



**HAL**  
open science

## Estimation à erreurs bornées et guidage pilotage des aéronefs autonomes en milieu perturbé.

Walid Achour

► **To cite this version:**

Walid Achour. Estimation à erreurs bornées et guidage pilotage des aéronefs autonomes en milieu perturbé.. Autre. Supélec, 2011. Français. NNT : 2011SUPL0003 . tel-00795270

**HAL Id: tel-00795270**

**<https://theses.hal.science/tel-00795270>**

Submitted on 27 Feb 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre : 2011-03-TH



# THÈSE DE DOCTORAT

SPECIALITÉ : PHYSIQUE

École Doctorale « Sciences et Technologies de l'Information  
des Télécommunications et des Systèmes »

Présentée par :

**Walid ACHOUR**

**Estimation à erreurs bornées et guidage pilotage  
des avions autonomes en milieu perturbé**

Soutenue le 20 juin 2011 devant le Jury composé de

<b>Yasmina BESTAOUI</b>	MDC Lab IBISC, Université d'Evry	Rapporteur
<b>Eva CRÜCK</b>	Ingénieur, DGA	Examinatrice
<b>Tarek HAMEL</b>	Prof. I3S, Université Nice Sophia-Antipolis	Rapporteur
<b>Hélène PIET-LAHANIER</b>	Chercheur ONERA	Co-Directrice de Thèse
<b>Houria SIGUERDIDJANE</b>	Prof. Supélec	Directrice de Thèse
<b>Antonios TSOURDOS</b>	Prof. Université de Cranfield	Examinateur
<b>Daniel TROUCHET</b>	Ingénieur Bertin Technologies	Examinateur
<b>Eric WALTER</b>	Prof. LSS CNRS	Président du jury

WALID ACHOUR

ONERA, DPRS-SAGP,  
Chemin de la Hunière,  
FR-91761 PALAISEAU CEDEX , France,

SUPELEC  
Plateau du Moulon - 3 rue Joliot-Curie  
91192 GIF-SUR-YVETTE Cedex, France.

*E-mail : [walid.achour@onera.fr](mailto:walid.achour@onera.fr) ; [Walid.Achour@supelec.fr](mailto:Walid.Achour@supelec.fr)*

***Mots clefs :***

Drone à voilure tournante, modélisation d'hélicoptères, estimation, estimation ensembliste, estimation ellipsoïdale, estimation des perturbations atmosphériques, commande de drones, guidage, pilotage.

*À ma femme Nadia,*



# REMERCIEMENTS

Je remercie vivement Eric Walter de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de cette thèse,

Je remercie Yasmina BESTAOUI et Tarek HAMEL d'avoir accepté d'être rapporteurs de mon manuscrit de thèse,

Je tiens à remercier Houria Siguerdidjane, mon directeur de thèse, pour son expérience de la recherche, sa pédagogie ainsi que sa disponibilité et son soutien,

Je remercie tout particulièrement Hélène PIET-LAHANIER, mon encadrante à l'ONERA, pour son expérience scientifique qu'elle m'a transmise, pour son soutien dans les moments difficiles et pour sa bonne humeur,

Je tiens à saluer toutes les personnes du Département Prospective et Synthèse de l'ONERA pour leur sympathie,

Je tiens à remercier mes collègues doctorants et docteurs à l'ONERA pour les moments passés ensemble, dont Joseph (Beloute), Aurélien et son thé de Gaïa, Sylvain, François, Martial, Tonio, Dalel, Julien, Rudy et Mathieu,

Je remercie ma femme Nadia pour son soutien et sa patience pendant les moments difficiles,

Je remercie mes parents Hédi et Zohra, mon frère Sabeur, mes soeurs Wassila et Hanene et ma famille ainsi que mes amis qui m'ont soutenu pendant mes travaux de thèse.

# Sommaire

<b>Liste des publications</b>	<b>4</b>
<b>Liste des symboles et acronymes</b>	<b>5</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>8</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>13</b>
<b>I Modélisation et Estimation d'état</b>	<b>17</b>
<b>1 Principe de fonctionnement des hélicoptères</b>	<b>21</b>
1.1 Éléments constitutifs d'un mini drone hélicoptère . . . . .	23
1.1.1 Moteur . . . . .	23
1.1.2 Rotor principal . . . . .	24
1.1.3 Rotor de queue . . . . .	25
1.1.4 Fuselage . . . . .	25
1.2 Différentes manoeuvres de commande . . . . .	26
1.2.1 Commande du plateau cyclique . . . . .	26
1.2.2 Commande du pas collectif . . . . .	26
1.2.3 Commande du moteur . . . . .	27
1.2.4 Commande du rotor de queue . . . . .	28
1.3 Aérodynamique des rotors . . . . .	28
1.3.1 Résultante aérodynamique de poussée du rotor principal . . . . .	28
1.3.2 Résultante aérodynamique de la poussée du rotor de queue . . . . .	31
1.3.3 Dynamique du battement vertical des pales . . . . .	32
1.4 Conclusion . . . . .	34
<b>2 Modèle de mini drone avec la perturbation atmosphérique</b>	<b>35</b>
2.1 Description du mini drone . . . . .	37
2.2 Dynamique du mini-drone hélicoptère . . . . .	37
2.2.1 Repères et orientations . . . . .	37
2.2.2 Cinématique . . . . .	39
2.3 Représentation d'état . . . . .	40
2.3.1 Choix du vecteur d'état . . . . .	40
2.3.2 Dynamique de l'engin . . . . .	41

2.3.3	Force résultante $\mathcal{F}$ . . . . .	42
2.3.4	Moment résultant $\mathcal{M}$ . . . . .	43
2.4	Modèle du mini drone perturbé . . . . .	43
2.4.1	Modèles de turbulences atmosphériques . . . . .	44
2.4.2	Bilan des forces et moments perturbants . . . . .	47
2.5	Conclusion . . . . .	49
<b>3</b>	<b>Estimation d'état</b> . . . . .	<b>51</b>
3.1	Introduction . . . . .	53
3.2	Approches stochastiques . . . . .	54
3.3	Approches ensemblistes à erreurs bornées . . . . .	54
3.4	Méthodes ensemblistes ellipsoïdales . . . . .	56
3.4.1	Identification paramétrique ensembliste . . . . .	56
3.4.2	Estimation d'état ellipsoïdale . . . . .	59
3.5	Étude comparative . . . . .	66
3.5.1	Modèle d'étude pour la comparaison . . . . .	66
3.5.2	Comparaison entre l'estimation stochastique et l'estimation ellipsoïdale . . . . .	67
3.5.3	Comparaison entre les différents algorithmes d'estimation ellipsoïdale . . . . .	69
3.6	Conclusion . . . . .	70
<b>4</b>	<b>Détection et estimation des perturbations atmosphériques agissant sur le mini drone</b> . . . . .	<b>73</b>
4.1	Détection des perturbations atmosphériques agissant sur le mini-drone . . . . .	75
4.1.1	Test de cohérence pour la détection des perturbations atmosphériques . . . . .	75
4.1.2	Application au mini-drone hélicoptère . . . . .	76
4.1.3	Développement d'une plate forme expérimentale . . . . .	80
4.2	Restitution des perturbations atmosphériques agissant sur le mini drone . . . . .	87
4.2.1	Résultats de simulation . . . . .	88
4.3	Conclusion . . . . .	89
<b>II</b>	<b>Guidage pilotage des mini-drones soumis à des perturbations atmosphériques</b> . . . . .	<b>95</b>
<b>5</b>	<b>Présentation générale</b> . . . . .	<b>99</b>
5.1	Boucle de Navigation Guidage Pilotage (NGP) . . . . .	101
5.2	Conception de la boucle NGP . . . . .	101
5.3	État de l'art . . . . .	102
5.4	Description de la stratégie développée . . . . .	104
5.5	Conclusion . . . . .	105
<b>6</b>	<b>Guidage pilotage pour un drone évoluant dans un milieu perturbé</b> . . . . .	<b>107</b>
6.1	Modules constituant la boucle NGP . . . . .	109
6.2	Stratégie de guidage avec la perturbation . . . . .	110
6.2.1	Guidage par navigation proportionnelle pure . . . . .	110
6.2.2	Loi de guidage intégrant l'évolution de la perturbation atmosphérique . . . . .	112
6.3	Pilotage du mini-drone hélicoptère . . . . .	114
6.3.1	Modèle de mini drone pour la synthèse des lois de pilotage . . . . .	115



6.3.2	Commande en cascade . . . . .	117
6.4	Résultats de simulation . . . . .	119
6.5	Discussions . . . . .	123
6.6	Conclusion . . . . .	126
<b>Conclusion générale et perspectives</b>		<b>129</b>
<b>Annexes</b>		<b>131</b>
<b>A</b>	<b>Vitesse induite et théorème des quantités de mouvement</b>	<b>133</b>
A.1	Théorèmes . . . . .	134
A.1.1	Théorème des quantités de mouvement . . . . .	134
A.1.2	Mouvement vertical . . . . .	137
A.1.3	Mouvement en translation . . . . .	138
<b>B</b>	<b>Calcul des paramètres de pondérations <math>\alpha_k</math> et <math>\beta_k</math> par l'algorithme de Fogel et Huang</b>	<b>141</b>
B.1	Expression de $\lambda_k$ pour le critère de déterminant : . . . . .	142
B.2	Expression de $\lambda_k$ pour le critère de trace : . . . . .	143
<b>C</b>	<b>Calcul de l'orientation désirée <math>\mathcal{R}^d</math></b>	<b>145</b>
C.1	Calcul de l'orientation désirée $\mathcal{R}^d$ . . . . .	146
<b>Bibliographie</b>		<b>147</b>

# Liste des publications

Les travaux présentés dans ce mémoire ont donné lieu aux communications scientifiques suivantes :

## – Conférences internationales avec actes

1. Achour, W., Piet-Lahanier, H. and Siguerdidjane, H. Wind field bounded error identification and robust guidance law design for a small-scaled helicopter. IFAC Symposium ACA'10, NARA, JAPAN, 2010.
2. Achour, W., Piet-Lahanier, H. et Siguerdidjane, H. Estimation ensembliste des perturbations aérologiques agissant sur un hélicoptère miniature . Conférence IEEE Internationale Francophone d'Automatique (CIFA'2010). Nancy, France. 2010.
3. Achour, W., Piet-Lahanier, H. and Siguerdidjane, H. Bounded error detection of the wind gusts effect on a small-scaled helicopter. IFAC Workshop AGNFCS'09, Samara, Russie, 2009. (Best paper award).

## – Articles en cours de soumission

1. Achour, W., Piet-Lahanier, H. and Siguerdidjane, H. Modeling and bounded error detection of the wind gusts effect on a small-scaled helicopter.
2. Achour, W., Piet-Lahanier, H. and Siguerdidjane, H. Wind field bounded error estimation and guidance law design for a small-scaled helicopter. Control Engineering Practice.

# Liste des symboles et acronymes

## Symboles :

$m$	Masse du mini drone l'hélicoptère
$J$	Matrice d'inertie du mini drone
$g$	Gravité
$\rho$	Masse volumique de l'air
$e_i$	i-ème vecteur de la base canonique de $\mathbb{R}^3$
$\mathcal{R}_B$	Repère véhicule
$\mathcal{R}_I$	Repère inertiel
$\mathcal{R}$	Matrice de passage de $\mathcal{R}_B$ à $\mathcal{R}_I$
$\zeta = (x, y, z)^t$	Position de l'engin exprimée dans $\mathcal{I}$
$v = (v_x, v_y, v_z)^t$	Vitesse de l'engin exprimée dans $\mathcal{I}$
$\Theta = (\phi, \theta, \psi)^t$	Angles d'Euler
$\Omega = (p, q, r)^t$	Vitesse angulaire instantanée
$\Omega_\times$	Matrice anti-symétrique associée à $\Omega$
$\delta_{col}$	Commande de pas collectif
$\delta_{lon}$	Commande de plateau cyclique longitudinal
$\delta_{lat}$	Commande de plateau cyclique latéral
$\delta_{ped}$	Commande de direction
$\delta$	Vecteur commande de l'hélicoptère
$a_1, b_1$	Angles de battement vertical et longitudinal
$c_1, d_1$	Angles de la barre de Bell stabilisante
$\omega_r = (a_1, b_1, c_1, d_1)^t$	Vecteur définissant les angles du battement vertical et de la barre de Bell

$V_r = (u_r, v_r, w_r)^t$	Vitesse de la perturbation exprimée dans $R_B$
$W_r = (w_x, w_y, w_z)^t$	Vitesse de la perturbation exprimée dans $R_I$
$w_{in}$	Vitesse induite en vol stationnaire
$S_x^f, S_y^f, S_z^f$	Surfaces de référence de fuselage
$c_f^x, c_f^y, c_f^z$	Coefficients aérodynamiques de fuselage
$R_{mr}$	Rayon de rotor principal
$R_{tr}$	Rayon de rotor de queue
$k_\beta$	Coefficient de solidité des pales du rotor principal
$\gamma$	Nombre de Look
$b_{mr}$	Bras de levier de rotor principal
$b_{tr}$	Bras de levier de rotor de queue
$S_{mr}$	Surface du disque rotor principal
$S_{tr}$	Surface du disque rotor de queue
$I_\beta$	Moment d'inertie des pales
$K_{col}$	Coefficient de poussée de rotor principal
$K_{ped}$	Coefficient de poussée de rotor de queue
$K_{lon}, K_{lat}$	Gains de commande de pas cyclique longitudinal et latéral
$C_{lon}, D_{lat}$	Gains de commande associé à la barre de Bell stabilisante
$\tau_f$	Temps de réponse associé à la dynamique du battement vertical
$\tau_s$	Temps de réponse associé à la dynamique de la barre de Bell
$a_0$	Angle de conicité
$\beta$	Angle du battement vertical
$\Psi$	Angle d'azimut du battement vertical
$m_c$	Masse de la carlingue du mini-drone
$I_c$	Matrice d'inertie de la carlingue
$F_{c_1}, F_{c_2}, F_{c_3}$	Tensions des câbles mesurées
$F_c$	Force résultante de trois câbles
$F_r$	Force aérodynamique de la gouverne de direction
$\delta_r$	Commande de direction

$\theta_1, \theta_2, \theta_3$	Angles formés par les câbles et l'horizontale
$\psi_1, \psi_2, \psi_3$	Angles formés par la projection à l'horizontale des câbles et l'axe de roulis
$Z_c$	Vecteur de mesures de la carlingue
$D$	Distance entre le véhicule et le prochain point de passage
$D_r$	Distance entre le véhicule et le point virtuel
$n$	Ordre du système
$p$	Nombre de mesures
$q$	Nombre de commande
$I_{n \times n}$	Matrice identité de dimension $n \times n$
$\mathcal{N}(m_n, Q)$	Loi normale de moyenne $m_n$ et de variance $Q$
$E[X]$	Espérance de la variable aléatoire $X$
$\xi(c, M)$	Ellipsoïde de centre $c$ et de matrice caractéristique $M$
$\det(A)$	Déterminant de la matrice $A$
$w_k$	Vecteur d'incertitude sur l'état
$v_k$	Vecteur de bruits de mesures
$\eta_l$	Bruit non-gaussien

### **Abréviations :**

$(.)^i$	i-ème composante d'un vecteur ligne
$(.)^j$	j-ème composante d'un vecteur colonne
$(.)^t$	Transposé d'une matrice
$V_{\times}$	Matrice anti-symétrique associée au vecteur $V$
$(.)^{x,y,z}$	Composante suivant l'axe $x,y,z$
$(.)^b$	Composante exprimée dans le repère engin
$(.)_w$	Composante de la perturbation atmosphérique
$(.)_{mr}$	Variable liée au rotor principal
$(.)_{tr}$	Variable liée au rotor de queue
$(.)_f$	Variable liée au fuselage

## **Acronymes :**

<i>DSP</i>	Densité Spectrale de Puissance
<i>OBE</i>	Outer Bounding Ellipsoid
<i>EPC</i>	Ellipsoid algorithm with Parallel Cuts
<i>FK</i>	Filtre de Kalman
<i>FKE</i>	Filtre de Kalman Étendu
<i>UFK</i>	Filtre de Kalman sans parfum
<i>FPE</i>	Famille Paramétrée d'Ellipsoïdes
<i>LDV</i>	Ligne De Vue
<i>PN</i>	Proportional Navigation
<i>TPN</i>	True Proportional Navigation
<i>PPN</i>	Pure Proportional Navigation
<i>PND</i>	Proportional Navigation with Disturbance

# Table des figures

1.1	Différents types de moteur . . . . .	23
1.2	Rotor principal . . . . .	24
1.3	L'hélicoptère Kaman K-MAX @ Kaman Aerospace . . . . .	24
1.4	L'hélicoptère Koax X240 @ Swiss UAV . . . . .	25
1.5	Rotor de queue . . . . .	25
1.6	Hélicoptère Djinn SO-1221 @ SNCASO . . . . .	26
1.7	Commande du plateau cyclique longitudinale . . . . .	26
1.8	Commande du plateau cyclique latérale . . . . .	27
1.9	Commande du pas collectif . . . . .	27
1.10	Commande d'un moteur thermique . . . . .	27
1.11	Commande de rotor de queue . . . . .	28
1.12	Paramètres d'un élément d'une pale . . . . .	29
1.13	Forces élémentaires agissant sur une pale . . . . .	29
1.14	Vue de dessus d'un rotor principal . . . . .	32
2.1	Mini-drone hélicoptère développé par l'ONERA . . . . .	37
2.2	Définition des repères . . . . .	38
2.3	Forces et moments agissant sur l'hélicoptère . . . . .	41
2.4	Moments agissant sur le rotor principal . . . . .	43
2.5	Représentation de la rafale discrète . . . . .	44
2.6	Représentation d'un champ de vent . . . . .	44
2.7	Représentation d'un gradient de vent . . . . .	45
2.8	Représentation d'un vent de cisaillement @ wikipédia . . . . .	46
2.9	DSP de Von Karman et de Dryden . . . . .	47
3.1	Représentation géométrique de $\xi_k \supset \xi_{k-1} \cap \mathfrak{B}_k$ . . . . .	57
3.2	Représentation géométrique de $\xi_k(\hat{X}_k, P_k) \supset \xi_{k/k-1}(\hat{X}_{k/k-1}, P_{k/k-1}) \cap O_k$ . . . . .	61
3.3	Représentation géométrique de l'intersection avec un hyperplan . . . . .	64
3.4	Représentation géométrique de l'intersection avec deux hyperplans . . . . .	65
3.5	Représentation d'un ellipsoïde et sa projection sur les axes . . . . .	67
3.6	Sensibilité au bruit de mesures $v_k$ . . . . .	68
3.7	Sensibilité au bruit d'état $w_k$ . . . . .	69
3.8	Comparaison entre l'Algorithme 3-C et l'Algorithme 2-B . . . . .	70
3.9	Ellipsoïde et critère de minimisation . . . . .	70
4.1	Évolution de l'état prédit et estimé . . . . .	77
	(a) Position $x$ . . . . .	77
	(b) Vitesse $v_x$ . . . . .	77

4.2	Évolution de l'état prédit et estimé . . . . .	78
	(a) Position $y$ . . . . .	78
	(b) Velocity $v_y$ . . . . .	78
4.3	Évolution de l'état prédit et estimé . . . . .	78
	(a) Position $z$ . . . . .	78
	(b) Velocity $v_z$ . . . . .	78
4.4	Évolution de l'état prédit et estimé . . . . .	79
	(a) Euler angle $\phi$ . . . . .	79
	(b) Angular velocity $p$ . . . . .	79
4.5	Évolution de l'état prédit et estimé . . . . .	79
	(a) Euler angle $\theta$ . . . . .	79
	(b) Angular velocity $q$ . . . . .	79
4.6	Évolution de l'état prédit et estimé . . . . .	80
	(a) Euler angle $\psi$ . . . . .	80
	(b) Angular velocity $r$ . . . . .	80
4.7	Évolution de l'état prédit et estimé . . . . .	80
	(a) Longitudinal blade flapping $a_1$ . . . . .	80
	(b) Lateral blade flapping $b_1$ . . . . .	80
4.8	Évolution de l'état prédit et estimé . . . . .	81
	(a) Angle longitudinal de la barre de Bell $c_1$ . . . . .	81
	(b) Angle latéral de la barre de Bell stabilisante $d_1$ . . . . .	81
4.9	Générateur de rafale au B20 . . . . .	81
4.10	Carlingue suspendue dans le générateur de rafale . . . . .	82
4.11	Éléments principaux du banc expérimental . . . . .	82
4.12	Forces et moments agissant sur le système . . . . .	83
4.13	Évolution de l'état prédit et estimé . . . . .	84
	(a) Position $x$ . . . . .	84
	(b) Vitesse $v_x$ . . . . .	84
4.14	Évolution de l'état prédit et estimé . . . . .	84
	(a) Position $y$ . . . . .	84
	(b) Velocity $v_y$ . . . . .	84
4.15	Évolution de l'état prédit et estimé . . . . .	85
	(a) Position $z$ . . . . .	85
	(b) Velocity $v_z$ . . . . .	85
4.16	Évolution de l'état prédit et estimé . . . . .	86
	(a) Euler angle $\phi$ . . . . .	86
	(b) Angular velocity $p$ . . . . .	86
4.17	Évolution de l'état prédit et estimé . . . . .	86
	(a) Euler angle $\theta$ . . . . .	86
	(b) Angular velocity $q$ . . . . .	86
4.18	Évolution de l'état prédit et estimé . . . . .	87
	(a) Euler angle $\psi$ . . . . .	87
	(b) Angular velocity $r$ . . . . .	87
4.19	Évolution de l'état réel et son estimé . . . . .	87
	(a) Position $x$ . . . . .	87
	(b) Vitesse $v_x$ . . . . .	87
4.20	Évolution de l'état réel et son estimé . . . . .	89



(a)	Position $y$ . . . . .	89
(b)	Velocity $v_y$ . . . . .	89
4.21	Évolution de l'état réel et son estimé . . . . .	89
(a)	Position $z$ . . . . .	89
(b)	Vitesse $v_z$ . . . . .	89
4.22	Évolution de l'état réel et son estimé . . . . .	90
(a)	Angle d'Euler $\phi$ . . . . .	90
(b)	Vitesse angulaire $p$ . . . . .	90
4.23	Évolution de l'état réel et son estimé . . . . .	90
(a)	Angle d'Euler $\theta$ . . . . .	90
(b)	Vitesse angulaire $q$ . . . . .	90
4.24	Évolution de l'état réel et son estimé . . . . .	91
(a)	Angle d'Euler $\psi$ . . . . .	91
(b)	Vitesse angulaire $r$ . . . . .	91
4.25	Évolution de l'état réel et son estimé . . . . .	91
(a)	Angle du battement vertical longitudinal $a_1$ . . . . .	91
(b)	Angle du battement vertical latéral $b_1$ . . . . .	91
4.26	Évolution de l'état réel et son estimé . . . . .	92
(a)	Angle de la barre de Bell stabilisante longitudinal $c_1$ . . . . .	92
(b)	Angle de la barre de Bell stabilisante latéral $d_1$ . . . . .	92
4.27	Évolution de l'état réel et son estimé . . . . .	92
(a)	Vitesse de la perturbation $u_r$ . . . . .	92
(b)	Vitesse de la perturbation $v_r$ . . . . .	92
4.28	Évolution de l'état réel et l'estimé de $w_r$ . . . . .	93
5.1	Comparaison de deux missions d'un drone soumis à un champ de vent . . . . .	104
5.2	Présentation graphique d'un parcours du drone soumis à des perturbations atmosphériques . . . . .	105
6.1	Boucle fermée de la stratégie de contrôle . . . . .	109
6.2	Représentation géométrique du guidage par ligne de vue . . . . .	110
6.3	Module de guidage NP . . . . .	111
6.4	Algorithme de la loi PND . . . . .	112
6.5	Évolution des paramètres de pondération entre deux points de passages . . . . .	113
6.6	Scénario de la loi PND . . . . .	114
6.7	Stratégie de contrôle en cascade . . . . .	117
6.8	Évolution du champ de vent le long de la trajectoire . . . . .	120
6.9	Comparaison des trajectoires . . . . .	120
6.10	Domaine de vol sécurisé pour un hélicoptère miniature en milieu perturbé . . . . .	121
6.11	Evolution de l'état réel et son estimé . . . . .	121
(a)	Angle d'Euler $\phi$ . . . . .	121
(b)	Vitesse angulaire $p$ . . . . .	121
6.12	Evolution de l'état réel et son estimé . . . . .	122
(a)	Angle d'Euler $\theta$ . . . . .	122
(b)	Vitesse angulaire $q$ . . . . .	122
6.13	Évolution de l'état réel et son estimé . . . . .	122
(a)	Angle d'Euler $\psi$ . . . . .	122

(b)	Vitesse angulaire $r$ . . . . .	122
6.14	Évolution de l'état réel et son estimé . . . . .	123
(a)	Battement vertical longitudinal $a_1$ . . . . .	123
(b)	Battement vertical latéral $b_1$ . . . . .	123
6.15	Évolution de l'état réel et son estimé . . . . .	123
(a)	Angle longitudinal de la barre de Bell $c_1$ . . . . .	123
(b)	Angle latéral de la barre Bell $d_1$ . . . . .	123
6.16	Évolution de l'état réel et son estimé . . . . .	124
(a)	Vitesse du vent $v_{xwind}$ . . . . .	124
(b)	Vitesse du vent $v_{ywind}$ . . . . .	124
6.17	Évolution de l'état réel $v_{zwind}$ et son estimé . . . . .	124
6.18	Évolution du module de la rafale . . . . .	125
6.19	Comportement du mini-drone en présence d'une rafale . . . . .	125
6.20	Présentation géométrique de l'angle $\theta_s$ . . . . .	126
6.21	Présentation géométrique de l'angle $\theta_s$ dans le cas où $\theta_s \notin [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]_\pi$ . . . . .	126
6.22	Évolution du mini drone confronté à une perturbation sinusoïdale de faible période . . . . .	126
A.1	Force . . . . .	134
A.2	Force . . . . .	136
A.3	Illustration du flux d'air en mouvement vertical : (a) stationnaire ; (b) montée ; (c) descente . . . . .	137
A.4	Illustration du flux d'air pour un vol en translation . . . . .	138

# Introduction générale

## Position du problème

Au cours des dix dernières années, un intérêt croissant est porté aux engins volants sans pilote humain à bord que l'on appelle drone (UAVs : Unmanned Aerial Vehicles). Leur utilisation est envisageable pour un grand nombre de missions délicates ou coûteuses telles que l'exploration d'un environnement inconnu, la surveillance ou l'intervention sur des zones potentiellement dangereuses. Plus précisément, un intérêt particulier est destiné aux engins de petites tailles "mini-drones" pour leur forte demande d'utilisation en milieu urbain. De plus, en raison de leur petite envergure, la majorité des laboratoires se sont équipés de ces engins pour expérimenter les algorithmes d'estimation et de contrôle développés en simulation.

Cependant, leur domaine de vol est rapidement perturbé par la présence des turbulences atmosphériques. Celles-ci produisent un effet déstabilisant pour la trajectoire et l'orientation de l'aéronef. Les travaux de cette thèse ont pour objectif l'amélioration de la sécurité et les performances du vol d'un mini drone hélicoptère. Plusieurs études précédentes ont prouvé qu'il est possible d'améliorer la stabilité des drones évoluant dans un milieu perturbé. Ces approches consistent à rejeter complètement la perturbation sans prendre en compte son niveau de dangerosité sur l'engin ou d'utiliser si possible les efforts produits par la perturbation ([69], [20], [10],[56], [20], [66], ...). En revanche, d'autres études, comme par exemple [49], [34], et [35], montrent qu'il existe un grand potentiel pour les drones à utiliser l'évolution de la perturbation atmosphérique dans le déplacement du véhicule. En effet, dans des conditions appropriées avec une connaissance de l'évolution de la perturbation atmosphérique, un drone peut considérablement améliorer ses performances de vol et sa sécurité en cherchant à évoluer dans des zones où les pertes d'énergie sont minimales. Ceci consiste à tolérer un déplacement partiel de l'aéronef dans la direction de la perturbation atmosphérique sans chercher à lutter pour la contrer et afin d'éviter la saturation des actionneurs. D'autre part, la robustesse de ces lois de commandes est fortement liée à celle des algorithmes d'estimation. Or, la plupart des lois synthétisées s'appuient sur des approches stochastiques où la distribution de vecteurs bruits de mesure et d'incertitudes sur l'état est supposée gaussienne. Cette hypothèse est généralement difficile à vérifier, ce qui affecte la crédibilité associée à l'estimée obtenue.

A cet effet, l'approche d'estimation d'état et des perturbations atmosphériques utilisée dans ce travail est basée sur une méthode ensembliste à erreurs bornées. Celle-ci permet d'avoir une caractérisation d'un domaine de vol par estimation de l'état et des perturbations atmosphériques en garantissant que l'état réel du système appartient, a priori, à l'ensemble solution obtenu en considérant des bruits bornés sans aucune hypothèse sur leur distribution.

Donc, l'objectif principal de la thèse est la proposition d'une stratégie de guidage pilotage basée sur une estimation robuste vis-à-vis des bruits de mesures et d'incertitude d'état. Cette stratégie doit améliorer les performances de vol du mini-drone et sa sécurité.

## Contributions

Les contributions de ce mémoire ont porté sur les points suivants :

- Modélisation des hélicoptères : le modèle d'hélicoptère proposé dans cette thèse se distingue par la représentation d'une dynamique qui intègre la perturbation dans le modèle en cherchant à décrire son effet sur chaque élément constituant la machine.
- Détection et estimation d'état et des perturbations atmosphériques : l'estimation et la détection de l'effet de la perturbation en vue d'assurer la stabilité numérique des algorithmes d'estimation.
- Guidage pilotage robuste vis-à-vis des perturbations atmosphériques : la particularité de la stratégie de guidage pilotage conçue est d'être axée sur l'amélioration des performances de vol de l'engin et sa sécurité. Cette stratégie peut être aussi étendue pour d'autres problématiques comme par exemple l'évitement d'obstacles.

## Organisation du document

Ce document est organisé en deux parties :

- La première, constituée des chapitres 1 à 4, est dédiée au principe de fonctionnement des hélicoptères, à la modélisation et l'estimation d'état des mini-drones hélicoptères.

Le **Chapitre 1** est une introduction générale présentant le principe de fonctionnement des drones hélicoptères. Nous commençons par montrer les différents éléments constituant le véhicule. Ensuite, nous nous intéresserons en particulier à l'aérodynamique des rotors, élément le plus influent sur la dynamique de l'engin, en cherchant à déterminer la résultante aérodynamique. L'orientation de cette force peut être modifiée par l'intermédiaire des angles du battement vertical. L'objectif est l'étude de ce phénomène afin de le prendre en compte dans la dynamique d'évolution de l'engin.

Nous présenterons dans le **Chapitre 2** une modélisation du comportement du mini-drone hélicoptère en présence des perturbations atmosphériques. Tout d'abord, les référentiels utilisés sont précisés afin d'appliquer le théorème fondamental de la mécanique. Ensuite nous décrivons la dynamique du véhicule en utilisant le formalisme de Newton. Aussi, nous détaillons l'intégration de l'effet de la perturbation sur la dynamique du mini-drone. Une brève étude bibliographique sur les modèles des perturbations atmosphériques est enfin présentée.

Le **Chapitre 3** porte sur différentes approches d'estimation d'état. Afin de justifier notre choix sur la méthode d'estimation utilisée, nous présentons par la suite une étude comparative de ces approches.

Dans le **Chapitre 4**, nous nous intéresserons tout d'abord à la détection ensembliste

des perturbations atmosphériques agissant sur le mini drone. Une expérimentation dans le générateur de rafale B20 est décrite et des résultats expérimentaux sont montrés. On notera que la procédure de détection ne permet pas l'estimation de l'effet de la perturbation tandis qu'elle est indispensable pour la synthèse des lois de guidage pilotage. Dans ce chapitre, nous estimons la vitesse de la perturbation ainsi que l'état et les paramètres du modèle.

- La deuxième partie, regroupant les chapitres 5 et 6, traite de la problématique du guidage pilotage robuste vis-à-vis de la présence des perturbations atmosphériques.

Le **Chapitre 5** présente tout d'abord les terminologies de la boucle de navigation guidage pilotage. Outre la recherche bibliographique exposée sur le thème du guidage pilotage pour des aéronefs soumis à des perturbations atmosphériques, nous décrivons la solution proposée qui permet au drone d'améliorer ses performances de vol et sa sécurité.

Le **Chapitre 6** est consacré à la présentation de la loi de guidage par navigation proportionnelle. Nous suggérons une modification de cette loi afin de tenir compte de la perturbation atmosphérique. Dans la suite de ce chapitre, les consignes de guidage sont transformées en consignes pour les actionneurs via le module pilotage qui est aussi exposé analytiquement. Ce chapitre se termine par la démonstration d'une réalisation, en simulation, d'une mission par points de passages afin de montrer les performances de la stratégie de contrôle développée.

Une conclusion, quelques perspectives et des annexes, contenant en particulier les expressions des paramètres de pondérations des estimateurs ellipsoïdaux et le calcul d'une orientation désirée, achèvent ce mémoire.



**Première partie**  
**Modélisation et Estimation d'état**





# Contenu de la Partie I

Cette première Partie est composée de quatre chapitres. Elle est consacrée à la modélisation de drones hélicoptères et à l'estimation d'état. Nous présentons, tout d'abord, d'une façon générale le principe de fonctionnement des hélicoptères. Les différents éléments constituant l'engin ainsi que les manoeuvres permettant la commande du mini drone hélicoptère sont décrites. Un intérêt plus particulier est consacré à l'aérodynamique des rotors dont le rôle est le plus influent sur la dynamique de l'engin. Dans la suite, la dynamique des rotors sera intégrée dans la description du comportement de mini drone évoluant en milieu perturbé.

Nous dressons ensuite un état de l'art sur les méthodes d'estimation. Nous les avons regroupé en deux classes en fonction de la modélisation des bruits de mesures et d'incertitude sur l'état. Concernant la première classe, elle regroupe les méthodes d'estimation stochastique. Celles-ci considèrent des bruits définis par des structures supposées connues et représentées par les lois de la statistique. Par contre, la deuxième classe rassemble les méthodes ensemblistes à erreurs bornées. Ces méthodes considèrent des bruits possédant des structures inconnues mais à variation bornées. Pour évaluer les performances de ces deux classes, nous dressons une étude comparative pour justifier le choix porté sur l'approche d'estimation utilisée.

Enfin, on s'intéresse, dans un premier temps, à la méthode d'estimation choisie pour la détection des perturbations atmosphériques et son évaluation en simulation et aussi sur des données réelles obtenues par des expérimentations dans le générateur de rafale B20. Dans un second temps, nous intéressons à l'observation ensembliste des perturbations atmosphériques et à l'estimation de l'état du mini-drone.



# Chapitre 1

## Principe de fonctionnement des hélicoptères



Un hélicoptère est un aéronef à voilure tournante. Il vole grâce à des pales de dimensions différentes, placées respectivement sur le sommet et en bout de queue de l'appareil. Les pales les plus longues, jouant le même rôle que les ailes des aéronefs à voilure fixe, sont fixées sur un rotor et sont entraînées en rotation par un moteur. Elles génèrent une force aérodynamique, appelée portance, qui soulève l'appareil et le maintient en l'air. Pour compenser les effets gyroscopiques induits par la rotation des pales, le petit rotor stabilise l'hélicoptère en l'orientant suivant la direction désirée.

Le pilote, automatique ou humain, se sert de plusieurs commandes pour faire varier la poussée et l'orientation du véhicule, en modifiant les angles des pales, afin d'accélérer, ralentir, descendre ou changer de direction.

Dans la suite, nous présentons, tout d'abord, les éléments principaux constituant l'hélicoptère. Les différentes commandes de l'engin sont ensuite exposées ainsi que l'aérodynamique des rotors permettant la définition de la résultante aérodynamique de poussée.

## 1.1 Éléments constitutifs d'un mini drone hélicoptère

Un hélicoptère standard est constitué de quatre composantes principales : le moteur, le rotor principal, le rotor de queue et le fuselage. Chacune de ces composantes sera décrite par la suite.

### 1.1.1 Moteur

Le moteur fournit le couple nécessaire pour procéder à la rotation du rotor principal et du rotor de queue. La figure 1.1 montre trois types de moteurs : thermique, électrique ou à



FIGURE 1.1 – Différents types de moteur

turbine.

Le choix de ces moteurs s'effectue en fonction du type de mission à réaliser. Pour des missions discrètes, on utilise des moteurs électriques. Ils se distinguent par leur faible niveau de bruit ou par l'absence de fumée contrairement, par exemple, aux moteurs thermiques. En dépit de la présence des vibrations posant des problèmes au système embarqué, les moteurs

thermiques sont préférables pour des missions qui ne demandent pas de discrétion ou pour des missions de longue durée comme l'inspection des feux dans les forêts ou le contrôle du trafic routier.

### 1.1.2 Rotor principal

Le rotor principal est l'élément le plus influent sur la dynamique du vol de l'hélicoptère. Ce rotor fournit la poussée nécessaire permettant au véhicule de se déplacer. Il est constitué



FIGURE 1.2 – Rotor principal

d'au moins deux pales, d'un mât, d'un moyeu et d'un plateau cyclique. La figure 1.2 montre un rotor principal à deux pales équipé d'une barre de Bell stabilisante. Celle-ci est toujours perpendiculaire à l'axe des pales afin de compenser la précession gyroscopique produite par les pales en rotation.



FIGURE 1.3 – L'hélicoptère Kaman K-MAX @ Kaman Aerospace

Il existe différentes configurations de rotor principal telles que, par exemple, l'hélicoptère Kaman K-MAX à double rotor engrené (Fig.1.3), le drone hélicoptère à rotors contrarotatifs Koax X240 (Fig.1.4), ou aussi d'autres concepts qui sont largement utilisés dans la recherche et où le nombre de rotors varie d'un modèle à un autre : birotor, trirotor, quadrirotor, etc...



FIGURE 1.4 – L'hélicoptère Koax X240 @ Swiss UAV

### 1.1.3 Rotor de queue

Le rotor de queue assure la commande du lacet en contrôlant la quantité de poussée produite par les pales. Pour la grande majorité des hélicoptères, cette force ne participe pas à la sustentation du véhicule. Le rotor de queue joue également le rôle de stabilisation afin



FIGURE 1.5 – Rotor de queue

de compenser l'effet gyroscopique produit par le rotor principal en générant une force de poussée dans la direction opposée à cet effet. Le rotor de queue est constitué d'au moins deux pales souvent nommées pédales (Fig.1.5).

Il existe d'autres configurations d'hélicoptères qui ne sont pas équipés d'un rotor de queue comme par exemple l'hélicoptère Djinn (Fig.1.6), où le rotor de queue est remplacé par une gouverne de direction qui subit l'air éjecté par l'échappement de la turbine. La figure 1.4 montre une autre catégorie d'hélicoptères dont les fonctionnalités du rotor de queue sont réalisées par celles des rotors contrarotatifs.

### 1.1.4 Fuselage

Le fuselage est l'enceinte de l'hélicoptère. Ses caractéristiques aérodynamiques sont étudiées afin de réduire sa traînée aérodynamique. À une vitesse élevée, le fuselage permet aussi la



FIGURE 1.6 – Hélicoptère Djinn SO-1221 @ SNCASO

stabilisation de l'hélicoptère.

## 1.2 Différentes manoeuvres de commande

Le pilotage d'un hélicoptère est réalisé principalement en agissant sur les angles de pales des rotors principal et de queue et de la commande de puissance fournie par le moteur. Pour un hélicoptère standard, le pilotage s'effectue donc par l'utilisation de quatre commandes agissant sur : le moteur, le plateau cyclique, le pas collectif et les pales de rotor de queue.

### 1.2.1 Commande du plateau cyclique

Les commandes de plateau cyclique du disque rotor permettent la variation de l'attitude de l'engin. En inclinant le plateau cyclique vers l'avant, le disque rotor bascule le véhicule vers l'avant en penchant le nez de l'hélicoptère. Cela conduit à l'avancement de la machine. Une inclinaison du plateau cyclique vers l'arrière conduira alors l'hélicoptère à un mouvement de recul (Fig.1.7) et enfin, une inclinaison autour de l'axe de roulis doit être effectuée afin de réaliser les mouvements latéraux (voir Fig.1.8).

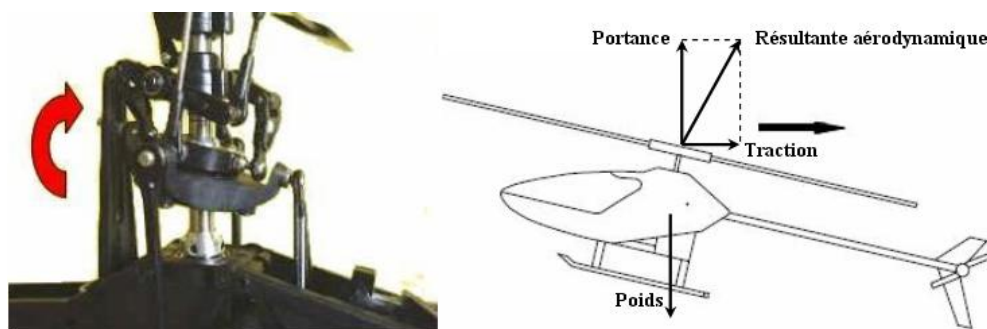


FIGURE 1.7 – Commande du plateau cyclique longitudinale

### 1.2.2 Commande du pas collectif

Le pas collectif contribue à la commande de l'altitude de l'hélicoptère. L'ordre de commande est réalisé par une modification identique des angles d'incidence des pales sans changer



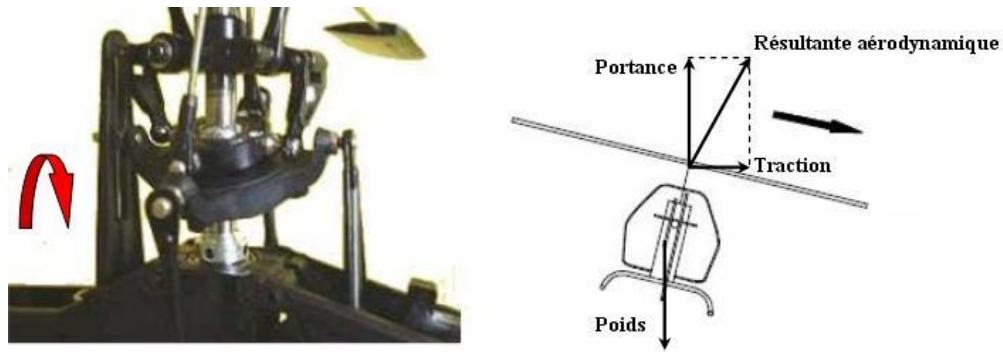


FIGURE 1.8 – Commande du plateau cyclique latérale

l'orientation de la portance (Fig.1.9). Cette variation est produite par un mouvement de va et vient du plateau cyclique suivant l'arbre de rotor principal sans modifier son inclinaison. Sur

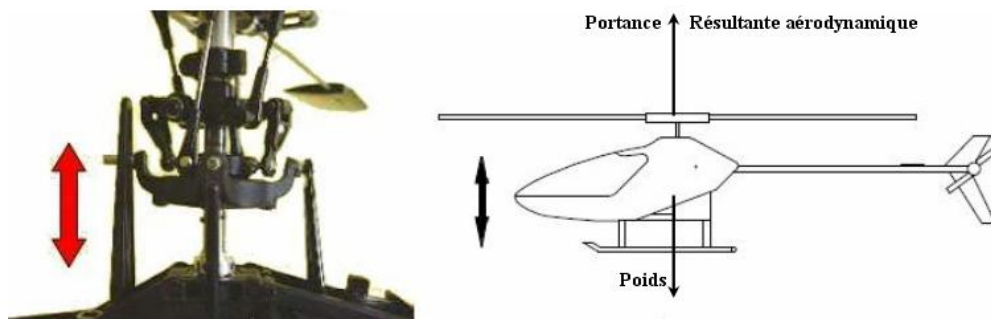


FIGURE 1.9 – Commande du pas collectif

certaines configurations, le pas collectif est fixe et la résultante aérodynamique de poussée est alors modifiée par la commande du régime de moteur.

### 1.2.3 Commande du moteur

La commande des moteurs thermiques est réalisée par la modification de l'angle de rotation d'un servomoteur relié au carburateur (voir Fig.1.10). Pour des hélicoptères munis de moteurs à turbine, le contrôle de la puissance du moteur est également réalisé par la commande de la position du servomoteur. Pour les hélicoptères à moteur électrique, la commande

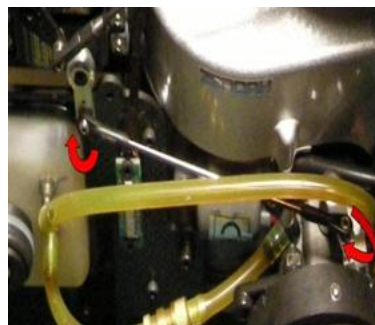


FIGURE 1.10 – Commande d'un moteur thermique

du moteur est généralement la tension aux bornes du moteur.

Dans tous les cas, il existe une relation étroite entre la commande du pas collectif et la commande du moteur, car pour une valeur importante de la commande du pas collectif, il est nécessaire d'avoir une grande quantité d'énergie produite par le moteur.

### 1.2.4 Commande du rotor de queue

Les pales de rotor de queue permettent le contrôle de la direction de l'hélicoptère en modifiant l'angle d'incidence des pales en produisant une force de poussée latérale (Fig.1.11).

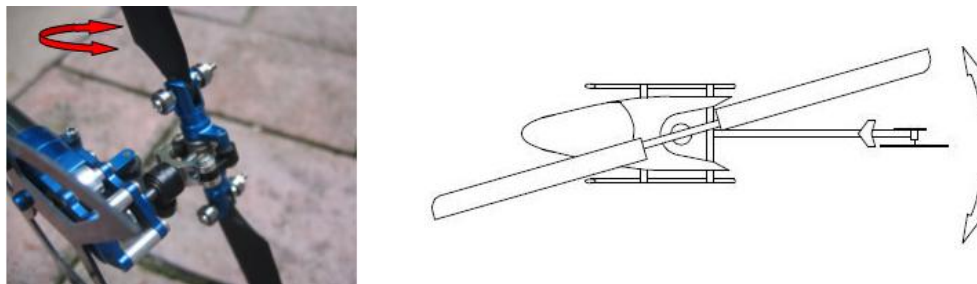


FIGURE 1.11 – Commande de rotor de queue

Nous avons vu que la commande de l'hélicoptère se réalise en quasi totalité par l'intermédiaire des pales des rotors principal et de queue. Suivant les valeurs d'incidence associées, elles génèrent des forces aérodynamiques permettant le changement de la position et de l'orientation de l'engin.

## 1.3 Aérodynamique des rotors

Cette section présente la modélisation de la résultante de la force aérodynamique d'un rotor en mouvement. Cette force est déterminée en s'appuyant sur la théorie des anneaux élémentaires. Le principe de la méthode consiste à modéliser la résultante aérodynamique de poussée générée par un petit élément de pale de surface  $c.dr$  et, ensuite, à étendre cette expression pour la pale entière en l'intégrant (Fig.1.12). On s'intéresse, en premier, à la modélisation de la résultante aérodynamique de la poussée du rotor principal. On déterminera, par la suite, l'expression de la force de poussée du rotor de queue. Enfin, on explicitera les expressions de la dynamique du battement vertical permettant finalement de réécrire la résultante aérodynamique du rotor principal.

### 1.3.1 Résultante aérodynamique de poussée du rotor principal

La figure 1.13 montre les répartitions des forces aérodynamiques sur un profil d'une pale lorsque la force élémentaire résultante est  $dF_n$ . Celle-ci est répartie en une force de traînée  $dD$  et une force de portance  $dL$ .

Sur un profil d'angle d'incidence  $\theta_i$ , s'exerce une force élémentaire de portance  $dL$  modélisée par l'équation

$$dL = \frac{1}{2} \rho C_l c (V(r))^2 . dr \quad (1.1)$$

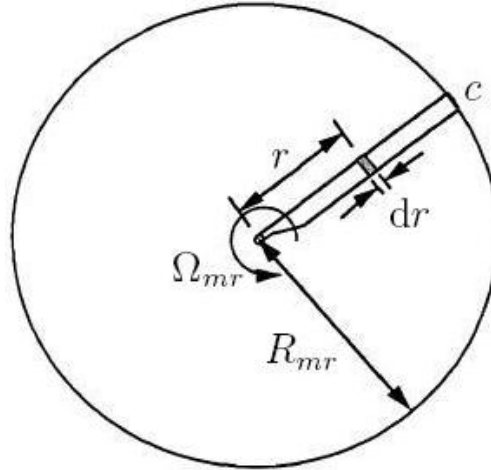


FIGURE 1.12 – Paramètres d'un élément d'une pale

où  $\rho$  est la masse volumique de l'air,  $c$  représente la largeur de la pale,  $V(r)$  est la vitesse de l'élément de la pale et  $C_l$  est le coefficient de traînée défini par

$$C_l = a_p \alpha_l \quad (1.2)$$

où  $\alpha_l$  est l'angle d'attaque local tel que

$$\alpha_l = \theta_i - \phi_i \quad (1.3)$$

et  $a_p$  est la pente aérodynamique de portance.

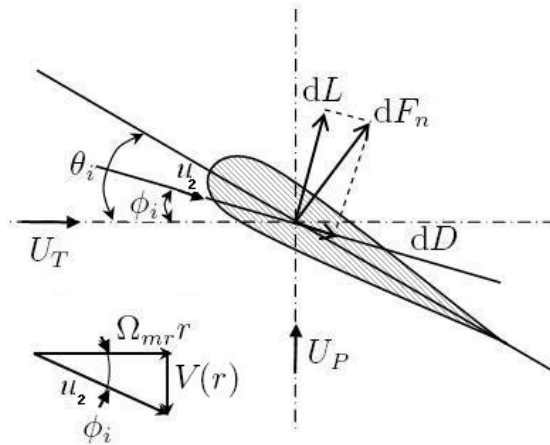


FIGURE 1.13 – Forces élémentaires agissant sur une pale

$\phi_i$  représente l'angle induit local :

$$\phi_i = \arctan\left(\frac{U_P}{U_T}\right) \quad (1.4)$$

$U_T$  est la composante tangentielle de la vitesse de la pale. Elle est perpendiculaire à l'élément de la pale, parallèle au mouvement de rotation de la pale, et est définie par

$$U_T = \Omega_{mr} r \quad (1.5)$$

La vitesse  $U_P$ , perpendiculaire à la vitesse  $U_T$ , est la composante normale de la vitesse d'un élément d'une pale :

$$U_P = V_{i0} - w_r \quad (1.6)$$

où  $V_{i0}$  est la vitesse induite. Son expression normalisée est calculée en Annexe A.33. Le paramètre  $w_r$  représente la projection de la vitesse du mini drone dans le plan formé par le disque rotor. Elle est exprimée dans le repère engin :

$$w_r = u \sin a_1 - v \sin b_1 + w \cos a_1 \cos b_1 \quad (1.7)$$

où  $a_1$  et  $b_1$  définissent les angles du battement vertical qui seront explicités dans la sous section 1.2.3. Ces angles sont supposés faibles, on a donc :

$$w_r = ua_1 - vb_1 + w \quad (1.8)$$

En général, on a  $U_T \gg U_P$ , la vitesse  $V(r)$  peut alors s'écrire

$$V(r) = \sqrt{U_P^2 + U_T^2} \approx U_T \quad (1.9)$$

L'équation (1.4) devient alors

$$\phi_i \approx \frac{U_P}{U_T} \quad (1.10)$$

Par ailleurs, le profil de la pale subit une force élémentaire de traînée  $dD$  exprimée par

$$dD = \frac{1}{2} \rho C_{x_p} c (V(r))^2 . dr \quad (1.11)$$

où  $C_{x_p}$  est le coefficient de traînée du profil.

Ainsi, l'expression de la résultante aérodynamique élémentaire de poussée est explicitée de la façon suivante :

$$dF_n = dL \cos \phi_i + dD \sin \phi_i \quad (1.12)$$

Or, l'angle induit est supposé faible et la traînée élémentaire est très négligeable par rapport à la portance élémentaire, alors la résultante aérodynamique d'un anneau élémentaire, d'un rotor composé de  $n$  pales, peut être redéfini comme étant

$$dF_n \approx ndL \quad (1.13)$$

$$= \frac{1}{2} \rho n c a_p (\theta_i - \phi_i) (V(r))^2 . dr \quad (1.14)$$

Afin d'obtenir l'expression de la résultante aérodynamique de poussée, l'équation (1.14) est intégrée sur l'intervalle  $[0, R_{mr}]$ , en effectuant les changements de variables suivants :  $x_r = \frac{r}{R_{mr}}$ ,  $\theta_r = \theta_i x_r$  et  $\phi_r = \phi_i x_r$ , il vient

$$F_n = \frac{1}{2} \rho n a_p c R_{mr} (\Omega_{mr} R_{mr})^2 \int_0^1 (\theta_r - \phi_r) x_r . dx_r \quad (1.15)$$

Pour faire apparaître la commande du pas collectif dans l'expression de la résultante aérodynamique, les auteurs [75] et [74] ont modélisé la variation de l'angle d'incidence  $\theta$  sous la forme de la somme de la commande du pas collectif  $\delta_{col}$  et du 'linear twist'  $\theta_{tw}$  :

$$\theta = \delta_{col} + x_r \theta_{tw} \quad (1.16)$$

où celle-ci peut être réécrite sous forme normalisée :

$$\theta_r = x_r(\delta_{col} + x_r\theta_{tw}) \quad (1.17)$$

Or  $\phi_r = \frac{V_{i0}+w_r}{\Omega_{mr}R_{mr}}$ , l'équation (1.15) devient alors

$$F_n = \frac{1}{2}\rho n a_p c R_{mr} (\Omega_{mr} R_{mr})^2 \int_0^1 (\delta_{col} x_r^2 + \theta_{tw} x_r^3 - \frac{V_{i0} + w_r}{\Omega_{mr} R_{mr}} x_r) . dx_r \quad (1.18)$$

Après le calcul, la résultante aérodynamique de poussée du rotor principal est

$$F_n = K_{col}\delta_{col} + \delta_{col}^0 \quad (1.19)$$

où  $K_{col}$  représente le coefficient de poussée tel que

$$K_{col} = \frac{1}{6}\rho n a_p c R_{mr} (\Omega_{mr} R_{mr})^2 \quad (1.20)$$

et  $\delta_{col}^0$  désigne la valeur de la commande du pas collectif en vol stationnaire. Elle est définie comme

$$\delta_{col}^0 = K_{col} \left( \frac{3}{4}\theta_{tw} - \frac{3}{2} \frac{V_{i0} + w_r}{\Omega_{mr} R_{mr}} \right) \quad (1.21)$$

### 1.3.2 Résultante aérodynamique de la poussée du rotor de queue

Le rotor de queue est souvent soumis à un écoulement d'air très difficile à modéliser. Celui-ci est déformé par le fuselage, le mât rotor ou par les pales du rotor principal en le rendant fortement non-uniforme. Par souci de simplification, nous supposons que le rotor de queue est soumis à un écoulement d'air uniforme et que ces pales sont assez rigides. Ceci permet de ne pas prendre en compte la présence du battement des pales de rotor de queue. En revanche, pour modéliser la résultante aérodynamique du rotor de queue, le même type de modélisation est employé que celui du rotor principal. Ainsi, la résultante aérodynamique du rotor de queue peut être exprimée par l'équation

$$F_t = K_{ped}\delta_{ped} + \delta_{ped}^0 \quad (1.22)$$

où  $K_{ped}$  représente le coefficient de poussée du rotor de queue défini par

$$K_{ped} = \frac{1}{6}\rho n_{tr} a_{p,tr} c_{tr} R_{tr} (\Omega_{tr} R_{tr})^2 \quad (1.23)$$

et la commande de direction  $\delta_{ped}^0$  est une constante déterminée en vol stationnaire

$$\delta_{ped}^0 = K_{ped} \left( \frac{3}{4}\theta_{tw} - \frac{3}{2} \frac{V_{i0,tr} + w_{r,tr}}{\Omega_{tr} R_{tr}} \right) \quad (1.24)$$

L'expression de la vitesse  $w_{r,tr}$  est définie par la combinaison linéaire de la vitesse latérale de l'hélicoptère et de la vitesse angulaire du lacet [78] :

$$w_{r,tr} = v - y_{tr}r \quad (1.25)$$

et  $V_{i0,tr}$ , supposée nulle dans le cadre de cette étude, est la vitesse induite du rotor de queue.

Nous avons présenté la modélisation des résultantes aérodynamiques des poussées du rotor principal et de queue. Cependant, l'orientation de la poussée du rotor principal est modifiée par la présence du battement vertical due à l'élasticité des pales. Par la suite, l'évolution de la dynamique de ce phénomène sera étudiée et prise en compte dans l'évolution de la dynamique du véhicule.

### 1.3.3 Dynamique du battement vertical des pales

Les pales d'un rotor, en mouvement de rotation, se déforment par flexion et prennent ainsi une forme géométrique d'un cône. Le mouvement ascendant et descendant des pales constitue un battement vertical. L'angle de celui-ci, souvent noté  $\beta$ , est l'angle local entre le plan d'entraînement normal à l'axe du rotor principal et le disque rotor. Il peut s'exprimer sous la forme de série de Fourier de l'angle d'azimut du battement  $\Psi$  (Fig.1.14) :

$$\beta(\Psi) = a_0 + a_1 \cos(\Psi) + b_1 \sin(\Psi) \quad (1.26)$$

où  $a_0$  est l'angle de conicité,  $a_1$  et  $b_1$  désignent les angles du battement vertical du rotor principal.

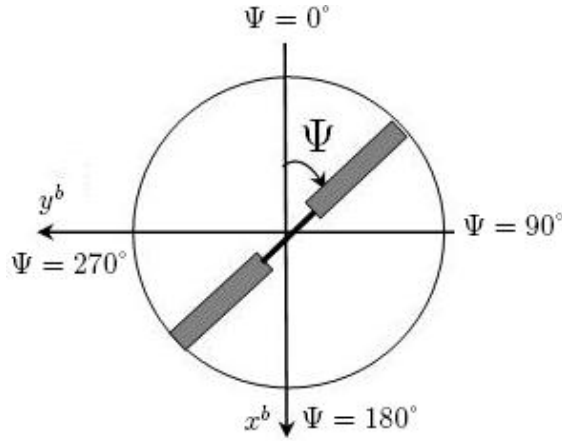


FIGURE 1.14 – Vue de dessus d'un rotor principal

Dans la suite, les hypothèses, ci-dessous, sont prises en compte afin d'obtenir la dynamique d'évolution des angles de battement vertical [32] :

- l'angle du battement vertical  $\beta$  est supposé faible,
- l'angle d'attaque du battement est faible,
- l'accélération angulaire est négligeable par rapport au produit de la vitesse angulaire et de la vitesse de rotation.

Sous ces hypothèses, la dynamique du battement vertical est modélisée par ([75], [32]) :

$$\begin{cases} \tau_f \dot{a}_1 + a_1 = -\tau_f q + \frac{8}{\gamma \Omega_{mr}^2} \frac{k_\beta}{I_\beta} b_1 + K_{lon}(\delta_{lon} + K_c c_1) \\ \tau_f \dot{b}_1 + b_1 = -\tau_f p + \frac{8}{\gamma \Omega_{mr}^2} \frac{k_\beta}{I_\beta} a_1 + K_{lat}(\delta_{lat} + K_d d_1) \end{cases} \quad (1.27)$$

où  $I_\beta$  est le moment d'inertie d'une pale donné par

$$I_\beta = \int_0^{R_{mr}} m_p(r) r^2 dr \quad (1.28)$$

où  $m_p(r)$  est la distribution de la masse de la pale suivant la variation de la longueur de la pale  $r$ . Le terme  $\gamma$  désigne le nombre de Look équivalent au rapport des forces aérodynamiques sur les forces inertielles agissant sur le rotor principal :

$$\gamma = \frac{\rho c a_p R_{mr}^4}{I_\beta} \quad (1.29)$$

$k_\beta$  est le coefficient d'élasticité des pales, le paramètre  $\tau$  est une constante de temps définie par :

$$\tau_f = \frac{16}{\gamma\Omega_{mr}} \approx 40ms \quad (1.30)$$

$K_{lon}$  et  $K_{lat}$  représentent respectivement les gains de commandes de pas cyclique longitudinal  $\delta_{lon}$  et de pas cyclique latéral  $\delta_{lat}$ .

Les variables d'état  $c_1$  et  $d_1$  définissent les angles de la barre de Bell stabilisante. Pour compenser la précession gyroscopique, la barre de Bell est toujours positionnée perpendiculairement à l'axe formé par les pales du rotor principal. En plus de son rôle d'auto-stabilisateur, la barre de Bell est utilisée pour un effet augmentateur des commandes de tangage et de roulis issues du plateau cyclique. En effet, lorsqu'un ordre de tangage ou/et de roulis est envoyé, le plateau cyclique s'incline en premier en produisant une variation de l'incidence des palettes de la barre de Bell. Celles-ci finissent par s'incliner en modifiant l'incidence des pales du rotor principal. Ici, nous modélisons la dynamique de la barre de Bell par une combinaison linéaire de la variation de ces angles, de la vitesse angulaire de roulis et celle du lacet, et de leurs commandes associées [32] :

$$\begin{cases} \tau_s \dot{c}_1 + c_1 = -\tau_s q + C_{lon} \delta_{lon} \\ \tau_s \dot{d}_1 + d_1 = -\tau_s p + D_{lat} \delta_{lat} \end{cases} \quad (1.31)$$

où  $C_{lon}$  et  $D_{lat}$  sont les gains de commandes et  $\tau_s$  est le temps de réponse associé à la barre de Bell stabilisante.

Ainsi, la dynamique du battement vertical du rotor principal et celle de la barre de Bell stabilisante peuvent être réécrites sous forme matricielle par l'équation

$$\dot{\omega}_r = \mathcal{A}\omega_r + \mathcal{B}\Omega + \mathcal{C}\delta \quad (1.32)$$

où le vecteur  $\omega_r$  est constitué des variables d'état que nous cherchons à restituer dans le chapitre 4 lié à l'estimation d'état :

$$\omega_r = (a_1, b_1, c_1, d_1)^t \quad (1.33)$$

La matrice  $\mathcal{A}$  est définie telle que

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\tau_f} & \frac{1}{\tau_f} \frac{8}{\gamma\Omega^2} \frac{k_\beta}{I_\beta} & \frac{K_c}{\tau_f} & 0 \\ \frac{1}{\tau_f} \frac{8}{\gamma\Omega^2} \frac{k_\beta}{I_\beta} & -\frac{1}{\tau_f} & 0 & \frac{K_d}{\tau_f} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_s} \end{pmatrix} \quad (1.34)$$

et les matrices  $\mathcal{B}$  et  $\mathcal{C}$  sont respectivement données par

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \mathcal{C} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{K_{lon}}{\tau_f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_{lat}}{\tau_f} & 0 \\ 0 & \frac{C_{lon}}{\tau_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{D_{lon}}{\tau_s} & 0 \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

Le vecteur de commande  $\delta$  est

$$\delta = (\delta_{col}, \delta_{lon}, \delta_{lat}, \delta_{ped})^t \quad (1.36)$$

Enfin, la résultante aérodynamique de poussée, modifiée par la présence du battement vertical, est exprimée par

$$F_{mr} = \|F_n\| \begin{pmatrix} -\sin a_1 \cos b_1 \\ \cos a_1 \sin b_1 \\ -\cos a_1 \cos b_1 \end{pmatrix} \quad (1.37)$$

## 1.4 Conclusion

Ce chapitre a présenté une introduction générale sur le principe de fonctionnement des hélicoptères. Les différents éléments constituant l'engin ainsi que les manoeuvres permettant la commande de l'hélicoptère sont décrits. Un intérêt plus particulier est consacré par la suite à l'aérodynamique des rotors dont le rôle est le plus influent sur la dynamique de l'engin. Dans la suite de cette partie, nous intégrerons la dynamique des rotors dans la description du comportement du mini-drone hélicoptère.



## Chapitre 2

# Modèle de mini drone avec la perturbation atmosphérique



Ce chapitre est consacré à la description et à la modélisation du mini-drone hélicoptère de notre étude. Le véhicule est considéré comme un corps rigide à six degré de liberté. Pour décrire sa dynamique, on utilisera la formulation de Newton qui est choisie pour sa facilité d'interprétation.

Dans un premier temps, on présente les référentiels utilisés en mécanique du vol ainsi que les matrices de passage du repère engin au repère inertiel. Par la suite, les bases de la mécanique du vol et les équations de la cinématique conduisant aux expressions des forces et moments résultants et à la détermination de la dynamique de l'hélicoptère sont exposées.

## 2.1 Description du mini drone

Le mini-drone, représenté sur la figure 2.1, est l'hélicoptère Benzin Acrobatic de Vario. Il a été instrumenté par l'ONERA afin de réaliser des expérimentations en vol autonome. La masse de ce véhicule est de  $6.5kg$  pour la configuration commerciale. Il est équipé d'un



FIGURE 2.1 – Mini-drone hélicoptère développé par l'ONERA

moteur Zenoah de  $23\text{ cm}^3$  entraînant un rotor principal d'envergure  $1.80\text{ m}$ . L'hélicoptère miniature est équipé d'un GPS *u-blox* (5Hz) et d'une centrale inertielle *Xsens* (100HZ) pour la navigation.

## 2.2 Dynamique du mini-drone hélicoptère

### 2.2.1 Repères et orientations

Considérons le mini drone sous la forme d'un corps rigide de masse  $m$  et de centre de gravité  $G$ . Le mouvement du véhicule est décrit par rapport à deux repères (Fig.2.2) :

- Le repère inertiel  $R_I$  : lié à la terre, Galiléen, ayant un point de référence  $O$  et défini par la base canonique  $(e_1, e_2, e_3)$  où  $e_3$  pointe vers le centre de la terre.

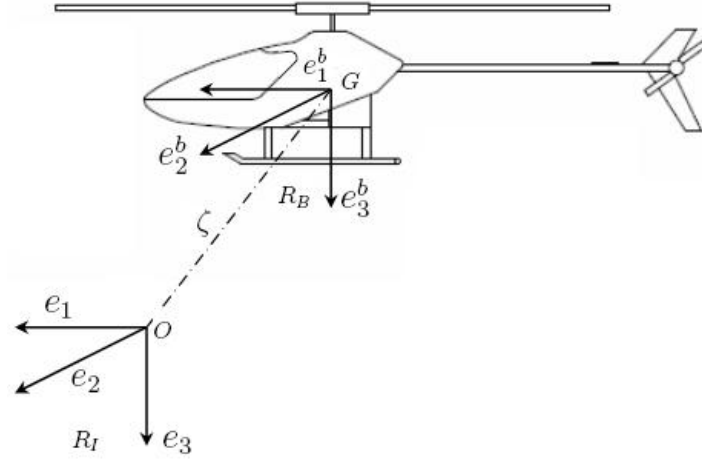


FIGURE 2.2 – Définition des repères

- Le repère engin  $R_B$  : lié au centre de gravité du véhicule et définit par la base canonique  $(e_1^b, e_2^b, e_3^b)$  où  $e_1^b$ , détermine l'axe de roulis, pointe vers l'avant de l'engin,  $e_2^b$ , définit l'axe de tangage, est orienté à droite de celui-ci et enfin  $e_3^b$ , définit l'axe de lacet, est dirigé vers le bas.

Le passage du repère  $R_B$  au repère  $R_I$ , défini par les angles d'Euler, est réalisé par les rotations suivantes :

- Rotation autour de l'axe de roulis :

$$R_{x,\phi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

- Rotation autour de l'axe de tangage :

$$R_{y,\theta} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

- Rotation autour de l'axe de lacet :

$$R_{z,\psi} = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

où  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  désignent respectivement les angles de roulis, tangage et lacet.

En conséquence, la matrice de passage du repère  $R_B$  au repère  $R_I$  est obtenue par la multiplication des trois matrices :

$$\mathcal{R} = R_{z,\psi} R_{y,\theta} R_{x,\phi} = \begin{pmatrix} c_\theta c_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi & c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi \\ c_\theta s_\phi & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi \\ -s_\theta & s_\psi c_\theta & c_\psi c_\theta \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

où  $c_\alpha = \cos \alpha$  et  $s_\alpha = \sin \alpha$ .

Cette matrice appartient au groupe des matrices d'ordre 3 tel que

$$\mathcal{SO}(3) = \{\mathcal{R} \in \mathfrak{R}^{3 \times 3} / \mathcal{R}^t \mathcal{R} = I_{3 \times 3} \text{ et } \det(\mathcal{R}) = 1\} \quad (2.5)$$

et sa transposée représente la matrice de passage du référentiel  $R_I$  au référentiel  $R_B$ . Pour un changement de coordonnées, étant donné un vecteur  $\nu$  ( $\nu \in \mathfrak{R}^3$ ), le passage d'un référentiel à un autre est donné par les relations suivantes :

$$\nu|_{R_I} = \mathcal{R} \nu|_{R_B} \quad (2.6)$$

$$\nu|_{R_B} = \mathcal{R}^t \nu|_{R_I} \quad (2.7)$$

L'évolution de cette matrice de rotation est donnée par la relation suivante [63] :

$$\dot{\mathcal{R}} = \mathcal{R} \Omega_{\times} \quad (2.8)$$

où  $\Omega_{\times}$  est la matrice anti-symétrique associée à la vitesse instantanée de rotation  $\Omega$  du véhicule autour de ses axes engin

$$\Omega_{\times} = \begin{pmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

avec

$$\Omega = (p \ q \ r)^t \quad (2.10)$$

où  $p$ ,  $q$  et  $r$  représentent respectivement les vitesses angulaires de roulis, tangage et lacet.

## 2.2.2 Cinématique

En appliquant le principe fondamental de la dynamique dans le référentiel inertiel  $\mathcal{R}_I$ , l'évolution de la dynamique d'un corps rigide peut s'écrire

$$m \frac{dv}{dt} \Big|_{R_I} = \sum F_{ext} \Big|_{R_I} \quad (2.11)$$

$$\frac{dJ\Omega_{R_B/R_I}}{dt} \Big|_{R_I} = \sum M_{ext} \Big|_{R_I} \quad (2.12)$$

où  $m$ , supposée constante, est la masse du solide.  $J$ , désigne la matrice d'inertie, est exprimée au centre de gravité  $G$  dans le repère  $\mathcal{R}_B$ . Le véhicule est supposé parfaitement symétrique alors :

$$J = \begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Les expressions  $\sum \vec{F}_{ext} \Big|_{R_I}$  et  $\sum \vec{M}_{ext} \Big|_{R_I}$  représentent respectivement la somme des forces et moments extérieurs agissant sur le solide (voir Fig.2.3).

Développons l'expression (2.12),

$$\frac{dJ\Omega_{R_B/R_I}}{dt} \Big|_{R_I} = \frac{d\mathcal{R}J\Omega}{dt} = \dot{\mathcal{R}}J\Omega + \mathcal{R}J\dot{\Omega} = \mathcal{R}\Omega_{\times}J\Omega + \mathcal{R}J\dot{\Omega} \quad (2.14)$$

et

$$\sum M_{ext} \Big|_{R_I} = \mathcal{R} \sum M_{ext} \Big|_{R_B} \quad (2.15)$$

La multiplication par  $\mathcal{R}^t$  et la combinaison des équations (2.14) et (2.15) nous permet d'avoir

$$\Omega_{\times} J \Omega + J \dot{\Omega} = \sum M_{ext} \Big|_{R_B} \quad (2.16)$$

ou encore

$$J \dot{\Omega} = -\Omega_{\times} J \Omega + \sum M_{ext} \Big|_{R_B} \quad (2.17)$$

## 2.3 Représentation d'état

La dynamique d'évolution du mini drone hélicoptère s'écrit sous la forme d'un système non linéaire

$$\begin{cases} \dot{X} = f(X, U) \\ Y = h(X) \end{cases} \quad (2.18)$$

où  $X$  et  $Y$  sont respectivement le vecteur d'état et de sortie ( $X \in \mathfrak{R}^n$ ,  $Y \in \mathfrak{R}^p$ ).  $U$  est le vecteur de commande ( $U \in \mathfrak{R}^q$ ). Les fonctions  $f$  et  $h$  sont des fonctions non-linéaire de l'état et représentent respectivement l'évolution et l'observation du système.

### 2.3.1 Choix du vecteur d'état

Le vecteur d'état  $X$  est composé de l'évolution des états de la dynamique de translation et de la dynamique de rotation.

La dynamique de translation est définie par l'évolution de la position et de la vitesse du véhicule.

La position, notée  $\zeta \in \mathfrak{R}^3$ , est définie dans le référentiel  $R_I$  :

$$\zeta = (x \ y \ z)^t \quad (2.19)$$

où  $x$ ,  $y$ , et  $z$  sont respectivement les coordonnées du véhicule.

La vitesse du véhicule  $v$ , par rapport au repère  $R_I$ , s'exprime dans le repère inertiel par

$$v = (v_x \ v_y \ v_z)^t \quad (2.20)$$

où  $v_x$  est la vitesse longitudinale du véhicule,  $v_y$  désigne la vitesse latérale, et  $v_z$  la vitesse selon la verticale.

Le vecteur vitesse est donné par la relation cinématique suivante

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt} \Big|_{R_I} \quad (2.21)$$

soit

$$v = \dot{\zeta} \quad (2.22)$$

La dynamique de rotation est définie par l'attitude du véhicule et sa vitesse angulaire associée.

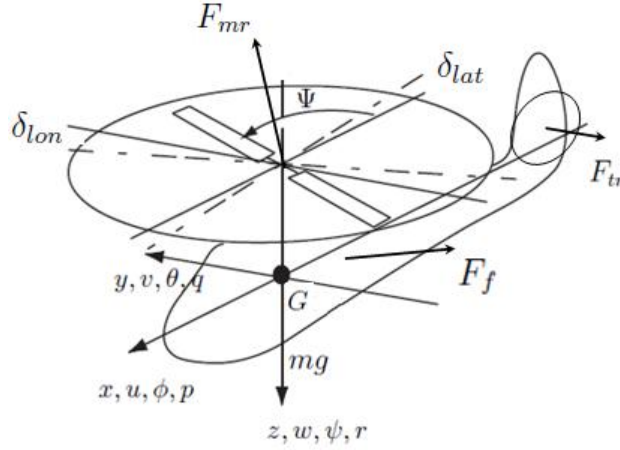


FIGURE 2.3 – Forces et moments agissant sur l'hélicoptère

L'attitude est définie par les angles d'Euler  $\Theta$  ( $\Theta \in \mathbb{R}^3$ ),

$$\Theta = (\phi \ \theta \ \psi)^t \quad (2.23)$$

et la vitesse angulaire  $\Omega$  est

$$\Omega = (p \ q \ r)^t \quad (2.24)$$

Le vecteur d'état est complété par l'équation (1.32)

$$\dot{\omega}_r = \mathcal{A}\omega_r + \mathcal{B}\Omega + \mathcal{C}\delta \quad (2.25)$$

conduisant au vecteur d'état complet  $X$  ( $X \in \mathbb{R}^{16}$ ) :

$$X = (\zeta \ v \ \Theta \ \Omega \ \omega_r)^t \quad (2.26)$$

### 2.3.2 Dynamique de l'engin

L'application du principe fondamental de la dynamique, des relations de la cinématique et du théorème des moments conduit aux équations du mouvement du mini-drone

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \\ m\dot{v} = \mathcal{F} + \mathcal{F}_{vent} \\ \dot{\mathcal{R}} = \mathcal{R}\Omega_{\times} \\ J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega + \mathcal{M} + \mathcal{M}_{vent} \\ \dot{\omega}_r = \mathcal{A}\omega_r + \mathcal{B}\Omega + \mathcal{C}\delta \end{cases} \quad (2.27)$$

où  $\mathcal{F}$  correspond à la résultante des forces extérieures, hors perturbation atmosphérique, agissant sur l'engin et  $\mathcal{M}$  est le moment résultant de ces forces par rapport au centre de gravité. La force résultante  $\mathcal{F}_{vent}$  et le moment résultant  $\mathcal{M}_{vent}$  représentent l'effet de la perturbation atmosphérique.

Nous avons choisi de séparer l'effet des perturbations,  $\mathcal{F}_{vent}$  et  $\mathcal{M}_{vent}$ , des forces et moments résultants,  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{M}$ , afin d'utiliser ce formalisme de modélisation dans la partie consacrée à la détection des perturbations atmosphériques où une comparaison, entre le modèle perturbé (2.27) et le modèle non perturbé (2.27), est mise en oeuvre pour cette détection. Les forces et moments sont explicités ci-dessous.

### 2.3.3 Force résultante $\mathcal{F}$

La force résultante en présence de la perturbation est la somme des différentes forces appliquées au système, c'est à dire :

- le poids du véhicule,

$$P = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

- la résultante aérodynamique de poussée  $F_{mr}$  : l'expression de cette force, exprimée dans  $R_B$ , est décrite par l'équation (1.37). Compte tenu d'une faible variation des angles de battement vertical ( $c_\alpha \approx 1$  et  $s_\alpha \approx \alpha$ ), la résultante aérodynamique  $F_{mr}$  peut être réécrite

$$F_{mr} \approx \|F_n\| \begin{pmatrix} -a_1 \\ b_1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

où  $a_1$  et  $b_1$  sont les angles du battement vertical, et  $F_n$  désigne la force de poussée verticale exprimée par l'équation (1.19).

- la force latérale du rotor de queue  $F_{tr}$

$$F_{tr} = \begin{pmatrix} 0 \\ F_t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

où la force  $F_t$  est exprimée dans  $R_B$  par l'équation (1.22).

- la force aérodynamique de fuselage  $F_f$  : cette force est due à l'écoulement de l'air autour du fuselage. Elle est exprimée dans le repère engin  $R_B$ . Son expression est approximée par la forme suivante [31] :

$$F_f = -\frac{1}{2}\rho \begin{pmatrix} c_f^x S_f^x V_\infty u_a \\ c_f^y S_f^y V_\infty v_a \\ c_f^z S_f^z V_\infty (w_a + V_{i0}) \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

où  $c_f^x$ ,  $c_f^y$  et  $c_f^z$  sont les coefficients aérodynamiques de fuselage.  $S_f^x$ ,  $S_f^y$ , et  $S_f^z$  sont les surfaces effectives de fuselage suivant les axes du repère  $R_B$ , et  $(u_a, v_a, w_a)^t$  est la vitesse relative (i.e. la différence entre la vitesse du véhicule), exprimée dans le repère engin  $R_B$ , et la vitesse du vent ( $u_a = u - u_r$ ;  $v_a = v - v_r$ ;  $w_a = w - w_r$ ).

$V_\infty$  représente la norme de la vitesse

$$V_\infty = (u_a^2 + v_a^2 + (w_a + w_{in})^2)^{1/2} \quad (2.32)$$

et la vitesse induite  $V_{i0}$  est définie par son expression normalisée (A.33).

La résultante des forces  $\mathcal{F}$  est, en utilisant les équations (2.28)-(2.31) :

$$\mathcal{F} = mge_3 + \mathcal{R}(F_{mr} + F_{tr} + F_f) \quad (2.33)$$



### 2.3.4 Moment résultant $\mathcal{M}$

Le moment résultant, généré par les différentes forces, peut être exprimé par :

$$\mathcal{M} = M_{mr} + M_{tr} + \Delta_k \quad (2.34)$$

où  $M_{mr}$  et  $M_{tr}$  représentent respectivement les moments produits par les forces de poussée du rotor principal et du rotor de queue. Leurs expressions sont données par

$$M_{mr} = b_{mr} \wedge F_{mr} \quad (2.35)$$

$$M_{tr} = b_{tr} \wedge F_{tr} \quad (2.36)$$

où  $b_{mr}$  et  $b_{tr}$  désignent respectivement les bras de levier du rotor principal et du rotor de queue.

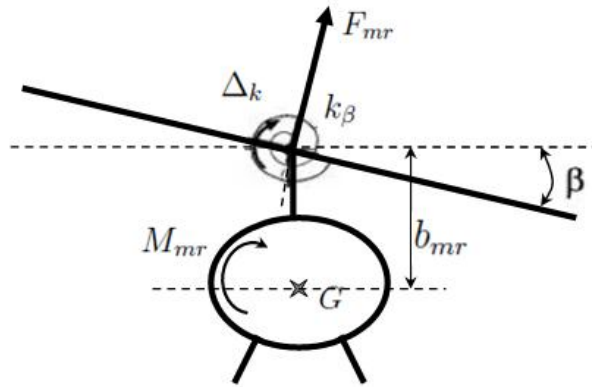


FIGURE 2.4 – Moments agissant sur le rotor principal

Le moment associé au fuselage est supposé négligeable en considérant que le centre de pression de fuselage coïncide avec le centre de gravité de l'hélicoptère.

Dans [57], les auteurs considèrent, en plus, un couple de rappel  $\Delta_k$  dû à la résistance de l'air à l'évolution des pales :

$$\Delta_k = k_\beta \begin{pmatrix} b_1 \\ a_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

où  $k_\beta$  est le coefficient d'élasticité des pales.

Les expressions des forces et moments résultants hors perturbations atmosphériques ont été explicitées. Dans la section suivante, nous modélisons l'effet de la perturbation en décrivant, tout d'abord, les modèles mathématiques d'évolution de la vitesse de la perturbation et, ensuite, les forces et moments produits ( $\mathcal{F}_{vent}$  et  $\mathcal{M}_{vent}$ ).

## 2.4 Modèle du mini drone perturbé

La description analytique de l'effet de la perturbation repose sur la modélisation de son impact sur chaque élément constituant l'hélicoptère en déterminant les forces et moments générés en fonction de l'évolution de sa vitesse. A cet effet, nous présentons d'abord une brève étude bibliographique sur les différents modèles de perturbations utilisés dans la littérature. Nous détaillons par la suite les expressions des forces et moments agissant sur le mini drone.

### 2.4.1 Modèles de turbulences atmosphériques

Nous décrivons ici des modèles mathématiques des perturbations atmosphériques. Les modèles de vent sont représentés par des fonctions déterministes, tandis que les turbulences atmosphériques sont modélisées par la moyenne de la fonction d'un processus stochastique.

#### Perturbation modélisée par une fonction déterministe

L'évolution des écoulements turbulents est soumis aux lois fondamentales de la mécanique des fluides. Leur modélisation est principalement traduite par les équations aux dérivés

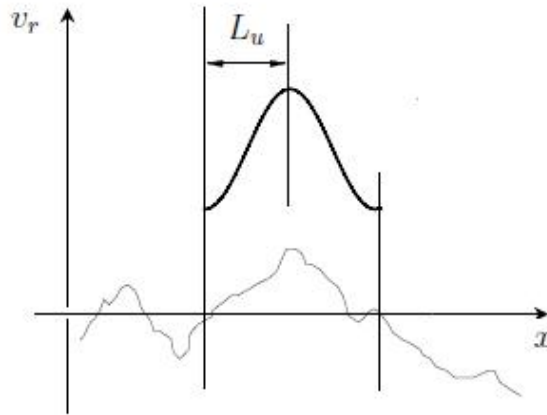


FIGURE 2.5 – Représentation de la rafale discrète

partielles de Navier-Stokes [90]. Plusieurs profils de vent sont donnés dans la littérature, cela dépend du problème étudié.

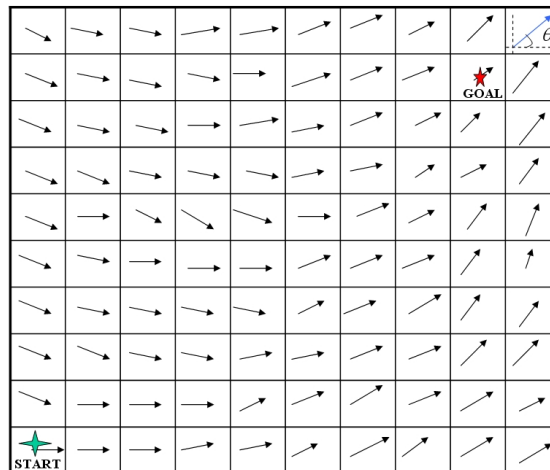


FIGURE 2.6 – Représentation d'un champ de vent

Une perturbation de type rafale de vent, montrée sur la figure 2.5, peut être approximée par l'équation :

$$v_r = \frac{V_m}{2} \left( 1 - \cos\left(\frac{\pi x}{L_u}\right) \right) \quad (2.38)$$

où  $v_m$  est la vitesse moyenne du vent ( $m/s$ ) et le paramètre  $L_u$  est la longueur de la rafale. L'utilisation de la rafale est destinée pour simuler une perturbation atmosphérique brutale qui se traduit par une hausse soudaine de sa vitesse.

Le champ de vent, autre modèle d'écoulement (Fig.2.6), permet la modélisation des conditions atmosphériques d'un environnement de surface uniforme, aucun objet se trouvant dans cet environnement pour ne pas déformer le champ de vent. Ce modèle est utilisé, par exemple, pour représenter un courant d'air ou un profil de vent. Les équations de champs de vent peuvent être obtenus par résolution des équations de Navier-Stokes. Il est décrit par les relations

$$\begin{cases} u_r = V_m \cos \theta_w \\ v_r = V_m \sin \theta_w \\ w_r = 0 \end{cases} \quad (2.39)$$

où  $\theta_w$  est l'angle formé par le champs de vent et l'horizontale (voir Fig.2.6). Il faut remarquer que le modèle de rafale est un cas particulier du modèle du champ de vent en considérant

La figure 2.7 montre une évolution d'un gradient de vent décrit par :

$$v_r = \begin{cases} v_{r_{9.15}} \frac{z^{0.2545} - 0.4097}{1.347}, & \text{si } 0 < z < 300 \text{ m} \\ 2.86585 v_{r_{9.15}}, & \text{si } 300 \text{ m} \leq z \end{cases} \quad (2.40)$$

où  $v_{r_{9.15}}$  dénote la vitesse du véhicule à une altitude de 9.15 m.

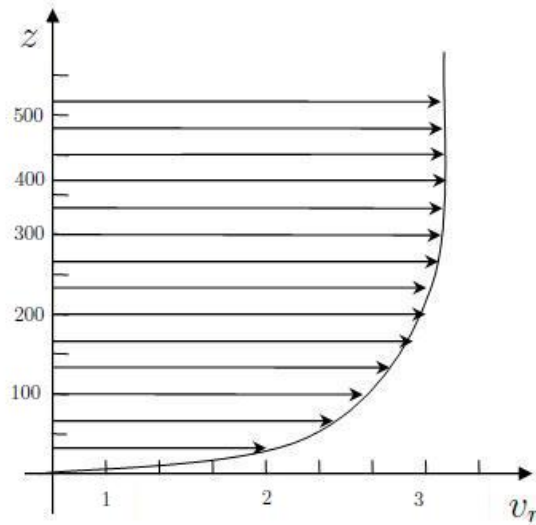


FIGURE 2.7 – Représentation d'un gradient de vent

Ce modèle d'évolution dépend de l'altitude de l'aéronef car en réalité la vitesse et la direction du vent ne sont pas constantes par rapport au sol. La variation de ces valeurs génère le vent de cisaillement (windshear).

L'influence du vent de cisaillement est plus particulièrement étudiée lors des phases de décollage et d'atterrissage, car ce phénomène atmosphérique déstabilise fortement le mouvement des véhicules. La simplicité du modèle (2.40) provient du fait que le sol est supposé plat et vide de tout objet produisant une déformation complexe de l'évolution du vent. De ce fait, sa direction est constante et son intensité varie faiblement.



FIGURE 2.8 – Représentation d'un vent de cisaillement @ wikipédia

Il existe d'autres profils de vent de cisaillement connu sous le nom d'un "Microburst". Son évolution est très dangereuse surtout lors des phases de décollage et d'atterrissage. En effet, un énorme écoulement d'air se déplace rapidement vers le bas en générant une force aérodynamique ascendante. De plus, l'engin peut être confronté à une forte et soudaine augmentation d'un vent frontal. Ce phénomène atmosphérique est très complexe à modéliser mais néanmoins il existe quelques modèles simplifiés tel le modèle proposé par Miele et al. [58], voir figure 2.8, que l'on reprend ici

$$w_x = \begin{cases} -k_w, & \text{si } x \leq a_w \\ -k_w + 2k_w \frac{x-a_w}{b_w-a_w}, & \text{si } a_w \leq x \leq b_w \\ k_w, & \text{si } b_w \leq x \end{cases} \quad (2.41)$$

$$w_y = 0 \quad (2.42)$$

$$w_z = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq a_w \\ -k_w(h/h_*) \frac{x-a_w}{c_w-a_w}, & \text{si } a_w \leq x \leq c_w \\ -k_w(h/h_*) \frac{b_w-x}{b_w-c_w}, & \text{si } c_w \leq x \leq b_w \\ 0, & \text{si } b_w \leq x \end{cases} \quad (2.43)$$

où  $a_w$  et  $b_w$  sont respectivement les positions pour lesquelles l'aéronef entre et sort de la turbulence atmosphérique, le paramètre  $c_w$  est la demi-somme, i.e.

$$c_w = \frac{a_w + b_w}{2}$$

$h_*$  est une constante fixée et  $k_w$  désigne l'intensité du vent de cisaillement.

### Perturbation modélisée par un processus stochastique

La vitesse de la turbulence atmosphérique est souvent représentée sous la forme d'un processus aléatoire. Ce dernier est caractérisé par sa Densité Spectrale de Probabilité (DSP).

Rappelons que la DSP d'un processus, définie par la relation de Plancherel, est la puissance moyenne décrite par

$$\Phi(w) = \lim_{\substack{i \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{1}{T \Delta w} \int_0^T x^2(t, w, \Delta w) dt \quad (2.44)$$

où  $T$  est la période en seconde.  $x(t, w, \Delta w)$  représente la composante de  $x(t)$  située dans la bande de fréquence  $w \pm \frac{\Delta w}{2}$ .

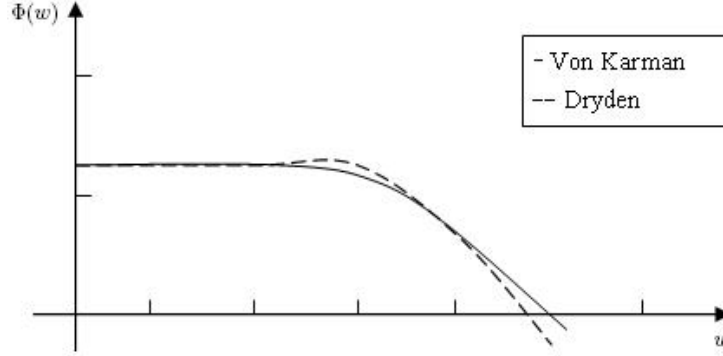


FIGURE 2.9 – DSP de Von Karman et de Dryden

Pour la représentation des turbulences atmosphériques, deux principales DSP sont utilisées : la fonction spectrale de Von Karman et celle de Dryden. Le spectre de Von Karman est défini par le système d'équations,

$$\begin{cases} \Phi_{VK}^x(\omega) = 2\sigma_u^2 L_u \frac{1}{(1+(1.339L_u\omega)^2)^{\frac{5}{6}}} \\ \Phi_{VK}^y(\omega) = \sigma_v^2 L_v \frac{1+\frac{8}{3}(1.339L_v\omega)^2}{(1+(1.339L_v\omega)^2)^{\frac{11}{6}}} \\ \Phi_{VK}^z(\omega) = \sigma_w^2 L_w \frac{1+\frac{8}{3}(1.339L_w\omega)^2}{(1+(1.339L_w\omega)^2)^{\frac{11}{6}}} \end{cases} \quad (2.45)$$

tandis que le spectre de Dryden est donné par

$$\begin{cases} \Phi_{Dry}^x(\omega) = 2\sigma_u^2 L_u \frac{1}{1+(L_u\omega)^2} \\ \Phi_{Dry}^y(\omega) = \sigma_v^2 L_v \frac{1+3(L_v\omega)^2}{(1+(L_v\omega)^2)^2} \\ \Phi_{Dry}^z(\omega) = \sigma_w^2 L_w \frac{1+3(L_w\omega)^2}{(1+(L_w\omega)^2)^2} \end{cases} \quad (2.46)$$

On peut noter qu'il existe une similitude entre les deux spectres (voir Fig.2.9). Cependant, le modèle de Dryden est le plus utilisé pour sa simplicité d'implémentation.

Nous avons présenté un état de l'art des modèles d'évolution des perturbations atmosphériques. Ces modèles sont utilisés en fonction des aéronefs étudiés et de leurs environnements d'évolution. Dans la suite, nous utiliserons deux modèles de perturbation : celui de la rafale (2.38), et celui de champ de vent (2.39). Nous abordons maintenant la modélisation de l'effet de la perturbation en fonction de l'évolution de sa vitesse.

## 2.4.2 Bilan des forces et moments perturbants

Les turbulences atmosphériques produisent sur les différents éléments de l'hélicoptère des forces  $\mathcal{F}_{vent}$  et des moments  $\mathcal{M}_{vent}$  atmosphériques perturbants. Rappelons que toutes ces forces sont exprimées dans le repère engin  $R_B$ .

### Fuselage

Ces perturbations agissent sur le fuselage génèrent une force  $F_f^r$  :

$$F_f^r = -\frac{1}{2}\rho \begin{pmatrix} c_x^r S_f^x V_\infty^r u_r \\ c_y^r S_f^y V_\infty^r v_r \\ c_z^r S_f^z V_\infty^r w_r \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

où  $c_x^r$ ,  $c_y^r$ , et  $c_z^r$  sont les coefficients aérodynamiques. La vitesse  $V_\infty^r$  est la norme de la vitesse du vent :

$$V_\infty^r = \sqrt{u_r^2 + v_r^2 + w_r^2} \quad (2.48)$$

### Rotor principal

La présence d'une turbulence atmosphérique produit une force  $F_{mr}^r$  sur le rotor principal. La modélisation de cette force est obtenue en supposant que les pales du rotor principal, en mouvement de rotation, forment un disque de surface uniforme. Cette surface étant perpendiculaire à l'axe  $e_3^b$ , d'où l'expression de la force perturbante  $F_{mr}^r$  ([75])

$$F_{mr}^r = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4\rho\pi R_{mr}^2 c_{rp} V_\infty^r w_r \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

Le moment du rotor principal  $M_{mr}^r$  est alors obtenu :

$$M_{mr}^r = b_{mr} \wedge F_{mr}^r \quad (2.50)$$

où  $b_{mr}$  est le bras de levier du rotor principal.

L'effet de la perturbation sur le rotor principal crée un phénomène aérodynamique connu : l'effet de dièdre [75], qui phénomène produit un moment  $M_d^r$  déstabilisant le mouvement de roulis :

$$M_d^r = \begin{pmatrix} \frac{1}{4k_\beta} \rho S_{mr} c_{mr}^r R_{mr} \dot{\gamma} V_\infty^r \sqrt{(0.75 R_{mr})^2 + b_{mr}^2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

où  $S_{mr}$  est la surface du disque rotor formé par le rotor principal,  $c_{mr}^r$  est le coefficient aérodynamique, et  $\gamma$  représente l'angle d'azimut des pales du rotor principal.

### Rotor de queue

La perturbation produit également une force latérale  $F_{tr}^r$  sur le rotor de queue :

$$F_{tr}^r = \begin{pmatrix} 0 \\ 4\rho\pi R_{tr}^2 c_{tr} V_\infty^r v_r \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

et un moment  $M_{tr}^r$  :

$$M_{tr}^r = b_{tr} \wedge F_{tr}^r \quad (2.53)$$

Ainsi, vient le bilan des forces et moments appliqués :

$$\mathcal{F}_{vent} = \mathcal{R}(F_f^r + F_{tr}^r + F_{mr}^r) \quad (2.54)$$

$$\mathcal{M}_{vent} = M_{mr}^r + M_{tr}^r + M_d^r \quad (2.55)$$

## 2.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté la modélisation de la dynamique du vol du mini drone hélicoptère évoluant dans un environnement perturbé. Après une brève description du véhicule d'étude, on a établi le modèle sous forme d'équations d'état. Dans les deux chapitres qui suivent, ce modèle est utilisé pour la détection et la restitution des perturbations atmosphériques. Il sera également utilisé dans la partie II consacrée au guidage pilotage de mini drone.





# Chapitre 3

## Estimation d'état



### 3.1 Introduction

L'élaboration des lois de commande par retour d'état nécessite en général la connaissance de la dynamique de l'aéronef et celle de toutes les mesures nécessaires de l'état. Cependant, le modèle est souvent une approximation de la dynamique réelle et l'état n'est pas complètement accessible à la mesure en raison de la limitation du nombre de capteurs embarqués ou de leurs coûts considérables. De plus, les mesures disponibles sont souvent bruitées et sont obtenues parfois avec un retard nécessitant un traitement supplémentaire pour restituer l'ensemble des grandeurs de l'état.

Pour ces raisons, les méthodes d'estimation et d'observation ont connu un intérêt important depuis des décennies. De nombreuses approches sont alors développées pour des systèmes linéaires et non-linéaires. Pour les décrire, nous avons choisi de les classer selon les différents modèles de représentation d'incertitudes sur l'état et des bruits de mesures.

Considérons la dynamique discrétisée décrite par son vecteur d'état  $X_k$ ,  $X_k \in \mathfrak{R}^n$ . Ce vecteur est exprimé par la combinaison linéaire de la fonction d'état  $\varphi(X_k, U_k)$  et du vecteur d'incertitude sur l'état  $w_k$  :

$$X_{k+1} = \varphi(X_k, U_k) + w_k$$

De même, le vecteur de mesures  $Z_k$ ,  $Z_k \in \mathfrak{R}^p$ , est représenté par la fonction de sortie  $g(X_k, U_k)$  associée au vecteur de bruits de mesures  $v_k$  :

$$Z_k = g(X_k, U_k) + v_k$$

Le calcul de l'estimée de l'état  $X_k$  est obtenu par différentes approches. On peut les regrouper en trois classes distinctes en fonction des structures de  $w_k$  et  $v_k$  :

- l'approche déterministe : les erreurs sur l'état et les bruits de mesures ne sont pas prises en compte ( $w_k^i = 0$ ,  $v_k^i = 0$ ). Parmi ces approches, on trouve les observateurs : de Luenberger [50], adaptatifs [48], et à grand gain [30], etc.
- l'approche stochastique : les erreurs sont prises en compte et leurs structures sont supposées être connues et représentées par les lois de la statistique telle que la méthode de maximum de vraisemblance, initiée par Fisher [29], ou le filtre de Kalman et ses variétés.
- l'approche ensembliste : la représentation des erreurs  $w_k$  et  $v_k$  est sous forme d'ensembles. Leurs structures sont considérées inconnues mais à variations bornées [60].

En ce qui concerne la qualité de l'estimation de  $X_k$ , elle est fortement liée aux hypothèses introduites par ces approches sur les erreurs  $w_k$  et  $v_k$ .

Dans la suite de ce travail, nous n'étudierons pas les approches déterministes où les vecteurs  $w_k$  et  $v_k$  sont négligés. Il est nécessaire d'en tenir compte car, d'une part, la description d'un tel modèle présente très souvent des incertitudes, et d'autre part, les données réelles

sont toujours entachées par les bruits qui produisent des erreurs et génèrent des instabilités numériques. Nous commençons donc par la description des approches stochastiques. Nous dressons par la suite un état de l'art sur les approches ensemblistes à erreurs bornées.

## 3.2 Approches stochastiques

L'estimation d'état stochastique est une approche probabiliste permettant d'obtenir une solution ponctuelle dont la valeur dépend directement des hypothèses introduites sur les erreurs d'état et les bruits de mesures. Dans ce cas, les erreurs  $w_k$  et  $v_k$  sont en général considérés comme des bruits blancs gaussiens qui suivent deux lois normales de moyennes et de variances données. A chaque nouvelle mesure, le calcul d'une nouvelle estimée  $\hat{X}_{k+1}$  est réalisé récursivement en deux phases : prédiction et correction. La première phase utilise l'état estimé de l'instant précédent pour produire une estimée de l'état courant. Dans la deuxième phase, les observations de l'instant courant sont utilisées pour corriger l'état prédit dans le but d'obtenir une meilleure estimation de l'état. Pour ce faire, l'approche consiste à rechercher à chaque instant une estimée de l'état  $X_k$  en minimisant la variance de l'erreur d'estimation définie par  $P_k = E[\tilde{X}_k \tilde{X}_k^t]$ .

Les premiers algorithmes d'estimation d'état stochastique, comme le filtre de Kalman, ont été développés pour l'étude des systèmes linéaires. Des extensions aux systèmes non linéaires ont été par la suite proposées selon deux approches : la première consiste à utiliser les algorithmes linéaires en effectuant une linéarisation autour d'un point de fonctionnement ou autour d'une trajectoire de référence prédéfinie, comme par exemple le filtre du Kalman étendu *FKE*. Dans ce contexte, le calcul du gain d'estimation est obtenu à partir du modèle linéarisé tangent. Ces filtres ont été appliqués avec succès sur différents types de systèmes non linéaires mais leur stabilité numérique dépend de la non-linéarité du modèle étudié. De plus, les preuves de stabilité et de convergence établies dans le cas des systèmes linéaires ne peuvent pas être généralement étendues en non-linéaire.

En revanche, la deuxième approche utilise directement les systèmes non linéaires pour élaborer des estimateurs non linéaires. On peut trouver par exemple les filtres adaptatifs non linéaires [6] ou aussi d'autres estimateurs stochastiques non linéaires comme le filtrage particulaire [16]. Le lecteur peut se référer aux travaux de thèse de Dahia [21] pour de plus amples informations.

Comme nous l'avons vu, les approches stochastiques permettent d'avoir une estimation de l'état qui dépend fortement des hypothèses fixées sur les erreurs  $w_k$  et  $v_k$ . Cependant, ces hypothèses, considérant des distributions gaussiennes des bruits, ne sont pas toujours vérifiées et conduisent alors à de fausses interprétations sur l'estimation obtenue. Pour remédier à ce problème, l'approche ensembliste à erreurs bornées peut être une alternative à l'approche stochastique.

## 3.3 Approches ensemblistes à erreurs bornées

Dans le cadre de l'approche à erreurs bornées, les hypothèses sur les bruits de mesures et de dynamique sont différentes. En effet, on suppose  $w_k$  et  $v_k$  sont bornées par des valeurs connues, i.e  $|w_k^i| \leq \gamma_{w_k}^i$ ,  $\gamma_{w_k}^i \in \mathfrak{R}_+$  et  $|v_k^i| \leq \gamma_{v_k}^i$ ,  $\gamma_{v_k}^i \in \mathfrak{R}_+$ . De ce fait, la mesure (ou la prédiction) n'est plus unique mais est seulement supposée appartenir à un ensemble d'inter-

valles. L'estimée de l'état  $X_k$  n'est plus une valeur moyenne associée à une fonction de densité à posteriori mais à un ensemble de valeurs dont il s'agit de caractériser les frontières par des formes géométriques souvent très complexes à représenter. Pour cela, plusieurs formes géométriques sont explorées pour encadrer celles-ci par des ensembles plus simples à mettre en oeuvre. Les représentations géométriques les plus utilisées par les approches ensemblistes sont :

**Les polytopes :** le polytope est un polyèdre borné et convexe ayant des faces planes qui se rencontrent le long d'arêtes droites. Par exemple, les formes à deux et trois dimensions représentent respectivement la forme d'un polygone et d'un polyèdre. Dans [79], les auteurs ont proposé un algorithme basé sur des formes polytopiques qui permet le calcul de l'ensemble recherché d'une façon exacte pour les systèmes à paramètres d'état linéaire.

**Les parallélotopes :** un parallélotope, forme géométrique à  $n$  dimensions, est un polytope à  $2n$  hyperfaces se regroupant en  $n$  couples d'hyperfaces parallèles. Par exemple, un parallélogramme est un parallélotope à deux dimensions. Les travaux de Vicino et al. [95] décrivent une procédure permettant la caractérisation des parallélotopes dans le cadre de l'identification des paramètres. Cette technique n'est utilisée que pour des problèmes de petite dimension où le temps de calcul est raisonnable.

**Les zonotopes :** le zonotope est un polyèdre convexe représenté comme une somme de Minkowski de segments. L'objectif dans ce cas est ramené sous forme d'une résolution d'un problème d'optimisation convexe afin de minimiser le zonotope contenant l'ensemble recherché. Une étude appliquée aux systèmes non linéaires discrets est proposée dans [4]. Dans le domaine de détection des défauts, cette approche a été aussi étudiée sur un système non linéaire relevant du génie des procédés [36].

**Les ellipsoïdes :** l'ellipsoïde se distingue des autres formes géométriques par sa simplicité de représentation. Pour définir un ellipsoïde, il suffit d'avoir les coordonnées d'un point permettant de définir son centre, et d'une matrice symétrique définie positive déterminant sa taille et son orientation. Cette technique est largement utilisée dans le domaine linéaire ([88], [28], [13], [59], [24], [55] par exemple) et en non-linéaire [82]. Nous avons récemment présenté dans [2] l'estimation ensembliste ellipsoïdale des perturbations atmosphériques agissant sur un hélicoptère miniature. L'étude consistait à déterminer si ces perturbations sont susceptibles d'affecter la sécurité du vol de l'engin, en cherchant à caractériser les limites de variation de leur estimée sous forme de bornes.

**Les intervalles :** un intervalle est un ensemble fermé connexe borné par deux valeurs de  $\mathfrak{R}$ . L'analyse par intervalles a été initiée par [61] pour l'étude des erreurs numériques des calculateurs. L'approche a été, par la suite, utilisée et développée dans le domaine de l'estimation des systèmes non-linéaires et de l'identification des paramètres. Le principe de l'estimation par analyse par intervalles consiste à caractériser, de façon approximative mais garantie, l'ensemble solution en utilisant une propagation d'intervalles [42] ou en utilisant une union de pavés en calculant deux listes d'intervalles vectoriels de l'espace d'état. Cette opération est réalisée par l'intermédiaire des algorithmes d'inversion ensembliste comme les logiciels SIVIA (*Set Inversion Via Interval Analysis*) [37] et *PROJECT* [7]. En robotique terrestre, des travaux, basés sur l'analyse par intervalles, ont été proposés pour la localisation de robots mobiles et de véhicules dans [43] et [17]. De récentes applications peuvent être trouvées dans le domaine aéronautique et aérospatial. Dans [27], les auteurs ont développé une étude sur le couplage d'une loi de guidage basée sur une estimation par intervalles de l'état d'un missile ayant pour mission l'interception d'une cible mobile. L'analyse des vols d'avions en présence des perturbations atmosphériques a été réalisée dans [44]. Dans [77],

l'étude de l'estimation d'état ensembliste par intervalles a été menée pour un mouvement longitudinal d'un modèle non-linéaire type avion. La qualité de l'analyse par intervalles est de fournir des résultats garantis sous réserve de validité des hypothèses sur les bornes et sur le modèle utilisé. Néanmoins, elle représente une limitation qui réside dans l'inexistence d'une formule analytique permettant d'avoir, pour n'importe quel système, la fonction d'inclusion permettant la réalisation de l'inversion ensembliste. De plus, l'inversion d'un modèle, tel que celui utilisé dans le cadre de ce travail, est une tâche difficile et très coûteuse en temps de calcul. Pour ces raisons, nous nous sommes intéressés aux approches ensemblistes ellipsoïdales qui se distinguent par leur simplicité de représentation et un temps de calcul moins coûteux.

## 3.4 Méthodes ensemblistes ellipsoïdales

L'approche ellipsoïdale a été initialement introduite par Schweppe et Witsenhausen ([88], et [98]). Les auteurs ont proposé des solutions aux problèmes d'estimation ensembliste pour des systèmes linéaires avec des hypothèses spécifiques sur les bornes. De nombreux auteurs ont depuis contribué au domaine. Pour l'étude des systèmes linéaires, on peut citer par exemple la référence [19] dont l'étude porte sur la contrôlabilité des systèmes pour lesquels il définit des domaines d'atteignabilité. Kurzhanskii [45] et Kurzhanskii & Valyi [46] ont proposé des solutions aux problématiques liées à l'estimation d'état ellipsoïdale, à la théorie de viabilité et à la synthèse des lois de commandes pour des systèmes incertains. Des contributions intéressantes ont été aussi présentées dans Fogel & Huang [28]. Elles concernent la minimisation de la taille de l'ensemble solution et la simplicité de mise en oeuvre des algorithmes ellipsoïdaux. Les travaux d'E. Walter et al. ont également contribué à fournir des conditions de convergence et des solutions algorithmiques pour la détermination d'ensembles ellipsoïdaux, que ce soit pour l'estimation paramétrique [60] ou l'identification d'état [23]. D'autres études, comme par exemple dans [33], [52], ou encore plus récemment dans [91], ont permis l'amélioration des algorithmes ellipsoïdaux, pour lesquels la formulation est factorisée en s'appuyant sur les décompositions de Cholesky et de  $LDL^1$ . Ces modifications ont conduit à assurer la stabilité numérique.

Comme nous l'avons vu, la littérature propose une large variété d'algorithmes ellipsoïdaux conçus, d'une part, pour l'étude de l'identification des paramètres, et d'autre part, pour l'estimation de l'état. Dans la suite de ce manuscrit, nous présentons en particulier les algorithmes *OBE* (*Outer Bounding Ellipsoid*). Puis, nous étudions les approches d'estimation d'état par les algorithmes *EPC* (*Ellipsoid algorithm with Parallel Cuts*).

### 3.4.1 Identification paramétrique ensembliste

Les approches *OBE* sont des algorithmes récursifs d'identification paramétrique dans un contexte ensembliste à erreurs bornées. Pour décrire cette technique, nous considérons un système mono-entrée mono-sortie linéaire en les paramètres dont la sortie  $Z_k$  est

$$Z_k = g(X_k, U_k) + v_k \quad (3.1)$$

---

1. La factorisation  $LDL$  consiste à déterminer une matrice triangulaire inférieure  $L$  et une matrice diagonale  $D$  telle que la matrice  $A = LDL^t$ .

où  $g(X_k, U_k) = C_k X_k$ ,  $C_k$  est la matrice de sortie, et  $v_k$  est supposé borné circonscrit dans la bande  $\mathfrak{B}_k$  sans aucune hypothèse sur sa distribution

$$\mathfrak{B}_k = \{-\gamma_k \leq v_k \leq \gamma_k\} \quad (3.2)$$

$\gamma_k$  définit les bornes de la bande  $\mathfrak{B}_k$ .

Compte tenu de l'équation (3.1), l'équation (3.2) peut être réécrite comme suit :

$$\mathfrak{B}_k = \{X_k \in \mathfrak{R}^n : (Z_k - C_k X_k)^2 \leq \gamma_k^2\} \quad (3.3)$$

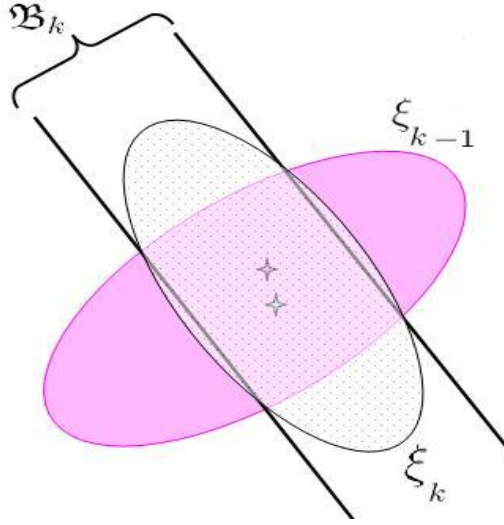


FIGURE 3.1 – Représentation géométrique de  $\xi_k \supset \xi_{k-1} \cap \mathfrak{B}_k$

On cherche à caractériser récursivement l'ellipsoïde  $\xi_k$  de centre  $\hat{X}_k$  et de matrice caractéristique  $P_k$  contenant tous les vecteurs d'état admissibles.  $\xi_k(\hat{X}_k, P_k)$  peut être représenté sous la forme normalisée :

$$\xi_k(\hat{X}_k, P_k) = \{X_k \in \mathfrak{R}^n : (X_k - \hat{X}_k)^t P_k^{-1} (X_k - \hat{X}_k) \leq 1\} \quad (3.4)$$

ou s'exprimant sous une forme générale

$$\xi_k(\hat{X}_k, \sigma_k^2 P_k) = \{X_k \in \mathfrak{R}^n / (X_k - \hat{X}_k)^t P_k^{-1} (X_k - \hat{X}_k) \leq \sigma_k^2\} \quad (3.5)$$

$\sigma_k$  est un coefficient positif.

Après l'étape d'initialisation de l'ellipsoïde caractéristique, qui doit contenir toutes les valeurs des paramètres initiaux, et à chaque instant  $k$ , l'ellipsoïde  $\xi_k$  est calculé récursivement en fonction de l'ellipsoïde précédente et de la nouvelle observation disponible. Ceci est obtenu en déterminant l'intersection entre la bande  $\mathfrak{B}_k$  et l'ellipsoïde  $\xi_{k-1}(\hat{X}_{k-1}, P_{k-1})$ . L'ellipsoïde  $\xi_k$  va alors englober cette intersection (Fig.3.1) :

$$\xi_k(\hat{X}_k, \sigma_k^2 P_k) \supset \xi_{k-1}(\hat{X}_{k-1}, \sigma_{k-1}^2 P_{k-1}) \cap \mathfrak{B}_k \quad (3.6)$$

En considérant une pondération entre l'information précédente et la nouvelle observation, la relation précédente peut être réécrite :

$$\xi_k(\hat{X}_k, \sigma_k^2 P_k) = \{\alpha_k (X_{k-1} - \hat{X}_{k-1})^t P_{k-1}^{-1} (X_{k-1} - \hat{X}_{k-1}) + \beta_k (Z_k - C_k^t X_k)^2 \leq \alpha_k \sigma_k^2 + \beta_k \gamma_k^2\} \quad (3.7)$$

---

**Algorithm 1** Forme standard de l'algorithme *OBE*


---

- 1:  $P_k^{-1} = \alpha_k P_{k-1}^{-1} + \beta_k C_k C_k^t$
  - 2:  $\hat{X}_k = P_k(\alpha_k P_{k-1}^{-1} \hat{X}_{k-1} + \beta_k C_k Z_k)$
  - 3:  $\sigma_k^2 = \alpha_k \sigma_{k-1}^2 + \beta_k \gamma_k^2 + \hat{X}_k^t P_k^{-1} \hat{X}_k - \alpha_k \hat{X}_{k-1}^t P_{k-1}^{-1} \hat{X}_{k-1} - \beta_k Z_k^2$
- 

où  $\alpha_k \geq 0$  et  $\beta_k \geq 0$  sont les coefficients de pondération.

En développant l'équation (3.7) et en l'identifiant avec l'équation (3.5), la forme standard de l'algorithme *OBE* est obtenue par l'**Algorithm 1**. Compte tenu du lemme d'inversion matricielle, la forme générale de l'algorithme *OBE* est calculée à partir des équations exprimées par l'**Algorithm 2**.

---

**Algorithm 2** Forme générale de l'algorithme *OBE*


---

- 1:  $\nu_k = Z_k - C_k^t \hat{X}_{k-1}$
  - 2:  $g_k = C_k^t P_{k-1} C_k$
  - 3:  $P_k = \frac{1}{\alpha_k} (P_{k-1} - \frac{\beta_k P_{k-1} C_k C_k^t P_{k-1}}{\alpha_k + \beta_k g_k})$
  - 4:  $\hat{X}_k = \hat{X}_{k-1} + \beta_k P_k C_k \nu_k$
  - 5:  $\sigma_k^2 = \alpha_k \sigma_{k-1}^2 + \beta_k \gamma_k^2 - \frac{\alpha_k \beta_k \nu_k^2}{\alpha_k + \beta_k g_k}$
- 

Les algorithmes 1 et 2 permettent la construction du nouvel ellipsoïde  $\xi_k(\hat{X}_k, \sigma_k^2 P_k)$ . Sa position, sa taille et son orientation dépendent des coefficients de pondération  $\alpha_k$  et  $\beta_k$ . Pour les déterminer, plusieurs algorithmes sont proposés. Ils se scindent en deux catégories : méthodes minimisant un critère dépendant de la géométrie de l'ensemble et méthodes assurant la convergence de  $\sigma_k^2$ .

La première catégorie d'algorithmes utilisent deux critères qui dépendent de la géométrie de l'ellipsoïde ([28], [23]). Le premier, basé sur le calcul du déterminant de la matrice caractéristique  $\sigma_k^2 P_k$ , est défini par :

$$\mu_{d_k} = \det(\sigma_k^2 P_k) \quad (3.8)$$

Le deuxième critère est déterminé par le calcul de la trace de la matrice caractéristique  $\sigma_k^2 P_k$  :

$$\mu_{tr_k} = \text{trace}(\sigma_k^2 P_k) \quad (3.9)$$

En utilisant ces critères, plusieurs algorithmes sont proposés dans la littérature. On peut citer par exemple les algorithmes de Fogel et Huang [28], Durieu et al. [23], Sedda [83], Nayeri et al. [64], etc..

Bien que les formules de calcul de ces algorithmes diffèrent, les travaux de Tran Dinh [91] démontrent qu'ils sont en fait dans leur principe identiques. Ils cherchent tous à construire l'ellipsoïde  $\xi_k(\hat{X}_k, P_k)$  en déterminant l'intersection entre l'ellipsoïde  $\xi_{k-1}(\hat{X}_{k-1}, \sigma_{k-1}^2 P_{k-1})$  et l'ensemble d'observation  $\mathfrak{B}_k$ . La seule différence réside dans le choix de l'utilisation de l'équation d'ellipsoïde, sous forme générale ou normalisée, et aussi dans le calcul des coefficients de pondérations  $\alpha_k$  et  $\beta_k$ . L'annexe B contient le calcul de ces paramètres à partir de l'algorithme de Fogel et Huang [28].

La deuxième catégorie d'algorithmes détermine les coefficients  $\alpha_k$  et  $\beta_k$  afin d'assurer la convergence de  $\sigma_k^2$  (voir [22], [89], [64] par exemple). La description algorithmique de cette méthode peut être trouvée dans [91].



Une étude bibliographique sur les différents algorithmes d'identification paramétriques a été exposée. Ces algorithmes permettent l'identification des paramètres d'un modèle à partir d'un vecteur de mesures en utilisant des hypothèses réalistes sur le vecteur de bruits de mesures. En dépit des améliorations apportées à ces approches, elles présentent néanmoins un risque d'instabilité numérique. Celle-ci est générée lors du calcul des termes quadratiques  $\hat{X}_k P_k \hat{X}_k$  et  $C_k P_k C_k$  qui peuvent être négatifs en exploitant directement les formules données par les algorithmes *OBE* de base. Pour pallier ces problèmes, de nouvelles formulations ont été développées. Ces formulations reposent sur une décomposition de la matrice caractéristique  $P_k$  ([33],[91]).

Nous nous intéressons maintenant à l'estimation d'état ellipsoïdale que nous utiliserons par la suite pour l'estimation de l'état de l'hélicoptère ainsi que pour la détection et la restitution des perturbations atmosphériques.

### 3.4.2 Estimation d'état ellipsoïdale

L'estimation ensembliste à erreurs bornées, basée sur la caractérisation ellipsoïdale, a été largement étudiée ces dernières décennies. La plupart des algorithmes proposés pour l'identification d'état sont basés sur l'*EPC* (Ellipsoid algorithm with Parallel Cuts). Cependant, dans [73], il est démontré l'équivalence mathématique entre les approches *EPC* et *OBE*. Le développement de ces algorithmes est effectué pour l'étude des systèmes linéaires mais une extension aux systèmes non-linéaires est possible par une linéarisation autour d'une trajectoire de référence. Comme dans le filtrage de Kalman, deux étapes, correspondant aux phases de prédiction et de correction, sont alternées : la première porte sur le calcul d'une somme d'ellipsoïdes et la seconde sur la construction d'un ellipsoïde contenant l'intersection d'une famille d'ellipsoïdes. Pour déterminer l'intersection de ces ellipsoïdes, plusieurs approches ont été proposées. La première consiste à définir une famille paramétrée d'ellipsoïdes contenant cette intersection et à rechercher les valeurs des paramètres assurant une taille minimale. Cette recherche peut s'avérer coûteuse en temps de calcul. La deuxième approche, sous optimale, consiste à simplifier le calcul de l'ellipsoïde recherché en remplaçant l'ellipsoïde d'erreur de mesures  $\xi_v$  par un ou plusieurs hyperplans tangents à cet ellipsoïde. Dans ce cas, la méthode calcule des distances normalisées entre le centre de l'ellipsoïde  $\xi_{k/k-1}(\hat{X}_{k/k-1}, P_{k/k-1})$  et ces hyperplans. Les valeurs de ces distances doivent appartenir à un intervalle donné pour que l'intersection entre les ellipsoïdes  $\xi_{k/k-1}(\hat{X}_{k/k-1}, P_{k/k-1})$  et  $\xi_v$  ne soit pas l'ensemble vide. Par la suite, après une formulation générale du problème de l'estimation ellipsoïdale, nous proposons dans un premier temps une étude sur les différents algorithmes ellipsoïdaux. Une étude comparative entre ces derniers sera exposée afin de justifier le choix porté sur la méthode d'estimation adoptée.

#### Formulation générale

On considère le système non linéaire discrétisé dont l'évolution est décrite par l'équation d'état

$$\begin{cases} X_{k+1} = \varphi(X_k, U_k) + w_k \\ Z_k = h(X_k, U_k) + v_k \end{cases} \quad (3.10)$$

où  $X_k \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état à estimer,  $Z_k \in \mathfrak{R}^p$  est le vecteur de sortie mesuré et  $U_k \in \mathfrak{R}^m$  désigne l'entrée du système. Les vecteurs  $w_k \in \mathfrak{R}^n$  et  $v_k \in \mathfrak{R}^p$  désignent respectivement les bruits d'incertitude sur l'état et les bruits de mesures. La fonction  $\varphi(X_k, U_k)$  représente la

dynamique du modèle dont la jacobienne est

$$F_k = \left. \frac{\partial \varphi(X, U)}{\partial X} \right|_{(X_k, U_k) = (X_k^{traj}, U_k^{traj})} \quad (3.11)$$

et

$$B_k = \left. \frac{\partial \varphi(X, u)}{\partial u} \right|_{(X_k, U_k) = (X_k^{traj}, U_k^{traj})} \quad (3.12)$$

La fonction  $h(X_k, U_k)$  est la fonction de sortie du système,  $C_k$  est

$$C_k = \left. \frac{\partial h(X, U)}{\partial X} \right|_{(X_k, U_k) = (X_k^{traj}, U_k^{traj})} \quad (3.13)$$

Le modèle, exprimé par l'équation (3.10), peut être alors approximé par son linéarisé tangent :

$$\begin{cases} X_{k+1} = F_k X_k + B_k U_k + w_k \\ Z_k = C_k X_k + v_k \end{cases} \quad (3.14)$$

Dans la suite, il est seulement requis que les évolutions de bruits  $w_k$  et  $v_k$  sont respectivement circonscrites dans les ellipsoïdes  $\xi_w$  et  $\xi_v$  sans aucune hypothèse probabiliste sur leurs distributions :

$$\xi_w = \{w_k \in \xi(0, W_k)\} = \{w_k \in \mathfrak{R}^n / w_k^t W_k^{-1} w_k \leq 1\} \quad (3.15)$$

$$\xi_v = \{v_k \in \xi(0, V_k)\} = \{v_k \in \mathfrak{R}^p / v_k^t V_k^{-1} v_k \leq 1\} \quad (3.16)$$

où  $W_k$  et  $V_k$  sont des matrices définies positives permettant de choisir un domaine de variation adéquat.

Compte tenu des équations (3.15) et (3.16), l'approche ellipsoïdale cherche à englober l'ensemble solution dans un ellipsoïde dont la représentation est donnée sous la forme normalisée :

$$\xi_k(\hat{X}_k, P_k) = \{X_k \in \mathbb{R}^n : (X_k - \hat{X}_k)^t P_k^{-1} (X_k - \hat{X}_k) \leq 1\} \quad (3.17)$$

où  $P_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est la matrice caractéristique, symétrique définie positive, définissant la forme et la direction de l'ellipsoïde, et  $\hat{X}_k$  est le centre de l'ellipsoïde  $\xi_k$ .

Dans les développements qui suivent, nous construisons le plus petit ellipsoïde  $\xi_k(X_k, P_k)$ . Celui-ci est caractérisé récursivement et contient tous les vecteurs d'état compatibles avec les paramètres initiaux  $(X_0, P_0, w_0, v_0)$ , les mesures, la dynamique du mini drone, et les hypothèses sur les vecteurs de bruits :

$$X_0 \in \xi_0(X_0, P_0) \quad (3.18)$$

$$w_0 \in \xi(0, W_0) \quad (3.19)$$

$$v_0 \in \xi(0, V_0) \quad (3.20)$$

Après l'initialisation de l'ellipsoïde caractéristique, nous employons deux méthodes pour la construction de l'ellipsoïde. La première est basée sur la détermination de l'intersection d'une Famille Paramétrée d'Ellipsoïdes (*FPE*) et la deuxième consiste à introduire une approximation de l'ensemble d'observation par des hyperplans tangents.

**Algorithmes basés sur la définition d'une FPE :**

Les algorithmes basés sur une Famille Paramétrée d'Ellipsoïdes ont été principalement mise en oeuvre par Schweppe [88] et Schlaepfer&Schweppe [87]. L'ellipsoïde est construit à partir de l'intersection de l'ellipsoïde prédit et l'ensemble d'observation. La méthode a été par la suite développée en proposant un algorithme plus général permettant de mieux cerner l'ellipsoïde recherché en effectuant la somme ou l'intersection de  $N$  ellipsoïdes ( $N \geq 2$ ) [24].

**Prédiction :** L'ellipsoïde de prédiction  $\xi_{k/k-1}(\hat{X}_{k/k-1}, P_{k/k-1})$  est défini par son centre  $\hat{X}_{k/k-1}$ ,

$$\hat{X}_{k/k-1} = \varphi(\hat{X}_{k-1}, u_{k-1}) \quad (3.21)$$

et par sa matrice caractéristique  $P_{k/k-1}$

$$P_{k/k-1} = (p_k^{-1} + 1)F_{k-1}P_{k-1}F_{k-1}^t + (p_k + 1)W_{k-1} \quad (3.22)$$

où  $p_k > 0$  est un paramètre que l'on cherchera à déterminer afin de minimiser la taille de  $\xi_{k/k-1}(\hat{X}_{k/k-1}, P_{k/k-1})$ .

**Correction :** La phase de correction consiste à construire l'ellipsoïde  $\xi_k(\hat{X}_k, P_k)$  de taille minimale tel que le vecteur de mesures  $Z_k$  appartient à l'ensemble ellipsoïdale défini par

$$O_k = \{(Z_k - C_k X_k)^t V_k^{-1} (Z_k - C_k X_k) \leq 1\} \quad (3.23)$$

L'ensemble recherché est le résultat de l'intersection de l'ellipsoïde prédite

$$\xi_{k/k-1}(\hat{X}_{k/k-1}, P_{k/k-1}) = \{X_k \in \mathbb{R}^n : (X_k - \hat{X}_{k/k-1})^t P_{k/k-1}^{-1} (X_k - \hat{X}_{k/k-1}) \leq 1\} \quad (3.24)$$

et de la nouvelle information disponible appartenant à l'ellipsoïde d'erreurs  $O_k$  (Fig.3.2). Cet ensemble satisfait l'inégalité suivante

$$\xi_k(\hat{X}_k, P_k) = \{X_k \in \mathbb{R}^n : (X_k - \hat{X}_{k/k-1})^t P_{k/k-1}^{-1} (X_k - \hat{X}_{k/k-1}) + q_k v_k^t V_k^{-1} v_k \leq 1 + q_k\} \quad (3.25)$$

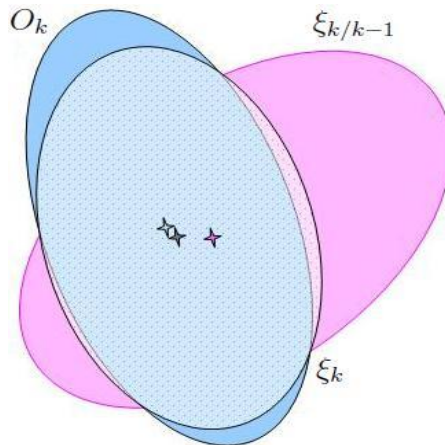


FIGURE 3.2 – Représentation géométrique de  $\xi_k(\hat{X}_k, P_k) \supset \xi_{k/k-1}(\hat{X}_{k/k-1}, P_{k/k-1}) \cap O_k$

Après une identification de l'équation (3.25) à la représentation normalisée de l'ellipsoïde décrite par la relation (3.17), l'équation (3.25) peut être réécrite

$$\xi_k(\hat{X}_k, P_k) = \{X_k \in \mathbb{R}^n : (X_k - \hat{X}_k)^t (P_{k/k-1} + q_k^{-1} V_k)^{-1} (X_k - \hat{X}_k) \leq \beta(q_k)\} \quad (3.26)$$

où le centre  $\hat{X}_k$  est donné par ([88]),

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k/k-1} + L_k e_k \quad (3.27)$$

et la matrice caractéristique  $P_k$  est définie sous la forme

$$P_k = \beta_k(q_k)(I - L_k)P_{k/k-1} \quad (3.28)$$

ou encore

$$P_k = \beta_k(q_k) \left( (I - L_k C_k) P_{k/k-1} (I - L_k C_k)^t + q_k^{-1} L_k V_k L_k^t \right) \quad (3.29)$$

où la matrice  $L_k$  est

$$L_k = P_{k/k-1} C_k^t (C_k P_{k/k-1} C_k^t + q_k^{-1} V_k)^{-1} \quad (3.30)$$

et  $e_k$  représente l'innovation

$$e_k = Z_k - C_k \hat{X}_{k/k-1} \quad (3.31)$$

Le paramètre scalaire  $\beta_k(q_k)$  est

$$\beta_k(q_k) = 1 + q_k - e_k^t \left( q_k^{-1} V_k + C_k P_{k/k-1} C_k^t \right) e_k \quad (3.32)$$

avec  $q_k \geq 0$  un paramètre à déterminer tel que la taille de l'ellipsoïde  $\xi_k(\hat{X}_k, P_k)$  soit minimale.

Comme pour les algorithmes *OBE*, deux critères vont être considérés par la suite pour la détermination de  $p_k$  et  $q_k$  : le critère de déterminant et de trace.

**Réduction de la taille de  $\xi_{k/k-1}(\hat{X}_{k/k-1}, P_{k/k-1})$  :**

*Algorithme 1 :*

Cet algorithme permet la minimisation du volume de  $\xi_{k/k-1}(\hat{X}_{k/k-1}, P_{k/k-1})$  en cherchant à déterminer la valeur optimale de  $p_k$  telle que la fonction du critère  $\mu_{d_k}$  soit minimale :

$$\mu_{d_k} = \det(P_{k/k-1}) \quad (3.33)$$

$$= \left( (1 + p_k^{-1}) F_{k-1} P_{k-1} F_{k-1}^t + (1 + p_k) W_{k-1} \right) \quad (3.34)$$

La dérivation de la fonction  $\mu_{d_k}$  est par la suite calculée en utilisant la formule

$$\frac{d}{dp_k} \det(A_{p_k}) = \det(A_{p_k}) \text{trace} \left( A_{p_k}^{-1} \frac{dA_{p_k}}{dp_k} \right) \quad (3.35)$$

Admettons que le déterminant qu'on cherche à minimiser n'est pas nul, la valeur optimale de  $p_k$  est alors obtenue par la résolution de l'équation

$$\text{trace} \left( A_{p_k}^{-1} \frac{dA_{p_k}}{dp_k} \right) = 0 \quad (3.36)$$

où

$$A_{p_k} = (1 + p_k^{-1}) Q_{k-1} + (1 + p_k) W_{k-1} \quad (3.37)$$

$$= (1 + p_k^{-1}) (Q_{k-1} + p_k^{-1} W_{k-1}) \quad (3.38)$$

avec  $Q_{k-1} = F_{k-1}P_{k-1}F_{k-1}^t$ .

Compte tenu des propriétés liées à la trace d'une matrice<sup>2</sup>, et après le développement de la relation (3.36), le paramètre optimal  $p_k$  permettant la minimisation du volume de  $P_{k/k-1}$  doit satisfaire l'égalité :

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i^{(p)} + p_k} = \frac{n}{p_k(p_k + 1)} \quad (3.39)$$

$\lambda_i^{(p)}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , sont les racines solutions de l'équation

$$\det(W_{k-1} - \lambda^{(p)}Q_{k-1}) = 0 \quad (3.40)$$

L'équation (3.39) a été initialement décrite dans la référence [18] où l'unicité de sa solution est prouvée pour  $p_k > 0$ . En dépit de ceci, la solution de cette équation revient à résoudre un polynôme d'ordre  $n$  qui est très difficile à obtenir et assez coûteux en temps de calcul.

*Algorithme 2 :*

Cet algorithme permet la minimisation de la trace de la matrice caractéristique de  $\xi_{k/k-1}(\hat{X}_{k/k-1}, P_{k/k-1})$ . Dans ce cas, on cherche à déterminer la valeur optimale de  $p_k$  telle que la fonction du critère, exprimée par l'équation (3.42), soit minimale.

$$\mu_{tr_k} = \text{trace}(P_{k/k-1}) \quad (3.41)$$

$$= \text{trace}\left((1 + p_k^{-1})Q_{k-1} + (1 + p_k)W_{k-1}\right) \quad (3.42)$$

En dérivant l'équation (3.42) par rapport à  $p_k$ , on obtient

$$\frac{d}{dp_k} \mu_{tr_k} = -p_k^{-2} \text{trace}(Q_{k-1}) + \text{trace}(W_{k-1}) \quad (3.43)$$

d'où, pour que  $\frac{d}{dp_k} \mu_{tr_k} = 0$ , la valeur de  $p_k$  doit être égal à

$$p_k = \sqrt{\frac{\text{trace}(Q_{k-1})}{\text{trace}(W_{k-1})}} \quad (3.44)$$

**Réduction de la taille de  $\xi_k(\hat{X}_k, P_k)$**

La taille de l'ellipsoïde  $\xi_k(\hat{X}_k, P_k)$  est minimisée en cherchant à calculer la valeur optimale de  $q_k$  [54]. Les différentes étapes de calcul ont été obtenues de la même manière que le calcul de la valeur optimale de  $p_k$ .

*Algorithme A :*

La valeur optimale de  $q_k$ , obtenue pour le critère du déterminant, doit satisfaire l'égalité

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i^{(q)} + q_k} = n \frac{\beta'(q_k)}{\beta(q_k)} \quad (3.45)$$

où  $\beta'(q_k)$  est la dérivée de  $\beta(q_k)$  par rapport à  $q_k$  et les  $\lambda_i^{(q)}$  sont les valeurs propres de la matrice  $M_k$  telle que

$$M_k = P_{k/k-1}C_k^t V_k^{-1} C_k$$

---

2.  $\text{trace}(A + B) = \text{trace}(A) + \text{trace}(B)$  et  $\text{trace}(A^{-1}) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^{-1}(A)$  avec  $\lambda_i(A)$  désigne la  $i^{\text{eme}}$  valeur propre de la matrice  $A$  telle que  $\lambda_i(\alpha_1 A + \alpha_2 I) = \alpha_1 \lambda_i(A) + \alpha_2$

L'équation (3.45) admet une solution, pour une valeur optimale de  $q_k = 0$ , lorsque

$$n\left(1 - e_k^t V^{-1} e_k\right) - \text{trace}\left(M_k\right) < 0 \quad (3.46)$$

*Algorithme B :*

La trace de  $P_k$  est minimale pour la valeur optimale de  $q_k = 0$  compte tenu que

$$\left(1 - e_k^t V^{-1} e_k\right) \text{trace}\left(P_{k/k-1}\right) - \text{trace}\left(M_k P_{k/k-1}\right) < 0 \quad (3.47)$$

Nous avons représenté le principe des algorithmes basés sur la recherche d'une famille d'ellipsoïdes paramétrée. Nous décrivons maintenant les différentes étapes des algorithmes qui introduisent une approximation sur l'ellipsoïde de bruit de mesures.

### Algorithmes remplaçant $O_k$ par des hyperplans tangents :

Cette famille d'algorithmes est également basée sur deux phases de prédiction et de correction. L'étape de prédiction est identique à celle des algorithmes *FPE*. La seule différence entre ces deux catégories réside dans l'étape de correction lors du calcul de  $\xi_k(\hat{X}_k, P_k)$ . Pour calculer cet ellipsoïde, la méthode remplace l'ellipsoïde  $O_k$  par un demi-espace borné par un ou deux hyperplans parallèles tangents à cet ellipsoïde (voir Fig.3.3 et Fig.3.7) [55]. Avant la

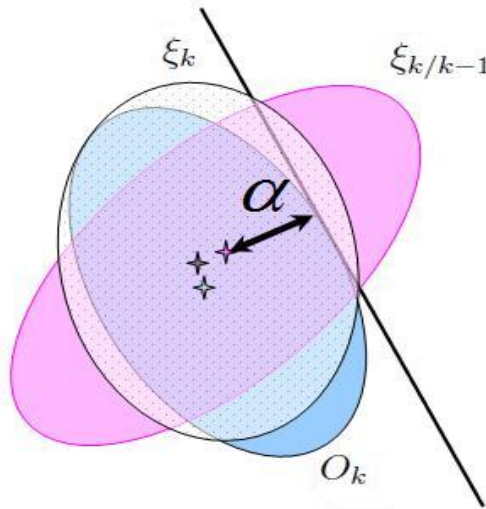


FIGURE 3.3 – Représentation géométrique de l'intersection avec un hyperplan

description de la procédure de correction, nous détaillons un autre algorithme de prédiction permettant la minimisation du volume de l'ellipsoïde  $\xi_{k/k-1}(\hat{X}_{k/k-1}, P_{k/k-1})$  car comme nous l'avons précisé dans l'*Algorithme 1*, la résolution de l'équation (3.39) est difficile à obtenir pour un système d'ordre élevé tel notre modèle d'étude. Nous allons décrire pour cet effet une méthode permettant de pallier ce problème.

### Prédiction : *Algorithme 3 :*

Cet algorithme permet la réduction du volume de l'ellipsoïde  $\xi_{k/k-1}(\hat{X}_{k/k-1}, P_{k/k-1})$ . La construction de la matrice est obtenue en l'initialisant, tout d'abord, par l'équation suivante :

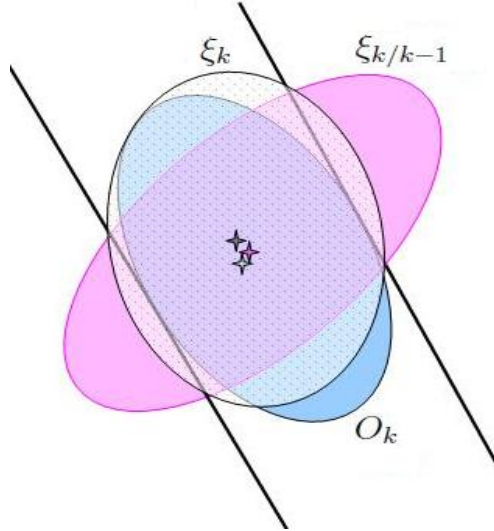


FIGURE 3.4 – Représentation géométrique de l'intersection avec deux hyperplans

$$P_{k/k-1}^0 = F_{k-1} P_{k-1} F_{k-1}^t \quad (3.48)$$

La matrice caractéristique  $P_{k/k-1}$  est ensuite modifiée récursivement en intégrant les variations de bruit d'état composante par composante :

$$P_{k/k-1}^{i+1} = (1 + p_{k_i}) P_{k/k-1}^i + (1 + p_{k_i}^{-1}) b_i^2 c_i c_i^t, \quad i = 0, \dots, l-1 \quad (3.49)$$

où  $b_i^2$  et  $c_i$  représentent respectivement les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice de bruit sur l'état  $W_k$  ( $W_k = \sum_i b_i^2 c_i c_i^t$ ).

La valeur  $p_{k_i}$  est un paramètre strictement positif permettant la minimisation de l'ellipsoïde  $P_{k/k-1}^{i+1}$ . Il est défini par la racine positive de l'équation (3.50)[55] :

$$np_{k_i}^2 + (n-1)a_i p_{k_i} - a_1 = 0 \quad (3.50)$$

où  $a_i = \text{trace}(b_i^2 (P_{k/k-1}^i)^{-1} c_i c_i^t)$ .

Après  $l$  modifications consécutives, la matrice caractéristique  $P_{k/k-1}$  est finalement décrite par l'équation

$$P_{k/k-1} = P_{k/k-1}^l \quad (3.51)$$

**Correction :** *Algorithme C :*

La construction de l'ensemble ellipsoïdale  $\xi_k(\hat{X}_k, P_k)$  est obtenue par l'intersection de l'ellipsoïde de prédiction  $\xi_{k/k-1}(\hat{X}_{k/k-1}, P_{k/k-1})$  et des hyperplans tangents à l'ensemble ellipsoïdal  $O_k$ . Un algorithme utilisant deux hyperplans tangents à  $O_k$  est décrit dans la référence [55].

Quand une nouvelle mesure est disponible, la construction de l'ellipsoïde  $\xi_k(\hat{X}_k, P_k)$  est obtenue par le calcul de son centre  $\hat{X}_k$  :

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k/k-1} + \tau_k \frac{P_{k/k-1} h_k}{\sqrt{h_k^t P_{k/k-1} h_k}} \quad (3.52)$$

et par sa matrice caractéristique  $P_k$

$$P_k = \beta_k (P_{k/k-1} - \sigma_k \frac{P_{k/k-1} h_k h_k^t P_{k/k-1}}{h_k^t P_{k/k-1} h_k}) \quad (3.53)$$

où

$$\tau_k = \frac{1 + n\alpha}{1 + n}; \quad \sigma_k = \frac{2\tau_k}{(1 + \alpha)} \quad (3.54)$$

$$\beta_k = \frac{n^2(1 - \alpha^2)}{n^2 - 1}; \quad h_k = A_k^t V_k^{-1} e_k \quad (3.55)$$

$\alpha$  représente la distance normalisée entre le centre de l'ellipsoïde  $\xi(\hat{X}_{k/k-1}, P_{k/k-1})$  et l'hyperplan :

$$\alpha = \frac{e_k^t V_k^{-1} e_k - \sqrt{e_k^t V_k^{-1} e_k}}{\sqrt{h_k^t P_{k/k-1} h_k}} \quad (3.56)$$

La mise à jour doit être effectuée quand la distance normalisée appartient à l'intervalle  $I_\alpha$  défini par

$$I_\alpha = ]\frac{-1}{n}, 1[ \quad (3.57)$$

Si  $\alpha$  n'appartient pas à cet intervalle, on peut conclure que les mesures sont aberrantes ou les hypothèses sur les bornes de bruits sont fausses.

## 3.5 Étude comparative

Il s'agit ici de comparer les différents algorithmes d'estimation. La première étude consiste à comparer l'estimation stochastique et l'estimation ensembliste à erreurs bornées en se basant sur le critère de l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) défini par :

$$\bar{e}_{1_i} = \frac{1}{n_s} \sum_{s=1}^{s=n_s} \frac{1}{n_t} \sum_{k=10}^{k=n_t} (X_{ik}^{(s)} - \hat{X}_{ik}^{(s)})^2 \quad (3.58)$$

où  $X_{ik}^{(s)}$  et  $\hat{X}_{ik}^{(s)}$  représentent respectivement les  $i^{ieme}$  composantes du vecteur d'état à estimer et celle du centre de l'ellipsoïde,  $n_s$  est le nombre de simulation et  $n_t$  désigne le nombre d'échantillons.

Ensuite, nous montrons une étude permettant d'évaluer la taille de l'ellipsoïde par les critères de déterminant et de trace.

### 3.5.1 Modèle d'étude pour la comparaison

On considère ici le modèle de mini drone où les perturbations atmosphériques ne sont pas prises en compte :

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \\ m\dot{v} = \mathcal{F} \\ \dot{\mathcal{R}} = \mathcal{R}\Omega_\times \\ J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega + \mathcal{M} \end{cases} \quad (3.59)$$

Cette dynamique est tout d'abord discrétisée au premier ordre.



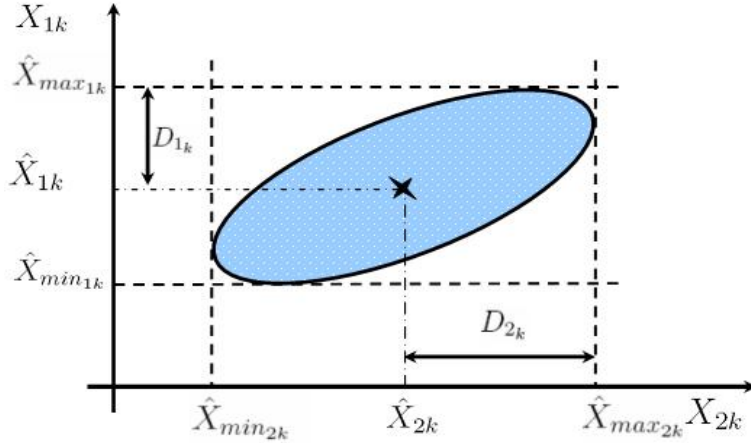


FIGURE 3.5 – Représentation d'un ellipsoïde et sa projection sur les axes

La matrice de rotation ne peut pas être utilisée pour l'estimation d'état parce qu'elle appartient au groupe  $\mathcal{SO}(3)$ , et une fois on associe à cette matrice un vecteur de bruit  $v_k$ ,  $\mathcal{R}$  n'appartient plus à ce groupe. Pour ces raisons, nous utilisons par la suite les angles d'Euler.

En utilisant l'équation (3.10), on a

$$(\zeta_{k+1}, v_{k+1}, \Theta_{k+1}, \Omega_{k+1})^t = \varphi(X_k, 0) \quad (3.60)$$

En supposant que tout l'état du système  $X_k$  est disponible à la mesure,  $C_k = I_{n \times n}$ , le vecteur de mesures est alors

$$Z_k = C_k X_k + v_k \quad (3.61)$$

Nous considérons ici des distributions de bruits non-gaussiennes de  $w_k$  et  $v_k$ . Elles sont simulées à partir d'un processus markovien généré par l'équation de Langevin [97] :

$$\dot{\eta}_l = -\frac{1}{\tau_l} \frac{d}{d\eta_l} V_q(\eta_l) + \frac{\sqrt{2D_l}}{\tau_l} b_l(t) \quad (3.62)$$

où  $b_l(t)$  est un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et la fonction  $V_q(\eta_l)$  est décrite par

$$V_q(\eta_l) = \frac{D_l}{\tau_l(q_l - 1)} \ln \left( 1 + \frac{\tau_l}{D_l} (q_l - 1) \frac{\eta_l^2}{2} \right) \quad (3.63)$$

où  $D_l$  et  $\tau_l$  sont les paramètres liés respectivement à l'intensité du bruit et au temps de la corrélation.

Dans ce qui suit, la comparaison entre les différents estimateurs s'effectuera en évaluant leur sensibilité aux bruits. Pour ce faire, nous varions l'intensité du bruit  $D_l$  en supposant que les paramètres  $\tau_l$  et  $q_l$  sont constants. En outre, nous considérons un seuil pour l'erreur d'estimation  $\bar{e}_{1_i}^{max}$  et nous déterminons la valeur  $D_l^{max}$  pour laquelle  $\bar{e}_{1_i} \leq \bar{e}_{1_i}^{max}$ .

### 3.5.2 Comparaison entre l'estimation stochastique et l'estimation ellipsoïdale

Le but de cette comparaison est l'étude de la sensibilité des estimateurs aux bruits d'états et de mesures. Pour ce faire, nous avons cherché à estimer l'état du système (3.59) par un filtre

de Kalman étendu et par une approche ellipsoïdale, en utilisant respectivement l'Algorithme 2 et l'Algorithme B pour les phases de prédiction et de correction.

### Sensibilité au bruit de mesures

Dans ce cas d'évaluation, les estimateurs ont été réglés au début de la simulation. En conservant le même réglage pour toutes les simulations, nous avons procédé à l'augmentation de l'intensité du bruit de mesures à chaque nouvelle simulation.

Les résultats ont été obtenus en supposant une incertitude fixe sur l'état de 3%. La figure 3.6 montre une forte sensibilité du Filtre du Kalman au bruit non gaussien.

Pour l'estimation ellipsoïdale, les résultats de simulations montrent que l'approche est peu sensible à la distribution du bruit. On peut constater aussi que l'erreur quadratique moyenne est faible au début de la simulation car les hypothèses sur les bornes ont été respectées. En augmentant l'intensité du bruit, ce dernier n'est plus circonscrit dans l'ensemble définissant les bornes de bruit. On peut remarquer ainsi que l'erreur quadratique moyenne est nettement supérieure à celle de l'estimation ellipsoïdale.

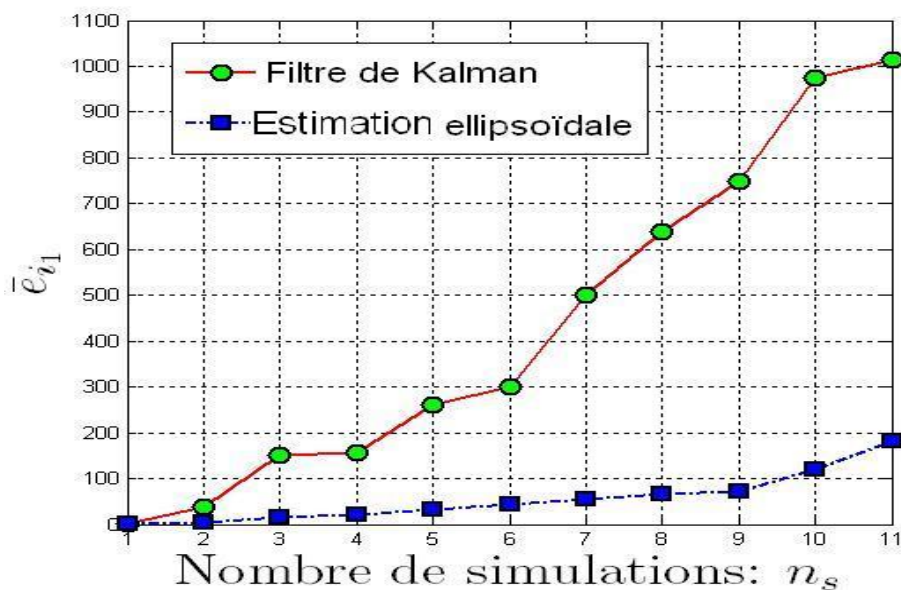
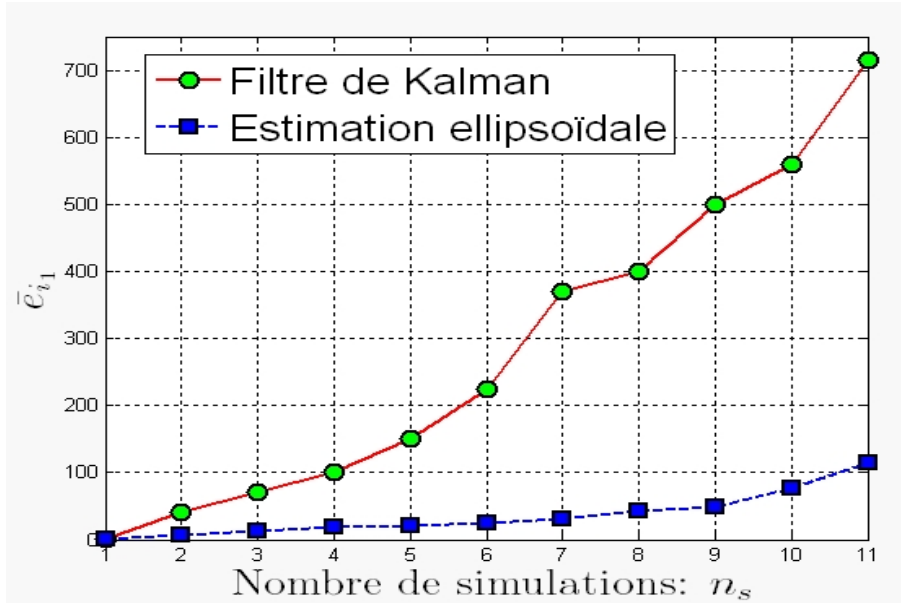


FIGURE 3.6 – Sensibilité au bruit de mesures  $v_k$

### Sensibilité à l'incertitude sur l'état

On considère dans ce cas d'évaluation une erreur de précision sur les mesures fournies par le mini drone de l'ordre de  $\pm 5\%$  et  $\pm 3\%$  pour la position et la vitesse,  $\pm 3\%$  et  $\pm 2\%$  pour les angles d'Euler et la vitesse angulaire, et enfin  $\pm 6\%$  pour les angles du battement vertical et de la barre de Bell.

FIGURE 3.7 – Sensibilité au bruit d'état  $w_k$ 

### 3.5.3 Comparaison entre les différents algorithmes d'estimation ellipsoïdale

Nous avons présenté dans ce chapitre différents algorithmes pour construire l'ensemble ellipsoïdale  $\xi_k(\hat{X}_k, P_k)$ . Deux approches ont été exposées : une approche de calcul d'une famille paramétrée d'ellipsoïdes et une autre approche qui utilise des hyperplans. Deux critères sont utilisés pour minimiser la taille de l'ensemble recherché. Nous dressons maintenant une comparaison entre ces deux approches en mettant en jeu l'impact de l'utilisation des critères de déterminant et de trace. La figure 3.8 montre les résultats de simulation d'une comparaison entre deux algorithmes ellipsoïdaux. Le tracé de l'*Algorithme 3-C* résulte de la combinaison de l'*Algorithme 3* et l'*Algorithme C*. Rappelons que cet algorithme cherche à minimiser le volume de l'ellipsoïde  $P_{k/k-1}$  dans la phase de prédiction et dans la phase de correction, l'ensemble d'observation  $O_k$  est remplacé par des hyperplans tangents. L'*Algorithme 2-B* consiste à déterminer l'intersection d'une famille paramétrée d'ellipsoïdes en utilisant le critère de la trace.

Les résultats de simulations montrent que l'*Algorithme 2-B* présente des meilleures performances que l'*Algorithme 3-C* en évaluant leurs erreurs d'estimation (Fig.3.9). De plus la minimisation de la taille d'un ellipsoïde par le volume peut engendrer des ellipsoïdes très longs et aplatis. Prenons par exemple deux ellipsoïdes  $\xi_1$  et  $\xi_2$  qui sont définis respectivement par leurs longueurs de demi-axes  $(l_1, l_2)$  et  $(l_3, l_4)$  comme indiqué sur la figure 3.9. Rappelons que leurs volumes respectives sont de  $\pi l_1 l_2$  et  $\pi l_3 l_4$ .

En supposant, par exemple,  $l_1 = 2cm$ ,  $l_2 = 3cm$ ,  $l_3 = 0.1cm$ , et  $l_4 = 60cm$ , les volumes de  $\xi_1$  et  $\xi_2$  sont égaux mais leurs tailles sont différentes. Donc, l'optimisation de la taille d'un ellipsoïde, obtenu à partir du calcul du critère de déterminant, ne permet pas de différencier la taille de deux ellipsoïdes. En revanche, l'utilisation du critère de trace permet de différencier entre ces deux ellipsoïdes même dans le cas où leurs volumes sont égaux ( $trace(\xi_1) = l_1 + l_2 = 5 cm$ ;  $trace(\xi_2) = l_3 + l_4 = 60.1 cm$ ;  $trace(\xi_1) \neq trace(\xi_2)$ ).

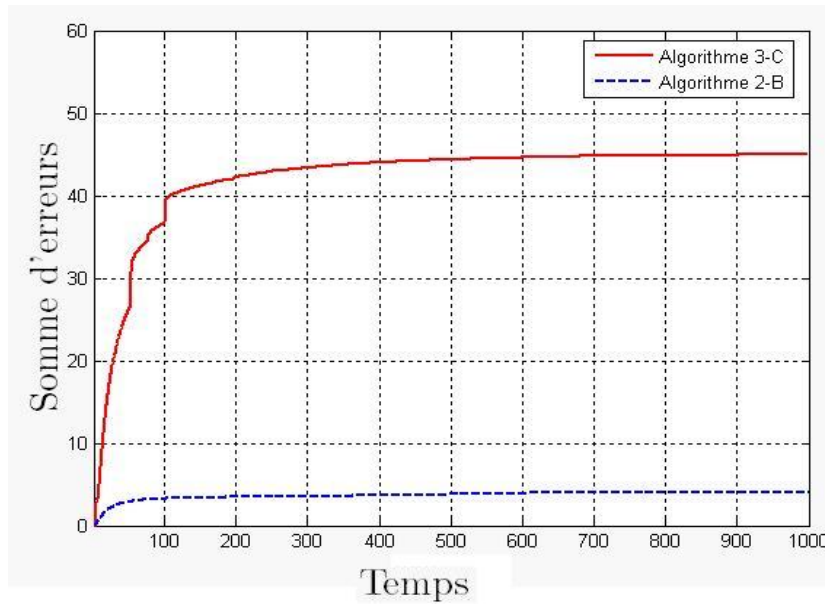


FIGURE 3.8 – Comparaison entre l'Algorithme 3-C et l'Algorithme 2-B

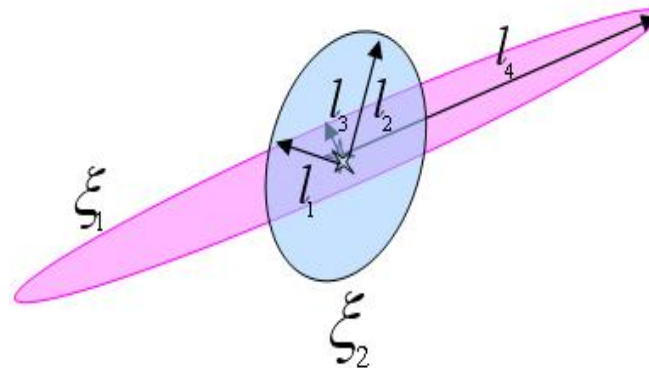


FIGURE 3.9 – Ellipsoïde et critère de minimisation

## 3.6 Conclusion

Nous avons présenté les différentes approches d'estimation. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux approches ensemblistes à erreurs bornées où l'ensemble est caractérisé pour des ellipsoïdes. Une étude comparative est exposée afin de justifier le choix porté sur l'approche d'estimation utilisée. Dans une première étape, nous avons comparé les performances des approches stochastiques aux approches ensemblistes à erreurs bornées. Cela nous a permis d'évaluer leurs sensibilités aux bruits dont la distribution est non-gaussienne. Nous avons pu remarquer que les approches stochastiques sont plus sensibles aux structures non-gaussiennes que les approches ensemblistes à erreurs bornées. Dans une seconde étape, nous avons exposé et utilisé deux méthodes permettant la construction de  $\xi(\hat{X}_k, P_k)$  : la première prend en compte une approximation de l'ensemble  $O_k$  par des hyperplans tangents

et la deuxième consiste à rechercher l'intersection d'une famille d'ellipsoïdes paramétrée. Nous avons utilisé également deux critères différents pour la minimisation de  $\xi(\hat{X}_k, P_k)$ . Pour choisir l'approche ellipsoïdale optimale, nous avons dressé une autre comparaison entre ces deux familles d'approches en utilisant les critères de déterminant et de trace. Le chapitre suivant fait l'objet de l'application de l'approche ellipsoïdale à la dynamique de vol du mini-drone hélicoptère. Nous commencerons tout d'abord par la détection de ces perturbations en cherchant à évaluer leurs effets sur l'évolution du véhicule. Nous procéderons ensuite à la restitution des perturbations atmosphériques en vue de les prendre en compte dans la synthèse des lois de guidage pilotage.



## Chapitre 4

# Détection et estimation des perturbations atmosphériques agissant sur le mini drone





Les travaux développés dans ce chapitre ont pour but la détection et l'estimation des perturbations atmosphériques agissant sur le mini-drone hélicoptère. Dans un premier temps, on cherchera à détecter l'effet de la perturbation atmosphérique sur la dynamique d'évolution de l'engin. La méthode employée s'apparente aux méthodes de diagnostics de défauts en identifiant la dynamique du mini-drone en présence des perturbations atmosphériques à la dynamique de l'engin évoluant en milieu non perturbé. On s'intéressera ensuite à la problématique de la restitution ensembliste des perturbations atmosphériques agissant sur le mini-drone hélicoptère.

## 4.1 Détection des perturbations atmosphériques agissant sur le mini-drone

L'identification du comportement d'un drone en milieu perturbé est une tâche difficile. D'une part, la modélisation de la dynamique de l'engin et des effets atmosphériques sont complexes à décrire. D'autre part, en raison de leur faible charge utile, les mini-drones ne peuvent pas s'équiper de capteurs permettant la mesure des perturbations atmosphériques. De plus, dans le cas où c'est possible, ces capteurs, comme les anémomètres ou les lidars, sont souvent perturbés par le flux d'air produit par les rotors ou les hélices. Pour ces raisons, on s'attache d'abord à formuler une méthode de détection des perturbations atmosphériques sans chercher à les restituer. L'idée est inspirée des méthodes de diagnostics de défauts dans le sens où la présence d'une perturbation atmosphérique est assimilée à une présence d'un défaut. Bien évidemment, dans ce cas, le mini-drone est supposé en bon état de fonctionnement : aucun défaut actionneur/capteur. La méthode repose sur un test de cohérence entre le comportement attendu, en nominal, et le comportement observé. Pour ce faire, nous utilisons des estimateurs d'état prédictifs/correcteurs en cherchant à vérifier la compatibilité des deux comportements. Cette technique a été récemment introduite pour des modèles incertains à temps discret (voir par exemple [53], [8]). Une extension pour des modèles non linéaires à temps continu a été également proposée dans [96] et [93]. Nous proposons dans ce chapitre une méthode de détection en utilisant les approches ensemblistes ellipsoïdales.

### 4.1.1 Test de cohérence pour la détection des perturbations atmosphériques

La formulation du test de cohérence pour la détection des perturbations atmosphériques repose sur la comparaison entre l'état prédit en milieu non perturbé  $X_{k+1/k}$  et le comportement du véhicule observé obtenu par la procédure de l'estimation ellipsoïdale telle que l'état réel  $X_{k+1} \in \xi(\hat{X}_{k+1}, P_{k+1})$ .

La dynamique d'un aéronef, en présence des perturbations atmosphériques, est

$$\begin{cases} X_{k+1} = \varphi(X_k, U_k, V_w) + w_k \\ Z_k = C_k X_k + v_k \end{cases} \quad (4.1)$$

où  $V_w$  désigne la vitesse de la perturbation. En absence de perturbations atmosphériques, cette dynamique s'écrit

$$X_{k+1} = \varphi(X_k, U_k, 0) + w_k \quad (4.2)$$

Appliquons maintenant l'approche ellipsoïdale en considérant l'état prédit comme étant l'évolution de l'engin en environnement non perturbé tel que

$$X_{k+1/k} = \varphi(X_k, U_k, 0)|_{X_k = \hat{X}_{k-1}} \quad (4.3)$$

Tant que l'état prédit appartient à l'ensemble ellipsoïdal  $\xi(\hat{X}_{k+1}, P_{k+1})$ , nous pouvons conclure que l'effet de la perturbation atmosphérique sur la dynamique de l'engin est acceptable par le véhicule selon ses propres caractéristiques (poids, sensibilité de l'aéronef aux perturbations atmosphériques...).

$$X_{k+1/k} \in \xi(\hat{X}_{k+1}, P_{k+1}) \quad (4.4)$$

Le test de cohérence peut être formulé de la manière suivante :

$$\mathcal{T}_c = \{\mathcal{E}_k \cap \xi(X_{r_k}, P_{k+1})\} \quad (4.5)$$

où  $X_r$  est le vecteur de résidus, entre l'état prédit et l'état observé, et est donné par

$$X_r = X_{k+1/k} - \hat{X}_{k+1}$$

L'ensemble  $\mathcal{E}_k$  est donné par la relation

$$\mathcal{E}_k = \{\forall X_{r_k} \in \mathfrak{R}^n, \bigcap_{i=1}^{i=n} X_{r_k}^i = 0\} \quad (4.6)$$

Finalement, la détection des perturbations atmosphériques se résume à

- Si  $\mathcal{T}_{c_k} = \{\emptyset\}$  : perturbation atmosphérique détectée.
- Si  $\mathcal{T}_{c_k} = \{O\}$  : perturbation atmosphérique non détectée.

### 4.1.2 Application au mini-drone hélicoptère

L'approche présentée est illustrée en simulation. Après l'initialisation des différents paramètres, la première étape d'estimation consiste en la prédiction de l'état  $X_{k+1/k}$  telle que

$$X_{k+1/k} = \varphi(X_k, U_k, 0)|_{X_k = \hat{X}_{k-1}} \quad (4.7)$$

où la fonction  $\varphi(X_k, U_k, 0)$  est obtenue par la dynamique non-perturbée du mini-drone

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \\ m\dot{v} = \mathcal{F} \\ \dot{\mathcal{R}} = \mathcal{R}\Omega_{\times} \\ J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega + \mathcal{M} \\ \dot{\omega}_r = \mathcal{A}\omega_r + \mathcal{B}\Omega + \mathcal{C}\delta \end{cases} \quad (4.8)$$

avec

$$(\zeta_{k+1}, v_{k+1}, \Theta_{k+1}, \Omega_{k+1})^t = \varphi(X_k, U_k) \quad (4.9)$$

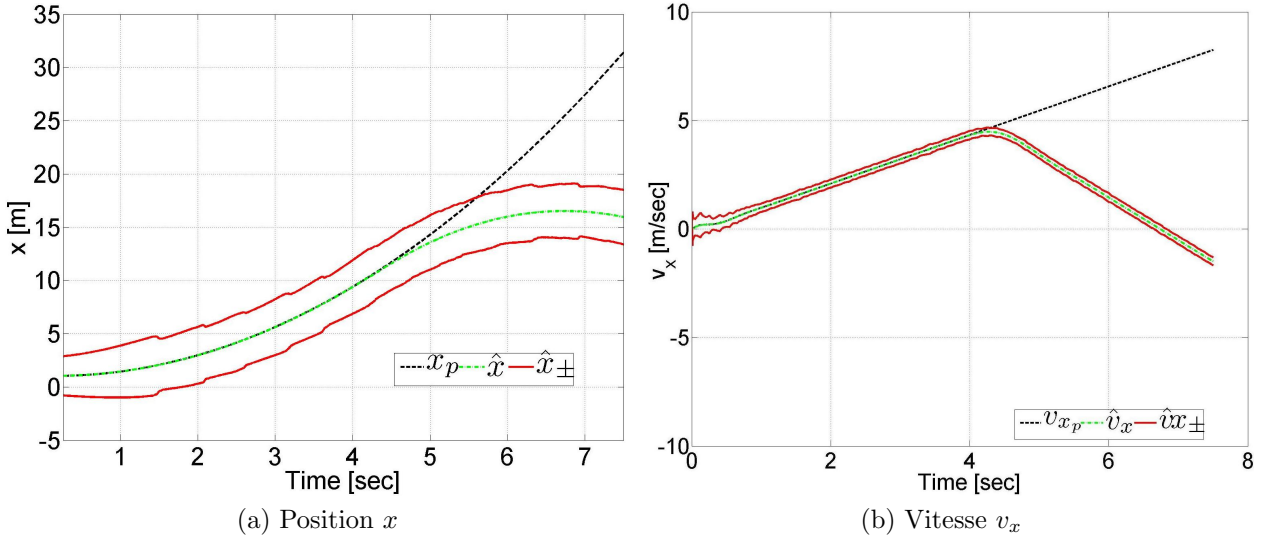


FIGURE 4.1 – Évolution de l'état prédit et estimé

Le vecteur  $\hat{X}_{k+1}$  est le résultat de l'estimateur ellipsoïdal dont le vecteur de mesures  $Z_k$  est simulé à partir de la dynamique perturbée du mini drone, il est fourni par les équations d'état

$$\begin{cases} X_{k+1} = \varphi(X_k, U_k, V_{w_k}) + w_k \\ Z_k = C_k X_k + v_k \end{cases} \quad (4.10)$$

où  $\varphi(X_k, U_k, V_{w_k})$  est la dynamique en présence des perturbations atmosphériques. Dans le cas du mini-drone, on a

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \\ m\dot{v} = \mathcal{F} + \mathcal{F}_{vent} \\ \dot{\mathcal{R}} = \mathcal{R}\Omega_x \\ J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega + \mathcal{M} + \mathcal{M}_{vent} \end{cases} \quad (4.11)$$

On pourra noter que dans ce cas de simulation, la même valeur de la commande  $U_k$  est utilisée pour les systèmes (4.8) et (4.10).

Dans le cadre de cet exemple, le mini-drone est supposé soumis à une perturbation atmosphérique de type rafale dont l'évolution de la vitesse est modélisée suivant les trois axes :

- Composante de la rafale suivant l'axe  $x$  :

$$\begin{cases} w_x = \frac{v_m}{2}(1 - \cos(\pi x/L_u)) & \text{si } x_{sg} < x < x_{eg} \\ w_x = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.12)$$

- Composante de la rafale suivant l'axe  $y$  :

$$\begin{cases} w_y = \frac{v_m}{2}(1 - \cos(\pi x/L_u)) & \text{si } x_{sg} < x < x_{eg} \\ w_y = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.13)$$

- Composante de la rafale suivant l'axe  $z$  :

$$\begin{cases} w_z = \frac{v_m}{2}(1 - \cos(\pi x/L_u)) & \text{si } x_{sg} < x < x_{eg} \\ w_z = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.14)$$

- Norme de la vitesse du vent :

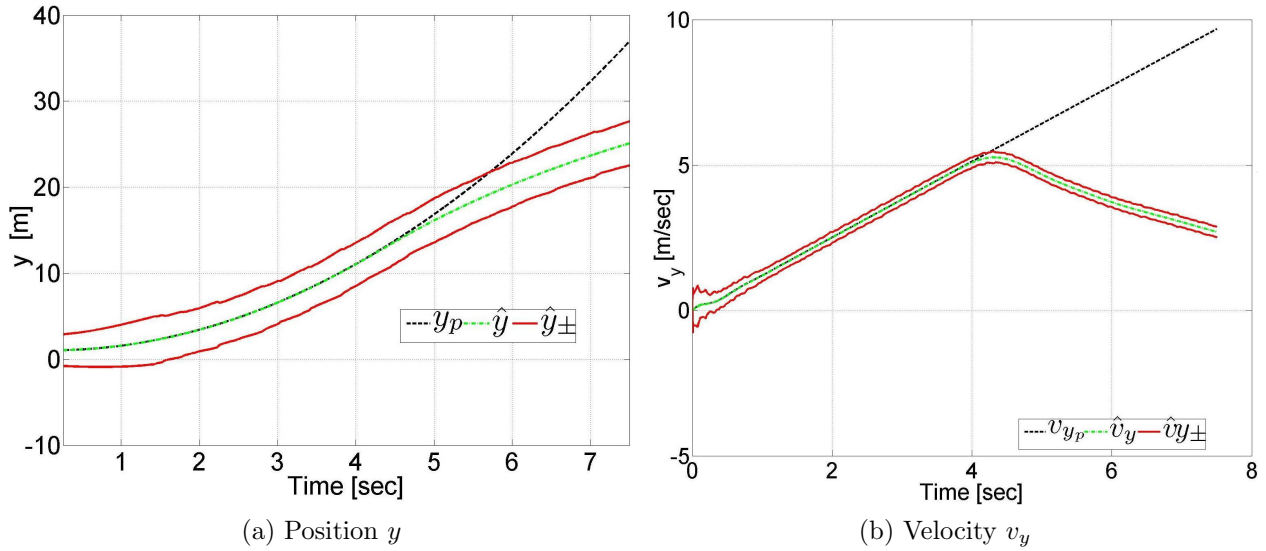


FIGURE 4.2 – Évolution de l'état prédit et estimé

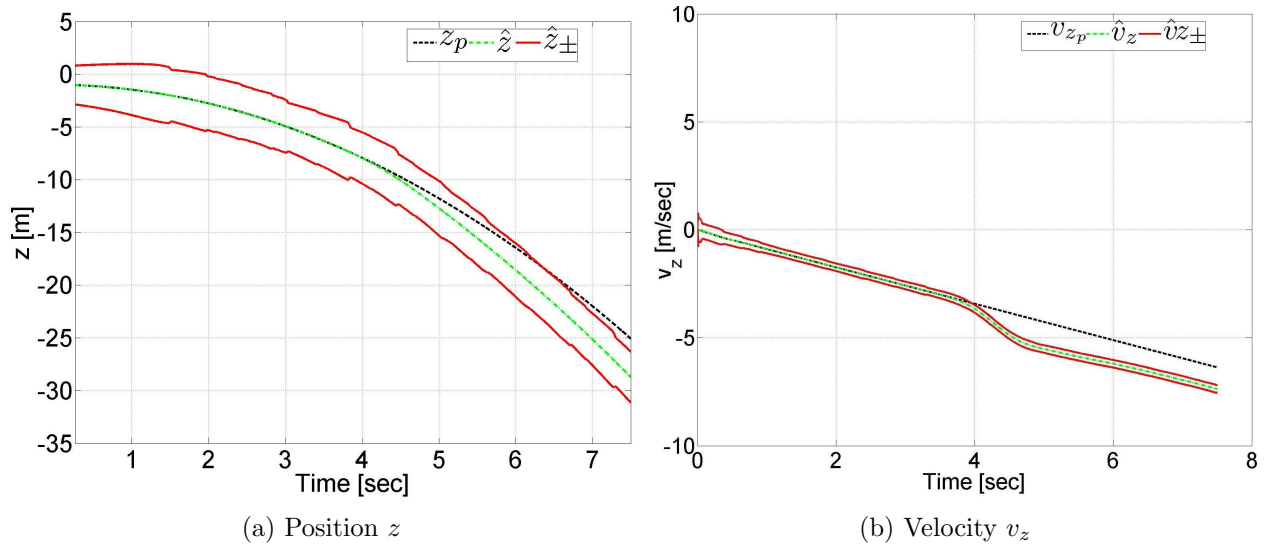


FIGURE 4.3 – Évolution de l'état prédit et estimé

$$V_w = \sqrt{u_w^2 + v_w^2 + w_w^2} \quad (4.15)$$

où  $x_{sg}$  et  $x_{eg}$  représentent respectivement les distances pour lesquelles le mini drone localise et sort de la rafale.  $L_u$  désigne la moitié de la longueur de la rafale. Les valeurs  $u_m$ ,  $v_m$ , et  $w_m$  sont les amplitudes de la rafale.

Pour toutes les figures, le tracé en trait pointillé (---) représente la valeur prédite hors perturbation atmosphérique ( $(\cdot)_p$ ), le tracé en trait discontinu (-.) correspond à l'évolution du centre de l'ellipsoïde ( $\hat{(\cdot)}$ ), et le tracé en trait continu (-) montre les bornes de variations des ellipsoïdes estimés ( $\hat{(\cdot)}_{\pm}$ ). Ces bornes sont obtenues par le calcul approximatif

$$\hat{X}_{k\mp} = \hat{X}_k \mp \sqrt{eig(P_k)} \quad (4.16)$$

où  $eig(P_k)$  désigne les valeurs propres de la matrice caractéristique  $P_k$ .

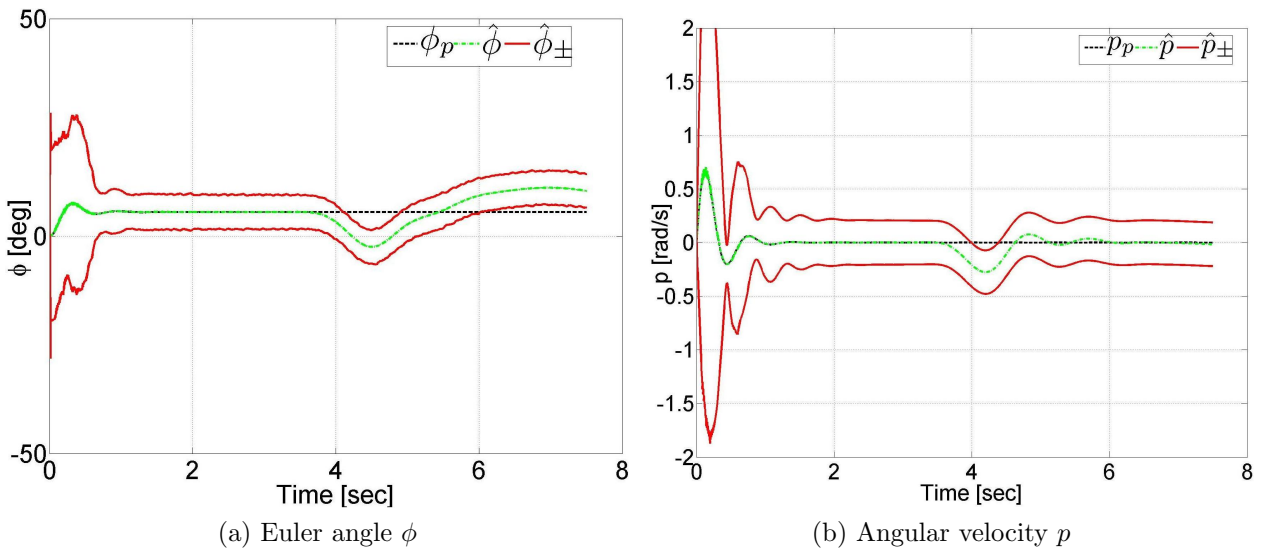


FIGURE 4.4 – Évolution de l'état prédit et estimé

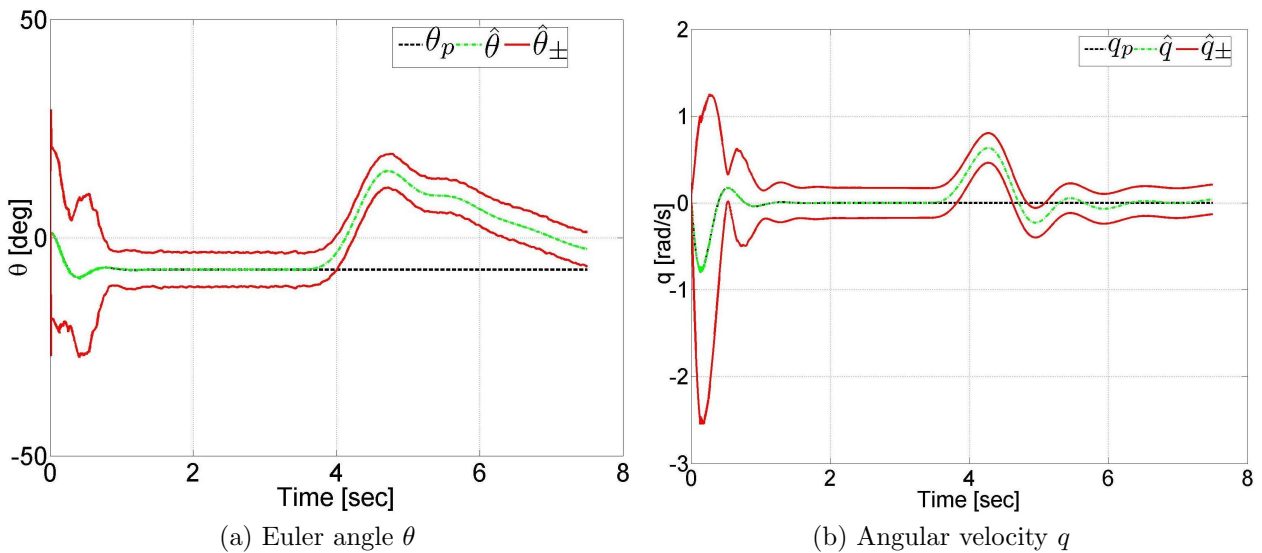


FIGURE 4.5 – Évolution de l'état prédit et estimé

L'évolution de la position et les composantes de la vitesse sont exposées sur les figures 4.1-4.3. Les angles d'Euler et les composantes de la vitesse angulaire sont représentés sur les figures 6.11-6.13. D'après les résultats de simulations obtenus, le test de cohérence mis en oeuvre a permis la détection des perturbations atmosphériques sans chercher à les estimer ou à les mesurer. On peut ainsi observer qu'avant la génération de la rafale ( $t \leq 3.8\text{sec}$ ), l'état prédit et le centre de l'ensemble estimé convergent.

Quand une rafale de vent est générée, il n'y a plus de cohérence entre le comportement prévu et le comportement observé. L'incohérence est alors détectée quand  $X_{k/k-1}^i \notin \hat{X}_{k\pm}^i$ . Dans ce cas, une procédure de sécurité peut être envisagée en effectuant un atterrissage automatique ou un retour à la base.

Nous avons décrit une méthode de détection des perturbations atmosphériques affectant la dynamique du mini-drone hélicoptère. L'approche est illustrée en simulation mettant en

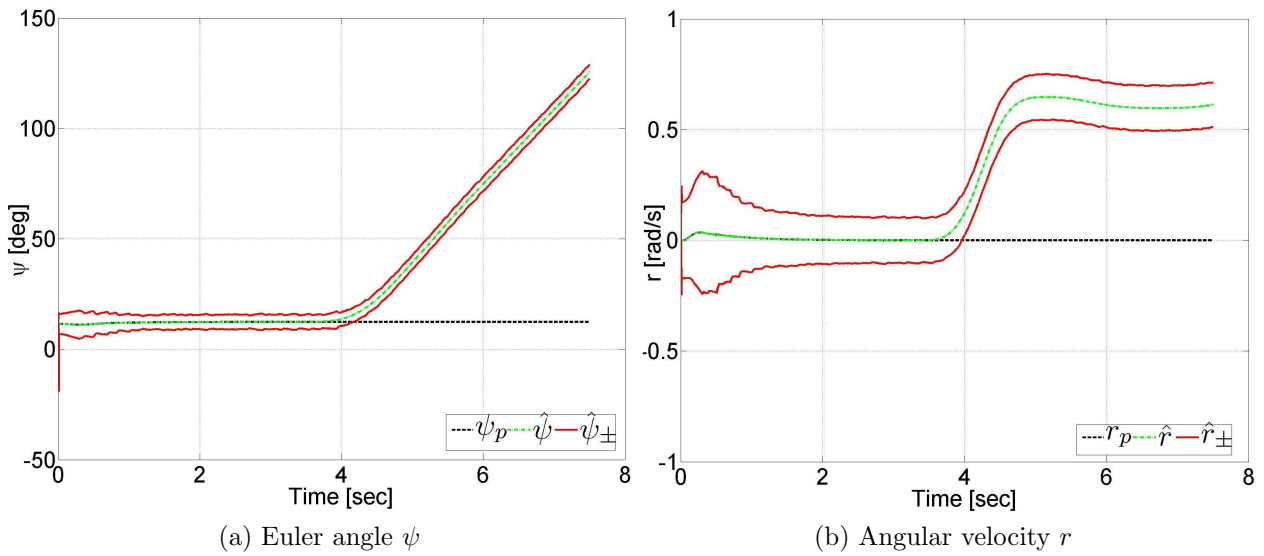


FIGURE 4.6 – Évolution de l'état prédit et estimé

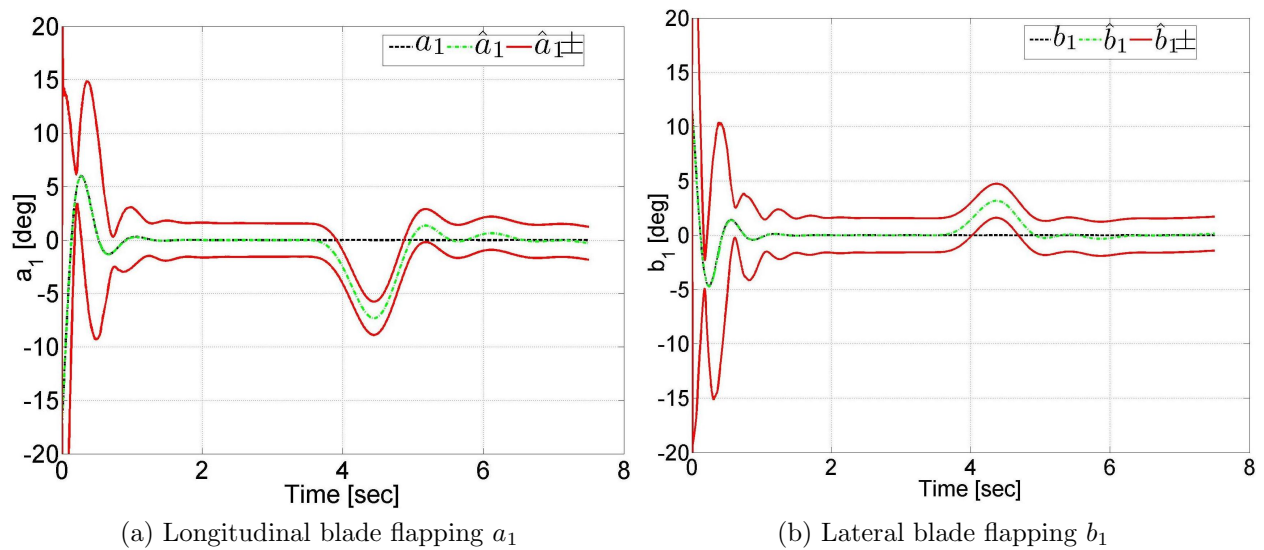


FIGURE 4.7 – Évolution de l'état prédit et estimé

évidence les bonnes performances pour la détection des perturbations atmosphériques. Dans la suite de ce chapitre, nous évaluons cette approche sur des données réelles, à l'aide d'une plate forme expérimentale dans le générateur de rafale B20 situé à Lille.

### 4.1.3 Développement d'une plate forme expérimentale

L'identification des perturbations atmosphériques au sein du générateur de rafale nécessite un investissement important pour la réalisation des expériences. De plus, la présence des perturbations atmosphériques affecte la dynamique du véhicule pouvant endommager le matériel qui est très coûteux. Pour ces raisons, un banc expérimental à faible coût a été conçu dans le générateur de rafale B20 de l'ONERA (Figs. 4.9-4.10). L'expérimentation effectuée avait pour objectif l'évaluation de la procédure de détection sur des données réelles. Elle était aussi

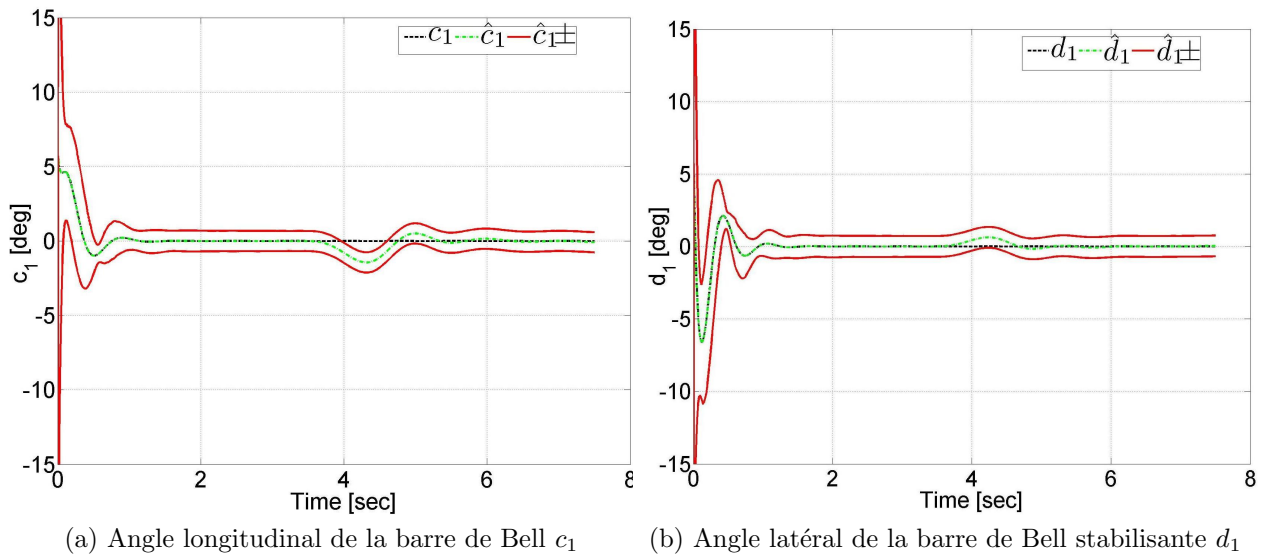


FIGURE 4.8 – Évolution de l'état prédit et estimé



FIGURE 4.9 – Générateur de rafale au B20

utilisée pour tester le système de suivi optique permettant d'avoir la position de l'engin car les signaux satellites sont inaccessibles au GPS à l'intérieur du bâtiment du générateur de rafale. La Figure 4.11 illustre les différents éléments constituant le banc expérimental :

- Pont roulant (1) : la variation de la vitesse du pont roulant est comprise dans l'intervalle  $[0m/sec, 5m/sec]$
- Générateur de rafale (2) : le générateur de rafale produit une perturbation atmosphérique horizontale  $v_w$  ( $v_w \in [0m/sec, 5m/sec]$ )
- L'hélicoptère suspendu (3) : dans le cadre de ces essais, nous ne pouvons pas utiliser le mini drone hélicoptère. Étant donné que la largeur du générateur de rafale est de six mètres et que l'envergure du mini drone est de deux mètres. Donc, la distance de sécurité est de deux mètres de part et d'autre du véhicule et elle est par conséquent faible. Nous avons alors démonté les pales en se servant uniquement de la carlingue de l'hélicoptère. La carlingue du mini drone est suspendue par trois câbles et attachée au pont roulant. Sa masse  $m_c$  est de  $4.055kg$  et sa matrice d'inertie  $I_c$  est identifiée par

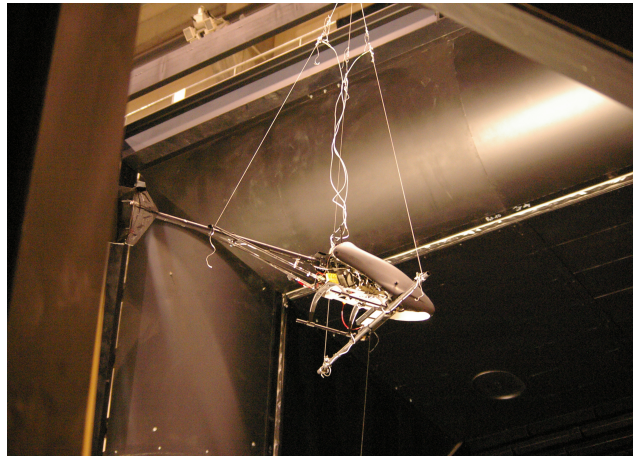


FIGURE 4.10 – Carlingue suspendue dans le générateur de rafale

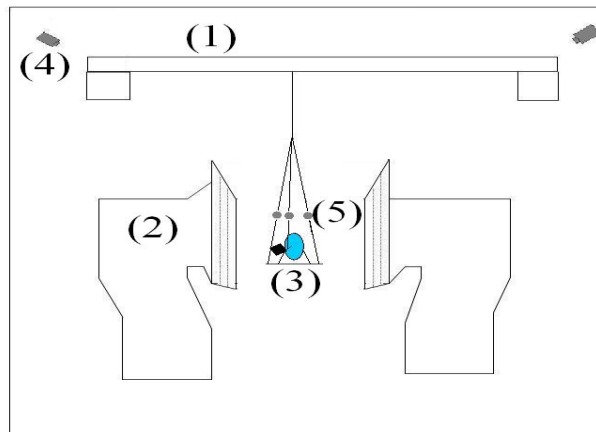


FIGURE 4.11 – Éléments principaux du banc expérimental

la méthode d'oscillation [14]. Elle est donnée par :

$$I_c = \begin{pmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.41 & 0 \\ 0 & 0 & 0.40 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

- Système optique de trajectographie (4) : le système est basé sur deux ensembles de dix caméras espacées tout au long du hall du générateur de rafale et des mires réfléchissantes collées sur tous les cotés de la carlingue. Ce système, consiste à estimer la position de ces mires et permet d'avoir la position et l'orientation du bâti suspendu.
- Capteurs de forces (5) : 3 balances ENTRAN-ELPM T2 (+/- 125N).
- Mesures de la vitesse angulaire  $\Omega$  : la vitesse angulaire est mesurée par deux gyromètres MLX90609-N2 (+/- 75°/s) pour la vitesse angulaire de roulis  $p$  et de tangage  $r$  et un gyromètre MLX90609-E2 (+/- 150°/s) pour la vitesse angulaire de lacet  $r$ .
- Mesures des accélérations : pour mesurer les accélérations de la carlingue, nous avons utilisé deux accéléromètres de type ADXL 311 (+/- 2g) et deux accéléromètres de type ADXL 203 (+/- 1.5g).



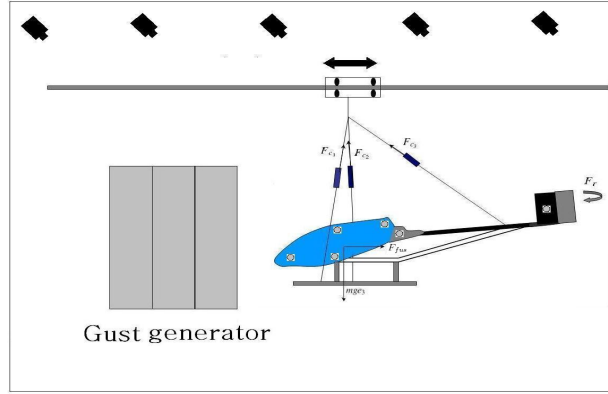


FIGURE 4.12 – Forces et moments agissant sur le système

### Modèle d'identification

Le modèle utilisé pour l'identification est le modèle non perturbé, en d'autres termes :

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \\ m_c \dot{v} = \mathcal{F} \\ \dot{\mathcal{R}} = \mathcal{R}\Omega_x \\ I_c \dot{\Omega} = -\Omega \wedge I\Omega + \mathcal{M} \end{cases} \quad (4.18)$$

rappelons que  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{M}$  désignent la force et le moment résultants en l'absence de perturbations atmosphériques.

Les forces agissant sur la carlingue sont le poids  $m_c g$ , la force résultante des câbles  $F_c$ , la force aérodynamique du fuselage  $F_{fus}$  et la force aérodynamique de la gouverne de direction  $F_r$ . Les expressions de ces forces sont décrites ci-après :

1. Force résultante des câbles  $F_c$  : elle est obtenue après calcul par :

$$F_c = \begin{pmatrix} -\cos \theta_1 \cos \psi_1 \\ \cos \theta_1 \sin \psi_1 \\ -\sin \theta_1 \end{pmatrix} F_{c1} + \begin{pmatrix} -\cos \theta_2 \cos \psi_2 \\ -\cos \theta_2 \sin \psi_2 \\ -\sin \theta_2 \end{pmatrix} F_{c2} + \begin{pmatrix} \cos \theta_3 \\ 0 \\ -\sin \theta_3 \end{pmatrix} F_{c3} \quad (4.19)$$

où  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  sont les angles formés par les câbles et le plan horizontal ( $\theta_1 = 70 \text{ deg}$ ,  $\theta_2 = 71 \text{ deg}$ ,  $\theta_3 = 85 \text{ deg}$ );  $\psi_1, \psi_2$ , et  $\psi_3$  désignent les angles formés par la projection à l'horizontale des câbles et l'axe de roulis ( $\psi_1 = 51.88 \text{ deg}$ ;  $\psi_2 = 53.93 \text{ deg}$ ; et  $\psi_3 = 0 \text{ deg}$ ); et  $F_{c1}, F_{c2}$ , et  $F_{c3}$  sont les tensions mesurées des câbles en absence de perturbations atmosphériques.

2. Force aérodynamique de la gouverne de direction : la gouverne de direction produit une force aérodynamique latérale exprimée par

$$F_r = -\frac{1}{2}\rho \begin{pmatrix} c_r^x \delta_r S_r V_i u_a \\ c_r^y (1 - \delta_r) S_r V_i v_a \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

et un moment ayant pour expression

$$M_r = b_{tr} \wedge F_r \quad (4.21)$$

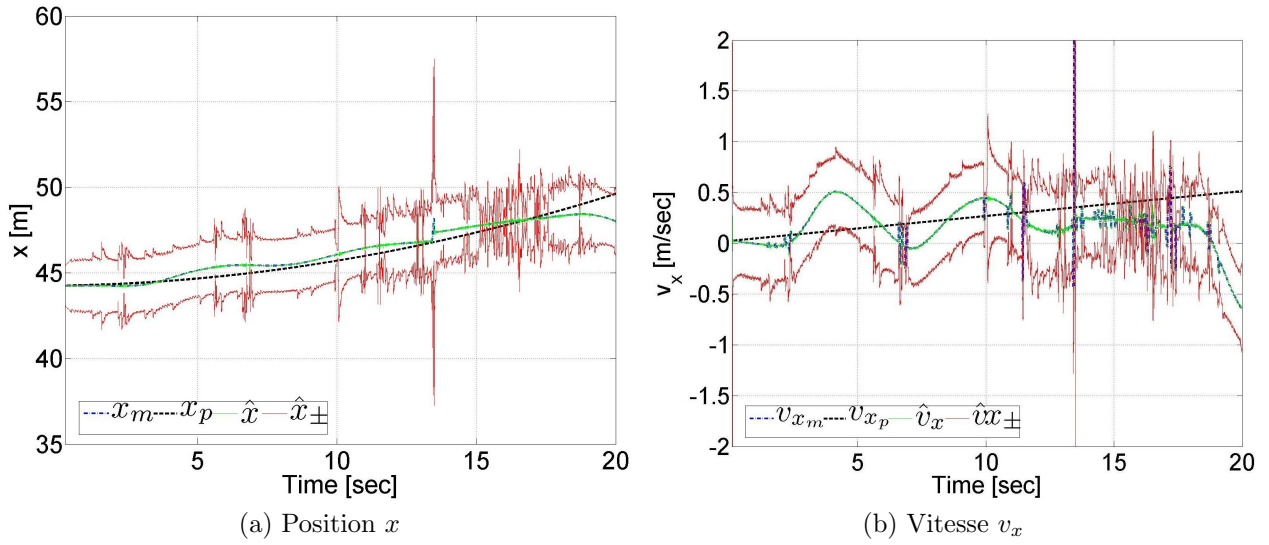


FIGURE 4.13 – Évolution de l'état prédit et estimé

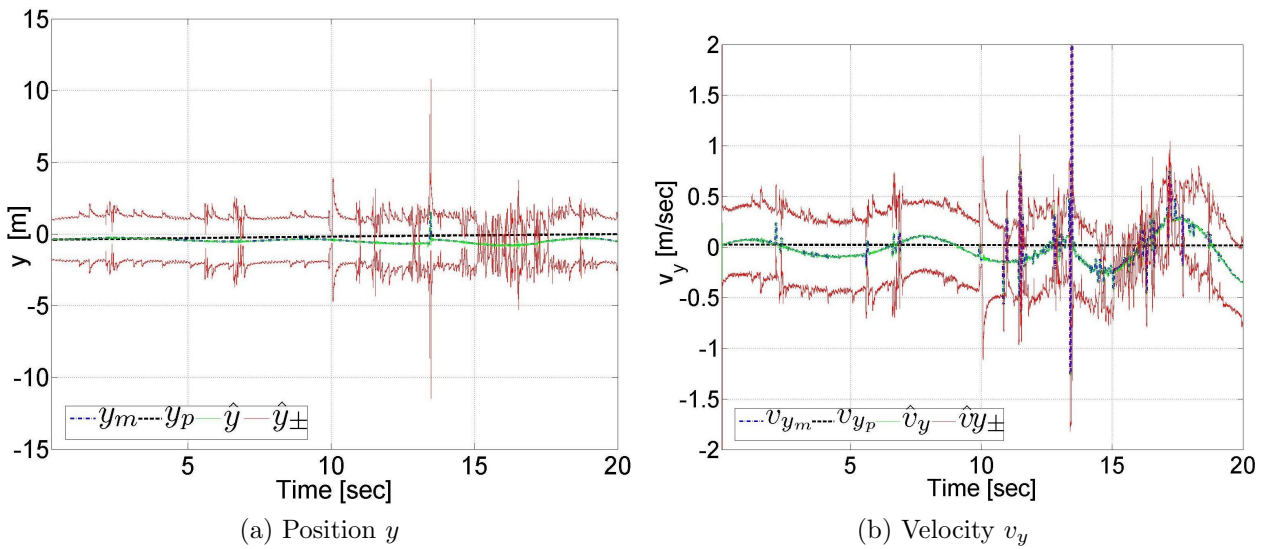


FIGURE 4.14 – Évolution de l'état prédit et estimé

où  $\delta_r$  est la commande normalisée de direction ( $-1 \leq \delta_r \leq 1$ ) ;  $c_r^x$  et  $c_r^y$  représentent les coefficients aérodynamiques de la gouverne de direction ; et  $S_r$  est la surface effective de la gouverne de direction.

- Force aérodynamique de fuselage  $F_{fus}$  : la force aérodynamique est définie dans  $\mathcal{R}_B$  et le moment produit par cette force est supposé négligeable. Son expression peut être décrite par l'équation

$$F_{fus} = -\frac{1}{2}\rho \begin{pmatrix} c_f^x S_r V_i u_a \\ c_f^y S_r V_i v_a \\ c_f^z S_r V_i w_a \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

où la vitesse  $V_i$  est

$$V_i = (u_a^2 + v_a^2 + w_a^2)^{1/2}$$

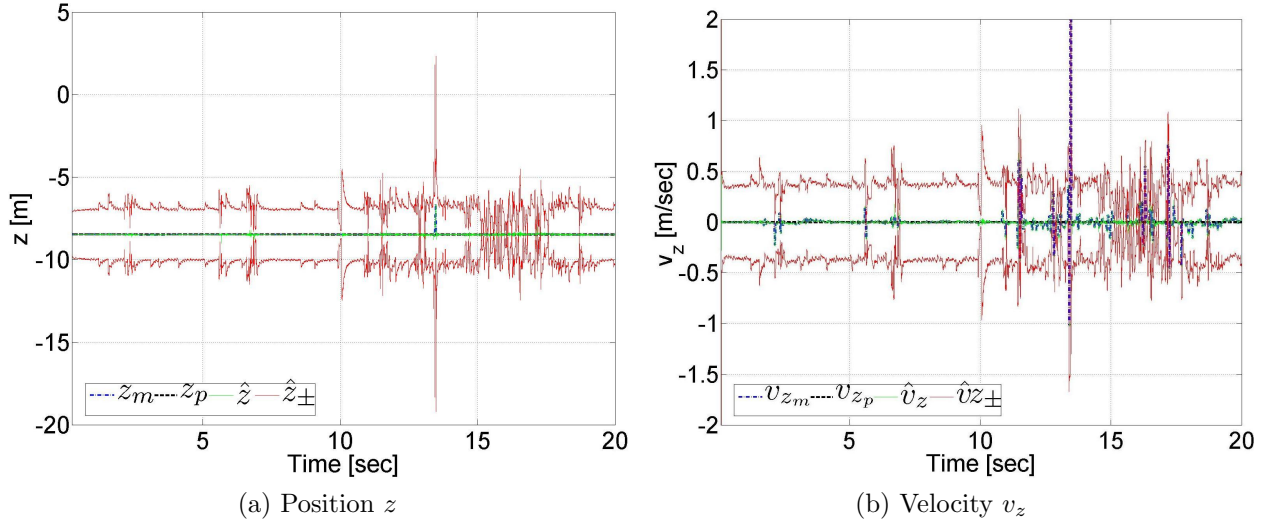


FIGURE 4.15 – Évolution de l'état prédit et estimé

Finalement, on en déduit la force et le moment résultants  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{M}$  :

$$\mathcal{F} = mge_3 + \mathcal{R} \cdot (F_c + F_{fus} + F_r) \quad (4.23)$$

$$\mathcal{M} = M_r \quad (4.24)$$

### Vecteur de mesures

Le vecteur des mesures  $Z_c$  est

$$Z_c = (\zeta_c, v_c, \Theta_c, \Omega_c)^t \quad (4.25)$$

$\zeta_c = (x_c, y_c, z_c)^t$  est la position mesurée de la carlingue,  $v_c = (v_{x_c}, v_{y_c}, v_{z_c})^t$  représente sa vitesse, et  $\Theta_c = (\phi_c, \theta_c, \psi_c)^t$  et  $\Omega_c = (p_c, q_c, r_c)^t$  sont respectivement les angles d'Euler et la vitesse angulaire mesurés. La position de la carlingue est simplement obtenue par une double intégration des données fournies par les accéléromètres en effectuant un recalage par rapport aux mesures fournies par le système optique.

### Résultats expérimentaux

L'algorithme d'estimation est implémenté sur des données réelles fournies par les capteurs de mesures du bac expérimental. Les résultats expérimentaux de la procédure de détection d'une rafale de vent sont produits. Dans cette section, la courbe en trait pointillé (---) présente les valeurs prédites sans rafale de vent, tandis que le tracé en trait discontinu (-.) désigne l'évolution des mesures, et le tracé en trait continu (-) montre le centre de l'ellipsoïde et ses bornes.

L'évolution des composantes de la position et de la vitesse est présentée sur les figures 4.13-4.15. Les figures 4.16-4.18 exhibent l'évolution de la dynamique de rotation.

A travers ces résultats, on peut observer que l'impact de la rafale sur la dynamique de translation est très faible car les forces aérodynamiques générées par le générateur de rafale sont plus faibles que la force résultante  $\mathcal{F}$ . Cependant, l'influence de la rafale est rapidement détectée dans la dynamique de rotation, et plus précisément sur l'angle et la vitesse angulaire

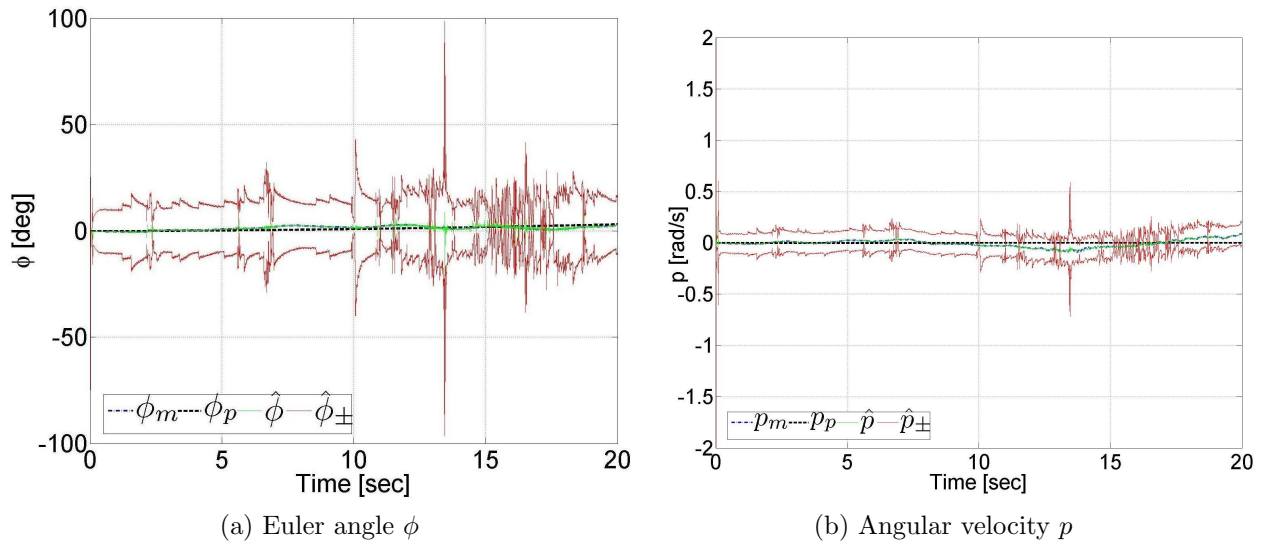


FIGURE 4.16 – Évolution de l'état prédit et estimé

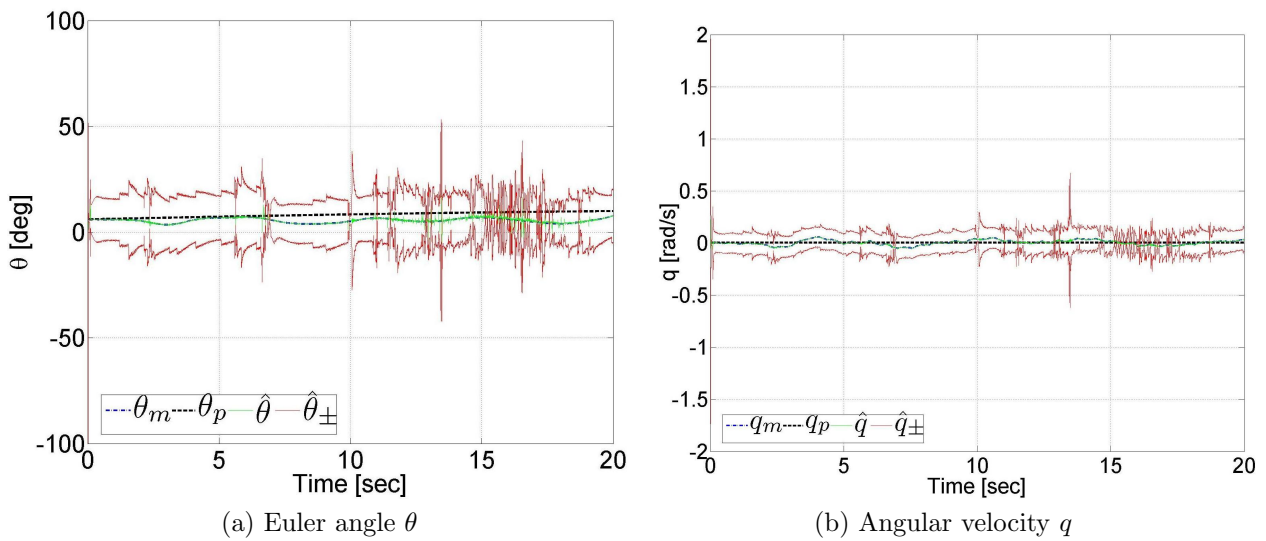


FIGURE 4.17 – Évolution de l'état prédit et estimé

du lacet car le générateur de rafale provoque un moment de lacet produit par la gouverne de direction.

Nous avons validé en simulation et en expérimentation une méthode de détection ensembliste à erreurs bornées. L'approche connaît toutefois des limitations. En effet, en présence des données aberrantes, le test de cohérence est faussé. En outre, elle ne permet pas d'avoir une estimation de la perturbation atmosphérique. Or, lors de l'élaboration des lois de guidage pilotage, il est indispensable de connaître une telle évolution afin d'avoir des lois robustes vis-à-vis de la présence des perturbations. Dans la suite de ce chapitre, la restitution des perturbations sera alors déterminée.

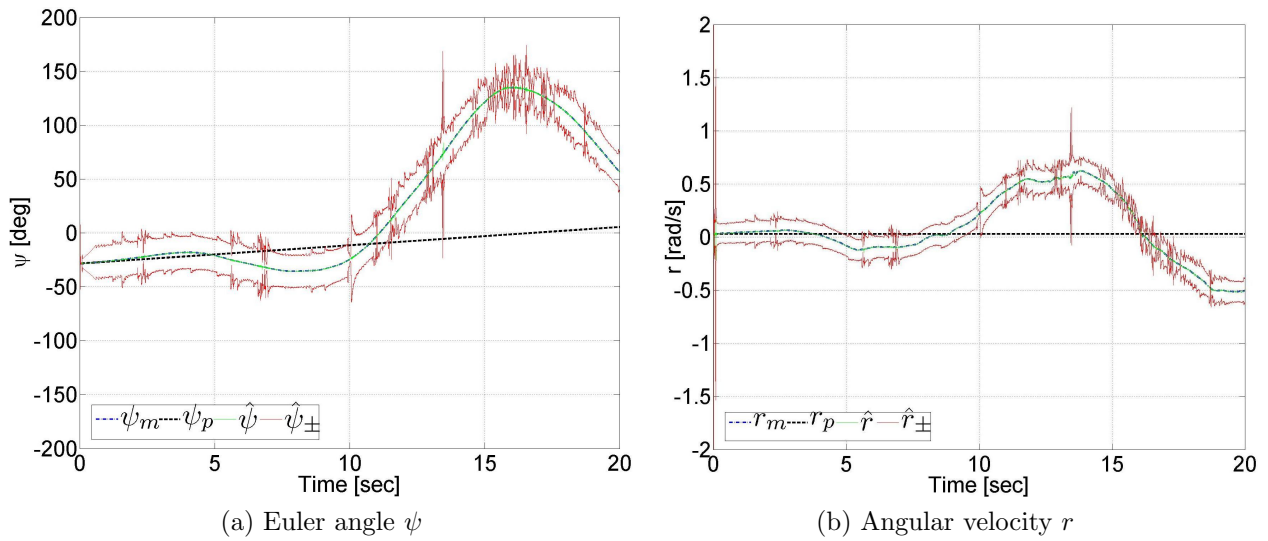


FIGURE 4.18 – Évolution de l'état prédit et estimé

## 4.2 Restitution des perturbations atmosphériques agissant sur le mini drone

Nous étudions dans cette section l'estimation de l'état du mini-drone et la restitution des paramètres du modèle et de la perturbation atmosphérique. Comme nous l'avons évoqué, la détermination de l'évolution de la perturbation et les paramètres du système sont indispensables pour l'élaboration des lois de guidage pilotage robustes. Alors, nous cherchons à reconstituer la perturbation et la dynamique du battement vertical. En effet, les mesures données par les capteurs, comme les anémomètres ou les systèmes de lidars, peuvent être facilement perturbés par l'air généré par les pales du rotor principal. De plus, les paramètres du modèle tels les angles du battement vertical ne sont pas accessibles. Pour se faire, l'esti-

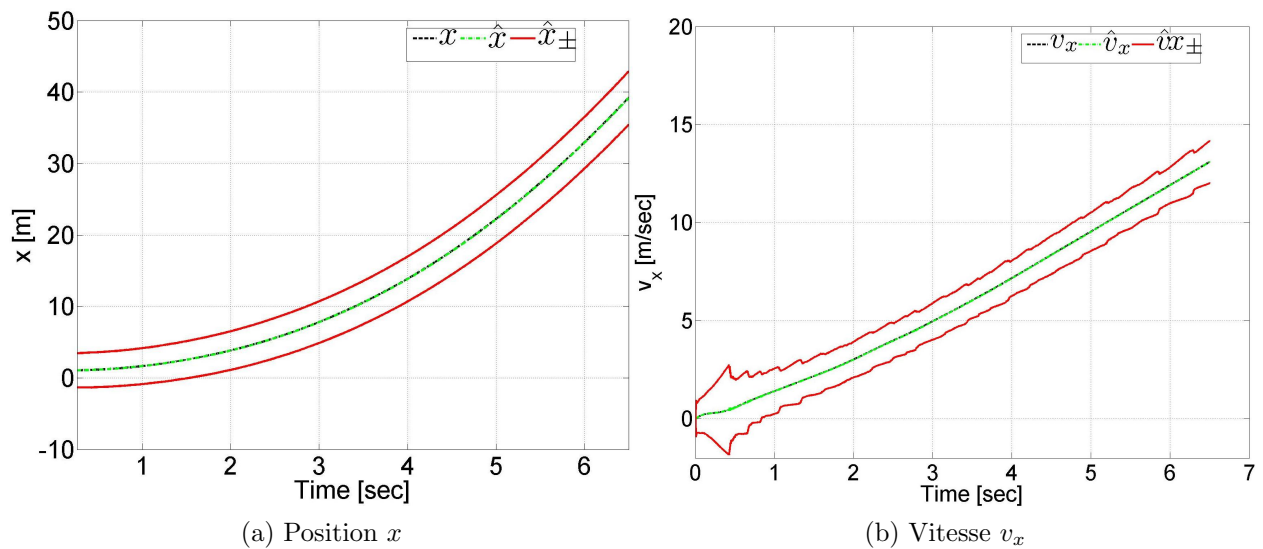


FIGURE 4.19 – Évolution de l'état réel et son estimé

mateur ensembliste ellipsoïdale est utilisé en augmentant l'ordre de l'état. L'état à estimer  $X$  est ainsi redéfini et est constitué de la position  $\zeta$ , de la vitesse  $v$ , des angles d'Euler  $\Theta$ , de la vitesse angulaire  $\Omega$ , des angles du rotor principal  $\omega_r$  et de la vitesse de la perturbation  $V_r$ .

$$X = (\zeta \ v \ \Theta \ \Omega \ \omega_r \ V_r)^t \quad (4.26)$$

et on ne dispose que des mesures qui sont définies par l'équation

$$Z = (\zeta \ v \ \Theta \ \Omega)^t \quad (4.27)$$

Pour la simulation des mesures, nous avons utilisé le modèle de rafale de vent décrit par les équations (4.12)-(4.14). En revanche, nous avons considéré une dynamique d'évolution du premier ordre dans le modèle de prédiction :

$$\dot{V}_r = A_r V_r \quad (4.28)$$

$A_r$  est une matrice diagonale définie comme suit :

$$A_r = \text{diag}(-1/\tau_1, -1/\tau_2, -1/\tau_3) \quad (4.29)$$

avec  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ , et  $\tau_3$  des constantes de temps.

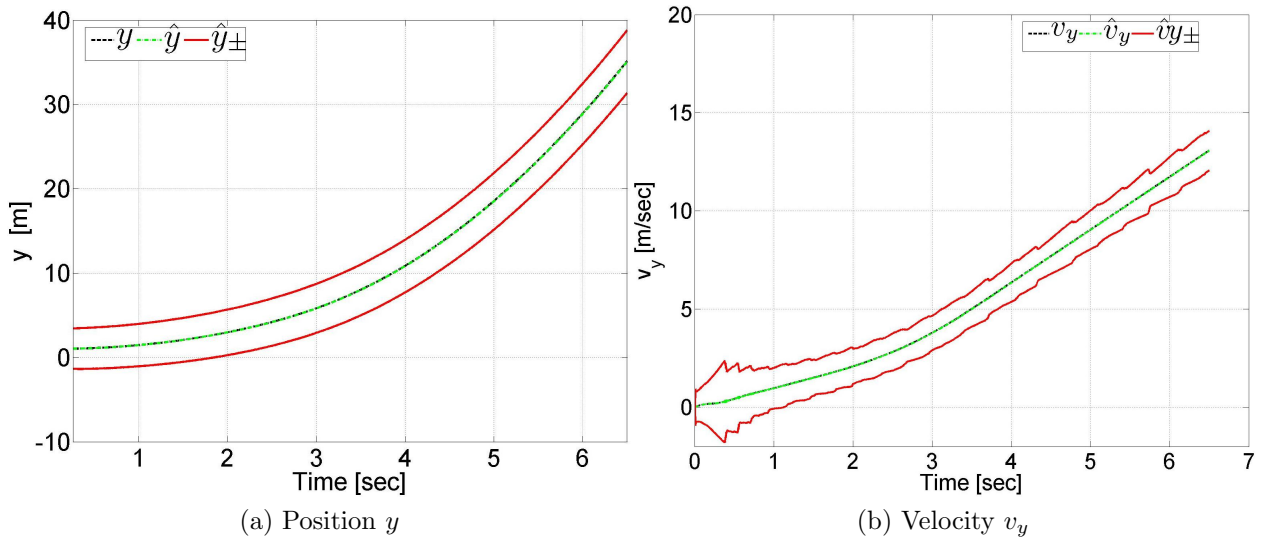


FIGURE 4.20 – Évolution de l'état réel et son estimé

De même, nous avons utilisé une dynamique d'évolution du premier ordre pour la dynamique du battement vertical :

$$\dot{\omega}_r = B_r \omega_r \quad (4.30)$$

$B_r$  est une matrice diagonale

$$B_r = \text{diag}(-1/\tau_4, -1/\tau_5, -1/\tau_6, -1/\tau_7) \quad (4.31)$$

### 4.2.1 Résultats de simulation

La procédure d'estimation, présentée précédemment, est illustrée en simulation afin d'évaluer sa robustesse. Les hyperparamètres ont été réglés au mieux par des tests préalables. Les conditions initiales prises lors de la simulation sont :

$$X_0 = (1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.3, 0.2, 0.1, 0.1)^t \quad (4.32)$$

$$P_0 = (10, 10, 10, 5, 5, 5, 10, 10, 10, 3, 3, 3, 10, 10, 10, 10)^t \quad (4.33)$$

$$Q_0 = 10^{-4} \text{diag}(5, 5, 5, 0.1, 0.1, 0.5, 0.5, .5, 0.5, 0.1, 0.1, .1, 0.1, .1, 0.1, 0.1) \quad (4.34)$$

$$R_0 = \text{diag}(.2, .2, .2, .01, .01, .01, .001, 0.001, .001, .01, .01, .01) \quad (4.35)$$

Les paramètres de bruit  $\eta_l$  sont choisis tels que :

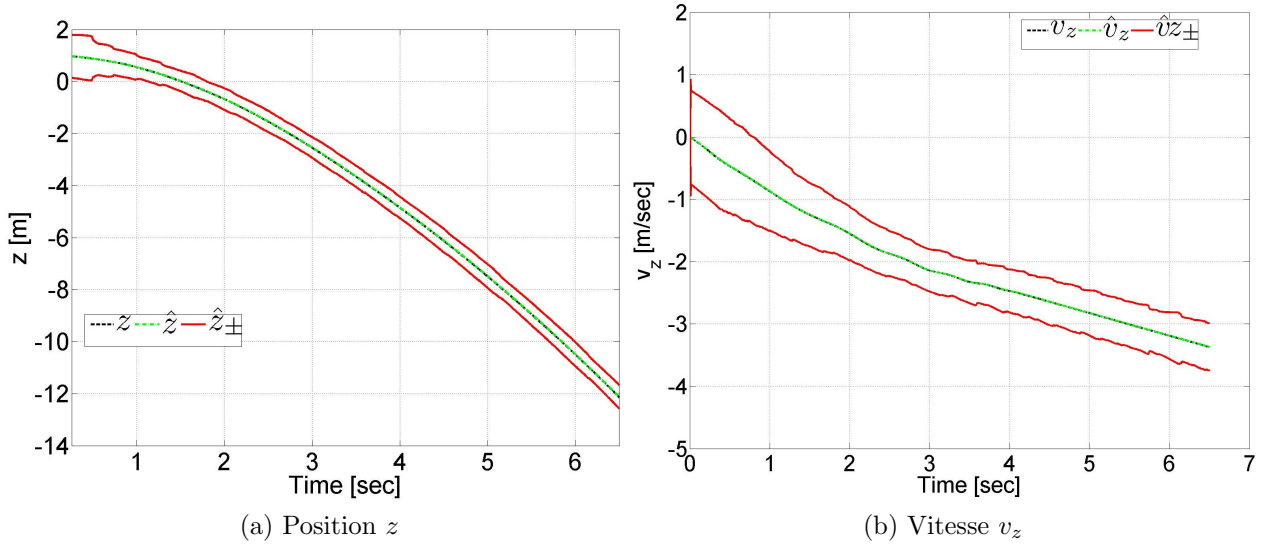


FIGURE 4.21 – Évolution de l'état réel et son estimé

$$D_l = 2; \quad q_l = 1.5; \quad \tau_l = 0.4$$

Les paramètres des modèles de prédiction pour la dynamique de la vitesse de la perturbation et de la dynamique du battement vertical sont fixés à

$$A_r = \text{diag}(-1/30, -1/30, -1/30) \quad (4.36)$$

$$B_r = \text{diag}(-1/25, -1/25, -1/25, -1/25) \quad (4.37)$$

Les figures 4.19-4.21 montrent l'évolution de la dynamique de translation et son estimée. La dynamique de rotation est donnée par les figures 4.22-4.24. L'évolution des composantes de la vitesse de la rafale de vent est présentée sur les figures 4.27 et 4.28. Les figures 4.25 et 4.26 exhibent l'estimation de la dynamique du battement vertical du rotor principal et la dynamique de la barre de Bell stabilisante.

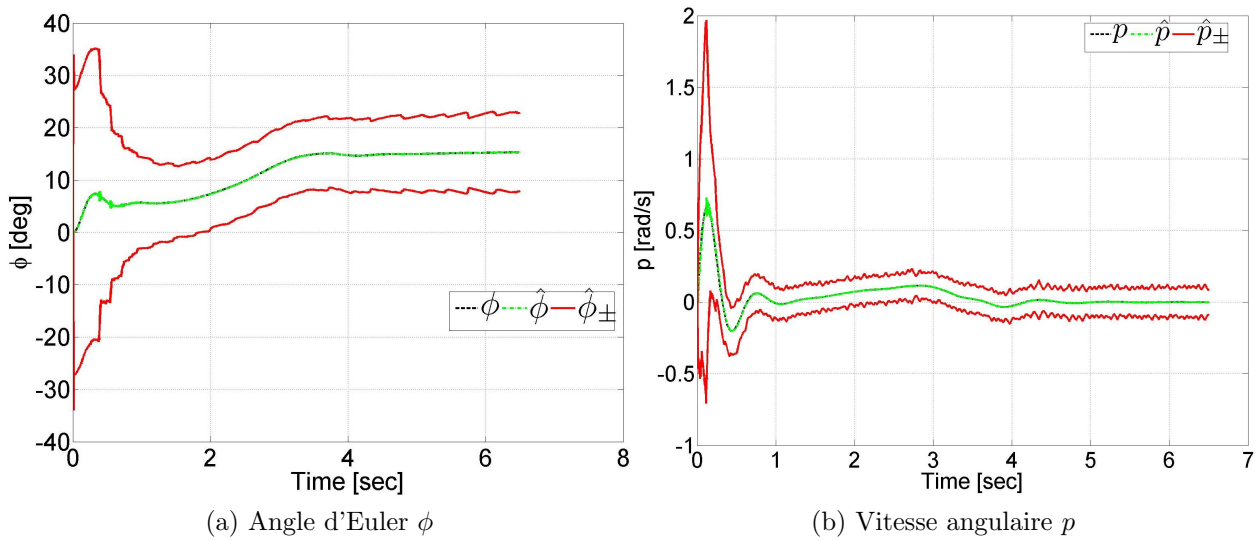


FIGURE 4.22 – Évolution de l'état réel et son estimé

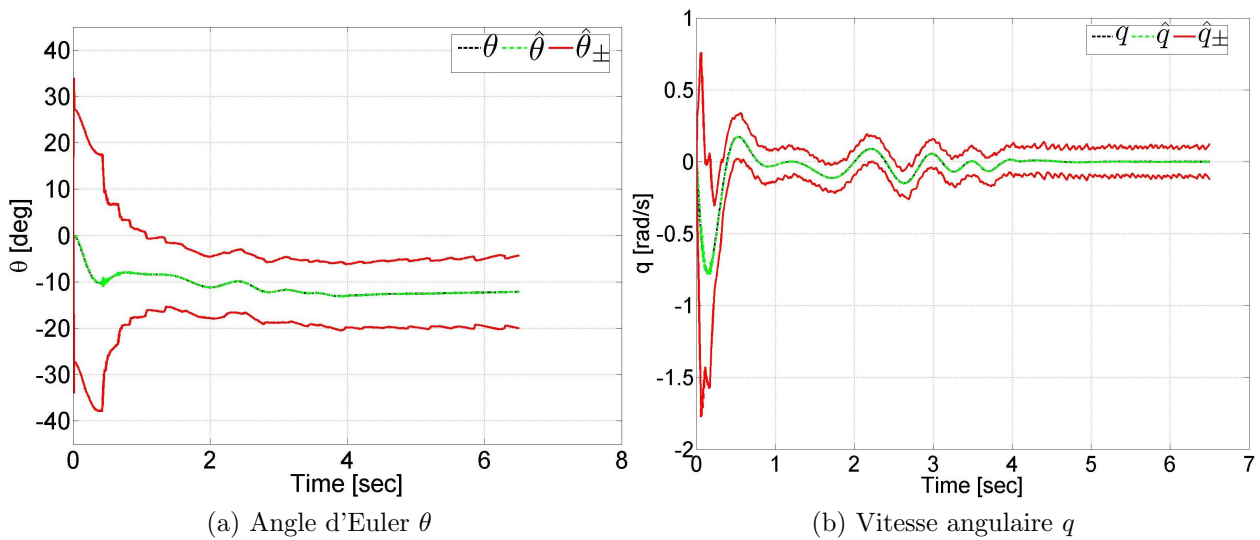


FIGURE 4.23 – Évolution de l'état réel et son estimé

## 4.3 Conclusion

Ce chapitre a porté sur la détection et l'estimation des perturbations atmosphériques et l'estimation de l'état du mini-drone hélicoptère. La procédure de détection est décrite à partir d'un test de cohérence entre l'état prédit et l'état estimé. Nous avons évalué l'approche en simulation et en expérimentation par un banc d'essai développé dans le générateur de rafale B20. Enfin, nous avons présenté l'estimation ensembliste de la perturbation et des paramètres du système. Ces valeurs sont nécessaires pour l'élaboration d'une loi de guidage pilotage robuste vis-à-vis de la perturbation atmosphérique.



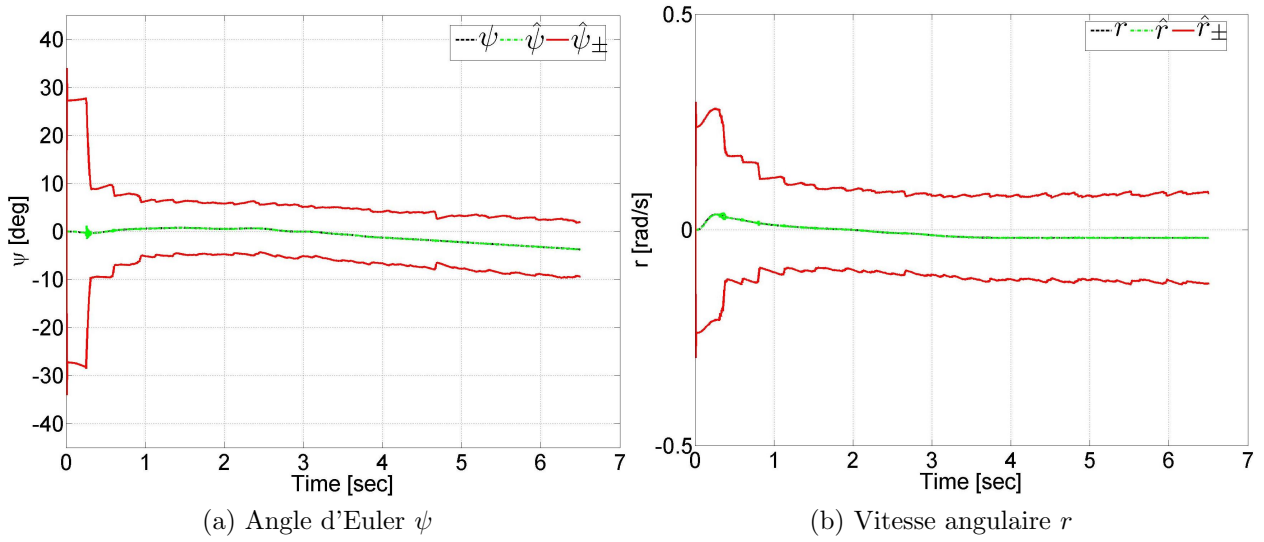


FIGURE 4.24 – Évolution de l'état réel et son estimé

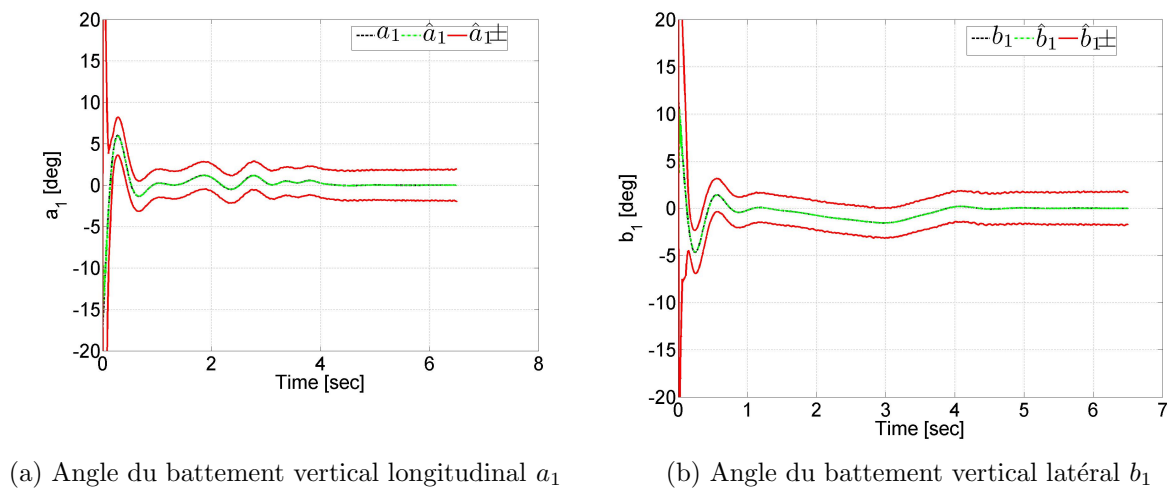
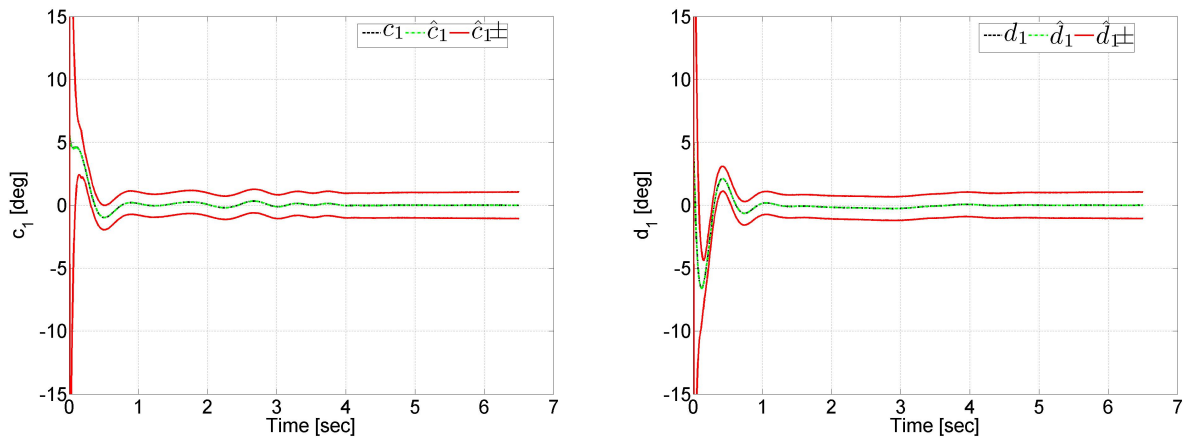
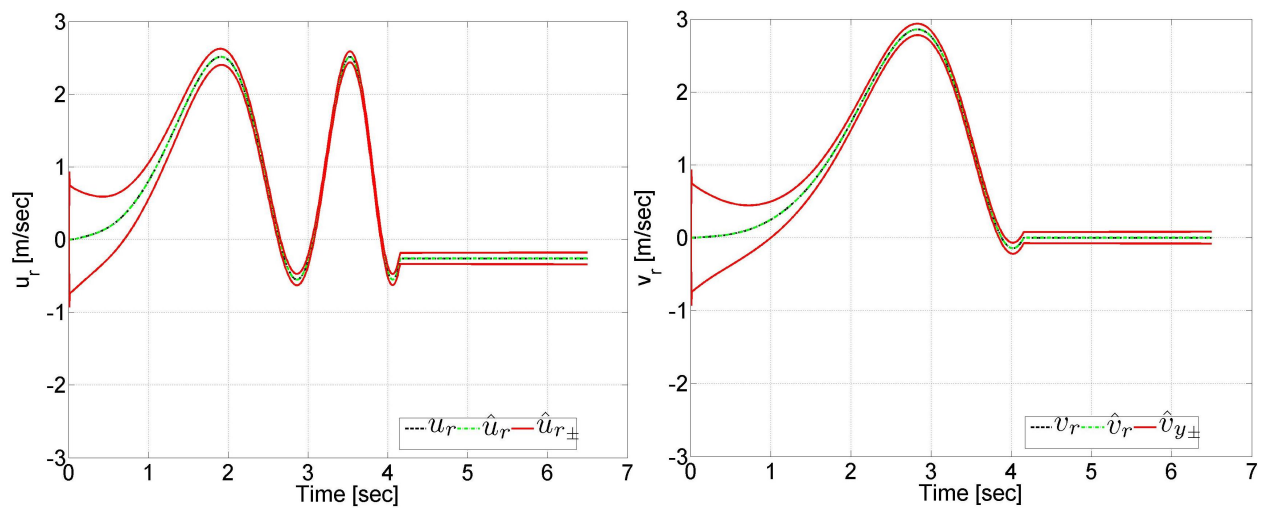


FIGURE 4.25 – Évolution de l'état réel et son estimé



(a) Angle de la barre de Bell stabilisante longitudinal  $c_1$  (b) Angle de la barre de Bell stabilisante latéral  $d_1$

FIGURE 4.26 – Évolution de l'état réel et son estimé



(a) Vitesse de la perturbation  $u_r$

(b) Vitesse de la perturbation  $v_r$

FIGURE 4.27 – Évolution de l'état réel et son estimé

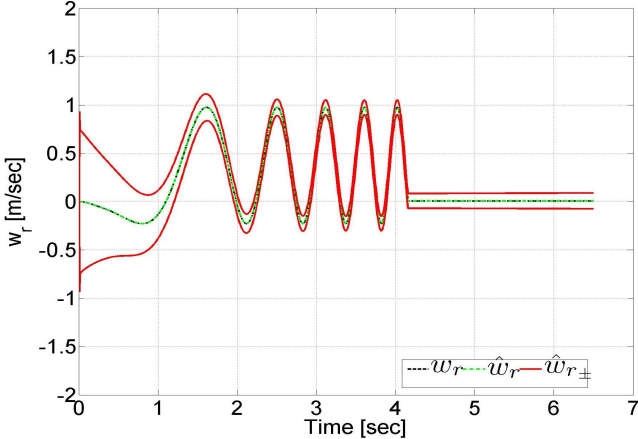


FIGURE 4.28 – Évolution de l'état réel et l'estimé de  $w_r$



## Deuxième partie

# Guidage pilotage des mini-drones soumis à des perturbations atmosphériques



## Contenu de la Partie II

L'estimation des perturbations atmosphériques a fait l'objet de la partie I. Nous exploitons, dans cette partie II, l'information fournie afin de concevoir une stratégie de guidage pilotage permettant de tenir compte de ces perturbations dans l'évolution du mini-drone. En effet, en estimant ou en mesurant l'évolution de la perturbation atmosphérique, un drone peut considérablement améliorer ses performances de vol et sa sécurité en évoluant dans des zones où les pertes d'énergie sont minimales.

Par souci de clarté, nous rappelons les différentes terminologies utilisées dans cette partie. Un état de l'art sur les stratégies de guidage pilotage est établi. Il en résulte que plusieurs travaux de recherche ont été menés pour améliorer la stabilité des drones. On peut les regrouper en deux familles. La première famille consiste à rejeter complètement la perturbation atmosphérique sans prendre en compte sa dangerosité sur le véhicule ou la possibilité d'utiliser ces perturbations dans le déplacement. En revanche, la deuxième famille cherche à minimiser les pertes d'énergie produites par la perturbation. Ceci peut être réalisé par plusieurs stratégies de guidage pilotage. Elles consistent généralement à suivre la direction de la perturbation (champ de vent, courant d'air en milieu urbain, etc. ) pour utiliser l'énergie produite par celle-ci et pour annuler sa composante transversale. Or, quand la direction de la vitesse de la perturbation n'est pas celle de la destination, le véhicule peut allonger son parcours et risque de s'éloigner de ses objectifs. Nous avons alors conçu une stratégie de guidage pilotage qui permet de tenir compte de ces contraintes. Nous décrivons sa synoptique de fonctionnement. Ensuite, nous exposons la loi de guidage par navigation proportionnelle, la stratégie de guidage PND (Proportional Navigation with Disturbance). La loi PND favorise un déplacement partiel du véhicule dans la direction de la perturbation. Elle détermine une consigne en accélération (direction et amplitude) qui sera nécessaire pour la stabilisation de la dynamique de translation et de rotation.

Enfin, pour souligner l'apport de cette loi de guidage PND, une illustration à travers des simulations est fournie.





# Chapitre 5

## Présentation générale



Ce chapitre décrit une stratégie de guidage permettant la prise en compte de la perturbation dans l'évolution du véhicule. On rappelle d'abord les différentes terminologies utilisées, avant de dresser un état de l'art sur les différentes stratégies des commandes de drones évoluant, plus particulièrement, en environnement perturbé. Nous décrivons enfin la stratégie de commande adoptée qui permet d'améliorer les performances de vol du drone.

## 5.1 Boucle de Navigation Guidage Pilotage (NGP)

La boucle NGP est composée de trois modules :

- **Navigation** : elle est constituée des techniques qui permettent :
  - de connaître la position, les vitesses (linéaire et angulaire), l'attitude d'un mobile par rapport à un repère de référence,
  - de calculer ou de mesurer le chemin à suivre pour rallier un point de coordonnées connues,
  - de calculer toute autre information en lien avec le déplacement de ce mobile, distance restante, temps estimé d'arrivée, ...

Les méthodes employées pour la navigation varient en fonction de la nature des mesures considérées, et donc des capteurs utilisés, et du niveau de connaissance requis par la loi de guidage. Les deux fonctions sont étroitement liées.

- **Guidage** : la notion de loi de guidage correspond à l'expression mathématique permettant d'élaborer les ordres à faire exécuter par le véhicule pour qu'il réalise sa mission. Ceci peut consister, par exemple, en une série de valeurs de consigne en accélération et en attitude pour suivre une trajectoire donnée. Pour être efficace, le guidage doit permettre de suivre au mieux la trajectoire conduisant à son objectif. Il est donc nécessaire d'associer à ce suivi un critère de qualité et de compléter sa définition en précisant les informations dont le véhicule dispose afin de remplir sa mission.
- **Pilotage** : dans la plupart des cas, la consigne de guidage se traduit en terme d'accélération ou d'angles d'attitude à réaliser par le véhicule. L'accélération peut être réalisée par des moyens propulsifs ou par une modification de la résultante des forces aérodynamiques s'exerçant sur l'aéronef par braquage de gouvernes ou par l'intermédiaire d'un rotor ou d'une hélice. Cette fonction est assurée par le pilotage.

## 5.2 Conception de la boucle NGP

L'enchaînement des tâches de ces différents modules peut être schématisé de la façon suivante :

- Le système de navigation fournit au véhicule des informations relatives à son propre état (position, vitesse, orientation) qui permet de déterminer sa localisation par rapport à un référentiel connu. Il est complété par le filtre de guidage qui permet de connaître

l'environnement dans lequel le véhicule évolue et d'en distinguer les zones d'intérêt et les zones éventuelles à éviter.

- Le système de guidage exploite ces informations afin de déterminer une direction de référence et, par la suite, de définir les modifications à apporter à la trajectoire, l'attitude et la vitesse actuelle pour permettre le ralliement des zones ou des points d'intérêt.
- Le système de pilotage, en dernier lieu, fournit la traduction des spécifications émanant du guidage en terme d'efforts à réaliser par l'intermédiaire des différents actionneurs équipant le véhicule.

Pour qu'un véhicule soit autonome, il faut qu'il dispose d'algorithmes permettant d'élaborer directement les actions de navigation, guidage et pilotage sans intervention du pilote humain.

Les entrées nécessaires sont fournies par l'ensemble des capteurs embarqués. Il s'agit donc de déterminer parmi les mesures disponibles celles que l'on cherche à exploiter, à combiner ou qui permettent de reconstituer des informations complémentaires. Celles-ci seront ensuite exploitées par le guidage. Les problèmes inhérents au guidage peuvent être principalement rattachés en amont soit à la méconnaissance de l'environnement soit au manque d'information concernant l'objectif. Ils sont également liés en aval aux contraintes et limitations du véhicule, saturation des commandes, retards, dynamique limitée, ..., qui seront plus spécifiquement abordés lors de la synthèse de la loi de pilotage.

Nous avons vu que le module de guidage est principalement important en terme de stratégie de déplacement du véhicule et que le module de pilotage a pour rôle l'application des consignes obtenues par le module de guidage. On s'intéresse alors par la suite au module de guidage. Nous dressons tout d'abord un état de l'art sur la commande des aéronefs autonomes.

### 5.3 État de l'art

Les mini-drones se comportent comme tous les robots terrestres ou sous marins qui peuvent être contrôlés avec succès par plusieurs lois de commande. Cependant, la présence d'une perturbation peut déstabiliser ces véhicules en affectant les consignes transmis aux actionneurs. Cette perturbation a également un effet déstabilisant sur le guidage, en déviant le véhicule de sa trajectoire prédéfinie. La gestion de ce type de perturbation peut donc s'effectuer au niveau du pilotage mais aussi au niveau du guidage.

Pour cela, on peut employer deux méthodes. La première consiste à rejeter la perturbation une fois son estimation ou sa mesure disponible (méthodes de commande actives) ou, sans chercher à l'estimer ou la mesurer, les méthodes passives, comme les lois de commande robuste, visent à garantir la stabilité de la boucle fermée par rapport à la présence d'une perturbation ou un défaut sans avoir une information sur son évolution.

Depuis peu, de nombreux travaux de recherche ont été menés pour améliorer la stabilité du vol des mini drones dans un environnement perturbé. Parmi eux, la conception d'une loi de commande par Backstepping en estimant les forces aérodynamiques inconnues est décrite dans [69] pour le mini-drone à voilure tournante 'HoverEye'. Dans [20], la même technique est aussi développée et couplée avec un observateur à grand gain pour la reconstitution des perturbations extérieures pour un mini drone hélicoptère. Les travaux de thèse de Martini [56] présentent différentes lois de commandes robustes pour un mini-drone hélicoptère sou-

mis à des rafales de vent. Ces lois comprenaient une commande non linéaire utilisant une linéarisation par retour d'état, une commande par rejet actif de la perturbation basée sur un observateur d'état étendu et une commande linéarisante robuste. Dans [10], une loi de commande à mode glissant est appliquée sur un modèle d'hélicoptère à quatre rotors en utilisant un estimateur adaptatif pour l'estimation de l'effet de la perturbation externe. Deux approches pour la synthèse de lois de commande, pour un drone à voilure tournante évoluant dans un milieu perturbé, sont étudiées dans la thèse de Bertrand [9] : la commande prédictive et la synthèse des lois de commandes non linéaires via une analyse par fonctions de Lyapunov dans le cas où la vitesse du véhicule n'est pas mesurée.

Pendant, la littérature sur le guidage de drones évoluant dans un environnement perturbé ne propose qu'un nombre très limité de travaux traitant de cette problématique. Citons à titre d'exemple les études proposées dans [66] sur le guidage d'un drone à voilure fixe soumis à des perturbations atmosphériques ou encore, dans [20], une loi de guidage robuste pour un mini-drone à voilure tournante type hélicoptère. Dans [66], les auteurs se sont appuyés tout d'abord sur une représentation géométrique des différents paramètres de guidage (ligne de vue, angle de correction, etc.). Ils ont ensuite couplé une loi de guidage, connue sous le nom anglophone de helmsman guidance, et un filtre de Kalman. Celui-ci est destiné à l'estimation de la vitesse du vent et de l'angle du lacet produit par la perturbation atmosphérique.

L'ensemble de ces études a fait apparaître le fait qu'il est possible d'augmenter les capacités de vol des véhicules en présence des perturbations atmosphériques. Toutefois, elles ne permettent pas l'amélioration de la sécurité du vol de l'engin en cherchant à optimiser le chemin du mini drone en fonction de l'évolution de la perturbation atmosphérique. En effet, plusieurs travaux, comme par exemple dans [49], ont montré que les performances de vol des aéronefs peuvent être considérablement améliorées en utilisant l'énergie produite par le vent. Ceci consiste à minimiser les pertes d'énergie en cherchant les zones où les forces de traînées de la perturbation sont minimales et par conséquent, la sollicitation des actionneurs sera moins importante.

D'autres travaux ont été publiés dans cette même thématique. Certains auteurs ont abordé la problématique en optimisant un critère basé sur le calcul de l'énergie totale afin de minimiser les pertes d'énergie ([34], [35]). Une méthode de calcul d'une trajectoire optimale est décrite dans [99]. Un couplage entre une loi de commande optimale et la simulation de données d'un champ de vent sont employées dans ces travaux. Dans [100], les auteurs ont présenté une méthode numérique, appelée méthode de collocation, qui permet la minimisation de la consommation de carburant. Une méthode de calcul du chemin le plus rapide en présence des perturbations atmosphériques est exposée dans [85]. Les développements sont conçus à partir d'un algorithme de recherche heuristique appelé  $A^*$  pour des trajets de longue distance dont la prédiction du champ de vent est obtenue à l'aide d'une carte de Météo France. Les auteurs ont introduit dans cet algorithme une fonction de coût favorisant le déplacement du véhicule dans la direction du vent. D'autres études, plus simples à mettre en oeuvre et moins coûteuses en temps de calcul, peuvent être trouvées dans la littérature. Ces approches utilisent des lois de guidage en intégrant l'évolution de la perturbation tel que suggéré dans [86]. Les auteurs ont développé une stratégie de guidage, pour un drone à voilure fixe en vol latéral, en intégrant les informations requises sur les perturbations extérieures par l'intermédiaire des écarts d'angles entre l'orientation de l'aéronef et celle d'une caméra embarquée qui est maintenue orientée vers le point désiré. Les résultats de simulation, exposés dans ces travaux, ont montré les bonnes performances de la stratégie adoptée. Néanmoins, elle est conçue pour un drone évoluant dans un espace à deux dimensions. D'autre part, la

technique adoptée pour la reconstitution de l'effet de la perturbation extérieure repose, en partie, sur les algorithmes de traitements d'images où la détermination de la position de la cible à suivre est une tâche délicate à réaliser. En effet, une fois que la cible n'est plus dans le champ de vision de la caméra ou si la couleur de la cible est la même que celle de l'environnement où l'aéronef se trouve, la détermination et la détection de la cible peuvent être impossibles.

Pour ces raisons, nous présentons une stratégie de guidage basée sur le couplage d'une loi de guidage, plus générique et simple à mettre en oeuvre, et d'un estimateur ensembliste à erreurs bornées.

## 5.4 Description de la stratégie développée

Un mini-drone, évoluant dans des conditions atmosphériques réelles, est souvent confronté à d'éventuelles perturbations : rafale, vent, champ de vent, courant d'air entre les bâtiments en milieu urbain, etc.

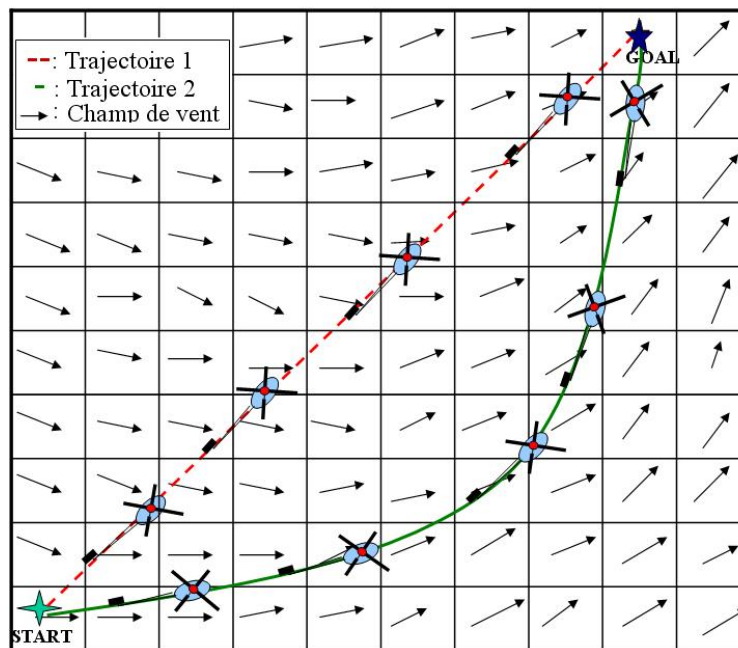


FIGURE 5.1 – Comparaison de deux missions d'un drone soumis à un champ de vent

Comme on l'a mentionné précédemment, le contrôle d'un drone, soumis à des perturbations atmosphériques, peut être effectué par deux approches. Pour comparer celles-ci, nous présentons ici un exemple illustratif via une réalisation d'une mission par points de passages (Fig.5.1).

Le mini-drone se trouve à la position START. Son but est de rejoindre une destination fixée au point GOAL. Le véhicule est soumis à un champ de vent présenté sur la figure par des vecteurs précisant la direction du vent.

Notons que la courbe en trait pointillé (--) présente la trajectoire obtenue par les approches dites classiques qui consistent à contrôler le véhicule en le dirigeant vers le point désiré, pour obtenir le chemin le plus court. Dans ce cas, la perturbation est complètement

rejetée pour maintenir le drone sur sa direction désirée, tel que montré sur la figure 5.1, en dépit de la présence d'un champ de vent transversal. Celui-ci est très dangereux pour le déplacement du véhicule. De plus, la loi de pilotage sollicitera d'avantage les actionneurs qui peuvent saturer. La courbe en trait continu (—) montre la trajectoire du mini drone où

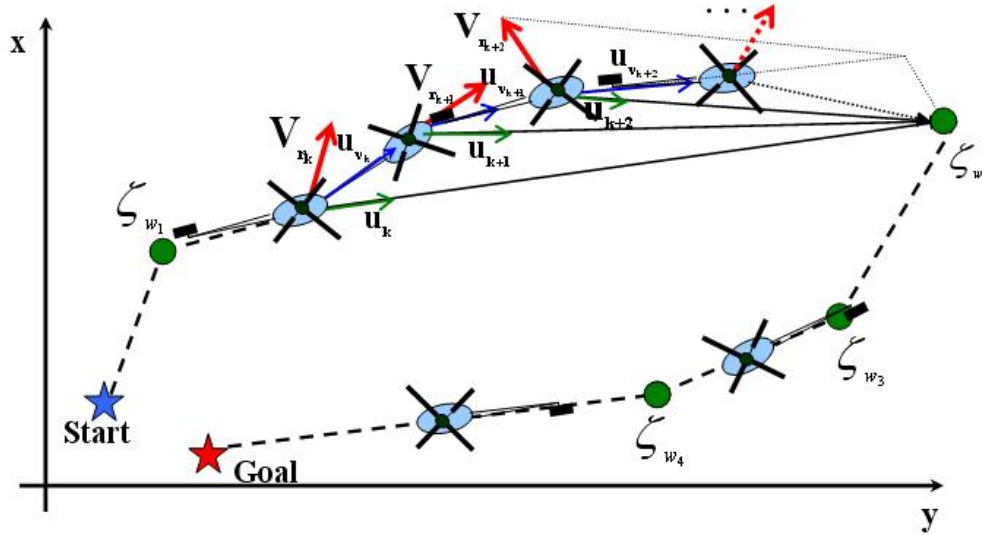


FIGURE 5.2 – Présentation graphique d'un parcours du drone soumis à des perturbations atmosphériques

la perturbation est prise en compte dans le déplacement. La stratégie de guidage pilotage consiste à chercher, d'une part, les zones atmosphériques moins dangereuses en évitant le vent transversal, et d'autre part, à utiliser les forces produites par le vent pour augmenter l'autonomie du véhicule et éviter la saturation des actionneurs. Pour ce faire, nous mettons en place une stratégie qui permet le déplacement du véhicule dans une direction qui résulte d'un compromis entre la mesure ou l'estimation de champ de vent et la direction du prochain point de passage.

La figure 5.2 montre un autre exemple de la réalisation d'une mission par points de passage de coordonnées  $\zeta_{w_i}$ . Nous supposons que le drone se dirige, suivant sa ligne de vue  $\mathbf{u}_k$ , vers le prochain point de passage. A l'instant  $k$ , le véhicule est soumis à un champ de vent noté par  $\mathbf{V}_{r_k}$ .

La stratégie de commande développée consiste à trouver une direction, fixée par la ligne de vue virtuelle  $\mathbf{u}_{v_k}$ , qui est un compromis entre la direction de la perturbation, information mesurée ou estimée, et la direction du prochain point de passage. Le chapitre 7 décrit la loi de guidage qui permet le calcul de la ligne de vue  $\mathbf{u}_{v_k}$ , ainsi que la loi de pilotage.

## 5.5 Conclusion

Ce chapitre a dressé un état de l'art sur les stratégies de guidage pilotage pour des drones évoluant en milieu perturbé. Nous avons décrit le principe du fonctionnement de la stratégie de guidage développée. Il s'avère qu'il est plus judicieux de trouver un compromis entre la direction de la perturbation et celle du prochain point de passage que de rejeter complètement la perturbation.

Le chapitre suivant expose les différentes étapes algorithmiques qui permettent la réalisation de cette stratégie.



## Chapitre 6

# Guidage pilotage pour un drone évoluant dans un milieu perturbé



Le chapitre précédent décrit le principe du fonctionnement de la stratégie de guidage pilotage vis-à-vis des perturbations atmosphériques. Ce chapitre porte sur la conception de la stratégie de commande en boucle fermée.

Nous commençons par la description de la loi de guidage classique par navigation proportionnelle. Nous proposons une modification de cette loi pour qu'elle intègre l'évolution de la perturbation atmosphérique dans le déplacement du véhicule. Compte tenu des consignes de guidage obtenues, une loi de pilotage est enfin déterminée. La réalisation d'une mission, illustrée en simulation, est exposée afin d'évaluer les performances de la stratégie de commande développée.

## 6.1 Modules constituant la boucle NGP

Le schéma de fonctionnement de la stratégie de commande en boucle fermée est celui de la figure 6.1. Cette boucle est composée des modules suivants :

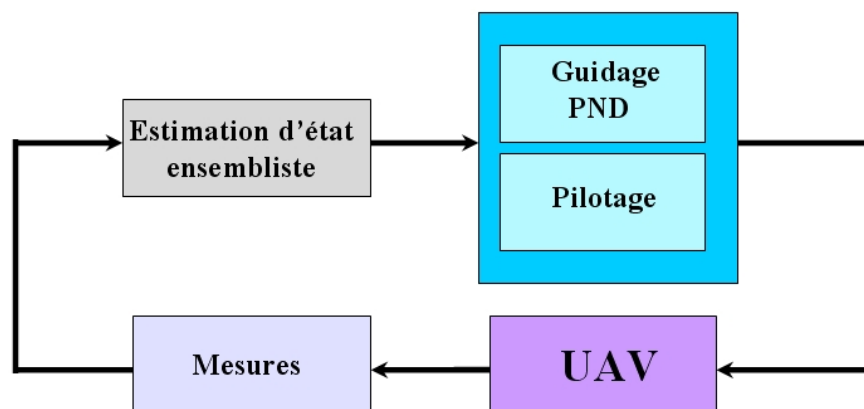


FIGURE 6.1 – Boucle fermée de la stratégie de contrôle

- l'estimateur ensembliste à erreurs bornées : estimation de l'état du système et des perturbations atmosphériques où les bruits sont supposés à variations bornées sans aucune hypothèse sur leurs distributions.
- la loi de guidage PND : cette loi permet l'intégration de l'évolution de la perturbation dans le déplacement du véhicule.
- la loi de pilotage : traduit les consignes de guidage en ordres transmis aux actionneurs afin de réaliser le déplacement nécessaire pour rallier le point ou la trajectoire désirée.

Le premier module est déjà développé dans la partie I. On s'intéresse ici à la détermination des lois de guidage pilotage.

## 6.2 Stratégie de guidage avec la perturbation

Les lois de guidage pour missiles fournissent une série d'outils très importants qui peuvent être adaptés aux drones et leur permettre d'approcher une cible, de rallier des points de passage ou de suivre une trajectoire prédéfinie.

Rappelons que les lois de guidage les plus couramment utilisées pour rallier une cible sont la loi de poursuite et la loi de navigation proportionnelle. La loi de poursuite permet d'aligner la vitesse du poursuivant sur la ligne qui le relie à sa cible. La trajectoire obtenue correspond à la "courbe du chien" et se termine par une approche par l'arrière de la cible. La navigation proportionnelle, sans doute la plus utilisée, se scinde en navigation proportionnelle pure (PPN) et navigation proportionnelle vraie (TPN) ([51] et [101]). Le principe de correction de la trajectoire est effectué de façon à ce que l'engin forme avec la cible une figure de collision, c'est à dire un triangle homothétique.

D'autre part, des méthodes de guidage de drones spécifiques ont été étudiées et appliquées sur différents engins. Dans [84], les auteurs ont développé une loi de guidage par la méthode de Lyapunov pour un suivi de trajectoire représenté par un système affine par morceaux. Des lois de guidage, basées sur une représentation géométrique, ont été également développées dans [15]. Les auteurs exposent des lois basées aussi sur l'analyse de la fonction de Lyapunov pour des différents modèles dans un espace à deux et trois dimensions.

Dans ce travail on s'intéresse à la conception d'une loi de guidage permettant de tenir compte de l'évolution de la perturbation dans le déplacement du mini drone. La loi de guidage par navigation proportionnelle (NP) est tout d'abord exposée. Nous explicitons ensuite la loi de guidage PND (Proportional Navigation with Disturbance).

### 6.2.1 Guidage par navigation proportionnelle pure

La loi de navigation proportionnelle est largement utilisée dans le cadre de guidage des missiles pour l'interception. Ces lois de guidage se caractérisent par leur facilité d'implémentation et leurs performances sur divers véhicules.

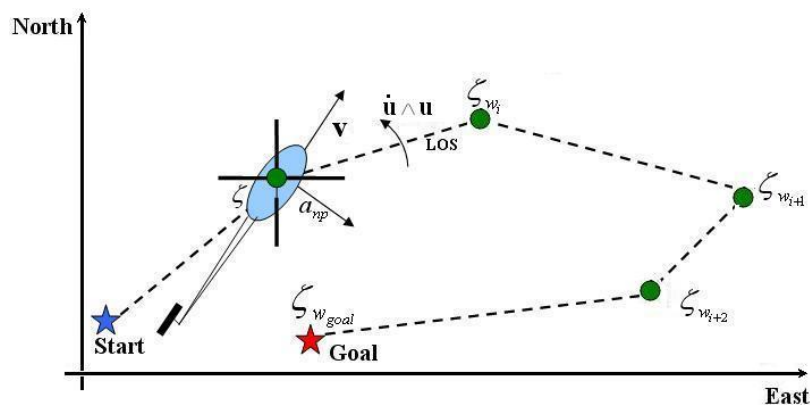


FIGURE 6.2 – Représentation géométrique du guidage par ligne de vue

Pour écrire les équations de la loi de guidage, définissons tout d'abord les variables (Fig.6.2).

Soit  $\mathbf{u}$  le vecteur unitaire de la ligne de vue

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{e}}{D} \quad (6.1)$$

où  $D$  est la distance entre le véhicule et le prochain point de passage ( $D = \sqrt{\mathbf{e}^t \mathbf{e}}$ ),  $\mathbf{e}$  est le vecteur de la ligne de vue, et  $\zeta_{w_i}$  et  $\zeta$  sont respectivement les positions du point de passage et celle du mini-drone :

$$\mathbf{e} = \zeta_{w_i} - \zeta \quad (6.2)$$

La loi NP, décrite par le diagramme de la figure 6.3, consiste à annuler la vitesse de rotation

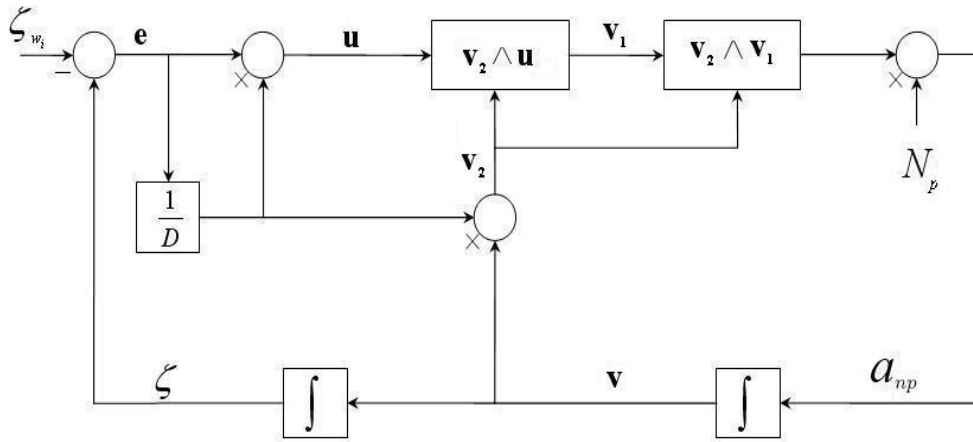


FIGURE 6.3 – Module de guidage NP

perpendiculaire à la ligne de vue ( $\dot{\mathbf{u}} \wedge \mathbf{u}$ ). Le calcul de l'accélération correspondante qui permet à l'engin d'atteindre le point désiré est :

$$\mathbf{a}_{np} = N_p \frac{1}{D} \mathbf{v} \wedge \mathbf{v}_1 \quad (6.3)$$

où  $N_p$  est le gain de navigation et la vitesse  $\mathbf{v}_1$  est définie comme étant

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v} \wedge \mathbf{u} \quad (6.4)$$

Dans les différentes étapes de la loi PN, l'influence des perturbations atmosphériques n'est pas prise en compte dans le critère de variation. Cela est principalement dû à son niveau d'importance par rapport à d'autres facteurs comme, par exemple, les manoeuvres d'une cible. Dans ce contexte, la loi PN n'est pas utilisée à des fins d'interception, mais destinée à la navigation par points de passage tel suggéré dans [49]. Ainsi, la vitesse de la cible n'est plus utilisée dans le calcul, par contre dans le cas des mini-drones, les conditions atmosphériques jouent un rôle majeur pour contrer le déplacement du véhicule vers la destination prédéfinie. C'est pourquoi nous présentons une transformation de la loi PN afin de prendre en compte ces perturbations.

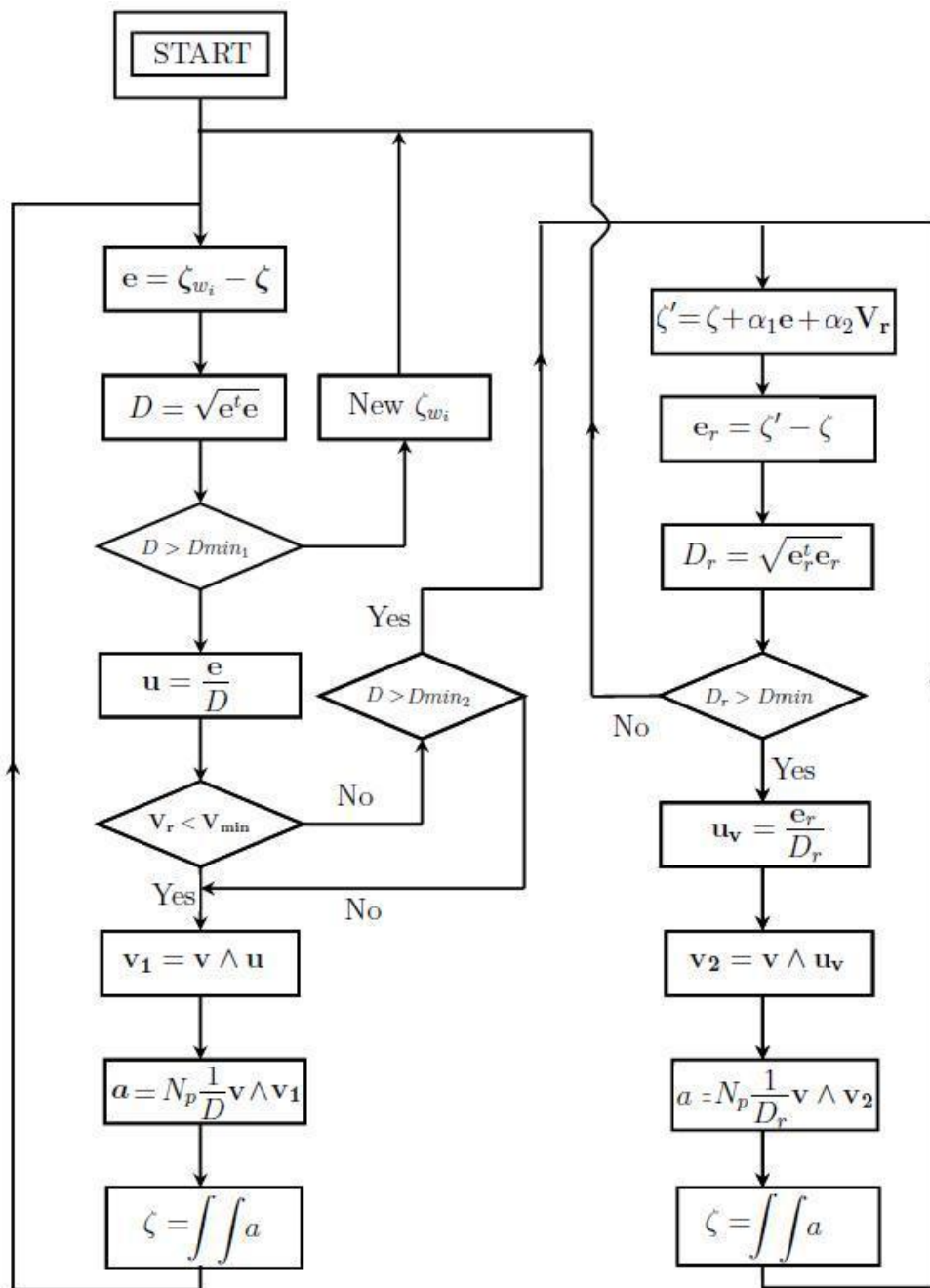


FIGURE 6.4 – Algorithme de la loi PND

### 6.2.2 Loi de guidage intégrant l'évolution de la perturbation atmosphérique

Cette section a pour objet l'intégration de l'influence de la perturbation atmosphérique dans la loi de guidage PN. Nous introduisons cet effet dans une définition étendue de la ligne de vue et donc dans la consigne d'accélération fournie par la loi PN. La stratégie de guidage PND favorise le déplacement du véhicule dans une direction qui est un compromis entre la direction désirée et l'évolution de la perturbation estimée selon le diagramme de la figure 6.4. Le choix de décision algorithmique permet la minimisation des pertes d'énergie

et l'augmentation de la sécurité de vol du mini drone en évitant les zones atmosphériques à risque telle une perturbation transversale.

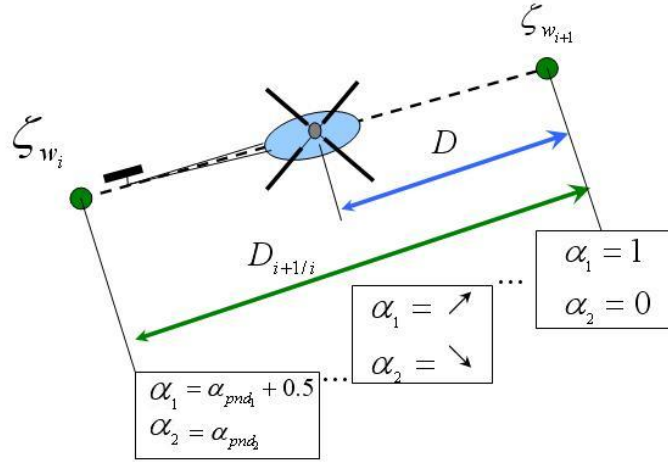


FIGURE 6.5 – Évolution des paramètres de pondération entre deux points de passages

Pour ce faire, on définit une ligne de vue virtuelle  $\mathbf{u}_v$  appartenant au plan formé par la ligne de vue  $\mathbf{u}$  et l'estimation de la vitesse de perturbation  $\mathbf{V}_r$ . L'expression du vecteur ligne de vue de la loi PND s'exprime alors sous forme :

$$\mathbf{u}_v = \frac{1}{D_r}(\alpha_1 \mathbf{e} + \alpha_2 \mathbf{V}_r) \quad (6.5)$$

où  $\alpha_1$  est un paramètre

$$\alpha_1 = \alpha_{pnd} \frac{D}{D_{i/i+1}} + \frac{1}{1 + \frac{D}{D_{i/i+1}}} \quad (6.6)$$

$\alpha_2$  est une matrice définie par

$$\alpha_2 = \frac{D}{D_{i/i+1}} \mathbf{K}_1 \quad (6.7)$$

et  $D_r$  est défini par

$$D_r = \sqrt{\mathbf{e}_r^t \mathbf{e}_r} \quad (6.8)$$

avec  $\alpha_{pnd}$  une constante;  $D_{i/i+1}$  la distance entre deux points de passage successifs. La matrice  $\mathbf{K}_1$  est choisie de façon à favoriser un déplacement suivant l'horizontal. En effet, le déplacement du véhicule selon la verticale pourrait augmenter la consommation du carburant :

$$\mathbf{K}_1 = \begin{pmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{12} & 0 \\ 0 & 0 & k_{13} \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

où  $k_{11} = k_{12} = 1$  et  $0 < k_{13} \leq 1$ .

Pour les coefficients  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , on favorise la pondération sur la perturbation quand le véhicule est assez loin du prochain point de passage. Quand le véhicule se rapproche de ce dernier, la pondération n'est plus prise en compte (Fig.6.5). La stratégie de guidage devient alors un guidage par navigation proportionnelle ( $\alpha_1 = 1$  et  $\alpha_2 = 0$ ).

La figure 6.6 montre un scénario pour illustrer la stratégie proposée : à l'instant  $t = 0 \text{ sec}$ , le mini-drone hélicoptère est localisé au point de départ. La mission du véhicule consiste à atteindre le point cible  $\zeta_{w_{goal}}$ . Le mini-drone se dirige vers le prochain point de passage  $\zeta_{w_i}$ . A l'instant  $t = t_k$ , le véhicule subit une perturbation atmosphérique d'amplitude et de direction estimées ou mesurées. La loi PND permet le changement de l'orientation du véhicule dans le plan formé par la ligne de vue ( $\alpha_1 \mathbf{e}_k$ ) et la direction du vecteur vent ( $\alpha_2 \hat{\mathbf{V}}_r$ ). A l'instant  $t = t_{k+1}$ , une nouvelle estimation de la perturbation est disponible, la pondération est réalisée de façon identique à celle effectuée à l'instant  $t_k$ . À l'instant  $t = t_{k+2}$ , le véhicule subit une perturbation de faible intensité ( $\|\hat{\mathbf{V}}_r\| < \|V_{seuil}\|$ ). Dans ce cas, la pondération sur la perturbation est annulée ( $\alpha_2 = 0$ ).

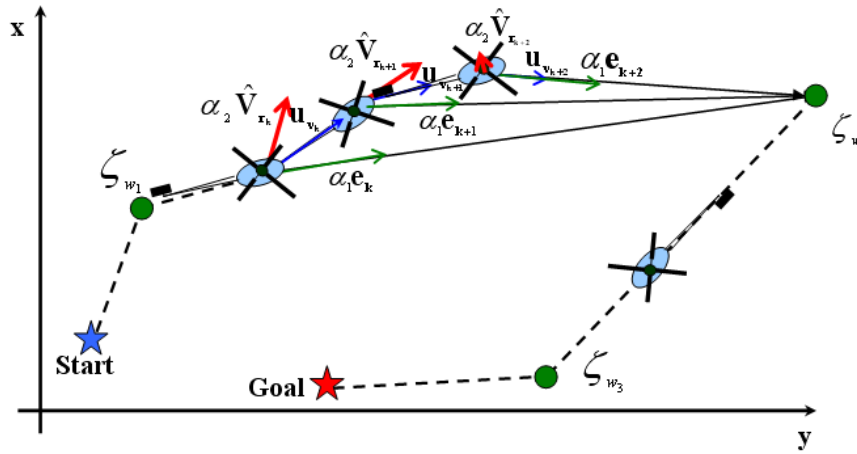


FIGURE 6.6 – Scénario de la loi PND

Nous avons déterminé une loi de guidage qui permet d'intégrer l'évolution de la perturbation dans le déplacement du véhicule. Cette loi calcule une consigne en accélération. La traduction en terme d'ordres aux actionneurs va être traitée et réalisée par le module pilotage.

### 6.3 Pilotage du mini-drone hélicoptère

Nous déterminons ici une loi de pilotage pour compléter la boucle de navigation guidage pilotage. La dynamique d'un mini-drone est en général complexe, fortement non-linéaire et ne possède aucune structure particulière. Notre choix s'est porté plus particulièrement sur la commande hiérarchique. Cette loi permet la commande d'un système en le décomposant en deux sous-systèmes. Cette décomposition est liée à une séparation des échelles de temps qui est formalisée et analysée en s'appuyant sur la théorie des perturbations singulières. Son formalisme ainsi que des résultats de stabilité de ces systèmes sont présentés dans Khalil [40] et Kokotovic et al. [47]. Le premier sous système comprend la dynamique de translation, correspondant à la dynamique lente, et le deuxième comprend la dynamique de rotation correspondant à la dynamique rapide. Ensuite, nous explicitons les expressions analytiques des lois de commande. Une réalisation d'une mission, illustrée en simulation, est montrée. Enfin, l'analyse des performances ainsi que les limitations de la stratégie adoptée seront exposées.



### 6.3.1 Modèle de mini drone pour la synthèse des lois de pilotage

Pour effectuer cette décomposition en deux sous systèmes, la dynamique du mini drone est réécrite en utilisant une séparation des échelles des temps entre la dynamique de translation et la dynamique de rotation. Une adaptation du modèle est alors nécessaire pour appliquer cette séparation. En effet, il existe entre les deux dynamiques un terme de couplage dont on cherche à exprimer la relation en utilisant le même formalisme que celui employé dans [57].

Soit  $F_p$  la somme, exprimée dans  $R_I$ , de la force du rotor principal  $F_{mr}$  et de la force du rotor de queue  $F_{tr}$

$$F_p = \mathcal{R}(F_{mr} + F_{tr}) \quad (6.10)$$

Compte tenu des équations (2.29) et (2.30), la force  $F_p$  s'exprime sous la forme

$$F_p = -\|F_n\|\mathcal{R}e_3 - a_1\|F_n\|\mathcal{R}e_1 + (b_1\|F_n\| + F_t)\mathcal{R}e_2 \quad (6.11)$$

$F_n$  est la force de poussée verticale du rotor principal, et  $F_t$  est la force produite par le rotor de queue. Cette force peut être réécrite sous la forme

$$F_p = -u\mathcal{R}e_3 + \mathcal{R}LK^{-1}\Gamma \quad (6.12)$$

où  $u$  est la commande de la dynamique de translation. Elle est définie suivant la direction  $e_3^b$  et est exprimée comme étant

$$u = -\|F_n\|e_3^b \quad (6.13)$$

Le terme  $\mathcal{R}LK^{-1}\Gamma$  désigne une force orthogonale à la direction  $e_3^b$ . Il correspond à une faible force, appelée couramment "Small Body Force", introduisant une instabilité dans le système. Son expression est définie par

$$\mathcal{R}LK^{-1}\Gamma = -a_1u\mathcal{R}e_1 + (b_1u + F_t)\mathcal{R}e_2 \quad (6.14)$$

avec  $\Gamma$  la commande de la dynamique de rotation :

$$\Gamma = b_{rp} \wedge F_{mr} + b_{rq} \wedge F_{tr} \quad (6.15)$$

$$= K \begin{pmatrix} -\|F_n\|a_1 \\ \|F_n\|b_1 \\ F_t \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

où  $b_{mr}$  et  $b_{tr}$  sont respectivement les bras de levier du rotor principal et du rotor de queue. En supposant que le centre de masse se situe sur l'axe du rotor principal, le bras de levier de celui-ci est

$$b_{mr} = (0, 0, b_{mr}^z)^t \quad (6.17)$$

En revanche, en supposant que le rotor de queue se trouve sur l'axe de roulis, on peut exprimer le bras de levier du rotor de queue sous forme

$$b_{tr} = (b_{tr}^x, 0, 0)^t \quad (6.18)$$

Sous ces hypothèses, les matrices  $L$  et  $K$  sont constantes et définies respectivement par

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.19)$$

$$K = \begin{pmatrix} 0 & -b_{mr}^z & 0 \\ b_{mr}^z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{tr}^x \end{pmatrix} \quad (6.20)$$

En introduisant l'expression (6.12) dans la dynamique définie par les équations (2.27), on obtient

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \\ m\dot{v} = -u\mathcal{R}e_3 + mge_3 + \mathcal{F}_{ext} + \mathcal{R}LK^{-1}\Gamma \\ \dot{\mathcal{R}} = \mathcal{R}\Omega_{\times} \\ I\dot{\Omega} = -\Omega \wedge I\Omega + \Gamma + \mathcal{M}_{ext} \end{cases} \quad (6.21)$$

où la force résultante ( $\mathcal{F}_{ext}$ ) et le moment résultant ( $\mathcal{M}_{ext}$ ) sont définis respectivement comme suit

$$\mathcal{F}_{ext} = \mathcal{R}F_f + \mathcal{F}_{vent} \quad (6.22)$$

$$\mathcal{M}_{ext} = \Delta_k + \mathcal{M}_{vent} \quad (6.23)$$

En se référant à la théorie des perturbations singulières, la dynamique du mini drone peut être décomposée en dynamique lente et en dynamique rapide correspondant respectivement aux dynamiques de translation et de rotation :

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \\ m\dot{v} = -u\mathcal{R}e_3 + mge_3 + \mathcal{F}_{ext} + \mathcal{R}LK^{-1}\Gamma \\ \epsilon\dot{\mathcal{R}} = \mathcal{R}\Omega_{\times} \\ \epsilon I\dot{\Omega} = -\Omega \wedge I\Omega + \Gamma + \mathcal{M}_{ext} \end{cases} \quad (6.24)$$

Pour synthétiser les lois de commande, il est nécessaire d'introduire des hypothèses permettant de ne pas prendre en compte les différents couplages entre les deux dynamiques :

- **Hypothèse 1** *On suppose que la convergence de la dynamique de rotation (respectivement de translation) est beaucoup plus rapide (respectivement plus lente) que celle de la dynamique de translation (respectivement de rotation), et que l'on a ainsi  $\mathcal{R} = \mathcal{R}^d$  (respectivement  $\dot{\mathcal{R}}^d = 0$ , et donc  $\Omega^d = 0$ ).*
- **Hypothèse 2** *Le terme  $\mathcal{R}LK^{-1}\Gamma$  est, à cette étape de l'étude, supposé négligé.*

Compte tenu des **Hypothèses 1 et 2**, le système considéré pour la synthèse de la commande en position se réduit à la dynamique de translation :

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \\ m\dot{v} = -u\mathcal{R}^d e_3 + mge_3 + \mathcal{F}_{ext} \end{cases} \quad (6.25)$$

Pour la synthèse de la loi de commande en attitude, une matrice de déviation est introduite :

$$\tilde{\mathcal{R}} = (\mathcal{R}^d)^t \mathcal{R} \quad (6.26)$$

D'après l'**Hypothèse 1**, on a  $\dot{\mathcal{R}}^d = 0$  et par conséquent, la dérivée de la matrice de déviation est exprimée comme suit :

$$\dot{\tilde{\mathcal{R}}} = (\mathcal{R}^d)^t \dot{\mathcal{R}} = (\mathcal{R}^d)^t \mathcal{R}\Omega_{\times} \quad (6.27)$$

et compte tenu de l'équation (6.26), on a alors

$$\dot{\tilde{\mathcal{R}}} = \tilde{\mathcal{R}}\Omega_{\times} \quad (6.28)$$

D'où, le modèle qui pourra être utilisé pour cette commande :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathcal{R}}} = \tilde{\mathcal{R}}\Omega_{\times} \\ I\dot{\tilde{\Omega}} = -\tilde{\Omega} \wedge I\tilde{\Omega} + \Gamma + \mathcal{M}_{ext} \end{cases} \quad (6.29)$$

Enfin, en faisant apparaître deux termes d'erreurs d'estimation de la force et moment extérieurs  $\tilde{\mathcal{F}}$  et  $\tilde{\mathcal{M}}$ ,

$$\tilde{\mathcal{F}} = \mathcal{F}_{ext} - \hat{\mathcal{F}}_{ext} \quad (6.30)$$

$$\tilde{\mathcal{M}} = \mathcal{M}_{ext} - \hat{\mathcal{M}}_{ext} \quad (6.31)$$

on peut alors réécrire les modèles (6.25) et (6.29) sous forme :

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \\ m\dot{v} = -u\mathcal{R}^d e_3 + mge_3 + \hat{\mathcal{F}}_{ext} + \{\tilde{\mathcal{F}}_{ext}\} \end{cases} \quad (6.32)$$

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathcal{R}}} = \tilde{\mathcal{R}}\Omega_{\times} \\ I\dot{\tilde{\Omega}} = -\tilde{\Omega} \wedge I\tilde{\Omega} + \Gamma + \hat{\mathcal{M}}_{ext} + \{\tilde{\mathcal{M}}_{ext}\} \end{cases} \quad (6.33)$$

### 6.3.2 Commande en cascade

La décomposition en deux dynamiques implique un contrôleur qui a une structure en cascade. Deux lois de commandes par l'approche Backstepping sont synthétisées pour la commande en position, dans le cas d'un suivi de trajectoire, et pour la commande en attitude (voir Fig.6.7). Nous allons nous limiter à la formulation de la technique en rappelant ses principales étapes. Pour de plus amples détails de la méthode ainsi que les preuves de la stabilité globale de la dynamique, le lecteur peut se référer aux références [70] et [9].

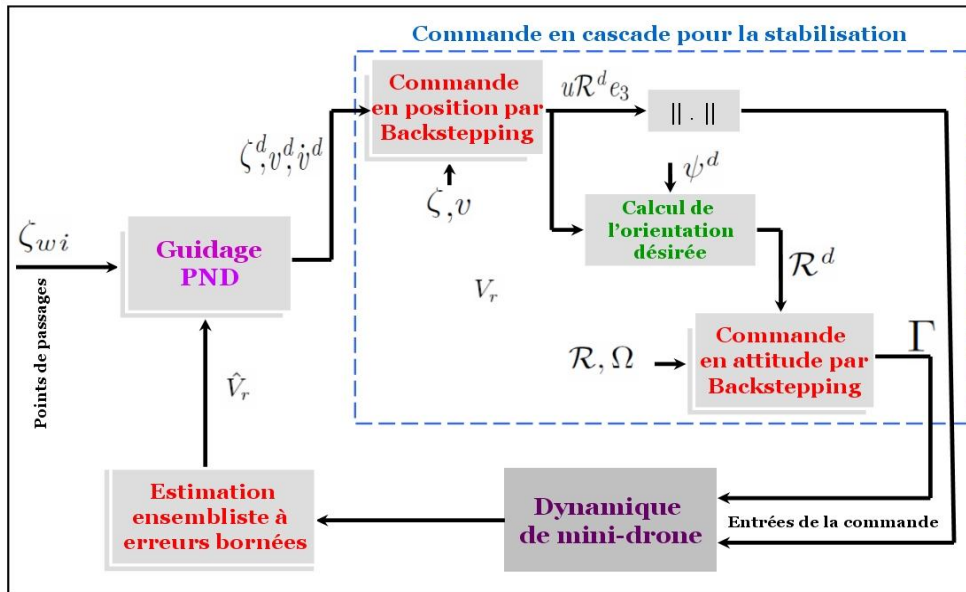


FIGURE 6.7 – Stratégie de contrôle en cascade

### Contrôle de la dynamique de translation

En prenant la dynamique (6.32), nous considérons alors le cas d'un suivi de trajectoire par points de passages. Rappelons que la loi de guidage PND fournie l'accélération nécessaire pour rallier un point désiré. En intégrant deux fois cette accélération, on obtient la trajectoire de référence  $\zeta^d$

$$\zeta^d = \int \int a_{pnd} \quad (6.34)$$

Introduisons maintenant les définitions des écarts en position et en vitesse

$$\epsilon_1 = \zeta - \zeta^d \quad (6.35)$$

$$\epsilon_2 = v - v^d \quad (6.36)$$

où  $v^d$  est la vitesse désirée du mini-drone telle que

$$v^d = \int a_{pnd} \quad (6.37)$$

Soit  $\delta_1$  la première fonction de stockage associée à la procédure du Backstepping

$$\delta_1 = \frac{m}{k_1} \epsilon_2 + \epsilon_1 \quad (6.38)$$

où  $k_1$  est un gain strictement positif. Sous les hypothèses  $\tilde{\mathcal{F}}_{ext} = 0$  et  $\mathcal{R} = \mathcal{R}^d$ , le système (6.32) peut s'écrire à nouveau

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_1 = -\frac{k_1}{m} \epsilon_1 + \frac{k_1}{m} \delta_1 \\ \dot{\delta}_1 = -\frac{k_1}{m} \epsilon_1 + \frac{k_1}{m} \delta_1 - \frac{u}{k_1} \mathcal{R}^d e_3 + \frac{m}{k_1} g e_3 - \frac{m}{k_1} \dot{v}^d + \frac{1}{k_1} \hat{\mathcal{F}}_{ext} \end{cases} \quad (6.39)$$

où  $\dot{v}^d$  est l'accélération désirée de l'hélicoptère ( $\dot{v}^d = a_{pnd}$ ).

En choisissant la fonction de Lyapunov candidate,

$$L_1 = \frac{1}{2} \epsilon_1^t \epsilon_1 + \frac{1}{2} \delta_1^t \delta_1 \quad (6.40)$$

la dynamique de translation (6.32) est exponentiellement stabilisable par le vecteur de commande en position

$$F_u = -u \mathcal{R}^d e_3 = -m g e_3 - \hat{F}_{ext} + m \dot{v}^d - 2 \frac{k_1^2}{m} \delta_1 \quad (6.41)$$

La loi de commande en position permet la détermination de la force de poussée afin de rallier les points de passage ou la trajectoire désirée. Cette force est caractérisée par sa norme et une direction de son vecteur. Cette direction permet aussi la connaissance de l'orientation désirée du véhicule qui est nécessaire pour la commande en attitude. Pour la déterminer, une méthode de calcul, compte tenu de la connaissance du vecteur commande en position  $F_u$  et d'une référence en lacet  $\psi^d$ , est proposée dans les travaux de Bertrand [9]. L'annexe C fournit le détail de calcul de l'angle du lacet en fonction de la ligne de vue.

**Contrôle de la dynamique de rotation :**

Le contrôleur en attitude permet d'orienter le véhicule vers la direction désirée. Pour ce faire, le couple d'entrée  $\Gamma$  fixe les consignes nécessaires en orientation qui doivent être transmis aux actionnaires afin de réaliser la direction désirée. Pour déterminer son expression, nous adaptons également une loi développée pour un drone à voilure tournante [70] pour l'appliquer au mini-drone hélicoptère .

Compte tenu de la dynamique (6.33) et en supposant que l'erreur d'estimation  $\tilde{\mathcal{M}}_{ext}$  est nulle, la dynamique de rotation devient

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathcal{R}}} = \tilde{\mathcal{R}}\tilde{\Omega}_\times \\ I\dot{\tilde{\Omega}} = -(\tilde{\Omega} + \bar{\Omega}^d) \wedge I(\tilde{\Omega} + \bar{\Omega}^d) + \Gamma + I\tilde{\Omega} \wedge \bar{\Omega}^d - I\tilde{\mathcal{R}}^t\dot{\Omega}^d + \hat{\mathcal{M}}_{ext} \end{cases} \quad (6.42)$$

où  $\tilde{\Omega} = \Omega - \bar{\Omega}^d$ , et  $\bar{\Omega}^d = \tilde{\mathcal{R}}^t\Omega^d$  Soit la fonction de Lyapunov candidate

$$L_2 = \frac{1}{2}tr(I_{3*3} - \tilde{\mathcal{R}}) + \frac{1}{2}\delta_2^t I \delta_2 \quad (6.43)$$

où  $\delta_2$  désigne la fonction de stockage associée

$$\delta_2 = \tilde{\Omega} - \tilde{\Omega}^d \quad (6.44)$$

Le vecteur couple de commande  $\Gamma$  stabilise exponentiellement la dynamique de rotation (6.33)

$$\Gamma = (\tilde{\Omega} + \bar{\Omega}^d)_\times I(\tilde{\Omega} + \bar{\Omega}^d) - I\tilde{\Omega}_\times \bar{\Omega}^d + I\tilde{\mathcal{R}}^t\dot{\Omega}^d + I\tilde{\Omega}^d - \hat{\mathcal{M}}_{ext} - \tilde{\Omega}^d - k_2\delta_2 \quad (6.45)$$

où  $k_2$  est un paramètre strictement positif.

**6.4 Résultats de simulation**

A travers un exemple de simulation, nous proposons d'évaluer les performances de l'approche décrite et d'analyser le comportement du mini-drone réalisant une mission prédéfinie.

Le mini-drone, initialement à la position  $\zeta_0 = (2, 3, 1)^t$ , doit accomplir une mission qui nécessite le passage par les points définis par la matrice

$$M_{wp} = \begin{pmatrix} 40 & 80 & 10 & 135 \\ 30 & 50 & 80 & 100 \\ 15 & 10 & 20 & 20 \end{pmatrix} \quad (6.46)$$

La destination finale du véhicule est localisée à la position  $\zeta_f = (190, 90, 0)^t$ .

L'évolution réelle de la vitesse de rafale est simulée par le modèle mathématique suivant (Fig.6.8) :

– Composante de la rafale suivant l'axe x :

$$\begin{cases} u_r = \frac{u_m}{2}(1 - \cos(\pi x/L_{u_x})) & \text{pour } x_{sg} < x < x_{eg} \\ u_r = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6.47)$$

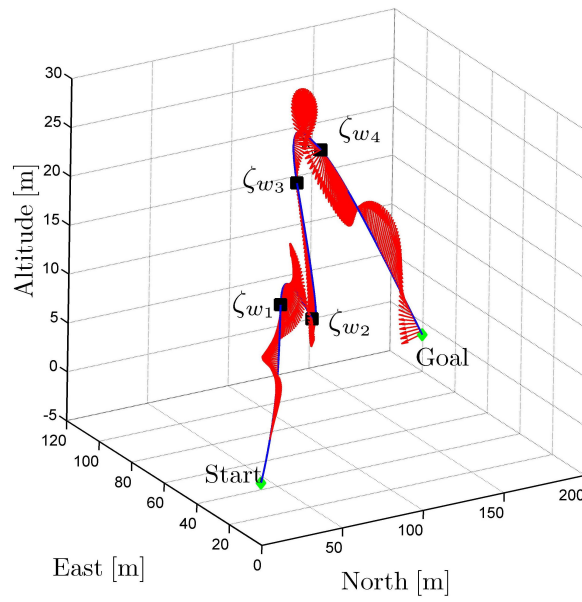


FIGURE 6.8 – Évolution du champ de vent le long de la trajectoire

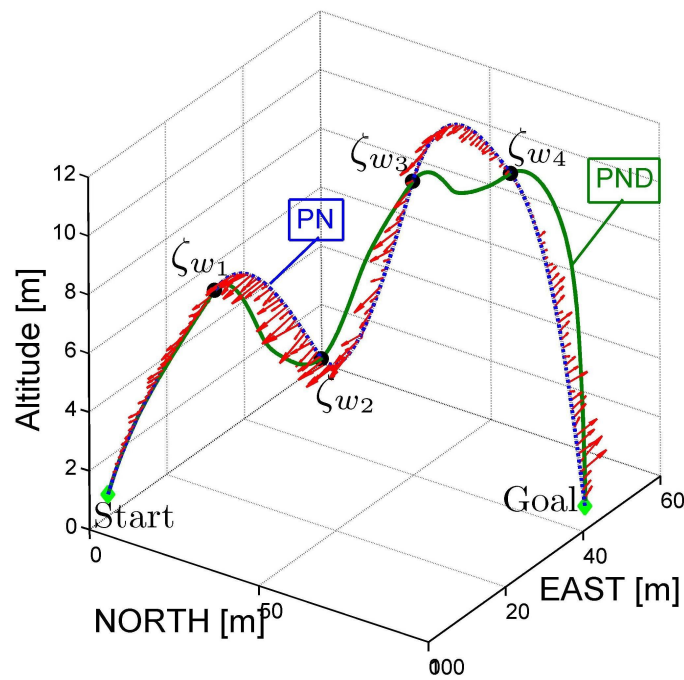


FIGURE 6.9 – Comparaison des trajectoires

– Composante de la rafale suivant l'axe y :

$$\begin{cases} v_r = \frac{v_m}{2}(1 - \cos(\pi x/L_{u_y})) & \text{pour } x_{sg} < x < x_{eg} \\ v_r = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6.48)$$

– Composante de la rafale suivant l'axe z :

$$\begin{cases} w_r = \frac{w_m}{2}(1 - \cos(\pi x/L_{u_z})) & \text{pour } x_{sg} < x < x_{eg} \\ w_r = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6.49)$$

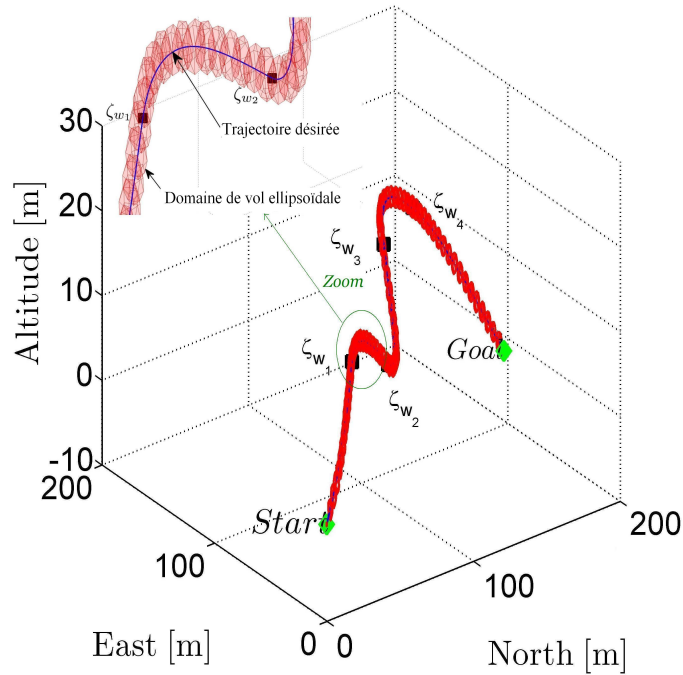


FIGURE 6.10 – Domaine de vol sécurisé pour un hélicoptère miniature en milieu perturbé

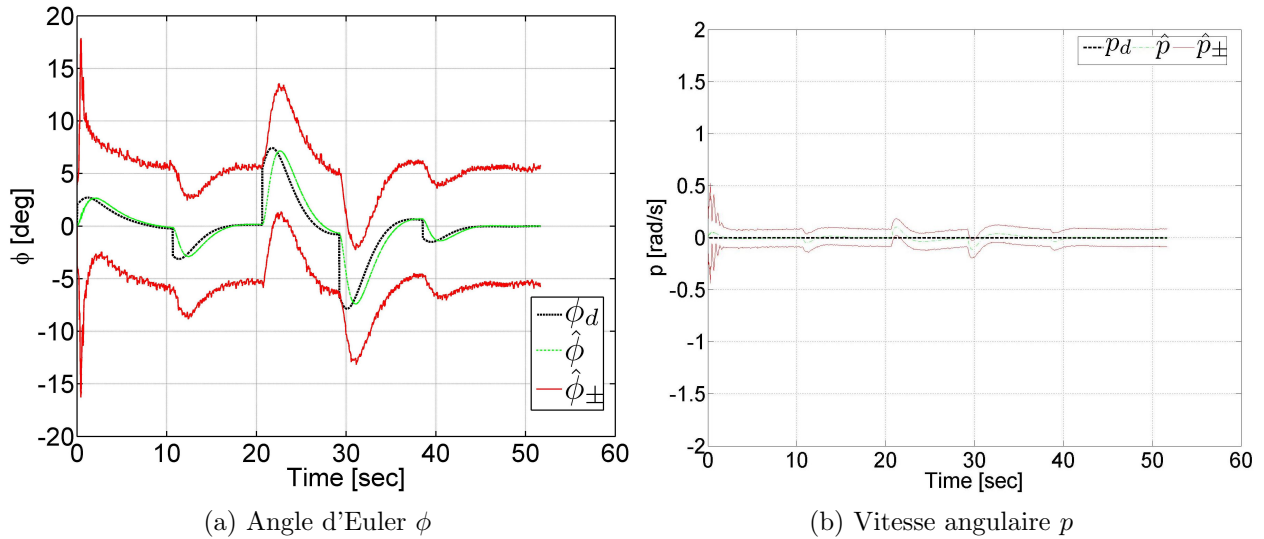


FIGURE 6.11 – Evolution de l'état réel et son estimé

où  $x_{sg}$  et  $x_{eg}$  représentent respectivement la distance de localisation de la rafale et la distance où l'hélicoptère quitte la rafale de vent. Les vitesses  $u_m$ ,  $v_m$ , et  $w_m$  sont les composantes de la densité de la rafale de vent, et  $L_{u_{x,y,z}}$  est la demi-longueur de la rafale.

La figure 6.9 montre les trajectoires 3D obtenues par la loi de navigation proportionnelle pure et la loi PND proposée. La courbe en trait discontinu (—) correspond à l'évolution de la trajectoire désirée obtenue par la loi PN. La trajectoire désirée avec la loi d'orientation PND est représentée par la courbe en trait continu (—). L'évolution réelle de la trajectoire et son estimée sont ensuite présentées par la figure 6.10.

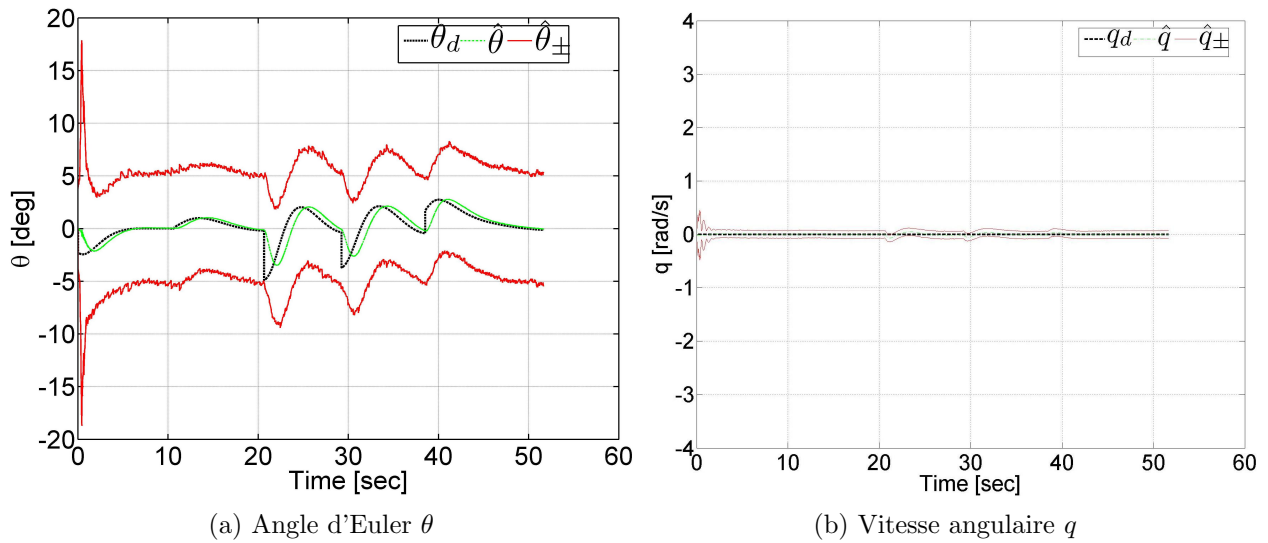


FIGURE 6.12 – Evolution de l'état réel et son estimé

Pour chaque graphique, le tracé de la courbe en trait discontinu (—) représente le vecteur d'état désiré, le tracé de la courbe en trait pointillé (---) correspond à l'évolution du centre de l'ellipsoïde, et le tracé de la courbe en trait continu (—) montre les valeurs limites de l'ellipsoïde estimé.

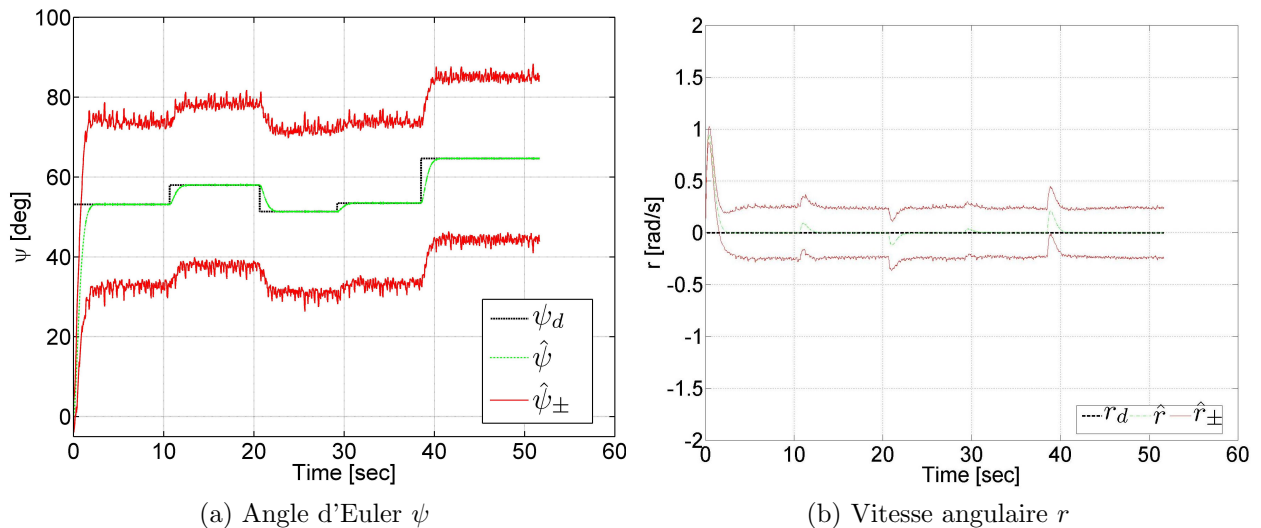


FIGURE 6.13 – Évolution de l'état réel et son estimé

La dynamique de rotation est représentée par les figures 6.11-6.13. Le vecteur des paramètres non mesurés  $\omega_r$  est représenté par les figures 6.14 et 6.15. Les figures 6.16 et 6.17 montrent la restitution de l'évolution des composantes du vent.

On remarque que l'évolution des variables réelles et leurs estimées coïncident après quelques secondes. Les objectifs sont alors atteints, puisque le comportement du système se trouve toujours dans les limites requises.



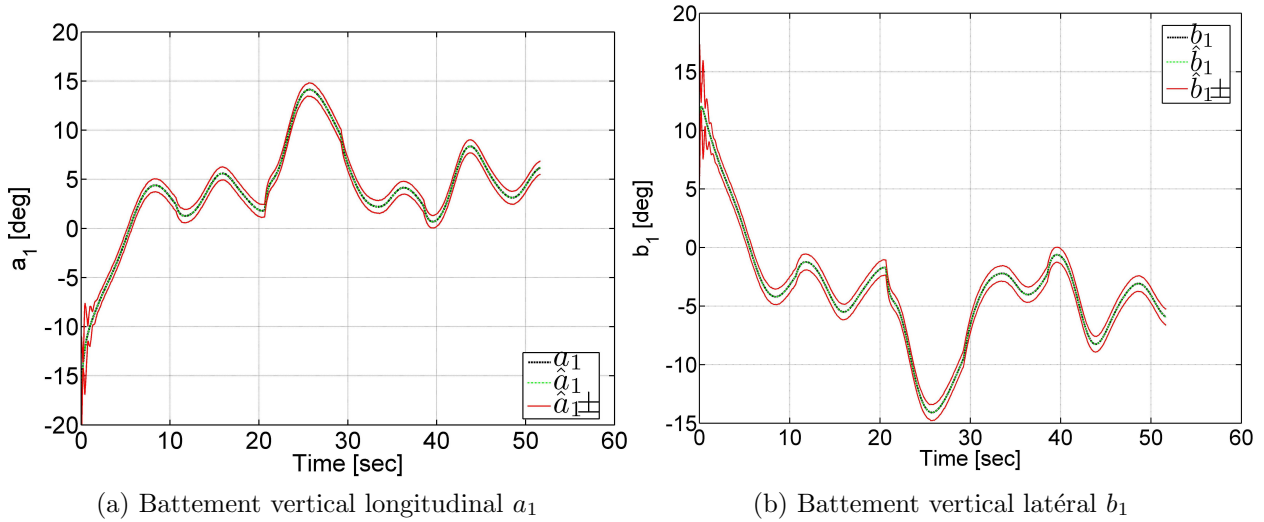


FIGURE 6.14 – Évolution de l'état réel et son estimé

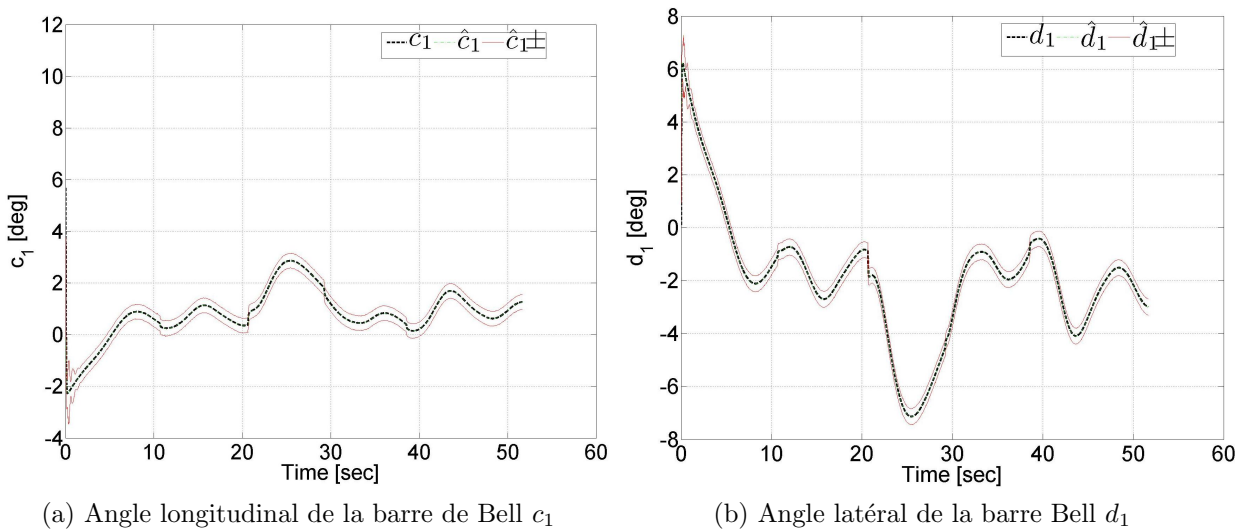


FIGURE 6.15 – Évolution de l'état réel et son estimé

## 6.5 Discussions

Le couplage entre la loi de guidage PND et l'estimateur à erreurs bornées a montré qu'il est possible d'améliorer les performances du vol et la sécurité en évitant les directions transversales de la perturbation et, aussi, en s'alignant sur la direction de celle-ci pour diminuer la traînée. Cependant, il est nécessaire d'évaluer les performances de cette stratégie en fonction du profil de la perturbation : direction, intensité, etc.

Nous admettons, tout d'abord, que le temps de calcul de l'algorithme d'estimation est assez rapide pour fournir une estimation de l'état actuel à chaque instant. Nous supposons maintenant que le mini-drone est soumis à une apparition brusque d'une rafale latérale de module présenté sur la figure 6.18 et d'équations

$$u_r = 0 \tag{6.50}$$

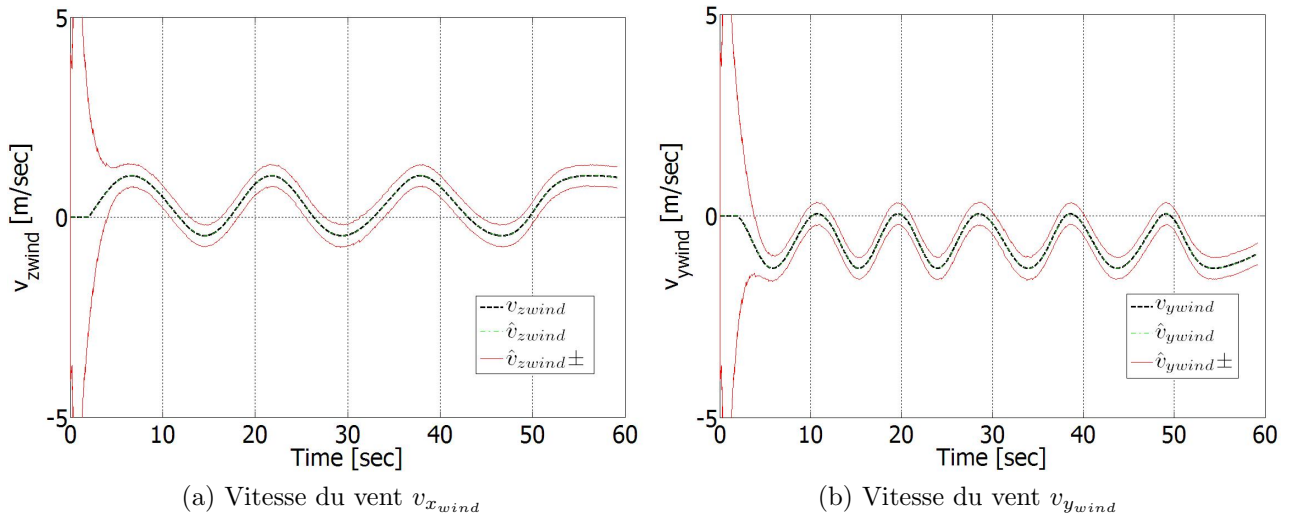
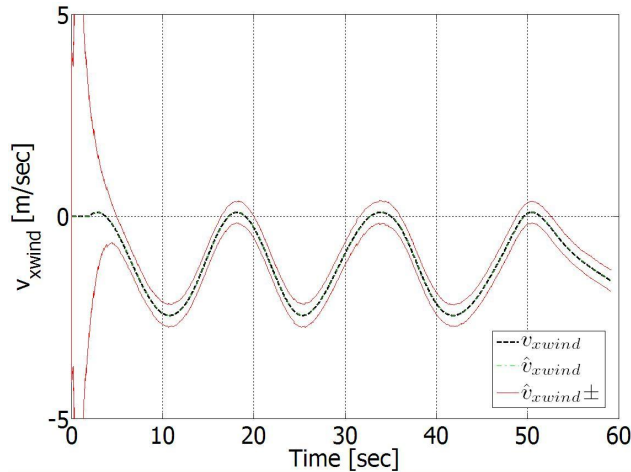


FIGURE 6.16 – Évolution de l'état réel et son estimé

FIGURE 6.17 – Évolution de l'état réel  $v_{zwind}$  et son estimé

$$\begin{cases} v_r = v_m & \text{pour } k = 21 \\ v_r = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6.51)$$

où  $v_m = 2m/s$ . La figure 6.19 montre l'évolution du drone en présence d'une rafale. Pour  $k = 21$ , le véhicule, confronté au pic de rafale, change de direction, et pour  $k = 22$  le drone s'oriente vers la cible car la perturbation à cet instant est nulle. On peut observer que, même en présence d'un pic de rafale, la stratégie de guidage est robuste car la trajectoire obtenue est proche de celle déterminée par la loi PN et définie par la ligne de vue  $\mathbf{u}_{21}$ . Ceci est dû à la correction de la direction du véhicule à l'échantillon  $k = 22$ . La stratégie de guidage n'entraîne pas l'éloignement du véhicule de sa cible. Nous analysons maintenant la robustesse de la stratégie de guidage en fonction de la direction de la perturbation. Définissons, tout d'abord, l'angle  $\theta_s$ , présenté sur la figure 6.20, tel que

$$\cos(\theta_s) = \frac{\mathbf{u}_v \cdot \alpha_1 \mathbf{u}}{\|\mathbf{u}_v\| \|\alpha_1 \mathbf{u}\|} = \frac{\mathbf{u}_v \cdot \mathbf{u}}{\|\mathbf{u}_v\| \cdot \|\mathbf{u}\|} \quad (6.52)$$

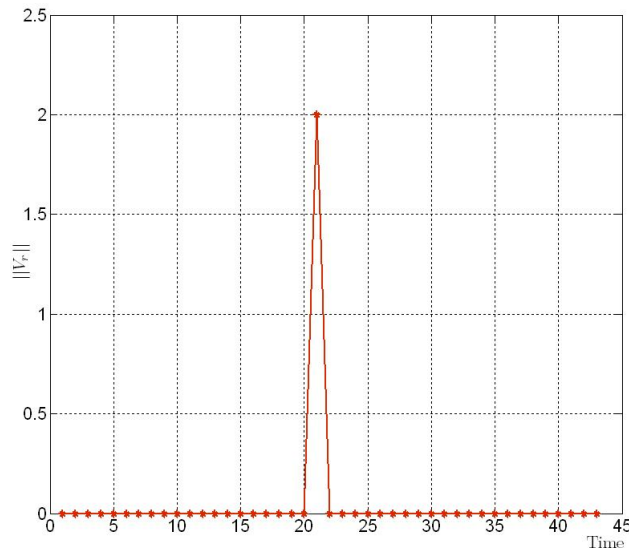


FIGURE 6.18 – Évolution du module de la rafale

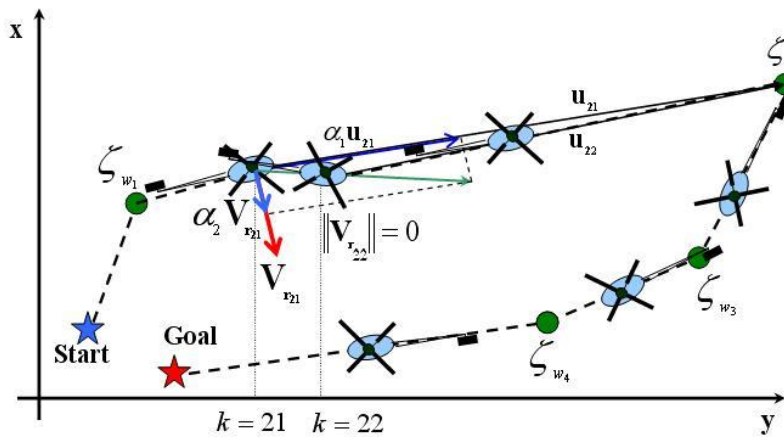


FIGURE 6.19 – Comportement du mini-drone en présence d’une rafale

ou encore

$$\theta_s = \arctan \frac{\mathbf{u}_v \cdot \mathbf{u}}{\|\mathbf{u}_v\| \cdot \|\mathbf{u}\|} \quad (6.53)$$

L’angle  $\theta_s$  doit appartenir à l’intervalle  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]_\pi$  pour que la stratégie de guidage ne fournisse pas une direction opposée à celle du prochain point de passage. Dans le cas contraire, tel que montré par la figure 6.21, la pondération avec la perturbation n’est plus prise en compte et la loi PN est alors utilisée.

Les analyses que nous venons d’effectuer montrent qu’il est possible d’améliorer les performances de vol et la sécurité de l’engin. Cependant, le couplage de la loi de guidage PND et l’algorithme d’estimation pourrait présenter des limitations. En effet, en présence des informations erronées fournies par l’algorithme d’estimation, la pondération avec la perturbation peut éloigner l’engin de son prochain point désiré. De plus, en présence d’une perturbation sinusoïdale de période faible, le véhicule se déstabilise car celui-ci suivra une trajectoire sinusoïdale (Fig.6.22).

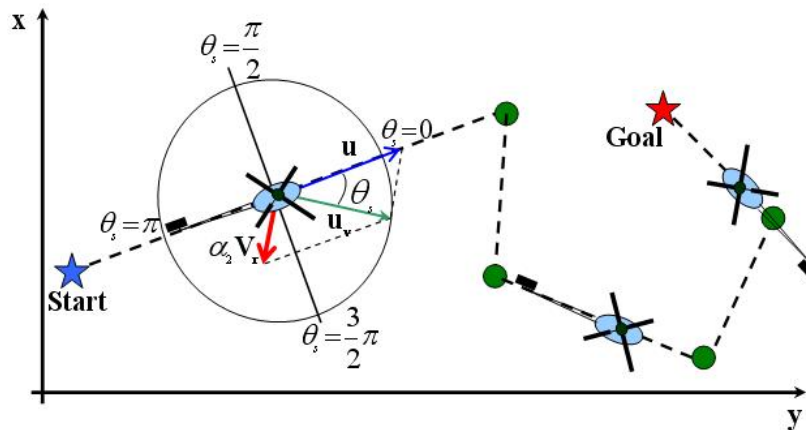


FIGURE 6.20 – Présentation géométrique de l'angle  $\theta_s$

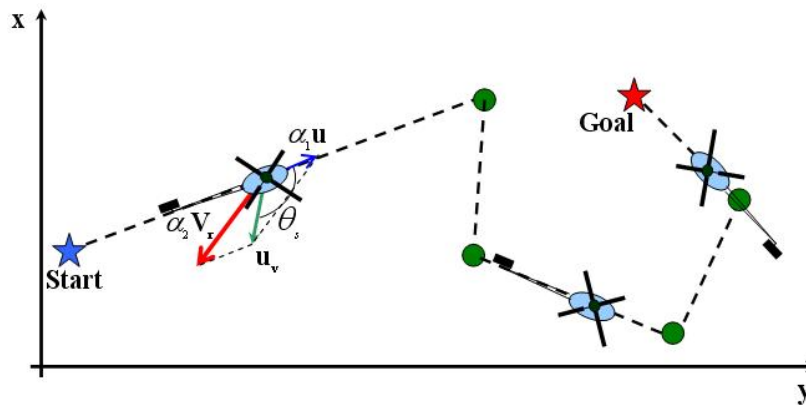


FIGURE 6.21 – Présentation géométrique de l'angle  $\theta_s$  dans le cas où  $\theta_s \notin [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]_\pi$

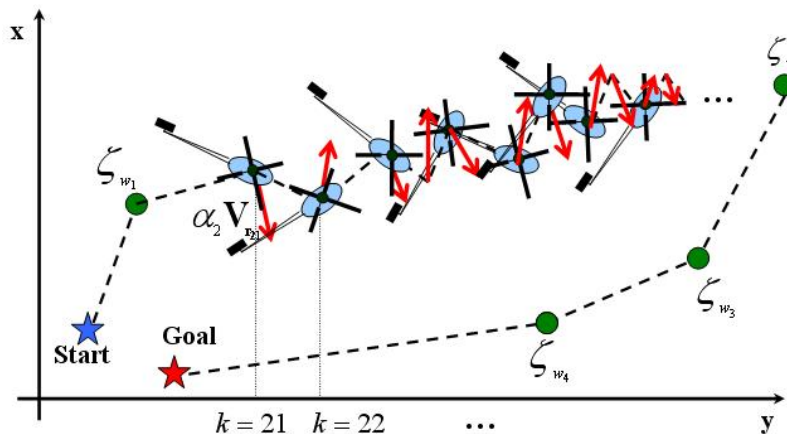


FIGURE 6.22 – Évolution du mini drone confronté à une perturbation sinusoïdale de faible période

## 6.6 Conclusion

Nous avons présenté une approche visant à améliorer la sécurité du vol d'un hélicoptère miniature soumis à des perturbations atmosphériques. Cette approche repose sur le couplage

d'un estimateur ensembliste et une loi de guidage intégrant les perturbations atmosphériques dans le déplacement du véhicule. Un exemple de simulation d'une mission illustre le comportement du drone. Ces résultats montrent que les performances de vol de l'hélicoptère en environnement perturbé sont améliorées en utilisant l'approche proposée.



# CONCLUSION GENERALE

## ET PERSPECTIVES

L'objectif principal du travail de recherche présenté dans ce mémoire était d'améliorer la sécurité et les performances du vol des mini drones soumis à des perturbations atmosphériques. Pour ce faire, un couplage d'un estimateur ensembliste à erreurs bornées et d'une stratégie de guidage pilotage a été mis en oeuvre.

L'emploi d'estimateurs ensemblistes a permis l'amélioration de la robustesse de l'observation de l'état vis à vis des bruits d'incertitude sur l'état et de bruits de mesures. Ces valeurs sont supposées inconnues mais à variations bornées. Ces approches ont tout d'abord été utilisées pour la détection de perturbations atmosphériques. Elles ont ensuite été utilisées pour l'estimation de l'état propre du véhicule et des perturbations. Des expérimentations dans le générateur de rafale B20 à Lille ont été ainsi présentées afin de valider ces approches et d'évaluer leurs performances.

La stratégie de guidage développée favorise le déplacement du véhicule dans une direction qui tient compte de l'évolution de la perturbation et du prochain point de passage. La loi de guidage développée est basée sur la loi de guidage par navigation proportionnelle que nous avons adaptée pour introduire les perturbations dans le déplacement du véhicule. Nous avons étudié le comportement du drone soumis à différentes perturbations atmosphériques.

Ces résultats mettent en évidence l'amélioration apportée à la sécurité du vol des drones en tenant compte des zones atmosphériques dangereuses, où apparaissent les perturbations atmosphériques transversales, dans l'évolution de la trajectoire. De plus, en tolérant le déplacement dans la direction de la perturbation, le véhicule profitera des efforts créés par celle-ci, ce qui permet d'économiser de l'énergie.

En guise de perspectives, les axes possibles pouvant apporter plus de compléments et d'extensions sont multiples :

- Dynamique du mini drone hélicoptère : il serait important de recalibrer le modèle de drone en identifiant expérimentalement ces paramètres. Pour ce faire, il est nécessaire d'utiliser une méthode d'optimisation non-linéaire. Une solution intéressante consiste à remplacer le modèle complexe par un modèle de substitution plus facile à optimiser. On pourra s'appuyer sur de tels métamodèles comme, par exemple, la méthode de krigeage ([76], [94]).
- Détection et estimation d'état et des perturbations atmosphériques : nous avons formalisé une procédure de détection de ces perturbations que nous avons appliquée à la dynamique du drone. Dans ce cas, il serait intéressant de coupler cette approche par une loi de guidage pilotage, évaluer sa robustesse vis-à-vis de l'absence d'informations liées à l'estimation des perturbations. Nous pourrions, par exemple, procéder à un atterrissage automatique quand le test de cohérence  $\mathcal{T}_{c_k}$  n'est plus l'ensemble vide.
- Loi de guidage pilotage : la loi PND est élaborée afin qu'elle prenne en compte l'évolution de la perturbation. Cette loi permet le changement de direction du véhicule en fonc-

tion de la direction de la perturbation. Elle pourrait être étendue à des problématiques d'évitement d'obstacles en se basant sur la vision. Donc, il serait intéressant d'élaborer une loi de guidage référencée vision pour l'évitement d'obstacles ou, aussi, pour le suivi de cibles.

Des expérimentations sur l'hélicoptère drone pourront être mises en oeuvre afin de valider les résultats de simulation obtenus. Finalement, les problématiques d'estimation d'état, décrites ici, peuvent être étendues et appliquées dans d'autres secteurs d'activités.



# Annexes



## Annexe A

### Vitesse induite et théorème des quantités de mouvement

## A.1 Théorèmes

Le rotor principal est l'élément le plus influent sur la dynamique de l'hélicoptère. Pour analyser le vol d'un hélicoptère, il est nécessaire de comprendre l'aérodynamique des rotors. Pour ce faire, des hypothèses sont prises en compte afin d'appliquer le théorème des quantités de mouvement :

- le disque rotor est constitué d'une infinité de pales d'épaisseur nulle avec une différence de pression entre ses deux faces,
- l'air est un fluide parfait et est supposé passer à travers le rotor sans frottement,
- la rotation de l'écoulement est négligé,
- les pressions à l'infini sont uniformes.

### A.1.1 Théorème des quantités de mouvement

#### Théorème du disque sustentateur

En appliquant le théorème de la quantité de mouvement, la force de traction peut s'écrire sous la forme suivante :

$$F_n = -Q(V_2 - V_0) \quad (\text{A.1})$$

où  $Q$  est le débit d'air du rotor

$$Q = \rho S_1 |V_1|$$

et  $V_0$ , vitesse à l'infini en amont, prend la valeur de  $V_1$  à la traversée du disque et devient égale à  $V_2$  à l'infini aval (voir Fig.A.1).

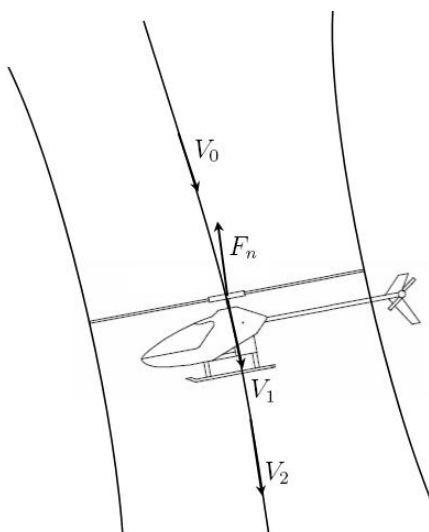


FIGURE A.1 – Force

La puissance nécessaire pour réaliser cette poussée est

$$P = F_n V_1 \quad (\text{A.2})$$

Par définition, la vitesse induite  $V_{i0}$  est définie par

$$V_{i0} = (V_1 - V_0) \quad (\text{A.3})$$

Ce qui donne

$$P = -F_n (V_0 + V_{i0}) \quad (\text{A.4})$$

En appliquant le principe de la conservation de l'énergie totale, la puissance  $P$  peut être exprimée sous la forme :

$$P = \frac{1}{2}Q(V_2^2 - V_0^2) = \frac{1}{2}Q(V_2 - V_0)(V_2 + V_0) \quad (\text{A.5})$$

Compte tenu de l'équation (A.2), l'équation (A.5) peut être réécrite

$$P = \frac{1}{2}Q(V_2 - V_0)(V_2 + V_0) = Q(V_2 - V_0)V_1 \quad (\text{A.6})$$

où la vitesse à la traversée du disque  $V_1$  est la vitesse moyenne de la vitesse à l'infini amont et la vitesse à l'infini aval

$$V_1 = \frac{V_0 + V_2}{2} \quad (\text{A.7})$$

ou également, à partir de la même relation, la vitesse à l'infini aval  $V_2$  est définie comme étant la vitesse à l'infini amont augmentée du double de la vitesse induite  $V_{i0}$  :

$$V_2 = V_0 + 2V_{i0} \quad (\text{A.8})$$

### Théorie de Froude

La méthode de Froude utilise les équations de conservation des quantités de mouvement pour connaître les performances d'une pale considérée comme un disque uniformément chargé ayant un nombre infini des pales.

L'expression de la conservation du débit massique est donnée par

$$\rho S_0 V_0 = \rho S_1 V_1 = \rho S_2 V_2 \quad (\text{A.9})$$

En supposant que le fluide, en écoulement permanent, est incompressible et que la force de pesanteur du disque rotor est négligeable, la loi de Bernoulli est appliquée entre l'infini amont et la face supérieure du disque,

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho V_0^2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 \quad (\text{A.10})$$

et entre la face inférieure du disque rotor et l'infini aval :

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho V_1'^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 \quad (\text{A.11})$$

Or les pressions à l'infini aval et amont sont supposées égales,

$$P_2 = P_0$$

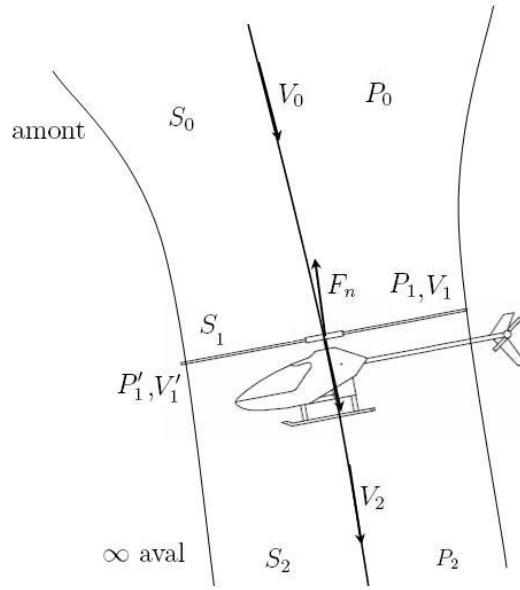


FIGURE A.2 – Force

alors les équations (A.10) et (A.11) s'écrivent

$$P_1 = P_0 + \frac{1}{2}\rho(V_0^2 - V_1^2) \quad (\text{A.12})$$

$$P'_1 = P_0 + \frac{1}{2}\rho(V_2^2 - V_1'^2) \quad (\text{A.13})$$

D'autre part, la force de traction  $F_n$  est due à la différence de pression entre les deux surfaces du disque rotor, donc elle peut être exprimée sous la forme suivante

$$F_n = S_1(P'_1 - P_1) \quad (\text{A.14})$$

En utilisant les équations (A.12) et (A.13), l'expression précédente devient

$$F_n = \frac{1}{2}\rho S_1(V_2^2 - V_1'^2 - V_0^2 + V_1^2) \quad (\text{A.15})$$

et sachant que  $V_1 = V_1'$ , celle-ci devient

$$F_n = \frac{1}{2}\rho S_1(V_2^2 - V_0^2) \quad (\text{A.16})$$

En utilisant l'équation (A.8), la relation de la force de traction est

$$F_n = 2\rho S_1(V_0 + V_{i0})V_{i0} \quad (\text{A.17})$$

L'expression de la force de la poussée (A.17) est fondamentale pour la modélisation aérodynamique des rotors. En effet, elle est utilisée dans les différents modes de vol afin d'évaluer la puissance nécessaire à fournir au rotor.

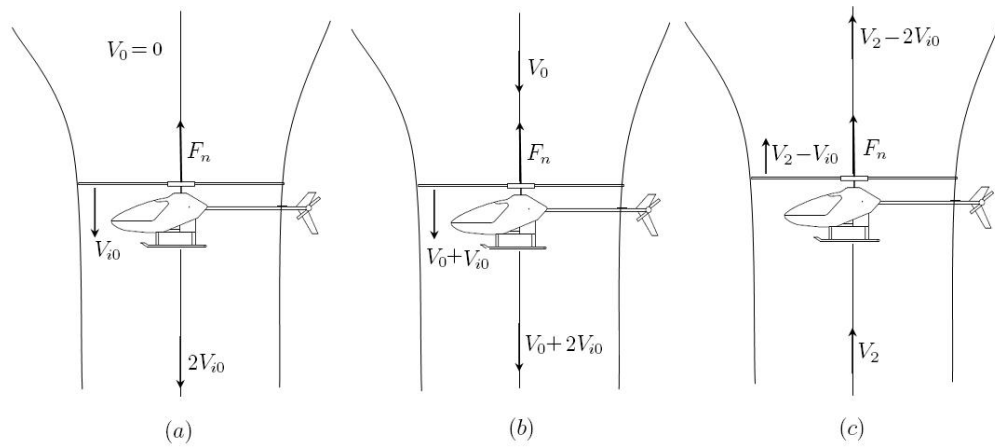


FIGURE A.3 – Illustration du flux d’air en mouvement vertical : (a) stationnaire ; (b) montée ; (c) descente

### A.1.2 Mouvement vertical

Ce paragraphe étudie l’aérodynamique de l’hélicoptère en vol vertical. La figure A.3 montre les différents cas d’évolution des flux d’air autour du rotor principal. La figure A.3(a) représente le cas du vol de l’hélicoptère en vol stationnaire et les figures A.3(b) et A.3(c) représentent, respectivement, le vol vertical où le flux d’air est ascendant ou descendant. L’objectif ici est de déterminer l’expression de la force de poussée du rotor principal.

Dans le cas du vol stationnaire et compte tenu de l’équation (A.17), la force de poussée prend la forme suivante

$$F_n = 2\rho S_1 V_{i0}^2 \quad (\text{A.18})$$

Ceci permet de déduire l’expression de la vitesse induite  $V_{i0}$

$$V_{i0} = \sqrt{\frac{F_n}{2\rho S_1}} \quad (\text{A.19})$$

ou d’écrire celle-ci sous une forme normalisée

$$\lambda_{i0} = \frac{V_{i0}}{\Omega_{mr} R_{mr}} = \sqrt{\frac{C_T}{2}} \quad (\text{A.20})$$

où  $C_T$  est le coefficient aérodynamique de la force de poussée. Il est défini par la relation

$$F_n = \rho S_1 C_T (\Omega_{mr} R_{mr})^2 \quad (\text{A.21})$$

En utilisant la nouvelle définition de la force de poussée (éq.(A.21)) et l’équation (A.17), la relation suivante, pour un mouvement de montée verticale, est

$$\lambda_i = \frac{C_T}{2(\mu_i + \lambda_i)} \quad (\text{A.22})$$

ou encore

$$\lambda_{i0}^2 = \lambda_i(\lambda_i + \mu_c) \quad (\text{A.23})$$

où  $\mu_c = \frac{V_0}{\Omega_{mr} R_{mr}}$

L'équation (A.23) est un polynôme du second ordre admettant une racine positive

$$\lambda_i = -\frac{\mu_c}{2} + \sqrt{\frac{\mu_c^2}{2} + \lambda_{i0}^2} \quad (\text{A.24})$$

De même pour le cas d'une descente verticale, les équations (A.21) et (A.17) sont utilisées afin d'obtenir les deux relations suivantes

$$\lambda_i = \frac{C_T}{2(\mu_i - \lambda_i)} \quad (\text{A.25})$$

ou encore

$$\lambda_{i0}^2 = \lambda_i(\lambda_i - \mu_d) \quad (\text{A.26})$$

où  $\mu_d = \frac{V_2}{\Omega R}$

L'équation (A.26) est un polynôme du second ordre qui admet une racine positive, d'où l'expression de la vitesse induite normalisée

$$\lambda_i = \frac{\mu_d}{2} - \sqrt{\frac{\mu_d^2}{2} - \lambda_{i0}^2} \quad (\text{A.27})$$

### A.1.3 Mouvement en translation

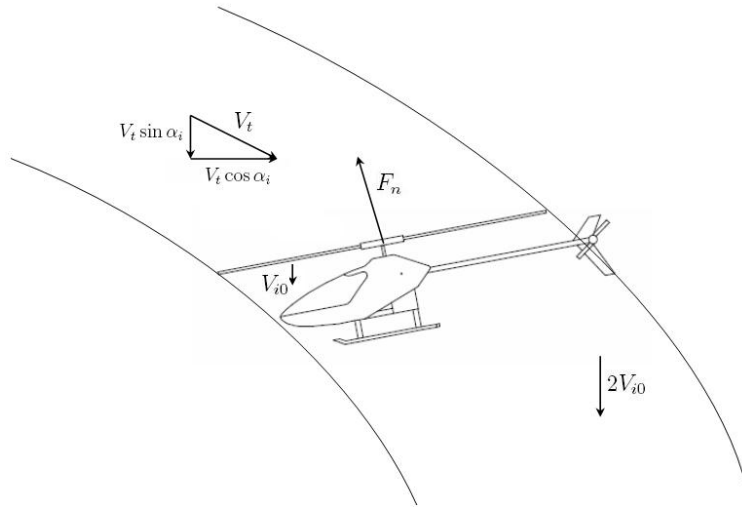


FIGURE A.4 – Illustration du flux d'air pour un vol en translation

La figure A.4 montre le tube d'écoulement du flux avec une vitesse  $V_t$  à un angle d'incidence  $\alpha_i$  par rapport au disque rotor.

Compte tenu de l'équation (A.17) et soit  $V_t$  telle que sa norme est définie par,

$$V_t = (V_x)^2 + (V_y + V_{i0})^2 \quad (\text{A.28})$$

avec  $V_x = V_t \cos \alpha_i$  et  $V_y = V_t \sin \alpha_i$ , la force de traction dans le cas d'un mouvement en translation est donnée par

$$F_n = 2\rho S V_t V_{i0} \quad (\text{A.29})$$



où la forme normalisée de la vitesse induite est, après calcul,

$$\lambda_i = \frac{C_T}{2\sqrt{\mu^2 + (\lambda_i - \mu_z)^2}} \quad (\text{A.30})$$

avec  $\mu = \frac{V_t \cos \alpha_i}{\Omega_{mr} R_{mr}}$  et  $\mu_z = \frac{V_t \sin \alpha_i}{\Omega_{mr} R_{mr}}$ .

Nous allons chercher l'expression de la vitesse induite en résolvant le polynôme obtenu par l'équation (A.30).

Définissons, tout d'abord, la fonction  $g_0(\lambda_i)$  telle que

$$g_0(\lambda_i) = \lambda_i - \frac{C_T}{2\Lambda^{1/2}} \quad (\text{A.31})$$

où

$$\Lambda = \mu^2 + (\lambda_0 - \mu_z)^2 \quad (\text{A.32})$$

En appliquant l'algorithme de Newton qui permet la résolution des équations de la forme  $f(x) = 0$ , on obtient l'expression de la vitesse induite normalisée

$$\lambda_{i_{k+1}} = \lambda_{i_k} + f_k h_k(\lambda_{i_k}) \quad (\text{A.33})$$

où

$$h_k(\lambda_{i_k}) = - \left( \frac{g_0}{dg_0/d\lambda_i} \right)_{\lambda_i = \lambda_{i_k}} \quad (\text{A.34})$$

et en développant l'équation (A.34), on a

$$h_k(\lambda_{i_k}) = - \frac{(2\lambda_{0_k} \Lambda^{1/2} - C_T)\Lambda}{2\Lambda^{3/2} + \frac{a\sigma}{4}\Lambda - C_T(\mu_z - \lambda_{i_k})} \quad (\text{A.35})$$



## Annexe B

Calcul des paramètres de pondérations  $\alpha_k$  et  $\beta_k$  par l'algorithme de Fogel et Huang

Nous déterminons ici les coefficients de pondération  $\alpha_k$  et  $\beta_k$  par l'algorithme de Fogel&Huang [28]. Les auteurs ont utilisé la représentation normalisée de l'ellipsoïde (3.4) et l'**Algorithme 2**. Compte tenu d'une pondération entre la nouvelle observation et la précédente information, l'ellipsoïde  $\xi_k$  est calculé en s'appuyant sur l'équation (3.6) :

$$\xi_k = \{(X_{k-1} - \hat{X}_{k-1})^t P_{k-1}^{-1} (X_{k-1} - \hat{X}_{k-1}) + \frac{\lambda_k}{\gamma_k^2} (Z_k - C_k^t X_k)^2 \leq 1 + \lambda_k\} \quad (\text{B.1})$$

où  $\lambda_k$  est le coefficient de pondération.

En identifiant l'équation (B.1) à l'équation (3.7), les coefficients de pondération peuvent être déduits :

$$\alpha_k = \frac{1}{\sigma_k^2} \quad (\text{B.2})$$

$$\beta_k = \frac{\lambda_k}{\gamma_k^2} \quad (\text{B.3})$$

L'expression de la matrice caractéristique  $P_k$  est identifiée aussi, elle devient

$$P_k := \frac{1}{\sigma_k^2} P_k \quad (\text{B.4})$$

Calculons maintenant le coefficient  $\lambda_k$ . Son expression peut être obtenue par le critère de déterminant ou de trace.

## B.1 Expression de $\lambda_k$ pour le critère de déterminant :

En remplaçant  $P_k$  par son expression qui se trouve dans l'**Algorithm 2**, l'équation (3.8) devient

$$\mu_{d_k} = \det \left( \frac{\sigma_k^2}{\alpha_k} \left( \frac{1}{\sigma_{k-1}^2} P_{k-1} - \frac{\beta_k P_{k-1} C_k C_k^t P_{k-1}}{\alpha_k + \beta_k g_k} \right) \right) \quad (\text{B.5})$$

ou encore, en utilisant le lemme d'inversion matricielle et les équations (B.2)-(B.4),

$$\mu_{d_k} = f(\lambda_k) \mu_{d_{k-1}} \quad (\text{B.6})$$

où

$$f(\lambda_k) = \frac{\left( 1 + \lambda_k - \frac{\lambda_k \gamma_k^{-2} \nu_k^2}{1 + \lambda_k \gamma_k^{-2} g_k} \right)^n}{1 + \lambda_k \gamma_k^{-2} g_k} \quad (\text{B.7})$$

Le déterminant  $\mu_{d_k}$  est minimal pour les valeurs de  $\lambda_k$  qui minimisent la fonction  $f(\lambda_k)$ . En écrivant  $\frac{df(\lambda_k)}{d\lambda_k} = 0$ , on trouve les valeurs de  $\lambda_k$  qui sont les racines du polynôme exprimé dans l'**Algorithme 3**.

**Algorithm 3** Calcul de  $\lambda_k$  avec le critère du déterminant

1: La valeur de  $\lambda_k$  est la solution du polynôme :

$$\eta_1 \lambda_k^2 + \eta_2 \lambda_k + \eta_3 = 0$$

2: Avec :  $\eta_1 = (n-1)\sigma_{k-1}^4 g_k^2$   
 $\eta_2 = ((2n-1)\gamma_k^2 - \sigma_{k-1}^2 g_k + \nu_k^2)\sigma_{k-1}^2 g_k$   
 $\eta_3 = (n(\gamma_k^2 - \nu_k^2) - \sigma_{k-1}^2 g_k)\gamma_k^2$

3: La valeur optimale de  $\lambda_k$  est la racine positive du polynôme afin de garantir  $\lambda_k \geq 0$ .  
Après calcul,  $\lambda_k$  est donnée par :

$$\lambda_k = \begin{cases} 0 & \text{si } \eta_3 \geq 0 \\ \lambda_k^* & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{où } \lambda_k^* = \frac{-\eta_2 + \sqrt{\eta_2^2 - 4\eta_1\eta_3}}{2\eta_1}$$

## B.2 Expression de $\lambda_k$ pour le critère de trace :

On procède ici de la même façon que dans le calcul précédant mais on utilise cette fois-ci l'expression de la trace exprimée dans l'équation (3.9).

$$\mu_{tr_k} = \text{trace} \left( \frac{\sigma_k^2}{\alpha_k} \left( \frac{1}{\sigma_{k-1}^2} P_{k-1} - \frac{\beta_k P_{k-1} C_k C_k^t P_{k-1}}{\alpha_k + \beta_k g_k} \right) \right) \quad (\text{B.8})$$

La fonction  $\mu_{tr_k}$  est minimale si les valeurs de  $\lambda_k$  sont les racines du polynôme exprimé dans l'Algorithm 4

**Algorithm 4** Calcul de  $\lambda_k$  avec le critère de trace

1: La valeur de  $\lambda_k$  est la solution du polynôme :

$$\lambda_k^3 + \kappa_1 \lambda_k^2 + \kappa_2 \lambda_k + \kappa_3 = 0$$

2: Avec :  $\kappa_1 = \frac{3\gamma_k^2}{\sigma_{k-1}^2 g_k}$   
 $\kappa_2 = \frac{1}{N_k} (\gamma_k^2 g_k (\mu_{tr_{k-1}} (\gamma_k^2 - \nu_k^2) - \sigma_{k-1}^4 n_k) + 2\gamma_k^2 (\gamma_k^2 g_k \mu_{tr_{k-1}} - \sigma_{k-1}^2 n_k (\gamma_k^2 - \nu_k^2)))$   
 $\kappa_3 = \frac{\gamma_k^4 (\gamma_k^2 - \nu_k^2) \mu_{tr_{k-1}} - \sigma_{k-1}^4 n_k}{\sigma_{k-1}^2 N_k}$

$$\text{où } n_k = C_k^t P_{k-1}^2 C_k ; N_k = \sigma_{k-1}^4 g_k^2 (g_k \mu_{tr_{k-1}} - \sigma_{k-1}^2 n_k)$$

3: La valeur optimale de  $\lambda_k$  est donnée par :

$$\lambda_k = \begin{cases} 0 & \text{si } \kappa_3 \geq 0 \\ \lambda_k^* & \text{sinon} \end{cases}$$

où  $\lambda_k^*$  est la racine positive du polynôme.



## Annexe C

### Calcul de l'orientation désirée $\mathcal{R}^d$

## C.1 Calcul de l'orientation désirée $\mathcal{R}^d$

Cette annexe présente une méthode permettant le calcul de l'orientation désirée à partir de la connaissance du vecteur de commande en position  $F_u$  (6.41) et d'une référence en lacet  $\psi^d$  [9].

### Choix de la référence du lacet $\psi^d$

La référence en lacet est définie par l'angle de la ligne de vue

$$\psi_d = \arctan\left(\frac{x_{w_i}^b}{y_{w_i}^b}\right) \quad (\text{C.1})$$

où  $x_{w_i}^b$  et  $y_{w_i}^b$  sont les coordonnées des points de passages exprimés dans le repère engin.

### Calcul de $\mathcal{R}^d$

Le vecteur de commande en poussée et l'attitude de lacet désirée sont connus, on peut alors calculer les évolutions désirées des angles de roulis et de tangage.

En utilisant l'équation (6.41), on peut écrire

$$\mathcal{R}^d e_3 = \frac{F_t}{\|F_t\|} \quad (\text{C.2})$$

$\mathcal{R}^d e_3$  peut s'écrire sous une autre forme en utilisant la définition de la matrice d'orientation  $\mathcal{R}$

$$\mathcal{R}^d e_3 = \begin{pmatrix} C_{\theta^d} C_{\phi^d} & S_{\psi^d} S_{\theta^d} C_{\phi^d} - C_{\psi^d} S_{\phi^d} & C_{\psi^d} S_{\theta^d} C_{\phi^d} + S_{\psi^d} S_{\phi^d} \\ C_{\theta^d} S_{\phi^d} & S_{\psi^d} S_{\theta^d} S_{\phi^d} + C_{\psi^d} C_{\phi^d} & C_{\psi^d} S_{\theta^d} S_{\phi^d} - S_{\psi^d} C_{\phi^d} \\ -S_{\theta^d} & S_{\psi^d} C_{\theta^d} & C_{\psi^d} C_{\theta^d} \end{pmatrix} e_3 \quad (\text{C.3})$$

Soit

$$\mathcal{R}^d e_3 = (r_1^d, r_2^d, r_3^d)^t \quad (\text{C.4})$$

Ainsi, l'équation (C.2) devient

$$(r_1^d, r_2^d, r_3^d)^t = \frac{F_t}{\|F_t\|} \quad (\text{C.5})$$

Par conséquent, les évolutions désirées des angles de roulis et de tangage sont

–  $\forall \psi^d = \mp \frac{\pi}{2}$  and  $r_3^d \neq 0$  :

$$\theta^d = \sin(\psi^d) \arctan\left(\frac{r_2^d}{r_3^d}\right) \quad (\text{C.6})$$

$$\phi^d = \sin(\psi^d) \arctan\left(\cos \theta^d \frac{r_1^d}{r_3^d}\right) \quad (\text{C.7})$$



–  $\forall \psi_d \neq \mp \frac{\pi}{2}$  and  $r_3^d \neq 0$

$$\theta_d = \arctan\left(\frac{r_1^d}{r_3^d} \cos \psi_d + \frac{r_2^d}{r_3^d} \sin \psi_d\right) \quad (\text{C.8})$$

$$\phi_d = \arctan\left(\sin \theta_d \tan \psi_d - \frac{r_2^d \cos \theta_d}{r_3^d \cos \psi_d}\right) \quad (\text{C.9})$$



# Bibliographie

- [1] Achour, W., Piet-Lahanier, H., Siguerdidjane, H. (2009). Bounded error detection of the wind gusts effect on a small-scaled helicopter. In *IFAC Workshop AGNFCS'09*. Samara, Russia.
- [2] Achour, W., Piet-Lahanier, H., Siguerdidjane, H. (2010). Estimation ensembliste des perturbations aérologiques agissant sur un hélicoptère miniature. In *Conférence IEEE Internationale Francophone d'Automatique*. Nancy, France.
- [3] Achour, W., Piet-Lahanier, H., Siguerdidjane, H. (2010). Wind field bounded error identification and robust guidance law design for a small-scaled helicopter. In *IFAC Symposium ACA'10*. NARA, JAPAN.
- [4] Alamo, T., Bravo, JM, Camacho, EF (2005). Guaranteed state estimation by zonotopes. *Automatica.*, *41(6)*, 1035–1043. Elsevier.
- [5] Azinheira, J., & Moutinho, A. (2008). Hover control of an UAV with backstepping design including input saturations. *IEEE Transactions on control systems technology*, *AC-16*, 517–526.
- [6] Bastin, G., Gevers, MR. (2002). Stable adaptive observers for nonlinear time-varying systems. *IEEE Transactions on Automatic Control.*, *33(7)*, 650–658.
- [7] Braems, I., Jaulin, L., Kieffer, M., Ramdani, N., Walter, E., (2003). Reliable parameter estimation in presence of uncertain variables that are not estimated. In *Proceedings of the 13th IFAC Symposium on System Identification SYSID. 3*, 1856–1861.
- [8] Benothman, K., Maquin, D., Ragot, J., Benrejeb, M. (2007). Diagnosis of uncertain linear systems : an interval approach. *International Journal of Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering.*, *1(2)*, 136–154. Citeseer.
- [9] Bertrand, S. (2007). *Commande de drone miniature à voilure tournante*. Thèse de Doctorat de l'Université de Nice Sophia Antipolis. France.
- [10] Benallegue, A., Mokhtari, A., Fridman, L. (2006). Feedback linearization and high order sliding mode observer for a quadrotor UAV. In *International Workshop on Variable Structure Systems, VSS'06*, 365–372. Alghero, Sardinia, Italy.
- [11] Becis-Aubry, M., Boutayeb, M., & Darouach, M. (2006). A stable recursive state estimation filter for models with nonlinear dynamics subject to bounded disturbances. In *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control* (1321–1326).
- [12] Bertsekas, D., & Rhodes, I. (1971). Recursive state estimation for a set-membership description of uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, *AC-16*, 117–128.
- [13] Belforte, G., & Bona, B., & Cerone, V. (1990). Parameter estimation algorithms for a set-membership description of uncertainty. *Journal of Optimization Theory and Applications*, *26*, 887–898. *Automatica*, Elsevier.

- [14] Bottasso, C.L., Leonello, D., Maffezzoli, A., Riccardi, F. (2009). A Procedure for the Identification of the Inertial Properties of Small-Size UAVs'. In *XX AIDAA National Conference*, Milano, Italy.
- [15] Breivik, M., Fossen, T.I. (2006). Principles of guidance-based path following in 2D and 3D. In *44th IEEE Conference on Decision and Control, European Control Conference. CDC-ECC'05.* 627–634.
- [16] Blom, H.A.P., Bloem, E.A. (2004). Particle filtering for stochastic hybrid systems. In *43rd IEEE Conference on Decision and Control. CDC.* 3, 3221–3226.
- [17] Bouron, P., Meizel, D. (2003). Évaluation de méthodes ensemblistes pour l'estimation d'état et la fusion multisensorielle dans le domaine automobile. *APII-Journal Européen des Systèmes Automatisés.*, 37(9), 1095–1110.
- [18] Chernous'ko, F.L. (1980). Optimal Guaranteed Estimates of Indeterminacies With the Aid of Ellipsoids. *Engineering Cybernetics.*, 18(3), 1–9.
- [19] Chernousko, F.L. (1982). Ellipsoidal bounds for sets of attainability and uncertainty in control problems. *Optimal Control Applications and Methods*, 3, 187–202. John Wiley & Sons.
- [20] Cheviron, T., Plestan, F., & Chriette, A. (2009). A robust guidance and control scheme of an autonomous scale helicopter in presence of wind gusts. *International Journal of Control*, 82, 2206–2220.
- [21] Dahia, K. (2005). *Nouvelles méthodes en filtrage particulaire-Application au recalage de navigation inertielle par mesures altimétriques.* Thèse de Doctorat de l'Université J. Fourier. France.
- [22] Dasgupta, S., Huang, Y.F. (2002). Asymptotically convergent modified recursive least-squares with data-dependent updating and forgetting factor for systems with bounded noise. *IEEE Transactions on Information Theory.*, 33(3), 383–392.
- [23] Durieu, C., Polyak, B., Walter, E. (1996). Trace versus determinant in ellipsoidal outer bounding with application to state estimation. In *13th IFAC World Congress*, 29(4), 43–48. San Francisco.
- [24] Durieu, C., & Walter, E., & Polyak, B. (2001). Multi-input multi-output ellipsoidal state bounding. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 111, 273–303.
- [25] Durieu, C., & Walter, E. (2001). *Ellipsoidal Calculus for Estimation and Control.* Paris. Hermès.
- [26] Ducard, G., & Geering, H. (2008). Airspeed control for unmanned aerial vehicles : a nonlinear dynamic inversion approach. In *16th Mediterranean Conference on Control and Automation (MCCA08)* (676–681).
- [27] Emeliyanov, D., Rubinovitch, E., Miller, B. (2005). Information set-based guidance algorithm against a decelerating maneuvering target. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems.*, 41(1), 65–74. Elsevier.
- [28] Fogel, E., & Huang, Y.F. (1982). On the value of information in system identification bounded noise case. *Automatica*, 18, 229–238.
- [29] Fisher, R.A. (1925). Theory of statistical estimation. In *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society.* Cambridge Univ Press. 22(05), 700–725.

- [30] Gauthier, J.P., Hammouri, H., & Othman, S. (1990). A simple observer for non-linear systems with applications to bioreactors. *Automatica.*, 26(3), 459–474.
- [31] Gavrillets, V. (2003). *Autonomous aerobatic maneuvering of miniature helicopters*. Ph.D. thesis Massachusetts institute of Technology. Cambridge.
- [32] Gavrillets, V., Mettler, B., & Feron, E. (2001). Nonlinear model for a small-size acrobatic helicopter. In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit* ( 2001–4333). Montreal, Quebec, Canada, 8.
- [33] Goldfarb, D., Todd, M.J. (1982). Modifications and implementation of the ellipsoid algorithm for linear programming. *Mathematical Programmingl.*, 23(1), 1–19. Springer.
- [34] Gedeon, J.(1976). The Influence of Sailplane Performance and Thermal Strength on optimal Dolphin-Flight Transition Piloting Techniques. In *Proceedings of the XVI OSTIV Congrees. Organisation Scientifique et Technique Internationale du vol à voile*.
- [35] Irving, F.(1978). The Energy Loss in Pitching Maneuvers. In *Proceedings of the XVI OSTIV Congrees. Organisation Scientifique et Technique Internationale du vol à voile*.
- [36] Ingimundarson, A., Bravo, J.M., Puig, V., Alamo, T., Guerra, P. (2009). Robust fault detection using zonotope-based set-membership consistency test. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing.*, 23(4), 311–330. Wiley Online Library.
- [37] Jaulin, L. , Walter, E. (1993). Set inversion via interval analysis for nonlinear bounded-error estimation. *Automatica*, 29(4),1053–1064. Elsevier.
- [38] Jaulin, L. (2000). Interval constraint propagation with application to bounded-error estimation. *Automatica*, 36, 1547–1552.
- [39] Jaulin, L., Kieffer, M., & Didrit, O. , & Walter, E.(2001). *Applied interval analysis*. London : Springer.
- [40] Khalil, H.K. (1992). *Nonlinear systems.*, 1<sup>st</sup> Edition, Macmillan.
- [41] Kim, H., & Shim, D. (2003). A flight control system for aerial robots : algorithms and experiments. *Control engineering practice*, 11, 1389–1400.
- [42] Kieffer, M., Jaulin, L.,Walter, E. (2002). Guaranteed recursive non-linear state bounding using interval analysis. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing.*, 16(3), 193–218. John Wiley & Sons.
- [43] Kieffer, M., Jaulin, L., Walter, E.,Meizel, D. (2000). Robust autonomous robot localization using interval analysis. *Reliable Computing.*, 6(3), 337–362. Springer.
- [44] Kumkov, SI. , Patsko, VS. , Pyatko, SG. , Fedotov, AA(2005). Construction of the Solvability Set in a Problem of Guiding an Aircraft under Wind Disturbance. *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics.*, 41(1), 163–174.
- [45] Kurzhanskii, A.B. (1977). *Control and Observation under Uncertainty*. Nauka. Moscow.
- [46] Kurzhanskii, A.B., & Valyi, I. (1996). *Ellipsoidal Calculus for Estimation and Control*. Birkhouser, Basel.
- [47] Kokotović, P.V., & Khalil, H.K., & O'reilly, J. (1999). *Singular perturbation methods in control : analysis and design*. Society for Industrial Mathematics.
- [48] Kreisselmeier, G. (2002). Adaptive observers with exponential rate of convergence. *IEEE Transactions on Automatic Control.*, 22(1), 2–8.
- [49] Langelaan, J., & Bramesfeld, G. (2008). Flight Optimization Using Gusts. In *46th AIAA Aerospace Science Meeting*.

- [50] Luenberger, D. (1971). An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control.*, 16(6), 596–602.
- [51] Lin, C.F.(1991). *Modern navigation, guidance, and control processing. vol.2* Englewood Cliffs. Prentice Hall.
- [52] Lesecq, S., Barraux, A. (2002). Une approche factorisée plus simple et numériquement stable pour l'estimation ensembliste ellipsoïdale. *Journal européen des systèmes automatisés.* 36(4), 505–518. Lavoisier.
- [53] Lunze, J., Steffen, T., Riedel, U. (2003). Fault diagnosis of dynamical systems based on state-set observers. In *14th International Workshop on Principles of Diagnosis, DX'03*, 3. Washington D.C., USA.
- [54] Maksarov, DG., Norton, JP. (1996). State bounding with ellipsoidal set description of the uncertainty. *International Journal of Control.*, 65(5), 847–866. Taylor & Francis.
- [55] Maksarov, D., & Norton, J. (2002). Computationally efficient algorithms for state estimation with ellipsoidal approximations. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 16, 411–434.
- [56] Martini, A. (2008). *Modélisation et commande de vol d'un hélicoptère drone soumis à une rafale de vent*. Thèse de Doctorat Paul-Verlaine. France
- [57] Mahony, R., Hamel, T., & Dzul, A. (1999). Hover control via approximate lyapunov control for an autonomous model helicopter. In *Conference on Decision and Control* Phoenix, Arizona, USA, 4, 3490–3495.
- [58] Miele, A., Wang, T. , Melvin, WW (1986). Optimal take-off trajectories in the presence of windshear. *Journal of Optimization Theory and Applications.*, 49(1), 1–45. Springer.
- [59] Milanese, M., & Vicino, A. (1991). Estimation theory for nonlinear models and set membership uncertainty. *Automatica*, 27, 403–408.
- [60] Milanese, M., & Norton, J., & Piet-Lahanier, H.,& Walter, E. (1996). *Bounding approaches to system identification*. Plenum Press London.
- [61] Moore, R.E.(1966). Interval analysis. *Englewood Cliffs, New Jersey*.
- [62] Mo, S. H. , Norton, J. P. (1990). Fast and robust algorithm to compute exact polytope parameter bounds. *Mathematics and Computers in Simulation.*, 32(5-6),481–493. Elsevier.
- [63] Murray, R., Li, Z., & Sastry, S. (1994). *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. Florida U.S.A : A CRC Press.
- [64] Durieu, C., Liu, M.S., Deller, J.R. (1993). An interpretable and converging set-membership algorithm. In *IEEE of International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 9,472–475. Minneapolis, New York.
- [65] Norton, J. P. (1987). Identification and application of bounded-parameter models. *Automatica*, 23, 497–507.
- [66] Osborne, J., Rysdyk, R. (2005). Waypoint guidance for Small UAVs in wind. *AIAA Infotech@ Aerospace.*, 193(1-4), 1–12.
- [67] Patel, C., & Kroo, I. (2006). Control law design for improving uav performance using wind turbulence. In *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit (AIAA06)* 1–10. 231.

- [68] Patsko, V., Fedotov, A., Kumkov, S., & Pyatko, S. (2005). Informational sets in model problems of aircraft tracking. In *Preprints of 16th IFAC World Congress, Prague*.
- [69] Pflimlin, J., Soueres, P., & Hamel, T. (2004). Hovering flight stabilization in wind gusts for ducted fan uav. In *43rd IEEE Conference on Decision and Control. CDC* (3491–3496). 4.
- [70] Pflimlin, JM., Hamel, T., Soueres, P., Mahony, R. (2006). A hierarchical control strategy for the autonomous navigation of a ducted fan flying robot. In *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006.*, 2491–2496. Milano, Italy.
- [71] Polyak, B., Nazina, S., Durieu, C., & Walter, E. (2004). Ellipsoidal parameter or state estimation under model uncertainty. *Automatica*, 4, 1171–1179.
- [72] Pronzato, L., & Walter, E.(1994). Minimal volume ellipsoids. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 8, 15–30.
- [73] Pronzato, L., Walter, E., Piet-Lahanier, H. (1989). Mathematical equivalence of two ellipsoid algorithms for bounded-error estimation. In *Proceedings of the 28th IEEE Conference on Decision and Control*. Tampa, Florida. 3, 1952 –1955.
- [74] Padfield, G.D. (2007). *Helicopter flight dynamics : the theory and application of flying qualities and simulation modelling*. Wiley-Blackwell.
- [75] Prouty, R. (1990). *Helicopter Performance, Stability and Control*. Malabar, Florida : Robert E. Krieger.
- [76] Queipo, N. V., Haftka, R.T., Shyy, W., Goel, T., Vaidyanathan, R., & Tucker, P.K.(2005). Surrogate-based analysis and optimization. *Progress in Aerospace Sciences. Elsevier*, 41(1), 1–28.
- [77] Ribot, P., Jauberthie, C., & Trave-Massuyes, L. (2007). State estimation by interval analysis for a nonlinear differential aerospace model. In *European Control Conference (ECC'07)*. 4839–4844. Kos, Greece.
- [78] Roger Pettersen, R., Mustafic, E. and Fogh. M. (2005). *Nonlinear control approach to helicopter autonomy*. Master’s thesis, Department on Control Engineering Institute of Electronic Systems Aalborg University. Denmark.
- [79] Walter, E., & Piet-Lahanier, H. (2002). Exact recursive polyhedral description of the feasible parameter set for bounded-error models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(8), 911–915.
- [80] Salazar-Cruz, S., Lozano, R., & Escareno, J. (2009). Stabilization and nonlinear control for a novel trirotor mini-aircraft. *Control Engineering Practice*, 17, 886 – 894.
- [81] Sachs, G., Mayrhofer, M. (2001). Shear Wind Strength Required for Dynamic Soaring at Ridges. *Technical Soaring*, 25(4), 209–215.
- [82] Shamma, J.S. , Tu, K.Y. (1997). Approximate set-valued observers for nonlinear systems. *IEEE transactions on automatic control.*, 42(5),648–658.
- [83] Sedda, E. (1998). *Estimation en ligne de l’état et des paramètres d’une machine asynchrone par filtrage à erreur bornée et par filtrage de Kalman*. Thèse de Doctorat de l’Université Paris VI. France.
- [84] Shehab, S.,Rodrigues, L. (2005). Preliminary results on UAV path following using piecewise-affine control. In *Proceedings of 2005 IEEE Conference on Control Applications, 2005. CCA 2005*. 358–363.

- [85] Soullignac, M., & Taillibert, P. (2006). Fast Trajectory planning for Multiple Site Surveillance through Moving Obstacles and Wind. In *Proceedings of the Workshop of the UK Planning and Scheduling Special Interest Group*. (25–33).
- [86] Stolle, S., & Rysdyk, R. (2003). Flight path following guidance for unmanned air vehicles with pan-tilt camera for target observation. In *The 22nd IEEE Digital Avionics Systems Conference. DASC'03*. . 2, 8–81.
- [87] Schlaepfer, F., & Schweppe, F. (1972). Continuous-time state estimation under disturbances bounded by convex sets. *IEEE Transactions on Automatic Control.*, 17(2), 197–205.
- [88] Schweppe, F. (1968). Recursive state estimation : Unknown but bounded errors and system inputs. In *IEEE Transactions on Automatic Control* ( 22–28). volume 13.
- [89] Tan, G., Wen, C., Soh, Y.C., (2002). Identification for systems with bounded noise. *IEEE Transactions on Automatic Control.*, 42(7), 996–1001.
- [90] Temam, R. (2001). *Navier-Stokes equations : theory and numerical analysis*. Paris. Amer Mathematical Society.
- [91] Tran Dinh, K. (2005). *Contributions à l'identification ensembliste ellipsoïdale*. Thèse de Doctorat de l'institut national polytechnique de Grenoble (INPG). France.
- [92] Vissière, D., Bristeau, P.-J., Martin, A., & Petit, N. (2008). Experimental autonomous flight of a small-scaled helicopter using accurate dynamics model and low-cost sensors. In *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*. Seoul, Korea.
- [93] Videau, R., Raissi, T., Zolghadri, A. (2009). Set-observer design for consistency checks of nonlinear systems. In *Safeprocess'09*, 1210–1215. Barcelona, Spain.
- [94] Villemonteix, J., Vazquez, E., Walter, E. (2009). Bayesian optimization for parameter identification on a small simulation budget. In *Proceedings of the 15th IFAC Symposium on System Identification, SYSID'2009*, Saint-Malo, France.
- [95] Vicino, A., Zappa, G. (2002). Sequential approximation of parameter sets for identification with parametric and nonparametric uncertainty. In *32nd IEEE Conference on Decision and Control*. 3, 2044–2049.
- [96] Wolff, F., Krutina, P., Krebs, V. (2008). Robust Consistency-Based Diagnosis of Nonlinear Systems by Set Observation. In *17th IFAC World Congress*, 10124–10129. Seoul, Korea.
- [97] Wio, H.S., Toral, R. (2004). Effect of non-Gaussian noise sources in a noise-induced transition. *Physica D : Nonlinear Phenomena.*, 193(1-4), 161–168. Elsevier.
- [98] Witsenhausen, H. (1968). Sets of Possible States of Linear Systems Given Perturbed Observations. *IEEE Transactions on Automatic Control.*, 13(5), 556–558.
- [99] Zhao, Y.J. (2004). Optimal patterns of glider dynamic soaring. *Optimal control applications and methods.*, 25(2), 67–89. John Wiley & Sons.
- [100] Zhao, Y.J., Qi, Y.C. (2004). Minimum fuel powered dynamic soaring of unmanned aerial vehicles utilizing wind gradients. *Optimal control applications and methods*, 25(5), 211–233. John Wiley & Sons.
- [101] Zhang, G.J., Yao, Y., Ma, K.M. (2005). Line of sight rate estimation of strapdown imaging guidance system based on unscented Kalman filter. In *IEEE Proceedings of International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. 3, 1574–1578. Guangzhou, China.







# RESUMÉ

L'objectif principal du travail de recherche présenté dans ce mémoire est l'amélioration de la sécurité et les performances du vol des mini drones soumis à des perturbations atmosphériques. Pour ce faire, un couplage entre un estimateur ensembliste à erreurs bornées et une stratégie de guidage pilotage est mise en oeuvre.

L'estimateur ensembliste a été utilisé pour restituer l'état du drone en présence des perturbations et de bruits de mesure supposés bornés. L'utilisation de ces techniques avait pour objet tout d'abord de détecter l'occurrence d'une perturbation atmosphérique par estimation de l'état du drone puis d'estimer l'amplitude et la direction du vent agissant sur le véhicule. Des expérimentations dans le générateur de rafale B20 de Lille ont été ainsi présentées afin de valider ces approches et d'évaluer leurs performances.

La stratégie de guidage pilotage développée favorise le déplacement du véhicule dans une direction qui tient compte de l'évolution de la perturbation atmosphérique et du prochain point de passage désigné au véhicule. Cette loi de guidage est basée sur la loi de guidage par navigation proportionnelle et a été adaptée pour tenir compte des perturbations dans le déplacement du véhicule.

Les résultats obtenus montrent qu'il est possible d'améliorer la sécurité du vol des mini drones en présence de perturbations atmosphériques en modifiant en ligne la trajectoire.

## ***Mots clefs :***

Drone à voilure tournante, modélisation d'hélicoptères, estimation, estimation ensembliste à erreurs bornées, estimation ellipsoïdale, estimation des perturbations atmosphériques, guidage, pilotage.

# ABSTRACT

The principal objective of this thesis is to enhance the safety of flight for small UAVs in presence of atmospheric perturbation. The approach suggested here consists in coupling a bounded-error estimation method with a new guidance strategy.

The bounded error estimation has been used to estimate the states of the dynamical systems corrupted by perturbations and measurement noises, assumed to remain bounded. The method has been first used to detect the occurrence of a wind gust and afterwards to characterize the amplitude and direction of the wind gust acting on the vehicle. Experiments in the B20 gust generator are also presented to validate these approaches and evaluate their performance.

The developed guidance strategy provides the vehicle with a direction that takes into account the atmospheric and the text waypoint position. The guidance law is designed by using proportional navigation guidance that has been adapted to take the perturbations into account.

The results presented in this thesis show that it is possible to improve the flight safety in a perturbed environment using the combination of the two methods.

## ***Keywords :***

Autonomous helicopter, helicopter modeling, state estimation, bounded error state estimation, wind estimation, atmospheric estimation, UAV guidance, UAV control.