	0,00	-0,07
RP7	-0,02	0,26	0,34	0,10	0,01	0,16	0,13	**0,56**	**1,00**	**0,44**	0,26	**0,50**	0,21	-0,10	0,17
RP8	**0,35**	**0,35**	0,18	0,00	0,01	**0,44**	0,33	0,16	**0,44**	**1,00**	**0,52**	**0,67**	0,20	0,05	**0,39**
RP9	0,02	0,13	0,08	-0,11	-0,01	0,20	**0,40**	0,11	0,26	**0,52**	**1,00**	**0,57**	0,28	0,27	-0,06
RP10	0,14	0,28	0,30	0,15	0,00	**0,51**	**0,53**	0,32	**0,50**	**0,67**	**0,57**	**1,00**	0,29	0,00	0,18
RP11	0,03	0,08	0,27	0,07	0,05	-0,05	0,31	0,25	0,21	0,20	0,28	0,29	**1,00**	0,16	0,05
MRU	-0,17	-0,06	-0,19	-0,09	-0,31	-0,10	0,07	0,00	-0,10	0,05	0,27	0,00	0,16	**1,00**	-0,33
TP	-0,06	0,04	0,32	0,26	0,22	0,15	0,02	-0,07	0,17	**0,39**	-0,06	0,18	0,05	-0,33	**1,00**

Matrice de	Base 38				Valeur critique au seuil de 5% = 0,32									
corrélation	DP4	DP5	DP9	DP10	I3	LP3	LP2	LP6	LP1/3	LP3/2	LP1/2	LU	LV	MP9
DP4	**1,00**	**0,53**	**0,56**	**0,43**	0,13	0,01	0,11	0,19	**0,35**	0,24	**0,32**	0,28	0,23	0,05
DP5	**0,53**	**1,00**	**0,58**	**0,44**	0,30	-0,04	0,05	0,25	0,18	0,13	0,25	0,06	0,29	0,11
DP9	**0,56**	**0,58**	**1,00**	**0,36**	0,07	0,25	-0,01	0,20	**0,45**	0,09	0,20	**0,37**	**0,43**	0,03
DP10	**0,43**	**0,44**	**0,36**	**1,00**	0,14	0,05	-0,09	0,04	**0,39**	0,15	0,18	0,10	0,18	0,14
I3	0,13	0,30	0,07	0,14	**1,00**	0,11	0,00	-0,14	-0,09	0,16	0,00	0,00	0,14	0,19
LP3	0,01	-0,04	0,25	0,05	0,11	**1,00**	0,25	0,18	0,26	0,15	0,18	0,13	0,29	0,19
LP2	0,11	0,05	-0,01	-0,09	0,00	0,25	**1,00**	**0,72**	-0,08	**0,36**	**0,50**	0,16	0,23	0,30
LP6	0,19	0,25	0,20	0,04	-0,14	0,18	**0,72**	**1,00**	0,09	0,22	**0,44**	0,22	0,16	**0,35**
LP1/3	**0,35**	0,18	**0,45**	**0,39**	-0,09	0,26	-0,08	0,09	**1,00**	0,18	0,27	**0,34**	-0,09	-0,25
LP3/2	0,24	0,13	0,09	0,15	0,16	0,15	**0,36**	0,22	0,18	**1,00**	**0,85**	0,12	-0,02	0,03
LP1/2	**0,32**	0,25	0,20	0,18	0,00	0,18	**0,50**	**0,44**	0,27	**0,85**	**1,00**	0,22	0,02	-0,03
LU	0,28	0,06	**0,37**	0,10	0,00	0,13	0,16	0,22	**0,34**	0,12	0,22	**1,00**	**0,42**	-0,22
LV	0,23	0,29	**0,43**	0,18	0,14	0,29	0,23	0,16	-0,09	-0,02	0,02	**0,42**	**1,00**	0,21
MP9	0,05	0,11	0,03	0,14	0,19	0,19	0,30	**0,35**	-0,25	0,03	-0,03	-0,22	0,21	**1,00**
MP3	0,16	0,22	-0,10	0,07	0,13	0,01	**0,62**	**0,63**	-0,14	0,17	0,12	0,08	0,06	**0,61**
MP5	0,24	0,13	0,09	0,15	0,16	0,15	**0,62**	**0,54**	-0,02	**0,64**	**0,54**	0,12	0,14	0,24
MP1/3	0,22	0,26	0,24	0,08	0,00	0,08	**0,35**	**0,48**	0,22	**0,56**	**0,48**	0,23	0,08	0,26
MP1/5	0,31	0,17	0,14	0,12	0,19	0,12	**0,50**	0,30	0,06	**0,81**	**0,69**	0,15	0,11	0,11
MN	**0,55**	**0,38**	**0,56**	0,30	0,00	**0,36**	0,19	0,24	**0,60**	0,13	0,24	**0,58**	**0,36**	-0,16
NF2	0,16	0,01	0,14	0,28	**0,37**	0,28	-0,23	-0,06	0,24	-0,12	-0,19	0,15	0,18	0,25
NF4	0,29	0,14	0,16	0,24	0,24	0,24	-0,20	-0,04	0,30	0,04	-0,04	0,21	0,15	0,21
NF6	**0,35**	0,14	0,27	**0,34**	0,16	0,30	-0,14	0,03	0,27	0,12	0,03	0,08	0,15	**0,43**
NF7	0,12	0,12	0,18	0,28	0,27	**0,34**	0,01	0,18	0,10	0,11	0,04	0,01	0,18	0,13
NR2	0,01	0,15	0,04	0,32	**0,45**	0,16	-0,21	-0,04	0,15	0,04	-0,04	0,16	0,09	0,05
NR4	0,08	0,03	0,30	0,26	0,18	**0,38**	-0,16	-0,01	0,20	0,06	-0,01	0,27	0,29	0,18
NR6	0,14	0,01	0,12	**0,34**	0,05	0,31	-0,28	-0,16	0,14	0,01	-0,05	-0,01	0,20	0,28
NR7	0,11	-0,10	0,16	0,23	0,00	**0,36**	-0,12	0,03	0,06	-0,05	-0,11	0,19	0,27	0,19
RP7	**0,33**	**0,34**	**0,38**	**0,49**	0,29	**0,38**	-0,08	-0,04	**0,33**	0,09	0,11	0,15	0,22	0,10

35

Matrice de corrélation	MP3	MP5	MP1/3	MP1/5	MN	NF2	NF4	NF6	NF7	NR2	NR4	NR6	NR7	RP7
DP4	0,16	0,24	0,22	0,31	**0,55**	0,16	0,29	**0,35**	0,12	0,01	0,08	0,14	0,11	**0,33**
DP5	0,22	0,13	0,26	0,17	**0,38**	0,01	0,14	0,14	0,12	0,15	0,03	0,01	-0,10	**0,34**
DP9	-0,10	0,09	0,24	0,14	**0,56**	0,14	0,16	0,27	0,18	0,04	0,30	0,12	0,16	**0,38**
DP10	0,07	0,15	0,08	0,12	0,30	0,28	0,24	**0,34**	0,28	0,32	0,26	**0,34**	0,23	**0,49**
I3	0,13	0,16	0,00	0,19	0,00	**0,37**	0,24	0,16	0,27	**0,45**	0,18	0,05	0,00	0,29
LP3	0,01	0,15	0,08	0,12	**0,36**	0,28	0,24	0,30	**0,34**	0,16	**0,38**	0,31	**0,36**	**0,38**
LP2	**0,62**	**0,62**	**0,35**	**0,50**	0,19	-0,23	-0,20	-0,14	0,01	-0,21	-0,16	-0,28	-0,12	-0,08
LP6	**0,63**	**0,54**	**0,48**	0,30	0,24	-0,06	-0,04	0,03	0,18	-0,04	-0,01	-0,16	0,03	-0,04
LP1/3	-0,14	-0,02	0,22	0,06	**0,60**	0,24	0,30	0,27	0,10	0,15	0,20	0,14	0,06	**0,33**
LP3/2	0,17	**0,64**	**0,56**	**0,81**	0,13	-0,12	0,04	0,12	0,11	0,04	0,06	0,01	-0,05	0,09
LP1/2	0,12	**0,54**	**0,48**	**0,69**	0,24	-0,19	-0,04	0,03	0,04	-0,04	-0,01	-0,05	-0,11	0,11
LU	0,08	0,12	0,23	0,15	**0,58**	0,15	0,21	0,08	0,01	0,16	0,27	-0,01	0,19	0,15
LV	0,06	0,14	0,08	0,11	**0,36**	0,18	0,15	0,15	0,18	0,09	0,29	0,20	0,27	0,22
MP9	**0,61**	0,24	0,26	0,11	-0,16	0,25	0,21	**0,43**	0,13	0,05	0,18	0,28	0,19	0,10
MP3	**1,00**	**0,46**	**0,42**	0,26	0,11	-0,02	0,12	0,11	0,11	0,01	-0,07	-0,11	-0,03	-0,01
MP5	**0,46**	**1,00**	**0,56**	**0,81**	0,13	-0,12	0,04	0,12	0,27	-0,11	0,06	-0,10	0,10	-0,07
MP1/3	**0,42**	**0,56**	**1,00**	**0,70**	0,23	-0,15	0,10	0,17	0,15	-0,14	0,11	-0,12	-0,12	-0,22
MP1/5	0,26	**0,81**	**0,70**	**1,00**	0,16	-0,21	-0,03	0,02	0,03	-0,20	-0,01	-0,18	-0,17	-0,12
MN	0,11	0,13	0,23	0,16	**1,00**	0,31	**0,41**	**0,33**	0,17	0,16	0,25	0,13	0,23	**0,42**
NF2	-0,02	-0,12	-0,15	-0,21	0,31	**1,00**	**0,74**	**0,70**	**0,47**	**0,73**	**0,59**	**0,62**	**0,54**	**0,52**
NF4	0,12	0,04	0,10	-0,03	**0,41**	**0,74**	**1,00**	**0,75**	**0,57**	**0,56**	**0,69**	**0,62**	**0,65**	**0,37**
NF6	0,11	0,12	0,17	0,02	**0,33**	**0,70**	**0,75**	**1,00**	**0,59**	**0,51**	**0,67**	**0,82**	**0,63**	**0,33**
NF7	0,11	0,27	0,15	0,03	0,17	**0,47**	**0,57**	**0,59**	**1,00**	**0,60**	**0,73**	**0,64**	**0,64**	**0,34**
NR2	0,01	-0,11	-0,14	-0,20	0,16	**0,73**	**0,56**	**0,51**	**0,60**	**1,00**	**0,57**	**0,56**	**0,50**	**0,59**
NR4	-0,07	0,06	0,11	-0,01	0,25	**0,59**	**0,69**	**0,67**	**0,73**	**0,57**	**1,00**	**0,72**	**0,81**	**0,41**
NR6	-0,11	-0,10	-0,12	-0,18	0,13	**0,62**	**0,62**	**0,82**	**0,64**	**0,56**	**0,72**	**1,00**	**0,65**	**0,44**
NR7	-0,03	0,10	-0,12	-0,17	0,23	**0,54**	**0,65**	**0,63**	**0,64**	**0,50**	**0,81**	**0,65**	**1,00**	**0,42**
RP7	-0,01	-0,07	-0,22	-0,12	**0,42**	**0,52**	**0,37**	**0,33**	**0,34**	**0,59**	**0,41**	**0,44**	**0,42**	**1,00**

ANNEXES A LA PARTIE 2

LES GRANDEURS

1 Introduction

Nous ne savons que peu de chose sur l'origine des mathématiques : « la géométrie a pu naître des besoins de l'arpentage et l'arithmétique de ceux du négoce. » Ce sont souvent des considérations pratiques qui ont fait avancer les sciences en général et les mathématiques en particulier. Thalès aurait émerveillé le Pharaon en évaluant la hauteur des pyramides et Pythagore serait l'inventeur du fameux théorème sur le triangle rectangle qui au-delà de la géométrie a provoqué la recherche des triplets pythagoriciens.
Les éléments d'Euclide traitent séparément l'arithmétique et les grandeurs non seulement par tradition mais aussi parce que les rapports de grandeurs incommensurables ne sont pas reconnus en tant que nombres.
Cette dichotomie : problèmes géométriques d'une part, problèmes numériques d'autre part va durer jusqu'à Viète et Stevin.

> « Les principes posés par Viète s'imposent enfin. Il n'y a plus d'une part des problèmes géométriques, d'autre part des problèmes numériques.
> Une analyse générale englobe le tout. Le langage se précise, l'Angleterre apportant les expressions de «série » et de «convergence », dans des sens qui se rapprochent de plus en plus de la signification actuelle. Leibniz et Jean Bernouilli introduisant le mot de « fonction » là où des expressions imprécises d'origines diverses cachaient une même notion incomplètement dégagée.
> Surtout triomphe le Calcul, en qui semble pour un temps se résumer l'ensemble des mathématiques. Ce vocable englobe les diverses techniques infinitésimales, calcul différentiel (fluxions de Newton), calcul intégral (chez Newton, retour des fluxions aux fluentes), équations différentielles, calcul des variations. » [Mama]

L'étude des grandeurs est le fondement des mathématiques. Elle en est le moteur jusqu'au XVI[ème] siècle. La méthode des fluxions de Newton (1647-1727) se nourrit encore de cinématique bien que celle-ci n'y joue qu'un rôle métaphorique, le temps tenant lieu de variable universelle.

> « LV. En voilà tout autant qu'il en faut de dit sur ces méthodes de calcul, dont je ferai un fréquent usage dans la suite. Reste maintenant à donner quelques essais de problèmes, surtout de ceux que nous présente la nature des courbes, et cela pour mettre l'art analytique dans un plus grand jour. Et d'abord j'observerai que toutes leurs difficultés peuvent se réduire à ces deux problèmes seulement que je vais proposer sur un espace décrit par un mouvement local retardé ou accéléré d'une façon quelconque.
> LVI. 1 La longueur de l'espace décrit étant continuellement donnée, trouver la vitesse du mouvement à un temps donné quelconque.
> LVII. 2 La vitesse du mouvement étant continuellement donnée, trouver la longueur de l'espace décrit à un temps donné quelconque.
> LVIII. Ainsi dans l'équation $xx = y$, si y représente la longueur de l'espace décrit à un temps quelconque, lequel temps un autre espace x en augmentant d'une vitesse uniforme $\dot{x}$ mesure et représente comme décrit, alors $2x\dot{x}$ représentera la vitesse avec laquelle dans le même instant l'espace y viendra à être décrit *et vice versa* ; et c'est de-

là que j'ai dans ce qui suit considéré les quantités comme produites par une augmentation continuelle à la manière de l'espace que décrit un corps en mouvement. LIX. Mais comme nous n'avons pas besoin de considérer ici le temps autrement que comme exprimé et mesuré par un mouvement local uniforme, et qu'outre cela nous ne pouvons jamais comparer ensemble que des quantités de même genres, non plus que leurs vitesses d'accroissement et de diminution ; je n'aurai dans ce qui suit aucun égard au temps considéré proprement comme tel ; mais je supposerai que l'une des quantités proposées de même genre doit augmenter par une fluxion uniforme, à laquelle je rapporterai tout le reste comme si c'était au temps ; donc par analogie cette quantité peut, avec raison, recevoir le nom des temps ; ainsi quand dans la suite pour donner des idées plus claires et plus distinctes, je me servirai du mot *temps*, je n'entends jamais le temps proprement pris comme tel, mais seulement une autre quantité par l'augmentation ou fluxion de laquelle le temps peut être exprimé et mesuré. »

[Méthode des fluxions et des suites infinies ; pages 63 et 64]

En général on attribue à Euler (1707-1783) l'ordre de présentation actuel des mathématiques, résultant d'un renversement à la suite duquel la mécanique et la géométrie y apparaissent comme des mathématiques appliquées. L'étude des grandeurs semble être maintenant de la responsabilité des physiciens.
Les mathématiques modernes construites à partir de la théorie des ensembles et légitimées par la méthode axiomatique se détachent totalement de la méthode expérimentale et ne se soucient plus du concept de grandeur. Déjà Cantor (1845-1918) parlait de « multiplicité » prémisse à la notion d'ensemble, pour définir le cardinal ou puissance d'un ensemble. Bien sûr la rupture avec l'idée de grandeur est totalement consommée avec Nicolas Bourbaki :

« On peut maintenant faire comprendre ce qu'il faut entendre, d'une façon générale, par une structure mathématique. Le trait commun des diverses notions désignées sous ce nom générique, est qu'elles s'appliquent à des ensembles d'éléments dont la nature n'est pas spécifiée ; pour définir une structure, on se donne une ou plusieurs relations, où interviennent ces éléments ; on postule ensuite que la ou les relations données satisfont à certaines conditions (qu'on énumère) et qui sont les axiomes de la structure envisagée. Faire la théorie axiomatique d'une structure donnée, c'est déduire les conséquences logiques des axiomes de la structure, en s'interdisant toute autre hypothèse sur les éléments considérés (en particulier, toute hypothèse sur leur «nature» propre). »

[Nicolas Bourbaki ; l'architecture des mathématiques ; 1948]

Néanmoins certains mathématiciens contemporains, préoccupés par des questions d'enseignement et de formation des professeurs se sont penchés sur le concept de grandeur.

2 Qu'est-ce qu'une grandeur ?

Dans les « Eléments » Euclide ne donne aucune définition, le mot « grandeur » y apparaît comme un terme primitif ayant acquis une certaine stabilité culturelle.
Dans les manuels les définitions qui apparaissent dépendent du niveau de connaissances présumé du lecteur et du rôle que l'auteur veut faire jouer aux grandeurs dans la construction des mathématiques.
Henri Lebesgue dans « La mesure des grandeurs ; 1975 »[MEDG] s'adresse à des mathématiciens experts et appuie son exposé sur la notion de mesure supposée connue du

lecteur. Il ne définit pas les grandeurs en général : « ... il faudrait créer une théorie qui s'appliquerait à la fois aux volumes et à l'ambition, à la température et à l'appétit, au budget de l'état, à la fertilité du sol, à l'intelligence, au niveau de la Seine, à l'étonnement, etc., et en particulier à la grandeur du nombre qui mesure une grandeur. Autant dire que la vraie difficulté serait de trouver quelque chose qui n'appartient pas à la catégorie des grandeurs qui ne soit à aucun égard susceptible ni d'augmentation, ni de diminution. ». Il se limite à dégager une notion de grandeur qui englobe les grandeurs : longueur, aire et volume.
Nicolas Rouche aborde dans son traité « Le sens de la mesure ; 1992 » [SEME] le problème de l'enseignement de la mesure des grandeurs à l'école élémentaire. Il essaie d'articuler le point de vue quotidien (la perception des choses) avec le point de vue du mathématicien par une construction basée sur la comparaison des objets matériels. Les grandeurs sont des classes d'équivalence d'objets physiques.

Dans l'idée de grandeur il y a deux aspects.
L'aspect qualitatif fait appel à la nature des choses, propriété qui caractérise une grandeur (longueur, masse, température, ...). Mais cette qualité est choisie parce qu'elle permet des comparaisons ; elle contient donc l'idée de variation (qui est à l'origine de l'idée de fonction, voir point d'histoire 3). Les mathématiciens ont eu des difficultés à rendre compte et à étudier ces variations tant qu'ils ne disposaient pas des nombres réels. On verra comment Nicole d'Oresme (1323-1382) représentait les différentes intensités des qualités par des segments.
L'aspect quantitatif[1] évoque la possibilité d'associer un nombre à toute grandeur. Mais ce n'était pas possible dans l'antiquité et le moyen âge où le mot « nombre » désignait uniquement les entiers. Une des taches des mathématiciens consistait alors à « numériser » les grandeurs avec le seul outil à leur disposition celui des proportions.
Pour résumer on pourrait dire :

- grandeur qualitative : qui a qualité à augmenter ou diminuer.
- grandeur quantitative : grandeur additive.

En particulier : « température, pression, densité,... » ne sont pas des grandeurs additives.
Les mathématiciens s'intéressent plus particulièrement aux grandeurs mesurables (donc quantitatives) dites aussi additives (voire dénombrablement additives pour la mesure de Lebesgue).

Dans la pensée et la langue commune, une grandeur est perçue comme la propriété d'un objet ; un objet possède une certaine grandeur comparativement à un objet de même nature. La grandeur d'un objet est une qualité qu'il partage avec ceux qui lui sont comparables d'un certain point de vue. Un objet est plus grand qu'un autre, en référence à une idée protomathématique de longueur, de volume, de masse, ... , exprimée par les mots « grand, gros, lourd, ...
On ne peut définir à l'origine, et si on ne dispose pas des nombres, que des relations entre les objets en les comparant, donc définir des relations d'ordre ou relations d'équivalence. Pour mathématiser l'idée de grandeur on peut concevoir qu'une grandeur sera une classe d'équivalence d'objets de même nature, l'ordre sur les objets détermine l'ordre sur les classes[2].

---

[1] La quantité est la chose même qui est susceptible d'être mesurée. Le mot « quantité » peut avoir un champ d'utilisation vaste et désigner objets, grandeurs ou nombres.
[2] Pour une modélisation complète on pourra voir : « Nicolas Rouche ; Le sens de la mesure ; Didier Hatier ; 1992. »

Mais il n'est pas nécessaire d'attendre la mise en place d'un formalisme pour travailler sur les grandeurs. Dès l'école primaire on peut aborder la notion de grandeur malgré la difficulté qu'il y a à la définir à un niveau élémentaire. Voici ce que proposait Félicien Girod en 1901, dans sa « Nouvelle arithmétique des écoles primaires ».

> « 1. On appelle grandeur ou quantité toute chose, être ou qualité, dont l'esprit peut concevoir l'augmentation ou la diminution.
> Lorsque nous constatons qu'un objet est plus ou moins long, plus ou moins lourd, plus ou moins chaud, plus ou moins beau, plus ou moins utile, nous avons la notion des grandeurs que l'on nomme *longueur, poids, chaleur, le beau et l'utile.*
> 2. Les mathématiques sont la science des grandeurs mesurables ; le beau, l'utile, l'agréable n'étant susceptibles d'aucune mesure ne sont pas de leur ressort.
> Les principales grandeurs mathématiques sont : les collections d'objets semblables, les lignes, les surfaces, les volumes, les poids, les forces, la valeur des objets, les angles et le temps.
> On les divise en grandeurs **discontinues** et en grandeurs **continues**.
> Les premières sont composées d'objets semblables et distincts ; tels sont les marches d'un escalier, un troupeau de moutons, les billes contenues dans un sac, etc.
> Les secondes forment un tout ne présentant par lui-même aucune division, comme par exemple la longueur d'une table, la surface d'un champ, le poids d'un corps.
> 3. Toute grandeur discontinue peut être considérée comme formée par la répétition de l'un des objets qui la composent ; cette opération consiste à ajouter un objet à un objet semblable ; à cette collection, un nouvel objet, et ainsi de suite, jusqu'à ce que tous les objets aient été épuisés. »
>
> Félicien Girod ; Nouvelle arithmétique des écoles primaires ; Paris ; 1901.

RAPPORTS ET PROPORTIONS

« Le bec est au corbeau comme le museau est au renard »
corrélat de Spearman

Sur les mathématiques égyptiennes (2000 ans avant notre ère) il ne reste que le Papyrus Rhind et le Papyrus de Moscou.

Les Grecs nous ont transmis plus de précisions sur leurs savants.
La légende laisse entendre que Thalès aurait émerveillé le Pharaon en mesurant la hauteur des pyramides au moyen de leur ombre. Mais le Papyrus Rhind contient déjà plusieurs questions de géométrie élémentaire fondée sur la similitude et la tablette babylonienne du British Muséum contient plusieurs problèmes qui datent de l'Ancien Age et qui se rapportent à des questions de proportionnalité. Par exemple : un escalier formé de marches égales a une hauteur H et une longueur horizontale L ; chaque marche a la hauteur h et la longueur l. Pour trouver un des quatre nombres connaissant les trois autres on utilise la proportion $\frac{H}{L}=\frac{h}{l}$.
Ce que Thalès aurait institué comme savoir n'était qu'une connaissance ancienne.

Les pythagoriciens ont développé des théories arithmétiques liées aux rapports et proportions. En particulier celle des « médiétés » traite des moyennes arithmétique, géométrique et harmonique.

Dans les Eléments d'Euclide l'arithmétique et les grandeurs sont traitées séparément. Cette dichotomie va perdurer jusqu'à l'apparition de l'algèbre. Quant à la théorie des rapports et proportions, elle figure encore dans les encyclopédies du XIX$^{\text{ème}}$ siècle.

<u>Rapports</u>

Le vocabulaire qui accompagne un concept a souvent des difficultés à se stabiliser. Le mot « rapport » d'origine grecque est traduit en latin par « proportio » puis à partir de 1500 en « ratio ».

Certaines traductions des éléments d'Euclide utilisent le mot « rapport » d'autres le mot « raison ».

En 1484, Nicolas Chuquet écrit :

> « Des proporcions des nombres
> Proporcion cest labitude qui est entre deux nombres quant est compare (lung) a laultre Et est double cestassauoir proporcion egale et proporcion Inegale ℭ Proporcio egal est quant vng nombre est compare a vng aultre a luy egal cōme .1. a .1. 2. a .2. 3. a .3. rc. Proporcion Inegale est quant deux nombres Inegaulx sont relatez lung a laultre et est cste ꝓporcion encores double Car lune est Du maieur au mineur Et laultre du mineur au maieur. La ꝓporcio du maieur au mineur est quant le maieur nombre est compare au mineur comme .6. a .2. Et la proportion du mineur au maieur est par lopposite quant le mineur est compare au maieur cōme .2. a .6. »

Dans l'encyclopédie de Diderot (1751) figurent les deux mots « rapport » et « raison ».

Le mot « raison » est encore utilisé de nos jours pour les suites arithmétiques et géométriques.

Qu'est-ce qu'un rapport ?

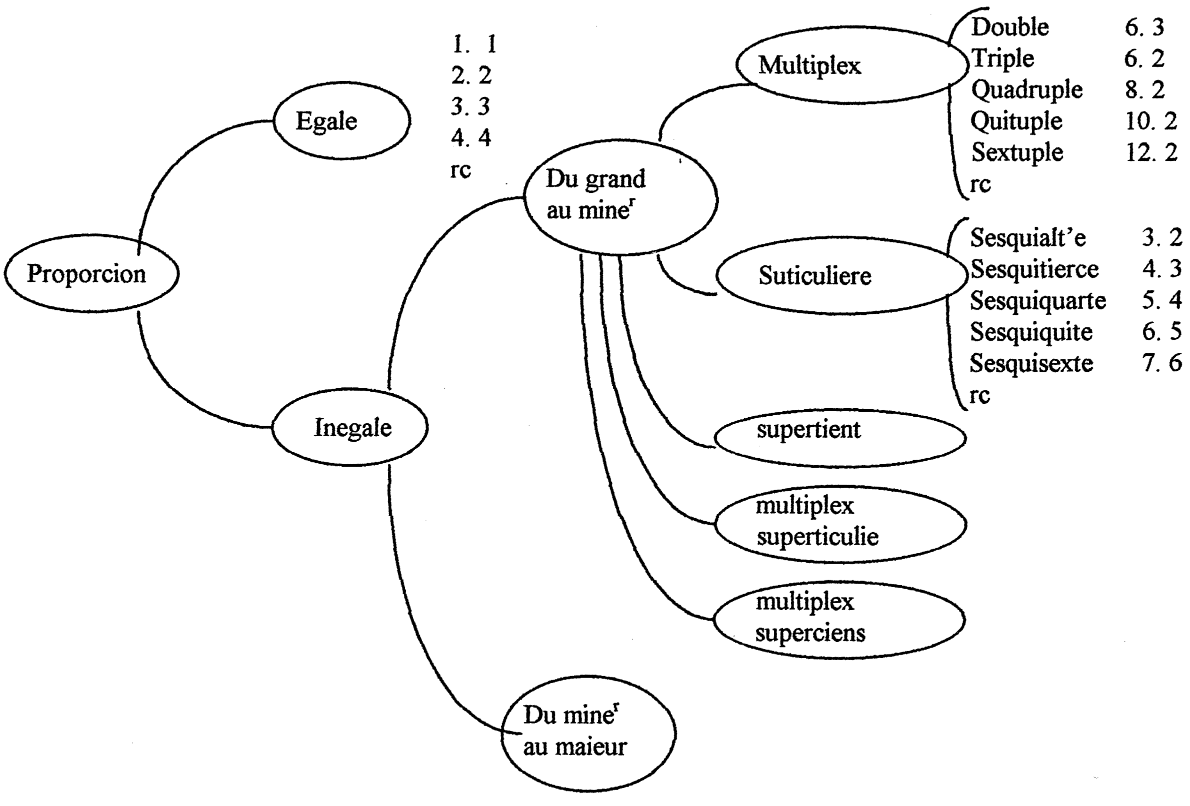
Pour les anciens seuls « existaient » les nombres entiers. La description des rapports nécessitait donc toute une terminologie lourde qui va perdurer jusqu'au XV^{e} siècle. Voici un aperçu succinct de la nomenclature de Nicomaque de Gerasa (II^{e} siècle) :

> *« Dans Nicomaque on distingue les rapports multiples : double, triple, etc... ,et leurs inverses ou sous-multiples : sous-double, sous-triple. Viennent ensuite les rapports* épimores *ou* surparticuliers. *Dans ces rapports le premier terme ou* antécédent *contient une fois le second ou* conséquent, *avec une partie en plus. On a ainsi* l'hémiole *ou sesquialtére 1 1/2,* l'épitrite *ou sesquitierce 1 1/3, etc... Leurs inverses sont le sous-sesquialtère, le sous-sesquitierce, etc...*
>
> *On trouve encore les rapports* épimères *où l'antécédent contient le conséquent et plusieurs de ses parties. On les appelle en français raisons* surpartientes. *Par exemple 1 2/3 ou surbipartiente tierce.*
>
> *Viennent enfin les raisons multiples surparticulières comme 3 1/2, et.surpartientes comme 2 4/5. Lorsque l'on parle de la raison inverse on fait précéder le nom de* sous : *raison* sous quadruple-surquadrupartientes quintes *: rapport de 5 à 24.*
>
> *Le conséquent contient quatre fois l'antécédent avec en plus ses quatre cinquièmes. »*

[MAMA] page 34

Nicolas Chuquet utilise en 1484 la même description des rapports qu'il essaie de représenter sous forme de tableau.

> « La proporcion du maieur au mineur a cinq especes generales cestasR la multiplex. la su℘ ℘ticuliere. la super℘tient. la multiplex super℘ticuliē et la multiplex super℘ciens



A la contrainte des entiers s'ajoute celle de ne considérer que des rapports de grandeurs homogènes (de même nature). On l'appelle « obstacle de l'homogénéité ».
La définition 3 du livre V des Eléments d'Euclide apporte peu d'information sur ce qu'est un rapport :

> « Un rapport est une certaine manière d'être de deux grandeurs homogènes entre elles, suivant la quantité » ;

mais elle indique clairement qu'il s'agit de comparer deux grandeurs homogènes entre elles.
La définition 5 confirme que deux grandeurs ne peuvent avoir un rapport entre elles que si elles peuvent se surpasser mutuellement :

> « Des grandeurs sont dites avoir une raison entre elles, lorsque ces grandeurs, étant multipliées, peuvent se surpasser mutuellement. »

Remarquons que cette définition préfigure l'axiome d'Archimède.

Cet obstacle de l'homogénéité va résister même à l'algèbre puisqu'en 1872, dans sa « théorie des rapports et proportions », Joseph Bertrand considère encore le rapport de deux grandeurs de même nature :

> « Le rapport d'une grandeur à une autre de même nature, est le nombre qui servirait de mesure à la première si la seconde était prise pour unité ».

Mais ici le rapport est explicitement considéré comme un nombre alors que Nicolas Chuquet (1484) donnait un nom à chacun des rapports qu'il étudiait.

Jusqu'au XVIème siècle les raisons de grandeurs incommensurables n'avaient pas le statut d'objets mathématiques indépendants des grandeurs physiques. Les mathématiciens ne les *considéraient pas comme des nombres susceptibles d'addition et de multiplication. On parle* de nombres obscurs, sourds, inexplicables, absurdes.
Les pythagoriciens pensaient que « Tout est nombre ». Mais tant qu'aucune relation entre grandeurs et nombres (leurs mesures) n'est établie explicitement, les mathématiciens ne peuvent comparer que des grandeurs de même nature en regardant comment une grandeur est contenue ou contient l'autre grandeur. Or l'idée de « mesure » passe par la reconnaissance des rapports en tant que nombres. On voit comment « homogénéité » et « incommensurabilité » sont deux obstacles concomitants à la construction des rapports en tant que nombres (réels).
Pour palier à ces obstacles les pythagoriciens vont faire usage des proportions pour « numériser » les raisons. La théorie des rapports et proportions va se développer sous l'ère euclidienne. Elle met l'accent sur l'égalité de deux rapports ce qui évite l'usage de la décomposition additive des fractions en entiers et quantièmes.
Les raisons incommensurables seront identifiées à des nombres par Simon Stevin dans son traité des « incommensurables grandeurs ; arithmétique 1585 ». Il écrit : « qu'il n'y a aucuns nombres absurdes, irrationnels, inexplicables ou sourds ».
Descartes aura la même pratique des nombres que Stevin mais la numérisation des raisons passe toujours par la géométrie.
L'apparition de l'algèbre permet l'écriture des rapports telle qu'on la connaît aujourd'hui. En particulier elle permet de comparer des grandeurs de natures différentes via leurs « mesures ».
Les rapports externes vont permettre de définir les grandeurs dérivées et les relations fonctionnelles comme on va le voir dans le paragraphe suivant.
La construction algébrique de l'ensemble des nombres réels à partir des entiers n'a lieu que dans la seconde moitié du XIXème siècle avec Cantor et Dedekind.

Proportions

Euclide traite séparément les grandeurs et les nombres peut-être par tradition et par souci d'homogénéité, mais aussi parce que la « nature » des rapports est différente suivant qu'il s'agit de nombres entiers ou de grandeurs. Le rapport de deux grandeurs ne peut pas toujours être exprimé avec un rapport d'entiers. Les entiers eux ne sont pas toujours divisibles comme les grandeurs continues. La découverte de l'incommensurabilité et les paradoxes de Zénon ont largement contribué à séparer le traitement du discret (les nombres) et du continu (les grandeurs).

Le livre VII des Eléments traite les **nombres** :
Définition 21 (d'origine Pythagoricienne)

> « Des nombres ont le même rapport lorsque le premier est le même multiple du second que le troisième l'est du quatrième, ou lorsque le premier est la même ou les mêmes parties du second que le troisième l'est du quatrième. »

Proposition 13 :

> « Si quatre nombres sont proportionnels, ils seront encore proportionnels par permutation. »

Proposition 14 :

> « S'il y a autant de nombres qu'on voudra d'un côté, et autant d'un autre qui soient, pris deux à deux, en même rapport, ils seront aussi en même rapport par égalité.
>
> Proportion par raison converse, ou invertendo :
> De $a:b = c:d$ on conclut $b:a = d:c$
>
> Proportion par composition de raison, ou componendo :
> De $a:b = c:d$ on conclut $(a+b):b = (c+d):d$
>
> Proportion par division de raison, ou dividendo :
> De $a:b = c:d$ on tire $(a-b):b = (c-d):d$
>
> Proportion par conversion de raison, ou convertendo :
> De $a:b = c:d$ on tire $a:(a-b) = c:(c-d)$.

Remarque : Euclide représente les nombres par des segments de droite ce qui lui permet de traiter les nombres en général.

Le livre V est consacré aux **grandeurs** :

> « Définitions
> 1. Une grandeur est partie d'une grandeur, la plus petite de la plus grande, quand la plus petite mesure la plus grande.
> 2. Une grandeur plus grande est multiple d'une grandeur plus petite, quand la plus grande est mesurée par la plus petite.
> 3. Une raison est certaine manière d'être de deux grandeurs homogènes entre elles, suivant la quantité.
> 4. Une proportion est une identité de raisons.

5. Des grandeurs sont dites avoir une raison entre elles, lorsque ces grandeurs, étant multipliées, peuvent se surpasser mutuellement.
6. Des grandeurs sont dites être en même raison, la première à la deuxième, et la troisième à la quatrième, lorsque des équimultiples quelconques de la première et de la troisième, et d'autres équimultiples quelconques de la deuxième et de la quatrième sont tels, que les premiers équimultiples surpassent, chacun à chacun, les seconds équimultiples, ou leur sont égaux à la fois, ou plus petits à la fois.
7. Les grandeurs qui ont la même raison sont dites proportionnelles.
8. Lorsque, parmi ces équimultiples, un multiple de la première surpasse un multiple de la deuxième, et qu'un multiple de la troisième ne surpasse pas un multiple de la quatrième, on dit alors que la première a avec la seconde une plus grande raison que la troisième avec la quatrième. »

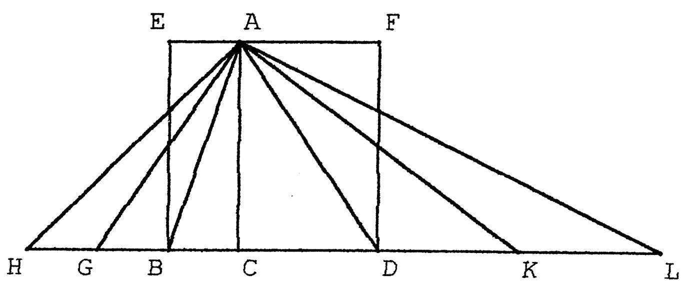
Éléments, livre V, Définitions, v. 300 av. J.-C.

La définition 6 est attribuée à Eudoxe de Cnide. Elle concerne des couples de grandeurs pour lesquelles on définit l'égalité en rapport ou en raison. En langage moderne, étant donnés deux couples de grandeurs (A , B) et (C , D) il y a égalité de raison c'est à dire « proportion » si et seulement si, pour tout couple d'entiers naturels non nuls (m , n) on a les implications suivantes selon les trois seuls cas possibles :
Si $nA>mB$ alors $nC>mD$
Si $nA=mB$ alors $nC=mD$
Si $nA<mB$ alors $nC<mD$.
Cette définition contient le moyen de comparer des rapports incommensurables. Elle préfigure la construction des suites de Cauchy pour l'approche des réels.

L'application des propriétés développées au livre V se trouve dès le livre VI avec l'étude de la géométrie plane comme le montre l'exemple suivant :
Proposition 1 :

« Les triangles et les parallélogrammes qui ont la même hauteur sont entre eux comme leurs bases. »

La démonstration de cette proposition est un exemple d'utilisation de la définition 6.



« Soient les triangles ABC, ACD et les parallélogrammes EC, CF ayant la même hauteur. Je dis que la base BC est à la base CD comme le triangle ABC est au triangle ACD, et comme le parallélogramme EC est au parallélogramme CF.

Prolongeons la droite BD de part et d'autre vers les points H, L. Prenons tant de droites qu'on voudra BG, GH, égales chacune à la base BC, et tant de droites qu'on voudra DK, KL, égales chacune à la base CD.

Joignons AG, AH, AK, AL.

Puisque les droites CB, BG, GH sont égales entre elles, les triangles AHG, AGB, ABC sont égaux entre eux. Donc le triangle AHC est le même multiple du triangle ABC que la base HC de la base BC.

Pour la même raison, le triangle ALC est le même multiple du triangle ACD que la base CL l'est de la base CD.

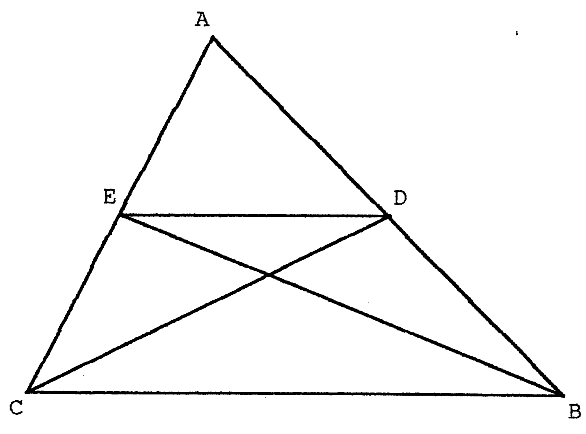
Si la base HC est égale à la base CL, le triangle AHC est égal au triangle ALC; si la base HC surpasse la base CL, le triangle AHC surpasse le triangle ALC; et si la base HC est plus petite que la base CL, le triangle AHC est plus petit que le triangle ALC.

Ayant donc quatre grandeurs, les deux bases BC, CD, et les deux triangles ABC, ACD on a pris des équimultiples quelconques de la base BC et du triangle ABC, savoir la base HC et le triangle AHC. On a pris aussi d'autres équimultiples quelconques de la base CD et du triangle ACD, savoir la base CL et le triangle ALC.

Et l'on a démontré que si la base HC surpasse la base CL, le triangle AHC surpasse le triangle ALC ; que si la base HC est égale à la base CL, le triangle AHC est égal au triangle ALC ; et que si la base HC est plus petite que la base CL, le triangle AHC est plus petit que le triangle ACL.

Donc la base BC est à la base CD comme le triangle ABC est au triangle ACD.

Poposition. 2. - Si l'on mène une droite parallèle à un des côtés d'un triangle, cette droite coupera proportionnellement les côtés de ce triangle ; et si les côtés d'un triangle sont coupés proportionnellement, la droite qui joindra les sections sera parallèle au côté restant du triangle.



Menons DE parallèle à un des côtés BC du triangle ABC; je dis que BD est à DA comme CE est à EA. Joignons BE, CD.
Le triangle BDE sera égal au triangle CDE (37, livre I), parce qu'ils ont la même base CB, et qu'ils sont compris entre les mêmes parallèles DE, BC. Mais ADE est un autre triangle; et des grandeurs égales ont la même raison avec une même grandeur (7, livre

V); donc le triangle BDE est au triangle ADE comme le triangle CDE est au triangle ADE. Mais le triangle BDE est au triangle ADE comme BD est à DA; car ces deux triangles, qui ont la même hauteur, savoir, la perpendiculaire menée du point E sur la droite AB sont entre eux comme leurs bases (1, livre 6).
Par la même raison le triangle CDE est au triangle ADE comme CE est à EA ; donc BD est à DA comme CE est à EA (11, livre 5).
Mais que les côtés AB, AC du triangle ABC soient coupés proportionnellement aux points D, E, c'est-à-dire que BD soit à DA comme CE est à EA, et joignons DE ; je dis que DE est parallèle à BC.
Faisons la même construction. Puisque BD est à DA comme CE est à EA, que BD est à DA comme le triangle BDE est au triangle ADE (1, livre 6), et que CE est à EA comme le triangle CDE est au triangle ADE, le triangle BDE est au triangle ADE comme le triangle CDE est au triangle ADE (11, livre 5). Donc chacun des triangles BDE, CDE a la même raison avec le triangle ADB. Donc le triangle BDE est égal au (de même aire que le) triangle CDE (9, livre 5) ; et ils sont sur la même base DE. Mais les triangles égaux (de même aire) et construits sur la même base sont entre les mêmes parallèles (39, livre 1). Donc DE est parallèle à BC. Donc, etc. »

Éléments, livre VI, proposition 2.

Jusqu'au XVI ème siècle, les Eléments d'Euclide restent une référence en mathématiques et la proportionnalité un outil fondamental pour les mathématiciens.

Archimède (III ème siècle avant J.C.) fait appel aux éléments pour démontrer les propriétés qu'il a découvertes par la mécanique (par exemple la quadrature de la parabole).

Pappus (IVème siècle) a écrit un ensemble de dix relations entre trois termes, incorporant les proportions arithmétiques, géométriques et harmoniques.

Dès le VIII ème et IX ème siècles les proportions permettent de définir des opérations tel que le produit de deux fractions a et b par : « a×b est à b comme a est à 1 ».

Au XIV ème siècle Nicole d'Oresme les utilise pour préciser sa représentation graphique des fonctions. (voir point d'histoire 3)

Au XVI ème siècle l'arrivée[1] de l'algèbre avec Viète et la reconnaissance des raisons incommensurables en tant que nombres par Simon Stevin transforment le champ des possibilités mathématiques. L'algèbre rend caduque l'usage et le vocabulaire de la proportionnalité sous la forme des proportions. Par exemple dans « $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ » la signification algébrique du signe « = » ne permet pas de différencier les extrêmes des moyens car l'écriture « $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ » équivaut à « $\frac{c}{d}=\frac{a}{b}$ ». Il n'y a pas lieu non plus de distinguer les antécédents des conséquents car les écritures précédentes sont encore équivalentes à « $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$ » en passant à l'inverse.

[1] *On trouve des prémices à l'algèbre dès le 3ème siècle avec Diophante d'Alexandrie puis au 8ème siècle avec Al Huwarismi.*

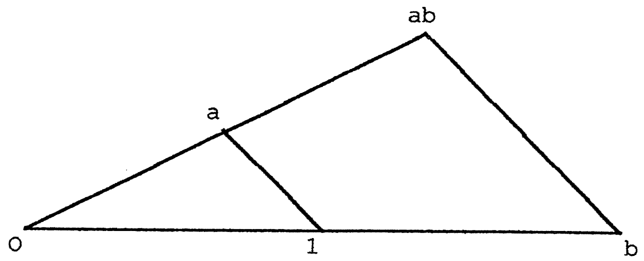
Pourtant dans les siècles qui suivent, la théorie des proportions va se préciser et s'étoffer de notations spécifiques nouvelles et différentes de celles de l'algèbre et marquer une différence de traitement.

Au XVII ème siècle Descartes définit géométriquement le produit de deux raisons incommensurables :

> "Ainsi n'a-t-on autre chose à faire, en géométrie, touchant les lignes qu'on cherche, pour les préparer à être connues, que leur en ajouter d'autres ou en ôter, ou bien, en ayant une que je nommerai l'unité pour la rapporter d'autant mieux aux nombres, et qui peut ordinairement être prise à discrétion, puis en ayant encore deux autres, en trouver une quatrième, qui soit à l'une de ces deux comme l'autre est à l'unité, ce qui est le même que la multiplication."

(extrait de "géométrie" 1636)

L'explication géométrique repose sur le théorème de Thalès . On reconnaît chez Descartes le souci de rattacher l'utilisation des nombres incommensurables à la géométrie.



Au XVIIIème siècle, alors que Jean Bernouilli puis Euler introduisent une présentation algébrique moderne des fonctions, d'Alembert écrit la théorie des rapports et proportions en notant les proportions arithmétiques : « a . b ∵ c . d » et les proportions géométriques « a : b : : c : d ».

Dans l'encyclopédie de Diderot (1751), l'algèbre est une aide à la mise en place de cette théorie des proportions comme le montrent les extraits suivants :

> "PROPORTIONS, comme on compare deux grandeurs d'où résulte un rapport ou une raison aussi on peut comparer deux rapports d'où résulte une proportion lorsque les rapports comparés, ou ce qui est la même chose, leurs exposants se trouvent égaux Chaque rapport ayant deux termes, la proportion en a essentiellement quatre ; le premier et le dernier sont nommés extrêmes ; le second et le troisième moyens. La proportion présentée sous cette forme est dite discrète. Si les deux moyens sont égaux on peut supprimer l'un ou l'outre, et la proportion n'offre plus que trois termes ;mais alors celui du milieu est compté double et appartient aux deux raisons, A la première comme conséquent et à la deuxième comme antécédent. En ce dernier cas, la proportion prend le nom de continue et est une véritable progression."

Les proportions permettent donc, à partir de deux termes de construire des progressions arithmétiques ou géométriques : $y-x=z-y=t-z=\dots$ ou $\frac{x}{y}=\frac{y}{z}=\frac{z}{t}=\dots$

On va constater un désir d'homogénéisation à travers la formulation commune aux différentes proportions :

"La proportion ainsi que le rapport est ou arithmétique ou géométrique.
Proportion arithmétique. Soient les deux rapports arithmétiques $\overline{ab}$ et $\overline{cd}$; leurs exposants ou plus proprement leurs différences, sont $b - a$ et $c - d$; or si $b - a = c - d$ les quatre termes qui les expriment peuvent être disposés en proportion. Pour cela, il suffit d'écrire les deux rapports à la suite l'un de l'autre, les séparant par trois points disposés en triangle (∵), ou simplement par deux (:), a.b:c.d ... ce qui s'énonce ainsi : a est à b comme c est à d, et signifie que dans l'un et dans l'autre rapport, chaque conséquent surpasse son antécédent ou en est surpassé précisément de la même quantité.

Pour rendre général ce que nous avons à dire, nous n'employerons pour exemple que la proportion algébrique a.b:c.d ; mais on peut pour aider l'imagination, y substituer telle proportion numérique qu'on voudra, et appliquer à celle-ci tout ce que nous dirons de l'autre. On en usera de même lorsqu'il s'agira plus bas de la proportion géométrique."

L'expression "pour rendre général" révèle la volonté de chercher une théorie " universelle " qui englobe toutes les pratiques sur les proportions. L'auteur emprunte à l'algèbre l'écriture littérale : " la proportion algébrique a.b:c.d " ainsi que le signe = . Il souligne qu'on peut substituer n'importe quelle valeur numérique à n'importe quelle variable, ce qui va de soi aujourd'hui. On peut aussi remarquer qu'il considère les écarts et non les différences, c'est à dire les nombres positifs.

" Proportion géométrique . Soient les deux rapports géométriques *a.b* et *c.d* , leurs exposants sont $\frac{b}{a}$ et $\frac{c}{d}$; or si $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$, les quatre termes qui les expriment peuvent être disposés en proportion. Pour cela il suffit d'écrire les deux rapports à la suite l'un de l'autre , les séparant par quatre points (::) , a :b :: c :d ; ce qui s'énonce ainsi : a est à b comme c est à d , et signifie ici que dans l'un et dans l'autre rapport, chaque conséquent contient son antécédent, ou y est contenu précisément de la même manière."

La théorie des proportions montre une ressemblance entre structure additive et structure multiplicative à travers le rôle que jouent les extrêmes et les moyens :

si a . b : c . d alors b + c = a + d
si a : b :: c : d alors b × c = a × d

Pour les proportions harmoniques on dit que : trois nombres a, b, c sont en proportion harmonique

si a : c :: b - a : c - b

et quatre nombres a, b, c, d sont en proportion harmonique si

a : d :: b - a : d - c.

Il s'ensuit que si $x = \dfrac{a+b}{2}$ (moyenne arithmétique) et $y = \dfrac{2ab}{a+b}$ (moyenne harmonique) alors xy = ab, c'est à dire a : x :: y : b.

La théorie des rapports et proportions a unifié les propriétés communes de la multiplication et de l'addition. Elle est le premier balbutiement de l'algèbre moderne. Elle permet de protéger tous les résultats mathématiques acquis au cours du moyen âge avec les proportions en les globalisant au sein d'une théorie. Elle préserve les raisonnements arithmétiques et un vocabulaire nécessaire à la communication entre certaines institutions et dans certains milieux.

Cette tentative de modélisation semble être l'indice d'un obstacle à l'intégration de l'étude des grandeurs et des connaissances de la proportionnalité à l'algèbre moderne.

Notion de fonction.

Rôle des proportions dans l'émergence de cette notion.

Il est devenu routinier aujourd'hui de considérer les fonctions comme des relations particulières, autrement dit de faire des fonctions un sous-ensemble des relations. Pourtant il s'agit de deux concepts différents et la conception précédente résulte d'une réorganisation des savoirs mathématiques relativement récente. La différence entre les deux notions tient en particulier à la remarque suivante : une relation entre deux objets fait état d'une comparaison entre ces deux objets, alors qu'il y a fonction entre deux objets si une propriété caractéristique de l'un est dépendante d'une propriété caractéristique de l'autre. Ces propriétés caractéristiques sont alors décrites en termes de variations et les objets sont alors des variables, chaque variable pouvant être soit l'élément générique d'un ensemble dans une conception « algébrique » moderne, soit une grandeur variable dans une perspective épistémologique de la notion de fonction en référence à la physique. Ainsi le terme « relation » a un « aspect constatif » et serait de ce fait plus primitif que le terme « fonction » qui a un « aspect constructif ». Remarquons que de l'étude d'une fonction résulte un ensemble de couples d'éléments en correspondance, le graphe de cette fonction qui présente ce caractère « constatif ». Mais définir une fonction par son graphe procède d'une « abstraction réfléchissante » où seuls les experts peuvent revenir à la genèse des couples comme résultant d'une dépendance entre variables. C'est pourtant cette définition formelle ensembliste qui privilégie l'idée de correspondance terme à terme entre éléments de deux ensembles que l'on a tenté de folkloriser. Voici par exemple ce qu'écrit Dieudonné en 1972 :

> « Soient deux ensembles X et Y et une relation R(x, y) entre $x \in X$ et $y \in Y$; R est *dite relation fonctionnelle* en y, si, quel que soit $x \in X$, il existe un élément et un seul $y \in Y$, tel que R(x, y) soit vraie. Le graphe d'une telle relation est appelé *graphe fonctionnel* dans $X \times Y$; un tel sous-ensemble F de $X \times Y$ est donc caractérisé par le fait que, pour chaque $x \in X$, il existe un élément et un seul $y \in Y$, tel que $(x, y) \in F$; cet élément y est appelé la *valeur de F en x*, et s'écrit F(x). Un graphe fonctionnel dans $X \times Y$ est aussi appelé une *application* de X dans Y ou une *fonction définie dans X, et prenant ses valeurs dans Y.* Habituellement, on parle d'une application et d'un graphe fonctionnel comme s'il s'agissait de deux sortes d'objets distincts en correspondance biunivoque et l'on dit alors « le graphe d'une application», mais il s'agit là seulement d'une distinction psychologique (correspondant aux deux points de vue, géométrique ou analytique, auxquels on peut se placer pour considérer F). » [DJEA]

Cette définition « statique » ne met pas l'accent sur l'idée de <u>dépendance</u> entre deux grandeurs <u>variables</u>. Elle ne fait aucune allusion à l'idée de grandeur. Elle privilégie la correspondance terme à terme ; c'est ce que précise l'auteur en préambule :

> « La propriété essentielle (et caractéristique) d'une application est d'associer à chaque "valeur" de la variable un élément unique. »

Or la fonction a son origine dans l'idée que deux grandeurs sont dépendantes si toute variation de l'une entraîne une variation de l'autre ou en résulte. Cette relation de cause à effet n'apparaît pas dans la définition d'application.

Jean Blaise Grize distingue quatre périodes dans l'élaboration du concept de fonction. [EPF ; p170].

1) Antiquité et Moyen Age

« Les Babyloniens ont certainement étudié ce que nous appellerions des fonctions et toute l'Antiquité a fait usage d'innombrables tabelles de nombres, dont le rôle exact nous échappe parfois mais dont le caractère fonctionnel est évident. Elles se présentent en effet comme des ensembles de couples (x,y) et, dans la plupart des cas, à un x donné ne correspond bien qu'un seul y. Pour l'historien, le problème est alors de comprendre - souvent de deviner - comment le scribe est passé de la suite des x à celle des y. Il ne suffit pas en effet de découvrir simplement les lois qui engendrent séparément chacune des suites. La simple correspondance terme à terme entre les x_i et les y_i ne suffit pas à résoudre la question puisqu'elle n'est que le résultat relationnel de la correspondance qu'il faut justement rétablir. Ceci nous permet de faire déjà l'hypothèse que l'idée de proportionnalité est liée très primitivement à toute dépendance fonctionnelle.
Il suffit de rappeler d'ailleurs que, pour Aristote, toute fonction croissante est une proportion directe, que, pour interpréter les idées aristotéliciennes sur le mouvement, Bradwardine écrit un *Tractatus de proportionibus* et que, pour aller plus loin, 0resme intitule un ouvrage *De proportionibus proportionum.*

2) Epoque classique

« La notion classique de fonction est le résultat de travaux nombreux qui s'étendent, en gros, de Newton à Cauchy et Weirstrass. ... on peut en caractériser sommairement l'évolution en disant qu'on se trouve en présence d'un dégagement progressif de considérations physiques au profit de notions plus proprement logico mathématiques.

...Jean Bernouilli écrit dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* de 1718 que les fonctions sont les "quantités composées de quelque manière que ce soit de cette grandeur variable [x] et de constantes", et Euler, dans son Introduction in analysin infinitorum (1748) utilise les diverses "manières de composer" pour élaborer une classification générale des fonctions ».

C'est donc à partir du XVII^{ème} siècle que l'outil-objet « fonction » se substitue à l'outil-objet « proportions » dans les recherches mathématiques.

3) La notion d'application

La fonction classique reste ainsi profondément engagée dans une perspective physique et son accès au plan purement logico-mathématique devait exiger le sacrifice de l'idée de variation, l'abandon du temps et, en conséquence celui de la causalité. ... Nous savons toutefois aujourd'hui que pour développer la notion d'application de façon fructueuse, il fallait préalablement élaborer une théorie satisfaisante des ensembles.

4) Les morphismes

Une étude atomique des objets concrets ou abstraits apporte quantité d'informations... il est encore beaucoup plus fructueux de s'interroger sur la catégorie tout entière des êtres que l'on considère, de songer davantage à ce qui les unit en famille qu'à ce qui les sépare en individus »

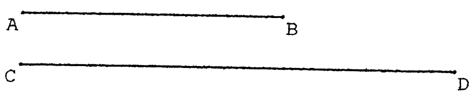
(Jean Piaget, Jean Blaise Grize, Alina Szeminska, Vinh Bang; Epistémologie et psychologie de la fonction ; 1968, p 170). »

Pour comprendre la genèse de l'idée de fonction il est utile de rappeler comment certaines connaissances mathématiques se sont érigées en obstacles pour cette notion. Pour pouvoir déterminer la variation d'une grandeur connaissant la variation de l'autre grandeur, il faut trouver un moyen d'expliciter cette dépendance entre les deux grandeurs par un "lien fonctionnel".

Jusqu'à l'apparition de l'algèbre les mathématiciens ne disposaient que de l'héritage grec, c'est-à-dire des proportions pour traiter les grandeurs. La connaissance des nombres, limitée aux entiers et aux quantièmes, ne permettait pas d'associer une mesure à toute grandeur. Les grandeurs continues nécessitaient un traitement séparé de celui des nombres (entiers), ce cloisonnement a été renforcé par la découverte de l'incommensurabilité. Il ne pouvait pas échapper à Euclide que les nombres entraient dans l'étude des grandeurs pourtant il étudie séparément les deux dans le respect de la tradition. Les grandeurs sont traitées dans le livre V des "Eléments" alors que les nombres y sont traités dans le livre VII.

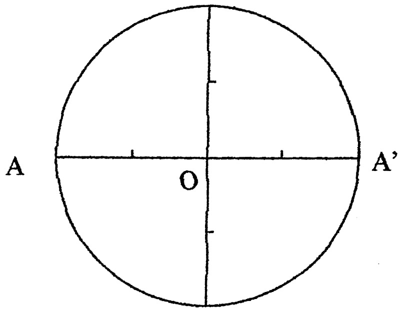
Homogénéité :

Les proportions ont servi à « numériser » les grandeurs, mais elles n'ont pas permis d'expliciter une relation directe entre deux grandeurs variables (de natures différentes), car dans une proportion seuls sont explicités les rapports internes : rapport de deux grandeurs de même nature ou rapport de deux entiers. Par exemple, le segment [AB] est au segment [CD] comme 3 est à 5 :



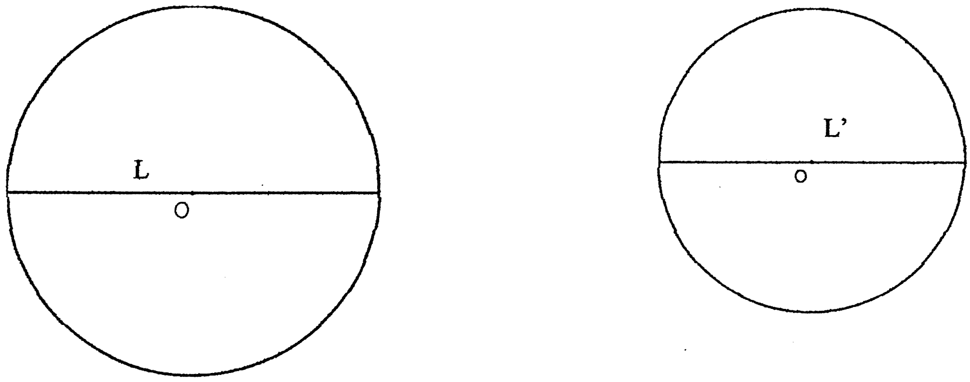
L'homogénéité n'autorisait que la comparaison de grandeurs de même nature. Les proportions y satisfaisaient en n'explicitant que les rapports internes (rapports scalaires). De plus la comparaison des deux rapports internes d'une proportion permettait d'évoquer la relation (le rapport externe) qui existe entre deux grandeurs proportionnelles sans l'expliciter par une écriture. Ainsi l'instrumentalité des proportions renforce l'obstacle de l'homogénéité et s'oppose à l'émergence d'un lien fonctionnel explicite entre deux grandeurs. L'exemple suivant en est une illustration.

Grâce à la mesure des grandeurs on sait maintenant associer au rayon d'un disque l'aire de ce disque. Si a désigne la mesure du segment [AO] et d la mesure de l'aire du disque D alors on a le schéma suivant :



$$\begin{tikzcd}
\text{ensemble des longueurs} \arrow[r, "\textit{mesure}"'] & \mathrm{IR} \\
AO \arrow[d, dotted] \arrow[r, mapsto] & a \arrow[d, mapsto, "d = \pi a^2"'] \\
D \arrow[r, mapsto] & d \\
\text{ensemble des aires} \arrow[r, "\textit{mesure}"'] & \mathrm{IR}
\end{tikzcd}$$

Avec les proportions on pouvait comparer le rapport des aires de deux disques avec le rapport des carrés des diamètres. Par carré il faut entendre la grandeur que représente une surface de forme carrée.



Si D et D' désignent les aires des deux disques, L et L' leurs diamètres, alors : D est à D' comme L² est à L'². C'est à dire en écriture moderne et en désignant par des lettres minuscules les mesures des grandeurs désignées par des lettres majuscules : $\frac{d}{d'} = \frac{l^2}{l'^2}$.

Les Grecs ne pouvaient pas écrire de relation fonctionnelle entre l'aire d'un disque et son rayon pour au moins deux raisons :

- le carré du diamètre désignait une grandeur et non le « produit de deux grandeurs ».
- les connaissances ne permettaient pas de comparer le rapport de l'aire d'un disque avec le « carré de son rayon » ces deux grandeurs étant incommensurables.

Ainsi la proportionnalité a été un moteur pour l'étude des grandeurs et en même temps un obstacle à l'explicitation d'une relation fonctionnelle entre deux grandeurs puisque les proportions permettaient d'évoquer cette relation sans numériser le rapport fonctionnel.

<u>Incommensurabilité</u> :

Pour les Anciens, il n'y avait que les nombres entiers et les quantièmes. La comparaison de deux grandeurs de même nature en utilisant les nombres (leurs mesures) n'est alors possible que si elles ont une partie aliquote, c'est à dire s'il existe une grandeur unité qui permet de mesurer chacune d'elles à l'aide d'un nombre entier.

La conception pythagoricienne de la nature qui attribuait un nombre entier à toute chose laissait supposer qu'on pouvait déterminer cette partie aliquote. Sous cette conception, les proportions suffisent à comparer deux grandeurs puisque le rapport de deux grandeurs est le rapport de deux entiers. Il semble que la découverte de l'incommensurabilité de la diagonale d'un carré avec son côté par les pythagoriciens eux-mêmes ait provoqué une crise profonde puisqu'elle mettait fin à l'adéquation du monde avec les nombres entiers. Elle confortait dans leur pensée ceux qui ne partageaient pas la devise pythagoricienne : « Tout est nombre » (par nombre il faut entendre nombre entier).
La découverte de l'incommensurabilité et les paradoxes de Zénon contribuèrent à séparer l'étude des nombres de celle des grandeurs, car les nombres sont discrets et les grandeurs continues.
Or les proportions permettaient de comparer deux rapports de grandeurs y compris pour des grandeurs incommensurables sans utiliser les nombres grâce à la définition d'Eudoxe de Cnide (livre V, définition 6, les éléments d'Euclide). Ainsi l'usage des proportions se trouve conforté et l'obstacle à l'émergence d'une explicitation d'une relation fonctionnelle avec les nombres renforcé.

> « Les nombres ayant fait faux bond aux grandeurs, il faut trouver une autre façon d'exprimer les relations entre celles-ci. Les proportions semblent être la solution la plus efficace.
> Ces proportions sont composées strictement de rapports de grandeurs. On évite ainsi le problème de l'incommensurabilité, car on ne cherche plus de représentants numériques des grandeurs qui demandaient une unité commune de mesure. En prenant simplement des rapports de grandeurs, que les grandeurs soient commensurables ou non, il y a toujours un rapport qui existe même si on ne peut le faire correspondre à des nombres. Les proportions deviennent donc le moyen par excellence pour comparer les grandeurs. Cependant, elles dissimulent les relations entre des objets dépendants et, comme on l'a vu plus tôt, elles font ainsi obstacle aux relations fonctionnelles. »
> [SRDC]

On ne peut pas expliciter une fonction entre grandeurs de natures différentes par des « opérations » tant qu'on n'a pas les mesures, donc les nombres continus, sauf à les représenter de manière géométrique, c'est ce que va faire Nicole d'Oresme.

Nicole d'Oresme (1323-1382) :
On associe le nom de Nicole d'Oresme à une explicitation graphique de la notion de fonction. Les nombres entiers ne suffisent pas à « mesurer » les grandeurs continues c'est pourquoi Nicole d'Oresme va les représenter par des longueurs. Il appelle « qualités » les grandeurs continues. Dans sa représentation graphique, chaque segment représente une intensité de la qualité, c'est à dire un état quantitatif de la grandeur étudiée à un instant donné.
Pour comprendre facilement les représentations graphiques de Nicole d'Oresme, on peut imaginer le temps en abscisse et la vitesse en ordonnée ; l'aire sous « la ligne des sommets » représente alors la distance parcourue. Cette technique permet à Nicole d'Oresme de représenter les fonctions linéaires, affines et quadratiques.

Les citations qui figurent dans la suite sont tirées de :
« Mathématiques au fil des âges ; I.R.E.M. ; Groupe Epistémologie et Histoire ; J. Dhombres, A. Dahan-Dalmedico, R. Bkouche, C. Houzel et M. Guillemot ; gauthier-villars ; 1987. »

« À l'exception des nombres, toute chose mesurable doit être imaginée à la manière d'une quantité continue. Pour la mesure, il faut imaginer des points, des surfaces, des lignes, selon l'avis d'Aristote. En effet, ces objets sont ceux où la mesure ou la proportion se rencontrent immédiatement. Dans les autres objets, la mesure ou proportion n'est connue que par analogie, en tant que la raison compare ces objets à ceux-là. [...] Donc, toute intensité susceptible d'être acquise d'une manière successive doit être imaginée au moyen d'une ligne droite élevée verticalement à partir de chaque point de l'espace ou du sujet qu'affecte cette intensité. [...].
La quantité d'une qualité linéaire se doit imaginer à l'aide d'une surface dont la longitude ou base est une ligne tirée au sein du sujet qu'affecte cette qualité, comme le dit le chapitre précédent, et dont la latitude ou l'altitude est représentée par une ligne élevée sur la base qu'on a tracée, comme le dit le second chapitre.

Sur la configuration des qualités, v. 1350.

Grâce à ces figures, Oresme peut distinguer par la géométrie diverses sortes de qualités. Ainsi, il distingue une qualité représentée par un triangle rectangle sur la base (fig. 4.33) qu'il appelle «qualité uniformément difforme terminée à un degré nul », une qualité représentée par un rectangle (fig. 4.34) qu'il appelle «qualité uniforme ou d'intensité égale en toutes ses parties» ou une qualité représentée par un trapèze (fig. 4.35), «qualité uniformément difforme terminée de part et d'autre à un certain degré».

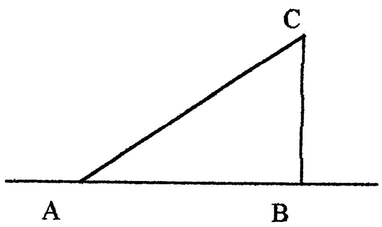


fig. 4.33.

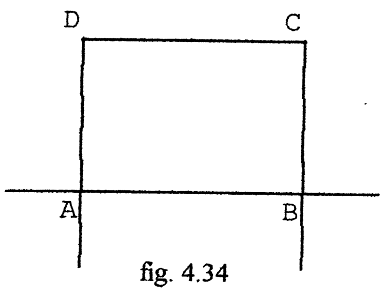


fig. 4.34

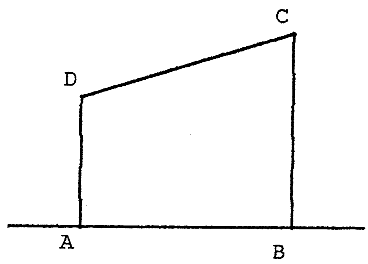


fig. 4.35.

Toutes les autres qualités sont dites «difformément difformes». Oresme signale qu'au lieu de considérer la surface ABCD (fig. 4.35), on peut se contenter de la «ligne des sommets» DC.

« Si la ligne d'intensité ou ligne de sommet est une courbe ou est composée de plusieurs lignes, alors la quantité imaginable à partir d'une telle figure est difformément difforme. »

Il n'y a pas d'expression qui identifierait une dépendance entre deux variables.
En fait Nicole d'Oresme s'intéresse à l'intégrale de la ligne des sommets. Il semblerait qu'il espérait comprendre et représenter les causes des changements en étudiant cette aire.

Notons que l'idée de proportionnalité est mobilisée pour deux raisons :
1. Les longueurs proportionnelles aux intensités permettent de mobiliser une échelle de grandeur sans faire usage des nombres.
2. Avec cette approche géométrique , Nicole d'Oresme dispose des proportions dans les mêmes conditions qu'au livre V des "Eléments".

La proportionnalité joue encore un rôle majeur dans les traitements de Nicole d'Oresme.

> « Lesdites variations des intensités ne sauraient être mieux, ni plus clairement, ni plus facilement expliquées et notées que par de semblables imaginations, rapports et figures ; on en peut donner, toutefois, d'autres descriptions ou notifications qui, d'ailleurs, sont également connues par les figures que l'on imagine de la sorte. Ainsi, on peut dire que la qualité uniforme est celle qui est également intense en toutes les parties du sujet ; que la qualité difforme est telle que, trois points quelconques du sujet étant donnés, le rapport de la distance entre le premier et le deuxième à la distance entre le deuxième et le troisième est comme le rapport de l'excès d'intensité du premier sur le deuxième à l'excès d'intensité du deuxième sur le troisième. »
>
> *Sur la configuration des qualités, v, 1350.*

En écriture moderne, soit f(x) l'intensité de la qualité en x. Si la fonction f est affine (qualité uniformément difforme), et donc représentée par une droite, alors, pour tout triplet (x_1, x_2, x_3) de nombres distincts :

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{f(x_2)-f(x_3)}=\frac{x_1-x_2}{x_2-x_3}$$

Cette proportion n'est autre que l'écriture analytique du théorème de Thalès. Oresme prétend caractériser une fonction affine par une équation fonctionnelle ; il dit explicitement qu'elle lui est équivalente.

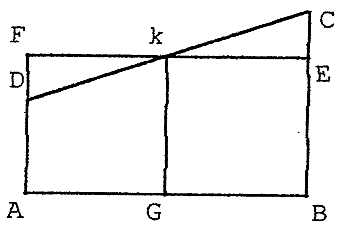


fig. 4.36.

Voici le second progrès. Considérons un mobile en déplacement rectiligne dont la vitesse suit la variation d'une qualité uniformément difforme (i.e. est représentée géométriquement par une droite). Alors la distance parcourue par le mobile - ce qu'Oresme appelle plus généralement la quantité de la qualité uniformément difforme - est représentée par l'aire ABCD sous cette droite.

À partir de cette affirmation, il est facile de prouver géométriquement que l'aire du trapèze ABCD est égale à l'aire du rectangle ABEF (le point G étant le milieu du segment AB). D'où l'énoncé important :

> « Toute qualité uniformément difforme a même quantité que si elle informait uniformément le même sujet ou un sujet égal selon le degré du point milieu de ce sujet. »
>
> *Sur la configuration des qualités, v, 1350.*

Autrement dit, pour un mouvement rectiligne uniformément accéléré *x(t),* entre les instants t_1 et t_2 :

$$x(t_2)-x(t_1)=(t_2-t_1)x(\frac{t_1+t_2}{2}).$$

En particulier, lorsque la vitesse terminale est nulle :

« En divisant ainsi le sujet en parties égales, et en désignant la plus petite partie comme la première, le rapport des qualités partielles, c'est-à-dire leur relation naturelle, est comme la série des nombres entiers impairs où le premier est 1, le deuxième 3, le troisième 5, etc., ce qui est évident sur la figure. »

Question sur la géométrie d'Euclide, vers 1350.

Il s'agit bien entendu de la comparaison des aires, lesquelles représentent les distances parcourues. Galilée mettra cette figure tête-bêche pour étudier la chute des corps.

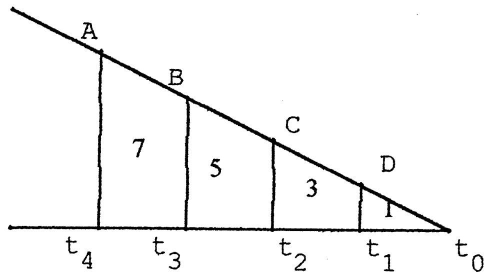


fig. 4.37.

[MAFDA]

Galilée (1564-1642) :

GALILÉE: le monde est écrit en langue mathématique :

« La philosophie est écrite dans ce très vaste livre qui est éternellement ouvert devant nos yeux - je veux dire l'Univers - mais on ne peut le lire avant d'avoir appris la langue et s'être familiarisé avec les caractères dans lesquels elle est écrite. Elle est écrite en langue mathématique et ses lettres sont des triangles, des cercles et d'autres figures géométriques, moyens sans lesquels il est humainement impossible de comprendre un seul mot, sans lesquels l'on erre en vain dans un obscur labyrinthe. »

L 'Essayeur, 1623

La méthode scientifique expérimentale de Galilée marque le point de départ de la pensée scientifique moderne.
Galilée dispose des réels (peut-être grâce à Viète et Stevin) et des moyens de faire des mesures expérimentales. Il a donc la possibilité de vérifier les lois qu'il énonce. C'est ce qui lui permet de faire converger l'utilité pratique et l'utilité intellectuelle des mathématiques.
Pour expliquer les variations, l'approche géométrique des grandeurs avec les proportions reste dominante chez Galilée et semble un obstacle à l'usage de l'algèbre.

GALILÉE: la chute des corps

Après avoir énoncé une loi a priori sur la chute des corps avec le langage des proportions, Galilée l'illustre avec la représentation graphique de Nicole d'Oresme.

« Les espaces traversés par un mouvement naturel sont en proportion double [le carré] des temps et en conséquence les espaces traversés dans des temps égaux sont comme les entiers impairs à partir de l'unité. »

Lettre à Paolo Sarpi, 1604.

La première partie de la phrase indique que la distance parcourue par un corps en chute libre à la surface de la Terre varie comme le carré du temps ; ce que nous traduisons, après le choix convenable d'une origine et d'une unité pour mesurer la distance parcourue x (t), par $x(t) = at^2$. Mais Galilée utilise le langage des proportions et il énonce ce que nous noterions :

$$\frac{x(t')}{x(t)} = \frac{t'^2}{t^2}$$

La première partie de la phrase est reprise en 1638, lors de la publication tardive des Discours et démonstrations mathématiques sur deux nouvelles sciences, où Galilée fournit une explication mathématique.

[MAFDA]

« Si l'on prend à partir du premier instant, ou du début du mouvement, un nombre quelconque de temps successifs égaux, les espaces sont alors l'un à l'autre comme les entiers impairs à l'unité, c'est-à-dire comme 1, 3, 5, 7... »

Discours et démonstrations mathématiques sur deux nouvelles sciences, 1638.

L'illustration, dont l'origine remonte à Nicole d'Oresme, est très suggestive (…). *Le corps est lâché au temps 0, avec une vitesse nulle ; il est en A*. Une unité de temps plus tard, en C, sa vitesse est représentée par BC. Par suite l'espace parcouru est représenté par l'aire du triangle ABC, laquelle est encore celle du rectangle ADEC. Deux unités de temps plus tard, en I, la vitesse est représentée par FI. La distance parcourue entre les temps C et I est fournie par l'aire du trapèze CBFI, laquelle est encore égale à celle du rectangle CB'NI. Celle-ci est le triple de l'aire du rectangle ADEC. Autrement dit, les espaces parcourus pendant la deuxième et pendant la première unité de temps sont dans le rapport de 3 à 1. Et ainsi de suite. Déroulons le cheminement précis de Galilée dans sa démonstration, mais en notations modernes.

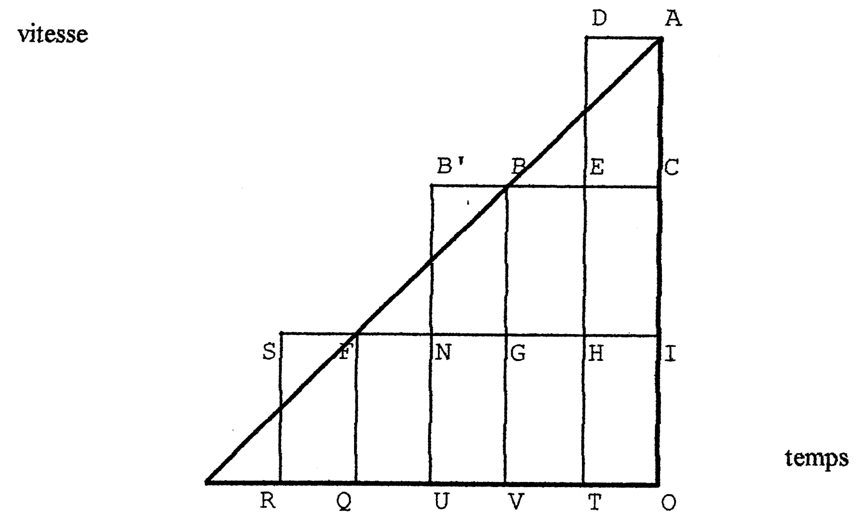


fig. 1-1-

Galilée *définit* d'abord un mouvement uniformément accéléré comme un mouvement satisfaisant à la relation suivante :

(1) $$\frac{dx}{dt} = at + b,$$

où x(t) est la distance parcourue par le corps dans sa chute depuis l'instant 0. Dans le cas présent, b = 0 puisque le corps est lâché sans impulsion initiale au temps 0.

Galilée établit ensuite un résultat que nous pouvons appeler intégration de l'équation différentielle (1) ; il fournit ainsi une autre écriture pour un mouvement uniformément accéléré :

(2) $$x(t) = \frac{at^2}{2} + c$$

Galilée déduit mathématiquement de (2) une propriété particulière du mouvement accéléré, à savoir l'égalité du rapport des espaces parcourus dans des temps égaux à des rapports de nombres entiers impairs. Prenant pour i l'unité de temps (a priori quelconque), on voit que, pour tout nombre entier naturel non nul n :

(3) $$\frac{x((n+1)t) - x(nt)}{x(nt) - x((n-1)t)} = \frac{2n+1}{2n-1}$$

En particulier :

$$\frac{x(2t) - x(t)}{x(t) - x(0)} = \frac{3}{1}, \quad \frac{x(3t) - x(2t)}{x(2t) - x(t)} = \frac{5}{3}, \text{ etc.}$$

À ce niveau, Galilée considère que la validité de (3), pour toute unité de temps t et pour tout nombre entier naturel non nul n, caractérise un mouvement uniformément accéléré. Autrement dit, Galilée adopte l'idée qu'il y a équivalence entre (2) et (3) (et donc entre (1) et (3)) ; il démontre seulement que (2) implique (3), mais la réciproque n'est pas difficile. La nouveauté consiste en l'application de relations mathématiques à la réalité physique selon une démarche inductive.
En effet, Galilée propose une vérification expérimentale de l'équation fonctionnelle (3). Celle-ci est un peu délicate avec un corps en chute libre, même du haut de la tour de Pise, faute d'un instrument fiable de mesure du temps. Galilée a le génie de remplacer le mouvement en chute libre par la descente d'une boule sur un plan incliné, freinant ainsi la descente et permettant une bonne mesure expérimentale. Celle-ci corrobore la validité de (3) et donc de (1). En conséquence, le mouvement d'un corps tombant en chute libre est uniformément accéléré : *la loi de la chute des corps est établie.*
Dans son exposé de 1638, sous forme de dialogue en latin pour les explications mathématiques, en italien pour la majeure partie, un des personnages mis en scène, Salviati, résume le programme que nous avons expliqué. C'est le fondement de l'application des mathématiques au monde physique, à la base d'une nouvelle construction scientifique du monde. Le langage de Salviati est dur ; il balaye d'un coup toutes les explications antérieures issues de la Physique d'Aristote pour le mouvement des corps en chute libre.

[MAFDA]

« Maintenant, toutes ces fantaisies, et d'autres encore, doivent être examinées, mais cela n'en vaut vraiment pas la peine. Désormais, le but de notre auteur est seulement de rechercher et de prouver certaines des propriétés du mouvement accéléré (quelle que puisse être la cause de cette accélération) en appelant ainsi un mouvement dont, après avoir quitté le repos, **les moments de la vitesse s'accroissent proportionnellement avec le temps. Ce qui revient à dire que, dans des intervalles égaux de temps, le corps reçoit des accroissements égaux de vitesse**. Et si nous trouvons que les propriétés, que nous démontrerons plus tard, sont réalisées pour des corps tombant en chute libre et accélérée, nous serons en droit de conclure que la définition supposée inclut un mouvement tel que celui de la chute des corps pesants et que leur vitesse s'accroît avec le temps et la durée du mouvement. »

Discours et démonstrations mathématiques sur deux nouvelles sciences, 1638.

Chez Galilée la relation entre espace et temps s'exprime encore avec le langage des proportions. Il définit une fonction quadratique grâce à la proportionnalité entre le taux de

variation et la « variable libre ». Mais il le fait pour les variables espace et temps ; autrement dit, il définit un mouvement uniformément accéléré.
On retrouve cette approche des fonctions par la cinématique tout au long du XVII$^{\text{ème}}$ siècle où les courbes sont considérées comme les trajectoires de points en mouvement.

Napier (1550-1617)

La relation entre progression géométrique des puissances d'un même élément $(q, q^2, q^3, q^4, \ldots)$ et la progression arithmétique des exposants était déjà connue d'Archimède, mais Napier y a vu un usage pratique en définissant le logarithme d'un sinus.
Selon lui, les deux considérations qui l'ont conduit à cette invention sont :
1- le concept géométrico-mécanique des points mouvants.
2- les relations qui existent entre les progressions arithmétiques et les progressions géométriques.

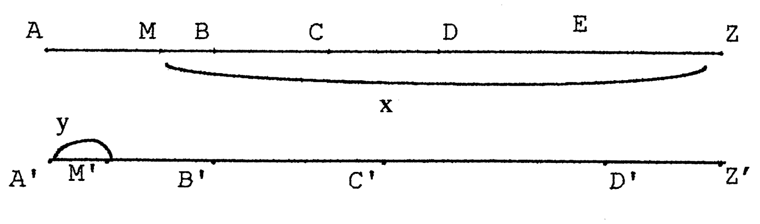
La fonction logarithme est la première fonction transcendante (i.e. non algébrique), mis à part les lignes trigonométriques à être introduite par différents mathématiciens : Napier (1614), Briggs (1624), J. Ozanam (1685), A.de Sarasa (1694), Bürgi (1620)

La définition des logarithmes de Néper, dont le travail fut publié en 1614 et 1619, concerne le logarithme d'un sinus.
«. Le logarithme de tout sinus est un nombre qui exprime avec une grande approximation la ligne qui augmente également dans des temps égaux pendant que la ligne du sinus total décroît proportionnellement dans le sinus, les deux mouvements ayant lieu dans le même temps et au commencement avec la même vitesse. »

Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio ; 1614

Cette définition est écrite en termes de proportions et utilise une comparaison entre deux mouvements rectilignes, que l'on peut décrire de la manière suivante :

Soient M et M' deux mobiles qui se déplacent suivant des trajectoires parallèles ; M sur le segment [AZ] et M' sur la droite (A'Z').
M a une vitesse proportionnelle à sa distance au point Z. Soit k le coefficient de proportionnalité.
Si l'on suppose que dans un court intervalle de temps t, les distances AB, BC, CD, DE, etc., sont parcourues à vitesse constante sur chacun de ces intervalles, alors :
$DZ = CZ - CD = CZ - kCZt = (1 - kt)CZ$.



De même : $CZ = (1-kt)BZ = (1-kt)^2AZ$
$DZ = (1 - kt)^3AZ$.

On obtient une progression géométrique de raison 1 - kt.
Au moment du départ du mobile M, part le mobile M' sur A'Z' qui, lui, a une vitesse uniforme, égale à celle de M au départ, c'est-à-dire v = k $\times$ AZ.
Les distances A'B', A'C', A'D' parcourues par M' pendant les intervalles de temps t, 2t, 3t... sont donc en progression arithmétique.

A'B' = k(AZ . t) ; A'C' = 2k(AZ . t) ; A'D' = 3k(AZ . t) ; ...

Pour Néper A'B' est égal au logarithme de BZ, A'C' est le logarithme de CZ, etc.
Avec les notations de la figure, pour k=1 et AZ = 10^7, y = Nép log(x) où Nép log(x) désigne le logarithme de Néper.

La fonction Log x, définie pour tout x, n'apparaît pas en tant que telle avec Napier mais en ayant recours au calcul différentiel et intégral on a l'écriture moderne suivante :
vitesse de M = $-\dfrac{dx}{dt} = x$ donc $\dfrac{dx}{x} = -dt$ et en intégrant : $\ln x = -t +$ constante.
Pour t = 0 la vitesse de M est 10^7, donc $x = 10^7$ par conséquent $\ln x = -t + \ln 10^7$.
D'autre part la vitesse de M' étant uniforme on a : $\dfrac{dy}{dt} = 10^7$ donc $y = 10^7 \times t$.
Pour Napier : $y = Nep \log x$ donc $Nep \log x = 10^7 \times t = 10^7(\ln 10^7 - \ln x)$, finalement :
Nep log(x) $=10^7 \ln(\dfrac{10^7}{x})$.

Epoque classique (du XVII^{ème} au XIX^{ème} siècle) de Newton à Cauchy et Weirstrass :

Selon Cantor (1901), le terme de « functio » est apparu pour la première fois dans un texte de Leibniz daté de 1694. Newton et Leibniz sont à l'origine du calcul différentiel. Avec eux commence une période où les notions mathématiques vont se dégager progressivement de considérations physiques, bien que la cinématique reste au cours du XVII^{ème} siècle le moyen privilégié pour comprendre et expliquer les notions d'analyse.

Newton (1642-1727) a recours à une analogie mécanique pour expliquer la notion de limite. Dans les « Principes mathématiques de philosophie naturelle » publiés en 1687, il précise des limites de rapports avec sa « méthode des premières et dernières raisons » :

> « Il faut entendre par la dernière raison des quantités évanouissantes la raison qu'ont entre elles des quantités qui diminuent, non pas avant de s'évanouir, ni après qu'elles sont évanouies mais au moment même où elles s'évanouissent. »

On peut voir dans le Lemme XI du livre 1 comment Newton utilise le mot « raison » pour désigner un rapport et comment il compare deux rapports en termes de proportions :

> Lemme XI. Dans toutes les courbes qui ont une courbure finie au point de contact, la sous-tendante évanouissante d'un angle de contact est à la fin en raison doublée de la sous-tendante de l'arc qu'elle termine.

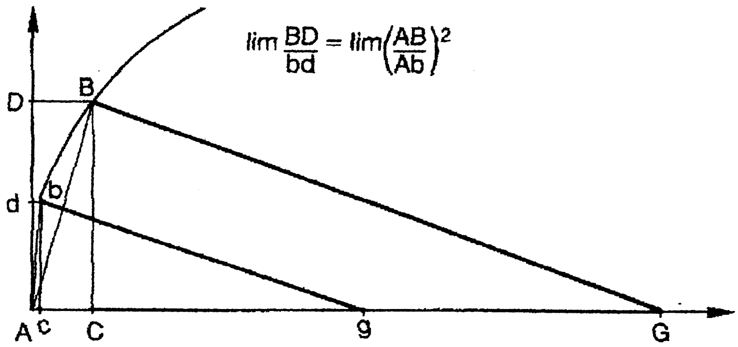


fig. 4.29.

Cas 1. Soient AbB cet arc, AD sa tangente, BD la sous-tendante de l'angle de contact, laquelle est perpendiculaire à la tangente, et AB la sous-tendante de l'arc. Soient ensuite AG et BG perpendiculaires à AD et à AB, et soit G la rencontre de ces perpendiculaires. Cela posé, imaginons que les points D, B, G, deviennent les points d, b, g, et que le point I soit la dernière intersection des lignes AG, BG, lorsque les points B et D sont arrivés en A ; il est clair que la distance GI peut être moindre qu'aucune distance assignable ; mais à cause qu'on peut faire passer des cercles par les points A, B, G, et par les points A, b, g, on a AB^2 = AG 3 BD et Ab^2 = Ag 3 bd ; donc AB^2 est à Ab^2 en raison composée des raisons de AG à Ag et de BD à bd. Mais comme on peut supposer la distance GI plus petite qu'aucune longueur assignable, la différence entre la raison de AG à Ag et la raison d'égalité peut être moindre qu'aucune différence assignable ; donc la différence de la raison de AB^2 à Ab^2 à la raison de BD à bd, peut être moindre que toute différence assignable. Donc la dernière raison de AB^2 à Ab^2 sera la même que la dernière raison de BD à bd. C.Q.F.D. .

Newton ; Principes mathématiques de philosophie naturelle livre I ; 1687.

Newton expose sa conception du calcul différentiel et intégral dans « La méthode des fluxions et des suites infinies » publié en 1736. Nous avons déjà vu que le temps y apparaît comme **la variable continue universelle.** Dans cette œuvre, les proportions n'interviennent plus dans la construction proprement dite des fonctions. Elles y apparaissent comme un étayage à l'écriture algébrique dans les démonstrations et les résolutions de problèmes. La notation « classique » que l'on retrouve dans l'encyclopédie de Diderot (a:b :: c:d) cohabite avec les écritures algébriques des quotients sous la forme $\frac{a}{b}$ comme on peut le voir dans l'exemple suivant :

PROBLEME I

Etant donnée la relation des quantités fluentes, trouver la relation de leurs fluxions.

SOLUTION

I. Disposez l'équation par laquelle la relation donnée est exprimée suivant les dimensions de ses quantités fluentes *x*, par exemple, et multipliez ses termes par une progression arithmétique quelconque, et ensuite par $\frac{\dot{x}}{x}$, faites cette opération

séparément pour chacune des quantités fluentes ; après quoi égalez à zéro la somme de tous les produits, et vous aurez l'équation cherchée.
II. EXEMPLE 1. Si la relation des quantités fluentes x et y est
$x^3 - ax^2 + axy - y^3 = 0$, disposez d'abord les termes suivant x, et ensuite suivant y, et multipliez les comme vous voyez.

Multipliez

x^3	$-ax^2$	$+axy$	$-y^3$	$-y^3$	$+axy$	$-ax^2$ $+x^3$
par						
$\frac{3\dot{x}}{x}$	$\frac{2\dot{x}}{x}$	$\frac{\dot{x}}{x}$	0	$\frac{3\dot{y}}{y}$	$\frac{\dot{y}}{y}$	0
Vous	aurez					
$3\dot{x}x^2 - 2ax\dot{x} + a\dot{x}y$				$-3\dot{y}y^2 + a\dot{y}x$		

La somme des produits est $3\dot{x}x^2 - 2ax\dot{x} + a\dot{x}y - 3\dot{y}y^2 + a\dot{y}x$, qui étant égale à zéro, donne la relation des fluxions $\dot{x}$ et $\dot{y}$; car si vous donnez à volonté une valeur à x, l'équation $x^3 - ax^2 + axy - y^3 = 0$, donnera la valeur de y ; ce qui étant déterminé, on aura $\dot{x}:\dot{y}::3y^2 - ax:3x^2 - 2ax + ay$.

[Newton ; Méthode des fluxions et des suites infinies ; Paris ; 1811]

Avec sa théorie du triangle caractéristique, **Leibniz** (1646-1716) construit des différentielles douées de propriétés formelles qui se prêtent à une utilisation algorithmique de nature algébrique : d(x+y) = dx + dy ; d(xy) = ydx + xdy. Une rupture épistémologique se prépare : l'algébrisation des mathématiques. ([MAFDA], page 174.

La causalité scientifique en opposition à une causalité philosophique sensée expliquer les relations entre grandeurs va se traduire en termes d'opérations avec l'aide de l'algèbre. **Jean Bernouilli** (1667-1748) écrit dans les « Comptes rendus de l'Académie des sciences » (1718) que les fonctions sont « les quantités composées de quelque manière que ce soit de cette grandeur variable x et de constantes ».

Léonhard Euler (1707-1783) renverse l'ordre logique de la construction des mathématiques pour une présentation proche de celle adoptée aujourd'hui : éléments d'algèbre, étude des fonctions et des suites puis calcul différentiel et intégral qui sera appliqué à la physique. Son « Introduction à l'analyse des infinis » parue en 1748 est le premier traité dans lequel le concept de fonction est à la base de l'exposé. Il est construit indépendamment des grandeurs et des proportions. La notion de variable apparaît comme élément générique d'un ensemble de nombres :

> « Une quantité variable est une quantité indéterminée ou universelle qui englobe complètement en elle toutes les valeurs indéterminées. »
>
> Léonhard Euler ; Introductio in analysin infinitorum ; 1748

et une fonction est une combinaison quelconque d'opérations connues à son époque et applicables aux nombres :

La principale différence des fonctions consiste dans la combinaison de la variable et des quantités constantes, qui les forment.
Elle dépend donc des opérations par lesquelles les quantités peuvent être composées et combinées entre elles. Ces opérations sont l'addition et la soustraction ; la multiplication et la division ; l'élévation aux puissances et l'extraction des racines ; à quoi il faut ajouter encore la résolution des équations. Outre ces opérations, qu'on appelle algébriques, il y en a plusieurs autres qu'on nomme transcendantes : comme les exponentielles, les logarithmiques, et d'autres sans nombre, que le calcul intégral fait connaître.

Léonhard Euler ; Introductio in analysin infinitorum; 1748

Pour l'exponentielle et le logarithme Euler renverse l'ordre d'exposition. Il part de la fonction a^z (définie par Bernouilli), où a est strictement positif, la fonction logarithme apparaît comme fonction réciproque de l'exponentielle.

Pour **Bernhard Bolzano** (1781-1848), les mathématiques pures sont l'arithmétique, l'algèbre et l'analyse ; la géométrie n'en est plus qu'une application. Une vérité valable pour toutes les grandeurs doit être établie indépendamment des grandeurs ; une démonstration doit être purement analytique. La rupture des « mathématiques pures » avec les grandeurs est consommée :

> « ... le fondement objectif d'une vérité valable pour toutes les grandeurs, qu'elles soient ou non dans l'espace, ne peut se trouver dans une vérité valable seulement pour les grandeurs qui appartiennent à l'espace.
> ... Les concepts de temps et de mouvement (...) sont tout aussi étrangers aux mathématiques générales que le concept d'espace... »

Georg Cantor (1845-1918) utilise la fonction comme correspondance pour définir la notion de « cardinal » ou puissance d'un ensemble. L'idée de dépendance de grandeurs a complètement disparue :

> « Quand deux multiplicités bien ordonnées M et N se laissent mettre en correspondance, élément par élément, de façon univoque et complète (chose qui, si elle est possible de quelque manière, peut toujours se faire de beaucoup d'autres manières... ».

Le XX^ème^ siècle ouvre la porte à une approche axiomatico-déductive des mathématiques et à l'arrivée des Bourbachistes.

Bibliographie des points d'histoire 1, 2, 3.

DJEA	Dieudonné J	Eléments d'analyse	Gauthier-Villars	1972
EPF	Piaget J; Grize J.B; Szeminska A.; Vinh B.	Epistémologie et psychologie de la fonction	P U F	1968
GF	Girod Félicien	Nouvelle arithmétique des Ecoles primaires	Librairie classique de André-Guédon	1901
LFA	Lelong-Ferrand J, Arnaudiès J.M.	Cours de mathématiques ; tome 2 ; analyse	Dunod	1974
MAAR	Youschévitch A.	Les mathématiques arabes (VIII^e-XV^e siècle)	VRIN PARIS	1976
MAFDA	IREM	Mathématiques au fil des âges	Gauthier-Villars	1987
MAMA	Dedron P; Itard J	Mathématiques et mathématiciens	Magnard	1959
MDF	Newton	Méthode des fluxions dans Oeuvres complètes de Buffon	PARIS; J. F. Bastien	1811
MEDG	Lebesgue H.	La mesure des grandeurs	Albert Blanchard	1975
RAR	Piaget J.	Recherches sur l'abstraction réfléchissante 1) L'abstraction des relations logico-arithmétiques	P.U.F.	1977
RAR	Piaget J.	Recherches sur l'abstraction réfléchissante 2) L'abstraction de l'ordre des relations spatiales	P.U.F.	
SEME	Rouche N..	Le sens de la mesure	Didier Hatier	1992
SRDC	René de Cotret S	Etude historique de la notion de fonction	Université de Montréal	1985

LE MARCHAND DE TISSU

Problème

Un commerçant vend une pièce de tissu. Il espère faire un bénéfice de 20% sur cette vente. Mais lorsqu'il a vendu tout son tissu, il s'aperçoit que le bénéfice n'est que de 19%. Il incrimine la longueur de la règle qui lui sert de mesure. Quelle est la longueur réelle de cette règle supposée mesurer un mètre ?

Proposition de solution :

En faisant un test des rapports multiples on constate que :

Le prix de vente est proportionnel au nombre d'unités vendues (au nombre de mètres).

Le nombre d'unités est inversement proportionnel à la longueur de la règle. Par conséquent le prix de vente est inversement proportionnel à la longueur de la règle. En effet on peut écrire successivement :

$$\frac{\text{prix de vente prévu}}{\text{prix de vente effectif}} = \frac{\text{nombre de mètres prévu}}{\text{nombre de mètres effectif}} = \frac{\text{longueur effective de la règle}}{\text{longueur supposée de la règle}}$$

Donc $\frac{120}{119} = \frac{\text{longueur effective de la règle}}{1\,\text{mètre}}$

La longueur effective de la règle est $\frac{120}{119}$ *de mètre.*

Remarque 1 :

Bénéfice = prix de vente – prix d'achat

Bénéfice = prix de vente d'un mètre × nombre de mètres vendus – prix d'achat d'un mètre×nombre de mètres achetés.

Dans le présent exercice le nombre de mètres vendus n'est pas le même que le nombre de mètres achetés de telle sorte que le bénéfice n'est pas proportionnel au nombre de mètres achetés.

Remarque 2 :

Une difficulté est de repérer la proportionnalité inverse.

Remarque 3 :

Le fait que le rapport entre la longueur effective et la longueur supposée de la règle soit un nombre proche de 1 augmente cette difficulté.

LA CONCENTRATION MOLAIRE

Problème

On veut exprimer la concentration molaire d'une solution de NaCl en fonction du temps, dans les conditions ci-après décrites.

Un appareil de laboratoire permet de rajouter de manière continue une solution de NaCl à concentration constante (2 moles par litre) à une solution de NaCl à concentration variable qui s'écoule à débit constant, de telle manière que son volume reste constamment égal à 100 ml.Ces 100 ml sont initialement constitués d'eau déminéralisée.
Cet appareil rajoute 2 ml de la solution de NaCl à raison de 2 moles par litre et par minute tout en maintenant la solution homogène grâce à un agitateur perfectionné.

Solution

Je suppose tous les débits constants, donc les quantités écoulées ou rajoutées sont proportionnelles au temps.
En 60 secondes on rajoute 2 ml de solution de NaCl soit 0,004 moles. De même en 60 secondes on retire 2 ml de la solution en préparation, sa concentration étant variable avec le temps (t).
Je fais une première approche avec un modèle discret, c'est à dire que j'enlève et je rajoute le même volume à intervalle de temps régulier Δt. Ce qui donne le tableau suivant

Date en seconde	nombre de moles en moins	nombre de moles en plus	nombre de moles dans les 100 ml	concentration en nombre de moles par litre
0	0	0	0	0
Δt	0	$\frac{0,004}{60} \times \Delta t$	$N_1 = \frac{0,004}{60} \times \Delta t$	$C_1 = \frac{0,004}{60} \times \Delta t \times 10$
$2\Delta t$	$\frac{C_1}{1000} \times \frac{2\Delta t}{60}$	$\frac{4}{60000} \times \Delta t$	$N_2 = N_1 - \frac{C_1 \times \Delta t}{30000} + \frac{2\Delta t}{30000}$	$C_2 = 10N_2$
$3\Delta t$	$\frac{C_2 \times \Delta t}{30000}$	$\frac{2\Delta t}{30000}$	$N_3 = N_2 - \frac{C_2 \times \Delta t}{30000} + \frac{2\Delta t}{30000}$	$C_3 = 10N_3$
$(n-1)\Delta t$				$C_{n-1} = N_{n-1} \times 10$
$n\Delta t$	$\frac{C_{n-1} \times \Delta t}{30000}$	$\frac{2\Delta t}{30000}$	$N_n = N_{n-1} + \frac{2 - C_{n-1}}{30000} \times \Delta t$	$C_n = N_n \times 10$ donc $C_n = 10N_{n-1} + \frac{2 - C_{n-1}}{3000} \times \Delta t$ soit $C_n = C_{n-1} + \frac{2 - C_{n-1}}{3000} \times \Delta t$

J'appelle t l'instant $(n-1)\Delta t$ on a donc :
$(n-1)\Delta t = t$; $n\Delta t = t + \Delta t$; $C_{n-1} = C(t)$; $C_n = C(t+\Delta t)$.
La relation $C_n = C_{n-1} + \frac{2 - C_{n-1}}{3000} \times \Delta t$ s'écrit : $C(t+\Delta t) = C(t) + \frac{2 - C(t)}{3000} \times \Delta t$ ou encore
$\frac{C(t+\Delta t) - C(t)}{\Delta t} = \frac{2 - C(t)}{3000}$.

Si Δt devient infiniment petit on a $C'(t) = \frac{2 - C(t)}{3000}$ où $C'(t) = \frac{dC(t)}{dt}$ désigne la dérivée de C en t.

Ce qui donne l'équation différentielle suivante :
$3000\, C'(t) + C(t) = 2$ avec la condition initiale $C(0) = 0$.

L'équation sans second membre est :

$3000\, C'(t) + C(t) = 0$; sa solution générale est de la forme $Ke^{\frac{-t}{3000}}$.

Une solution particulière de l'équation avec second membre $3000\, C'(t) + C(t) = 2$ est $C(t) = 2$.
La solution générale de l'équation différentielle avec second membre est :

$C(t) = Ke^{\frac{-t}{3000}} + 2$ or $C(0) = 0$ donc $K = -2$; finalement :

$C(t) = 2(1 - e^{-\frac{t}{3000}})$ où C(t) désigne la concentration molaire exprimée en moles par litre et t le temps exprimé en secondes.

Remarque : la limite de C(t) lorsque t tend vers l'infini est 2 ce qui correspond à la concentration molaire de la solution de NaCl.

ANNEXES A LA PARTIE 3

CM1 Première leçon

La proportionnalité comme élément de justice ; coefficient de proportionnalité entier.

OBJECTIF GENERAL DE LA LEÇON

Faire apparaître le modèle proportionnel comme une convention socialement équitable.

CE QU'ON ATTEND DES ELEVES
1 - qu'ils choisissent à la suite d'un débat la proportionnalité comme modèle d'équité.
2 - qu'ils découvrent l'efficacité du coefficient de proportionnalité pour réaliser ce modèle.

ORGANISATION DE LA CLASSE
Dans les situations frontales, le débat sera collectif et géré par le maître.
Pendant les phases de recherche en groupe, les élèves débattront au sein de chaque groupe avant la phase collective où seul un rapporteur par groupe communiquera ses arguments à toute la classe.

MATERIEL
- Des feuilles cartonnées où figurent les lots de souris.
- Des paquets de graines sur lesquels est inscrit le nombre de graines.
- Une fiche recueil de données et un feutre noir par groupe d'élèves dans la phase 1.
- Un tableau à compléter dans la phase 2.

VOCABULAIRE : quantité, souris, graine, attribution, répartition ou distribution juste ou équitable, injuste ou inéquitable, argument, justice, décision juste ou équitable, résultat juste ou exact, ration.

On veut préciser le sens que l'on donnera aux mots suivants : attribution, distribution, répartition, partage, ration.
Attribuer : déterminer la part qui revient **à un** bénéficiaire.
Distribuer : donner **à plusieurs**, réitérer l'attribution. La distribution est régulière si on donne la même part à chacun.
Répartition : distribution dont **le total est fixé** ; pour faire une répartition régulière on fait une division ; c'est l'égalisation des parts.
Partage : met l'accent sur le **nombre de personnes** ; un partage équitable avec des objets qui ne sont pas identiques, nécessite un calcul ou une évaluation pour égaliser les parts.
Part : quantité de graines que mange une souris.
Ration : quantité de graines qui revient à chaque souris quand la distribution est équitable.

PHASE 1 : Répartition inéquitable.
(Travail par paire de groupes ; 35 min)

Objectif pour les élèves :
- découvrir une répartition inéquitable.
- élaborer au sein de chaque groupe au moins une justification.
- communiquer cet argument à tous les élèves de la classe.

Objectif pour l'enseignant :
- mettre les élèves en situation de contester une répartition en décrivant le milieu matériel.
- recueillir **des raisons sociales** de cette contestation.
- induire l'égalisation des parts avant d'enseigner des procédures de linéarité.

Le maître :
Des bandes de souris à la recherche de nourriture, se sont emparé de paquets de graines et les ramènent au village sans les ouvrir, pour pouvoir les transporter.
De retour au camp une dispute s'est élevée entre les souris de la bande bleue et celles de la bande jaune. ***Dans la république des souris on aime que toutes les souris soient égales et reçoivent la même chose.***
Pourquoi croyez-vous qu'elles se sont disputées ? (réponse espérée : « parce que les unes avaient plus de graines que les autres »).
Appelé à la rescousse Sourissot blâme sévèrement la bande bleue qui a 10 graines et la bande jaune qui a elle aussi 10 graines, le même nombre. Mais Sourissage continue à prétendre que la distribution entre les bleus et les jaunes n'est pas équitable.
Pourquoi ? (réponse espérée : « Les bandes n'ont pas le même nombre de souris »).
Alors la tribu de souris décide de comparer toutes les parts et de faire une loi qui dira quand les distributions ne sont pas équitables.
Nous allons les aider et dire si la distribution des graines est équitable ou s'il faut la refaire.

Consigne : Chaque groupe d'élèves reçoit un dessin qui représente les souris d'une bande et le paquet de graines qu'elles ont ramené.

Le maître :
Chacun voit ses souris ? Paul, avec ton groupe, vous avez la bande bleue, combien y avait-il de souris ? (3) Combien de graines ont-elles ramenées ? (10) et toi Jacques avec la bande Jaune ? (4 souris et 10 graines).
Vous allez comparer ces deux attributions ; la répartition est-elle équitable ? Qui n'est pas content ? Qui est désavantagé ? Pourquoi ?

Commentaire : Le maître «obtient » par maïeutique les réponses adéquates (ex. : « Il y a plus de souris chez les jaunes, il leur faudrait plus de graines » ; « chez les bleus, chaque souris aura plus de 3 graines tandis que chez les jaunes chaque souris en aura moins de 3 », etc.) et écrit au tableau où la fiche de questions est reproduite (voir annexe 1), un ou deux exemples des réponses standards attendues :
Le maître : *La distribution est ... inéquitable.*
Qui est désavantagé ? *Les jaunes.* *Pourquoi ?*
Vous pouvez me répondre par une petite phrase comme :
« Parce qu'il y a plus de souris pour le même nombre de graines. »
(Le maître efface la première phrase acceptable et en écrit une seconde qu'il effacera aussi)

ou encore comme : « Parce que les souris bleues auront plus à manger que les jaunes ».
Dans chaque groupe, vous écrivez sur la partie gauche de la feuille vos noms ainsi que les nombres de souris et de graines que je vous ai confiées.
Sur la partie droite de la feuille vous écrivez les noms des élèves du groupe que je vais vous indiquer. Vous demandez à ce groupe combien il a de souris et de graines et vous reportez ces nombres sur votre feuille.
Vous comparez les deux attributions. Sur votre feuille vous écrivez : « répartition équitable » ou «répartition inéquitable » ; puis une explication, un argument (pourquoi ?).
Remarque : Il est important que chaque groupe élabore un argument indépendamment des autres groupes pour que les élèves ne s'en tiennent pas au premier argument proposé.
***

Le maître :
Vous comparez votre réponse avec celle de l'autre groupe et vous essayez de vous mettre d'accord.
***

Recueil des arguments :
Le maître interrogera successivement les 5 paires de groupes pour faire apparaître les **raisons sociales** de la contestation. Il notera au tableau **les paires de couples** (nombre de graines, nombre de souris) avec en vis à vis l'argument avancé par les élèves.
La recevabilité de chaque argument fera l'objet d'un débat général.
Quelques-uns des arguments suivants devraient apparaître ; il n'est pas nécessaire de les obtenir tous.
- Toutes les souris doivent avoir le même nombre de graines à manger.
- Le même nombre de souris doit avoir le même nombre de graines.
- S'il y a plus de souris il faut plus de graines.
- S'il y a le double de souris il faut le double de graines.

nombre de souris à nourrir	3	4	Pour un même nombre de graines
nombre de graines dans le paquet	10	10	il faut un même nombre de souris

nombre de souris à nourrir	5	7	S'il y a plus de souris
nombre de graines dans le paquet	16	13	il faut plus de graines

nombre de souris à nourrir	3	6	S'il y a le double de souris il faut le
nombre de graines dans le paquet	11	15	double de graines

nombre de souris à nourrir	4	7	7×3=21 mais 4×3=12
nombre de graines dans le paquet	17	21	Les souris n'ont pas la même part

nombre de souris à nourrir	2	2	Un même nombre de souris doit
nombre de graines dans le paquet	11	13	avoir un même nombre de graines

Le maître : (institutionnalisation locale).
Si une distribution ne vérifie pas une de ces conditions, elle est inéquitable.

Le maître : *Est-ce que cette distribution est équitable ?*

PHASE 2 : vers la répartition équitable qui utilise le maximum de graines.
(Travail en groupe ; 25 min)

Objectif pour les élèves :

- Faire une distribution équitable.
- Déterminer par essais successifs ou par le calcul la répartition équitable qui utilise le maximum de graines disponibles.

Objectif pour le maître :

- Demander aux élèves de faire une distribution équitable.
- Conduire les élèves à calculer la quantité maximale de graines par souris.

Le maître :
Puisque la distribution des graines avec les paquets n'est pas équitable, on va ouvrir les paquets pour les refaire. (On ne change pas la constitution des groupes de souris)
Nous voulons distribuer le plus de graines possible, toutes si on peut. Comment faut-il ***refaire les paquets*** *pour que la distribution soit équitable et utilise le plus de graines possible ? Vous faites les calculs sur vos feuilles. Quand vous aurez fini, on recueillera vos propositions au tableau.*

Remarques :

1) Pour éviter d'induire l'usage de la division euclidienne, on peut demander aux élèves de faire une distribution équitable avant de chercher celle qui utilise le maximum de graines.
2) Le maître ramasse les « groupes de souris » et les affiche au tableau afin que les élèves comprennent bien que leur tâche consiste à attribuer un paquet de graines à chacun de ces groupes.

Recueil des méthodes et du «tableau de répartition » :
Le maître observera rapidement chaque groupe. S'il y a lieu, il fera écrire au tableau une distribution inéquitable résultant d'une procédure ou d'un calcul faux; par exemple :

nombre de souris à nourrir	3	4	5	7	3	6	4	7	2	2
nombre de graines dans le paquet	9	12	15	18	9	18	12	21	6	6

Il demandera des explications qui nécessiteront la mise au point du vocabulaire pour expliquer que le calcul n'est pas juste.
Un calcul est juste quand il est exact ; sinon il est faux ou inexact mais pas injuste.
Procédures envisagées (après calculs du nombre de souris(43) et du nombre de graines(137)) :
- Avec 2 graines par souris et 43 souris on utilise 86 graines. On peut donc donner une graine de plus par souris et utiliser 129 graines.
- Avec 4 graines par souris, pour nourrir 43 souris il faudrait 172 graines. Il faut donc donner une graine de moins par souris car il n'y a que 137 graines.
- Il y a 43 souris et 137 graines en tout. Il faut donc $137 \div 43 = 3$ graines par souris (il reste 8 graines).

nombre de souris à nourrir	3	4	5	7	3	6	4	7	2	2
nombre de graines dans le paquet	9	12	15	21	9	18	12	21	6	6

Institutionnalisation:
La définition de l'équité n'incombe pas aux élèves et le maître peut l'induire en posant des questions :

1. *Est-ce que «équitable» signifie que toutes les équipes ont le même nombre de graines ? Non, s'il y a plus de souris dans une équipe, il leur faut plus de graines.*
2. *Est-ce que deux groupes égaux de souris doivent avoir le même nombre de graines ? Oui.*

Si toutes les souris mangent la même quantité de graines alors la distribution est équitable.
Est-ce que maintenant toutes les souris mangent la même quantité de graines ? Est-ce que toutes les souris ont la même part ?
Dans une distribution équitable, la part de graines qui revient à chaque souris est appelée la « ration ».

<u>Prolongement de la leçon 1</u> : deuxième séquence

PHASE 3 : on a davantage de graines ; il faut rechercher la nouvelle ration.
(Travail individuel ; 10 min)

<u>Commentaire</u> :
Dans ces deux phases on fait varier les grandeurs : nombre de souris, nombre de graines, ration. L'une des trois étant fixée, la variation de l'une des deux restantes détermine la variation de l'autre. La perception de cette dépendance devrait peu à peu conduire les élèves à rejeter les procédures par approximations successives.
<u>Objectif pour les élèves</u> : Utiliser la quantité maximale de graines en réalisant une répartition équitable.
<u>Objectif pour le maître</u> : Conduire les élèves à calculer la quantité maximale de graines par souris. Faire apparaître la ration comme une grandeur variable.

<u>Le maître</u> :
Si on dispose de 200 graines pour ces 43 souris, quelle est la distribution équitable qui utilise le plus de graines possibles ?
<u>Le maître</u> collectera les réponses au tableau en faisant reformuler la technique de calcul utilisée.

PHASE 4 : La ration est fixe, les autres grandeurs sont variables.
(travail individuel)

<u>Commentaires</u> : La quantité à l'unité étant fixée, elle devient le coefficient d'une fonction linéaire entre deux variables. La fonctionnalité du coefficient 4 devrait apparaître à travers ces différentes activités. Bien sûr, cet usage répété du coefficient de proportionnalité va s'ériger en obstacle. Les leçons suivantes auront pour objet de le combattre en mettant les élèves dans la nécessité d'utiliser le transport des structures.
<u>Objectif pour les élèves</u> : Utiliser la ration pour déterminer les grandeurs demandées.
<u>Objectif pour le maître</u> : Faire utiliser le coefficient d'une fonction linéaire pour faire apparaître la variation d'une des grandeurs en fonction de l'autre.

<u>Le maître</u> :
On a attribué 28 graines à 7 souris. Combien faut-il attribuer de graines à 6 souris pour que la distribution soit équitable ?
***
On attribue toujours 4 graines à chaque souris. Trouver combien il faut de graines pour 20, 40, 15, 60 souris ?
***
En attribuant 4 graines par souris, on a distribué 480 graines. Combien a-t-on nourri de souris ?

Annexe 1

Groupe de : et de :	Groupe de : et de :
Nombre de souris à nourrir :	Nombre de souris à nourrir :
Nombre de graines dans le paquet :	Nombre de graines dans le paquet :

Répartition équitable : ☐

Répartition inéquitable : ☐

Pourquoi ?

Annexe 2

nombre de souris à nourrir	3	4	5	7	3	6	4	7	2	2
nombre de graines dans le paquet										

CM1 Deuxième leçon

La conservation des structures pour réaliser l'équité : rapports internes.

RAPPEL
On veut faire apparaître le modèle proportionnel comme une convention socialement équitable. Les conditions de la première leçon incitaient les élèves à utiliser le coefficient de proportionnalité.

OBJECTIF GENERAL DE LA LEÇON
On souhaite conduire les élèves à transporter les structures d'une grandeur sur une autre.

COMMENTAIRE
Les élèves n'auront pas la possibilité d'utiliser le coefficient de proportionnalité, soit parce que ce coefficient n'est pas calculable, soit parce que les contraintes matérielles l'interdisent. La notion d'équité doit conduire les élèves à définir la ration avec un couple ou des couples : (nombre de graines, nombre de souris).

CE QU'ON ATTEND DES ELEVES :
qu'ils utilisent les rapports internes pour construire une distribution équitable.

ORGANISATION DE LA CLASSE
Travail individuel ou en groupes ou collectif suivant les phases.

MATERIEL
- Des feuilles cartonnées où figurent des lots de souris.
- Des feuilles cartonnées sur lesquelles figure un nombre de graines
- Une feuille et un feutre noir par élève.

VOCABULAIRE : quantité, distribution équitable ou inéquitable, argument, ration, correspondant, calcul juste (exact) ou faux.

PHASE 1 (facultative) **: croissance d'une distribution.**
(Travail collectif ; 15 min)

Objectifs pour les élèves :
- Construire une distribution qui respecte la croissance.
- Valider la nécessité de «croissance » dans une distribution.

Objectifs pour le maître :
- Réactiver la propriété : « S'il y a plus de souris il faut plus de graines ».
- Conduire les élèves à ajuster leur distribution pour respecter la croissance.

Mise en scène :
Le maître : *Aujourd'hui nous allons aider 4 groupes de souris à se répartir 4 paquets de graines.*

Le maître les montre et les affiche au tableau noir, sans les ordonner.
Le maître : *Pour commencer nous allons attribuer aux groupes de souris ces paquets de graines (sans ouvrir les paquets et sans modifier les groupes de souris),* ***de façon la moins injuste possible****. Ecrivez sur vos feuilles une répartition qui soit la moins inéquitable possible.*
***
Comparez votre proposition avec celle de votre voisin et mettez-vous d'accord.
***

Recueil des propositions des élèves :
Le maître aura repéré les élèves qui n'ont fait qu'un ajustement local (ordre sur des paires de couples et non sur l'ensemble). Il invitera l'un d'eux à mettre en correspondance au tableau noir les cartons désignant les lots de souris avec les paquets de graines tel qu'il l'avait prévu. La répartition obtenue sera soumise à la critique de la classe.
Chaque proposition nouvelle sera accompagnée d'un réajustement au tableau noir par son auteur. Le rangement croissant des lots de souris pourra être une aide. L'écriture du tableau suivant n'aura lieu qu'après validation d'une stratégie par les élèves :

nombre de souris à nourrir	3	6	15	21
nombre de graines dans le paquet	8	20	31	54

Le maître passe à la phase suivante dès que ce tableau est recopié au tableau noir.

PHASE 2 : utilisation des rapports internes.
(Travail individuel ou en groupes ; 30 min)

Objectifs pour les élèves :
- Expliquer qu'une distribution n'est pas équitable en utilisant les rapports internes.
- Construire une distribution équitable en utilisant les rapports internes.
- Nommer une ration avec un couple de nombres entiers.

Objectifs pour le maître :
- Faire formuler et valider des raisonnements corrects à partir de la règle d'équité suivante : « un même nombre de souris doit toujours manger une même quantité de graines ».
- Institutionnaliser : « Un même nombre de souris doit avoir un même nombre de graines ; le double, le triple, … de souris doit avoir le double, le triple, … de graines. »
- Institutionnaliser la désignation d'une ration par un couple de nombres entiers.

Le maître :
Maintenant, est-ce que quand il y a plus de souris il y a plus de graines ?
(réponse attendue : « oui »)
Est-ce que la répartition obtenue est équitable ? (réponse attendue : « non »).

Recueil des arguments : Le maître quêtera les arguments des élèves tout en les notant au tableau. Il n'est pas nécessaire de les rappeler tous. De nouveaux arguments peuvent apparaître. Un ou deux suffisent à motiver la recherche d'une distribution équitable.
- S'il y a le double de souris il faut le double de graines.
- Si les parts étaient égales, on aurait pour 21 souris autant de graines que pour 6 et 15 souris.
- Le même nombre de souris doit avoir le même nombre de graines ; si 6 souris mangent 20 graines alors 3 souris mangent 10 graines.

Le maître : *On peut maintenant ouvrir les paquets. Trouvez une distribution équitable qui utilise le plus possible de ces graines et écrivez la sur votre feuille.*

Recueil des distributions proposées :
Le maître choisira en premier lieu une distribution inéquitable s'il y en a une et la fera critiquer par les élèves. **Il suffit d'un seul argument pour prouver qu'une distribution est inéquitable** mais l'enseignant pourra laisser les élèves en fournir plusieurs.
Puis le maître montrera le cas d'un élève qui ne tient pas compte du nombre de graines disponibles :

nombre de souris à nourrir	3	6	15	21
nombre de graines dans le paquet	9	18	45	63

Le maître fait expliciter par l'élève la construction de ce tableau ; il est possible que l'élève ait utilisé le rapport externe 3.

Le maître :
Est-ce que cette répartition est équitable ? Est-ce qu'il y a assez de graines pour la réaliser ?
Commentaire : le maître peut compter effectivement les graines ou simuler de le faire.
Le maître : *Alors, qui parmi vous a trouvé une répartition équitable qui n'utilise pas plus de 113 graines ?*
Remarque : S'il n'y a que quelques élèves dans ce cas, le maître relance l'activité et propose : *Maintenant, vous savez qu'il faut faire une distribution équitable avec 113 graines au maximum, essayez à nouveau.*

Le maître choisit une distribution équitable qui n'utilise pas le maximum de graines :

nombre de souris à nourrir	3	6	15	21
nombre de graines dans le paquet	6	12	30	42

Comme précédemment, le maître fait expliciter par l'élève la construction de ce tableau.

Le maître : *Est-ce que quelqu'un a pu distribuer encore plus de graines sans dépasser 113 ?*
On peut espérer la distribution suivante :

nombre de souris à nourrir	3	6	15	21
nombre de graines dans le paquet	7	14	35	49

Le maître fera alors expliciter la méthode ; on attend la technique suivante : envisager pour le plus petit lot de souris un certain nombre de graines puis utiliser les rapports internes pour les autres lots de souris. On compte alors le total des graines :
- s'il y en a trop on enlève une graine au plus petit lot et on complète le tableau comme précédemment.
- s'il reste des graines on en ajoute une au plus petit lot de souris et on complète le tableau.

Commentaires :
1) Il se peut que certains élèves disent que c'est impossible, la ration n'étant pas entière. Le maître demandera aux élèves d'accepter qu'au sein de chaque groupe les souris se débrouillent entre elles ou bien dira que les graines sont écrasées.
2) Il faut faire valider la distribution voulue par un raisonnement sur la conservation des rapports. C'est au maître d'organiser le débat pour obtenir une validation raisonnée :
Le maître : *Est-ce que toutes les souris mangent la même quantité de graines ?*
Est-ce que 14 graines pour 6 souris c'est la même chose que 7 graines pour 3 souris ou que 35 graines pour 15 souris ou que 49 graines pour 21 souris ?

Recueil des réponses : Réponse espérée : « oui car dans chaque groupe de souris, 3 souris mangent toujours 7 graines. »
(6 souris = 3 souris + 3 souris et 14 graines = 7 graines + 7 graines).

Institutionnalisation :
Une distribution est équitable si toutes les souris mangent la même quantité de graines. Quand une distribution est équitable, le double, le triple,... de souris mangent le double, le triple,... de graines.
La quantité de graines que mange chaque souris d'une distribution équitable est appelée la ration de la distribution
Pour désigner une ration il faut deux nombres, le nombre de souris et le nombre de graines que mangent ces souris. Par exemple : 7 graines pour 3 souris ou 14 graines pour 6 souris ou 21 graines pour 9 souris, etc.

PHASE 3 : Exercices d'entraînement (usage des rapports internes).
(Travail individuel ; 15 min)

Exercice 1 : (équité).
Le maître : *Si je donne 5 graines à 2 souris, combien dois-je donner de graines à 4 souris ? Ecrivez la réponse sur votre feuille.*
Recueil des réponses : Le maître contrôle rapidement les réponses.
Exercice 2 : *Si je donne 8 graines à 6 souris combien dois-je donner de graines à 9 souris ? Ecrivez les réponses sur votre feuille.*
Remarque : Il est probable que peu d'élèves pensent à utiliser le couple (3s ; 4g). Le maître peut aider par une nouvelle question.
Le maître : *Combien dois-je donner de graines à 3 souris ? et à 9 souris ?*

Exercice 3 : (ration)
Le maître : *Dans un élevage de souris, la ration est 11 graines pour 4 souris ; combien de graines mangent 12 souris ? Ecrivez la réponse sur vos feuilles.*
Recueil des réponses : Le maître contrôle rapidement les réponses.

Exercice 4 (distribution)
Le maître : *Voici une distribution :*

nombre de souris à nourrir	4	8	40	12
nombre de graines	6	12	45	51

Le maître : *Est-ce une distribution équitable ? Pourquoi ?*
On attend les justifications faisant appel aux arguments précédents.

Le maître : Sans modifier les groupes de souris trouvez une répartition équitable qui utilise le maximum de graines possible et écrivez la sur votre feuille.
La solution sera écrite au tableau.

nombre de souris à nourrir	4	8	12	40
nombre de graines	7	14	21	70

Le maître : *Quelle est la ration ?*

Exercice 5 : (usage du coefficient de proportionnalité)

Le maître : *J'ai donné 15 graines à 3 souris, complétez le tableau suivant pour que la distribution soit équitable :*

nombre de souris à nourrir	7	6	3	1
nombre de graines			15	

Le maître : *Quelle est la ration ?*
On attend entre autres réponses : « 5 graines pour une souris », la quantité pour une unité est maintenant un cas particulier de désignation de la ration quand celle-ci est entière.

Prolongement de la leçon 2 : deuxième séquence.

« Le contrôleur ».

Objectifs pour les élèves :
- Réinvestir et se familiariser avec l'usage des rapports internes.
- S'entraîner à formuler en utilisant un vocabulaire précis.

Objectifs pour le maître :
- Institutionnaliser un vocabulaire.
- Faire travailler les techniques et les formulations.

Matériel :
Une demi-feuille où figurent les données pour chaque exercice (voir annexe).

Partie 1 : Distributions inéquitables.
Exercice 1
Le maître : *Voici la distribution qui figure sur vos feuilles.*
Afficher au tableau :

Nombre de souris	49	49
Nombre de graines	75	83

Le maître : *Je dis que cette distribution est équitable. Sur vos feuilles vous cochez vrai ou faux et vous écrivez une justification.*
***
Le maître : *Vous échangez vos feuilles. Sur la feuille de votre voisin vous cochez d'accord ou pas d'accord.*
Recueillir les arguments puis écrire au tableau la propriété suivante :
Si une distribution est équitable alors un même nombre de souris mange toujours une même quantité de graines.

Même activité avec les deux exemples suivants :

Exercice 2

Nombre de souris	7	14
Nombre de graines	9	20

Recueil des arguments : « Dans le premier groupe, 7 souris mangent 9 graines. Dans le deuxième groupe, 14 souris mangent 20 graines donc 7 souris mangent 10 graines. Ce n'est pas équitable. »

Exercice 3

Nombre de souris	6	9
Nombre de graines	8	15

Recueil des arguments : « Dans le groupe de 6 souris, 3 souris mangent 4 graines ; dans le groupe de 9 souris, 3 souris mangent 5 graines. Ce n'est pas équitable. »

Partie 2 : distributions équitables.
Même activité que précédemment avec chacun des exemples suivants :
Exercice 4

Nombre de souris	6	18
Nombre de graines	4	12

Recueil des arguments : « Dans le premier groupe 6 souris mangent 4 graines. Dans le deuxième groupe 18 souris mangent 12 graines donc 6 souris mangent 4 graines comme dans le premier groupe. »

Exercice 5

Nombre de souris	5	8
Nombre de graines	15	24

Recueil des arguments : « 15 graines pour 5 souris donnent la même part que 3 graines pour 1 souris ou que 24 graines pour 8 souris. »

Consigne : Le maître écrira au tableau la définition suivante :
Une distribution est équitable si toutes les souris mangent la même quantité de graines, cette quantité est appelée la ration.
Dans cette distribution la ration est 15 graines pour 5 souris ou 3 graines pour 1 souris ou 24 graines pour 8 souris.

Partie 3 : Construire des distributions équitables.

Exercice 6
Le maître : *Je veux fabriquer une distribution équitable. Je donne 15 graines à 9 souris, combien dois-je donner de graines à 3 souris ? à 6 souris ?*
Le maître écrit en même temps au tableau :

Nombre de souris	3	9	6
Nombre de graines		15	

Exercice 7
Le maître : *Je veux fabriquer une autre distribution équitable. Je donne 35 graines à 7 souris, complétez le tableau suivant pour que la distribution soit équitable*:

Nombre de souris	7	1	4	10
Nombre de graines	35			

Consigne : Le maître fera apparaître le retour à l'unité comme cas particulier de « couple intermédiaire ».

Exercice 8
Complétez le tableau suivant pour que la distribution soit équitable :

Nombre de souris	7	35	21	70
Nombre de graines			30	

Annexe

Exercice n 1 :

Nombre de souris	49	49
Nombre de graines	75	83

Je dis que cette distribution est équitable.

Nom :	Vrai ☐ Faux ☐	Justification
Contrôleur :	D'accord ☐ Pas d'accord ☐	D'accord ☐ Pas d'accord ☐

CM1 Troisième leçon

La conservation des structures pour réaliser l'équité : addition et soustraction.

RAPPEL DES ACTIVITES ANTERIEURES
On veut faire apparaître le modèle proportionnel comme une convention socialement équitable.
Les conditions de la première leçon permettaient aux élèves d'utiliser le coefficient de proportionnalité.
Les conditions de la deuxième leçon créaient la nécessité d'utiliser des rapports internes.

OBJECTIF GENERAL DE LA LEÇON
On souhaite conduire les élèves à transporter la structure additive d'une grandeur sur une autre.

CE QU'ON ATTEND DES ELEVES :
qu'ils additionnent ou soustraient des mesures de grandeurs et leurs homologues pour construire une distribution équitable.

ORGANISATION DE LA CLASSE
Travail individuel ou en groupes.

MATERIEL
- Une feuille et un feutre noir par élève ou par groupe d'élèves.

VOCABULAIRE : quantité, distribution ou répartition équitable ou inéquitable, argument, ration, correspondant, résultat juste (exact) ou faux, couple.

PHASE 1 : utilisation des additions et soustractions.
(travail individuel ou en groupe ; 30 min)

Objectifs pour les élèves :
- Rechercher un couple intermédiaire.
- Utiliser l'addition ou la soustraction pour construire des distributions équitables.

Objectifs pour le maître :
- Conduire les élèves à découvrir et utiliser la propriété « additive » de la linéarité.

Premier exemple.
Le maître :
Nous avons 3 lots de souris à nourrir.
Dans chaque groupe vous complétez la distribution suivante pour qu'elle soit équitable. Je vous demanderai comment vous avez fait.
Le maître affiche le tableau suivant :

nombre de souris à nourrir	4	8	16
nombre de graines	10		

puis distribue une feuille sur laquelle figure ce tableau à chaque groupe d'élèves.

Recueil des réponses avec explications des calculs :
Un élève vient donner les réponses de son groupe en expliquant et justifiant les techniques utilisées. S'il y a des distributions inéquitables, il faut les noter et les faire invalider par les élèves.
Rappel oral si besoin est :
Le maître : *Qu'est-ce qu'une ration ?*
Réponse attendue : « La ration est la quantité de graines que mange chaque souris quand la distribution est équitable ».
Le maître : *Pour désigner une ration il faut deux nombres : le nombre de souris et le nombre de graines que mangent ces souris. Quelle est la ration de cette distribution ?*
Réponse attendue : « La ration est 10 graines pour 4 souris ou 20 graines pour 8 souris ou... »

Le maître :
On doit transporter ces souris et ces graines avec 3 cages qui contiennent au plus 10 souris chacune. On veut que pendant le transport la distribution reste équitable. Ecrivez sur vos feuilles une distribution équitable qui permet ce transport.
Recueil des réponses et des méthodes :
Il y a deux étapes :
1. Enlever 6 souris au lot de 16 souris et les graines correspondantes. Le passage par le couple intermédiaire (2 ; 5) est incontournable pour déterminer combien de graines mangent 6 souris.
2. Rajouter les souris et les graines correspondantes au lot de 4 souris.

nombre de souris à nourrir	10	8	10
nombre de graines	25	20	25

Deuxième exemple.
Le maître : *Nous avons maintenant 4 lots de souris à nourrir.*
Le maître affiche au tableau :

nombre de souris à nourrir	6	15	21	9
nombre de graines	14	35		

Le maître : *Peut-on compléter cette distribution pour qu'elle soit équitable ? Ecrivez vos calculs et explications sur vos feuilles.*
Recueil des justifications :
La justification complète pour les deux premiers couples, passe par le calcul du nombre de graines pour 3 souris (ou 30 souris). Les élèves peuvent ensuite utiliser l'addition et la soustraction ou les rapports multiples.
Un élève vient donner les réponses de son groupe en expliquant et justifiant les techniques utilisées. Les groupes qui ont utilisé des méthodes différentes délèguent un représentant pour les expliquer devant la classe.

Le maître : *On doit transporter ces souris et ces graines avec 4 cages qui contiennent au plus 15 souris chacune. On veut que pendant le transport la distribution reste équitable. Ecrivez sur vos feuilles une distribution équitable qui permet ce transport.*
Recueil des réponses :

nombre de souris à nourrir	6+6	15	21-6	9
nombre de graines	14+14	35	49-14	21

Institutionnalisation : **Si une distribution est équitable alors tout groupement qui conserve les correspondances donne une distribution équitable.**

PHASE 2 : introduction à la grandeur « ration » : comparaison de deux distributions.
(Travail individuel ou en groupe ; 30 min)

Objectif de la situation : Le coefficient de proportionnalité peut-être une grandeur variable. Ici c'est la ration mais cette ration n'est pas calculable pour des élèves de CM1. On veut quand même leur faire comparer deux rations. Ils vont devoir chercher des mesures communes aux deux distributions.

Objectifs pour les élèves :
Découvrir une procédure de comparaison de deux rations en passant par un couple intermédiaire.
Objectifs pour le maître :
Conduire les élèves à construire des couples intermédiaires comparables.

Le maître : *Nous avons fabriqué deux distributions équitables.*
(montrer ces distributions au tableau)

nombre de souris à nourrir	4	8	16
nombre de graines	10	20	40

nombre de souris à nourrir	6	15	21	9
nombre de graines	14	35	49	21

Le maître : *Dans quelle distribution la ration est-elle la plus grande ?*
Laquelle de ces deux distributions donne le plus à manger à chaque souris ?

Recueil des méthodes :
La première distribution donne plus à manger aux souris que la deuxième distribution car :
1. Pour 4+2 souris la première distribution donne 10+5 graines donc 15 graines pour 6 souris alors que la seconde distribution en donne 14 graines pour 6 souris.
2. Dans la première distribution 70 graines nourrissent 28 souris alors que dans la seconde distribution 70 graines nourrissent 30 souris.
3. Etc. ...

Remarques
- On a choisi les données des tableaux de telle sorte que les élèves soient obligés de passer par un ou plusieurs couples intermédiaires afin de faire fonctionner les connaissances antérieures de multiples manières. Les possibilités sont nombreuses et peuvent être confrontées.
- Il y a une symétrie dans la manière de comparer les rations : on peut comparer les quantités de graines attribuées à un même nombre de souris ou bien les nombres de souris que nourrit une même quantité de graines. (Pour comparer deux fractions on peut réduire au même dénominateur ou au même numérateur).

Prolongement de la leçon 3 : deuxième séquence.

Objectif de la leçon :
- Institutionnaliser vocabulaire et techniques.
- Faire varier des grandeurs proportionnelles : « nombre de souris », « nombre de graines ».

Objectifs pour les élèves :
- Réinvestir et se familiariser avec l'usage des rapports internes, des sommes et différences en construisant des couples équivalents.
- Formuler avec un vocabulaire précis : « distribution équitable, ration, couple, part, quantité, correspondant, … »

Objectifs pour le maître :
- Institutionnaliser le vocabulaire et les techniques de la linéarité.
- Faire travailler les techniques et les formulations.

Matériel :
Une feuille et un feutre noir par élève.

Partie 1
(Travail par groupe de 2)

Le maître : *On veut faire un élevage de souris. Un élevage c'est des cages dans lesquelles il y a des souris avec leurs graines de telle sorte que la distribution soit équitable. Une distribution équitable, c'est quoi ?*
Consigne : Le maître recueillera puis écrira au tableau la définition suivante :
Une distribution est équitable si toutes les souris mangent une même quantité de graines, ont la même part.
Variante orale pour bien fixer l'idée :
« Quelle que soit la souris de cet élevage, elle aura à manger la même chose que n'importe quelle autre souris de cet élevage. »

Le maître : *Dans la première cage il y a : « 18 souris et 42 graines ». Proposez d'autres cages que je pourrais accepter dans cet élevage. Chaque groupe prépare une cage. Pour gagner un point, vous devrez prouver que vos souris mangent la même quantité de graines que ces 18 souris. Si un autre groupe prouve que votre proposition n'est pas bonne, ce groupe gagne 2 points.*
***
Recueil des propositions sous forme de tableau.
Le maître : *Toutes les souris de cet élevage mangent la même quantité de graines : 18 souris qui mangent 42 graines, c'est la même chose que … 3 souris qui mangent 7 graines, … car avec 18 souris on peut faire 6 lots de 3 souris et avec 42 graines on peut faire 6 paquets de 7 graines, …*
La quantité de graines (écrasées) que mange chaque souris de cet élevage est appelée la ration. Pour désigner une ration il faut deux nombres : le nombre de souris et le nombre de graines qu'elles mangent ; on dit un couple : « nombre de souris ; nombre de graines ».

Le maître : « Qu'est-ce qu'on sait ? »
1. **Si une distribution est équitable alors :**
   - **Quand il y a le double, le triple,..., de souris, il y a le double, le triple, …, de graines.**
   - **Si on regroupe des lots de souris, on regroupe les graines correspondantes.**
2. **Si une seule de ces conditions n'est pas respectée alors la distribution est inéquitable.**

Partie 2
(En maïeutique)

Objectifs pour les élèves :

- Construire une distribution équitable en passant par un couple intermédiaire.
- Reconnaître qu'une distribution est inéquitable en passant par un couple intermédiaire.

Objectifs pour le maître :

- Obtenir l'usage de couples intermédiaires par maïeutique.

Exercice 1

Le maître : *Voici un autre élevage où 9 souris ont 15 graines :*

Nombre de souris			9	6		
Nombre de graines			15			

Je veux faire une cage avec 6 souris, combien faut-il donner de graines à ces 6 souris pour que la distribution soit équitable ?

Recueil de la solution avec explication : « Dans le premier groupe, 9 souris mangent 15 graines. C'est la même chose que 3 souris qui mangent 5 graines ou que 6 souris qui mangent 10 graines »

Remarque : si personne ne trouve, le maître questionne : « Qu'est-ce qui ne va pas ? »
Réponse attendue : « 9 n'est pas dans la table de 6 »
Le maître : *Comparez les lots de souris ! ... Est-ce qu'on peut trouver la quantité de graines pour 3 souris à partir de (9 souris ; 15 graines) ?*

Exercice 2

Le maître : *Je dis que cette distribution est équitable. Vrai ou faux ?*

Nombre de souris	35	21	70
Nombre de graines	50	30	100

Consigne : le maître fera remarquer que : « à chaque fois qu'il y a 7 souris, il y a bien 10 graines ».
Le maître :
Comment savoir si une distribution est équitable ?
Pour savoir si une distribution est équitable, il suffit de comparer chaque couple (nombre de souris ; nombre de graines) à un même couple. On peut être obligé de chercher un couple qui ne figure pas dans la distribution.

Exercice 3

Le maître : *Je dis que cette distribution est équitable. Vrai ou faux ?*

Nombre de souris	9	12	21
Nombre de graines	21	29	50

CM1 Quatrième leçon

L'équité pour la genèse des rationnels : comparer des rations.

RAPPEL DES ACTIVITES ANTERIEURES.
Les élèves ont appris à rejeter des distributions inéquitables.
Les méthodes de construction de distributions équitables ont été répertoriées.
La ration a été définie sur plusieurs exemples.

OBJECTIF GENERAL DE LA LEÇON
L'équité va servir de prétexte pour construire des rationnels. Les couples d'entiers équivalents (nombre de graines, nombre de souris) représentent la même « ration », c'est à dire la quantité de graines que mange chaque souris dans une distribution équitable. En même temps ces couples équivalents évoquent la mesure de cette ration qui est un nombre rationnel. Les élèves doivent comparer ces couples.

VOCABULAIRE : quantité, distribution équitable ou inéquitable, argument, **ration**, correspondant, comparer, couple intermédiaire.

MATERIEL :
Pour la phase 1 : une feuille où figure un tableau et un feutre pour deux élèves.
Pour la phase 2 : une feuille et un feutre pour deux élèves.

PHASE 1 : Comparer deux distributions équitables.
(Travail en groupe de 2 élèves ; 30 min)

Objectifs pour les élèves :
- Construire des couples équivalents à un couple donné.
- Comparer deux distributions en comparant deux couples.

Objectifs pour le maître :
- Conduire les élèves à comparer deux distributions par la méthode de leur choix.

Première étape :
Organisation : On partage la classe en deux. Chaque moitié de classe complète un tableau.
Le maître : *Dans chaque groupe vous vous mettez d'accord pour proposer un couple (nombre de souris, nombre de graines) (60 souris maximum) qui représente la même ration que le couple que je vous propose, qui pourrait figurer dans la même distribution et vous l'écrivez sur vos feuilles. Cette moitié de classe complète le tableau bleu et celle-ci le tableau vert.*

BLEU

nombre de souris			12						
nombre de graines			28						

VERT

nombre de souris						20			
nombre de graines						45			

Recueil des propositions et justifications.
***

Le maître : *Dans quelle distribution la ration est-elle la plus grande ? Est-ce qu'il vaut mieux être souris dans la distribution bleue ou dans la distribution verte ?*
Ecrivez une explication sur vos feuilles.
Recueil des méthodes :
1. On compare le nombre de graines attribuées à deux lots de souris de même effectif.
2. On compare le nombre de souris de deux lots qui ont reçu le même nombre de graines.
3. Si à un couple qui représente une ration inférieure à 1 on ajoute 1 graine et 1 souris alors on augmente la ration.
4. Si à un couple qui représente une ration supérieure à 1 on ajoute 1 graine et 1 souris alors on diminue la ration.
5. Autres méthodes opportunistes.

Deuxième étape :
Consigne : Il faut faire vérifier rapidement en maïeutique l'équité de chaque distribution.
Le maître affiche au tableau les deux distributions suivantes :

nombre de souris	2	5	3
nombre de graines	6	15	9

nombre de souris	3	5	4
nombre de graines	6	10	8

Le maître : *Je prétends que ces deux distributions équitables utilisent la même ration.*
Ecrivez «vrai » ou «faux » sur vos feuilles ainsi qu'une justification.
Recueil des justifications.

Même jeu avec :

nombre de souris	4	12	
nombre de graines	10	30	

nombre de souris	16	8	
nombre de graines	40	20	

Même jeu avec :

nombre de souris	9		
nombre de graines	21		

nombre de souris	16		
nombre de graines	28		

Institutionnalisation des méthodes standards de comparaison de deux distributions
Le maître : *Pour comparer deux distributions :*
1. ***On compare le nombre de graines attribuées à deux lots de souris de même effectif.***
2. ***On compare le nombre de souris de deux lots qui ont reçu le même nombre de graines.***

PHASE 2 : Comparer deux couples.
(Travail en groupe ; 30 min)

Objectifs pour les élèves :
- Comparer deux couples (nombre de souris ; nombre de graines).
- Trouver un couple qui représente la même ration qu'un couple donné.
- Justifier l'équivalence de deux couples en utilisant éventuellement un couple intermédiaire.

Objectifs pour le maître :
- Conduire les élèves à comparer des couples.
- Conduire les élèves à expliciter en réactivant le vocabulaire des distributions et en particulier le mot «ration ».

Organisation : Dans les trois étapes, le maître confie à chacun des dix groupes un couple (lot de souris, paquet de graines). Il y a 5 rations différentes représentées chacune par deux couples. Chaque groupe d'élèves doit trouver le couple (nombre de souris ; nombre de graines) équivalent au sien (qui représente la même ration). Pour faciliter la tâche, on peut partager la classe en deux.

Première étape : La ration est entière.

Le maître :
Je vais confier à chaque groupe un lot de souris et un paquet de graines. Vous devez trouver le couple (nombre de souris ; nombre de graines) qui représente la même **ration** *que votre couple parmi les couples que j'affiche au tableau.*

Consigne pour le maître:
Affichage des couples (nombre de souris ; nombre de graines) au tableau noir.
Attribution des couples aux élèves qui les recopient sur leurs feuilles.
Le maître :
Quand vous aurez trouvé ce couple, vous irez voir les élèves qui ont ce lot de souris et ces graines pour voir s'ils sont d'accord :
- *S'ils sont d'accord vous devez désigner un rapporteur qui viendra au tableau expliquer*
- *S'ils ne sont pas d'accord vous revenez à votre place et vous recommencez.*

A

Nombre de souris	4
Nombre de graines	28

F

Nombre de souris	9
Nombre de graines	45

B

Nombre de souris	5
Nombre de graines	15

G

Nombre de souris	2
Nombre de graines	12

C

Nombre de souris	3
Nombre de graines	12

H

Nombre de souris	8
Nombre de graines	24

D

Nombre de souris	7
Nombre de graines	35

I

Nombre de souris	11
Nombre de graines	77

E

Nombre de souris	6
Nombre de graines	36

J

Nombre de souris	7
Nombre de graines	28

Deuxième étape : Le rapport interne est entier.

Même activité qu'à la première étape avec les données suivantes.

A

Nombre de souris	2
Nombre de graines	5

F

Nombre de souris	20
Nombre de graines	45

B

Nombre de souris	3
Nombre de graines	7

G

Nombre de souris	21
Nombre de graines	24

C

Nombre de souris	4
Nombre de graines	9

D

Nombre de souris	7
Nombre de graines	8

E

Nombre de souris	5
Nombre de graines	11

H

Nombre de souris	14
Nombre de graines	35

I

Nombre de souris	15
Nombre de graines	33

J

Nombre de souris	18
Nombre de graines	42

Troisième étape : Il faut passer par un couple intermédiaire.

Même activité qu'à la première étape avec les données suivantes.
Remarque : Si besoin est, on pourra aider les élèves en leur rappelant qu'il est possible d'utiliser un couple intermédiaire.

A

Nombre de souris	10
Nombre de graines	16

B

Nombre de souris	12
Nombre de graines	28

C

Nombre de souris	8
Nombre de graines	18

D

Nombre de souris	12
Nombre de graines	20

E

Nombre de souris	4
Nombre de graines	6

F

Nombre de souris	9
Nombre de graines	21

G

Nombre de souris	9
Nombre de graines	15

H

Nombre de souris	6
Nombre de graines	9

I

Nombre de souris	12
Nombre de graines	27

J

Nombre de souris	15
Nombre de graines	24

Institutionnalisation :
Le maître : ***Pour comparer deux couples il est parfois nécessaire de passer par un couple intermédiaire.***

CM1 Cinquième leçon

Institutionnalisation de la proportionnalité.

RAPPEL DES ACTIVITES ANTERIEURES.
Les élèves ont appris à rejeter des distributions inéquitables.
Les méthodes de construction de distributions équitables ont été répertoriées.
L'idée de ration a été définie sur plusieurs exemples.
Les élèves ont comparé des rations.

OBJECTIF GENERAL DE LA LEÇON
Abstraire de la situation « des graines et des souris » le concept de proportionnalité.

MATERIEL : Une feuille et un feutre par élève pour chaque phase.

PHASE 1 : la fabrication de tartelettes.
(Travail par groupes de deux ; 20 min)

Objectifs pour les élèves :
- Réutiliser implicitement les techniques de la proportionnalité (rapport interne) en raisonnant sur un milieu matériel nouveau mais familier.

Objectifs pour le maître :
- Remobiliser l'attention des élèves en changeant de milieu matériel.
- Etendre le champ d'utilisation de la proportionnalité.

Le maître :
Pour faire 15 tartelettes toutes pareilles un restaurateur a employé 6 œufs.
Combien doit-il prévoir d'œufs pour fabriquer 45 tartelettes ?
Faites les calculs sur vos feuilles.
***
Recueil des réponses :
Pour éviter un effet Topaze le maître ne propose pas de tableau mais il ne le refuse pas si c'est un élève qui le propose.
La méthode standard consiste à chercher le nombre de fois que 15 est contenu dans 45.
Il est souhaitable de faire un dessin pour accompagner l'explication :
« Pour 15 tartelettes il faut 6 œufs,
Pour 15 autres tartelettes il faut 6 œufs de plus,
Pour 15 autres tartelettes il faut encore 6 œufs,
Donc en tout il faut 3 fois 6 œufs soit 18 œufs pour faire 45 tartelettes. »

Le maître : *En fait le restaurateur s'est trompé, il doit fabriquer 50 tartelettes. Combien doit-il prévoir d'œufs ? Faites les recherches sur vos feuilles.*

Recueil des réponses :
Le maître aura repéré les différentes stratégies des élèves pour les inviter à venir les présenter au tableau avec leurs justifications.

Réponse attendue :
Il faut 18 œufs pour 45 tartelettes. Il faut déterminer le nombre d'œufs nécessaires à la fabrication de 5 tartelettes : 15 tartelettes c'est 3 fois 5 tartelettes et 6 œufs c'est 3 fois 2 œufs. Pour 5 tartelettes il faut 2 œufs donc pour 50 tartelettes il faut 20 œufs (2×10 ou $18+2$).
Remarque : La question précédente devrait induire différentes stratégies qui conduisent à la recherche du nombre d'œufs nécessaires à la fabrication de 5 tartelettes.

Le maître : *Ce restaurateur fait cuire les tartelettes dans un grand four de boulanger. Pour faire cuire 15 tartelettes il a fallu 30 minutes. Le restaurateur met les 50 tartelettes dans le four en même temps. Combien de minutes de cuisson doit-il prévoir ?*
Commentaires : Il faut un peu de mise en scène pour faire comprendre aux élèves que toutes les tartelettes cuisent en même temps.

PHASE 2 : reconnaître les conditions d'usage de la proportionnalité.
(Travail en maïeutique ; 20 min)

Objectifs pour les élèves :
- Se familiariser avec le « test des rapports multiples ».

Objectifs pour le maître :
- Conduire les élèves à reconnaître des grandeurs proportionnelles avec les rapports internes.
- Institutionnaliser le mot « proportionnel ».

Le maître : *Récapitulons.*
1. *Si dans un four 15 tartelettes cuisent en 30 minutes alors 15 autres tartelettes qui sont dans le four en même temps sont cuites pendant les mêmes 30 minutes.*
   Le temps de cuisson est le même pour 15, 30, 45 ou 50 tartelettes (pourvu que ces tartelettes soient mises dans le four en même temps).
2. *Si pour faire 15 tartelettes il faut 6 œufs pour faire 15 autres tartelettes il faut encore 6 œufs. On recommence autant de fois qu'il faut. Pour faire le double, le triple, ... , de tartelettes il faut le double, le triple, ... , d'œufs.*
3. *Est-ce qu'on a eu l'occasion de faire ce genre de calcul avec autre chose que des œufs et des tartelettes ?*

Réponse attendue : « Avec des graines et des souris. »
Le maître :
Si on donne 7 graines à 3 souris alors combien faut-il donner de graines à 6 souris ? à 9 souris pour que la distribution soit équitable ?
Recueil des réponses.
Le maître : *Si on a le double, le triple, ... , de souris il faut le double, le triple, ... , de graines pour que la distribution soit équitable.*
Institutionnalisation :
Quand une distribution de graines à des souris est **équitable**, on dit que **les quantités de graines sont proportionnelles aux nombres de souris.**
Dans la fabrication des tartelettes les **quantités d'œufs sont proportionnelles aux nombres de tartelettes** mais **les temps de cuisson ne sont pas proportionnels aux nombres de tartelettes.**
Consigne : Le maître écrira ces trois phrases au tableau.

PHASE 3 : grandeurs proportionnelles ou non.

(Travail en frontal ou par groupes de deux ; 20 min)

Objectifs pour les élèves :

- Essayer le « test des rapports multiples » pour accepter ou rejeter le modèle proportionnel.
- Formuler en construisant une phrase qui contient le mot proportionnel.

Objectifs pour le maître :

- Faire valider ou invalider l'usage des techniques de la proportionnalité.
- Exiger des élèves des formulations correctes qui utilisent le mot « proportionnel ».

Exemple 1 :

Le maître :

Dans un élevage de lapins, 5 lapins ont reçu 8 carottes et 15 lapins ont reçu 24 carottes. La distribution est-elle équitable ?

Réponse attendue : « oui car 5 est contenu 3 fois dans 15 et 8 est contenu 3 fois dans 24 ».

Le maître : *Au lieu de dire que la distribution est équitable, comment peut-on dire ?*

Réponse attendue :

« Les quantités de carottes sont proportionnelles aux nombres de lapins ».

Exemple 2:

Le maître :

L'an dernier, pour la fête de l'école, une classe de 30 élèves a mis 2 heures pour préparer 300 programmes. Cette année la directrice a décidé que deux classes de 30 élèves se réuniraient pour fabriquer 300 programmes comme l'an dernier. Combien de temps faut-il prévoir ?

Réponse attendue : « une heure »

Le maître : *Les temps pour préparer les 300 programmes sont-ils proportionnels aux nombres d'élèves ?*

Réponse attendue : « non car s'il y a le double d'élèves il ne faut pas le double de temps mais la moitié de temps ».

Exemple 3 :

Le maître : *Pour traverser un lac, chaque bateau met 10 minutes. Deux bateaux partent ensemble de la même rive. Combien de temps leur faut-il pour traverser ce lac ?*

Recueil des réponses puis explications du maître. Le maître pourra faire expérimenter les élèves en faisant traverser la classe à un élève puis deux élèves, etc. ...

Le maître : *Les temps de traversée sont-ils proportionnels aux nombre de bateaux ?*

Exemple 4:

Une directrice veut distribuer des biscuits proportionnellement aux nombres d'élèves de trois classes de CM1. Elle donne 63 biscuits à la classe de 18 élèves. Combien doit-elle attribuer de biscuits à la classe de 24 élèves puis à celle de 26 élèves ?

Institutionnalisation :

C'est en essayant d'utiliser les techniques de la linéarité que les élèves décident d'accepter ou de rejeter le modèle proportionnel. Par conséquent le maître ne peut faire qu'une institutionnalisation « locale » contextualisée aux grandeurs étudiées dans chaque exemple.

NOM :	
PRENOM :	
CLASSE :	

Dans une boulangerie on peut lire :

5 petits pains au raisin pour 20 francs

1) Quel est le prix d'un pain au raisin ?
2) Une maîtresse dépense 76 francs dans cette boulangerie pour offrir un pain au raisin à chacun des élèves d'une classe de CM1.
Combien y a t-il d'élèves dans cette classe ?

Brouillon

Mise au propre

NOM : PRENOM : CLASSE :	

Une maîtresse donne 20 bonbons à un groupe de 5 élèves.
Elle ne veut pas faire d'injustice, combien doit-elle donner de bonbons à un groupe de 17 élèves ?

Brouillon

Mise au propre

NOM : PRENOM : CLASSE :	

Un maître distribue des billes à ses élèves.
Il donne 15 billes à un groupe de 7 élèves.
Combien doit-il donner de billes aux 21 élèves restants pour que la distribution soit **équitable** ?

brouillon

Mise au propre

NOM : PRENOM : CLASSE :	

Dans un élevage, 12 escargots mangent 15 salades en une semaine.
Combien faut-il prévoir de salades pour nourrir 28 escargots dans les mêmes conditions ?

brouillon

Mise au propre

NOM : PRENOM : CLASSE :	

Des enfants d'une colonie de vacances partent en excursion pour 5 jours. Une équipe de 7 enfants a reçu 3 boîtes de poudre de chocolat pour leurs déjeuners. Combien de boîtes de chocolat faut-il donner à 14 enfants ?
Paul a fait le tableau suivant :

Nombre d'enfants	7	14
Nombre de boîtes	3	6

Il répond : 6 boîtes.
Sa réponse est-elle juste ?
Pourquoi ?

Brouillon

Mise au propre

NOM : PRENOM : CLASSE :	

Les enfants d'une colonie de vacances partent en équipes, pour une excursion de 5 jours. L'équipe de 12 enfants a reçu 20 tablettes de chocolat.
Jacques a commencé un tableau pour montrer le nombre d'enfants de chaque équipe et le nombre de tablettes de chocolat qu'il faut leur donner.

Nombre d'enfants	12	9		3
Nombre de tablettes	20	15	35	

Complète ce tableau

Brouillon

Mise au propre

Nombre d'enfants	12	9		3
Nombre de boîtes	20	15	35	

NOM :	
PRENOM :	
CLASSE :	

Dans une boulangerie on peut lire :

6 petits pains au raisin pour 30 francs

1) Quel est le prix d'un pain au raisin ?
2) Une maîtresse dépense 85 francs dans cette boulangerie pour offrir un pain au raisin à chacun des élèves d'une classe de CM1.
Combien y a t-il d'élèves dans cette classe ?

Brouillon

Mise au propre

NOM :	
PRENOM :	
CLASSE :	

Une maîtresse donne 24 bonbons à un groupe de 8 élèves.
Elle ne veut pas faire d'injustice, combien doit-elle donner de bonbons à un groupe de 19 élèves ?

Brouillon

Mise au propre

NOM :	
PRENOM :	
CLASSE :	

Un maître distribue des billes à ses élèves.
Il donne 17 billes à un groupe de 5 élèves.
Combien doit-il donner de billes aux 20 élèves restants pour que la distribution soit **équitable** ?

brouillon

Mise au propre

NOM :	
PRENOM :	
CLASSE :	

Dans un élevage, 15 escargots mangent 20 salades en une semaine.
Combien faut-il prévoir de salades pour nourrir 33 escargots dans les mêmes conditions ?

brouillon

Mise au propre

NOM :	
PRENOM :	
CLASSE :	

Des enfants d'une colonie de vacances partent en excursion pour 5 jours. Une équipe de 11 enfants a reçu 7 boîtes de poudre de chocolat pour leurs déjeuners. Combien de boîtes de chocolat faut-il donner à 22 enfants ?
Paul a fait le tableau suivant :

Nombre d'enfants	11	22
Nombre de boîtes	7	14

Il répond : 14 boîtes.
Sa réponse est-elle juste ?
Pourquoi ?

Brouillon

Mise au propre

NOM :	
PRENOM :	
CLASSE :	

Avec une certaine quantité de poudre de chocolat, on peut préparer les déjeuners de 12 enfants pendant 4 jours. Pendant combien de jours pourra-t-on préparer les déjeuners de 24 enfants avec cette même quantité de poudre de chocolat ?
Paul a fait le tableau suivant :

Nombre d'enfants	12	24
Nombre de jours	4	8

Il répond : « Pendant 8 jours ».
Sa réponse est-elle juste ?
Pourquoi ?

Brouillon

Mise au propre

NOM :	
PRENOM :	
CLASSE :	

Les enfants d'une colonie de vacances partent en équipes, pour une excursion de 5 jours. L'équipe de 21 enfants a reçu 39 tablettes de chocolat.
Jacques a commencé un tableau pour montrer le nombre d'enfants de chaque équipe et le nombre de tablettes de chocolat qu'il faut leur donner.

Nombre d'enfants	21	14		7
Nombre de tablettes	39	26	65	

Complète ce tableau.

Brouillon

Mise au propre

Nombre d'enfants	21	14		7
Nombre de boîtes	39	26	65	

Codage des élèves

CODE	PRENOM	CLASSE	REDOUBLANT	NAISSANCE	SEXE
1	Pauline	CM1A		89	F
2	David	CM1A		88	M
3	Sophie	CM1A		89	F
4	Haci	CM1A	oui	88	M
5	Auriane	CM1A		89	F
6	Serdar	CM1A		89	M
7	Adrien	CM1A		89	M
8	Damien	CM1A		89	M
9	Flore	CM1A		89	F
10	Guillaume	CM1A		88	M
11	James	CM1A		89	M
12	Thomas	CM1A		89	M
13	Stéphanie	CM1A		89	F
14	Barthélémy	CM1A		90	M
15	Makfoud	CM1A		88	M
16	Julien	CM1A		89	M
17	Pierre	CM1A		88	M
18	Gabriel	CM1A		89	M
19	Benjamin	CM1A		87	M
20	Jérémy	CM1B		89	M
21	Youssouph	CM1B		89	M
22	Roxanne	CM1B		87	F
23	Thibaud	CM1B		89	M
24	Benaacher	CM1B		89	M
25	Celine	CM1B		89	F
26	Oumar	CM1B		89	M
27	Pierre	CM1B		89	M
28	Remziye	CM1B		88	F
29	Julien	CM1B	oui	87	M
30	Quentin	CM1B	oui	88	M
31	Gaëtan	CM1B		88	M
32	Marion	CM1B		89	F
33	Hugo	CM1B		89	M
34	Alix	CM1B		89	M
35	Marika	CM1B		88	F
36	Seda	CM1B		88	F
37	Kevin	CM1B		89	M
38	Sunay	CM1B		87	F
39	Amélie	CM1B		89	F

	A11R	A11P	A11M	A11D	A11A	A12R	A12U	A12P	A12M	A12D	A12A	A12S	A1G	A1N
1	1	0	0	1	0	2	0	0	1	0	0	0	0	1
2	1	0	1	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	1
3	2	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	1	0
4	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1
5	0	0	0	0	0	2	0	1	0	0	1	0	1	0
6	1	0	0	0	0	2	0	1	0	0	1	0	1	0
7	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1
8	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
9	1	1	1	0	0	2	1	1	0	1	0	0	0	1
10	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0
11	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
12	1	0	0	1	0	2	0	0	0	1	0	0	0	1
13	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
14	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
15	1	0	0	1	0	2	0	1	0	0	0	1	0	1
16	1	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	1	0	1
17	2	0	0	0	1	2	0	1	0	0	0	1	0	1
18	1	0	0	1	0	2	1	0	0	1	0	0	1	0
19	1	1	1	0	0	2	0	0	1	0	0	1	1	0
20	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
21	1	1	0	1	0	2	1	0	1	1	0	0	1	0
22	2	1	0	0	1	2	1	0	0	1	0	0	1	0
23	1	0	0	1	0	2	1	0	0	1	0	0	0	1
24	1	0	1	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	1
25	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
26	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1
27	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
28	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0
29	2	1	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	1	0
30	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
31	1	0	1	0	0	2	0	0	0	0	0	1	1	0
32	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
33	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0
34	1	0	1	0	0	2	1	0	1	0	0	0	1	0
35	1	0	0	0	1	2	1	0	0	1	0	0	0	1
36	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1
37	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0
38	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1
39	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1
nbre "0"	1	29	24	26	34	3	21	28	27	26	34	31	19	20
nbre "1"	33	10	15	13	5	16	18	11	12	13	5	8	20	19
nbre "2"	5	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0	0
% de "0"	0,03	0,74	0,62	0,67	0,87	0,08	0,54	0,72	0,69	0,67	0,87	0,79	0,49	0,51
% de "1"	**0,85**	**0,26**	**0,38**	**0,33**	**0,13**	**0,41**	**0,46**	**0,28**	**0,31**	**0,33**	**0,13**	**0,21**	**0,51**	**0,49**
% de "2"	0,13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,51	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

	A2R	A2U	A2P	A2M	A2D	A2A	A2S	A2G	A2N
1	2	1	1	0	0	0	1	0	1
2	2	1	0	1	0	0	0	1	0
3	2	0	0	0	1	0	0	0	1
4	2	1	1	1	0	0	0	0	1
5	2	1	1	1	0	0	0	0	1
6	2	1	0	0	0	0	1	0	1
7	2	1	0	0	1	0	0	0	1
8	2	1	0	0	1	0	0	0	1
9	2	1	0	0	1	0	0	0	1
10	2	1	1	0	0	0	0	1	0
11	2	1	0	0	1	0	0	0	1
12	2	0	1	0	0	0	0	0	1
13	2	0	0	0	0	1	1	0	1
14	1	1	0	1	0	0	0	0	1
15	2	1	0	0	1	0	0	0	1
16	2	0	0	0	0	0	0	0	1
17	2	0	0	0	0	1	0	0	1
18	2	0	1	1	0	0	0	0	1
19	2	1	1	0	0	0	1	1	0
20	2	0	1	0	0	0	0	1	0
21	2	1	1	1	0	0	0	1	0
22	2	0	0	0	0	0	0	0	0
23	1	1	0	1	1	0	0	0	1
24	1	0	1	0	0	0	0	0	1
25	2	1	0	0	1	0	0	0	1
26	1	1	1	1	0	1	0	0	1
27	1	1	0	1	0	0	0	0	1
28	2	1	0	0	0	0	0	0	1
29	2	0	0	0	0	0	1	1	0
30	2	1	0	1	0	0	0	0	1
31	2	0	0	1	0	0	0	0	1
32	1	1	0	1	1	0	0	0	1
33	1	1	1	1	0	0	0	1	0
34	1	0	0	1	0	0	0	1	0
35	2	0	0	1	0	0	0	0	1
36	2	0	1	0	0	1	0	1	0
37	2	1	0	0	0	0	1	1	0
38	2	1	0	1	0	0	0	0	1
39	1	0	0	0	0	0	0	0	0
nbre "0"	0	15	26	23	30	35	33	29	12
nbre "1"	9	24	13	16	9	4	6	10	27
nbre "2"	30	0	0	0	0	0	0	0	0
% de "0"	0,00	0,38	0,67	0,59	0,77	0,90	0,85	0,74	0,31
% de "1"	**0,23**	**0,62**	**0,33**	**0,41**	**0,23**	**0,10**	**0,15**	**0,26**	**0,69**
% de "2"	0,77	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

	A3R	A3U	A3Q	A3DO	A3P	A3RA	A3FA	A3M	A3D	A3A	A3S	A3G	A3N
1	2	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
2	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
3	2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
4	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
5	2	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1
6	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
7	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
8	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
9	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
10	2	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
11	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
12	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
13	2	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
14	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
15	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
16	2	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
17	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
18	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
19	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
21	2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
22	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	2	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
24	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
25	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
26	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
27	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
28	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
29	2	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
30	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
31	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
32	2	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1
33	2	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1
34	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
35	2	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
36	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
37	2	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
38	2	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
39	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
nbre "0"	1	29	25	38	23	38	36	16	32	26	34	29	11
nbre "1"	14	10	14	1	16	1	3	23	7	13	5	10	28
nbre "2"	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
% de "0"	0,03	0,74	0,64	0,97	0,59	0,97	0,92	0,41	0,82	0,67	0,87	0,74	0,28
% de "1"	**0,36**	**0,26**	**0,36**	**0,03**	**0,41**	**0,03**	**0,08**	**0,59**	**0,18**	**0,33**	**0,13**	**0,26**	**0,72**
% de "2"	0,62	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

	A4R	A4U	A4Q	A4Ci	A4DO	A4P	A4RA	A4FA	A4X	A4M	A4D	A4A	A4S	A4G	A4N
1	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
2	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
7	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
9	2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
10	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
11	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
12	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
13	2	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0
14	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0
15	2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
17	2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
18	2	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
19	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
20	2	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
21	2	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1
22	2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
23	2	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
24	2	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
25	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
26	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
28	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
29	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
30	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
31	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
32	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
33	2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0
34	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
36	2	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
37	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
38	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
39	2	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
nbre "0"	2	37	33	38	37	28	35	35	33	18	36	30	33	28	13
nbre "1"	2	2	6	1	2	11	4	4	6	21	3	9	6	11	26
nbre "2"	35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
% de "0"	0,05	0,95	0,85	0,97	0,95	0,72	0,90	0,90	0,85	0,46	0,92	0,77	0,85	0,72	0,33
% de "1"	**0,05**	**0,05**	**0,15**	**0,03**	**0,05**	**0,28**	**0,10**	**0,10**	**0,15**	**0,54**	**0,08**	**0,23**	**0,15**	**0,28**	**0,67**
% de "2"	0,90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

	A5R	A5J	A5Q	A5DO	A5CL	A5RA	A5P	A5M	A5D	A5A	A5G	A5N
1	2	2	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
2	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
3	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
4	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
6	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
7	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
8	2	2	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0
9	2	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
10	2	2	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
11	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
12	1	2	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
13	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
14	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
15	2	2	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
16	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
17	2	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
18	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
19	1	2	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
20	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
21	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
22	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
23	2	2	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
24	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
25	2	2	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
26	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
27	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
28	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
29	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
30	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
31	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
32	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
33	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
34	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
35	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
36	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
37	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
38	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
39	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
nbre "0"	1	3	17	27	29	37	35	27	38	24	21	18
nbre "1"	25	22	22	12	10	2	4	12	1	15	18	21
nbre "2"	13	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
% de "0"	0,03	0,08	0,44	0,69	0,74	0,95	0,90	0,69	0,97	0,62	0,54	0,46
% de "1"	**0,64**	**0,56**	**0,56**	**0,31**	**0,26**	**0,05**	**0,10**	**0,31**	**0,03**	**0,38**	**0,46**	**0,54**
% de "2"	0,33	0,36	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

	A6R	A6J	A6Q	A6DO	A6CL	A6M	A6A	A6G	A6N
1	1	2	0	0	0	0	1	1	0
2	2	2	1	0	0	0	0	1	0
3	2	2	1	1	0	0	0	0	1
4	2	2	1	0	1	0	1	0	1
5	2	2	1	1	0	1	1	0	1
6	2	2	1	0	1	0	1	0	1
7	2	2	1	1	0	0	0	1	0
8	2	2	1	1	0	0	0	0	1
9	2	2	1	0	1	1	1	0	1
10	1	2	0	0	0	0	1	0	1
11	2	2	1	1	0	1	0	1	0
12	2	2	0	0	0	0	0	1	0
13	2	2	1	0	1	0	1	0	1
14	2	2	1	1	0	0	0	0	1
15	1	2	0	0	0	1	1	0	1
16	2	2	1	0	1	0	1	0	1
17	1	2	0	0	0	0	0	0	0
18	2	2	1	0	1	0	1	1	0
19	1	2	0	0	0	0	1	1	0
20	2	0	0	0	0	0	0	0	0
21	2	2	0	0	0	0	0	1	0
22	1	1	0	0	0	0	0	1	0
23	1	1	0	0	0	0	0	1	0
24	2	2	1	0	1	0	1	0	1
25	2	2	0	0	0	0	0	1	0
26	2	2	1	0	1	0	1	0	1
27	1	2	0	0	0	0	0	1	0
28	2	2	1	1	0	1	0	0	1
29	1	2	0	0	0	0	1	0	1
30	2	2	1	1	0	1	0	0	1
31	2	2	1	1	0	1	0	0	1
32	1	1	1	1	0	0	0	1	0
33	2	2	1	0	1	0	1	0	1
34	2	2	1	1	0	1	0	1	0
35	2	2	1	0	1	0	1	0	1
36	2	2	1	0	0	0	0	1	0
37	2	2	1	0	0	0	0	1	0
38	2	2	1	0	1	0	0	1	0
39	2	2	1	0	1	0	0	0	1
nbre "0"	0	1	13	28	27	31	23	22	19
nbre "1"	10	3	26	11	12	8	16	17	20
nbre "2"	29	35	0	0	0	0	0	0	0
% de "0"	0,00	0,03	0,33	0,72	0,69	0,79	0,59	0,56	0,49
% de "1"	**0,26**	**0,08**	**0,67**	**0,28**	**0,31**	**0,21**	**0,41**	**0,44**	**0,51**
% de "2"	0,74	0,90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

	A71R	A71J	A71Q	A72R	A72J	A72Q	A7RA	A7P	A7M	A7A	A7S	A7G	A7N
1	2	2	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
2	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	2	2	0	2	0	0	0	0	0	0	1	0	1
4	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
5	2	2	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	2	2	0	2	0	0	1	0	0	1	1	0	1
9	2	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0
10	2	0	0	2	2	0	1	0	0	0	1	0	1
11	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	1	0	1
12	2	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
13	2	2	0	2	0	0	1	0	0	0	1	0	1
14	2	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
15	2	2	1	2	2	1	0	0	1	0	0	0	1
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	2	2	0	2	0	0	0	0	0	1	0	0	1
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	2	2	0	2	2	0	0	0	1	1	0	1	0
26	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0
27	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0
29	2	2	0	2	2	0	0	0	0	1	1	0	1
30	2	2	0	2	2	0	1	0	0	1	0	0	1
31	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	2	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0
34	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	2	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	1
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
37	2	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0
38	2	0	0	2	0	0	1	0	0	1	1	0	1
39	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
nbre "0"	6	29	38	10	34	38	26	38	37	31	32	34	26
nbre "1"	6	0	1	6	0	1	13	1	2	8	7	5	13
nbre "2"	27	10	0	23	5	0	0	0	0	0	0	0	0
% de "0"	0,15	0,74	0,97	0,26	0,87	0,97	0,67	0,97	0,95	0,79	0,82	0,87	0,67
% de "1"	**0,15**	**0,00**	**0,03**	**0,15**	**0,00**	**0,03**	**0,33**	**0,03**	**0,05**	**0,21**	**0,18**	**0,13**	**0,33**
% de "2"	0,69	0,26	0,00	0,59	0,13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

	B11R	B11P	B11T	B11M	B11D	B12R	B12U	B12P	B12T	B12M	B12D	B12A	B12S	B1G	B1N
1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
2	2	0	0	1	0	2	0	0	0	0	0	0	1	0	1
3	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
4	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1
5	2	0	0	1	0	2	0	0	0	1	0	0	0	0	1
6	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0
7	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1	0	0	1	0	2	0	0	0	1	0	0	0	1	0
9	2	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
10	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
11	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1
12	1	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
14	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
15	1	0	0	0	1	2	0	1	0	0	0	0	1	1	0
16	0	0	0	0	0	2	0	0	1	1	1	0	0	1	0
17	1	0	0	1	0	2	0	0	0	0	0	0	1	0	1
18	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
19	1	1	0	0	0	2	0	1	0	0	0	1	1	1	0
20	2	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	1	1	0	1
21	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
22	1	0	1	1	0	2	0	0	1	0	0	0	0	1	0
23	1	0	0	1	0	2	1	0	0	1	0	0	0	0	1
24	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
25	2	0	0	0	0	2	1	0	0	1	0	0	0	1	0
26	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1
27	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1
28	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
29	1	0	0	1	0	2	0	0	0	0	0	1	0	0	1
30	1	1	0	1	0	2	0	1	0	1	0	0	1	0	1
31	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
32	1	0	0	0	1	2	1	0	0	1	1	0	0	0	1
33	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
34	1	0	1	0	1	2	0	1	0	0	0	1	0	0	1
35	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
36	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1
37	1	0	0	0	0	2	0	1	0	0	0	1	1	1	0
38	1	0	0	1	0	2	0	1	0	0	0	1	0	0	1
39	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0
nbre "0"	1	35	35	19	32	1	28	24	37	24	35	28	30	25	16
nbre "1"	33	4	4	20	7	20	11	15	2	15	4	11	9	14	23
nbre "2"	5	0	0	0	0	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0
% de "0"	0,03	0,90	0,90	0,49	0,82	0,03	0,72	0,62	0,95	0,62	0,90	0,72	0,77	0,64	0,41
% de "1"	**0,85**	**0,10**	**0,10**	**0,51**	**0,18**	**0,51**	**0,28**	**0,38**	**0,05**	**0,38**	**0,10**	**0,28**	**0,23**	**0,36**	**0,59**
% de "2"	0,13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,46	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

	B2R	B2U	B2P	B2T	B2Q	B2DO	B2K	B2RA	B2M	B2D	B2A	B2S	B2G	B2N
1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
2	2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
3	2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
4	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
5	2	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
6	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
7	2	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
8	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
9	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
10	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
11	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
12	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0
13	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
14	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
15	2	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
16	2	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
17	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
18	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
19	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
20	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
21	2	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
22	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	2	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
25	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
26	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
27	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
28	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
29	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
30	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0
31	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
32	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
33	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
34	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0
35	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0
37	2	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0
38	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0
39	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
nbre "0"	0	26	29	23	23	23	34	32	25	37	23	37	17	25
nbre "1"	19	13	10	16	16	16	5	7	14	2	16	2	22	14
nbre "2"	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
% de "0"	0,00	0,67	0,74	0,59	0,59	0,59	0,87	0,82	0,64	0,95	0,59	0,95	0,44	0,64
% de "1"	**0,49**	**0,33**	**0,26**	**0,41**	**0,41**	**0,41**	**0,13**	**0,18**	**0,36**	**0,05**	**0,41**	**0,05**	**0,56**	**0,36**
% de "2"	0,51	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

	B3R	B3T	B3U	B3Q	B3DO	B3P	B3RA	B3M	B3D	B3A	B3G	B3N
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
2	2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
3	2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
4	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
5	2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
6	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	2	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
9	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
10	2	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
11	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
12	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
13	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
14	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
15	2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
16	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
17	2	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
18	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
19	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
20	2	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
21	2	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
22	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
23	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
25	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
26	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
27	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
28	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
29	2	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
30	2	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0
31	2	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
32	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
33	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
34	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
35	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
36	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0
37	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
38	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
39	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
nbre "0"	0	25	36	20	34	32	32	20	38	29	20	21
nbre "1"	24	14	3	19	5	7	7	19	1	10	19	18
nbre "2"	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
% de "0"	0,00	0,64	0,92	0,51	0,87	0,82	0,82	0,51	0,97	0,74	0,51	0,54
% de "1"	**0,62**	**0,36**	**0,08**	**0,49**	**0,13**	**0,18**	**0,18**	**0,49**	**0,03**	**0,26**	**0,49**	**0,46**
% de "2"	0,38	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

	B4R	B4T	B4U	B4Q	B4Ci	B4DO	B4CL	B4RA	B4FA	B4M	B4D	B4A	B4S	B4G	B4N
1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
2	2	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
3	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5	2	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
6	2	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
7	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
8	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
9	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
10	2	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
11	2	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
12	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0
13	2	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
14	2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
15	2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1
16	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
17	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
18	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
19	2	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
20	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
21	2	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
22	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
24	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
25	2	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0
26	2	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
27	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
28	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
29	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
30	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
31	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
32	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
33	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1
34	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
35	2	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
36	2	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
37	2	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
38	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
39	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
nbre "0"	3	16	37	24	28	25	27	32	34	33	36	27	34	17	23
nbre "1"	8	23	2	15	11	14	12	7	5	6	3	12	5	22	16
nbre "2"	28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
% de "0"	0,08	0,41	0,95	0,62	0,72	0,64	0,69	0,82	0,87	0,85	0,92	0,69	0,87	0,44	0,59
% de "1"	**0,21**	**0,59**	**0,05**	**0,38**	**0,28**	**0,36**	**0,31**	**0,18**	**0,13**	**0,15**	**0,08**	**0,31**	**0,13**	**0,56**	**0,41**
% de "2"	0,72	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

	B5R	B5J	B5Q	B5DO	B5CL	B5RA	B5M	B5A	B5G	B5N
1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0
2	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
3	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
4	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
5	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
6	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
7	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
8	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
9	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
10	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0
11	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
12	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
13	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
14	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
15	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
16	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0
17	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
18	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0
19	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0
20	2	0	0	0	0	0	0	1	0	1
21	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0
22	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
23	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
24	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
25	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
26	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
27	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
28	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
29	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
30	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
31	2	2	0	0	1	1	0	1	0	1
32	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0
33	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0
34	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1
35	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
36	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
37	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
38	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
39	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
nbre "0"	0	1	2	19	19	38	27	18	26	13
nbre "1"	37	37	37	20	20	1	12	21	13	26
nbre "2"	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
% de "0"	0,00	0,03	0,05	0,49	0,49	0,97	0,69	0,46	0,67	0,33
% de "1"	**0,95**	**0,95**	**0,95**	**0,51**	**0,51**	**0,03**	**0,31**	**0,54**	**0,33**	**0,67**
% de "2"	0,05	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

	B6R	B6J	B6Q	B6DO	B6CL	B6K	B6M	B6A	B6G	B6N
1	2	2	1	1	0	0	1	0	1	0
2	2	2	0	0	0	1	1	0	0	1
3	2	2	1	0	1	0	0	1	0	1
4	2	2	1	0	1	0	0	1	0	1
5	2	2	1	0	1	0	0	1	0	1
6	2	2	1	0	1	0	0	1	0	1
7	2	2	1	1	0	0	0	0	1	0
8	2	2	1	1	0	0	1	0	1	0
9	2	2	1	0	0	0	1	1	0	1
10	2	2	1	1	0	0	1	0	1	0
11	2	2	1	1	0	0	1	0	0	1
12	2	2	1	0	1	0	0	1	0	1
13	2	2	1	1	0	0	1	0	0	1
14	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
15	2	2	1	0	1	0	0	1	0	1
16	2	2	1	1	0	0	1	0	0	1
17	2	2	1	1	0	0	1	0	0	1
18	2	2	1	0	1	0	0	1	1	0
19	2	2	1	1	0	0	0	1	0	1
20	2	2	1	1	0	0	1	0	0	1
21	2	2	1	1	0	0	0	0	1	0
22	2	2	1	1	0	0	0	0	1	0
23	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0
24	2	2	1	0	1	0	0	1	0	1
25	2	2	1	0	1	0	0	1	0	1
26	2	2	1	0	1	0	0	1	0	1
27	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0
28	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
29	2	2	1	0	1	0	0	1	0	1
30	2	2	0	0	0	0	0	1	0	1
31	2	2	1	0	0	0	1	1	0	1
32	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
33	2	2	1	0	1	0	0	1	0	1
34	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
35	2	2	1	1	0	0	0	0	0	1
36	2	2	1	1	0	0	1	0	0	1
37	2	2	1	0	1	0	0	1	0	1
38	2	2	1	1	0	0	1	0	0	1
39	2	2	1	1	0	0	1	0	0	1
nbre "0"	0	1	3	20	26	38	25	21	27	12
nbre "1"	6	5	36	19	13	1	14	18	12	27
nbre "2"	33	33	0	0	0	0	0	0	0	0
% de "0"	0,00	0,03	0,08	0,51	0,67	0,97	0,64	0,54	0,69	0,31
% de "1"	**0,15**	**0,13**	**0,92**	**0,49**	**0,33**	**0,03**	**0,36**	**0,46**	**0,31**	**0,69**
% de "2"	0,85	0,85	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

	B71R	B71J	B71Q	B71CL	B72R	B72J	B72Q	B72CL	B7RA	B7M	B7D	B7A	B7S	B7G	B7N
1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0
2	2	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
5	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
6	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
7	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	2	2	0	0	2	2	0	0	0	1	0	1	0	0	1
9	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0
10	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
11	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
12	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
14	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1
15	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1
16	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1
17	2	2	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1
18	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
21	2	0	0	0	2	2	1	0	0	1	0	0	0	0	1
22	2	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
23	2	2	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
24	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
26	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
27	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
29	2	2	0	0	2	2	0	0	1	0	0	0	0	1	0
30	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
31	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1
32	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0
33	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
34	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
36	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1
37	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
38	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1
39	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1
nbre "0"	4	20	36	22	2	25	29	34	38	25	34	20	36	31	15
nbre "1"	26	15	3	17	33	11	10	5	1	14	5	19	3	8	24
nbre "2"	9	4	0	0	4	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
% de "0"	0,10	0,51	0,92	0,56	0,05	0,64	0,74	0,87	0,97	0,64	0,87	0,51	0,92	0,79	0,38
% de "1"	**0,67**	**0,38**	**0,08**	**0,44**	**0,85**	**0,28**	**0,26**	**0,13**	**0,03**	**0,36**	**0,13**	**0,49**	**0,08**	**0,21**	**0,62**
% de "2"	0,23	0,10	0,00	0,00	0,10	0,08	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Matrices des corrélations des
variables réussites

Questionnaires A et B

Base 39

Valeur significative au seuil de 5%: 0,32

questionnaire A

	A11R	A12R	A2R	A3R	A4R	A5R	A6R	A71R	A72R
A11R	**1,00**	0,03	0,15	-0,04	0,09	**0,50**	-0,31	-0,20	0,05
A12R	0,03	**1,00**	0,09	0,30	0,05	-0,02	-0,25	0,10	-0,03
A2R	0,15	0,09	**1,00**	0,03	**0,33**	0,21	0,10	0,15	0,14
A3R	-0,04	0,30	0,03	**1,00**	-0,05	0,27	**-0,34**	**0,42**	**0,35**
A4R	0,09	0,05	**0,33**	-0,05	**1,00**	0,19	0,18	**0,37**	**0,43**
A5R	**0,50**	-0,02	0,21	0,27	0,19	**1,00**	**-0,45**	0,10	0,23
A6R	-0,31	-0,25	0,10	**-0,34**	0,18	**-0,45**	**1,00**	0,03	0,09
A71R	-0,20	0,10	0,15	**0,42**	**0,37**	0,10	0,03	**1,00**	**0,80**
A72R	0,05	-0,03	0,14	**0,35**	**0,43**	0,23	0,09	**0,80**	**1,00**

questionnaire B

	B11R	B12R	B2R	B3R	B4R	B5R	B6R	B71R	B72R
B11R	**1,00**	0,16	0,13	0,20	0,16	0,24	0,12	-0,30	-0,04
B12R	0,16	**1,00**	0,12	0,14	0,08	0,03	-0,05	0,32	0,26
B2R	0,13	0,12	**1,00**	**0,56**	0,10	0,23	**0,44**	0,13	0,00
B3R	0,20	0,14	**0,56**	**1,00**	**0,37**	0,29	**0,34**	0,29	0,17
B4R	0,16	0,08	0,10	**0,37**	**1,00**	0,13	0,10	0,21	0,08
B5R	0,24	0,03	0,23	0,29	0,13	**1,00**	0,10	-0,26	**-0,33**
B6R	0,12	-0,05	**0,44**	**0,34**	0,10	0,10	**1,00**	-0,03	0,06
B71R	-0,30	0,32	0,13	0,29	0,21	-0,26	-0,03	**1,00**	**0,67**
B72R	-0,04	0,26	0,00	0,17	0,08	**-0,33**	0,06	**0,67**	**1,00**

Matrice des corrélations des
variables techniques

Questionnaire A

					Base 39		Valeur critique au seuil de 5%: 0,32									
	A11P	A12U	A12P	A2U	A2P	A3U	A3Q	A3DO	A3P	A3RA	A3FA	A4U	A4Q	A4Ci	A4DO	A4P
A11P	**1,00**	0,05	0,02	0,22	0,08	0,19	-0,32	-0,10	0,23	-0,10	-0,17	-0,14	-0,09	-0,10	-0,14	0,15
A12U	0,05	**1,00**	**-0,35**	0,10	0,11	-0,07	0,06	0,18	-0,25	0,18	0,12	0,02	-0,11	-0,15	0,02	-0,24
A12P	0,02	**-0,35**	**1,00**	0,26	-0,20	0,15	-0,11	-0,10	0,06	-0,10	0,03	-0,15	-0,11	0,26	0,11	-0,01
A2U	0,22	0,10	0,26	**1,00**	0,00	0,22	-0,18	-0,21	0,12	-0,21	0,23	-0,06	-0,10	0,13	-0,29	0,14
A2P	0,08	0,11	-0,20	0,00	**1,00**	-0,04	0,15	-0,11	0,29	-0,11	0,20	0,08	0,15	-0,11	0,08	-0,08
A3U	0,19	-0,07	0,15	0,22	-0,04	**1,00**	**-0,44**	-0,10	0,11	-0,10	0,05	0,13	-0,25	-0,10	-0,14	0,02
A3Q	-0,32	0,06	-0,11	-0,18	0,15	**-0,44**	**1,00**	-0,12	0,14	-0,12	-0,22	0,07	-0,02	-0,12	0,31	-0,23
A3DO	-0,10	0,18	-0,10	-0,21	-0,11	-0,10	-0,12	**1,00**	-0,14	-0,03	-0,05	-0,04	-0,07	-0,03	-0,04	-0,10
A3P	0,23	-0,25	0,06	0,12	0,29	0,11	0,14	-0,14	**1,00**	-0,14	-0,24	-0,19	-0,07	-0,14	0,04	0,17
A3RA	-0,10	0,18	-0,10	-0,21	-0,11	-0,10	-0,12	-0,03	-0,14	**1,00**	-0,05	-0,04	-0,07	-0,03	-0,04	0,26
A3FA	-0,17	0,12	0,03	0,23	0,20	0,05	-0,22	-0,05	-0,24	-0,05	**1,00**	-0,07	0,14	-0,05	-0,07	0,03
A4U	-0,14	0,02	-0,15	-0,06	0,08	0,13	0,07	-0,04	-0,19	-0,04	-0,07	**1,00**	0,22	-0,04	-0,05	0,11
A4Q	-0,09	-0,11	-0,11	-0,10	0,15	-0,25	-0,02	-0,07	-0,07	-0,07	0,14	0,22	**1,00**	**0,38**	-0,10	**0,36**
A4Ci	-0,10	-0,15	0,26	0,13	-0,11	-0,10	-0,12	-0,03	-0,14	-0,03	-0,05	-0,04	**0,38**	**1,00**	-0,04	0,26
A4DO	-0,14	0,02	0,11	-0,29	0,08	-0,14	0,31	-0,04	0,04	-0,04	-0,07	-0,05	-0,10	-0,04	**1,00**	-0,15
A4P	0,15	-0,24	-0,01	0,14	-0,08	0,02	-0,23	-0,10	0,17	0,26	0,03	0,11	**0,36**	0,26	-0,15	**1,00**
A4RA	-0,20	0,20	-0,21	-0,08	0,12	0,00	0,10	-0,05	0,06	**0,48**	-0,10	-0,08	-0,14	-0,05	-0,08	-0,02
A4FA	0,05	0,31	-0,18	0,03	0,20	0,05	-0,02	-0,05	-0,05	-0,05	-0,08	**0,37**	0,14	-0,05	-0,07	0,03
A4X	0,08	0,18	0,21	-0,10	-0,15	-0,09	-0,32	**0,38**	**-0,36**	-0,07	0,14	-0,10	-0,18	-0,07	-0,10	-0,27
A5Q	**-0,43**	0,19	-0,02	-0,06	-0,15	-0,31	**0,55**	-0,18	0,00	0,14	0,06	-0,03	0,09	0,14	0,20	-0,02
A5DO	**-0,39**	0,16	-0,17	-0,04	**-0,35**	-0,14	0,31	-0,11	-0,10	-0,11	0,02	-0,15	0,18	0,24	0,10	-0,05
A5CL	-0,08	0,05	0,15	-0,02	0,21	-0,21	0,30	-0,10	0,11	0,28	0,05	0,13	-0,09	-0,10	0,13	0,02
A5RA	-0,14	-0,22	-0,15	-0,06	**0,33**	0,13	0,07	-0,04	0,28	-0,04	-0,07	-0,05	-0,10	-0,04	-0,05	0,11
A5P	0,19	0,20	-0,02	0,09	-0,06	**0,38**	-0,25	-0,05	-0,11	-0,05	-0,10	0,30	-0,14	-0,05	-0,08	-0,02
A6Q	**-0,33**	0,11	0,08	0,00	-0,19	-0,08	0,30	0,11	-0,07	0,11	0,20	-0,08	0,00	0,11	0,16	0,08
A6DO	-0,11	-0,12	0,11	0,14	**-0,32**	-0,11	0,12	-0,10	-0,18	-0,10	0,25	-0,15	0,21	0,26	-0,15	0,24
A6CL	-0,14	0,27	-0,05	-0,16	0,12	-0,01	0,20	0,24	-0,10	0,24	0,02	0,10	-0,13	-0,11	0,10	-0,17
A71Q	-0,10	-0,15	0,26	0,13	-0,11	-0,10	-0,12	-0,03	-0,14	-0,03	-0,05	-0,04	-0,07	-0,03	-0,04	-0,10
A72Q	-0,10	-0,15	0,26	0,13	-0,11	-0,10	-0,12	-0,03	-0,14	-0,03	-0,05	-0,04	-0,07	-0,03	-0,04	-0,10
A7RA	-0,04	0,00	0,28	0,22	0,08	**0,46**	-0,30	0,23	-0,04	0,23	0,20	-0,16	-0,15	0,23	-0,16	0,16
A7P	0,28	0,18	-0,10	0,13	0,23	-0,10	0,22	-0,03	0,19	-0,03	-0,05	-0,04	-0,07	-0,03	-0,04	-0,10

Matrice des corrélations des
variables techniques

Questionnaire A

	A4RA	A4FA	A4X	A5Q	A5DO	A5CL	A5RA	A5P	A6Q	A6DO	A6CL	A71Q	A72Q	A7RA	A7P
A11P	-0,20	0,05	0,08	**-0,43**	**-0,39**	-0,08	-0,14	0,19	**-0,33**	-0,11	-0,14	-0,10	-0,10	-0,04	0,28
A12U	0,20	0,31	0,18	0,19	0,16	0,05	-0,22	0,20	0,11	-0,12	0,27	-0,15	-0,15	0,00	0,18
A12P	-0,21	-0,18	0,21	-0,02	-0,17	0,15	-0,15	-0,02	0,08	0,11	-0,05	0,26	0,26	0,28	-0,10
A2U	-0,08	0,03	-0,10	-0,06	-0,04	-0,02	-0,06	0,09	0,00	0,14	-0,16	0,13	0,13	0,22	0,13
A2P	0,12	0,20	-0,15	-0,15	**-0,35**	0,21	**0,33**	-0,06	-0,19	**-0,32**	0,12	-0,11	-0,11	0,08	0,23
A3U	0,00	0,05	-0,09	-0,31	-0,14	-0,21	0,13	**0,38**	-0,08	-0,11	-0,01	-0,10	-0,10	**0,46**	-0,10
A3Q	0,10	-0,02	-0,32	**0,55**	0,31	0,30	0,07	-0,25	0,30	0,12	0,20	-0,12	-0,12	-0,30	0,22
A3DO	-0,05	-0,05	**0,38**	-0,18	-0,11	-0,10	-0,04	-0,05	0,11	-0,10	0,24	-0,03	-0,03	0,23	-0,03
A3P	0,06	-0,05	**-0,36**	0,00	-0,10	0,11	0,28	-0,11	-0,07	-0,18	-0,10	-0,14	-0,14	-0,04	0,19
A3RA	**0,48**	-0,05	-0,07	0,14	-0,11	0,28	-0,04	-0,05	0,11	-0,10	0,24	-0,03	-0,03	0,23	-0,03
A3FA	-0,10	-0,08	0,14	0,06	0,02	0,05	-0,07	-0,10	0,20	0,25	0,02	-0,05	-0,05	0,20	-0,05
A4U	-0,08	**0,37**	-0,10	-0,03	-0,15	0,13	-0,05	0,30	-0,08	-0,15	0,10	-0,04	-0,04	-0,16	-0,04
A4Q	-0,14	0,14	-0,18	0,09	0,18	-0,09	-0,10	-0,14	0,00	0,21	-0,13	-0,07	-0,07	-0,15	-0,07
A4Ci	-0,05	-0,05	-0,07	0,14	0,24	-0,10	-0,04	-0,05	0,11	0,26	-0,11	-0,03	-0,03	0,23	-0,03
A4DO	-0,08	-0,07	-0,10	0,20	0,10	0,13	-0,05	-0,08	0,16	-0,15	0,10	-0,04	-0,04	-0,16	-0,04
A4P	-0,02	0,03	-0,27	-0,02	-0,05	0,02	0,11	-0,02	0,08	0,24	-0,17	-0,10	-0,10	0,16	-0,10
A4RA	**1,00**	-0,10	-0,14	0,13	-0,04	0,19	0,30	-0,11	0,06	-0,21	**0,32**	-0,05	-0,05	0,30	-0,05
A4FA	-0,10	**1,00**	-0,12	-0,13	-0,19	0,05	-0,07	0,22	-0,20	-0,18	0,02	-0,05	-0,05	-0,20	-0,05
A4X	-0,14	-0,12	**1,00**	**-0,34**	-0,28	-0,09	-0,10	-0,14	-0,15	-0,27	0,18	**0,38**	**0,38**	0,15	-0,07
A5Q	0,13	-0,13	**-0,34**	**1,00**	**0,59**	**0,52**	-0,26	-0,21	**0,69**	**0,32**	**0,36**	-0,18	-0,18	-0,15	0,14
A5DO	-0,04	-0,19	-0,28	**0,59**	**1,00**	**-0,39**	-0,15	-0,04	**0,35**	**0,57**	-0,20	-0,11	-0,11	-0,12	-0,11
A5CL	0,19	0,05	-0,09	**0,52**	**-0,39**	**1,00**	-0,14	-0,20	**0,42**	-0,24	**0,63**	-0,10	-0,10	-0,04	0,28
A5RA	0,30	-0,07	-0,10	-0,26	-0,15	-0,14	**1,00**	-0,08	**-0,33**	-0,15	-0,15	-0,04	-0,04	**0,33**	-0,04
A5P	-0,11	0,22	-0,14	-0,21	-0,04	-0,20	-0,08	**1,00**	-0,12	0,16	-0,23	-0,05	-0,05	0,12	-0,05
A6Q	0,06	-0,20	-0,15	**0,69**	**0,35**	**0,42**	**-0,33**	-0,12	**1,00**	**0,44**	**0,47**	-0,23	-0,23	0,15	0,11
A6DO	-0,21	-0,18	-0,27	**0,32**	**0,57**	-0,24	-0,15	0,16	**0,44**	**1,00**	**-0,42**	-0,10	-0,10	0,04	-0,10
A6CL	**0,32**	0,02	0,18	**0,36**	-0,20	**0,63**	-0,15	-0,23	**0,47**	**-0,42**	**1,00**	-0,11	-0,11	0,12	0,24
A71Q	-0,05	-0,05	**0,38**	-0,18	-0,11	-0,10	-0,04	-0,05	-0,23	-0,10	-0,11	**1,00**	**1,00**	-0,11	-0,03
A72Q	-0,05	-0,05	**0,38**	-0,18	-0,11	-0,10	-0,04	-0,05	-0,23	-0,10	-0,11	**1,00**	**1,00**	-0,11	-0,03
A7RA	0,30	-0,20	0,15	-0,15	-0,12	-0,04	**0,33**	0,12	0,15	0,04	0,12	-0,11	-0,11	**1,00**	-0,11
A7P	-0,05	-0,05	-0,07	0,14	-0,11	0,28	-0,04	-0,05	0,11	-0,10	0,24	-0,03	-0,03	-0,11	**1,00**

Matrice des corrélations des
variables techniques

Questionnaire B

						Base 39			Valeur critique au seuil de 5%: 0,32					
	B11P	B11T	B12U	B12P	B12T	B2U	B2P	B2T	B2Q	B2DO	B2K	B2RA	B3T	B3U
B11P	**1,00**	-0,11	-0,21	**0,43**	-0,08	-0,06	**0,58**	-0,28	-0,28	-0,28	-0,13	0,06	-0,25	**0,54**
B11T	-0,11	**1,00**	0,16	-0,09	0,30	0,30	-0,20	0,23	0,23	0,23	-0,13	-0,16	-0,08	-0,10
B12U	-0,21	0,16	**1,00**	**-0,50**	-0,15	0,04	-0,11	0,06	0,17	0,17	0,10	-0,14	0,12	-0,18
B12P	**0,43**	-0,09	**-0,50**	**1,00**	-0,18	**0,34**	**0,38**	-0,12	0,09	-0,02	0,01	-0,10	-0,15	0,17
B12T	-0,08	0,30	-0,15	-0,18	**1,00**	-0,16	-0,14	0,04	-0,19	0,04	-0,09	-0,11	0,07	-0,07
B2U	-0,06	0,30	0,04	**0,34**	-0,16	**1,00**	-0,04	**0,41**	**0,63**	**0,63**	-0,11	-0,19	0,04	0,00
B2P	**0,58**	-0,20	-0,11	**0,38**	-0,14	-0,04	**1,00**	**-0,37**	-0,25	-0,25	-0,23	-0,12	-0,19	0,27
B2T	-0,28	0,23	0,06	-0,12	0,04	**0,41**	**-0,37**	**1,00**	**0,58**	**0,58**	-0,16	0,02	**0,57**	-0,05
B2Q	-0,28	0,23	0,17	0,09	-0,19	**0,63**	-0,25	**0,58**	**1,00**	**0,79**	-0,16	-0,12	**0,35**	-0,24
B2DO	-0,28	0,23	0,17	-0,02	0,04	**0,63**	-0,25	**0,58**	**0,79**	**1,00**	-0,16	-0,25	0,25	-0,24
B2K	-0,13	-0,13	0,10	0,01	-0,09	-0,11	-0,23	-0,16	-0,16	-0,16	**1,00**	-0,18	-0,29	-0,11
B2RA	0,06	-0,16	-0,14	-0,10	-0,11	-0,19	-0,12	0,02	-0,12	-0,25	-0,18	**1,00**	**0,35**	0,12
B3T	-0,25	-0,08	0,12	-0,15	0,07	0,04	-0,19	**0,57**	**0,35**	0,25	-0,29	**0,35**	**1,00**	-0,22
B3U	**0,54**	-0,10	-0,18	0,17	-0,07	0,00	0,27	-0,05	-0,24	-0,24	-0,11	0,12	-0,22	**1,00**
B3Q	-0,16	0,18	0,30	0,07	0,01	0,18	0,02	**0,33**	**0,33**	**0,33**	0,24	**-0,32**	0,13	-0,28
B3DO	0,12	-0,13	0,10	0,17	-0,09	0,05	0,30	-0,01	0,15	0,15	0,08	-0,18	0,03	-0,11
B3P	**0,50**	-0,16	-0,14	**0,45**	-0,11	0,09	**0,49**	-0,25	-0,25	-0,12	0,22	-0,04	-0,21	**0,37**
B3RA	-0,16	-0,16	-0,29	-0,10	-0,11	**-0,33**	-0,27	0,02	-0,12	-0,25	-0,18	**0,65**	0,21	-0,14
B4T	**-0,41**	0,11	**0,52**	-0,30	-0,04	0,15	-0,23	0,27	0,27	**0,48**	0,01	-0,15	0,30	**-0,35**
B4U	0,30	-0,08	0,11	0,06	-0,05	-0,16	**0,40**	-0,19	0,04	0,04	-0,09	-0,11	-0,17	**0,37**
B4Q	-0,27	0,08	**0,44**	-0,30	-0,18	0,22	0,02	-0,02	0,30	**0,41**	-0,15	**-0,37**	-0,04	-0,23
B4Ci	-0,21	-0,02	-0,01	0,09	-0,15	0,28	0,02	-0,06	0,17	0,29	-0,07	-0,29	-0,23	-0,18
B4DO	-0,25	-0,08	0,12	-0,04	-0,17	0,26	0,17	0,03	**0,35**	**0,35**	-0,13	**-0,35**	0,11	-0,22
B4CL	-0,04	0,14	0,08	-0,07	-0,15	0,24	-0,01	-0,10	0,12	0,23	0,08	-0,31	-0,27	0,02
B4RA	0,06	-0,16	-0,14	-0,10	-0,11	**-0,33**	-0,12	-0,12	-0,25	-0,25	0,02	**0,48**	0,07	-0,14
B4FA	**0,38**	-0,13	-0,07	0,17	-0,09	-0,27	0,30	-0,16	-0,01	-0,16	-0,15	0,22	0,03	0,18
B5Q	0,08	0,08	0,15	-0,06	0,05	0,16	0,14	-0,04	0,19	0,19	0,09	0,11	0,17	**-0,37**
B5DO	0,16	**0,33**	**0,38**	-0,28	-0,01	0,04	-0,02	-0,13	0,08	0,08	0,22	**-0,35**	**-0,34**	-0,10
B5CL	-0,18	-0,18	**-0,42**	**0,35**	-0,01	0,04	-0,02	0,08	-0,02	-0,02	-0,24	**0,46**	**0,41**	-0,10
B5RA	-0,05	-0,05	-0,10	0,21	-0,04	-0,11	-0,10	-0,14	-0,14	-0,14	-0,06	-0,08	-0,12	-0,05
B6Q	**-0,54**	0,10	0,18	-0,17	0,07	0,00	-0,27	0,05	0,24	0,24	0,11	**-0,37**	0,02	-0,28
B6DO	0,01	0,18	0,19	**-0,35**	0,24	-0,04	-0,10	0,02	0,02	0,13	0,09	-0,19	-0,09	0,10
B6CL	-0,24	-0,24	**-0,32**	**0,34**	-0,16	0,08	0,08	0,07	0,18	0,07	-0,11	0,09	0,26	-0,20
B6K	-0,05	-0,05	-0,10	-0,13	-0,04	-0,11	-0,10	0,19	-0,14	-0,14	-0,06	**0,35**	0,22	-0,05
B71Q	-0,10	0,22	0,25	-0,03	-0,07	0,00	0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,11	0,12	-0,02	-0,08
B71CL	0,04	-0,30	0,14	0,05	0,03	0,04	0,31	-0,10	0,00	0,00	-0,18	-0,01	0,20	-0,06
B72Q	-0,20	-0,20	0,28	-0,10	0,13	-0,04	**-0,34**	0,11	0,11	0,11	0,30	0,03	0,17	-0,17
B72CL	0,12	-0,13	-0,07	0,01	-0,09	0,05	**0,48**	-0,32	-0,16	-0,01	-0,15	0,22	-0,29	0,18
B7RA	-0,05	-0,05	-0,10	-0,13	-0,04	-0,11	-0,10	-0,14	-0,14	-0,14	-0,06	-0,08	-0,12	-0,05

	B3Q	B3DO	B3P	B3RA	B4T	B4U	B4Q	B4Ci	B4DO	B4CL	B4RA	B4FA	B5Q	B5DO
B11P	-0,16	0,12	**0,50**	-0,16	**-0,41**	0,30	-0,27	-0,21	-0,25	-0,04	0,06	**0,38**	0,08	0,16
B11T	0,18	-0,13	-0,16	-0,16	0,11	-0,08	0,08	-0,02	-0,08	0,14	-0,16	-0,13	0,08	**0,33**
B12U	0,30	0,10	-0,14	-0,29	**0,52**	0,11	**0,44**	-0,01	0,12	0,08	-0,14	-0,07	0,15	**0,38**
B12P	0,07	0,17	**0,45**	-0,10	-0,30	0,06	-0,30	0,09	-0,04	-0,07	-0,10	0,17	-0,06	-0,28
B12T	0,01	-0,09	-0,11	-0,11	-0,04	-0,05	-0,18	-0,15	-0,17	-0,15	-0,11	-0,09	0,05	-0,01
B2U	0,18	0,05	0,09	**-0,33**	0,15	-0,16	0,22	0,28	0,26	0,24	**-0,33**	-0,27	0,16	0,04
B2P	0,02	0,30	**0,49**	-0,27	-0,23	**0,40**	0,02	0,02	0,17	-0,01	-0,12	0,30	0,14	-0,02
B2T	**0,33**	-0,01	-0,25	0,02	0,27	-0,19	-0,02	-0,06	0,03	-0,10	-0,12	-0,16	-0,04	-0,13
B2Q	**0,33**	0,15	-0,25	-0,12	0,27	0,04	0,30	0,17	**0,35**	0,12	-0,25	-0,01	0,19	0,08
B2DO	**0,33**	0,15	-0,12	-0,25	**0,48**	0,04	**0,41**	0,29	**0,35**	0,23	-0,25	-0,16	0,19	0,08
B2K	0,24	0,08	0,22	-0,18	0,01	-0,09	-0,15	-0,07	-0,13	0,08	0,02	-0,15	0,09	0,22
B2RA	**-0,32**	-0,18	-0,04	**0,65**	-0,15	-0,11	**-0,37**	-0,29	**-0,35**	-0,31	**0,48**	0,22	0,11	**-0,35**
B3T	0,13	0,03	-0,21	0,21	0,30	-0,17	-0,04	-0,23	0,11	-0,27	0,07	0,03	0,17	**-0,34**
B3U	-0,28	-0,11	**0,37**	-0,14	**-0,35**	**0,37**	-0,23	-0,18	-0,22	0,02	-0,14	0,18	**-0,37**	-0,10
B3Q	**1,00**	0,24	-0,19	**-0,46**	**0,40**	0,01	0,18	0,19	0,23	0,13	-0,19	-0,07	0,23	0,13
B3DO	0,24	**1,00**	0,22	-0,18	0,01	0,26	0,17	-0,24	0,19	-0,26	0,02	0,31	0,09	0,07
B3P	-0,19	0,22	**1,00**	-0,22	-0,15	0,19	-0,10	0,00	0,07	0,12	-0,22	0,02	0,11	-0,08
B3RA	**-0,46**	-0,18	-0,22	**1,00**	-0,29	-0,11	**-0,37**	-0,29	**-0,35**	-0,31	**0,48**	0,22	-0,19	**-0,35**
B4T	**0,40**	0,01	-0,15	-0,29	**1,00**	-0,04	**0,55**	0,29	**0,41**	**0,33**	-0,29	-0,15	0,28	0,02
B4U	0,01	0,26	0,19	-0,11	-0,04	**1,00**	0,06	-0,15	0,07	0,10	-0,11	**0,61**	0,05	0,23
B4Q	0,18	0,17	-0,10	**-0,37**	**0,55**	0,06	**1,00**	**0,44**	**0,73**	**0,50**	**-0,37**	-0,15	0,18	0,24
B4Ci	0,19	-0,24	0,00	-0,29	0,29	-0,15	**0,44**	**1,00**	**0,36**	**0,57**	-0,29	-0,24	0,15	-0,07
B4DO	0,23	0,19	0,07	**-0,35**	**0,41**	0,07	**0,73**	**0,36**	**1,00**	**0,54**	**-0,35**	-0,13	0,17	-0,02
B4CL	0,13	-0,26	0,12	-0,31	**0,33**	0,10	**0,50**	**0,57**	**0,54**	**1,00**	-0,31	-0,09	0,15	0,21
B4RA	-0,19	0,02	-0,22	**0,48**	-0,29	-0,11	**-0,37**	-0,29	**-0,35**	-0,31	**1,00**	0,02	-0,19	-0,08
B4FA	-0,07	0,31	0,02	0,22	-0,15	**0,61**	-0,15	-0,24	-0,13	-0,09	0,02	**1,00**	0,09	0,07
B5Q	0,23	0,09	0,11	-0,19	0,28	0,05	0,18	0,15	0,17	0,15	-0,19	0,09	**1,00**	0,24
B5DO	0,13	0,07	-0,08	**-0,35**	0,02	0,23	0,24	-0,07	-0,02	0,21	-0,08	0,07	0,24	**1,00**
B5CL	-0,08	-0,09	0,05	**0,46**	0,02	-0,24	-0,28	0,04	-0,02	-0,24	0,19	-0,09	0,01	**-0,85**
B5RA	-0,16	-0,06	-0,08	**0,35**	-0,19	-0,04	-0,13	-0,10	-0,12	-0,11	**0,35**	-0,06	**-0,70**	-0,17
B6Q	0,28	0,11	**-0,37**	-0,12	0,15	0,07	0,23	0,18	0,22	0,19	0,14	-0,18	-0,07	0,10
B6DO	0,18	0,09	-0,19	**-0,32**	-0,02	0,24	-0,03	-0,27	0,02	0,13	0,08	0,09	-0,01	**0,64**
B6CL	-0,04	0,05	0,09	0,24	0,04	-0,16	0,00	0,28	0,26	0,00	-0,05	-0,11	0,16	**-0,73**
B6K	-0,16	-0,06	-0,08	**0,35**	0,14	-0,04	-0,13	-0,10	-0,12	-0,11	-0,08	**0,42**	0,04	-0,17
B71Q	0,30	-0,11	-0,14	-0,14	0,05	-0,07	-0,03	0,03	-0,02	0,02	0,12	-0,11	0,07	-0,10
B71CL	-0,13	0,13	0,13	-0,01	0,21	0,03	0,16	-0,09	0,20	-0,03	-0,14	-0,03	-0,03	-0,07
B72Q	0,13	-0,05	-0,12	0,18	0,01	-0,14	-0,10	-0,24	-0,19	-0,14	0,03	-0,05	-0,13	0,22
B72CL	-0,07	0,08	0,22	0,02	0,01	0,26	0,17	0,10	0,19	0,08	0,02	0,08	0,09	0,07
B7RA	-0,16	-0,06	-0,08	**0,35**	-0,19	-0,04	-0,13	-0,10	-0,12	-0,11	-0,08	-0,06	0,04	-0,17

Matrice des corrélations des
variables techniques

Questionnaire B

	B5CL	B5RA	B6Q	B6DO	B6CL	B6K	B71Q	B71CL	B72Q	B72CL	B7RA
B11P	-0,18	-0,05	**-0,54**	0,01	-0,24	-0,05	-0,10	0,04	-0,20	0,12	-0,05
B11T	-0,18	-0,05	0,10	0,18	-0,24	-0,05	0,22	-0,30	-0,20	-0,13	-0,05
B12U	**-0,42**	-0,10	0,18	0,19	**-0,32**	-0,10	0,25	0,14	0,28	-0,07	-0,10
B12P	**0,35**	0,21	-0,17	**-0,35**	**0,34**	-0,13	-0,03	0,05	-0,10	0,01	-0,13
B12T	-0,01	-0,04	0,07	0,24	-0,16	-0,04	-0,07	0,03	0,13	-0,09	-0,04
B2U	0,04	-0,11	0,00	-0,04	0,08	-0,11	0,00	0,04	-0,04	0,05	-0,11
B2P	-0,02	-0,10	-0,27	-0,10	0,08	-0,10	0,05	0,31	**-0,34**	**0,48**	-0,10
B2T	0,08	-0,14	0,05	0,02	0,07	0,19	-0,05	-0,10	0,11	-0,32	-0,14
B2Q	-0,02	-0,14	0,24	0,02	0,18	-0,14	-0,05	0,00	0,11	-0,16	-0,14
B2DO	-0,02	-0,14	0,24	0,13	0,07	-0,14	-0,05	0,00	0,11	-0,01	-0,14
B2K	-0,24	-0,06	0,11	0,09	-0,11	-0,06	-0,11	-0,18	0,30	-0,15	-0,06
B2RA	**0,46**	-0,08	**-0,37**	-0,19	0,09	**0,35**	0,12	-0,01	0,03	0,22	-0,08
B3T	**0,41**	-0,12	0,02	-0,09	0,26	0,22	-0,02	0,20	0,17	-0,29	-0,12
B3U	-0,10	-0,05	-0,28	0,10	-0,20	-0,05	-0,08	-0,06	-0,17	0,18	-0,05
B3Q	-0,08	-0,16	0,28	0,18	-0,04	-0,16	0,30	-0,13	0,13	-0,07	-0,16
B3DO	-0,09	-0,06	0,11	0,09	0,05	-0,06	-0,11	0,13	-0,05	0,08	-0,06
B3P	0,05	-0,08	**-0,37**	-0,19	0,09	-0,08	-0,14	0,13	-0,12	0,22	-0,08
B3RA	**0,46**	**0,35**	-0,12	**-0,32**	0,24	**0,35**	-0,14	-0,01	0,18	0,02	**0,35**
B4T	0,02	-0,19	0,15	-0,02	0,04	0,14	0,05	0,21	0,01	0,01	-0,19
B4U	-0,24	-0,04	0,07	0,24	-0,16	-0,04	-0,07	0,03	-0,14	0,26	-0,04
B4Q	-0,28	-0,13	0,23	-0,03	0,00	-0,13	-0,03	0,16	-0,10	0,17	-0,13
B4Ci	0,04	-0,10	0,18	-0,27	0,28	-0,10	0,03	-0,09	-0,24	0,10	-0,10
B4DO	-0,02	-0,12	0,22	0,02	0,26	-0,12	-0,02	0,20	-0,19	0,19	-0,12
B4CL	-0,24	-0,11	0,19	0,13	0,00	-0,11	0,02	-0,03	-0,14	0,08	-0,11
B4RA	0,19	**0,35**	0,14	0,08	-0,05	-0,08	0,12	-0,14	0,03	0,02	-0,08
B4FA	-0,09	-0,06	-0,18	0,09	-0,11	**0,42**	-0,11	-0,03	-0,05	0,08	-0,06
B5Q	0,01	**-0,70**	-0,07	-0,01	0,16	0,04	0,07	-0,03	-0,13	0,09	0,04
B5DO	**-0,85**	-0,17	0,10	**0,64**	**-0,73**	-0,17	-0,10	-0,07	0,22	0,07	-0,17
B5CL	**1,00**	0,16	-0,09	**-0,59**	**0,69**	0,16	0,09	0,03	-0,13	0,07	0,16
B5RA	0,16	**1,00**	0,05	-0,16	-0,11	-0,03	-0,05	0,18	0,28	-0,06	-0,03
B6Q	-0,09	0,05	**1,00**	0,28	0,20	**-0,56**	0,08	-0,13	0,17	-0,18	0,05
B6DO	**-0,59**	-0,16	0,28	**1,00**	**-0,69**	-0,16	0,10	-0,13	0,25	0,09	-0,16
B6CL	**0,69**	-0,11	0,20	**-0,69**	**1,00**	-0,11	0,00	0,04	-0,29	-0,11	0,23
B6K	0,16	-0,03	**-0,56**	-0,16	-0,11	**1,00**	-0,05	-0,14	-0,10	-0,06	-0,03
B71Q	0,09	-0,05	0,08	0,10	0,00	-0,05	**1,00**	-0,25	-0,17	-0,11	-0,05
B71CL	0,03	0,18	-0,13	-0,13	0,04	-0,14	-0,25	**1,00**	0,19	0,28	-0,14
B72Q	-0,13	0,28	0,17	0,25	-0,29	-0,10	-0,17	0,19	**1,00**	-0,05	-0,10
B72CL	0,07	-0,06	-0,18	0,09	-0,11	-0,06	-0,11	0,28	-0,05	**1,00**	-0,06
B7RA	0,16	-0,03	0,05	-0,16	0,23	-0,03	-0,05	-0,14	-0,10	-0,06	**1,00**

Matrices des corrélations
des variables "grandeurs et nombres"

Questionnaires A et B

Base 39

Valeur critique au seuil de 5% : 0,32

Questionnaire A

	A1G	A1N	A2G	A2N	A3G	A3N	A4G	A4N	A5G	A5N	A6G	A6N	A7G	A7N
A1G	**1,00**	**-1,00**	0,22	-0,21	-0,13	0,07	0,04	-0,04	-0,02	0,02	0,03	0,08	-0,09	0,15
A1N	**-1,00**	**1,00**	-0,22	0,21	0,13	-0,07	-0,04	0,04	0,02	-0,02	-0,03	-0,08	0,09	-0,15
A2G	0,22	-0,22	**1,00**	**-0,88**	**0,33**	-0,28	0,02	-0,08	-0,07	0,07	0,19	-0,25	-0,05	-0,04
A2N	-0,21	0,21	**-0,88**	**1,00**	-0,24	**0,32**	0,05	0,00	0,06	-0,06	-0,20	0,24	0,09	0,12
A3G	-0,13	0,13	**0,33**	-0,24	**1,00**	**-0,94**	0,28	-0,21	0,05	-0,05	0,08	-0,13	-0,05	-0,04
A3N	0,07	-0,07	-0,28	**0,32**	**-0,94**	**1,00**	-0,24	0,16	-0,11	0,11	-0,14	0,19	0,07	0,08
A4G	0,04	-0,04	0,02	0,05	0,28	-0,24	**1,00**	**-0,89**	0,11	-0,11	0,02	0,04	-0,07	0,04
A4N	-0,04	0,04	-0,08	0,00	-0,21	0,16	**-0,89**	**1,00**	-0,22	0,22	-0,15	0,07	0,11	0,04
A5G	-0,02	0,02	-0,07	0,06	0,05	-0,11	0,11	-0,22	**1,00**	**-1,00**	**0,43**	**-0,33**	0,11	0,00
A5N	0,02	-0,02	0,07	-0,06	-0,05	0,11	-0,11	0,22	**-1,00**	**1,00**	**-0,43**	**0,33**	-0,11	0,00
A6G	0,03	-0,03	0,19	-0,20	0,08	-0,14	0,02	-0,15	**0,43**	**-0,43**	**1,00**	**-0,90**	0,13	-0,29
A6N	0,08	-0,08	-0,25	0,24	-0,13	0,19	0,04	0,07	**-0,33**	**0,33**	**-0,90**	**1,00**	-0,09	**0,36**
A7G	-0,09	0,09	-0,05	0,09	-0,05	0,07	-0,07	0,11	0,11	-0,11	0,13	-0,09	**1,00**	-0,27
A7N	0,15	-0,15	-0,04	0,12	-0,04	0,08	0,04	0,04	0,00	0,00	-0,29	**0,36**	-0,27	**1,00**

Questionnaire B

	B1G	B1N	B2G	B2N	B3G	B3N	B4G	B4N	B5G	B5N	B6G	B6N	B7G	B7N
B1G	**1,00**	**-0,90**	-0,10	0,11	0,13	-0,05	0,01	-0,08	0,26	-0,26	0,08	-0,08	0,02	0,15
B1N	**-0,90**	**1,00**	0,00	-0,03	-0,02	0,04	-0,10	0,17	-0,29	0,29	-0,12	0,12	0,04	-0,02
B2G	-0,10	0,00	**1,00**	**-0,85**	**0,44**	**-0,43**	0,17	-0,11	0,29	-0,29	0,25	-0,25	-0,07	-0,16
B2N	0,11	-0,03	**-0,85**	**1,00**	-0,30	**0,38**	-0,20	0,25	-0,30	0,30	**-0,38**	**0,38**	0,15	0,04
B3G	0,13	-0,02	**0,44**	-0,30	**1,00**	**-0,90**	0,13	-0,08	0,18	-0,18	0,02	-0,02	0,27	-0,07
B3N	-0,05	0,04	**-0,43**	**0,38**	**-0,90**	**1,00**	-0,22	0,17	-0,22	0,22	-0,17	0,17	-0,22	0,10
B4G	0,01	-0,10	0,17	-0,20	0,13	-0,22	**1,00**	**-0,95**	0,18	-0,18	0,03	-0,03	0,19	-0,06
B4N	-0,08	0,17	-0,11	0,25	-0,08	0,17	**-0,95**	**1,00**	-0,26	0,26	-0,10	0,10	-0,17	0,02
B5G	0,26	-0,29	0,29	-0,30	0,18	-0,22	0,18	-0,26	**1,00**	**-1,00**	**0,59**	**-0,59**	0,31	**-0,34**
B5N	-0,26	0,29	-0,29	0,30	-0,18	0,22	-0,18	0,26	**-1,00**	**1,00**	**-0,59**	**0,59**	-0,31	**0,34**
B6G	0,08	-0,12	0,25	**-0,38**	0,02	-0,17	0,03	-0,10	**0,59**	**-0,59**	**1,00**	**-1,00**	0,07	-0,27
B6N	-0,08	0,12	-0,25	**0,38**	-0,02	0,17	-0,03	0,10	**-0,59**	**0,59**	**-1,00**	**1,00**	-0,07	0,27
B7G	0,02	0,04	-0,07	0,15	0,27	-0,22	0,19	-0,17	0,31	-0,31	0,07	-0,07	**1,00**	**-0,64**
B7N	0,15	-0,02	-0,16	0,04	-0,07	0,10	-0,06	0,02	**-0,34**	**0,34**	-0,27	0,27	**-0,64**	**1,00**

Matrice des corrélations des variables "opérations" Questionnaire A

Matrice de corrélation **Base 39** Valeur critique au seuil de 5%: 0,32

	A11M	A12M	A2M	A3M	A4M	A5M	A6M	A7M	A11D	A12D	A2D	A3D	A4D	A5D	A11A	A12A	A2A	A3A	A4A	A5A	A6A	A7A	A12S	A2S	A3S	A4S	A7S
A11M	**1,00**	0,27	0,09	0,02	-0,11	0,04	0,25	-0,18	**-0,45**	-0,11	-0,06	**-0,37**	-0,03	0,21	-0,30	0,01	0,25	0,11	0,19	0,13	-0,12	0,12	-0,01	0,10	0,17	-0,04	0,18
A12M	0,27	**1,00**	0,23	-0,01	-0,16	-0,08	-0,20	-0,15	0,00	-0,12	-0,23	0,12	0,02	-0,11	-0,09	-0,26	0,14	-0,12	0,03	0,16	0,12	0,07	-0,20	0,02	-0,09	-0,13	-0,17
A2M	0,09	0,23	**1,00**	**0,38**	-0,17	-0,10	0,09	-0,19	0,07	0,18	-0,21	0,29	0,15	-0,14	-0,01	0,15	-0,11	0,18	0,29	-0,12	-0,06	-0,04	-0,29	**-0,36**	-0,32	-0,07	-0,25
A3M	0,02	-0,01	**0,38**	**1,00**	0,17	-0,12	0,04	-0,04	0,04	0,04	0,09	0,12	-0,15	-0,19	-0,15	0,16	-0,23	0,04	-0,04	0,02	-0,15	-0,09	-0,09	-0,22	-0,30	-0,22	-0,15
A4M	-0,11	-0,16	-0,17	0,17	**1,00**	0,17	-0,04	0,22	0,00	0,00	0,14	0,03	0,27	0,15	0,05	0,05	-0,03	-0,11	**-0,35**	-0,01	0,04	-0,17	0,09	-0,03	0,05	-0,18	-0,24
A5M	0,04	-0,08	-0,10	-0,12	0,17	**1,00**	**0,35**	**0,35**	0,00	-0,12	0,16	0,12	0,22	-0,11	0,08	-0,09	0,14	0,24	0,03	-0,18	**-0,33**	0,07	**0,35**	-0,13	0,08	0,02	-0,17
A6M	0,25	-0,20	0,09	0,04	-0,04	**0,35**	**1,00**	0,17	-0,22	-0,09	0,17	-0,24	-0,15	0,32	0,00	0,19	-0,17	0,31	-0,13	-0,27	-0,04	0,06	0,21	-0,22	0,00	0,14	-0,07
A7M	-0,18	-0,15	-0,19	-0,04	0,22	**0,35**	0,17	**1,00**	**0,33**	-0,16	**0,42**	-0,11	-0,07	-0,04	-0,09	-0,09	-0,08	0,08	-0,13	0,06	0,04	0,17	0,17	-0,10	0,26	0,22	-0,11
A11D	**-0,45**	0,00	0,07	0,04	0,00	0,00	-0,22	**0,33**	**1,00**	0,31	**0,39**	**0,52**	0,00	-0,11	-0,27	-0,27	-0,24	-0,15	-0,13	0,11	-0,15	0,04	-0,09	-0,15	0,05	-0,15	-0,19
A12D	-0,11	-0,12	0,18	0,04	0,00	-0,12	-0,09	-0,16	0,31	**1,00**	0,26	**0,38**	0,00	0,23	0,05	-0,27	-0,06	-0,15	0,13	**-0,34**	-0,15	-0,22	**-0,36**	-0,15	-0,11	-0,15	0,09
A2D	-0,06	-0,23	-0,21	0,09	0,14	0,16	0,17	**0,42**	**0,39**	0,26	**1,00**	0,22	-0,16	0,30	-0,21	-0,21	-0,19	-0,13	-0,16	-0,18	-0,21	0,02	-0,13	-0,23	0,15	-0,06	0,22
A3D	**-0,37**	0,12	0,29	0,12	0,03	0,12	-0,24	-0,11	**0,52**	**0,38**	0,22	**1,00**	**0,37**	-0,08	-0,18	-0,18	-0,16	-0,05	0,06	-0,23	-0,25	-0,24	-0,24	-0,20	-0,18	-0,20	-0,22
A4D	-0,03	0,02	0,15	-0,15	0,27	0,22	-0,15	-0,07	0,00	0,00	-0,16	**0,37**	**1,00**	-0,05	-0,11	0,18	-0,10	-0,20	0,30	-0,23	-0,24	-0,15	-0,15	-0,12	-0,11	-0,12	-0,14
A5D	0,21	-0,11	-0,14	-0,19	0,15	-0,11	0,32	-0,04	-0,11	0,23	0,30	-0,08	-0,05	**1,00**	-0,06	-0,06	-0,05	-0,11	-0,09	-0,13	0,19	-0,08	-0,08	-0,07	-0,06	-0,07	-0,08
A11A	-0,30	-0,09	-0,01	-0,15	0,05	0,08	0,00	-0,09	-0,27	0,05	-0,21	-0,18	-0,11	-0,06	**1,00**	-0,15	0,12	0,05	-0,21	-0,15	-0,01	-0,19	0,19	-0,16	0,08	0,05	-0,18
A12A	0,01	-0,26	0,15	0,16	0,05	-0,09	0,19	-0,09	-0,27	-0,27	-0,21	-0,18	0,18	-0,06	-0,15	**1,00**	-0,13	0,05	**0,34**	0,17	0,15	0,19	-0,19	0,05	-0,15	0,05	0,02
A2A	0,25	0,14	-0,11	-0,23	-0,03	0,14	-0,17	-0,08	-0,24	-0,06	-0,19	-0,16	-0,10	-0,05	0,12	-0,13	**1,00**	0,30	0,22	0,08	0,06	-0,17	0,04	0,09	**0,38**	**0,32**	0,06
A3A	0,11	-0,12	0,18	0,04	-0,11	0,24	0,31	0,08	-0,15	-0,15	-0,13	-0,05	-0,20	-0,11	0,05	0,05	0,30	**1,00**	0,13	0,00	0,18	0,04	0,18	0,15	0,05	**0,45**	-0,05
A4A	0,19	0,03	0,29	-0,04	**-0,35**	0,03	-0,13	-0,13	-0,13	0,13	-0,16	0,06	0,30	-0,09	-0,21	**0,34**	0,22	0,13	**1,00**	0,07	0,04	0,02	-0,13	-0,06	-0,03	0,10	0,22
A5A	0,13	0,16	-0,12	0,02	-0,01	-0,18	-0,27	0,06	0,11	**-0,34**	-0,18	-0,23	-0,23	-0,13	-0,15	0,17	0,08	0,00	0,07	**1,00**	**0,41**	0,25	-0,01	**0,39**	0,17	0,10	0,04
A6A	-0,12	0,12	-0,06	-0,15	0,04	**-0,33**	-0,04	0,04	-0,15	-0,15	-0,21	-0,25	-0,24	0,19	-0,01	0,15	0,06	0,18	0,04	**0,41**	**1,00**	0,09	-0,04	**0,37**	0,15	0,22	0,02
A7A	0,12	0,07	-0,04	-0,09	-0,17	0,07	0,06	0,17	0,04	-0,22	0,02	-0,24	-0,15	-0,08	-0,19	0,19	-0,17	0,04	0,02	0,25	0,09	**1,00**	-0,10	0,31	0,00	0,31	0,26
A12S	-0,01	-0,20	-0,29	-0,09	0,09	**0,35**	0,21	0,17	-0,09	**-0,36**	-0,13	-0,24	-0,15	-0,08	0,19	-0,19	0,04	0,18	-0,13	-0,01	-0,04	-0,10	**1,00**	0,14	0,19	-0,04	-0,24
A2S	0,10	0,02	**-0,36**	-0,22	-0,03	-0,13	-0,22	-0,10	-0,15	-0,15	-0,23	-0,20	-0,12	-0,07	-0,16	0,05	0,09	0,15	-0,06	**0,39**	**0,37**	0,31	0,14	**1,00**	0,05	0,21	0,17
A3S	0,17	-0,09	-0,32	-0,30	0,05	0,08	0,00	0,26	0,05	-0,11	0,15	-0,18	-0,11	-0,06	0,08	-0,15	**0,38**	0,05	-0,03	0,17	0,15	0,00	0,19	0,05	**1,00**	0,05	0,22
A4S	-0,04	-0,13	-0,07	-0,22	-0,18	0,02	0,14	0,22	-0,15	-0,15	-0,06	-0,20	-0,12	-0,07	0,05	0,05	**0,32**	**0,45**	0,10	0,10	0,22	0,31	-0,04	0,21	0,05	**1,00**	0,17
A7S	0,18	-0,17	-0,25	-0,15	-0,24	-0,17	-0,07	-0,11	-0,19	0,09	0,22	-0,22	-0,14	-0,08	-0,18	0,02	0,06	-0,05	0,22	0,04	0,02	0,26	-0,24	0,17	0,22	0,17	**1,00**

Matrice des corrélations des variables "opérations" Questionnaire B

Matrice de corrélation — **Base 39** — Valeur critique au seuil de 5%: 0,32

	B11M	B12M	B2M	B3M	B4M	B5M	B6M	B7M	B11D	B12D	B2D	B3D	B4D	B7D	B12A	B2A	B3A	B4A	B5A	B6A	B7A	B12S	B2S	B4S	B7S
B11M	**1,00**	-0,07	0,09	-0,08	-0,15	-0,02	0,30	0,30	**-0,48**	-0,18	-0,24	-0,17	-0,10	-0,09	0,04	-0,02	0,22	-0,13	0,13	-0,02	0,13	0,05	-0,01	0,07	0,09
B12M	-0,07	**1,00**	**0,40**	0,28	0,10	-0,07	-0,04	0,07	0,18	0,25	0,06	-0,13	-0,03	**0,33**	**-0,38**	**-0,45**	-0,10	-0,18	-0,22	-0,20	**0,39**	-0,18	-0,18	0,17	-0,03
B2M	0,09	**0,40**	**1,00**	**0,34**	0,13	0,08	0,00	**0,33**	**0,35**	0,10	0,07	-0,12	0,19	**0,35**	-0,11	**-0,52**	-0,07	-0,15	-0,27	-0,05	0,02	-0,03	-0,17	0,03	-0,02
B3M	-0,08	0,28	**0,34**	**1,00**	0,30	-0,21	-0,09	0,13	0,21	**0,35**	0,01	-0,16	-0,09	0,24	-0,04	-0,29	**-0,34**	-0,21	-0,02	-0,08	-0,13	-0,29	0,24	0,09	0,10
B4M	-0,15	0,10	0,13	0,30	**1,00**	-0,28	-0,02	0,13	-0,01	0,09	-0,10	-0,07	-0,12	0,26	-0,27	-0,07	-0,25	0,02	0,11	0,18	0,01	0,10	0,22	-0,16	-0,12
B5M	-0,02	-0,07	0,08	-0,21	-0,28	**1,00**	0,31	0,20	0,12	0,14	-0,15	-0,11	0,22	0,08	0,08	0,01	0,12	-0,20	**-0,50**	**-0,39**	0,02	-0,10	-0,15	-0,09	**0,43**
B6M	0,30	-0,04	0,00	-0,09	-0,02	0,31	**1,00**	**0,44**	-0,21	0,28	-0,17	0,22	0,19	0,19	-0,11	0,14	0,17	0,20	-0,06	**-0,48**	0,02	-0,03	0,07	0,19	0,19
B7M	0,30	0,07	**0,33**	0,13	0,13	0,20	**0,44**	**1,00**	0,07	**0,45**	-0,17	-0,12	0,19	**0,35**	-0,23	-0,08	0,05	-0,04	-0,27	-0,26	0,13	-0,28	0,07	0,03	-0,02
B11D	**-0,48**	0,18	**0,35**	0,21	-0,01	0,12	-0,21	0,07	**1,00**	0,28	0,19	-0,08	0,12	0,22	0,00	0,02	-0,27	0,12	-0,10	-0,03	0,08	-0,10	-0,11	0,02	0,12
B12D	-0,18	0,25	0,10	**0,35**	0,09	0,14	0,28	**0,45**	0,28	**1,00**	-0,08	-0,05	0,22	**0,38**	-0,21	-0,11	-0,20	-0,04	-0,03	-0,31	0,01	-0,19	0,30	0,12	0,22
B2D	-0,24	0,06	0,07	0,01	-0,10	-0,15	-0,17	-0,17	0,19	-0,08	**1,00**	-0,04	**0,37**	-0,09	**0,37**	0,04	0,13	0,10	0,22	0,25	0,24	0,15	-0,05	0,26	-0,07
B3D	-0,17	-0,13	-0,12	-0,16	-0,07	-0,11	0,22	-0,12	-0,08	-0,05	-0,04	**1,00**	-0,05	-0,06	0,26	0,19	-0,10	0,24	0,15	-0,15	-0,16	0,30	-0,04	-0,06	-0,05
B4D	-0,10	-0,03	0,19	-0,09	-0,12	0,22	0,19	0,19	0,12	0,22	**0,37**	-0,05	**1,00**	-0,11	0,25	-0,05	0,27	-0,19	-0,12	-0,07	-0,09	0,07	-0,07	-0,11	-0,08
B7D	-0,09	**0,33**	**0,35**	0,24	0,26	0,08	0,19	**0,35**	0,22	**0,38**	-0,09	-0,06	-0,11	**1,00**	-0,24	-0,32	-0,23	-0,26	-0,26	-0,20	0,24	-0,21	-0,09	-0,15	0,18
B12A	0,04	**-0,38**	-0,11	-0,04	-0,27	0,08	-0,11	-0,23	0,00	-0,21	**0,37**	0,26	0,25	-0,24	**1,00**	0,17	0,15	-0,05	0,24	0,22	-0,15	0,20	-0,15	-0,07	0,03
B2A	-0,02	**-0,45**	**-0,52**	-0,29	-0,07	0,01	0,14	-0,08	0,02	-0,11	0,04	0,19	-0,05	-0,32	0,17	**1,00**	**0,35**	**0,46**	**0,46**	0,17	0,02	0,16	0,28	0,15	0,15
B3A	0,22	-0,10	-0,07	**-0,34**	-0,25	0,12	0,17	0,05	-0,27	-0,20	0,13	-0,10	0,27	-0,23	0,15	**0,35**	**1,00**	0,24	0,07	0,16	0,25	-0,04	-0,14	0,30	0,05
B4A	-0,13	-0,18	-0,15	-0,21	0,02	-0,20	0,20	-0,04	0,12	-0,04	0,10	0,24	-0,19	-0,26	-0,05	**0,46**	0,24	**1,00**	**0,39**	0,16	0,02	0,03	**0,35**	**0,58**	0,02
B5A	0,13	-0,22	-0,27	-0,02	0,11	**-0,50**	-0,06	-0,27	-0,10	-0,03	0,22	0,15	-0,12	-0,26	0,24	**0,46**	0,07	**0,39**	**1,00**	**0,55**	0,08	**0,39**	0,22	0,20	0,07
B6A	-0,02	-0,20	-0,05	-0,08	0,18	**-0,39**	**-0,48**	-0,26	-0,03	-0,31	0,25	-0,15	-0,07	-0,20	0,22	0,17	0,16	0,16	**0,55**	**1,00**	0,02	0,23	0,02	-0,05	-0,27
B7A	0,13	**0,39**	0,02	-0,13	0,01	0,02	0,02	0,13	0,08	0,01	0,24	-0,16	-0,09	0,24	-0,15	0,02	0,25	0,02	0,08	0,02	**1,00**	0,07	-0,23	0,24	0,30
B12S	0,05	-0,18	-0,03	-0,29	0,10	-0,10	-0,03	-0,28	-0,10	-0,19	0,15	0,30	0,07	-0,21	0,20	0,16	-0,04	0,03	**0,39**	0,23	0,07	**1,00**	-0,13	-0,03	0,07
B2S	-0,01	-0,18	-0,17	0,24	0,22	-0,15	0,07	0,07	-0,11	0,30	-0,05	-0,04	-0,07	-0,09	-0,15	0,28	-0,14	**0,35**	0,22	0,02	-0,23	-0,13	**1,00**	0,26	-0,07
B4S	0,07	0,17	0,03	0,09	-0,16	-0,09	0,19	0,03	0,02	0,12	0,26	-0,06	-0,11	-0,15	-0,07	0,15	0,30	**0,58**	0,20	-0,05	0,24	-0,03	0,26	**1,00**	0,18
B7S	0,09	-0,03	-0,02	0,10	-0,12	**0,43**	0,19	-0,02	0,12	0,22	-0,07	-0,05	-0,08	0,18	0,03	0,15	0,05	0,02	0,07	-0,27	0,30	0,07	-0,07	0,18	**1,00**

134

TITLE

Proportionality and linear function
Didactic characteristics, causes and effects of curriculum changes and reforms in compulsory french school system.

SUMMARY

In France, the concepts of ratio and proportion have disappeared from secondary education syllabuses since 1970, when the linear function was supposed to reformulate the proportionality between magnitudes. But in the new organization of teaching contents, the linear function is only an example of a numerical relation, so that nowadays people teaching at any level of education can neither use the linear function nor ratios and proportions to deal properly with elementary arithmetic problems.
Looking for a logical and functional articulation of the notions of numbers, variables and functions for a long term learning process emphasizes the fact that dealing with the environment of magnitudes through the practice of ratios, measures and proportionality is absolutely necessary in the genesis of these concepts.
Today, French compulsory education, mainly concerned with pupils' future schooling tends to ignore the notions that used to have a strong status in the organisation of a mathematical knowledge which is still in use in popular culture and the working world. Giving up the concepts of ratio and proportion has not been compensated by the expected supplementary steps necessary as much for school institutions as for social and professional institutions.
The sense of failure felt by society following this conceptual break from the knowledge of proportionality can't be solved by any pedagogical or psychological remedy. The various institutions involved have to treat this problem by a scientific, technical and political approach with "micro" and "macro" didactical knowledge, the ignorance of which has probably been one of the causes of the difficulties generated by the successive reforms.

RESUME

En France les concepts de rapport et de proportion ont disparu des programmes du secondaire depuis 1970 où la fonction linéaire est censée reformuler la proportionnalité entre grandeurs. Mais dans la nouvelle organisation des savoirs à enseigner la « fonction linéaire » n'est qu'un exemple banal de relation numérique de telle sorte qu'aujourd'hui les professeurs de tous les niveaux n'ont ni l'usage de la « fonction linéaire » ni celui des « rapports et proportions » pour traiter convenablement les problèmes de l'arithmétique élémentaire.
La recherche d'une articulation logique et fonctionnelle des notions de nombres, de variables et de fonctions pour un processus d'apprentissage à long terme fait apparaître qu'un traitement du milieu des grandeurs par une pratique des rapports, des mesures et de la proportionnalité est incontournable dans la genèse de ces concepts.
Actuellement, l'enseignement obligatoire principalement orienté vers la scolarité future des élèves tend à ignorer les notions qui ont tenu une place importante dans l'organisation des mathématiques encore en usage dans la culture et le monde du travail. L'abandon des concepts de rapport et proportion ne s'est pas accompagné des avancées supplétives escomptées nécessaires autant aux institutions scolaires que sociétales ou professionnelles. Le sentiment d'échec ressenti par la société à la suite de cette « rupture conceptuelle » de l'objet proportionnalité n'a pas de solution pédagogique ou psychologique. Les différentes institutions concernées ont à traiter ce problème par une approche scientifique, technique et politique avec des connaissances de micro didactique mais aussi de macro didactique dont l'ignorance a été probablement une des causes des difficultés engendrées par les réformes successives.

MOTS CLES

Scolarité obligatoire.
Grandeur, mesure, rapport, proportion, nombre, proportionnalité, fonction linéaire.
Situation et milieu, savoirs et connaissances, conception et concept, validation et institutionnalisation, microdidactique et macrodidactique.