L'ordinaire dans l'enseignement des mathématiques. Les pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves.

Lalina Coulange

Lalina Coulange

Maître de Conférences

E3D – LACES, Université de Bordeaux
IUFM d'Aquitaine

L'ordinaire dans l'enseignement des mathématiques

Les pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves

Note de synthèse
Habilitation à Diriger des Recherches
Université Paris Diderot

soutenue le 11 décembre 2012
devant le jury

Michèle Artigue, LDAR, Université Paris Diderot (Présidente),
Isabelle Bloch, E3D-LACES, Université de Bordeaux,
Lucie DeBlois, FSE, Université Laval (Rapportrice),
Jean-Luc Dorier, FPSE, Université de Genève,
Ghislaine Gueudet, CREAD, UBO et Université Rennes 2 (Rapportrice),
Alain Kuzniak, LDAR, Université Paris Diderot (Garant),
Aline Robert, LDAR, Université Paris Diderot et Université de Cergy Pontoise.

A une école pleine de couleurs diverses …

Résumé

Je fais l'hypothèse que la compréhension de l'ordinaire de l'enseignement et plus spécifiquement des pratiques enseignantes est une étape cruciale à des fins d'amélioration des apprentissages des élèves en mathématiques. L'étape peut sembler longue puisqu'il s'agit presque de la totalité des travaux synthétisés dans ma note de synthèse. Je reste toutefois convaincue de sa nécessité tant la complexité des phénomènes didactiques dans l'ordinaire des pratiques enseignantes et de leurs effets sur les apprentissages est grande. Mes recherches m'ont permis d'aborder plusieurs angles d'attaques liées à cette thématique : le rôle des situations, des savoirs, de l'exercice du métier de professeur ou de la différenciation dans les apprentissages, et ce, en lien avec différents domaines d'étude (notamment, celui de l'algèbre élémentaire qui joue un rôle privilégié dans certaines de ces recherches) et dans divers contextes scolaires. Mes travaux m'ont conduite à mettre en œuvre des approches théoriques variées en didactique (Théorie des Situations Didactiques, Théorie Anthropologique du Didactique et Double approche ergonomique et didactique) dont il m'a tenu à cœur de montrer les complémentarités, voire de permettre une mise en regard avec une approche issue de la sociologie de l'éducation sur la question des inégalités scolaires. Ce faisant, je crois avoir contribué à élucider la nature des relations, très dialectiques dans le fond, entre les savoirs mathématiques à enseigner et les pratiques « ordinaires » des professeurs (des savoirs aux pratiques enseignantes ou inversement). J'avance dès lors de nouvelles perspectives de recherche en didactique des mathématiques que je qualifie volontiers de « au plus près des pratiques enseignantes et de l'activité des élèves » afin de poursuivre le mouvement d'étude engagé sur les pratiques d'enseignement des mathématiques (sous l'angle de la formation des professeurs ou de la construction des inégalités dans les apprentissages des élèves), mais aussi d'élaborer des propositions didactiques visant à faire évoluer ces pratiques en vue d'améliorer leurs effets sur les apprentissages.

SOMMAIRE

Introduction	**L’étude de l’ordinaire dans l’enseignement des mathematiques : Pourquoi ? Comment ?**	**3**
Chapitre 1.	**Le professeur et la situation didactique**	
	I. La situation didactique	10
	II. Le professeur et la situation didactique : la structuration du milieu	13
Chapitre 2.	**Le professeur et l’institution didactique**	**31**
	I. La position du professeur au sein d’une institution didactique	31
	II. Connaissances didactiques du professeur dans l’enseignement de l’algèbre	34
	III. Pratiques enseignantes et pratiques institutionnelles dans l’enseignement de l’algèbre	40
	IV. De retour aux pratiques institutionnelles et à leur objet d’enseignement : l’algèbre	49
Chapitre 3.	**Les pratiques enseignantes et le métier de professeur**	**52**
	I. Un point de vue ergonomique et didactique sur les pratiques enseignantes	52
	II Variabilités et régularités des pratiques d’enseignants débutants en collège ZEP	55
	III. Un zoom sur les pratiques enseignantes de deux professeurs de mathématiques en collège ZEP	58
	IV. Conclusions : pratiques enseignantes, influence des contextes, rôle de la formation	71
Chapitre 4.	**Les pratiques enseignantes et la différenciation dans les apprentissages des élèves**	**72**
	I. La différenciation dans les apprentissages des élèves	72
	II. Les effets potentiellement différenciateurs des pratiques enseignantes	81
	III. L’institutionnalisation : un processus clé dans les effets différenciateurs des pratiques enseignantes	96
Conclusions et perspectives	**Les pratiques enseignantes ordinaires et leurs effets sur les apprentissages : Et alors ? Et après ?**	**114**

INTRODUCTION

L'ÉTUDE DE L'ORDINAIRE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES : POURQUOI ? COMMENT ?

Mes recherches sont centrées sur l'étude de l'ordinaire des pratiques enseignantes dans l'enseignement des mathématiques et de leurs effets sur l'apprentissage. A l'instar de Robert (2001), je précise dès maintenant que je désigne par pratiques enseignantes, tout ce que le professeur met en œuvre avant, pendant, et après la classe. Les pratiques enseignantes ne sont pas réduites à des unités isolées (comme la préparation de son enseignement autour d'un thème ou d'une notion mathématique, la gestion de sa classe, etc.) et peuvent mettre en fonctionnement des connaissances de natures diverses qui se composent et se recomposent de diverses manières. Quelles sont les connaissances (pédagogiques, didactiques et mathématiques) mises en jeu dans l'activité du professeur ? Quelles sont les conditions et les contraintes (institutionnelles, personnelles ou sociales) qui conditionnent et contribuent à façonner les pratiques enseignantes ? Quels sont les effets de ces pratiques sur les apprentissages des élèves ?

En deçà de cette définition théorique générale, pourquoi s'intéresser autant à l'ordinaire des pratiques enseignantes et de leurs effets sur les apprentissages ? Quand je m'investis dans le champ de la recherche en didactique des mathématiques, le mouvement d'étude de ce que d'aucuns ont appelé le rôle ou l'activité du professeur, d'autres les pratiques enseignantes (mais qui ne recouvrent pas la même réalité selon la voie théorique choisie) est pleinement engagé depuis plusieurs années. Cette dynamique « vers l'enseignant » va de pair avec plusieurs éléments de la genèse historique[1] du champ de recherche en didactique rappelés dans Margolinas et Perrin (1997) et Margolinas (1999). Certains éléments de cette genèse me paraissent propices à situer mon propre propos sur l'ordinaire des pratiques enseignantes. La théorie des situations didactiques (Brousseau 1998), qui joue un rôle fondateur en didactique des mathématiques, porte en elle une perspective de développement de l'enseignement des mathématiques. Du fait de son ambition modélisatrice des phénomènes d'enseignement des mathématiques, d'emblée y est présent un souci de contrôle, de validation interne (Artigue 2011) par le biais de la méthode d'ingénierie didactique[2] qui a joué un rôle important dans le développement même du champ de la didactique des mathématiques. Dès lors s'opère un transfert à la fois pratique (à travers la méthode d'ingénierie) mais aussi peut-être d'une certaine façon théorique (à travers la notion de dévolution[3] de la part adidactique d'une situation) de la responsabilité de l'enseignant dans l'acte d'enseigner vers la situation

---

[1] Cette genèse historique est elle-même influencée par des éléments de contexte plus larges, externes au développement intrinsèque de la recherche mais qui l'ont influencé. Par exemple, l'héritage lié à la réforme des « maths modernes » a pu conduire la recherche en didactique une posture d'emblée vigilante par rapport à l'innovation, ce qui peut éclairer le souci de contrôle dans le développement d'ingénieries didactiques que j'évoque ci-après. Ou bien la création des IUFM au sein desquels de nombreux chercheurs en didactique des mathématiques travaillent encore aujourd'hui a largement contribué à ce que ces derniers s'intéressent davantage aux pratiques enseignantes.

[2] Ce n'est pas le cas par exemple de la méthode « recherche action » très présente dans le développement historique de la didactique du français. La recherche action privilégie quant à elle une dimension écologique, d'inscription dans le « milieu réel » de l'enseignement décrite par Kervyn (2011).

[3] La dévolution consiste pour le professeur, à proposer à l'élève une situation qui doit susciter chez lui une activité non convenue et à faire en sorte qu'il se sente responsable de l'obtention du résultat proposé, et qu'il accepte l'idée que la solution ne dépend que de la mise en jeu des connaissances qu'il possède (Brousseau 1998).

d'enseignement (modélisée par la situation didactique). Mais l'ordinaire des pratiques d'enseignement des mathématiques, par le biais de la figure du professeur, s'impose dans les années 1980 : notamment du fait des difficultés d'intégration des ingénieries didactiques notamment celles nécessitant un temps long[4] dans les classes. Margolinas (1999) expose clairement les amorces de ce développement d'une problématique liée au rôle du professeur, dès lors située dans un premier temps par rapport à des questions vives d'intégration des ingénieries didactiques dans l'ordinaire de la classe.

Cela aurait pu inciter la didactique française à interroger le rôle des représentations, des connaissances du professeur en soi dans une première amorce de l'étude des pratiques ordinaires davantage[5] qu'elle ne l'a fait. C'est la voie majoritairement développée sur le rôle du professeur dans les recherches internationales. Les travaux précurseurs de Schulman (1986) engagent les chercheurs dans cette voie, en proposant une première catégorisation des connaissances de l'enseignant, qui souligne le rôle du *Pedagogical Content Knowledge*,[6] c'est-à-dire des connaissances spécifiques du contenu mathématique. Se situant dans la perspective des travaux de Schulman, les recherches de Ball et de son équipe proposent une catégorisation du *Mathematical Knowledge for Teaching* (Ball 1988 ; Ball et al. 2008) définies comme les connaissances mathématiques nécessaires pour réaliser la tâche d'enseigner les mathématiques.[7] Clivaz (2011) fait une synthèse éclairante de ces recherches internationales, qui donne une place particulière au travail de Ma (1999) et à sa notion prometteuse de *Profound Understanding Of Fundamental Mathematics*. Mais la didactique des mathématiques ne s'est pas centrée sur la question des connaissances de l'enseignant. Cette question s'est retrouvée d'emblée intégrée dans une problématique plus large celle des pratiques enseignantes ou de l'activité « ordinaire » du professeur, elle-même appréhendée par différents points de vue théoriques en didactiques des mathématiques.

De fait différentes approches théoriques se sont développées pour l'étude des pratiques enseignantes « ordinaires » en didactique des mathématiques, certaines en continuité directe des théories préexistantes et fondatrices comme la théorie des situations didactiques (*via* des développements théoriques spécifiques sur les notions de contrat didactique ou de milieu) ou la théorie de la transposition didactique (*via* le développement de l'approche anthropologique du didactique[8]), d'autres plus originales visant spécifiquement l'étude de ces pratiques, comme la double approche ergonomique et didactique ou encore la théorie de l'action conjointe.[9]

Mes motivations personnelles dans la recherche en didactique des mathématiques, la voie d'étude dans laquelle je me suis engagée sont marquées par ces éléments de contexte. D'emblée, j'ai considéré la compréhension des pratiques enseignantes ordinaires comme une

---

[4] Comme les ingénieries développées dans Ratsimba Rajohn (1982), Grenier (1989).

[5] Cette piste est effectivement présente dans le travail de Grenier (1989).

[6] Le mot *Knowledge* pose toujours un problème de traduction en français : s'agit-il de connaissances ou de savoirs ?

7 Les recherches développées dans cette équipe ont ceci de particulier qu'elles tentent de mesurer l'impact du *Mathematical Knowledge for Teaching* de professeurs sur les résultats de leurs élèves. Elles permettent ainsi de démontrer avec force le rôle de la catégorie *Specialized Content Knowledge* dans les effets des pratiques enseignantes sur les apprentissages d'élèves.

[8] Ainsi un des textes fondateurs de l'approche anthropologique s'intitule *Familière et problématique, la figure du professeur* (Chevallard 1997)

[9] Bien que spécifiquement développée pour l'étude de l'action du professeur et des élèves (et me semblant davantage orientée à ce jour par l'étude de l'action de l'enseignant), la théorie de l'action conjointe se situe dans une certaine continuité de la théorie des situations et la théorie anthropologique. Notamment elle leur emprunte une part de leur outillage théorique tout en en proposant des réaménagements à travers le développement et l'articulation des notions de topogénèse, mésogénèse et chronogénèse.

étape nécessaire à des fins d'amélioration des apprentissages des élèves en mathématiques. L'étape peut sembler longue puisqu'il s'agit presque de la totalité des travaux synthétisés dans cette note (même si dans la partie conclusive, je reviens sur une perspective de développement d'ingénierie didactique). Mais je reste convaincue de sa nécessité tant la complexité des phénomènes didactiques en jeu dans cet ordinaire des pratiques enseignantes et de leurs effets sur les apprentissages est grande, tant les approches théoriques (en ne considérant pourtant que celles issues de la didactique des mathématiques) et les angles d'attaque (concernant le rôle des situations, des savoirs, de l'exercice du métier d'enseignant, ou la différenciation dans les apprentissages) sont multiples. J'espère que ma note de synthèse en donnant à voir cette complexité et cette multiplicité convaincra le lecteur à son tour de ce caractère nécessaire.

Je me réfère à trois des quatre approches issues de la didactique des mathématiques précitées pour étudier l'ordinaire des pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves : la théorie des situations didactiques (Brousseau 1998), l'approche anthropologique du didactique (Chevallard 1999 ; Bosch et Chevallard 1999) et la double approche ergonomique et didactique (Robert 2001 ; Rogalski et Robert 2002 ; Robert 2008a, 2008b et 2008c). Je présente ci-après une vue synthétique du cheminement théorique effectué au fil des chapitres de ma note de synthèse, qui emprunte à ces différentes approches didactiques sur les pratiques enseignantes.

Le premier chapitre intitulé *le professeur et la situation didactique* a pour arrière-plan théorique la théorie des situations didactiques, dont j'ai rappelé ci-avant à la fois le rôle fondateur en didactique et l'ambition première de développement ou d'amélioration de l'enseignement des mathématiques. Du fait de cette ambition, la théorie des situations présente des spécificités théoriques que j'évoque brièvement au début du chapitre. Notamment, il s'agit avant tout de modéliser l'activité du professeur au sein de la situation didactique, même si, pour ce faire, il est nécessaire de prendre en compte et de modéliser une partie des activités du professeur en dehors de cette situation[10] *via* le modèle de structuration du milieu dont je fais une présentation détaillée dans ce chapitre. Ce point de vue présente dès lors à mon sens un avantage certain : il permet, peut-être plus que d'autres, l'étude directe de la rencontre entre les activités du professeur et de l'élève (voire des élèves), car il amène à interroger le fonctionnement de leurs connaissances mathématiques et didactiques (comme éclairant leurs choix, leurs décisions dans l'action) mais en référant toujours ces activités et ces connaissances principalement au contexte de la situation didactique. Cette référence à la situation didactique me paraît un point de départ essentiel pour étudier une part des effets des pratiques enseignantes sur les apprentissages des élèves. Cela éclaire le fait que je conserve le modèle de la structuration du milieu comme point d'ancrage tout au long de mes recherches et que ce point de vue issu de la théorie des situations redevient central dans le dernier chapitre de ma note. Toutefois, dès mon travail de thèse (qui vient largement illustrer l'usage qui peut être fait de ce point de vue dans ce premier chapitre), l'idée de référer l'étude des pratiques enseignantes à des éléments de contexte externes à la situation didactique pour en saisir la complexité s'impose. Cette idée est le point de départ des deuxième et troisième chapitres de ma note.

Le premier élément de contexte déterminant des pratiques du professeur dont j'essaie ainsi de me saisir dans le deuxième chapitre de ma note intitulé *le professeur et l'institution didactique* est conjointement lié au savoir et à l'institution didactique. Je me réfère à la théorie anthropologique du didactique (*via* le modèle d'organisation praxéologique) pour saisir la (ou

[10] C'est pourquoi ce chapitre s'intitule « le professeur et la situation didactique » et non « le professeur au sein de la situation didactique ».

les) référence(s) institutionnelle(s) des pratiques enseignantes relativement au savoir mathématique. La théorie anthropologique part du principe que la position du professeur au sein de l'institution didactique contribue à déterminer et dès lors, à façonner ses pratiques. Cette position est appréhendée par l'étude de pratiques institutionnelles (dites praxéologies institutionnelles) liées au savoir, c'est-à-dire ce qui se fait, se « pratique » avec ce savoir au sein de l'institution didactique. L'approche anthropologique permet d'approfondir ce qui se joue dans l'activité du professeur du point de vue du savoir mathématique : par exemple, cela peut éclairer la question des choix ou des décisions de l'enseignant, relativement au savoir enseigné en les référant à un (ou plusieurs) régime(s) épistémologique(s) du savoir à enseigner. D'autre part, cette théorie permet d'identifier le rôle plus ou moins déterminant d'une institution didactique sur l'activité du professeur : les pratiques enseignantes ordinaires incarnent des réalités institutionnelles tout en s'y conformant plus ou moins. La mesure des écarts des pratiques enseignantes à des praxéologies institutionnelles illustre le pouvoir modélisateur de cette théorie. Par exemple, elle peut éclairer des phénomènes d'évolution ou de stabilité des pratiques de professeur en lien avec les savoirs à enseigner (dans le contexte de réformes ou dans le cadre de la formation). Mais l'étude de ces écarts ou conformités en montre également les limites : ces aspects conformes ou non-conformes peuvent dépendre de contraintes et de conditions qui ne sont intrinsèques ni à l'institution didactique, ni à la situation didactique.

La double approche ergonomique et didactique à laquelle je me réfère dans le troisième chapitre intitulé *Les pratiques enseignantes et le métier de professeur* permet précisément l'étude de conditions et contraintes spécifiques du métier d'enseignant. Le propos emprunté à Robert (2001) au début de cette introduction illustre la volonté d'adopter une démarche holistique dans l'étude des pratiques enseignantes. Dans le cadre de la double approche, l'activité du professeur constitué d'activités précises participant aux pratiques peut être appréhendée par des finalités qui ne sont pas aussi directement liées aux apprentissages des élèves ou aux savoirs mathématiques à enseigner que les deux théories précitées. La double approche cherche à prendre en compte d'autres déterminants potentiels des pratiques du professeur, liés au fait que ce dernier exerce un métier. La nature de ces déterminants n'est pas prédéterminée à l'avance, indépendamment du professeur (considéré comme un sujet à la fois psychologique et social) et de son activité (appréhendée comme un travail). En ce sens, la double approche représente un point de vue moins modélisateur, plus descriptif que les deux théories didactiques précitées et recherche de manière plus ouverte une intelligibilité en terme de régularités et de variabilités dans les faits observés dans les pratiques enseignantes et de leur récurrence. Ainsi la double approche propose des descripteurs (comme les cinq composantes : cognitive, médiative, personnelle, sociale et institutionnelle des pratiques enseignantes que je reprends à mon compte dans le chapitre 3) qui sont à entendre comme des moyens d'étude des pratiques enseignantes. Il s'agit bien d'étudier, de décrire et non de modéliser les pratiques. Je rejoins Robert (2008a) sur le changement de posture que cela implique pour le chercheur en didactique des mathématiques[11] mais j'insiste sur son utilité, voire sa nécessité pour ne pas laisser échapper une part importante dans l'étude de l'ordinaire des pratiques enseignantes, conséquente au fait que l'activité du professeur peut avoir d'autres motivations que les apprentissages d'élèves ou la diffusion de savoirs mathématiques.[12] Dans

[11] Ce changement de posture est important surtout pour le chercheur en didactique qui peut être attaché au caractère « explicatif direct » des modèles issus des théories en didactique des mathématiques (comme ceux proposés dans le cadre de la théorie des situations ou de la théorie anthropologique), comme je l'étais à l'origine.
[12] Ces motivations peuvent être de nature tout à fait diverse. Je cite ici un exemple rencontré chez les enseignants débutants en collège de zone d'éducation prioritaire qui m'est cher (du fait de la réalité qu'il recouvre et que j'ai souvent rencontré en formation auprès de ces jeunes enseignants) : ne pas s'épuiser à la tâche (que ce soit dans la préparation de leçon ou la gestion du déroulement) pour être sûr de ne pas « craquer » face aux élèves !

le troisième chapitre de ma note qui est précisément celui ou je me réfère à la double approche, le contexte des pratiques d'enseignants débutants en collège ZEP étudiées peut d'ailleurs jouer un effet loupe à ce sujet.

Mais le souci d'une approche compréhensive sur l'activité du professeur reste également très présent en arrière plan des résultats de recherche exposés dans le dernier chapitre de ma note intitulé *Les pratiques enseignantes et la différenciation dans les apprentissages des élèves* Même si je ne reprends pas les descripteurs de la double approche dans ces recherches, je conserve le même type de démarche ouverte dans l'étude des pratiques ordinaires de professeurs des écoles. Cette ouverture me paraît d'autant plus importante que les phénomènes didactiques sous-jacents à la construction d'inégalités scolaires est une question sensible : en voulant mettre à jour des processus différenciateurs sur les apprentissages d'élèves, on peut avoir vite fait de faire le procès des pratiques enseignantes afférentes[13] ! Dans ce quatrième et dernier chapitre de ma note de synthèse, je suis conduite à proposer des réactualisations de la notion d'institutionnalisation issue de la théorie des situations didactiques pour mieux comprendre, voire refonder les pratiques enseignantes des mathématiques à l'école. Dans ce chapitre plus que d'autres, on entrevoit la façon dont j'envisage un travail de développement théorique dans le cadre de la théorie des situations, ancré sur l'observation et l'étude ouverte de l'ordinaire des activités du professeur et des élèves.

Les approches didactiques précitées ont des arrière-plans théoriques différents. La théorie des situations didactiques emprunte au constructivisme piagétien tout en s'opposant à certaines de ses thèses (Bessot 2011)[14] . Certains prémices de la théorie anthropologique du didactique sont référés aux travaux de Mauss (1950) en sociologie et anthropologie. La double approche prend pour cadre organisateur la théorie de l'activité initiée par les travaux de Vygotski et réactualisée dans une perspective de psychologie ergonomique (Rogalski 2008). Comme j'ai essayé de le montrer ci-avant, les éléments de réalité des pratiques enseignantes ordinaires et de leurs effets sur les apprentissages qu'elles essaient de mettre à l'étude ne sont pas de même nature. De ce fait, les méthodes de recherche (tant dans l'élaboration de données, dans les techniques d'analyse de ces données) diffèrent également. Le point de vue emprunté à la théorie des situations didactiques conduit à élaborer et à analyser des observables liés à l'activité du professeur et de ses élèves dans la classe en en dehors de la classe qui peuvent être modélisés par une situation didactique ou par ce qui oriente les prises de décisions, les actions de l'enseignant par rapport à cette situation. Dans le cadre de la théorie anthropologique, il est nécessaire d'élaborer et d'étudier des données sur les savoirs mathématiques à enseigner au sein de l'institution didactique (ce qui se fait classiquement par le biais de l'analyse de manuels scolaires et de programmes), complémentaires avec des observations de classe qui renseignent sur le savoir mathématique enseigné et les pratiques enseignantes afférentes. Au sein de la double approche, les pratiques d'un enseignant sont analysées à partir d'observables de ses activités à l'occasion de séances de classe (qui visent à reconstruire ses choix) et d'observables hors classe permettant de compléter les analyses de ses observables : les observables peuvent parfois sembler proches de ceux élaborés en théorie des situations (*via* le modèle de structuration du milieu) mais les

[13] En n'en regardant que les aspects liés à la construction de difficultés, voire de l'échec en mathématiques chez certains élèves, ce qui dans le fond représente une focale très limitée sur l'activité du professeur des écoles (qui enseigne les mathématiques et d'autres disciplines à tous les élèves, dont le métier comporte diverses dimensions dont la mission éducative, etc.).

[14] Notamment, celle d'un processus de développement des connaissances qui se ferait uniquement par adaptation indépendante et en parlant de la nécessité complémentaire d'une acculturation (Bessot 2011).

échelles, les unités[15] et les techniques d'analyse sont différentes. Je signale à ce sujet que dans ma note de synthèse, je ne livre pas toujours le détail des méthodologies employées : j'ai fait le choix d'y exposer des résultats de recherche illustrés et appuyés par des extraits d'analyses ou d'étude sans m'attarder de façon systématique sur les aspects méthodologiques sur lesquels ces analyses ou études reposent.[16] Du fait de leurs inspirations et de leurs développements théoriques différents, de par leurs ambitions plus ou moins modélisatrices, les termes fondamentaux employés et parfois communs (comme « activité(s) du professeur », « pratiques enseignantes », etc.) à ces trois approches didactiques ont également des significations variées que j'ai cru bon d'éclaircir dans un glossaire (voir l'annexe). Il ne faut pas y voir que des questions de vocabulaire, chacune de ces approches ayant, comme je l'évoque ci-dessus, des fondements et une épistémologie propres que le contenu de ce glossaire peut contribuer à éclairer. Pour autant, comme le développement de ma propre réflexion théorique sur les pratiques enseignantes l'illustre, des dialectiques voire des articulations entre ces approches sont possibles. C'est sans doute d'ailleurs une originalité de mes travaux de recherche, qui fait écho à une position quasi-militante que j'assume au sein de ma communauté, relativement à la nécessité de positionner les théories ou approches développées en didactique les unes par rapport aux autres, de s'interroger sur leurs éventuelles spécificités respectives dans l'étude de la réalité didactique, etc.

Après avoir exposé le fil de mes réflexions théoriques sur les pratiques enseignantes, je donne quelques précisions sur les principaux thèmes ou objets d'études relatifs à cette thématique centrale, envisagés.

Les deux premiers chapitres de ma note sont centrés sur un domaine d'étude mathématique précis : celui de l'algèbre élémentaire. Je précise que tous mes travaux en didactique de l'algèbre ne sont pas représentés dans ma note : par exemple, les travaux développés au sein du projet *Lingot* visant la conception d'environnements informatiques pour l'apprentissage humain (EIAH) pour faciliter la prise en compte par les enseignants de la diversité cognitive des élèves auquel j'ai participé pendant plusieurs années ne sont que partiellement évoqués. J'ai fait le choix de centrer mon propos sur le principal apport de cet empan de mes recherches au thème global évoqué dans ma note de synthèse : l'étude des aspects des pratiques enseignantes spécifiques des savoirs algébriques à enseigner. Dans le deuxième chapitre, j'approfondis notamment la question des pratiques d'enseignement de l'algèbre des professeurs en référence au(x) régime(s) épistémologique(s) de ces savoirs au sein des institutions didactiques. Ce chapitre se conclut par une mise en regard de mes travaux à ce sujet avec d'autres recherches, y compris non francophones, synthétisés dans un numéro hors série de la revue Recherches en Didactiques des Mathématiques dont j'ai contribué à coordonner l'édition (Coulange et Drouhard à paraître). Par ailleurs, c'est dans ce champ de la didactique de l'algèbre que, forte de mes propres résultats de recherche sur les pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves, je me sens en mesure d'avancer des perspectives nouvelles pour le développement d'ingénieries didactiques visant à améliorer l'enseignement de l'algèbre. Ces perspectives, qui fondent les travaux de la thèse en cours de Constantin, sont évoquées à la fin de ma note de synthèse.

Le troisième chapitre a pour objet l'étude des pratiques d'enseignants débutants en collège ZEP. Des recherches sur les pratiques et la formation des professeurs débutants en ZEP sont conduites depuis longtemps par plusieurs chercheurs du Laboratoire de Didactique André

---

[15] Notamment, le couple énoncé / déroulement remplace la situation (Robert 2008a) : cette unité « plus petite » se rapproche davantage des activités développées par le professeur et permet des échelles d'analyse aussi bien sur des séquences courtes que sur du temps long.

[16] En général, ces éléments méthodologiques sont développés dans les publications correspondantes auxquelles je fais référence dans les chapitres concernés.

Revuz (Peltier-Barbier 2004 ; Charles-Pézard et al. 2012 ; Butlen 2004), une part de ces travaux est plus spécifiquement développée à l'IUFM de Créteil. Ma recherche sur les pratiques de professeurs de mathématiques qui débutent a émergé dans ce cadre. Entre 2004 et 2008, alors que j'étais moi-même chercheuse au LDAR, formatrice à Créteil et que j'intervenais dans le dispositif de formation « Entrée dans le Métier » adressé à ce public spécifique, je me suis engagée dans une étude des pratiques de ces professeurs débutants. L'ensemble de cette recherche aborde de front des questions parfois difficiles à démêler concernant à la fois les pratiques de professeurs débutants et leur formation, dans le cadre de l'enseignement en ZEP. Comme je l'ai déjà évoqué, c'est dans ce troisième chapitre et à l'occasion de cette recherche que je fais explicitement référence à la double approche ergonomique et didactique : pour appréhender de manière ouverte la complexité des questions soulevées ci-dessus, et essayer de rendre compte de l'influence potentielle du contexte : « débuter en collège ZEP » sur les pratiques enseignantes. Par ailleurs, les travaux présentés ouvrent sur des perspectives nouvelles relatives à la formation des enseignants qui sont évoquées en conclusion de ce chapitre et davantage développées à la fin de ma note.

Comme son titre l'indique, le quatrième chapitre est centré sur les effets des pratiques enseignantes sur la différenciation dans les apprentissages d'élèves en mathématiques. Les recherches que j'ai menées sur ce thème sont liées à mon implication au sein du réseau d'équipes de recherche RESEIDA (REcherches sur la Socialisation, l'enseignement, les inégalités et les différenciations dans les apprentissages) piloté par Rochex (Rochex et Crinon 2011). Si la question de la différenciation scolaire est au centre de travaux en sociologie de l'éducation, elle a émergé récemment en didactique des mathématiques. Or mes recherches montrent la nécessité de se saisir de l'étude des effets des pratiques sur la construction dans les inégalités scolaires (y compris dans la montée en généralité de résultats d'études qualitatives) d'un point de vue didactique, c'est-à-dire spécifique des savoirs mathématiques visés.

La présentation de mon cheminement théorique et des principaux objets ou contextes d'étude, faite dans cette introduction, peut servir de fil rouge pour la lecture de la suite de ma note de synthèse.

CHAPITRE 1 : LE PROFESSEUR ET LA SITUATION DIDACTIQUE

Ma première entrée pour étudier les pratiques enseignantes s'appuie sur la théorie des situations didactiques (Brousseau 1998). Ce premier chapitre revient sur cet ancrage théorique en continuité de cette approche fondatrice en didactique des mathématiques. La théorie des situations n'a pas été développée à l'origine pour étudier l'ordinaire des pratiques mais dans une perspective de contribution d'élaboration ou d'évolution de l'enseignement des mathématiques (Bessot 2011). Pour autant elle a permis le développement de concepts théoriques utiles pour étudier l'activité ordinaire du professeur. Ces concepts ou outils ont des spécificités du fait de l'arrière plan d'inspiration piagétienne de la théorie des situations et de son projet initial visant l'amélioration de l'enseignement des mathématiques qu'il convient de ne pas négliger. Je pointe quelques-unes de ces spécificités en définissant la situation didactique du professeur dans la première partie de ce chapitre. Puis je présente le modèle de structuration du milieu (Margolinas 1995) qui correspond à la voie que j'ai choisie pour modéliser l'activité du professeur au sein de la situation didactique. Ma présentation de la structuration du milieu est illustrée par mon travail de thèse sur l'enseignement de l'algèbre et certains de ses prolongements directs (Coulange 2000, 2001a ; Margolinas, Coulange et Bessot 2005). A ce titre l'étude des pratiques d'un professeur à l'occasion de son enseignement des systèmes d'équations en troisième prend un statut particulier dans ce premier chapitre : celui d'exemple générique pour éclairer le fonctionnement et les potentialités du modèle de la structuration du milieu.

I. LA SITUATION DIDACTIQUE

Bessot (2011) insiste sur le caractère dialectique entre théorie d'une part, observation et pratique d'autre part de la théorie des situations :

> Dans la théorie des situations, il n'y a pas de séparation entre théorie, observation et pratique mais au contraire constante dialectique. (op. cité, p. 31)

Ainsi cette théorie que l'on peut considérer comme fondatrice en didactique des mathématiques repose sur le développement d'ingénieries didactiques qualifiées par Broussseau lui-même de phénoménotechniques : visant à permettre l'étude empirique des phénomènes didactiques, au moins autant que pour rendre possible l'évolution d'un enseignement des mathématiques. Je fais l'hypothèse que ce caractère dialectique est à prendre en compte pour comprendre la genèse des concepts théoriques qui émergent dans le cadre de la théorie des situations didactiques.[17] Ainsi peut-on considérer par là même que la théorie des situations a d'emblée une nature ambivalente. Un de ses objectifs initiaux est de contribuer à l'élaboration ou à l'évolution de l'enseignement des mathématiques à l'école. C'est un empan de réflexion épistémologique développé en lien avec la notion de situation fondamentale, plus récemment refondé et nommé par Brousseau (1998) lui-même « la théorie des situations mathématiques à usage didactique ». Ce n'est pas le volet de la théorie le plus directement concerné par mes recherches, centrées pour la plus grande part sur ce que je qualifierai de l'ordinaire de la classe. Mais pour comprendre ce que la théorie des situations didactiques peut dire de cet ordinaire des pratiques d'enseignement et de l'apprentissage des

[17] Je reviendrai sur le fait que ce caractère dialectique m'amène à « situer » certains de ces concepts par rapport au contexte d'enseignement des mathématiques dans lequel ils ont pu historiquement être développés dans le chapitre 4 de cette note.

mathématiques, il faut comprendre, me semble-t-il, l'origine de certaines notions qui ont émergé en lien avec ce volet de réflexion épistémologique sur les situations mathématiques à usage didactique. Dans le cadre de cette théorie des situations mathématiques, il s'agit de rechercher les « conditions didactiques ou non pour découvrir des mathématiques de façon 'autonome' » (Brousseau 2005). L'autonomie évoquée est marquée par la conception piagétienne de l'apprentissage (dit par adaptation). Elle renvoie à un des premiers concepts développés historiquement dans la théorie des situations : la notion de milieu et celle indissociable de situation adidactique. Le schéma que nous empruntons à Bessot (2011) en est le suivant :

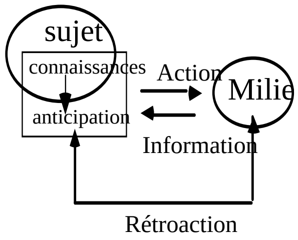


Figure 1. Modèle du milieu dans la théorie des situations

Une situation est dite adidactique si le sujet la vit comme « dénuée d'intention didactique ». Cela suppose l'existence théorique d'un milieu non finalisé avec lequel le sujet interagit avec ses connaissances. Il y a apprentissage, si le milieu joue un rôle 'antagoniste' (et pas seulement informatif ou 'allié') : les interactions d'un sujet deviennent alors les causes d'un apprentissage. On perçoit à travers ce premier modèle de l'apprentissage dans la théorie des situations, comment l'activité du sujet (qu'il soit en position d'élève ou de professeur) est étroitement reliée à ses connaissances, qui sont considérées comme des modèles implicites de son action ou encore comme moyen de choisir une action ou de prendre une décision. Si l'on revient à la théorie des situations mathématiques, il s'agit donc de rechercher ce qui peut constituer un milieu et nourrir l'adidacticité de situations pour enseigner un savoir mathématique. Je n'en dirai pour le moment guère plus à ce sujet. Mais même dans ce premier cadre de la théorie des situations mathématiques, si cette adidacticité paraît nécessaire pour permettre l'apprentissage de connaissances, elle n'est pas suffisante. C'est ce qui distingue ce point de vue théorique des thèses constructivistes. Suivant Bessot (2011), en théorie des situations, l'apprentissage renvoie à un double processus d'adaptation et d'acculturation. Il faut dès lors prendre en compte la part d'intentionnalité didactique intrinsèque au processus d'acculturation.

Cette nécessaire prise en compte de l'intention d'enseigner remet le rôle du professeur ou plus largement de l'institution didactique (que nous définirons dans le deuxième chapitre de cette note) sur le devant de la scène, et conduit à envisager un autre empan théorique de la théorie des situations : la théorie des situations didactiques.

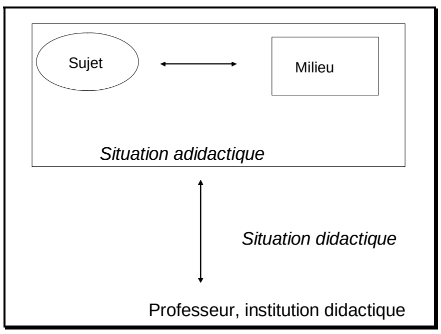


Figure 2. Situation didactique

Ce cadre de la théorie des situations didactiques[18] est plus large que celui de la théorie des situations mathématiques. L'intentionnalité didactique, clé de voûte de cet édifice théorique apparaît comme cruciale quand il s'agit d'étudier l'enseignement ordinaire. En théorie des situations didactiques, la modélisation des obligations réciproques des systèmes en jeu, le professeur ou l'institution didactique et l'élève conduit à la notion, centrale dans ce cadre du contrat didactique, dont je cite ci-dessous la définition désormais classique :

> Ce contrat va déterminer « explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement, ce que chaque partenaire va avoir à charge de gérer et dont il sera d'une manière ou d'une autre, comptable devant l'autre » (Brousseau 1998, p. 61)

Si le contrat didactique apparaît comme la notion centrale pour modéliser l'intention d'enseigner, elle est d'emblée présentée comme à la fois complémentaire et étroitement reliée à celle de milieu. Cela renvoie au double processus qui caractérise l'apprentissage, évoqué ci-avant. Brousseau (1996) lui-même a fait évoluer cette notion de contrat didactique en envisageant différents types de contrats, caractérisant différentes manières possibles de partager les responsabilités entre professeur et élèves au sein du système didactique. Je ne rentre pas dans le détail de ces types de contrats, me contentant de citer Brousseau (2002) qui en évoque l'existence :

> Dès qu'il s'agit d'articuler l'action autonome du sujet avec la dépendance incontournable de l'élève, dans un rapport qui renvoie au professeur une certaine obligation de résultats, des contradictions apparaissent. L'enseignement se mue en une sorte de négociation autour de supposés contrats, jamais explicitables, mais toujours nécessaires et jamais tenus. Les modèles de jeux sont alors très différents, ils comprennent une part non négligeable de « ruse » de pari, de bluff, et finalement de « théâtre ». (Brousseau, 2002, p.14)

En continuité de ces travaux et de ceux de Comiti et Grenier (1997), Hersant (Hersant 2001 ; Hersant et Perrin-Glorian 2005 ; Hersant 2010) développe ce qu'elle nomme une structuration du contrat didactique pour outiller l'étude des situations d'enseignement ordinaires. Elle distingue quatre composantes du contrat : le domaine mathématique, son statut didactique, les caractéristiques du milieu de la situation didactique, la répartition entre le professeur et les élèves des responsabilités relatives au savoir. Ces quatre composantes renvoient à leur tour à différentes échelles du contrat (macro, méso et micro) et d'analyses des situations de classe. Dans son travail, Hersant (2010) approfondit également la complémentarité entre la notion de contrat didactique et celle de milieu, en utilisant conjointement ces deux notions pour analyser l'ordinaire de la classe de mathématiques. La voie que j'ai choisie pour modéliser l'ordinaire de la classe, et notamment le rôle du professeur dans le cadre de la théorie des situations didactiques est très proche, et présente un arrière-plan théorique commun. Elle diffère toutefois par son point d'ancrage théorique premier qui n'est pas le contrat didactique, mais le milieu, et plus précisément la structuration du milieu. Parce que ce qui se joue dans une situation didactique modélisant l'ordinaire de la classe (y compris au sein du contrat didactique) renvoie pour moi à une part d'intentionnalité complexe de la part du professeur (et comme nous le verrons dans le chapitre 4 de cette note de synthèse à l'intention tout aussi complexe d'apprendre de l'élève), c'est ce modèle de structuration du milieu qui nous est apparu à même de démêler cette « épaisseur » contextuelle de la situation didactique du professeur.

[18] qui dans une perspective d'ingénierie étroitement reliée à la théorie des situations mathématiques et à la notion de situation fondamentale, renvoie à la mise en scène de situations fondamentale

II. LE PROFESSEUR ET LA SITUATION DIDACTIQUE : LA STRUCTURATION DU MILIEU

Dans sa note de synthèse, Margolinas (2004) retrace une partie de la genèse historique du modèle de la structuration du milieu dans le cadre de la théorie des situations didactiques, et des transformations qu'elle-même a pu y apporter (Margolinas 1995, 2002, 2004) pour étudier le point de vue du professeur à partir du modèle de Brousseau (1986, réédité en 1998).

Ma présentation de la structuration du milieu ne reprend pas cet historique. Elle est davantage à considérer comme une genèse artificielle et didactique du modèle, destinée à éclairer mon propos et illustrée au fil de cette présentation par certains de mes travaux sur l'activité du professeur concernant l'étude des pratiques enseignantes dans l'enseignement de l'algèbre.

2.1. Les niveaux d'activités du professeur

Une première hypothèse est que le point de vue du professeur sur la situation didactique, lié à son intention d'enseigner est « épais » ou complexe. Margolinas (2002) parle de démêler des pratiques imbriquées. Chopin (2008) évoque le contexte épais des actions du professeur. Cette épaisseur ou complexité conduit à distinguer plusieurs niveaux de l'activité du professeur représentés dans le schéma ci-dessous :

Niveau noosphérien ou idéologique	+3
Niveau de construction ou de projet didactique global	+2
Niveau de projet de leçon ou de projet didactique local	+1
Niveau de la situation didactique	0
Niveau d'observation ou de dévolution	-1

Tableau 3. Résumé des niveaux d'activité du professeur

Ces niveaux introduits par Margolinas (1995) rencontrent ceux envisagés par Brousseau (1986, réédité en 1998) pour modéliser l'activité de l'élève en situation didactique, dont elle a fait évoluer la numérotation en vue de symétriser le point de vue du professeur et celui de l'élève sur la situation didactique (considérée comme le niveau 0 de l'activité de l'un et de l'autre). Je reviens plus loin sur le point de vue de l'élève et sa rencontre avec celui de l'enseignant sur plusieurs niveaux du modèle et notamment, celui de la situation didactique. Pour l'instant, je me contente de décrire le point de vue du professeur suivant ces différents niveaux en utilisant quelques-uns de mes travaux, notamment ceux liés à une étude de cas menée dans le cadre de ma thèse (Coulange 2000, 2001a) centrée sur l'activité d'un professeur, Stéphane, dans son enseignement des systèmes d'équations en troisième.

Le niveau +3 a été dit « noosphérien » puis plus récemment idéologique. A ce niveau le professeur met en jeu des connaissances génériques, associées à sa représentation générale de l'enseignement, ou de l'enseignement des mathématiques. Si pour caractériser ce niveau d'activité du professeur ou les suivants qui surplombent la situation didactique, une méthodologie classique repose sur un ou plusieurs entretiens (où l'on demande au professeur d'expliciter ses choix pédagogiques ou didactiques, d'en donner les raisons) associées à des observations dans la classe, elle ne suffit pas toujours. On constate parfois que les enseignants ne livrent que partiellement ou difficilement les raisons d'ordre pédagogique susceptibles d'éclairer leurs choix ou leurs actions. Ainsi ce niveau est-il qualifié de « transparent » par Margolinas (1995). Dans le cadre de mon travail de thèse et les publications afférentes (Coulange 2000, 2001a), je considère que ce qui fait difficulté dans la description de ce niveau pouvait provenir du fait qu'un professeur de mathématiques « déclarait » ou donnait à voir de par son activité en classe des organisations assez spécifiques des savoirs mathématiques en jeu et non génériques : pour le dire en d'autres termes, davantage didactiques que pédagogiques. Les études que je mène par la suite, notamment dans l'étude de l'activité ordinaire de professeurs des écoles, ou de professeurs de collèges dans des contextes type ZEP m'amènent à nuancer ce premier constat, ou à identifier d'autres origines potentielles aux difficultés pour le chercheur dans la description ce niveau d'activité du professeur, peut-être plus typique que les autres de ce que Chevallard (1999) appelle « l'épistémologie spontanée du professeur ». J'y reviendrai dans les chapitres qui suivent. Sur la base d'un entretien préalable (dont la chronique nourrit l'étude des niveaux d'activité de l'enseignant concerné) et d'observations de classes, je mets toutefois en avant différentes caractéristiques génériques de l'organisation de l'étude envisagée par Stéphane. Ce dernier semble prêter de l'importance à l'introduction des nouveaux savoirs mathématiques par l'intermédiaire d'activités préparatoires ou introductives, par opposition à des stratégies d'enseignement explicitement à dominante ostensive que cet enseignant qualifie lui-même de « classiques ». Ces activités doivent permettre selon lui l'investissement d'une majorité d'élèves, y compris ceux en difficulté. Il accorde par ailleurs de l'importance à l'organisation d'un travail personnel et autonome de la part des élèves de Troisième, qu'il pense ainsi préparer à leur future position de lycéens. Les actions ainsi envisagées à ce niveau par ce professeur semblent assez typiques d'un déplacement « topogénétique vers l'élève » qui marque le contexte institutionnel de l'époque. Je reviendrai dans le chapitre 2 sur l'influence de ces éléments contextuels de l'institution didactique sur les niveaux d'activités du professeur.

Le niveau +2 est en relation avec le projet didactique global du professeur : il concerne l'enseignement d'un thème mathématique donné. A ce niveau, les connaissances mathématiques et didactiques du professeur sur les savoirs à enseigner jouent un rôle déterminant. Par exemple, dans Coulange (2000, 2001a), c'est à ce niveau que je considère le projet d'enseignement des systèmes d'équations, voire de l'algèbre élémentaire projeté et mis en œuvre par le professeur de collège. Une caractéristique importante de ce projet didactique global est la mise en concurrence de techniques numériques (que l'enseignant qualifie d'arithmétiques[19] lors de l'entretien) et algébriques. Cette caractéristique renvoie à sa vision de l'algèbre élémentaire comme permettant d'outiller la résolution de problèmes « concrets », plus efficacement que des outils qui relèvent selon lui du domaine arithmétique : les stratégies algébriques seraient selon ses propos, efficaces, générales et « faciles à communiquer ».[20]

> **Professeur :** Ah ben, ça commence bien... à un non matheux, si j'avais à lui expliquer ce qu'est un système linéaire à deux équations à deux inconnues... Alors un vrai non matheux, je lui dirais que ce serait un moyen finalement pour résoudre un certain nombre de problèmes... de problèmes de la vie courante, et que donc... bon on met en place en fait des résolutions, je dirais typiques de façon à... à aller plus vite dans ce type de résolutions, c'est-à-dire que si je m'en tenais à des résolutions totalement arithmétiques, ben, j'ai de suite plus de problèmes...
> **Professeur :** Donc en fait, ils [les élèves] vont pas penser à algébrisation tout de suite et l'algébrisation, là, à mon avis, elle va prendre de la valeur parce qu'on va avoir très vite des problèmes de communication en classe, C'est-à-dire des problèmes de communication où il faut citer des choses.
>
> Extrait de transcription d'un entretien préalable avec Stéphane en mars 1998 (Coulange 2000)

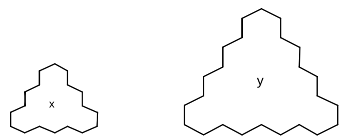
[19] Sur la seule base de mes entretiens avec Stéphane, il est difficile de savoir ce qu'il entend précisément par arithmétique : nous reviendrons sur ce point dans le chapitre suivant.

[20] Vision de l'algèbre en concurrence avec l'arithmétique assez proche de celle que nous avons pu retrouver par ailleurs de la part d'un enseignant québécois à la même époque (Coulange et René de Cotret 2003).

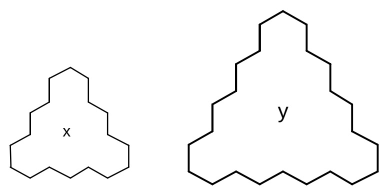
Toujours est-il que cette mise en concurrence entre algèbre et arithmétique est un élément essentiel qui semble fonder une partie de l'enseignement de l'algèbre de Stéphane et notamment son choix d'activité introductive des systèmes d'équations en troisième. C'est dès ce niveau qu'il fait le choix d'une activité extraite de la revue Petit x (publiée dans un hors série en 1999), comportant une série de problèmes concrets évoquant un contexte commun de tas de cailloux. L'enseignant prête un deuxième but à cette activité : elle vise également à introduire la méthode de résolution par substitution des systèmes d'équations. Stéphane déclare accorder une importance particulière à cette technique algébrique dans son projet d'enseignement, ce qu'il justifie par le fait que la portée de cette technique dépasse la simple résolution de systèmes d'équation. Il évoque notamment la composition de fonctions étudiée au lycée. Par ailleurs, il décrit d'autres caractéristiques de son projet didactique global d'enseignement des systèmes d'équations : relativement aux autres techniques de résolution algébrique et graphique des systèmes d'équations, aux liens entre fonctions affines et équations, etc.

Le niveau +1 est celui du projet didactique local ou de la « leçon » sur un sujet d'étude donné. A ce niveau, on rentre dans l'étude du scénario d'enseignement du professeur envisagé en général à l'échelle de plusieurs séances ou d'une séquence autour d'un objet de savoir mathématique, dans ce qu'il envisage plus précisément sur les savoirs visés à l'issue de la leçon. C'est à ce niveau que Stéphane projette la réalisation de son activité introductive des systèmes d'équations : il sélectionne neuf problèmes au sein de l'activité initiale (retenue au niveau +2) qu'il juge un peu longue à mener dans le cadre des deux séances prévues :

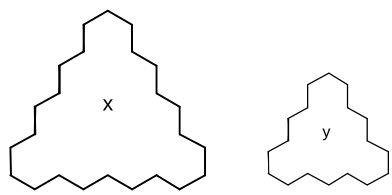
Problème 1. – Voici deux tas de cailloux. *x* désigne le nombre de cailloux du 1^{er} tas. *y* désigne le nombre de cailloux du 2^{e} tas. Le second tas a 19 cailloux de plus que le premier. a/ Donne une écriture de *y* à l'aide de *x*. b/ Il y a 133 cailloux en tout. Écris une égalité vérifiée par *x* et *y*. c/ Trouve *x* et *y*.



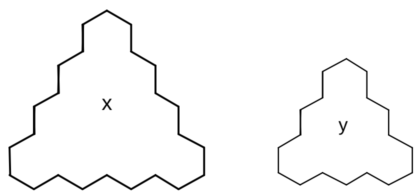
Problème 2. – Refais le même travail qu'en 1 avec les renseignements suivants : le 2^{e} tas a 7 fois plus de cailloux que le 1^{er} ; il y a 56 cailloux en tout.



Problème 3. – Refais le même travail qu'en 1 avec les renseignements suivants : le 2^{e} tas a 26 cailloux de moins que le 1^{er} ; il y a 88 cailloux en tout.

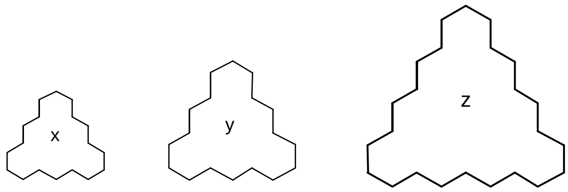


Problème 4. – Refais le même travail qu'en 1 avec les renseignements suivants : le 1^{er} tas a 65 cailloux de plus que le 2^{e} ; il y a 175 cailloux en tout.



Problème 5. – Voici trois tas de cailloux : *x* désigne le nombre de cailloux du 1er tas ; *y* celui du 2e tas ; *z* celui du 3e tas. Tu sais que :

– le 1er tas a 15 cailloux de moins que le 3e ; le 2e tas a 5 cailloux de moins que le 3e. a) Donne une écriture de *x* à l'aide de *z* ; de *y* à l'aide de *z* ;



– il y a 31 cailloux en tout. b) Écris une égalité vérifiée par *x*, *y* et *z*. c) Trouve *x*, *y* et *z*.

Problème 6. – Refais le même travail avec les renseignements suivants : le 1er tas a 5 cailloux de moins que le 3e ; le 2e tas a 15 cailloux de plus que le 3e ; il y a 31 cailloux en tout.

Problème 7. – Tu sais que : le 2e tas a 3 fois plus de cailloux que le 1er ; le 3e tas a 2 fois plus de cailloux que le 1er ; il y a 72 cailloux en tout. Refais le même travail mais en calculant cette fois *y* et *z* à l'aide de *x*.

Problème 8. – Tu sais que : le 1er tas a 2 fois plus de cailloux que le 2e ; le 3e tas a 36 cailloux de plus que le 1er ; le 2e tas a 86 cailloux de moins que le 1er. Trouve *x*, *y* et *z*.

Problème 9. – Tu sais que : le 1er tas a deux fois plus de cailloux que le 2e ; le 3e tas a 36 cailloux de plus que le 1er ; le 2e tas a 43 cailloux de moins que le 3e. Trouve *x*, *y* et *z*.

Figure 4. Enonce d'une activité élaborée par un professeur pour introduire les systèmes d'équations en 3e (Coulange 2000, 2001a)

Lors de l'entretien préalable, Stéphane projette autour de cette série de problèmes un scénario en quatre principales phases de déroulement, pour son activité introductive.
- Dans un premier temps, il envisage d'organiser une phase de travail en petits groupes d'élèves sur les quatre premiers énoncés : il se propose de distribuer aux élèves de sa classe, sans commentaire, la fiche portant les énoncés « Cailloux », puis d'observer les stratégies qui apparaissent dans la classe. Les élèves devraient d'après lui s'engager assez vite dans la résolution du problème, et utiliser spontanément différentes méthodes de résolutions non algébriques et algébriques.
- Stéphane prévoit ensuite une phase de bilan sur les différentes techniques de résolution utilisées : les élèves constatant alors les différences entre leurs stratégies et comparant ces stratégies pour déterminer la plus efficace. Cette phase de bilan est nécessaire avant de passer à la série d'énoncés « à trois tas de cailloux » : il identifie un saut de complexité dans le passage de l'énoncé 4 (2 tas de cailloux) à l'énoncé 5 (3 tas de cailloux). Il prévoit également que ce bilan est un moyen de convaincre les élèves de la supériorité des techniques algébriques faisant intervenir les systèmes d'équations, c'est-à-dire la technique par substitution, sur les techniques arithmétiques.
- Pour les énoncés qui suivent, le professeur prévoit de « laisser faire les élèves ». Ce troisième temps relève pour lui du travail de la technique de substitution algébrique (les stratégies non algébriques ont disparu, les élèves étant convaincus lors de la phase précédente de la supériorité algébrique).
- Enfin viendrait un dernier temps consacré à l'institutionnalisation des connaissances algébriques nouvelles acquises à travers cette activité. Stéphane explicite d'ailleurs les savoirs mathématiques acquis selon lui à l'issue de cette activité : concernant les systèmes d'équations comme outil de résolution de problèmes à mettre en équations, et la résolution par substitution algébrique. Ce niveau renvoie pour beaucoup au travail de préparation du professeur à la fois en dehors de et pour la classe. Nous verrons plus loin qu'il peut jouer un rôle prépondérant à divers égards, dans l'activité même du professeur en situation didactique.

Le niveau 0 est justement celui de la situation didactique : le professeur projette la gestion effective une partie de la séquence d'enseignement projetée au niveau +1 dans sa classe. Il imagine les aides qu'il va apporter publiquement, les différentes connaissances qui vont émerger, notamment celles sur lesquelles vont reposer l'institutionnalisation des savoirs visés.

Ainsi, notre professeur (Coulange 2001a) prévoit les modalités d'un moment de bilan des stratégies des élèves au sein de l'activité préparatoire prévue pour introduire les systèmes d'équations dans sa classe de Troisième. Cette phase permet de poser les jalons d'institutionnalisation des connaissances algébriques nouvelles. Il envisage, lors de ce bilan, de faire verbaliser les différentes méthodes algébriques et arithmétiques utilisées par les groupes d'élèves, pour expliquer leurs stratégies aux autres. La phase de conclusion de séance qui contribue pour une part essentielle à l'institutionnalisation des savoirs algébriques visée est également projetée : le professeur parle de produire collectivement une fiche synthétisant ce qu'il y a à retenir à l'issue de cette activité : concernant les savoirs nouveaux en jeu et notamment la technique de résolution par substitution algébrique d'un système d'équations.

Le niveau -1 est dit dans le schéma ci-dessus d'observation ou de dévolution. Ce niveau se caractérise d'une part par les actions enseignantes relatives à la dévolution de la situation d'apprentissage. Soulignons que le rôle de « dévolueur » imparti n'est pas passif. Margolinas (1993) le souligne :

> La dévolution nous semble être un processus qui dure tout le temps de la situation adidactique […]. Le maître est alors non seulement responsable d'une simple discipline acceptable dans la classe mais, moins superficiellement, de l'engagement persistant de l'élève dans une relation adidactique avec le problème. Le processus (dynamique) de la dévolution est rendu possible par la situation non isolée du maître. La phase adidactique n'est donc par une phase isolée. (Op. cité, p. 38)

Ce niveau peut conduire le professeur à projeter des aides relatives à des difficultés d'élèves risquant d'entraver leur engagement dans la situation d'apprentissage. Dans Coulange (2000, 2001a), le professeur prévoit des difficultés dans la compréhension des consignes des problèmes, relatives à l'interprétation d'expressions langagières comme « plus de », « fois » et des aides qui lui paraissent adaptées pour y remédier. D'autre part, le niveau -1 est déterminé par les connaissances du professeur liées aux observables de l'activité mathématique des élèves au sein de cette situation dite adidactique. Dans le cas de Coulange (2000, 2001a), il s'agit des connaissances relatives à ce que l'enseignant peut observer ou envisage d'observer relativement aux stratégies arithmétiques et algébriques de résolution de problèmes mises en jeu par ses élèves de troisième. Remarquons que dans le cas présent, lors de l'entretien préalable, le professeur semble associer les stratégies qualifiées d'arithmétiques à l'oral (les élèves « verbalisent » beaucoup) et aux dessins (qui peuvent représenter, d'après lui, une aide au raisonnement de l'élève). Les stratégies algébriques sont quant à elles associées à l'écrit.

Bloch (1999) envisage un niveau supplémentaire (niveau -2), plus étroitement lié aux interactions du professeur avec les actions des élèves de « plus bas niveau ». Cette introduction est justifiée par l'auteure directement en lien avec la notion de milieu pour le professeur en situation de classe, sur laquelle je reviendrai par la suite. Les actions enseignantes envisagées à ce niveau par Bloch (1999) sont relatives à la dévolution de la situation, la gestion des formulations et l'engagement d'une problématique de la validation. Ce niveau peut notamment permettre d'affiner la modélisation de la posture de « dévolueur » que je viens de décrire comme attenante au niveau -1. Mais dans le cadre de l'étude de situations ordinaires d'enseignement (qui reste ici mon principal objet d'étude), ce grain affiné de description ne nous paraît pas nécessaire à ce jour ; il se justifie sans doute davantage dans le cadre d'une recherche centrée sur le travail du professeur dans le cadre d'une ingénierie didactique, comme c'est le cas du travail de l'auteure citée pour laquelle le processus de dévolution et la formulation jouent un rôle important.

Par ailleurs, plusieurs hypothèses sont formulées par divers travaux dont les miens (Margolinas 1995, 2002, 2004 ; Coulange 2000, 2001a ; Coulange 2008 ; Coulange sous presse) sur les rôles joués respectivement par chacun des niveaux de ce modèle. En effet, ces niveaux n'influencent pas toujours de manière égale l'activité du professeur. Certains peuvent ainsi être considérés comme privilégiés ou plus déterminants que d'autres. A propos de l'activité de professeurs de mathématiques au collège ou au lycée, Margolinas (2002) fait l'hypothèse que les niveaux de projets didactiques local et global (+1 et +2) sont les niveaux privilégiés de l'activité du professeur :

> Il s'agit des niveaux dans lesquels l'intention d'enseigner caractérise l'activité du professeur (…).Que peut-on entendre par privilégié? Dans le discours des professeurs, il semble que ces niveaux, qui correspondent à une conception globale (Niveau +2) ou locale (Niveau +1) de leur projet d'enseignement leur apporte beaucoup de plaisir. C'est dans ces niveaux qu'ils pensent prendre le plus de décisions indépendantes, même s'ils sont contraints par les programmes. C'est aussi le domaine dans lequel ils exercent leur originalité (utilisation ou non de l'informatique, de l'histoire, etc.). (Op. cité[21])

Ces deux niveaux semblent effectivement « privilégiés » dans le discours de Stéphane. Lors de l'entretien préalable avec ce professeur, et des brefs entretiens à chaud avant et après les séances observées dans sa classe, de nombreux propos renvoient explicitement aux projets didactiques locaux ou globaux projetés ou réalisés. Mais cela n'est sans doute pas sans rapport avec le profil spécifique de ce professeur de collège : enseignant expérimenté, membre d'un groupe IREM, collaborateur proche des chercheurs en didactique des mathématiques, etc. Les spécificités de ce profil d'enseignant qui peuvent être assez communes aux professeurs volontaires pour participer aux recherches en didactique des mathématiques (on retrouve par exemple ce genre de profils dans Coulange et René de Cotret 2003), jouent un rôle essentiel dans la prépondérance constatée des niveaux « surdidactiques » (+1 et +2). Dans d'autres études menées par Margolinas et Rivière (2005) ou par moi-même (Coulange 2008, sous presse) sur les pratiques de professeurs de collège et de lycée débutants, ou au sein de recherches sur l'activité de professeurs des écoles (Chopin 2008 ; Margolinas et Laparra 2008 ; Coulange 2011, 2012a), la hiérarchie des rôles joués par ces différents niveaux n'est pas la même.

Quoiqu'il en soit, le niveau didactique (0) ne jouerait pas toujours un rôle aussi déterminant que l'on pourrait le penser, même en ce qui concerne l'activité du professeur « dans la classe ». Ainsi, en situation de classe, le niveau de projet didactique local (+1) peut influencer davantage ses actions ou ses décisions que ne le fait le niveau didactique. Dans certains cas, on peut même dire que ce niveau surplombant la situation didactique « masque » la réalité de la classe : le professeur pense réaliser son projet sans voir que l'activité mathématique des élèves (observée au niveau -1, et avec laquelle il est censé interagir publiquement au niveau 0) ne correspond pas à ce qu'il en a imaginé. Ce type de phénomènes sera illustré largement dans la suite de cette note de synthèse. Il est à mettre en relation avec la complexité temporelle sous-jacente au modèle, ainsi qu'à son caractère dynamique. Contrairement à ce que le tableau 3 ci-avant peut laisser croire, l'organisation de l'activité enseignante au sein des niveaux du modèle de structuration du milieu n'est pas « linéaire dans le temps ». Dès les premières présentations de ce modèle, Margolinas (1995, 2002) parle de la complexité temporelle de l'activité du professeur : les actions enseignantes se composent et se recomposent en permanence en fonction d'éléments passés et futurs liés aux différents niveaux de son activité. Ainsi, au niveau de la situation didactique, c'est le niveau de projet didactique local « passé » (+ 1) qui peut interférer : lié à sa préparation pour la classe menée en amont de la réalisation de la dite leçon. On peut également envisager que certains éléments des niveaux surdidactiques « futurs » influencent également l'activité du professeur en classe. Les relations dynamiques et complexes dans le temps entre ces niveaux d'activité du professeur conduisent dès lors à compléter le premier schéma en envisageant d'une part une

[21] Cette citation de Margolinas apparaît dans le site web inclus dans les actes CD-ROM de la 11e école d'été de didactique des mathématiques : file:///D:/02-Theme2/T2-Cours3_SiteWeb/HypoNivPrivil.htm.

structure imbriquée, d'autre part des interactions entre chacun de ces niveaux. De fait, on en vient au modèle proprement dit de la structuration du milieu et de la situation du professeur.

2.2. Milieux du professeur : dynamique de l'activité enseignante

A chaque niveau présenté dans le tableau 3 correspond à une situation au sein de laquelle le sujet modélisé par ses connaissances didactiques et mathématiques interagit avec un milieu. On peut reprendre la figure 2 et la généraliser à chaque niveau du modèle ainsi complété ci-dessous :

Situations	Milieux	Positions du professeur
S+3: Situation noosphérienne ou idéologique	M+3 : Milieu de la situation noosphérienne / idéologique	P+3:P-Noosphérien ou Idéologue
S+2: Situation de projet didactique global	M+2 : Milieu de la situation de projet didactique global	P+2:P-Constructeur
S+1: Situation de projet didactique local ou de leçon	M+1 : Milieu de la situation de leçon	P+1: P-Projeteur
S0: Situation didactique	M0 : Milieu de la situation didactique	**P0: Professeur**
S-1: Situation d'apprentissage	M-1: Milieu de la situation d'apprentissage	P-1: P-Observateur / Dévolueur

Tableau 4. Point de vue du professeur dans le modèle de structuration du milieu

L'ensemble de ces situations ou niveaux de situations constitue la « situation du professeur ». Ces situations sont considérées comme emboîtées. Cet emboîtement fait qu'au lieu du tableau, il faudrait envisager une représentation en trois dimensions, type « poupée russe » ou « oignon ». Il va de pair avec le fait qu'à un niveau de situation donné, le milieu correspondant est composé du résultat des interactions des niveaux directement supérieurs ou inférieurs du modèle suivant une idée originale émise par Perrin-Glorian (1999),[22] et reprise par Margolinas (2002, 2004) ou dans mes propres travaux par la suite (Margolinas et al. 2005 ; Coulange 2008) :

> "[...] à chaque instant l'enseignant interagit avec deux milieux: d'une part le milieu constitué par l'élève agissant sur son propre milieu contenant lui-même tous les niveaux de rang inférieur [...] d'autre part en se plaçant à un niveau donné, l'enseignant interagit aussi avec les milieux de niveaux surdidactiques, emboîtés dans l'autre sens. (Perrin-Glorian 1999, p. 298)

Ainsi si l'on prend l'exemple du niveau de la situation didactique (0), le professeur y interagit d'une part avec le résultat de ses observations de l'activité mathématique des élèves en situation d'apprentissage (liées à sa position d'observateur au niveau -1), mais aussi avec les éléments de son projet de leçon, élaboré au niveau supérieur (+1). Les deux schémas ci-dessous donnent une vue synthétique de la nature de ce milieu pour la situation didactique :

<table>
<tr><td rowspan="2">S0 : Situation didactique</td><td rowspan="2">M0 : Milieu de la situation didactique</td><td>M0sup : résultant du projet de leçon ou didactique local</td><td rowspan="2">P0 : Professeur</td></tr>
<tr><td>M0inf : résultant de la situation d'apprentissage</td></tr>
</table>

Figure 5.a. Milieu de la situation didactique pour le professeur

[22] A l'origine, quand Margolinas (1995) propose d'étendre le modèle de structuration du milieu élaboré par Brousseau (1998), le milieu avec lequel l'enseignant interagit à un niveau de situation donné est composé du résultat de ses interactions avec le niveau de situation directement supérieur, suivant la technique d'analyse descendante, que nous présenterons par la suite. C'est à la suite des travaux cités de Perrin-Glorian que l'influence des niveaux inférieurs sur l'activité du professeur est également prise en compte.

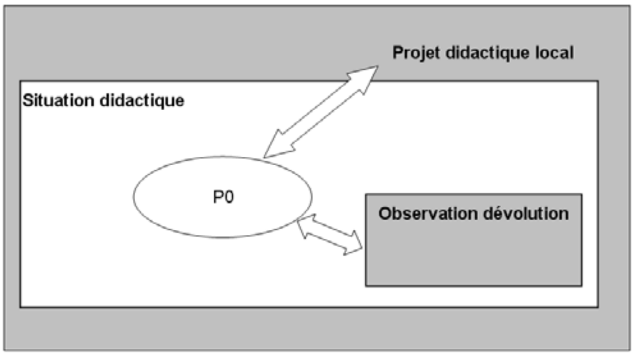


Figure 5.b. Milieu de la situation didactique pour le professeur

De la même manière, au niveau de la situation de projet de leçon (+1), l'enseignant interagit avec ce qu'il a imaginé du projet didactique plus global dans lequel celui-ci s'inscrit (+2), et avec le déroulement projeté ou réalisé de la situation didactique (0).

<table>
<tr><td rowspan="2">S+1 : Situation de projet didactique local ou de leçon</td><td rowspan="2">M+1 : Milieu de la situation de projet didactique local ou de leçon</td><td>M+1sup : résultant du projet didactique global</td><td rowspan="2">P+1 : projeteur</td></tr>
<tr><td>M+1inf : résultant de la situation didactique</td></tr>
</table>

Figure 6.a. Milieu de la situation de projet didactique local pour le professeur

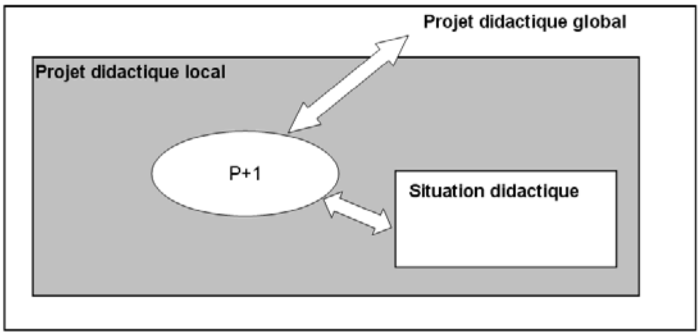


Figure 6.b. Milieu de la situation de projet didactique local pour le professeur

C'est cette imbrication des situations et des milieux qui permet d'appréhender le caractère dynamique et réflexif de l'activité du professeur.

Pour donner un exemple toujours issu de mon travail de thèse sur l'activité d'un professeur dans l'enseignement de l'algèbre, en situation de projet de leçon (+1) l'enseignant imagine les conditions de réalisation de son activité introductive reposant sur la résolution des problèmes concrets sur des « tas de cailloux ». Lors de l'entretien préalable, en position de projeteur, il décrit le scénario en quatre temps présentés au-dessus. Cependant entre la date de l'entretien et l'observation de la réalisation effective du scénario, s'est produit un événement qui éclaire la dynamique de l'activité du professeur en situation de projet didactique local. Stéphane a réalisé la leçon telle qu'il l'a décrite lors de l'entretien, dans une première classe de troisième. Or au cours de cette séance, il a constaté un décalage important entre ses prévisions en situation didactique et d'apprentissage et ce qui s'est réellement passé : la mise en concurrence prévue avec des stratégies non algébriques (qualifiées « d'arithmétiques » par l'enseignant) n'a pas fonctionné : les élèves se sont immédiatement engagés dans des stratégies de nature algébrique ! Cette situation d'enseignement et le constat de la non-apparition de stratégies « arithmétiques » a transformé la part du milieu de la situation de projet de leçon, résultant de la situation didactique (M+1 inf) en s'y intégrant. Le professeur prend conscience des effets, liés au contrat didactique de la présence des lettres *x*, *y* et *z* dans la consigne des problèmes proposés au sein d'une classe qu'il qualifie de « bonne classe ».[23] La part du milieu résultant de la situation de projet didactique global n'ayant quant à elle pas évolué, Stéphane considère toujours comme primordiale la mise en concurrence de stratégies algébriques et non algébriques pour valoriser l'introduction de l'outil algébrique pour résoudre des problèmes. Dès lors, en situation de projet de leçon, il planifie alors un nouveau scénario pour le déroulement de son activité introductive des systèmes d'équations en cinq temps. Il prévoit de proposer au préalable l'énoncé suivant :

> Une bouteille et son bouchon pèsent 110 grammes. La bouteille pèse 100 grammes de plus que le bouchon. Combien pèse le bouchon ?

Ce problème doit selon lui favoriser l'apparition des stratégies non algébriques, ce qui est vraisemblable du fait d'une solution faussement évidente « 10 » relative aux variables numériques de l'énoncé. De ce fait, selon les propres termes de Stéphane, cet énoncé permettrait « d'ouvrir » la situation associée aux problèmes de son activité et dès lors donner plus de chances à l'apparition de stratégies non algébriques en réponse à ces problèmes) :

> J'ai donné des feuilles à une classe et c'est là, en voyant, si tu veux, un élève qui, de suite, semble aller à mon avis un peu trop vite, c'est-à-dire que vu que dans Cailloux, les *x* et les *y*, si tu veux, on induit très fortement la mise en équation et l'idée d'équation. Donc c'est pour ça j'ai pensé que, là, avec l'autre classe, je pouvais la faire… la faire plus ouverte, faire un problème plus ouvert.
>
> Extrait de transcription d'un entretien préalable avec Stéphane en mars 1998 (Coulange 2000)

Cet exemple illustre la dynamique prise en compte dans la modélisation de l'activité du professeur du point de vue de la structuration du milieu.

Précisons toutefois qu'à l'origine, cette dynamique est envisagée uniquement en descendant dans les niveaux (du niveau +3 vers le niveau -1) en prenant en compte les composantes supérieures des milieux de chaque situation (résultant de la situation de niveau directement supérieur), suivant une technique d'analyse dite descendante au sein du modèle. Dans le cas de Coulange (2000, 2001a), je fais l'hypothèse que cette analyse qui « descend » dans les niveaux surdidactiques et le niveau didactique du point de vue du professeur dans la structuration du milieu, peut être interprétée comme une descente vers des organisations de l'étude toujours plus spécifique du savoir ou de la connaissance mathématique dont l'apprentissage est visé. Cette hypothèse est d'ailleurs sous-jacente à la description des niveaux surdidactiques idéologique, ou de projets didactiques global et local (+3, +2 et +1) faite précédemment (dans le paragraphe précédent). Ainsi, la volonté de l'enseignant d'élaborer une activité introductive des systèmes d'équations et certains critères de ses choix spécifiques de l'enseignement de l'algèbre à ce sujet (problèmes concrets à mettre en équations, mise en concurrence de stratégies arithmétiques et algébriques, etc.) peut être vue comme spécifique d'une ambition plus générale d'introduire des savoirs mathématiques par des activités préparatoires ayant quelques caractéristiques génériques (énoncés de problèmes simples dans la compréhension et permettant l'investissement d'une majorité d'élèves, y compris ceux en difficultés, etc.). On peut voir à juste titre ici, un rapprochement avec la théorie anthropologique du didactique (Chevallard 1999) : notamment avec ses niveaux de co-détermination didactique qui permettent d'éclairer les choix faits à différents niveaux plus ou moins spécifiques ou génériques dans l'étude des savoirs mathématiques (Coulange 2000, 2001a). J'envisage d'autres rapprochements entre ces points de vue théoriques, celui de la théorie des situations didactiques (via le modèle de structuration du milieu) et celui de la

[23] L'enseignant a souligné que les deux classes de Troisième auxquelles il enseigne cette année-là sont de « bonnes classes » par rapport aux années précédentes. Les « bons » élèves, jouant le jeu du contrat didactique spécifique à l'algèbre, sont réceptifs aux indices des attentes de l'enseignant que sont les lettres dans la consigne alors que des élèves « en difficulté », passant outre, peuvent s'engager dans des stratégies non algébriques.

théorie anthropologique (*via* le modèle d'organisation praxéologique mathématique et didactique) dans le deuxième chapitre de cette note de synthèse.

Situations	Milieux	Positions du professeur	*Analyse descendante* *Mn est considéré comme résultant de Sn+1*
S+3: Situation noosphérienne ou idéologique	M+3 : Milieu de la situation noosphérienne / idéologique	P+3:P-Noosphérien ou Idéologue	
S+2: Situation de projet didactique global	M+2 : Milieu de la situation de projet didactique global	P+2:P-Constructeur	
S+1: Situation de projet didactique local ou de leçon	M+1 : Milieu de la situation de leçon	P+1: P-Projeteur	
S0: Situation didactique	M0 : Milieu de la situation didactique	**P0: Professeur**	
S-1: Situation d'apprentissage	M-1: Milieu de la situation d'apprentissage	P-1: P-Observateur / dévolueur	

Figure 7. Point de vue du professeur / Modèle de structuration du milieu et analyse descendante

La technique d'analyse descendante permet d'appréhender le point de vue du professeur au sein de la situation didactique. Dans la reconstruction du modèle de structuration du milieu développé à l'origine par Brousseau (1998) par Margolinas (1995), il s'agissait de symétriser le point de vue de l'élève sur la situation didactique, qui fait alors l'objet des niveaux numérotés -3 ; -2 et -1 (niveaux adidactiques) à 0 (niveau didactique) et +1 (niveau surdidactique) et qui fait l'objet d'une analyse dite ascendante : en envisageant une remontée dans les dits niveaux. Ce sont ces niveaux typiques de l'activité de l'élève et la technique d'analyse ascendante que je vais maintenant présenter. J'en illustre l'usage par un exemple, toujours issu de mon travail de thèse dans le paragraphe qui suit.

2.3. Technique d'analyse ascendante et milieux de l'élève

Le point de vue de l'élève dans le modèle de la structuration du milieu peut être schématisé de la manière qui suit (Brousseau 1998 ; Margolinas 1995):

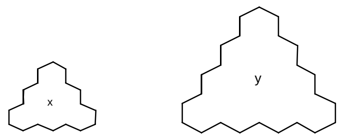
Situations	Milieux	Positions de l'élève	*Analyse ascendante* *Mn est considéré comme résultant de Sn-1*
S+1: Situation de projet didactique local ou de leçon	M+1 : Milieu pour la situation de leçon, dit *milieu didactique*	E+1: E-générique	
S0: Situation didactique	M0 : Milieu pour la situation didactique, dit *milieu d'apprentissage*	**E0 : E-élève**	
S-1: Situation d'apprentissage	M-1: Milieu de la situation d'apprentissage, dit *milieu de référence*	E-1: E-apprenant	
S-2: Situation de référence	M-2 : Milieu de la situation de référence, dit *milieu objectif*	E-2: E-agissant	
S-1: Situation objective	M-3: Milieu de la situation objective, dit *milieu matériel*	E-3: E-objectif	

Figure 8. Pont de vue de l'élève / Modèle de structuration du milieu et analyse ascendante

La technique d'analyse ascendante correspondante amène à considérer le milieu d'un niveau de situation, comme résultant des interactions au niveau directement inférieur. Par exemple le milieu de la situation de référence est dit milieu objectif car il résulte des actions de l'élève (en position d'E-objectif) dans la situation objective.

Bien que mon travail soit à l'origine davantage centré sur l'activité du professeur et donc sur le point de vue afférent du modèle de la structuration du milieu, j'utilise cette partie du modèle du point de vue l'élève et la technique d'analyse ascendante à plusieurs reprises (voir notamment Bessot et Coulange 1999 ; Coulange et Bessot 1999 ; Coulange 2000, 2001a). Pour en dire quelques mots et afin d'éclairer la suite de mon propos, je me contente de reprendre ici un bref extrait d'analyse ascendante de la situation correspondant au problème des cailloux à mettre en équations suivant, déjà cité auparavant :

Problème 1. – Voici deux tas de cailloux. *x* désigne le nombre de cailloux du 1er tas. *y* désigne le nombre de cailloux du 2e tas. Le second tas a 19 cailloux de plus que le premier. a/ Donne une écriture de *y* à l'aide de *x*. b/ Il y a 133 cailloux en tout. Écris une égalité vérifiée par *x* et *y*. c/ Trouve *x* et y



L'analyse ascendante permet d'identifier les connaissances mathématiques à l'œuvre dans la résolution algébrique de ce problème pour un élève de troisième qui n'aurait pas encore étudié les systèmes d'équations. Résoudre algébriquement ce problème avec un système de deux équations à deux inconnues nécessite notamment en situation objective d'identifier l'emploi des lettres dans la consigne comme une double désignation algébrique des nombres respectifs de cailloux des deux tas évoqués par les lettres *x* et *y*. La situation de référence correspond dès lors à la recherche d'informations relatives à ces deux grandeurs inconnues en vue de ramener le problème posé à deux équations à deux inconnues. Et en situation d'apprentissage, l'apprenant commence par écrire les deux équations traduisant ces relations : $y = x + 19$ et $x + y = 133$, et met en œuvre la technique algébrique pour substituer à y l'expression $x + 19$ dans la deuxième équation. Il se ramène ainsi à l'équation à une inconnue $x + (x + 19) = 133$ qu'il résout avec ses connaissances algébriques anciennes. L'apprenant obtient ainsi $x = 57$, puis $y = 76$. En position d'élève, il rend public le système d'équations auquel se ramène l'énoncé et la suite d'opérations algébriques qui ont permis de le résoudre par substitution.

Cette brève étude me conduit à faire plusieurs remarques sur les connaissances mathématiques mises en jeu suivant les différents niveaux de situations du modèle de structuration du milieu « du point de vue de l'élève » :

- les adaptations de connaissances anciennes à convoquer pour mettre en équation ce problème sont nombreuses et ce, dès ce que l'on pourrait appeler l'entrée dans le problème (correspondant à la situation objective) : l'identification d'une double désignation algébrique, la recherche de relations numériques relatives aux deux grandeurs inconnues correspondantes et l'écriture des équations, etc.
- une connaissance algébrique *a priori* totalement nouvelle doit émerger en situation d'apprentissage : il s'agit de la technique algébrique de substitution.
- le cheminement correspondant à cette solution algébrique au sein la situation didactique paraît devoir être fortement balisé par des connaissances du contrat didactique du type : la présence de deux lettres dans l'énoncé en sous-entend l'utilisation comme « inconnues » dans une mise en équation et une résolution algébrique du problème, etc.

Cette dernière remarque me conduit à affirmer que la situation didactique correspondante est assez faiblement adidactique : puisque ce n'est qu'à la condition d'une convocation forte de connaissances relatives au contrat didactique, que l'on peut imaginer que l'élève s'investisse dans la résolution algébrique du problème posé, par l'intermédiaire d'un système d'équations. Et il semble en être de même pour l'ensemble des problèmes concrets de la série correspondant pourtant à une activité introductive des systèmes d'équations.

Par ailleurs comme souvent, l'analyse ascendante me permet également d'envisager d'autres cheminements d'élèves au sein de la situation didactique, correspondant ici pour une part à plusieurs types de solutions arithmétiques du problème posé, ou bien à l'utilisation d'une équation à une inconnue (enseignée en quatrième). Je renvoie à Coulange (2000, 2001) pour les détails de l'analyse ascendante correspondante. L'identification *a priori* de différents emboîtements au sein du modèle de structuration du milieu, au sein d'une situation d'enseignement conduit Margolinas (2004) à introduire la notion de bifurcations didactiques. Ces bifurcations didactiques jouent un rôle clé dans la réunion des deux analyses ascendante et descendante qui permettent d'envisager la rencontre du point de vue du professeur et des élèves sur la situation didactique. Correspondant souvent à des cheminements d'élèves non prévus par le professeur, les bifurcations deviennent productrices de ruptures de contrat didactique, ou de malentendus sur le registre cognitif. A l'instar de Margolinas (2004), j'ai rencontré au fil de mes différents travaux de nombreux exemples de ce type de phénomènes (Coulange 2000, 2001a, 2008, 2011 ; Coulange et René de Cotret 2003). Cela tend à montrer comme l'affirme Margolinas (2004) que ces bifurcations didactiques correspondent à un phénomène tout à fait général de l'ordinaire de la classe. Je montrerai d'ailleurs dans le dernier des chapitres de cette note de synthèse comment cette notion de bifurcation peut être utilisée dans l'étude des différenciations dans les apprentissages scolaires (Coulange 2012a). Mais les exemples que je vais développer ci-après sont toujours issus de Coulange (2000, 2001a). Ces exemples me paraissent à même d'illustrer ou d'interroger différents observables dans la classe résultant de la rencontre des analyses ascendante et descendante d'une situation d'enseignement ordinaire et des bifurcations envisagées au sein de la situation didactique correspondante.

2.4. Points de vue du professeur et des élèves sur la situation didactique

L'originalité de la situation d'enseignement ordinaire étudiée dans Coulange (2000, 2001a) provient du fait que le professeur prévoit différents cheminements d'élèves au sein de la situation didactique. Il envisage bien l'émergence de différentes stratégies algébriques et arithmétiques dans la résolution des problèmes posés : c'est même sur la mise en concurrence de ces différentes stratégies que repose son projet d'enseignement de l'algèbre. Pour autant, mes observables de cette situation d'enseignement révèlent des décalages entre le point de vue des professeurs et des élèves, qui prennent plusieurs formes.

- Un phénomène type dédoublement local, qui donne lieu à un effet Jourdain, puis Topaze :

De façon conséquente à son projet didactique (+2 et +1) les solutions algébriques projetées par le professeur en situation didactique (0) convoquent les systèmes d'équations (ainsi que leur résolution par substitution). Or notre analyse ascendante de la dite situation montre d'une part que ce type de solutions représente un saut de complexité important du point des connaissances mises en jeu des élèves notamment car elles nécessitent beaucoup d'adaptations de connaissances anciennes, et ce dès le niveau objectif (-3), ainsi q'une connaissance algébrique nouvelle (-1). D'autre part un autre type de solution algébrique faisant intervenir l'équation à une inconnue est envisageable et paraît plus accessible (-3 ; -2 et -1) pour la majorité des problèmes de l'activité introductive élaborée par le professeur.

La bifurcation didactique envisageable dans la réunion des analyses ascendante et descendante éclaire l'étude *a posteriori* de l'épisode de classe correspondant à l'extrait de transcription suivant :

Au tableau, Caroline a écrit

Exercice 6 z - 5 + z + 15 + z = 31 3z + 10 = 31 3z = 31 - 10 3z = 21 z = 7 ----------------- x = 7 - 5 = 2 y = 7 + 15 = 22

Professeur : Caroline, est-ce que tu peux nous expliquer comment tu (…) comment tu as fait ? Chut ///
Caroline : Alors, j'ai mis là le premier tas, il est égal à... en tout, il y a 35 cailloux / c'est ça / et euh, ouais, on cherche z. (…) C'est ce qu'est mis sur la feuille. Et euh ///
Professeur : Peut-être, oui, je sais pas / non, ce qu'on voudrait savoir, c'est qu'est ce qu'on avait au départ
Caroline : Alors au départ, on savait que en fait / dans le premier tas il y avait 5 cailloux de moins que dans le troisième / donc on cherche le z // c'est bien le troisième // donc ça fait le troisième moins cinq / après dans le deuxième tas il y a eu quinze cailloux (…) *z + 15* /// et après donc *z* ben c'est *z* // donc on a plus *z* /
Professeur : D'accord. Donc qu'est ce que tu as fait, en fait ? Tu as rem // Tu as fait quoi ? Tu as remplacé quoi par quoi ?
Caroline : Ben, le troisième tas, j'ai mis *z.* /
Professeur : Non non non /// mais pourquoi en fait pourquoi tu écris ta première phrase là ? (…)
Caroline : On s'en fiche !
Professeur : Non, non, non, mais je (…) qu'est ce qu'on fait en fait pour arriver à écrire z moins cinq plus *z* plus quinze plus *z* égale 31 /// pourquoi on écrit ça ? (…) qu'est ce que tu avais comme première équation au départ ?
Caroline : ben euh x moins [*elle écrit au tableau : z - 5x + z + 15y + z = 31*]
Professeur : Bon ça c'est ce que tu trouves toi /// alors est-ce qu'on est d'accord avec ce qu'elle vient de me marquer ?
Caroline : Ça, c'est juste quand on le met en équations quoi
Professeur : Tu viens d'écrire *z - 5x + z + 15y + z = 31* [*brouhaha dans la classe*] /// quand tu commences ton problème tu commences par écrire quoi ?
Caroline : Ben, je mets des nombres avec des (…) Ouais, eh ben euh /// Je me sers des hypothèses pour
Professeur : Oui, alors vas-y / moi ce que je voudrais c'est les hypothèses je les ai pas /
Caroline : Ben si !
Professeur : Non
Caroline : C'est le premier tas, il a cinq cailloux de moins que le troisième
Professeur : comment tu écris ça ? [*Caroline écrit au tableau : x = z – 5*] Le premier… Bien, ok. Le deuxième tas ? [*Caroline écrit la deuxième équation au tableau, au-dessous de la première : y = z +1 5*] Puis ensuite, qu'est ce qu'on sait, la troisième phrase, c'était quoi ? [*Caroline écrit la troisième équation au tableau en dessous de la deuxième x + y + z = 31*] Bien // donc en fait tout ça c'est ce qu'on a au départ /// c'est ce que tu as dit on a nos hypothèses /// donc on a intérêt de le mettre / parce que si on l'a pas ça, on peut pas le marquer, on peut pas le savoir, hein ? [*Stéphane rajoute l'accolade regroupant les trois équations écrites au tableau*]
Caroline : bien sûr que si, c'est sur la feuille
Professeur : C'est sur la feuille // c'est marqué nulle part sur la feuille ça /// non, non, non

Extrait de transcription d'une séance observée en mars 1998 dans la classe de Stéphane (Coulange 2000)

Ici, Caroline a visiblement résolu le problème posé par l'intermédiaire d'une équation à une inconnue, équation qu'elle a d'ailleurs écrite au tableau : *z - 5 + z + 15 + z = 31*. Mais suivant un effet Jourdain (Brousseau 1998) :[24] le professeur semble y voir l'utilisation d'un système de trois équations à trois inconnues. Le projet didactique local (niveau +1) d'enseignement des systèmes d'équations amène sans nul doute le professeur à cette interprétation erronée de la façon qu'a eue Caroline de résoudre algébriquement des

[24] Le professeur, pour éviter le débat de connaissance avec l'élève et éventuellement le constat d'échec, admet reconnaître l'indice d'une connaissance savante dans les comportements ou dans les réponses de l'élève, bien qu'elles soient en fait motivées par des causes et des significations banales.

problèmes : il masque les situations d'observation et didactique (-1 et 0). Cet épisode peut paraît assez spectaculaire de ce point de vue : l'enseignant apparaît d'autant plus « aveugle » que l'élève résiste fortement à produire l'écrit attendu faisant apparaître un système d'équations (qu'elle n'a de fait pas utilisé pour résoudre le problème posé). Cela finit d'ailleurs par pousser le professeur à un effet Topaze (Brousseau 1998) :[25] il insiste pour que Caroline écrive « clairement » ce qu'il nomme à plusieurs reprises les hypothèses de l'énoncé, qui sont en fait les trois équations qui modélisent l'énoncé. Mais si spectaculaire que ce malentendu public entre un professeur et une élève puisse paraître, il me semble assez courant dans l'ordinaire de la classe. Je donnerai d'ailleurs d'autres exemples de ce type d'effets liés au contrat didactique dans les chapitres qui suivront, liés à des bifurcations didactiques. Cet exemple illustre bien l'intérêt de l'analyse descendante pour saisir la complexité de la situation du professeur et pour dépasser le constat sec de cet aveuglement local de la part du professeur. Si l'on peut imaginer se passer du modèle de structuration du milieu et des techniques afférentes pour identifier les effets Jourdain et Topaze à l'œuvre durant cet épisode de classe, les analyses ascendantes et descendantes permettent de démêler ce que Chopin (2008) a appelé l'épaisseur contextuelle des actions de ce professeur et de cette élève, et de ne pas y voir un indice de « folie passagère » de la part de l'un ou de l'autre.[26]

- *Un phénomène type dédoublement global, qui donne lieu à un pilotage par le contrat didactique*

A une échelle plus globale, il se produit un autre phénomène peut-être moins visible mais dont on peut faire l'hypothèse qu'il pèse fortement à la fois sur le déroulement de la leçon et sur les apprentissages visés. Comme je l'ai évoqué auparavant, les problèmes à mettre en équations choisis par l'enseignant semblent de nature faiblement adidactique vis-à-vis des savoirs algébriques visés, relatifs aux systèmes d'équations et à leur résolution par substitution. A l'opposé, l'analyse ascendante tend à montrer que le milieu de la situation didactique correspondante a un potentiel adidactique vis-à-vis de techniques arithmétiques de plusieurs types étudiés dans Coulange (2000, 2001a). Le tableau ci-dessous résume ainsi les résultats de cette analyse ascendante avec les types d'emboîtements de situations envisageables[27] pour la série de problèmes proposés par l'enseignant (numérotés de 1 à 9) :

[25] L'enseignant négocie à la baisse les conditions dans lesquelles l'élève finira par donner la réponse attendue, et finit par prendre à sa charge l'essentiel du travail.

[26] Du fait de leur caractère un peu spectaculaire, ces effets, tout comme le contrat didactique ont pu donner lieu à des interprétations caricaturales qui ne les donnent à voir que comme des caractéristiques péjorées de l'action des élèves et des enseignants. Replonger les effets Jourdain, Topaze ou les ruptures de contrat dans la complexité des situations de ces acteurs du système didactique les éclaire autrement : on redonne en quelque sorte de la cohérence à leurs actions.

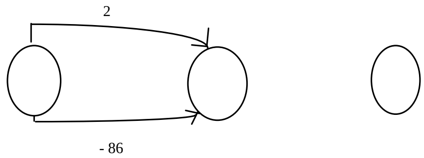
[27] Je ne décris pas les emboîtements de situations qui résultent de mon analyse ascendante de la situation didactique : ils font l'objet de descriptions détaillées dans les références citées.

Emboîtements de situations non algébriques				*Emboîtements de situations algébriques*	
« opération simple et directe sur les données »	« essais-erreurs »	arithmétique type « substitution »	arithmétique « changement de variables »	équation à une inconnue	systèmes d'équations
9 problèmes de « cailloux »					
problèmes 1 à 8, mais peu probable	problèmes 1 à 8, mais peu probable	**problèmes 1 à 7** *saut de complexité* **problème 8**	**problèmes : 1, 3, 4, 5, 6**	**problèmes : 1 à 7**	**problèmes 1 à 7** *saut de complexité* **problème 8** *Saut de complexité* **problème 9**
		Forte adidacticité		*Faible adidacticité*	

Figure 9. Résultats de l'analyse ascendante des problèmes à mettre en équations (Coulange 2000, 2001a)

La confrontation des analyses descendante et ascendante de la situation didactique me rend à même de questionner la concurrence entre algèbre et arithmétique prévue par l'enseignant dans son activité introductive. Stéphane ne prévoit en situation didactique des stratégies algébriques qu'en début d'activité introductive et uniquement en tant que faire-valoir de techniques algébriques qui prendraient rapidement le dessus. Il pense que la situation impose d'elle-même la méthode de résolution algébrique faisant intervenir les systèmes d'équations et cela bien avant le dernier énoncé de la série. Or l'analyse ascendante tend à prouver la possibilité d'apprentissages de connaissances arithmétiques : les techniques de résolution afférentes permettent de résoudre la quasi-totalité des problèmes. Cela conduit *a priori* à envisager la possibilité d'un dédoublement progressif de situations du point de vue de l'élève et du professeur (Comiti, Grenier et Margolinas 1995 ; Margolinas 2004).

Ainsi quand dans la résolution de l'avant-dernier problème de la série, un élève surnommé Benoît produit au tableau une solution arithmétique, cela semble effectivement surprendre Stéphane et entraver le déroulement qu'il a prévu en situation didactique, voire mettre en péril le projet didactique local sous-jacent (on approche de la fin de la leçon projetée sur les systèmes d'équations). Dès lors elle est presque officiellement rejetée par l'enseignant qui conclut par « on va voir si cela marche tout le temps ton truc ».



Benoît dessine sur le tableau

Benoît : Premier tas égal 2 fois plus de cailloux que le deuxième. D'accord ? Le deuxième tas, il a 86 cailloux de moins que / Professeur : Attention, c'est le deuxième. Le deuxième a 86 de moins que le premier (…) / Benoît : Donc j'ai pris 86 comme référence pour celui-là et j'ai fait 2 fois plus. J'ai multiplié 86 par 2, ça m'a donné le premier tas et ça faisait 86 de moins. Le premier tas faisait bien 2 fois plus que le deuxième et le deuxième tas faisait bien 86 de moins que le premier. / Professeur : Et après tu trouves le troisième en fonction. Donc tu joues sur les deux premiers tas en fait. Attends, attends./ Benoît : Après on dit que le troisième tas a 2 fois plus de cailloux que / Professeur : Oui, après une fois que tu as les deux premiers, c'est bon. / Benoît : Le premier. Donc ça fait…Professeur : D'accord, une fois que t'avais les deux premiers. Et donc tu pars en fait du 86. / Benoît : Ouais, comme référence. / Professeur : Je sais pas trop. Ben on va voir si ça marche tout le temps ton truc.

Extrait de transcription d'une séance observée en mars 1998 dans la classe de Stéphane (Coulange 2000)

Pour autant, cet incident qui révèle un décalage entre l'activité d'élèves et les attentes du professeur de façon publique en situation didactique est isolé. La plupart des élèves s'investissent dans des stratégies de résolution correspondant à des situations algébriques.[28] Mais mon analyse *a posteriori* de la situation montre que le fait que les élèves ne s'engagent pas dans des cheminements correspondant aux situations arithmétiques comme mon analyse *a priori* ascendante pouvait le laisser penser, tient au fait du pilotage du professeur et non à la nature de la situation d'apprentissage. J'ai pointé divers observables illustrant différentes interventions du professeur qui modifient le contrat didactique, afin de faire percevoir aux élèves ses attentes relatives aux connaissances algébriques visées. Par exemple, lors d'une phase de bilan, l'enseignant détourne une solution arithmétique en « l'algébrisant » : il rajoute les lettres *x, y* et *z* à un schéma fait un élève au tableau pour désigner les nombres de cailloux des tas évoqués dans l'énoncé puis envoie une autre élève au tableau résoudre l'équation à une inconnue obtenue à partir du dit schéma. A un autre moment, le professeur intervient exclusivement auprès d'une élève en difficulté, Laure, qui semblait se désinvestir depuis quelque temps de la situation d'enseignement. Laissant le reste de la classe travailler en autonomie, il guide « pas à pas » cette élève dans la résolution algébrique attendue (avec de nombreux effets Topaze[29]). Le professeur envoie ensuite cette élève présenter publiquement la solution qu'il a ainsi lui-même produite en aparté avec cette élève. L'ensemble de la classe peut deviner que cette solution est le fait du professeur. Par ce biais, nul doute que le professeur modifie le contrat didactique initialement installé : les élèves sont maintenant censés produire une solution algébrique conforme à celle écrite par Laure au tableau : l'élève joue ici un rôle de porte-parole du professeur. Ce pilotage didactique par le professeur lui permet en apparence d'obtenir un déroulement de la situation didactique assez fidèle à ses prévisions (niveau 0 : situation didactique projetée) et de tenir son projet d'enseignement (niveau +1 et +2 : la mise en concurrence entre algèbre et arithmétique semble fonctionner dans le sens prévu). Toutefois du fait de ces interventions fortes de la part de l'enseignant, on est à même de douter de la nature des apprentissages réalisés, ou de la signification des savoirs algébriques visés.

2.5. Apprentissages didactiques du professeur ?

La structuration du milieu permet de poser une question importante que je n'ai pas encore évoquée. Il s'agit d'interroger les apprentissages didactiques du professeur. Cette question a fait l'objet de quelques publications dont une commune avec Margolinas et Bessot, en directe continuité de mes travaux de thèse (Margolinas et al. 2005, Coulange 2006). Ce sont les connaissances didactiques qui m'intéressent : c'est-à-dire à la part des connaissances du professeur qui dépend de savoirs mathématiques et qui sont susceptibles d'influencer son activité au sein de la situation didactique. Je reviendrai sur cette première définition dans le deuxième chapitre. Ici je me centre sur les apprentissages que l'activité en classe du professeur peut ou non provoquer. En parlant de l'élève, Mercier (1995) met en avant le fait que pour qu'il y ait apprentissage, il faut qu'il y ait création d'ignorance : le sujet doit prendre conscience qu'il ne sait pas quelque chose, qu'il ignore une connaissance qui pourrait lui être utile. Partant de cette hypothèse pour l'enseignant, dans le cadre de ma contribution au sein de

[28] Même si algébrique ne veut pas forcément dire avec un système d'équations comme l'extrait de l'échange entre l'élève surnommée Caroline et son professeur cité plus ci-dessus a déjà pu l'illustrer.
[29] L'élève ne paraît pas dépasser une compréhension très sommaire du problème et des opérations que son professeur lui souffle (dans un des calculs algébriques, qu'il guide, elle confond la lettre *z* avec le chiffre 2…)

Margolinas et al. (2005), je considère que Stéphane « ignore » des connaissances d'arithmétique élémentaire. Lors des entretiens, cet enseignant évoque à plusieurs reprises des stratégies qu'il qualifie d'arithmétiques, dont il envisage la concurrence avec les stratégies algébriques. Mais ses commentaires sur la nature de ces stratégies arithmétiques restent vagues (contrairement à ceux tenus sur les stratégies algébriques) : l'enseignant parle de « dessins », d'une méthode d'élève « assez étrange », etc. Contrairement aux connaissances relatives à l'algèbre et à son enseignement, les entretiens préalables avec le professeur ne permettent pas d'accéder à ses connaissances arithmétiques. Autant les commentaires de l'enseignant sur les procédures algébriques sont nombreux et relèvent de savoirs identifiés (mise en équation, résolution de système par substitution ou addition) ; autant le professeur s'exprime peu sur les solutions arithmétiques et leur nature. Quelles sont donc ses connaissances à ce sujet ? L'épisode de classe suivant, à propos du troisième problème de la série éclaire ce point.

Thibault interpelle le professeur pour lui montrer la solution écrite sur sa feuille :
$x+y = 88$
$y = x-26$
$88 + 26=114$
$\frac{114}{2} = x$
$x=57 \quad y=57-26$
$\qquad\qquad =31$
Professeur : Pourquoi tu as rajouté 26 ?
Thibault : Au début j'ai fait 88 plus 26 et après j'ai trouvé j'ai fait 88 plus 26 et après j'ai trouvé
Professeur : Alors // comment tu fais ? Ici tu as 88 en tout // là tu me dis 26
Thibault : Parce x égale moins 26 // *y* égale *x* moins 26[30]
Professeur : Pourquoi tu me fais // attends / non mais là c'est bon / là
Thibault : Ça c'est juste c'est l'énoncé ça
Professeur : Oui d'accord donc 88
Thibault : Je fais plus 26 / ça me fait 114 là / donc après je fais diviser par 2 pour trouver les deux tas /// en fait c'est comme si les deux tas faisaient la taille de *x* /// j'ai pris comme si les deux tas faisaient la taille de x (Professeur : Attends, il faut que je regarde) Comme si c'était deux grands tas quoi // ça fait qu'il faut en rajouter / à droite.
Professeur : Ah d'accord tu inverses // donc tu rajoutes la différence (Thibault : Voilà) // c'est à dire tu rajoutes les 26 (Thibault : voilà) et après tu divises par 2 // non c'est ça ?
Thibault : Je divise par 2 et j'enlève les 26…

Extrait de transcription d'une séance observée en mars 1998 dans la classe de Stéphane (Coulange 2000)

La solution exposée par Thibault correspond à un emboîtement de situations envisagé dans notre analyse ascendante : correspondant à une technique qualifiée de substitution arithmétique (du fait d'une proximité avec la technique substitution algébrique). Pour éclairer le lecteur non familier de ce type de techniques, nous détaillons ci-dessous le raisonnement arithmétique à l'œuvre illustré par un schéma.

Si j'ajoute 26 cailloux au deuxième tas, j'obtiens le nombre de cailloux du premier tas. Mais le nombre total de cailloux augmenté de ces 26 cailloux. Il égalera 88 + 26 = 114, et vaudra 2 fois le nombre de cailloux du premier tas.
Nombre de cailloux du 1er tas :
114 : 2 = 57 cailloux.
Nombre de cailloux du 2e tas :
57 – 26 = 31 cailloux.

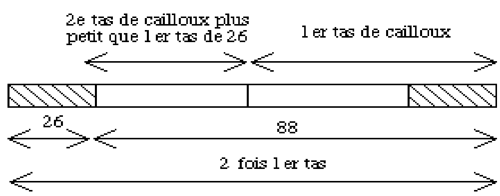


Figure 10. Solution arithmétique de Thibault en réponse au troisième problème

30 L'usage des lettres ne signifie pas ici que la solution trouvée par Thibault est algébrique : ces lettres servent d'étiquettes et non d'inconnues, convoquées par une mise en équation, et une résolution d'équations.

Ce raisonnement prend une forme assez proche des formulations de Thibault (qui parle de « deux grands tas », « c'est comme si les deux tas faisaient la taille de x »). Cet épisode permet de démasquer l'ignorance du professeur, relativement à la solution de Thibault. Le dialogue entre le professeur et l'élève révèle des difficultés pour le professeur à comprendre la procédure non algébrique de l'élève. D'autres moments de déroulements au sein de la classe, révèlent d'une part le succès et la présence persistante de telles solutions arithmétiques, d'autre part l'incompréhension du professeur de ces solutions : comme celui déjà évoqué autour de la solution arithmétique exposé par Benoît au tableau.

Mais on peut faire l'hypothèse que les explications de Thibault offrent en situation d'observation, puis didactique au professeur une occasion d'apprendre. La reformulation enthousiaste de cette procédure arithmétique que le professeur adresse à l'observateur tend à prouver cet apprentissage et sa nouveauté :

> Professeur. D'accord // elle est pas mal celle-là // t'as regardé celle là ? (…) Il inverse c'est-à-dire il rajoute 26 /// c'est-à-dire qu'il se met ses deux tas au maximum /// donc il a au départ 88 /// donc il rajoute 26 de façon à avoir deux tas équivalents et il divise par 2 (…) et donc il a le gros tas / après il enlève 26.

L'avancée du projet de professeur (visant la mise en concurrence des procédures algébriques et non algébriques aux niveaux +2 et +1) le rend attentif aux procédures non algébriques et donc à la solution écrite, puis aux explications de Thibault (en situation didactique 0, et en situation d'observation -1). C'est ce milieu avec lequel interagit l'enseignant en situation didactique, qui lui permet d'apprendre. Mais l'on peut s'interroger sur le devenir d'une telle connaissance didactique. Il est conditionné par les composantes supérieures du milieu du professeur (issues des projets didactiques local et global) et par la reconnaissance par le professeur de l'utilité ou non de cette connaissance dans d'autres situations didactiques.

Cette question m'amène à évoquer quelques limites dans l'usage *stricto sensu* du modèle de structuration du milieu pour étudier l'activité du professeur. L'activité du professeur reste en quelque sorte principalement référée à la situation didactique : même si les situations de niveaux supérieurs élargissent ce contexte, la technique d'analyse descendante utilisée dans l'étude de ces niveaux surplombant la situation didactique vise essentiellement à éclairer l'activité du professeur au sein de ce niveau didactique. J'éprouve dès mon travail de thèse l'envie d'adopter un regard plus extérieur sur l'activité du professeur qui dépasse le cadre de la situation didactique : je parle alors de contraintes externes qui pèsent sur l'activité du professeur (Coulange 2001a). Pour rester dans le cadre de la théorie des situations, cela revient peut-être à s'interroger sur la nature et le fonctionnement du milieu du professeur qui diffèrent de la nature et du fonctionnement du milieu de l'élève : notamment parce que son activité n'est pas du même ordre (il s'agit d'un métier), ni tournée vers les mêmes intentions (il s'agit d'enseigner et non d'apprendre). Je ressens dès lors la nécessité d'articuler ce point de vue de la structuration du milieu avec d'autres approches théoriques pour étudier l'activité du professeur. C'est ce qui fait l'objet du deuxième et du troisième chapitre à venir.

CHAPITRE 2 : LE PROFESSEUR ET L'INSTITUTION DIDACTIQUE

Les deuxième et troisième chapitres de cette note de synthèse partent de l'hypothèse qu'il existe des contraintes et des conditions extérieures au travail du professeur avec les élèves au sein de la classe qui influencent et conditionnent son activité, ce qui m'a conduite à schématiser la situation didactique du professeur de la façon suivante :

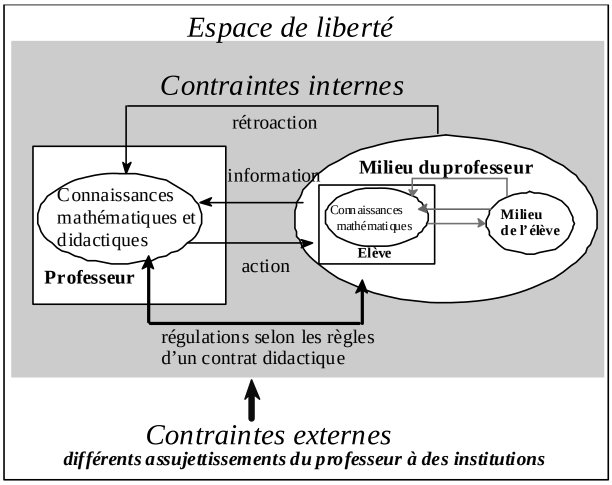


Figure 1. Situation du professeur (Coulange 2001a)

En référence à la théorie anthropologique du didactique, je considère que ces contraintes externes résultent de la position du professeur au sein d'une institution didactique. Dans ce deuxième chapitre, je développe cette hypothèse de façon un peu différente, en m'interrogeant plus avant sur des aspects dialectiques entre les déterminants institutionnels des pratiques enseignantes et les déterminants spécifiques de la situation didactique du professeur.

I. LA POSITION DU PROFESSEUR AU SEIN D'UNE INSTITUTION DIDACTIQUE

I.1 L'institution didactique déterminant des pratiques enseignantes

Je me réfère à la théorie anthropologique du didactique (Chevallard 1999 ; Bosch et Chevallard 1999) pour analyser la position du professeur au sein de l'institution. Dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique, les pratiques enseignantes (et celles des élèves) sont considérées comme *assujetties*, c'est-à-dire à la fois contraintes et déterminées par la position occupée au sein de l'institution didactique :

> En venant occuper ces positions, les individus deviennent les *sujets* des institutions – sujets actifs qui contribuent à faire vivre les institutions par le fait même de leur être assujettis (Bosch et Chevallard 1999, p. 82).

Cela renvoie au rapport institutionnel au savoir tel qu'il est élaboré par un sujet idoine au sein de l'institution didactique. Un sujet en position d'enseignant développe un rapport personnel au savoir construit de façon plus ou moins privée, et qui n'est pas totalement conforme à ce rapport institutionnel. Ce rapport résulte potentiellement d'assujettissements à plusieurs institutions : l'institution didactique considérée n'en étant qu'une parmi d'autres possibles, passées ou présentes).

La notion de « rapport à » renvoie à des pratiques relatives au savoir, ce que Chevallard nomme la *praxis* :

> Étant donné un objet (par exemple un objet de savoir) et une institution, la notion de rapport renvoie aux *pratiques sociales qui se réalisent dans l'institution et qui mettent en jeu l'objet* en question, soit donc à " ce qui se fait dans l'institution avec cet objet ". *Connaître* un objet c'est *avoir à faire avec* – et souvent *avoir affaire à* – cet objet *praxis.* (Bosch et Chevallard 1999, p. 83)

C'est ce versant praxique qui conduit dans le cadre de la théorie anthropologique à la notion *d'organisation praxéologique* pour modéliser les pratiques liées aux savoirs. Rappelons que ces praxéologies se déclinent en types de tâches, techniques qui permettent d'accomplir ces types de tâches, technologies qui légitiment ces techniques et théories qui justifient à leur tour les technologies.

> Aux termes premiers de l'anthropologie cognitive que nous avons rappelés plus haut viennent ici s'ajouter les notions de *(type de) tâche, (type de) technique, technologie* et *théorie.* Ces notions vont permettre de modéliser les pratiques sociales en général et l'activité mathématique en particulier. (Bosch et Chevallard 1999, p. 84)

Je donnerai à voir par la suite à travers plusieurs exemples (Coulange 2001b ; Ben Nejma et Coulange 2009 ; Coulange à paraître) comment j'utilise ces éléments fondateurs de la théorie anthropologique pour analyser les *organisations de savoirs mathématiques* mises à l'étude par le professeur, en les référant à des *praxéologies institutionnelles* qui contribuent potentiellement à les façonner.

De la théorie anthropologique telle qu'elle a été développée pour appréhender la profession d'enseignant dans son « ordinaire », je retiens donc à la fois le couple premier « institution-savoir » et le modèle d'organisation praxéologique des savoirs mathématiques. Mais à l'instar de Sensevy (2010), je suis plus réservée quant à la pertinence de l'approche théorique pour rendre compte de la dynamique de la *praxis* mathématique (dans le temps de leur enseignement et de leur étude) et de la *praxis* didactique qui en organise l'étude. C'est pour cette raison par exemple que je ne reprends pas à mon compte le modèle d'organisation didactique de la théorie (Chevallard 1999). Comme Mercier et Sensevy (2007) dans le développement de la théorie de l'action conjointe du professeur et des élèves j'ai toutefois retenu la *topogenèse* comme un descripteur permettant d'appréhender une part de ces dynamiques d'étude : celle concernant la production de positions du professeur et d'élèves par rapport au savoir mathématique enseigné.

> Dans le cas d'une classe, on parlera ainsi du *topos* de l'élève et du *topos* du professeur. Ainsi, lorsqu'une classe de mathématiques « fait un exercice », ce qui est une tâche éminemment coopérative, la sous-tâche consistant à fournir l'énoncé de l'exercice revient, généralement, au professeur : elle appartient à son *topos*. La tâche consistant à produire – par exemple par écrit – une solution de l'exercice relève, elle, du *topos* de l'élève, tandis que la tâche consistant, ensuite, à fournir un corrigé ressortit, à nouveau, au *topos* du professeur (Chevallard 1999, p 231)

Mon approche des pratiques enseignantes dans ce que Mercier (2008) appelle le « fonctionnement institutionnel des systèmes didactiques » s'ancre principalement dans le cadre de la théorie des situations plutôt que dans la théorie anthropologique ou dans la théorie de l'action conjointe,[31] (voir chapitre 1 de cette note de synthèse). Dans ma thèse, à la suite d'Assude (1996), je défends un principe d'articulation entre les points de vue écologique et économique sur le système didactique et sur les pratiques enseignantes. L'étude de l'écologie des savoirs mathématiques à enseigner au sein de l'institution didactique, soit des praxéologies mathématiques institutionnelles, voire de leur histoire ou de leur évolution nous informe sur les conditions de leur mise à l'étude par le professeur. C'est d'ailleurs sans aucun

[31] Dans le cadre de la théorie de l'action conjointe, ce fonctionnement institutionnel des systèmes didactiques est appréhendée par : l'action conjointe des professeurs et des élèves considérée comme déterminée par l'institution didactique et comme instituant cette institution (ce qui ramène à la notion de contrat didactique), la production des positions de professeur et d'élève ou topogenèse, la mise en place d'un jeu à enjeu de savoir pour les élèves ou mésogenèse, la progression dans l'étude ou chronogenèse.

doute le postulat fondamental de la théorie anthropologique du didactique ! Mais une approche économique, c'est-à-dire avec les outils de la théorie des situations, sur la façon dont ces conditions se réalisent dans les pratiques enseignantes *in situ* au sein du système didactique me paraît un complément nécessaire pour étudier l'activité du professeur de mathématiques.

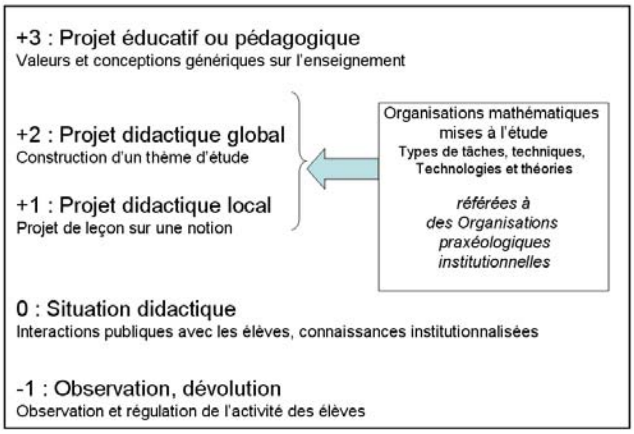
I.2 L'institution didactique et la situation didactique, déterminants des pratiques enseignantes

Je parle aujourd'hui plus volontiers de *domaines de réalité institutionnels* que de contraintes institutionnelles pour les pratiques enseignantes comme j'ai pu le faire à l'occasion de mon travail de thèse (Coulange 2000, 2001a, 2001b). C'est d'ailleurs le terme employé par Chevallard dans des travaux antérieurs sur la théorie anthropologique (Chevallard 1988) qui a été repris récemment par Mercier (2008). Cela va de pair avec mon ancrage théorique premier qui me conduit à essayer dans l'étude de ces systèmes d'objets institutionnels d'appréhender ce qui peut jouer le rôle de milieu pour les pratiques enseignantes, comme un système d'objets « réels » avec lequel le professeur est susceptible d'interagir :

> Une institution s'analyse ainsi par la manière dont elle réalise un enjeu, relativement à un domaine de réalité qu'elle fait exister pour ses sujets et qui est le milieu de leur action. (Mercier 2008, p. 29)

Ceci est également cohérent avec l'idée mise en avant par Margolinas, Coulange et Bessot. (2005) que dans les niveaux surdidactiques du modèle de structuration du milieu, interviennent des observés ou des observables de l'institution didactique (programmes, manuels scolaires ou ressources pédagogiques) qui élargissent le cadre strict de la situation didactique. Ces observés ou observables institutionnels sont mis en rapport avec des organisations praxéologiques mathématiques ou didactiques des savoirs à enseigner au sein de l'institution didactique.

Le schéma ci-dessous repris de Coulange (sous presse) synthétise l'articulation ainsi envisagée entre la théorie anthropologique (*via* le modèle d'organisation praxéologique mathématique et didactique) et la théorie des situations didactiques (*via* le modèle de structuration du milieu) :



[32]

Figure 2. Niveaux d'activité du professeur et organisations mathématiques (Coulange sous presse)

Il s'agit d'étudier de quelle façon les organisations praxéologiques institutionnelles servent de références pour l'étude de l'activité du professeur dans les niveaux surdidactiques (+2 et +1)

[32] Le sens de la flèche sur ce schéma est là pour indiquer le rôle déterminant des praxéologies institutionnelles considérées *a priori* pour les organisations de savoir mises à l'étude qui déterminent à leur tour les projets didactiques local et global du professeur.

par un rapprochement avec les organisations de savoirs mathématiques mises à l'étude dans le cadre de son projet didactique aux niveaux global et local. En s'appuyant sur la dynamique d'analyse descendante dans les niveaux du modèle de structuration du milieu (voir dans le chapitre précédent), on appréhende également de quelle façon la référence institutionnelle influence l'activité du professeur dans les niveaux didactique ou de dévolution (0 et -1). Notamment cela éclaire la manière dont le professeur interprète et interagit avec l'activité mathématique des élèves, en se référant à des praxéologies mathématiques institutionnelles. La question laissée volontairement ouverte à la fin du chapitre précédent des *connaissances didactiques*[33] du professeur peut dès lors être retravaillée de ce point de vue. Je mets en œuvre cette articulation théorique entre le modèle de structuration du milieu et le modèle d'organisations praxéologiques mathématiques à plusieurs reprises dans mes recherches sur les pratiques enseignantes (Coulange 2000, 2001a et 2001b ; Coulange et René de Cotret 2003 ; Coulange 2008, à paraître). L'exemple que je choisis de développer dans ce chapitre s'appuie à nouveau sur mon travail de thèse et sur ses prolongements directs car c'est sans doute celui qui illustre le mieux l'étude des phénomènes didactiques sous-jacents, notamment du point de vue du fonctionnement des connaissances didactiques du professeur.

La réflexion ainsi amorcée sur une articulation entre la théorie des situations didactiques et la théorie anthropologique dans l'étude des pratiques enseignantes dépasse l'usage croisé des outils théoriques précités. J'explore plus largement ce qui dans l'institution didactique et dans la situation didactique peut « jouer le rôle d'un milieu » pour les pratiques enseignantes, c'est-à-dire ce qui est susceptible de provoquer des régulations dans l'activité du professeur, voire des apprentissages didactiques. Dès lors, la dialectique envisagée initialement sur la façon dont des praxéologies institutionnelles contribuent à façonner les pratiques enseignantes selon le point de vue classique de la théorie anthropologique du didactique peut s'inverser. Il s'agit ainsi d'étudier la manière dont l'activité du professeur incarne des pratiques de référence dans l'institution didactique en s'y conformant plus ou moins du fait de contraintes liées à la situation didactique. Ce faisant, à leur tour, les pratiques enseignantes peuvent contribuer à déterminer ces pratiques institutionnelles. Différents exemples (Coulange et Grugeon 2008 ; Coulange et Ben Nejma 2009 ; Coulange, Ben Nejma, Constantin et Lenfant à paraître) illustreront ce point.

II. CONNAISSANCES DIDACTIQUES DU PROFESSEUR DANS L'ENSEIGNEMENT DE L'ALGEBRE

Le professeur étudié Coulange (2000, 2001a) exprime la volonté d'introduire les systèmes d'équations à travers une activité introductive reposant sur une série de problèmes à habillage concret dont l'enjeu est une mise en concurrence de stratégies qu'il qualifiait d'arithmétiques et algébriques. Je montre qu'à l'instar d'une majorité d'enseignants interrogés par le biais d'un questionnaire,[34] ses projets didactiques sont conformes aux praxéologies institutionnelles de l'époque comme je le décris brièvement ci-après.

[33] J'ai défini ces connaissances didactiques comme des connaissances du professeur qui dépendent des savoirs mathématiques à enseigner (Margolinas et al. 2005). Cette définition peut sembler minimaliste au regard d'autres modèles théoriques de catégorisation de connaissances utilisées dans les travaux anglo-saxons synthétisés par Clivaz (2011). S'éloignant d'un effort de catégorisation du genre, ma propre définition « minimaliste » des connaissances didactiques se suffit en ce qu'elle est supportée à la fois par la théorie anthropologique du didactique et par la théorie des situations didactiques (voir définition d'une connaissance au sein de chacune de ces deux théories dans le glossaire en annexe 1 de cette note).

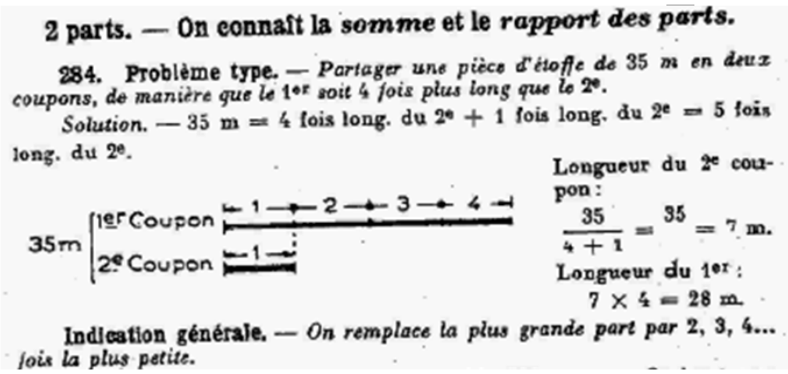
[34] Onze professeurs sur dix-neuf enseignants interrogés prévoient d'introduire les systèmes d'équations comme outils de résolution de problème concret par le biais d'une activité introductive. Parmi ces onze enseignants, six professeurs précisent qu'il s'agit de proposer une activité permettant de mettre l'outil algébrique en concurrence

2.1 Transition arithmétique algèbre au sein de l'institution didactique

Une analyse diachronique de praxéologies institutionnelles à différentes époques d'enseignement (tout au long du XXe) selon une méthodologie classique en théorie anthropologique à partir de manuels scolaire et de programmes (Comiti et Chaachoua 2010) révèle que cette organisation contemporaine de l'étude de l'algèbre peut être considérée comme un héritage culturel d'une stratégie d'enseignement de l'algèbre qualifiée de « classique » par Chevallard (1989a, 1989b). Cette stratégie repose sur un corpus de problèmes à habillage concret. Ces problèmes sont d'abord le lieu d'une étude de techniques arithmétiques, puis ils catégorisés au regard des techniques qui permettent d'accomplir les types de tâches afférents (fausse supposition, partage en parties inégales : somme et différence, etc.). Cette catégorisation tient en quelque sorte lieu de technologie pour ces techniques. Chevallard (1989a) affirme ainsi qu'à travers ces catégories de problèmes, il s'agissait en fait d'enseigner des « structures mathématiques abstraites » dans le cadre de l'arithmétique élémentaire :

> Le problème des problèmes « concrets » est consubstanciellement lié, dans l'histoire des mathématiques et dans l'histoire de l'enseignement des mathématiques, au secteur de l'arithmétique (comme opposée et à la géométrie et à l'algèbre). (…) Sous l'habillage « concret », ce sont des structures mathématiques abstraites qu'ils servent à représenter (en les représentant au double sens diplomatique et théâtral du terme). (Chevallard 1989a, p. 133)

L'extrait de manuel ci-dessous illustre le type de solutions arithmétiques attendues en réponse à la catégorie particulière dite des « problèmes de partage en partie inégales », elle-même organisée en sous-catégories (problèmes de partage en deux parties inégales connaissant la somme et la différence, connaissant le rapport et la différence, etc.).



2 parts. — On connaît la *somme* et le *rapport des parts*.

284. Problème type. — *Partager une pièce d'étoffe de 35 m en deux coupons, de manière que le 1er soit 4 fois plus long que le 2e.*

Solution. — 35 m = 4 fois long. du 2e + 1 fois long. du 2e = 5 fois long. du 2e.

Longueur du 2e coupon : $\frac{35}{4+1} = \frac{35}{5} = 7$ m.

Longueur du 1er : $7 \times 4 = 28$ m.

Indication générale. — *On remplace la plus grande part par 2, 3, 4... fois la plus petite.*

Figure 3. Solution arithmétique d'un problème de partage (Réunion de professeurs 1949, p. 98)

Ces problèmes de partage en parties inégales jouent un rôle particulier dans les praxéologies institutionnelles liées à la stratégie classique d'enseignement de l'algèbre élémentaire. En effet, ces problèmes sont le lieu privilégié de l'introduction de l'algèbre enseignée en concurrence de l'arithmétique élémentaire préalablement mise à l'étude. L'extrait de manuel ci-dessous donne ainsi à voir la mise en parallèle de solutions arithmétiques et algébriques, systématique dans l'ouvrage scolaire considéré et qui nourrit cette mise en concurrence.

---

avec différentes méthodes de résolution telles que des stratégies numériques par « essai-erreur », par « tâtonnements », voire avec une équation à une inconnue…

PROBLÈMES : **Somme et différence (Partage).**

Deux ouvriers ont reçu ensemble une somme de 249^f. Le premier a reçu 75^f de plus que l'autre. Combien chacun d'eux a-t-il reçu ?

SOLUTION ARITHMÉTIQUE.

Raisonnement. — On demande combien chaque ouvrier a reçu. Nous savons : 1° que les deux parts valent ensemble 249^f ; 2° que le premier a reçu une part égale à celle du second plus 75^f.

La somme à partager 249^f contient donc : la part du second + 75^f + la part du second (fig. 62). Si de la somme à partager l'on retranche 75^f, il reste donc deux fois la part du second.

SOLUTION.

Si l'on retranche 75^f à 249^f, il reste deux fois la part du second où :

$$249^f - 75^f = 174^f.$$

Le second ouvrier a donc reçu :

$$\frac{174^f}{2} = 87^f.$$

Et le premier :

$$87^f + 75^f = 162^f.$$

Vérification.

$$162^f + 87^f = 249^f.$$
$$162^f - 87^f = 75^f.$$

Remarque. — On aurait pu raisonner aussi bien, en remarquant que la somme 249^f, augmentée de 75^f, contient 2 fois la première part.

SOLUTION ALGÉBRIQUE.

Désignons la part du premier par x et la part du deuxième par y on a :

$$\begin{array}{ll} (1) & x + y = 249 \\ (2) & x - y = \ \ 75 \\ \hline & 2x \quad = 324 \end{array}$$

Additionnons, membre à membre, les équations (1) et (2) :

$+ y$ et $- y$ s'annulent. On obtient

$$2x = 249 + 75 = 324$$
$$x = \frac{324}{2} = 162$$

d'où $\quad y = 162 - 75 = 87.$

Réponses : 162^f et 87^f.

Remarque. — Cette façon de résoudre un système de deux équations se nomme *méthode de réduction par addition ou soustraction.*

AUTRE SOLUTION ALGÉBRIQUE.

Désignons par x la part du deuxième ouvrier. La part du premier sera :

$$x + 75.$$

On a donc d'après l'énoncé :

$$x + 75 + x = 249$$
$$2x = 249 - 75$$
$$= 174$$
$$x = \frac{174}{2} = 87$$
$$x + 75 = \quad 87 + 75 = 162.$$

Réponses : 162^f et 87^f.

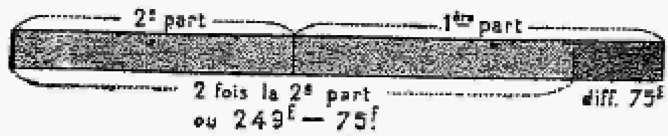


FIG. 62.

Figure 4. Solutions d'un problème de partage en parties inégales (Royer et Court 1932, p. 64)

Cette stratégie classique d'enseignement de l'algèbre repose sur ce que Chevallard (1989a, 1989b) et Gascon (1995) ont appelé un modèle épistémologique de l'arithmétique généralisée qu'il s'agit selon eux de dépasser. Chevallard (1985, 1989a, 1989b), Bosch et Chevallard (à paraître) montrent comment ce paradigme de l'enseignement de l'algèbre a pu conduire à un enseignement minimaliste de l'algèbre :

> Le surmoi arithmétique se fait ici nettement entendre : la frontière à peine franchie, on semble pris de la nostalgie du pays d'où l'on vient. Le doute ne porte pas sur le *corpus étudié*, qu'une tradition séculaire a sanctifié, mais sur l'*outil* employé. Celui-ci, en conséquence, n'est introduit que de façon très limitée : les calculs sont ceux qu'appelle la résolution d'équations du premier degré à une inconnue ou de systèmes à deux inconnues. (…) En règle générale, le matériel algébrique est très allégé. Ajoutons que, bien entendu, il n'y a pas ici de *paramètres*. Cette « algèbre du cours supérieur » dessine l'étiage de l'algèbre dans l'institution scolaire. (Bosch et Chevallard à paraître)

Pourtant, dans les années 1990, l'étude des praxéologies institutionnelles de l'époque donne à voir un effet de mimétisme culturel de cette ancienne organisation de l'étude. Le corpus de problèmes autrefois étudiés d'abord dans le contexte de l'arithmétique élémentaire puis de l'algèbre resurgit. Ces problèmes concrets qui ont longtemps été un lieu de concurrence entre arithmétique et algèbre, absents dans la période des mathématiques modernes, réapparaissent afin de servir l'émergence de l'outil algébrique contre des stratégies par essais, « tâtonnements » ou autres. On constate ainsi, en étudiant des activités introductives des manuels scolaires de troisième, que certains auteurs de manuels contemporains cherchent à cette occasion, à introduire le système d'équations contre d'autres techniques de résolution non algébriques, censées être mises en œuvre, plus ou moins spontanément par les élèves. A titre d'exemple, on peut citer l'activité introductive du début du chapitre des systèmes d'équations de *Pythagore* (Bonnefond et al. 1993). S'y succèdent trois énoncés de problème à habillage concret qui ressemblent aux problèmes arithmétiques de la période dite classique.

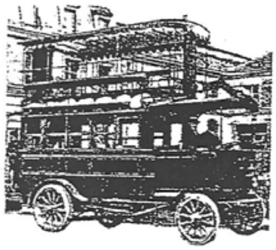
A Au foyer

A la première table, on a servi 3 oranginas et 2 cocas pour 39 F.
A la deuxième table, on a servi 1 orangina et 3 cocas pour 34 F.
Combien coûte l'orangina ? le coca ? (On pourra procéder par essais successifs.)

B L'omnibus de 1900

Le conducteur d'un omnibus a reçu 2,85 F pour 12 places, les unes d'intérieur, les autres d'impériale.
On sait que la place d'intérieur se paye 0,30 F et celle d'impériale 0,15 F.
Combien y a-t-il de places de chaque sorte ?

Résoudre ce problème tiré d'un vieux cahier d'élève. (On pourra chercher des couples d'entiers dont la somme est 12.)



C Le cheval et les deux bœufs

Voici un texte du début du siècle :

Un fermier, pour se libérer envers son propriétaire, lui offre un cheval ou une paire de bœufs, ces trois bestiaux estimés ensemble 1 040 F. Si le fermier donne le cheval, il redevra encore 70 F et, s'il donne les bœufs, le propriétaire devra lui rendre 10 F.
On demande :
– le prix du cheval et celui de la paire de bœufs ;
– ce que doit le fermier.

On note x le prix du cheval et y celui de la paire de bœufs.

1. *Écrire l'équation traduisant le fait que les trois bestiaux coûtent ensemble* 1 040 F.
2. *Écrire la seconde équation traduisant la suite du texte.*
3. *Donner une solution à ce problème.*

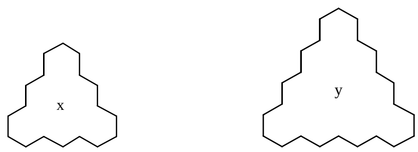
Figure 5. Activité introductive des systèmes d'équations (Bonnefond et al. 1993, p. 72)

Les deux premiers énoncés ne sont pas à mettre en équations : les auteurs de l'ouvrage indiquent dans la consigne que l'élève est censé adopter une stratégie par « essais successifs ». La consigne associée au troisième problème induit une résolution intermédiaire, entre algébrique et numérique : les questions posées guident l'écriture de deux équations linéaires à deux inconnues (dont la conjonction admet une solution unique), à partir de l'énoncé. Mais les techniques de résolution algébrique n'ayant pas encore été introduites, la consigne indique que le système obtenu est à résoudre par tâtonnements et essais successifs : Il s'agit à travers la succession de ces trois énoncés concrets, d'amorcer une progression vers la démarche de résolution algébrique en s'appuyant sur et contre les connaissances numériques des élèves… comme lorsqu'au cœur de la période dite classique, on souhaitait introduire l'algèbre en s'appuyant sur et contre l'arithmétique élémentaire. Toutefois, la donne écologique des savoirs à enseigner en algèbre et en arithmétique a changé. Le domaine d'étude de l'arithmétique élémentaire a disparu : les techniques arithmétiques ne sont plus étudiées au préalable, ou du moins, ne font plus l'objet d'un enseignement systématique et organisé autour de différentes catégories de problèmes concrets comme autrefois. Ceci comme nous allons le voir maintenant, en bouleverse l'économie, tant du point de vue de l'activité des élèves, des observables de cette activité que de celle du professeur au sein de la situation didactique.

2.2 Transition arithmétique algèbre et connaissances didactiques du professeur

L'étude de la série de problèmes choisie pour introduire les systèmes d'équations par le professeur (Stéphane) révèle que la quasi-totalité relève de la catégorie des problèmes de partage en parties inégales. Sous un habillage commun (les « tas de cailloux »), on retrouve des représentants de différentes sous-catégories correspondantes : partage en deux parties inégales connaissant leur somme et leur différence, partage en deux parties inégales connaissant leur somme et leur rapport, partage en trois parties inégales connaissant leur somme et leur différence deux à deux, etc. Dès lors, les solutions non algébriques des élèves de Stéphane peuvent être rapprochées des solutions arithmétiques présentées dans les manuels scolaires d'avant 1960. Elles présentent des similarités avec les solutions arithmétiques des anciens manuels d'arithmétique de l'époque de la stratégie classique d'enseignement de l'algèbre.

Pour illustrer mon propos, je rapproche la solution écrite et exposée à l'oral au tableau par une élève (Ambline) d'une solution arithmétique que j'ai moi-même rédigée en suivant le modèle rhétorique des manuels de la période classique :

<table>
<tr><td colspan="2">Enoncé du problème
1 Voici deux tas de cailloux.
x désigne le nombre de cailloux du 1er tas.
y désigne le nombre de cailloux du 2ème tas.
Le second tas a 19 cailloux de plus que le premier.
a) Donne une écriture de y à l'aide de x.
b) Il y a 133 cailloux en tout. Ecris une égalité vérifiée par x et y.
c) Trouve x et y.

</td></tr>
<tr><td>Solution écrite et commentée publiquement à l'oral par Ambline au tableau
133-19=114
114÷2=57
x=57
y=57+19=76
x+y=133

Ambline. parce qu'en fait heu// les 2 tas ça fait 133 / donc le deuxième tas a donc 19 cailloux de plus que l'autre [Stéphane :ouais] donc en fait ce que je fais c'est que je [Stéphane : chut, chut] je soustrais 19 // comme ça je trouve / les deux premiers // le résultat // donc il y en a un qui arrive à moitié [Stéphane : bien…] je mets mon résultat et après il faut au deuxième il faut rajouter les 19.</td>
<td>Solution arithmétique écrite sur le modèle d'un manuel arithmétique (Royer et Court 1932)
Raisonnement – On demande combien chaque tas contient de cailloux. Nous savons : 1/ que les deux tas contiennent 133 cailloux au total ; 2/ que le second tas a 19 cailloux de plus que le premier. Le nombre total de cailloux contient donc : le nombre de cailloux du premier tas+ 19 cailloux + le nombre de cailloux du premier tas. Si du nombre de cailloux total, on retire 19 cailloux, il reste donc deux fois le nombre de cailloux du premier tas.

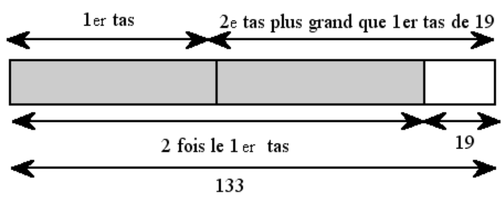
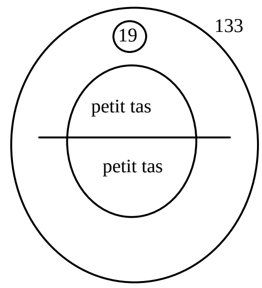
Solution – Si l'on retranche 19 à 133, il reste deux fois le nombre de cailloux du premier tas ou : 133-19 = 114. Le premier tas de cailloux comporte donc 114 : 2 = 57 cailloux. Et le deuxième tas : 57 + 19 = 76 cailloux.

</td></tr>
</table>

Tableau 6. Solutions arithmétiques du premier problème de l'activité « Cailloux » (Coulange 2000)

Si les connaissances arithmétiques attenantes à ces deux types de solutions semblent de même nature, leur exposition diffère. Notamment les élèves de Troisième de 1995 ne verbalisent pas leur raisonnement arithmétique, alors qu'il est explicite et que cette explicitation semblait attendue de la part des élèves dans la période classique. A l'instar d'Ambline, les élèves décrivent uniquement les opérations effectuées sans véritablement les expliquer ou les justifier sans que l'enseignant y trouve à redire. On peut y voir les effets d'un contrat didactique local, indice que la donne économique du système didactique a changé, du fait de la disparition de l'enseignement de l'arithmétique élémentaire.

L'étude institutionnelle menée en amont éclaire ainsi autrement « l'ignorance » du professeur en ce qui concerne les stratégies arithmétiques des élèves dans l'élaboration et la mise en œuvre de son activité introductive en Troisième. Lorsque Stéphane se lance dans des explications publiques du raisonnement d'Ambline citée ci-avant, on entrevoit son absence de familiarité avec la rhétorique des solutions autrefois enseignées dans le domaine de l'arithmétique :

Stéphane. Alors je réexplique un peu ce qu'elle [*parlant d'Ambline*] fait /// c'est à dire qu'elle dit, voilà // en tout ici j'ai donc 133 / cailloux [*Stéphane commence le dessin ci-contre*] /// je sais qu'il y en a un qui en a 19 de plus que l'autre /// donc je considère qu'ici j'ai mes 19/ les 19 elle les enlève / d'accord ? /// donc si elle enlève les 19 pour ceux qui restent ici // chuut, Claire merci / pour / donc ici tout ça ça nous fait 133 / cailloux /// et on sait qu'il y en a un qui en a 19 de plus, donc elle veut retomber sur des tas qui seraient équivalents // donc elle prend dans son deuxième tas, elle en enlève 19 / ça c'est des 19 qui sont en trop /// donc ici elle sait qu'on a deux tas pareils / donc elle les divise en deux, ces deux tas pareils / et donc ici elle a le petit tas // et ici le petit tas qui, ajouté avec ces 19, va faire le gros tas // donc on a 133 /// elle enlève les 19 il lui reste ici 114 /// elle divise en deux elle va trouver le petit tas, ça lui donne 57 /// puis maintenant elle rajoute les 19 au 57, 57 plus 19 elle va trouver le deuxième tas // d'accord ? C'est ce qu'elle a expliqué sur sa / ici [*Stéphane montre la solution écrite au tableau par Ambline*] ouais ?



Extrait de transcription d'une séance observée en mars 1998 dans la classe de Stéphane (Coulange 2000)

Cette méconnaissance par le professeur des solutions arithmétiques aux problèmes posés se donne à voir également quand il interagit avec Thibault, ou lorsqu'il se fait surprendre par la solution produite par Benoît en fin de séance (voir chapitre 1).

La position du professeur au sein de l'institution didactique éclaire autrement la question de l'apprentissage didactique qui pourrait résulter de la situation didactique (au niveau 0) évoquée à la fin du chapitre précédent. Même si Stéphane rencontre des occasions d'apprendre (voir l'analyse de l'épisode avec Thibault dans le chapitre 1) de par son observation et de sa compréhension de l'activité des élèves (niveau -1), il n'y a pas trace dans nos données d'une réflexion généralisant ou validant les types de procédures arithmétiques rencontrées. Je fais l'hypothèse que si apprentissage il y a, les connaissances didactiques sont fugitives, destinées à être perdues. Le domaine de réalité institutionnelle qui englobe cette situation didactique le justifie. Du fait de la disparition de l'arithmétique élémentaire autrefois enseignée, ces connaissances didactiques ne peuvent être reconnues comme utiles, ne renvoyant *a priori* à aucun savoir didactique officiel. Les projets didactiques local et global (niveaux +1 et +2) du professeur sont conformes aux praxéologies institutionnelles centrées sur les savoirs algébriques.

Si l'on revient à ces praxéologies institutionnelles, on peut s'interroger sur la stratégie de l'enseignement de l'algèbre des années 90 et sur les effets du mimétisme culturel avec la stratégie classique. Mon travail de thèse, et d'autres recherches menées dans la directe continuité (Coulange et René de Cotret 2003) révèlent des difficultés dans la transition arithmétique-algèbre envisagée. Par ailleurs, des travaux internationaux tendent à prouver que bien que fondée par la genèse historique de l'algèbre élémentaire (synthétisée dans Coulange 2000), une entrée dans l'étude par la mise en équation nécessite une rupture de pensée qui peut conduire à un cumul d'obstacles dans les apprentissages des savoirs algébriques (Artigue 2012). Même si des analyses plus récentes des organisations des savoirs algébriques à enseigner en France montrent des indices de changement tendant à mettre sur le devant de la scène didactique d'autres fonctionnalités de l'algèbre (comme outil de généralisation ou de preuve dans un champ réactualisé de problèmes), ces études révèlent que ces transformations conserve un caractère inabouti tant point de vue des praxéologies institutionnelles (Assude, Coppé et Pressiat à paraître), que du point de vue des pratiques enseignantes (Coulange et Grugeon 2008 ; Coulange et al. à paraître) et de leurs effets sur les apprentissages d'élèves (Derriche 2004 ; Constantin 2008 ; Constantin et Coulange 2010). La partie qui suit éclaire ce constat du point de vue des pratiques des professeurs et de leurs effets sur les apprentissages. C'est ce que je développe du point de vue des pratiques institutionnelles dans la quatrième et dernière partie.

III. PRATIQUES ENSEIGNANTES ET PRATIQUES INSTITUTIONNELLES DANS L'ENSEIGNEMENT DE L'ALGEBRE

Au fil de recherches conduites sur l'enseignement de l'algèbre à plusieurs époques et dans différents pays (en France, au Québec et en Tunisie), j'ai pu analyser les praxéologies institutionnelles des savoirs algébriques à enseigner dans différentes institutions didactiques. Cela m'a conduite à étudier les pratiques enseignantes en les référant à ces praxéologies institutionnelles (Coulange 2001b ; Coulange et René de Cotret 2003 ; Ben Nejma et Coulange 2009, Coulange et al. à paraître).

3.1 Un phénomène de résistance au changement dans les pratiques enseignantes ?

Par le biais de méthodologies un peu différentes, mon travail de thèse (Coulange 2001b) et celui conduit avec Ben Nejma (Coulange et Ben Nejma 2009 ; Ben Nejma 2009) montrent que la référence institutionnelle dominante des pratiques enseignantes n'est pas toujours celle de l'institution didactique considérée, mais que les pratiques effectives des enseignants se réfèrent parfois à des praxéologies institutionnelles d'époques antérieures et ce, essentiellement, de deux façons différentes.

Dans la recherche conduite avec Ben Nejma, il s'agit d'enseignants expérimentés. On peut dès lors faire l'hypothèse d'une stabilité des pratiques au regard d'organisations mathématiques que les professeurs ont rencontrées et dont ils organisé l'étude lors de leurs premières années d'exercice du métier de professeur. Je reviendrai en conclusion de cette partie sur cette hypothèse de stabilité des pratiques enseignantes fortement étayée par les travaux menés dans le cadre de la double approche (Robert 2001, Robert 2008c).

Mais ces phénomènes de résistance au changement renvoient aussi à des spécificités des organisations des savoirs algébriques. Au sein des praxéologies officiellement mises à l'étude autrefois (dans les périodes dites de réforme des mathématiques modernes ou de contre-réforme) se tenait un discours théorique à teneur logico-formelle (sur la notion d'équivalence, d'ensemble de solutions d'équations, etc.) qui peut donner l'illusion de complétude de ces organisations de savoir. La recherche menée avec Constantin (Constantin 2008 ; Constantin et Coulange 2010 ; Coulange et al. à paraître) montre en fait que ce type de discours formel n'éclaire pas les usages des techniques, et l'identification de types de tâches liées au calcul algébrique. De ce fait les organisations mathématiques ne peuvent être considérées comme complètes. Quoiqu'il en soit, cette recherche implicite de « pseudo-complétude » des organisations des savoirs algébriques à enseigner va sans doute de pair avec le fait qu'au sein des praxéologies institutionnelles contemporaines, les technologies et théories censées éclairer les techniques algébriques et leurs usages ne sont pas aisément identifiables ou identifiées par les pratiques enseignantes. La partie qui suit permet en partie d'étayer cette thèse.

3.2 Une dialectique entre les registres numérique et algébrique rejetée par les pratiques enseignantes

Dans un travail conduit avec Grugeon (Coulange et Grugeon 2008), à l'occasion de ma participation à l'encadrement de la thèse de Ben Nejma (Ben Nejma et Coulange 2009 ; Ben Nejma 2009) et au travers d'une contribution collective (Coulange et al. à paraître), je montre des phénomènes dans les pratiques enseignantes dans l'enseignement de l'algèbre au collège et au lycée susceptibles de freiner les attentes institutionnelles actuelles, communes à différents pays francophones. Les praxéologies institutionnelles contemporaines mettent fréquemment au centre de l'étude des conversions entre différents registres sémiotiques (Duval 1996) : numérique, graphique et algébrique Notamment, une part importante de l'étude est consacrée à des dialectiques entre les registres algébrique et numérique. Pour autant, dans les pratiques enseignantes, la dialectique envisagée semble résister.

Avec Ben Nejma (Ben Nejma et Coulange 2009), nous étudions les pratiques d'une enseignante expérimentée, Sara, à l'occasion de son enseignement des équations à deux inconnues et des systèmes d'équations en première année de lycée (élèves de 15-16 ans). Des observations ont été menées dans la classe de Sara pendant deux années consécutives de mise en place d'une réforme du curriculum officiel tunisien. Les organisations mathématiques apprêtées par Sara sont analysées en interrogeant leur proximité avec les praxéologies institutionnelles, telles qu'elles apparaissent dans les programmes ou sont mises en texte dans le manuel scolaire officiel tunisien. Nous avons questionné cette proximité à l'aide d'analyses *a priori* et d'analyses *a posteriori* des situations observées dans la classe de Sara. Tout en calquant son enseignement sur les organisations mathématiques et didactiques mises en texte dans le manuel officiel, Sara détourne une part importante des praxéologies de référence : elle reprend telles quelles les activités de l'ouvrage, mais en accordant en classe davantage d'importance que prévu au travail algébrique *stricto sensu*. Sa gestion déséquilibre nettement les dialectiques prévues entre le registre algébrique et le registre numérique. Pendant la première année d'observation, à plusieurs reprises, l'enseignante affaiblit le travail numérique convoqué *a priori* par ces activités. Les tableaux ci-dessous extraits de Coulange et al. (à paraître) synthétisent quelques données et éléments d'analyse qui permettent de pointer ce phénomène.

Extrait du manuel officiel : Activité d'introduction des équations à deux inconnues
Deux dés équilibrés ont leurs faces numérotées de 1 à 6, on lance les deux dés et on fait la somme des nombres obtenus, on désigne par x et y les nombres qui apparaissent sur chaque face. a) Quelle relation doivent vérifier x et y si la somme obtenue est égale à 10 ? b) Dénombrer alors tous les couples (x, y).
Extrait de transcription (Sara et E : Elève)
Sara : La question c'est ? Dénombrer tous les couples x, y... E : Madame (Sara : oui) E : 1 plus 9 E : 2 + 8 Sara : Ne parlez pas ensemble, chut, est ce qu'on peut avoir 2 + 8 ? Regardez les faces ne dépassent pas… E : Oui madame, encadré entre 1 et 6 Sara : On va donc dénombrer ces couples E : les couples 4,6 ; 5,5 ; 6,4 Sara : Que peut-on dire de ces couples ? Chaque couple vérifie l'équation E : 6 + 4 égal 10 (P écrit $x + y = 10$)
Eléments d'analyse a posteriori du déroulement
Sara reformule les réponses données par les élèves dans un registre numérique, dans le registre algébrique, en passant sous silence la conversion opérée.

Extrait du manuel officiel : Activité d'introduction du système d'équations
Une boite contient R boules rouges et N boules noires telles que - Le triple de N est égal à R diminué de 3. - Le quadruple de N est égal à R augmenté de 4. 1. Mettre le problème en équations. 2. Déterminer R et N.
Extrait de transcription (Sara et E : Elève)
Sara : une idée ? On veut trouver R et N, vous avez un nombre bien déterminé de boules rouges et un nombre bien déterminé de boules noires dans la boite, ce nombre ne va pas changer, comment faire pour trouver ces nombres ? E : on peut simplifier madame ? E : on choisit des nombres Sara : donne-moi une façon pour passer au tableau E : La somme madame Sara : chut, suivez, on obtient quoi, on fait $3N$ plus $4N$ égal $R – 3$ plus $R + 4$, $7N$ égal $2R + 1$, une équation qui a combien d'inconnue ? on veut obtenir R tout seul et N tout seul. C'est clair ou non ? (...) Vous essayez de trouver une équation qui a une seule inconnue ou bien R ou bien N, essayez de trouver.
Eléments d'analyse a posteriori du déroulement
Sara ne reprend pas les propositions d'élèves ancrées dans le registre numérique (prévues par l'analyse a priori puisqu'ils ignorent à ce stade les techniques de résolution algébrique d'un système d'équations). Elle introduit d'emblée la technique de résolution algébrique dite par « élimination ».

Tableaux 7. Des techniques algébriques prépondérantes (Coulange et al. à paraître)

Seules les techniques à caractère exclusivement algébrique sont mises sur le devant de la scène didactique et font l'objet d'explicitations de la part de l'enseignante, les autres étant rendues muettes ou faibles au sens de Assude et Mercier (2007).[35] Cela va de pair avec une restriction des activités proposées aux élèves qui se résument *a maxima* à la mobilisation de techniques algébriques déjà étudiées suivant un découpage prédéterminé par l'enseignante. Les extraits de transcription cités illustrent ce fait. Nos analyses *a posteriori* ont révélé des routines prégnantes de cadrage ou de guidage de l'activité algébrique des élèves. Les pratiques de cette enseignante marquent ainsi un phénomène de résistance au « déplacement topogénétique[36] vers l'élève », pourtant attendu par l'institution.

[35] Les techniques *invisibles* (ou muettes) dans une institution sont celles qui permettent de produire un résultat mais qui ne sont pas explicitées car leur usage n'implique ni commentaire ni contrôle langagier. Pour celui qui les met en œuvre, elles sont muettes, la pratique démontrée est le procédé de leur transmission. Les techniques *faibles* sont celles qui permettent de produire un résultat mais qui sont explicitées : la manière de faire peut être montrée et commentée par un expert ou observée par un apprenti comme un savoir en situation.

[36] La topogenèse à l'œuvre dans les pratiques données à voir par Sara est éloignée des attentes institutionnelles : le manuel officiel illustre le déplacement topogénétique attendu en supprimant la partie « cours » et en introduisant un nombre important d'activités introductives.

La présentation des techniques algébriques toujours fortement guidée par le professeur donne parfois lieu à l'ajout d'ostensifs symboliques pour une part absents du manuel officiel : l'ostensif «(;)» correspondant à la notion de couple, l'ostensif « S_{IR}^2 » pour désigner l'ensemble de solutions d'un système de deux équations à deux inconnues, etc. Il est possible d'interpréter ces rajouts d'ostensifs comme des résidus de programmes anciens, réformés depuis, mais que cette enseignante chevronnée a « vécus » en position de professeur. Cette dimension ostensive symbolique s'accentue lors de la deuxième année d'observation et s'accompagne d'un discours théorique plus explicite de type logico-formel (sur l'équivalence, les trois cas d'ensembles solutions des systèmes d'équations, etc.) de la part de l'enseignante. Cela nous laisse à penser qu'il s'agit pour ce professeur de renforcer la légitimité des techniques algébriques par le biais de ce discours enseignant. Du fait de la prépondérance du travail intrinsèque à l'algèbre et de la présence de ce discours théorique, les pratiques de l'enseignante s'éloignent des praxéologies institutionnelles. Sa volonté apparente de conformité aux organisations didactiques et mathématiques du manuel officiel nous a conduites à parler de *conformité de surface* dans l'étude de ses pratiques effectives.

Ce constat est proche de celui fait dans Coulange et Grugeon (2008) sur l'usage d'une situation visant l'élaboration de formules modélisant des stratégies de calcul numérique, par une enseignante de Troisième (14-15 ans) en France (Nicole). Cette situation « les carrés bordés » peut être considérée comme emblématique des praxéologies contemporaines relatives à l'enseignement de l'algèbre élémentaire en France. Elle est au centre du document d'accompagnement intitulé *Du numérique au littéral au collège* (DESCO 2008) et est reprise sous des formes variées, à des niveaux divers dans de nombreux manuels de collège :

Il s'agit d'établir une formule qui permet de calculer le nombre de carreaux grisés d'une figure construite sur le modèle ci-contre, quel que soit le nombre de carreaux sur le côté du carré. Dans un premier temps, les élèves sont invités à déterminer le nombre de carreaux grisés pour des valeurs déterminées du nombre de carreaux sur le côté du carré, puis dans un second temps à formuler en langage naturel une méthode de calcul et dans un dernier temps à produire une formule mathématique.

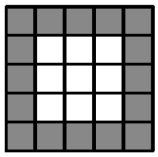


Figure 8. Brève description de la situation « les carrés bordés » observée en avril 2006 dans la classe de Nicole

Je ne reviens pas ici sur l'analyse *a priori* détaillée de cette situation faite dans Coulange et Grugeon (2008). Je développe directement des extraits de l'analyse *a posteriori* du déroulement observé dans la classe de Nicole qui illustre la façon dont l'enseignante détourne une part des enjeux de cette situation dans l'élaboration de formules qui modélisent et généralisent des procédures de calcul numérique correspondant à des stratégies d'élèves pour calculer les nombres de carreaux des bordures des « carrés bordés ». Tout d'abord l'enseignante accorde très peu de temps à des phases pourtant cruciales pour la dévolution de la situation, dans la recherche de stratégies numériques sur des cas simples et sur un cas plus complexe, ou nécessaires en vue d'une problématisation de la démarche de modélisation algébrique. Nicole gère ces phases essentiellement de façon collective, en guidant fortement le travail des élèves au tableau. L'extrait de transcription cité ci-dessous atteste ainsi de la façon dont l'enseignante semble vouloir directement relier le travail en cours au travail mené dans le cadre d'un devoir à la maison, à savoir, choisir l'écriture d'une expression la plus adaptée en fonction du calcul visé : d'où son long monologue en début de séance non envisagé *a priori*.

Nicole : Il y a quelqu'un qui a dit là c'est plus long, là c'est plus compliqué, selon les expressions, donc on n'a pas encore vu si elles étaient équivalentes, il vous faudra choisir celle qui vous permet d'obtenir un calcul le plus rapide possible. Aujourd'hui, apparemment, il y en a qui sont un peu plus rapides quand on regarde le détail des calculs. Dans le devoir maison, vous avez une expression, quand on vous demande de développer l'expression, ça fait une autre formulation, quand on vous demande de la factoriser, cela fait une autre formulation, et ensuite on vous demande de faire le calcul pour x = -2, je crois dans votre devoir maison. Eh bien à vous de choisir la bonne expression qui va au plus vite pour vous, au plus simple pour vous. Est-ce que je prends la 1ère expression : l'expression développée, l'expression factorisée ? (…). Maintenant, on vous demande de faire ce travail là quand le côté vaut x. J'avais déjà bien avancé le travail en essayant de commenter chaque nombre, expliquer ce que représente chaque nombre.

Extrait de transcription de la situation « les carrés bordés » observée en avril 2006 dans la classe de Nicole

A la suite de ce monologue, c'est sur le mode collectif et de façon très rapide que *Nicole* gère la production des formules. Elle envoie une « bonne » élève au tableau qui réussit à écrire les expressions $x \times 4 + 4$ et $(x + 1) \times 4$ et la guide pas à pas dans l'écriture de l'expression correspondant à la méthode « des aires ». Pour l'enseignante, l'enjeu prépondérant de la situation est visiblement le travail formel permettant de prouver l'équivalence entre les expressions littérales, qui correspondait *a priori* à la toute dernière phase de la situation. Ainsi, Nicole incite directement les élèves à factoriser deux des expressions algébriques produites par les élèves de sa classe, notamment celle correspondant à la méthode « par les aires » $(x+2)^2$- x^2 en s'aidant d'un formulaire autour des identités remarquables ; elle va jusqu'à préciser l'identité en jeu :

Nicole : a^2- b^2. La fiche rose. Essaie de me le factoriser. Toute la classe, essayez de factoriser. (…) Vous essayez de factoriser, vous indiquez quelle formule, la troisième identité remarquable. Elle a reconnu qu'elle avait cette somme-là a^2- b^2, c'est-à-dire la différence de deux carrés. Ça, ça fait partie de vos compétences exigibles, donc essayez. Vous avez la formule sous les yeux.

Extrait de transcription de la situation « les carrés bordés » observée en avril 2006 dans la classe de Nicole

Suite à cette intervention, les élèves disposent d'un temps de travail individuel dédié à la factorisation de $(x+2)^2$- x^2, et de $4x + 4$, pendant lequel l'enseignante passe dans les rangs, donnant des aides plus ou moins adaptées aux élèves en difficulté. Au final, en l'absence de lien explicite avec la problématique de modélisation de la situation « carré bordé », il n'y a sans doute pas grande différence entre le travail effectué par les élèves pendant cette phase de la séance et l'accomplissement de tâches isolées autour de la factorisation.

A l'instar de ce que l'on a observé dans les pratiques de Sara, Nicole ne donne pas la place prévue au travail numérique pourtant destiné à donner une signification aux expressions algébriques que les élèves manipulent dans le cadre de la situation des « carrés bordés ». Il s'agit avant tout pour elle d'amener les élèves à réactiver et à appliquer des techniques de transformation et de calcul sur les expressions algébriques (type identités remarquables).

Plusieurs recherches sur les pratiques enseignantes dans l'enseignement de l'algèbre synthétisées dans Coulange et al. (à paraître) tendent ainsi à prouver que la dialectique entre le numérique et l'algébrique résiste et est rejetée par les pratiques enseignantes. L'activité numérique des élèves pourtant convoquée *a priori* par les tâches proposées reste silencieuse ou est réorientée directement vers des techniques algébriques. Malgré des attentes institutionnelles qui élargissent les activités à proposer aux élèves dans le sens d'une dialectique entre le numérique et l'algébrique, la majorité des pratiques enseignantes données à voir dans ces travaux de recherche se centrent *a contrario* sur des techniques algébriques, même si dans certains cas, face aux difficultés rencontrées par les élèves, ces pratiques évoluent un peu (Coulange et Grugeon 2008 ; Coulange et al. à paraître).

Cette stabilité collective des pratiques y compris chez des enseignants novices (voire la contribution de Lenfant dans Coulange et al. à paraître) me paraît à interroger de plusieurs points de vue.

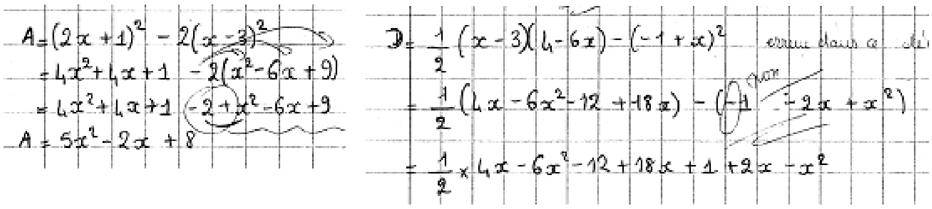
La façon dont les professeurs concernés par les études de cas évoquées ci-avant envisagent l'enseignement de l'algèbre n'est pas indépendante de la manière dont ils semblent envisager plus globalement l'étude mathématique. La part de l'activité des élèves reste réduite, souvent limitée à la mise en œuvre de techniques enseignées préalablement par des procédés ostensifs. Cette dernière remarque me conduit à m'interroger sur le rôle joué par d'autres systèmes de conditions et de contraintes que celles référées aux savoirs à enseigner et aux institutions didactiques, susceptibles d'éclairer autrement les pratiques enseignantes et leur stabilité. Dans le cadre de la double approche ergonomique et didactique (Robert et Rogalski 2002, Robert 2008c) que j'aborde dans le chapitre suivant, on peut par exemple s'interroger sur la stabilité de la composante médiative des pratiques de Sara et de Nicole et sur les rapports entre cette composante et la composante institutionnelle susceptibles d'éclairer leur logique d'action dans le cadre de leur enseignement de l'algèbre.

Mais comme je l'ai brièvement évoque au début de cette partie, une part des phénomènes observés dans les pratiques effectives est sans doute attenante aux spécificités des savoirs algébriques et des pratiques d'enseignement afférentes au sein de l'institution didactique. Ce que j'ai étudié dans les pratiques enseignantes « ordinaires » peut renvoyer à ce que Chevallard (1999) a appelé l'épistémologie spontanée du professeur face au problème professionnel de l'enseignement de l'algèbre. Je reviens sur ce point dans la partie qui va suivre, intitulée *De retour aux pratiques institutionnelles et à leur objet d'enseignement : l'algèbre*. Mais afin d'éclairer le contenu de cette dernière partie, j'évoque au préalable la question des effets potentiels des pratiques enseignantes sur les apprentissages des élèves.

3.3 A propos des effets potentiels des pratiques enseignantes sur les apprentissages

La recherche conduite par Constantin sous ma direction (Constantin 2008 ; Constantin et Coulange 2010, 2012 ; Coulange et al. à paraître) permet précisément d'interroger ce qui peut faire difficulté à certains élèves, plus qu'à d'autres dans l'apprentissage de l'algèbre. A l'instar des travaux de Mercier (1992), l'étude menée s'organise autour de la biographie didactique d'élèves dans la transition collège-lycée. L'originalité de ce travail réside dans les différents axes retenus et menés de front dans des études de cas d'élèves, articulant différents points de vue théoriques que je ne détaille pas ici. Je me contente de signaler l'apport de la théorie anthropologique du didactique dans l'étude. Ainsi, une part des hypothèses à l'origine de ce travail se situe en directe continuité du travail de Bosch, Fonseca et Gascon (2004) sur le degré de complétude (ou d'incomplétude) des organisations mathématiques mises à l'étude. Nous supposons que les organisations mathématiques et didactiques afférentes à l'étude des techniques de calcul algébrique dans les pratiques ordinaires d'enseignement présentent de multiples incomplétudes au sein des niveaux technologico-théoriques, censés justifier et légitimer ces techniques. Plus encore, nous pensons que ces incomplétudes des organisations algébriques enseignées se conjuguent avec des ruptures topogénétiques dans l'étude de ces savoirs à l'entrée au lycée. Par exemple, le lycéen serait laissé plus autonome dans les moments de travail des techniques algébriques que le collégien : une part des adaptations concernant ces techniques serait laissée à sa charge, sans que les technologies, ou les théories destinées à justifier ces techniques et à en éclairer l'usage ne soient construites en amont.

Avec Constantin, nous nous sommes penchées en détail sur le travail en algèbre de deux élèves que l'on pouvait considérer en relative réussite au collège et qui se sont retrouvés en difficulté tout au long de leur année de Seconde. Nous présentons ici un très bref extrait attenant à la biographie d'une élève surnommée Joanna et au développement d'expressions algébriques. Joanna parvient à mener à bien la très grande majorité des développements demandés en classe, ses cahiers en témoignent. Pourtant lors d'un contrôle, elle échoue dans le développement de deux des quatre expressions représentées



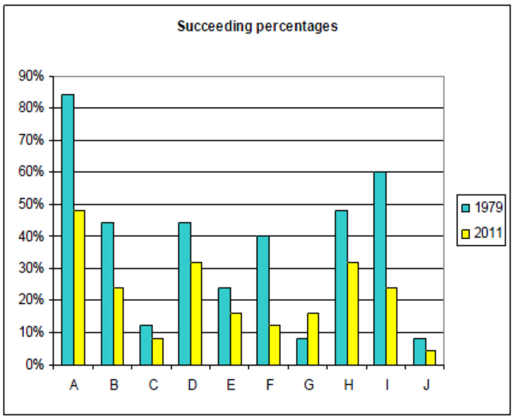
:

Figure 9. Extrait du contrôle de Joanna (Coulange et al. à paraître)

Ce qui gêne cette élève participe du développement d’un produit de trois facteurs (ou d’un « double développement ») : nous avions déjà pu le constater lors des séances de travaux dirigés (Constantin 2008). Il est à noter que ce type de tâches est surreprésenté dans l’évaluation (2 occurrences sur 4 dans le devoir) par rapport à ce qu’il en a été au cours de l’étude (4 occurrences sur 32 dans les exercices proposés à faire à la maison ou en travail dirigé). On peut donc parler d’une rupture du contrat didactique lié à l’étude lors de cette évaluation. Il n’en demeure pas moins que Joanna échoue à chaque fois à l’occasion de l’adaptation de la technique convoquée. Cette adaptation consiste *a priori* à introduire une étape (ou un intermédiaire) : le développement d’un premier produit de deux facteurs pour se ramener à un second produit de deux facteurs à développer à nouveau. Il semble que cette adaptation déstabilise ici des techniques anciennes du développement d’un produit de la forme $k\,(a + b + c)$. Soulignons que Joanna réussit pourtant par ailleurs parfaitement ce type de développements de façon isolée. On peut s’interroger sur ce qui la gêne véritablement. Elle parvient à introduire et à réaliser l’étape nécessaire liée au premier développement en s’appuyant sur une identité remarquable : si l’on suit son cheminement personnel lors des séances de travail dirigé, c’est bel et bien un progrès qu’elle acquiert au fil des différentes rencontres avec ce type de tâches. Mais elle ne semble plus interpréter le travail restant à accomplir comme un développement. Au contraire de ce que l’on pouvait supposer, la convocation de la technique pertinente a bien lieu. Mais elle déstabilise des techniques anciennes dans la conjonction de plusieurs adaptations et entraîne des régressions dans les manipulations algébriques. Joanna échoue ainsi à de multiples reprises dans les adaptations des techniques algébriques convoquées à travers les types de tâches mises à l’étude au lycée. La technologie sous-jacente relative à la propriété de distributivité ne semble pas éclairer les adaptations de techniques à opérer.

Ainsi à l’instar de ce qui se passe en Seconde pour Joanna, pour des élèves en relative réussite scolaire au collège, l’algèbre enseignée devient rapidement un verrou d’accès à une orientation scientifique au lycée. Ce n’est pas nouveau. Ce n’est tellement pas nouveau qu’une étude comparée d’erreurs d’élèves de deux classes de Troisième en 1979 et en 2011 sur des tâches de factorisation (Constantin et Coulange 2012) donne des résultats frappants : les élèves de Troisième de la classe actuelle échouent certes davantage[37] mais les expressions qui posent le plus de difficultés aux deux populations sont identiques et les erreurs sont de même nature.

[37] Nous ne pouvons pas vraiment interpréter ou généraliser ce résultat, compte tenu que nous n’avons pas d’informations sur les éventuelles spécificités des publics d’élèves concernés, mis à part le fait que le professeur de mathématiques des élèves de Troisième de 2011 considérait sa classe comme « plutôt faible ».



Expressions	Expected answers
$A = x^2 - 16$	$(x+4)(x-4)$
$B = -t^2 + 4$	$(2+t)(2-t)$
$C = x^8 - a^{12}$	$(x^4 - a^6)(x^4 + a^6)$
$D = 4x^2 - 361$	$(2x-19)(2x+19)$
$E = 2x^2 - 18$	$2(x^2-9) = 2(x+3)(x-3)$
$F = \sqrt{3}x^2 - 16\sqrt{3}$	$\sqrt{3}(x^2-16) = \sqrt{3}(x+4)(x-4)$
$G = \pi t^3 - \pi t$	$\pi t(t^2-1) = \pi t(t+1)(t-1)$
$H = 9x^2 - 4y^2$	$(3x+2y)(3x-2y)$
$I = x^2 - 3$	$(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$
$J = \frac{x^2}{16} - 10^{-2}b^2$	$\left(\frac{x}{4} - 10^{-1}b\right)\left(\frac{x}{4} + 10^{-1}b\right)$

Figure 10.a. Comparaison de pourcentages d'erreurs d'élèves de 3e en 1979 et en 2011 (effectifs de 25 élèves) – Expressions algébriques à factoriser proposées dans le test de Tonnelle (1979) (Constantin et Coulange 2012)

Error scheme	Actualizations	Number of occurrences 1979	Number of occurrences 2011
$a^2 - b^2 \rightarrow (a-b)^2$	A = $(x-4)^2$	3	3
	D = $(2x-19)^2$	2	0
	$F = \sqrt{3}(x-4)^2$	4	1
	$H = (3x-2y)^2$	5	2
	$I = (x-\sqrt{3})^2$	NN	1
$ax^2 - b \rightarrow (ax)^2 - b \rightarrow (ax+\sqrt{b})(ax-\sqrt{b})$	$D = (4x+19)(4x-19)$	4	2
	$E = (2x+\sqrt{18})(2x-\sqrt{18})$	3	1
$ax^2 - by^2 \rightarrow (ax)^2 - (by)^2 \rightarrow (ax+by)(ax-by)$	$H = (9x+4y)(9x-4y)$	2	2
$2a \rightarrow a^2$	361=(180,5)² ou 180²	3	1
	16=8²	1	1
	18=9²	2	6

Figure 10.b. Comparaison d d'erreurs d'élèves de 3e en 1979 et en 2011 (effectifs de 25 élèves) – Expressions algébriques à factoriser proposées dans le test de Tonnelle (1979) (Constantin et Coulange 2012)

Si ces résultats peuvent paraître surprenants pour l'observateur extérieur du système didactique, à bien des égards, ils n'ont sans doute rien d'étonnant pour le chercheur en didactique conscient des phénomènes de stabilité à l'œuvre dans l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre. Ces proximités sont d'ailleurs cohérentes avec les résultats obtenus dans la thèse de Croset (2009) sur la stabilité des erreurs en algèbre, que cette auteure choisit d'étudier à la lueur d'un développement théorique original sur la « *praxis*-en-acte », c'est-à-dire la *praxis* à l'œuvre dans l'activité des élèves, distincte mais qui peut être en partie déterminée par la *praxis* institutionnelle. Croset en vient d'ailleurs au même type de conclusions que nous sur l'absence d'éclairage des techniques algébriques et de leurs adaptations du point de vue de la technologie en jeu (liée à la propriété de distributivité):

> Nous nous sommes aussi interrogés sur une éventuelle explication commune à la présence des praxis-en-acte et des comportements instables dont font preuve les élèves. Nous avançons une troisième réflexion qui est, de surcroît, satisfaisante en termes de remédiation. Les élèves ayant des comportements erronés stables ou instables ne mobilisent pas la technologie institutionnelle voire n'en disposent pas. C'est cette technologie qui permet non seulement d'expliquer et de produire la technique adéquate mais surtout de contrôler les productions (…) Cette hypothèse n'a rien de novateur. Mais il est intéressant d'en prendre conscience et de réexpliquer les comportements sous cet aspect-là. Tout d'abord, disposer de la bonne technologie et savoir la mobiliser permet de prendre conscience du domaine de validité de la technique utilisée et de l'adapter raisonnablement si le contexte (le type de tâche) est modifié. C'est l'aspect « contrôle » de la technique. (Croset 2009, p. 262)

L'étude de biographies didactiques complètes d'élèves menée dans Constantin (2008) nous renseigne finement sur la façon dont les choses se jouent : ce sont effectivement bien les techniques algébriques liées à la distributivité, l'identification de leur portée ou de leur domaine d'efficacité, voire leur extension, en amont de leur convocation dans de nouveaux contextes d'utilisation qui semblent au cœur de ces difficultés. Ces élèves entretiennent des malentendus avec les pratiques enseignantes principalement ostensives autour des apprentissages concernés ou qui correspondent à des bribes de discours formel posées en amont, déconnectées de la mise en œuvre des techniques. On note dès lors la rapidité avec laquelle les ostensifs algébriques deviennent rigides, perdent leur signification. Nous constatons ainsi qu'en l'absence d'un discours mathématique cohérent visant à élaborer et à délimiter les domaines d'efficacité de ces techniques numérico-algébriques, ces dernières se vident rapidement de toute signification pour les élèves qui « mésentendent » le contrat didactique afférent, à partir du moment où s'introduit une certaine complexité dans les types de tâches envisagés.

Mais cette absence de discours sur les techniques et leurs usages ne nous semble pas uniquement le fait des pratiques enseignantes, ou des praxéologies institutionnelles. Dans Constantin (2008), une brève recherche des éléments technologiques ou théoriques s'inspirant d'organisations savantes et contemporaines des savoirs algébriques ne nous a pas donné de réponse satisfaisante : ils ne disent rien ou pas grand chose de la portée ou des usages des techniques en jeu dans l'activité algébrique des élèves. Les travaux d'Abou Raad et Mercier (2009) pointent selon nous des phénomènes similaires relativement à l'enseignement de la factorisation en France et au Liban : quand il y a un discours à caractère théorique (sur les notions de monômes ou de polynômes dans l'institution), celui-ci n'est pas praticable ou ne donne pas de moyens de contrôle sur une factorisation réussie. Du point de vue du savoir algébrique, cela peut renvoyer à la remarque de Mercier (à paraître) :

> La refondation possible du travail algébrique dépend du courage avec lequel les chercheurs traiteront cette question : dans l'écologie du travail algébrique fonctionnel scolaire figurent des notions non mathématisées. L'histoire et l'épistémologie savantes ne les ont pas identifiées, alors que pourtant elles sont le point d'appui indispensable de la vie scolaire de ce corps de pratiques et de savoirs. Reconstruire des éléments possibles de ce que la didactique a identifié il y a longtemps comme un texte du savoir algébrique, qui puisse porter un enseignement élémentaire, est, semble-t-il, la seule manière d'imaginer et d'identifier une issue, nous devons donc engager collectivement ce travail dont nous pouvons voir ici les prémisses. (Op. cité, p.175)

C'est un des points de départ de la thèse en cours de Constantin qui vise à refonder l'enseignement du calcul littéral au collège. Comment construire un discours mathématique visant à éclairer les usages des techniques de calcul algébrique, au plus près de l'activité mathématique possible d'élèves et des pratiques des professeurs ? J'y reviendrai dans les perspectives de recherche que je développerai à la toute fin de cette note de synthèse.

Mais j'en viens maintenant à réinterroger la stabilité constatée à la fois dans les apprentissages des élèves et dans les pratiques enseignantes (ce qui paraît bien sûr aller de pair !) du point de vue des pratiques institutionnelles et de leur objet d'enseignement.

IV. DE RETOUR AUX PRATIQUES INSTITUTIONNELLES ET A LEUR OBJET D'ENSEIGNEMENT : L'ALGEBRE

Le lecteur aura pu le constater à la lecture des deux premiers chapitres de cette note : le domaine d'étude de l'algèbre élémentaire enseigné au collège et au lycée joue un rôle privilégié dans une part importante de mes recherches anciennes et actuelles. C'est à ce titre que j'ai été sollicitée avec Drouhard par Dorier et Robert pour coordonner un numéro spécial hors série de la revue Recherche en Didactique des Mathématiques intitulé *Enseignement de l'algèbre élémentaire, Bilan et perspectives* (Coulange et Drouhard à paraître). La partie conclusive de ce chapitre se nourrit largement des contributions qui rapprochent et mettent en écho des travaux variés en didactique de l'algèbre, à paraître dans cet ouvrage collectif.

Les phénomènes de stabilité constatés dans les pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages d'élèves renvoient pour une bonne part au caractère inabouti des praxéologies institutionnelles révélés par la synthèse de travaux rédigée par Assude, Coppé et Pressiat (à paraître). Ainsi le constat sur l'échec des élèves dans la gestion des adaptations de techniques de factorisation et de développement convoquées dans la transition collège-lycée fait écho à ce que ces auteurs tirent comme conclusion intermédiaire de leur étude des pratiques institutionnelles d'enseignement de la distributivité au collège :

> Il en résulte que la propriété de distributivité perd sa prépondérance technologique pour justifier et valider les calculs. Il y a donc un risque que les élèves ne l'utilisent pas et se rabattent sur des techniques portant sur les transformations d'écritures exclusivement basées sur des ostensifs, avec des critères de vérification peu opérationnels portant sur la forme. (Op. cité, p. 51).

Ils concluent d'ailleurs plus globalement :

> De façon plus générale, l'étude de cette évolution [de praxéologies institutionnelles relatives à l'enseignement des expressions algébriques, de la distributivité et des inéquations] montre que les éléments théoriques permettant de justifier les calculs et donner des moyens de contrôle aux élèves sont peu souvent explicites ou remplacés par des ostensifs peu efficaces. (…). Nous pensons donc qu'il est important de redonner une place explicite aux éléments théoriques en algèbre par la mise en œuvre régulière des types de tâches de justification qui permettent aussi de redonner des finalités à l'enseignement de l'algèbre.
> (Ibid., p. 65).

Dans cet article, les auteurs formulent une thèse formulée sur le rôle joué par les programmes de calcul dans les organisations mathématiques attenantes aux expressions algébriques, qui coïncide parfaitement avec mon étude des pratiques d'une enseignante dans le contexte de la situation d'enseignement des « carrés bordés » :

> Les programmes de calcul conservent la fonction didactique de support d'exercices, sans apparaître comme un objet paramathématique contribuant à la construction de l'organisation mathématique. Nous faisons ainsi l'hypothèse que, dans le curriculum officiel, l'introduction des programmes de calcul ouvre des potentialités qui restent inexplorées. (Ibid. p. 46)

Par ailleurs, la contribution de Bosch et Chevallard (à paraître) permet de remonter aux origines potentielles de ces praxéologies institutionnelles, du point de vue de la transposition didactique. Le propos tenu sur les phénomènes transpositifs à l'œuvre dans la transition entre l'arithmétique et l'algèbre déjà étudiés dans Chevallard (1989a, 1989b) et réactualisé dans cette contribution éclaire mon étude des pratiques enseignantes dans l'enseignement des équations ou des systèmes d'équations. L'ayant déjà largement évoqué dans la deuxième partie de ce chapitre, je n'y reviens pas ici. Je m'attarde davantage sur ce que Bosch et

Chevallard disent au sujet de l'évaluation des expressions algébriques et des programmes de calcul :

> Le geste clé, ici, consiste à « calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques », comme le prévoit le programme actuel de la classe de 4e. Mais ce geste a été depuis longtemps minoré dans l'enseignement du collège, sans doute parce que sa fonction didactique originelle – « faire tourner » des programmes de calcul avant toute transformation algébrique et ainsi voir émerger le problème de leur transformation adéquate – a cessé d'être reconnue. (Op. cité, p. 23).

Ainsi les raisons d'être d'une dialectique entre le travail numérique et le travail algébrique ne sont pas toujours claires au sein de l'institution didactique contemporaine qui semble pourtant officiellement la préconiser. Pour reprendre cet exemple : à quoi peut bien servir de calculer la valeur numérique d'une expression algébrique (pour des nombres donnés) « en soi » ? Ces absences de raisons d'être légitimes d'une telle dialectique dans les organisations mathématiques mises à l'étude peuvent contribuer à éclairer le phénomène de rejet constaté dans les pratiques enseignantes à son égard.

On voit donc à travers ces travaux développés dans le cadre de la théorie anthropologique comment les phénomènes de transposition didactique étudiés en amont par Chevallard et Bosch ou au sein de l'institution didactique par Assude, Coppé et Pressiat peuvent contribuer à déterminer ce que j'ai étudié dans les pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages comme le souligne par Mercier (à paraître) au sujet de ma propre contribution dans l'ouvrage :

> Elles [Coulange, Ben-Nejma, Constantin et Lenfant-Corbin] montrent, comme Chevallard et Bosch le prévoyaient et d'autres l'avaient observé, que ces pratiques sont peu dépendantes des réformes et des cultures locales (…) Ainsi, les auteurs observent comment le manque technologique, identifié dans ce numéro spécial de RDM, impose sa loi en ne donnant pas, même aux professeurs, des mots pour penser leurs problèmes d'enseignement. Nommer le problème en termes de « dialectique entre registres » n'y change rien tant que ces registres ne sont pas constitués comme registres de pratiques pour les élèves, et comme œuvres mathématiques pour les professeurs. (Op. cité, p. 173).

L'ouvrage à paraître révèle la densité de l'objet d'enseignement : le savoir algébrique à enseigner. Ainsi, selon la théorie anthropologique, le savoir algébrique peut être appréhendé tout à la fois comme « la science des programmes de calcul, une science qui permet de les décrire et de les étudier, et qui a, en outre, cette particularité de permettre de calculer avec et sur eux, ce qui fait toute la force de l'algèbre en tant qu'outil de modélisation et de preuve » (Ruiz-Munzon, Matheron, Bosch et Gascon, à paraître). En référence aux travaux de Duval, l'algèbre peut être vue comme un registre sémio-linguistique « tout sauf simple car il est de nature mixte », et dès lors comporte de nombreux aspects implicites (Drouhard et Panizza à paraître).

Cette densité de l'objet d'enseignement peut éclairer la diversité des points de départ (à la fois théoriques et pragmatiques) choisis ou évoqués pour développer des alternatives d'enseignement destinées à améliorer les apprentissages sur l'algèbre vue : comme outil de modélisation fonctionnelle (notamment dans les contributions de Ruiz-Munzon et al. et de Schlieman, Carraher et Brizuela), comme des théorèmes et des propriétés outillant des preuves et des justifications (notamment dans les contributions de Assude et al., et de Douek et Morselli), comme un langage, un registre voire un paquet sémiotique pouvant même inclure des manifestations corporelles (dans les contributions d'une part de Chaachoua, Chiappini, Pedemonte, Croset et Robotti et d'autre part de Sabena, Robutti, Ferrara et Arzarello).

Cette diversité donne à voir la richesse et la force des propositions des chercheurs en didactique de l'algèbre dans le *design*[38] didactique. Il y a certes des convergences : comme par exemple la nécessité d'un « dialogue » entre le travail numérique et le travail algébrique, ou le rôle important joué par des objets de savoir comme les expressions algébriques et les formules. Sorties de leur contexte théorique, ces convergences sont toutefois difficiles à énoncer autrement qu'assez naïvement comme je viens de le faire, ce qui leur fait perdre toute consistance et valeur scientifique car elles deviennent vite des banalités. En effet, ces éléments convergents restent déclinés, appréhendés de manière variée selon le cadrage théorique adopté. Cette diversité peut dès lors donner parfois l'impression que la recherche en didactique de l'algèbre reste un peu dispersée sur ce qui dans le fond, et ne se saisit pas encore vraiment, de ce qui permettrait de refonder l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre élémentaire au collège.

Mes propres recherches m'invitent à penser qu'une manière d'interroger les propositions alternatives d'enseignement, de les mettre en regard et de les organiser voire d'en produire de nouvelles doit se situer « au plus près » des pratiques enseignantes et de l'activité des élèves en se posant la question de l'appropriation et de l'utilisation qui peuvent en être faite dans des classes ordinaires. Cette question de l'intégration dans les pratiques enseignantes est déjà présente dans plusieurs des contributions collectives de l'ouvrage à paraître. Elle est centrale dans la contribution de Haspekian sur l'intégration du tableur dans les pratiques d'enseignement de l'algèbre. Elle est présente dans les contributions de Grugeon-Allys, Pilet, Chenevotot-Quentin et Delozanne et de Douek et Morselli quand les auteurs donnent à voir des variabilités cognitives dans les apprentissages d'élèves en algèbre et se posent la question de leur prise en compte dans les pratiques enseignantes. Drouhard et Panizza essaient également de tirer de leur recherche sur le registre sémiotico-linguistique de l'algèbre quelques pistes orientées vers les pratiques enseignantes et leur formation. On peut voir dans l'élargissement de la notion de registre à celle de « paquet sémiotique » une volonté de prise en compte d'aspects spécifiques des activités des professeurs et des élèves dans les travaux exposés par Sabena, Robutti, Ferrara et Arzarello. Enfin, la question de la formation des enseignants est soulevée de manière très honnête en conclusion de la contribution de Schlieman, Carraher et Brizuela :

> Hopefully, research studies such as the one reported here will contribute to changes in school curricula and practice. But we are sober enough to realize that such changes depend on more than the contributions of researchers. Ultimately, they will happen or not to the extent that we use what we are learning to effect changes in programs of teacher education and professional development. (Op. cité, p. 117).

En écho au propos que j'ai tenu en introduction de cette note, il me semble que pour dépasser l'attitude sobre évoquée par les auteurs précités et toute à leur honneur, nous aurions tout à gagner à prendre en charge cette question de l'intégration dans l'ordinaire de la classe de mathématiques dans les prémisses même de notre *design* didactique en algèbre.

[38] Le mot *design* est à entendre dans une acception beaucoup plus large que celui d'ingénierie didactique qui sous-entend une méthodologie spécifique d'élaboration et d'analyse : il s'agit de pratiques alternatives d'enseignement élaborées et expérimentées dans le cadre de recherches sur l'enseignement des mathématiques.

CHAPITRE 3 : LES PRATIQUES ENSEIGNANTES ET LE MÉTIER DE PROFESSEUR

Certains de mes travaux sur les pratiques d'enseignement de l'algèbre évoqués dans le chapitre précédent me font éprouver la nécessité d'interroger la stabilité et certaines des récurrences observées dans les pratiques enseignantes au regard de déterminants autres que ceux liés à l'institution didactique ou à la situation didactique. La double approche didactique et ergonomique propose précisément d'élargir le regard sur les pratiques enseignantes en intégrant l'étude de conditions et de contraintes spécifiques du métier du professeur, pour appréhender l'exercice de ce métier dans toute sa complexité (Robert 2001 ; Robert et Rogalski 2002 ; Robert 2008a et 2008c).

> Nous avons donc fait un double élargissement. D'une part, nous avons abandonné le lien exclusif entre pratiques en classe et apprentissages visés pour nous plonger dans l'univers du métier. Nous avons choisi l'option suivante : pour analyser, interpréter les pratiques, et peut-être pour ensuite les former, on ne peut pas faire l'impasse du fait que ces pratiques, tout en ayant pour objectif l'apprentissage des élèves concernent l'exercice singulier d'un métier, le métier d'enseignant. Il y a là un véritable changement de posture pour le chercheur. D'autre part, cela nous a amenée à nous inspirer et/ou à faire des emprunts à la psychologie ergonomique et, plus récemment à la didactique professionnelle et ce travail n'est pas terminé, loin s'en faut ! (Robert 2008a, pp. 13-14)

Ce nouvel ancrage théorique s'est particulièrement imposé à moi dans le cadre de mes recherches sur les pratiques de professeurs de mathématiques débutants en ZEP,[39] présentées dans ce troisième chapitre (Coulange 2008 ; Coulange sous presse). Du fait des conditions d'exercice spécifiques rencontrées par les enseignants néo-titulaires dans des collèges ZEP, il m'est apparu d'emblée nécessaire d'adopter ce regard élargi sur les pratiques enseignantes, qui ne les réfère pas électivement à la situation didactique (comme dans le cadre de la théorie des situations didactiques) ou aux savoirs à enseigner (comme dans le cadre de la théorie anthropologique).

I. UN POINT DE VUE ERGONOMIQUE ET DIDACTIQUE SUR LES PRATIQUES ENSEIGNANTES

1.1. La nécessaire prise en compte du métier de professeur

Dans le cadre de la double approche, l'activité[40] du professeur est appréhendée par sa finalité, ses motivations, son exécution des tâches et ses contrôles, y compris les motivations qui seraient plus indirectement liées aux apprentissages des élèves. Cet élargissement est propice à interpréter certains aspects éventuellement singuliers du travail du professeur en en questionnant les circonstances (comme le rôle de son expérience, du contexte dans lequel il enseigne, etc.) et en interrogeant la diversité des mobiles de son activité ; cela permet aussi d'appréhender des régularités ou des singularités entre professeurs considérés comme des sujets à la fois psychologiques et sociaux.

[39] Zone d'éducation prioritaire

[40] Notons que le sens du mot « activité » n'a pas la même signification que celui précédemment employé en référence à la théorie des situations. La théorie de l'activité considère les finalités ou les mobiles de l'activité tandis que la théorie des situations didactiques met l'accent sur les connaissances mises en jeu ou émergeant dans l'activité.

Dans mes travaux sur les pratiques enseignantes en ZEP, je me réfère explicitement à la double approche (Coulange 2008 ; Coulange sous presse). J'y utilise notamment la démarche d'étude des pratiques enseignantes proposée dans ce cadre qui considère l'imbrication de *cinq composantes* de ces pratiques enseignantes (Robert et Rogalski 2002, Robert 2008c). Ces composantes sont à considérer comme des dimensions de l'activité de l'enseignant et à appréhender du point de vue de son travail de professeur.

Les *composantes médiative et cognitive* renseignent sur l'organisation de la séance prévue par le professeur ainsi que sur ses actions pendant le déroulement de celle-ci. La composante cognitive correspond aux choix dans l'élaboration de tâches ou d'un projet plus global d'enseignement (organisant la succession de plusieurs tâches, leur progression), avec des prévisions de gestion relatives à ces tâches ou à ce projet. La composante médiative renseigne sur les choix du professeur dans les déroulements associés : la dévolution des consignes, l'accompagnement de l'activité des élèves pouvant conduire à différentes formes d'aides de la part de l'enseignant[41], la récupération des connaissances mises en jeu au fil de cette activité, etc. Robert (2008c) précise que la composante cognitive renseigne sur l'itinéraire cognitif choisi par l'enseignant tandis que la composante médiative informe sur les cheminements organisés pour les différents élèves.
Ces deux composantes inférées à partir de l'analyse d'une ou de plusieurs séances de classe peuvent amener à identifier des logiques d'intervention traduisant la cohérence des pratiques et permettant d'inférer leurs caractéristiques sur un temps long (dépassant les séances analysées).

Les *composantes personnelle, sociale et institutionnelle* jouent un rôle déterminant pour ces pratiques. Ces composantes permettent d'appréhender comment le professeur investit une partie des contraintes qui pèsent sur ses pratiques soit du point de vue du métier qu'il exerce (composantes sociale et institutionnelle), soit du point de vue de singularités individuelles (composante personnelle). La composante institutionnelle caractérise la manière dont l'enseignant investit la nature des mathématiques à enseigner,[42] les programmes, les horaires, certaines ressources comme les manuels, les inspections, etc. La composante sociale correspond d'une part à l'inscription de l'activité du professeur au sein de son établissement considéré comme un collectif aux exigences, aux attentes et aux contraintes spécifiques d'autre part aux caractéristiques éventuellement sociales des groupes d'élèves auxquels il enseigne. La composante personnelle sert à traduire et à accéder à certaines représentations du professeur éventuellement liées à son expérience personnelle d'enseignant (voire d'élève) : par exemple, les risques qu'il consent de prendre ou le confort qui lui semble nécessaire dans l'exercice de son métier. Contrairement à la composante institutionnelle qui traduit l'impact de contraintes institutionnelles communes ou presque[43] à tous les enseignants, les deux composantes des pratiques traduisent des conditions et contraintes variables selon les établissements en ce qui concerne la composante sociale, voire singulières d'un individu à l'autre pour ce qui a trait à la composante personnelle. Dès lors elles jouent potentiellement un rôle particulier dans la mise en évidence et la compréhension de la variabilité des pratiques enseignantes. J'y reviendrai par la suite.

---

[41] Sur la question des aides de la part de l'enseignant, j'évoque ci-après les travaux de Pariès, Robert et Rogalski (2008).

[42] En cela un rapprochement entre la composante institutionnelle de la double approche et le modèle d'organisation praxéologique mathématique de la théorie anthropologique peut être fait. J'y reviens ci-après.

[43] Sauf en ce qui concerne par exemple les inspections : les attentes de l'inspection pouvant être variables selon les équipes d'inspecteurs, voire d'un inspecteur à l'autre.

1.2. Composantes des pratiques enseignantes, contraintes institutionnelles et milieu du professeur

Des rapprochements peuvent être faits entre la double approche et les théories didactiques citées dans les chapitres précédents de cette note : la théorie des situations et la théorie anthropologique. Il faut toutefois prendre en compte des différences à la fois dans les méthodes et les finalités des analyses spécifiques de la théorie des situations didactiques ou de la théorie anthropologique d'une part, et de la double approche d'autre part. L'approche didactique et ergonomique adopte un point de vue moins modélisateur, plus descriptif, cherchant une intelligibilité en terme de régularités et de variabilités dans les faits observés dans les pratiques enseignantes, et de leur récurrence.

La théorie anthropologique du didactique qui permet l'étude des contraintes institutionnelles spécifiques des savoirs à enseigner permet d'appréhender la manière dont se façonne une partie de la composante institutionnelle des pratiques enseignantes de la double approche. Mais la composante institutionnelle permet d'appréhender la façon dont l'enseignant investit, éventuellement de façon singulière, un système de contraintes institutionnelles dans le cadre de son travail de professeur et de ses activités précises. Articuler ces deux approches peut dès lors contribuer à étudier les variabilités ou régularités dans la manière dont les professeurs interprètent un domaine de réalité institutionnel donné.

Par ailleurs l'étude des composantes cognitive et médiative des pratiques enseignantes présente des proximités avec la modélisation de l'activité du professeur au sein des niveaux de la situation didactique et d'observation de la structuration du milieu. J'envisage ces rapprochements entre les composantes des pratiques retenues par la double approche et les niveaux d'activité du modèle de la structuration du milieu issu de la théorie des situations :

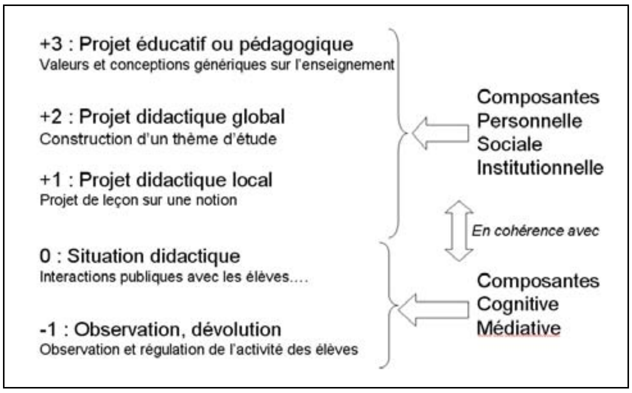


Figure 3. Niveaux d'activité du professeur et composantes des pratiques enseignantes (Coulange sous presse)

Mais là encore, ce que permettent d'appréhender les composantes de la double approche et le modèle de structuration du milieu diffèrent. Pour situer mon propos par rapport à la structuration du milieu, je dirais que l'on quitte l'aspect vertical du modèle qui permet d'éclairer d'une part ce qui détermine, oriente les actions du professeur dans un mouvement descendant, d'autre part son interprétation de la situation de classe dans un mouvement ascendant (voir dans le chapitre 1). Au sein de la double approche, est envisagé un point de vue que je qualifierais de plus horizontal qui cherche à déterminer des logiques d'action caractérisées par la combinaison des composantes cognitive et médiative, mais non déterminées à l'avance du fait de la place accordée aux activités précises de sujets singuliers. Ces logiques d'intervention du professeur rendent compte d'éléments dynamiques ou stabilisés dans les pratiques enseignantes cohérents avec les composantes institutionnelle, sociale et personnelle.

Ces rapprochements théoriques sont mis en œuvre dans l’analyse des pratiques de deux professeurs débutants en ZEP, exposée ci-après. Mais au-delà de ces descripteurs, la double approche me fait me saisir d’un souci de compréhension et de démarche ouverte dans l’étude des pratiques, au regard de la nature d’un ensemble vaste de contraintes et de conditions de l’activité du professeur liée au fait que celui-ci travaille, exerce un métier spécifique. En cela les travaux développés dans ce cadre sont en partie à l’origine de développements théoriques pourtant ancrés dans la théorie des situations didactiques que je présenterai dans le chapitre suivant. Ce souci d’une approche compréhensive des pratiques m’apparaît crucial dans l’étude des pratiques enseignantes en collège ZEP pour appréhender les dimensions à la fois sociales et psychologiques de l’activité du professeur et *a fortiori* caractéristiques du contexte qui m’intéresse : « débuter en ZEP ».

II. VARIABILITES ET REGULARITES DES PRATIQUES D’ENSEIGNANTS DEBUTANTS EN COLLEGE ZEP

2.1. Corpus et méthodologie de la recherche sur les enseignants débutants en ZEP

Dans l’ensemble de ma recherche sur les pratiques de professeurs débutants en collège ZEP, la méthodologie n’a pas toujours pu être rigoureusement déterminée à l’avance, du fait de la réalité que je cherchais à étudier. En effet, pour pouvoir pénétrer dans des classes de type ZEP d’enseignants débutants volontaires, il m’a fallu faire preuve d’une certaine souplesse. A la recherche de l’ordinaire des pratiques d’enseignement et de la classe, j’ai pourtant parfois accepté d’articuler certains apports de formation continue, aux observations de classe que j’ai menées (parfois destinées à tester des situations présentées et travaillées en formation) ou de travailler avec des petits groupes autonomes d’enseignants avant ces observations. L’ensemble de ma recherche s’appuie d’ailleurs sur des études de pratiques d’enseignants volontaires pour y participer, ce qui représente nécessairement un biais méthodologique à ne pas négliger.[44] Pour constituer mon corpus de données sur les pratiques de 10 enseignants débutants synthétisé en annexe dans Coulange (sous presse), j’ai privilégié le recueil de données vidéo au sein des classes de ces jeunes professeurs. Je tenais à accéder à une certaine réalité de la classe, que je considère comme nécessaire pour mener mes analyses qualitatives de pratiques enseignantes (suivant les éléments de cadrage théorique évoqués ci-dessus), même si celle-ci restait ponctuelle (1 à 2 séances filmées au sein de chaque classe). Ces « prises » ont été précédées et suivies de brefs entretiens avec les professeurs pouvant m’informer sur leur projet d’enseignement, leur perception de la classe et de son fonctionnement, puis leur ressenti sur le déroulement de la séance observée (notamment par rapport à l’activité des élèves, aux spécificités éventuelles du déroulement de cette séance par rapport à d’autres, etc.).

Deux principes méthodologiques directeurs président dans les analyses conduites à partir des données recueillies, supportées par une partie du cadrage théorique lié à la structuration du milieu et à la double approche, exposé ci-avant :
- Dans l’étude des situations de classe observées, je veux appréhender comment l’activité du professeur et les activités des élèves se rencontrent ou ne se rencontrent pas. Cela renvoie à des éléments communs et fondamentaux des méthodes d’analyses issues la théorie des situations didactiques et de la double approche (analyse *a priori* de la tâche ou de la situation

[44] Des enseignants se sentant en difficulté dans leurs classes se portent peut-être moins volontiers volontaires que ceux estimant avoir « une classe qui tourne ». Toutefois, sur les 10 enseignants qui nous ont ouvert la porte de leurs classes, 6 ont déclaré avoir des difficultés importantes dans leur gestion des élèves, parfois confirmées lors de nos observations.

didactique et analyse du déroulement ou analyse *a posteriori* de la situation), qui sont essentiels pour essayer d'identifier à la fois les composantes cognitive et médiative des pratiques et les phénomènes didactiques au sein de la réalité des classes « ordinaires » étudiée.
- En référence à la double approche, je cherche à identifier des singularités et des diversités dans les composantes cognitive et médiative des pratiques d'enseignement étudiées. A l'instar de Butlen (2004), un de mes objectifs est de dresser le contour de genres au sens de Clot (2008) des pratiques des enseignants débutants c'est-à-dire un ensemble de règles et de conventions d'actions pour agir non écrites (non nécessairement explicitables), à la fois contraintes et ressources qui pourraient émerger du contexte de leur entrée dans le métier en collège ZEP.

2.2 Régularités et variabilités des pratiques d'enseignants débutants en collège ZEP

J'expose ci-après les résultats d'une première étude globale du corpus de données recueillies sur les dix enseignants débutants. Ces résultats sont livrés sans le détail des analyses conduites en arrière-plan et je les interroge au regard d'autres recherches sur le sujet. Certains phénomènes pointés ici seront toutefois illustrés à travers le zoom effectué sur les pratiques de deux de ces dix professeurs débutants de la partie suivante. Ces résultats permettent d'ailleurs de situer cette étude clinique par rapport au contexte plus global d'un plus grand nombre d'enseignants novices en collège ZEP.

L'analyse des tâches prescrites révèle qu'une majorité de professeurs débutants éprouvent des difficultés communes à anticiper l'activité mathématique potentielle des élèves. Dans certains cas, ces difficultés sont inhérentes aux aspects matériels des tâches prescrites. Dans Coulange (2008), je montre par exemple comment deux enseignants prévoient un support matériel inadapté dans l'élaboration et la mise en œuvre de leur projet commun d'enseignement des fractions.[45] Ce type de difficultés est-il renforcé par des caractéristiques liées au public d'élèves ZEP ? Même quand les tâches données à accomplir s'avèrent *a priori* plus « praticables », on voit parfois les élèves insister sur des aspects matériels (comme colorier, faire des tracés précis, etc.) éloignés des enjeux de l'activité mathématique visée. Mais au vu de mes analyses, on peut penser que ces malentendus entre registres d'activités des élèves en ZEP (Bautier 2008 ; Bonnéry 2007) se trouvent confortés par l'organisation matérielle des tâches prescrites par les professeurs débutants. Par ailleurs, l'analyse *a priori* des tâches données à accomplir montre également qu'une majorité de professeurs débutants sous-estiment ou surestiment fréquemment l'activité mathématique potentielle des élèves et leurs connaissances. Certains enseignants proposent des tâches trop complexes qui supposent la disponibilité ou des adaptations importantes de connaissances nouvelles. *A contrario*, d'autres proposent des tâches trop simples et semblent sous-estimer les connaissances mathématiques anciennes des élèves. Ces difficultés communes dans l'élaboration de tâches « au plus près » de l'activité cognitive potentielle des élèves sont sans doute le propre de professeurs novices. On en trouve d'ailleurs plusieurs exemples dans Carnus, Garcia-Debanc et Terrisse (2008), Bloch (2005), Margolinas et Rivière (2005). A travers l'analyse *a posteriori* des déroulements, on constate également des difficultés récurrentes dans la récupération de l'activité effective des élèves, en partie liées à une absence de visibilité didactique (Chopin 2008) [46] de la part des professeurs : les observables de l'activité des élèves

[45] L'utilisation prévue d'un réseau de droites parallèles pour positionner des fractions sur une droite graduée est rendue matériellement quasi-impossible par le support proposé par ces deux enseignants (en l'absence de papier calque, avec des droites tracées de façon trop resserrée, etc.).

[46] Chopin définit la visibilité didactique comme la possibilité pour le professeur de voir les phénomènes d'hétérogénéisation de sa classe dans le cours de son enseignement. Cette possibilité renvoie à la capacité de projection et d'interprétation des observables de l'activité mathématique des élèves par le professeur.

sont interprétés suivant le filtre de leur projet didactique local. Ce phénomène didactique n'est pas spécifique du contexte « débuter en collège ZEP » : il a été observé à diverses reprises dans le premier chapitre de cette note de synthèse, ainsi que dans Margolinas (2004). Pour autant, ces caractéristiques des composantes cognitive et médiative ne sont-elles pas renforcées dans ce contexte ? Les difficultés d'anticipation de l'activité mathématique potentielle des élèves sont-elles accentuées du fait du caractère inexpérimenté des professeurs ou de l'hétérogénéité des connaissances d'élèves en collège ZEP ? Les difficultés d'interprétation et de récupération de l'activité mathématique effective sont-elles également renforcées de ce fait ? Par exemple, certains élèves de ZEP déclarés comme sujets aux malentendus entre registres d'activités (Bonnéry 2007) se laissent-ils piloter moins aisément que d'autres par le biais d'effets de contrat didactique ? Au final, l'institutionnalisation de savoirs en lien avec les connaissances mathématiques des élèves est souvent le point d'achoppement des pratiques enseignantes de ces professeurs débutants en collège ZEP. Ce constat résonne très fortement avec ceux obtenus sur les pratiques d'enseignants du premier degré dans Peltier-Barbier (2004b), Butlen, Peltier-Barbier et Pézard (2004), qui montrent que les phases collectives faisant fonction d'institutionnalisation sont absentes ou reportées assez systématiquement en début de séance suivante (avec un glissement de l'institutionnalisation vers des « rappels »[47]). Le lien avec les difficultés d'anticipation et d'interprétation de l'activité mathématique des élèves paraît évident. Cet affaiblissement de l'institutionnalisation va-t-il également de pair avec un amoindrissement du projet didactique global ? Le fait que lors des entretiens ou de séances de préparation collectives, les enjeux de savoir mathématiques explicités par les professeurs restent souvent locaux (à l'échelle d'une séance ou d'une situation de classe) voire transparents peut inviter à le penser.

L'analyse *a posteriori* des déroulements révèle ainsi des logiques d'action cohérentes dans les pratiques de ces professeurs débutants en ZEP, de trois types. Face aux difficultés rencontrées par les élèves dans l'activité mathématique, une part des enseignants observés (4 sur 10) individualisent fortement leur enseignement : ils multiplient les aides individuelles presque toujours à caractère procédural au sens de Pariès et al. (2008), visant essentiellement à accompagner les élèves pour accomplir les tâches prescrites.

Ce premier type de pratiques enseignantes contraste avec les pratiques de deux autres enseignantes débutantes. A l'opposé en effet, ces deux professeurs structurent et guident fortement l'activité mathématique des élèves par des procédés ostensifs de façon publique et collective. On remarque que les séances observées dans ces classes se déroulent dans un climat de tension manifeste : le déroulement est fréquemment interrompu par des échanges d'autorité entre le professeur et des élèves « perturbateurs ». L'activité des élèves est peu sollicitée ou prise en compte uniquement si elle est conforme aux attentes du professeur : cela contribue-t-il à la désaffection, au comportement agité de certains élèves, et à ce climat de classe inconfortable pour ces deux jeunes enseignantes ?

Enfin, il est plus difficile d'identifier des régularités globales liées aux déroulements et à la composante médiative des 4 derniers professeurs débutants de la cohorte. Toutefois, si les phases collectives consacrées à la récupération de l'activité mathématique des élèves (formulation des connaissances, institutionnalisation) paraissent moins absentes que dans les autres classes, elles paraissent souvent coûteuses en interventions de la part du professeur.

[47] Ces « rappels » en début de séance ont un caractère ambigu puisqu'ils réfèrent à une activité éloignée dans le temps, qui n'a pas prêté à institutionnalisation sur le moment et on peut douter de leur efficacité. Ils sont très éloignés de ce que Perrin-Glorian (1993) a appelé des situations de rappel comme pouvant être utiles, voire nécessaires, pour les élèves en difficulté.

J’expose ci-après des extraits d’une étude clinique qui constitue un zoom sur les pratiques de deux de ces dix professeurs débutants, Charlotte et Serge. Les pratiques enseignantes de Serge sont attenantes au premier type de pratiques évoqué ci-dessus, avec une individualisation marquée de son enseignement. Charlotte fait quant à elle partie des quatre professeurs de la cohorte pour lesquels il est plus difficile d’identifier un type du fait de régularités moins apparentes dans leurs pratiques enseignantes et qui représente une forme d’alternative aux deux premiers types dont on peut augurer d’une plus grande efficacité sur les apprentissages des élèves. Cette étude clinique permet d’illustrer et d’approfondir les résultats globaux que je viens d’évoquer ainsi que d’apporter des éléments de réponse aux questions que je me pose à propos de l’influence potentielle du contexte de « débutant en collège ZEP » sur les pratiques enseignantes et de son interaction avec la formation initiale dans le cadre de ma recherche. Ce zoom sur les pratiques de deux enseignants débutants exposé ci-après (Coulange à paraître) donne également à voir comment j’articule les trois points de vue théoriques précités (la théorie des situations didactiques, la théorie anthropologique du didactique et la double approche). C’est pour cette raison que j’insiste dans ce chapitre plus que dans d’autres sur les aspects méthodologiques inhérents à ces croisements théoriques.

III. UN ZOOM SUR LES PRATIQUES ENSEIGNANTES DE DEUX PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES EN COLLEGE ZEP

3.1. Corpus, méthodologie de l’étude des pratiques enseignantes de Charlotte et de Serge

Charlotte et Serge proviennent du même institut de formation initiale : l’IUFM d’Aix-Marseille. Ils ont reçu une formation initiale s’appuyant explicitement sur la théorie anthropologique du didactique, développée par Chevallard et son équipe, et délivrée par ces mêmes formateurs-chercheurs. Cette particularité fortuite[48], m’a semblé opportune. En effet, les dispositifs, les contenus et les choix théoriques sous-jacents de cette formation initiale ont été explicités et analysés à diverses occasions par des formateurs et chercheurs impliqués (Chevallard 1999 ; Chevallard et Cirade 2006 ; Cirade 2006 ; Matheron et Noirfalise 2005). Il m’était donc possible de questionner de façon assez précise les effets de cette formation spécifiques sur les pratiques. D’autre part, cela m’a permis d’isoler le rôle potentiel de la variable liée à la formation initiale reçue, pour essayer de cerner l’influence d’autres variables liées au caractère novice des enseignants ou imputables au contexte ZEP. Afin d’étudier les pratiques ordinaires de ces deux enseignants débutants, je détaille la façon dont s’est organisé ce recueil de données[49] ci-après :

[48] Il s’est tout simplement trouvé que deux des enseignants volontaires pour le dispositif d’observation que nous décrivons ci-après, ont tous les deux reçu leur formation initiale à Marseille.
[49] Collaborateur au sein du projet de recherche, J-F. Chesné (qui pilotait la formation en mathématiques des néo-titulaires de l’académie de Créteil) a largement contribué à l’élaboration d’une partie de ce corpus.

Entretien préalable avec ces deux jeunes professeurs (filmé d'une durée d'environ 2h00, fin janvier 2005) portant sur leur formation initiale. L'entretien s'est déroulé sur la base d'une grille de questions établie au préalable, suivant trois phases principales visant à obtenir : la description la plus objective possible des contenus de leur formation initiale, leur ressenti personnel et subjectif de cette formation en position d'élève-professeur[50] (comment ont-ils vécu sur le moment la formation proposée ?), leur ressenti personnel et subjectif des apports et du réinvestissement des contenus de formation initiale dans leurs pratiques d'enseignants débutants en ZEP.
Observation de deux séances ordinaires (mars-avril 2005) sur la symétrie axiale dans les classes de sixième des professeurs. Je n'étais pas attachée à ce thème mathématique plus qu'à un autre : il s'agissait avant tout d'aller observer des séances élaborées et mises en œuvre par ces deux enseignants, autour d'un thème commun, sur une période donnée. Les séances en classe ont été filmées. Chaque séance a été précédée et suivie d'un entretien bref « à chaud » avec le professeur, également filmé.
Entretien avec un des deux enseignants (avril 2005). Charlotte a été interviewée après la séquence d'enseignement sur la symétrie axiale, suite à un contrôle donné à ses élèves à ce sujet.[51]

Figure 2. Description du corpus de données de l'étude clinique : Charlotte et Serge (Coulange sous presse)

Ce corpus est analysé suivant une méthodologie inspirée d'un cadrage théorique qui croise les trois points de vue théoriques que j'utilise pour l'étude des pratiques enseignantes : la théorie des situations didactiques (*via* le modèle de la structuration du milieu, voir le chapitre 1), la théorie anthropologique du didactique (*via* le modèle de praxéologie mathématique, voir le chapitre 2) et la double approche (*via* le cadre des cinq composantes, voir en début de ce chapitre). Cette méthodologie est cohérente avec les principes directeurs évoqués ci-avant qui ont guidé mes analyses de l'ensemble du corpus élaboré sur les pratiques de dix professeurs débutants en collège ZEP.

(1) Sur la base des séances filmées, et des entretiens avec les deux enseignants, je cherche à caractériser les projets didactiques global et local de chaque professeur des niveaux supérieurs (+1 et +2) de la structuration du milieu. Pour ce faire, ces projets d'enseignement sont décrits sous forme d'organisations praxéologiques mathématiques enseignées autour de la symétrie axiale : les relations entre ces praxéologies enseignées et les praxéologies institutionnelles (identifiées à travers une étude des programmes et des manuels scolaires) sont interrogées.

(2) Sur la base des séances filmées et partiellement transcrites, j'analyse *a priori* et *a posteriori* les situations d'enseignement. Mes analyses *a priori* et *a posteriori* des tâches prévues et réalisées dans la classe ainsi que de l'activité mathématique des élèves convoquent les démarches issues de la double approche (en m'interrogeant sur les connaissances anciennes ou nouvelles convoquées par ces tâches, la nature et l'influence des aides enseignantes, etc.). Mais pour étudier *a priori* et *a posteriori* le point de vue du professeur au sein de la situation, je m'appuie sur la structuration du milieu afin d'identifier d'éventuels décalages entre son projet didactique local, les situations didactique et d'observation (niveaux +1, 0 et -1) qui en découlent et leur réalisation dans la classe qui s'appuie sur l'activité mathématique effective des élèves.

(3) Ces analyses *a priori* et *a posteriori* me servent à renseigner les composantes cognitive et médiative des pratiques de Charlotte et Serge en référence à la double approche. A travers les découpages en épisodes des séances filmées effectués sur la base de ces analyses, j'essaie de cerner des récurrences au sein des déroulements susceptibles de nous informer sur des

[50] Ce terme d'élève-professeur est employé au sein de l'IUFM d'Aix Marseille, pour parler à l'époque des professeurs de collège-lycée ayant passé avec succès la première partie théorique du concours de recrutement, et en année de stage et de formation à l'IUFM. Au sein d'autres IUFM à l'époque, on parle plutôt de professeurs stagiaires.

[51] Nous n'avons pas pu avoir ce genre d'entretien avec Serge à cause de contraintes mutuelles de calendrier.

logiques d'action dans les pratiques de ces deux jeunes enseignants. Ces logiques d'action sont positionnées par rapport à d'autres logiques d'action identifiées dans l'étude des pratiques des huit autres enseignants débutants en collège ZEP ou APV. Les éventuels effets de cumul ainsi repérés sont à même de faire émerger l'influence potentielle d'un contexte « collège ZEP » sur les pratiques d'enseignants débutants.
(4) J'utilise également les descripteurs liés aux composantes sociale, personnelle ou institutionnelle des pratiques de la double approche pour étudier le contenu de l'entretien préalable avec Charlotte et Serge sur la formation initiale reçue, et des extraits choisis des entretiens « à chaud » avant ou après chaque séance (durant lesquels les professeurs parlent de leurs élèves, de leur établissement, etc.). Il s'agit d'appréhender des déterminants de leurs pratiques liés conjointement à la formation initiale reçue, à leurs expériences personnelles (de professeur ou d'élèves-professeurs notamment), au fonctionnement de leur établissement, etc.

Je n'expose ci-dessous qu'une partie des résultats des analyses conduites combinant ces entrées méthodologiques exposées. Je livre tout d'abord brièvement les principaux résultats de l'analyse des projets globaux d'enseignement de la symétrie axiale des deux professeurs. Cette partie est moins détaillée que dans les publications afférentes (Coulange 2010 ; Coulange sous presse) car le type d'analyses effectuées sur les organisations mathématiques mises à l'étude est assez similaire à celles conduites dans les exemples du chapitre précédent (voir notamment la deuxième partie du chapitre 2). J'expose ensuite l'étude de la réalisation de leurs projets locaux d'enseignement dans leur classe de sixième. Dans un troisième et dernier temps, je compare les pratiques des deux enseignants débutants..

3.2. Etude des projets globaux d'enseignement de la symétrie des deux enseignants

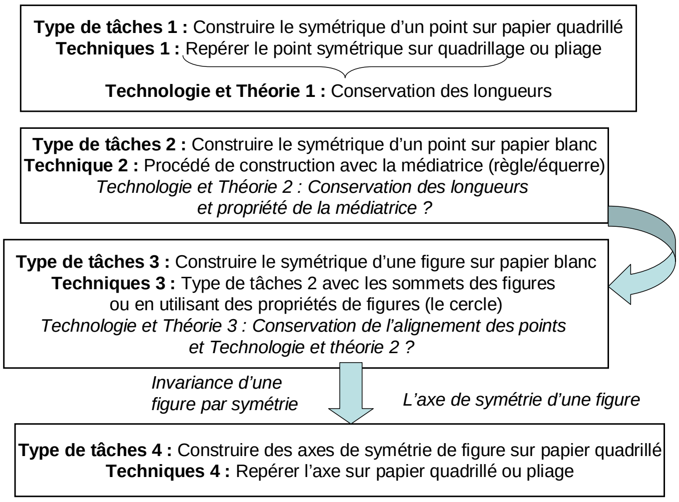
3.2.a Remarques préalables : à propos du thème d'étude de la symétrie axiale en sixième

Comme je l'ai évoqué dans le descriptif des données recueillies, je n'étais pas particulièrement attachée au thème de la symétrie axiale retenu pour les observations en classe. Il s'avère toutefois que ce thème géométrique a des particularités sur lesquelles il est important de revenir au préalable. L'enseignement de la géométrie à l'entrée au collège soulève à lui seul de nombreuses questions : il s'agit d'y envisager le passage d'une géométrie instrumentée, de la construction et du dessin dite « naturelle » à une géométrie plus théorique, des propriétés et de la figure dite « axiomatique naturelle » (Houdement et Kuzniak 1996). Le thème de la symétrie axiale est au cœur de ce questionnement. Chesnais (2009) montre clairement que l'enseignement de la symétrie axiale fait actuellement l'objet de deux logiques éventuellement contradictoires : une logique de prolongement du travail fait au primaire à partir du pliage (la symétrie axiale apparaît comme modélisation du pliage) et une logique d'axiomatisation des contenus de géométrie plane où la symétrie joue un rôle clé au sein d'une organisation mathématique d'un niveau théorique très différent (elle est étudiée en tant que transformation géométrique). Elle introduit aussi l'aspect dynamique et l'aspect statique de la symétrie, dont l'introduction permet de ménager une transition entre des références dynamiques encore liées au pliage et un aspect statique, détaché de l'action et défini directement par des propriétés mathématiques. Par ailleurs, les nombreuses propriétés mathématiques et didactiques de la symétrie axiale décrites par divers chercheurs en didactique des mathématiques (Grenier 1988 ; Lima 2006 ; Chesnais 2009 ; Bulf 2011) en font un objet d'enseignement à la fois familier et problématique à ce niveau et peuvent contribuer à renforcer les contradictions entre ces deux logiques d'enseignement. Les deux jeunes professeurs concernés par notre étude sont-ils conscients de ce changement de regard sur les savoirs géométriques dans la transition école-collège, et des logiques d'enseignement de la symétrie axiale en classe de sixième qui en découlent ? Prennent-ils en charge les passages obligés d'organisations mathématiques de bas niveau technologique (liées aux techniques de pliage enseignées au primaire) à des organisations mathématiques plus théoriques (liées aux transformations géométriques) ? Si oui, comment ?

J'étudie le projet global d'enseignement de la symétrie axiale de Charlotte et de Serge en m'appuyant à la fois sur les chroniques d'entretiens « à chaud » avant et après les observations de classe[52] et sur les séances observées, filmées et transcrites. Ces projets didactiques sont décrits ci-après de façon synthétique sous la forme d'organisations mathématiques au sens de la théorie anthropologique[53].

3.2.b Le thème d'étude de la symétrie axiale élaboré par Serge

L'ensemble du projet didactique global élaboré décrit lors des entretiens et partiellement mis en œuvre par Serge dans sa classe au cours des deux séances de classe observées, repose sur un fil conducteur que je notifie comme *la symétrie axiale : des points aux figures*. Le schéma ci-après résume les principales organisations mathématiques mises à l'étude par Serge, à l'occasion du thème d'étude sur la symétrie axiale :



[54]

Figure 3. Principales organisations mathématiques mises à l'étude par Serge (Coulange sous presse)

Au final, l'ensemble du projet didactique global élaboré par Serge autour de la symétrie axiale met en avant une organisation mathématique centrée sur la *praxis* : agglomérant les types de tâches et les techniques, voire les types de tâches (les techniques restant parfois floues), en explicitant rarement les technologies et les théories sous-jacentes.

En cela, on peut considérer que les organisations mathématiques mises à l'étude par ce professeur sont incomplètes au sens de Bosch, Fonseca et Gascon (2004). Serge a construit son thème d'étude autour de la symétrie axiale, en juxtaposant les types de tâches sans lien apparent, ou en passant d'un type de tâches à l'autre en suivant une certaine logique pratique « des points aux figures » : qui implique un premier type de tâches exploré, comme sous-

---

[52] Lors de ces entretiens, les enseignants décrivent à la demande du chercheur ce qui a été fait lors de séances précédentes et ce qu'ils prévoient pour la suite.

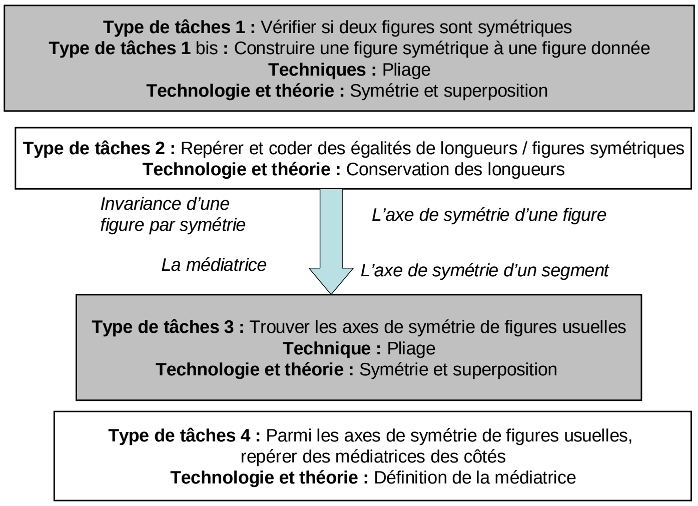
[53] Je souligne que c'est moi qui ai fait cette description : lors des entretiens liés aux observations de classe ou post-séquence, Charlotte ou Serge n'ont pas explicitement utilisé le modèle d'organisation praxéologique pour décrire leur projet didactique, ce qui ne signifie pas non plus que leur élaboration et leur réflexion sur ces projets d'enseignement n'ont pas été nourries par des éléments de la théorie anthropologique mis à l'étude dans leur formation initiale.

[54] Les flèches indiquent des articulations vraisemblablement anticipées par Serge entre des organisations mathématiques locales. Par exemple, la construction du symétrique d'une figure s'appuie explicitement sur la construction du symétrique d'un point.

tâche du type de tâches suivant (comme dans le cas de la construction du symétrique d'une figure plane sur feuille blanche qui s'appuie sur la construction du symétrique d'un point).

Ces caractéristiques des organisations mathématiques enseignées par Serge s'accompagnent d'une recherche apparente d'exhaustivité dans les tâches effectivement données à accomplir aux élèves : par exemple, le nombre de figures usuelles sur papier quadrillé pour lequel il s'agit de trouver les axes de symétrie est important avec de nombreux représentants autour de la même classe de figures (par exemple, il y a 7 rectangles : 3 en position prototypique et 4 positionnés de façon oblique sur le quadrillage).

3.2.c. Le thème d'étude de la symétrie axiale élaboré par Charlotte



[55]

Figure 4. Principales organisations mathématiques mises à l'étude par Charlotte (Coulange sous presse)

Au sein du projet didactique global élaboré par Charlotte autour de la symétrie axiale, règne un équilibre apparent entre la *praxis* et le *logos* : les techniques relatives aux types de tâches en jeu sont justifiées ou accompagnées d'un discours technologique, ou théorique. Les organisations du savoir enseigné paraissent complètes.

Cependant, les liens entre les empans pratiques et théoriques des organisations mathématiques enseignées n'apparaissent pas toujours clairement ; certains des éléments technologico-théoriques évoqués par Charlotte lors des entretiens avant les séances semblent difficilement pouvoir émerger des types de tâches envisagés. Par exemple, sur la base notre analyse *a priori* des tâches prescrites, on voit mal comment la propriété de conservation des longueurs peut émerger d'un travail qu'elle donne à effectuer aux élèves autour du tracé d'une figure symétrique à une autre « par pliage » comme elle le prévoit.

Une autre particularité de ce projet global réside dans l'enchevêtrement de deux organisations mathématiques globales : une organisation élaborée autour d'un noyau technologico-théorique ne mettant en fonctionnement que des connaissances anciennes liées aux relations entre le pliage et la symétrie axiale, et une organisation s'appuyant sur un *logos* mettant en jeu des connaissances nouvelles liées aux propriétés isométriques de la symétrie axiale. Cette spécificité du projet didactique de Charlotte peut être rapprochée de l'existence de deux logiques d'enseignement de la symétrie au niveau de la sixième, évoquées par

[55] Les organisations mathématiques indiquées dans des rectangles grisés sur le schéma correspondent à des technologies liées au rôle du pliage, correspondant à des connaissances anciennes. Les autres correspondent à des technologies qui correspondent à des connaissances nouvelles relatives aux propriétés de la symétrie comme transformation isométrique du plan.

Chesnais (2009) : l'enseignante tente visiblement de combiner une logique de prolongement du travail fait au primaire à partir du pliage et une logique d'axiomatisation de la géométrie dans son projet enseignement.

Les descriptions des projets didactiques globaux d'enseignement de la symétrie axiale donnent à voir plusieurs caractéristiques des organisations mathématiques des savoirs mises à l'étude par Charlotte et Serge. La centration sur la *praxis* des praxéologies enseignées par Serge, ou l'enchevêtrement d'organisations mathématiques anciennes et nouvelles envisagé par Charlotte ne sont peut-être pas sans lien avec le public d'élèves ZEP. L'étude du niveau local présentée ci-après éclaire en quoi l'élaboration et la réalisation des projets didactiques de ces deux enseignants sont déterminées ou contraintes par d'éventuelles spécificités du contexte ZEP dans lequel ils enseignent.

3.3. Etude de la réalisation des projets locaux d'enseignement de la symétrie

Voyons comment ces deux enseignants mettent en œuvre leur projet didactique global. Pour ce faire, il s'agit d'analyser les niveaux d'activités du projet didactique local, des situations didactiques et adidactiques du modèle de structuration du milieu. Les analyses de ces niveaux d'activité s'appuient sur les analyses *a priori* et *a posteriori* des situations didactiques correspondant aux séances observées dans les classes de Charlotte et Serge, conduites à partir des films des séances observées et transcrites. Je ne présente ici qu'une partie de ces analyses détaillées, qui me paraît susceptible d'informer le lecteur sur les principales caractéristiques à retenir des niveaux des situations didactiques et adidactiques et des composantes médiative et cognitive qui caractérisent les pratiques des deux jeunes professeurs. Plus précisément, j'expose ci-après ce qui a trait à :

- quelques incidents au sens de Roditi (2003)[56] (rendus prévisibles par l'analyse *a priori* des situations et étudiés au travers de l'analyse a *posteriori*). Ces incidents me paraissent révélateurs des moments où l'activité du professeur et les activités des élèves ne se rencontrent pas, soit de dédoublements de situations tels que je les ai définis à l'instar de Margolinas (2004) dans le premier chapitre de la note, ainsi que des composantes cognitive et médiative des pratiques des deux enseignants. En quoi les tâches prescrites ou les gestes des enseignants qui accompagnent ces tâches créent-ils des incidents ? Ces incidents semblent-ils renforcés du fait de leur caractère de professeurs novices ou d'un contexte d'enseignement en ZEP ? Leur gestion en est-elle rendue plus délicate ?
- des éléments récurrents apparus ou absents (alors qu'on peut les attendre) au fil des déroulements, susceptibles de me renseigner sur d'éventuelles logiques d'action (liées à la combinaison des composantes médiative et cognitive) apparues dans les pratiques de ces deux professeurs. Je m'interroge là encore sur l'influence éventuelle du contexte « collège ZEP » dans la construction ou la stabilisation de ces logiques d'action dans les pratiques d'enseignants débutants.

3.3.a. Projet local et situations d'enseignement de la symétrie dans la classe de Serge

Une tâche complexe au regard des connaissances des élèves

Lors de la première séance observée dans la classe de Serge, après une phase de rappel, le professeur demande en situation didactique à ses élèves de construire à la règle et à l'équerre les figures symétriques de trois figures (un rectangle, une flèche, et un cercle), par rapport à un axe oblique donné:

[56] L'incident est une manifestation publique (au sens où elle s'intègre à la dynamique de classe) d'un élève ou d'un groupe, en relation avec l'enseignement et en décalage négatif par rapport à l'ensemble des réponses correctes envisageables compte tenu de la tâche proposée. (Roditi 2003, p.193)

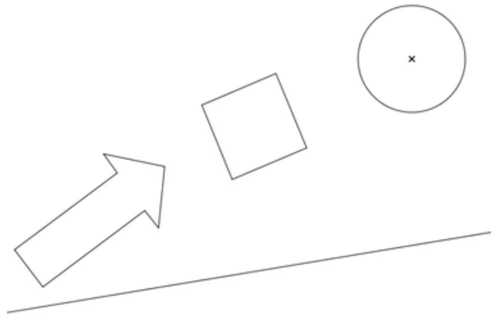


Figure 5. Tâches données à accomplir par Serge : construction des symétriques des trois figures par rapport à l'axe donné

Alors qu'il s'agit d'une première rencontre avec le type de tâches *construire une figure symétrique sur papier blanc*, ces trois tâches paraissent d'une complexité importante : elles nécessitent *a priori* à la fois de nombreuses adaptations de connaissances anciennes (le tracé de perpendiculaires, mesure de segments, traits de construction) et nouvelles (le tracé d'un point symétrique à la règle et à l'équerre) ainsi que l'introduction de plusieurs intermédiaires. Par exemple le tracé de la « flèche symétrique » (susceptible d'être le premier traité par des élèves qui suivent l'ordre classique de lecture) nécessite que l'on ne repère pas moins de 7 points correspondant aux sommets de cette flèche. Il s'agit ensuite d'adapter la technique du tracé du symétrique d'un point donné, pour tracer chaque point symétrique à chaque sommet, et ce, sans s'égarer entre les points ou traits de construction (destinés à être effacés) et les sommets et les côtés de la figure à tracer. Cela est rendu d'autant plus délicat que certains alignements (des points de l'extrémité de la flèche) ne facilitent guère les tracés et le repérage. Les erreurs envisageables des élèves peuvent être d'origines diverses : dans l'adaptation de connaissances anciennes sur le tracé de perpendiculaires ou de mesure de segments, dans les confusions entre les traits de construction et les côtés des figures à construire (erreurs éventuellement favorisées par le nombre de constructions intermédiaires à effectuer comme dans le cas de la flèche), ou plus directement liées à une appréhension globale et approximative de la symétrie : tracés « approximatifs » *de visu* à partir d'un point, traits de construction horizontaux ou verticaux, etc.

Des aides individualisées en réponse aux difficultés d'élèves

Une partie des difficultés rendues prévisibles par notre analyse *a priori* de la situation didactique apparaissent effectivement lors de la séance observée. Les erreurs observables sont relatives au tracé de la perpendiculaire à l'axe de symétrie qui devient verticale, horizontale ou perpendiculaire à la figure plutôt qu'à l'axe, ou liées à la mesure. Le tracé de perpendiculaire (positionnement erronée de l'équerre, ou tracé de lignes verticales), la mesure à la règle (positionnement erroné de la règle sans tenir compte de la graduation 0) pose problème pour un nombre conséquent d'élèves. Certains élèves construisent par un sommet symétrique, puis essaient de tracer approximativement une flèche symétrique *de visu*. Ces difficultés sont-elles dues à la complexité de la tâche prescrite par l'enseignant ou renforcées par les difficultés d'un public d'élèves ZEP dans l'adaptation de connaissances supposées anciennes et disponibles ? Quoiqu'il en soit, ces difficultés d'élèves donnent lieu à de nombreuses aides individualisées de la part de l'enseignant. Le professeur observe l'activité individuelle d'élèves et réagit en livrant des aides essentiellement procédurales voire en effectuant lui-même une partie des tracés à la place des élèves :

> Serge : Alors tu fais ce point-là, tu fais tous tes points et après tu relieras (E. J'y arrive pas) Comment ça ? Quel point tu y arrives pas ? (E. celui là). Alors, celui-là tu vois, tu prends ton équerre en papier (il

> positionne l'équerre lui-même), tu traces ton trait. Puis tu mesures avec la règle comme ça (il positionne la règle), et puis tu places ton point. Donc il faut tracer le trait avant de mesurer, d'accord ?/ Serge : Comment tu sais que t'as un angle droit ? Ça c'est pas un angle droit, (il prend l'équerre des mains de l'élève et la positionne correctement) tu traces, tu prolongeras après et après c'est avec la règle, avec les graduations de ta règle…

Extrait de transcription de la première séance observée dans la classe de Serge (Coulange sous presse)

Des difficultés dans la récupération collective de l'activité mathématique des élèves

Quand Serge s'adresse collectivement à la classe à la suite de cet incident, il n'évoque pas les difficultés effectivement observées chez les élèves. Son intervention est davantage centrée sur son projet d'enseignement local et le passage envisagé dans le tracé « des points symétriques aux figures symétriques » que sur ces difficultés d'élèves. On peut interpréter l'épisode correspondant comme un dédoublement de situation qui concerne simultanément les trois niveaux du modèle de la structuration du milieu (niveaux adidactique, didactique et de projet local). L'intervention de l'enseignant en situation didactique est décalée par rapport à l'activité réelle des élèves :

> Serge : Alors, ce qui se passe, c'est une fois que vous avez fait le symétrique des points. Ce que vous avez fait, c'est comme on a dit… qu'on fait le symétrique des extrémités et après, il va falloir réussir à retrouver notre forme finale… ça c'est une difficulté… Ce qu'il y a c'est quand on a beaucoup de points, c'est pas forcément facile… On lève les yeux, cinq minutes d'attention, merci… allez, un petit peu de concentration…Ce que vous devez faire en réalité, ce qui vous intéresse pas, c'est finalement, c'est les points, ce qui vous intéresserait c'est le segment de l'autre. Pour bien savoir quel segment vous devez tracer, pour savoir quel segment tracer quand vous avez plein de points de dessinés, vous repérez le segment qui vous intéresse, par exemple, sur votre flèche, vous repérez un des grands côtés. Vous repérez les deux points qui en sont les extrémités, puis vous regardez quels sont les points symétriques des extrémités, puis vous pouvez tracer votre segment… Repérez bien quel segment va avec quelle extrémité, par rapport à leur image…

Extrait de transcription de la première séance observée dans la classe de Serge (Coulange sous presse)

Comme j'ai déjà pu le signaler à de nombreuses reprises, le décalage apparent entre le projet didactique local de Serge et l'activité effective des élèves n'est pas l'apanage de ce professeur débutant (voir notamment les exemples développés dans le premier chapitre, et ceux concernant les pratiques d'enseignants débutants évoqués en deuxième partie de ce chapitre). Mais la distance entre le projet didactique initial qui repose sur des tâches complexes de construction de figures symétriques et l'activité effective d'un bon nombre d'élèves dans l'accomplissement de ces tâches est grande. De ce fait, on peut douter de l'efficacité de l'intervention didactique de Serge pour ramener ces élèves sur la technique de construction et les connaissances attenantes visées. On remarque également les difficultés que l'enseignant éprouve à mobiliser l'attention des élèves lors de cette intervention s'adressant explicitement au collectif de la classe. Malgré des commentaires récurrents du type « On lève les yeux, cinq minutes d'attention, merci… allez un petit peu de concentration… », de nombreux élèves ne répondent pas aux attentes de leur professeur et continuent leurs tracés sans lever les yeux de leur feuille. Serge clôture très brièvement cette séance par un commentaire qui met en avant les difficultés rencontrées par les élèves dans la construction de figures symétriques. On n'identifie aucun épisode en fin de séance qui puisse correspondre à une synthèse, une mise en commun, une formulation ou une exposition des connaissances mises en jeu ou à une institutionnalisation des savoirs visés.

Des récurrences de déroulement

Les déroulements observés dans la classe de Serge ont une structure récurrente, identifiable à partir des synopsis des deux séances observées dans la classe de Serge.. Dans un premier temps bref, Serge gère une phase collective intermédiaire entre un rappel de ce qui a été fait la fois précédente (accompagné de l’évaluation de productions d’élèves) et la consigne d’une nouvelle activité. Les élèves s’investissent ensuite à sa demande dans l’accomplissement d’une ou plusieurs tâches. L’enseignant passe dans les rangs pour aider individuellement chaque élève : ces aides se traduisent par un étayage centré sur la tâche donnée à accomplir et conservent un caractère procédural. Serge n’intervient collectivement que très rarement ou brièvement, face à des difficultés d’élèves qui lui semblent résonner avec son projet didactique local ou global (comme c’est le cas dans l’épisode décrit ci-dessus). Pour les élèves qui ont terminé, il prescrit une seconde tâche : celle-ci paraît décrochée de son projet d’enseignement et présente généralement un caractère ludique (lors de la première séance observée, il s’agit de compléter par symétrie la figure du héros de dessin animé Goldorak). En fin de séance, toutes les feuilles sur lesquelles les élèves ont travaillé sont ramassées par l’enseignant, ce qui lui permet de contrôler et de corriger individuellement ce qui a été fait. Il conclut la séance par un bref commentaire davantage axé sur le travail des élèves ou sur les difficultés rencontrées dans les tâches prescrites que sur les connaissances ou les savoirs en jeu.

3.3.b. Projet local et situations d’enseignement de la symétrie dans la classe de Charlotte

La formulation et la mobilisation de connaissances anciennes

La première séance observée dans la classe de Charlotte commence par un épisode collectif assez long durant lequel l’enseignante sollicite la formulation orale d’un critère permettant de vérifier que deux figures sont symétriques par pliage qui repose sur un travail demandé dans ce sens à la maison. Les premières formulations proposées par les élèves sont contextualisées à la tâche donnée en amont lors de la séance précédente (vérifier si plusieurs paires de figures données sont symétriques par rapport à des axes donnés) ou restent éloignées du vocabulaire mathématique visé par l’enseignante. Charlotte les pousse à formuler une proposition qu’elle juge satisfaisante (parce qu’elle fait apparaître le caractère superposable des figures) et qu’elle reprend à l’écrit :

> Charlotte : Oui, alors justement, pour aujourd’hui vous deviez écrire une phrase qui expliquait comment est-ce qu’on vérifie que deux figures sont symétriques. (Es : oui) Qui peut lire sa phrase ? Carla ?/ Carla : La figure A / Charlotte : Pas pour la figure A, pour toutes les figures qu’on a vues. Maden ?/ Maden : La b, la figure la figure symétrique… parce que (Charlotte : La petit b…oui continue) parce que quand on plie sur les, sur le trait, ça fait euh…quand on regarde comme ça, ça va euh, ça fait euh…on voit pareil. / Charlotte : On voit pareil…On a dit autre chose, Sarah ? / Sarah : Moi, c’est pas comme ça que j’ai dit / Charlotte : Alors ? / Sarah : En fait, quand on plie sur la droite, après on voit par transparence s’ils se touchent, s’ils sont pareils ou pas. (...)/ Charlotte : Alors attends on y vient. Pour l’instant, on ajoute… Pour vérifier que deux figures sont symétriques (Randa continue à lever la main, les autres élèves copient, Charlotte s’occupe de l’élève dont elle nous a longuement parlé en entretien, va lui ouvrir son cahier pour qu’il se mette à copier). Alors qui peut continuer la phrase ? On a dit que pour vérifier que deux figures sont symétriques, Tony, oui, qu’est-ce qu’on fait ?/ Tony : On plie / Charlotte : On plie. On plie ça ?/ Elève : On plie la feuille…/ Elève : On plie la feuille sur l’axe de symétrie./ Charlotte : Sur l’axe de symétrie… alors attention, la droite va être effectivement axe de symétrie, mais seulement si les figures sont symétriques (E : sur la droite), donc sur la droite, oui. Et après qu’est-ce qu’on fait ?/ Sarah : On voit par transparence si elles sont superposées ?/ Charlotte : si elles se superposent, oui (…)
>
> *[Charlotte écrit au tableau, les élèves recopient : « pour vérifier que deux figures sont symétriques, on plie sur l’axe de symétrie et on voit par transparence si elles se superposent. »]*
>
> Extrait de transcription de la première séance observée dans la classe de Charlotte (Coulange, sous presse)

Après correction rapide et collective des exercices donnés à la maison (3 instanciations du type de tâches : vérifier si deux figures sont symétriques par rapport à une droite donnée), Charlotte distribue une nouvelle feuille et demande à ses élèves de construire les figures symétriques de 5 figures par rapport à des axes donnés. Les 3 premières figures sont un triangle quelconque, un rectangle et un segment avec des axes obliques. Les 2 autres figures correspondent à deux cercles avec intersections et un triangle isocèle pour lesquels les droites données correspondent effectivement à des axes de symétrie des dites figures : elles permettront d'illustrer le phénomène d'invariance pour des figures symétriques. La technique attendue par l'enseignante est attenante au pliage[57]. Un élève tente spontanément de décrire le procédé et Charlotte le reformule de la manière suivante :

> Charlotte : Arnauld, il propose de plier selon la droite et de repasser pour qu'on puisse tracer le symétrique. Et c'est comme ça que je vous demande de tracer les symétriques. Si vous avez appris à les tracer autrement, on verra ça plus tard.
>
> Extrait de transcription de la première séance observée dans la classe de Charlotte (Coulange, sous presse)

Des difficultés dans le passage à la formulation et à la mobilisation de connaissances nouvelles

Par contre, un incident se produit lorsque l'enseignante tente de s'appuyer sur le tracé de figures symétriques à des figures données par pliage, pour faire émerger la propriété de conservation des longueurs de la symétrie axiale. De fait, dans le contexte de cette situation, les élèves n'ont pas à utiliser cette propriété pour tracer les figures planes demandées ; le procédé « plier puis repasser par transparence sur les traits apparents » suffisant à tracer chacune d'entre elles[58]. La situation ne comportant *a priori* aucune part d'adidacticité à ce sujet, il n'y a aucune raison pour que ce savoir émerge spontanément de l'organisation mathématique mise à l'étude. Il ne peut surgir qu'à la suite d'une intervention didactique forte de la part de l'enseignante. De fait, cela donne lieu à un effet Jourdain en situation didactique. Au niveau des situations adidactique et didactique, Charlotte interprète des réponses d'élèves du type « les figures ont les mêmes côtés », « les côtés sont égaux », en termes d'égalités de longueurs des côtés des figures, alors que les élèves semblent plutôt faire référence au fait qu'ils sont superposables (géométrie perceptive) :

> Charlotte : Oui, Et le triangle symétrique de celui qu'on a tracé, qu'est-ce qu'on peut en dire par rapport au triangle initial ? / Elève : Ils sont parallèles / Charlotte : Ils sont pas parallèles, non…Regardez ce côté là du triangle, et celui là ? Ils ne sont pas parallèles / Elève : ils ont les mêmes côtés / Charlotte : ils ont les mêmes côtés et qu'est-ce qu'on peut dire pour être plus précis… Qu'est-ce qu'on peut dire de ces côtés, Randa ? /Randa : c'est un triangle isocèle… /Charlotte : Non, ce n'est pas un triangle isocèle… Par contre ce que dit Mike, c'était intéressant. / Elève : ils sont superposés. / Charlotte : ils se superposent, Mike ? / Mike : ils sont égaux… / Charlotte : Ils sont égaux, alors je vous demande de coder la figure, de coder les côtés qui sont égaux.
>
> Extrait de transcription de la première séance observée dans la classe de Charlotte (Coulange sous presse)

Toutefois, à la suite de cet épisode, les élèves se plient à la consigne et codent les égalités de longueur attendues.

Au sujet de la deuxième séance filmée, je retiens un deuxième incident marquant dans la classe de Charlotte. Il provient d'une confusion faite par les élèves autour de la médiatrice à l'occasion du type de tâches : reconnaître les médiatrices parmi les axes de symétrie des figures usuelles. L'analyse *a priori* de la situation permet de prévoir cette confusion, provoquée par l'introduction précoce de la médiatrice au sein des figures « rectangle » et « carré » : les élèves n'associent pas la médiatrice à l'objet segment mais à la paire de côtés de figures concernées. Le mélange de tracés à main levée au tableau (du carré et du rectangle,

---

[57] Précisons que le support étant du papier blanc et non du papier calque, la réalisation matérielle de la tâche n'est pas des plus aisées : les élèves doivent tracer par semi-transparence d'un côté de la feuille puis repasser de l'autre côté, ce que l'enseignante a dû préciser aux élèves. Toutefois, cela ne semble pas poser tant de problèmes de tracé que cela, au final.

[58] Ce qui n'aurait pas été le cas si l'une des figures avait été un cercle : les élèves auraient été amenés à s'interroger sur comment tracer le symétrique d'un cercle « par pliage » (quels points retenir ou pourquoi ?).

en position prototypique, par l'enseignante) et de tracés avec les instruments (les axes de symétrie sont tracés à la règle par les élèves, mais positionnés « à peu près » sans mesure de longueurs) au tableau favorise également l'erreur. Cette erreur est mise à jour lorsque l'on s'intéresse à la médiatrice correspondant à l'axe de symétrie du triangle isocèle :

> *Après avoir reconnu les médiatrices du rectangle, du carré,* Charlotte (parlant de l'axe de symétrie du triangle isocèle) : elle est perpendiculaire par rapport à ce côté et puis ? Elle passe au milieu… Pourquoi ce n'est pas une médiatrice ? C'est effectivement la médiatrice de ce côté là / Elève : Oui, mais en haut, il y a pas de côté en haut. / Charlotte : Mais on a besoin que d'un côté pour avoir une médiatrice, c'est la médiatrice d'un segment…
>
> Extrait de transcription de la deuxième séance observée dans la classe de Charlotte (Coulange sous presse)

Il est difficile de démêler si les difficultés rencontrées par les élèves sont renforcées du fait du contexte ZEP dans lequel Charlotte enseigne, et creusent les décalages rendus prévisibles par nos analyses a *priori* entre les projets didactiques locaux de l'enseignante et l'activité mathématique des élèves.

Un élément récurrent dans les déroulements : la formulation des connaissances

Les déroulements des deux séances observées dans la classe de Charlotte n'ont pas révélé de structure locale récurrente frappante. On a pu noter à chaque fois, un souci apparent d'alternance d'épisodes collectifs aux fonctions variées (situation de rappel, moments de synthèse autour de stratégies ou d'actions des élèves, institutionnalisation de savoirs nouveaux), et d'épisodes de recherche ou de travail individuel. Toutefois un élément récurrent d'une séance à l'autre tient à ce que des épisodes collectifs longs observés dans la classe de Charlotte ont une fonction liée à la formulation de connaissances mathématiques. L'épisode attenant à la formulation collective d'un procédé de vérification si deux figures sont symétriques par pliage analysé ci-avant en est un exemple. Ceci est susceptible de constituer une récurrence dans la pratique enseignante de Charlotte.

3.4. Comparaison des pratiques des deux professeurs débutants

L'étude des pratiques de ces deux enseignants débutants révèle des points communs.

L'existence d'un projet global d'enseignement

En référence au modèle de la structuration du milieu, Charlotte et Serge n'éludent ni ne délèguent l'élaboration d'un projet didactique global. Les deux projets diffèrent sensiblement mais les deux enseignants accordent vraisemblablement une importance non négligeable à la construction du thème d'étude, permettant un contrôle épistémologique des projets didactiques locaux qui s'y intègrent et une continuité d'une situation didactique à l'autre, du point de vue du professeur. Si dans le cas de Serge, ce projet didactique global se traduit par un agglomérat de types de tâches et de techniques mathématiques sans explicitation apparente des technologies et des théories sous-jacentes, il n'en demeure par moins que cet enseignant débutant conserve une vision d'ensemble sur le thème d'enseignement de la symétrie axiale, qu'il est en mesure d'expliciter et qu'il suit un fil conducteur (« des points aux figures »). Un rapprochement avec des pratiques d'enseignants débutants dans l'ensemble de la recherche (Coulange 2008) ou par ailleurs (Margolinas et Rivière 2005 ; Bloch 2005) tend à montrer que cette caractéristique des pratiques enseignantes de Serge et de Charlotte est remarquable. J'ai constaté chez la plupart des autres professeurs néo-titulaires en ZEP, la prépondérance d'un projet local d'enseignement ou de niveaux d'activité liés à sa mise en œuvre dans la classe et un effacement d'une réflexion à un niveau plus global.

Des difficultés d'anticipation et de récupération de l'activité mathématique des élèves

Par contre, mes analyses des situations didactiques correspondant aux observations menées dans les classes de Charlotte et de Serge révèlent plusieurs incidents à résonance forte (Comiti, Grenier et Margolinas 1995), que l'on peut interpréter comme des dédoublements de ces situations du professeur et de l'élève du point de vue de la structuration du milieu. Ainsi le fait que Charlotte pense faire émerger la propriété de conservation des longueurs à partir de tracés par pliage qui ne convoquent pas cette propriété. L'intervention publique de Serge en situation didactique, décalée par rapport aux difficultés effectivement rencontrées par ses élèves dans la construction de figures symétriques (mais cohérente vis-à-vis de son projet didactique local) en est un autre exemple. Il est possible que du fait de certaines de ces caractéristiques didactiques, le thème d'étude retenu de la symétrie axiale joue un effet loupe à ce sujet, car il pose peut-être plus que d'autres un problème de visibilité des connaissances visées, de leur statut ancien ou nouveau, et des savoirs en jeu. On peut considérer que les composantes cognitive et médiative des pratiques de Charlotte et de Serge sont contraintes par des tensions entre deux logiques d'enseignement de la symétrie axiale voire de la géométrie à l'entrée au collège[59]. Elles sont en effet susceptibles de rentrer en contradiction, en l'absence d'une prise en charge de passage de l'une à l'autre et des changements de points de vue que cela implique. D'ailleurs certaines interventions de Charlotte et Serge en situation didactique tendent à montrer qu'ils n'identifient pas les changements de regards que l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie et *a fortiori* de la symétrie axiale impliquent dans ce moment de transition entre l'école et le collège. Citons par exemple les tracés fréquents de figures à main levée au tableau sans l'usage d'instruments ou dans des positions prototypiques (comme les axes de symétrie verticaux ou horizontaux). Cette absence de visibilité didactique de l'activité des élèves n'est pas l'exclusivité de ces deux professeurs débutants (Coulange 2001a ; Margolinas 2004 ; Margolinas et al. 2005 ; Chopin 2008). Toutefois, la distance est grande entre les projections des enseignants sur l'activité potentielle des élèves et leur activité mathématique effective. Cette distance peut être renforcée à la fois par le caractère novice de Charlotte et Serge qui ne peuvent pas s'appuyer sur un vécu d'expérience des situations d'enseignement sur la symétrie pour appréhender des déroulements, et par les difficultés spécifiques et hétérogènes d'élèves en collège ZEP. Par ailleurs, les interventions adressées au collectif de la classe par Charlotte et Serge ne permettent visiblement pas de réduire cette distance. Cela provient du fait que ces interventions ne sont pas toujours adaptées à l'activité observable des élèves, mais aussi de spécificités d'un public ZEP, qui se laisserait peut-être moins que d'autres piloter par des effets de contrat didactique, notamment. On voit par exemple dans l'analyse d'épisodes dans les classes de Serge et de Charlotte comment des élèves résistent à l'écoute collective que le professeur sollicite ou contribuent à rendre des effets Jourdain ou Topaze d'autant plus spectaculaires qu'ils ne perçoivent pas les attentes de l'enseignant.

Nonobstant ces ressemblances, les pratiques d'enseignement de Charlotte et de Serge, se démarquent à divers égards.

L'effacement des savoirs et de l'institutionnalisation collective dans les pratiques de Serge

Serge élabore et met en œuvre un enseignement centré sur les aspects pratiques et techniques des organisations mathématiques. Il semble être vigilant à respecter une certaine diversité dans les types de tâches donnés à accomplir à ses élèves et les techniques correspondantes,

[59] Comme évoqué préalablement, une logique de prolongement du travail géométrique du primaire (avec pliage pour la symétrie ou l'usage d'instruments pour tracer ou vérifier des propriétés sur des dessins en géométrie) et une logique nouvelle de l'enseignement de la géométrie au collège (avec une volonté d'axiomatisation, de montrer des propriétés attenantes à des figures géométriques) coexistent en classe de sixième.

mais en escamotant la dimension des savoirs, mise en jeu par les technologies et les théories qui pourraient légitimer et justifier ces techniques. Le fil conducteur de son projet didactique global « des points aux figures » en découle. On y passe d'un type de tâches à l'autre, suivant une logique pratique : la construction de points symétriques pouvant être considérée comme sous-tâche de la construction de figures symétriques. La réponse que Serge fait à une question posée à la suite de la deuxième séance observée dans sa classe me semble éclairante de ce point de vue :

> Serge : Si, si, si, là le type de tâches que je cherchais à travailler c'était être capable de trouver un axe de symétrie sur une figure dans un quadrillage, avec à la fin le type de tâches sans quadrillage, donc trouver un axe de symétrie sans quadrillage, donc là vraiment…
> Chercheur: Et derrière ? (…) Je disais au niveau de la technique mise en jeu ? Tu as réfléchi à tout ça ou ?
> Serge : Sur la technique mise en jeu, c'est vrai que il y a un aspect visuel important qu'était déjà bien bien rodé donc mettre en place une technique complète, je l'ai pas senti nécessaire, j'ai pas senti la nécessité…

Extrait de transcription d'un entretien à la suite de la deuxième séance observée dans la classe de Serge (Coulange sous presse)

On entrevoit à travers cet échange l'importance accordée par Serge aux types de tâches en jeu et à leur enchaînement sans pour autant qu'il s'interroge sur les éléments technologico-théoriques sur lesquels reposent les techniques permettant d'accomplir ces types de tâche (qu'il qualifie ici vaguement « d'aspect visuel » à plusieurs reprises).

D'autre part, la structure récurrente des déroulements observés révèle peut-être une logique d'action commune à différentes pratiques enseignantes de professeurs débutants en collège ZEP. Serge accorde beaucoup d'importance au travail individuel de l'élève, aux aides personnalisées, au détriment des phases collectives de synthèse, ou d'institutionnalisation : les seules phases collectives observées correspondent à des rappels très brefs en début de séance ou à la passation de consigne. Lors d'un entretien « à chaud », Serge confirme lui-même cette stabilité dans les déroulements observés en en livrant les raisons, sur lesquelles je reviendrai en conclusion :

> Chercheur : Donc j'ai repéré que pour la première feuille, tu ramassais. Tu vas faire comme tu avais fait la séance précédente. Tu referas un commentaire après avoir regardé. Pas de correction collective immédiatement après le travail (Serge : non)… ça, c'est une habitude de travail que tu as …
> Serge : C'est une habitude que j'ai prise avec eux… Ouais, c'est …
> Chercheur : Que tu as prise au cours de l'année ? Tu décales systématiquement le moment de correction ?
> Serge : Parce que c'est quelque chose de très difficile avec des problèmes très particuliers, donc j'ai des commentaires assez riches sur les copies qui en ont besoin. Parce que le groupe qui suit bien, se disperse assez vite. Ceux qu'ont plus de mal se laissent entraîner, donc ne profitent pas de la correction. Donc c'est vrai que j'ai opté pour un système où je donne, je ramasse, je corrige, j'aide, je rends personnelle la correction et après juste un petit mot…

Extrait de transcription d'un entretien à la suite de la deuxième séance observée dans la classe de Serge (Coulange sous presse)

Cette logique d'action qui laisse peu de place à des moments collectifs d'explicitation des connaissances ou d'institutionnalisation des savoirs, paraît cohérente avec le fait de laisser peu place au *logos* dans les organisations mathématiques des savoirs enseignés.

La formulation collective de l'activité et des connaissances mathématiques des élèves dans les pratiques de Charlotte

Les pratiques de Charlotte apparaissent d'emblée plus nuancées. Les déroulements observés dans sa classe donnent à voir l'alternance de phases publiques et collectives aux fonctions diverses : permettant des phases individuelles de travail des élèves, la mise en commun de questionnements d'élèves, l'explicitation de procédures, la formulation des connaissances et l'institutionnalisation des savoirs. Ces déroulements ne sont pas figés d'une séance à l'autre. Les pratiques d'enseignement de Charlotte montrent un souci permanent de formulation des connaissances mathématiques à travers des épisodes collectifs généralement longs et coûteux en interventions de la part de l'enseignante. Cet élément de récurrence de sa pratique correspond peut-être à une forme d'adaptation des pratiques dans un contexte ZEP : elle permettrait aux élèves d'identifier les enjeux de connaissance et de savoir derrière les tâches données à accomplir ; cela peut également permettre de lever des malentendus à ce sujet. Les organisations mathématiques élaborées par cette enseignante débutante dans le cadre de son projet didactique global s'en ressentent : elles donnent à voir un équilibre apparent de la *praxis* et du *logos*. Par ailleurs, lors de l'entretien « post-séquence d'enseignement », Charlotte se montre capable de pointer précisément l'origine de certaines des difficultés rencontrées, par elle-même en position d'enseignante lors des deux séances observées :

> Charlotte : A partir de là, je me suis dit qu'il fallait faire le lien entre les observations, les constructions et trouver d'autres exploitations des propriétés, des observations faites… c'est encore fouillis, ça se voit… C'est encore un des trucs où je me sens pas à l'aise (…) Je voulais retravailler avant sur la médiatrice, avant les figures… pour éviter les confusions la médiatrice du carré : en fait c'est la médiatrice des deux côtés, du coup, ils ont eu des problèmes de repérage de la médiatrice par rapport au segment…

Extrait de transcription d'un entretien à la suite des séances observées dans la classe de Charlotte (Coulange sous presse)

Cette analyse que Charlotte fait de sa pratique d'enseignement en partant des difficultés rencontrées par ses élèves lui donne peut-être les moyens pour progresser sur certains des points évoqués précédemment.

A la suite de cette analyse comparative des pratiques de Charlotte et de Serge, on peut s'interroger plus avant sur le rôle joué par la formation initiale ou continue, leur caractère novice ou sur l'influence du contexte ZEP dans lequel ces deux jeunes professeurs enseignent. C'est ce type de questions sur lesquelles je reviens en conclusion dans Coulange (sous presse). Je reviens ci-après sur les questions qui émergent globalement de l'ensemble de la recherche conduite sur les pratiques enseignantes en ZEP.

IV. CONCLUSIONS : PRATIQUES ENSEIGNANTES, INFLUENCE DES CONTEXTES, ROLE DE LA FORMATION

4.1 Conclusions : pratiques d'enseignants débutants, poids du contexte « enseigner en collège ZEP », rôle de la formation initiale

Pratiques d'enseignants débutants

J'adopte dans mes analyses une attitude prudente sur ce qui, dans les pratiques d'enseignants débutants pourrait relever ou non de leur caractère novice. Notamment comme je l'ai déjà signalé à plusieurs reprises les dédoublements de situations du point de vue du professeur et de l'activité mathématique des élèves, les incidents qui en découlent ne sont pas, propres aux pratiques de professeurs débutants. D'ailleurs les différences constatées entre les pratiques d'enseignement de Charlotte et de Serge et plus globalement entre les pratiques de dix enseignants débutants en collège ZEP invitent à cette prudence. A l'instar de Garcia-Debanc et Snaz-Lecina (2008) concernant les professeurs des écoles, je pense que les professeurs débutants en collège ne constituent pas un « ensemble homogène du point de vue des compétences professionnelles » et qu'à ce titre :

> Seule une analyse précise de leurs pratiques professionnelles permet de cerner le degré d'expertise d'un enseignant débutant qui peut, dans certains cas, (…) être déjà aussi voire plus consistante que celle d'un certain nombre d'enseignants expérimentés. (Op. cité, p.169).

Pour autant, en considérant que les pratiques enseignantes de ces professeurs novices vont certainement évoluer dans les années qui viennent, on peut faire l'hypothèse qu'une partie des écarts importants entre l'activité mathématique projetée par les enseignants et les activités effectives des élèves va se réduire. L'expérience de la classe peut conduire à mieux calibrer les tâches proposées aux élèves, à la condition que celles-ci soient récupérées du point de vue de leurs connaissances didactiques. Mais en l'absence d'observations sur plusieurs années d'exercice, comme a pu le faire au contraire Grugeon (2010) par ailleurs, cela reste à l'état d'hypothèse.

Formation initiale et pratiques d'enseignants débutants

La formation initiale joue sans aucun doute un rôle dans les pratiques données à voir par les enseignants débutants en collège ZEP. Par exemple, certaines des caractéristiques des pratiques d'enseignement de Charlotte et Serge font écho aux choix explicités par les chercheurs à l'origine de la formation initiale que ces deux professeurs ont reçu. Leur capacité singulière pour deux professeurs novices à élaborer un projet global d'enseignement est cohérente avec l'accent mis sur l'analyse des contenus d'enseignement en termes d'organisations mathématiques du savoir à enseigner à différentes échelles (globales ou locales).[60] Le zoom sur Charlotte et de Serge donne ainsi sans nul doute à voir des effets à la fois communs et différenciés de la formation initiale sur les pratiques de ces deux enseignants débutants (Coulange 2008, Coulange sous presse). Mais à la suite de cette double étude de cas ainsi qu'à la suite des analyses des pratiques de dix professeurs néo-titulaires en collège ZEP, je formule des questions plus que des affirmations sur le rôle joué par la formation sur les pratiques des enseignants débutants. Je manque de données objectives sur la composante personnelle des pratiques de ces professeurs, leur investissement dans la formation, ou même sur certains aspects du contexte de l'année en cours, pour dépasser ce questionnement

J'avance toutefois une nouvelle hypothèse au sujet du rôle de la formation sur les pratiques des enseignants débutants (Coulange sous presse). Lors de mes observations dans leurs classes, la plupart des enseignants débutants montrent le souci commun d'engager les élèves dans un travail individuel ou en petit groupes dans des tâches mathématiques qui ne sont pas simples et isolées, pour lesquelles ils identifient assez clairement des objectifs (liés aux connaissances mathématiques visées). C'est notamment le cas des professeurs qui individualisent fortement leur enseignement à l'instar de Serge ou des professeurs aux pratiques plus nuancées comme Charlotte. Cela peut renvoyer à des contenus de formation initiale ou continue d'inspiration didactique qui d'une façon ou d'une autre insistent sur la dévolution d'une activité mathématique consistante. Pour autant, les dix professeurs novices éprouvent les difficultés communes[61] évoquées dans la deuxième partie de ce chapitre. Ces difficultés concernent à la fois les composantes cognitive et médiative des pratiques tout à la fois puisqu'elles se font sentir dans le choix de tâches adaptées (du point de vue des connaissances des élèves, ou de leur réalisation matérielle), la gestion de l'activité des élèves (avec des aides soit décalées par rapport aux difficultés effectives des élèves, soit à caractère procédural), ou la récupération des connaissances convoquées au fil de cette activité (peu formulées et rarement institutionnalisées). Je rejoins dans le cas de professeurs de collège le constat fait par Butlen, Peltier-Barbier et Robert (2004) pour les professeurs des écoles, de l'influence d'une formation centrée sur la composante cognitive des pratiques :

> A partir des observations effectuées, et des entretiens que nous avons analysés, il nous semble qu'à l'issue de la formation, ce qui serait retenu serait plutôt du côté des tâches à prescrire que de l'exploitation de ces tâches et de l'activité des élèves. (Op. cité, p.222)

[60] C'est d'ailleurs un des apports mis en avant à plusieurs reprises lors de l'entretien préalable avec Charlotte et Serge, qui ont globalement adhéré à la formation reçue de ce point de vue.

[61] Dans l'ouvrage sur les pratiques des enseignants débutants coordonné par Carnus et al. (2008), des difficultés similaires sont pointées à maintes reprises, dans d'autres domaines d'enseignement que celui des mathématiques.

Ces difficultés sont sans doute plus vives en contexte ZEP qu'ailleurs, pour diverses raisons liées aux spécificités de ce public d'élèves : l'hétérogénéité des connaissances mathématiques et didactiques[62] des élèves rend l'anticipation et la gestion des déroulements plus complexes, ceux-ci pouvant contribuer à des malentendus entre différents registres d'activité (Bonnéry 2007). Dans le contexte « débuter en ZEP », cette part de la composante sociale jouerait dès lors un rôle déterminant Par ailleurs si les composantes cognitive et médiative sont étroitement reliées,[63] j'entrevois le rôle particulier joué par la composante médiative dans les pratiques des enseignants débutants en collège ZEP. C'est dans la gestion de l'activité mathématique des élèves et la récupération de leurs connaissances lors des déroulements que des variabilités entre les professeurs se donnent à voir le plus clairement : y compris pour deux professeurs ayant reçu la même formation initiale et continue à ce jour comme Charlotte et Serge. Peut-être « oubliée » ou plus difficile à appréhender en formation, la composante médiative serait davantage déterminée que la composante cognitive par des éléments la composante personnelle des pratiques des enseignants débutants et par la part de la composante sociale spécifique de l'enseignement en ZEP (notamment celle relative aux spécificités du public d'élèves évoquées ci-avant). Leurs pratiques enseignantes sont encore en construction du fait de leur caractère novice, on peut même envisager que les composantes médiative et cognitive se « co-construisent » et que la composante médiative influence à son tour fortement la composante cognitive de leur activité professionnelle. Il me semble que les pratiques de huit des dix professeurs débutants qui individualisent et étayent fortement l'activité individuelle des élèves dans un cas ou *a contrario* principalement ostensives et collectives dans l'autre (voir les deux types de pratiques d'enseignants débutants en ZEP décrits dans la deuxième partie de ce chapitre) donnent à voir cette co-construction dans un contexte particulier, celui de l'enseignement en collège ZEP. Le paragraphe qui suit permet d'approfondir ce point.

Contexte ZEP et pratiques d'enseignants débutants

Je fais l'hypothèse que le contexte d'enseignement en collège ZEP joue un rôle important sur les pratiques d'enseignants débutants. Une partie de la composante médiative des pratiques du type de celles de Serge (qui concerne 4 enseignants débutants sur 10) me semble imputable à ce contexte : la centration sur une mise en activité visible de tous les élèves, les aides individuelles nombreuses et procédurales (Pariès et al. 2008), l'affaiblissement de phases collectives sur lesquelles repose l'institutionnalisation des savoirs en jeu, etc. Lors des entretiens, Serge et d'autres enseignants débutants font allusion à des difficultés de gestion de moments collectifs correspondant à un retour sur des activités effectuées individuellement par les élèves de la classe observée. Ces pratiques d'enseignement avec une individualisation poussée de l'enseignement, des aides spontanées (et dès lors presque toujours à caractère procédural) et récurrentes qui accompagnent l'activité de la plupart des élèves, l'absence de récupération des connaissances mathématiques convoquées au fil de cette activité me semblent dès lors correspondre aux caractéristiques d'un genre de pratiques enseignantes. en collège ZEP, au sens de Butlen, Peltier et Pézard (2004). Une part de la composante sociale imputable au contexte ZEP contribue à déterminer ce type de pratiques : elles émergent comme une réponse collective à certaines contraintes de ce contexte, satisfaisante à certains égards. Ces 4 enseignants ont une classe « qui tourne » et commencent parfois même à avoir

[62] Par connaissances didactiques des élèves, j'entends notamment leur lecture du contrat didactique, des attentes spécifiques des savoirs en jeu dans l'accomplissement des tâches prescrites.

[63] Notamment la façon dont les professeurs anticipent l'activité potentielle des élèves dans l'élaboration de tâches mathématiques (ce qui participe à la composante cognitive) influence nettement la manière dont ils sont en mesure d'interpréter et de récupérer l'activité effective des élèves dans les déroulements (ce qui contribue à la composante médiative). Mais l'inverse est sans doute également vrai !

une certaine reconnaissance de l'institution scolaire à cet égard (au sein de l'établissement ou dans le cadre d'une inspection), ce qui ne semble pas le cas de 2 autres professeurs de notre cohorte qui ont *a contrario* gestion plus collective de la classe appuyée par des procédés ostensifs. L'étayage permanent et l'effacement des moments de formulation ou d'institutionnalisation constatés dans ces pratiques enseignantes concordent d'ailleurs avec des résultats mis en avant par d'autres recherches sur les pratiques d'enseignement ordinaire en ZEP. Je pense notamment aux travaux de Peltier et al. (2004) sur les pratiques enseignantes en écoles ZEP/ REP, déjà cités à plusieurs reprises.

Mais la composante médiative contribue également sans doute à déterminer une part de la composante cognitive des pratiques de ces enseignants débutants : dans l'anticipation des déroulements et l'élaboration de leurs projets d'enseignement, le rôle des savoirs mathématiques s'effacent, les tâches élaborées visant essentiellement à faire émerger des techniques ou des algorithmes. Les pratiques de Serge me paraissent tout à fait typiques de ce point de vue : malgré le fait que cet enseignant envisage un projet d'enseignement sur la symétrie à un niveau global, celui-ci reste davantage centré sur les techniques que sur les savoirs à enseigner. Le rapprochement qui peut être fait avec le travail plus récent de Chesnais (2009) est frappant. Son étude des pratiques ordinaires d'un professeur expérimenté à l'occasion de son enseignement de la symétrie axiale dans un collège ZEP donne à voir des points communs avec ma propre étude des pratiques enseignantes du type de celles de Serge. Des caractéristiques communes de leurs projets didactiques globaux (davantage centrés sur les techniques que sur les savoirs à enseigner) conduisent à des difficultés du même ordre dans la formulation collective et la récupération des connaissances mathématiques des élèves. La recherche de Chesnais (2009) permet sans aucun doute d'approfondir et de dépasser nos premiers constats sur l'influence du contexte ZEP sur les pratiques d'un professeur débutant : ce type de pratiques enseignantes pourrait fort bien se stabiliser dans ce contexte. En conclusion, ma recherche s'inscrit tendent à illustrer le poids de ce contexte sur les pratiques de professeurs novices. Le contexte « enseigner en collège ZEP » peut contribuer à façonner un cercle vicieux pour les pratiques des enseignants : avec une logique de travail visible et individuel de l'élève, qui reste éloignée d'une logique des connaissances et des savoirs mathématiques. On entrevoit comment dans ce cercle vicieux la cohérence, voir la co-construction des composantes médiative et cognitive des pratiques d'enseignement en ZEP. Pour autant des alternatives de pratiques existent. J'ai vu Charlotte et d'autres professeurs débutants en ZEP faire la classe autrement, avoir des pratiques enseignantes dont on peut augurer une plus grande efficacité sur les apprentissages d'une majorité d'élèves. Chesnais (2009) le démontre avec force dans son travail de thèse, lorsque le professeur expérimenté précité s'approprie et met en œuvre une autre pratique d'enseignement de la symétrie axiale. La recherche de Chesnais et la mienne sur les pratiques d'enseignement des mathématiques en collège ZEP convergent sur un dernier point : les clés concomitantes de ces alternatives de pratiques aux effets positifs sur les apprentissages en contexte ZEP semblent l'existence d'un projet global et cohérent d'enseignement, et la récupération des connaissances mathématiques d'élèves à travers leur formulation et leur institutionnalisation.

4.2. Pratiques enseignantes, rôle de la formation et influences des contextes

Je quitte ici un instant l'exemple de ma recherche sur les débutants en collège ZEP pour élargir mon questionnement sur les pratiques enseignantes à l'issue de ce chapitre.

En revenant dans un premier temps au cadre proposé par la double approche des cinq composantes des pratiques enseignantes, je m'interroge plus avant sur le rôle joué par la composante médiative dans des pratiques stables ou en passe de se stabiliser. Si les composantes cognitive et médiative des pratiques sont imbriquées voire se co-construisent (dans les pratiques de futurs enseignants ou d'enseignants débutants), la composante médiative apparaît comme à la fois plus caractéristique (propre à éclairer des variabilités) et la plus stabilisée des pratiques enseignantes. Ce n'est pas sans rapport avec les gestes et les routines étudiés par Butlen (2004) dans les pratiques de professeurs des écoles qui concernent pour beaucoup cette composante médiative. Robert (2008c) considère que ce sont les trois composantes personnelle, institutionnelle et sociale qui correspondent à des déterminants du métier. Dans l'exemple des pratiques d'enseignants débutants en ZEP, je montre ainsi comment ces pratiques et en particulier la composante médiative sont fortement déterminées par la composante sociale, voire la composante personnelle. Mais à l'issue du chapitre précédent (sur les pratiques enseignantes dans l'enseignement de l'algèbre) et de celui-ci, je m'interroge sur le caractère à la fois déterminé, mais aussi peut-être déterminant de la composante médiative des pratiques enseignantes. Par exemple, la façon dont les enseignants « ont l'habitude » d'organiser, de gérer et de récupérer l'activité mathématique des élèves *in situ* au fil des déroulements (soit la composante médiative) pèse sur la manière dont ils élaborent les tâches, leur projets d'enseignement ou en anticipent la gestion (soit la composante cognitive). Cela pèse même au moins en partie sur la façon dont les professeurs interprètent les savoirs mathématiques à enseigner au sein de l'institution (voir le chapitre 2 de cette note). Cette réflexion émerge de mon utilisation de la double approche dans ce chapitre, mais est déjà en germe dans la façon dont j'envisage une remontée dans les niveaux adidactique et didactique aux niveaux surdidactiques de l'activité du professeur, voire aux praxéologies institutionnelles dans le chapitre précédent. Le mouvement dialectique ainsi envisagé à la fois au niveau théorique (entre les théories didactiques telles la théorie des situations didactiques, la théorie anthropologique et la double approche) et pragmatique (au fil des études de cas menées dans les trois premiers chapitres de la note) éclaire ainsi de façon originale la complexité des pratiques enseignantes. Cela pose aussi peut-être autrement la question de ce que je cherche à appréhender dans l'ordinaire des pratiques enseignantes. J'envisage différentes dynamiques à l'œuvre, attenantes à l'activité du professeur au sein de la situation didactique, à sa position au sein de l'institution didactique et aux composantes de son métier d'enseignant en référence aux trois approches didactiques précitées.

Je ne dirai que quelques mots de la formation des enseignants. Du fait de mon propre métier (de formatrice d'enseignants depuis plus de 10 ans), cette question me paraît portant essentielle. Mais j'ai parfois l'impression de ne pas avoir encore suffisamment démêlé la complexité des phénomènes didactiques à l'œuvre dans les pratiques enseignantes ordinaires pour pouvoir la mettre à l'étude. Pour autant dans ce chapitre et dans le précédent, émerge par exemple la question suivante : dans quelle mesure et comment appréhender ce qui a trait à la composante médiative des pratiques en formation ? A la lueur de diverses recherches conduites sur la formation et les pratiques enseignantes dans le cadre de la double approche, dont les miens (Butlen et al. 2004, Robert, Roditi et Grugeon 2007, Coulange sous presse), le pari d'une formation essentiellement centrée sur la composante cognitive ne paraît pas pouvoir tenir dans le contexte de l'enseignement en ZEP notamment. On part ici de l'hypothèse que ce pari a pourtant été fait au sein d'une majorité d'institutions en charge de la formation des enseignants. Les études citées semblent au moins en partie confirmer ce point. Une étude transpositive des raisons de ces choix de formation d'origine didactique déjà amorcée par Robert, Roditi et Grugeon (2007) qui privilégieraient la composante cognitive mériterait d'être approfondie. Dans quelle mesure s'agit-il de partis pris épistémologiques liés à des théories didactiques (comme pourraient le laisser penser les formations inspirées de la théorie anthropologique par exemple) ? Quelles sont les contraintes liées aux institutions de formation qui pèsent sur ces choix ? Dans quelle mesure les pratiques de formateurs incarnent plus ou moins ces choix à la fois épistémologiques et institutionnels ? Par exemple dans Bulf et Coulange (à paraître), nous interrogeons la transposition de la théorie des situations didactiques en formation initiale des futurs professeurs des écoles du point de vue des pratiques des formateurs. De façon complémentaire, à l'instar de Robert et al. (2007), il faut bien sûr se demander quelles sont les conditions ou les contraintes qui permettraient une plus grande prise en charge de la composante médiative dans la formation, peut-être plus difficile à appréhender pour diverses raisons non uniquement liées à des choix d'arrière plans théoriques didactiques. Notamment, à l'issue de mes propres travaux, j'entrevois le rôle important joué par les composantes personnelle et sociale dans la détermination de la composante médiative. Mais du fait de leur variabilité potentielle, ces composantes personnelle et sociale des pratiques paraissent moins facile à intégrer dans la formation que la composante institutionnelle, du moins dans leurs relation avec les composantes médiative ou cognitive, soit avec le didactique. Cela suppose de prendre en charge des variabilités individuelles d'enseignants, des diversités de publics d'élèves ou de contextes d'établissement. Pour autant c'est sans doute à cette seule condition que l'on peut appréhender ces éléments déterminants pour la composante médiative des pratiques en formation d'enseignants. Un point essentiel sur lequel je rejoins Robert et al. (2007) et Robert (à paraître) est la prise en compte de l'analyse de déroulements dans les classes des professeurs dans le cadre de la formation, tout en les resituant par rapport aux différents déterminants du métier de professeur, y compris sociaux ou personnels. Le constat fait dans Bulf et Coulange (à paraître) de la nécessité d'allers-retours entre pratiques (avec différents éléments de pratiques) et théories (avec différentes strates théoriques) pour élaborer des éléments d'une culture commune de professeurs supportée par la recherche en didactique n'est pas loin. Par ailleurs, en conclusion de ma recherche sur les pratiques d'enseignants en collège ZEP (Coulange à paraître), je me rapproche des travaux développés depuis plusieurs années par Pézard, Butlen et Masselot (2012) sur la formation des pratiques d'enseignants débutants en ZEP à l'école, qui prennent pour point de départ les variabilités et régularités constatées dans l'étude des pratiques enseignantes ordinaires pour en organiser la formation. Mes choix relatifs à la prise en compte des pratiques enseignantes ordinaires à la fois réelles et objets d'étude dans le cadre de recherches en didactique dans la formation s'affinent au fur et à mesure de mes recherches sur le sujet. Mais pour autant, je continue à adopter une posture prudente sur cette question de la formation : le chantier reste encore largement ouvert. Notamment, suivant Robert et al. (2007) je m'interroge encore sur ce qui peut être utilisé dans mon travail sur les pratiques ordinaires pour généraliser, mettre en cohérence l'analyse de pratiques réelles en formation.

Enfin, j'en reviens aux éléments de contexte à prendre en compte dans l'étude des pratiques enseignantes ordinaires. Je l'ai indiqué dans la partie introductive de ce chapitre : c'est la volonté d'appréhender l'influence du contexte « débuter en ZEP » dans l'empan de recherche exposé dans ce chapitre qui m'a conduite à adopter le regard élargi sur les pratiques proposé par la double approche. Je ne reprends pas toujours les descripteurs de cette approche dans mes travaux, notamment ceux que je vais présenter dans le chapitre à venir. Pour autant, comme je l'ai déjà signalé, je continue à me saisir de la volonté de comprendre les pratiques enseignantes de la façon la plus « holistique » possible. Il me paraît toujours essentiel de prendre en compte des éléments du contexte ordinaire de ces pratiques qui dépasse le cadre de la situation didactique (tel qu'il est défini dans le premier chapitre de ma note) ou celui de l'institution didactique (tel qu'il est appréhendé dans le deuxième chapitre de ma note). Par exemple, dans mon étude des pratiques des enseignants débutants en ZEP, la prise en compte des spécificités du public d'élèves intervient à plusieurs reprises. C'est précisément cet élément de contexte des pratiques enseignantes : les élèves, ou plus exactement l'étude des effets différenciateurs des pratiques sur les apprentissages des élèves qui fera l'objet du chapitre à venir. J'y montrerai comment j'intègre cette nouvelle dimension dans l'étude de l'ordinaire des pratiques enseignantes tout en essayant de prendre garde à ne pas en résumer l'étude à ce seul élément contextuel et en continuant à tenir compte de l'ensemble des contraintes et des conditions du métier d'enseignant. En l'absence de ce souci de compréhension des pratiques enseignantes, les risques de dérive sont nombreux : tant dans l'interprétation et l'étude des phénomènes didactiques à l'œuvre, que dans la diffusion des résultats des recherches concernées. Par ailleurs, toujours en continuité de ce point de vue élargi sur les pratiques enseignantes, je serai conduite à réactualiser certains éléments théoriques de la théorie des situations didactiques qui comme je l'ai signalé au début de ma note de synthèse, reste mon point d'ancrage théorique principal. A l'instar de Margolinas et Laparra (2008), je considère certains éléments de cette théorie comme situés : de façon explicite par rapport à son projet initial de développement de l'enseignement des mathématiques (voir au début du premier chapitre de ma note) mais aussi de manière implicite par rapport à l'ordinaire des pratiques enseignantes de l'époque (voir le quatrième chapitre à venir). Dès lors, forte de certains résultats de recherche exposés dans le chapitre suivant, je propose une réactualisation de la notion théorique d'institutionnalisation pour refonder l'étude des pratiques d'enseignement des mathématiques.

CHAPITRE 4 : LES PRATIQUES ENSEIGNANTES ET LA DIFFÉRENCIATION DANS LES APPRENTISSAGES DES ÉLÈVES

Ce quatrième chapitre synthétise les recherches que j'ai menées au sein du réseau RESEIDA (REcherches sur la Socialisation, l'Enseignement, les Inégalités et les Différenciations dans les Apprentissages) piloté par J.Y. Rochex ces dernières années. Ces travaux ont été partiellement publiés ou communiqués à ce jour (Bonnéry et Coulange 2008, Coulange 2011, 2012a, 2012b). Ma propre contribution dans le cadre du réseau RESEIDA vise à élucider les effets des pratiques enseignantes sur des apprentissages d'élèves en mathématiques, sous l'angle de la différenciation. Ce chapitre est un peu plus long que les précédents : d'une part il me permet d'exposer des travaux non publiés à ce jour (notamment dans la troisième partie) et d'autre part, il donne lieu à plusieurs développements théoriques originaux à la fois sur la structuration du milieu (voir la première partie) pour prendre en compte la différenciation dans les apprentissages, d'autre part sur la notion d'institutionnalisation (voir la troisième partie).

I. LA DIFFERENCIATION DANS LES APPRENTISSAGES DES ELEVES

Un des thèmes de la XIII école d'été de recherches en didactique des mathématiques avait pour intitulé : hétérogénéités et différenciations. En tant que co-responsable scientifique de ce thème, avec Margolinas, j'ai été amenée à préciser ce que j'entends par différenciation : *Les enfants viennent à l'école, porteurs de leur appartenance sociale et culturelle, de leur histoire personnelle. (…) La façon dont ils investissent une position d'élève hérite de ces différences, ce qui fait de la classe un lieu hétérogène (…). La différenciation peut être considérée comme le processus qui reproduit, atténue ou accentue les différences entre les élèves dans le contexte scolaire* (Coulange et Margolinas 2008). Alors que cette question est au centre des travaux en sociologie de l'éducation des chercheurs du réseau RESEIDA, elle est encore émergente dans le champ de la didactique des mathématiques[64]. Jusqu'à ces dernières années, les recherches dans ce domaine ont essentiellement considéré l'élève *générique* en situation. Il s'agit maintenant d'interroger les différences entre élèves et la production de ces différences au fil des pratiques enseignantes rencontrées, d'un point de vue didactique.

Ainsi mes recherches visent à élucider les effets des pratiques enseignantes sur des apprentissages d'élèves en mathématiques, sous l'angle de la différenciation. Cela nécessite d'interroger d'emblée, dans l'étude des pratiques enseignantes, ce qui est à l'origine de la construction d'inégalités dans les apprentissages scolaires. Il s'agit aussi d'interroger les différences entre les élèves et la production de ces différences au fil de ces pratiques enseignantes. On entrevoit la complexité des phénomènes étudiés au sein de cette simple boucle.

1.1. Un point de vue didactique sur la différenciation dans les apprentissages des élèves

Dans la continuité des chapitres précédents de ma note de synthèse, le modèle de structuration du milieu me sert toujours de point d'ancrage théorique pour appréhender cette complexité du point de vue du professeur et de l'élève, et même des élèves. Je ne présente ici que quelques éléments et réactualisation concernant le modèle qui me paraissent propices à l'étude de processus de différenciations dans les apprentissages scolaires.

[64] Notons tout de même les travaux de Peltier-Barbier (2004), Butlen (2004) ; qui portent depuis longtemps sur les apprentissages des élèves socialement défavorisés.

S'appuyant sur le modèle de structuration du milieu isssu de la théorie des situations didactiques qui distingue plusieurs *positions* d'élève (positions objective, d'agissant, de résolveur de problème, d'élève, etc.), Margolinas (2004) met en avant la possibilité de *bifurcations* dans le cadre d'une situation ordinaire d'enseignement des mathématiques. Ces bifurcations (voir notamment le premier chapitre de ma note de synthèse) correspondent à différents cheminements possibles d'élèves au sein d'une même situation didactique : leur première entrée dans les tâches proposées, leurs actions, ou encore leur activité intellectuelle (correspondant pour une part à une réflexion sur leurs actions) les amènent à investir différentes branches plus ou moins prévues, voire marginales de ces situations. Ces cheminements rendus possibles par les contraintes de la situation didactique renvoient à différents apprentissages possibles, qui correspondent ou non à ceux visés par l'enseignant. La structuration du milieu permet d'envisager *plusieurs élèves génériques* au sein d'une situation didactique, ce qui ouvre la voie à l'étude des différenciations didactiques (Margolinas 2004).

Par rapport au modèle initial (Brousseau 1998, Margolinas 2004), à l'instar de Castela (2008) j'introduis de nouvelles positions de l'élève surplombant ou englobant davantage la situation didactique. Je considère que des bifurcations peuvent également s'opérer à partir des situations didactiques, au travers de positions dites « autodidactes » d'élèves (+1 et +2) par Castela (2008, 2011). Je troque volontiers le terme d'autodidacte utilisé en référence aux travaux de de Certeau (1980) avec celui d'étudiant, car l'autodidaxie entendue dans le sens commun, semble sous-entendre que ces niveaux sont sous l'entière responsabilité de l'élève. Une des thèses que je défends est précisément la nécessité d'une participation des pratiques enseignantes à l'activité sous-jacente à ces nouvelles positions d'élèves au sein du modèle. Cela passe du point de vue des pratiques enseignantes par l'élaboration de projets didactiques cohérents et rendus *a minima* lisibles pour l'élève. Le schéma synthétise les niveaux qui caractérisent l'activité de l'élève au sein du modèle de structuration du milieu modifié :

+3 : Ecolier (rapports aux savoirs scolaires)

+2 : Etudiant global (rapport global aux savoirs enseignés)

+1 : Etudiant local (rapport local aux savoirs enseignés)

0 : Elève (situation didactique : des connaissances aux savoirs)

-1 : Apprenant (apprentissage ou résolution de problème)

-2 : Agissant (premières actions finalisées)

-3 : Objectif (investissement non finalisé de la situation)

Figure 1. Modification du point de vue de l'élève dans le modèle de structuration du milieu (Coulange 2012a)

En position d'étudiant local ou global, l'élève peut ou non effectuer des décontextualisations, des mises en relations entre savoirs anciens et nouveaux en s'appuyant sur différentes situations : c'est ce qui détermine son activité au sein de ces nouvelles positions.[65] L'ensemble de ces positions contribue à façonner selon moi une position encore plus globale : celle d'écolier (+3) qui caractérise son rapport aux savoirs scolaires. A chaque niveau, la dynamique devient tout aussi complexe que celle envisagé pour le professeur (voir le premier chapitre de la note). A un niveau donné, le milieu résulte à la fois des niveaux supérieurs ou inférieurs : par exemple le milieu pour l'élève en situation didactique résulte conjointement de sa position d'apprenant et de sa position d'étudiant local. Ceci peut éclairer le fait que la

[65] L'échelle de temps et le niveau de décontextualisation des savoirs en jeu permettent de distinguer une position étudiante locale, d'une position étudiante globale.

façon dont les élèves investissent éventuellement de façon différentielle une situation didactique dépend de leur vision d'un projet didactique à plus long terme (local, puis global) et de manière plus lâche de leur position d'écolier. En retour les situations didactiques passées, présentes et futures contribuent à façonner leur position surdidactique.[66]

Je commence tout juste à mettre à l'épreuve les évolutions des positions de l'élève proposées. Le lecteur pourra en voir la trace dans les résultats d'analyse de situations d'enseignement exposés dans la deuxième partie de ce chapitre. Toutefois, je pense que du fait des difficultés méthodologiques rencontrées (pour organiser un suivi d'une cohorte d'élèves sur un temps assez long), cette partie de mon travail conserve encore un caractère inabouti notamment pour étudier des trajectoires didactiques d'élèves sur le long terme. S'il me semble important de prendre en compte des positions surdidactiques d'élèves qui englobent la situation didactique, je n'ai pas totalement réglé la question des moyens méthodologiques pour le faire de manière totalement adéquate. Notamment, je m'interroge encore sur la manière et la possibilité d'élaborer un corpus de données pertinent pour renseigner au mieux ces positions. La question d'accès à l'activité potentielle ou effective d'élèves « en dehors de la classe » me paraît notamment assez complexe même si la façon dont elle est envisagée d'un point de vue didactique dans le travail pionnier de Félix (Félix 2002 ; Joshua et Félix 2002) et appréhendée d'un point de vue plus généraliste dans Rayou (2010) ouvre des pistes.[67]

1.2. De retour aux pratiques enseignantes du point de vue de leurs effets sur la différenciation dans les apprentissages

Quoiqu'il en soit, la prise en compte de l'activité de l'élève dans les niveaux surdidactiques de la structuration du milieu coïncide pour moi avec la prise en compte des positions du professeur qui englobent la situation didactique (+3, +2 et +1) au sein du modèle. Par exemple les positions d'étudiant local et global sont en partie déterminées par la visibilité des projets didactiques locaux ou globaux de l'enseignant, par le biais de la situation didactique qui reste le point de rencontre principal entre le point de vue du professeur et celui de l'élève (ou des élèves). J'utilise le modèle de structuration du milieu ainsi complété pour appréhender conjointement les pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves (voir le chapitre 1 de ma note de synthèse pour ce qui relève plus spécifiquement du point de vue du professeur sur la situation didactique).

Mais dans le cadre des travaux exposés dans ce chapitre, à l'instar de Margolinas et Laparra (2008, 2011), les processus de dévolution et d'institutionnalisation retiennent particulièrement mon attention, du fait du rôle particulier qu'ils me semblent jouer dans la différenciation des apprentissages scolaires : la dévolution vise à cerner la prise de responsabilité potentielle dans l'apprentissage de connaissances et l'institutionnalisation permet l'étude de la nécessaire conversion des connaissances en savoirs explicites et reconnus. Mais ces processus sont complémentaires (Margolinas 1993) et comme le rappelle Margolinas et Laparra (2008) :

---

[66] Ces positions surplombant la situation didactique ne sont pas sans lien avec la notion de secondarisation telle qu'elle est définie par Bautier (2005) à la suite des travaux de Jaubert, Rebière et Bernié (2003, 2004), c'est-à-dire la transformation des expériences vécues, contextualisées de l'élève en objet de savoir porteur de signification dans un champ scientifique donné. J'y reviendrai par la suite.

[67] Je note au passage que le point de vue de l'étoffe et le pli du travail scolaire « hors classe » développé par Rayou (2008) dans cet ouvrage présente des proximités avec ce que j'envisage de l'activité de l'élève dans les positions surdidactiques.

> « (…) la dévolution d'une situation adidactique, dans le cadre de la théorie des situations didactiques n'a de sens que si préexiste une intention d'enseigner des savoirs et des connaissances dont le processus d'institutionnalisation gère la finalité didactique. » (Op. cité, p. 7)

Par la suite, dans la troisième partie de ce chapitre, je serai toutefois conduite à privilégier le point de vue de l'institutionnalisation plus que celui de la dévolution dans l'étude des effets des pratiques enseignantes sur la différenciation des apprentissages. Ce choix est cohérent avec les évolutions théoriques proposées dans le modèle de structuration du milieu pour mieux prendre en compte des positions d'élèves qui englobent ou surplombent la situation didactique : l'institutionnalisation joue potentiellement un rôle clé dans la façon dont les élèves investissent les positions surdidactiques décrites ci-avant. Mais cette entrée privilégiée provient surtout de la spécificité des phénomènes didactiques identifiés à travers mes premières analyses de l'ordinaire des pratiques d'enseignement à l'école que j'en viens précisément à exposer dans la partie qui suit.[68]

Cette partie et la suivante s'appuient sur un corpus de données important recueilli dans deux classes de CM2 (élèves de 10-11 ans) situées dans deux écoles d'une même commune de la banlieue parisienne qui accueillent une population d'élèves socialement et scolairement hétérogène. Plusieurs chercheurs participant aux travaux de RESEIDA ont mené des observations longitudinales au sein de ces deux classes que je désigne par la suite comme la classe de la maîtresse Emilie et de la maîtresse Nadine. Une centaine d'heures d'enregistrements vidéo (et partiellement transcrits), répartis en plusieurs prises tout au long de l'année, ainsi que de nombreux travaux d'élèves, ont été recueillis.[69] Le contrat d'observation passé avec les deux maîtresses volontaires peut être qualifié de « naturaliste » : les chercheurs observateurs ne sont pas intervenus dans leur travail, ou dans le fonctionnement de leurs classes. L'étude de ce corpus a été faite suivant différents grains d'analyses (locales ou globales), de différents points de vue (du professeur, de l'élève) et selon un « double principe de récurrence et de convergence » commun aux chercheurs du réseau exposé par Bautier, Crinon et Rochex (2011) en introduction de l'ouvrage collectif paru récemment (Rochex et Crinon 2011).

II. LES EFFETS POTENTIELLEMENT DIFFERENCIATEURS DES PRATIQUES ENSEIGNANTES

En m'appuyant sur le point de vue théorique présenté ci-avant, je commence par exposer les résultats d'analyses locales[70] de deux situations d'enseignement observées dans la classe de la maîtresse surnommée Emilie (Coulange 2011, 2012a) : la première situation a pour objet d'étude la résolution de problèmes « pour chercher » (séances observées en octobre 2004), et la deuxième situation d'enseignement vise l'introduction de la notion pourcentage (séances observées en mai-juin 2005).

---

[68] Je précise que si le processus d'institutionnalisation plus que celui de la dévolution m'a paru pertinent pour interroger ou interpréter ces phénomènes, il s'agit toujours bien d'un choix de lecture théorique. Ainsi quand je parle d'effacement, de dysfonctionnement du processus d'institutionnalisation par la suite, les phénomènes sous-jacents touchent également ce qui a trait à la dévolution, et pourraient peut-être être appréhendés de manière complémentaire par le biais de cette « deuxième face de la pièce didactique » : je me souviens d'ailleurs d'avoir longuement échangé avec Gobert en juin 2012 à ce sujet.

[69] Ces observations ne concernaient pas que l'enseignement des mathématiques, mais aussi du français, voire de l'histoire et de la géographie. Toutefois les analyses que nous avons menées et que nous présentons ici ne concernent que l'enseignement des mathématiques dans les deux classes.

[70] Je ne livre pas le détail de ces analyses, ni ne donne à voir les techniques d'analyse utilisées en lien avec le modèle de structuration du milieu complété comme évoqué ci-avant qui sont quasi identiques à celles utilisées dans le premier chapitre de ma note.

Ces deux situations d'enseignement peuvent paraître contrastées à divers égards : à la fois du point de vue des pratiques enseignantes d'Emilie (de son projet d'enseignement et de se mise en œuvre) et des apprentissages mathématiques potentiels susceptibles d'en résulter. Mais elles permettent de montrer que derrière une hétérogénéité apparente de pratiques d'une enseignante, une façon commune de penser et de faire la classe de mathématiques se joue, et pèse sur les processus de différenciation dans les apprentissages scolaires.

2.1.Une situation de résolution de problèmes : le problème des 1

La première situation d'enseignement sur laquelle je m'attarde a trait à ce que les instructions officielles de l'époque nomment la résolution de problèmes. Il s'agit de la deuxième séance de ce type, observée dans la classe d'Emilie. Les problèmes proposés dans ce cadre aux élèves semblent extraits de rallyes de mathématiques (sans que pour autant un véritable rallye soit mis en place) : ils présentent les caractéristiques de « problèmes de recherche », mis en avant par les documents d'application des programmes de 2000[71]. La séance consacrée à la résolution du problème concerné dure un peu plus d'une heure. Dans un premier temps, l'énoncé distribué aux élèves fait l'objet d'un temps d'analyse collective. Puis la maîtresse laisse les élèves résoudre le problème individuellement ou par petits groupes (de 2 ou 3 élèves regroupés spontanément par affinités). Enfin, elle organise un temps collectif de mise en commun et de débat autour des différentes solutions proposées au sein de la classe.

2.1.a Le problème des 1

L'énoncé proposé aux élèves lors de la séance observée est le suivant :

> On forme la suite des nombres qui peuvent s'écrire en n'utilisant que des 1 :
>
> 1 11 111 1111 11111 111111 etc.
>
> Si on additionne les 20 premiers nombres de cette suite, quel sera le chiffre des dizaines du résultat ?

Figure 2. Consigne du problème de la séance observée en octobre 2004 dans la classe d'Emilie

Mon analyse *a priori* de la situation didactique montre tout d'abord que la consigne du problème posé est complexe pour des élèves du niveau CM2. La dévolution de cette situation nécessite donc *a priori* une forte intervention enseignante afin d'assurer la compréhension de cette consigne et une première entrée satisfaisante dans la résolution du problème, pour une majorité d'élèves. D'emblée, les connaissances à mettre en jeu sont assez nombreuses et diverses : relevant à la fois de la numération (distinction chiffre/nombre, écriture en base 10 et addition), de la compréhension d'un algorithme récursif (ajouter un 1 pour former le nombre suivant de la suite) et de la notion de suite (former une suite, les 20 premiers nombres de la suite).

Pour résoudre ce problème, les élèves peuvent mettre en œuvre une procédure de base qui consiste à poser effectivement l'addition des 20 premiers nombres de la suite, et à l'effectuer. Cette procédure très coûteuse peut conduire à des erreurs liées au fait d'avoir conjointement à poser l'opération et à écrire les 20 nombres concernés. De nombreuses procédures exactes ou erronées peuvent correspondre à une recherche d'économie par rapport à cette procédure de

[71] « Dès l'école élémentaire, les élèves peuvent être confrontés à de véritables problèmes de recherche, pour lesquels ils ne disposent pas d'une solution déjà éprouvée et pour lesquels plusieurs démarches de résolution sont possibles. C'est alors l'activité même de résolution de problème qui est privilégiée dans le but de développer chez les élèves un comportement de recherche et des compétences d'ordre méthodologique : émettre des hypothèses et les tester, faire et gérer des essais successifs, élaborer une solution originale et en éprouver la validité, argumenter » (extrait du document d'application des programmes Mathématiques cycle des approfondissements (cycle 3) paru en 2000, p. 7).

base comme par exemple : effectuer des additions intermédiaires « par paquets » en effectuant une partie de ces additions avec la calculatrice (tant que l'affichage le permet).

La procédure que l'on peut considérer comme la plus aboutie sous-entend une posture réflexive sur l'addition des 20 premiers nombres de la suite. Il s'agit de tenir un raisonnement sur la retenue correspondant aux 2 nouvelles dizaines obtenues en additionnant les 20 unités, à ajouter aux 19 dizaines obtenues en additionnant les dizaines des 20 nombres (qui en contiennent tous une, sauf le premier nombre 1), pour en conclure que le chiffre des dizaines du résultat sera 1 (car 19+2 = 21). Ce raisonnement est loin d'être élémentaire car il convoque un changement de point de vue sur la technique opératoire de l'addition qui nécessite d'importantes adaptations de connaissances sur cette technique : notamment la mise en relation du principe de retenue avec des propriétés sur les nombres relevant de la numération dans une situation complexe.

2.1.b. Une dévolution réussie…

Pendant la première phase de la séance, l'enseignante évoque publiquement toutes les difficultés envisagées *a priori* dans la compréhension de l'énoncé, susceptibles de gêner une première entrée satisfaisante dans la résolution du problème posé. Elle revient sur le principe de construction de la suite de nombres : *D'accord, on rajoute un chiffre à chaque fois, d'accord ? Et toujours le même chiffre : le chiffre un.* Elle insiste sur la distinction chiffre/nombre en demandant combien de nombres comprend la suite de cinq nombres, qu'elle a elle-même écrite au tableau : *Il y a combien de nombres dans cette, dans cette suite là, celle que j'ai faite au tableau ? Tu lèves ton doigt ! Julie ? (…) Cinq ? Cinq ? Six ? Cinq. Alors, le premier, qu'est-ce que c'est ? (en pointant du doigt les nombres correspondant au tableau) Un, voilà le premier nombre, le deuxième, le troisième, le quatrième…* Puis elle demande quel est le chiffre des dizaines du quatrième nombre de la suite.

Je précise que l'élève surnommée Fatimata, sollicitée à plusieurs reprises (pour lire l'énoncé, pour aller montrer le chiffre des dizaines du quatrième nombre de la suite) à l'occasion de ce début de séance n'est pas n'importe quelle élève. Il s'agit d'une élève qui a d'ores et déjà montré un rapport problématique, voire conflictuel à la discipline enseignée, lors des séances précédentes (la semaine d'avant, envoyée au tableau pour la correction d'un problème, elle est en pleurs).

Les différentes interventions de l'enseignante laissent à penser que son attitude est adaptée à permettre la dévolution de la situation aux élèves (y compris à des élèves apparemment en difficulté en mathématiques comme Fatimata), et assurer leur compréhension de cette situation. Les aides collectives puis individuelles dans la deuxième phase de recherche individuelle répondent aux difficultés prévisibles dans l'appropriation du problème posé, sans pour autant empiéter sur la recherche d'une solution par les élèves et sur la situation d'apprentissage qui peut en résulter. L'énoncé du problème semble d'ailleurs compris par une majorité des enfants qui peuvent dès lors s'investir dans la situation de référence.

Lors de la phase de recherche, la majorité des binômes d'élèves observés s'investit dans des stratégies relevant de la procédure de base qui ne nécessite *a priori* aucun apprentissage de connaissance nouvelle : l'addition effective des 20 premiers nombres de la suite. Avoir à écrire les termes de la suite et à poser l'opération de façon simultanée[72] va d'ailleurs provoquer des erreurs chez certains d'entre eux : les nombres étant écrits de gauche à droite, l'opération est en quelque sorte « posée à l'envers ». Certains élèves mettent également en œuvre des stratégies erronées pour économiser les calculs : comme additionner les 10

[72] De plus le fait que les nombres soient tous des suites de « 1 » prive sans doute les élèves de moyens de contrôle sur l'interprétation de leur écriture chiffrée…

premiers nombres de la suite, puis multiplier le résultat par 2, pour obtenir le résultat de l'addition des 20 premiers nombres. Une seule élève, Julie, qui travaille seule, semble avoir résolu le problème par la stratégie la plus aboutie : en raisonnant sur le principe de retenue dans l'addition des 20 premiers nombres de la suite, suivant la procédure évoquée plus haut.

2.1.c. Quid de l'institutionnalisation ?

Lors de la phase de mise en commun, à la demande de la maîtresse qui envoie des élèves « choisis » au tableau, tous les types de solutions apparemment envisagés dans la classe sont représentés au tableau[73] : l'enseignante a su analyser les différentes procédures mises en œuvre par ses élèves. Le tableau ci-dessous résume les différents types de productions rendues publiques.

Solution 1 : Procédure erronée	Solution 2 : Procédure erronée	Solution 3 : Procédure correcte Erreur dans le calcul au tableau	Solution 4 : Procédure correcte de base	Solution 5 (Julie) dévoilée après les autres : Procédure correcte
Addition des 20 premiers nombres de la suite, posée à l'envers Etc. + 11111 + 111 + 11 + 1	Addition posée des 10 premiers nombres de la suite. Multiplication du résultat par 2.	Additions posées intermédiaires (à 3 ou 4 termes) puis addition des résultats de ces additions pour trouver la somme des 20 premiers nombres.	Addition posée des 20 premiers nombres de la suite. Le résultat de l'opération est indiqué « dans son intégralité ».	Raisonnement sur l'addition posée : le principe de retenue dans l'addition des 20 premiers nombres de la suite.

Tableau 3. Vue synthétique des solutions et des procédures rendues publiques à l'occasion de la séance de résolution de problèmes observée en octobre 2004 dans la classe d'Emilie (Coulange 2011)

Emilie gère ensuite, sur la base de ces productions, un débat qui présente par de nombreux aspects les caractères d'une situation de formulation et de validation : les procédures à l'œuvre derrière les solutions proposées sont explicitées, ainsi que les connaissances mises en jeu par ces procédures ; la maîtresse interroge ensuite l'ensemble des élèves de la classe sur la validité de telle ou telle solution, en apportant éventuellement des éléments qui peuvent contribuer à la preuve correspondante.

La formulation de la proposition de Julie, rendue publique à la suite de toutes les autres, pose problème : les écritures produites par cette élève au tableau pour exprimer son raisonnement sont « détournées », peu acceptables au regard du contrat didactique en vigueur, ainsi que des conventions d'écriture en mathématiques. Julie pose en effet les deux opérations

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times \quad 1 \\ \hline 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{2} \\ 19 \\ \times \quad 1 \\ \hline 21 \end{array}$$

La première multiplication ne lui sert qu'à exprimer le fait qu'elle additionne les vingt « 1 » unités des vingt premiers nombres de la suite. Elle utilise la deuxième pour expliquer qu'elle obtient alors deux dizaines supplémentaires (correspondant à la retenue posée) qu'elle ajoute aux dix-neuf « 1 » correspondant aux dizaines des vingt premiers nombres de la suite.

[73] Notons que l'écriture des solutions apparentées à la procédure de base au tableau ralentit fortement l'avancée du temps didactique : cette écriture s'avère très coûteuse puisqu'elle sous-entend l'écriture des 20 premiers nombres de la suite.

Devant l'agitation qui règne dès lors au sein de la classe (les autres élèves n'acceptant pas les traces écrites de la solution de Julie), la maîtresse intervient pour formuler elle-même le raisonnement en jeu, en rajoutant de nouveaux écrits pour accompagner ses explications.

> Imaginez que vous avez un, onze, onze, onze vingt fois d'accord ? Sur le vingtième nombre, on est d'accord ? Oui ? Tu me diras que tu n'as pas compris Nicolas, tu es retourné. Combien y a-t-il de un, Nicolas, chiffre des unités (Nicolas : Vingt). Il y en a vingt, donc il y en a vingt. Qu'est-ce qu'il va y avoir là au résultat de l'addition (Élèves : Vingt). Si tu comptes vingt, qu'est-ce que tu mets ? C'est une addition là (Élève : zéro). Qu'est-ce que je mets là ? Je mets un zéro. Je mets un zéro, c'est ce qu'elle te dit… Zéro, elle met deux dizaines en retenue, d'accord… Ensuite, elle compte les dizaines, il y en a combien de dizaines (Élèves : dix-neuf). Il y en a ? Dix neuf dizaines donc. Dix-neuf fois un, ça fait combien ? (…) Dix-neuf dizaines, ça fait quoi ? Dix-neuf fois un (Élèves : Dix-neuf !). Dix-neuf. Plus deux ? (Élèves : Vingt-et-un) Vingt-et-un. Comment j'écris vingt-et-un ? J'écris un… Et j'écris le deux là mais on s'en fiche… Donc quel est le chiffre des dizaines du résultat ? (Élèves : un) Un. Alors [en montrant les autres solutions encore apparentes au tableau], est-ce qu'on avait besoin de s'embarquer dans des trucs comme ça ?

```
          ②
           1
          11
          11
          11
          | |
20e nombre
         ----
          10
```

Extrait de transcription de la séance de résolution de problèmes observée en octobre 2004 dans la classe d'Emilie

Lors de cette phase de mise en commun, on peut considérer que l'enseignante met en place une dialectique de la validation autour des solutions proposées de façon relativement experte. Les qualités de l'enseignante déjà constatées pour la gestion de la dévolution se retrouvent dans la gestion de l'argumentation qui s'engage autour de chacune de ces solutions : elle organise le débat en donnant la parole à de nombreux élèves et paraît s'assurer de la compréhension des procédures sous-jacentes par les élèves.

Et pourtant *quid du processus d'institutionnalisation* ? Peut-on vraiment penser que cette phase de mise en commun observée tient lieu d'institutionnalisation ? Pour répondre à cette question, il faut se demander quels savoirs mathématiques, ou quels savoir-faire éventuellement plus transversaux, pourraient faire l'objet de cette institutionnalisation. S'il s'agit de savoirs mathématiques, ceux-ci seraient liés à la procédure « experte » de résolution du problème donné (correspondant à la solution de Julie) : c'est-à-dire en lien avec le changement de point de vue convoqué sur la technique opératoire de l'addition et sur le lien entre la numération et le principe de retenue dans une addition. Or si l'enseignante tente de reformuler le raisonnement de l'élève, ce qui n'est d'ailleurs pas chose aisée (le schéma de l'addition posée est-il clair pour les élèves ?), elle ne met pas vraiment les savoirs impliqués sur le devant de la scène didactique. Elle ne décontextualise, ni ne dépersonnalise les connaissances mises en jeu, qui restent à l'état de modèles implicites d'action et ne sont pas récupérées dans un système organisé de savoirs à enseigner. Dans ce sens on peut penser que la solution de l'élève reste au final la « manière de faire de Julie ».[74]

On peut envisager que ce qui est visé ici par la maîtresse relèverait davantage de savoir-faire plus transversaux, ou spécifiques de la résolution de problèmes, du type de ceux cités dans les directives officielles de l'époque au sujet des problèmes pour apprendre à chercher. Il n'en demeure pas moins que ces savoir-faire ne sont pas explicitement mis en avant, ici : peuvent-ils d'ailleurs faire l'objet d'une explicitation qui ne verserait pas dans une « méthodologie type de résolution de problèmes » ?

[74] C'est d'ailleurs comme cela qu'elle est désignée par l'enseignante, lorsque celle-ci demande aux autres enfants d'essayer de résoudre le problème « à la manière de Julie ».

2.1.d. A propos des apprentissages potentiels des élèves

Dès lors, on peut se demander quels sont les effets potentiels de cette situation didactique sur les apprentissages des élèves. Quelle est la lisibilité des savoirs mathématiques ou des savoir-faire dans la résolution de problème en jeu ? Quel peut être le futur des connaissances impliquées dans la situation didactique pour les élèves ? En l'absence d'une récupération dans un système de savoirs par le biais de l'institutionnalisation, ces connaissances demeurant pour une part implicites peuvent paraître de fait destinées à être perdues, sans lendemain pour la plupart des élèves.

En écho à ces questions, il est intéressant de considérer un énoncé, donné en évaluation[75] par la maîtresse, « calqué » sur le « problème des 1 » et la production de Julie elle-même en réponse à ce problème.

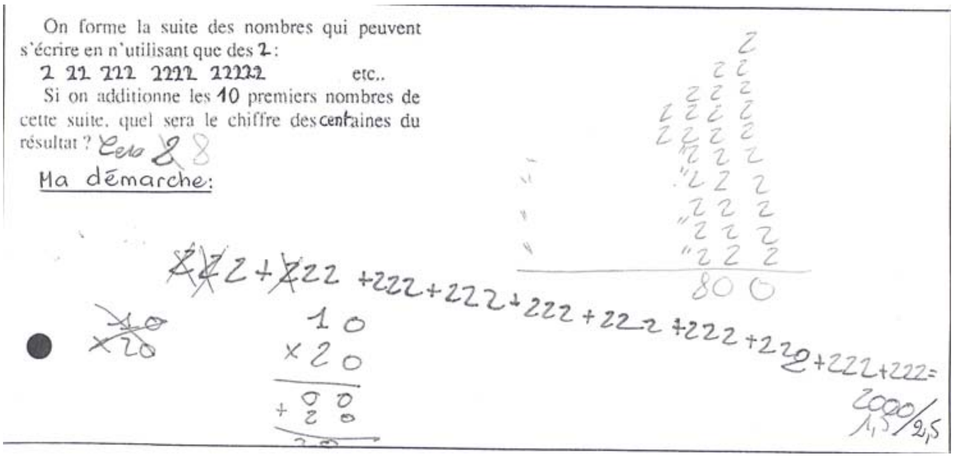

On forme la suite des nombres qui peuvent s'écrire en n'utilisant que des 2 :
2 22 222 2222 22222 etc..
Si on additionne les 10 premiers nombres de cette suite, quel sera le chiffre des centaines du résultat ? Zéro 2 8
Ma démarche:
22+222+222+222+222+222+222+222+222+222=
2000
1,5/2,5

Figure 4. Réponse de Julie à un problème extrait d'une évaluation proposée par Emilie en octobre 2004

Le problème posé n'est pas tout à fait de même nature que le problème des 1. La maîtresse a fait varier des éléments de l'énoncé correspondant à des variables didactiques, et qui affectent la hiérarchie des procédures mises en œuvre. Le fait de n'avoir que 10 nombres à additionner rend la procédure de base (l'addition posée des 10 nombres) beaucoup moins coûteuse et *a contrario* la recherche du chiffre des centaines, et la suite des « 2 » du nouvel énoncé impliquent un saut de complexité non négligeable pour qui voudrait tenir un raisonnement analogue à celui de Julie pour le « problème des 1 ». D'ailleurs il est intéressant de constater que Julie elle-même n'a pas réussi à tenir ce raisonnement alors qu'elle a peut-être tenté de le faire en posant une multiplication (ce qui semble d'ailleurs la pousser à produire une réponse fausse : « 2 »).

Ce n'est pas sans lien avec l'effacement du processus d'institutionnalisation et de l'absence de visibilité des savoirs mathématiques concernés à la fois du point de vue de l'enseignante (qui n'identifie pas les connaissances et savoirs mis en jeu[76]) et du point de vue des élèves. Ces derniers, pour la plupart, ne s'approprient pas la « manière de faire de Julie » et, en ce qui concerne Julie elle-même, elle n'arrive pas à la décontextualiser pour résoudre le problème des 2. L'effacement et l'absence de visibilité des connaissances et des savoirs en jeu me semblent peser sur les apprentissages potentiels des élèves à l'issue de cette situation d'enseignement.

[75] La question de l'évaluation des élèves par rapport à des « problèmes pour chercher » est complexe du fait de la spécificité des savoirs mathématiques visés que j'évoque dans le paragraphe ci-après.
[76] Son choix de problème des 2 me semble un indice de cette absence de visibilité didactique.

2.1.e. Quelques mots sur la résolution de problèmes « pour chercher » à l'école

Le choix de cette situation d'enseignement comme premier exemple d'étude de l'ordinaire des pratiques enseignantes et des effets sur les apprentissages peut poser question. Le projet d'enseignement porté par l'institution didactique au sujet de la résolution de problèmes « pour chercher » éclaire sans nul doute l'effacement du processus d'institutionnalisation constaté. La finalité didactique d'une telle situation n'est clairement pas du même ordre que celle d'une situation d'enseignement visant l'émergence d'un savoir mathématique donné comme celle évoquée ci-après. Mais d'une part, une fois la spécificité de ce contexte d'enseignement posée et prise en considération, rien ne m'empêche de m'interroger sur les effets des pratiques enseignantes afférentes sur les apprentissages mathématiques des élèves. D'autre part, ce choix m'apparaît précisément intéressant du fait de cette spécificité. Comme d'autres chercheurs avant moi (Margolinas et Laparra 2008), au-delà d'éventuelles singularités étudiées dans les pratiques ordinaires d'une maîtresse donnée, je questionne le rôle des savoirs et de leur institutionnalisation dans une pratique d'enseignement centrée sur « des problèmes pour chercher » conforme à la référence institutionnelle de l'époque. Un travail mené en collaboration depuis quelques années au sein d'un groupe de chercheurs et de formateurs surnommé Mathaqui (Bulf, Celi, Coulange, Reydy, Train et Urruty 2010) me permet d'approfondir des réflexions personnelles à ce sujet. Dans Bulf et al. (2010), nous nous posons la question de la spécificité des savoirs mathématiques ou savoir-faire en jeu et de leur institutionnalisation au regard de plusieurs catégories possibles de problèmes « pour chercher ».

Pour autant ces questions attenantes aux savoirs et à leur institutionnalisation dans les pratiques enseignantes des mathématiques à l'école dépassent largement le contexte spécifique des problèmes pour chercher et comme je l'ai déjà annoncé au début de ce chapitre, j'y reviendrai plus avant par la suite. Mais avant cela, j'en viens maintenant au deuxième exemple d'analyse locale : il s'agit d'une situation, observée en mai-juin 2005 dans la classe d'Emilie, qui a trait à la notion de pourcentage.

2.2. Une situation de découverte : pourcentages et élections

2.2.a. Quelques mots sur le savoir mathématique à enseigner : les pourcentages

En guise de préalable il m'apparaît essentiel de dire quelques mots sur le savoir mathématique visé dans le cadre de cette deuxième situation d'enseignement observée dans la classe d'Emilie : les pourcentages. Ce savoir peut apparaître comme à la croisée de deux principaux thèmes d'étude qui sont la proportionnalité et les fractions. A l'école primaire, c'est en continuité de la proportionnalité que son enseignement est envisagé. Il repose sur un savoir théorique commun aux deux thèmes d'étude précités : l'équivalence ou l'égalité de rapports. La principale raison d'être du calcul des pourcentages en mathématiques est liée à la comparaison de rapports : il s'agit de comparer des fractions aux dénominateurs différents ou de comparer des proportions[77] faisant référence à des ensembles (ou des « touts ») différents. Ce savoir mathématique a par ailleurs ceci de particulier qu'il a une utilité sociale évidente et reconnue. C'est d'ailleurs ce rôle important et visible dans la vie du citoyen qui explique peut-être que son enseignement est envisagé de façon assez précoce alors qu'il s'agit en fait d'une notion « dérivée » plutôt complexe de la proportionnalité. Dans le document d'application des programmes officiels en vigueur à l'époque de nos observations dans la classe d'Emilie, il est écrit que les calculs de pourcentage doivent reposer sur les mêmes procédés ou « raisonnements personnels appropriés » que ceux envisagés pour la résolution de problèmes

[77] Au sens statistique et non au sens euclidien du terme proportion : précisément quand on fait appel au calcul de pourcentages, on n'est pas assuré qu'il y ait « *proportio* ».

de proportionnalité. Un exemple est d'ailleurs donné pour le calcul de « 40% de 350 élèves qui mangent à la cantine ». Dans cet exemple, l'interprétation du 40% reposerait essentiellement sur le sens commun de l'expression langagière « 40 pour cent », c'est-à-dire « pour 100 élèves, 40 mangent à la cantine ».[78] Pour autant, rien n'est dit dans le document d'application de l'époque sur la façon d'illustrer l'intérêt ou la justification mathématique de la notion de pourcentage. A l'instar de ce qui est proposé dans certains manuels écrits par ou en collaboration avec des chercheurs en didactique des mathématiques (comme le manuel de CM2 de la collection Euromaths de Peltier et al. 2009), on pourrait toutefois envisager qu'une situation d'enseignement amenant la comparaison de sous-populations au sein de populations différentes pourrait jouer ce rôle.[79] Mais ce n'est visiblement pas le choix envisagé par Emilie dans son projet didactique et dans la situation d'enseignement que j'analyse ci-après.

2.2.b. « Découverte » de la formule de calcul d'un pourcentage ?

Le document sur lequel s'appuie la première séance observée à ce sujet dans la classe d'Emilie fait apparaître un tableau de résultats d'élections au sein de la commune et plusieurs questions :

	Nombre	% inscrits
Inscrits	9 624	100,00%
Abstention	3 153	32,76%
Votants	6 471	67,24%
	Nombre	% votants
Blancs ou nuls	130	2,01%
Exprimés	6 341	97,99%
Approuvez-vous le projet de loi qui autorise la ratification du traité établissant une Constitution pour l'Europe ?		
	Voix	% exprimés
OUI	2 819	44,46%
NON	3 522	55,54%

- Comment trouve-t-on le nombre de VOTANTS ?
- Que veut dire "EXPRIMÉS" ?
- Comment trouve-t-on le nombre d'EXPRIMES ?
- Comment fait-on pour trouver les pourcentages ?

Figure 5. Document élève de la première séance « pourcentages et élections » observée dans la classe d'Emilie en mai 2005

Le choix de ce contexte récent d'élections comme support pour une situation d'enseignement des pourcentages se justifie pleinement du point de vue de l'utilité sociale de la notion de pourcentage. Mais les données numériques que ce tableau de données comporte, ne sont pas élémentaires pour des élèves de CM2 : on a affaire soit à des grands nombres, soit à des approximations décimales dans le cadre des pourcentages calculés. La question posée au sujet des pourcentages : « comment fait-on pour trouver des pourcentages ? » peut également étonner : elle pourrait appeler à une réponse directe du type « on regarde dans la colonne de droite », et si on considère qu'elle convoque un calcul à faire, on ne voit pas quel(s)

[78] Interprétation sur laquelle on s'appuie pour conduire un raisonnement lié à la proportionnalité du type : alors, « pour 300 élèves, 120 élèves mangent à la cantine », et « pour 50 élèves, 20 élèves mangent à la cantine », etc.

[79] Voici un exercice d'Euromaths CM2 qui illustre ce type de situations : « dans une classe de 20 élèves, 12 élèves disent qu'ils aiment aller à la piscine. Dans une autre classe de 30 élèves, 15 élèves disent qu'ils aiment aller à la piscine. Dans quelle classe, l'activité piscine est-elle la plus appréciée. » (Op. cité, p. 173).

pourcentage(s) est à calculer, sur la base de quelles données numériques inscrites dans le tableau.

Emilie distribue le document aux élèves répartis dans différents groupes. Elle leur demande d'en prendre connaissance, de le commenter. C'est l'occasion pour elle de revenir sur du vocabulaire spécifique des élections (dépouillement, votes exprimés, blancs, etc.). Ce début de séance est plus relatif à des contenus d'éducation civique qu'aux mathématiques. E. interroge néanmoins la classe sur ce *que l'on voit dans la colonne de droite dans le tableau*. *Des pourcentages, des pour cent, sur cent* répondent les élèves. La maîtresse reprend l'intervention d'un élève pour préciser : *c'est sur 100 personnes ; s'il y a 2 pour cent, ça veut dire 2 personnes sur 100*. Cependant, au travers de ce bref échange, peu d'élèves semblent connaître ou saisir la signification d'un pourcentage. Preuve en est qu'à la suite de son intervention, un élève intervient pour faire le parallèle avec la densité de population, en parlant du nombre d'habitants par km^2 :[80] *c'est pareil que 3 habitants par km^2*, affirmation réfutée par l'enseignante sans explication particulière.

Après une phase de travail et de synthèse collective autour des deux premières questions, à la demande de l'enseignante, les élèves s'engagent dans la recherche d'une réponse à la question : *comment fait-on pour trouver les pourcentages ?* Emilie reformule cette question à l'oral, en la contextualisant et en explicitant qu'il s'agit de trouver une méthode de calcul : *vous allez essayer de voir comment on a fait pour calculer les pourcentages d'abstention et de votants ?*

Cela donne lieu à une première bifurcation massive de la situation par rapport aux prévisions d'Emilie et à son projet d'enseignement. La quasi-totalité des élèves constate que la somme des deux pourcentages évoqués est égale à 100% et propose de retrancher l'un ou l'autre à 100%. La tâche mathématique prévue par la maîtresse (découvrir la formule du pourcentage à partir du tableau) est de fait impossible à accomplir, à moins de déjà connaître la formule en question, et de savoir l'appliquer dans un contexte non trivial (identifier les différentes variables en jeu pour instancier la formule, opérer sur des nombres relativement grands). Rien n'indique aux élèves à partir de quelles données numériques il s'agit de calculer les pourcentages évoqués. D'autre part, deux des questions précédentes (*comment trouve-t-on le nombre d'exprimés ?* et *comment trouve-t-on le nombre de votants ?*) les conduisent à effectuer des différences au sein d'une seule colonne. Conformément à un contrat didactique local, croyant répondre aux attentes d'Emilie, les élèves pensent qu'il s'agit de faire de même pour calculer les pourcentages. Voyant que cela ne se déroule pas comme prévu, la maîtresse s'adresse à la classe pour délimiter la tâche initiale :

> Ne travaillez par sur cette colonne ! (dit-elle en pointant la colonne % inscrits sur l'affiche au tableau) Cette colonne, il faut trouver… donc c'est ces nombres-là qu'on a (E pointe la colonne Nombre) il faut qu'on trouve, on ne les avait pas… donc la question est comment je fais pour trouver ce nombre là et ce nombre là qui est dans la colonne des pourcentages. Et ne dites pas c'est difficile, vous avez une calculatrice, essayez de faire des calculs. Allez-y !

Extrait de transcription de la première séance « pourcentages et élections » observée dans la classe d'Emilie en mai 2005

Les élèves font des tentatives de calculs tous azimuts avec les nombres du tableau (en respectant pour la plupart la consigne « utiliser les données de la colonne de gauche »). Mais la tâche prescrite par l'enseignante reste infaisable. La combinatoire des opérations possibles sur les données numériques offre un grand nombre de possibilités, que les élèves explorent de façon aléatoire, sans atteindre le résultat recherché. Et pour cause : l'opération attendue (qui

[80] L'idée de rapport est bien commune à la notion de pourcentage et à la densité de population évoquée par l'élève.

fait intervenir une division d'un nombre par un nombre plus grand puis une multiplication par 100…) est improbable. Devant le caractère infructueux de leurs recherches, des élèves commencent à se décourager et à se dissiper. Cela conduit Emilie à intervenir de nouveau. Elle transforme nettement la tâche initiale en précisant les données numériques du tableau sur lesquelles opérer pour calculer le pourcentage d'abstentions. Emilie demande aux élèves de trouver « quelle opération » permet de trouver le résultat *avec ces deux nombres-là : 3153 et 9624*, qu'elle recopie au tableau. Affirmant tout d'abord *il y a une seule opération à faire*, elle se reprend immédiatement : *une opération à faire, une et une deuxième*, puis *seulement avec ces deux nombres-là, essayez de voir apparaître ces chiffres 3, 2, 7, 6, avec la calculatrice*. Cette intervention d'Emilie représente une réduction importante de l'incertitude autour de la tâche à accomplir. Pourtant, les élèves ne trouvent pas immédiatement. Le calcul attendu la division de 3153 par 9624, n'est toujours pas envisagé : la division avec un dividende plus petit que le diviseur, n'ayant sans doute pas ou peu été rencontrée auparavant. Quelques minutes plus tard, l'enseignante étaye encore, allant jusqu'à l'effet Topaze : « On a fait le moins, on a fait le plus… qu'est ce qui reste ? Multiplier, diviser, alors, allez-y ! »

Un élève finit par trouver : *j'ai fait la division inverse* dit-il avec enthousiasme à la maîtresse à qui il montre le résultat sur sa calculatrice. La maîtresse l'envoie au tableau écrire l'opération (*3153 : 9624* qu'elle commente : *ah c'est plus petit, c'est ça qui vous gêne !*) et le résultat (*0,3276*). Elle reprend la main pour donner du sens à ce calcul par rapport au contexte d'origine :

> Ça veut dire que je fais 3153, j'ai 3153 personnes qui se sont abstenues sur… quand on dit sur, c'est une division, je divise…3153, je vais le diviser par le nombre de gens inscrits. Ça va me donner 0, 3276, et après, je le multiplie par quoi pour avoir le pourcentage ? Par 100, ça (en pointant 0,3276), c'est pour une seule personne. Si vous voulez, j'ai divisé le nombre d'abstentions par le nombre de votants, combien de pour 100… et je multiplie par 100 pour voir sur 100 et ça me donne 32,76.

Extrait de transcription de la première séance « pourcentages et élections » observée dans la classe d'Emilie en mai 2005

Emilie écrit au tableau :

Il y a 3153 abstentions sur 9624 inscrits. Je fais l'opération sur 9624 inscrits.
Je fais l'opération (3153 : 9624) × 100

$$\frac{3153}{9624} \times 100 = 32,76\%$$

Elle demande ensuite aux élèves de trouver sur la base de cet exemple, comment procéder pour calculer le pourcentage de votants :

> Emilie : Qui me dit comment je fais pour trouver 62, 24 / Elève : En fait, on avait 6, le nombre de votants et on l'a divisé par le nombre d'inscrits 9624. E. : Et ça donne quoi ? / Elève : 67,24 / Emilie : ah non, 0,6724 et après qu'est ce qu'on fait ? Je multiplie par 100…

Extrait de transcription de la première séance « pourcentages et élections » observée dans la classe d'Emilie en mai 2005

La séance se conclut ainsi : les élèves recopient le premier exemple indiqué au tableau.

L'ensemble de la situation correspondant à cette première séance d'introduction des pourcentages comporte *a priori* un faible potentiel d'apprentissage. Les redéfinitions successives de la tâche initiale impossible à accomplir (découvrir la méthode de calcul du pourcentage à partir du tableau), la réduction progressive de l'incertitude pour les élèves, au travers des différentes interventions de l'enseignante, appauvrissent le milieu de la situation, à un point tel que l'on peut supposer la quasi-nullité d'apprentissages mathématiques autour des pourcentages. Pourtant, de nombreux élèves se prêtent au jeu suggéré par la maîtresse. On voit une majorité d'élèves, notamment parmi les plus en difficulté ou de niveau moyen, montrer de l'enthousiasme dans la recherche aléatoire de « l'opération magique ».[81] Cet engagement massif des élèves dans cette situation de découverte « impossible » est liée à certaines caractéristiques de la situation : comme l'abondance des données numériques permettant aux élèves d'effectuer de nombreux calculs (et donc « d'agir ») et aux interventions de la maîtresse qui relance la recherche dès qu'elle s'essouffle.

Et pourtant, ce n'est qu'à la fin de la séance, quand la maîtresse reprend l'opération donnée par l'élève et se lance dans de brèves explications au sujet des pourcentages, que des apprentissages peuvent se produire. Le statut de ce bref épisode conclusif est ambigu : il ne s'agirait pas tant d'une institutionnalisation des savoirs en lien avec les connaissances ayant émergé en situation, que d'une ostension déguisée, comme si rien ou presque ne s'était produit auparavant. Gageons que le statut ambigu de cet épisode pèse fortement sur les apprentissages visés par l'enseignante : les élèves identifient-ils l'enjeu d'enseignement de cette dernière phase collective ? En situation didactique, en s'appuyant sur les exemples commentés par Emilie et sur la longue phase de recherche qui a précédé, les élèves ont pu retenir des éléments variés relatifs ou non au calcul de pourcentages : *« il faut diviser », « il faut diviser le plus petit par le plus grand », « il faut diviser puis multiplier par 100 », « il faut diviser le plus petit par le plus grand, puis multiplier par 100 »*, etc. L'analyse de la suite de cette situation d'enseignement éclaire les effets potentiellement différenciateurs sur les apprentissages à l'œuvre.

2.2.c. Effets potentiellement différenciateurs sur l'apprentissage de la formule de calcul d'un pourcentage

Le document distribué aux élèves en début de deuxième séance correspond à un tableau à compléter, organisé de la même façon que celui de la séance précédente, comportant les résultats des élections du département.

	Nombre	% inscrits
Inscrits	684 036	100,00%
Abstention	215 638	31,52%
Votants	468 398	68,48%
	Nombre	% votants
Blancs ou nuls	.8 597	1,84%
Exprimés	459 801	98,16%
Approuvez-vous le projet de loi qui autorise la ratification du traité établissant une Constitution pour l'Europe ?		
	Voix	% exprimés
OUI	229 880	49.99551
NON	229 921	50.004 4588

• Calcule :
– le nombre de votants
– le nombre d' exprimés
– les pourcentages du oui et du non

Figure 6. Document élève de la deuxième séance « pourcentages et élections » observée dans la classe d'Emilie en juin 2005

Ce tableau incite à une tâche de calcul de pourcentages plus « classique » en apparence, avec des cases à compléter suivant des calculs laissés à la responsabilité des élèves. Mais si l'on considère les connaissances mises en jeu autour des pourcentages pour compléter les cases

[81] Cette opération n'ayant *a priori* aucune signification particulière pour les élèves : elle semble en quelque sorte « tirée du chapeau ».

correspondantes (*pourcentages du oui*, et *du non*), le saut de complexité entre la première et la deuxième situation paraît conséquent. Les nombres sont plus grands : on passe des milliers aux centaines de mille. Les variables à considérer dans l'application de la formule ne sont pas les mêmes : il faut les retrouver en identifiant la partie et le tout à considérer (le nombre de *oui* et le nombre d'*exprimés*[82]) en décontextualisant les deux exemples précédents. Par ailleurs, les calculs soulèvent des problèmes d'approximation : les divisions indiquées ne tombent pas juste.

Nous n'analysons ici que quelques épisodes révélateurs de processus de différenciation à l'œuvre, pour certains élèves.

Alors que les autres élèves se sont répartis en binômes (à la demande d'Emilie), un élève surnommé Ivan travaille seul et complète le tableau (y compris les pourcentages du oui ou du non), en à peine 5 min. avec l'aide de sa calculatrice. Quand le vidéaste lui demande avant la récréation s'il a travaillé à la maison après la première séance, il affirme, *avoir relu l'exercice parce qu'il n'était pas sûr d'avoir tout bien compris en classe, comment on calcule les pourcentages*.[83] Si l'on en croit ses propos, on peut faire l'hypothèse que cet élève adopte de lui-même une position d'autodidacte local, voire global par rapport à la situation didactique correspondant à la séance précédente : il a opéré les décontextualisations nécessaires pour identifier la technique de calcul d'un pourcentage à partir des exemples donnés en fin de première séance, et calculer les pourcentages demandés.

S'ils réussissent à répondre aux questions concernant les nombres de votants et d'exprimés, les autres élèves éprouvent des difficultés à calculer les « pourcentages du oui et du non ». Ils s'engouffrent dans des stratégies erronées, inspirées de la première séance (par exemple diviser le *nombre de oui* par le *nombre d'inscrits*). Suite aux nombreuses aides d'Emilie qui circule dans les rangs, ils finissent pour la plupart par trouver la bonne méthode de calcul.

Deux élèves surnommées Fatimata et Anaïs réunies dans un binôme, sont quant à elles, en difficulté dès la première question : « calcule le nombre de votants ». Fatimata interpelle Emilie : *« Maîtresse, on a rien compris. »*. A la surprise de l'enseignante, l'opération que l'élève propose de faire pour trouver le nombre de votants est une division ! Qui plus est, Anaïs, interrogée par la maîtresse, approuve ce choix. Suivant un effet de contrat didactique, les élèves cherchent visiblement à réinvestir « l'opération magique » de la séance précédente dans un contexte inapproprié. L'enseignante déconcertée les désavoue : *« il ne faut pas faire n'importe quelle opération ! Il faut réfléchir un peu… »*. A travers l'évocation d'une situation concrète de vote au sein de la classe (« rappelez-vous, quand on a fait des élections dans la classe »), elle leur fait trouver la solution. Un peu plus tard, pour le calcul des pourcentages, Fatimata arrivera à faire le calcul attendu, mais après une prise d'indices importante auprès du binôme voisin et une demande de confirmation de ces informations auprès de la maîtresse *(« il faut diviser par le nombre d'exprimés ? »).*

Ces épisodes permettent de confirmer les effets potentiellement différenciateurs de la première situation « élections et pourcentages ». Les tentatives de réponse de Fatimata et d'Anaïs aux premières questions montrent une interprétation inappropriée du contrat didactique, associé au réinvestissement de l'opération mise en jeu lors de la séance précédente. Ceci illustre l'absence d'apprentissages mathématiques (du moins ceux visés en lien avec les pourcentages) à l'issue de la première séance, pour ces deux élèves. Tandis

[82] qui n'apparaît pas dans la même zone du tableau que les nombres et les pourcentages des oui, et des non. Un indice textuel (l'intitulé « %inscrits » de la colonne de droite) peut cependant aider les élèves à comprendre que c'est bien le nombre d'inscrits, qui fait l'objet de la question précédente qui est à prendre en considération.
[83] A la question : « tout seul ou avec tes parents ? ». Il répond : « tout seul ».

qu'Ivan accomplit seul et rapidement les tâches prescrites, y compris celles autour des pourcentages qui sous-entendent pourtant un important saut de complexité. D'autre part, les écarts déjà présents entre les apprentissages d'élèves se creusent au cours de cette deuxième séance. Au vu des interactions filmées entre E. et certains d'entre eux, l'hétérogénéité initiale des élèves est accentuée par la nature diverse et la fréquence variée des aides apportées par l'enseignante.

2.3. Les pratiques enseignantes d'Emilie : un phénomène d'incidence des savoirs enseignés ?

Comme je l'avais annoncé au début de cette partie, les deux situations d'enseignement observées dans la classe d'Emilie évoquées ci-avant peuvent paraitre contrastées à divers égards. La première paraît d'un certain point de vue « réussie » : elle peut même passer pour un modèle de séance de résolution de problème (du fait de la dévolution assurée de la situation, de la gestion du débat autour des solutions d'élèves par l'enseignante), si ce n'est que les savoirs ou savoir faire sur lesquels porte le processus d'institutionnalisation demeurent flous ou à l'état de connaissances implicites. Dès lors, on peut émettre des doutes sur leur existence pour une majorité d'élèves de la classe ou sur leur futur.

La deuxième situation d'enseignement « pourcentages et élections » paraît d'emblée plus critiquable : la tâche prescrite censée conduire les élèves à découvrir la formule permettant de calculer un pourcentage est impossible, si ces derniers ne disposent pas déjà des connaissances *a priori* visées. Le jeu qui se noue entre élèves et professeurs lors de la phase de recherche semble dès lors éloigné du savoir mathématique visé. Si apprentissage de connaissances il y a lors de la première séance observée, celui-ci ne peut se produire que dans un laps de temps très bref en fin de séance, via l'intervention ostensive de l'enseignante.

Et pourtant on retrouve au fil de l'analyse de ces deux situations d'enseignement des points communs dans la pratique enseignante d'Emilie. D'une part elle montre une capacité réelle à ce que les élèves investissent les situations didactiques et ce quel que soit le potentiel de ces situations vis-à-vis d'apprentissages mathématiques. Dans le cas de la séance sur la résolution de problème, j'ai évoqué son habileté dans sa gestion du processus de dévolution qui permet une appropriation effective du problème posé par la majorité des élèves. Dans le cas de la situation de découverte des pourcentages, le faible potentiel de la situation d'apprentissage me conduit plutôt à parler de son aptitude à maintenir les élèves « dans l'action ». D'autre part dans les deux cas, la maîtresse ne met pas les savoirs mathématiques sur le devant de la scène didactique : cela pèse particulièrement sur le processus d'institutionnalisation des savoirs visés, qui dans un cas demeurent en arrière plan, alors que dans l'autre ils apparaissent déconnectés d'une situation d'apprentissage.

L'analyse locale des situations d'enseignement observées dans la classe d'Emilie m'a conduite à parler d'un phénomène d'incidence des savoirs enseignés (Coulange 2011) : ils peuvent plus ou moins émerger des pratiques des élèves et de l'enseignante, sans jamais paraître ni à l'origine de ces pratiques, ni à leur dénouement. Je reviendrai en conclusion sur ce qui peut éclairer davantage ce phénomène du point de vue de l'étude de la situation du professeur. Mais on entrevoit notamment à travers mon analyse de la situation « pourcentages et élections » comment ce caractère incident des savoirs (allant de pair avec des connaissances qui demeurent implicites, le statut ambigu d'épisodes didactiques, etc.) est susceptible de produire des différenciations dans les apprentissages scolaires. L'étude plus globale des trajectoires de ses élèves observées tout au long de l'année dans la classe de l'enseignante confirme les effets potentiellement différenciateurs de ce type de pratiques d'enseignement.

2.4 Quelques mots sur des trajectoires d'élèves dans la classe d'Emilie

J'ai essayé de conduire une analyse des trajectoires de quelques élèves de la classe d'Emilie qui dépassent des analyses locales de situations d'enseignement et l'étude de leurs effets potentiellement différenciateurs sur les apprentissages que je viens d'évoquer. Mais je considère que cette partie du travail conserve un caractère inabouti du fait notamment des difficultés méthodologiques rencontrées dans le suivi d'une cohorte d'élèves. En particulier les analyses restent locales et on peut se demander s'il peut y avoir des phénomènes de « compensation », liés au temps long, aux reprises, etc. Mais j'en dis quelques mots car cette analyse aussi incomplète soit-elle permet d'éclairer la suite de mon propos.

Au vu d'une évaluation élaborée par les chercheurs[84] et passée en début d'année et de nos premières observations de classe, Fatimata l'élève déjà citée dans les paragraphes précédents peut être considérée comme en difficulté en mathématiques dès le début d'année. Elle est fréquemment sollicitée par Emilie en début de séance pour lire la consigne, en expliciter certains aspects : la maîtresse s'assure ainsi que Fatimata investit les situations didactiques. Cette élève se retrouve dès lors de façon récurrente en position d'action ; elle accomplit des tâches qui convoquent des connaissances élémentaires comme : effectuer des multiplications simples pour compléter un tableau décomposant une multiplication de nombres à plusieurs chiffres, ou encore positionner un gabarit de triangle quelconque puis colorier de couleurs différentes les 3 angles du triangle « qui se suivent et se répètent » tout au long du pavage obtenu. Parfois, les stratégies qui en résultent sont erronées et reposent sur une lecture inadéquate du contrat didactique (comme c'est le cas pour l'épisode cité à l'occasion de la deuxième séance sur les pourcentages, lorsqu'elle propose de diviser pour trouver le nombre de votants). Quoiqu'il en soit, Fatimata ne parvient pas à accéder aux apprentissages visés. Les aides de la maîtresse à son égard sont nombreuses mais restent procédurales au sens de Pariès et al. (2008) : par l'intermédiaire d'un recadrage très étroit de son activité, elles permettent à Fatimata de réussir les tâches prescrites, indépendamment des apprentissages visés.[85] Tout au long de cette année de CM2, Fatimata apparaît ainsi adopter une posture d'écolière confortable qui participe pleinement à la vie de la classe de mathématiques tout en restant éloignée des enjeux de savoirs des situations didactiques.

Le cas d'un élève surnommé Steven est un peu différent. Ses résultats à notre évaluation de début d'année sont moyens, meilleurs que ceux de Fatimata. Pour autant, il investit régulièrement et visiblement des branches marginales des situations d'enseignement proposées par la maîtresse dès le niveau objectif. Ces bifurcations quasi-immédiates dans l'investissement des situations résultent d'interprétations inexactes ou décalées par rapport aux attentes des situations scolaires. Par exemple, Steven reste plongé dans le dictionnaire tout au long d'une séance en géométrie (que j'évoque dans la troisième partie à venir) : les définitions qu'il y trouve sont rarement pertinentes et il semble passer à côté des apprentissages visés. Lors d'une séance sur la construction de droites perpendiculaires et parallèles, il est le seul élève de la classe qui n'a pas sorti pas ses instruments de géométrie. Parfois, cela paraît d'emblée plus spécifique des contenus mathématiques. Steven interprète de façon erronée les consignes des tâches mathématiques prescrites : par exemple dans la situation de résolution du « problème des 1 », il commence par additionner les six premiers nombres de la suite indiqués dans la consigne. Steven ne bénéficie pas d'aides récurrentes de

[84] Le sujet de l'évaluation en mathématiques a été élaboré sur la base d'exercices proposés dans les évaluations nationales à l'entrée en sixième de l'époque, par Denis Butlen, Marie-Lise Peltier et Lalina Coulange.

[85] Ces « modes d'aide qui n'en sont pas » sont fréquents de la part des enseignants qui s'adressent aux élèves en difficulté. De nombreuses recherches sur les pratiques enseignantes et la construction d'inégalités scolaires convergent sur ce point (Peltier et al. 2004, Coulange 2007, Bonnéry 2007, Rochex 2011).

la part de la maîtresse et les décalages entre son activité et l'activité attendue par l'enseignante sont fréquemment rendus visibles dans l'espace public de la classe. Nous y voyons la conséquence d'une posture d'écolier plus décalée que celle de Fatimata, qui devient inconfortable en cours d'année.

En l'état, mes analyses donnent des résultats très proches de ceux de Bonnéry (2007) tout en étant spécifiques des apprentissages en mathématiques : elles montrent comment en écho aux pratiques enseignantes étudiées, sous des portraits d'écoliers parfois contrastés, des processus de différenciations dans les apprentissages à l'œuvre se jouent et peuvent contribuer à fabriquer des inégalités, voire de l'échec scolaire en mathématiques.[86]

2.5. Conclusion : premières questions sur le rôle des savoirs et de l'institutionnalisation dans les pratiques enseignantes à l'école

Les recherches menées au sein du réseau RESEIDA et ailleurs révèlent des récurrences dans l'étude des pratiques enseignantes et de leurs effets sur les apprentissages. Par exemple, les travaux de Margolinas et Laparra (2011) (qui reposent sur un fond théorique commun) donnent à voir des résultats de recherche d'une proximité frappante avec les miens à partir d'observations menées dans des classes de Grande Section (élèves de 5-6 ans) et de Cours Prépartoire (élèves de 6-7 ans). Des travaux menés en dehors du réseau nous paraissent également converger : comme ceux de Roditi (2010) ou de Chopin (2008), mais aussi ceux antérieurs de Peltier et al. (2004). Toutes ces recherches semblent montrer un brouillage de la forme didactique à l'école qui peut notamment être interrogé du point de vue d'une logique de la polyvalence ou pédagogique (Margolinas et Laparra 2008) qui primerait sur celle de la spécificité des savoirs, ou d'une logique éducative qui pèserait sur celle de l'instruction (Roditi 2010, Peltier et al. 2004). J'ai moi-même parlé d'un phénomène d'incidence des savoirs mathématiques enseignés à l'école (Coulange 2011) qui pèse sur les processus de différenciation dans les apprentissages des élèves.

L'ouvrage récemment publié (Rochex et Crinon 2011) représente une occasion de montée en généralité sur la base des récurrences et des convergences mises en avant dans les recherches conduites par les chercheurs du réseau RESEIDA sur les pratiques d'enseignement et la construction d'inégalités scolaires. Cette généralisation fait l'objet d'une partie de la conclusion du livre (Rochex 2011b). Mais en relisant cet ouvrage collectif, je me suis interrogée sur deux principaux points, attenants à la fois à la présentation faite et aux développements à venir de nos recherches au sein du réseau. D'une part, le double principe de récurrence et de convergence à l'origine de notre méthodologie commune de recherche a pu contribuer à masquer des différences entre les pratiques enseignantes. Par exemple, les pratiques d'enseignement des mathématiques observées dans les classes de Nadine et d'Emilie[87] présentent des aspects communs mais aussi singuliers qui seront davantage données à voir dans la partie qui va suivre. La prise en compte plus explicite de ces différences permettrait à mon sens de renforcer le propos tenu sur les pratiques d'enseignement et leurs effets différenciateurs, en le nuançant. Cela permettrait peut-être de lever des malentendus dans la réception de l'ouvrage, lu par certains comme un procès d'une pédagogie « active » ou « nouvelle » qui pourrait être récupéré au profit d'un mouvement que je qualifierai ici rapidement de « rétronovateur ».[88] D'autre part, il m'a semblé que la montée

[86] Si nous n'avons pu observer Fatimata et Steven l'année suivante, les quelques données dont nous disposons à ce sujet (appréciations, moyennes sur des photocopies de bulletins des trois trimestres) confirment le décrochage de ces élèves en classe de sixième.

[87] Surnommée N. et E. dans l'ouvrage en question.

[88] Des soucis liés aux malentendus potentiels dans la lecture de nos résultats et à la récupération inappropriée qui pourrait en être faite s'expriment ainsi de façon récurrente au sein du réseau RESEIDA. A tel point que l'on peut

en généralité dans l'étude était essentiellement, pour ne pas dire complètement, à la charge des chercheurs sociologues du réseau, ce qui peut paraître assez « naturel », voire intrinsèque à une perspective de recherche en sociologie de l'éducation.[89] Ainsi est-il fait appel aux notions de dispositifs (Bonnéry 2011), de forme scolaire (Joigneaux 2011), ou plus globalement fait aux travaux de Bernstein (2007) (Rochex 2011b) pour saisir les régimes de détermination des pratiques d'enseignement à l'œuvre, d'un point de vue sociologique. Or à mon sens, les didacticiens ont intérêt à davantage s'impliquer dans ce mouvement d'extrapolation en s'interrogeant sur ce qui détermine les récurrences et convergences constatées dans les pratiques d'enseignement à l'école, d'un point de vue didactique.

La suite de mon propos nourrit cette ambition. Je cherche à élucider ce qui peut-être à l'origine du « caractère transparent ou incident des savoirs en jeu, leur disparition, leur mise au second plan ou leur non élucidation derrière le privilège accordé à la « mise en activité » des élèves, et donc à la multiplicité et à la succession des tâches » (Rochex 2011b) dans les pratiques d'enseignement et la construction d'inégalités dans les apprentissages, et ce, d'un point de vue spécifique : celui du savoir mathématique et de son institutionnalisation.

III. L'INSTITUTIONNALISATION : UN PROCESSUS CLE DANS LES EFFETS DIFFERENCIATEURS DES PRATIQUES ENSEIGNANTES

A l'instar de Perrin-Glorian (1993), Margolinas et Laparra (2008), Butlen, Charles-Pézard et Masselot (2010)[90], je défends la thèse que le processus d'institutionnalisation joue un rôle essentiel dans l'étude des pratiques enseignantes et de la différenciation dans les apprentissages à l'école. C'est d'ailleurs également le propos de Rochex (2011b), en conclusion de l'ouvrage collectif évoqué ci-dessus :

> Nous pourrions multiplier à l'envi les exemples de tels brouillages des genres où ce qui relève d'expériences ou de contextes particuliers (supposés familiers ou aisément identifiable ou mobilisables pour les élèves) parasite et fait obstacle au processus de décontextualisation, de ressaisie et de secondarisation de ces contextes et de ces expériences que requièrent le travail d'étude et l'appropriation de savoirs, de modes de faire et de critères de pertinence à visée générique. Pour le dire autrement, en utilisant un couple notionnel emprunté aux travaux de didactique, la réussite par l'enseignant d'un processus de dévolution d'une situation et l'enrôlement des élèves dans les tâches qu'on leur propose ne garantit pas, loin de là, qu'ils puissent y reconnaître (dans les deux sens du terme) et s'y approprier les contenus et enjeux de savoir visés ni que l'enseignant soit à même d'en réussir le processus d'institutionnalisation, ni même qu'il en reconnaisse l'importance et la nécessité. (Rochex 2011, p. 180)

3.1 Retour sur les premières évolutions de la notion d'institutionnalisation

Pour approfondir cette thèse, il m'a paru nécessaire de faire une relecture de travaux anciens (Brousseau 1988, 1997, Rouchier 1991, Margolinas 1993) sur l'institutionnalisation afin de cerner les premiers contours et des évolutions anciennes de la notion. Il ne s'agit pas à proprement parler de définir l'institutionnalisation. Je ne reviens pas sur les distinctions à opérer sur connaissance et savoir dans le cadre de la théorie des situations didactiques (Brousseau 1988, 1997) ou dans la perspective de la transposition didactique (Conne 1992). Ces distinctions qui supportent la définition de l'institutionnalisation sont rappelées dans le

---

voir dans le caractère tardif de la publication de certains de nos travaux, le signe des précautions dont nous souhaitons nous prémunir à ce sujet (en mesurant les effets potentiels de certains de nos propos) avant de les diffuser.

[89] Il s'agit bien d'élucider la question de déterminants sociaux des pratiques d'enseignement et de leurs effets sur la construction d'inégalités scolaires à l'école.

[90] Ces auteurs parlent de tensions, voire de déséquilibres entre dévolution et institutionnalisation dans les pratiques enseignantes.

glossaire en annexe et sont convoquées dans la suite de cette partie. Mais ici, mon propos est davantage de situer l'institutionnalisation par rapport aux ambitions premières de la théorie des situations et de pointer les premiers élargissements ou évolutions de la notion dans le cadre du développement de cette théorie.

A l'origine, un des objectifs de la théorie de situations est de modéliser les conditions de jeux adidactiques avec les savoirs mathématiques d'inspiration constructiviste (avec un arrière plan théorique piagétien, voir le début du chapitre 1) :

> Peut être parce que les travaux de Piaget montraient qu'il existe des processus naturels de développement des connaissances et laissaient espérer que chaque notion mathématique posséderait une sorte d'épistémologie naturelle ou spontanée, peut être aussi parce que j'ai pu imaginer de nombreuses situations " autodidactiques " [adidactiques] et provoquer des apprentissages constructivistes, j'ai commis l'erreur de croire en la possibilité d'une didactique " constructiviste " (Brousseau 1997, p. 9)

« L'erreur de croire en une didactique constructiviste » signalée par Brousseau est en quelque sorte « corrigée » par l'émergence de la notion d'institutionnalisation. L'institutionnalisation apparaît ainsi dès le départ développée dans un « après coup », comme un empan théorique complémentaire nécessaire de la théorie des situations didactiques. Brousseau commence par parler de situation d'institutionnalisation (à l'instar de situations d'action, de formulation, de validation) comme des situations qui marquent un changement de statut de la connaissance. Puis au fil des écrits, on observe des élargissements du concept d'institutionnalisation, qui de situation devient phase du processus didactique (Brousseau 1988), ou fonction[91] (Chevallard 1989), et enfin processus[92] (Margolinas 1993). Il est intéressant de constater que ces élargissements de la notion d'institutionnalisation vont de pair avec une prise en compte croissante du rôle du professeur dans la mise en œuvre d'ingénieries didactiques, voire dans l'ordinaire de son enseignement des mathématiques.[93] La citation suivante de Brousseau (1988) me paraît tout à fait typique de ce point de vue :

> C'est ainsi que nous avons «découvert» (!) ce que font tous les enseignants à longueur de cours mais que notre effort de systématisation avait rendu inavouable : ils doivent prendre acte de ce que les élèves ont fait, décrire ce qui s'est passé et ce qui a un rapport avec la connaissance visée, donner un statut aux événements de la classe, comme résultat des élèves et comme résultat de l'enseignant, assumer un objet d'enseignement, l'identifier, rapprocher ces productions des connaissances des autres (culturelles, ou du programme), indiquer qu'elles peuvent resservir. L'enseignant devait constater ce que les élèves *devaient* faire (et refaire) ou non, avaient appris ou avaient à apprendre. Cette activité est incontournable : on ne peut pas réduire l'enseignement à l'organisation d'apprentissages. La prise en compte «officielle» par l'élève de l'objet de la connaissance et par le maître, de l'apprentissage de l'élève est un phénomène social très important et une phase essentielle du processus didactique : cette double reconnaissance est l'objet de l'INSTITUTION-NALISATION. (Brousseau 1988, p. 17)

Comme je l'ai déjà évoqué ci-dessus, l'institutionnalisation renvoie aux significations et à la distinction opérée entre connaissances et savoirs en théorie des situations (voir les définitions données dans le glossaire en annexe) et je ne m'y attarde pas ici. Simplement, en l'absence

---

[91] A chaque fonction on peut associer des fonctionnements possibles et des dysfonctionnements associés. (…) Dans une situation de classe, il y a des tas de connaissances qui vont être produites, qui vont émerger, qui vont apparaître. Et beaucoup ne seront pas institutionnalisées en tant que savoirs. Si la fonction d'institutionnalisation, est assumée trop peu, il va y avoir des "pathologies didactiques" qui surgiront (…) Pour moi, *l'institutionnalisation est censée permettre la communication*, au delà d'un système didactique particulier ; elle permet une généricité.

[92] Dans mon vocabulaire, les mots situation, phase et processus sont distincts (voir Margolinas 1989). Pour résumer, (…) *un processus renvoie à un ensemble de phénomènes conçu comme actif et organisé dans le temps.* (op. cité).

[93] La notion théorique l'institutionnalisation illustre particulièrement (peut-être plus que d'autres) la façon ambivalente entre théorie et pratique (ou entre la genèse d'une théorie et l'observation / l'élaboration de pratiques d'enseignement des mathématiques) dont la théorie des situations didactiques s'est développée au fil du temps.

d'institutionnalisation, les connaissances restent contextualisées et semblent destinées à être perdues. La conversion des connaissances en savoirs, liée au processus d'institutionnalisation, paraît nécessaire pour leur assurer un caractère pérenne. L'institutionnalisation renvoie à un changement de fonction des connaissances en savoirs qui permet d'en assurer la reproductibilité, la durabilité (Rouchier 1991) :

> C'est de fait une question de reproductibilité et de durabilité dans le temps et dans l'espace qui va être le moteur de la conversion de la connaissance en savoir : *on va prendre la connaissance comme objet et chercher à l'appréhender en dehors du lieu et du moment de sa formation directe.* Il faudra alors faire intervenir les habitudes culturelles, le savoir déjà institutionnalisé, le langage, d'autres formes symboliques…. C'est tout **le travail de l'institutionnalisation.** (Rouchier 1991)

Cette conversion s'opère à travers la décontextualisation, la dépersonnalisation des connaissances. Je note que dans ses premiers écrits à ce sujet, Brousseau (1986) parle d'ailleurs de redécontextualiser et de redépersonnaliser, ce qui marque une forme de préexistence des savoirs aux connaissances mathématiques dans l'enseignement :

> Mais *il [le professeur] doit aussi donner les moyens à ses élèves* de retrouver dans cette histoire particulière qu'il leur a fait vivre, ce qu'est le savoir culturel et communicable qu'on a voulu leur enseigner. *Les élèves doivent à leur tour redécontextualiser et redépersonnaliser leur savoir* et ceci de façon à identifier leur production avec le savoir qui a cours dans la communauté scientifique et culturelle de leur époque. (Brousseau 1986, p.38)

Enfin, une dernière citation de Brousseau (1988) permet d'ouvrir le questionnement sur l'étude de l'institutionnalisation dans les pratiques « ordinaires » d'enseignement des mathématiques :

> Il est clair qu'on peut tout réduire à de l'institutionnalisation. Les situations classiques sont des situations d'institutionnalisation sans prise en charge par le maître de la création du sens : on dit ce que l'on veut que l'enfant sache, on lui explique et on vérifie qu'il l'a appris. Au départ, les chercheurs ont été un peu obnubilés par les situations a-didactiques parce que c'était ce qui manquait le plus à l'enseignement classique. (Op. cité, p. 17)

A travers les propos tenus ci-dessus, on entrevoit l'aspect contextualisé de la notion d'institutionnalisation à des pratiques enseignantes « ordinaires » de l'époque, que Brousseau décrit comme présentant une forte dimension ostensive assumée. Cela permet également d'élargir le point développé ci-avant sur le processus d'institutionnalisation, dans le cadre du développement de situations à composante adidactique. Il y est suggéré que l'institutionnalisation peut être pensée en amont au moins autant qu'en aval du développement de connaissances dans l'étude de l'ordinaire des pratiques enseignantes.

Ce retour sur des évolutions de l'institutionnalisation permet de situer cette notion dans le cadre de la théorie des situations didactiques et de quelques-uns de ses développements. Il éclaire également certains des aspects développés ci-après à ce sujet, dans l'étude des pratiques enseignantes de Nadine et d'Emilie.

3.2 Rôle de l'institutionnalisation et des savoirs mathématiques dans les pratiques enseignantes à l'école

S'agissant des analyses locales de situations d'enseignement observées dans la classe d'Emilie, j'ai déjà évoqué un phénomène d'effacement de l'institutionnalisation dans la situation de résolution de problèmes (en partie éclairé par des éléments du contexte institutionnel lié aux « problèmes pour chercher »). Concernant la situation de découverte des pourcentages, j'ai évoqué un glissement de l'institutionnalisation vers une ostension déguisée. Dans les deux cas, j'ai également montré comment ces caractéristiques du processus d'institutionnalisation des savoirs pouvaient se traduire potentiellement par des effets différenciateurs dans les apprentissages mathématiques visés.

J’expose ci-après de nouveaux extraits d’analyse de situations de classe observées dans les classes des deux maîtresses de CM2. Je m’y interroge sur d’autres phénomènes liés à l’institutionnalisation, en interrogeant davantage le rôle éventuel d’aspects spécifiques du savoir mathématique. Ces extraits d’analyse sont choisis au regard d’analyses longitudinales qui permettent d’identifier d’éventuelles régularités à ce sujet. Ils peuvent être inégalement développés, donner à voir des échelles d’analyse différentes (plus ou moins locales ou globales) selon le type de phénomènes didactiques qu’ils permettent d’illustrer.

3.2.a. Une situation de communication en géométrie : quelle(s) décontextualisation(s) ?

La situation d’enseignement que j’évoque pour illustrer la suite de mon propos correspond à une séance observée dans la classe d’Emilie (en octobre 2004). La fonction principale de cette situation semble précisément l’institutionnalisation de savoirs géométriques. La séance concernée vient à la suite d’une situation de communication en géométrie : au sein de laquelle, les élèves avaient à décrire des figures en vue de leur reproduction à l’identique. Cette situation de communication s’inspire de la ressource intitulée *Travaux géométriques : apprendre à résoudre des problèmes - cycle 3* produite par un groupe de l’IREM de Lille (2000). Emilie a modifié un des deux modèles de figures géométriques proposées pour rendre la situation de description et de reproduction plus adaptée : elle trouvait cette figure trop complexe, ce que notre analyse *a priori* de la tâche prescrite dans l’ouvrage tend d’ailleurs à confirmer. Les deux figures qui ont finalement servi de support à la situation de communication mise en œuvre dans sa classe, sont reproduites à une autre échelle ci-dessous (sur chaque figure, le côté du grand carré à l’intérieur duquel sont inscrites les sous-figures a pour longueur 5 cm).

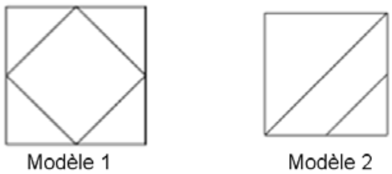


Figure 7. Figures de la situation de communication observée dans la classe d’Emilie en octobre 2004

Mon analyse *a priori* de la tâche redéfinie par Emilie permet de préciser la nature des connaissances potentiellement mises en fonctionnement dans cette situation de communication. J’en résume les principaux points ci-après :

- La description et la reproduction des deux modèles convoque deux connaissances que l’on peut considérer comme communes : relatives aux caractéristiques du carré afin d’en permettre une description minimale (avec la seule indication de la longueur d’un côté), et au repérage des milieux des côtés d’un carré comme points caractéristiques, sommets d’une sous-figure dans un cas (modèle 1), extrémités d’un segment dans l’autre (modèle 2).
- La tâche correspondant à la description du premier modèle en vue de sa reproduction nécessite d’identifier la sous-figure correspondant à un carré en position non prototypique. Elle nécessite également de repérer les milieux des côtés du plus grand carré comme sommets de cette sous-figure. La part des connaissances modélisant ces actions peuvent être considérées comme relativement nouvelles mais à construire à ce niveau.
- Je considère la tâche correspondant à la description du deuxième modèle (pourtant simplifiée par la maîtresse) comme nettement plus complexe que la précédente. Elle nécessite de parler de diagonale d’un carré, ce qui peut représenter une connaissance nouvelle, toutefois à construire à ce niveau. Mais surtout, la description du segment parallèle à la diagonale dont les extrémités correspondent aux milieux de deux côtés du carré représente un saut de complexité important. Plusieurs connaissances nouvelles sont supposées disponibles de façon simultanée (diagonale d’un carré, parallélisme de segments qui ne sont pas des côtés de

figures données, extrémités de segments ou intersection entre un segment et un côté à préciser) et rendent la formulation attendue complexe.

Je ne rentre pas dans le détail de l'analyse *a posteriori* du déroulement de la situation de communication correspondante. Je me contente de signaler que plusieurs binômes d'élèves ont réussi à produire une description adéquate du premier modèle. Le deuxième modèle a posé nettement plus de difficultés aux élèves et n'a d'ailleurs donné lieu à aucun écrit conforme de la part des binômes sollicités. Pour autant, comme c'est assez fréquent dans ce type de situations de communication en géométrie, les élèves récepteurs ont réussi à reproduire les deux modèles sur la base des descriptions produites, même lorsque celles-ci étaient imparfaites. Je précise que la maîtresse a fortement étayé l'activité des élèves notamment lors de la phase de description des dites figures.

Je développe davantage les extraits d'analyse de la situation d'enseignement correspondant à la séance suivante, dont la principale fonction semble l'institutionnalisation des savoirs géométriques potentiellement mis en jeu dans cette situation de communication. Lors de la séance observée, la maîtresse gère la production collective d'une fiche intitulée « vocabulaire sur le carré » conservée dans un cahier dit « aide mémoire » des élèves (lieu typique de phases faisant fonction d'institutionnalisation, observés dans cette classe) et reproduite ci-dessous :

A la place de …	… on peut dire	définition
Un coin	Un sommet	Point où se rencontrent 2 côtés d'un carré
La ligne de droite	Un côté	Segment délimité par 2 sommets
Un carré en forme de losange	Un carré sur la pointe	Un carré a 4 angles droits Un losange n'a pas d'angles droits
Fais une marque	Place un point	
Une diagonale parallèle à l'autre diagonale	Segment parallèle à la diagonale	Segment qui joint deux sommets opposés
Une rayure	Un segment	Droite limitée par 2 points

Figure 8. Fiche produite lors de la séance « Vocabulaire sur le carré » observée en octobre 2004 dans la classe d'Emilie

La fiche ainsi élaborée révèle le projet didactique local de l'enseignante de repartir des formulations imparfaites produites par les élèves (citées pour une part dans la première colonne à gauche), pour produire un écrit conforme (dans la colonne centrale), tout en livrant les définitions correspondantes. J'expose ci-dessous quelques extraits d'analyse du déroulement observé dans la classe d'Emilie et qui a permis d'aboutir de façon collective au contenu apposé au sein de cette fiche.[94]

La maîtresse commence par axer le déroulement sur la notion de sommet, que l'on peut effectivement voir en lien avec une connaissance nouvelle susceptible d'émerger dans la description du modèle 1. Mais Emilie ne fait pas revenir les élèves sur l'aspect fonctionnel du concept de sommet d'une figure dans la description du modèle 1 : comme points caractéristiques de la sous-figure carrée qui coïncident avec les milieux des côtés de l'autre carré. Les échanges entre l'enseignante et les élèves portent dès lors sur le sommet comme un

[94] Beaucoup de choses pourraient être dites sur cette fiche *stricto sensu*. Mais l'étude de la façon dont celle-ci est produite au fil d'interactions collectives entre la maîtresse et ses élèves me paraît centrale.

élément de vocabulaire à retenir sans lien apparent avec la connaissance sous-jacente et susceptible d'avoir émergé en amont. Dès lors, quand Emilie tente par le biais d'échanges collectif avec la classe de faire améliorer la formulation non-conforme d'élèves qui ont parlé des « coins » de la figure, les élèves évoquent plus spontanément les angles (les angles droits qu'ils perçoivent comme caractéristiques du carré) que les sommets. Elle se voit contrainte de parler du triangle pour amener d'elle-même le mot sommet, coupant toute référence à la situation de communication antérieure :

Ayoub: le bout euh sur un angle droit/ou euh un//un sommet c'est celui qui est plutôt en haut [mime]/il est pointu
Emilie [à Ayoub]: ouais mais enfin ça c'est pas très/c'est pas très euh
Ivan: bah c'est c'est/c'est maîtresse [lève le doigt]/c'est le bout de/de deux droites qui s(e) coupent [mime]
Emilie [à Ivan]: c'est le bout de deux droites.
Ivan : deux droites qui coupent et qui font un/un angle droit/des angles droits (…)
Emilie [à tous]: y a la notion d'angle / d'angles droit [à Florentin] attends/alors on/attends Florentin là j(e) te coupe mais on est dans le carré hein/c'est le vocabulaire du carré/alors on va le mettre un/c'est le carré [écrit LE CARRE au dessus de la colonne où il a écrit sommet]/pa(r)c(e) que c'est pas obligé que là ce soit un angle droit.
Emilie [à Florentin]: mais tu as raison/il a raison/si ça n'était pas un carré M [à tous]: par exemple dans un triangle [trace un triangle en dessous des deux feuilles A4]/est-c(e) qu'i(l) y a des sommets ? (Elèves : non Elèves : oui).

Extrait de transcription de la séance « Vocabulaire sur le carré », observée en octobre 2004 dans la classe d'Emilie

Pour la définition, la maîtresse en appelle à l'usage du dictionnaire qui brouille encore davantage la relation avec la situation de communication vécue préalablement : la première définition trouvée par un élève, Ayoub, n'a rien à voir avec la géométrie (« sommet d'une montagne ») et la définition lue par Ivan, le meilleur élève de la classe puis reprise plusieurs élèves est celle du sommet d'un solide. Au final comme l'extrait de transcription cité ci-dessous en atteste, ce n'est que par le biais d'effets de contrat didactique,[95] que la définition finit par émerger comme un élément de vocabulaire géométrique posé « en soi », indépendamment du contexte de départ.

Emilie [à tous]: bon/alors comment qu'est-c/quelle définition chuttt/quel définition on va mettre au sommet, [à Ivan]: tu vas chercher dans l(e) dictionnaire [Ivan se lève.]
Ayoub: alors/partie la plus él(e)vée / de certains choses/le sommet d'une montagne (…)
Emilie [à Ayoub]: non alors non il faut aller en géométrie
Ivan: maîtresse Emilie [à Ivan]: oui
Ivan: le sommet d'un solide c'est le coin où plusieurs arrêtes se rencontrent
Emilie [à Ivan]: oui d'un solide
Ayoub [lève le doigt]: moi je sais j'ai trouvé
E. [à Ivan]: alors un solide c'est en forme/là c'est une figure géométrique
Elève : en géométrie point connu des deux côtés d'un angle/les trois sommets d'un triangle/ d'accord/donc c'est le point qui est au commun aux aux (Elève : aux deux arrêtes)
Emilie [à tous]: point [désigne la phrase écrite]/un sommet pardon/[lit] c'est un point où se coupent les deux côtés d'un angle/ça vous va ou pas
Ivan: et mes arrêtes… (…)
Emilie [à tous]: non/alors qui veut le formuler autrement/je vois à votre tête que ça va pas/donc
Emilie [à Nicolas]: Nicolas ? (Nicolas: ah non moi) [à Cédric]: Cédric ? Cédric: angle droit
Emilie [à Cédric]: ah de l'angle droit si tu veux puisqu'on est dans le carré/oui/si tu veux
Steven: j(e) comprends pas trop
Emilie : tu comprends pas trop Steven/alors/ alors on l(e) met autrement//ces points où se rencontrent (...)
Emilie [à tous]: où se rencontrent quoi alors (…)
Elève : bah les arrêtes

[95] Dans l'extrait de transcription cité ci-après, on voit notamment comme la maîtresse sur-interprète la gêne occasionnée pour les élèves, dans l'usage du mot angle dans la première définition proposée, .

Emilie : non c'est pas des arrêtes là (…) [à tous]: les deux côtés [efface, avec sa main, "angle"? dans sa phrase écrite au tableau] /bah les deux côtés du carré [regarde la classe] / si vous qu(e) c'est/si ça vous gêne le mot angle/les deux côtés du carré d'accord / oui ça vous va comme ça ou pas

Extrait de transcription de la séance « Vocabulaire sur le carré », observée en octobre 2004 dans la classe d'Emilie

En résumé, on retient de l'analyse *a posteriori* de cet épisode lié à l'institutionnalisation autour du sommet d'une figure que le rôle fonctionnel de connaissances sous-jacentes dans la description du premier modèle n'est pas évoqué. On relève ainsi plusieurs ambiguïtés sur le contexte posé : s'agit-il du carré (comme le suggèrent le titre de la fiche ainsi qu'une partie des interventions de l'enseignante), de géométrie plane (par exemple quand Emilie fait référence au triangle) ou de géométrie (quand Ivan évoque les solides) ?

L'épisode observé quelques instants plus tard, dans la classe, a un caractère paradoxal. Emilie « désoriente » la figure du modèle 1 affichée au tableau. Par ce procédé ostensif, elle cherche visiblement à montrer aux élèves qui ont qualifié la sous-figure carré de losange ou de « carré en forme de losange » qu'il s'agit bel et bien d'un carré : la perception visuelle permet aisément de le reconnaître lorsqu'il est en position prototypique. Pour autant l'enseignante accepte la formulation « un carré sur la pointe » pour reformuler la proposition d'élève « un carré en forme de losange ».

Emilie [à tous]: alors on ne va pas dire un carré en forme de losange/qu'est-c(e) qu'on va dire
Elève: un carré sur [inaudible]
Eléve : un carré du/euh
Emilie: sur la pointe (…) [à tous]: regardez si j(e) le mets comme ça [met modèle 1, penché, au tableau]/qu'est-c(e) qui s(e) passe
Elève : un carré sur la pointe
Emilie [à E]: voilà [à tous]: si j(e) le mets comme ça c'est l'autre qui est/mais/est-c(e) que j(e) l'ai déformé/est-c(e) que j(e) l'ai tiré ?
Emilie [à tous]: donc c'est le même/c'est toujours un carré/donc on va dire quoi
Elève : qu'il est sur la pointe
Emilie [à Elève]: un carré sur la pointe/hein
Emilie [à tous]: ça s(e) dit comme ça/ou sur le sommet [mime]/mais bon on peut dire ça/alors un carré [écrit en dessous de "un côté"]
Emilie [à tous]: sur la pointe [écrit]/voilà/et là

Extrait de transcription de la séance « Vocabulaire sur le carré », observée en octobre 2004 dans la classe d'Emilie

Il y a là une espèce de paradoxe entre le souci apparent de la maîtresse de rendre l'identification d'une figure indépendante de son orientation (par rapport au support de la feuille) et la formulation finalement retenue et validée qui en quelque sorte « réoriente » la figure géométrique[96]. Dès lors, alors même qu'il s'agit d'un des enjeux potentiels de cette situation d'enseignement (voire des situations de communication en général), dans quelle mesure la connaissance liée à la description une figure géométrique par des caractéristiques attenantes à ses propriétés peut-elle émerger ? Mais cette apparente contradiction du processus d'institutionnalisation trouve à mon sens son origine dans des aspects spécifiques des savoirs et des connaissances géométriques en jeu. Je fais l'hypothèse que le changement de point de vue sous-jacent en géométrie plane renvoie à ce que Castela (2011) a appelé des enjeux ignorés d'apprentissage, voire à des connaissances et des savoirs mathématiques que la réflexion en didactique n'a d'ailleurs pas vraiment élucidés à ce jour.[97]

[96] Cela n'aurait d'ailleurs pas été différent si Emilie avait réussi à imposer le mot conventionnel « sommet » comme elle le tente visiblement à un moment dans ses échanges avec les élèves. La formulation « un carré posé sur le sommet » n'aurait pas été davantage valide de ce point de vue.

[97] Je reviendrai dans mes perspectives de recherche sur la façon dont l'étude de l'ordinaire des pratiques d'enseignement des mathématiques et de leurs effets sur les apprentissages peut conduire à questionner ou à re-questionner les connaissances et les savoirs mathématiques d'un point de vue didactique.

D'autres épisodes observés à l'occasion de cette séance donnent à voir l'effacement des relations entre les savoirs institutionnalisés et les connaissances mises en jeu ou susceptibles d'avoir émergé dans la situation de communication qui a précédé. Par exemple, la diagonale est définie en utilisant à nouveau le dictionnaire. La définition trouvée et retenue est celle d'une droite alors qu'au sein de la figure concernée, il s'agit d'un segment.[98] Le rôle des milieux de côtés du carré pour repérer les sommets de la sous-figure carré ou les extrémités du segment parallèle à la diagonale (connaissance commune mise en avant par mon analyse a priori de la tâche de description/reproduction prescrite) n'est pas évoqué.

J'interprète les résultats de l'analyse de ces épisodes comme des dysfonctionnements du processus d'institutionnalisation qui touchent à la décontextualisation des connaissances. On observe des absences de liens, voire des incohérences entre les connaissances mises en jeu dans la situation de communication, leur formulation et les savoirs géométriques institutionnalisés à l'occasion de cette situation d'enseignement. Au final, le sens des connaissances paraît rabattu sur des savoirs liés au vocabulaire géométrique, indépendamment de la fonctionnalité des connaissances sous-jacentes au sein de la situation didactique. Cette centration sur des aspects liés au vocabulaire dans l'institutionnalisation de savoirs géométriques sans réelle mise en lien avec les aspects fonctionnels des notions en jeu et des connaissances sous-jacente est commune aux pratiques enseignantes des deux maîtresses de CM2 étudiées. L'extrait d'analyse d'une situation d'enseignement observée dans la classe de Nadine (en novembre 2004) exposé ci-après permet d'illustrer ce point commun.

3.2.b Une situation d'enseignement sur les polygones : recontextualisation(s) ?

Pourtant, la situation d'enseignement observée dans la classe de Nadine dont je vais maintenant parler, contraste avec celle observée dans la classe d'Emilie que je viens d'évoquer du fait de sa forte dimension ostensive assumée, préalable à l'activité mathématique individuelle que la maîtresse convoque de la part de ses élèves. En cela, on peut penser qu'au lieu d'être située en aval d'une situation didactique (comme prenant appui sur des connaissances ayant émergé de façon préalable), l'institutionnalisation est cette fois principalement positionnée en amont : les savoirs sont exposés préalablement avant que d'être convertis en connaissances dans le contexte de tâches données à accomplir. C'est dans ce sens que je parle de recontextualisation des savoirs, plus que de décontextualisation des connaissances pour caractériser les phénomènes didactiques afférents au processus d'institutionnalisation dans cette situation d'enseignement.

Au début de la séance, la maîtresse propose aux élèves une première tâche de classement : dans un lot de figures données, il s'agit de distinguer les polygones des « non-polygones ». Mais avant que les élèves n'aient eu le temps de s'engager dans l'accomplissement de la tâche, Nadine intervient publiquement. On observe dès lors une phase d'ostension assumée de la part de la maîtresse.[99] S'appuyant sur des exemples de figures dessinées au tableau (une ligne brisée ouverte, qu'elle ferme ensuite avec une ligne courbe, puis avec un segment) commentés, Nadine énonce oralement le double critère suivant : une figure est un polygone s'il s'agit d'une figure fermée avec des côtés qui correspondent à des segments. Dès lors les

[98] Emilie sollicite d'ailleurs les élèves pour formuler les propriétés caractéristiques des diagonales du carré dès lors bien considérées comme des segments : perpendiculaires, de même longueur et se coupant en leurs milieux, alors que ces propriétés ne sont pas intervenues dans la description ou la reproduction de la figure du deuxième modèle.

[99] Certes cette phase se présente comme une phase de rappel de connaissances antérieures censées outiller les élèves dans l'accomplissement de la tâche prescrite : « Quel est le problème que vous rencontrez là ? Est-ce que vous vous rappelez de ce que c'est un polygone ? ». Mais dans les faits, Nadine n'attend pas de réponse de la part des élèves et s'engage immédiatement dans l'exposition des savoirs en jeu sur la notion de polygone.

élèves accomplissent individuellement la tâche de classement prescrite assez rapidement. Nadine en gère collectivement la correction en sollicitant individuellement tour à tour des élèves de la classe qui doivent se prononcer sur le fait que telle figure (désignée par une lettre) est ou non est un polygone. Elle insiste sur la reformulation stéréotypée du double critère exposé en amont : la figure est un polygone car « la figure est fermée et ses côtés sont des segments ».

Nadine prescrit ensuite une deuxième tâche de classement qui consiste à distinguer des polygones concaves et convexes. A nouveau, avant que les élèves n'aient eu le temps de s'engager dans le classement, Nadine introduit le savoir visiblement nouveau et visé de manière ostensive. Elle trace deux spécimens de polygones au tableau : l'un convexe, l'autre concave avec des angles désignés puis renseigne les élèves sur ce qui permet de conclure sur leur nature convexe ou non / concave d'un polygone donné.

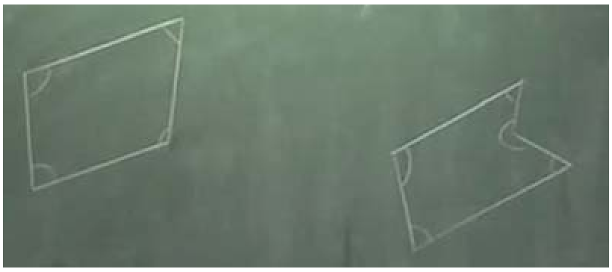


Figure 9. Dessin produit au tableau lors de la séance observée « polygones convexes et concaves »en novembre 2004 dans la classe de Nadine

Pour ce faire la maîtresse s'appuie sur la distinction entre un angle rentrant et un angle saillant qu'elle présente de la manière suivante. Elle s'appuie sur un dessin au tableau reproduit ci-dessous :

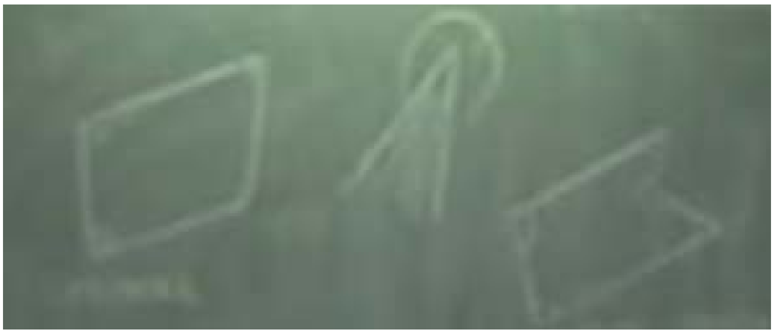


Figure 10. Dessin produit au tableau lors de la séance observée « polygones convexes et concaves »en novembre 2004 dans la classe de Nadine

Nadine colorie le secteur angulaire correspondant à l'angle saillant et dessine à main levée un arrondi désignant l'angle rentrant puis rappelle les explications suivantes aux élèves données lors d'une séance précédente à ce sujet :

Nadine [*à tous, en montrant les deux polygones tracés au tableau*] : ça vous rappelle quoi ça et ça ?
Charlotte : Moi, je sais, moi je sais
Nadine : Charlotte ?
Charlotte : c'est parce que dans le premier, il y a que des angles saillants, et dans le deuxième, il y en a un rentrant !
Nadine : Alors ici, vous avez regardé comment j'ai fait. J'ai fait exprès, j'ai repassé les angles. D'accord ? / là, je vous ai fait ça [en pointant les angles désignés sur les deux polygones tracés au tableau] / ça vous rappelle la leçon qu'on a faite / je vous ai interrogé dessus / rappelez-vous // on avait fait on avait tracé un angle d'accord [en commençant le dessin d'un couple de deux demi-droites au tableau] et on avait colorié (un élève : en bleu, en bleu) je l'ai affiché d'ailleurs [en coloriant le secteur angulaire correspondant à l'angle saillant à la craie blanche] en vert l'angle saillant et puis [en traçant un

arc de cercle entourant l'angle rentrant] en jaune on avait colorié autour l'angle rentrant / ben, je vous avais dit, un petit moyen pour retenir/ quand on trace un arc de cercle si ma pointe elle rentre dans l'arc de cercle c'est un angle (Elèves : rentrant) rentrant / ici c'est l'angle saillant et ici c'est l'angle rentrant [en pointant le dessin fait au tableau] / donc ici / ben oui maintenant c'est plus facile / donc j'ai j'avais un polygone convexe parce que tous les angles sont des angles saillants / dès que j'ai un polygone qui ne serait-ce qu'un angle qui rentre / un angle rentrant c'est un polygone non convexe / alors dans cet exercice là ils disent non convexe donc on peut dire aussi / quel est le mot que j'ai dit tout à l'heure / qui m'a échappé (Elèves : non convexe, convaxe, concave) / concave / on peut dire concave aussi / comme je trouve que c'est un mot / j'aime bien ce mot là / non tu dis non convexe ou concave (Elève : / donc maintenant vous y allez vous avez à colorier en jaune les polygones convexes et en rouge / attention on ne confond pas les couleurs / donc tous les polygones qui n'ont pas qui ont des angles uniquement saillants on les colorie en (Elèves : jaunes) / et tous les polygones qui ont un angle rentrant ou plusieurs angles rentrants ce sont des non convexes on les colorie en (Elèves : rouge) voilà / ben tu relis la consigne Johanna.

Extrait de transcription de la séance « polygones convexes et concaves » observée en novembre 2004 dans la classe de Nadine

Dans l'analyse de cette situation d'enseignement, on peut s'étonner d'une partie des savoirs visés : la distinction entre polygones convexes et non convexes ou concaves est un savoir qui n'est pas au programme de l'époque (ni même au programme de 1985 qui semble la référence institutionnelle principale de Nadine[100]). Pour autant la quasi-totalité des élèves font apparemment le classement sans difficulté apparente et s'acquittent de la tâche concernée avec succès. Mais cela signifie-t-il pour autant que les connaissances potentiellement sous-jacentes au savoir visé sont mises en fonctionnement ? On assiste plutôt à des effets Jourdain, voire métadidactiques[101] au sein de la classe observée. En effet la réussite constatée dans le classement des figures est imputable à la mise en fonctionnement de connaissances élémentaires du type « reconnaître un coin qui rentre ou un qui ne rentre pas dans une figure » où le moyen enseigné par la maîtresse pour distinguer un angle saillant ou rentrant ne renvoie pas à des savoirs ou des connaissances exploitables sur la notion d'angle. Au final, il n'y a ni institutionnalisation des savoirs visés « en amont », ni recontextualisation des connaissances correspondantes au sein de la situation didactique. Tout comme dans le contexte de la situation d'enseignement observée dans la classe d'Emilie, il y a tout au plus des éléments de vocabulaire géométrique posés (polygones et « non polygones », convexes et « non convexes » ou concave) sans qu'une construction significative des connaissances et des savoirs correspondant (notamment sur la notion d'angle qui intervient pour définir le critère de convexité) ne soit assurée.

Ce que nous observons dans les classes de Nadine et d'Emilie tient bien sûr, d'une part à la nature des tâches ou des situations proposées par les enseignantes et d'autre part, à la façon dont les maîtresses installent ces situations dans leurs classes respectives. Par exemple, mon analyse *a priori* de la situation observée chez Emilie permet de souligner que certaines connaissances en jeu dans la situation de communication proposée sont difficilement accessibles. Il en est de même pour la situation d'enseignement observée dans la classe de Nadine. D'emblée, la tâche de classement prescrite sur les polygones convexes et « non

[100] Comme Nadine l'évoque elle-même, de manière générale, ces choix portant sur les savoirs à enseigner sont davantage conformes aux programmes antérieurs datant de 1985 qu'à ceux en vigueur à l'époque de nos observations : « Je me base sur les programmes de 85 qui ont un petit peu changé (…) oui ben parce que déjà y a un travail, c'est un choix d'école et c'est un choix de cycle aussi, c'est déjà pas du tout facile de travailler en cycle, donc après c'est vrai qu'en CM2, il faut aussi une continuité parce que sinon c'est vrai que le CM2 c'est vraiment un CM1 bis et c'est vraiment la sensation que j'ai depuis quelque temps » (extrait de transcription d'une entretien de fin d'année avec Nadine)

[101] « Lorsqu'une activité d'enseignement a échoué, le professeur peut être conduit à se justifier et, pour continuer son action, à prendre ses propres explications et ses moyens heuristiques comme objets d'étude à la place de la véritable connaissance mathématique. D'objets d'études ils deviennent par le même processus objets d'enseignement. » (Brousseau 1998)

convexes » semble pouvoir être accomplie par la mise en fonctionnement de connaissances élémentaires dont le lien avec des savoirs géométriques n'est pas assuré. Mais c'est au fil des déroulements observés, qu'on entrevoit les effets communs de rabattement sur le vocabulaire géométrique conventionnel *stricto sensu* dans la gestion du processus d'institutionnalisation par les deux maîtresses.

Je m'arrête ici un instant pour pointer un phénomène didactique qui me semble spécifique des savoirs à enseigner dans les domaines apparentés de la géométrie et de la mesure des grandeurs. Dans ces domaines, plus que dans le domaine numérique (concernant à la fois les savoirs attenants aux nombres et au calcul), l'étude des pratiques enseignantes des deux maîtresses révèlent un souci d'identification des enjeux de savoirs. Il est notamment fréquent qu'Emilie et Nadine se démarquent des attentes institutionnelles concernant les savoirs concernés. La distinction entre polygone convexe et concave (savoir visé lors de la séance observée dans la classe de Nadine évoquée ci-avant), la somme des angles d'un triangle et la mesure d'angles au rapporteur (savoirs visés à l'occasion de séances observées dans la classe d'Emilie en mai-juin 2004) ou la construction de droites perpendiculaires et parallèles au compas (savoir faire enseigné lors d'une séance observée dans la classe d'Emilie en décembre 2004) sont autant d'exemples de savoirs et de connaissances « hors programme » pourtant enseignés par les deux maîtresses. On peut dès lors s'interroger sur les critères d'identification des savoirs en géométrie à enseigner par les enseignantes. S'agit-il d'enseigner des savoirs qu'elles pensent utiles dans la transition école collège[102], ou est-ce lié à des choix de situations d'enseignement qu'elles estiment plus « riches » que d'autres dans ce domaine[103] ? Quoiqu'il en soit, je fais l'hypothèse qu'en géométrie plus qu'ailleurs, les enjeux de savoirs ne sont pas clairement identifiés ou délimités par ces maîtresses mais aussi peut-être par d'autres professeurs des écoles, voire du point de vue de l'institution didactique.[104] C'est sans doute lié à des spécificités de la géométrie enseignée à fin de l'école primaire. Je pense notamment aux travaux de Kuzniak (2003) et de Kuzniak et Houdement (2006) qui tendent à montrer qu'un changement de référentiel (du paradigme d'une géométrie naturelle au paradigme de la géométrie axiomatique naturelle) rend difficile l'identification d'un espace de travail géométrique idoine dans la transition école-collège. Cela peut inviter suivant la voie ouverte par plusieurs chercheurs en didactique à approfondir l'étude didactique de ce qui peut fonder autrement les savoirs à enseigner en géométrie à l'école et au collège : la synthèse de nombreux travaux dans le champ effectuée par Perrin-Glorian et Salin (2010)[105] me paraît porter cette ambition.

Les phénomènes didactiques révélés par l'étude des pratiques de Nadine et d'Emilie dans l'enseignement de savoirs du domaine numérique ne sont pas tout à fait du même ordre : les savoirs enseignés semblent globalement davantage conformes aux références de l'institution didactique du moins en apparence, du point de vue de leur étiquetage « officiel ». On constate toutefois divers dysfonctionnements dans l'institutionnalisation des savoirs visés qui laissent

---

[102] Lors d'un entretien à chaud après la séance, c'est la principale raison avancée par Nadine pour justifier son choix d'aborder la distinction hors programme entre des polygones convexes et concaves : « les enseignants de sixième le demandent ».

[103] Emilie aborde la somme des angles d'un triangle par le biais d'une situation de pavage du plan qui lui a été présentée en formation continue et lui a visiblement beaucoup plu.

[104] En tant que formatrice, j'assiste régulièrement à des séances de géométrie de professeurs des écoles (stagiaires, maîtres formateurs) et j'ai une certaine connaissance de la façon dont plusieurs manuels scolaires abordent ce domaine d'étude. Dans cette posture qui n'est pas tout à fait celle du chercheur, j'ai pu constater des variabilités d'enjeux de savoir dans les pratiques d'enseignement concernées qui confortent cette hypothèse.

[105] Ces chercheuses spécialistes en didactique de la géométrie ont été sollicitées par Hache et moi-même pour effectuer et présenter cette synthèse à l'occasion d'un séminaire national de recherche en didactique des mathématiques.

d'ailleurs penser que la question de la visibilité ou de la « lisibilité » des savoirs à enseigner n'est pas totalement réglée pour autant et pèse tout autant sur le processus d'institutionnalisation dans les pratiques. Au sujet des observations faites dans la classe d'Emilie, j'ai déjà évoqué l'effacement du processus l'institutionnalisation dans une situation de résolution de problème et le glissement de l'institutionnalisation vers l'ostension déguisée à l'occasion d'une situation de découverte des pourcentages. J'évoque ci-dessous très brièvement de nouveaux extraits d'analyses locales de situations d'enseignement observées dans les deux classes qui permettent d'illustrer d'autres points liés à l'institutionnalisation des savoirs numériques visés.

3.2.c. Extraits d'analyse de situations d'enseignement de savoirs numériques : institutionnalisation du sens des savoirs à enseigner ?

Le premier extrait d'analyse que j'évoque concerne des séances observées dans la classe de Nadine (en novembre 2004) centrées sur les notions de multiple et de diviseur.[106] Au cours d'une de ces séances, Nadine propose une activité de découverte (inspirée d'une activité proposée dans le manuel des élèves, légèrement modifiée par l'enseignante) dont l'énoncé est reproduit ci-après :

25		16		12	
	30		40		56
33		28		61	
	9		17		75
27		10		5	
	60		64		63

Les multiples de 2 se terminent par : 2, 3, 4, 6, 8, 0.
Les multiples de 5 se terminent par : 5 et 0.
Les multiples de 10 se terminent par 0.

1) Entoure en rouge les multiples de 2.
Complète.
64 est un *divisible* par 2.
2 est un *diviseur* de 64.
64 est un *multiple* de 2.

2) Entoure en bleu les multiples de 5.
3) Entoure en vert les multiples de 10.
4) Entoure en noir tous les multiples de 3.

Figure 11. reproduction du support collé dans le cahier des élèves[107] lors de la séance « multiple et diviseur » observée en novembre 2004 dans la classe de Nadine

Lors de cette séance, Nadine insiste particulièrement sur des techniques de reconnaissance des multiples de 2, de 5, de 10 qu'elle fait d'ailleurs rajouter à droite du tableau de nombres par les élèves. Pourtant mon analyse *a priori* de la situation me permet d'affirmer que l'utilisation de ces techniques pour accomplir la tâche prescrite (entourer les multiples de 2, de 5, de 10) est faiblement motivée : les nombres concernés ne sont pas de grands nombres et correspondent à des nombres du répertoire multiplicatif que l'on peut supposer connu des élèves. Je précise que ces techniques sont livrées de façon ostensive par la maîtresse sans faire l'objet d'une argumentation mathématique.[108] L'insistance sur ces techniques de

[106] On peut noter que la notion de diviseur d'un nombre peut être considérée comme à la limite du programme de l'époque (2000). Dans les programmes en vigueur, seul le mot « multiple » apparaît : le mot « diviseur » n'est pas évoqué comme une relation arithmétique entre deux nombres. Sans doute les auteurs du programme ont considéré que la signification différente prise par ce terme dans le cadre de l'enseignement de la division posée pouvait poser difficulté.

[107] Ce qui est indiqué en italique à droite du tableau de nombres a été copié à la main par les élèves lors de la séance.

[108] Les éléments de preuve formelle de ces techniques paraissent bien sûr inaccessibles à ce niveau, mais des arguments pragmatiques qui peuvent être assez simplement avancés pour les multiples de 2, de 5 ou de 10 ne sont pas évoqués par l'enseignante.

reconnaissance des multiples est également donnée à voir dans la synthèse effectuée dans le cahier de leçon des élèves (qui peut être considéré comme le lieu de mise en texte des savoirs enseignés) : les définitions des mots « multiple », « diviseur » et de l'expression « divisible par » y sont données sur la base d'un unique exemple à chaque fois et rassemblées dans la rubrique généralités ; les techniques de reconnaissance « des multiples de » exposées dans des parties qui y sont consacrées (intitulées « les multiples de 2 », « les multiples de 5 », « les multiples de 10 », « les multiples de 3 ») occupe une place nettement plus importante. Nadine propose régulièrement des exercices oraux de réinvestissement sur ces notions de multiple et de diviseur à ses élèves. L'analyse de ses échanges avec les élèves à cette occasion montre que l'enseignant privilégie voire impose le réinvestissement des techniques précitées. Par exemple, dans le contexte d'une de ses interrogations orales, une élève surnommée Stacy a visiblement repéré un nombre comme un multiple de 5 sur la base de ses connaissances du répertoire multiplicatif de 9 ou de 5. Mais la maîtresse la sollicite à nouveau pour que l'élève reformule l'argument qu'elle attend, c'est-à-dire : 45 est un multiple de 5 car « les nombres divisibles par 5 se terminent par 0 ou par 5 ».

> Nadine: Stacy, si je dis 45 / est-ce que c'est un multiple de 3 (Stacy : oui) / est-ce que c'est un nombre qui est divisible par 5 ? (Stacy : oui) / pourquoi ?
> Stacy : parce que 5 fois 9 égal à 45 donc / Nadine : D'accord et /
> Stacy : et 4 plus 5 égale à 9
> Nadine: Ça c'est pour montrer que c'est un multiple de 3, mais pour montrer que c'est un multiple de 5 //
> Stacy : les nombres divisibles par 5 se terminent par 0 ou 5 /
> Nadine. Voilà donc comme il se termine par 5 c'est un multiple de 5 /

Extrait de transcription de la séance « multiple et diviseur » observée en novembre 2004 dans la classe de Nadine

A travers les interventions de l'enseignante, les techniques d'identification des multiples ou diviseurs de portée générale semblent ainsi prendre le pas sur les savoirs sur ce qu'est le multiple ou le diviseur d'un nombre. Au final ces savoirs sont explicitement assez systématiquement rejetés en arrière-plan de l'ensemble des séances concernées Il est d'ailleurs intéressant de noter que seuls les meilleurs élèves comme celle surnommée Charlotte (déjà citée dans l'extrait de transcription de la séance sur les polygones convexes ou concaves) semblent continuer à y faire référence. Par exemple, s'agissant de la question « 13 est-il multiple de 3 », alors que Nadine demande d'additionner 1 et 3 pour vérifier si c'est un multiple de 3, Charlotte évoque le reste de la division de 13 par 3 qui est égal à 1. Je considère dès lors que dans les pratiques enseignantes de Nadine, l'exposition de ces techniques prend le pas sur l'institutionnalisation de savoirs pourtant fondamentaux pour assurer la compréhension de ce qu'est le multiple ou le diviseur d'un nombre.

Le même genre de phénomènes didactiques me semble à l'œuvre lorsque Nadine enseigne la technique opératoire de la division. Son enseignement paraît centré sur l'algorithme *stricto sensu* comme une suite d'étapes successives à retenir, sans en assurer une construction significative des savoirs en jeu : notamment sans pointer les savoirs liés à la numération en arrière-plan et leur rôle notamment dans les adaptations de la technique opératoire aux nombres décimaux.[109] Son enseignement à ce sujet fait écho à la citation suivante de Brousseau (1988) :

> Le sens doit être aussi un peu institutionnalisé. On va regarder comment. C'est la partie la plus difficile du rôle de l'enseignant : donner du sens aux connaissances et surtout le reconnaître, il n'y a pas de définition canonique du sens. Par exemple, il y a des raisons sociales qui font que les maîtres restent plaqués sur l'enseignement de l'algorithme de la division. Toutes les réformes essaient d'opérer sur la

[109] Nadine envisage d'ailleurs la division d'un nombre décimal par un autre nombre décimal qui n'est pas au programme de l'époque (du fait sans doute de la complexité à en éclairer le fonctionnement du point de vue des savoirs liés à la numération).

compréhension et le sens, mais en général, elles ne réussissent pas et l'objet de la réforme apparaît comme contradictoire avec l'enseignement des algorithmes ; les enseignants sont rabattus sur ce qui est négociable, c'est-à-dire l'apprentissage formel et dogmatique des connaissances parce qu'on peut identifier le moment où on l'a fait dans la société. Il y a l'idée que les savoirs peuvent s'enseigner mais que la compréhension est à la charge de l'élève. On peut enseigner l'algorithme et les « bons maîtres » essaient ensuite de lui donner du sens. Cette différence entre forme et sens fait qu'il est difficile de concevoir, non seulement une technique pour enseigner le sens, mais aussi un contrat didactique[110] à ce propos. Autrement dit, on ne pourra pas demander aux maîtres l'usage d'une situation d'action, de formulation, si on ne trouve pas un moyen de leur permettre de négocier le contrat didactique attaché à cette activité, c'est-à-dire si on ne peut pas négocier en termes utilisables cette action d'enseignement. (Op. cité, p. 18)

Car dans l'analyse des pratiques enseignantes de Nadine relatives à son enseignement attenant aux notions de multiple et de diviseur, de la division et plus globalement aux savoirs numériques, c'est bien de cela qu'il s'agit : le processus d'institutionnalisation porte davantage sur des techniques, des algorithmes que sur le sens des savoirs en jeu qui peuvent en éclairer le fonctionnement.

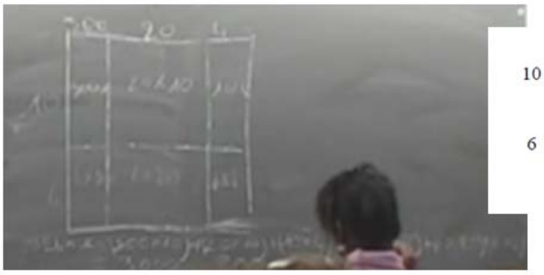
Cela me semble aller de pair avec le fait que la maîtresse exige de façon récurrente de la part de ses élèves la récitation de formulations stéréotypées.[111] Les comptines quasi rituelles imposées supportent la mémorisation de ces techniques ou algorithmes[112] mais imposées dès le départ de leur enseignement et ce, de manière systématique, n'intègrent pas la formulation de connaissances permettant d'assurer ce que Brousseau entend ci-dessus par l'institutionnalisation du sens des savoirs en jeu. A ces caractéristiques du processus d'institutionnalisation données à voir dans la classe de Nadine, s'ajoutent également des modes de faire différenciés entre les élèves. Parlant des pratiques de cette enseignante, et en citant l'exemple d'une situation de classe relative à l'enseignement de la division dans sa classe, Rochex (2011a) parle d'un « souci normatif, voire surnormatif » pour les élèves en difficulté, relatif entre autre aux formulations stéréotypées évoquées ci-avant :

Ce souci normatif voir surnormatif est d'autant plus grand que les enseignants ont le sentiment qu'il est de leur devoir de ne pas laisser les élèves en difficulté dans ce qu'ils considèrent comme erreur ou incompréhension. (…) De même sont-ils souvent corrigés lorsqu'ils répondent (y compris de manière pertinente) à une question sans faire une phrase complète reprenant les termes de la question (à Kimberly : « On fait des phrases. Je reconnais un multiple de 5… ») ou lorsqu'ils ne récitent pas la comptine rituelle associée à telle ou telle procédure, alors que leurs pairs plus à l'aise le sont beaucoup moins fréquemment quand ils font de même, y compris dans certains cas où ils viennent de rappeler, sur demande de la maîtresse la consigne qu'ils s'empressent ensuite d'oublier sans être pour autant repris ou interrompus. (Op. cité, p. 104)

La mise en regard rapide avec les pratiques d'Emilie dans l'enseignement d'une autre technique opératoire, la multiplication posée, me paraît intéressante. Le souci du sens des savoirs en arrière plan de la technique paraît davantage présent dans les pratiques d'Emilie. Son choix d'utiliser la disposition de l'opération sous forme d'un tableau permettant de distinguer et d'organiser les produits intermédiaires des nombres de centaines, de dizaines, etc. (dans la multiplication de nombres à 3 chiffres) peut en tout cas le laisser penser : l'algorithme en tableau peut représenter *a priori* l'occasion d'expliciter et de revenir sur des connaissances des propriétés de la multiplication (liés à la distributivité, la numération) qui permettent d'en éclairer le fonctionnement ainsi que celui de l'algorithme en colonnes (à la

[110] Je reviendrai dans mes perspectives sur le lien fait ici par Brousseau (1988) entre l'institutionnalisation du sens et la condition d'un contrat didactique adapté.
[111] On l'a déjà vu à l'œuvre dans l'extrait d'analyse de la situation d'enseignement sur les polygones.
[112] On peut considérer que pour les savoirs numériques, notamment ceux attenant au calcul, aux techniques opératoires que moins le sens de ces savoirs est institutionnalisé, plus la mémoire est sollicitée. Notamment il s'agit de retenir des multiples adaptations des techniques ou des algorithmes en jeu (alors qu'une construction significative permet de prendre en charge ses adaptations sans avoir à les mémoriser).

condition toutefois d'organiser le passage d'un algorithme à l'autre.) Mais ce qu'on voit à l'œuvre dans la classe d'Emilie se rapproche davantage de ce que Clivaz (2011) a observé dans les pratiques d'un autre maître à ce sujet. La disposition en tableau est essentiellement convoquée comme disposition pratique sans que le lien avec les connaissances des propriétés de multiplication ne soit explicité.



	300	20	4
10	300 x 10	20 x 10	4 x 10
6	300 x 6	20 x 6	4 x 6

Figure 12. La multiplication posée en tableau à l'occasion d'une séance observée en novembre 2004 dans la classe d'Emilie

Dès lors, ce qui se produit dans la classe d'Emilie peut être interprété comme un glissement métacognitif ou métadidactique massif où l'objet d'étude institutionnalisé devient le fonctionnement même de ce tableau puis le passage à la disposition de l'opération posée en colonne, plus que les savoirs en jeu destiné à éclairer l'algorithme de la technique opératoire. L'extrait de transcription cité ci-après, correspondant aux commentaires faits par la maîtresse, lors de la première étape envisagée pour le passage de l'algorithme posé en tableau à l'algorithme posé en colonne, illustre bien comme ce qui semble en jeu ici est un « simple » changement d'organisation pratique :

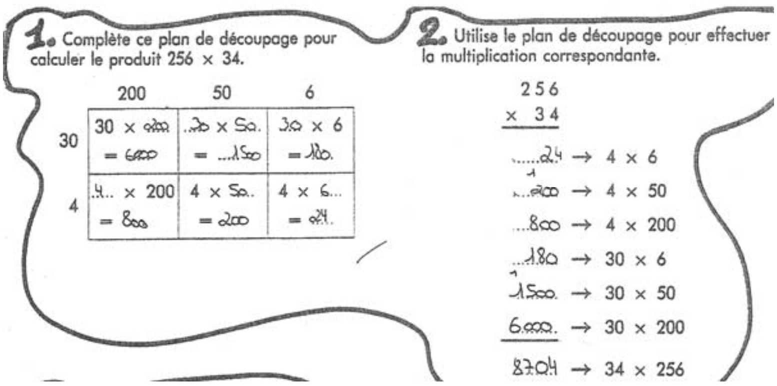


Figure 13. Tâche sur le passage de la multiplication posée « en tableau » à celle posée « en colonnes », proposée à l'occasion d'une séance observée en novembre 2004 dans la classe d'Emilie

Emilie [à tous]: bon alors/oh oh/est-c(e) que vous avez vu c(e) qui s'est passé là [désigne la multiplication posée en colonne de l'exercice 2 à compléter]/par rapport au rectangle là [désigne la multiplication posée en tableau de l'exercice 1 à compléter]
Elève :oui
Emilie [à tous]: qu'est-c(e) qu'i(l) s'est passé
E: le deuxième
Emilie [à tous]: levez le doigt/levez le doigt /que s'est il passé par rapport au rectangle [à Ayoub] Ayoub ? (Ayoub : bah en fait) [à Ayoub] bahhh réfléchis pa(r)c(e) que là t'étais en train d(e) regarder Stecy
Ayoub: non mais mais (EE: ohhh E: hou) Emilie [à tous]: chut
Ayoub : ah mais c'était les résultats/c'est bien la /là bas c'est les résultats de là-bas
Emilie [à Ayoub]: là-bas c'est [désigne successsivement l'exercice 1 et 2]
Ayoub: les résultats de [rires]
Emilie [à tous]: qui explique mieux (…)
Emilie [à Julie]: Julie

Julie: bah les résultats qu'il y a dans l(e) tableau ce sont les mêmes que
Emilie [à tous]: les résultats qui sont dans le rectangle/dans le tableau oui/se sont les mêmes que [désigne l'exercice 2]
Julie: qu'on va additionner
Emilie [à tous]: ceux là [désigne l'exercice 2] /d'accord/qu'est-c(e) qu'on va faire maintenant [Steven, Emilie, Fatimata, Valentin et un autre élève lèvent le doigt.]
Elèves: bah on va additionner les traits
Emilie [à tous]: on va les (EE: additionner) [à tous]: additionner/alors on y va.

Extrait de transcription de la séance « la multiplication posée » observée en novembre 2004 dans la classe d'Emilie

A travers cette nouvelle série d'extraits d'analyses de situations de classe observées dans les classes de Nadine et d'Emilie, on entrevoit dans l'institutionnalisation des savoirs numériques visés : des glissements de l'institutionnalisation du sens de ces savoirs vers l'institutionnalisation de techniques, d'algorithmes *stricto sensu*, voire de moyens d'enseignement ou de dispositifs didactiques. Plus qu'un souci d'identification des savoirs en jeu (évoqué pour les savoirs géométriques), je parlerai ici d'un souci dans l'institutionnalisation du sens des savoirs numériques, qui fait écho à la citation précédente de Brousseau à ce sujet. Si les savoirs enseignés sont davantage conformes en apparence, à leur étiquetage officiel au sein de l'institution didactique, la construction du sens de ces savoirs n'est pas assurée pour autant.

3.3 Réactualiser la notion d'institutionnalisation ?

Mes analyses des situations d'enseignement observées dans les classes de Nadine et d'Emilie donnent à voir divers dysfonctionnements de l'institutionnalisation des savoirs mathématiques dans les pratiques enseignantes. Ces analyses permettent également de pointer d'éventuelles spécificités de l'institutionnalisation relativement aux savoirs mathématiques en jeu. Mais cette étude révèle aussi la complexité du processus d'institutionnalisation dans l'étude des pratiques enseignantes « ordinaires ». Pour appréhender au mieux (et ne pas évacuer) cette complexité il m'apparaît nécessaire de réactualiser cette notion d'institutionnalisation en conclusion de ce chapitre.

Je reviens à une idée première en théorie des situations didactiques : celle de la complémentarité nécessaire des processus d'institutionnalisation et de dévolution. On a souvent parlé du paradoxe de la dévolution des situations,[113] parfois résumé sommairement par la phrase presque célèbre « si le maître dit ce qu'il veut il ne peut plus l'obtenir ».[114] Mais pour moi ce paradoxe est au moins tout autant celui de l'institutionnalisation, qui peut être explicité tout aussi sommairement suivant la formule inversée : « Comment le maître obtient-t-il ce qu'il veut mais qu'il ne peut pas dire ? ».

En développant un peu, cela donne : comment le professeur se saisit-il ou se ressaisit-il du point de vue des savoirs dont il se départit nécessairement dans l'apprentissage des connaissances ? Le paradoxe de la dévolution conduit à considérer la part d'incertitude nécessairement liée à l'apprentissage de connaissances par l'élève. Il y a dans la formulation

113 Ce paradoxe est parfois apparenté au celui du comédien (Brousseau 1998). Diderot a formulé dans une étude célèbre le paradoxe inhérent à l'activité du comédien : Plus l'acteur éprouve les émotions qu'il veut présenter, moins il est capable de les faire éprouver au spectateur car « observateur continu des effets qu'il produit, l'acteur devient en quelque sorte spectateur des spectateurs en même temps qu'il l'est de lui-même et peut ainsi perfectionner son jeu. » Ce paradoxe se prolonge au cas du professeur. S'il produit lui-même ses questions et ses réponses de mathématiques, il prive l'élève de la possibilité d'agir.

114 « Plus le professeur [...] dévoile ce qu'il désire, plus il dit précisément à l'élève *ce* que celui-ci doit faire, plus il risque de perdre ses chances d'obtenir et de constater objectivement l'apprentissage qu'il doit viser en réalité. » (Brousseau, 1986, p. 315)

complémentaire liée à l'institutionnalisation que je viens d'en faire la même incertitude relative cette fois à l'enseignement des savoirs par le professeur.

Ce qui m'intéresse est précisément d'essayer d'appréhender la part d'incertitude attenante à l'institutionnalisation dans les pratiques enseignantes. Mon ancrage théorique lié au modèle de structuration du milieu me conduit pour ce faire, à envisager un double mouvement à la fois descendant et ascendant dans les pratiques du professeur attenantes à l'institutionnalisation.

Le mouvement ascendant est attenant à la possibilité de récupération des connaissances mises en jeu au sein de la situation didactique par le professeur et je m'y attarde peu. Cette dynamique du processus d'institutionnalisation qui part de la situation didactique et de ses composantes adidactiques est celle qui envisagée de façon classique dans le cadre de la théorie des situations didactiques. La part incertaine de cette dynamique ascendante de l'institutionnalisation est liée au paradoxe de la dévolution citée plus haut. Elle renvoie à l'identification des connaissances en jeu dans l'activité mathématique des élèves par le professeur, qui ne peut être totalement anticipée. Mais pour institutionnaliser, il s'agit aussi d'identifier dans ces connaissances, ce qui peut être formulé, explicité et formalisé du point de vue des savoirs en jeu ou du sens de ces savoirs, ce qui me paraît *a priori* tout aussi incertain On a pu le voir quand par exemple, dans les difficultés attenantes à la décontextualisation des connaissances géométriques mises en jeu dans une situation de communication en géométrie (dans la classe d'Emilie). Comment identifier les connaissances mises en jeu par des élèves dans une situation d'enseignement et « situer » ces connaissances vis-à-vis des savoirs mathématiques ? Et dès lors, quelle(s) décontextualisation(s) opérer par rapport à ces connaissances ? Pour quels types de savoirs ou quel sens donner à ces savoirs ?

Le mouvement descendant moins classique me permet d'appréhender l'incertitude attenante aux enjeux de savoir dans les pratiques enseignantes. Cette incertitude concerne le rôle des savoirs dans l'élaboration d'un projet didactique, et dans les choix attenants aux situations didactiques. A l'instar de nombreux chercheurs précités, j'ai déjà évoqué le fait que des enjeux extérieurs aux savoirs viennent brouiller cette part incertaine du processus d'institutionnalisation dans les pratiques d'enseignement à l'école. Mais comme je l'ai déjà suggéré, il ne faut pas pour autant négliger les aspects spécifiques des savoirs en jeu dans cette incertitude. Des difficultés d'identification des objets de savoir ou du sens des savoirs enseignés à l'école pèsent tout autant sur ces pratiques. Par exemple, quels sont les enjeux de savoir attenant à la notion de multiple enseignée à l'école ? Qu'y-a-t-il apprendre ou à comprendre sur les pourcentages ? Cela renvoie également à la question de la lisibilité des enjeux de savoir dans l'installation d'une situation d'enseignement, pour le professeur. En deçà des exemples concernant les pratiques de deux maîtresses, exposés ci-avant, il me semble que l'étude des pratiques d'autres enseignants dans la thèse d'Arditi (2011) vient particulièrement éclairer ce point : la difficulté pour les professeurs d'identifier des enjeux de savoir dans des tâches mathématiques données. Quel(s) type(s) de savoirs mathématiques s'agit-il d'enseigner, mais aussi quel sens donner à ces savoirs mathématiques dans le contexte de situations d'enseignement ? Comment dès lors identifier les enjeux de savoir de situations données ? Notamment, comment ces situations recontextualisent les savoirs ou le sens de ces savoirs ?

C'est bien d'un double mouvement dans le processus d'institutionnalisation qu'il faut envisager, et non deux mouvements indépendants. Notamment la dynamique descendante contribue à déterminer et donc à régler l'incertitude de la dynamique ascendante du processus d'institutionnalisation et inversement, et ce entre autres, par le biais du contrat didactique. Je reviendrai sur le rôle potentiel du contrat didactique dans l'institutionnalisation dans la conclusion de ma note de synthèse. Au demeurant, les dysfonctionnements de l'institutionnalisation dans les pratiques enseignantes « ordinaires » pèsent *a fortiori* sur la différenciation dans les apprentissages des élèves et la construction d'inégalités scolaires en mathématiques. L'ensemble des travaux exposés ou évoqués dans ce chapitre le donne clairement à voir. C'est la raison pour laquelle, j'envisage de nouvelles perspectives de recherches scientifiques à ce sujet à l'avenir : visant à élucider encore davantage les relations entre l'institutionnalisation et les apprentissages.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

LES PRATIQUES ENSEIGNANTES ORDINAIRES ET LEURS EFFETS SUR LES APPRENTISSAGES : ET ALORS ? ET APRÈS ?

Au fil de la rédaction de ma note qui synthétise plus de dix ans de recherches personnelles sur la thématique des pratiques enseignantes et de leurs effets sur les apprentissages des élèves, je me suis interrogée à la fois sur les principales conclusions à retenir et sur les perspectives à en tirer. J'ai rappelé les raisons qui ont fondé l'avènement de cette thématique en didactique des mathématiques dans la partie introductive : l'étude de l'ordinaire des pratiques enseignantes et de leurs effets sur les apprentissages des élèves est une étape nécessaire à des fins d'amélioration de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques. Mes conclusions et perspectives représentent un « retour sur » ce que pourraient apporter les résultats de mes propres recherches à ce sujet.

Une approche didactique compréhensive des pratiques enseignantes et de leurs effets sur les apprentissages

C'est le point de départ du développement de la double approche et des travaux développés dans ce cadre que je rejoins tout à fait, même si ce n'est pas mon ancrage théorique unique et que mes développements théoriques s'ancrent davantage dans le cadre de la théorie des situations didactiques. J'espère que le cheminement à la fois théorique et pragmatique développé au fil de cette note, illustre bien ce souci permanent de compréhension dans l'étude des pratiques enseignantes et de leurs effets sur les apprentissages. En l'absence de cette approche compréhensive, les risques de dérive sont nombreux : tant dans l'interprétation et l'étude des phénomènes didactiques à l'œuvre, que dans la diffusion des résultats des recherches.

Je pense que l'on peut d'ailleurs relire l'ensemble de cette note, en interrogeant comment les approches théoriques convoquées au fil des chapitres essaient de prévenir d'une interprétation trop rapide des phénomènes complexes en jeu dans les pratiques des professeurs. Le chapitre 1 montre bien comment la prise en compte du projet didactique local et global est nécessaire pour saisir l'orientation des actions du professeur en situation didactique et éclairer les « jeux didactiques » à l'œuvre dans ses interactions avec les élèves au sein de cette situation. Le chapitre 2 met l'accent sur le rôle des savoirs à enseigner au sein d'institution(s) didactique(s) pour appréhender une part des phénomènes à l'œuvre dans la stabilité des pratiques enseignantes et de leurs effets sur les apprentissages des élèves. Le chapitre 3 rend compte de la nécessité de prendre en compte des conditions et des contraintes spécifiques du métier d'enseignant pour pouvoir saisir les influences potentielles d'un contexte « débuter en ZEP » sur les pratiques enseignantes qui pour autant ne sont pas totalement déterminées par ce contexte. Celles-ci donnent à voir des régularités et des variabilités qui peuvent contribuer à interroger le rôle de la formation.

C'est sans doute dans le chapitre 4 que l'on voit le plus les risques de dérives potentielles dans l'interprétation des phénomènes à l'œuvre dans les pratiques enseignantes. Cela vient en partie de la nature de l'objet d'étude de ce chapitre : les processus de différenciation dans les apprentissages des élèves. On voit dans les études menées sur les pratiques de professeurs des écoles combien il est important de ne pas oublier que ces professeurs enseignent à tous les élèves (et pas uniquement à ceux mis en difficulté par les pratiques d'enseignement étudiées), assurent un enseignement polyvalent (peut contribuer à masquer les spécificités des savoirs enseignés) et ont également une mission éducative. Dans ce type de recherches peut-être encore plus que dans d'autres, il faut chercher à comprendre ce qui est à l'œuvre dans les pratiques enseignantes pour éviter de les juger à l'aune de la construction d'inégalités scolaires. Je cite un exemple de dérive possible dans l'interprétation des pratiques des professeurs des écoles et de leurs effets différenciateurs, auquel ma propre contribution dans l'étude de ces phénomènes essaie d'une certaine manière de répondre. Les travaux menés au sein du réseau RESEIDA dont les miens contribuent à montrer comment des processus de différenciation dans les apprentissages en mathématiques se jouent à l'insu des enseignants et des élèves pourtant bel et bien « en activité » dans la classe. Il ne faudrait pas pour autant basculer vers un fantasme d'un « tout explicite » dans les pratiques d'enseignement ! Ce sont les conditions d'une meilleure visibilité des enjeux de savoirs mathématiques dans les pratiques enseignantes qu'il s'agit d'interroger et ce, en partant de l'étude de ces pratiques d'un point de vue didactique. C'est bien ce que j'essaie de faire, notamment dans la dernière partie de ce chapitre. Cela renvoie au développement théorique que je propose sur la notion d'institutionnalisation.

Je reviens sur ce développement théorique de l'institutionnalisation qui d'une part permet de relire et mettre en cohérence certains des résultats de recherche exposés dans les chapitres de cette note, d'autre part, m'engage dans de nouvelles perspectives de recherches.

Je l'ai dit dans le dernier chapitre : dans le cadre de la théorie des situations didactiques, l'institutionnalisation est avant tout pensée comme un processus non nécessairement délimité dans le temps mais presque toujours ascendant vers les savoirs, à partir des jeux de connaissances mises en jeu dans la situation didactique. Je pense vraiment nécessaire de penser de penser l'institutionnalisation dans un mouvement complémentaire descendant : des savoirs aux connaissances mises en jeu dans la situation didactique. Cela me conduit à parler de contextualisation par rapport aux savoirs, mais pas uniquement dans le sens classique en théorie des situations didactique qui sous-entend que c'est la situation didactique qui (re)contextualise les savoirs en leur faisant jouer le rôle de connaissances. Il s'agit pour moi d'appréhender plus globalement le rôle d'éléments contextuels posés en termes de savoirs et d'enjeux de savoirs qui englobe la situation didactique. Ce mouvement descendant de l'institutionnalisation a déjà été appréhendé du point de vue des pratiques du professeur, dans les travaux exposés dans cette note de synthèse, et par d'autres chercheurs avant moi. Par exemple, mon insistance récurrente sur l'existence d'un projet didactique local et global du professeur au fil des quatre chapitres de ma note de synthèse peut être relue de cette façon. C'est une des conditions nécessaires pour un processus d'institutionnalisation aux effets bénéfiques sur les apprentissages des élèves. Cette thèse est d'ailleurs déjà énoncée en conclusion du troisième chapitre, à l'issue de mon étude des pratiques d'enseignants débutant en ZEP. La nouveauté se situe davantage du point de vue des effets des pratiques enseignantes sur les apprentissages d'élèves qui me semblent avoir été principalement étudiés à l'aune du mouvement ascendant de l'institutionnalisation à ce jour.

Ce développement théorique amorcé dans le chapitre m'engage ainsi dans une perspective de recherche. Il s'agit d'élucider la façon dont les enjeux de savoir qui englobent la situation didactique sont rendus plus ou moins visibles pour les élèves par la prise en compte de ce double mouvement ascendant et descendant de l'institutionnalisation des savoirs dans l'étude des pratiques enseignantes.

Un exemple d’étude du double mouvement ascendant et descendant de l’institutionnalisation dans les pratiques enseignantes

Lors de journées d’étude intitulées *Le rôle du langage dans l’appropriation des savoirs* organisées par pour mon équipe de recherche à Bordeaux, j’ai mis cette réactualisation à l’épreuve pour animer une discussion à la suite de la présentation de Chesnais et Drefus (2012). Leur présentation avait pour objet de montrer des approfondissements de l’étude et de la comparaison des pratiques de deux professeurs, l’une surnommée Martine enseignant dans un collège de centre-ville, l’autre surnommé Denis dans un collège ZEP faite dans la thèse de Chesnais (2009). Ces deux professeurs mettent en œuvre d’un scénario commun d’enseignement de la symétrie axiale élaboré par Martine et repris par Denis. Avec l’autorisation de Chesnais, j’expose cet exemple en conclusion de cette note pour illustrer les apports du développement proposé sur la notion d’institutionnalisation et supporter la suite de mon propos théorique à ce sujet.

En considérant dans un premier temps ce que j’ai appelé le mouvement descendant de l’institutionnalisation, on voit par exemple dans l’étude des pratiques de Martine comment cette dernière désigne en amont de l’activité des élèves, l’enjeu de savoir sur la construction de points symétriques, le positionne explicitement par rapport à des savoirs anciens (les figures symétriques) : « Deuxième paragraphe, on va s’intéresser au symétrique d’un point. Au lieu d’avoir des figures complètes, on va s’intéresser au symétrique d’un point ». Cette brève intervention avant de prescrire une première tâche contribue sans aucun doute à resserrer l’incertitude de la situation par le biais d’un effet de contrat didactique (« il ne s’agit pas de parler de figures symétriques »). Denis, lui au contraire, met directement les élèves en activité sur la première tâche prévue dans le scénario (« ensuite vous passez à l’activité. Ça veut dire vous lisez le bas de la page. »). Cela peut contribuer à éclairer certaines des bifurcations observées dans le déroulement : notamment à plusieurs reprises, les élèves parlent à mauvais escient de figures symétriques ou de figures. Une élève qualifie deux droites perpendiculaires de droites symétriques. Soukhaïna parle du fait qu’il faut que les points symétriques « se ressemblent », soient « pareils », ce qui est repris par un élève qui affirme « il faut que ce soit la même figure ». Cet épisode est d’ailleurs l’occasion d’un effet Jourdain : Denis se ressaisit des propos des élèves pour parler de segments égaux, puis d’égalité de longueurs de segment et enfin de médiatrice dans un cheminement qui peut paraître tortueux par rapport à la situation didactique. A un autre moment, dans sa tentative d’introduction de la technique de construction d’un point symétrique à la règle et à l’équerre, on voit comment Martine intervient à plusieurs reprises pour montrer qu’il s’agit de dépasser la technique ancienne associée au pliage. Elle motive la nouvelle technique de construction par l’impossibilité de plier le tableau, désigne le pliage comme ce « qui est fait à l’école », ou encore perd visiblement patience quand des élèves reviennent publiquement sur le pliage qui leur a permis d’obtenir les deux points symétriques dans un premier temps. La rupture de contrat didactique est assumée ! Denis essaie de motiver la tâche de la même manière que Martine (« on va pas toujours plier la tâche du cahier ») mais cette intervention reste ponctuelle et isolée. Notamment, il n’indique pas aussi clairement que l’enseignante précédente le fait qu’il s’agit de dépasser une technique ancienne. Ainsi, les éléments contextuels liés aux enjeux de savoir posés en amont de la situation didactique ne sont pas du même ordre dans la classe de Martine et de Denis. On voit comment dans la classe de Martine, le contexte des savoirs en jeu est posé en arrière plan et ce, de façon constante par le biais d’un pilotage didactique fort de la part de l’enseignante. Ce n’est pas le cas ou du moins pas autant dans la classe de Denis. Ce que j’appelle la dynamique descendante du processus d’institutionnalisation se joue différemment dans les deux classes.

Ces différences pèsent sans doute sur l'incertitude pour les élèves des situations d'enseignement étudiées. L'étude du mouvement complémentaire ascendant de l'institutionnalisation dans les pratiques des deux enseignants donnent à voir de nouvelles différences. Elles sont attenantes pour une part à l'incertitude de la situation didactique par rapport aux enjeux de savoirs, plus grande dans le déroulement observé dans la classe de Denis, et d'autre part, à la façon dont les deux enseignants gèrent respectivement la part incertaine qui subsiste par rapport à ces enjeux de savoirs. Par exemple Denis n'insiste que sur des aspects matériels des tâches prescrites (« tu fais un trou sur le point A, tu déplies, tu regardes où est le point A' »). A l'opposé, Martine minore ces aspects des tâches convoquées et quand elle parle des activités matérielles des élèves, les reformule presque immédiatement dans un registre d'activité plus mathématisé (« piquez avec le compas » devient très vite « construisez le point »). De manière plus générale, en étudiant les interventions publiques de Martine, on voit comme l'enseignante précise constamment la fonction de l'activité des élèves, la « contextualise » par rapport à un cheminement dans les connaissances mathématiques. Par exemple quand elle explique qu'il s'agit de partir de constats sur la figure obtenue par pliage pour dégager les conditions qu'un point soit symétrique (en utilisant le futur pour désigner l'enjeu de l'activité à venir : « Après ce que vous avez observé, on dira que deux points A et A prime sont symétriques par rapport à une droite d dans quel type de situations ? A quelles conditions on pourra dire qu'un point A prime est le symétrique de A… »). Si on rapproche l'épisode observé dans la classe de Denis à cette même étape du déroulement, on voit que l'intervention de l'enseignant semble sous-entendre que ces conditions ont déjà émergé dans la situation (par son usage du passé : « Comment on trouve le point A prime, c'était quoi les conditions pour trouver A prime ? »), alors que rien n'a été explicité à ce sujet. Par ailleurs, on peut voir comme élément de preuve d'une incertitude plus grande par rapport aux enjeux de savoir dans la classe de Denis le fait que les élèves et l'enseignant font intervenir, désignent des savoirs extérieurs à cette situation (inadéquats) de façon récurrente (en parlant de figures symétriques, de bissectrice, etc.). Enfin, on observe dans la classe de Martine différentes interventions qui participent à des décontextualisations, notamment des changements de points de vue sur les connaissances en jeu : par exemple, quand elle convoque la contraposée d'une propriété (A et A prime ne sont pas symétriques par rapport à la droite *d* car les points ne sont pas à la même distance de *d*, ou car le segment A A prime n'est pas perpendiculaire à *d*) pour faire formuler la dite propriété par les élèves. On n'observe pas d'épisode de cet ordre dans la classe de Denis.

On peut envisager que ces différences observables dans l'analyse des deux déroulements peuvent *in fine* contribuer potentiellement à produire de la différenciation dans les apprentissages des élèves.

L'institutionnalisation dans les pratiques enseignantes : une piste riche

L'exemple que je viens de développer illustre selon moi les potentialités de l'étude de l'institutionnalisation comme processus à la fois descendant et ascendant (autrement dit des connaissances vers les savoirs ou inversement) dans l'étude des pratiques enseignantes et de leurs effets sur les apprentissages des élèves.

Cet exemple donne à voir l'importance d'étudier des aspects langagiers dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, et ce suivant un grain « assez fin »car le langage du professeur, des élèves joue sans doute un rôle important dans la façon dont les savoirs ou les enjeux de savoirs sont désignés. En cela je rejoins la voie choisie par Chesnais et Dreyfus (2012), Bulf et al. (à paraître), Gobert (à paraître) et par bien d'autres didacticiens dans l'étude du rôle du langage dans l'appropriation du savoir. Du fait de proximités apparentes entre les deux notions, j'aimerai pour ma part, davantage mettre en regard la question de la secondarisation des pratiques langagières (Jaubert et Rebière 2003, Bautier et Goigoux 2004) et celle de l'institutionnalisation.

En revenant à un niveau de réflexion plus générique dans le cadre de la théorie des situations didactiques, cette réactualisation de la notion d'institutionnalisation renouvelle à mon sens le point de vue adopté à l'origine sur l'intentionnalité didactique (et rappelé dans le chapitre 1 de cette note) à considérer dans l'étude des pratiques enseignantes ordinaires et de leurs effets sur les apprentissages. On voit dans l'exemple ci-dessus comment la notion ainsi réactualisée peut notamment permettre d'appréhender autrement la part du didactique qui contribue fortement à conditionner la part du « adidactique » au sein de la situation didactique. Notamment, cela permet d'étudier autrement le contrat didactique, en s'interrogeant sur la part d'incertitude des situations didactiques que celui-ci contribue à régler, et le rôle qu'il contribue nécessairement à jouer dans le processus d'institutionnalisation au moins tout autant que dans celui de dévolution. Les études menées en didactique donnent souvent à voir la façon dont le contrat didactique délimite, sous-entendu limite la signification du savoir visé ou intervient pour pallier aux insuffisances du jeu adidactique (comme j'ai pu moi-même le montrer dans l'exemple exposé dans le chapitre 1 de cette note). Or je crois qu'il est nécessaire que nous nous posions davantage la question complémentaire de la manière dont le contrat didactique peut participer à la signification du savoir visé, notamment en réglant la part incertaine du jeu adidactique et en l'orientant d'une façon plus ou moins pertinente, par rapport à ce savoir. En ce sens, je rejoins tout à fait Hersant (2010) quand elle dit que le contrat didactique est aussi un moyen pour le professeur de gérer le processus d'institutionnalisation notamment par le biais de ces modifications qui marquent des changements de statuts de connaissances. Il me semble que l'étude de cet aspect du contrat didactique reste encore largement à mener et ce en lien avec la réactualisation de la notion d'institutionnalisation que je propose ici.

Le propos que je viens de tenir reste ancré dans la théorie des situations didactiques. Mais pour autant, il me semble que les autres approches sur les pratiques enseignantes sont presque tout autant concernées. Le lien paraît aller de soi avec la théorie anthropologique : parlant d'institutionnalisation, il s'agit nécessairement de savoirs mathématiques et d'institution didactique. En ce sens, effectivement, l'objet « final » ou visé par l'institutionnalisation ne peut presque qu'être appréhendé de la sorte ou d'une manière proche. Mais du fait qu'il s'agit d'un processus à considérer « dans le temps » d'une situation et même de plusieurs situations didactiques (voir dans le chapitre 4 de la note), le lien n'est pas si transparent. En quelque sorte, la dynamique à considérer dans le processus d'institutionnalisation n'est pas uniquement celle conjointe, des savoirs et de leur étude, mais bien celle en constante dialectique, des connaissances et des savoirs dont la théorie des situations didactiques a cherché à se saisir dès le départ mais dans un contexte qui n'est pas, au moins au départ, celui de l'étude des pratiques enseignantes ordinaires. Paradoxalement, parce que je ne m'y réfère pas directement et que la relation peut paraître *a priori* moins évidente, un rapprochement avec la double approche ergonomique et didactique me paraît plus aisé. Pour le dire dans les mots de la théorie des situations didactiques cela vient sans doute du fait plus que d'autres, l'approche ergonomique et didactique a toujours accordé une grande importance à ce que la théorie des situations didactiques voit comme la « part d'intervention didactique »[115], et donc à l'institutionnalisation dans l'étude des pratiques enseignantes. Dans la réactualisation proposée du processus d'institutionnalisation, je rejoins par exemple l'insistance de la double

[115] que la théorie des situations didactiques elle-même a minorée du fait de sa centration sur les jeux adidactiques pour modéliser les connaissances. J'irai jusqu'à dire que la théorie des situations didactiques a essentiellement cherché à modéliser la question de l'institutionnalisation et des savoirs dans le cadre de l'élaboration de situations fondamentales, c'est-à-dire dans son effort de création de situations à fortes composantes adidactiques.

approche sur les adaptations de connaissances pour appréhender les transformations des connaissances en savoirs, ou encore la nécessité de prendre en compte des échelles de « temps long » (dépassant celle de la situation didactique) liées à ces transformations progressives, etc.. Il me semble d'ailleurs qu'il ne faut pas négliger le rôle important qu'ont joué les travaux développés dans le cadre de la double approche dans la réflexion qui me conduit aujourd'hui à réactualiser la notion d'institutionnalisation : par exemple, ceux de Chesnais (2009) cités juste auparavant, mais aussi le travail de thèse d'Arditi (2010) ou encore les recherches menées sur l'enseignement en ZEP, synthétisés dans Peltier et al. (2004) et plus récemment dans Charles-Pézard et al. (2012). Ces travaux ont tous contribué avant les miens à souligner le rôle de l'institutionnalisation dans l'étude des pratiques enseignantes et de leurs effets sur les apprentissages.

Et après ? Vers de nouvelles recherches sur la différenciation dans les apprentissages

Dans les recherches sur la construction d'inégalités scolaires, le rôle de l'institutionnalisation mais aussi les effets d'un contrat didactique différentiel (Schubaueur-Leoni 1988), sont régulièrement pointés (Rochex 2011a, Deblois et Larivière 2012) mais de façon relativement indépendante à ce jour. Je souhaite poursuivre la réflexion théorique engagée sur l'institutionnalisation en lien avec celle qui me semble rester à mener sur le contrat didactique dans l'étude des pratiques enseignantes et de leurs effets sur la différenciation dans les apprentissages. Cela me conduit à envisager de nouveaux chantiers de recherches. Dans ces recherches à venir, je tenterai d'affronter des problèmes méthodologiques rencontrés à ce jour dans l'étude de la construction d'inégalités scolaires en mathématiques, d'un point didactique : par exemple, pour approcher au mieux les activités effectives d'élèves à la fois en classe et « hors classe », envisager une temporalité longue dans le recueil et l'analyse de données. Très concrètement, j'envisage ainsi de mettre « en chantier » le suivi d'une cohorte d'élèves sur plusieurs années d'enseignement « ordinaire » des mathématiques à l'école et au collège, au sein d'établissements hétérogènes. Je travaille en ce moment même à l'élaboration d'un terrain de recherche propice à l'organisation de ce type de suivi, et je suis en train de réfléchir aux aspects méthodologiques des recherches à venir. Cela pourrait faire l'objet d'encadrement de plusieurs thèses à venir, tant la complexité à la fois méthodologique et théorique de l'objet d'étude, la différenciation dans les apprentissages des mathématiques, est grande.

Et après ? Vers l'élaboration d'alternatives de pratiques d'enseignement des mathématiques…

Comme je l'ai annoncé en introduction, à l'instar d'autres chercheurs de ma discipline, l'étude de l'ordinaire des pratiques enseignantes m'a semblé un incontournable préalable à l'élaboration de propositions didactiques visant à améliorer l'enseignement des mathématiques. Mais en quoi consiste le projet « après pratiques enseignantes » et comment le construire ? Cela passe pour moi par l'élaboration d'alternatives de pratiques d'enseignement des mathématiques « au plus près » des pratiques enseignantes ordinaires et de l'activité des élèves.

Ces alternatives sont susceptibles de provenir des pratiques enseignantes elles-mêmes, des pratiques ordinaires évaluées comme plus efficaces que d'autres par rapport aux apprentissages mathématiques par des analyses didactiques, à un moment donné : c'est un résultat tout à fait remarquable de la thèse de Chesnais (2009). Elles peuvent également être pensées sur la base de résultats de recherche sur les difficultés d'élèves observées et étudiées comme des effets des pratiques enseignantes. C'est à mon sens la piste creusée par Butlen

(2007) dans la construction d'un dispositif visant à créer et à développer la mémoire collective de la classe autour du calcul mental à l'école.

Il me semble y avoir une troisième voie possible qui est celle que nous envisageons dans la thèse en cours de Constantin (Constantin et Coulange 2012). Nous partons de nos propres résultats de recherche sur les pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages (Constantin 2008). Nous essayons de construire une réponse satisfaisante à nos constats sur l'absence d'un discours « enseignant » ou mathématique « savant » à même d'éclairer les usages et les adaptations des techniques algébriques attenantes à la propriété de distributivité. Cette proposition alternative d'enseignement du calcul littéral me paraît originale à plusieurs titres. Par exemple, nous avons choisi d'expliciter y compris par le biais d'interventions de la part de l'enseignant, des savoirs qui ne sont pas explicités (en tout cas dans la référence savante). Il peut s'agir de savoirs préconstruits (Mercier 1992) dont la signification nécessite d'être reprise et modifiée (par exemple, la signification nouvelle à donner aux égalités comme équivalences de programmes de calculs) ou de notions protomathématiques (Chevallard 1991) comme la reconnaissance d'une « forme commune » d'expressions numériques ou algébriques. Une autre originalité est le long terme envisagé dans les apprentissages. D'emblée la distributivité n'est pas considérée comme une notion nouvelle, du fait de développements « en acte » rencontrés par les élèves à l'école (à l'occasion de calculs réfléchis ou posés). Nous envisageons également comment prendre en charge les adaptations de connaissances sur les techniques de développement ou de factorisation tout au long du collège. La distributivité est dès lors appréhendée comme un savoir Formalisateur Unificateur et Généralisateur (Robert 2008c) et non comme une (ou plusieurs) notion(s) nouvelle(s). Dans cet effort de *design* didactique, on retrouve trace de ma réflexion sur l'institutionnalisation, mais elle est davantage orientée vers les savoirs mathématiques et le sens de ces savoirs que vers les pratiques enseignantes. Mais n'oublions pas que ce *design* part de l'étude de ces pratiques « ordinaires » d'enseignement de l'algèbre et se nourrit en permanence de résultats de recherche à ce sujet. C'est d'ailleurs ce qui fonde l'espoir qu'elle sera plus que d'autres peut-être propice à provoquer une évolution de ces pratiques à des fins d'amélioration des apprentissages des élèves en algèbre.

A cet égard, la thèse de Constantin représente aussi pour moi un premier pas vers une démarche d'élaboration d'ingénieries didactiques « au plus près » des pratiques enseignantes. J'espère également à l'avenir développer d'autres alternatives de pratiques d'enseignement des mathématiques fondées par des études de l'ordinaire de ces pratiques et de leurs effets sur les apprentissages. Là-encore, cela pourrait faire l'objet de thèses à venir et à encadrer.

BIBLIOGRAPHIE

Abou Raad N., Mercier A. (2009) Etude comparée de l'enseignement de la factorisation par un facteur commun binôme, en France et au Liban. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 29(2) 155-288.

Arditi S. (2011) *Variabilité des professeurs des écoles utilisant un même manuel écrit par des didacticiens.* Thèse de doctorat, Université Paris Diderot.

Artigue M. (2011), L'ingénierie didactique comme thème d'étude. In Margolinas C. et al. (Eds.) *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (pp. 15-25). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Artigue M. (2012) Enseignement et apprentissage de l'algèbre, Contribution à la conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques (13 mars 2012), IFE, ENS de Lyon. http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conference-nationale/contributions/conference-nationale-artigue-1

Assude T. (1996) De l'écologie et de l'économie d'un système didactique : une étude de cas. *Recherches en didactique des mathématiques* 16(1) 47-70.

Assude T., Coppé S., Pressiat A. (à paraître) Tendances de l'enseignement de l'algèbre élémentaire au collège : atomisation et réduction. In Coulange L. et Drouhard J-P. (Eds.) *Enseignement de l'algèbre, Bilan et perspectives. Recherches en didactique des mathématiques Hors série*. (pp. 35-56). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Assude T., Mercier A. (2007) L'action conjointe professeur-élèves dans un système didactique orienté vers les mathématiques. In G. Sensevy et A. Mercier (Eds), *Agir ensemble.* (pp. 153-185). Presses Universitaires de Rennes.

Bautier E., Goigoux R. (2004) Difficultés, processus de secondarisation et pratiques enseignantes : une hypothèse relationnelle. *Revue Française de Pédagogie* 148 89-100.

Bautier E., Crinon J. et Rochex J.-Y.(2011) Introduction. In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds) *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 9-16). Rennes : PUR, Coll. Paideia.

Ball D. L. (1988) *Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education*. Thèse du Michigan State University.

Ball D. L., Hill H. C. (2008) Measuring teacher quality in practice. In Gitomer D. H. (Ed.) *Measurement issues and assessment for teaching quality*. (pp. 80-98). Sage Publications.

Bautier E. (2008) Pratiques scolaires et inégaloyés sociales. In Rouchier A. et Bloch I. (Eds) *Perspectives en didactique des mathématiques.* (pp. 135-151). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Ben Nejma (2009) *D'une réforme à ses effets sur les pratiques enseignantes - une étude de cas : l'enseignement de l'algèbre dans le contexte scolaire tunisien*. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot.

Ben Nejma S., Coulange L. (2009) A propos des effets d'une réforme sur les pratiques enseignantes, une étude de cas au niveau du secondaire en Tunisie. In Kunziak A., Sokhna M. Vincent N. (Eds) *Revue Internationale Francophone (numéro spécial),* 197-210.

Bernstein B. (2007) *Pédagogie, contrôle symbolique et identité : théorie, recherche, critique.* traduit par Ramognino – Le Déroff G., Vitale P. Sainte Foy (Québec) : Presses de l'Université de Laval.

Bessot A. (2011) L'ingénierie didactique au cœur de la recherche en théorie des situations didactiques. In Margolinas C. et al. (Eds) *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (pp. 29-56). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Bessot A., Coulange L. (1999) Analyse a posteriori d'un protocole à l'aide d'un modèle local a priori. In Noirfalise (Ed.) *Actes de l'Université d'Eté de didactique des mathématiques de 1998* (pp. 53-64). Clermont-Ferrand : IREM de Clermont Ferrand.

Bloch I. (1999) L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève : un exemple dans l'enseignement de l'analyse en Première scientifique. *Recherches en didactique des mathématiques* 19(2), 135-194.

Bonnéry S. (2007) *Comprendre l'échec scolaire. Elèves en difficultés et dispositifs pédagogiques*. Paris : La Dispute.

Bonnéry S. (2011) Sociologie des dispositifs pédagogiques : structuration matérielle et technique, conceptions sociales de l'élève et apprentissages inégaux. In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds.), *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 133-146), Rennes : PUR, Coll. Paideia.

Bonnéry S., Coulange L. (2008) Pratiques scolaires et inégalités sociales, études de cas en CM2-Sixième, in Rouchier (Ed) *Actes CD-ROM de la XIII Ecole d'Eté de didactique des mathématiques*, Sainte-Livrade, IUFM d'Aquitaine.

Bosch M..,Chevallard Y.(1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs : objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques* 19(1) 77–124.

Bosch M., Fonseca C., Gascon J., (2004) Incompletitud de las organisaciones matemáticas locales en las instituciones escolares. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 24(2/3) 205–250.

Brousseau G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des Mathématiques* 7(2) 33-115.

Brousseau G. (1988). Les différents rôles du maître. *Bulletin de l'A.M.Q.* 23 14-24.

Brousseau, G. (1996) L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. In Noirfalise R., Perrin M.J. (Eds) *Actes de la 8ème Ecole d'Ete de didactique des mathématiques* (pp. 3-46), Clermont-Ferrand ; IREM Clermont-Ferrand.

Brousseau G. (1997) La théorie des situations didactiques (Cours donné lors de l'attribution du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal). *Interactions didactiques.* Genève.

Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau G. (2002) Les doubles jeux de l'enseignement des mathématiques. Questions éducatives, l'école et ses marges : Didactique des mathématiques. *Revue du Centre de Recherches en Education* 22-23 83-155.

Brousseau G. (2005) Recherche en éducation mathématique. *Bulletin de l'APMEP* 457 213-225.

Bulf C. (2011) Les effets de l'enseignement de la symétrie axiale sur celui de la symétrie centrale : une étude de cas en France. *Recherches en didactique des mathématiques* 31(1) 51–77.

Bulf C., Coulange L. (à paraître) Usages de la théorie des situations didactiques dans la formation en mathématiques de futurs professeurs des écoles, In M. Elalouf et A. Robert (Eds.) *Les didactiques en questions : état des lieux et perspectives pour la recherche et la formation* (12 p.) De Boeck.

Bulf C., Celi V., Coulange L., Reydy C., Train G., Urruty P. (2010) La résolution de problèmes en questions - quels savoirs ou quels savoir-faire ? Quelle institutionnalisation ? *Actes CD-ROM du XXXVIIème colloque de la COPIRELEM*, La Grande Motte 2010.

Bulf C., Mathé A.-C., Mithalal J., Wozniak F. (à paraître) Le langage en classe de mathématiques, quels outils d'analyse en didactique des mathématiques, *Actes de la 16^e^ Ecole d'Eté de didactique des mathématiques (Carcassonne 2011).*

Butlen D. (2004) *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs des écoles*. Note de synthèse pour l'habilitation à Diriger des recherches, Université Paris 8.

Butlen D. (2007) *Le calcul mental, entre sens et technique*. Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.

Butlen D., Peltier-Barbier M.L., Pézard M. (2004) Des résultats relatifs aux pratiques de professeurs débutants ou confirmés enseignant les mathématiques à l'école. In Peltier-Barbier M-L (Ed.) *Dur pour les élèves, dur pour les enseignants, dur d'enseigner en ZEP* (pp.70–81). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Carnus M-F., Garcia-Debanc C., Terrisse A. (2008) *Analyse des pratiques des enseignants débutants, Approches didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Castela C. (2008) Approche didactique des processus différenciateurs dans l'enseignement des mathématiques : l'exemple des apprentissages relatifs à la résolution de problèmes. In Rouchier A. et Bloch I. (Eds) *Perspectives en didactique des mathématiques* (pp. 89-114). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Castela C. (2011) *Le travail personnel au cœur du développement praxéologique des élèves en tant qu'utilisateurs de mathématiques*. Note de synthèse pour l'habilitation à Diriger des recherches, Université Paris Diderot.

Chaachoua H., Comiti C. (2010) L'analyse du rôle des manuels dans l'approche anthropologique. In Bronner A. et al. (Eds) *Apports de la théorie anthropologique, Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils et connaissances d'action* (pp. 771-790). Montpellier : IUFM de l'Académie de Montpellier.

Chaachoua H., Chiappini G., Pedemonte B.,. Croset M.-C, Robotti E. (à paraître) Introduction de nouvelles représentations dans deux environnements pour l'apprentissage de l'algèbre : AlNuSet et APLUSIX. In Coulange L. et Drouhard J-P. (Eds.) *Enseignement de l'algèbre, Bilan et perspectives. Recherches en didactique des mathématiques Hors série*. (pp. 247-275). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Charles-Pézard M., Butlen D., Masselot P. (2012) *Professeurs des écoles débutants en ZEP. Quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chesnais A. (2009) *L'enseignement de la symétrie axiale en sixième dans des contextes différents : les pratiques de deux enseignants et les activités des élèves*. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot.

Chesnais A., Dreyfus M. (2012) Quelle différenciation langagière dans une classe de maths en ZEP ? *Communication dans le cadre de journées d'étude de l'équipe E3D (29-30 mai 2012) LACES à Bordeaux.*

Chevallard Y. (1985) Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au Collège, Première partie, L'évolution de la transposition didactique. *Petit x* 5 51–94.

Chevallard Y. (1988) Esquisse d'une théorie formelle du didactique. In C. Laborde (Ed.), *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique* (pp. 97-106). Grenoble : La Pensée sauvage.

Chevallard Y. (1989a) *Arithmétique, algèbre, modélisation. Etapes d'une recherche.* Marseille : Publications de l'IREM d'Aix-Marseille.

Chevallard Y. (1989b) Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au Collège, Deuxième partie, La notion de modélisation. *Petit x*19 43–75.

Chevallard Y. (1990) Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au Collège, Troisième partie, Voie d'attaque et problèmes didactiques. *Petit x* 30 5–15.

Chevallard Y. (1991) *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chevallard Y. (1997) Familière et problématique, la figure du professeur. *Recherches en didactique des mathématiques* 17(3) 17-54.

Chevallard Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques* 19(2) 221–266.

Chevallard Y., Bosch M. (à paraître) L'algèbre entre effacement et réaffirmation. Aspects critiques de l'offre scolaire d'algèbre. In Coulange L. et Drouhard J-P (Eds). *Enseignement de l'algèbre, Bilan et perspectives. Recherches en didactique des mathématiques Hors série*. (pp. 13-33). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chevallard Y., Cirade G. (2006) Organisations et techniques de formation des enseignants de mathématiques. In Chiocca C.-M., Laurençot I. (Eds) *De l'intégration des technologies aux dispositifs de formation (CD-ROM)*. Toulouse : ENFA et IUFM Midi-Pyrénées.

Chopin M.-P. (2008) La visibilité didactique : un milieu pour l'action du professeur. Présentation d'un concept pour l'étude de pratiques d'enseignement. *Education et didactique* 2(2) 63–80.

Cirade G. (2006) *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel.* Thèse de doctorat, Université d'Aix-Marseille I.

Clivaz S. (2011) *Des mathématiques pour enseigner. Analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire*. Thèse de doctorat, Université de Genève.

Clot Y. (2008) *Travail et pouvoir d'agir*. Paris : PUF.

Comiti C., Grenier D. (1997) Régulations didactiques et changements de contrats. *Recherches en didactique des mathématiques* 17(3) 81-102.

Comiti C., Grenier D., Margolinas C. (1995) Niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques. In Arsac G. et al. (Eds.) *Différents types de savoirs et leur articulation* (pp. 92-113). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Conne F. (1992) Transposition didactique : savoir et connaissances. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 12(2.3) 196-221.

Constantin C. (2008) *Des fragilités du collégien aux difficultés du lycéen en mathématiques, deux études de cas : Yoan et Joanna.* Mémoire de Master2 recherche, Université Paris Diderot.

Constantin C., Coulange L. (2010) Des fragilités du collégien aux difficultés du lycéen en mathématiques. *Séminaire franco-italien SFIDA 34*, Nice.

Constantin C., Coulange L. (2012) In search for a specific algebraic task design or how to elaborate a situation highlighting algebraic techniques in second grade, *e-proceedings of ICME 12*, Séoul, Corée.

Coulange L. (2000) *Etude des pratiques du professeur du double point de vue écologie et économique.* Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier.

Coulange L. (2001a) Enseigner les systèmes d'équations en Troisième, Une étude économique et écologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 21(3) 305-353.

Coulange L. (2001b) Évolution du passage arithmétique-algèbre dans les manuels et les programmes du 20^{e} siècle: contraintes et espaces de liberté pour le professeur. *Petit x* 57 61-78.

Coulange L. (2006) Teaching setting up equations: Teacher's activity and Knowledge. In Bosch (Ed.) *Proceedings of* CERME 4 (pp. 1462-1472) San Feliu de Guixols, Espagne.

Coulange L. (2008) Étude des pratiques d'enseignants néo-titulaires dans des collèges ZEP. In Gueudet G. et Matheron Y. (Eds) *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques 2007-2008* (pp. 215-243). Paris : IREM de Paris 7 et ARDM,.

Coulange L. (2010) Etude des pratiques de professeurs débutants dans des collèges ZEP, In Bronner A. et al. (Eds.) *Apports de la théorie anthropologique, Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils et connaissances d'action* (pp.349-372). Montpellier : IUFM de l'Académie de Montpellier.

Coulange L. (2011) Quand les savoirs mathématiques à enseigner deviennent incidents. Étude des pratiques d'enseignement des mathématiques d'une enseignante de CM2. In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds), *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 33-44), Rennes : PUR, Coll. Paideia.

Coulange L. (sous presse) Débuter en collège ZEP : quelles pratiques enseignantes ? Un zoom sur deux professeurs de mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques Vol. 32.3*, 361-408, La Pensée Sauvage.

Coulange L. (2012a) Pratiques d'enseignement et production d'inégalités dans les apprentissages mathématiques à l'école, *Actes du colloque de l'Espace Mathématiques Francophone 2012*, Genève.

Coulange L. (2012b) Pratiques d'enseignement des mathématiques à l'école. Institutionnalisation : une notion à réactualiser ? Communication au *séminaire du laboratoire ACTE*, Clermont-Ferrand.

Coulange L., Bessot A. (1999) Structuration du milieu et modèle local a priori. In Noirfalise R. (Ed) *Actes de l'Université d'Eté de didactique des mathématiques de 1998* (pp. 39–51) IREM de Clermont Ferrand..

Coulange L., Ben Nejma S., Constantin C., Lenfant-Corbin A. (à paraître en octobre 2012), Des pratiques enseignantes aux apprentissages des élèves en algèbre. In Coulange L. et Drouhard J-P. (Eds) *Enseignement de l'algèbre, Bilan et perspectives, Recherches en didactique des mathématiques Hors série* (pp. 57-79). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Coulange L. et Drouhard J-P. (à paraître) *Enseignement de l'algèbre, Bilan et perspectives, Recherches en didactique des mathématiques Hors série*, Grenoble : La Pensée Sauvage.

Coulange L., Grugeon B. (2008) Pratiques enseignantes et transmissions de situations d'enseignement en algèbre, *Petit x 78* 5-23.

Coulange L., René de Cotret S. (2003) Utilisation d'un environnement informatique d'enseignement et d'apprentissage de la mise en équation par un professeur. *Séminaire franco-italien SFIDA 21*, Nice.

Croset M.-C. (2009) *Modélisation des connaissances des élèves au sein d'un logiciel éducatif d'algèbre. Etude des erreurs stables inter-élèves et intra-élève en termes de praxis-en-acte.* Thèse de l'Université Joseph Fourier.

Deblois L. et Larivière A. (2012) Une analyse du contrat didactique pour interpréter les comportements des élèves au primaire. *Actes du colloque de l'Espace Mathématiques Francophone 2012*, Genève.

Derriche A. (2004) L'algèbre pour généraliser et prouver en classe de quatrième, Université Mémoire de Master2 recherche, Université Paris Diderot.

Douek N., Morselli F. (à paraître) Preuve et algèbre au collège : de la conception d'une séquence d'apprentissage à l'évolution du cadre théorique de référence. In Coulange L. et Drouhard J-P (Eds) *Enseignement de l'algèbre, Bilan et perspectives, Recherches en didactique des mathématiques Hors série* (pp. 277-298), Grenoble : La Pensée Sauvage.

Drouhard J.-P., Panizza M. (à paraître) Hansel et Gretel et l'implicite sémio-linguistique en algèbre élémentaire. In Coulange L. et Drouhard J-P. (Eds) *Enseignement de l'algèbre, Bilan et perspectives, Recherches en didactique des mathématiques Hors série* (pp. 203-229). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Duval R. (1996) Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ? *Recherches en Didactique des Mathématiques* 16(3) 349–382.

Félix C. (2002) *Une analyse comparative des gestes de l'étude personnelle : le cas des mathématiques et de l'histoire*. Thèse de doctorat, Université d'Aix-Marseille.

Félix C., Joshua S. (2002) Le travail des élèves à la maison : une analyse didactique en termes de milieu pour l'étude. *Revue Française de Pédagogie* 141 89-97.

Gascon J. (1995) Un nouveau modèle de l'algèbre élémentaire comme alternative à l'algèbre généralisée, Petit x 37 43–63.

Gobert S. (à paraître) Construire des significations, dans et par le langage. *Actes de la 16e Ecole d'Eté de didactique des mathématiques (Carcassonne 2011).*

Grenier D. (1988) *Construction et étude du fonctionnement d'un processus sur la symétrie orthogonale*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier.

Grenier D. (1989) Construction et étude d'un processus d'enseignement de la symétrie orthogonale: éléments d'analyse du fonctionnement de la théorie des situations. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 10(1) 5-60.

Grugeon-Allys B., Pilet J., Chenevotot-Quentin F., Delozanne E. (à paraître) Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. In Coulange L. et Drouhard J-P. (Eds) *Enseignement de l'algèbre, Bilan et perspectives, Recherches en didactique des mathématiques Hors série,* (pp.133-158). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Grugeon B. (2010) Evolution des pratiques des professeurs débutants de mathématiques pendant les premières années d'exercice. In Goigoux R et al. (Eds.) *Les parcours de formation des enseignants débutants* (pp.205–224). Clermont-Ferrand : Presses Universitaires Blaise Pascal.

Haspekian M. (à paraître) Apports et limites du tableur dans l'enseignement de l'algèbre. Questions d'instrumentation. In Coulange L. et Drouhard J-P. (Eds) *Enseignement de l'algèbre, Bilan et perspectives, Recherches en didactique des mathématiques Hors série,* (pp.119-132), Grenoble : La Pensée Sauvage

Hersant, M. (2001) *Interactions didactiques et pratiques d'enseignement, le cas de la proportionnalité au collège*. Thèse de doctorat Paris Diderot..

Hersant M. (2010) *Le couple (contrat didactique, milieu) et les conditions de la rencontre avec le savoir en mathématiques : de l'analyse de situations ordinaires au développement de situations pour les classes ordinaires.* Note de synthèse pour l'Habilitation à diriger des recherches, Université de Nantes.

Hersant M., Perrin-Glorian M.J. (2005) Characterization of an Ordinary Teaching Practice with the Help of the Theory of Didactic Situations. *Educational Studies in Mathematics* 59 (1-3) 113-151.

Houdement C., Kuzniak A. (1996) Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches enDidactique des Mathématiques* 16(3) 289–322.

Houdement C., Kuzniak A. (2006) Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. Annales de didactique et de sciences cognitives 11 175–193.

Jaubert M., Rebière M. (2003) Parler et débattre pour apprendre. In Chabanne J.C., Bucheton D. (Eds) *Parler, écrire pour penser*. Paris : PUF.

Joigneaux C. (2011) Forme scolaire et différenciation des élèves à l'école maternelle. Un cas d'école ? In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds), *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 147-156) Rennes : PUR, Coll. Paideia.

Kervyn B. (2011) Caractéristiques et pertinence de la recherche-action en didactique du français. In Daunay B., Reuter Y., Schneuwly B. (Eds.) *Les concepts et les méthodes en didactique du français* (pp. 219-250). Presses Universitaires de Namur.

Kuzniak A. (2003) *Paradigmes et espaces de travail géométriques.* Note de synthèse pour l'habilitation à diriger les recherches. Université Paris Diderot.

Lima I. (2006) *De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs – Etude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier.

Ma L. (1999) *Knowing and teaching elementary mathematics.Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

Margolinas C. (1993) Le *vrai et le faux dans la classe de mathématiques,* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Margolinas C. (1995) La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. In Margolinas C. *Les débats de didactique des mathématiques* (pp. 89-102) Grenoble : La Pensée Sauvage.

Margolinas C. (1999) Les pratiques de l'enseignant. Une étude de didactique des mathématiques ; recherche de synthèses et perspectives. In Bailleul M. (Ed.) *Actes de la Xe Ecole d'Eté de didactique des mathématiques* (pp. 10-33). Caen : ARDM.

Margolinas C. (2002) Situations, milieux, connaissances – Analyse de l'activité du professeur. In Dorier J-L. et al. (Eds.) *Actes de la 11e École d'Été de didactique des mathématiques* (pp.141-156). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Margolinas C. (2002) Situations, milieux, connaissances – Analyse de l'activité du professeur. In Dorier J-L. et al. (Eds.), *Actes de la XIe École d'Été de didactique des mathématiques (version CD-ROM, site web),* La Pensée Sauvage.

Margolinas C. (2004) *Points de vue de l'élève et du professeur : Essai de développement de la théorie des situations didactiques*. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger les recherches. Université de Provence.

Margolinas C., Coulange L., Bessot A. (2005) What can the teacher learn in the classroom? *Educational Studies in Mathematics.* 59 (1-3),205-234..

Margolinas C., Laparra M. (2008) Quand la dévolution prend le pas sur l'institutionnalisation. *Actes du colloque « Les didactiques et leur rapport à l'enseignement et à la formation », Bordeaux.*
http://www.aquitaine.iufm.fr/infos/colloque2008/cdromcolloque/communications/marg.pdf.

Margolinas C., Perrin-Glorian M.-J. (1997) Des recherches visant à modéliser le rôle de l'enseignant, Editorial. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 17(3) 7-16.

Margolinas C., Rivière O. (2005) La préparation de séance : un élément du travail du professeur. *Petit x* 69 32–57.

MatheronY., Noirfalise R. (2005) Construire un savoir professionnel pour le professeur de mathématiques, quelques exemples d'outils apportés par la théorie anthropologique du didactique. *Petit x* 70 30–47.

Mauss M. (1950) *Sociologie et anthropologie*. Paris : PUF.

Mercier A. (1992) *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique*. Thèse du troisième cycle, Université de Bordeaux I.

Mercier A. (1995) La biographie didactique d'un élève et les contraintes temporelles de l'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 17(3) 7-16.

Mercier A. (2008) Pour une lecture anthropologique du programme didactique. *Education et didactique* 15(1) 97–142.

Pariès M., Robert A., Roglaski J. (2008) Analyses de séances en classe et stabilité des pratiques d'enseignants expérimentés du second degré. *Educational Studies of mathematics* 68 55–80.

Peltier-Barbier M.-L. (Ed.) (2004a) *Dur pour les élèves, dur pour les enseignants, dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Peltier-Barbier M.-L. (2004b) Difficultés pour observer les pratiques en REP, méthodologie adoptée et premiers résultats. In Peltier-Barbier M-L (Ed.) *Dur pour les élèves, dur pour les enseignants, dur d'enseigner en ZEP* (pp. 219–233). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Perrin-Glorian M.-J. (1993) Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes faibles. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 13 (2) 5-118.

Perrin-Glorian M-J. (1999) Problèmes d'articulation de cadres théoriques : l'exemple du concept de milieu, *Recherches en didactique des mathématiques*19(3) 279–322.

Perrin-Glorian M.-J. Hersant, M. (2003) Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 23(2) 217-276.

Perrin-Glorian M.-J., Salin M.-H. (2010) Didactique de la géométrie. Peut-on commencer à faire le point ? In Coulange L. et Hache (Eds) *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques. Année 2009* (pp. 47-81). Paris : ARDM et IREM de Paris 7.

Ratsimba-Rajohn H. (1982) Eléments d'étude de deux méthodes de mesures rationnelles. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 3(1) 65-113.

Rayou P. (2010) *Faire ses devoirs. Enjeux cognitifs et sociaux d'une pratique ordinaire*. Rennes : PUR, Coll. Paideia.

Rebière M., Gobert S. (à paraître) Construire des significations, dans et par le langage. *Actes de la 16^e^ Ecole d'Eté de didactique des mathématiques (Carcassonne 2011).*

Rogalski J. (2008) Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie ergonomique. In Vandebrouk F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp.23–30). Toulouse : Octarès Editions.

Robert A. (2001) Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 21 (1/2) 57–80.

Robert A. (2008a) Le cadre général de nos recherches en didactique des mathématiques. In Vandebrouk F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp.11–22). Toulouse : Octarès Editions.

Robert A. (2008b) Une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. In Vandebrouk F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp.45–54). Toulouse : Octarès Editions.

Robert A. (2008c) La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In Vandebrouk F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp.59–65). Toulouse : Octarès Editions.

Robert A., Roditi E., Grugeon B. (2007), Diversités des offres de formation et travail du formateur d'enseignants de mathématiques du secondaire. *Petit x* 74 60-90.

Robert A., Rogalski J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignantes de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologie*s 2(4) 505–528.

Rochex J-Y. (2011a), Au cœur de la classe, contrats didactiques différentiels et productions d'inégalités, In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds) *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 91-110). Rennes : PUR, Coll. Paideia.

Rochex J-Y. (2011b) Conclusion la fabrication de l'inégalité scolaire : une approche bernsteinienne, In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds) *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 173-198). Rennes : PUR, Coll. Paideia.

Rochex J-Y., Crinon J. (2011) *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements*. Rennes : PUR, Coll. Paideia.

Roditi E. (2003) Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en sixième. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 23(2) 183–216.

Roditi E. (2010). Le développement des pratiques enseignantes en mathématiques d'un professeur d'école : une étude sur dix années d'exercice. In Coulange L. et Hache C. (Eds) *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques Année 2009* (pp. 201-227). Paris: ARDM et IREM de Paris 7.

Rouchier A. (1991) *Etude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatique élémentaires : proportionnalité, structures itérativo-récursives, institutionnalisation*. Université d'Orléans.

Ruiz-Munzón N., Matheron Y., Bosch M., Gascón J. (à paraître), Autour de l'algèbre : les entiers relatifs et la modélisation algébrico-fonctionnelle.In Coulange L. et Drouhard J-P. (Eds) *Enseignement de l'algèbre, Bilan et perspectives, Recherches en didactique des mathématiques Hors série*, (pp. 81-101). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Sabena C., Robutti O., Ferrara F., Arzarello F. (à paraître), The development of a semiotic framework to analyze teaching and learning processes: examples in pre- and post-algebraic contexts. In Coulange L. et Drouhard J-P. (Eds) *Enseignement de l'algèbre, Bilan et perspectives*, *Recherches en didactique des mathématiques Hors série*, (pp. 231-245). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Sensevy G. (2010) Notes sur la théorie anthropologique du didactique. In Bronner A. et al. (Eds) *Apports de la théorie antrhopologique, Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils et connaissances d'action* (pp. 215-229). Montpellier : IUFM de l'Académie de Montpellier.

Schliemann A. D., Carraher D. W., Brizuela B. M. (à paraître), Algebra in elementary school. In Coulange L. et Drouhard J-P. (Eds) *Enseignement de l'algèbre, Bilan et perspectives, Recherches en didactique des mathématiques Hors série*, (pp. 103-118). Genoble : La Pensée Sauvage.

Schubaeur-Leoni M.-L. (1988) Le contrat didactique dans une approche psycho-sociale des situations d'enseignement, *Interactions didactiques* 8 63-75.

Shulman L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher 15*(2) 4-14.

Vandebrouk F. (2008) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Octarès Editions

ANNEXE

GLOSSAIRE : SUJET, PRATIQUES, ACTIVITE, CONNAISSANCE, SAVOIR

Ce glossaire vise à éclaircir la signification de termes souvent communs aux trois approches didactiques sur les pratiques enseignantes, convoquées dans ma note de synthèse : la théorie des situations didactiques, la théorie anthropologique et la double approche ergonomique. Si la forme « glossaire » peut le suggérer, il ne s'agit pas que d'une question de vocabulaire. Chaque approche didactique a un arrière-plan théorique, une épistémologie qui lui est propre, que ce glossaire peut éventuellement contribuer à éclaircir.

La théorie des situations didactiques

Pour la théorie des situations, les termes retenus sont « sujet », » connaissance », « savoir », communs aux autres approches. Je m'attarde également sur « institutionnalisation ». Cette notion théorique permet de faire la jonction entre connaissance et savoir et, elle joue un rôle central dans mes recherches actuelles et à venir (voir notamment le chapitre 4 et la partie conclusions et perspectives de la note).

Sujet ou « actant », Connaissance

Dans la théorie des situations didactiques, le sujet ou « l'actant » est modélisé par ses connaissances didactiques ou mathématiques : on parle d'un sujet épistémique (et *a fortiori* relativement générique). Dans ce cadre, les connaissances sont appréhendées comme des instruments de contrôle, permettant des prises de décisions ou de choisir une action (Brousseau 1998). Aux connaissances sont associés des « modèles implicites de l'action », qui peuvent être représentés par des descriptions de stratégies ou des procédures que le sujet semble suivre. Brousseau (1997) parle également du sens d'une connaissance qui est formé d'une part par les modèles implicites d'action qui lui sont associés (dialectique de l'action), mais aussi par des formulations ou des formalisations à l'aide desquelles la connaissance peut être communiquée (dialectique de la formulation), et enfin par les raisonnements ou les preuves dans lesquelles elle peut être impliquée (dialectique de la validation). Les dialectiques de l'action, de la formulation et de la validation envisagées marquent des changements de statuts des connaissances, qui correspondent à trois principales fonctionnalités du savoir mathématique dans une situation didactique (Bessot 2011). Une connaissance qui demeurerait implicite dans l'action et qui ne serait ni formulée, ni validée, resterait attachée à une situation didactique donnée, et serait dès lors destinée à être perdue. Cette question de la possibilité de récupération ultérieure des connaissances va également de pair avec la question de l'institutionnalisation.

Connaissance et savoir

Dans le cadre de la théorie des situations, la distinction entre savoirs et connaissances marque un changement de fonction. Les connaissances sont liées au sujet et à la situation didactique. Autrement dit, elles apparaissent comme l'effet de la rencontre du sujet avec une situation relative à un savoir à enseigner. Ainsi, un principe méthodologique fondamental de la théorie des situations consiste précisément à définir les connaissances par une situation (Bessot 2011). Les savoirs quant à eux sont considérés comme des « moyens sociaux et culturels d'identification, d'organisation, de validation et d'emploi des connaissances » ou « des connaissances partagées, réutilisable et légitimées institutionnellement » (Brousseau 1997). La définition des savoirs apparaît donc très liée à celle des connaissances en théorie des situations didactiques. Les termes savoirs et connaissances permettent avant tout de distinguer des fonctionnalités différentes d'objets ou de notions mathématiques partagées. D'une part, le savoir désigne ce qui est légitimé culturellement ou déterminé institutionnellement, et donc partagé. Il n'est plus lié à l'histoire d'un sujet ou de sa rencontre avec une situation mais est associé à celle d'un collectif, d'une institution. D'autre part, le savoir caractérise la reconnaissance de l'utilité et du caractère pérenne d'une connaissance (Conne 1992) : il s'agit de déterminer ce qui peut ou doit en être réutilisé à l'avenir, dans d'autres situations.

Institutionnalisation

L'institutionnalisation, processus de conversion ou de transformation des connaissances vers les savoirs désigne donc un changement de statut, ou de fonction et non d'objet à proprement parler. Rouchier (1991) parle du fait qu'il ne s'agit pas de fabriquer un nouveau « produit » mais d'inscrire la connaissance et le savoir dans des pratiques de niveaux différents. Bessot (2011) parle de transformation de causes, liées aux connaissances et à la situation, en raisons, relatives aux savoirs et à l'institution. Brousseau (1997) envisage deux processus complémentaires englobés dans celui plus global de l'institutionnalisation, qui correspondent aux caractéristiques précitées d'un savoir dans la théorie des situations et participent à ce changement de statut : la dépersonnalisation (au-delà d'un sujet donné) et la décontextualisation (au-delà d'une situation donnée). Il est à noter qu'il parle de redécontextualisation et de redépersonnalisation, ce qui marque d'une certaine façon la préexistence du savoir à la connaissance dans l'institution didactique : ce qui est partagé et reconnu, explicite, au sein de l'institution est plutôt de l'ordre du savoir que de la connaissance. Brousseau (2010)[116] évoque également deux versants complémentaires de l'institutionnalisation qui me semblent éclairer plus avant ce qui s'opère dans ce changement de statut du point de vue des connaissances et des savoirs. Le premier versant serait celui de l'acculturation : il désigne ce qui dans le savoir mathématique peut percoler par les usages, le frayage, la « mise en contact », autrement dit la part attenante aux connaissances. La théorie des situations didactiques met en avant la nécessité d'une acculturation aux savoirs mathématiques (Bessot 2011). Le deuxième versant serait celui de l'enculturation : il désigne dans le savoir, ce qui ne peut se transmettre qu'en référence à une culture dominante donnée, à une institution. Il me semble que ce deuxième versant a été masqué au moins dans un premier temps, dans le développement de la théorie des situations, du fait de l'importance que cette théorie accorde à l'acculturation et à la mise en relation des savoirs avec des connaissances.

[116] En 2010, Brousseau a accepté de me recevoir pour répondre à quelques-unes de mes questions sur l'institutionnalisation, dans le cadre d'un entretien privé. Je l'en remercie tout particulièrement.

La théorie anthropologique du didactique

Les termes retenus : « savoir », « pratiques », « institution » renvoient aux notions les plus centrales de théorie anthropologique du didactique. Ce que j'en dis dans ce glossaire est assez sommaire et vise essentiellement à nourrir la mise en regard avec les deux autres approches. En introduction de leur article, Bosch et Chevallard (1999) retracent la genèse du développement de la théorie anthropologique d'une façon distanciée et remarquable. Renseigner davantage cette partie du glossaire m'aurait fait verser dans des redondances avec leur propos, ce que j'ai trouvé peu judicieux.

Savoir, institution

La théorie anthropologique prend comme objet premier à étudier (et donc à questionner, à modéliser et à problématiser), le savoir mathématique (Bosch et Chevallard 1999). Revenons à ses prémisses, la transposition didactique. D'emblée, il y est question de lever l'illusion de transparence des savoirs mathématiques (Chevallard 1985, réédité en 1991). Il s'agit de ne pas considérer le savoir mathématique « en soi », comme un donné qui ne pourrait pas être questionné, figé dans ses formes savante (savoir savant) ou scolaires (savoir à enseigner ou enseigné) mais d'interroger ces formes d'existence, suivant une logique essentiellement descendante « savoir savant => savoir à enseigner => savoir enseigné ». Une attention particulière est portée à l'épistémologie des savoirs mathématiques, en référence aux sphères savantes ou scolaires. Dans le cadre de la théorie anthropologique, il n'y est plus uniquement question du « savoir savant » et du « savoir à enseigner – enseigné » mais plus largement de formes d'existences institutionnelles du savoir. On considère de façon plus ouverte les institutions (de production ou de diffusion des savoirs mathématiques), et la dialectique de leurs influences potentielles (en quittant notamment la logique descendante précitée du savoir savant au savoir enseigné).

Pratiques, savoir, institution

Dans ce cadre, il est assez peu question d'activité, au sens de l'activité d'un sujet individuel, apprenant ou enseignant (Bosch et Chevallard 1999). Le sujet est directement appréhendé par sa position au sein d'une (ou plusieurs) institution(s) et son activité est d'emblée considérée à un autre niveau, celui des pratiques au sein de cette (ou ces) institutions. Dans ce cadre, la connaissance renvoie quant à elle, à la notion de rapport au savoir, et plus spécifiquement de rapport institutionnel au savoir, c'est-à-dire le rapport élaboré par un sujet « idoine », en référence aux pratiques de l'institution. Dès lors, quand il est question d'activité ou de connaissances du sujet, on se situe immédiatement au niveau des pratiques au sein d'une institution et des savoirs, en lien avec ces pratiques institutionnelles. En quelque sorte, les dimensions individuelles du sujet, de son activité ses connaissances s'effacent derrière les dimensions d'emblée collectives de l'institution, des pratiques et des savoirs. A ce triplet « pratiques, savoirs, institutions » est associé la notion d'organisation praxéologique, qui visent à modéliser les pratiques sociales et l'activité mathématique[117] en particulier (Bosch et Chevallard 1999).

[117] Ici, il ne s'agit pas d'activité du sujet individuel, mais de l'activité humaine au sens de l'anthropologie sociale.

La double approche ergonomique et didactique

Les termes retenus : « sujet », « activité(s) » et « pratiques » pour la double approche sont communs soit à l'une soit à l'autre, des deux approches didactiques précitées. Mais il est précisément intéressant de mettre en regard les significations respectives, contrastées que chaque approche prête à ces termes communs. Il est également à noter qu'après un premier paragraphe un peu général et référé au cadre plus large de la théorie de l'activité, je parle essentiellement du point de vue de l'enseignant développé dans la double approche. Une rubrique « activités » et « connaissances » des élèves aurait pu être ajoutée. La double approche présente également des spécificités dans sa façon d'appréhender les activités des élèves et leurs connaissances. Par exemple, elle met l'accent sur les adaptations de connaissances mathématiques (ce qui révèle à mon sens, sa prise en charge du « temps long » des apprentissages), ou encore, elle cherche à appréhender des activités possibles différentes d'élèves (a minima, a maxima). Mais j'ai fait le choix ici de centrer mon propos sur les activités et les pratiques enseignantes, plus au centre de la note.

Sujet, activité

La double approche s'inscrit dans le cadre plus large de la théorie de l'activité.[118] Dans ce cadre, l'activité du sujet est appréhendée comme finalisée et motivée : elle est constituée d'activités précises orientées par des mobiles, et d'actions tournées vers des buts (Rogalski 2008). La distinction entre tâche et activité devient centrale : la tâche est ce qui est à faire ; l'activité est ce que développe le sujet lors de la réalisation de la tâche (et qui englobe beaucoup plus de choses que les actes extériorisés lors de cette réalisation). Cette activité n'est pas déterminée en dehors du sujet, lui-même considéré à la fois comme sujet à la fois psychologique et social. Rogalski (2008) précise bien que « l'activité est liée à un double système de déterminants, relevant d'une part de la situation[119] (la tâche et son contexte), d'autre part de l'acteur lui-même (ses compétences, son état physique et psychique) ».

La double approche conjugue ce mot « activité » au pluriel. Dans ce cadre, ce sont les activités que les sujets développent en situation qui sont centrales, à la fois du point de vue des apprentissages de ces sujets (élèves) ou de leur développement (professeurs).Toutefois, les activités du professeur y sont considérées d'emblée comme différentes de celle de l'élève (plus que dans le cadre de la théorie des situations et de la théorie anthropologique). Cela tient d'une part à la relation étroite tissée entre le sujet et ses activités décrite ci-avant. D'autre part, les emprunts faits à la psychologie ergonomique invitent, dans la double approche, à considérer que le professeur travaille, et qu'on ne peut étudier ses activités sans tenir compte de ce fait. Notamment, les activités de l'enseignant sont appréhendées par des finalités, dont une part peut ne pas être directement liée aux apprentissages des élèves ou aux savoirs mathématiques à enseigner. Je m'en tiens pour ma part dans ce glossaire, à parler brièvement de ces activités du professeur et des pratiques enseignantes.

Activité(s) du professeur, pratiques enseignantes

Le mot « pratiques » renvoie à tout « ce que l'enseignant pense, dit ou ne dit pas, fait ou ne fait pas, sur un temps long, que ce soit avant, pendant après les séances de classe. », tandis que le mot « activités » renvoie à des moments précis de ces pratiques, référés à des situations spécifiques dans le travail de l'enseignant (Robert 2008c). Le mot « pratiques » représente une montée en généralité à la fois du point de vue des activités précises du sujet (avec des

[118] La théorie de l'activité est développée à la suite des travaux de Vygotski.

[119] ». Notons que le mot « situation » ici, renvoie bien sûr à quelque chose de beaucoup plus large que sa définition dans le cadre de la théorie des situations. S'agissant de l'enseignant, il agit de sa situation de travail.

activités considérées sur plusieurs échelles) et de contraintes qu'impose le métier de professeur (qui se déclinent en déterminants institutionnels, sociaux et personnels). Autrement dit à partir des activités précises du professeur, on essaie de recomposer et de restituer la cohérence de ses pratiques. Ainsi par exemple, les choix des tâches que le professeur propose, sont-ils rapportés non seulement aux activités d'élèves qu'elles sont susceptibles de provoquer (compte tenu des déroulements, et donc des activités possibles des élèves), mais aussi à des contraintes variées liées à l'exercice du métier d'enseignant : avoir une classe « qui tourne », avoir suffisamment d'élèves qui réussissent, être à l'aise sur ce qu'il enseigne, etc. L'objectif de la double approche est de donner les moyens d'analyser les pratiques enseignantes partir de descriptions selon plusieurs dimensions (les composantes des pratiques) et selon différents niveaux d'organisation (micro, local et macro). On recherche une intelligibilité en termes de régularités et de variabilités dans les faits observés dans les pratiques enseignantes et de leur récurrence.