



**HAL**  
open science

# Nouveaux composants optiques pixellisés pour la correction visuelle : modélisation, optimisation et évaluation

Marius Peloux

► **To cite this version:**

Marius Peloux. Nouveaux composants optiques pixellisés pour la correction visuelle : modélisation, optimisation et évaluation. Autre [cond-mat.other]. Université Paris Sud - Paris XI, 2011. Français. NNT : 2011PA112202 . tel-00799958

**HAL Id: tel-00799958**

**<https://theses.hal.science/tel-00799958>**

Submitted on 13 Mar 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique  
Faculté des sciences d'Orsay - Université Paris-Sud XI  
École doctorale Ondes et Matière

THÈSE

présentée par  
Marius PELOUX

pour obtenir le grade de  
DOCTEUR EN SCIENCES

Spécialité : Physique

---

**NOUVEAUX COMPOSANTS OPTIQUES PIXELLISÉS  
POUR LA CORRECTION VISUELLE : MODÉLISATION,  
OPTIMISATION ET ÉVALUATION**

---

Soutenue le 12 octobre 2011  
devant le jury composé de :

M. Jean-Louis DE BOUGRENET DE LA TOCNAYE .... rapporteur  
M. François LACOMBE ..... rapporteur  
M. Thierry LÉPINE ..... examinateur  
M. Alain BOSSEBOEUF ..... examinateur  
M. Laurent BERTHELOT ..... invité  
M. Pierre CHAVEL ..... directeur de thèse



**NOUVEAUX COMPOSANTS OPTIQUES  
PIXELLISÉS POUR LA CORRECTION  
VISUELLE : MODÉLISATION,  
ÉVALUATION ET OPTIMISATION**

Marius PELOUX

*Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique*

Campus Polytechnique - RD 128  
2, avenue Augustin Fresnel  
91127 Palaiseau Cedex - France

2011



---

## Remerciements

---

Mon travail de thèse s'est déroulé d'une part au sein du Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique à Palaiseau et d'autre part dans les locaux de Créteil de la société Essilor International. J'y ai respectivement été encadré par Pierre Chavel et par Laurent Berthelot, à qui j'adresse mes premiers remerciements : premièrement pour m'avoir accueilli dans leurs équipes respectives, mais aussi et surtout pour leur disponibilité et leurs qualités aussi bien techniques qu'humaines, que j'ai beaucoup appréciées pendant mes trois années de travail de thèse.

Je remercie pour ces mêmes qualités mes "co-encadrants" François Goudail, Jean Taboury, Sylvain Chêne et Loïc Quéré. J'ai également beaucoup apprécié la disponibilité d'Hervé Sauer, notamment concernant mon travail sur la colorimétrie, et de Jean-Paul Hugonin qui a consacré beaucoup de temps à ma thèse en développant des calculs "de référence" basés sur les équations de Maxwell.

Je suis très reconnaissant envers les membres de mon jury pour leur intérêt vis-à-vis de mon travail de thèse, et pour leurs commentaires très enrichissants et encourageants : mes rapporteurs François Lacombe et Jean-Louis de Bougrenet de la Tocnaye, ainsi qu'Alain Bosseboeuf, président du jury, et Thierry Lépine.

Un grand merci également à toutes les personnes qui m'ont épaulé au sein d'Essilor, d'un point de vue technique : Sarah Marié, Maxime Boiffier, Bruno Fermigier, Alexis Raposo, Jean-Etienne Lepage, Bernard Pons, Dominique Morin, Frédéric Rhetat, Benjamin Rousseau, Yves Leclaire, Alain Goulet, Marc Reignault, Bruno Amir, Patrick Hugonneaux, Pierre de Coligny et Alexandre Gourraud, ainsi que d'un point de vue juridique : Catherine Derbois, Astrid Sourd et Marc Blusseau.

En outre, je remercie les personnes suivantes, parce qu'elles se sont intéressées à mon travail et parce qu'en plus des personnes mentionnées ci-dessus, elles ont su faire régner une excellente ambiance de travail au sein du site de Créteil d'Essilor et à l'Institut d'Optique : Gilles Le Saux, Vincent Roptin, Nicolas Lavillonnière, Gérard Gelly, Laurent Gatté, Eric Gacoin, Luis Castro, Mathieu Meynen, Jean Stéphane, Alain Bâtard, Hasana Sadiki, Stéphanie Arnon, Patrick Guerrero, Jean-Marc Padiou, Sira Uhalte, Jean-Pierre Flandre, Jonathan Saulny, Stéphanie Vialet, Alain Dubois, Gildas Marin, Bernard Bourdoncle, Marie-Anne

Berthézène, Valérie Jolivet, Stéphane Gueu, Denis Mazuet, Cécile Piétri, mes différents voisins de bureau Gaid Moulin, Céline Benoît, Jean Minet, Guillaume Anna, Noura Matallah et Arnaud Bénérière, et enfin Charles Bourrassin-Bouchet, Sébastien de Rossi, Franck Delmotte, Jean-Louis Meyzonnette, Françoise Bridou, Evgueni Meltchakov, Arnaud Jérôme, Karine Chamillard, Christophe Hecquet, ainsi qu'encore bien d'autres.

Merci aux équipes des sites Essilor de Labège et de Moirans, notamment Jean-Paul Cano, Samuël Archambeau, Romain Fayolle, Claudine Biver, Stéphane Perrot et Jérôme Ballet.

Enfin, je remercie l'ANRT et Essilor International d'avoir financé ce travail de thèse.

En dehors du cadre professionnel, j'exprime ma reconnaissance à ma compagne Pauline ainsi qu'à mes parents et ma sœur Lucie pour leur soutien et leurs encouragements permanents, et plus généralement à toute ma famille et tous mes amis.

---

# Table des matières

---

<b>Table des matières</b>	<b>x</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>xiv</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xv</b>
<b>Choix des notations</b>	<b>xvii</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
0.1 Contexte . . . . .	1
0.2 Principe de la pixellisation . . . . .	3
0.3 Plan de la thèse . . . . .	6
<b>1 Outils de calcul</b>	<b>9</b>
1.1 Modèles d'optique de Fourier . . . . .	10
1.1.1 Décomposition en ondes planes . . . . .	11
1.1.2 Modèle de Rayleigh et Sommerfeld . . . . .	11
1.1.2.1 Approximation de Fresnel . . . . .	12
1.1.2.2 Approximation de Fraunhofer . . . . .	12
1.1.3 Modèle de Harvey et Shack . . . . .	12
1.1.4 Modèle de Sherman, Stammes et Lalor . . . . .	13
1.1.5 Décomposition en ondes planes adaptée aux plans inclinés . . . . .	14
1.2 Outil de simulation d'images . . . . .	16
1.2.1 Convolution . . . . .	16
1.2.2 Étude colorimétrique . . . . .	18
1.2.2.1 Synthèse de couleurs sur un écran d'ordinateur . . . . .	18
1.2.2.2 Simulation d'images en couleurs . . . . .	21
1.3 Conclusion . . . . .	23
<b>2 Étude théorique d'une lentille pixellisée</b>	<b>25</b>
2.1 Étude d'une lentille mince à pixels carrés . . . . .	25
2.1.1 Étude de la forme des ordres de diffraction d'une lentille pixellisée . . . . .	26
2.1.1.1 Lentille pixellisée centrée . . . . .	29
2.1.1.2 Validations expérimentales . . . . .	31

2.1.1.3	Lentille pixellisée décentrée . . . . .	37
2.1.2	Efficacité des ordres de diffraction d'une lentille pixellisée . . . . .	41
2.1.2.1	Cas où la pupille de l'œil est centrée par rapport à la fonction optique du verre . . . . .	42
2.1.2.2	Cas où la pupille de l'œil est décentrée par rapport à la fonction optique du verre . . . . .	44
2.1.3	Autres remarques concernant l'étude de lentilles pixellisées . . . . .	46
2.2	Étude d'une lentille pixellisée présentant des repliements de phase . . . . .	47
2.2.1	Rappels concernant les lentilles de Fresnel . . . . .	48
2.2.2	Lentille pixellisée repliée en phase . . . . .	48
2.3	Minimisation des défauts liés à la pixellisation . . . . .	50
2.3.1	Maillage de type Voronoï . . . . .	51
2.3.2	Superposition de lentilles pixellisées . . . . .	55
2.3.2.1	Principe, simulations . . . . .	55
2.3.2.2	Validation expérimentale . . . . .	59
2.3.2.3	Superposition et lentilles de type Voronoï . . . . .	62
2.3.2.4	Autres avantages de la superposition de lentilles pixellisées	63
2.3.2.5	Synthèse des avantages de la superposition de lentilles pixel- lisées. . . . .	64
2.3.2.6	Limites . . . . .	65
2.4	Conclusion . . . . .	65
<b>3</b>	<b>Applications de la pixellisation en optique passive</b>	<b>67</b>
3.1	La pixellisation comme moyen de fabrication . . . . .	68
3.2	Lentilles simultanément bifocales pixellisées . . . . .	69
3.2.1	Principe de fonctionnement . . . . .	70
3.2.1.1	Description et simulations d'images . . . . .	70
3.2.1.2	Optimisation . . . . .	72
3.2.2	Évaluation . . . . .	72
3.2.2.1	Choix d'un critère d'évaluation . . . . .	72
3.2.2.2	Résultats . . . . .	73
3.3	Lentilles simultanément bifocales binaires . . . . .	76
3.3.1	Rappels . . . . .	76
3.3.2	Principe de l'optimisation d'une lentille bifocale binaire . . . . .	77
3.3.3	Résultats et comparaisons aux lentilles bifocales pixellisées . . . . .	79
3.3.4	Fabrication et caractérisation. . . . .	83
3.3.5	Conclusion. . . . .	86
3.4	Application de lentilles binaires à des verres progressifs . . . . .	87
3.4.1	Principe . . . . .	87
3.4.2	Modèle de calcul . . . . .	88
3.4.2.1	Premières pistes . . . . .	88
3.4.2.2	Adaptation du modèle de décomposition en ondes planes entre deux plans inclinés . . . . .	90
3.4.2.3	Conclusion . . . . .	100
3.5	Conclusion . . . . .	100

<b>4</b>	<b>Evaluation physiologique d'une lentille microstructurée</b>	<b>103</b>
4.1	Principe du montage de mesure de l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle . . . . .	103
4.1.1	Rappels sur la mesure d'acuité visuelle . . . . .	103
4.1.2	Montage de "mesure virtuelle" d'acuité visuelle . . . . .	104
4.1.2.1	Mode de présentation des images . . . . .	104
4.1.2.2	Limites du montage . . . . .	106
4.2	Validation physiologique des simulations d'images . . . . .	108
4.2.1	Protocole . . . . .	109
4.2.1.1	Descriptif . . . . .	109
4.2.1.2	Procédure . . . . .	110
4.2.2	Résultats . . . . .	111
4.2.2.1	Impact de la distance verre-œil : . . . . .	111
4.2.2.2	Impact du diamètre pupillaire : . . . . .	111
4.2.2.3	Conclusion . . . . .	113
4.3	Mesure de l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle d'un porteur . . . . .	114
4.3.1	Protocole . . . . .	114
4.3.1.1	Remarques générales . . . . .	114
4.3.1.2	Choix des jeux de paramètres . . . . .	114
4.3.1.3	Population d'étude . . . . .	115
4.3.1.4	Déroulement d'une séance . . . . .	115
4.3.2	Résultats . . . . .	116
4.3.3	Conclusion . . . . .	117
4.4	Conclusion . . . . .	118
<b>5</b>	<b>Étude de l'aspect cosmétique d'une lentille pixellisée</b>	<b>119</b>
5.1	Étude 1-D de la diffraction à l'interface entre deux pixels . . . . .	120
5.1.1	Principe du modèle . . . . .	121
5.1.2	Validation des résultats . . . . .	123
5.1.3	Limites . . . . .	124
5.1.4	Perspectives d'amélioration du modèle . . . . .	125
5.2	Développement d'un modèle 1-D à l'échelle d'un verre pixellisé . . . . .	126
5.2.1	Principe du modèle . . . . .	126
5.2.1.1	Lentilles $\Delta n$ . . . . .	127
5.2.1.2	Lentilles $\Delta H$ . . . . .	127
5.2.1.3	Calcul à distance finie . . . . .	130
5.2.2	Validation des résultats . . . . .	131
5.3	Développement d'un modèle 2-D à l'échelle d'un verre pixellisé . . . . .	134
5.3.1	Principe du modèle . . . . .	134
5.3.2	Limites . . . . .	136
5.4	Mise en évidence des défauts cosmétiques . . . . .	136
5.4.1	Résultats de simulations . . . . .	136
5.4.2	Étude radiométrique . . . . .	140
5.5	Minimisation des défauts cosmétiques . . . . .	142
5.5.1	Premières pistes . . . . .	142
5.5.2	Optimisation de l'indice du substrat d'une lentille $\Delta n$ . . . . .	143
5.5.3	Optimisation de l'indice du vernis d'une lentille $\Delta H$ . . . . .	147
5.6	Conclusion . . . . .	150

<b>Conclusion générale</b>	<b>151</b>
<b>Annexes</b>	<b>155</b>
<b>A Calcul détaillé de la forme des ordres de diffraction d'une lentille pixellisée</b>	<b>157</b>
<b>B Optimisation d'une superposition de lentilles pixellisées</b>	<b>159</b>
B.1 Critère de Maréchal . . . . .	159
B.2 Éparpillement de la lumière parasite . . . . .	160
<b>C Outils de géométrie 3-D</b>	<b>161</b>
C.1 Changement de repère . . . . .	161
C.2 Formule d'Olinde Rodrigues . . . . .	161
C.3 Vecteur normal à une surface . . . . .	162
<b>D Amélioration du modèle de diffraction à l'interface entre deux pixels</b>	<b>163</b>
D.1 Principe . . . . .	163
D.2 Résultats . . . . .	168
D.3 Limites . . . . .	168
<b>Bibliographie</b>	<b>177</b>

---

## Liste des figures

---

1	Principe de la pixellisation . . . . .	3
2	Observation d'une scène à travers une lentille pixellisée à pixels carrés. . . . .	4
3	Structure d'une lentille pixellisée de type $\Delta n$ . . . . .	5
1.1	Définition des systèmes de coordonnées . . . . .	10
1.2	Repères associés au calcul de décomposition en ondes planes adaptée aux plans inclinés . . . . .	14
1.3	Schéma associé à la justification des calculs de convolution . . . . .	17
1.4	Spectres des luminophores de l'écran CRT et diagramme de chromaticité $xy$ . . . . .	19
1.5	Scène observée à travers une lentille de $1\delta$ de puissance dioptrique . . . . .	23
2.1	Vue schématique de dessus d'une lentille pixellisée à pixels carrés . . . . .	26
2.2	Schéma de principe associé à l'étude détaillée des ordres de diffraction d'une lentille pixellisée . . . . .	27
2.3	Phase induite par une lentille pixellisée . . . . .	28
2.4	Ordres 0 et 1 d'une lentille pixellisée centrée . . . . .	30
2.5	Mise en place d'un banc de mesure de la forme des ordres de diffraction d'une lentille pixellisée . . . . .	32
2.6	Photo du banc de mesure de la forme des ordres de diffraction . . . . .	32
2.7	Ordres (0, 0) et (0, 1) photographiés sur un écran avec une camera linéaire . . . . .	33
2.8	Coupe verticale de l'ordre (0, 1) et comparaison à sa forme théorique. . . . .	33
2.9	PSF associée à une lentille pixellisée et convolution d'un anneau de Landolt par cette PSF . . . . .	34
2.10	Schéma de principe de validation des simulations en couleur. . . . .	35
2.11	Photo d'une scène prise à travers une lentille pixellisée centrée réelle et simulée . . . . .	35
2.12	Photo d'une scène objet prise à travers un doublet pixellisé/réfractif de puissance nulle excentré. . . . .	37
2.13	Éclairement normalisé au foyer image d'une lentille pixellisée décentrée . . . . .	39
2.14	Simulation d'une scène observée à travers un doublet pixellisé/réfractif dans deux différentes conditions d'excentrement et de taille de pupille . . . . .	40
2.15	Phase et figure de diffraction associées à une lentille pixellisée centrée et décentrée . . . . .	41
2.16	Évolution de la valeur maximale acceptable du pas des pixels en fonction de la puissance dioptrique, pour différentes valeurs de l'efficacité de l'ordre (0, 0). . . . .	44

2.17	Phase induite par une lentille réfractive, une lentille de Fresnel, une lentille pixellisée et une lentille de Fresnel pixellisée . . . . .	47
2.18	Diffraction par une lentille réfractive, une lentille de Fresnel, une lentille pixellisée et une lentille de Fresnel pixellisée . . . . .	49
2.19	Principe d'un maillage de type Voronoï . . . . .	51
2.20	Déphasage induit par un composant de type Voronoï et scène observée à travers ce composant . . . . .	52
2.21	Illustration de l'effet du décalage de la pupille de l'œil dans le cas d'une lentille de type Voronoï . . . . .	53
2.22	Schema associé à l'explication du phénomène d'excentrement de l'œil . . . .	54
2.23	Translation d'un demi pixel suivant chaque axe. . . . .	56
2.24	Illustration de l'effet de la superposition de lentilles pixellisées avec translation d'un demi pixel suivant $x$ et $y$ . . . . .	57
2.25	Illustration de l'effet de la superposition de lentilles pixellisées avec translation d'un quart de pixel suivant $x$ et $y$ . . . . .	58
2.26	Illustration de l'effet de la superposition de lentilles pixellisées avec rotation de $30^\circ$ et translation d'un demi pixel suivant $x$ et $y$ . . . . .	59
2.27	Validation expérimentale du principe de superposition de lentilles pixellisées	60
2.28	Cas où les deux lentilles ont subi une rotation l'une par rapport à l'autre .	60
2.29	Cas où les deux lentilles sont "parfaitement" superposées. . . . .	61
2.30	Cas où les deux lentilles sont décalées d'un demi pixel suivant chaque axe. .	61
2.31	Illustration de l'effet de la superposition de lentilles pixellisées de type Voronoï	63
3.1	Représentation de la surface d'une lentille de Fresnel de correction d'astigmatisme réalisée par pixellisation de type $\Delta H$ . . . . .	68
3.2	Vue de dessus de la surface d'une lentille de Fresnel de correction d'astigmatisme réalisée par pixellisation de type $\Delta H$ , avec isophases . . . . .	69
3.3	Plage d'accommodation d'un porteur emmétrope presbyte nécessitant une addition de $2\delta$ . . . . .	70
3.4	Fonction de phase d'une lentille BMKZ et image observée à travers elle . .	71
3.5	FTM et FTP d'une lentille BMKZ . . . . .	74
3.6	Représentation schématique d'un verre de lunette multifocal pixellisé . . . .	75
3.7	Influence du paramètre $\phi$ sur le diamètre des anneaux d'une lentille binaire	77
3.8	Représentation de la FTM d'une lentille binaire pour trois longueurs d'ondes	80
3.9	Simulation d'observation d'une scène à travers une lentille BMKZ et une lentille binaire . . . . .	81
3.10	Rapport de Strehl obtenu en fonction du diamètre pupillaire et du paramètre $\phi$	83
3.11	Profil théorique du doublet bifocal réalisé par usinage diamant dans du PMMA	83
3.12	Mise en évidence des deux puissances du doublet par imagerie . . . . .	84
3.13	Résultat de mise en évidence des deux puissances du doublet par imagerie .	84
3.14	Banc de mesure de la PSF en l'un des deux foyers du doublet bifocal. . . .	85
3.15	Coupe de la PSF mesurée pour le doublet. . . . .	86
3.16	Représentation schématique des effets de prisme et de chromatisme d'une lentille binaire excentrée par rapport à la pupille de l'œil. . . . .	87
3.17	Doublet simultanément bifocal accolé à un verre progressif . . . . .	88
3.18	Amplitude et phase associées à l'ordre $(0, 0)$ et à l'ordre $(0, 1)$ . . . . .	90
3.19	Schéma de principe associé à l'étude de propagation de la lumière à travers un prisme. . . . .	91

3.20	Illustration de l'effet de dispersion de la lumière par un prisme à l'aide du modèle de décomposition en ondes planes entre plans inclinés. . . . .	92
3.21	Schéma de principe associé au modèle de propagation de la lumière à travers un verre épais . . . . .	94
3.22	Notations associées au calcul de propagation de la lumière à travers un verre épais . . . . .	95
3.23	PSF correspondant au "point particulier" . . . . .	97
3.24	Image au fond de la rétine dans le cas d'un doublet réfractif binaire recouvrant toute la surface du verre . . . . .	98
3.25	Illustration de l'excentrement de la pupille dans le cas d'un doublet réfractif binaire centré au niveau de la zone de vision de près . . . . .	99
4.1	Anneaux de Landolt correspondant à une acuité de 1.61/10 . . . . .	105
4.2	Schéma de principe du montage de mesure d'acuité visuelle. . . . .	106
4.3	Perturbation de l'anneau central par les ordres de diffraction d'une zone de blanc périphérique . . . . .	107
4.4	Acuité visuelle affichable sur l'écran . . . . .	108
4.5	Scène vue par le porteur dans le cadre de l'expérimentation de validation physiologique des simulations d'images . . . . .	110
4.6	Seuils d'équivalence des premiers ordres de diffraction . . . . .	112
4.7	Écart entre les valeurs de taille de pupille simulée et les tailles de pupilles mesurées pour chaque sujet. . . . .	113
4.8	Résultats de mesure de la chute d'acuité visuelle provoquée par la pixellisation pour différents jeux de paramètres ( $X, p, P$ ) . . . . .	116
5.1	Photographie des effets esthétiques indésirables induits par la pixellisation .	119
5.2	Schéma associé aux ondes partielles 1,2,3,4,5,6,5',6' . . . . .	122
5.3	Mise en évidence par simulation des pics associés aux différentes ondes partielles	124
5.4	Illustration des limites associées au calcul par ondes partielles . . . . .	125
5.5	Limitation par une pupille de la largeur du faisceau incident . . . . .	126
5.6	Fonctions de hauteur et d'indice associées à une lentille $\Delta H$ . . . . .	128
5.7	Schéma de principe associé au calcul de déphasage supplémentaire à ajouter dans le cas d'une lentille $\Delta H$ . . . . .	129
5.8	Puissance en réflexion de lentilles $\Delta n$ et $\Delta H$ . . . . .	132
5.9	Calcul de diffraction sur une hémisphère associé à la réflexion sur la face avant d'une lentille $\Delta H$ . . . . .	133
5.10	Schéma associé à l'interprétation de l'effet de "ligne sombre". . . . .	137
5.11	Modélisation de l'effet de "ligne sombre" . . . . .	138
5.12	Modélisation de l'effet d'anneaux brillants . . . . .	139
5.13	Schéma associé à l'interprétation de l'effet de visibilité des anneaux de repliement de phase . . . . .	140
5.14	Schéma de principe associé à l'étude radiométrique. . . . .	140
5.15	Représentation schématique d'une lentille $\Delta n$ . . . . .	143
5.16	Illustration de l'effet du substrat d'une lentille $\Delta n$ sur la visibilité de ses anneaux de repliement . . . . .	144
5.17	Illustration de l'effet du choix d'un indice de substrat optimisé sur la visibilité des anneaux de repliement . . . . .	147
5.18	Lentille de Fresnel encapsulée dans un vernis . . . . .	148
D.1	Schéma déplié associé à l'étude de l'onde partielle 3 . . . . .	163

D.2	Schéma déplié associé à l'étude des ondes partielles 5, 5', 6 et 6' . . . . .	166
D.3	Mise en évidence par simulation avec le modèle amélioré des pics associés aux différentes ondes partielles . . . . .	169

---

## Liste des tableaux

---

2.1	Efficacité de diffraction d'une lentille pixellisée centrée . . . . .	43
2.2	Efficacité de diffraction d'une lentille pixellisée décentrée . . . . .	45
4.1	Efficacité de l'ordre de diffraction $(0, 0)$ en fonction des paramètres $(X, p, P)$ choisis pour la mesure . . . . .	115
4.2	Moyenne et écart type de la chute d'acuité visuelle liée à la pixellisation . .	117
5.1	Visibilité des anneaux en fonction de l'indice du substrat pour $\theta = 20^\circ$ . . .	145
5.2	Visibilité des anneaux en fonction de l'indice du substrat pour $\theta = 30^\circ$ . . .	146
5.3	Visibilité des anneaux en fonction de l'indice du substrat pour $\theta = 40^\circ$ . . .	146
5.4	Visibilité des anneaux en fonction de l'indice du substrat pour $\theta = 50^\circ$ . . .	146
5.5	Éclairement maximal au niveau des interfaces dans le cas où $\theta = 20^\circ$ . . . . .	149
5.6	Éclairement maximal au niveau des interfaces dans le cas où $\theta = 30^\circ$ . . . . .	149
5.7	Éclairement maximal au niveau des interfaces dans le cas où $\theta = 40^\circ$ . . . . .	149
5.8	Éclairement maximal au niveau des interfaces dans le cas où $\theta = 50^\circ$ . . . . .	149



---

## Choix des notations

---

Nous fixerons ci-dessous les notations associées aux différentes grandeurs que nous allons considérer dans ce manuscrit, définies notamment dans les ouvrages [1–3].

OPTIQUE ONDULATOIRE :

**Amplitude**  $|U|$ . L'amplitude est un nombre positif exprimé en  $V.m^{-1}$  caractérisant l'amplitude des variations du champ électrique.

**Amplitude Complexe**  $U$ . L'amplitude complexe est une grandeur qui contient l'information sur l'amplitude et la phase  $\phi$  d'une onde lumineuse :  $U = |U| \exp(i\phi)$ .

**Transmittance**  $t$ . Sans unité, la transmittance est une grandeur que l'on peut associer à un composant optique très mince à l'intérieur duquel on néglige les effets de réfraction. Si  $U_i$  et  $U_t$  sont respectivement l'amplitude complexe avant et après traversée du composant, on a alors  $U_t = t \times U_i$ . La phase de la transmittance d'un composant mince sera également appelée fonction de phase.

**Longueur d'onde**  $\lambda$ . La longueur d'onde est la période spatiale d'oscillation du champ électrique. Son unité est le mètre.

RADIOMÉTRIE :

**Éclairement**  $E$ . Exprimé en  $W.m^{-2}$ , l'éclairement est proportionnel au module carré de l'amplitude complexe. Il correspond à un flux de lumière reçue par unité de surface. L'éclairement spectrique est l'éclairement par unité de longueur d'onde. Son unité est le  $W.m^{-2}.nm^{-1}$ . L'existance, que nous noterons de la même manière, est le flux de lumière émis par unité de surface.

**Intensité**  $I$ . Exprimée en  $W.sr^{-1}$ , l'intensité correspond à un flux de lumière émis par une source par unité d'angle solide dans une direction donnée.

**Luminance**  $L$ . La luminance, exprimée en  $W.m^{-2}.sr^{-1}$ , correspond à une intensité lumineuse par unité de surface.

**Albédo**  $R_{alb}$ . L'albédo d'une surface, sans unité, est le rapport entre l'énergie lumineuse qu'elle réfléchit et l'énergie lumineuse qu'elle reçoit.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE :

**Puissance  $P$ .** Exprimée en  $m^{-1}$  ou dioptries ( $\delta$ ), la puissance dioptrique ou convergence d'une lentille correspond à l'inverse de sa distance focale, notée  $f$ . L'astigmatisme d'une lentille sera également exprimé en dioptries dans ce manuscrit. Il correspond à la valeur absolue de la différence entre ses deux extrema de puissance dioptrique.

MATHÉMATIQUES :

**Sinus cardinal sinc.** La fonction sinus cardinal est définie ainsi :  $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x) / \pi x$ .

CARACTÉRISTIQUES GÉOMÉTRIQUES DES LENTILLES DIFFRACTIVES ÉTUDIÉES :

**Diamètre pupillaire  $A$ .** Nous noterons usuellement  $A$  le diamètre de la pupille d'une optique.

**Pas des pixels  $p$ .** Dans le cas d'une lentille à pixels carrés,  $p$  est le pas des pixels. Nous noterons  $a$  le côté des pixels, avec la propriété immédiate  $a \leq p$ .  $a = p$  correspond au cas d'une lentille sans parois entre les pixels.

**Ordre utile  $m$ .** Une lentille de Fresnel est une lentille qui présente des repliements de phase équivalents à un saut de phase de  $2m\pi$  à une longueur d'onde  $\lambda_0$  nommée longueur d'onde nominale.  $m$ , sans dimension, est appelé "ordre utile".

## 0.1 Contexte

Issue de la fusion en 1972 entre les deux sociétés françaises Essel et Silor, inventeurs respectifs du verre progressif Varilux en 1959 et du matériau Orma, l'entreprise Essilor International est leader mondial de l'optique ophtalmique avec un chiffre d'affaire dépassant les 3 milliards d'euros par an<sup>1</sup>, et compte aujourd'hui plus de 42000 employés. Afin de garder sa position sur le marché, la société a développé un important pôle de Recherche et Développement (R&D), constitué de plusieurs centaines de chercheurs répartis aux États-Unis, en France, au Japon et à Singapour.

Préparé au sein de l'école doctorale "Ondes et Matière" de l'Université Paris-Sud, mon doctorat s'inscrit dans le cadre d'un partenariat entre Essilor et le Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique. Il a été financé d'une part par une bourse CIFRE allouée par l'ANRT, d'autre part par la société Essilor, et se situe dans la continuité de deux précédentes thèses réalisées dans le même cadre, soutenues respectivement en 2009 et 2010 par Gaid Moulin [4] et Céline Benoît-Pasanau [5].

Le corps de métier d'Essilor consiste à développer et produire des verres ophtalmiques permettant notamment de corriger des défauts visuels les plus courants, également appelés amétropies, telles que la myopie, l'hypermétropie, l'astigmatisme. La presbytie est un autre défaut visuel qui consiste en une difficulté d'accommodation liée au durcissement du cristallin qui apparaît avec l'âge. L'accommodation est le processus physiologique qui permet à l'œil de changer de convergence, ou puissance dioptrique, pour s'adapter à la distance d'observation. Cette puissance dioptrique augmente lorsque l'objet observé se rapproche de l'œil ; de par leur amplitude d'accommodation réduite, les individus presbytes éprouvent donc des difficultés à voir de près. Un individu est dit emmétrope s'il n'a pas d'amétropies ; d'autre part nous considérerons que s'il n'est pas presbyte, il est capable d'accommoder sur une plage de distances comprises entre 25cm de son œil et l'infini.

On appelle couramment par abus de langage "prescription" les caractéristiques d'un verre unifocal destiné à la correction des trois amétropies mentionnées. Les verres progressifs servent quant à eux à corriger la presbytie en plus des amétropies éventuelles. L'"addition"

---

<sup>1</sup>Données 2008 à 2010.

d'un tel verre est la différence de puissance dioptrique entre sa zone dite de vision de loin, située sur sa partie supérieure et sa zone de vision de près, dans sa partie inférieure. C'est cette variation, progressive et continue, qui sert à pallier le défaut d'accommodation du cristallin en offrant au porteur une correction adaptée à sa distance d'observation, avec la contrainte que celle-ci est alors liée à sa direction de regard.

Essilor concentre ses activités dans le domaine des verres de lunettes, ne commercialisant plus de lentilles de contact depuis plusieurs années. Une expertise a donc été développée au sein de l'entreprise autour de la simulation de la propagation de la lumière à travers le système optique particulier que représente l'ensemble œil-verre et l'optimisation des performances des verres correcteurs.

Actuellement, malgré des progrès constants vis-à-vis du confort visuel ressenti par les porteurs de verres de lunettes, les verres progressifs destinés à la correction de la presbytie présentent encore des défauts d'astigmatisme dans leurs zones périphériques et provoquent une déformation d'image liée à la variation du grossissement dans les différentes zones du verre. En effet, ceux-ci présentent un "couloir" de progression de la correction visuelle au sein duquel la qualité de l'image est très bonne, mais en dehors de ce couloir, des défauts d'astigmatisme apparaissent, comme le stipule le théorème de Minkwitz [6]. Approximativement, nous pourrions considérer que si *Add* est l'addition d'un verre progressif, alors l'astigmatisme que présente ce dernier dans ses zones périphériques atteint une valeur  $Ast \simeq Add$ . Ces aberrations ainsi que la contrainte du porteur due au fait que ses zones de vision de près, de loin et intermédiaires sont localisées dans des zones précises du verre, ce qui l'oblige à adapter sa direction de regard à sa distance d'observation, sont des défauts inhérents aux verres progressifs. Aujourd'hui le design des nouvelles générations de verres progressifs consiste à minimiser ces défauts, mais il est nécessaire de se tourner vers des technologies de rupture si l'on souhaite les éliminer totalement.

Durant les années à venir, l'un des défis qu'Essilor souhaite relever est la réalisation de verres ophtalmiques actifs, c'est-à-dire dont la fonction optique peut varier par exemple sous l'action d'un champ électrique. Notamment, la variation active de la puissance dioptrique du verre permettrait à un individu presbyte d'adapter celle-ci à ses conditions d'observation : lecture, conduite de véhicule, observation d'un panorama, etc. La lentille pourrait donc ainsi jouer le rôle d'un cristallin non presbyte. Cette variation, que nous pourrions qualifier de temporelle par opposition à la variation spatiale dans les verres progressifs, pourrait donc permettre de s'affranchir, au moins partiellement, de certaines contraintes géométriques des verres progressifs telles que l'astigmatisme périphérique.

Le changement de fonction optique, que l'on peut imaginer être activé par exemple par un micro-interrupteur intégré dans la monture, a pour but de modifier, localement ou à l'échelle du verre, soit l'indice de réfraction d'un matériau électro-actif qui constitue un verre de forme fixe, soit la forme d'un verre d'indice unique. L'indice de réfraction peut être modifié sous l'action d'un champ électrique, tandis que la forme d'un verre peut être modifiée soit mécaniquement, soit également via l'application d'un champ électrique. La variation de l'indice de réfraction ou de la forme du verre permet alors de changer, par exemple, sa puissance dioptrique.

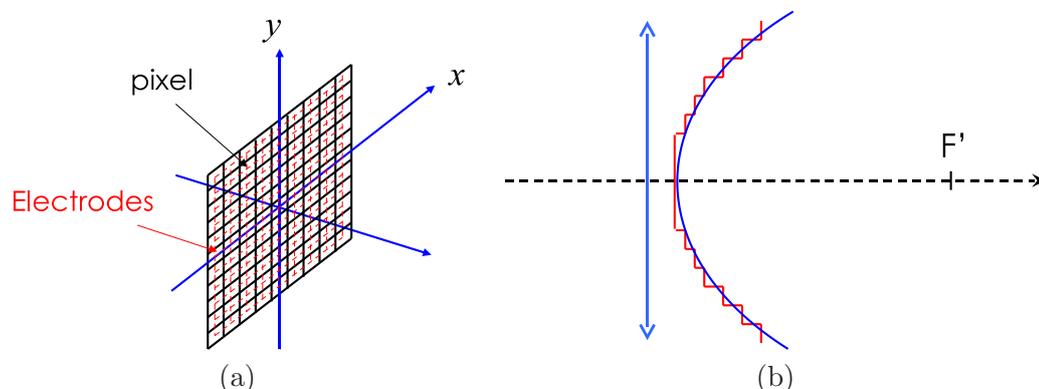
Plus généralement, un modulateur spatial de lumière (en anglais Spatial Light Modulator, SLM) est un dispositif qui permet de modifier localement ou globalement les caractéristiques des ondes lumineuses qui l'éclairent, telles que leur amplitude et/ou leur phase.

L'étude de SLM actifs est un sujet abordé depuis plusieurs dizaines d'années [7, 8]. Ceux-ci peuvent avoir des formes, fonctions optiques, principes de fonctionnement et domaines d'application très variés. Par exemple, l'entreprise Varioptic développe de petites lentilles dont la forme varie sous l'application d'un champ électrique [9], destinées entre autres à être utilisées dans les appareils photo intégrés dans des téléphones portables. Les SLM actifs trouvent également des applications dans le domaine des télécommunications [10], de la micro-imagerie nécessaire par exemple pour l'endoscopie [11], et sont utilisés dans le domaine de l'optique adaptative pour la correction asservie de perturbation de front d'onde [12, 13].

L'application des SLM actifs à la correction ophtalmique a également déjà été étudiée [14] et certaines entreprises telles que Motorola [15], Olympus [16], Trufocals/Superfocus [17], Invisia LTD [18, 19], Citizen [20] et PixelOptics [21] développent de tels dispositifs à l'heure actuelle. La pixellisation s'inscrit dans ce contexte, faisant partie des technologies potentielles [22] à variation d'indice permettant la réalisation de composants optiques actifs pour la correction visuelle, et c'est cette technologie qui est envisagée aujourd'hui par Essilor [23–25], et qui fera l'objet de ce manuscrit.

### 0.2 Principe de la pixellisation

Une lentille pixellisée telle que nous l'envisageons au sein d'Essilor en vue de réaliser une fonction optique active, est un composant optique diffractif constitué de micro-cellules également appelées pixels ou micro-cuvettes, juxtaposées les unes aux autres, de même hauteur, et remplies d'un matériau électro actif, par exemple un cristal liquide. Chacun de ces pixels induit un déphasage constant, qui diffère d'un pixel à l'autre, et peut varier sous l'action d'électrodes qui modulent son indice de réfraction, comme nous le représentons en rouge sur la figure 1(a) dans le cas d'une activation pixel à pixel. Ainsi, pour une configuration donnée, le front d'onde à la sortie d'une lentille pixellisée, constant par morceaux, est égal au défaut de pixellisation près à celui qu'induirait une lentille réfractive de fonction optique équivalente. Dans ce manuscrit, nous appellerons cette lentille la lentille réfractive équivalente (LRE) à la lentille pixellisée. Le principe de la pixellisation, qui consiste donc en un échantillonnage spatial de front d'onde, est illustré schématiquement sur la figure 1(b) dans le cas d'une lentille convergente de foyer image  $F'$ .

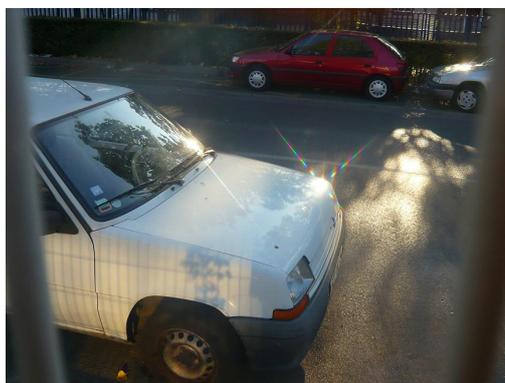


**Fig. 1:** (a) Lentille pixellisée active activée pixel à pixel. (b) Principe de la pixellisation : échantillonnage spatial de front d'onde. En bleu : front d'onde issu d'une lentille réfractive convergente. En rouge : front d'onde issu d'une lentille pixellisée de même fonction optique au défaut de pixellisation près.

L'échantillonnage dans le sens général du terme est un procédé déjà courant dans les technologies de pointe. Par exemple, les disques vinyles ont été remplacés par les disques compacts, et les appareils photo argentiques par les numériques. Dans ces deux cas, notamment lors de la commercialisation des premiers prototypes n'ayant pas profité des progrès technologiques apparus depuis, l'échantillonnage a pu légèrement dégrader la qualité de certaines propriétés du rendu final mais a ouvert la porte à de nombreux autres avantages que nous connaissons bien : compacité, solidité, capacité de stockage. Essilor ouvre donc également ses portes à l'échantillonnage optique, qui dégrade légèrement la qualité d'une image mais apporte de nouvelles fonctions très intéressantes.

L'échantillonnage spatial du front d'onde peut également être réalisé à partir de lentilles pixellisées d'indice de réfraction constant d'un pixel à l'autre mais à variation de hauteur. Ce type de composant, que nous qualifierons de lentille  $\Delta H$  par opposition aux lentilles à variation d'indice de réfraction dites  $\Delta n$ , est forcément passif étant donné qu'à notre connaissance il n'est pas envisageable à l'heure actuelle de faire varier individuellement la hauteur d'un très grand nombre de pixels sous l'action d'un champ électrique. Déjà réalisable technologiquement, la fabrication de quelques prototypes de lentilles  $\Delta H$  nous permettra d'approfondir notre compréhension du phénomène de pixellisation, comme nous le verrons dans la suite de ce manuscrit.

Dans les deux cas  $\Delta n$  et  $\Delta H$ , la ressemblance entre le front d'onde à la sortie d'une lentille pixellisée et sa LRE induit une ressemblance de comportements entre lentille pixellisée et réfractive. Nous verrons cependant que le défaut de pixellisation est responsable de l'apparition de lumière parasite. Dans le cas où les pixels sont des carrés de taille égale, cette lumière parasite se répartit sous la forme d'ordres de diffraction associés aux irisations autour des zones de forte luminosité que l'on peut observer sur la figure 2, où est représentée une scène de la vie de tous les jours prise en photo à travers une lentille pixellisée  $\Delta H$  dont nous disposons. Les deux principales orientations des irisations observées correspondent aux deux directions d'orientation des arêtes des pixels.



**Fig. 2:** Observation d'une scène à travers une lentille pixellisée à pixels carrés.

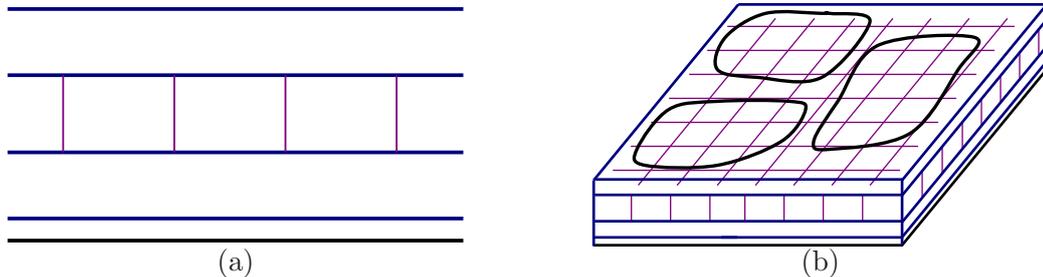
La quantité de lumière parasite est fonction de l'écart entre le front d'onde pixellisé et celui de sa LRE. Nous comprenons donc intuitivement que plus les pixels sont petits et moins le front d'onde induit par la LRE présente de fortes pentes, plus cet écart diminuera, et meilleure sera la qualité d'une image observée à travers une lentille pixellisée. Souhaitant utiliser le vocabulaire proposé par la littérature concernant les composants pixellisés [26–29], nous appellerons “résolution” d'une lentille pixellisée sa densité de pixels sur une surface

## Principe de la pixellisation

---

donnée, notion à bien distinguer du “pouvoir de résolution” d’une optique. Notons également que lorsque l’on souhaite associer une correction de front d’onde donnée à une lentille pixellisée, le choix du déphasage induit par chaque pixel peut être effectué de différentes façons. Par exemple, il peut s’agir du déphasage induit par la LRE au niveau de la position des centres des pixels, ou bien de la moyenne du déphasage induit par la LRE sur la surface de chaque pixel. Ce choix a peu d’importance lorsque les pixels sont petits.

Nous présentons maintenant ici un bref descriptif des méthodes de fabrication que nous envisageons dans le cas de lentilles  $\Delta n$  puis  $\Delta H$ . Dans le premier cas, les cellules sont séparées par des parois très fines et sont comprises entre deux substrats de scellement, comme l’illustre la figure 3(a). La fabrication de ces parois est réalisée par photolithographie sur une grande plaque de support. Après remplissage des cuves, le substrat supérieur est déposé à leur surface, puis la forme du verre souhaitée est découpée au laser sur la plaque, ce que nous représentons sur la figure 3(b). Ces étapes de fabrication sont décrites plus en détail dans les brevets [30,31]. Le remplissage des cellules peut être réalisé de deux manières différentes.



**Fig. 3:** (a) Représentation en coupe de la structure d’une lentille pixellisée de type  $\Delta n$ . Les parois entre les pixels sont représentées en violet et les limites des substrats inférieur et supérieur en bleu. La plaque de support est représentée en noir. (b) Découpe au laser de la forme des verres finaux, dont les contours sont représentés en noir.

En effet, nous pouvons envisager de placer des micro-électrodes au niveau de chaque pixel de façon à contrôler son indice sans affecter ses voisins, ce que nous avons représenté sur la figure 1. Dans ce cas, le matériau déposé à l’intérieur des cellules ne diffère pas d’un pixel à l’autre et le remplissage peut être effectué suivant un procédé de laminage. Nous pouvons d’autre part appliquer un champ électrique à l’échelle du verre entier ; dans ce cas les pixels ne sont plus activés individuellement et il est nécessaire de remplir l’intérieur de chaque pixel de matériaux électro-actifs dont l’indice de réfraction varie d’un pixel à l’autre. Chacune de ces deux méthodes de fabrication de verres pixellisés actifs présente des avantages et des inconvénients technologiques. Mais du point de vue de la fonction optique du composant, la première est préférable parce que la phase induite par celui-ci peut alors être choisie de façon arbitraire dans une large classe de fonctions, par exemple une somme de monômes d’aberration, et modifié à volonté, ce qui ouvre des portes à de nombreuses applications.

Dans les deux cas des limites de fabrication apparaissent et vont affecter les performances optiques de la lentille. Dans le premier, en fonction des matériaux utilisés, il n’est pas évident que le déphasage induit au niveau d’un pixel sous l’action d’un champ électrique puisse atteindre un continuum de valeurs, d’où le risque de la **limitation du nombre de niveaux de phase** qui peuvent être induits par chaque pixel. Dans le second, ce problème

apparaît également pour une raison différente. En effet l'indice de réfraction remplissant chaque pixel est obtenu par le mélange de deux matériaux d'indices  $n_{min}$  et  $n_{max}$  choisis tels que la valeur  $n_{max} - n_{min}$  soit la plus grande possible, afin de maximiser l'étendue des déphasages que peut induire la lentille. Nous prévoyons d'effectuer un remplissage des pixels par goutte-à-goutte; or il existe une taille minimale de ces gouttes, ce qui discrétise le nombre de niveaux d'indice de réfraction possibles en chaque pixel. D'autre part dans les deux cas **la différence entre le plus haut et le plus bas indice des pixels est limitée** typiquement aujourd'hui autour d'une valeur de 0.1, ce qui implique que la lentille doit présenter des repliements de phase<sup>2</sup>, comme nous le verrons dans le chapitre 2.

La technologie que nous utiliserons pour réaliser des lentilles de type  $\Delta H$  est la photolithographie, dont nous attesterons la qualité de fabrication dans le chapitre 2. Cette méthode s'appuie sur l'illumination de résines photosensibles recouvertes par un certain nombre de masques qui vont permettre de définir la forme finale de la lentille. Sa surface est dessinée par une succession de masques et elle est donc échantillonnée verticalement. Le nombre fini de masques implique donc aussi un nombre limité de niveaux de déphasage induits sur l'ensemble des pixels de la lentille.

D'autre part dans toutes les technologies de fabrication que nous connaissons à ce jour, il existe une limite inférieure sur la taille des microstructures que nous sommes capables de réaliser<sup>3</sup>; il nous faudra donc estimer par le calcul si pour les fonctions optiques que nous souhaitons réaliser, cette limite est acceptable.

### 0.3 Plan de la thèse

Ce manuscrit est consacré à l'étude de composants optiques microstructurés dans le domaine de la correction ophtalmique, et plus précisément aux verres de lunettes pixellisés. Les résultats qui y sont présentés sont essentiellement théoriques. Ils sont cependant accompagnés de validations expérimentales des modèles de simulation de propagation de la lumière que nous avons développés. De plus, **les résultats décrivent uniquement un comportement optique**; l'étude de la mécanique et de la chimie impliquées ayant fait l'objet de différents travaux préalables [33–39].

Nous consacrons le chapitre 1 à la description des principaux outils de calcul que nous utilisons pour obtenir les résultats présentés dans les chapitres qui suivent. Nous nous intéressons en effet à différents modèles d'optique de Fourier particulièrement adaptés à nos cas d'étude, puis nous décrivons le procédé de simulations réalistes d'images que nous avons mis en place pour illustrer visuellement l'effet sur le transport d'images de différents composants optiques microstructurés.

L'objet du chapitre 2 est l'étude analytique de la diffraction de la lumière par une lentille pixellisée. Nous y analysons dans un premier temps la forme et l'efficacité des ordres de diffraction induits par la pixellisation, et ce dans le cas où la pupille de l'œil est centrée ou excentrée par rapport à la fonction optique du verre. Cette étude révèle l'influence des

<sup>2</sup>La réalisation de composants de type  $\Delta n$  et  $\Delta H$  simultanément peut présenter un intérêt pour réduire ces effets de limitation du nombre de niveaux de phase et de différence maximale entre le plus haut et le plus bas indice des pixels [32], mais l'étude de ces composants ne sera pas abordée dans ce manuscrit.

<sup>3</sup>De quelques microns à quelques dizaines de microns suivant les technologies. La valeur exacte n'est pas bien connue à l'heure actuelle au vu du stade de maturité des technologies développées au sein d'Essilor pour la réalisation de lentilles  $\Delta n$ .

paramètres d'une lentille pixellisée unifocale sur la proportion d'énergie lumineuse qui participe à la formation de l'image désirée. Ces paramètres sont le pas des pixels, la puissance de la lentille ainsi que la distance algébrique qui relie le centre de la pupille de l'œil de l'observateur externe à celui du verre pixellisé. Nous étudions également l'effet des repliements de phase mentionnés ci-dessus, imposés par les technologies de fabrication. Nous montrons alors que cet effet est indépendant de celui de la pixellisation et que notre objectif consistera toujours à réaliser des lentilles dont les repliements correspondent à un saut de phase le plus élevé possible. Ensuite nous nous intéressons à l'étude de la minimisation des effets indésirables de la pixellisation. Après avoir rappelé les résultats obtenus dans la thèse de Céline Benoît-Pasanau, initiés par les travaux de Gilles Mathieu [40] et de Gaid Moulin, concernant l'homogénéisation de la répartition de la lumière parasite à l'aide de répartition des pixels de type maillage de Voronoï, nous présentons un procédé de superposition de lentilles pixellisées qui permet d'augmenter la "résolution" d'une lentille pixellisée (au sens de la finesse de l'échantillonnage du front d'onde sur le plan de la lentille et non pas au sens de la limite angulaire de résolution), nous affranchissant de certaines barrières technologiques. Nous justifions que ce procédé est compatible avec l'idée d'associer aux pixels un maillage de type "Voronoi".

Dans le chapitre 3, nous nous intéressons aux applications éventuelles que peut avoir la pixellisation en optique passive, des lentilles pixellisées passives de type  $\Delta H$  pouvant déjà être réalisées à l'aide de technologies actuelles. Nous introduisons en premier lieu la pixellisation comme un moyen de fabrication de lentilles sans symétrie de révolution présentant des discontinuités de formes, ce que nous ne sommes pas capables de réaliser à l'heure actuelle avec nos moyens classiques d'usinage. Ensuite, nous étudions les performances d'une lentille pixellisée comptant simultanément deux puissances dioptriques, ce qui peut avoir un intérêt pour la correction de la presbytie. Nous constatons cependant que les lentilles bifocales binaires classiques conduisent à de meilleurs résultats que les lentilles pixellisées et consacrerons la suite du chapitre à leur étude. Au cours de cette étude nous décrivons un moyen d'optimiser leurs performances en faisant varier le diamètre des anneaux concentriques qui les constituent. Enfin nous étudions une application pour ce type de lentilles conduisant à la diminution de l'astigmatisme périphérique de verres progressifs "hybrides" auxquels nous accolons en zone de vision de près une lentille binaire de petit diamètre.

Ensuite, les résultats physiologiques d'estimation de l'impact de la pixellisation sur la perception visuelle sont présentés dans le chapitre 4. Nous justifions le choix de la mesure d'acuité visuelle comme premier critère d'évaluation des performances d'une lentille pixellisée et décrivons le montage de mesure associé que nous avons développé dans le cadre de cette thèse. Après une étape de validation physiologique des outils de simulation d'images décrits dans le chapitre 1, nous présentons les résultats obtenus démontrant que la pixellisation n'a pas d'effet sur l'acuité visuelle d'un individu.

Dans le chapitre 5, ce ne sont plus les performances optiques du verre qui sont évaluées, mais l'aspect esthétique que ressent un observateur externe qui regarde un porteur de verres de lunettes pixellisés. Nous développons de nouveaux modèles de calcul de simulation de la propagation en réflexion de la lumière à travers une lentille pixellisée afin de mettre en évidence les défauts esthétiques engendrés par la pixellisation et par les repliements de phase inhérents aux technologies de fabrication. Nous partons d'un modèle simple d'étude de la propagation de la lumière aux alentours d'une interface entre deux pixels. Nous complexifions ensuite le modèle en l'appliquant au cas d'une lentille pixellisée entière en 1-D puis en 2-D, et explicitons le calcul qui nous permet alors de simuler les défauts esthétiques vus

par l'observateur externe. Nous constatons que les effets les plus gênants sont la visibilité des anneaux de repliement de phase et un effet de "ligne sombre" induit par la sélection par l'œil de l'observateur externe d'un ordre de diffraction associé à la lentille formée par la diffraction en réflexion de la lumière incidente. Enfin, nous nous proposons de minimiser certains effets esthétiques indésirables liés aux microstructures. Nous prouvons notamment qu'il est possible de choisir une valeur de l'indice du substrat inférieur d'une lentille pixellisée de type  $\Delta n$  telle que la luminosité des anneaux de repliement soit minimale. De même, nous étudions la visibilité des anneaux d'une lentille  $\Delta H$  et prouvons qu'à fonction optique égale, il est préférable d'envisager des lentilles dont la surface est constituée d'une interface verre-vernis plutôt que d'une interface verre-air.

Une conclusion générale résume alors les principaux résultats obtenus dans ce manuscrit et souligne les perspectives de travail qu'il faut prévoir pour poursuivre le projet de réalisation de composants optiques pixellisés destinés à la correction visuelle.

---

## Outils de calcul

---

La réalisation déjà possible de verres microstructurés passifs de type  $\Delta H$  par photolithographie peut nous permettre de répondre à de nombreuses questions concernant les performances de ces verres dans le domaine de la correction ophtalmique. Mais le coût de fabrication est très élevé, d'où la nécessité de développer des modèles de simulation optique pour pouvoir étudier l'impact des paramètres d'une lentille microstructurée sur ses performances optiques en évitant la phase de réalisation de nombreux prototypes.

Ce chapitre a pour but de regrouper les principaux modèles de calcul qui seront utilisés dans ce manuscrit, qui concernent aussi bien l'optique de Fourier que la colorimétrie. Ce regroupement, que nous avons choisi de réaliser par souci de clarté, permet de définir des systèmes de coordonnées communs et les notations qui seront considérées dans la suite.

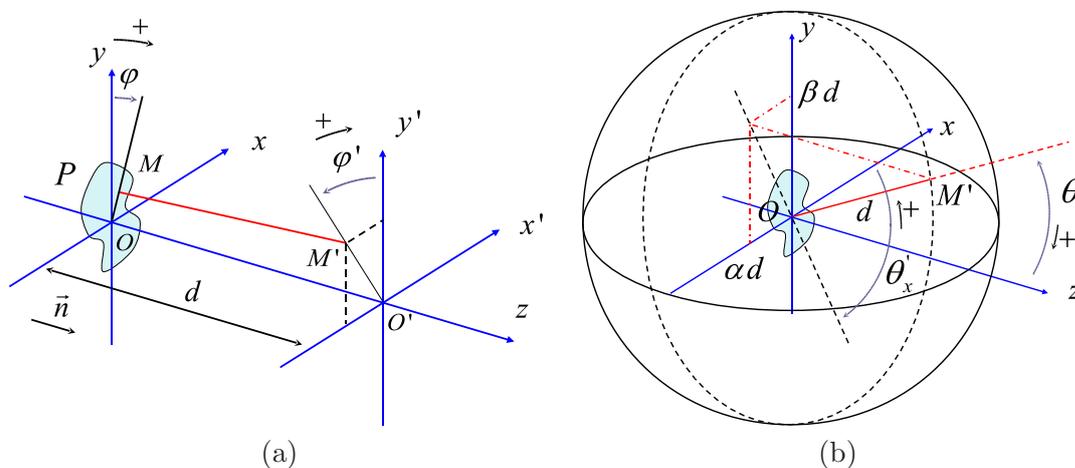
La mise en place des outils de calcul nécessite un choix de modèles de simulation de propagation de la lumière. Dans le cas où l'on souhaite simuler la propagation de la lumière dans un système optique constitué de milieux homogènes séparés par des dioptries à surface continue, il est possible d'utiliser des modèles de tracé de rayon basés sur la loi de Descartes. Ceux-ci sont couramment utilisés dans les logiciels classiques de conception optique, et au sein d'Essilor lors de l'optimisation de verres réfractifs tels que les verres progressifs Varilux. Par contre, la modélisation de l'impact d'une lentille microstructurée sur une onde lumineuse incidente ne peut être effectuée à l'aide seule d'outils tels que le tracé de rayon. En effet, la taille des microstructures est trop faible pour que le modèle de tracé de rayon soit valide, car il ne permet pas de prendre en compte les effets d'interférences entre les figures de diffraction associées à chacune des microstructures constituant la lentille. Nous simulerons ces effets à l'aide de modèles d'optique de Fourier décrits en section 1.1.

D'autre part, la simulation réaliste d'images perçues par un porteur à travers un composant optique microstructuré nécessite une restitution fidèle des couleurs. Nous décrivons donc en section 1.2 les procédés colorimétriques de calcul d'images que nous avons développés pour effectuer les simulations d'images que nous pourrions observer dans les différents chapitres de ce manuscrit.

## 1.1 Modèles d'optique de Fourier

Dans cette section nous présentons les différents modèles d'optique de Fourier que nous allons utiliser pour modéliser la propagation de la lumière après traversée d'un composant optique qui peut présenter des microstructures. Il s'agit de la décomposition en ondes planes, du modèle de Rayleigh & Sommerfeld dans l'approximation de Fresnel et de Fraunhofer, et de trois autres modèles que nous appelons respectivement le modèle de Harvey & Shack, le modèle de Sherman, Starnes & Lalor, et enfin la décomposition en ondes planes adaptée aux plans inclinés. Ces méthodes correspondent toutes à des mises en équation du principe d'Huygens-Fresnel et font appel à des approximations plus ou moins sévères pour faire apparaître dans les calculs des transformées de Fourier, ce qui permet de diminuer fortement le temps de calcul numérique nécessaire pour déterminer la répartition de l'amplitude complexe sur une surface donnée.

Nous allons considérer les systèmes de coordonnées de la figure 1.1, où l'on représente, au niveau du plan  $Oxy$ , une surface diffractante délimitée par une pupille  $P$  de forme quelconque, au niveau de laquelle nous supposons connue la répartition du champ électromagnétique, par exemple à la sortie d'un composant optique. Soit  $M$  un point de  $P$  et  $M'$  un point quelconque de l'espace. Lorsque la position du point  $M$  varie sur  $P$ , l'ensemble des segments  $MM'$  décrit un volume de l'espace. Le plus petit cône de sommet  $M'$  incluant ce volume est appelé cône d'auscultation scalaire. Dans tous les cas d'étude abordés dans ce manuscrit la distance  $MM'$  sera très grande devant la largeur de la pupille  $P$ , ce cône aura donc un angle au sommet suffisamment faible pour que l'on puisse envisager un modèle scalaire de simulation de propagation de la lumière. Cela signifie que l'on considérera que les composantes du champ électrique suivant la direction  $(OM')$  sont négligeables, ce qui nous permet de décrire le champ électrique en tout point  $M'$  à l'aide d'une seule grandeur  $U(M')$ . Cette grandeur pourra représenter l'un ou l'autre des états de polarisation de la lumière projetés sur  $x$  et  $y$ . Sauf mention contraire, nous n'aborderons que des cas où la polarisation n'a pas d'effet sur les phénomènes de diffraction étudiés et nous ne traiterons qu'une seule grandeur  $U(M')$  dans nos calculs. Ceci constitue l'approximation scalaire de la diffraction. Si les dimensions des systèmes optiques l'avaient exigé, il aurait été nécessaire d'utiliser des modèles de calcul vectoriels, prenant en compte la propagation des trois composantes du champ électrique suivant les axes d'un système orthonormé choisi.



**Fig. 1.1:** (a) Système de coordonnées cartésien et (b) système de coordonnées angulaire.

## 1.1 Modèles d'optique de Fourier

Dans le cas de la figure 1.1(b), le point  $M'$  a pour coordonnées  $(d\alpha, d\beta, d\gamma)$  dans le repère cartésien  $(O, x, y, z)$ . On a  $\alpha = \sin(\theta'_z) \cos(\theta'_x)$ ,  $\beta = \sin(\theta'_z) \sin(\theta'_x)$  et  $\gamma = \cos(\theta'_z)$ , où tout couple  $(\theta'_x, \theta'_z)$  définit une direction angulaire du demi espace situé devant la pupille  $P$ . On établit la convention :  $-\pi/2 \leq \theta'_x \leq \pi/2$ ,  $-\pi/2 \leq \theta'_z \leq \pi/2$ , imposant ainsi  $\gamma \geq 0$ . Sur la figure 1.1(b), nous représentons les conventions de signe pour les angles  $\theta'_x$  et  $\theta'_z$ , et l'on illustre un cas où  $\theta'_x < 0$  et  $\theta'_z < 0$ , et donc  $\alpha < 0$  et  $\beta > 0$ . Nous établissons aussi une convention pour les angles d'incidence de l'onde d'éclairage ( $-\pi/2 \leq \theta_x \leq \pi/2$ ,  $-\pi/2 \leq \theta_z \leq \pi/2$ ). L'appartenance d'un point  $M'(d\alpha, d\beta, d\gamma)$  à la sphère de rayon  $d$  s'écrit  $\gamma = \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}$ . Avec cette contrainte, un couple  $(\alpha, \beta)$  représente une et une seule direction de l'espace.

Le principe d'Huygens-Fresnel permet de décrire le comportement d'une onde lumineuse dans l'espace; selon ce modèle, tout point d'un milieu atteint par une onde lumineuse se comporte à son tour comme une source lumineuse ponctuelle fictive, dont la fréquence, l'amplitude et la phase sont identiques à celle de la source mère qui éclaire ce point. La lumière issue de toutes les sources sphériques fictives situées en chaque point de l'espace va alors interférer; la répartition de la lumière dans l'espace est le résultat de ces interférences.

Usuellement, différents modèles d'optique de Fourier [2] qui mettent en équation le principe d'Huygens-Fresnel permettent de calculer la répartition de l'amplitude complexe  $U'$  dans le plan  $O'x'y'$  décrit sur la figure 1.1(a) à partir de la connaissance de l'amplitude complexe  $U$  au niveau du plan  $Oxy$ . Ces modèles s'appliquent aussi bien à des composants réfractifs continus qu'à des composants optiques microstructurés.

### 1.1.1 Décomposition en ondes planes

Parmi ces modèles, nous décrivons celui de la **décomposition en ondes planes**, d'après lequel on a :

$$U'(x', y') = \iint_{\mathbb{R}^2} \hat{U}\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}\right) e^{i2\pi\frac{d\gamma}{\lambda}} e^{i2\pi\left(\frac{\alpha}{\lambda}x + \frac{\beta}{\lambda}y\right)} dx dy \quad (1.1)$$

où  $\hat{U}$  est la transformée de Fourier de  $U$ . Les vecteurs de coordonnées  $2\pi[\alpha/\lambda \ \beta/\lambda \ \gamma/\lambda]$  dans  $(O, x, y, z)$  peuvent être interprétés comme les vecteurs d'ondes associés à des ondes planes portées par un spectre d'amplitude  $\hat{U}(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda})$ , qui interfèrent au niveau du plan  $O'x'y'$  pour former la figure de diffraction calculée via l'équation (1.1), d'où le nom du modèle. Cette équation fait également apparaître une transformée de Fourier inverse. Le calcul de décomposition en ondes planes nécessite donc deux transformées de Fourier, ce qui est facile à réaliser numériquement en utilisant les algorithmes très rapides de *Fast Fourier Transform* (FFT). Plus généralement, dans les modèles d'optique de Fourier, nous chercherons toujours à nous ramener à des calculs de transformée de Fourier.

### 1.1.2 Modèle de Rayleigh et Sommerfeld

Le principe d'Huygens-Fresnel est également décrit par le **modèle de Rayleigh & Sommerfeld** :

$$U'(M') \simeq \frac{-i}{\lambda} \iint_P U(M) \frac{e^{ikMM'}}{MM'} \cos\left(\vec{n}, \overrightarrow{M'M}\right) ds \quad (1.2)$$

où  $\vec{n} = \overrightarrow{OO'}/OO'$  et  $ds$  représente un élément de surface de  $P$ .

### 1.1.2.1 Approximation de Fresnel

L'implémentation du modèle de Rayleigh et Sommerfeld dans des programmes de calcul numérique peut conduire à des temps de calculs très longs. L'**approximation de Fresnel** consiste à écrire que  $MM' \simeq d(1 + (\vec{r}' - \vec{r})^2/(2d^2))$  dans l'exposant, où  $\vec{r}$  et  $\vec{r}'$  sont respectivement les vecteurs position  $(x, y)$  dans le plan  $Oxy$  et  $(x', y')$  dans  $O'x'y'$ , de normes  $\|\vec{r}\| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$  et  $\|\vec{r}'\| = r' = \sqrt{x'^2 + y'^2}$ . Cette approximation, que l'on considérera valable tant que pour tout point de  $P : (\vec{r}' - \vec{r})^4/(2\lambda d^3) < 1$ , conduit à l'expression :

$$U'(\vec{r}') = \frac{e^{i\frac{2\pi d}{\lambda}}}{i\lambda d} e^{i\frac{\pi r'^2}{\lambda d}} \iint_{\mathbb{R}^2} U(\vec{r}) e^{i\frac{\pi r^2}{\lambda d}} e^{-2\pi i \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}'}{\lambda d}} dr^2 \quad (1.3)$$

Cette expression fait donc apparaître une transformée de Fourier, ce qui rend les calculs de diffraction dans le modèle de Rayleigh beaucoup plus rapides, dans les cas où l'approximation de Fresnel est justifiée, c'est-à-dire notamment dans les cas de figure où l'ensemble des points  $M'$  est voisin de l'axe optique, et à une distance suffisamment proche de la structure diffractante. Nous pourrions remarquer que dans le cadre de l'approximation de Fresnel  $\gamma \simeq 1 - (\alpha^2 + \beta^2)/2$ , et donc l'équation (1.1) devient :

$$U'(x', y') = \iint_{\mathbb{R}^2} \hat{U}\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}\right) e^{i2\pi \frac{d}{\lambda}} e^{-i\pi \frac{d(\alpha^2 + \beta^2)}{\lambda}} e^{i2\pi \left(\frac{\alpha}{\lambda} x + \frac{\beta}{\lambda} y\right)} dx dy \quad (1.4)$$

### 1.1.2.2 Approximation de Fraunhofer

Soit le Nombre de Fresnel Généralisé [41]  $NFG = r_0^2/\lambda d$ , où  $r_0$  est le rayon de la plus petite pupille circulaire qui contient la pupille  $P$ . Avec la restriction supplémentaire  $NFG \ll 1$ , le terme de phase quadratique sous l'intégrale dans l'équation (1.3) devient très petit devant  $\pi$ . L'**approximation de Fraunhofer** consiste à négliger l'effet de ce terme :

$$U'(\vec{r}') = \frac{e^{i\frac{2\pi d}{\lambda}}}{i\lambda d} e^{i\frac{\pi r'^2}{\lambda d}} \iint_{\mathbb{R}^2} U(\vec{r}) e^{-2\pi i \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}'}{\lambda d}} dr^2 = \frac{e^{i\frac{2\pi d}{\lambda}}}{i\lambda d} e^{i\frac{\pi r'^2}{\lambda d}} \tilde{U}\left(\frac{x'}{\lambda d}, \frac{y'}{\lambda d}\right) \quad (1.5)$$

### 1.1.3 Modèle de Harvey et Shack

Dans les calculs qui seront développés dans ce manuscrit, il sera parfois nécessaire de considérer des grands angles, et les approximations de Fresnel et donc également de Fraunhofer ne seront pas valables. Prenons le système associé à la figure 1.1(b). Harvey & Shack [42] ont décrit un calcul de répartition de l'amplitude complexe depuis le plan  $Oxy$  jusqu'à la sphère<sup>1</sup> de rayon  $d$  centrée en  $O$ . En ne négligeant dans le développement limité du terme  $MM' = d(1 + \varepsilon)$  de l'équation (1.2) que des termes indépendants de la fonction de phase de la surface diffractante située dans le plan  $Oxy$ , que l'on pourra interpréter comme de la coma et de l'astigmatisme et dont l'importance dépend de la position du point d'observation, on a avec  $U'$  la répartition de l'amplitude complexe sur la sphère :

$$U'(\alpha, \beta) \simeq \frac{\sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}}{i\lambda d} \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{U(\vec{r})}{(1 + \varepsilon)^2} e^{i\frac{2\pi}{\lambda} d \sqrt{1 + \frac{r^2}{d^2}}} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda} (\alpha x + \beta y)} dx dy \quad (1.6)$$

<sup>1</sup>Notons d'autre part que Pierre Pellat-Finet s'est intéressé au calcul de propagation sphère à sphère [43]. Cependant nous n'avons pas eu recours à ce type de configuration dans ce document.

## 1.1 Modèles d'optique de Fourier

Étant données la taille typique des pupilles  $P$  et les distances d'observation  $d$  dans les cas d'étude abordés dans ce manuscrit, nous pourrions ramener cette équation (1.6) à<sup>2</sup> :

$$U'(\alpha, \beta) = \frac{\sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}}{i\lambda d} \iint_{\mathbb{R}^2} U(\vec{r}) e^{i\frac{\pi r^2}{\lambda d}} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha x + \beta y)} dx dy \quad (1.7)$$

Cette équation proposée par Harvey & Shack, puis revisitée par Mahaajan [44], consiste donc en un calcul de diffraction aux grands angles impliquant une simple transformée de Fourier, que nous utiliserons au cours de ce rapport de thèse.

Cependant, comme nous l'avons mentionné, en effectuant ce calcul nous négligeons sous l'intégrale des termes de coma et d'astigmatisme, respectivement avec les notations de la figure 1.1 :

$$\begin{cases} \text{coma : } \exp(i\pi r' r^3 \cos(\phi' - \phi)/d^3 \lambda) \\ \text{astigmatisme : } \exp(-i\pi r'^2 r^2 \cos^2(\phi' - \phi)/d^3 \lambda) \end{cases} \quad (1.8)$$

Aux grands angles, ces termes peuvent devenir importants, notamment celui de l'astigmatisme dans nos cas d'étude. En effet, considérons l'astigmatisme calculé au niveau d'un point C, de coordonnées  $(x'_c, y'_c, z'_c)$ , avec  $r'_c = (x'^2_c + y'^2_c)^{1/2}$  et  $d = (x'^2_c + y'^2_c + z'^2_c)^{1/2}$ . Il correspond à une différence de puissances dioptriques de  $r'^2_c/d^3 = 0.25\delta$  pour une valeur typique de  $d = 1m$  et  $r'_c/d = 0.5$ , soit un angle de  $30^\circ$  entre l'axe optique et la droite (OC). Cette forte valeur nécessite de le prendre en compte.

Dans le chapitre 5, nous utiliserons le modèle Harvey & Shack pour calculer la répartition de la lumière réfléchiée par un composant optique microstructuré, dont la face avant se situe au niveau du plan  $Oxy$ , sur la pupille de l'œil de centre C d'un observateur externe, c'est-à-dire dans une petite zone située au voisinage de ce point C. Nous rajouterons alors sous l'intégrale de l'équation (1.7) les termes de coma et d'astigmatisme calculés en ce point. La variation du défaut d'astigmatisme sur cette pupille de rayon  $r_{pup}$  est alors de l'ordre de  $(r'_c + r_{pup})^2/d^3 - (r'_c - r_{pup})^2/d^3 = 0.004\delta$  en prenant les mêmes applications numériques, avec  $r_{pup} = 2mm$ , et nous pourrions donc la négliger dans la suite. Le défaut d'astigmatisme en tout point de la pupille sera alors considéré égal à sa valeur au point C, et il en sera de même pour le défaut de coma.

### 1.1.4 Modèle de Sherman, Stamnes et Lalor

Nous nous intéressons maintenant au cas du calcul de diffraction à l'infini, qui s'avère particulièrement intéressant étant donné que la répartition de la lumière sur la rétine d'un porteur est considérée comme une image parfaite d'une scène située à l'infini. Par abus de langage nous dirons dans la suite qu'il s'agit d'une "image de l'infini". Nous avons vu que sur une sphère de rayon  $d$  centrée en  $O$ , un point est représenté par un triplet  $(\alpha, \beta, d)$ . Lorsque  $d$  tend vers l'infini, on utilise un nouveau système de coordonnées dans lequel une direction est définie par un et un seul couple  $(\alpha, \beta)$ . Sherman, Stamnes & Lalor [45] ont déterminé que la lumière diffractée à l'infini dans la direction  $(\alpha, \beta)$ , décrite par la répartition d'amplitude complexe  $U_\infty(\alpha, \beta)$ , est telle qu'en première approximation :

$$U_\infty(\alpha, \beta) \propto \frac{\sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}}{\lambda} \tilde{U}\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}\right) \quad (1.9)$$

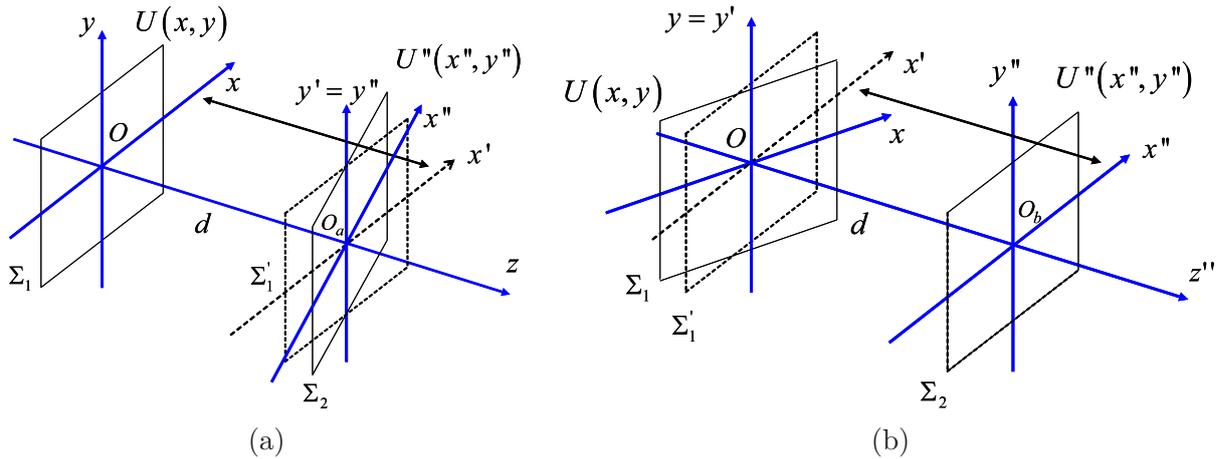
<sup>2</sup>Par souci de lisibilité nous avons omis le terme  $e^{i\frac{2\pi}{\lambda}d}$ , sans importance dans nos calculs, devant l'intégrale.

Nous pourrions remarquer qu'en faisant tendre  $d$  vers l'infini dans l'équation (1.7) de Harvey & Shack, le terme de phase sphérique sous l'intégrale disparaît et les termes négligés de coma et d'astigmatisme deviennent nuls. On retrouve alors la formule (1.9) de Sherman, Stannes & Lalor.

D'autre part, dans l'équation (1.9),  $\gamma = (1 - \alpha^2 - \beta^2)^{1/2}$  tend vers 1 dans le cas de petits angles (approximation de Gauss). On a donc à l'infini un éclaircissement angulaire  $E_\infty(\alpha, \beta) = |U_\infty(\alpha, \beta)|^2 \propto |\tilde{U}(\alpha/\lambda, \beta/\lambda)/\lambda|^2$ . La répartition angulaire de cet éclaircissement est celle que l'on trouve au foyer d'une lentille parfaite faisant une image nette d'une scène à l'infini. Nous obtenons le même résultat pour la répartition de l'éclaircissement dans l'approximation de Fraunhofer, valable aux petits angles aux alentours du foyer d'une lentille.

### 1.1.5 Décomposition en ondes planes adaptée aux plans inclinés

L'article [46] présente une adaptation du modèle de décomposition en ondes planes au cas où l'on souhaite simuler la propagation de la lumière depuis le plan  $\Sigma_1$  où la répartition de l'amplitude complexe  $U$  est connue jusqu'à un plan  $\Sigma_2$  orienté arbitrairement par rapport à celui-ci. Nous considérons les deux cas décrits sur la figure 1.2(a) et (b). Dans le cas (a), le plan  $\Sigma_2$  est obtenu par une translation d'une distance  $d$  du plan  $\Sigma_1$  jusqu'au plan  $\Sigma'_1$ , puis par une rotation de ce plan autour du point  $O_a$ . Dans le cas (b), le plan  $\Sigma_2$  est obtenu par une rotation du plan  $\Sigma_1$  autour du point  $O$ , puis par une translation d'une distance  $d$  du plan  $\Sigma'_1$  obtenu jusqu'au plan  $\Sigma_2$ . On associe à ces plans respectivement un repère  $(O, x, y)$  pour  $\Sigma_1$ ,  $(O_a, x', y')$  dans le cas (a) et  $(O, x', y')$  dans le cas (b) pour  $\Sigma'_1$ , et  $(O_a, x'', y'')$  dans le cas (a),  $(O_b, x'', y'')$  dans le cas (b) pour  $\Sigma_2$ . L'amplitude complexe au niveau du plan  $\Sigma_2$  est notée  $U''(x'', y'')$ .



**Fig. 1.2:** Repères associés au calcul de diffraction sur un plan d'observation  $\Sigma_2$  incliné par rapport au plan  $\Sigma_1$  où la répartition de l'amplitude complexe est connue. (a) Propagation sur une distance  $d$  puis rotation et (b) rotation puis propagation sur une distance  $d$ .

On note  $u = \alpha/\lambda$  et  $v = \beta/\lambda$ . Soit  $T$  la matrice de changement de repère telle que si  $\vec{V}$  est un vecteur décrit dans le repère  $(x, y, z)$  par la matrice colonne  $R$ , il est décrit par la

## 1.1 Modèles d'optique de Fourier

matrice colonne  $R''$  dans  $(x'', y'', z'')$  avec  $R'' = TR$  et  $R = T^{-1}R''$ . On note :

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

On associe au repère  $(x'', y'')$  un système de coordonnées fréquentielles  $(u'', v'')$  tel que :

$$\begin{aligned} u &= a_1 u'' + a_2 v'' + a_3 \sqrt{1/\lambda^2 - u''^2 - v''^2} \\ v &= a_4 u'' + a_5 v'' + a_6 \sqrt{1/\lambda^2 - u''^2 - v''^2} \end{aligned} \quad (1.11)$$

Les vecteurs de coordonnées  $2\pi[u \ v \ w]$  dans le repère  $(x, y, z)$  correspondent à des vecteurs d'onde directeurs d'ondes planes, dont les coordonnées dans  $(x'', y'', z'')$  sont  $2\pi[u'' \ v'' \ w'']$ . On a alors :

$$U''(x'', y'') = \iint_{\mathbb{R}^2} \tilde{U}''(u'', v'') e^{i2\pi(x''u'' + y''v'')} du'' dv'' \quad (1.12)$$

Soit  $J(u'', v'')$  le déterminant jacobien associé au changement de variable  $(u, v) \rightarrow (u'', v'')$ . Dans les cas de la figure 1.2(a), la matrice  $T$  n'est pas la même que dans le cas (b), et de même pour le déterminant jacobien. On a donc deux expressions différentes pour  $\tilde{U}''(u'', v'')$ , c'est-à-dire respectivement :

$$\tilde{U}''(u'', v'') = \tilde{U}(u, v) e^{i2\pi d \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - u^2 - v^2}} |J(u'', v'')| \quad (1.13)$$

et :

$$\tilde{U}''(u'', v'') = \tilde{U}(u, v) e^{i2\pi d \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - u''^2 - v''^2}} |J(u'', v'')| \quad (1.14)$$

avec dans chaque cas, avec les valeurs appropriées des coefficients  $a_j$  de la matrice  $T$  :

$$J(u'', v'') = (a_2 a_6 - a_3 a_5) \frac{u''}{(1/\lambda^2 - u''^2 - v''^2)^{1/2}} + (a_3 a_4 - a_1 a_6) \frac{v''}{(1/\lambda^2 - u''^2 - v''^2)^{1/2}} + (a_1 a_5 - a_2 a_4) \quad (1.15)$$

Ce modèle permet donc de calculer la propagation de la lumière depuis un plan où la répartition de l'amplitude complexe  $U$  est connue jusqu'à un second plan orienté arbitrairement par rapport à celui-ci, et ce en n'ajoutant au modèle de décomposition en ondes planes classique qu'un simple calcul de déterminant jacobien.

Nous venons de présenter les modèles de calcul de propagation de la lumière que nous serons amené à utiliser pour effectuer les simulations présentées dans la suite de ce manuscrit. La décomposition en ondes planes permet un calcul rapide de propagation de la lumière entre deux plans parallèles, hors approximation paraxiale. Plus restrictif car valable seulement pour de petits angles, le modèle de Rayleigh & Sommerfeld dans l'approximation de Fresnel et de Fraunhofer est quant à lui plus adapté à une étude analytique de la propagation de la lumière, comme nous le verrons notamment au chapitre 2. Le modèle de Harvey & Shack permet de calculer à l'aide d'une simple transformée de Fourier la propagation de la lumière depuis un plan vers une zone locale appartenant à sphère, sans approximation paraxiale, à condition de prendre en compte des termes d'aberrations au niveau de cette sphère. Son extension à l'infini, le modèle de Sherman, Stammes & Lalor, s'avérera particulièrement utile pour calculer des images rétiniennes. Enfin, bien qu'elle nécessite un temps de calcul plus conséquent dû aux interpolations qui interviennent dans son implémentation

numérique, la décomposition en ondes planes adaptée aux plans inclinés nous sera notamment utile dans le cadre du chapitre 3, pour le calcul de propagation de la lumière à travers un verre optique épais auquel on accole un composant microstructuré.

Ces modèles permettent entre autre de calculer l'image d'une source ponctuelle formée par un composant optique dont la fonction de phase est connue. La tache image obtenue, appelée réponse percussionnelle, ou encore fonction d'étalement de point : en anglais Point Spread Function (PSF), pourra être utilisée pour calculer l'image par ce composant optique d'une scène étendue et colorée. Nous détaillons maintenant les procédés que nous allons utiliser pour effectuer ces calculs de simulation d'image en couleurs à partir de la PSF.

## 1.2 Outil de simulation d'images

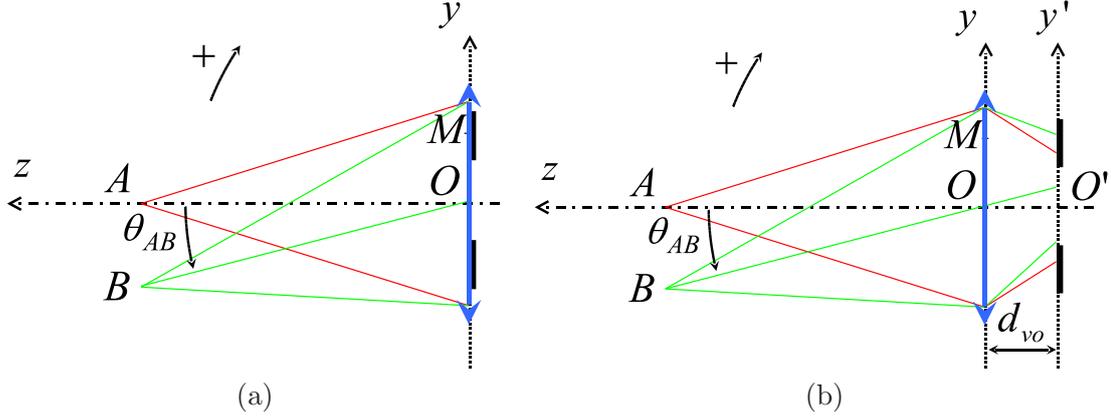
Dans la section 1.1, nous avons décrit différents modèles d'optique de Fourier qui pourront nous permettre notamment de simuler la propagation de la lumière après traversée d'un composant optique microstructuré. Ainsi, nous pourrions étudier l'impact sur le transport d'image des paramètres d'une lentille microstructurée, comme par exemple la taille des pixels lorsqu'il s'agit d'un composant pixellisé, et ce en se passant d'une réalisation coûteuse de prototypes. Ici, nous exploitons ces résultats conduisant à la connaissance de la PSF associée à une lentille microstructurée éclairée par une source lumineuse donnée, pour développer des outils de calcul permettant de simuler l'observation d'images en couleurs à travers elle. Nous décrivons les procédés colorimétriques que nous avons mis en place pour calculer un rendu réaliste des images simulées.

Nous utiliserons un modèle d'œil simple permettant de prendre en compte notamment la taille et la position de sa pupille ainsi que son accommodation. L'œil sera décrit par une lentille parfaite, hors éventuels défauts d'accommodation et d'amétropies tels que le défaut de mise au point (cas des myopes et hypermétropes) et l'astigmatisme. Nous considérerons qu'un œil emmétrope qui n'accommode pas présente sur sa rétine une image parfaite de l'infini.

Ces simulations d'images nous permettront, dans les chapitres 2 et 3, de visualiser les effets engendrés par les microstructures. Enfin, comme nous le verrons dans le chapitre 4, l'une des applications des simulations d'images consistera à évaluer l'impact de la pixellisation d'une lentille sur l'acuité visuelle d'un individu.

### 1.2.1 Convolution

Dans cette sous-section nous justifions les calculs de convolution qui seront utilisés pour réaliser les simulations d'images observées par un porteur à travers une lentille microstructurée et expliquons comment sont prises en compte dans nos modèles les éventuelles amétropies de l'œil et son accommodation. La figure 1.3 représente une scène objet délimitée par deux points A et B situés dans un plan distant de  $d = AO$  d'un composant optique schématisé en bleu par une lentille mince. A' et B' sont les images respectives de A et B par ce composant, et l'on représente en noir la pupille de l'œil du porteur. Dans le cas (a), cette pupille est située dans le plan du composant, noté  $Oxy$ . Dans le cas (b), la pupille de l'œil est située à une distance  $d_{vo}$  du composant, dans un plan noté  $O'x'y'$ .  $\theta_{AB}$  est l'angle que forment les droites  $(OA)$  et  $(OB)$ . Par souci de clarté les axes  $x$  et  $x'$  ainsi que les points A' et B' n'apparaissent pas sur la figure.



**Fig. 1.3:** Schéma de principe associé à la justification des calculs de convolution. (a) Pupille de l'œil (en noir, traits épais) dans le plan du composant optique (en bleu). (b) Pupille de l'œil séparée d'une distance  $d_{vo}$  du plan du composant optique.

Si les points A et B, de coordonnées respectives  $(0, 0, d)$  et  $(0, d \tan \theta_{AB}, d)$  dans le repère  $(O, x, y, z)$ , sont des sources ponctuelles de lumière, la phase en un point  $M(x, y)$  du composant optique est notée  $\phi_A(M)$  (et respectivement  $\phi_B(M)$ ) lorsque celui est éclairé par la source sphérique issue de A (et respectivement de B) et l'on a, si l'origine des phases est située en A (et respectivement B) :

$$\begin{cases} \phi_A(M) = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{x^2 + y^2 + d^2} \\ \phi_B(M) = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{x^2 + (y - d \tan \theta_{AB})^2 + d^2} \end{cases} \quad (1.16)$$

Nous faisons l'hypothèse que pour tout point M de la pupille :

$$\pi \cos^3 \theta_{AB} (r^2 - 2yd \tan \theta_{AB})^2 / 4\lambda d^3 \ll \pi/2 \quad (1.17)$$

Cette condition de petits angles est largement vérifiée dans les cas d'étude que nous aborderons dans ce manuscrit, où l'on simulera la perturbation d'images dont la taille angulaire sera de l'ordre de  $3^\circ$  de rayon, situées à une distance comprise entre  $0.25m$  et l'infini, vues à travers des composants optiques dont la pupille sera limitée par celle de l'œil, de  $3mm$  de rayon environ. On démontre alors facilement que sous cette condition :  $\phi_B(M) \simeq \phi_A(M) - 2\pi y \sin \theta_{AB} / \lambda$ , le terme ajouté correspondant au basculement de l'onde sphérique issue de B par rapport à l'onde sphérique issue de A.

Soient respectivement  $U_A(x, y)$  et  $U_B(x, y)$  la répartition d'amplitude complexe au niveau du plan  $Oxy$  après traversée du composant optique lorsque celui-ci est éclairé par une onde sphérique issue respectivement de A et de B. Sauf mention particulière, le composant est supposé très mince et l'on pourra donc lui associer une transmittance  $t(x, y)$  telle que  $U_A(x, y) = t(x, y) \exp i\phi_A(x, y)$  et  $U_B(x, y) = t(x, y) \exp i\phi_B(x, y)$ . Dans notre modèle d'œil, nous associerons à l'œil une transmittance  $t_o(x, y) = P_o(x, y) \exp i\phi_o(x, y)$ , où  $P_o$  est sa pupille et  $\phi_o$  le terme de phase associé aux éventuelles amétropies du porteur et son accommodation<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>Cette transmittance  $t_o$  ne correspond pas à la transmittance de l'œil mais au rapport entre la transmittance de cet œil à celle d'un œil emmétrope qui n'accommode pas.

Nous rappelons que pour simuler la répartition de la lumière au fond de la rétine du porteur, nous calculons la répartition de la lumière à l'infini vers les  $z > 0$ , dont nous considérons que l'image rétinienne est alors l'image géométrique parfaite. Nous nous intéressons donc aux expressions de l'amplitude complexe à l'infini  $U_{A,\infty}(\alpha, \beta)$  et  $U_{B,\infty}(\alpha, \beta)$ , calculées d'après l'équation (1.9) de Sherman, Starnes & Lalor. Dans le cas (a), ces grandeurs sont calculées à partir des expressions de  $U_A(x, y)$  et  $U_B(x, y)$ , pondérées par  $t_o(x, y)$ . Dans le cas (b), il est nécessaire de calculer, en utilisant par exemple la méthode de décomposition en ondes planes décrite par l'équation (1.1), la propagation de la lumière depuis  $Oxy$  vers  $O'x'y'$ , avant de multiplier les répartitions de l'amplitude complexe obtenues par  $t_o$ . Nous verrons au chapitre 4 que dans nos cas d'étude, la prise en compte de la distance  $d_{vo}$  a un effet négligeable dans les résultats de simulations obtenus.

Les propriétés de la transformée de Fourier et la relation  $\phi_B(M) = \phi_A(M) - 2\pi y \sin \theta_{AB} / \lambda$  induisent que  $U_{B,\infty}(\alpha, \beta) = U_{A,\infty}(\alpha - \sin \theta_{AB}, \beta)$ , que l'on peut réécrire  $U_{B,\infty}(\alpha, \beta) = U_{A,\infty}(\alpha - \alpha_{AB}, \beta)$ , avec  $\alpha_{AB} = \sin \theta_{AB}$ . Cela signifie que dans nos conditions de petits angles, la PSF à l'infini issue de B est identique à celle issue de A, et est décalée angulairement par rapport à cette dernière d'un angle  $\theta_{AB}$ . Tous les points de la scène objet, compris entre A et B, apportent donc la même contribution au transport d'image. Ceci nous permet de justifier le fait que sous l'hypothèse de l'équation (1.17), l'image à l'infini (et donc sur la rétine) de cette scène objet par le système optique composé de l'œil et du composant microstructuré est obtenue par convolution [47] en éclairement<sup>4</sup> de la projection de cette scène objet à l'infini par la PSF à l'infini :  $PSF_\infty(\alpha, \beta) \propto |U_{A,\infty}(\alpha, \beta)|^2$ .

## 1.2.2 Étude colorimétrique

### 1.2.2.1 Synthèse de couleurs sur un écran d'ordinateur

Nous décrivons maintenant les procédés colorimétriques qui nous permettront d'effectuer des simulations d'images en couleurs réalistes. Le support choisi pour ces simulations est un écran de type CRT (Cathodic Ray Tube) Philips 107p50 fonctionnant en mode sRGB. Nous avons choisi ce type d'écran pour sa qualité de représentation des couleurs, meilleure que dans le cas d'un écran de type LCD (Liquid Crystal Display). Les écrans d'ordinateur représentent les couleurs sur une matrice de pixels, dont chaque pixel est constitué de trois sous-pixels rouges, verts et bleus, autrement appelés luminophores. À ces trois types de sous-pixels est associé un système de coordonnées  $(R, V, B)$ , où  $R$ ,  $V$  et  $B$  ont des valeurs comprises entre 0 et 1. Ces coordonnées sont telles que si  $L_{p,\lambda}(\lambda)$  est la luminance spectrique d'un pixel, alors :

$$L_{p,\lambda}(\lambda) = R \times L_{R,\lambda}(\lambda) + V \times L_{V,\lambda}(\lambda) + B \times L_{B,\lambda}(\lambda) \quad (1.18)$$

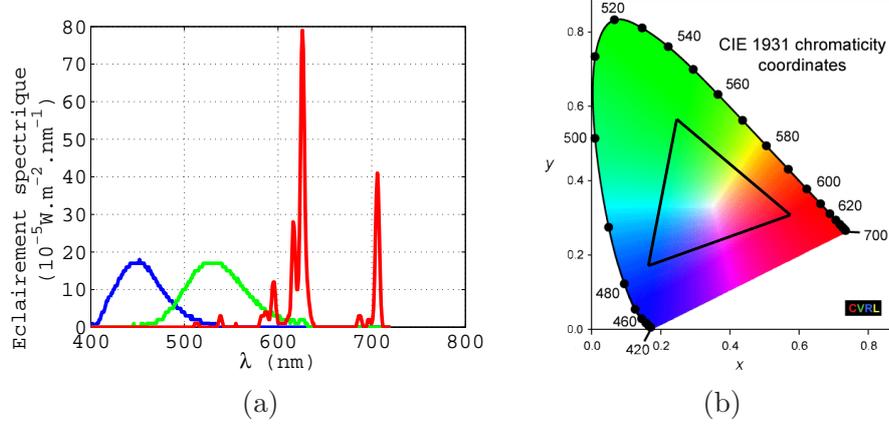
où  $L_{R,\lambda}(\lambda)$ ,  $L_{V,\lambda}(\lambda)$  et  $L_{B,\lambda}(\lambda)$  représente respectivement la luminance spectrique des luminophores rouges, verts et bleus au maximum d'excitation. Par exemple, le cas  $R = 1$ ,  $V = 0$ ,  $B = 0$  correspond à un sous-pixel rouge allumé au maximum de sa puissance nominale, les sous-pixels verts et bleu étant éteints.

Afin de nous approcher le plus possible, sur l'écran, du spectre calculé par nos modèles et à reproduire, nous avons caractérisé l'écran que nous utilisons pour les simulations en mesurant son spectre d'émission à l'aide d'un spectro-radiomètre étalonné à partir d'une

<sup>4</sup>La convolution est effectuée en éclairement parce que le support de la scène objet est dans le cadre de ce manuscrit un écran d'ordinateur ; la lumière issue de cette scène est donc incohérente spatialement. Si cette lumière avait été cohérente spatialement, la convolution aurait dû être effectuée en amplitude complexe.

## 1.2 Outil de simulation d'images

lampe dont la distribution spectrale est connue. Le spectro-radiomètre est placé dans le cône à l'intérieur duquel l'écran CRT émet "correctement" les couleurs, dont la valeur du demi angle au sommet est donnée par le constructeur. Après avoir vérifié que la position du capteur du spectro-radiomètre n'a que très peu d'influence sur la mesure de spectres, nous mesurons respectivement pour les luminophores rouges, verts et bleus de l'écran les spectres  $s_R(\lambda)$ ,  $s_V(\lambda)$  et  $s_B(\lambda)$  représentés respectivement en rouge, vert et bleu sur la figure 1.4(a). En ordonnées, nous représentons l'éclairement spectrique mesuré, exprimé en  $10^{-5}W.m^{-2}.nm^{-1}$ .



**Fig. 1.4:** (a) Spectre des luminophores rouges, verts et bleus de l'écran CRT utilisé pour les simulations. (b) Diagramme de chromaticité  $xy$ . En noir : triangle des couleurs synthétisables par un écran d'ordinateur.

Considérons la norme XYZ CIE (Commission Internationale de l'Éclairage) 1931, qui définit pour un champ de  $2^\circ$  et un observateur standard les fonctions colorimétriques [48]  $\bar{x}(\lambda)$ ,  $\bar{y}(\lambda)$  et  $\bar{z}(\lambda)$ . Ces dernières sont des combinaisons linéaires des courbes de sensibilités spectrales relatives des cônes  $S_L(\lambda)$ ,  $S_M(\lambda)$  et  $S_S(\lambda)$ , établies à partir de mesures, qui représentent l'efficacité relative de détection des trois types de cônes de l'œil humain. Les lettres  $L, M$  et  $S$  signifient "Long", "Medium" et "Short" wavelengths. Elles désignent donc les trois types de cônes de l'œil, respectivement plus sensibles dans le rouge, le vert et le bleu. La fonction colorimétrique  $\bar{y}(\lambda)$  pour l'observateur standard est par définition la courbe d'efficacité lumineuse relative spectrale  $\mathcal{V}(\lambda)$ , en vision photopique [49, 50].

Lorsqu'un individu observe une source lumineuse de luminance spectrique  $L_\lambda(\lambda)$ , son ressenti visuel peut être décrit par un triplet de composantes trichromatiques  $(X, Y, Z)$ , déterminées de la manière suivante, où  $K$  est une constante de normalisation :

$$\begin{aligned} X &= K \int_{\text{visible}} \bar{x}(\lambda) L_\lambda(\lambda) d\lambda \\ Y &= K \int_{\text{visible}} \bar{y}(\lambda) L_\lambda(\lambda) d\lambda \\ Z &= K \int_{\text{visible}} \bar{z}(\lambda) L_\lambda(\lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (1.19)$$

La composante  $Y$  représente donc la luminance de la source perçue par l'œil. Dans le cas du calcul des coordonnées  $(X, Y, Z)$  d'une source purement monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_m$ ,  $L_\lambda(\lambda)$  peut être assimilée à un pic de dirac :  $L_\lambda(\lambda) = K' \times \delta(\lambda - \lambda_m)$ ,  $K'$  étant une constante représentative de la luminance de la source. On arrive alors à :

$$\begin{aligned} X(\lambda_m) &= K \times K' \times \bar{x}(\lambda_m) = K'' \times \bar{x}(\lambda_m) \\ Y(\lambda_m) &= K \times K' \times \bar{y}(\lambda_m) = K'' \times \bar{y}(\lambda_m) \\ Z(\lambda_m) &= K \times K' \times \bar{z}(\lambda_m) = K'' \times \bar{z}(\lambda_m) \end{aligned} \quad (1.20)$$

Nous pourrions également considérer le système de coordonnées  $(x, y)$ , où  $x = X/(X + Y + Z)$  et  $y = Y/(X + Y + Z)$ . Le diagramme de chromaticité [49, 51] représenté sur la figure 1.4(b) représente la répartition des couleurs dans cet espace de coordonnées.

Le but de la colorimétrie consiste à représenter sur un pixel, dans la mesure du possible, la couleur  $(X, Y, Z)$  d'une source lumineuse en déterminant une combinaison de paramètres  $(R, V, B)$  telle que la couleur émise par ce pixel ait les mêmes composantes  $(X, Y, Z)$  que cette source. La lumière issue du pixel et celle de la source sont alors dites "métamères".

Lorsque l'on souhaite associer des coordonnées  $(R, V, B)$  à un pixel donné de l'écran, il faut au niveau de ce pixel donner au logiciel d'affichage des commandes logicielles brutes  $R'$ ,  $V'$  et  $B'$ , elles aussi comprises entre 0 et 1, reliées aux coordonnées  $R$ ,  $V$  et  $B$  par des fonctions de transfert<sup>5</sup> non linéaires :  $R = f(R')$ ,  $V = f(V')$  et  $B = f(B')$  ;  $R' = f^{-1}(R)$ ,  $V' = f^{-1}(V)$  et  $B' = f^{-1}(B)$ .

L'application de l'équation (1.19) à la luminance spectrique  $L_{p,\lambda}(\lambda)$  d'un pixel décrite par l'équation (1.18) permet de calculer ses coordonnées  $(X, Y, Z)$  à partir de ses coordonnées  $(R, V, B)$ . Soit la matrice  $M$  dont les trois colonnes correspondent respectivement aux coordonnées  $(X, Y, Z)$  des pixels rouges, verts et bleus au maximum de luminosité.  $M$  est arbitrairement normalisée de telle sorte que la coordonnée  $Y$  du blanc de l'écran ( $R = 1, V = 1, B = 1$ ) soit égale à 1. Les coordonnées  $(R, V, B)$  d'un pixel quelconque sont alors reliées à ses coordonnées  $(X, Y, Z)$  par la matrice  $M$ , qui caractérise l'écran :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M \times \begin{bmatrix} R \\ V \\ B \end{bmatrix} \quad (1.21) \quad \begin{bmatrix} R \\ V \\ B \end{bmatrix} = M^{-1} \times \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

À partir des mesures de spectre des luminophores que nous avons effectuées, représentées sur la figure 1.4(a), proportionnelles à leur luminance spectrique, et des fonctions colorimétriques  $\bar{x}(\lambda)$ ,  $\bar{y}(\lambda)$  et  $\bar{z}(\lambda)$ , nous pouvons donc calculer les coordonnées  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  associées à ces spectres. Immédiatement, nous calculons leurs coordonnées  $(x, y)$  et la matrice  $M$  de passage  $(R, V, B) \rightarrow (X, Y, Z)$  mesurée pour l'écran CRT. Ainsi, pour le rouge de l'écran nous calculons :  $x_R = 0.663$  et  $y_R = 0.336$  ; pour le vert  $x_V = 0.282$  et  $y_V = 0.617$  et pour le bleu  $x_B = 0.144$  et  $y_B = 0.055$ .<sup>6</sup>

Ces points de coordonnées  $(x_R, y_R)$ ,  $(x_V, y_V)$  et  $(x_B, y_B)$  des luminophores rouges, verts et bleu de l'écran considéré forment un triangle sur le diagramme de chromaticité  $xy$ .

<sup>5</sup>Ces fonctions  $f$  et  $f^{-1}$  sont fournies pour un écran standard de PC (idéal), par la norme sRGB (IEC61966-2.1 1999).

<sup>6</sup>Pour la matrice  $M$  nous trouvons :

$$M = \begin{bmatrix} 0.426 & 0.328 & 0.170 \\ 0.216 & 0.718 & 0.064 \\ 8.04 \times 10^{-4} & 0.118 & 0.943 \end{bmatrix}.$$

Ces valeurs sont voisines des valeurs théoriques pour un écran en mode sRGB :  $x=0.65$  et  $y=0.33$  pour le rouge,  $x=0.32$  et  $y=0.60$  pour le vert et  $x=0.16$  et  $y=0.07$  pour le bleu (Profils génériques ICC utilisés notamment par Microsoft, Adobe, TheMathWorks, ...). La matrice  $M$  théorique (calculée à partir du profil générique "sRGB.icm" de la boîte à outils de traitement d'images de Matlab7) est :

$$M = \begin{bmatrix} 0.3607 & 0.3938 & 0.1960 \\ 0.1840 & 0.7329 & 0.0830 \\ 0.0115 & 0.0993 & 0.9783 \end{bmatrix}.$$

## 1.2 Outil de simulation d'images

Ce triangle est appelé triangle des couleurs synthétisables par l'écran. Seules les couleurs appartenant à l'intérieur de ce triangle, en noir sur la figure 1.4(b), peuvent être représentées sur cet écran.

### 1.2.2.2 Simulation d'images en couleurs

Nous nous intéressons maintenant à la simulation en couleurs de scènes observées à travers un composant optique. Dans ce manuscrit le support des scènes objet est l'écran CRT Philips 107p50. Soit une scène objet en couleurs. Cette scène est constituée d'un triplet de matrices  $H_{R'}(i, j)$ ,  $H_{V'}(i, j)$  et  $H_{B'}(i, j)$  correspondant chacune respectivement aux canaux de luminophores rouges, verts et bleus.  $(i, j)$  représente la position d'un pixel de la scène. Nous considérons les matrices  $H_R = f(H_{R'})$ ,  $H_V = f(H_{V'})$  et  $H_B = f(H_{B'})$ . Chacune de ces matrices représente une échelle de luminosité des luminophores rouges, verts et bleus.

Nous allons échantillonner les spectres  $s_R(\lambda)$ ,  $s_V(\lambda)$  et  $s_B(\lambda)$  sur la plage des longueurs d'onde visibles et traiter les longueurs d'onde indépendamment les unes des autres. Par exemple, nous pourrions considérer les 33 longueurs d'onde d'étude 400nm, 410nm, 420nm, ..., 720nm. Pour chacune de ces longueurs d'onde, on calcule la réponse percussionnelle à l'infini  $PSF_\lambda$ , d'intégrale unité, donnée aux petits angles par  $|\tilde{U}(\alpha/\lambda, \beta/\lambda)/\lambda|^2$  d'après l'équation(1.9). Les coordonnées  $(X, Y, Z)$  associées à chacune de ces longueurs d'onde sont connues. En effet comme l'indique l'équation (1.20), à une constante  $K''$  près qui n'a pas d'importance dans nos calculs, il s'agit de leurs fonctions  $\bar{x}(\lambda)$ ,  $\bar{y}(\lambda)$  et  $\bar{z}(\lambda)$ .

Nous nous intéressons à la matrice  $H_R$ . À une constante de normalisation près, la luminosité spectrique en un pixel  $(i, j)$  à la longueur d'onde  $\lambda$  est donnée par  $H_R(i, j)s_R(\lambda)$ . On détermine alors les coordonnées  $(X, Y, Z)$  associées à chaque pixel à la longueur d'onde  $\lambda$  au moyen d'une convolution par la matrice  $PSF_\lambda$  :

$$\forall(i, j), \begin{bmatrix} X_{R,\lambda}(i, j) \\ Y_{R,\lambda}(i, j) \\ Z_{R,\lambda}(i, j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x}(\lambda) \times \{[s_R(\lambda)H_R] * PSF_\lambda\}(i, j) \\ \bar{y}(\lambda) \times \{[s_R(\lambda)H_R] * PSF_\lambda\}(i, j) \\ \bar{z}(\lambda) \times \{[s_R(\lambda)H_R] * PSF_\lambda\}(i, j) \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

Les coordonnées  $(X, Y, Z)$  associées à chaque pixel sur l'ensemble des longueurs d'onde sont données par :

$$\forall(i, j), \begin{bmatrix} X_R(i, j) \\ Y_R(i, j) \\ Z_R(i, j) \end{bmatrix} = \sum_{\lambda} \begin{bmatrix} X_{R,\lambda}(i, j) \\ Y_{R,\lambda}(i, j) \\ Z_{R,\lambda}(i, j) \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Ces coordonnées sont alors transformées en coordonnées  $(R, V, B)$  via la matrice  $M^{-1}$  :

$$\forall(i, j), \begin{bmatrix} R_R(i, j) \\ V_R(i, j) \\ B_R(i, j) \end{bmatrix} = M^{-1} \times \begin{bmatrix} X_R(i, j) \\ Y_R(i, j) \\ Z_R(i, j) \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Ensuite, la même opération est effectuée pour les deux autres canaux V et B pour calculer les matrices  $R_V$ ,  $V_V$ ,  $B_V$ ,  $R_B$ ,  $V_B$  et  $B_B$ . Nous obtenons alors trois matrices  $R$ ,  $V$  et  $B$  telles que :

$$\forall(i, j), \begin{bmatrix} R(i, j) \\ V(i, j) \\ B(i, j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_R(i, j) \\ V_R(i, j) \\ B_R(i, j) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_V(i, j) \\ V_V(i, j) \\ B_V(i, j) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_B(i, j) \\ V_B(i, j) \\ B_B(i, j) \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

Dans les matrices  $R$ ,  $V$  et  $B$  obtenues, nous savons qu'il peut exister des pixels  $(i, j)$  dont l'apparence colorée n'appartient pas au triangle des couleurs synthétisables. Dans ces cas il existe au moins une valeur  $R(i, j)$ ,  $V(i, j)$  ou  $B(i, j) < 0$ . Pour chaque pixel concerné, nous allons "**rajouter du blanc de l'écran**", c'est à dire que le nouveau triplet  $R(i, j), V(i, j), B(i, j)$  sera calculé ainsi :

$$\begin{bmatrix} R(i, j) \\ V(i, j) \\ B(i, j) \end{bmatrix}_{\text{désaturé}} = \begin{bmatrix} R(i, j) \\ V(i, j) \\ B(i, j) \end{bmatrix} - \min \begin{bmatrix} R(i, j) \\ V(i, j) \\ B(i, j) \end{bmatrix}.$$

Le nouveau triplet  $R(i, j), V(i, j), B(i, j)$  aura alors au moins une composante nulle et aucune composante négative. Ceci signifie que le point correspondant à ce nouveau triplet sur le diagramme de chromaticité xy CIE 1931 se situe exactement **en périphérie du triangle des couleurs synthétisables** par l'écran. Plus exactement, ce point se situe à l'intersection entre l'arête du triangle dont il est le plus proche et le segment reliant le point initial non synthétisable et le blanc de l'écran. D'où le nom de "**désaturation par le blanc de l'écran**"<sup>7</sup> pour ce procédé.

Cependant le fait d'ajouter du blanc de l'écran modifie la valeur de Y de la couleur non désaturée et la transforme en une valeur  $Y'$ . Or nous avons vu que la composante Y représente la luminance perçue par l'œil. Nous avons donc choisi de réassocier à la couleur désaturée sa coordonnée Y initiale. Pour cela nous avons effectué l'opération suivante pour chaque pixel  $(i, j)$  concerné :  $[R(i, j), V(i, j), B(i, j)] \longrightarrow \frac{Y(i, j)}{Y'(i, j)} \times [R(i, j), V(i, j), B(i, j)]$ .

Ensuite nous normalisons les trois matrices  $R$ ,  $V$  et  $B$  associées à la scène image obtenue après éventuelle désaturation locale en les divisant par la valeur maximale de l'ensemble des matrices  $R$ ,  $V$  et  $B$  sur l'ensemble de cette scène, de telle sorte que toutes trois soient comprises entre 0 et 1. Puis, afin de s'assurer que la scène objet et la scène image émettent bien la même quantité de lumière on effectue les sommes respectives  $\sum_{i, j} [R(i, j) + V(i, j) + B(i, j)]$  de leurs coordonnées  $(R, V, B)$ , et la scène la plus lumineuse est alors multipliée par le rapport approprié de ces sommes. Enfin, on applique la fonction  $f^{-1}$  aux matrices  $R$ ,  $V$  et  $B$ . Le triplet de matrices obtenu correspond alors aux commandes logicielles brutes qui nous permettent d'afficher la scène image à l'écran.

En utilisant ces procédés colorimétriques, nous représentons sur la figure 1.5 à titre d'illustration le cas d'une scène de  $5.9^\circ \times 4.4^\circ$  située à l'infini, vue par un porteur emmétrope qui n'accomode pas et devant l'œil duquel on a placé une lentille convergente de  $1\delta$  de puissance dioptrique. Le spectre de la scène est "ramené" à celui de l'écran et est échantillonné tous les  $10nm$  entre  $400nm$  et  $720nm$ . Le diamètre de la pupille de l'observateur est de  $6mm$ .

<sup>7</sup>Il s'agit en fait d'un cas particulier de "Colour Gamut Mapping", décrit dans le chapitre 13 de la référence [52].

### 1.3 Conclusion

---



**Fig. 1.5:** (a) Scène objet. (b) Scène image, observée à travers une lentille de  $1\delta$  de puissance dioptrique.

Il sera également pertinent de réaliser des simulations en couleurs correspondant à des sources de lumière monochromatiques. Dans ce cas, les calculs sont plus rapides à mettre en place. Le calcul des matrices  $R$ ,  $V$  et  $B$  est effectué directement à partir de la connaissance de la matrice  $M^{-1}$ , de la PSF et des fonctions  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  et  $\bar{z}$  à la longueur d'onde considérée. La phase de désaturation par le blanc de l'écran est d'autant plus indispensable dans ces cas où la couleur réelle n'est pas synthétisable, car, comme nous le voyons sur la figure 1.4(b), les couleurs associées aux spectres monochromatiques, localisées par des points noirs, n'appartiennent pas au triangle des couleurs synthétisables par l'écran.

En général, nous représentons sur l'écran l'image qui se situe sur la rétine du porteur. Dans certains cas particuliers comme dans le chapitre 4, le composant optique étudié est un doublet sans puissance dioptrique; la scène objet et la scène image sont donc situées au même endroit, et il n'y a pas de facteur de grandissement. Si la scène objet est l'écran lui-même, la représentation sur cet écran de l'image rétinienne du porteur correspond exactement à l'image virtuelle vue par le porteur. Nous nous servons de ce résultat pour évaluer l'acuité visuelle d'un porteur de lentilles pixellisées en affichant à l'écran des anneaux de Landolt de différentes tailles et orientations, vus à travers différents composants optiques pixellisés.

Nous effectuerons la validation expérimentale de ces outils de simulation dans le chapitre 4, après avoir obtenu quelques résultats préliminaires dans le chapitre 2.

### 1.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons décrit des outils de calcul qui vont nous permettre de mettre en évidence les effets induits par la pixellisation aussi bien sur le transport d'image que sur l'aspect esthétique d'un verre. Nous y avons notamment décrit différents modèles d'optique de Fourier, dont l'intérêt principal est de pouvoir simuler à l'aide d'outils de calcul très rapides la propagation de la lumière après traversée de composants optiques microstructurés. Les chapitres qui suivent y feront référence, ainsi qu'au procédé colorimétrique de simulation réaliste d'images, également décrit dans ce chapitre, nécessitant une caractérisation préalable de l'écran d'affichage effectuée à partir des mesures des spectres associées à ses luminophores rouges, verts et bleus.



---

## Étude théorique d'une lentille pixellisée

---

Dans le chapitre 1 nous avons décrit les outils de calculs qui vont nous être utiles dans la suite de ce manuscrit dont l'objet est l'étude de lentilles pixellisées, et plus généralement de lentilles composées de microstructures optiques localement ou bien sur toute leur surface. Dans ce chapitre nous étudions en détail l'effet de la pixellisation sur la formation d'une image par une lentille pixellisée. Nous étudions également l'effet du repliement de phase, caractéristique de lentilles de Fresnel, sur une lentille pixellisée. Puis nous décrivons quels sont les moyens dont nous disposons, étant données les limites des technologies envisagées, pour réduire les effets parasites liés à la pixellisation, afin d'améliorer la qualité d'une image observée à travers une lentille pixellisée.

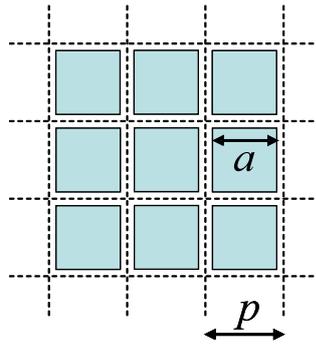
### 2.1 Étude d'une lentille mince à pixels carrés

Nous nous intéressons dans un premier temps au cas de lentilles à pixels carrés de tailles identiques, régulièrement espacés les uns des autres et pouvant être séparés ou non par des parois. Nous traitons le cas particulier de lentilles à fonction de phase quadratique en approximation paraxiale, c'est-à-dire des lentilles convergentes ou divergentes, de puissance  $P$  ; les résultats obtenus permettront de comprendre les effets des paramètres d'une lentille pixellisée sur le transport d'image et pourront facilement être généralisés à d'autres types de fonctions de phase correspondant par exemple à la correction de l'astigmatisme ou d'aberrations géométriques d'ordre supérieur. Dans tout ce manuscrit, le pas des pixels sera noté  $p$  et leur côté sera noté  $a$ , comme l'illustre la figure 2.1, de telle sorte que la largeur d'une paroi entre deux pixels est égale à  $p - a$ .

Dans notre étude de ce chapitre, nous nous plaçons dans le cadre de l'approximation paraxiale et considérons les lentilles pixellisées étudiées comme des éléments très fins à l'intérieur desquels les effets de réfraction sont négligés ; nous pouvons donc leur associer une transmittance : il s'agit de l'approximation des éléments fins (en anglais TEA : Thin Element Approximation [2]). D'autre part, les calculs effectués sont indépendants de la nature du matériau qui constitue la lentille, et nous ne considérons pas le phénomène de dispersion de la lumière<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Il en sera de même dans toutes les études de ce manuscrit, sauf mention contraire.



**Fig. 2.1:** Vue schématique de dessus d'une lentille pixellisée à pixels carrés régulièrement espacés et de tailles identiques.

Comme nous l'avons vu en introduction, la pixellisation d'une lentille consiste en un échantillonnage spatial de sa transmittance ou d'une fonction qui en dépend. L'écart de comportement d'une lentille pixellisée à celui de sa LRE dépend donc de l'écart de forme entre les fronts d'onde issus de chacune de ces deux lentilles. Intuitivement, nous comprenons donc que plus les pixels ont un pas  $p$  important et, dans le cas d'une lentille induisant une simple convergence, plus la puissance  $P$  est élevée en valeur absolue, pire sera la qualité d'une image observée à travers cette lentille. D'autre part, les défauts deviennent plus importants lorsque le diamètre  $A$  de la pupille de la lentille grandit, parce que l'écart entre front d'onde réfractif et front d'onde pixellisé est plus important en bord de lentille. Nous allons mettre en évidence le fait que la lumière parasite diffractée par une lentille pixellisée à pixels carrés présente dans l'espace une répartition présentant des axes de symétrie. Plus exactement, nous allons voir que cette lumière parasite se répartit en ordres de diffraction dont nous pouvons déterminer la forme et la luminosité, et que l'ordre de diffraction central a au niveau du plan focal image une forme qui sera d'autant plus voisine de la figure de diffraction associée à la LRE que les paramètres  $p$ ,  $P$  et  $A$  auront une valeur faible.

Certaines publications ont déjà présenté des lentilles pixellisées de faible résolution mises en œuvre sur des SLM [53]. La forme et la luminosité des ordres de diffraction associés à ces composants, responsables d'un effet d'image multiple, ont été déjà analysés [26–28] et une description précise de l'ordre central a été détaillée dans la référence [29], révélant un effet d'auto-apodisation de cet ordre. Dans notre cas, les nouvelles technologies comme la photolithographie utilisées pour réaliser des lentilles pixellisées nous permettent de concevoir des lentilles dont les pixels sont très petits. La résolution de ces lentilles est donc bien plus élevée que dans le cas des articles que nous venons de mentionner. Les effets de diffraction observés à travers de telles optiques s'avèrent donc être différents de ceux obtenus avec des lentilles pixellisées de faible résolution, et nous en avons proposé une étude détaillée dans une publication [54] ainsi qu'en conférences [55, 56], dont nous allons développer ici les résultats principaux.

### 2.1.1 Étude de la forme des ordres de diffraction d'une lentille pixellisée

Nous considérons sur la figure 2.2 une lentille pixellisée de focale  $f = 1m$  située dans un plan  $\Sigma_1$  et dont le plan focal image est noté  $\Sigma_2$ , éclairée par une onde plane d'amplitude  $U_0$ . La longueur d'onde d'étude est notée  $\lambda$ . La focale de la lentille pixellisée est supposée

## 2.1 Étude d'une lentille mince à pixels carrés

positive par souci de simplicité, et la transmittance de sa LRE  $t_c(x, y) = t_c(\vec{r})$  s'écrit :

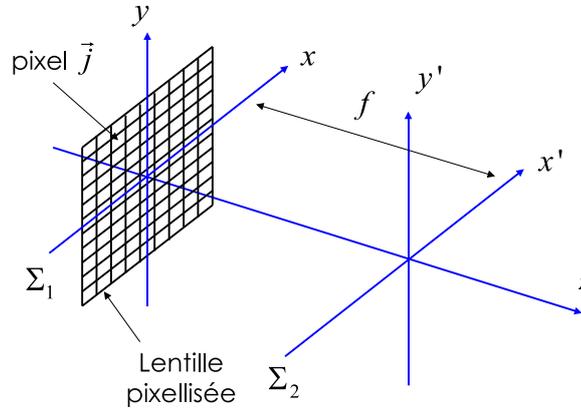
$$t_c(\vec{r}) = P(\vec{r}) \exp\left(-i \frac{\pi r^2}{\lambda f}\right) \quad (2.1)$$

Pour des raisons de lisibilité des équations, nous avons noté  $P$  la fonction pupille de la lentille, égale à 1 à l'intérieur du contour qu'elle définit et à 0 à l'extérieur. Dans le cas où la pupille est carrée de côté  $A = Np$  et centrée,  $P(\vec{r}) = \Pi_2(\vec{r}/Np)$ , où  $N$  est le nombre de pixels suivant  $x$  ou  $y$  et  $\Pi_2$  est la fonction rectangle 2-D. La pupille des pixels  $\Pi_{2,a}$  est la fonction rectangle 2-D de largeur  $a$  (de même nous noterons dans la suite  $\Pi_{1,a}$  la fonction rectangle 1-D de largeur  $a$ ). L'amplitude complexe dans le plan  $\Sigma_1$  est donc  $U_0 t(\vec{r})$  avec :

$$t(\vec{r}) = t_\Delta(\vec{r}) * \Pi_{2,a}(\vec{r}) \quad (2.2)$$

où  $*$  représente le produit de convolution et :

$$t_\Delta(\vec{r}) = t_c(\vec{r}) \text{III}_{p,p}(\vec{r}) \quad (2.3)$$



**Fig. 2.2:** Schéma de principe associé à l'étude détaillée des ordres de diffraction d'une lentille pixellisée située dans un plan  $\Sigma_1$  et dont le plan focal image est noté  $\Sigma_2$ .

$\text{III}_{p,p}$  est la fonction peigne de Dirac de pas  $p$  en 2-D :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \text{III}_{p,p}(x, y) = \sum_{j_x=-\infty}^{+\infty} \delta(x - j_x p) \times \sum_{j_y=-\infty}^{+\infty} \delta(y - j_y p) \quad (2.4)$$

$\delta$  représente une distribution de Dirac. Les pixels sont indexés par le vecteur 2-D  $\vec{j} = (j_x, j_y)$ , dont les coordonnées sont des nombres entiers<sup>2</sup>. Les coordonnées du centre du pixel  $\vec{j}$  sont  $(j_x p, j_y p)$ . La valeur du déphasage induit par un pixel a été définie ici par souci de simplicité par la valeur en son centre du déphasage associée à la LRE, mais dans le cas général d'une lentille pixellisée, cette valeur aurait pu être choisie d'une manière différente comme par exemple la valeur moyenne sur le pixel de la phase de la LRE [4].

<sup>2</sup>Ceci est compatible avec une pupille centrée de taille  $N \times N$  pixels seulement si  $N$  est un entier impair. Mais l'extension à des valeurs paires de  $N$  est immédiate. Cependant, nous ne la développerons pas ici par souci de simplicité.

Sur la figure 2.3 nous représentons en 1-D sur une pupille de côté  $A = 4mm$  le déphasage  $\phi(x)$  induit à la longueur d'onde  $\lambda = 550nm$  par une lentille pixellisée de puissance  $P = 1\delta$ , avec  $t(x) = \exp[i\phi(x)]$ . Ici le pas  $p = a = 100\mu m$ .

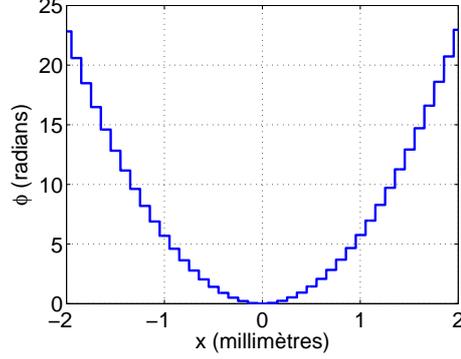


Fig. 2.3: Déphasage induit par une lentille pixellisée.

En rappelant la notation “NFG” pour désigner le Nombre de Fresnel Généralisé, nous introduisons alors l’hypothèse ( $H_1$ ), validant l’approximation de Fraunhofer à l’échelle d’un pixel unique, comme nous l’avons vu en chapitre 1 pour passer de l’équation (1.3) à l’équation (1.5) :

$$(H_1) : \text{NFG} = \frac{a^2}{2\lambda f} \ll 1$$

On rappelle que dans le chapitre 1 nous avons noté  $r_0$  le rayon de la plus petite pupille circulaire qui contient la pupille du composant optique considéré, ici un pixel de largeur  $a$ . Étant donné que la pupille d’un pixel est un carré  $a \times a$ , on a  $r_0 = a\sqrt{2}/2$ . On ajoute l’hypothèse ( $H_2$ ), signifiant physiquement que le pas  $p$  des pixels est beaucoup plus petit que la largeur de la PSF associée à la LRE :

$$(H_2) : \frac{Ap}{\lambda f} \ll 1$$

On remarque que si ( $H_2$ ) est vérifiée, alors ( $H_1$ ) est également vérifiée, étant donné que de manière évidente  $Np^2 \geq a^2/2$ . En approchant le problème en 1-D par souci de lisibilité des résultats, nous avons écrit la répartition de l’amplitude complexe  $U'(x')$  dans le plan  $\Sigma_2$  comme la somme cohérente des figures de diffraction associées à chaque pixel, calculées dans l’approximation de Fraunhofer. Avec l’hypothèse ( $H_2$ ), nous avons pu écrire l’amplitude complexe  $U'(x')$  sous la forme simplifiée de l’équation (2.5). Le détail des calculs est décrit dans l’annexe A. L’étude 2-D est immédiate à condition que la pupille de la lentille soit carrée, la fonction de phase de la lentille étant alors à variables séparables suivant  $x$  et  $y$ . L’équation (2.5) peut être écrite de la même manière suivant  $y'$ ; elle s’écrit alors en 2-D comme le produit de l’équation (2.5) suivant  $x'$  par l’équation (2.5) suivant  $y'$ .

$$U'(x') \propto U'_A(x') + U'_B(x') \tag{2.5}$$

avec :

$$\begin{cases} U'_A(x') = \sum_{n \in \mathbb{Z}} U'_{A,n}\left(\frac{x'}{\lambda f}\right) = \tilde{\Pi}_{1,a}\left(\frac{x'}{\lambda f}\right) \sum_{n \in \mathbb{Z}} \tilde{P}\left(\frac{x'}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right) \\ U'_B(x') = \sum_{n \in \mathbb{Z}} U'_{B,n}\left(\frac{x'}{\lambda f}\right) = \frac{\tilde{\Pi}'_{1,a}\left(\frac{x'}{\lambda f}\right)}{2\pi i \lambda f} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \tilde{P}'\left(\frac{x'}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right) \end{cases}$$

## 2.1 Étude d'une lentille mince à pixels carrés

L'indice  $n$  dans les sommes obtenues correspondent aux différents ordres diffractés par la lentille. En 2-D, un ordre de diffraction sera indexé par un couple  $(n_x, n_y)$ . De même, les pixels sont indexés par le scalaire  $j$  en 1-D, par le vecteur  $\vec{j} = (j_x, j_y)$  en 2-D.

$U'_A(x')$  pourra être interprétée physiquement comme la somme cohérente des figures de diffraction associées à la pupille de la lentille, situées au niveau de chaque ordre de diffraction  $n$ , modulée par la figure de diffraction associée à chaque pixel.

$U'_B(x')$  est la somme cohérente des dérivées des figures de diffraction associées à la pupille de la lentille, situées au niveau de chaque ordre de diffraction  $n$ , modulée par la dérivée de la figure de diffraction associée à chaque pixel.

La validité de notre hypothèse ( $H_2$ ) conduit donc à une approximation qui consiste à considérer que  $U'(x')$  peut s'écrire sous la forme de l'équation (2.5). Nous étudions maintenant cette équation dans le cas où la fonction de phase de la lentille est centrée ou décentrée par rapport à sa pupille.

### 2.1.1.1 Lentille pixellisée centrée

Dans le cas d'une lentille pixellisée dont la fonction de phase est centrée par rapport à sa pupille, toujours le cas 1-D, l'expression de la pupille est  $P(x) = \Pi_{1,A}(x)$ . On note ainsi la fonction sinus cardinal :  $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x) / \pi x$ . On arrive à :

$$\begin{cases} U'_A(x') = a \text{sinc}\left(\frac{x'}{\lambda f} a\right) \sum_{n \in \mathbb{Z}} A \text{sinc}\left[\left(\frac{x'}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right) A\right] \\ U'_B(x') = \frac{a^2}{2\pi i \lambda f} \text{sinc}'\left(\frac{x'}{\lambda f} a\right) \sum_{n \in \mathbb{Z}} A^2 \text{sinc}'\left[\left(\frac{x'}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right) A\right] \end{cases} \quad (2.6)$$

**Cas sans parois** ( $a = p$ ) :

Considérons le cas où  $a = p$ . Pour  $n \neq 0$ , et si  $x'/\lambda f$  est proche de  $n/p$ , c'est-à-dire aux alentours de l'ordre  $n$ , alors  $\text{sinc}(px'/\lambda f) \simeq 0$ . On a donc :

$$\begin{cases} U'_0(x') = U'_{A,0}(x') + U'_{B,0}(x') \simeq U'_{A,0}(x') = p A \text{sinc}\left(\frac{px'}{\lambda f}\right) \text{sinc}\left(\frac{Ax'}{\lambda f}\right) \\ \forall n \neq 0, U'_n(x') \simeq U'_{B,n}(x') = p^2 \text{sinc}'\left(\frac{px'}{\lambda f}\right) \frac{A^2}{2\pi i \lambda f} \text{sinc}'\left[\left(\frac{x'}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right) A\right] \end{cases} \quad (2.7)$$

Comme  $A \gg p$ , les facteurs  $\text{sinc}(px'/\lambda f)$  et  $\text{sinc}'(px'/\lambda f)$  ont de petites variations par rapport à  $\text{sinc}(Ax'/\lambda f)$  et  $\text{sinc}'(Ax'/\lambda f)$ . Cela signifie que la figure de diffraction associée à l'ordre central  $n = 0$  est un sinus cardinal de largeur  $\lambda f/A$ , ce qui correspond à la tache image associée à la LRE, et que les figures de diffraction associées aux autres ordres ont la forme de la dérivée d'un sinus cardinal.

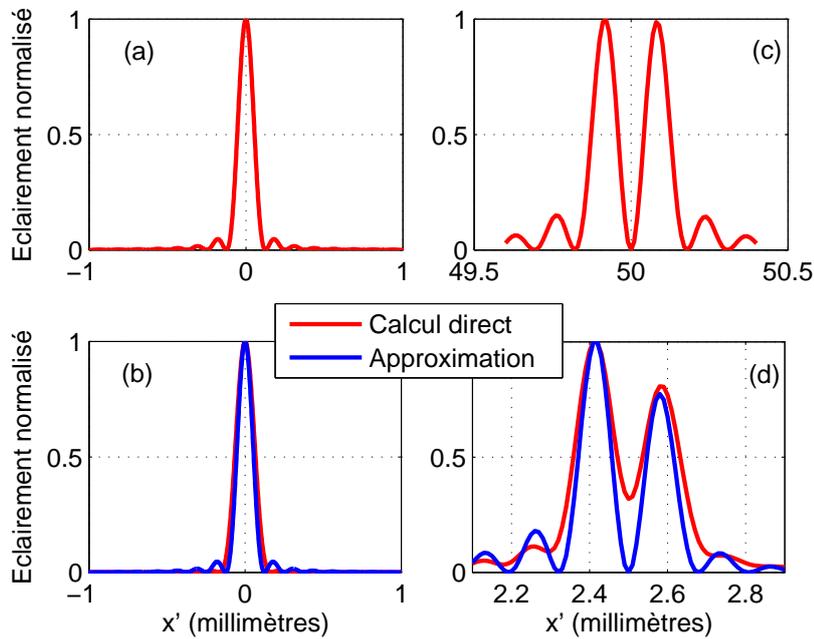
Nous souhaitons maintenant illustrer la validité de l'équation (2.7). Pour cela, nous allons effectuer un calcul direct de la figure de diffraction obtenue via l'approximation de Fresnel appliquée à la lentille pixellisée entière en appliquant dans l'équation (1.3) ramenée à une dimension.  $U(x) = U_0 t(x)$  avec  $t(x)$  définie par l'équation  $t(x) = t_\Delta(x) * \Pi_{1,a}(x)$ . On a donc :

$$U'(x') = -i \frac{U_0}{\lambda f} \exp\left(2\pi i \frac{f}{\lambda}\right) \times \int_{\mathbb{R}} t(x) \exp\left(+i\pi \frac{(x-x')^2}{\lambda f}\right) dx \quad (2.8)$$

Nous comparons alors les résultats obtenus par calcul direct via l'équation (2.8) à ceux obtenus à partir de notre approximation conduisant à l'équation (2.7). Nous considérerons l'éclairement normalisé au niveau du plan focal image de la lentille pixellisée, c'est-à-dire le module carré de l'amplitude complexe normalisé par rapport au maximum d'éclairement de la figure de diffraction. Si  $f$  (et respectivement  $g$ ) est la courbe obtenue par calcul direct (et respectivement via notre approximation), et si  $D$  est le domaine de définition de  $f$  et  $g$ , on note l'erreur maximale :

$$\Delta = \max_{x' \in D} |f(x') - g(x')| \quad (2.9)$$

Soit une lentille pixellisée dont les caractéristiques sont les suivantes :  $A = 4mm, p = 10\mu m, \lambda = 500nm, f = 1m$ . ( $H_2$ ) est alors largement vérifiée :  $Ap/\lambda f = 0.08$ . L'ordre  $n$  se situe alors aux alentours de  $x' = n \lambda f/p = n \times 5 \cdot 10^{-2}m$ . Sur la figure 2.4(a) et (c) nous représentons respectivement l'ordre 0 et l'ordre 1. Dans ce cas les courbes sont parfaitement superposées à l'échelle choisie, et l'on a pour l'ordre 0 :  $\Delta = 2.75 \cdot 10^{-4}$ , ce qui signifie que  $U'_0(x') \simeq U'_{A,0}(x')$  est une bonne approximation pour décrire la forme de l'ordre central, identique à celle de la figure de diffraction associée à la LRE. Pour l'ordre 1 on calcule  $\Delta = 4.13 \cdot 10^{-3}$ , ce qui confirme la validité de nos approximations associées à de petits pixels.



**Fig. 2.4:** (a) & (b) : ordre 0 d'une lentille pixellisée centrée. (a)  $a = p = 10\mu m$ , (b)  $a = p = 200\mu m$ . (c) & (d) : ordre 1 d'une lentille pixellisée centrée. (c)  $a = p = 10\mu m$ , (d)  $a = p = 200\mu m$ .

Nous étudions également le cas  $a = p = 200\mu m$ , où ( $H_2$ ) n'est pas vérifiée : ( $Ap/\lambda f = 1.6$ ). Nous représentons respectivement l'ordre 0 et l'ordre 1 situé autour de  $x' = 2.5mm$  sur la figure 2.4(b) où  $\Delta = 1.60 \cdot 10^{-1}$  et (d) où  $\Delta = 3.18 \cdot 10^{-1}$ . Dans ces cas où les pixels sont beaucoup plus grands nous pouvons constater que l'écart entre les courbes obtenues est plus important ; néanmoins les approximations semblent toujours donner une bonne idée de

## 2.1 Étude d'une lentille mince à pixels carrés

la forme des ordres de diffraction. Nous pouvons également constater sur la figure 2.4(b) l'effet d'auto-apodisation observé par Arrizon et al. [29].

### Cas avec parois ( $a \neq p$ ) :

Dans le cas  $a \neq p$ , qui signifie en réalité  $a < p$ , pour tout  $n$ , et si  $x'/\lambda f$  est proche de  $n/p$ ,  $\text{sinc}(ax'/\lambda f) \neq 0$ . De plus, comme l'hypothèse ( $H_2$ ) implique que  $aA/2\pi\lambda f \ll 1$ , soit  $U' \simeq U'_A$  et les ordres de diffraction sont des sinus cardinaux :

$$\forall n \in \mathbb{Z}, U'_n(x') \simeq U'_{A,n}(x') = a \text{sinc}\left(\frac{x'}{\lambda f} a\right) \text{Asinc}\left[\left(\frac{x'}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right) A\right] \quad (2.10)$$

En considérant une fois encore le cas  $p = 10\mu m$  avec cette fois-ci  $a = p/2 = 5\mu m$ , nous avons pu observer à nouveau une grande similitude entre les courbes f et g associées à l'ordre 1 :  $\Delta = 3.50 \cdot 10^{-4}$ , non représentées ici par souci de concision, et parce que leur représentation n'apporte pas d'informations supplémentaires pour la compréhension de ce manuscrit.

Dans le cas d'une lentille pixellisée dont la transmittance est centrée par rapport à l'axe optique, nous avons vu d'après les équations (2.7) et (2.10) que la forme des ordres de diffraction dépend de la présence ou non de parois entre les pixels. L'ordre central a une forme qui correspond à la figure de diffraction associée à la LRE ; si  $a = p$  les autres ordres de diffraction ont la forme du module carré de la dérivée d'une fonction sinus cardinal, si  $a \neq p$  cette forme devient le module carré d'un sinus cardinal. Nous avons pu vérifier numériquement la validité de ces approximations dans des cas où l'hypothèse ( $H_2$ ) est vérifiée, étant donné que dans ces cas la fonction d'erreur  $\Delta$  reste inférieure à 1%. L'étude de l'efficacité des ordres de diffraction, capitale dans le cadre d'applications ophtalmiques, sera abordée en sous-section 2.1.2.

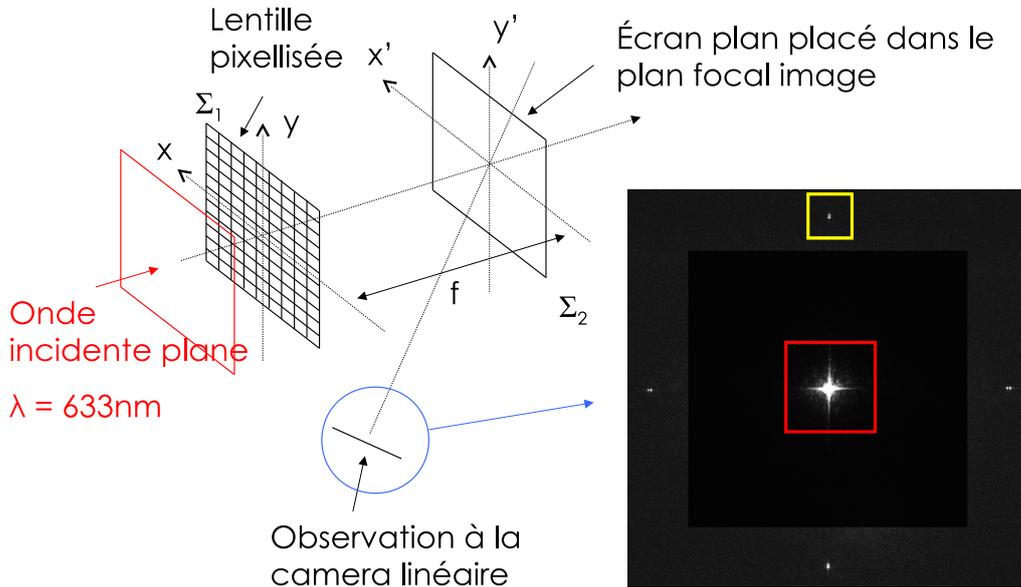
### 2.1.1.2 Validations expérimentales

#### Validation à l'aide d'une source monochromatique :

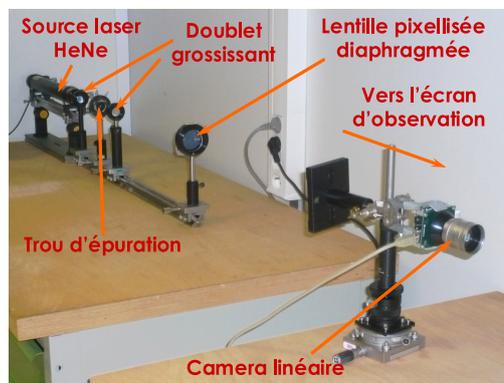
Nous nous proposons maintenant de vérifier expérimentalement l'étude théorique du paragraphe 2.1.1.1. Nous avons fait construire par photolithographie à un sous-traitant d'Essilor une lentille pixellisée sans parois de type  $\Delta H$ , dont les caractéristiques sont les suivantes :  $f = 1m$ ,  $a = p = 20\mu m$ , que l'on diaphragme par une pupille carrée de côté  $A = 2mm$ . La technologie de fabrication est aisément accessible et est utilisée dans sa gamme d'application ordinaire, mais le coût de réalisation de prototypage est très élevé parce que toute une série de masques doit être réalisée pour un seul exemplaire<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>En réalité ce composant optique, que nous allons utiliser à plusieurs reprises dans différentes expérimentations présentées dans ce manuscrit, présente des repliements de phase correspondant à des sauts de  $10\pi$  à la longueur d'onde  $\lambda = 550nm$ . Mais ici, la limitation de la pupille de cette lentille à un carré de côté  $A = 2mm$  est telle que l'onde incidente ne rencontre pas de sauts de phase. D'autre part, nous verrons en section 2.2 que les effets de chromatisme induits par la présence de repliements de phase sont faibles pour des valeurs élevées des sauts de phase, ce qui est le cas pour notre composant. D'autre part la fonction de phase est répartie sur 64 niveaux. Ces valeurs élevées des repliements et du nombre de niveaux de phase nous permettent cependant de faire l'hypothèse que ces deux limitations n'affectent pas de manière sensible les performances optiques de la lentille par rapport à celles de la lentille "idéale" sans sauts de phase et sans limite sur le nombre de niveaux de phase.

Comme l'illustrent les figures 2.5 et 2.6, nous illuminons cette lentille avec un laser Helium-Néon collimaté :  $\lambda \simeq 633nm$ . Ainsi l'hypothèse ( $H_2$ ) est vérifiée étant donné que ( $Ap/\lambda f \simeq 0.06$ ). Sur la figure 2.5 nous représentons également la figure de diffraction observée sur un écran plan, lui-même photographié par une camera linéaire sur un carré de  $70mm$  de côté, sur lequel l'ordre central, encadré en rouge, est saturé. La légère différence de noir perçue entre le centre de l'image et le contour provient du fait que nous avons assombri le carré central afin de faire mieux ressortir, bien que largement saturée, la forme de l'ordre central : un produit de deux sinus cardinaux suivant les axes  $x'$  et  $y'$ .



**Fig. 2.5:** Mise en place d'un banc de mesure de la forme des ordres de diffraction d'une lentille pixellisée. L'ordre central (0, 0) est encadré en rouge et l'ordre (0, 1) est encadré en jaune.

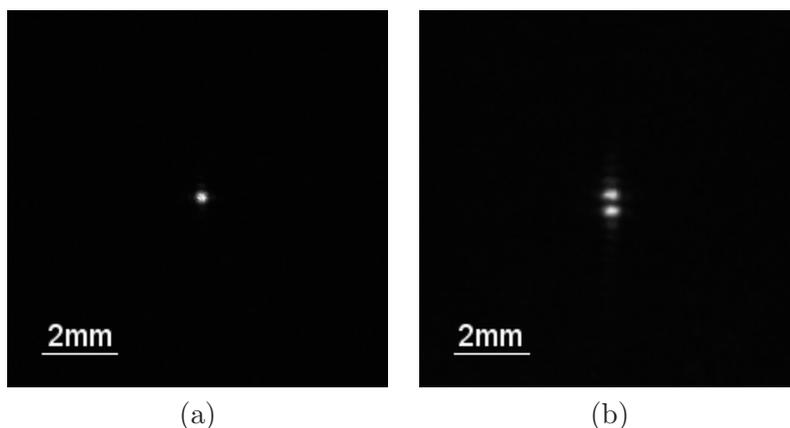


**Fig. 2.6:** Photo du banc de mesure de la forme des ordres de diffraction.

La dynamique de la camera ne nous permettant pas de représenter simultanément des ordres de diffraction non saturés, nous avons photographié en figure 2.7(a) et (b) séparément

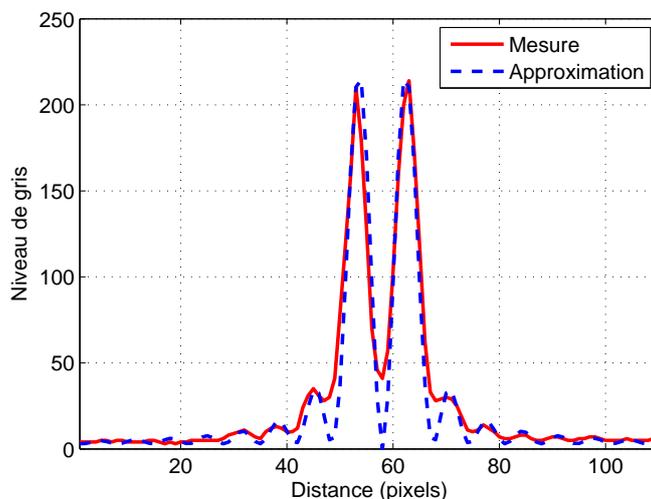
## 2.1 Étude d'une lentille mince à pixels carrés

l'ordre de diffraction central (0,0) et l'ordre (0,1) encadré en jaune sur la figure 2.5 avec différents temps d'exposition.



**Fig. 2.7:** (a) Ordre (0,0) et (b) ordre (0,1) photographiés sur un écran de  $10\text{mm} \times 10\text{mm}$  à l'aide d'une camera linéaire.

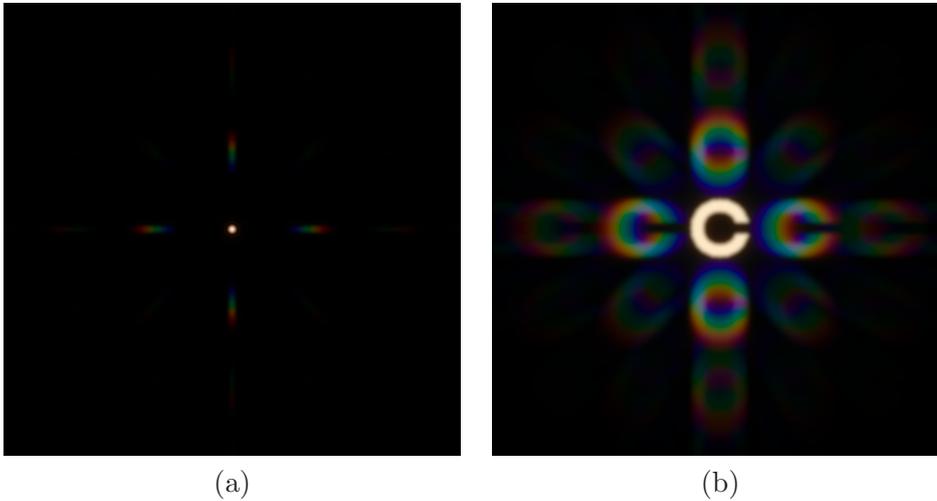
Sur la figure 2.7(a) la figure de diffraction représente un produit de deux sinus cardinaux suivant les axes  $x'$  et  $y'$ , moins reconnaissable sous cette forme non saturée que sur la figure 2.5. Sur la figure 2.8 nous représentons une coupe verticale de l'ordre (0,1) illustré en figure 2.7(b) et la comparons au module carré de la dérivée d'une fonction sinus cardinal avec les paramètres appropriés. La similitude entre mesure et approximation confirme les résultats obtenus en utilisant les approximations conduisant à l'équation (2.7). D'autre part, cette ressemblance nous permet de supposer que la qualité de fabrication de la lentille pixellisée utilisée pour ce banc de mesure est très bonne.



**Fig. 2.8:** Coupe verticale de l'ordre (0,1) et comparaison à sa forme théorique.

**Premières validations en lumière polychromatique :**

Nous avons vu que dans un modèle 1-D la position suivant  $x'$  de l'ordre de diffraction  $n$  associé à une lentille pixellisée de focale  $f$  est  $n\lambda f/p$ . La position d'un ordre de diffraction  $n \neq 0$  dépend donc de la longueur d'onde. Ceci se traduit par des irisations au niveau de ces ordres de diffraction parasites, comme le montrent les simulations en couleurs de la figure 2.9.

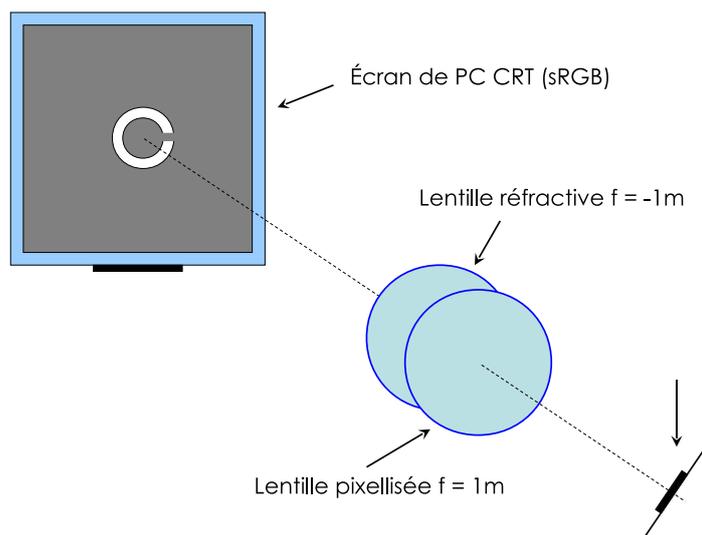


**Fig. 2.9:** (a) PSF associée à une lentille pixellisée telle que  $a = p = 200\mu m$ ,  $P = 1\delta$  et  $A = 4mm$ . (b) Convolution d'un anneau de Landolt par cette PSF.

La lentille considérée pour les simulations a des pixels tels que  $a = p = 200\mu m$  et une puissance  $P = 1/f$  de  $1\delta$ . Sa pupille est circulaire, de diamètre  $A = 4mm$ . La PSF représentée en (a) est calculée au niveau du foyer image de la lentille sur un écran de  $16mm \times 16mm$ , et est ensuite convoluée en (b) par un anneau de Landolt, forme couramment utilisée pour effectuer des tests d'acuité visuelle, comme nous le verrons au cours du chapitre 4. Le spectre utilisé pour décrire l'anneau de Landolt objet est celui du blanc de l'écran CRT choisi dans le chapitre 1.

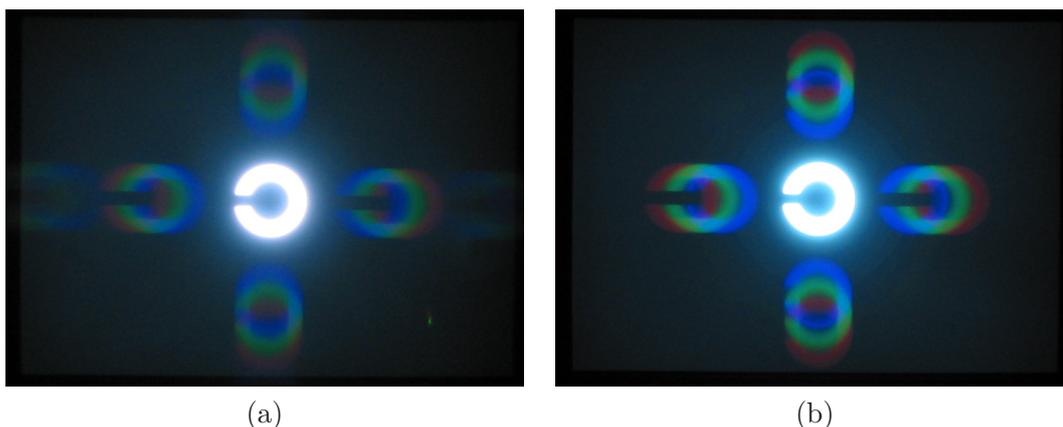
Nous avons mis en place le montage préliminaire de validation des simulations en couleurs décrit en figure 2.10. Nous prenons en photo une scène dont le support est l'écran CRT mentionné ci-dessus, représentant un anneau de Landolt blanc sur fond noir, dont le spectre est celui du blanc de l'écran, observée à travers notre lentille pixellisée sans parois de type  $\Delta H$  réalisée par photolithographie, telle que  $f = 1m$ ,  $a = p = 20\mu m$ , et dont la pupille est ici circulaire, de diamètre  $A = 10mm$ , et à laquelle on accole une lentille réfractive de puissance opposée, de sorte que le doublet que constituent ces deux lentilles ait une puissance dioptrique nulle.

## 2.1 Étude d'une lentille mince à pixels carrés



**Fig. 2.10:** Schéma de principe de validation des simulations en couleur.

Le résultat obtenu est représenté sur la figure 2.11(a). Il est possible de fixer manuellement le temps de pose, l'ISO et l'ouverture numérique de l'appareil photo utilisé. Malheureusement, la dynamique de l'appareil ne permet pas d'observer les anneaux parasites sans saturer l'anneau central. Nous choisissons des valeurs du temps de pose, de l'ISO et de l'ouverture numérique telles que les anneaux parasites soient bien observables, et ce sans trop saturer l'anneau central.



**Fig. 2.11:** (a) Photo d'une scène objet prise à travers une lentille pixellisée centrée réelle accolée à une lentille réfractive de puissance opposée. (b) Photo d'une scène simulée associée à cette lentille pixellisée, prise à travers un doublet de lentilles réfractives de puissances opposées.

Ensuite, nous calculons numériquement de la même manière que dans le cas de la figure 2.9(b), mais avec les paramètres du doublet réfractif/pixellisé utilisé dans ce montage, la simulation de la scène observée à travers ce doublet. Nous prenons en photo cette scène simulée avec les mêmes valeurs des paramètres d'exposition de l'appareil. Nous retirons le doublet réfractif/pixellisé utilisé pour la photo de la figure 2.11(a) et plaçons devant l'appareil photo un autre doublet de lentilles réfractives, l'une de  $1\delta$  de puissance dioptrique,

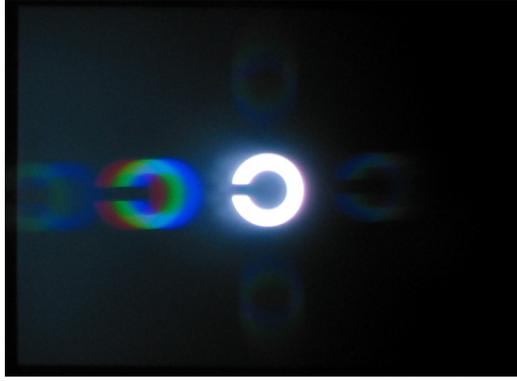
l'autre de  $-1\delta$ , dont le facteur de transmission en éclairissement est équivalent à celui du doublet réfractif/pixellisé, et diaphragmé par une pupille de 10mm de diamètre. Ainsi, la scène simulée et la scène réelle sont prises en photo dans les mêmes conditions d'observation. Le résultat obtenu est représenté sur la figure 2.11(b). Sur cette seconde photo nous remarquons que les anneaux irisés les plus excentrés n'apparaissent pas : ceci est dû au fait que dans les simulations nous n'avons pris en compte que les ordres de diffraction  $(n_x, n_y)$  tels que  $|n_x| \leq 1$  et  $|n_y| \leq 1$  par souci de rapidité de calcul et d'économie de taille de matrices allouées dans les programmes numériques utilisés.

Nous pouvons constater sur la figure 2.11 que la position des anneaux parasites de la scène simulée est conforme aux prévisions, et que ces anneaux ont des couleurs qui ressemblent beaucoup à celles observées dans le cas réel. Les anneaux parasites simulés sont cependant plus lumineux que les anneaux réels. Ceci provient du fait que la pupille de l'appareil photo, dont la taille et la position sont inconnues, a une influence sur la taille de la **zone utile** de la lentille pixellisée. Cette notion de zone utile d'une lentille pixellisée, qui peut facilement être étendue à d'autres types de lentilles, correspond à la zone à l'intérieur de laquelle les pixels vont au moins partiellement contribuer à la formation de l'image. La zone utile peut être simplement la pupille de la lentille, mais dans un système optique complexe sa forme ainsi que le taux de participation à la formation d'image des pixels qui la constituent peuvent changer.

Si l'on imagine que la pupille d'entrée de l'appareil photo est située au niveau du doublet et que son diamètre est inférieur à  $A$ , alors les zones périphériques de la lentille, situées hors de sa zone utile, où la différence de déphasage induit entre la lentille pixellisée et sa LRE est la plus importante, sont masquées et les ordres de diffraction parasites sont donc moins lumineux. De plus nous garderons à l'esprit le fait que la validation des simulations par ce montage n'a aucune valeur colorimétrique. Une expérimentation de validation de la colorimétrie sera traitée dans le chapitre 4 consacré à l'étude physiologique de lentilles pixellisées, dans laquelle le capteur observant l'écran est l'œil d'un individu, dont la pupille a une taille mesurable et une position bien connue.

Toujours avec les mêmes valeurs des paramètres d'exposition de l'appareil photo, nous avons remarqué dans le cas associé à la figure 2.11(a) qu'en décalant suivant un axe horizontal le doublet pixellisé/réfractif par rapport à l'axe optique reliant le centre de l'écran au centre de l'appareil photo, on obtient un effet d'augmentation de la luminosité des ordres de diffraction d'un des deux côtés de l'ordre central suivant l'axe horizontal, représenté sur la figure 2.12. Ce phénomène gênant est également observable à l'œil nu lorsque l'on décale une lentille pixellisée par rapport au centre de la pupille de l'œil.

## 2.1 Étude d'une lentille mince à pixels carrés



**Fig. 2.12:** Photo d'une scène objet prise à travers un doublet pixellisé/réfractif de puissance nulle excentré.

Nous nous proposons maintenant d'expliquer ce phénomène en appliquant les outils développés en paragraphe 2.1.1.1 au cas d'une lentille pixellisée dont la fonction de phase est excentrée par rapport à sa pupille.

### 2.1.1.3 Lentille pixellisée décentrée

En reprenant les notations de la figure 2.2 nous étudions l'effet de l'excentrement de la pupille de la lentille suivant l'axe  $x$ , ce qui équivaut à excentrer la fonction de phase de la lentille par rapport à une pupille fixe centrée sur l'axe  $z$ . On notera  $X$  la valeur algébrique de l'excentrement de la lentille, de telle sorte qu'en 1-D l'expression de la transmittance de la LRE de la lentille pixellisée devient :  $t_c(x) = \Pi_{1,A}(x) \exp[-i\pi(x-X)^2/\lambda f]$ . L'équation (2.6) devient alors :

$$\begin{cases} U'_A(x') = a \operatorname{sinc}\left(a \frac{x'}{\lambda f}\right) \sum_{n \in \mathbb{Z}} A \operatorname{sinc}\left[\left(\frac{x'}{\lambda f} - \frac{X}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right) A\right] \\ U'_B(x') = \frac{a^2}{2\pi i \lambda f} \operatorname{sinc}'\left(\frac{x'}{\lambda f} a\right) \sum_{n \in \mathbb{Z}} A^2 \operatorname{sinc}'\left[\left(\frac{x'}{\lambda f} - \frac{X}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right) A\right] \end{cases} \quad (2.11)$$

La figure de diffraction associée à l'ordre  $n$  est alors localisée autour de  $x' = n \lambda f / p + X$ . Nous allons maintenant étudier deux cas qui dépendent de la valeur de  $X$ . Plus exactement, nous nous intéresserons aux cas où  $X$  est égal à un multiple de l'écart  $\lambda f / p$  entre deux ordres de diffraction et aux cas où  $X$  n'est pas égal à un multiple de  $\lambda f / p$ .

#### Cas où l'excentrement de la fonction de phase est égal à un multiple de l'écart entre deux ordres de diffraction :

S'il existe un entier  $n_X$  tel que  $-X/\lambda f = n_X/p$ , c'est-à-dire si l'excentrement de la fonction de phase est égal à un multiple de l'écart entre deux ordres de diffraction dans le plan  $\Sigma_2$ , le raisonnement qui s'applique est le même que dans le cas où la fonction de phase de la lentille est centrée par rapport à sa pupille, à différence près qu'ici l'ordre centré en  $x' = 0$  est l'ordre  $n_X$  et non l'ordre 0.

Ainsi, si  $a = p$ ,

$$\begin{cases} U'_{n_X}(x') \simeq U'_{A,n_X}(x') = p \operatorname{Asinc}\left(\frac{px'}{\lambda f}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{Ax'}{\lambda f}\right) \\ \forall n \neq n_X, U'_n(x') \simeq U'_{B,n}(x') = \operatorname{sinc}'\left(\frac{px'}{\lambda f}\right) \frac{p^2 A^2}{2\pi i \lambda f} \operatorname{sinc}'\left[\left(\frac{x'}{\lambda f} - \frac{X}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right) A\right] \end{cases} \quad (2.12)$$

et si  $a \neq p$ ,

$$\forall n \in \mathbb{Z}, U'_n(x') \simeq U'_{A,n}(x') = a \operatorname{sinc}\left(\frac{x'}{\lambda f} a\right) \operatorname{Asinc}\left[\left(\frac{x'}{\lambda f} - \frac{X}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right) A\right] \quad (2.13)$$

**Cas où l'excentrement de la fonction de phase n'est pas égal à un multiple de l'écart entre deux ordres de diffraction :**

Si l'excentrement de la fonction de phase n'est pas égal à un multiple de l'écart  $\lambda f/p$  entre deux ordres de diffraction, pour tout  $n$  si  $x'$  est proche de  $n \lambda f/p + X$ , alors  $\operatorname{sinc}(a x'/\lambda f) \neq 0$ . De plus, étant donné que  $(H_2)$  implique que  $a A/2\pi \lambda f \ll 1$ , alors  $U'(x') \simeq U'_A(x')$  :

$$\forall n \in \mathbb{Z}, U'_n(x') \simeq U'_{A,n}(x') = a \operatorname{sinc}\left(\frac{x'}{\lambda f} a\right) \operatorname{Asinc}\left[\left(\frac{x'}{\lambda f} - \frac{X}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right) A\right] \quad (2.14)$$

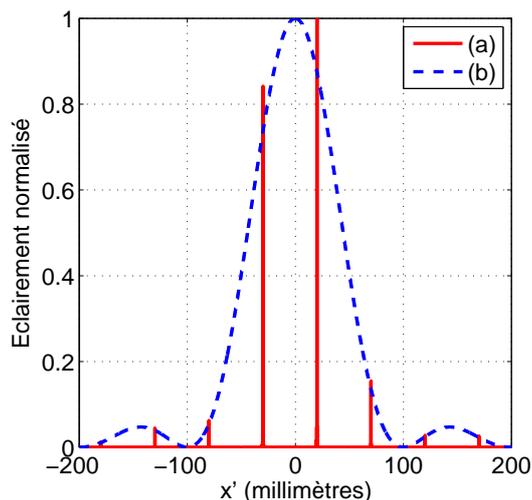
Nous définissons de la manière suivante les fonctions *floor* et *ceil* :

$$\left[ \begin{array}{l} \forall x \in \mathbb{R}, \operatorname{floor}(x) = \max \{n \in \mathbb{Z}, n \leq x\} \\ \forall x \in \mathbb{R}, \operatorname{ceil}(x) = \min \{n \in \mathbb{Z}, n \geq x\} \end{array} \right]$$

Il résulte de l'équation (2.14) que  $\operatorname{ceil}(2p/a)$  figures de diffraction associées à des ordres sont situées à l'intérieur du lobe principal de  $\operatorname{sinc}(x'a/\lambda f)$ . Nous pouvons vérifier ce résultat sur la figure 2.13 où l'on a considéré une lentille telle que  $A = 4\text{mm}, p = 10\mu\text{m}, \lambda = 500\text{nm}, f = 1\text{m}$ , telle que  $(H_2)$  est largement vérifiée, avec  $a = p/2$  et  $X = 2\lambda f/5p$ . En effet en superposant la figure de diffraction calculée directement via l'approximation de Fresnel à l'échelle de la lentille à la courbe représentative de la fonction  $\operatorname{sinc}(a x'/\lambda f)$  nous vérifions que  $\operatorname{ceil}(2p/a) = 4$  ordres de diffraction sont effectivement situés à l'intérieur du lobe principal de  $\operatorname{sinc}(x'a/\lambda f)$ . Ces ordres ont généralement une luminosité significativement supérieure à celle des autres ordres. D'autre part, nous pouvons remarquer que l'amplitude complexe des ordres n'est pas pondérée par  $a A/2\pi \lambda f$ , ce qui signifie que les ordres périphériques sont plus significatifs par rapport aux ordres centraux en termes de luminosité que dans le cas où l'excentrement de la fonction de phase est égal à un multiple de l'écart entre deux ordres de diffraction dans le plan  $\Sigma_2$  et où  $a = p$ . Ceci explique l'effet observé sur la figure 2.12, qui représente un cas où la pupille de l'appareil photo est une sous-pupille excentrée de la pupille du doublet réfractif/pixellisé.

Ici, nous n'avons étudié que le cas d'un décalage 1-D d'une valeur algébrique  $X$  suivant  $x$ . L'étude 2-D d'un décalage de composantes  $X$  et  $Y$  non nulles suivant  $x$  et  $y$  est immédiate, la fonction de phase de la lentille étant à variables séparables (à condition que la pupille de la lentille soit carrée) suivant ces axes  $x$  et  $y$ . L'équation (2.14) peut être écrite de la même manière suivant  $y'$  en remplaçant  $X$  par  $Y$ . La répartition de l'amplitude complexe dans le plan focal image de la lentille est alors obtenue par la multiplication des équations suivant  $x'$  et  $y'$ . L'augmentation de la luminosité des ordres de diffraction et la modification de leur forme va donc s'effectuer suivant la direction du décalage de la pupille de l'œil, de coefficient directeur  $Y/X$  dans le plan  $Oxy$ .

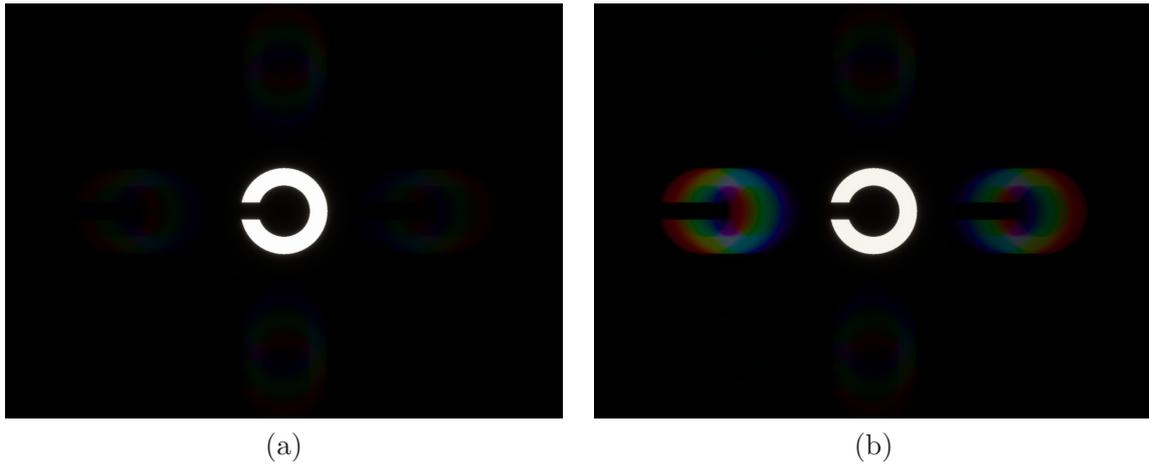
## 2.1 Étude d'une lentille mince à pixels carrés



**Fig. 2.13:** Éclairement normalisé au foyer image d'une lentille pixellisée ( $a = p/2, X = 2\lambda f/5p$ ), (a) est la courbe associée au calcul direct dans l'approximation de Fresnel, (b) est la courbe représentative de la fonction sinc ( $a x'/\lambda f$ ).

Nous illustrons maintenant les effets d'excentrement analysés dans ce paragraphe par des simulations d'images en couleurs. Nous considérons une lentille pixellisée dont la fonction de phase est identique à celle de la lentille utilisée dans le montage de la figure 2.10 conduisant aux résultats présentés sur les figures 2.11 et 2.12, telle que  $p = 20\mu m, f = 1m$ . On place devant cette lentille une pupille réduisant la zone utile à un cercle de diamètre  $A = 6mm$ , décalée d'une distance  $X$  par rapport à l'axe optique suivant l'axe horizontal.

Nous simulons sur la figure 2.14 une scène observée à travers cette lentille accolée à une lentille réfractive de focale  $-1m$ , sur l'écran CRT caractérisé dans le chapitre 1, dont la taille angulaire est de  $5.9^\circ \times 4.4^\circ$  lorsqu'il est observé depuis le plan du doublet situé à  $3m$  de celui-ci. Ainsi, les simulations correspondent aux conditions d'observation ayant permis la prise en photo des figures 2.11 et 2.12, à la différence près que la pupille de l'appareil photo ici considérée circulaire de diamètre  $A = 6mm$  a en réalité une taille et une position qui sont inconnues. Nous remarquons que dans le cas (a) où la fonction de phase est centrée nous sommes à peine capables de distinguer les ordres de diffraction parasites du fond noir alors que dans le cas (b) où  $X = 5mm$ , les anneaux parasites suivant l'axe  $x'$  sont bien visibles.



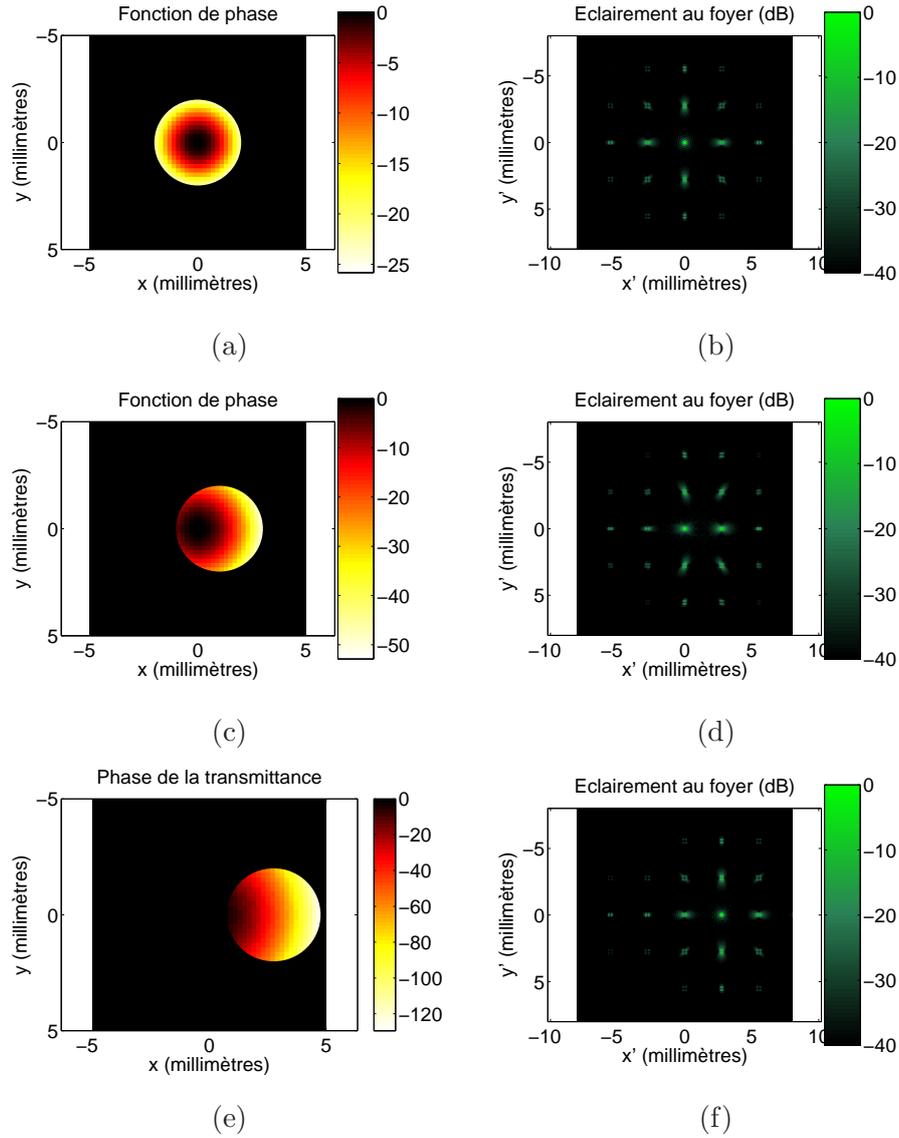
**Fig. 2.14:** Simulation d'une scène observée à travers un doublet pixellisé/réfractif sans puissance dans deux différentes conditions d'excentrement et de taille de pupille. (a)  $X = 0$ , (b)  $X = 5mm$ .

Résumons les résultats obtenus dans ce paragraphe où la fonction de phase d'une lentille pixellisée est décalée par rapport à sa pupille. Quand le centre  $C$  de cette fonction de phase est décalé le long de l'axe  $x$ , les ordres de diffraction les plus lumineux dans le plan focal image sont situés de part et d'autre de la projection orthogonale de  $C$  sur l'axe  $x'$ . Le nombre d'ordres de diffraction ayant une luminosité significative dépend du ratio  $a/p$ . La forme des ordres de diffraction est voisine de celle de la PSF associée à la LRE de la lentille pixellisée étudiée, à l'exception des cas particuliers où  $a = p$  et où l'excentrement de la fonction de phase est égal à un multiple de l'écart entre deux ordres de diffraction  $\lambda f/p$  dans le plan focal image ; dans ces cas la figure de diffraction est identique à celle d'une lentille pixellisée centrée à une translation près de la valeur de cet excentrement dans le plan focal image. Nous résumons ces résultats en échelle logarithmique sur la figure 2.15, en fausses couleurs, où l'on considère un cas où le centre de la fonction de phase est confondu avec celui de la pupille, un cas général et un cas particulier où respectivement l'excentrement de la fonction de phase n'est pas égal ou bien est égal à  $\lambda f/p$ . La pupille de la lentille est circulaire, de diamètre  $A = 4mm$ , ses pixels sont des carrés de côté  $p = a = 200\mu m$ , la longueur d'onde d'étude est  $\lambda = 550nm$ . Dans les cas (b) et (f), nous pouvons remarquer la forme particulière des ordres de diffraction non situés sur les droites verticale et horizontale passant par l'ordre "central" : il s'agit en fait de la représentation en échelle logarithmique du produit suivant  $x'$  et  $y'$  de modules carrés de sinus cardinaux tels que celui que nous avons représenté en coupe sur la figure 2.8.

Nous avons donc pu analyser la forme des ordres de diffraction d'une lentille pixellisée avec ou sans parois, dont la fonction de phase quadratique au défaut de pixellisation près peut être centrée ou non par rapport à sa pupille. Le cas de l'excentrement de la fonction de phase par rapport à la pupille de la lentille se rencontre lorsque l'on effectue des mouvements d'yeux en regardant à travers une lentille pixellisée<sup>4</sup>, et nous nous proposons maintenant d'évaluer quantitativement les défauts occasionnés par ce phénomène.

<sup>4</sup>Nous pouvons remarquer que l'effet d'excentrement de l'œil peut s'avérer d'autant plus gênant en vision binoculaire car l'évolution de la luminosité des ordres de diffraction parasites va différer d'un œil à l'autre, ce qui risque de provoquer des difficultés supplémentaires de fusion par le cerveau des images perçues par les deux yeux.

## 2.1 Étude d'une lentille mince à pixels carrés



**Fig. 2.15:** (a),(c),(e) Phase et (b),(d),(f) figure de diffraction associées respectivement à une lentille pixellisée dont la fonction de phase est centrée par rapport à la pupille, décentrée d'une valeur de  $1\text{mm}$  et d'une valeur particulière  $\lambda f/p = 2.75\text{mm}$ .

### 2.1.2 Efficacité des ordres de diffraction d'une lentille pixellisée

Dans ce manuscrit, bien que le cas des pixels avec parois ait été traité en sous-section 2.1.1, nous nous concentrerons en général sur le cas de pixels sans parois, c'est-à-dire tels que  $a = p$ . Notons que ce cas d'étude est réaliste : en effet un brevet a récemment été déposé [57], présentant une superposition de deux lentilles pixellisées de type  $\Delta n$ , visant à éviter la présence de parois entre les pixels, la moitié des pixels de la couche inférieure constituant les parois de la couche supérieure et inversement.

Dans cette nouvelle sous-section nous allons, à partir de l'analyse effectuée de la forme des ordres de diffraction, déterminer une expression analytique de l'efficacité des ordres

d'une lentille à pixels carrés sans parois, mais le raisonnement appliqué est facilement transposable au cas où des parois existent entre les pixels. Nous nous placerons toujours dans le cas d'une lentille pixellisée dont la fonction de phase, au défaut d'échantillonnage près, est quadratique, c'est à dire qu'elle correspond à une correction de défaut de mise au point. Une nouvelle fois, nous séparerons les cas où la fonction de phase de la lentille est centrée par rapport à sa pupille et lorsque celle-ci est décentrée. Dans le cas d'une application ophtalmique, ce que nous traitons ici, les cas où la condition  $|X| \ll \lambda f/p$  n'est pas vérifiée sont à proscrire sinon des effets d'images parasites très lumineuses ou même de sauts d'image peuvent apparaître, et nous ne les traiterons pas.

### 2.1.2.1 Cas où la pupille de l'œil est centrée par rapport à la fonction optique du verre

#### Étude analytique :

Par souci de simplicité nous considérerons dans cette approche que la pupille de l'œil est collée à la lentille pixellisée étudiée. Nous avons vu que dans le cas où les hypothèses ( $H_1$ ) et ( $H_2$ ) sont vérifiées, la répartition de l'amplitude complexe au foyer de cette lentille, dans un modèle 1-D, est proportionnelle au terme  $U'(x')$ , dont l'expression est donnée par l'équation (2.15) obtenue à partir de l'équation (2.7) en considérant en plus le fait qu'étant donné que  $p \ll A$ , nous pourrions écrire que  $\text{sinc}(Ax'/\lambda f)\text{sinc}(px'/\lambda f) \simeq \text{sinc}(Ax'/\lambda f)$  et qu'aux alentours de  $x' = n\lambda f/p$  :  $\text{sinc}'[p(x'/\lambda f)] \simeq \text{sinc}'(n)$ . On arrive à :

$$U'(x') \simeq pA \text{sinc}\left(\frac{Ax'}{\lambda f}\right) + \sum_{n=-\infty, n \neq 0}^{+\infty} \frac{p^2 A^2}{2\pi i \lambda f} \text{sinc}'(n) \text{sinc}'\left[\left(\frac{x'}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right)A\right] \quad (2.15)$$

L'écart  $\lambda f/p$  entre deux ordres est très grand devant la largeur caractéristique des ordres de diffraction  $\lambda f/A$  car  $A \gg p$ . Les ordres de diffraction étant donc très espacés les uns des autres, nous pourrions considérer que la répartition de l'éclairement est proportionnelle à :

$$|U'(x')|^2 \simeq p^2 A^2 \left(\text{sinc}\left(\frac{Ax'}{\lambda f}\right)\right)^2 + \sum_{n=-\infty, n \neq 0}^{+\infty} \frac{p^4 A^4}{4\pi^2 \lambda^2 f^2} \frac{1}{n^2} \left(\text{sinc}'\left[\left(\frac{x'}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right)A\right]\right)^2 \quad (2.16)$$

où nous utilisons le fait que  $[\text{sinc}'(n)]^2 = 1/n^2$ . On a  $\int_{-\infty}^{\infty} [\text{sinc}(x')]^2 dx' = 1$  et l'on détermine<sup>5</sup> que  $\int_{-\infty}^{\infty} [\text{sinc}'(x')]^2 dx' = \pi^2/3$ . On a donc :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |U'(x')|^2 dx' \simeq \lambda f A p^2 + 2 \times \frac{\pi^2}{3} \times \frac{p^4 A^3}{4\pi^2 \lambda f} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = \lambda f A p^2 + 2 \times \frac{\pi^2}{3} \times \frac{p^4 A^3}{24 \lambda f} \quad (2.17)$$

On introduit la notion de focale critique, définie dans la thèse de G.Moulin [4] comme la focale en-deçà de laquelle, dans le cas d'une fonction de phase quadratique pixellisée centrée, le saut de phase entre deux pixels successifs en bord de pupille atteint  $2\pi$ . On a :  $f_c = Ap/2\lambda$ . Nous remarquerons que l'hypothèse ( $H_2$ ) consiste à considérer une focale supérieure à cette focale critique. L'efficacité de diffraction associée à l'ordre 0 est donc :

$$\eta_0 = \frac{\lambda f A p^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |U'(x')|^2 dx'} = \frac{1}{1 + 2 \times \frac{\pi^2}{3} \times \frac{p^2 A^2}{24 \lambda^2 f^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{9} \frac{f_c^2}{f^2}} \quad (2.18)$$

---

<sup>5</sup>À l'aide du logiciel Mathematica, capable de calculer une primitive du carré de la dérivée de la fonction sinus cardinal, dont nous calculons la valeur exacte en  $-\infty$  et  $+\infty$  à l'aide de l'intégrale de Dirichlet.

## 2.1 Étude d'une lentille mince à pixels carrés

Et l'efficacité de diffraction associée à l'ordre  $n \neq 0$  est :

$$\eta_n = \frac{\frac{\pi^2}{3} \times \frac{p^4 A^3}{4\pi^2 \lambda f n^2}}{\int_{-\infty}^{\infty} |U'(x')|^2 dx'} = \frac{1}{\frac{3\lambda^2 f^2 \times 4\pi^2 n^2}{\pi^2 \times p^2 A^2} + \frac{\pi^2 n^2}{3}} = \frac{3}{\pi^2 n^2} \left( \frac{1}{1 + \frac{9f^2}{\pi^2 f_c^2}} \right) = \frac{3}{\pi^2 n^2} (1 - \eta_0) \quad (2.19)$$

L'efficacité de diffraction de l'ordre 0 correspond au pourcentage de lumière utile, c'est-à-dire qui sert au transport d'image. Le reste de la lumière se répartit dans les autres ordres de diffraction, responsables de l'apparition d'un effet d'images fantômes. Nous retrouvons dans l'expression des équations (2.18) et (2.19) le résultat attendu suivant : plus la puissance  $P = 1/f$  d'un verre pixellisé est faible, plus le diamètre  $A$  de sa pupille diminue et moins ses pixels sont grands, plus les effets d'images fantômes liés à la pixellisation s'estompent.

### Applications numériques :

En 2-D l'efficacité  $\eta_{(n_x, n_y)}$  associée à l'ordre  $(n_x, n_y)$  est égale au produit des efficacités calculées en 1-D pour  $n_x$  et  $n_y$  :  $\eta_{(n_x, n_y)} = \eta_{n_x} \eta_{n_y}$ . Nous représentons sur le tableau 2.1 l'efficacité de diffraction  $\eta_{(0,0)} = \eta_0^2$  de l'ordre central  $(0,0)$  pour différents jeux de paramètres  $p$  et  $P = 1/f$ , avec  $\lambda = 550nm$ . Le diamètre de la pupille, ici assimilé au diamètre de la pupille du porteur de verres de lunettes pixellisées, généralement compris entre 4 et 8mm, est fixé à la valeur  $A = 6mm$ . À titre d'information, nous représentons également la valeur de la puissance critique  $P_c = 1/f_c$  pour ces différents jeux de paramètres.

$p(\mu m)$	$P(\delta)$	$\eta_{(0,0)}$	$p(\mu m)$	$P(\delta)$	$\eta_{(0,0)}$	$p(\mu m)$	$P_c(\delta)$
5	1	0.9984	5	2	0.9934	5	37
20	1	0.9743	20	2	0.9030	20	9.2
50	1	0.8545	50	2	0.5676	50	3.7

**Tableau 2.1:** Efficacité de diffraction d'une lentille pixellisée centrée.  $A$  est fixé à 6mm.

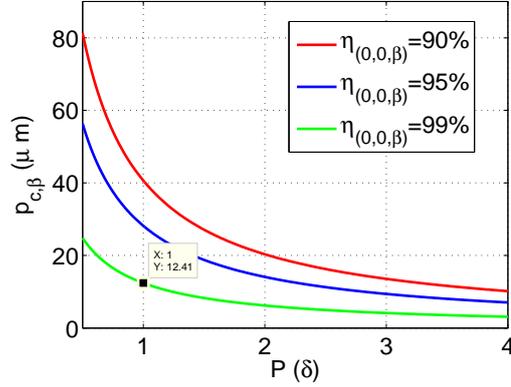
Nous constatons que déjà pour une puissance de  $1\delta$ , l'efficacité de diffraction de l'ordre central est inférieure à 90% si les pixels sont des carrés de côté  $a = p = 50\mu m$ ; il semble donc difficile d'envisager de réaliser des lentilles ayant de si grands pixels. Pour une valeur de  $20\mu m$ , l'efficacité reste acceptable dans le cas où la puissance est de  $1\delta$ . Enfin, **l'efficacité est très bonne dans les cas où la taille caractéristique des pixels  $p = 5\mu m$** . De telles lentilles sont réalisables par photolithographie si la lentille est de type  $\Delta H$ . Si la lentille est de type  $\Delta n$ , l'enjeu technologique de fabrication reste entier à l'heure actuelle.

En reprenant à nouveau les notations de la thèse de Gaid Moulin [4], nous savons que, dans le cas d'une fonction de phase quadratique pixellisée, le saut de phase entre deux pixels successifs en bord de pupille devient inférieur à  $2\beta\pi$  si  $f > f_c/\beta$ . Si  $P_c = 1/f_c$  est la puissance critique, cette condition s'écrit  $P < \beta P_c$ . Nous pouvons aussi écrire  $p < p_{c,\beta} = 2\lambda\beta/AP$ . Le paramètre  $\beta$  définit donc une exigence sur la précision de la pixellisation, et l'efficacité en 2-D de l'ordre central pour une valeur donnée de  $\beta$  est notée  $\eta_{0,\beta}$ , avec, si l'on choisit  $P = \beta P_c$  :

$$\eta_{0,\beta} \simeq \left( \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{9}\beta^2} \right)^2 \quad (2.20)$$

Inversement,  $\beta$  peut être déterminé en fonction de  $\eta_{0,\beta}$ . Nous choisirons pour  $\eta_{0,\beta}$  les valeurs  $\eta_{0,\beta} = 0.9$ ,  $\eta_{0,\beta} = 0.95$  et  $\eta_{0,\beta} = 0.99$ , ce qui correspond à des valeurs  $\beta \simeq 0.22$ ,

$\beta \simeq 0.15$  et  $\beta \simeq 0.07$  respectivement. Nous représentons sur la figure 2.16 l'évolution de la taille maximale acceptable  $p_{c,\beta}$  des pixels. Nous avons conservé les valeurs  $A = 6mm$  et  $\lambda = 550nm$ .



**Fig. 2.16:** Évolution de la valeur maximale acceptable du pas des pixels en fonction de la puissance de la lentille, pour différentes valeurs imposées de l'efficacité de l'ordre central (0,0).

Nous pouvons lire sur cette figure le fait que par exemple **pour une puissance de  $1\delta$ , la taille maximale acceptable des pixels est de  $12.4\mu m$  si l'on souhaite une efficacité supérieure à 99% pour l'ordre central**. Nous venons donc de développer des outils nous permettant de calculer l'efficacité de diffraction des ordres d'une lentille pixellisée centrée et nous nous intéresserons maintenant à l'effet sur cette efficacité de l'excentrement de la pupille de l'œil d'un porteur par rapport à la fonction de phase des verres pixellisés qu'il porte.

### 2.1.2.2 Cas où la pupille de l'œil est décentrée par rapport à la fonction optique du verre

#### Étude analytique :

Dans le cas où la fonction de phase d'une lentille est décentrée d'une valeur  $X$  suivant l'axe  $x$ , l'ordre  $n$  est situé en  $X + n\lambda f/p$  sur l'axe  $x'$  dans le plan focal image. Dans le cas général où  $X \neq n\lambda f/p$  l'équation(2.14) avec  $p \ll A$  conduit à :

$$U'(x') \simeq \sum_{n=-\infty}^{+\infty} p \operatorname{sinc}\left(\frac{pX}{\lambda f} + n\right) A \operatorname{sinc}\left[\left(\frac{x' - X}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right)A\right] \quad (2.21)$$

Les ordres de diffraction étant supposés suffisamment espacés les uns des autres, on a :

$$|U'(x')|^2 \simeq \sum_{n=-\infty}^{+\infty} p^2 A^2 \left(\operatorname{sinc}\left(\frac{pX}{\lambda f} + n\right)\right)^2 \left(\operatorname{sinc}\left[\left(\frac{x' - X}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right)A\right]\right)^2 \quad (2.22)$$

D'après les propriétés de la fonction sinc on a :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |U'(x')|^2 dx' \simeq p^2 A \lambda f \quad (2.23)$$

## 2.1 Étude d'une lentille mince à pixels carrés

et  $\forall n \in \mathbb{Z}$  :

$$\eta_n = \left[ \text{sinc}\left(\frac{pX}{\lambda f} + n\right) \right]^2 \quad (2.24)$$

### Applications numériques :

Nous effectuons ici quelques applications numériques en 2-D, toujours en considérant un déplacement de l'œil de  $X$  suivant l'axe  $x$ , de 0 suivant l'axe  $y$  :

$$\eta_{n_x,0} = \frac{\left[ \text{sinc}\left(\frac{pX}{\lambda f} + n_x\right) \right]^2}{1 + \frac{\pi^2 f_c^2}{9 f^2}} \quad (2.25)$$

Nous représentons sur le tableau 2.2 l'évolution de  $\eta_{0,0}$  en fonction des paramètres de la lentille pixellisée, toujours avec  $\lambda = 550nm$  et  $A = 6mm$ .

$p(\mu m)$	$P(\delta)$	$X(mm)$	$\eta_{0,0}$	$p(\mu m)$	$P(\delta)$	$X(mm)$	$\eta_{0,0}$
5	1	2.5	0.9975	5	2	2.5	0.9900
5	1	5	0.9924	5	2	5	0.9699
5	1	10	0.9723	5	2	10	0.8929
20	1	2.5	0.9605	20	2	2.5	0.8513
20	1	5	0.8843	20	2	5	0.6025
20	1	10	0.6258	20	2	10	0.1040

**Tableau 2.2:** Efficacité de diffraction d'une lentille pixellisée décentrée.  $A$  est fixé à  $6mm$ .

Nous pouvons constater sur le tableau 2.2 le fait que **pour une lentille de  $1\delta$  ou  $2\delta$  sans parois dont les pixels sont des carrés de côté  $p = 20\mu m$ , l'effet de l'excentrement de la pupille de l'œil a un impact très important étant donné que l'efficacité de diffraction de l'ordre central  $(0, 0)$  devient rapidement inférieure à 90% lorsque l'œil se décale de quelques millimètres.** Dans le cas où  $p = 20\mu m$ ,  $P = 2\delta$  et  $X = 10mm$  on a  $\eta_{-1,0} = 0.7393$ , ce qui signifie que l'ordre le plus lumineux est l'ordre  $(-1, 0)$  : lorsque l'observateur va décaler son regard vers le bord du verre, il va donc voir en plus des effets chromatiques un saut d'image, la scène image par la lentille étant alors majoritairement transportée par l'ordre  $(-1, 0)$ . L'effet de décentrement reste beaucoup moins prononcé dans le cas où  $p = 5\mu m$ , mais l'on constate tout de même que  $\eta_{0,0}$  devient inférieure à 90% pour un décalage de  $10mm$  dans le cas où  $P = 2\delta$ .

**L'équation (2.25) constitue, du point de vue de l'application ophtalmique de lentilles pixellisées, le résultat principal de ce chapitre. Elle permet en effet de quantifier la proportion d'énergie lumineuse qui contribuera à la formation de l'image pour un jeu de paramètres donné.** C'est à partir de cette équation, qui pourra facilement être étendue au cas avec parois, que nous serons capables d'estimer si un jeu de paramètres est acceptable, et donc d'identifier les défis technologiques qui devront être relevés pour pouvoir réaliser des verres ophtalmiques pixellisés.

Nous pourrions conclure des applications numériques des tableaux 2.1 et 2.2 le fait qu'étant données les limites en termes de taille de pixels des technologies potentielles pour réaliser des lentilles de type  $\Delta n$ , nous ne pourrions pas espérer réaliser des verres pixellisés

de la même taille que les verres de lunette réfractifs usuels. Nous devons plutôt envisager d'accoler localement à des verres réfractifs une ou plusieurs "pastilles" pixellisées, c'est-à-dire des lentilles de petit diamètre.

Une autre solution consiste à considérer sur de plus grands diamètres des solutions de correction partielle des défauts visuels à partir de verres de lunette pixellisés, le reste de la correction étant réalisé à partir d'une partie réfractive du verre à laquelle vient s'ajouter une fonction pixellisée. Un tel type de solution "hybride" appliquée au cas de lentilles bifocales binaires passives sera abordé dans le cadre du chapitre 3, en section 3.4.

Nous avons pu déterminer analytiquement l'expression de l'efficacité des ordres de diffraction d'une lentille pixellisée à pixels carrés sans parois. Les calculs effectués, généralisables au cas de pixels tels que  $a \neq p$ , nous ont permis de confirmer le fait que plus la puissance d'un verre pixellisé est faible et moins ses pixels sont grands, moins les effets d'image parasites dus à la pixellisation sont lumineux.

### 2.1.3 Autres remarques concernant l'étude de lentilles pixellisées

Dans cette sous-section nous soulignerons quelques remarques supplémentaires liées à l'étude de lentilles pixellisées. Par exemple nous allons voir que les contraintes technologiques sont telles que la fonction de phase d'une lentille pixellisée présente un nombre limité de niveaux de déphasage. D'autre part, nous rappellerons quelles sont les limites des modèles de calcul que nous utilisons, et justifierons la validité de ces modèles dans nos cas d'étude.

#### Limitation technologique du nombre de niveaux de déphasage d'une lentille pixellisée :

Comme nous l'avons vu dans l'introduction générale, quelle que soit la technologie envisagée pour réaliser des lentilles pixellisées de type  $\Delta n$  ou  $\Delta H$ , l'échantillonnage de la fonction de phase sera réalisé sur un nombre limité de niveaux, en général une puissance de 2 comme en photolithographie par exemple. Cette contrainte supplémentaire induit de manière évidente un défaut additionnel d'écart entre le déphasage induit par une lentille pixellisée et le déphasage cible de sa LRE, qui décroît avec le nombre de niveaux.

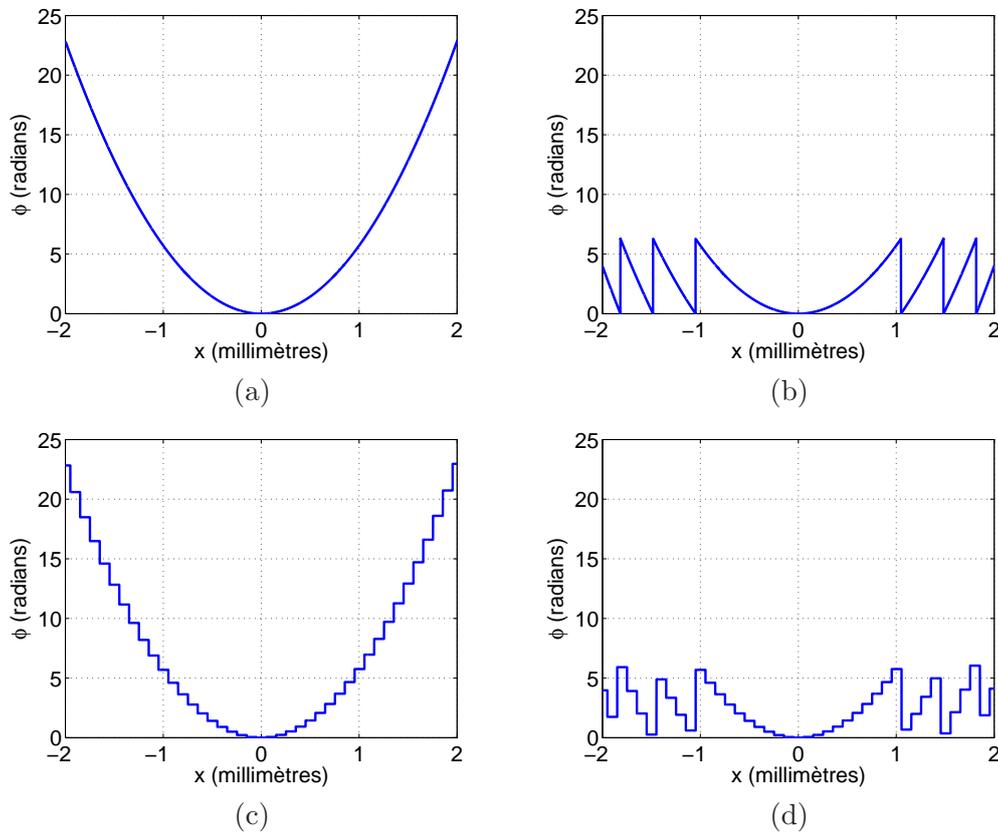
#### Limites des modèles de calcul :

Pour effectuer les calculs développés dans ce chapitre, nous avons vu que la réfraction à l'intérieur des lentilles pixellisées étudiées a été négligée et qu'une transmittance a été associée à ces lentilles. Nous avons également vu d'après les résultats expérimentaux concluants de la figure 2.8 que cette approximation est raisonnable dans nos cas d'étude. Sauf mention contraire comme notamment dans le chapitre 5, cette approximation des éléments fins sera toujours appliquée dans la suite de ce manuscrit.

Nos modèles d'optique de Fourier présentés dans le chapitre 1 ne donnent des résultats valables qu'à condition que les ouvertures diffractantes considérées aient une largeur caractéristique sensiblement supérieure à la longueur d'onde d'étude [2, 58]. Nos modèles deviennent donc moins rigoureux si  $p$  se rapproche de  $\lambda$ , ce qui a priori n'est actuellement pas envisageable d'un point de vue technologique et ne fera donc pas l'objet de nos études.

## 2.2 Étude d'une lentille pixellisée présentant des repliements de phase

Les contraintes des technologies actuelles sont telles que si l'on souhaite réaliser une lentille pixellisée de type  $\Delta n$ , il existe une valeur maximale de la différence entre l'indice maximal et l'indice minimal des micro-cuvettes. De même, si l'on souhaite réaliser une lentille de type  $\Delta H$ , par photolithographie par exemple, il existe une hauteur maximale de cette lentille. Ainsi dans tous les cas, le déphasage de la lentille devra présenter des repliements de phase qui correspondent à des sauts de déphasage d'une valeur de  $2m\pi$  à une longueur d'onde  $\lambda_0$ , dite nominale. Classiquement, on appelle lentille de Fresnel une lentille réfractive par morceaux présentant localement des repliements de phase. Sur la figure 2.17 nous représentons en 1-D sur une pupille de côté  $A = 4mm$  le déphasage  $\phi$  induit à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 550nm$  par une lentille de puissance  $P = 1\delta$ , dans le cas (a) où la lentille est réfractive et (b) où elle a une structure de lentille de Fresnel telle que  $m = 1$ . En (c), nous représentons le cas d'une lentille pixellisée dont les pixels ont un pas  $p = a = 100\mu m$ , et en (d) une lentille pixellisée repliée en phase.



**Fig. 2.17:** (a) Lentille réfractive. (b) Lentille de Fresnel. (c) Lentille pixellisée. (d) Lentille de Fresnel pixellisée.

Lorsqu'une telle lentille repliée en phase est illuminée par une onde de longueur d'onde  $\lambda = \lambda_0$ , elle se comporte exactement comme si elle n'était pas repliée. Aux autres longueurs d'onde, des effets de chromatisme vont apparaître. Nous décrivons quels sont les effets chromatiques induits par les repliements, premièrement dans le cas de la figure 2.17(b)

d'une lentille de Fresnel non pixellisée, puis nous intéressons au cas (d) d'une lentille de Fresnel pixellisée.

### 2.2.1 Rappels concernant les lentilles de Fresnel

Nous étudions ici le chromatisme axial induit par les repliements de phase d'une lentille de Fresnel, correspondant au cas de la figure 2.17(b). Dans un premier temps, nous considérons le cas d'un composant optique induisant un déphasage arbitraire  $\varphi_0(x, y)$  à la longueur d'onde  $\lambda_0$ ,  $\varphi(x, y) = \lambda\varphi_0(x, y)/\lambda_0$  à la longueur d'onde  $\lambda$ , puis nous appliquons les résultats obtenus au cas où ce composant est une lentille de Fresnel induisant à la longueur d'onde  $\lambda_0$  un déphasage  $\varphi_0(x, y) = -\pi x^2 P/\lambda_0$ .

#### Cas général d'un composant optique quelconque présentant des repliements de phase :

Soit un composant optique induisant un déphasage arbitraire  $\varphi_0(x, y)$  à la longueur d'onde  $\lambda_0$  et un composant diffractif dont la transmittance  $t_0(x, y) = \exp(i\psi_0)$  à la longueur d'onde  $\lambda_0$  avec  $\psi_0(x, y) = \varphi_0(x, y) \pmod{2m\pi}$ . Le paramètre  $m$  est alors appelé ordre utile. À la longueur d'onde  $\lambda$  ce composant a une transmittance  $t(x, y) = \exp(i\psi)$  avec, en négligeant le chromatisme lié à la variation, avec la longueur d'onde, de l'indice du matériau qui constitue le composant :  $\psi(x, y) = \lambda_0\psi_0(x, y)/\lambda$ . On montre, à l'aide d'une décomposition en série de Fourier [59] de la fonction  $\psi_0$  périodique en  $\varphi_0$ , que :

$$t(x, y) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} t_q(x, y) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} e^{i\pi m(\frac{\lambda_0}{\lambda} - \frac{q}{m})} \text{sinc}(m\frac{\lambda_0}{\lambda} - q) e^{i\frac{q}{m}\frac{\lambda}{\lambda_0}\varphi(x, y)} \quad (2.26)$$

À chaque valeur de  $q$  correspond un ordre de diffraction du composant diffractif, de transmittance  $t_q$ . Idéalement, à la longueur d'onde nominale  $\lambda_0$ , tous les ordres autres que l'ordre  $q = m$  sont nuls, et le composant optique diffractif est équivalent au composant réfractif. Lorsque  $\lambda \neq \lambda_0$ , nous remarquons que la transmittance  $t_q$  des ordres de diffraction dépend de la longueur d'onde, d'où l'apparition d'effets de chromatisme.

L'expression de l'efficacité de diffraction de l'ordre  $q$  est donnée par l'équation (2.27) :

$$|c_q|^2 = |e^{i\pi m(\frac{\lambda_0}{\lambda} - \frac{q}{m})} \text{sinc}(m\frac{\lambda_0}{\lambda} - q)|^2 = |\text{sinc}(m\frac{\lambda_0}{\lambda} - q)|^2 \quad (2.27)$$

Nous pourrions remarquer que la longueur d'onde  $\lambda \neq \lambda_0$ , lorsque  $m$  grandit la somme des transmittances  $t_q$  des ordres  $q$  dont la valeur est proche de  $m\lambda_0/\lambda$  tend vers la transmittance du composant optique réfractif induisant un déphasage  $\varphi(x, y)$ . Nous comprenons donc que les effets de chromatisme sont d'autant moins importants que l'ordre utile  $m$  est grand.

#### Cas d'une lentille induisant un déphasage quadratique :

Si le composant optique diffractif est une lentille de puissance  $P$  alors les ordres de diffraction  $p$  se comportent comme des lentilles de puissance  $P_q = q\lambda P/m\lambda_0$ , et dont l'efficacité est donnée par l'équation (2.27). La puissance  $P_q$  étant dépendante de  $\lambda$ , les ordres de diffraction font apparaître un chromatisme axial qui va diminuer lorsque  $m$  grandit.

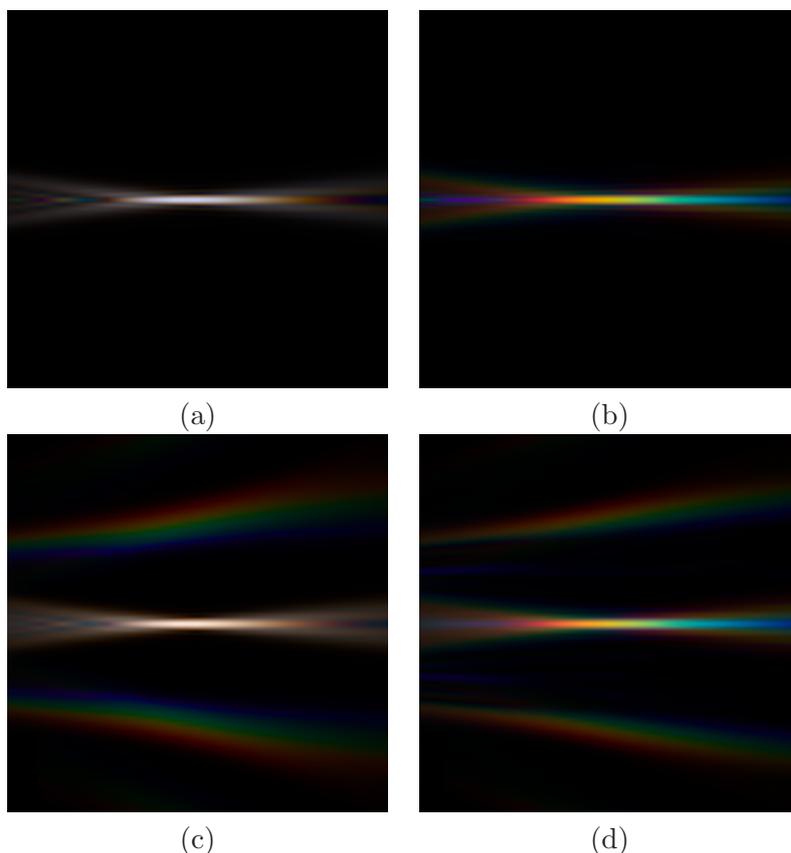
### 2.2.2 Lentille pixellisée repliée en phase

L'équation (2.26) est valable quelle que soit la répartition du déphasage  $\varphi(x, y)$  induit par le composant optique étudié. Elle s'applique donc aussi au cas de lentilles pixellisées. Si

## 2.2 Étude d'une lentille pixellisée présentant des repliements de phase

l'on considère une lentille pixellisée dont la fonction de phase est quadratique de puissance  $P$  au défaut de pixellisation près, et repliée à l'ordre  $m$ , alors nous distinguerons les ordres de diffraction  $q$  associés aux repliements des ordres de diffraction  $(n_x, n_y)$  liés à la pixellisation. Les ordres de diffraction  $q$  se comportent comme des lentilles pixellisées de puissance  $P_q = q\lambda P/m\lambda_0$  et dont la répartition des pixels reste inchangée. **L'effet du repliement de phase est donc décorrélé de l'effet de pixellisation.**

Nous illustrons ce résultat sur la figure 2.18 où l'on représente en couleurs, en suivant les procédés colorimétriques détaillés dans le chapitre 1, la figure de diffraction<sup>6</sup> dans le plan  $Oxz$  associée à une lentille de puissance  $P = 1\delta$ , dont la pupille circulaire a un diamètre  $A = 4mm$ , éclairée par une onde plane dont le spectre est constant sur la plage de longueurs d'onde  $400nm \leq \lambda \leq 700nm$ . Nous avons choisi une échelle de représentation telle que  $0.5m \leq z \leq 1m$  et  $-8mm \leq x \leq 8mm$ . Dans le cas (a) la lentille est réfractive. Dans le cas (b) il s'agit d'une lentille de Fresnel, d'ordre utile  $m = 1$  à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 587nm$ . Nous constatons alors un fort effet de chromatisme axial. Dans les cas (c) et (d), elle est respectivement pixellisée sans et avec repliements de phase à l'ordre utile  $m = 1$ .



**Fig. 2.18:** (a) Lentille réfractive. (b) Lentille de Fresnel. (c) Lentille pixellisée. (d) Lentille de Fresnel pixellisée.

On constate que l'effet de chromatisme hors d'axe dû à la pixellisation apparaît indépendamment de l'effet de chromatisme axial dû aux repliements de phase. Nous pouvons

<sup>6</sup>En réalité, nous avons calculé les PSF en couleurs dans différents plans  $xy$  et effectué une coupe des résultats obtenus à l'aide du logiciel ImageJ.

également vérifier que les ordres  $(n_x, n_y) = (-1, 0)$ ,  $(0, 0)$  et  $(1, 0)$  représentés sont tous trois affectés par le chromatisme dû aux repliements de phase.

Lors de la réalisation de lentilles pixellisées, les contraintes technologiques sont telles que ces lentilles doivent présenter des repliements de phase. Nous avons vu que les repliements de phase font apparaître des ordres de diffraction responsables de chromatisme axial, différents des ordres de diffraction liés à la pixellisation induisant des effets d'irisations hors d'axe. L'effet des repliements de phase sera donc traité séparément de l'effet de la pixellisation. Concernant l'effet des repliements de phase, lors de la réalisation d'un composant **nous chercherons donc toujours à maximiser la valeur de l'ordre utile  $m$ , et indépendamment nous chercherons toujours à minimiser la taille des pixels pour rendre les plus faibles possible les effets de la pixellisation.**

Dans la section 2.3, nous allons voir quels sont les moyens qui, étant données les limites des technologies envisagées pour réaliser des composants pixellisés, peuvent permettre de rendre les effets parasites liés à la pixellisation ainsi qu'aux repliements de phase les moins perturbants possible. Nous mentionnons premièrement les maillages de type **Voronoi**, développés et optimisés dans la thèse de Céline Benoît-Pasanau [5] et illustrons l'effet du décalage de la pupille de l'œil sur une lentille à maillage de type Voronoi. Ensuite, nous présentons un procédé qui pourra permettre, malgré les limitations des technologies, d'augmenter la résolution d'une lentille pixellisée en la réalisant à l'aide de plusieurs couches de lentilles pixellisées superposées et décalées les unes par rapport aux autres. Ce procédé, compatible avec l'idée de réaliser des maillages de type Voronoi, permettra de plus, dans le cas de lentilles  $\Delta n$ , d'augmenter la valeur maximale de la différence entre le plus fort et le plus faible indice d'une lentille pixellisée, d'où résultera une augmentation de la valeur de l'ordre utile  $m$ .

### 2.3 Minimisation des défauts liés à la pixellisation

Nous nous intéressons dans cette section à la minimisation des défauts liés à la pixellisation. Une première idée, étudiée en 1-D dans la thèse de G.Moulin [4] puis appliquée en 2-D dans le cadre de la thèse de Céline Benoît-Pasanau [5, 60, 61], consiste à induire du désordre dans la répartition des pixels sans en modifier la taille moyenne. Les symétries de la structure sont alors éliminées et les ordres de diffraction parasites étudiés en section 2.1 se transforment en un halo diffus supposé moins gênant pour un porteur de verres de lunettes pixellisées que des ordres lumineux ponctuels<sup>7</sup>. Notons que l'efficacité de diffraction de l'ordre central  $(0, 0)$  reste quant à elle pratiquement inchangée, et l'organisation aléatoire des pixels n'a pas d'effet sur le chromatisme dû aux repliements de phase éventuels. Ainsi pour une taille minimale de pixels donnée par la technologie, le fait d'induire du désordre permet d'améliorer la qualité d'une image observée à travers une telle lentille pixellisée.

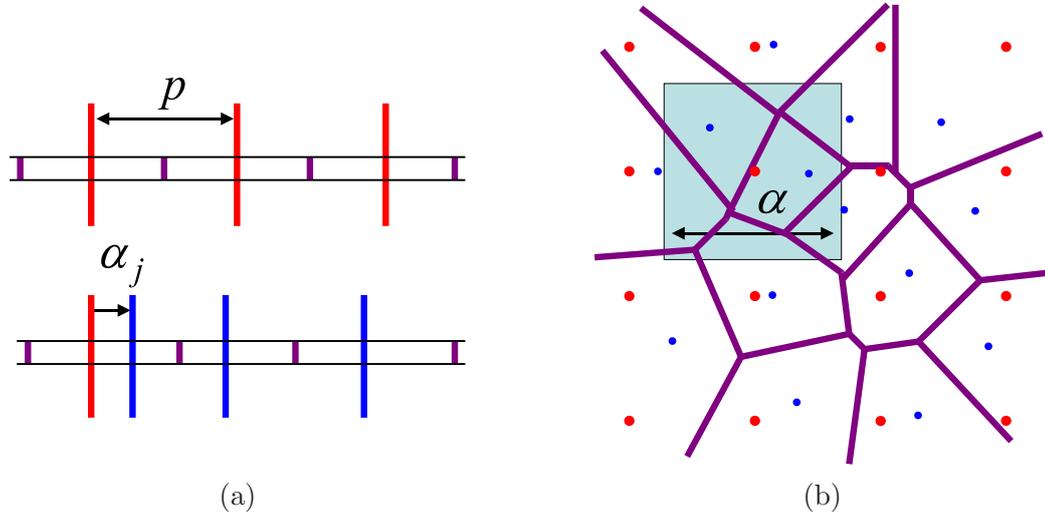
Une seconde idée consiste à superposer des lentilles pixellisées en les décalant ou en les tournant les unes par rapport aux autres afin de diminuer la résolution de la lentille pixellisée qu'elles constituent. Nous illustrons ici l'effet d'un maillage de type Voronoi en utilisant les outils de simulation développés dans le cadre de ce doctorat puis de décrivons le principe de superposition de lentilles pixellisées, compatible avec l'idée d'induire du désordre dans la répartition des pixels.

---

<sup>7</sup>Cette assertion devra, en perspective de ce travail, être étudiée d'un point de vue physiologique à l'aide de composants pixellisés réels à maillage de Voronoi.

### 2.3.1 Maillage de type Voronoï

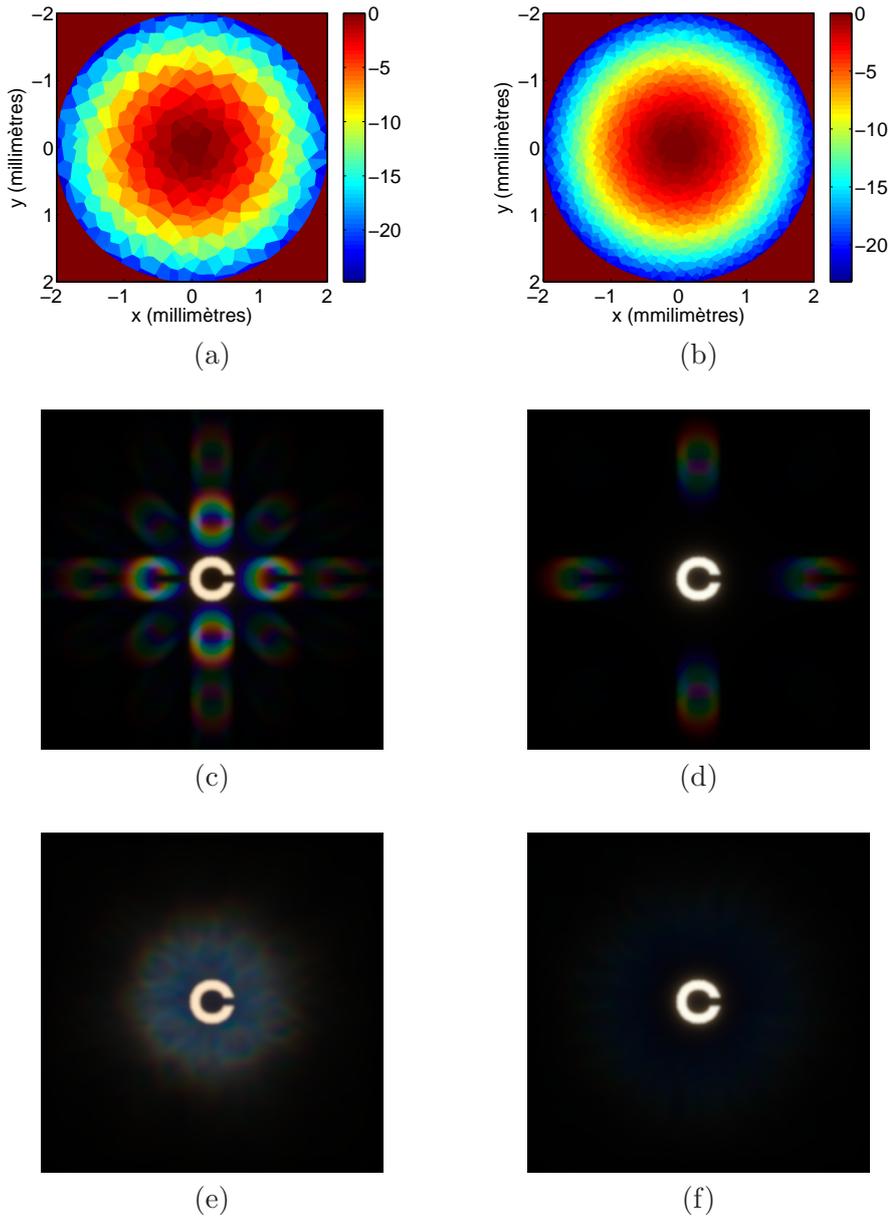
Prenons sur la figure 2.19(a) un ensemble infini de pixels 1-D, tous de largeur  $p$ , juxtaposés et séparés par des interfaces matérialisées ici par des parois. Pour définir un composant de type Voronoï en 1-D, nous faisons se déplacer aléatoirement et indépendamment le centre de chacun des pixels d'une distance algébrique  $\alpha_j$  suivant une loi aléatoire uniforme sur un intervalle  $[-\alpha/2, \alpha/2]$ . Les parois du nouveau composant de type Voronoï (b) sont alors placées chacune au milieu de deux nouveaux centres successifs.



**Fig. 2.19:** Principe d'un maillage de type Voronoï. Les parois entre les pixels sont représentées en violet. (a) Cas 1-D. En haut : lentille à pixels "réguliers", de pas  $p$ , dont les centres sont représentés en rouge. En bas : cas d'une lentille de type Voronoï, dont les centres sont représentés en bleu. (b) Cas 2-D.

Pour générer une structure de type Voronoï en 2-D, le principe est le même : nous partons d'une grille régulière 2-D de pixels carrés de côté  $p$ , que nous déformons en déplaçant le centre des cellules de la grille régulière aléatoirement dans un carré de côté  $\alpha$  centré sur le nœud correspondant de la grille régulière  $[-\alpha/2, \alpha/2]$ . Pour caractériser les composants de Voronoï, nous utiliserons le paramètre  $s$ , défini de la façon suivante :  $s = \alpha/p$ . Ce paramètre caractérise le degré de déformation de la grille régulière de départ. Ainsi, pour  $s = 0$ , la grille est régulière et plus  $s$  est grand, plus la grille est déformée. Céline Benoît-Pasanau a montré [61] que pour une valeur  $s = 1.27$  et une répartition aléatoire uniforme des décalages de centres de cellule, la structure de Voronoï est optimisée et permet d'éliminer les pics d'ordre 1 associés aux ordres de diffraction. La figure 2.20(a) et (b) représente le déphasage induit par une lentille de type Voronoï sans parois de puissance  $P = 1\delta$ , dont la pupille circulaire a un diamètre de 4mm, réalisée à partir d'une lentille à pixels carrés de côté  $p = 200\mu\text{m}$  et  $p = 100\mu\text{m}$  respectivement, et telle que  $s = 1.27$ .

Nous considérons une scène objet à l'infini dont le spectre d'émission est celui du blanc de l'écran CRT étudié dans le cadre du chapitre 1. Nous simulons l'image de cette scène, également située à l'infini, observée à travers un doublet constitué d'une lentille pixellisée de puissance  $P = 1\delta$  et d'une lentille réfractive de puissance  $P = -1\delta$ . Les lentilles pixellisées correspondant aux cas (c) et (d) ont des pixels carrés de côté  $p = a = 200\mu\text{m}$  et  $p = 100\mu\text{m}$  respectivement. Dans les cas de la figure 2.20(e) et (f), les lentilles pixellisées sont les lentilles dont la fonction de phase est représentée en (a) et (b). La scène est observée sous un angle de  $16\text{mrad} \times 16\text{mrad}$ , soit  $0.92^\circ \times 0.92^\circ$ .



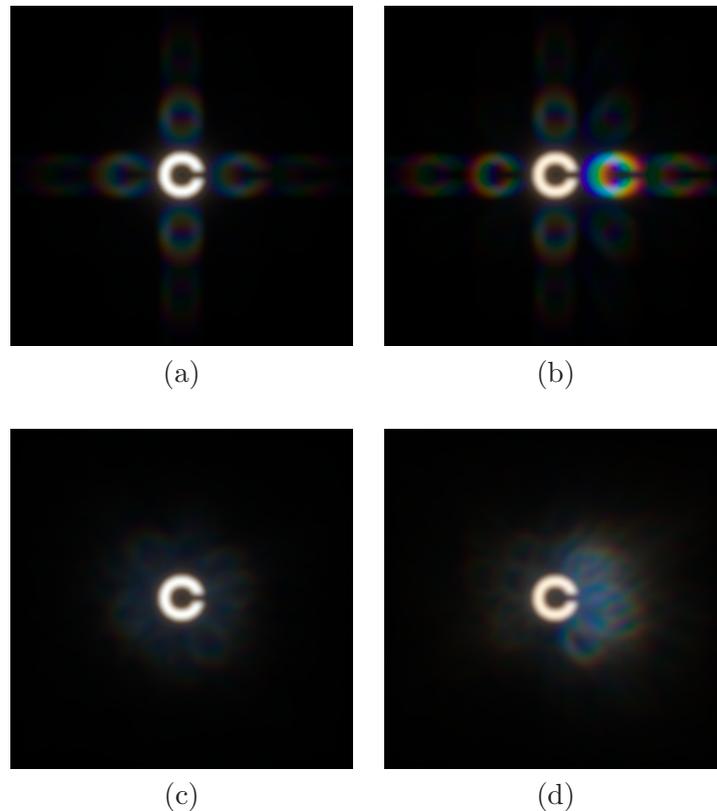
**Fig. 2.20:** (a),(b) Déphasage induit par un composant de type Voronoï, dont les pixels sont construits à partir de carrés de côté  $p = 200\mu\text{m}$  et  $p = 100\mu\text{m}$ , avec  $s = 1.27$ . (c),(d) Scène observée à travers une lentille à pixels carrés de côté  $p = 200\mu\text{m}$  et  $p = 100\mu\text{m}$ . (e),(f) Même scène observée à travers les lentilles de type Voronoï associée au déphasage (a) et (b).

Nous pouvons observer sur la figure 2.20(e) et (f) le halo caractéristique des lentilles pixellisées de type Voronoï. En effet, les ordres de diffraction parasites présents dans les cas (c) et (d) ont été brouillés par l'effet de désordre induit dans les structures, illustré sur la figure 2.20(a) et (b). Cependant la quantité de lumière parasite reste sensiblement identique dans le cas d'un composant de type Voronoï par rapport au cas du composant périodique à partir duquel il a été conçu. C'est pourquoi le halo reste beaucoup plus lumineux dans le cas de la figure 2.20(e) que dans le cas (f). Nous pourrions donc remarquer que les lentilles de type

### 2.3 Minimisation des défauts liés à la pixellisation

Voronoi présentent un intérêt majeur par exemple lors de l'observation d'un objet lumineux situé sur un fond sombre, étant donné que les images parasites de cet objet observées dans le cas de lentilles à pixels carrés sont brouillées. Par contre, dans le cas de l'observation d'un objet sombre sur un fond lumineux, le halo pourra provoquer une chute de contraste au niveau de cet objet sensiblement aussi importante que si la lentille présentait des symétries dans l'organisation de ses pixels. D'autre part, dans le cas de la recherche d'un point clair peu intense sur fond sombre au voisinage d'un point clair intense (ce qui correspond par exemple au cas de la recherche dans le ciel d'une petite étoile proche d'une grande étoile), un halo est plus gênant que des ordres de diffraction, sauf dans le cas particulier où un pic de la grande étoile vient se superposer à la petite.

Nous allons maintenant mettre en évidence l'effet du décalage de la pupille de l'œil par rapport à la fonction de phase d'une lentille pixellisée de type Voronoi. Pour cela, nous considérons les mêmes paramètres de simulation que dans le cas de la figure 2.20(a),(c) et (e). Pour permettre au lecteur de distinguer aisément des différences de luminosité entre les ordres de diffraction, nous représentons le cas où l'on place devant la fonction de phase de la lentille une pupille circulaire de diamètre  $A_{zu} = 2mm$  et la décalons d'une distance algébrique  $X$ . Nous représentons respectivement sur la figure 2.21(a) et (b) l'effet du décalage de la pupille de l'œil dans le cas où les pixels de la lentille forment un maillage carré et en (c) et (d) le cas où le maillage est de type Voronoi, avec  $s = 1.27$ .

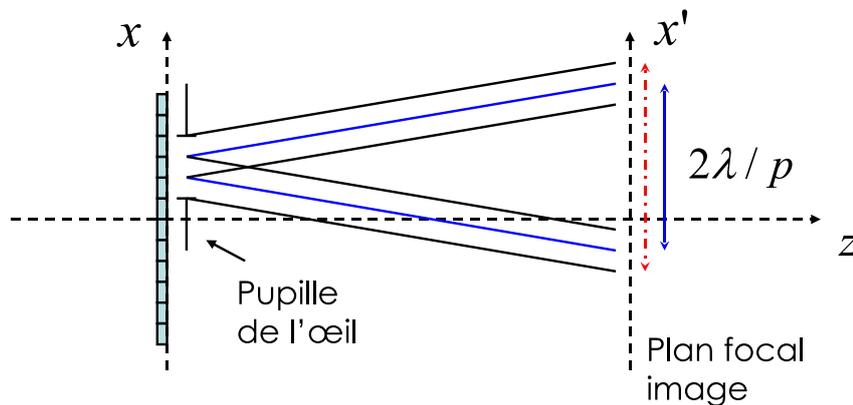


**Fig. 2.21:** Illustration de l'effet du décalage de la pupille de l'œil dans le cas d'une lentille de type Voronoi. (a) Maillage carré, pupille centrée ( $X = 0$ ). (b) Maillage carré, ( $X = -1mm$ ). (c) Maillage de type Voronoi, ( $X = 0$ ). (d) Maillage de type Voronoi, ( $X = -1mm$ ).

Le diamètre de la pupille de la lentille ayant été réduit ici à une valeur de  $2mm$ , l'anneau de Landolt représenté apparaît plus flou que dans les cas de la figure 2.20 étant donné que l'ordre  $(0,0)$ , dont la forme est celle de la réponse percussionnelle, a une largeur deux fois plus importante<sup>8</sup>.

Nous constatons donc que dans le cas de lentilles de type Voronoï, l'effet de décalage de la pupille de l'œil par rapport à la fonction de phase de la lentille induit une augmentation de la luminosité de la lumière parasite dans la direction du décalage, comme dans le cas d'une lentille à pixels carrés, étudié en détail en section 2.1.1.3.

Dans le cas d'une lentille de type Voronoï, nous n'allons pas effectuer une étude théorique pour décrire l'effet du décalage de la pupille de l'œil. Nous allons considérer un modèle simple d'interprétation physique du phénomène, décrit en 1-D sur la figure 2.22, valable aussi dans le cas de lentilles à pixels carrés. Soit une lentille pixellisée de puissance  $P$  située dans le plan perpendiculaire à l'axe  $z$  et contenant l'axe  $x$ , représentée en bleu clair, et une pupille d'œil décalée par rapport au centre de cette lentille, situé sur l'axe  $z$ . La lentille est éclairée par une onde plane dont le vecteur d'onde est parallèle à  $z$ . Les pixels ont une taille moyenne  $p$  et diffractent devant eux la lumière qui les éclaire. Nous rappelons qu'en section 2.1, nous avons montré que dans l'approximation de Fraunhofer, la figure de diffraction associée à chaque pixel au niveau du plan focal image de la lentille est une fonction sinus cardinal, de largeur  $\simeq \lambda/pP$ , représentée schématiquement en bleu pour le pixel central et en noir pour les pixels périphériques. La figure de diffraction associée à la lentille pixellisée est le résultat des interférences entre les figures de diffraction associées à chaque pixel. Ainsi, la zone à l'intérieur de laquelle va se situer la figure de diffraction de la lentille, représentée en rouge sur la figure 2.22, est centrée sur la pupille de l'œil. Nous comprenons donc que la répartition de la lumière au niveau du plan focal image de la lentille accompagne le déplacement de la pupille de l'œil dans le cas Voronoï aussi bien que dans le cas d'un maillage carré, d'où l'effet observé sur la figure 2.21(b) et (d).



**Fig. 2.22:** Schéma associé à l'explication du phénomène d'excentrement de la pupille de l'œil. En bleu clair : lentille pixellisée. En rouge : zone de présence possible de lumière.

Nous venons de rappeler et d'illustrer sur des cas d'étude réalistes en couleurs l'effet de la répartition de type Voronoï des pixels d'une lentille, effet étudié en détail dans la thèse de

<sup>8</sup>En effet la largeur angulaire de la réponse percussionnelle est environ égale  $2 \times 1.22\lambda/A$ , où  $A$  est le diamètre de la lentille.

## 2.3 Minimisation des défauts liés à la pixellisation

---

Céline Benoît-Pasanau [5]. Nous avons également mis en évidence l'effet du décalage de la pupille de l'œil par rapport à la fonction de phase de la lentille lorsque celle-ci présente une structure de type Voronoï. Cet effet est le même que dans le cas d'une lentille à maillage carré et s'illustre par une augmentation suivant la direction du décalage de la pupille de la luminosité du halo de diffraction caractéristique de la répartition de type Voronoï.

Nous allons maintenant nous intéresser en sous-section 2.3.2 à un procédé qui permet, toujours pour une taille minimale donnée des pixels  $p_{min}$ , d'augmenter la résolution d'une lentille pixellisée qui sera constituée d'une superposition de  $N$  lentilles pixellisées décalées les unes par rapport aux autres, dont les pixels ont une taille  $p_{min}$ . La taille fictive des pixels de la lentille réalisée par superposition sera alors  $p_{min}/N$  et l'efficacité des ordres de diffraction parasites va alors diminuer de manière significative.

### 2.3.2 Superposition de lentilles pixellisées

Nous rappelons que les technologies qui nous sont actuellement accessibles pour réaliser des optiques pixellisées présentent des limites. Par exemple, il nous est impossible de créer des pixels en deçà d'une certaine taille, et le nombre accessible de niveaux de phase est limité. Ces deux limitations s'appliquent à toutes les technologies que nous connaissons aujourd'hui.

L'un des moyens technologiques utilisés pour réaliser une lentille pixellisée consiste à créer des micro-cuvettes dont la hauteur est de l'ordre de  $20\mu m$ , sur une base de quelques dizaines de microns de côté dans le cas de pixels carrés, remplies d'un matériau dont l'indice de réfraction varie d'une cuvette à l'autre. L'une des difficultés de cette technologie est d'avoir une différence d'indice  $\Delta n$  importante entre les cellules de plus bas indice et celles de plus haut indice. Typiquement nous sommes aujourd'hui capables de réaliser une valeur de  $\Delta n$  de l'ordre de 0.1, répartie sur plus de 200 niveaux. Cette valeur limitée de  $\Delta n$  nous contraint à envisager de créer des lentilles pixellisées repliées en phase, ce qui peut s'avérer gênant à cause de l'apparition d'un chromatisme conséquent si les sauts de phase sont trop peu importants, comme nous l'avons vu en section 2.2.

Nous nous proposons ici d'illustrer l'effet de la superposition d'optiques pixellisées, très fines, les unes par rapport aux autres, et de voir quel peut être l'intérêt d'un tel procédé, d'un point de vue technologique notamment. Les calculs seront toujours effectués dans l'approximation de Fresnel, et l'onde incidente sur le verre est plane et monochromatique :  $\lambda = 633nm$ <sup>9</sup>. Les lentilles simulées ne présentent pas de repliements de phase.

#### 2.3.2.1 Principe, simulations

Soit  $\varphi(x, y)$  la phase de la transmittance d'une lentille réfractive que l'on souhaite pixeliser. Appelons  $\varphi_{pix}(x, y)$  la phase pixellisée associée, pour une taille, une forme et une répartition donnée de pixels. Le principe de superposition consiste à superposer, en les décalant ou en leur faisant subir des rotations les unes par rapport aux autres,  $N$  optiques pixellisées dont la somme des déphasages qu'elles induisent est approximativement égale à  $\varphi_{pix}(x, y)$ . Intuitivement, il paraît optimal de superposer  $N$  composants identiques de phase

---

<sup>9</sup>Le choix de cette valeur de la longueur d'onde provient du fait que le montage préalable de la mise en évidence de l'effet de la superposition de lentilles pixellisées a été effectué à l'aide d'un laser Helium-Neon comme dans le cas de la figure 2.5

$\varphi_{pix,N}(x, y)$  telle que  $\varphi_{pix,N}(x, y) = \varphi_{pix}(x, y)/N$ , mais nous pourrions imaginer de superposer des composants de phases différentes, tant que la somme des phases qu'ils induisent est approximativement égale à  $\varphi_{pix}(x, y)$ . Ce principe de superposition, qui permet de diminuer fictivement la taille des pixels en deçà de ce que les technologies actuelles nous permettent de réaliser, peut s'appliquer à des structures dont les pixels peuvent avoir toutes sortes de répartitions et de tailles, comme nous le verrons notamment au paragraphe 2.3.2.3.

### Cas particuliers de translations :

Dans un premier temps nous simulons l'effet de la translation de structures à pixels carrés les uns par rapport aux autres, sans le moindre effet de rotation. Nous allons simuler le cas de deux structures à pixels carrés décalées l'une par rapport à l'autre d'un demi pixel suivant les axes  $x$  et  $y$ . La figure 2.23 illustre ce cas d'étude. La taille d'un demi pixel étant très petite, les axes optiques des deux fonctions de phase  $\varphi_{pix,2}(x, y)$  et  $\varphi_{pix,2}(x - p/2, y - p/2)$  considérées resteront suffisamment voisins pour suggérer que  $\varphi_{pix,2}(x, y) + \varphi_{pix,2}(x - p/2, y - p/2) \simeq \varphi_{pix}(x, y)$ .

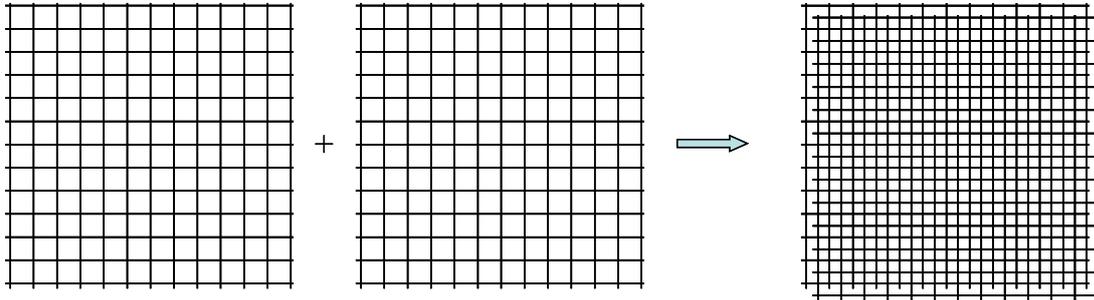
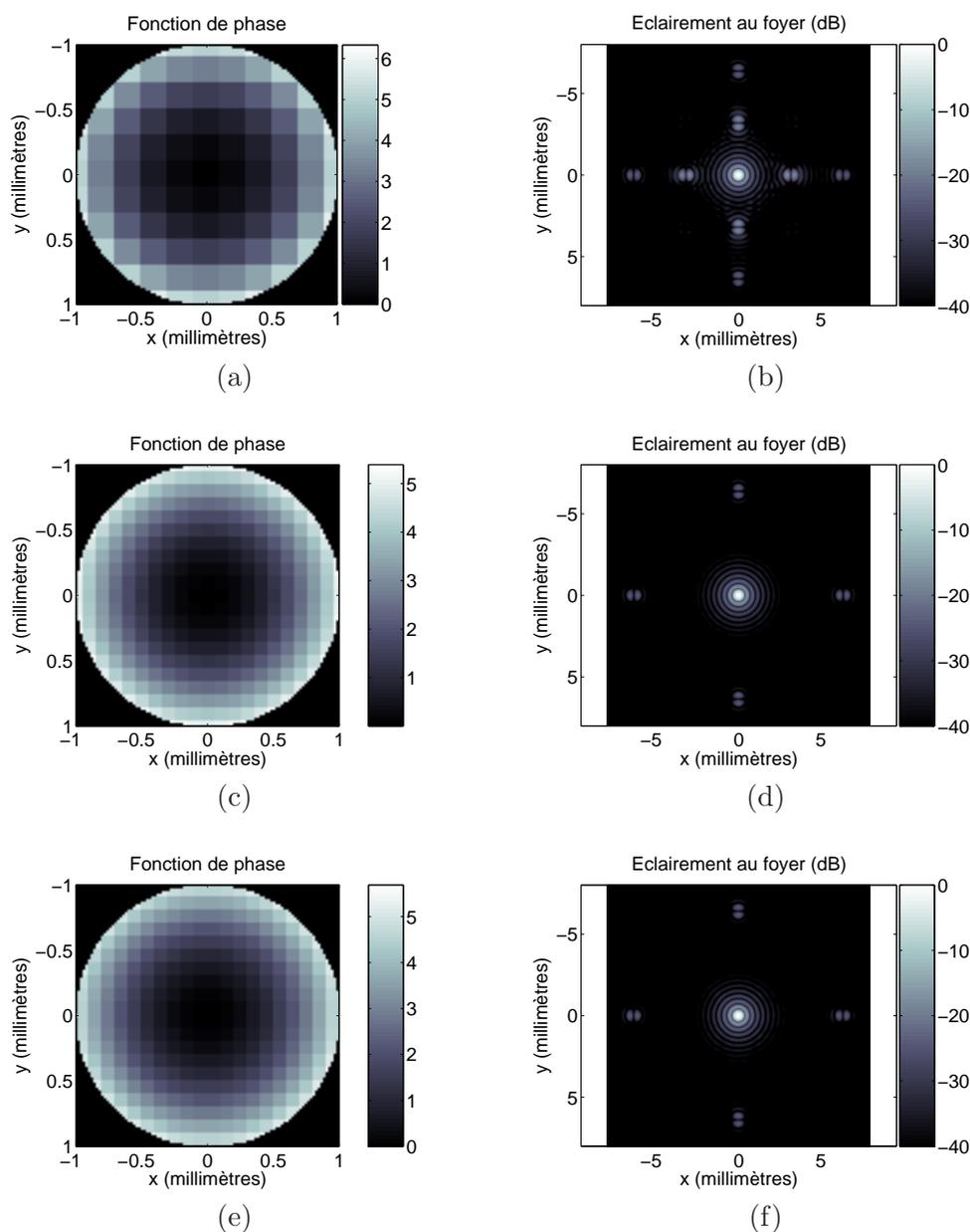


Fig. 2.23: Translation d'un demi pixel suivant chaque axe.

Nous voulons vérifier si la superposition de deux structures de phase  $\varphi_{pix,2}(x, y)$ , dont les pixels sont des carrés de côté  $p$  conduit effectivement approximativement à la même figure de diffraction qu'un seul composant dont les pixels sont des carrés de côté  $p/2$  et dont la phase est  $\varphi_{pix}(x, y) = 2\varphi_{pix,2}(x, y)$ . Pour cela nous allons illustrer sur la figure 2.24 trois cas de lentilles : le cas (a et b) d'une structure "simple", c'est-à-dire constituée d'une seule lentille, dont les pixels sont des carrés de côté  $p = 200\mu m$ , et dont la fonction de phase est un échantillonnage de la fonction de phase d'une lentille réfractive de puissance  $P = 1\delta$ , le cas (c et d) d'une seconde structure simple, de même puissance et telle que  $p = 100\mu m$ , puis le cas (e et f) d'une structure "double", c'est-à-dire constituée de deux structures simples identiques, telles que  $p = 200\mu m$  et  $P = 0.5\delta$ , superposées et translattées l'une par rapport à l'autre de  $p/2 = 100\mu m$  suivant  $x$  et suivant  $y$ . Dans les trois cas la pupille considérée est circulaire, de diamètre  $A = 2mm$ . Les résultats sont représentés en échelle logarithmique. Nous ne représenterons pas l'éclairement inférieur à  $-40dB$  par rapport au pic central.

Dans le cas de la figure 2.24(b), le maximum des pics secondaires est de  $-18.1dB$ . Ce maximum est égal à  $-24.3dB$  dans le cas de la figure 2.24(d) et (f), dont la forme est presque identique. Une lentille pixellisée de puissance  $P$ , dont les pixels sont des carrés de côté  $p/2$  se comporte donc avec une bonne approximation comme une superposition de deux lentilles de puissance  $P/2$ , dont les pixels sont des carrés de côté  $p$ , translattées l'une par rapport à l'autre d'une distance  $p/2$  suivant  $x$  et  $p/2$  suivant  $y$ .

## 2.3 Minimisation des défauts liés à la pixellisation

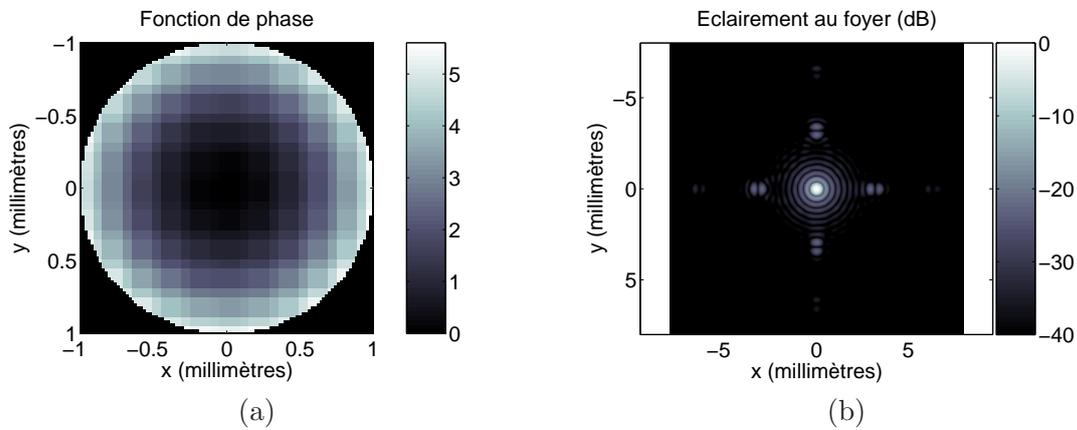


**Fig. 2.24:** Fonction de phase de la lentille (colonne de gauche, où les niveaux de gris représentent une valeur de la phase en radians) et éclairement au foyer (colonne de droite, où les niveaux de gris représentent une valeur de l'éclairement exprimé en dB) dans le cas (a),(b) d'une structure simple telle que  $p = 200\mu m$ , (c),(d) d'une structure simple telle que  $p = 100\mu m$ , (e),(f) d'une structure double telle que  $p = 200\mu m$  avec translation d'un demi pixel suivant  $x$  et  $y$ .

Nous nous sommes penché ici sur un cas particulier de translation d'un demi pixel suivant  $x$  et  $y$  de deux lentilles pixellisées afin de valider le principe de superposition, qui s'applique également au cas de lentilles dont la fonction de phase ne présente pas de symétrie de révolution. Nous étudions maintenant, dans le cadre d'une étude de tolérancement, d'autres types de translations ainsi que la rotation les unes par rapport aux autres des lentilles constituant la superposition.

**Cas généraux de translations et de rotations :**

Nous étudions maintenant à titre d'exemple le cas où nous décalons deux structures dont les pixels sont des carrés de côté  $p$  translattées l'une par rapport à l'autre d'une distance différente de  $p/2$  suivant  $x$  et  $p/2$  suivant  $y$ . Cela peut correspondre au cas pratique où nous ne parvenons pas technologiquement à ajuster parfaitement le décalage à  $p/2$  suivant  $x$  et  $p/2$  suivant  $y$ . Nous illustrons par exemple le cas où nous décalons deux structures dont la pupille est circulaire, de diamètre  $A = 2\text{mm}$ , de puissance  $P = 0.5\delta$ , dont les pixels sont des carrés de côté  $p = 200\mu\text{m}$ , décalées l'une par rapport à l'autre d'une distance  $p/4$  suivant  $x$  et  $p/4$  suivant  $y$ . Nous représentons les résultats sur la figure 2.25. Nous pouvons constater que la répartition des ordres de diffraction ressemble davantage à la répartition que l'on observe sur la figure 2.24(b) que celle que l'on observe sur la figure 2.24(f). Cependant, le maximum de luminosité du pic secondaire s'élève ici à  $-23.1\text{dB}$  au lieu de  $-18.1\text{dB}$  dans le cas de la figure 2.24(b). Il semble donc nettement préférable dans un cas général de superposer deux composants de puissance  $P = 0.5\delta$  à pixels carrés de côté  $p$ , décalés l'un par rapport à l'autre d'une distance non nulle quelconque suivant  $x$  et  $y$ , plutôt que de ne considérer qu'un seul composant de puissance  $P = 1\delta$  à pixels carrés de côté  $p$ .

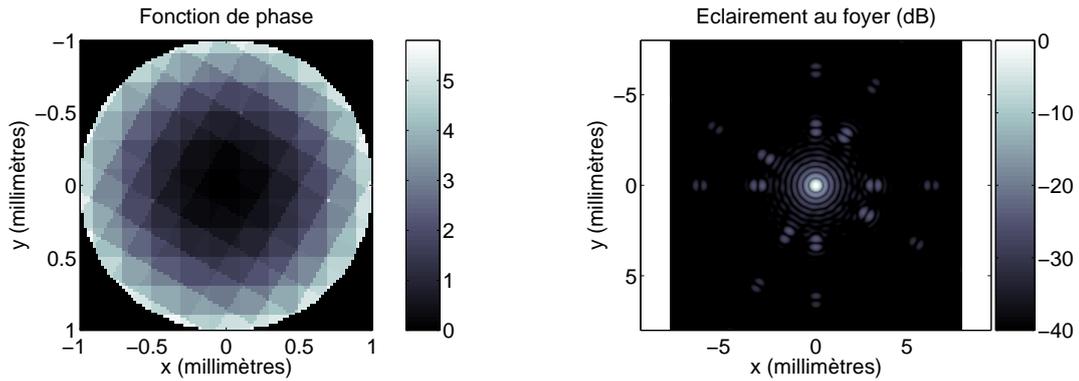


**Fig. 2.25:** Fonction de phase de la lentille (a) et éclairement au foyer (b) dans le cas d'une structure double ( $p = 200\mu\text{m}$ ) avec décalage d'un quart de pixel suivant  $x$  et  $y$ .

En pratique, la superposition de lentilles pixellisées peut être réalisée avec une grande précision grâce aux techniques de la microélectronique. Il convient cependant d'étudier des cas où la translation n'a pas pu être réalisée sans la moindre rotation résiduelle. Nous nous intéresserons donc également à l'effet cumulé d'une rotation puis d'une translation d'un certain nombre de composants superposés les uns sur les autres. Nous étudierons le cas très "inacceptable"<sup>10</sup> de deux composants de puissance  $P = 0.5\delta$ , dont les pixels sont des carrés de côté  $p = 200\mu\text{m}$ , orientés l'un par rapport à l'autre d'un angle de  $30^\circ$ , puis translattés l'un par rapport à l'autre d'une distance  $p/2$  suivant  $x$  et  $p/2$  suivant  $y$ . Nous représentons les résultats obtenus sur la figure 2.26.

<sup>10</sup>Au vu des résultats de calcul d'efficacité de diffraction obtenus en sous-section 2.1.2

## 2.3 Minimisation des défauts liés à la pixellisation



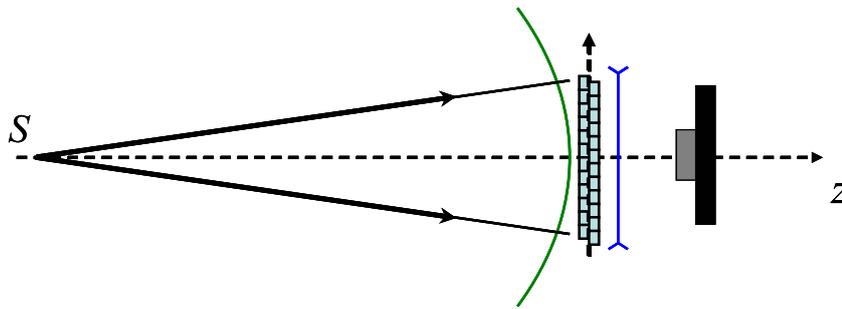
**Fig. 2.26:** Fonction de phase de la lentille (a) et éclairement au foyer (b) dans le cas d'une structure double ( $p = 200\mu m$ ) avec rotation de  $30^\circ$  et translation d'un demi-pixel suivant  $x$  et  $y$

On constate la présence d'ordres de diffraction alignés avec les deux directions d'orientation des pixels. Donc lorsque l'on observe une scène à travers une telle lentille, il apparaît plus d'images parasites que dans les cas de la figure 2.24. Cependant, l'éclairement maximal des pics secondaires est ici de  $-24.4dB$ , ce qui correspond à la valeur calculée dans le cas de la figure 2.24(f). Ainsi, il est toujours préférable de superposer des lentilles pixellisées même dans le cas où celles-ci subissent des rotations les unes par rapport aux autres. Par contre, l'apparition d'un nombre deux fois plus élevé de directions d'images parasites que dans le cas de la figure 2.24(f) nous permet de conclure que la superposition de lentilles sans effet de rotation conduit à plus de confort visuel.

### 2.3.2.2 Validation expérimentale

Nous effectuons une vérification expérimentale du principe de superposition de lentilles pixellisées. Pour cela nous avons mis en place le dispositif représenté sur la figure 2.27. Nous disposons d'une source quasi-ponctuelle polychromatique fibrée<sup>11</sup>  $S$ , que nous observons, à l'aide d'un appareil photo (représenté en noir sur la figure 2.27) à temps de pose réglable, à travers un système optique composé des éléments suivants : une lentille réfractive de puissance  $P = -2\delta$  (en bleu foncé) placée devant un doublet de lentilles pixellisées identiques, de puissance  $P = 1\delta$ , dont les pixels sont des carrés de côté  $p = a = 20\mu m$ . L'une des deux lentilles est fixe tandis que l'autre est placée sur une platine mobile, qui permet de la translater suivant deux axes orthogonaux entre eux correspondant aux directions principales de diffraction, et de lui faire effectuer une rotation dans son plan. On place un diaphragme circulaire de  $10mm$  de diamètre devant le doublet de lentilles pixellisées. Nous fixons alors l'ouverture numérique, l'ISO et le temps de pose de l'appareil afin de pouvoir comparer entre elles les photos prises à travers le système optique. L'appareil est mis au point au niveau de la source ponctuelle  $S$ . Le triplet de lentilles a une puissance nulle, l'image  $S'$  de cette source à travers le triplet est donc située dans le plan de la source objet  $S$ . Sur toutes les photos, l'ordre de diffraction central est saturé.

<sup>11</sup>Il s'agit d'une lampe deutérium, source du spectromètre de réflexion Zeiss MCS 501 UV-NIR.



**Fig. 2.27:** Validation expérimentale du principe de superposition de lentilles pixellisées. En bleu clair : doublet de lentilles pixellisées superposées. En bleu foncé : lentille réfractive divergente de puissance opposée à celle du doublet. En noir : appareil photo.  $S$  est la source polychromatique quasi-ponctuelle prise en photo par l'appareil.

Dans un premier temps, nous représentons sur la figure 2.28 le cas où les deux lentilles pixellisées ont subi une légère rotation l'une par rapport à l'autre. Nous pouvons constater que les ordres de diffraction observés ont subi la même rotation les uns par rapport aux autres.

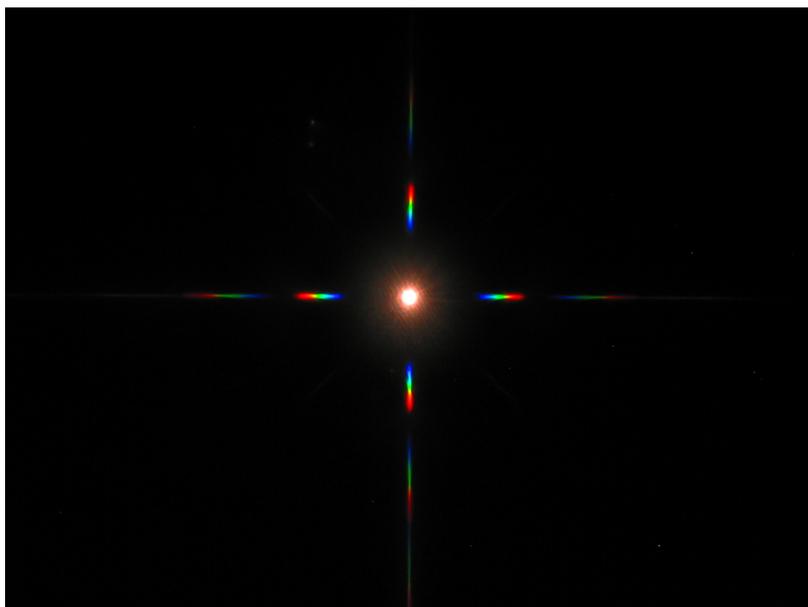


**Fig. 2.28:** Cas expérimental où les deux lentilles ont subi une rotation l'une par rapport à l'autre.

La figure 2.29 représente le cas où une quantité maximale de lumière est répartie dans les ordres de diffraction. Nous pouvons en effet constater visuellement que les ordres de diffraction observés dans le cas de la figure 2.29 sont plus lumineux que ceux que l'on observe dans le cas de la figure 2.28. Nous comprenons qu'il s'agit d'un cas où, à un nombre entier de pixels près, les deux lentilles pixellisées sont parfaitement superposées. Le doublet de lentilles est alors équivalent à une lentille pixellisée de puissance  $P = 2\delta$ , dont les pixels sont des carrés de côté  $p = 20\mu m$ .

## 2.3 Minimisation des défauts liés à la pixellisation

---



**Fig. 2.29:** Cas où les deux lentilles sont “parfaitement” superposées.

En jouant sur les platines de translation, on constate une évolution de la luminosité des ordres de diffraction observés. La figure 2.30 représente le cas où la quantité de lumière répartie dans les ordres de diffraction est la moindre.



**Fig. 2.30:** Cas où les deux lentilles sont décalées d’un demi pixel suivant chaque axe.

Nous constatons que les ordres de diffraction secondaires  $(-1, 0)$ ,  $(0, -1)$ ,  $(1, 0)$  et  $(0, 1)$  associés à une lentille telle que  $p = 20\mu m$  et  $P = 2\delta$ , qui correspondent aux irisations les plus lumineuses de la figure 2.29, ont pratiquement disparu sur la figure 2.30. Idéalement, nous devrions être capables de les éteindre totalement. Nous sommes donc arrivé à nous

rapprocher du cas simulé de la figure 2.24(f) : le décalage est d'un demi pixel suivant chaque axe à un nombre entier de pixels près, et le doublet est alors équivalent à une lentille pixellisée de puissance  $P = 2\delta$ , dont les pixels sont des carrés de côté  $p = 10\mu m$ .

Cette démarche expérimentale nous a donc permis de valider les effets bénéfiques de la superposition de lentilles pixellisées, en mettant en évidence les résultats théoriques représentés sur les figures 2.24 à 2.26. Ce procédé pourra donc être appliqué lors de la réalisation de lentilles pixellisées et pourra permettre de s'affranchir de certaines limites technologiques concernant la taille minimale des pixels que l'on peut fabriquer. Nous nous proposons maintenant d'illustrer le fait que le principe de superposition est valable également dans le cas de lentilles pixellisées de type Voronoï.

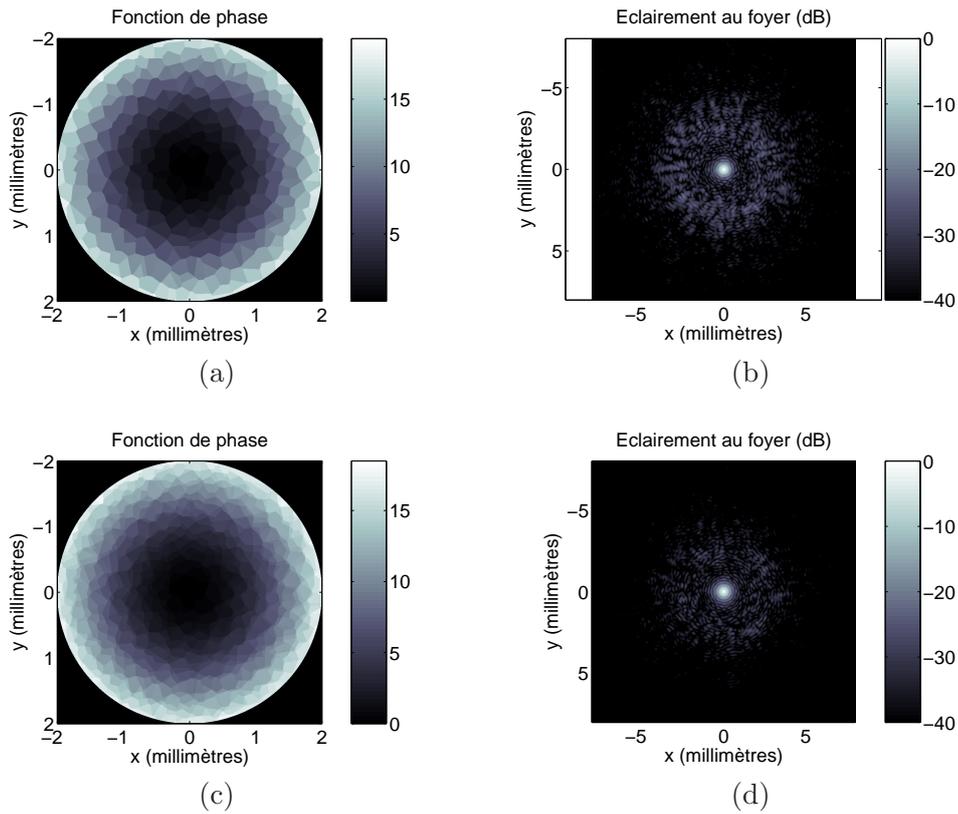
### 2.3.2.3 Superposition et lentilles de type Voronoï

Nous rappelons que le but de la superposition de lentilles pixellisées est de faire diminuer fictivement la taille apparente des pixels afin de réduire la quantité de lumière parasite, c'est à dire la lumière que l'on peut retrouver au niveau du foyer de la lentille que constitue cette superposition, en dehors de l'ordre central. La superposition de composants à structure de type Voronoï peut également nous permettre de réaliser cette diminution fictive de la taille des pixels comme dans le cas de lentilles à pixels carrés. Nous disposons de deux "cartes de fonction de phase" différentes réalisées par Céline Benoît-Pasanau, associées à deux lentilles de type Voronoï avec les mêmes critères de déformation, chacune de puissance  $P = 1\delta$ , dont la pupille circulaire a un diamètre  $A = 4mm$ , et construites à partir d'une structure à pixels carrés de côté  $a = p = 200\mu m$ . La figure 2.31 représente en (a) l'une de ces deux fonctions de phase et en (b) la répartition associée de l'éclairement en échelle logarithmique dans le plan focal image.

Nous illustrons également la superposition de deux composants différents de type Voronoï, de puissance  $P = 0.5\delta$  chacun. Pour cela, nous divisons par 2 les fonctions de phase des lentilles de puissance  $P = 1\delta$  dont nous disposons. Puis nous superposons les deux lentilles, dont la fonction de phase est représentée en figure 2.31(c). La figure 2.31(d) représente alors le résultat obtenu. Nous constatons une atténuation du halo par rapport au cas du composant simple de la figure 2.31(a) et (b), ce qui confirme l'intérêt de la superposition de lentilles pixellisées dans le cas de lentilles de type Voronoï.

La superposition de lentilles pixellisées permet donc d'améliorer la résolution de la phase d'une lentille pixellisée quelle que soit la forme et la répartition des pixels de cette lentille. Dans l'annexe B, nous présentons des critères d'optimisation de la position de lentilles pixellisées les unes par rapport aux autres, visant à minimiser la gêne induite par la pixellisation lors de l'observation d'une scène.

## 2.3 Minimisation des défauts liés à la pixellisation



**Fig. 2.31:** Fonction de phase de la lentille (colonne de gauche, où les niveaux de gris représentent une valeur de la phase en radians) et éclairement au foyer (colonne de droite, où les niveaux de gris représentent une valeur de l'éclairement exprimé en dB) dans le cas (a),(b) d'une structure simple de Voronoï telle que  $P = 1\delta$ , construite à partir d'une lentille à pixels carrés avec  $p = 200\mu m$ , (c),(d) d'une superposition de deux lentilles de type Voronoï telles que  $P = 2 \times 0.5\delta$ , construites à partir de deux lentilles à pixels carrés avec  $p = 200\mu m$ .

### 2.3.2.4 Autres avantages de la superposition de lentilles pixellisées

Nous allons voir qu'en plus de la diminution fictive de la taille des pixels d'une lentille, la superposition de lentilles pixellisées présente d'autres avantages. En effet, dans le cas de lentilles de type  $\Delta n$ , la superposition permet d'une part, pour une valeur  $\Delta n$  donnée de l'écart entre l'indice maximal et l'indice minimal des cellules, d'augmenter la valeur des sauts de phase que présente la lentille pixellisée constituée par la superposition, et ainsi, comme nous l'avons rappelé en section 2.2, de réduire le chromatisme axial de cette lentille. D'autre part, la superposition permet d'augmenter le nombre de niveaux de déphasage d'une lentille et ainsi d'augmenter la précision de l'échantillonnage de sa fonction de phase.

#### Augmentation du $\Delta n$ :

Nous rappelons que si l'on envisage de réaliser des lentilles de type  $\Delta n$ , l'une des difficultés technologiques sera d'avoir une différence d'indice  $\Delta n$  importante entre les cellules de plus bas indice et celles de plus haut indice.

Considérons une lentille pixellisée induisant un déphasage  $\phi_{pix}(x, y)$ , que nous aimerions réaliser à l'aide d'une superposition de  $N$  composants décalés où tournés les uns par rapport aux autres. Nous avons vu que ces  $N$  composants peuvent être choisis de telle sorte qu'ils induiront chacun un déphasage  $\phi_{pix,N}(x, y) = \phi_{pix}(x, y)/N$ . Pour une valeur donnée de  $\Delta n$ , il sera donc plus "facile" de réaliser chacun des  $N$  composants induisant une phase  $\phi_{pix,N}(x, y)$  qu'un composant induisant une phase  $\phi_{pix}(x, y) = N\phi_{pix,N}(x, y)$ , c'est-à-dire que les repliements de phase de la lentille constituée des  $N$  composants seront moins nombreux et plus élevés, ce qui permet une importante diminution du chromatisme. Nous pouvons formuler cette remarque comme suit : à  $\Delta n$  donné et à hauteur de cellule  $H$  données par la technologie, la superposition de  $N$  structures permet d'obtenir le même effet qu'une couche de même  $\Delta n$  mais de hauteur  $N$  fois plus grande. Le saut de phase accessible est donc  $N$  fois plus grand.

### Augmentation du nombre de niveaux de phase accessibles :

Dans de nombreuses méthodes de fabrication d'une optique pixellisée, nous sommes confrontés au fait que le nombre de niveaux de phase qui peuvent être associés à un pixel est limité. Il en résulte une erreur sur la fonction de phase de la lentille pixellisée que l'on souhaite réaliser.

Nous remarquerons que la superposition de  $N$  composants peut permettre de multiplier par  $N$  le nombre de niveaux de phase qui peuvent être associés à un pixel. Cela peut se faire en découpant la phase  $\phi_{pix}$  d'un composant à réaliser en niveaux  $N$  fois plus fins avec  $N$  structures.

#### 2.3.2.5 Synthèse des avantages de la superposition de lentilles pixellisées.

Nous avons donc vu que la superposition d'optiques pixellisées peut avoir plusieurs intérêts. Premièrement, elle peut permettre d'améliorer la précision sur l'échantillonnage de la phase d'une lentille réfractive, puisqu'elle **diminue fictivement la taille des pixels, quelle que soit leur forme et leur répartition**. Deuxièmement, dans le cas d'une technologie de type micro-cuvettes, la superposition de lentilles pixellisées **permet d'augmenter la valeur de l'écart des indices de réfraction  $\Delta n$**  entre le plus faible et le plus fort indice que nous sommes capables de réaliser chimiquement, ce qui permet de diminuer fortement, voire d'éliminer, le chromatisme dû aux repliements de phase dont l'existence peut être rendue obligatoire par la valeur limitée de  $\Delta n$ . D'autre part, cette superposition peut mener à un nombre supérieur de niveaux de phase accessibles du point de vue de la fabrication.

Nous pourrions ajouter le fait que **ce procédé de superposition, ayant fait l'objet d'une demande de brevet [62], est compatible avec l'idée de superposition de deux couches de lentilles pixellisées dans le but d'éliminer fictivement la présence de parois entre les pixels [57]**, décrite en début de sous-section 2.1.2. En effet, dans ce cas là, les lentilles constituant la superposition de lentilles pixellisées visant à augmenter la résolution sont elles mêmes constituées chacune de deux couches de lentilles superposées, la moitié des pixels de la couche inférieure constituant les parois de la couche supérieure et inversement.

## 2.4 Conclusion

---

### 2.3.2.6 Limites

Une limite de ce processus est le fait que la superposition d'optiques pixellisées peut faire augmenter l'épaisseur du verre dans le cas de certaines technologies. Par exemple, dans les technologies associées aux lentilles  $\Delta n$  envisagées par Essilor, une épaisseur de verre peut être nécessaire pour séparer deux à deux les couches de lentilles superposées, ces dernières étant constituées de cellules remplies d'un gel électro actif. Il en résulterait une augmentation de l'épaisseur de la lentille finale. Notons également que l'augmentation du nombre de couches peut, en fonction de la technologie de fabrication utilisée, faire diminuer la transparence de la lentille qu'elles constituent. Un compromis reste donc à trouver entre le nombre de composants à superposer et le confort visuel du porteur à travers une superposition d'optiques pixellisées.

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons calculé analytiquement l'impact de la pixellisation sur la qualité d'une image observée à travers une lentille pixellisée dont la LRE induit un déphasage quadratique. Nous avons démontré que les paramètres influents sont la taille des pixels, l'excentrement de l'œil et la puissance dioptrique, et qu'ils doivent tous trois être les plus petits possibles en valeur absolue. Dans un cas plus général de fonction optique nous pourrions remplacer ce dernier paramètre par la valeur maximale des gradients de déphasage induit par la lentille. Nous avons également vu que les repliements de phase d'une lentille pixellisée induisent un effet de chromatisme indépendant de celui de la pixellisation, qui diminue avec l'augmentation de la valeur des sauts de phase.

Nous avons ensuite rappelé et illustré l'intérêt d'un maillage des pixels de type Voronoï, mettant ici aussi en évidence l'effet du décalage de la pupille de l'œil. Puis nous avons proposé le procédé de superposition de lentilles pixellisées qui, pour une taille minimale  $p_{min}$  de pixels réalisable technologiquement, permet notamment d'augmenter la résolution d'une lentille pixellisée en la fabricant à l'aide d'une superposition de  $N$  sous-lentilles, quelle que soit la forme et la répartition des pixels qui la constituent. La taille des pixels de cette lentille réalisée par superposition de  $N$  sous-lentilles est alors  $p_{min}/N$ . En outre, nous avons vu que le principe de superposition permet, dans le cas de lentilles  $\Delta n$ , de minimiser ou même d'éliminer le chromatisme induit par les repliements de phase nécessaires à cause des limites technologiques, et permet également d'augmenter le nombre de niveaux de déphasage de la fonction de phase de la lentille.

Cette étude théorique d'une lentille pixellisée s'applique naturellement aussi bien dans le cas de lentilles passives qu'actives et nous avons considéré ici des lentilles sans nous pencher sur leurs applications potentielles. Nous rappelons que le but final de la pixellisation est de réaliser des verres actifs destinés aux personnes presbytes, qui pourront activer leurs lunettes sur différents modes de vision, par exemple : vision de loin, intermédiaire, de près. Cependant, les technologies n'étant pas tout-à-fait mûres à l'heure actuelle, nous ne sommes pour l'instant capables de réaliser que des composants passifs, de type  $\Delta H$ <sup>12</sup>.

Après cette première étape de compréhension du phénomène de pixellisation d'une lentille, nous souhaitons maintenant dans le chapitre 3 étudier les applications possibles de lentilles pixellisées en optique passive.

---

<sup>12</sup>Et c'est ce type de composants qui nous a permis de valider nos calculs théoriques et outils de simulation d'images.



---

## Applications de la pixellisation en optique passive

---

Dans l'introduction générale, nous avons vu que le but premier de la pixellisation est de réaliser des verres de lunettes de type  $\Delta n$  actifs, c'est-à-dire dont la fonction de phase peut varier à la demande du porteur. Toutefois, les technologies visant à réaliser de telles lentilles, contenant à l'intérieur de chacun de leurs pixels des matériaux électro actifs dont l'indice de réfraction diffère d'un pixel à l'autre, n'ont pas encore atteint leur maturité. Les technologies telles que la photolithographie ou l'écriture laser directe permettent quant à elles déjà de réaliser des composants de type  $\Delta H$ . Nous avons pu vérifier la qualité de telles lentilles dans le cadre du chapitre 2, notamment au vu du résultat représenté sur la figure 2.8, où l'on constate que la forme des ordres de diffraction mesurée est très voisine de la théorie. C'est pourquoi nous nous sommes également penché sur l'étude d'applications éventuelles de la pixellisation en optique passive.

Dans un premier temps, en section 3.1 nous verrons que la pixellisation peut être utilisée comme moyen de fabrication de certains types de verres qui ne peuvent être réalisés technologiquement à partir des procédés usuels utilisés au sein d'Essilor. En section 3.2, nous exploiterons une idée mise en avant à l'origine par Ben-Eliézer et al. [63], utilisant des lentilles pixellisées pour réaliser des lames de phase à profondeur de champ étendue (en anglais : Extended Depth Of Field, soit EDOF). Nous appliquerons cette invention au cas de lentilles simultanément bifocales, c'est-à-dire des lentilles présentant deux puissances dioptriques à la fois, ce qui présente un intérêt pour la correction de la presbytie. Les deux puissances sont présentes en même temps sur toute la surface de ces lentilles, par opposition au cas des verres bifocaux usuels où des zones de puissances différentes sont séparées géographiquement sur la surface du verre : la zone de vision de loin en partie supérieure, la zone de vision de près dans la partie inférieure. Ensuite, nous verrons en section 3.3 que les résultats obtenus en utilisant cette méthode conduisent à de moins bons résultats que des lentilles diffractives binaires classiques. Nous nous intéresserons donc à ce type de lentilles **non pixellisées**, que nous pourrions étudier à l'aide des mêmes outils de calcul que les lentilles pixellisées, et décrirons un moyen d'optimiser leurs performances. Enfin, nous proposerons en section 3.4 une application pour ces lentilles binaires optimisées, qui consiste à les accoler en zone de vision de près d'un verre progressif afin d'améliorer le confort visuel d'un porteur presbyte.

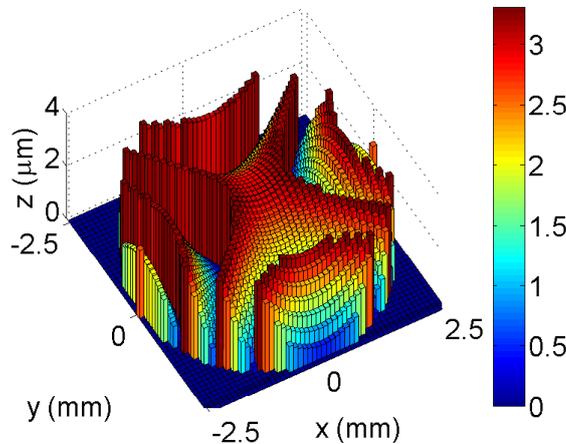
La littérature met en avant différents composants optiques à profondeur de champ étendue destinés à corriger la presbytie [63–65] et ce type de composant a fait l’objet de différentes études au sein d’Essilor. Mais nous précisons que ce manuscrit ne traite pas d’étude concernant les lentilles EDOF.

### 3.1 La pixellisation comme moyen de fabrication

Depuis un certain nombre d’années, Essilor et certaines de ses entreprises concurrentes s’intéressent aux lentilles de Fresnel [66–68], bien qu’encore très peu développées dans le domaine ophtalmique, dans le but de diminuer l’épaisseur des verres d’individus nécessitant une correction oculaire importante. D’autre part, ce type de lentille présente un intérêt dans certaines technologies de réalisation de verres actifs concurrentes de la pixellisation [20, 21]. Essilor se penche donc sur de nouveaux moyens de fabrication de lentilles de Fresnel dont un exemple de fonction de phase est représenté en coupe sur la figure 2.17(b).

Dans les cas de lentilles de Fresnel dont la fonction de phase présente une symétrie de révolution, des procédés classiques d’usinage au diamant<sup>1</sup> permettent de réaliser de tels composants, avec une certaine limite de précision liée entre autres à la forme de l’outil utilisé pour l’enlèvement de matière, qui dessine le profil radial de la lentille, tandis que celle-ci tourne sur elle-même au moyen d’un rotor. Mais dans le cas de composants optiques dont la forme n’est pas de révolution, ce procédé d’usinage n’est plus adapté ou nécessite l’utilisation de machines de fraisage à cinq axes très coûteuses, et donc de nouveaux enjeux technologiques apparaissent pour leur réalisation.

La pixellisation peut alors être utilisée comme moyen de fabrication de telles pièces, alors réalisées par photolithographie ou écriture laser par exemple. Sur la figure 3.1, nous représentons le cas d’une lentille de Fresnel de correction d’astigmatisme de puissance  $P_1 = 1\delta$  suivant l’axe  $y$  et  $P_2 = -1\delta$  suivant l’axe  $x$ , de diamètre  $A = 5\text{mm}$ , d’indice  $n = 1.5$ , d’ordre utile  $m = 3$  à  $\lambda_0 = 550\text{nm}$ , réalisée à partir de pixels carrés de côté  $p = a = 100\mu\text{m}$ , répartis sur 256 niveaux suivant  $z$ .

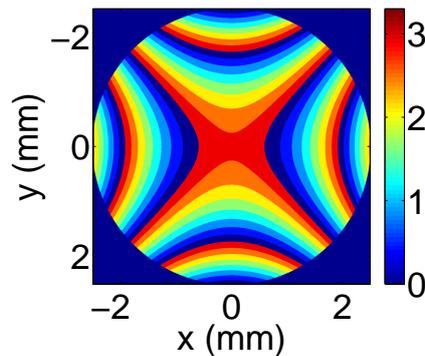


**Fig. 3.1:** Représentation de la surface d’une lentille de Fresnel de correction d’astigmatisme réalisée par pixellisation de type  $\Delta H$ .

<sup>1</sup>Par abus de langage nous utiliserons par la suite le terme “usinage diamant”.

### 3.2 Lentilles simultanément bifocales pixellisées

Notons que lorsque la pixellisation est utilisée comme moyen de fabrication, les pixels n’ont pas nécessairement une forme carrée. Si la technologie le permet il est même préférable, pour des corrections classiques telles que le défaut de mise au point et/ou l’astigmatisme, que la forme des pixels soit définie par les isophases de la fonction de phase de la lentille [5]. Cela signifie que l’échantillonnage spatial de la lentille apparaît seulement suivant l’axe  $z$  de la figure 3.1, ce qui conduit à un écart moins important entre le déphasage qu’elle induit et celui de sa LRE. Les pixels sont définis comme les surfaces de fonction de phase constante illustrées par différentes couleurs sur la figure 3.2 où nous représentons de dessus la surface de la même lentille qu’en figure 3.1, mais avec une méthode de fabrication de “type” isophases, sur 8 niveaux seulement par souci de lisibilité.



**Fig. 3.2:** Vue de dessus de la surface d’une lentille de Fresnel de correction d’astigmatisme réalisée par pixellisation de type  $\Delta H$ , avec des pixels définis par les isophases de la lentille. L’échelle de couleurs représente la valeur de  $z$ , exprimée en  $\mu m$ .

Nous venons donc de voir que la pixellisation peut être utilisée comme moyen de réalisation technologique de composants optiques qui ne peuvent être fabriqués à l’aide d’outils usuels, par exemple des lentilles dont la fonction de phase n’est pas de révolution et présente des repliements de phase.

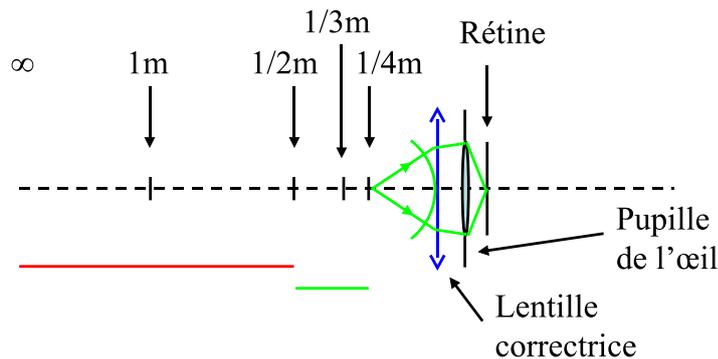
### 3.2 Lentilles simultanément bifocales pixellisées

Nous allons maintenant étudier les performances d’une lentille simultanément bifocale réalisée par pixellisation. En effet des lentilles présentant simultanément deux puissances dioptriques ont un fort intérêt concernant la correction de la presbytie [69–78], notamment dans le cas de lentilles de contact ou d’implants intra oculaires, étant donné que cela procure au porteur deux zones de vision “nette” simultanément, ce qui constitue une alternative aux verres progressifs. Par exemple, si un individu emmétrope est capable d’accommoder sur une amplitude de  $2\delta$ , cela signifie que s’il ne porte pas de lunettes, il voit net sur la plage de distance à son œil comprise entre  $50cm$  et l’infini, représentée en rouge sur la figure 3.3. Si ce porteur est corrigé par une lentille de puissances  $P_1 = 0\delta$  et  $P_2 = +2\delta$  simultanément, nous supposons qu’il peut “choisir”, en faisant varier son accommodation, la puissance  $P_1$  ou  $P_2$  qui lui convient le mieux pour voir net dans différentes zones de l’espace<sup>2</sup>. En effet, s’il

<sup>2</sup>En réalité, nous ne savons pas si le porteur “choisira” l’une des deux puissances ou bien une valeur intermédiaire qui lui semblera plus confortable. Certains paramètres sont susceptibles d’avoir une influence sur son comportement, tels que sa fatigue, son diamètre pupillaire et la valeur de  $|P_2 - P_1|$ . Une étude

choisit la puissance  $P_1$ , sa plage d'accommodation (en rouge) est la même que s'il ne porte pas de lunettes. S'il choisit  $P_2$ , sa plage d'accommodation (en vert) est comprise entre  $25\text{cm}$  et  $50\text{cm}$ . Il peut donc voir net dans tout l'espace compris entre  $25\text{cm}$  et l'infini, comme s'il n'était pas presbyte, à cela près que s'ajoute à l'image nette une image avec défaut de mise au point associée à la puissance qu'il n'a pas choisi.

Nous remarquons que si le porteur est capable d'accommoder sur une amplitude inférieure à  $2\delta$ , c'est-à-dire s'il nécessite une addition supérieure à  $2\delta$ , une lentille simultanément bifocale ne pourra pas suffire à lui procurer une vision nette étant donné que l'union des zones verte et rouge de la figure 3.3 ne s'étendra pas sur tout le champ compris entre  $25\text{cm}$  et l'infini. L'utilisation de lentilles simultanément trifocales permettrait d'augmenter cette zone mais intuitivement, nous comprenons que la qualité de l'image perçue par le porteur s'en verrait d'autant plus dégradée.



**Fig. 3.3:** Plage d'accommodation d'un porteur emmétrope presbyte nécessitant une addition de  $2\delta$ . En rouge : plage de vision nette sans lunettes ou s'il choisit  $P_2 = 0\delta$ . En vert : plage de vision nette si le porteur choisit  $P_2 = +2\delta$ . Nous représentons également en vert l'onde sphérique issue du point de l'axe optique situé à  $25\text{cm}$  de l'observateur, qui converge sur la rétine lorsque le porteur choisit  $P_2 = +2\delta$  et accommode au maximum.

### 3.2.1 Principe de fonctionnement

#### 3.2.1.1 Description et simulations d'images

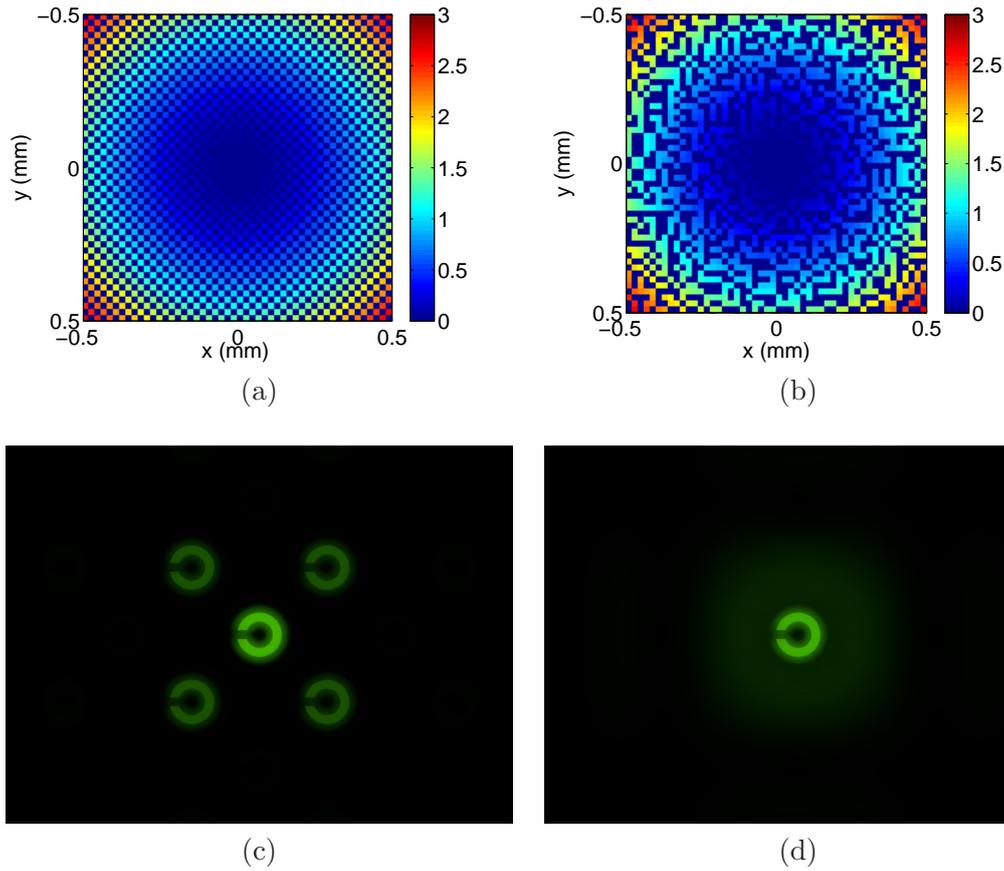
Dans le cas de la lentille EDOF étudiée dans la référence [63], les auteurs<sup>3</sup> proposent de répartir aléatoirement 16 puissances dioptriques différentes sur la surface d'une lentille pixellisée. Cette lentille est découpée en grands pixels carrés composés chacun de 16 sous-pixels, chaque sous-pixel participant au codage de l'une des 16 puissances dioptriques. D'après le nom des auteurs, nous appellerons ces lentilles pixellisées "lentilles BMKZ". Nous adapterons cette idée au cas de lentilles simultanément bifocales de puissances  $P_1$  et  $P_2$ . Les grands pixels seront alors composés ici chacun de quatre sous-pixels, parmi lesquels deux sont associés à  $P_1$  et deux à  $P_2$ .

physiologique approfondie du comportement d'un porteur de lentilles binaires est à envisager à la suite de ce travail de thèse.

<sup>3</sup>Dont l'un d'entre eux, Zeev Zalevsky, est membre co-fondateur de la société Xceed Imaging Ltd, qui commercialise aujourd'hui des composants optiques à profondeur de champ étendue.

### 3.2 Lentilles simultanément bifocales pixellisées

Une lentille BMKZ régulière est une lentille telle que les quatre sous-pixels de chaque pixel sont répartis de manière régulière, comme l'illustre la figure 3.4(a), où nous avons représenté une fonction de phase sur une fenêtre de  $1\text{mm} \times 1\text{mm}$ . La taille des sous-pixels est de  $20\mu\text{m}$ . Les deux puissances codées dans cette lentille sont  $P_1 = 1\delta$  et  $P_2 = 0\delta$ . Nous réaliserons dans un premier temps des simulations d'images observées à travers une telle lentille. Par souci de simplicité, l'œil sera considéré accolé à cette lentille, et son diamètre pupillaire  $A = 4\text{mm}$ . Le porteur n'accommode pas et observe une scène située à une distance  $d_{obj} = 1\text{m}$  de son œil, représentée sur un écran dont la taille angulaire est de  $5.9^\circ \times 4.4^\circ$ . Cette scène observée à travers la lentille BMKZ régulière dont la fonction de phase est représentée sur la 3.4(a) apparaît sur la figure 3.4(c). La longueur d'onde d'étude est  $\lambda = 550\text{nm}$ .



**Fig. 3.4:** Fonction de phase d'une lentille BMKZ (a) régulière et (b) aléatoire. Image observée à travers la lentille (c) régulière et (d) aléatoire.

Les symétries dans la structure de la lentille BMKZ régulière sont responsables de l'apparition d'anneaux de Landolt parasites hors d'axe sur la figure 3.4(c), en plus de ceux liés à l'échantillonnage de la fonction de phase, trop peu lumineux pour être perceptibles ici. Nous remarquons que les anneaux parasites diagonaux apparaissent très lumineux même pour ce choix de puissances dioptriques, de taille des pixels et de diamètre pupillaire, qui d'après les résultats de la sous-section 2.1.2 du chapitre 2, doit dans le cas de lentilles pixellisées "classiques" conduire à des résultats acceptables en termes de qualité d'image. Nous observons un "doublet" central constitué d'un anneau net mis au point par la puissance  $P_1 = 1\delta$  de la lentille, ainsi que d'un anneau défocalisé par la puissance  $P_2 = 0\delta$ . Nous avons vérifié

par calcul numérique que la forme de ce doublet se rapproche, comme nous l'espérons, de celle de l'image cible que nous définissons comme la moyenne incohérente des images que l'on obtiendrait séparément avec deux lentilles réfractives de puissances  $P_1 = 1\delta$  et  $P_2 = 0\delta$ . Mais d'après les résultats de simulations numériques, nous constatons que ce doublet est approximativement deux fois moins lumineux que l'image cible.

Dans la même configuration que dans le cas de la figure 3.4(a), mais avec cette fois une répartition aléatoire des sous-pixels dans les grands pixels [figure 3.4(b)], nous représentons les résultats obtenus sur la figure 3.4(d). Les anneaux parasites diagonaux ont disparu suite à l'élimination des symétries de la fonction de phase de la lentille, dite ici lentille BMKZ aléatoire, et ont été remplacés par un halo lumineux difficilement perceptible. Le doublet central d'anneaux de Landolt est quant à lui identique à celui observé dans le cas régulier<sup>4</sup>, ainsi que les anneaux imperceptibles sur nos représentations, liés à l'échantillonnage de la fonction de phase.

À partir de simulations numériques non représentées ici par souci de concision, nous remarquons que la taille des pixels a une influence sur la luminosité du halo. En effet, plus les pixels sont petits, plus la figure de diffraction cohérente associée à chacun d'entre eux est large. Or le halo résulte d'interférences non totalement destructives entre les figures de diffraction associées à chacun des pixels. Sachant que l'étendue angulaire des figures de diffraction associées aux pixels augmente quand la taille du pixel diminue, nous comprenons donc que le halo s'élargisse, et que par conséquent il soit localement moins lumineux lorsque la taille des pixels diminue. Nous remarquons en revanche que l'apparence du doublet central d'anneaux de Landolt n'évolue ni en forme ni en luminosité avec la taille des pixels.

### 3.2.1.2 Optimisation

Nous appliquons également une autre idée de l'article [63], qui consiste à ajouter un terme de phase constant à chacun des pixels codant l'une des deux puissances d'une lentille BMKZ, ce qui ne change pas la valeur de ces puissances, mais peut faire varier la figure d'interférences finale. Nous verrons en sous-section 3.2.2 qu'un choix judicieux de la valeur de ce terme constant peut conduire à une légère amélioration de la qualité de l'image transportée par une lentille BMKZ. Bien entendu, cette amélioration varie en fonction de la longueur d'onde étant donné que la valeur du déphasage ajouté en dépend. Nous optimiserons donc la valeur de ce déphasage pour la longueur d'onde  $\lambda = 550nm$ , située au milieu du spectre visible, et vérifierons que pour les autres longueurs d'onde, les performances de la lentille optimisée restent supérieures à celles de la lentille non optimisée.

Nous allons maintenant évaluer la performance optique de lentilles BMKZ à l'aide d'outils définis dans le paragraphe 3.2.2.1.

## 3.2.2 Évaluation

### 3.2.2.1 Choix d'un critère d'évaluation

L'évaluation des performances optiques de verres ophtalmiques est généralement effectuée au moyen de mesures d'acuité visuelle et de sensibilité au contraste des porteurs, bien

---

<sup>4</sup>Une répartition totalement aléatoire des pixels codant l'une et l'autre des deux puissances de telles lentilles bifocales pixellisées, c'est-à-dire une répartition telle qu'il n'y a plus de notion de sous-pixels et de grands pixels, mais seulement de pixels répartis aléatoirement sur l'ensemble de la pupille, conduit approximativement aux mêmes résultats.

### 3.2 Lentilles simultanément bifocales pixellisées

---

qu'il existe de nombreux autres critères pertinents [79]. D'autre part, la fonction de transfert optique (FTO) est un outil couramment utilisé pour évaluer la qualité de transport d'image de systèmes optiques [2]. Définie par la transformée de Fourier normalisée de la PSF, la FTO permet en effet de représenter la capacité du système à restituer dans la scène image les différentes fréquences spatiales de la scène objet. Son module est nommé : fonction de transfert de modulation (FTM) et son argument : fonction de transfert de phase (FTP).

Bien que le lien ne soit pas évident à démontrer, il existe un rapprochement entre la sensibilité au contraste d'un porteur et la FTM du système optique que constitue son œil et sa lentille de correction. Récemment, Rouger et al. [80] ont mis en évidence les résultats suivants en lumière polychromatique. Soit la rFTM (FTM radiale), définie comme la moyenne radiale de la FTM. Si l'on appelle perte de sensibilité au contraste la différence entre la sensibilité au contraste en échelle logarithmique, exprimée en dB, de porteurs emmétropes sans et avec introduction d'aberrations monochromatiques décrites par un unique polynôme de Zernike [1], alors il existe une relation linéaire entre la perte de sensibilité au contraste mesurée à 10 et 25 cycles par degrés (échelle log) et la rFTM calculée à 10 et 25 cycles par degrés (échelle log). Le rapprochement entre FTM et sensibilité au contraste nous conduira donc à choisir la FTM comme critère d'évaluation des performances d'une lentille simultanément bifocale.

La littérature décrit également la fonction de sensibilité au contraste de l'œil [81–85] dont les valeurs sont comprises entre 0 et 1, dont la forme est liée d'une part aux performances optiques de l'œil, d'autre part au traitement neuronal de l'information visuelle. Nous remarquons que l'œil est très sensible aux fréquences spatiales situées aux alentours de 8 à 10 cycles par degrés. D'autre part, d'après la référence [83], cette fonction a une valeur inférieure à 0.32 au delà de la fréquence spatiale de 25 cycles par degrés. Nous considérerons donc par la suite que la représentation de la valeur de la FTM d'une lentille correctrice au delà de cette valeur de la fréquence spatiale n'est pas nécessaire.

Nous allons donc effectuer des calculs de FTO dans le but d'évaluer les performances d'une lentille simultanément bifocale pixellisée. Nous espérons que les résultats obtenus se rapprocheront d'une FTO "cible" définie comme la moyenne des FTO associées aux puissances  $P_1$  et  $P_2$  dans des conditions données d'observation. Cette FTO cible décrit les performances optiques de transport d'image d'une lentille simultanément bifocale idéale, dont la figure de diffraction en éclairissement est la moyenne incohérente des figures de diffraction en éclairissement associées à  $P_1$  et  $P_2$ . On appellera FTM cible le module de la FTO cible. Cette FTM cible paraîtra sur les représentations de FTM que nous effectuerons dans la suite de ce manuscrit.

La FTO est donc le paramètre que nous utiliserons pour évaluer les performances de ce type de lentilles. Nous garderons toutefois à l'esprit que la qualité d'une telle lentille ne pourra cependant être validée qu'à la suite d'un test d'acceptation du porteur, ce qui fait usuellement foi au sein d'Essilor.

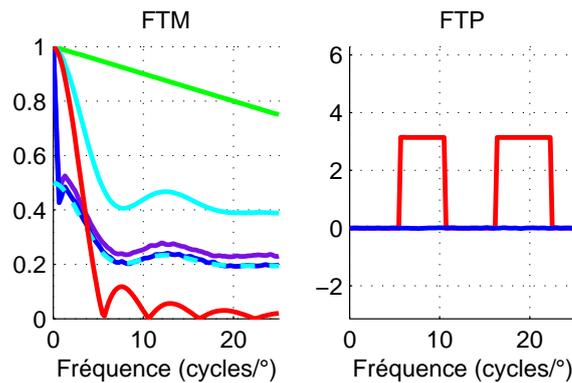
#### 3.2.2.2 Résultats

La PSF calculée pour une lentille simultanément bifocale pixellisée dont la répartition des pixels est aléatoire présente presque une symétrie de révolution<sup>5</sup>, au défaut d'apparition d'ordres parasites près lié à la forme carrée des pixels, dont l'influence sur la FTO est

---

<sup>5</sup>Le halo étant presque uniforme radialement.

invisible dans nos cas d'étude. Nous ferons donc l'approximation qui consiste à considérer qu'une coupe radiale de la FTO est invariante par rotation. Nous représentons sur la figure 3.5 une telle coupe de la FTO associée à une lentille BMKZ aléatoire dans la configuration de la figure 3.4(b). La taille des pixels est donc de  $20\mu m$ ,  $P_1 = 1\delta$  et  $P_2 = 0\delta$ , l'œil de diamètre pupillaire  $A = 4mm$  est accolé à cette lentille. Le porteur n'accommode pas du tout et observe une scène située à une distance  $d_{obj} = 1m$  de son œil. La longueur d'onde d'étude est  $\lambda = 550nm$ . Nous représentons les résultats obtenus sans et avec optimisation par ajout d'un terme de phase déterminé par dichotomie, permettant une augmentation optimale de la courbe de FTM à la longueur d'onde  $\lambda = 550nm$ . À ces courbes sont superposées les FTM obtenues respectivement pour un porteur non presbyte qui accommode et pour un porteur presbyte non corrigé qui n'accommode pas du tout, ainsi que la FTM cible. Enfin, nous ajoutons la courbe associée à la moitié de cette FTM cible.



**Fig. 3.5:** FTM et FTP d'une lentille BMKZ. Courbe verte : observateur non presbyte non corrigé qui accommode, courbe rouge : observateur presbyte non corrigé qui n'accommode pas, courbe bleue claire : FTO cible (traits pleins) et FTO cible/2 (pointillés). Courbes bleue foncée et violette : observateur presbyte qui n'accommode pas, corrigé par la lentille BMKZ respectivement non optimisée et optimisée.

Les résultats de calculs de FTO obtenus sont pratiquement identiques si la scène est située à une distance  $d_{obj} = \infty$ , et la longueur d'onde n'a pas non plus d'influence notable sur l'allure des courbes, exceptée une légère diminution de la FTM dans le cas optimisé. Nous ne représenterons donc pas d'autres cas d'étude. Notons que la FTP associée aux lentilles bifocales est presque nulle, ce qui signifie que pour ces lentilles la FTO est presque égale à la FTM. Il en sera de même dans tous les cas de lentilles simultanément bifocales étudiées dans le cadre de ce manuscrit, donc par la suite nous n'étudierons plus la FTP.

Nous pouvons voir que les FTM obtenues, même dans le cas optimisé, sont peu élevées sur le domaine fréquentiel d'intérêt par rapport la FTM cible. Plus précisément, nous avons constaté que dans le cas non optimisé, la FTM associée à la lentille est très voisine de la courbe associée à la moitié de cette FTM cible. Nous pouvons interpréter ce résultat comme suit. Nous avons vu ci-dessus que la PSF associée à une lentille BMKZ [notée  $PSF_{B,12}(\alpha, \beta)$ , où nous rappelons qu'un couple  $(\alpha, \beta)$  correspond à une position angulaire définie dans le cadre du chapitre 1] ressemble, en deux fois moins lumineux approximativement, à la moyenne incohérente des PSF que l'on obtiendrait avec deux lentilles réfractives de puissances  $P_1 = 1\delta$  et  $P_2 = 0\delta$ . Notons cette moyenne  $PSF_{12}(\alpha, \beta)$ . Nous avons également vu que le reste de l'énergie lumineuse est réparti dans un halo que nous noterons

### 3.2 Lentilles simultanément bifocales pixellisées

$H(\alpha, \beta)$ , dont la fonction de transfert optique  $FTO_H$  s'avoisine à celle d'un pic de Dirac  $\delta$ . On a donc approximativement :

$$PSF_{B,12}(\alpha, \beta) \simeq PSF_{12}(\alpha, \beta)/2 + H(\alpha, \beta) \quad (3.1)$$

La linéarité de la transformée de Fourier exprimée à la fréquence  $(\mu, \nu)$  implique que :

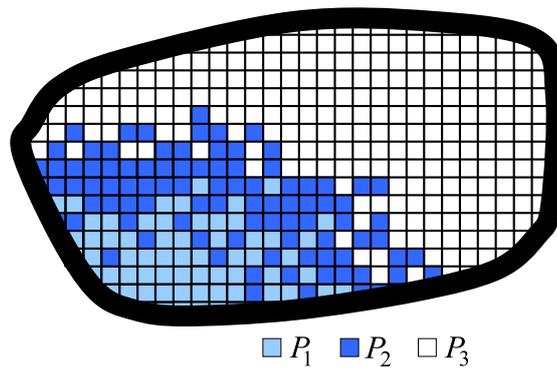
$$FTO_{B,12}(\mu, \nu) \simeq FTO_{12}(\mu, \nu)/2 + FTO_H(\mu, \nu) \quad (3.2)$$

Par définition de la FTO,  $FTO_{12}(0, 0) = 1$  et  $FTO_{B,12}(0, 0) = 1$ , d'où approximativement :

$$FTO_{B,12}(\mu, \nu) \simeq FTO_{12}(\mu, \nu)/2 + \delta(\mu, \nu)/2 \quad (3.3)$$

Ceci nous permet donc d'écrire mathématiquement une expression approchée de la forme de la FTM associée à la lentille BMKZ représentée en bleu foncé sur la figure 3.5, et nous permet de comprendre qu'en dehors des très basses fréquences, cette FTM s'avoisine à la moitié de la FTM cible. Les résultats obtenus sont donc deux fois moins bons que ce que nous espérions en nous intéressant à l'étude de lentilles simultanément bifocales pixellisées, ceci étant dû à une perte systématique de 50% de l'énergie lumineuse qui se répartit dans un halo diffus.

En plus de ce travail sur les lentilles simultanément bifocales pixellisées, nous avons considéré une application potentielle consistant à envisager des lentilles multifocales telles que la densité de pixels codant leurs différentes puissances varie sur leur surface, comme l'illustre schématiquement la figure 3.6. Ce type de verre pourrait constituer une alternative aux verres progressifs. Nous avons donc effectué des calculs de propagation de lumière à travers de tels composants. Mais les résultats n'ont pas été concluants et par souci de concision, nous ne les présentons pas dans ce manuscrit.



**Fig. 3.6:** Représentation schématique d'un verre de lunette multifocal pixellisé. Les pixels codent ici trois puissances  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$ . La variation de densité de pixels codant pour ces différentes puissances engendre une variation de la puissance du verre sur sa surface.

Nous nous intéresserons maintenant à un autre type de lentilles simultanément bifocales : les lentilles binaires, qui répartissent la lumière qui les éclaire en une infinité de foyers dont deux sont prépondérants. Nous allons étudier les performances en termes de FTM de lentilles binaires et décrire une optimisation conduisant à de bien meilleurs résultats que les lentilles de type BMKZ.

### 3.3 Lentilles simultanément bifocales binaires

#### 3.3.1 Rappels

Soit  $t_j(r, \lambda)$  la transmittance associée à une lentille mince de puissance  $P_j$  :  $t_j(r, \lambda) = \exp(-i\pi r^2 P_j / \lambda)$ . Nous intéressent aux lentilles simultanément bifocales, nous avons cherché à évaluer les performances d'une lentille transparente dont la transmittance s'écrit comme la moyenne normalisée des transmittances de deux lentilles réfractives de puissances différentes, c'est-à-dire, à la longueur d'onde  $\lambda_0$  :

$$t(r, \lambda_0) = \frac{t_1(r, \lambda_0) + t_2(r, \lambda_0)}{|t_1(r, \lambda_0) + t_2(r, \lambda_0)|} \quad (3.4)$$

Pour  $\lambda \neq \lambda_0$ , la transmittance  $t(r, \lambda)$  aura une amplitude égale à 1 en tout point de la pupille, et si  $\phi(r, \lambda_0) = \arg [t(r, \lambda_0)]$  alors en négligeant la dispersion du matériau,  $\phi(r, \lambda) = \lambda_0 \phi(r, \lambda_0) / \lambda$ .

Développons l'expression de  $t(r, \lambda_0)$  :

$$t(r, \lambda_0) = \frac{[\exp(-i\pi r^2 P_1 / \lambda_0) + \exp(-i\pi r^2 P_2 / \lambda_0)]}{|\exp(-i\pi r^2 P_1 / \lambda_0) + \exp(-i\pi r^2 P_2 / \lambda_0)|} \quad (3.5)$$

On a donc :

$$t(r, \lambda_0) = \exp \left[ -i\pi r^2 \left( \frac{P_1 + P_2}{2} \right) / \lambda_0 \right] t_{\Delta}(r, \lambda_0) \quad (3.6)$$

où, avec  $\Delta P = P_1 - P_2$  :

$$t_{\Delta}(r, \lambda_0) = \frac{\exp(i\pi r^2 \Delta P / 2\lambda_0) + \exp(-i\pi r^2 \Delta P / 2\lambda_0)}{|\exp(i\pi r^2 \Delta P / 2\lambda_0) + \exp(-i\pi r^2 \Delta P / 2\lambda_0)|} \quad (3.7)$$

On peut réécrire :

$$t_{\Delta}(r, \lambda_0) = \frac{2 \cos(\pi r^2 \Delta P / 2\lambda_0)}{|2 \cos(\pi r^2 \Delta P / 2\lambda_0)|} = \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ si } -\pi/2 \pmod{2\pi} < \pi r^2 \Delta P / 2\lambda_0 < \pi/2 \pmod{2\pi} \\ -1 \text{ si } \pi/2 \pmod{2\pi} < \pi r^2 \Delta P / 2\lambda_0 < 3\pi/2 \pmod{2\pi} \end{array} \right\} \quad (3.8)$$

Ces réécritures nous permettent de constater que la lentille de transmittance  $t(r, \lambda)$  correspond à un doublet constitué d'une lentille réfractive de puissance  $(P_1 + P_2)/2$  et d'une lentille binaire, c'est-à-dire à deux niveaux de phase 0 et  $\pi + 2k\pi$ , où  $k \in \mathbb{Z}$ , constituée<sup>6</sup> d'anneaux concentriques dont les limites sont définies par l'équation (3.8). Ce doublet se comporte donc comme une lentille dont le nombre de foyers image est infini, et pour laquelle la majorité de la lumière est répartie dans deux foyers correspondant aux puissances  $P_1$  et  $P_2$ . Notons que d'après Carcolé et al [86], une lentille transparente dont la transmittance est décrite par l'équation (3.4) avec  $t_1$  et  $t_2$  quelconques se comporte toujours comme une combinaison linéaire de  $t_1$  et  $t_2$ , à laquelle s'ajoute une infinité de termes indésirables.

<sup>6</sup>Nous avons fait une étude des cas où  $|k| \neq 0$  et avons constaté que les résultats obtenus dans la suite sont moins bons. Dans la suite du manuscrit nous garderons donc toujours  $k = 0$ .

### 3.3 Lentilles simultanément bifocales binaires

#### 3.3.2 Principe de l'optimisation d'une lentille bifocale binaire

Considérons maintenant une lentille mince dont la transmittance  $t_\phi(r, \lambda_0)$  s'écrit :

$$t_\phi(r, \lambda_0) = \frac{t_1(r, \lambda_0)e^{i\phi} + t_2(r, \lambda_0)}{|t_1(r, \lambda_0)e^{i\phi} + t_2(r, \lambda_0)|} \quad (3.9)$$

$\phi$  est un terme de phase indépendant de  $r$ , qui n'affecte pas les puissances principales  $P_1$  et  $P_2$  de cette lentille. Cette transmittance peut également s'écrire :

$$t_\phi(r, \lambda_0) = \exp \left[ -i\pi r^2 \left( \frac{P_1 + P_2}{2\lambda_0} \right) + i\frac{\phi}{2} \right] t_{\Delta, \phi}(r, \lambda_0) \quad (3.10)$$

avec :

$$t_{\Delta, \phi}(r, \lambda_0) = \frac{2 \cos(\pi r^2 \Delta P / 2\lambda_0 - \phi/2)}{|2 \cos(\pi r^2 \Delta P / 2\lambda_0 - \phi/2)|} \quad (3.11)$$

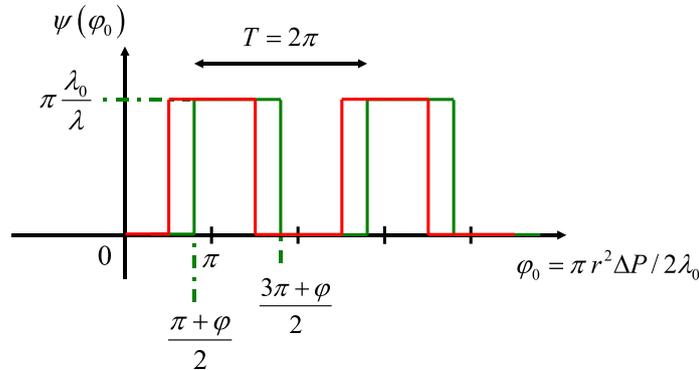
$$= \begin{cases} 1 & \text{si } -\pi/2 \pmod{2\pi} < \pi r^2 \Delta P / 2\lambda_0 - \phi/2 < \pi/2 \pmod{2\pi} \\ -1 & \text{si } \pi/2 \pmod{2\pi} < \pi r^2 \Delta P / 2\lambda_0 - \phi/2 < 3\pi/2 \pmod{2\pi} \end{cases}$$

À la longueur d'onde  $\lambda \neq \lambda_0$ , on a donc :

$$t(r, \lambda) = \exp \left[ -i\pi r^2 \left( \frac{P_1 + P_2}{2\lambda} \right) + i\frac{\lambda_0 \phi}{\lambda} \frac{\phi}{2} \right] t_{\Delta, \phi}(r, \lambda) \quad (3.12)$$

$$t_{\Delta, \phi}(r, \lambda) = \begin{cases} 1 & \text{si } -\pi/2 \pmod{2\pi} < \pi r^2 \Delta P / 2\lambda_0 - \phi/2 < \pi/2 \pmod{2\pi} \\ \exp(i\pi \lambda_0 / \lambda) & \text{si } \pi/2 \pmod{2\pi} < \pi r^2 \Delta P / 2\lambda_0 - \phi/2 < 3\pi/2 \pmod{2\pi} \end{cases} \quad (3.13)$$

Soit  $\phi_0 = \pi r^2 \Delta P / 2\lambda_0$ . Nous représentons sur la figure 3.7 la phase  $\psi(\phi_0)$  de la transmittance  $t_{\Delta, \phi}(r, \lambda)$  :  $t_{\Delta, \phi}(r, \lambda) = \exp[i\psi(\phi_0)]$ . Nous comprenons ainsi qu'ajouter un terme de phase constant  $\phi$  dans l'expression de la transmittance, cf. équation (3.9), revient donc à translater globalement en les représentant sur l'axe  $r^2$  les anneaux de la lentille binaire présente dans le doublet.



**Fig. 3.7:** Influence du paramètre  $\phi$  sur le diamètre des anneaux d'une lentille binaire. En rouge et vert, lentille binaire telle que  $\phi = 0$  et  $\phi \neq 0$  respectivement.

Cette idée qui consiste à faire varier le diamètre des anneaux d'une lentille ophtalmique multifocale a fait l'objet, sans précision supplémentaire, d'un brevet déposé par Simpson et

al. [87]. Nous allons maintenant nous proposer d'optimiser la valeur du paramètre  $\phi$  dans le but d'améliorer les performances optiques d'une lentille bifocale binaire.

$\psi$  étant une fonction périodique de la variable  $\phi_0$ , de période  $T = 2\pi$ , nous pouvons décomposer  $t_{\Delta,\phi}$  en série de Fourier :

$$t_{\Delta,\phi}(r, \lambda) = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} c_q \exp(iq\phi_0) \quad (3.14)$$

avec :

$$c_q = \frac{1}{2\pi} \left[ \int_{\frac{\pi}{2} + \frac{\phi}{2}}^{\frac{3\pi}{2} + \frac{\phi}{2}} \exp\left(i\pi \frac{\lambda_0}{\lambda}\right) \exp(-iq\phi_0) d\phi_0 + \int_{\frac{3\pi}{2} + \frac{\phi}{2}}^{\frac{5\pi}{2} + \frac{\phi}{2}} \exp(-iq\phi_0) d\phi_0 \right] \quad (3.15)$$

Une lentille binaire se comporte donc comme une lentille présentant une infinité de foyers associés aux puissances dioptriques  $-\lambda q \Delta P / 2\lambda_0$ . En développant le calcul on arrive à :

$$c_q = \frac{\exp(-iq\phi/2)}{2} \text{sinc}\left(\frac{q}{2}\right) \left[ 1 + \exp(-iq\pi) \exp\left(i\pi \frac{\lambda_0}{\lambda}\right) \right] \quad (3.16)$$

Habituellement, on appelle efficacité de diffraction associée à l'ordre  $q$  la grandeur  $|c_q|^2$ . Ici nous voyons que la valeur de  $\phi$  n'a pas d'influence sur  $|c_q|^2$ . Considérer les  $|c_q|^2$  ne permet pas de faire apparaître les effets d'interférences entre les ordres de diffraction, mais seulement de quantifier l'énergie lumineuse qui se répartit dans chacun d'entre eux. Or ce sont justement ces effets d'interférences que nous allons optimiser en faisant varier  $\phi$  pour rendre ces dernières les plus constructives possibles. La notion d'efficacité de diffraction ne sera donc pas pertinente dans notre étude.

Dans l'approximation de Fresnel, l'expression de l'amplitude complexe associée à l'ordre  $q$  sur un point de l'axe optique situé à une distance  $z$  d'une lentille de pupille  $\Sigma$  dont la transmittance est décrite par  $t_{\Delta,\phi}(r, \lambda)$  éclairée par une onde plane d'amplitude unité s'écrit :

$$U'_q(\vec{0}, z) = \frac{\exp(i2\pi z/\lambda)}{i\lambda z} c_q \iint_{\Sigma} \exp\left(iq\pi \frac{r^2 \Delta P}{2\lambda_0}\right) \exp\left(i\pi \frac{r^2}{\lambda z}\right) d^2r \quad (3.17)$$

Si la pupille de la lentille binaire est circulaire, de diamètre  $A$ , le développement des calculs conduit à :

$$U'_q(\vec{0}, z) = \frac{\exp(i2\pi z/\lambda)}{i\lambda z} c_q \pi \exp\left(iq\pi \frac{A^2 \Delta P}{16\lambda_0}\right) \exp\left(i\pi \frac{A^2}{8\lambda z}\right) \frac{A^2}{4} \text{sinc}\left(q \frac{\Delta P A^2}{16\lambda_0} + \frac{A^2}{8\lambda z}\right) \quad (3.18)$$

L'approche qui suit va se limiter à l'étude de deux ordres de diffraction seulement : les ordres  $-1$  et  $1$ , dont les efficacités respectives à  $\lambda = \lambda_0$  sont de 40.5%. Nous calculons la grandeur :

$$\left| U'_1(\vec{0}, z) + U'_{-1}(\vec{0}, z) \right|^2 = \left| U'_1(\vec{0}, z) \right|^2 + \left| U'_{-1}(\vec{0}, z) \right|^2 + 2\text{Re} \left[ U'_1(\vec{0}, z)^* U'_{-1}(\vec{0}, z) \right] \quad (3.19)$$

“Re” représente la partie réelle d'un nombre complexe. Notre optimisation consiste à rendre la plus importante possible la valeur de  $\left| U'_1(\vec{0}, z) + U'_{-1}(\vec{0}, z) \right|^2$  afin qu'un maximum

### 3.3 Lentilles simultanément bifocales binaires

de lumière soit réparti sur l'axe optique, notamment au niveau des foyers correspondant aux ordres  $-1$  et  $1$  à la longueur d'onde  $\lambda = \lambda_0$ , situés respectivement en  $z = 2/\Delta P$  et  $z = -2/\Delta P$ . Pour  $\lambda \neq \lambda_0$ , les foyers sont situés en  $z = 2\lambda_0/\lambda\Delta P$  et  $z = -2\lambda_0/\lambda\Delta P$ , et nous chercherons à optimiser tout de même la valeur de  $\phi$  de telle sorte que les taches défocalisées soient les plus lumineuses possibles au voisinage de l'axe optique en  $z = 2/\Delta P$  et  $z = -2/\Delta P$ . À partir des équations (3.16) et (3.18), nous constatons que  $|U'_q(\vec{0}, z)|^2$  ne dépend pas de la valeur de  $\phi$ . Nous chercherons donc à augmenter la valeur du terme de droite dans l'équation (3.19), c'est-à-dire que nous voulons que l'argument de  $U'_1(\vec{0}, z)^* U'_{-1}(\vec{0}, z)$  soit le plus proche possible de  $0 \pmod{2\pi}$ . À partir de l'équation (3.18), nous développons  $U'_1(\vec{0}, z)^* U'_{-1}(\vec{0}, z)$  et obtenons le résultat suivant :

$$U'_1(\vec{0}, z)^* U'_{-1}(\vec{0}, z) = 2 \left( \frac{\pi A^2}{8\lambda z} \right)^2 \exp(i\phi) \left[ \text{sinc} \left( \frac{1}{2} \right) \right]^2 \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi \lambda_0}{\lambda} \right) \right] \exp \left( -i\pi \frac{A^2 \Delta P}{8\lambda_0} \right) \\ \times \text{sinc} \left( \frac{\Delta P A^2}{16\lambda_0} + \frac{A^2}{8\lambda z} \right) \text{sinc} \left( -\frac{\Delta P A^2}{16\lambda_0} + \frac{A^2}{8\lambda z} \right) \quad (3.20)$$

À une valeur de  $\pi$  près, dépendant du signe du produit des sinus cardinaux, l'argument de  $U'_1(\vec{0}, z)^* U'_{-1}(\vec{0}, z)$  est :

$$\Delta\phi = \phi - \pi \frac{A^2 \Delta P}{8\lambda_0} \quad (3.21)$$

Donc la valeur optimale de  $\phi$  est :

$$\begin{cases} \phi = \pi \frac{A^2}{8\lambda_0} \Delta P \pmod{2\pi} & \text{si } \text{sinc} \left( \frac{\Delta P A^2}{16\lambda_0} + \frac{A^2}{8\lambda z} \right) \text{sinc} \left( -\frac{\Delta P A^2}{16\lambda_0} + \frac{A^2}{8\lambda z} \right) > 0 \\ \phi = \pi + \pi \frac{A^2}{8\lambda_0} \Delta P \pmod{2\pi} & \text{si } \text{sinc} \left( \frac{\Delta P A^2}{16\lambda_0} + \frac{A^2}{8\lambda z} \right) \text{sinc} \left( -\frac{\Delta P A^2}{16\lambda_0} + \frac{A^2}{8\lambda z} \right) < 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

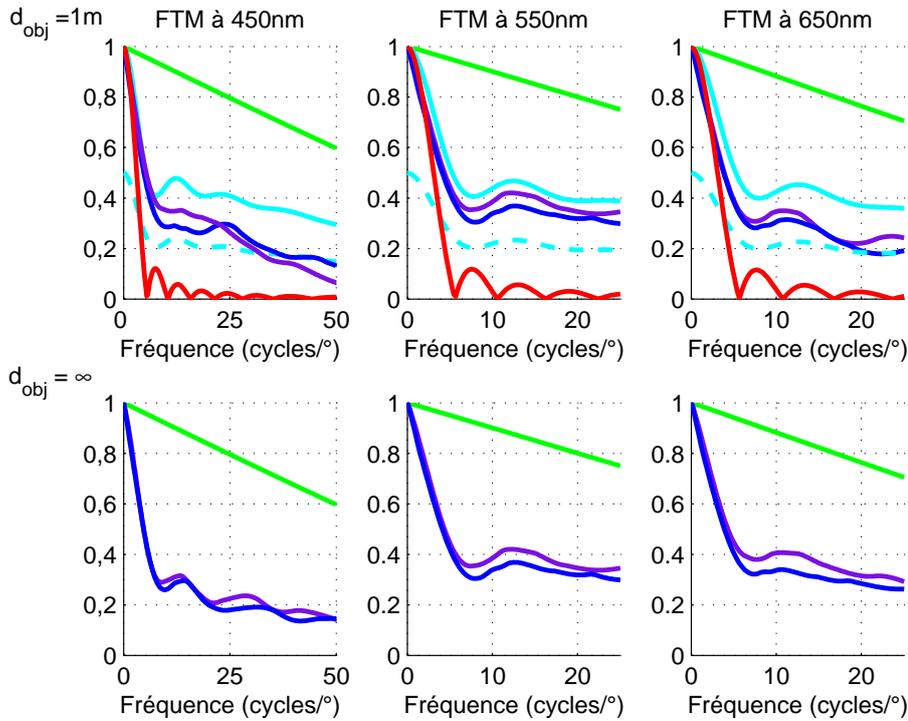
Nous remarquons qu'au niveau des deux foyers associés aux ordres  $-1$  et  $1$  à la longueur d'onde  $\lambda_0$ , situés respectivement en  $z = 2/\Delta P$  et  $z = -2/\Delta P$ , la valeur optimale de  $\phi$  est bien la même ; il est donc possible d'optimiser la répartition de la lumière au niveau de ces deux foyers simultanément. D'autre part  $\lambda$  et  $z$  n'interviennent que dans le signe des sinus cardinaux. Donc dans les zones du spectre de part et d'autre de la longueur d'onde nominale  $\lambda_0$  et dans les zones de l'espace autour de  $z = 2/\Delta P$  et  $z = -2/\Delta P$  où le signe du produit des sinus cardinaux ne varie pas, la valeur optimale de  $\phi$  ne dépend ni de la longueur d'onde ni de  $z$  et reste donc la même que dans le cas où  $\lambda = \lambda_0$ . Ailleurs, la valeur optimale est  $\phi - \pi$ .

L'utilisation du paramètre  $\phi$  permet donc de rendre plus constructives les interférences entre les deux ordres principaux  $-1$  et  $1$  le long de l'axe optique. Par conséquent, si le diamètre de la lentille binaire est élevé, les deux foyers sont bien séparés et leur interférence a peu d'influence, mais pour les diamètres plus modestes, l'impact de la valeur de  $\phi$  est plus importante. Nous reviendrons plus en détail sur ce point en fin de sous-section 3.3.3, où nous étudions l'impact de la valeur du diamètre de la pupille de l'œil sur le choix du paramètre  $\phi$ .

#### 3.3.3 Résultats et comparaisons aux lentilles bifocales pixellisées

Nous allons maintenant calculer la FTM associée à une lentille binaire, afin de comparer les résultats obtenus à ceux d'une lentille simultanément bifocale pixellisée équivalente,

c'est-à-dire dont la fonction optique visée est la même. Ainsi, nous calculerons la FTM d'une lentille binaire de puissances  $P_1 = 1\delta$  et  $P_2 = 0\delta$ , accolée à l'œil d'un porteur, de diamètre pupillaire  $A = 4mm$ . Ici, les résultats varient en fonction de la distance  $d_{obj}$  séparant la scène objet de l'œil. Ils varient également en fonction de la longueur d'onde, étant donné que la position des foyers associés aux ordres  $-1$  et  $1$  en dépend. Nous représentons donc, sur la figure 3.8, la FTM à trois longueurs d'onde différentes :  $450nm$ ,  $550nm$  et  $650nm$ . Le porteur n'accommode pas du tout et observe une scène située à une distance  $d_{obj} = 1m$  de son œil puis à  $d_{obj} = \infty$ . Nous représentons également sur cette figure, dans le cas  $d_{obj} = 1m$ , la FTM cible définie en sous-section 3.2.2.1 ainsi que la moitié de cette FTM cible.



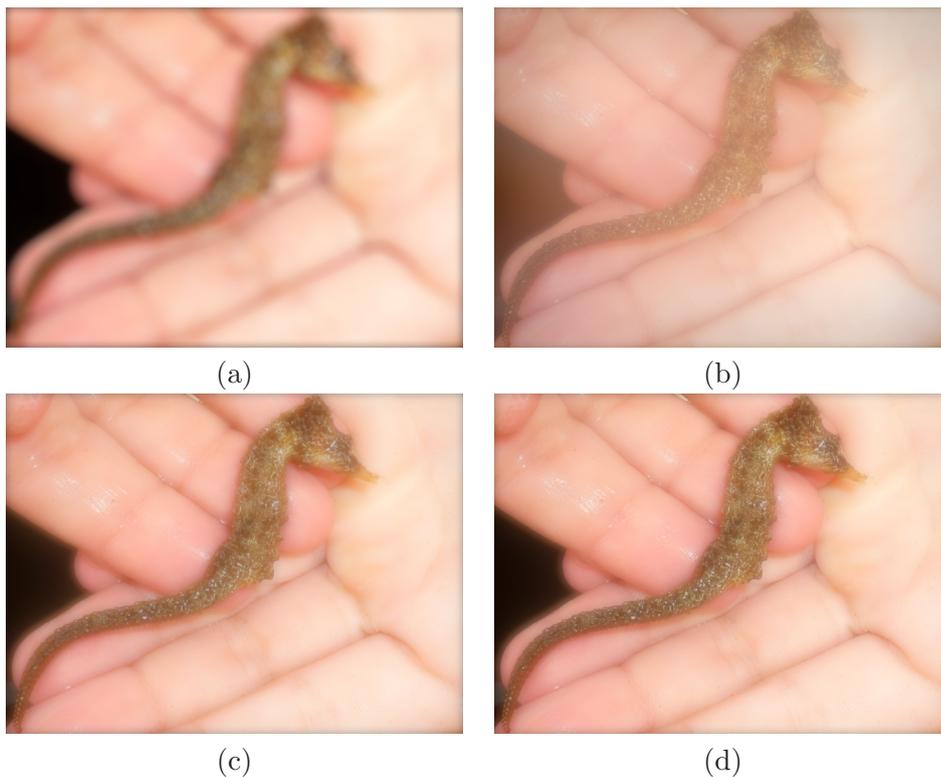
**Fig. 3.8:** Représentation de la FTM d'une lentille binaire pour trois longueurs d'ondes du spectre. Ligne du haut :  $d_{obj} = 1m$ . Courbe verte : observateur non presbyte qui accommode, courbe rouge : observateur presbyte qui n'accommode pas, courbe bleue claire : FTO cible (traits pleins) et FTO cible/2 (pointillés). Courbes bleue foncée et violette : observateur presbyte qui n'accommode pas, corrigé par la lentille binaire respectivement non optimisée et optimisée. Ligne du bas :  $d_{obj} = \infty$ . Courbe verte : observateur qui n'accommode pas. Courbes bleue foncée et violette : observateur qui n'accommode pas, corrigé par la lentille binaire respectivement non optimisée et optimisée ( $\phi \simeq 1.99$ ).

Nous pouvons constater d'une part que les résultats de FTM obtenus sont meilleurs que dans le cas de lentilles BMKZ (cf. figure 3.5), et d'autre part que ces résultats sont significativement meilleurs après optimisation du paramètre  $\phi$  ( $\phi \simeq 1.99$ ). Sur la première colonne de la figure 3.8, dans les cas où  $\lambda = 450nm$ , nous avons volontairement représenté la FTM sur une plage de fréquences qui s'étend de 0 à 50 cycles/°, afin de mettre en avant le fait qu'à cette longueur d'onde, le choix du paramètre  $\phi$  n'est pas particulièrement bénéfique. En effet, dans ce cas là, d'après l'équation (3.22),  $\phi \simeq 1.99$  pour  $\lambda = 550nm$  et  $\lambda = 650nm$ , et  $\phi \simeq 1.99 + \pi$  pour  $\lambda = 450nm$ , et dans ce dernier cas la pire valeur choisie pour  $\phi$  est

### 3.3 Lentilles simultanément bifocales binaires

donc 1.99. Cependant, une étude rapide de la variation du rapport de Strehl [1] au niveau de  $z = 2/\Delta P$  et  $z = -2/\Delta P$  lorsque  $\phi$  parcourt  $[0, 2\pi]$  prouve que la valeur du paramètre  $\phi$  n'a presque pas d'influence lorsque  $\lambda = 450nm$ , contrairement aux cas où  $\lambda = 550nm$  et  $\lambda = 650nm$ .

Nous effectuons quelques simulations d'images associées à la lentille binaire dont les performances optiques en termes de FTM sont représentées sur la figure 3.8. Ces simulations apparaissent sur la figure 3.9, où la scène objet est située à  $1m$  de l'œil d'un observateur qui n'accommode pas. Dans le cas (a), le porteur n'est pas corrigé, en (b) il est corrigé à l'aide d'une lentille BMKZ non optimisée. En (c) et (d) nous représentons le cas où le porteur est corrigé respectivement à l'aide d'une lentille binaire non optimisée et optimisée avec un paramètre  $\phi = 1.99$ .



**Fig. 3.9:** Observation d'une scène située à une distance  $d_{obj} = 1m$  de l'œil du porteur. Le porteur n'accommode pas. Observation (a) sans correction, (b) avec lentille BMKZ non optimisée, (c) avec lentille binaire non optimisée et (d) optimisée.

Ces simulations confirment de manière visuelle la différence de performance optique de transport d'images entre une lentille simultanément bifocale pixellisée et une lentille binaire équivalente. Dans le cas (b), l'image apparaît logiquement plus nette qu'en (a), mais nous pouvons constater que le contraste est faible, de manière évidente à cause de la présence du halo décrit en section 3.2. Ce halo disparaît dans les cas (c) et (d), l'image devient donc plus nette. Le défaut de focalisation associé aux ordres de diffraction autres que l'ordre  $-1$  est bien visible au niveau des zones de fort contraste comme en bordure des doigts au niveau de la partie gauche de la scène. Une amélioration du contraste est également perçue entre les cas (c) et (d) avant et après optimisation du paramètre  $\phi$ .

Enfin, nous remarquons dans l'équation (3.22) que la valeur du paramètre  $\phi$  dépend du diamètre  $A$  de l'œil du porteur. Or nous savons que le diamètre de la pupille de l'œil peut varier de quelques millimètres en fonction notamment de l'âge des individus, de l'éclairage ambiant et de la distance d'observation [88, 89]. Nous allons donc étudier l'évolution de la valeur optimale de  $\phi$  en fonction de  $A$  et chercher s'il existe une valeur de  $\phi$  bien choisie qui maximise globalement la valeur du rapport de Strehl<sup>7</sup> sur l'ensemble des valeurs que peut prendre  $A$ . Nous traçons sur la figure 3.10 la fonction  $\phi = f(A)$  à la longueur d'onde nominale  $\lambda = \lambda_0$ , où  $A$  varie entre  $2.5mm$  et  $6mm$ , ce qui correspond à une plage réaliste de valeurs du diamètre pupillaire d'un œil dans une situation de vie courante. Nous remarquons que toutes les valeurs de  $\phi$ , très dépendantes de  $A$ , sont comprises entre 0 et  $\pi$ , ce qui se comprend bien analytiquement en réécrivant l'équation (3.22) en  $z = 2/\Delta P$  et  $z = -2/\Delta P$  avec  $\lambda = \lambda_0$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = \frac{\pi A^2 P}{8\lambda_0} \pmod{2\pi} \text{ si } \text{sinc}\left(\frac{A^2 P}{8\lambda_0}\right) > 0 \\ \phi = \pi + \frac{\pi A^2 P}{8\lambda_0} \pmod{2\pi} \text{ si } \text{sinc}\left(\frac{A^2 P}{8\lambda_0}\right) < 0 \end{array} \right\} \quad (3.23)$$

Or  $\text{sinc}(A^2 P/8\lambda_0) > 0$  lorsqu'il existe un entier  $n$  tel que  $2n\pi < \pi A^2 P/8\lambda_0 < (2n+1)\pi$  et l'on a alors  $0 < \pi A^2 P/8\lambda_0 \pmod{2\pi} < \pi$ , et  $\text{sinc}(A^2 P/8\lambda_0) < 0$  lorsqu'il existe un entier  $n$  tel que  $(2n+1)\pi < \pi A^2 P/8\lambda_0 < 2(n+1)\pi$  et l'on a alors  $0 < \pi + \pi A^2 P/8\lambda_0 \pmod{2\pi} < \pi$ , d'où  $0 < \phi < \pi$ .

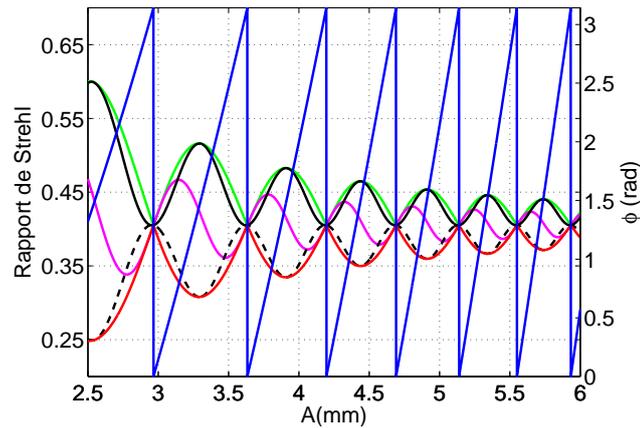
Nous représentons en vert sur la figure 3.10 la valeur du rapport de Strehl obtenu avec la valeur optimale de  $\phi$  calculée pour chaque valeur de  $A$ . Ce cas est fictif puisqu'en réalité la lentille, passive, a une valeur fixe de  $\phi$ . Nous représentons aussi en rouge la valeur de ce rapport de Strehl dans les cas les plus défavorables où le paramètre d'optimisation est égal à  $\phi + \pi$ . Nous remarquons qu'à proximité des sauts de la valeur de  $\phi$ , le choix de  $\phi$  n'a pas beaucoup d'importance étant donné que la valeur du rapport de Strehl reste pratiquement inchangée. L'optimisation d'une lentille binaire présente donc plus ou moins d'intérêt en fonction de la taille de la pupille. En revanche, il existe des zones où ce choix est très important ; par exemple, pour  $A = 2.5mm$ , le rapport de Strehl est égal à 0.60 dans le cas optimal, 0.25 dans le pire des cas. Nous vérifions également que l'optimisation du paramètre  $\phi$  est beaucoup plus importante dans le cas des plus petites valeurs du diamètre pupillaire que dans les grandes.

Nous choisissons alors une valeur de  $\phi$  fixée optimisée pour  $A = 3.91mm$ , soit  $\phi = 1.48$ . À cette valeur correspond un maximum local du rapport de Strehl. En trait plein noir, nous représentons, toujours sur la figure 3.10, la valeur du rapport de Strehl obtenue pour chaque valeur du diamètre de la pupille de l'œil pour cette valeur fixe de  $\phi = 1.48$ . Nous remarquons que cette courbe est très proche de la courbe "adaptative" obtenue avec la valeur optimale de  $\phi$  calculée pour chaque valeur de  $A$ , et qu'il existe donc un choix pertinent du paramètre  $\phi$  malgré la variation du diamètre de la pupille de l'œil. En trait pointillé noir, nous représentons le cas où  $\phi$  a la valeur fixe  $\pi + 1.48$ . Enfin, en magenta, nous représentons le cas d'une lentille binaire classique non optimisée, c'est-à-dire telle que  $\phi = 0$ , et vérifions ainsi que les résultats obtenus sont moins bons que dans le cas où la lentille est optimisée.

Nous pourrions donc envisager de réaliser une lentille binaire optimisée dont le paramètre d'optimisation  $\phi = 1.48$  est bien adapté à la plage de variation des valeurs que peut prendre le diamètre pupillaire de l'œil. Dans le paragraphe 3.3.4 nous verrons qu'une telle lentille a été usinée puis caractérisée au sein d'Essilor dans le cadre de ce doctorat.

<sup>7</sup>Ce rapport de Strehl est calculé ici en ne prenant en compte que les ordres  $-1$  et  $1$ .

### 3.3 Lentilles simultanément bifocales binaires

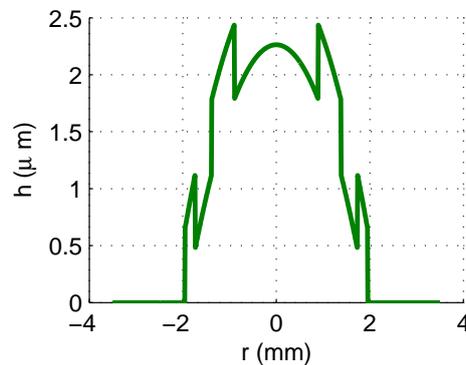


**Fig. 3.10:** Courbe bleue :  $\phi$ . Courbe verte : rapport de Strehl obtenu lorsque la valeur optimale de  $\phi$  est calculée pour chaque valeur de  $A$ . Courbe rouge : rapport de Strehl obtenu pour la pire valeur de  $\phi$  calculée pour chaque valeur de  $A$ . Courbe noire, en trait plein : rapport de Strehl obtenu pour  $\phi = 1.48$ . Courbe noire, en pointillés : rapport de Strehl obtenu pour  $\phi = \pi + 1.48$ . Courbe magenta : rapport de Strehl obtenu dans le cas d'une lentille binaire non optimisée, c'est-à-dire pour  $\phi = 0$ .

#### 3.3.4 Fabrication et caractérisation.

##### Profil de la lentille usinée :

Dans ce paragraphe nous caractérisons un doublet simultanément bifocal de puissances  $P_1 = 1\delta$  et  $P_2 = 0\delta$  composé d'une lentille binaire optimisée de puissances  $\Delta P/2$  et  $-\Delta P/2$  accolée à une lentille réfractive de puissance  $\Delta P/2$ .

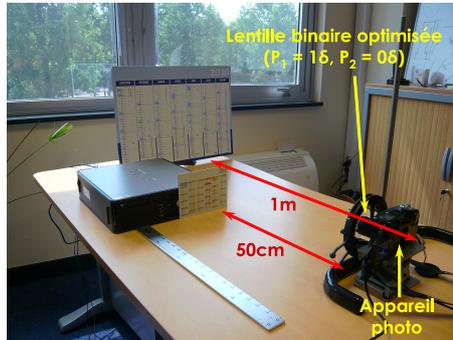


**Fig. 3.11:** Profil théorique du doublet bifocal réalisé par usinage diamant dans du PMMA. La hauteur du composant est notée  $h$ .

Cette lentille a été réalisée au sein d'Essilor par usinage diamant dans un socle en PMMA, un thermoplastique transparent d'indice 1.49. Le paramètre d'optimisation  $\phi = 1.48$ . La figure 3.11 représente une coupe radiale de la forme théorique de cette lentille, dont le diamètre  $A = 3.9mm$ . La longueur d'onde nominale  $\lambda_0 = 550nm$ .

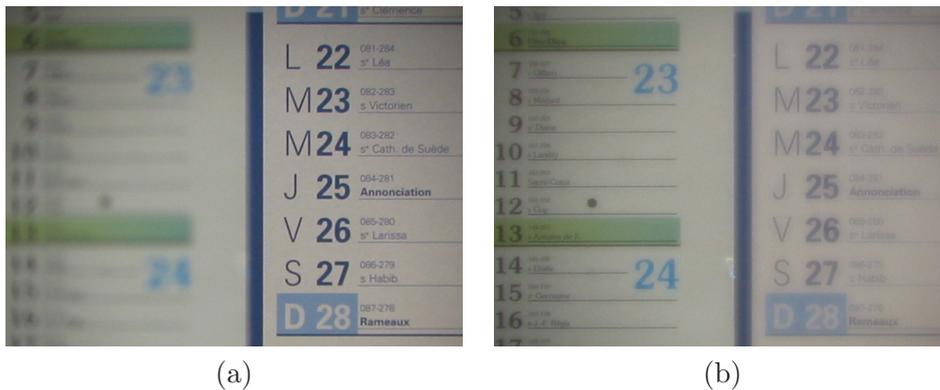
**Mise en évidence des deux puissances du doublet par imagerie :**

Nous souhaitons mettre en évidence les deux puissances simultanées de la lentille en réalisant l'expérience suivante. Comme nous le représentons sur la figure 3.12, nous plaçons un appareil photo à  $1m$  d'une première scène : un calendrier bleu noté A, et à  $50cm$  d'une seconde scène : un calendrier vert et bleu noté B. Ces deux scènes sont donc espacées de  $1\delta$ . Le calendrier A apparaît sur la partie droite des photos prises par l'appareil, et le calendrier B à gauche.



**Fig. 3.12:** Mise en évidence des deux puissances du doublet par imagerie.

Les paramètres d'exposition de l'appareil photo sont fixés. Nous fixons également à  $1m$  sa distance de mise au point. Sur la figure 3.13(a) nous représentons une photo prise après avoir placé devant l'appareil, afin d'éviter un effet parasite de grossissement de la scène image, un socle de même épaisseur que celui du doublet, auquel on accole un diaphragme de  $3.9mm$ .



**Fig. 3.13:** Photo prise avec une mise au point fixée à  $1m$ , au niveau du plan du calendrier A, sur la partie droite des images. (a) Cas sans lentille devant l'appareil. (b) Cas avec doublet bifocal devant l'appareil.

L'expérience se réfère donc au cas de l'observation d'une scène par un observateur qui accommode de  $1\delta$ , dont la pupille d'œil a un diamètre de  $3.9mm$ , corrigé par un verre de puissances  $0\delta$  et  $1\delta$  simultanément.

Nous constatons que la scène à  $1m$ , sur la partie droite de la photo, est nette, et que les plus petits caractères sont illisibles sur la scène située à  $50cm$ , sur la partie gauche. Dans

### 3.3 Lentilles simultanément bifocales binaires

le cas de la figure 3.13(b), la photo est prise après avoir placé le doublet entouré du même diaphragme de  $3.9mm$  de diamètre. La scène à  $1m$  devient alors moins nette que dans le cas précédent mais les caractères sont toujours lisibles, tandis que ceux de la scène à  $50cm$  le deviennent. Nous avons donc bien mis en évidence l'effet attendu du doublet simultanément bifocal.

#### Mesure de la PSF :

Sur la figure 3.14 nous représentons un banc optique nous permettant de mesurer la PSF en l'un des deux foyers de cette lentille, ici à  $1m$ , et de la comparer à sa forme théorique.

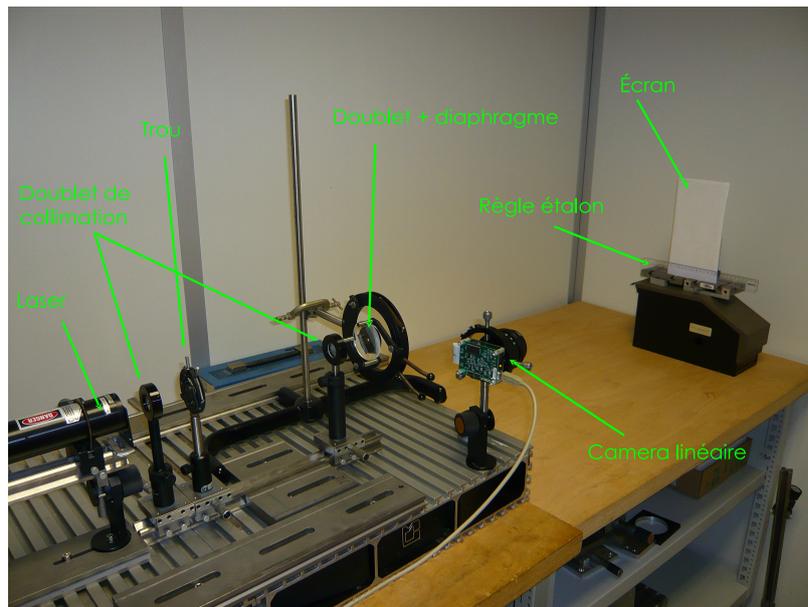


Fig. 3.14: Banc de mesure de la PSF en l'un des deux foyers du doublet bifocal.

Pour cela nous utilisons un laser émettant<sup>8</sup> à  $633nm$ , dont nous agrandissons le diamètre du faisceau à l'aide d'un système afocal constitué de deux lentilles de  $5cm$  et  $20cm$  de focale, séparées l'une de l'autre de  $25cm$ , et entre lesquelles nous plaçons un trou d'épuration. Le faisceau agrandi éclaire le doublet auquel est toujours associé un diaphragme de  $3.9mm$  de diamètre. Nous plaçons un écran d'observation à  $1m$  du doublet et observons la PSF avec une camera linéaire après extinction de la lumière de la pièce. Nous plaçons devant l'écran une règle graduée qui nous permet d'effectuer un étalonnage de la taille de la scène observée. La linéarité de la camera nous permet de mesurer la repartition de l'éclairement associé à la PSF. Les PSF mesurée à la camera linéaire et théorique sont représentées sur la figure 3.15 en coupe suivant l'axe  $x'$  du plan d'observation, où l'on voit apparaître une bonne corrélation entre théorie et mesure.

<sup>8</sup>Cette valeur est différente de  $\lambda_0$ , donc en réalité nous ne sommes pas exactement au niveau du foyer théorique associé à  $\lambda = 633nm$  pour cette distance de  $1m$ .

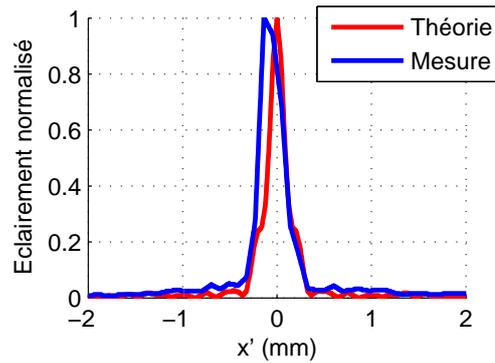


Fig. 3.15: Coupe de la PSF mesurée pour le doublet.

### 3.3.5 Conclusion.

Nous venons de prouver, en calculant la FTM et en effectuant des simulations d'images dans différentes conditions d'observation, que les lentilles simultanément bifocales binaires ont de meilleures performances en termes de transport d'image que les lentilles BMKZ. D'autre part, nous avons présenté un procédé d'optimisation de lentilles binaires, qui consiste à faire varier le diamètre de ses anneaux de telle sorte que les interférences entre les ordres de diffraction  $-1$  et  $1$  associés à cette lentille soient les plus constructives possibles au niveau des foyers correspondant à ces ordres. Nous avons également vu que **l'optimisation du paramètre  $\phi$  peut être effectuée malgré la variation du diamètre de la pupille de l'œil du porteur**. Au vu de ces résultats, dans la suite de ce chapitre nous nous consacrerons seulement à l'étude de lentilles simultanément bifocales binaires.

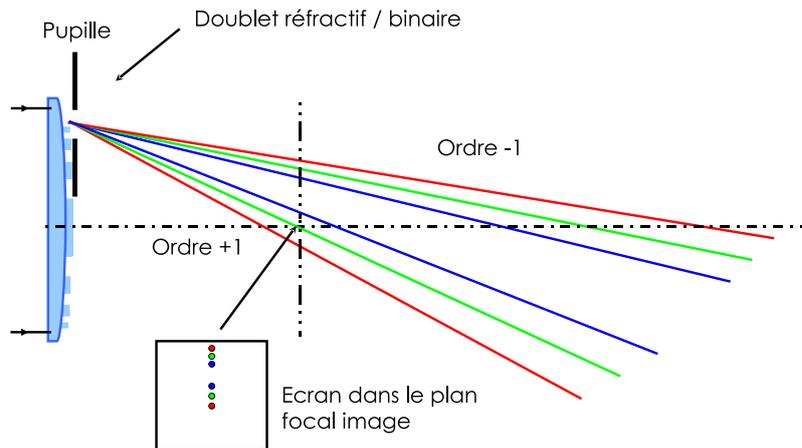
Ensuite, nous avons réalisé un doublet simultanément bifocal par usinage diamant dans du PMMA et avons effectué une caractérisation de ce composant. La double puissance de ce doublet a été mise en évidence en observant deux scènes situées dans des plans objets distincts à l'aide d'un appareil photo dont la distance de mise au point est fixée manuellement. Puis nous avons monté un banc optique de caractérisation de la PSF du doublet éclairé par une onde plane et avons constaté une bonne corrélation entre théorie et mesure, mettant ainsi en avant la qualité d'usinage ainsi que la validité des calculs théoriques.

Dans le domaine ophtalmique, les lentilles simultanément bifocales sont habituellement étudiées dans le cadre d'applications telles que les implants intra oculaires ou bien les lentilles de contact, dans lesquelles Essilor n'a plus d'implication depuis quelques années. Dans la suite de ce chapitre, nous nous intéresserons à une application mêlant verres progressifs et lentilles simultanément bifocales binaires, dont le but est d'offrir au porteur une diminution de l'astigmatisme présent dans les zones périphériques des verres progressifs, offrant ainsi plus de confort visuel en vision latérale, et ce au détriment d'une baisse de qualité optique en vision de près. Nous développerons alors un outil de simulation d'image permettant d'évaluer les performances de cette application dans des conditions de port réalistes.

## 3.4 Application de lentilles binaires à des verres progressifs

### 3.4.1 Principe

Comme nous venons de le mentionner, l'utilisation de lentilles simultanément bifocales pour la correction de la presbytie se rencontre habituellement dans le domaine des implants intra oculaires et des lentilles de contact. Dans le cas de lentilles de contact, il est courant que celles-ci se décalent par rapport au centre de la pupille de l'œil du porteur. Comme Larsson et al. [69] l'ont souligné, ceci peut poser problème étant donné que les effets prismatiques qui apparaissent alors [90] sont différents pour chacune des deux puissances de la lentille de contact, d'après la loi de Prentice [91]. Il résulte alors de ces différences de déviation prismatique un effet d'image double. D'autre part, les différences de distance de focalisation entre les différentes longueurs d'onde, dans un ordre donné, induisent un effet de chromatisme qui s'avère d'autant plus gênant lorsque la pupille de l'œil est décentrée. Nous représentons schématiquement ces deux effets sur la figure 3.16, où un doublet réfractif binaire répartit la lumière issue d'une onde plane qui l'éclaire dans deux foyers principaux. Une pupille, représentée en noir, de diamètre inférieur à celui du doublet, est décalée par rapport à l'axe optique de ce dernier. Si l'on place un écran au niveau de l'un des deux foyers principaux, nous y voyons apparaître l'effet dû à la différence de prisme ainsi que l'effet de chromatisme. Ce double problème restreint les applications possibles associées aux lentilles simultanément bifocales à des cas où le diamètre de ces lentilles est voisin de celui de la pupille de l'œil, condition vérifiée notamment pour des lentilles de contact mais surtout pour des implants intra oculaires.

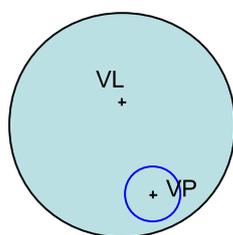


**Fig. 3.16:** Représentation schématique des effets de prisme et de chromatisme d'une lentille binaire excentrée par rapport à la pupille de l'œil.

Nous nous intéressons maintenant à l'application qui consiste à accoler une lentille bifocale binaire de petit diamètre en zone de vision de près d'un verre progressif, ce qui permet de contribuer à l'amélioration de ses performances de transport d'image en dehors de leur couloir central de progression de puissance. Comme nous l'avons expliqué dans l'introduction générale, un verre progressif présente dans ses zones de vision périphérique un astigmatisme résultant  $Ast$  lié à la géométrie du verre et qui, d'après un modèle empirique simplifié, varie linéairement avec son addition  $Add$ , de telle sorte que  $Ast \simeq Add$  dans le cas de verres Essilor. Ici, comme l'illustre la figure 3.17, nous nous proposons d'accoler en zone de vision de près d'un verre progressif d'addition  $Add - \Delta P$  un doublet réfractif/binaire

optimisé, de puissances  $\Delta P \neq 0\delta$  et  $0\delta$ . Ainsi le verre final obtenu présente en périphérie un astigmatisme  $Ast \simeq Add - \Delta P$ , et une addition  $Add$ . En effet dans la zone de vision de près, le porteur bénéficie simultanément d'une addition  $Add - \Delta P$  et  $Add$ . Ainsi, ce verre a pour intérêt d'avoir un astigmatisme périphérique moins important pour une addition donnée qu'un verre progressif usuel, au détriment d'une baisse de la qualité image en zone de vision de près due à la présence de deux puissances dioptriques simultanées. L'idée d'appliquer de manière générale un composant optique à un verre progressif a déjà fait l'objet de différents brevets [92, 93], mais ici, nous précisons que dans notre application le composant optique en question est un doublet réfractif/binaire optimisé suivant la méthode décrite en section 3.3.

Nous voulons évaluer, et ce dans des conditions de port réalistes, le ressenti d'un porteur lorsqu'il observe une scène à travers un tel système optique composé d'une lentille binaire optimisée accolée à un verre progressif épais. Pour cela nous souhaitons donc développer un outil de simulation d'image prenant en compte la distance verre-œil, la direction de regard de l'observateur ainsi que la position et l'orientation du verre par rapport à son œil. Un tel outil aura également l'intérêt de s'appliquer au cas de l'étude d'une lentille mince pixellisée, et plus généralement microstructurée, accolée à un verre réfractif épais, ce qui peut nous permettre de pousser plus loin la compréhension du comportement d'une lentille pixellisée, appréhendé avec des modèles simples d'optique de Fourier dans le cadre du chapitre 2.



**Fig. 3.17:** Doublet simultanément bifocal (bleu marine) accolé à un verre progressif (bleu clair). VP : zone de vision de près, VL : zone de vision de loin.

L'étude de la propagation de la lumière à travers une lentille microstructurée accolée à un verre réfractif épais nécessite le développement d'outils de calcul basés sur l'optique géométrique et l'optique de Fourier. La littérature propose de tels modèles dont la validité dépend des cas d'étude [58, 94–99]. Nous souhaitons développer un outil qui s'applique à une majorité de types de microstructures, incluant lentilles binaires et lentilles pixellisées à maillage carré ou bien de type Voronoï. À notre connaissance, les procédés décrits dans la littérature ne permettent pas directement de répondre à nos besoins. D'où la nécessité de développer un nouveau modèle de calcul adapté à la géométrie des verres de lunettes réfractifs développés usuellement par Essilor, prenant en compte les effets de diffraction liés aux microstructures.

### 3.4.2 Modèle de calcul

#### 3.4.2.1 Premières pistes

Dans un premier temps, nous avons vérifié, avec un modèle simple d'optique de Fourier dont le principe est décrit sur la figure 1.3(b), que la valeur optimale du paramètre  $\phi$  de lentilles binaires varie peu entre les cas où la pupille de l'œil est accolée au doublet et celui

### 3.4 Application de lentilles binaires à des verres progressifs

---

où elle est située à une distance typique de  $d_{vo} = 15mm$  de celui-ci. Il ne sera donc pas nécessaire de développer un programme numérique d'optimisation de lentilles binaires avec prise en compte de la distance  $d_{vo}$ .

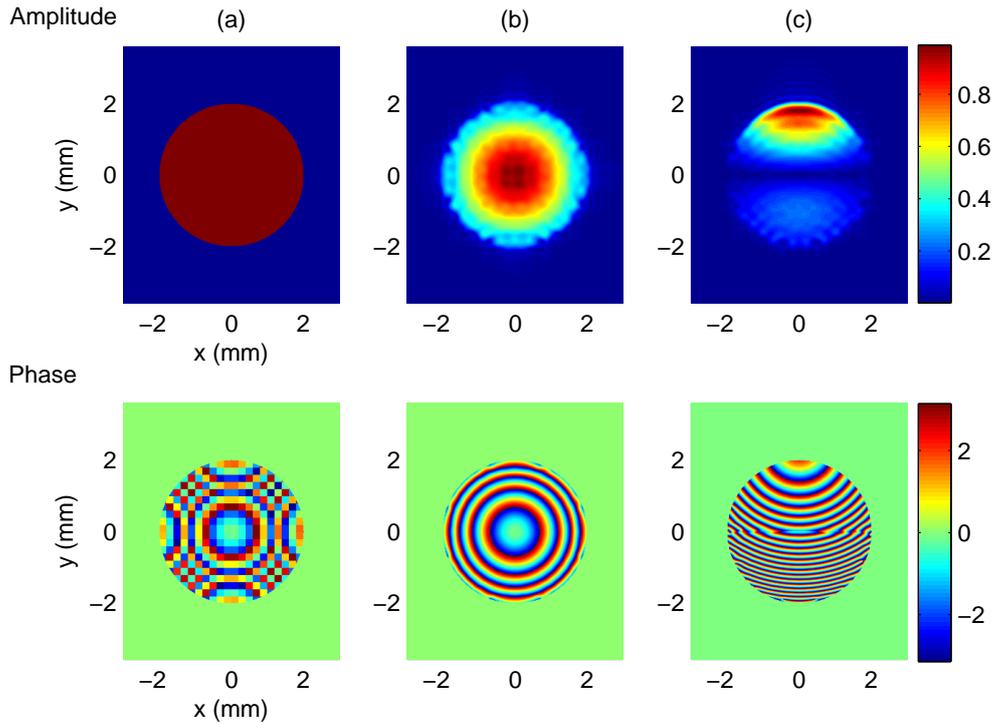
Nous souhaitons simuler la propagation de la lumière à travers un verre ophtalmique épais auquel est accolé en face avant ou arrière un composant optique microstructuré. Si ce composant est en face arrière du verre, il est a priori envisageable d'effectuer les simulations décrites dans la référence [97], c'est-à-dire de calculer la propagation de la lumière à travers le verre épais par tracé de rayon, puis de ramener la distribution de rayons obtenue à une carte de répartition de l'amplitude complexe juste avant la traversée du composant microstructuré, de multiplier cette répartition par la transmittance du composant, et ensuite d'effectuer les calculs de propagation jusqu'à l'œil en utilisant des modèles usuels d'optique de Fourier. Mais nous nous intéresserons au cas plus général où les microstructures peuvent aussi bien se situer en face avant du verre qu'en face arrière, et devons donc développer d'autres moyens de simulation, parce que si le composant est en face avant, le calcul de tracé de rayon dans le verre devient obsolète.

Nous avons étudié la piste de calcul suivante. Lorsqu'une lentille pixellisée et éventuellement repliée en phase ou bien une lentille binaire est éclairée par une onde lumineuse, la lumière issue de cette onde est alors répartie en une infinité d'ordres de diffraction  $(n_x, n_y)$  et/ou  $q$  dont un petit nombre est largement prépondérant par rapport aux autres, comme l'indiquent les équations (2.5), (2.26) et (3.14). Ces ordres de diffraction peuvent alors être traités séparément, leur propagation à l'intérieur d'un composant épais pouvant être calculée à l'aide de tracé de rayon. En effet, dans le cas de lentilles binaires aussi bien que dans le cas de lentilles pixellisées, la transmittance associée à chacun des composants fictifs associés aux différents ordres de diffraction est calculable analytiquement dans le premier cas et numériquement dans le second; et les calculs de transmittance, dont un exemple de résultat numérique est représenté sur la figure 3.18, indiquent alors que ces composants optiques fictifs sont réfractifs et partiellement absorbants<sup>9</sup>.

Le calcul de la figure 3.18 consiste à considérer une lentille pixellisée telle que  $a = p = 200\mu m$ ,  $A = 4mm$  et  $P = 1\delta$ , non repliée en phase, éclairée par une onde plane d'amplitude  $U_0 = 1V.m^{-1}$ , à calculer dans l'approximation de Fresnel la répartition de l'amplitude complexe au niveau du plan focal image de cette lentille, sélectionner un seul ordre de diffraction et effectuer un calcul inverse de propagation de la lumière jusqu'au plan du composant, toujours dans l'approximation de Fresnel. Ce calcul permet en effet de déterminer quelle fonction de phase, au niveau du plan de la lentille, est responsable de la formation de l'ordre de diffraction considéré. Par souci de clarté de représentation, nous avons affecté une valeur nulle à la phase de la transmittance en dehors de la pupille du composant.

---

<sup>9</sup>Nous constatons que sur la figure 3.18(b), la phase associée à l'ordre  $(0,0)$  est très proche de la phase de la LRE. Nous pouvons nous attendre à ce résultat étant donné que dans le chapitre 2 nous avons mis en évidence que la figure de diffraction associée à cet ordre est approximativement une tache d'Airy.



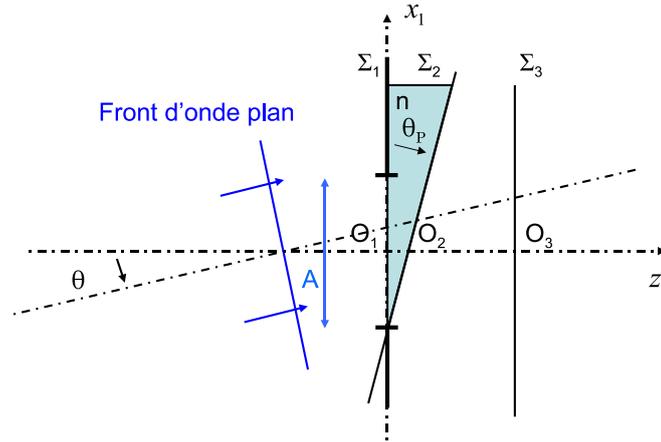
**Fig. 3.18:** Ligne du haut : amplitude ( $V.m^{-1}$ ), et ligne du bas : phase ( $rad$ ) de la transmittance de la lentille pixellisée (a), et du composant optique réfractif associé (b) à l'ordre (0,0), (c) à l'ordre (0,1).

Cependant, la décomposition par ordres de diffraction ne s'applique naturellement pas au cas de lentilles pixellisées à maillage de type Voronoï, dont le but est justement de faire disparaître ces ordres de diffraction, ce qui nous a poussé à rechercher un autre outil de calcul, dont le principe et la validité sont étudiés dans le paragraphe 3.4.2.2.

### 3.4.2.2 Adaptation du modèle de décomposition en ondes planes entre deux plans inclinés

Nous décrivons ici un nouveau modèle de propagation de la lumière à travers un verre épais réfractif auquel on accole en face avant ou arrière un composant optique microstructuré très mince. Le composant microstructuré ne sera pas étudié à l'aide d'une décomposition en ordres de diffraction, mais sera représenté par sa transmittance en tout point. Il pourra donc avoir une fonction optique quelconque.

Ce modèle implique entre autres une adaptation de la décomposition en ondes planes entre plans inclinés décrite dans le chapitre 1, issue de la référence [46]. Nous souhaitons donc, avant de complexifier l'étude, valider cette adaptation dans un cas réfractif très simple, en l'absence de composant optique microstructuré. Nous étudierons donc premièrement le cas préliminaire de la propagation de la lumière à travers un simple prisme. Ensuite, nous constaterons qu'au vu des caractéristiques géométriques de verres réfractifs ophtalmiques usuels, il est possible de développer un modèle à l'échelle du verre qui répond à nos attentes, utilisant entre autre le modèle de propagation de la lumière dans un prisme. Après avoir décrit cet outil, nous présenterons et exploiterons des résultats de simulation obtenus.



**Fig. 3.19:** Schéma de principe associé à l'étude de propagation de la lumière à travers un prisme.

#### Cas d'étude préliminaire d'un simple prisme :

Nous modélisons le cas d'étude décrit sur la figure 3.19. Une ouverture carrée de côté  $A$  est accolée à un prisme d'indice  $n$  et d'angle au sommet  $\theta_P$ . Les deux faces de ce prisme se rencontrent ici au niveau de l'un des côtés de la pupille, représentée en traits épais sur la figure 3.19. L'onde incidente est plane, et arrive avec un angle d'inclinaison  $\theta$  sur le prisme. La méthode de l'article [46] est alors utilisée pour simuler la propagation de la lumière dans le prisme d'indice  $n$  depuis le plan  $\Sigma_1$  jusqu'au plan  $\Sigma_2$ , puis dans l'air du plan  $\Sigma_2$  au plan final d'observation  $\Sigma_3$ .  $O_1$ ,  $O_2$  et  $O_3$  sont les points d'intersection entre chacun de ces plans et l'axe  $z_1$ , axe perpendiculaire au plan de l'ouverture carrée et passant en son centre. Nous noterons  $d_{1,2}$  la distance  $O_1O_2$  et  $d_{2,3}$  la distance  $O_2O_3$ .

Nous associons respectivement aux plans  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  et  $\Sigma_3$  les repères  $(x_1, y_1, z_1)$ ,  $(x_2, y_2, z_2)$  et  $(x_3, y_3, z_3)$  dans l'espace réel et  $(u_1, v_1, w_1)$ ,  $(u_2, v_2, w_2)$  et  $(u_3, v_3, w_3)$  dans l'espace réciproque. La répartition de l'amplitude complexe sur chacun de ces trois plans s'écrit :  $U_1(x_1, y_1)$ ,  $U_2(x_2, y_2)$  et  $U_3(x_3, y_3)$ . L'équation (1.12) conduit à :

$$U_2(x_2, y_2) = \iint_{\mathbb{R}^2} \tilde{U}_1(u_1, v_1) e^{i2\pi w_1 d_{1,2}} |J(u_2, v_2)| e^{i2\pi(u_2 x_2 + v_2 y_2)} du_2 dv_2 \quad (3.24)$$

avec :

$$\begin{cases} u_2 = u_1 \cos \theta_P - w_1(u_1, v_1) \sin \theta_P \\ v_2 = v_1 \\ w_1 = \sqrt{\frac{n^2}{\lambda^2} - u_1^2 - v_1^2} \\ w_2 = \sqrt{\frac{n^2}{\lambda^2} - u_2^2 - v_2^2} \end{cases} \quad (3.25)$$

Il faut ensuite veiller à introduire une nouvelle expression de  $u_2$ ,  $v_2$  et  $w_2$  dans l'espace d'indice 1 qui sépare  $\Sigma_2$  et  $\Sigma_3$ . En effet les composantes tangentielles du vecteur d'onde de coordonnées  $2\pi[u_2 \ v_2 \ w_2]$  dans  $(x_2, y_2, z_2)$  au niveau de l'interface matérialisée par le plan  $\Sigma_2$  sont continues et sa norme passe de la valeur  $2\pi n/\lambda$  à  $2\pi/\lambda$  : c'est la loi de Descartes.  $u_2$  et  $v_2$  gardent donc les mêmes expressions, mais  $w_2$  devient  $w_{2,D} = \sqrt{1/\lambda^2 - u_2^2 - v_2^2}$ .

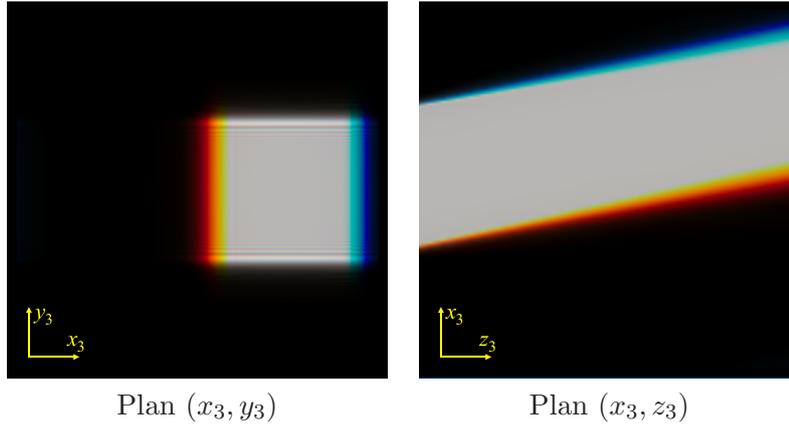
Ce changement de valeur contient donc toute l'information sur la réfraction. Nous pouvons alors simuler la propagation de la lumière depuis  $\Sigma_2$  jusqu'à  $\Sigma_3$ . On a alors :

$$U_3(x_3, y_3) = \iint_{\mathbb{R}^2} \tilde{U}_1(u_1, v_1) e^{i2\pi w_1 d_{1,2}} |J(u_2, v_2)| e^{i2\pi w_3 d_{2,3}} |J(u_3, v_3)| e^{i2\pi(u_3 x_3 + v_3 y_3)} du_3 dv_3 \quad (3.26)$$

où nous rappelons que  $|J(u_{q+1}, v_{q+1})|$  est le déterminant jacobien associé au changement de repère  $(u_q, v_q) \rightarrow (u_{q+1}, v_{q+1})$ , et :

$$\begin{cases} u_3 = u_2 \cos\theta + w_{2,D}(u_2, v_2) \sin\theta \\ v_3 = v_2 \\ w_3 = \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - u_3^2 - v_3^2} \end{cases} \quad (3.27)$$

Nous effectuons des simulations d'image permettant d'illustrer la validité des résultats obtenus à l'aide de ce procédé de calcul. Nous choisissons de représenter le cas où  $\theta = 10^\circ$  et  $\theta_P = 10^\circ$ . Nous associons à l'indice de réfraction des valeurs très différentes en fonction de la longueur d'onde, de telle sorte que la constringence du matériau n'a pas vraiment de sens physique, mais permet d'observer la dispersion chromatique de la lumière par le prisme. Pour les simulations représentées sur la figure 3.20,  $A = 400\mu m$ , et l'on observe la diffraction sur différents plans  $\Sigma_3$  tels que  $d_{2,3}$  varie entre  $100\mu m$  et  $800\mu m$ . La taille des écrans d'observation est de  $1.024mm \times 1.024mm$ . L'image de gauche représente la répartition de la lumière en éclaircissement dans le plan parallèle à  $\Sigma_3$  tel que  $d_{2,3} = 800\mu m$ , et l'image de droite représente la répartition de la lumière dans le plan  $(x_3 z_3)$ ,  $d_{2,3}$  étant compris entre  $100\mu m$  (limite gauche de la figure) et  $800\mu m$  (limite droite). Ici  $z_3 = z_1$ .



**Fig. 3.20:** Illustration de l'effet de dispersion de la lumière par un prisme à l'aide du modèle de décomposition en ondes planes entre plans inclinés.

Nous vérifions que la déviation de la lumière ainsi que la dispersion chromatique simulée ici correspondent bien aux valeurs angulaires calculées de manière théorique. Ceci nous permet d'illustrer la validité de l'adaptation du modèle de décomposition en ondes planes entre plans inclinés au cas d'une prisme d'indice  $n \neq 1$ . Ce calcul de propagation de la lumière à l'intérieur du prisme sera utilisé dans la suite à l'intérieur de l'outil que nous souhaitons développer à l'échelle du verre.

#### Étude géométrique de verres réfractifs usuels :

Nous souhaitons simuler des images vues dans une direction de regard donnée par un observateur à travers un verre progressif auquel on accole un composant optique microstructuré suffisamment fin, au sens qui sera indiqué ci-dessous, pour que l'on puisse lui associer une transmittance. Nous allons considérer que les zones du verre situées au delà d'une zone dite "utile" entourant la direction de regard du porteur ne contribuera pas à la formation de l'image au niveau de sa rétine.

La limitation des calculs à une zone utile donnée du verre pourra permettre de nombreuses simplifications. Nous étudions le cas le plus "difficile", c'est à dire le cas où le composant microstructuré est accolé à la face avant du verre, le raisonnement qui suit étant facilement transposable au cas où il est accolé en face arrière. Le schéma de principe associé aux calculs développés ici est représenté sur la figure 3.21(a). Nous y avons dessiné un œil défini par son centre de rotation<sup>10</sup>  $Q$  et sa pupille, ainsi que par sa direction de regard matérialisée par l'axe  $z$ . La zone utile du verre est représentée en vert, et le composant microstructuré en bleu clair.  $S_1$  et  $S_2$  sont respectivement la face avant et la face arrière du verre ophtalmique.  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  sont respectivement des plans qui "approximent" les surfaces  $S_1$  et  $S_2$  sur la zone utile du verre. Les optiques fines définies respectivement par l'écart entre  $\Sigma_1$  et  $S_1$  et entre  $\Sigma_2$  et  $S_2$  seront appelées  $L_1$  et  $L_2$ .

Le principe des calculs que nous voulons mettre en place est le suivant : nous prenons une onde incidente définie sur la zone utile du verre. L'ensemble composant optique microstructuré - lentille  $L_1$  est considéré comme un composant optique fin, ce que nous justifierons dans la suite de ce paragraphe<sup>11</sup>. Nous pouvons donc associer à cet ensemble une transmittance de module unité et dont la phase est déterminée grâce à la relation :

$$\Delta\varphi(x, y) = \frac{2\pi[n(x, y) - 1]h(x, y)}{\lambda} \quad (3.28)$$

où  $\Delta\varphi$  est le déphasage induit par un matériau fin d'indice  $n$  et de hauteur  $h$ , et  $\lambda$  la longueur d'onde d'étude. Si le composant microstructuré et le verre ophtalmique n'ont pas le même indice de réfraction il faudra calculer séparément et multiplier la transmittance de  $L_1$  par celle des microstructures. Nous connaissons alors la répartition de l'amplitude complexe sur  $\Sigma_1$ , et nous serons capables de modéliser la propagation de la lumière du plan  $\Sigma_1$  au plan  $\Sigma_2$  en utilisant l'outil de simulation dans un prisme décrit ci-dessus. Nous multiplierons alors la répartition de l'amplitude complexe sur  $\Sigma_2$  par la transmittance de  $L_2$  et serons ensuite capables de modéliser la propagation de la lumière de ce plan à n'importe quel autre plan de l'espace.

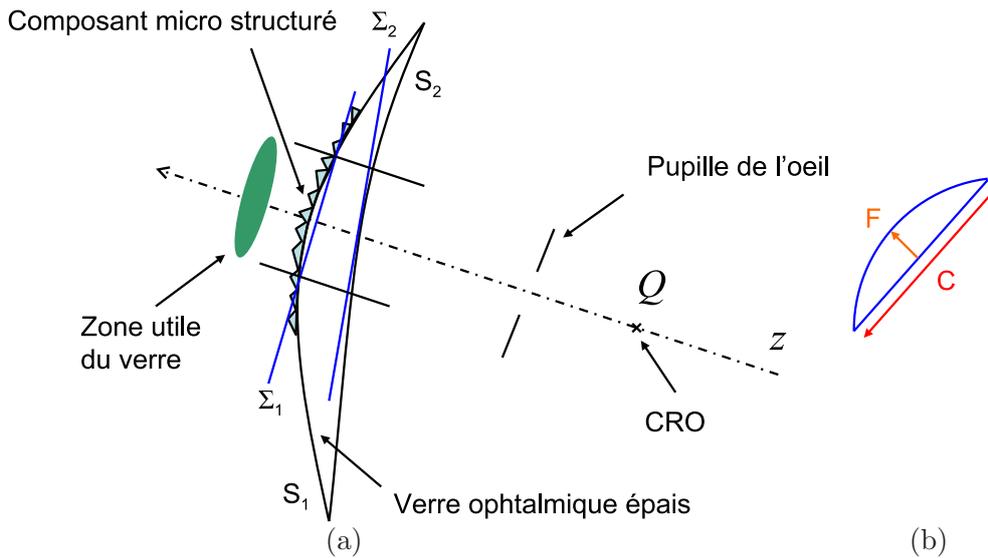
Nous étudions ici l'épaisseur des lentilles  $L_1$  et  $L_2$  dans des cas usuels ainsi que dans des cas "extrêmes" de verres Essilor. Dans un arc de cercle, la corde  $C$ , le rayon de courbure du cercle  $R$  et la flèche  $F$  représentés sur la figure 3.21(b) sont reliés par la relation :

$$\begin{cases} R = F/2 + C^2/8F \\ F = R - \sqrt{R^2 - C^2/4} \end{cases} \quad (3.29)$$

En première approximation, nous supposons que les faces avant et arrière des verres sont sphériques. Prenons le cas d'un verre progressif de "milieu de gamme", dont l'addition

<sup>10</sup>Le centre de rotation de l'œil sera aussi appelé le CRO.

<sup>11</sup> $L_1$  et  $L_2$  peuvent avoir localement une épaisseur négative ; la transmittance qui leur sera associée dans les calculs en tiendra compte.



**Fig. 3.21:** (a) Schéma de principe associé au modèle de propagation de la lumière à travers un verre épais réfractif auquel on accole en face avant ou arrière un composant optique microstructuré très mince. (b) Corde et flèche dans un arc de cercle.

est de  $2\delta$ . Le rayon de courbure de la face arrière  $R_2 \simeq 8.5\text{cm}$ . Si l'on considère que la zone utile est un disque de diamètre  $C_{2,u} = 4\text{mm}$ , alors la flèche  $F_{2,u} \simeq 23\mu\text{m}$ . Si la zone utile est un disque de diamètre  $C_{2,u} = 6\text{mm}$ , alors la flèche  $F_{2,u} \simeq 53\mu\text{m}$ . Cette flèche correspond, à la manière près de définir le plan  $\Sigma_2$ , à l'épaisseur de la lentille  $L_2$  que nous étudions dans nos calculs. Cette épaisseur, du même ordre de grandeur que celle de  $L_1$ , reste de l'ordre de quelques dizaines de microns dans le cas général de designs de verres Essilor, ce qui pourra nous permettre a priori de considérer  $L_1$  et  $L_2$  très fines, et nous pourrions alors associer à ces optiques une notion de transmittance. En nous intéressant à des cas de verres où les courbures sont les plus importantes, par exemple, dans le cas où le porteur est très myope (correction de  $-10\delta$ ), l'épaisseur de  $L_2$  peut atteindre  $\simeq 100\mu\text{m}$  si  $C_{2,u} = 6\text{mm}$ , et l'approximation de "lentilles minces" devient de moins en moins valable. En effet cette approximation consiste à négliger les effets de réfraction à l'intérieur de la "lentille", ce qui conduit à des résultats de moins en moins justes lorsque son épaisseur grandit. Une étude spécifique serait nécessaire pour quantifier la pertinence de l'approximation dans ce cas.

### Développement du modèle :

Nous effectuons les calculs en trois grandes étapes, pour simuler l'image d'un point objet vu par le porteur dans une direction de regard donnée.

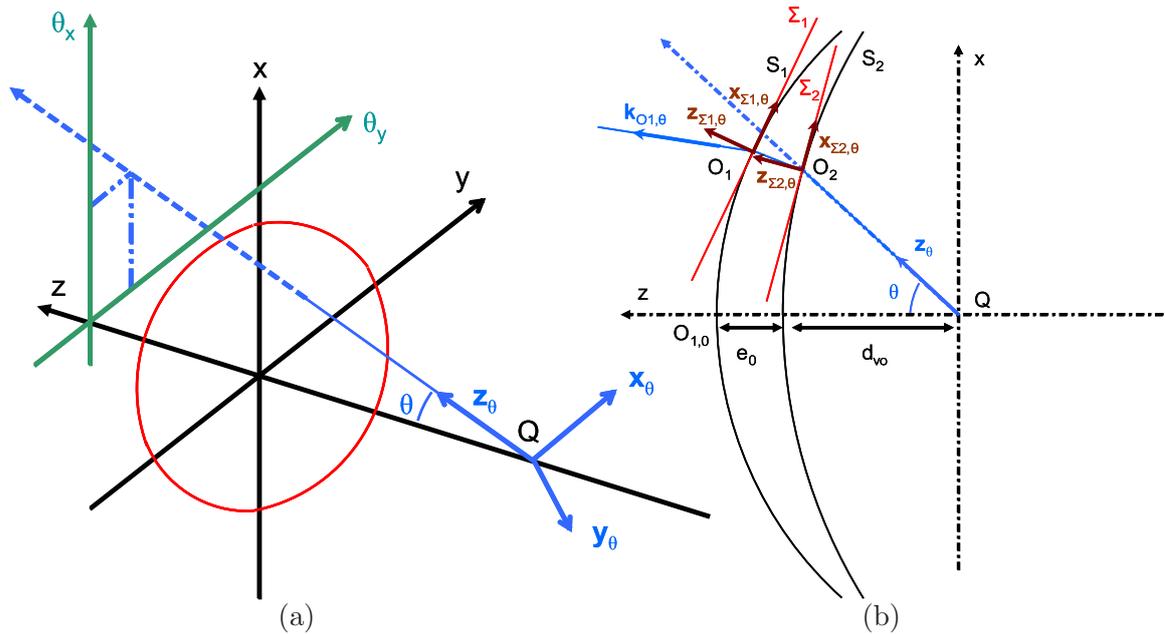
La première étape consiste à simuler la propagation d'un rayon lumineux fictif unique issu de l'œil, dirigé par le vecteur  $\mathbf{z}_\theta$  matérialisant la direction de regard de l'observateur, à travers le système réfractif équivalent au système considéré, c'est-à-dire le même système, mais où le composant optique accolé n'est plus microstructuré mais réfractif, de fonction optique équivalente<sup>12</sup>. La figure 3.22(a), où la silhouette du verre est dessinée en rouge, représente ce que nous définissons exactement comme direction de regard, caractérisée par

<sup>12</sup>Il s'agit donc de la LRE du composant microstructuré. Dans le cas où la lentille présente deux puissances dioptriques, cette LRE est équivalente à celle des deux puissances que "choisit" le porteur.

### 3.4 Application de lentilles binaires à des verres progressifs

son vecteur directeur unitaire  $\mathbf{z}_\theta$  et l'angle  $\theta$  que ce vecteur forme avec l'axe optique  $z$ . Elle est également caractérisée par le couple  $(\theta_x, \theta_y)$  représenté sur la même figure.  $\mathbf{x}_\theta$  et  $\mathbf{y}_\theta$  sont obtenus à partir de la rotation de l'espace qui transforme le vecteur unitaire  $\mathbf{z}$  engendrant l'axe  $z$  en  $\mathbf{z}_\theta$  appliquée aux vecteurs unitaires  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$ .

Cette étape permet de déterminer les caractéristiques géométriques du système, représenté en figure 3.22(b). Le verre épais est défini par deux surfaces  $z = f_1(x, y)$  et  $z = f_2(x, y)$  dont nous connaissons un échantillonnage de points dans le repère  $(Q, x, y, z)$ , d'après certains logiciels de calcul développés en interne au sein d'Essilor. À partir de ceci, à l'aide des outils de calcul de géométrie 3-D décrits dans l'annexe C, il est possible de déterminer les vecteurs unitaires  $\mathbf{x}_{\Sigma_2, \theta}, \mathbf{y}_{\Sigma_2, \theta}$  et  $\mathbf{x}_{\Sigma_1, \theta}, \mathbf{y}_{\Sigma_1, \theta}$  engendrant respectivement une famille de plans parallèles à  $\Sigma_2$  et  $\Sigma_1$ , ainsi que leurs produits vectoriels  $\mathbf{z}_{\Sigma_2, \theta}$  et  $\mathbf{z}_{\Sigma_1, \theta}$ .  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  sont choisis ici tangents<sup>13</sup> aux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  en deux points  $O_1$  et  $O_2$  dont la position est déterminée par l'intersection entre le rayon fictif issu de l'œil suivant  $\mathbf{z}_\theta$  avec  $S_1$  et  $S_2$ , et dont la propagation est calculée à l'aide d'une simple loi de Descartes à chaque interface rencontrée (au niveau de  $\Sigma_2$ , puis de  $\Sigma_1$ , ainsi qu'au niveau de la surface du composant réfractif équivalent au composant optique microstructuré). Il est également possible de déterminer toutes les matrices de changement de repère  $T$ , avec les notations de l'équation (1.10) du chapitre 1, qui nous permettront par la suite d'appliquer la décomposition en ondes planes entre les différents plans inclinés les uns par rapport aux autres intervenant dans notre système. Le but est également de connaître la direction du rayon incident porté par la direction du vecteur d'onde  $\mathbf{k}_{O_1, \theta}$  qui, après traversée du verre, est confondu avec la direction de regard, ainsi que la position du point  $O_1$  dans  $(Q, x, y, z)$ .



**Fig. 3.22:** (a) Notations associées à la direction de regard. (b) Notations associées au calcul de propagation de la lumière à travers un verre épais auquel est accolé un composant optique microstructuré.

Une fois ceci terminé, nous effectuons la seconde étape : nous simulons la propagation de la lumière à travers le système, avec cette fois-ci un composant optique microstructuré. Nous partons du point objet observé et calculons la propagation de la lumière jusqu'à la

<sup>13</sup>Un choix plus "optimal" de  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  aurait pu être analysé mais nous n'avons pas jugé cela nécessaire.

sortie du verre. L'onde incidente est sphérique, et sa source, le point objet, est située sur la droite parallèle au vecteur  $\mathbf{k}_{O_1, \theta}$  et passant par  $O_1$ , à une distance  $d_{obj}$  du verre. La répartition de l'amplitude complexe est donc connue au niveau du plan  $\Sigma_1$ . Elle est alors multipliée par la transmittance du composant microstructuré puis par celle de  $L_1$ . À l'aide du modèle de prisme décrit plus haut, nous sommes capable de calculer la répartition de la lumière au niveau du plan  $\Sigma_2$  avant traversée de  $L_2$ . Le résultat final de cette étape est la connaissance de la répartition de l'amplitude complexe en sortie du verre, alors obtenue au niveau du plan  $\Sigma_2$  après multiplication par la transmittance de  $L_2$ .

Dans la troisième étape, nous plaçons une pupille d'œil dans un plan perpendiculaire au vecteur  $\mathbf{z}_\theta$ , dont le centre  $P$  est situé sur le segment  $[Q O_2]$  à une distance typique<sup>14</sup> de  $12mm$  de  $Q$ . Utilisant une fois de plus la méthode de décomposition en ondes planes entre plans inclinés, nous simulons la propagation de la lumière depuis la sortie du verre jusqu'à la pupille l'œil, qui n'est autre qu'un simple diaphragme circulaire, dont la transmittance est multipliée au résultat obtenu. Le modèle de Sherman décrit par l'équation (1.9), qui se ramène dans le cas de l'optique paraxiale à une simple transformée de Fourier, est alors utilisé pour calculer l'image rétinienne à partir de la connaissance de la répartition de l'amplitude complexe au niveau du plan de la pupille de l'œil ainsi que de l'accommodation et de l'éventuelle amétropie du porteur. Dans l'approximation paraxiale, que nous supposons validée ici, la convolution pourra être utilisée pour effectuer des simulations d'images à partir de la PSF.

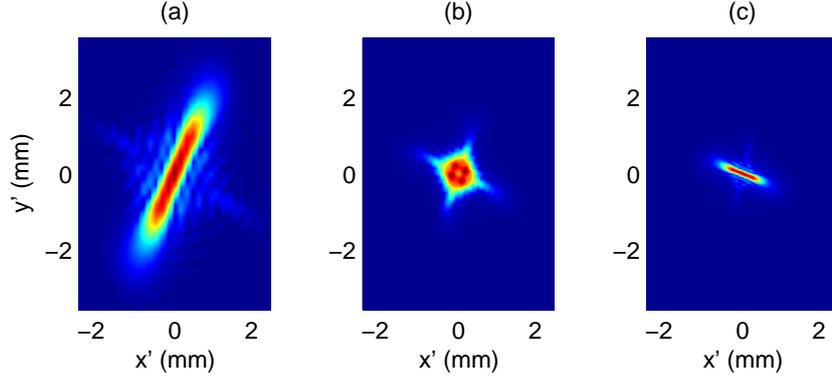
### Validation, résultats et exploitation :

Nous avons vérifié dans un premier temps les résultats obtenus dans différents cas où le verre épais est un verre progressif "nu", c'est-à-dire auquel nous n'accolons pas de composant microstructuré. L'étude de cas réfractifs simples nous permet de comparer nos résultats à ceux obtenus à l'aide d'outils de simulation développés par Essilor, basés sur des méthodes de tracé de rayon.

Nous représentons ici à titre d'exemple un résultat obtenu pour un verre progressif standard pour porteur myope dans une direction de regard donnée dans la zone temporale astigmatique du verre, au niveau de laquelle la puissance dioptrique moyenne<sup>15</sup> calculée est de  $-1.8\delta$ , et l'astigmatisme est environ égal à  $2\delta$ . Pour vérifier ces valeurs, nous considérons une onde incidente plane sur le verre, et calculons, à la place de l'étape 3, la figure de diffraction obtenue dans différents plans  $Mx'y'$  orthogonaux au vecteur  $\mathbf{z}_\theta$ , à différentes distances  $d = O_2M$  de ces plans au point  $O_2$ . Ici nous avons donc retiré le modèle d'œil. Le diamètre de la zone utile  $A_{zu} = 4mm$ . Avec les distances  $d$  suivantes :  $-1/1.8m$ ,  $-1/0.8m$  et  $-1/2.8m$ , nous sommes donc sensés observer respectivement le meilleur foyer et les deux foyers d'astigmatisme du verre. D'après les résultats représentés en unités arbitraires sur la figure 3.23, nous vérifions que c'est bien le cas.

<sup>14</sup>Ce qui correspond à la moitié de la longueur moyenne d'un œil.

<sup>15</sup>Si  $P_S$  et  $P_T$  sont les deux puissances associées à chacun des foyers d'astigmatisme, la puissance moyenne est  $(P_S + P_T)/2$ .



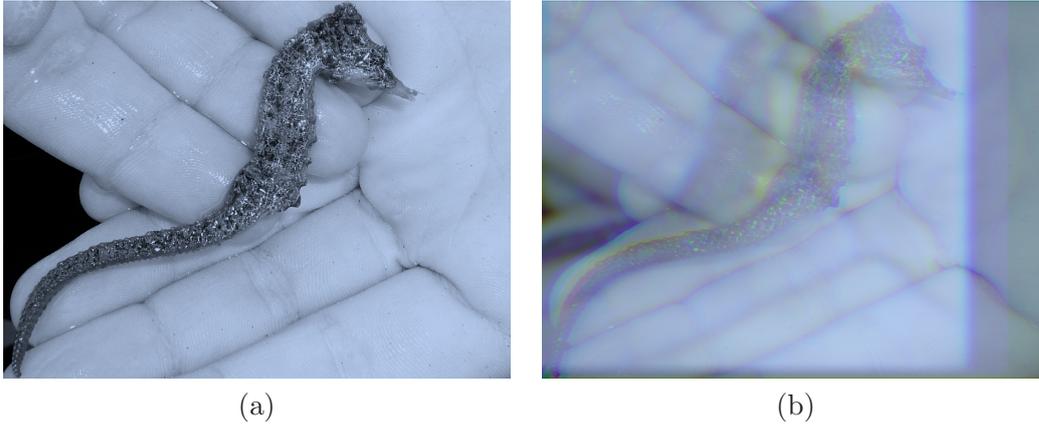
**Fig. 3.23:** PSF correspondant au point particulier, (a) à une distance de  $-1/0.8m$  de la sortie du verre, (b) à une distance  $-1/1.8m$  de la sortie du verre, foyer théorique, (c) à une distance  $-1/2.8m$  de la sortie du verre.

Soit un composant optique microstructuré très mince recouvrant la totalité de la surface d'un verre progressif, centré au point  $O_{1,0}$  [cf. figure 3.22(b)]. Nous exprimons les coordonnées  $(x_{O_{1,0}}, y_{O_{1,0}}, z_{O_{1,0}})$  de  $O_{1,0}$  dans le repère  $(O_1, \mathbf{x}_{\Sigma_1, \theta}, \mathbf{y}_{\Sigma_1, \theta}, \mathbf{z}_{\Sigma_1, \theta})$ . Si  $f(x, y)$  décrit la fonction de phase de la microstructure<sup>16</sup> dans  $(O_{1,0}, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ , il faut d'abord exprimer, à l'aide des matrices de changement de repères calculées dans l'étape 1, la fonction  $f(x_{\Sigma_1, \theta}, y_{\Sigma_1, \theta})$  dans  $(O_{1,0}, \mathbf{x}_{\Sigma_1, \theta}, \mathbf{y}_{\Sigma_1, \theta})$ . Nous ferons alors l'approximation qui consiste à considérer que  $f(x_{\Sigma_1, \theta} - x_{O_{1,0}}, y_{\Sigma_1, \theta} - y_{O_{1,0}})$  décrit cette fonction de phase dans  $(O_1, \mathbf{x}_{\Sigma_1, \theta}, \mathbf{y}_{\Sigma_1, \theta})$ .

Dans un premier temps nous nous intéresserons au cas d'un verre progressif de  $0.8\delta$  d'addition. La prescription du porteur est de  $-2.1\delta$  dioptries, de telle sorte que la puissance du verre nu est de  $-2.1\delta + 0.8\delta = -1.3\delta$  en vision de près. Nous accolons à la surface avant de ce verre un doublet réfractif/binaire dont la partie binaire, de longueur d'onde nominale  $\lambda_0 = 550nm$ , est optimisée avec  $\phi = 1.48$ , de puissances  $\Delta P = 1\delta$  et  $0\delta$ . Nous nous plaçons ici au niveau du point de convergence associé à l'ordre  $-1$  de la lentille binaire du doublet, c'est à dire au foyer associé à la puissance  $\Delta P$ . La scène objet observée par le porteur a un spectre composé, par souci de rapidité de calcul<sup>17</sup>, de seulement trois raies d'égale luminosité, à  $450nm$ ,  $550nm$  et  $650nm$ . Elle est située à  $25cm$  de l'œil du porteur, qui accommode sur l'ordre  $-1$ , ces  $25cm$  incluant la distance verre-œil  $d_{vo}$ . La scène, dont la taille angulaire sur la rétine est de  $5.9^\circ \times 4.4^\circ$ , est représentée sur la figure 3.24. La scène objet, représentée à gauche, permet de visualiser le "blanc" obtenu avec ce spectre à 3 raies. Ici  $A_{zu} = 7mm$  et l'œil a un diamètre de  $4mm$ .

<sup>16</sup>Lorsque cette dernière est définie sur une surface plane.

<sup>17</sup>Le temps de calcul augmentant significativement par rapport aux modèles d'optique de Fourier classiques notamment à cause des interpolations multiples inhérentes à la décomposition en ondes planes adaptée aux plans inclinés qui interviennent au cours du calcul.



**Fig. 3.24:** Scène objet (a) et image au fond de la rétine (b) dans le cas d'un doublet réfractif binaire recouvrant toute la surface du verre, centré en  $O_{1,0}$ , de puissances  $\Delta P = 1\delta$  et  $0\delta$ .

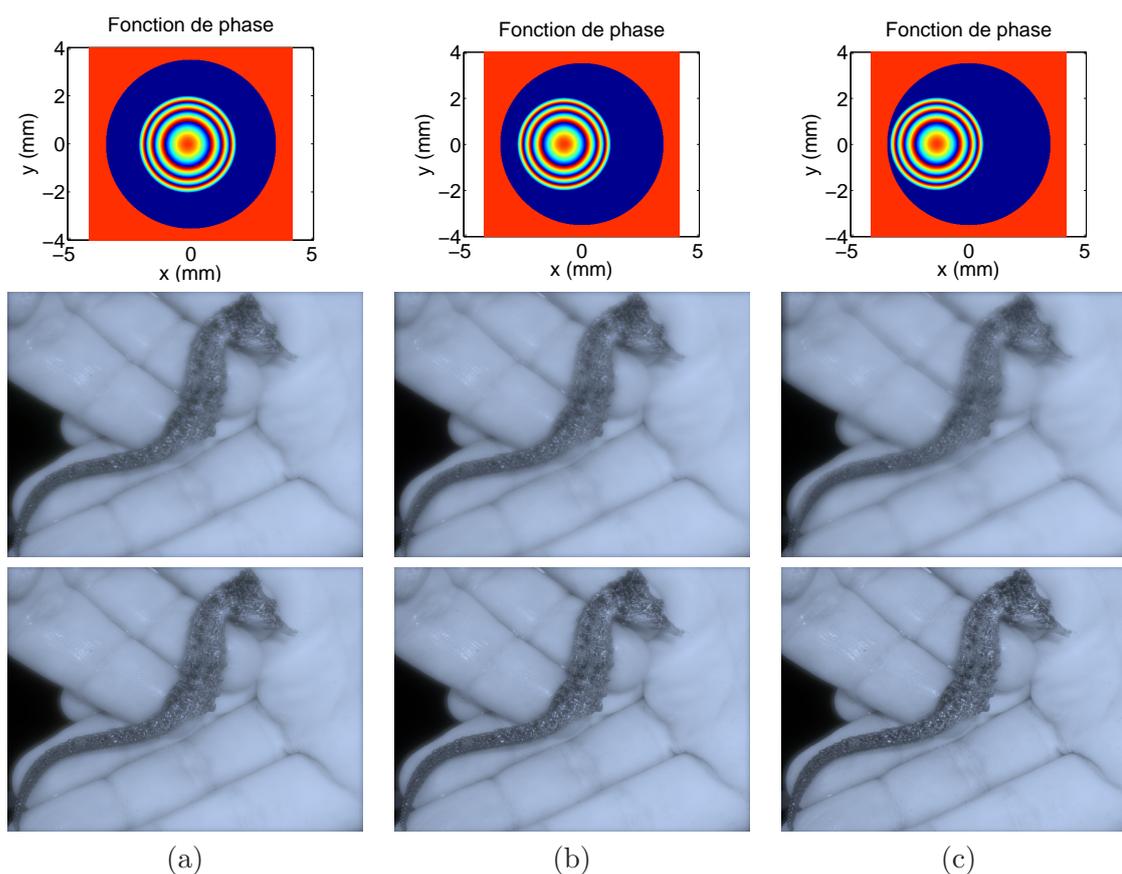
Nous constatons sur la figure 3.24(b) les effets gênants pour la perception visuelle auxquels nous nous attendions à partir de la figure 3.16 : un fort effet d'images double se produit, accompagné d'un chromatisme important. Le modèle que nous avons mis en place nous permet donc de nous conforter dans notre première appréhension : il n'est pas envisageable de réaliser des lentilles simultanément bifocales recouvrant la totalité du verre réfractif épais. Nous nous concentrerons dans la suite de ce document aux cas plus "raisonnables" de doublet réfractifs/binaires de petits diamètres (quelques millimètres), que nous centrerons sur la zone de vision de près d'un verre progressif, afin d'évaluer la qualité de la vision du porteur dans cette zone, et ce dans le but de valoriser l'application décrite en sous-section 3.4.1, visant à faire diminuer l'astigmatisme en périphérie de verres progressifs pour une valeur donnée de l'addition.

Nous étudions maintenant le cas où l'on accole le même doublet réfractif/binaire optimisé, en restreignant cette fois-ci le diamètre à une valeur de  $4mm$ , au niveau de la zone de vision de près du même verre progressif. Nous gardons les valeurs  $A_{zu} = 7mm$  et  $4mm$  pour le diamètre de l'œil. Ainsi, au cours de nos calculs, lorsque la lumière traverse le doublet, ce dernier ne recouvre pas toute la zone utile<sup>18</sup>.

Nous considérerons dans nos cas d'étude trois directions de regard, l'une correspondant à l'observation en zone de vision de près du verre, ainsi que deux autres directions de regard décalées verticalement vers le haut respectivement de  $1^\circ$  et  $2^\circ$ , en supposant que la puissance du verre ne varie pas et est toujours égale à  $-1.3\delta$  dans ces trois zones du verre. Nous représentons sur la figure 3.25 la même scène trichromatique que dans le cas de la figure 3.24. Nous représentons respectivement sur la première ligne la fonction de phase du doublet au niveau de la zone utile à la longueur d'onde  $\lambda = \lambda_0 = 550nm$ , sur la seconde ligne une scène image d'une scène objet située à  $25cm$  de l'œil du porteur, qui choisit la puissance associée à l'ordre  $-1$  (qui correspond à la puissance  $\Delta P = 1\delta$ ) pour voir le plus net possible, et sur la troisième ligne nous représentons le cas où la scène objet est située à  $33cm$  de l'œil du porteur qui choisit l'ordre  $+1$  (puissance nulle).

<sup>18</sup>Dans l'étape 1 du calcul, on considérera cependant que la LRE recouvre la totalité de la zone utile, ce qui permet d'éviter des cas de figure où le rayon fictif issu de l'œil ne rencontre pas le doublet

### 3.4 Application de lentilles binaires à des verres progressifs



**Fig. 3.25:** Cas d'un doublet réfractif binaire de  $4\text{mm}$  de diamètre, centré au niveau de la zone de vision de près, de puissances  $\Delta P = 1\delta$  et  $0\delta$ . (a) Observation en zone de vision de près. (b) Décalage vertical vers le haut de  $1^\circ$  et (c) de  $2^\circ$ .

Nous avons vu que la pupille du porteur a un diamètre de  $4\text{mm}$  et sélectionne une partie de la lumière qui éclaire l'œil, issue de la zone utile. La partie de la zone utile qui contribue le plus à la formation de l'image sur la rétine est sa partie centrale. Ainsi lorsque le doublet est décentré, l'ordre  $-1$  participe moins à la formation de l'image sur la rétine, et la lumière qui passe par la zone utile et hors du doublet participe à la formation sur la rétine de l'image associée à l'ordre  $+1$ , c'est-à-dire à la puissance  $0\delta$ . C'est pourquoi sur la figure 3.25, dans le cas de la seconde ligne, correspondant à l'ordre  $-1$ , l'image se dégrade lorsque l'œil s'écarte de la zone de vision de près. Dans le cas de la troisième ligne, elle s'améliore au contraire, puisque l'ordre  $-1$  a ici un effet perturbateur qui devient moins gênant lorsque le doublet est excentré. A priori, l'observateur ne choisira d'utiliser l'ordre  $-1$  que lorsqu'il se trouvera dans une situation se rapprochant de celle de la seconde ligne, première colonne. Le cas le plus critique de la seconde ligne, troisième colonne sera probablement évité.

Au vu des résultats de la figure 3.25, nous constatons que les effets de différence de prisme entre les deux puissances du doublet simultanément bifocal ne sont pas perceptibles ici, contrairement au cas de la figure 3.24 où le doublet a un très grand diamètre. D'autre part nous ne voyons pas de chromatisme apparaître sur ces figures. Ce résultat très important pour l'application visée nous conforte dans l'idée qu'il est raisonnable d'envisager d'accoler un doublet simultanément bifocal de petit diamètre au niveau de la zone de vision de près d'un verre progressif afin de réduire son astigmatisme latéral. Cependant, la très petite

taille du doublet est susceptible de trop restreindre la zone de vision de près du porteur, d'addition maximale. Nous avons donc également étudié des cas où le diamètre du doublet est de l'ordre de 6 à 10mm. Les résultats de simulation ainsi que la réalisation de quelques prototypes par usinage diamant nous ont permis de constater que ces diamètres restent acceptables du point de vue de la qualité image que l'on perçoit en regardant au travers. L'une des perspectives de ce travail est de mettre en place une étude physiologique de différence de confort visuel perçu entre le cas d'un verre progressif usuel d'addition  $Add$  et un verre progressif de la même gamme, d'addition  $Add - \Delta P$  auquel on accole en zone de vision de près un doublet réfractif/binaire de puissances  $\Delta P$  et  $0\delta$ . De premiers éléments de réponse sont susceptibles d'être obtenus à l'aide des résultats du montage de mesure d'acuité visuelle décrit au chapitre 4.

### 3.4.2.3 Conclusion

Dans cette sous-section, nous avons étudié une application pour les lentilles binaires simultanément bifocales accolées à des verres de lunette réfractifs usuels. Le but final est de réaliser des verres hybrides progressifs/bifocaux dont l'astigmatisme en zones de vision périphériques est moins important que dans le cas de verres progressifs "usuels". Pour mettre en avant les effets de cette application, nous avons développé un modèle de calcul de propagation de la lumière à travers un verre réfractif épais auquel est accolé en face avant un composant optique microstructuré de transmittance quelconque. Ce modèle mêlant optique géométrique et optique de Fourier est une adaptation de la méthode de décomposition en ondes planes entre plans inclinés de Matsushima et al. [46].

À l'aide de cet outil de calcul, nous avons pu dans un premier temps mettre en évidence un effet attendu d'image double et de chromatisme dans le cas où l'on souhaite accoler en face avant d'un verre progressif une lentille simultanément bifocale de grand diamètre, qui se produit lorsque le regard du porteur est excentré par rapport au centre de cette lentille. Ensuite, nous avons vu que pour des valeurs beaucoup plus raisonnables du diamètre d'une telle lentille, dont les puissances ont une valeur typique  $\Delta P = 1\delta$  et  $0\delta$ , ces effets parasites ne sont plus perceptibles, et la qualité image observée, même avec un léger effet d'excentrement du regard, reste acceptable. L'une des contraintes de notre application est due au fait que la zone de vision de près du verre hybride final risque d'être trop petite. Un compromis reste donc à trouver pour le choix du diamètre du doublet bifocal accolé à la zone de vision de près.

Nous avons envisagé d'accoler des lentilles binaires de petit diamètre les unes à côté des autres pour couvrir une surface plus importante de la zone de vision de près du verre tout en éliminant les effets de dédoublement d'images, mais nous avons réalisé qu'un tel procédé engendre des sauts d'images très perturbants pour le porteur lorsque sa direction de regard passe d'une lentille à l'autre.

## 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les applications potentielles de la pixellisation en optique passive. En effet, malgré un coût de prototypage ainsi qu'une durée de fabrication encore très élevés à l'heure actuelle, il existe déjà des technologies capables de relever le défi de fabrication de lentilles pixellisées passives.

### 3.5 Conclusion

---

Nous avons vu dans un premier temps que la pixellisation peut être utilisée comme moyen de fabrication de composants optiques qui ne peuvent pas être réalisés à l'aide d'outils usuels comme l'usinage diamant, souvent adapté à la fabrication de composants optiques à symétrie de révolution.

Ensuite, nous nous sommes intéressé à une idée inspirée de la référence [63], consistant à réaliser des lentilles simultanément bifocales en associant à la moitié des pixels d'une lentille une puissance  $P_1$  et une puissance  $P_2$  à l'autre moitié. Nous avons comparé les performances optiques de telles lentilles à celles de lentilles binaires, qui ont également la propriété de répartir la lumière qui les éclaire en deux foyers principaux. Les résultats indiquent que les lentilles binaires sont beaucoup plus performantes. Nous nous sommes donc intéressé plus en détail à l'étude de ce type de lentilles, digressant ainsi par rapport à l'étude de lentilles pixellisées. Dans un premier temps nous avons mis en évidence un moyen d'optimiser la qualité d'une image perçue à travers une lentille binaire en faisant varier le diamètre des anneaux qui la constituent. Puis nous avons identifié une application pour ces lentilles, qui vise à réaliser des verres ophtalmiques hybrides progressifs/bifocaux dont l'astigmatisme périphérique est moins important que dans le cas de verres progressifs usuels, pour une valeur donnée de l'addition. Nous avons alors développé un modèle de calcul permettant d'étudier les performances de tels verres hybrides en termes de qualité de transport d'image.

Dans le cadre de ce travail, aucune fonction utile de l'optique pixellisée passive n'a été identifiée, en dehors de son utilisation comme moyen de fabrication. L'étude de la pixellisation en optique passive nous a cependant conduit à identifier une application ophtalmique dans laquelle interviennent des lentilles simultanément bifocales binaires optimisées.

Dans le chapitre 4, nous allons mettre en place un montage de mesure dont le but est d'évaluer l'impact de la pixellisation<sup>19</sup> sur l'acuité visuelle d'un porteur, et ce en utilisant seulement des outils de simulation d'images, évitant ainsi une phase coûteuse de réalisation de prototypes. Ce montage pourra aussi bien être utilisé pour évaluer la chute d'acuité visuelle engendrée par une lentille binaire optimisée en fonction de différents paramètres tels que l'excentrement de l'œil. Cependant, des résultats seront présentés concernant la pixellisation, tandis que le travail restera à l'état de perspective dans le cas de lentilles binaires.

---

<sup>19</sup>Dont l'intérêt final concerne donc l'optique active.



---

## Evaluation physiologique d'une lentille microstructurée

---

Comme nous l'avons mentionné dans le paragraphe 3.2.2.1 du chapitre 3, il existe différents paramètres d'évaluation de la qualité d'une image [79]. Au sein d'Essilor, l'expertise étant plus développée concernant l'évaluation de l'acuité visuelle d'un individu, nous avons envisagé ce critère d'évaluation en premier lieu. Nous décrivons un montage de mesure que nous avons mis en place dans le but d'évaluer l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle d'un porteur, et ce sans la nécessité de réaliser des prototypes coûteux.

Dans un premier temps, en section 4.1, nous décrivons les grandes lignes de ce montage, utilisant des bibliothèques d'images simulées à partir des modèles de simulation présentés dans le chapitre 1. Le but est d'identifier ses limites et de déterminer les conditions d'observation du porteur évalué. Ensuite, afin de légitimer les simulations utilisées pour ce banc de mesure et plus généralement pour l'ensemble de ce manuscrit, en section 4.2 nous nous intéressons à une expérimentation préliminaire de validation physiologique de ces modèles de simulation. Puis en section 4.3 nous décrivons plus en détail le protocole de mesure de l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle d'un porteur et présentons les résultats que nous avons obtenus. Les résultats obtenus dans ce chapitre ne peuvent pas, au vu des limites du montage, permettre de conclure définitivement sur l'impact de la pixellisation sur la chute d'acuité visuelle d'un porteur dans des conditions de port réelles. Ils permettent cependant d'apporter de premières informations sur cet impact, dans des conditions précises, et que nous jugerons suffisantes à notre stade de l'étude de lentilles pixellisées.

### 4.1 Principe du montage de mesure de l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle

#### 4.1.1 Rappels sur la mesure d'acuité visuelle

L'acuité visuelle d'un individu est une mesure de son angle minimum de résolution  $d\theta$ , c'est-à-dire le plus petit angle qui doit séparer deux points de l'espace pour que celui-ci soit capable de les distinguer l'un de l'autre. Si l'on exprime cet angle minimum de résolution en minutes d'arc, l'acuité visuelle correspond à la valeur  $1/d\theta$ , exprimée en dixièmes. Ainsi une acuité de 10/10 correspond à un angle minimum de résolution de 1' d'arc. L'acuité visuelle

peut être également représentée sur une échelle logarithmique. Sa valeur, dont l'unité devient le logMAR (Logarithm of the Minimum Angle of Resolution), est égale à  $\log_{10} d\theta$ .

Classiquement, différentes échelles “papier” de mesure telles que l'échelle de Bailey-Lovie [100] ou l'échelle Landolt [101] permettent d'évaluer l'acuité visuelle d'un sujet, chaque ligne de ces échelles correspondant à une taille de caractères associée à une valeur donnée de l'acuité visuelle. L'acuité visuelle est alors déterminée en fonction de la capacité du sujet à distinguer ces caractères les uns des autres au niveau de ces différentes lignes. Dans le cas de l'échelle Landolt, les caractères représentés sont des anneaux de Landolt, tels que nous en avons déjà utilisés pour certaines simulations dans ce manuscrit. Nous représentons un exemple d'anneau sur la figure 4.1(a). La hauteur de l'anneau, ici noir sur fond blanc par opposition aux cas précédents où ils apparaissaient en blanc sur un fond noir, est égale à cinq fois son épaisseur, et la largeur de la brisure est égale à l'épaisseur de l'anneau. La largeur angulaire de cette brisure vue par un sujet, qui peut apparaître à huit endroits différents suivant l'orientation de l'anneau, correspond à une valeur de l'acuité visuelle. Le but est de vérifier si le sujet est capable d'identifier cette orientation.

Depuis l'apparition et la banalisation de l'utilisation d'écrans d'ordinateur, les tests de mesure d'acuité visuelle peuvent être réalisés à partir de la présentation successive d'anneaux de Landolt de tailles et d'orientations différentes sur un tel support numérique. Les huit orientations possibles, dans l'ordre trigonométrique, correspondent aux chiffres 1, 2, 3, 6, 9, 8, 7 et 4 d'un pavé numérique de clavier d'ordinateur classique. En fonction des résultats retournés par le porteur au moyen d'un pavé numérique sur lequel il appuie sur le chiffre qui correspond à ce qu'il pense être la direction de l'ouverture de chaque anneau qui lui est présenté, par exemple “en haut” (chiffre 8), “en bas à droite” (chiffre 3), etc, différents algorithmes permettent de déterminer son acuité visuelle. Le logiciel freeware FrACT [102, 103] utilise une telle méthode pour évaluer l'acuité visuelle d'un individu.

Un intérêt majeur de ce type de méthode de mesure, en plus de sa praticité, est de s'affranchir d'effets indésirables d'apprentissage du sujet testé qui, par exemple dans le cas d'échelles en papier, peut se souvenir des caractères qu'il observe sur une ligne, ce qui peut fausser l'évaluation de son acuité visuelle si la même échelle est utilisée plusieurs fois. Cependant, certaines limites apparaissent. En effet, un écran d'ordinateur étant constitué d'un nombre limité de pixels de taille égale, les acuités visuelles présentées à l'individu évalué ont des valeurs imposées par la taille angulaire des pixels. Mais surtout, si le sujet est situé à une faible distance de l'écran pour un test d'acuité visuelle en vision de près, alors le pas des pixels fixe un pas d'acuité visuelle très élevé d'une valeur à l'autre dans le cas des bonnes acuités visuelles, ce qui induit un manque de précision sur la mesure. Nous illustrerons ce point sur la figure 4.4 du paragraphe 4.1.2.2.

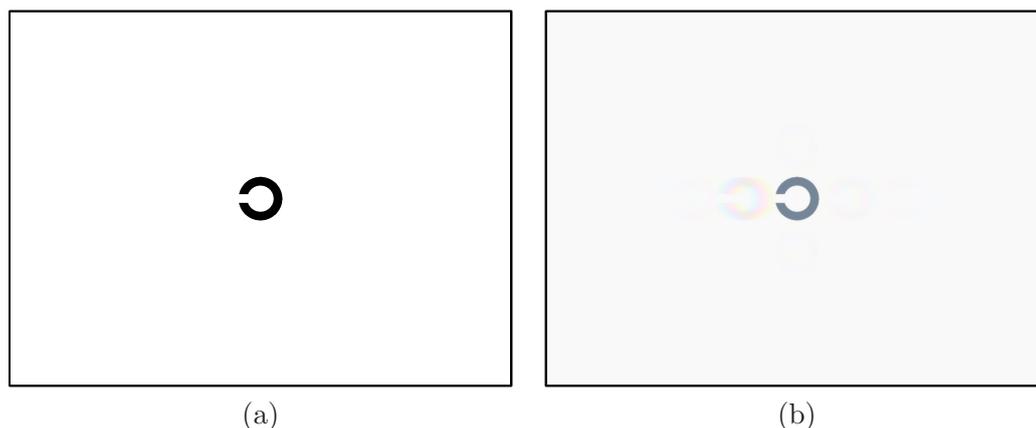
### 4.1.2 Montage de “mesure virtuelle” d'acuité visuelle

#### 4.1.2.1 Mode de présentation des images

Nous souhaitons mettre en place un banc de “mesure virtuelle”, c'est-à-dire que nous souhaitons présenter à un porteur des anneaux de Landolt simulés comme étant vus à travers une lentille pixellisée. Les résultats de mesure de l'acuité visuelle obtenus sont donc évalués à partir de l'observation d'anneaux de Landolt vus à travers des lentilles pixellisées fictives dont le comportement a été analysé dans le chapitre 2. Nous parlerons dans ce cas “d'anneaux de Landolt simulés”, dont un exemple est représenté sur la figure 4.1(b), où nous

## 4.1 Principe du montage de mesure de l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle

---



**Fig. 4.1:** (a) Exemple d'anneau de Landolt "objet" et (b) d'anneau de Landolt simulé associé dans le cas ( $X = 2.5mm, p = 50\mu m, P = 1\delta$ ) correspondant à une acuité de 1.61/10 dans les conditions d'observation du montage. Cette scène image est un exemple de figure présentée à l'écran pour évaluer l'acuité du porteur.

rappelons que  $X$ ,  $p$  et  $P$  sont respectivement l'excentrement de l'œil, le pas des pixels et la puissance. Les légères différences de blanc qui peuvent apparaître à l'impression entre les représentations (a) et (b) sont dues à de petits artefacts colorimétriques inhérents à notre méthode de simulation d'images. Les résultats de mesure obtenus s'appliquent autant au cas de lentilles  $\Delta H$  qu'aux lentilles  $\Delta n$ , avec toutefois l'hypothèse de l'absence de parois entre les pixels.

Ce que nous souhaitons évaluer, c'est l'impact des défauts engendrés par la pixellisation du composant optique sur l'acuité visuelle. Pour cela, nous montrons à un porteur emmétrope une scène telle qu'il l'observerait à travers un doublet de lentilles de puissance nulle constitué d'une lentille pixellisée de puissance  $P$  accolée à une lentille réfractive de puissance  $-P$ . Cette dernière n'accentue pas les défauts liés à la pixellisation et induit par l'annulation de la puissance du doublet le fait que la scène objet et la scène image sont situées sur le même plan : celui de l'écran d'ordinateur CRT qui sert de support aux simulations, caractérisé au chapitre 1.

La figure 4.2 est un schéma de principe de notre montage de mesure d'acuité visuelle. Le sujet est assis et repose son menton et son front sur une mentonnière afin de bien centrer sa tête face à l'écran.

Nous avons implémenté numériquement la méthode de l'escalier psychophysique [104, 105] (staircase) pour évaluer de la perte d'acuité visuelle engendrée ici par la pixellisation. Les mesures de seuils d'acuité sont donc effectuées à partir de bibliothèques d'images calculées au préalable<sup>1</sup> pour chaque jeu de paramètres, représentant des anneaux de Landolt de différentes tailles et orientations. Plus précisément, cette méthode adaptative consiste à présenter au sujet des images successives correspondant à des acuités visuelles ascendantes. Tant que le sujet répond correctement, la série reste ascendante (l'acuité présentée augmente pas à pas). Lorsqu'il donne une mauvaise réponse, la série s'inverse pour devenir descendante (l'acuité présentée diminue) jusqu'à une nouvelle réponse correcte. L'expérience se termine après un certain nombre de ces "inversions". Pour chacune de ces inversions, nous

<sup>1</sup>Les temps de calcul d'image ne nous ont pas permis d'envisager des simulations en temps réel.

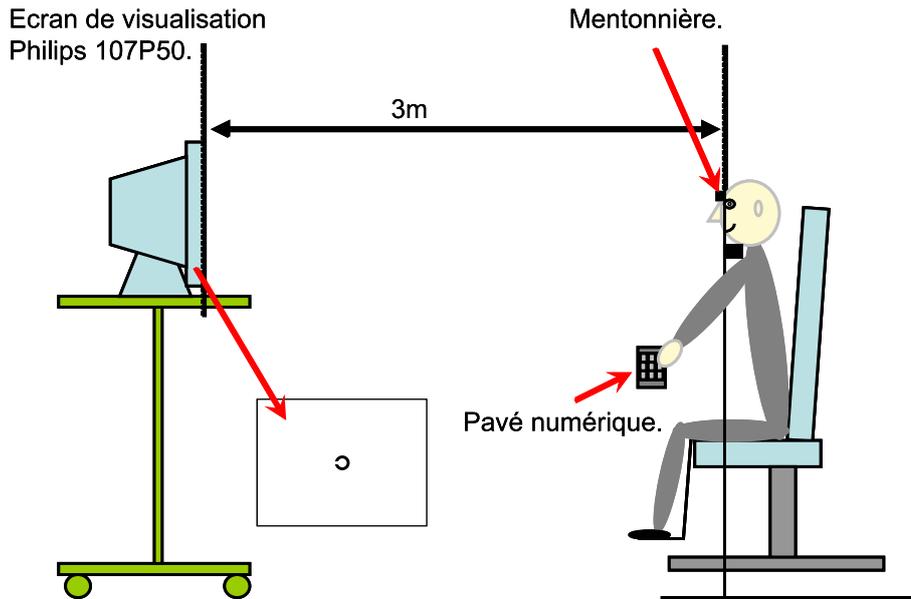


Fig. 4.2: Schéma de principe du montage de mesure d'acuité visuelle.

notons la moyenne entre la valeur de l'acuité visuelle qui lui est associée et celle qui la précède. Le seuil d'acuité visuelle est alors déterminé par la moyenne de ces moyennes.

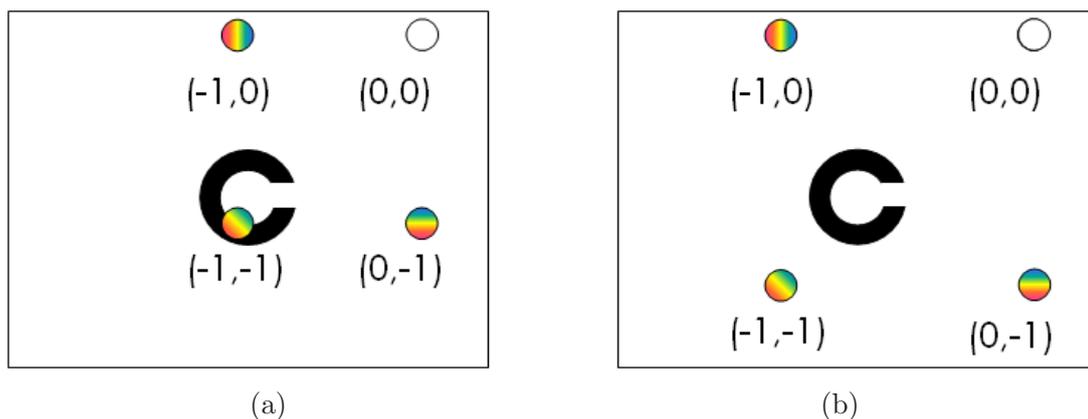
#### 4.1.2.2 Limites du montage

Ce montage de mesure présente un certain nombre de limites que nous décrivons ici.

Premièrement, nous pourrions faire la remarque suivante : dans les simulations d'images nous ne prenons en compte que la lumière provenant de l'écran et non la lumière qui provient de la scène qui l'entoure. Les simulations seront donc d'autant plus valables que le décor dans lequel se situe l'écran est peu lumineux. Nous avons donc choisi d'effectuer des mesures d'acuité visuelle dans le noir. Ceci n'est pas habituel ; nous avons donc décidé pour donner plus de sens à cette mesure, de comparer dans le protocole les résultats obtenus dans des conditions d'éclairage standard à l'aide d'une échelle papier de Bailey-Lovie [100] à ceux que l'on obtient dans le noir à l'aide de notre méthode de mesure, les scènes présentées au sujet étant alors des anneaux de Landolt objet, non perturbés.

D'autre part, pour une distance d'observation donnée, si les pixels sont très petits et si la distance d'observation est suffisamment grande, l'écart angulaire entre les ordres de diffraction peut par exemple devenir supérieur à la demi largeur de l'écran, elle-même supérieure à sa demi hauteur. Dans ce cas, comme l'illustre la figure 4.3(b), aucune zone du blanc entourant un anneau de Landolt présenté au sujet n'envoie de lumière au niveau de cet anneau via l'un de ses ordres de diffraction parasites. Ainsi, dans ce cas, l'anneau de Landolt observé n'est pas perturbé par la pixellisation, alors que ce serait le cas si l'écran était plus grand. Pour illustrer cette remarque, sur la figure 4.3 nous nous intéressons aux ordres de diffraction d'une zone périphérique du blanc de l'écran. Nous représentons schématiquement quatre ordres de diffraction. Dans le cas (a), l'ordre  $(-1, -1)$  associé à cette zone vient perturber l'anneau central ; dans le cas (b) où l'écart entre les ordres de diffraction est plus important, l'anneau central ne peut pas être perturbé par un ordre de diffraction

## 4.1 Principe du montage de mesure de l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle



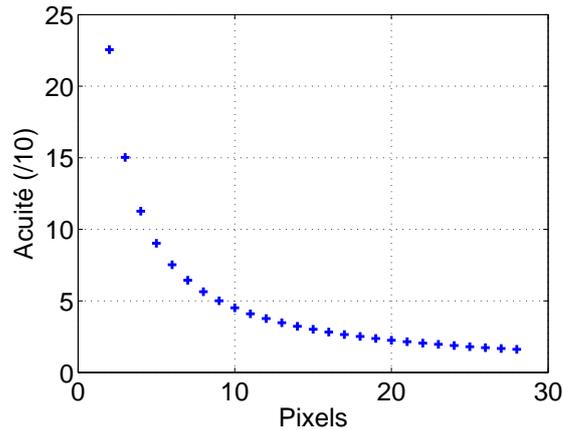
**Fig. 4.3:** Perturbation de l'anneau central par les ordres de diffraction d'une zone de blanc périphérique, entourée en noir. (a) Écartement des ordres faible : l'anneau central est perturbé et (b) écartement plus important : l'anneau central ne peut être perturbé par des ordres de diffraction associés à une zone de l'écran.

provenant d'une zone de l'écran. Dans ce dernier cas, si l'anneau était blanc sur fond noir, les anneaux parasites irisés induits par la pixellisation apparaîtraient hors de l'écran. Nous ne nous intéresserons donc qu'au cas de lentilles dont les pixels sont suffisamment grands et une distance d'observation suffisamment réduite pour qu'au moins les huit premiers ordres de diffraction entourant l'ordre central, associés à un point situé au centre de l'écran, soient tous contenus dans les limites de l'écran.

Aussi, comme nous l'avons souligné en sous-section 4.1.1, la précision sur l'évaluation des bonnes acuités visuelles est faible si le sujet est situé trop près de l'écran. En outre, pour que le test d'acuité visuelle soit valable, la taille de la scène représentée doit être suffisamment étendue en dehors de l'optotype représenté<sup>2</sup>.

Ces différentes limites nous ont contraint à faire certains compromis. Nous avons choisi une distance d'observation de 3m. Avec cette valeur, la précision de mesure dans les bonnes acuités visuelles est suffisante pour nos applications, comme l'illustre la figure 4.4. En effet, nous constatons un manque de précision significatif au delà de 10/10 d'acuité, mais nous avons estimé que si un porteur a une acuité supérieure à cette valeur alors qu'il porte des verres de lunette pixellisés, alors les résultats seront satisfaisants. D'autre part, dans ces conditions d'observation, l'écart entre les ordres de diffraction d'une lentille dont les pixels ont un pas  $p = 20\mu m$  est inférieur à la demi hauteur de l'écran. En effet les ordres de diffraction sont le plus espacés lorsque  $\lambda = 720nm$ , longueur d'onde maximale considérée dans nos simulations : l'écart calculé est alors égal à  $3 \times 720 \cdot 10^{-9} / (20 \cdot 10^{-6}) = 10.8cm$  et la taille de l'écran est de  $31cm \times 23.2cm$  (et sa résolution en nombre de pixels est de  $1600 \times 1200$ ). Il nous sera donc possible d'évaluer des lentilles dont les pixels ont une taille minimale d'approximativement  $20\mu m$ .

<sup>2</sup>La norme NF EN ISO8596 de mai 1996 : "Optique ophtalmique : Mesure de l'acuité visuelle : Optotype normalisé et sa présentation" stipule que le champ doit s'étendre sur au moins  $0.5^\circ$  dans toutes les directions depuis le contour des optotypes jusqu'à la limite du champ de présentation.



**Fig. 4.4:** Acuité visuelle affichable sur l'écran dans le cadre du montage de mesure d'acuité visuelle. "Pixels" représente le nombre de pixels de l'écran par brisure de l'anneau de Landolt dans le cas où celles-ci correspondent aux directions 4, 2, 6 et 8. Dans les cas obliques 3, 9, 7 et 1, lorsque le nombre de pixels par brisure est très petit, celles-ci sont d'autant plus mal échantillonnées. Nous constatons une faible résolution sur l'acuité visuelle notamment au-delà de 10/10.

D'autre part, la taille angulaire de l'écran est dans ce cas d'environ  $5.9^\circ \times 4.4^\circ$  ; ainsi le champ entourant l'anneau de Landolt est suffisamment grand par rapport aux optotypes représentés.

Nous venons de décrire les grandes lignes du principe du banc de mesure que nous nous proposons de mettre en place dans le but d'étudier l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle d'un individu. Nous avons notamment décrit le processus d'évaluation et identifié les limites que présente notre méthode. Nous souhaitons maintenant effectuer une expérimentation préliminaire de validation physiologique des modèles de simulation que nous allons utiliser pour créer les bibliothèques d'images perturbées utilisées pour évaluer l'acuité visuelle.

## 4.2 Validation physiologique des simulations d'images

Dans le cadre du chapitre 2, section 2.1.1.2, nous avons validé la position et la couleur des ordres de diffraction d'une lentille pixellisée de caractéristiques connues : cf. figure 2.11. Cependant, nous avons également vu que la luminosité des ordres est différente lors de la prise en photo d'une simulation et d'une scène nette observée à travers une lentille pixellisée. Nous avons également compris que cette différence est due au fait que nous ignorons où se situe la pupille d'entrée de l'appareil photo et quel est son diamètre. Nous décrivons maintenant une expérimentation de validation physiologique des simulations, dans laquelle le récepteur n'est plus un appareil photo mais l'œil d'un porteur, dont nous pouvons mesurer précisément la position de la pupille et son diamètre. Ces paramètres sont pris en compte dans les programmes de calcul numérique que nous avons développés pour les simulations, ici associées au cas de la figure 1.3(b) du chapitre 1.

## 4.2 Validation physiologique des simulations d'images

---

### 4.2.1 Protocole

#### 4.2.1.1 Descriptif

Durant cette expérimentation, nous utilisons un doublet composé d'une lentille pixellisée de puissance  $P = +1\delta$ , de diamètre  $A = 10mm$ , dont les pixels sont des carrés de  $20\mu m$  de côté, repliée en phase, d'ordre utile  $m = 5$  à la longueur d'onde nominale  $\lambda_0 = 500nm$ , et d'une lentille réfractive de puissance  $-1\delta$ . Les simulations ayant été effectuées en prenant pour le doublet un diamètre pupillaire de  $10mm$ , le doublet utilisé a été diaphragmé sur le même diamètre avec un filtre Ryser 2.0. Ce type de filtre permet de diffuser la lumière qui le traverse afin de maintenir le diamètre pupillaire sans que les rayons provenant de cette zone périphérique n'aient d'impact sur la perception visuelle.

L'expérimentation se base sur la comparaison en luminosité sur l'écran des "premiers" ordres de diffraction<sup>3</sup> observés à travers une lentille pixellisée et les premiers ordres de diffraction obtenus par simulation. Les ordres sont "matérialisés" par la présence d'anneaux de Landolt parasites irisés, la scène objet utilisée ici pour les simulations étant un anneau de Landolt blanc sur fond noir, de taille et d'orientation fixées. Notons qu'ici, l'essentiel est que la scène objet soit blanche sur fond noir, afin que les ordres de diffraction soient bien mis en évidence. Le choix d'un anneau de Landolt a été fait par seul souci de commodité : en effet nous disposons de tels types de scènes dans notre banque d'images. Dans nos simulations, la luminosité des anneaux parasites varie en fonction du diamètre pupillaire  $A_o$  de l'œil et de la distance verre-œil du porteur  $d_{vo}$ .

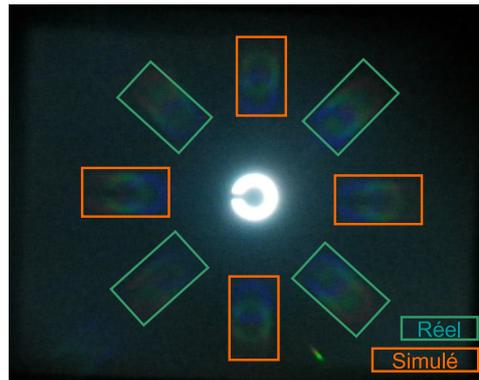
Nous souhaitons donc vérifier si les porteurs voient bien des anneaux parasites de même luminosité dans le cas réel et dans le cas simulé correspondant à ces deux paramètres mesurés  $A_o$  et  $d_{vo}$ . Cette comparaison doit être effectuée de manière simultanée sinon les résultats risquent d'être erronés. Nous proposons au porteur d'observer une scène simulée<sup>4</sup> à travers une lentille pixellisée réelle orientée de  $45^\circ$  par rapport à l'axe horizontal  $x$ . Le schéma de principe de l'expérimentation est le même que celui de la figure 4.2, à la différence près que le sujet observe une scène différente. Le résultat obtenu est représenté en photo sur la figure 4.5, où l'on voit apparaître les ordres simulés suivant les axes horizontaux et verticaux et les ordres réels orientés de  $45^\circ$  par rapport à ces derniers. Ceci permet donc au porteur de comparer directement la luminosité des ordres de diffraction simulés et réels. Nous rappelons que cette comparaison est rendue possible par le fait qu'une scène et son image observée à travers le doublet sont situées dans le même plan, avec un grandissement de 1, et que les ordres diagonaux ont une luminosité très faible.

Nous avons vu dans le chapitre 2, section 2.1.2, que l'efficacité lumineuse de l'anneau de Landolt central correspondant à l'ordre  $(0, 0)$  est de 97.5% environ avec ce jeu de paramètres, en optique centrée. Or lors de l'observation de la scène simulée avec une lentille pixellisée réelle, les ordres de diffraction parasites sont des répliques irisées de cet ordre central, très légèrement moins lumineuses que l'anneau objet utilisé pour les simulations. Les ordres "réels" observés ont donc une luminosité égale à environ 97.5% de celle qu'ils auraient si le porteur regardait directement la scène objet non simulée, ce qui constitue une limite mineure de notre expérimentation. D'autre part des ordres de diffraction réels sont associés aux ordres de diffraction simulés, mais leur luminosité est négligeable.

---

<sup>3</sup>Leur position et leur apparence colorée ayant déjà été validée dans le cadre du chapitre 2.

<sup>4</sup>Représentant donc des anneaux de Landolt parasites entourant un anneau central.



**Fig. 4.5:** Scène vue par le porteur dans le cadre de l'expérimentation de validation physiologique des simulations d'images : superposition des ordres de diffraction simulés et réels.

10 personnes ont participé à cette expérimentation. Âgés entre 25 et 40 ans, les sujets sont emmétropes ou amétropes sphériques, c'est-à-dire myopes ou hypermétropes sans astigmatisme, ayant une acuité visuelle corrigée supérieure ou égale à 12/10.

Une banque d'images simulées a été réalisée en faisant varier le diamètre pupillaire de  $3\text{mm}$  à  $10\text{mm}$  par pas de  $0.5\text{mm}$  et la distance verre-œil de  $5$  à  $30\text{mm}$  par pas de  $1\text{mm}$ .

Ici comme dans le cas du banc de mesure de l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle d'un porteur, le schéma de principe du montage est illustré sur la figure 4.2. Le sujet est assis et repose son menton et son front sur la mentonnière afin de limiter tout mouvement de sa tête par rapport au doublet. En effet, ce procédé est nécessaire dans cette expérimentation préliminaire parce que les observations à travers les lentilles pixellisées sont très vite modifiées par un léger décentrement de la pupille de l'œil du porteur, provoquant un déséquilibre de luminosité entre les différents ordres de diffraction de même niveau, comme nous l'avons expliqué dans le cadre du chapitre 2. Nous rappelons que les observations sont effectuées dans le noir sur l'écran CRT placé à 3 mètres du porteur.

### 4.2.1.2 Procédure

L'observation s'effectue en mode monoculaire<sup>5</sup>. Le sujet est équipé d'une monture d'essai comportant sa prescription ainsi que le doublet. L'expérimentateur mesure la distance verre-œil. Cette mesure sera utilisée pour déterminer la banque d'images simulées utilisée lors de la première partie de l'expérimentation. Les lumières de la salle sont éteintes. Une période d'adaptation à l'obscurité de 5 minutes minimum est observée avant le démarrage de l'expérimentation.

À l'issue de la période d'adaptation à l'obscurité, une première mesure du diamètre pupillaire est effectuée à l'aide d'un pupillomètre. Ensuite, le sujet affine le centrage du

<sup>5</sup>Ici comme dans l'expérimentation de mesure de l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle, les calculs sont effectués en mode monoculaire. Une étude binoculaire pourrait nous apporter plus d'informations mais ceci ajouterait des paramètres supplémentaires et complexifierait l'exploitation des résultats obtenus. Dans les montages décrits dans ce chapitre, qui constituent une mesure préliminaire, nous nous restreindrons donc dans un premier temps à une étude monoculaire.

## 4.2 Validation physiologique des simulations d'images

---

doublet, tourné de 45° par rapport aux axes verticaux et horizontaux, à l'aide des vis de réglage de la monture d'essai perpendiculaires entre elles, afin d'harmoniser la luminosité des ordres de diffraction.

Pour une distance verre-œil fixée mesurée au début de l'expérimentation, les images simulées sont présentées à partir d'un diamètre pupillaire de 3mm en augmentant ce diamètre par pas de 0.5mm. Lorsque le sujet estime que la luminosité des premiers ordres de diffraction est identique entre simulation et réalité, un premier seuil dit "seuil d'équivalence" est déterminé. La procédure est répétée en partant de la simulation calculée à partir d'un diamètre pupillaire de 10mm en diminuant le diamètre pupillaire par pas de 0.5mm. Cette méthode des limites ascendantes et descendantes est alors renouvelée 7 fois.

Ensuite, pour un diamètre pupillaire fixé déterminé par la moyenne des seuils mesurés précédemment, les images simulées sont présentées à partir d'une distance verre-œil de 5mm augmentant la distance verre-œil par pas de 1mm. À nouveau, lorsque le sujet estime que la luminosité des ordres de diffraction est identique entre le réel et le simulé, un premier seuil est déterminé. La procédure est répétée en partant de la simulation calculée à partir d'une distance verre-œil de 30mm en diminuant la distance verre-œil par pas de 1mm. Cette méthode des limites ascendantes et descendantes est renouvelée 2 fois.

À l'issue de cette expérimentation, une seconde mesure du diamètre pupillaire est effectuée à l'aide du pupillomètre.

### 4.2.2 Résultats

#### 4.2.2.1 Impact de la distance verre-œil :

Pour un diamètre pupillaire fixé (déterminé par les seuils mesurés précédemment), les images simulées en faisant varier la distance verre-œil ont été présentées. Aucun sujet parmi les 10 observateurs n'a perçu de différence entre ces images. Ainsi, pour la simulation associée à ce doublet sans puissance, il ne semble pas nécessaire de personnaliser ce paramètre ; une distance verre-œil moyenne sera donc utilisée dans la suite de l'expérimentation. Seul l'impact du diamètre pupillaire sur la scène image reste à valider.

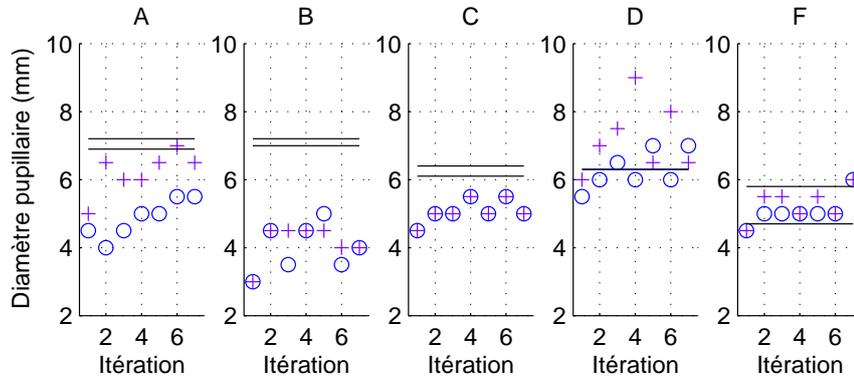
#### 4.2.2.2 Impact du diamètre pupillaire :

Afin d'illustrer différents comportements observés, nous représentons sur la figure 4.6 les seuils d'équivalence entre réalité et simulation associés à 5 des 10 sujets notés A, B, C, D et F. Chaque marqueur représente la valeur du diamètre pupillaire associé à la scène simulée pour laquelle le porteur pense que les ordres sont aussi lumineux dans le cas simulé que dans le cas réel, dans les cas d'itérations ascendantes et descendantes. Les courbes représentées suscitent un certain nombre de remarques.

Des sujets ont indiqué que l'image observée à travers l'optique utilisée peut être modifiée de manière importante par une légère modification de la direction de regard ou du port de tête. Cette difficulté de centrage peut être objectivée par certains résultats obtenus dans cette expérimentation.

Par exemple, le sujet B de la figure 4.6 estime que les ordres simulés et réels sont aussi lumineux lorsque la valeur du diamètre pupillaire associé à la scène simulée qu'il observe est de 4mm environ, alors qu'en réalité son diamètre pupillaire mesuré est de 7mm. Il est

envisageable que ceci soit dû à une légère erreur de centrage du doublet lors du réglage avant les observations. En effet, nous rappelons que le décentrement produit une variation de la luminosité des ordres de diffraction parasites qui peut perturber l'individu testé dans son estimation. Pour le sujet D, les seuils d'équivalence sont proches du diamètre pupillaire mesuré mais nous constatons une dispersion pour les itérations 4 et 6 (ascendante et descendante) probablement liées à une légère modification temporaire de la direction du regard ou à une baisse transitoire de la concentration de l'individu.



**Fig. 4.6:** Seuils d'équivalence des premiers ordres de diffraction pour chaque présentation en mode ascendant (cercles bleus) et descendant (croix violettes). Les diamètres pupillaires réels mesurés au début et à la fin de l'expérimentation sont indiqués par les lignes noires horizontales.

D'autre part, par exemple pour le sujet A, les seuils d'équivalence en mode ascendant sont systématiquement plus faibles que les seuils d'équivalence en mode descendant. Pour ce sujet, nous pourrions estimer que les images entre ces deux seuils sont perçues de la même manière que l'image réelle. À l'inverse, pour le sujet C, les seuils d'équivalence sont constants entre les différentes présentations et entre les différents modes de présentation (ascendante et descendante). Ce sujet perçoit très finement les variations d'images simulées en fonction du diamètre pupillaire. Toutefois, ce seuil est légèrement inférieur au diamètre pupillaire mesuré. Enfin, les diamètres pupillaires mesurés avant et après l'expérimentation sont assez différents pour le sujet F, pour qui les seuils mesurés sont cependant assez constants et compris dans cet intervalle.

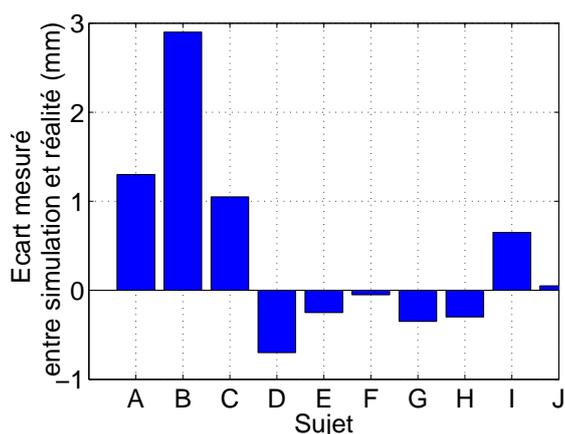
La valeur de pupille simulée est obtenue en effectuant la moyenne des seuils ascendants et descendants pour les itérations 3 à 7. Les deux premières présentations, durant lesquelles le porteur s'habitue à l'expérimentation, n'ont effectivement pas été prises en compte. La valeur de pupille réelle est obtenue en faisant la moyenne des mesures avant et après l'expérimentation.

Nous observons des disparités importantes entre les sujets sur la figure 4.7. Pour la moitié des sujets (5 personnes), le diamètre pupillaire déterminé par l'expérimentation est très proche du diamètre réel : en effet l'écart est inférieur à 0.5mm, ce qui nous le rappelons correspond au pas utilisé dans les simulations. Pour d'autres sujets (4 personnes), l'écart est légèrement plus important et peut aller jusqu'à 1.3mm. Un dernier sujet (B) montre un écart très important de 2.9mm. Pour ce sujet le diamètre pupillaire mesuré est de 7.1mm alors que le seuil d'équivalence déterminé entre l'image réelle et l'image simulée est de 4.2mm. Ici,

## 4.2 Validation physiologique des simulations d'images

comme nous l'avons exposé précédemment, l'écart de mesure pourrait être dû à un mauvais centrage de l'optique pixellisée.

L'écart moyen entre les valeurs de taille de pupille déterminées à partir des simulations et les tailles de pupilles mesurées est de 0.43mm, et la moyenne des écarts type du seuil d'équivalence mesuré pour chaque porteur est de 0.31mm. En prenant en compte l'ensemble des résultats obtenus par les 10 porteurs, nous observons donc que l'écart moyen entre les valeurs de taille de pupille simulée et les tailles de pupilles mesurées est inférieur au pas de variation du diamètre pupillaire utilisé dans les simulations. De même, l'écart type du seuil d'équivalence mesuré est inférieur au pas de variation du diamètre pupillaire utilisé dans la simulation.



**Fig. 4.7:** Écart entre les valeurs de taille de pupille simulée et les tailles de pupilles mesurées pour chaque sujet.

### 4.2.2.3 Conclusion

L'étude menée sur 10 observateurs a permis de valider la méthode de simulation des premiers ordres de diffraction à travers une optique pixellisée dans les conditions d'observation qui seront celles du banc de mesure d'acuité visuelle. En effet, l'écart moyen entre les valeurs de taille de pupille simulée et les tailles de pupilles mesurées ainsi que l'écart type du seuil d'équivalence mesuré sont inférieurs au pas de variation du diamètre pupillaire utilisé dans la simulation. D'autre part, nous avons vu que pour l'optique pixellisée considérée, la distance verre-œil n'a pas d'influence perceptible sur la luminosité des ordres de diffraction parasites. Cette étude a également permis de souligner l'importance du centrage de l'optique pixellisée sur la perception des observateurs.

La validation de la méthode de simulation permet maintenant de poursuivre l'évaluation par simulation de l'impact des optiques pixellisées sur l'acuité visuelle et plus généralement sur la qualité d'une image. Les procédés de simulations d'images présentés ici ont été vérifiés à l'aide d'une lentille pixellisée mais sont également valides pour d'autres types de microstructures. Ces simulations d'images pourraient donc être utilisées pour estimer les performances de lentilles binaires en termes de transport d'images.

### 4.3 Mesure de l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle d'un porteur

Comme nous l'avons mentionné en début de chapitre, nous souhaitons évaluer l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle d'un porteur, en fonction des paramètres  $p$  : le pas des pixels<sup>6</sup>,  $P$  : la puissance du verre et  $X$  : l'excentrement de l'œil par rapport à la fonction optique du verre. Les lentilles que nous évaluons ne présentent pas de repliements de phase et corrigent des défauts de mise au point.

Étant donné que la réalisation de prototypes est très coûteuse, nous avons décidé d'évaluer la chute éventuelle d'acuité visuelle provoquée par la pixellisation à l'aide de simulations d'images dont nous avons détaillé le principe dans le chapitre 1. Nous rappelons que pour la mesure d'acuité visuelle, les images présentées sont calculées à partir d'anneaux de Landolt noirs sur fond blanc, dont l'orientation et la taille varient suivant la méthode de l'escalier psychophysique.

Nous décrivons à présent en détail le protocole de ce montage de mesure de la chute d'acuité visuelle provoquée par la pixellisation ainsi que les résultats obtenus.

#### 4.3.1 Protocole

##### 4.3.1.1 Remarques générales

Les mesures d'acuité ont été réalisées au sein d'Essilor par des membres du service Vision d'Essilor, à partir d'images que nous avons simulées à l'aide des outils de calcul décrits dans le chapitre 1. Les différents porteurs ayant participé à la mesure sont des employés d'Essilor ne travaillant pas sur le sujet de l'optique pixellisée.

##### 4.3.1.2 Choix des jeux de paramètres

Nous souhaitons évaluer à partir de notre banc de mesure la chute d'acuité visuelle ressentie par le porteur en fonction de différents jeux de paramètres  $(X, p, P)$ . Nous voulons notamment étudier le cas de paramètres pour lesquels l'efficacité de l'ordre central  $\eta_{(0,0)}$  est voisine de 1. Nous rappelons que l'expression analytique de  $\eta_{(0,0)}$  a été étudiée dans la sous-section 2.1.2 du chapitre 2 dans les cas centré et excentré. En effet si l'on choisit des paramètres conduisant à une efficacité trop peu importante, cela signifie qu'une proportion trop conséquente de lumière se répartit de manière indésirable, et il n'est donc pas pertinent d'envisager de réaliser des verres pixellisés pour la correction visuelle avec de tels paramètres. Typiquement, il est intéressant pour nous d'étudier les plages de variation  $|X| \leq 5mm$ ,  $p \leq 50\mu m$ ,  $P \leq 1\delta$ .

D'autre part, certaines contraintes s'opposent à l'étude d'un nombre trop important de jeux de paramètres  $(X, p, P)$ . Par exemple, nous disposons d'un nombre limité de ressources humaines pour effectuer les mesures, et le nombre de porteurs doit quant à lui être suffisamment élevé pour que les résultats obtenus soient statistiquement significatifs. D'autre part, à cause de la déconcentration du porteur qui peut intervenir si le temps d'évaluation est trop long (typiquement supérieur à 20 minutes), il est nécessaire d'effectuer des séances de mesures courtes, incluant chacune tous les jeux de paramètres à tester afin que ceux-ci soient

---

<sup>6</sup>Ici les composants optiques évalués n'ont pas de parois et donc  $p = a$ .

### 4.3 Mesure de l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle d'un porteur

comparés dans des conditions les plus proches possibles. De telles séances doivent être effectuées plusieurs fois afin de pouvoir valider la reproductibilité des mesures. Nous avons donc choisi de nous restreindre à 5 jeux de paramètres  $(X, p, P)$  :  $(0, 20\mu m, 1\delta)$ ,  $(0, 50\mu m, 1\delta)$ ,  $(5mm, 20\mu m, 1\delta)$ ,  $(5mm, 20\mu m, 0.5\delta)$  et  $(5mm, 50\mu m, 1\delta)$ . Les valeurs de  $\eta_{(0,0)}$  correspondant à ces triplets pour  $\lambda = 550nm$  et un diamètre pupillaire  $A = 6mm$  sont représentées sur la tableau 4.1. Ce choix de valeurs réalistes permet notamment de comparer l'influence de l'un des trois paramètres lorsque les deux autres sont fixés. Dans le dernier cas, nous calculons  $\eta_{(0,0)} = 0.44$  : ceci correspond donc à un jeu de paramètres inacceptable, que nous avons tout de même souhaité évaluer suite à une série de résultats préliminaires indiquant une faible influence de la pixellisation sur l'acuité visuelle dans des cas d'étude plus raisonnables.

$(X(mm), p(\mu m), P(\delta))$	$(0, 20, 1)$	$(0, 50, 1)$	$(5, 20, 1)$	$(5, 20, 0.5)$	$(5, 50, 1)$
$\eta_{(0,0)}$	0.97	0.85	0.88	0.97	0.44

**Tableau 4.1:** Efficacité de l'ordre de diffraction  $(0, 0)$  à  $\lambda = 550nm$  et pour  $A = 6mm$  en fonction des paramètres  $(X, p, P)$  choisis pour la mesure.

Nous avons vu précédemment que le diamètre pupillaire de l'œil d'un sujet a une forte influence sur la scène qu'il perçoit à travers un verre pixellisé. Cependant dans les programmes numériques de simulation d'images utilisés pour le banc de mesure d'acuité visuelle, nous avons fixé sa taille à une valeur "moyenne" de 6mm. En faisant ceci, nous éliminons un paramètre supplémentaire qui pourrait nuire à l'exploitation des résultats en les complexifiant. Les scènes vues par le sujet évalué correspondent donc à ce qu'il verrait si son diamètre pupillaire mesurait 6mm, ce qui n'est pas forcément le cas en réalité.

#### 4.3.1.3 Population d'étude

Douze sujets, hommes et femmes, ont participé à l'étude. Leur âge est compris entre 23 et 60 ans<sup>7</sup>. Leurs défauts visuels corrigés par un verre d'essai sont compris entre  $-1.5\delta$  et  $+0.75\delta$  de défaut de mise au point et entre  $0\delta$  et  $0.75\delta$  d'astigmatisme. Ils n'ont pas de défauts visuels supplémentaires comme des aberrations d'ordre supérieur ou des pathologies oculaires.

#### 4.3.1.4 Déroulement d'une séance

Dans un premier temps, une première mesure de l'acuité visuelle monoculaire corrigée de l'œil testé à 3m sur une échelle Bailey-Lovie à contraste élevé dans des conditions de luminance élevée est effectuée. L'éventuelle amétropie du sujet est corrigée avec un verre de lunette d'essai qui sera gardé durant toute la durée de l'expérimentation. Cette mesure est répétée trois fois avec des échelles différentes. Ensuite, nous éteignons les lumières de la salle de mesure : la seule source lumineuse est donc l'écran d'affichage.

Une mesure d'entraînement à partir d'anneaux de Landolt non perturbés est alors effectuée dans le but de permettre au porteur de s'adapter à l'obscurité. Après ce temps d'habituation aux conditions d'évaluation, débutent les mesures expérimentales : six mesures successives correspondant à l'absence de pixellisation (bibliothèque d'anneaux de Landolt

<sup>7</sup>Nous avons choisi des personnes de tous âges afin de mettre en évidence d'éventuelles différences de comportement entre porteurs presbytes et non presbytes. Il s'est avéré par la suite qu'aucune différence n'a été identifiée.

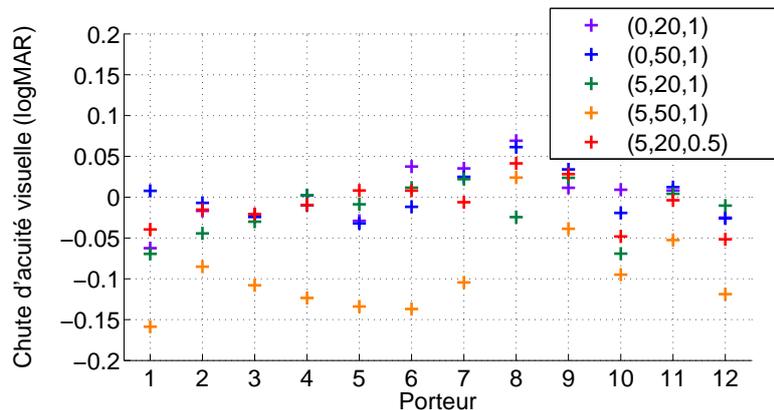
non perturbés) puis aux cinq jeux de paramètres identifiés au paragraphe 4.3.1.2, avec une pause entre chaque mesure.

### 4.3.2 Résultats

Pour commencer, nous avons évalué la reproductibilité des mesures lors des différentes séances. Pour cela, nous calculons l'écart type des trois mesures effectuées pour chaque valeur du jeu de paramètres et pour chaque sujet. La moyenne de ces écarts-type est de  $29.10^{-3}\log\text{MAR}$ . Cette valeur<sup>8</sup> correspond donc à l'incertitude de notre méthode de mesure sur l'évaluation de l'acuité visuelle d'un porteur.

Ensuite, nous souhaitons vérifier si l'acuité visuelle mesurée à l'aide des échelles de Bailey-Lovie en lumière ambiante est voisine de celle que l'on mesure dans le noir à l'aide d'anneaux de Landolt. Pour cela, nous calculons la moyenne des différences d'acuités visuelles, mesurées en moyenne sur trois séances pour chaque individu, entre le premier et le second cas. Le résultat obtenu est de  $-10.10^{-3}\log\text{MAR}$ , inférieur en valeur absolue à la valeur  $29.10^{-3}\log\text{MAR}$  calculée précédemment. D'autre part, dans cinq des douze cas, l'acuité mesurée est meilleure dans le noir, et inversement pour les autres. Ainsi, avec notre précision de mesure, nous pouvons conclure que les résultats sont similaires dans le noir sur un écran d'ordinateur et dans un éclairage ambiant sur des échelles de Bailey-Lovie en papier.

Pour l'ensemble des sujets, le seuil d'acuité visuelle mesuré en moyenne sur trois séances sans pixellisation sera comparé au seuil d'acuité mesuré pour chaque jeu de paramètres afin d'évaluer l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle pour différents jeux de paramètres. Les résultats sont représentés sur la figure 4.8. Chaque couleur de marqueurs correspond à la chute d'acuité visuelle mesurée pour un jeu de paramètres donné.



**Fig. 4.8:** Résultats de mesure de la chute d'acuité visuelle provoquée par la pixellisation pour différents jeux de paramètres  $(X, p, P)$ .  $X$  est exprimé en  $mm$ ,  $p$  en  $\mu m$  et  $P$  en  $\delta$ . Douze sujets ont participé à l'étude.

Nous constatons que pour tous les jeux de paramètres étudiés sauf  $(5, 50, 1)$ , la chute d'acuité visuelle mesurée n'est pas significative. En effet, premièrement nous pouvons constater que l'acuité visuelle avec pixellisation est dans de nombreux cas meilleure que sans,

<sup>8</sup>Pour quantifier cette grandeur : une chute d'acuité visuelle de  $29.10^{-3}\log\text{MAR}$  représente par exemple une perte d'environ 0.6/10 pour une acuité initiale de 10/10.

### 4.3 Mesure de l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle d'un porteur

comme l'illustrent tous les marqueurs situés au delà de 0 logMAR. Cela suggère que dans ces cas les écarts observés sont compris dans une plage de valeurs inférieure à l'incertitude de mesure du montage, ce que confirme le tableau 4.2, sur lequel la moyenne et l'écart type de la chute d'acuité visuelle liée à la pixellisation sur l'ensemble des douze individus est représentée pour les cinq jeux de paramètres de l'étude.

Jeu de paramètres	(0, 20, 1)	(0, 50, 1)	(5, 20, 1)	(5, 50, 1)	(5, 20, 0.5)
$\mathbb{E}(AV)$	1.52	0.88	-16.02	-94.26	-9.05
$\sigma(AV)$	35.41	28.12	32.16	50.61	28.59

**Tableau 4.2:** Moyenne  $\mathbb{E}(AV)$  et écart type  $\sigma(AV)$ , exprimés en  $10^{-3}$  logMar, de la chute d'acuité visuelle mesurée liée à la pixellisation sur l'ensemble des douze individus, pour les cinq jeux de paramètres de l'étude.

En effet, le tableau 4.2 indique que la moyenne et l'écart type de la chute d'acuité visuelle mesurée ne sont significatifs par rapport à la valeur  $29.10^{-3}$  logMAR que dans le cas (5, 50, 1). Cependant, même dans ce cas la chute d'acuité visuelle mesurée est de  $-0.09$  logMAR, ce qui correspond par exemple à une perte d'environ 1.9/10 d'acuité visuelle pour une acuité sans pixellisation de 10/10. Or cette perte semble très raisonnable au vu de l'efficacité évidemment inacceptable de  $\eta_{(0,0)} = 0.44$  calculée pour ce cas de figure.

#### 4.3.3 Conclusion

Ce montage de mesure à partir d'images simulées de l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle d'un porteur nous a permis de mettre en avant le fait que celui-ci est négligeable pour les jeux de paramètres  $(X, p, P)$  que nous avons choisis et qui correspondent à des cas réalistes plus ou moins acceptables en termes de performances de transport d'images. Une petite dégradation de l'acuité visuelle a été constatée seulement pour le cas d'étude (5, 50, 1) que nous n'aurions jamais envisagé de réaliser technologiquement au vu de l'efficacité de l'ordre central  $\eta_{(0,0)} = 0.44$  calculée dans ce cas pour  $\lambda = 550nm$ .

**L'acuité visuelle d'un porteur n'est donc pas, ou presque pas, affectée par la pixellisation.** Cependant, nous comprenons que l'acuité visuelle n'est a priori pas le meilleur critère d'évaluation des performances optiques d'une lentille pixellisée. En effet, l'apparition d'images parasites peut être un effet particulièrement gênant en conduite de nuit par exemple, événement de la vie courante où des scènes très lumineuses telles que des phares de voiture se détachent d'un fond très sombre. Des phares de voiture parasites feraient alors leur apparition et perturberaient le conducteur, sans pour autant perturber sa capacité à résoudre des détails dans la scène qu'il observe.

En perspective de la suite de ce travail, d'autres tests d'évaluation de la qualité d'images pourraient être effectués dans les mêmes conditions que dans le montage décrit ici, en utilisant d'autres types de scène objet simulées comme étant vues à travers des composants optiques pixellisés à partir des mêmes outils de calcul. D'autre part, ces outils permettent de simuler la propagation de la lumière à travers n'importe quel type de composant optique microstructuré. Nous envisageons donc par exemple d'estimer la chute d'acuité visuelle induite par les différents paramètres d'une lentille binaire.

## 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons fait une étude physiologique des performances optiques d'une lentille pixellisée en termes de transport d'images. Pour cela, nous avons décrit un banc de mesure que nous avons mis en place et exploité au cours de ce doctorat, et dont le but final est d'évaluer l'impact de la pixellisation sur l'acuité visuelle d'un sujet. Après avoir développé une expérimentation préliminaire de validation des simulations au cours de laquelle les testeurs ont dû comparer la luminosité d'ordres de diffraction parasites réels et simulés, nous avons pu exploiter les résultats du montage de mesure d'acuité visuelle. Nous avons pu constater que, dans des cas d'étude raisonnables et réalistes, la pixellisation n'a pas d'impact sur l'acuité visuelle d'un individu. En revanche, nous avons souligné le fait que l'acuité visuelle n'est pas forcément le meilleur critère d'évaluation des performances ophtalmiques d'une lentille pixellisée, et que le banc de mesure que nous avons conçu pourrait être adapté à d'autres procédés de caractérisation.

Au long des quatre premiers chapitres de ce manuscrit de thèse, nous avons évalué les performances optiques de verres de lunettes microstructurés et notamment pixellisés. Mais ces performances ne constituent pas le seul critère de satisfaction d'éventuels futurs porteurs de verres microstructurés. En effet, l'aspect esthétique de ce type de composant, c'est-à-dire l'apparence du porteur vu par un observateur externe qui le regarde, est également un critère très important. C'est pourquoi nous avons consacré le chapitre 5 à l'étude cosmétique<sup>9</sup> de verres de lunettes microstructurés, afin de mettre en avant et de réduire la visibilité des microstructures. Ceci nécessite l'élaboration de nouveaux modèles de calcul de propagation de la lumière que nous allons détailler, puis valider. À partir de ces modèles, nous réaliserons une étude de minimisation de certains effets esthétiques indésirables induits par la diffraction de la lumière en réflexion par les micro-interfaces présentes dans le verre.

---

<sup>9</sup>Le terme de "cosmétique" provient du grec ancien *κοσμητικός* qui signifie "qui concerne le soin de la parure" [référence : Trésor de la Langue Française]. Nous avons choisi de l'employer dans ce document pour désigner l'apparence des verres. Les adjectifs "esthétique" et "cosmétique" seront utilisés de façon interchangeable dans ce manuscrit.

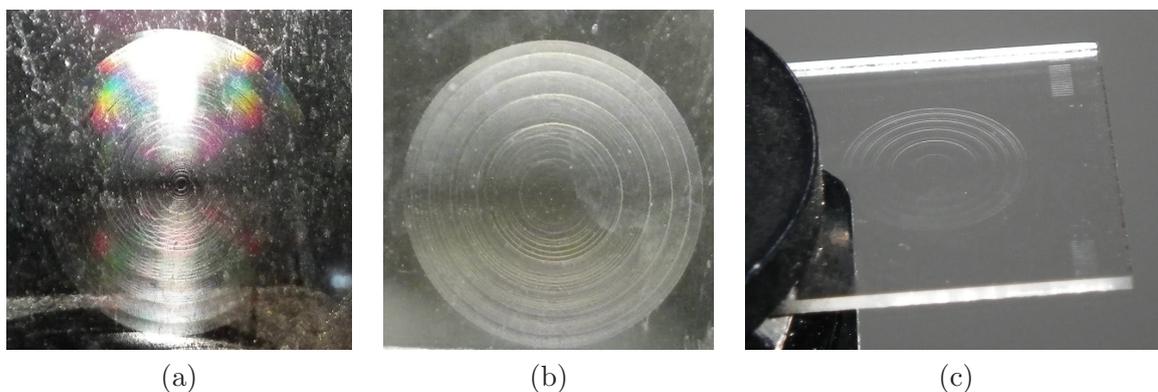
---

## Étude de l'aspect cosmétique d'une lentille pixellisée

---

Dans ce chapitre nous étudions l'aspect "cosmétique" d'un verre de lunette pixellisé. Autrement dit, nous souhaitons évaluer ce que voit un individu qui observe un porteur de verres pixellisés. Ce travail s'inscrit dans la suite du chapitre 3 "Étude et minimisation du scintillement" de la thèse de Céline Benoît-Pasanau [5], au cours duquel a été étudié le scintillement dû à la présence de parois entre des pixels non remplis d'une lentille  $\Delta n$  sans fonction optique. Ici, nous souhaitons évaluer la gêne perçue par l'observateur externe pour différentes fonctions optiques données d'un verre pixellisé sans parois, qu'il soit de type  $\Delta n$  ou  $\Delta H$ .

Comme nous l'avons mentionné précédemment, les technologies de réalisation de composants sont telles qu'il nous a été possible de faire fabriquer par photolithographie différentes lentilles pixellisées de type  $\Delta H$ . Nous disposons notamment d'une lentille pixellisée de type  $\Delta H$ , telle que  $A = 10mm$ ,  $P = 1\delta$ ,  $p = 20\mu m$ , et présentant des repliements de phase tels que  $m = 5$  à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 550nm$ . En regardant cette lentille dans des conditions d'éclairage de la vie courante, nous avons pu observer un certain nombre d'effets cosmétiques gênants pour un observateur externe, représentés sur la figure 5.1.



**Fig. 5.1:** (a) Visibilité des ordres de diffraction en réflexion. (b) Effet dit de "ligne sombre". (c) Visibilité des anneaux de repliement.

Dans le cas (a), nous pouvons observer les ordres de diffraction en réflexion par la surface avant et/ou arrière de la lentille éclairée par une simple lampe. En (b), nous sommes dans un cas où la pupille de l'appareil photo<sup>1</sup> est légèrement décalée angulairement par rapport à la lentille suivant l'une des deux directions d'orientation des pixels, la lentille étant éclairée normalement par rapport à sa surface. Une "ligne sombre" apparaît alors perpendiculairement à cette direction. Nous remarquons que ce phénomène se manifeste également en (a). Dans le cas (c), nous constatons la visibilité des anneaux de repliement de la lentille sur la moitié de sa surface dans ce cas où le plan de la lentille est très incliné par rapport à celui de la pupille de l'œil. Dans ce dernier cas, nous avons photographié la lentille pixellisée dans le noir ; la seule source de lumière est donc le flash de l'appareil.

Autant d'effets cosmétiques indésirables nécessitent une étude approfondie pour comprendre leur origine et essayer de les faire diminuer. Cette étude constituera l'objet de ce chapitre. Les performances optiques des verres en termes de transport d'images ne sont plus étudiées ici. Pour modéliser l'aspect esthétique de verres pixellisés nous étudions la répartition de l'énergie lumineuse diffractée en réflexion par de telles structures au niveau de l'œil de l'observateur externe, et après sélection par la pupille de son œil, nous pouvons calculer l'image que voit ce dernier. Ensuite, afin de quantifier la gêne occasionnée, nous comparons la luminosité de l'image formée sur sa rétine à celle de l'image d'un carré de peau du porteur de la taille du verre.

En section 5.1 nous étudions un premier modèle de calcul simple en 1-D, basé sur l'optique géométrique et l'optique de Fourier, permettant de simuler la diffraction en réflexion associée à une interface entre deux pixels. Après validation par comparaison aux résultats rigoureux obtenus à partir de l'implémentation numérique des équations de Maxwell, nous complexifions le modèle en section 5.2 en l'adaptant à l'étude d'un verre pixellisé entier, toujours en 1-D. Puis en section 5.3, nous transposons les calculs dans le cas d'un modèle 2-D. Les résultats obtenus sont présentés en section 5.4, et des procédés de minimisation des effets cosmétiques parasites dans différents cas d'étude sont présentés en section 5.5.

### 5.1 Étude 1-D de la diffraction à l'interface entre deux pixels

Nous présentons ici un modèle heuristique de calcul de diffraction à l'infini par une discontinuité d'indice dans une lame à face parallèles 1-D, basé sur l'optique géométrique et l'optique de Fourier [106]. Nous prouvons qu'il retourne des résultats très voisins de ceux que l'on obtient à partir de l'implémentation des équations de Maxwell. L'intérêt d'un tel modèle heuristique est d'une part la rapidité de calcul, et d'autre part le fait qu'il permet une compréhension intuitive du phénomène étudié.

Les modèles hybrides mettant en scène optique géométrique et optique de Fourier ont fait l'objet de nombreux travaux antérieurs, notamment ceux de Swanson [58], qui introduisit le modèle "extended scalar theory". Glytsis [107] a analysé plus en détail les limites de la théorie scalaire de la diffraction dans le cas de composants optiques diffractifs périodiques. Dans les références [94, 96–99], différentes techniques de calcul basées sur l'optique géométrique et l'optique de Fourier sont détaillées, et mènent à des résultats acceptables dans le domaine non paraxial. Dans l'article [108], la figure de diffraction associée à un réseau de diffraction est obtenue par sommation cohérente des champs diffractés par toutes les

---

<sup>1</sup>Le même phénomène s'observe à l'œil.

## 5.1 Étude 1-D de la diffraction à l'interface entre deux pixels

---

structures périodiques du réseau, chacun de ces champs étant calculé à partir de modèles rigoureux adaptés des équations de Maxwell.

La discontinuité d'indice que nous considérons dans notre cas d'étude ne peut être analysée par la théorie scalaire de la diffraction dans laquelle les effets de bord, qui nous intéressent ici, ne sont pas pris en compte. Les modèles utilisés pour les réseaux de diffraction ne peuvent pas non plus être utilisés parce que la structure étudiée n'est pas périodique. Nous proposons donc ici un nouveau modèle, qui présentera de plus l'avantage de pouvoir être étendu au cas de l'étude d'un verre pixellisé entier, quelle que soit sa fonction de phase, comme nous le verrons en section 5.2.

### 5.1.1 Principe du modèle

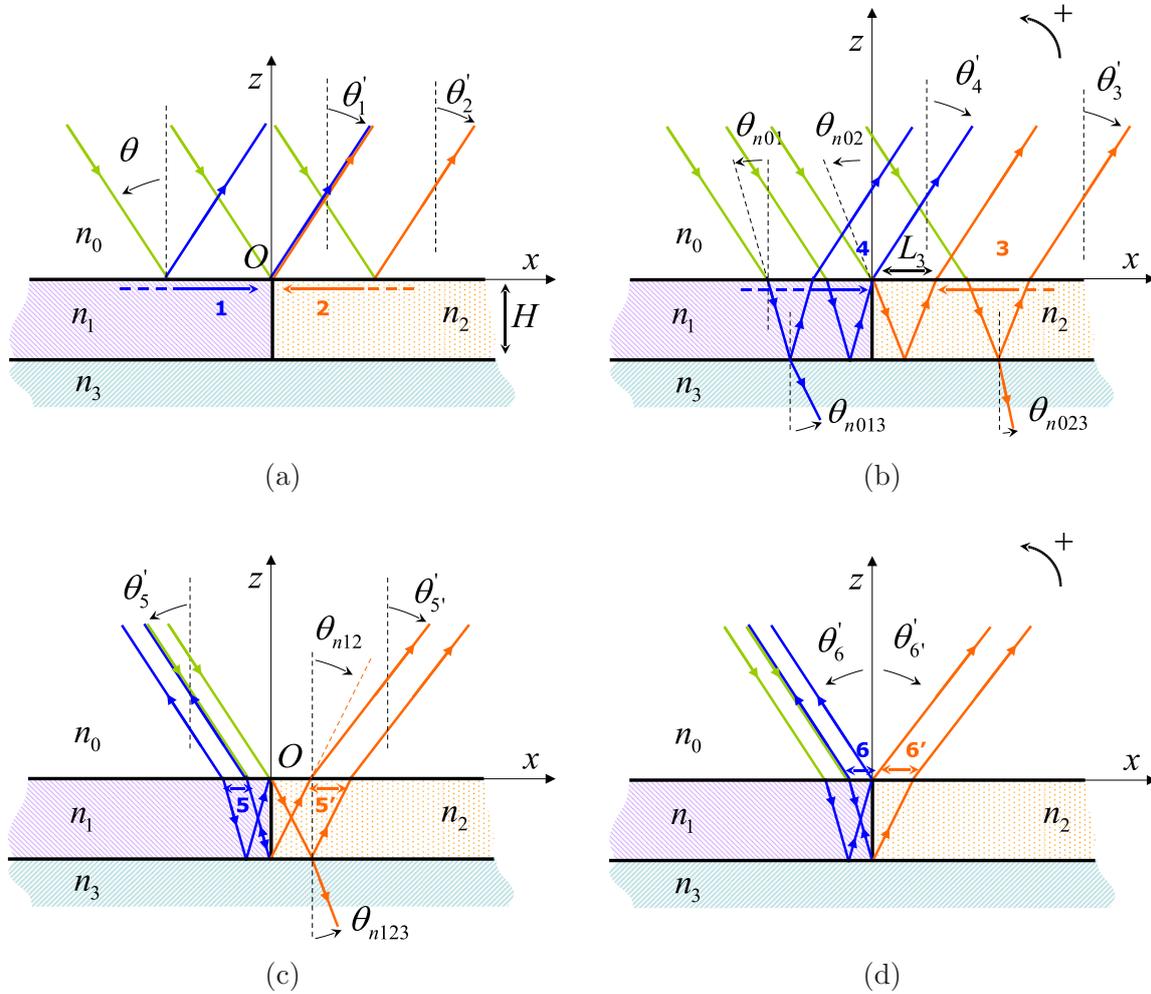
Notre cas d'étude est représenté par le schéma de principe illustré sur la figure 5.2. La structure étudiée est composée d'un milieu incident d'indice  $n_0$ , d'une partie gauche d'indice  $n_1$ , séparée par un dioptre vertical de hauteur  $H$  d'une partie droite d'indice  $n_2$ , ces deux zones étant accolées à un substrat d'indice  $n_3$ . Dans un premier temps nous traitons le cas où les parties droite et gauche sont infinies suivant  $x$ . Nous présentons un modèle simple basé sur de l'optique géométrique et de l'optique de Fourier nous permettant de calculer la figure diffraction à l'infini associée à cette structure, qui représente une interface entre deux pixels, lorsqu'elle est éclairée par une onde plane d'incidence  $\theta$ . Les effets de champ proche, en particulier les ondes évanescentes, ne seront donc pas pris en compte.

Nous associons à notre structure un système de coordonnées cartésiennes  $(O, x, z)$  tel que le point  $O$  a pour coordonnées :  $(0, 0)$ .  $\theta$  a toujours dans nos calculs une valeur positive. Si l'on souhaite étudier des cas où  $\theta < 0$ , nous inversons les valeurs de  $n_1$  et de  $n_2$  et  $\theta$  devient  $-\theta$ .

Le calcul consiste à déterminer géométriquement la répartition de l'amplitude complexe au niveau de la surface de la structure après réfraction et / ou réflexion sur un ou plusieurs dioptries, puis de calculer par décomposition en ondes planes la répartition angulaire de la lumière diffractée dans le demi-espace dans lequel se situe l'observateur externe. Pour cela, nous décomposons le problème en différentes ondes partielles, indexées par  $j$ , dont la taille et la position de la pupille  $P_j$  sont décrites dans la légende de la figure 5.2, que nous traitons séparément avant de les "regrouper" pour le calcul final.

Dans le cas de chacune de ces ondes partielles, nous notons  $\theta$  l'angle d'incidence et  $\theta'_j$  l'angle de réflexion en direction de l'observateur. Ces angles sont définis par rapport à l'axe  $z$  dans le demi-espace  $z > 0$  comme l'illustre la figure 5.2. Il est évident que certains  $\theta'_j$  sont égaux entre eux, mais nous garderons des notations séparées pour identifier chaque onde partielle. L'angle  $\theta_{n01}$  (et respectivement  $\theta_{n02}$ ) est l'angle que forme le faisceau lumineux considéré avec l'axe  $z$  dans le milieu d'indice  $n_1$  (respectivement  $n_2$ ) après réfraction à l'interface entre  $n_0$  et  $n_1$  (respectivement  $n_2$ ). Dans la suite de ce chapitre nous utiliserons la notation  $n_j - n_k$  pour désigner l'interface entre le milieu d'indice  $n_j$  et le milieu d'indice  $n_k$ .  $\theta_{n12}$  est l'angle que forme le faisceau lumineux avec l'axe  $z$  dans le milieu d'indice  $n_2$  après réfraction à  $n_1 - n_2$ . Nous remarquerons que  $\theta_{n12}$  n'est pas un angle d'incidence mais lui est complémentaire, puisque notre choix est de rapporter tous les angles non pas à la normale au dioptre qui les concerne, mais à l'axe  $z$ .  $\theta_{n013}$  (et respectivement  $\theta_{n023}$  et  $\theta_{n123}$ ), s'il existe, est l'angle formé avec l'axe  $z$  après réfraction du faisceau d'incidence  $\theta_{n01}$  (respectivement  $\theta_{n02}$  et  $\theta_{n12}$ ) à  $n_1 - n_3$  (respectivement à  $n_2 - n_3$  et à  $n_2 - n_3$ ).

Nous n'envisagerons que des cas où  $n_0 \leq n_1$  et  $n_0 \leq n_2$  : il n'y aura donc jamais de réflexion totale au niveau du premier dioptre rencontré. D'autre part, nous négligeons tous les rayons qui sont réfléchis plus d'une fois à l'interface avec le substrat, ce qui nous conduit à considérer seulement les 8 ondes partielles décrites ci-dessus et visualisées sur la figure 5.2.



**Fig. 5.2:** (a) Ondes partielles 1 ( $x < 0$ ) et 2 ( $x > 0$ ), (b) ondes partielles 3 ( $x > 2H \tan \theta_{n02}$ ) et 4 ( $x < 0$ ). (c) Ondes partielles 5 ( $-2H \tan \theta_{n01} < x < -H \tan \theta_{n01}$ ) et 5' ( $H \tan \theta_{n12} < x < 2H \tan \theta_{n12}$ ). (d) Ondes partielles 6 ( $-H \tan \theta_{n01} < x < 0$ ) et 6' ( $0 < x < H \tan \theta_{n12}$ ).

Ces ondes partielles correspondent précisément aux cas suivants. Dans les cas des ondes partielles 1 et 2, une seule réflexion est impliquée respectivement à  $n_0 - n_1$  et  $n_0 - n_2$ . L'onde partielle 3 est réfractée à  $n_0 - n_2$ , réfléchiée à  $n_2 - n_3$ , puis réfractée à  $n_2 - n_0$ . L'onde 4 est réfractée à  $n_0 - n_1$ , réfléchiée à  $n_1 - n_3$ , puis réfractée à  $n_1 - n_0$  sans être affectée par l'interface  $n_1 - n_2$ . Dans le cas 5, il y a réfraction à  $n_0 - n_1$ , réflexion à  $n_1 - n_2$  puis  $n_1 - n_3$ , et réfraction à  $n_1 - n_0$ , tandis que dans le cas 5', après réfraction à  $n_0 - n_1$ , il y a réfraction à  $n_1 - n_2$ , puis réflexion à  $n_2 - n_3$  et enfin réfraction à  $n_2 - n_0$ . Les ondes partielles 6 et 6' correspondent à un trajet optique constitué d'une réfraction à  $n_0 - n_1$ , d'une réflexion à  $n_1 - n_3$  puis respectivement d'une réflexion à  $n_1 - n_2$  suivie d'une réfraction à  $n_1 - n_0$  et d'une réfraction à  $n_1 - n_2$  suivie d'une réfraction à  $n_2 - n_0$ .

## 5.1 Étude 1-D de la diffraction à l'interface entre deux pixels

Les différents angles mentionnés ci-dessus sont reliés par les lois de Snell-Descartes :

$$\begin{cases} \theta_{n01} = \arcsin(n_0 \sin \theta / n_1) \\ \theta_{n02} = \arcsin(n_0 \sin \theta / n_2) \\ \theta_{n12} = \arccos(n_1 \cos \theta_{n01} / n_2) \\ \theta_{n013} = \arcsin(n_1 \sin \theta_{n01} / n_3) \\ \theta_{n023} = \arcsin(n_2 \sin \theta_{n02} / n_3) \\ \theta_{n123} = \arcsin(n_2 \sin \theta_{n12} / n_3) \end{cases} \quad (5.1)$$

Pour chacune des 8 ondes partielles, nous calculons les coefficients de Fresnel en mode TE et TM [109] à chaque interface et les multiplions bout à bout. Par exemple, le coefficient de Fresnel associé à l'onde partielle 6' en mode TE est :

$$\begin{aligned} r_{6'}^{TE} &= \frac{2n_0 \cos \theta}{n_0 \cos \theta + n_1 \cos(\theta_{n01})} \times \frac{n_1 \cos(\theta_{n01}) - n_3 \cos(\theta_{n013})}{n_1 \cos(\theta_{n01}) + n_3 \cos(\theta_{n013})} \\ &\times \frac{2n_1 \sin(\theta_{n01})}{n_1 \sin(\theta_{n01}) + n_2 \sin(\theta_{n12})} \times \frac{2n_2 \cos(\theta_{n12})}{n_2 \cos(\theta_{n12}) + n_0 \cos(\theta'_{6'})} \end{aligned} \quad (5.2)$$

L'origine des phases est prise au point  $O$ . Le retard de phase au point  $(x, 0)$  est noté  $\phi_j(x)$  pour l'onde partielle  $j$ . En effectuant des calculs simples d'optique géométrique, nous déterminons :

$$\begin{cases} \phi_{j=1,2}(x) = k_0 n_0 \sin(\theta'_j) x \\ \phi_3(x) = k_0 [n_0 \sin(\theta'_3) x + 2n_2 H \cos(\theta_{n02})] \\ \phi_{j=4,5,5',6,6'}(x) = k_0 [n_0 \sin(\theta'_j) x + 2n_1 H \cos(\theta_{n01})] \end{cases} \quad (5.3)$$

À partir de ces calculs jusqu'ici purement géométriques, nous déterminons la répartition de l'amplitude complexe  $u(x)$  au niveau du plan  $z = 0$  :

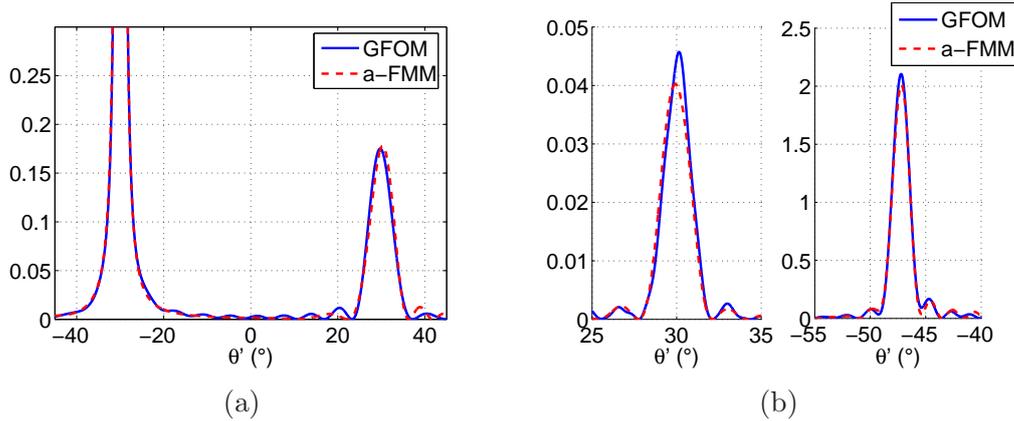
$$U(x) = U_0 \sum_j P_j(x) r_j e^{i\phi_j(x)} \quad (5.4)$$

$U_0$  est l'amplitude de l'onde incidente,  $P_j$  est la pupille de l'onde partielle  $j$ ,  $r_j$  est le coefficient de Fresnel composite en mode TE ou TM. La répartition d'amplitude complexe à l'infini est alors calculée via l'adaptation en 1-D de l'équation (1.9) :

$$U_\infty(\alpha) \propto \sqrt{1 - \alpha^2} \tilde{U}\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right) \quad (5.5)$$

### 5.1.2 Validation des résultats

Nous souhaitons maintenant valider notre modèle de calcul, que nous appellerons GFOM (Geometrical and Fourier Optics Model). Pour cela, nous allons comparer les résultats qu'il retourne à ceux obtenus en utilisant la méthode RCWA [110] d'implémentation des équations de Maxwell et sa généralisation à des surfaces non périodiques [111], notée a-FMM (aperiodic Fourier Modal Method). Parmi les nombreux cas d'étude qui nous ont permis de valider nos résultats, nous représentons sur la figure 5.3 la répartition de l'éclairement angulaire à l'infini pour deux jeux de paramètres  $(n_1, n_2, n_3, H, \theta)$  en mode TE et TM, calculée à partir de GFOM et de a-FMM.



**Fig. 5.3:** (a) Mode TE. ( $n_1 = 1, n_2 = 1.5, n_3 = 1.5, H = 4\mu m, \theta = 30^\circ$ ). Pic central associé aux ondes partielles 1 à 4 et pic associé aux ondes partielles 5 et 6. (b) Mode TM. ( $n_1 = 1.4, n_2 = 1.5, n_3 = 1, H = 20\mu m, \theta = 30^\circ$ ). Gauche : pic associé aux ondes partielles 5 et 6, Droite :  $5'$  et  $6'$ .

Étant donné que la lumière considérée est monochromatique ( $\lambda = 500nm$ ), nous représentons la grandeur  $\left| (1 - \alpha^2)^{1/2} \tilde{U}(\alpha/\lambda) \right|^2$ , exprimée en micromètres carrés. Le problème étant ici supposé infini suivant l'axe  $x$  à gauche aussi bien qu'à droite, le pic de réflexion central associé aux ondes partielles 1 à 4 croît à l'infini et nous l'avons donc étêté sur nos représentations. Nous pouvons vérifier que les pics de diffraction apparaissent là où nous nous y attendions. En effet, dans les cas (a) et (b) de la figure 5.3, pour  $\theta = 30^\circ$  le pic spéculaire<sup>2</sup> associé aux ondes partielles 1, 2, 3 et 4 est situé autour de  $-30^\circ$ , et le pic associé aux ondes partielles 5 et 6 autour de  $30^\circ$ . Dans le cas (b), nous pouvons également calculer que  $\theta'_{5'} = \theta'_{6'} \simeq -47.3^\circ$  et vérifions que cette valeur est en accord avec la figure de diffraction obtenue. Ce dernier pic n'existe pas dans le cas (a), le coefficient de Fresnel composite associé étant nul.

Les résultats illustrent une bonne corrélation entre les modèles. Nous pouvons en conclure que dans les cas étudiés ici, notre simple GFOM est un outil acceptable pour étudier la diffraction à l'infini par une telle structure. En utilisant le logiciel Matlab, le temps de calcul pour une figure de diffraction avec un ordinateur 2.33 GHz dual-core, 8Gb de RAM, est de quelques heures avec a-FMM; de quelques secondes avec GFOM. À cet avantage majeur de gain de temps de calcul s'ajoute le fait qu'avec ce modèle heuristique, il est possible de quantifier l'énergie diffractée dans une direction donnée de l'espace grâce à la connaissance de la taille des pupilles et des coefficients de Fresnel, ce que ne permet pas l'a-FMM. De plus, il sera facile d'adapter ce petit modèle à l'étude d'une lentille pixellisée entière, comme nous le verrons en section 5.2.

### 5.1.3 Limites

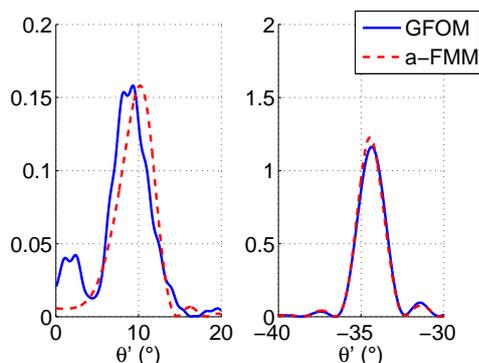
Bien entendu, il existe un certains nombre de limites pour ce modèle. Par exemple, lorsque la largeur d'au moins l'une des pupilles  $P_j$  des ondes partielles  $j$  n'est plus grande par rapport à la longueur d'onde, les différences entre GFOM et a-FMM s'accroissent. Ceci est une limite de l'optique de Fourier en général, et Swanson [58] l'a souligné dans

<sup>2</sup>Non représenté dans le cas (b) par souci de lisibilité des résultats.

## 5.1 Étude 1-D de la diffraction à l'interface entre deux pixels

son “extended scalar theory”. Dans notre étude, cette limite apparaît lorsque l'incidence de l'onde d'éclairage est presque normale par rapport au substrat et/ou lorsque  $H$  est de l'ordre de la longueur d'onde ou moins.

Par exemple, dans le cas de la figure 5.4, la largeur de  $P_6$  est de  $2.5\mu m$ , soit exactement 5 fois la longueur d'onde, et nous commençons à constater des écarts plus importants entre les modèles au niveau du pic associé aux ondes partielles 5 et 6. Dans le même cas avec une incidence de  $1^\circ$ , la largeur de  $P_6$  est de  $250nm$  et les résultats obtenus avec les deux modèles ne sont plus du tout ressemblants.



**Fig. 5.4:** Mode TM. ( $n_1 = 1.4, n_2 = 1.5, n_3 = 1, H = 20\mu m, \theta = 10^\circ$ ). Gauche : pic associé aux ondes partielles 5 et 6, Droite :  $5^\circ$  et  $6^\circ$ .

À cette limite concernant la taille des pupilles impliquées dans le calcul s'ajoute le fait que nous n'avons considéré que des ondes partielles réfléchies une seule fois sur l'interface avec le substrat, ce qui n'est évidemment pas le cas dans a-FMM. Cette limite peut expliquer la petite différence entre les modèles au niveau du pic associé aux ondes partielles 5 et 6 sur la figure 5.3(b).

Nous devons toujours garder ces deux limites à l'esprit dans la suite de ce chapitre, dans lequel de nouveaux modèles de simulation des défauts cosmétiques à l'échelle d'un verre pixellisé entier sans parois vont être développés à partir du calcul que nous venons de décrire et de valider, qui permet de calculer la diffraction en réflexion à l'infini par une discontinuité d'indice dans une lame à faces parallèles.

### 5.1.4 Perspectives d'amélioration du modèle

Nous avons vu dans cette section qu'il est possible de développer un modèle heuristique basé sur l'optique géométrique et l'optique de Fourier qui, malgré certaines limites que nous avons pu identifier, permet d'obtenir de bons résultats qu'il nous sera possible d'exploiter dans la suite de ce manuscrit pour étudier les défauts esthétiques engendrés par la pixellisation.

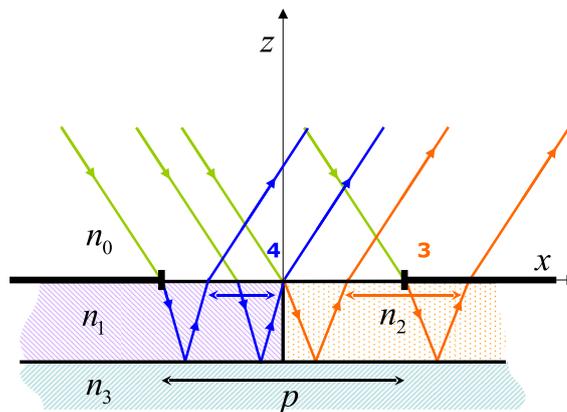
Dans l'annexe D, nous décrivons un autre modèle heuristique, aussi rapide en temps de calcul et plus précis que celui que nous venons de décrire dans cette section. Le principe consiste à délimiter plus en amont dans la structure les pupilles des ondes partielles 1 à  $6'$ , et de simuler la propagation de la lumière dans la structure à l'aide d'un modèle de décomposition en ondes planes.

Ce modèle amélioré a été développé en fin de doctorat et son adaptation à des structures plus complexes telles qu'une lentille pixellisée entière reste donc à l'heure actuelle à l'état de perspective. Le modèle qui sera utilisé dans la suite de ce chapitre est donc celui que nous avons étudié en détail dans cette section, hors annexe.

## 5.2 Développement d'un modèle 1-D à l'échelle d'un verre pixelisé

### 5.2.1 Principe du modèle

Considérons à nouveau les cas de figure représentés en figure 5.2. Limitons à l'entrée de la structure l'onde incidente représentée en vert par une pupille de largeur  $p$ , centrée sur l'interface  $n_1 - n_2$ . Les pupilles  $P_j$  ont alors toutes une taille finie. Cette pupille de largeur  $p$  n'est pas une pupille "physique" : elle délimite seulement la largeur du faisceau incident, ainsi les rayons réfléchis sur la face arrière de la structure, à l'interface avec le substrat, ne sont pas coupés par cette pupille lorsqu'ils remontent vers le plan  $z = 0$ . Nous représentons sur la figure 5.5 l'effet de cette limitation du faisceau incident sur les ondes partielles 3 et 4. Les parties droite et gauche de cette "pupille" représentent des demi pixels, de largeur  $p/2$ . Nous remarquons que la juxtaposition de telles structures telles que l'indice de gauche de chacune d'entre elles correspond à l'indice de droite de sa voisine de gauche constitue une lentille pixellisée, ici en 1-D dans un premier temps, dont les pixels ont une largeur  $p$ .



**Fig. 5.5:** Limitation par une pupille, représentée en traits noirs épais, de la largeur du faisceau incident sur une largeur  $p$ . Impact sur la pupille des ondes partielles 3 et 4.

Nous nous proposons donc de calculer la diffraction en réflexion par une lentille pixellisée en fractionnant celle-ci en zones d'interface entre deux pixels, et en additionnant les figures de diffraction en amplitude complexe associées à chacune de ces interfaces séparant deux demi-pixels. Ces nombreuses figures peuvent être calculées par transformée de Fourier après une première étape de tracé de rayon, comme nous l'avons décrit en section 5.1, en recalculant les limites des pupilles  $P_j$  associées aux ondes partielles, imposées par la limitation du faisceau incident par une pupille fictive de largeur  $p$ . Les calculs diffèrent légèrement si l'on considère des lentilles de type  $\Delta n$  ou  $\Delta H$ , d'où l'étude séparée de ces deux cas dans les paragraphes 5.2.1.1 et 5.2.1.2.

## 5.2 Développement d'un modèle 1-D à l'échelle d'un verre pixellisé

### 5.2.1.1 Lentilles $\Delta n$

Nous souhaitons effectuer un somme cohérente des figures de diffraction associées à chaque interface entre les pixels. Ceci peut être effectué en un temps de calcul très court en appliquant l'équation (5.5) à l'ensemble de la lentille. Pour cela, il faut déterminer la répartition de l'amplitude complexe au niveau du plan  $z = 0$  en utilisant les lois de l'optique géométrique.

Dans ce cas de lentilles, les limites des différentes pupilles des ondes partielles sont définies comme suit. Si  $x_i$  représente l'abscisse d'une interface notée  $i$  entre deux pixels, alors les pupilles associées à cette interface sont respectivement définies par :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 : \quad -p/2 < x - x_i < 0 \\ P_2 : \quad 0 < x - x_i < p/2 \\ P_3 : \quad 2H \tan \theta_{n02} < x - x_i < p/2 + 2H \tan \theta_{n02} \\ P_4 : \quad -p/2 + 2H \tan \theta_{n01} < x - x_i < 0 \\ P_5 : \quad -2H \tan \theta_{n01} < x - x_i < -H \tan \theta_{n01} \\ P_{5'} : \quad H \tan \theta_{n12} < x - x_i < 2H \tan \theta_{n12} \\ P_6 : \quad -H \tan \theta_{n01} < x - x_i < 0 \\ P_{6'} : \quad 0 < x - x_i < H \tan \theta_{n12} \end{array} \right. \quad (5.6)$$

Nous définissons une lentille pixellisée  $\Delta n$  par une matrice ligne que l'on notera  $l_i$ , en chaque point de laquelle est définie la valeur de l'indice de réfraction en ce point<sup>3</sup>. En chacun de ces points, il nous faut connaître la valeur de l'amplitude complexe associée à chacune des ondes partielles impliquées dans le calcul, qui est nulle pour l'onde partielle  $j$  si le point considéré n'appartient pas à la pupille  $P_j$ . Nous calculons donc aux alentours de chaque interface la valeur des paramètres tels que la position et largeur des  $P_j$ , la valeur des angles de diffraction en réflexion  $\theta'_j$ , les coefficients de Fresnel composites  $r_j$  et les déphasages  $\phi_j$ , sachant que la valeur de certains de ces paramètres dans chacun des pixels dépend de la valeur de l'indice de réfraction des pixels qui les jouxtent.

Dans l'implémentation numérique de cette méthode de calcul, nous veillerons à ce que les programmes développés retournent une erreur si l'une des limites droite ou gauche de l'une des pupilles  $P_j$  au niveau d'une interface dépasse l'une des interfaces voisines. En effet, si par exemple des rayons de l'onde partielle 3 atteignent l'interface voisine de droite, notre modèle simple ne permet pas de prendre en compte leur réflexion et leur transmission au niveau de celle-ci. Ainsi, si l'onde incidente est trop inclinée et / ou si la lentille est trop épaisse, nos programmes numériques ne pourront pas calculer la figure de diffraction en réflexion.

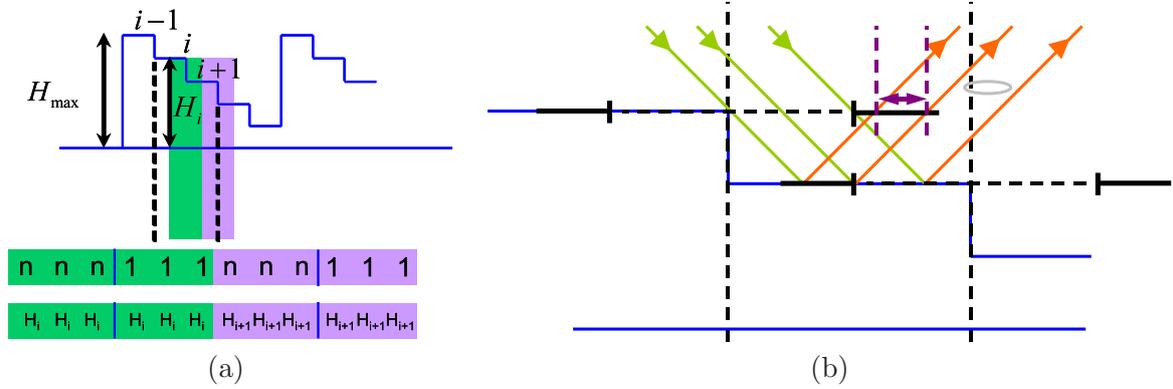
### 5.2.1.2 Lentilles $\Delta H$

Dans le cas de lentilles  $\Delta H$ , l'extension à l'échelle d'une lentille du modèle présenté en section 5.1 est plus délicate : elle nécessite des précautions supplémentaires. Nous verrons d'autre part que le modèle dans le cas  $\Delta H$  présentera de ce fait plus de limites que dans le cas  $\Delta n$  défini dans le paragraphe précédent.

Dans l'implémentation des calculs, la fonction de phase de la lentille est décrite par deux fonctions : la fonction de hauteur  $H$  et la fonction d'indice, qui ne peut prendre pour valeurs que  $n$ , indice de la lentille et 1, indice de l'air. Leur définition est la suivante : désignant par

<sup>3</sup>Le pas  $p$  des pixels de la lentille est un multiple du pas d'échantillonnage.

$i$  le numéro de l'interface entre pixels, nous considérons pour chaque interface  $i$  l'indice de gauche, l'indice de droite et la hauteur  $H$  du plus haut des deux pixels qu'elle sépare. Ces fonctions sont décrites par deux matrices lignes représentées schématiquement sur la figure 5.6(a). La valeur de la fonction de hauteur  $H$  est comprise entre 0 et l'épaisseur maximale  $H_{max}$  de la lentille. Ces deux fonctions seront utilisées dans la suite pour effectuer un calcul à l'échelle d'une lentille pixellisée de type  $\Delta H$ .



**Fig. 5.6:** (a) Matrices lignes représentatives des fonctions d'indice et de hauteur associées à une lentille  $\Delta H$ . Nous dessinons en vert (et respectivement en violet) une interface  $i$  (et  $i + 1$ ) entre deux demi-pixels dont le plus élevé a une hauteur  $H_i$  (et  $H_{i+1}$ ). (b) Schéma de principe associé au modèle de diffraction à l'échelle d'une lentille  $\Delta H$  1-D. Nous représentons en vert certains des rayons associés à l'onde plane d'éclairage, et en orange certains des rayons réfléchis.

Si l'on considère les pupilles d'entrée de largeur  $p$  que nous avons mentionnées en début de sous-section 5.2.1, qui sont placées au niveau des différentes interfaces, alors celles-ci n'ont pas dans le cas  $\Delta H$  la même "altitude" sur la surface de la lentille. Sur la figure 5.6(b), nous représentons en traits épais noirs deux de ces pupilles sur les deux interfaces d'une lentille de type  $\Delta H$  que nous avons schématisées. Si nous attribuons les mêmes limites aux pupilles  $P_j$  que dans le cas de lentilles  $\Delta n$ , alors, par exemple, la partie droite du pinceau de rayons représentés en vert va être comptée deux fois dans notre modèle de calcul. En effet, les rayons délimitant la zone représentée en gris seront comptés comme appartenant à l'onde partielle 3 associée à l'interface de gauche et d'autre part à l'onde partielle 1 de celle de droite. Pour éviter ce "double comptage", une restriction de la limite droite des pupilles  $P_3$  ou bien de la limite gauche des  $P_1$  est donc nécessaire; nous avons choisi de restreindre  $P_3$ . La même difficulté apparaît également au niveau des ondes partielles 4 lorsqu'elles existent. Dans notre modèle nous avons donc modifié les pupilles  $P_3$  et  $P_4$  dans le cas  $\Delta H$ . On a alors respectivement :

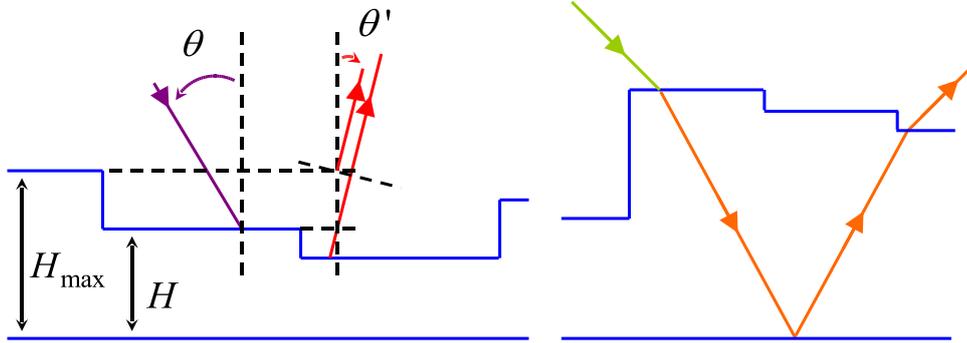
$$\begin{cases} P_3 & : & 2H \tan \theta_{n02} < x - x_i < p/2 + H \tan \theta_{n02} \\ P_4 & : & -p/2 + H \tan \theta_{n01} < x - x_i < 0 \end{cases} \quad (5.7)$$

La zone violette de la figure 5.6(b) représente la pupille  $P_3$  associée à l'interface située la plus à gauche, avec ses nouvelles limites.

D'autre part, toujours avec  $H_{max}$  l'épaisseur maximale de la lentille et si  $H$  est la hauteur du plus haut des deux pixels au niveau d'une interface, nous avons ajouté avant de calculer la figure de diffraction en réflexion le déphasage supplémentaire  $\phi_\theta = 2\pi(H_{max} - H) \cos \theta / \lambda$  au niveau de cette interface, puis au niveau de chaque onde partielle  $j$  le terme  $\phi_{\theta_j} =$

## 5.2 Développement d'un modèle 1-D à l'échelle d'un verre pixellisé

$2\pi(H_{max} - H) \cos \theta'_j / \lambda$ . Ceci permet de prendre en compte le trajet optique parcouru par les ondes incidente et réfléchies entre le plan d'altitude  $H_{max}$  et le plan d'altitude  $H$ . Le schéma de principe associé à ce calcul est représenté sur la figure 5.7(a).



**Fig. 5.7:** (a) Schéma de principe associé au calcul de déphasage supplémentaire à ajouter dans le cas d'une lentille  $\Delta H$ . (b) Cas non étudié de la réflexion sur la face arrière du verre.

Enfin, sur la figure 5.7(b), nous avons également représenté à droite un rayon particulier qui va se réfléchir sur la face arrière du substrat avant de remonter vers le haut, en direction de la surface avant de la lentille. Notre modèle ne permet pas de prendre en compte ce type de trajet : en effet son étude complexifierait significativement le problème dans lequel il serait nécessaire de redéfinir toutes les limites des ondes partielles et d'augmenter leur nombre. D'autre part, comme nous le verrons dans la suite de ce chapitre, la restriction dans le cas  $\Delta H$  à un cas simple où la face arrière est supposée traitée anti-reflet nous a permis d'expliquer différents effets cosmétiques que nous avons pu observer expérimentalement. Dans ce cas, au niveau d'une interface entre un pixel de gauche d'indice 1 et d'un pixel de droite d'indice  $n$ , les seules ondes partielles qui peuvent être intégrées sont : 2, 4, 5 et 6. Dans le cas où l'indice des pixels est  $n$  à gauche et 1 à droite, ce sont les ondes partielles 1, 3, 5' et 6'. La prise en compte de la réflexion en face arrière, effectuée dans le cas de lentilles  $\Delta n$ , restera donc pour l'instant seulement une perspective d'approfondissement de ce travail sur les lentilles  $\Delta H$ . Nous pourrions par exemple envisager d'effectuer des calculs de propagation de grappes de rayons dans la structure du composant étudié, que nous reconvertirions en fonction de phase à sa surface avant d'effectuer un calcul de propagation dans l'espace libre jusqu'à la pupille de l'œil de l'observateur externe.

Le présent modèle demande donc une certaine adaptation par rapport à l'outil de calcul utilisé pour les lentilles  $\Delta n$ . En outre, il présente plus de limites que ce dernier, mais son implémentation nous permet d'étudier une partie des effets cosmétiques que nous avons identifiés expérimentalement sur la figure 5.1. D'autre part, les effets de cosmétique "restants" apparaissent aussi bien dans le cas d'une structure de type  $\Delta n$  que  $\Delta H$  de la lentille et pourront donc être mis en avant par le modèle associé aux lentilles  $\Delta n$  décrit dans le paragraphe 5.2.1.1.

### 5.2.1.3 Calcul à distance finie

#### Description du calcul :

Le calcul de diffraction en réflexion par la lentille pixellisée éclairée par une onde plane s'effectue après une détermination préalable par tracé de rayon de la répartition de l'amplitude complexe au niveau de la face avant de cette lentille. Jusqu'ici, nous avons effectué un calcul de diffraction à l'infini à partir de cette répartition, mais il est possible, comme nous allons le voir, d'effectuer un calcul à distance finie, plus adapté à l'étude qui suit. Notons que dans le cas d'une lentille  $\Delta H$ , la face avant du verre est définie par le plan tangent au pixel le plus élevé, dont la hauteur est  $H_{max}$  avec les notations de la figure 5.6(a).

Notre calcul consiste à simuler la propagation de la lumière jusqu'à la pupille de l'observateur externe, donc à distance finie. Ensuite, la répartition de l'amplitude complexe au niveau de l'entrée de l'œil de ce dernier est multipliée par sa fonction pupille  $P_o$ . Puis un nouveau calcul de propagation inverse de la lumière jusqu'au verre permet d'identifier quelles sont les zones de celui-ci qui sont responsables de la présence de lumière au fond de la rétine de l'observateur externe.

Le calcul de diffraction à distance finie que nous souhaitons utiliser pour calculer la propagation de la lumière depuis la surface avant du verre jusqu'à la pupille de l'observateur externe nécessite d'être valide aux grands angles étant donné que ce dernier peut observer le porteur suivant un angle très important par rapport à la vue de face. Le modèle de Rayleigh & Sommerfeld dans l'approximation de Fresnel est donc à exclure pour cette raison.

Nous avons vu dans le cadre du chapitre 1 que le modèle de Harvey & Shack permet de calculer au moyen d'une simple transformée de Fourier la répartition de la lumière depuis un plan  $Oxy$  jusqu'à la sphère de rayon  $d$  centrée en  $O$ , toujours avec les notations de la figure 1.1. Ici le plan  $Oxy$  représentera la surface avant du composant et  $d$  la distance d'observation. Nous avons également vu que ce calcul est valable aux grands angles sur une petite zone de l'espace qui sera ici la pupille de l'observateur externe, à condition de prendre en compte les aberrations d'astigmatisme et de coma décrites dans ce même chapitre 1. Nous choisirons donc d'effectuer nos calculs à distance finie à partir de ce modèle. Nous utiliserons l'équation (1.7) sous sa forme 1-D :

$$U'(\alpha) = \sqrt{\frac{1 - \alpha^2}{i\lambda d}} \int U(x, 0) \exp(i\frac{\pi x^2}{\lambda d}) \exp(-i\frac{2\pi}{\lambda} \alpha x) dx \quad (5.8)$$

Plus précisément, nous avons justifié dans la sous-section 1.1.3 du chapitre 1 que de par la petite taille de la pupille de l'œil par rapport à la distance d'observation, si  $C$  est le centre de la pupille de l'observateur externe, les calculs effectués sont valables si l'on rajoute sous l'intégrale de l'équation (5.8) les termes de coma et d'astigmatisme calculés en ce point  $C$  de coordonnées  $(x'_c, z'_c)$  telles que  $d = (x_c'^2 + z_c'^2)^{1/2}$ . Ces termes sont respectivement  $\exp(i\pi x_c' x^3 / d^3 \lambda)$  et  $\exp(-i\pi x_c' x^2 / d^3 \lambda)$ . Notons que dans notre cas 1-D, l'astigmatisme équivaut à un défaut de mise au point.

Nous calculons alors la quantité totale de flux d'énergie diffractée  $F$ , défini par l'équation (5.9), où  $(q, j)$  est l'indice associé à l'onde partielle  $j$  de l'interface entre les pixels<sup>4</sup>  $q$  et  $q+1$ ,  $\theta'_{q,j}$  est l'angle d'inclinaison de la lumière réfléchi par cette onde partielle, et  $E_0$ , exprimé

<sup>4</sup>Nous indexons ici exceptionnellement les pixels par  $q$  au lieu de  $j$  afin d'éviter une confusion avec les ondes partielles  $j$ .

## 5.2 Développement d'un modèle 1-D à l'échelle d'un verre pixellisé

dans ce modèle 1-D en  $W.m^{-1}$ , est l'éclairement de l'onde plane incidente sur un plan perpendiculaire à cette onde, considéré égal à l'unité dans la suite.  $L_{q,j}$  est la largeur de la pupille de l'onde partielle  $j$  de l'interface entre les pixels  $q$  et  $q + 1$ . À partir de ceci, nous appliquons au calcul du champ diffracté à l'infini un terme multiplicatif tel que l'intégrale du module carré de ce champ sur le demi espace dans lequel se situe l'observateur devient égale à  $F$ .

$$F = E_0 \sum_{q,j} L_{q,j} |r_{q,j}|^2 \cos \theta'_{q,j} \quad (5.9)$$

Le calcul de propagation inverse depuis le plan de la pupille de l'œil jusqu'au verre du porteur après sélection par la pupille est facilement effectué en appliquant l'opération inverse du modèle de Harvey & Shack, faisant intervenir une transformée de Fourier inverse. Ce calcul est décrit par l'équation (5.10) où la pupille de l'œil  $P_o$  est définie angulairement par  $d\sqrt{(\alpha - \alpha_c)^2 + (\gamma - \gamma_c)^2} < r_o$ , où  $r_o$  est le rayon de l'œil exprimé en mètres,  $\alpha_c = \sin \theta'_c = x'_c/d$  est la position angulaire de son centre, et  $\gamma_c = \cos \theta'_c = (1 - \alpha_c^2)^{1/2}$ . On note alors  $U''(x, 0)$  la répartition de l'amplitude complexe calculée au niveau du verre.

$$U''(x, 0) = \exp(-i\pi x'_c x^3/d^3\lambda) \exp(i\pi x_c'^2 x^2/d^3\lambda) \exp(-i\frac{\pi x^2}{\lambda d}) \sqrt{\frac{i\lambda d}{1 - \alpha^2}} \times \int U'(\alpha) P_o(\alpha) \exp(i\frac{2\pi}{\lambda} \alpha x) d\alpha \quad (5.10)$$

Nous considérerons que le vecteur de Poynting résultant au niveau du plan du verre pixellisé est dirigé par l'angle  $\theta'_c$  de regard de l'observateur externe, en faisant l'approximation que le vecteur de Poynting varie très peu au niveau de la pupille de celui-ci. L'exitance  $E''(x, 0)$  au niveau du plan du composant optique pixellisé est donc calculée ainsi :  $E''(x, 0) = |U''(x, 0)|^2 \cos \theta'_c$ .

Enfin, nous appliquons encore un terme multiplicatif au résultat final de telle sorte que le flux d'énergie lumineuse  $F''$  au niveau du plan du composant optique soit égal à  $r_F \times F$ , où  $r_F$  est la proportion de flux entrant dans la pupille, calculée numériquement à partir de la répartition du champ avant et après sélection par la pupille de l'œil. Les résultats de ce calcul, qui nous permettent de déterminer l'exitance au niveau de la surface de la lentille, seront comparés en section 5.4 à la luminosité de la peau du porteur autour de son œil.

### Calcul d'image rétinienne :

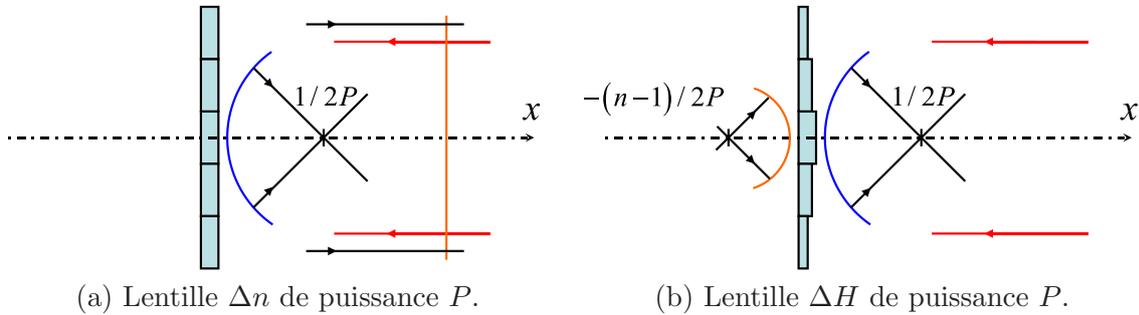
Nous remarquons que dans notre cas particulier où l'œil accommode sur la lentille, nous pourrions supposer que l'image rétinienne est une image parfaite de la répartition de l'amplitude complexe au niveau du plan de la lentille, calculée par rétro propagation depuis la pupille de l'observateur jusqu'au plan de la lentille. Le résultat de notre calcul, donné par l'équation (5.10) correspond donc à un calcul d'image rétinienne. Si l'observateur externe n'accommodait pas sur le verre, il faudrait ajouter à l'amplitude complexe au niveau de la pupille de l'œil un terme de phase sphérique représentant la différence d'accommodation entre le cas où l'œil accommode sur le verre et ce cas où il accommode ailleurs, avant de calculer la propagation inverse depuis la pupille de l'observateur jusqu'au plan de la lentille.

### 5.2.2 Validation des résultats

La validité du principe de calcul a été mise en évidence dans le cadre de la sous-section 5.1.2 à l'échelle de l'interface entre deux pixels. L'implémentation de ce modèle à l'échelle du

verre demande une adaptation que nous venons de décrire, mais la validité des calculs n'est théoriquement pas remise en question ici. Cependant, nous nous proposons de vérifier les résultats obtenus dans quelques cas d'étude très simples pour lesquels le comportement de la lumière en réflexion est facilement prévisible. Pour cela nous nous intéresserons au calcul de diffraction au niveau de la pupille de l'œil de l'observateur externe, où nous pourrions prévoir l'allure de la figure obtenue. Le calcul de propagation inverse ne présente pas de difficulté supplémentaire.

Sur la figure 5.8, nous représentons le cas où une lentille  $\Delta n$  et une lentille  $\Delta H$  de puissance  $P$  sont éclairées par une onde plane dessinée en rouge, dont le vecteur d'onde est orthogonal au "plan" de cette lentille. Dans le cas  $\Delta n$ , la face avant réfléchit une onde plane dont l'amplitude est affectée par la valeur réelle des coefficients de Fresnel en réflexion au niveau de la surface avant des pixels. La face arrière réfléchit une onde sphérique telle que la lentille, après double traversée, se comporte au défaut de pixellisation près comme une lentille de puissance  $2P$ . Dans le cas  $\Delta H$ , la réflexion en face avant induit l'apparition d'une lentille de puissance  $-2P/(n-1)$  et la réflexion en face arrière<sup>5</sup> une lentille de puissance  $2P$ , où  $n$  est l'indice de la lentille. Toujours dans le cas d'une lentille  $\Delta H$ , lorsque l'onde d'éclairage a une incidence  $\theta \neq 0^\circ$ , la puissance réfléchie par la face avant est multipliée par la valeur  $\cos \theta$ .



(a) Lentille  $\Delta n$  de puissance  $P$ .

(b) Lentille  $\Delta H$  de puissance  $P$ .

**Fig. 5.8:** Puissance en réflexion de lentilles (a)  $\Delta n$  et (b)  $\Delta H$ . En rouge : onde incidente plane, en bleu : onde sphérique associée à la réflexion sur la face arrière, en orange : onde sphérique associée à la réflexion sur la face avant, dans le cas de la lentille  $\Delta H$ .

Nous souhaitons vérifier dans un premier temps le résultat obtenu avec  $\theta = 30^\circ$  dans le cas d'une lentille  $\Delta H$  de largeur  $A = 1\text{cm}$ , constituée d'un matériau d'indice 1.5, de puissance  $P = -1\delta$ , dont les pixels ont une largeur  $p = 20\mu\text{m}$ , et présentant des repliements de phase tels que  $m = 5$  à la longueur d'onde d'étude  $\lambda = \lambda_0 = 500\text{nm}$ . La puissance de la lentille induite par la réflexion en face avant est égale à  $-2P \cos \theta / (n - 1) \simeq 3.46\delta$  et nous calculerons donc la répartition de l'amplitude complexe sur une hémisphère de rayon  $-(n - 1)/2P \cos \theta \simeq 28.9\text{cm}$ .

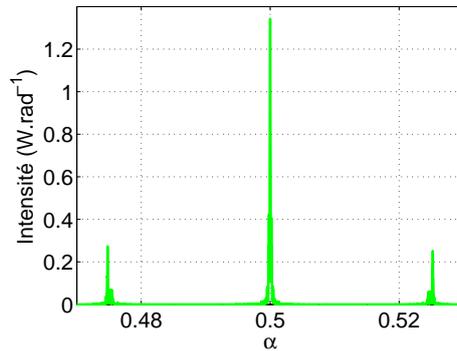
Pour cette valeur de  $\theta$ , nous n'avons pas pris en compte les termes de coma et d'astigmatisme au sens du modèle de Harvey & Shack, afin d'observer sur l'hémisphère une figure de diffraction focalisée en  $\alpha = \sin \theta = 0.5$ , et telle que les ordres de diffraction apparaissent de part et d'autre de cette valeur, séparés deux à deux d'une distance angulaire  $\lambda/p = 0.025$ .

<sup>5</sup>Nous avons vu que sa prise en compte dans nos modèles de simulation n'a pas été développée dans le cadre de ce manuscrit.

## 5.2 Développement d'un modèle 1-D à l'échelle d'un verre pixellisé

Ce calcul n'est pas rigoureux étant donné que les termes de coma et d'astigmatisme n'ont pas été pris en compte. Il permet cependant de valider la cohérence des résultats obtenus.

Le résultat, calculé en mode TE, apparaît sur la figure 5.9, où nous représentons en ordonnées l'intensité diffractée, exprimée dans notre modèle 1-D en  $W.rad^{-1}$ . Nous pouvons vérifier qu'à la distance d'observation choisie, nous nous situons bien au niveau du foyer d'une lentille de puissance  $-2P \cos \theta / (n - 1) \simeq 3.46\delta$ , et que les ordres de diffraction sont bien séparés angulairement de la valeur attendue. Nous pouvons également constater que les trois ordres de diffraction représentés n'ont pas tout à fait la forme déterminée dans le cadre du chapitre 2. Ceci est dû d'une part au fait qu'ici l'hypothèse ( $H_2$ ) n'est pas vérifiée<sup>6</sup> ; d'autre part au fait que pour une incidence non nulle il existe des écarts entre les pupilles des ondes partielles considérées pour le calcul, ce qui provoque une légère perturbation de la figure de diffraction obtenue.



**Fig. 5.9:** Calcul de diffraction en mode TE sur une hémisphère associé à la réflexion sur la face avant d'une lentille  $\Delta H$  sous une incidence de  $30^\circ$ .

Dans le cas où l'onde d'éclairage a une incidence normale ou presque normale, nous avons vu en section 5.1 que les calculs ne sont plus aussi valides que dans le cas précédent où l'incidence est de  $30^\circ$ . Nous remarquons que dans ce cas les ondes partielles 5, 5', 6 et 6' n'ont presque aucune influence sur le calcul de diffraction de par leur taille négligeable : en effet lorsqu'elles existent, le calcul qui leur est associé est faux mais la proportion de lumière qui les traverse est négligeable. Le calcul des ondes partielles 1 à 4 quant à lui revient au cas de l'approximation des éléments fins où une partie de la lumière subit une double traversée du composant au niveau de chaque pixel. Les résultats obtenus dans ces cas d'étude, dont nous avons pu également vérifier facilement la cohérence en effectuant un calcul de diffraction en réflexion sur les surfaces avant et arrière de lentilles  $\Delta n$  et  $\Delta H$ , permettent comme nous allons le voir dans la suite de ce chapitre de mettre en évidence certains effets cosmétiques liés à la pixellisation.

Nous venons donc de vérifier dans des cas simples la validité des résultats obtenus à l'aide de notre modèle de calcul en 1-D à l'échelle d'un verre de lunette pixellisé entier. De plus, la cohérence des résultats obtenus lors de la mise en évidence des différents effets esthétiques indésirables liés aux microstructures, que nous présenterons en section 5.4, permettront de renforcer ces résultats de validation.

<sup>6</sup>En effet  $ApP/\lambda = 1.848$ .

Enfin, nous rappelons les limites de ce modèle. Deux d'entre elles ont déjà été identifiées en section 5.1 : en effet les résultats obtenus sont moins rigoureux lorsque l'incidence de l'onde d'éclairage est faible; d'autre part le fait de négliger les ondes partielles qui rencontrent plus d'une fois la face arrière de la lentille induit de légers artefacts dans nos calculs. De plus nous avons vu que nous ne pouvons pas calculer la figure de diffraction en réflexion si l'une des limites droite ou gauche de l'une des pupilles  $P_j$  au niveau d'une interface dépasse l'une des interfaces voisines. Enfin, nous sommes également limité au cas d'une onde incidente plane. Cependant une étude non décrite ici par souci d'allègement des calculs nous a permis de vérifier que dans le cas où la lumière incidente provient du soleil, ce qui constitue un cas d'étude réaliste et pertinent de par la luminosité de ce dernier, la figure de diffraction en réflexion par la lentille est très peu affectée par la prise en compte de l'étendue angulaire du soleil. En effet, celle-ci est inférieure à la largeur angulaire des pics de diffraction calculés.

Notre étude 1-D nous permet comme nous le verrons dans les sections qui suivent de tirer de nombreuses conclusions sur l'aspect esthétique d'un composant optique microstructuré, mais nous adaptions maintenant ce modèle au cas d'une étude 2-D en section 5.3 afin d'offrir une bonne illustration visuelle de cet aspect.

### 5.3 Développement d'un modèle 2-D à l'échelle d'un verre pixelisé

La résolution d'échantillonnage nécessaire à une bonne définition des pupilles des ondes partielles est telle qu'il est impossible d'effectuer des calculs d'optique de Fourier à l'échelle d'une partie raisonnablement grande d'un verre pixelisé 2-D pour des raisons de limitation de la mémoire vive des ordinateurs que nous utilisons pour effectuer les simulations. En effet, le pas d'échantillonnage est fixé à une valeur de  $\lambda/2 = 250nm$  afin d'obtenir une précision suffisante sur les limites des pupilles  $P_j$  impliquées dans les calculs, et la taille de la lentille pixelisée considérée est de l'ordre de  $1cm$  de côté. Des calculs corrects de transformée de Fourier en 2-D ne pourraient alors être effectués à partir de telles matrices dont la taille serait de l'ordre de plusieurs dizaines de milliers de lignes par plusieurs dizaines de milliers de colonnes. Nous présenterons donc une astuce qui consiste à effectuer un calcul de diffraction pour chacune des lignes de pixels qui constituent la lentille, et de faire la somme cohérente des figures de diffraction obtenues.

#### 5.3.1 Principe du modèle

Prenons le repère de la figure 1.1(b). Le plan dans lequel est contenue la lentille pixelisée 2-D est le plan  $Oxy$ . Les directions des arêtes des pixels, carrés, sont parallèles aux axes  $x$  et  $y$ . Nous rappelons que les pixels sont désignés par des couples  $(j_x, j_y)$ , le pixel "central" correspondant à  $(j_x = 0, j_y = 0)$ . L'hémisphère de rayon  $d$  au niveau de laquelle se situe la pupille de l'œil de l'observateur externe est telle qu'en chacun des points qui la constitue,  $z > 0$ . Dans le cadre du développement d'un modèle de calcul 2-D à l'échelle du verre, nous nous sommes limité, à ce stade, aux cas d'étude où le vecteur d'onde de l'onde incidente plane est perpendiculaire à l'une ou l'autre des arêtes des pixels. Nous considérerons le cas où ce vecteur d'onde est contenu dans le plan  $Oxz$ . De par la symétrie du système, à l'échelle d'une ligne de pixels, définie par une valeur de  $j_y$ , la répartition de l'amplitude complexe au niveau de cette ligne de pixels est à variables séparables :  $U_{j_y}(x, y) = U_{j_y,x}(x)U_{j_y,y}(y)$ . Nous

### 5.3 Développement d'un modèle 2-D à l'échelle d'un verre pixellisé

pouvons alors écrire à partir du modèle de Harvey & Shack en négligeant les aberrations d'astigmatisme et de coma :

$$\begin{aligned}
 U'_{jy}(\alpha, \beta) &= \frac{\sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}}{i\lambda d} \int \int U_{jy}(x, y) \exp(i\frac{\pi r^2}{\lambda d}) \exp(-ik(\alpha x + \beta y)) dx dy \\
 &= \frac{\sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}}{i\lambda d} \int U_{jy,x}(x) \exp(i\frac{\pi x^2}{\lambda d}) \exp(-ik\alpha x) dx \times \int U_{jy,y}(y) \exp(i\frac{\pi y^2}{\lambda d}) \exp(-ik\beta y) dy
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

L'omission des termes de coma et d'astigmatisme, qui limite le domaine de validité de notre modèle 2-D, comme nous le soulignerons en sous-section 5.3.2, nous permet donc d'obtenir un produit de deux intégrales que l'on peut calculer séparément. La première intégrale est calculée de la même manière que dans le cas 1-D décrit en section précédente, dans laquelle un tracé de rayon 1-D par ondes partielles permet de déterminer l'amplitude complexe  $U_{jy,x}(x)$ . Le résultat obtenu décrit la répartition de l'amplitude complexe sur un demi cercle sur lequel la position d'un point est définie par le paramètre  $\alpha$ . Nous "découpons" alors cette expression dans un petit périmètre autour de la pupille de l'œil de l'observateur externe, afin de diminuer fortement le nombre de points d'échantillonnage.

De même, l'intégrale suivant  $y$  est calculée numériquement sur un demi-cercle indexé par  $\beta$  avec  $U_{jy,y}(y) = \Pi_{1,p}(y - j_y p)$ , puis découpée sur une petite zone située autour de la pupille de l'œil. Les intégrales suivant  $x$  et  $y$  sont alors multipliées entre elles : le résultat obtenu est une matrice dont la taille est suffisamment petite pour la stocker dans la mémoire de l'ordinateur utilisé pour les calculs. Ce calcul en deux temps de l'équation (5.11) est effectué pour chaque ligne de pixels  $j_y$ , et les amplitudes complexes associées à chacune de ces lignes sont alors additionnées pour obtenir, après multiplication par le terme  $\sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}/i\lambda d$ , la répartition de l'amplitude complexe au niveau de la pupille de l'observateur. Ce procédé par lignes de pixels nous a donc permis de calculer la répartition de l'amplitude complexe au niveau de la pupille de l'œil de l'observateur externe en nous affranchissant des problématiques d'échantillonnage mentionnées en début de section.

En 2-D la direction de regard de l'observateur externe est portée par les angles  $\theta'_{z,c}$  et  $\theta'_{x,c}$ , avec  $\alpha_c = \sin(\theta'_{z,c}) \cos(\theta'_{x,c})$ ,  $\beta_c = \sin(\theta'_{z,c}) \sin(\theta'_{x,c})$  et  $\gamma_c = \sqrt{1 - \alpha_c^2 - \beta_c^2}$ . La pupille de son œil  $P_o(\alpha, \beta)$ , de rayon  $r_o$  est définie par  $d\sqrt{(\alpha - \alpha_c)^2 + (\beta - \beta_c)^2 + (\gamma - \gamma_c)^2} < r_o$ . Le calcul de propagation inverse jusqu'au plan du verre est effectué à partir de l'inverse du calcul de Harvey & Shack en 2-D donné par l'équation (5.11), et correspond à une adaptation en 2-D de l'équation (5.10) :

$$\begin{aligned}
 U''(x, y, 0) &= \exp(-i\frac{\pi r^2}{\lambda d}) \sqrt{\frac{i\lambda d}{1 - \alpha^2 - \beta^2}} \\
 &\times \int U'(\alpha, \beta) P_o(\alpha, \beta) \exp[i\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Dans nos calculs 2-D comme dans le cas 1-D, nous nous sommes également soucié de veiller à la conservation de l'énergie. De même que dans le cas 1-D, dans un premier temps nous calculons le flux d'énergie lumineuse initiale  $F$ , donnée pour chaque interface entre les pixels par la somme des aires des pupilles associées aux ondes partielles, pondérées par le module carré du coefficient de Fresnel et par le cosinus de l'angle de réflexion  $\theta'_j$  associé à chacune de celles-ci. Nous calculons la valeur  $r_F$ , qui correspond au rapport d'énergie lumineuse après et avant sélection par la pupille d'œil. Le flux d'énergie total  $F''$  au niveau de la lentille doit alors être égal à  $r_F \times F$ .

### 5.3.2 Limites

La prise en compte de l'astigmatisme et de la coma en 2-D rend le problème plus difficile à modéliser parce que les amplitudes complexes  $U'_{jy}(\alpha, \beta)$  ne pourraient plus être écrites sous la forme de produit de deux intégrales suivant  $x$  et  $y$  étant donné que les termes associés à ces deux "aberrations" ne sont pas à variables séparables. Le modèle 2-D que nous venons de décrire présente donc deux limites supplémentaires par rapport au modèle 1-D. D'une part, comme nous l'avons vu au début de la sous-section 5.3.1, il ne permet pas de considérer de cas où le vecteur d'onde incident n'est pas parallèle aux axes  $x$  ou  $y$ . D'autre part, la non prise en compte des termes de coma et d'astigmatisme qui apparaissent dans le modèle de Harvey & Shack induit des erreurs de calcul qui peuvent devenir importantes dans différentes conditions d'observation, notamment lorsque les angles d'observation sont élevés et/ou quand l'observateur est proche du verre.

Ce modèle 2-D sera donc utilisé dans les cas où les angles impliqués sont suffisamment importants pour qu'un calcul par ondes partielles soit valable et suffisamment faibles pour que les calculs des équations (5.11) et (5.12) soient suffisamment rigoureux. Malgré ses limites, il permettra une illustration plus "parlante" des effets cosmétiques indésirables provoqués par la pixellisation que ce que l'on peut représenter avec notre modèle 1-D, plus rapide et plus rigoureux. En section 5.4, la mise en évidence des défauts cosmétiques sera toujours représentée en 1-D ainsi qu'en 2-D. Enfin, en section 5.5, de par sa rapidité et sa validité, seul le modèle 1-D sera utilisé dans des calculs de minimisation de certains défauts cosmétiques alors mis en évidence précédemment.

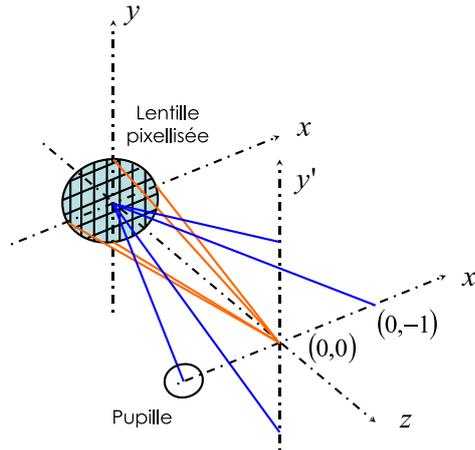
## 5.4 Mise en évidence des défauts cosmétiques

Dans cette section, nous illustrons certains résultats obtenus à partir des modèles de calcul décrits dans les sections précédentes. Nous souhaitons notamment mettre en évidence les effets observés sur la figure 5.1. Dans un second temps, nous calculons la luminosité de la peau du porteur perçue par l'observateur externe, dans le but de la comparer à celle des zones visibles du verre pixellisé qu'il porte.

### 5.4.1 Résultats de simulations

Nous nous intéressons dans un premier temps au phénomène de "ligne sombre" observé sur la figure 5.1(a) et (b). Nous avons pu l'interpréter de la manière suivante. Soient les notations associées à la figure 5.10, représentant une lentille pixellisée parasite, formée en réflexion sur le verre du porteur éclairé par une onde plane d'incidence normale, et son plan focal image  $(x', y')$ , où sont représentés en orange l'ordre de diffraction central  $(0, 0)$  et en bleu les quatre ordres parasites principaux. Nous représentons également, en noir, la pupille de l'observateur externe. Cette figure simple nous permet de comprendre l'effet de "ligne sombre". En effet, les ordres de diffraction qui apparaissent le long de l'axe  $x'$  sont dus aux défauts d'échantillonnage optique de la phase au niveau de la lentille suivant l'axe  $x$ . Or les pixels situés le long de l'axe  $y$  présentent des défauts d'échantillonnage très faibles suivant  $x$ ; ils contribuent donc très peu à la formation des ordres de diffraction suivant la direction  $x'$ , d'où l'apparition d'une ligne sombre le long de cet axe lors de la sélection d'un ordre de diffraction par la pupille de l'œil suivant  $x'$ .

Sur la figure 5.11(b) et (c), nous représentons les résultats de simulation en 1-D et 2-D de cet effet de "ligne sombre" dans le cas d'une lentille  $\Delta n$  constituée de cellules dont les



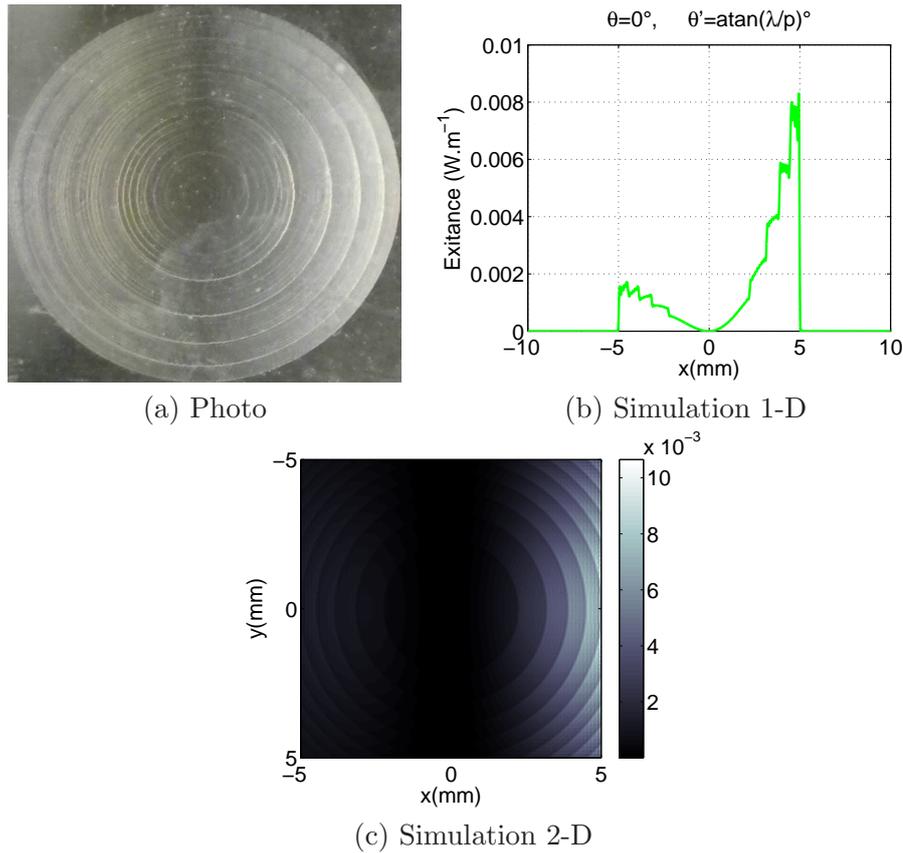
**Fig. 5.10:** Schéma associé à l'interprétation de l'effet de "ligne sombre".

indices de réfraction minimal et maximal sont  $n_{min} = 1.4$  et  $n_{max} = 1.5$ . L'épaisseur de cette lentille  $H = 25\mu m$ , et sa fonction optique est équivalente à celle de la lentille  $\Delta H$  photographiée en figure 5.1 : la puissance  $P = 1\delta$ , le pas des pixels  $p = 20\mu m$ , et elle présente des repliements de phase tels que  $m = 5$  à  $\lambda = \lambda_0 = 500nm$ . Nous représentons à nouveau sur la figure 5.11(a) le cas de la figure 5.1(b), pour lequel la distance séparant l'appareil de la lentille était environ égale à  $d = 1/2P = 0.5m$ . Nous choisirons cette valeur pour la distance d'observation dans les calculs. Le rayon de l'œil de l'observateur est fixé à  $r_o = 2mm$ . L'angle d'incidence  $\theta = 0$ ,  $\theta'_{x,c} = 0$  et  $\theta'_{z,c} = \arctan \lambda/p \simeq 0.025rad$ , de telle sorte que la pupille de l'observateur se situe au niveau de l'ordre  $(1,0)$  de diffraction en réflexion associé à la lentille de puissance  $2P$  induite par la double traversée de la lentille. Les calculs sont ici effectués en mode TE.

La ressemblance entre les cas (a) et (c) de la figure 5.11 confirme que nous avons bien mis en évidence le phénomène de "ligne sombre" et compris son origine. Nous remarquons que la dissymétrie entre l'existance à droite et à gauche de la ligne sombre est aussi bien visible sur les trois figures (a), (b) et (c). D'autre part, nous constatons également que les anneaux de repliement de phase de la lentille sont bien visibles dans tous les cas. Nous avons mis en évidence par simulation l'effet de "ligne sombre" dans le cas d'une lentille  $\Delta n$  équivalente en termes de performances optiques à la lentille  $\Delta H$  prise en photo. Cet effet, dû à la sélection par la pupille de l'observateur externe d'un ordre de diffraction associé à la convergence induite par la double traversée de la lentille, se produit également dans le cas d'une lentille  $\Delta H$ , mais comme nous l'avons précisé dans le paragraphe 5.2.1.2, notre modèle ne permet pas de prendre en compte la réflexion en face arrière dans ce cas.

Nous pourrions remarquer que la figure 5.11(c) et la figure 3.18(c) du chapitre 3 représentent en réalité le même phénomène, à la différence près que dans le premier cas, la lentille présente des anneaux de repliement de phase bien visibles. Nous avons également vérifié que dans le cas où la pupille de l'œil de l'observateur externe sélectionne un ordre de diffraction dans une direction non parallèle à l'un ou l'autre des axes  $x$  et  $y$ , un effet logique de "croix sombre" apparaît alors.

Nous souhaitons maintenant mettre en évidence l'effet de visibilité des anneaux de repliement de phase constatés sur la figure 5.1(c), observés dans le cas où la seule source de



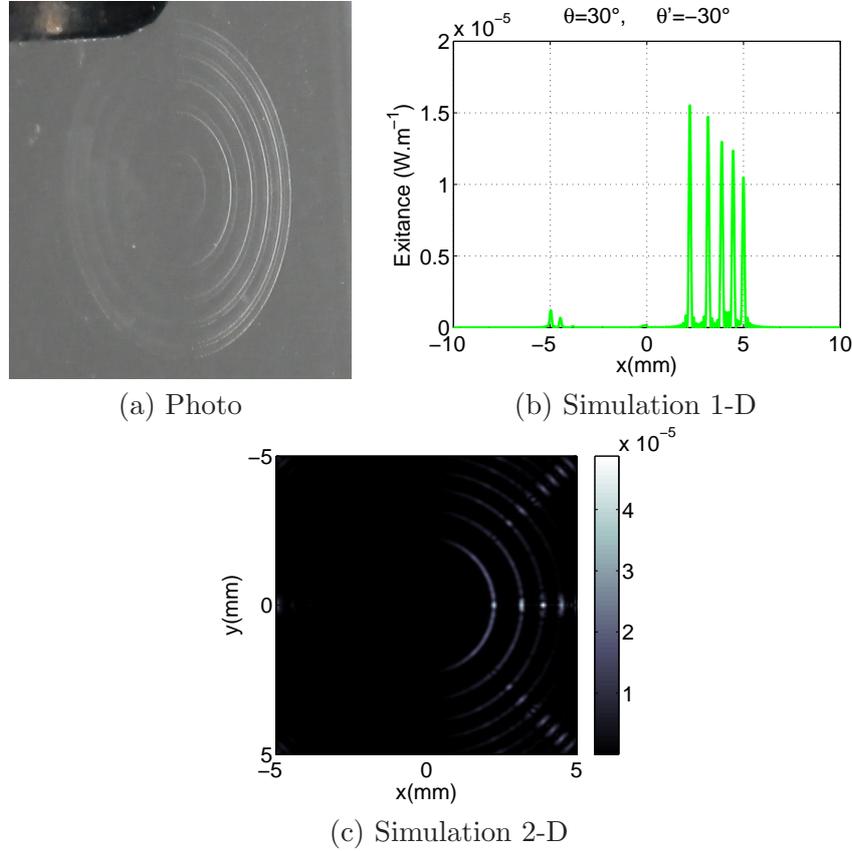
**Fig. 5.11:** Mode TE. Modélisation de l'effet de "ligne sombre". Dans le cas (b), l'exittance 1-D est exprimée en  $W.m^{-1}$ . Dans le cas (c), les niveaux de gris représentent l'exittance exprimée en  $W.m^{-2}$ .

lumière qui illumine la lentille est le flash de l'appareil photo. Nous représentons sur la figure 5.12 le cas correspondant à celui de la photo d'une lentille  $\Delta H$  d'indice  $n = 1.45$ , toujours avec  $P = 1\delta$ ,  $p = 20\mu m$ ,  $m = 5$ ,  $\lambda = \lambda_0 = 500nm$ ,  $r_o = 2mm$  et avec ici  $d = 1m$ . L'angle d'incidence  $\theta = 30^\circ$ ,  $\theta'_{x,c} = 0^\circ$  et  $\theta'_{z,c} = -30^\circ$ , de telle sorte que la pupille de l'observateur externe est située au niveau du pic de rétro réflexion associé aux ondes partielles 5 et 6.

Nous pouvons voir sur la figure 5.12 que notre modèle de calcul permet de mettre en évidence la visibilité des anneaux de repliement de phase, sur approximativement la moitié de la surface de la lentille. Les petites différences perçues comme la non uniformité de la luminosité des anneaux dans le cas simulé peuvent provenir du fait que dans le cas de la photo, l'onde incidente d'éclairage issue du flash n'est pas plane; de plus elle n'est pas monochromatique et elle ne peut pas être tout à fait dans la même direction que l'observation. L'origine de la visibilité de ces anneaux est donc la réflexion sur les arêtes entre les pixels au niveau de ces repliements, dont le comportement est décrit par l'étude des ondes partielles 5 et 6. Sur la moitié gauche de la lentille, les anneaux ne sont pas visibles : cet effet est interprété à l'aide de la figure 5.13. Nous y représentons schématiquement deux anneaux de repliement, celui de gauche appartenant à la partie gauche de la lentille, et inversement. L'onde incidente est représentée en vert. Les trajets optiques représentés en vert sont pris en compte dans notre programme de calcul, contrairement aux rouges qui impliquent la réflexion en face arrière de la lentille. Dans la partie gauche, nous comprenons

## 5.4 Mise en évidence des défauts cosmétiques

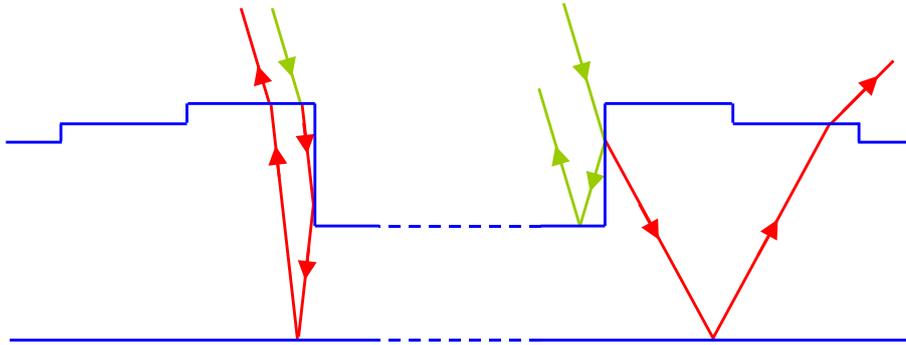
que les ondes partielles 5 et 6 n'existent pas dans notre modèle, d'où l'absence d'anneaux visibles dans les simulations. En réalité, les trajets rouges existent et il est possible de voir sur la figure 5.12(a) la silhouette des anneaux supplémentaires peu visibles auxquels ils correspondent, sur les deux moitiés de la lentille.



**Fig. 5.12:** Mode TE. Modélisation de l'effet d'anneaux brillants. Dans le cas (b), l'exitance 1-D est exprimée en  $W.m^{-1}$ . Dans le cas (c), les niveaux de gris représentent l'exitance exprimée en  $W.m^{-2}$ .

Cet effet de rétro réflexion se produit également aux interfaces entre les pixels en dehors des zones de repliement, mais la quantité d'énergie lumineuse mise en jeu est alors négligeable et ces interfaces ne sont donc pas visibles. Dans le cas d'une lentille  $\Delta n$ , d'autres anneaux peuvent aussi apparaître, liés à la visibilité des ondes partielles 5' et 6'. Nous reviendrons sur ce phénomène en section 5.5.

Nous venons de mettre en évidence différents effets cosmétiques indésirables que nous sommes capable de quantifier en termes de luminosité, et également de comprendre à l'aide de modèle heuristiques intuitifs. Il est maintenant nécessaire d'évaluer l'ordre de grandeur des phénomènes indésirables par rapport aux phénomènes visuels normaux. Pour cela, nous présentons dans la sous-section suivante une étude radiométrique de la luminosité de la peau du porteur au niveau des zones visibles du verre afin d'estimer la gêne que celles-ci occasionnent.

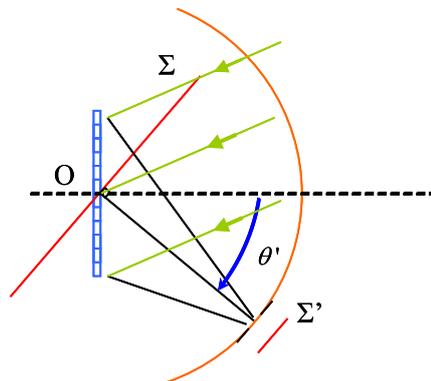


**Fig. 5.13:** Schéma associé à l'interprétation de l'effet de visibilité des anneaux de repliement de phase d'une lentille  $\Delta H$ .

### 5.4.2 Étude radiométrique

Comme nous l'avons vu précédemment, lorsque nous effectuons nos calculs d'image rétinienne dans le but de mettre en évidence les défauts cosmétiques induits par la pixellisation, nous prenons en compte la conservation de l'énergie lumineuse. Il est donc possible d'évaluer la gêne occasionnée par la pixellisation pour différents jeux de paramètres. D'autre part nous allons voir que la luminosité des zones parasites peut être comparée à la luminosité de la peau du porteur, que nous calculons ici.

Soit le schéma de la figure 5.14 où l'on a représenté en bleu la lentille pixellisée. La rétine de l'observateur est matérialisée par un plan  $\Sigma'$ .  $\Sigma$  est le plan d'accommodation, conjugué du plan  $\Sigma'$  par l'œil. Ce plan  $\Sigma$  est incliné d'un angle  $\theta'$  par rapport au plan de la lentille,  $\theta'$  représentant la direction de regard de l'observateur externe.



**Fig. 5.14:** Schéma de principe associé à l'étude radiométrique.

Soit  $F_u$  le flux lumineux au niveau de l'entrée de la pupille de l'observateur lorsque celui-ci observe la peau du visage d'un porteur au niveau du verre de lunette. Nous choisirons un porteur dont la couleur de la peau est sombre, afin de se donner une idée de la gêne occasionnée par les sauts de phase dans un cas "critique" où la peau a un faible albédo [112]<sup>7</sup>  $R_{\text{alb}} = 0.12$  à la longueur d'onde d'étude  $\lambda = 500\text{nm}$ .

<sup>7</sup>La réflexion spéculaire de la peau n'est pas prise en compte ici, la valeur du facteur de réflexion étant de 1% à 1.8% en moyenne. La valeur de l'albédo quant à elle varie approximativement du simple au double en fonction de la couleur de la peau du porteur, voire au triple en fonction de la longueur d'onde.

## 5.4 Mise en évidence des défauts cosmétiques

Soit une surface de peau de la même taille que la zone de verre étudiée, c'est-à-dire un carré de côté  $A$ . Nous supposons que la peau est une surface lambertienne de luminance  $L_{\text{peau}}$ , exprimée en  $W.m^{-2}.st^{-1}$ . On ne prend pas en compte la polarisation de la lumière dans cette approche radiométrique, en faisant l'approximation que la peau réfléchit les deux polarisations de la même manière<sup>8</sup>. Soit  $E_0$  l'éclairement sur un plan perpendiculaire au vecteur d'onde de l'onde plane d'illumination et  $\theta$  son angle d'incidence<sup>9</sup>.

$$L_{\text{peau}} = \frac{R_{\text{alb}} E_0 \cos \theta}{\pi} \quad (5.13)$$

$I_{\text{peau}}$  est l'intensité, au sens radiométrique du terme, réfléchi par cette surface dans la direction d'observation de l'observateur externe, c'est-à-dire  $\theta'$ . Elle est exprimée en  $W.st^{-1}$ .

$$I_{\text{peau}} = L_{\text{peau}} \int S_{\text{app}}(\theta') d\theta' = L_{\text{peau}} S_{\text{app}} \quad (5.14)$$

où  $S_{\text{app}}$  est la surface apparente du carré de peau observé suivant l'angle  $\theta'$ .  $S_{\text{app}} = A^2 \cos \theta'$ . L'ouverture numérique objet de l'œil de l'observateur externe étant très faible, la surface apparente de la lentille pixellisée est en effet supposée identique en tout point de la pupille de l'œil. On a donc :

$$F_u = \left(\frac{r_o}{d}\right)^2 A^2 \cos \theta' R_{\text{alb}} E_0 \cos \theta \quad (5.15)$$

La peau étant considérée ici comme une surface lambertienne et le champ du système optique étant faible ( $d \gg A$ ), l'éclairement  $E_{\text{ret,peau}}$  de l'image d'un carré de peau au fond de la rétine (sur le plan  $\Sigma'$ ) de l'observateur externe est uniforme et égal à  $T \times F_u / (\gamma^2 S_{\text{app}}) = T \times F_u / (\gamma^2 A^2 \cos \theta')$ , où  $\gamma$  est le grandissement associé au système et  $T$  est la transmission des différents composants de l'œil.

$$E_{\text{ret,peau}} = \frac{T \times F_u}{\gamma^2 S_{\text{app}}} \simeq T \times \left(\frac{r_o}{d\gamma}\right)^2 R_{\text{alb}} E_0 \cos \theta \quad (5.16)$$

Nos modèles d'optique de Fourier nous permettent de calculer la valeur de l'exittance  $E''$  des zones de lumière parasite au niveau de la lentille pixellisée. Nous ferons l'approximation que l'exittance au niveau du plan  $\Sigma$  de la figure 5.14 :  $E_{\Sigma} = E'' / \cos \theta'$ . L'image de ce plan  $\Sigma$  au fond de la rétine de l'observateur externe a un éclairement variable  $E_{\text{ret,pix}} = T E_{\Sigma} / \gamma^2$ . Nous comparerons la valeur maximale de  $E_{\text{ret,pix}}$  à la valeur de  $E_{\text{ret,peau}}$  afin de quantifier la gêne occasionnée par les zones de la lentille émettrices de lumière parasite. Ceci revient à comparer  $E_{\Sigma}$  à la valeur  $E_{\text{tol}}$  définie par :

$$E_{\text{tol}} = \frac{\gamma^2}{T} E_{\text{ret,peau}} = \left(\frac{r_o}{d}\right)^2 R_{\text{alb}} E_0 \cos \theta \quad (5.17)$$

Nous rappelons que  $U''$  est la répartition de l'amplitude complexe calculée à l'aide de nos modèles d'optique de Fourier au niveau du plan du composant. On a alors  $E'' = |U''|^2 \cos \theta'$  et  $E_{\Sigma} = |U''|^2$ . Nous avons vu que l'éclairement rétinien  $E_{\text{ret,pix}} = T E_{\Sigma} / \gamma^2$ . La grandeur qui nous intéresse est donc  $E_{\Sigma}$ , soit  $|U''|^2$ . Dans nos calculs, sur les figures 5.11(b) et (c) et 5.12(b) et (c), nous avons représenté l'exittance au niveau du plan du composant, donc sans considérer sa projection sur le plan  $\Sigma$ , afin de mettre en évidence sans compression les

<sup>8</sup>Nous savons que ces deux approximations sur l'effet de la peau sur la diffusion de la lumière sont assez "grossières", mais elles permettent d'obtenir de premières conclusions tout en allégeant les calculs.

<sup>9</sup> $E_0 = |U_0|^2$ , et l'on rappelle que l'on a choisi précédemment la valeur unité pour  $U_0$ .

zones responsables du scintillement au niveau de la surface du composant<sup>10</sup>. Mais l'exittance que nous avons associée à cette représentation est  $|U''|^2$  et non  $|U''|^2 \cos \theta'$ . Cette valeur de  $|U''|^2$  pourra alors être comparée à  $E_{tol}$ .

Le calcul de l'exittance  $E_\Sigma$  sera effectué en mode TE ( $E_{\Sigma,TE}$ ) ainsi qu'en mode TM ( $E_{\Sigma,TM}$ ) dans les calculs d'optimisation en section 5.5. Sa valeur finale sera alors choisie comme étant la moyenne des exittances en mode TE et TM :  $E_\Sigma = (E_{\Sigma,TE} + E_{\Sigma,TM})/2$ . Nous associerons aux résultats de simulation qui suivent une comparaison de la valeur maximale de  $E_\Sigma$  à celle de  $E_{tol}$ , afin de quantifier la gêne esthétique occasionnée par les microstructures. Par exemple, en sous-section 5.5.2, nous comparerons la valeur maximale de l'exittance des anneaux de repliement à  $E_{tol}$ , calculé pour  $\theta = 30^\circ$ ,  $r_o = 2mm$  et  $d = 0.5m$ , soit  $E_{tol} = 1.66\mu W.m^{-2}$ .

Dans cette section nous avons mis en évidence certains effets esthétiques indésirables induits par la pixellisation à l'aide des modèles de calcul développés dans le cadre de ce chapitre. L'utilisation de modèles hybrides basés sur l'optique géométrique et l'optique de Fourier nous a permis de comprendre de manière intuitive les effets responsables d'une part de l'apparition d'une "ligne sombre" dans certaines conditions d'observation, d'autre part de la visibilité des anneaux de repliement de phase que présente la lentille. Ensuite, nous avons effectué un calcul radiométrique qui nous a permis de déterminer la valeur de l'éclairement associée à la réflexion diffuse de la lumière par la peau du porteur, valeur à laquelle sera dans la suite comparée l'exittance calculée au niveau du plan de la lentille, afin d'estimer si les défauts cosmétiques de cette dernière sont significatifs ou non. Dans la section suivante, nous allons présenter deux études de minimisation des effets cosmétiques dans les cas respectifs d'une lentille pixellisée de type  $\Delta n$  et d'une lentille de Fresnel.

## 5.5 Minimisation des défauts cosmétiques

Dans les sections précédentes de ce chapitre, nous avons développé et validé différents modèles de calcul de propagation de la lumière permettant d'identifier et de quantifier les effets esthétiques indésirables vus par un observateur externe qui regarde un porteur de verres de lunettes pixellisés, dans différentes conditions d'observation. Dans cette section, nous allons nous intéresser à la minimisation de certains de ces effets parasites. Après avoir étudié en sous-section 5.5.1 quelques premières pistes d'amélioration, nous traiterons en 5.5.2 de la minimisation de la visibilité des anneaux de repliement de phase dans une lentille pixellisée  $\Delta n$ . D'autre part, les lentilles pixellisées  $\Delta H$  repliées présentent des caractéristiques communes avec les lentilles de Fresnel non pixellisées, parce que la visibilité des anneaux a la même origine dans les deux cas. Nous étudierons alors la minimisation de cette visibilité à l'aide d'un vernis en sous-section 5.5.3. Dans tout ce chapitre, la réflexion spéculaire ne sera pas un phénomène que nous chercherons à minimiser. En effet cette réflexion apparaît dans le cas de verres réfractifs classiques et la réduction de la gêne qu'elle occasionne consiste à traiter anti-reflet les surfaces du verre.

### 5.5.1 Premières pistes

Considérons à nouveau les effets esthétiques indésirables mis en évidence sur les trois photos de la figure 5.1. Dans les cas (a) et (b) sont observés d'une part le phénomène de "ligne sombre" et d'autre part la visibilité des ordres de diffraction en réflexion. Dans

<sup>10</sup>Ce sera également le cas sur les figures qui apparaîtront dans la suite de ce manuscrit.

## 5.5 Minimisation des défauts cosmétiques

ces deux cas, dont l'origine est la fonction optique pixellisée en réflexion de la lentille, la diminution de la taille des pixels et la répartition aléatoire de l'orientation de leurs arêtes permet d'atténuer ou même d'éliminer ces défauts. Nous remarquons que ce dernier procédé est compatible avec la minimisation de la visibilité des parois d'une lentille pixellisée de type  $\Delta n$ , étudiée dans la thèse de Céline Benoît-Pasanau [5]. D'autre part, l'application de traitements anti-reflets en face avant et/ou arrière du verre reste une piste à envisager.

L'effet de visibilité des anneaux représenté sur la figure 5.1(c) peut dans le cas d'une lentille  $\Delta n$  être minimisé à l'aide de parois absorbantes. Notons qu'Essilor a déposé en 2007 deux brevets [23,25] protégeant la possibilité que les parois séparant les cellules d'une lentille pixellisée de type  $\Delta n$  soient absorbantes. Dans le cas d'une lentille  $\Delta H$ , il est également envisageable d'appliquer des traitements anti-reflet à la surface de ce type de composant. Enfin, dans les deux cas  $\Delta n$  et  $\Delta H$ , nous étudions maintenant en détail les solutions qui consistent respectivement à optimiser l'indice du substrat sur lequel la lentille repose et à "encapsuler" la lentille dans un vernis d'indice bien choisi.

### 5.5.2 Optimisation de l'indice du substrat d'une lentille $\Delta n$

En section 5.4 nous avons mis en évidence le fait que la visibilité des anneaux dans le cas d'une lentille  $\Delta H$  provient de la lumière qui suit le trajet des ondes partielles 5 et 6. Dans une lentille  $\Delta n$ , il est beaucoup plus probable que les coefficients de Fresnel composites en réflexion des ondes partielles 5' et 6' soient non nuls. Dans ce cas là il se produit au niveau des zones de repliement de phase, où la différence d'indice de réfraction entre deux pixels juxtaposés est la plus importante, un effet de visibilité des anneaux de repliement lorsque la direction d'observation de l'observateur est telle que  $\theta'_{z,c} = \theta'_{5'}$  et  $\theta'_{x,c} = 0$ .

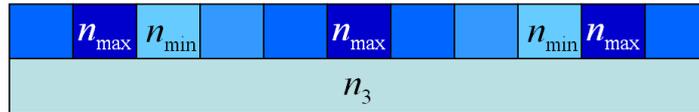
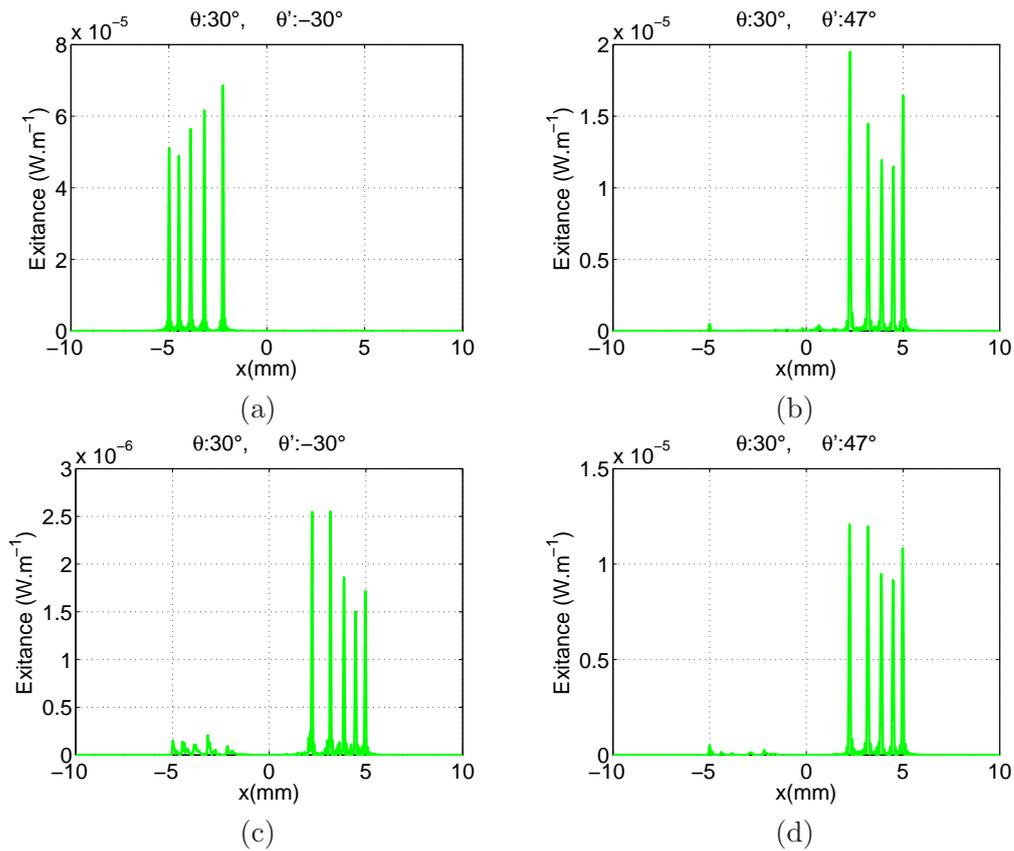


Fig. 5.15: Représentation schématique d'une lentille  $\Delta n$ .

Nous représentons cet effet sur la figure 5.16, pour une lentille  $\Delta n$  schématisée en figure 5.15 dont les caractéristiques sont les suivantes :  $P = 1\delta$  à la longueur d'onde nominale  $\lambda_0 = 500nm$ , l'ordre utile  $m = 5$  et le pas des pixels  $p = 50\mu m$ . Nous considérerons que l'indice de réfraction des cellules qui constituent la lentille peut varier entre  $n_{min} = n_2 = 1.4$  et  $n_{max} = n_1 = 1.5$ . Ainsi, la hauteur des composants est de  $H = m\lambda/(n_1 - n_2) = 25\mu m$ . L'indice du substrat, que l'on notera encore  $n_3$ , est égal à 1.4 dans les cas (a) et (b), 1.5 dans les cas (c) et (d). Le substrat sera supposé traité anti-reflet en face arrière. Le rayon de la pupille de l'œil  $r_o = 2mm$  et la distance d'observation  $d = 0.5m$ . La valeur calculée ici pour  $E_{tol} = 1.66\mu W.m^{-2}$ . Pour ces jeux de paramètres, nous calculons également  $\theta'_{5'} \simeq 47.3^\circ$  au niveau d'une interface  $n_2 - n_1$ . Au niveau d'une interface  $n_1 - n_2$ , le pic associé aux ondes partielles 5' et 6' n'existe pas. Nous calculons donc sur la figure 5.16 l'exitance perçue par l'observateur lorsque sa direction de regard est de  $-30^\circ$  et de  $47.3^\circ$ .

Nous constatons d'une part que les anneaux de diffraction apparaissent pour les deux directions choisies. Dans le cas (a), c'est la partie gauche de la lentille qui présente des anneaux visibles, et inversement en (b). Dans ce second cas, les ondes partielles 5' et 6' n'existent pas parce qu'elles correspondent aux interfaces  $n_1 - n_2$  et que le substrat a un

indice  $n_3 = n_2$ . Dans le cas (c), le choix de  $n_3 = n_1$  permet d'éliminer la rétro réflexion associée aux ondes partielles 5 et 6 sur la partie gauche de la lentille. Au vu de la figure 5.16, les résultats obtenus semblent donc être plus acceptables lorsque l'indice du substrat est égal à 1.5 plutôt qu'à 1.4. Cependant, la luminosité des anneaux dus à la réflexion parasite des ondes partielles 5' et 6' reste presque inchangée. Or nous souhaitons aussi faire diminuer cette luminosité qui peut s'avérer elle aussi gênante pour l'observateur externe. En effet, la valeur de  $E_{tol}$  est de l'ordre de dix fois inférieure à la luminosité des anneaux parasites associés aux ondes partielles 5' et 6' observés sur la figure 5.16. Nous garderons toutefois à l'esprit le fait que les calculs de diffraction sont ici effectués en 1-D, ce qui rend la comparaison de  $E_{\Sigma}$  à  $E_{tol}$  plus discutable. Des calculs 2-D, que nous effectuerons dans la suite, seront donc nécessaires pour valider cette comparaison.



**Fig. 5.16:** Cas de la lentille  $\Delta n$  dans le mode TE. (a), (b) Observation du pic de rétro réflexion ( $\theta' = \theta_5$ ) et du pic parasite ( $\theta' = \theta'_{5'}$ ) dans le cas  $n_3=1.4$ . (c), (d) Observation du pic de rétro réflexion et du pic parasite dans le cas  $n_3=1.5$ . La valeur de l'exittance supposée tolérée par rapport à l'image de la peau du porteur est  $E_{tol} = 1.66 \mu W.m^{-2}$ .

Soit  $E_{max}$  la valeur maximale de l'exittance calculée sur le plan de la lentille. En effectuant quelques simulations préliminaires, nous nous rendons compte que les zones à forte rupture d'indice, au niveau des anneaux de repliement, sont responsables de l'apparition de taches lumineuses au niveau de la "sphère d'observation" dont la direction dépend de  $n_1$  et  $n_2$ , et que ces taches sont beaucoup plus larges que la pupille de l'observateur externe. Il s'ensuit que

## 5.5 Minimisation des défauts cosmétiques

la forme des zones lumineuses du composant après rétro propagation<sup>11</sup> est celle d'un sinus cardinal, dont la largeur ne varie pas en fonction de la direction de regard. Nous remarquons également que la largeur de ces sinus cardinaux est largement plus importante que celle des zones de discontinuité d'indice, et qu'elle est légèrement inférieure à la résolution de l'œil  $d\delta\theta \simeq 220\mu m$ , où  $d$  est la distance d'observation et  $\delta\theta = 1.5'$  d'arc est la limite de résolution angulaire de l'œil [47]. D'après ce dernier constat, il est pertinent de considérer la quantité d'énergie lumineuse contenue dans chaque zone lumineuse et de chercher à faire diminuer sa valeur. Chacune de ces zones étant un sinus cardinal dont seule la luminosité varie d'une configuration à l'autre, il sera donc équivalent de chercher à faire diminuer la valeur de  $E_{max}$  dans différentes configurations  $(\theta, \theta', d)$ .

Pour une valeur donnée de l'incidence  $\theta$ , nous effectuons les calculs préalables des valeurs de  $\theta'_{5'} = \theta'_{6'}$  pour les interfaces  $n_2 - n_1$  et  $n_2 - n_1$ , en notant que ces angles n'existent pas toujours. Nous calculons alors, pour une valeur donnée de  $\theta$ , l'image vue par le porteur externe lorsque sa direction de regard est dirigée suivant  $\theta' = \theta'_5 = -\theta$  et, si elles existent, suivant les deux valeurs calculées de  $\theta'_{5'}$ . Nous cherchons alors à minimiser, pour un ensemble d'angles d'incidence donné  $\theta = 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$ , le maximum des maxima d'exitance  $E_{max}$  calculés au niveau de la surface de la lentille suivant différentes directions de regard.

La distance d'observation sera fixée à la valeur  $d = 50cm$ , et la lentille considérée est la même que dans le cas de la figure 5.16, à la différence près qu'ici  $p = 100\mu m^{12}$ .

Nous représentons les résultats obtenus sur les tableaux 5.1 à 5.4. À l'échelle de la lentille pixellisée repliée en phase nous nous attendons à ce que les anneaux au niveau des interfaces  $n_1 - n_2$  et  $n_2 - n_1$  soient visibles. Pour chaque valeur de  $\theta$ , nous calculons donc les directions associées aux pics parasites  $\theta'_{5'}$  dans le cas d'une interface  $n_1 - n_2$  et dans le cas d'une interface  $n_2 - n_1$ . Les maxima d'exitance respectifs au niveau de la lentille pixellisée pour les deux à trois directions de regard considérées  $E_5$ ,  $E_{5',n_1-n_2}$  et  $E_{5',n_2-n_1}$  sont également représentés pour différentes valeurs de l'indice du substrat :  $n_3 = 1.4$ ,  $n_3 = 1.5$  et la valeur particulière  $n_3 = 1.46$ . Nous rappelons que dans le cas des tableaux 5.1 à 5.4, l'exitance représentée est l'exitance moyenne calculée dans les modes TE et TM. Il s'est avéré en effectuant quelques calculs d'optimisation du substrat dont le résultat dépend de  $\theta$ , que cette dernière valeur de 1.46 retourne en moyenne de meilleurs résultats que les autres valeurs envisagées pour l'indice du substrat.

$n_3$	$E_5(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_1-n_2}(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_2-n_1}(\mu W.m^{-1})$
1.4	28.1	N/A	4.37
1.46	3.68	N/A	3.71
1.5	2.31	N/A	4.14

**Tableau 5.1:** Visibilité des anneaux en fonction de l'indice du substrat pour une incidence  $\theta = 20^\circ$ . Interface  $n_1 - n_2$  :  $\theta'_{5'} = N/A$ . Interface  $n_2 - n_1$  :  $\theta'_{5'} = 39.64^\circ$ .

<sup>11</sup>Il s'agit des pics que l'on observe au niveau des repliements de phase sur la figure 5.16.

<sup>12</sup>Cette valeur plus importante de  $p$  a été choisie de telle sorte que nos calculs soient toujours valables pour une valeur de l'incidence  $\theta$  pouvant atteindre  $50^\circ$ . Nous rappelons que si  $p$  est trop petit, alors de nouvelles réflexions sur les parois inter pixels apparaissent en réalité et ne sont pas prises en compte dans notre modèle de simulation.

## Chapitre 5 : Étude de l'aspect cosmétique d'une lentille pixellisée

$n_3$	$E_5(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_1-n_2}(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_2-n_1}(\mu W.m^{-1})$
1.4	46.5	N/A	4.44
1.46	5.94	N/A	4.32
1.5	1.50	N/A	4.72

**Tableau 5.2:** Visibilité des anneaux en fonction de l'indice du substrat pour une incidence  $\theta = 30^\circ$ . Interface  $n_1 - n_2$  :  $\theta'_{5'} = \text{N/A}$ . Interface  $n_2 - n_1$  :  $\theta'_{5'} = 47.29^\circ$ .

$n_3$	$E_5(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_1-n_2}(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_2-n_1}(\mu W.m^{-1})$
1.4	3.03	8.42	3.91
1.46	0.421	0.719	3.55
1.5	0.806	7.02	3.57

**Tableau 5.3:** Visibilité des anneaux en fonction de l'indice du substrat pour une incidence  $\theta = 40^\circ$ . Interface  $n_1 - n_2$  :  $\theta'_{5'} = 20.55^\circ$ . Interface  $n_2 - n_1$  :  $\theta'_{5'} = 56.99^\circ$ .

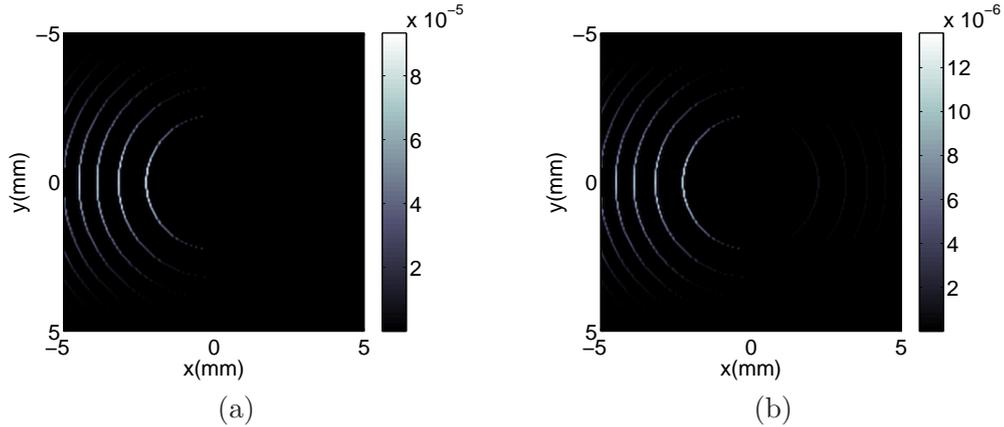
$n_3$	$E_5(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_1-n_2}(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_2-n_1}(\mu W.m^{-1})$
1.4	1.01	10.7	1.07
1.46	0.197	11.4	0.975
1.5	0.565	13.0	1.00

**Tableau 5.4:** Visibilité des anneaux en fonction de l'indice du substrat pour une incidence  $\theta = 50^\circ$ . Interface  $n_1 - n_2$  :  $\theta'_{5'} = 33.01^\circ$ . Interface  $n_2 - n_1$  :  $\theta'_{5'} = 69.45^\circ$ .

Nous constatons que la valeur  $n_3 = 1.46$ , choisie aux alentours des valeurs optimales des indices des substrats pour les plus petits angles d'observation, permet donc pour ces angles de diminuer la visibilité des anneaux brillants. Dans les cas où  $\theta = 40^\circ$  et  $\theta = 50^\circ$  par exemple, les tableaux 5.3 et 5.4 indiquent que la valeur de l'indice du substrat a peu d'influence et les anneaux restent très visibles. Si l'on étudie le cas d'une valeur de  $d \neq 50\text{cm}$ , par exemple  $d = 1\text{m}$ , alors la valeur optimale de  $n_3$  va légèrement varier pour chaque angle d'incidence, tout en restant de l'ordre de grandeur de 1.46. Les résultats d'optimisation fluctuant légèrement pour différents jeux de paramètres d'entrée tels que l'angle d'incidence et la distance d'observation, nous ne sommes donc capables de donner pour la valeur de l'indice du substrat idéal qu'un ordre de grandeur, ici  $n_3 \simeq 1.46$  par exemple. D'autre part, nous faisons une étude monochromatique, en ne connaissant pas la contrainte des indices de réfraction qui constitueront les futures lentilles pixellisées. Or cette valeur de l'indice du substrat peut également varier avec la longueur d'onde.

Nous représentons en 2-D sur la figure 5.17 l'image de la lentille au fond de la rétine, en mode TE, d'une part avec un substrat d'indice 1.4, ensuite avec un substrat d'indice 1.46, dans le cas où  $\theta = 30^\circ$  et  $\theta' = -30^\circ$ , avec les paramètres de la lentille considérée pour l'optimisation. Au vu des échelles d'exitance, nous pouvons constater l'effet bénéfique du choix d'un indice du substrat optimisé. Nous rappelons que le modèle 2-D que nous avons développé ne permet pas de tenir compte des "aberrations" de coma et d'astigmatisme dans le modèle de Harvey & Shack.

## 5.5 Minimisation des défauts cosmétiques



**Fig. 5.17:** Cas de la lentille  $\Delta n$  dans le mode TE.  $\theta = 30^\circ$  et  $\theta' = -30^\circ$ . Image au fond de la rétine avec un substrat d'indice 1.4 (a), et avec un substrat d'indice 1.46 (b). Les niveaux de gris représentent l'exitance exprimée en  $W.m^{-2}$ .

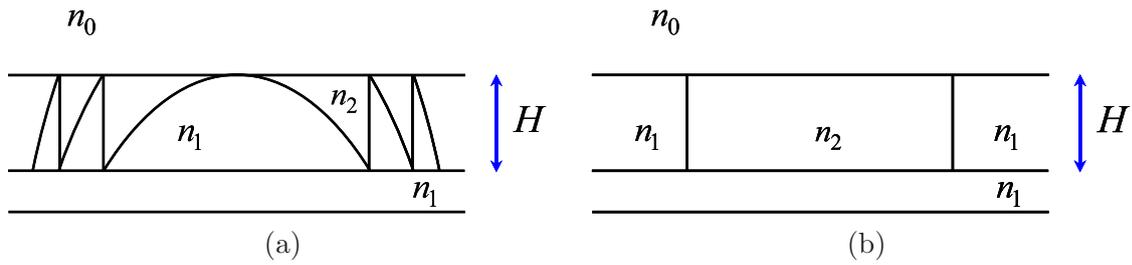
Dans notre cas d'étude  $E_{tol} = 1.23 \cdot 10^{-6} W.m^{-2}$  si l'onde incidente a un éclairement  $E_0 = 1 W.m^{-2}$  et si  $\theta = 50^\circ$  et  $\theta' = 69.45^\circ$ . Dans le cas où l'angle  $\theta = 50^\circ$ , on constate donc que la visibilité de l'un des anneaux parasites est de l'ordre de dix fois plus importante que la luminosité de la peau malgré l'optimisation. Donc même après optimisation du substrat, nous devons nous attendre à voir notamment aux grands angles les anneaux brillants d'une lentille de type  $\Delta n$  repliée en phase, étant donné que ceux-ci restent plus lumineux que la peau. Il faudrait être capable d'appliquer un traitement anti-reflet entre le substrat et les cellules si l'on souhaite vraiment éliminer les effets d'anneaux brillants, ce traitement étant par exemple conçu pour être anti-reflet s'il est accolé à un matériau d'indice  $(n_1 + n_2)/2$ .

### 5.5.3 Optimisation de l'indice du vernis d'une lentille $\Delta H$

Nous nous intéressons dans cette sous-section à la minimisation de la visibilité des anneaux de repliement d'une lentille  $\Delta H$ ; le principe consistant ici à encapsuler cette dernière dans un vernis, et d'estimer si, pour une fonction optique donnée, l'aspect de cette dernière est préférable avec ou sans vernis. La problématique abordée est aussi bien valable pour une lentille pixellisée et repliée en phase que pour une lentille seulement repliée en phase. Cette sous-section présente donc une approche pertinente de l'étude cosmétique de lentilles de Fresnel en général.

Soit une lentille de Fresnel d'épaisseur  $H$ , d'indice  $n_1 = n_{max}$  reposant sur un substrat de même indice  $n_1 = n_{max}$ . Cette lentille est encapsulée<sup>13</sup> dans un vernis d'indice  $n_2 = n_{min}$ , comme le représente la figure 5.18(a). Si l'ordre utile de cette lentille à la longueur d'onde nominale  $\lambda_0$  est noté  $m$ , alors on a la relation  $H = m\lambda_0/(n_1 - n_2)$ .

<sup>13</sup>Ici nous avons choisi un indice du vernis inférieur à celui de la lentille mais nous aurions pu envisager le contraire.



**Fig. 5.18:** (a) Lentille de Fresnel d'indice  $n_1 = n_{max}$  reposant sur un substrat de même indice  $n_1 = n_{max}$ , encapsulée dans un vernis d'indice  $n_2 = n_{min}$ . (b) Cas d'étude considéré pour les calculs.

Nous étudions la visibilité des anneaux d'une lentille de Fresnel dont la fonction de phase est fixée, en fonction du paramètre  $n_2$ . Pour simplifier le problème, nous étudierons le cas représenté sur la figure 5.18(b). Dans nos programmes de calcul, cette lentille représentée sur la figure 5.18(b) est une lentille pixellisée de type  $\Delta n$ , à laquelle on associe la fonction de phase qui convient, c'est-à-dire un déphasage nul à l'intérieur du premier anneau de la lentille représentée sur la figure 5.18(a), et un déphasage maximal de  $2m\pi$  en dehors.

Nous choisirons d'effectuer une étude avec  $n_1 = 1.60502$ , soit l'indice du matériau MR8<sup>14</sup> à la longueur d'onde nominale  $\lambda_0 = 500nm$ , pour différents angles d'incidence  $\theta = 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$  et  $50^\circ$ . La lentille représentée sur la figure 5.18(a) a une puissance de  $1\delta$ , et sa largeur  $A = 10mm$ . Nous nous proposons de faire varier le paramètre  $n_2$  et de calculer la luminosité des interfaces  $n_1 - n_2$  et/ou  $n_2 - n_1$  au niveau du pic rétro réfléchi associé aux ondes partielles 5 et 6 et aux pics parasites associés aux ondes partielles 5' et 6' associées respectivement aux interfaces  $n_1 - n_2$  et  $n_2 - n_1$ , dont la direction de diffraction, dépendante de  $\theta$ , est connue. Pour une valeur donnée de l'angle d'incidence  $\theta$ , l'angle de rétro réflexion  $\theta'_5 = -\theta$  est indépendant de l'interface. Nous calculons les angles  $\theta'_5$  associés aux interfaces  $n_1 - n_2$  et  $n_2 - n_1$ . Puis nous plaçons une pupille d'œil de rayon  $r_o = 2mm$  à une distance  $d = 0.5m$  du verre<sup>15</sup>, centrée sur  $\theta'_5$ , puis sur chaque valeur de  $\theta'_5$ . On calcule alors la valeur de l'exitance maximale au niveau de la lentille après sélection par la pupille de l'œil suivant ces trois directions d'observations. Dans les cas de réflexion totale interne, il n'existe pas de pic associé aux ondes partielles 5' et 6', et l'on associe la mention "N/A" à la la valeur de cette exitance calculée dans ce cas.

Nous représentons sur les tableaux 5.5 à 5.8 la valeur de l'exitance maximale notée respectivement  $E_5$ ,  $E_{5',n_1-n_2}$  et  $E_{5',n_2-n_1}$ , calculée à la longueur d'onde  $\lambda = \lambda_0 = 500nm$  par la moyenne des résultats obtenus en mode TE et en mode TM, au niveau de la lentille après sélection par la pupille de l'œil suivant trois directions d'observations associées respectivement au pic rétro réfléchi et à chacun des pics parasites associés aux interfaces  $n_1 - n_2$  et  $n_2 - n_1$  en fonction de différentes valeurs de  $\theta$  et de  $n_2$ . Les calculs sont présentés seulement pour une valeur de l'ordre utile  $m = 1$ , mais nous avons vérifié que pour  $m = 3$  et  $m = 5$ , les mêmes tendances peuvent être observées.

<sup>14</sup>Nous avons en effet pour objectif de vérifier les résultats obtenus dans ce chapitre en réalisant une lentille de Fresnel fabriquée dans ce matériau organique de très bonne qualité optique.

<sup>15</sup>Nous considérons ici un cas d'étude réaliste dans lequel l'observateur externe est situé à 50cm du verre ; l'étude menée ci-dessous pourra être appliquée à d'autres conditions d'observation, dans lesquelles les mêmes tendances sont observées.

## 5.5 Minimisation des défauts cosmétiques

$n_2$	$E_5(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_1-n_2}(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_2-n_1}(\mu W.m^{-1})$
1	1.33	N/A	N/A
1.4	$2.70 \cdot 10^{-1}$	N/A	$9.31 \cdot 10^{-2}$
1.45	$2.12 \cdot 10^{-1}$	N/A	$2.49 \cdot 10^{-1}$
1.5	$1.60 \cdot 10^{-1}$	N/A	$3.09 \cdot 10^{-1}$

**Tableau 5.5:** Éclairement maximal au niveau des interfaces dans le cas où  $\theta = 20^\circ$ .

$n_2$	$E_5(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_1-n_2}(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_2-n_1}(\mu W.m^{-1})$
1	1.62	N/A	N/A
1.4	$2.45 \cdot 10^{-1}$	N/A	$6.54 \cdot 10^{-2}$
1.45	$2.12 \cdot 10^{-1}$	N/A	$2.46 \cdot 10^{-1}$
1.5	$9.58 \cdot 10^{-2}$	N/A	$2.89 \cdot 10^{-1}$

**Tableau 5.6:** Éclairement maximal au niveau des interfaces dans le cas où  $\theta = 30^\circ$ .

$n_2$	$E_5(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_1-n_2}(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_2-n_1}(\mu W.m^{-1})$
1	1.64	N/A	N/A
1.4	$1.39 \cdot 10^{-1}$	N/A	N/A
1.45	$3.90 \cdot 10^{-2}$	N/A	$8.01 \cdot 10^{-2}$
1.5	$3.61 \cdot 10^{-2}$	$9.09 \cdot 10^{-1}$	$3.83 \cdot 10^{-1}$

**Tableau 5.7:** Éclairement maximal au niveau des interfaces dans le cas où  $\theta = 40^\circ$ .

$n_2$	$E_5(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_1-n_2}(\mu W.m^{-1})$	$E_{5',n_2-n_1}(\mu W.m^{-1})$
1	1.70	N/A	N/A
1.4	$1.00 \cdot 10^{-1}$	N/A	N/A
1.45	$5.01 \cdot 10^{-2}$	$9.74 \cdot 10^{-1}$	N/A
1.5	$3.55 \cdot 10^{-2}$	1.70	$6.12 \cdot 10^{-2}$

**Tableau 5.8:** Éclairement maximal au niveau des interfaces dans le cas où  $\theta = 50^\circ$ .

Nous pouvons constater que dans tous les cas de figure étudiés, les interfaces seront moins visibles si  $n_2 = 1.4$ ,  $n_2 = 1.45$  ou  $n_2 = 1.5$  que si  $n_2 = 1$  : en effet elles sont moins visibles d'un facteur 10. Cela signifie que la visibilité des anneaux de repliement d'une lentille de Fresnel sont plus visibles dans le cas d'une interface air-verre non traitée anti reflet que lorsque celle-ci est réalisée par encapsulation dans un vernis, quitte à ce qu'elle soit plus épaisse étant donné que  $H = m\lambda_0/(n_1 - n_2)$ .

Il reste cependant difficile de déterminer une valeur optimale de l'indice du substrat. En effet pour les angles  $\theta = 20^\circ$  et  $30^\circ$ , les valeurs  $n_2 = 1.4$  et  $n_2 = 1.45$  donnent des résultats équivalents puisque les pics les plus lumineux restent du même ordre de grandeur

en exitance, pour  $\theta = 40^\circ$  la valeur  $n_2 = 1.45$  conduit à de meilleurs résultats que  $n_2 = 1.4$ , alors que pour  $\theta = 50^\circ$  la valeur  $n_2 = 1.4$  est largement préférable. Mais nous pouvons également constater qu'une valeur  $n_2 = 1.5$  est à éviter.

Nous avons donc développé un outil nous permettant d'affirmer qu'une lentille de Fresnel présentera un aspect esthétique plus convenable si elle est encapsulée dans un vernis par rapport au cas où elle est constituée d'une interface air-verre. Cet outil ne nous permet pas de déterminer une valeur précise de l'indice de réfraction idéal du vernis pour une valeur donnée de l'indice du substrat, mais permet d'identifier des tendances. D'autre part en l'utilisant de façon systématique pour beaucoup d'angles d'incidence et de longueurs d'onde, il est envisageable de développer des programmes numériques de minimisation d'une fonction objectif bien choisie décrivant la visibilité des anneaux, dépendant de l'indice du vernis. Notons également que notre outil ne traite pas le cas où l'on traite anti-reflet la lentille de Fresnel lorsque celle-ci est constituée d'une interface air-verre. L'efficacité d'un traitement anti reflet sur une telle lentille va prochainement être étudiée en pratique avec l'aide du département R&D Physique-Chimie d'Essilor.

### 5.6 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étude de l'aspect esthétique d'un composant optique pixellisé ressenti par un observateur externe qui regarde un porteur de verres de lunettes pixellisés. Nous y avons développé des modèles simples et rapides de propagation de la lumière à l'intérieur d'une lentille pixellisée, les effets d'ombrage et de réfraction à l'intérieur de celle-ci ayant été pris en compte. Validant à partir de modèles rigoureux basés sur l'implémentation des équations de Maxwell le cas 1-D d'une interface simple entre deux pixels, nous avons ensuite complexifié notre procédé de calcul, l'adaptant à l'étude "cosmétique" d'une lentille pixellisée entière, en 1-D dans un premier temps, puis en 2-D.

À l'aide de nos modèles heuristiques, nous avons ensuite pu identifier l'origine des effets cosmétiques indésirables que nous avons mis en évidence expérimentalement au préalable. La nature hybride optique géométrique / optique de Fourier de ces modèles nous a également permis de quantifier la gêne occasionnée par les microstructures, c'est-à-dire de calculer la quantité d'énergie lumineuse diffractée dans des directions indésirables.

Enfin, nous avons mis en évidence la possibilité de minimiser ces effets indésirables dans certains cas d'étude. Notamment, nous avons étudié l'impact de l'indice du substrat d'une lentille  $\Delta n$  repliée en phase sur la visibilité de ses anneaux et avons prouvé qu'une valeur bien choisie de cet indice permet une diminution de la gêne occasionnée par les repliements. Ensuite, nous avons prouvé que dans le cas d'une lentille  $\Delta H$  pixellisée et repliée en phase, les anneaux de cette dernière sont moins visibles si sa surface présente une interface verre-vernis que s'il s'agit d'une interface verre-air.

Les résultats de ce chapitre devront être pris en compte et utilisés pour minimiser les effets cosmétiques indésirables dans la réalisation future de prototypes, et ce après une éventuelle adaptation du modèle au cas de pixels avec parois, sachant que nous connaissons maintenant les leviers qui permettent cette minimisation.

---

## Conclusion générale

---

Ce doctorat, réalisé dans le cadre d'un partenariat entre la société Essilor International et le Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, traite de l'étude de composants optiques pixellisés et plus généralement microstructurés et de leur application à la correction ophtalmique. Les lentilles pixellisées peuvent être soit de type  $\Delta n$ , c'est-à-dire constituées de micro-cellules de hauteur égale, et remplies d'un matériau dont l'indice de réfraction varie d'une cellule à l'autre, ou bien de type  $\Delta H$ , c'est-à-dire à indice de réfraction unique, et dont les pixels ont une hauteur variable. Le but final de la pixellisation, impliquant des lentilles  $\Delta n$ , est de pouvoir réaliser des verres de lunettes actifs permettant une correction de la presbytie en temps réel, une lentille pixellisée activée électroniquement pixel à pixel jouant alors le rôle d'un cristallin souple. Nous avons analysé l'impact de la pixellisation sur la qualité de transport d'image d'une lentille, ainsi que sur son aspect esthétique. Les résultats obtenus permettent d'estimer quelles peuvent être les performances optiques de verres pixellisés pour des limites technologiques de fabrication données.

Plus précisément, dans le chapitre 1, tout en définissant les systèmes de coordonnées considérés le long de ce manuscrit, nous avons décrit, en les reliant les uns aux autres, les principaux outils de calcul optique utilisés par la suite. Ces outils apparaissent dans nos études théoriques ainsi que dans nos programmes de calcul numérique destinés à la simulation de phénomènes physiques. Ils relèvent notamment de **l'optique de Fourier et de la colorimétrie**, nécessaires à la **simulation réaliste d'images observées à travers des composants optiques microstructurés**.

Le chapitre 2, consacré à l'étude analytique de lentilles à pixels carrés à fonction de phase quadratique, nous a permis d'identifier **l'influence de la taille des pixels, de la puissance dioptrique et de l'excentrement de l'œil sur leur qualité de formation d'image**. Nous avons vu que **les exigences technologiques sont très sévères**, et qu'il faudra à l'avenir prévoir de réaliser des composants optiques pixellisés de petit diamètre. Nous avons également prouvé que **l'impact du repliement de phase, présent à cause des limitations des technologies de fabrication actuelles, est décorrélié des effets de la pixellisation**. Le chromatisme induit diminue alors avec l'augmentation de la valeur des sauts de phase au niveau des repliements. Cette augmentation nécessaire impose également certaines exigences technologiques supplémentaires en vue de la réalisation future de composants optiques pixellisés. En fin de chapitre, nous avons rappelé l'effet bénéfique étudié par Gaid Moulin puis Céline Benoît-Pasanau de la brisure des symétries dans la

répartition des cellules et parois d'une lentille pixellisée, qui "transforme" les ordres de diffraction associés à un maillage carré en un halo diffus. Puis nous avons mis en évidence le fait que **le décalage de la pupille de l'œil sur une image observée à travers une telle structure induit un déplacement ainsi qu'une augmentation de la luminosité de ce halo**. Ce décalage induit donc des effets indésirables quelle que soit la forme et la répartition des pixels. Nous avons ensuite présenté un procédé de **superposition de lentilles pixellisées**, qui consiste en une astuce de fabrication permettant de réaliser des **lentilles dont la taille des pixels est inférieure à ce que les limites technologiques permettent théoriquement d'atteindre**.

Après avoir mené cette étude analytique des lentilles pixellisées, nous nous sommes intéressé dans le cadre du chapitre 3 aux applications potentielles de la pixellisation en optique passive. Nous avons envisagé de réaliser des **lentilles pixellisées présentant simultanément deux puissances optiques**, mais nous avons constaté que les résultats obtenus en termes de performances optiques de transport d'image sont moins bons que ceux de lentilles bifocales binaires classiques. Nous avons alors étudié ce second type de composant et avons prouvé **qu'une optimisation du diamètre des anneaux qui les constituent permet une amélioration de la qualité d'une image** observée à travers elles, quel que soit le diamètre de la pupille de l'œil du porteur. Nous avons ensuite proposé et évalué une application à ces lentilles binaires optimisées, qui consiste à **accoler ces dernières en zone de vision de près de verres progressifs, ce qui permet de faire diminuer les défauts d'astigmatisme présents dans leurs zones de vision périphérique**. De tels types de verres "hybrides" réfractifs / diffractifs sont actuellement en cours de fabrication au sein d'Essilor.

Un banc de test de mesure de la chute d'acuité visuelle provoquée par la pixellisation, dans le cas de pixels carrés, est décrit dans le chapitre 4. La mesure d'acuité est effectuée au moyen d'un procédé d'affichage sur un écran d'ordinateur d'anneaux de Landolt dont la taille et l'orientation varient en fonction de la capacité de l'individu évalué à déterminer la position de l'ouverture de ces anneaux. Les scènes affichées sont simulées comme étant vues à travers différents composants optiques pixellisés de différents jeux de paramètres  $(p, P, X)$  où  $p$  représente le pas des pixels,  $P$  la puissance dioptrique et  $X$  l'excentrement de l'œil par rapport au centre de la fonction optique de la lentille. Après avoir dans un premier temps **validé physiologiquement les outils de simulations d'images** décrits dans le chapitre 1, nous avons pu constater le fait que pour des valeurs de triplets  $(p, P, X)$  jugées acceptables au préalable en termes de performances optiques, **la pixellisation n'a pas d'impact significatif sur l'acuité visuelle d'un individu**. En perspectives de ce travail, nous envisageons de mesurer l'acuité visuelle d'un porteur de lentilles binaires optimisées. D'autre part, le banc de test pourra être employé pour estimer la qualité d'une image perçue à travers des verres pixellisés à partir d'autres critères que l'acuité visuelle.

Nous nous sommes intéressé, au chapitre 5, à une autre caractéristique forte des verres ophtalmiques : leur aspect esthétique. Dans ce chapitre nous ne traitons donc plus de perception visuelle mais de l'étude des effets esthétiques indésirables induits par la pixellisation. Plus exactement, nous y étudions ce que voit un observateur externe qui regarde un porteur de verres pixellisés. Nous avons prouvé que **des modèles de calcul rapides basés sur l'optique géométrique et l'optique de Fourier permettent de simuler et comprendre des effets cosmétiques parasites observés à partir de composants réels**. Ces modèles, dont la complexité s'accroît entre le stade de l'étude 1-D de la diffraction en réflexion de la lumière par une interface entre deux pixels et celui de l'étude 2-D d'une

---

lentille pixellisée entière, nous ont également permis de comprendre comment **minimiser certains effets cosmétiques indésirables**. Par exemple, **un choix optimal de la valeur de l'indice du substrat d'une lentille  $\Delta n$  permet de minimiser la visibilité de ses anneaux de repliement de phase**. D'autre part, nous avons prouvé **qu'à fonction optique égale, les anneaux de repliement de lentilles de Fresnel classiques sont moins visibles dans le cas où la surface dentelée de celles-ci est constituée d'une interface verre-vernis que dans le cas d'une interface verre-air**.

Les résultats obtenus dans ce manuscrit ont permis de quantifier et de visualiser les défauts optiques engendrés par la pixellisation, aussi bien du point de vue des performances optiques de transport d'images par une lentille pixellisée que du point de vue de son aspect esthétique. Nous avons pu identifier quels sont les leviers qui permettent de minimiser ces défauts, ce qui permet d'estimer la difficulté technologique de réalisation future de telles lentilles, envisagée par Essilor dans les prochaines années à venir.

Les perspectives de ce travail sont de prévoir, à l'aide des outils présentés dans ce mémoire, les performances théoriques des verres pixellisés que permettront de réaliser les technologies de fabrication actuelles et futures. Si nos modèles permettent de concevoir et de valider par le calcul des composants pour une application donnée, une étape de validation physiologique par le porteur devra être développée. Pour cela différents tests de performances visuelles, qui constitueront également une suite de ce travail de thèse, devront être élaborés au préalable. À ces tests pourra s'ajouter une étape d'évaluation expérimentale de l'aspect esthétique de ces composants.

Les modèles de simulation de propagation de la lumière développés dans le cadre de ce manuscrit pourront en outre être adaptés à l'étude d'autres types de microstructures que les verres pixellisés tels que les verres de Fresnel, aussi bien pour l'évaluation de leurs performances en termes de transport d'images que de leur aspect esthétique.



---

## Annexes

---



---

## Calcul détaillé de la forme des ordres de diffraction d'une lentille pixellisée

---

Dans cette annexe nous décrivons en détail le calcul qui nous a permis d'obtenir l'équation (2.5) à partir de la somme cohérente des figures de diffraction associées à chacun des pixels qui constituent la lentille, calculées dans l'approximation de Fraunhofer.

L'hypothèse ( $H_1$ ) valide l'approximation de Fraunhofer à l'échelle du pixel. À partir de ceci, nous démontrons facilement que le champ  $u'_j(\vec{r}')$  diffracté par le pixel  $\vec{j}$  sur le plan  $\Sigma_2$  est obtenu par :

$$u'_j(\vec{r}') = -i \frac{U_0}{\lambda f} t_c(\vec{j}p) \exp\left(2\pi i \frac{f}{\lambda} + i\pi \frac{\|\vec{r}' - \vec{j}p\|^2}{\lambda f}\right) \tilde{\Pi}_{2,a}\left(\frac{\vec{r}' - \vec{j}p}{\lambda f}\right) \quad (\text{A.1})$$

Nous introduisons alors la fonction auxiliaire suivante :

$$f_{\vec{j}}(\vec{r}') \triangleq P(\vec{j}p) \exp\left(-2i\pi \frac{\vec{j}p \cdot \vec{r}'}{\lambda f}\right) \tilde{\Pi}_{2,a}\left(\frac{\vec{r}' - \vec{j}p}{\lambda f}\right) \quad (\text{A.2})$$

Donc, à partir de l'équation (2.1) :

$$u'_j(\vec{r}') = -i \frac{U_0}{\lambda f} \exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda} \left(f + \frac{\|\vec{r}'\|^2}{2f}\right)\right] f_{\vec{j}}(\vec{r}') \quad (\text{A.3})$$

L'amplitude complexe dans le plan  $\Sigma_2$  résulte des interférences entre les figures de diffraction de tous les pixels, elle est donc donnée par  $\sum_{\vec{j} \in (\mathbb{Z}, \mathbb{Z})} u'_j(\vec{r}')$ . Étant donné que le terme précédant

$f_{\vec{j}}(\vec{r}')$  dans l'équation (A.3) ne dépend pas du pixel  $\vec{j}$ , nous nous intéressons à  $\sum_{\vec{j} \in (\mathbb{Z}, \mathbb{Z})} f_{\vec{j}}(\vec{r}')$ .

On a :

$$U'(\vec{r}') = \sum_{\vec{j} \in \mathbb{Z}^2} f_{\vec{j}}(\vec{r}') = \sum_{\vec{j} \in \mathbb{Z}^2} P(\vec{j}p) \exp\left(-2\pi i \frac{\vec{j}p \cdot \vec{r}'}{\lambda f}\right) \tilde{\Pi}_{2,a}\left(\frac{\vec{r}' - \vec{j}p}{\lambda f}\right) \quad (\text{A.4})$$

La suite des calculs sera restreinte au cas 1-D par souci de clarté, l'extension au cas 2-D décrite dans l'article [54] ne présentant pas de difficulté supplémentaire. ( $H_2$ ) implique que

les variations de  $\tilde{\Pi}_{1,a}$  entre  $x'/\lambda f$  et  $(x' - jp)/\lambda f$  sont suffisamment petites pour considérer que  $\tilde{\Pi}_{1,a}[(x' - jp)/\lambda f]$  peut être approchée par son développement limité d'ordre 1 autour de  $x'/\lambda f$  :

$$\tilde{\Pi}_{1,a}\left(\frac{x' - jp}{\lambda f}\right) \simeq \tilde{\Pi}_{1,a}\left(\frac{x'}{\lambda f}\right) - \frac{jp}{\lambda f} \tilde{\Pi}'_{1,a}\left(\frac{x'}{\lambda f}\right) \quad (\text{A.5})$$

Alors, si  $\text{III}_p$  est un peigne de Dirac 1-D,

$$\forall x \in \mathbb{R}, \text{III}_p(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(x - kp) \quad (\text{A.6})$$

L'équation (A.4) devient alors :

$$U'(x') = TF[P(x) \text{III}_p(x)]_{\frac{x'}{\lambda f}} \tilde{\Pi}_{1,a}\left(\frac{x'}{\lambda f}\right) - \frac{1}{\lambda f} TF[xP(x) \text{III}_p(x)]_{\frac{x'}{\lambda f}} \tilde{\Pi}'_{1,a}\left(\frac{x'}{\lambda f}\right) \quad (\text{A.7})$$

où  $TF$  signifie ici transformée de Fourier. Un autre moyen d'écrire l'équation (A.7) est :

$$U'(x') = \left(\tilde{P} * \text{III}_{\frac{1}{p}}\right)_{\frac{x'}{\lambda f}} \tilde{\Pi}_{1,a}\left(\frac{x'}{\lambda f}\right) + \frac{1}{2\pi i \lambda f} \left(\tilde{P}' * \text{III}_{\frac{1}{p}}\right)_{\frac{x'}{\lambda f}} \tilde{\Pi}'_{1,a}\left(\frac{x'}{\lambda f}\right) \quad (\text{A.8})$$

L'équation (A.8) peut également être écrite sous la forme de l'équation (A.9) qui correspond à (2.5) :

$$U'(x') \propto U'_A(x') + U'_B(x') \quad (\text{A.9})$$

avec :

$$\begin{cases} U'_A(x') = \sum_{n \in \mathbb{Z}} U'_{A,n}\left(\frac{x'}{\lambda f}\right) = \tilde{\Pi}_{1,a}\left(\frac{x'}{\lambda f}\right) \sum_{n \in \mathbb{Z}} \tilde{P}\left(\frac{x'}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right) \\ U'_B(x') = \sum_{n \in \mathbb{Z}} U'_{B,n}\left(\frac{x'}{\lambda f}\right) = \frac{\tilde{\Pi}'_{1,a}\left(\frac{x'}{\lambda f}\right)}{2\pi i \lambda f} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \tilde{P}'\left(\frac{x'}{\lambda f} - \frac{n}{p}\right) \end{cases}$$

---

## Optimisation d'une superposition de lentilles pixellisées

---

Comme nous l'avons noté dans ce manuscrit, la superposition de lentilles induit un déphasage noté  $\phi_{pix}(x, y)$ , voisin du déphasage  $\phi(x, y)$  associé à la lentille réfractive "cible". La fonction optique décrite par  $\phi_{pix}(x, y)$  dépend de la manière dont les lentilles sont superposées les unes par rapport aux autres (rotations, translations). Optimiser la superposition consiste à chercher quelle fonction  $\phi_{pix}(x, y)$ , c'est-à-dire quelle façon d'organiser entre elles les lentilles superposées, permet d'améliorer au maximum la qualité de la figure de diffraction dans un ou plusieurs plans  $\Sigma_i$  de l'espace.

Dans cette annexe nous présentons deux critères d'optimisation d'une superposition de lentilles pixellisées indépendants l'un de l'autre ; l'optimisation réelle pondérera les critères en fonction des besoins de l'application. Un exemple d'application est la vision de faibles contrastes, exemple dans lequel un halo de diffusion parasite associé à une répartition des pixels de type Voronoï peut être particulièrement gênant. Dans ce cas le premier critère d'optimisation est particulièrement important. Il propose de minimiser l'écart de fonction de phase entre  $\phi_{pix}(x, y)$  et  $\phi(x, y)$  et donc de minimiser la quantité de lumière parasite diffractée par la superposition de lentilles. Un autre exemple est la vision de nuit où l'on peut observer des scènes lumineuses sur fond noir, comme des phares de voitures, situation dans laquelle d'éventuelles images parasites doivent être les moins lumineuses possibles. Dans ce cas, en plus du premier critère, le second est pertinent étant donné qu'il propose de minimiser la luminosité des zones de lumière indésirable les plus brillantes.

Nous considérons une zone de la superposition de lentilles, notée  $P_p$ , sur laquelle nous souhaitons effectuer l'optimisation.

### B.1 Critère de Maréchal

Le critère de Maréchal consiste à dire que le comportement de la lentille pixellisée finale constituée de la superposition et celui de la lentille réfractive cible seront d'autant plus voisins dans la zone d'intérêt que la variance  $\sigma_{tot}^2$  sera minimisée.

$$\sigma_{tot}^2 = \int \int_{(x,y) \in P_p} [\phi_{pix}(x, y) - \phi(x, y)]^2 dx dy \quad (\text{B.1})$$

Un critère d'optimisation des performances de cette superposition de lentilles pixellisées consiste donc à déterminer  $\phi_{pix}(x, y)$  tel que  $\sigma_{tot}^2$  soit minimale sur  $P_p$ .

## B.2 Éparpillement de la lumière parasite

Soit la figure de diffraction associée à la lentille cible dans un plan  $\Sigma_i$  bien choisi. Dans le cas d'une lentille corrigeant un simple défaut de mise au point, ce plan est le plan focal image; dans le cas d'une lentille corrigeant de l'astigmatisme, on choisit pour  $\Sigma_i$  l'un ou l'autre des plans focaux associés aux foyers sagittal et tangentiel de cette lentille. La valeur maximale de l'éclairement dans ce plan sera notée  $I_{max, \Sigma_i}$ .

Cette figure de diffraction va ressembler à celle obtenue avec une lentille réfractive équivalente, à ce détail près qu'en dehors des limites théoriques de cette tache, la pixellisation engendre l'apparition de lumière parasite qui peut se répartir sous la forme de pics (ordres de diffraction), ou bien sous la forme d'un halo diffus, ou bien sous la forme à la fois de halo et de pics, en fonction de la forme et de la répartition des pixels de chaque lentille constituant la superposition. Il faut dans les deux cas écarter les pics et le halo le plus loin possible de la tache centrale et faire baisser leur maximum. Ce maximum devra être inférieur à une valeur dictée par l'application visée : le rapport entre l'éclairement de la figure de diffraction associée à la lentille pixellisée réalisée par superposition et  $E_{max, \Sigma_i}$  devra par exemple être inférieur à  $-40dB$  en échelle logarithmique. Ceci est un second critère d'optimisation, indépendant du premier.

---

## Outils de géométrie 3-D

---

Nous décrivons dans cette annexe différents outils de calcul de géométrie 3-D que nous avons utilisé dans le cadre du modèle de calcul développé dans le paragraphe 3.4.2.2 du chapitre 3.

### C.1 Changement de repère

Considérons deux repères  $(O, x_1, y_1, z_1)$  et  $(O, x_2, y_2, z_2)$ . Soient  $\mathbf{u}_1, \mathbf{v}_1$  et  $\mathbf{w}_1$  les vecteurs unitaires directeurs des axes  $Ox_1, Oy_1$  et  $Oz_1$ , et  $\mathbf{u}_2, \mathbf{v}_2$  et  $\mathbf{w}_2$  les vecteurs unitaires directeurs de  $Ox_2, Oy_2$  et  $Oz_2$ . On note  $T_{1,2}$  la matrice (3,3) permettant d'obtenir les coordonnées de  $\mathbf{u}_2$  dans le repère  $(\mathbf{u}_1, \mathbf{v}_1, \mathbf{w}_1)$ . Cette matrice décrit une rotation. Si l'on connaît l'équation d'une surface  $z_1 = f_1(x_1, y_1)$  dans  $(O, x_1, y_1, z_1)$ , et que l'on veut obtenir son équation  $z_2 = f_2(x_2, y_2)$  dans  $(O, x_2, y_2, z_2)$ , alors on effectue l'opération suivante :

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = T_{2,1} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = T_{1,2}^{-1} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

Lors de l'implémentation numérique de ce calcul,  $x_1$  et  $y_1$  sont définis par une matrice de couples de points  $(x_1, y_1)$  régulièrement espacés.  $z_1$  est alors une matrice de points, chaque point correspondant à la valeur associée à un couple  $(x_1, y_1)$ . Pour calculer le changement de repère, nous multiplions alors chacun des points  $(x_1, y_1, z_1)$ , où  $x_1$  et  $y_1$  sont échantillonnés régulièrement, par  $T_{2,1}$ . Les points  $(x_2, y_2, z_2)$  obtenus sont tels que  $x_2$  et  $y_2$  ne sont pas échantillonnés régulièrement. Il faut alors interpoler l'expression de  $z_2$  sur une nouvelle structure régulière  $(x_2, y_2)$  pour pouvoir poursuivre les calculs. Dans notre étude, nous ne considérerons que des matrices de rotation, définies par la formule d'Olinde Rodrigues exprimée ci-dessous.

### C.2 Formule d'Olinde Rodrigues

Dans un espace vectoriel de dimension 3, une rotation vectorielle est définie par un axe  $\mathbf{N}$  et par un angle  $\theta$ . Nous supposons  $\mathbf{N}$  normé, de coordonnées  $(n_x, n_y, n_z)$ . Soit  $\mathbf{r}$   $(x, y, z)$  un vecteur quelconque et  $\mathbf{r}'$   $(x', y', z')$  le vecteur obtenu, dans le même repère, à partir de

la rotation vectorielle d'axe  $\mathbf{N}$  et d'angle  $\theta$  du vecteur  $\mathbf{r}$ . On a alors la formule d'**Olinde Rodrigues** :

$$\mathbf{r}' = \cos \theta \mathbf{r} + (1 - \cos \theta)(\mathbf{r} \cdot \mathbf{N})\mathbf{N} + \sin \theta[\mathbf{N} \wedge \mathbf{r}] \quad (\text{C.2})$$

Cette formule peut être écrite de manière matricielle :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (\text{C.3})$$

$$T = \cos \theta \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + (1 - \cos \theta) \begin{bmatrix} n_x^2 & n_y n_x & n_z n_x \\ n_x n_y & n_y^2 & n_z n_y \\ n_x n_z & n_y n_z & n_z^2 \end{bmatrix} + \sin \theta \begin{bmatrix} 0 & -n_z & n_y \\ n_z & 0 & -n_x \\ -n_y & n_x & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.4})$$

La matrice  $T$  correspond à la matrice de rotation  $T_{1,2}$  définie précédemment.

Si les paramètres connus sont un vecteur  $\mathbf{r}$  et le vecteur  $\mathbf{r}'$  associé, et si nous voulons calculer la matrice de rotation transformant  $\mathbf{r}$  en  $\mathbf{r}'$ , l'axe de rotation  $\mathbf{N}$  et l'angle  $\theta$  associés à la rotation sont déterminés à l'aide d'un produit vectoriel. En effet le produit vectoriel  $\mathbf{r} \wedge \mathbf{r}'$  donne la direction du vecteur  $\mathbf{N}$ , et l'on a :

$$\|\mathbf{r} \wedge \mathbf{r}'\| = \|\mathbf{r}\|\|\mathbf{r}'\|\sin \theta \quad (\text{C.5})$$

### C.3 Vecteur normal à une surface

Dans notre étude, les plans  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  choisis sont tangents aux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  en deux points  $O_1$  et  $O_2$ . Nous aurons besoin de déterminer le vecteur normal à chacun de ces plans, et ayant pour origines les points  $O_1$  et  $O_2$ . Pour déterminer ces vecteurs, nous utilisons les formules suivantes du gradient. Considérons dans un espace de dimension 3, dans un repère  $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ , une surface définie par  $z = f(x, y)$ . Cette équation s'écrit également  $g(x, y, z) = z - f(x, y) = 0$ . En un point régulier  $M(x_0, y_0, z_0)$  de la surface, le vecteur gradient défini dans l'équation (C.6) est orthogonal à cette surface.

$$\mathbf{grad}(g)_M = \frac{\partial g}{\partial x}|_M \mathbf{e}_x + \frac{\partial g}{\partial y}|_M \mathbf{e}_y + \frac{\partial g}{\partial z}|_M \mathbf{e}_z = -\frac{\partial f}{\partial x}|_M \mathbf{e}_x - \frac{\partial f}{\partial y}|_M \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z \quad (\text{C.6})$$

---

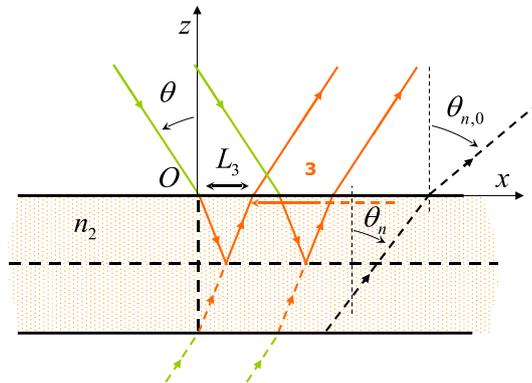
## Amélioration du modèle de diffraction à l'interface entre deux pixels

---

### D.1 Principe

Dans le nouveau calcul développé dans cette annexe, nous considérons à nouveau les 8 ondes partielles décrites sur la figure 5.2 du chapitre 5. Les notations pour les angles impliqués dans les calculs restent les mêmes que dans la section 5.1, à la différence près que les angles  $\theta_{n023}$  et  $\theta_{n123}$  n'apparaissent pas ici. Les calculs sont effectués en mode TE mais la transposition au cas TM est immédiate. Nous appellerons ce nouveau modèle FOM [113] (Fourier Optics Model).

Nous décrivons en détail le modèle de propagation de l'onde partielle 3. Nous représentons sur la figure D.1 un schéma déplié associé à la propagation de cette onde partielle, sur lequel la lumière provient de l'arrière de la structure ( $z = -2H$ ). Ce schéma est équivalent à celui qui est représenté sur la figure 5.2(b). Nous n'oublierons pas de prendre en compte le coefficient de réflexion en  $z = -H$ , qui correspond à l'interface  $n_2 - n_3$ .



**Fig. D.1:** Schéma déplié associé à l'étude de l'onde partielle 3. Les tirets épais verticaux représentent la discontinuité  $n_1 - n_2$ , et les tirets horizontaux représentent l'interface entre la structure et son substrat.

## Annexe D : Amélioration du modèle de diffraction à l'interface entre deux pixels

---

Nous partons de la répartition d'amplitude complexe juste au dessus de l'interface  $z = -2H$ , que nous dénoterons  $z = -2H_+ : U(x, -2H_+)$  :

$$U_3(x, -2H_+) = \text{He}(x) e^{i\frac{2\pi}{\lambda} n_0 x \sin \theta} t_{02}(\theta) \quad (\text{D.1})$$

$\text{He}(x)$  est la fonction de Heaviside qui décrit la pupille semi-infinie de la pupille de l'onde partielle 3 et  $t_{02}(\theta)$  est le coefficient de Fresnel en transmission à  $n_0 - n_2$  sous l'incidence  $\theta$  :

$$t_{02}^{TE}(\theta) = \frac{2n_0 \cos \theta}{n_0 \cos(\theta) + n_2 \cos(\theta_{n02})} \quad (\text{D.2})$$

La transformée de Fourier de  $U_3(x, -2H_+)$  à la fréquence spatiale  $\mu$  est donnée par :

$$\tilde{U}_{3,-2H}(\mu) = \frac{t_{02}(\theta)}{2\pi i (\mu - n_0 \sin \theta / \lambda)} \quad (\text{D.3})$$

Nous donnons maintenant l'expression de la répartition de l'amplitude complexe  $U_{3,r}$  dans le milieu d'indice  $n_2$  défini par  $-2H < z < -H$ . La décomposition en ondes planes conduit à :

$$U_{3,r}(x, z) = \int \tilde{U}_{3,-2H} \left( \frac{\alpha'_n}{\lambda} \right) e^{i\frac{2\pi}{\lambda} (2H+z) \sqrt{n_2^2 - \alpha_n'^2}} e^{i\frac{2\pi}{\lambda} x \alpha'_n} \frac{d\alpha'_n}{\lambda} \quad (\text{D.4})$$

$\alpha'_n = n_2 \sin \theta_n$ , où les angles  $\theta_n$ , dont l'un d'entre eux est représenté sur la figure D.1, sont associés à la direction de propagation des ondes planes. Les termes en exponentielle correspondent à  $i\vec{k}_{n_2} \cdot \vec{r}$ , où  $\vec{r}$  est le vecteur position dont les coordonnées sont  $(x, z)$  dans le système de coordonnées  $(O, x, z)$  et  $\vec{k}_{n_2}$  est le vecteur d'onde d'une onde plane dans le milieu d'indice  $n_2$ .  $U_{3,r}$  devient  $U_{3,R}$  dans  $H < z < 0$  après réflexion à l'interface  $n_2 - n_3$  :

$$U_{3,R}(x, z) = \int r_{23}(\alpha'_n) \tilde{U}_{3,-2H} \left( \frac{\alpha'_n}{\lambda} \right) e^{i\frac{2\pi}{\lambda} (2H+z) \sqrt{n_2^2 - \alpha_n'^2}} e^{i\frac{2\pi}{\lambda} x \alpha'_n} \frac{d\alpha'_n}{\lambda} \quad (\text{D.5})$$

$r_{23}(\alpha'_n)$  est le coefficient de Fresnel en réflexion de l'onde plane associée à  $\alpha'_n$ . Lorsque cette onde plane rencontre  $n_2 - n_3$ , sa partie transmise est réfractée suivant un angle  $\theta_{n,3}$ , non représenté sur la figure D.1 par souci de clarté, tel que d'après la loi de Snell-Descartes :  $n_2 \sin \theta_n = n_3 \sin \theta_{n,3}$ . On a alors :

$$r_{23,TE}(\alpha'_n) = \frac{n_2 \cos \theta_n - n_3 \cos \theta_{n,3}}{n_2 \cos \theta_n + n_3 \cos \theta_{n,3}} = \frac{\sqrt{n_2^2 - \alpha_n'^2} - \sqrt{n_3^2 - \alpha_n'^2}}{\sqrt{n_2^2 - \alpha_n'^2} + \sqrt{n_3^2 - \alpha_n'^2}} \quad (\text{D.6})$$

Nous pouvons remarquer que si  $n_3 < n_2$ ,  $r_{23,TE}(\alpha'_n)$  a une valeur complexe pour les plus grands  $\alpha'_n$  : il s'agit là de réflexion totale interne. Après réfraction à  $n_2 - n_0$ ,  $U_{3,R}$  devient  $U_{3,RT}$  dans  $z > 0$ . D'après la loi de Snell-Descartes, la composante du vecteur d'onde change suivant  $z$  de telle sorte que sa norme est égale à  $2\pi n_0 / \lambda$  dans le demi-espace d'indice  $n_0$  :

$$U_{3,RT}(x, z) = \int t_{20}(\alpha'_n) r_{23}(\alpha'_n) \tilde{U}_{3,-2H} \left( \frac{\alpha'_n}{\lambda} \right) e^{i\frac{2\pi}{\lambda} 2H \sqrt{n_2^2 - \alpha_n'^2}} e^{i\frac{2\pi}{\lambda} z \sqrt{n_0^2 - \alpha_n'^2}} e^{i\frac{2\pi}{\lambda} x \alpha'_n} \frac{d\alpha'_n}{\lambda} \quad (\text{D.7})$$

où dans ce milieu  $\alpha'_n = n_0 \sin \theta_{n,0} = n_2 \sin \theta_n$ . Les plus hautes valeurs de  $\theta_n$  telles que  $n_2 \sin \theta_n > 1$  sont associées à la réflexion totale interne et ne sont donc pas prises en compte dans l'équation (D.7). Ainsi  $-1 \leq \alpha'_n \leq 1$ , et :

$$t_{20,TE}(\alpha'_n) = \frac{2n_2 \cos \theta_n}{n_2 \cos \theta_n + n_0 \cos \theta_{n,0}} = \frac{2\sqrt{n_2^2 - \alpha_n'^2}}{\sqrt{n_2^2 - \alpha_n'^2} + \sqrt{n_0^2 - \alpha_n'^2}} \quad (\text{D.8})$$

## D.1 Principe

---

Ici l'expression de  $U(x, 0_+)$  dans l'équation (5.5) est  $U_{3,RT}(x, 0_+)$ , dont l'expression analytique donnée par l'équation (D.7) révèle une transformée de Fourier inverse. Ainsi, nous pouvons écrire la répartition de la lumière à l'infini  $U_{3,\infty}(\alpha)$  :

$$U_{3,\infty}(\alpha) \propto \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{\lambda}} t_{20}(\alpha) r_{23}(\alpha) \tilde{U}_{3,-2H}\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right) e^{i\frac{2\pi}{\lambda} 2H \sqrt{n_2^2 - \alpha^2}} \quad (\text{D.9})$$

Le terme exponentiel correspond à un retard de phase dû à la double traversée du milieu d'indice  $n_2$ . Comme nous allons le voir dans la suite de cette annexe, les calculs associés aux autres ondes partielles sont effectués suivant le même principe.

L'étude des ondes partielles 1 et 2 est immédiate, étant donné que dans les deux cas une seule réflexion est en jeu, respectivement à  $n_0 - n_1$  et  $n_0 - n_2$ . Considérons dans un premier temps l'onde partielle 1. Nous partons de :

$$U_1(x, 0_+) = \text{He}(-x) e^{i\frac{2\pi}{\lambda} n_0 x \sin \theta} t_{01}(\theta) \quad (\text{D.10})$$

$t_{01}(\theta)$  est le coefficient de Fresnel en transmission à  $n_0 - n_1$  sous l'incidence  $\theta$ , et l'on note  $\tilde{U}_{1,0}(\mu)$  la transformée de Fourier de  $U_1(x, 0_+)$ . Ainsi :

$$U_{1,\infty}(\alpha) \propto \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{\lambda}} \tilde{U}_{1,0}\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right) \quad (\text{D.11})$$

Dans le cas de l'onde partielle 2 :

$$U_2(x, 0_+) = \text{He}(x) e^{i\frac{2\pi}{\lambda} n_0 x \sin \theta} t_{02}(\theta) \quad (\text{D.12})$$

Et :

$$U_{2,\infty}(\alpha) \propto \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{\lambda}} \tilde{U}_{2,0}\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right) \quad (\text{D.13})$$

La pupille de l'onde partielle 4 est située à l'interface  $n_0 - n_1$ . Lorsque la lumière rencontre cette pupille, elle a déjà effectué une double traversée du milieu d'indice  $n_1$ . Nous partons donc de :

$$U_4(x, 0_+) = \text{He}(-x) e^{i\frac{2\pi}{\lambda} n_0 x \sin \theta} t_{01}(\theta) r_{13}(\theta) t_{10}(\theta) e^{i\frac{2\pi}{\lambda} \times 2n_1 H \cos \theta_{n01}} \quad (\text{D.14})$$

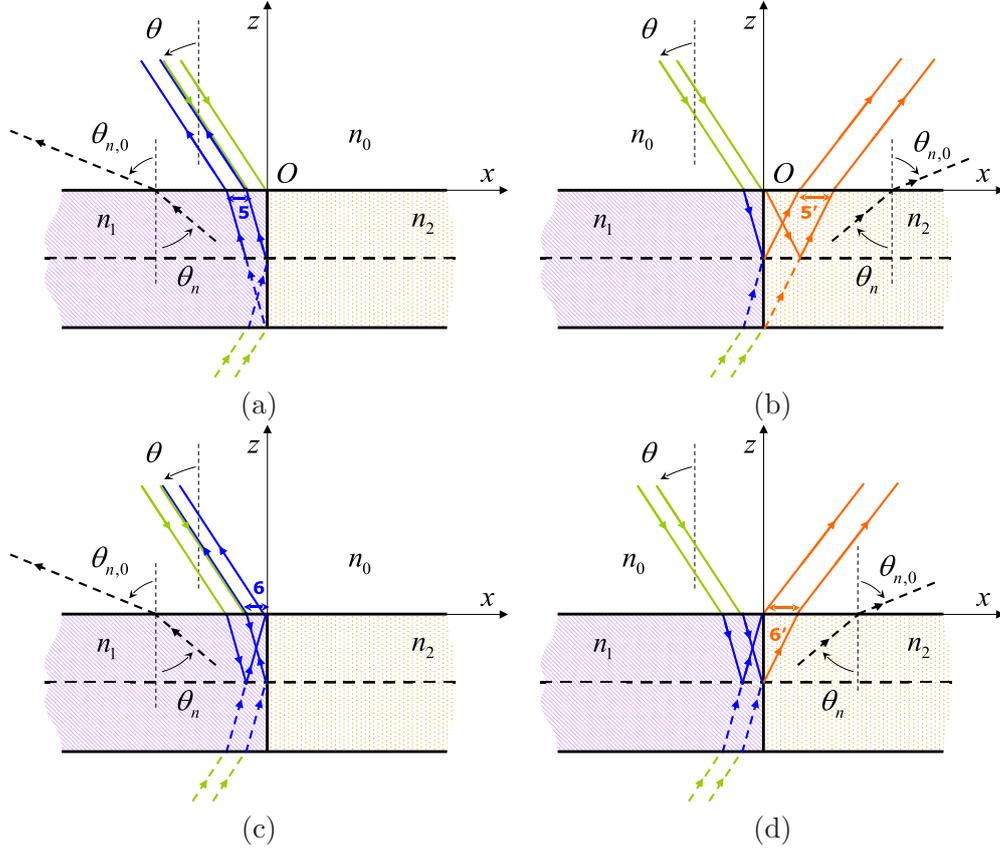
$t_{01}(\theta)$  et  $t_{10}(\theta)$  sont respectivement les coefficients de Fresnel en transmission à  $n_0 - n_1$  et  $n_1 - n_0$ , et  $r_{13}(\theta)$  est le coefficient de Fresnel en réflexion à  $n_1 - n_3$  sous l'incidence initiale  $\theta$  (les angles utilisés pour le calcul du coefficient de Fresnel sont  $\theta_{n01}$  et  $\theta_{n013}$ ), et l'on note  $\tilde{U}_{4,0}(\mu)$  la transformée de Fourier de  $U_4(x, 0_+)$ . Ainsi :

$$U_{4,\infty}(\alpha) \propto \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{\lambda}} \tilde{U}_{4,0}\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right) \quad (\text{D.15})$$

Dans le cas des ondes partielles 5, 5', 6 et 6', la pupille est l'interface  $n_1 - n_2$ . Les schémas dépliés associées à celles-ci sont représentées sur la figure D.2.

Pour l'onde partielle 5,

$$U_5(0_-, z) = \Pi_H\left(z + \frac{3H}{2}\right) e^{i\frac{2\pi}{\lambda} n_1 (2H+z) \cos \theta_{n01}} t_{01}(\theta) r_{12}(\theta) \quad (\text{D.16})$$



**Fig. D.2:** Schéma déplié associé à l'étude de l'onde partielle (a) 5, (b) 5', (c) 6 et (d) 6'.

$\Pi_H(x)$  est la fonction rectangle de largeur  $H$  et  $r_{12}(\theta)$  est le coefficient de Fresnel en réflexion à  $n_1 - n_2$  sous l'incidence initiale  $\theta$ . La transformée de Fourier de  $U_5(0_-, z)$  à la fréquence spatiale  $\mu$  est donnée par :

$$\tilde{U}_{5,0}(\mu) = t_{01}(\theta) r_{12}(\theta) e^{i\frac{2\pi}{\lambda} 2Hn_1 \cos \theta_{n01}} H \text{sinc} \left[ H \left( \mu - \frac{n_1 \cos \theta_{n01}}{\lambda} \right) \right] e^{i3\pi H \left( \mu - \frac{n_1 \cos \theta_{n01}}{\lambda} \right)} \quad (\text{D.17})$$

Nous utilisons la décomposition en ondes planes en ne considérant que la propagation des ondes planes dans la direction ( $x < 0, z > 0$ ), et dans ce cas  $\alpha'_n = n_1 \cos \theta_n$  a toujours une valeur positive. Soit  $U_{5,r}$  la répartition de l'amplitude complexe dans le milieu d'indice  $n_1$  :

$$U_{5,r}(x, z) = \int \tilde{U}_{5,0} \left( \frac{\alpha'_n}{\lambda} \right) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda} x \sqrt{n_1^2 - \alpha_n'^2}} e^{i\frac{2\pi}{\lambda} z \alpha'_n} \frac{d\alpha'_n}{\lambda} \quad (\text{D.18})$$

Le terme sous l'intégrale est multiplié par  $r_{13}(\alpha'_n)$  après réflexion à  $n_1 - n_3$ , où :

$$r_{13,TE}(\alpha'_n) = \frac{n_1 \cos \theta_n - n_3 \cos \theta_{n,3}}{n_1 \cos \theta_n + n_3 \cos \theta_{n,3}} = \frac{\alpha'_n - \sqrt{n_3^2 - n_1^2 + \alpha_n'^2}}{\alpha'_n + \sqrt{n_3^2 - n_1^2 + \alpha_n'^2}} \quad (\text{D.19})$$

Alors, après réfraction à  $n_1 - n_0$  :

$$U_{5,RT}(x, z) = \int t_{10}(\alpha'_n) r_{13}(\alpha'_n) \tilde{U}_{5,0} \left( \frac{\alpha'_n}{\lambda} \right) e^{i\frac{2\pi}{\lambda} z \sqrt{n_0^2 - (n_1^2 - \alpha_n'^2)}} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda} x \sqrt{n_1^2 - \alpha_n'^2}} \frac{d\alpha'_n}{\lambda} \quad (\text{D.20})$$

## D.1 Principe

Où ici :

$$t_{10,TE}(\alpha'_n) = \frac{2n_1 \cos \theta_n}{n_1 \cos \theta_n + n_0 \cos \theta_{n,0}} = \frac{2\alpha'_n}{\alpha'_n + \sqrt{n_0^2 - n_1^2 + \alpha_n'^2}} \quad (\text{D.21})$$

Dans l'équation (D.20), l'étendue des valeurs de  $\alpha'_n$  est  $\sqrt{n_1^2 - n_0^2} \leq \alpha'_n \leq n_1$ , étant donné que la norme du vecteur d'onde est égale à  $2\pi n_0/\lambda$ . Ainsi  $t_{10,TE}(\alpha'_n)$  est un nombre réel quelle que soit la valeur de  $\alpha'_n$  dans ce domaine de variation. Comme nous l'avons déjà évoqué pour l'onde partielle 3, la réflexion totale interne des ondes les plus inclinées (qui correspondent ici aux plus petites valeurs de  $\alpha'_n$ ) est prise en compte par cette restriction de l'étendue des valeurs de  $\alpha'_n$  de  $0 \leq \alpha'_n \leq n_1$  à  $\sqrt{n_1^2 - n_0^2} \leq \alpha'_n \leq n_1$ .

Nous appliquons alors le changement de variable  $v = -\sqrt{n_1^2 - \alpha_n'^2}$  et obtenons ainsi pour  $U_{5,RT}(x, 0_+)$  une expression analytique révélant ici aussi une transformée de Fourier inverse. Ainsi, nous pouvons écrire la répartition à l'infini  $U_{5,\infty}(\alpha)$  :

$$U_{5,\infty}(\alpha) \propto -\sqrt{\frac{1-\alpha^2}{\lambda}} t_{10} \left( \sqrt{n_1^2 - \alpha^2} \right) r_{13} \left( \sqrt{n_1^2 - \alpha^2} \right) \tilde{U}_{5,0} \left( \frac{\sqrt{n_1^2 - \alpha^2}}{\lambda} \right) \frac{\alpha}{\sqrt{n_1^2 - \alpha^2}} \quad (\text{D.22})$$

En utilisant le même raisonnement pour l'onde partielle 6, nous partons de :

$$U_6(0_-, z) = \Pi_H \left( z + \frac{H}{2} \right) e^{i\frac{2\pi}{\lambda} n_1 2H \cos \theta_{n01}} e^{i\frac{2\pi}{\lambda} n_1 z \cos \theta_{n01}} t_{01}(\theta) r_{13}(\theta) r_{12}(\theta) \quad (\text{D.23})$$

pour obtenir le champ à l'infini :

$$U_{6,\infty}(\alpha) \propto -\sqrt{\frac{1-\alpha^2}{\lambda}} t_{10} \left( \sqrt{n_1^2 - \alpha^2} \right) \tilde{U}_{6,0} \left( \frac{\sqrt{n_1^2 - \alpha^2}}{\lambda} \right) \frac{\alpha}{\sqrt{n_1^2 - \alpha^2}} \quad (\text{D.24})$$

Dans les cas 5' et 6', nous effectuons le même développement par ondes planes dans la direction ( $x > 0, z > 0$ ).

$$U_{5'}(0_+, z) = \Pi_H \left( z + \frac{3H}{2} \right) e^{i\frac{2\pi}{\lambda} n_1 (2H+z) \cos \theta_{n01}} t_{01}(\theta) r_{12}(\theta) \quad (\text{D.25})$$

Et ainsi :

$$U_{5',\infty}(\alpha) \propto -\sqrt{\frac{1-\alpha^2}{\lambda}} t_{20} \left( \sqrt{n_2^2 - \alpha^2} \right) r_{23} \left( \sqrt{n_2^2 - \alpha^2} \right) \tilde{U}_{5',0} \left( \frac{\sqrt{n_2^2 - \alpha^2}}{\lambda} \right) \frac{\alpha}{\sqrt{n_2^2 - \alpha^2}} \quad (\text{D.26})$$

avec :

$$t_{20,TE}(\alpha'_n) = \frac{2\alpha'_n}{\alpha'_n + \sqrt{n_0^2 - n_2^2 + \alpha_n'^2}} \quad (\text{D.27})$$

et :

$$r_{23,TE}(\alpha'_n) = \frac{\alpha'_n - \sqrt{n_3^2 - n_2^2 + \alpha_n'^2}}{\alpha'_n + \sqrt{n_3^2 - n_2^2 + \alpha_n'^2}} \quad (\text{D.28})$$

Finalement, dans le cas 6' :

$$U_{6'}(0_+, z) = \Pi_H \left( z + \frac{H}{2} \right) e^{i\frac{2\pi}{\lambda} n_1 2H \cos \theta_{n01}} e^{i\frac{2\pi}{\lambda} n_1 z \cos \theta_{n01}} t_{01}(\theta) r_{13}(\theta) t_{12}(\theta) \quad (\text{D.29})$$

Et l'on a à l'infini :

$$U_{6',\infty}(\alpha) \propto -\sqrt{\frac{1-\alpha^2}{\lambda}} t_{20} \left( \sqrt{n_2^2 - \alpha^2} \right) \tilde{U}_{6',0} \left( \frac{\sqrt{n_2^2 - \alpha^2}}{\lambda} \right) \frac{\alpha}{\sqrt{n_2^2 - \alpha^2}} \quad (\text{D.30})$$

Nous soulignons le fait que quand un angle réfracté à une interface donnée a une valeur imaginaire, cela signifie qu'il y a réflexion totale interne. Le coefficient de Fresnel en réflexion associé est donc aussi un nombre imaginaire, dont l'argument correspond à un retard de phase, que l'on calcule en utilisant des cosinus imaginaires, et nous incluons ces contributions dans notre modèle. Ainsi, notre modèle comme celui que nous avons développé dans la section 5.1 s'applique aux cas où la réflexion totale interne est impliquée. Bien sûr, pour la partie transmise de telles ondes partielles, nous pourrions prendre en compte les ondes évanescentes, mais parce que nous ne nous intéressons qu'à la diffraction en champ lointain, nous ne les considérerons pas dans nos calculs. Cette restriction est illustrée par le fait que nous limitons l'étendue des valeurs de  $\alpha'_n$  de  $-n_2 \leq \alpha'_n \leq n_2$  à  $-1 \leq \alpha'_n \leq 1$  entre les équations (D.4) et (D.7).

## D.2 Résultats

Comme dans la section 5.1 nous représentons  $\left| \sqrt{1 - \alpha^2} U_\infty(\alpha) \right|^2$  sur les figures qui suivent, et comparons les résultats obtenus à ceux obtenus par la méthode a-FMM. Ici aussi nous pouvons vérifier que les pics apparaissent là où nous nous y attendions. En effet, par exemple dans le cas de la figure D.3(b), pour  $\theta = 10^\circ$  le pic spéculaire associé aux ondes partielles 1,2,3 et 4 se situe autour de  $-10^\circ$ , et le pic associé à 5 et 6 autour de  $10^\circ$ . Nous pouvons aussi calculer que  $\theta'_{5'} = \theta'_{6'} \simeq -34.4^\circ$  et vérifier que cette valeur est en accord avec la figure de diffraction calculée. Sur la figure D.3(c) nous illustrons une configuration dans laquelle aucune lumière n'est transmise à l'interface  $n_1 - n_2$  étant donné que l'angle  $\theta_{n12}$  a une valeur imaginaire. La ressemblance entre les courbes obtenues avec le FOM et par la méthode a-FMM et l'absence de pic associé aux ondes partielles 5' et 6' prouve que notre modèle est valide même en présence de réflexion totale interne.

Dans cette dernière configuration où aucune lumière associée aux ondes partielles 5' et 6' n'est réfléchi vers l'infini, nous montrons également sur la figure D.3(d) un "zoom" autour du pic associé aux ondes partielles 5 et 6, et représentons les résultats calculés en considérant respectivement l'onde 5 seulement, puis 6 seulement, 1 à 4 seulement, et les six ondes partielles 1 à 6. Nous pouvons constater que les ondes 1 à 4 ont une faible influence sur la forme du pic autour de  $\theta' = 10^\circ$  étant donné que l'intensité qu'elles diffractent dans cette région est très petite par rapport à celle des ondes 5 et 6. Ces dernières réfléchissent une figure de diffraction qui comme nous l'espérons est située autour de  $\theta' = -10^\circ$ . La forme globale du pic résulte donc majoritairement des interférences entre les ondes partielles 5 et 6.

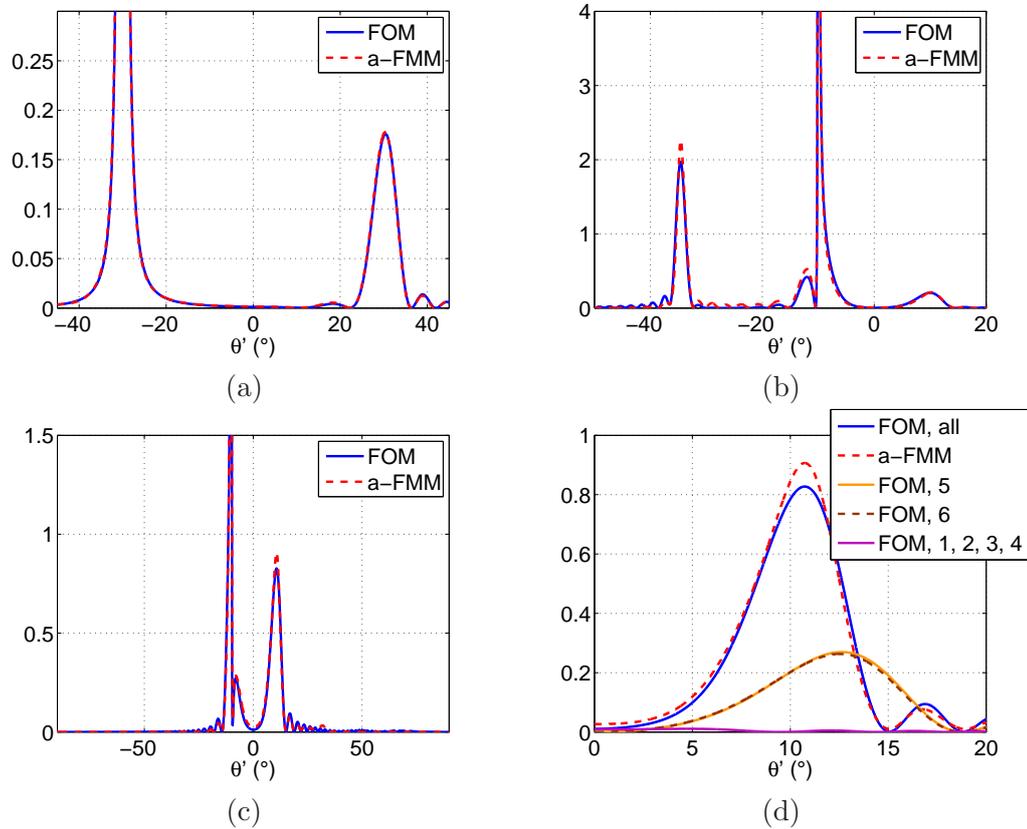
Étant donné que les figures révèlent une bonne corrélation entre les modèles, nous pouvons conclure que dans le cas de la structure étudiée ici, notre simple FOM est un outil acceptable pour modéliser la propagation de la lumière à l'intérieur de celle-ci.

## D.3 Limites

Les limites du FOM sont les mêmes que celles du modèle FOM. Nous avons pu par exemple vérifier que les résultats du FOM sont erronés si l'on prend  $\theta = 1^\circ$  avec le jeu de paramètres de la figure D.3(b). Dans ce cas la distance  $L_3$  est égale à  $465nm$ , soit légèrement inférieure à la longueur d'onde d'étude  $\lambda = 500nm$ . La seconde limite due au fait que les réflexions multiples sur la face arrière de la lame ne sont pas prises en compte apparaît

### D.3 Limites

également dans notre FOM. Dans le cas de la figure D.3(a),  $n_0 = n_1$  et  $n_2 = n_3$ , ainsi aucune réflexion multiple n'apparaît. Ainsi ni la première ni la seconde limite ne s'appliquent à ce cas d'étude et nous pouvons constater que les courbes sont parfaitement superposées.



**Fig. D.3:** Mode TE. (a) ( $n_1 = 1, n_2 = 1.5, n_3 = 1.5, H = 4\mu m, \theta = 30^\circ$ ). Pic associé aux ondes partielles 1 à 4 et pic associé à 5 et 6. (b) ( $n_1 = 1.4, n_2 = 1.5, n_3 = 1, H = 20\mu m, \theta = 10^\circ$ ). Gauche (autour de  $-34.4^\circ$ ) : pic associé à 5' et 6', centre (autour de  $-10^\circ$ ) : pic associé à 1 à 4 et droite (autour de  $10^\circ$ ) : pic "5 et 6". (c) ( $n_1 = 1.5, n_2 = 1.4, n_3 = 1, H = 20\mu m, \theta = 10^\circ$ ). Gauche (autour de  $-10^\circ$ ) : pic "1 à 4" et droite (autour de  $10^\circ$ ) : pic "5 et 6". (d) ( $n_1 = 1.5, n_2 = 1.4, n_3 = 1, H = 20\mu m, \theta = 10^\circ$ ). Pic "5 et 6", calculé à partir du FOM, en considérant l'onde partielle 5 seulement (orange), 6 seulement (marron), en tirets, 1 à 4 (magenta) et 1, 2, 3, 4, 5 et 6 (bleu).



---

## Bibliographie

---

- [1] M. Born and E. Wolf. Principles of Optics. Pergamon Press, 1980. xvii, 73, 81
- [2] Joseph W. Goodman. Introduction to Fourier Optics. McGraw-Hill book company, 1996. xvii, 11, 25, 46, 73
- [3] Jean-Louis Meyzonnette et Thierry Lépine. Bases de radiométrie optique. Cépaduès - Editions, 2003. xvii
- [4] Gaid Moulin. Composants optiques transparents pixellisés destinés au transport et à la formation d'images. Thèse de doctorat en sciences, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Faculté des sciences d'Orsay - Université Paris-Sud XI, 2008. 1, 27, 42, 43, 50
- [5] Céline Benoit-Pasanau. Modélisation et simulation de composants optiques diffractifs et pixellisés en vue de leur caractérisation et de leur optimisation. Thèse de doctorat en sciences, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Faculté des sciences d'Orsay - Université Paris-Sud XI, 2010. 1, 50, 55, 69, 119, 143
- [6] James E. Sheedy, Charles Campbell, Ewen King-smith, and John R. Hayes. Progressive powered lenses : the Minkwitz theorem. Optometry and Vision Science, 82 :1–10, 2005. 2
- [7] D. Casasent. Spatial light modulators. Proc. IEEE 65, 143, 1977. 3
- [8] C. Warde, A. D. Fisher, D. M. Cocco, and M. Y. Burmawi. Microchannel spatial light modulator. Opt. Lett., 3(5) :196–198, Nov 1978. 3
- [9] Bruno Berge and Jérôme Peseux. Lens with variable focus, USRE39874, 1997. 3
- [10] Patrick Berthelé, Bruno Fracasso, and Jean-Louis de Bougrenet de la Tocnaye. Design and characterization of a liquid-crystal spatial light modulator for a polarization-insensitive optical space switch. Appl. Opt., 37(23) :5461–5468, Aug 1998. 3
- [11] Nicolas Fraval and Jean Louis de Bougrenet de la Tocnaye. Low aberrations symmetrical adaptive modal liquid crystal lens with short focal lengths. Appl. Opt., 49(15) :2778–2783, May 2010. 3
- [12] Quanquan Mu, Zhaoliang Cao, Lifa Hu, Dayu Li, and Li Xuan. An adaptive optics imaging system based on a high-resolution liquid crystal on silicon device. Opt. Express, 14(18) :8013–8018, Sep 2006. 3

- 
- [13] Chao Li, Mingliang Xia, Quanqun Mu, Baoguang Jiang, Li Xuan, and Zhaoliang Cao. High-precision open-loop adaptive optics system based on lc-slm. *Opt. Express*, 17(13) :10774–10781, Jun 2009. 3
- [14] Leo Mackta. Fluid bifocal spectacle, US3614215, 1970. 3
- [15] Gerald V. Piosenka and Peter Leahy. Auto-focusing optical apparatus, US5359444, 1992. 3
- [16] Takao Okada, Takeaki Nakamura, Kimihiko Nishioka, Hiroyuki Yamamoto, Toshihito Kouchi, and Hideo Tomabechi. Liquid crystal spectacles, US4756605, 1985. 3
- [17] Saul Epstein and Stephen Kurtin. Variable focal length lens, TW477902, 1998. 3
- [18] Micha Kaufman and Kalman Kaufman. Multifocal lens, WO2005033782, 2003. 3
- [19] Micha Kaufman and Kalman Kaufman. Lens with SLM, US2008024858, 2003. 3
- [20] Kenji Matsumoto. Liquid crystal lens and imaging lens device, US2007216851, 2006. 3, 68
- [21] Joshua N.Haddock, William Kokonaski, Roger Clarke, Philip Rawlins, Peter Crossley, and James John. Electro-active diffractive lens and method for making the same, US20090256977, 2008. 3, 68
- [22] Shigeru Morokawa and Yasuhiro Takaki. Optical device containing a liquid crystal element for changing optical characteristics of a lens element, US5815233, 1993. 3
- [23] Jérôme Ballet et Jean-Paul Cano. Composant optique transparent pixellisé comprenant un revêtement absorbant, son procédé de réalisation et son utilisation dans un élément optique, FR2888948, 2005. 3, 143
- [24] Jérôme Ballet, Christian Bovet et Jean-Paul Cano. Composant optique pixellisé à nano-parois, FR2888949, 2005. 3
- [25] Jérôme Ballet, Christian Bovet et Jean-Paul Cano. Composant optique pixellisé à parois absorbantes, son procédé de fabrication et son utilisation dans la fabrication d'un élément optique transparent, FR2888950, 2005. 3, 143
- [26] E. Carcolé, J. Campos, I. Juvells, and S. Bosch. Diffraction efficiency of low-resolution fresnel encoded lenses. *Appl. Opt.*, 33(29) :6741–6746, Oct 1994. 4, 26
- [27] E. Carcolé, J. Campos, and S. Bosch. Diffraction theory of fresnel lenses encoded in low-resolution devices. *Appl. Opt.*, 33(2) :162–174, Jan 1994. 4, 26
- [28] E. Carcole, J. Campos, I. Juvells, and J. R. de F. Moneo. Diffraction theory of optimized low-resolution fresnel encoded lenses. *Appl. Opt.*, 34(26) :5952–5960, 1995. 4, 26
- [29] Victor Arrizon, Edgardo Carreon, and Luis A. Gonzalez. Self-apodization of low-resolution pixelated lenses. *Appl. Opt.*, 38(23) :5073–5077, 1999. 4, 26, 31
- [30] Jean-Paul Cano et Christian Bovet. Procédé de réalisation d'un composant optique transparent, composant optique intervenant dans ce procédé et élément optique ainsi obtenu, FR2872589, 2004. 5
- [31] Claudine Biver, Christian Bovet, Jean-Paul Cano, Stephane Caplet, and Romain Fayolle. Sealing of cellular structure along a periphery, WO2009136109, 2008. 5
- [32] Laurent Berthelot. Élément optique transparent comprenant un ensemble de cellules, FR2939910, 2008. 6
- [33] Feng Shi. Etude des propriétés physico-chimiques de surfaces microstructurées : application à la fabrication de verres organiques ophtalmiques digitaux. Thèse de doctorat en sciences, CIRIMAT, 2006. 6

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [34] Laëtitia Pont. Conception et réalisation de microdispositifs pour l'optique ophtalmique pixellisée. Thèse de doctorat en sciences, INSA Toulouse et LAAS, 2007. 6
- [35] José Miguel Navarro. Cellules photovoltaïques organiques transparentes dans le visible. Thèse de doctorat en sciences, Université Toulouse III - Paul Sabatier, 2008. 6
- [36] Isabelle Savin de Larclause. Dépôt organosilicié par plasma froid basse pression et pression atmosphérique sur substrats microstructurés. Thèse de doctorat en sciences, Université Toulouse III - Paul Sabatier, 2008. 6
- [37] S. Poirier. Etude et mise en oeuvre de liquides fonctionnels par procédé jet d'encre pour la réalisation de microdispositifs optiques. Thèse de doctorat en sciences, INP Toulouse, 2009. 6
- [38] V. Santucci. Elaboration et caractérisation de couches minces polymères par CVD et photo-CVD pour des applications optiques originales. Thèse de doctorat en sciences, INP Toulouse, 2009. 6
- [39] Paul Lefillastre. Contribution au développement d'une nouvelle technologie d'optique ophtalmique pixellisée. Etude et optimisation du report de films fonctionnalisés sur une surface courbe. Thèse de doctorat en sciences, LAAS-CNRS, 2010. 6
- [40] Christian Bovet, Jean-Paul Cano et Gilles Mathieu. Composant optique pixellisé aléatoirement, son procédé de fabrication, et son utilisation dans la fabrication d'un élément optique transparent, FR2888951, 2005. 7
- [41] Shaomin Wang, Eusebio Bernabeu, and Javier Alda. Unified and generalized fresnel numbers. Optical and Quantum Electronics, 24 :1351–1358, 1992. 10.1007/BF00625811. 12
- [42] James E. Harvey and Roland V. Shack. Aberrations of diffracted wave fields. Appl. Opt., 17(18) :3003–3009, Sep 1978. 12
- [43] Pierre Pellat-Finet. Optique de Fourier. Théorie métaxiale et fractionnaire. Springer, 2009. 12
- [44] Virendra N. Mahajan. Aberrations of diffracted wave fields. I. optical imaging. J. Opt. Soc. Am. A, 17(12) :2216–2222, Dec 2000. 13
- [45] G. Sherman, J. Stamnes, and E. Lalor. Asymptotic approximations to angular-spectrum representations. J. Math. Phys., 17 :760–776, 1976. 13
- [46] Kyoji Matsushima, Hagen Schimmel, and Frank Wyrowski. Fast calculation method for optical diffraction on tilted planes by use of the angular spectrum of plane waves. J. Opt. Soc. Am. A, 20(9) :1755–1762, 2003. 14, 90, 91, 100
- [47] José-Philippe Pérez. Optique, fondements et applications. Dunod, 2000. 18, 145
- [48] Michael Bass. Handbook of Optics - Fundamentals, techniques and design - Vol I. 1995. 19
- [49] <http://www.cvrl.org/>. 19, 20
- [50] Georges Bruhat. Optique, 6e Edition. Masson, 1992. 19
- [51] A. Stockman. Colorimetry, in The Optics Encyclopedia : Basic foundations and practical applications, pp. 207-226. Wiley-VCH, Berlin, 2003. 20
- [52] Phil Green and Lindsay MacDonald. Colour Engineering. Wiley, 2002. 22

- [53] Don M. Cottrell, Jeffrey A. Davis, Theodore R. Hedman, and Rodger A. Lilly. Multiple imaging phase-encoded optical elements written as programmable spatial light modulators. *Appl. Opt.*, 29(17) :2505–2509, Jun 1990. 26
- [54] Marius Peloux, Pierre Chavel, François Goudail, and Jean Taboury. Shape of diffraction orders of centered and decentered pixelated lenses. *Appl. Opt.*, 49(6) :1054–1064, 2010. 26, 157
- [55] M. Peloux, P. Chavel, F. Goudail, and J. Taboury. Shape of diffraction orders in pixelated lenses. In *EOS Topical Meeting on Diffractive Optics, Koli (Finland)*, Compact Disk ISBN 978-3-00-024193-2, poster presentation DO-2010-2472, 2010. 26
- [56] P. Chavel, M. Peloux, G. Moulin, D.F. Kuang, J-P. Hugonin, F. Goudail, J. Taboury et Ph. Lalanne. Optique diffractante ou optique diffractive? *Conférence à l'école thématique du réseau algérien d'optique NOUR 21 "Sources Laser et Photonique"*, 2010. 26
- [57] P. Chavel, J.Ballet, C.Bovet, J-P Cano, and P.Lefillastre. Optically transparent component with two sets of cells, WO2008077880, 2006. 41, 64
- [58] G.J. Swanson. Binary optics technology : theoretical limits on the diffraction efficiency of multilevel diffractive optical elements. MIT tech. rep. 914, 1991. 46, 88, 120, 124
- [59] G.J. Swanson. Binary optics technology : The theory and design of multi-level diffractive optical elements. MIT tech. rep. 854, 1989. 48
- [60] Céline Benoit-Pasanau, François Goudail, Pierre Chavel, Jean-Paul Cano, and Jérôme Ballet. Minimization of diffraction peaks of spatial light modulators using voronoi diagrams. *Opt. Express*, 18(14) :15223–15235, 2010. 50
- [61] Céline Benoît-Pasanau, François Goudail, Pierre Chavel, Jean-Paul Cano, and Jérôme Ballet. Reducing the diffraction artifacts while implementing a phase function on a spatial light modulator. *Appl. Opt.*, 50(4) :509–518, Feb 2011. 50, 51
- [62] Marius Peloux et Pierre Chavel. Element optique transparent à plusieurs couches constituées de pavages cellulaires, FR1152134, 2011. 64
- [63] Eyal Ben-Eliezer, Emanuel Marom, Naim Konforti, and Zeev Zalevsky. Experimental realization of an imaging system with an extended depth of field. *Appl. Opt.*, 44(14) :2792–2798, May 2005. 67, 68, 70, 72, 101
- [64] Henry Oksman and Joseph Eisner. Wide depth of focus intraocular and contact lenses, WO9402878, 1994. 68
- [65] Alex Zlotnik, Shai Ben Yaish, Oren Yehezkel, Karen Lahav-Yacouel, Michael Belkin, and Zeev Zalevsky. Extended depth of focus contact lenses for presbyopia. *Opt. Lett.*, 34(14) :2219–2221, Jul 2009. 68
- [66] Arthur Jampolsky. Flexible refracting membrane adhered to spectacle lens, US3904281, 1969. 68
- [67] Bruno Fermigier, François Guilhaumon, Matthieu Koscher, and Sylvie Mazé. Disk for modification of the power of an optical component, WO2007141440, 2006. 68
- [68] Bruno Fermigier and Matthieu Koscher. Curved disc for modifying a power of an optical component, WO2009080940, 2007. 68
- [69] Michael Larsson, Claes Beckman, Alf Nyström, Sverker Hård, and Johan Sjöstrand. Optical properties of diffractive, bifocal, intraocular lenses. *Appl. Opt.*, 31(13) :2377–2384, May 1992. 69, 87

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [70] Michael J. Simpson. Diffractive multifocal intraocular lens image quality. Appl. Opt., 31(19) :3621–3626, Jul 1992. 69
- [71] Allen L. Cohen. Practical design of a bifocal hologram contact lens or intraocular lens. Appl. Opt., 31(19) :3750–3754, Jul 1992. 69
- [72] Allen L. Cohen. Diffractive bifocal lens design. In Optometry and Vision Science symposium, 1993. 69
- [73] A. Klein. Understanding the diffractive bifocal lens. In Optometry and Vision Science symposium, 1993. 69
- [74] Christer Dahnér, Michael Larsson, Alf Nyström, and Sverker Hård. Letter imaging by diffractive, bifocal intraocular lenses : a computer study. Appl. Opt., 33(7) :1135–1140, Mar 1994. 69
- [75] Jack T. Holladay, Henny van Dijk, Alan Lang, Val Portney, Tim R. Willis, Rong Sun, and Henry C. Oksman. Optical performance of multifocal intraocular lenses. J. Opt. Refract. Surgery, 16 :413–422, 1996. 69
- [76] Eli Peli and Alan Lang. Appearance of images through a multifocal intraocular lens. J. Opt. Soc. Am. A, 18(2) :302–309, Feb 2001. 69
- [77] Robert Montés-Mico, Enrique Espana, Inmaculada Bueno, Neil Charman, and José L. Menezo. Visual performance with multifocal intraocular lenses. Ophthalmology, 111 :85–96, 2004. 69
- [78] Fannie Castignoles, Manuel Flury, and Thierry Lepine. Comparison of the efficiency, mtf and chromatic properties of four diffractive bifocal intraocular lens designs. Opt. Express, 18(5) :5245–5256, Mar 2010. 69
- [79] Larry N. Thibos. Retinal image quality and visual performance. In International Wavefront Congress Meeting, 2008. 73, 103
- [80] H. Rouger, Y. Benard, and R. Legras. Effect of monochromatic induced aberrations on visual performance measured by adaptive optics technology. Journal of Refractive Surgery, 1 :10, 2009. 73
- [81] F. W. Campbell and D. G. Green. Optical and retinal factors affecting visual resolution optical and retinal factors. J. Physiol, 181 :576–593, 1965. 73
- [82] James L. Mannos and David J. Sakrison. The effects of a visual fidelity criterion on the encoding of images. IEEE Transactions On Information Theory, IT-20, no. 4, 1974. 73
- [83] A. K. Jain. Fundamentals of Digital Image Processing. Prentice-Hall, 1989. 73
- [84] T. Kratzer, E. Hofmann, and L. Mendel. Method for performing a contrast vision test , WO2006056252, 2004. 73
- [85] T. Kratzer and J.M. Cabeza-Guillén. Human eye neuronal contrast sensitivity function determining method for correcting defective vision of eye, involves calculating neuronal contrast sensitivity function by dividing optical and physiological contrast sensitivity functions, DE102008041458, 2008. 73
- [86] E. Carcolé, M. S. Millán, and J. Campos. Derivation of weighting coefficients for multiplexed phase-diffractive elements. Opt. Lett., 20(23) :2360–2362, Dec 1995. 76
- [87] Michael Simpson and John Futhey. Multi-focal diffractive ophthalmic lenses, EP0335731, 1988. 78
- [88] Glenn A. Myers, Shirin Barez, William C. Krenz, and Lawrence Stark. Light and target distance interact to control pupil size. American Journal of Physiology, 27, no 3, 1990. 82

- [89] Barry Winn, David Whitaker, David B. Elliot, and Nicholas J. Phillips. Factors affecting light-adapted pupil size in normal human subjects. Investigative Ophthalmology and Vision Science, 35, no 3 :1132–1137, 1994. 82
- [90] D.A. Atchison, G. Smith, and A.W. Johnston. Prismatic effects of spherical ophthalmic lenses. American Journal of Optometry and Physiological Optics, 57(11) :779–790, 1980. 87
- [91] T. E. Fannin and T. Grosvenor. Clinical Optics. Butterworth, Stoneham, 1987. 87
- [92] Ronald D. Blum and William Kokonaski. System, apparatus, and method for correcting vision using an electro-active lens, US2007216862, 1999. 88
- [93] Ronald D. Blum, William Kokonaski, Venkatramani S. Iyer, Joshua N. Haddock, and Mark Mattison-Shupnick. Multifocal lens having a progressive optical power region and a discontinuity, US2008273169, 2007. 88
- [94] Wolfgang Singer and Hans Tiziani. Born approximation for the nonparaxial scalar treatment of thick phase gratings. Appl. Opt., 37(7) :1249–1255, Mar 1998. 88, 120
- [95] Hervé Sauer, Pierre Chavel, and Gábor Erdei. Diffractive optical elements in hybrid lenses : modeling and design by zone decomposition. Appl. Opt., 38(31) :6482–6486, Nov 1999. 88
- [96] Markus Testorf. Perturbation theory as a unified approach to describe diffractive optical elements. J. Opt. Soc. Am. A, 16(5) :1115–1123, May 1999. 88, 120
- [97] Albrecht v. Pfeil, Frank Wyrowski, Andreas Drauschke, and Harald Aagedal. Analysis of optical elements with the local plane-interface approximation. Appl. Opt., 39(19) :3304–3313, 2000. 88, 89, 120
- [98] Huaijun Wang, Dengfeng Kuang, and Zhiliang Fang. Diffraction analysis of blazed transmission gratings with a modified extended scalar theory. J. Opt. Soc. Am. A, 25(6) :1253–1259, Jun 2008. 88, 120
- [99] Gaid Moulin, François Goudail, Pierre Chavel, and Dengfeng Kuang. Heuristic models for diffraction by some simple micro-objects. J. Opt. Soc. Am. A, 26(4) :767–775, Apr 2009. 88, 120
- [100] I. Bailey and A.L. Lovie. New design principles for visual acuity letter charts. Am. J. Optom. Physiol. Opt., 53(11) :740–745, 1976. 104, 106
- [101] F.L. Ferris and I. Bailey. Standardizing the measurement of visual acuity for clinical research studies. Ophthalmology, 103 :1 :181–182, 1996. 104
- [102] Michael Bach. The Freiburg visual acuity test-variability unchanged by post-hoc re-analysis. Graefe's Arch. Clin. Exp. Ophthalmol., 245, number 7 :965–971, 2007. 104
- [103] <http://www.michaelbach.de/fract/index.html>. 104
- [104] Claude Bonnet. Manuel pratique de psychophysique. Editions Armand-Colin - collection U, 1986. 105
- [105] R.C.L. Lenne, A.J. Vingrys, and G. Smith. Automated visual acuity testing. Clin. Exp. Optom, 77 :5 :190–195, 1994. 105
- [106] M. Peloux, J-P. Hugonin et P. Chavel. Heuristique de la diffraction à l'infini par une discontinuité d'indice dans une lame à faces parallèles. Horizons de l'Optique, 2011. 120
- [107] Elias N. Glytsis. Two-dimensionally-periodic diffractive optical elements : limitations of scalar analysis. J. Opt. Soc. Am. A, 19(4) :702–715, Apr 2002. 120

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [108] Ville Kettunen, Markku Kuittinen, and Jari Turunen. Effects of abrupt surface-profile transitions in nonparaxial diffractive optics. J. Opt. Soc. Am. A, 18(6) :1257–1260, 2001. 120
- [109] E. Hecht. Optics Fourth Edition. 2002. 123
- [110] M. G. Moharam and T. K. Gaylord. Rigorous coupled-wave analysis of planar-grating diffraction. J. Opt. Soc. Am., 71(7) :811–818, 1981. 123
- [111] Jean-Paul Hugonin and Philippe Lalanne. Perfectly matched layers as nonlinear coordinate transforms : a generalized formalization. J. Opt. Soc. Am. A, 22(9) :1844–1849, Sep 2005. 123
- [112] Elzbieta Marszalec, Birgitta Martinkauppi, Maricor Soriano, and Matti Pietikainen. Physics-based face database for color research. Journal of Electronic Imaging, 9(1) :32–38, 2000. 140
- [113] Marius Peloux, Jean-Paul Hugonin, and Pierre Chavel. Fourier optics heuristics for diffraction at infinity by an index discontinuity in a one-dimensional slab. J. Opt. Soc. Am. A, 28(8) :1648–1655, Aug 2011. 163

## RÉSUMÉ

NOUVEAUX COMPOSANTS OPTIQUES PIXELLISÉS POUR LA CORRECTION VISUELLE :  
MODÉLISATION, OPTIMISATION ET ÉVALUATION.

Ce manuscrit de thèse traite de l'étude de verres ophtalmiques microstructurés et plus particulièrement pixellisés, ces derniers pouvant présenter un intérêt particulier en optique active pour la correction de la presbytie. Une étude théorique est proposée, permettant d'analyser les performances optiques d'une lentille pixellisée en termes de transport d'image et d'identifier les paramètres qui ont un impact direct sur ces performances. Après validation expérimentale des résultats obtenus, nous constatons puis expliquons l'effet sur l'observation d'une scène de l'excentrement de l'œil par rapport à la fonction de phase du verre. Nous étudions l'effet du repliement de phase inhérent aux limites des technologies de fabrication, qui vient ajouter un chromatisme axial aux défauts visuels engendrés par la pixellisation. Nous nous intéressons ensuite aux applications possibles de la pixellisation en optique passive. Nous prouvons que pour une application visée, des lentilles binaires non pixellisées, dont nous optimisons la qualité optique, conduisent à de meilleurs résultats que les lentilles pixellisées. L'impact sur l'acuité visuelle des phénomènes diffractifs parasites induits par la pixellisation est évalué au moyen d'un banc de mesure utilisant la simulation de certaines images telles qu'elles seraient vues au travers de verres ophtalmiques pixellisés. Enfin, nous menons une étude de l'aspect esthétique d'un verre pixellisé vu par un observateur externe, à partir de modèles de calcul hybrides mêlant optique géométrique et optique de Fourier.

**Mots-clefs :** Lentille pixellisée, Optique de Fourier, Modulateur Spatial de Lumière (SLM).

## ABSTRACT

NEW PIXELATED OPTICAL COMPONENTS FOR VISUAL CORRECTION : MODELLING,  
OPTIMIZATION AND EVALUATION.

This thesis investigates microstructured and more particularly pixelated ophthalmic glasses, the latter raising some hope for the active correction of presbyopia. A theoretical study is developed for the analysis of the optical performances of a pixelated lens in terms of image transport and leads to the identification of the parameters which have an impact on these performances. After experimental validation of the results obtained, we note and then explain the effect on the observation of a scene of eye displacement with respect to the optical function of the eyeglass. We study the effect of phase wrapping, which is inherent in the limits of the technologies implied in the manufacturing process and adds an axial chromatism effect to the visual defects generated by pixelation. We are also interested in the potential applications of pixelation in the field of passive optics. We prove that for a given application, non pixelated binary lenses, the optical quality of which we optimize, lead to better results than pixelated lenses. The impact on visual acuity of the parasitic diffractive phenomena induced by pixelation is evaluated with an optical bench using the simulation of test images seen through pixelated lenses. Finally, we study the aesthetic aspect of a pixelated component as seen by an external observer, using hybrid calculation models based on both geometrical and Fourier optics.

**Keywords :** Pixelated lens, Fourier Optics, Spatial Light Modulator (SLM).