



**HAL**  
open science

# Résonateurs à haute fréquence à ondes de volume en réalisation MEMS sur tranche silicium

Michaela Ivan

► **To cite this version:**

Michaela Ivan. Résonateurs à haute fréquence à ondes de volume en réalisation MEMS sur tranche silicium. Electronique. Université de Franche-Comté, 2012. Français. NNT: . tel-00803165

**HAL Id: tel-00803165**

**<https://theses.hal.science/tel-00803165>**

Submitted on 21 Mar 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# SPIM

## Thèse de Doctorat

 **UFC**

école doctorale **sciences pour l'ingénieur et microtechniques**

UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

### **RESONATEURS A HAUTE FREQUENCE A ONDES DE VOLUME EN REALISATION MEMS SUR TRANCHE SILICIUM**

 Mihaela IVAN



# SPIM

## Thèse de Doctorat

UFC

école doctorale sciences pour l'ingénieur et microtechniques  
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

### Jury :

Roger BOURQUIN	Professeur émérite, ENSMM	Président
Bertrand DUBUS	Directeur de Recherches CNRS, IEMN, Lille	Rapporteur
Alain BOSSEBŒUF	Directeur de Recherches CNRS, IEF, Orsay	Rapporteur
Emmanuel DEFAÏ	Ingénieur, HDR, CEA-LETI, Grenoble	Examineur
Gilles CIBIEL	Ingénieur, C.N.E.S., Toulouse	Examineur
Bernard DULMET	Professeur, ENSMM	Directeur de thèse
Sylvain BALLANDRAS	Directeur de Recherches CNRS, FEMTO-ST	Co-encadrant



## Remerciements

Je tiens à remercier d'abord à mon directeur de thèse, Bernard Dulmet, professeur de l'E.N.S.M.M. de Besançon, qui a conduit ce travail jusqu'à la fin avec beaucoup d'enthousiasme et passion scientifique. Grâce à son aide soutenue j'ai commencé à assimiler le comportement des ondes acoustiques dans les milieux solides et à les décrire par des modèles mathématiques. Avec patience il m'a introduit dans un monde presque inconnu auparavant. Son apport fut essentiel pour la mise au point des divers modèles théoriques élaborés pendant la durée de ce travail et aussi pour la correction du manuscrit. Un grand merci encore pour ses qualités humaines et pour son amitié, pour tout son aide.

Cette thèse doit beaucoup à mon codirecteur Sylvain Ballandras, directeur de recherche CNRS. Je lui remercie pour son soutien essentiel et son implication dans les réalisations pratiques. Son optimisme manifesté même dans les moments difficiles m'a aidé à surmonter les difficultés souvent inévitables pour un doctorant.

Je remercie aux rapporteurs et membres du jury, messieurs Bertrand Dubus et Alain Bosseboeuf, directeurs de recherche CNRS, d'avoir manifesté leur disponibilité pour examiner ce manuscrit et pour leurs observations ponctuelles et objectives.

Je voudrais exprimer ma gratitude envers monsieur Roger Bourquin, Professeur Emérite des Universités à l'E.N.S.M.M. de Besançon d'avoir présidé le jury et pour les discussions utiles pendant la durée de la thèse sur les sujets liés à la compensation de la capacité statique et le cercle d'admittance.

Je remercie aussi à Gilles Cibel, Ingénieur C.N.E.S. Microwave & T.F. Dept, Toulouse et à Emmanuel Defay, H.D.R., Ingénieur de recherche C.E.A., L.E.T.I., Grenoble d'avoir accepté d'être membres du jury, pour leurs remarques et leurs questions.

Je souhaiterais témoigner ma reconnaissance envers les personnes de la Centrale MIMENTO de TEMIS qui ont contribué par différents moyens à la réalisation des travaux nécessaires à la microfabrication des résonateurs : à Denis Bitschene pour les masques, à Laurent Robert pour sa patience et les nombreuses essais d'électroformage du nickel et les spray coatings, à Samuel Queste pour les gravures profondes « en première » sur des grandes surfaces de verre, à Stanislas Clatot pour les premiers essais de soudure anodiques, à Valérie Petrini pour les différents supports techniques et aussi pour son optimisme, à Jean Yves Roches pour ses dépôts métalliques accompagnées de temps en temps de la musique, à Blandine Guichardaz pour les découpes à la scie, à Rolland Salut pour les photos MEB et pour son amitié.

Je remercie aussi à Pascal Blind pour des couches de silice thermiques et pour les gravures humides.

Je ne peux pas oublier les collègues du labo qui eux aussi m'ont soutenu les démarches pratiques durant ces travaux de thèse : Eric Andrey pour la réalisation des trous dans du verre par usinage ultrasonore, Philippe Abbey pour son implication et sa disponibilité dans la réalisation des mesures en température et notamment avec le cryogénérateur, à Giles Martin pour son aide liée à la partie de caractérisation électrique et à Sebastien Alzuaga pour la caractérisation par voie optique.

Une mention particulière va à mon collègue de bureau, Thomas Baron, pour ses idées constructives et son aide effective en réalisation du collage or-or, pour la caractérisation aux ultrasons et aussi pour ses remarques utiles durant les répétitions avant la soutenance.

Je remercie aussi à tous les gens qui dans un mode ou autre ont montré leur amitié : à Florent Bassignot pour les discussions et son bonne humeur, à Fabienne Cornu, la plus sympathique secrétaire que j'ai connu, à Jean-Jacques Boy d'avoir corrigé mes fautes d'expression, à Eric

Lebrasseur, à Nicolas Passily et à Herve Tavernier, à Nathalie, à Jean-Pierre Romand, et finalement à Mahomed Belaredj avec qui j'ai souvent discuté dans la salle blanche.

Je remercie à ma famille : mon mari Ioan Alexandru pour son support et ses conseils, mes filles, Anastasia et Maria (qui a voulu m'aider à écrire le manuscrit afin de le finir plus tôt). Je remercie à mes parents, ma mère qui a fait le déplacement Roumanie-France pour la soutenance et mon père qui m'a toujours encouragé pour réaliser cette thèse.

# TABLE DES MATIERES

LISTE DES SYMBOLES .....	I
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1. Etat de l'art des résonateurs et oscillateurs MEMS.....	7
1.1 Principe de fonctionnement d'un résonateur .....	10
1.2 Géométries et modes de vibration.....	11
1.3 Excitation et détection.....	21
1.4 Les oscillateurs MEMS.....	23
1.5 Le nouveau concept .....	27
CHAPITRE 2. Modélisation de l'excitation électrostatique des modes d'extension-compression .....	29
2.1. Modélisation analytique unidimensionnelle des modes d'extension-compression .....	32
2.1.1 Le cas de la plaque excitée simple face .....	
2.1.2 Le cas de la plaque excitée double face .....	40
2.2 La méthode des matrices de transfert pour une structure type silicium-air-verre.....	45
2.3 Conclusions.....	53
CHAPITRE 3. Mise en œuvre technologique.....	55
3.1 Conception du dispositif .....	58
3.2 Fabrication du résonateur.....	60
3.3 Les étapes critiques .....	62
3.3.1 Les méthodes de gravure par plasma et les masques correspondants (utilisés)..	62
3.3.2 La réalisation des électrodes et du via électrique par pulvérisation cathodique.	65
3.3.3 Report de plaques.....	67
3.4 Conclusions.....	71
CHAPITRE 4. Étude et réalisation de résonateurs à énergie piégée en silicium .....	73
4.1 Les courbe de dispersion d'une plaque en silicium monocristallin (100) .....	76
4.2 Le piégeage de l'énergie .....	80
4.3 Aspects technologiques et réalisation pratique .....	84
CHAPITRE 5. Caractérisation des résonateurs fonctionnant en mode d'extension- compression.....	87
5.1 Mesures de vibrations mécaniques avec la sonde interférométrique hétérodyne (BMI).....	90
5.2 Caractérisation électrique et exploitation du résonateur .....	93
5.2.1 Compensation de la capacité statique .....	93
5.2.2 La méthode du cercle d'admittance .....	95
5.2.3 Influence de la couche d'oxyde sur la valeur de la capacité statique .....	97
5.2.4 Résultats et discussions.....	98
5.3 Tests en température .....	112
5.3.1 Comportement des résonateurs aux températures positives .....	112
5.3.2 Comportement des résonateurs aux températures cryogéniques et à basse pression.....	115



5.4 Conclusions.....	120
CHAPITRE 6. Résonateur BF en silicium fonctionnant sur un mode de flexion .....	123
6.1 Modélisation d'une membrane circulaire vibrant en mode de flexion .....	126
6.2 Caractérisation électrique du résonateur fonctionnant en mode de flexion.....	134
6.3 Applications .....	138
6.3.1 L'application capteur gravimétrique.....	138
6.3.2 L'oscillateur .....	139
6.4 Conclusions.....	141
CONCLUSIONS GENERALES .....	143
Annexe 1.1 Calcul de la fréquence de résonance de la plaque excitée simple face par voie électrostatique .....	151
Annexe 1.2 Programme Matlab pour le calcul numérique du déplacement statique d'un disque soumis à une force axisymétrique, en utilisant la fonction de Green .....	154
Annexe 1.3 Méthode des matrices de transfert pour une structure type silicium-air-verre.....	156
Annexe 2.1 Les masques utilisés pour la micro-fabrication .....	158
Annexe 2.2 Le « flow chart » détaillé.....	162
Annexe 3.1 Programme Matlab pour le calcul associé au piégeage de l'énergie.....	168
Annexe 4.1 Le schéma et le fonctionnement de la sonde hétérodyne .....	169
Annexe 4.2 Programme de calcul du cercle d'admittance d'une structure réelle de résonateur.....	172
Annexe 4.3 Divers résultats de la caractérisation électrique en air et à la pression atmosphérique.....	173
Annexe 4.4 Divers résultats de la caractérisation électrique illustrant l'effet du recuit thermique rapide à 400°C pour l'électrode externe en aluminium .....	180
Annexe 4.5 Evolution des différents paramètres motionnels en fonction de la température.....	182
Annexe 5.1 Compléments de la modélisation d'une membrane circulaire fonctionnant en mode de flexion.....	192
Annexe 5.2 Exemples de spectres de la conductance et de la susceptance pour des dispositifs vibrant en mode de flexion.....	193
Annexe 5.3 Variation de la fréquence de résonance sous différentes conditions de température et de pression.....	196
Bibliographie.....	197

## Liste des symboles et constantes physique

Symbole	Signification	Unité de mesure
$a$	rayon du disque	mm
$\alpha_t$	coefficient de dilatation thermique du silicium	ppm/°C
$\alpha_{c_{22}}$	coefficient thermique du coefficient d'élasticité	ppm/°C
$B$	susceptance	$\Omega^{-1}$
$c_{ijkl}$	tenseur de constantes élastiques	Pa
$c_{22}^v$	coefficient élastique du verre	Pa
$c_{22}$	coefficient élastique du silicium	Pa
$c_{12}$	coefficient élastique du silicium	Pa
$\bar{c}_{66}$	coefficient durci du quartz	Pa
$C_0$	capacité statique	F
$C_{air}$	capacité du gap d'air	F
$C_{ox}$	capacité de la couche d'oxyde	F
$C_m$	capacité motionnelle	F
$D$	module de rigidité	N·m
$D^*$	coefficient d'amortissement viscoélastique	kg/s
$\delta p$	surpression	N/m <sup>2</sup>
$\delta_{\delta m/A}$	résolution de la détection gravimétrique du résonateur	$\mu\text{g}/\text{cm}^2$
$e_{26}$	coefficient piézoélectrique	C/m <sup>2</sup>
$E$	intensité du champ électrique	V/m
$E_2$	composante verticale de l'intensité du champ électrique dans l'entrefer	V/m
$\epsilon_0$	permittivité du vide	C <sup>2</sup> /N·m <sup>2</sup>
$\epsilon_r$	permittivité relative de la silice	-
$F_e$	force électrostatique	N
$f_e$	densité surfacique de la force électrostatique totale	N/m <sup>2</sup>
$\bar{f}_e$	composante statique du $f_e$	N/m <sup>2</sup>
$\tilde{f}_e$	composante dynamique du $f_e$	N/m <sup>2</sup>
$f_{nQ}$	fréquence de résonance du partiel $n$ du quartz	Hz
$f_r, f_0$	fréquence de résonance fondamentale	Hz
$g$	valeur du gap non déformé	$\mu\text{m}$
$g_l$	valeur du gap effectif	$\mu\text{m}$
$G$	conductance	$\Omega^{-1}$
$\gamma$	nombre d'onde normalisé	-
$\eta_n$	nombre d'onde du partiel $n$	1/m
$\eta$	nombre d'onde vertical	1/m
$h$	demi-épaisseur du silicium	$\mu\text{m}$
$h_{ox}$	épaisseur de la couche d'oxyde	nm

$I$	intensité du courant électrique	A
$i$	densité de courant	A/dm <sup>2</sup>
$k_{26}$	coefficient de couplage électromécanique piézoélectrique	%
$k^2$	carré du coefficient de couplage électromécanique du résonateur en silicium	%
$K$	raideur élastique	N/m <sup>2</sup>
$L$	longueur du barreau (Chapitre 1) ou inductance du circuit bouchon (Chapitre 5)	μm, H
$L_m$	inductance motionnelle	H
$\mu$	masse surfacique	kg/m <sup>2</sup>
$m$	masse	kg
$M^V$	matrice de transfert du verre	
$M^S$	matrice de transfert du silicium	
$M_n$	constante de dispersion d'ordre $n$	GPa
$M_1$	constante de dispersion du mode fondamental	GPa
$\nu$	coefficient de Poisson	-
$p_i$	pression initiale	mbar
$p_f$	pression finale	mbar
$Q$	coefficient de qualité	-
$q$	charge électrique	C
$\rho_e$	résistivité électrique du silicium	Ω·cm
$\rho$	masse volumique	kg/m <sup>3</sup>
$\rho^S$	masse volumique du silicium	kg/m <sup>3</sup>
$\rho^V$	masse volumique du verre	kg/m <sup>3</sup>
$R_m$	résistance motionnelle	Ω
$R_s$	résistance série (Chapitre 2) ou résistance du via électrique (Chapitre 5)	Ω
$R_p$	résistance de la self de compensation	Ω
$S$	surface	mm <sup>2</sup>
$S_{kl}$	tenseur de déformations	-
$S_{Si}$	surface d'un wafer de 4 inches	mm <sup>2</sup>
$S_{secteur}$	surface secteur du cercle	mm <sup>2</sup>
$S_{Ni}$	surface couverte de nickel	mm <sup>2</sup>
$S_{\square}$	surface totale des motifs carrés	mm <sup>2</sup>
$S_c$	sensibilité du capteur gravimétrique	ppm/μg/cm <sup>2</sup>
$s$	lenteur des ondes acoustiques	s/m
$\sigma$	densité surfacique de charge	C/m <sup>2</sup>
$\sigma_A(t)$	variance d'Allan	-
$T_2$	contrainte d'extension-compression totale	N/m <sup>2</sup>
$\tilde{T}_2$	composante dynamique du $T_2$	N/m <sup>2</sup>
$\bar{T}_2$	composante statique du $T_2$	N/m <sup>2</sup>
$\tau$	pas d'échantillonnage	s

$t$	temps (Chapitre 2) ou température (Chapitre 5)	s, °C
$U$	tension continue appliquée aux bornes du résonateur	V
$u_2$	déplacement vertical de la plaque vibrant en extension-compression	$\mu\text{m}$
$\tilde{u}_2$	composante dynamique du $u_2$	$\mu\text{m}$
$\tilde{u}_{2,2}$	dérivée spatiale du $\tilde{u}_2$	-
$\bar{u}_2$	composante statique du $u_2$	$\mu\text{m}$
$\bar{u}_2'$	dérivée temporelle du $\bar{u}_2$	$\mu\text{m/s}$
$\ddot{u}_i$	accélération suivant la direction $i$	$\mu\text{m/s}^2$
$u_{II}$	déplacement de la surface supérieure du gap	$\mu\text{m}$
$u_{III}$	déplacement de la surface inférieure du gap	$\mu\text{m}$
$v$	vitesse des ondes acoustiques	m/s
$V$	tension électrique d'actionnement	V
$\bar{V}$	tension continue d'actionnement	V
$\tilde{V}$	valeur efficace de la tension d'actionnement	V
$V_p$	tension de <i>pull-in</i>	V
$V_{\text{claquage}}$	tension de claquage	V
$w$	largeur du barreau	$\mu\text{m}$
$\tilde{w}$	déplacement dynamique produit par la flexion.	$\mu\text{m}$
$\omega$	pulsation	Hz/rad
$\omega_n$	pulsation du partiel $n$ du mode d'extension –compression	Hz/rad
$\omega_n^{Fl}$	pulsation du partiel $n$ du mode de flexion	Hz/rad
$\Omega$	fréquence normalisée	-
$\zeta$	nombre d'onde vertical	1/m
$X_{1,2,3}$	coordonnées du système d'axes orthogonaux	m
$x_2$	coordonnée d'un point de la plaque	$\mu\text{m}$
$Y$	module de Young	Pa
$Y_e$	admittance	$\Omega^{-1}$
$Z$	impédance acoustique	$\text{N}\cdot\text{s/m}^3$
$\zeta$	rayon d'un cercle	$\mu\text{m}$



## **Introduction générale**



De nos jours l'électronique prend une place très importante dans la vie quotidienne ; qu'il s'agisse des ordinateurs ou de systèmes embarqués, des télécommunications fixes ou portables, ou bien des applications scientifiques, médicales ou grand public, tous les systèmes électroniques ont besoin d'une référence précise de temps pour la synchronisation entre leurs différentes parties mais aussi avec les autres systèmes avec lesquels ils interagissent par nécessité. On pourrait considérer, par analogie, que les résonateurs représentent dans les systèmes électroniques ce que le cœur signifie pour l'organisme humain.

Les résonateurs à quartz offrent depuis des dizaines d'années la solution classique pour les références stables de fréquence, et sont toujours utilisés dans la majorité des systèmes électroniques. Mais, par rapport aux circuits électroniques modernes de plus en plus petits, ils ont des dimensions que la technique ne sait plus réduire davantage et sont impossibles à intégrer au même chip que l'oscillateur intégré, l'ASIC (*application-specific integrated circuit*) ou le microcontrôleur concerné.

Le progrès de la technologie des micro-résonateurs électromécaniques (MEMS) a permis la fabrication de structures micro-mécaniques sur des wafers en silicium, structures qui ont montré de bonnes performances en termes de stabilité, rendement de production, consommation, intégrabilité, coût. Ainsi, les résonateurs MEMS sont devenus de plus en plus intéressants pour le marché des oscillateurs alors que l'intérêt des fabricants s'orientait vers des gammes de fréquences de plus en plus élevées et des tailles de plus en plus réduites. Leurs champs d'applications sont divers, allant de la biologie, de la médecine, de l'industrie automobile jusqu'aux domaines spatial et militaire. Il existe actuellement une forte demande pour des structures résonnantes (résonateurs acoustiques, capteurs, transducteurs, structures oscillantes, filtres) réalisées en silicium, à cause de leur compatibilité avec les circuits intégrés et de leur aptitude à la miniaturisation.

Le département Temps-Fréquence de l'institut FEMTO-ST possède une tradition bien établie dans la réalisation des résonateurs à quartz à ondes de volume. Plus récemment la problématique s'est diversifiée vers de nouveaux matériaux piézoélectriques (LGT, LGS, AlN, LiNbO<sub>3</sub> etc.) pour la conception de résonateurs, filtres et capteurs ainsi que pour les micro-horloges atomiques.

Introduisant de nouveaux résonateurs électrostatiques à base de silicium, ces travaux de thèse ouvrent une nouvelle direction dans le département. Les raisons pour lesquelles nous avons décidé d'utiliser le silicium à la place du quartz sont d'une part, ses propriétés mécaniques reproductibles et bien connues, ses capacités d'intégration avec l'électronique et son coût accessible et, d'autre part, ses technologies de micro-fabrication bien développées au sein de la Centrale MIMENTO de l'institut FEMTO-ST.

En choisissant l'excitation/détection purement électrostatique conjointement au silicium comme substrat résonnant pour les premiers démonstrateurs, nous rejoignons une catégorie de résonateurs MEMS-RF déjà fournie en configurations de toutes sortes et dont les exemples émergeant actuellement pour le contrôle de fréquence d'oscillateurs commerciaux sont en fait le résultat de développements soutenus durant des années. Nous sommes donc contraints à proposer une configuration de structure totalement originale par rapport à l'existant dans le domaine des MEMS "classiques". Les résonateurs utilisés dans les réalisations industrielles d'oscillateurs MEMS sont typiquement des poutres vibrant en mode de flexion. Pour une structure de dimensions données, ces vibrations occupent la région basse fréquence du spectre. Le déplacement structural est entretenu via la force électrostatique ou l'exploitation du caractère piézoélectrique d'une couche mince *ad hoc* déposée sur le substrat, très préférentiellement en silicium. Ces modes sont cependant par nature peu appropriés aux applications métrologiques à



cause de leur amortissement thermo-élastique et du fait qu'ils induisent inmanquablement des pertes acoustiques dans la structure de maintien, ce qui limite considérablement leur stabilité. Un dimensionnement optimal et une conception avancée des suspensions ont permis de résoudre ces difficultés au sein de réalisations industrielles qui ont su trouver leur marché, mais il n'en reste pas moins vrai que d'autres modes de vibration possèdent un meilleur potentiel de performances à terme.

Des inconvénients de nature similaire à ceux inhérents à la flexion existent dans le cas de structures vibrant en modes de contour ou d'extension-compression de surface, même si de telles structures ont déjà permis de démontrer la pertinence du concept RF-MEMS pour des applications de filtrage HF. Les modes de contour sont fréquemment qualifiés d'ondes de volume, bien qu'ils conservent un caractère de vibrations structurelles au même titre que les modes de flexion. En réalité, seule l'exploitation de modes résonnants fondés sur des combinaisons simples d'ondes planes dans des structures mono-cristallines permet de définir des structures acoustiques optimales par rapport à des objectifs concurrentiels en termes de bruit, stabilité, et vieillissement. C'est pourquoi l'introduction dans le monde des MEMS du concept de propagation d'ondes de volume et de piégeage d'énergie constitue à la fois un challenge et une opportunité. Le développement des résonateurs en silicium à grand facteur de qualité aura certainement un grand impact dans les applications spécifiques aux communications sans fil du futur, conduisant à des systèmes à haut niveau d'intégration autorisant notamment de plus faibles consommations.

L'objectif visé dans ce manuscrit consiste avant tout à concevoir et réaliser une structure originale de résonateur silicium qui permette de dégager les spécificités et le potentiel des vibrations en ondes de volume pour les applications de contrôle de fréquence, par rapport aux vibrations structurelles. C'est ainsi que les structures proposées ont été opérées et analysées tant en mode d'extension-compression d'épaisseur qu'en mode de flexion.

Le manuscrit est structuré en cinq chapitres. Un état de l'art sur les réalisations dans le domaine des résonateurs MEMS, et de leurs applications dans les oscillateurs MEMS est présenté dans le **premier chapitre introductif**. Le nouveau concept proposé est alors positionné par rapport à ce contexte.

Le **deuxième chapitre** est dédié à l'étude théorique du mode vibratoire sur lequel la structure résonnante du nouveau résonateur est principalement basée : le mode d'extension-compression d'un substrat monocristallin actionné par un champ électrostatique appliqué dans un fin gap d'air. D'abord, nous déduisons par une méthode de décomposition modale l'expression du mode propre correspondant et de la fréquence propre d'une plaque dans ces conditions d'excitation. Les paramètres du circuit équivalent du résonateur sont déterminés et analysés dans la perspective de leur impact sur les performances pratiques des structures. La différence entre l'excitation monoport (simple face) et l'excitation symétrique sur les deux faces est précisée ensuite dans le cadre de ce modèle dynamique unidimensionnel. Les paramètres motionnels dépendent en particulier de la déformation statique du résonateur, différente en excitation simple et double face. L'excitation simple face introduit une déformation statique de flexion, axisymétrique, modélisée analytiquement de façon originale à l'aide de la fonction de Green. Enfin, le recours à la méthode des matrices de transfert nous permet de modéliser le couplage de la couche amorphe utilisée comme support d'électrode et son influence sur le comportement vibratoire de la couche active résonnante.

La mise en œuvre technologique des structures de base est présentée dans le **troisième chapitre** où l'accent est mis sur les étapes les plus significatives de la chaîne de fabrication.

Plusieurs séries de démonstrateurs ont été micro-usinées. Nous décrivons les solutions technologiques développées pour permettre notamment la réalisation de gaps uniformes de l'ordre du micromètre sur des surfaces de l'ordre de  $75 \text{ mm}^2$  et la minimisation des risques de claquage lors de l'application de tensions continues nécessaires à l'optimisation des paramètres motionnels.

Les possibilités d'obtenir une structure à énergie piégée sont ensuite brièvement étudiées dans **le quatrième chapitre** à partir de l'analyse des courbes de dispersion. Ceci implique une modification limitée du procédé de fabrication, avec une étape de photolithographie de la couche d'aluminium déposée en face arrière des wafers et faisant office d'électrode de masse.

Une sélection de résultats expérimentaux avec leur interprétation est exposée dans **le cinquième chapitre**. L'accent est mis sur la caractérisation du déplacement mécanique et des paramètres électriques des résonateurs en fonction de la tension de polarisation. Nous produisons également les résultats de tests conduits sous différentes conditions de température et de pression, y compris à très basse température. Ce chapitre précise également l'intérêt d'un système de compensation de la capacité statique pour les applications exploitant les modes d'extension-compression d'épaisseur. Le retour d'expérience produit par les nombreux résultats présentés permet d'appréhender les limites des modélisations analytiques utilisées pour soutenir le concept initial, sachant que l'établissement d'un modèle numérique 3D complet et précis des résonateurs nécessitera un effort ultérieur. L'analyse des résultats expérimentaux nous permet également de proposer des pistes pour l'amélioration des performances en vue d'une bonne insertion en oscillateur des futures générations de structures.

**Le sixième chapitre** est dédié au fonctionnement des structures résonnantes dans le mode de flexion. Le modèle théorique présenté permet d'obtenir la réponse mécanique et la réponse électrique, paramètres motionnels compris, d'un disque encastré soumis à une force électrostatique axisymétrique. Ensuite, les résultats de la caractérisation du résonateur exploité sur ce mode sont présentés, conjointement à deux applications : capteur de masse et oscillateur.



# **Chapitre 1**

## **Etat de l'art des résonateurs et oscillateurs MEMS**



## **Introduction**

Dans un premier temps, ce chapitre introductif présente, dans l'ordre, une brève partie sur la définition, les principes de fonctionnement et les paramètres principaux des résonateurs MEMS. Ensuite, nous nous attachons à préciser l'état d'avancement des différents types de résonateurs micro-usinés. L'accent est mis sur leurs géométries, leurs modes de vibration, l'actionnement et la détection ainsi que leurs performances, en vue de leur intégration dans des systèmes complexes, sachant que la mise en boucle d'oscillation reste l'objectif primordial la réalisation de résonateurs MEMS.

Les oscillateurs électromécaniques sont le plus souvent formés d'un circuit oscillant intégré et d'un résonateur à couplage piézoélectrique qui n'est pas lui-même intégré avec le circuit. Cette construction hybride augmente de façon indésirable la dimension et le coût de ces systèmes et induit l'apparition d'impédances parasites. Un certain nombre de solutions ont donc été proposées pour fournir des oscillateurs à résonateurs entièrement intégrés.

Nous présentons dans la deuxième partie du chapitre un état de l'art des oscillateurs MEMS, en décrivant progressivement les principales étapes de l'évolution des concepts qui ont conduit à l'apparition de ces oscillateurs.

Cette présentation permet de mieux définir la problématique et de cadrer le nouveau concept de cette thèse, concept qui sera exposé dans la partie finale du chapitre.

## 1.1 Principe de fonctionnement d'un résonateur

Un résonateur est une structure physique ayant une résonance mécanique à une fréquence nommée fréquence de résonance  $f_r$ .

Les résonateurs MEMS sont des structures mécaniques micro-usinées. Un dispositif de transduction est utilisé pour créer, généralement par voie électrique, une force d'excitation [1] permettant d'entretenir la vibration au voisinage d'une fréquence propre de la structure. Seul un principe de transduction électro-mécanique bidirectionnelle permet en pratique de maintenir de façon contrôlée le fonctionnement du résonateur en un point précis de sa réponse en régime forcé, situé dans un voisinage très étroit du pic de cette réponse définissant la résonance recherchée  $f_r$ . Différents principes de transduction sont rencontrés actuellement : électrostatique, magnétique, thermique, optique et piézoélectrique. Cependant, seules les méthodes piézoélectriques et électrostatiques permettent une transduction réversible sans fermer la porte à une éventuelle co-intégration sur un circuit intégré (C.I.). Ces deux solutions sont donc privilégiées dans la suite. L'efficacité du procédé de conversion entre les énergies mécanique et électrique est définie à l'aide d'un coefficient nommé facteur de couplage électromécanique  $k$ , défini comme le rapport entre l'énergie électromécanique emmagasinée dans le résonateur et la somme des énergies mécanique et électrique fournies.

L'analogie entre les domaines mécanique et électrique est généralement utilisée pour modéliser les résonateurs MEMS à l'aide d'un modèle électrique dipolaire [2], présenté sur la Fig. 1.1.a. Un résonateur mécanique est composé d'une masse  $M$ , d'un ressort  $K$  et d'un amortisseur visco-élastique  $D^*$ , tandis que son équivalent électrique est constitué d'une branche série (motionnelle) en parallèle avec une branche statique. La branche série est composée de trois composantes dites dynamiques correspondant respectivement aux trois grandeurs mécaniques précitées : l'inductance  $L_m$ , la capacité  $C_m$  et la résistance  $R_m$ . La branche statique est simplement constituée d'un condensateur  $C_0$  (Fig. 1.1.b). Du point de vue électrique, on définit :

- la fréquence de résonance du système : elle correspond au maximum de réponse électrique (maximum de conductance) et doit coïncider avec la résonance mécanique de la structure isolée pour tirer parti de la stabilité intrinsèque de celle-ci.
- la fréquence d'antirésonance du système : elle correspond au minimum de l'admittance et coïncide avec le point d'annulation de la susceptance (aucune vibration n'est engendrée à cette fréquence).

L'écart entre ces deux fréquences est caractéristique du couplage électromécanique du mode de vibration excité. Nous reviendrons sur le calcul de coefficient de couplage électromécanique dans le chapitre 5, lors de la caractérisation du nouveau résonateur, car c'est une notion utilisée systématiquement en pratique.

Le facteur de qualité  $Q$  du résonateur est déterminé par le rapport entre la fréquence de résonance  $f_r$  et la bande passante (BP) à -3dB.

La géométrie et les matériaux d'un résonateur définissent l'ensemble des fréquences de résonance, *a priori* très nombreuses, mais une configuration optimisée se doit de privilégier l'excitation d'une seule résonance. Le produit  $Q \cdot f_r$  est une mesure du coefficient d'amortissement viscoélastique d'un résonateur ayant une géométrie spécifique et opéré sur un mode donné.

Au cours de l'évolution des résonateurs MEMS, plusieurs objectifs ont été poursuivis : la miniaturisation, l'intégration avec l'électronique de commande, la robustesse, l'augmentation du facteur de qualité, la réduction de l'impédance motionnelle, la réduction des pertes au niveau des suspensions, l'intégration dans une boucle d'oscillation.

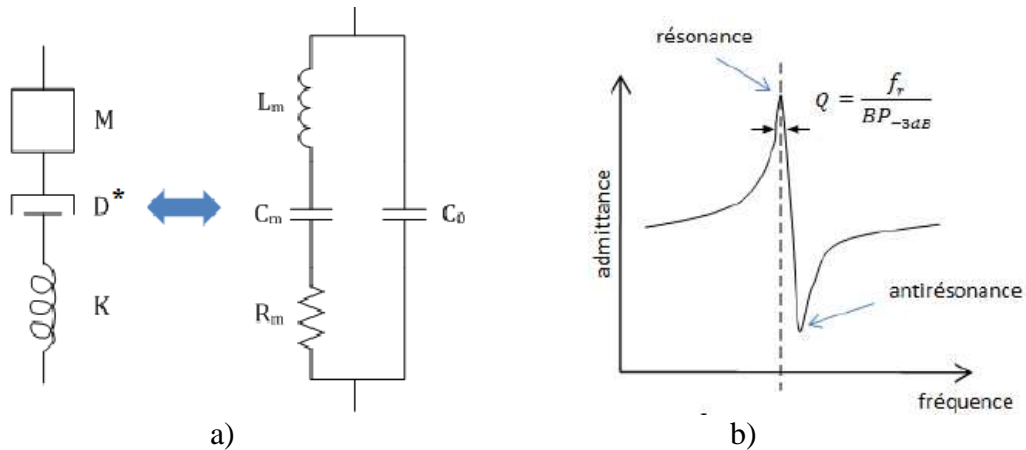


Fig. 1.1 a) L'analogie mécano-électrique ; b) La réponse électrique d'un résonateur

Actuellement, il est difficile d'établir un classement complet des résonateurs MEMS sur la base d'un critère unique, car on distingue différentes géométries, différents modes de vibration ainsi que différents méthodes d'actionnement et détection, le tout visant des classes d'oscillateurs bien différentes.

## 1.2 Géométries et modes de vibration

Le premier résonateur MEMS ayant connu un large retentissement a été un transistor à grille résonante [3], pour lequel l'oxyde de grille a été enlevé afin de permettre au métal de vibrer sous l'action d'un champ électrique. Le facteur de qualité était de plusieurs centaines à des fréquences voisines de 30 kHz, permettant l'implémentation d'un oscillateur avec une stabilité thermique entre 90 et 150 ppm/°C. Sur la Fig. 1.2 on peut distinguer le résonateur constitué par une poutre encastrée-libre, le transistor et leurs connexions ainsi que sa réponse en fréquence. La technologie de l'époque était peu compatible avec les C.I. actuels.

Depuis lors, différents types de résonateurs électromécaniques ont été développés, se divisant en plusieurs familles : poutre vibrante en flexion [4], poutre à mode longitudinal [5], [6], plaque à mode extensionnel carré de volume [7], disques à mode elliptique [8] et de contour [9], anneaux [10], résonateur à espace capacitif diélectrique solide [11] et poutres à mode de volume [12]. Nous donnons ci-après quelques exemples appartenant à chaque famille, mettant l'accent sur leur géométrie, les modes de vibration, les performances attendues et les éventuelles applications pratiques.



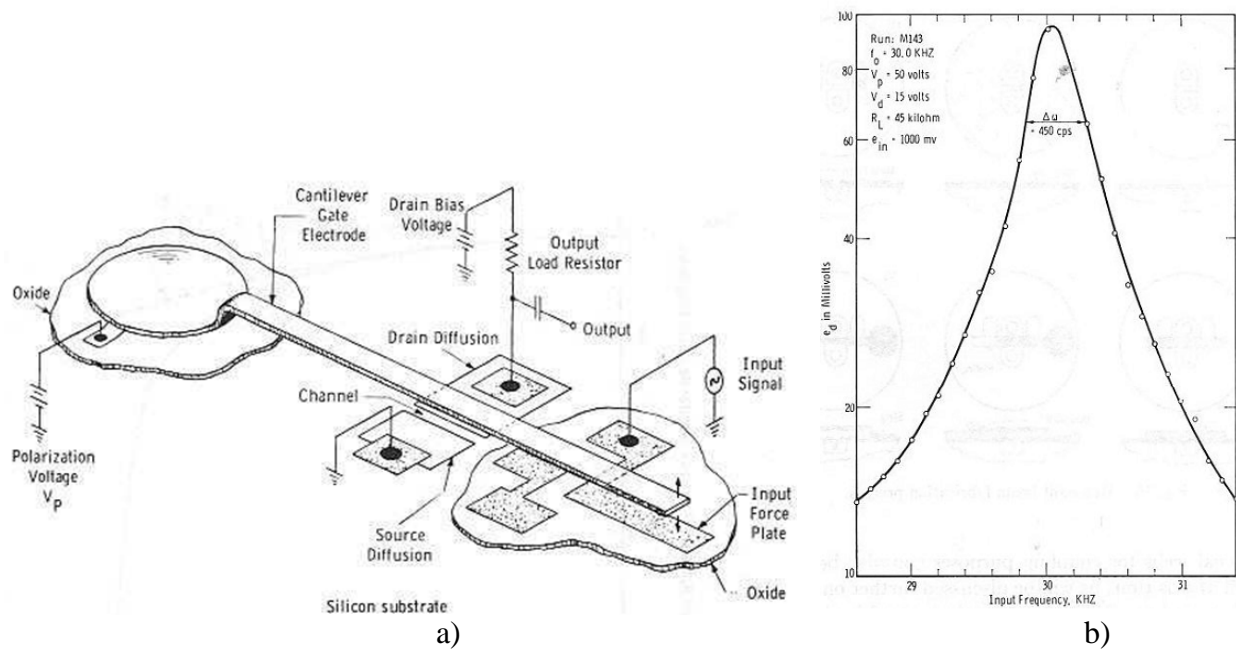


Fig. 1.2 a) La géométrie et les connexions du premier MEMS [3]  
 b) La réponse correspondante en fréquence :  $f_0 = 30 \text{ KHz}$

### 1.2.1 Résonateur à masse suspendue

Cette catégorie de résonateurs exploite la résonance d'un système masse-ressort entretenue par un système de transducteurs électrostatiques à peignes interdigités (principe « comb drive »). En excitation ceux-ci exploitent la force électrostatique entre les armatures fixe et mobile d'un condensateur. En détection, on exploite simplement la variation de capacité induite par le déplacement de la partie mobile. Les peignes permettent de décupler la surface active du condensateur, ils sont micro-usinés en silicium.

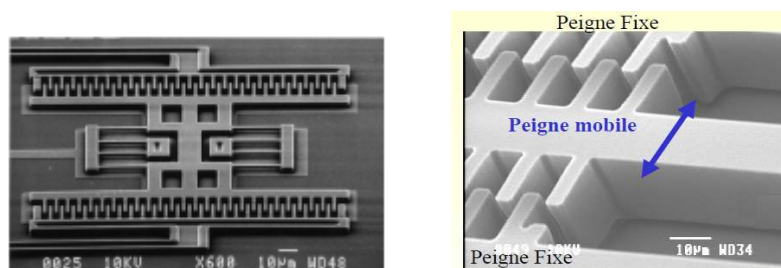


Fig. 1.3 Exemples des résonateurs à peignes interdigités [13].

La fréquence de résonance est déterminée par l'équation du modèle masse-ressort :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$$

A cause de leur grande masse, ces résonateurs ne peuvent pas dépasser des fréquences de quelques MHz, la valeur typique étant de l'ordre de quelques dizaines de kHz. En revanche, leur facteur de qualité est grand.

*Exemple* : Le résonateur de la Fig. 1.3 possède un facteur de qualité  $Q = 80\,000$  sous vide, la fréquence du mode fondamental  $f_r = 32,8$  kHz est utilisable dans des systèmes électroniques temps réel avec une consommation de moins de  $1\ \mu\text{A}$  et une tension de polarisation de  $1,5\ \text{V}$ .

## 1.2.2 Poutres vibrant sur un mode de flexion

En pratique, il est plus facile de miniaturiser des résonateurs basés sur la résonance d'une structure élastique élémentaire telle qu'une simple poutre. En ce cas, la masse et la raideur ne sont pas portées par des régions distinctes de la structure résonnante. Les fréquences des poutres élancées (dont la largeur est petite devant leur longueur) peuvent être déterminées à l'aide du modèle d'Euler-Bernoulli, très simple. Des modèles plus élaborés (Timoshenko) sont nécessaires pour prendre en compte de façon rigoureuse la contrainte de cisaillement dans le cas de poutres à faibles facteurs de forme.

La géométrie de la structure est un facteur déterminant et limitatif pour la fréquence de résonance des poutres MEMS vibrant en mode de flexion, qui peuvent atteindre 50 MHz. Leurs facteurs de qualité sont moins élevés à cause des pertes au niveau des ancrages mécanique et de la perte thermo-élastique prédite par un modèle dû à Zener et amélioré ultérieurement par Roukes. La limite thermo-élastique devient moins contraignante lorsque la miniaturisation permet d'opérer le résonateur en hautes fréquences. Les configurations des poutres résonnantes ont par ailleurs évolué afin de minimiser les pertes dans les ancrages. Dans cet ordre d'idées, on pourrait classer les poutres en flexion de la façon suivante :

- poutre encastree-encastree, dont les deux extremités sont fixées (en anglais « clamped-clamped beam », CC-beam) ; présentant un  $Q$  de 8 000 à une fréquence de 9,8 MHz (Fig. 1.4.a) ou  $Q$  de 4 000 à une fréquence de 10 MHz [14].
- poutre encastree-libre, ayant une seule extremité fixe (« clamped-free beam », CF-beam (Fig. 1.4.b) ;
- poutre libre-libre, fixée en faisant coïncider les points d'ancrage avec les nœuds de vibration des modes propres libres-libres, d'où la dénomination de « free-free beam », FF-beam. Exemple :  $Q = 7,4\ \text{k}$  à 92 MHz en vide (Fig. 1.4.c) ;

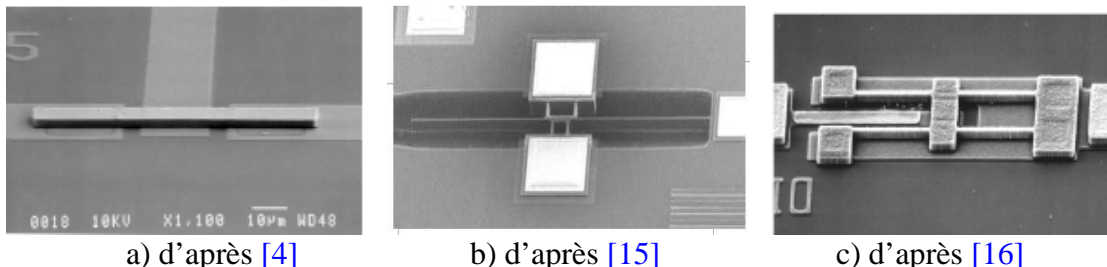
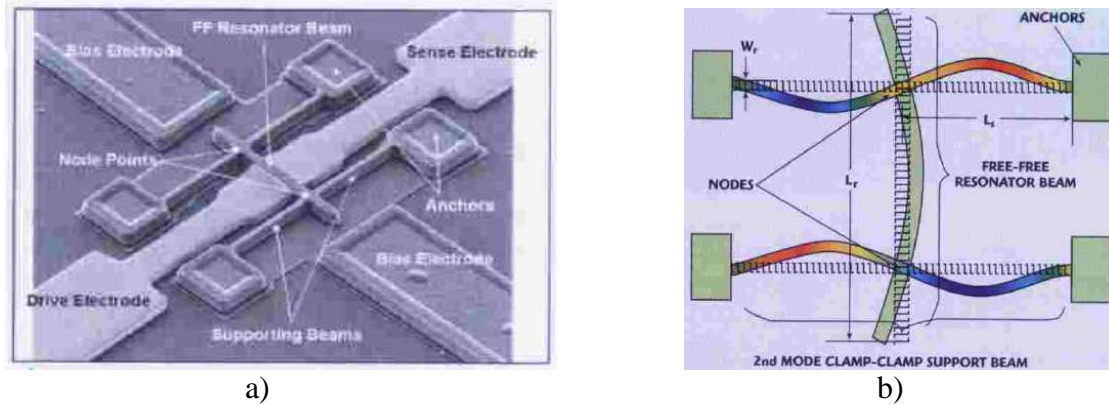


Fig. 1.4 Exemples de poutres en flexion : a) poutre encastree-encastree, b) poutre encastree-libre, c) poutre libre-libre

En 2004, les chercheurs de Disqueera Inc. ont présenté un autre type de résonateur MEMS en polysilicium FF-beam (*Fig. 1.5*) qui pourra servir à des applications de type oscillateur de référence ; le résonateur était une poutre suspendue sur quatre autres poutres dont la longueur a été calculée à  $\frac{1}{4}$  de longueur d'onde, et fixée en deux points nodaux afin d'éliminer les pertes d'insertion. Le résonateur vibrait à 10 MHz en mode de flexion, avec un  $Q$  de 10 000.



*Fig. 1.5 a) L'image SEM de la poutre résonante en poly Si, des ses électrodes et les 4 poutres de suspension b) Le résultat des simulations montre le positionnement des points de suspension pour la poutre la ou l'amplitude de vibration est nulle. D'après [17].*

La fréquence de résonance de cette poutre développée par Hsu [17] est aisément calculable à l'aide de la formule suivante :

$$f_r = 10,3 \sqrt{\frac{Y \cdot W_R}{\rho \cdot L_R^2}} \quad , \text{ où}$$

$Y$  est le module du Young,  $\rho$  est la densité volumique,  $L_R$  est la longueur du résonateur et  $W_R$  est la largeur du résonateur.

### 1.2.3. Plaque carrée vibrant en mode de contour

La théorie des plaques d'épaisseur finie a été développée par Mindlin dans les années 1960. Il existe deux modes de dilatation d'une plaque carrée : le mode en élévation ou mode de Lamb (résonateur sur *Fig. 1.6*) et le mode de Lamé (résonateur *Fig. 1.8*). Pour le premier, la plaque s'étend et se rétracte en élévation selon l'action de tensions électriques égales appliquées sur les quatre arêtes du carré ; le centre correspond à un nœud (déplacement nul, perte d'énergie minimale) et les coins changent de position.

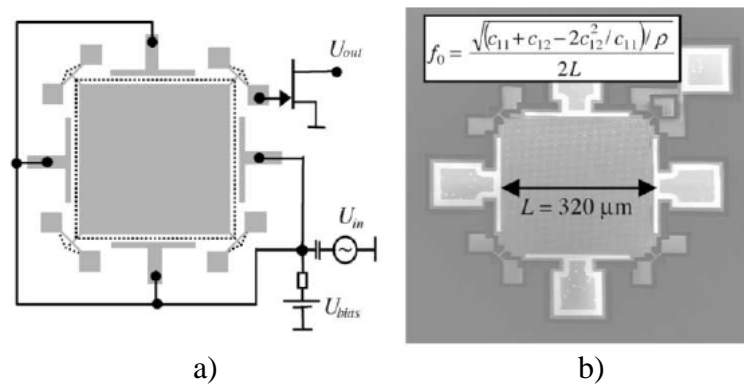


Fig. 1.6 Résonateur vibrant en mode d'élongation : a) la géométrie et le schéma d'excitation, b) l'image SEM du dispositif. Images d'après [18].

Sur l'image de la Fig. 1.7 on voit la forme du mode de Lamb :

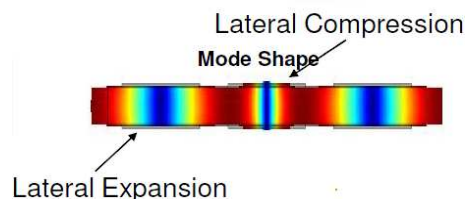


Fig. 1.7 Mode de Lamb.

Pour les résonateurs en mode de Lamé (Fig. 1.8.a), les coins restent immobiles (Fig. 1.8.b,c). Ces modes de vibrations de plaque sont sensibles aux défauts de symétrie géométrique de la structure ainsi qu'aux variations de leurs caractéristiques mécaniques.

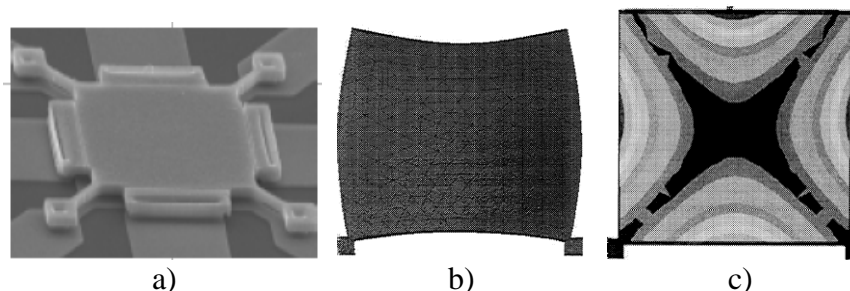


Fig. 1.8 a) Résonateur carré vibrant en mode de Lamé [19]. b) Les résultats de la simulation FEM d'une plaque maintenue en deux coins, vibrant en mode de Lamé à 6 MHz,  $Q=1\ 200$  c) Le quatrième mode de Lamé à 606 kHz [20].

Le premier résonateur utilisant le mode de Lamé que l'on trouve dans la littérature est celui réalisé par ONERA [21] ; il est composé d'une plaque carrée de silicium de 14 mm de côté et d'épaisseur 2 mm, reliée à un support par deux poutres parallèles prolongeant l'un des côtés comme schématisé sur la Fig. 1.9. L'actionnement et la détection se réalisent par effet capacitif. Les dimensions millimétriques de ce résonateur autorisent l'utilisation de moyens de fabrication plus classiques que ceux utilisés dans les microsystèmes. La fréquence du premier mode de Lamé de cette plaque est à 295 kHz et le facteur de qualité  $Q$  est de  $3 \cdot 10^6$  à la température

ambiante et pour une pression de 1 mBar. L'application pratique de ce type de résonateur est la réalisation d'un oscillateur fonctionnant à une fréquence de 227 kHz. En utilisant un résonateur thermostaté à 45 °C, ses performances en stabilité de fréquence sont de l'ordre de  $10^{-8}$  pour des temps de mesure de 1000 secondes.

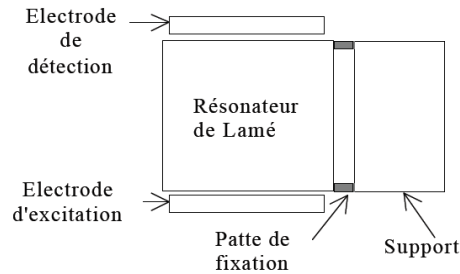


Fig. 1.9 Le schéma du premier résonateur à mode de Lamé, d'après [21].

Le résonateur de la Fig. 1.8 vibre dans un mode d'élongation à une fréquence  $f_r = 13,1$  MHz et un facteur de qualité  $Q = 130\,000$  dans le vide.

## Résonateurs à ondes de volume

En général, pour une même fréquence de résonance, l'épaisseur des résonateurs en mode de flexion est inférieure à celle d'un résonateur à ondes de volume, donc le rapport surface/volume est plus petit pour le dernier type de résonateur. Les pertes au niveau des zones d'échange potentiellement constituées par les surfaces sont donc moindres dans les résonateurs à ondes de volume. De fait, les performances de ceux-ci sont nettement supérieures à celles des résonateurs MEMS en flexion, et permettent d'obtenir des structures vibrant à hautes fréquences, avec de forts facteurs de qualité et de faibles résistances motionnelles. Pour un résonateur à ondes de volume, la fréquence de résonance est essentiellement déterminée par l'épaisseur du substrat et les caractéristiques de matériau.

Les résonateurs à ondes de volume existent depuis le début des années 1920. Les premiers à avoir fait leur apparition utilisaient principalement des structures type dipôles en fait un simple cristal piézoélectrique métallisé sur deux de ses faces. Les interfaces naturelles air/piézoélectrique ou air/métal forment un miroir acoustique efficace pour permettre la réflexion des ondes élastiques, même si une infime partie de l'énergie est dissipée sous forme de rayonnement dans l'air. Le matériau piézoélectrique le plus fréquemment utilisé dès l'origine fut le quartz. Les fréquences obtenues vont depuis quelques MHz jusqu'à quelques dizaines de MHz, selon l'épaisseur du substrat (comprise entre 100 et 350  $\mu\text{m}$  pour des applications d'oscillateurs ultra-stables-OUS). Néanmoins, leur volume important et la fabrication off-chip sont des motifs justifiant le développement d'autres types de résonateurs à ondes volumiques.

### 1.2.6 Poutre à mode longitudinal

La poutre oscillant en mode d'élongation est une structure symétrique en silicium (SCS), avec deux bras vibrant en antiphasse (Fig. 1.10). L'amplitude de vibration est nulle au point

milieu, choisi en même temps comme point de fixation (support). L'excitation est réalisée par voie électrostatique, avec des tensions de polarisation jusqu'à 100 V. La fréquence de résonance du mode fondamental est donnée par la formule simple suivante :

$$f = \frac{1}{4L} \sqrt{\frac{Y}{\rho}}, \text{ où}$$

$Y$  est le module de Young,  $\rho$  est la densité volumique et  $L$  est la longueur d'un bras.

Le résonateur de la Fig. 1.10.a présente un  $Q = 180\ 000$  et  $f_r = 12$  MHz. Les auteurs ont trouvé un  $Q = 100$  pour le résonateur constitué par un seul bras, donc la forte valeur du  $Q$  s'explique par la symétrie parfaite de la structure.

Les performances du résonateur de la Fig. 1.10.b sont semblables,  $f_r = 13,1$  MHz,  $Q = 170\ 000$  en vide ( $p < 1$  mbar) et  $Q = 2\ 000$  à la pression atmosphérique ( $p = 1$  bar). Il se différencie de son précurseur par des petits détails géométriques, comme par exemple les deux bras de forme triangulaire aux extrémités permettant d'augmenter la valeur du coefficient de couplage.

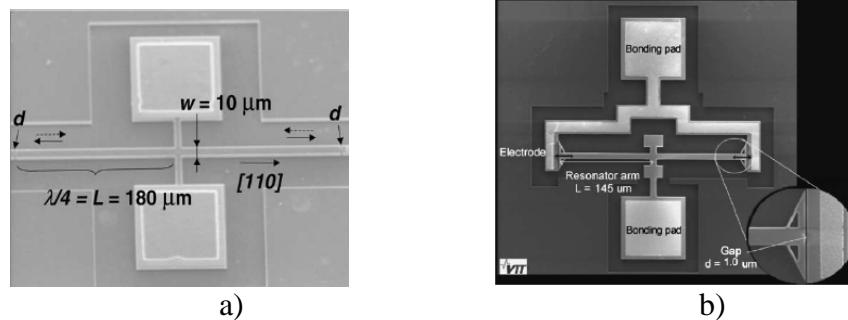
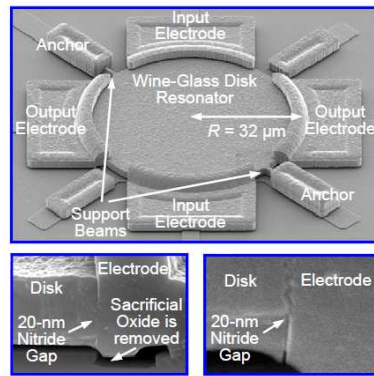


Fig. 1.10 Poutres vibrant en mode d'élongation. D'après a) [5] et b) [6].

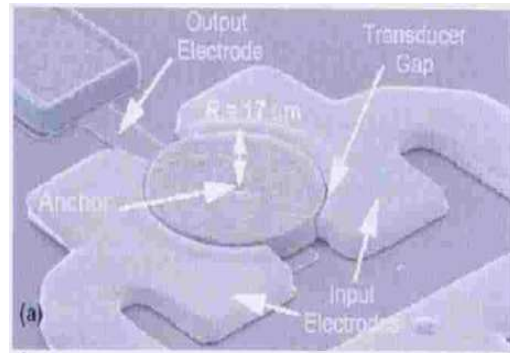
#### 1.2.4. Plaque circulaire vibrant en mode dilatation

Les résonateurs capacitifs à onde de volume en forme de disque ont de grands  $Q$  dans le domaine VHF et UHF. Le mode de vibration peut être le mode elliptique (« wine glass mode »), Fig. 1.11.a, ou le mode d'élongation, Fig. 1.11.b. Par exemple, le résonateur de la Fig. 1.11.a, réalisé en poli silicium dopé, présente un facteur de qualité  $Q = 20\ 000$  à la fréquence de 160 MHz. Le gap de 20 nm fut rempli avec le nitrure de silicium afin de réduire la résistance motionnelle.

Tandis que le plus petit gap à l'air qui pourrait être réalisé par la technologie de la couche sacrificielle est de 60 nm (limite imposée par le procédé de diffusion), l'avantage de l'utilisation du gap à diélectrique est la possibilité de surmonter cette limite [11]. Le même résonateur ayant le gap à l'air présente un  $Q = 52\ 000$  pour une fréquence similaire, mais la résistance motionnelle du disque à diélectrique est de 1,5 k $\Omega$  dans du vide, tandis que le disque à l'air a une résistance 8,5 fois plus grande.



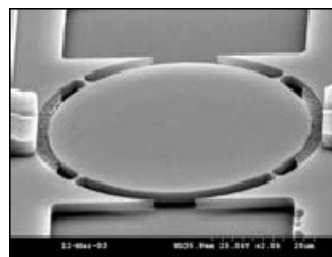
a) d'après [11]



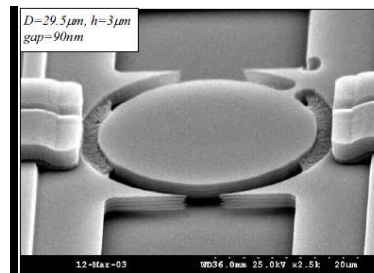
b) d'après [16]

Fig.1.11 Exemples de disques oscillant en mode de dilatation

Un très grand facteur de qualité pour un tel résonateur en silicium monocristallin (Single Crystal Silicon, SCS), vibrant en mode elliptique à une fréquence de 148 MHz, a été rapporté pour un disque ayant 30  $\mu\text{m}$  en diamètre et 3  $\mu\text{m}$  en épaisseur (Fig. 1.12.b). Les électrodes en polysilicium étaient situées à une distance de seulement 90 nm du disque. Les dimensions et le nombre des éléments de support ont été optimisées afin d'obtenir un meilleur  $Q$ . Pour le résonateur de la Fig. 1.12.a, un coefficient  $Q = 6\,400$  a été mesuré sous vide à 87,7 MHz tandis que le résonateur de la Fig. 1.12.b a un facteur de qualité  $Q = 40\,000$  mesuré sous vide et  $Q = 8\,000$  dans l'air [8], [15].



a)



b)

Fig. 1.12 Exemples de disques vibrant en mode elliptique et présentant  
a) quatre éléments de support, 50  $\mu\text{m}$  en diamètre  
b) un élément de support, 30  $\mu\text{m}$  en diamètre

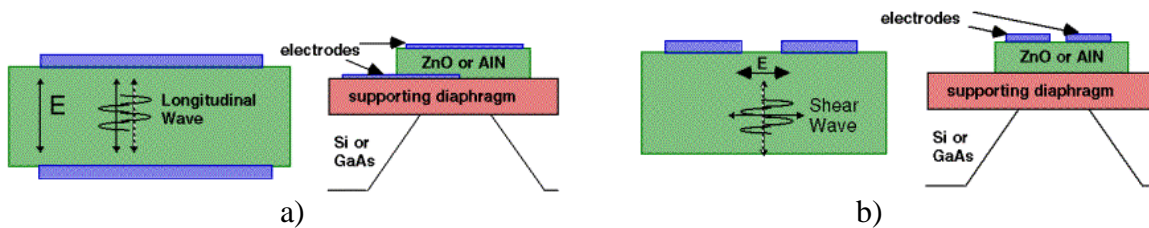
On ne sait pas forcément pourquoi certaines configurations géométriques donnent de meilleurs résultats que d'autres en faisant abstraction des limitations technologiques. En particulier, il n'est pas clair pourquoi telle configuration est meilleure qu'une autre du point de vue physique.

### 1.2.5 Les FBARs (Film Bulk Acoustic Wave Resonators)

Les développements technologiques accompagnant l'essor de la micro-électronique ont conduit à d'autres types de résonateurs à ondes de volume, offrant des solutions prometteuses en terme d'intégration. En 1980, Lakin [22], mais aussi Grudkowski [23], proposent de déposer une couche mince piézoélectrique sur un substrat de silicium qui sera ensuite usiné. Ainsi, les résonateurs à ondes de volume utilisant des couches minces piézoélectriques ont vu le jour.

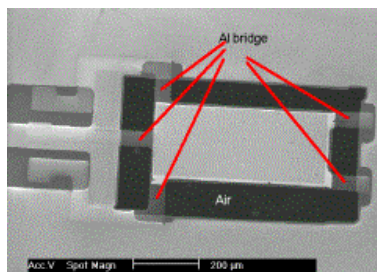
Différentes configurations ont été développées : les résonateurs à film mince (FBAR, Thin Film Bulk Acoustic Resonators), les résonateurs sur miroirs de Bragg (SMR, Solidly Mounted Resonators), et les résonateurs composites à modes harmoniques élevés (HBAR, High-overtone Bulk Acoustic Resonator).

Les résonateurs type FBAR sont constitués généralement d'une couche mince piézoélectrique (AlN, ZnO, PZT) comprise entre deux électrodes et isolée acoustiquement du milieu extérieur. Leur zone active est la zone de recouvrement des deux électrodes et la fréquence de résonance est essentiellement déterminée par l'épaisseur de la couche piézoélectrique, même si l'épaisseur des électrodes ne peut pas être négligée. Des ondes volumiques de compression (*Fig. 1.13a*) ou de cisaillement (*Fig. 1.13b*) peuvent être engendrées dans le matériau piézoélectrique, en fonction de la disposition des électrodes par rapport aux axes cristallographiques.



*Fig. 1.13 Diagramme et schéma bloc d'un FBAR fonctionnant en mode de compression (a) ou de cisaillement (b) après [24]*

Un exemple de FBAR est présenté sur la *Fig. 1.14* ; sa structure est basée sur un sandwich Al/ZnO/Al suspendu en l'air, donc sans un substrat de support. Les ponts en aluminium jouent le rôle de connexions électriques et en même temps de suspensions. Le facteur de qualité est estimé à 1 322.



*Fig. 1.14 Exemple de FBAR (University of Southern California)*

Les FBARs piézoélectriques ont des résistances motionnelles petites par rapport aux résonateurs à couplage capacitif à cause de leur coefficient de couplage important, mais en même temps ils occupent une surface non négligeable et nous manquons de données fiables sur les coefficients de qualité  $Q$  qu'ils autorisent.

Afin de combiner le grand coefficient de couplage donné par la couche d'oxyde de zinc avec l'accordabilité de la fréquence permise par l'effet capacitif, Piazza et all. [25] ont fabriqué un résonateur dont l'élément résonnant est une poutre en SCS, provenant d'un wafer SOI (*Fig. 1.15*). L'actuation est réalisée par effet piézoélectrique à l'aide de la couche d'oxyde de zinc déposée sur le silicium. La poutre est encastree aux extrémités, avec une longueur égale à 200 µm, une épaisseur égale à 4,2 µm, et vibre en mode de flexion à une fréquence de 1,7 MHz avec un facteur de qualité  $Q = 6\ 200$  sous faible pression 50 mTorr.



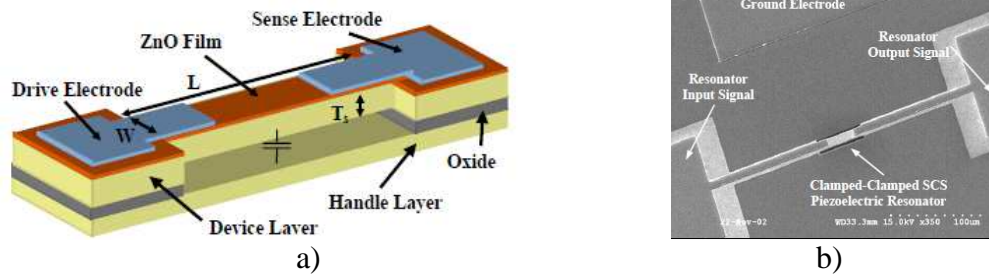


Fig. 1.15 a) Poutre en silicium à actuation piézoélectrique [25]  
b) L'image MEB de la poutre

### 1.2.6 Les SiBARs (Silicon Bulk Acoustic Resonator)

Il s'agit de résonateurs capacitifs dont le substrat résonnant en silicium est actionné électrostatiquement à l'aide d'électrodes en polysilicium. Le gap transducteur est fabriqué en général par une méthode de couche sacrificielle. La vibration se produit dans le plan horizontal, suivant la largeur du barreau (mode d'extension-compression de largeur). La fréquence de résonance est déterminée par la largeur fixée par le procédé de lithographie. Plusieurs fréquences de résonance peuvent être exploitées sur un même chip.

Par leur technologie de fabrication particulière, les SiBAR-s permettent l'augmentation de la surface effective de transduction capacitive sans toucher à la dimension déterminante pour la valeur de la fréquence de résonance ( $w$  dans la Fig. 1.16 a). La résistance motionnelle peut être ainsi réduite, tout en maintenant le coefficient de qualité. Un inconvénient de ces structures est constitué par les pertes d'insertion affectant leurs performances. Elles permettent cependant d'obtenir de grandes valeurs du coefficient de qualité (des dizaines de milliers).

Dans l'exemple présenté sur la Fig. 1.16, le barreau en silicium est fixé à ses deux extrémités à l'aide des supports soudés aux points d'amplitude nulle ; la longueur de supports est la demi-épaisseur du résonateur. La largeur du barreau  $w$  est de quelques dizaines de microns et la plage de longueur  $L$  s'étend de quelques dizaines à quelques centaines de microns. Pour cette géométrie, la fréquence fondamentale se situe alentour de 130 MHz et le facteur de qualité est  $Q = 20\ 000 \div 50\ 000$ . La fréquence de résonance et la résistance motionnelle d'un tel résonateur capacitif à deux ports sont respectivement données par les formules suivantes [26] :

$$f_n = \frac{n}{2w} \sqrt{\frac{Y}{\rho}},$$

et

$$R_m = \frac{\sqrt{KMg^4}}{Q\epsilon_0^2 L^2 t^2 V_p^2}$$

Ici,  $n$  est le nombre du partiel,  $K$  et  $M$  sont la raideur et la masse effective. Par calcul on déduit une valeur de quelques k $\Omega$ .

Donc pour réduire l'impédance, il faut un grand  $Q$ , un petit gap  $g$ , une grande tension  $V_p$  et de larges électrodes.

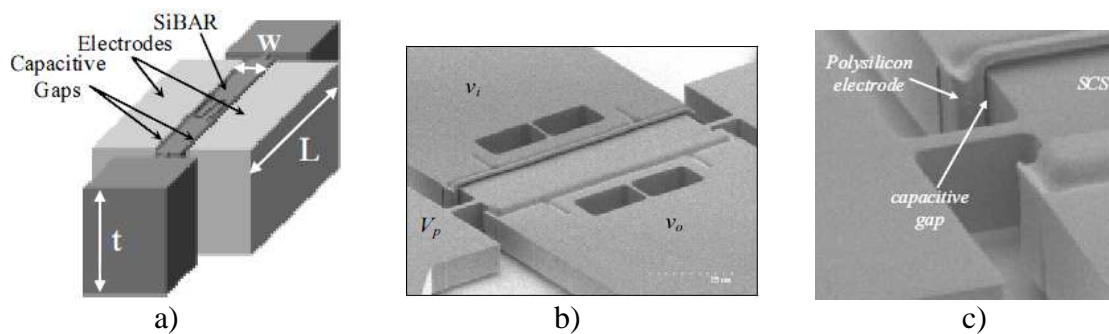


Fig. 1.16 Exemple illustrant un SiBAR d'après [26] ; a) la géométrie du résonateur, b) l'image MEB du résonateur, c) l'image MEB de la suspension.

Les SiBARs permettent d'accorder la fréquence de résonance ( $-0,8 \text{ ppm/V} \div -3 \text{ ppm/V}$  dans le cas présenté) en ajustant la tension de polarisation.

Cette présentation de l'état de l'art des résonateurs montre la volonté des fabricants de réduire la taille des résonateurs ; on perçoit clairement l'intention d'avoir des gaps plus petits ; mais, souvent la réduction de taille demande une réduction de la puissance [27] et rend les structures plus sensibles aux fluctuations de l'environnement [28], et tout particulièrement les fluctuations thermiques.

### 1.3 Excitation et détection

Les méthodes d'actionnement électrostatique et piézoélectrique sont prédominantes dans les structures résonnantes micromécaniques. Les résonateurs électrostatiques ont démontré des facteurs de qualité très élevés à des fréquences atteignant les gigahertz [10], mais ont l'inconvénient d'une forte d'impédance, ce qui provoque des difficultés pour les interfacer avec d'autres systèmes. Afin de réduire la valeur de l'impédance, différentes solutions ont été proposées ; par exemple, les résonateurs ayant le gap transducteur rempli par un diélectrique ayant un  $k$  très grand, peuvent avoir des valeurs d'impédance réduites jusqu'à  $10 \Omega$ , mais en même temps on observe aussi de fortes valeurs dues aux capacités intrinsèques et aux capacités de pertes qui masquent le comportement du résonateur lui-même [29].

#### 1.3.1 Résonateurs à excitation piézoélectrique ( piézo-MEMS)

L'effet piézoélectrique est connu et exploité depuis des décennies non seulement dans les résonateurs à quartz, mais aussi dans d'autres matériaux : AlN (nitrure d'aluminium), ZnO (oxyde de zinc), PZT (titane de plomb dopé au zirconium), PZN-PT et PMN-PT, etc.

La transduction piézoélectrique impose l'utilisation d'électrodes déposées directement sur le matériau piézoélectrique afin d'appliquer le champ électrique générant une force dans le matériau excité. En choisissant la géométrie et l'orientation cristalline pour exploiter de façon sélective le jeu de coefficients piézoélectriques ( $d_{31}, d_{33}, d_{15}$ ), on peut exciter un mode de vibration intéressant du point de vue pratique.

L'actionnement-détection basé sur cet effet ne nécessite pas de tension de polarisation et permet d'obtenir des résistances motionnelles faibles, adaptées aux circuits RF.

Parmi les exemples que nous avons présentés, plusieurs sont basés sur l'effet piézoélectrique, qu'il s'agisse des résonateurs à ondes de volume (les FBARs, les QMEMS), en mode de flexion ; sans oublier les dispositifs à ondes de surface (SAW).

Piazza *et al.* ont rapporté des résonateurs MEMS piézoélectriques (nitrure d'aluminium) à mode de contour à un et deux ports, qui pourront servir comme références de fréquence dans des applications RF sans fil. Les fréquences fournis : 80-800 MHz,  $Q = 1\ 000-4\ 000$  dans l'air, et  $R_m = 25\div 200\ \Omega$ .

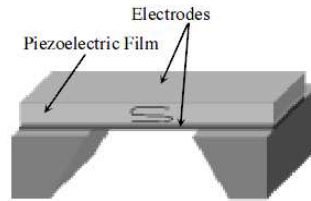


Fig. 1.17 Résonateur piézoélectrique [25].

### 1.3.2 Résonateurs à actionnement électrostatique

Les dispositifs acoustiques à excitation électrostatique (Fig. 1.18) ont récemment fait leur apparition dans le domaine des filtres HF à bande étroite pour la téléphonie mobile, avec pour conséquence l'émergence rapide de nouveaux industriels de l'électronique dans le pré carré du contrôle de fréquence. Pour s'en convaincre, il suffit de consulter le nombre de sessions MEMS au congrès IEEE International Frequency Control Symposium et International Ultrasonics Symposium depuis 2007. Les industriels capables de développer de tels produits ne sont clairement plus les acteurs traditionnels de la piézoélectricité (mis à part les leaders internationaux comme EPCOS, VECTRON et MURATA), mais des entreprises de plus petites dimensions dont la culture est essentiellement fondée sur la micro-électronique et les micro-technologies afférentes.

Ce type d'actionnement applique en général une force électrostatique à travers un gap d'air ; les électrodes sont placées de manière à privilégier un mode de vibration souhaité. Différents modes de vibrations peuvent être engendrés ainsi : modes de flexion, contour, compression-extension.

La transduction électrostatique est par essence non-linéaire et les coefficients de couplage électromécaniques ne sont pas aussi élevés que dans le cas de la transduction par effet piézoélectrique ( $< 0.1\%$ ).

Parmi les résonateurs à actionnement électrostatique présentés dans cet état de l'art, on peut mentionner les SiBARs, les plaques circulaires vibrant en mode dilatation ou de contour, les poutres vibrant en mode d'élongation, les résonateurs à mode de Lamé, les résonateurs à peignes interdigités.

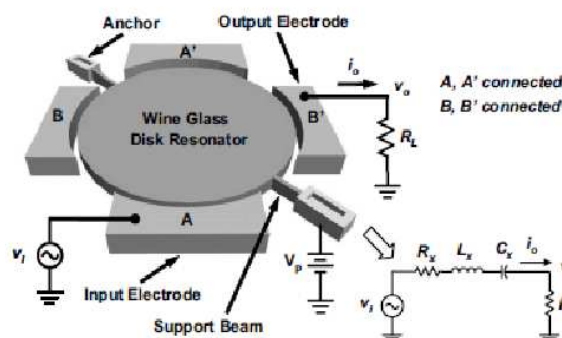


Fig. 1.18 Résonateur à transduction électrostatique [11].

Dans le tableau suivant nous avons synthétisé les performances en terme de fréquence de résonance, facteur de qualité et produit  $Q \cdot f_r$  pour les différents géométries de micro-résonateurs présentés dans cet état d'art.

Type de résonateur	Fréquence de résonance $f_r$	Facteur de qualité $Q$	Produit $Q \cdot f_r$
Peignes inter-digités	32,8 KHz	80 000	$2,6 \cdot 10^{10}$
Poutre encastrée-encastree	9,8 MHz	8 000	$7,8 \cdot 10^{10}$
Poutre libre-libre	10 MHz	10 000	1011
Poutre en mode d'elongation	13,1 MHz	170 000	$2,2 \cdot 10^{12}$
Plaque carrée mode de Lamé	295 KHz	3 000 000	$8,8 \cdot 10^{11}$
Plaque circulaire flexion	148 MHz	39 300	$5,8 \cdot 10^{12}$
Plaque circulaire mode elliptique	160 MHz	20 000	$3,2 \cdot 10^{12}$
HBAR	1,5 GHz	50 000	$8 \cdot 10^{13}$
FBAR	1,7 MHz	6 200	1010
SiBAR	130 MHz	20 ÷ 50 000	$2,6 \div 6,5 \cdot 10^{12}$
Piezo MEMS	80 ÷ 800 MHz	1 000 ÷ 4 000	$8 \cdot 10^{10} \div 3,2 \cdot 10^{12}$

Tableau 1.1 Performances (en vide) des résonateurs présentés dans l'état de l'art

## 1.4 Les oscillateurs MEMS

Le rôle principal de source de fréquence stable a été confié au quartz depuis les années 1960 jusqu'au 1980. A partir des années 80, les compagnies américaines ont commencé à étudier l'idée de remplacer le quartz dans des horloges et oscillateurs pour les applications temps réel par des résonateurs MEMS en silicium ; en 2003, quelques startups ont fait leur apparition afin de développer cette nouvelle idée, de réunir l'oscillateur, le micro résonateur, le PLL (« phase-locked loop ») et le circuit de compensation de la température (TTC) sur un même substrat en silicium (system-on-chip, SoC).

Les bases de la problématique des oscillateurs MEMS sont les suivantes : obtenir une résonance de très haute qualité, stable en température et permettant de générer un signal stable à court et moyen terme servant de base de temps ou de référence pour la synthèse de signaux radio-fréquences (RF). À cette description *a priori* avantageuse pour les solutions sur quartz, il faut adjoindre la volonté des constructeurs de minimiser l'hybridation de leurs systèmes dans une perspective de réduction de taille et de coût, mais aussi pour améliorer le fonctionnement global en éliminant autant que possible les pertes et le parasitage des circuits induit par une connectique disquerète. Les nombreux efforts en ce sens ont produit des avancées importantes. Certains chercheurs avant-gardistes comme Pisano, Piazza, Nguyen, Puccio, Bhave, issus des universités les plus prestigieuses (Berkeley, Pennstate, Caltech, Stanford, Cornell, Sandia Labs, etc.) et soutenus par les programmes de la DARPA, alimentent effectivement la compétition dans le domaine. En aval de ces développements nous trouvons aussi des réalisations concrètes suffisamment avancées pour démontrer l'existence d'alternatives à l'oscillateur à ondes de volume sur substrat piézoélectrique monocristallin.

Le premier oscillateur comportant un résonateur électromécanique (*Fig. 1.2*) est décrit dans le document de brevet US 3413573, publié en 1968, et réalisé à l'aide des techniques usuelles de fabrication de circuits intégrés. L'oscillateur est construit autour d'un résonateur à transistor à grille résonnante. Ce résonateur présente deux inconvénients principaux :

- une très petite fraction du champ électrique existant autour de la poutre flexible agit sur le transistor FET. La tension de polarisation de la poutre flexible doit donc être relativement élevée ; voire même plus élevée que la tension maximale supportée par les circuits intégrés habituels.
- le couplage électromécanique n'étant pas optimal, la résistance dynamique du résonateur est trop grande.

Ultérieurement, deux autres brevets WO 2007/135'064 et WO/2011/067165 ont été déposés ayant toujours comme composant de base le transistor à grille résonnante, cette fois dans une configuration améliorée afin d'obtenir un meilleur couplage électromécanique et une faible résistance dynamique. Ces performances permettent la réalisation des oscillateurs à basse consommation.

Un prototype d'oscillateur haute fréquence à base de diapason (« tuning fork ») à 1,022 MHz a été fabriqué et intégré par micro usinage en surface. Le prototype testé présentait un bruit de phase de -88 dBc/Hz à 500 Hz de la porteuse. La principale source de l'instabilité en fréquence était liée à la non linéarité introduite par l'actionnement capacitif [30].

Un oscillateur sur la base d'un schéma Pierce modifié et d'une poutre résonnante encastrée-encastrée a été implémenté par Lee [*Fig. 1.19*]. La fréquence était de 9,75 MHz et le bruit de phase présente un niveau de -80 dBc/Hz à 1 kHz de la porteuse.

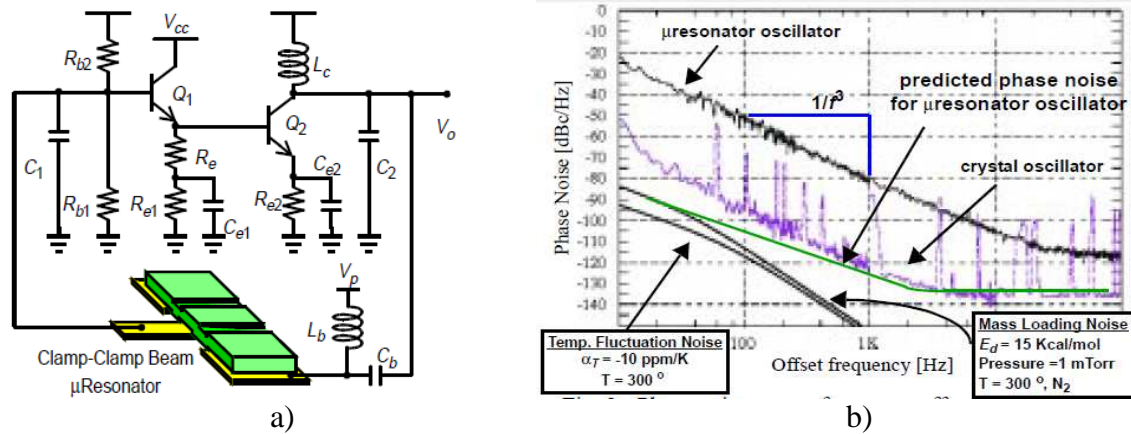


Fig. 1.19 a) Le circuit d'oscillateur Pierce modifié et le résonateur CC-beam ; b) Le bruit de phase comparatif entre l'oscillateur à microrésonateur et l'oscillateur à quartz [31].

Un prototype d'oscillateur a été conçu avec le résonateur de la Fig. 1.10. L'amplitude de la vibration est grande (50 nm) et le résonateur est soumis à des effets non linéaires, qui limitent l'amplitude d'oscillation. La tension nécessaire pour permettre l'insertion dans une boucle d'oscillation était de 130 V. Le bruit de phase mesuré était de -115 dBc/Hz @  $f=1$  KHz alors que, pour un quartz, on trouve -150 dBc/Hz @  $f=1$  KHz. Il était dominé par le bruit de l'amplificateur utilisé et l'impédance mécanique ne diminuait pas au dessous de 440 K $\Omega$  [32].

Un résonateur à peignes interdigués vibrant en mode de flexion à 32,768 kHz a été développé pour des applications type horloge de temps réel. Comme on peut l'apercevoir sur la Fig. 1.20, la structure de l'oscillateur proposé reste hybride ; le résonateur travaille à 1,5 V et le circuit intégré consomme un courant inférieur à 1  $\mu$ A.

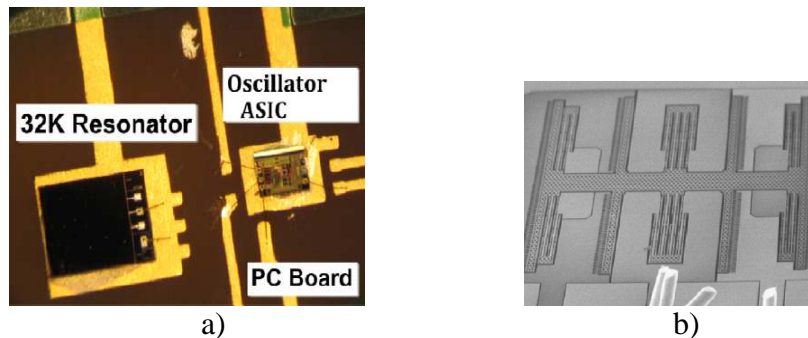


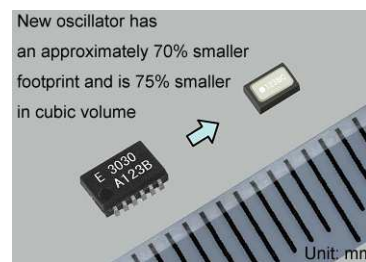
Fig. 1.20 Oscillateur hybride (a) basé sur un résonateur à peignes interdigués (b) [13].

Tous les oscillateurs présentés sont à base de résonateurs micromécaniques et ont des performances qui restent en deçà de celles d'un oscillateur à quartz. Les dernières années, de sérieux progrès ont été accomplis dans le procédé de fabrication, l'encapsulation et l'intégration des résonateurs pour oscillateurs MEMS. L'effort pour remplacer les cristaux à quartz est visible aujourd'hui dans quatre directions, d'après Gartner [33] :

1. Les QMEMS qui combinent le quartz avec la technologie CMOS, produites par Epson

2. Les MEMS en silicium produites par les startups SiTime, Disqueera, et Silicon Clocks;
3. Les horloges fabriquées avec la technologie "Mobius Loop" (A self-perpetuating Mobius Loop) produites par Multigig
4. Les oscillateurs RC en silicium produites par Silicon Laboratories and Mobius Microsystems

En 2009, la compagnie Epson Toyocom a annoncé l'introduction sur le marché de nouveaux oscillateurs à quartz, l'un de ses produits ayant la plus petite taille dans la gamme mentionnée : 2.2 mm x 1.4 mm x 1.0 mm (*Fig. 1.21*). Ce produit intègre dans un même boîtier le circuit de l'oscillateur et le quartz vibrant à 32.768 kHz, avec une résolution en fréquence  $5.0 \pm 5.0 \times 10^{-6}$ , opérant dans une plage de température de  $-40 \text{ }^\circ\text{C}$  à  $+85 \text{ }^\circ\text{C}$ .



*Fig. 1.21 QMEMS produit par Epson Toyocom [34].*

Un des oscillateurs MEMS les plus performants a été proposé par la société SI-Time [35], dont l'activité est centrée sur la production de sources de fréquence RF à partir d'un résonateur à mode de contour fabriqué sur une tranche de SOITM (Silicon-On-Insulator, introduit par SOITEC). Des solutions sont développées à 5 et 20 MHz, avec des coefficients de qualité annoncés correspondant à des produits  $Q \cdot f$  entre  $3 \cdot 10^{11}$  et  $3 \cdot 10^{12}$ , ce qui pour une solution dite éprouvée s'avère quasiment 10 à 100 fois moindre que les résonateurs à ondes de volume et s'explique par les pertes par rayonnement dans la structure de maintien. Le résonateur mis en œuvre au sein de cette solution a nécessité 5 années de co-développement entre l'Université de Stanford et les sociétés Robert BOSCH et SI-Time [36]. Les investissements d'ordre financier sont aussi importants. SI-Time a obtenu trois tours de financement : \$12 millions en décembre 2004, \$12 millions en mars 2006, et \$20 millions en mai 2007 [33]. D'ailleurs SI-Time revendique aujourd'hui une part d'activité de 85% dans le domaine des sources RF-MEMS (ce qui ne signifie pas encore une proportion identique de part de marché dans les oscillateurs RF, le quartz résiste).

Actuellement, la société SiTime produit des oscillateurs MEMS type VCXO sur silicium (*Fig. 1.22.a*) dont la fréquence peut être variée à l'aide de la tension. Les fréquences disponibles peuvent atteindre 220 MHz, sous tension d'alimentation (1,8 V ; 2,5 V ; 3,3 V), avec un défaut de linéarité de l'accord <1%, meilleur que celle d'un VCXO à base de quartz. L'intervalle de températures de travail est ( $-40 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $+85 \text{ }^\circ\text{C}$ ), la stabilité en fréquence est dans l'intervalle ( $\pm 25 \text{ PPM} \div \pm 1600 \text{ PPM}$ ) (*Fig. 1.19.b*). Les dimensions du boîtier sont :  $2,5 \times 2,0 \times 0,75 \text{ mm}$ ,  $3,2 \times 2,5 \times 0,75 \text{ mm}$ ,  $5 \times 3,2 \times 0,75 \text{ mm}$ , et  $7,0 \times 5,0 \times 0,9 \text{ mm}$ . L'oscillateur programmable le plus fin est le SiT8003 : 0,25 mm.

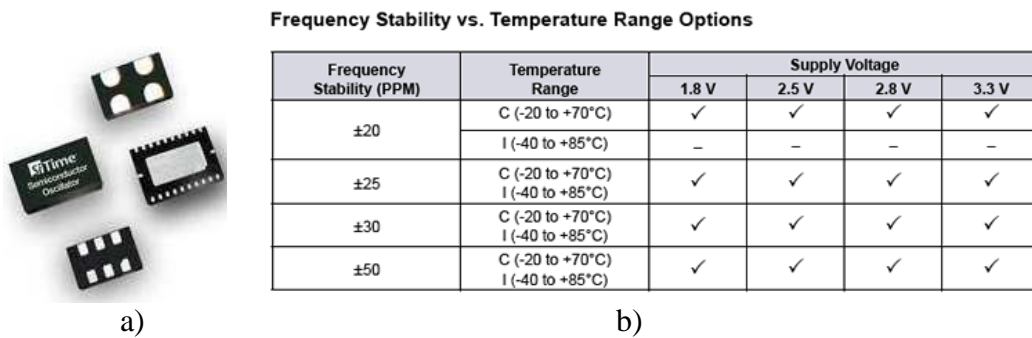


Fig. 1.22 (a) Oscillateurs MEMS produits par SiTime [34].  
 b) La stabilité en fréquences en fonction de la température de travail pour SiT3701 [37].

L'oscillateur programmable SiT8002 (Fig. 1.23a) possède des sorties en fréquence entre 1 and 125 MHz avec une résolution de 2 ppm et une stabilité en température de +/- 50 ppm dans l'intervalle de température (-40 °C, +85 °C) (Fig. 1.23b). Les producteurs affirment le fait que l'oscillateur mentionné couvre la gamme entière de fréquences fournies par l'industrie du quartz (173 fréquences) et qu'il a un comportement au vieillissement 10 fois meilleur qu'un oscillateur à quartz.

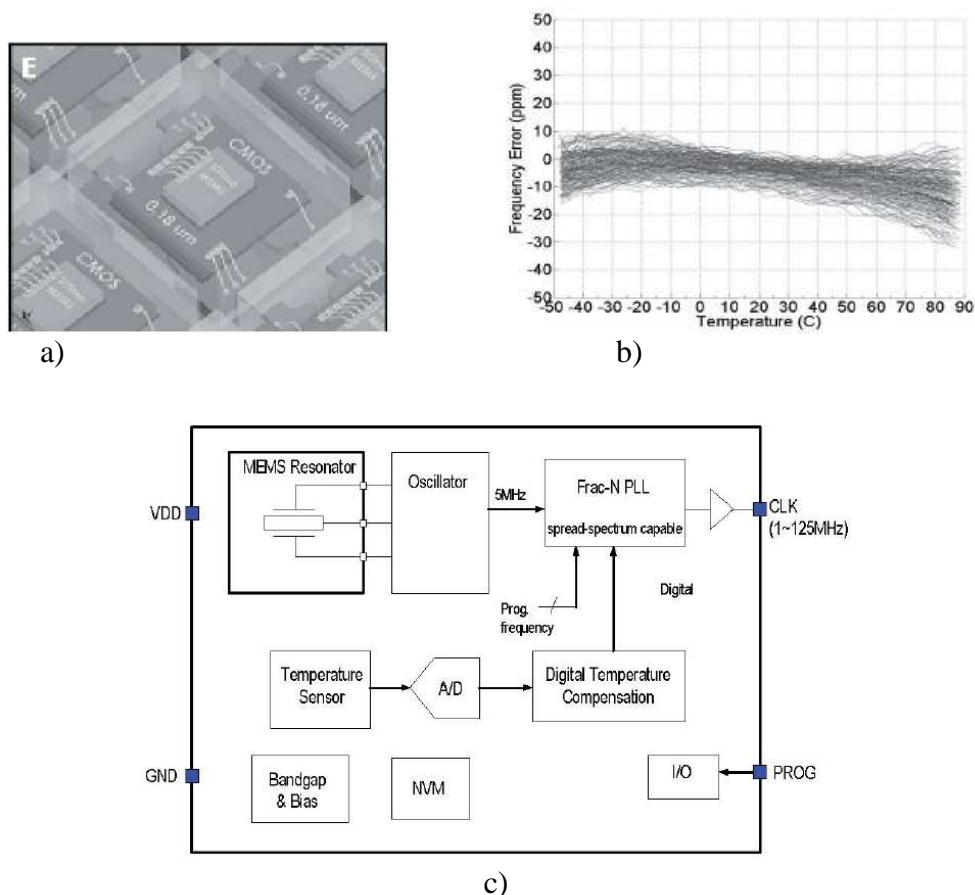


Fig. 1.23 a) L'oscillateur programmable SiT8002 dans son boîtier  
 b) La stabilité en température c) Le circuit CMOS de SiT8002 [38].



La société Disqueera, Inc [39] propose également des oscillateurs avec excitation électrostatique de structures micro-usinées sur silicium dans des gammes de fréquence au voisinage de 32 KHz et 20 MHz [40], *a priori* compatibles avec les procédés de fabrication CMOS. Dans les solutions mises en œuvre, on excite par force électrostatique un mode de flexion d'une structure en polysilicium, matériau de propriétés acoustiques médiocres ne permettant pas de dépasser des produits  $Q \cdot f$  supérieurs à  $2 \cdot 10^{11}$ . Là encore, la solution à base d'ondes de volume devrait permettre de repousser cette limite d'un ordre de grandeur au moins.

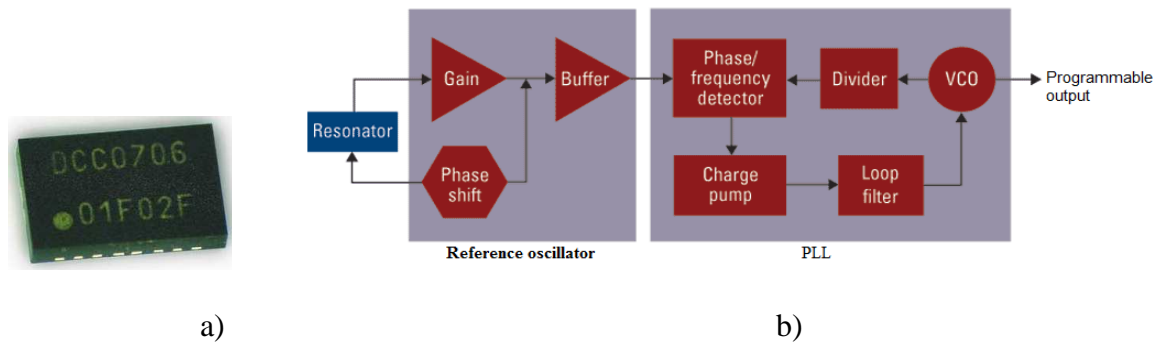


Fig. 1.24 a) Oscillateur QFN en boîtier produit par Disqueera. b) L'architecture d'un horloge. Source: Gartner, Disqueera [33].

## 1.5 Le nouveau concept

Nous avons présenté un état de l'art des résonateurs et oscillateurs MEMS conçus et fabriqués selon une grande variété de géométries et modes de vibrations. Les concepts mis en évidence sont le résultat des efforts soutenus des équipes de recherche durant plusieurs années.

L'intérêt qui motive ces travaux de thèse est orienté dans un premier temps, vers la génération des ondes de volume dans les matériaux mono-cristallines non-piézoélectriques par excitation électrostatique et l'exploitation de ces modes dans des structures résonnantes ayant des perspectives d'intégration à terme.

La question qui suit automatiquement est : pourquoi s'intéresserait-on aux ondes de volume puisque les vibrations structurelles ont déjà donné lieu à l'émergence de solutions industrielles viables ?

Notre choix se justifie par le fait que les ondes de volume permettent d'exploiter les qualités de sélectivité intrinsèques au réseau mono-cristallin pour la propagation des ondes acoustiques. Ainsi notre problématique est nettement distincte de celle des vibrations structurelles produites par des objets élastiques de différentes formes, comme c'est le cas de la majorité des résonateurs présentés ci-dessus. Nous nous proposons de valider notre idée directrice dans des démonstrateurs sur substrat silicium pleine plaque, afin que la structure soit la plus simple et avantageuse en termes de coût de production. Par analogie avec les résonateurs à ondes volumiques en quartz, la possibilité de confiner l'énergie de vibration dans la région centrale du résonateur constitue également une alternative intéressante à la mise en œuvre de suspensions optimisées, incontournable avec les vibrations structurelles.

Comment peut-on donc générer des ondes de volume dans un milieu pratiquement arbitraire? La manière la plus simple consiste à disposer un transducteur ultrasonore sur la surface d'un

milieu de propagation monodirectionnelle délimité par deux parois réfléchissantes. Les ondes générées par le transducteur se propagent dans ce milieu, se reflètent sur les parois et reviennent, formant un système d'ondes stationnaires (Fig. 1.25). Donc le milieu se comporte comme une cavité résonnante permettant d'espérer des performances seulement limitées par les caractéristiques du matériau qui la constitue.

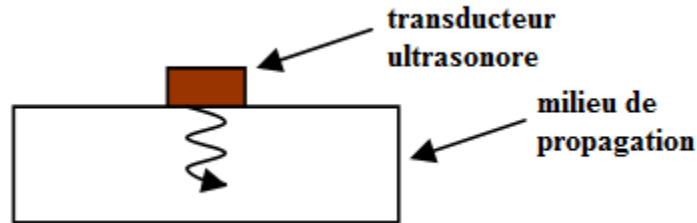


Fig. 1.25 Diagramme de génération et propagation des ondes volumiques.

La source de vibration peut être un champ électrique appliqué entre une électrode externe et le milieu de propagation (conducteur ou pas). Dans le cas d'un matériau piézoélectrique ou électrostrictif, l'électrode peut être déposée directement sur la surface du matériau-même, parce que la force d'actionnement est interne au matériau. Notre intérêt s'oriente vers les matériaux mono-cristallins, non-piézoélectriques et non-électrostrictifs. Nous sommes alors obligés de prévoir une distance entre l'électrode et le matériau à exciter, distance qui constitue un « gap transducteur », généralement rempli d'air. Donc, la structure générique la plus simple pour étudier la génération des ondes de volume par voie électrostatique est la suivante :

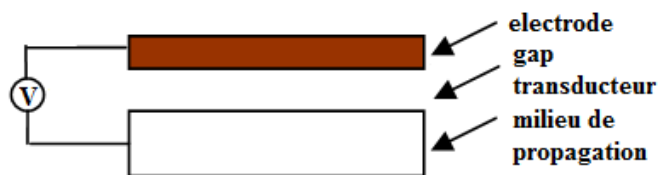


Fig. 1.26 Dispositif à ondes de volume actionné électrostatiquement

On pourrait aussi réaliser une excitation symétrique de la structure, idée couramment rencontrée dans des publications [5], [12]. L'excitation simple face est en pratique plus facile à réaliser et la face libre est aisément accessible aux moyens optiques de caractérisation.

La polarisation des ondes de volume est fixée par leur direction de propagation et leur couplage dépend de la direction de la force externe. Dans le schéma de principe de propagation suivant l'épaisseur du silicium (matériau cubique) auquel nous souscrivons, cette polarisation peut être soit purement longitudinale (ondes TE thickness-extension, pour extension-compression d'épaisseur) soit purement transverse (TS-thickness shear, cisaillement d'épaisseur) mais il est très difficile de créer dans le gap électrostatique une force ayant une composante significative tangentielle à la surface. Notre analyse théorique, initialement à une seule dimension, se restreint donc aux ondes longitudinales car la force appliquée est normale à la surface.



## **Chapitre 2**

### **Modélisation de l'excitation électrostatique des modes d'extension-compression**



## Introduction

La génération des ondes de volume dans des matériaux piézoélectriques est un sujet déjà traité dans plusieurs ouvrages du domaine. Dès les années 1963, Mindlin et ses étudiants posent les bases mathématiques de la description des vibrations d'un résonateur piézoélectrique.

Dans ce chapitre nous nous proposons de construire un modèle analytique complet qui décrira la génération des ondes de volume dans des substrats mono-cristallins (non piézoélectriques) par excitation électrostatique. D'après nos connaissances, un tel modèle n'est pas publié dans la littérature, les auteurs qui ont construit des MEMS vibrant en mode d'épaisseur [5] ont utilisé des formules pour différents paramètres, mais on ne trouve pas une modélisation analytique complète.

Une première étude sur l'idée de génération par effet électrostatique des ondes d'épaisseur dans des matériaux non-piézoélectriques a été menée par Alexandre Reinhardt dans les annexes de sa thèse de docteur [41]. L'auteur a calculé la réponse électrique d'une membrane fine ( $1\mu\text{m}$  épaisseur) non-piézoélectrique, excitée électrostatiquement de façon symétrique et a étudié les conditions permettant d'obtenir un couplage électromécanique important. L'expression du déplacement mécanique de la membrane n'est pas obtenue explicitement. Pour la géométrie donnée, il a trouvé des risques de collage ou de rupture de la membrane à la résonance.

D'abord, nous nous proposons de traiter ce problème unidimensionnel pour une structure excitée électrostatiquement simple face et ensuite d'étudier les différences introduites dans le modèle par la structure à excitation symétrique. Dans ce cadre, nous calculons les paramètres électriques et les déplacements statiques et dynamiques dans la plaque induits par le passage des ondes volumique se propageant dans le silicium (cristal isotrope) avec une vitesse donnée par les équations de Christoffel. Une analyse ultérieure nous montrera comment on peut jouer sur les paramètres géométriques afin d'avoir des résultats intéressants de point de vue pratique.

Une deuxième partie du chapitre est dédiée au traitement de la propagation des ondes acoustiques générées électrostatiquement dans des structures multicouches par la méthode des matrices de transfert. Le calcul est appliqué à une structure formée par une plaque en silicium collée à une autre en verre, un gap d'air transducteur existant entre les deux.

## 2.1 Modélisation analytique unidimensionnelle des modes d'extension-compression

### 2.1.1 Le cas de la plaque excitée simple face

Nous nous plaçons dans le cadre du problème unidimensionnel suivant : une plaque mince en silicium conducteur, d'épaisseur  $2h$  (selon  $OX_2$ , comme indiqué sur la Fig. 2.1.), est excitée électrostatiquement par un champ électrique imposé dans une cavité d'air, formant le gap  $g$ . Le champ résulte de l'application d'une tension électrique positive  $V = \bar{V} + \tilde{V} \cos \omega t > 0$  entre la plaque (reliée à la masse) et une électrode infiniment mince située en vis-à-vis et déposée sur un support parfaitement rigide et immobile. La composante continue de la tension est positive et d'une valeur beaucoup plus grande que la composante sinusoïdale :  $\tilde{V}/\bar{V} \rightarrow 0$ . Le rôle de la composante continue consiste à créer un champ dit « de polarisation », tandis que la composante alternative produit un champ oscillant à l'origine des vibrations mécaniques au sein de la plaque. Comme la seule force agissant est la force électrostatique, les ondes acoustiques générées se propagent dans la plaque selon la direction  $OX_2$  qui coïncide avec la direction de la force. Si la condition de résonance est satisfaite (épaisseur du substrat égale à un multiple de la demi-longueur d'onde), les ondes émises dans la plaque se transforment en ondes stationnaires d'amplitude maximale à la fréquence de résonance.

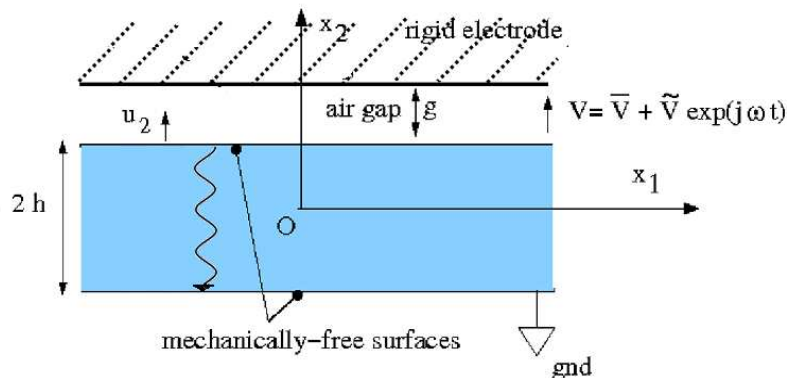


Fig. 2.1 La géométrie d'une plaque infiniment étendue utilisée pour l'étude de la vibration en mode d'épaisseur produite par excitation électrostatique simple face.

L'expression de la densité surfacique de la force électrostatique totale est déduite à partir du potentiel électrique générateur de champ :

$$f_e = \frac{\epsilon_0 V^2}{2(g - u_2)^2} \quad (2.1)$$

où  $g$  est la valeur du gap non déformé et  $u_2(r, x_2, t)$  la valeur locale du déplacement vertical d'un point  $r$  de la plaque. Soient  $\bar{u}_2(x_2, r)$  et  $\tilde{u}_2(x_2, r, t)$  les composantes statique et dynamique du déplacement total  $u_2(r, x_2, t)$ .

L'expression de la force électrostatique dépend du carré de la valeur instantanée du champ électrique total. Cette valeur dépend elle-même de la différence de potentiel appliquée et du

déplacement normal de la surface de la plaque. On sépare facilement les composantes statique et dynamique de la force en développant  $V^2$  :

$$f_e(r,t) = \frac{\varepsilon_0(\bar{V}^2 + \frac{\tilde{V}^2}{2} + 2\bar{V}\tilde{V} \cos \omega t + \frac{\tilde{V}^2}{2} \cos 2\omega t)}{2(g - \bar{u}_2(r) - \tilde{u}_2(r,t))^2} \quad (2.2)$$

La composante statique (continue) de la force dépend donc de la quantité  $V_0^2 = \bar{V}^2 + \frac{\tilde{V}^2}{2}$  et du déplacement statique  $\bar{u}_2(r)$  :

$$\bar{f}_e(r) = \frac{\varepsilon_0 V_0^2}{2(g - \bar{u}_2(r))^2} \quad (2.3)$$

La force électrostatique dynamique s'obtient en linéarisant la force totale au voisinage de sa valeur continue lorsque  $\frac{\tilde{V}}{\bar{V}} \rightarrow 0$ . La force dynamique linéarisée (infinitésimale) est ainsi définie par :

$$\begin{aligned} \tilde{f}_e(r,t) &= \lim_{\tilde{V}/\bar{V} \rightarrow 0} (f_e(r,t) - \bar{f}_e(r)) \\ \tilde{f}_e(r,t) &\approx \frac{\varepsilon_0 \bar{V} \tilde{V} \cos \omega t}{(g - \bar{u}_2(r))^2} + \frac{\varepsilon_0 (\bar{V}^2 + \frac{\tilde{V}^2}{2}) \tilde{u}_2(r, x_2, t)}{(g - \bar{u}_2(r))^3} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Cette composante sinusoïdale produit un déplacement dynamique  $\tilde{u}_2(x_1, x_2, t)$  qui constitue la réponse dynamique de la plaque.  $\tilde{u}_2(x_1, x_2, t)$  va déterminer les paramètres motionnels électriques de la plaque, tandis que le déplacement statique  $\bar{u}_2(r)$  correspond au déplacement transverse de la surface supérieure de celle-ci, sa détermination nécessitant une résolution statique des équations locales de l'élasticité, que nous modéliserons ultérieurement. Comme le modèle présenté dans ce chapitre se limite au stade unidimensionnel, nous résolvons d'abord le problème dynamique, le déplacement statique pouvant être obtenu par la suite de façon séparée, si l'on admet que sa valeur est relativement uniforme dans la région de la plaque où la vibration d'épaisseur se trouve localisée.

Les conditions aux limites mécaniques au niveau des deux faces libres de la plaque sont :

$$\begin{aligned} T_2(+h) &= f_e(t), \\ T_2(-h) &= 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

où  $T_2$  est la contrainte d'extension-compression d'épaisseur totale (statique+dynamique).

À partir des expressions (2.3) et (2.4) pour les composantes de la force d'excitation nous passons au calcul des deux déplacements,  $\bar{u}_2(r)$  et  $\tilde{u}_2(r, x_2, t)$ . Une fois déterminés ces deux déplacements, le modèle permettra de trouver les expressions de plusieurs grandeurs : la fréquence des modes longitudinaux de vibration d'épaisseur, le coefficient de couplage électromécanique et les paramètres motionnels du schéma électrique équivalent.



## Le déplacement dynamique

Nous nous employons ici à trouver l'expression de  $\tilde{u}_2(x_2, r, t)$ .

L'équation du mouvement pour les ondes élastique engendrées dans les conditions précisées, écrite en un point de coordonnée  $x_2$  dans l'épaisseur de la plaque, est une équation homogène aux dérivées partielles à coefficients constants du deuxième ordre :

$$c_{22}\tilde{u}_{2,22} + \rho\omega^2\tilde{u}_2 = 0, \text{ avec } x_2 \in [-h, h], \quad (2.6)$$

et les conditions aux limites sont :

$$\begin{aligned} \tilde{T}_2(+h) &= \tilde{f}_e \\ \tilde{T}_2(-h) &= 0 \end{aligned}$$

Elles peuvent être réécrites en tenant compte de l'expression de la force électrostatique dynamique donnée par la formule (2.4) ; on constate que cette force est proportionnelle à la valeur de la tension appliquée et inversement proportionnelle à la valeur du gap effectif,  $g_1(r) = g - \bar{u}_2$ . On obtient :

$$\begin{aligned} c_{2,2}\tilde{u}_{2,2}(+h) &\approx \frac{\varepsilon_0\bar{V}\tilde{V} \cos \omega t}{g_1^2} + \frac{\varepsilon_0 V_0^2 \tilde{u}_2(r, t)}{g_1^3} \\ c_{2,2}\tilde{u}_{2,2}(-h) &= 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Pour résoudre l'équation (2.6) dans les conditions aux limites non-homogènes (2.7), nous adoptons la démarche systématiquement proposée par Tiersten pour la modélisation des résonateurs piézoélectriques en modes essentiellement d'épaisseur [42]. Il s'agit de la méthode de décomposition modale qui permet le calcul de la solution après avoir transféré la non-homogénéité des conditions aux limites à l'équation différentielle, grâce au changement de variable :

$$\tilde{u}_2 = \hat{u}_2 + Qx_2^2 + Px_2 \quad (2.8)$$

où  $P$  et  $Q$  sont deux constantes à déterminer. À cet effet, il suffit de reporter le changement de variable (2.8) dans les conditions aux limites (2.7) :

$$\begin{cases} c_{22}[\hat{u}_{2,2}(+h) + 2Qh + P] - \varepsilon_0 \frac{V_0^2[\hat{u}_2(+h) + Qh^2 + Ph]}{g_1^3} = \varepsilon_0 \frac{\bar{V}\tilde{V}}{g_1^2} \\ c_{22}[\hat{u}_{2,2}(-h) - 2Qh + P] = 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

En choisissant les paramètres  $Q$  et  $P$  de la façon suivante :

$$Q = \frac{\varepsilon_0\bar{V}\tilde{V}}{g_1^2(4c_{22}h - 3\frac{\varepsilon_0 V_0^2 h^2}{g_1^3})} \quad (2.10)$$

$$P = 2Qh \quad (2.11)$$

les conditions aux limites imposées au déplacement  $\hat{u}_2$  deviennent effectivement homogènes :

$$\begin{cases} c_{22}\hat{u}_{2,2}(+h) - \frac{\varepsilon_0 V_0^2}{g_1^3} \hat{u}_2(+h) = 0 \\ \hat{u}_{2,2}(-h) = 0 \end{cases}, \quad (2.12)$$

mais l'équation aux dérivées partielles que doit satisfaire  $\hat{u}_2$  devient inhomogène :

$$c_{22} \frac{\partial \hat{u}_{2,22}}{\partial x^2} + \rho \omega^2 \hat{u}_2 = -(2c_{22} + \rho \omega^2 x_2^2 + 2\rho \omega^2 h x_2) Q. \quad (2.13)$$

La résolution du problème ainsi transformé est aisée. On considère d'abord l'équation (2.13) sans second membre :

$$c_{22} \frac{\partial \hat{u}_{2,22}}{\partial x^2} + \rho \omega^2 \hat{u}_2 = 0$$

Ses solutions sont de la forme :

$$\hat{u}_2^n = A_n \sin \eta_n x_2 + B_n \cos \eta_n x_2, \quad (2.14)$$

avec

$$\eta_n = \omega_n \sqrt{\frac{\rho}{c_{22}}}. \quad (2.15)$$

Le déterminant des constantes  $A_n$  et  $B_n$  satisfaisant les conditions aux limites (2.12) doit être nul, pour que les constantes d'amplitude  $A_n$  et  $B_n$  soient non-nulles, ce qui nous conduit à l'expression suivante de la fréquence de résonance (Annexe A.1.1) :

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \approx \frac{n}{4h} \left(1 - \frac{2\varepsilon_0 V_0^2 h}{n^2 \pi^2 c_{22} g_1^3}\right) \sqrt{\frac{c_{22}}{\rho}} \quad (2.16)$$

Celle-ci varie en fonction de  $V_0$  et  $g_1$ , mais dans de faibles proportions. La quantité  $2\varepsilon_0 V_0^2 h / n^2 \pi^2 c_{22} g_1^3$  joue ici le rôle de la quantité  $4k_{26}^2 / n^2 \pi^2$  rencontrée en piézoélectricité, où  $k_{26}$  désigne le coefficient de couplage électromécanique. Pour rappel, la fréquence de résonance d'un résonateur en quartz de même épaisseur  $2h$ , vibrant en mode de cisaillement est [43] :

$$f_{nQ} \approx \frac{n}{4h} \sqrt{\frac{c_{66}}{\rho}} \left(1 - \frac{4k_{26}^2}{n^2 \pi^2}\right) \quad (2.17)$$

Le coefficient de couplage électromécanique d'un matériau piézoélectrique est entièrement déterminé par le choix du matériau, il n'est pas sensible à la géométrie du résonateur :

$$k_{26}^2 = \frac{e_{26}^2}{\varepsilon_{22} c_{66}}$$

Par analogie on trouve la constante de couplage dans le cas de la plaque en silicium excitée par voie électrostatique en extension-compression :

$$k^2 = \frac{\varepsilon_0 V_0^2 h}{2c_{22} g^3} \quad (2.18)$$

On voit ici que le coefficient de couplage dépend à la fois de l'élasticité du matériau, de la valeur du gap et de la tension de polarisation appliquée. Pour avoir des forts couplages à une épaisseur donnée, il faut diminuer le gap et appliquer une tension de polarisation élevée.

Nous pouvons maintenant rechercher la solution de l'équation différentielle (2.13) avec second membre

$$c_{22} \frac{\partial \hat{u}_{2,22}}{\partial x^2} + \rho \omega^2 \hat{u}_2 = -(2c_{22} + \rho \omega^2 x_2^2 + 2\rho \omega^2 h x_2) Q ,$$

sous forme d'une série de modes propres, sachant que la constante Q est connue d'après (2.10) :

$$\hat{u}_2 = \sum_{n=1}^{\infty} H_n \hat{u}_2^n(x_2) . \quad (2.19)$$

Les constantes  $H_n$  sont alors obtenues par substitution de la relation (2.19) dans (2.13) et en prenant en compte l'orthogonalité des modes propres (calcul dans les Annexes A.1.1) :

$$H_n^{sf} = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{\omega^2}{(\omega_n^2 - \omega^2)} \cdot \frac{16h\varepsilon_0 \bar{V}\tilde{V}}{n^2 \pi^2 g_1^2 (4c_{22} - 3 \frac{\varepsilon_0 V_0^2 h}{g_1^3})} \quad (2.20)$$

Finalement, l'expression du déplacement dynamique d'un point  $x_2$  est :

$$\tilde{u}_2(x_2) = \hat{u}_2(x_2) + Qx_2^2 + Px_2 . \quad (2.21)$$

Pour  $x_2 = \pm h$ , on trouve :

$$\begin{aligned} \tilde{u}_2(h) &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{\omega^2}{(\omega_n^2 - \omega^2)} \cdot \frac{16h\varepsilon_0 \bar{V}\tilde{V}}{n^2 \pi^2 g_1^2 (4c_{22} - 3 \frac{\varepsilon_0 V_0^2 h}{g_1^3})} \cdot \sin \eta_n h + \frac{3\varepsilon_0 \bar{V}\tilde{V}h}{g_1^2 (4c_{22} - 3 \frac{\varepsilon_0 V_0^2 h}{g_1^3})} \\ \tilde{u}_2(-h) &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{\omega^2}{(\omega_n^2 - \omega^2)} \cdot \frac{16h\varepsilon_0 \bar{V}\tilde{V}}{n^2 \pi^2 g_1^2 (4c_{22} + 3 \frac{\varepsilon_0 V_0^2 h}{g_1^3})} \cdot \sin \eta_n h - \frac{\varepsilon_0 \bar{V}\tilde{V}h}{g_1^2 (4c_{22} - 3 \frac{\varepsilon_0 V_0^2 h}{g_1^3})} . \end{aligned}$$

## Le déplacement statique

En pratique, nous avons choisi de réaliser des structures possédant une cavité électrostatique de forme cylindrique, l'électrode rigide étant elle-même de forme circulaire. L'excitation simple-face génère alors une force électrostatique non uniforme, distribuée de façon axisymétrique. Dans ce cas, le problème consiste à déterminer la valeur locale du déplacement statique  $\bar{u}_2(r)$  en fonction de la distance  $r$  entre le point de calcul et l'axe de symétrie de la structure ( Fig. 2.2).

Nous avons modélisé  $\bar{u}_2(r)$  à partir de l'équation d'équilibre d'une plaque isotrope soumise à une distribution *continue* et axisymétrique, de forces surfaciques :

$$D\nabla^4 \bar{u}_2 \equiv D(\bar{u}_{2,1111} + 2\bar{u}_{2,1122} + \bar{u}_{2,2221}) = \bar{f}_e(r) , \quad (2.22)$$

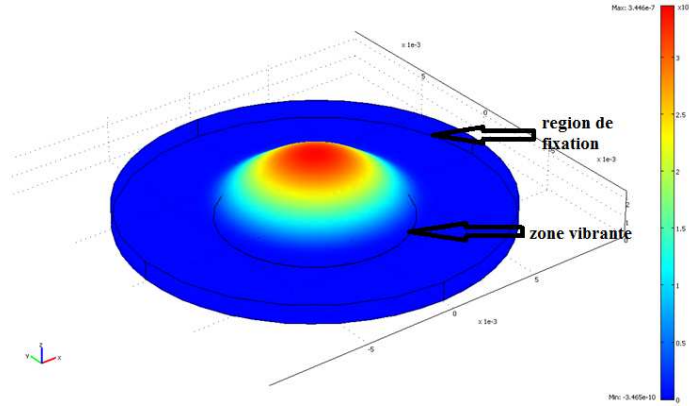


Fig. 2.2 Simulation COMSOL du déplacement statique d'une plaque en silicium soumise à une pression uniforme de  $1.27 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Le déplacement maximal est de  $3,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ . La déformation est exagérée sur la figure d'un facteur 7000.

où  $D = \frac{2Yh^3}{3(1-\nu^2)}$  est le module de rigidité,  $Y$  le module de Young,  $\nu$  le coefficient de Poisson et

les termes en  $\bar{u}_2$  sont des dérivées spatiales du quatrième ordre. Nous avons résolu cette équation aux dérivées partielles linéaire à coefficients constants par une méthode de fonction de Green,  $G(r, \zeta)$ . Par définition, la fonction de Green est la solution du problème considéré pour une force unitaire localisée en un point arbitraire du domaine de définition du problème. Dans le cas d'une plaque en forme de disque de rayon  $a$  et encastée sur toute sa circonférence, le déplacement statique  $\bar{u}_2$  créé par la distribution axisymétrique des forces électrostatique est immédiatement donné par la formule suivante :

$$\bar{u}_2(r) = \int G(r, \zeta) \bar{f}_e(\zeta) d\zeta \quad (2.23)$$

où  $\bar{f}_e(\zeta)$  est la composante statique de la force de surface électrostatique localisée sur le cercle de rayon  $\zeta$ .

La fonction de Green est alors, par définition, la solution de l'équation suivante :

$$\nabla^2 (\nabla^2 G(r, \zeta)) = \frac{1}{D} \delta(r - \zeta). \quad (2.24)$$

Compte tenu du caractère axisymétrique du problème considéré, il faut réécrire le bilaplacien en coordonnées cylindriques, et l'équation de Green pour ce problème à une seule variable  $r$  est donc la suivante :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d}{dr} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d}{dr} G(r, \zeta) \right) \right) = \frac{1}{D} \delta(r - \zeta) \quad (2.25)$$

Les valeurs des constantes d'intégration sont déterminées par les conditions aux limites au centre du disque et sur la circonférence :

$$\bar{u}_2(a) = 0 \quad \left. \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial r} \right|_a = 0, \quad \bar{u}_2(0) \neq \infty, \quad \left. \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial r} \right|_0 = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial^2 r} \right|_0 \neq \infty. \quad (2.26)$$

Le calcul complet du  $G$  fait l'objet d'une publication en cours de rédaction, nous ne contentons ici d'écrire les expressions finales de la fonction Green, qui diffèrent suivant que le point d'observation est à l'intérieur ou à l'extérieur du cercle soumis à la force de surface :

$$G_1(r, \zeta) = \frac{\zeta}{4} \left[ (\zeta^2 + r^2)(\ln r - \ln a) + \frac{(\zeta^2 + a^2)}{2} \left( \frac{a^2 - r^2}{a^2} \right) \right], \text{ pour } \zeta \leq r \quad (2.27)$$

$$G_2(r, \zeta) = \frac{\zeta}{4} \left[ (\zeta^2 + r^2)(\ln \zeta - \ln a) + \frac{(a^2 - \zeta^2)}{2} \left( \frac{a^2 + r^2}{a^2} \right) \right], \text{ pour } r \leq \zeta \quad (2.28)$$

La déformée de la plaque circulaire actionnée par la force électrostatique est alors donnée par l'équation intégrale suivante :

$$\bar{u}_2(r) = \frac{\varepsilon_0 V_0^2}{2D} \left\{ \int_0^r \frac{G_1(r, \xi)}{(g - \bar{u}_2(r, \xi))^2} d\xi + \int_r^a \frac{G_2(r, \xi)}{(g - \bar{u}_2(r, \xi))^2} d\xi \right\}. \quad (2.29)$$

Le problème à résoudre est clairement non-linéaire, mais ce type d'équation intégrale se prête bien à une résolution itérative, appropriée à ce cas. Dans les Annexes A.1.2, nous présentons un programme Matlab permettant de calculer la déformée statique  $\bar{u}_2$  par cette méthode. L'intérêt de notre approche réside dans le fait qu'elle permet de tenir facilement compte du caractère réentrant de la force électrostatique, à la fois créant la déformation et dépendante de la valeur du gap après déformation. La Fig. 2.3 montre les valeurs de  $\bar{u}_2$  obtenues pour des polarisations de 10 V à 60 V, pour une épaisseur de plaque  $2h = 380 \mu\text{m}$ , un gap  $g = 1,5 \mu\text{m}$  et un rayon  $a = 5 \text{ mm}$ .

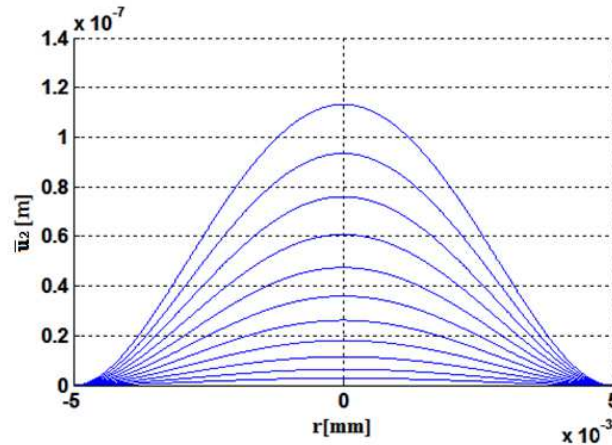


Fig. 2.3 Le déplacement statique d'une plaque encastrée, de rayon  $r$ , soumise à une force statique uniforme, pour des tensions de polarisation de  $10 \div 60 \text{ V}$  (par pas de  $5 \text{ V}$ ).

La distribution non uniforme du déplacement statique dans le cas de la plaque excitée simple-face doit être maîtrisée. La valeur de  $\bar{u}_2$  en un point donné est inversement proportionnelle à l'épaisseur de la plaque au cube. Donc, plus la plaque est mince, plus le déplacement est important. En pratique, la plaque vibrant en mode d'épaisseur est collée sur un support fixe assez rigide pour assurer la robustesse de la structure.

## Problème de *pull-in* et de claquage

La plaque vibrante en silicium conducteur, le gap d'air et l'électrode fixe forment un microsystème à capacité variable. Le phénomène de *pull-in*, caractéristique à des systèmes actionnés électrostatiquement, limite la valeur maximale du déplacement statique de l'électrode mobile (la surface du résonateur) utilisable en pratique. Dans le cas d'un condensateur plan dont l'armature mobile est élastiquement suspendue, il est bien connu que ce déplacement est limité à un tiers de la valeur initiale du gap  $g$ , quelle que soit la raideur du système de suspensions ; dans notre cas l'armature mobile est en même temps déformable, donc les conditions ne sont pas identiques à celles d'un condensateur qui resterait plan au cours du déplacement uniforme de son armature mobile.

Le *pull-in* correspond à la tension maximale au-delà de laquelle les deux électrodes vont inévitablement au contact l'une de l'autre, la force électrique dépasse la force mécanique de rappel consécutivement à l'annulation de la rigidité dynamique du micro-système soumis à une différence de potentiel constante. La tension de *pull-in* pour une structure type condensateur plan est calculable avec la formule :

$$V_p = \sqrt{\frac{8Kg^2}{27C_0}} \quad (2.30)$$

Dans cette formule,  $K$  représente la raideur de l'armature mobile et  $C_0$  est la capacité du condensateur initial, c-à-d. avec le gap non-déformé. Elle ne convient pas en totalité à notre structure, mais pourra nous servir comme repère pour faire une première estimation.

Pour un gap de  $1,5 \mu\text{m}$ , une armature circulaire de rayon de  $5\text{mm}$  et une raideur de  $4,97 \cdot 10^6 \text{N/m}$ , ce calcul simple nous donne une valeur de  $84 \text{V}$ .

Cependant, nous pouvons obtenir la valeur de la tension de *pull-in* à partir de la résolution itérative de l'équation intégrale (2.29). Ceci nous permet de tracer les valeurs du déplacement statique en fonction de la tension appliquée. La tension de *pull-in* correspondant à notre géométrie peut-être observée sur la figure suivante, dessinée pour deux valeurs de gap. Pour  $g = 1 \mu\text{m}$ , la courbe supérieure nous indique  $V_p = 70 \text{V}$ , tandis que pour  $g = 1,5 \mu\text{m}$ ,  $V_{\text{collage}} = 116 \text{V}$  :

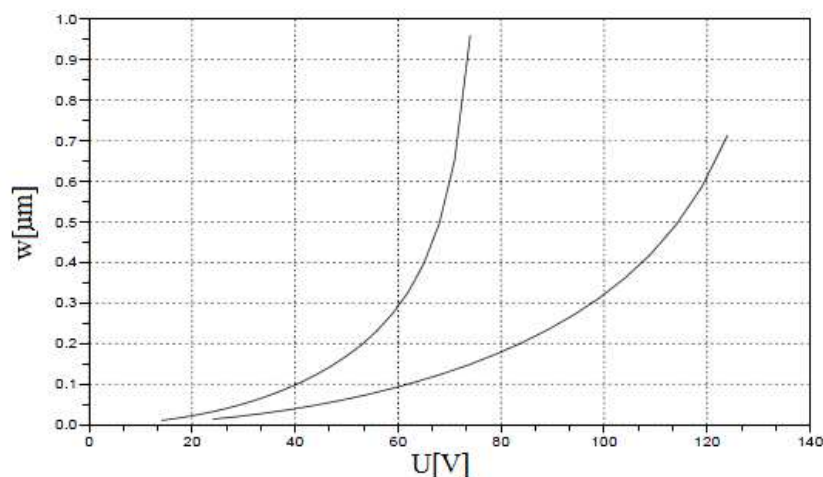


Fig. 2.4 Courbes de *pull-in* selon le modèle: courbe supérieure pour  $g = 1 \mu\text{m}$ , courbe inférieure pour  $g = 1,5 \mu\text{m}$ .

Il faut également prendre en compte la tension de claquage de la couche d'air présente dans le gap. Des études de cette tension sous différentes conditions de pression [44], montrent que, pour des petits gap (jusqu'à 4  $\mu\text{m}$ ) la dépendance  $V_{\text{claquage}} = f(g)$  est linéaire et que la présence de l'air n'apporte pas de changement par rapport au vide. Pour un gap de 1  $\mu\text{m}$ , par exemple, le graphique suivant nous indique une tension de claquage d'environ 75 V :

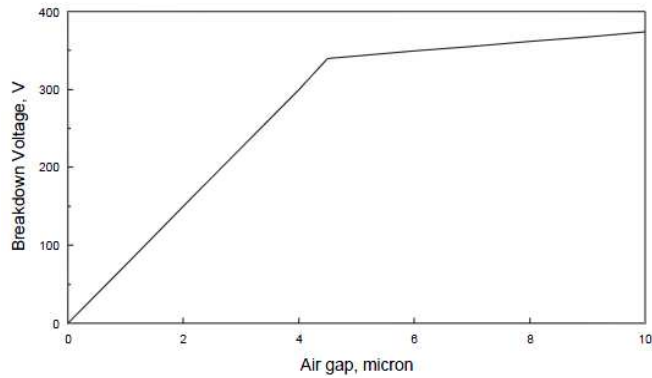


Fig. 2.5 La loi de Paschen modifiée, d'après Greason [45].

Cette analyse nous permet de tirer une conclusion importante du point de vue pratique : on peut s'affranchir des limites imposées par la tension de claquage et/ou de pull-in si on ajoute à notre gap d'air une couche isolante de protection (sur la surface du silicium, par exemple). Cette couche additionnelle assure la protection du dispositif en permettant le contrôle de l'augmentation du couplage électromécanique par la montée en tension jusqu'à une valeur appropriée.

### Calcul des paramètres électriques pour le résonateur en silicium excité électrostatiquement

Par les formules (2.21) et (2.29), nous avons déterminé la réponse mécanique statique et dynamique de notre structure soumise à une force électrique créée par une électrode circulaire. Nous pouvons maintenant utiliser ces résultats pour en déduire la réponse électrique du résonateur.

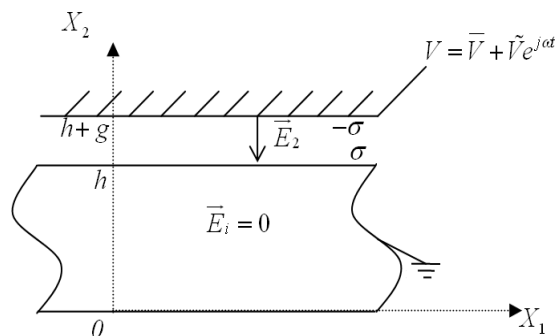


Fig. 2.6 L'excitation électrostatique simple-face de la plaque en silicium.

Le silicium dopé est supposé parfaitement conducteur ; on peut écrire pour le vecteur champ électrique :

$$\vec{E}_i = 0, \quad (2.31)$$

en tous les points situés à l'intérieur de la plaque.

L'actionnement électrostatique requiert des champs électriques importants. Pour que la différence de potentiel appliquée reste raisonnable, il faut un gap très petit. Donc, on peut considérer que le champ électrique dans l'entrefer est pratiquement vertical et uniforme, de module  $E_2$ .

Le théorème de Gauss appliqué à l'interface silicium-air nous donne la discontinue de la composante normale du champ électrique par rapport à l'interface :

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} = E_2 - 0, \quad (2.32)$$

où  $\sigma$  est la densité surfacique de charge sur la surface externe du silicium.

La charge totale est :

$$q = \int_s \sigma dS \quad (2.34)$$

Le courant produit par cette charge sera :

$$I = \epsilon_0 \int_s \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{V(t)}{g_1(V_0)} \right) dS, \quad (2.35)$$

Dans la suite, nous considérons la valeur du gap déformé,  $g_1$ , calculée au centre de la plaque; la prise en compte de son caractère non-uniforme pourra être réalisée ultérieurement par une méthode de perturbation.

Par développement limité, on obtient :

$$I = \epsilon_0 \left\{ \int_s \frac{\frac{\partial V(t)}{\partial t} dS}{g_1(r, V_0)} + \int_s \frac{\frac{\partial V(t)}{\partial t} \tilde{u}_2(t) dS}{[g_1(r, V_0)]^2} + \int_s \frac{\frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial t} V(t)}{[g_1(r, V_0)]^2} dS \right\} \quad (2.36)$$

Avec  $V = \bar{V} + \tilde{V} \cos \omega t$ , on ne garde dans cette intégrale que les termes qui donnent des contributions non-nulles :

$$I \approx \epsilon_0 \int_s \frac{j\omega \tilde{V}}{g_1(r, V_0)} dS + \int_s \frac{j\omega \bar{V} \tilde{u}_2}{[g_1(r, V_0)]^2} dS \quad (2.37)$$

On voit dans cette formule une somme de deux termes, ce qui montre une équivalence avec un circuit parallèle à deux admittances. L'admittance harmonique d'un circuit résonnant de type  $LC$ , en parallèle avec un condensateur  $C_0$  a la forme générale suivante :

$$Y_n(\omega) = j\omega C_0 + j\omega C_n \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (2.38)$$

On identifie les deux capacités :

- La capacité statique :  $C_0 = 2\pi\epsilon_0 \int_0^a \frac{rdr}{g - \bar{u}(r)} = 2\pi\epsilon_0 \int_0^a \frac{rdr}{g_1(r)}$  (2.39)

Si on considère  $g_1$  constant, on obtient :

$$C_0 \approx \frac{a^2 \pi \epsilon_0}{g_1} \quad (2.40)$$

- La capacité dynamique, qui dépend du déplacement dynamique, du gap et des valeurs de la tension :



$$Y_m = \frac{j\omega C_1 \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \rightarrow C_1 = 2\pi \int_0^a \frac{\bar{V} \tilde{u}_2(r)}{g_1^2(r)} r dr \quad (2.41)$$

$$C_1^{TE} \approx \frac{2\pi a^2 \varepsilon_0^2 \bar{V}^2}{\rho h g_1^4 (\omega_0^{TE})^2} \quad (2.42)$$

Le coefficient de couplage peut alors être estimé :

$$k^2 = \frac{\pi^2 C_1}{8C_0} = \frac{\pi^2 \varepsilon_0 \bar{V}^2}{4\rho h g_1^3 \omega_0^2} \quad (2.43)$$

Cette dernière formule nous montre que le couplage peut-être amélioré par la réduction du gap et l'augmentation de la tension continue appliquée.

*Application :*

Pour un gap  $g = 1,5 \mu\text{m}$ , on peut calculer selon les formules (2.39), (2.42) et (2.43) les paramètres motionnels en fonction de la tension continue appliquée; la valeur du déplacement statique  $\bar{u}(r)$  a été considérée constante, égale à celle du milieu de la plaque. Par contre, pour chaque valeur de tension nous avons une autre valeur du déplacement  $\bar{u}(r)$ , selon la Fig. 2.2 . Les résultats obtenus sont représentés sur la figure ci-dessous :

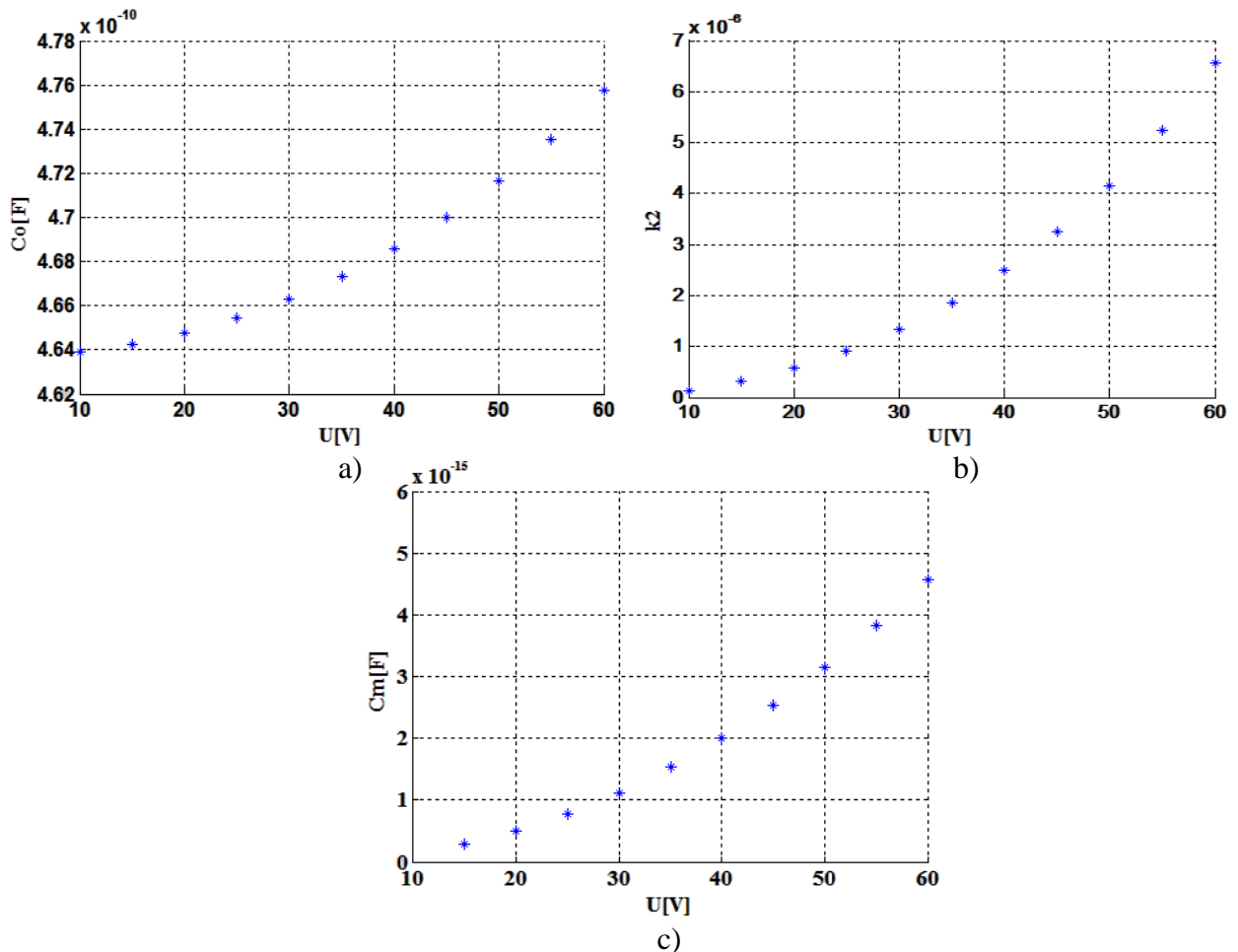
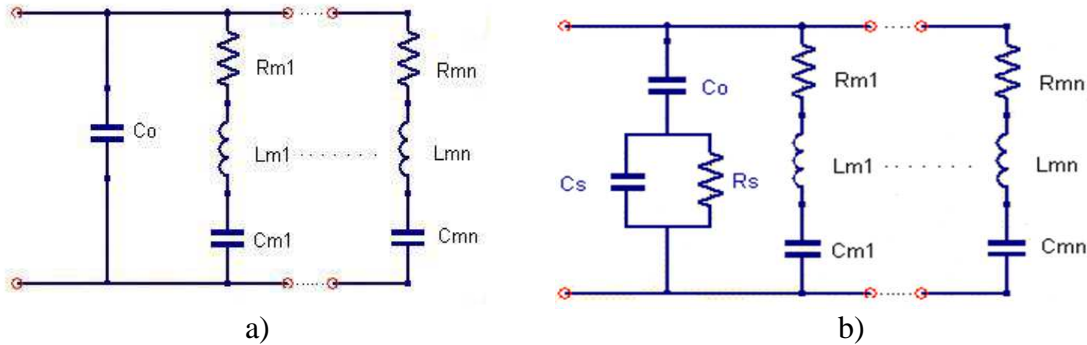


Fig. 2.7 Les paramètres motionnels théoriques d'une structure en silicium dopé ayant une épaisseur de  $380 \mu\text{m}$ , un gap de  $1,5 \mu\text{m}$ , vibrant en mode TE : (a) la capacité statique, (b) le coefficient de couplage électromécanique et (c) la capacité motionnelle en fonction de la tension de polarisation.

## Schéma équivalent

Pour déterminer le schéma équivalent de la plaque en silicium fonctionnant sur un mode d'extension-compression, on rappelle le modèle bien connu de Butterworth Van Dyke (*Fig.2.8a*) composé par une capacité statique  $C_0$  en parallèle avec une branche série  $R_m L_m C_m$ , qui nous conduit à calculer une admittance totale :

$$Y_e(\omega) = j\omega C_0 + \sum_n \frac{j\omega C_{mn}}{1 + j\omega C_{mn} (R_{mn} + j\omega L_{mn})} \quad (2.44)$$



*Fig. 2.8 a) Modèle Butterworth Van Dyke pour le schéma équivalent d'un résonateur à ondes de volume b) Schéma équivalent du résonateur incluant l'effet électrique du silicium.*

Dans ce modèle la capacité statique  $C_0$  représente la capacité électrique du gap et la branche mot ionnelle  $R_{mn} L_{mn} C_{mn}$  correspond au comportement mot ionnel associé au mode de vibration d'ordre (partiel)  $n$ .

L'expression pour  $Y_e(\omega)$  est semblable à l'admittance exprimée par la formule (2.38), la seule différence étant que le numérateur du  $Y_n(\omega)$  ne contient pas de troisième terme. Ceci provient du fait que, dans le cadre du modèle, les phénomènes de frottement visqueux ne sont pas pris en compte, non plus que les pertes thermo-élastiques par couplage avec l'équation de conduction-diffusion de la thermique.

Le silicium étant dopé, nous l'avons supposé parfaitement conducteur (sa résistivité électrique est très petite  $\rho_e = 10^{-3} \Omega \cdot \text{cm}$ ). En réalité, du point de vue électrique, il peut être assimilé à une capacité  $C_s$ , branchée en parallèle avec une résistance électrique  $R_s$ . La *Fig. 2.8.b* représente un schéma équivalent du résonateur incluant le comportement électrique du silicium. Comme  $R_s$  est très grande, le terme dominant dans le calcul de l'admittance équivalente de la branche série reste  $j\omega C_0$ . C'est pourquoi la formule (2.44) est une bonne approximation du comportement réel du résonateur.

En conclusion, nous avons développé dans cette section un modèle analytique fournissant des expressions théoriques des paramètres électriques d'une structure résonnante axisymétrique en silicium dopé, excitée par voie électrostatique et vibrant en mode d'extension-compression.

### 2.1.2 Le cas de la plaque excitée double face

Nous supposons cette fois que la plaque est excitée symétriquement par l'action de deux champs électrostatiques identiques appliqués entre la plaque et les deux électrodes immobiles situées en regard des deux surfaces de celle-ci (*Fig. 2.9*).

En ce cas, les conditions aux limites mécaniques auxquelles la plaque est soumise traduisent la présence de la force électrostatique au niveau de deux surfaces libres :

$$\begin{aligned} T_2(+h) &= f_e(t), \\ T_2(-h) &= f_e(t) \end{aligned} \quad (2.45)$$

Le principe de la méthode reste inchangé par rapport au cas de l'excitation simple face : on décompose la contrainte en deux parties, une composante continue qui produit le déplacement statique et une composante dynamique, qui induit le déplacement dynamique. Dans l'actionnement simple face ou asymétrique, le plan médian de la plaque subit un déplacement statique dans le sens de la force, ce qui n'est plus vrai lorsque la plaque est tirée symétriquement par des forces identiques, le déplacement statique du plan médian étant alors nul. Le déplacement statique des faces externes de la plaque est alors dû à une extension d'épaisseur statique et non plus à de la flexion. Le risque de *pull-in* sera donc très inférieur dans le cas de l'excitation symétrique ; par contre, si les forces sont très élevées et la plaque très mince, il y a risque de rupture.

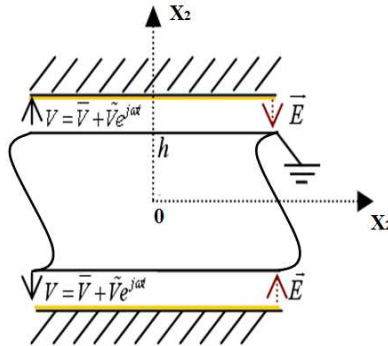


Fig. 2.9 L'excitation électrostatique symétrique de la plaque.

Pour trouver le déplacement dynamique  $\tilde{u}_2$ , la démarche passe par les mêmes étapes que dans le modèle décrit précédemment, la modification essentielle étant la forme du changement de variable permettant l'écriture des conditions aux limites sous une forme homogène :

$$\tilde{u}_2 = \hat{u}_2 + P x_2, \quad (2.46)$$

avec

$$P = 2K \frac{\tilde{V}}{V} \left(1 + \frac{2Kh}{g}\right) \quad \text{et} \quad K = \frac{\epsilon_0 \bar{V}^2}{2g^2 \left(c_{22} - \frac{\epsilon_0 h \bar{V}^2}{g^3}\right)} \quad (2.47)$$

À gap effectif identique, le coefficient de couplage électromécanique est deux fois plus grand que celui obtenu dans le cas de l'excitation simple-face :

$$k^2 = \frac{\epsilon_0 h \bar{V}^2}{c_{22} g^3} \quad (2.48)$$

Par un calcul analogue à celui présenté pour l'actionnement simple face, on trouve les expressions suivantes pour la fréquence propre et les modes propres de la plaque :

$$\omega_n = \frac{n\pi}{2h} \sqrt{\frac{c_{22}}{\rho} \left(1 - \frac{4\epsilon_0 h \bar{V}^2}{n^2 \pi^2 c_{22} g^3}\right)} \quad (2.49)$$

$$\hat{u}_2 = \sum_{n=1}^{\infty} H_n u_2^n(x_2)$$

$$H_n^{df} = \frac{\omega^2}{(\omega_n^2 - \omega^2)} \cdot \frac{8h\epsilon_0}{n^2 \pi^2 g^2 c_{22}} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \bar{V} \cdot \tilde{V} \quad (2.50)$$

$$\tilde{u}_2(\pm h) = \sum_{n=1}^{\infty} H_n(\pm h) \sin \eta_n(\pm h) \pm Ph = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega^2}{(\omega_n^2 - \omega^2)} \cdot \frac{8\varepsilon_0 h}{n^2 \pi^2 g^2 c_{22}} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \bar{V} \cdot \tilde{V} \sin \eta_n h + k^2 g \cdot \frac{\tilde{V}}{V}$$

Il faut cependant remarquer que l'excitation symétrique produit un déplacement statique très inférieur au déplacement de flexion produit par l'excitation simple face. À cause de cela, le rapport des coefficients de couplage respectifs peut être sensiblement inférieur à deux si la tension polarisation de l'excitation simple face se rapproche du seuil d'apparition du *pull-in*.

## 2.2 La méthode des matrices de transfert pour une structure type silicium-air-verre (modèle unidimensionnel)

Cette section présente une analyse unidimensionnelle d'une structure multicouche par la méthode d'impédance. Elle présente l'avantage de pouvoir être appliquée aux structures présentant un empilement de substrats mais, en même temps elle doit confirmer les résultats prévus par le modèle analytique précédemment exposé. L'intérêt de cette méthode réside dans le fait que, en réalité, le substrat silicium résonnant est nécessairement lié à un élément supportant l'électrode dite fixe, subissant également la force électrostatique. Il faut donc contrôler l'émission acoustique dans cet élément de support afin d'éviter qu'elle ne se fasse au détriment de l'émission désirée dans le silicium. En pratique, compte tenu de l'existence d'une technologie mature de soudage anodique verre-silicium, nous avons choisi le verre comme support de l'électrode externe au silicium. L'analyse présentée ci-dessous explore donc le possible couplage entre deux couches de comportement acoustique différent : verre et silicium.

L'onde acoustique est produite par excitation électrostatique dans la structure multicouche suivante :

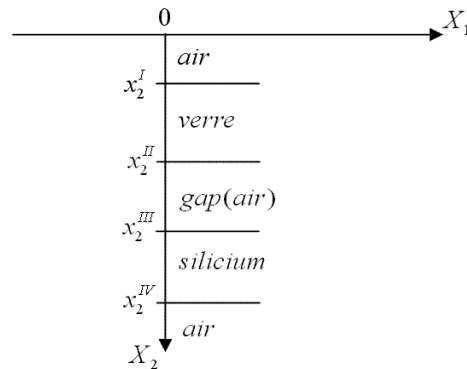


Fig.2.10 La structure multicouche.

L'objectif principal poursuivi est la détermination des rapports d'amplitudes de part et d'autre du gap, en raison des conditions de propagation différentes, et d'estimer si le couplage acoustique entre les matériaux en vis-à-vis ne modifie pas sévèrement la fréquence de résonance de la structure complète.

Dans un système d'axes orthogonaux  $(X_1, X_2, X_3)$ , nous considérons que l'onde se propage suivant la direction  $X_2$  (verticale). On suppose que les dimensions dans les directions  $X_1$  et  $X_3$  sont infinies par rapport à l'épaisseur suivant la direction  $X_2$  et l'étude est unidimensionnelle à ce stade.

L'excitation électrostatique est produite par application d'un champ électrique dans le gap, à l'aide de deux électrodes situées de chaque côté de celui-ci. L'épaisseur des électrodes est considérée comme négligeable. La force électrostatique  $F_e$  attire d'une manière symétrique les deux matériaux délimitant le gap, en transformant l'énergie électrostatique en énergie mécanique.

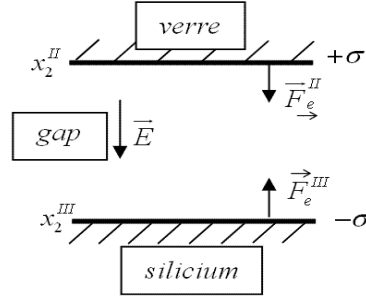


Fig. 2.11 Les forces électriques dans le gap.

Comme la force électrostatique est normale à la surface ( $S$ ), il est seulement possible d'exciter le mode acoustique purement longitudinal, tant dans le verre que le silicium.

Pour créer le champ électrique, nous utilisons une tension de polarisation continue  $\bar{V}$  de forte valeur, à laquelle s'ajoute une composante alternative  $\tilde{V}$  très petite:  $V = \bar{V} + \tilde{V}$ ,  $\frac{\tilde{V}}{\bar{V}} \rightarrow 0$ .

La composante continue a pour effet de réduire la valeur moyenne du gap tandis que la composante dynamique est responsable de la génération des vibrations, qui se produisent sous forme de faibles oscillations autour d'une polarisation statique. Lorsque la tension statique atteint une valeur maximale, le couplage entre le signal alternatif et l'amplitude de la vibration est également maximal.

L'intensité du champ électrique varie en fonction de la différence de potentiel  $V$  appliquée des deux côtés du gap :

$$E = V / (g - u_{II} + u_{III}), \quad (2.51)$$

où  $g$  est l'épaisseur initiale du gap,  $u_{II}$  et  $u_{III}$  représentent les déplacements des surfaces supérieure et inférieure du gap, respectivement. Chaque déplacement se décompose en une partie statique et une partie dynamique :

$$\begin{aligned} u_{II} &= \bar{u}_{II} + \tilde{u}_{II}, \\ u_{III} &= \bar{u}_{III} + \tilde{u}_{III}. \end{aligned}$$

La seule contrainte à considérer dans ce problème unidimensionnel est la contrainte d'extension-compression  $T_2$ . Elle doit satisfaire les conditions aux limites suivantes de part et d'autre du gap :

$$T_2(x_2^{II}) = \frac{F_e^{II}}{S} \quad \text{et} \quad T_2(x_2^{III}) = -\frac{F_e^{III}}{S} \quad (2.52)$$

De plus, le condensateur plan formé par le gap étant symétrique,  $F_e^{II} + F_e^{III} = 0$  ce qui conduit à l'égalité des contraintes de part et d'autre du gap :

$$T_2(x_2^{II}) = T_2(x_2^{III}) \quad (2.53)$$

Nous allons exprimer la force électrostatique agissant sur un élément de surface  $dS$  qui porte une densité surfacique de charge  $\sigma$  ; le champ électrique existant dans un point situé infiniment près de la surface de l'électrode est la somme de deux champs égaux entre eux et d'intensité  $\sigma/2\varepsilon_0$ . Un premier champ est celui créé par la charge elle-même et le deuxième est créé par toutes les autres charges présentes dans le système. Donc la force électrostatique s'exerçant sur cette charge, sera :

$$dF_e = \sigma \cdot dS \cdot \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} dS \quad (2.54)$$

En intégrant cette force sur toute la surface  $S$  on trouve :  $F_e = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} \cdot S = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} S$ , avec

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$  le champ électrique existant dans le gap.

En réécrivant la relation (2.52) quelque soit l'interface matériau-gap considérée et la façon d'appliquer la différence de potentiel, on obtient toujours pour le module de la contrainte :

$$T = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} \quad (2.55)$$

Exprimons dans la relation (2.55) le champ électrique en fonction de la tension, par la relation (2.51) et effectuons un développement limité autorisé par l'hypothèse  $g \gg (u_{II} - u_{III})$  :

$$T = \frac{\varepsilon_0 V^2}{2(g - u_{II} + u_{III})^2} \approx \varepsilon_0 (\bar{V} + \tilde{V})^2 \left[ 1 + \frac{2(u_{II} - u_{III})}{g} \right] \cdot \frac{1}{2g^2} \quad (2.56)$$

Nous négligeons les contributions en  $2\omega$  au numérateur de cette équation.

On peut séparer  $T$  en deux termes, l'un qui représente la composante continue, indépendante du temps et l'autre, la composante dynamique (alternative) :

$$\bar{T} = \frac{\varepsilon_0 \bar{V}^2}{2g^2} + \frac{\varepsilon_0 \bar{V}^2}{g^3} (\bar{u}_{II} - \bar{u}_{III}) \quad (2.57)$$

et

$$\tilde{T} = \frac{\varepsilon_0 \bar{V}^2}{2g^3} (\tilde{u}_{II} - \tilde{u}_{III}) + \frac{\varepsilon_0 \bar{V} \tilde{V}}{2g^2} \left( 1 + \frac{2(\bar{u}_{II} - \bar{u}_{III})}{g} \right) . \quad (2.58)$$

Comme notre travail vise la génération des ondes acoustiques, nous ne nous intéressons pas ici au problème de la modélisation des déplacements statiques, résolu précédemment.

Dans les hypothèses du problème, aucune onde n'existe dans le gap. Les ondes acoustiques générées dans le verre et dans le silicium ont la forme générale suivante en notation complexe :

$$\tilde{u}(x, t) = [A^+ \exp(-j\omega s x) + A^- \exp(j\omega s x)] \exp(j\omega t) \quad (2.59)$$

où  $A^+$  et  $A^-$  sont les amplitudes des ondes qui se propagent suivant les deux sens ( $+X_2$  et  $-X_2$ ) et  $s$  est la lenteur des ondes pour chaque milieu selon la direction  $X_2$ , sans distinction de sens de parcours ;  $x_2^I$ ,  $x_2^{II}$ ,  $x_2^{III}$  et  $x_2^{IV}$  sont les coordonnées des interfaces entre les différents milieux.

Soit  $Z$  l'impédance acoustique d'un milieu donné, définie comme :

$$Z = \frac{\delta p}{v} = \frac{\rho}{s}, \quad (2.60)$$

où  $\delta p$  est la surpression et  $v$  est la vitesse du déplacement particulaire. Mais,  $\delta p = \tilde{T}$  donc

$$Z = \frac{\tilde{T}}{v} = \frac{\rho}{s}. \quad (2.61)$$

En conséquence, on obtient :  $\tilde{T} = \rho \frac{V}{s}$ .

Comme la vitesse des ondes est par définition  $v = \frac{d\tilde{u}}{dt}$ , le champ de contraintes peut être exprimé comme suit :

$$\tilde{T}(x,t) = -\frac{j\omega\rho}{s} [A^+ \exp(-j\omega s x) - A^- \exp(j\omega s x)] \cdot \exp(j\omega t) \quad (2.62)$$

Nous devons ensuite déterminer le couplage acoustique entre les matériaux de part et d'autre du gap. Chaque milieu peut être considéré comme un système à deux ports. La matrice de transfert est définie par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}_{II} \\ \tilde{T}_{II} \end{bmatrix} = M^V \begin{bmatrix} \tilde{u}_I \\ \tilde{T}_I \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

avec  $M^V$  la matrice de transfert du verre et, de façon semblable, pour le silicium :

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}_{IV} \\ \tilde{T}_{IV} \end{bmatrix} = M^S \begin{bmatrix} \tilde{u}_{III} \\ \tilde{T}_{III} \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

où  $M^S$  est évidemment la matrice de transfert du silicium.

Dans chaque matériau, la matrice  $M$  dépend des paramètres suivants : la longueur de propagation des ondes, la masse volumique  $\rho$ , l'épaisseur ( $h^S = x_2^{IV} - x_2^{III}$ , pour le silicium et  $h^V = x_2^{II} - x_2^I$ , pour le verre) et la fréquence angulaire  $\omega$  :

$$M = \begin{bmatrix} \cos(\omega sh) & s \frac{\sin(\omega sh)}{\omega\rho} \\ -\frac{\omega\rho}{s} \sin(\omega sh) & \cos(\omega sh) \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

Les relations inverses s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}_I \\ \tilde{T}_I \end{bmatrix} = C^V \begin{bmatrix} \tilde{u}_{II} \\ \tilde{T}_{II} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} \tilde{u}_{III} \\ \tilde{T}_{III} \end{bmatrix} = C^S \begin{bmatrix} \tilde{u}_{IV} \\ \tilde{T}_{IV} \end{bmatrix} \quad (2.66), (2.67)$$

avec  $C^{(S,V)} \equiv [M^{(S,V)}]^{-1}$

$$C = \begin{bmatrix} \cos(\omega sh) & -s \frac{\sin(\omega sh)}{\omega\rho} \\ \frac{\omega\rho}{s} \sin(\omega sh) & \cos(\omega sh) \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Il s'agit de trouver ensuite la relation directe contrainte – tension électrique appliquée, à partir d'une analyse électrostatique simple. Donc, pour les deux interfaces de part et d'autre du gap, on a :

$$\tilde{T}_{II} = \tilde{T}_{III} = L (\tilde{u}_{II} - \tilde{u}_{III}) + K\tilde{V} , \quad (2.69)$$

où 
$$L = \frac{\epsilon_0 \bar{V}^2}{2g^3} \quad \text{et} \quad K = \frac{\epsilon_0 \bar{V}}{2g^2} \left( 1 + \frac{2(\bar{u}_{II} - \bar{u}_{III})}{g} \right) \quad (2.70), (2.71)$$

En écrivant la relation (2.69) à la fois pour  $\tilde{T}_{II}$  et à  $\tilde{T}_{III}$ , on obtient la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}_{II} \\ \tilde{T}_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1/L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u}_{III} \\ \tilde{T}_{III} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -K\tilde{V}/L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

Pour arriver à exprimer le déplacement et la contrainte au niveau de la face arrière de notre structure en fonction de ces champs exprimés au niveau de la face avant, il suffit de reporter les équations (2.63) et (2.67) dans l'équation (2.72). On trouve l'expression matricielle suivante :

$$M^V \begin{bmatrix} \tilde{u}_I \\ \tilde{T}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1/L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} C^S \begin{bmatrix} \tilde{u}_{IV} \\ \tilde{T}_{IV} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -K\tilde{V}/L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

Les expressions de  $\tilde{u}_I$  et  $\tilde{u}_{IV}$  en fonction de la tension appliquée peuvent être facilement trouvées à partir de cette dernière relation (Annexe A.1.3) et en utilisant les conditions aux limites pour les faces libres aux deux extrémités de la structure  $\tilde{T}_{IV} = \tilde{T}_I = 0$  :

$$\tilde{u}_I = \frac{K\tilde{V}}{M_{21}^V + L(M_{21}^S \frac{C_{11}^S}{C_{21}^S} - M_{11}^V)} \quad (2.74)$$

$$\tilde{u}_{IV} = \frac{K\tilde{V}}{C_{21}^S + L(C_{11}^S - \frac{M_{11}^V}{M_{21}^V} C_{21}^S)} \quad (2.75)$$

On exprime les déplacements mécaniques  $\tilde{u}_{II}$  et  $\tilde{u}_{III}$  en fonction de la tension appliquée à partir des équations (2.63) et (2.67), dans lesquelles nous éliminons  $\tilde{T}_{IV} = \tilde{T}_I = 0$  et substituons  $\tilde{T}_{II} = \tilde{T}_{III}$  données par la relation (2.69). On obtient :

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}_{III} \\ \tilde{u}_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \tilde{V} , \quad \text{avec} \quad (2.76)$$

$$A_1 = - \frac{C_{21}^V K M_{22}^S}{L(C_{22}^V M_{21}^S - C_{21}^V M_{22}^S) + M_{21}^S C_{21}^V} \quad (2.77)$$

et



$$A_2 = -\frac{M_{21}^S K C_{22}^V}{L(C_{22}^V M_{21}^S - C_{21}^V M_{22}^S) + M_{21}^S C_{21}^V}. \quad (2.78)$$

La relation (2.76) peut aussi être écrite comme :

$$\tilde{u}_{II} - \tilde{u}_{III} = (A_2 - A_1) \tilde{V} \quad (2.79)$$

La réponse électrique de notre structure peut être déterminée à partir de l'expression de la densité de charge  $\sigma$ . En utilisant les équations (2.51) et (2.54) on obtient :

$$\sigma = \varepsilon_0 V / (g - u_{II} + u_{III}) \quad (2.80)$$

On développe cette expression sous l'hypothèse des déplacements faibles ( $g - \bar{u}_{II} + \bar{u}_{III} \gg \tilde{u}_{II} - \tilde{u}_{III}$ ) et on ne conserve que les termes du premier ordre :

$$\sigma = \frac{\varepsilon_0 V}{(g - \bar{u}_{II} + \bar{u}_{III})} \left( 1 + \frac{\tilde{u}_{II} - \tilde{u}_{III}}{g - \bar{u}_{II} + \bar{u}_{III}} \right) \quad (2.81)$$

En injectant (2.79) dans l'expression dessus, on trouve le courant généré :

$$I = S \cdot i = S \frac{d\sigma}{dt} = \frac{S j \omega \varepsilon_0 \tilde{V}}{g - (\bar{u}_{II} - \bar{u}_{III})} \left( 1 + \bar{V} \frac{A_2 - A_1}{g - (\bar{u}_{II} - \bar{u}_{III})} \right) \quad (2.82)$$

Finalement, l'admittance peut être facilement calculée :

$$Y_e = \frac{I}{\tilde{V}} = \frac{j \omega \varepsilon_0 S}{g - (\bar{u}_{II} - \bar{u}_{III})} \left( 1 + \bar{V} \frac{A_2 - A_1}{g - (\bar{u}_{II} - \bar{u}_{III})} \right) \quad (2.83)$$

À ce point les capacités statique et motionnelle peuvent être précisées en utilisant le même schéma équivalent que dans la section 2.1.

Pour déterminer la fréquence de résonance, on va imposer la condition de divergence de l'admittance :

$$Y_e \rightarrow \infty ,$$

ce qui revient à trouver le maximum de l'expression :

$$A_2 - A_1 = \frac{K}{\frac{M_{12}^V C_{12}^S}{M_{11}^V C_{12}^S - M_{12}^V C_{11}^S} - L} \quad (2.84)$$

Il s'agit donc d'annuler le dénominateur :

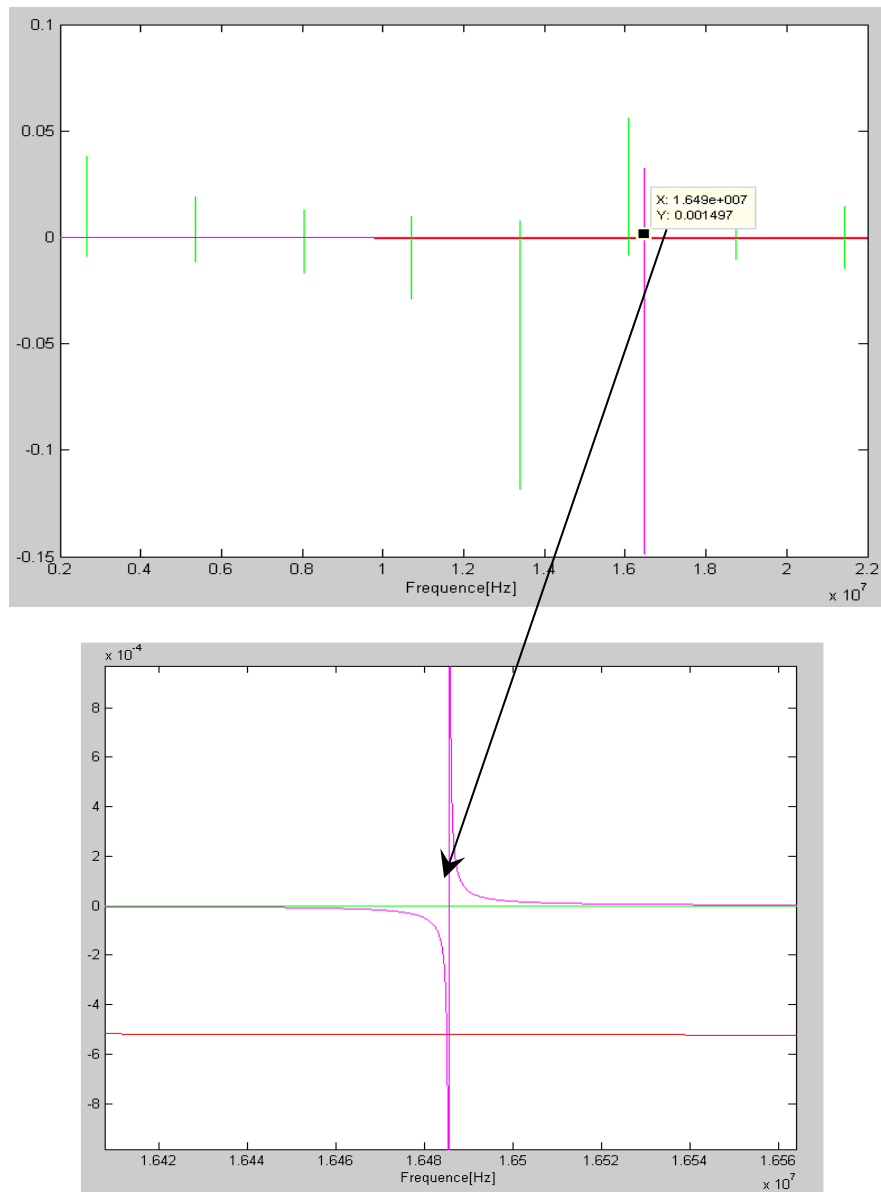
$$\frac{M_{12}^V C_{12}^S}{M_{11}^V C_{12}^S - M_{12}^V C_{11}^S} = L \quad (2.85)$$

L'équation du couplage entre les deux matériaux (silicium et verre en notre cas) est alors :

$$\frac{1}{\sqrt{\rho^V c_{22}^V}} \text{ctg}(\omega h^V \sqrt{\frac{\rho^V}{c_{22}^V}}) + \frac{1}{\sqrt{\rho^S c_{22}^S}} \text{ctg}(\omega h^S \sqrt{\frac{\rho^S}{c_{22}^S}}) = -\frac{\omega g^3}{2\varepsilon_0 V^2} \quad (2.86)$$

Les solutions de cette équation transcendante peuvent être aisément obtenues par une méthode graphique, par exemple à l'aide du logiciel Matlab (Annexe A.1.3).

Nous avons cherché les solutions pour des structures formées d'une lame de verre, (1mm épaisseur) et d'une plaque en silicium d'épaisseurs diverses. Par exemple, pour une structure à 256 μm épaisseur du silicium, le graphique ci-dessous montre la fréquence pour le mode fondamental du silicium en même temps que les fréquences de résonance de la couche en verre :



*Fig. 2.12 La méthode d'impédance appliquée pour la structure silicium (256μm)-verre (1mm) ; en vert sont les fréquences qui proviennent de la partie verre et en rose la fréquence du silicium (g =1μm, V =100 V).*

Appliquée à une structure dont l'épaisseur du silicium est de  $400\ \mu\text{m}$ , la même méthode prédit une fréquence de résonance du silicium à  $10,55\ \text{MHz}$  (Fig. 2.13), finalement peu différente de celle trouvée par le calcul analytique direct de la section 2.1.

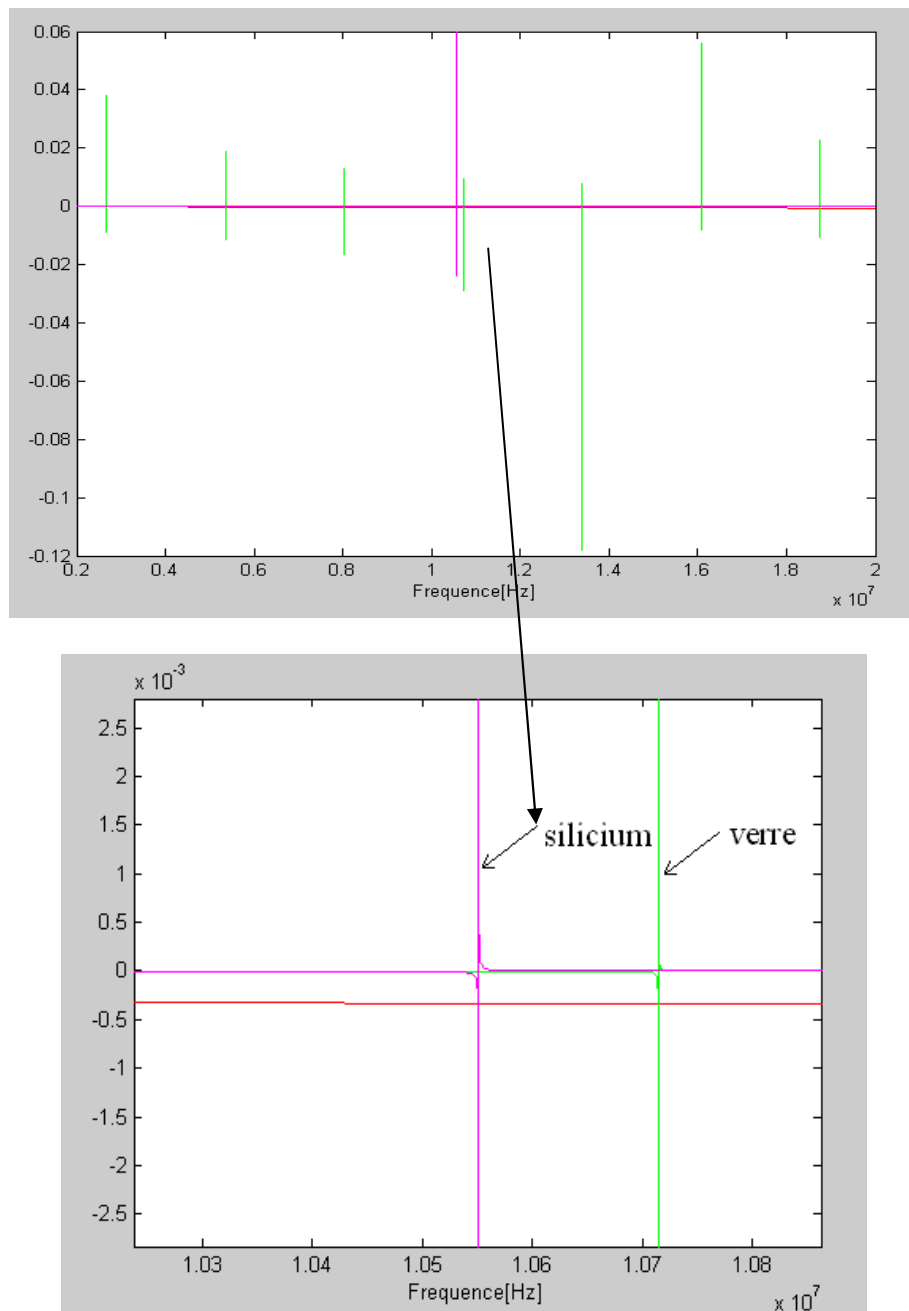


Fig. 2.13 La méthode d'impédance appliquée pour la structure silicium ( $400\ \mu\text{m}$ )-verre ( $1\ \text{mm}$ ), ( $g = 1\ \mu\text{m}$ ,  $V = 100\ \text{V}$ ).

En conclusion, pour les configurations retenues, le couplage verre-silicium modifie très peu la fréquence de résonance fondamentale de la plaque en silicium vibrant dans un mode d'extension-compression.

## 2.3 Conclusions

Dans ce chapitre nous avons présenté quelques outils permettant l'analyse d'une structure en silicium dopé, excitée (symétriquement ou asymétriquement) par voie électrostatique dans un mode d'extension-compression.

A partir d'une méthode de décomposition modale, nous avons développé dans un premier temps un modèle unidimensionnel pour ce mode de vibration d'une plaque mince en silicium conducteur. Les hypothèses simplificatrices suivantes imposent nécessairement des restrictions à la précision que l'on peut attendre de ce modèle analytique :

- la plaque en silicium est supposée encadrée sur un support immobile, massif et inerte du point de vue acoustique, donc sans influence sur la vibration,
- dans le modèle à excitation asymétrique, la déformation statique du gap prise en compte dans le modèle dynamique est réduite à sa valeur au centre de la plaque, alors qu'en réalité, l'analyse statique montre qu'elle n'est pas uniforme,
- il ignore toute éventualité de couplage avec d'autres modes de vibration.

Même si les conditions aux limites ne sont pas identiques à celles rencontrées en pratique, les caractéristiques calculées sont susceptibles d'être corrigées ultérieurement, notamment à l'aide de simulations d'analyse structurale. Il s'agissait avant tout d'établir une approche qui nous permette de comprendre le comportement et d'estimer les performances d'un dispositif fonctionnant en mode d'extension-compression volumique entretenu par actionnement électrostatique.

Cette modélisation constitue un moyen d'accéder aux paramètres de mouvement difficilement obtenables à ce jour par des simulations intégrées. En effet, selon nous, les logiciels de simulation ne peuvent pas prédire directement le déplacement dynamique d'une telle plaque vibrant en mode de volume. Par exemple, la méthode du « moving mesh » proposée de façon tout à fait pertinente par Comsol© n'est, à notre connaissance et à l'heure où nous écrivons ces lignes, implémentée que pour l'analyse de problèmes statiques, voire quasi-statiques, mais en tous cas, pas encore pour les problèmes harmoniques.

Un deuxième modèle unidimensionnel, appuyé sur l'emploi des matrices de transfert pour des structures multicouches a été aussi présenté. Ce modèle nous a permis d'analyser l'effet de l'interaction mutuelle des vibrations du verre et du silicium et constitue un outil complémentaire pour l'analyse des structures multicouches vibrant en mode d'extension-compression. Dans cette approche, le nombre de couches empilées peut en effet aisément être augmenté.



## **Chapitre 3**

### **Mise en œuvre technologique**



## **Introduction**

Dans ce chapitre nous présentons les principales idées qui nous ont guidés vers la structuration et la géométrie d'un nouveau résonateur à ondes de volume et les moyens utilisés pour sa fabrication. Nous construisons une structure totalement originale par rapport à l'existant dans le domaine des MEMS classiques, structure basée sur un substrat résonnant en silicium dopé.

Les démonstrateurs réalisés dans ce cadre ne comportent qu'un seul port d'excitation. Ce choix laisse l'accès libre à la deuxième face du substrat résonnant, ce qui facilite grandement la caractérisation de la vibration par détection optique, en l'occurrence une sonde hétérodyne existante à FEMTO-ST. Il est sans doute utile de rappeler que la topographie aux rayons X couramment utilisée pour vérifier la distribution des modes de vibration du quartz est peu efficace pour les modes d'extension-compression d'épaisseur, ce qui justifie le recours à une détection optique pour les premières caractérisations des résonateurs en silicium. De plus, la multiplication des couches dans une structure composite exerce une influence négative sur le taux de réussite du processus de réalisation et l'excitation monoport reprend finalement le concept simple et satisfaisant d'un résonateur constitué d'un transducteur associé à une cavité résonnante.

Nous commençons d'abord par la présentation de la structure ; ensuite, nous présentons le déroulement des étapes technologiques et nous décrivons finalement les étapes les plus importantes.



### 3.1 Conception du dispositif

Pour valider notre idée directrice, nous avons réalisé le démonstrateur à partir d'un premier substrat en silicium dopé (plaquette standard d'épaisseur 380  $\mu\text{m}$ , de diamètre 10 cm) et d'un second substrat en verre, d'épaisseur 1mm, de diamètre 4'' ; les deux substrats sont collés ensemble par un procédé de soudure anodique.

Le choix du silicium comme substrat résonnant est justifié par le fait que, pour les premiers essais, on envisage un matériau bon marché et en même temps intégrable.

Le verre Schott 4'' est un matériau utile pour réaliser le report des plaques par soudure anodique et facile à usiner par usinage plasma ; la cavité qui servira de gap transducteur sera usinée dans le verre, avec une forme circulaire. Cette cavité est réalisée avant l'assemblage du sandwich verre-silicium. La structure est conçue pour favoriser la vibration dans le silicium et non dans le verre.

Rappelons ici que les structures réalisées sont mises en vibration par une excitation électrostatique simple face.

Dans ce but, une première électrode d'excitation est déposée au fond du gap et une deuxième électrode sur la face externe du silicium. Il faudra cependant amener le potentiel d'excitation depuis la face supérieure du dispositif jusqu'à l'électrode d'excitation. La solution choisie consiste à pratiquer des liaisons électriques (vias) dans le verre par des trous percés par usinage ultrasonore. Les faces internes des vias sont métallisées par pulvérisation cathodique, en évitant soigneusement la formation de tout bourrelet au débouché, qui se traduirait par la mise en court-circuit de la cavité, celle-ci n'ayant qu'un micromètre d'épaisseur.

Les modélisations analytiques présentées dans le chapitre 2 ont démontré que le coefficient de couplage électromécanique d'une telle structure est inversement proportionnel au cube de l'épaisseur du gap (2.18). Par conséquent, une étape centrale est la maîtrise de la réalisation des gaps micrométriques voire sub-micrométriques entre l'électrode et la surface du silicium dopé.

Ici, le dimensionnement doit prendre en compte les limites imposées par l'application d'un champ élevé, nécessaire pour un fort couplage, à travers un petit gap. J-M Torres† and R S Dhariwal [44] ont démontré que pour des gaps microniques la loi de Paschen n'est plus valable. La tension de claquage est d'environ 70 V/ $\mu\text{m}$  au lieu de 100 V/ $\mu\text{m}$  et cette valeur ne varie pas beaucoup avec la forme des électrodes, ni avec le matériau dont elles sont constituées [45], [46], [47]. Par suite, les tensions de seulement quelques dizaines de volts ne permettent pas d'atteindre un coefficient de couplage électromécanique suffisamment grand pour obtenir une réponse électrique fiable et ultérieurement exploitable en circuit oscillateur. Il faut pour cela augmenter le champ dans la cavité tout en réduisant le risque d'amorçage d'arc électrique dans le gap. Une fine couche d'oxyde thermique (quelques centaines de nm) issue du silicium augmente le potentiel maximal qu'on peut appliquer sans arracher les électrons du substrat pour l'amorçage d'un arc. Avec cette couche isolante, les structures sont ainsi devenues significativement plus robustes aux éventuelles surtensions.

Une autre difficulté technologique consiste en l'imagination et la mise en œuvre d'une solution pour empêcher le processus de soudage anodique des sandwiches de détruire les gaps électrostatiques. En effet, ce processus nécessite l'application d'une différence de potentiel d'environ 900 V entre deux armatures métalliques comprimant le sandwich à assembler. Il faut donc s'arranger pour éviter tout contact électrique entre ces armatures et les pistes conductrices reliées à l'électrode d'une part et au silicium d'autre part. Un tel contact reviendrait à transférer la différence de potentiel directement aux bornes de ce gap, entraînant instantanément le claquage du condensateur ainsi formé. Une solution efficace consiste à placer la zone de contact électrique du circuit extérieur en retrait par rapport à la face supérieure du verre, donc au fond d'une cavité carrée suffisamment profonde (environ 100  $\mu\text{m}$ ) pour que le potentiel flottant de l'ensemble

via/électrode d'excitation reste modéré au cours du procès de soudage anodique. Une telle cavité sera réalisée par la gravure DRIE.

L'électrode située sur la face libre du silicium permet la connexion électrique et pourrait être également structurée pour assurer le piégeage d'énergie par le contrôle local de la surcharge massique de cette face libre. Nous anticipons ici sur le contenu du chapitre 4 dans lequel nous verrons que, en fonction des caractéristiques de dispersion des ondes acoustiques dans une plaque mince, la structuration de cette électrode peut consister en un trou dans l'électrode de masse ou, au contraire, en un bouton central métallisé, le modèle concluant au choix du trou dans le cadre d'un substrat silicium (001) opéré en mode fondamental.

Sur la figure suivante sont montrées une première image avec la structure du dispositif vue de dessus et une deuxième image de la coupe selon le plan sagittal :

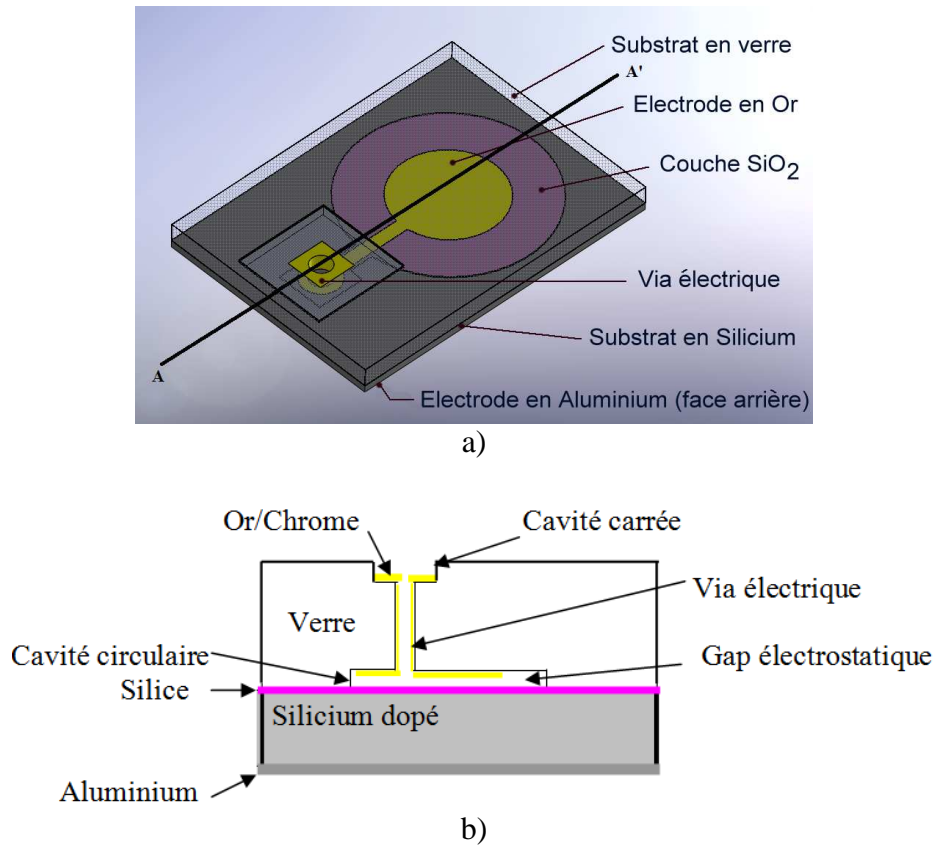


Fig. 3.1 Résonateur en silicium dopé, à excitation électrostatique simple face :  
 a) vue de dessus,  
 b) section transversale selon l'axe AA'.

Le procédé de fabrication proposé ici nécessite un nombre de 6 masques au total. Les différents masques nécessaires et les étapes principales sont présentés dans l'Annexe A.2.1.

Nous avons choisi de réaliser des dispositifs caractérisés par quatre diamètres différents d'électrode, tels que leur surface couvre les pourcentages suivants par rapport à la surface de la cavité gravée: 30%, 40%, 50% et 60%.

Pour fabriquer nos dispositifs nous avons utilisé les moyens de microtechnologie disponibles à la salle blanche MIMENTO de l'institut FEMTO-ST.

### 3.2 Fabrication du résonateur

Les étapes du procédé technologique développées pour la réalisation de notre résonateur à ondes de volume excité par voie électrostatique seront décrites succinctement par la suite. Les détails de procédé liés à chaque étape sont présentés dans les Annexes A.2.2. Durant la micro-fabrication, seul le verre sera micro-usiné, fait qui présente comme avantage la possibilité de remplacer éventuellement le silicium par un autre substrat monocristallin avec de meilleures qualités acoustiques.

Les étapes peuvent être groupées dans trois groupes : le premier groupe, le plus étendu, est dédié au micro-usinage du verre, ayant pour but de réaliser une gravure superficielle (d'environ  $1\ \mu\text{m}$ ) sur une face et une autre gravure profonde ( $100\ \mu\text{m}$ ) sur l'autre face, suivies du perçage aux ultrasons et du dépôt de l'électrode supérieure. Le deuxième groupe concerne la préparation du silicium pour l'assemblage et le troisième groupe consiste dans le collage des deux wafers et la structuration de l'électrode inférieure. Le procédé est finalisé par une découpe aux moyens d'une micro-scie de précision, suivie de la séparation des dispositifs.

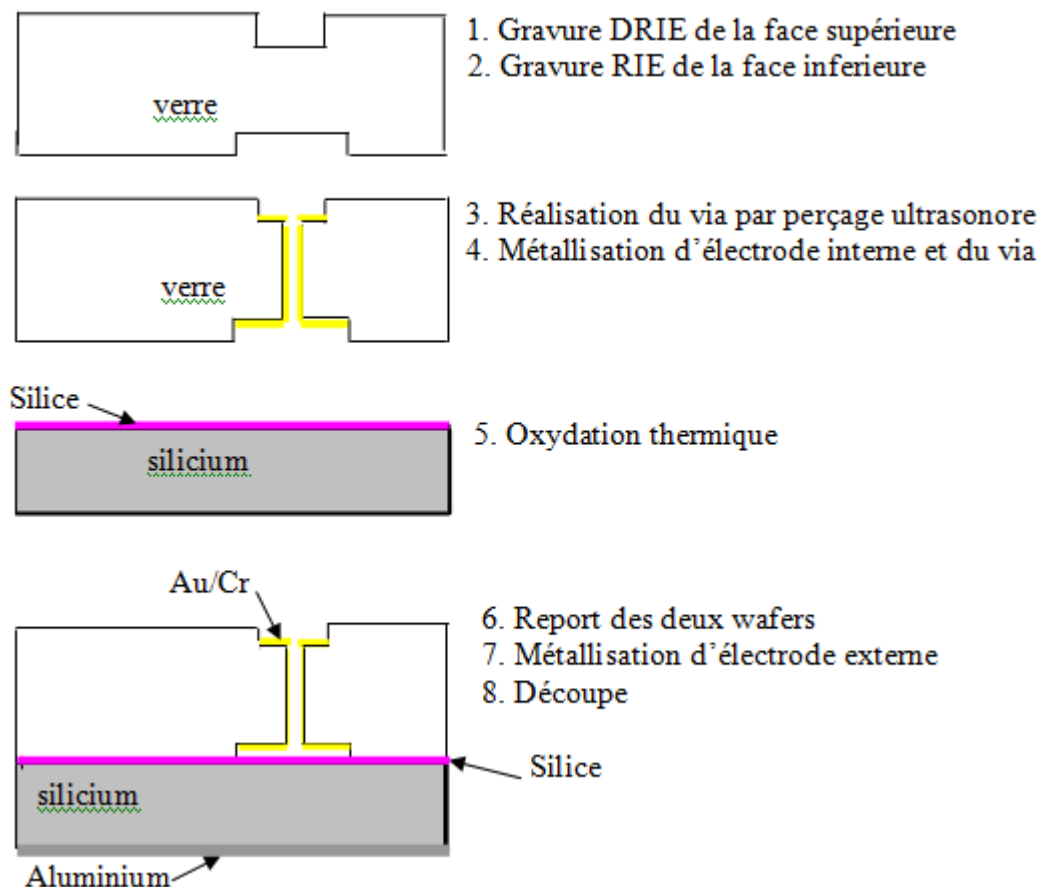


Fig. 3.2 Schéma synoptique des étapes de fabrication.

Les paramètres géométriques qui caractérisent la structure :

- Profondeur du gap :  $1\ \mu\text{m}$
- Profondeur de la cavité carrée :  $100\ \mu\text{m}$
- Largeur de la cavité carrée :  $5\ \text{mm}$
- Diamètre de la cavité circulaire :  $10\ \text{mm}$
- Diamètre de l'électrode :  $5,5\ \text{mm}$  (ou  $6,3\ \text{mm}$ ,  $7\ \text{mm}$ ,  $7,7\ \text{mm}$ )
- Diamètre du trou :  $1\ \text{mm}$

Les caractéristiques des principaux matériaux utilisés :

Matériau	Epaisseur [ $\mu\text{m}$ ]	Masse volumique $\rho$ [ $\text{g}/\text{cm}^3$ ]	Module du Young $E$ [GPa]	Coefficient de dilatation thermique $\alpha$ [% / $^{\circ}\text{C}$ ]
Pyrex <sup>®</sup>	1000	2230	94	$2,6 \cdot 10^{-6}$
Silicium p (100)	380-400	2330	169	$3,3 \cdot 10^{-6}$

Tableau 3.1 Constantes de matériau pour verre et silicium

La figure suivante montre un exemple de wafer finalisé, avant la découpe à la scie (a) et un résonateur final (b) :

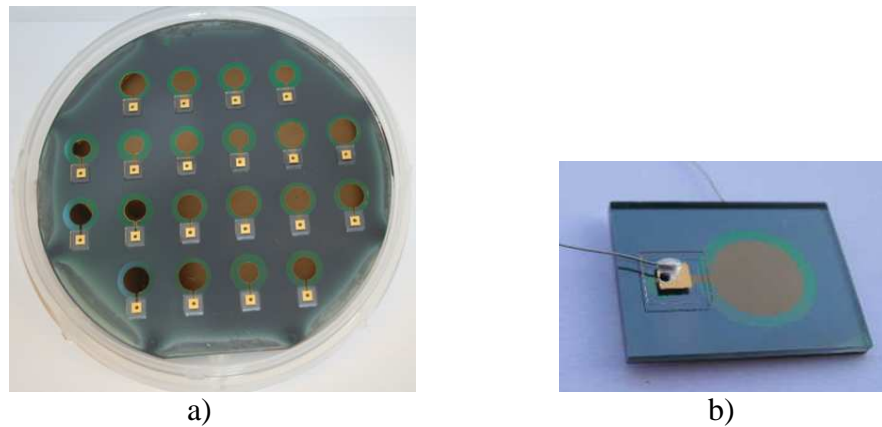


Fig. 3.3 a) Wafer issu de l'étape de collage anodique. b) Dispositif final avec des fils de connexion électrique.

Il faut préciser que l'intérieur de la cavité est à la pression atmosphérique, à cause du via électrique. Il existe cependant des possibilités de fermeture de la cavité : par exemple, avant la soudure anodique, il est possible de coller par compression type or-or des petits carrés de verre sur l'électrode externe du verre. Ces éléments métallisés auparavant sont dimensionnés de telle manière que leur épaisseur soit égale à la profondeur de la gravure et leur surface ne couvre pas entièrement l'électrode, pour laisser la place au fil qui amène le potentiel électrique.

Nous avons validé cette possibilité en réalisant la compression entre un morceau de verre et le fond d'une cavité profonde usinée dans une lame de verre métallisée.

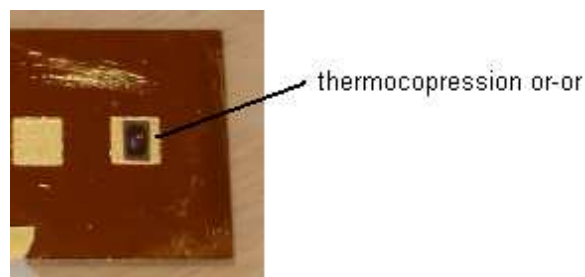


Fig. 3.4 L'essai de compression pour la fermeture de la cavité.

### 3.3 Les étapes critiques

#### 3.3.1 Les méthodes de gravure par plasma et les masques correspondants (utilisés)

Nous avons utilisé la gravure plasma pour atteindre plusieurs objectifs :

1. Réalisation du gap micrométrique dans du verre, but qui a été atteint soit par la gravure ionique réactive (RIE – Reactive Ion Etching), soit par la gravure ionique réactive profonde (DRIE - Deep Reactive Ion Etching) ; cette dernière méthode présente l'avantage d'une réduction significative du temps de gravure. Par exemple, pour graver 1  $\mu\text{m}$  dans du verre, le temps nécessaire est de 100 mn avec la RIE et de 1.2 mn avec la DRIE. De plus, la rugosité du fond de gravure est meilleure avec cette dernière méthode : 8 nm, en comparaison avec 70 nm obtenus avec la RIE.

Une photo MEB nous présente l'image du gap micronique, usiné par la machine DRIE STS ; la flèche pointe le coin du gap :

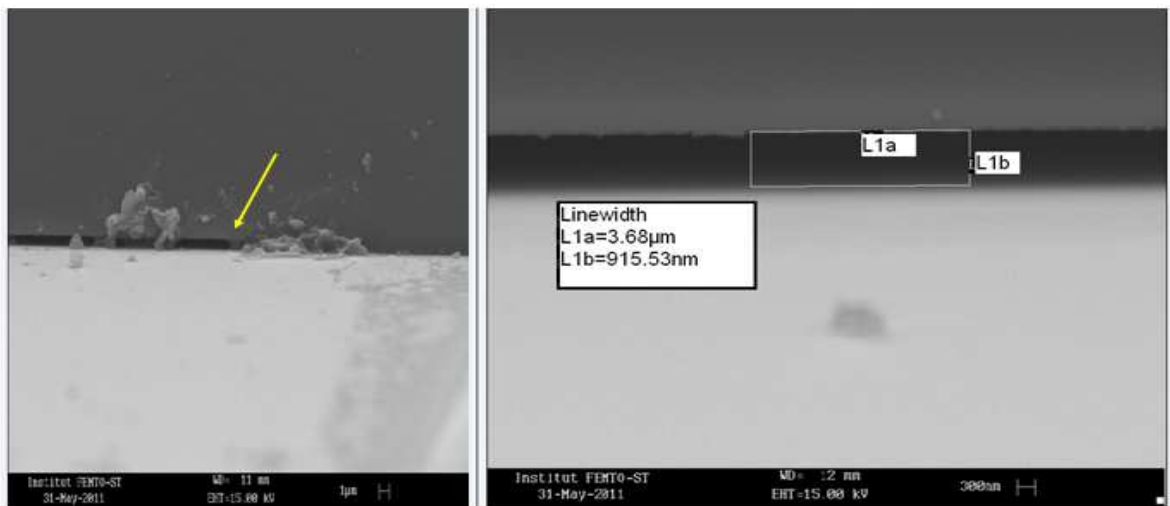


Fig. 3.5 Une image MEB du gap micronique en section perpendiculaire.

2. Structuration d'une cavité ayant 100 microns de profondeur dans du verre, objectif réalisé à l'aide d'un procédé DRIE durant 2-3 heures. Les paramètres de la gravure profonde du verre avec la machine DRIE-STS ont été présentés dans le flow-chart au point no.6 (Annexe A.2.1). Cette gravure nécessite l'utilisation d'un masque quasi-inerte à l'attaque du plasma et en même temps suffisamment épais et bien adhérent au verre. Deux solutions ont été utilisées : le masque en nickel électrolytique et le masque mécanique en silicium. Nous allons exposer ci-dessous les différents aspects liés à la fabrication des deux masques.

*Observation* : il existe toujours comme solution alternative la gravure humide à l'acide HF mais cela suppose de déposer un masque Au/Cr sur la face à graver et une couche pleine-plaque sur l'autre face pour la protéger dans le bain humide. Notre essai n'a pas donné un résultat satisfaisant, la couche métallique n'a pas protégé suffisamment l'autre face, qui a été aussi attaquée.

3. Réalisation d'un masque mécanique en silicium. Pour confectionner le masque mécanique, nous avons utilisé un wafer en silicium 4'', non dopé, 500  $\mu\text{m}$  épaisseur, gravé avec la machine DRIE Alcatel par le procédé Bosch pour créer des ouvertures carrées 5 mm $\times$ 5 mm. Après

gravure, le masque est collé sur le wafer en verre et l'ensemble des deux est introduit dans la machine. Le problème observé avec cette solution, c'est que le masque casse juste après une ou deux utilisations. Une explication possible est que l'épaisseur de l'ensemble masque-wafer est trop élevée et le système de blocage mécanique de la machine exerce des tensions mécaniques provoquant la fracture du masque.

Les différences entre les types de gravures utilisées sont présentées dans le tableau 3.2.

Tableau 3.2 : Les différentes gravures plasma effectuées

Machine	Type de gaz et débit	Matériau gravé. Profondeur à graver	Masque	Puissance	Pression	Vitesse de la gravure
RIE	CHF <sub>3</sub> 10 sccm C <sub>2</sub> F <sub>6</sub> 5 sccm	Verre 1-2 µm	Résine	RF : 80W	60 µbar = 6 Pa	0,011 µm/mn
DRIE STS	O <sub>2</sub> 5 sccm C <sub>4</sub> F <sub>8</sub> 40 sccm	Verre 1-2 µm	Résine sur Aluminium	RF : 400W ICP : 1100W	4 m Torr = 0.53Pa	0,8 µm/mn
DRIE STS	O <sub>2</sub> 10 sccm C <sub>4</sub> F <sub>8</sub> 80 sccm	Verre 100 µm	Nickel électrolytique	RF : 600W ICP : 1700W	8 mTorr =1,06 Pa	0,7 µm/mn
DRIE Alcatel	SF <sub>6</sub> C <sub>4</sub> F <sub>8</sub>	Silicium 500 µm	Résine sur Aluminium	RF : 80W ICP : 1500W	46 µbar = 4,6 Pa	5,5 µm/mn

(sccm = standard cubic centimeters per minute )

### La réalisation du masque en nickel par électroformage

Pour déposer du nickel structuré sur du verre, on utilise une couche métallique d'adhérence. Compte tenu des propriétés du cuivre, la couche d'accroche utilisée fut Cu(200 nm)/Cr(50 nm), déposée pleine-plaque par pulvérisation. Cette surface métallique a été structurée en utilisant une résine épaisse positive (17 µm environ), type AZ9260, et de telle manière que la résine couvre les motifs à graver, donc dans les endroits où on devrait avoir du vide dans du nickel. Autrement dit, le masque en résine sera le négatif du masque métallique Cu/Cr. Avant d'introduire le wafer préparé dans le bain d'électroformage, comme nous l'avons expliqué auparavant, on doit enlever la couche d'oxyde de cuivre sur la surface du wafer, qui se forme naturellement dans l'air. On utilise pour cela une solution de HCl dilué dans laquelle le wafer est introduit pendant 20 secondes.

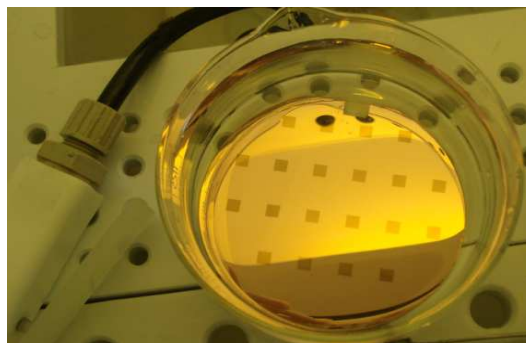


Fig 3.6 Le wafer en verre avec la couche Cu/Cr et les motifs carrés en résine.

Le dépôt s'effectue en neutralisant les espèces cationiques Ni<sup>2+</sup> (générées le par sulfamate de nickel) par des électrons grâce à une source de courant extérieure.

Le courant appliqué a été calculé pour induire des contraintes minimales dans le nickel électrodéposé. Il a été montré que pour une densité de courant  $i = 1,5 \text{ A/dm}^2$ , les contraintes internes dans le nickel présentent un minimum [50].

Dans notre cas, la surface à déposer, notée  $S_{Ni}$ , est calculée comme la surface du wafer de 4",  $S_{Si}$ , moins la surface totale des 20 motifs carrés, appelée  $S_{\square}$  :

$$S_{Si} = \pi \cdot R^2 - S_{\text{secteur}} = 78,32 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$S_{\square} = 20 \cdot l^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

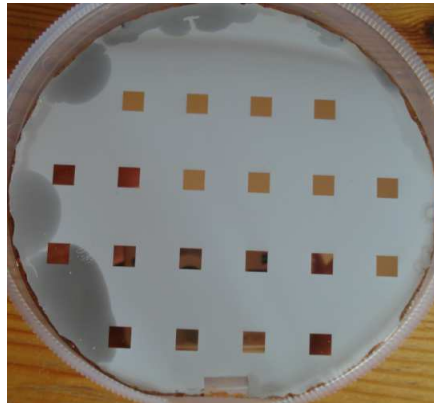
$$S_{Ni} = S_{Si} - S_{\square} = 73,32 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Le courant à appliquer est donc :

$$I = i \cdot S_{Ni} = 1,5 (\text{A/dm}^2) \cdot 73,32 \cdot 10^{-2} \text{ dm}^2 = 1,099 \text{ A}$$

Le temps du dépôt :  $t = 90 \text{ mn}$

L'épaisseur du nickel électrolytique est d'habitude légèrement non uniforme : au centre  $16 \mu\text{m}$  et aux bords  $19 \mu\text{m}$ .



*Fig. 3.7 Photo d'un wafer en verre dont la surface est couverte d'un masque en nickel déposé par électroformage.*

Les problèmes rencontrés avec ce genre de masque sont les suivants :

- le masque n'adhère pas toujours bien, il arrive qu'il se décolle après l'électroformage ou même pendant le dépôt ;
- le verre casse dans la période d'attente entre le dépôt du nickel et la gravure, tandis qu'il revient de la température du bain électrolytique ( $50^{\circ}\text{C}$ ) à la température ambiante ;
- le verre casse pendant la gravure, à cause des contraintes induites par la différence entre les coefficients de dilatation thermique du verre et du nickel électrolytique, et du gradient de température entre les deux faces de l'ensemble masque-verre. Il faut donc éviter le chauffage et les gradients de température pendant la gravure.

Pour surmonter ces problèmes, il est d'abord impératif d'avoir un état de surface impeccable avant de déposer la couche métallique intermédiaire, le Cu/Cr. Ensuite, il faut bien adapter la valeur du courant appliquée pendant le dépôt électrolytique. Finalement, il faut éviter le chauffage et les gradients de température pendant la gravure DRIE.

Cette étape reste une des plus importantes du procédé, parce qu'elle nous permet de fabriquer un masque épais ( $20 \mu\text{m}$  environ), qui se comporte très bien pendant le bombardement ionique du plasma et s'avère facile à enlever après la gravure. Au contraire, le masque

mécanique est beaucoup plus difficile à enlever, à cause de la pâte thermique qui durcit pendant la gravure, et de plus, sa fabrication est beaucoup plus coûteuse que l'électroformage du nickel.

### 3.3.2 La réalisation des électrodes et du via électrique par pulvérisation cathodique

La pulvérisation cathodique est une technique très utilisée pour le dépôt de larges gammes de matériaux et permet le contrôle de propriétés des couches déposées par l'ajustement de la pression du gaz, du temps de dépôt, de la tension ou du courant de polarisation. Elle consiste en le dépôt d'un matériau sur un substrat, à partir de la condensation des vapeurs issues d'une source solide.

Par rapport à l'évaporation, la pulvérisation cathodique présente l'avantage d'une meilleure adhésion du film déposé sur le substrat, des temps du dépôt plus courts pour une épaisseur donnée de film et d'un bon recouvrement au niveau des coins, des marches et des trous.

Nous avons utilisé la pulvérisation pour déposer les métaux suivants sur du verre où sur du silicium : or/chrome, cuivre/chrome et aluminium. La couche de chrome est très fine (environ 30 nm) et a pour rôle d'assurer une bonne adhérence du métal sur le substrat. Le nettoyage du wafer avec le plasma argon (150 W pendant 10 minutes) avant de la réalisation du dépôt joue aussi sur la bonne adhérence de la couche et sur ses qualités.

En ce qui concerne le dépôt de l'électrode en aluminium, étant donné le fait que ce matériau a tendance de s'oxyder facilement dans l'air, il faut faire un décapage de la cible un peu plus long (10 mn) par rapport aux autres métaux utilisés (1-2 mn pour les cibles de chrome et cuivre).

Pour la maîtrise de l'épaisseur, il faut réaliser une calibration qui permettra de savoir quelle est la vitesse du dépôt pour un tel matériau.

Tableau 3.3 Les vitesses de dépôt pour les différents métaux utilisés.

Matériau	Pression de travail (mbar)	Courant (A)	Vitesse de dépôt (nm/mn)
Chrome	$7 \cdot 10^{-3}$	1	120
Aluminium	$9 \cdot 10^{-3}$	1	45
Cuivre	$7 \cdot 10^{-3}$	1	280
Or	$8 \cdot 10^{-3}$	0,6	300

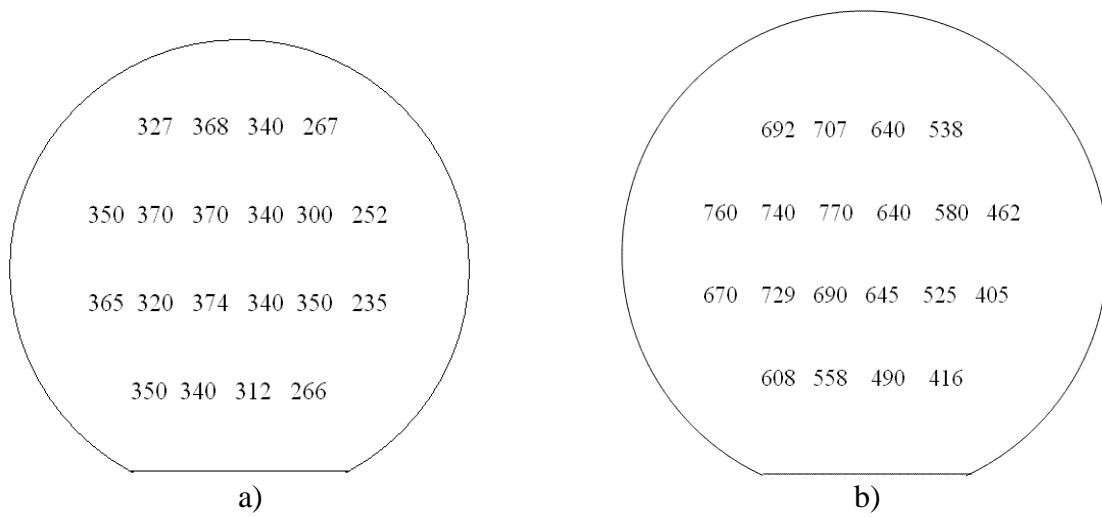
Une étape importante du processus de fabrication est la métallisation du via électrique, qui ne peut pas être réalisée par évaporation. Compte-tenu du cône d'évaporation et de la rotation nécessaire du substrat, les atomes évaporés pénètrent sous une incidence oblique nuisible à la métallisation du via.

Un diamètre du trou de 1 mm a été choisi parmi d'autres valeurs (0,7 mm et 1,5 mm) pour que la valeur de la résistance électrique ne soit pas très grande ( $\leq 1 \Omega$ ) et afin d'assurer une bonne métallisation au niveau des ses parois pour un taux pas très grand du métal déposé.

Les dépôts d'un film mince de 200-300 nm Au/Cr au fond de la cavité qui constitue le gap transducteur et d'une couche d'environ  $1 \mu\text{m}$  de même métal sur la face externe du verre assurent une bonne conduction électrique au niveau du trou.

Par contre, l'homogénéité des dépôts n'a pas été très bonne, comme on peut la voir sur la Fig. 3.8 où sont marquées les épaisseurs correspondantes aux 20 électrodes en or déposées soit sur la face interne du verre (Fig. 3.8.a), soit sur la face externe du silicium (Fig. 3.8.b). Dans le dernier cas, le métal a simultanément le rôle d'électrode et de couche structurée pour le piégeage de l'énergie (les valeurs sont des nanomètres) :





*Fig. 3.8 Exemple pour les épaisseurs des électrodes (nm) déposées en or/chrome par la pulvérisation cathodique.*

### 3.3.3 Report de plaques

#### A. La soudure anodique

Nous avons collé par soudure anodique du silicium dopé avec du verre ; ce dernier fut percé, le via électrique amenant le potentiel de la face supérieure du verre au niveau du gap micronique, et donc près de l'interface avec le silicium conducteur. Le procédé est réalisé sous vide ( $10^{-3}$  mbar), à une température de 350 °C et nécessite une tension électrique élevée (au moins 600 V). L'évolution des paramètres de procédé est montrée sur la *Fig. 3.10*.

Afin d'éviter toute décharge électrique produite pendant le collage entre la cathode de la machine et l'électrode supérieure du résonateur, nous avons pratiqué des cavités de 100 µm en profondeur sur la surface du verre en contact avec la cathode, comme expliqué dans la partie « Conception du dispositif » de ce chapitre.

Pendant le procédé de soudure anodique, la température monte à 350 °C et comme il y a une différence entre les coefficients d'expansion thermiques du verre et du silicium (*tableau 3.1*) on peut prévoir une déformation de planéité de l'ensemble de deux wafers après le collage dû aux contraintes induites au cours du refroidissement.

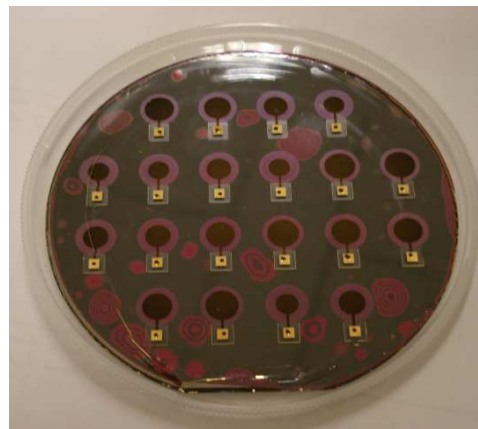
Nous avons vu les conséquences d'une telle situation :

- l'ensemble casse durant l'étape finale, de découpe ;
- si un plus grand nombre d'étapes de photolithographie (par exemple la structuration de l'électrode déposée sur silicium, pour le piégeage de l'énergie) s'avère nécessaire, le défaut de planéité fait que la structure collée ne reste pas maintenue par le vide.

Pour libérer les contraintes nous avons utilisé deux alternatives :

- un recuit final à 400 °C suivi d'un refroidissement lent avant l'étape finale de découpe,
- à la fin de la soudure, une descente lente (2h) en température au lieu d'une descente rapide (30 mn).

Sur la figure suivante nous donnons un exemple de plaques assemblées par la soudure anodique, vue du côté verre.



*Fig. 3.9 Les deux wafers, verre et silicium, après l'étape de collage anodique.*

Sur la figure, les franges d'interférence montrent les lieux où les deux wafers ne sont pas bien soudés. La raison est que soit les wafers n'étaient pas bien nettoyés, soit il y avait des poussières déposées pendant l'assemblage des deux wafers effectué au dehors de la zone des paillasses, avant de les poser dans la machine. Ce problème a été facilement surmonté par la suite.

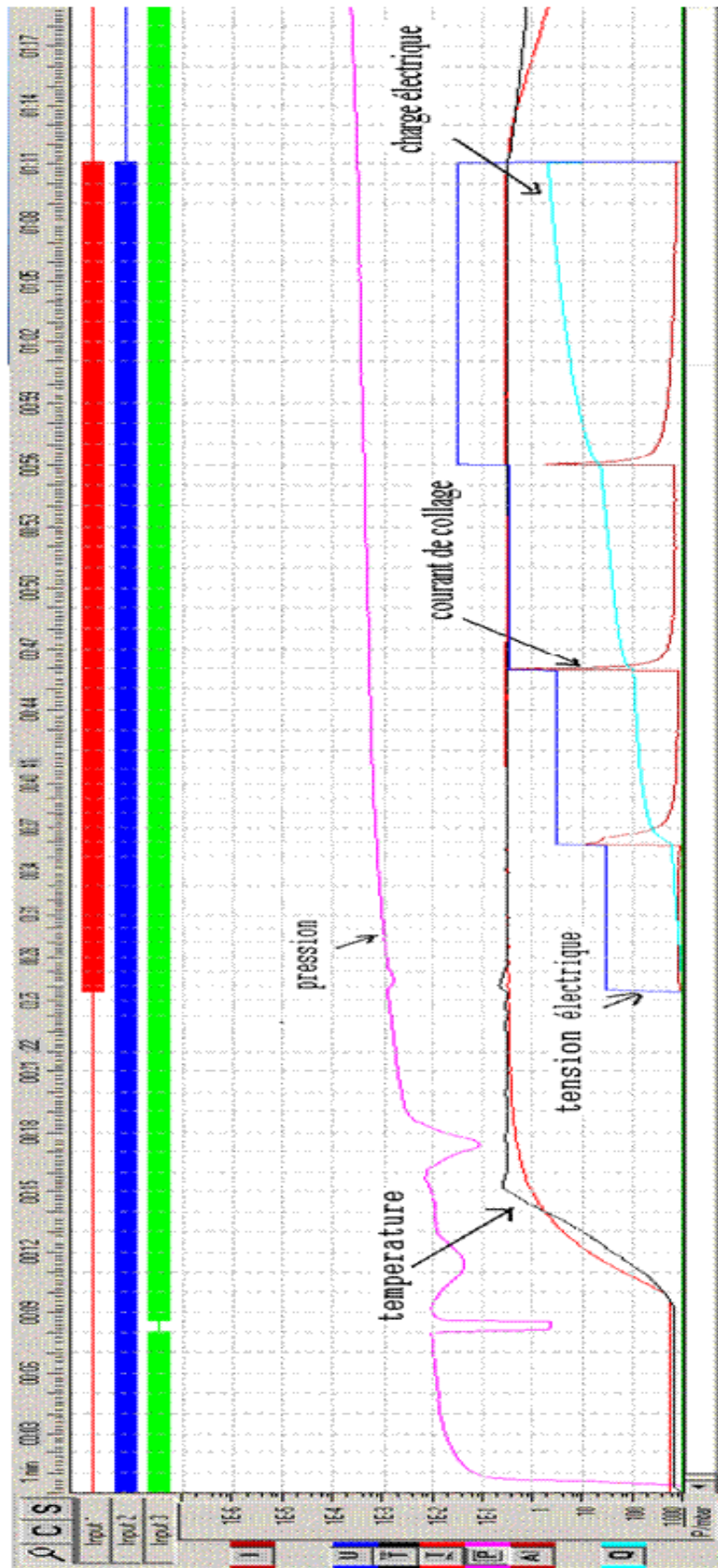


Fig. 3.10 L'évolution des différents paramètres de procès durant les étapes du collage.

## B. La compression or-or

Une autre méthode permettant le collage de deux wafers en utilisant le phénomène d'adhésion entre deux couches métalliques identiques est la thermo-compression. Elle consiste à créer des liaisons métal-métal en ajustant la température et la pression. Généralement cette méthode utilise un couple pression-température judicieusement choisi pour favoriser le collage. Deux solutions extrêmes sont aussi possibles : soit augmenter la température soit augmenter la pression pour favoriser la création des liaisons.

La compression or-or est la dénomination pour le collage par thermo-compression entre deux couches d'or en choisissant la température ambiante comme paramètre du procédé ; ce procédé a été développé dans le cadre de notre laboratoire. Ce choix permet de coller des wafers de natures différentes car le procédé ne génère pas de différences de dilatation thermique, évitant ainsi des effets bilames qui peuvent détruire l'empilement. Le choix de l'or comme métal s'explique par la ductilité de l'or, la « neutralité » à l'air ambiant, d'où une facilité du collage avec ce métal.

Les étapes pour la réalisation des structures par compression or-or :

- Wafer en silicium, conducteur, oxydé sur la face à souder et métallisé avec de l'aluminium sur l'autre face (structurée éventuellement et thermalisée suite à un recuit rapide) ;
- Wafer en verre, usiné aux ultrasons pour réaliser les trous débouchants et gravé pour avoir des marques d'alignements sur le coté extérieur ;
- Dépôt Au/Cr sur les deux faces du verre et sur le silicium, coté silice ;
- Tout de suite après, dépôt de résine par spray sur le verre et par spin-coating sur le silicium ;
- Structuration des couches métalliques à mettre en contact ;
- Pré-collage des deux substrats dans la machine de « Wafer Bonding » sous une pression à 4 000 N et un vide à  $10^{-2}$  mbar ;
- Nouvelle pression à 40 000 N avec une presse hydraulique afin de finaliser le collage pendant 30 minutes.

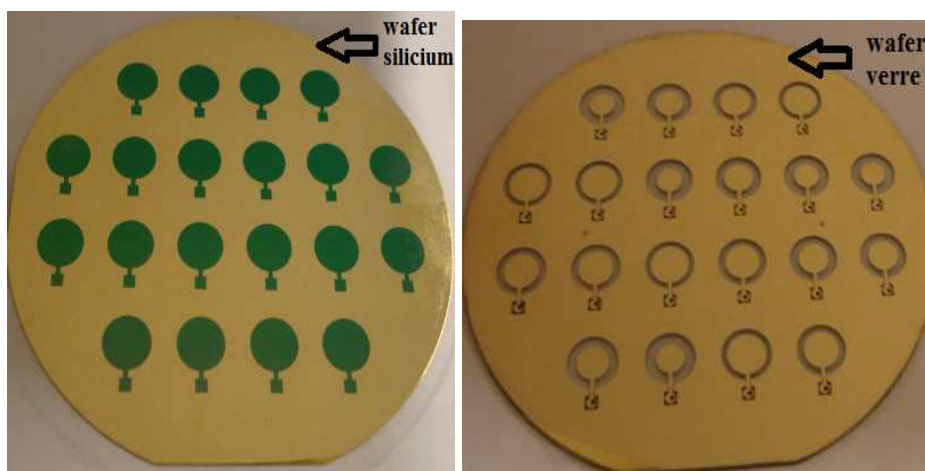


Fig. 3.11 Les deux wafers préparés pour la compression or-or.

Nous avons une étape de plus par rapport à la procédé de fabrication qui utilise la soudure anodique ; il s'agit de la réalisation d'une couche mince (150-200 nm) en or, structurée sur l'oxyde de silicium. Mais la compression or-or présente plusieurs avantages : elle peut être réalisée entre deux substrats quelconques, ne nécessitant pas de champ électrique, ni de température élevée.

La réussite d'un tel procédé réside dans la qualité des deux couches d'or déposées sur les deux wafers à coller, qui doivent être sans défauts, ni impuretés.

Cette méthode fréquemment utilisée dans notre laboratoire, nous a permis de réaliser des gaps d'ordre de 300 nm.

Pour caractériser l'état de collage on peut utiliser le banc de caractérisation ultrasonore développé au sein du laboratoire (Fig. 3.12) :

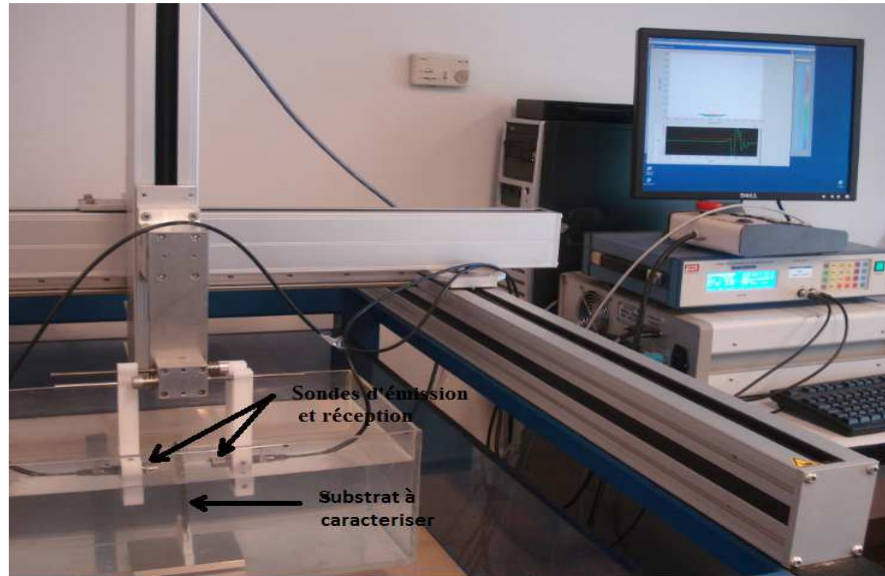


Fig. 3.12 Le banc aux ultrasons utilisé pour la caractérisation qualitative du collage des deux wafers.

La structure à caractériser est immergée dans un bac d'eau prévu avec une source d'ultrasons. Une sonde d'émission génère une onde acoustique longitudinale qui va balayer le substrat et une sonde de réception acquiert le signal acoustique transmis. Pour une plaque sans défaut, on détecte aisément la transmission du signal acoustique émis. La présence d'un défaut de collage entraîne un déficit notable d'énergie acoustique transmise. A l'aide d'un ordinateur contrôlant l'installation, l'acquisition des données est réalisée en temps réel et nous obtenons une cartographie planaire de l'interface.

Sur la Fig. 3.13 on peut apercevoir le résultat obtenu par la caractérisation acoustique du collage réalisé par compression or-or entre un wafer en verre et un wafer en silicium.

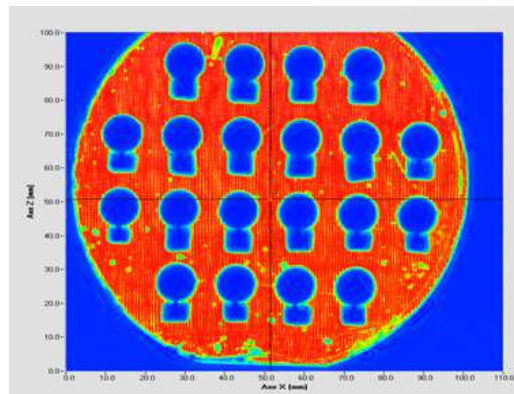
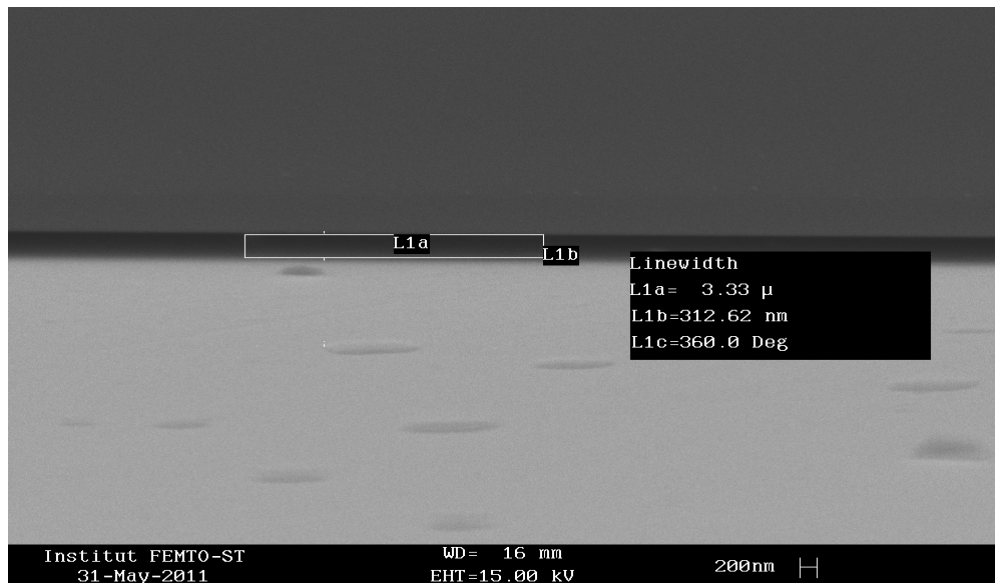


Fig. 3.13 Résultat de la caractérisation aux ultrasons du collage par thermocompression.

La thermo-compression s'avère une méthode bien maîtrisée et pas très coûteuse, qui permet de réaliser des collages entre deux substrats quelconques et, en adaptant l'épaisseur des couches métalliques avec une géométrie donnée, de réaliser des structures à petit gap.



*Fig. 3.14 Image MEB du gap de 300 nm.*

### 3.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principales idées qui nous ont conduits vers la structure de principe et nous avons détaillé les étapes technologiques les plus importantes nécessaires à la fabrication de nos résonateurs viables : la gravure plasma (RIE et DRIE) pour du verre en principal, la pulvérisation cathodique, la soudure anodique verre-silicium, la compression or-or, l'électroformage du nickel. Nous avons également décrit les différents problèmes rencontrés sur le parcours de la mise en œuvre du flow-chart et pour atteindre notre objectif, notamment pendant la gravure profonde du verre, qui reste l'étape critique, en raison du temps nécessaire à la préparation des masques et du caractère aléatoire du succès de l'opération. Bien que plusieurs étapes aient été réalisées avec succès, il subsiste tout de même des procédés à améliorer, comme nous l'avons déjà indiqué au cours de ce chapitre.

Notre procédé de fabrication, basé tant sur les technologies classiques de la microélectronique et sur des plus récentes méthodes de gravure et assemblage des wafers, nous a permis de micro-fabriquer des résonateurs en silicium ayant une structure originale et qui, suite aux étapes de caractérisation électrique et mécanique, permettront de valider l'idée d'excitation électrostatique des modes d'extension-compression de volume dans des substrats monocristallins.



## **Chapitre 4**

### **Étude et réalisation de résonateurs à énergie piégée en silicium**





## Introduction

Généralement, les résonateurs à onde de volume présentent l'avantage de pouvoir facilement confiner l'énergie vibratoire dans la région centrale de leur structure. À cet effet, on peut utiliser un arrangement judicieux des électrodes ou conférer à la région centrale du résonateur une géométrie appropriée pour que les ondes acoustiques restent en quelque sorte captives entre des parois immatérielles virtuellement infranchissable au sein du résonateur. Ainsi, on peut éliminer les inconvénients des résonateurs en flexion, par exemple, dont la vibration structurelle induit des pertes au niveau des suspensions qu'il faut juguler par une conception et une technologie avancée de ces dernières.

Commençons d'abord par définir le concept de structure à énergie piégée.

Les modes de vibration d'épaisseur d'une plaque présentent l'avantage de permettre le confinement de l'énergie au centre de la plaque ; ainsi, le facteur de qualité (nommé aussi coefficient de surtension) peut être considérablement augmenté. Le régime vibratoire établi dans ces conditions est caractérisé par des valeurs simultanément nulles ou négligeables des déplacements, des déformations et des contraintes à la périphérie du résonateur, fait qui garantit l'absence d'émission acoustique dans la structure de maintien. C'est une différence importante par rapport aux modes de flexion.

Comment l'idée de piégeage de l'énergie est-elle apparue ?

Pour réaliser la suppression des modes parasites dans les filtres à quartz AT à des fréquences de 10 à 30 MHz, un des moyens rapidement découverts consistait à jouer sur la géométrie des électrodes et sur l'épaisseur de métal. En 1963, Shockley *et al.* expliquent le comportement des résonateurs sur quartz AT par une adaptation à l'acoustique du modèle du puits de potentiel en mécanique quantique [51]. Le modèle ainsi élaboré permet de relier les fréquences parasites à la géométrie des électrodes du résonateur et à l'épaisseur de métal. En 1977, H.F. Tiersten assemble ce modèle avec la description des propriétés dispersives des ondes guidées dans les plaques minces donnée par la théorie des vibrations des plaques de R.D. Mindlin. Tiersten applique son modèle au cas de résonateurs fonctionnant sur des harmoniques de la résonance fondamentale tout en incluant les effets dus à la géométrie des électrodes et de l'espace entourant ces dernières. Par rapport à Mindlin, l'avancée du modèle de Tiersten consiste à étendre l'équation de dispersion asymptotique sous la forme d'une équation aux dérivées partielles équivalente, permettant de décrire de façon satisfaisante le confinement de la vibration résultant des électrodes déposées sur un quartz AT. Sur les mêmes bases théoriques, le modèle asymptotique sera ensuite étendu à la description analytique du piégeage d'énergie dans les résonateurs piézoélectriques à faces parallèles ou plan-convexes d'orientation quelconque [52].

Les coupes de quartz utilisées en pratique sont caractérisées par des constantes de dispersion positives, ce qui force géométriquement le confinement de l'énergie acoustique au centre des résonateurs ayant une (ou deux) de leurs faces convexe(s).

A partir des courbes de dispersion d'une plaque en silicium, nous développons dans ce chapitre un modèle bi-dimensionnel pour le piégeage de l'énergie, dans une configuration d'actionnement électrostatique. D'après nos connaissances, un tel modèle ne figure pas dans la littérature du domaine des MEMS. Ensuite, nous présentons la manière dont nous avons implémenté en pratique les résultats de la modélisation, avec comme base de départ l'enchaînement des étapes technologiques exposé dans le chapitre antérieur.

#### 4.1 Les courbes de dispersion d'une plaque en silicium monocristallin (100)

Dans cette section, nous sommes intéressés à trouver les modes propres de vibrations au voisinage du régime d'épaisseur pure pour une plaque mince en silicium monocristallin d'épaisseur  $2h$ . Le système d'axes orthogonaux est disposé conformément à la figure suivante :

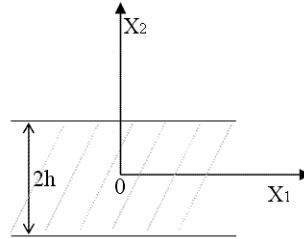


Fig. 4.1 La plaque mince infinie

On suppose que la dimension dans la direction  $x_2$  (l'épaisseur) est beaucoup plus petite que les dimensions latérales, respectivement orientées suivant  $x_1$  et  $x_3$ .

Les équations qui régissent la vibration d'extension-compression d'épaisseur sont les suivantes :

$$\sum_{j=1}^2 \delta T_{ij} / \delta x_j = \rho \ddot{u}_i \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (4.1)$$

$T_{ij}$  représente le tenseur des contraintes, donné par la loi de Hooke généralisée :

$$T_{ij} = \sum_k \sum_l c_{ijkl} S_{kl} \quad (4.2)$$

où  $c_{ijkl}$  est le tenseur de constantes élastiques et  $S_{kl}$  est le tenseur de déformations ;  $\rho$  désigne la masse volumique du silicium et  $\ddot{u}_i$  l'accélération selon la direction  $i$ .

Ensuite, nous allons utiliser la notation des indices compressés :  $T_{ij}$ ,  $S_{ij}$  et  $c_{ijkl}$  avec leurs indices de 1 à 3, deviennent  $T_I$ ,  $S_I$  et  $c_{IJ}$  avec des indices allant de 1 à 6 conformément à la convention suivante :

$$\underbrace{11}_1, \underbrace{22}_2, \underbrace{33}_3, \underbrace{23}_4, \underbrace{31}_5, \underbrace{12}_6$$

La matrice des constantes élastiques  $c_{IJ}$  pour le silicium, matériau qui appartient à la classe des systèmes cubiques, est la suivante :

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix}$$

L'écriture développée des équations (4.1) avec la condition

$$\frac{\delta}{\delta x_3} = 0 \quad (4.3)$$

montre en ce cas l'existence d'un découplage total de  $u_3$  par rapport aux deux autres composantes  $u_1$  et  $u_2$ , seules conservées dans la suite, car la force électrostatique appliquée dans une étape ultérieure du modèle s'exercera suivant la direction  $x_2$ .

La plaque est supposée libre de toute contrainte. Par suite, les conditions aux limites sur ses grandes faces ( $x_2 = \pm h$ ) se réduisent à :

$$T_6 = c_{66}(u_{1,2} + u_{2,1}) = 0 \quad \text{et} \quad (4.4)$$

$$T_2 = c_{22}u_{2,2} + c_{12}u_{1,1} = 0 \quad (4.5)$$

L'équation (4.1) peut être développée afin d'obtenir les équations de propagation suivant les deux directions,  $Ox_1$  et  $Ox_2$  :

$$c_{11}u_{1,11} + (c_{12} + c_{66})u_{2,12} + c_{66}u_{1,22} = \rho\ddot{u}_1 \quad (4.6)$$

$$c_{66}u_{2,11} + (c_{12} + c_{66})u_{1,12} + c_{22}u_{2,22} = \rho\ddot{u}_2 \quad (4.7)$$

Nous privilégions un certain type de solution de ce système, une vibration antisymétrique suivant l'axe vertical et une vibration symétrique selon l'axe horizontal :

$$u_1 = \beta_1 \cos \eta x_2 \sin \xi x_1 \exp(-i\omega t) \quad (4.8)$$

$$u_2 = \beta_2 \sin \eta x_2 \cos \xi x_1 \exp(-i\omega t) \quad (4.9)$$

où  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont des constantes non nulles et  $\xi$  et  $\eta$  sont les nombres d'onde selon l'axe  $Ox_1$  et respectivement,  $Ox_2$ .

Les équations (4.6) et (4.7) peuvent être écrites sous une forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \rho\omega^2 - c_{11}\xi^2 - c_{66}\eta^2 & -(c_{12} + c_{66})\xi\eta \\ -(c_{12} + c_{66})\xi\eta & \rho\omega^2 - c_{66}\xi^2 - c_{22}\eta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (4.10)$$

Les nombres d'onde doivent alors satisfaire l'équation :

$$\eta^4 c_{22} c_{66} + \eta^2 \left[ c_{66}(c_{66}\xi^2 - \rho\omega^2) + c_{22}(c_{11}\xi^2 - \rho\omega^2) - (c_{12} + c_{66})^2 \xi^2 \right] + (\rho\omega^2 - c_{11}\xi^2)(\rho\omega^2 - c_{11}\xi^2) = 0 \quad (4.11)$$

Nous considérons ici deux situations :

- le cas du mode d'épaisseur pure, lorsque le nombre d'onde horizontal  $\xi$  est nul, ce qui conduit à écrire :

$$u_1 = 0$$

$$u_2 = \beta_2 \sin \eta x_2 e^{-j\omega t}$$

- le cas asymptotique,  $\xi \rightarrow 0$ , (quasi-thickness vibrations,  $\frac{\xi^2}{\rho\omega^2} \ll 1$ )

et nous pouvons calculer les solutions  $\eta^2$  approchées de l'équation (4.11), grâce à un développement limité du second ordre en  $\xi^2$  :

$$\begin{aligned} \eta_1^2 &\approx \frac{\rho\omega^2}{c_{22}} - \frac{1}{c_{22}} \xi^2 \left[ c_{66} + \frac{(c_{12} + c_{66})^2}{c_{22} - c_{66}} \right] \\ \eta_2^2 &\approx \frac{\rho\omega^2}{c_{66}} - \frac{1}{c_{66}} \xi^2 \left[ c_{11} + \frac{(c_{12} + c_{66})^2}{c_{66} - c_{22}} \right] \end{aligned} \quad (4.12 \text{ et } 13)$$

En reportant ces solutions approchées dans l'équation (4.10), on obtient deux solutions différentes pour le rapport  $\frac{\beta_1}{\beta_2}$  :

- la solution en  $\eta_2$  caractéristique du mode de cisaillement :

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{(c_{12} + c_{66})\xi\eta_2}{\rho\omega^2 - c_{66}\xi^2 - c_{22}\eta_2^2} \quad (4.14)$$

- la solution en  $\eta_1$  caractéristique du mode compression-extension :

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{(c_{12} + c_{66})\xi\eta_1}{\rho\omega^2 - c_{11}\xi^2 - c_{66}\eta_1^2} \quad (4.15)$$

On peut vérifier aisément qu'aucune de ces deux solutions asymptotiques ne peut satisfaire seule les conditions aux limites (4.4) et (4.5), car une seule composante indépendante d'amplitude ne peut satisfaire deux conditions simultanées. Il faut donc construire une solution plus générale sur une combinaison linéaire des deux solutions asymptotiques précédentes :

$$u_1 = (\beta'_1 \cos \eta_1 x_2 + \beta_1 \cos \eta_2 x_2) \sin \xi x_1 \quad (4.16)$$

$$u_2 = (\beta'_2 \sin \eta_1 x_2 + \beta_2 \sin \eta_2 x_2) \cos \xi x_1 \quad (4.17)$$

Les équations aux limites (4.4) et (4.5) deviennent :

$$\left( \frac{c_{12} + c_{66}}{c_{22} - c_{66}} + 1 \right) \xi \beta'_2 \sin \eta_1 h + \left( \eta_2 - \frac{c_{12} + c_{66}}{c_{22} - c_{66}} \frac{\xi^2}{\eta_2} \right) \beta_1 \sin \eta_2 h = 0 \quad (4.18)$$

$$\left( c_{22}\eta_1 + c_{12} \frac{c_{12} + c_{66}}{c_{22} - c_{66}} \frac{\xi^2}{\eta_1} \right) \beta'_2 \cos \eta_1 h + \left( c_{12} - c_{22} \frac{c_{12} + c_{66}}{c_{22} - c_{66}} \right) \xi \beta_1 \cos \eta_2 h = 0 \quad (4.19)$$

Dans ces expressions, nous avons éliminé les termes contenant  $\beta_2$  et  $\beta'_1$  pour garder comme inconnues principales les termes respectivement prépondérants dans le mode de vibration d'extension-compression et dans le mode de cisaillement.

L'équation matricielle qui peut être obtenue admet des solutions non triviales si son déterminant est nul, ce qui revient à écrire l'équation suivante :

$$\begin{aligned} & \eta_1 \eta_2 \xi^2 \left( 1 + \frac{c_{12} + c_{66}}{c_{22} - c_{66}} \right) \left( c_{12} - c_{22} \frac{c_{12} + c_{66}}{c_{22} - c_{66}} \right) \sin \eta_1 h \cos \eta_2 h - \\ & - \left( \eta_2^2 - \xi^2 \frac{c_{12} + c_{66}}{c_{22} - c_{66}} \right) \left( \eta_1^2 c_{22} + c_{12} \xi^2 \frac{c_{12} + c_{66}}{c_{22} - c_{66}} \right) \cos \eta_1 h \sin \eta_2 h = 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Si le mode d'extension-compression est dominant,  $\cos \eta_1 h = 0 \Leftrightarrow \eta_1 h = \frac{n\pi}{2}$ ,  $n = 1, 3, 5, \dots$

Le mode de cisaillement est dominant lorsque  $\sin \eta_2 h = 0 \Leftrightarrow \eta_2 h = \frac{m\pi}{2}$ ,  $m = 2, 4, 6, \dots$

Comme nous recherchons avant tout la résonance du mode d'extension-compression, nous privilégions les solutions  $\eta_1 h \approx \frac{n\pi}{2}$ , avec  $n = 1, 3, 5, \dots$ . Autrement dit, on peut écrire :

$$\eta_1 h = \frac{n\pi}{2} + \alpha_n, \text{ avec } \alpha_n \text{ petit à déterminer.} \quad (4.21)$$

En utilisant la formule approximativ  $tg\eta_1 h \approx -\frac{1}{\alpha_n}$ , le développement de l'équation (4.20)

nous permet de déterminer  $\alpha_n$  :

$$\alpha_n = \frac{\xi^2 (c_{12} + c_{22})^2 c_{66}}{h\eta_1^2 \sqrt{\frac{c_{22}}{c_{66}} c_{22} (c_{22} - c_{66})^2}} \frac{1}{tg\eta_2 h}. \quad (4.22)$$

Comme  $\eta_1$  est maintenant connu,  $\eta_2$  peut être calculé :

$$\rho\omega^2 \approx c_{66}\eta_2^2 \approx c_{22}\eta_1^2 \quad (4.23)$$

$$\eta_2 \approx \eta_1 \sqrt{\frac{c_{22}}{c_{66}}} \quad (4.24)$$

L'équation de dispersion est ensuite déduite, en appliquant les formules (4.21) et (4.23) pour  $\eta_1^2$  :

$$\eta_1^2 \approx \left(\frac{n\pi}{2h}\right)^2 + 2\alpha_n \left(\frac{n\pi}{2h}\right) \approx \frac{\rho\omega^2}{c_{22}}$$

et en remplaçant  $\alpha_n$  par son expression (4.22) :

$$\rho\omega^2 - \left(\frac{n\pi}{2h}\right)^2 c_{22} - \xi^2 M_n = 0 \quad (4.25)$$

$$M_n = \left[ c_{66} + \frac{(c_{12} + c_{66})^2}{c_{22} - c_{66}} + \frac{4c_{66}(c_{12} + c_{22})^2}{(c_{22} - c_{66})^2 n\pi \sqrt{\frac{c_{22}}{c_{66}}}} ctg\left(\frac{n\pi}{2} \sqrt{\frac{c_{22}}{c_{66}}}\right) \right] \quad (4.26)$$

où  $M_n$  est la constante de dispersion d'ordre  $n$ .

L'équation (4.25) nous donne la relation entre la fréquence angulaire  $\omega$  et  $\xi$ , la composante horizontale du nombre d'onde, en fonction des constantes du matériau ; elle a été déduite pour le mode de compression-extension de la plaque plan-parallèle, dans l'approximation  $\xi \rightarrow 0$ .

La propagation des ondes guidées peut être représentée globalement par un ensemble de courbes, dites courbes de dispersion, qui montrent la dépendance entre la fréquence angulaire de chaque mode et la composante du nombre d'onde dans la direction du guidage. Afin d'obtenir un tracé complet des courbes de dispersion en notre cas, les changements de variables suivants sont effectués :

$$\begin{aligned} \eta_0 &= \frac{\pi}{2h} & \omega_0^2 &= \frac{c_{66}}{\rho} \eta_0^2 \\ \Omega &= \frac{\omega}{\omega_0} & \gamma &= \frac{\xi}{\eta_0} \end{aligned}$$

Ici  $\Omega$  et  $\gamma$  représentent la fréquence normalisée et le nombre d'onde normalisé, respectivement.

Les courbes de dispersion du Silicium pour la configuration étudiée, tracées par M. Bernard Dulmet en utilisant une méthode numérique, sont présentées sur la Fig. 4.2 ; on peut apercevoir les premiers modes de vibrations pour les types d'ondes guidées pouvant se propager dans la direction  $OX_I$  : LS – le mode de Lamé symétrique, LA - le mode de Lamé antisymétrique, F - le mode de flexion, TS - les modes de cisaillement et finalement TE - le mode de compression-extension.

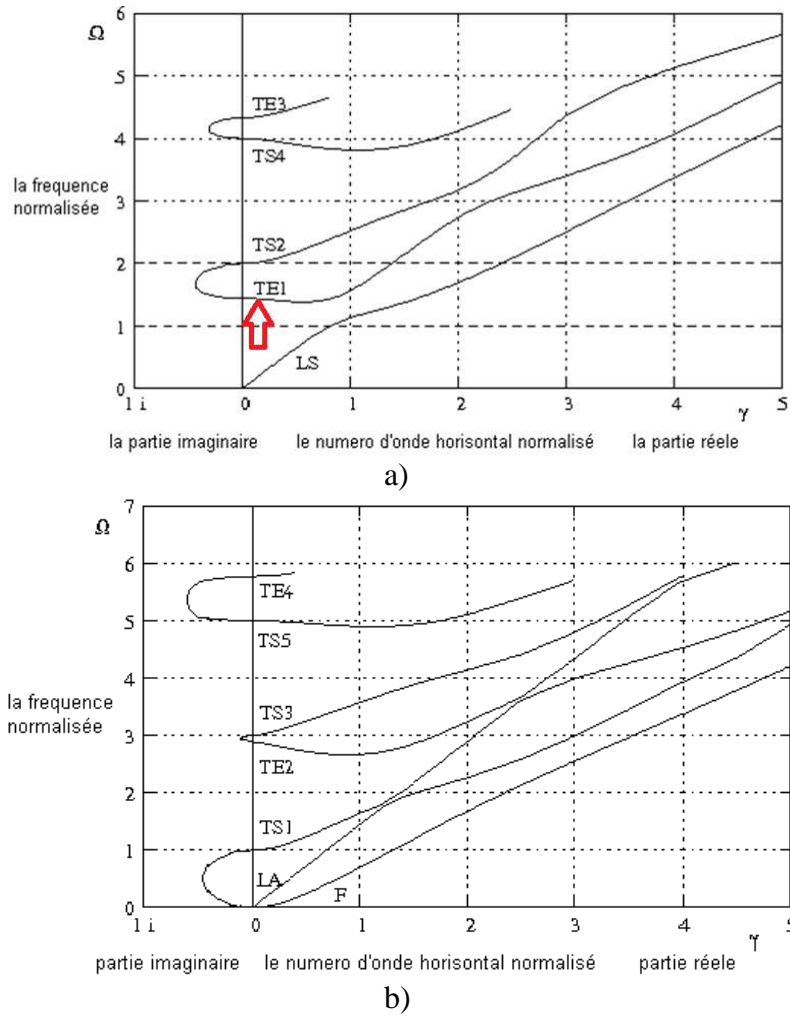


Fig. 4.2 Les courbes de dispersions  $\Omega = f(\gamma)$  pour des ondes guidées se propageant dans l'épaisseur du silicium: a) symétriques, b) antisymétriques par rapport à la composante  $u_2$ .

## 4.2 Le piégeage de l'énergie

En rendant négligeables les fuites dans la structure de maintien des résonateurs, le piégeage de l'énergie acoustique dans une région bien définie est une des raisons essentielles du succès des composants fondés sur les ondes de volume ou de surface dans la plage de fréquence RF de 1 MHz à quelques GHz. Par exemple, les résonateurs de type HBAR dans lesquels la résonance est entretenue par effet piézoélectrique ont récemment permis d'obtenir des coefficients de qualité record ( $f \cdot Q = 8 \cdot 10^{13}$  à 1,5 GHz) [53] mais la qualité des couches minces piézoélectriques reste une question difficile et le caractère composite des structures peut être un facteur limitant pour la stabilité à long terme.

Notre idée consiste à explorer les possibilités d'excitation non-piézoélectrique de vibrations à énergie piégée dans des structures mono-cristallines. L'introduction dans le monde des MEMS du concept de propagation d'ondes de volume et de piégeage d'énergie constitue à la fois un challenge et une opportunité.

De façon très générale, le piégeage peut se réaliser par deux méthodes mutuellement exclusives au cas par cas, suivant l'allure des courbes de dispersion :

- la réalisation d'une structure type MESA, dans une telle situation il faut créer une surépaisseur dans la partie centrale de la structure, comme nous l'indiqué sur la figure ci-dessus :

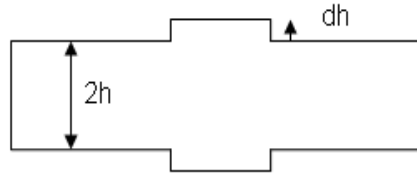


Fig. 4.3 Configuration type MESA pour le piégeage de l'énergie.

- la réalisation d'un creux dans la même partie centrale, structure appelée MESA inversée :

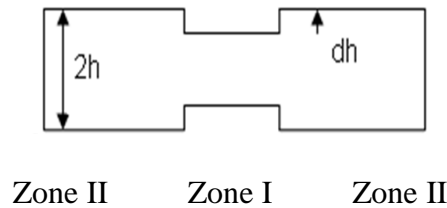


Fig. 4.4 Configuration type MESA inversé pour le piégeage de l'énergie.

Le type de configuration est imposé par le signe de la constante de dispersion  $M_n$ , qui représente en fait la courbure de la courbe de dispersion : si elle a une valeur positive, il faut un structure convexe (« bosse ») et si elle est négative il faut une structure concave (« trou »). [54]. Dans notre cas, la courbe pour TE1, représentée sur la Fig. 4.2.a montre une courbure négative et assez petite, on peut prévoir un piégeage qui n'apporte pas une forte amélioration.

D'après les calculs (relation 4.26), on trouve pour le mode fondamental :  $M_1 = -98 \text{ GPa}$ .

En conclusion, la structure résonante à énergie piégée doit être amincie au centre, comme sur la Fig. 4.4.

Nous considérons ce dernier type de structure et pour avoir l'onde piégée dans la partie centrale de rayon  $a$ , il faut que l'onde soit évanescente dans la partie externe, plus épaisse (Fig. 4.5). Du point de vue mathématique, cela revient à dire que le nombre d'onde est réel dans la partie centrale et imaginaire dans la partie externe plus épaisse (Fig. 4.6).

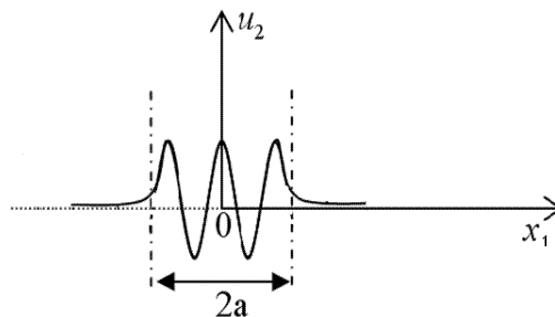


Fig. 4.5 La distribution axiale du déplacement pour un mode piégé.



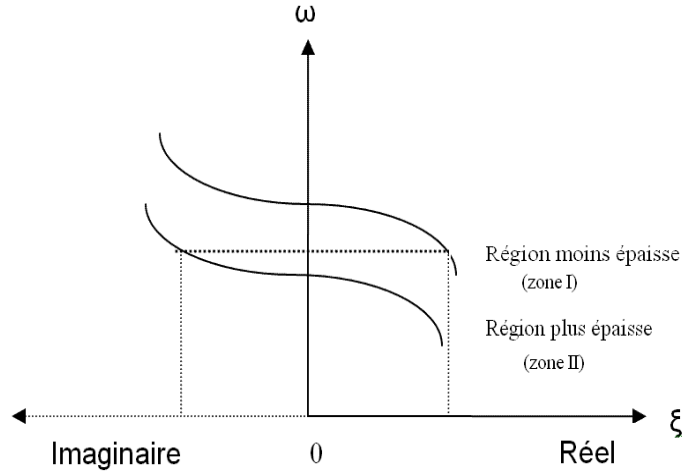


Fig. 4.6 Principe du piégeage de l'énergie.

Soit  $\xi$  et  $\bar{\xi}$  les composantes horizontales des nombres d'ondes correspondant à la partie centrale moins épaisse et, respectivement, à la périphérie, plus épaisse.

Les équations de dispersion au voisinage de l'axe de la fréquence peuvent être approximées par des paraboles :

- pour la zone I :

$$\rho\omega^2 = M_n \xi^2 + c_{22} \frac{n^2 \pi^2}{4(h - \delta h)^2} \approx M_n \xi^2 + c_{22} \frac{n^2 \pi^2}{4h^2} \left(1 + \frac{2\delta h}{h}\right), \quad (4.27)$$

avec  $M_n$  négatif et  $\xi$  réel.

- pour la zone II :

$$\rho\omega^2 = M_n \bar{\xi}^2 + c_{22} \frac{n^2 \pi^2}{4h^2} = -M_n \alpha^2 + c_{22} \frac{n^2 \pi^2}{4h^2} \quad (4.28)$$

avec  $M_n$  négatif et  $\bar{\xi}$  imaginaire,  $\bar{\xi} = j\alpha$  ;

Les déplacements s'écrivent :

- pour la zone I :

$$u_2(x_1, x_2, t) = A \cos \xi x_1 \sin \frac{\pi x_2}{2(h - \delta h)} e^{-j\omega t}, \text{ avec } x_1 \leq a, \quad (4.29)$$

- pour la zone II :

$$u_2^e(x_1, x_2, t) = B e^{-x_1 \alpha} \sin \frac{\pi x_2}{2h} e^{-j\omega t}, \text{ avec } x_1 \geq a. \quad (4.30)$$

En imposant les conditions de continuité du déplacement et de la contrainte sur la frontière entre les deux zones, et après soustraction entre les équations (4.27) et (4.28) nous obtenons une équation transcendante, d'où le nombre d'onde  $\xi$  peut être calculé par une simple méthode de résolution graphique :

$$u_2(a, x_2, t) = u_2^e(a, x_2, t) \Rightarrow \begin{cases} B = A \cos(\xi a) e^{\alpha a} \\ u_2^e(x_1, x_2, t) = A e^{-(x_1 - a)\alpha} \cos \xi a \cdot \sin \frac{\pi x_2}{2h} e^{-j\omega t} \end{cases} \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x_1} = \frac{\partial u_2^e}{\partial x_1} \text{ pour } x_1 = a \Rightarrow \begin{cases} \xi \operatorname{tg} \xi a = \alpha \\ \bar{\xi} = j \xi \operatorname{tg} \xi a \end{cases}$$

$$(\xi a)^2 + \frac{c_{22} n^2 a^2 \pi^2 \delta h}{2h^3 M_n} \cos^2 \xi a = 0 \quad (4.32)$$

Ensuite, en remplaçant  $\xi$  calculé par méthode graphique (Annexe A.3.1) dans (4.28) nous obtiendrons l'équation permettant le calcul des fréquences propres de la structure en fonction de ses paramètres géométriques:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\rho} \left( M_n \xi^2 + \frac{c_{22} n^2 \pi^2}{4(h - \delta h)^2} \right)} \quad (4.33)$$

Le graphique sur la Fig. 4.7 nous donne la valeur du  $\xi$  pour une situation bien définie :

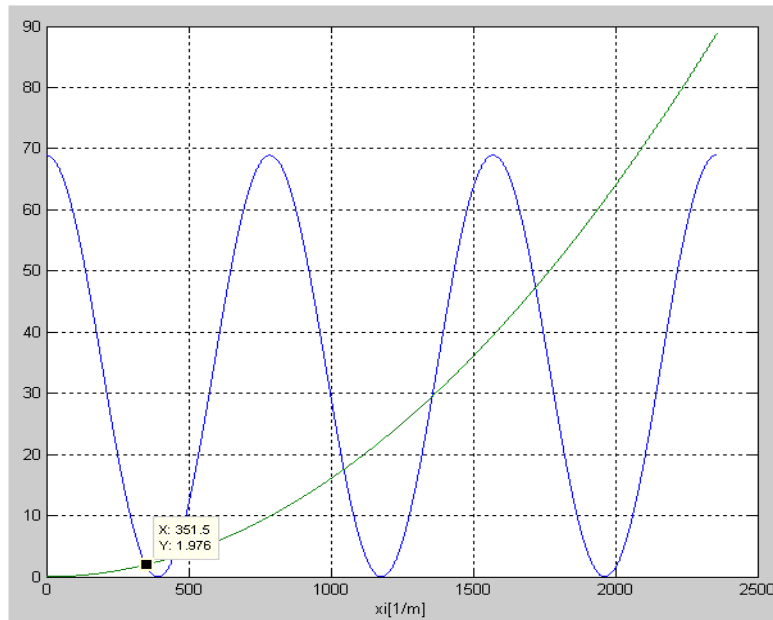


Fig. 4.7 La méthode graphique pour le calcul du nombre d'onde horizontal.

Application numérique. Pour :

$$h = 200 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\delta h = 500 \text{ nm}$$

$$c_{22} = 166 \text{ GPa}$$

$$M_n = -98,2 \text{ GPa}$$

$$\rho = 2330 \text{ kg/m}^3$$

on trouve en première approximation  $\xi = 351,5 \text{ m}^{-1}$ , ce qui, conformément à l'équation (4.33) nous conduit à une valeur de 10,7 MHz pour  $f_1$ .

On estime en général que l'onde est piégée dans la partie centrale de rayon  $2a$  si le rapport entre l'amplitude de la vibration calculée au bord et celle au centre,  $u_2(a)/u_2(0)$ , est  $10^{-4}$ .

Pour une géométrie donnée, on peut ainsi trouver l'épaisseur du film qu'il faut ajouter et structurer pour avoir une structure à énergie piégée.

Nous donnons dans l'Annexe A.3.1 un programme Matlab permettant de résoudre ce genre de problème. Par exemple, dans le cas d'un substrat en silicium ayant une épaisseur  $2h$ , si nous voulons confiner l'énergie du mode fondamental d'extension-compression dans une zone de diamètre  $d=10$  mm, nous devons créer une structure analogue à celle de la Fig. 4.4, avec un rayon de la partie centrale,  $a < d/2$ , d'une valeur choisie pour avoir une atténuation maximale au bord de la structure. Sur la figure suivante on trouve les graphiques tracés à l'aide du programme mentionné, pour deux épaisseurs du film ajouté,  $\delta h$ .

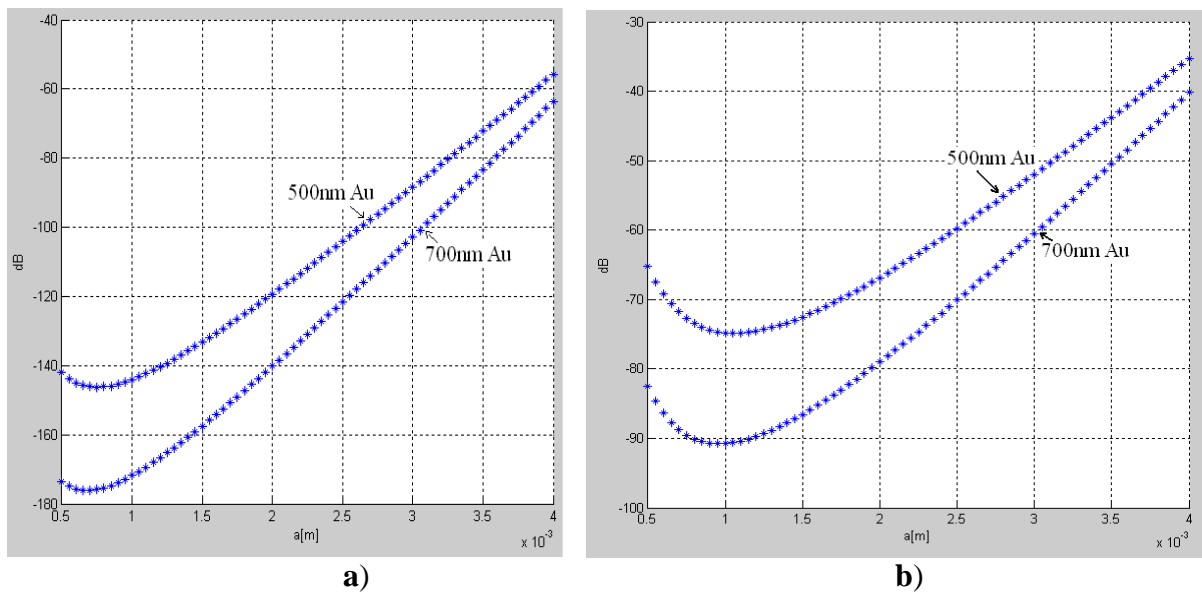


Fig. 4.8 L'atténuation relative en fonction du rayon  $a$  de la cavité, pour deux valeurs d'épaisseurs  $\delta h$  (500 nm et 700 nm), ayant un substrat en silicium de :  
a)  $2h = 256 \mu\text{m}$ , b)  $2h = 380 \mu\text{m}$ .

### 4.3 Aspects technologiques et réalisation pratique

La réalisation des dispositifs à énergie piégée à partir des étapes mentionnées dans le chapitre antérieur, nécessite l'ajout d'une étape supplémentaire de photolithographie. Cette étape, introduite après le collage des wafers (l'étape 25 du « flow-chart ») a pour finalité la structuration de la couche métallique déposée sur la face externe du silicium, en utilisant le masque no.5 de l'Annexe A.2.1.

Le modèle exposé ci-dessus nous donne, pour une épaisseur donnée en silicium, le diamètre du trou et l'épaisseur nécessaire au confinement de l'énergie de la couche métallique. Le calcul nous montre une épaisseur d'aluminium assez importante, au moins de  $5 \mu\text{m}$ , correspondant à une épaisseur de  $380 \mu\text{m}$  en silicium. Or, une telle épaisseur risque de constituer une marche épaisse au voisinage du trou possédant un fort pouvoir diffractant pour les ondes acoustiques, ce qui n'est pas pris en compte dans le modèle. Afin d'éviter cette difficulté, l'aluminium a été

remplacée par une couche d'or ayant une épaisseur équivalente à l'épaisseur d'aluminium, respectivement de 700 nm.

La structuration de la couche d'or est une étape délicate pour les raisons suivantes :

- comme nous l'avons mentionné dans le chapitre antérieur (sous-chapitre 3.3.3A), après la soudure anodique, la planéité du sandwich silicium-verre est affectée, introduisant des soucis de réalisation du serrage des deux wafers sous vide au niveau de l'aligneur. La thermo-compression s'avère encore une fois plus indiquée en cette situation, car le recuit thermique n'est pas toujours suffisamment pour réduire les défauts de planéité induits par la différence des coefficients thermiques de dilatation du silicium et du verre, durant l'application d'une température de 350 °C dans le processus de soudure anodique.

- une fois la lithographie réalisée, l'étape suivante, de développement de résine, nécessite la protection de la deuxième face externe du sandwich, car les trous ouverts (non-bouchés) constituent des voies vers le gap, donc le risque de contamination de celui-ci est majeur. Nous avons protégé cette face par un film UV qui a été retiré à la fin de cette étape.

Les structures obtenues dans une configuration type « méso-inversé » présentent un trou de 2mm en diamètre, pratiqué dans toute l'épaisseur de l'électrode déposée sur le silicium ; ce trou est positionné au milieu de la zone vibrante.

Nous avons aussi réalisé un groupe de 20 résonateurs en configuration « mesa », afin d'évaluer leurs caractéristiques et de valider nos résultats théoriques. Ces derniers dispositifs présentent une surépaisseur centrale à la place d'un amincissement, surépaisseur obtenue par l'utilisation d'une résine négative, la Ti09 par exemple.

Il faut noter que puisque la modélisation uni-dimensionnelle de l'excitation électrostatique présentée au chapitre 2 étant basée sur le transfert du terme de forçage depuis les conditions aux limites vers le second membre de l'équation de propagation, il sera facile d'importer ultérieurement ce terme dans l'équation de dispersion (4.27) établie pour la région centrale de la plaque, ce qui permettra de corriger les valeurs des paramètres motionnels pour tenir compte du comportement transverse de la vibration.

## Conclusions

Dans ce chapitre nous avons développé un modèle analytique bidimensionnel original pour le piégeage de l'énergie acoustique d'une structure en silicium conducteur, actionnée électrostatiquement en simple-face. Ce modèle a été ensuite utilisé pour déduire la géométrie du piégeage, adaptée à notre structure (forme, dimensions), afin de pouvoir transposer en pratique les résultats obtenus théoriquement. Les étapes ajoutées à la chaîne technologique pour réaliser une structure « mesa inversé » ont été discutées.



## **Chapitre 5**

### **Caractérisation des résonateurs fonctionnant en mode d'extension- compression**



## Introduction

Une fois le dispositif résonnant fabriqué, il faut trouver les moyens de le caractériser aussi complètement que possible ; la réponse électromécanique à l'excitation électrostatique doit être détectée et précisément quantifiée. À cet effet, on applique au résonateur la superposition d'une tension de polarisation continue et d'une tension alternative d'amplitude modérée ( $V = \bar{V} + \tilde{V}e^{j\omega t}$ ), afin de créer une transduction linéaire, dont la mise en œuvre est analogue à celle pratiquée avec les résonateurs piézoélectriques. On peut ainsi générer des oscillations de faible amplitude autour d'une polarisation statique. Les deux tensions sont appliquées simultanément à l'aide d'un té de polarisation, au niveau des deux fils de connexion collés sur les deux faces du résonateur avec de la pâte à l'argent (fig. 5.1). L'électrode déposée sur le silicium est liée à la masse, l'électrode déposée sur verre recueillant la tension appliquée.

Nous avons testé nos résonateurs en effectuant deux types de mesures : une détection de la vibration mécanique par voie optique par la sonde hétérodyne et une détection de la réponse électrique à l'aide d'un analyseur de réseau. Comme la valeur de la capacité statique de nos résonateurs est très grande devant la capacité motionnelle, il a fallu compenser la première, afin de mesurer la seconde.

Dans ce chapitre expérimental nous présentons dans un premier temps la méthode optique pour la caractérisation de la vibration mécanique ; ensuite nous abordons les différents aspects liés à la caractérisation électrique comme la compensation de la capacité statique, la méthode du cercle d'admittance utilisée pour le calcul de paramètres du circuit équivalent, puis nous présentons les résultats proprement dits et leur interprétation.

Une autre partie est consacrée à l'étude du comportement thermique de nos dispositifs, tant pour des températures positives que pour des températures cryogéniques sous conditions de basse pression.

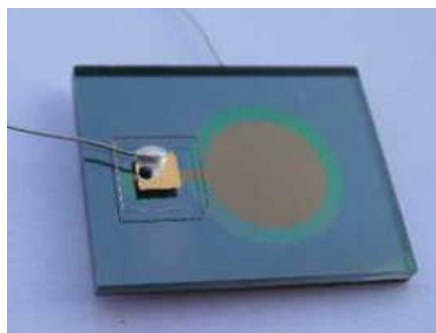


Fig. 5.1 Le résonateur avec ses fils de connexion électrique.



## 5.1 Mesures de vibrations mécaniques avec la sonde interférométrique hétérodyne (BMI)

Les premiers dispositifs viables, dont les gaps étaient d'environ  $1,5 \mu\text{m}$ , ont rapidement permis de démontrer la génération d'ondes acoustiques volumique dans le silicium épais. La détection de leurs vibrations mécaniques a été réalisée à l'aide d'une sonde optique interférométrique hétérodyne (sonde BMI) du département MN2S de l'institut FEMTO-ST.

La sonde disponible au MN2S utilise un laser Hélium-Néon ( $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ ) et une structure interférométrique type Mach-Zender. Son principe est directement dérivé des travaux de D. Royer et E. Dieulesaint [55]. En outre la sonde a bénéficié d'améliorations effectuées au MN2S [56]. Son schéma de principe est présenté sur la figure suivante :

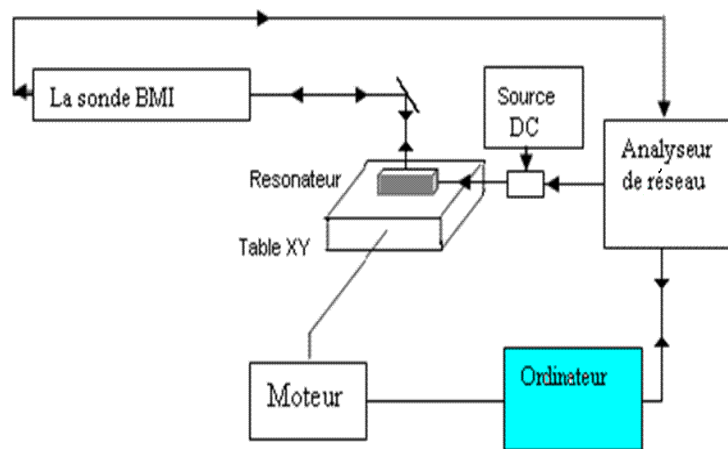


Fig. 5.2 Le schéma bloc de la détection par la sonde hétérodyne.

L'interférométrie hétérodyne est basée sur la détection de la différence de chemin optique entre deux ondes de même phase et fréquence initiales mais qui subissent une ou plusieurs modulations au long de leur chemin avant d'interférer. Cette différence est traduite sous forme de variation d'intensité lumineuse au niveau d'un photo-détecteur. Le schéma optique avec les détails concernant le fonctionnement de la sonde sont présentées dans l'Annexe A.4.1....

La sonde BMI permet la détection des vibrations par démodulation de phase pour des amplitudes ne dépassant pas  $20 \text{ nm}$  ; si on souhaite mesurer des vibrations plus importantes, il faut réaliser une démodulation de fréquence grâce à une électronique adaptée et intégrée à une deuxième sortie de la sonde. Comme dans notre cas  $k\delta \ll 1$ , où  $k = 2\pi/\lambda$  et  $\delta$  est la différence de voie optique, nous avons utilisé la méthode de détection basée sur une démodulation de phase pour accéder à l'amplitude et à la phase de la vibration. La sensibilité de la sonde est de  $10 \text{ mV}/\text{\AA}^{-1}$  et sa résolution est  $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ \AA}/\sqrt{\text{Hz}}$  [57].

Pour effectuer les mesures, on pose l'échantillon sur un support (photo Fig. 5.3.b) permettant l'accès à la partie vibratoire, avec le côté silicium posé au-dessus.

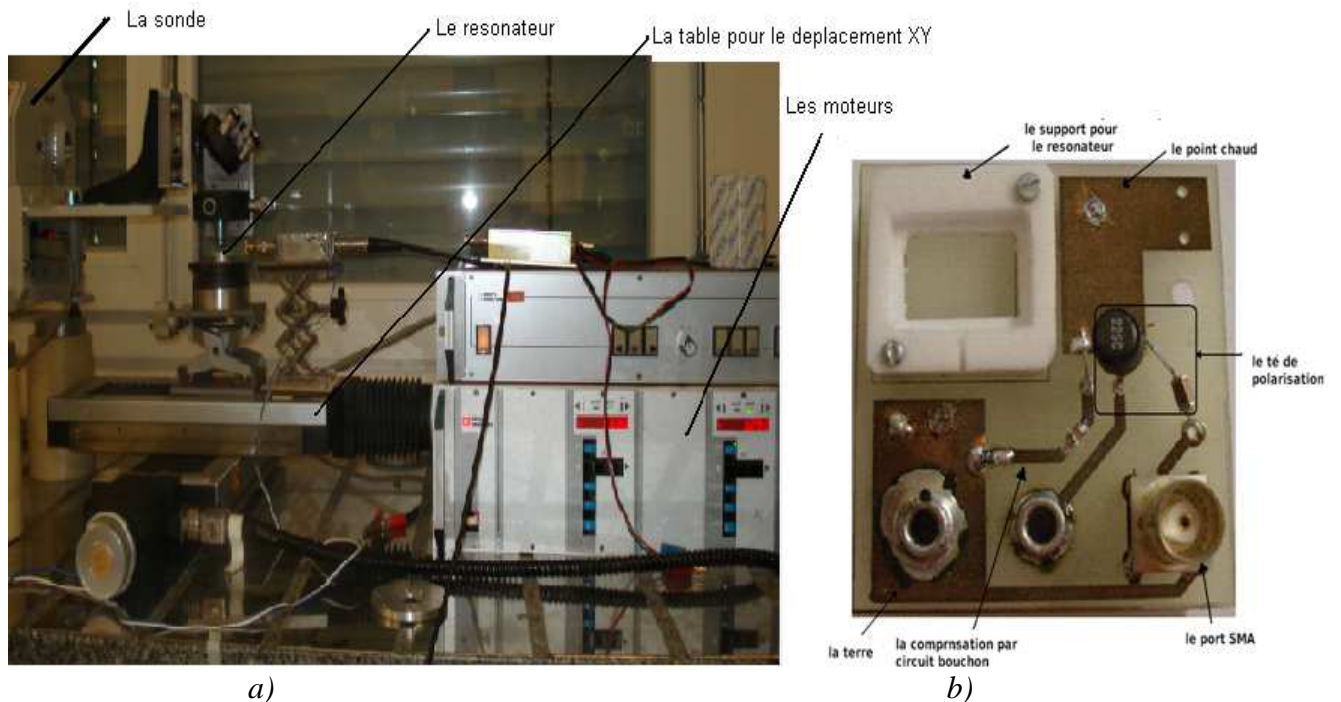


Fig. 5.3 a) Photo du circuit pour la caractérisation à l'aide de la sonde BMI ;  
 b) Dispositif expérimental pour la mesure des fréquences de résonance avec la sonde BMI.

Une fois le réglage de la position et de la focalisation de l'échantillon réalisés à l'aide des axes motorisés de translation, permettant des déplacements XY avec une résolution d'un micron, on place le faisceau sur un point situé sur la surface du silicium.

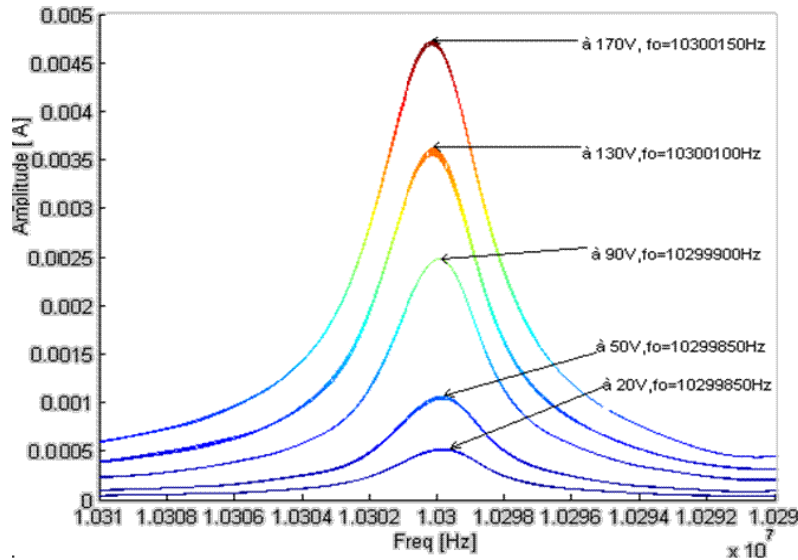
Pour exciter le résonateur, une tension de polarisation DC est appliquée en même temps qu'une petite tension alternative (fournie par l'analyseur de réseau) à l'aide d'un té de polarisation. L'analyseur de réseau HP3577B, utilisé en tant que source de tension alternative et détecteur synchrone, nous permet d'effectuer un balayage en fréquence. On obtient en sortie Basse Fréquence (BF) de la sonde un signal électrique que l'on injecte alors dans l'analyseur de réseau. L'amplitude du mouvement est maximale lorsque la fréquence du signal alternatif est égale à une fréquence de résonance du résonateur. Les spectres en amplitude et en phase de ce signal permettent d'évaluer les fréquences de résonance et d'estimer les amplitudes maximales en ce point pour une fréquence donnée.

Sur la Fig. 5.4 on peut observer une capture de la phase et de l'amplitude correspondant à la première réponse mécanique enregistrée à l'aide de l'analyseur de réseau.



Fig. 5.4 Photo des courbes d'amplitude et de phase de la réponse mécanique enregistrée avec la sonde BMI et l'analyseur de réseau.

Nous avons enregistré les amplitudes de vibration d'une dizaine de résonateurs, en fonction de la valeur de la tension continue appliquée et du niveau de la tension alternative. Sur la *Fig. 5.5* on peut voir des exemples de spectres tracés pour des valeurs de la tension de polarisation allant de 20 V à 170 V, le niveau de la tension alternative étant maintenu constant à 0,5 V. D'autres exemples sont présentés dans les Annexes [A.4.1](#).



*Fig. 5.5 Exemple de courbes d'amplitude de la vibration mécanique en fonction de la tension continue appliquée ( résonateur R2).*

La valeur de l'amplitude de la vibration mécanique est très petite (des picomètres), dépendante de la géométrie du résonateur et de la tension électrique appliquée. Pour des valeurs de la tension continue d'excitation comprise entre 20 V et 170 V, l'amplitude augmente d'un facteur dix et la fréquence de résonance présente une variation de 1 à 2Hz/V, équivalant à 0.2 ppm/V (environ).

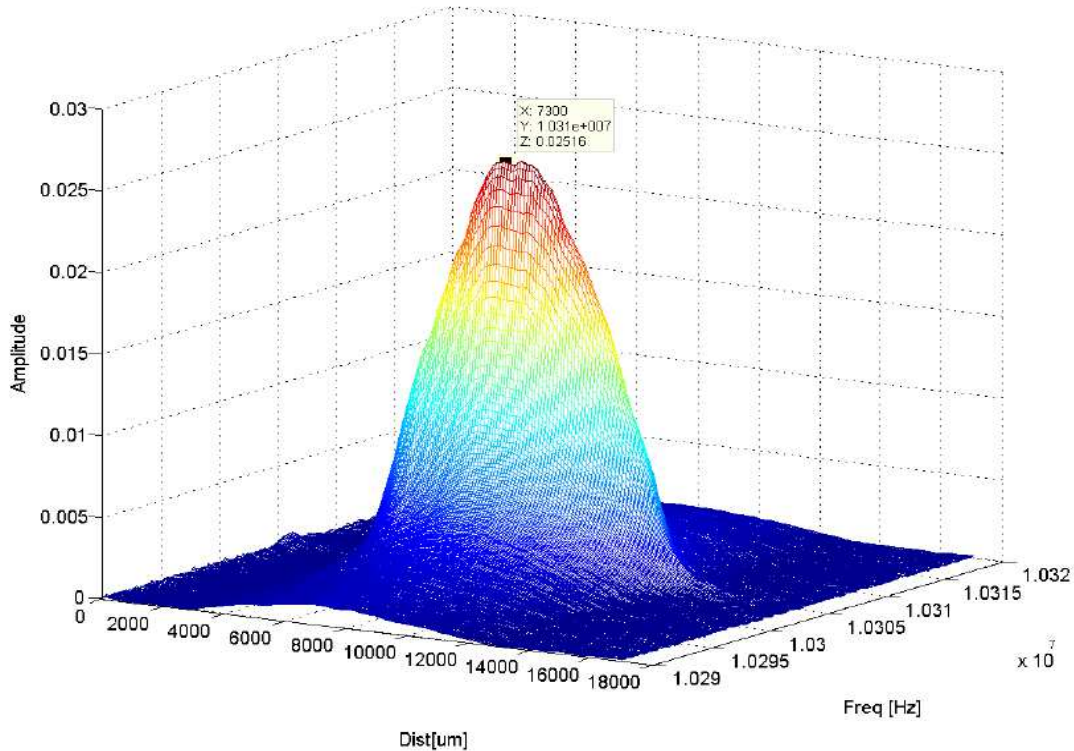
*Tableau 5.1 : Les valeurs des paramètres mécaniques correspondant aux quatre résonateurs ayant des rayons différentes.*

Rayon	Fréquence de résonance [Hz]	Coefficient de qualité mécanique	Amplitude [Å] à 170Vdc
R1	10 299 250	2200	0,0019
R2	10 300 300	2300	0,0047
R4	10 303 780	2815	0,0080
R3	10 306 225	3340	0,0099

Ici, le coefficient de qualité a été estimé par calcul à l'aide de la largeur à mi-hauteur du pic de résonance.

Rappelons que le photo-détecteur recevant l'onde réfléchie est placé du côté de la surface du silicium ; nous avons essayé de détecter une éventuelle vibration du substrat en verre utilisé comme support d'électrode. Pour cela, nous avons déposé une fine couche métallique (100 nm) sur le verre, afin de créer une surface réfléchissante permettant une détection de la vibration sur

celle-ci. Pour une plage de balayage en fréquence comprise entre 1 MHz et 20 MHz, nous n'avons pu détecter aucune réponse significative, ce qui peut s'expliquer par des pertes acoustiques importantes dans le verre, dont la structure n'est pas optimisée pour constituer un élément résonnant (planéité, états de surface, lamage dans la partie supérieure, etc.).



*Fig. 5.6 Amplitude de vibration en fonction de la fréquence et de la distance selon OX, pour une tension de polarisation de 30V.*

## 5.2 Caractérisation électrique et exploitation du résonateur

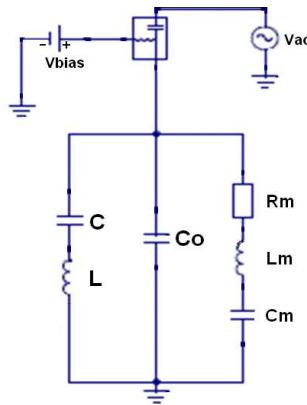
Les mesures électriques sont basées sur l'utilisation de l'analyseur de réseau qui fournit une tension alternative connue à l'entrée du dispositif et calcule le courant de sortie pour une plage donnée de fréquences de balayage. Lors d'une mesure en réflexion, l'analyseur transmet un signal de stimulus au port d'entrée du dispositif et mesure l'onde réfléchie au même port, tandis que, pour une mesure en transmission, le port d'entrée et le port de sortie sont différenciés. Nous avons effectué les mesures électriques en réflexion.

### 5.2.1 Compensation de la capacité statique

Selon la modélisation du chapitre 2, le circuit équivalent du résonateur doit être formellement analogue à celui d'un résonateur piézoélectrique, mais ses éléments ont des valeurs assez différentes. La capacité statique  $C_0$  du résonateur doit être égale à la capacité de la lame d'air

constituée par le gap. Comme celui-ci doit être fin pour obtenir un bon couplage, la valeur de  $C_0$  est très grande, quelques centaines de  $pF$ . Il faut donc compenser le courant circulant dans la branche statique  $C_0$  du circuit équivalent pour accéder aux caractéristiques électriques de sa branche motionnelle (dynamique).

Une première solution, simple, illustrée sur la *Fig. 5.7* ci-dessous, consiste à utiliser une self  $L$  pour réaliser un circuit bouchon  $LC$  de grande impédance à la fréquence de travail, ce qui permet de favoriser l'accès à la réponse des éléments motionnels  $R_m$ ,  $L_m$  et  $C_m$ . La capacité additionnelle  $C$  est nécessaire pour éviter que la self ne court-circuite la tension de polarisation, puisqu'une inductance se comporte comme un fil en continu.



*Fig. 5.7 Schéma de compensation de capacité statique à base de circuit bouchon LC.*

La composante alternative de la tension  $V_{ac}$  est fournie par l'analyseur vectoriel de réseau Agilent 4910 utilisé en même temps comme détecteur du signal de sortie. Dans ce schéma, la valeur de l'inductance  $L$  est calculée pour compenser  $C_0$  à la fréquence de résonance correspondante pour chaque résonateur, conformément à la relation suivante :

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_r^2 C_0} \quad (5.1)$$

Les inconvénients d'une telle compensation sont d'une part la qualité de la self, susceptible d'introduire des pertes dans le circuit et, d'autre part, la nécessité d'ajuster sa valeur en fonction de la fréquence de résonance des modes étudiés et de la valeur du  $C_0$  propre à chaque dispositif. Toutefois, cette méthode est une solution facile à mettre en œuvre, que nous avons fréquemment utilisée.

Il faut préciser que la compensation de  $C_0$  est nécessaire tant pour effectuer la caractérisation du résonateur, que pour son intégration dans une boucle d'oscillation.

Une compensation plus élaborée a été développée avec un système quadripolaire (*Fig. 5.8*) basé sur un transformateur à point milieu  $T_{11}$ .

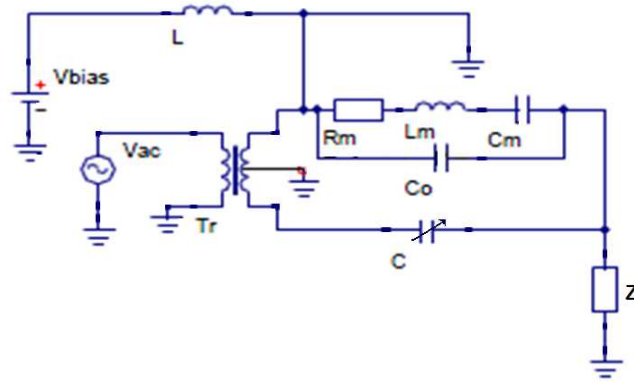


Fig. 5.8 Schéma de compensation par transformateur à point milieu.

Dans ce dispositif, la source d'entrée génère dans  $C$  un courant en opposition de phase avec celui traversant  $C_0$ . Si la valeur de  $C$  est bien réglée, la somme de ces courants se compense et seul subsiste dans la charge  $Z$ , le courant issu des éléments motionnels du résonateur. Ceci permet de caractériser le résonateur en passif, mais il reste à considérer la nature, le placement et la valeur de la charge  $Z$  dans une boucle d'oscillation.

## 5.2.2 La méthode du cercle d'admittance

La méthode du cercle d'admittance est habituellement utilisée pour identifier les paramètres du circuit équivalent ( $R_m$ ,  $C_m$ ,  $L_m$  et  $C_0$ ) de résonateurs à quartz au voisinage de leur résonance, en utilisant les mesures effectuées sur le résonateur ou, plus précisément, les valeurs réelle et imaginaire de l'admittance (conductance/susceptance).

Le comportement électrique du résonateur électrostatique réalisé peut être décrit par un schéma équivalent semblable à celui du quartz, comme précisé dans le sous-chapitre 2.1. Chaque résonance est caractérisée par une branche motionnelle du circuit équivalent, donc une admittance variant avec la fréquence et contribuant aux caractéristiques globales du résonateur.

Le cercle d'admittance correspondant au circuit équivalent du résonateur (fig. 5.9) passe par des points correspondants à différents fréquences remarquables:

- $f_1$  pour laquelle la susceptance  $B$  devient maximale ;
- $f_M$  pour laquelle  $|Y|$  devient maximal ;
- $f_s$  représente la fréquence de résonance du circuit série ;
- $f_r$  et  $f_a$  représentent la fréquence de résonance et d'antirésonance, correspondant au zéro de la réactance et de la susceptance, respectivement ;
- $f_2$ , pour laquelle  $B$  est minimal ;
- $f_p$  est la fréquence de résonance parallèle ;
- $f_m$  pour laquelle  $|Y|$  devient minimal.

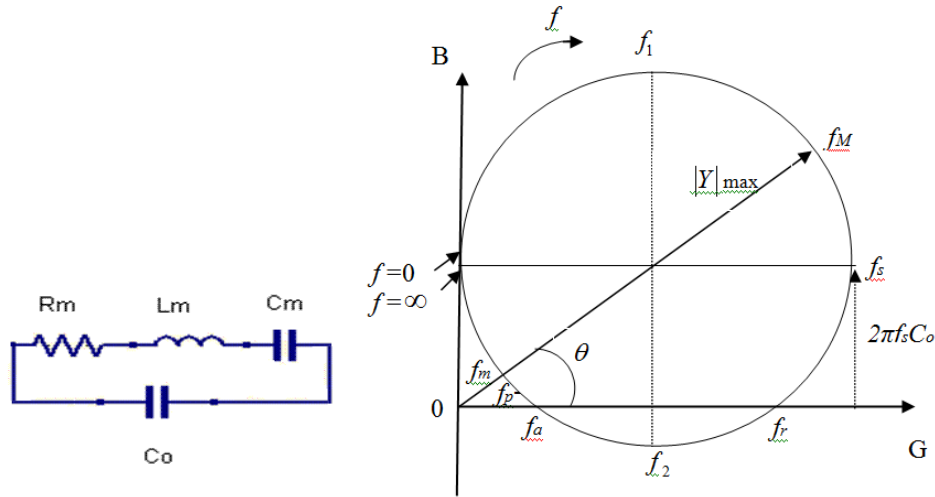


Fig .5.9 Le circuit équivalent du résonateur et son cercle d'admittance.

Pour poursuivre la caractérisation électrique de nos dispositifs, nous avons tracé le cercle dont l'abscisse est la conductance  $G = ReY_e$ , et l'ordonnée est la susceptance,  $B = ImY_e$ , les valeurs des deux quantités étant enregistrées directement à l'aide d'un analyseur de réseau. Ensuite on dérive les paramètres du circuit équivalent dans la manière suivante :

1. La résistance motionnelle  $R_m$  peut être calculée comme l'inverse de la conductance

$$\text{maximale, } G_{\max} : \quad R_m = \frac{1}{G_{\max}} \quad (5.2)$$

2. La capacité statique  $C_0$  est obtenue avec la formule suivante :

$$Y_e(f_s) = G_{\max} + jB(f_s) = G_{\max} + j2\pi f_s C_0 \quad (5.3)$$

où  $f_s$  est la fréquence de résonance de la branche motionnelle, pour laquelle  $Re Y = G_{\max} = \frac{1}{R}$  :

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_m C_m}} \quad \text{et} \quad B(f_s) = \frac{(B_{\max} + B_{\min})}{2} \quad (5.4), (5.5)$$

3. Le coefficient de qualité électromécanique :

$$Q = \frac{f_s}{f_1 - f_2} \quad (5.6)$$

4. La capacité motionnelle :

$$C_m = \frac{1}{(R_m \cdot Q \cdot 2\pi \cdot f_s)} \quad (5.7)$$

5. L'inductance motionnelle :

$$L_m = \frac{R_m \cdot Q}{2\pi \cdot f_s} \quad (5.8)$$

Les éléments du circuit dessiné sur la Fig. 5.9 correspondent du point de vue électrique à une structure de résonateur composée par le gap transducteur (représenté par la capacité  $C_0$ ) et le matériau résonant (représenté par les composants de la branche motionnelle  $R_m, C_m, L_m$ ).

### 5.2.3 Influence de la couche d'oxyde sur la valeur du $C_0$

La couche d'oxyde présente sur la surface du silicium constitue un deuxième condensateur interposé entre le silicium et le gap d'air. Notons sa capacité électrique  $C_{ox}$ . Autrement dit, ici  $C_0$  représente la capacité résultante produite par un premier condensateur ayant comme gap la couche d'air,  $C_{air}$ , en série avec  $C_{ox}$  comment représenté sur la figure suivante :

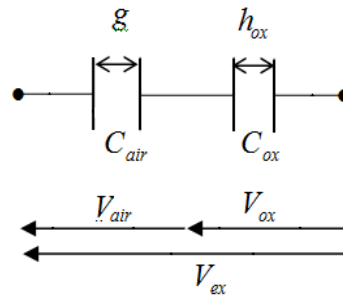


Fig. 5.10 Système de deux condensateurs : gap à l'air + la couche d'oxyde.

L'épaisseur de la couche d'oxyde  $h_{ox}$  est très faible en comparaison avec l'épaisseur du silicium, donc on peut en première approximation négliger son incidence sur la rigidité de la plaque. Mais  $h_{ox}$  est comparable avec la valeur du gap,  $g$ . La capacité électrique équivalente  $C_0$  est calculable avec la formule (5.9) et sa dépendance en fonction de la tension est représentée sur le graphique de la Fig. 5.11 :

$$C_0 = \frac{C_{ox} C_{air}}{C_{ox} + C_{air}} \quad (5.9)$$

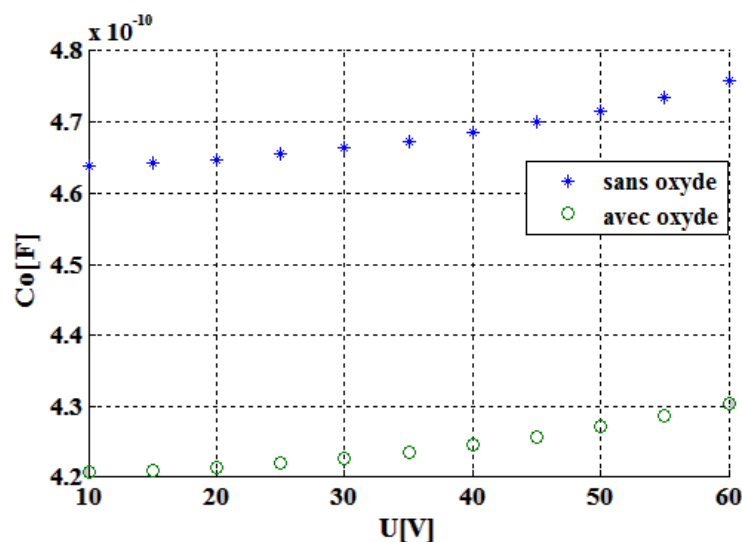


Fig. 5.11 Caractéristique  $(C_{air}, C_0) = f(V)$  de la structure en silicium dopé  
( $2h = 380 \mu\text{m}$ ,  $h_{ox} = 0,6 \mu\text{m}$ ,  $g = 1,3 \mu\text{m}$ ).

La valeur de la tension de part et d'autre du gap d'air,  $V_{air}$ , sera diminuée par rapport à la tension (continue)  $V_{ex}$  appliquée au niveau des fils de connexion. Si on considère que le



déplacement de la surface du silicium,  $w$ , n'est pas négligeable devant la valeur du gap, l'expression de  $V_{air}$  est :

$$V_{air} = \frac{\epsilon_r(g-w)}{h_{ox} + \epsilon_r(g-w)} V_{ex} \quad (5.10)$$

Dans notre cas supposons le déplacement de la surface externe du silicium négligeable par rapport à la valeur du gap et on calcule :

$$V_{air} = \frac{C_{ox}}{C_{ox} + C_{air}} V_{ex} = \frac{\epsilon_r g}{h_{ox} + \epsilon_r g} V_{ex} \quad (5.11)$$

Pour  $g = 1,2 \mu\text{m}$ ,  $h_{ox} = 0,6 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon_r = 3,9$  et  $V_{ex} = 100 \text{V}$ , selon la formule (5.11) on trouve  $V_{air} = 88,6 \text{V}$ .

La force électrostatique surfacique actionnant au niveau du gap d'air est :

$$f_e = \frac{\epsilon_0 V_{air}^2}{2(g-w)^2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r^2 V_{ex}^2}{2[h_{ox} + \epsilon_r(g-w)]^2} \quad (5.12)$$

Si  $w$  est négligé,

$$f_e \approx \frac{\epsilon_0 \epsilon_r^2 V_{ex}^2}{2(h_{ox} + \epsilon_r g)^2} = \frac{\epsilon_0 V_{ex}^2}{2g^2 \left(1 + \frac{h_{ox}}{\epsilon_r g}\right)^2} = 3.478 \cdot 10^{-7} \text{N/m}^2$$

Par rapport à l'absence d'oxyde, la force est réduite d'un facteur  $\left(1 + \frac{h_{ox}}{\epsilon_r g}\right)^2 = 1,27$ .

Donc, pour une valeur du  $V_{ox}$  donnée, la couche d'oxyde entraîne une réduction du champ polarisant le gap, mais retarde l'apparition du *pull-in* et du claquage.

L'épaisseur de la couche de silice  $h_{ox}$  déposée sur la surface du silicium a été généralement de  $0,5 \div 0,6 \mu\text{m}$ . Sachant que la tension de claquage de la silice est de  $150 \text{V}/\mu\text{m}$  [58], cette couche est suffisamment épaisse pour que le champ électrique produit par une tension de  $200 \text{V}$  ne provoque pas le claquage de la silice.

## 5.2.4 Résultats et discussions

### 5.2.4. A. Résultats

À partir des mesures effectuées sur nos séries de résonateurs à l'aide de l'analyseur de réseau, nous avons enregistré les spectres de la partie réelle et imaginaire de l'admittance pour plusieurs valeurs de tension continue, tandis que le niveau de la tension alternative a été maintenu constant ( $0,7 V_{pp}$  « crête-à-crête »). Puis, nous avons tracé le cercle d'admittance et, en utilisant la méthode décrite dans le sous-chapitre 5.2.2, nous avons calculé les paramètres électriques pour les différentes tensions de polarisation appliquées comprises entre  $40$  et  $200 \text{V}$ .

Plus précisément,  $C_0$  a été calculée par des mesures électriques directes sur le résonateur non compensé à l'aide la formule (5.3), ou bien, comme la pente du graphique  $Im(Y)=F(f)$ , en se plaçant dans un domaine de fréquences éloigné de la résonance.

Ensuite, la valeur de la self du circuit bouchon a été calculée afin de compenser la valeur du  $C_0$  à la fréquence de résonance  $f_s$ . Le cercle d'admittance tracé pour le résonateur compensé fournit les fréquences  $f_1, f_2, f_r$ . Ces fréquences nous permettent de calculer  $Q, C_m, L_m$  par les formules (5.6), (5.7), et (5.8). La valeur de  $R_m$  a été calculée avec la formule (5.2), où  $G_{max}$  coïncide avec le diamètre du cercle. Le coefficient de couplage électromécanique a été estimé avec la formule approchée :

$$k_2^2 \approx \frac{C_m}{C_0} \quad (5.13)$$

La valeur exacte du gap peut être calculée à partir de la valeur du  $C_0$ , ou estimée à partir de la profondeur de la gravure avec une précision d'environ  $\pm 7.5\%$  ; les incertitudes ont deux sources :

1. la soudure anodique qui diminue légèrement la valeur du gap ;
2. la dispersion des valeurs pour la profondeur de la gravure du verre et pour l'épaisseur des électrodes déposées au fond du gap génère une incertitude qui va se propager dans la différence de deux.

Dans cette partie, nous présentons les résultats de la caractérisation électrique pour plusieurs séries de dispositifs différenciés par la valeur du gap transducteur ou/et l'épaisseur du silicium; dans chaque série les résonateurs diffèrent entre eux par la valeur du diamètre de l'électrode, nous avons quatre diamètres différents :

Electrode	Rayon [mm]
R1	2,74
R2	3,16
R3	3,53
R4	3,87

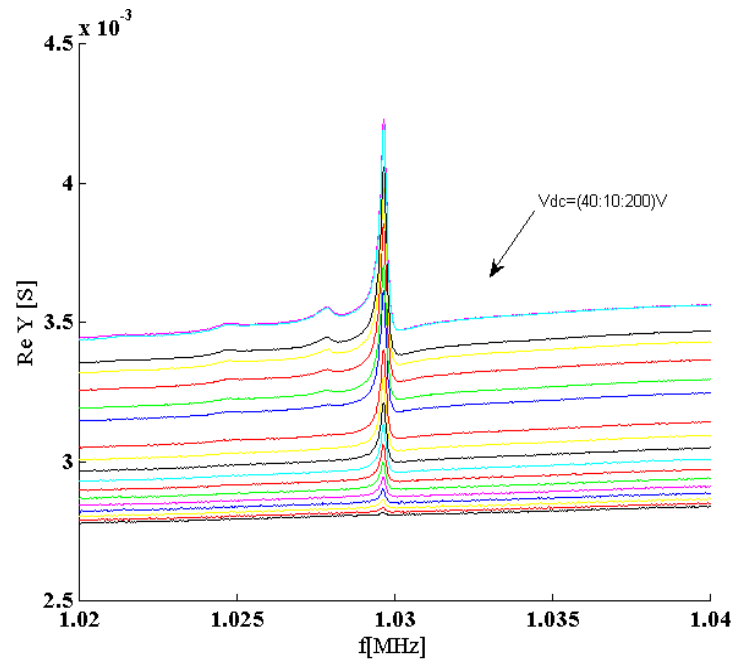
Tableau 5.2. Les valeurs des rayons des quatre types d'électrodes testées

Un seul résonateur de chaque série sera caractérisé ici, des données complémentaires sont produites dans les Annexes A.4.3.

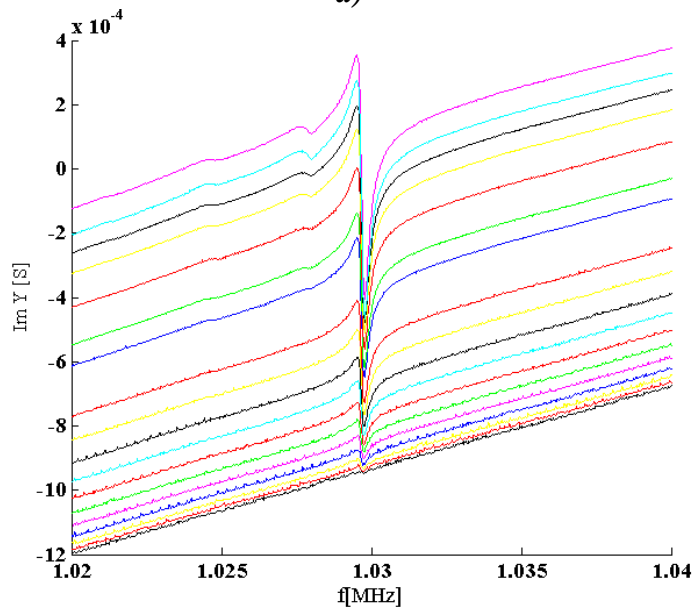
- I.** « SERIE 1 » est une première série de dispositifs caractérisée par les dimensions suivantes :
- l'épaisseur du silicium à  $405\mu\text{m}$  ;
  - la profondeur de la gravure ionique :  $1,6\mu\text{m}$  ;
  - l'épaisseur des électrodes (interne en Au/Cr et externe en Al) :  $150\text{ nm}$  ;
  - l'épaisseur de la couche de silice :  $650\text{ nm}$ .

Le résonateur D193(R2) a sa fréquence fondamentale  $f_0 = 10,296500\text{ MHz}$  et un gap

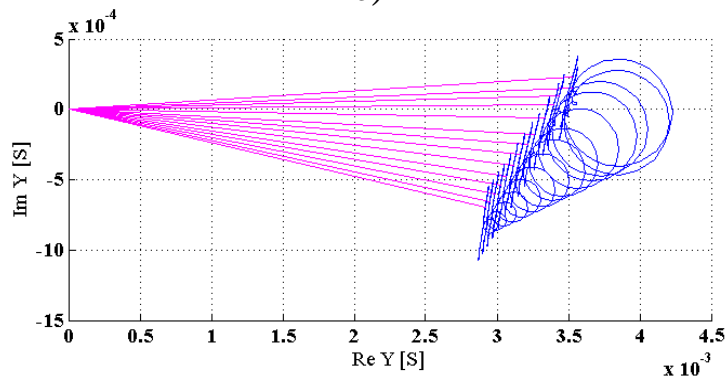
$g = 1,3\mu\text{m}$  (air) +  $0,65\mu\text{m}$  (silice). Ses spectres sont présentés sur la Fig. 5.12 tandis que l'évolution de ses paramètres électriques est dessinée sur la Fig. 5.13 selon les données du Tableau 5.3.



a)



b)



c)

Fig. 5.12 Les spectres de la susceptance (a), de la conductance (b) et le cercle d'admittance (c) du dispositif D193 à des tensions de biais comprises entre 40 et 200V.

$U(V)$	$C_0(pF)$	$R_m(k\Omega)$	$C_m(fF)$	$L_m(H)$	$Q$	$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$
50	193	18	0,16	1,50	5150	0,8
60	193,8	14	0,218	1,10	5150	1
70	194,8	10	0,40	0,6	4100	2
80	195,9	7,7	0,40	0,60	4100	2,5
90	197	5,5	0,60	0,40	4576	3
100	198	4,7	0,70	0,34	4700	3,7
110	199	3,8	0,96	0,25	4200	5
120	201	3,1	1,14	0,21	4600	5,9
130	204	2,7	1,50	0,16	3700	7,4
140	205	2,3	1,60	0,15	4200	7,8
150	209	1,9	1,84	0,13	4200	9,1
160	213	1,8	2,0	0,12	5150	9,8
170	218	1,6	2,4	0,1	4200	11
180	225	1,5	2,66	0,09	3750	12
190	240	1,4	2,99	0,08	3750	12,5
200	236	1,3	2,82	0,085	4200	12

Tableau 5.3 Les résultats de la caractérisation électrique pour D193.

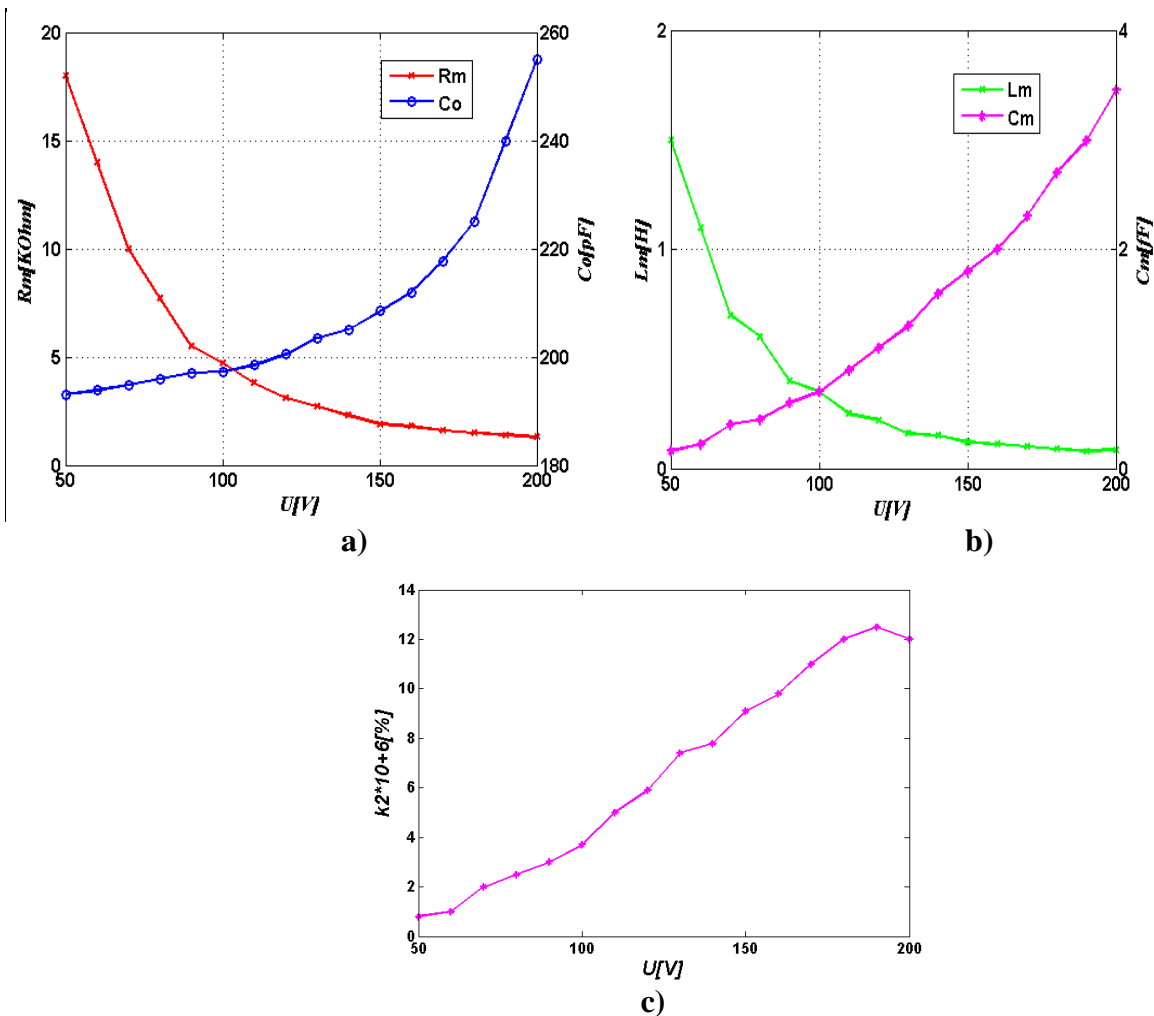


Fig. 5.13 Évolution des paramètres du circuit équivalent du résonateur D193 avec la tension de polarisation : a) Résistance mot ionnelle et capacité statique; b) Capacité et Inductance mot ionnelle; c) Coefficient de couplage électromécanique.

Le tableau suivant présente les résultats synthétisés pour les dispositifs de cette série, caractérisés avec une tension de polarisation de 100 V :

Dispositif	Rayon	Capacité statique (pF)	Resistance motionnelle (K $\Omega$ )	Facteur de qualité	Coefficient de couplage $\cdot 10^{+6}$ (%)
D170	R1	173	20	5000	0,6
D133	R1	142	6,6	4577	3,5
D141	R1	145,3	6	5500	3,1
D150	R1	147,5	4	3430	7,7
D201	R2	200	4,5	3433	5
D193	R2	193,3	4,7	4700	3,5
D182	R3	180,2	2,1	4579	7,9
D205	R3	199	4,5	3433	5
D173	R3	195	2,7	5150	5,7
D226	R4	227,5	4,5	4580	4,3

Tableau 5.4 Valeurs des principaux paramètres pour des résonateurs appartenant à la « SERIE 1 ».

On ne trouve pas une corrélation claire entre le diamètre des électrodes et le facteur de qualité ; la géométrie est complexe, la structure est aussi affectée par la dispersion des valeurs du gap ou de l'épaisseur des électrodes. Cette première série de dispositifs est caractérisée par un facteur de qualité maximal de 5 000 et un coefficient de couplage d'environ  $5 \cdot 10^{-6}$  à une tension continue assez élevée (100 V).

II. Pour un deuxième run appelé « SERIE 2 », nous avons essayé d'amincir la plaquette en silicium par rodage et polissage. L'épaisseur obtenue est comprise entre 348  $\mu\text{m}$  et 352  $\mu\text{m}$ . La valeur du gap mesurée au profilomètre est de 1,4  $\mu\text{m}$  à 1,6  $\mu\text{m}$ , l'épaisseur des électrodes circulaires en or est comprise entre 250 nm et 300 nm, et l'épaisseur de la couche d'aluminium entre 150 nm et 200 nm. La fréquence de résonance  $f_0$  varie entre 11,592 MHz et 11,905 MHz.

Dispositif	Rayon	Capacité statique (pF) à 100V	Resistance motionnelle (K $\Omega$ )	Facteur de qualité	Coefficient de couplage $\cdot 10^{+6}$ (%)
DA178	R1	227,6	1,6	4744	7,7
DA182	R2	240	2,4	4312	5,6
DA218	R3	265	3,6	3200	4,2
DA222	R3	281	1,2	5015	7,6
DA233	R3	273,2	2,3	2580	7,4
DA238	R4	256,4	2,0	5770	4,7
DA270	R4	341	1,9	3611	5,7
DA293	R4	320	1,7	3400	8,2

Tableau 5.10 Principaux paramètres électriques des résonateurs appartenant à la « SERIE 2 ».

Nous comparons dans les Annexes A.4.4 les paramètres électriques enregistrés pour ces dispositifs avant et après un procédé dit de recuit thermique rapide de la couche d'aluminium

afin de réaliser le contact ohmique entre l'électrode externe et le silicium (voir l'étape 27 du « flow chart »). Cette étape se déroule à des températures élevées, de 400 degrés Celsius. Une première conclusion qui s'impose est le fait que le recuit thermique effectué pour cette couche n'apporte pas d'amélioration en termes de coefficient de couplage ou de facteur de qualité ; la résistance ohmique du contact silicium-aluminium est donc suffisamment diminuée par le nettoyage à plasma argon avant dépôt (le pas 25 du « flow-chart »). La valeur de la capacité statique  $C_0$  augmente légèrement après recuit parce que le gap a diminué, la capacité motionnelle  $C_m$  diminue aussi, conduisant à une diminution du coefficient de couplage.

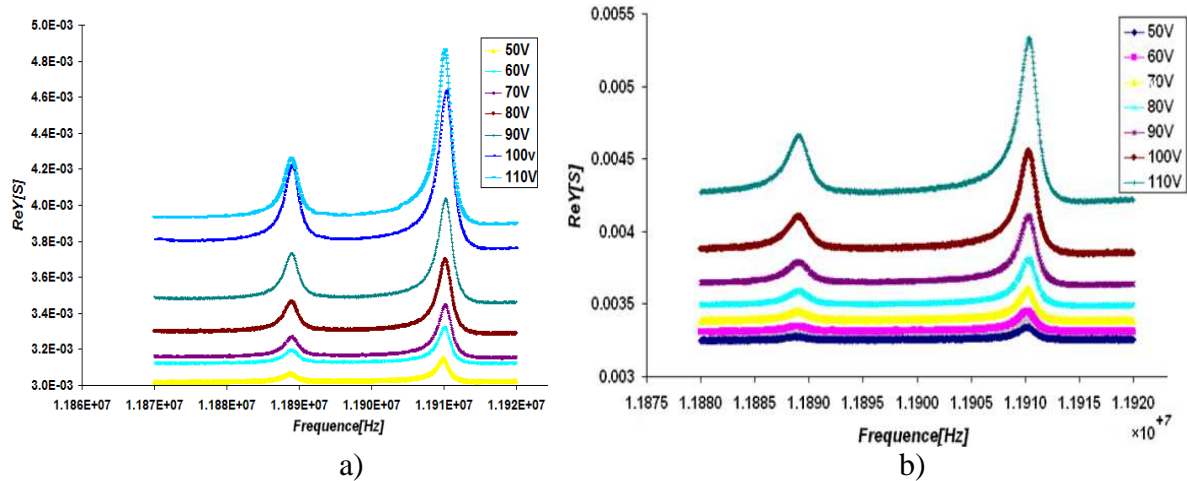


Fig. 5.14 Les spectres de conductance du dispositif DA222 (R3),  $g = 1,4 \mu\text{m}(\text{air}) + 0,6 \mu\text{m}$  (silice) avant (a) et après (b) recuit thermique.

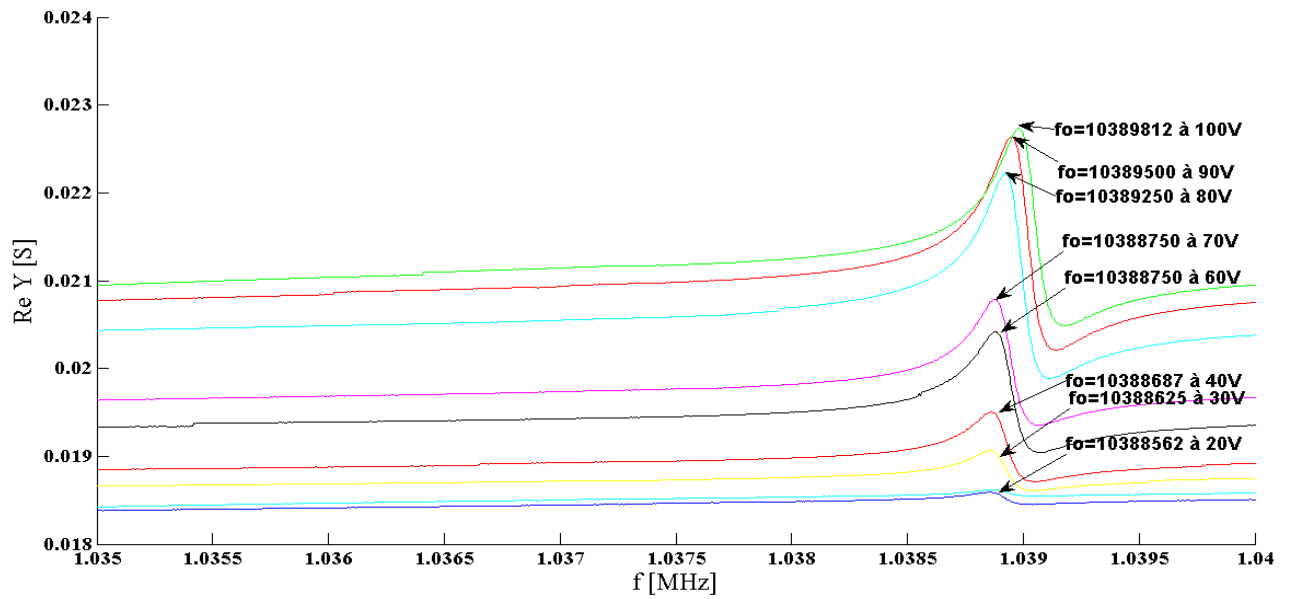
On peut remarquer sur les courbes de la Fig. 5.14 la présence des modes anharmoniques situés avant le mode fondamental, tandis que pour les résonateurs BAW en quartz les modes anharmoniques se trouvent d'habitude après le mode fondamental. Ce résultat est en concordance avec la valeur négative de la constante de dispersion  $M_1$  déterminée dans le sous chapitre 2.2. La même constante a une valeur positive pour les configurations habituelles de résonateurs à quartz [52].

$U(V)$	50	60	70	80	90	100	
$f_0(MHz)$	11,909937	11,910250	11,910312	11,910312	11,910375	11,910375	➡
$C_0(pF)$	235,5	239,3	243	251,7	264,5	281,3	↗
$R_m(k\Omega)$	7,7	5,3	3,7	2,6	1,8	1,2	↘
$C_m(fF)$	0,3	0,45	0,6	0,9	1,7	2	➡
$L_m(\mu H)$	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0,09	➡
$Q$	5773	5605	5773	5605	5294	5015	➡
$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$	1,3	1,9	2,6	3,6	4,9	7,6	↗

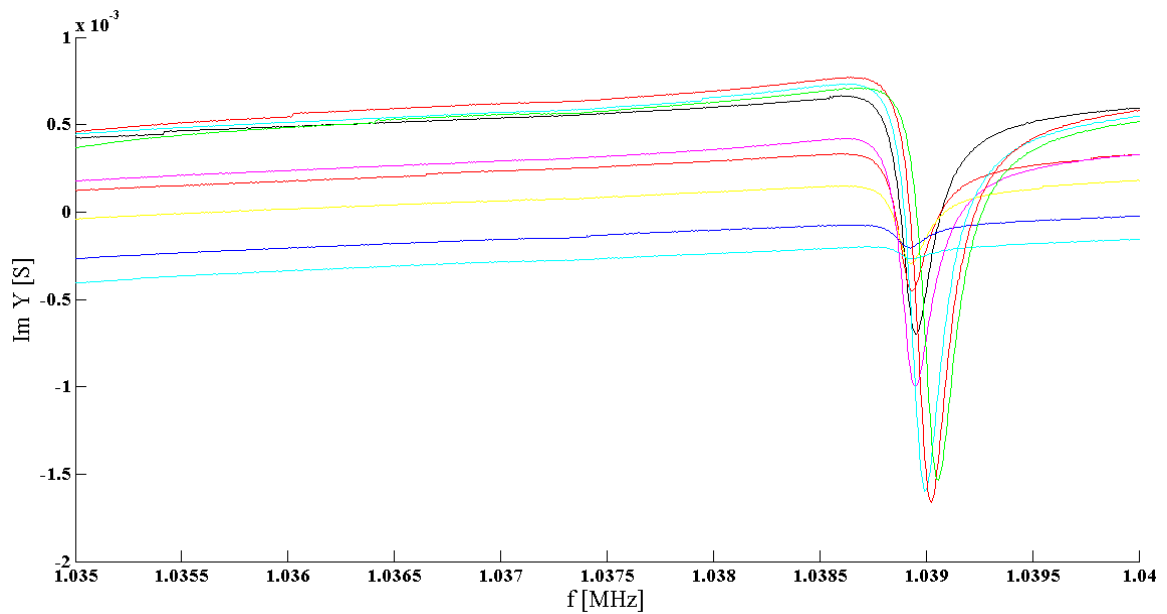
Tableau 5.8 Les résultats de la caractérisation électrique du dispositif DA222.

**III.** La « SERIE 3 » fut réalisée avec un gap d'air plus petit, dont la valeur est comprise entre  $0,5 \mu\text{m}$  et  $0,9 \mu\text{m}$ . L'épaisseur du silicium est celle standard,  $(400 \pm 2) \mu\text{m}$ . Seulement trois dispositifs appartenant à cette série ont franchi toutes les étapes technologiques. Nous présentons

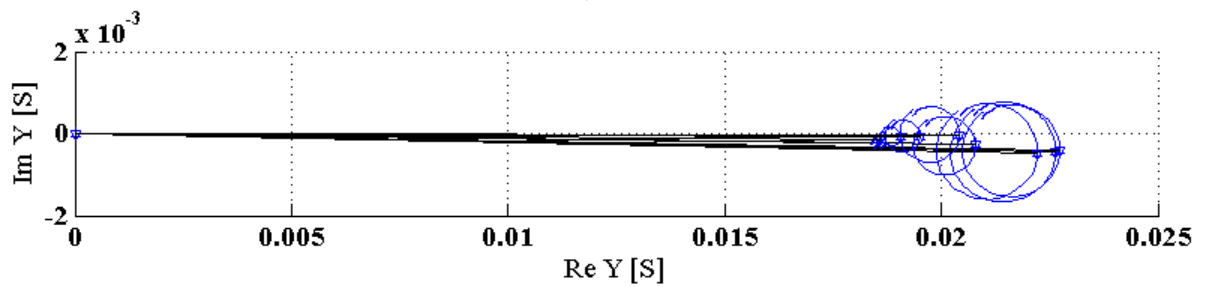
les résultats de la caractérisation du dispositif D404(R3), ayant un gap  $g = 0,8 \mu\text{m}(\text{air}) + 0,6 \mu\text{m}(\text{silice})$ .



a)



b)



c)

Fig. 5.15 Spectres de la susceptance, de la conductance et le cercle d'admittance du dispositif D404 à des tensions de bias comprises entre 20V et 100V.

$U(V)$	$f_0(MHz)$	$C_0(pF)$	$R_m(k\Omega)$	$C_m(fF)$	$L_m(H)$	$Q$	$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$
20	10,388562	410,5	11,1	0,23	1,03	5916	0,5
30	10,388625	417,8	9	0,5	0,471	3500	1,2
40	10,388687	431,4	4	1,38	0,17	3700	4,4
60	10,388750	445,7	1,4	3,95	0,06	2916	8,5
70	10,388750	448,3	0,91	4,9	0,048	3000	12,7
80	10,389250	476,6	0,63	7,9	0,03	3140	16,3
90	10,389500	478,5	0,6	9,1	0,026	2700	19,0
100	10,389812	478,8	0,7	8,1	0,029	2770	16,7

Tableau 5.11 Les résultats de la caractérisation électrique du dispositif D404.

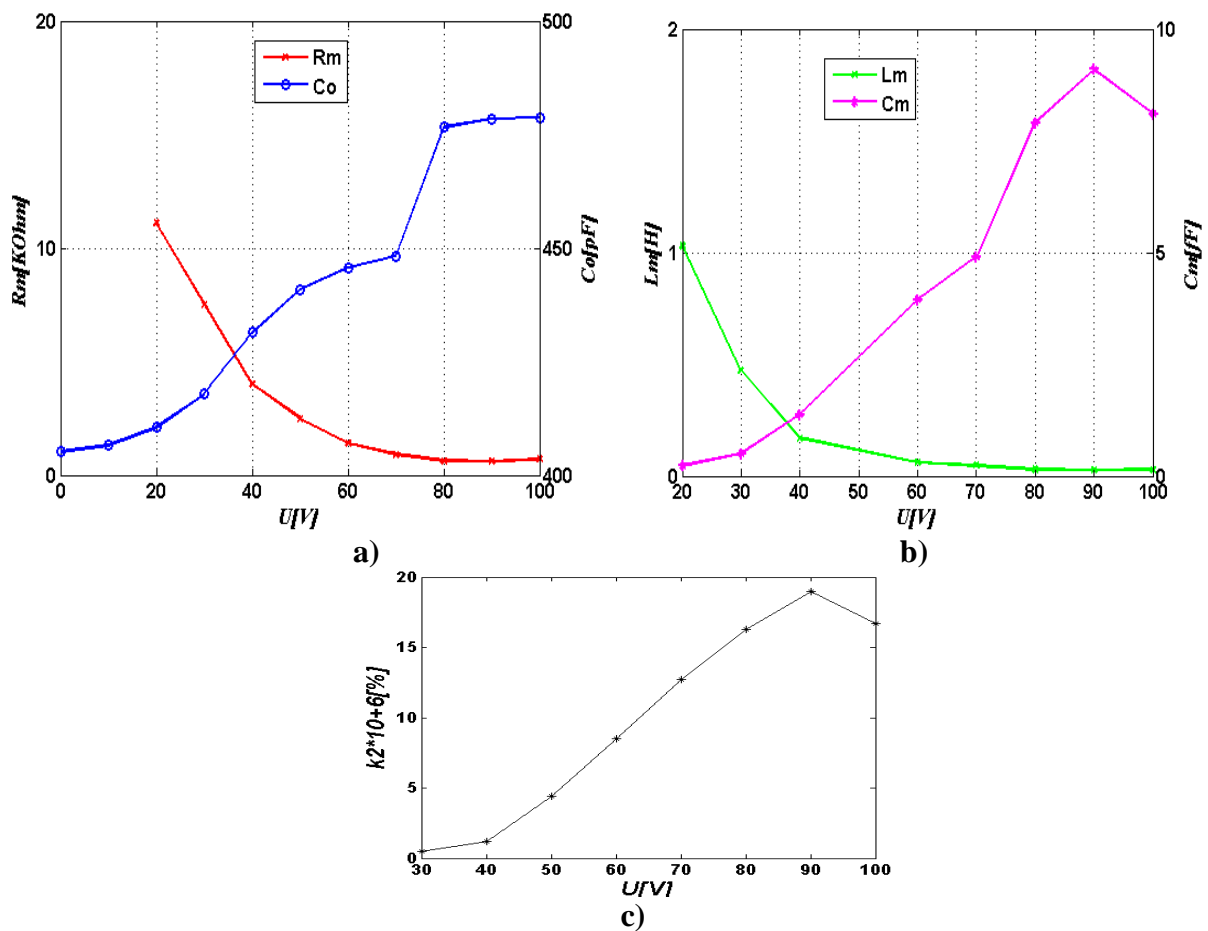


Fig. 5.16 Évolution des paramètres du circuit équivalent du résonateur D404 avec la tension de polarisation : a) la résistance motionnelle et la capacité statique, b) la capacité et l'inductance motionnelle, c) le coefficient de couplage électromécanique.

On peut relever quelques aspects après la caractérisation de ce dernier résonateur par comparaison avec les résonateurs appartenant aux « SERIE 1 » et « SERIE 2 » (voir aussi les résultats sur les dispositifs de ces séries, présentés dans les Annexes A.4.3) :

1. le coefficient de couplage a une valeur plus grande,
2. le facteur de qualité est diminué,
3. la fréquence de résonance présente une variation en fonction de la tension de polarisation (1,5 ppm/V), variation qui peut être estimée à l'aide de la formule (2.16) donnant la



fréquence de résonance du mode fondamental d'extension-compression en fonction de la tension.

IV. La « SERIE 4 » fut conçue avec une électrode extérieure en or, structurée pour réaliser le piégeage de l'énergie. D'autres informations : la profondeur du gap est  $(1,6 \div 2) \mu\text{m}$ , l'épaisseur de l'électrode extérieure de  $(560 \div 675) \text{nm}$ .

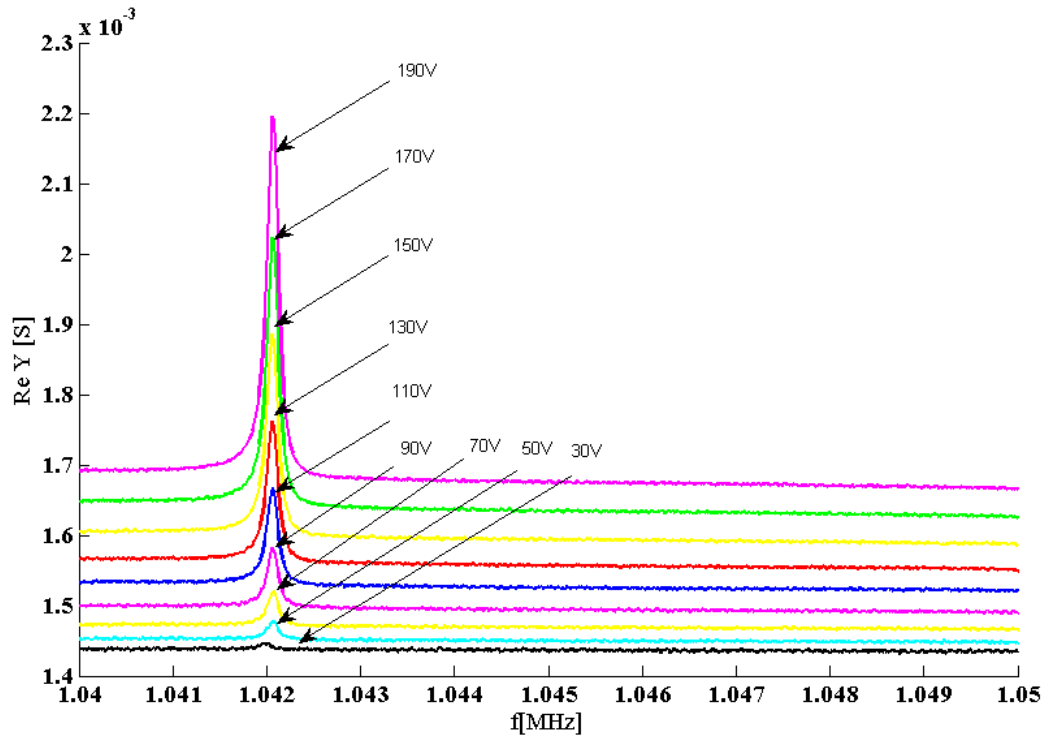


Fig. 5.17 Spectre de la susceptance du résonateur D210,  $g = 1,9 \mu\text{m}(\text{air}) + 0,5 \mu\text{m}(\text{silice})$ ,  $560 \text{nmAu}$ .

$U(\text{V})$	$C_0(\text{pF})$	$R_m(\text{k}\Omega)$	$C_m(\text{fF})$	$L_m(\text{H})$	$Q$	$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$
40	182,3	62,5	0,03	7,78	10420	0,1
50	183,4	38,4	0,05	4,67	8336	0,3
60	183,6	27,7	0,06	3,89	9263	0,3
70	183,8	21,7	0,08	2,92	8336	0,4
80	184,1	15,8	0,13	1,8	7578	0,7
90	184,6	12,5	0,15	1,56	8336	0,8
100	185,9	9,4	0,19	1,23	8336	1,0
110	186,5	7,5	0,27	0,89	7578	1,4
120	187,3	6,1	0,33	0,71	7578	1,7
130	187,9	5,1	0,35	0,67	6947	1,8
140	188,8	4,1	0,496	0,47	7578	2,6
150	189,9	3,5	0,57	0,41	7578	3,0
160	192,0	3,1	0,67	0,35	7578	3,4
170	193,0	2,6	0,778	0,30	7578	3,9
180	194,6	2,3	0,90	0,26	7578	4,5
190	195,9	2,0	1,01	0,23	7578	5,5

Tableau 5.13 Résultats de la caractérisation électrique du dispositif D210.

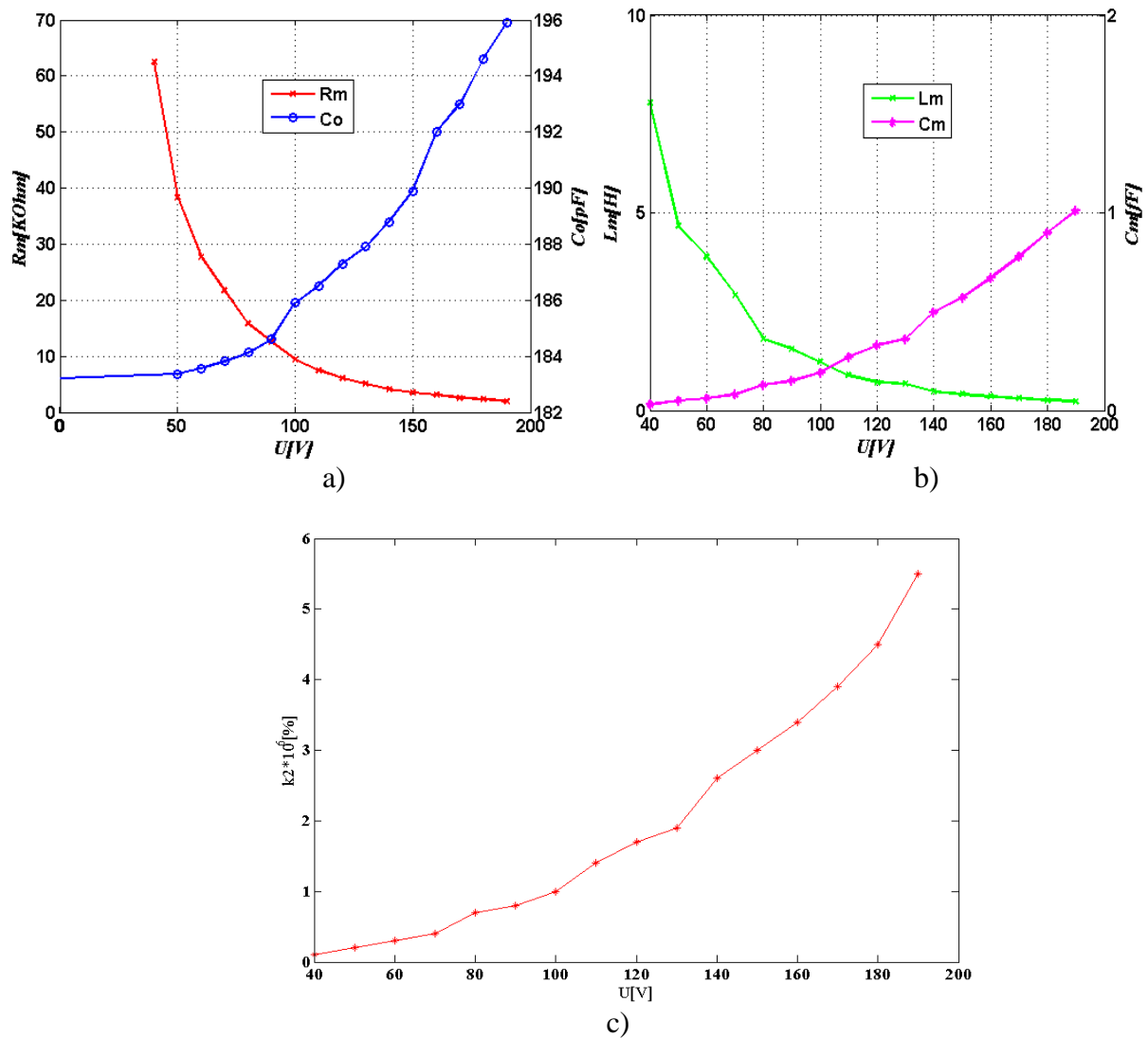


Fig. 5.18 Évolution des divers paramètres du circuit équivalent du résonateur D210 avec la tension  $V_{dc}$  : a) résistance motionnelle et la capacité statique, b) capacité et l'inductance motionnelle, c) coefficient de couplage électromécanique.

Dispositif	Rayon	Fréquence de Résonance (MHz) à 100V	Capacité statique (pF) à 100V	Résistance motionnelle (KΩ) à 100V	Facteur de qualité à 100V	Coefficient de couplage $\cdot 10^{+6}$ (%)
DP175	R3	10,402187	158,3	11,3	7700	1,8
DP178	R3	10,404175	156,5	12	7707	0,9
DP210	R4	10,420625	185,9	9,4	8336	1
DP180	R2	10,409312	157,6	12,3	5400	1,7
DP213	R4	10,399500	187,6	15	5942	0,9
DP207	R4	10,399500	144,5	14	5943	1,3

Tableau 5.15 Valeurs des principaux paramètres pour des dispositifs appartenant à la « SERIE 4 ».

V. La « SERIE 5 » MESA. Cette série fut réalisée dans le but d’observer l’évolution du facteur de qualité pour une structure de type « méso ». Pratiquement, nous avons réalisé des résonateurs présentant un bouton central en or, située au milieu de la partie vibrante ; cette surépaisseur a un diamètre de 2mm et une épaisseur comprise entre 500 et 600 nm .

Dispositif	U (V)	$f_0$ (MHz)	$C_0$ (pF)	$R_m$ ( $\Omega$ )	$C_m$ (fF)	$L_m$ (H)	$Q$	$k_2^2 \cdot 10^{+6}$
12, R3	100	10,493554	263	2777	1,368	0,168	4000	5
13, R2	100	10,489799	218	8600	0,966	0,238	1820	4,4
23, R2	100	10,496307	211	2,092	3,19	0,072	2092	15
25, R4	100	10,492928	343	3030	2,57	0,089	1950	7,5
42, R2	80	10,489150	220	20000	0,3	0,815	2686	3,7

Tableau 5.18 Les principaux paramètres des résonateurs appartenant à la « SERIE 5 ».

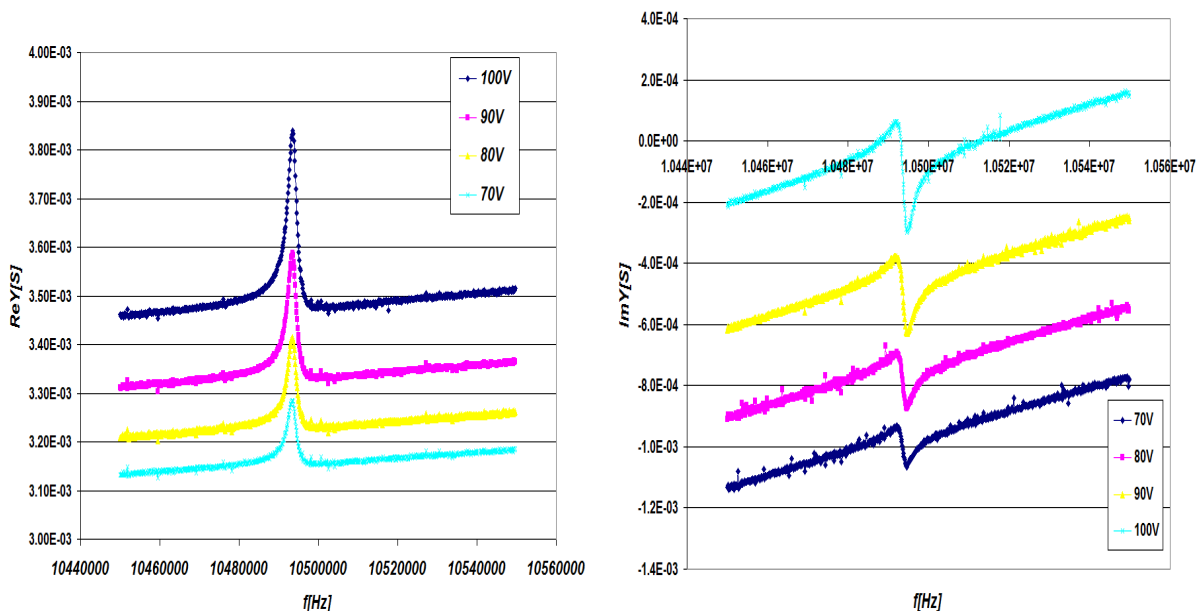


Fig. 5.19 Partie réelle et imaginaire de l’admittance pour le dispositif D23 appartenant à la série MESA.

Les valeurs de facteur de qualité  $Q$  obtenues pour les résonateurs de la « SERIE 4 » présentent une augmentation tandis que celles obtenues pour la « SERIE 5 » sont les plus petites par rapport aux valeurs de  $Q$  calculées pour les trois premières séries ayant l’électrode extérieur non-structurée. Ce résultat confirme les prédictions de la théorie sur le piégeage de l’énergie pour des résonateurs en silicium orienté (100), développée dans le chapitre 4. Nous rappelons que la valeur négative calculée pour la constante de dispersion  $M_n$  réclame une structure type « méso-inverse » afin de confiner l’énergie au centre du résonateur.

Tous les résultats présentés auparavant sont associés à la fréquence de résonance du mode fondamental. Pour certains de ces résonateurs nous avons réussi à mettre en évidence la présence des modes partiels impairs : le partiel 3 est présent à une fréquence voisine de 31 MHz et le partiel 5 vers 52 MHz.

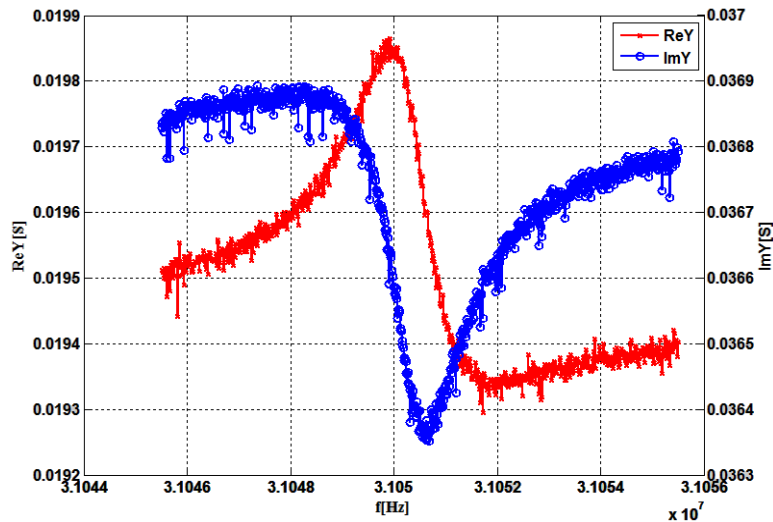


Fig. 5.20 Conductance et susceptance du dispositif D173 à 100V pour le partiel 3.

Les spectres présentés ci-dessus ont été enregistrés sur le dispositif sans aucune compensation adaptée à ce mode. Pour le partiel 3 on estime un facteur de qualité  $Q = 12\ 000$  dans l'air, donc un produit  $f_0 \cdot Q = 4 \cdot 10^{11}$  à 100 V, tandis que pour le mode fondamental, à la même tension, le même résonateur montre un produit  $f_0 \cdot Q = 5,3 \cdot 10^{10}$ .

#### 5.2.4. B. Discussions

L'analyse des données présentées dans cette partie expérimentale nous conduit à tirer quelques conclusions :

- L'accordabilité en fréquence par la tension continue appliquée ne peut être réalisée que pour les résonateurs ayant un gap sous-micronique (« SERIE 3 », Fig. 4.15);
- La structuration de l'électrode externe destinée à piéger l'énergie n'a donné que des améliorations limitées. Le facteur de qualité augmente effectivement d'environ 70% et la meilleure valeur obtenue fut 10 000 à une fréquence de 10,4 MHz.
- Pour le coefficient de couplage au carré en fonction de la tension de polarisation, nous avons obtenu pratiquement le résultat présenté sur la Fig. 5.21.

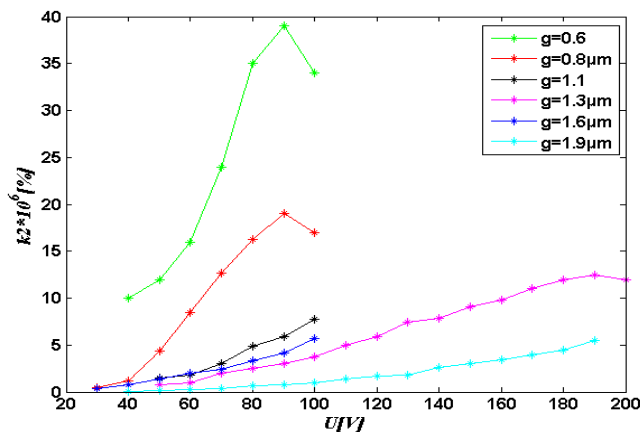


Fig. 5.21 : Variation expérimentale de coefficient de couplage  $k_2^2$  en fonction de la tension de polarisation.

On voit sur ce graphique un comportement quasi-linéaire à des fortes valeurs de la tension de polarisation et des valeurs de gap dépassant  $1\mu\text{m}$ . En diminuant le gap, le coefficient de couplage devient plus grand et présente une allure parabolique. Les valeurs trouvées en théorie (chapitre 2.1) dépassent d'un ordre de grandeur les valeurs obtenues en pratique.

- Comme la capacité statique  $C_0$  varie avec la tension de polarisation, sa compensation est difficile à achever en totalité ; on peut remarquer des dispositifs bien compensés (Figs. 5.14c, 5.17c) et des dispositifs mal compensés dans les Annexes A.4.3 (Figs. A4.4c, A4.5c, 5.7c). Si on compare le dessin du cercle d'admittance représenté sur ces figures avec le cercle théorique de la Fig. 5.9, nous constatons que le cercle expérimental est déplacé par rapport à l'origine de l'axe horizontal d'une quantité de quelques mS. Nous allons analyser la cause de ce déplacement.

Pratiquement, dans le schéma électrique équivalent nous devons aussi considérer la résistance de l'ensemble via électrique et fils de connexion. Une résistance en série doit être donc ajoutée au schéma électrique du résonateur de la Fig. 5.9 ; cette résistance produit un déplacement du cercle d'admittance de nos dispositifs par rapport à l'origine de l'axe réel comme montré sur la Fig. 5.22.a, où est représenté le cercle expérimental pour le résonateur D23 non-compensé. Ensuite, le circuit bouchon utilisé pour réaliser la compensation du  $C_0$  induit la translation du cercle sur l'axe vertical, vers la partie basse tout en introduisant un petit décalage sur l'axe réel ; dans le cas d'une très bonne compensation, le diamètre horizontal du cercle est superposé sur l'axe réel, comme l'on peut l'observer sur la Fig. 5.22.b.

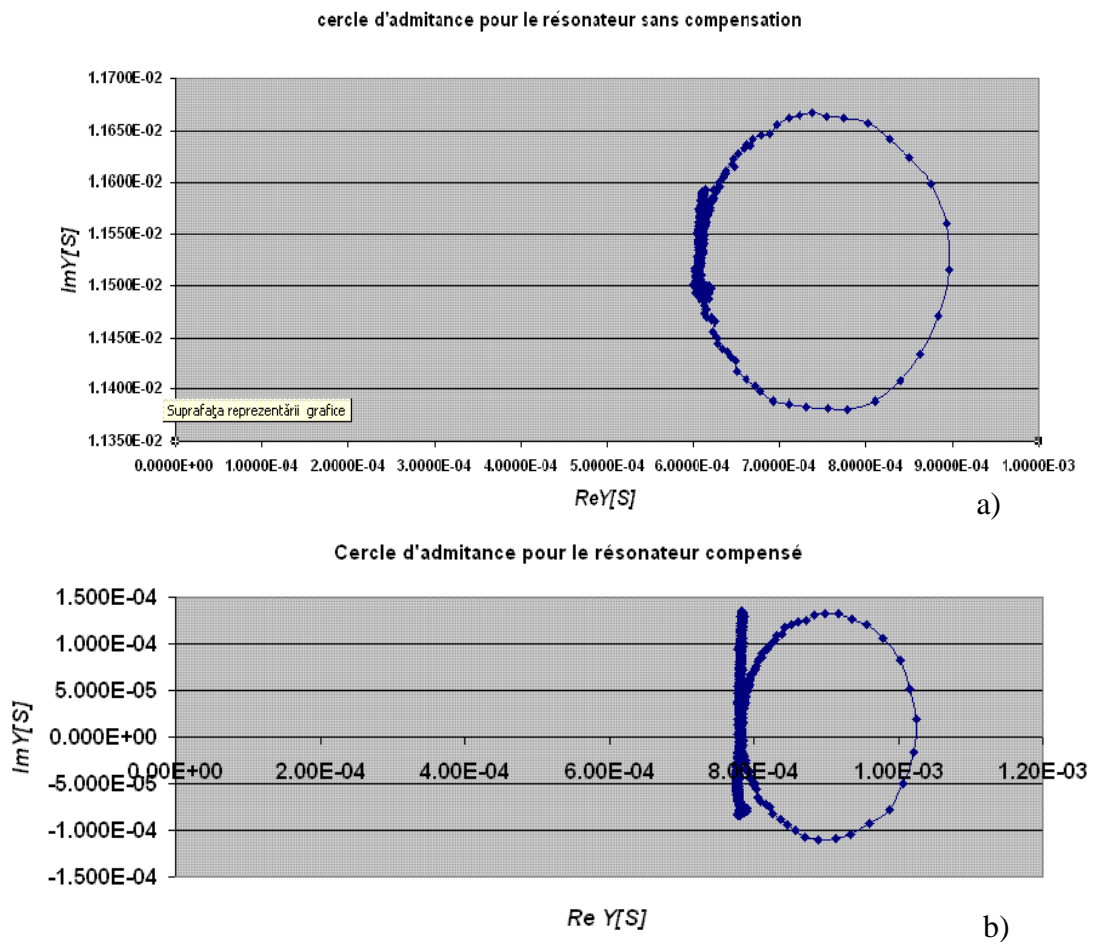


Fig. 5.22. Cercles d'admittance expérimentaux obtenus pour un résonateur électrostatique (D23) : a) sans compensation et b) avec compensation à base du circuit bouchon

Donc le schéma réel de nos dispositifs intégrés dans le circuit de caractérisation électrique est la suivante :

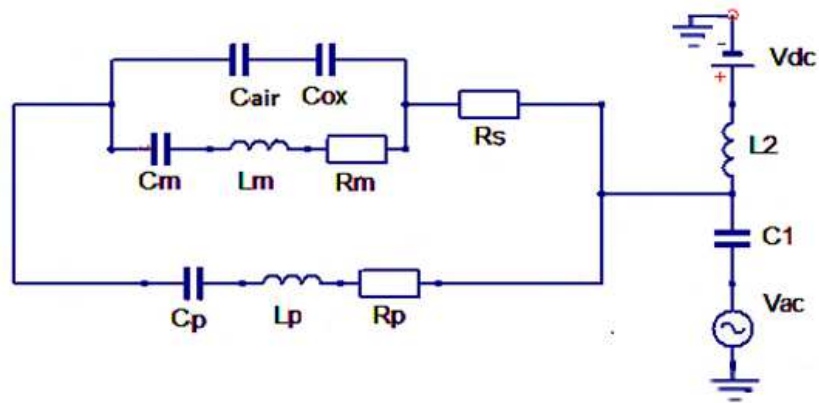


Fig. 5.23 Le schéma réel du résonateur avec son alimentation.

Les simulations faites à l'aide du logiciel Matlab pour la construction du cercle d'admittance à partir de schéma de la Fig. 5.23 montrent une bonne concordance avec les résultats expérimentaux. Le programme est présenté dans l'Annexe A.4.2. Par exemple, les cercles de la Fig. 5.22 peuvent être retrouvés en utilisant ce programme si nous considérons une résistance du via de  $R_s = 4,7\Omega$  et les valeurs suivantes pour les composantes de la branche de compensation:  $C_p = 10$  nF,  $L_p = 1,38$   $\mu$ H,  $R_p = 1$   $\Omega$ , valeurs proche de celles que nous avons mesuré en pratique :

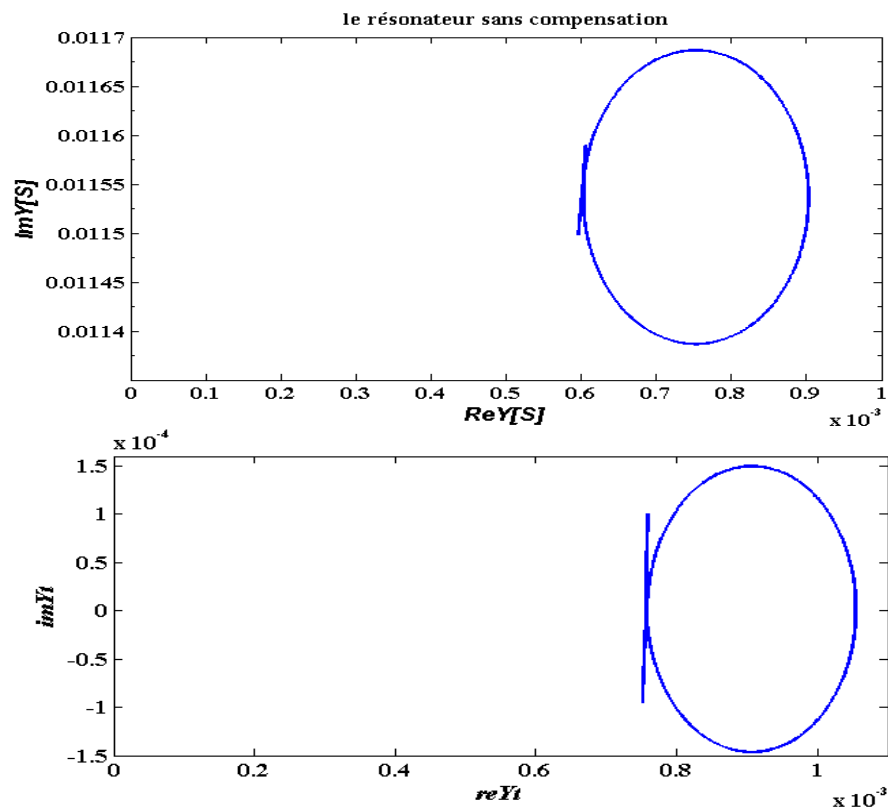


Fig. 5.24 Cercles d'admittances obtenues par simulation Matlab pour le résonateur D23 : a) sans compensation et b) avec compensation.

Finalement, si on élimine la résistance du via et de la self de compensation dans le programme de l'Annexe A.4.2, ( $R_s = 0 \Omega$  et  $R_p = 0 \Omega$ ) et si on reconstruit le cercle d'admittance dans les nouvelles conditions, on obtient l'image de la Fig. 5.25. On peut conclure que la présence de la résistance du via électrique avec les fils de connexion et de la résistance de la self de compensation dans le circuit du résonateur sont des facteurs perturbateurs qui diminuent significativement la rotation de phase et les chances d'inclure notre résonateur dans une boucle d'oscillation.

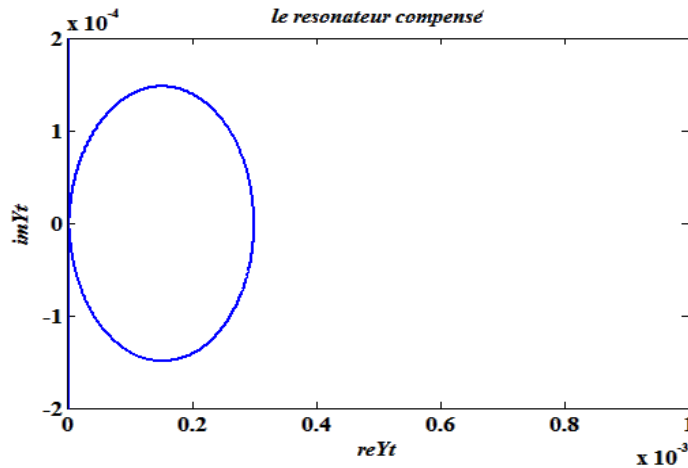


Fig. 5.25 Cercle d'admittance obtenu par simulation Matlab pour le résonateur D23 ayant la résistance du via nulle et compensé avec une self idéale.

## 5.3 Tests en température

### 5.3.1 Comportement des résonateurs aux températures positives

Les caractéristiques matérielles du silicium, comme d'autres semi-conducteurs, présente une importante sensibilité en température. Le coefficient de dilatation thermique du silicium est assez faible,  $\alpha_t \approx 3 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$  [8] mais le coefficient de température du module de Young, TCE, est compris entre -53 et -103 ppm/ $^\circ\text{C}$  [59]. D'après [60], on peut considérer  $\text{TCE} \approx -60 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$  à la température ambiante. Ainsi, le coefficient thermique de la fréquence TCF pour le silicium naturel est d'environ -30 ppm/ $^\circ\text{C}$  [61], tandis que pour le silicium dopé ce coefficient montre des valeurs à peine moins élevées [62].

Les résonateurs réalisés durant ce travail de thèse sont basés sur des substrats épais en silicium dopé ( $\rho_e = 0,01 \Omega \cdot \text{cm}$ ) et non compensés en température. Nous avons testé ces résonateurs à des températures variant de 0 à 100  $^\circ\text{C}$  dans un four dont la température est contrôlée à l'aide d'une sonde à base de thermocouple type K, placée très près (quelques millimètres) du résonateur, comme on peut le voir sur la photo suivante :

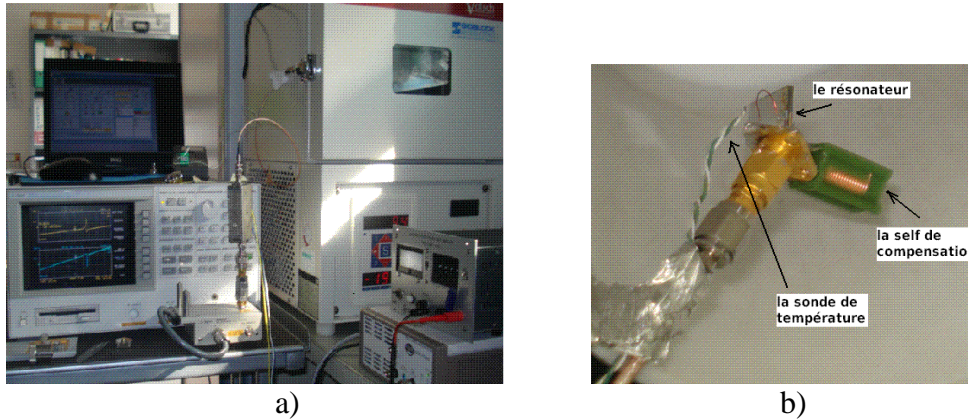


Fig. 5.26 : a) Montage expérimental pour la caractérisation thermique des résonateurs.  
 b) Le résonateur et la sonde de température dans l'enceinte thermostatée.

Pour deux résonateurs ayant des caractéristiques géométriques différentes (rayons et épaisseurs des électrodes, profondeur du gap transducteur etc.) nous avons enregistré la variation de la fréquence de résonance avec la température (Fig. 5.27) et nous avons mesuré les paramètres du circuit équivalent en fonction de la température.

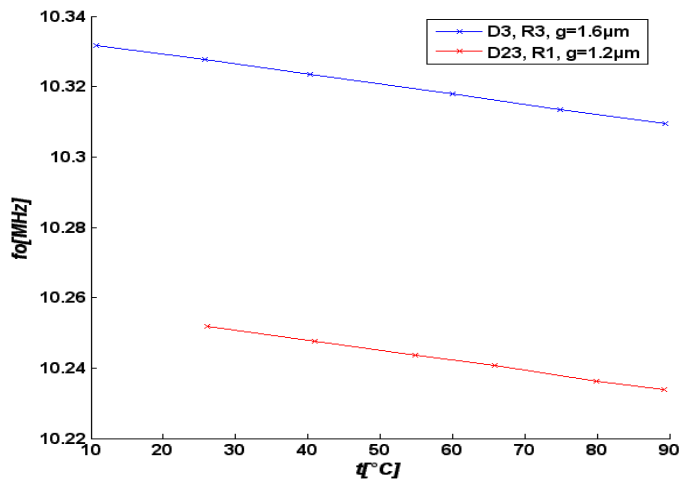


Fig. 5.27 Variation de la fréquence de résonance en fonction de la température.

La valeur du coefficient de température de la fréquence trouvé pour ces résonateurs est d'environ -0,28 kHz/°C, correspondant à -27,6 ppm/°C. Cette variation peut être bien expliquée par la formule de la fréquence de résonance d'un résonateur fonctionnant en mode de volume :

$$f_r = \frac{1}{4h} \sqrt{\frac{c_{22}}{\rho}} \quad (5.14)$$

Les variations de température influencent la géométrie et les propriétés des matériaux. La variation relative d'épaisseur avec la température est de :

$$\frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial t} = \alpha_t \quad (5.15)$$



La variation de masse volumique peut s'exprimer comme :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} = -3\alpha_t \quad (5.16)$$

Le coefficient d'élasticité est également dépendant de la température. Sa variation relative s'écrit :

$$\frac{1}{c_{22}} \frac{\partial c_{22}}{\partial t} = \alpha_{c_{22}} \quad (5.17)$$

Donc, le décalage en fréquence dû aux variations de température de nos résonateurs sera déterminé par les deux coefficients  $\alpha_t$  et  $\alpha_{c_{22}}$  :

$$TCF = \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{2c_{22}} \frac{\partial c_{22}}{\partial t} - \frac{1}{2\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\alpha_t + \frac{1}{2}\alpha_{c_{22}} + \frac{1}{2}3\alpha_t = \frac{1}{2}\alpha_t + \frac{1}{2}\alpha_{c_{22}} \quad (5.18)$$

La contribution de  $\alpha_t$  est presque négligeable par rapport à celle de  $\alpha_{c_{22}}$  puisque ce dernier a une valeur beaucoup plus grande. On considère  $\alpha_{c_{22}} \cong CTE = -60 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$ . Alors nous calculons :

$$CTF = \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial t} = -28.5 \text{ ppm}/^\circ\text{C} \quad (5.19)$$

Cette valeur est assez proche de celle trouvée expérimentalement, ce qui reconferme l'appartenance de la vibration excitée aux modes en onde de volume d'extension-compression.

On trouve dans la littérature plusieurs méthodes de compensation de la dérive thermique de résonateurs en silicium vibrant en mode de volume. Les plus efficaces des méthodes utilisées dans des structures commercialisées sont les méthodes actives, à base de circuit électronique construit soit sous forme de chaîne de diodes dont les tensions de polarisation sont fonction de la température [...], soit de boucles à verrouillage de phase (PLL) [60] ; on a aussi la possibilité de faire passer un courant dans le résonateur pour maintenir ce dernier à température constante [61]. L'inconvénient majeur de ces méthodes est la consommation supplémentaire induite par l'électronique associée. Dans la classe des méthodes passives on peut mentionner le dépôt des matériaux ayant un TCF positif [Sch09], le dopage dégénératif du bore [63]. En notre cas, la solution la plus facile à mettre en œuvre sera la compensation par l'utilisation d'une couche silice (TCE = +185 ppm/K, d'après Casset *et al.* [64]) d'une épaisseur calculée pour annuler la dérive thermique de l'ensemble complet silicium + silice.

Les graphiques suivants (Fig. 4.28) montrent les paramètres obtenus pour l'un des résonateurs lorsqu'on fait varier la température et la tension continue appliquée. Tous ces résultats montrent la stabilité des paramètres avec la température, car on n'observe que de très petites variations, peu significatives, du fonctionnement du résonateur.

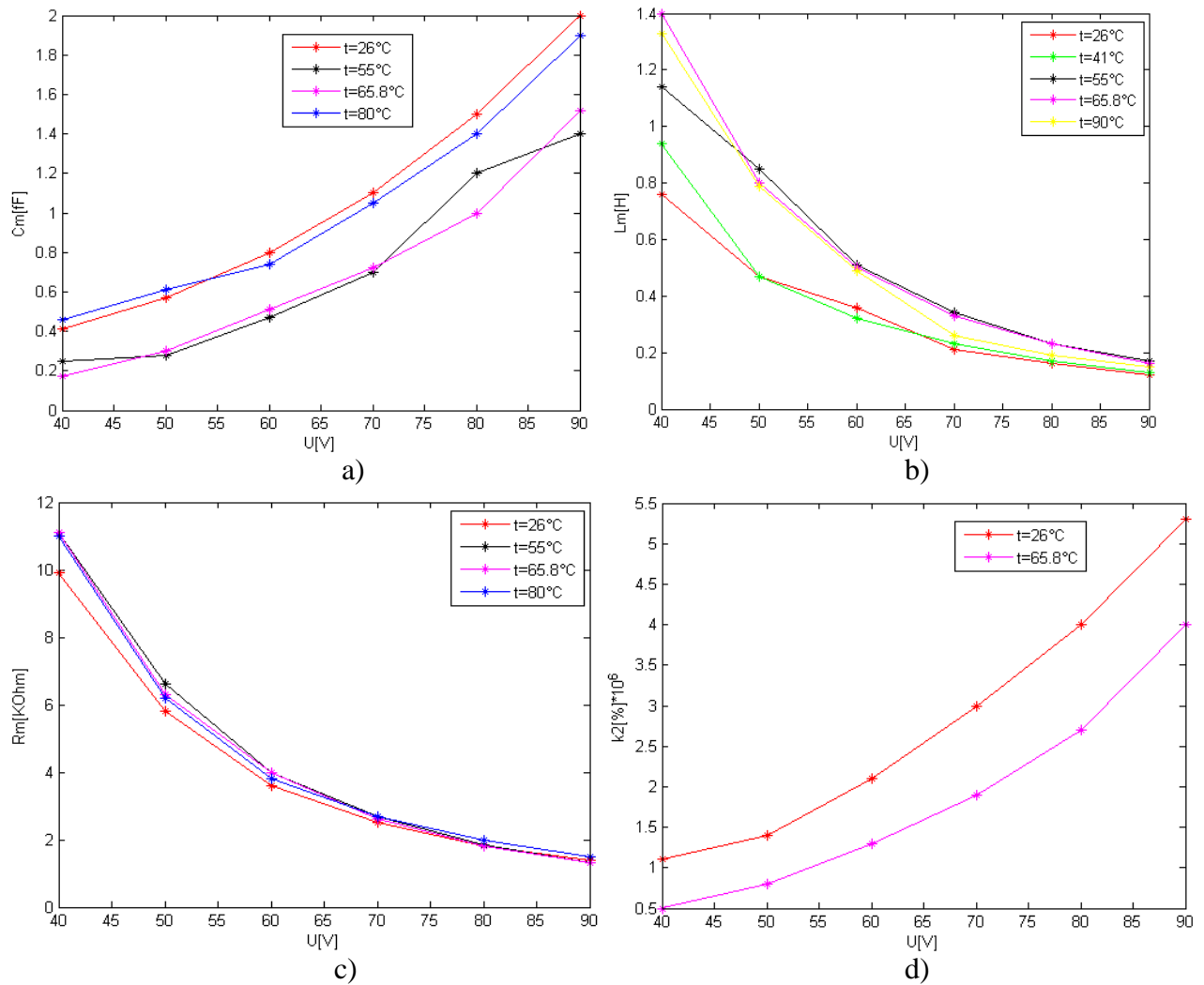


Fig. 4.28 Évolution de la capacité motionale (a), de l' inductance (b), de la résistance (c) et du coefficient de couplage(d) du dispositif D23 avec la température.

### 5.3.2 Comportement des résonateurs aux températures cryogéniques et à basse pression

Nous présentons dans cette section une série de tests effectués dans des conditions de très basse pression et à des températures cryogéniques. Le but de ces tests consistait à déterminer si le facteur de qualité de nos résonateurs est influencé par les variations de pression du milieu environnant, étant donné que toutes les caractérisations présentées auparavant avaient été réalisées à la pression atmosphérique. Nous avons pu disposer d'un cryogénérateur. Cette installation nous a permis de diminuer la température jusqu'à 4 Kelvin et la pression jusqu'à  $10^{-7}$  mbars. Mais nous n'avons pas pu faire de mesures à des pressions supérieures à  $10^{-3}$  mbars avec cet équipement.

L'acquisition de la température fut assurée grâce à une sonde en cuivre située à une distance non négligeable des dispositifs mesurés, comme indiqué sur la figure suivante :

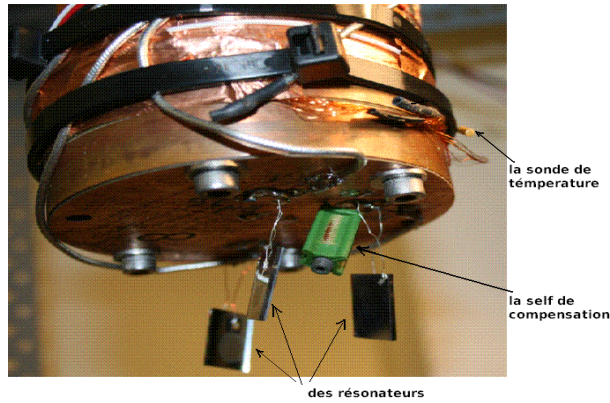
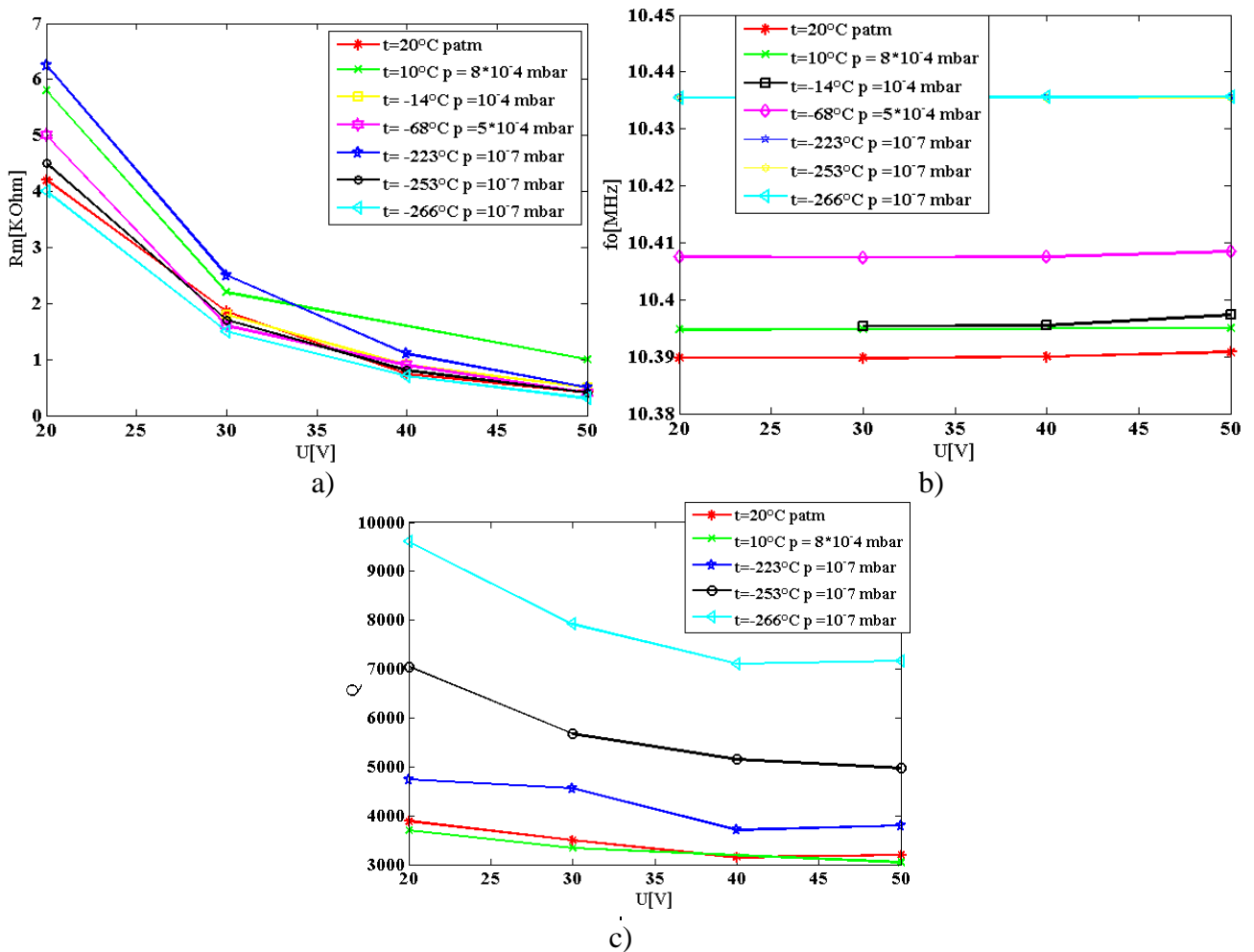
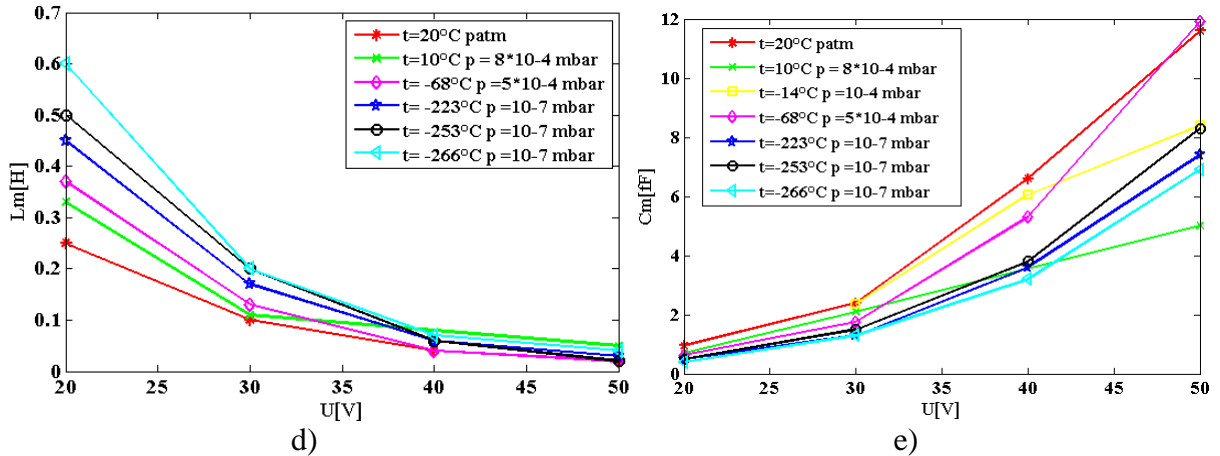


Fig. 5.29 Le support pour les tests dans le cryogénérateur.

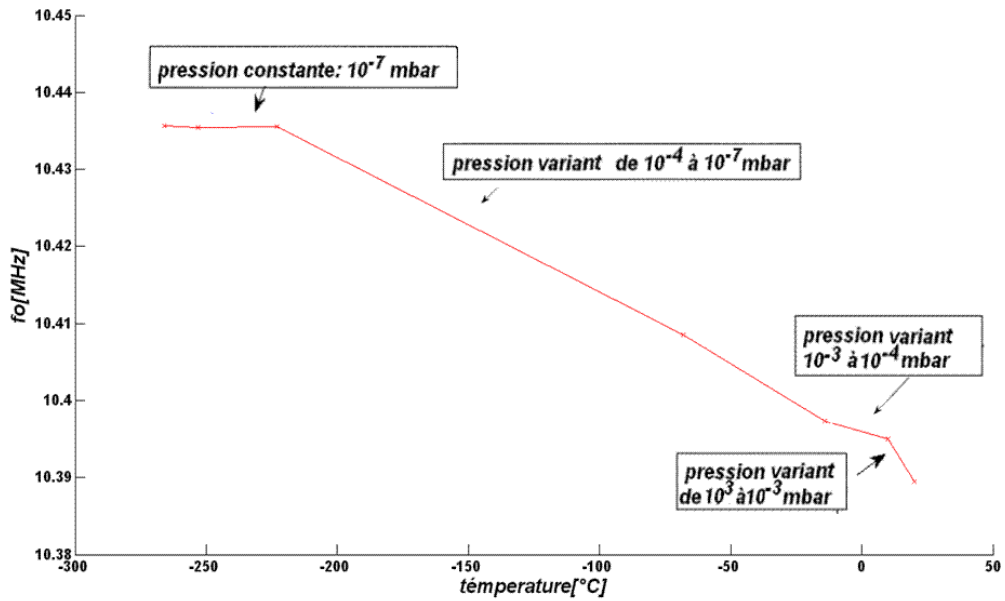
On peut donc estimer qu'il existe un léger décalage entre la valeur de la température affichée par le contrôleur de température et sa valeur précise au niveau du résonateur.

Nous présentons ci-après (Figs. 5.30a,b,c,d,e) les détails de la mesure à basse température et basse pression d'un des dispositifs caractérisés, D404 appartenant à la « SERIE 3 ». Les données peuvent être retrouvées dans les tableaux des Annexes A.4.5, parmi d'autres exemples similaires :

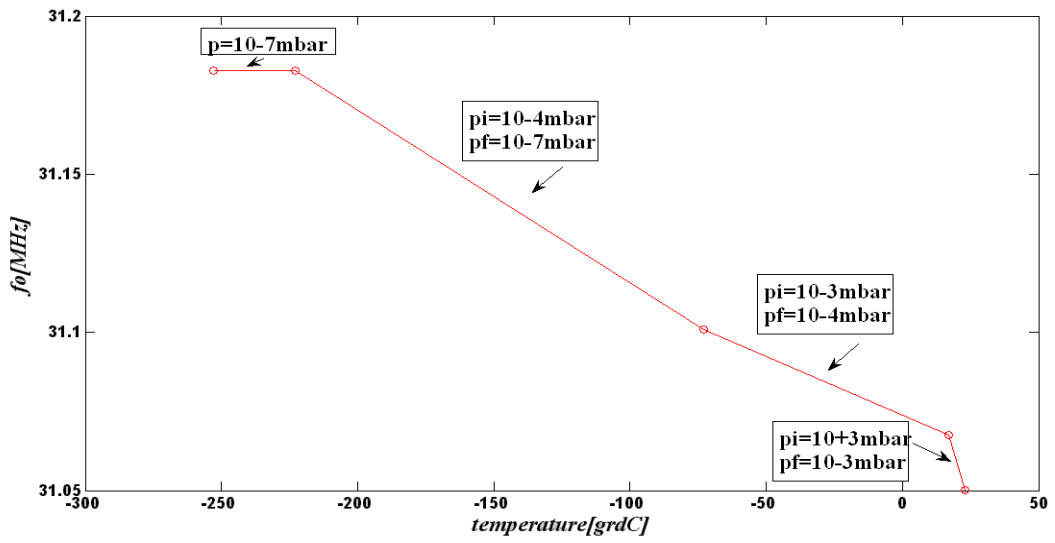




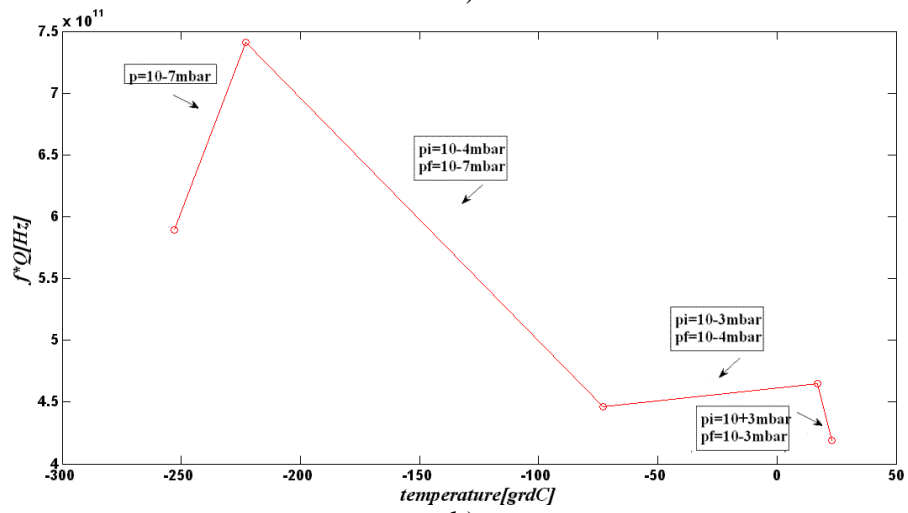
On voit sur ces graphiques que la forte baisse de température et de pression améliore relativement peu le facteur de qualité, qui ne fait que doubler ; le caractère modéré de cette amélioration ne peut donc pas être expliquée par l'amortissement dans l'air mais plutôt par des pertes au niveau de la structure du matériau même. La variation de fréquence de résonance induite par les variations de température et de pression est représentée sur la figure suivante :



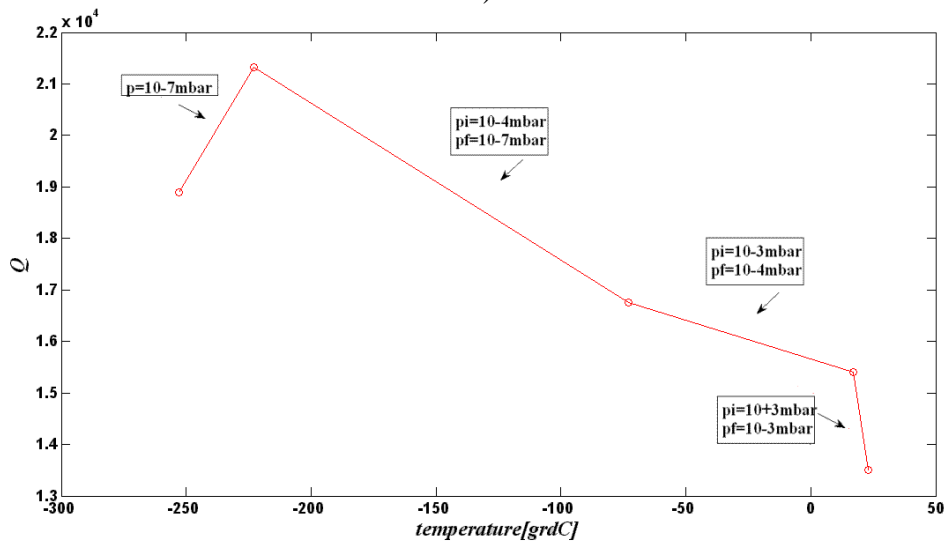
Les mêmes type de tests ont été effectués pour le partiel trois (P3) d'un des résonateurs, D173. Les résultats sont illustrés sur les graphiques des Figs. 5.32, 5.33 et 5.34. Il faut préciser que les mesures effectuées sur le partiel trois (P3) n'ont pas bénéficiées d'une compensation adaptée à la fréquence de ce mode.



a)



b)



c)

Fig. 5.32 Variation de la fréquence de résonance(a), du produit  $f \cdot Q$  (b) et du facteur de qualité (c) à 100 Vdc et sous différentes conditions de température et de pression pour le partiel 3 de D173.

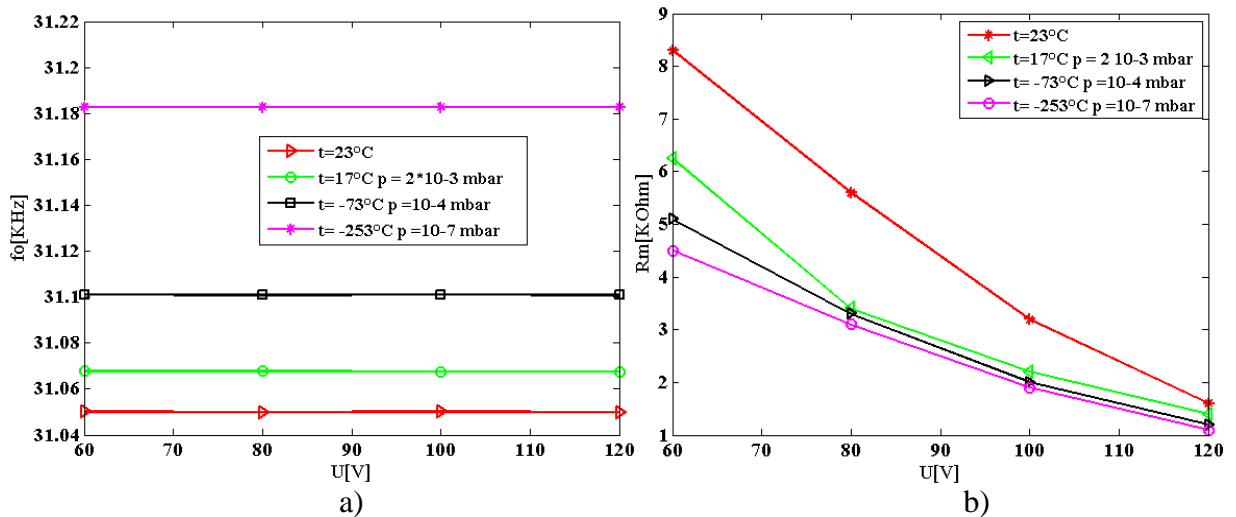


Fig. 5.33 Fréquence de résonance (a) et résistance (b) du mode partiel 3 du D173 sous différentes conditions de température et pression.

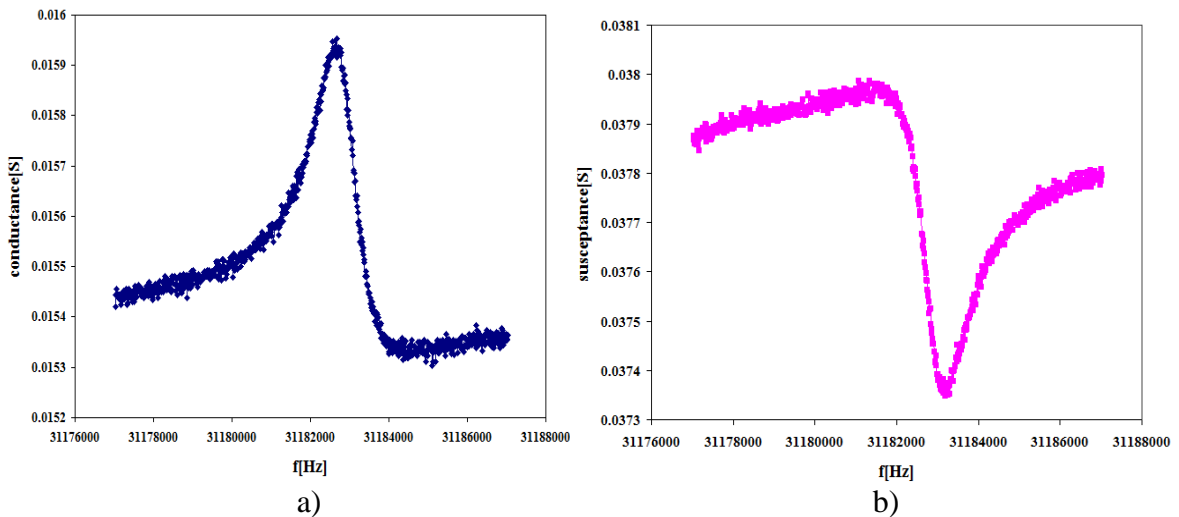


Fig. 5.34 Conductance (a) et susceptance (b) de D173 pour le partiel 3, à 100 V,  $t = 20$  K et  $p = 10^{-7}$  mbar.

Cet ensemble de données pour un résonateur excité sur le rang de partiel trois permet de déterminer la variation de la fréquence de résonance et du coefficient de qualité en fonction de la pression et de la température. Lorsque la température reste presque constante ( $\Delta t = 5^\circ\text{C}$ ) et la pression descend de la pression atmosphérique jusqu'à  $2 \cdot 10^{-3}$  mbar, nous avons observé une amélioration du coefficient de qualité de +20% en moyenne. Une forte descente simultanément en vide et en température apporte une amélioration du facteur de qualité d'approximativement +50% par rapport à sa valeur mesurée dans des conditions de température ambiante et pression atmosphérique normale.

Le comportement des éléments passifs de compensation à des températures cryogéniques a également été analysé. Pour les variations de température et de pression précisées ci-dessus, nous avons trouvé une variation de l'inductance utilisée d'environ 5%.

Suite à ces mesures, la conclusion qui s'impose est que notre résonateur n'est pas très sensible à la présence des molécules d'air dans son environnement, étant donnée sa grande taille et le fait que la cavité contenant le gap transducteur est partialement fermée à l'issue de l'opération de soudure anodique.

## 5.4 Conclusions du chapitre

Cette partie essentielle de notre travail, liée à la caractérisation mécanique et électrique des dispositifs résonnants électrostatiques réalisés selon les étapes décrites au chapitre 3, nous a permis de valider l'excitation sans couche piézoélectrique de vibrations à ondes de volume dans des structures semi-conductrices monocristallines. Ainsi, plusieurs objectifs ont été réalisés.

Dans un premier temps, la réponse mécanique a été détectée et quantifiée par voie optique. Ensuite, les paramètres électriques de la vibration ont été déduits à l'aide de la méthode du cercle d'admittances et évalués par des mesures électriques effectuées avec l'analyseur de réseau. Les différences entre leurs valeurs expérimentales et celles prédites par le modèle théorique ont été présentées et discutées.

Le coefficient de couplage électromécanique augmente avec la polarisation du résonateur et décroît avec la largeur du gap, atteignant une valeur maximale de  $0,4 \cdot 10^{-4}$  à 90 Vdc, pour un gap transducteur de 500 nm. La montée en tension conduit à une diminution de la résistance motionnelle d'une valeur typique située autour de 15 k $\Omega$  jusqu'à 500  $\Omega$ .

La forte valeur de la capacité statique (quelques centaines de pF) a été compensée à base d'un circuit bouchon.

La fréquence du mode fondamental d'extension-compression se situe au voisinage de 10,3 MHz pour une épaisseur de silicium typiquement de 380  $\mu\text{m}$ , le produit  $f_0 \cdot Q$  présentant une valeur maximale de  $10^{11}$ , sensiblement inférieure à celle rapportée dans la littérature, où l'on trouve une valeur maximale  $f_0 \cdot Q = 10^{13}$ . Pour le partiel trois, un facteur de qualité de 12 000 a été recueilli dans l'air à une fréquence de 31 MHz, soit  $f_0 \cdot Q = 3,7 \cdot 10^{11}$  tandis que dans des conditions de basse pression et basse fréquence, on obtient  $Q = 22\ 000$ . L'évolution des paramètres électriques sous conditions de basse pression à température cryogénique indique une amélioration du facteur de qualité d'au maximum +100%.

Nous n'avons pas obtenu de réponse sur les modes harmoniques pairs. L'excitation de tels modes comportant un nombre entier de longueur d'ondes dans l'épaisseur du résonateur est cependant par principe compatible avec l'excitation électrostatique simple face ; elle n'est d'ailleurs pas compatible avec l'excitation double-face simultanée. Cependant, l'examen des courbes de dispersion de la *Fig. 4.2 b*) (ondes guidées avec  $u_2$  fonction paire de  $x_2$ ) révèle une courbure négative pour la branche réelle TE2, mais l'extension très réduite des courbes pour les valeurs imaginaires du nombre d'onde transversal nécessiterait une étude complémentaire pour déterminer si ce rang de partiel est utilisable en pratique. Notre modèle générique prévoit par ailleurs un coefficient de couplage extrêmement faible pour le mode TE4, cependant caractérisé par une constante de dispersion positive. L'équilibrage dynamique est aussi une question qui devrait être approfondie. Une étude plus approfondie reste donc nécessaire pour déterminer la compatibilité de l'exploitation des modes d'extension-compression d'épaisseur de rang élevé avec l'excitation électrostatique.

Nous avons aussi étudié dans ce chapitre les possibilités pratiques d'amélioration du facteur de qualité par le piégeage de l'énergie dans une structure de résonateur de type mesa inverse ; les résultats expérimentaux ont produit un accord avec les prédictions théoriques, mais la géométrie ne semble cependant pas encore totalement optimisée de ce point de vue, par suite d'un piégeage probablement insuffisant.

Les tests en températures positives confirment le comportement spécifique attendu d'un dispositif à ondes de volume d'extension-compression, le CTF étant de  $-27,5$  ppm/K, valeur caractéristique au silicium.

Enfin, nous avons validé un schéma électrique équivalent du résonateur avec sa compensation et ses fils de connexion et nous avons trouvé que la résistance du via électrique est un facteur limitatif pour le fonctionnement du résonateur dans le domaine HF. La levée de ce verrou technologique devra constituer l'un des objectifs de l'évolution ultérieure du projet, étant donné qu'il n'est pas élémentaire de réaliser dans le verre un via parfaitement conducteur débouchant dans une cavité en retrait à distance micrométrique ou submicrométrique d'un wafer conducteur, avec une différence de potentiel de plusieurs dizaines de Volts entre les deux parties de la structure.





## **Chapitre 6**

### **Résonateur BF en silicium fonctionnant sur un mode de flexion**



## **Introduction**

Dans ce chapitre nous présentons une deuxième application réalisée avec notre dispositif ; en effet, le fonctionnement sur un mode de vibration de flexion nous a permis de réaliser un premier oscillateur. La fréquence fondamentale de vibration pour ce mode est voisine de 70 kHz.

Nous décrivons d'abord le modèle mathématique de la vibration d'une membrane circulaire excitée par une force axisymétrique d'origine électrostatique ; ce modèle permet de calculer la fréquence propre et les paramètres électriques du circuit équivalent.

Nous décrivons ensuite les résultats de la caractérisation électrique et le comportement de ce mode sous différentes conditions de température et pression. Etant donné que la fréquence de résonance du résonateur en flexion présente une variation linéaire en fonction de la tension continue appliquée, la compensation de la dérive en température est envisageable.

Des applications pratiques comme capteur gravimétrique et comme oscillateur sont finalement décrites.

## 6.1 Modélisation d'une membrane circulaire vibrant en mode de flexion

Par cette approche nous étudions les modes de flexion qui peuvent être générés dans la plaque excitée par actionnement électrostatique sur une de ses faces, au même titre que les modes d'extension-compression. Pour la même géométrie que celle étudiée dans le deuxième chapitre, la fréquence fondamentale de flexion est de l'ordre de quelques dizaines de kHz. Le déplacement statique équivalent à la flèche de la plaque a été calculé dans le chapitre deux. On s'intéresse ici à la détermination du déplacement dynamique associé au mode de flexion, des fréquences propres et de la réponse électrique et notamment des éléments motionnels caractéristiques de la structure résonnante.

### 6.1.1 Equation du mouvement d'un disque encastré excité par voie électrostatique

Soit un disque encastré, d'épaisseur  $2h$  et de rayon  $a$  (Fig. 6.1), actionné électrostatiquement par une force surfacique ponctuelle axisymétrique, identique à celle déjà précisée par l'Eq (2.4).

$$\tilde{f}_e(r,t) \approx \varepsilon_0 \frac{\bar{V}\tilde{V} \cos \omega t}{(g - \bar{u}_2(r))^2} + \frac{(\bar{V}^2 + \frac{\tilde{V}^2}{2})\varepsilon_0 \tilde{w}(r,t)}{(g - \bar{u}_2(r))^3} \quad (6.1)$$

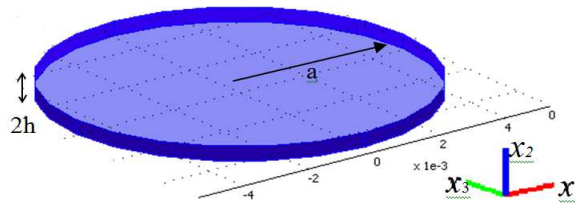


Fig. 6.1 Le disque encastré.

Dans ce chapitre, la notation  $\tilde{w}$  désigne le déplacement dynamique produit par la vibration de flexion.

La force dynamique dépend de la valeur du déplacement statique,  $\bar{u}_2(r)$ , de la valeur du déplacement dynamique  $\tilde{w}(r)$  à déterminer et de la tension appliquée. Le déplacement statique a déjà été calculé en tant que fonction de  $r$  au moyen de la fonction de Green. Nous introduisons une simplification en homogénéisant le gap, c'est-à-dire en le remplaçant par une valeur constante, que nous prenons égale à sa valeur au centre de la plaque,  $\bar{u}_2(r) = \bar{u}_0$ . La valeur du gap déformé après homogénéisation est alors :  $g - \bar{u}_0$ . Cette valeur dépend de la valeur de la tension appliquée. L'approximation peut paraître grossière, mais c'est une base de départ acceptable dans la mesure où il sera toujours possible de prendre en compte ultérieurement la non-homogénéité du gap par une méthode de perturbation, afin de corriger le calcul de son influence sur la valeur de la fréquence de résonance et sur le déplacement dynamique.

L'équation de mouvement du disque est bien connue. Il s'agit d'une équation différentielle aux dérivées partielles du quatrième ordre :

$$D\nabla^2(\nabla^2\tilde{w}(r,t)) + \mu \frac{\partial^2\tilde{w}(r,t)}{\partial t^2} = \tilde{f}_e(r,t) \quad (6.2)$$

où  $D = \frac{2Yh^3}{3(1-\nu^2)}$  est le coefficient appelé « module de rigidité à la flexion » incluant les paramètres de matériau et  $\mu = h \cdot \rho$  est la masse surfacique. En reportant l'expression de la composante dynamique de la force électrostatique, on obtient :

$$D\nabla^2(\nabla^2\tilde{w}(r,t)) - \left( \mu\omega^2 + \frac{\varepsilon_o(\bar{V}^2 + \frac{\tilde{V}^2}{2})}{(g - \bar{w}_0)^3} \right) \tilde{w}(r,t) = \varepsilon_o \frac{\bar{V}\tilde{V} \cos \omega t}{(g - \bar{w}_0)^2} \quad (6.3)$$

On remarque immédiatement que l'introduction de la force électrostatique entraîne l'apparition d'un terme supplémentaire dans l'équation sans second membre, par comparaison avec l'équation aux valeurs propres bien connue d'un disque en flexion. C'est ce terme qui traduit dans cette configuration particulière l'accordabilité en fréquence générale aux résonateurs MEMS en modes de flexion.

### 6.1.2 Résolution de l'équation homogène

Les modes et les fréquences propres du disque encastré sont les solutions de l'équation suivante :

$$D\nabla^2(\nabla^2\tilde{w}(r,t)) - \lambda_n \tilde{w}(r,t) = 0, \quad (6.4)$$

avec

$$\lambda_n = \mu\omega_n^2 + \frac{\varepsilon_o(\bar{V}^2 + \frac{\tilde{V}^2}{2})}{(g - \bar{w}_0)^3} \quad (6.5)$$

En posant

$$k^4 = \frac{\lambda_n}{D}, \quad (6.6)$$

l'équation de la plaque devient :

$$(\nabla^4 - k^4)\tilde{w} = 0. \quad (6.7)$$

La résolution en coordonnées polaires  $(r, \theta)$  de cette équation classique est rappelée dans les Annexes A.5.1. Les solutions s'expriment en termes des fonctions de Bessel ( $J_n$ , et  $Y_n$ ), et de Bessel modifiées ( $I_n$  et  $K_n$ ), respectivement de première et deuxième espèce. On trouve finalement :

$$\tilde{w}(r, \theta) = [A_n J_n(kr) + C_n I_n(kr)](\cos n\theta + \sin n\theta) \quad (6.8)$$

En pratique, nous pourrions nous restreindre à l'examen de la solution axisymétrique correspondant à  $n=0$ , compte-tenu du caractère circulaire de l'électrode impliquant

l'axisymétrie de la force électrostatique. Nous traitons d'abord le cas général et après on se restreint au problème axisymétrique.

Les valeurs de  $k$ ,  $A_n$  et  $C_n$  s'obtiennent à partir des conditions aux limites (au centre du disque et sur la circonférence) pour  $\tilde{w}$  et ses dérivées :

$$\tilde{w}(r)|_a = 0, \quad \frac{\partial \tilde{w}}{\partial r}|_a = 0, \quad \frac{\partial \tilde{w}}{\partial r}|_0 = 0, \quad \frac{\partial^2 \tilde{w}(r)}{\partial r^2}|_0 \neq \infty, \quad (6.9)$$

Les deux premières conditions nous permettent d'obtenir une équation transcendante déterminant la valeur du produit  $ka$  :

$$\begin{aligned} A_n J_n(ka) + C_n I_n(ka) = 0 \\ \Rightarrow J_n(ka) I_n'(ka) - J_n'(ka) I_n(ka) = 0 \\ A_n J_n'(ka) + C_n I_n'(ka) = 0 \end{aligned} \quad (6.10)$$

Notons  $\xi_0 = ka$ .

Nous utilisons les propriétés des fonctions de Bessel, afin de réécrire l'Eq.(6.10) :

$$\begin{aligned} \xi J_\xi'(\xi) = n J_n(\xi) - \xi J_{n+1}(\xi) \\ \xi I_\xi'(\xi) = n I_n(\xi) + \xi J_{n+1}(\xi) \end{aligned} \Rightarrow J_\xi(\xi) I_{n+1}(\xi) + I_n(\xi) J_{n+1}(\xi) = 0 \quad (6.11)$$

Les racines de l'Eq. (6.11) sont connues et tabulées et permettent de calculer les fréquences de résonance.

### 6.1.3 La fréquence fondamentale du mode de flexion

Pour  $n=0$ , on trouve  $\xi^2 = (ka)^2 = 10,2158$  [65]. Maintenant on peut obtenir la fréquence propre du disque en fonction de la tension de polarisation, de son épaisseur et des paramètres de matériau en reprenant les relations (6.6) et (6.5) :

$$\begin{aligned} \lambda_n = k^4 \cdot D \\ \lambda_n = \mu \omega_n^2 + \frac{\epsilon_o (\bar{V}^2 + \frac{\tilde{V}^2}{2})}{(g - \bar{w}_0)^3} = \mu \omega_n^2 + \frac{\epsilon_o V_0}{g_1^3}, \end{aligned}$$

avec

$$V_o^2 = \bar{V}^2 + \frac{\tilde{V}^2}{2} \quad \text{et} \quad (g - \bar{w}_0) = g_1(r) \quad (6.12), (6.13)$$

$$\omega_n^{Fl} = \sqrt{\frac{\lambda_n - \frac{\epsilon_o V_0^2}{g_1^3}}{\mu}} = \sqrt{\frac{D \xi_n^4 - \frac{\epsilon_o V_0^2}{g_1^3}}{a^4 \mu}} \quad (6.14)$$

Lorsque la polarisation est faible ( $V_0 \rightarrow 0$ ), on peut exprimer la fréquence du mode fondamental comme suit :

$$\omega_0^{FL} \approx \frac{\xi_0^2}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\mu} \left[ 1 - \frac{\varepsilon_0 V_0^2 a^4}{2g_1^3 D \xi_0^4} \right]} \quad (6.15)$$

*Illustration :*

Selon le modèle, pour une structure ayant une épaisseur  $2h = 380 \mu\text{m}$  et un gap  $g = 1,3 \mu\text{m}$ , la caractéristique de la fréquence du mode fondamental en fonction de la tension continue possède la forme donnée sur la figure suivante :

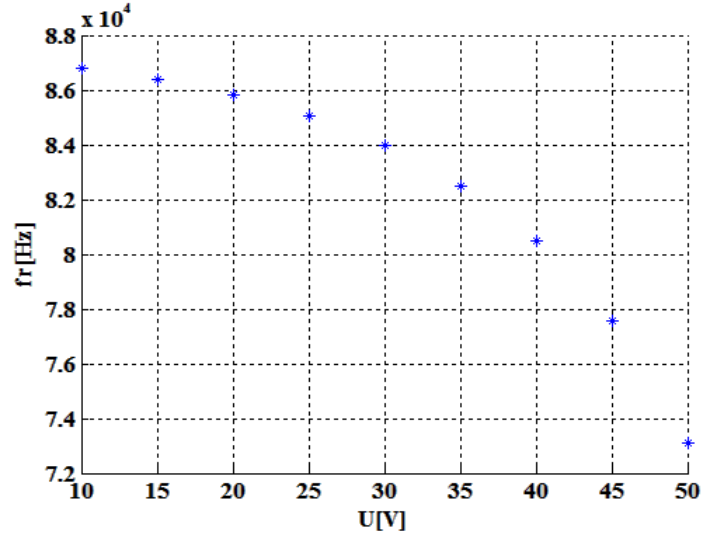


Fig. 6.2 Fréquence de résonance du mode fondamental de flexion en fonction de la tension de polarisation.

L'agilité en fréquence par l'ajustement de la polarisation peut-être obtenue en effectuant un développement limité du premier ordre de  $\omega_n$  au voisinage de la tension de polarisation, toujours dans l'hypothèse  $V_0 \rightarrow 0$  :

$$\omega_n(V_0 + \delta V) \approx \omega_n(V_0) \left[ 1 - \frac{\varepsilon_0 V_0 \delta V}{g_1^3 \left( \frac{D \xi_n^4}{a^4} - \frac{\varepsilon_0 V_0^2}{g_1^3} \right)} \right] \quad (6.16)$$

où

$$\left. \frac{\partial \omega_n}{\partial V} \right|_{V_0} \approx \frac{-\varepsilon_0 V_0}{g_1^3 \left( \frac{D \xi_n^4}{a^4} - \frac{\varepsilon_0 V_0^2}{g_1^3} \right)}$$

Cette expression peut être estimée numériquement si on connaît la valeur du gap effectif  $g_1$ , les constantes du matériau nécessaires pour calculer la valeur du module de rigidité  $D$  et la valeur maximale du champ électrique  $E_t$  qui peut être appliqué sans produire le claquage du condensateur formé par le gap transducteur.



Application numérique :

$$\left. \begin{array}{l} V = 50V \\ w = 0.4\mu m \\ 2h = 254\mu m \\ g = 1.3\mu m \\ f_0^{Fl} = 67k \text{ Hz} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\partial \omega_0}{\omega_0 \partial \bar{V}} \approx -75 \cdot 10^{-3} / V$$

#### 6.1.4 Résolution de l'équation non-homogène

Pour trouver les expressions des éléments de la branche motionnelle nous devons identifier une expression de la réponse mécanique du disque au voisinage d'une fréquence donnée  $\omega_n$  :

$$D\nabla^2(\nabla^2 \tilde{w}(r,t)) - \lambda \tilde{w}(r,t) = \varepsilon_0 \frac{\bar{V}\tilde{V} \cos \omega t}{\mu(g - \bar{w}_0)^2}, \quad (6.17)$$

La solution générale prend la forme :

$$\tilde{w}(r,t) = \left( \sum_{n,m} H_{nm} \tilde{w}_n^m(r) \right) \cos \omega t, \quad (6.18)$$

ou  $\tilde{w}_n^m(r)$  est la solution de l'équation (6.17) sans le terme de forçage.

$$D\nabla^2(\nabla^2 \tilde{w}_n^m(r,t)) - \lambda_{nm} \tilde{w}_n^m(r,t) = 0$$

Les déformées modales ont été déterminées à la section précédente, Eq. (6.8) et prennent la forme suivante :

$$\tilde{w}_n^m(r, \theta) = [A_n J_n(k_m r) + C_n I_n(k_m r)](\cos n\theta + \sin n\theta) \quad (6.19)$$

où  $n$  est le rang des fonctions de Bessel, de première espèce  $J_n$ , et modifiée de première espèce  $I_n$ , tandis que  $m$  est le rang de la racine  $k_m$  de l'équation caractéristique correspondante :

$$J_n(k_m a) I_{n+1}(k_m a) + J_{n+1}(k_m a) I_n(k_m a) = 0 \text{ où } k_m^4 = \frac{\lambda_n^m}{D} \quad (6.20)$$

Les coefficients  $H_{nm}$  ont la dimension du déplacement et les modes propres sont normalisés et peuvent être déterminés à partir de l'équation :

$$\sum_{n,m} H_{nm} (\lambda_n^m - \lambda) \tilde{w}_n^m(r) = \varepsilon_0 \frac{\bar{V}\tilde{V} \cos \omega t}{(g - \bar{w}_0)^2} \quad (6.21)$$

On multiplie cette expression par une fonction propre donnée et après l'intégration sur la surface du disque on a :

$$\sum_{n,p} H_{nm} (\omega_{nm}^2 - \omega^2) \int_0^{2\pi a} \int_0^a \tilde{w}_n^m(r) \tilde{w}_p^q(r) r dr d\theta = \frac{\varepsilon_0 \bar{V} \tilde{V}}{\mu} \int_0^{2\pi a} \int_0^a \frac{\tilde{w}_p^q(r) d\theta dr}{(g - \bar{w}_0)^2} \quad (6.22)$$

On peut calculer maintenant :

$$H_{nm} = \frac{\varepsilon_0 \bar{V} \tilde{V}}{\mu (\omega_{nm}^2 - \omega^2)} \frac{\int_0^{2\pi a} \int_0^a \frac{\tilde{w}_p^q(r) d\theta dr}{(g - \bar{w}_0)^2}}{\int_0^{2\pi a} \int_0^a \tilde{w}_n^m(r) \tilde{w}_p^q(r) r dr d\theta} = \frac{\varepsilon_0 \bar{V} \tilde{V}}{\mu \bar{g}_1^2 (\omega_{nm}^2 - \omega^2)} \frac{\int_0^{2\pi a} \int_0^a \tilde{w}_p^q(r) d\theta dr}{\int_0^{2\pi a} \int_0^a \tilde{w}_n^m(r) \tilde{w}_p^q(r) r dr d\theta}$$

Donc, pour le mode fondamental on obtient :

$$H_0 = \frac{\varepsilon_0 \bar{V} \tilde{V}}{\mu \bar{g}_1^2 (\omega_0^2 - \omega^2)} \frac{\int_0^a \tilde{w}_0(r) dr}{\int_0^a |\tilde{w}_0(r)|^2 dr} \quad (6.23)$$

avec  $\tilde{w}_0(r) = J_0\left(\frac{\xi_0 r}{a}\right) + C_0 I_0\left(\frac{\xi_0 r}{a}\right), \quad C_0 = -\frac{J_0(\xi_0)}{I_0(\xi_0)}, \quad \xi_0 \approx \sqrt{10,21581}$  (6.24)

### 6.1.5 Calcul de la réponse électrique et des éléments motionnels

Le théorème de Gauss appliqué à l'interface isolant-conducteur permet de déduire le courant dans le circuit externe :

$$\sigma = \varepsilon_0 E \quad (6.25)$$

$$I = \varepsilon_0 \int_S \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{V(t)}{g_1(V_0) - \tilde{w}(h,t)} \right) dS \quad (6.26)$$

La composante dynamique du déplacement transverse étant supposée infinitésimale, on obtient par développement limité :

$$I = \varepsilon_0 \left\{ \int_S \frac{\frac{\partial V(t)}{\partial t} dS}{g_1(r, V_0)} + \int_S \frac{\frac{\partial V(t)}{\partial t} \tilde{w}(t) dS}{[g_1(r, V_0)]^2} + \int_S \frac{\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} V(t)}{[g_1(r, V_0)]^2} dS \right\} \quad (6.27)$$

En tenant compte du fait que  $V = \bar{V} + \tilde{V} \cos \omega t$ , on ne garde dans cette intégrale que les termes produisant des contributions non-nulles à la fréquence angulaire  $\omega$  :

$$I \approx \varepsilon_0 \int_s \frac{j\omega \tilde{V}}{g_1(r, V_0)} dS + \int_s \frac{j\omega \bar{V} \tilde{w}}{[g_1(r, V_0)]^2} dS \quad (6.28)$$

L'admittance harmonique a la forme générale suivante:

$$Y_e = j\omega C_0 + j\omega C_s \sum_n \frac{\omega_{nm}^2}{\omega_{nm}^2 - \omega^2}, \quad (6.29)$$

et pour  $n=0$ , on obtient:

$$Y_e = j\omega C_0 + j\omega C_s \sum_n \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Le premier terme correspond évidemment à l'admittance de la capacité statique  $C_0$  :

$$C_0 = 2\pi\varepsilon_0 \int_0^a \frac{r dr}{g_1(r, V_0)} \quad (6.30)$$

Le second terme donne le courant traversant la branche motionnelle :

$$I_m = \int_s \frac{j\omega \bar{V} \tilde{w}}{[g_1(r, V_0)]^2} dS \quad (6.31)$$

Le calcul de la capacité motionnelle peut ensuite être effectué ; cette capacité s'obtient à partir des coefficients  $H_{nm}$  puisqu'elle correspond à la contribution du déplacement dynamique hors-plan au courant dans le circuit externe ; remplaçons  $\tilde{w}$  par son expression limitée au mode fondamental :

$\tilde{w}(r) = H_0 \tilde{w}_0(r)$ , avec  $H_0$  donné par la relation (6.23) :

$$I_m = \frac{j2\pi\omega\varepsilon_0 \bar{V}^2 \tilde{V}}{(\omega_0^2 - \omega^2)\mu} \frac{\int_0^a \left[ \frac{\tilde{w}_0(r) r dr}{\bar{g}_1^4} \right]^2}{\int_0^a [\tilde{w}_0(r)]^2 r dr} \quad (6.32)$$

Grâce à l'hypothèse simplificatrice d'homogénéisation du gap, on peut sortir  $g_1$  de l'intégrale :

$$I_m = \frac{j2\pi\omega\varepsilon_0 \bar{V}^2 \tilde{V}}{\mu \bar{g}_1^4 (\omega_0^2 - \omega^2)} \frac{\left[ \int_0^a \tilde{w}_0(r) dr \right]^2}{\int_0^a [\tilde{w}_0(r)]^2 r dr} \quad (6.33)$$

et l'on obtient enfin les expressions de l'admittance et de la capacité motionnelles :

$$Y_m = \frac{j\omega\varepsilon_0\bar{V}^2 2\pi \left[ \int_0^a \tilde{w}_0(r) r dr \right]^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) \mu \bar{g}_1^4 \int_0^a [\tilde{w}_0(r)]^2 r dr} \quad (6.34)$$

$$C_1 = \frac{2\pi\varepsilon_0\bar{V}^2}{\mu \bar{g}_1^4 \omega_0^2} \cdot \frac{\left[ \int_0^a \tilde{w}_0(r) r dr \right]^2}{\int_0^a [\tilde{w}_0(r)]^2 r dr} \quad (6.35)$$

Le coefficient de couplage électromécanique  $k^2$  de notre résonateur MEMS en flexion peut être identifié à la formule rencontrée dans le cas d'une plaque de quartz en simple-rotation, vibrant en fondamental de cisaillement d'épaisseur :

$$k^2 = \frac{\pi^2 C_1}{8C_0} \quad (6.36)$$

En utilisant les formules (6.30) et (6.35) pour les expressions de  $C_0$  et respectivement  $C_1$ , on obtient la formule explicite du coefficient de couplage :

$$k^2 = \frac{\pi^2 \varepsilon_0 \bar{V}^2 \left[ \int_0^a \tilde{w}_0(r) r dr \right]^2}{4\mu \bar{g}_1^3 a^2 \omega_0^2 \int_0^a [\tilde{w}_0(r)]^2 r dr} \quad (6.37)$$

Après calcul numérique des intégrales, on obtient en première approximation les résultats suivants :

$$k^2 \approx 0,17 \frac{\pi^2 \varepsilon_0 \bar{V}^2}{\mu \bar{g}_1^3 \omega_0^2} \quad \text{et} \quad (6.38)$$

$$C_1 \approx \frac{1,36\pi\varepsilon_0^2 a^2 \bar{V}^2}{\mu \bar{g}_1^4 \omega_0^2} \quad (6.39)$$

Exemple :

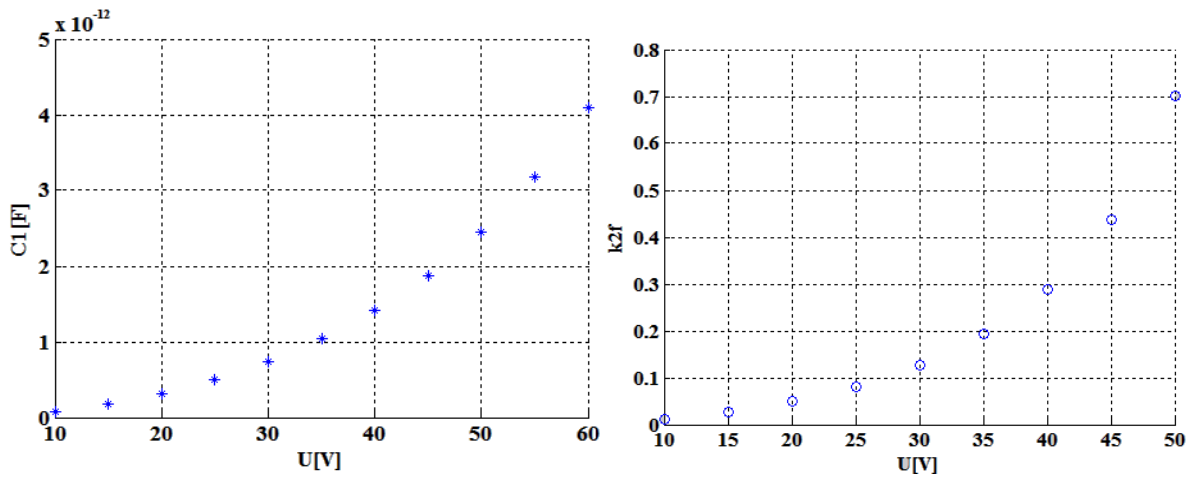


Fig. 6.3 Caractéristiques théoriques  $C_1 = f(V)$  et  $k_2 = f(V)$  du disque vibrant en mode de flexion ( $2h = 380 \mu\text{m}$ ,  $g = 1 \mu\text{m}$ ).

## 6.2 Caractérisation électrique du résonateur fonctionnant en mode de flexion

Le mode de flexion a été identifié pour plusieurs dispositifs ayant différentes épaisseurs ; les réponses électriques ont été enregistrées sous forme d'impédance (partie réelle et imaginaire) à l'aide d'un analyseur de réseau (HP 4395A) qui permet le balayage en fréquence dans le domaine des basses fréquences. Par rapport aux mesures effectuées pour le mode TE, on n'est pas obligé de compenser le  $C_0$  pour avoir accès à la branche motionnelle, car la capacité motionnelle du mode de flexion est beaucoup plus grande que celle du mode TE.

Premièrement, nous avons cherché le mode de flexion pour un résonateur dont l'épaisseur de silicium a été modifiée de 380  $\mu\text{m}$  (l'épaisseur standard) à 256  $\mu\text{m}$  par gravure DRIE localisée, effectuée sur la surface libre du silicium. Il est nommé D180 « *SERIE 2* ». La fréquence du mode fondamental est de 68 kHz à 10 Vdc et diminue jusqu'à 66 kHz pour une tension de polarisation de 80 V.

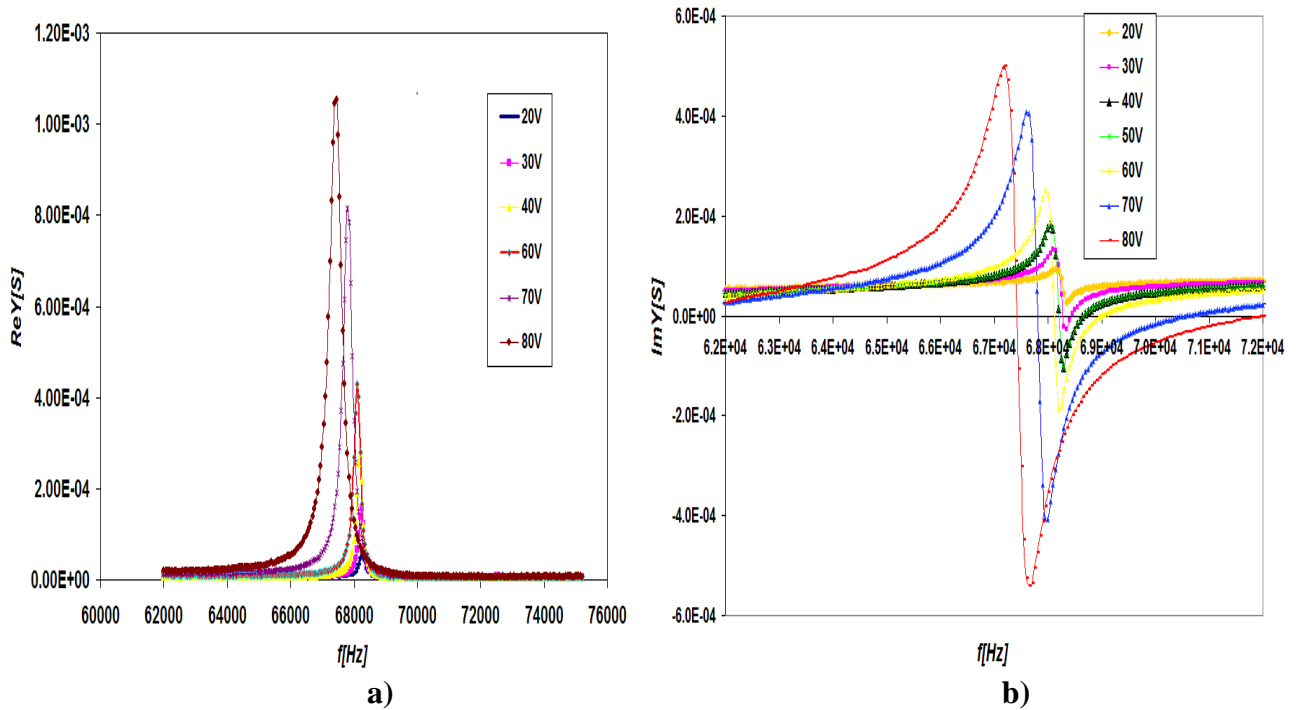


Fig. 6.4 Courbes expérimentales de la conductance (a) et la susceptance (b) vs la tension de polarisation pour D180.

Ultérieurement, nous avons aussi trouvé ces modes pour les résonateurs ayant l'épaisseur standard du wafer en silicium. Leurs spectres sont présentés dans les Annexes A.5.1 (Figs. A.5.1, A.5.2, A.5.3).

Comme prévu par la formule (6.16), le mode de flexion est caractérisé par une très bonne accordabilité de la fréquence de résonance en fonction de la tension de polarisation ; la Fig. 5.3 nous montre une variation comprise entre  $-1,5 \cdot 10^{-5} / \text{V}$  et  $-1,5 \cdot 10^{-4} / \text{V}$ , valeur qui est plus petite que celle calculée théoriquement. Le modèle analytique est une idéalisation qui suppose que l'encastrement est parfait. D'autre côté, nous n'avons pas tenu compte dans le calcul des différents rayons des électrodes, qui sont inférieurs au rayon  $a$  du disque considéré dans le modèle ; les conditions aux limites mécaniques restent valables, tandis que la force électrostatique est en réalité appliquée sur une surface plus petite à celle prise en compte dans le

modèle, nous nous attendions donc à obtenir une valeur expérimentale du couplage inférieure à celle donnée par l'expression (6.38).

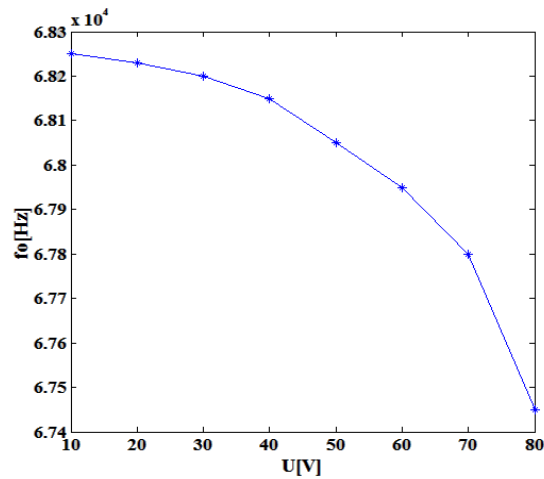


Fig. 6.5. Le shift expérimental de la fréquence obtenu par l'ajustement de la tension de polarisation.

La variation de paramètres motionnels en fonction de la tension de polarisation est présentée sur les figures suivantes :

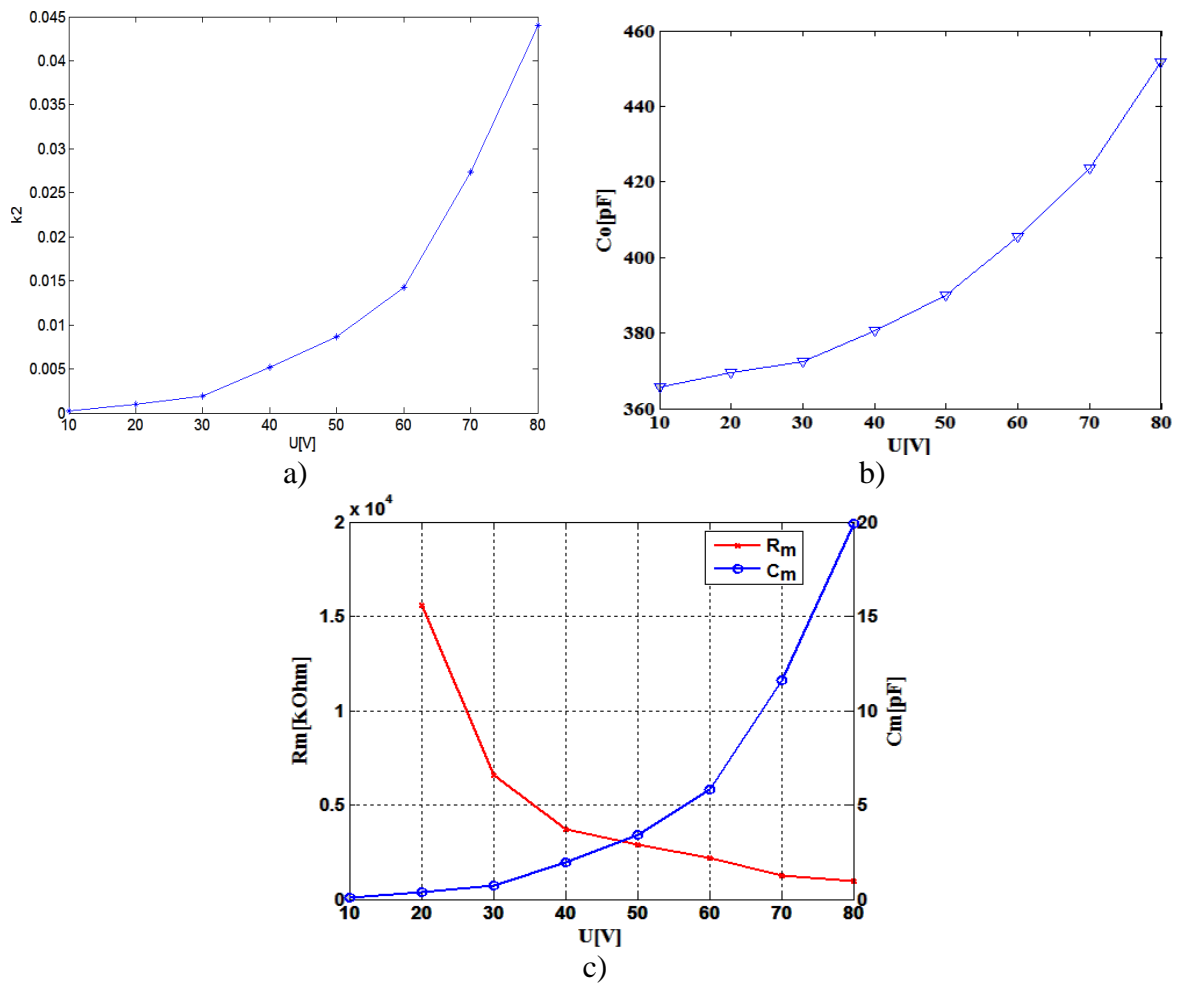


Fig. 6.6 Évolution expérimentale de différents paramètres du D180 en fonction de la tension de polarisation : a) coefficient de couplage, b) capacité statique, c) résistance motionnelle et capacité motionnelle .

Pour ce mode de vibration, nous avons calculé un facteur de qualité typiquement entre 200 et 300 à pression atmosphérique, donc, malgré un bon coefficient de couplage électromécanique, le produit  $Q \cdot f$  reste inférieur de plusieurs ordre de grandeur à celui obtenu pour les modes d'extension-compression.

### Tests sous différentes conditions de température et de pression

Comme pour le mode d'extension-compression, nous avons testé nos résonateurs vibrant en mode de flexion à des températures positives et à des températures cryogéniques sous basse pression, en utilisant la configuration expérimentale décrite dans le chapitre 5, et les sous-chapitres 5.4 et 5.5, respectivement.

1. Le comportement à des températures positives montre l'augmentation de la fréquence de résonance avec la température, donc le CTF est positif et estimé autour de 63 ppm/K·V :

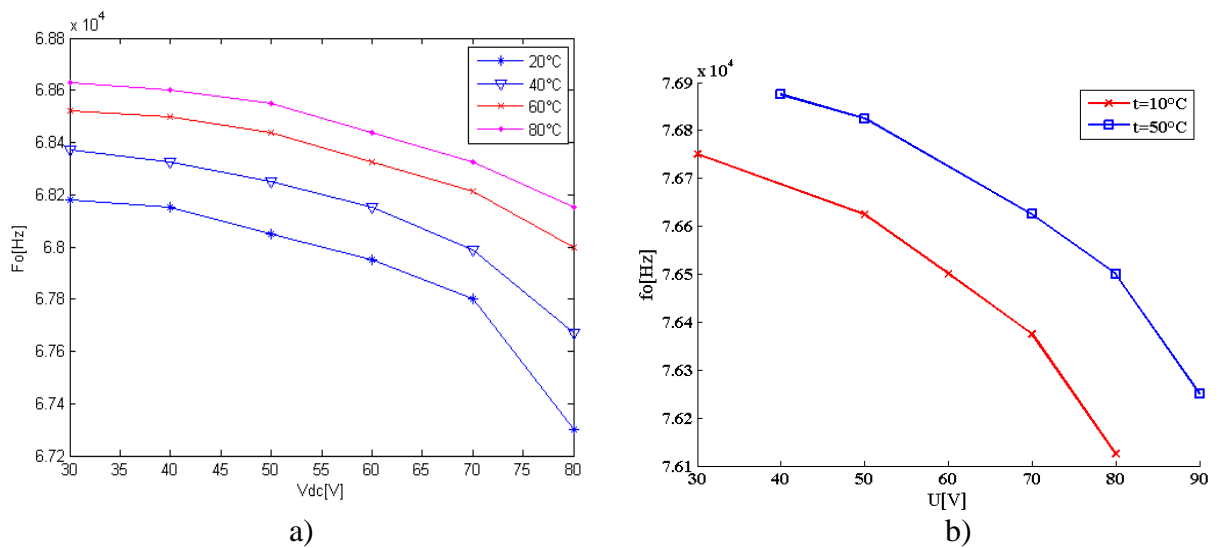


Fig. 6.7 Le shift expérimental de la fréquence en fonction de la tension DC, à différentes températures positives a) D180 serie 2, b) D14 serie 4.

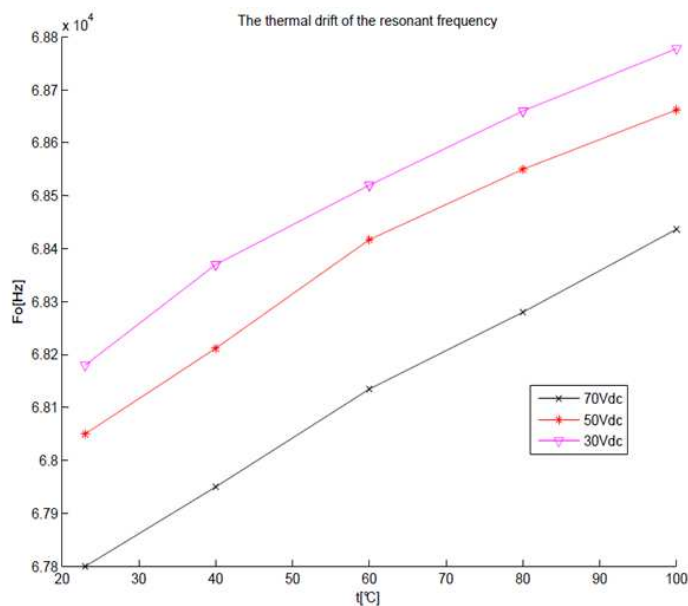
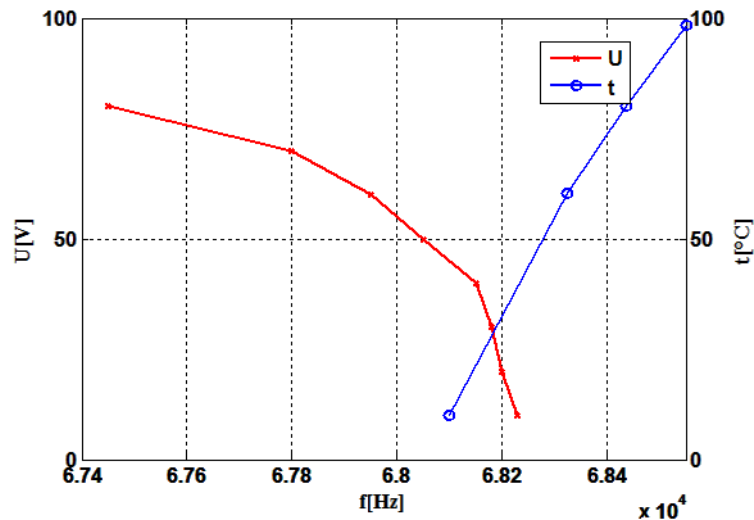


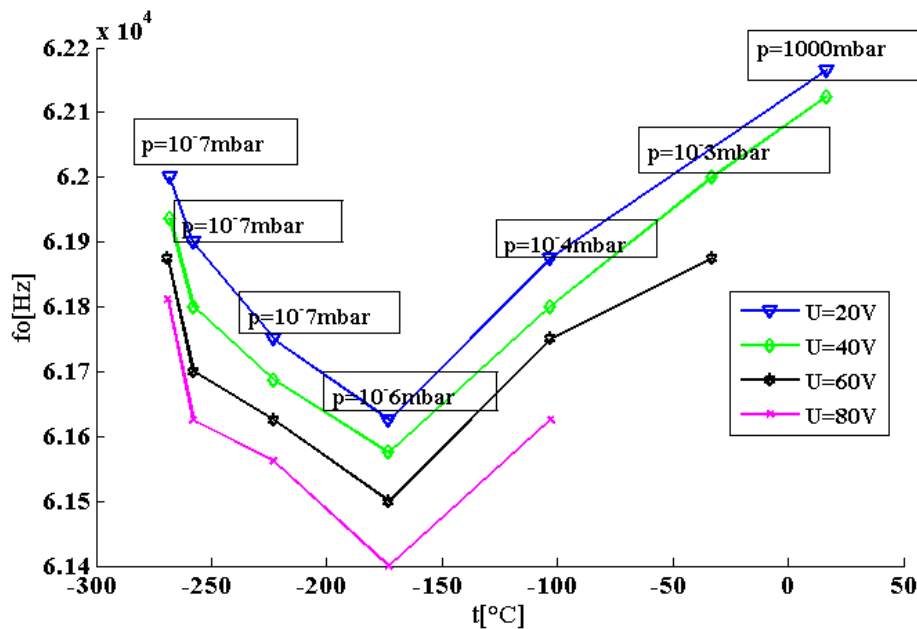
Fig. 6.8 Variation de la fréquence de résonance avec la température pour différentes tensions de polarisation pour D180 série 2.

Les graphiques présentés sur les *Figs. 6.7* et *6.8*, réunis sous la forme présentée sur la *Fig. 6.9* suggèrent l'idée de compenser la dérive thermique de nos résonateurs par ajustement de la tension de polarisation.



*Fig. 6.9* Variation de la fréquence de résonance avec la température et la tension de polarisation pour D180 serie 2.

2. L'évolution de la fréquence de résonance du mode de flexion à des températures cryogéniques est illustrée sur la *Fig. 6.10* ci-après :



*Fig. 6.10* Variation de la fréquence de résonance sous différentes conditions de température et de pression du D180 serie 4.

D'autres exemples sont présentés dans les Annexes [A.5.3](#). On constate qu'il existe un point d'inversion du *CTF* des dispositifs caractérisés dans la plage de température comprise entre - 200 °C ÷ - 150 °C.



## 6.3 Applications

### 6.3.1 L'application capteur gravimétrique

Nous avons cherché à valider une application type capteur de masse avec le dispositif fonctionnant en mode de flexion. Pour cela, nous avons déposé une fine couche de résine sur la surface libre du silicium et nous avons mesuré la fréquence de résonance du dispositif avec et sans couche de résine. Les calculs relèvent une variation de fréquence d'environ 200 Hz pour une variation de masse de 1mg, comme indiqué sur la figure suivante :

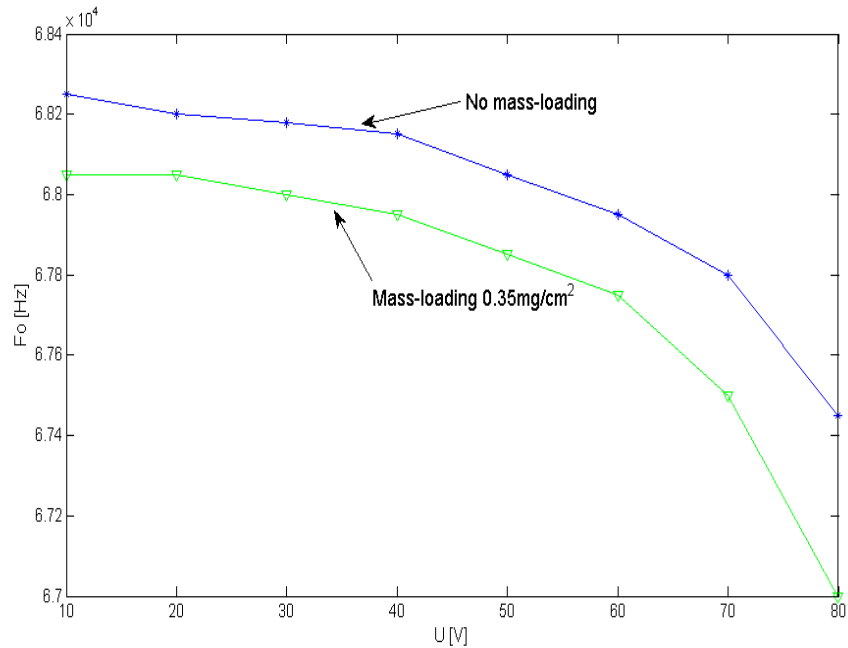


Fig. 6.11 La fréquence de résonance en fonction de la-tension DC pour D180 mesuré sans et avec la couche de résine.

En général, la sensibilité d'un capteur est son aptitude à détecter et à amplifier de faibles variations d'une grandeur physique. Dans notre cas, elle peut se définir et calculer de la façon suivante :

$$\delta m = 1000 \mu\text{g}$$

$$\delta m / A = 351 \mu\text{g}/\text{cm}^2 \quad \rightarrow S_c = \frac{\delta f}{f} \frac{\delta m}{A} 10^6 = 1,03 \text{ ppm}/(\mu\text{g}/\text{cm}^2)$$

$$\delta f = -200 \text{ Hz}$$

(6.40)

La résolution du capteur se définit en considérant le glissement de fréquence minimal que l'on peut mesurer dans un environnement bruité. La limite fondamentale intrinsèque est imposée par le bruit thermomécanique.

Pour une stabilité d'un oscillateur d'environ  $10^{-6}$  (voir la section suivante), on peut estimer que la résolution de notre résonateur pour la détection gravimétrique est :

$$\delta_{\delta m/A} = f_0 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\delta m}{\delta f} = 0,119 [\mu\text{g}/\text{cm}^2] \quad (6.41)$$

### 6.3.2 L'oscillateur

Les modes de flexion de notre résonateur ont pu être exploités pour élaborer un schéma type oscillateur. Cette application a été envisageable suite à l'évaluation de la résistance motionnelle du notre dispositif, résistance qui atteint une valeur assez basse pour une valeur de la tension continue voisine de 70 V, selon la Fig. 6.4.c.

Le schéma implémenté au sein de l'équipe CoSyMA pour réaliser l'oscillateur est basé sur un design de type « pont de Wien » et comporte plusieurs étages comme indiqué sur le schéma électronique ci dessous :

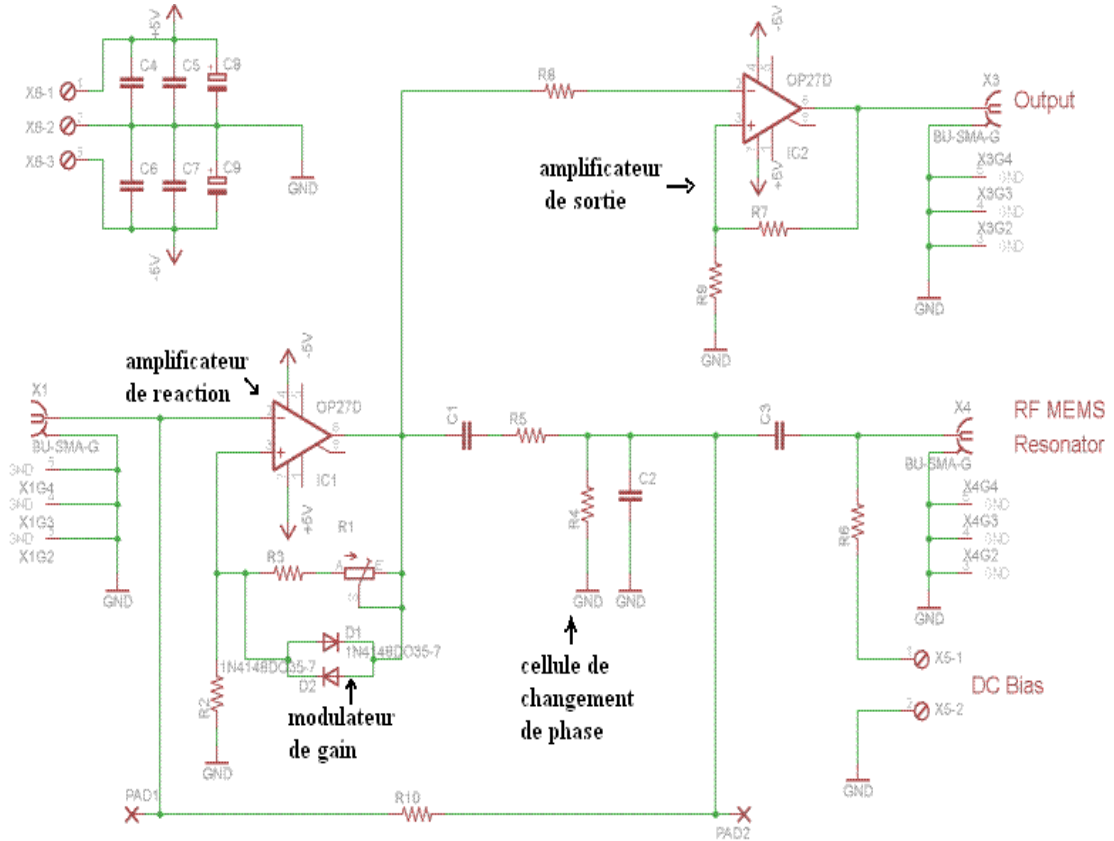


Fig. 6.12 Le schéma de principe pour l'oscillateur implémenté avec notre résonateur.

Les performances de stabilité temporelle à court terme de cet oscillateur ont pu être évaluées. Elles sont présentées sous la forme de la variance d'Allan  $\sigma_A(t)$  définie comme la racine carrée de la valeur :

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (y_{n+1} - y_n)^2 \rangle \quad (6.42)$$

où les  $y_n$  sont les échantillons successifs d'écart de fréquence, et  $\tau$  est le pas d'échantillonnage.

Alors  $\sigma(t)$  est une mesure des instabilités de l'oscillateur pendant la durée  $\tau$ .

Tau	ADEV
0.1	4.0833e-07
0.2	3.4994e-07
0.4	3.444e-07
0.8	3.8188e-07
1.6	4.7095e-07
3.2	6.4519e-07
6.4	9.2321e-07
12.8	1.3347e-06
25.6	1.9142e-06
51.2	2.5394e-06
102.4	2.4728e-06
204.8	2.788e-06

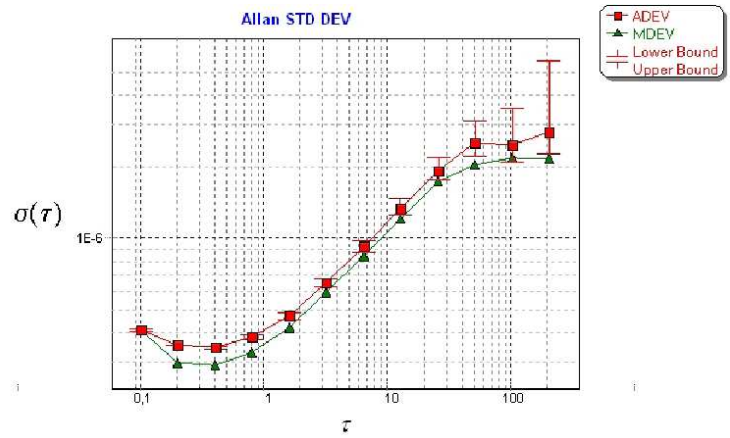


Fig. 6.13 La variance d'Allan estimée au court terme (1s).

Comme on le peut voir ici, la valeur moyenne de  $\sigma_A(\tau)$  se situe autour de  $10^{-6}$  pour un temps d'échantillonnage de 1 s.

## 6.4 Conclusions du chapitre

Dans ce dernier chapitre, nous avons développé un modèle théorique de la vibration de flexion d'un disque encastré actionné par une force électrostatique axisymétrique s'exerçant sur une seule de ses faces. Nous avons négligé l'inertie en rotation et le cisaillement, en restant donc dans les hypothèses simples de Bernoulli. Une autre hypothèse simplificatrice a concerné la valeur de la composante statique du gap déformé, considérée comme égale à la valeur au centre du disque. Cette approche nous a permis de déduire les expressions des différents paramètres utiles à la description du résonateur vibrant en flexion : la fréquence propre, les paramètres du circuit équivalent, le coefficient de couplage électromagnétique, et aussi de calculer le déplacement dynamique ponctuel induit dans le disque par la composante dynamique de la force électrostatique appliquée.

Pour une certaine valeur de gap et à tension de polarisation constante, le modèle montre un couplage bien plus grand pour la vibration en mode de flexion (0.45 % à 80 V) que pour la vibration en mode d'extension-compression. Ce résultat, qui n'a rien de surprenant, est une conséquence directe du fait que la capacité motionnelle du mode de flexion est bien plus grande, puisqu'elle est inversement proportionnelle à la fréquence de résonance, dont les valeurs se situent dans le domaine des basses fréquences pour ce mode. Le modèle nous donne aussi l'accès au calcul de la variation de la fréquence de résonance en fonction de la tension de polarisation, où on attend une accordabilité de  $-0,075 \text{ ppm/V}$ .

Toutes ces prédictions ont été confirmées par la caractérisation électrique de nos résonateurs fonctionnant en mode de flexion, résultats expérimentaux présentés dans la deuxième partie du chapitre.

Les tests à des températures positives ont relevé un *CTF* de ce mode à  $-63 \text{ ppm/K}\cdot\text{V}$ . Le mode de flexion analysé dans des conditions de basses pressions ( $10^{-7} \text{ mbar}$ ) et températures (jusqu'à  $-269 \text{ }^\circ\text{C}$ ) montre un minimum de la fréquence de résonance à  $-150 \text{ }^\circ\text{C}$  et  $10^{-7} \text{ mbar}$ , indiquant un possible point d'inversion pour le *CTF*.

Le couplage important de ce mode ainsi que la valeur faible de la résistance motionnelle ( $200 \text{ } \Omega$  à  $70 \text{ Vdc}$ ) nous ont permis d'implémenter un premier oscillateur dont les caractéristiques ont été présentées dans le sous-chapitre 6.3.1.

Une deuxième application du résonateur vibrant en mode de flexion a été suggérée par une mesure fréquentielle de variation de masse ; nous avons trouvé une sensibilité de  $1,03 \text{ ppm}/(\mu\text{g}/\text{cm}^2)$  en mode capteur gravimétrique.



## **Conclusions générales**



L'idée directrice de notre travail a été de valider le principe d'excitation des ondes acoustiques volumiques d'extension-compression par excitation électrostatique dans des substrats monocristallins, notamment en silicium dopé, et d'explorer les possibilités offertes par ces modes pour le confinement de l'énergie acoustique dans le silicium. Le but visé consiste à maîtriser les pertes au niveau des ancrages, inhérentes aux résonateurs opérant sur des modes de vibrations structurales.

Dans ce cadre nous avons conçu, micro-fabriqué et caractérisé plusieurs séries de résonateurs électrostatiques en silicium fonctionnant soit dans un mode d'extension compression à une fréquence voisine de 10 MHz, soit dans un mode de flexion dont la fréquence fondamentale se situe aux alentours de 70 KHz.

Des modèles analytiques ont été élaborés pour ces deux modes de vibration au long des deuxième et sixième chapitres afin de constituer une description théorique du comportement correspondant des résonateurs et de leurs paramètres motionnels.

L'un des avantages des résonateurs à ondes de volume est la possibilité de confiner l'énergie des ondes acoustiques générées dans la partie centrale du résonateur. Le modèle développé dans le quatrième chapitre, basé sur la théorie des ondes planes guidées dans les plaques minces, a préconisé pour notre résonateur en silicium (100) une structure type « inverted mesa » qui n'a produit en pratique qu'une faible amélioration du coefficient de qualité. Les simulations numériques à partir de ce modèle montrent cependant que le piégeage peut être significativement amélioré en augmentant le rapport diamètre / épaisseur des résonateurs. Si l'on impose une limite supérieure au diamètre des résonateurs pouvant présenter un intérêt applicatif, on constate qu'il faut alors réduire l'épaisseur pour améliorer l'efficacité du piégeage. Mais il faudra alors être capable de réduire le gap en proportion pour conserver une valeur du coefficient de couplage exploitable en pratique. L'optimisation du dimensionnement n'a donc pas pu être complètement réalisée dans le cadre de cette thèse, qui a par ailleurs nécessité de consacrer beaucoup d'efforts au développement d'une technologie de fabrication relativement fiable et accessible appropriée à nos résonateurs.

Les étapes les plus importantes de cette technologie de fabrication ont été détaillées dans le troisième chapitre. Nous avons réussi, après plusieurs essais, à déposer une couche épaisse de 20  $\mu\text{m}$  nickel électro-formé sur des wafers 4'' et à graver des motifs de 5 mm $\times$ 5 mm sur une profondeur 160  $\mu\text{m}$  de verre, par gravure sèche. Nous avons fait preuve de notre capacité à obtenir des électrodes nettement définies au sein d'une surface assez grande (75 mm<sup>2</sup>) avec un petit gap de 1  $\mu\text{m}$  environ sur l'ensemble de la surface. Afin de réaliser des gaps encore plus petits (quelques centaines de nanomètres), une méthode assez originale, alternative à la gravure sèche utilisée pour nos travaux et à la méthode de la couche sacrificielle couramment rencontrée dans la littérature, a été éprouvée sous la forme d'un procédé de dépôt et thermo-compression or-or. Par cette méthode nous avons réussi à créer des gaps de 300 nm, mais les dispositifs furent malheureusement court-circuités lors de l'étape finale de nettoyage.

La caractérisation du dispositif vibrant en mode d'épaisseur a été présentée dans le cinquième chapitre. Pour ce mode, le produit  $Q \cdot f$  trouvé ne dépasse pas  $10^{11}$ , valeur qui n'est pas parmi les meilleures rencontrées dans l'état d'art. Pour le mode fondamental, la fréquence de résonance avoisine 10 MHz et le meilleur facteur de qualité mesuré dans l'air a été de 10 000. Nous avons obtenu des résonateurs présentant dans le meilleur cas un  $Q = 22\,900$  pour le partiel trois à 31,2 MHz dans des conditions de température  $t = -223\text{ }^\circ\text{C}$  et pression  $p = 10^{-7}$  mbar. Avec une compensation appropriée du mode P3 on pourrait obtenir des produits  $Q \cdot f$  bien plus élevés, en sachant que le silicium est un matériau qui a démontré des facteurs de qualité beaucoup plus



grands. L'optimisation des dimensions géométriques de nos dispositifs pourrait apporter des améliorations importantes en termes de facteur de qualité. En même temps il y a des limites qu'on ne peut pas surmonter ; pour un couplage plus fort, le gap mérite d'être réduit mais en même temps la plage des tensions devient limitée par le champ disruptif.

Une solution envisageable pour améliorer les performances d'un tel résonateur serait de fabriquer une structure symétrique équilibrée par un judicieux choix du rapport tension appliquée/valeur du gap transducteur. La conception d'un dispositif à excitation symétrique sera une piste en vue de l'optimisation des résultats.

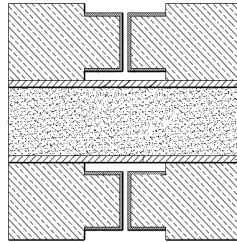


Fig. 7.34 Perspective sur la structure symétrique.

L'un des avantages de ce travail est la relative simplicité du procédé technologique, qui ne demande pas d'usinage sur le silicium mais sur le support en verre. Cela laisse la porte ouverte au remplacement éventuel du silicium dopé par tout autre substrat résonnant monocristallin ayant des meilleures qualités acoustiques. D'ailleurs, nous n'avons pas utilisé les meilleurs wafers en silicium que l'on trouve sur le marché, par exemple le silicium « fusion zone » ou des plaquettes SOI, qui aurait éventuellement pu donner des meilleurs résultats.

Comme l'application à long terme du projet vise à réaliser un oscillateur MEMS à 10 MHz dont les objectifs de performance sont de concurrencer à plus ou moins brève échéance les certains types d'oscillateurs à quartz, nous nous sommes intéressés à vérifier si notre résonateur satisfait les exigences d'un tel objectif. Le schéma équivalent du résonateur montre la présence d'une significative impédance électrique du via et des fils, qui déplace le cercle d'admittance par rapport à l'origine, fait qui met l'admittance du résonateur dans l'impossibilité de présenter une rotation de phase importante, pénalisant cette première configuration comme inappropriée pour une application de type oscillateur. Des solutions à ce problème peuvent cependant être envisagées. On peut notamment rechercher une amélioration grâce à l'usinage du via par gravure RIE suivie d'une électrodéposition, on peut également imaginer d'intégrer la self de compensation dans la structure même du résonateur. De plus, le té de polarisation n'est guère approprié pour une future intégration du dispositif. Il est donc clair que les solutions des problèmes rencontrés auront tout à gagner de l'intégration d'éléments complémentaires au plus près du résonateur acoustique *stricto sensu*.

Il existe encore d'autres points à atteindre dans un futur travail concernant le fonctionnement du notre résonateur en mode d'extension-compression. La dérive thermique de  $-26,6 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$  pourra être compensée par l'utilisation d'une couche en silice adaptée en épaisseur.

En utilisant le fait que le coefficient de couplage électromécanique de nos résonateurs est plus grand (4,5%) en mode de flexion à 68 KHz, nous avons réussi à mettre au point un oscillateur stabilisé basé sur l'un des ces dispositifs et nous avons testé l'exploitation de ce mode pour des applications de type capteur gravimétrique. Pour ces premiers essais, nous avons déterminé une stabilité à court terme de  $5 \cdot 10^{-6}$  et une sensibilité de  $1 \text{ ppm}/\mu\text{g}/\text{cm}^2$ .

Au final, il est assez frappant que nous ayons pu faire osciller une configuration de vibration de flexion caractérisée par des pertes acoustiques (*inversement proportionnelles au produit  $Q \cdot f$* ) pourtant considérablement plus élevées que la configuration d'extension-compression

d'épaisseur. L'élimination ultérieure des verrous technologiques devra donc être conduite en gardant comme premier objectif l'optimisation du compromis entre le coefficient de surtension et le coefficient de couplage électromécanique. La marge de progression à l'issue de ce travail exploratoire reste donc suffisamment importante pour justifier de donner une suite à cette recherche sur les oscillateurs MEMS à résonateurs à ondes de volume.



## **ANNEXES**



## Annexe 1.1

### Calcul de la fréquence de résonance de la plaque excitée simple face par voie électrostatique

La fréquence propre est la solution de l'équation homogène :

$$c_{22} \frac{\partial \hat{u}_{2,22}}{\partial x^2} + \rho \omega^2 \hat{u}_2 = 0,$$

dont les solutions doivent satisfaire le système des conditions aux limites suivant :

$$\begin{cases} c_{22} \hat{u}_{2,2} (+h) - \frac{\varepsilon_0 V_0^2}{g_1^3} \hat{u}_2 (+h) = 0 \\ \hat{u}_{2,2} (-h) = 0 \end{cases} \quad (\text{A.1.1})$$

On considère les solutions de la forme :

$$\hat{u}_2^n = A_n \sin \eta_n x_2 + B_n \cos \eta_n x_2, \quad (\text{A.1.2})$$

avec

$$\eta_n = \omega_n \sqrt{\frac{\rho}{c_{22}}}$$

Après la substitution de cette solution dans les conditions aux limites on obtient le système ayant  $A_n$  et  $B_n$  pour inconnues :

$$\begin{cases} A_n (c_{22} \eta_n \cos \eta_n h - \frac{\varepsilon_0 V_0^2}{g_1^3} \sin \eta_n h) - B_n (c_{22} \eta_n \sin \eta_n h + \frac{\varepsilon_0 V_0^2}{g_1^3} \cos \eta_n h) = 0 \\ \eta_n (A_n \cos \eta_n h + B_n \sin \eta_n h) = 0 \end{cases} \quad (\text{A.1.3})$$

Les fréquences propres correspondent aux valeurs de  $\eta_n$  qui annulent le déterminant du système (A.1.3) :

$$\begin{aligned} \Delta &= (c_{22} \eta_n \cos \eta_n h - \frac{\varepsilon_0 V_0^2}{g_1^3} \sin \eta_n h) \sin \eta_n h + (c_{22} \eta_n \sin \eta_n h + \frac{\varepsilon_0 V_0^2}{g_1^3} \cos \eta_n h) \cos \eta_n h \\ \Delta = 0 &\Leftrightarrow \eta_n h \tan 2\eta_n h = -\frac{\varepsilon_0 V_0^2 h}{c_{22} g_1^3} \end{aligned} \quad (\text{A.1.4})$$

Cette équation transcendante dont l'inconnue est le produit  $\eta_n h$  impose :  $\cos \eta_n h \neq 0$ . Elle va nous conduire vers le calcul du nombre d'onde  $\eta_n$  et de la fréquence  $\omega_n$ .

On sait que pour une plaque libre vibrant en mode d'épaisseur pure, la demi-longueur d'onde devrait être égale à un multiple impair de l'épaisseur du substrat  $2h$  :

$$2h = \frac{n}{2} \lambda_n = n \frac{\pi}{\eta_n} \quad (\text{A.1.5})$$

avec  $n$  impair, d'où :

$$\eta_n h = n \frac{\pi}{2} \quad (\text{A.1.6})$$

Le couplage électromécanique modifie légèrement cette caractéristique et nous devons donc résoudre l'équation transcendante (A.1.4) au voisinage de cette solution, sachant que le  $\cos \eta_n h$  ne peut être rigoureusement nul. On prend :

$$\eta_n h = n \frac{\pi}{2} + \alpha_n, \quad (\text{A.1.7})$$

avec  $\alpha_n$  petit, à déterminer.

$$\text{Comme } \tan 2\eta_n h \approx 2\alpha_n, \text{ on obtient } \alpha_n \approx -\frac{\varepsilon_0 V_0^2 h}{n \pi c_{22} g_1^3}. \quad (\text{A.1.8})$$

On injecte l'expression de  $\alpha_n$  dans l'équation A.1.8 et on reprend la formule 2.1.5 afin d'obtenir les fréquences propres :

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{n}{4h} \left(1 - \frac{2\varepsilon_0 V_0^2 h}{n^2 \pi^2 c_{22} g_1^3}\right) \sqrt{\frac{c_{22}}{\rho}}$$

### Calcul approché de $tg(\eta_n h)$

Pour :  $\eta_n h = n \frac{\pi}{2} + \alpha_n$  on peut écrire :

$$tg(\eta_n h) = \frac{\sin(\eta_n h)}{\cos(\eta_n h)}$$

$$\sin(\eta_n h) \approx (-1)^{\frac{n-1}{2}} \quad \text{et} \quad \cos(\eta_n h) \approx (-1)^{\frac{n+1}{2}} \alpha_n \Rightarrow tg(\eta_n h) \approx (-1)^{-1} \frac{1}{\alpha_n}$$

### Calcul du $H_n$

Les fonctions propres satisfont l'équation 2.1.13 :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \rho(\omega^2 - \omega_n^2) H_n \hat{u}_2^n(x_2) = -(2c_{22} + \rho\omega^2 x_2^2 + 2\rho\omega^2 h x_2) Q$$

On utilise l'orthogonalité des fonctions propres pour calculer  $H_n$  :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \rho(\omega^2 - \omega_n^2) H_n \int_{-h}^{+h} \hat{u}_2^n(x_2) \hat{u}_2^m(x_2) dx_2 = -Q \int_{-h}^{+h} (2c_{22} + \rho\omega^2 x_2^2 + 2\rho\omega^2 h x_2) \hat{u}_2^m(x_2) dx_2$$

D'où :

$$H_n = \frac{Q \int_{-h}^{+h} (2c_{22} + \rho\omega^2 x_2^2 + 2\rho\omega^2 h x_2) \hat{u}_2^n(x_2) dx_2}{\rho(\omega_n^2 - \omega^2) \int_{-h}^{+h} [\hat{u}_2^n(x_2)]^2 dx_2} \quad (\text{A.1.9})$$

et

$$Q = \frac{\varepsilon_0 \bar{V} \tilde{V}}{g_1^2 (4c_{22} h - 3 \frac{\varepsilon_0 V_0^2 h^2}{g_1^3})}$$

Pour le calcul des intégrales dans l'expression de  $H_n$ , on considère l'approximation :

$$\hat{u}_2^n = A_n \sin \eta_n x_2 + B_n \cos \eta_n x_2 \approx A_n \sin \eta_n x_2, \quad (\text{A.1.10})$$

sachant que  $B_n = -\frac{\varepsilon_0 V_0^2 h}{n \pi c_{22} g_1^3} A_n$ , donc  $B_n \ll A_n$ . En ce cas, le terme principal est  $2\rho\omega^2 h x_2 \hat{u}_2^n$  dans l'intégrale du numérateur, et on obtient :

$$H_n \approx \frac{Q \int_{-h}^{+h} 2\rho\omega^2 h x_2 \hat{u}_2^n(x_2) dx_2}{\rho(\omega_n^2 - \omega^2) \int_{-h}^{+h} [\hat{u}_2^n(x_2)]^2 dx_2} \approx \frac{2\omega^2 \varepsilon_0 \bar{V} \tilde{V} \int_{-h}^{+h} x_2 \hat{u}_2^n(x_2) dx_2}{(\omega_n^2 - \omega^2) g_1^2 (4c_{22} - 3 \frac{\varepsilon_0 V_0^2 h}{g_1^3}) \int_{-h}^{+h} [\hat{u}_2^n(x_2)]^2 dx_2}$$

Notons :

$$I_1 = \int_{-h}^{+h} x_2 \sin \eta_n x_2 dx_2 \text{ et}$$

$$I_2 = \int_{-h}^{+h} \sin^2 \eta_n x_2 dx_2$$

$$I_1 = \int_{-h}^{+h} x_2 \sin \eta_n x_2 dx_2 = -\frac{x_2 \cos \eta_n x_2}{\eta_n} \Big|_{-h}^h + \frac{1}{\eta_n} \int_{-h}^h \cos \eta_n x_2 dx_2 = -\frac{2h \cos \eta_n h}{\eta_n} + \frac{2 \sin \eta_n h}{\eta_n^2}$$

$$\sin(\eta_n h) \approx (-1)^{\frac{n-1}{2}}$$

$$\cos(\eta_n h) \approx (-1)^{\frac{n+1}{2}} \cdot \alpha_n$$

$$I_1 = \frac{2}{\eta_n^2} \left[ (-1)^{\frac{n-1}{2}} - (-1)^{\frac{n+1}{2}} \cdot \alpha_n \eta_n h \right] \approx \frac{2}{\eta_n^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \approx \frac{8h^2}{n^2 \pi^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}}, \text{ ou nous avons négligé } \alpha_n \text{ et le}$$

nombre d'onde a été remplacé par son expression approchée (A.1.6).

$$I_2 = \int_{-h}^{+h} \sin^2 \eta_n x_2 dx_2 = \int_{-h}^{+h} \frac{1 - \cos 2\eta_n x_2}{2} dx_2 = h - \frac{\sin 2\eta_n x_2}{4\eta_n} \Big|_{-h}^h = h - \frac{\sin 2\eta_n x_2}{2\eta_n} = h - \sin(\pi n + 2\alpha_n) \approx h$$

$$H_n = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{\omega^2}{(\omega_n^2 - \omega^2)} \cdot \frac{16Qh^2}{n^2 \pi^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}} = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{\omega^2}{(\omega_n^2 - \omega^2)} \cdot \frac{16h\varepsilon_0 \bar{V} \tilde{V}}{n^2 \pi^2 g_1^2 (4c_{22} - 3 \frac{\varepsilon_0 V_0^2 h}{g_1^3})}$$

$$H_n^{sf} = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{\omega^2}{(\omega_n^2 - \omega^2)} \cdot \frac{16h\varepsilon_0 \bar{V} \tilde{V}}{n^2 \pi^2 g_1^2 (4c_{22} - 3 \frac{\varepsilon_0 V_0^2 h}{g_1^3})}$$

Dans le cas d'une excitation double-face, on trouve un résultat différent :

$$H_n^{df} = \frac{\omega^2}{(\omega_n^2 - \omega^2)} \cdot \frac{8gk^2}{n^2 \pi^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \frac{\tilde{V}}{\bar{V}} = \frac{\omega^2}{(\omega_n^2 - \omega^2)} \cdot \frac{8h\varepsilon_0}{n^2 \pi^2 g^2 c_{22}} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \bar{V} \cdot \tilde{V}$$



## Annexe 1.2

### Programme Matlab pour le calcul numérique du déplacement statique d'un disque soumis à une force axisymétrique, en utilisant la fonction de Green

```

clear; clc;
E=160e9; %GPa
a=5e-3; %rayon disque mm
h=180e-6; %epaisseur um
%V=50 ; %V
eps0=8.854e-12;
g=1.5e-6; %gap um
poisson=0.28;
D=2*E*h^3/(3*(1-poisson^2));
%syms xi %symbolic var.
N=1000 ;%nr intervale disqueretizare
Iter=8; %nr. iteratii pentru calcul w
r = zeros(1,N+1); % preallocare variabile
w = zeros(Iter,N+1);
deltar=a/N;
for l=1:N+1
    r(l)=a*(l-1)/N; %nodurile
end
% syms G1
% syms G2
G1_n = 0;
G1_n1 = 0;
G2_n = 0;
G2_n1 = 0;
for V=10:5:60 %voltage
    for k=2:Iter %nr. iteratii pentru calcul w
        for l=2:N+1
            INTEG_1 = 0;
            INTEG_2 = 0;
            for n=1:l-1
                G1_n = r(n)/4*((r(l)^2+r(n)^2)*(log(r(l))-
log(a))+(r(n)^2+a^2)/2*(a^2-r(l)^2)/a^2) ;
                G1_n1 = r(n+1)/4*((r(l)^2+r(n+1)^2)*(log(r(l))-
log(a))+(r(n+1)^2+a^2)/2*(a^2-r(l)^2)/a^2);
                INTEG_1 = INTEG_1 + (G1_n/(g-w(k-1,n))^2+ G1_n1/(g-w(k-
1,n+1))^2)*deltar/2 ;
            end
            for n=1:N
                G2_n = r(n)/4*((r(l)^2+r(n)^2)*(log(r(n))-log(a))+(a^2-
r(n)^2)/2*(a^2+r(l)^2)/a^2) ;
                G2_n1 = r(n+1)/4*((r(l)^2+r(n+1)^2)*(log(r(n+1))-log(a))+(a^2-
r(n+1)^2)/2*(a^2+r(l)^2)/a^2);
                INTEG_2 = INTEG_2 + (G2_n/(g-w(k-1,n))^2+ G2_n1/(g-w(k-
1,n+1))^2)*deltar/2 ;
            end
            w(k,l)=eps0*V^2/(2*D)*(INTEG_1+INTEG_2) ;
        end
    end
    figure (1)
    hold on
    grid on
    plot (r(2:N+1),w(Iter,2:N+1), 'b', -r(2:N+1),w(Iter,2:N+1), 'b')
    xlabel('r[mm]')
    ylabel('w[um]')
    figure (2)

```

```

Co=2*pi*eps0*trapz(r(2:N+1)./(g-w(Iter,2:N+1)))*deltar;
Cox=eps0*3.9*pi*a^2/0.6e-6;
Cech=Co*Cox/(Co+Cox);
hold on
grid on
plot (V,Co,'*')
xlabel('U[V]')
ylabel('Co[pF]')
%calcul Co total gap
figure (3)
Co=2*pi*eps0*trapz(r(2:N+1)./(g-w(Iter,2:N+1)))*deltar;
Cox=eps0*3.9*pi*a^2/0.6e-6;
Cech=Co*Cox/(Co+Cox);
hold on
grid on
plot (V,Co,'*', V,Cech,'o')
xlabel('U[V]')
ylabel('Co[pF]')
legend('sans oxyde','avec oxyde')
end

```

## Annexe 1.3

### Méthode des matrices de transfert pour une structure type silicium-air-verre

#### 1. Programme MATLAB pour le calcul des déplacements mécaniques de part et d'autre du gap

```
clear; clc;
for f=5e6:1000:20e6;
w=2*pi*f ;
rhos=2330;
cs22=166e9;
hs=400e-6;
rhov=2230;
cv22=64e9;
hv=1000e-6;
eps0=8.854e-12;
g=2.2e-6;
Vdc=100;
Ms11= cos(w*sqrt(rhos/cs22)*hs);
Ms12= 1/(w*sqrt(rhos*cs22))*sin(w*sqrt(rhos/cs22)*hs);
Ms21= -w*sqrt(rhos*cs22)*sin(w*sqrt(rhos/cs22)*hs);
Ms22= Ms11;
Ms=[Ms11, Ms12; Ms21, Ms22];
Cv11= cos(w*sqrt(rhov/cv22)*hv);
Cv12= -1/(w*sqrt(rhov*cv22))*sin(w*sqrt(rhov/cv22)*hv);
Cv21= w*sqrt(rhov*cv22)*sin(w*sqrt(rhov/cv22)*hs);
Cv22= Cv11;
Cv=[Cv11, Cv12; Cv21, Cv22];
L=eps0*Vdc^2/(2*g^3);
K=eps0*Vdc/(2*g^2);
T1=0;
T4=0;
u1=sym('u1');
u4=sym('u4');
Vac=sym('Vac');
Ms11=sym('Ms11');
Ms12=sym('Ms12');
Ms21=sym('Ms21');
Ms22=sym('Ms22');
Cv11=sym('Cv11');
Cv12=sym('Cv12');
Cv21=sym('Cv21');
Cv22=sym('Cv22');
T1=sym('T1');
T4=sym('T4');
K=sym('K');
L=sym('L');
end
SYST = [Ms11, Ms12; Ms21, Ms22]*[u1 ; T1] - [1, 1/L ; 0 ,1]*[Cv11, Cv12;
Cv21, Cv22]*[u4 ; T4] -[-K*Vac/L ; 0]
SOL = solve (SYST(1) , SYST(2) , 'u1', 'u4');
ulsol = SOL.u1
u4sol = SOL.u4
%plot(f,ulsol,f,u4sol)
```

**Les solutions calculées :**

```
ulsol =  
    (Cv21*K*Vac - Cv21*Ms22*T1 + Cv11*Cv22*L*T4 -  
Cv12*Cv21*L*T4 - Cv11*L*Ms22*T1 + Cv21*L*Ms12*T1)/(Cv21*Ms21 +  
Cv11*L*Ms21 - Cv21*L*Ms11)  
u4sol =  
    -(Cv22*Ms21*T4 - K*Ms21*Vac + Cv12*L*Ms21*T4 -  
Cv22*L*Ms11*T4 + L*Ms11*Ms22*T1 - L*Ms12*Ms21*T1)/(Cv21*Ms21 +  
Cv11*L*Ms21 - Cv21*L*Ms11)
```

## **2. Programme MATLAB pour le couplage des fréquences de vibration pour une structure type silicium-air-verre**

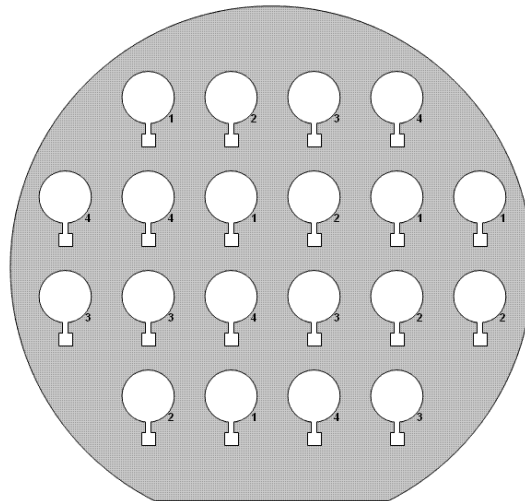
```
clear; clc;  
f=2e6:10:30e6;  
w=2*pi*f ;  
rhov=2230;  
rhos=2330;  
cs22=166e9;  
cv22=64e9;  
hv=1000e-6;  
hs=400e-6;  
eps0=8.854e-12;  
g=1.2e-6;  
Vdc=100;  
GAUCHEv = 1/sqrt(rhov*cv22)*cot(w*hv*sqrt(rhov/cv22)) ;  
GAUCHEs = 1/sqrt(rhos*cs22)*cot(w*hs*sqrt(rhos/cs22)) ;  
GAUCHE = 1/sqrt(rhov*cv22)*cot(w*hv*sqrt(rhov/cv22)) +  
1/sqrt(rhos*cs22)*cot(w*hs*sqrt(rhos/cs22)) ;  
DROITE = -w*g^3/(2*eps0*Vdc^2);  
figure (1)  
plot (f, GAUCHE , 'y' , f, DROITE , 'r' , f, GAUCHEv, 'g' , f, GAUCHEs, 'm')  
xlabel('Frequence[Hz]')
```

## Annexes 2.1

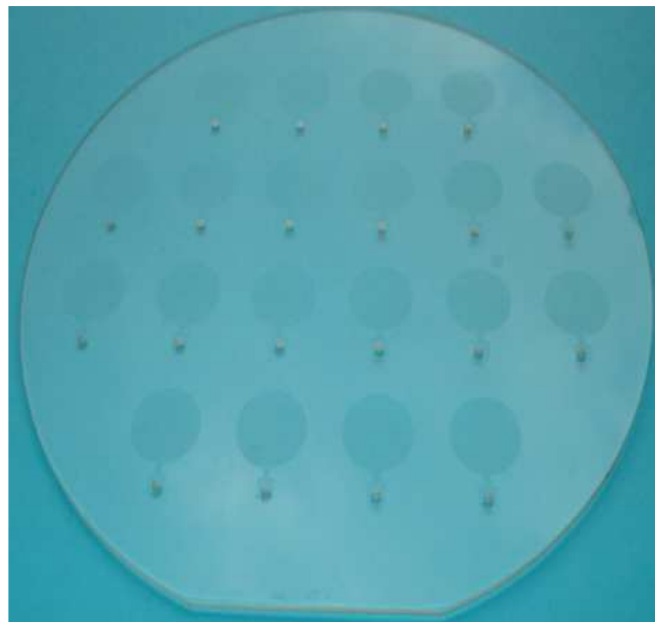
### A.2.1 Les masques utilisés pour la micro-fabrication

Tous les masques présentés ici sont relatifs au micro-usinage du verre.

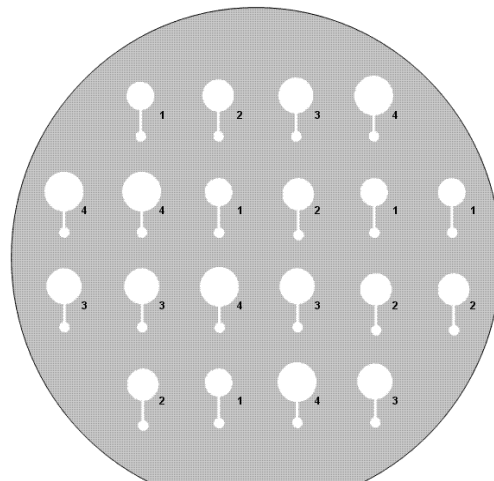
1) Le masque pour la gravure RIE :



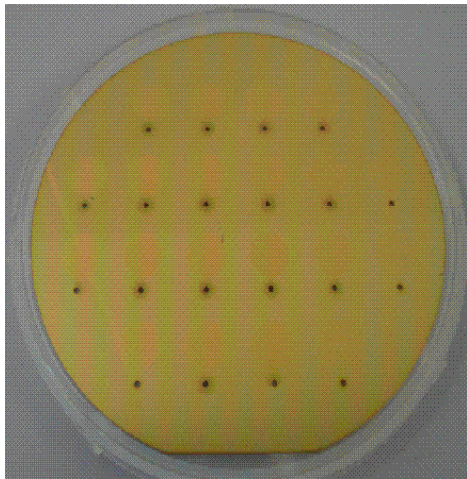
Wafer après les étapes de gravure et perçage :



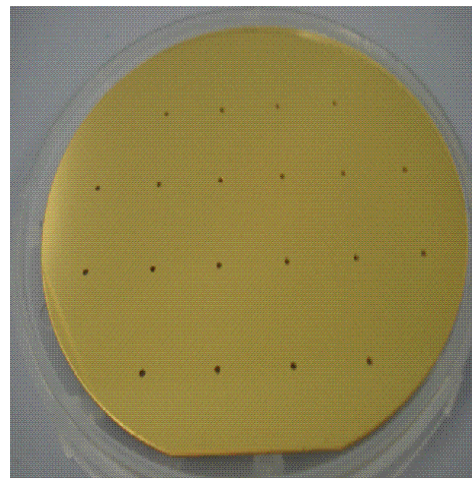
2) Masque métallisation verre face avant :



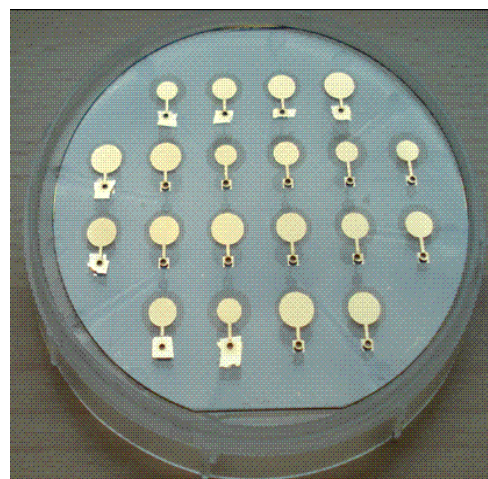
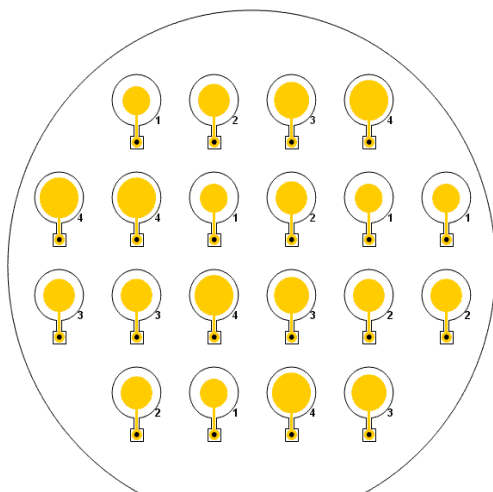
Face avant après la métallisation :



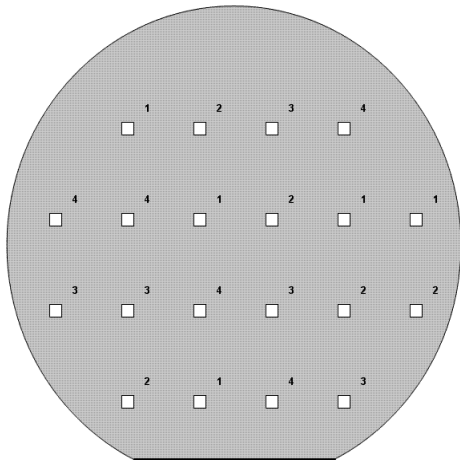
Face arrière après la métallisation:



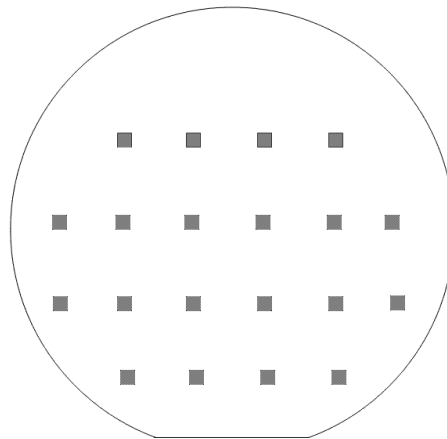
Résultat final pour la métallisation de la face avant :



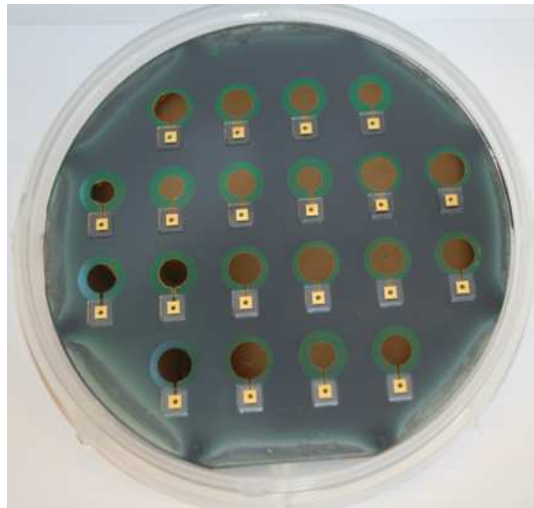
3) Masque métallisation verre face arrière :



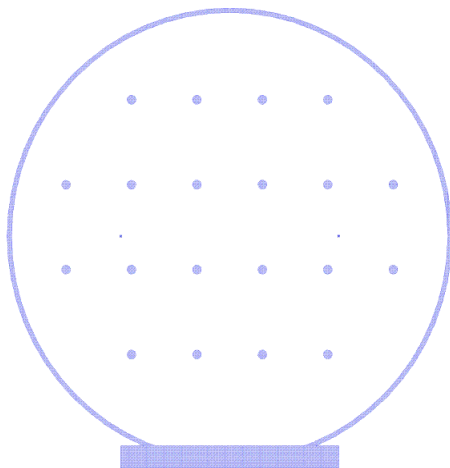
4) Masque pour gravure DRIE :



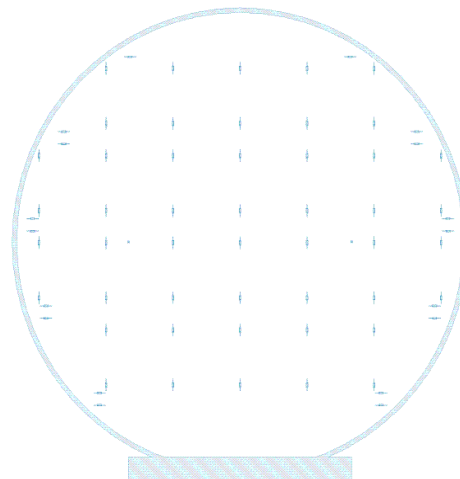
Wafer après l'étape de soudure anodique :



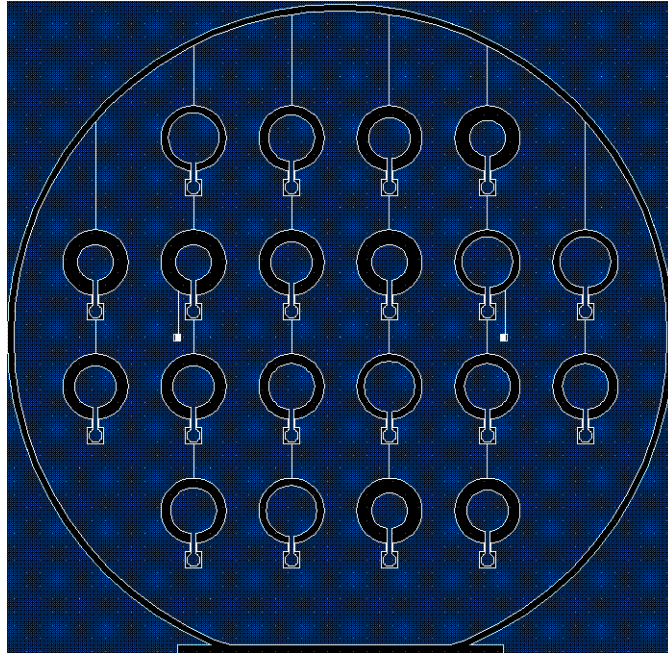
5) Masque pour piégeage de l'énergie :



6) Masque pour découpe :



7) Masque pour thermo-compression :





## A.2.2 Le « flow chart » détaillé

### Partie I – Procès wafer verre-Substrat verre Schott 4'', 1 mm d'épaisseur

#### 0. Préparation du substrat

dépoussiérassions du wafer à la soufflette à N<sub>2</sub>,

bain piranha [ H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>(2/3) + H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>(1/3) ] pendant 3' (attaque acide pour l'élimination de tout élément organique adsorbé),

rinçage à l'eau déionisée ;

#### 1. Dépôt Cr/Cu pleine plaque par pulvérisation cathodique

Bâti Pulvérisation DC Plassys

Vide secondaire : 10<sup>-7</sup> mbar

Nettoyage substrat : 10 min avec plasma Ar<sup>+</sup> ; puissance 150 W

Nettoyage cible Cr : t = 2 min, p = 7·10<sup>-3</sup> mbar, I = 0,45 A,

dépôt Cr: t = 1 min sec, épaisseur Cr = 50 nm

Nettoyage cible Cu : t = 2 min, p = 7·10<sup>-3</sup> mbar, I = 1,5 A,

dépôt Cu: t = 2 min, épaisseur Cu = 200 nm



#### 2. Enduction résine par centrifugation (spin-coating)

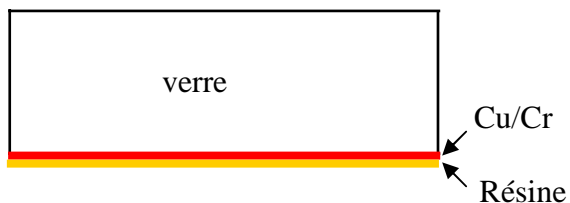
Tourneuse TP6000

Etuvage du substrat à 115 °C pendant 10' sur la plaque chauffante ;

Promoteur d'adhérence Ti Prime (v = 4000 tr/min, a = 4000 tr/min·s, t = 30'');

Enduction de la résine AZ 9260 (v = 900 tr/min, a = 3000 tr/min·s, t = 30'');

Recuit sur la plaque chauffante, à 90 °C pour 2' ;



#### 3. Masque avec Aligneur Simple Face EVG 620

Exposition à dose constante : 1500 mJ/cm<sup>2</sup>

Révélation du motif (développement)

Révélateur AZ 400 K, 2/4, 5'

Rinçage à l'eau déionisée

Mesure de l'épaisseur de la résine déposée, au profilomètre : (> 19 μm)

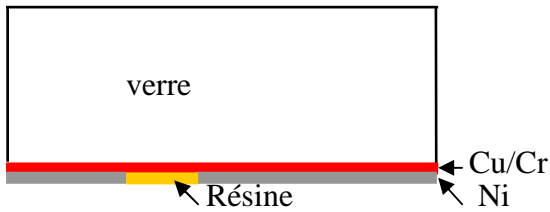


#### 4. Dépôt Ni par électroformage

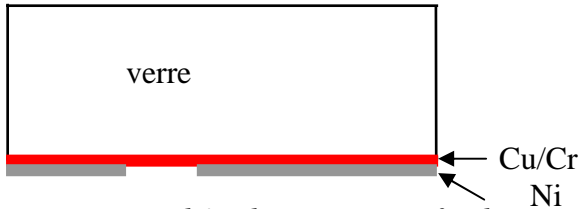
Température de l'électrolyte : 50 °C

I = 0,850 mA, t = 90'

Epaisseur de Ni déposé : 16 μm au centre du wafer, 19 μm au bord.



5. Enlèvement de la résine par acétone (2 fois), puis eau et éthanol



6. Gravure DRIE : bâti de gravure profonde ionique réactive fluorée (DRIE STS)

Plasma :  $C_4F_8/O_2$

Débits:  $C_4F_8$  80 sccm,  $O_2$  10 sccm

Pression = 8 mTorr

Puissance source = 1700 W

Puissance RF = 600 W

Température du porte substrat = 20 °C

Tension d'autopolarisation du plasma = 550 V

Temps de gravure = 120'

Profondeur de la gravure 74  $\mu\text{m}$ , rugosité fond gravure  $R_a = 322 \text{ nm}$

Vitesse de gravure = 0,6  $\mu\text{m}/\text{mn}$

7. Enlèvement du Ni et Cu par  $FeCl_3$  ; attaque Cr (gravure humide).



8. Dépôt de résine: Tournette TP6000

Etuvage du substrat à 115°C pendant 10' sur la plaque chauffante ;

Promoteur d'adhérence Ti Prime ( $v = 4000 \text{ tr}/\text{min}$ ,  $a = 4000 \text{ tr}/\text{min}\cdot\text{s}$ ,  $t = 30''$ ) ;

Enduction de la résine SPR220-3.0 ( $v = 3000 \text{ tr}/\text{min}$ ,  $a = 4000 \text{ tr}/\text{min}\cdot\text{s}$ ,  $t = 30''$ ) ;

Recuit sur la plaque chauffante, à 120°C pour 1'45''



9. Masquage avec Aligneur Simple Face EVG 620

Exposition à dose constante : 300  $\text{mJ}/\text{cm}^2$

Révéler le motif: Développeur AZ 726 , 40''

Rinçage à l'eau déionisée

Mesure de l'épaisseur de la résine déposée au profilomètre : 2,4  $\mu\text{m}$



10. Gravure RIE : bâti de gravure ionique réactive fluorée (RIE Plassys)

Plasma énergétique: CHF<sub>3</sub> (5 sccm), C<sub>2</sub>F<sub>6</sub> (10 sccm) ;

Puissance : 80 W

Pression de travail : 60 μbar

Temps de gravure : 195 min

Profondeur de la gravure : 1,5 μm

Vitesse de gravure = 7,7 nm/mn



11. Dépôt de résine pour protection double face

12. Usinage ultrasonique, trou débouchant, 1mm diamètre



13. Enlèvement de la résine de protection (bains d'acétone et d'alcool)

14. Etuvage à 150°C, 10 min.

15. Métallisation double face pleine plaque Au/Cr par pulvérisation

Vide secondaire :  $2 \cdot 10^{-6}$  mbar

Face avant: Nettoyage substrat : 10 min avec plasma Ar<sup>+</sup> ; puissance 150 W

Nettoyage cible Cr : t = 2 min, p =  $7 \cdot 10^{-3}$  mbar, I = 0,45 A ,

Dépôt Cr : t = 30 sec, épaisseur Cr = 27 nm

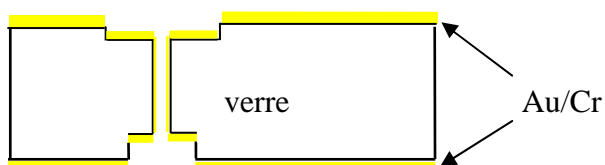
Dépôt Au, p =  $8 \cdot 10^{-3}$  mbar, I = 0,6 A, t = 1 min, épaisseur Au = 210 nm

Face arrière: Nettoyage substrat: 10 min avec plasma Ar<sup>+</sup> ; puissance 150 W

Nettoyage cible Cr : t = 2 min , p =  $7 \cdot 10^{-3}$  mbar, I = 0,45 A ,

Dépôt Cr : t = 30 sec, épaisseur Cr = 27 nm

Dépôt Au, p =  $8 \cdot 10^{-3}$  mbar, I = 0,6A, t = 7 min, épaisseur Au = 1500 nm



16. Enduction de la résine positive 4999 double face avec la machine spray coating (par nébulisation)

Face avant : 20μm résine, recuit à 90° C, 6min, plaque chauffante

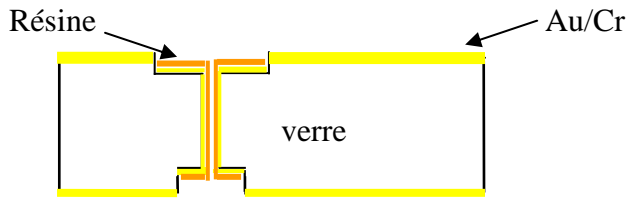
Face arrière : 20μm résine, recuit à 90°C, 15 min, étuve ;

17. Masques pour découper les électrodes avec Aligneur Simple Face

Dose d'exposition E = 180 mJ

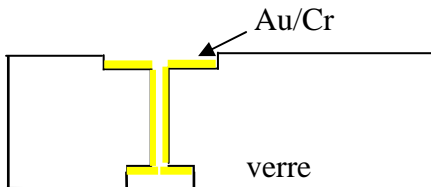
Révéler les motifs : révélateur AZ 726, Paillasse Nettoyage (développement)

Rinçage à l'eau déionisée



18. Gravure humide Au/Cr

vitesse gravure etch Au : 10 nm/mn ,  
vitesse gravure etch Cr 100 nm/mn



19. Enlèvement de la résine

élimination de la résine par des bains d'acétone et d'alcool (avec ultrasons stripping) ou à l'aide du solvant 1165 (remover)

**Partie II - Procédé wafer Si dopé p <100>, 4",  $\rho = 10^{-3} \Omega\text{cm}$ , TTV < 3  $\mu\text{m}$ , épaisseur 400  $\mu\text{m}$  ;**

20. Réalisation d'une couche de silice par oxydation thermique

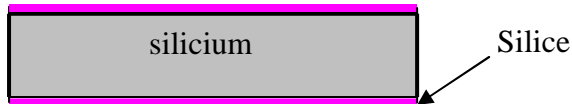
Rampe : 10°C/min environ

Flux oxygène : 1,2 l/min avec bulleur d'eau (oxygène humide)

Temps d'oxydation : 80 minutes

Épaisseur visée : environ 0,5  $\mu\text{m}$

Température : 1050°C



21. Attaque humide de la couche de silice au BHF (une face)

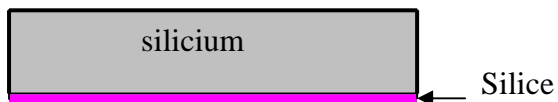
Dépôt de résine par spin-coating pour protéger la face

Bains humides au BHF



22. Enlèvement de la résine par acétone

Rinçage à l'eau et à l'alcool

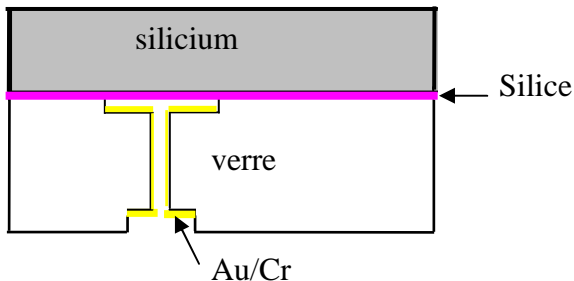


### Partie III Réalisation du collage des deux wafers

23. Bains avec mélange acide sulfo-chromique pour les deux wafers verre / Si

Bain dans la mixture pendant 5mn, rinçage à l'eau

24. Soudure anodique Pyrex/Si : Tension électrique 1100 V, température 350 °C, force de compression 1000 N;



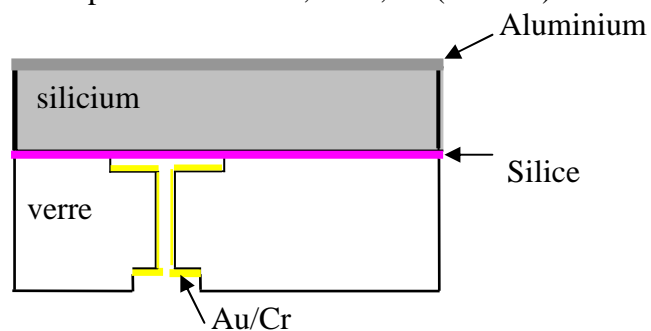
25. Dépôt Al sur Si: bâti Pulvérisation DC

Vide secondaire :  $2 \cdot 10^{-6}$  mbar

Nettoyage substrat : 10 min avec plasma  $Ar^+$  ; puissance 1

Nettoyage cible Al :  $t = 10$  min,  $p = 7 \cdot 10^{-3}$  mbar,  $I = 1,5$  A,

Dépôt Al :  $t = 5$  min,  $I = 0,5$  A (200 nm)



26. Recuit rapide dans le four RTA, 400°C, 5'

27. Recuit à 300°C pendant 2h et refroidissement lent

28. Découpe à la micro-scie

**Variante :**

**Les étapes 1-7 peuvent être substituées par les suivantes :**

1. préparation d'un masque mécanique en Si avec des trous carrés débouchant, par la gravure DRIE

1.1 dépôt Aluminium (90-100 nm) par pulvérisation sur du silicium 4" non dopé

1.2 enduction de la résine Ti09 et photolithographie pour la structuration des motifs

1.3 gravure DRIE du silicium (procédé Bosch)

2. gravure du verre avec la machine DRIE-STS en utilisant le masque en Si collé sur le verre a l'aide d'une pâte thermique.

**Les étapes 9 et 10 ont été remplacées par les suivantes :**

-dépôt Al (100nm) sur verre par pulvérisation cathodique, enduction résine SPR 3.0, structuration par masquage;

-gravure avec la DRIE-STS, 1 mn,

Plasma :  $C_4F_8/O_2$

Débits :  $C_4F_8$  80 sccm,  $O_2$  10 sccm

Pression = 8 mTorr

Puissance source = 1700 W

Puissance RF = 400 W

Température du porte substrat = 20 °C

Profondeur de la gravure 1,15 µm, rugosité fond gravure  $R_a = 7$  nm

Temps de gravure = 1'30''

Nous indiquons ensuite les personnels du laboratoire ou de la salle blanche qui ont réalisé les différentes tâches dans le cadre de la partie technologie de cette thèse :

- Electroformage du nickel, enduction résine par spray coating : Laurent Robert
- Gravure DRIE-STC : Samuel Queste
- Usinage ultrasonore : Eric Andrey
- Oxydation thermique du silicium, gravure humide de la silice : Pascal Blind
- Thermocompression : Thomas Baron
- Dépôt métallique par pulvérisation cathodique, Photolithographie, Gravure RIE , Gravure DRIE : Mihaela Ivan
- Dépôt métallique par évaporation : Jean Yves Roches
- Réalisation des masques : Denis Bitschene
- Soudure anodique : Stanislas Clatot, Valérie Petrini et Mihaela Ivan
- Découpe à la scie : Blandine Guichardaz
- Réalisation des images MEB : Rolland Salut

## Annexe 3.1

### Programme Matlab pour le calcul associé au piégeage de l'énergie

```
clc;
h=128e-6; %2h épaisseur du silicium
c22=1.6e11;
c66=0.8e11;
c12=0.6e11;
n=1;
ro=2330;% densité volumique du silicium
hf=0.5e-6 % épaisseur du film en or
d=5e-3;% diamètre de la cavité
Mt=c66+(c12+c66)^2/(c22-c66)+cot(n*pi/2*sqrt(c22/c66))*...
4*c66*(c12+c22)^2/...
((c22-c66)^2*n*pi*sqrt(c22/c66))% la constante de dispersion théorique
Mn=-98.2e9;% calculé par B.D.
deltah=hf*19250/ro %l'épaisseur du silicium équivalente a l'épaisseur de
la couche d'or ajoutée
for a=0.5e-3:0.5e-4:4e-3;
x=0:a/100:a; %la coordonnée dans la zone centrale
x1=a:a/100:2*a;% la coordonnée dans la zone externe
C=c22*n^2*pi^2*a^2*deltah/(2*h^3*Mn);
xi=fsolve(@(xi) (xi*a)^2+C*cos(xi*a)^2,pi/(3*(a)))%le numéro d'onde
horizontal dans la zone d'électrodes
y1=cos(xi*x);%
alpha=xi*tan(xi*a);%le numéro d'onde dans la zone extérieure
y2=cos(xi*a)*exp(-alpha*(x1-a));%le déplacement dans la zone externe,
calculé en "a"
figure(1)
hold on
grid on
A=cos(xi*a)*exp(-alpha*(d-a));%attenuation=y2(d)/y1(0)
plot(a,20*log10(A),'*')
xlabel('a[m]')
ylabel('dB')
end
figure(2)
hold on
grid on
plot(x,y1,'b',x1,y2,'g')
grid;xlabel('x[m]')
omega2=(Mt*xi^2+(c22*n^2*pi^2)/(4*(h-deltah)^2))/ro;
f=sqrt(omega2)/(2*pi)
xie=0:0.001*pi/(2*a):3*pi/a;
figure(3)
plot(xie,-C*cos(xie*a).^2,xie,(xie*a).^2)
grid;xlabel('xi[1/m]')
```

## Annexe 4.1

### Le schéma et le fonctionnement de la sonde hétérodyne

Dans le montage optique de la sonde hétérodyne utilisée pour la détection de la vibration mécanique, l'onde laser ( $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ ) polarisée dans le plan horizontal est divisée par un cube neutre, sans changement d'état de polarisation, en l'onde de référence **R** réfléchiée et l'onde de sonde **S** qui est transmise.

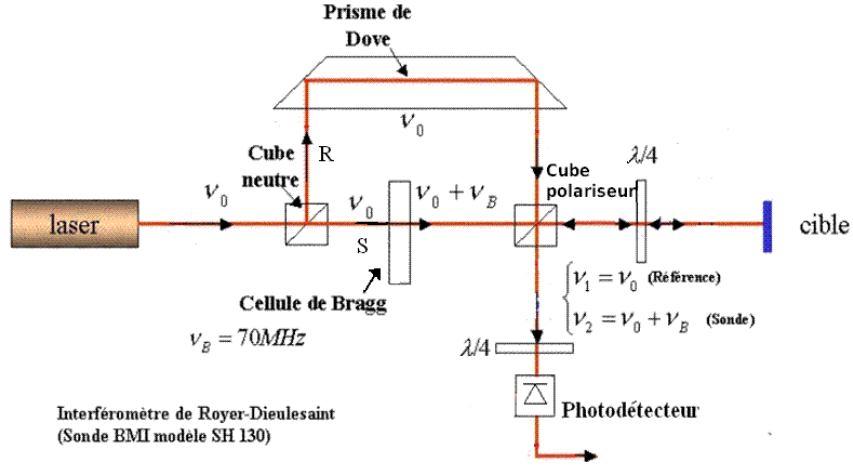


Fig. A 4.1 La sonde hétérodyne - structure interne.

L'onde de référence subit deux réflexions dans un prisme de Dove puis est renvoyée vers les photodiodes. La fréquence de l'onde de référence est identique à celle du laser :  $\nu_R = \nu_0$ .

L'onde de sonde **S** traverse une cellule de Bragg qui décale sa fréquence de  $\nu_B = +70 \text{ MHz}$ . Après la cellule de Bragg, la fréquence est de  $\nu_0 + \nu_B$ . L'onde de sonde est totalement transmise en direction de la cible par un cube polariseur avec une polarisation horizontale. Elle traverse une lame « quart d'onde » avant d'être focalisée sur la cible sous une incidence normale où elle subit un changement de phase :

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi\delta}{\lambda} = 2k_0\delta \quad (\text{A.4.1})$$

La lumière rétrodiffusée est réfléchiée par le cube séparateur de polarisation car sa polarisation est devenue verticale après la traversée de la lame quart d'onde. Enfin, l'onde de sonde ayant une fréquence  $\nu_S = \nu_0 + \nu_B$  interfère avec l'onde de référence de  $\nu_R = \nu_0$ .

Considérons  $E_R$  et  $E_S$  les champs électriques associés aux deux ondes, référence et sonde, respectivement. Leurs expressions avant d'interférer sur la photodiode sont :

$$E_R = E_r \cos(\omega_R t + \varphi_R) = E_r \cos(2\pi\nu_0 t + \varphi_R) \quad (\text{A.4.2})$$

$$E_S = E_s \cos(\omega_S t + \varphi_S) = E_s \cos[2\pi(\nu_0 + \nu_B + \nu_D)\nu_S t + \varphi_S] \quad (\text{A.4.3})$$

où  $\varphi_S$  et  $\varphi_R$  sont les phases des deux ondes.

L'intensité lumineuse au niveau du photodétecteur est [57]:

$$I(t) = |E_R + E_S|^2 = E_R^2 + E_S^2 + 2E_R \cdot E_S \cos[(\omega_S - \omega_R)t + \varphi_S - \varphi_R] \quad (\text{A.4.4})$$

En se plaçant dans le cas d'incidence normale (notre cas), la différence de phase optique s'écrit :

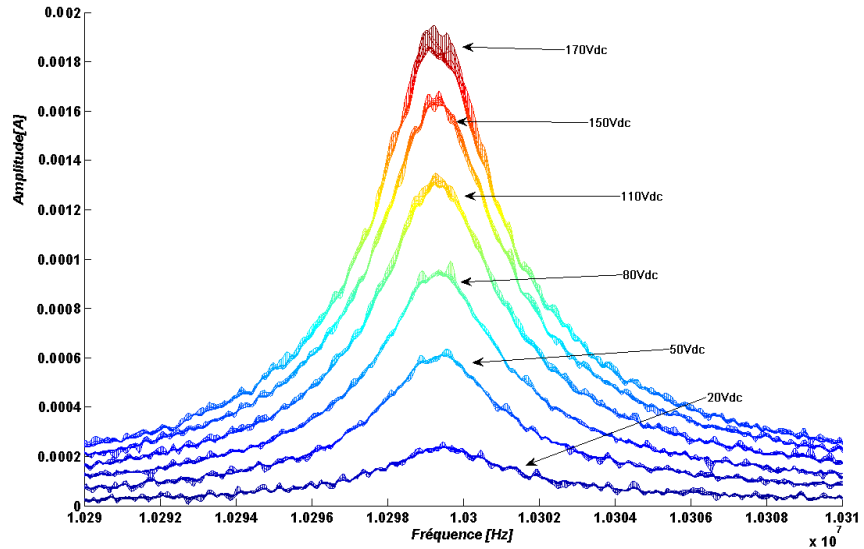
$$\varphi_S - \varphi_R = \Delta\varphi + \varphi_{\text{statique}}, \quad (\text{A.4.5})$$



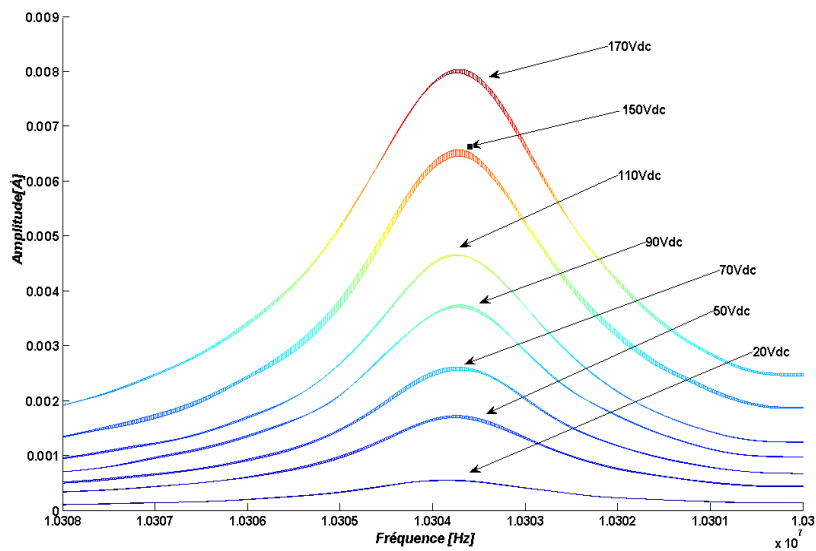
$\Delta\varphi$  étant la différence de phase engendrée par  $\delta$ , le déplacement normal de l'échantillon qu'on veut mesurer, et  $\varphi_{statique}$  la différence de phase statique correspondante à la différence de chemin optique des bras de référence et de signal. Donc, on peut écrire :

$$I(t) = I_D + I_d \cos\left[(\omega_S - \omega_R)t + \Delta\varphi + \varphi_{statique}\right] \quad (A.4.6)$$

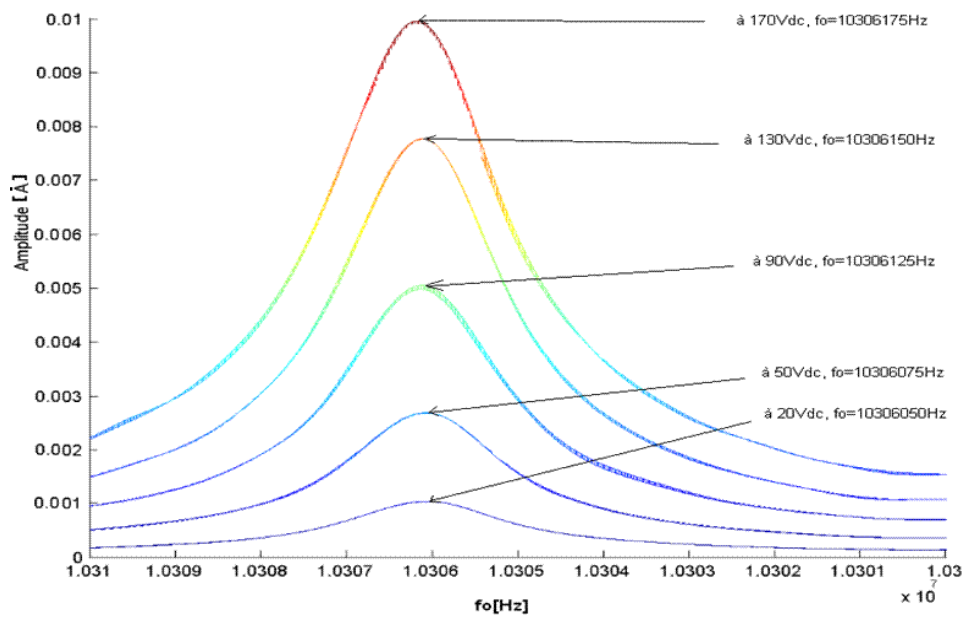
où  $I_D$  et  $I_d$  sont, respectivement la composante continue et alternative de l'intensité,  $\nu_S$  et  $\nu_R$  sont les fréquences des deux ondes,  $\varphi_S$  et  $\varphi_R$  sont leurs phases.



a)



b)



c)

Fig. A 4.2 Exemple de courbes d'amplitude de la vibration mécanique en fonction de la tension continue appliquée a) résonateur R1, b) résonateur R3, c) résonateur R4.

## Annexe 4.2

### Programme de calcul du cercle d'admittance d'une structure réelle de résonateur

```
1. Le circuit du résonateur idéal, proche de la résonance: la branche série
et la capa statique en parallèle
clc;
f=[10.1e+6:5:10.4e+6];
Rm=3333; %la résistance motionnelle
Cm=0.653e-15; %la capacité motionnelle
Lm=0.3691; %l'inductance motionnelle
Co=179.2e-12; %la capacité statique(inclue la capa oxyde)
Rs=4.7; %la résistance du via
f0=sqrt(1/(4*(3.14^2)*Lm*Cm)); %la fréquence de résonance série
w0=2*pi*f0;
Lp=1/(w0^2*Co); %l'inductance de compensation du Co
Rp=1; %la résistance de Lp
Cp=10e-9; %la capacité mise en série avec Lp
w=2*pi*f;
ReYr=Rm./(Rm^2+(w.*Lm-1./(w.*Cm)).^2);
ImYr=w.*Co-(w.*Lm-1./(w.*Cm))./((Rm^2+(w.*Lm-1./(w.*Cm)).^2));
Yr=ReYr+j*ImYr;
Zr=ReYr./(ReYr.^2+ImYr.^2)-j*ImYr./(ReYr.^2+ImYr.^2);
ReZr=ReYr./(ReYr.^2+ImYr.^2);
ImZr=-ImYr./(ReYr.^2+ImYr.^2);
figure(1)
plot(ReYr,ImYr,'r*') %le cercle d'admittance pour le résonateur
xlabel('reYr')
ylabel('imYr')
title('la capa statique et la branche motionnelle')

%2.le résonateur en série avec la résistance du via
ReZs=Rs+(ReYr./(ReYr.^2+ImYr.^2));
ImZs=-ImYr./(ReYr.^2+ImYr.^2);
ReYs=ReZs./(ReZs.^2+ImZs.^2);
ImYs=-ImZs./(ReZs.^2+ImZs.^2);
figure(2)
plot(ReYs,ImYs)
xlabel('reYs')
ylabel('imYs')
title('la capa statique, la branche motionnelle et la résistance du via')

%3.L'admittance du circuit bouchon, de compensation
ReYp=Rp./(Rp.^2+(w.*Lp-(1./(w.*Cp))).^2);
ImYp=-(w.*Lp-(1./(w.*Cp)))./((Rp.^2+(w.*Lp-1./(w.*Cp)).^2));

%4.Le résonateur avec résistance du via et la compensation
ReYt=ReYs+ReYp;
ImYt=ImYs+ImYp;
figure(3)
plot(ReYt,ImYt)
hold on
xlabel('reYt')
ylabel('imYt')
title('le résonateur compensé')
```

### Annexe 4.3

#### Divers résultats de la caractérisation électrique en air et à la pression atmosphérique

$U(V)$	$C_0(pF)$	$R_m(k\Omega)$	$C_m(fF)$	$L_m(H)$	$Q$	$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$
70	171,1	62,5	0,04	6,0	6337	0,3
80	171,8	45,5	0,07	3,42	4846	0,4
90	172,3	33,3	0,096	2,5	6337	0,5
110	173,3	14,9	0,14	1,7	4336	0,8
120	174,0	12,5	0,22	1,09	4577	1,3
130	174,7	11,8	0,29	0,80	4336	1,7
140	175,6	10,1	0,37	0,64	4119	2,1
150	176,0	8,3	0,4	0,57	4336	2,3
160	177,0	7,1	0,5	0,47	4336	2,8
170	179,0	6,3	0,63	0,38	3923	3,5
180	180,0	5,5	0,71	0,33	3923	4,0
190	182,0	4,6	0,89	0,26	3745	4,9
200	184,0	4	0,93	0,25	4119	5,1

Tableau A.4.1 Les résultats de la caractérisation électrique du dispositif D170  
 $R1, g = 1,2 \mu m(\text{air}) + 0,65 \mu m(\text{silice})$

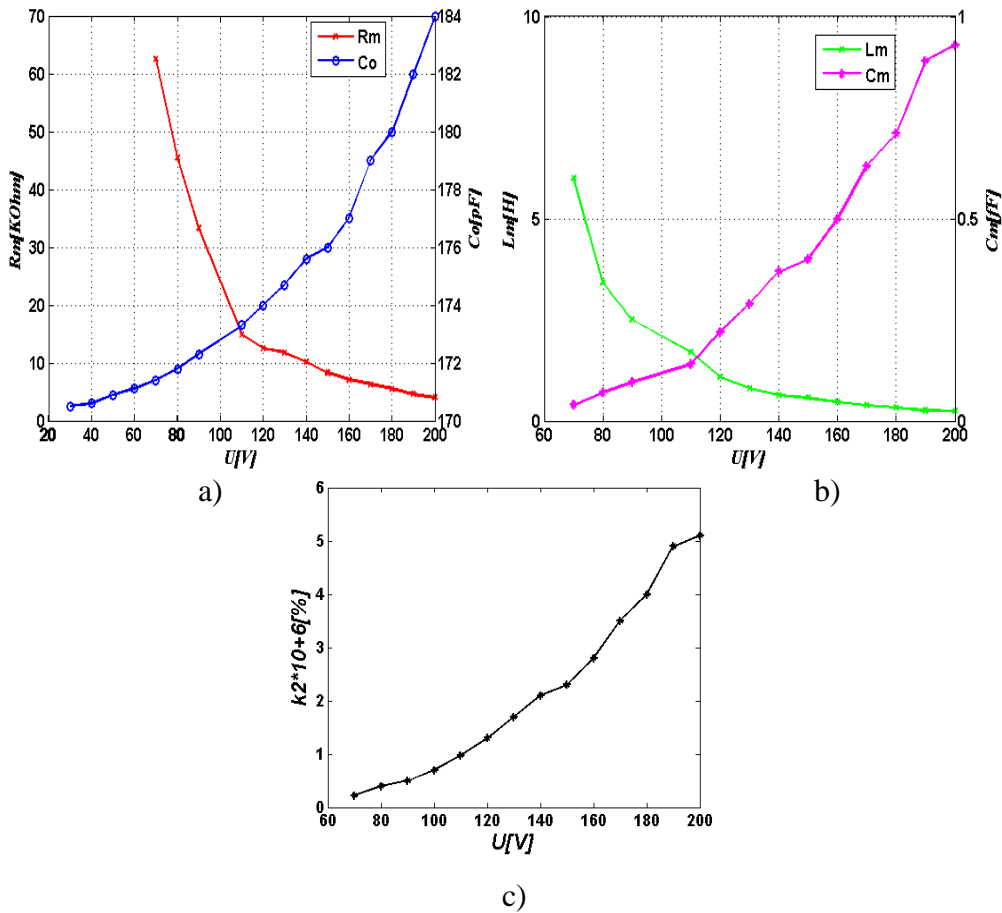
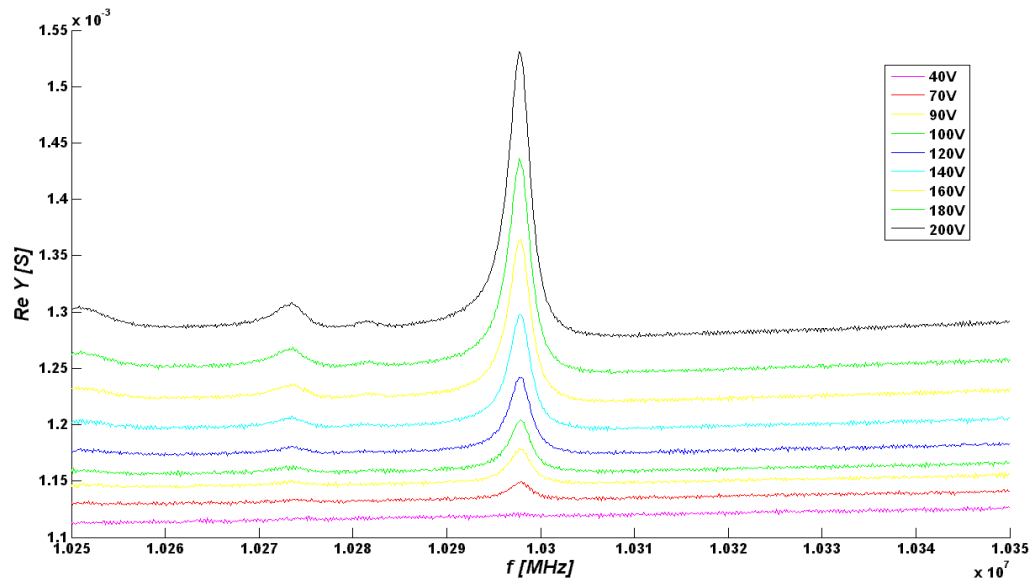
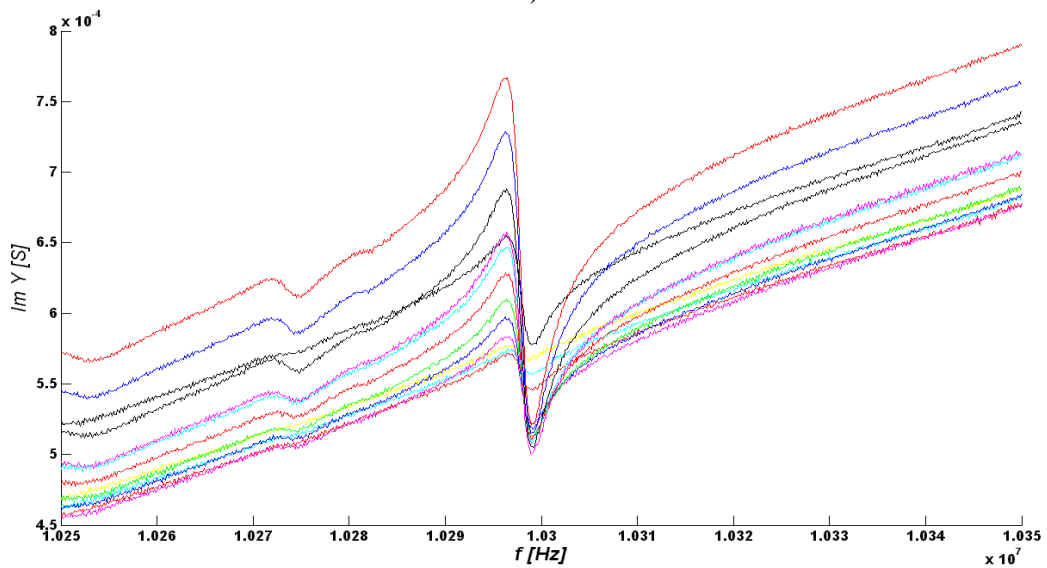


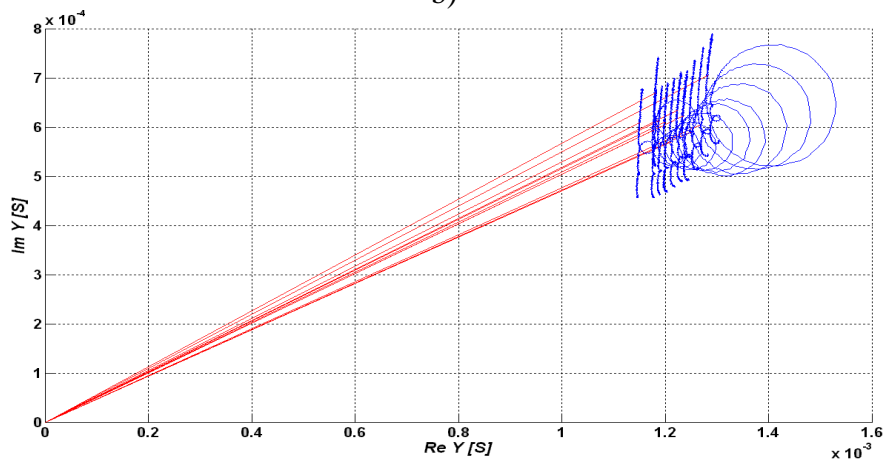
Fig. A 4.3 Évolution des paramètres du circuit équivalent du résonateur D170 avec la tension de bias : a) résistance motiennelle et capacité statique, b) capacité et inductance motiennelle, c) coefficient de couplage électromécanique.



a)

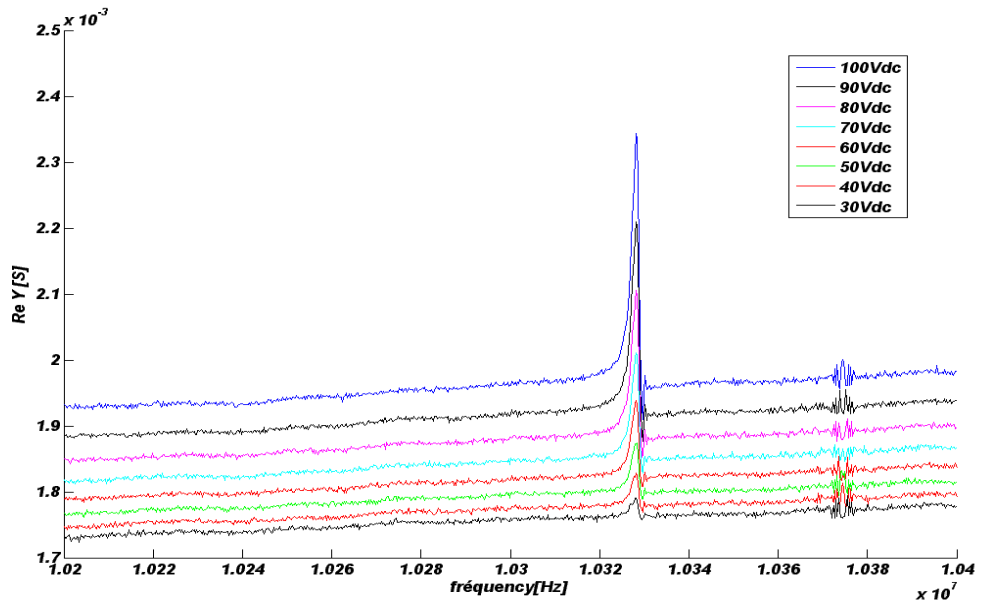


b)

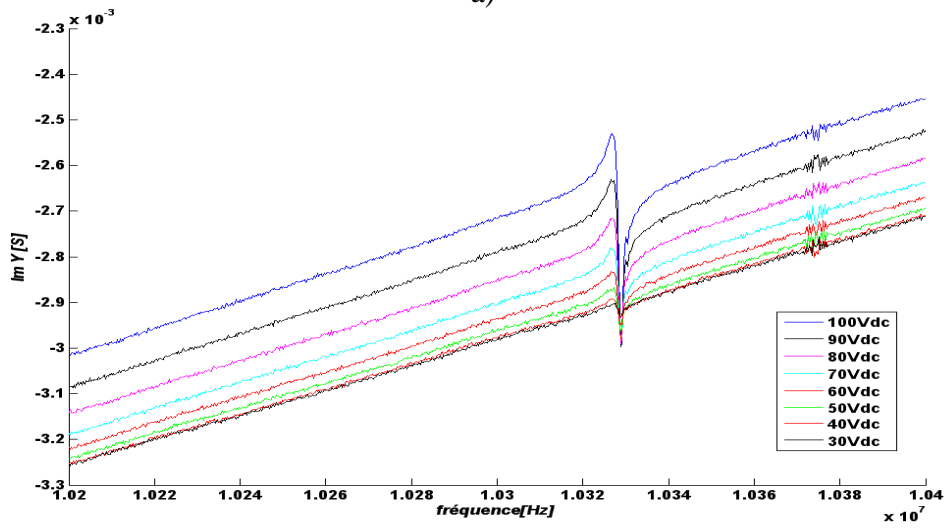


c)

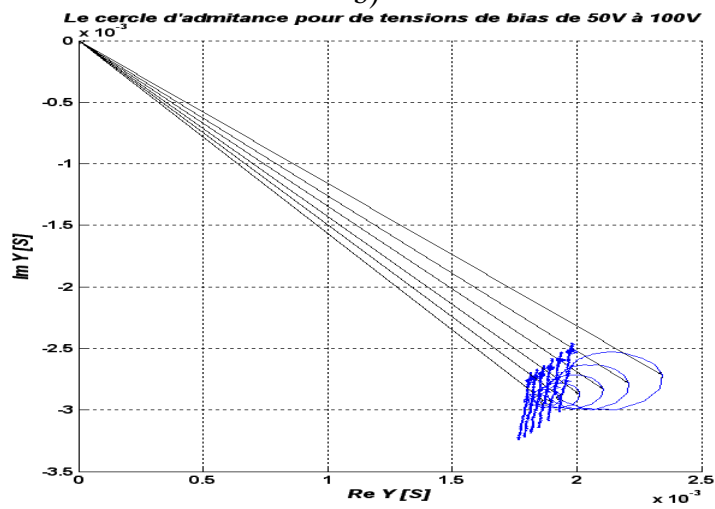
Fig. A 4.4 Spectres de la susceptance (a), de la conductance (b) et cercle d'admittance (c) du dispositif D170.



a)



b)



c)

Fig. A 4.5 Spectres de la susceptance (a), de la conductance (b) et cercle d'admittance (c) du dispositif D173, R3,  $g = 1,6 \mu\text{m}$  (air) +  $0,65 \mu\text{m}$  (silice) à des tensions de polarisation comprises entre 50 et 100V.

$U(V)$	$C_0(pF)$	$R_m(k\Omega)$	$C_m(fF)$	$L_m(H)$	$Q$	$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$
30	185,7	33	0,07	3,4	6876	0,36
40	186,7	19,6	0,15	1,59	5138	0,80
50	187,3	10	0,26	0,91	5895	1,4
60	188,3	9,1	0,37	0,643	4584	1,97
70	189,5	6,3	0,52	0,458	4584	2,4
80	190,9	4,6	0,61	0,39	5156	3,3
90	192,7	3,6	0,91	0,262	5156	4,2
100	195,0	2,7	1,1	0,21	5156	5,7

Tableau A4.2 Résultats de la caractérisation électrique pour D173.

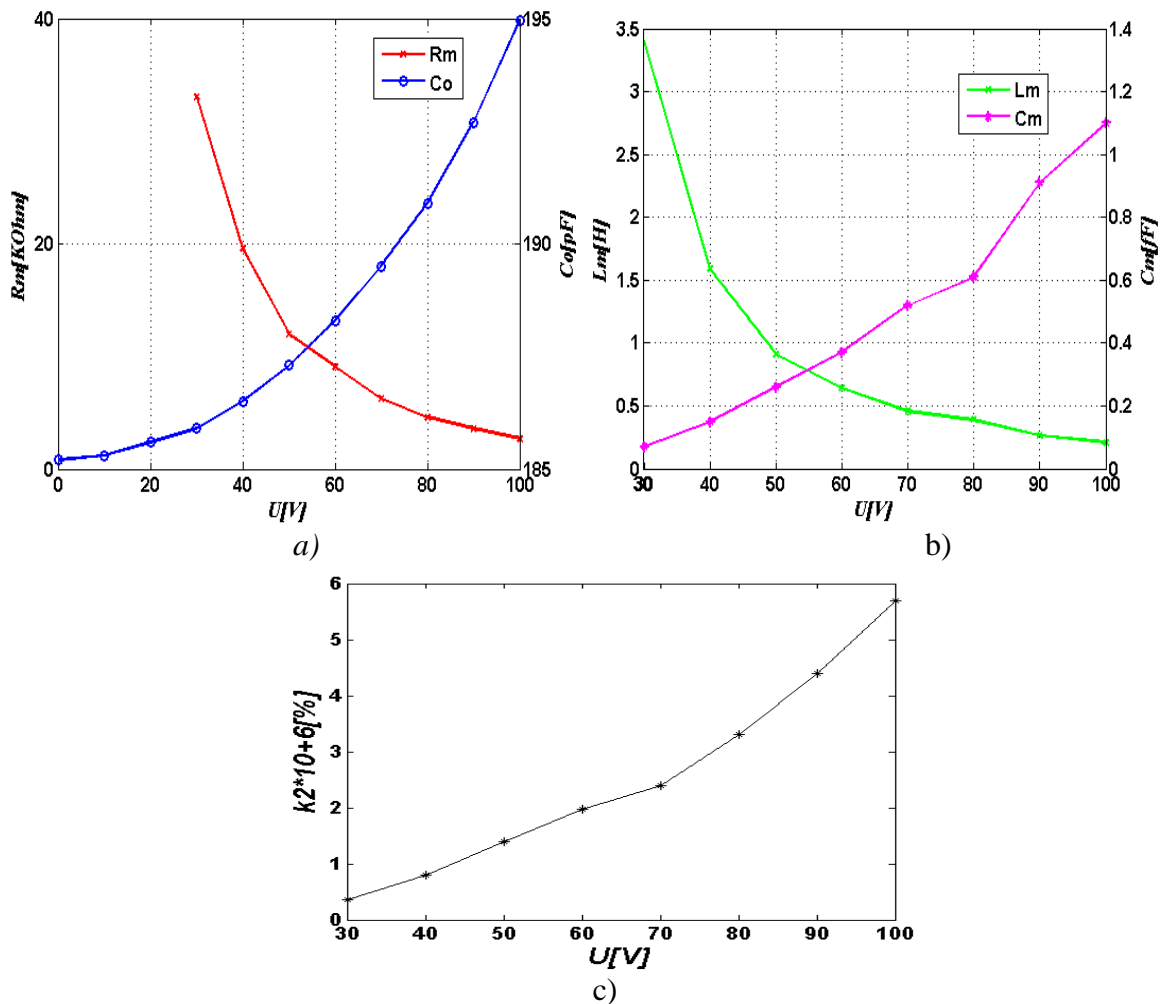


Fig A 4.6 Paramètres du circuit équivalent du résonateur D173 en fonction de la tension de bias : a) la résistance motionnelle et la capacité statique, b) la capacité et l'inductance motionnelle, c) le coefficient de couplage électromécanique

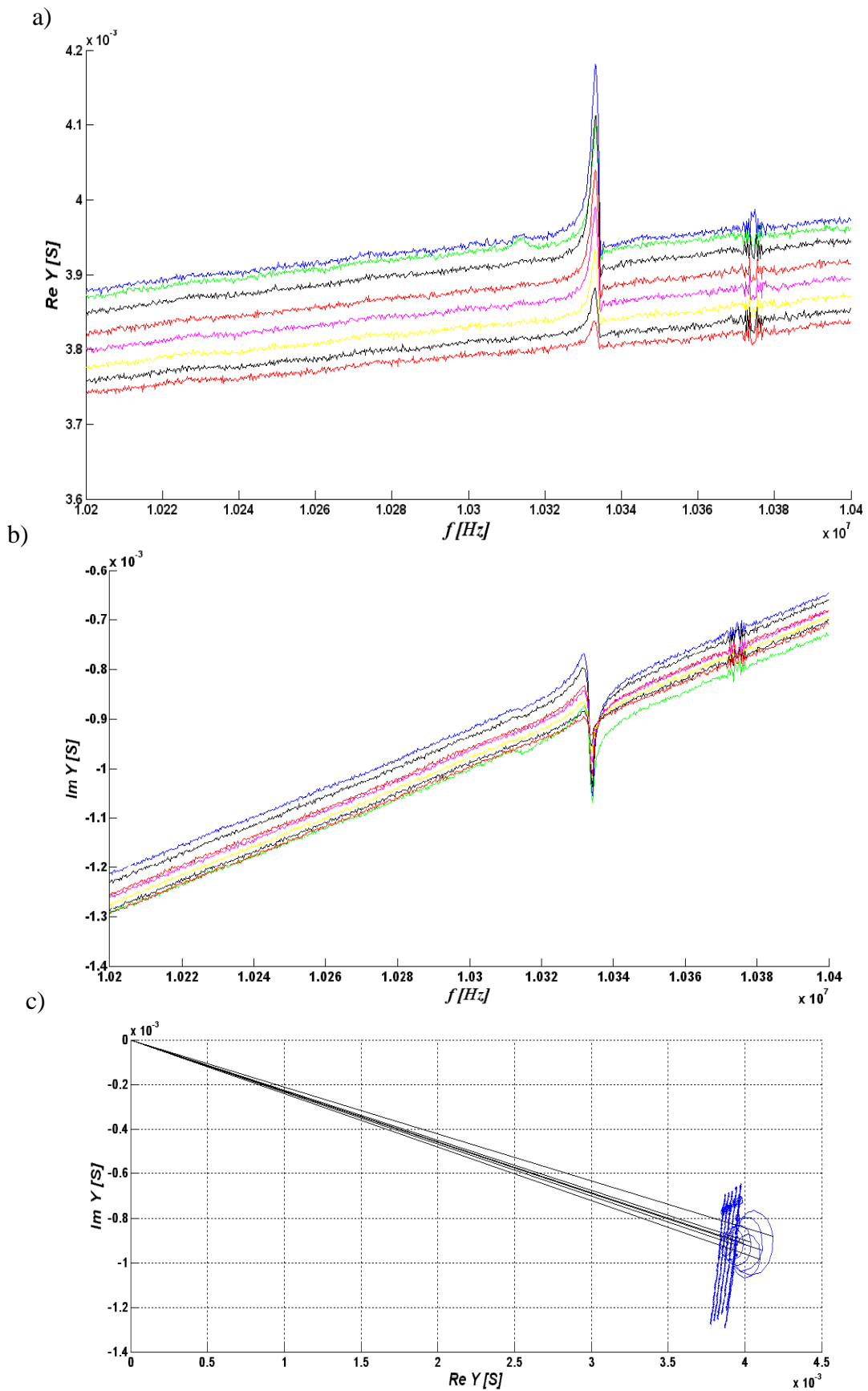


Fig. A 4.7 Spectres de la susceptance (a), de la conductance (b) et le cercle d'admittance (c) du dispositif D226, R4,  $g = 1,7 \mu\text{m}(\text{air}) + 0,65 \mu\text{m}(\text{silice})$  à des tensions de bias comprises entre 30 et 100V



$U(V)$	30	40	50	60	70	80	90	100
$C_0(pF)$	224,3	224,6	224,9	225,3	225,7	226,3	227	227,5
$R_m(k\Omega)$	25	16,6	10	7,7	6,3	5	4,3	4,5
$C_m(fF)$	0,12	0,18	0,33	0,54	0,7	0,8	0,85	0,88
$L_m(H)$	1,98	1,32	0,72	0,44	0,34	0,3	0,28	0,27
$Q$	5159	5159	4586	3753	4586	3753	4128	4586
$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$	0,53	0,80	1,5	2,4	2,8	3,6	3,7	4,3

Tableau A 4.3 Résultats de la caractérisation électrique du dispositif D226

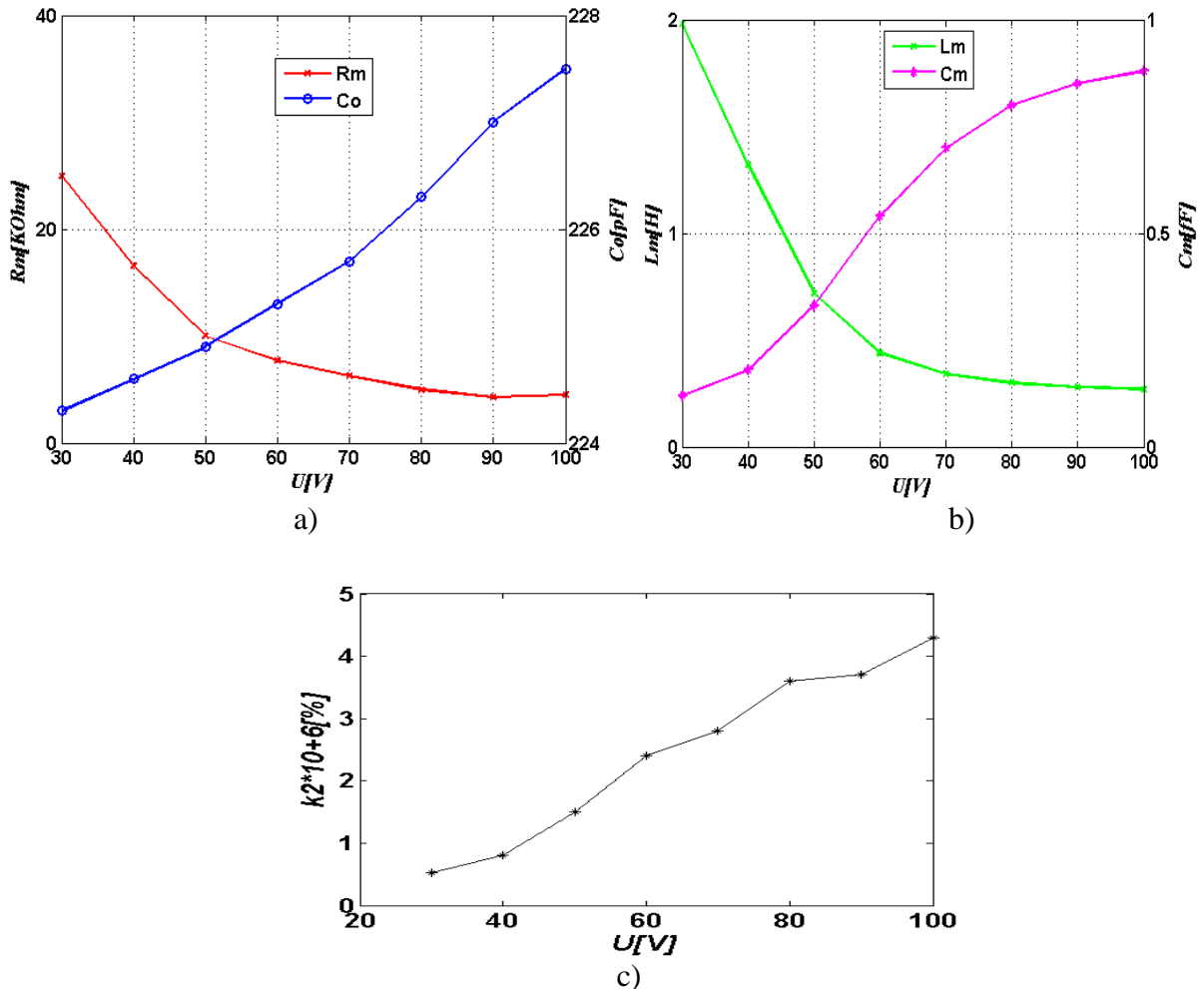


Fig. A.4.8 Évolution des paramètres motionnels et du facteur de couplage du résonateur D226 avec la tension de polarisation : a) résistance motionnelle et capacité statique, b) capacité et inductance motionnelle, c) coefficient de couplage électromécanique

$U(V)$	$C_0(pF)$	$R_m(k\Omega)$	$C_m(fF)$	$L_m(H)$	$Q$	$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$
50	154,7	55	0,05	4,9	9248	0,3
70	155	26	0,06	3,7	9548	0,4
90	156,05	16	0,12	1,9	7707	0,77
110	157,1	11	0,17	1,37	7707	1
130	158,4	9	0,25	0,9	6600	1,6
150	160,1	7,7	0,3	0,7	6600	1,87

Tableau A 4.4 Résultats de la caractérisation électrique du dispositif D178  
 $R_3, g = 1,8 \mu m(\text{air}) + 0,6 \mu m(\text{silice}), 587nmAu$

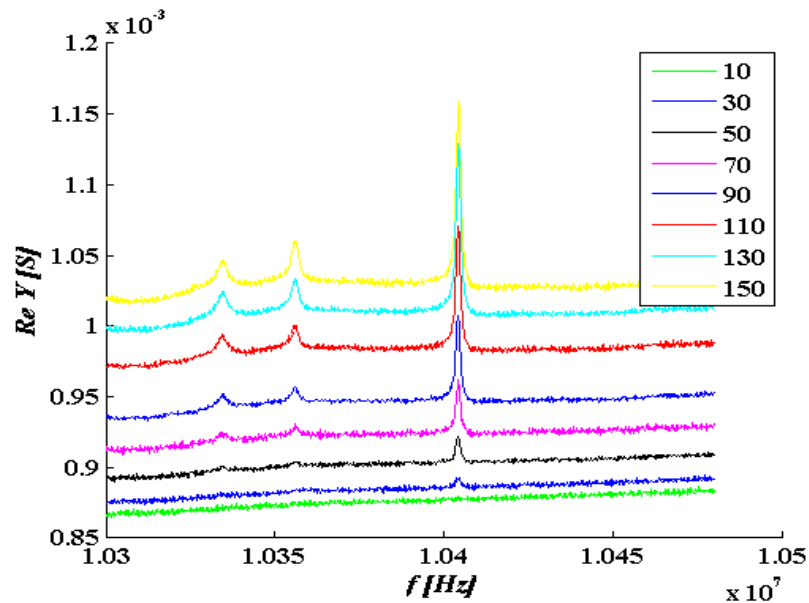


Fig. A.4.9 Spectre de la susceptance du résonateur D178

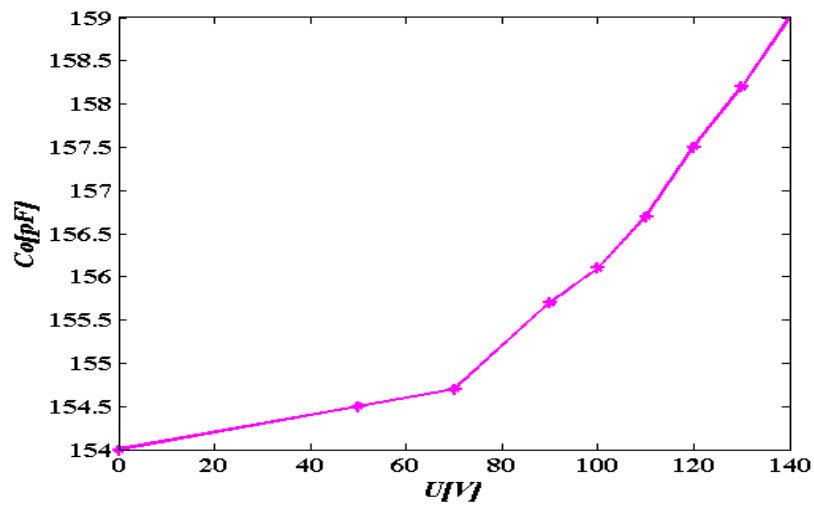


Fig. A.4.10 Capacité statique du dispositif D178 en fonction de la tension de polarisation

#### Annexe 4.4

Divers résultats de la caractérisation électrique pour les dispositifs de la « série 2 » illustrant l'effet du recuit thermique rapide à 400°C pour l'électrode externe en aluminium

$U(V)$	50	60	70	80	90	100	
$f_0(MHz)$	11,861625	11,861625	11,861625	11,861625	11,861625	11,861625	
$C_0(pF)$	179	182,8	188	195,6	206,3	228	
$R_m(k\Omega)$	10	8,3	5,0	3,2	2,7	1,6	
$C_m(fF)$	0,27	0,34	0,563	0,948	1,2	1,8	
$L_m(H)$	0,667	0,53	0,32	0,19	0,15	0,10	
$Q$	4994	4745	4744	4313	3954	4744	
$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$	1,5	1,8	3,0	4,9	5,9	7,7	

a)

$U(V)$	50	60	70	80	90	100	
$f_0(MHz)$	11,861750	11,86200	11,861750	11,862000	11,861750	11,861625	
$C_0(pF)$	182	185,7	191,3	199,2	208,8	212,2	
$R_m(k\Omega)$	33,3	20	14,3	10	6,2	5,5	
$C_m(fF)$	0,11	0,18	0,25	0,36	0,65	0,75	
$L_m(\mu H)$	1,7	1,0	0,72	0,5	0,277	0,24	
$Q$	3796	3650	3796	3515	3273	3273	
$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$	0,6	0,97	1,3	1,9	3,1	3,4	

b)

Tableau A 4.5 Résultats de la caractérisation électrique du dispositif DAg178, R1  
a) avant traitement thermique et b) après traitement thermique

$U(V)$	50	60	70	80	90	100	
$f_0(MHz)$	11,859875	11,859875	11,859875	11,859875	11,859875	11,859875	
$C_0(pF)$	191	193,4	196	201	205,5	214	
$R_m(k\Omega)$	16,6	11,1	10	7,1	3,6	2,4	
$C_m(fF)$	0,18	0,27	0,27	0,37	0,60	1,5	
$L_m(H)$	1,0	0,67	0,67	0,487	0,30	0,14	
$Q$	4518	4518	4993	4993	4518	4312	
$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$	0,93	1,4	1,4	1,8	4	5,6	

a)

$U(V)$	50	60	70	80	90	100	
$f_0(MHz)$	11.860125	11.860125	11.860125	11.860125	11.860250	11.860125	
$C_0(pF)$	192	194,2	197	203	207	216,4	
$R_m(k\Omega)$	20	11,1	8,3	5,5	4,0	2,8	
$C_m(fF)$	0,15	0,27	0,36	0,56	0,78	1,06	
$L_m(H)$	1,2	0,67	0,5	0,32	0,23	0,17	
$Q$	4518	4518	4518	4312	4312	4518	
$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$	0,8	1,4	1,7	2,7	3,7	4,8	

b)

Tableau A 4.6 Résultats de la caractérisation électrique du dispositif DAg180, R2  
a) avant traitement thermique et b) après traitement thermique

$U(V)$	50	60	70	80	90	100	
$f_0(MHz)$	11,90993 7	11,91025 0	11,91031 2	11,91031 2	11,91037 5	11,91037 5	
$C_0(pF)$	235,5	239,3	243	251,7	264,5	281,3	
$R_m(k\Omega)$	7,7	5,3	3,7	2,6	1,8	1,2	
$C_m(fF)$	0,3	0,45	0,6	0,9	1,7	2	
$L_m(\mu H)$	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0,09	
$Q$	5773	5605	5773	5605	5294	5015	
$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$	1,3	1,9	2,6	3,6	4,9	7,6	

a)

$U(V)$	50	60	70	80	90	100	
$f_0(MHz)$	11.910300	11.910300	11.910350	11.910350	11.910400	11.910450	
$C_0(pF)$	256,4	260	265,1	272,5	282,5	299,9	
$R_m(k\Omega)$	12,5	7,1	5	3,2	2	1,5	
$C_m(fF)$	0,162	0,3	0,39	0,89	1,12	1,5	
$L_m(H)$	1,1	0,6	0,46	0,2	0,16	0,12	
$Q$	6438	6617	6806	5810	5955	5955	
$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$	0,65	1,2	1,5	2,6	4	5	

b)

Tableau A 4.7 Résultats de la caractérisation électrique du dispositif Dag222, R3  
a) avant traitement thermique et b) après traitement thermique

## Annexe 4.5

### Evolution des différents paramètres motionnels en fonction de la température

#### I. Paramètres électriques de D23 à des différentes températures positives

$t = 26^{\circ}\text{C}$ ,  $f_0 = 10\,251\,875\text{ Hz}$ ,  $Q = 4\,100 \div 5\,468$

$U(V)$	40	50	60	70	80	90
$C_0(pF)$	366,4	368,9	370,8	372,5	376	376,9
$R_m(k\Omega)$	9,9	5,8	3,6	2,5	1,8	1,4
$C_m(fF)$	0,41	0,57	0,80	1,1	1,5	2,0
$L_m(H)$	0,56	0,47	0,36	0,21	0,16	0,12
$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$	1,1	1,4	2,1	3	4	5,3

$t = 41^{\circ}\text{C}$ ,  $f_0 = 10\,248\,125\text{ Hz}$ ,  $Q = 4\,100 \div 5\,468$

$U(V)$	40	50	60	70	80	90
$C_0(pF)$	366,3	367,3	368,3	371,9	373,3	376,3
$R_m(k\Omega)$	11,1	6,2	3,8	2,7	2	1,5
$C_m(fF)$	0,26	0,61	0,74	1,05	1,4	1,9
$L_m(H)$	0,94	0,47	0,32	0,23	0,17	0,13
$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$	0,7	1,6	2	2,8	3,8	5

$t = 55^{\circ}\text{C}$ ,  $f_0 = 10\,243\,750\text{ Hz}$ ,  $Q = 5\,462 \div 8\,195$

$U(V)$	40	50	60	70	80	90
$C_0(pF)$	365,3	367,7	369,1	371,9	373,2	376,5
$R_m(k\Omega)$	11,1	6,6	4	2,7	1,85	1,3
$C_m(fF)$	0,25	0,28	0,47	0,7	1,2	1,4
$L_m(H)$	0,94	0,85	0,51	0,34	0,23	0,17
$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$	0,7	0,8	1,3	1,9	2,7	3,7

$t = 65,8^{\circ}\text{C}$ ,  $f_0 = 10\,240\,625\text{ Hz}$ ,  $Q = 5\,462 \div 8\,192$

$U(V)$	40	50	60	70	80	90
$C_0(pF)$	366,3	367,3	368,3	371,9	373,3	376,3
$R_m(k\Omega)$	11,1	6,3	4	2,6	1,8	1,3
$C_m(fF)$	0,17	0,3	0,51	0,72	1	1,52
$L_m(H)$	1,4	0,8	0,5	0,33	0,23	0,16
$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$	0,5	0,8	1,3	1,9	2,7	4

$t = 80\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $f_0 = 10\,236\,250\text{ Hz}$ ,  $Q = 5\,459 \div 8\,189$

$U(V)$	40	50	60	70	80	90
$C_0(pF)$	365,6	367	368,5	369,7	372,5	376,5
$R_m(k\Omega)$	11	6,2	3,8	2,7	2	1,5
$C_m(fF)$	0,26	0,61	0,74	1,05	1,4	1,9
$L_m(H)$	0,94	0,47	0,21	0,23	0,17	0,13
$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$	0,7	1,3	1,7	2	3,2	5,5

$t = 90\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $f_0 = 10\,243\,750\text{ Hz}$ ,  $Q = 5\,458 \div 8\,187$

$U(V)$	40	50	60	70	80	90
$C_0(pF)$	365,5	366,7	368,2	372,4	374	376,3
$R_m(k\Omega)$	10,4	6,2	3,8	2,7	2	1,5
$C_m(fF)$	0,18	0,61	0,74	1,05	1,4	1,9
$L_m(H)$	1,33	0,79	0,49	0,26	0,19	0,15
$k_2^2(\%) \cdot 10^{+6}$	0,5	0,8	1,3	2,8	3,8	4,3

## II. Détails de la caractérisation en basse température et basse pression du D244 :

$t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , pression atmosphérique ( $p = 1000\text{ mbar}$ )

$U(V)$	40	60	80	100
$f_0(MHz)$	10,334637	10,334662	10,334662	10,334937
$R_m(k\Omega)$	14,3	7,1	4,5	2,8
$C_m(fF)$	0,15	0,33	0,6	0,95
$L_m(H)$	1,6	0,7	0,4	0,25
$Q$	7252	6459	6263	5662

$t = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $p = 10^{-3}\text{ mbar}$

$U(V)$	40	60	80	100
$f_0(MHz)$	10,340100	10,340150	10,340200	10,340575
$R_m(k\Omega)$	11,1	5,3	2,9	2,0
$C_m(fF)$	0,2	0,37	0,67	1,2
$L_m(H)$	1,2	0,64	0,35	0,19
$Q$	7131	7954	7804	6174

$t = -15\text{ }^{\circ}\text{C}$  (258 K),  $p = 7 \cdot 10^{-4}\text{ mbar}$

$U(V)$	40	60	80	100
$f_0(MHz)$	10,342875	10,343115	10,343235	10,343565
$R_m(k\Omega)$	9,1	3,8	2,2	1,6
$C_m(fF)$	0,24	0,61	1,13	1,8
$L_m(H)$	0,97	0,39	0,21	0,13
$Q$	6965	6567	6157	5264

$t = -163 \text{ }^\circ\text{C}(100 \text{ K}), p = 10^{-6} \text{ mbar}$

$U(\text{V})$	40	50
$f_0(\text{MHz})$	10,378750	10,378890
$R_m(\text{k}\Omega)$	25,0	14,3
$C_m(\text{fF})$	0,01	0,18
$L_m(\text{H})$	2,4	1,3
$Q$	6328	5999

$t = -223 \text{ }^\circ\text{C}(50 \text{ K}), p = 10^{-7} \text{ mbar}$

$U(\text{V})$	40	60	80	100
$f_0(\text{MHz})$	10,380440	10,380570	10,389590	10,380700
$R_m(\text{k}\Omega)$	16,6	6,6	3,4	2,0
$C_m(\text{fF})$	0,14	0,33	0,38	0,22
$L_m(\text{H})$	1,6	0,7	0,62	1,04
$Q$	6570	6967	7208	7208

$t = -253 \text{ }^\circ\text{C}(20 \text{ K}), p = 10^{-7} \text{ mbar}$

$U(\text{V})$	40	60	80	100
$f_0(\text{MHz})$	10,380763	10,380838	10,380838	10,380894
$R_m(\text{k}\Omega)$	15,6	5,5	3,3	1,9
$C_m(\text{fF})$	0,11	0,36	0,67	1
$L_m(\text{H})$	2,2	0,65	0,35	0,24
$Q$	9170	7689	7244	8060

$t = -266 \text{ }^\circ\text{C}(7 \text{ K}), p = 10^{-7} \text{ mbar}$

$U(\text{V})$	40	60	80	100
$f_0(\text{MHz})$	10,380838	10,380838	10,380875	10,380956
$R_m(\text{k}\Omega)$	12,5	5,5	3,1	1,9
$C_m(\text{fF})$	0,14	0,30	0,64	1,02
$L_m(\text{H})$	1,6	0,70	0,37	0,23
$Q$	8433	9244	7689	7793

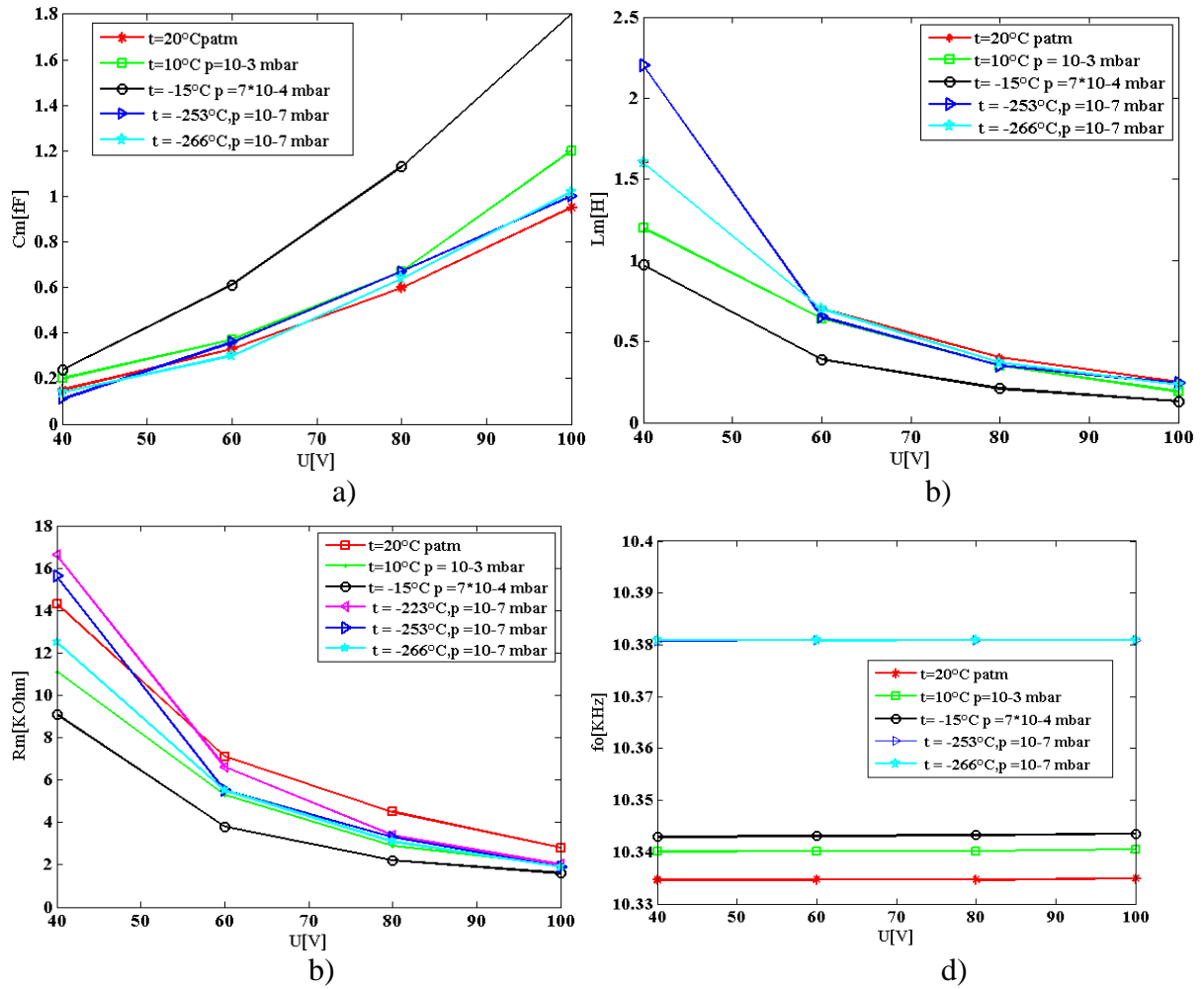


Fig. A.4.11 Paramètres électriques du D244 en fonction de la tension de polarisation et à différents valeurs de température et pression : a) capacité motiionnelle, b) inductance, c) résistance motiionnelle, d) fréquence de résonance.

### III. Paramètres électriques de D173 obtenus dans des différentes conditions de température et pression et en fonction de la tension de polarisation

$$t = 23^\circ\text{C}, p = 1000 \text{ mbar}$$

$U$ (V)	60	80	100	120
$f_0$ (MHz)	10,332350	10,332237	10.332175	10.332175
$R_m$ (k $\Omega$ )	7,1	3,7	2,2	1,3
$C_m$ (fF)	0,24	0,5	0,8	1,4
$L_m$ (H)	1	0,5	0,3	0,2
$Q$	8985	8524	8022	8346



$$t = 17 \text{ }^\circ\text{C}, p = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mbar}$$

$U(V)$	60	80	100	120
$f_0(MHz)$	10,337451	10,337338	10,337313	10,337295
$R_m(k\Omega)$	7,7	4,0	3,0	1,4
$C_m(fF)$	0,22	0,44	0,55	1,26
$L_m(H)$	1,1	0,54	0,43	0,18
$Q$	9188	8850	9246	8571

$$t = -73 \text{ }^\circ\text{C}, p = 10^{-4} \text{ mbar}$$

$U(V)$	60	80	100	120
$f_0(MHz)$	10,337451	10,337338	10,337313	10,337295
$R_m(k\Omega)$	12,5	5,8	3,6	2,1
$C_m(fF)$	0,2	0,4	0,75	1,3
$L_m(H)$	1,2	0,6	0,32	0,2
$Q$	6470	6786	5750	5520

$$t = -253 \text{ }^\circ\text{C}, p = 10^{-7} \text{ mbar}$$

$U(V)$	80	100	120
$f_0(MHz)$	10,376132	10,337338	10,337313
$R_m(k\Omega)$	4,3	1,7	1,2
$C_m(fF)$	0,33	0,64	0,9
$L_m(H)$	0,7	0,3	0,2
$Q$	10697	10588	9977

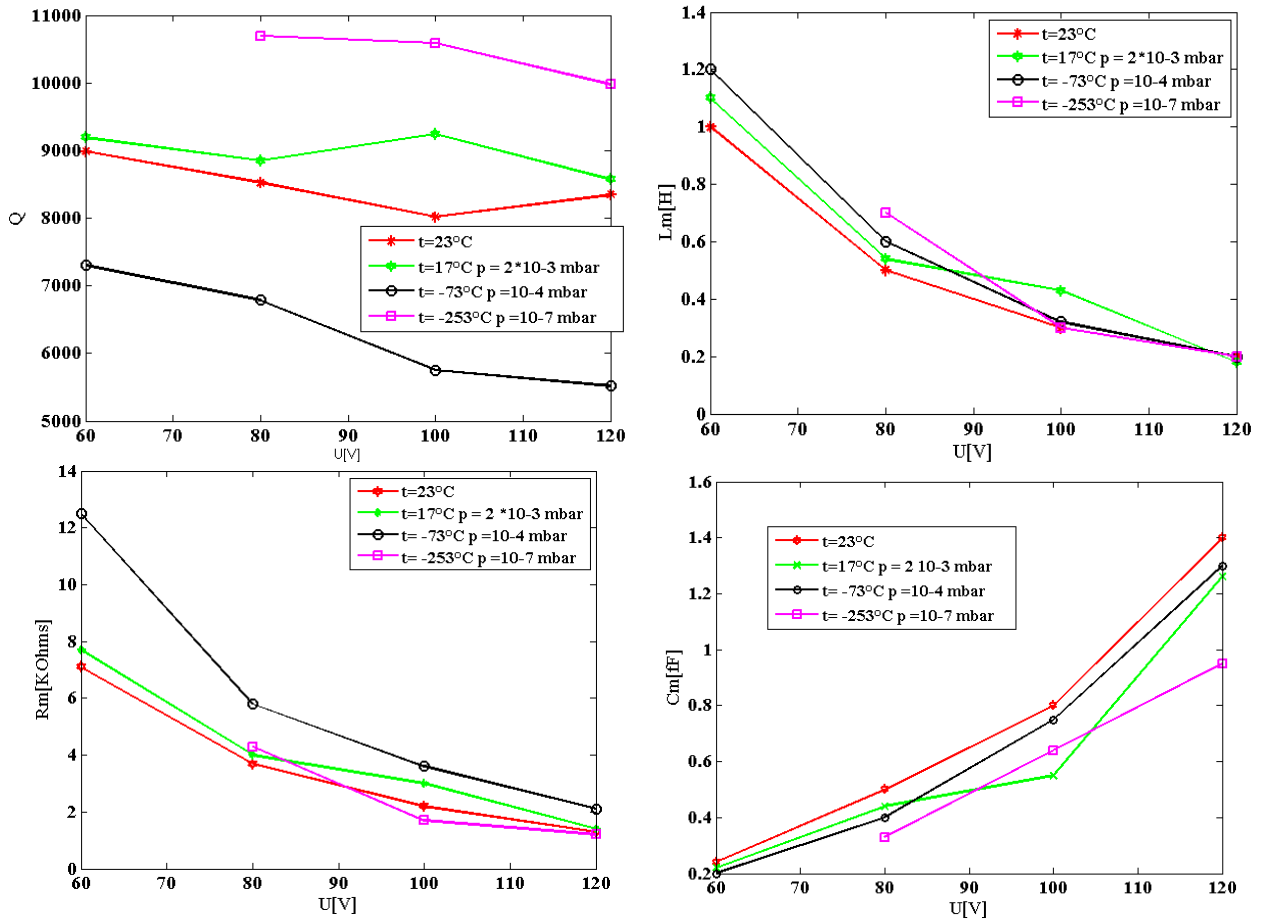


Fig. 5.31 Paramètres électriques du D173 en fonction de la tension de polarisation et à différents valeurs de température et pression : facteur de qualité, inductance, résistance motionnelle et capacité motionnelle.

#### IV. Paramètres électriques de D404 obtenus sous différentes conditions de température et pression

$t = 20^{\circ}\text{C}$ , pression atmosphérique

$U(V)$	20	30	40	50
$f_0(MHz)$	10,389725	10,389725	10,389975	10,390800
$R_m(k\Omega)$	4,2	1,86	0,74	0,41
$C_m(fF)$	0,95	2,4	6,6	11,6
$L_m(H)$	0,25	0,10	0,04	0,02
$Q$	3884	3492	3150	3197

$t = 20^{\circ}\text{C}$ ,  $p = 2 \cdot 10^{-3}$  mbar

$U(V)$	20	50
$f_0(MHz)$	10,388475	10,389525
$R_m(k\Omega)$	4,2	0,4
$C_m(fF)$	0,9	12,6
$L_m(H)$	0,26	0,02
$Q$	4073	3033

$t = 10^{\circ}\text{C}[283\text{K}], p = 8 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$

$U(\text{V})$	20	30	50
$f_0(\text{MHz})$	10,394750	10,394806	10,395013
$R_m(\text{k}\Omega)$	5,8	2,2	1,0
$C_m(\text{fF})$	0,7	2,1	5
$L_m(\text{H})$	0,33	0,11	0,05
$Q$	3695	3340	3046

$t = -14^{\circ}\text{C}, p = 8 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$

$U(\text{V})$	30	40	50
$f_0(\text{MHz})$	10,395400	10,395425	10,397325
$R_m(\text{k}\Omega)$	1,8	0,9	0,5
$C_m(\text{fF})$	2,36	6,05	8,4
$L_m(\text{H})$	0,1	0,04	0,03
$Q$	3436	2809	3746

$t = -68^{\circ}\text{C}(205\text{K}), p = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$

$U(\text{V})$	20	30	40	50
$f_0(\text{MHz})$	10,407536	10,407413	10,407563	10,408500
$R_m(\text{k}\Omega)$	5	1,6	0,9	0,4
$C_m(\text{fF})$	0,63	1,75	5,3	11,9
$L_m(\text{H})$	0,37	0,13	0,04	0,02
$Q$	4827	5235	3265	3241

$t = -223^{\circ}\text{C}(50\text{K}), p = 5 \cdot 10^{-6} \text{ mbar}$

$U(\text{V})$	20	30	40	50
$f_0(\text{MHz})$	10,435575	10,435538	10,435563	10,435563
$R_m(\text{k}\Omega)$	6,25	2,5	1,1	0,5
$C_m(\text{fF})$	0,5	1,3	3,6	7,4
$L_m(\text{H})$	0,45	0,17	0,06	0,03
$Q$	4743	4560	3709	3795

$t = -253^{\circ}\text{C}(20\text{K}), p = 10^{-7} \text{ mbar}$

$U(\text{V})$	20	30	40	50
$f_0(\text{MHz})$	10,435340	10,435396	10,435396	10,435453
$R_m(\text{k}\Omega)$	4,5	1,7	0,8	0,4
$C_m(\text{fF})$	0,5	1,5	3,8	8,3
$L_m(\text{H})$	0,5	0,2	0,06	0,02
$Q$	7051	5677	5153	4970

$t = -266^{\circ}\text{C}(7\text{K}), p = 10^{-7} \text{ mbar}$

$U(\text{V})$	20	30	40	50
$f_0(\text{MHz})$	10,435489	10,435514	10,435526	10,435658
$R_m(k\Omega)$	4	1.5	0.7	0.3
$C_m(\text{fF})$	0,4	1,3	3,2	6,9
$L_m(\text{H})$	0,6	0,2	0,07	0,04
$Q$	9600	7920	7108	7167

V. Détails de la caractérisation en basse température et pression pour le partiel 3 du dispositif D173 serie1

$t = 23^{\circ}\text{C}, p = 1000\text{mbar}$

$U(\text{V})$	60	80	100	120
$f_0(\text{MHz})$	31,050075	31,049925	31,050012	31,049925
$R_m(k\Omega)$	8,3	5,8	3,2	1,6
$C_m(\text{fF})$	0,04	0,07	0,11	0,23
$L_m(\text{H})$	0,7	0,4	0,2	0,1
$Q$	15923	12356	13500	13424

$t = 17^{\circ}\text{C}, p = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mbar}$

$U(\text{V})$	60	80	100	120
$f_0(\text{MHz})$	31,067735	31,067672	31,067497	31,067460
$R_m(k\Omega)$	6,25	3,4	2,2	1,4
$C_m(\text{fF})$	0,05	0,09	0,15	0,3
$L_m(\text{H})$	0,6	0,3	0,2	0,1
$Q$	18147	16900	15405	17000

$t = -73^{\circ}\text{C}, p = 10^{-4} \text{ mbar}$

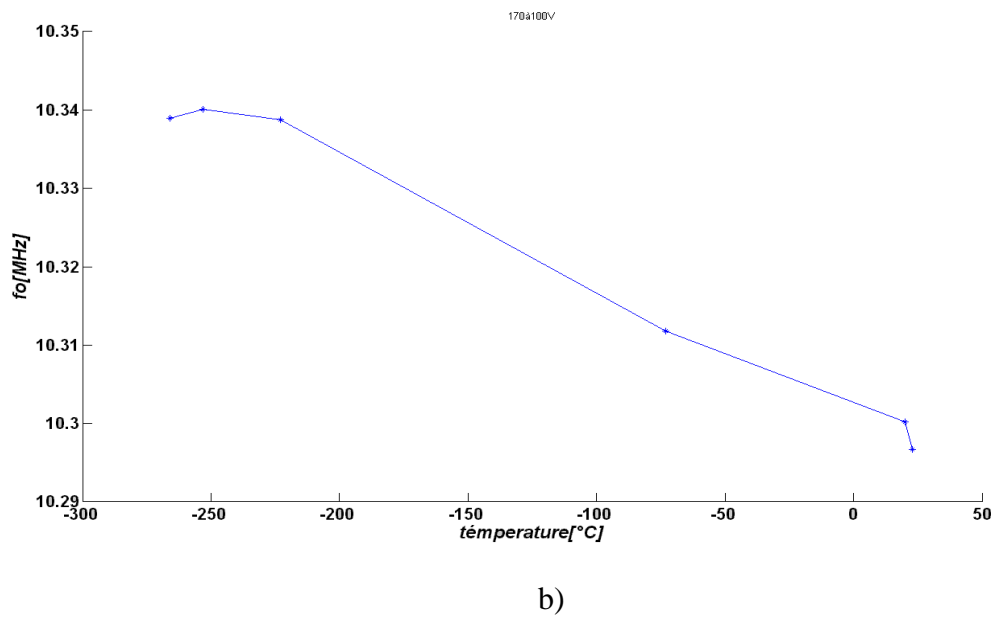
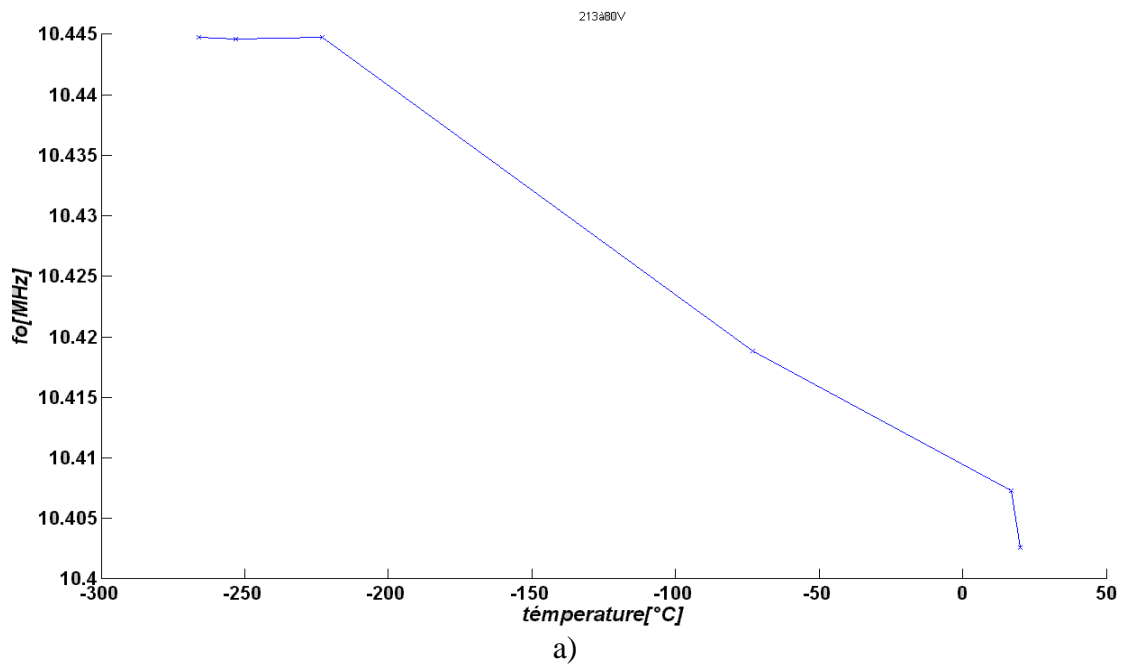
$U(\text{V})$	60	80	100	120
$f_0(\text{MHz})$	31,101082	31,100982	31,101020	31,100926
$R_m(k\Omega)$	5	3,3	2	1,2
$C_m(\text{fF})$	0,06	0,09	0,17	0,3
$L_m(\text{H})$	0,43	0,29	0,14	0,09
$Q$	16875	16757	14400	14020

$t = -223^{\circ}\text{C}, p = 10^{-7} \text{ mbar}$

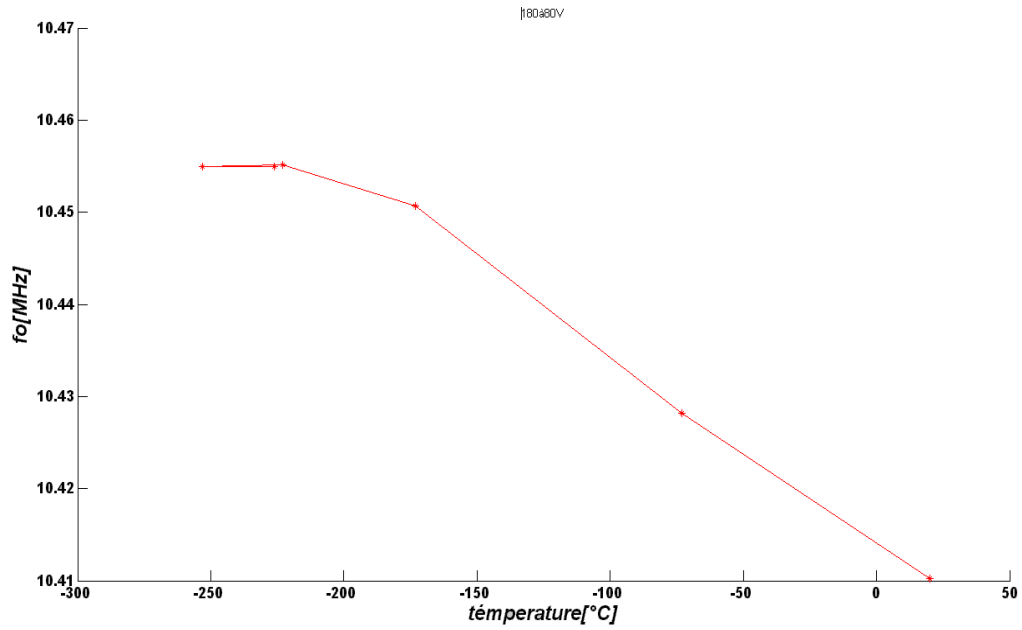
$U(\text{V})$	80	100
$f_0(\text{MHz})$	31,182875	31,182862
$R_m(k\Omega)$	3,3	2
$C_m(\text{fF})$	0,07	0,12
$L_m(\text{H})$	0,39	0,22
$Q$	22996	21330

$t = -253 \text{ }^\circ\text{C}, p = 10^{-7} \text{ mbar}$

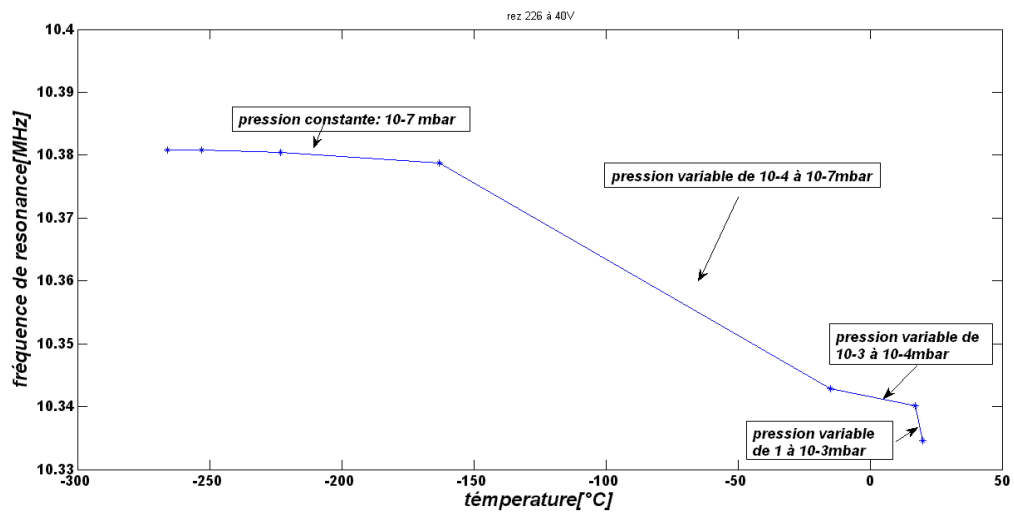
$U(V)$	80	100	120
$f_0(MHz)$	31,182630	31,182630	31,182630
$R_m(k\Omega)$	3,3	1,9	1,2
$C_m(fF)$	0,09	0,14	0,21
$L_m(H)$	0,3	0,2	0,1
$Q$	17820	18899	19636



B



c)



d)

Fig. A 4.11 Variation de la fréquence de résonance en fonction de différentes conditions de température et de pression pour les dispositifs D213(a) et D180(b) à 80Vdc, D170(c) à 100 Vdc et D224(d) (bias 40Vdc constant).

## Annexe 5.1

### Compléments de la modélisation d'une membrane circulaire fonctionnant en mode de flexion

#### Résolution de l'équation homogène

L'équation de la plaque est :

$$(\nabla^4 - k^4)\tilde{w} = 0$$

Pour résoudre cette équation, il est habituel de poser  $\tilde{w} = w_1 + w_2$ , avec  $w_1$  et  $w_2$  les solutions des suivantes équations de deuxième ordre :

$$(\nabla^2 + k^2)w_1 = 0 \quad \text{et} \quad (\nabla^2 - k^2)w_2 = 0$$

Passons au système de coordonnées polaires  $(r, \theta)$ , et opérons avec les variables séparées :

$$w_1(r, \theta) = f_1(r) \cdot g_1(\theta) \quad \text{et} \quad w_2(r, \theta) = f_2(r) \cdot g_2(\theta)$$

Les deux dernières équations peuvent être réécrites en coordonnées polaires  $(r, \theta)$ , si on utilise l'expression du Laplacien :

$$\Delta w \equiv \nabla^2 w = \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}$$

Les deux équations aux dérivées partielles de deuxième ordre se récrivent :

$$f_1'' g_1 + \frac{1}{r} f_1' g_1 + \frac{1}{r^2} f_1 g_1'' + k^2 f_1 g_1 = 0 \quad \text{et}$$

$$f_2'' g_2 + \frac{1}{r} f_2' g_2 + \frac{1}{r^2} f_2 g_2'' - k^2 f_2 g_2 = 0$$

On peut séparer les deux variables  $r$  et  $\theta$  :

$$\left\{ r^2 \frac{f_1''}{f_1} + r \frac{f_1'}{f_1} + k^2 r^2 \right\} = - \left\{ \frac{g_1''}{g_1} \right\} = n^2$$

$$\left\{ r^2 \frac{f_2''}{f_2} + r \frac{f_2'}{f_2} - k^2 r^2 \right\} = - \left\{ \frac{g_2''}{g_2} \right\} = p^2, \quad \text{où } n \text{ et } p \text{ sont des constantes entiers.}$$

$$g_1(\theta) = A \cos n\theta + B \sin n\theta$$

$$g_2(\theta) = C \cos p\theta + D \sin p\theta$$

Les inconnues  $f_1(r)$  et  $f_2(r)$  vérifient les équations :

$$r^2 f_1'' + r f_1' - (n^2 - k^2 r^2) f_1 = 0,$$

$$r^2 f_2'' + r f_2' - (p^2 - k^2 r^2) f_2 = 0$$

Le changement de variable  $r \rightarrow \xi = kr$ ,  $f(r) = F(\xi)$  conduit vers les équations de Bessel et de Bessel modifiée :

$$\xi^2 F_1'' + \xi F_1' + (\xi^2 - n^2) F_1 = 0 \quad \text{et}$$

$$\xi^2 F_2'' + \xi F_2' + (\xi^2 - p^2) F_2 = 0$$

En utilisant les propriétés des fonctions de Bessel de première et deuxième espèce ( $J_n$ , respectivement  $Y_n$ ), et des fonctions de Bessel modifiées de première et deuxième espèce ( $I_n$  et  $K_n$ ), on trouve finalement :

$$\tilde{w}(r, \theta) = [A_n J_n(kr) + C_n I_n(kr)](\cos n\theta + \sin n\theta)$$

## Annexe 5.2

Exemples de spectres de la conductance et de la susceptance pour des dispositifs vibrant en mode de flexion :

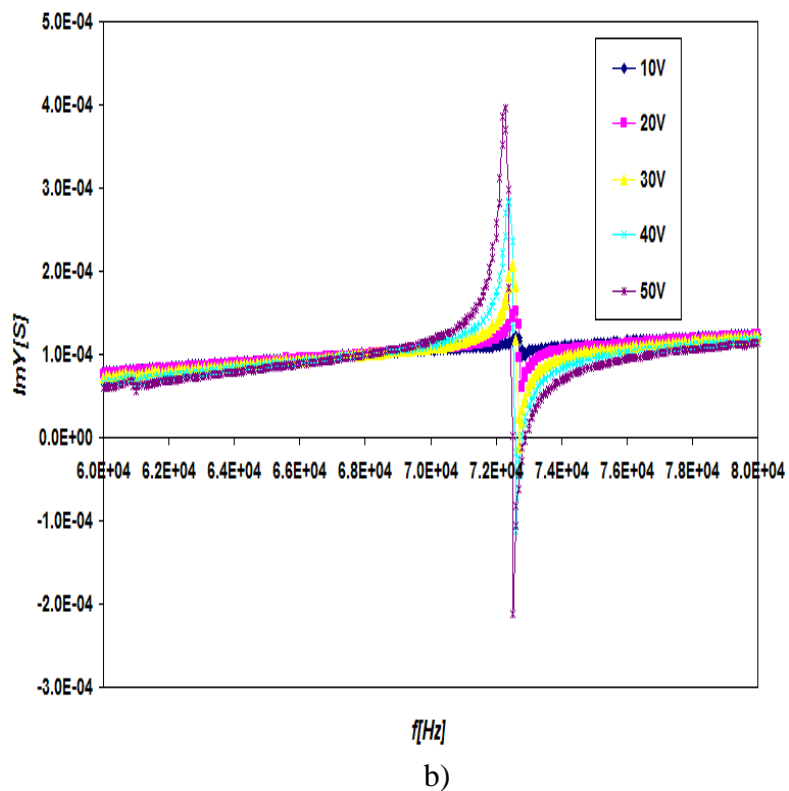
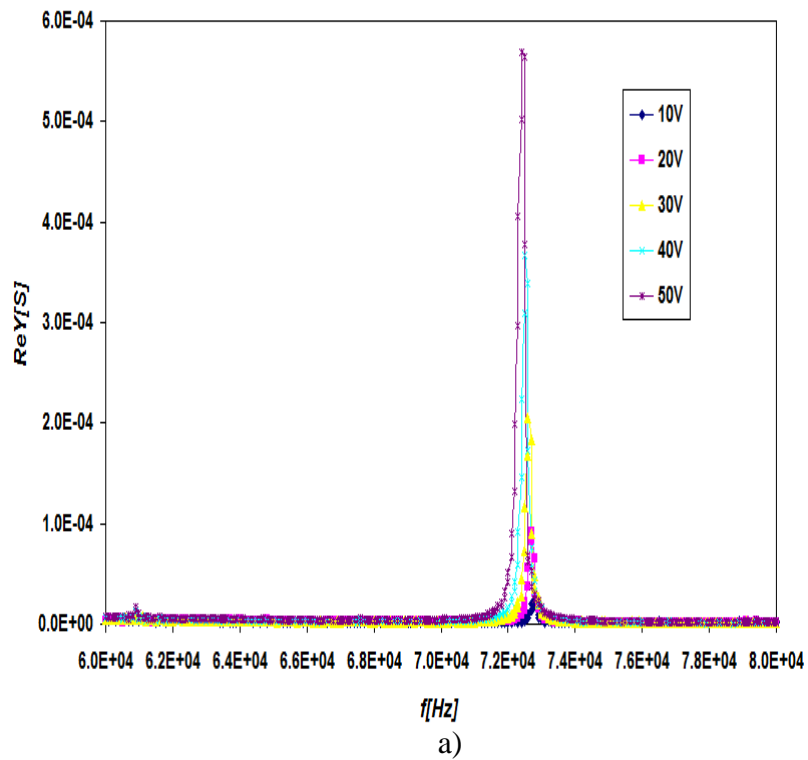
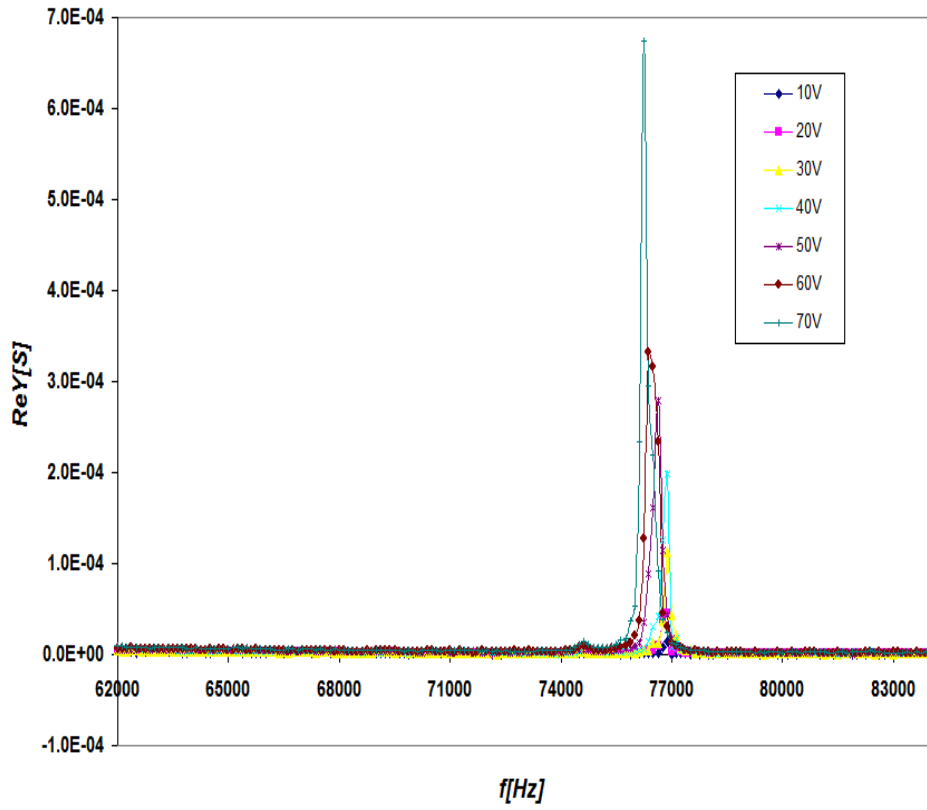
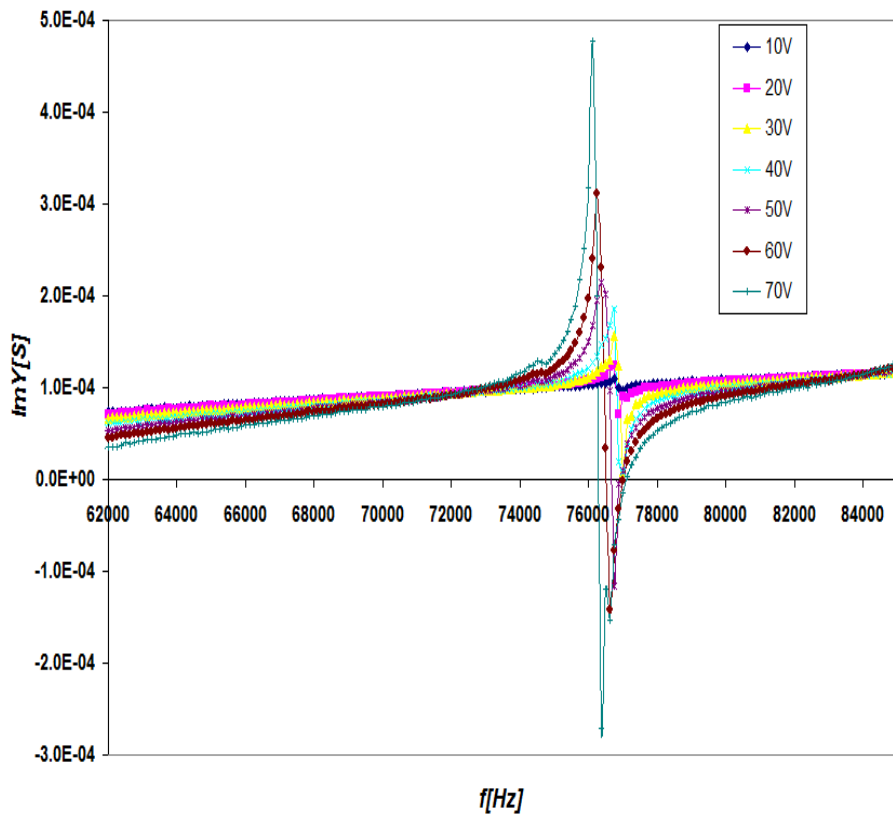


Fig A.5.1 Spectres de la conductance(a) et de la susceptance (b) pour D21 série 4.





a)



b)

Fig A.5.2 Spectres de la conductance (a) et de la susceptance (b) pour D14 série 4,  $e = 380 \mu m$ .

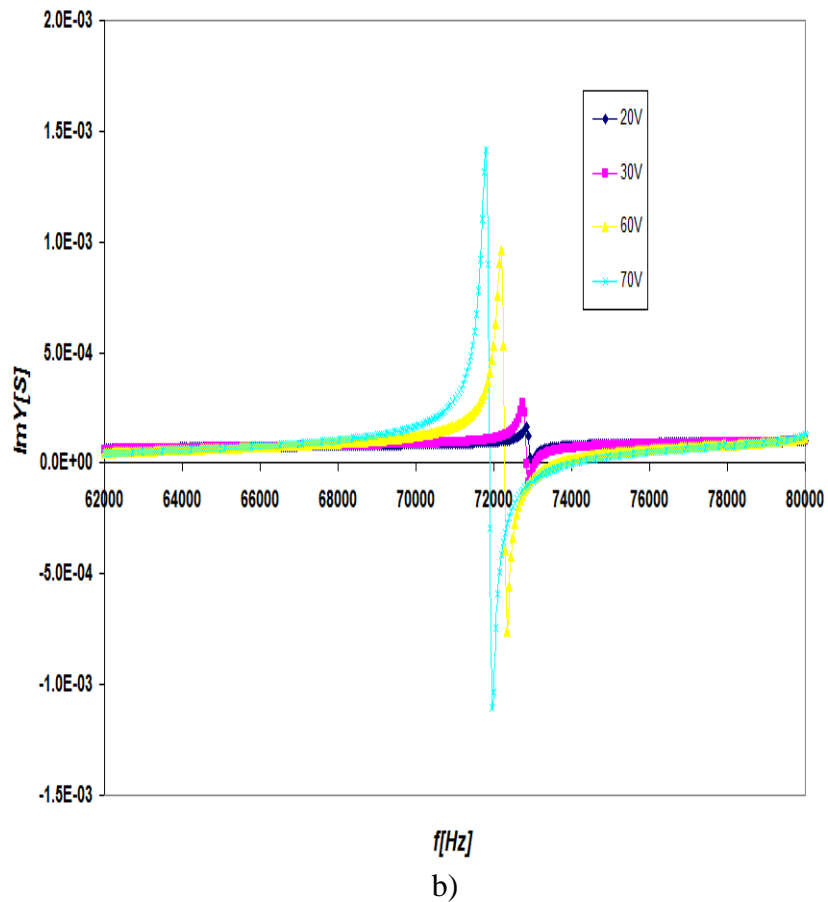
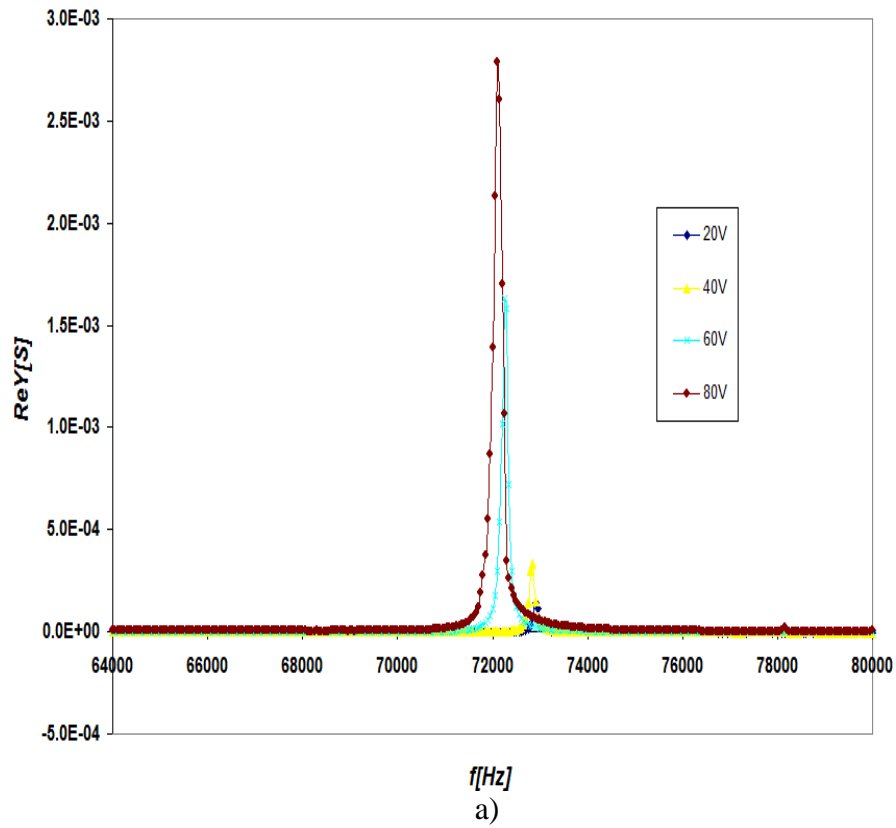


Fig A.5.3 Spectres de la conductance(a) et de la susceptance (b) pour D23 set Mesa.

### Annexe 5.3

Variation de la fréquence de résonance sous différentes conditions de température et de pression

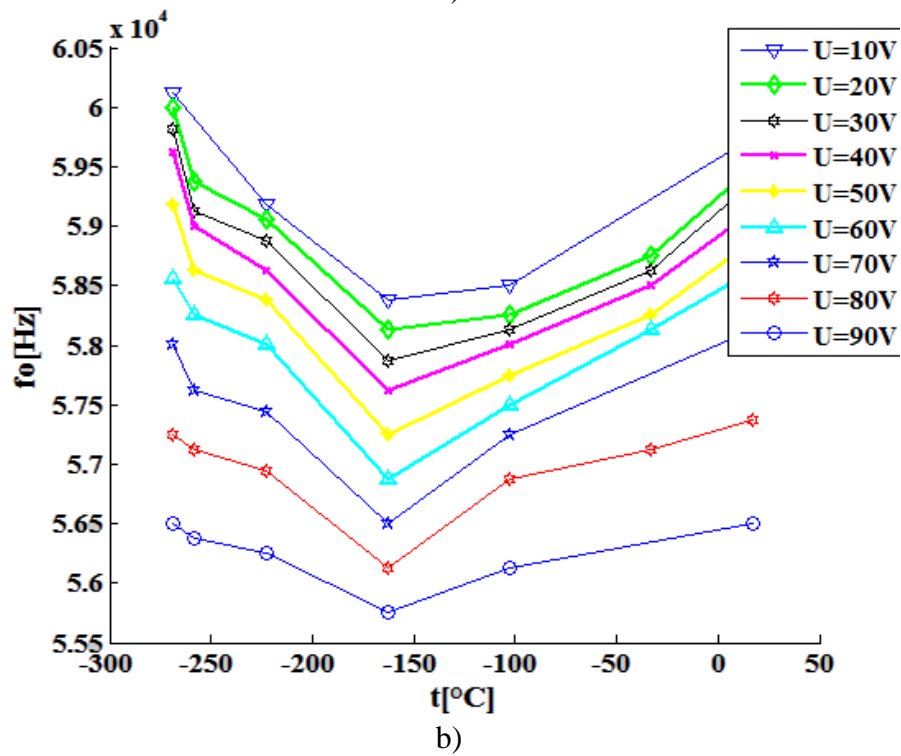
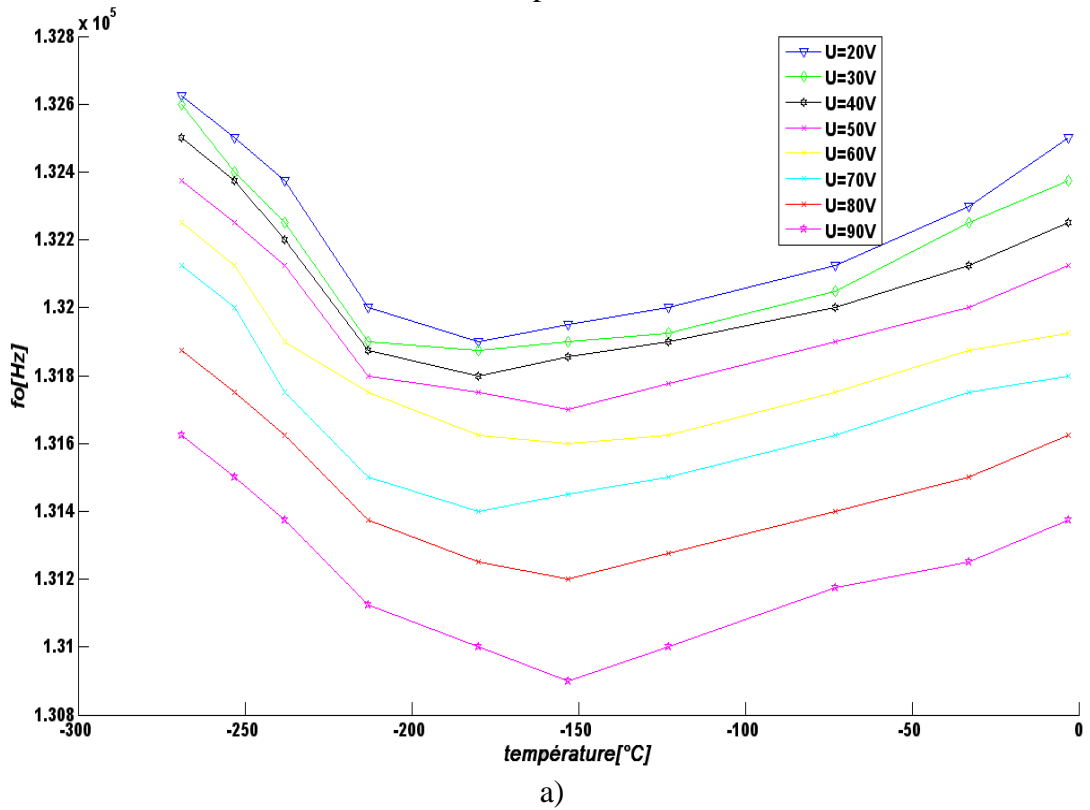


Fig. A.5.4 a) Dispositif D356 serie 4 ; b) D14 serie 2.

## **BIBLIOGRAPHIE**



- [1] W.-T. Hsu, “ *Recent Progress In Silicon MemS Oscillators*”, Disqueera, Inc., 2008
- [2] S. Humad, “*Piezo-on-silicon microelectromechanical resonators*”, Ph.D. dissertation, Georgia Institute of Technology, July 2004.
- [3] H.C.Nathanson, W. E. Newell, R. A. Wickstrom, and J. R. Davis, “*The Resonant Gate Transistor*”, IEEE Trans. Electron Devices, March 1967, vol. 14, no. 3, pp 117-133
- [4] F. D. Bannon, J. R. Clark, and C. T.-C. Nguyen, 2000, “*High-Q HF micromechanical filters*,” IEEE Journal of Solid-State Circuits, 35, 512-526.
- [5] T. Mattila, J. Kiihamäkib, T. Lamminmäkic, O. Jaakkolaa, P.Rantakaric, A. Ojaa, H. Seppää, H. Kattelusb and I. Tittonenc, “*A 12 MHz micromechanical bulk acoustic mode oscillator* ”, Sensors and Actuators A: Physical , Volume 101, Issues 1-2, Pages 1-253, September 2002
- [6] M. Koskenvuori , T. Mattila, A. Häärä , J. Kiihamäki, I. Tittonen ,A. Ojab, H. Seppä, “*Long-term stability of single-crystal silicon microresonators*”, Sensors and Actuators A 115 (2004) 23–27
- [7] V. Kaajakari, T. Mattila, A. Oja, J. Kiihamaki, H. Kattelus, M. Koskenvuori, P. Rantakari, “*Square-Extensional Mode Single-Crystal Silicon Micromechanical RF-resonator*”, The 12<sup>th</sup> International Conference on Solid State Sensors, Actuators and Microsystems, 2003
- [8] Z. Hao, S. Pourkamali and F. Ayasi, “*VHF Single-Crystal Silicon Elliptic Bulk-Mode Capacitive Disk Resonators*”, Journal of Microelectromechanical System, Vol.13, 2004
- [9] L. Yan, M. Wu and W.C.Tang “*A 1.14GHz piezoelectrically transduced disk resonator* ”, in Micro Electro Mechanical Systems, 2005, 18<sup>th</sup> IEEE International Conference, pg.203-206, 2005
- [10] S.-S. Li, Y.-W. Lin, Y. Xie, Z. Ren and C. T.-C. Nguyen, “*Micromechanical hollow-disk ring resonator*”, in Micro Electro Mechanical Systems 2004, 11<sup>th</sup> IEEE International Conference on MEMS, pg.821-824, 2004
- [11] Y.-W. Lin, S.-S. Li, Z. Ren, and C. T.-C. Nguyen, “*Vibrating micromechanical resonators with solid dielectric capacitive-transducer’ gaps*’,” Proceedings, Joint IEEE Int. Frequency Control/Precision Time & Time Interval Symposium, Vancouver, Canada, Aug. 29-31, 2005, pp. 128-134. (*best paper award winner*)
- [12] G. Casinovi, X. Gao, and F. Ayazi “*Analytical Modeling and Numerical Simulation of Capacitive Silicon Bulk Acoustic Resonators* “, School of Electrical and Computer

Engineering Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia, USA, IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems, pp. 935–938, January 2009

- [13] K. Cioffi and W.-T Hsu, 2005, “*32 KHz MEMS based Oscillator for Ultra-low Power Applications*”, in Proceedings of the 2005 Joint IEEE International Frequency Control Symposium (FCS) and Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting, 29-31 September 2005, Vancouver, Canada (IEEE 05CH37664), pp. 551-558.
- [14] W.-T. Hsu et al., “*Stiffness-Compensated Temperature-Insensitive Micromechanical Resonators*”, IEEE 2002
- [15] S. Pourkamali, A. Hashimura, “*High-Q Single Crystal Silicon HARPSS Capacitive Beam Resonators With Self-Aligned Sub-100-nm Transduction Gaps*”, J.of MEMS, vol.12, no.4, Aug.2003
- [16] W.-T. Hsu, W.Scott Best, Héctor J. de Los Santos, “*Design and Fabrication Procedure for High Q RF MEMS Resonators*”, Microwave Journal, 2004
- [17] W.-T. Hsu and K.Cioffi “*Low phase noise 70MHz micromechanical reference oscillator*” in Microwave Symposium Digest, 2004 IEEE MTT- S International, vol 3, pg1927-1930, June 2004
- [18] V. Kaajakari, T. Mattila, A. Oja, J. Kiihamaki, H. Kattelus, M. Koskenvuori, P. Rantakari, “*Square-Extensional Mode Single-Crystal Silicon Micromechanical RF-resonator*”, The 12<sup>th</sup> International Conference on Solid State Sensors, Actuators and Microsystems, 2003
- [19] S.A. Bhawe, Di Gao, R. Maboudian and R.T. Howe “*Fully-differential poly-SiC Lamé mode resonator and checkerboard filter*” in Micro Electro Mechanical Systems 2005, 18<sup>th</sup> IEEE International Conference, pg.223-226
- [20] S. Basrour, H. Majjad, J.R. Coudevylle, M. de Labachellerie, “*Simulation and Characterization of High Q Microresonators Fabricated by UV-LIGA*” in Modeling and symulation of Microsystems, 2001
- [21] G. Henriet, “*Etude, réalisation et caractérisation d'un oscillateur intégrable*”, Thèse de doctorat d'état de l'Université de Paris VI, (1991).
- [22] K.M. Lakin, and J. S.Wang, “*UHF composite bulk wave resonators*” IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings, :834-837,1980

- [23] T.W. Grudkowski, J.F. Black, and T. M. Reeder : “*Fundamental Mode {VHF/UHF} bulk acoustic wave resonators and filters on silicon*” Ultrasonics Symposium Proceedings, pg. 829-833,1980
- [24] <http://mems.usc.edu/fbar.htm>
- [25] S. Humad, R. Abdolvand, G.K. Ho, G. Piazza and F. Ayazi, “*High Frequency Micromechanical Piezo-on-Silicon Bulk Resonators*” IEEE, pg 7803-7873, 2003
- [26] S. Pourkamali, G.K. Ho and F. Ayazi, “*Vertical capacitive SiBARs*”, in Proc. MEMS 2005, pp. 211–214.
- [27] R. Navid, J.R. Clark, M. Demirci, and C.T.-C. Nguyen, “*Third-order intermodulation distortion in capacitively-driven CC-beam micromechanical resonators,*” in Technical Digest, 14th Int. IEEE Micro Electro Mechanical Systems Conference, Interlaken, Switzerland, Jan. 21–25, 2001, pp. 228–231.
- [28] J. R. Vig and Y. Kim, “*Noise in microelectromechanical system resonators,*” IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, vol. 46, pp. 1558–1565, 1999.
- [29] D. Weinstein, et al., “*Dielectrically Transduced Single-Ended to Differential MEMS Filter,*” ISSCC 2006, pp. 318-319.
- [30] T.A. Roessing “*Surface micromachining 1MHz oscillator with low-noise Pierce configuration*” NASA Technical report 1998
- [31] S. Lee, “*A 10MHz micromechanical resonator Pierce reference oscillator for communications*” 2001
- [32] T. Mattila, J. Kiihamäkib, T. Lamminmäkic, O. Jaakkolaa, P.Rantakaric, A. Ojaa, H. Seppää, H. Kattelus and I. Tittonenc, “*A 12 MHz micromechanical bulk acoustic mode oscillator*”, Sensors and Actuators A: Physical , Volume 101, Issues 1-2, Pages 1-253, September 2002
- [33] S. Mushell and S. Ohr, Gartner ” *MEMS resonators vs. crystal oscillators for IC timing circuits*”, Solid State Technology, 2011.12.17
- [34] <http://www.epsontoyocom.co.jp/english/index.html>
- [35] <http://www.sitime.com>
- [36] B. Kim, R.N. Candler, M. Hopcroft, M. Agarwal, W.T. Park, T.W. Kenny, “*Frequency Stability of WaferScale Encapsulated MEMS Resonators*”, Transducers '05, pp.1965-1968, 2005.
- [37] <http://www.cdiweb.com/datasheets/sitime/SiT3701-datasheet.pdf>



- [38] M. Lutz , “*MEMS Oscillators for High Volume Commercial Applications*”, Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems Conference, 2007
- [39] <http://www.disqueera.com>
- [40] W.-T. Hsu, “*Vibrating RF MEMS for clock and frequency reference applications*”, Technical Digest, International Microwave Symposium 2006, San Francisco, June 10-15, 2006
- [41] A. Reinhardt “*Simulation, conception et réalisation de filtres à ondes de volume dans des couches minces piézoélectriques*”, Thèse doctorat, Besançon, 2005
- [42] H.F. Tiersten “*Linear Piezoelectric Plate Vibrations*”, Plenum Press, New York, 1969
- [43] H.F. Tiersten and T.-L. Sham “*Forced vibrations of the fundamental family of mode in AT-cut quartz trip resonators*” Journal of Applied physics, Vol 89, 1 Jan 2001
- [44] P.G. Slade and E.D. Taylor, “*Electrical breakdown in atmospheric air between closely spaced 0.2 $\mu$ m–40 $\mu$ m electrical contacts*”, IEEE Trans. Compon. Packag. Technol. 253, 390–396, 2002.
- [45] W.D. Greason, “*Analysis of charge injection processes including ESD in MEMS*”, Journal of Electrostatics, Vol. 66, Nos. 11-12, November 2008, pp. 602-608.
- [46] J.M. Torres and R.S. Dhariwal “*Electric field breakdown at micrometre separations*”, Nanotechnology 10, 102–107 ,1999.
- [47] F. W. Strong, J. L. Skinner, and N. C. Tien, “*Electrical discharge across micrometer-scale gaps for planar MEMS structures in air at atmospheric pressure,*” J. Micromech. Microeng. 18, 075025 ,2008.
- [48] B. Wallash and L. Levit, “*Electrical breakdown and ESD phenomena for devices with nanometer-to-micron gaps,*” Proc. SPIE 4980, 87–96, 2003.
- [49] C.H. Chen, J.A. Yeh, and P.J. Wang, “*Electrical breakdown phenomena for devices with micron separations*”, J. Micromech. Microeng. 16, 1366–1373, 2006.
- [50] L. Robert, “*Etude des propriétés mécaniques du Nickel utilisé dans la technique LIGA*”, Thèse de docteur de l’Université de Franche-Comté, Besançon, 1997.
- [51] W. Shokley, D. R. Curran et D. J. Koneval : “*Energy trapping and the design of single and multi-electrode filter crystals*”. In Proceedings of the 17th Annual Frequency Control Symposium, pages 88–126, 1963
- [52] D.S. Stevens and H.F. Tiersten “*An analysis of doubly rotated quartz resonators utilizing essentially thickness modes with transverse variation*” J. Acoust. Soc. Am., June 1986

- [53] G.R. Kline, K.M. Lkin, K.T. McCarron : “*Overmoded high Q resonators for microwave oscillators*”. IEEE Proc. of the Int. Freq. Contr. Symp., pg 718-721,1993
- [54] B. Dulmet “*Contribution a l'étude des vibrations a énergie piégée des resonateurs piezoelectriques a ondes de volume : comportement thermique statique et modes de vibration* ” Thèse en Sciences Appliquees, Besançon, 1991
- [55] D. Royer, E. Dieulesaint, Y. Martin, *Improved version of a polarized beam heterodyne interferometer*, Proc. IEEE Ultrasonics Symposium, (1985), pp. 432.
- [56] B. Cretin, W-X. Xie, S. Wang and D. Hauden, “*Heterodyne interferometer : Practical limitations and improvements*”, Opt. Com., 65, (1988), pp. 157-162.
- [57] P. Vairac “*Microscopie acoustique a pointe vibrante :approche quantitative en mode de reflexion*” Thèse de docteur de l'Université de Franche-Comté, Besançon,1996
- [58] M.A. Alam, J. Bude, and A. Ghetti. “*Field acceleration for oxide breakdown-can an accurate anode hole injection model resolve the E vs. I/E controversy?* ” IEEE Intl. Reliability Physics Symposium, pages 21–26, 2000.
- [59] C. Bourgeois, E. Steisland, N. Blanc, and N.F. de Rooij, “*Design of resonators for the determination of the temperature coefficients of elastic constants of monocrystalline silicon*”, Proc.IEEE Int.Frequency Control Symp.,1997,pp791-799
- [60] M. Hopcroft et al.,”*Active Temperature Compensation for Micromachined Resonators*”, Solid-State Sensor, Actuator and Microsystems Workshop, Hilton Head Island, South Carolina, June 6-10, 2004.
- [61] S. Pourkamali, G.K. Ho and F. Ayazi, “*Low-Impedance VHF and UHF Capacitive SiBARs – Parts I and II,* ” IEEE Transaction on Electron Devices, vol.54, no.8, pp. 2017-2023, Aug. 2007.
- [62] K. Sundaresan, G. Ho, S. Pourkamali, and F. Ayazi, “*A low phase noise 100MHz silicon BAW reference oscillator,*” in Custom Integrated Circuits Conference, 2006. CICC '06. IEEE, Sept. 2006, pp. 841–844.
- [63] K. Samarao and F. Ayazi “*Temperature Compensation of Silicon Micromechanical Resonators via Degenerate Doping*”, 2009 IEEE
- [64] F. Casset, C. Durand, Y. Civet, E. Ollier, J. Carpentier, P. Ancey, and P. Robert, “*Mems resonator temperature compensation,*” in Thermal,Mechanical Multi-Physics Simulation, and Experiments in Microelectronics and Microsystems (EuroSimE), 2010 11th International Conference on, 26-28, 2010, pp. 1 –5.
- [65] A. Leissa, “*Vibration of plates*”, editions techniques, NASA 1969.





## Résumé

Le domaine des résonateurs MEMS (Micro-Electro-Mechanical Systems) est aujourd'hui le siège de diverses compétitions entre les producteurs afin d'améliorer les performances en terme de miniaturisation, intégrabilité, coûts de production etc. Ce travail de thèse s'inscrit dans un projet global de développement de résonateurs MEMS à ondes de volume compatibles avec la technologie des circuits intégrés. L'objectif est de valider le principe d'excitation des ondes acoustiques de volume en extension-compression par voie électrostatique dans des substrats monocristallins et aussi d'explorer les possibilités offertes par ces modes pour le confinement de l'énergie acoustique, technique plus largement exploitée dans le domaine des résonateurs à quartz que dans celui des MEMS. En ce sens, une nouvelle structure mono-port en silicium, fixée sur un support en verre, a été étudiée et modélisée analytiquement en vue de son implémentation dans une chaîne de fabrication. Les modèles originaux développés dans ce cadre nous ont permis d'estimer les paramètres électriques du circuit équivalent, les déplacements mécaniques statique et dynamique propres au fonctionnement de la structure, autant en mode vibratoire d'extension-compression qu'en mode de flexion. Une étude théorique bidimensionnelle basée sur l'évaluation des courbes de dispersion d'une plaque en silicium a été menée afin d'évaluer les moyens de piégeage de l'énergie au centre de la structure fonctionnant en mode de volume.

Tout en exploitant les microtechniques disponibles au sein de la Centrale MIMENTO de l'Institut FEMTO-ST, plusieurs séries de résonateurs ont été fabriquées sur substrat silicium pleine plaque. La fréquence fondamentale de vibration se situe aux alentours de 10 MHz pour le mode d'extension-compression et de 70 kHz pour le mode de flexion. On détaille la caractérisation par voie mécanique et électrique. L'intégration des dispositifs fonctionnant en mode de flexion en boucle d'oscillation à l'aide d'un montage à base de point Wien est démontrée ainsi qu'une application de type capteur gravimétrique.

**Mots clés :** MEMS, résonateur à onde de volume, excitation électrostatique, mode d'extension compression, mode de flexion, confinement de l'énergie, oscillateur, capteur.

## Abstract

Nowadays, various competitions between manufacturers take place in the field of MEMS (Micro-Electro-Mechanical Systems), due to the quest for continuous performance improvement in terms of miniaturisation, integration, costs effectiveness etc. This thesis is a step towards the development of IC-compatible bulk acoustic MEMS resonators. The main goal consists in validating the principle of electrostatic actuation of the thickness-extensional acoustic waves into mono-crystalline substrates and also to explore the energy-trapping possibility provided by this mode. A novel single-port silicon structure fixed on a glass support was studied and analytically modelled to be implemented into a micro-fabrication process. The original models elaborated for a structure vibrating in both thickness-extensional and flexural modes allowed the estimation of the electrical equivalent circuit parameters and of the static and dynamic mechanical displacements. A two-dimensional theoretical approach based on the dispersion curves estimation of a silicon plate was presented and the means to localize the acoustic energy in the central region of the structure were evaluated.

By using the available micro-manufacturing techniques at the MIMENTO facility of the FEMTO-ST Institute, several runs were performed on silicon wafers. The resonators fundamental vibration frequencies range around 10 MHz for the thickness-extensional mode and around 70 KHz for the flexural mode. The electrical and mechanical characterisation results are thoroughly presented. The devices operating in flexural modes were successfully embedded into a customized Wienbridge oscillator design. Finally a gravimetric sensor application was demonstrated.

**Keywords :** MEMS, bulk acoustic wave resonator, electrostatic actuation, thickness-extensional mode, flexural mode, energy trapping, oscillator, sensor.