



HAL
open science

Contribution à l'étude des mécanismes de plastification autour d'une barre d'ancrage scellée dans le rocher

Carsten Krockner

► **To cite this version:**

Carsten Krockner. Contribution à l'étude des mécanismes de plastification autour d'une barre d'ancrage scellée dans le rocher. Géologie appliquée. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1996. Français. NNT: . tel-00785863

HAL Id: tel-00785863

<https://theses.hal.science/tel-00785863>

Submitted on 7 Feb 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE***présentée par***Carsten KROCKER**Ingénieur diplômé en génie mécanique
Technische Universität Chemnitz*pour obtenir le titre de***DOCTEUR DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER - GRENOBLE**

(Arrêtes ministériels du 5 Juillet 1984 et du 30 Mars 1992)

Spécialité mécanique
Option géotechnique

**CONTRIBUTION A L'ETUDE
DES MECANISMES DE PLASTIFICATION
AUTOUR D'UNE BARRE D'ANCRAGE
SCELLEES DANS LE ROCHER**

*Date de soutenance: 2 avril 1996**composition du jury:*

M. J.-P. Piguet	Rapporteur
M. L. Rochet	Rapporteur
M. D. Hantz	Directeur de thèse
M. P. Egger	Examineur
M. J.- P. Gourc	Examineur
M. Y. Guerpillon	Examineur

Univ. J. Fourier - O.S.U.G.
MAISON DES SCIENCES
DOCUMENTATION
B.P. 53
F. 38041 GRENOBLE CEDEX
Tel. 04 76 63 54 27 - Fax 04 76 51 40 58
Mail : platour@ujf-grenoble.fr

/ 1 SEP. 2003

THESE

présentée par

Carsten KROCKER

Ingénieur diplômé en génie mécanique
Technische Universität Chemnitz

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER - GRENOBLE 1

(Arrêtes ministériels du 5 Juillet 1984 et du 30 Mars 1992)

Spécialité mécanique
Option géotechnique

**CONTRIBUTION A L'ETUDE
DES MECANISMES DE PLASTIFICATION
AUTOUR D'UNE BARRE D'ANCRAGE
SCELLEES DANS LE ROCHER**

Date de soutenance: 2 avril 1996

composition du jury:

M. J.-P. Piguet	Rapporteur
M. L. Rochet	Rapporteur
M. D. Hantz	Directeur de thèse
M. P. Egger	Examineur
M. J.- P. Gourc	Examineur
M. Y. Guerpillon	Examineur

1014.8257

Remerciements

J'adresse mes remerciements les plus sincères à mon directeur de thèse, Didier Hantz. Sans son support, ce travail n'aurait pas pu être accompli. J'ai apprécié son aide d'autant plus que, malgré ses multiples engagements professionnels, il a toujours su m'accorder le temps nécessaire pour discuter sur les problèmes qui se présentaient.

Je remercie mes rapporteurs, le Professeur Piguët et Monsieur Rochet, pour leur travail critique, et les membres du jury, le Professeur Egger, le Professeur Gourc et Monsieur Guerpillon, pour leur engagement afin d'assurer la soutenance de ma thèse.

Un grand merci aussi à mes collègues et amis André, Anne, Bassam, Catherine, Damien, David, Edy, Elisabeth, Gabriela, Jean-Claude, Jean-Marc, Laurent, Oliver, Patrick, Ralf, Roland, Thomas, Yves.

Leur support, autant professionnel que collégial, m'a souvent aidé dans les moments moins faciles.

Table des Matières

	page
1. Introduction	1
2. Etat des connaissances	7
3. Modélisation axisymétrique bidimensionnelle d'un forage cimenté	13
3.1. Module de réaction en élasticité	15
3.2. Module de réaction avec plastification	18
3.3. Modes de rupture initiale	23
3.3.1. Cas général	23
3.3.2. Choix des matériaux types	25
3.4. Propagation des fissures dans le scellement avant rupture du massif	30
3.5. Conditions de rupture du massif	34
3.6. Modes de rupture ultérieurs	36
3.7. Pression limite	38
3.8. Le programme Mores	38
4. Modélisation numérique bidimensionnelle d'un forage cimenté	41
4.1. Le programme PHASES	41
4.2. Choix du critère de rupture	41
4.3. Chargement axisymétrique	44
4.4. Chargement uniaxial	44
4.5. Comparaison des calculs analytiques et numériques pour un chargement axisymétrique	46
4.6. Comparaison entre chargement axisymétrique et uniaxial	48
4.7. Modification pour des matériaux tendres	48
5. Application à la modélisation des petites déformations d'une barre passive dans un milieu plastifié	51
5.1. Contribution d'une barre à la résistance d'un joint	51
5.2. Méthodes analytiques simples	53
5.2.1. Calcul en élasticité	53
5.2.2. Plastification de l'ancrage et du milieu encaissant	55
5.3. Les aciers utilisés pour le renforcement	59

5.4.	Méthode proposée	63
5.4.1.	Modélisation en tranches	63
5.4.2.	Forces sur une tranche	64
5.4.3.	Enfoncement d'une tranche	65
5.4.4.	Calcul de flexion et extension des tranches	68
5.4.5.	Calcul de la déformée de la barre	69
5.4.6.	Arrachement partiel	71
5.4.7.	Critère de rupture de la barre	73
5.5.	Le programme DECOR	75
5.5.1.	Description du programme	77
5.5.2.	Problèmes rencontrés	80
5.6.	Premiers résultats	80
6.	Conclusions	87
6.1.	Modélisation axisymétrique bidimensionnelle	87
6.2.	Modélisation numérique bidimensionnelle	87
6.3.	Calcul des petites déformations d'une barre	88
6.4.	Axes de recherche proposés	88
	Références bibliographiques	89
	Annexes	91
	Programme Mores	93
	Structures logiques du programme Decor et ses procédures	107
	Programme Decor	115

A	constante
B	constante
C	force de contribution de l'ancrage au joint
c	cohésion
d	diamètre général
D ₁	diamètre de la barre
D ₂	diamètre du forage
E	module d'Young
e	porosité; enfoncement
e'	enfoncement réduit
F	force de traction du modèle d'un câble; force axiale sur un élément de tranche
f	constante égale à $(1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi)$
G	module de cisaillement
H	force horizontale du modèle d'un câble
h	épaisseur d'une tranche
I _b	inertie de la barre
k	module de réaction
M	constante
m	constante contenant n
N	constante; force axiale dans la barre
N ₁	force axiale au point de symétrie de la barre
n	rapport de résistance en compression / traction
P	force normale au joint, exercée par l'ancrage
p	pression général
p _i	force de réaction sur l'avant d'une tranche
p _{pi}	force de réaction sur l'arrière d'une tranche
p _u	pression de réaction idéal plastique
Q	force transversale dans la barre
Q ₁	force transversale au point de symétrie de la barre
q	force lineique de charge
R	force résultante dans la barre au niveau du joint
R ₁	rayon de la barre
R ₂	rayon du forage
R _c	rayon de courbure d'une tranche
r	rayon général
S	coefficient de plastification, point de symétrie
s _i	force de frottement sur l'avant d'une tranche

s_{pi}	force de frottement sur l'arrière d'une tranche
T	force parallèle au joint, exercée par l'ancrage
u	déplacement général
V	force verticale du modèle d'un câble
x	coordonnée générale
y	coordonnée générale
$2y_{ini}$	épaisseur initiale du joint
α	angle de l'inclinaison d'un élément du câble
δ	angle de dilatance au joint
ε	déformation
ϕ	angle de frottement
λ	coefficient de Lamé; longueur de transfert dans le modèle élastique
ν	coefficient de poisson
θ	angle de l'inclinaison de l'ancrage par rapport à la normale au joint
σ	contrainte de traction/compression
τ	contrainte de cisaillement

Indices

AC	suite des modes de plastification, ex.: de A à C
arr	arrachement
av	moyenne
c	limite de rupture en compression
e	élastique
el	élément, tranche
f	fissuré
i	numéro d'une tranche
ini	initial
m	massif
max	maximal
o	initial
p, pic	valeur maximale
r	radial
res	résiduel; radial-élastique-scellement
s	scellement
T	limite de rupture en traction
ult	ultime
x	maximal
θ	circonférentiel
1	rayon de la barre
2	rayon du forage

Illustrations

	page
Fig. 1: soutien d'un bloc libre en voûte d'une galerie	1
Fig. 2: ancrages dans une galerie en massif stratifié	2
Fig. 3: armature passive dans un talus, avec un modèle de rupture potentielle	3
Fig. 4: exécution d'un ancrage passif	4
Fig. 5: ancrage passif soumis à un cisaillement du joint	5
Fig. 6: contraintes au contact de l'armature	13
Fig. 7: schéma de la répartition des contraintes en fonction des modules G du scellement et du massif	16
Fig. 8: modes de plastification d'après Ladanyi	18
Fig. 9: combinaisons des modes de rupture théoriquement possibles pour le scellement et la roche	21
Fig. 10: classification des géomatériaux d'après Deere et Miller	24
Tab. 1: valeurs caractéristiques des matériaux types	25
Fig. 11: limites entre des modes de rupture initiale	26
Fig. 12: notation des rayons limites des zones de rupture du système scellement-roche	27
Fig. 13: modes réels de rupture du scellement et de la roche	28
Fig. 14: rayon intérieur du cylindre élastique du scellement, nécessaire pour une stabilité après le début de la rupture du massif	32
Fig. 15: rayon de la zone fissurée dans le scellement au moment de la première rupture du massif, et rayon de la zone fissurée dans le massif	33
Fig. 16: rayons pour début de rupture instable du scellement et fin de rupture dans le massif	35
Tab. 2: paramètres d'entrée pour le programme Mores	38
Tab. 3: paramètres des matériaux types	40
Fig. 17: comparaison des différents critères pour le matériau du scellement	40
Fig. 18: comparaison des différents critères pour le matériau type dur	41
Fig. 19: comparaison des différents critères pour le matériau type tendre	41
Fig. 20: modélisation d'une déformation par pression intérieure	42
Tab. 4: paramètres pour la modélisation de l'acier	43
Fig. 21: modélisation pour une sollicitation monoaxiale	43
Tab. 5: résultats des calculs numériques pour un massif type dur	44
Tab. 6: résultats des calculs numériques pour un massif type tendre	44
Fig. 22: comparaison des résultats des calculs analytiques et numériques pour le massif type dur, avec $R_2/R_1 = 2$	45
Fig. 23: comparaison des résultats des calculs analytiques et numériques pour le massif type tendre, avec $R_2/R_1 = 2$	45

Fig. 24: comparaison des résultats des calculs analytiques modifiés, pour un massif tendre et par éléments finis, $R_2/R_1=2$	46
Fig. 25: Point de symétrie S de la déformation	48
Fig. 26: déplacement d'un joint avec dilatance δ et du point de symétrie initial (S_0)	49
Fig. 27: forces au point de symétrie	50
Fig. 28: déformation élastique de l'ancrage	51
Fig. 29: répartition des actions sur l'ancrage	52
Fig. 30: formation d'une rotule plastique	54
Fig. 31: calcul d'une corde	54
Fig. 32: élément sous charge perpendiculaire	55
Fig. 33: courbe caractéristique d'un acier	57
Fig. 34: courbes caractéristiques de différents types d'acier pour renforcement	58
Fig. 35: courbe caractéristique d'un acier avec effet de Bauschinger	59
Fig. 36: division de l'ancrage en tranches; avant et après déformation	60
Fig. 37: forces et moments sur une tranche i de la figure 36	61
Fig. 38: coordonnées de l'ancrage	62
Fig. 39: enfoncement d'une tranche	63
Fig. 40: diminution de l'enfoncement pour une tranche située à la surface du joint (droite), par rapport à une tranche en profondeur (gauche)	63
Fig. 41: division d'une tranche en éléments	65
Fig. 42: approche de la déformée en fonction de l'angle du premier élément	67
Fig. 43: approche de la déformée en fonction de l'effort tranchant Q_1 du premier élément	67
Fig. 44: coordonnées pour chargement axial	68
Fig. 45: approche de la déformée en longueur en fonction de la force axiale N du premier élément	71
Tab. 7: paramètres d'entrée pour le programme Decor	72
Fig. 46: moment fléchissant M en fonction du rayon de courbure R_c pour des extensions axiales ϵ_t [%] différents	76
Fig. 47: force axiale N en fonction de l'extension axiale ϵ_t pour différents rayons de courbure R_c [mm]	76
Fig. 48: force axiale maximale dans la barre en fonction du déplacement au joint, pour des roches différentes	77
Fig. 49: force transversale maximale dans la barre en fonction du déplacement au joint	77
Fig. 50: angle d'inclinaison de la première tranche en fonction du déplacement au joint, pour des roches différentes	78
Fig. 51: contribution de l'ancrage pour des roches différentes et différents angles de frottement du joint	78
Fig. 52: déformée d'une barre, initialement perpendiculaire au joint, pour une roche de mêmes propriétés que le scellement	79
Fig. 53: répartition de la pression de réaction le long de la barre, pour un déplacement au joint de 7 mm	80
Fig. 54: profondeur de la rotule plastique d'après la théorie de Dight	80

Fig. 55: comparaison de la force axiale dans la barre au point de symétrie S avec le calcul de Dight; pour une roche de mêmes propriétés que le scellement	81
Fig. 56: comparaison de la force transversale dans la barre au point de symétrie S avec le calcul de Dight; pour une roche de mêmes propriétés que le scellement	81
Fig. 57: comparaison de l'inclinaison de la première tranche avec le calcul de Dight; pour une roche de mêmes propriétés que le scellement	82
Fig. 58: Contribution de l'ancrage, pour une roche de mêmes propriétés que le scellement et une barre initialement perpendiculaire au joint, pour différents angles de frottement du joint; comparaison avec le calcul de Dight (en tirets)	82

Abstract

The behaviour of a passive bolt has been modelled, where particular attention is given to the behaviour of the three components of the system: steel, grout and rock. The behaviour of a borehole with a hollow grout cylinder under internal pressure is analysed in two dimensions. The relationship between pressure and displacement is established according to the different states of the grout and rock (elastic, fractured, plastic). A numerical simulation leads to a comparison between the behaviours of grout-sheeted boreholes, under an internal pressure and under an uniaxial load, similar to the transversal displacement of a grouted bar. The obtained analytical pressure-displacement relation is applied to a three-dimensional model of a passive bar subjected to a joint displacement. A method based on a discretisation of the bar into slices and elements is proposed for small deformations. This allows the calculation of induced forces in the bar, as well as the deformation, as a function of the imposed joint displacement.

1. Introduction

Les ouvrages d'art édifiés de nos jours ont une taille de plus en plus importante. D'autre part, l'aménagement toujours plus dense du territoire laisse de moins en moins de choix pour trouver un terrain bien approprié à l'édifice à construire. De ce fait, la nécessité d'un renforcement bien adapté devient plus importante. Cela concerne l'amélioration qualitative des terrains ayant des caractéristiques insuffisantes, et la réduction du coût du renforcement, surtout si l'ouvrage est d'une grande taille.

Les ancrages passifs, d'abord sous forme d'ancrages courts, sont utilisés couramment depuis environ trente ans. Leur avantage est la simplicité de production et d'installation, d'où résulte un effet économique important par rapport aux ancrages précontraints, qui sont utilisés depuis environ cinquante ans.

Des ancrages précontraints nécessitent l'utilisation d'un acier haute résistance, qui est sensible à la corrosion. Il est donc indispensable d'utiliser un système étanche pour protéger la longueur libre de l'ancrage des eaux de ruissellement. Après la prise définitive du scellement au pied de l'ancrage, qui assure la transmission des forces exclusivement axiales de l'ancrage dans le massif rocheux, la force de précontrainte est appliquée en tête de l'ancrage à l'aide d'un vérin hydraulique. Pour des ancrages non temporaires, cette application s'effectue en plusieurs paliers. Si plusieurs ancrages travaillent en système, ce processus peut être difficile et demande une bonne coordination. Les avantages des ancrages actifs sont la connaissance exacte de la force appliquée au massif et la possibilité d'agir contre tout mouvement du massif instable, en profitant ainsi de la résistance initiale des joints, avant qu'une charge de service ne soit appliquée à l'ouvrage. Il reste toutefois à assurer, que les déformations en cisaillement sur les joints laissent l'ancrage libre, car il n'est pas prévu pour travailler en cisaillement.

Un ancrage passif ne commence à fournir un effort de renforcement, que si un déplacement a lieu sur un joint qu'il traverse. L'ancrage peut subir des efforts en traction et en cisaillement.

L'application des ancrages passifs s'étend sur le renforcement des parois des ouvrages souterrains ainsi que des talus et escarpements rocheux. Dans les applications souterraines on rencontre souvent des ancrages posés avec le but d'empêcher la chute des blocs de la voûte d'une galerie (figure 1).

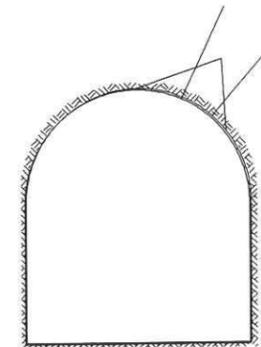


Fig. 1: soutien d'un bloc libre en voûte d'une galerie

Dans ce cas, ils sont sollicités essentiellement en traction. La tête de la barre est toujours munie d'un écrou et d'une plaque, souvent à siège hémisphérique, pour assurer un bon appui sur la roche. Le dimensionnement de la barre est simple; ses caractéristiques correspondent à celle d'un essai en traction de l'acier. Cependant, dans le cas d'un massif continu, ou pour des galeries en grande profondeur, la plastification autour de l'excavation va se produire plutôt en cisaillement qu'en traction. Les ancrages vont alors traverser des surfaces de cisaillement potentielles. Ils vont subir une déformation en cisaillement, l'autre mode de sollicitation, qui est plus complexe.

Encore plus intéressant est le rôle des ancrages dans le cas d'un massif stratifié (figure 2), par exemple dans des mines de charbon, où ils s'installent souvent en système. Ici, une plastification a lieu d'abord par séparation des couches en direction de la galerie, puis cisaillement relatif et finalement flambage. Un ancrage passif recoupant la stratification permet le renforcement par l'action en même temps en traction et en cisaillement, dès le premier stade de plastification du massif. En plus, une rupture locale d'ancrage ne l'empêche pas de continuer à fonctionner sur sa longueur restante, ce qui présente une sécurité additionnelle.

Pour le renforcement des talus, l'ancrage passif est également utilisé, souvent en système. Ici aussi, la sollicitation se compose de traction et cisaillement, en fonction du mécanisme de rupture envisagé, voir figure 3. L'application d'ancrages passifs reste un moyen de choix dans les cas où le terrain ne supporte pas la forte contrainte introduite par un ancrage actif.

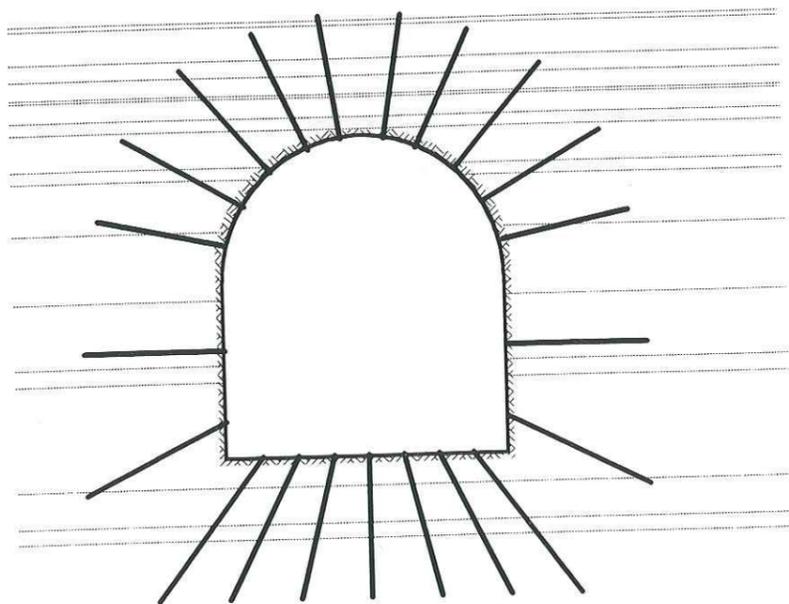


Fig. 2: ancrages dans une galerie en massif stratifié

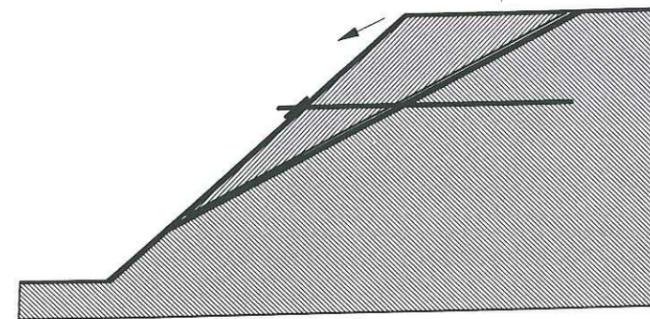


Fig. 3: armature passive dans un talus, avec un modèle de rupture potentielle

La mise en oeuvre des ancrages passifs a été perfectionnée depuis le début de leur application. Actuellement on procède d'abord au forage (figure 4), où se loge ensuite la barre, munie auparavant d'un tuyau d'injection et des éléments de centrage. La mise en place du scellement se fait, à l'aide d'un appareil de malaxage, par injection dans le tuyau fixé le long de la barre. Ainsi le remplissage se fait à partir du fond du forage. Des éléments d'espacement garantissent un emplacement de l'armature bien centré dans le forage et un enrobage continu par le produit de scellement. Le tuyau reste en place et, une fois le scellement durci, ne nuit pas à sa qualité.

Une autre technique consiste à utiliser de la résine pour le scellement. Le forage est rempli avec des cartouches, qui contiennent la résine et le catalyseur séparés. L'introduction de la barre, dont le bout est coupé en biseau, déchire les cartouches, puis un bon malaxage est assuré par une rotation de la barre. Si des résines à courte durée de durcissement sont utilisées, l'ancrage est rapidement en état de fonctionner. Pour n'utiliser qu'une petite quantité de résine, pour des raisons économiques, la différence entre le diamètre du forage et celui de la barre est petite. Cela est gênant en roche tendre car une plus petite surface de contact entre scellement et roche favorise des arrachements. Le choix pour l'une ou l'autre technique varie aussi selon le lieu d'application et l'état des connaissances.

Il existe aussi d'autres types d'ancrages passifs. Un groupe est celui des auto-foreurs, qui possèdent un outil de forage au bout d'une tige creuse. Celle-ci permet d'injecter l'eau de forage, puis le produit du scellement, en laissant l'outil en place, qui devient l'ancrage. Ce type convient surtout pour des massifs tendres, où le forage risque de s'effondrer lorsqu'on sort l'outil de forage. En outre, il y a des ancrages passifs expansifs, du type Swellex, dont la tige creuse en tôle repliée s'applique contre la paroi du forage lorsqu'elle est soumise à une pression hydraulique. Faute d'un scellement, l'effort axial n'est transmis que par la friction entre ancrage et roche. Comme la tige est creuse, elle n'a

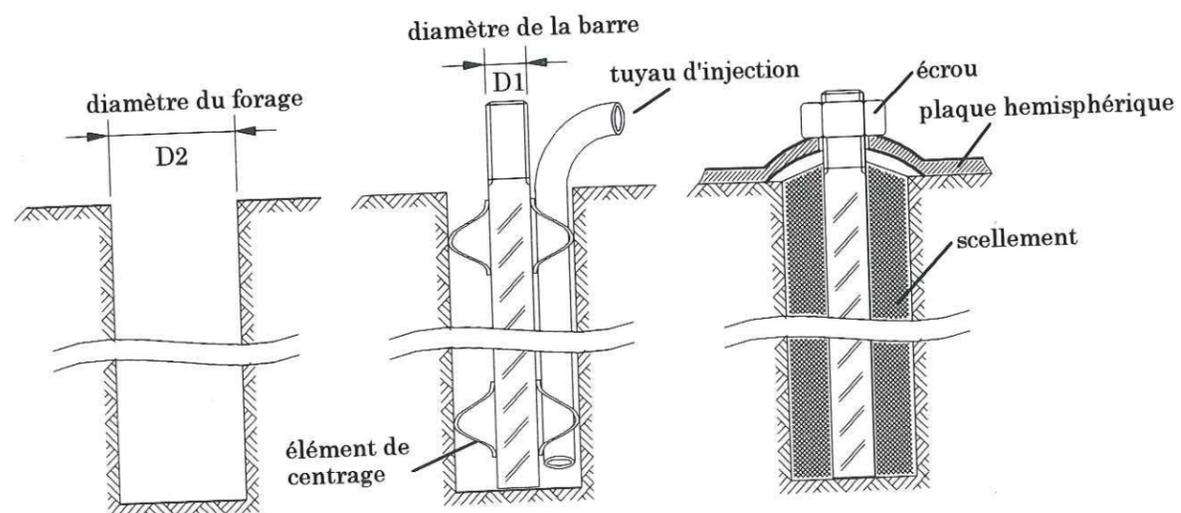


Fig. 4: exécution d'un ancrage passif

qu'une résistance limitée au cisaillement. L'avantage de ce type d'ancrage est l'installation très rapide et son action instantanée, qui permet son application au fur et à mesure selon les conditions du terrain.

Des câbles sont également utilisés au lieu des barres, surtout si la longueur nécessaire des ancrages dépasse les dimensions de l'excavation souterraine, où ils doivent être installés. Des problèmes d'adhérence câble- scellement peuvent se poser à cause de l'absence d'une surface structurée. On les prévient en écartant localement les fils du câble par des éléments de formes variées.

L'action d'un ancrage qui traverse une discontinuité soumise à un cisaillement est beaucoup plus complexe que dans le cas d'une sollicitation en traction. La figure 5 montre une telle situation. On suppose que la longueur d'ancrage de chaque côté du joint suffit à éviter un arrachement. Le joint peut être fermé ou ouvert, avec ou sans remplissage. L'armature va subir une déformation, dite "en manivelle", due au mouvement du joint, comme l'indique la figure 5. Cette déformation entraîne la plastification des trois membres de cette configuration: acier, mortier et roche. Tandis que les deux derniers sont des matériaux de type plutôt fragile, l'acier est d'une nature beaucoup plus ductile. Le fait que l'ancrage travaille dans tout le domaine plastique jusqu'à la rupture, fait la différence avec des calculs de construction mécanique classique. Ceux-ci ne trouvent donc pas d'application satisfaisante, tandis que le calcul en plasticité d'un ensemble de matériaux de comportements de base très différents est difficile à traiter. Cela n'a pourtant pas empêché l'application des ancrages passifs, dont le dimensionnement a été fait en suivant des théories, qui ont évoluées au cours du temps.

Un calcul, qui s'approche de la réalité de la déformation d'un ancrage passif, permettrait de trouver un dimensionnement, au niveau des caractéristiques et de la géométrie des composants, conduisant au comportement recherché. Celui-ci est

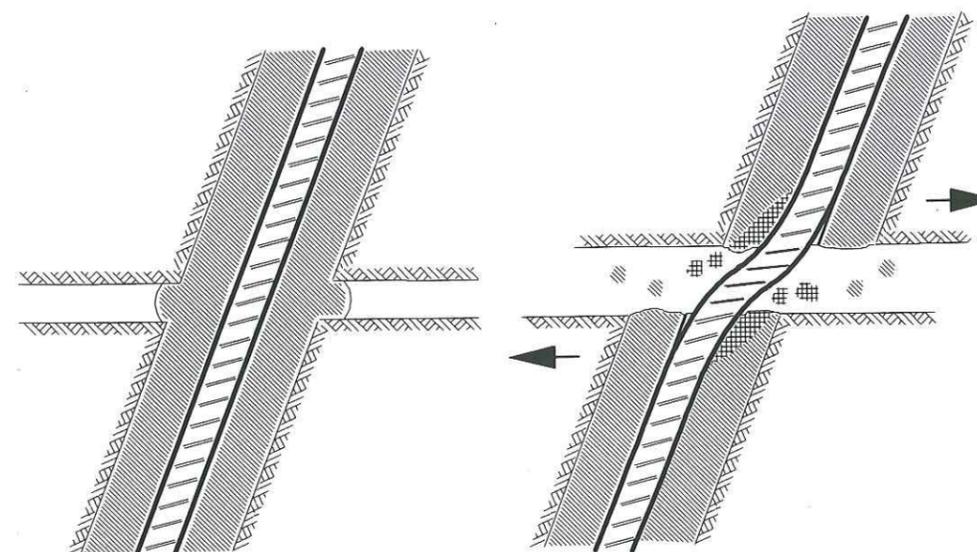


Fig. 5: ancrage passif soumis à un cisaillement du joint

défini par la relation entre le déplacement au joint et la contribution de l'ancrage. La mise en accord de cette caractéristique avec les propriétés du joint permet une meilleure utilisation de la résistance initiale de ce dernier. Il en résulte un gain économique grâce à l'utilisation de composants justement dimensionnés, ainsi qu'une meilleure sécurité de l'ouvrage grâce à la réduction des déplacements.

L'objectif de ce travail est de proposer une modélisation du comportement d'un ancrage passif, prenant en compte les trois matériaux, acier, scellement et roche, et leurs comportements spécifiques.

Le deuxième chapitre de ce mémoire retrace l'évolution des connaissances sur le sujet.

Dans le troisième chapitre, le comportement d'un forage cimenté soumis à une pression intérieure est étudié en deux dimensions. Les relations entre la pression appliquée sur le scellement et le déplacement correspondant sont établies pour les différents états du scellement et de la roche (élastique, fracturé, plastique).

Dans le quatrième chapitre, une simulation numérique permet de comparer les comportements successifs d'un forage cimenté, lorsqu'il est soumis à un chargement intérieur axisymétrique, puis à un chargement uniaxial, qui se rapproche de celui exercé par une barre soumise à un déplacement transversal.

Dans le cinquième chapitre, on tente de modéliser le comportement d'un ancrage soumis à un cisaillement au niveau d'un joint. La réaction du forage cimenté soumis à des déplacements transversaux est donnée par les relations établies au chapitre trois. La méthode proposée, valable pour de petites déformations, est basée sur une décomposition de la barre en tranches et en éléments.

Elle fait l'objet d'un programme informatique, présenté dans le chapitre six. Les difficultés rencontrées lors de la mise au point de ce programme sont exposées, ainsi que les simplifications qui ont dû être effectuées.

Le chapitre de conclusion porte un regard critique sur les modèles présentés et propose de nouvelles directions de recherche.

2. Etat des connaissances

Les publications au sujet des ancrages passifs sont très nombreuses et ne peuvent pas toutes être citées. Dans ce chapitre, un aperçu du développement progressif des théories est présenté. Si un contenu théorique est utilisé ultérieurement dans notre travail, une description précise sera donnée à l'endroit de son application.

Un des premiers à étudier la contribution des ancrages passifs à la résistance au cisaillement des joints par des essais de laboratoire a été Bjurstroem [5] dans l'année 1974. Il tire des conclusions, qui restent toujours valables:

- la force mobilisée dans l'ancrage contribue au renforcement par une composante directe, parallèle au joint, et par une composante normale qui augmente la force de frottement au joint;
- la traction dans l'ancrage joue un rôle primordial;
- l'inclinaison de l'ancrage dans le sens du déplacement du joint donne une caractéristique plus rigide.

Il trouve dans les essais des contributions d'ancrage (définition au paragraphe 5.1) qui atteignent jusqu'à 137% de la résistance maximale de l'acier en traction. Compte tenu du fait, que la résistance de l'acier en cisaillement est inférieure à celle en traction, et que la barre est fléchie par le cisaillement du joint, il présume l'importance de la sollicitation de la barre par traction. La modélisation par un calcul en cisaillement pur (effet de goujon) n'est appliquée que pour un ancrage perpendiculaire au joint et est remplacée, pour des barres inclinées, par un calcul basé sur la traction dans la barre. Les caractéristiques de la roche ou du scellement n'ont pas été systématiquement prises en considération. Ainsi le type de l'acier, le diamètre de la barre et le type de la roche ne varient pas dans la gamme des essais effectués.

Un certain nombre de recherches ultérieures se concentrent ensuite sur le côté expérimental, pour mieux comprendre l'interaction entre l'ancrage et le joint. Azuar [2] fait des essais sur des joints artificiels, formés par des blocs de béton, renforcés par des barres lisses d'un diamètre de 6 ou 12 mm, qui ont été scellées avec de la résine. Il varie l'inclinaison des barres et l'angle de frottement du joint (45° et 5°). Quelques essais ont été effectués avec des "dents" régulières d'un angle constant sur la surface du joint, pour simuler une dilatance. De ses essais, Azuar confirme les conclusions de Bjurstroem et en tire des nouvelles:

- la profondeur de la déformation de la barre est de l'ordre de deux fois son diamètre;
- pour un joint dilatant, l'ancrage se comporte de manière plus rigide.

Il n'obtient que des contributions maximales de 90 % de la résistance maximale de l'acier pour des barres inclinées. Ceci est sans doute dû au scellement, qui est constitué par de la résine, et à sa faible épaisseur de 1 à 2 mm; une flexion importante de la barre, encastrée dans un scellement dur, est ainsi empêchée.

La conclusion, selon laquelle l'influence de l'angle de friction du joint sur la contribution de la barre est négligeable, ne paraît pas convaincante.

Compte tenu de la diminution de la dilatance sur un joint naturel pendant le déplacement, la modélisation par des "dents", qui n'ont pas été détruites par le cisaillement, paraît approximative.

Deux comportements principaux de la déformation sont observés dans les essais: dans le premier cas le joint reste fermé. Dans le second un arrachement de la barre se produit à cause d'une longueur insuffisante du scellement. Le bloc supérieur se lève et une partie de la barre se retrouve entre les deux blocs. Ce type de déformation mène à des déplacements plus élevés par rapport à ceux à joint fermé, et à une contribution plus faible, sans rupture de la barre.

Spang [21], avec un grand nombre d'essais, apporte une contribution importante. Il utilise des matériaux réels d'aciers crénelés et des échantillons en granite, grès et béton. Des paramètres d'ancrage sont variés séparément, ce qui permet la détermination exacte de leur influence sur la contribution. Ces variations concernent l'utilisation de trois types d'acier, dont un avec des diamètres différents (8 et 10 mm), des trois roches citées, l'inclinaison de l'armature, la dilatance du joint, son angle de frottement et la contrainte normale sur le joint. La dilatance du joint ici aussi a été modélisée par des "dents" régulières à la surface du joint. La variation de l'angle de frottement du joint par application d'une couche graphitique permet, par comparaison de deux essais, de déduire la force normale au joint à partir de la différence entre les contributions. Les essais sont complétés par une modélisation par éléments finis en trois dimensions. Des résultats des essais, Spang tire les conclusions qualitatives suivantes:

- L'angle final de flexion de la barre ne dépend pas de son diamètre. Le déplacement est proportionnel au diamètre de la barre, et la force de contribution est proportionnelle au carré du diamètre.
- Une augmentation d'inclinaison d'ancrage augmente la contribution maximale d'une manière surproportionnelle; d'autre part le déplacement diminue.
- Une dilatance du joint correspond à une inclinaison de l'armature de même valeur, mais le déplacement maximal est plus élevé.
- Dans des roches tendres, la contribution mobilisée est inférieure à celle dans des roches dures, mais croît fortement pour des déplacements élevés, permis par une roche tendre, si l'ancrage est orienté perpendiculairement au joint. Pour un angle de frottement du joint, qui reste petit, cette croissance n'a pas lieu.
- Des aciers moins ductiles se comportent de manière plus rigide dans des matériaux tendres. Dans des matériaux très durs, il n'y a pas de différence significative. Pour des joints dilatants, des aciers plus ductiles atteignent des déplacements plus élevés.
- L'angle de frottement du joint est très important. L'influence de l'inclinaison de l'ancrage ou de la déformabilité de la roche agit en grande partie à travers la friction dans le joint. Ils perdent leur importance pour des angles de frottement faibles.

- Une variation de la contrainte normale, appliquée au joint, ne cause pas de changements qualitatifs d'action de l'ancrage.

Spang explore aussi la structure microscopique de la surface de la barre rompue, mais selon des experts qu'il consulte, il n'est pas possible de conclure sur le type de la sollicitation, qui mène à la rupture. Il obtient même, pour plusieurs essais avec des conditions identiques, des modes des ruptures différents. En exploitant les résultats des essais, Spang établit des formules empiriques pour des ancrages passifs.

L'essai d'un calcul analytique a aussi été abordé par un grand nombre d'auteurs. Pour le domaine d'élasticité, la modélisation classique des poutres encastrées dans un milieu élastique semi-infini est appliquée. Le maximum du moment fléchissant dans une telle poutre, chargée transversalement au niveau de la surface du milieu, se trouve à une certaine distance de cette surface. Si les fibres extérieures de la poutre atteignent en ce point la limite élastique, une rotule plastique commence à se former.

Quand aux matériaux entourant la barre, le problème principal est la détermination de la pression de réaction, exercée par eux sur la barre, lors de son déplacement latéral.

Dulacska [8] développe en 1972 une théorie pour l'application au béton armé fissuré. Basée sur l'apparition de deux rotules plastiques, elle suppose une répartition simplifiée de la pression de réaction, qui est assumée par la résistance du béton en compression simple.

Cette théorie a été appliquée sur des armatures passives, par exemple en 1978 par Fuller et Cox [10], en 1982 par Dight [7] et en 1992 par Holmberg [14]. La théorie de Fuller et Cox suppose une déformation de la barre dans deux rotules plastiques; entre celles-ci la barre est supposée rester droite. La résistance du mortier écrasé jusqu'à la profondeur des rotules n'est pas prise en compte dans le calcul de l'état plastique, et le comportement axial est approché par un essai d'arrachement, sans modification pour des zones broyées.

La thèse de Dight est très approfondie. Elle s'appuie sur des essais en laboratoire avec des barres lisses en aluminium ou acier d'un diamètre de 4.75 mm, scellées par de la résine dans des blocs en plâtre. D'autres sont effectués avec des barres ou câbles d'une taille réelle dans un scellement de mortier, confiné à l'intérieur des tubes rigides d'un appareil de cisaillement ("guillotine"). Une observation intéressante est l'augmentation de la rigidité d'un ancrage par câble, si celui-ci est légèrement rouillé (ce qui augmente le frottement entre les fils).

Pour sa théorie analytique, Dight utilise, en présence de rotules plastiques, une modélisation pour la réaction de la roche, basée sur la théorie d'une cavité dans un milieu infini et fragile, sous pression intérieure, suivant Ladanyi [16]. L'utilisation de ce modèle repose sur l'observation d'une similitude dans le lien entre la variation de volume due au déplacement radial et la pression régnant dans la cavité ou exercée par un poinçon.

Il faut noter, que la théorie de Dulacska peut être une bonne approche pour le calcul d'un problème de résistance des structures en béton, où toute plastification

importante est à éviter. Un ancrage passif travaille au-delà de ce domaine jusqu'à sa rupture, où sa déformation n'est plus limitée sur deux rotules. Pour cela, Holmberg ajoute à cette théorie un état ultime, où la déformée de la barre est supposée parabolique. Cet approche paraît plus réaliste, mais reste toujours un peu arbitraire, et utilise un comportement du scellement et de la roche du type idéal plastique. D'autre part, le passage vers l'état ultime ne trouve pas d'explication analytique satisfaisante.

Schubert [20] réalise que les déplacements dans le domaine élastique sont négligeables devant les déformations plastiques du scellement et de la roche. Pour déterminer la réaction du scellement lors de son broyage, il procède à un essai d'enfoncement d'une bille d'acier dans le matériau du scellement ou la roche (calcaire, granite ou béton). Un module reliant force et enfoncement de la bille est ensuite analytiquement adapté à la géométrie d'un cylindre, et sert ensuite au calcul d'une armature en trois dimensions. Le mécanisme de plastification des géomatériaux est supposé correspondre à une élimination de la porosité initiale. La présence du scellement est prise en compte par une superposition analytique des essais d'enfoncement dans le scellement et la roche, limitée au cas où la roche est plus dure que le scellement.

Pour un calcul de la déformation de la barre, elle est divisée en tranches distinctes, qui sont supposées se déplacer exclusivement dans une direction parallèle au joint. Le principe du calcul est l'application d'une force parallèle au joint au point de la barre, qui se situe au niveau du joint. Les forces agissant sur une tranche, qui sont constituées par la réaction du scellement et les forces agissant dans la barre, servent à calculer la flexion relative par rapport à la tranche voisine. Ainsi la déformée de la barre est construite. Par l'extension de la barre déformée, la force axiale est déterminée. Un déplacement au joint, lors de la flexion de la barre, est ainsi lié à un couple de forces, qui permet le calcul de la contribution de l'ancrage.

L'acier de la barre est supposé d'un comportement idéal plastique, et le frottement entre la barre et le matériau broyé du scellement est pris en compte. Le moment de la rupture est déterminé par vérification d'un critère, qui délimite la résultante des efforts axial et tranchant ainsi que l'extension. Une dilatance du joint est modélisée par un mouvement bilinéaire.

Une analyse détaillée est effectuée au sujet du type de la rupture de la barre. Les striction obtenues dans des roches tendres avec des aciers ductiles sont semblables à ceux d'un essai de traction. Les surfaces des ruptures ont été analysées par microphotographie. Un acier ductile dans une roche dur montre une rupture par cisaillement avec une striction (essai dans le granite). Des pores créés à l'intérieur de l'acier, causés par des inclusions, sont allongés pour former des "cavités de cisaillement", dont la forme montre la direction de la déformation. La rupture en traction pour le cas des roches plus tendres a une forme classique de combinaison cône-tasse. Les cavités microscopiques montrent des bords dentés.

Des ruptures fragiles se produisent seulement pour des aciers raides, et ainsi moins ductiles pour subir une flexion et une traction en même temps. L'image

microscopique montre alors peu de cavités, mais des ruptures plus lisses sortant du bord de la surface latérale, caractéristiques pour un comportement fragile.

Encore une autre modélisation du problème a été présentée en 1993 dans la thèse de Pellet [18]. En présence des rotules plastiques, il utilise la méthode du travail maximum pour la plastification de la partie située entre les rotules, au-delà desquelles un comportement élastique est supposé. Cette méthode permet une détermination de la relation entre les composantes de traction et de cisaillement au moment de la rupture.

Pour modéliser l'allongement de l'acier dans l'état plastique, une rigidité axiale moyenne est introduite en fonction de l'effort normal. Elle est supposée décroître entre la limite élastique et la rupture. Entre les rotules, la réaction du scellement est supposée constante.

Les essais effectués modélisent le changement global des propriétés d'une roche par l'action des ancrages. Le procédé employé diffère par rapport aux essais classiques, qui imposent un mouvement de cisaillement entre deux blocs à l'aide d'une presse agissant dans la direction du joint. L'échantillon de Pellet présente une forme cubique avec 1 à 5 joints, orientés avec un angle de 45° à 60° sur l'horizontale. Les matériaux utilisés sont du plâtre et du calcaire. Les joints sont renforcés par des fils d'acier d'un diamètre de 3 mm, scellés par résine dans le calcaire ou foncées et boulonnées dans le plâtre, avec une orientation horizontale. L'échantillon est placé dans une presse triaxiale, qui permet des essais en compression simple et triaxiale. Une force normale sur l'échantillon agit sur le ou les joints inclinés par deux composantes, en cisaillement et par un effort normal. Les conclusions qualitatives tirées suit aux essais correspondent à ceux auparavant citées.

Le développement des méthodes de modélisation pour des ancrages passifs montre la volonté pour un approche toujours plus réaliste, mais aussi des difficultés à l'égard d'une solution analytique du problème.

Après l'utilisation de la seule résistance de l'acier (Bjurstroem), la déformation de la barre et la plastification des géomatériaux ont successivement été prises en compte. Cela a été d'abord le cas pour la roche, en utilisant simplement sa résistance en compression (Fuller et Cox). Des méthodes analytiques de modélisation de la réaction de la roche ont été appliquées (Dight), ou leur détermination expérimentale a été entreprise (Schubert). Ce dernier reste le seul à ne pas avoir négligé l'influence d'un scellement constitué par du mortier, et à utiliser un modèle de plastification continue, qui n'est pas limité à deux rotules plastiques.

A partir de cet état actuel, une modélisation analytique devrait répondre aux exigences suivantes:

- Le comportement de l'ensemble du scellement et de la roche doit être pris en compte.
- La modélisation de la déformation de la barre doit être plus réaliste (déformée de la barre entre les rotules plastiques).
- Un comportement plastique réaliste de l'acier est préférable à un comportement idéal plastique.

- Les caractéristiques de rupture réelles du scellement et de la roche sont à utiliser (rupture fragile).
- Un arrachement partiel du scellement en cas d'une forte traction dans la barre est à prendre en compte.

On remarque une forte tendance à effectuer une approche du problème à l'aide des essais. Cela peut ne concerner qu'une partie de la modélisation dans le cas de la détermination expérimentale d'un paramètre (Schubert) ou tout le problème (Spang). D'un point de vue d'application pratique, une modélisation basée sur une loi empirique ou partiellement empirique paraît souvent plus fiable, tant que le traitement théorique n'a pas encore fait preuve d'un réalisme satisfaisant dans la reproduction des phénomènes physiques.

Pour une meilleure approche à la limite d'utilisation des matériaux, la connaissance exacte des propriétés des composants est toutefois nécessaire. Celles des matériaux artificiels (barre et mortier) ne posent pas de problème. Quand au massif, la présence des discontinuités rendra toujours la tâche plus difficile. Cet aspect devrait être pris en compte, si un calcul précis était envisagé. Dans des cas douteux, un dimensionnement des ancrages dans le sens d'une meilleure sécurité sera toujours préféré à une investigation coûteuse.

3. Modélisation axisymétrique bidimensionnelle d'un forage cimenté

La figure 5 montre un ancrage passif, traversant un joint, et sa déformation due au déplacement au joint. Il faut noter, qu'en réalité le coulis injecté se répartit aussi à l'intérieur du joint, s'il est ouvert. Dans le cas d'un joint rempli d'une matière, par exemple argileuse, celle-ci peut être partiellement enlevée lors du forage, laissant place au coulis dont la répartition ne sera pas exactement connue. Pour rendre la modélisation plus facile, il est considéré que, dans le cas d'un joint ouvert, la colonne du scellement consiste en deux parties. C'est comme si on suppose que le scellement dans la partie ouverte du joint est détruit dès la première déformation. Il mobilise en revanche une cohésion initiale, qui peut être prise en compte dans la modélisation du comportement du joint renforcé. Ce problème par contre ne fait pas partie de celui du calcul d'un ancrage seul.

La déformation de la barre cause un enfoncement de celle-ci dans les matériaux l'entourant. Suite à cet enfoncement, la barre subit une pression de réaction orientée en sens inverse. Pour déterminer la contribution de l'ancrage au joint, la connaissance de toutes les forces agissant sur l'ancrage est nécessaire. A cause de la section constante de la barre, une modélisation pour déterminer les forces de réaction à l'enfoncement peut être effectuée en deux dimensions. Avant d'entreprendre la modélisation d'un ancrage complet, le chapitre suivant va traiter le problème bidimensionnel du module de réaction.

Le rapport de la pression exercée sur une interface, sur le déplacement de celle-ci, a été défini par Terzhagi [23] comme le module de réaction k_s :

$$k_s = \frac{\sigma_n}{u} \quad (1)$$

Dans le cas d'une barre passive celle-ci exerce des contraintes sur le scellement, qui les transmet au massif rocheux.

La particularité du système barre- scellement- massif consiste dans la combinaison de matériaux de comportements différents (ductile, fragile) et de différentes résistances, en adhérence initiale sur toutes leurs surfaces de contact. Dans la littérature on trouve des solutions pour les problèmes de contact ponctuel ou linéique entre deux corps, qui ne sont pas solidarisés (scellés) entre eux, comme la pression Hertzienne avec ou sans friction, traitée par Spence [22]. Ces solutions, qui utilisent des approches par des problèmes avec conditions aux limites mixtes, ou des solutions itératives des équations de Volterra, ne permettent de traiter que des déformations dans la domaine élastique des matériaux.

Pour des matériaux des sols, la détermination des modules de réaction sous des fondations à semelle plate se fait d'après Boussinesq [4]. L'adaptation de cette méthode n'était pas possible, car la zone plastifiée au voisinage d'une surface libre (sur laquelle se trouve la fondation) diffère de la géométrie d'un ancrage passif. En plus, les matériaux susceptibles d'être renforcés et le scellement suivent d'autres lois de comportement que celles des sols.

Ladanyi [16] a établi une méthode de calcul en plasticité pour l'enfoncement d'un poinçon dans un matériau fragile. Il trouve une forte ressemblance entre la réaction du matériau sous un poinçon et le calcul de l'expansion d'une petite cavité, située à la surface du matériau et soumise à une pression hydraulique. L'augmentation du volume de cette cavité est supposé égale au volume chassé par le poinçon.

Les essais effectués par Khalaf [15] confirment en effet l'existence d'une telle zone sphérique sous le poinçon, rempli du matériau broyé (en poudre) et une fissuration radiale autour de cette zone.

D'autre part, des recherches sur le comportement des pieux sollicités horizontalement par Bourges et Franck [3] ont montré que la réaction du sol due à un déplacement du pieu est proche de celle obtenue lors d'un essai pressiométrique, qui consiste dans l'application d'une pression hydraulique à l'intérieur d'un forage.

Compte tenu de ces ressemblances entre l'enfoncement d'une armature et l'expansion d'une cavité sous pression, le calcul du module de réaction sur une armature passive à été approché par le calcul de l'expansion d'une cavité cylindrique dans un milieu infini. Cette approche a déjà été utilisée, notamment par Dight [7].

Dans l'hypothèse où la contrainte exercée sur le scellement est normale et uniforme (figure 6), on peut facilement établir le lien entre la force résultante P exercée par une contrainte uniforme σ_n :

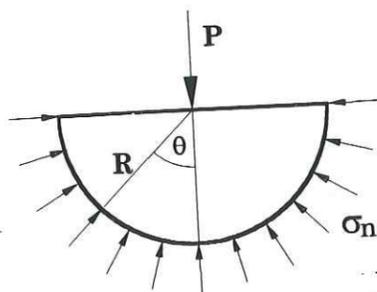


Fig. 6: contraintes au contact de l'armature

$$P = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sigma_n ds \cos\theta = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sigma_n R \cos\theta d\theta = 2 R \sigma_n \quad (2)$$

$$P = D \sigma_n = D k_s u$$

$$\text{avec } D = 2R.$$

3.1. Module de réaction en élasticité

Au début, chaque déformation s'effectue dans le domaine élastique. Pour une cavité cylindrique dans un massif infini, une des équations d'équilibre est:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (3)$$

et les relations entre contraintes et déformations sont, dans l'hypothèse des déformations planes:

$$\sigma_r = (\lambda + 2G) \varepsilon_r + \lambda \varepsilon_\theta = (\lambda + 2G) \frac{du}{dr} + \lambda \frac{u}{r} \quad (4)$$

$$\sigma_\theta = \lambda \varepsilon_r + (\lambda + 2G) \varepsilon_\theta = \lambda \frac{du}{dr} + (\lambda + 2G) \frac{u}{r} \quad (5)$$

En introduisant (4) et (5) dans (3), on obtient:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right) = 0 \quad (6)$$

dont la solution générale est:

$$u = Ar + \frac{B}{r} \quad (7)$$

Pour le système scellement- massif avec la cavité à l'intérieur de R_1 et la limite scellement- massif à R_2 , il y a quatre conditions limites:

$$\begin{aligned} \sigma_{rs}(R_1) &= p_i \\ \sigma_{rs}(R_2) &= \sigma_{rm}(R_2) \\ u_s(R_2) &= u_m(R_2) \\ u_r(\infty) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Les contraintes initiales dans le massif sont négligeables. Les indices s et m désignent respectivement le scellement et le massif rocheux. La substitution de (7) dans (5) en respectant (8) donne les constantes de (7) pour le scellement et le massif :

$$\begin{aligned}
A_m &= 0 \\
B_m &= \frac{p_i R_1^2 R_2^2 (\lambda_s + 2G_s)}{2(MR_1^2 + NR_2^2)} \\
A_s &= \frac{-p_i (G_m - G_s) R_1^2}{2(MR_1^2 + NR_2^2)} \\
B_s &= \frac{-p_i M R_1^4}{2G_s(MR_1^2 + NR_2^2)} + \frac{p_i R_1^2}{2G_s}
\end{aligned} \tag{9}$$

avec $M = (\lambda_s + G_s)(G_m - G_s)$
 $N = (\lambda_s + G_s + G_m)G_s$

On obtient les contraintes élastiques dans le massif:

$$\sigma_{rm} = 2G_m \frac{B_m}{r^2} \tag{10}$$

$$\sigma_{\theta m} = -2G_m \frac{B_m}{r^2} \tag{11}$$

et les contraintes élastiques dans le scellement:

$$\sigma_{rs} = 2G_s \frac{B_s}{r^2} - 2(\lambda_s + G_s) A_s \tag{12}$$

$$\sigma_{\theta s} = -2G_s \frac{B_s}{r^2} - 2(\lambda_s + G_s) A_s \tag{13}$$

La contrainte radiale à R_2 vaut:

$$\sigma_{r2} = p_i \frac{R_1^2 G_m (\lambda_s + 2G_s)}{MR_1^2 + NR_2^2} \tag{14}$$

et la contrainte circonférentielle à R_1 :

$$\sigma_{\theta s1} = p_i \left(\frac{2MR_1^2}{MR_1^2 + NR_2^2} - 1 \right) \tag{15}$$

La répartition des contraintes radiales et circonférentielles en fonction du rapport des modules de cisaillement du scellement G_s et du massif G_m est schématisé en figure 7. On remarque l'influence du massif sur la contrainte circonférentielle dans le scellement: un massif dur engendre une augmentation de σ_θ , qui peut même atteindre des valeurs positives. Un massif tendre par contre mène à une diminution de σ_θ .

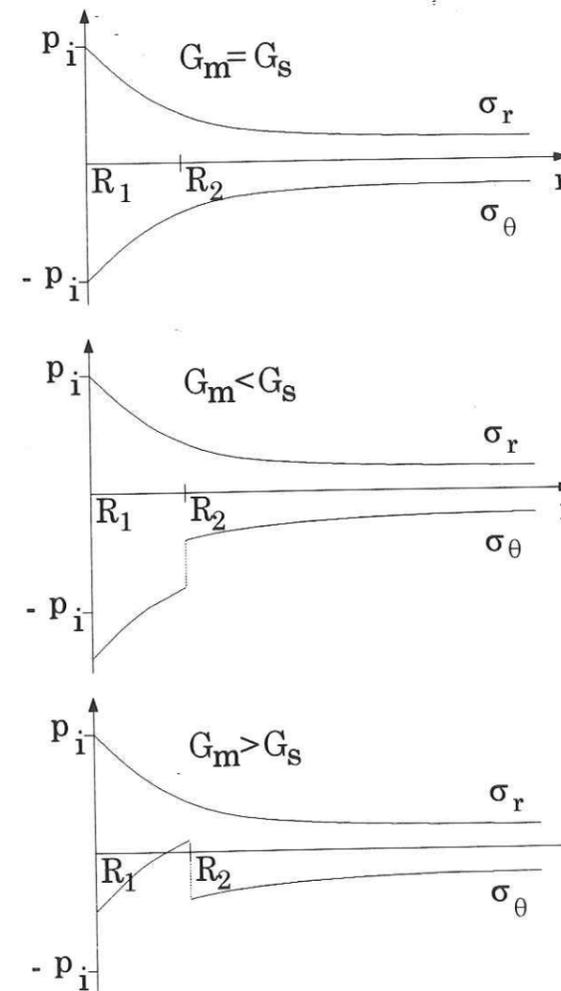


Fig. 7: schéma de la répartition des contraintes en fonction des modules G du scellement et du massif

A partir des équations d'équilibre et de l'élasticité linéaire on obtient comme déplacement de la paroi intérieure du système scellement-massif:

$$u_i = \frac{p_i R_1 \left[(\lambda_s + G_s + G_m) - (G_m - G_s) \frac{R_1^2}{R_2^2} \right]}{2N + 2M \frac{R_1^2}{R_2^2}} \quad (16)$$

Le module de réaction s'écrit, à partir de (1) et (16):

$$k_s = \frac{2N + 2M \frac{R_1^2}{R_2^2}}{R_1 \left[(\lambda_s + G_s + G_m) - (G_m - G_s) \frac{R_1^2}{R_2^2} \right]} \quad (17)$$

3.2. Module de réaction avec plastification

Pour le passage dans le domaine plastique on recourt à la théorie d'une cavité dans un milieu infini de comportement fragile avec plastification, chargée par une pression interne, établie par Ladanyi [16] pour un milieu homogène. Il applique les hypothèses suivantes:

- avant rupture, le matériau suit la loi élastique de Hooke;
- la rupture apparaît suivant le critère de Fairhurst;
- après rupture, le matériau transformé en masse broyée suit le critère de Mohr-Coulomb.

Le choix des critères est du à l'application de cette théorie aux géomatériaux dans le cadre de différents problèmes rencontrés en géotechnique: stabilité des puits d'exploitation pétrolière, fragmentation par explosifs et, comme déjà remarqué, l'action d'un poinçon sur des matériaux fragiles. C'est un mécanisme de plastification qui apparaît par exemple sous les dents d'un outil de forage.

Le critère de Fairhurst est le suivant:

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{(\sigma_1 + \sigma_3)} = -2(m-1)^2 \sigma_T \left[1 + \frac{2\sigma_T}{(\sigma_1 + \sigma_3)} \left\{ \left(\frac{m-1}{2} \right)^2 - 1 \right\} \right] \quad (18)$$

$$\text{pour } \sigma_1 + m(m-2)\sigma_3 \geq 0$$

$$\text{et } \sigma_3 = -\sigma_T \quad \text{pour } \sigma_1 + m(m-2)\sigma_3 \leq 0 \quad (19)$$

$$\text{avec } n = \frac{\sigma_c}{\sigma_T} \quad \text{et } m = \sqrt{(n+1)} .$$

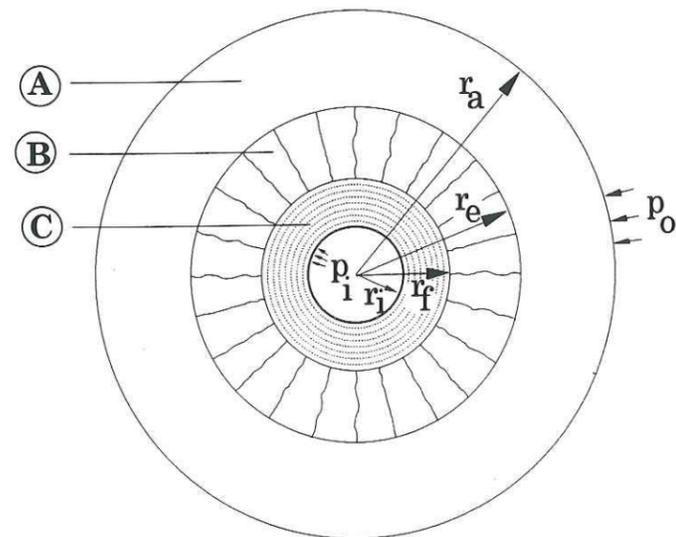


Fig. 8: modes de plastification d'après Ladanyi

Figure 8 présente les différentes zones de plastification d'après Ladanyi:

- a) à $r = r_a$ la pression appliquée est p_o ;
- b) entre r_a et r_e , le milieu est élastique (A);
- c) à $r = r_e$, la contrainte σ_θ atteint la limite élastique σ_T en traction du matériau, des fissures apparaissent dans le massif;
- d) entre r_e et r_f , il y a une zone fissurée radialement (B); la contrainte σ_θ est égale à zéro, et on suppose un comportement élastique des blocs entre les fissures;
- e) à $r = r_f$, la contrainte σ_r atteint la limite de la rupture du matériau en compression uniaxiale σ_c ;
- f) entre r_i et r_f se trouve une zone de matériau broyé (C) sous un état de contrainte triaxial;
- g) à $r = r_i$ agit la pression interne p_i .

Une zone fissurée radialement apparaît seulement, si la pression à l'extérieur p_o n'excède pas une certaine valeur:

$$\frac{p_o}{-\sigma_T} \leq \frac{m(m-2)-1}{2} \quad (20)$$

Nous supposons que les contraintes perpendiculaires à la barre régnant initialement dans le massif sont suffisamment faibles pour que cette condition soit remplie.

Dans la zone élastique les contraintes valent:

$$\sigma_r = p_0 + (\sigma_{re} - p_0) \frac{R_e^2}{r^2} \quad (21)$$

$$\sigma_\theta = p_0 - (\sigma_{re} - p_0) \frac{R_e^2}{r^2}$$

Le déplacement radial vaut:

$$u = \frac{1+\nu}{E} \left(\sigma_{re} - p_0 \right) \frac{R_e^2}{r} \quad (22)$$

$$\text{pour } r = R_e : u = u_e = \frac{1+\nu}{E} (\sigma_{re} - p_0) R_e \quad (23)$$

Pour la zone fissurée, où il y a rupture en traction, les contraintes valent:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_{rf} \frac{R_f}{r} \\ \sigma_\theta &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

Et le déplacement pour $r = R_f$:

$$u_f = \frac{\sigma_{rf}}{E} (1-\nu^2) R_f \ln \frac{R_e}{R_f} + u_e \quad (25)$$

Dans la zone broyée, où il y a rupture en compression, la contrainte radiale vaut:

$$\sigma_r + c \cot \phi = (p_i + c \cot \phi) \left(\frac{R_i}{r} \right)^{1-f} \quad (26)$$

$$\text{avec } f = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$$

et le déplacement radial pour le massif broyé et fissuré:

$$u_i = -r_i \pm \sqrt{r_i^2 - r_f^2 + (u_f + r_f)^2 + e_{av} (r_f^2 - r_i^2)} \quad (27)$$

avec e_{av} : dilatation volumique lors du broyage:

$$e_{av} = \frac{\text{volume de la zone broyée après expansion}}{\text{volume de la roche intacte dans la zone broyée}} - 1$$

La pression p_i a une limite supérieure p_{ult} , correspondant à la propagation de la fissuration à l'infini:

$$p_{ult} = \left(2 \frac{u_f}{r_f} + e_{av} \right)^{-b} (\sigma_c + S_c) - S_c \quad (28)$$

avec

$$\frac{u_f}{r_f} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_T n + \frac{\sigma_c}{E} (1-\nu^2) \ln n ,$$

$$b = \frac{\sin \phi_{res}}{1 + \sin \phi_{res}} ,$$

$$S_c = c_{res} \cot \phi_{res} .$$

Nous avons calculé le déplacement de la paroi en fonction de la pression intérieure pour un système composé des deux matériaux de scellement et du massif rocheux selon le principe expliqué ci-dessus, en supposant la pression à l'infini égale à zéro:

$$p_0 = 0$$

L'application de cette théorie au système scellement-roche offre un large éventail de combinaisons des types de plastification possibles (rupture par traction et / ou cisaillement dans le massif ou le scellement, totale ou partielle), voir figure 9. Cependant on peut en exclure un certain nombre, si on ne considère que des matériaux avec des caractéristiques vraisemblables.

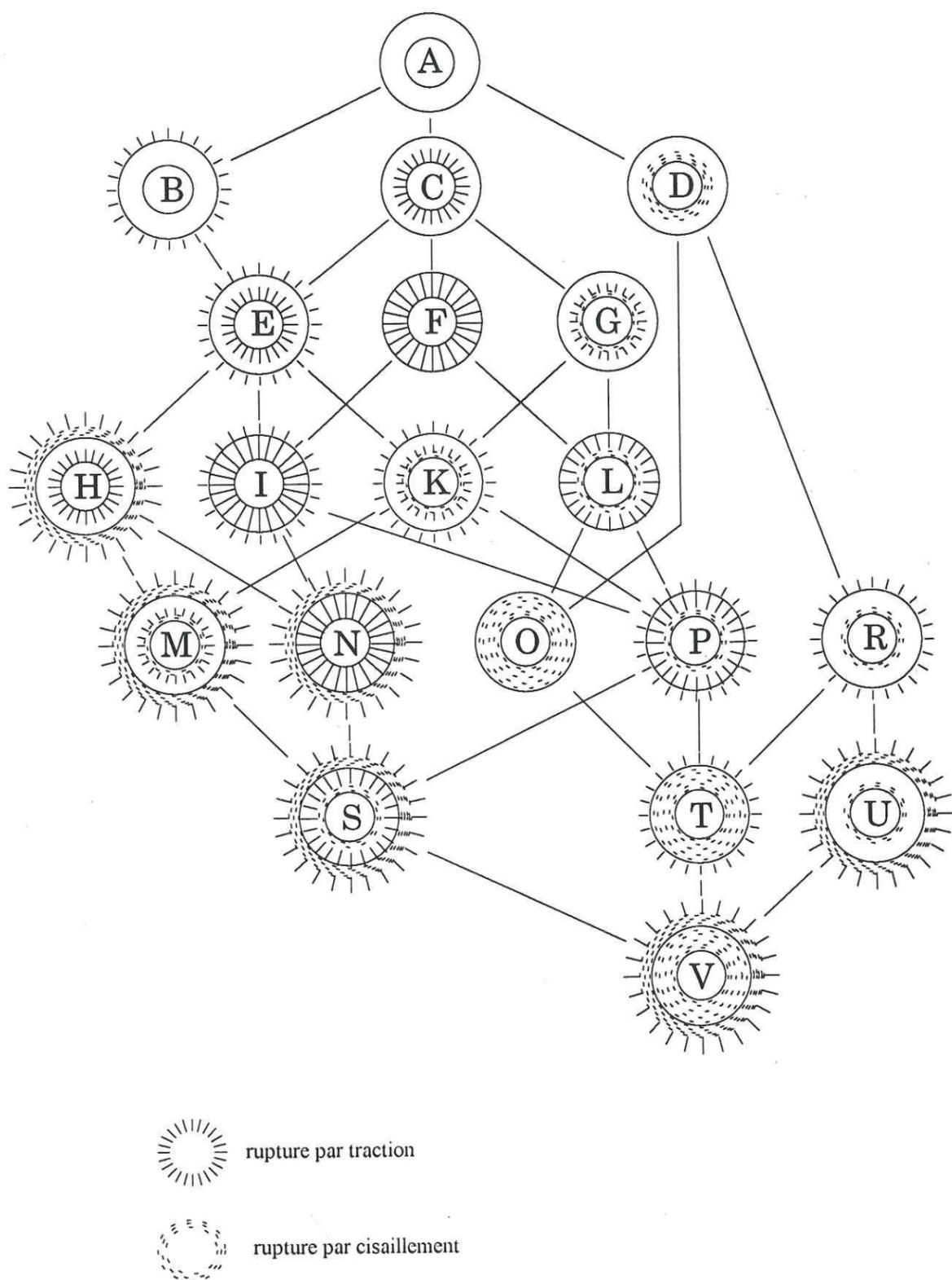


Fig. 9: combinaisons des modes de rupture théoriquement possibles pour le scellement et la roche

3.3. Modes de rupture initiale

3.3.1. Cas général

Comme on peut le voir sur la figure 7, la présence du scellement n'affecte pas la répartition des contraintes dans le massif. Dans le scellement par contre, il y a une autre répartition de la contrainte circonférentielle σ_θ , imposée par l'action du massif entourant.

Dans le massif on a:

$$\sigma_{rm} + \sigma_{\theta m} = 2 p_0 = 0 \quad (29)$$

La condition pour que la rupture de la roche se produise en traction (équation 19) devient:

$$m(m-2) > 1 \quad (30)$$

En supposant que n est toujours supérieur ou égal à 5, cette condition est toujours vérifiée. La rupture initiale du massif se produit donc toujours en traction et lorsque σ_θ atteint la résistance en traction du massif σ_{Tm} . Or c'est à l'interface scellement - massif ($r = R_2$) que σ_θ est le plus faible. La rupture initiale se produit donc pour:

$$\sigma_\theta = -2 G_m \frac{B_m}{R_2^2} = -\sigma_{Tm} \quad (31)$$

Ceci correspond à une pression intérieure

$$p_{iAB} = \frac{\sigma_{tm} (N R_2^2 + M R_1^2)}{G_m R_1^2 (\lambda_s + 2G_s)} \quad (32)$$

La rupture du scellement se produit en traction pour $\sigma_\theta = -\sigma_{Ts}$, si

$$\sigma_{ri} + m(m-2) \sigma_{\theta i} \leq 0 \quad (33)$$

c'est à dire si

$$G_m \leq G_s \frac{(\lambda_s + G_s) \left((m_s - 1)^2 + \frac{R_2^2}{R_1^2} (m_s^2 - 2m_s - 1) \right)}{(\lambda_s + G_s)(m_s - 1)^2 - G_s \frac{R_2^2}{R_1^2} (m_s^2 - 2m_s - 1)} \quad (34)$$

pour une pression intérieure

$$p_{iAC} = \sigma_{Ts} \left[\frac{N R_2^2 + M R_1^2}{N R_2^2 - M R_1^2} \right] \quad (35)$$

sinon elle se produit en cisaillement pour une pression intérieure $p_{iAD} = \sigma_{ri}$, solution de l'équation de deuxième degré:

$$\frac{(\sigma_{ri} - \sigma_{\theta i})^2}{(\sigma_{ri} + \sigma_{\theta i})} = 2(m-1)^2 \sigma_{Ts} \left[1 - \frac{2 \sigma_{Ts}}{\sigma_{ri} + \sigma_{\theta i}} \left\{ \left(\frac{m_s - 1}{2} \right)^2 - 1 \right\} \right] \quad (36)$$

Si p_{iAB} est plus petit que p_{iAC} ou p_{iAD} , la rupture initiale aura lieu dans la roche; dans le cas contraire elle se produit dans le scellement. Pour pouvoir préciser nature et lieu de la plastification initiale, il est nécessaire de prendre en compte le comportement mécanique du scellement et de la roche.

3.3.2. Choix des matériaux types

L'ordre d'apparition des différentes formes de plastification dépend des relations entre les paramètres mécaniques du scellement et du massif rocheux. Ceux-ci varient entre certaines limites. Il est possible de les classer comme cela a été fait par Deere et Miller [6]. La figure 10 montre le lien entre le module d'Young et la résistance à la compression uniaxiale pour des géomatériaux différents. On remarque que les groupes des matériaux se localisent le long d'une bande.

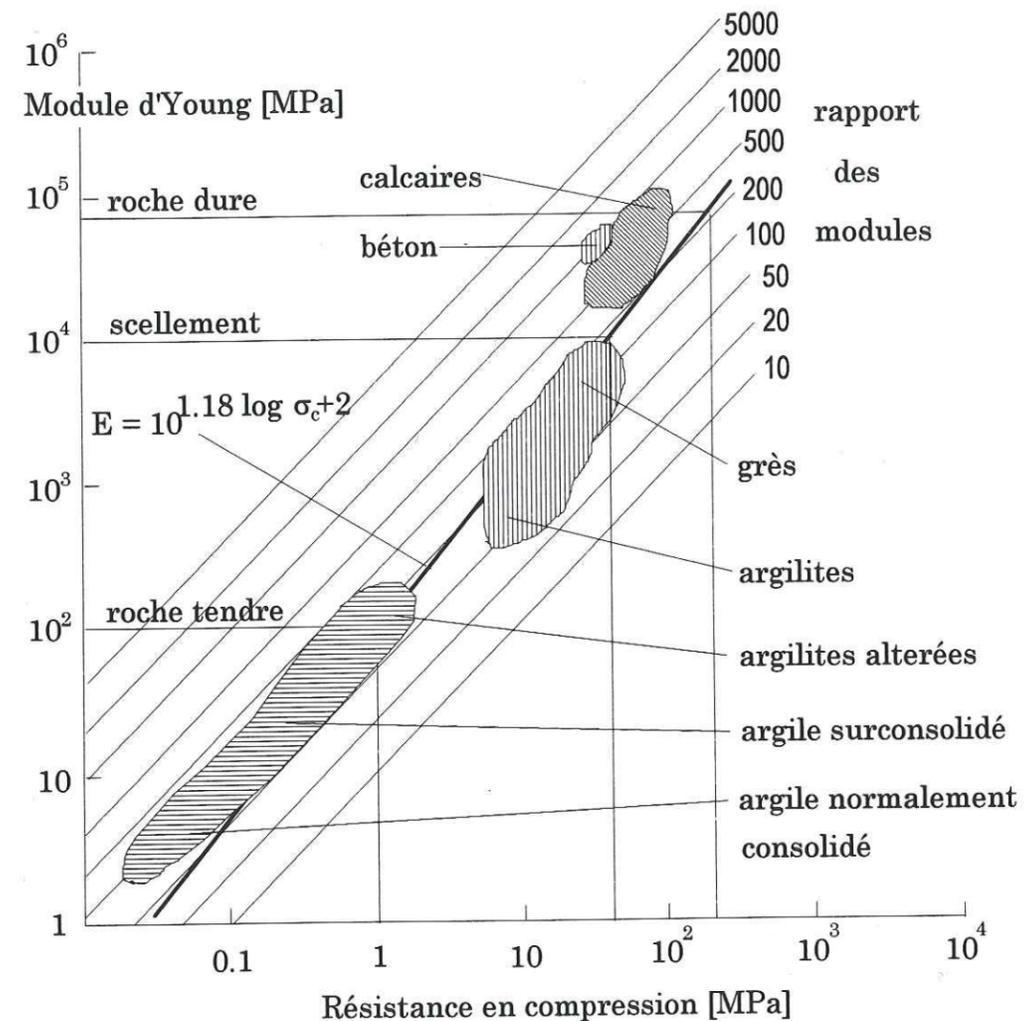


Fig. 10: classification des géomatériaux d'après Deere et Miller

Pour utiliser des paramètres vraisemblables, nous avons défini une sequence type de roches représentée par la droite d'équation:

$$E = 10^{1.18 \log \sigma_c + 2} \quad (37)$$

avec des valeurs d'angle de frottement résiduel de $\phi_{res} = 30^\circ$, un coefficient de poisson de $\nu = 0.25$ et un rapport des résistances en compression et en traction de

$$n = \frac{\sigma_c}{\sigma_t} = 20, \quad (38)$$

qui sont des valeurs typiques.

Pour couvrir tout l'éventail des types de massif qui sont concernés par le renforcement passif, deux types extrêmes ont été fixés. L'un représente un massif très dur avec une résistance en compression monoaxiale de $\sigma_{cm} = 200$ MPa, l'autre est assez tendre avec $\sigma_{cm} = 1$ MPa. Le scellement choisi se situe à $\sigma_{cs} = 50$ MPa, ce qui correspond à un rapport eau/ciment de 0.45 d'après Gendron [11]. C'est un mortier de qualité plutôt moyenne, avec une faible viscosité qui permet une injection sans problème. Le tableau 1 présente les paramètres de ces matériaux types.

	scellement	massif dur	massif tendre
E [MPa]	10000	52000	100
ν	0.25	0.25	0.25
σ_T [MPa]	2.5	10	0.05
σ_c [MPa]	50	200	1
G [MPa]	4000	20800	40
λ [MPa]	4000	20800	40
ϕ_{pic} [°]	24.44	23.48	27.1
ϕ_{res} [°]	30	30	30
c_{pic} [MPa]	16.1	65.58	0.31
c_{res} [MPa]	0.001	0.001	0.001
f_{pic}	2.405	2.318	2.561
f_{res}	3	3	3
m	4.5826	4.5826	4.5826
e_{av}	0.001	0.001	0.001
$S_{c pic}$ [MPa]	35.59	152.52	0.64
$S_{c res}$ [MPa]	0.00173	0.00173	0.00173

Tab. 1: valeurs caractéristiques des matériaux types

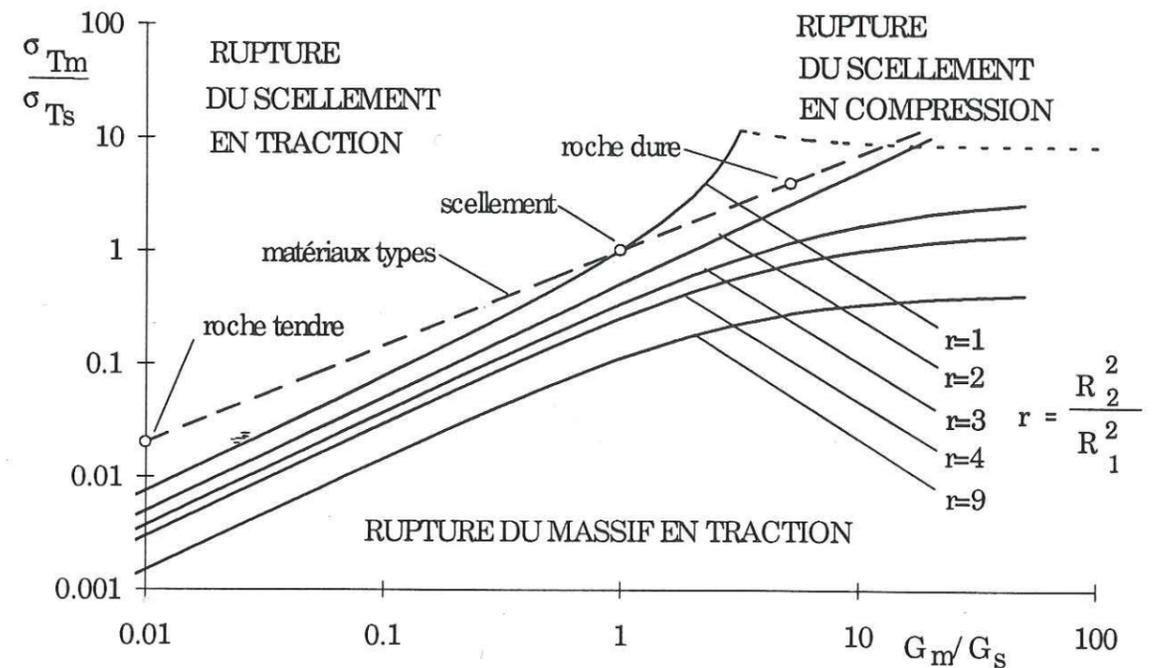


Fig.11: limites entre des modes de rupture initiale

A partir des équations (32), (35) et (36) on obtient des limites entre les modes de rupture initiale en fonction des rapports entre modules de cisaillement et résistances en compression du scellement et de la roche, ainsi que du rapport des diamètres.

Le résultat est visible sur la figure 11. Les lignes continues représentent les limites entre les ruptures par traction dans le scellement et dans la roche, pour différentes valeurs du rapport des diamètres; la ligne en pointillés indique la limite du domaine, ou la rupture du scellement se produit en compression.

La séquence type définie précédemment est représentée par la droite discontinue. Les matériaux types classés entre les deux roches extrêmes se trouvent au-dessus de la limite entre rupture dans le scellement et rupture dans le massif pour un rapport des diamètres de 1.4.

Le rapport des diamètres est habituellement plus élevé, car l'installation du tuyau d'injection demande d'un espace annulaire minimum. On peut donc conclure que la rupture initiale ne se produit ni par rupture du massif, ni par rupture en compression du scellement mais toujours par traction dans celui-ci.

Il est possible d'envisager l'utilisation d'un mortier avec une meilleure qualité. Le mortier le plus performant obtenu à partir d'une relation eau-ciment de 0.3, d'après Gendron [11], atteindrait une résistance en compression monoaxiale de $\sigma_c = 105$ MPa. Néanmoins ceci est le résultat d'une préparation effectuée en laboratoire. In situ on peut s'attendre à des performances plus faibles. Pour la rupture initiale un scellement plus performant cause un placement des

matériaux types dans la figure 11 aux valeurs plus faibles de G_m/G_s , ce qui ne provoque pas de changements qualitatifs.

Dans la figure 12, tous les types de rupture qui peuvent apparaître dans le scellement et la roche, ainsi que les limites entre eux, sont représentés.

La rupture initiale, par traction dans le scellement à R_1 , se produit pour une valeur de p_i donnée par (35).

La figure 13 montre les successions des modes de rupture, qui sont possibles après la rupture initiale dans le scellement (mode C).

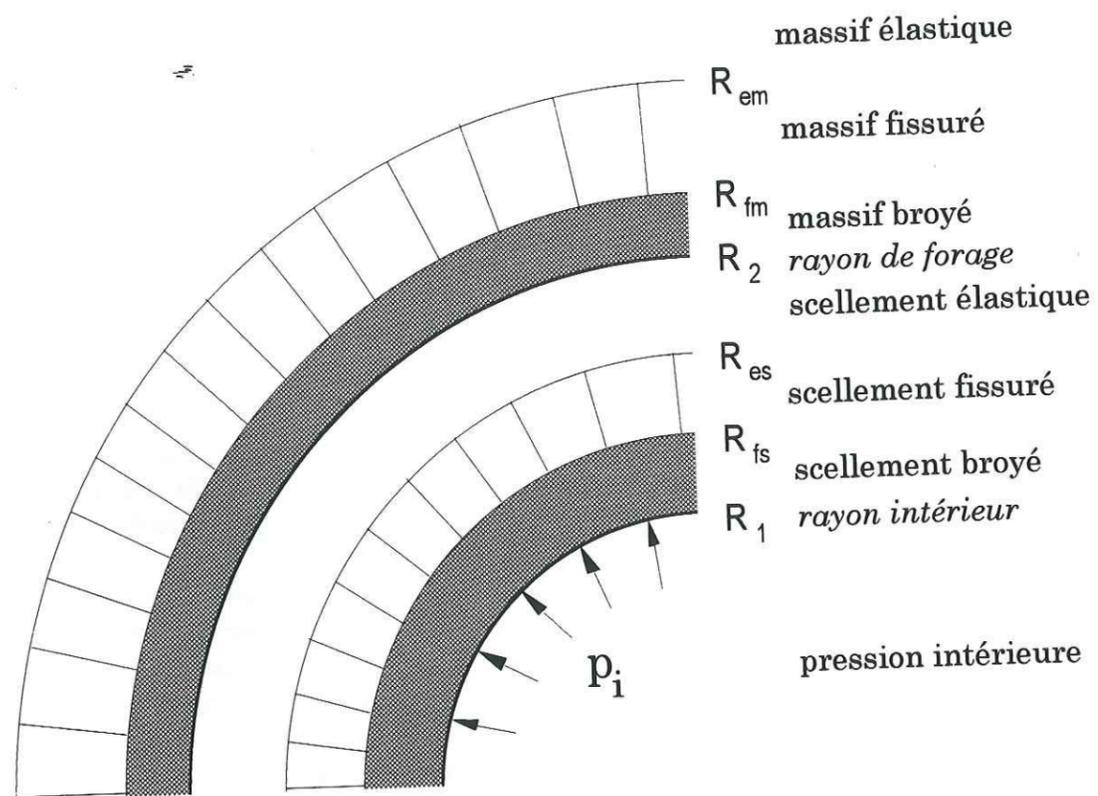


Fig. 12: notation des rayons limites des zones de rupture du système scellement-roche

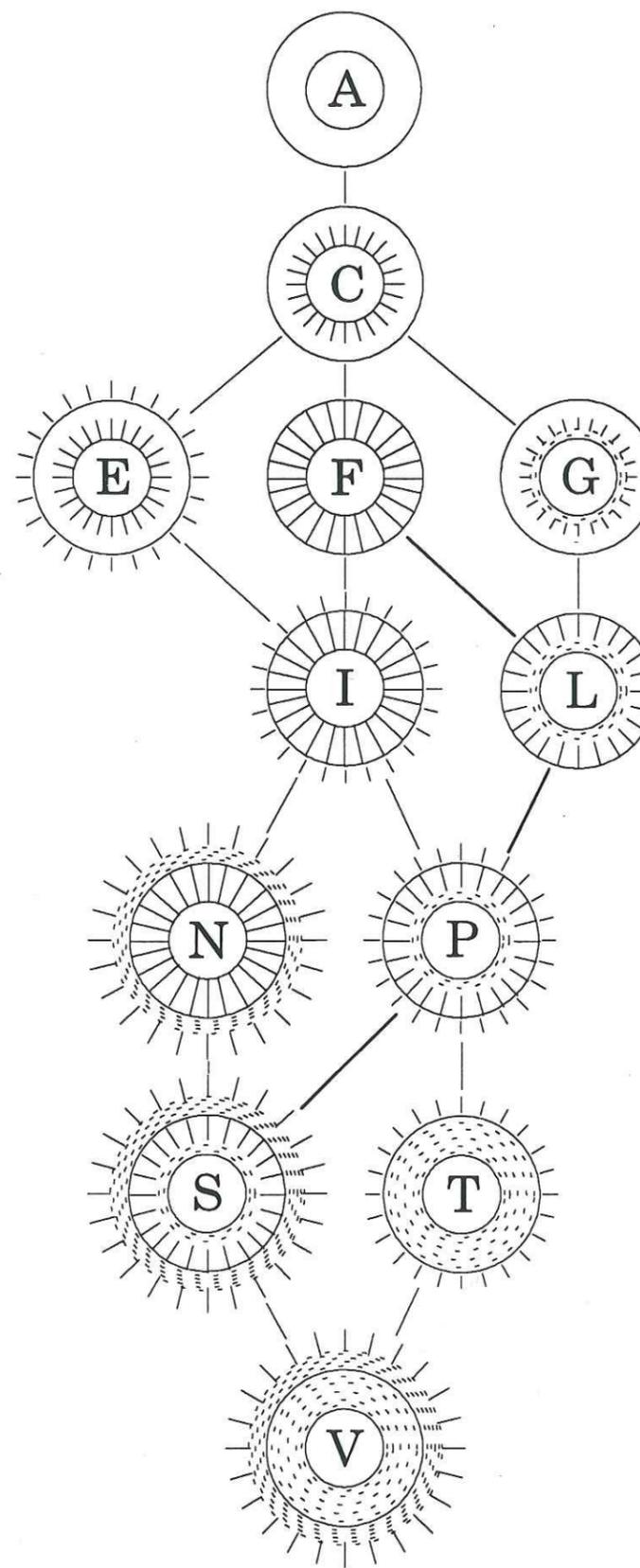


Fig. 13: modes réels de rupture du scellement et de la roche

3.4. Propagation des fissures dans le scellement avant rupture du massif

Après la rupture initiale, l'augmentation de p_i mène à l'agrandissement des fissures dans le scellement. De l'équation (24), on obtient pour la partie fissurée du scellement:

$$\sigma_{res} = p_i \frac{R_1}{R_{es}} \quad (39)$$

La contrainte σ_{res} à la limite de la zone fissurée doit aussi être égale à l'expression donnée par (35) en remplaçant R_1 par R_{es} :

$$\sigma_{res} = \sigma_{Ts} \left[\frac{N R_2^2 + M R_{es}^2}{N R_2^2 - M R_{es}^2} \right] \quad (40)$$

En éliminant σ_{res} entre (39) et (40), on obtient une relation entre p_i et R_{es} :

$$R_{es}^3 + R_{es}^2 \frac{p_i R_1}{\sigma_{Ts}} + R_{es} \frac{N}{M} R_2^2 - \frac{N p_i}{M \sigma_{Ts}} R_1 R_2^2 = 0 \quad (41)$$

ou

$$p_i = \sigma_{Ts} \frac{R_{es} (N R_2^2 + M R_{es}^2)}{R_1 (N R_2^2 - M R_{es}^2)} \quad (42)$$

Si le massif est plus tendre que le scellement, M est négatif, sinon M devient positif (voir équations (9)). Dans ce cas, l'équation (42) n'est pas défini pour

$$R_{es} = \sqrt{\frac{N}{M}} R_2 \quad (43)$$

Cette valeur est inférieure à R_2 , si

$$G_m > 2 G_s \left(1 + \frac{G_s}{\lambda_s} \right) \quad (44)$$

Pour une roche appartenant à la séquence type ($\nu = 0.25$), cette condition est réalisée, si $G_m > 4 G_s$. Dans ce cas, tant que le massif reste élastique, la limite des fissures tend asymptotiquement vers un R_{es} suivant équation (43).

Dans le cas contraire, en supposant toujours un massif élastique, les fissures atteignent R_2 pour une pression intérieure égale à

$$p_{iCF1} = \sigma_{Ts} \frac{R_2}{R_1} \frac{N+M}{N-M} \quad (45)$$

Pour un massif plus tendre que le scellement, M devient négatif. La fonction p_i définie par l'équation (42) est finie et atteint un maximum pour:

$$R_{es} = R_2 \sqrt{(2 - \sqrt{5}) \frac{N}{M}} \quad (46)$$

Cette valeur est supérieure à R_2 si

$$G_m > \frac{(3 - \sqrt{5}) (\lambda_s G_s + G_s^2)}{\lambda_s - G_s (1 - \sqrt{5})} \quad (47)$$

qui correspond à des matériaux types avec

$$\frac{G_m}{G_s} > 0.6833 \quad (48)$$

Dans ce cas, les fissures atteignent R_2 pour la valeur de p_i donnée par l'équation (45), tant que le massif reste élastique. Dans le cas où la relation (47) n'est pas vérifiée, les fissures sont instables lorsque p_i atteint son maximum et se propagent alors jusqu'à R_2 . La valeur de ce maximum est:

$$p_{iCF2} = \sigma_{Ts} \frac{R_2}{R_1} \sqrt{(2 - \sqrt{5}) \frac{N}{M}} \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} \quad (49)$$

3.5. Conditions de rupture du massif

La rupture du massif débute par des fissures à R_2 , lorsque la contrainte radiale qui, dans le massif élastique, est égale au module de la contrainte circonférentielle, atteint la résistance en traction σ_{Tm} de la roche. Dans le cas où la relation (44) est vérifiée, il existe un R_{es} inférieur à R_2 . La contrainte radiale

à R_2 est donnée par l'expression (14) en remplaçant R_1 par R_{es} et p_i par σ_{res} , donnée par (39). La pression p_i correspondant au début de fissuration du massif est donc donnée par l'équation suivante, dans laquelle R_{es} est fonction de p_i selon l'équation (41):

$$p_{iCE} = \sigma_{Tm} \frac{M R_{es}^2 + N R_2^2}{R_1 R_{es} (\lambda_s + 2G_s) G_m} \quad (50)$$

Dans le cas, où la relation (44) n'est pas vérifiée, la contrainte radiale à R_2 , lorsque les fissures atteignent R_2 , est donnée par l'expression (39) en remplaçant R_{es} par R_2 et p_i par p_{i2} , suivant la relation (45). Le massif est élastique, si cette contrainte radiale est inférieure à σ_{Tm} , c'est à dire si:

$$\sigma_{Ts} \frac{N+M}{N-M} < \sigma_{Tm} \quad (51)$$

ou

$$\frac{G_m}{G_s} \left[\left(1 + 2 \frac{G_s}{\lambda_s} \right) + \frac{\sigma_{Tm}}{\sigma_{Ts}} \right] < 2 \frac{\sigma_{Tm}}{\sigma_{Ts}} \left(1 + \frac{G_s}{\lambda_s} \right) \quad (52)$$

Pour des matériaux appartenant à la séquence type, la relation (52) dévient:

$$\frac{G_m}{G_s} \left(\frac{\sigma_{Tm}}{\sigma_{Ts}} + 3 \right) < 4 \frac{\sigma_{Tm}}{\sigma_{Ts}} \quad (53)$$

Cette relation n'est vérifiée que pour un G_m des matériaux types inférieur de G_s . Pour tout massif type plus dur que le scellement, la rupture du massif se produit donc par traction avant que les fissures n'atteignent R_2 . C'est le cas, lorsque p_i atteint la valeur p_{iCE} , donnée par (50), et que R_{es} atteint une valeur R_{es3} , solution de l'équation suivante, obtenue en remplaçant p_i par p_{iCE} dans l'équation (42):

$$R_{es}^4 + R_{es}^2 \frac{\sigma_{ts} (\lambda_s + 2G_s) G_m N R_2^2}{\sigma_{ts} (\lambda_s + 2G_s) G_m M + \sigma_{tm} M^2} - \frac{\sigma_{tm} N^2 R_2^4}{\sigma_{ts} (\lambda_s + 2G_s) G_m M + \sigma_{tm} M^2} = 0 \quad (54)$$

Selon (24), la contrainte circonférentielle dans le massif, qui est entré en rupture à R_2 , chute à zéro. La partie élastique du scellement entre R_{es} et R_2 se trouve

sous les conditions d'un cylindre épais suivant les équations de Lamé. La répartition de la contrainte circonférentielle est décrite par:

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_{tm} R_2^2 - \sigma_{res} R_{es}^2}{R_2^2 - R_{es}^2} + \frac{(\sigma_{tm} - \sigma_{res}) R_{es}^2 R_2^2}{r^2 (R_2^2 - R_{es}^2)} \quad (55)$$

Avec les équations (55) et (39), on détermine le R_{es} nécessaire pour un état stable du cylindre, c'est à dire pour $\sigma_{\theta es} = \sigma_{ts}$, par

$$R_{es}^3 - R_{es}^2 \frac{p_{iCE} R_1}{\sigma_{ts}} - R_{es} \left(1 + 2 \frac{\sigma_{tm}}{\sigma_{ts}} \right) \frac{p_{iCE} R_1}{\sigma_{ts}} = 0 \quad (56)$$

avec le p_{iCE} donné par l'équation (50). Le résultat de la résolution numérique pour les matériaux types est visible sur la figure 14. La solution ne dépend pas du rapport des diamètres. On constate que R_{es} est toujours supérieur à R_2 .

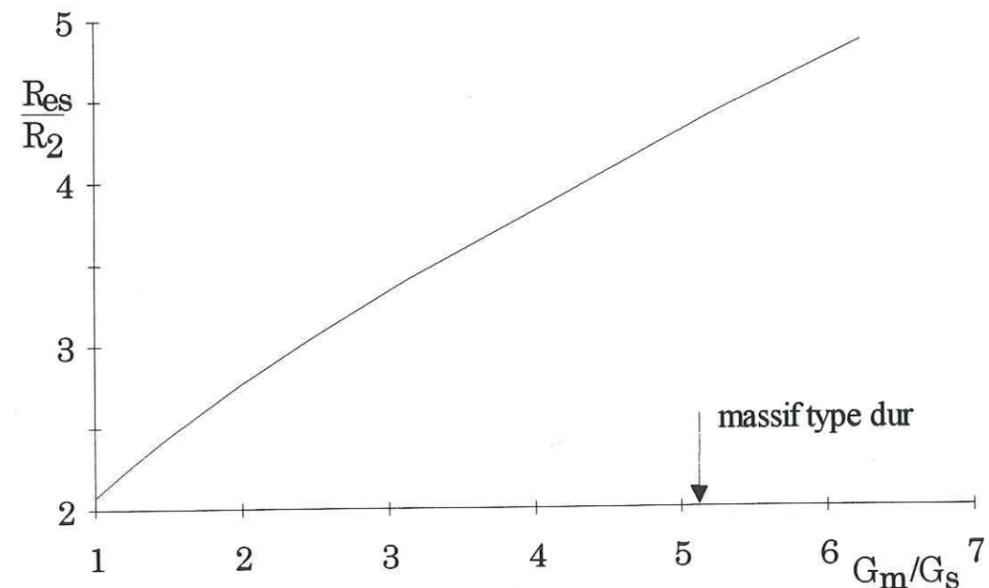


Fig. 14: rayon intérieur du cylindre élastique du scellement, nécessaire pour une stabilité après le début de la rupture du massif

Cela signifie, que la rupture, même infime, du massif cause une diminution importante de la contrainte circonférentielle (négative) dans la partie élastique du scellement. Elle engendre la rupture du scellement d'une manière instable. Les fissures se propagent de R_1 jusque dans le massif (mode I). Le rayon de la frontière des ruptures dans le massif R_{em} peut être supérieur à celui de la rupture initiale du massif, si

$$R_2 < R_1 \frac{p_{iCE}}{\sigma_{Tm}} \quad (57)$$

Avec la pression p_{iCE} selon (50), ainsi devenue p_{iCI1} , se calcule le rayon élastique du massif:

$$R_{em} = \frac{M R_{es}^2 + N R_2^2}{R_{es} (\lambda_s + 2G_s) G_m} \quad (58)$$

La figure 15 montre le rayon R_{es} , quand la rupture du massif débute, et le rayon R_{em} , jusqu'où les fissures avancent de manière instable, pour G_m supérieur à G_s . Le rapport entre R_1 et R_2 n'intervient pas dans ce processus.

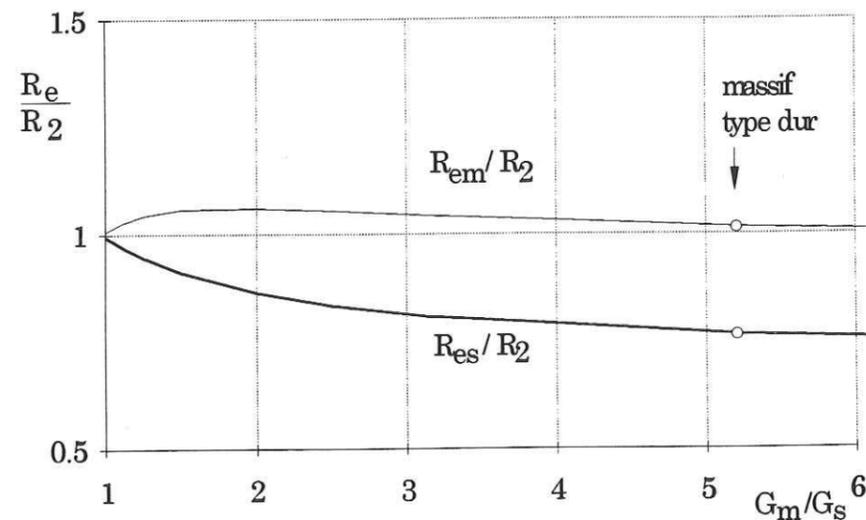


Fig. 15: rayon de la zone fissurée dans le scellement au moment de la première rupture du massif, et rayon de la zone fissurée dans le massif

La condition (53) d'élasticité du massif pour une fissuration jusqu'à R_2 est remplie pour tout G_m inférieur à G_s , qui remplisse la condition (47) de stabilité de propagation des fissures. Dans ce cas, les fissures atteindront R_2 pour un p_{iCF1} suivant la relation (45) avant une rupture du massif, qui se produit pour

$$p_{iFI} = \sigma_{Tm} \frac{R_2}{R_1} \quad (59)$$

Dans le cas, où la condition (47) n'est pas rempli, la propagation des fissures est instable. La contrainte radiale à R_2 , lorsque les fissures atteignent R_2 , est donnée par l'expression (39) en remplaçant R_{es} par R_2 et p_i par p_{iCF2} , suivant la relation (49). La propagation instable des fissures s'arrête à R_2 , si

$$\sigma_{Tm} > \sigma_{Ts} \sqrt{(2-\sqrt{5}) \frac{N}{M} \frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}} \quad (60)$$

La condition (60) mène pour des matériaux types à:

$$\frac{G_m}{G_s} > 0.3445 \quad (61)$$

Si la condition (60) n'est pas remplie, la rupture instable du scellement entraîne la rupture du massif jusqu'à un rayon déterminé par l'équation (59) avec un p_{iCF2} selon l'équation (49), qui devient un p_{iCI} :

$$R_{em} = R_2 \frac{\sigma_{Ts}}{\sigma_{Tm}} \sqrt{(2-\sqrt{5}) \frac{N}{M} \frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}} \quad (62)$$

La figure 16 montre le rayon d'instabilité du scellement et le rayon qu'atteignent les fissures dans le massif après la rupture instable du scellement pour des G_m inférieurs à G_s type.

On remarque, que le rapport R_{es} / R_2 peut, pour des massifs très tendres, être de l'ordre de 0.5. Dans certains cas, la rupture initiale du scellement peut déclencher une rupture instable du scellement et du massif, qui correspond au passage du mode A au mode I. La pression correspondante p_{iAC} , donnée par l'équation (35), devient ainsi un p_{iAI} .

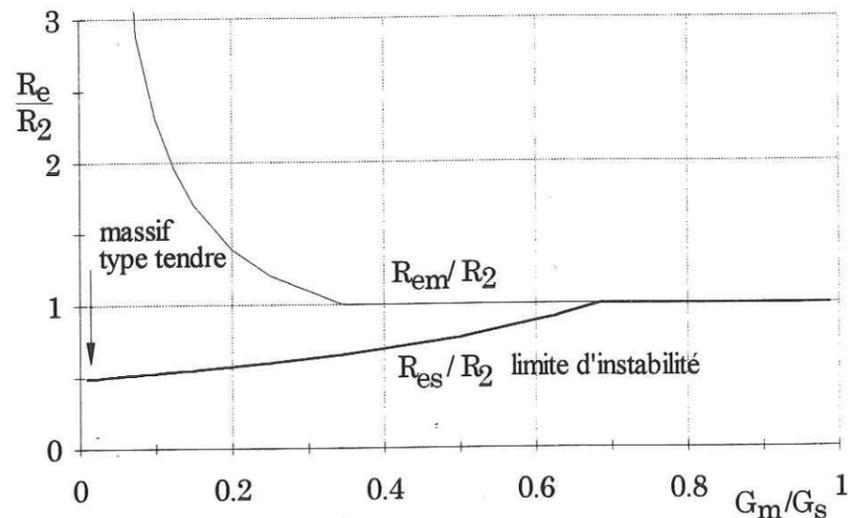


Fig. 16: rayons pour début de rupture instable du scellement et fin de rupture dans le massif

3.6. Modes de rupture ultérieurs

Si la condition (52) n'est pas vérifiée, le mode G débute pour $p_{iCG} = \sigma_{cs}$, avant que la rupture du massif n'ait lieu, suivant l'équation (50):

$$\sigma_{cs} < \sigma_{Tm} \frac{M R_{es}^2 + N R_2^2}{R_1 R_{es} (\lambda_s + 2G_s) G_m} \quad (63)$$

Pour le matériau type dur, le mode G apparaît seulement, si le rapport R_2/R_1 est supérieur à 49, qui rend l'apparence de ce mode peu vraisemblable.

Si les conditions (52) et (47) sont vérifiées, le mode G débute pour le même p_{iCG} , avant que les fissures dans le scellement n'atteignent R_2 , suivant l'équation (45), pour:

$$\frac{R_2}{R_1} > n_s \frac{N-M}{N+M} \quad (64)$$

Si la condition (47) n'est pas vérifiée, le mode G débute également pour le même p_{iCG} avant que la rupture instable n'ait lieu selon l'équation (49):

$$\frac{R_2}{R_1} > n_s \sqrt{(2-\sqrt{5}) \frac{N}{M} \frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}} \quad (65)$$

Pour le matériau type tendre, l'apparence du mode G nécessite un rapport des rayons R_2/R_1 de 66, et peut donc pratiquement être exclu.

Le mode L apparaît à partir du mode F pour $p_{iFL} = \sigma_{cs}$, si le massif reste élastique d'après équation (39):

$$\sigma_{cs} < \sigma_{Tm} \frac{R_2}{R_1} \quad (66)$$

A partir du mode G, le mode L apparaît, si les fissures atteignent R_2 suivant les équations (26) et (45) pour:

$$p_{iGL} = \left(\frac{R_2}{n_s} \frac{N+M}{N-M} \right)^{1-\frac{1}{f_s}} \frac{\sigma_{cs} + c \cot \phi_s}{R_1} - c \cot \phi_s \quad (67)$$

Le mode N paraît à partir de mode I pour

$$p_{iIN} = \sigma_{cm} \frac{R_2}{R_1} \quad (68)$$

si

$$\sigma_{cs} > \sigma_{cm} \frac{R_2}{R_1} \quad (69)$$

sinon le mode P apparaît pour

$$p_{iIP} = \sigma_{cs} \quad (70)$$

et le mode P à partir du mode L, suivant (26), pour:

$$p_{iLP} = \left(\frac{\sigma_{Tm} R_2}{\sigma_{Ts} n_s} \right)^{1-\frac{1}{f_s}} \frac{\sigma_{cs} + c \cot \phi_s}{R_1} - c \cot \phi_s \quad (71)$$

Du mode P, le mode S apparaît, si $\sigma_{cm} < \sigma_{cs}$, pour

$$p_{iPS} = \left(\frac{\sigma_{cm} R_2}{\sigma_{cs}} \right)^{1-\frac{1}{f_s}} \frac{\sigma_{cs} + c \cot \phi_s}{R_1} - c \cot \phi_s \quad (72)$$

sinon le mode T apparaît pour

$$p_{iPT} = \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^{1-\frac{1}{f_s}} (\sigma_{cs} + c \cot \phi_s) - c \cot \phi_s \quad (73)$$

Le passage du mode N au mode S se fait pour un $p_{iNS} = \sigma_{cs}$, celui du mode S au mode V pour un p_{iSV} , identique au p_{iPT} de l'équation (73), et celui du mode T au mode V pour:

$$p_{iTV} = \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^{1-\frac{1}{f_s}} (\sigma_{cm} + c \cot \phi_s) - c \cot \phi_s \quad (74)$$

3.7. Pression limite

La pression dans une cavité cylindrique dans un milieu infini ne peut pas dépasser une valeur limite donnée par l'équation (28). Compte tenu de l'épaisseur très petite du scellement par rapport au massif, la pression ultime a été déterminée au rayon R_2 , et la pression correspondante à R_1 a été calculée selon des relations valables pour l'état actuel de rupture du scellement. Pour le matériau type dur, la pression ultime est de 635 MPa pour une rupture de mode V. Le matériau type tendre atteint la pression ultime de 2.31 MPa pour le mode N.

3.8. Le programme Mores

Les calculs analytiques sont effectués par le programme Mores (module de réaction du scellement et du massif). L'annexe I contient un listing du programme.

Chaque mode de plastification présenté dans la figure 13 possède sa propre procédure de calcul, structurée comme suit:

- A partir de la pression à l'intérieur, on procède d'abord au calcul des contraintes aux frontières des modes.
- Il suit une vérification, si un mode suivant débute; dans ce cas le passage à la procédure correspondant à ce mode a lieu.
- Avec les contraintes obtenues, on calcule successivement les déplacements sur les frontières entre les différents types de rupture jusqu'à la paroi intérieure.
- La pression intérieure, le déplacement intérieur et le mode de rupture sont enregistrés. La pression intérieure est augmentée d'un incrément, suivi par la vérification, si la pression ultime n'est pas atteinte. Dans ce cas, le calcul se termine par le retour au programme principal et l'enregistrement des résultats sous forme de fichier.

Au début, un menu d'entrée sert à préciser tous les paramètres nécessaires pour le calcul (voir tableau 2). Avec la pression du départ indiquée, la procédure de mode A est appelée. La suite s'effectue selon le fonctionnement des procédures des modes.

Paramètres géométriques	
R_1	rayon de l'armature
R_2	rayon du forage

Paramètres du scellement	
σ_{Ts}	résistance en traction
σ_{cs}	résistance en compression
E_s	module d'Young
ν_s	coefficient de poisson
e_{avs}	porosité moyenne
$\phi_{s \text{ pic}}$	angle de frottement maximal
$\phi_{s \text{ res}}$	angle de frottement résiduel
$c_{s \text{ res}}$	cohésion résiduelle

Paramètres du massif	
σ_{Tm}	résistance en traction
σ_{cm}	résistance en compression
E_m	module d'Young
ν_m	coefficient de poisson
e_{avm}	porosité moyenne
$\phi_{m \text{ res}}$	angle de frottement résiduel
$c_{m \text{ res}}$	cohésion résiduelle

Tab. 2: paramètres d'entrée pour le programme Mores

4. Modélisation numérique bidimensionnelle d'un forage cimenté

Compte tenu de l'approche choisie, il est nécessaire de vérifier l'applicabilité de la théorie d'un cylindre creux sous pression au problème de l'enfoncement unidirectionnel d'une armature. Deux types de calcul aux éléments finis ont été effectués. Il s'agit d'abord de calculs sur un modèle de cylindre creux avec espace annulaire de scellement, soumis à une pression intérieure. Le but est de vérifier la fiabilité et les erreurs du logiciel en comparant les résultats numériques et analytiques. Une modélisation tenant compte du chargement réel exercé par une armature passive est ensuite réalisée.

4.1. Le programme PHASES

Le logiciel Phases [19] a été choisi en raison de sa possibilité de prendre en compte la rupture fragile de la roche et du scellement. Les critères de Mohr-Coulomb et de Hoek-Brown peuvent être utilisés. Il s'agit d'un logiciel mixte d'éléments finis et d'éléments frontières. Prévu pour calculer des contraintes, des déplacements et la stabilité des excavations, Phases permet de modéliser l'entourage des excavations en question par éléments finis en deux dimensions. Les éléments frontières forment une enveloppe extérieure. A l'aide de ces éléments il est possible d'imposer les conditions aux limites d'un massif élastique et infini, avec ou sans pesanteur, ou rigide. Le calcul est effectué en déformations planes, ce qui correspond à l'état qui règne devant une armature passive à une certaine distance du joint.

4.2. Choix du critère de rupture

Les calculs analytiques sont basés sur la théorie de Ladanyi. On y utilise le critère de Fairhurst pour la limite de rupture et celui de Mohr-Coulomb pour l'état plastique, tandis que Phases permet le choix entre Mohr-Coulomb et Hoek-Brown pour le critère de rupture et pour l'état plastique. Pour une meilleure comparaison des résultats de Phases il a été nécessaire de choisir le critère le plus proche de celui de Fairhurst.

L'ajustement a été fait pour les deux roches types et le scellement. L'intervalle des contraintes σ_1 choisi est compris entre la résistance en compression simple et la pression maximale résultant de l'expansion d'une cavité (modèle de Ladanyi). Le critère de Mohr-Coulomb est le suivant:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2c \cos \phi + (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi \quad (75)$$

avec une cohésion c et un angle de frottement ϕ , et celui de Hoek-Brown :

$$\sigma_3 = \sigma_1 - \sqrt{m \sigma_c \sigma_3 + \sigma_c^2} S \quad (76)$$

avec $S = 1$ pour un matériau intact et
 $S = 0$ pour un matériau broyé.

Le Tableau 3 montre les contraintes et les paramètres obtenus pour les deux matériaux avec les différents critères.

	scellement	massif dur	massif tendre
$\sigma_{1max} = p_{ult}$ [MPa]	144.3	628.5	2.302
σ_{3max} [MPa] d'après Fairhurst	39.1	184.3	0.487
Mohr-Coulomb:			
ϕ_{pic} [°]	24.4	23.5	27.1
c_{pic} [MPa]	16.1	65.6	0.306
ϕ_{res} [°]	30	30	30
c_{res} [MPa]	0.001	0.001	0.001
Hoek-Brown:			
m (S=1)	4.38	4.27	4.71
m (S=0)	5.66	5.35	6.76

Tab. 3: paramètres des matériaux types

La figure 17 permet de comparer les critères dans le plan σ_1 - σ_3 pour le scellement, la figure 18 pour le massif type dur et la figure 19 pour le massif type tendre.

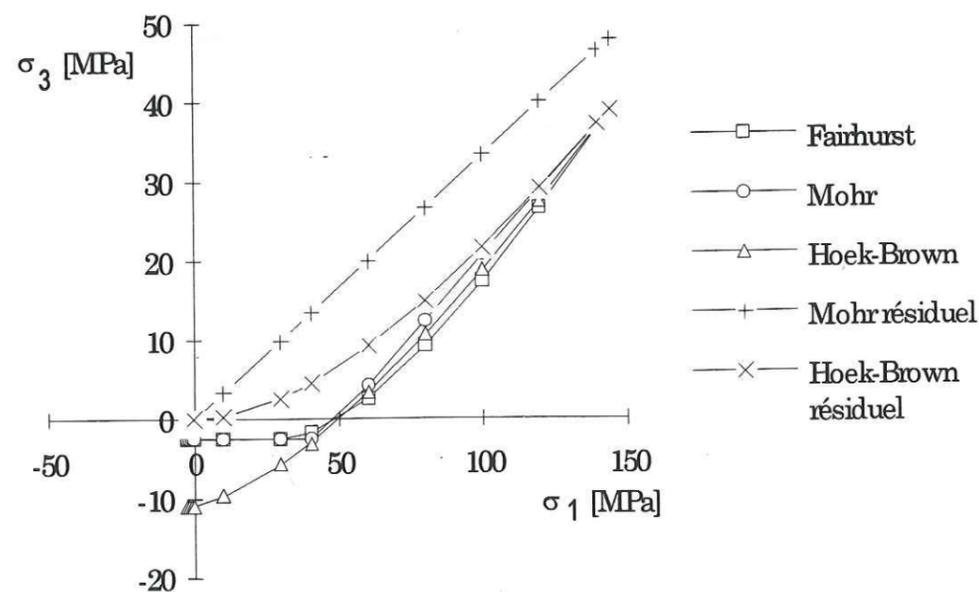


Fig. 17: comparaison des différents critères pour le matériau du scellement

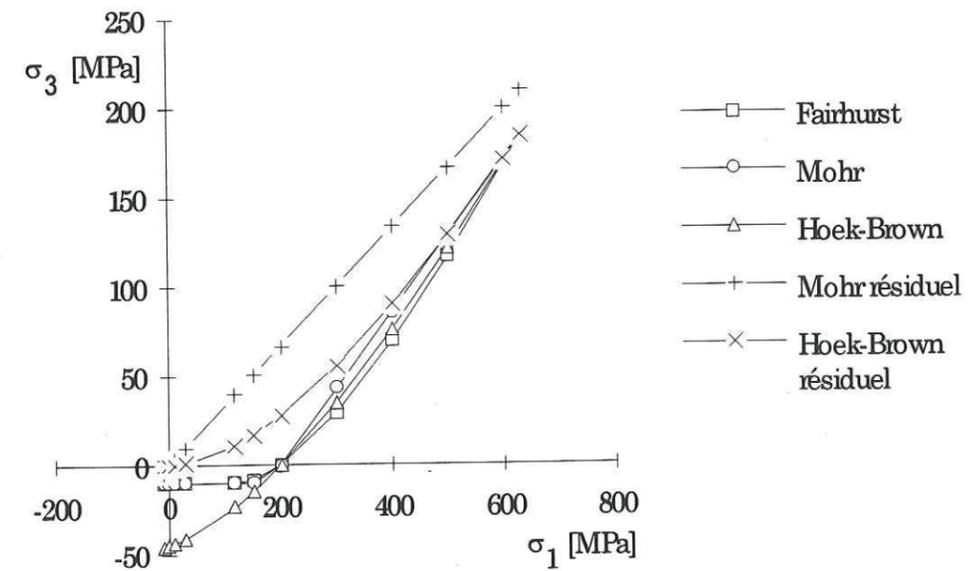


Fig. 18: comparaison des différents critères pour le matériau type dur

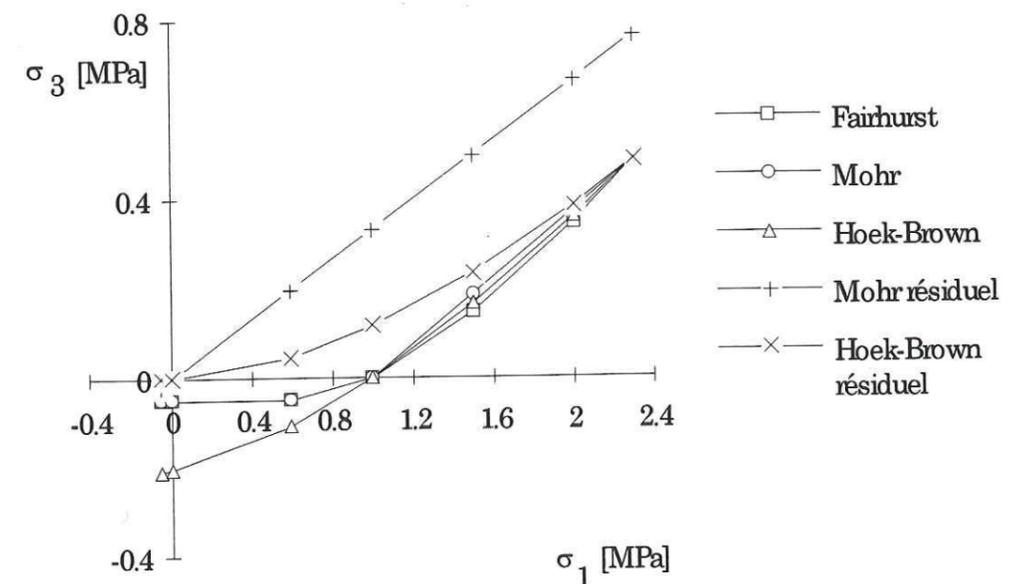


Fig. 19: comparaison des différents critères pour le matériau type tendre

On remarque que le critère de Mohr-coulomb fournit un bonne approche dans les trois cas, tandis que celui de Hoek-Brown présente des valeurs de résistance en traction trop élevées. Pour cette raison le critère de Mohr-Coulomb, avec les paramètres donnés dans le tableau 3 a été choisi pour la modélisation dans Phases.

4.3. Chargement axisymétrique

La figure 20 montre le maillage du modèle axisymétrique. Une pression uniforme est appliquée au rayon intérieur R_1 . On distingue l'anneau qui représente le mortier entre R_1 et R_2 , entouré du massif. A gauche, l'ensemble du modèle est visible.

A l'extérieur de la zone maillée, des éléments frontières appliquent les conditions d'un massif infini, sans pesanteur, dont les propriétés sont identiques à celles de la roche. Au-delà des éléments, aucune plastification n'est permise. Pour des chargements élevés, la plastification pourrait atteindre ces éléments. Phases bascule dans ce cas en mode de calcul élastique, qui fournit des résultats sans intérêt. Pour éviter cela, la taille de l'ensemble est de 4 m de diamètre pour un diamètre D_1 de 18 mm. Ceci est un compromis entre le nombre d'éléments (852), qui détermine le temps de calcul, et la pression interne maximale, à laquelle les ruptures en traction atteindront les éléments. La pression maximale peut ainsi approcher la pression ultime p_{ult} , tandis que le temps de calcul peut atteindre douze heures, avec un microordinateur du type Pentium 90.

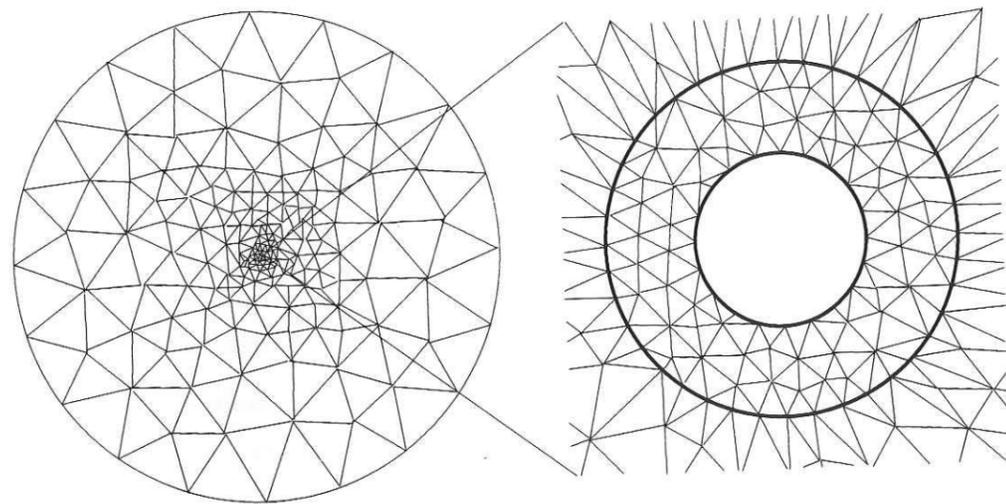


Fig. 20: modélisation d'une déformation par pression intérieure

4.4. Chargement uniaxial

Le deuxième modèle est une approche du chargement réel par une armature passive. On ajoute l'armature à l'intérieur de D_1 , avec des propriétés correspondant à l'acier. Compte tenu de la raideur nettement plus élevée de l'acier par rapport au géomatériaux, la variation des paramètres selon le type d'acier n'est pas susceptible d'influencer les résultats. Le tableau 4 montre les valeurs typiques et les paramètres appliqués au critère de Mohr-Coulomb.

Au vue du rapport des résistances de l'acier et des géomatériaux, le comportement de l'acier pour le calcul à été considéré élastique.

E [MPa]	220000
ν	0.3
σ_T [MPa]	220
σ_c [MPa]	220
c [MPa]	110
ϕ [°]	1

Tab. 4: paramètres pour la modélisation d'acier

L'application d'une force sur l'armature ne peut pas s'effectuer dans le matériau lui-même, car Phases ne permet, pour l'application des efforts, que des pressions hydrauliques ou des forces linéiques sur une surface libre. Des essais avec des armatures creuses n'étaient pas satisfaisants, car il faut en même temps permettre la désolidarisation de l'armature et du scellement du côté opposé à la direction du mouvement. Finalement le modèle simple de la figure 21 montrait les propriétés les plus satisfaisantes. La force s'applique sous une forme linéique sur tout le diamètre. Elle est ainsi directement comparable à une pression interne du modèle précédant (équation 2). La figure 21 montre à gauche l'ensemble du maillage. L'armature se trouve, pour un chargement vers le bas, dans le quart supérieur d'un carré de 2x2 m. Ainsi la zone plastifiée peut s'étaler vers le bas sans s'approcher trop vite de la frontière extérieure.

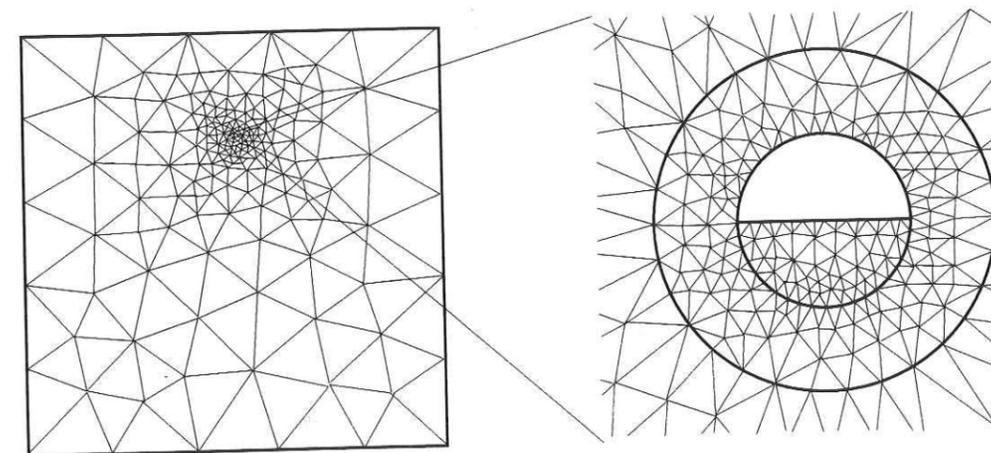


Fig. 21: modélisation pour une sollicitation monoaxiale

Les calculs pour les deux modèles ont été effectués par différentes du valeurs du chargement. Lorsque celui-ci est important, jusqu'à 50 pas de chargement sont effectués par Phases, dont chacun peut nécessiter jusqu'à 250 itérations.

4.5. Comparaison des calculs analytiques et numériques pour un chargement axisymétrique

On obtient comme résultats, sous forme graphique, la répartition des contraintes principales, du facteur de sécurité, des déplacements et, dans chaque élément, l'orientation des contraintes principales et le mode de rupture (traction ou cisaillement). Le maillage n'étant pas très fin, la répartition des ruptures, pour le premier modèle, n'est pas parfaitement axisymétrique, comme supposé par la théorie. Cependant, les zones de rupture en traction ou cisaillement apparaissent en moyenne avec les mêmes limites que dans la théorie et valident ainsi la simulation numérique.

Le tableau 5 contient quelques résultats du calcul des déplacements pour un massif type dur, le tableau 6 pour un massif type tendre; dans chaque cas avec le scellement type et un rapport des diamètres de 2.

Pour la comparaison entre calculs analytiques et numériques, seul le modèle axisymétrique est d'abord considéré.

pression [MPa]	déplacement au modèle axisymétrique [mm]	déplacement au modèle uniaxial [mm]
1	0.0007127	0.001
10	0.008483	0.0122
50	0.06956	0.067
100	0.2715	0.1571
200	0.6515	0.3886
400	2.463	1.2143
800	11.78	4.68

Tab. 5: résultats des calculs numériques pour un massif type dur

pression [MPa]	déplacement au modèle axisymétrique [mm]	déplacement au modèle uniaxial [mm]
0.1	0.0001658	0.02731
1	0.001658	0.4526
1.3	0.002155	0.6099
1.5	0.4393	0.6893
1.7	0.6157	0.8295
2	0.7747	0.9837
2.7	1.111	1.394
3	1.259	1.554
3.5	1.485	2.091

Tab. 6: résultats des calculs numériques pour un massif type tendre

La figure 22 compare les résultats pour le massif dur et un rapport $R_2/R_1=2$, et la figure 23 pour le massif type tendre.

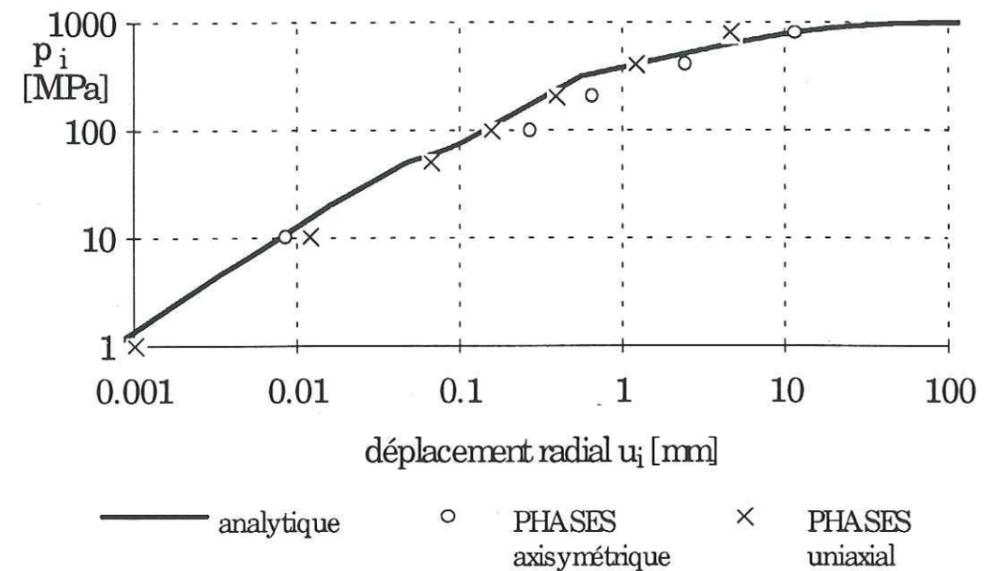


Fig. 22: comparaison des résultats des calculs analytiques et numériques pour le massif type dur, avec $R_2/R_1=2$

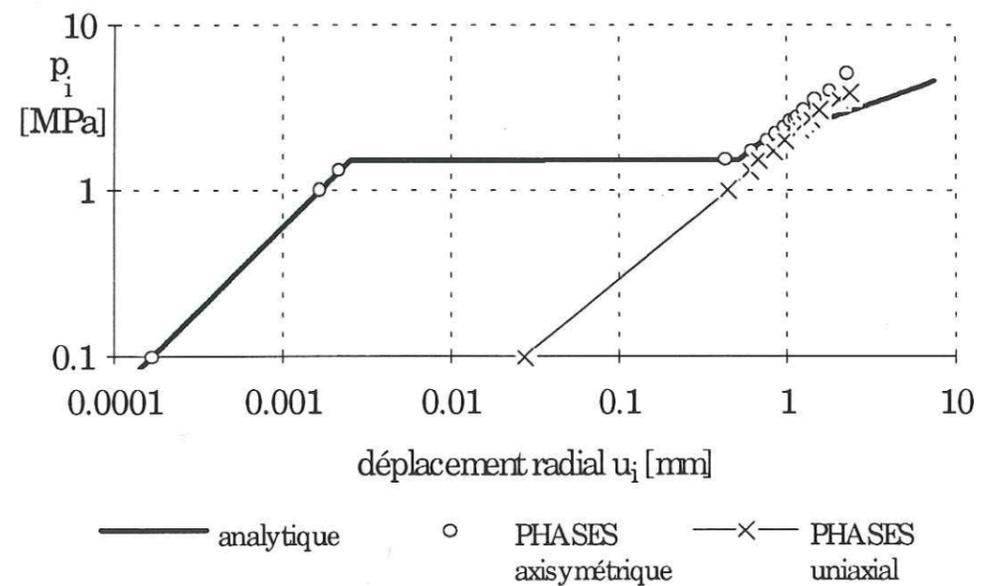


Fig. 23: comparaison des résultats des calculs analytiques et numériques pour le massif type tendre, avec $R_2/R_1=2$

On remarque une bonne approche pour les matériaux durs et tendres.

4.6. Comparaison entre chargement axisymétrique et uniaxial

Le palier horizontal sur la figure 23 correspond à la rupture de l'anneau de scellement. Avant cette rupture, on observe un décalage important entre les chargements axisymétrique et uniaxial, car la pression dans le premier cas est supportée surtout par l'anneau de scellement, le massif n'étant presque pas sollicité. Une force unidirectionnelle, par contre, est transmise presque directement au massif. Celui-ci, plus tendre que le scellement, subit tout de suite des déformations élevées.

4.7. Modification pour des matériaux tendres

Pour cette raison, le modèle analytique a été modifié de la manière suivante: une pression p' est appliquée directement sur le massif, c'est à dire à R_2 . Elle se déduit de la pression à l'intérieur par la relation suivante:

$$p' = p_i \frac{R_1}{R_2} \quad (77)$$

On obtient ainsi le même résultat qu'avec un scellement fissuré dès le départ. Au déplacement du massif, obtenu par ce calcul, qui suit le modèle simple de Ladanyi, s'ajoute le déplacement du scellement, toutefois minime. Le calcul d'origine reprend, lorsque le scellement est complètement fissuré.

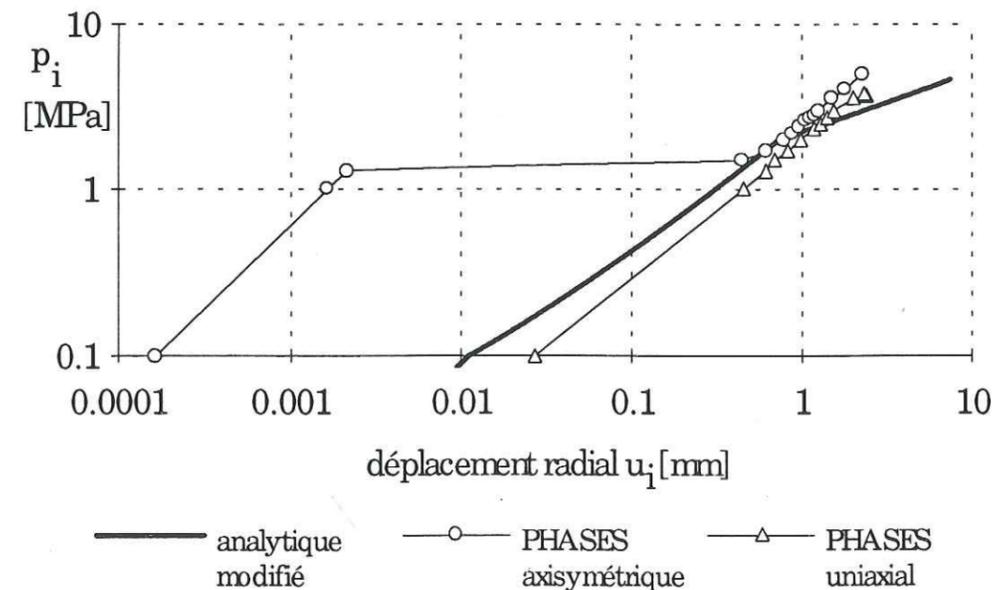


Fig. 24: comparaison des résultats des calculs analytiques modifiés, pour un massif tendre et par éléments finis, $R_2/R_1=2$

La figure 24 montre les résultats nettement meilleurs obtenus par la méthode analytique ainsi modifiée.

Cette modification a été introduite dans le programme Mores, par la création d'un mode X, qui n'existe que si le scellement est plus dur que le massif.

5. Application à la modélisation des petites déformations d'une barre passive dans un milieu plastifié

Dans ce chapitre, on tente d'appliquer les résultats obtenus précédemment à la modélisation d'une barre passive soumise à un cisaillement au niveau d'un joint. On propose une méthode de calcul de la déformée de la barre et des efforts mobilisés, basée sur une décomposition de la barre en tranches et en éléments. Cette méthode suppose une distribution linéaire des déformations sur une section de la barre, résultat obtenu classiquement en supposant que les sections restent planes (hypothèse de Navier-Bernoulli). Or on sait que cette hypothèse n'est pas vérifiée en présence d'effort tranchant. Cependant, on montre que, pour des petites déformations, si les sections se déforment en restant superposables, la déformée de la ligne moyenne est pratiquement la même que si elles restent planes (Courbon, résistance des matériaux, pages 143-144; Cordary, cours de résistance des matériaux). Dans ces conditions, la distribution des déformations n'est pratiquement pas modifiée.

La méthode proposée, valable uniquement pour de petites déformations, ne peut donc pas prétendre modéliser rigoureusement le comportement de la barre jusqu'à sa rupture. Mais elle peut être utilisée pour deux objectifs. D'une part, elle devrait permettre d'analyser l'influence du milieu (scellement, roche) sur le comportement d'une barre en petites déformations et de comparer les différentes méthodes existantes. D'autre part, elle pourrait s'appliquer à l'interprétation de mesures d'auscultation, dans des cas où les barres sont peu mobilisées. En effet, il serait intéressant de pouvoir estimer le degré de mobilisation d'une barre à partir de simples mesures de déplacement.

5.1. Contribution d'une barre à la résistance d'un joint

La déformation de l'ancrage, représentée sur la figure 25, reste symétrique pendant le déplacement du joint, si on y suppose les mêmes caractéristiques du massif de chaque côté. Il existe donc un point de symétrie S, pour lequel on peut sectionner l'ancrage et n'en considérer qu'une moitié pour le calcul.

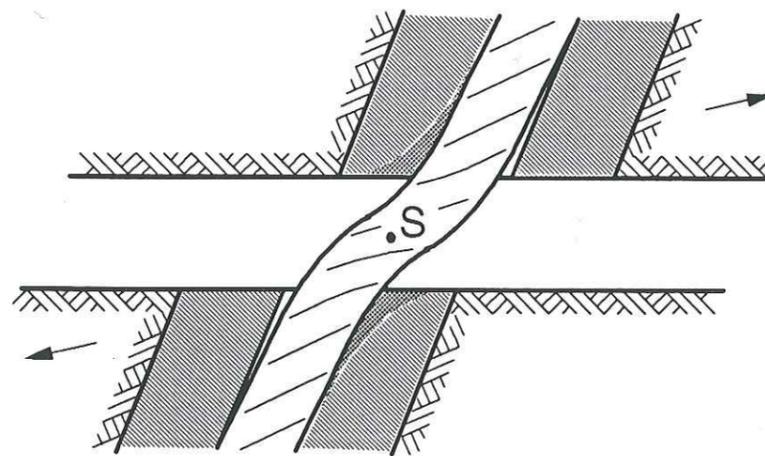


Fig. 25: Point de symétrie S de la déformation

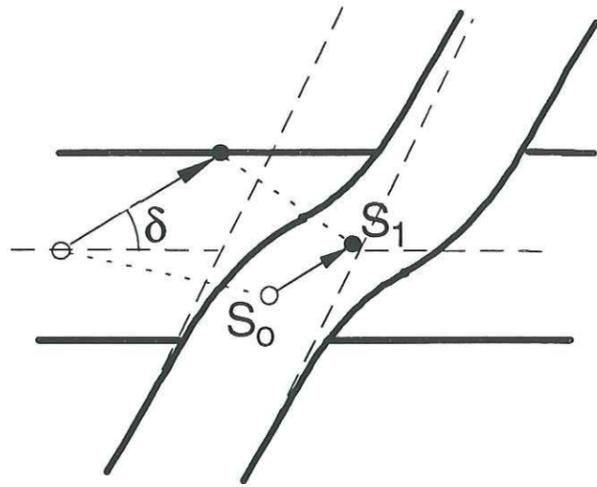


Fig. 26: déplacement d'un joint avec dilatance δ et du point de symétrie initial (S_0)

Ce point S subit la moitié du déplacement relatif du joint (figure 26). La direction du déplacement du joint est définie par l'angle de dilatance δ . En général, cet angle est maximal au début et diminue, lorsque des aspérités du joint sont abîmées pendant le cisaillement.

Les actions de l'ancrage sur le joint se transmettent par la force résultante R, s'exerçant au point de symétrie S (figure 27). Cette force agit sur le joint par ses deux composantes: la composante T, orientée dans le plan du joint, représente une action directe de renforcement. La deuxième composante P agit perpendiculairement au joint; elle augmente la contrainte normale sur le joint et ainsi la résistance par augmentation de la force de frottement. La contribution de l'ancrage C se calcule ainsi par:

$$C = T + P \tan \varphi_j \quad (78)$$

avec φ_j : angle de frottement au joint

Pour des raisons de symétrie, aucun moment fléchissant n'agit dans l'ancrage au point S.

La direction de la force résultante R est inconnue. Elle ne peut pas être déduite de l'inclinaison de l'ancrage ou de la direction du mouvement du joint.

Un tel mouvement cause une déformation par traction et par flexion. La barre se comporte de manière plus rigide en traction, ce qui mène à une croissance de la force axiale importante lors du mouvement.

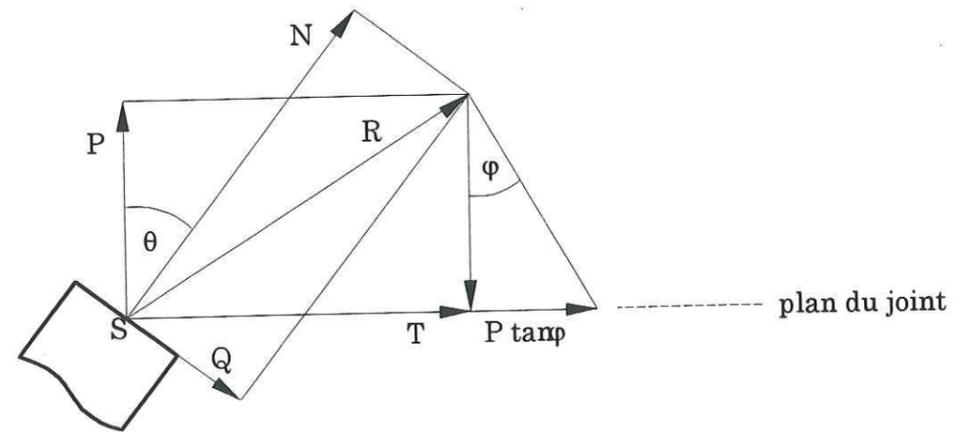


Fig. 27: forces au point de symétrie

Par rapport à l'orientation θ de l'ancrage au point S, la force résultante R se décompose en deux composantes N, axiale à la barre, et Q, transversale (voir figure 27). Avec (78), on obtient:

$$C = N \sin \theta + Q \cos \theta + (N \cos \theta - Q \sin \theta) \tan \varphi_j \quad (79)$$

La connaissance de ces deux composantes N et Q et de l'orientation θ de la barre au point S pendant le processus du déplacement du joint permet ainsi la détermination de la contribution de l'ancrage.

5.2. Méthodes analytiques simples

5.2.1. Calcul en élasticité

Le calcul d'un ancrage d'une manière classique et souvent appliquée, par exemple par Panet [17], s'effectue selon la théorie d'une poutre (voir figure 28), avec l'équation différentielle:

$$E_b I_b \frac{d^4 x}{dy^4} + k D_1 x = 0 \quad (80)$$

avec E_b : module d'Young de la barre
 I_b : inertie de la barre
 k : module de réaction

dont la solution particulière est:

$$x = \frac{2Q}{k D_1 \lambda} e^{-\frac{y}{\lambda}} \cos \frac{y}{\lambda} \quad (81)$$

avec k : module de réaction.

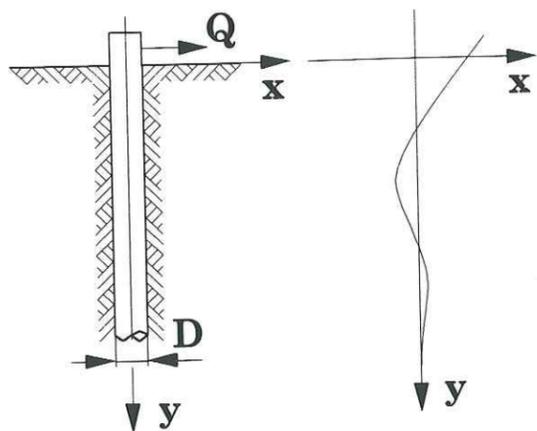


Fig. 28: déformation élastique de l'ancrage

λ s'appelle "longueur de transfert":

$$\lambda^4 = \frac{4 E_b I_b}{k} \quad (82)$$

L'inertie d'une barre de section circulaire est:

$$I_b = \frac{\pi D_1^4}{64} \quad (83)$$

On obtient donc:

$$\lambda^4 = \frac{1}{16} \frac{E_b}{E_m} \frac{\pi}{m} D_1^4 \quad (84)$$

Le déplacement maximale se produit à $y = 0$:

$$x_{\max} = \frac{2 Q}{k \lambda} \quad (85)$$

Le moment fléchissant est donné par l'expression:

$$M = Q \lambda e^{-\frac{y}{\lambda}} \sin \frac{y}{\lambda} \quad (86)$$

La valeur maximale du moment fléchissant est:

$$M_{\max} = M \left(\frac{y}{\lambda} = \frac{\pi}{4} \right) = 0.322 \lambda Q \quad (87)$$

Ce maximum se trouve à une distance au joint de:

$$l = \frac{\pi}{4} \lambda \quad (88)$$

Cette théorie n'est valable que dans le domaine élastique de la barre et du milieu encaissant. Suivant la théorie des poutres, l'action du cisaillement, dû à la force transversale, n'est pas prise en considération, ainsi que l'influence de la traction.

5.2.2. Plastification de l'ancrage et du milieu encaissant

La répartition des efforts le long de l'ancrage est visible dans la figure 29, avec l'hypothèse d'une pression de réaction p_u constante le long de la barre (d'après Dulacska [8]).

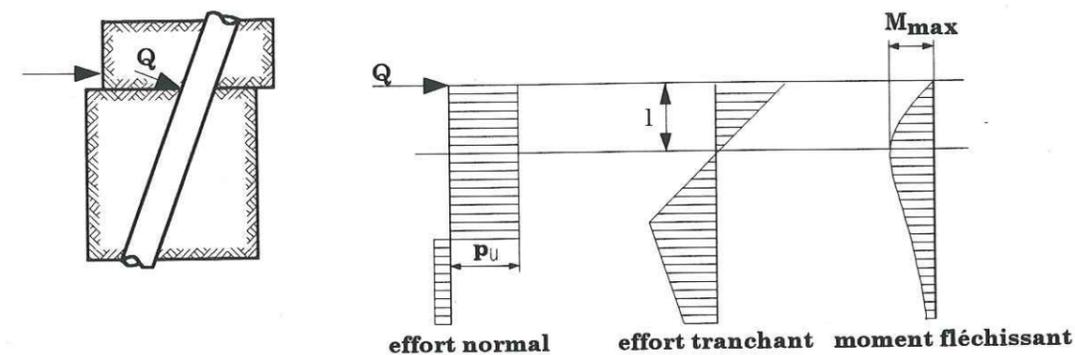


Fig. 29: répartition des actions sur l'ancrage

On peut sectionner l'ancrage au lieu du maximum du moment fléchissant à une distance l du joint pour y faire le bilan d'équilibre des forces:

$$Q = l D_1 p_u \quad (89)$$

et des moments:

$$M = Q l - p_u D_1 \frac{l^2}{2} \quad (90)$$

en éliminant l entre (89) et (90), on obtient:

$$M = \frac{Q^2}{2 D_1 p_u}, \text{ puis: } l = \frac{Q}{D_1 p_u} = \sqrt{\frac{2M}{D_1 p_u}} \quad (91)$$

Si on suppose un comportement élastique - idéal plastique de l'acier et si on prend en compte la présence d'une contrainte axiale de traction σ_t , le moment fléchissant plastique vaut:

$$M_p = 1.7 \sigma_e \frac{\pi D_1^3}{32} \left(1 - \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_e} \right)^2 \right) \quad (92)$$

Avec (89), (91) et (92) on obtient l'effort tranchant:

$$Q = \frac{D_1^2}{4} \sqrt{1.7 \sigma_e p_u \pi \left(1 - \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_e} \right)^2 \right)} \quad (93)$$

et la distance l:

$$l = \frac{D_1^2}{4} \sqrt{1.7 \frac{\sigma_e}{p_u} \pi \left(1 - \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_e} \right)^2 \right)} \quad (94)$$

Au début de la déformation, la barre est supposée ne subir aucun effort normal. On peut calculer la profondeur l_0 , où le moment fléchissant est maximal lorsque la limite élastique σ_e est atteinte et une rotule plastique commence à se former. En ce point le moment fléchissant vaut alors:

$$M_e = \sigma_e \frac{\pi D_1^3}{32} \left(1 - \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_e} \right)^2 \right) \quad (95)$$

Le scellement est supposé entrer aussi en plastification jusqu'à cette profondeur. Dans ce cas, il n'y a plus d'adhésion entre scellement et barre, et la longueur $2l$ subit une extension. Si on suppose que la partie de la barre entre les rotules reste droite (figure 30), on y atteint la limite élastique en traction pour un déplacement transversal x donné par:

$$\sigma_e = E_b \frac{\sqrt{4l_0^2 + x^2} - 2l_0}{2l_0} \quad (96)$$

Avec des valeurs d'un acier typique (Module Young $2 \cdot 10^5$ MPa, $\sigma_e = 220$ MPa), on obtient un déplacement au joint d'environ 9% de la profondeur initiale des rotules plastiques, qui est de l'ordre du diamètre de la barre. A partir de ce stade, la partie entre les rotules est en état plastique.

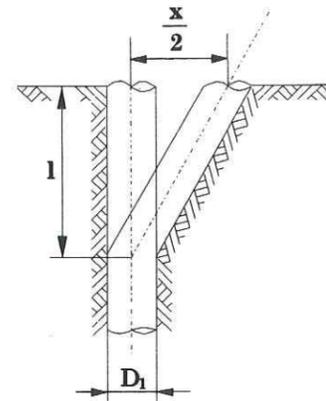


Fig. 30: formation d'une rotule plastique

Selon (95) le moment plastique diminue avec la croissance de la contrainte axiale. Comme c'est le cas avec un x croissant, la profondeur des rotules plastiques diminue et la barre s'incurve. Par ce fait, l'extension est plus élevée. Dans le cas d'une dilatance au joint ou d'un ancrage incliné dans la direction du déplacement, l'extension sera encore plus importante. En conséquence, la barre commence à se plastifier en traction pour des déplacements très petits par rapport à ceux à la rupture finale de l'ancrage.

La déformation ultérieure se produit par une extension et flexion de la barre. Une flexion seule mène à une contraction d'une fibre au bord situé à l'intérieur de la courbure de la barre. Pour un déplacement au point S, les déformations dues à la flexion restent dans la plupart des cas inférieures à celles causées par l'extension. Ainsi la déformation au bord intérieur de la courbure est en général aussi une extension. Si on suppose un comportement idéal plastique, l'extension agit sur toute la section, et le moment fléchissant disparaît. La barre s'y comporte comme un câble lâche.

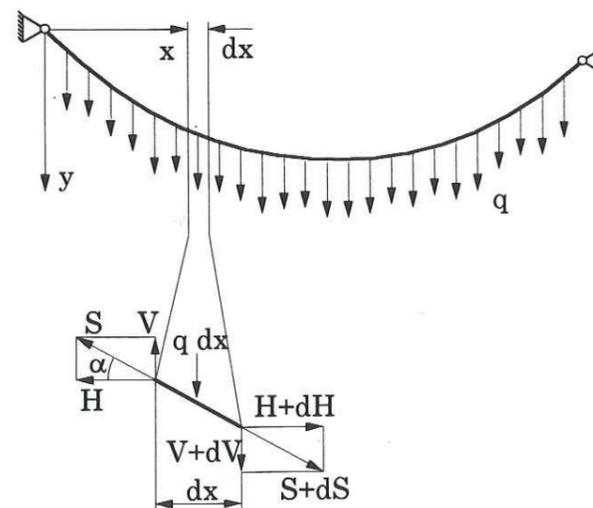


Fig. 31: calcul d'une corde

Le calcul classique d'une corde (figure 31) tient compte d'une force linéique unidirectionnelle q , due à la pesanteur, à laquelle une corde est généralement soumise. Il en résulte une force horizontale H constante et

$$dH = 0 \quad (97)$$

et d'autre part

$$dV = -q \, dx \quad (98)$$

On obtient l'inclinaison α par:

$$y' = \tan \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{V}{H} \quad (99)$$

et l'équation différentielle

$$y'' = \frac{1}{H} \frac{dV}{dx} = -\frac{q}{H} \quad (100)$$

Dans le cas d'un ancrage, la pression de réaction agit perpendiculairement à l'axe d'armature, si on néglige l'influence du frottement (voir figure 8).

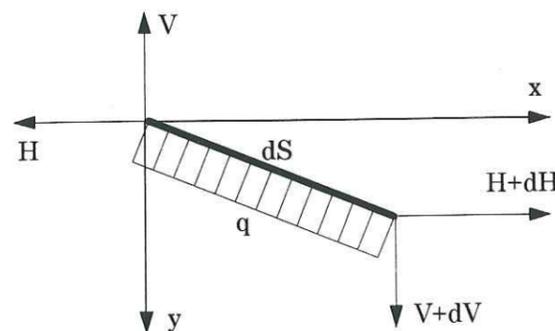


Fig. 32: élément sous charge perpendiculaire

Cette modification mène pour une partie infime de la corde à:

$$\begin{aligned} dH &= -q \, dy \\ dV &= q \, dx \end{aligned} \quad (101)$$

La dérivation de l'expression (99) par x , donne:

$$y'' = \frac{\frac{dV}{dx} H - V \frac{dH}{dx}}{H^2} \quad (102)$$

et, avec (99) et (101):

$$y'' - y'^2 \frac{q}{H} - \frac{q}{H} = 0 \quad (103)$$

Soit

$$H = \frac{F}{\sqrt{1+y'^2}} \quad (104)$$

avec F : traction dans l'armature, et

$$q = \frac{ky}{\sqrt{1+y'^2}} \quad (105)$$

On obtient l'équation différentielle

$$y'' - (1+y'^2) y \frac{k}{F} = 0 \quad (106)$$

Le module de réaction k est issu des calculs du paragraphe précédent, et disponible sous forme d'un fichier de couples pression - déplacement. Dans l'équation (106) il faut introduire ce module comme fonction de l'enfoncement. Du fait de la présence de plusieurs modes de plastification, nous n'avons pas pu obtenir une expression analytique du module. En effet, des essais pour obtenir un ajustement par une fonction polynôme n'étaient pas satisfaisants. Pour cette raison, une autre méthode de calcul a été appliquée. Cela procédait aussi du but de ne pas devoir appliquer trop d'hypothèses simplificatrices, comme un comportement idéal plastique, qui engendre la disparition totale du moment fléchissant en chaque état de plasticité.

Le regard sur la déformation suite à l'état élastique confirme la dominance d'une déformation en traction. Sous cet aspect, la modélisation du comportement d'un ancrage tient compte de la courbe caractéristique d'un acier lors d'un essai en traction. Ce type d'essai est standardisé, et la courbe est disponible pour des types d'aciers homologués.

L'utilisation de cette courbe caractéristique suit aussi l'idée de ne pas devoir déterminer trop de paramètres pour le calcul. Cela rend l'application plus facile et suit aussi d'une certaine manière le sens appliqué de l'ingénieur.

5.3. Les aciers utilisés pour le renforcement

La gamme des types d'acier et de ses méthodes d'usinage pour l'utilisation comme armature est assez large. Il y a quelques paramètres qui ont une grande importance sur les propriétés mécaniques.

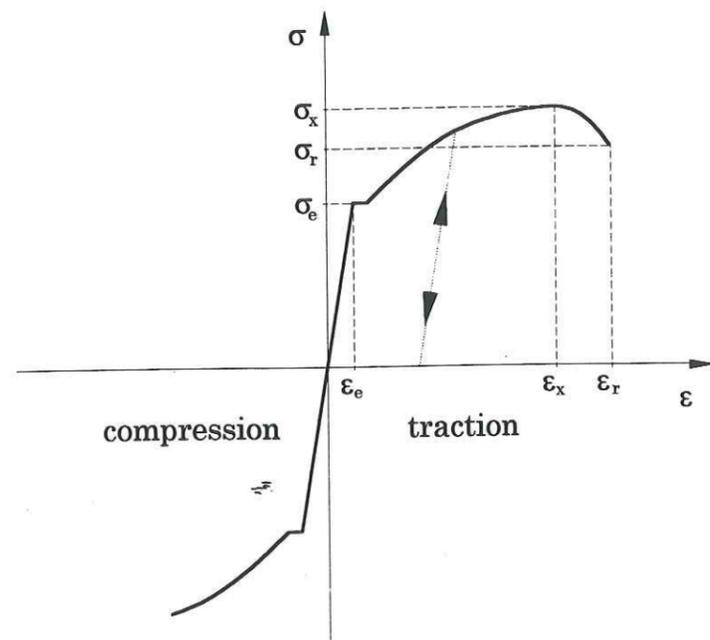


Fig. 33: courbe caractéristique d'un acier

Le comportement de l'acier varie selon sa teneur en carbone et des éventuels éléments d'alliage. La figure 33 montre la courbe $\sigma - \varepsilon$ pour un acier typique. Cette courbe contrainte - déformation est obtenue par un essai en traction sur une éprouvette cylindrique avec une longueur libre égale à 10 fois son diamètre.

Pour un acier ordinaire on remarque un palier à la limite élastique σ_e , une croissance ultérieure de la contrainte jusqu'au maximum à σ_x et une chute vers la rupture à σ_r . C'est un comportement ductile avec des déformations plastiques très importantes par rapport aux déformations élastiques.

Des métaux et alliages d'un comportement fragile ne seront pas pris en compte ici, car leur application comme renforcement ne serait pas utile et n'est pas pratiquée.

L'hypothèse d'un comportement idéal plastique ne tient pas compte de l'écroutissement, c'est à dire de la croissance de la contrainte, significative après le début de la plastification. Aussi sa diminution finale, caractéristique pour le comportement vers la rupture, y serait négligé.

Dans la partie linéaire de figure 33, le comportement est purement élastique. Ici le module Young est défini par

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (107)$$

Pour une déformation au-delà de σ_e il y a une plastification répartie d'une manière continue le long de l'éprouvette. Un éventuel déchargement est représenté par une droite parallèle à celle de la partie élastique, c'est à dire avec

le même module E ; représentée par la ligne en pointilles dans la Figure 33. Il mène à des déformations plastiques rémanentes. Lorsqu'on continue l'essai après avoir déchargé, le chargement s'effectue encore d'une manière linéaire, comme au début de l'essai, jusqu'au point où l'essai a été interrompu. La limite élastique se trouve ainsi augmentée, et le palier d'origine a disparu.

Les courbes caractéristiques de quelques types d'aciers pour renforcement sont données dans la figure 34.

La déformation ultérieure est caractérisée par l'atteinte du maximum de la contrainte axiale. Ici l'éprouvette commence à former une striction. Dans la suite la contrainte axiale globale (par rapport à la surface transversale de l'éprouvette, non réduite) décroît jusqu'à la rupture.

L'aptitude de l'acier à subir des grands déformations souligne l'importance d'une bonne modélisation du domaine plastique.

Le phénomène d'écroutissement est utilisé dans la fabrication de certaines barres du type haute adhérence pour béton armé. La structure de surface désirée est créée par laminage à chaud. Ensuite on effectue, si souhaitée, une prédéformation à froid par traction et / ou torsion.

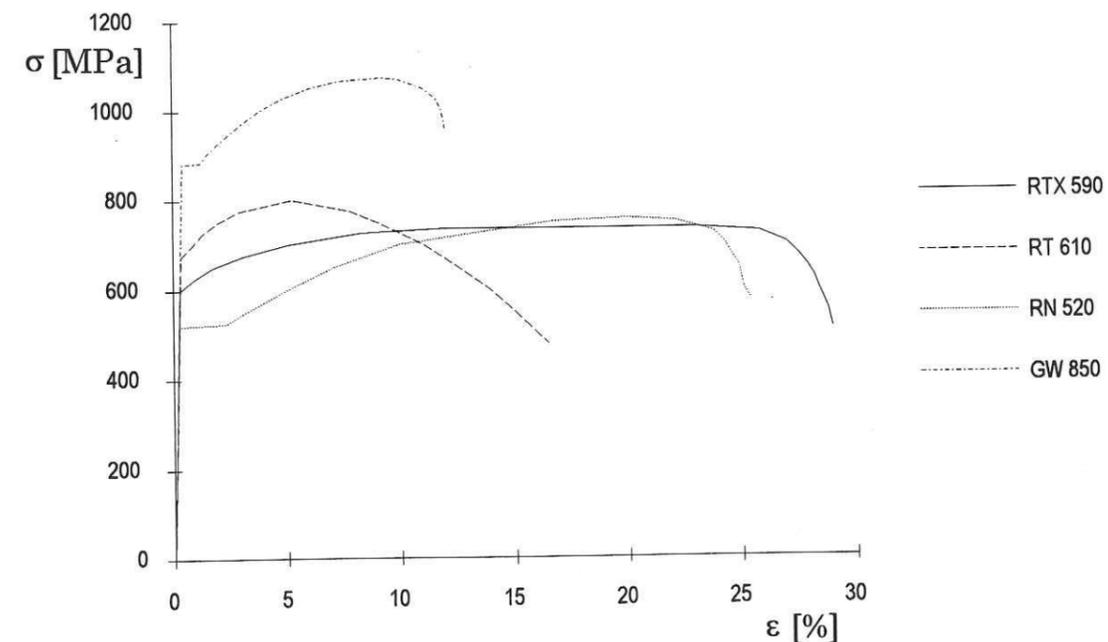


Fig. 34: courbes caractéristiques de différents types d'acier pour renforcement (suivant Schubert [20])

RN: crénelé, laminé à chaud, \varnothing 16 mm

RT: crénelé, laminé à chaud, tordu, \varnothing 20 mm

RTX: X10CrNiMoTi 18/180, crénelé, laminé à chaud, tordu, \varnothing 18 mm

GW: filetage brut laminé à chaud, étiré, traitement thermique, \varnothing 15 mm

Des températures élevées changent la structure de l'acier et diminuent le module d'Young; après refroidissement l'acier se trouve dans son état initial. Il reste cependant une anisotropie due au laminage. Si on ne considère qu'une déformation dans l'axe d'une telle barre, le diagramme caractéristique obtenu par l'essai de traction représente le comportement équivalent.

La prédéformation à froid par traction a pour effet d'augmenter la limite élastique de la barre en traction.

Lors de la formation de la première rotule plastique, les fibres situées à l'intérieur de la courbure sont comprimées. Il y a donc une inversion de la direction de déformation dans certaines parties de la barre par rapport à la prédéformation à froid.

Le changement de la courbe caractéristique pour ce cas est visible dans la figure 35.

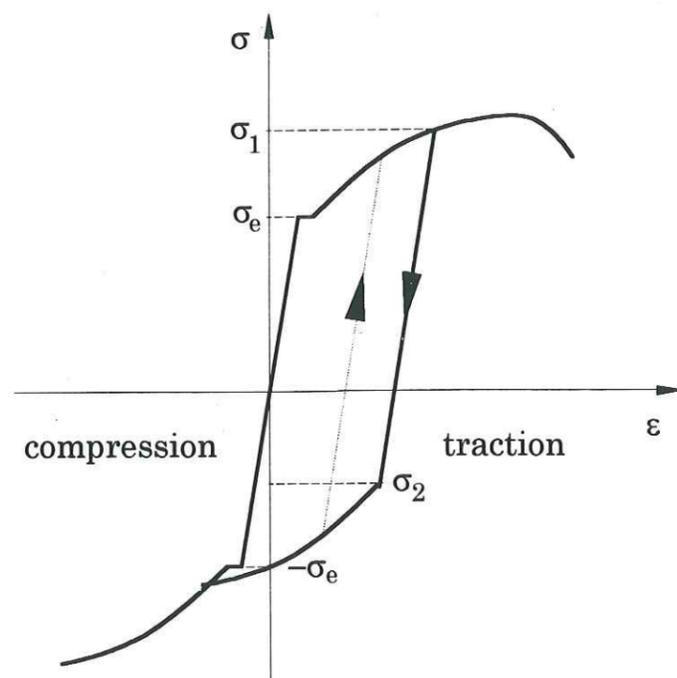


Fig. 35: courbe caractéristique d'un acier avec effet de Bauschinger

A cause de la prédéformation à froid, le montant de la limite élastique en compression, autrefois égal à celui en traction, est plus faible. Ce phénomène est appelé effet de Bauschinger.

On suppose pour l'application au calcul, que la diminution de la limite en compression est égale au gain en traction; c'est à dire que la partie élastique s'étend sur une longueur égale à $2\sigma_e$:

$$\sigma_2 = -2\sigma_e + \sigma_1 \quad (108)$$

En outre, la forme de la courbe après passage de la limite élastique modifiée σ_2 est supposée d'être la même qu'à l'origine. Compte tenu de l'absence du palier pour les aciers de la figure 34, et du fait que la déformation en sens inverse n'est pas très grande, cette approche paraît justifiée.

Du fait de la symétrie initiale des limites élastiques du diagramme de l'acier (figure 33), le calcul de l'effet de Bauschinger est aussi bien valable pour le cas d'une compression suivie d'une traction, par exemple lorsque l'ancrage subit ensuite une traction. L'écroûissage initial par traction d'une armature devrait ainsi être pris en compte. Cela nécessite la connaissance de la valeur de la déformation initiale de l'acier.

Dans le cas d'un écroûissage effectué uniquement par torsion, il n'y a pas d'influence sur la symétrie des limites élastiques. Ici la direction d'écroûissage est orientée perpendiculairement à l'axe de la barre et à la direction de la déformation principale.

5.4. Méthode proposée

5.4.1. Modélisation en tranches

Comme il a été montré, un calcul analytique de l'armature entière pose des difficultés et doit comporter trop d'hypothèses simplificatrices.

Pour cela, l'ancrage a été calculé en le divisant en tranches fines d'épaisseurs variées (figure 36).

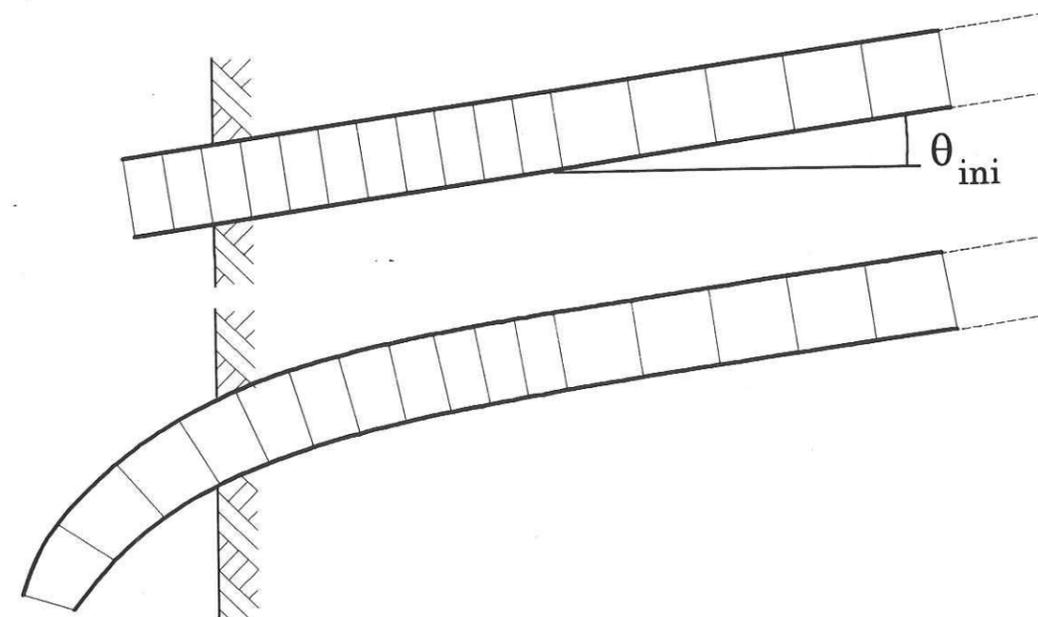


Fig. 36: division de l'ancrage en tranches; avant et après déformation

Chaque tranche fait l'objet d'un calcul analytique. Ce principe a été appliqué par Schubert [20] avec quelques simplifications. Ici, aussi un déplacement axial de chaque tranche est admis.

5.4.2. Forces sur une tranche

La figure 37 montre les forces et moments agissant sur une tranche i . La force P_i représente la réaction du scellement, elle se calcule suivant le paragraphe précédent à partir de l'enfoncement au milieu de la tranche. Il en résulte une pression constante le long de l'élément.

Dans le processus de la déformation, la traction est dominante. Si le scellement est plastifié, il est supposé ne plus adhérer à la barre, qui peut localement se déplacer en direction axiale par rapport au scellement. La perte d'adhérence a lieu plutôt dans le scellement, proche de l'interface acier - scellement, que à l'interface même, du fait de la structure de surface de la barre. L'orientation d'un élément i change de θ_{ini} à θ_i . La force P est supposée agir perpendiculairement à la position initiale de la barre. Elle conserve ensuite cette orientation, correspondant à la modélisation en 2 dimensions du module de réaction. Elle crée ainsi des forces axiales s_i et s_{pi} , dues à la rotation de l'élément et au frottement. On remarque la présence d'une force P_{pi} sur le coté opposé à l'appui. Elle n'agit que sur des tranches situées à proximité du joint, si elles sont prises entre les deux blocs. Cela n'arrive que pour des petites ouvertures du joint.

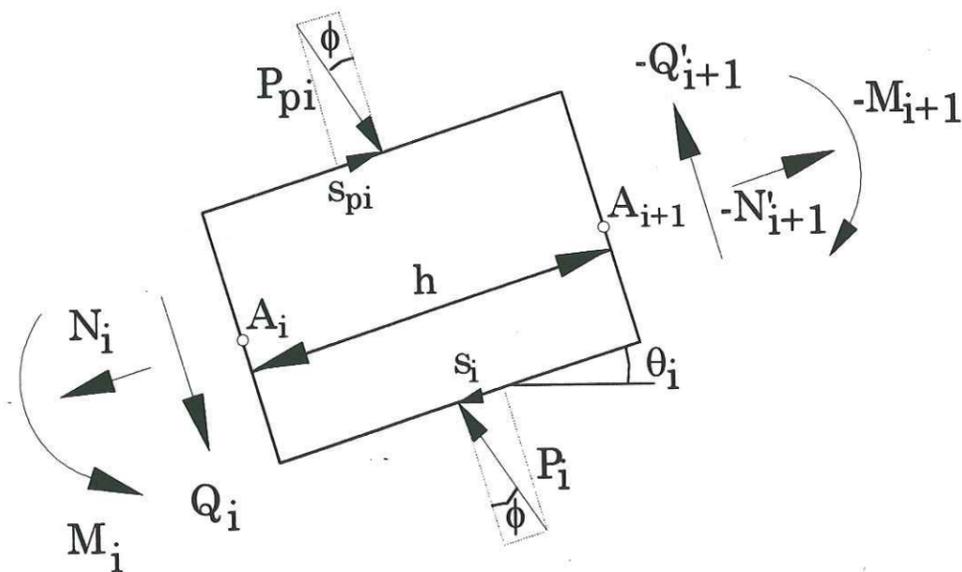


Fig. 37: forces et moments sur une tranche i de la figure 36

L'équilibre des forces et moments mène à:

$$N'_{i+1} = N_i + (p_i - pp_i) \cos(\theta_i - \theta_{ini}) \tan \phi_{sres} D_1 h \quad (109)$$

$$Q'_{i+1} = Q_i - (p_i - pp_i) \cos(\theta_i - \theta_{ini}) D_1 h \quad (110)$$

$$M_{i+1} = M_i + Q_i h - (p_i - pp_i) \cos(\theta_i - \theta_{ini}) \tan \phi_{sr} \frac{D_1^2}{2} h + (pp_i - p_i) \cos(\theta_i - \theta_{ini}) \frac{h^2}{2} D_1 \quad (111)$$

Il est ainsi possible de déduire les forces et le moment fléchissant, qui agissent sur l'élément voisin, si l'enfoncement de l'élément même est connu.

Pendant toute la déformation, le repère de base reste le point S_0 à l'état initial, fixe par rapport au massif. Les coordonnées des éléments de la barre et le déplacement u du point S ont été définis avec des signes inverses, pour obtenir des valeurs positives pour la plupart des éléments (figure 38).

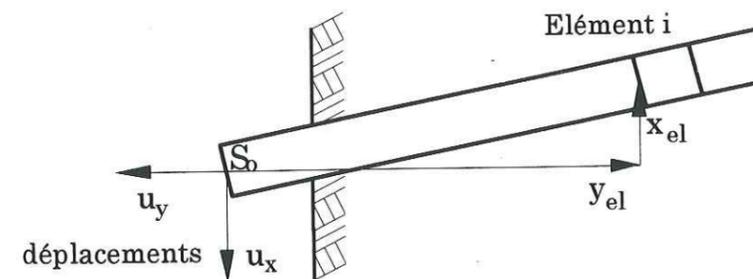


Fig. 38: coordonnée de l'ancrage

5.4.3. Enfoncement d'une tranche

Pour un élément déformé, son enfoncement est à déterminer pour obtenir la force de réaction. Cet enfoncement est le chemin entre la génératrice de la tranche déformée et celle de la barre initiale. Il est orienté perpendiculairement à l'axe de la barre initiale et déterminé au milieu de l'épaisseur h de la tranche. Les relations géométriques sont visibles dans la figure 39, pour la tranche montrée à droite.

Un enfoncement devant une tranche, c'est à dire dans la direction du déplacement latéral, a lieu, si la tranche ne se trouve pas dans l'ouverture du joint, c'est à dire, si

$$R_1 \sin \theta_{el} + \frac{h}{2} \cos \theta_{el} > y_{ini} - y_{el} \quad (112)$$

et se calcule par

$$e = -x_{el} \cos \theta_{ini} + y_{el} \sin \theta_{ini} + R_1 \cos(\theta_{el} - \theta_{ini}) - \frac{h}{2} \sin(\theta_{el} - \theta_{ini}) - R_1 \quad (113)$$

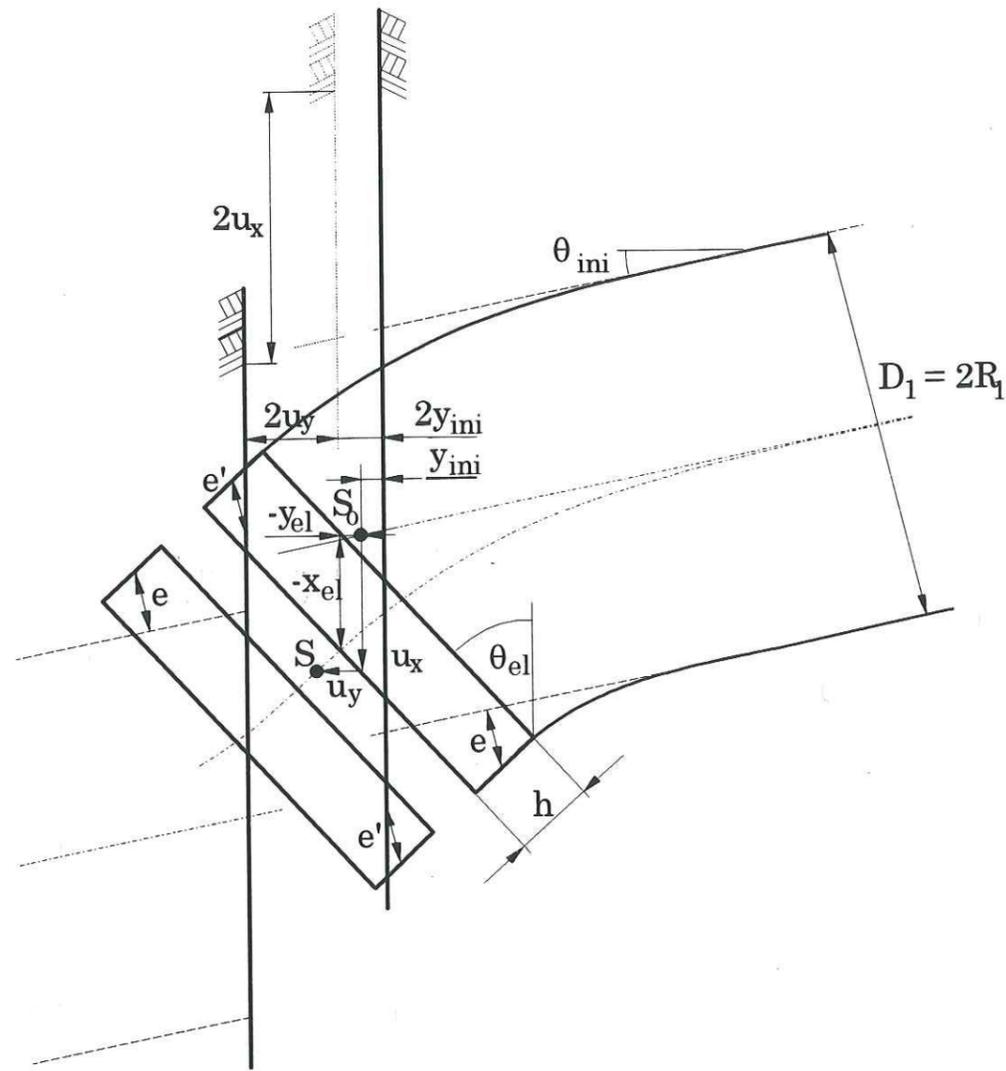


Fig. 39: enfoncement d'une tranche

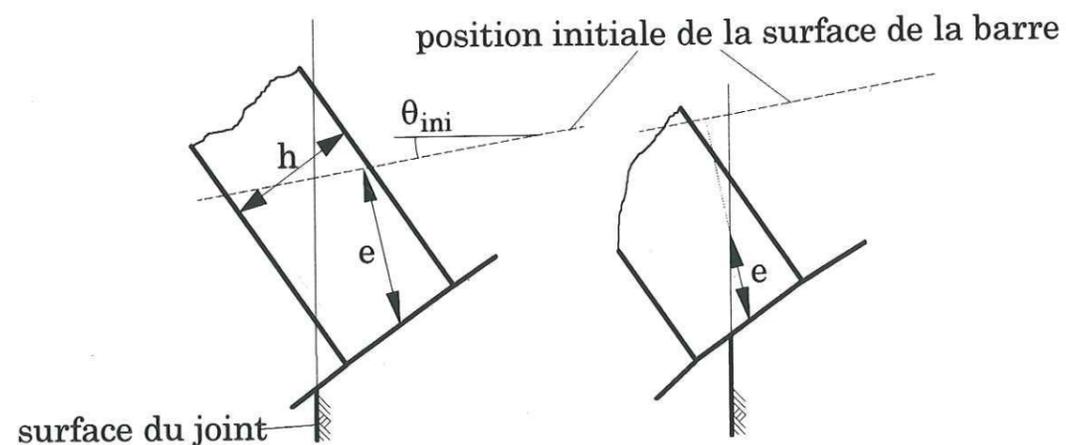


Fig. 40: diminution de l'enfoncement pour une tranche située à la surface du joint (droite), par rapport à une tranche en profondeur (gauche)

Pour des éléments dans un joint ouvert, il est possible qu'il n'entrent en contact avec la surface du joint que pendant la déformation (figure 40). Cela se produit pour:

$$R_1 \sin \theta_{el} + \frac{h}{2} \cos \theta_{el} - e \sin \theta_{ini} < y_{ini} - y_{el} \quad (114)$$

Dans ce cas, l'enfoncement réduit se calcule par

$$e' = \frac{R_1 \sin \theta_{el} + \frac{h}{2} \cos \theta_{el} - y_{ini} + y_{el}}{\sin \theta_{ini}} \quad (115)$$

Si un enfoncement du côté opposé de la tranche a lieu, il peut être calculé suivant le même principe. Comme on le voit sur la figure 39, chaque tranche est symétrique à son pendant de l'autre côté du point S. Un enfoncement devant une tranche d'un côté correspond face à celui derrière la tranche symétrique de l'autre. L'enfoncement derrière une tranche se détermine ainsi comme l'enfoncement devant la tranche qui lui est symétrique. Après modification des coordonnées, on obtient comme limite d'apparition de l'enfoncement arrière:

$$R_1 \sin \theta_{el} - \frac{h}{2} \cos \theta_{el} - y_{el} > y_{ini} + 2 u_y \quad (116)$$

et un enfoncement:

$$e' = \left(2u_x + x_{el} + h \sin \theta_{el} \right) \cos \theta_{ini} + \left(2u_y + y_{el} + h \cos \theta_{el} \right) \sin \theta_{ini} + R_1 \cos(\theta_{el} - \theta_{ini}) + \frac{h}{2} \sin(\theta_{el} - \theta_{ini}) - R_1 \quad (117)$$

Cet enfoncement peut aussi être diminué, comme sur la figure 40, si

$$R_1 \sin \theta_{el} - \frac{h}{2} \cos \theta_{el} - e' \sin \theta_{ini} < y_{ini} + 2 u_y + y_{el} \quad (118)$$

Il en résulte l'enfoncement réduit

$$e' = \frac{R_1 \sin \theta_{el} - \frac{h}{2} \cos \theta_{el} - y_{ini} - 2 u_y - y_{el}}{\sin \theta_{ini}} \quad (119)$$

Les forces $N_{i+1,i}$ et $Q_{i+1,i}$, correspondant à la face plus éloignée du joint de la tranche i se transmettent à la tranche voisine, $i+1$, en fonction de l'angle relatif entre ces deux éléments θ_i et θ_{i+1} :

Univ. J. Fourier - O.S.U.
 MAISON DES GEOSCIENCES
 DOCUMENTATION
 B.P. 55
 F. 38041 GRENOBLE CEDEX 3
 Tél. 04 76 63 54 27 - Fax 04 76 51 47 38
 Mail: palour@ujf-grenoble.fr

/ 1 SEP. 2003

$$N_{i+1,i+1} = N'_{i+1,i} \cos(\theta_i - \theta_{i+1}) + Q'_{i+1,i} \sin(\theta_i - \theta_{i+1}) \quad (120)$$

$$Q_{i+1,i+1} = Q'_{i+1,i} \cos(\theta_i - \theta_{i+1}) + N'_{i+1,i} \sin(\theta_i - \theta_{i+1}) \quad (121)$$

5.4.4. Calcul de flexion et extension des tranches

Pour construire la ligne de flexion à partir des tranches, il est nécessaire de déterminer l'angle de flexion entre deux tranches, dû à l'action du moment fléchissant en ce point, et leur extension axiale.

La répartition de la contrainte axiale sur la section d'une tranche n'est plus linéaire en cas de plastification. Pour cela, la surface a été divisée en éléments de faible largeur, orientés dans le sens de l'axe de flexion de la barre (voir figure 41).

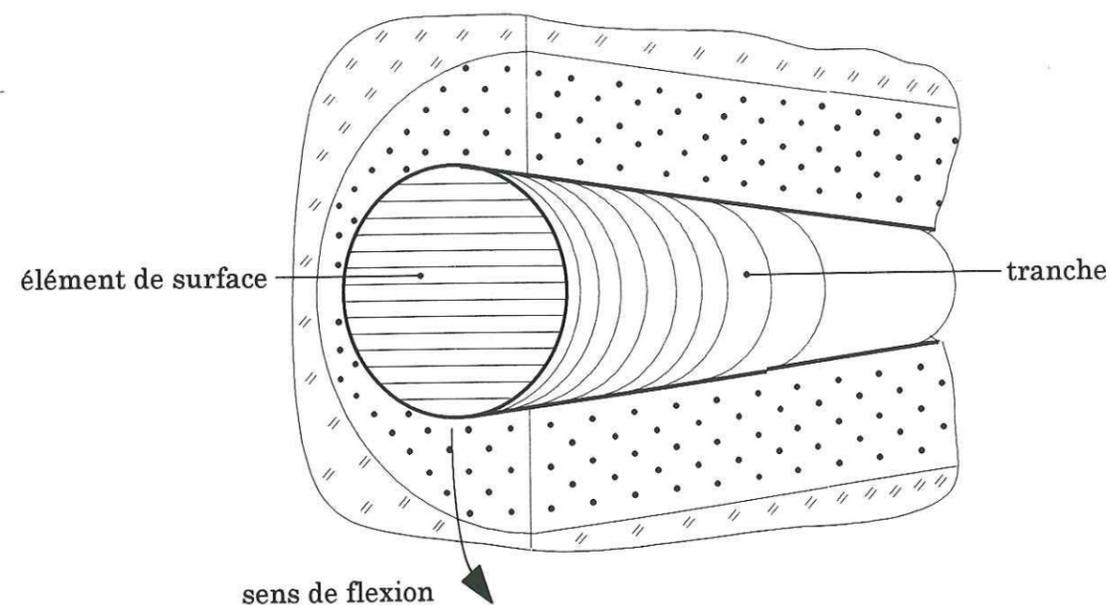


Fig. 41: division d'une tranche en éléments

Lors d'une flexion superposée d'une traction, ces éléments sont supposés subir une contrainte axiale constante sur toute leur surface. On peut ainsi lier contrainte et déformation axiale d'un tel élément par la courbe caractéristique du type d'acier, montrée dans figure 33.

La déformation axiale ε sur le rayon r dans la section dépend du rayon de courbure R_c de la barre et de l'extension axiale moyenne ε_t par:

$$\varepsilon = \frac{r}{R_c} + \varepsilon_t \quad (122)$$

Le rayon de courbure R_c correspond à une flexion κ égale à la différence des angles d'orientation de deux tranches voisines:

$$R_c = \frac{h}{\kappa_i} = \frac{h}{\theta_i - \theta_{i+1}} \quad (123)$$

Pour un élément de surface, le rayon r dans (122) est égal à la distance du milieu de l'élément du centre de la section de la barre. Un état de déformation, caractérisé par un rayon de courbure et un allongement de la tranche, mène à une déformation axiale dans chaque élément de surface. Celle-ci correspond à une contrainte σ_t dans le diagramme caractéristique de l'acier. On obtient la force axiale F dans un élément de largeur dr en l'approchant par un rectangle:

$$F = \sigma_t 2 dr \sqrt{R_1^2 - r^2} \quad (124)$$

La somme de toutes les forces dans les éléments de surface donne la force axiale dans la tranche, correspondant à cet état de déformation imposé. Le moment dans la tranche se calcule par la somme des moments, qui résultent des forces F multipliées par leur distance au centre de la section. Dès qu'un élément au bord entre en rupture, le calcul est arrêté. Ainsi le centre d'inertie de la section, qui reste circulaire, est toujours identique avec le centre géométrique de la section, par rapport à laquelle les moments fléchissants des éléments sont calculés. Il n'est par contre pas possible de procéder en sens inverse, c'est à dire de déduire une déformation à partir des forces et du moment. Cela doit être effectué par un processus d'itération, dont le principe est exposé dans un paragraphe ultérieur.

5.4.5. Calcul de la déformée de la barre

Le calcul s'effectue par incréments de déplacement u_x du point de symétrie S . Les forces en S représentent la contribution de l'ancrage (équation 79), mais ne sont pas connues, ainsi que l'inclinaison de la première tranche. Chaque déplacement u_x du joint est accompagné d'un mouvement u_y de dilatance, qui dépend de la caractéristique du joint. Au nouveau point S après déplacement, des forces N et Q sont supposées agir sur la première tranche. Un angle θ_1 de l'inclinaison pour cette tranche est également supposé; ainsi le calcul de l'enfoncement e et de la réaction correspondante devient possible. Il permet la détermination des forces et du moment à l'autre côté de la tranche, suivant (109), (110) et (111), et de l'angle de flexion, pour obtenir, à partir de la somme des forces des éléments selon l'équation (124), la force axiale et le moment correspondant aux valeurs obtenues auparavant. Les forces et le moment sur le côté gauche de la tranche voisine sont finalement déterminés suivant les équations (120) et (121). Ensuite le processus est répété pour chaque tranche.

Les tranches forment par leur longueur et leur orientation la ligne déformée de l'armature. Dans le stade de l'élasticité, cette ligne s'approche de la ligne initiale

avant déformation, en la traversant plusieurs fois (figure 28). Il a été montré, que les déformations en élasticité sont très petites par rapport à celles en état plastique. On peut supposer, que pour un état de plastification de la barre, elle doit joindre tangentiellement la ligne initiale.

Si une tranche intersecte la ligne initiale avec un angle supérieur à une tolérance fixée, l'angle de la première tranche doit être diminué. Si par contre aucune intersection n'a lieu, cet angle est agrandi. Le calcul est répété jusqu'à une valeur satisfaisante de θ (figure 42).

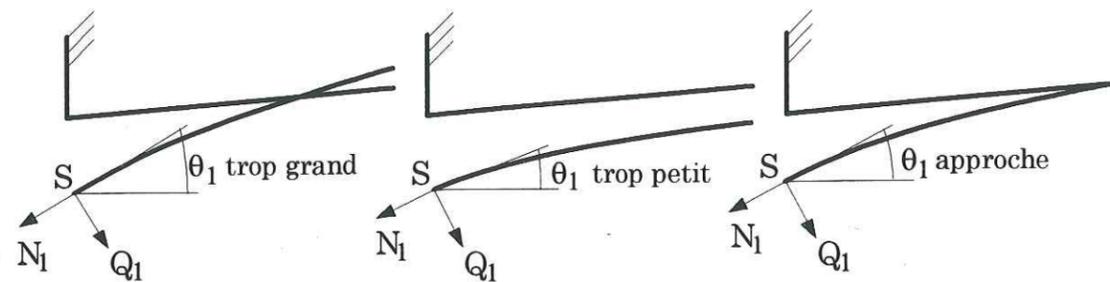


Fig. 42: approche de la déformée en fonction de l'angle du premier élément

Une augmentation de l'effort tranchant Q_1 , qui agit à la première tranche, cause une flexion plus importante de la barre. Dans le cas où aucune approche tangentielle n'est possible, Q_1 est augmentée.

Au point d'approche, il n'y a plus de déplacement transversal de la barre, et l'effort tranchant Q doit disparaître. Une valeur de Q_1 trop importante peut aussi mener à une approche, mais qui n'est pas réaliste. Pour un déplacement donné, la barre tend toujours à un état d'équilibre, où les forces sont les plus petites possibles. En conséquence, Q_1 est diminuée le plus possible (figure 43). Après chaque modification de Q_1 , le calcul est répété depuis la détermination de l'angle θ_1 pour toujours assurer une bonne approche.

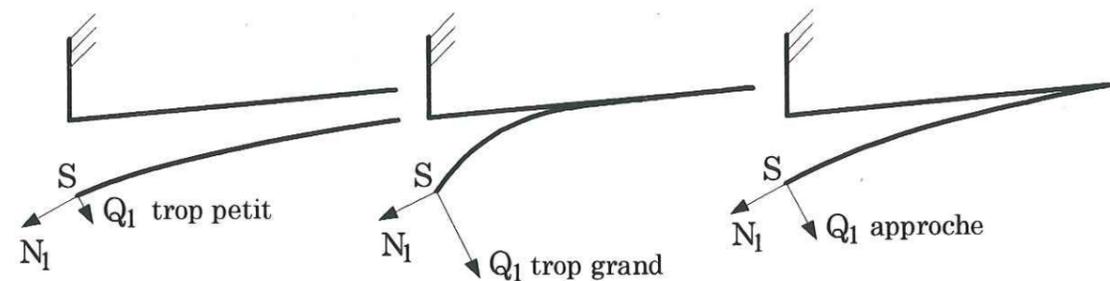


Fig. 43: approche de la déformée en fonction de l'effort tranchant Q_1 du premier élément

Après plusieurs répétitions successives de ces calculs, on obtient la ligne de déformation, qui approche d'une manière tangentielle la ligne initiale, avec une force Q nulle, pour un minimum de l'effort tranchant Q_1 en S .

Les tranches, déformées aussi dans la direction axiale, forment une ligne dont la longueur doit correspondre à la distance le long de la courbure du point S

jusqu'au point d'approche de la ligne initiale (voir figure 45). Si la somme des longueurs des tranches est trop petite, la force normale N_1 de la première tranche est augmentée pour plus de déformation axiale. Dans le cas contraire, N_1 est diminuée. Le calcul, commençant par la détermination de θ_1 , est répété pour respecter l'influence du changement de N_1 sur la courbure de la barre.

5.4.6. Arrachement partiel

Il est possible, qu'au point d'approche géométrique de la ligne initiale, la force axiale dans la barre soit supérieure à celle supportable par le scellement sur la partie rectiligne de la barre. Dans ce cas, un arrachement, limité sur une certaine longueur, a lieu.

La répartition de la contrainte de traction dans une armature, uniquement soumise à un effort axial, suit l'équation différentielle:

$$\frac{d\sigma_x}{dx} + \frac{2}{R_1} \tau_b = 0 \quad (125)$$

avec τ_b : contrainte de cisaillement à R_1

En élasticité, la contrainte correspond à la déformation:

$$\sigma_x = -E_b \frac{du_b}{dx} \quad (126)$$

avec u_b : déplacement axial en x ;
 x : cordonnée en direction de l'axe de la barre, voir figure 44

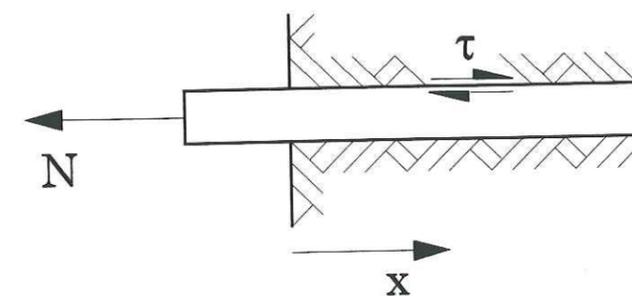


Fig. 44: coordonnées pour chargement axial

En coordonnées polaires, pour un problème axisymétrique, les équations d'équilibre se réduisent à:

$$\frac{\delta\sigma_r}{\delta r} + \frac{\delta\tau_{rx}}{\delta x} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

$$\frac{\delta\tau_{rx}}{\delta r} + \frac{\delta\sigma_x}{\delta x} + \frac{\tau_{rx}}{r} = 0 \quad (127)$$

Farmer [9] et Aydan [1] ont résolu l'équation (127) en négligeant le terme $\frac{\delta\sigma_x}{\delta x}$:

$$\frac{\delta\tau_{rx}}{\delta r} + \frac{\tau_{rx}}{r} = 0 \quad (128)$$

En négligeant le terme $\frac{du_r}{dx}$ dans l'expression de τ_{rx} en fonction du déplacement (Aydan), on obtient:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} = 0 \quad (129)$$

La solution générale est

$$u = A \ln r + B \quad (130)$$

Les conditions limites sont:

$$u_s(R_1) = u_b$$

$$u_s(R_2) = u_m(R_2); \tau_{rx,s}(R_2) = \tau_{rx,m}(R_2)$$

$$u_m(R_0) = 0$$

avec: u_s : déplacement du scellement

u_m : déplacement du massif

R_1 : rayon de la barre,

R_2 : rayon du forage, voir limite entre scellement et massif,

R_0 : rayon extérieur du massif, supposé rester fixe

Pour traiter ce problème, il a été nécessaire d'introduire un rayon R_0 , auquel le massif est supposé ne subir aucun déplacement.

L'équation différentielle du départ devient:

$$\frac{d^2u_b}{dx^2} - \alpha^2 u_b = 0 \quad (131)$$

avec

$$\alpha = \sqrt{\frac{2G_s}{E_b R_1^2 \ln\left[\left(\frac{R_2}{R_1}\right)\left(\frac{R_0}{R_2}\right)\right]}} \quad (132)$$

On obtient la contrainte de cisaillement τ_b à R_1 en fonction de la contrainte axiale σ_0 en $x = 0$:

$$\tau_b = \frac{\sigma_0 R_1}{2} \alpha e^{-\alpha x} \quad (133)$$

En prenant $x = 0$ à la limite de la zone élastique, on a en ce point:

$$\tau_b = c_s \quad (134)$$

On obtient alors la force axiale maximale avant la rupture du scellement par cisaillement:

$$N_{arr} = \frac{2c_s}{\alpha} \pi R_1 \quad (135)$$

avec c_s : cohésion pic du scellement

En cas d'arrachement, suivant Farmer [9], la force axiale supportée par une barre de longueur h , ce qui correspond à une tranche, est estimée par

$$N_{arr\ ult} = 0.1 \sigma_{cm} \pi R_1 h \quad (136)$$

La force transmise à l'élément voisin sera d'autant diminuée. Si cette force dépasse encore la force d'arrachement selon (135), cela se continue jusqu'à un état stable.

5.4.7. Critère de rupture de la barre

La rupture d'une tranche se produit dans le calcul, quand l'extension à l'extrados dépasse la valeur de rupture en traction ou quand l'effort tranchant dépasse la valeur admissible adoptée par Schubert [20]:

$$Q_x = \sqrt[3]{\frac{N_x^3 - N^3}{3}} \quad (137)$$

avec Q_x : effort tranchant maximal admissible;
 N_x : force axiale maximale de la barre

Si les conditions d'une rupture par ce critère ou par dépassement de l'extension axiale maximale dans la barre sont accomplies, le calcul est arrêté.

Il est visible, qu'une force axiale N_1 , quelle soit trop importante, peut mener à un résultat de calcul qui comprend un grand nombre des éléments arrachés. Cela ne correspond pas à une déformation réaliste, ou, comme encore dans le cas de la force tranchante, le minimum de la force axiale va agir à l'état d'équilibre. Il est donc encore nécessaire de chercher le minimum de la force axiale N_1 pour obtenir une convergence géométrique (figure 45).

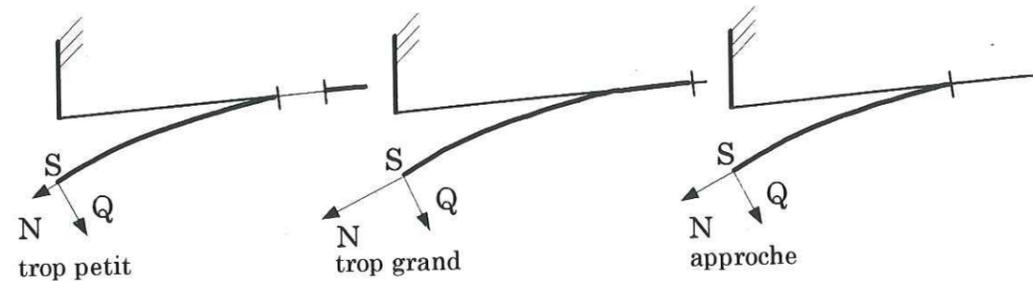


Fig. 45: approche de la déformée en longueur en fonction de la force axiale N du premier élément

5.5. Le programme Decor

5.5.1. Description du programme

L'annexe présente une schématisation de l'organisation logique du programme *Decor* pour le calcul de la déformation de la barre et sa contribution résultante au joint par la théorie développée au chapitre précédent. Après l'initialisation des variables dynamiques, on procède à l'entrée des paramètres nécessaires au calcul, contenus dans le tableau 7.

noms des fichiers d'entrée:	
	fichier du module de réaction
	fichier de la courbe de dilatance au joint
	fichier de la courbe caractéristique de l'acier

Paramètres géométriques:	
D_1	diamètre de l'armature
D_2	diamètre du forage
D_0	diamètre extérieur
θ_{ini}	inclinaison de l'armature
du_x	incrément de déplacement tangentiel au joint

Paramètres de la barre:	
E	module d'Young
$\square \epsilon_e$	limite élastique
ϵ_{ini}	allongement initial de la barre par écrouissage
σ_e	contrainte à la limite élastique

Paramètres du scellement:	
G_s	module de cisaillement
σ_{Ts}	résistance en traction
$\phi_{s\ pic}$	angle de frottement maximal
$\phi_{s\ res}$	angle de frottement résiduel
$c_{s\ pic}$	cohésion maximale

Paramètres du massif:	
G_m	module de cisaillement
σ_{Tm}	résistance en traction
$\phi_{m\ pic}$	angle de frottement maximal
$\phi_{m\ res}$	angle de frottement résiduel
$c_{m\ pic}$	cohésion maximale

Tab. 7: paramètres d'entrée pour le programme Decor

Au premier lancement du programme, il est nécessaire de créer le tableau qui contient les conditions de rupture de la barre par traction et flexion. Cela est assuré par la procédure *tabmn*, où la valeur maximale de la force axiale dans la barre est divisée en 50 intervalles. Dans chaque intervalle, d'abord pour le premier sans force axiale, le rayon de flexion de la barre est diminué à partir d'une valeur très grande, qui assure l'élasticité des déformations, jusqu'à une valeur de l'ordre du diamètre de la barre. Cette variation s'effectue en 35 incréments. Le calcul du moment fléchissant et de la force axiale dans une section, suite à des déformations imposées, s'effectue par sommation des forces s'exerçant sur les éléments (données par (124)). Une itération par variation de l'extension axiale permet d'obtenir les valeurs souhaitées de la force axiale. Le tableau ainsi créé est enregistré sous forme d'un fichier.

Dans le cas où un tableau déjà existant est à utiliser, son fichier est lu au lieu d'appeler la procédure *tabmn*. Ensuite la procédure *defo* est appelée, qui procède au calcul propre de la déformation de l'ancrage. Au terme de cette procédure, les variables dynamiques sont désactivées et le programme se termine.

La procédure *defo* détermine d'abord le premier déplacement au joint, en fonction de l'incrément défini en entrée. Par interpolation dans la courbe de dilataance, un déplacement normal au joint est associé, et les coordonnées du point de symétrie sont déterminées.

A partir de ce point, la procédure *approche* crée la ligne déformée de la barre, qui rejoint tangentiellement sa ligne initiale. Cela se répète dès l'appel de la procédure *approche* dans une itération de l'effort tranchant au point S, jusqu'à ce que l'effort tranchant à l'approche soit suffisamment petit.

Le programme vérifie ensuite, si un arrachement partiel a lieu; puis il compare la longueur de la barre déformée à la position du point d'approche. En fonction de cette comparaison, la force axiale au point S est modifiée par itérations. Cette fonction est déclenchée elle aussi dès l'appel de la procédure *approche*.

Si la déformée de la barre est bien déterminée, les résultats des calculs sont enregistrés pour chaque tranche. Les critères de rupture sont alors vérifiés pour chaque tranche déformée. Si aucune rupture n'a lieu, le déplacement au joint est majoré d'un incrément, et la procédure *defo* est répétée à partir de la détermination du déplacement vertical du joint.

La procédure *approche* fixe un angle d'inclinaison de la première tranche et calcule la déformée de la barre à l'aide de la procédure *ligne*. L'angle est varié par itérations, jusqu'à une approche tangente à la ligne initiale. Si aucune approche n'est possible, une augmentation de l'effort tranchant est effectuée dans la procédure *defo*.

La procédure *ligne* procède au calcul de l'enfoncement d'une tranche. Avec la réaction obtenue, la flexion et les forces sur la tranche voisine sont calculées par la procédure *flex*. Il suit le calcul de la distance à la ligne initiale. A partir de la tranche voisine, la procédure *ligne* reprend le calcul, jusqu'à ce que la ligne initiale soit atteinte. Si la dernière tranche du modèle est atteinte ou si la ligne de déformation s'éloigne de la ligne initiale, la nécessité d'un angle de la première tranche plus élevé est signalée à la procédure *approche*.

La procédure *flex* détermine, à partir des forces agissant sur une tranche, les forces qui sont transmises à la tranche voisine, en utilisant les équations (109), (110), (111), (120) et (121). Si la force axiale dépasse le maximum supportable par l'acier, le calcul de l'angle de flexion entre les tranches voisines s'effectue sans moment fléchissant, suivant la résultante des forces. Dans le cas contraire, la flexion est déterminée à l'aide de la procédure *monoflex* dans une itération par variation de l'angle de flexion et de l'extension, pour obtenir les forces et le moment calculé.

La procédure *monoflex* détermine un moment fléchissant et une force axiale pour des déformations sur la tranche. La section de la tranche est divisée en éléments, dont la forme est approchée par un trapèze. Pour chaque élément sont calculées sa surface et son extension axiale due à une flexion et une extension imposées. L'extension axiale permet de déterminer une contrainte correspondante dans le fichier de la courbe caractéristique de l'acier. Selon l'équation (124), la force axiale dans chaque élément est calculée. La force axiale et le moment fléchissant agissant sur la tranche sont déterminés par sommation des forces des éléments ou par sommation des produits des forces des éléments avec leurs distances au centre de la section.

5.5.2. Problèmes rencontrés

La division des tranches en éléments (figure 41) a été effectuée pour les 80 premières tranches, dans lesquelles la déformation de la barre est la plus marquée. Cela correspond à une longueur de quatre fois le diamètre de la barre. Le nombre d'éléments est de 40 pour chaque tranche. Si on prend en compte l'effet de Bauschinger, le maximum et le minimum de déformation axiale de chaque élément doivent être stockés à chaque pas de déplacement. Cela demande 6400 variables, un nombre qui nécessite l'utilisation des variables dynamiques en Turbo-Pascal, mais qui ne cause pas de problème.

Comme il a été montré, une déformation imposée permet de calculer la contrainte axiale et le moment fléchissant. La détermination de la déformation à partir des efforts n'est pas possible directement, mais elle peut se faire par itérations.

Pour une extension et un angle de flexion choisis, la force axiale et le moment dans la tranche sont calculés en tenant compte de la déformation antérieure de chaque élément. Si le moment obtenu est plus petit que celui régnant dans la tranche concernée, la flexion imposée sera augmentée et vice versa. Après le calcul du moment, un autre calcul a lieu pour obtenir la force de traction par variation de l'extension. A chaque changement de l'extension, le calcul du moment fléchissant est repris. Cela se répète jusqu'à obtenir une bonne concordance en moment et en traction.

Nous avons appliqué cette procédure, mais elle conduit à des temps de calcul trop longs (1 heure pour un pas de déplacement, sur un PC du type Pentium 90).

C'est pourquoi la détermination de l'angle de flexion et de l'extension axiale se fait par une interpolation à partir des valeurs calculées au préalable. Pour cela, les relations entre M et R_c ont été établies (sous forme des tableaux) pour 50 valeurs différentes de N régulièrement espacés, ainsi que les relations entre N et ε_t pour 35 valeurs de R_c . R_c et ε_t peuvent être obtenus par interpolation pour un couple de valeurs données de M et N .

Le gain de temps, suite au remplacement des itérations par l'interpolation dans le programme principal, est de l'ordre d'un facteur de 20.

Mais avec cette méthode, on ne peut plus considérer l'influence d'une déformation antérieure des éléments de surface. Le lien entre déformation et contrainte n'est établi que par la caractéristique simple de l'acier en traction (figure 34). C'est à dire qu'on néglige l'effet de Bauschinger. L'erreur commise paraît toutefois tolérable, car pendant la déformation de la barre, la traction joue un rôle beaucoup plus important que la flexion. On peut estimer qu'une compression locale dans la section, suite à une flexion, superposée à une extension importante, se traduit non par une compression mais par une diminution de la traction.

Pour montrer le comportement de la barre sous une sollicitation combinée de traction et flexion, les figures 46 et 47 ont été établies suivant le principe appliqué dans le programme Decor, pour une barre en acier du type RT 610 avec un diamètre de 18 mm. La figure 46 montre le moment fléchissant, dû à une flexion, lorsque l'extension axiale augmente. On remarque la forte diminution, à partir des petites extensions, et la quasi élimination du moment pour une extension de 5%, qui demeure relativement faible devant une extension à la rupture de 17% pour ce type d'acier. A ce fait correspond la faible diminution de la force axiale par une flexion, dans la figure 47, où la force axiale est montrée en fonction de l'extension pour plusieurs rayons de courbure. Une réduction sensible de la force axiale ne se produit que pour une flexion avec un rayon très petit, de l'ordre du diamètre de la barre.

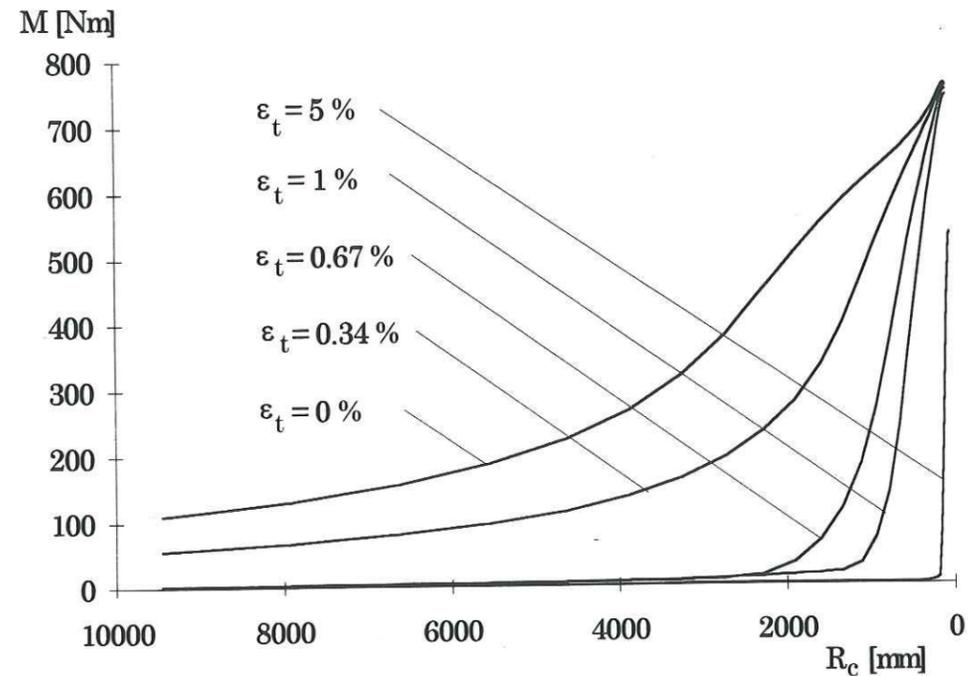


Fig. 46: moment fléchissant M en fonction du rayon de flexion R_c pour des extensions axiales ε_t différentes

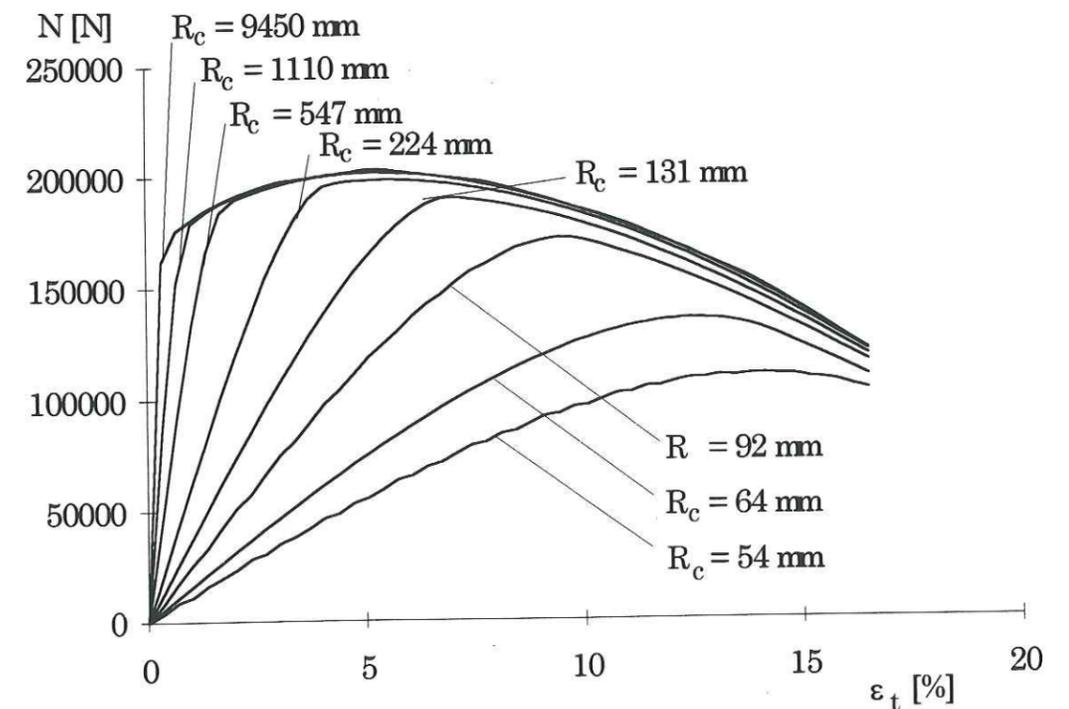


Fig. 47: force axiale N en fonction de l'extension axiale ε_t pour différents rayons de flexion R_c [mm]

5.6. Premiers résultats

Les figures 48 à 52 montrent les résultats des calculs pour une variation des propriétés du massif. A cause des difficultés rencontrées dans l'application des matériaux types extrêmes, le massif dur utilisé possède un module d'Young de deux fois celui du scellement; celui du massif tendre vaut la moitié de celui du scellement. Le rapport des rayons R_2/R_1 est de 2. La barre, d'un diamètre de 18 mm, est initialement perpendiculaire au joint.

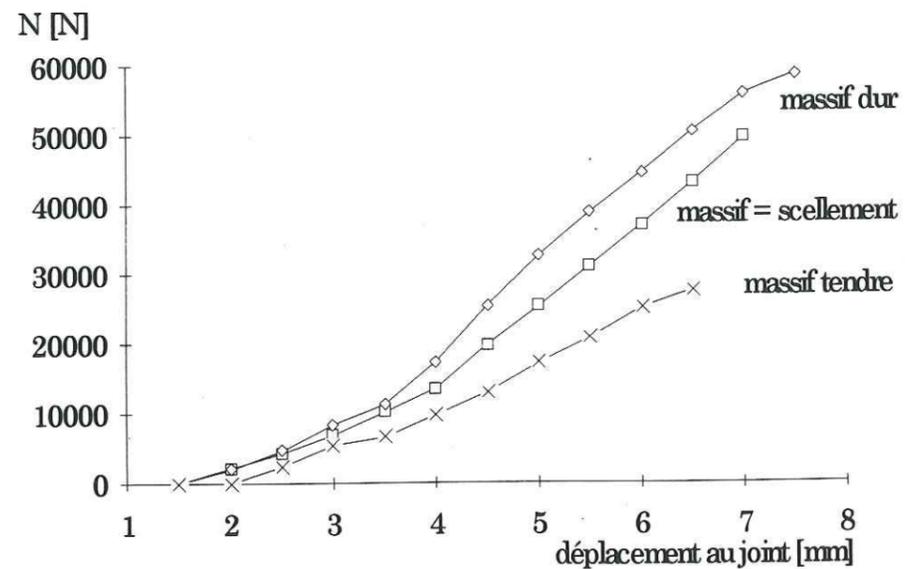


Fig. 48: force axiale maximale dans la barre en fonction du déplacement au joint, pour des roches différentes

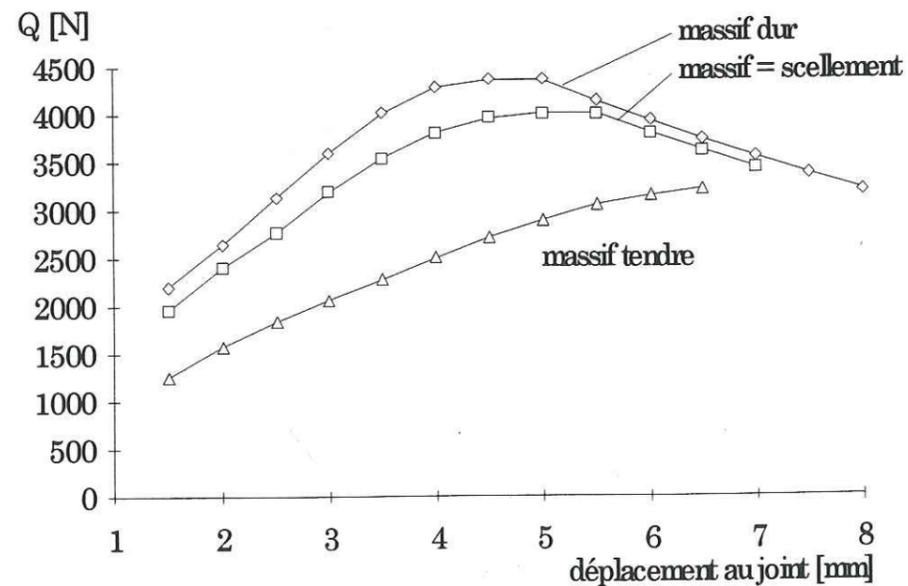


Fig. 49: force transversale maximale dans la barre en fonction du déplacement au joint

On remarque une force normale plus élevée dans le cas d'un massif dur, du fait de la flexion plus importante de la barre, visible sur la figure 50. Avec un massif tendre, des angles d'inclinaison comparables ne seront atteints que pour des déplacements plus importants.

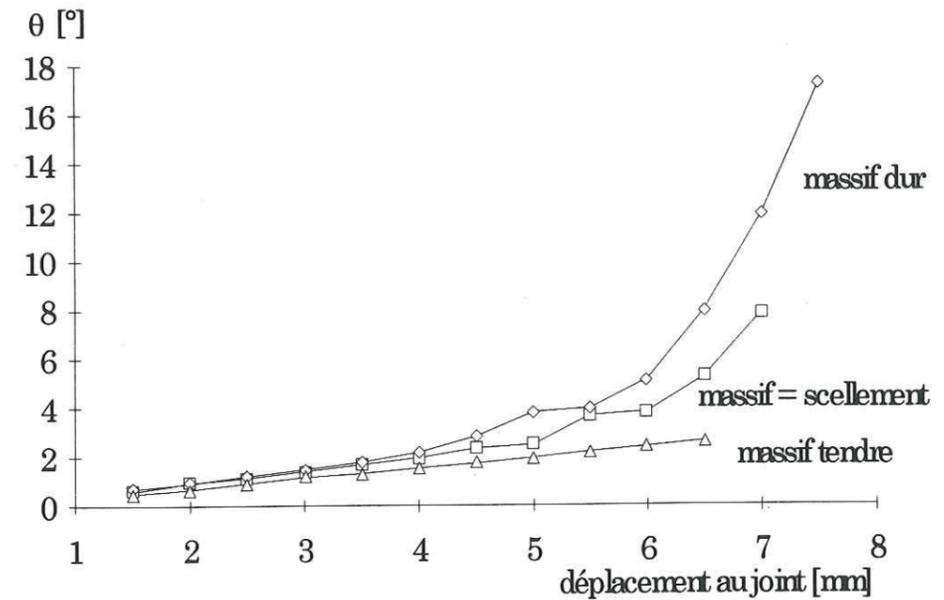


Fig. 50: angle d'inclinaison de la première tranche en fonction du déplacement au joint, pour des roches différentes

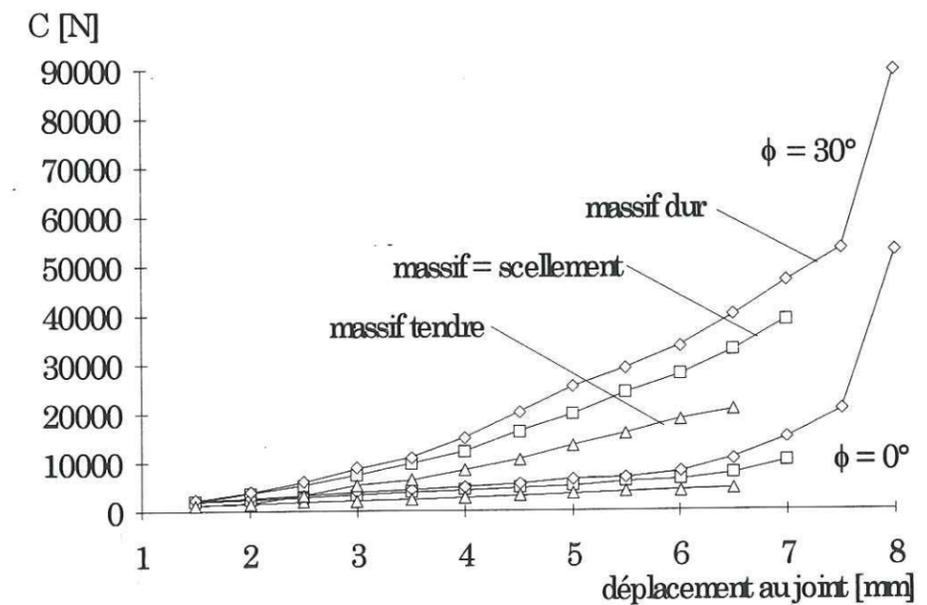


Fig. 51: contribution de l'ancrage pour des roches différentes et différents angles de frottement du joint

De ce fait, la contribution de l'ancrage est, pour le même déplacement, plus élevée pour un massif dur. La figure 51 montre le rapprochement entre les contributions pour des massifs différents, dans le cas d'un angle de frottement très faible.

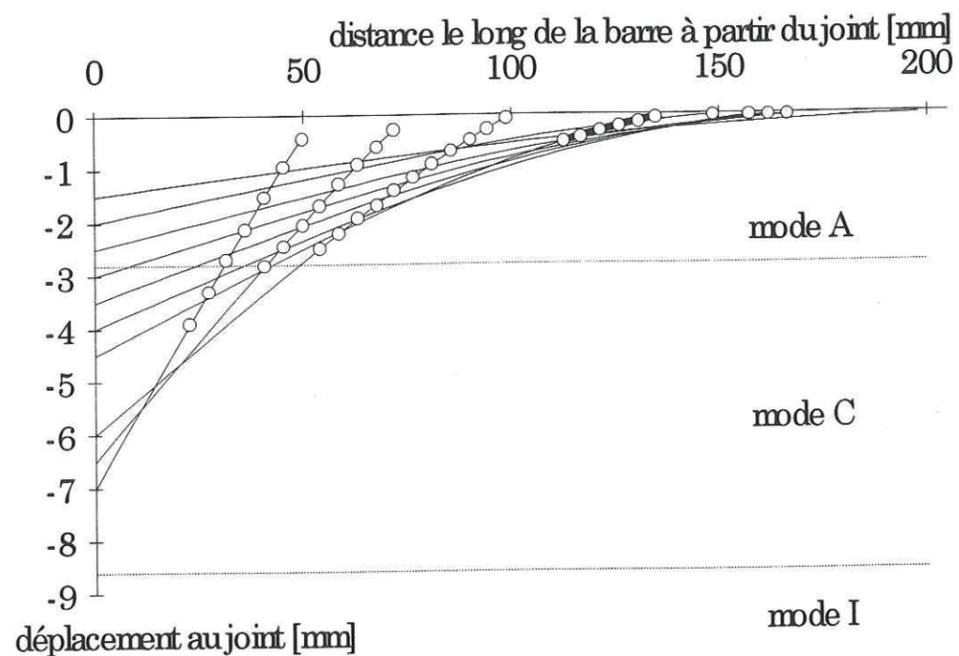


Fig. 52: déformée d'une barre, initialement perpendiculaire au joint, pour une roche de mêmes propriétés que le scellement;
o: tranches plastifiées;
lignes en pointillés: limites des modes de rupture du milieu

Dans la figure 52, la plastification progressive de la barre est visible. Elle commence pour un déplacement au joint voisin de 2 mm, à une profondeur proche de celle du maximum du moment fléchissant par le calcul en élasticité, ici de 205 mm. Une plastification du scellement ne commence qu'à partir d'un déplacement d'environ 3 mm. Le rapprochement de la rotule plastique au joint est bien visible.

La figure 53 montre la répartition de la pression de réaction pour un déplacement au joint de 7 mm. Le début de la rupture du scellement se traduit par un changement de pente de la courbe.

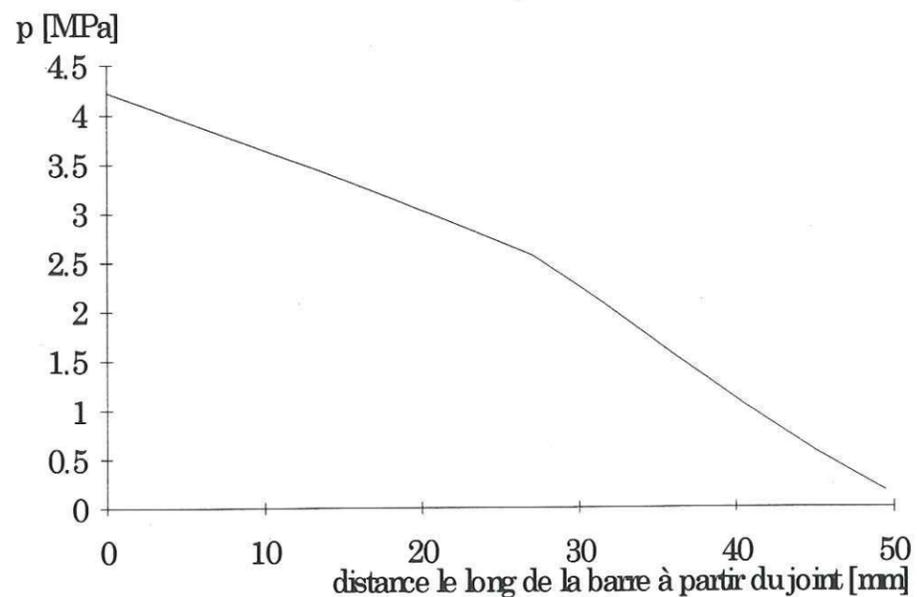


Fig. 53: répartition de la pression de réaction le long de la barre, pour un déplacement au joint de 7 mm

La figure 54 montre la profondeur de la rotule plastique suivant la théorie de Dight [24]. La réaction de la roche a été remplacée par le module de réaction axisymétrique utilisé dans notre modèle.

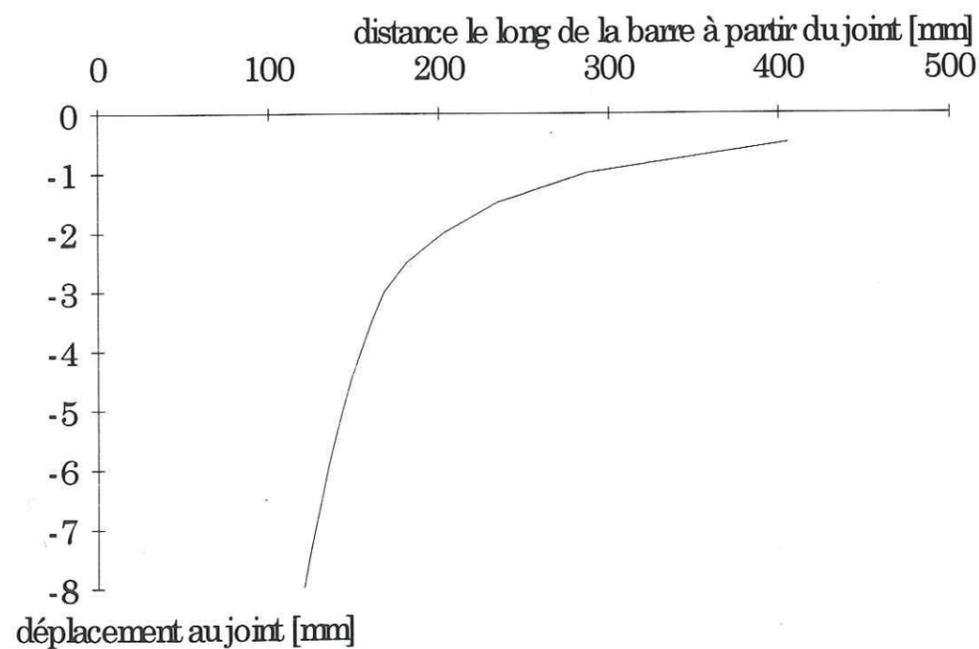


Fig. 54: profondeur de la rotule plastique d'après la théorie de Dight

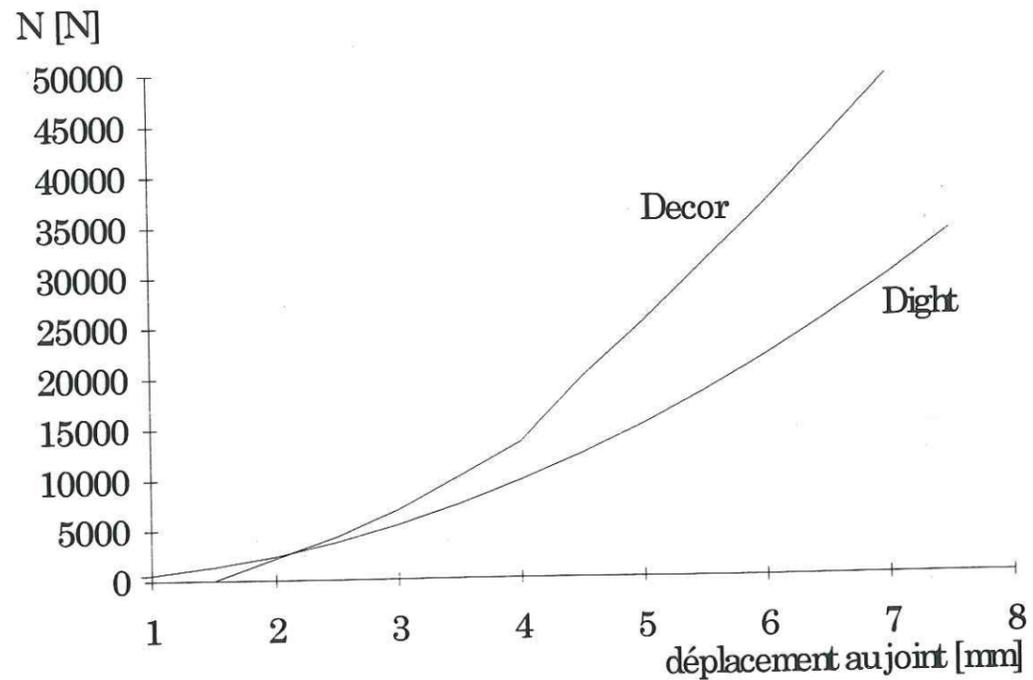


Fig. 55: comparaison de la force axiale dans la barre au point de symétrie S avec le calcul de Dight; pour une roche de mêmes propriétés que le scellement

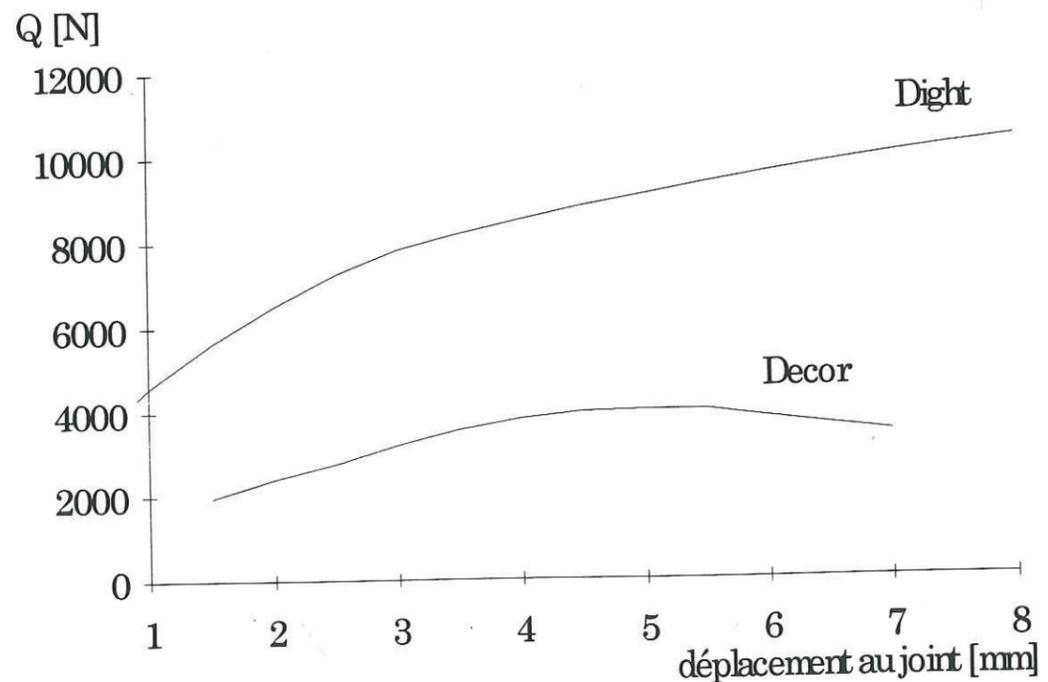


Fig. 56: comparaison de la force transversale dans la barre au point de symétrie S avec le calcul de Dight; pour une roche de mêmes propriétés que le scellement

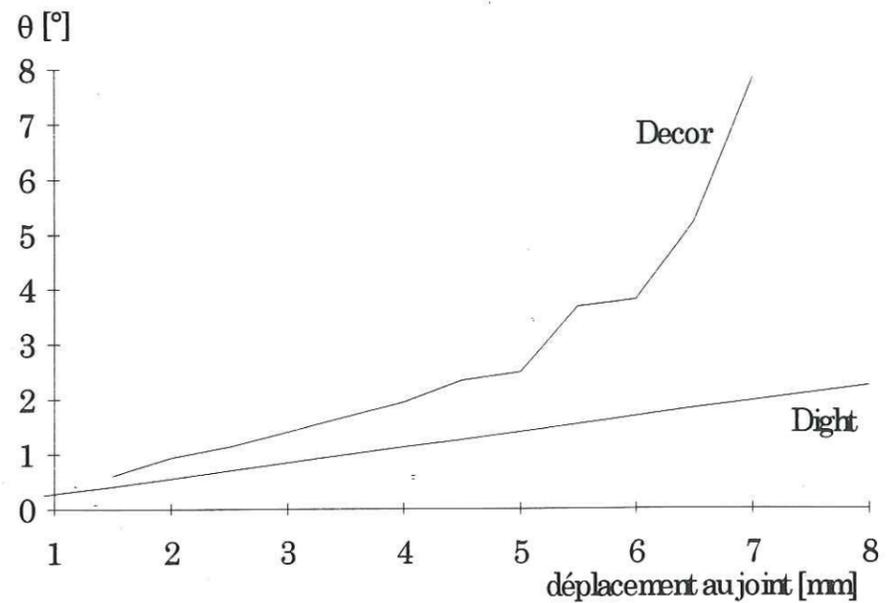


Fig. 57: comparaison de l'inclinaison de la première tranche avec le calcul de Dight; pour une roche de mêmes propriétés que le scellement

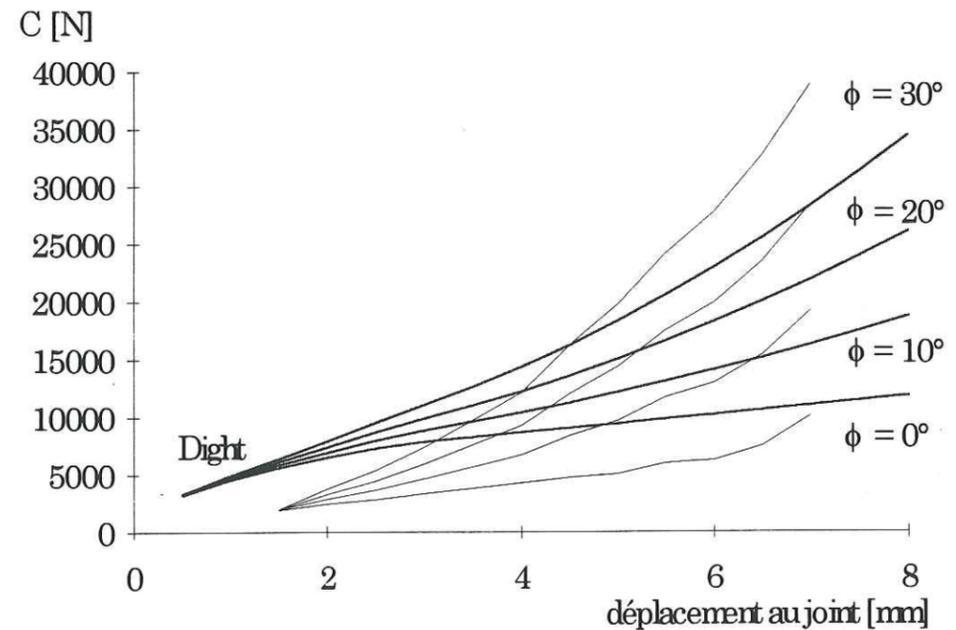


Fig. 58: contribution de l'ancrage, pour une roche de mêmes propriétés que le scellement et une barre initialement perpendiculaire au joint, pour différents angles de frottement du joint; comparaison avec le calcul de Dight (en tirets)

La figure 57 montre que l'angle de la première tranche selon Dight est inférieur à celui calculé par notre programme, d'autant plus que le déplacement au joint est important. Il en résulte une force axiale inférieure et une force transversale supérieure; ainsi la contribution dévient plus faible.

6. Conclusions

La modélisation des barres passives utilisées pour le renforcement des massifs rocheux nous a amenés à traiter, d'abord, le problème bidimensionnel de l'enfoncement d'une barre dans un forage cimenté, puis à utiliser les résultats obtenus dans une simulation tridimensionnelle d'une barre soumise au cisaillement d'un joint. L'objectif de la simulation était de déterminer les efforts mobilisés dans la barre au cours du cisaillement.

6.1. Modélisation axisymétrique bidimensionnelle

Dans le but de trouver une méthode simple permettant d'estimer la réaction du milieu lors de l'enfoncement d'une barre, nous avons traité le problème général de l'expansion axisymétrique d'une cavité cylindrique dans un milieu hétérogène, constitué de deux matériaux élastoplastiques fragiles. Différents scénarios de rupture, dépendant des propriétés mécaniques de ces matériaux, ont été mis en évidence.

Pour les scénarios obtenus avec des massifs rocheux vraisemblables et un ciment utilisé pour le scellement des ancrages, un calcul analytique du déplacement provoqué par une pression intérieure a été effectué. Un programme informatique a été réalisé, permettant d'établir la relation pression-déplacement.

6.2. Modélisation numérique bidimensionnelle

Une simulation par une méthode mixte, d'éléments finis et d'éléments frontières, a été effectuée pour déterminer la réaction d'un milieu hétérogène, identique au précédent, soumis à un chargement uniaxial, supposé représenter l'enfoncement d'une barre. Les réactions du milieu, face aux deux types de chargement, ont pu être comparées et l'erreur commise en utilisant un chargement axisymétrique a pu être estimée. On peut remarquer que la méthode numérique utilisée prend bien en compte le comportement élastoplastique fragile des matériaux, mais néglige d'éventuels glissements sur les interfaces, qui favorisent l'enfoncement.

Les réactions sont relativement proches dans le cas d'un massif plus dur que le scellement. Cependant la résistance opposée par le milieu est plus forte avec un chargement uniaxial, car la zone de rupture en traction est moins développée qu'avec un chargement axisymétrique.

Dans le cas d'un massif plus tendre que le scellement, la réaction opposée par le milieu est beaucoup plus forte pour un chargement axisymétrique, tant que le scellement n'est pas totalement fracturé. Elle se rapproche ensuite de celle obtenue pour un chargement uniaxial.

Pour pouvoir appliquer la méthode analytique, établie pour un chargement axisymétrique, au problème de l'enfoncement d'une barre, le modèle a été modifié de la manière suivante: dans le cas où le massif est plus tendre que le scellement, ce dernier est supposé fracturé dès le début de l'enfoncement.

6.3. Calcul des petites déformations d'une barre

La méthode analytique proposée précédemment pour calculer la réaction d'un forage cimenté soumis à une expansion radiale, a été appliquée au calcul de la déformation d'une barre passive soumise à un cisaillement au niveau d'un joint rocheux. Mais la méthode proposée, qui suppose une distribution linéaire des déformations sur une section de la barre, n'est valable, a priori, que pour de petites déformations.

La barre est décomposée en tranches à partir du point de symétrie au milieu du joint. Ces tranches sont elles-mêmes divisées en éléments par des cordes perpendiculaires aux déplacements. Au point de symétrie, le déplacement du joint, comprenant une dilatance, est appliqué. Le bilan des forces sur chaque tranche est établi en utilisant la réaction obtenue par le modèle axisymétrique. Pour la détermination de la déformation des tranches, qui permet l'évaluation de la déformée de la barre, le comportement réel de l'acier en traction est appliqué aux éléments des tranches. La diminution significative du moment fléchissant lors d'une plastification en traction est prise en compte.

La méthode proposée fait l'objet d'un programme informatique. Bien qu'elle ne permette pas de simuler la rupture de la barre, les résultats obtenus montrent, pour le même déplacement, un angle de flexion moins important et une déformation plus profonde de la barre pour une réaction du milieu plus faible, ce qui entraîne une diminution de la force normale et une augmentation de l'effort tranchant.

La réaction exercée par le milieu varie le long de la barre au lieu de présenter une répartition uniforme, comme le supposent les modèles proposés dans la littérature. D'autre part la flexion, la force axiale et la contribution de la barre obtenues avec notre modèle sont plus importantes.

6.4. Axes de recherche proposés

La méthode de Dight pourrait être améliorée en adaptant une distribution plus réaliste de la force de réaction normale exercée sur la barre, et en appliquant un facteur correctif aux résultats du modèle de chargement axisymétrique du forage cimenté.

D'autre part, une adaptation du modèle bidimensionnel aux états de contraintes régnant le long de la barre demande une modélisation du passage d'un état de contraintes planes à un état de déformations planes.

La méthode proposée dans ce travail pourrait être améliorée en prenant en compte l'effort tranchant dans le calcul de la déformation des tranches. Surtout pour un ancrage normal au joint, il existe des endroits dans la barre, qui subissent une inversion de la direction de la déformation plastique. La prise en compte de l'effet de Bauschinger peut mener à une meilleure approche.

Une utilisation du modèle de l'armature passive avec un modèle réaliste de comportement d'un joint permettrait d'étudier l'interaction entre le joint et le renforcement.

Enfin toute méthode proposée doit être validée par une confrontation avec les résultats expérimentaux disponibles.

Références bibliographiques

- [1] Aydan, O., Ichikawa Y. & T. Kawamoto 1985: Load bearing capacity and stress distributions in/along rockbolts with inelastic behaviour of interfaces. *Proc. 5th Int. Conf. on Num. Meth. in Geom.*, Nagoya, pp. 1281-1292
- [2] Azuar, J. J., 1977: Stabilisation des massifs rocheux fissurés par barres d'acier scellées. *Dissertation Laboratoire Central des Ponts et Chaussées*
- [3] Bourges, F. et Franck, R.: Fondations profondes. *Techniques de l'ingénieur* 1979
- [4] Boussinesq, dans Costet, J., Sanglerat, G.: Cours pratique de mécanique des sols, p.91. Dunod 1969
- [5] Bjurström, S.: Shear Strength of Hard Rock Joints Reinforced by Grouted Untensioned Bolts. *Proc. 3rd ISRM Cong.*, Denver 1974, Vol. 2b p.1194 ff
- [6] Deere, D. U., dans Franklin, J. A., Dusseault, M. B.: *Rock Engineering*, p.78. McGraw-Hill 1989
- [7] Dight, P.M., 1982: Improvement to the stability of rock walls in open pit mines. *Ph. D. Thesis*, Monash University Australia,
- [8] Dulacska, H.: Dowel Action of Reinforcement Crossing Cracks in Concrete, *ACI Journal*, december 1972, pp. 754-757
- [9] Farmer, I. W.: Stress Distribution along a Resin Grouted Rock Anchor, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* Vol. 12, pp. 347-351. Pergamon Press 1975
- [10] Fuller, P. G., Cox, R. H. T. 1978: Rock reinforcement design based on control of joint displacement. *Proc. 3rd Australian Tunneling Conf.*, Sidney, Australia, pp. 28-35
- [11] Gendron, A., Jacob, D. & Potvin, Y., Milne, D.: Grout evaluation for cable bolt support. *Rock Support in Mining and Underground Construction*, Kaiser & McCreath (eds) 1992 Balkema, Rotterdam

- [12] Haas, Charles J.: Analysis of Rock Bolting to Prevent Shear Movement in Fractured Ground. *Mining Engineering*, June 1981 p. 698-704
- [13] Haas, Charles J.: Shear Resistance of Rock Bolts. *Society of Mining Engineers, AIME, Transactions* - Vol. 260 p. 32, March 1976
- [14] Holmberg, M., Stille, H.: The mechanical behaviour of a single grouted bolt. *Rock Support in Mining and Underground Construction*, Kaiser & McCreath (eds) 1992 Balkema, Rotterdam, p.473
- [15] Khalaf, F.: Broyage et fissuration des roches soumises à un poinçonnement statique. *Symposium de la Société Internationale de Mécanique des Roches*, Nancy, avril 1971
- [16] Ladanyi, B.: Expansion of Cavities in Brittle Media, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* Vol. 4, pp. 301-328. Pergamon Press Ltd. 1967
- [17] Panet, M.: Fondations et talus rocheux, *Comptes rendus du 6^e congrès international de la soc. int. de Mécanique des roches*, Montreal 1987, Vol. 1, pp.1569-1580
- [18] Pellet, F.: Résistance et déformabilité des massifs rocheux stratifiés renforcés par des ancrages passifs, *Dissertation Ecole Fédérale de Lausanne* 1993
- [19] Rock Engineering Group, University of Toronto: Phases - 2D hybrid FE/BE program for calculating stresses and estimating support around underground excavations
- [20] Schubert, P., (1984/1), Das Tragvermögen des mörtelversetzten Ankers unter aufgezwingener Kluftverschiebung. *Dissertation Montan-Universität Leoben*, 1984
- [21] Spang, K., (1988), Beitrag zur rechnerischen Berücksichtigung vollvermörtelter Anker bei der Sicherung von Felsbauwerken in geschichtetem oder geklüftetem Gebirge. *Dissertation Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne*, 1988
- [22] Spence, D. A.: The Hertz contact problem with finite friction. *Journal of elasticity*, Vol. 5, Nos. 3-4, p.297-319, November 1975, Noordhoff International Publishing - Leiden
- [23] Terzhagi, K., 1955: Evaluation of coefficients of subgrade reaction. *Géotechnique* 5, 297-326

ANNEXE

Programme "Mores"

```
PROGRAM mores;
{$N+}
uses Crt,DOS,MORES1;
{$I PROC.INC}
{$I PROCFILE.INC}
CONST zdat='26.06.1993';

VAR i: integer;
    fich: text;
    nom: s79;
    breg: boolean;

PROCEDURE PrV;
VAR i: integer;
    sr2,rfm,rem,ue,ufm,u2,ui: real;
BEGIN i:=0;
    repeat sr2:=(ppi+sscr)*pow(r1/r2,1-1/fsr)-sscr;
           rug(sr2);
           if ppi<ppimax then
           begin rfm:=r2*pow((sr2+ssm)/(scm+ssm),fm/(fm-1));
                rem:=rfm*scm/-stm;
                ue:=(1+nym)/em*-stm*rem;
                ufm:=scm/em*(1-sqr(nym))*rfm*ln(scm/-stm)+ue;
                u2:=((1-eavm)/(1-2*ufm/rfm+eavm)
                    *pow((sr2+ssm)/(scm+ssm),2*fm/(fm-1)));
                u2:=sqrt(u2)*r2-r2;
                ui:=-r1+sqrt(sqr(r1)+sqr(u2)+2*r2*u2-eavs*(sqr(r1)-sqr(r2)))
           end;
           if not(afh) then afe:=i=0; inc(i);
           enreg('V',ui);
           if ((pult-sr2)<(ppinc-1)*1000) and (ppinc>1.0001)
           then ppinc:=1+(0.1*(ppinc-1));
           ppi:=ppi*ppinc;
           until ppi>ppimax;
           if aff then
           begin colorhead; write(' FIN DU CALCUL EN V, pi>pimax',Spc(50));
                colortext;
           end;
END; { procedure PrV }

PROCEDURE PrT;
VAR i: integer;
    pcm,sr2,rem,ue,ur2,ui: real;
    mu:char;
BEGIN i:=0;
    repeat sr2:=(ppi+sscr)*pow(r1/r2,1-1/fsr)-sscr;
```

```

rem:=r2*sr2/-stm;
ue:=(1+nym)/em*-stm*rem;
ur2:=sr2/em*(1-sqr(nym))*r2*ln(rem/r2)+ue;
ui:=-r1+sqrt(sqr(r1)+eavs*(sqr(r2)-sqr(r1))-sqr(r2)+sqr(ur2+r2));
if sr2>scm then mu:='V' else mu:='T';
rug(sr2);
if mu='T' then
  begin if not(afh) then afe:=i=0; inc(i);
    enreg('T',ui); ppi:=ppi*ppinc
  end
until mu='V';
if aff then
  begin colorhead; write(' changement de mode T à mode ',mu,Spc(50));
  colortext
  end;
PrV
END; { procedure PrT }

```

```

PROCEDURE PrS;
VAR pcm,rfs,sr2,rfm,rem,ue,ufm,u2,uf,ui:real;
BEGIN while ppi<ppimax do
  begin pcm:=pow((r2/r1),(1-1/fsr));
    pcm:=(scs+sscr)*pcm-sscr;
    while ppi<pcm do
      begin rfs:=r1*pow((ppi+sscr)/(scs+sscr),1/(1-1/fsr));
        sr2:=scs*rfs/r2;
        rfm:=r2*pow((sr2+ssm)/(scm+ssm),1/(1-1/fm));
        rem:=rfm*scm/-stm;
        ue:=-stm*rem/2/gm;
        ufm:=scm/em*(1-sqr(nym))*rfm*ln(rem/rfm)+ue;
        u2:=-r2+sqrt(sqr(r2)+eavm*(sqr(rfm)-sqr(r2))-sqr(rfm)+sqr(ufm+rfm));
        uf:=scs/es*(1-sqr(nys))*rfs*ln(r2/rfs)+u2;
        ui:=-r1+sqrt(sqr(r1)+eavs*(sqr(rfs)-sqr(r1))-sqr(rfs)+sqr(uf+rfs));
        rug(sr2);
        enreg('S',ui); ppi:=ppi*ppinc
      end; if aff then
        begin colorhead; write(' changement de mode S à mode V ',Spc(50));
        colortext
        end;
    PrV
  end
END; { procedure PrS }

```

```

PROCEDURE PrP;
VAR i: integer;
    pcm,rfs,sr2,rem,ue,ur2,uf,ui: real;
    mu: char;
    ba,bb: boolean;

```

```

BEGIN i:=0;
  repeat rfs:=r1*pow((ppi+sscr)/(scs+sscr),1/(1-1/fsr));
    sr2:=scs*rfs/r2;
    rem:=r2*sr2/-stm;
    ue:=(1+nym)/em*-stm*rem;
    ur2:=sr2/em*(1-sqr(nym))*r2*ln(rem/r2)+ue;
    uf:=scs/es*(1-sqr(nys))*rfs*ln(r2/rfs)+ur2;
    ui:=-r1+sqrt(sqr(r1)+eavs*(sqr(rfs)-sqr(r1))-sqr(rfs)+sqr(uf+rfs));
    ba:=rfs>=r2; bb:=sr2>scm;
    if not(ba) and not(bb) then mu:='P';
    if ba and not(bb) then mu:='T';
    if not(ba) and bb then mu:='S';
    if ba and bb then mu:='V';
    rug(sr2);
    if mu='P' then
      begin if not(afh) then afe:=i=0; inc(i);
        enreg('P',ui); ppi:=ppi*ppinc
      end
    until not(mu='P');
  if aff then
    begin colorhead; write(' changement de mode P à mode ',mu,Spc(50));
    colortext
    end;
  case mu of 'S': PrS;
            'T': PrT;
            'V': PrV
  end;
END; { procedure PrP }

```

```

PROCEDURE PrN;
VAR i: integer;
    sr2,rfm,rem,ue,ufm,u2,ui: real;
BEGIN i:=0;
  while (ppi<scs) and (ppi<ppimax) do
    begin
      sr2:=ppi*r1/r2; {writeln(' sr2= ',sr2);} rug(sr2);
      rfm:=r2*pow((sr2+ssm)/(scm+ssm),1/(1-1/fm));
      rem:=rfm*scm/-stm;
      ue:=-stm*rem/2/gm;
      ufm:=scm/em*(1-sqr(nym))*rfm*ln(rem/rfm)+ue;
      u2:=-r2+sqrt(sqr(r2)+eavm*(sqr(rfm)-sqr(r2))-sqr(rfm)+sqr(ufm+rfm));
      ui:=ppi/es*(1-sqr(nys))*r1*ln(r2/r1)+u2;
      if not(afh) then afe:=i=0; inc(i);
      enreg('N',ui); ppi:=ppi*ppinc;
    end;
  if aff then
    begin colorhead; write(' changement de mode N à mode S ',Spc(50));
    colortext

```

```

end;
PrS
END; { procedure PrN }

```

```

PROCEDURE PrL;
VAR pcm,rfs,sr2,ue,uf,ui: real;
mu: char;
BEGIN if scs<-stm then
begin pcm:=(-stm+sscr)*pow(r2/r1,1-1/fsr)-sscr; mu:='Q' end else
begin pcm:=(scs+sscr)*pow((r2*-stm/r1/scs),1-1/fsr)-sscr; mu:='P' end;
while ppi<pcm do
begin rfs:=r1*pow((ppi+sscr)/(scs+sscr),1/(1-1/fsr));
sr2:=scs*rfs/r2;
ue:=sr2*r2/2/gm;
uf:=scs/es*(1-sqr(nys))*rfs*ln(r2/rfs)+ue;
ui:=-r1+sqrt(sqr(r1)+eavs*(sqr(rfs)-sqr(r1))-sqr(rfs)+sqr(uf+rfs));
enreg('L',ui); ppi:=ppi*ppinc
end;
case mu of 'P': PrP;
end
END; { procedure PrL }

```

```

PROCEDURE PrI;
VAR i: integer;
sr2,pcm,rem,ue,ur2,ui: real;
mu: char;
ba,bb: boolean;
BEGIN i:=0;
repeat sr2:=ppi*r1/r2;
rem:=r2*sr2/-stm;
ue:=(1+nym)/em*-stm*rem;
ur2:=sr2/em*(1-sqr(nym))*r2*ln(rem/r2)+ue;
ui:=ppi/es*(1-sqr(nys))*r1*ln(r2/r1)+ur2;
ba:=ppi>scs; bb:=sr2>scm;
if not(ba) and not(bb) then mu:='I';
if ba and not(bb) then mu:='P';
if not(ba) and bb then mu:='N';
if ba and bb then mu:='S';
rug(sr2);
if mu='I' then
begin if not(afh) then afe:=i=0; inc(i);
enreg('I',ui); ppi:=ppi*ppinc
end
until not(mu='I');
if aff then
begin colorhead; write(' changement de mode I à mode ',mu,Spc(50));
colortext
end;

```

```

case mu of 'N': PrN;
'P': PrP;
'S': PrS
end;
END; { procedure PrI }

```

```

PROCEDURE PrG;
VAR ca,cb,p,q,dis,u,v,res,sr2,sres,rfs,ues,ui: real;
mu: char;
ba,bb: boolean;
BEGIN ca:=(ls+gs)*(gm-gs)*r1*r1*scs*scs;
cb:=gs*r2*r2*(ls+gs+gm);
repeat ca:=ca*pow((ppi+sscr)/(scs+sscr),2/(1-1/fsr));
p:=(-3*ca/cb-sqr(-sts))/3; q:=-2/27*-sts*-sts*-sts+sts*ca/cb*4/3;
dis:=pow(p/3,3)+sqr(q/2);
u:=pow(q/(-2)+sqrt(dis),1/3); v:=-p/3/u;
sres:=u+v+sts/3;
res:=scs/sres*r1*pow((ppi+sscr)/(scs+sscr),1/(1-1/fsr));
rfs:=res*sres/scs;
sr2:=sres*res*res/r2/r2;
ba:=res>=r2; bb:=sr2>=-stm;
if not(ba) and not(bb) then mu:='G';
if ba and not(bb) then mu:='L';
if not(ba) and bb then mu:='K';
if ba and bb then mu:='P';
rug(sr2);
if mu='G' then
begin ues:=sres*res*((ls+gs+gm)-(gm-gs)*res*res/r2/r2);
ues:=ues/(2*gs*(ls+gs+gm)+2*(ls+gs)*(gm-gs)*res*res/r2/r2);
ui:=sqr(rfs)*sqr(scs/es*(1-sqr(nys))*ln(res/rfs)+ui/rfs+1);
ui:=-r1+sqrt(sqr(r1)+eavs*(sqr(rfs)-sqr(r1))-sqr(rfs)+ui);
enreg('G',ui);
ppi:=ppi*ppinc
end
until not(mu='G');
case mu of 'L': PrL;
'P': PrP
end
END; { procedure PrG }

```

```

PROCEDURE PrF;
VAR sr2,pcm,ue,ui: real;
mu: char;
b1,b2: boolean;
BEGIN
repeat sr2:=ppi*r1/r2;
b1:=ppi>scs; b2:=sr2>-stm;
if not(b1) and not(b2) then mu:='F';

```

```

if b1 and not(b2) then mu:='L';
if not(b1) and b2 then mu:='I';
if b1 and b2 then mu:='P';
rug(sr2);
if mu='F' then
begin ue:=(1+nym)/em*sr2*r2;
ui:=ppi/es*(1-sqr(nys))*r1*ln(r2/r1)+ue;
enreg('F',ui); ppi:=ppi*ppinc
end
until not(mu='F');
if aff then
begin colorhead; write(' changement de mode F à mode ',mu,Spc(50));
colortext
end;
case mu of 'I': PrI;
'L': PrL;
'P': PrP

end;
END; { procedure PrF }

```

```

PROCEDURE PrE(res,sr2: real);
VAR cal,z,n,sres,ues,ui: real;
ii: integer;
mu: char;
b1,b2,b3: boolean;
BEGIN while (ppi<scs) and (res<(r2-0.00001)) and (sr2<scm) do
begin cal:=res; ii:=0;
repeat res:=cal;
z:=(-sts*(sqr(r2)-sqr(res))+ppi*r1*res)/(2*r2)+ppi*r1*r2/(2*res);
n:=ln((-sts*(sqr(r2)-sqr(res))+ppi*r1*res)/(2*sqr(r2)*-stm)
+ppi*r1/(2*res*-stm));
z:=z*((1-sqr(nym))/em*n+(1+nym)/em); {R.S.}
z:=z+ppi*r1/res*(sqr(res)*r2/(2*(1s+gs)*(sqr(r2)-sqr(res)))
+sqr(res)*r2/(2*gs*(sqr(r2)-sqr(res))));
n:=r2*r2*r2/(2*(1s+gs)*(sqr(r2)-sqr(res)))
+sqr(res)*r2/(2*gs*(sqr(r2)-sqr(res)));
cal:=(z/n+sts/2-sts*sqr(res)/(2*sqr(r2))-ppi*r1/(2*res))
*2*sqr(r2)/(ppi*r1); inc(ii);
if ii>500 then
begin writeln('pas de convergence en E');
repeat until keypressed; halt
end;
until abs(cal-res)<0.00000001;
res:=cal;
sr2:=(-sts*(sqr(r2)-sqr(res))+ppi*r1*res)/(2*sqr(r2))+ppi*r1/(2*res);
b1:=ppi>scs; b2:=sr2>scm; b3:=r2-res<0.001;
if not(b1) and not(b2) and not(b3) then mu:='E';
if b1 and not(b2) and not(b3) then mu:='K';

```

```

if not(b1) and b2 and not(b3) then mu:='H';
if not(b1) and not(b2) and b3 then mu:='I';
if b1 and b2 and not(b3) then mu:='O';
if b1 and not(b2) and b3 then mu:='P';
if not(b1) and b2 and b3 then mu:='N';
if b1 and b2 and b3 then mu:='S';
rug(sr2);
if mu='E' then
begin z:=-sts-2*sr2*sqr(r2)/(sqr(r2)-sqr(res));
n:=(sqr(r2)+sqr(res))/(sqr(r2)-sqr(res));
sres:=-z/n;
ues:=(sr2*sqr(r2)-sres*sqr(res))*res/(2*(1s+gs)*(sqr(r2)-sqr(res)));
ues:=ues+(sr2-sres)*res*sqr(r2)/(2*gs*(sqr(r2)-sqr(res)));
ui:=ppi/es*(1-sqr(nys))*r1*ln(ppi/sres)+ues;
enreg('E',ui); ppi:=ppi*ppinc
end
end;
if aff then
begin colorhead; write(' changement de mode E à mode ',mu,Spc(50));
colortext
end;
case mu of 'I': PrI;
'P': PrP;
'N': PrN;
'S': PrS

end
END; { procedure PrE }

```

```

PROCEDURE ecubi(r,s,t:real; VAR a,b,c: real);
{ x^3+rx^2+sx+t=0; x1=a, x2=b, x3=c }
VAR p,q,dis,u,v,rho,cosfi,fi: real;
BEGIN p:=(3*s-sqr(r))/3;
q:=2/27*r*r*r-r*s/3+t;
dis:=p/3*p/3*p/3+sqr(q/2);
if dis>0 then
begin u:=pow(abs(q/(-2)+sqr(dis)),1/3);
if (q/(-2)+sqr(dis))<0 then u:=-u;
v:=-p/3/u; a:=u+v-r/3; b:=0; c:=0
end else
begin rho:=sqr(-p*p*p/27); cosfi:=-q/2/rho;
fi:=pi/2-arctan(cosfi/(sqr(1-sqr(cosfi))));
a:=2*pow(rho,1/3)*cos(fi/3)-r/3;
b:=2*pow(rho,1/3)*cos(fi/3+2/3*pi)-r/3;
c:=2*pow(rho,1/3)*cos(fi/3+4/3*pi)-r/3;
end;
END;

```

```

PROCEDURE PrMono;

```

```

VAR res,res2,res3,ui,pcm,pcc,n,ah,bh,ch,dh,rh,sh,th: real;
i,j,k,ka: integer;
mu,mm: char;
rayon: array[1..3,1..2] of real;
b1,b2,b3,bcm: boolean;
BEGIN i:=0; ah:=(ls+gs)*(gm-gs); bh:=(ls+gs+gm)*gs; dh:=gm*(ls+2*gs);
pcm:=-stm*r2/r1; pcc:=sts/(2*ah*r1*r1/(bh*r2*r2+ah*r1*r1)-1);
writeln(' pcm= ',pcm,' pcc= ',pcc);
if ppi<pcm then mu:='X' else mu:='Y';
sh:=bh*sqr(r2)/ah; bcm:=true; ka:=0;
while (mu='X') or (mu='Y') do
begin
if ppi>=pcc then
begin for j:=1 to 2 do {det. res pour mode C d'origine}
begin ch:=ppi*r1/(-sts); rh:=ch; th:=sh*(-ch);
ecubi(rh,sh,th,rayon[1,j],rayon[2,j],rayon[3,j]);
if j=1 then ppi:=ppi*ppinc;
if j=2 then ppi:=ppi/ppinc;
end;
b1:=(rayon[1,1]<r2) and (rayon[1,1]>r1);
b2:=(rayon[2,1]<r2) and (rayon[2,1]>r1);
b3:=(rayon[3,1]<r2) and (rayon[3,1]>r1); k:=0;
if b1 and not b2 and not b3 then k:=1;
if not b1 and b2 and not b3 then k:=2;
if not b1 and not b2 and b3 then k:=3;
if k=0 then {plusieurs ou aucune solution }
begin if b1 and b2 or b1 and b3 or b2 and b3 then
writeln(' plusieurs résultats de Res en première analyse');
if not(b1 or b2 or b3) then
begin writeln(' pas de solution'); bcm:=false
end
end;
if bcm then
begin
b1:=(rayon[1,2]-rayon[1,1]>0) and (rayon[1,1]>r1);
b2:=(rayon[2,2]-rayon[2,1]>0) and (rayon[2,1]>r1);
b3:=(rayon[3,2]-rayon[3,1]>0) and (rayon[3,1]>r1);
if b1 and not b2 and not b3 then k:=1;
if not b1 and b2 and not b3 then k:=2;
if not b1 and not b2 and b3 then k:=3;
if b1 and b2 or b1 and b3 or b2 and b3 then
writeln(' plusieurs résultats de Res en deuxième analyse');
if not(b1 or b2 or b3) then
begin writeln(' pas de solution ultérieure');
mu:='I'; k:=ka
end;
res:=rayon[k,1]; ka:=k;
writeln('res= ',res)

```

```

end
end;
if ppi<pcm then { elast., mode A }
begin ui:=(1+nym)/em*r1*ppi;
if not(afh) then afe:=i=0; inc(i);
if bcm then
begin if mu='I' then mm:='X' else mm:=mu;
enreg(mm,ui); ppi:=ppi*ppinc
end
end else
begin if aff and (mu='X') and (ppi>pcm) then
begin colorhead;
write(' changement de mode X à mode Y',Spc(50));
i:=0; colortext; mu:='Y'
end;
if not(afh) then afe:=i=0; inc(i);
ui:=ppi*r1/em*(1-sqr(nym))*ln(ppi*r1/(-stm*r2));
ui:=ui+(1+nym)/em*ppi*r1;
if bcm then
begin if mu='I' then mm:='Y' else mm:=mu;
enreg(mm,ui); ppi:=ppi*ppinc
end
end;
if not(bcm) then mu:='I'
end; {while}
if aff then
begin colorhead; write(' changement de mode Y à mode I',Spc(50));
colortext
end;
PrI;
END; { procedure PrMono }

```

PROCEDURE PrC;

```

VAR i: integer;
b1,b2,b3: boolean;
ah,bh,ch,sh,th,p,q,dis,u,v,rho,cf,sres,n,sr2,res,res1,res2,ues,ui: real;
mu: char;
BEGIN i:=0;
begin ah:=(ls+gs)*(gm-gs); bh:=(ls+gs+gm)*gs; sh:=bh/ah*sqr(r2);
repeat ch:=ppi*r1/-sts; th:=sh*(-ch);
ecubi(ch,sh,th,res,res1,res2);
sres:=ppi*r1/res;
sr2:=sres*res*res*gm*(ls+2*gs)/(r2*r2*bh+res*res*ah);
b1:=ppi>scs; b2:=res>=r2; b3:=sr2>-stm;
if not(b1) and not(b2) and not(b3) then mu:='C';
if b1 and not(b2) and not(b3) then mu:='G';
if not(b1) and b2 and not(b3) then mu:='F';
if not(b1) and not(b2) and b3 then mu:='E';

```

```

if b1 and b2 and not(b3) then mu:='L';
if b1 and not(b2) and b3 then mu:='K';
if not(b1) and b2 and b3 then mu:='I';
if b1 and b2 and b3 then mu:='P';
rug(sr2);
if mu='C' then
begin ues:=sres*res*((ls+gs+gm)-(gm-gs)*res*res/r2/r2);
ues:=ues/(2*bh+2*ah*res*res/r2/r2);
ui:=ppi/es*(1-nys*nys)*r1*ln(res/r1)+ues;
if not(afh) then afe:=i=0; inc(i);
enreg('C',ui);
ppi:=ppi*ppinc
end
until not(mu='C');
if aff then
begin colorhead; write(' changement de mode C à mode ',mu,Spc(50));
colortext
end;
case mu of 'E': PrE(res,sr2);
'F': PrF;
'G': PrG;
'I': PrI;
'L': PrL;
'P': PrP
end
end
END; { procedure PrC }

```

```

PROCEDURE PrA;
VAR i: integer;
z,n,pcm,src,sr2,ui: real;
BEGIN i:=0;
n:=gs*r2*r2*(ls+gs+gm)+(gm-gs)*(ls+gs)*r1*r1;
pcm:=abs(-sts/(2*(gm-gs)*(ls+gs)*r1*r1/n-1));
src:=r1*r1*gm*(ls+2*gs)/n; {sigma r2}
while ppi<pcm do
begin sr2:=src*ppi; rug(sr2);
z:=((ls+gs+gm)-(gm-gs)*r1*r1/r2/r2);
z:=ppi*r1*z;
n:=2*gs*(ls+gs+gm)+2*(gm-gs)*(ls+gs)*r1*r1/r2/r2;
ui:=z/n ;
if ppi=0 then ppi:=(1+gm/10000)/10 else
begin if not(afh) then afe:=i=0; inc(i);
enreg('A',ui); ppi:=ppi*ppinc
end;
end;
if aff then begin
colorhead; Write(' changement de mode A à mode C ',Spc(49));

```

```

colortext; end;
PrC;
END; { procedure PrA }

```

```

PROCEDURE entree;
VAR n,b,uf,men: real;
ch: char;
BEGIN clrscr;
colorstart; fillscr;
gotoxy(25,12);
writeln('P R O G R A M M E M O R E S');
writeln;
writeln((spc(30)), 'Massif dur: 1');
writeln((spc(30)), 'Massif tendre: 2');
repeat gotoxy(31,16);
readreal(' Massif à choix: 3', 1,men);
until (men=1) or (men=2) or (men=3);
aff:=false; { true=affichage des changements des modes }
afh:=false; { true=affichage des enregistrements }
afe:=afh;
if men=1 then { DUR }
begin stm:=-10; scm:=200; em:=52000; nym:=0.25;
eavm:=0.001; fim:=30; cm:=0.001; ppi0:=1; ppinc:=1.01; ppimax:=1100;
r1:=0.009; r2:=0.036;
sts:=-2.5; scs:=50; es:=10000; nys:=0.25; eavs:=0.001;
fizr:=30; fisp:=24.37; csr:=0.001;
end;
if men=2 then { TENDRE }
begin stm:=-0.05; scm:=1; em:=100; nym:=0.25; eavm:=0.001;
fim:=30; cm:=0.001; ppi0:=0.09; ppinc:=1.01; ppimax:=30;
r1:=0.009; r2:=0.036;
sts:=-2.5; scs:=50; es:=10000; nys:=0.25; eavs:=0.001;
fizr:=30; fisp:=24.37; csr:=0.001;
end;
if men=3 then
begin colortext; fillscr; colorhead;
write(' GEOMETRIE',spc(70)); colortext;
repeat gotoxy(1,4); write(spc(30)); gotoxy(1,2);
readreal(' diamètre de l'armature [mm] ',18,r1);
r1:=r1/2;
readreal(' diamètre du forage [mm] ',36,r2);
r2:=r2/2;
until not YN('CHANGER DIAMETRES');
colorhead; gotoxy(1,4); write(' PARAMETRES DU SCELLEMENT', spc(55));
colortext;
repeat gotoxy(1,13); write(spc(45));
gotoxy(1,5);
readreal(' limite elastique en traction [MPa] ',-2.5,sts);

```

```

readreal(' limite elastique en compression [MPa]      ',50,scs);
readreal(' module Young [MPa]                        ',10000,es);
readreal(' ny                                         ',0.25,nys);
readreal(' porosite                                  ',0.001,eavs);
readreal(' angle de frottement du scellement elast.[°] ',24.37,fisp);
readreal(' angle de frottement du scellement broye [°] ',30,fisr);
readreal(' cohesion du scellement broyé [MPa]        ',0.001,csr);
until not YN('CHANGER PROPRIETES DU SCELLEMENT');
colorhead; gotoxy(1,13); write(' PARAMETRES DU MASSIF', spc(59));
colortext;
repeat gotoxy(1,21); write(spc(40));
gotoxy(1,14);
readreal(' limite elastique en traction [MPa]        ',-0.05,stm);
readreal(' limite elastique en compression [MPa]     ',1,scm);
readreal(' module Young [MPa]                        ',100,em);
readreal(' ny                                         ',0.25,nym);
readreal(' porosite                                  ',0.001,eavm);
readreal(' angle de frottement du massif broye [°]   ',30,fim);
readreal(' cohesion du massif broye [MPa]            ',0.001,cm);
until not YN('CHANGER PROPRIETES MASSIF');
colorhead; gotoxy(1,21); write(' PARAMETRES DU CALCUL', spc(59));
colortext;
repeat gotoxy(1,25); write(spc(30));
gotoxy(1,22);
readreal(' pression au début [MPa]                  ',0.1,ppi0);
readreal(' facteur de croissance de ppi [MPa]        ',1.1,ppinc);
readreal(' valeur maximale de ppi [MPa]              ',5,ppimax);
until not YN('CHANGER PARAMETRES');
end;
colortext; fillscr;
gotoxy(1,23); write(spc(30));
gotoxy(60,25); write('calcul en cours... ');
if aff or afh then clrscr;
fisp:=fisp*pi/180; fisr:=fisr*pi/180; fim:=fim*pi/180;
csp:=scs*(1-sin(fisp))/(2*cos(fisp));
sscp:=csp*cos(fisp)/sin(fisp); sscr:=csr*cos(fisr)/sin(fisr);
ssm:=cm*cos(fim)/sin(fim);
fsp:=(1+sin(fisp))/(1-sin(fisp)); fsr:=(1+sin(fisr))/(1-sin(fisr));
fm:=(1+sin(fim))/(1-sin(fim));
ls:=es*nys/((1+nys)*(1-2*nys)); lm:=em*nym/((1+nym)*(1-2*nym));
gs:=es/(2*(1+nys)); gm:=em/(2*(1+nym));
ms:=sqrt(scs/-sts+1); mm:=sqrt(scm/-stm+1);
b:=sin(fim)/(1+sin(fim)); n:=scm/-stm; { pour test Pult }
uf:=(1+nym)/em*(-stm)*n+scm/em*(1-sqr(nym))*ln(n);
pult:=pow(2*uf+eavm,-b)*(scm+ssm)-ssm
END;

```

```
{***** MAIN *** PROGRAM *****}
```

```

BEGIN entree;
ic:=1; ppi:=ppi0;
colorhead;
write(' numéro', Spc(9),'pression [MPa]', Spc(8),'déplacement à R1 [mm]');
write(Spc(9),'mode',Spc(8)); colortext;
window(1,2,80,25);
if gm<gs then PrMono else PrA; window(1,1,80,25);
colorstart; fillscr; breg:=false;
repeat gotoxy(20,14); writeln(spc(40));
gotoxy(20,12); write(' Nom du fichier de sortie: '); readz(nom);
if not(nom='') then
begin gotoxy(25,14); write('enregistrer ');
if YN(nom)then
begin gotoxy(25,16);
write('enregistrement en cours...',spc(10));
assign(fich,nom); rewrite(fich);
for i:=1 to ic-1 do
begin writeln(fich,pic[i],' ',uic[i],' ',cmod[i],' ');
end;
close(fich); breg:=true;
writeln; writeln;
writeln(spc(17),'Fin de MORES, fichier ',nom,' enregistré ');
end else write(spc(19))
end else
begin writeln; writeln; write(spc(19)); end;
until breg or YN('Quitter sans sauvegarde? ');
writeln; write(spc(28)); if breg then pause
END.

```

```
UNIT MORES1;
```

```
{ $N+ }
```

```
INTERFACE
```

```
uses crt,dos;
```

```
TYPE s12=string[12]; s15=string[15]; s79=string[79];
```

```
are=array[1..1000] of real;
```

```
ach=array[1..1000] of char;
```

```
quant=set of char;
```

```

VAR r1,r2,ppi,ppi0,ppinc,ppimax,pult,pcm: real;
es,em,scs,scm,sts,stm,nys,nym,eavs,eavm,fisp,fisr,fim,csp,csr,cm: real;
gs,gm,ls,lm,fsp,fsr,fm,sscp,sscr,ssm,ms,mm,as,bs,k2:real;
ft,ic: integer;
pic,uic: are;

```

```

cmod: ach;
aff,afe,afh,bm: boolean;

```

```

PROCEDURE pause;
PROCEDURE rug(sr2:real);
PROCEDURE ENREG ( mo: char; ui:real);
PROCEDURE FILLSCR;

```

```

IMPLEMENTATION
{$I proc.inc}

```

```

PROCEDURE rug;
VAR y: integer;
BEGIN
  if (sr2>pult) and (aff) then
  begin y:=WhereY;
    repeat colorhead; GotoXY(1,y-1);
      write(' Rupture générale du massif à pi= ',CvExS12(ppi),' MPa');
      write(Spc(10)); colortext; write(spc(3));
      until YN('suite'); ppimax:=ppi
    end
  END; { procedure rug }

```

```

PROCEDURE enreg(mo:char;ui:real);
BEGIN if ppi<ppimax then
  begin
    pic[ic]:=ppi;
    uic[ic]:=ui;
    cmod[ic]:=mo;
    if afe then
      begin write(Spc(4),ic,Sp(10)); GotoXY(17,whereY);
        write('ppi=',CvExS12(ppi));
        write(' ui=',CvExS12(ui),Spc(15),mo,' ');
        pausefix
      end;
    inc(ic)
  end
END; { procedure enreg }

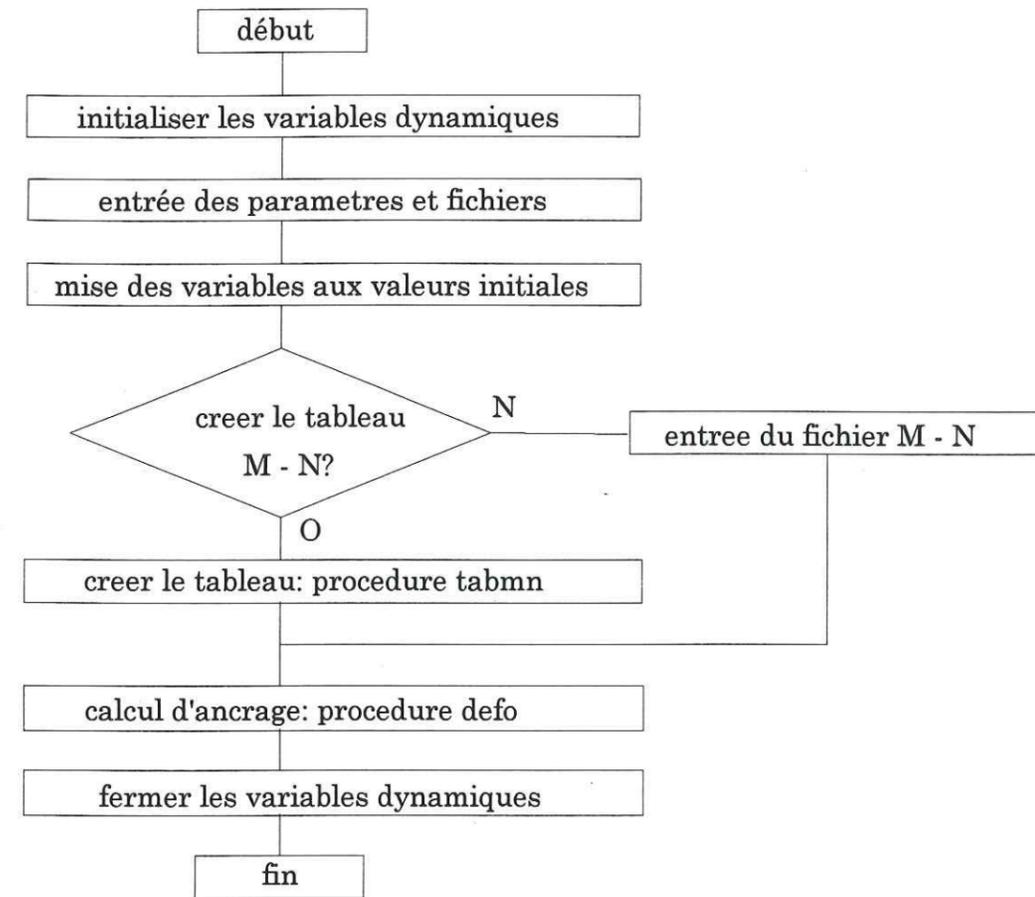
```

```

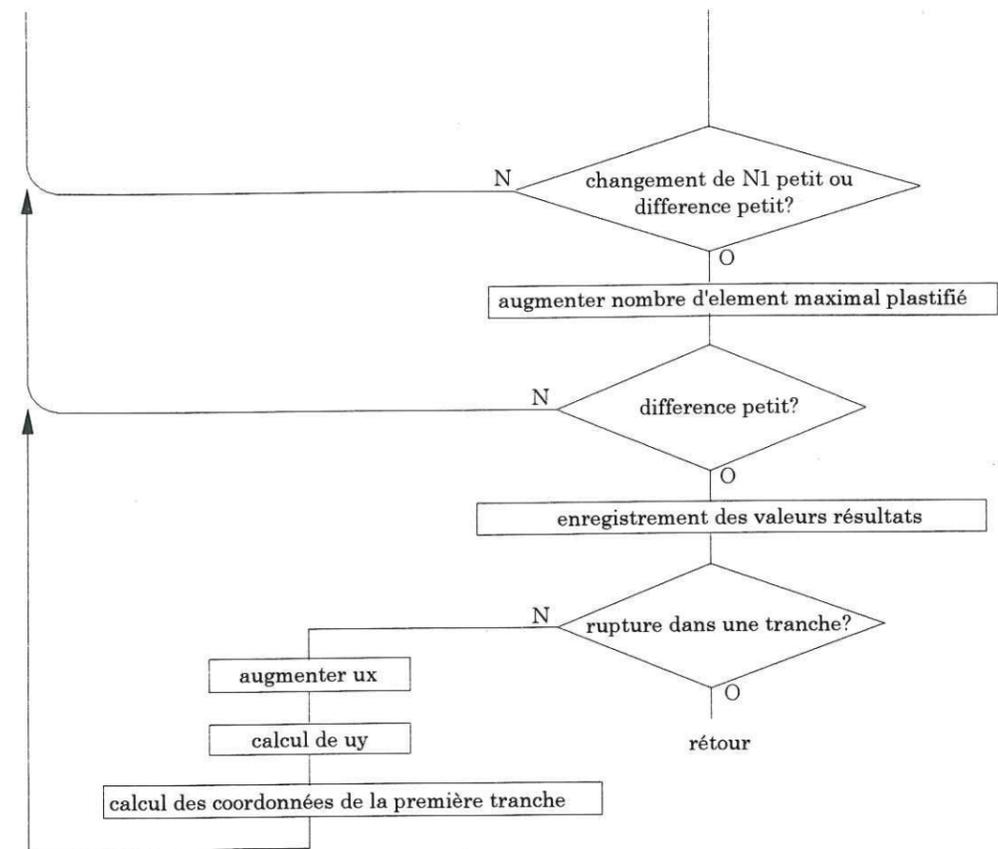
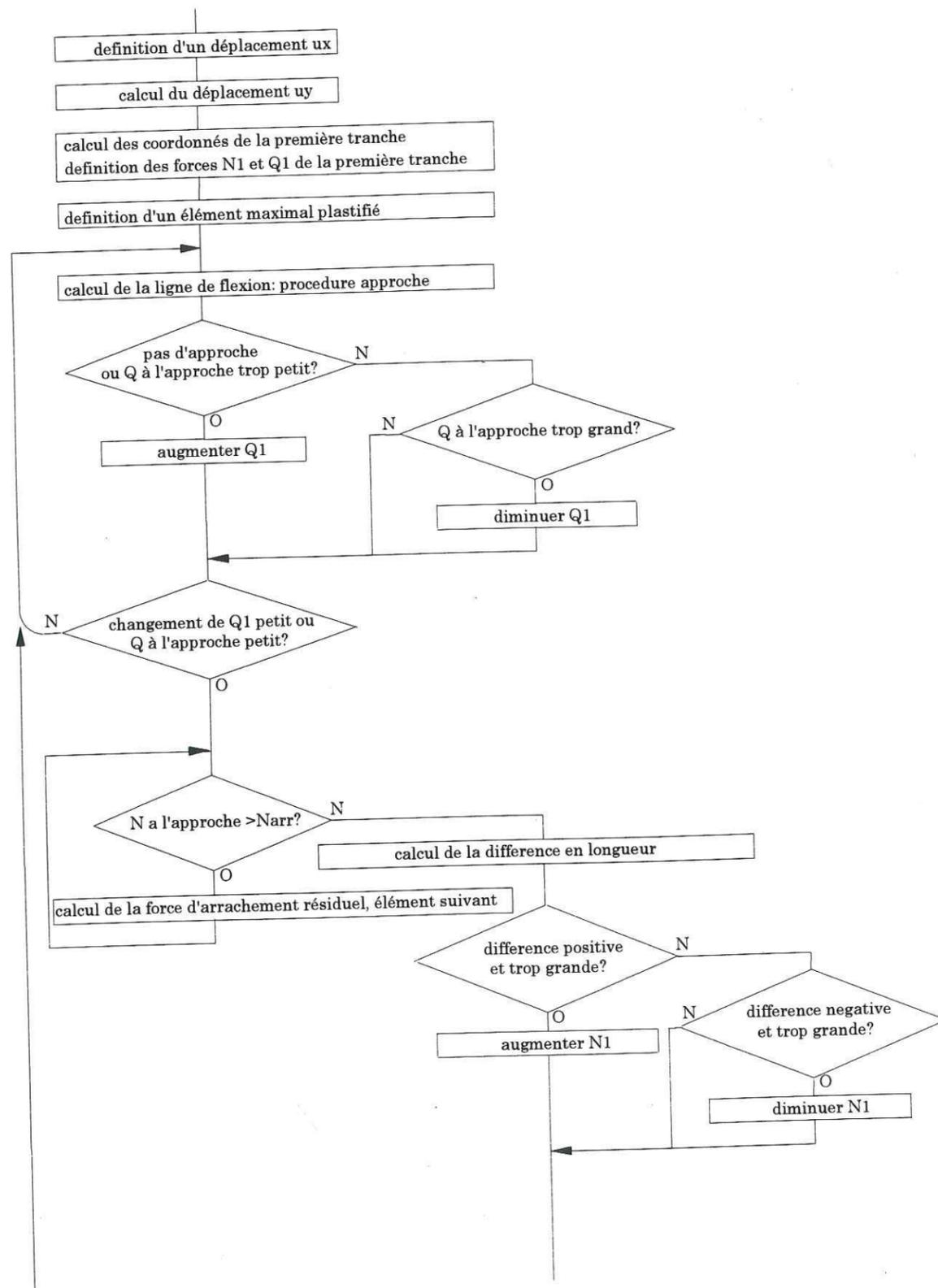
END.

```

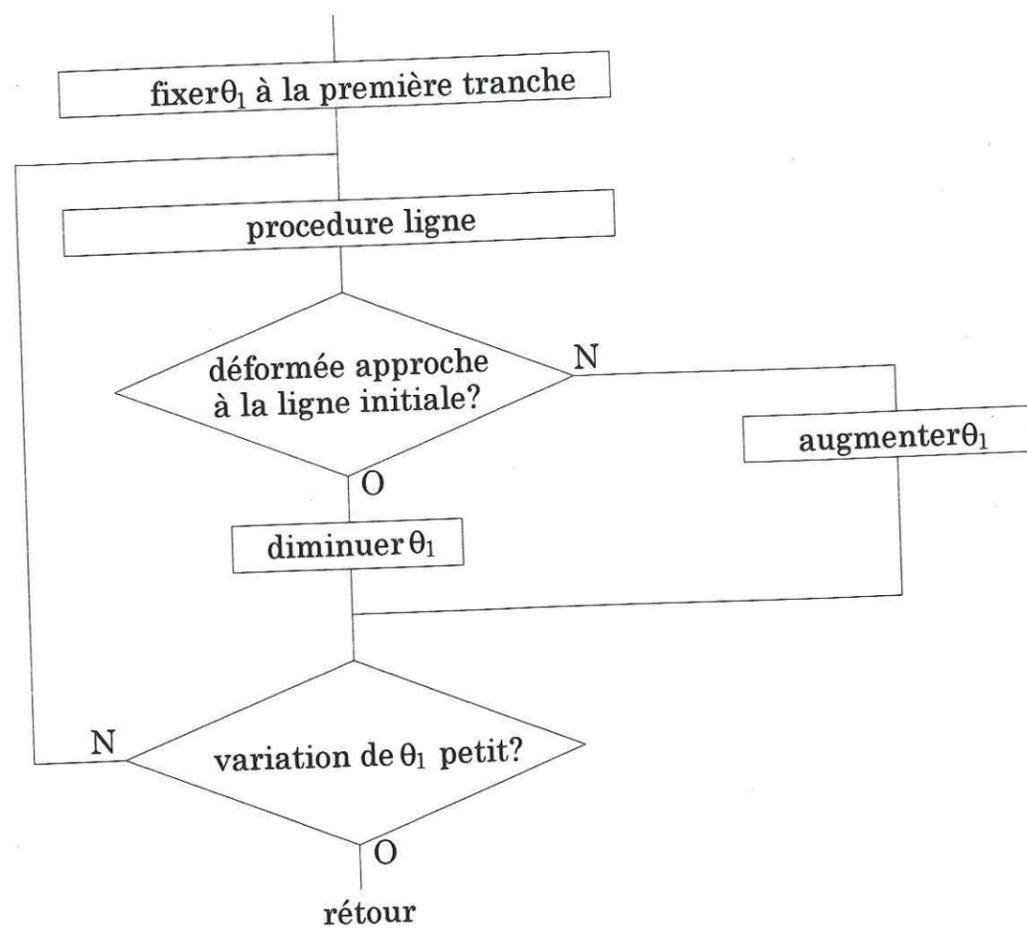
Structure logique du programme Decor



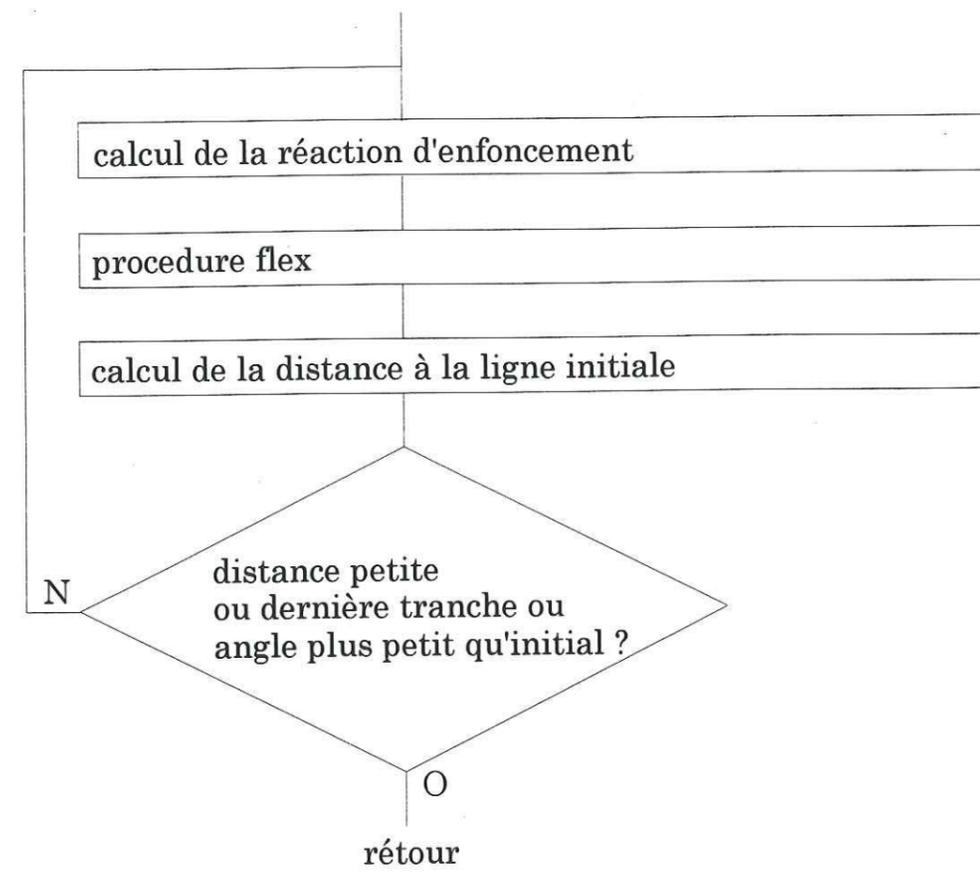
Structure logique de la procedure defo



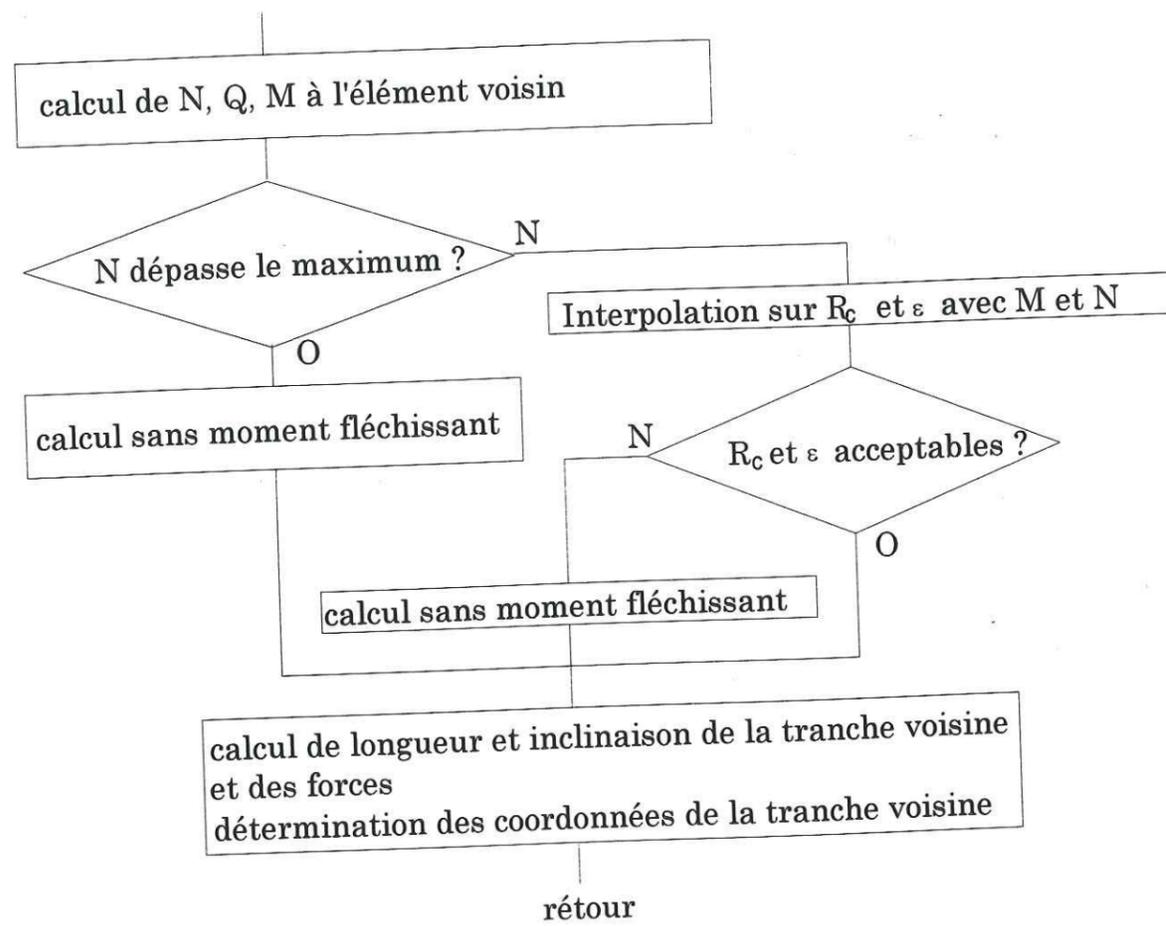
Structure logique de la procedure approche



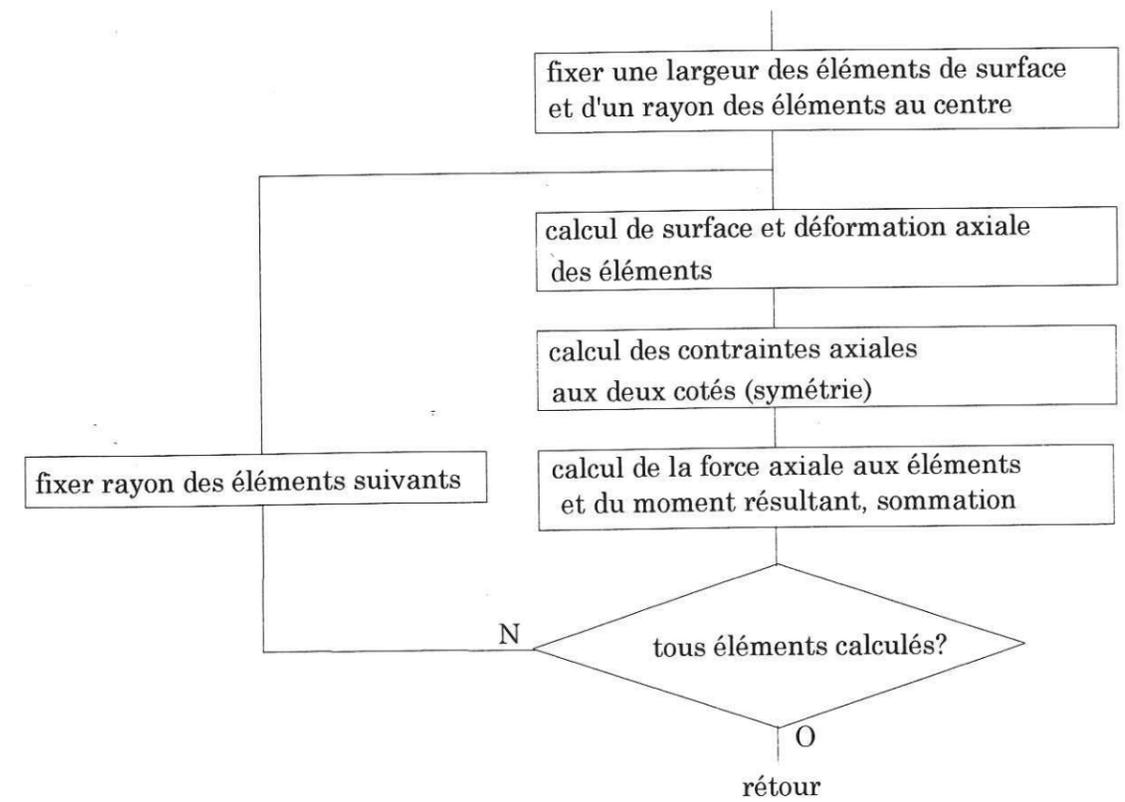
Structure logique de la procedure ligne



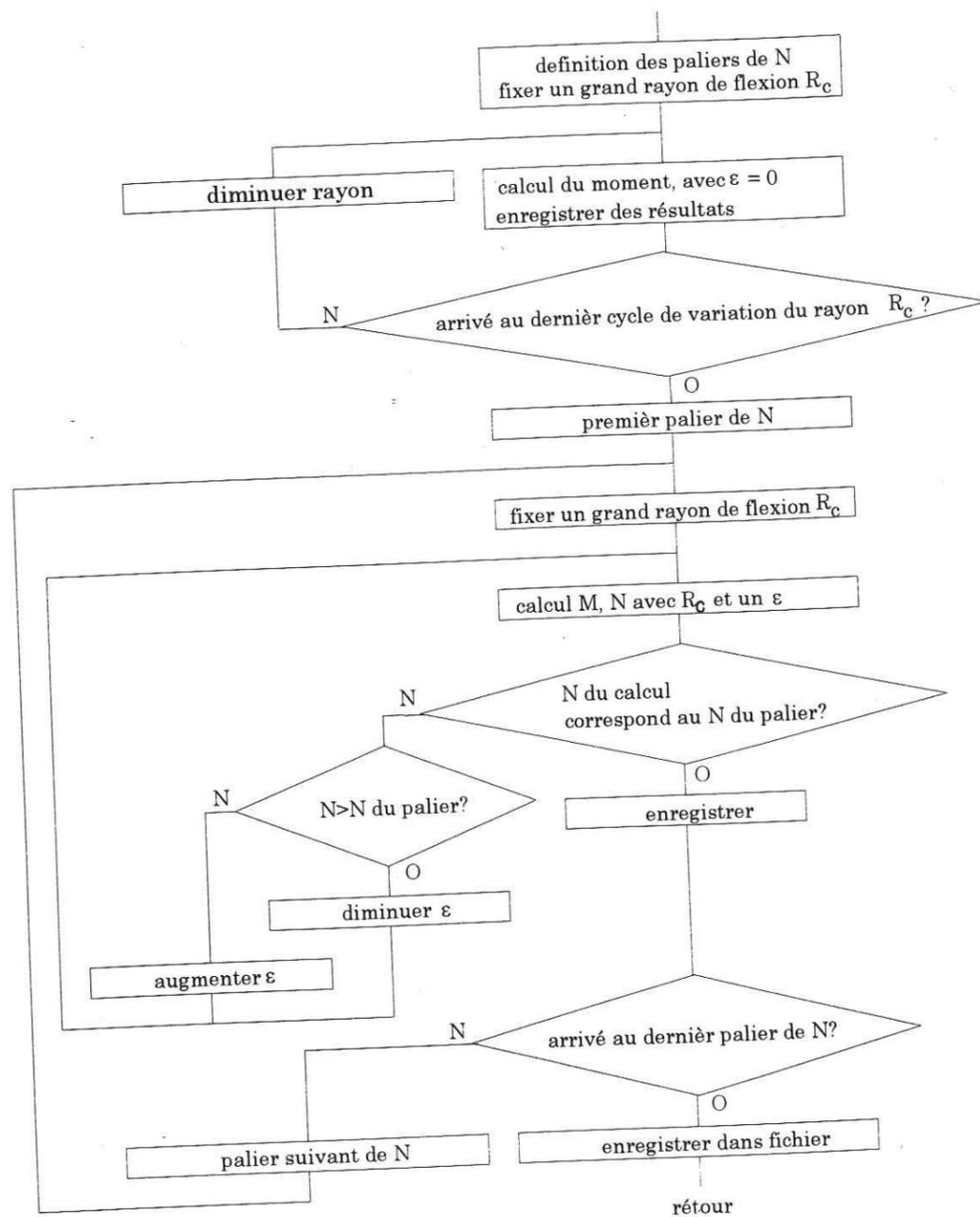
Structure logique de la procedure flex



Structure logique de la procedure monoflex



Structure logique de la procedure tabmn



Programme "Decor"

```

PROGRAM decor;
{$N+}
{$M 16384,0,655360}
uses crt, dos;
  
```

```

TYPE s12=string[12]; s15=string[15]; s79=string[79];
quant=set of char;
ared=array[1..40] of real; pred=^ared;
adil=array[1..100] of real; pdil=^adil;
ael=array[1..110] of real; pel=^ael;
amodp=array[1..110] of char; pmodp=^amodp;
amodk=array[1..1200] of real; pmodk=^amodk;
amode=array[1..1200] of char; pmode=^amode;
arbc=array[1..110] of boolean; pebc=^arbc;
am=array[1..35,1..50] of real; pfm=^am;
an=array[1..50] of real; pfn=^an;
ax=array[1..35] of real; pfx=^ax;
  
```

```

VAR d1,d2,r0,r1,r2,ttini,yini,tt0,ninstall,epstinstall,dux: real;
ea,sea,sra,sxa,sigini,epsx,epsr,epsini,nya,aa,nar,nax,map: real;
sts,scs,stm,scm,gm,fimp,fimr,cm,gs,fisp,fisr,cs,ux,uy,narr,mt,nys,nym: real;
imores: integer;
ft,idilat,iacier,iplast,elplast: byte;
fmores,fdilat,facier: s79;
f,fres,fgeores: text;
pm,um: pmodk; modm: pmode; { pour resultats mores }
xdil,ydil,sigac,epsac: pdil; { pour dilat. et acier }
ne,qe,me,pe,tte,ttet,le,let,xe,xet,ye,yet,uet,ule: pel; { elements de la barre }
ppe: pred; modep,modepp: pmodp;
bce,bcet: pebc;
m,n,x,xa,xb,epsa,epsb: real;
mac,epsc: pfm; nac: pfn; xac: pfx; bb:boolean; q: real;
  
```

```

{$I PROC.INC}
  
```

```

PROCEDURE entree;
  
```

```

VAR i: integer;
    alfa,n1,n2: real;
    ch: char;
  
```

```

BEGIN clrscr;
  
```

```

d1:=18; d2:=36; r0:=1000; ttini:=0; epstinstall:=0; dux:=0.1; ea:=200;
sea:=240; nya:=0.3; epsini:=0; sigini:=sea-1/50*ea*epsini*10; gs:=4000;
sts:=-2.5; scs:=10; fisp:=24.37; fisr:=30; cs:=16.12; gm:=20800;
stm:=-10; scm:=200; fimp:=23.4; fimr:=30; cm:=66;
fmores:='modeluni';
fdilat:='';
  
```

```

facier:=rt610; colorstart; fillscr; gotoxy(27,10);
writeln('P R O G R A M M E   D E C O R'); gotoxy(18,14);
writeln('calcul de la déformation d"une armature passive ');
writeln(spc(26),'et sa contribution au support'); gotoxy(24,20);
if YN('entree des valeurs à la main') then
  begin colortext; fillscr;
  colorhead; write(' FICHIERS D"ENTREE',spc(62)); colortext;
  repeat gotoxy(1,5); write(spc(35)); gotoxy(1,2);
  write(' nom du fichier de module k   '); readz(fmores); writeln;
  write(' nom du fichier du déplacement '); readz(fdilat); writeln;
  write(' nom du fichier d"acier   '); readz(facier); writeln;
  until not YN(' CHANGER NOMS DES FICHIERS'); gotoxy(1,5);
writeln(spc(80));
colorhead; write(' GEOMETRIE',spc(70)); colortext;
repeat gotoxy(1,13); write(spc(30)); gotoxy(1,7);
  readreal(' diamètre de l"armature   [mm]   ',d1,d1);
  readreal(' diamètre du forage       [mm]   ',d2,d2);
  readreal(' rayon extérieur du massif [m]     ',r0,r0);
  readreal(' inclinaison d"armature     [°]     ',ttini,ttini);
  readreal(' allongement axial initial  [N]     ',epstinstall,epstinstall);
  readreal(' pas de déplacement au joint [mm]   ',dux,dux);
until not YN(' CHANGER GEOMETRIE'); clrscr;
colorhead; write(' PROPRIETES DE L"ARMATURE',spc(55)); colortext;
repeat gotoxy(1,6); write(spc(30)); gotoxy(1,2);
  readreal(' module Young           [GPa]   ',ea,ea);
  readreal(' limit élastique         [MPa]   ',sea,sea);
  readreal(' allongement initial (ecrouissage) ',epsini,epsini);
  readreal(' sigma élastique initiale [MPa]   ',sigini,sigini);
until not YN(' CHANGER PROPRIETES '); gotoxy(1,6); writeln(spc(80));
colorhead; write(' PROPRIETES DU SCHELLEMENT',spc(64)); colortext;
repeat gotoxy(1,13); write(spc(30)); gotoxy(1,8);
  readreal(' module du cisaillement   [MPa]   ',gs,gs);
  readreal(' résistance en traction   [MPa]   ',sts,sts);
  readreal(' angle de frottement pic     [°]     ',fisp,fisp);
  readreal(' angle de frottement résiduel [°]   ',fistr,fistr);
  readreal(' cohésion pic                [MPa]   ',cs,cs);
until not YN(' CHANGER PROPRIETES '); gotoxy(1,13); writeln(spc(80));
colorhead;
write(' PROPRIETES DU MASSIF',spc(68)); colortext;
repeat gotoxy(1,20); write(spc(28)); gotoxy(1,15);
  readreal(' module du cisaillement   [MPa]   ',gm,gm);
  readreal(' résistance en traction   [MPa]   ',stm,stm);
  readreal(' angle de frottement pic     [°]     ',fimp,fimp);
  readreal(' angle de frottement résiduel [°]   ',fimr,fimr);
  readreal(' cohésion pic                [MPa]   ',cm,cm);
until not YN(' CHANGER PROPRIETES '); gotoxy(1,20); write(spc(28));
gotoxy(60,25); pause;
end; colortext; fillscr; gotoxy(60,25); write('calcul en cours... ');

```

```

r1:=d1/2; r2:=d2/2; ea:=ea*1000; { mm et MPa }
if fmores=" then fmores:='modeluni'; if fdilat=" then fdilat:='dil';
if facier=" then facier:='aci'; aa:=pi/4*sqr(d1); nys:=0.25; nym:=0.25;
mt:=r1*((1+nym)/(gm*2*(1+nym))+(1-sqr(nys))/(gs*2*(1+nys))*(ln(r2)-ln(r1)));
alfa:=sqrt(2*gs/(ea*sqr(r1)*ln(r2/r1)*pow(r0/r2,gs/gm)));
n1:=2*cs/alfa*pi*r1; { arrachement à r1 et à r2 }
n2:=ea*(gm/gs*ln(r2/r1)/ln(r0/r2)+1)*cm*r2*ln(r0/r2)/gm*alfa*pi*sqr(r1);
if n1<=n2 then narr:=n1 else narr:=n2
END; { procedure entree }

```

```

PROCEDURE entrefich; { entre le fichier resultat de mores et ceux de la }
VAR i: integer; { dilatation au joint et de sigma-epsilon d'acier }
b: boolean;
BEGIN assign(f,fmores); reset(f); i:=0; { module k }
  repeat inc(i); read(f,pm^[i]); read(f,um^[i]);
  read(f,modm^[i]); readln(f,modm^[i]);
  until eof(f); imores:=i-1; close(f);
  assign(f,fdilat); reset(f); i:=0; { dilatation }
  repeat inc(i); read(f,xdil^[i]); read(f,ydil^[i]);
  until eof(f); idilat:=i-1; yini:=ydil^[1]; close(f);
  assign(f,facier); reset(f); i:=0; sxa:=0; epsx:=0; b:=true; { acier }
  repeat inc(i); read(f,sigac^[i]); read(f,epsac^[i]);
  if sigac^[i]>sxa then begin sxa:=sigac^[i]; epsx:=epsac^[i] end
  until eof(f); iacier:=i-1; sra:=sigac^[iacier]; epsr:=epsac^[iacier];
  nar:=sra*aa; nax:=sxa*aa; map:=sea*pi*pow(d1,3)/32/1000; close(f)
END; { procedure entrefich }

```

```

PROCEDURE entfichmn;
VAR i,j: integer;
f1,f2,f3,f4: text;
BEGIN writeln(' entree des fichiers... ');
  assign(f1,'mf.dec'); reset(f1); assign(f2,'eps.dec'); reset(f2);
  assign(f3,'nt.dec'); reset(f3); assign(f4,'xf.dec'); reset(f4);
  for j:=1 to 50 do
    begin for i:=1 to 35 do
      begin read(f1,mac^[i,j]); read(f2,epsc^[i,j]) end;
      readln(f3,nac^[j]); readln(f4,xac^[j])
      end; close(f1); close(f2); close(f3); close(f4)
    end;
END; { procedure entfichmn }

```

```

PROCEDURE modk(u:real; VAR p:real; VAR mode:char);
{ interpolation de la réaction [MPa] pour un déplacement radial u [mm] }
VAR i: integer; { Achtung: im File sind Meter die Einheit! }
up,pp: real;
BEGIN i:=0; up:=abs(u/1000);
  repeat inc(i) until (um^[i]>up) or (i=imores);
  if i=1 then pp:=pm^[1]/um^[1]*up else
  pp:=(pm^[i]-pm^[i-1])/(um^[i]-um^[i-1])*(up-um^[i-1])+pm^[i-1];

```

```

if u<0 then p:=-pp else p:=pp; mode:=modm^[i]
END; { procedure modk }

```

```

FUNCTION dilat(x:real):real; { interpolation de la dilatation y [mm] }
VAR i: integer; r: real; { pour un déplacement x [mm] au joint }
BEGIN i:=1; while (xdil^[i]<x) and (i<idilat) do inc(i);
if i=1 then dilat:=ydil^[1]-xdil^[1]*x else
dilat:=(ydil^[i]-ydil^[i-1])/(xdil^[i]-xdil^[i-1])*(x-xdil^[i-1])+ydil^[i-1]
END; { fonction dilat }

```

```

FUNCTION sigepsac(eps:real):real; { interpolation de sigma pour un eps }
VAR i: integer; { d'acier, aussi au-dela de epsr; eps [%] , sigma [MPa] }
r,sig: real;
bn: boolean;
BEGIN i:=1; bn:=eps<0; while (epsac^[i]<abs(eps)) and (i<iacier) do inc(i);
if i=1 then sigepsac:=0 else
begin sig:=(sigac^[i]-sigac^[i-1])/(epsac^[i]-epsac^[i-1]);
sig:=sig*(abs(eps)-epsac^[i-1])+sigac^[i-1];
if bn then sigepsac:=-sig else sigepsac:=sig
end
END; { fonction sigepsac }

```

```

PROCEDURE defini; { define les parametres des elements au debut du calcul }
VAR i,j: byte;
BEGIN
for i:=1 to 40 do le^[i]:=d1/4; { longueur initiale des elements }
for i:=41 to 60 do le^[i]:=d1/2; for i:=61 to 110 do le^[i]:=d1;
ninstall:=sigepsac(epstinstall); elplast:=0;
for i:=1 to 110 do { pour toutes elements de la barre }
begin ne^[i]:=ninstall; qe^[i]:=0; me^[i]:=0; pe^[i]:=0;
tte^[i]:=ttini; ttet^[i]:=ttini; let^[i]:=le^[i]; uet^[i]:=0;
if i=1 then
begin xe^[i]:=0; xet^[i]:=0; ye^[i]:=0; yet^[i]:=0 end else
begin xe^[i]:=xe^[i-1]+le^[i-1]*sin(tte^[i-1]); xet^[i]:=xe^[i];
ye^[i]:=ye^[i-1]+le^[i-1]*cos(tte^[i-1]); yet^[i]:=ye^[i]
end; modep^[i]:='A'; modepp^[i]:='A'; iplast:=0; bce^[i]:=true
end; { fichier des resultats }
for i:=1 to 40 do ppe^[i]:=0; assign(fres,'defores.res'); rewrite(fres);
for i:=1 to 10 do writeln(fres,spc(75)); rewrite(fres);
assign(fgeores,'defogeo.res'); rewrite(fgeores)
END; { procedure defini }

```

```

FUNCTION lini(el:byte):real;
{ donne la longueur initiale d'element el }
BEGIN if el in [1..40] then lini:=d1/4; { hier 2. elementlaenge aendern }
if el in [41..60] then lini:=d1/2; if el in [61..110] then lini:=d1
END; { fonction lini }

```

```

PROCEDURE enreg; { enregistre les valeurs des elements si le calcul d'un pas
de deplacement est arrive a la fin }

```

```

VAR m,n: real;
i,j: byte;
b: boolean;
BEGIN for i:=1 to 110 do
begin tte^[i]:=ttet^[i]; xe^[i]:=xet^[i]; le^[i]:=let^[i];
if i=1 then ye^[i]:=-uy else ye^[i]:=ye^[i-1]+le^[i-1]*cos(tte^[i-1]);
writeln(fgeores,xe^[i],ye^[i])
end; { y d'element cote gauche, base au milieu du joint ini }
writeln(fgeores); writeln(fres,ux,' ',ne^[1],' ',qe^[1]);
if iplast>elplast then elplast:=iplast
END; { procedure enreg } { dans fichier de sortie }

```

```

PROCEDURE monoflex(x,epst:real; VAR m,n: real);
{ calcule MOment m [Nm] et force NOrmale n [N] a base de repartition des
deformations axiales dans la section; avec le rayon de la FLEXion x [mm]
et la deformation axiale epst [%] pour une barre ronde avec des proprietes
elastoplastiques du fichier 'facier' }

```

```

VAR da,dr,rc,mt,mc,nt,nc,fa,eps,epsflex,sig,as,a,s: real;
i,y,min: byte;
beps: boolean;
BEGIN dr:=r1/20; mt:=0; mc:=0; nt:=0; nc:=0; min:=1; beps:=x>10000000;
for y:=1 to 20 do { calcul de M et N }
begin rc:=dr*(y-0.5); { rayon pour les deux cotes (symetrie) }
da:=2*dr*sqrt(sqrt(r1)-sqrt(rc)); { surface }
epsflex:=rc/x*100; if beps then epsflex:=0;
eps:=epst+epsflex; { deformation cote TRACTION }
sig:=sigepsac(eps); { elements plus distantes }
fa:=da*sig; nt:=nt+fa; mt:=mt+fa*rc/1000; { n,m cote traction }
epsflex:=rc/x*100; if beps then epsflex:=0;
eps:=epst-epsflex; { cote COMPRESSION }
if eps>0 then sig:=sigepsac(eps) { elem. distances }
else sig:=sigepsac(eps-2*(sea-sigini)/ea*100)+2*(sea-sigini);
fa:=da*sig; nc:=nc+fa; mc:=mc-fa*rc/1000; { n,m compression }
end; n:=nt+nc; m:=mt+mc { n,m resultant }
END; { procedure monoflex }

```

```

PROCEDURE fichxeps;
{ cree un fichier contenant M et N en fonction de x et epsilon pour demo }

```

```

VAR x,m,n,xf,t: real;
eps: array[1..9] of real;
i,j: byte;
BEGIN assign(f,'thxeps.dec'); rewrite(f);
xf:=d1*1.23*pow(2.12,8); xac^[1]:=xf; eps[1]:=0;
for i:=2 to 9 do
begin xac^[i]:=xf/pow(2.12,i-1); eps[i]:=(i-1)*epsr/8 end;
eps[2]:=0.3375;

```

```

for i:=1 to 9 do write(f,xac^[i],' '); writeln(f);
for j:=1 to 9 do write(f,eps[j],' '); writeln(f); writeln(f);
for j:=1 to 9 do
begin
for i:=1 to 9 do
begin monoflex(xac^[i],eps[j],m,n);
write(f,m); write(f,' ');
end; writeln(f);
end; writeln(f);
for j:=1 to 9 do
begin write(f,eps[j]); write(f,' ');
for i:=1 to 9 do
begin monoflex(xac^[i],eps[j],m,n);
write(f,n); write(f,' ');
end; writeln(f);
end; close(f); writeln('fin de fichxeps pour demo! '); pause
END; { procedure fichxeps }

```

```

PROCEDURE teststop;
VAR ch: char;
x,y: byte;
BEGIN if keypressed then
begin x:=wherex; y:=wherey; ch:=readkey;
if ch='e' then
begin gotoxy(x,y);
if yn('terminer') then
begin close(fres); close(fgeores); halt end
end;
gotoxy(x,y); write(spc(20)); gotoxy(x,y)
end
END; { procedure teststop }

```

```

PROCEDURE tabmn;
{ cree le tableau epsilon,x en fonction de M et N;
et creation des fichiers pour M1, M2, N, eps1, eps2, x }
VAR i,j,imax: byte;
ic: integer;
nini,xf,n1,n2,ma,epst1,epst2,deps: real;
f1,f2,f3,f4: text;
BEGIN nini:=nax/49; xf:=d1*1.23*pow(1.2,32); xac^[1]:=xf*100; xac^[2]:=xf*10;
xac^[3]:=xf;
for i:=1 to 50 do nac^[i]:=(i-1)*nini;
for i:=4 to 35 do xac^[i]:=xf/pow(1.2,i-3);
for j:=1 to 50 do
for i:=1 to 35 do begin mac^[i,j]:=0; epsc^[i,j]:=0 end;
write(' N=',cvexs12(nac^[1]),' ');
for i:=1 to 35 do
begin monoflex(xac^[i],0,ma,n1); mac^[i,1]:=ma; write("**") { 1. ligne, N=0 }

```

```

end; writeln; imax:=35;
for j:=2 to 50 do { Debut de calcul principal: pour 50 valeurs de N }
begin write(' N=',cvexs12(nac^[j]),' '); i:=0;
repeat inc(i); { pour 35 valeurs de x }
epst1:=0; deps:=1; write('-'); teststop;
repeat
repeat epst1:=epst1+deps; epst2:=epst1+0.0001;
monoflex(xac^[i],epst2,ma,n2); monoflex(xac^[i],epst1,ma,n1);
until (n1>nac^[j]) or (n2<n1); epst1:=epst1-deps; deps:=deps/10
until (deps<0.000001) or (abs(nac^[j]-n1)<1); epst1:=epst1+10*deps;
if abs(nac^[j]-n1)<1 then
begin mac^[i,j]:=ma; epsc^[i,j]:=epst1; gotoxy(wherex-1,wherey); write("**")
end else imax:=i-1
until i>=imax; writeln;
end; writeln(' enregistre des fichiers... ');
assign(f1,'mf.dec'); rewrite(f1); assign(f2,'eps.dec'); rewrite(f2);
assign(f3,'nt.dec'); rewrite(f3); assign(f4,'xf.dec'); rewrite(f4);
for j:=1 to 50 do
begin
for i:=1 to 35 do
begin write(f1,mac^[i,j],' '); write(f2,epsc^[i,j],' ') end;
writeln(f1); writeln(f2); writeln(f3,nac^[j])
end;
for i:=1 to 35 do writeln(f4,xac^[i]); close(f1); close(f2); close(f3); close(f4)
END; { procedure tabmn }

```

```

PROCEDURE ipxeps(ma,na:real; VAR x,eps:real);
{ Interpolation en 3D pour obtenir x et eps pour un M et N }
VAR fa,fb,fn: real;
i,j,k,l,m,n: byte;
bn: boolean;
xo,xp,epso,eps: real;
BEGIN
j:=1; l:=1; n:=1; bn:=false;
repeat inc(j) until (nac^[j]>na) or (j=50); i:=j-1; { voisinage N }
repeat inc(l) until (mac^[l,i]>ma) or (l=35); k:=l-1; { voisinage m pour n
inferieur }
repeat inc(n) until (mac^[n,j]>ma) or (n=35); m:=n-1; { voisinage m pour n
superieur }
if (mac^[l,i]<ma) or (mac^[n,j]<ma) then
begin x:=0; eps:=0 end else
begin if abs(mac^[l,i]-mac^[k,i])<0.001 then
begin xo:=xac^[k]; epso:=epsc^[k,i] end else
begin xo:=(ma-mac^[k,i])/(mac^[l,i]-mac^[k,i])*(xac^[l]-xac^[k])+xac^[k];
epso:=(ma-mac^[k,i])/(mac^[l,i]-mac^[k,i])*(epsc^[l,i]-
epsc^[k,i])+epsc^[k,i]
end;
if abs(mac^[n,j]-mac^[m,j])<0.001 then

```

```

begin xp:=xac^[m]; epsp:=epsc^[m,j] end else
begin xp:=(ma-mac^[m,j])/(mac^[n,j]-mac^[m,j])*(xac^[n]-
xac^[m])+xac^[m];
epsp:=(ma-mac^[m,j])/(mac^[n,j]-mac^[m,j])*(epsc^[n,j]-
epsc^[m,j])+epsc^[m,j]
end;
if na<=nac^[50] then
begin x:=(na-nac^[i])/(nac^[j]-nac^[i])*(xp-xo)+xo;
eps:=(na-nac^[i])/(nac^[j]-nac^[i])*(epsp-eps0)+eps0
end
end
END; { procedure ipxeps }

```

```

PROCEDURE epsig1(na:real; VAR eps:real);
{ calcule l'extension [%] pour une force axiale; pour extension < epsmax }
VAR eps0,eps1,eps2,n0,n1,n2: real;
BEGIN eps0:=0; eps1:=epsx; n0:=0; n1:=nax;
repeat eps2:=(eps0+eps1)/2; n2:=sigepsac(eps2)*aa;
if na>n2 then begin eps0:=eps2; n0:=n2 end else
begin eps1:=eps2; n1:=n2 end
until abs(na-n2)<0.1; eps:=eps2
END; { procedure epsig1 }

```

```

PROCEDURE epsig2(na:real; VAR eps:real);
{ calcule l'extension [%] pour une force axiale; pour extension > epsmax }
VAR eps0,eps1,eps2,n0,n1,n2: real;
bn: boolean;
BEGIN eps0:=epsx; eps1:=epsr*1.1; bn:=false;
n0:=sigepsac(eps0)*aa; n1:=sigepsac(eps1)*aa; bn:=(na<=n0) and (na>n1);
if bn then
begin repeat eps2:=(eps0+eps1)/2; n2:=sigepsac(eps2)*aa;
if na>n2 then begin eps1:=eps2; n1:=n2 end else
begin eps0:=eps2; n0:=n2 end
until abs(na-n2)<0.1;
eps:=eps2
end else eps:=0
END; { procedure epsig2 }

```

```

PROCEDURE flex(elb:byte; VAR brep:boolean);
{ calcul de l'inclinaison resultante d'element voisin elb+1 et de la longueur
resultante d'element elb cree par moment, force axiale, force tranchante a
la surface gauche de l'element elb et pression de reaction p et pp. Calcul
des forces pour l'element voisin elb+1, enregistrement. Si N a droite de
l'element depasse Nmax: brep=true pour repeter les calculs des elements
ayant un pp }
VAR epst,x,mg,ng,qg,n,q,m,p,pp,l,ttrel,nh: real;
bn: boolean;
FUNCTION mogo: real; { calcul du moment geometrique [Nm] avec les forces }

```

```

VAR mm: real; { et le moment d'element "a gauche" }
BEGIN mm:=m+q*1/1000+(p+pp)*cos((ttet^[elb]-
ttini)*pi/180)*tan(fisr*pi/180)*sqr(d1)*1/2/1000;
mogo:=mm+(pp-p)*cos((ttet^[elb]-ttini)*pi/180)*d1*sqr(l)/2/1000
END;
FUNCTION ngeo: real; { calcul de la force axiale geometrique [N], pareil }
VAR nf: real;
BEGIN nf:=n-(p-pp)*cos((ttet^[elb]-ttini)*pi/180)*tan(fisr*pi/180)*d1*1;
if nf>ninstall then ngeo:=nf else ngeo:=ninstall
END;
BEGIN
n:=ne^[elb]; q:=qe^[elb]; m:=me^[elb]; p:=pe^[elb]; { forces et moment }
if elb<41 then pp:=ppe^[elb] else pp:=0; l:=let^[elb];
if (elb>1) and (((pp>0)and(p>0))or(p=0)and(pp=0))) and (bce^[elb-1]=false)
then bce^[elb]:=false;
ng:=ngeo; mg:=mogo; qg:=q-(p-pp)*cos((ttet^[elb]-ttini)*pi/180)*1*d1;
brep:=ng>nax;
if not brep then { si N n'est pas trop grand }
begin if bce^[elb] then
begin ipxeps(mg,ng,x,epst);
if (x>r1) and (epst>=0) and (epst<epsr*1.2) then
begin
let^[elb]:=lini(elb)*(1+epst/100);
ttet^[elb+1]:=ttet^[elb]-l/x*180/pi;
ttrel:=(ttet^[elb]-ttet^[elb+1])*pi/180; { rad }
ne^[elb+1]:=ng*cos(ttrel)+qg*sin(ttrel);
qe^[elb+1]:=qg*cos(ttrel)+ng*sin(ttrel);
me^[elb+1]:=mg
end else
begin { calcul sans moment flechissant }
epsig1(n,epst);
let^[elb]:=lini(elb)*(1+epst/100);
ttet^[elb+1]:=ttet^[elb]-2*arctan(qg/ng)*180/pi;
ttrel:=(ttet^[elb]-ttet^[elb+1])*pi/180; { rad }
ne^[elb+1]:=ng*cos(ttrel)+qg*sin(ttrel);
qe^[elb+1]:=qg*cos(ttrel)+ng*sin(ttrel);
me^[elb+1]:=0
end
end else { bce=false: calcul corde lache pour eps>epsmax }
begin
epsig2((n+ng)/2,epst);
let^[elb]:=lini(elb)*(1+epst/100-epstinstall/100);
ttet^[elb+1]:=ttet^[elb]-arctan(qg/ng)*180/pi;
ne^[elb+1]:=sqrt(sqr(ng)+sqr(qg));
qe^[elb+1]:=0; me^[elb+1]:=0
end;
xet^[elb+1]:=xet^[elb]+let^[elb]*sin(ttet^[elb]*pi/180);
yet^[elb+1]:=yet^[elb]+let^[elb]*cos(ttet^[elb]*pi/180);

```

```

end
END; { procedure flex }

```

```

PROCEDURE defo;
{ calcule la deformation de la barre }
VAR dx,xc,yc,n0,n1,n2,q0,q1,q2,qini,ll,ttdeb,eps,ldiff,qq,an,lplast,ttr: real;
i,k,ela,ipas,iflex,elr,iplp,idefmin: byte;
brupt,brep: boolean;
mode,mm,cht: char; enf: real;

```

```

PROCEDURE difftest(elb: byte; VAR ldiff,qdiff: real);
{ donne differences du placement d'element elb a droite en longueur
ldiff [mm] et a travers, qdiff [mm] par rapport a la geometrie initiale }
VAR x,y,l,yei,ttl: real;
i: byte;
BEGIN x:=ux; y:=uy;
for i:=1 to elb do
begin x:=x+le^[i]*sin(tte^[i]*pi/180)-let^[i]*sin(ttet^[i]*pi/180);
y:=y+le^[i]*cos(tte^[i]*pi/180)-let^[i]*cos(ttet^[i]*pi/180)
end; { approche a la ligne de la barre au dernier pas de deplacement }
ldiff:=x*sin(ttini*pi/180)+y*cos(ttini*pi/180);
qdiff:=x*cos(ttini*pi/180)-y*sin(ttini*pi/180)
END; { procedure difftest ds. defo }

```

```

PROCEDURE enfonce(elb: byte);
{ calcule p et pp d'element elb; au milieu de l'element }
VAR eh: real;
BEGIN
if r1*sin(ttet^[elb]*pi/180)+let^[elb]/2*cos(ttet^[elb]*pi/180)>yini/2-yet^[elb]
then
begin
{ si enfoncement devant }
enf:=-xet^[elb]*cos(ttini*pi/180)+yet^[elb]*sin(ttini*pi/180)
+r1*cos((ttet^[elb]-ttini)*pi/180);
enf:=enf-let^[elb]/2*sin((ttet^[elb]-ttini)*pi/180)-r1;
eh:=r1*sin(ttet^[elb]*pi/180)+let^[elb]/2*cos(ttet^[elb]*pi/180);
if (eh-enf*sin(ttini*pi/180)<yini/2-yet^[elb]) then
enf:=(eh-yini/2+yet^[elb])/sin(ttini*pi/180); { proche du joint }
modk(enf,pe^[elb],modep^[elb]); { reaction p devant }
end else begin pe^[elb]:=0; modep^[elb]:='Z' end; { element libre }
if r1*sin(ttet^[elb]*pi/180)-let^[elb]/2*cos(ttet^[elb]*pi/180)-
yet^[elb]>yini/2+2*uy then
begin
{ si enfoncement derriere }
enf:=(2*ux+xet^[elb])*cos(ttini*pi/180)-(2*uy+yet^[elb])*sin(ttini*pi/180);
enf:=enf+r1*cos((ttet^[elb]-ttini)*pi/180)+let^[elb]/2*sin((ttet^[elb]-
ttini)*pi/180)-r1;
eh:=r1*sin(ttet^[elb]*pi/180)-let^[elb]/2*cos(ttet^[elb]*pi/180);
if (eh-enf*sin(ttini*pi/180)<yini/2+2*uy+yet^[elb]) then
enf:=(eh-yini/2-yet^[elb]-2*uy)/sin(ttini*pi/180); { proche du joint }

```

```

modk(enf,ppe^[elb],modepp^[elb])
end else begin ppe^[elb]:=0; modepp^[elb]:='A' end
END; { procedure enfonce ds. defo }

```

```

PROCEDURE ruptest(elp: byte; VAR brupt: boolean);
{ verifie jusqu'a l'element elp si l'extension des elements au bord
exterieur de la flexion ne depasse pas epsrupt; et verification du
critere de Laschitz. Une rupture a lieu, si ruptest=true.
Les valeurs de ne^ et qe^ doivent etre corrects! }
VAR s,n: real;
i,j: byte;
br,bl: boolean;
BEGIN i:=0; br:=false; if elp>109 then elp:=109;
repeat inc(i); { traction de la fibre a R1 }
br:=(r1*(tte^[i]-tte^[i+1])*pi/180/le^[i]/2+le^[i]/lini(i)-1)*100>=epsr
until br or (i=elp); j:=0; s:=pow(sra*aa,3);
repeat inc(j); { critere de Laschitz }
if ne^[j]>0 then n:=pow(ne^[j],3) else n:=0;
bl:=qe^[j]>pow((s-n)/3,1/3)
until bl or (j=elp); brupt:=br or bl
END; { procedure ruptest ds. defo }

```

```

PROCEDURE affiche(elx:byte);
VAR i: byte;
BEGIN if elx<110 then for i:=elx+1 to 110 do
begin ne^[i]:=ninstall; qe^[i]:=0; me^[i]:=0; pe^[i]:=0;
ttet^[i]:=ttini; uet^[i]:=0; let^[i]:=lini(i);
if i<41 then ppe^[i]:=0
end; i:=1;
gotoxy(1,1); writeln(' el | N | Q | M | p | pp | tta | u |
l ');
repeat gotoxy(2,wherey); write(i);
gotoxy(7,wherey); write (spc(10)); gotoxy(wherex-10,wherey);
write(trunc(ne^[i]));
gotoxy(17,wherey); write (spc(10)); gotoxy(wherex-10,wherey);
write(trunc(qe^[i]));
gotoxy(27,wherey); write (spc(10)); gotoxy(wherex-10,wherey);
write(trunc(me^[i]));
gotoxy(33,wherey); write (spc(10)); gotoxy(wherex-10,wherey);
write(trunc(pe^[i]*1000));
gotoxy(43,wherey); write (spc(10)); gotoxy(wherex-10,wherey); if 2*i-1<41
then write(trunc(ppe^[i]*1000));
gotoxy(53,wherey); write (spc(10)); gotoxy(wherex-10,wherey);
write(trunc(ttet^[i]*1000));
gotoxy(63,wherey); write (spc(10)); gotoxy(wherex-10,wherey);
write(trunc(uet^[i]*1000));
gotoxy(73,wherey); write (spc(5)); gotoxy(wherex-5,wherey);
writeln(trunc(let^[i]*1000));

```

```

inc(i); if i>6 then inc(i); if i>20 then i:=i+8
until i>100
END; { procedure affiche dans defo }

PROCEDURE ligne(n,q,tt: real; VAR bint: boolean; VAR ttint: real; VAR elint:
byte);
{ calcule la ligne de flexion, jusqu'a une intersection (bint=true) a
l'element elint avec l'angle ttint ou a l'element 110 ou tt1>tt0 }
VAR i: byte;
BEGIN ne^[1]:=n; qe^[1]:=q; ttet^[1]:=tt; i:=1;
repeat { construction de la ligne de flexion }
  enfonce(i);
  flex(i,brep);
  if brep then
    begin bcet^[1]:=false; ne^[1]:=ne^[1]*0.95; n1:=ne^[1];
      n0:=n1; i:=1
    end else
    begin difftest(i,ll,uet^[i]); { uet ist Verschiebung rechts }
      inc(i)
    end
  until ((uet^[i-1]<0.001) or (i=110) or (ttet^[i]>ttet^[i-1]) or (ttet^[i]<tte^[i-1]))
and not brep; { inters. }
  bint:=(uet^[i-1]<0.001); ttint:=ttet^[i]; elint:=i-1
END; { procedure ligne dans defo }

PROCEDURE approche(n,q: real; VAR ttap: real; VAR elapp: byte);
{ calcule ttap à el. 1 pour un approche a la ligne initiale d'element elapp }
VAR tt0,tt1,tt2,ttel,ttr: real;
  elappr,elr: byte;
  bap: boolean;
BEGIN tt0:=0.001; tt1:=89; tt2:=45; { angle ini d'element 1 }
  repeat ligne(n,q,tt2,bap,ttel,elappr);
  if bap then
    begin tt1:=tt2; ttr:=ttel; elr:=elappr end else tt0:=tt2;
    tt2:=(tt0+tt1)/2
  until tt1-tt0<0.001;
  ttap:=ttr; elapp:=elr
END; { procedure approche dans defo }

BEGIN { PROCEDURE DEFO }
ux:=2; uy:=dilat(ux)/2; ipas:=1; modk(ux,an,mm); { pour 1.pas }
n1:=ninstall+2000; qini:=an*sqr(d1); { forces initiales }
clrscr;
xet^[1]:=-ux; yet^[1]:=-uy; elplast:=1; { element max. flechi }
repeat n0:=n1; n2:=n1; iplp:=0; ideo:=0; { pàs de déplacement }
gotoxy(2,25); write('pas ',ipas,' u=',cvexs12(ux),' mm ');
repeat { element suivant d'approche en longueur }
  repeat brep:=false; q1:=qini; q0:=q1; q2:=q1; { calcul avec N 1 neuf }

```

```

repeat
  approche(n1,q1,ttr,elr); { cree la ligne de flexion en approche }
  teststop; gotoxy(5,2); write(' '); { affiche(elr+1); }
  gotoxy(2,20); writeln('Q =',cvexs12(q1));
  if (elr>108) or (qe^[elr+1]<-50) then { augmenter Q 1 }
    if q2>q1 then
      begin q0:=q1-1; q1:=(q1+q2)/2 end else
      if q0<q1 then
        begin q1:=sqr(q1)/q0; q0:=sqr(q1*q0); q2:=q1 end else
        begin q1:=q1*1.05; q2:=q1 end;
      if qe^[elr+1]>50 then { diminuer Q 1 }
        begin
          if q0<q1 then
            begin q2:=q1+10; q1:=(q0+q1)/2 end else
            if q2>q1 then
              begin q1:=sqr(q1)/q2; q2:=sqr(q1*q2); q0:=q1 end else
              begin q1:=q1*0.95; q0:=q1 end;
            iplast:=elr
          end
        until ((abs(q1-q0)<1) or (abs(qe^[elr+1])<50)) and (elr<109); { approche q=0 }
        while (ne^[iplast+1]>narr) and (iplast<110) do { elements arraches }
          begin gotoxy(60,25); write('arrachement');
            inc(iplast); ne^[iplast+1]:=ne^[iplast]-0.1*scm*pi*r1*let^[iplast];
            if ne^[iplast+1]<0 then ne^[iplast+1]:=0
          end; { while }
          gotoxy(45,24); write('iplast=',iplast,' '); gotoxy(60,25); write(spc(12));
          difftest(iplast,ldiff,qq); gotoxy(40,wherey); write(' N1 = ',n1,' ');
          if iplp=0 then iplp:=iplast;
          if (iplast<iplp) and (iplast>=ideo) then iplp:=iplast;
          if (ldiff>0.01) or (iplast>iplp) then { n1 trop petit }
            if n2>n1 then
              begin n0:=n1; n1:=(n1+n2)/2 end else
              if n0<n1 then
                begin n1:=sqr(n1)/n0; n0:=sqr(n1*n0); n2:=n1 end else
                begin n1:=n1*1.1; n2:=n1 end;
            if (ldiff<-0.01) or (iplast<iplp) then { n1 trop grand }
              if n0<n1 then
                begin n2:=n1; n1:=(n0+n1)/2 end else
                if n2>n1 then
                  begin n1:=sqr(n1)/n2; n2:=sqr(n1*n2); n0:=n1 end else
                  begin n1:=n1*0.9; n0:=n1 end;
            until (n2-n0<10) or (abs(ldiff)<0.01);
            ideo:=iplp+1
          until abs(ldiff)<0.01; pause; { convergence en longueur }
          enreg; ruptest(elr,brupt); qini:=q1;
          ux:=ux+0.5; uy:=dilat(ux)/2; xet^[1]:=-ux; yet^[1]:=-uy; inc(ipas);
          until brupt; gotoxy(55,24); write('RUPTURE')
        END; { procedure defo }

```

```

PROCEDURE vdnew;          { pour initialiser les variables dynamiques }
BEGIN new(pm); new(um); new(modm);
  new(xdil); new(ydil); new(sigac); new(epsac);
  new(ne); new(qe); new(me); new(pe); new(ppe);
  new(xe); new(xet); new(ye); new(yet);
  new(tte); new(ttet); new(le); new(let);
  new(uet); new(ule);
  new(modep); new(modepp); new(bce);
  new(mac); new(epsc);
  new(nac); new(xac)
END; { procedure vdnew }

```

```

PROCEDURE vdisp;         { pour desactiver les variables dynamiques }
BEGIN dispose(pm); dispose(um); dispose(modm);
  dispose(xdil); dispose(ydil); dispose(sigac); dispose(epsac);
  dispose(ne); dispose(qe); dispose(me); dispose(pe); dispose(ppe);
  dispose(xe); dispose(xet); dispose(ye); dispose(yet);
  dispose(tte); dispose(ttet); dispose(le); dispose(let);
  dispose(uet); dispose(ule);
  dispose(modep); dispose(modepp); dispose(bce);
  dispose(mac); dispose(epsc);
  dispose(nac); dispose(xac)
END; { procedure vdisp }

```

```

{ ***** PROGRAMME PRINCIPAL ***** }
BEGIN
  vdnew;
  clrscr; entree;
  entrefich; defini;
  { tabmn; fichxeps; halt;}
  entfichmn;
  defo;
  vdisp
END.

```

Thèse de Doctorat de l'Université Joseph Fourier
Grenoble I

Titre de l'ouvrage:

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DES
MECANISMES DE PLASTIFICATION AUTOUR
D'UNE BARRE D'ANCRAGE SCLEE DANS
LE ROCHER**

Nom de l'auteur: Carsten KROCKER

Etablissement:

**Institut des Recherches Interdisciplinaires de
Géologie et de Mécanique**

RESUME

Une modélisation du comportement d'un ancrage passif est proposée, prenant en compte les trois matériaux, acier, scellement et roche, et leurs comportements spécifiques. Le comportement d'un forage cimenté soumis à une pression intérieure est étudié en deux dimensions. Les relations entre la pression appliquée sur le scellement et le déplacement correspondant sont établies pour les différents états du scellement et de la roche (élastique, fracturé, plastique).

Une simulation numérique permet de comparer les comportements successifs d'un forage cimenté, lorsqu'il est soumis à un chargement intérieur axisymétrique, puis à un chargement uniaxial, qui se rapproche de celui exercé par une barre soumise à un déplacement transversal. La relation analytique entre pression et déplacement est appliquée à la modélisation tridimensionnelle d'un ancrage soumis à un cisaillement au niveau d'un joint. Une méthode basée sur une décomposition de la barre en tranches et en éléments est proposée pour des petites déformations. Elle permet de calculer les efforts mobilisés dans la barre et sa déformation, en fonction du déplacement imposé au joint.

MOTS-CLES

Renforcement des massifs rocheux; Joints rocheux renforcés; Ancrages passifs; Armatures passifs; Boulonnage; Forage sous pression.