



**HAL**  
open science

# Inversion conjointe Fonctions récepteur - Gravimétrie - Tomographie télésismique: Développement et Applications

Clémence Basuyau

► **To cite this version:**

Clémence Basuyau. Inversion conjointe Fonctions récepteur - Gravimétrie - Tomographie télésismique: Développement et Applications. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2010. Français. NNT: . tel-00783524

**HAL Id: tel-00783524**

**<https://theses.hal.science/tel-00783524>**

Submitted on 1 Feb 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ED 398 - Géosciences et Ressources Naturelles  
UFR Terre, Environnement, Biodiversité  
Thèse de doctorat de l'Université Paris VI  
Spécialité Géophysique

**INVERSION CONJOINTE FONCTIONS RÉCEPTEUR -  
GRAVIMÉTRIE - TOMOGRAPHIE TÉLÉSISMIQUE :  
DÉVELOPPEMENT ET APPLICATIONS**

Présentée par

**Clémence BASUYAU**

Cette thèse a été soutenue le 10 Novembre 2010 devant le jury composé de :

---

---

Eléonore STUTZMANN (Physicienne, IPGP) .....	Rapporteur
Jean VIRIEUX (Professeur, LGIT) .....	Rapporteur
Michel DIAMENT (Physicien, IPGP) .....	Examineur
Christian GORINI (Professeur, IStEP) .....	Examineur
Jérôme VERGNE (Physicien adj., EOST) .....	Examineur
Christel TIBERI (CR, Géosciences Montpellier) .....	Directrice de thèse
Sylvie LEROY (CR, IStEP).....	Directrice de thèse

---

---

...

**Institut des Sciences de la Terre de Paris**

Tour 46-00 2ème étage, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France



# RÉSUMÉ

---

Les inversions conjointes sont maintenant communément utilisées en Sciences de la Terre. Elles ont été développées afin d'améliorer notre connaissance et compréhension de la structure interne de la Terre puisqu'elles apportent de plus en plus de contraintes sur les paramètres inversés. Dans cette thèse, nous proposons un nouveau processus d'inversion conjointe qui prend en compte trois paramètres différents et qui mène à l'obtention d'un modèle lithosphérique tridimensionnel. Notre méthode utilise trois types de données gravimétriques et sismologiques qui présentent une bonne complémentarité : (1) Les fonctions récepteur P afin d'obtenir les variations de profondeur du Moho, (2) les délais de temps d'arrivées P des téléseismes pour retrouver les anomalies de vitesse dans la croûte et le manteau supérieur, (3) les anomalies gravimétriques qui donnent accès aux variations de densité à l'échelle lithosphérique.

Dans le schéma d'inversion proposé, nous inversons d'abord les fonctions récepteur. Les variations de profondeur du Moho qui en résultent sont alors interpolées puis incorporées comme information *a priori* dans le processus d'inversion conjointe gravimétrie - tomographie téléseismique. Que ce soit pour les fonctions récepteur ou pour la partie conjointe, notre méthode d'inversion se base sur un algorithme de recherche afin de trouver la structure qui minimise l'écart aux trois types de données. Nous avons opté pour l'algorithme de voisinage qui présente l'avantage de concentrer sa recherche dans les régions qui minimisent l'écart aux données sans toutefois abandonner les autres régions afin de limiter les risques de convergence vers un minimum local. Nous utilisons un modèle 3-D constitué de nœuds de vitesse afin de modéliser les délais de temps. Ces nœuds de vitesse sont liés aux nœuds de densité grâce à une relation linéaire entre vitesse et densité. Cette relation peut évoluer avec la profondeur de manière à simuler les effets dus aux variations de pression.

Nous avons réalisé plusieurs tests synthétiques afin d'évaluer le comportement de notre nouvelle méthode. Ils ont permis de montrer que les variations du Moho ainsi que les

anomalies de vitesse et densité sont bien retrouvées. Ils ont également montré l'importance de la prise en compte de ces trois types de données dans un même schéma d'inversion, notamment en ce qui concerne la faculté de discerner les variations d'interfaces des anomalies volumiques. Nous avons ensuite appliqué la méthode dans une région continentale en phase de rifting où les processus de déformation sont complexes et mal connus. Notre nouvelle méthode a apporté davantage de contraintes sur les paramètres inversés et a permis d'obtenir un modèle correctement résolu de la croûte et du manteau supérieur sous le dôme de Hangai (Mongolie Centrale). Une anomalie asthénosphérique sous le dôme est souvent invoquée pour expliquer sa topographie élevée mais c'est une anomalie (en vitesse et densité) crustale (croûte inférieure) qui s'exprime dans nos modèles. Ses effets sur la topographie et son origine (compositionnelle et/ou thermique) sont encore débattus et nécessiteraient des études plus poussées (paramétriques,  $V_P/V_S$ , ...).

# ABSTRACT

---

Joint inversions are now commonly used in Earth Sciences. They have been developed to better understand Earth structure since they provide more constraints on the inverted parameters. We propose a new process to simultaneously invert several data sets in order to better image 3-D crustal and upper mantle structures. Our inversion uses 3 kind of data which present a good complementarity : (1) P receiver functions to provide Moho depth variations, (2) teleseismic delay times of P waves to retrieve velocity anomalies in the crust and upper mantle, (3) gravity anomalies to image density variations at lithospheric scale.

In our scheme, receiver functions are first inverted. The resulting Moho depths are then interpolated and incorporated as *a priori* information into the joint inversion of teleseismic delay times and gravity anomalies process. In our new approach, we perform a model space search for Moho variations, P-velocity and density structure to find acceptable fit to the three data sets. In order to preferentially sample the good data fit region, we chose the Neighborhood algorithm of Sambridge to optimistically survey the model space. We model the delay times with a 3-D raytracing using velocity nodes evenly spaced and linked with density nodes via a linear relationship. This relationship can evolve through depth, simulating its pressure dependence.

We test our scheme on synthetic examples, and apply the method in a continental rifting region where deformation processes are complex and badly known. This joint inversion thus provides more constraints on the inverted parameters, and allows us to better image crust - mantle interactions in the case of the Hangai dome (Central Mongolia). Indeed in this area, we expect an asthenospheric upwelling to dynamically support the topography, but we image a density - velocity anomaly in the lower crust. The effects on topography and the origin (composition vs. thermal) of this anomaly are still under debate.



# REMERCIEMENTS

---

A l'heure de fermer définitivement le chapitre "Thèse", je tiens à remercier les personnes qui, de près ou de loin, ont été impliquées dans ce travail. Si, naïvement, je pensais encore il y a quelque temps que cette partie serait la plus simple à rédiger, je m'aperçois, à l'heure où il devient impératif de dire merci, que ces cinq petites lettres vont avoir bien du mal à contenir toute ma reconnaissance.

Tout d'abord, je tiens à exprimer mes remerciements aux membres du jury qui ont accepté d'évaluer mon travail de thèse. Merci à Christian Gorini d'avoir accepté de présider le jury de cette thèse et à Eléonore Stutzmann et Jean Virieux d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce manuscrit. Leurs remarques et suggestions lors de la lecture de ce rapport m'ont permis d'apporter des améliorations à ce dernier.

Merci également à MM. Michel Diamant et Jérôme Vergne d'avoir accepté d'examiner mon mémoire et de faire partie de mon jury de thèse.

Je voudrais ensuite remercier mes directrices de thèse Christel Tiberi et Sylvie Leroy qui ont su être complémentaires pendant ces 3 années de thèse. Christel, tout à commencé en 2004 quand tu as accepté de poser un second sujet de stage pour une étudiante qui voulait absolument faire de la sismologie, tu as ensuite voulu que je me mette à la gravi, c'était pas gagné...! J'ai tellement de raison de te remercier que je ne sais pas comment résumer tout ça... Ce qui me marque le plus c'est qu'en repensant au déroulement de ma thèse, je n'ai pas l'impression d'avoir eu une "chef", merci de m'avoir considérée au minimum comme une collègue et de m'avoir laisser évoluer dans mon sujet comme je voulais. Sylvie, merci de m'avoir soutenu et apporté les moyens de travailler au sein de l'ISTeP, merci aussi de m'avoir donné l'opportunité de faire du terrain dans ce si beau pays qu'est le Yémen.

Puisque je parle du Yémen, merci à Hakim pour les discussions scientifiques toujours intéressantes et pour m'avoir initié aux us et coutumes yéménites.

J'ai réalisé ce travail de thèse pour partie au sein du laboratoire Géosciences Mont-

pellier, je souhaite donc remercier le laboratoire et plus particulièrement l'équipe Mano de m'avoir accueillie pour de ma troisième année de thèse.

Je souhaite également remercier Gérald Vétois et Jean-Bernard Favreau sans qui ce travail n'aurait certainement pas abouti. Votre disponibilité et votre enthousiasme à aider les géologues dans leurs petits et gros soucis sur la grille de calcul ont grandement facilité l'aboutissement de cette thèse.

En parallèle de mon travail de thèse, j'ai eu le plaisir de pouvoir enseigner les géosciences aux étudiants de Licence. Je remercie particulièrement Frédérique Rolandone et Elia d'Acremont pour leur aide dans la préparation des cours ainsi que pour leur soutien et l'intérêt qu'elles portent à mon travail.

Bien évidemment, je souhaite remercier les nombreux thésards dont j'ai croisé la route à Paris ou à Montpellier. J'ai une pensée particulière pour tout ceux qui ont eu la patience de partager mes bureaux successifs. Merci à la petite équipe des thésards montpelliérains qui allaient et/ou vont toujours manger au ru à midi pétante : Mickaël, Vincent, Magali, Thomas, Philippe, Kate, Roberto, Lydéric, Matthieu, Flo,... . Merci aussi aux adeptes du 'vendredi soir à la Fonda' j'ai nommé Clément notre leader, Thomas et Cécile, Julia, Aurore, Kris, Louise, Anne (oui bon t'es pas thésarde mais tu squattes quand même pas mal les tabourets de bar ;-), Céline (adepte peut-être pas mais tu y étais le seul soir où c'était important!). Un merci tout particulier également à Manu et Dorothée pour avoir partagé nos galères depuis notre avènement au grade de thésard.

Comme il m'est impossible de citer toutes les personnes qui ont directement ou indirectement contribué à la réalisation de ce travail et que je souhaite éviter d'en oublier, je me permets de lancer un remerciement général à toutes celles et ceux qui se reconnaîtront dans ces lignes, ainsi qu'aux autres.

En plus des personnes croisées dans le cadre de cette thèse, je voudrais remercier ma famille pour leur soutien indéfectible sans lequel je ne me serai certainement pas lancée dans cette aventure. Un grand merci également pour l'organisation du pot de thèse.

Enfin, je souhaite remercier celui qui, mieux que quiconque, a su m'encourager et parfois (souvent) me remotiver. Ce manuscrit te doit beaucoup plus qu'une figure. Merci d'être là tout simplement...

# TABLE DES MATIÈRES

---

<b>Résumé</b>	<b>3</b>
<b>Abstract</b>	<b>5</b>
<b>Remerciements</b>	<b>8</b>
<b>Introduction</b>	<b>15</b>
<b>1 Présentation des trois types de données</b>	<b>19</b>
1.1 Les fonctions récepteur . . . . .	19
1.1.1 Théorie . . . . .	20
1.1.2 Comment construit-on une fonction récepteur ? . . . . .	23
1.1.2.1 La déconvolution en domaine spectral . . . . .	23
1.1.2.2 La déconvolution itérative en domaine temporel . . . . .	24
1.1.3 Dépendance aux paramètres . . . . .	24
1.2 La tomographie télésismique . . . . .	26
1.2.1 Introduction . . . . .	26
1.2.2 La tomographie télésismique régionale . . . . .	27
1.2.2.1 Principe général . . . . .	27
1.2.2.2 Les résidus de temps de trajet . . . . .	28
1.2.3 Expression du problème direct . . . . .	30
1.3 Exemple d’acquisition de données sismologiques : Le Golfe d’Aden . . . . .	30
1.3.1 Présentation rapide du projet YOCMAL . . . . .	30
1.3.2 La mission SEISNET . . . . .	31
1.3.2.1 Les réseaux antérieurs dans la région . . . . .	31
1.3.2.2 Organisation et déploiement . . . . .	34
1.3.2.3 Les stations . . . . .	34

1.4	La gravimétrie . . . . .	36
1.4.1	Rappels théoriques . . . . .	36
1.4.2	Géoïde et surface équipotentielle . . . . .	37
1.4.3	Corrections et anomalies gravimétriques . . . . .	38
1.4.3.1	La correction à l'air libre . . . . .	39
1.4.3.2	La correction de plateau . . . . .	39
1.4.3.3	La correction topographique . . . . .	40
1.4.3.4	L'anomalie à l'air libre . . . . .	40
1.4.3.5	Les anomalies de Bouguer . . . . .	40
1.5	Conclusion . . . . .	41
<b>2</b>	<b>Les inversions conjointes</b>	<b>43</b>
2.1	Généralités sur les problèmes inverses . . . . .	44
2.1.1	Résolution matricielle . . . . .	45
2.1.2	Les probabilités - Méthode Bayésienne . . . . .	45
2.1.3	Les algorithmes de recherche . . . . .	46
2.1.3.1	Les méthodes Monte-Carlo . . . . .	46
2.1.3.2	Le recuit simulé . . . . .	47
2.1.3.3	Algorithme génétique . . . . .	48
2.1.3.4	L'algorithme de voisinage . . . . .	50
2.2	Inversion des fonctions récepteur . . . . .	51
2.2.1	De la fonction récepteur au modèle . . . . .	51
2.2.1.1	La migration . . . . .	51
2.2.1.2	Zhu et Kanamori . . . . .	53
2.2.1.3	L'algorithme de voisinage . . . . .	54
2.3	Inversions gravimétriques . . . . .	55
2.3.1	La méthode d'Oldenburg (1974) . . . . .	55
2.3.2	La méthode de Blakely . . . . .	56
2.4	Tomographie . . . . .	58
2.4.1	Résolution du problème physique . . . . .	58
2.4.2	Les limites de l'inversion tomographique . . . . .	61
2.5	Les inversions conjointes . . . . .	62
2.5.1	Définition et principe . . . . .	62
2.5.2	Quelques exemples . . . . .	62
2.5.2.1	Inversion conjointe Fonctions récepteur - Ondes de surface . . . . .	62
2.5.2.2	Inversion conjointe gravimétrie - tomographie télésismique . . . . .	68
2.5.2.3	Inversion fonctions récepteur - tomographie . . . . .	74
2.6	Vers des inversions conjointes de plus en plus complexes?? . . . . .	80

2.7	Des limites pour les inversions conjointes??	81
2.7.1	Inversion conjointe Gravimétrie - Sismologie en contexte de marge continentale étirée	81
2.7.2	Pourquoi une inversion fonctions récepteur, tomographie télésismique, gravimétrie?	97
<b>3</b>	<b>Développement et validation de la méthode</b>	<b>99</b>
3.1	Choix de l'algorithme de recherche	101
3.2	Modèle et paramètres	101
3.2.1	Les fonctions récepteur	101
3.2.2	L'inversion conjointe	101
3.2.3	Pourquoi n'inclure que la profondeur du Moho?	102
3.2.4	Quid des autres interfaces crustales?	103
3.2.5	Pourquoi ne pas inclure l'inversion des fonctions récepteur dans le processus conjoint?	103
3.3	Les relations vitesse - densité	104
3.4	Les problèmes directs	105
3.4.1	La tomographie	105
3.4.2	Le calcul direct en gravimétrie	107
3.4.3	Les fonctions récepteurs	107
3.5	Le calcul du misfit	107
3.6	Parallélisation du code	109
3.7	Les joies de l'informatique	109
3.8	Réalisation de tests synthétiques	110
3.8.1	Validation de l'inversion des fonctions récepteur	110
3.8.1.1	Test à partir d'une fonction récepteur synthétique	110
3.8.1.2	Inversion d'une fonction récepteur réelle	113
3.8.2	Tests synthétiques pour l'inversion conjointe Fonctions récepteur - Tomographie - Gravimétrie	114
3.8.2.1	Test en damier	116
3.8.2.2	Exemple de test "damier" incluant du bruit aléatoire	124
3.8.2.3	Test synthétique combinant variations de profondeur du Moho et une anomalie profonde	128
3.9	Conclusions	133
<b>4</b>	<b>La région du Baïkal</b>	<b>135</b>
4.1	Introduction	135
4.2	Cadre géologique et tectonique	136
4.3	Le dôme de Hangai vu par la géophysique	138

4.3.1	L'apport de la gravimétrie . . . . .	138
4.3.2	Le réseau sismologique MOBAL . . . . .	143
4.4	Les données . . . . .	145
4.4.1	... de sismologie . . . . .	145
4.4.1.1	Fonctions récepteur . . . . .	145
4.4.1.2	Délais de temps . . . . .	146
4.4.2	... de gravimétrie . . . . .	146
4.5	Résultats . . . . .	147
4.5.1	Les fonctions récepteurs . . . . .	147
4.5.2	Les modèles de vitesse et densité . . . . .	150
4.5.3	Validation par comparaison avec une inversion conjointe par moindres carrés. . . . .	153
4.6	Interprétations . . . . .	161
<b>5</b>	<b>Conclusions et Perspectives</b>	<b>165</b>
	<b>Appendices</b>	<b>169</b>
<b>A</b>	<b>Imaging lithospheric interfaces and 3D structures using receiver func- tions, gravity and tomography in a common inversion scheme</b>	<b>171</b>
<b>B</b>	<b>Manuel de l'utilisateur</b>	<b>183</b>
B.1	Introduction . . . . .	183
B.2	Description et organisation du code . . . . .	186
B.2.1	Initiation des paramètres et lecture des données . . . . .	186
B.2.2	Inversion des fonctions récepteur . . . . .	186
B.2.3	Interpolation du Moho . . . . .	188
B.2.4	Paramétrisation géométrique du modèle initial et du tracé de rai . .	188
B.2.5	Inversion conjointe Tomographie / Gravimétrie . . . . .	188
B.3	Unités . . . . .	188
B.4	Fichiers de paramètres en entrée . . . . .	189
B.4.1	Modèles initiaux . . . . .	189
B.4.2	<code>rf_parameter.inp</code> . . . . .	189
B.4.3	<code>rf_na.in</code> et <code>tg_na.in</code> . . . . .	191
B.4.4	<code>raytrac.param</code> . . . . .	192
B.5	Fichiers de données . . . . .	192
B.5.1	Fonction récepteur . . . . .	193
B.5.2	Délais de temps : un exemple de fichier . . . . .	193
B.5.3	Données gravimétriques : Anomalie de Bouguer complète . . . . .	194
B.6	Fichiers en sortie . . . . .	194

B.6.1 Pour les fonctions récepteurs . . . . .	194
B.6.2 Pour l'inversion conjointe . . . . .	194
B.7 Sur quelles machines faire tourner ce code? Avec quels compilateurs? . . . .	195
B.8 Grille européenne de calcul . . . . .	195
B.9 Le calcul parallèle . . . . .	196
<b>Liste des Figures</b>	<b>196</b>
<b>Liste des Tableaux</b>	<b>205</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>209</b>

---

# INTRODUCTION

---

La géophysique présente le captivant défi de vouloir étudier l'intérieur de la Terre sans moyens d'observation directs. Le géophysicien, pour arriver à ses fins et obtenir une image de l'intérieur du globe, devra donc maîtriser l'inversion. Cet outil permet, à partir de données géophysiques et tout ce qu'elles contiennent d'incertitudes, d'obtenir un modèle de Terre qui corrobore les observations faites en surface. Il s'agit en réalité de retrouver, à partir d'une série de mesures, la distribution d'un paramètre physique. Ainsi à partir, par exemple, de mesures du champ de pesanteur nous pourrions obtenir les variations de densité, ou encore les variations de vitesse des ondes en étudiant les temps de trajet de celles-ci.

---

De nombreuses méthodes géophysiques ont ainsi permis d'imager chacune notre globe. Ces images doivent ensuite être interprétées et souvent, sont comparées entre elles. Oui mais... L'utilisation de nombreuses méthodes géophysiques a permis de montrer que dans bien des cas les modèles obtenus sont différents les uns des autres et parfois non compatibles entre eux. De nombreux facteurs peuvent expliquer ce phénomène parmi lesquels les erreurs de mesures, les approximations de calcul, etc... . Pour essayer d'optimiser les modèles, des méthodes d'inversions conjointes ont été développées afin de combiner plusieurs méthodes et d'obtenir un unique modèle de Terre qui satisfait la totalité des observations prises en compte. De nombreuses méthodes ont donc été inversées conjointement avec succès parmi lesquelles les méthodes d'électromagnétisme et de magnétotellurie (Commer et Newman, 2009), magnétotellurie et gravimétrie (Abdelfettah, 2009), gravimétrie et tomographie (Tiberi *et al.*, 2003), fonctions récepteur et tomographie (Vergne, 2002), ... . Dans l'absolu, cela parait très simple. Dans la pratique, l'exercice est très périlleux!

En effet, un grand nombre de problèmes se posent, et le premier est la complémentarité des données. Car s'il est possible de lier physiquement un certain nombre de paramètres physiques entre eux, encore faut-il que les données utilisées échantillonnent les mêmes structures à la même échelle. Nous verrons que, parfois, si la théorie veut que cela soit le cas, en pratique ce n'est pas toujours si évident.

Par ailleurs, la notion de "meilleur modèle", défini simplement comme celui qui minimise l'écart aux données lors d'une inversion simple, n'est plus aussi triviale lorsque l'on considère plusieurs types de données dont les sensibilités et les effectifs diffèrent.

Nous sommes partis du constat que les inversions conjointes permettant d'imager le sous-sol à l'échelle lithosphérique et utilisant des données gravimétriques et sismologiques présentent des limites, entre autres parce qu'elles ne prennent en compte que des géométries simples (2D), ou encore parce qu'elles ne sont pas applicables à tous les contextes géodynamiques ou encore parce que le schéma d'inversion utilisé ne garantit pas sa stabilité. Le choix de la méthode d'inversion est également primordial. Si les moyens calculatoires limités dans les laboratoires ne laissaient pas réellement le choix de la méthode jusqu'à récemment et favorisaient donc l'utilisation de l'inversion matricielle, surtout pour des géométries tridimensionnelles, il n'en est pas de même aujourd'hui. Les clusters et autres grilles de calculs donnent maintenant le choix entre l'utilisation de matrices de taille importante ou des méthodes stochastiques.

Le but de ce travail est de mettre au point un nouveau processus d'inversion qui combine trois types de données complémentaires que sont les fonctions récepteurs, la tomographie téléseismique régionale et la gravimétrie.

- La tomographie régionale est une méthode sismologique passive développée dans les années 70 et utilisée couramment depuis pour "scanner" notre Terre. Elle permet d'imager, à partir des variations de temps de trajet des ondes téléseismiques,

les variations de vitesse des ondes de volume, et ce jusqu'à plusieurs centaines de kilomètres de profondeur, avec une faible résolution pour la croûte.

- La gravimétrie est très complémentaire de la méthode sus-citée de part l'existence de plusieurs lois reliant les deux paramètres vitesse des ondes et densité. Elle permet de retrouver la taille et la profondeur des structures à l'origine des variations du champ de gravité terrestre. Le maximum de résolution de cette méthode se situe entre 0 et 80 km de profondeur pour des données régionales, d'où une complémentarité certaine avec les données précédentes.
- La méthode des fonctions récepteur, qui est également une méthode sismologique passive, a pour but d'imager les interfaces plutôt que les volumes. Elle utilise les conversions d'ondes P en S aux différentes discontinuités sismiques et va permettre de définir la profondeur ainsi que les contrastes de vitesse des interfaces majeures dans la croûte et le manteau supérieur.

Dans ce schéma, nous tirons avantage de la relation linéaire empirique (Birch, 1961) qui existe entre densité et vitesse des ondes, ce qui permet de lier facilement gravimétrie et tomographie. Outre la complémentarité de ces méthodes, l'intérêt de les associer réside également dans la réduction de leur non unicité de solutions respectives. En effet, si la gravimétrie est bien connue pour présenter plusieurs solutions très différentes compatibles avec un même jeu de données, l'inversion de fonctions récepteur souffre, quant à elle, d'un fort couplage entre plusieurs paramètres ce qui lui confère, à elle aussi, un caractère non unique, et la tomographie peut être très dépendante du modèle initial.

Nous sommes partis d'une méthode d'inversion conjointe gravimétrie - tomographie existant déjà, mais en se basant sur un schéma d'inversion plus stable (de type Monte Carlo) permettant l'introduction des fonctions récepteur. L'utilisation d'un tel schéma revient donc à inverser les données en testant un grand nombre de modèles par calcul du problème direct et de retenir le meilleur d'entre eux. Ceci permet d'obtenir une image complète de la lithosphère avec la meilleure résolution possible à toutes les profondeurs lithosphérique, mais aussi de localiser l'interface croûte - manteau (Moho).

Ce rapport est constitué de quatre parties distinctes. La première est consacré à des rappels théoriques sur les méthodes géophysiques utilisées à savoir les fonctions récepteurs, la tomographie télésismique et la gravimétrie. Pour chacune de ces méthodes nous expliquerons les principes physiques sur lesquelles elles sont basées ainsi que la signification des mesures effectuées et donc des données que l'on obtient.

Le second chapitre s'attarde sur les inversions. Nous évoquerons aussi bien, dans un cadre général, les méthodes qui permettent de résoudre les problèmes inverses que, dans un cadre plus particulier, les méthodes d'inversion utilisées à l'heure actuelle pour inverser fonctions récepteurs, délais de temps et anomalies gravimétriques. Par ailleurs nous montrerons, après les avoir définies et en nous appuyant sur des exemples précis, l'intérêt

---

que peut avoir la communauté scientifique à utiliser des inversions conjointes.

Le troisième chapitre est entièrement consacré à la description du code d'inversion conjointe que j'ai développé. Nous exposons donc comment le code a été écrit et quels outils nous avons utilisé pour tenter de répondre au mieux au problème posé tout en restant dans les limites des outils informatiques à notre disposition. Les méthodes utilisées pour inverser les différents types de données sont expliquées. De même, nous essayons de résoudre l'épineux problème du calcul de l'erreur au modèle dans le cas de plusieurs types de données. Dans ce chapitre, des tests synthétiques sont réalisés et permettent ainsi la validation du processus développé. Plusieurs tests sont présentés qui attestent du bon déroulement et des avantages de la méthode. En annexe de ce chapitre l'utilisateur potentiels trouvera un mode d'emploi du code qui présente le code sous des aspects pratiques. Les fichiers nécessaires au bon fonctionnement du code sont détaillés ainsi que la signification des paramètres et fichiers que l'on obtient au sortir de l'inversion. En outre, les différentes plates-formes informatiques utilisées et les difficultés recensées sont référencées.

Le dernier chapitre de ce manuscrit présente une étude réalisée en Mongolie Centrale, dont l'objectif est de mieux définir et comprendre une structure qui reste énigmatique : le Dôme de Hangai. Pour ce faire, nous avons utilisé l'inversion conjointe fonctions récepteur - gravimétrie - tomographie télésismique pour une image du Dôme à l'échelle lithosphérique. La comparaison des résultats obtenus lors d'études antérieures ou avec des méthodes différentes permettra également de proposer une interprétation géodynamique et de valider notre méthode sur un cas réel.

Enfin, ce manuscrit se termine par une conclusion générale sur le développement et les résultats obtenus et par une mise en lumière des perspectives de ce travail tant en termes de développements nouveaux que d'applications futures à des structures différentes.

# PRÉSENTATION DES TROIS TYPES DE DONNÉES

Dans ce chapitre nous présentons les trois types de données que nous utilisons dans notre inversion c'est à dire les fonctions récepteur, les délais de temps et les anomalies gravimétriques. Les fonctions récepteur traduisent les conversions d'onde aux interfaces localisées en profondeur, les délais de temps correspondent aux variations de temps de trajet des ondes générées par des séismes lors de leur parcours à l'intérieur de la Terre. Enfin les anomalies gravimétriques résultent de la présence de corps plus ou moins denses dans la croûte et le manteau supérieur.

## 1.1 Les fonctions récepteur

La méthode des fonctions récepteur est utilisée depuis maintenant une trentaine d'années, elle a été définie en 1977 par Langston qui, par le terme de "receiver function", a montré que l'on peut retrouver la structure crustale sous le capteur en étudiant les conver-

sions d'ondes sous celui-ci. Cette méthode a, depuis, connu un grand essor puisqu'elle est utilisée aujourd'hui à différentes échelles : pour imager des interfaces sédimentaires (e.g. Clitheroe *et al.*, 2000; Zheng *et al.*, 2005) aussi bien que la limite lithosphère / asthénosphère (e.g. Bock et Kind, 1991) ainsi qu'en différents contextes géologiques. Citons parmi de nombreux exemples l'étude de Tiberi *et al.* (2007) qui utilise cette méthode pour retrouver les variations de profondeur du Moho sous une marge passive, ou Nicholson *et al.* (2005), Endrun *et al.* (2004) ou encore Ferris *et al.* (2003) en contexte de subduction, mais aussi Calkins *et al.* (2006) qui utilisent des séismes locaux. De manière simplifiée, étudier des fonctions récepteur revient à s'intéresser aux ondes P générées par des télé-séismes qui sont converties en S aux interfaces situées directement sous la station. Ces arrivées converties sont généralement de faible amplitude par rapport à l'onde P directe, il s'agit donc de travailler sur le sismogramme pour les faire ressortir. La fonction récepteur en elle-même est donc une fonction issue de la composante radiale du sismogramme représentant l'amplitude des ondes converties en fonction du temps.

### 1.1.1 Théorie

Il est maintenant nécessaire de définir ce que l'on appelle interface ou frontière entre deux milieux d'impédance différentes, c'est à dire, présentant des caractéristiques physiques différentes qui vont générer des conversions d'onde. L'impédance est définie comme le produit de la vitesse de l'onde sismique et de la masse volumique du milieu. Dans le cas des fonctions récepteur, une interface est d'autant plus facilement identifiable qu'elle présente un fort contraste d'impédance.

Le principe de conversion d'onde (Fermat) veut que lorsque une onde incidente traverse une interface plane entre deux milieux élastiques d'impédances différentes, quatre types d'ondes sont produits (figure 1.1) :

- L'onde P que l'on appelle onde P directe et qui se propage à la vitesse  $V_P$  du milieu situé entre l'interface et la surface.
- L'onde Ps, transmise mais convertie en onde S et qui va se propager entre l'interface et la surface avec une vitesse  $V_S$
- Les ondes réfléchies sur l'interface et qui vont donc repartir en profondeur l'une convertie en S et l'autre pas. Ces deux ondes n'arriveront pas au récepteur et ne nous intéressent donc pas ici.

En considérant la surface comme une interface sur laquelle les ondes vont être réfléchies et parfois converties on obtient deux nouveaux types d'ondes : les multiples. Ces ondes sont ensuite réfléchies à l'interface, elles sont appelées PpPS ou PpSs selon le nombre de trajet effectués en S entre la surface et l'interface (figure 1.1).

Si l'on considère maintenant que les multiples parcourent plus de trajet que les ondes P et Ps et que les ondes S se propagent dans les milieux élastiques avec une vitesse

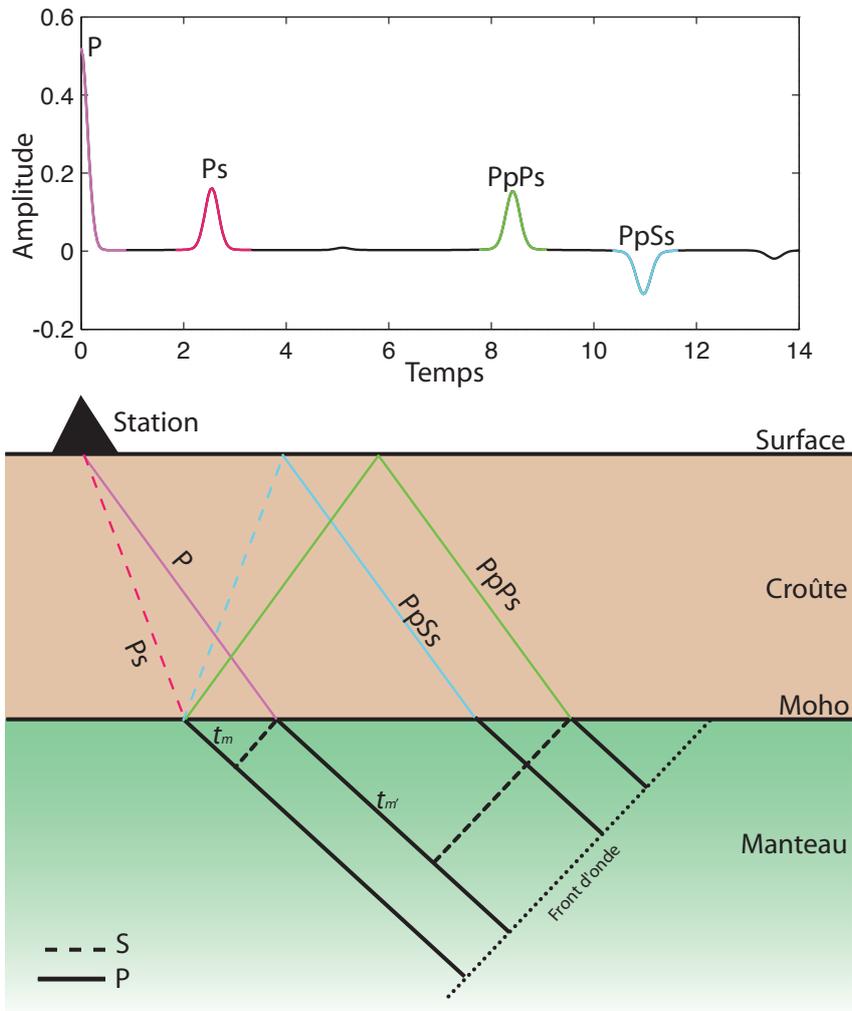


FIG. 1.1: Trajet des différentes ondes transmises et/ou converties à une interface et leur signature sur une fonction récepteur. Les indices des ondes  $t_m$  et  $t_{m'}$  sont expliqués dans le texte.

inférieure à celle des ondes P, on observera sur la fonction récepteur en premier lieu l'onde P directe, puis l'onde Ps. Viennent ensuite les multiples de type PpPs et enfin les PpSs (figure 1.1). L'amplitude de ces différentes ondes dépend essentiellement de l'incidence de l'onde P initiale et des caractéristiques physiques des milieux traversés, à savoir le rapport  $V_P/V_S$  ainsi que la densité des milieux.

Il est indispensable de signaler l'importance des multiples puisqu'ils seront autant de contraintes qui permettront de mieux déterminer les vitesses de propagation des ondes dans les milieux ainsi que la profondeur de l'interface. En effet, nous pouvons montrer qu'il est simple d'écrire mathématiquement les temps de trajet théoriques des différentes phases observées et qu'ils dépendent des mêmes paramètres. Soient  $t_{Ps}$ ,  $t_{PpPs}$  et  $t_{PpSs}$  les temps de parcours des phases Ps, PpPs et PpSs, respectivement, entre l'interface et la surface;  $t_m$  et  $t_{m'}$  les variations de temps liées à des parcours plus ou moins long dans le manteau situé juste sous l'interface étudiée.

$$t_{Ps} = t_S - t_P + t_m \quad (1.1)$$

$$t_{PpPs} = t_S + t_P - t_{m'} \quad (1.2)$$

$$t_{PpSs} = t_{PS} + t_{PpS} \quad (1.3)$$

En faisant entrer en jeu  $H$  la profondeur de l'interface,  $p$  le paramètre de rai<sup>1</sup> et  $V_P$  ou  $V_S$  la vitesse moyenne au dessus de l'interface, on obtient les formulations suivantes (Zhu et Kanamori, 2000) :

$$t_{Ps} = H \left[ \sqrt{\frac{1}{V_S^2} - p^2} - \sqrt{\frac{1}{V_P^2} - p^2} \right] \quad (1.4)$$

$$t_{PpPs} = H \left[ \sqrt{\frac{1}{V_S^2} - p^2} + \sqrt{\frac{1}{V_P^2} - p^2} \right] \quad (1.5)$$

$$t_{PpSs} = 2H \sqrt{\frac{1}{V_S^2} - p^2} \quad (1.6)$$

Ainsi, on voit que le seul temps dépend à la fois de  $H$ , mais aussi de  $V_P$  et  $V_S$  et  $p$ . En faisant quelques hypothèses sur ces valeurs, on peut donc déduire  $H$  des temps de trajets  $t_{Ps}$ . La prise en compte des temps  $t_{PpPs}$  et  $t_{PpSs}$  apportera des contraintes fortes supplémentaires pour la détermination de l'épaisseur de la couche considérée.

---

<sup>1</sup>rappel :  $p = \frac{\sin i}{V}$  avec  $i$  l'angle d'incidence du rai et  $p$  étant constant tout au long du parcours du rai

### 1.1.2 Comment construit-on une fonction récepteur ?

En surface, les récepteurs enregistrent les ondes selon trois composantes : deux composantes horizontales (une Nord-Sud et l'autre Est-Ouest) et une composante verticale. Les enregistrements contiennent des informations sur la source, la structure au voisinage de la source et du récepteur, et sur les milieux traversés pendant la propagation de l'onde. Le principe de l'analyse en fonction récepteur est d'isoler sur l'enregistrement les phases P converties en S au niveau des interfaces situées sous le capteur. Ainsi on se débarrasse des effets du parcours et de la source. Pour ce faire, il faut déconvoluer les enregistrements des composantes horizontales par la composante verticale.

La méthode de Langston (1979) permet d'extraire les fonctions récepteurs d'un enregistrement. Dans le domaine temporel, Langston (1979) considère que le déplacement du sol pour une onde P incidente peut être approché sous la forme d'un produit de convolution :

$$Z(t) = I(t) \cdot S(t) \cdot E_Z(t) \quad (1.7)$$

$$R(t) = I(t) \cdot S(t) \cdot E_R(t) \quad (1.8)$$

$$T(t) = I(t) \cdot S(t) \cdot E_T(t) \quad (1.9)$$

Où Z, R et T représentent les traces verticale, radiale et tangentielle et  $\cdot$  le produit de convolution, I est la réponse instrumentale de la station sismique, S est la fonction source du rai incident et E est la réponse impulsionnelle du sol sous le capteur. Cependant, l'utilisation de télé-séismes permet de simplifier ces équations en utilisant l'approximation suivante : la composante verticale est uniquement la convolution de la fonction source et de la réponse instrumentale de la station, soit :

$$Z(t) \approx I(t) \cdot S(t) \quad (1.10)$$

Ainsi, en supposant que la réponse instrumentale est identique pour toutes les composantes on peut facilement obtenir  $E_R(t)$  et  $E_T(t)$  en déconvoluant les composantes radiales et transverse par la composante verticale du signal.

Il existe plusieurs méthodes de déconvolution, les deux principales sont la déconvolution en domaine spectral et la déconvolution itérative en domaine temporel.

#### 1.1.2.1 La déconvolution en domaine spectral

La déconvolution en domaine spectral proposée par Langston (1979) se base sur le fait qu'une déconvolution en domaine temporel correspond à une division en domaine fréquentiel. On utilise donc les transformées de Fourier pour passer du domaine temporel

au domaine fréquentiel, on peut alors utiliser la relation suivante :

$$E_R(\omega) = \frac{R(\omega)}{Z(\omega)} \quad (1.11)$$

$$E_T(\omega) = \frac{T(\omega)}{Z(\omega)} \quad (1.12)$$

Où  $\omega$  est la pulsation, puis on utilise les transformées de Fourier inverses pour revenir au domaine temporel.

### 1.1.2.2 La déconvolution itérative en domaine temporel

La déconvolution itérative en domaine temporel permet de construire itérativement la fonction récepteur jusqu'à expliquer la plus grande partie du signal. Par définition d'une fonction récepteur, quand on la convolue avec la composante verticale du sismogramme on devrait obtenir la composante horizontale. Dans cette méthode on calcule donc la fonction récepteur en minimisant par moindres carrés l'énergie de la différence entre la composante horizontale du sismogramme et un signal reproduit. Ce signal est généré par la convolution d'une suite de diracs (correspondant à la fonction récepteur) par la composante verticale du sismogramme (Ammon *et al.*, 1990; Kaviani, 2004). Dans cette méthode, le filtrage des données est effectué avant que la fonction récepteur ne soit construite. L'utilisation du filtre gaussien a pour but de limiter les hautes fréquences donc d'augmenter le rapport signal/bruit. La largeur du filtre gaussien dépend aussi de ce que l'on observe.

Kaviani (2004) puis Hetényi (2007) ont montré que la déconvolution itérative en domaine temporel rendait un signal plus clair et présentait un plus grand nombre de pics que la déconvolution en domaine fréquentiel. Nous avons donc, dans cette étude, utilisé la déconvolution itérative.

### 1.1.3 Dépendance aux paramètres

Plusieurs facteurs vont avoir une influence importante sur la structure de la fonction récepteur. Nous avons calculé les fonctions récepteur correspondant à plusieurs modèles pour lesquels nous avons fait jouer les paramètres  $H$  (profondeur de l'interface),  $V_P$  (vitesse de propagation des ondes P dans le milieu situé au dessus de l'interface) et le rapport  $V_P/V_S$  dans la couche supérieure. La figure 1.2 a) montre qu'une augmentation de  $V_P$  se traduit par une diminution de l'amplitude des pics de la fonction ainsi que par des arrivées de plus en plus précoces. La diminution de l'amplitude s'explique par une diminution du contraste d'impédance à l'interface, la vitesse  $V_P$  dans la couche inférieure du modèle étant égale à  $8.1 \text{ m.s}^{-1}$  dans les trois cas. Les mêmes effets sont constatés lorsqu'on fait varier le rapport  $V_P/V_S$  (figure 1.2 c). Les tests faisant varier la profondeur de l'interface montrent que, logiquement, les amplitudes sont conservées et seules les arrivées des pics de la phase PS

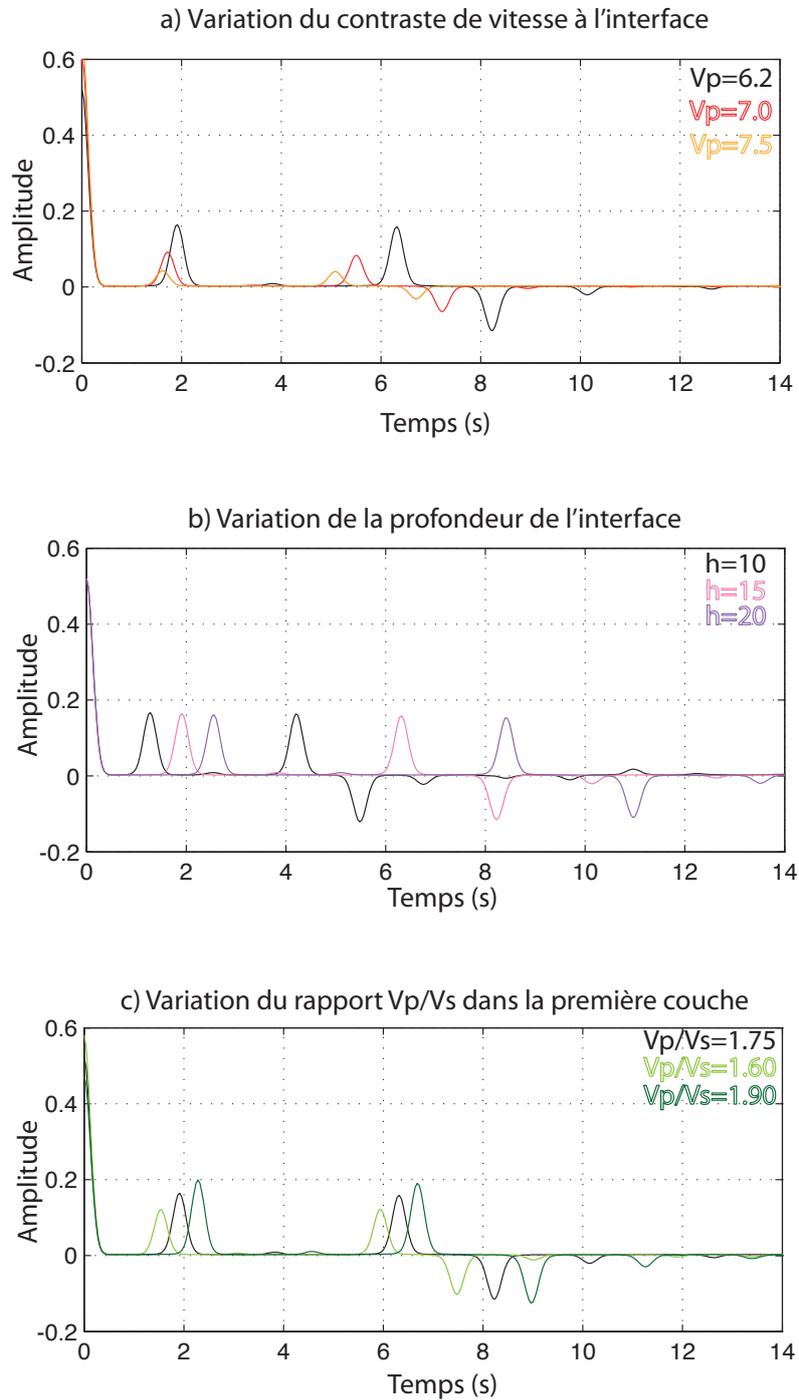


FIG. 1.2: Influence de trois paramètres sur les fonctions récepteur pour un modèle deux couches. a) influence de  $V_P$ , b) influence de  $h$ , c) influence du rapport  $V_P/V_S$ .

et des multiples sont décalées dans le temps (retardées) lorsque la profondeur de l'interface augmente (figure 1.2 b).

Ainsi, une seule donnée va permettre d'avoir accès à trois paramètres. En contrepartie, si l'on veut avoir de bonnes contraintes sur ces trois paramètres, il faudra travailler sur des fonctions récepteur de très bonne qualité. Une fonction récepteur sur laquelle il serait difficile d'individualiser les pics majeurs ne permettrait de retrouver aucun des paramètres mentionnés ci-dessus.

## 1.2 La tomographie télésismique

### 1.2.1 Introduction

Les fonctions récepteur nous permettent d'avoir une première idée de la structure de la Terre en nous indiquant la profondeur des interfaces qui la constitue. Cependant nous n'avons aucune indication des structures présentes entre ces interfaces. C'est là que la tomographie va nous être précieuse puisqu'elle permet de voir à l'intérieur de la Terre. Cependant, la résolution de notre image va dépendre de la qualité mais aussi de la quantité de données. Or, nos données sont les séismes, nous ne pouvons donc contrôler ni leur nombre, ni leur magnitude, ni leur localisation, si bien que nous ne pouvons espérer avoir une image nette du sous-sol mais plutôt une image floue des structures présentes en profondeur car elles sont "mal" échantillonnées.

Plusieurs types de tomographie ont été développées de manière à pouvoir imager uniquement la croûte avec une grande résolution ou bien l'ensemble de la croûte et du manteau avec une résolution moindre :

- *La tomographie locale* : dans cette méthode, les sources sont contenues dans la zones étudiée, la localisation de l'épicentre ainsi que le temps origine sont alors des paramètres à modéliser par la résolution itérative d'un problème non linéaire. Il s'agit donc de déterminer les variations de vitesse absolue ainsi que la position de la source. L'avantage de la tomographie locale est la bonne résolution spatiale liée à une grande densité de stations. Cependant, la profondeur d'investigation reste limitée du fait de la faible extension du réseau sismologique (quelques dizaines de kilomètres). De plus, dans les cas où la sismicité est restreinte en essaim ou localisée en profondeur on observe une diminution de la résolution. Nous pouvons citer Latorre *et al.* (2004) et Daly *et al.* (2008) comme exemple de tomographie locale respectivement dans le Golfe de Corinthe et dans le rift Ethiopien.
- *La tomographie globale*, à l'inverse, utilise les réseaux sismologiques mondiaux pour une étude à l'échelle des continents. Les temps d'arrivée des événements sismiques à des stations réparties sur l'ensemble du globe permettent d'imager les perturbations de vitesse jusqu'au manteau inférieur mais avec une plus faible résolution

(de l'ordre de 50 - 100 km)(e.g. Van der Hilst *et al.*, 1997).

- *La tomographie régionale* : c'est une approche intermédiaire qui consiste à utiliser les temps d'arrivée de télé-séismes aux stations d'un réseau régional. Cette méthode permet d'obtenir des hétérogénéités de vitesse relatives localisées dans la croûte et le manteau supérieur. La résolution atteinte ici est supérieure à celle d'une tomographie globale (décakilométrique) et dépend de la distance entre les stations (e.g. Wittlinger *et al.*, 1996) .

Notons que les trois types de tomographie présentés ici utilisent les variations de temps de trajet des rais de la source au récepteur. D'autres types de données contenus dans les traces sismiques permettent également d'imager en profondeur. La tomographie en ondes de surface permet, entre autres, de détecter les variations de vitesse en domaine océanique et/ou d'anisotropie (e.g. Stutzmann et Montagner, 1993; Debayle et Sambridge, 2004).

Dans la suite de ce paragraphe, l'objectif ne sera pas de faire une étude systématique des méthodes de tomographie mais plutôt d'expliquer en quoi la tomographie télé-sismique régionale est l'outil le plus approprié dans notre cas.

Dans le cas de l'inversion conjointe, nous devons trouver deux méthodes géophysiques qui sont complémentaires et dont la résolution du problème inverse ne soit pas excessivement complexe. La tomographie locale présente un problème déjà très non linéaire, il est donc difficile de la coupler à une inversion gravimétrique. Concernant la tomographie globale, s'il est en théorie plus simple de la coupler à de la gravimétrie, en pratique jusqu'à récemment nous n'avions pas de données gravimétriques à cette échelle. Les données de GRACE devrait cependant pouvoir combler ce manque. La tomographie régionale a donc l'avantage de présenter une certaine complémentarité avec les données gravimétriques (anomalie de Bouguer) et un problème moins complexe que la tomographie locale. De plus, les longueurs d'ondes des variations de vitesse et de profondeur des interfaces données par les fonctions récepteurs donnent à cet outil une meilleur compatibilité avec des études régionales.

## 1.2.2 La tomographie télé-sismique régionale

### 1.2.2.1 Principe général

La première méthode de tomographie proposée fut celle de Aki, Christofferson et Husebye (1974) qui pris le nom de ses trois auteurs (ACH). Cette méthode utilise les différences de temps d'arrivée observés et théoriques et fut appliquée à des télé-séismes ou séismes lointains. L'utilisation de ces télé-séismes permet la validation d'une hypothèse fondamentale en tomographie télé-sismique régionale (e.g. Masson et Trampert, 1997) à savoir que les trajets, de l'hypocentre jusqu'aux stations, des différents rais provenant d'un

même évènement, seront identiques sur une grande partie du parcours comme l'illustre la figure 1.3. Ainsi, les grandes hétérogénéités de vitesse situées en profondeur auront le même effet sur les temps d'arrivée des rais. De cette manière, les différences de temps d'arrivée des rais aux stations ne seront générées que par les "petites" hétérogénéités localisées dans la croûte et le manteau supérieur directement sous le réseau. Cette hypothèse est raisonnable dans la mesure où la dimension du réseau de stations est faible par rapport aux distances épicentrales des évènements utilisés.

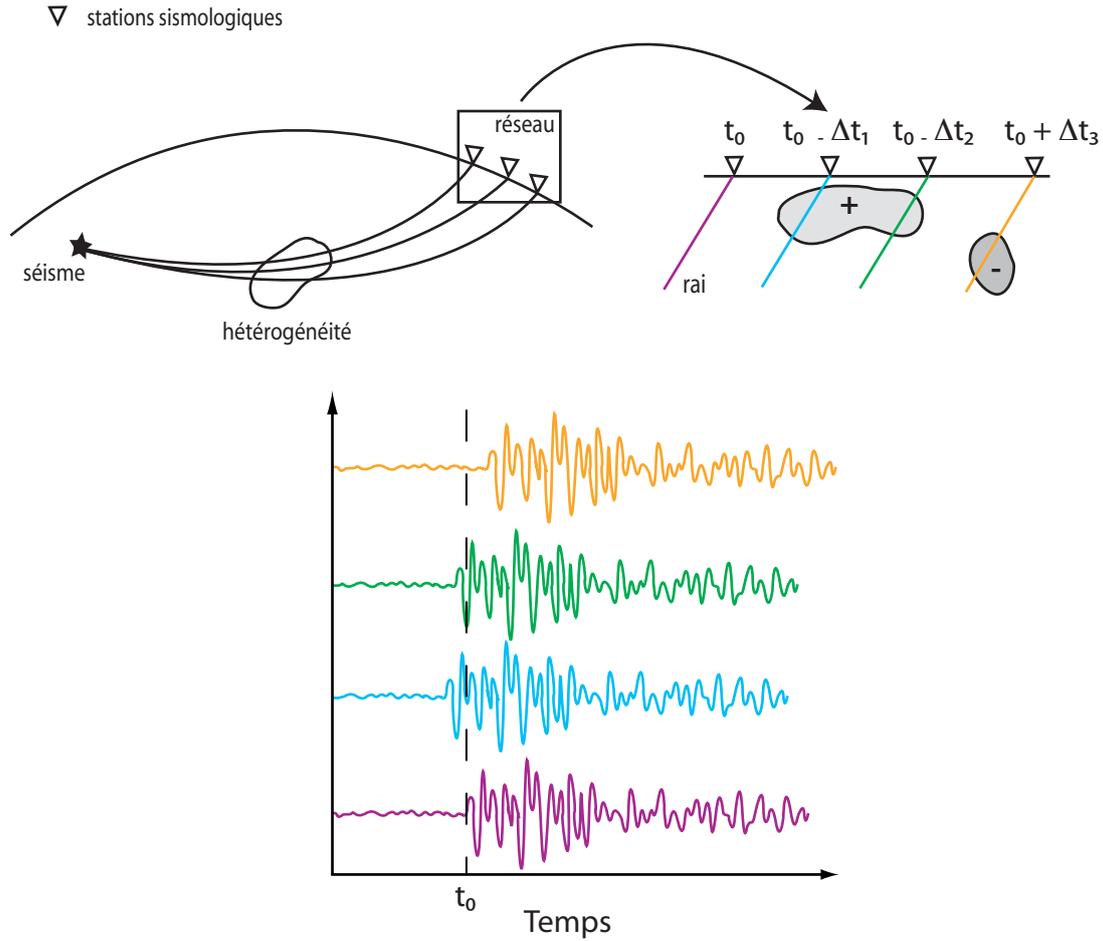


FIG. 1.3: Principe de la tomographie télé-sismique régionale. Les rais sont affectés de la même manière par les hétérogénéités profondes, seules les anomalies de vitesse (positives ou négatives) affecteront les temps d'arrivées de ces rais. Les rais ayant traversé des anomalies de vitesse lente (ici en jaune) / rapide (ici en vert et violet) arriveront plus tard/tôt que les rais n'ayant pas traversé d'anomalies de vitesse (violet)

### 1.2.2.2 Les résidus de temps de trajet

Lors de sa propagation à l'intérieur de la Terre, un rai sismique est affecté par les différentes structures qu'il traverse et qui se traduisent par des variations de vitesse

associées à des anomalies de température, à des différences de composition chimique et minéralogique. Ainsi, sur un enregistrement sismologique, tant la forme de l'onde que les amplitudes ou les temps d'arrivée des différentes phases contiennent des informations sur le parcours du rai, la source,...

Les rais étant affectés de la même manière par les grandes hétérogénéités mantelliques, les petites hétérogénéités vont retarder ou accélérer les rais selon qu'elles sont caractérisées par une vitesse lente ou rapide respectivement. Cela se traduira donc, à la station, par un retard ou une avance du rai par rapport au temps théorique calculé pour un modèle de référence homogène et sphérique de type IASP91 (Kennett et Engdahl, 1991) ou encore PREM (Dziewonski et Anderson, 1981), etc... Cette différence entre le temps d'arrivée théorique et le temps d'arrivée calculé est appelé **résidu de temps de trajet**. C'est ce paramètre qui est inversé pour l'obtention d'un modèle tomographique. Le résidu peut s'écrire sous la forme :

$$r_{ij} = t_{obs,ij} - t_{calc,ij} \quad (1.13)$$

- $r_{ij}$  est le résidu d'un récepteur  $i$  pour une source  $j$
- $t_{obs,ij}$  est le temps d'arrivée observé
- $t_{calc,ij}$  est le temps d'arrivée calculé.

Dans notre cas, les temps de trajets théoriques sont calculés à partir du modèle IASP91 (Kennett and Engdahl, 1991). D'après la formule ci-dessus, un retard en temps, et donc une hétérogénéité à faible vitesse, génère un résidu positif. Au contraire, un résidu négatif sera lié à une anomalie de vitesse positive. En réalité, ce paramètre ne traduit pas uniquement les variations de vitesses liées aux anomalies crustales et mantelliques mais contient aussi les incertitudes sur la localisation géographique de la source et sur son temps origine, et des différences de temps de trajet dues aux écarts, dans le noyau ou le manteau profond, entre le modèle de référence utilisé et la Terre réelle. On peut donc l'écrire sous la forme :

$$r_{ij} = r_{ij}^{source} + r_{ij}^{trajet} \quad (1.14)$$

avec  $r_{ij}^{source}$  le terme lié à la source et  $r_{ij}^{trajet}$  celui lié au trajet.

Pour un séisme donné, les effets de la source sont identiques pour toutes les stations le terme  $r_{ij}^{source}$  est donc une constante. Le second terme de l'équation est lié à l'existence d'anomalies de vitesse le long du parcours du rai entre la source et zone étudiée. Rappelons que l'on considère en tomographie télésismique régionale que les rais ont un parcours similaire sur cette portion de leur trajet, une partie de ce terme est donc lui aussi constant pour un séisme donné.

Un moyen communément utilisé pour s'affranchir de ces deux termes d'erreur est de soustraire à tous les résidus d'un même événement le résidu moyen à toutes les stations.

On travaille alors avec des résidus relatifs (cf. Masson (1995) ou Evans et Achauer (1993) pour les différentes possibilités).

### 1.2.3 Expression du problème direct

Le temps de trajet théorique d'une onde sismique dans un milieu est fonction de la vitesse ( $v(s)$ ) ou lenteur  $u(s) = \frac{1}{v(s)}$  le long du rai ( $S$ ) :

$$T = \int_S \frac{ds}{v(s)} = \int_S u(s) ds \quad (1.15)$$

La tomographie n'a de sens que si l'on introduit une perturbation de vitesse dans le milieu étudié, cette perturbation le long du parcours du rai s'écrit sous la forme :

$$\Delta T = \int_S -\frac{\delta v(s)}{V^2(s)} ds = \int_S \delta u(s) ds \quad (1.16)$$

Faire de la tomographie consiste donc à inverser cette dernière équation, c'est à dire à déterminer les perturbations de lenteur  $\delta u(s)$  à partir des résidus de temps de trajet  $\Delta T$ .

## 1.3 Exemple d'acquisition de données sismologiques : Le Golfe d'Aden

### 1.3.1 Présentation rapide du projet YOCMAL

La mission YOCMAL SEISNET s'inscrit dans le cadre beaucoup plus large qu'est l'ANR YOCMAL (pour YOUNG Conjugate MARGINS Laboratory). Ce projet consiste en une étude pluridisciplinaire de l'ensemble de la marge Nord du Golfe d'Aden et d'une petite partie de sa marge Sud sur l'île de Socotra avec pour but de mieux comprendre les processus de rifting et d'océanisation. Ce projet fait suite à plusieurs travaux réalisés dans la partie Est du Golfe d'Aden avec notamment des missions d'acquisitions géophysiques. Les principaux objectifs sont d'étudier

- la structure profonde et le régime thermique par tomographie sismique, le déploiement d'OBS, l'étude du flux de chaleur ;
- la structure crustale par l'étude des relations tectonique - sédimentation, de fonctions récepteur, des anomalies gravimétriques, de dragages au niveau de la transition océan - continent, de la chimie des basaltes ;
- les mouvements verticaux au cours du Cénozoïque par des analyses de la topographie - bathymétrie, des travaux de terrain en sédimentologie et stratigraphie, des traces de fission sur apatite, ... ;
- l'ouverture actuelle du Golfe, notamment par des études GPS ;
- des modèles thermo-mécaniques que ce soit numériquement ou analogiquement.

Pour ma part, je me suis concentrée sur la partie sismologique de ce projet.

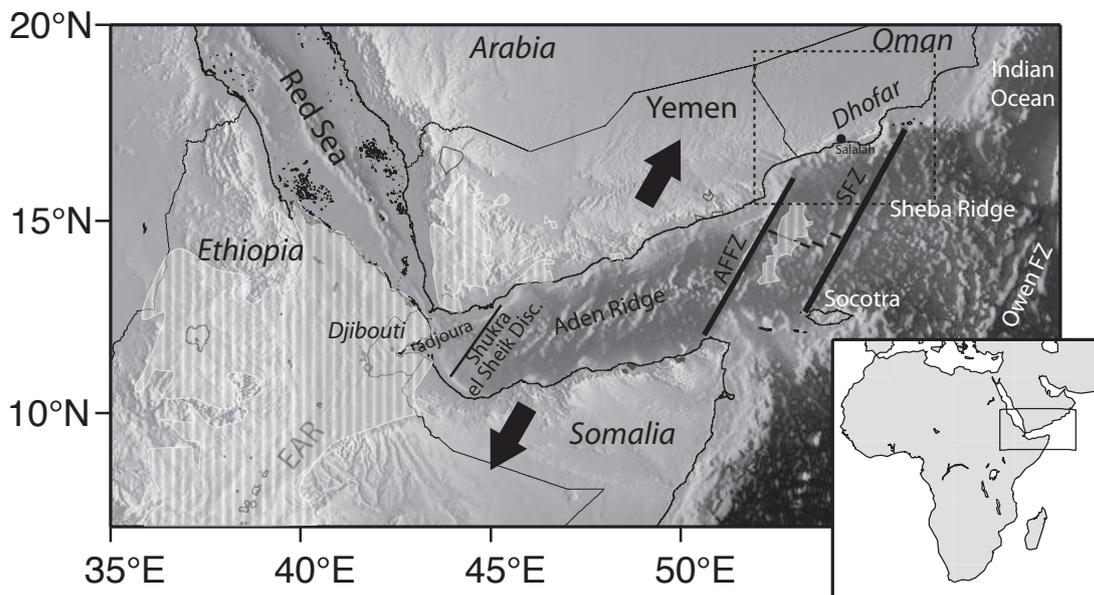


FIG. 1.4: Carte géodynamique simplifiée de la région du Golfe d'Aden. (d'après Basuyau et al. (2010)). Les zones hachurées sont les régions volcaniques. AFFZ et SFZ sont les zones de fracture d'Alula-Fartak et Socotra-Hadbeen, respectivement. Les flèches noires indiquent la direction d'extension.

### 1.3.2 La mission SEISNET

SEISNET est le réseau sismologique déployé dans le cadre de YOCCAL. Avant de détailler plus avant ce réseau il est nécessaire de présenter les précédentes études sismologiques réalisées sur la marge Nord du Golfe d'Aden et plus précisément dans le Dhofar (Sultanat d'Oman).

#### 1.3.2.1 Les réseaux antérieurs dans la région

Les études géophysiques concernant le domaine continental de la zone Encens - Sheba ont été peu nombreuses. Le laboratoire de Tectonique de Paris VI s'est investi, depuis quelques années, dans l'étude de la structure profonde de cette marge. C'est pourquoi 29 stations sismologiques ont été déployées en deux temps dans cette zone avec un premier réseau en 2003 et un deuxième en 2005 coordonné avec une acquisition de sismique réfraction terre-mer en 2006 (Encens - OBS) (Leroy *et al.*, 2010). Les données ainsi récoltées ont permis à Tiberi *et al.* (2007) de déterminer la profondeur du Moho, par l'étude des fonctions récepteurs, sur un transect Nord - Sud perpendiculaire à la marge. Cette étude montre un amincissement crustal du Nord au Sud, avec un Moho à 32-34 km au Nord du réseau et à 28 km sous Salalah. Cet amincissement se poursuit vers le Sud en mer,

jusqu'à la croûte océanique, comme le montrent les premiers résultats de la campagne Encens-OBS réalisée en 2006 sur des profils terre/mer (Leroy *et al.*, 2006). Une seconde étude de fonctions récepteurs pour le réseau 2003 (Basuyau, 2006) a permis de déterminer les profondeurs des interfaces crustales (sédiments - sédiments et socle - sédiments), et de confirmer les profondeurs du Moho de Tiberi *et al.* (2007) par une méthode d'inversion différente. Par ailleurs, avec les données du réseau 2003/2004, l'analyse de la biréfringence des ondes SKS reflétant l'anisotropie du manteau est en accord avec les données de terrain.

Une première étude tomographique a été réalisée par Pointu (2007) à partir de données provenant des onze premières stations sismologiques de 2003 dans le but d'imager les structures lithosphériques de cette marge passive. Cette étude a montré les limites de l'utilisation d'un réseau trop local (problème d'éclairage des structures notamment). C'est pourquoi, une deuxième étude a été réalisée en utilisant la totalité des stations déployées en 2003 et 2005 pour effectuer une inversion conjointe gravimétrie - tomographie (Basuyau *et al.*, 2010). L'inversion conjointe a révélé la présence de deux anomalies de vitesse d'échelle lithosphérique localisées de part et d'autre du réseau et dans le prolongement de grandes zones de fracture. Ces anomalies pourraient être le lieu de fusion partielle.

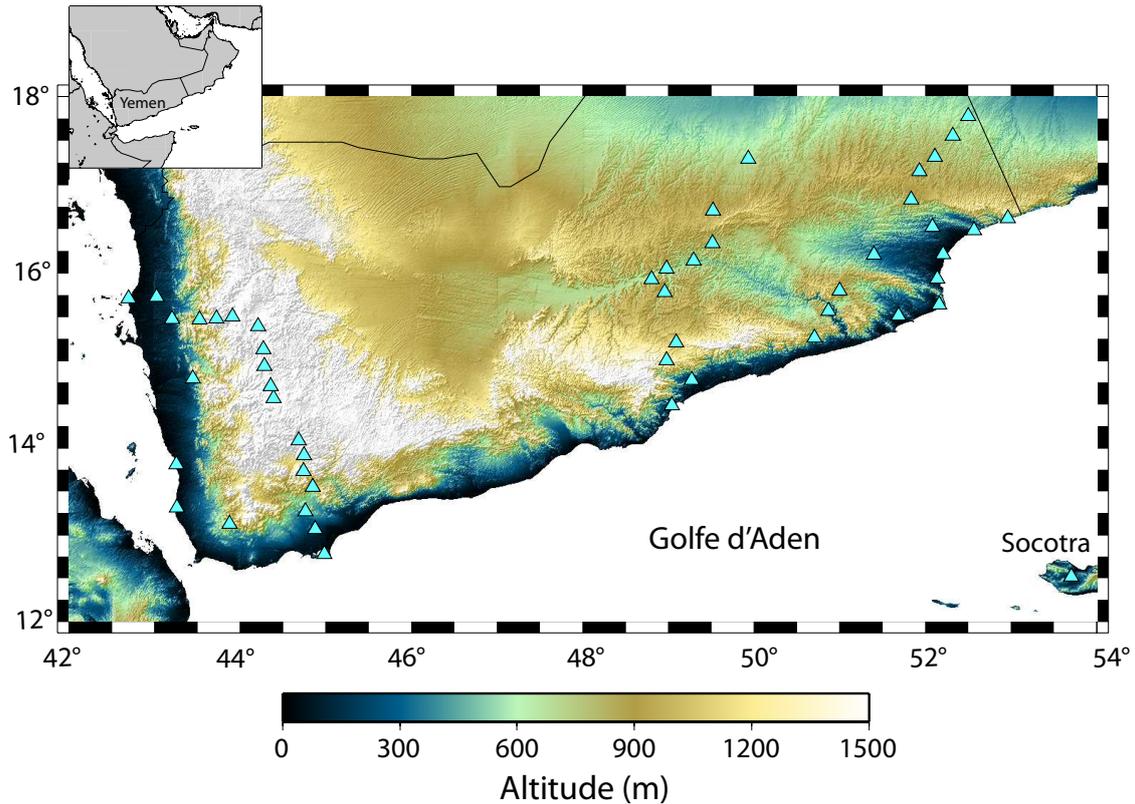


FIG. 1.5: Localisation des stations du réseau Seisnet pour l'année 2009 - 2010.

Par ce nouveau réseau de stations SEISNET (figures 1.5 et 1.6), nous voulons donc étendre nos connaissances des structures crustales et lithosphériques à l'ensemble de la

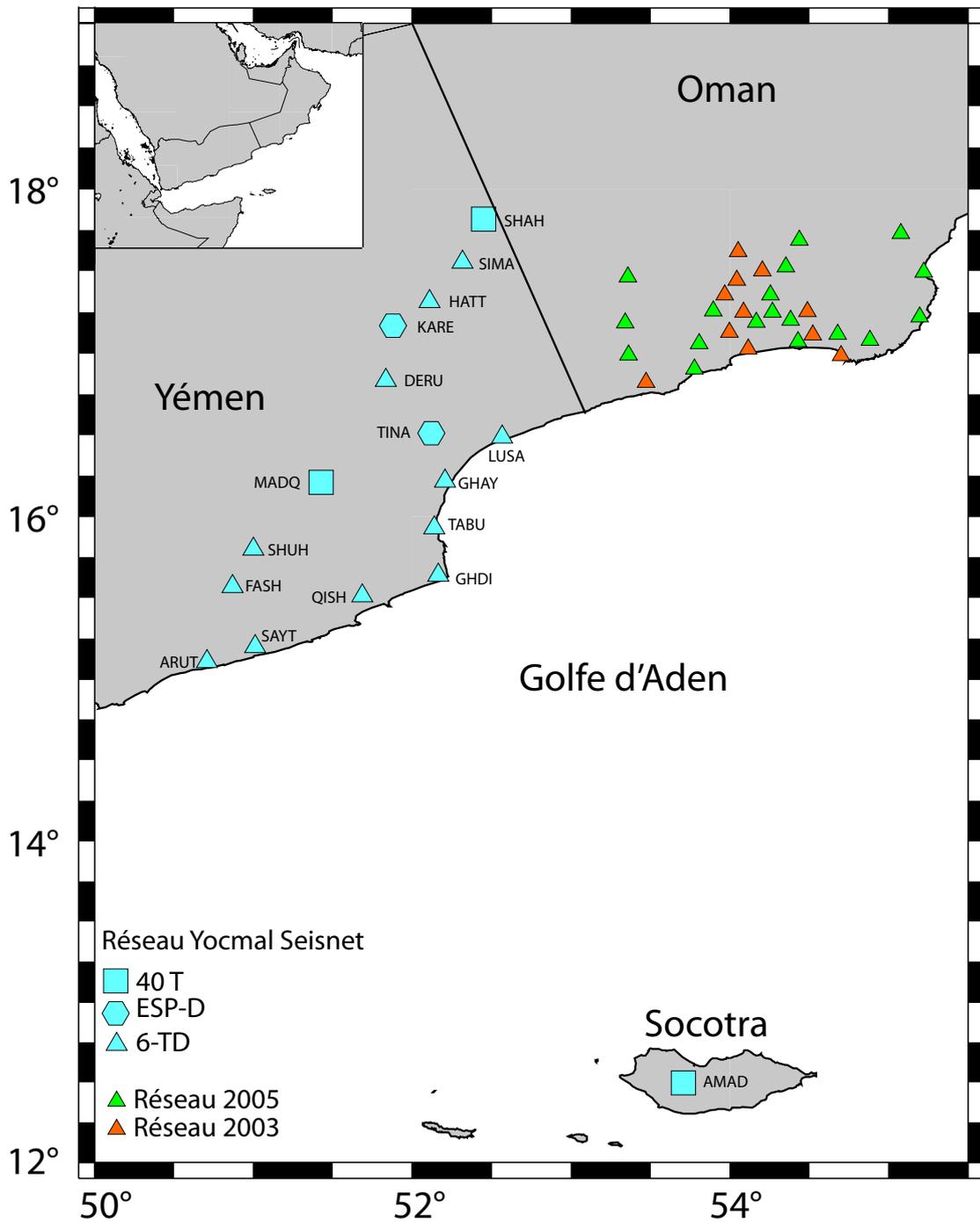


FIG. 1.6: Carte des différents réseaux installés entre le Yémen oriental et l'Oman occidental depuis 2003. Les stations du réseau Seisnet sont celles pour lesquelles j'ai participé à l'installation.

marge Nord du Golfe d'Aden ainsi qu'à une partie de la marge Sud. Ceci permettra, entre autre, de mieux contraindre l'étendue des anomalies de vitesse lithosphérique déjà imagées par les précédents réseaux, d'essayer de comprendre les modalités du passage d'une marge volcanique à une marge non volcanique vers l'Est, de comparer marge Nord et marge Sud et d'étudier l'évolution lithosphérique due à la présence du point chaud des Afars.

### 1.3.2.2 Organisation et déploiement

Le réseau a été déployé en deux temps. Durant la première phase, 49 stations ont été installées au Yémen continental et disposées selon trois profils orientés globalement Nord-Sud à Nord-Est Sud-Ouest. Ces trois profils sont localisés à l'Ouest, au centre et à l'Est du Yémen comme illustré sur la figure 1.5. Les stations ont été déployées en Mars 2009 pour une durée de un an. Elles ont ensuite été redéployées, pour la première moitié au Sultanat d'Oman et, pour la seconde moitié, sur l'île de Socotra pour une durée identique.

### 1.3.2.3 Les stations

J'ai participé au déploiement du profil Est avec Sylvie Leroy et Hakim Ahmed, au cours duquel nous avons installé 13 stations durant la mission mars - avril 2009. Trois stations ont été déployées par la suite pour compléter le profil vers le sud. Nous avons installé trois types de stations qui sont les ESPD, les 6-TD et les reftek associées à des 40-T. Les figures 1.8 et 1.7 montrent deux exemples d'installation de station sur le réseau.



FIG. 1.7: *Exemple de site finalisé et protégé.*

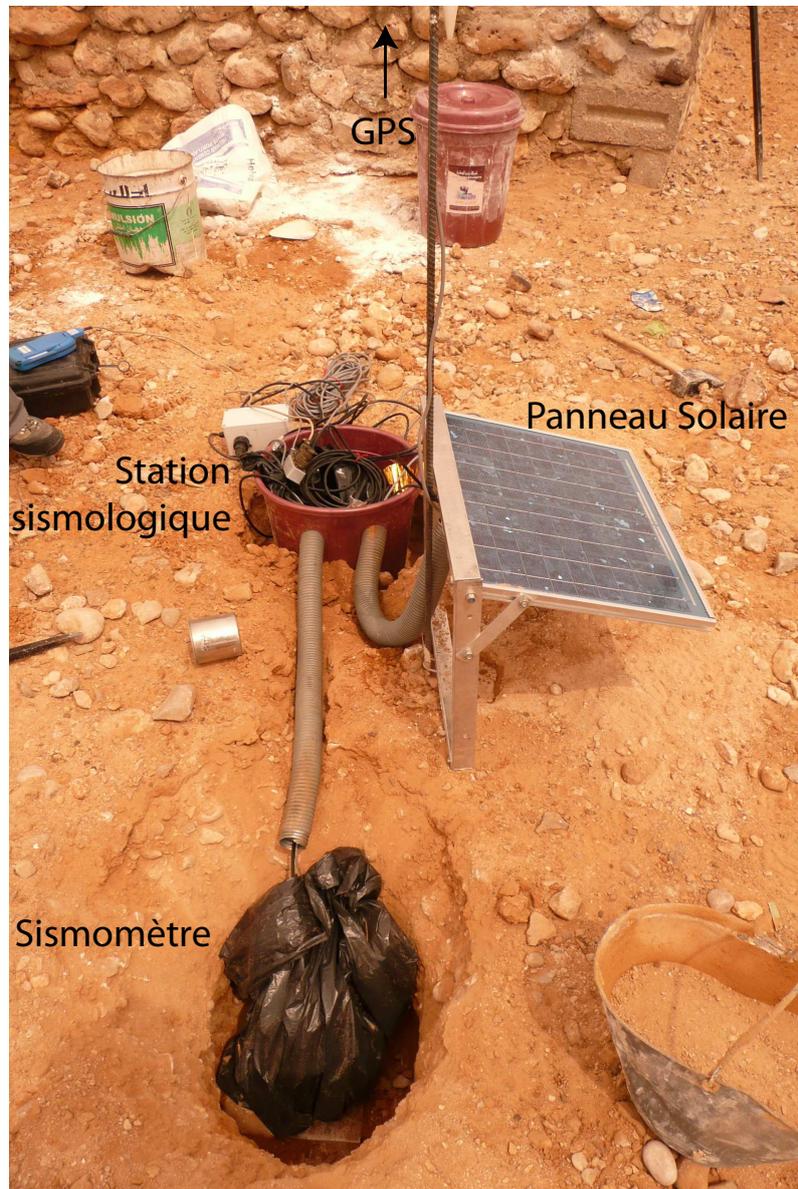


FIG. 1.8: *Exemple d'organisation typique d'un site pour l'installation d'une station sismologique ESP, avec les différentes composantes de la station.*

## 1.4 La gravimétrie

La gravimétrie est une méthode géophysique dont le but est de mesurer et d'étudier les variations du champ de pesanteur que ce soit dans l'espace ou dans le temps. Nous nous intéresserons particulièrement aux variations de densité dans le globe qui vont générer des variations de pesanteur : à l'aplomb d'un corps lourd la pesanteur sera plus forte qu'à l'aplomb d'un corps léger. S'il est possible de calculer / mesurer l'effet d'une variation de densité dans le sol, il va donc être possible (mais difficile) de procéder à une inversion pour retrouver les variations de densité à partir des variations du champ de pesanteur.

### 1.4.1 Rappels théoriques

Le champ de pesanteur résulte de la somme de quatre composantes qui sont (1) le champ newtonien, (2) la force centrifuge, (3) le champ dû à l'attraction Lune - Soleil et (4) les forces de cohésion. Les forces de cohésion équilibrent les trois premières composantes en évitant aux particules qui se trouvent à la surface ou à l'intérieur de la Terre de se précipiter en son centre. La force centrifuge résulte de la rotation de la Terre. Elle est nulle aux pôles et maximale à l'équateur avec près de 5% de contribution au champ de pesanteur. Quant à l'attraction Lune - Soleil, elle peut être considérée comme négligeable puisqu'elle n'intervient dans le champ de pesanteur qu'avec une fraction totale maximale de l'ordre de  $3 \cdot 10^{-8}$ . La Force Newtonienne est donc celle qui a la plus grande contribution au champ de pesanteur, cette contribution varie de 95% à l'équateur à 100% aux pôles (Dubois et Diament, 1997).

La force newtonienne est une force d'attraction qui s'exerce entre deux masses  $m$  et  $m'$  dont les dimensions caractéristiques sont petites par rapport à la distance  $d$  qui les sépare, on peut l'écrire :

$$\vec{F} = \frac{Gmm'}{d^2} \vec{u} \quad (1.17)$$

où  $G$  est la constante gravitationnelle universelle dont la valeur est  $G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ , et  $\vec{u}$  est un vecteur unitaire colinéaire à  $d$ . Si l'on considère maintenant que l'une des deux masses est la Terre notée  $M$  et qu'elle présente une distribution de masse homogène, on peut alors écrire que son effet gravitationnel sur un point extérieur est identique à celui d'une source ponctuelle où toute masse serait concentrée en son centre (Dubois et Diament, 1997).

On peut alors écrire que la Terre exerce en un point quelconque de masse  $m$  situé à sa surface une force  $F$  telle que :  $F = G \frac{Mm}{R^2}$ . Avec  $R$  la distance entre le centre de la Terre et la masse  $m$ , soit le rayon terrestre. En introduisant le principe fondamental de la dynamique on obtient la formule de l'accélération de la pesanteur :

$$F = mg = G \frac{Mm}{R^2} \quad (1.18)$$

$$g = G \frac{M}{R^2} \quad (1.19)$$

Rappelons que cette formule s'applique à une Terre homogène et sphérique ce qui signifie de densité constante ou, tout au moins, dont la densité ne varie que radialement. La pesanteur s'exprime en *Gal* ou en  $m.s^{-2}$  avec  $1mGal = 10^{-5}m.s^{-2}$ . La valeur moyenne de la pesanteur à la surface du globe est de 981 000 *mGal*.

### 1.4.2 Géoïde et surface équipotentielle

Le géoïde est une surface équipotentielle de pesanteur, c'est à dire une surface sur laquelle le potentiel de pesanteur est constant (figure 1.9). Il correspond à la surface moyenne des océans. En revanche, il ne correspond pas à la surface topographique sur les continents et sa forme dépend de la répartition des masses à l'intérieur de la Terre. C'est le géoïde qui définit la "forme" de la Terre.

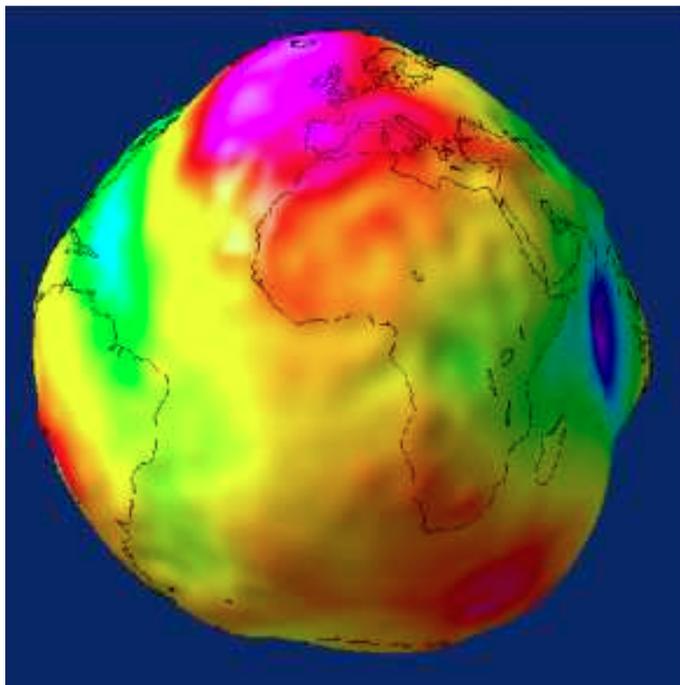


FIG. 1.9: Représentation de la hauteur du géoïde avec une forte exagération par rapport au diamètre de la Terre (document LEGOS-CRGS/CNES).

On définit par rapport à ce potentiel l'accélération  $\vec{g}$  telle que :

$$\vec{g} = -\overrightarrow{\text{grad}U} \quad (1.20)$$

Le géoïde étant une surface équipotentielle, elle est normale en tous points à la direction du champ. Or, au dessus d'un excès de masse par exemple, la direction du champ lié à la masse excédentaire sera orienté vers elle (figure 1.10). La direction du champ de pesanteur,

somme du champ généré par la masse et du champ normal, sera donc modifiée (Dubois et Diament, 1997). L'accélération de  $\vec{g}$  n'est donc pas constante sur le géoïde.

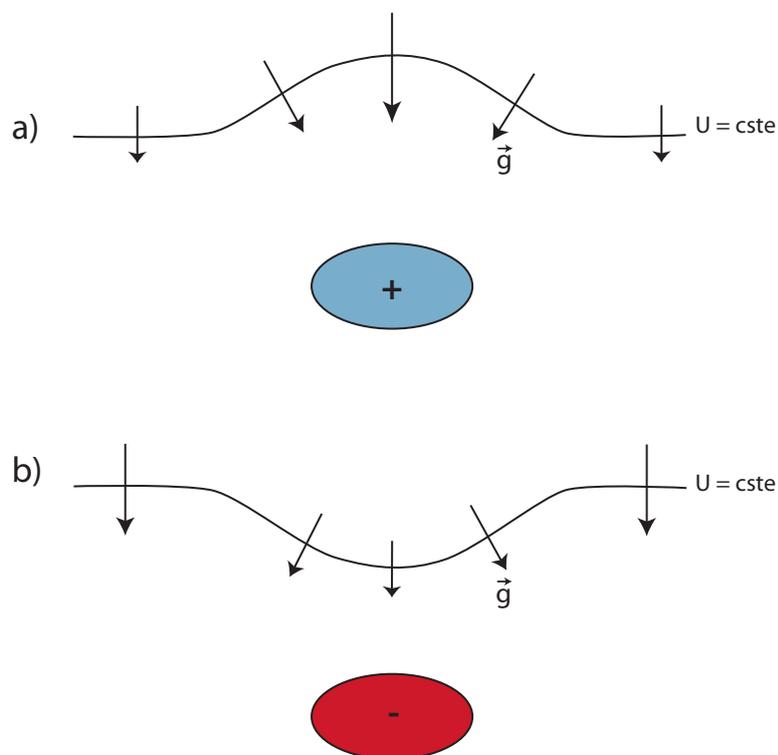


FIG. 1.10: Evolution de la direction du champ de pesanteur au dessus a) d'une anomalie de densité positive et b) négative.

Il est possible de calculer une surface équipotentielle qui se rapproche au mieux du géoïde, on appelle cette surface ellipsoïde de référence. Le géoïde présente des ondulations par rapport à l'ellipsoïde, celles-ci reflètent les hétérogénéités de densité présentes à l'intérieur de la Terre.

En tout point de l'ellipsoïde, il est possible de calculer une valeur théorique de l'accélération de la pesanteur. Cette valeur théorique ne dépend que de la latitude sur l'ellipsoïde :

$$g = g_0(1 + k_1 \sin^2 \phi - k_2 \sin^2 2\phi) \quad (1.21)$$

où  $g_0$  est la pesanteur à l'équateur,  $k_1$  et  $k_2$  sont des constantes qui dépendent de la forme et de la vitesse de rotation de la Terre. Ces constantes sont données par l'Union Géodésique et Géophysique Internationale.

### 1.4.3 Corrections et anomalies gravimétriques

Les mesures de la pesanteur à la surface de la Terre diffèrent généralement des valeurs théoriques calculées sur l'ellipsoïde de référence. Il est intéressant de pouvoir comparer ces

deux valeurs pour avoir accès à des anomalies gravimétriques. Cependant, nous sommes confrontés à certains problèmes qu'il faudra résoudre.

En premier lieu, il faut rappeler que la valeur théorique est calculée sur l'ellipsoïde de référence, or, bien généralement les mesures faites à la surface de la Terre ne sont pas sur cet ellipsoïde. Il faut donc tenir compte de la distance entre la surface où l'on connaît la valeur théorique et celle où on la mesure. De plus, le modèle qui nous a servi pour calculer la valeur théorique de la pesanteur ne tient pas compte de la présence de masses entre ces deux surfaces. Il va donc falloir appliquer des corrections sur la valeur théorique pour pouvoir comparer véritablement valeur théorique et mesurée de la pesanteur. Les trois principaux types de corrections sont la correction à l'air libre, la correction de plateau et la correction topographique. Notons qu'il existe d'autres corrections mais qui s'appliquent dans des cas très particuliers comme la réalisation de mesures aéroportées, prises d'un bateau, etc... .

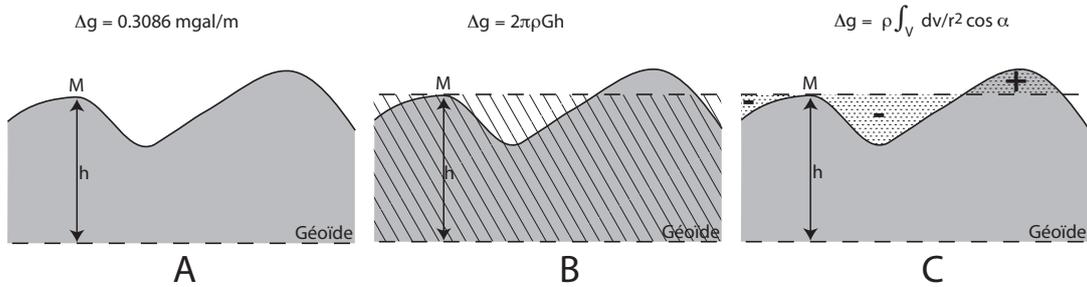


FIG. 1.11: Les différentes corrections gravimétriques : A la correction à l'air libre, B la correction de plateau et C la correction topographique, avec M le point de mesure.

#### 1.4.3.1 La correction à l'air libre

La correction à l'air libre permet de ramener la valeur théorique calculée sur l'ellipsoïde  $g_0$  à l'altitude  $z$  à laquelle la mesure  $g_z$  a été faite. On néglige dans ce cas les masses situées au dessus du niveau de référence. Le gradient vertical du champ de pesanteur est à peu près constant sur la Terre et vaut  $0,3086 \text{ mGal/m}$ . Rappelons que l'intensité du champ diminue avec l'altitude.

#### 1.4.3.2 La correction de plateau

La correction de plateau permet de soustraire l'effet des masses situées entre le point de mesure et l'ellipsoïde. La perturbation générée par des terrains de densité  $\rho$  situés à une altitude  $z$  est assimilée à celle d'un plateau d'épaisseur  $z$ , elle s'exprime de la manière suivante :

$$\Delta g = 2\pi\rho Gh \quad (1.22)$$

$$\Delta g = 0,0419\rho h \quad (1.23)$$

avec  $h$  exprimé en mètres.

La correction de plateau doit toujours être effectuée sur la valeur théorique.

### 1.4.3.3 La correction topographique

La correction topographique prend en compte les reliefs présents à proximité du point de mesure. Ce relief, que ce soit un creux ou une bosse, a toujours un effet gravitationnel dirigé vers le haut et fait, par conséquent, diminuer la valeur de la pesanteur au point de mesure. Il faut donc ajouter l'effet du relief à la valeur théorique. La contribution du relief est proportionnelle à la densité  $\rho$  par l'intermédiaire d'un terme  $T$ , celui-ci s'obtient par un calcul complexe ( $T = \int_v \frac{dv}{r^2} \cos\alpha$ ). On utilise généralement un modèle numérique de terrain pour calculer ce terme.

En appliquant ces corrections on a donc accès aux anomalies gravimétriques. Deux principaux types d'anomalies ont été définies :

### 1.4.3.4 L'anomalie à l'air libre

Cette anomalie résulte de la différence entre la valeur de la pesanteur mesurée et la valeur théorique corrigée de la correction à l'air libre. Elle présente le désavantage, pour des faibles longueurs d'ondes, d'avoir plutôt une signature corrélée à la topographie. C'est souvent la plus utilisée en domaine marin.

$$A_{airlibre} = g_m - (g_0 - 0.3086h) \quad (1.24)$$

avec  $h$  orienté vers le haut et exprimé en mètres.

### 1.4.3.5 Les anomalies de Bouguer

Les anomalies de Bouguer permettent de tenir compte de l'effet gravitationnel des masses situées entre l'ellipsoïde et le point de mesure. On différencie l'anomalie de Bouguer simple de l'anomalie de Bouguer complète. L'anomalie de Bouguer simple est la différence entre la valeur mesurée de la pesanteur et la valeur théorique corrigée des corrections à l'air libre et de plateau.

$$A_{Bouguersimple} = A_{airlibre} - 0.0419\rho h \quad (1.25)$$

$$A_{Bouguersimple} = g_m - (g_0 - 0.3086h + 0.0419\rho h) \quad (1.26)$$

Pour l'anomalie de Bouguer complète, on applique en plus les corrections de terrain. Cette anomalie révèle les hétérogénéités de masses situées sous la surface topographique. C'est cette anomalie que l'on utilisera préférentiellement pour des études d'échelle crustale à lithosphérique.

$$A_{Bouguercomplete} = A_{Bouguersimple} + \rho T \quad (1.27)$$

$$A_{Bouguercomplete} = g_m - (g_0 - 0.3086h + 0.0419\rho h - \rho T) \quad (1.28)$$

## 1.5 Conclusion

Nous avons donc montré que ces trois méthodes apportent des informations différentes sur le milieu qu'elles échantillonnent. Néanmoins, une complémentarité certaine les relie puisqu'à elles trois, la tomographie télésismique, la gravimétrie et les fonctions récepteur permettent de contraindre l'ensemble de la lithosphère, et ce, avec des sensibilités aux paramètres (vitesse, densité) différentes. L'idée est alors tentante de vouloir passer toutes ces données dans une grande moulinette qui nous renvoie une quasi photographie de l'intérieur de la Terre. Le terme moulinette désigne en réalité les inversions conjointes, le chapitre suivant leur est consacré.



---

## LES INVERSIONS CONJOINTES

Les inversions géophysiques ont été très développées afin d'imager avec la meilleure résolution possible l'intérieur de notre Terre. Rapidement, il est apparu que ces méthodes ne donnent pas une image vraie du sous-sol, mais une image entachée d'erreurs dues à la non unicité des solutions, aux incertitudes sur les données, les approximations des lois physiques, ... . Une solution pour passer outre ces problèmes est de combiner les méthodes géophysiques pour augmenter les contraintes sur nos modèles. Depuis quelques années, il devient donc crucial de considérer plusieurs types de données géophysiques lorsque l'on veut imager le sous-sol. Plusieurs de ces inversions combinées ont été utilisées avec succès. Citons par exemple Sasaki (1989) qui inverse conjointement des données magnétotelluriques et de résistivité dipôle - dipôle, Zeyen et Achauer (1997) puis Tiberi *et al.* (2003) qui proposent quant à eux une inversion simultanée tomographie télésismique - gravimétrie à une échelle régionale ou encore Zhang et Oldenburg (1999) qui n'utilisent qu'un seul jeu de données pour inverser simultanément susceptibilité magnétique et conductivité électrique. Plus récemment, toujours dans le but de contraindre un peu plus les modèles géophysiques, Moorkamp *et al.* (2007) ont mis au point un processus d'inversion prenant en compte à

la fois des fonctions récepteurs télésismiques et des données magnétotelluriques longue période.

Le but de ce chapitre n'est bien évidemment pas de réaliser une liste exhaustive de toutes les méthodes d'inversion mais de présenter quelques unes d'entre elles qu'il a paru pertinent de détailler ici. En premier lieu, les problèmes inverses seront définis puis nous détaillerons quelques méthodes d'inversion, en insistant sur les méthodes qui sont basées sur des algorithmes de recherche puisque les moyens de calculs en plein développement permettent désormais de les utiliser à grande échelle.

Nous présenterons ensuite quelques inversions conjointes qui utilisent des algorithmes de recherche et/ou qui ont montré qu'une inversion fonctions récepteur - tomographie télésismique - gravimétrie pourrait être tout à fait pertinente dans l'imagerie des structures lithosphériques. Pour plus de détails sur les méthodes présentées ci-après, le lecteur pourra se reporter à des ouvrages tels que Menke (1984) ou Tarantola (2005).

## 2.1 Généralités sur les problèmes inverses

Le problème inverse s'oppose au problème direct, bien plus simple à résoudre, qui consiste à retrouver les conséquences d'un phénomène connu.

La résolution d'un problème direct en géophysique consiste à prédire ou calculer, à partir d'un modèle connu, les données que nous observons si nous faisons des mesures. Cela suppose une connaissance des lois physiques et des paramètres qui régissent notre système. Le problème inverse, lui, essaye de trouver les paramètres du système qui expliquent au mieux les données observées.

Un simple calcul est donc nécessaire à la résolution du problème direct, en revanche la procédure se complexifie lorsqu'il s'agit de résoudre un problème inverse. Il va alors s'agir d'approximer au mieux les paramètres du système, et ce, parce que les lois physiques ne sont pas toujours connues ou trop complexes ou encore qu'on se trouve face à une loi non linéaire. On distingue les problèmes linéaires des problèmes non linéaires. Les problèmes linéaires peuvent s'écrire sous la forme  $m = Gp$  où  $G$  est un opérateur linéaire (exemple :  $y = ax + b$ ). A l'inverse, les problèmes non linéaires s'écrivent  $m = G(p)$  où  $G$  est cette fois un opérateur non linéaire (exemple :  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial x}{\partial y} + \alpha y(x)$ ). Cette distinction est importante car en pratique un problème inverse linéaire sera beaucoup plus facile à traiter puisque plus stable que les problèmes non linéaires.

Outre les problèmes de méthode de résolution, nous sommes également confrontés au fait que les problèmes en géophysique peuvent être sous ou surdéterminés. Lorsqu'un problème est sous déterminé cela signifie qu'il n'y a pas assez de données pour retrouver l'ensemble des paramètres, à l'inverse un problème surdéterminé est un problème pour lequel il y a redondance des données, qui, de plus, peuvent ne pas être cohérentes. D'autre

part, la question de l'indépendance des données se pose également puisque dans le cas où les données sont indépendantes on parlera d'un système libre ou non contraint, lorsqu'elles ne le sont pas on a alors un système surdéterminé. Le plus souvent les problèmes géophysiques sont à la fois sous et surdéterminés. C'est le cas de la tomographie, puisque la répartition des données est loin d'être homogène : certaines régions vont être échantillonnées plusieurs dizaines de fois alors que d'autres pourront ne pas avoir été échantillonnées du tout.

La méthode la plus simple à appréhender pour résoudre les problèmes inverses serait de tester toutes les associations de paramètres possibles pour retenir la meilleure. Cette méthode ne s'applique malheureusement pas lorsque le nombre de paramètres à déterminer est grand puisqu'on est alors confronté à la puissance limitée des moyens de calcul à notre disposition. Nous verrons donc qu'il est nécessaire de développer d'autres méthodes pour approcher la solution au problème inverse posé.

### 2.1.1 Résolution matricielle

Partons d'un système comprenant des données  $d$ , des paramètres ou inconnues  $m$  et une matrice  $G$  qui comprend les coefficients des relations liants les données et les paramètres. Ces relations traduisent ici un problème direct que l'on peut écrire :

$$d = Gm \tag{2.1}$$

Ce problème peut se décomposer en deux parties qui sont :

- déterminer une solution particulière soit  $m = m_P$

$$m_P = G_P^{-1}d \tag{2.2}$$

- trouver la résolution et l'erreur de cette solution particulière (Menke, 1984)

### 2.1.2 Les probabilités - Méthode Bayésienne

Nous présentons sommairement ci-après une méthode d'inversion mise au point par Tarantola et Valette (1982) pour résoudre des problèmes inverses, en géophysique. Il s'agit d'utiliser les fonctions de densité de probabilité pour les données et les paramètres dans le but de trouver une solution générale unique et cohérente aux problèmes inverses non linéaires. L'objectif de cette méthode est de présenter un réel progrès par rapport aux formulations plus anciennes (Lanczos). Cela implique que cette nouvelle formulation doit :

- permettre de traiter aussi bien les problèmes linéaires que non linéaires,
- être valable pour des problèmes sous déterminés et surdéterminés,
- générer des solutions indépendantes de la paramétrisation du système (*i.e.* travailler avec des vitesses doit mener à la même solution que si l'on considère des

lenteurs).

- tenir compte des erreurs sur les données et des imperfections sur les lois théoriques.
- permettre l'incorporation d'informations *a priori*.

Plutôt que de chercher LA solution, les algorithmes de recherche ou méthodes stochastiques permettent de trouver une solution qui s'en rapproche et demandent moins de puissance et de temps de calcul car ils n'évaluent pas la totalité des solutions existantes. De plus, ces méthodes stochastiques n'incluent pas d'inversion de matrice ce qui les rend moins gourmandes en mémoire vive et permet d'éviter certaines approximations. Le point commun à ces méthodes est que l'on cherche à minimiser une fonction coût, dans notre cas la différence entre les données observées et calculées. Cette recherche peut se faire de différentes manières en utilisant des gradients ou du Monte Carlo, etc... .

### 2.1.3 Les algorithmes de recherche

La dernière méthode présentée consiste donc à évaluer pour chacun des modèles possibles (c'est-à-dire pour chaque association de paramètres) la probabilité que ce modèle soit le meilleur. Il faut donc réaliser ce calcul pour chacune des associations de paramètres, ces paramètres étant définis dans un intervalle de valeurs possible. Le problème que nous aurons à résoudre présente une structure classique pour de la tomographie 3D, c'est à dire une organisation en couches de noeuds de vitesse / densité. Si l'on considère que l'on a une vingtaine de noeuds sur les axes horizontaux et une dizaine en profondeur, on a donc  $20 \times 20 \times 10$  noeuds soit 4 000 paramètres à définir. Il faut maintenant indiquer le champ des valeurs possibles pour les noeuds. Des valeurs de vitesse probables sont entre 4 et 8  $km.s^{-1}$  au pas de 0.1 ce qui signifie que chacun des noeuds peut prendre 40 valeurs. On a donc  $40^{4000}$  modèles possibles pour lesquels il va falloir déterminer le maximum absolu de cette densité de probabilité, ce qui signifie, calculer pour chacun de ces modèles la probabilité qu'il soit le meilleur. Il faudrait plusieurs années à un ordinateur standard pour trouver la solution à ce problème, et, même pour des ordinateurs ou cluster de puissance de calcul supérieure le temps de calcul par cette méthode pour arriver à la solution est trop important. Il nous faut donc utiliser une méthode pour laquelle il n'est pas nécessaire d'évaluer la pertinence de chacune des solutions possibles de notre configuration.

#### 2.1.3.1 Les méthodes Monte-Carlo

Afin d'éviter de tester tous les modèles possibles, il faut trouver un moyen d'échantillonner l'espace des modèles de manière à trouver un ou plusieurs modèles qui satisfassent les données. Les méthodes de Monte-Carlo (Metropolis *et al.*, 1953; Geman et Geman, 1984) permettent une exploration aléatoire de cet espace des modèles. Si cet exercice paraît trivial à appréhender pour des modèles de petite dimension, il n'en est pas de même lorsque un grand nombre de paramètres entrent en jeu. De plus, l'ordinateur a moins de

facilité que l'être humain à générer un ensemble de nombres aléatoires. En pratique, les modèles ne sont pas générés indépendamment les uns des autres mais dépendent du ou des points générés précédemment et leur sont relativement proche. Ces méthodes explorent donc de manière simple l'espace des modèles mais ne prennent pas en compte l'adéquation du modèle testé pour générer le suivant.

D'autres algorithmes, plus complexes, ont été développés ensuite comme le recuit simulé, variante du Monte-Carlo mais qui introduit un paramètre de température et l'ajuste pendant la recherche. Le nom de cette technique provient du domaine de la métallurgie où, pour donner des formes au métal on le chauffe et on le refroidit, parfois de manière répétitive.

### 2.1.3.2 Le recuit simulé

L'algorithme de recuit simulé est présenté en figure 3.2 et procède comme suit : à chaque configuration du système est associée une fonction coût à optimiser. Si on recherche la configuration qui minimise la fonction alors celle-ci représente l'énergie. Les configurations du système peuvent être modifiées par des changements d'état discrets des composants du système. Là encore on part d'une configuration choisie aléatoirement (ou judicieusement choisie à partir d'informations *a priori* à disposition) mais on fixe également un paramètre que l'on appelle température. Le processus qui suit est itératif et a été proposé par Métropolis et Ulam (1953), il s'agit de tirer au sort une modification de la configuration actuelle qui modifie l'énergie du système d'une quantité  $\Delta E$ . Si l'énergie diminue on effectue le changement. Si, au contraire, elle augmente, alors on affecte à ce changement une probabilité de réalisation égale à :

$$\exp\left(\frac{-\Delta E}{T}\right) \quad (2.3)$$

L'itération se poursuit de la même manière tant que l'énergie du système diminue. Lorsque cette énergie devient stationnaire alors la température est légèrement diminuée et le processus de Monte-Carlo reprend comme lors de la première itération. Enfin, lorsque les diminutions de température deviennent inefficaces, le processus est arrêté. Geman et Geman (1984) ont montré que ce processus converge si T est bien choisi. Un inconvénient de cette méthode réside donc dans le choix de la température initiale, de la loi de décroissance de la température et des critères d'arrêt de l'algorithme, qui sont bien souvent choisis empiriquement. Nous pouvons, entre autres, citer Sen et Stoffa (1991) et Beaty *et al.* (2002) pour avoir, néanmoins, utilisé cette méthode avec succès pour l'inversion de forme d'onde et de dispersion d'onde de Rayleigh respectivement.

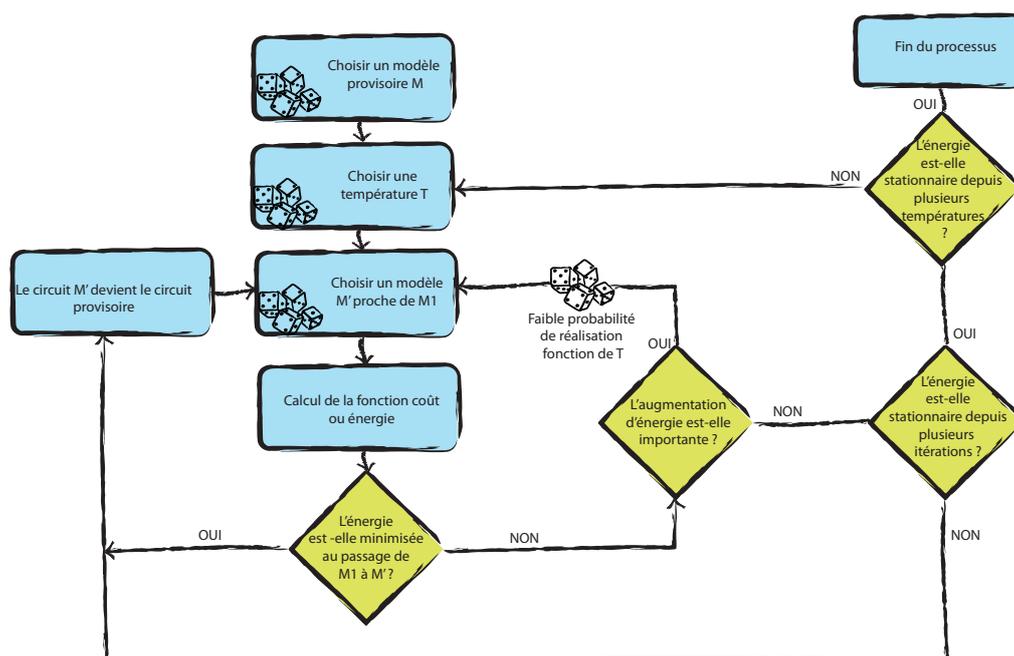


FIG. 2.1: Schéma simplifié du fonctionnement de l'algorithme de recuit simulé.

### 2.1.3.3 Algorithme génétique

Les algorithmes génétiques cherchent la solution en simulant l'évolution. La sélection naturelle fait s'affronter des individus pour leur reproduction. De nouveaux types d'individus apparaissent quand deux individus existants échangent leur bagages génétiques pendant la reproduction ou lorsque des mutations transforment un bagage. Le bagage génétique d'un individu peut être représenté par une suite de 0 et 1. En génétique, on appelle ces suites chromosomes, les bits sont appelés allèles et la suite particulière d'un individu son génotype. La sélection est basée sur l'adaptation des individus. Chaque association de paramètres est codée sous la forme d'une chaîne de caractères appelée chromosome, les paramètres qui constituent le modèle sont donc des gènes juxtaposés sur le chromosome. Nos paramètres sont codés en langage binaire par un nombre  $Nb$  de bits, ils sont donc une suite de 0 et de 1.

Les algorithmes génétiques fonctionnent sur des populations d'individus appelées générations (figure 2.2). La population de départ est générée aléatoirement, ou éventuellement, sur une connaissance *a priori* du modèle. Les valeurs des paramètres sont donc fixées aléatoirement à 0 ou 1 pour la première génération. Il faut alors définir une fonction coût qui donnera la pertinence du modèle testé (par exemple une différence entre les données observées et les données calculées). A partir de notre première génération, des descendants vont être générés de façon itérative avec pour objectif une amélioration de la fonction coût de génération en génération. Pour cela, l'algorithme fait appel à trois opérateurs basés sur

le hasard qui sont : la sélection, le croisement et la mutation (figure 2.2).

- La sélection : assigne à chaque individu de la population des "parents" une probabilité de se perpétuer dans la génération suivante, cette probabilité est proportionnelle à la fonction coût. Le but étant de privilégier, pour la reproduction, les parents qui présentent la meilleure fonction coût. Cet outil ne génère certes pas de nouveaux modèles mais permet de conserver les meilleurs modèles de la première génération.
- Le croisement : c'est l'opérateur qui permet réellement de générer une nouvelle population c'est à dire des descendants. Il existe plusieurs algorithmes qui réalisent cette opération plus ou moins aléatoirement, le principe de base étant d'apparier les parents en réalisant des échanges de bits. De cette façon une nouvelle génération de chaînes de caractères est générée.
- La mutation : qui modifie le bagage génétique pour garantir la diversité de la population des modèles. Elle est généralement effectuée après le croisement et consiste à modifier un gène qui passe alors de 0 à 1 ou inversement. Chacune des chaînes de caractères n'a cependant qu'une probabilité très faible de subir une mutation.

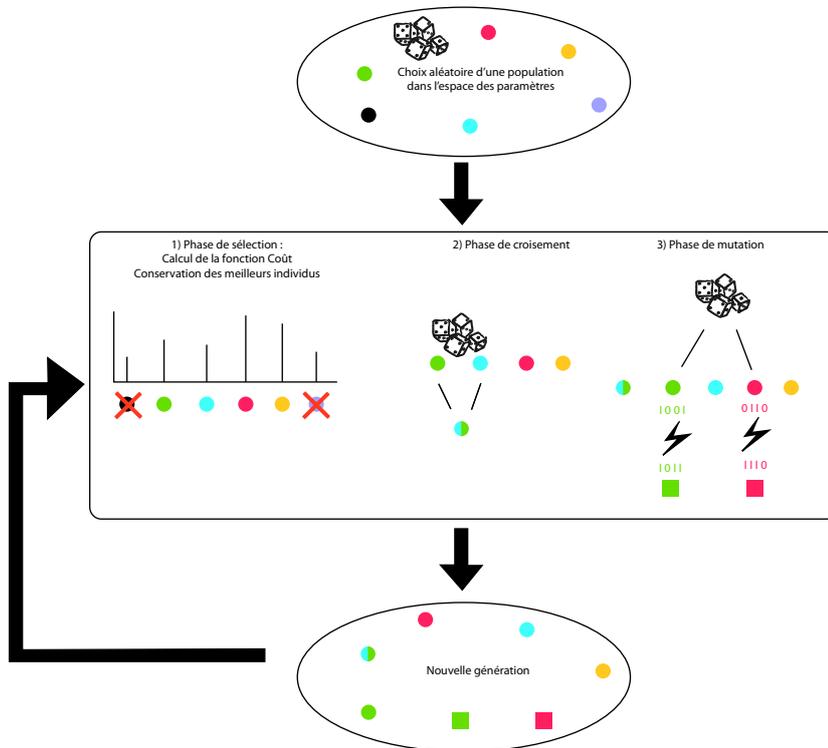


FIG. 2.2: Schéma simplifié du fonctionnement de l'algorithme génétique.

Le choix des individus pour la sélection est dicté par leur adaptation (évaluation)

par rapport à l'ensemble des individus. Il est possible de normaliser l'adaptation d'un génotype en le divisant par la somme des adaptations de tous les génotypes. Sen et Stoffa (1992), Horne et MacBeth (1994) et Boschetti *et al.* (1996), parmi de nombreux autres, sont quelques exemples d'utilisation de l'algorithme génétique en géophysique respectivement pour l'inversion de formes d'ondes, d'anisotropie sismique et de données de sismique réflexion.

### 2.1.3.4 L'algorithme de voisinage

Les trois méthodes de recherche présentées jusqu'alors proposent une recherche plus ou moins aléatoire dans l'espace des modèles. L'algorithme de voisinage (Sambridge, 1999) est né de la volonté d'avoir une recherche "intelligente" dans cet espace pluridimensionnel. Cela signifie, entre autres, de ne pas retenir un seul meilleur modèle mais un ensemble de modèles qui minimisent la fonction coût. Cette approche est particulièrement intéressante en géophysique où nous sommes confrontés au problème de la non unicité des solutions. Le principe général de cette méthode est d'essayer d'interpoler la fonction coût à partir de  $n$  modèles testés pour focaliser la recherche des meilleurs modèles là où la fonction coût approximée est minimale. Pour ce faire, l'espace des modèles est divisé en  $n$  cellules que l'on appelle cellules de Voronoi (Voronoi, 1908), chaque cellule étant le voisinage d'un modèle testé (cf. figure 2.3). Les cellules retenues sont ensuite échantillonnées à leur tour de manière uniforme. Pour ce faire, l'algorithme utilise l'échantillonneur de Gibbs (Geman et Geman, 1984). Pour résumer, le processus présente quatre étapes qui sont :

- **Étape 1** : Générer une série de  $n_s$  modèles appartenant à l'espace des paramètres
- **Étape 2** : Calculer la fonction coût pour les  $n_s$  modèles les plus récents et déterminer les  $n_r$  modèles ayant les misfits les plus faibles parmi l'ensemble des modèles testés jusqu'à présent
- **Étape 3** : Générer  $n_s$  nouveaux modèles par échantillonnage aléatoire et uniforme des cellules de Voronoi de chacun des  $n_r$  modèles (i.e.  $n_s/n_r$  échantillons pour chaque cellule)
- **Étape 4** : retour à l'étape 2

Avec cette méthode, l'espace des paramètres sera donc très exploré dans les zones où la fonction coût est faible ; moins quand elle est maximale. Cependant, l'algorithme n'abandonne pas ces zones à fort misfit pour éviter de se concentrer sur des minimums locaux. L'inconvénient d'une telle démarche est que toutes les solutions sont stockées en mémoire, et, lorsque l'on a un grand nombre de paramètres, cela peut demander une grande quantité de mémoire vive.

Nous nous concentrerons dans la partie suivante sur les cas précis d'inversion des données qui nous intéressent par différentes méthodes..

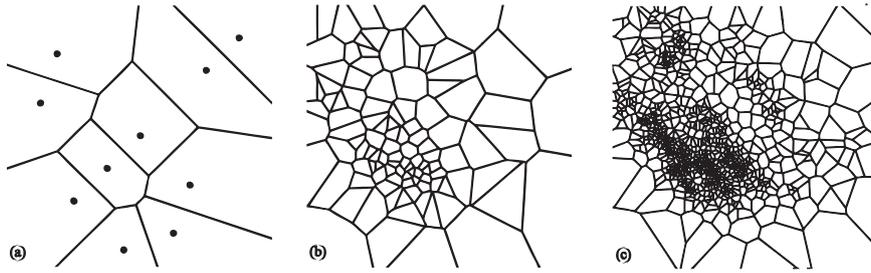


FIG. 2.3: (a) 10 points choisis aléatoirement et leur cellules de Voronoi. (b) Les cellules de Voronoi sont ensuite échantillonnées grâce à l'échantillonneur de Gibbs en se basant sur l'approximation de voisinage. (c) Même processus que (b) pour 1 000 points. D'après Sambridge (1999).

## 2.2 Inversion des fonctions récepteur

### 2.2.1 De la fonction récepteur au modèle

Une fonction récepteur doit permettre de retrouver, dans le cas d'un modèle simple, la profondeur de l'interface, la vitesse moyenne des ondes S au dessus de l'interface et le rapport  $V_P/V_S$ , ce qui est un problème sous-déterminé. Dans la réalité, les données sont généralement bruitées donc source d'incertitudes pour le modèle. On utilise donc un grand nombre de fonctions récepteur pour déterminer les mêmes paramètres, ce qui nous place également dans le cas d'un problème inverse surdéterminé !

Une solution communément utilisée est d'essayer de diminuer le rapport signal / bruit. Pour cela les traces sont "stackées" (sommation des traces, vocabulaire emprunté à la sismique active) ; le bruit sismique étant aléatoire, additionner les traces tend à l'annuler.

Nous présentons ci-après trois méthodes d'inversion des fonctions récepteurs qui présentent chacune une approche différente pour retrouver la profondeur ET la géométrie des interfaces sous les stations.

#### 2.2.1.1 La migration

La migration est une méthode couramment utilisée, lorsqu'on a un grand nombre de données et un réseau de stations relativement dense en surface, pour retrouver des interfaces relativement profondes (Moho), et ce, essentiellement dans le cas de géométries 2D. Il s'agit simplement de replacer en profondeur les conversions d'ondes que l'on observe sur la série temporelle qu'est la fonction récepteur. La technique du Common Conversion Point a été mise au point par Zhu et Kanamori (2000), elle consiste à calculer le trajet du rai, de la source jusqu'au récepteur, pour un paramètre de rai considéré comme constant en utilisant un modèle de vitesse local ou global. Les amplitudes observées sur la fonction récepteur, qui sont fonction du contraste d'impédance au point considéré, sont ensuite

replacées sur le rai.

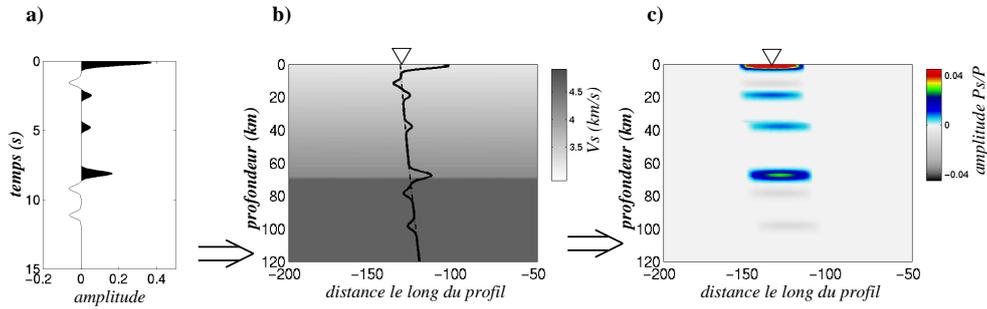


FIG. 2.4: *Migration des fonctions récepteur. a) Exemple d'une fonction récepteur. b) Première étape de la migration : rétropropagation du rai : à partir du paramètre de rai et du back-azimuth de l'évènement le rai est rétropropagé dans le modèle de vitesse en onde S et la fonction récepteur est placée le long de ce rai. c) Deuxième étape de la migration : le milieu est découpé en cellules auxquelles on attribue l'amplitude des différentes conversions, un lissage gaussien est ensuite appliqué. D'après Vergne (2002).*

Le modèle initial utilisé est constitué de cellules dont les dimensions sont fonctions de la densité de stations en surface et de la longueur d'onde des signaux. L'intérêt d'une telle méthode est de pouvoir recouper les informations provenant de différentes stations. En effet, à partir d'une certaine distance dépendant de la distance inter-stations, les cellules du modèle sont traversées par des rais arrivant à différentes stations et dont les incidences et les back azimuths diffèrent (Vergne, 2002).

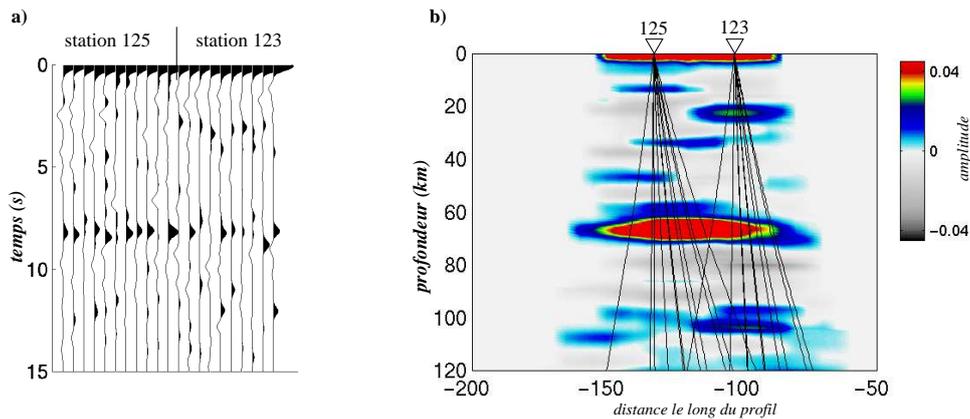


FIG. 2.5: *Exemple de migration d'un jeu de fonctions récepteur. a) Sélection de quelques fonctions récepteur. b) Coupe migrée obtenue après la migration de chacune de ces fonctions récepteur. Les rais correspondant à chaque fonction récepteur sont également représenté. D'après Vergne (2002)*

L'utilisation d'évènements télésismiques implique que les rais ont un faible angle d'incidence lorsqu'ils arrivent sous le réseau de stations. Il a été estimé (Vergne, 2002) que

seules les cellules situées à une profondeur supérieure à environ deux fois la distance inter-stations seront traversées par des rais arrivant à deux stations différentes. Les interfaces situées plus en surface ne seront donc imagées que partiellement. Par ailleurs, dans cette méthode, le modèle final est très dépendant du modèle de vitesse choisi au départ.

### 2.2.1.2 Zhu et Kanamori

Nous avons montré dans le chapitre 1 que  $H$  et  $\frac{V_P}{V_S}$  sont des paramètres très interdépendants. Il existe donc une grande incertitude sur le modèle donnant les fonctions récepteur lorsqu'on ne se base que sur la phase convertie à l'interface. L'avantage de la méthode de Zhu et Kanamori (2000) est de prendre en compte les multiples pour diminuer les incertitudes sur les modèles possibles. On utilise la différence de temps d'arrivée entre l'onde P directe et la phase PS ainsi que les vitesses des ondes P et S pour obtenir une estimation de la profondeur de l'interface  $H$  (Loi de Descartes) :

$$H = \frac{t_{Ps}}{\sqrt{\frac{1}{V_S^2} - p^2} - \sqrt{\frac{1}{V_P^2} - p^2}} \quad (2.4)$$

Où  $p$  est le paramètre de rai de l'onde incidente. Cette méthode est relativement fiable car les conversions se font à proximité de la station, on peut donc négliger les variations latérales de vitesse. On peut utiliser la même relation pour les autres phases converties (les multiples) :

$$H = \frac{t_{PpPs}}{\sqrt{\frac{1}{V_S^2} - p^2} + \sqrt{\frac{1}{V_P^2} - p^2}} \quad (2.5)$$

$$H = \frac{t_{PpSs} + t_{PsPs}}{2\sqrt{\frac{1}{V_S^2} - p^2}} \quad (2.6)$$

Dans ces relations, on ne connaît ni  $H$  ni  $V_P$  ni  $V_S$ , respectivement les vitesses des ondes P et S dans la couche.  $H$  est plus dépendant du rapport  $\frac{V_P}{V_S}$  (noté  $k$ ) que de  $V_P$  seul, ce qui veut dire qu'une incertitude sur le rapport  $\frac{V_P}{V_S}$  a plus d'incidence qu'une incertitude sur la vitesse des ondes P. Zhu et Kanamori (2000) proposent donc de travailler sur ces deux paramètres interdépendants (cas d'un problème inverse non linéaire) :  $H$  et  $k$ . Il est relativement difficile d'identifier de manière certaine les phases Ps et les multiples sur une fonction récepteur. Zhu et Kanamori (2000) ont donc proposé de sommer les fonctions récepteurs de manière à augmenter le rapport signal/bruit. Ici c'est la profondeur de l'interface et  $k$  qui nous intéressent, on va donc faire la somme dans le domaine  $H - k$  de la manière suivante :

$$s(H, k) = w_1 r(t_1) + w_2 r(t_2) - w_3 r(t_3) \quad (2.7)$$


---

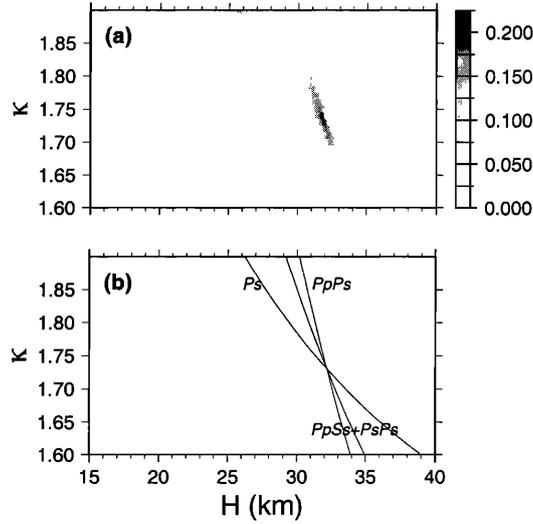


FIG. 2.6: Exemple du comportement que peut avoir  $s(H, k)$  pour une fonction récepteur réelle donnée, (b) Comportement des différentes phases converties au Moho, chaque courbe représente la contribution d'une phase convertie au stack. Zhu et Kanamori (2000)).

où  $r(t)$  est la fonction récepteur radiale,  $t_1, t_2, t_3$  sont les temps d'arrivée des ondes  $P_s, PpPs, PpSs+PsPs$  calculés à partir des équations ci-dessus (2.4, 2.5 et 2.6) pour un couple  $(H, k)$  donné.  $w_1, w_2, w_3$  sont des coefficients pondérateurs, leur somme valant 1.  $s(H, k)$  atteint son maximum pour les valeurs de  $H$  et  $k$  qui nous donnent le maximum de cohérence sur l'ensemble des fonctions récepteurs pour ces trois phases. Il s'agit en fait de tester tous les couples  $(H, k)$  pour trouver celui qui explique au mieux l'ensemble des fonctions récepteurs pour une station donnée, cela revient en fait à une approche de type Tarantola et Valette (1982). Le nombre de paramètres (ou de couples  $(H, k)$ ) testés est en réalité assez limité donc l'inversion est rapide.

Cette méthode fonctionne très bien pour déterminer le Moho, mais elle échoue lorsque les ondes P converties en S sont trop proches du pic P principal (exemple des interfaces intra-crustales) ou quand les amplitudes des phases converties sont trop faibles.

### 2.2.1.3 L'algorithme de voisinage

L'algorithme de voisinage à été conçu pour l'inversion des fonctions récepteur. Il lui est particulièrement adapté car pour chaque modèle à déterminer, on ne recherche qu'un petit nombre de paramètres soit  $H, V_S$  et  $V_P/V_S$  pour chacune des couches du modèle.

Cette exploration de l'espace des paramètres ce fait par la réalisation d'un grand nombre de calculs simples et rapides (résolution du problème direct).

Dans la pratique, on part d'un modèle de vitesse à  $N$  couches, pour chaque couche on définit un ordre de grandeur pour son épaisseur  $H$ , sa vitesse  $V_s$  en haut de la couche, sa vitesse  $V_s$  en bas de la couche et son rapport  $V_p/V_s$ . L'algorithme de recherche a été mis

au point par Sambridge (1999) et a été présenté dans le paragraphe 2.1.3.4. Cette méthode présente l'avantage d'inverser les temps d'arrivée des phases converties et des multiples ainsi que les formes d'ondes puisqu'elle considère systématiquement et avec autant de paramètres la couche située au dessus mais également celle située sous l'interface étudiée. C'est cette méthode là que nous utiliserons.

## 2.3 Inversions gravimétriques

Il existe un grand nombre d'inversions gravimétriques (Euler, Oldenburg,... ), nous ne présenterons, ici, que celles qui nous intéressent particulièrement et qui nous seront utiles dans notre schéma d'inversion.

### 2.3.1 La méthode d'Oldenburg (1974)

Il s'agit de retrouver la topographie d'une interface entre deux milieux de densité différentes à partir des anomalies gravimétriques. Oldenburg (1974) considère une couche d'épaisseur variable et de densité constante  $\rho_c$  qui repose sur un demi-espace de densité  $\rho_m$ . La topographie du contact entre les deux est représentée par une fonction  $h(x, y)$ , et crée une anomalie gravimétrique  $\Delta g(x, y)$ . La figure 2.7 montre un exemple d'inversion par cette méthode réalisé sur la marge Nord du Golfe d'Aden. La couche considérée ici est la croûte qui repose sur un demi-espace infini. Les paramètres sont une profondeur de référence pour l'interface et un contraste de densité entre les deux couches. Trois tests différents sont montrés sur la figure. A l'issue de chacun des tests, nous obtenons les variations de profondeur de l'interface.

Parker (1972) montrait que l'on peut écrire la transformée de Fourier de l'anomalie gravimétrique en fonction de la transformée de Fourier de la fonction  $h(x, y)$  :

$$TF(\Delta g(x, y)) = -2\pi G \Delta \rho e^{-|k|Z_0} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|k|^{n-1}}{n!} TF(h^n(x, y)) \quad (2.8)$$

avec  $G$  la constante gravitationnelle,  $k$  le nombre d'onde,  $Z_0$  une profondeur de référence, et  $\Delta \rho = \rho_m - \rho_c$ . Oldenburg (1974) part de cette relation et obtient, en développant le premier terme, l'équation suivante :

$$TF(h(x, y)) = -\frac{TF(\Delta g(x, y))e^{|k|Z_0}}{2\pi G \rho} - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{|k|^{n-1}}{n!} \cdot TF(h^n(x, y)) \quad (2.9)$$

Cette formule est utilisée de façon itérative, chaque estimation de  $h^n(x, y)$  est ré-introduite à l'étape suivante dans l'équation pour recalculer une nouvelle estimation de

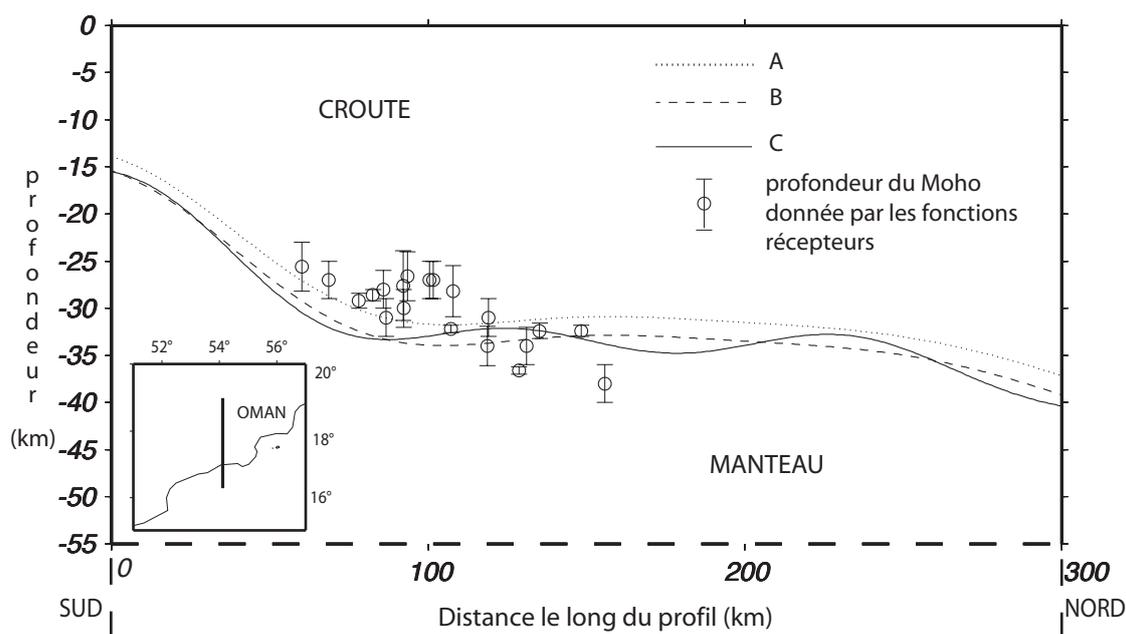


FIG. 2.7: Exemple de résultats obtenus par la méthode d’Oldenburg (1974) pour retrouver les variations de profondeur du Moho. Trois différentes inversions sont représentées, toutes ont été calculées avec un contraste de densité entre la croûte et le milieu semi-infini sur lequel elle repose :  $\Delta\rho$  de 0.4, chacune différant des deux autres par les longueurs d’ondes de coupure  $\lambda$  et/ou la profondeur de référence  $Z_0$  (A :  $\lambda$  compris 100 - 200 et  $Z_0=30$  km ; B :  $\lambda$  compris 100 - 200 et  $Z_0=28$  km ; C :  $\lambda$  compris 85 - 155 et  $Z_0=25$  km). Pour comparaison, sont également représentées par des ronds résultats des fonctions récepteurs obtenus dans la région ainsi que leurs barres d’erreur.

$h^{n+1}(x, y)$ .

La non-unicité de cette inversion réside dans deux paramètres libres : le contraste de densité entre les deux milieux considérés et la profondeur de référence  $Z_0$ . Une connaissance géophysique ou géologique *a priori* est donc nécessaire pour réduire le champ des solutions possibles (e.g. Hébert *et al.*, 2001; Tirel *et al.*, 2004). Dans le cas du Golfe d’Aden, les épaisseurs de croûte issues de l’inversions des fonctions récepteur dans la région ont permis de discriminer un meilleur modèle.

### 2.3.2 La méthode de Blakely

Cette méthode permet de retrouver les distributions de densité à partir des anomalies de Bouguer ou autre. Pour ce faire, Blakely (1996) propose de passer dans le domaine fréquentiel en utilisant les transformées de Fourier. Il s’agit en réalité d’un calcul direct, mais nous l’avons vu, associé à un algorithme de recherche type Monte-Carlo, cette méthode peut permettre de résoudre un problème inverse en gravimétrie.

Le champ potentiel  $f$  calculé en un point d’observation donné  $P$  peut se calculer de

la manière suivante :

$$f(P) = \int_R s(Q)\psi(P, Q)dv \quad (2.10)$$

où  $R$  est l'extension de la source,  $Q$  un point de la distribution et  $\psi(P, Q)$  la fonction de Green. Rappelons que la fonction de Green dépend de la localisation géométrique de  $P$  et  $Q$  et traduit simplement le champ potentiel, de pesanteur par exemple, au point  $P$ .  $s(Q)$  est alors la densité et  $\psi(P, Q)$  l'attraction verticale au point  $P$  uniquement due au point  $Q$ .

Prenons maintenant l'hypothèse que la source est confinée à une couche horizontale de sommet  $z_1$  et de fond  $z_2$  (figure 2.8). L'axe  $z$  est orienté vers le bas si bien que  $z_1 < z_2$ . De plus, la distribution de la source ne peut varier que selon les axes  $x$  et  $y$  de manière à ce que  $s(Q)$ , la densité, soit constante le long de toute ligne verticale dans la couche. L'équation 2.10 devient alors :

$$f(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(x', y')\psi(x - x', y - y', z - z')dx' dy' dz' \quad (2.11)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(x', y') \int_{z_1}^{z_2} \psi(x - x', y - y', z - z')dx' dy' dz' \quad (2.12)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(x', y')\psi(x - x', y - y')dx' dy' \quad (2.13)$$

qui est une convolution à deux dimensions. La fonction de Green  $\psi$  représente ici le champ en  $(x, y)$  induit par un élément d'une ligne verticale de la couche qui s'étend de  $(x', y', z_1)$  à  $(x', y', z_2)$ .

Si nous imposons maintenant la condition que les points de mesure du champ sont situés sur un même plan d'altitude  $z = z_0$  avec  $z_0 < z_1$ . En appliquant le théorème de Fourier on obtient :

$$F[f] = F[s]F[\psi] \quad (2.14)$$

ce qui signifie que la transformée de Fourier du champ potentiel est égale au produit des transformées de Fourier de la distribution de la source et de la fonction de Green.

Considérons l'attraction gravitationnelle observée sur un plan horizontal et induite par un segment vertical allant de  $(0, 0, z_1)$  à  $(0, 0, z_2)$ , toujours avec  $z_1 < z_2$  (figure 2.8). On exprime la masse de chaque élément du segment par  $\mu = \lambda dz$ , où  $\lambda$  est la masse par unité de longueur. La transformée de Fourier du champ s'écrit :

$$F[g_z] = 2\pi\gamma\lambda \int_{z_1}^{z_2} e^{|k|(z_0 - z')} dz' \quad (2.15)$$

$$= \frac{2\pi\gamma\lambda}{|k|} e^{|k|z_0} (e^{-|k|z_1} - e^{-|k|z_2}) \quad (2.16)$$

où  $\gamma$  est la constante gravitationnelle.

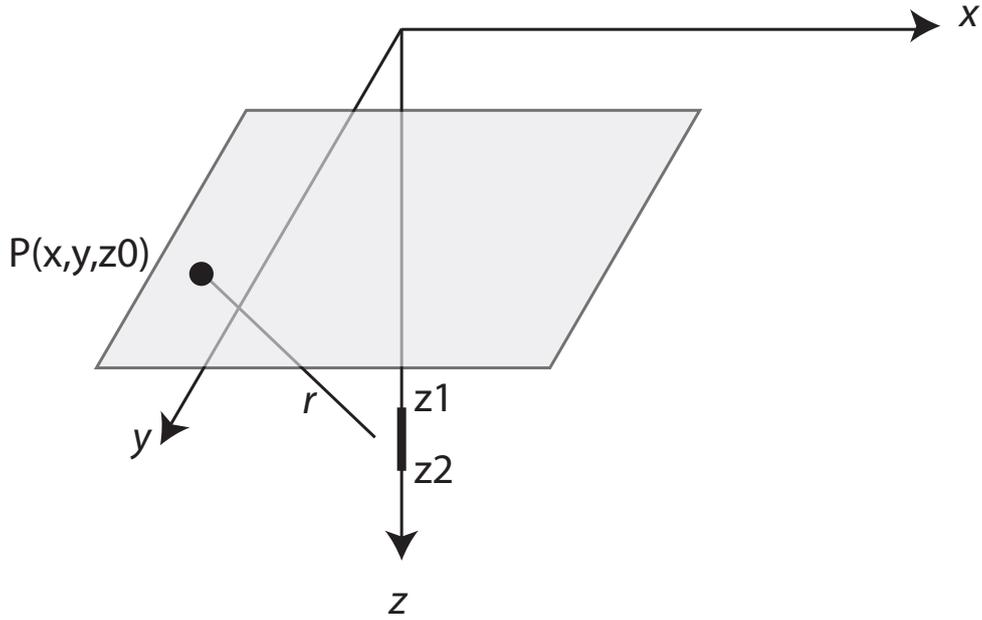


FIG. 2.8: Schéma montrant une source de type segment vertical le long de l'axe  $z$  entre les profondeurs  $z_1$  et  $z_2$  et observée sur une couche horizontale d'altitude  $z_0$ , d'après Blakely (1996)

En combinant maintenant les équations 2.14 et 2.16 on peut écrire :

$$F[g_z] = F[\rho] \left\{ \frac{2\pi\gamma}{|k|} e^{|k|z_0} (e^{-|k|z_1} - e^{-|k|z_2}) \right\} \quad (2.17)$$

où  $\rho$  est la densité, uniquement fonction de  $x$  et  $y$ . Ainsi, dans le domaine fréquentiel, l'attraction verticale d'une couche horizontale est égale au produit de deux facteurs qui sont : la transformée de Fourier de la densité et une fonction qui dépend de la profondeur et de l'épaisseur de la couche.

L'atout non négligeable de cette méthode est la rapidité de calcul. En effet, le passage dans le domaine fréquentiel simplifie les calculs et évite les manipulations de matrices de grande taille. Cette méthode a été utilisée par Parsons *et al.* (2001) et est appelée "Earth Filter".

## 2.4 Tomographie

### 2.4.1 Résolution du problème physique

Le but de la tomographie est d'identifier les structures terrestres qui engendrent des perturbations de vitesse par rapport à un modèle de référence. En ce sens, nous nous trouvons donc face à un problème inverse. Nous exposons ci-après une méthode d'inversion

de type ACH donnée par Ellsworth (1977) basée sur des moindres carrés et qui permet une pondération des observations. Cette méthode est détaillée par Evans et Achauer (1993).

Nous rappelons que la tomographie se base sur des perturbations de temps de trajet enregistrées en surface et appelées résidus. Ces résidus peuvent s'écrire mathématiquement comme suit :

$$\delta t = - \int_{\text{rai}} \frac{1}{V_0} \frac{\delta V}{V_0} ds \quad (2.18)$$

où  $\delta V$  est une perturbation de vitesse par rapport au modèle de vitesse initial  $V_0$  et  $ds$  est une distance le long du rai. Dans cette méthode les réfractions liées à la perturbation de vitesse sont négligées.

Nous avons besoin d'un modèle initial constitué de blocs pour lesquels on assigne un paramètre sans dimension  $\delta m_k$  tel que :

$$\delta m_k = - \frac{\delta V}{V_0} \delta_k \quad (2.19)$$

où  $\delta_k$  est une fonction Dirac égale à 1 dans le bloc  $k$  et nulle partout ailleurs, et  $\delta V$  est la vitesse moyenne dans le bloc contrainte par les rais qui le traversent. Dans le bloc  $k$ ,  $\delta m_k$  peut s'approximer à une perturbation de lenteur. L'équation 2.18 devient alors :

$$\frac{\delta t}{\delta m_k} = - \int_{\text{rai}} \frac{1}{V_0^2} \frac{\delta V}{\delta m_k} ds \quad (2.20)$$

avec  $\frac{\delta V}{\delta m_k}$  nul en dehors du bloc  $k$ . Dans la suite, nous noterons par des indices les blocs ( $k = 1, \dots, K$ ), les sources ( $j = 1, \dots, J$ ) et les récepteurs ( $i = 1, \dots, I_j$ ). Le résidu de temps de trajet peut alors s'écrire :

$$r_{ij} = dO_j + \sum_{k=1}^K \left( - \int_{\text{Base}}^{\text{Receiver } i} \frac{1}{V_0^2} \frac{\delta V}{\delta m_k} ds \right) \delta m_k + e_{ij} \quad (2.21)$$

où  $e_{ij}$  est un terme d'erreur, et l'intégrale comprend maintenant le parcours du rai de la base du modèle au récepteur.  $dO_j$  est un terme de la source car il est difficile de s'affranchir de toute contribution de celle-ci aux données. Enfin l'expression entre parenthèses notée désormais  $a_{ijk}$  représente les dérivées partielles. Comme le terme  $\frac{\delta V}{\delta m_k}$  est nul en dehors du bloc  $k$  et égal à la valeur de  $-V_0$  pour le bloc  $k$ ,  $a_{ijk}$  est également le temps de trajet non perturbé pour le rai  $ij$  à l'intérieur du bloc  $k$ .

Il est possible de pondérer les résidus en introduisant une erreur estimée  $\sigma_{ij}$  pour chacun des résidus  $r_{ij}$ . Ces poids sont normalisés par la moyenne des erreurs de manière à ce que le coefficient d'amortissement  $\theta^2$  garde une signification physique. Après introduction de ce terme d'erreur, l'équation 2.21 devient :

$$\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{ij}} r_{ij} = \sum_k \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{ij}} a_{ijk} \delta m_k + \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{ij}} dO_j \quad (2.22)$$

Après multiplication par  $(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{ij}})[a_{ij1}, \dots, a_{ijK}, 1]^T$ , sommation selon  $i$  cette équation devient :

$$\sum_{i=1}^{I_j} \begin{pmatrix} w_{ij} a_{ij1} r_{ij} \\ \vdots \\ w_{ij} a_{ijK} r_{ij} \\ 0 \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{I_j} \begin{pmatrix} w_{ij} a_{ij1} a_{ij1} & \cdots & w_{ij} a_{ij1} a_{ijK} & w_{ij} a_{ij1} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ w_{ij} a_{ijK} a_{ij1} & \cdots & w_{ij} a_{ijK} a_{ijK} & w_{ij} a_{ijK} \\ w_{ij} a_{ij1} & \cdots & w_{ij} a_{ijK} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma m_1 \\ \vdots \\ \sigma m_K \\ w_{ij} a_{ij1} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

où  $w_{ij} = \frac{\bar{\sigma}^2}{\sigma_{ij}^2}$ . Si on introduit maintenant un indice de bloc arbitraire  $l$  et les termes  $\bar{r}_j = \sum_{i=1}^{I_j} w_{ij} r_{ij}$ ,  $\bar{a}_{jk} = \sum_{i=1}^{I_j} w_{ij} a_{ijk}$ ,  $\bar{w}_j = \sum_{i=1}^{I_j} w_{ij}$ , l'équation 2.23 peut s'écrire :

$$dO_j = \frac{\bar{r}_j}{\bar{w}_j} - \sum_{l=1}^K \frac{\bar{a}_{jl}}{\bar{w}_j} \delta m_l \quad (2.24)$$

En introduisant cette équation (2.24) dans la  $k$  ième équation 2.23 on parvient donc à s'affranchir du terme de source  $dO_j$  :

$$\sum_{i=1}^{I_j} \left[ w_{ij} a_{ijk} \left( r_{ij} - \frac{\bar{r}_j}{\bar{w}_j} \right) \right] = \sum_{i=1}^{I_j} \sum_{l=1}^K \left[ w_{ij} \left( a_{ijk} a_{ijl} - \frac{\bar{a}_{jk} \bar{a}_{jl}}{\bar{w}_j^2} \right) \right] \delta m_l \quad (2.25)$$

Après sommation selon  $j$ , il apparaît que la somme selon  $l$  n'est autre qu'une multiplication de matrice telle que :

$$Gm = b \quad (2.26)$$

où  $m = (\delta m_1, \dots, \delta m_K)^T$ . Le  $ki$ ème élément de  $b$  est la partie entre crochets du membre droit de l'équation 2.25 et le  $kli$ ème élément de  $G$  est la partie entre crochets du membre gauche de cette même équation.

Cette équation peut être résolue par moindres carrés comme suit :

$$\hat{m} = (G + \theta^2 I)^{-1} b \quad (2.27)$$

où  $\hat{m}$  est une solution estimée.

$G$  et  $b$  peuvent être écrits en fonction :

- du vecteur données  $d$  qui contient les  $N_{Obs}$  résidus  $r_{ij}$
- de  $A$  la matrice réunissant les termes  $a_{ijk}$ , de taille  $N_{Obs} \times k$
- de  $(W - P)$  une matrice de pondération et de séparation des paramètres

Il vient que :

$$\hat{m} = \left[ A^T (W - P) A + \theta^2 I \right]^{-1} A^T (W - P) d \quad (2.28)$$

où  $W$  est la matrice diagonale des coefficients pondérateurs  $w_{ij}$  et  $P$  la matrice

symétrique concernant les blocs, soit pour le  $j$ ème bloc :

$$P_j = \frac{1}{w_{ij}} \begin{pmatrix} w_{1j}w_{1j} & \cdots & w_{1j}w_{Ijj} \\ \vdots & & \vdots \\ w_{Ijj}w_{1j} & \cdots & w_{Ijj}w_{Ijj} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

L'expression 2.25 est la solution d'une équation familière lorsqu'on traite de problèmes inverses :

$$Am = d \quad (2.30)$$

Il est également possible d'estimer la variance  $\sigma_r^2$  relative à cette inversion comme suit :

$$\sigma_r^2 = \frac{e^T e}{N_{Free}} = \frac{(d - AM)^T W (d - AM)}{N_{Obs} - (N_{Blocs} + N_{Sources})} \quad (2.31)$$

où le dénominateur est le degré de liberté c'est-à-dire la différence entre le nombre d'observations et le nombre de paramètres, soit un par bloc (pour les valeurs de  $\sigma m_k$  et un par sources (pour les valeurs de  $dO_j$ ).

Après développement (e.g Achauer *et al.*, 1986), on obtient :

$$\sigma_r^2 = \frac{d^T W d - \hat{m}^T A^T W d - \hat{m}^T \theta^2 \hat{m}}{N_{Obs} - (N_{Blocs} + N_{Sources})} \quad (2.32)$$

Cette méthode d'inversion, bien que largement utilisée, présente néanmoins quelques inconvénients comme de faire intervenir de grosses matrices souvent "creuses" ou d'obtenir une solution finale très dépendante de la solution estimée.

### 2.4.2 Les limites de l'inversion tomographique

L'inversion tomographique permet d'imager en profondeur cependant, il est important de bien connaître les limites de la méthode pour ne pas vouloir donner plus de signification aux images tomographiques qu'elles n'en ont réellement. En effet, il ne faut pas oublier que cette méthode souffre d'une relative mauvaise résolution verticale due à ce que l'on appelle le "smearing effet" c'est-à-dire l'effet de diffusion/propagation des anomalies le long des rais. De plus, la résolution latérale est totalement dépendante de la densité de croisements de rais. Si on considère la subsurface, 1) il y a peu de croisements de rais et 2) seuls les zones directement sous les stations sont échantillonnées. Nous manquons donc cruellement de résolution dans les milieux peu profonds (typiquement 0 - 20 km). Enfin, il faut se rappeler que la tomographie régionale ne donne que des vitesses relatives (e.g. Evans et Achauer, 1993; Masson et Trampert, 1997).

## 2.5 Les inversions conjointes

### 2.5.1 Définition et principe

Plusieurs méthodes inverses en géophysique permettent aujourd'hui d'imager la lithosphère. Ces méthodes sont généralement utilisées séparément ce qui peut conduire à l'obtention de plusieurs modèles lithosphériques différents et parfois non compatibles entre eux. Un moyen de pallier ces indéterminations est de concilier simultanément les différents types de données en réalisant des inversions dites coopératives, permettant ainsi l'obtention d'un modèle lithosphérique qui satisfasse chacun des types de données utilisés.

Le terme inversion coopérative a été introduit par Lines *et al.* (1988) comme étant l'estimation d'un modèle qui soit cohérent avec plusieurs types de données géophysiques. Deux types d'inversions coopératives sont définis : les inversions conjointes et les inversions séquentielles. Une inversion séquentielle consiste à inverser un type de données en incorporant au modèle initial des informations *a priori* issues de l'inversion d'un autre type de données. Au contraire, le processus d'inversion conjointe de Lines *et al.* (1988) implique l'inversion simultanée de deux types de données pondérés en perturbant les paramètres du modèle géophysique. Cette approche a été initialement utilisée par Vozoff & Jupp (1975) pour l'inversion de données de résistivité et magnéto-telluriques dans laquelle les deux sets de données étaient pondérés. La pondération des données peut être soit un critère subjectif s'il s'agit de prendre en compte la qualité des données, soit un critère objectif s'il traduit la sensibilité du modèle aux modifications des paramètres.

Pour réaliser une inversion conjointe il faut pouvoir relier les différentes méthodes utilisées. Vozoff et Jupp (1975), dans leur processus d'inversion, utilisent des paramètres communs pour la résistivité et l'épaisseur des cellules du modèle. Savino *et al.* (1980), ont, quant à eux, choisi de relier vitesse et densité par une loi physique développée par Birch (1961).

En revanche, dans l'approche séquentielle, le problème de la pondération des données ne se pose pas de la même manière puisqu'il s'agit plus d'intégrer les résultats d'une première inversion au modèle initial d'une seconde que de lier les paramètres entre eux. Les deux types de données sont donc traités séparément alors que dans une inversion conjointe ils sont pondérés et placés dans un même vecteur données.

### 2.5.2 Quelques exemples

#### 2.5.2.1 Inversion conjointe Fonctions récepteur - Ondes de surface

La sensibilité des ondes de surface et des fonctions récepteur P à la structure du milieu, en terme d'onde de propagation des ondes cisailantes, est couramment utilisée pour apporter des contraintes sur la géologie de la croûte et du manteau supérieur. Nous avons

vu que les fonctions récepteur présentent une indétermination forte entre deux paramètres qui sont l'épaisseur et la vitesse des ondes cisailantes dans la couche considérée. L'étude de la dispersion des ondes de surface donne, quant à elle, des moyennes de la vitesse absolue des ondes S pour différents intervalles de profondeur. Selon Julia *et al.* (2000), il est possible de s'affranchir de l'ambiguïté sur les résultats de l'inversion des fonctions récepteur en les comparants à ceux de l'étude de la dispersion des ondes S. Cette observations, en plus de la sensibilité des deux méthodes au même paramètre (vitesse des ondes S) a naturellement poussé certains auteurs a proposer différentes méthodes d'inversions conjointes fonctions récepteur - dispersion des ondes de surface. Deux méthodes ont été développées qui ont pour but d'inverser conjointement les fonctions récepteur et les ondes de surface. La première, développée par Julia *et al.* (2000) utilise l'inversion matricielle développée par Ammon *et al.* (1990), la seconde, proposée par Chang *et al.* (2004) démontre l'intérêt des méthodes stochastiques en faisant intervenir l'algorithme génétique dans le processus d'inversion conjointe.

### Méthode linéarisée

Julia *et al.* (2000) ont développé un schéma d'inversion conjointe itératif basé sur la minimisation de l'écart aux données au sens des moindres carrés. Les deux méthodes peuvent voir leur problème direct écrit de la manière suivante :

$$y = F [x] \tag{2.33}$$

où  $y$  est le vecteur données à  $N$  dimensions,  $x$  est le vecteur à  $M$  dimensions qui décrit le modèle et  $F$  est un opérateur non linéaire. Concernant les fonctions récepteur,  $F$  représente le calcul numérique des formes d'onde synthétiques. Dans le cas des courbes de dispersion, cet opérateur représente l'évaluation numérique des vitesse de dispersion. Dans les deux cas,  $x$  est le vecteur à  $M$  dimensions des vitesses des ondes S pour des couches lithosphériques d'épaisseurs fixées. Suivant, par exemple, Menke (1984) ces deux problèmes non linéaires peuvent être inversés en utilisant une approche linéarisée et itérative donnée par :

$$\delta y = \nabla F|_{x_n} \cdot \delta x_n \tag{2.34}$$

où  $\delta x_n = x - x_n$  est la correction apportée au vecteur modèle et  $\delta y = y - F [x_n]$  est le vecteur données résiduel.

L'initiation de la procédure itérative se fait grâce à un modèle initial  $x_0$ . Ce modèle initial est déterminé par l'utilisateur et, si un modèle très simple suffit pour la dispersion des

ondes de surface, les fonctions récepteurs nécessitent un modèle beaucoup plus complexe généralement issu d'études géophysiques antérieures. La figure 2.9 montre l'évolution des modèles géophysiques au cours des itérations. Il y est très clair qu'un modèle de vitesse avec une vitesse des ondes S constante avec la profondeur est suffisante pour faire converger l'inversion alors qu'un modèle de vitesse multicouche précis et proche de la réalité est nécessaire pour les fonctions récepteur sous peine de converger vers un minimum local plutôt que vers la solution du problème.

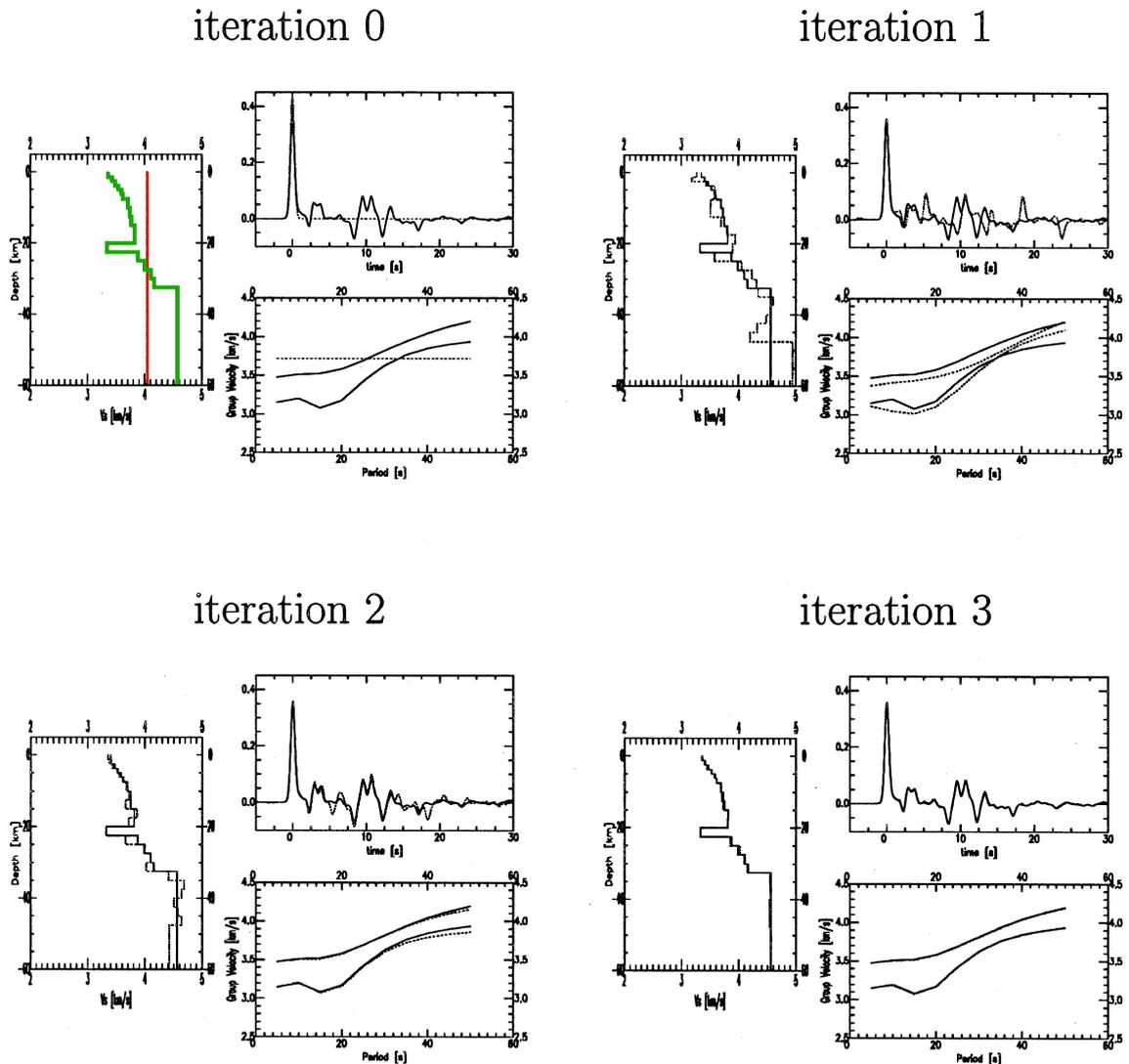


FIG. 2.9: Evolution des solutions de l'inversion fonctions récepteur - dispersion des ondes de surface au cours des itérations pour une inversion linéarisée et comparaisons entre les solutions intermédiaires et la solution vraie. Les lignes pointillées correspondent aux solutions intermédiaires et leurs solutions prédites. Les lignes pleines correspondent à la solution vraie et aux données synthétiques qui lui correspondent. Pour l'itération 0, le modèle de vitesse a priori est surligné en vert, celui pour les ondes de surface est surligné en rouge. D'après Julia et al. (2000).

L'inconvénient majeur de cette méthode est la nécessité d'avoir au préalable une bonne connaissance du modèle de vitesse lithosphérique. Or, il n'est pas rare de travailler dans des régions pour lesquelles il n'existe pas de modèle de vitesse fiable et/ou suffisamment proche.

### Méthode stochastique

Chang *et al.* (2004) ont préféré utiliser une méthode stochastique pour explorer l'espace des paramètres plutôt que l'inversion linéarisée. L'objectif principal est de permettre une inversion conjointe fonctions récepteur - dispersion des ondes de surface dans des régions où l'on a peu d'informations *a priori*.

Leur choix est justifié par le fait que cet algorithme rend l'inversion moins sensible au modèle initial lorsqu'il y a peu d'informations *a priori*. L'algorithme retenu est l'algorithme génétique (cf figure 2.10) il permet de tester un grand nombre de modèles très différents les uns des autres grâce aux processus de croisement et de mutation. Ces modèles sont donc générés aléatoirement mais doivent rester dans un intervalle de vitesse défini.

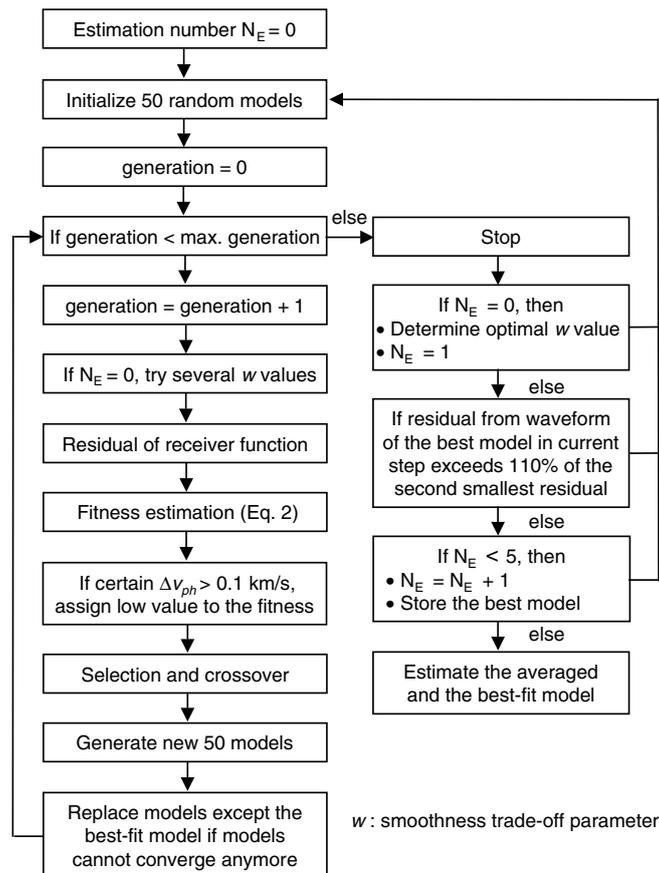


FIG. 2.10: Organigramme montrant les différentes étapes de l'inversion conjointe fonctions récepteur - ondes de surface, d'après Chang *et al.* (2004).

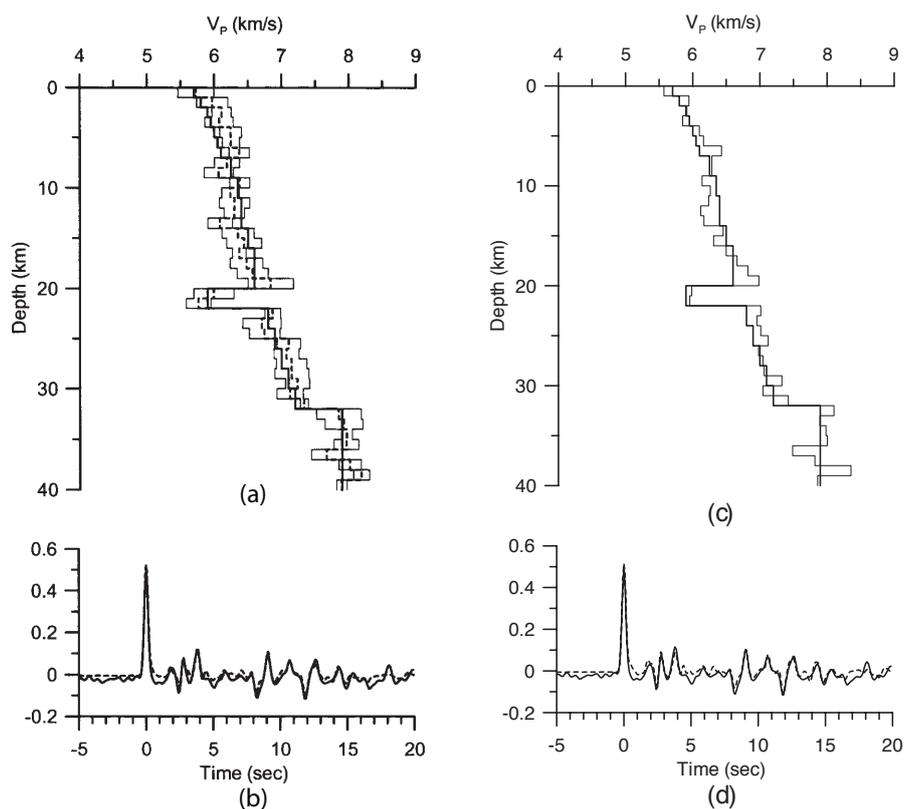


FIG. 2.11: Résultats de l'inversion conjointe fonctions récepteur - ondes de surface : a) modèle de vitesse moyen (pointillés) calculé à partir des cinq meilleurs modèles pour une fonction récepteur bruitée générée à partir du modèle de vitesse représenté en gras (les lignes fines représentent l'écart-type pour la vitesse de chaque couche) ; b) Comparaison entre la fonction récepteur correspondant au modèle moyen (en pointillés) et la fonction récepteur synthétique (en trait plein) ; c) meilleur modèle correspondant à la même fonction récepteur synthétique ; d) comparaison entre la fonction récepteur correspondant au meilleur modèle de vitesse (en pointillés) et la fonction récepteur synthétique (en trait plein). D'après Chang et al. (2004).

Les résultats de cette méthode sur des tests synthétiques sont montrés en figure 2.11. Ces résultats montrent une bonne cohérence entre les synthétiques et le modèle retrouvé qu'il s'agisse du meilleur modèle ou du modèle moyenné sur les cinq meilleurs. Cette méthode a ensuite permis de définir les variations de profondeur du Moho en Corée du Sud.

Comme on peut le voir sur la figure 2.11, l'utilisation de tels algorithmes de recherche avec un grand nombre de paramètres (ici un grand nombre de couches) génère un "bruit de fond" ou de nombreuses variations de vitesse de très petite longueur d'onde. Cependant, l'algorithme converge même avec l'introduction d'un grand nombre de paramètres dans le modèle.

### Conclusions sur ces méthodes

Les méthodes d'inversion conjointe fonctions récepteur - ondes de surface ont montré des résultats intéressants et prometteurs. La mise en place de ces méthodes conjointes est "relativement simple" pour plusieurs raisons :

- Les deux problèmes géophysiques sont liés par un paramètre commun qui est la vitesse des ondes cisailantes
- Un seul et même modèle géophysique 1-D explique les deux jeux de données
- Ce modèle s'exprime de manière simple et avec peu de paramètres ce qui évite la manipulation de matrices de très grandes dimensions et rend l'exploration de l'espace des paramètres peu coûteuse en terme de durée d'exécution

Néanmoins, il convient de rester prudent et réfléchir à la question suivante : que traduisent les données ? Certes les deux jeux de données nous renseignent sur les vitesses des ondes S à des intervalles de profondeurs donnés, mais à des échelles différentes. Concernant la lithosphère, les télé-séismes utilisés pour les fonctions récepteurs vont illuminer les interfaces sur un rayon d'une vingtaine de kilomètres. Ce rayon est d'une centaine de kilomètres pour les ondes de surface. Ceci signifie que, pour une même interface, les fonctions récepteur seront sensibles à des variations de plus faible longueur d'onde. Dans certains cas, il peut donc être peu pertinent de vouloir obtenir un même modèle de vitesse pour les deux jeux de données. De plus, la sensibilité des deux méthodes géophysiques n'est pas obligatoirement la même et il est important de tenir compte de ce phénomène lors d'une inversion conjointe.

Notre objectif est de mettre un point une méthode d'inversion conjointe qui prenne en compte trois paramètres géophysiques en les intégrant dans un modèle tridimensionnel. Et surtout, le principe de base de notre inversion conjointe est d'apporter des contraintes en tout point du modèle plutôt que de multiplier les contraintes en un même endroit et ainsi obtenir un modèle géophysique tridimensionnel intégrant la croûte et le manteau lithosphérique. Nous souhaitons imager la lithosphère avec la meilleure résolution possible et en ayant un maximum de contraintes sur les paramètres. Le choix d'inverser simultanément

ment fonctions récepteurs, tomographie télésismique et gravimétrie paraît pertinent pour plusieurs raisons :

- il y a complémentarité entre la gravimétrie et la tomographie télésismique en terme de profondeur d’investigation puisque l’anomalie de Bouguer va permettre de détecter efficacement les anomalies de densité jusqu’à environs 70-80 *km* de profondeur alors que la tomographie sera bien résolue entre 50 et 200 *km* selon les réseaux
- nous pouvons lier vitesse des ondes P et densité par l’intermédiaire d’une loi physique empirique
- les fonctions récepteur permettent de situer le Moho en profondeur en tout point du réseau et donc de prendre en compte l’effet d’interfaces non planes dans le processus, chose que l’inversion tomographique régionale n’est pas en mesure de faire.

Nous détaillons ci-après deux inversions conjointes qui montrent que de telles associations de données (délais de temps - anomalie de Bouguer puis fonctions récepteur - délais de temps) peuvent être inversées conjointement avec succès.

### 2.5.2.2 Inversion conjointe gravimétrie - tomographie télésismique

Zeyen et Achauer (1997) proposent d’inverser conjointement des données de tomographie régionale et gravimétriques. La méthode d’inversion conjointe repose sur l’existence d’une relation linéaire constante entre vitesse et densité (loi de Birch (1961)). Zeyen et Achauer (1997) ont repris ce principe en utilisant un coefficient  $B$  positif liant les variations de vitesse ( $\Delta V_P$ ) et de densité ( $\Delta \rho$ ) tel que proposé par Birch (1961) :

$$\Delta V_P = B \Delta \rho \tag{2.35}$$

Un des intérêts de cette approche est d’autoriser  $B$  à varier autour d’une valeur donnée. Il peut également prendre différentes valeurs en fonction de la profondeur de façon à simuler les variations de ce paramètre en fonction de la pression et de la température. La considération de ce paramètre dans l’inversion amène à un schéma fortement non linéaire résolu de façon itérative. La méthode utilisée est basée sur une approche Bayésienne avec la possibilité d’inclure une information *a priori*. Elle a été modifiée par Jordan et Achauer (1999) pour utiliser un tracé de rai 3-D et permettre de paramétrer les modèles de vitesse et de densité indépendamment l’un de l’autre (Weiland *et al.*, 1995).

Pour réaliser l’inversion, le programme a besoin d’un modèle de vitesse et d’un modèle de densité de départ (figure 2.12). Le modèle de vitesse est composé de noeuds de vitesse disposés en couches. Le modèle de densité est, pour sa part, constitué de blocs qui subdivisent les mêmes couches. Les valeurs de vitesse et de densité sont définies pour

chaque noeud et bloc respectivement. La définition de la vitesse entre les noeuds se fait par interpolation en utilisant un gradient pseudolinéaire (Thurber, 1983; Stek et Prothero, 1991). Il est nécessaire que les deux modèles coïncident, ce qui veut dire qu'ils doivent avoir un nombre de couches et des limites (latérales et en profondeur) semblables. Cette condition permet de définir un coefficient B pour chaque couche. De plus, quelle que soit la direction de l'espace, il doit toujours y avoir un noeud en dehors des blocs. Une telle géométrie permet d'ajuster la taille des blocs en fonction de la densité de données et de la disposition des stations. Il est aussi possible d'augmenter la taille des blocs en profondeur, là où la densité est moins bien contrainte et où les grandes longueurs d'ondes prévalent.

Sur la figure 2.12, le modèle est constitué de six couches, les blocs ont les mêmes limites pour toutes ces couches mais il peut être envisagé d'en modifier la taille d'une couche à l'autre. En effet, la taille des blocs ainsi que la distance entre chaque noeud est fonction de la distance entre les stations en surface. Il ne serait pas pertinent d'avoir des noeuds de vitesse espacés d'une distance inférieure à celle séparant deux stations contiguës. La taille du modèle doit, quant à elle, être bien plus grande que le réseau afin que les rais sismiques n'atteignent pas les limites latérales du modèle mais arrivent sous la couche la plus profonde.

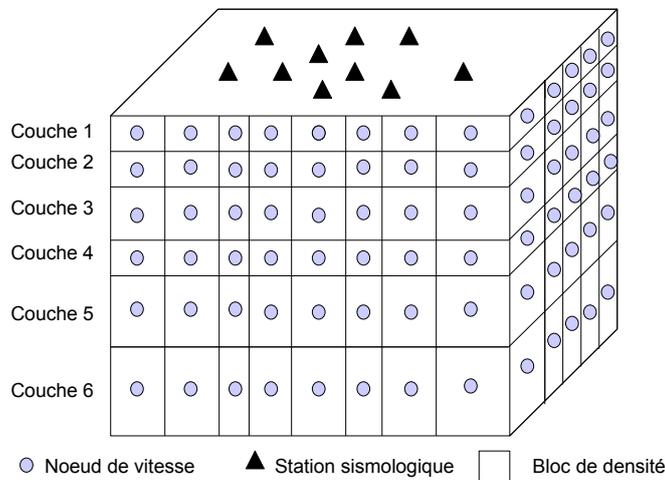


FIG. 2.12: Exemple d'une paramétrisation possible du modèle initial dans l'inversion conjointe tomographie télésismique - gravimétrie.

### Formulation de l'inversion

L'inversion consiste ici à trouver, par la méthode des moindres carrés, le modèle qui explique le mieux à la fois les données gravimétriques et les résidus sismologiques. Il s'agit

donc de minimiser l'écart entre les données observées ( $\vec{d}$ ) et calculées ( $\vec{c}$ ) pour les deux types de données. Mathématiquement, cela revient à minimiser l'expression suivante (cf. Zeyen et Achauer (1997) pour l'étude détaillée) :

$$(\vec{d} - \vec{c})^t \cdot C_d^{-1} \cdot (\vec{d} - \vec{c}) \quad (2.36)$$

où  $^t$  indique la matrice transposée,  $C_d^{-1}$  est la matrice de covariance qui prend en compte les erreurs sur les mesures. D'autres expressions doivent elles aussi être minimisées lors de l'inversion, celles-ci sont les expressions mathématiques de l'information *a priori*, de la contrainte de lissage et de la relation liant vitesse et densité (e.g. Zeyen et Achauer, 1997). Leur minimisation est effectuée en annulant les dérivées partielles. Une fois ces équations dérivées et sommées, l'expression à résoudre est la suivante :

$$\vec{p}_i = \vec{p}_{i-1} + \left( A^t C_d^{-1} A + C_p^{-1} - C_b^{-1} D_b - C_s^{-1} D_s \right)^{-1} \cdot \left( A^t C_d^{-1} (\vec{d} - \vec{c}) + C_b^{-1} \vec{b} + C_s^{-1} \vec{s} \right) \quad (2.37)$$

où  $\vec{p}_i$  est le vecteur paramètres (vitesse, densité et  $B$ ) à l'itération  $i$ ,  $A$  est la matrice des dérivées partielles (contient la loi physique entre les données et les paramètres,  $D_b$  est la matrice qui contient l'information sur  $B$ ,  $D_s$  contient l'information sur la contrainte de lissage,  $\vec{b}$  et  $\vec{s}$  sont les vecteurs des valeurs de  $B$  et de lissage respectivement,  $C_p$ ,  $C_d$ ,  $C_b$  et  $C_s$  sont les matrices de covariance des paramètres, données,  $B$  et lissage respectivement. On obtient donc une procédure itérative pour calculer le nouveau vecteur paramètres qui dépend de l'itération précédente et du terme  $(\vec{d} - \vec{c})$  qu'il convient donc de minimiser.

L'organigramme présenté en figure 2.13 résume les principales étapes de l'inversion. En premier lieu, le programme calcule les résidus de temps et l'anomalie gravimétrique correspondant au modèle initial. L'anomalie gravimétrique totale est calculée simplement en ajoutant l'attraction verticale due à chacun des blocs de chaque couche. La différence entre les données observées et calculées est alors déterminée. Si cette différence est inférieure à une valeur définie par l'utilisateur (epsilon) alors le processus s'arrête et le programme renvoie les modèles finaux de densité et de vitesse. Si ce n'est pas le cas, cette différence est utilisée pour définir de nouveaux paramètres par le biais de l'équation 2.37. Si le nombre maximum d'itération (défini par l'utilisateur) est atteint, alors le programme arrête l'inversion et sort les modèles finaux de vitesse et de densité ainsi qu'une valeur du coefficient  $B$  pour chaque couche. Dans le cas contraire, le processus se poursuit en entamant une nouvelle itération à partir des modèles finaux de l'itération précédente et des valeurs de  $B$ . Le programme calcule ainsi les résidus temporels et l'anomalie gravimétrique relatifs à ces modèles. A la fin des itérations la matrice de résolution est calculée et les résultats obtenus

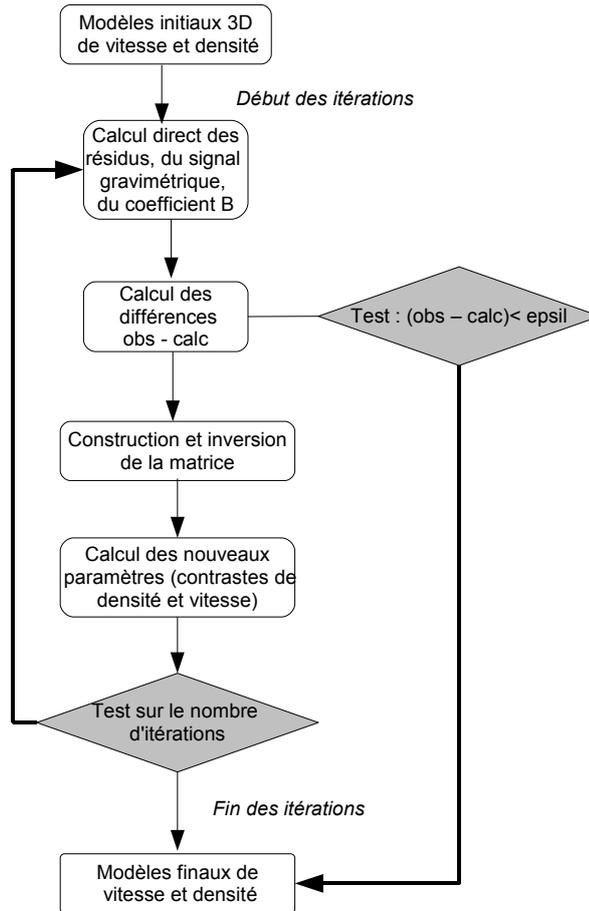


FIG. 2.13: Organigramme montrant les différentes étapes de l'inversion conjointe tomographique télésismique - gravimétrie. D'après Tiberi et al. (2003).

en vitesse et densité sont enregistrés.

### Résultats obtenus dans le Baïkal

Cette méthode a été testée dans la région du Baïkal (Tiberi *et al.*, 2003), les résultats sont montrés sur la figure 2.14. Nous pouvons observer une bonne cohérence entre les modèles finaux de vitesse et de densité car nous arrivons à retrouver les mêmes anomalies dans les deux modèles, et ce, pour toutes les couches. Les anomalies sont comprises entre  $-440$  et  $+620 \text{ kg.m}^3$  pour la densité et  $-14.88 \%$  et  $+10.59\%$  pour la vitesse. Rappelons que pour chacune des couches, les anomalies sont calculées par rapport à une vitesse de référence et que la moyenne des anomalies à l'intérieur de chaque couche doit être nulle. Les couches pour lesquelles la cohérence entre les deux modèles est la moins évidente sont les couches les plus superficielles. Ceci est dû au fait que l'on a un faible échantillonnage de ces couches en tomographie, c'est cependant dans ces couches que l'on retrouve le mieux les anomalies de petite longueur d'onde. Les couches les plus profondes sont, elles, dominées par des anomalies de grande longueur d'onde. Les auteurs expliquent ce phénomène en

partie par la taille des blocs du modèle qui augmente avec la profondeur. Les anomalies présentant les plus fortes amplitudes sont retrouvées dans les couches 2 et 4 avec de forts gradients latéraux entre les anomalies. La couche 3 est caractérisée par la présence de deux corps à forte densité. Leur présence n'est cependant pas confirmée par la tomographie qui n'a pas une résolution suffisante à cet endroit. Enfin les couches 5 et 6 sont caractérisés par la présence d'une structure à faible vitesse et faible densité localisée sous le Lac Baikal. De part et d'autre de cette structure nous observons des zones à plus fort contraste de vitesse et densité. Une telle cohérence entre les modèles finaux de vitesse et densité est observable lorsque les deux jeux de données échantillonnent les mêmes structures ce qui est le cas dans cette étude.

### Limites de la méthode

- L'utilisation de couches rigides ne permet pas d'inclure les variations de profondeur d'interfaces telles que le Moho. Cela se traduit par la présence d'anomalies de vitesse dans les couches qui ne seront pas forcément interprétées comme un épaissement ou un amincissement de la croûte.
- La méthode ACH ainsi que toutes les tomographies suivant son principe ne donnent pas accès aux vitesses absolues mais à des anomalies par rapport à une vitesse inconnue.
- La prise en compte de  $B$  dans le schéma d'inversion rend le tout très instable. En pratique, il est illusoire d'espérer avoir une contrainte quelconque sur ce paramètre (cf. Tiberi *et al.*, 2003).
- Dans certains contextes géodynamiques, cette méthode est difficilement utilisable, c'est le cas pour les marges continentales étirées pour lesquelles données gravimétriques et délais de temps ne résultent pas des mêmes niveaux structuraux. Il est alors difficile de lier vitesse et densité.

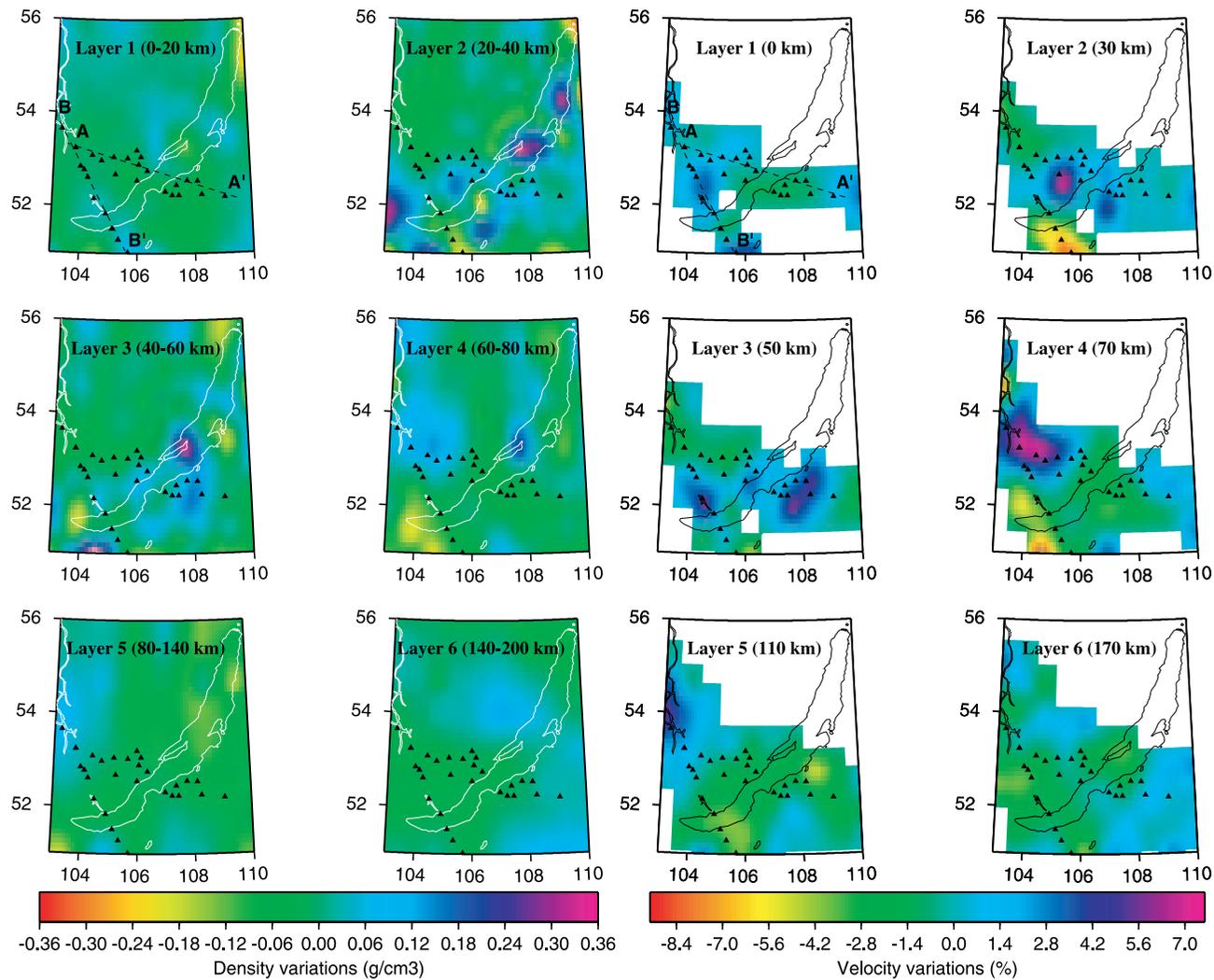


FIG. 2.14: Modèles de densité (gauche) et vitesse (droite) obtenus par inversion conjointe. Ces modèles sont représentés en couches horizontales de profondeur croissantes (Tiberi et al., 2003).

### 2.5.2.3 Inversion fonctions récepteur - tomographie

En 2002, Jérôme Vergne propose de réaliser une inversion conjointe fonctions récepteur - tomographie. La tomographie permet d'obtenir les variations de vitesse dans des couches d'épaisseur constantes, les fonctions récepteur donnent, quant à elles, la profondeur des interfaces. Ces deux approches sont souvent menées parallèlement pour des mêmes réseaux lors d'études d'échelle crustale à lithosphérique mais les résultats obtenus par ces deux méthodes peuvent mener à l'obtention de modèles finaux non compatibles entre eux. L'utilisation de ces deux méthodes mène donc à des indéterminations, la raison étant qu'elles présentent un couplage important entre la profondeur des interfaces et la vitesse de propagation des ondes dans le milieu situé au-dessus. Ainsi, comme le montre la figure 2.15, plusieurs modèles peuvent correspondre aux mêmes données (Vergne, 2002). En ce qui concerne la tomographie, l'utilisation d'une couche d'épaisseur constante ne permet pas de visualiser les variations de profondeur des interfaces, celles-ci seront donc interprétées par l'inversion comme des anomalies de vitesse. Sans autre information, il est donc difficile de déterminer si les variations de vitesse crustale observées sont réelles ou bien si elles correspondent à une variation de profondeur du Moho. Les fonctions récepteur, de leur côté, permettent de visualiser ces interfaces mais dans la pratique, deux paramètres ( $H$  la profondeur de l'interface et  $V_P$  la vitesse moyenne des ondes P au-dessus de celle-ci) vont être interdépendants. Rappelons que les paramètres qui jouent sur les fonctions récepteurs sont  $H$ ,  $V_P$  et le rapport  $\frac{V_P}{V_S}$ . La détermination de  $V_P$  est très délicate (données insuffisantes, interface pentée, anisotropie,...), par ailleurs, le rapport  $\frac{V_P}{V_S}$  est bien souvent plus ou moins fixé, ou, tout du moins, a un faible intervalle de valeur possibles. On aura donc toute une gamme de couples  $(H, V_P)$  qui expliquent correctement les données (Ammon *et al.*, 1990).

#### Méthode et tests synthétiques

La méthodologie mise au point par Vergne, 2002 consiste à modéliser deux types de données qui sont (1) les perturbations relatives de  $V_P$  dans une couche d'épaisseur constante qui constitue l'ensemble de la croûte. Ces perturbations sont obtenues par une inversion tomographique des résidus relatifs d'ondes P. L'épaisseur de la première couche du modèle est choisie proche de l'épaisseur de la croûte pour éviter l'influence des variations de vitesse dans le manteau ; (2) un jeu de temps d'arrivée de phases PS converties au Moho. Dans ce processus d'inversion, seules les variations de profondeur du Moho de premier ordre et la vitesse moyenne de long d'une verticale dans la croûte sont modélisées. Les paramètres qui caractérisent la croûte sont ici deux fonctions spline, l'une décrivant la profondeur du Moho, l'autre la vitesse crustale des ondes P. Les valeurs possibles de vitesse et de profondeur sont limitées par des bornes maximales et minimales de manière à ne pas obtenir de résultats trop aberrants.

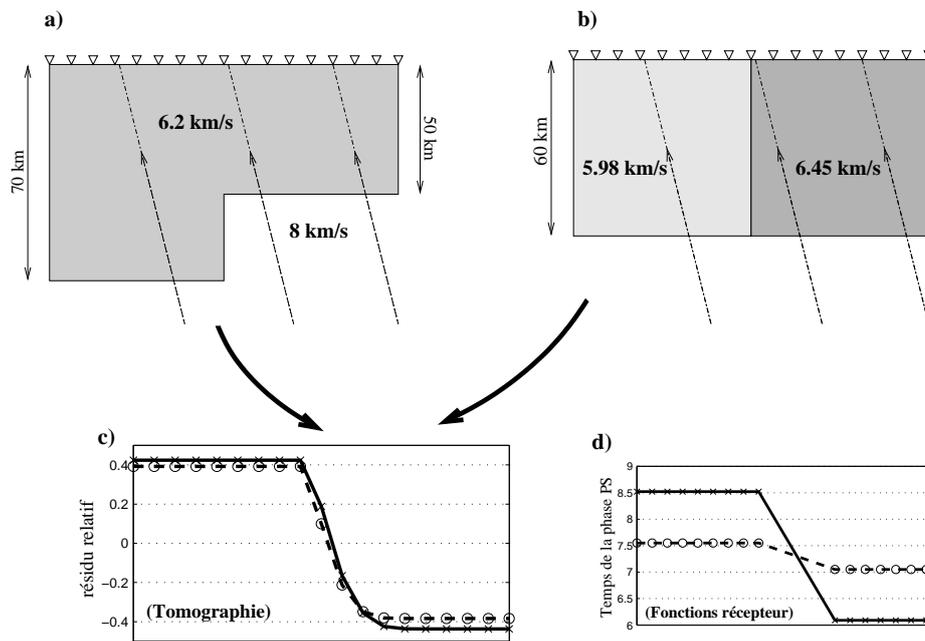


FIG. 2.15: Exemple de deux modèles correspondant au même jeu de données. a) Modèle avec une vitesse constante dans la croûte et une variation de profondeur du Moho. b) Modèle avec un Moho à profondeur constante et des variations de vitesse importantes dans la croûte. c) Courbe de résidus obtenues pour un séisme arrivant dans l'axe du profil avec une incidence de  $15^\circ$  (modèle (a) en trait plein et modèle (b) en trait pointillés). d) Temps d'arrivée de la phase PS convertie au Moho pour le modèle (a) (trait plein) et pour le modèle (b) (trait pointillé) (Vergne, 2002).

Un point essentiel pour toute inversion est de savoir évaluer de manière pertinente la qualité des modèles c'est-à-dire déterminer une fonction coût pertinente. Pour cela, il faut évaluer l'écart entre les données observées et les données synthétiques obtenues par le modèle considéré, ceci est fait pour les deux types de données par le calcul de la  $RMS_{tomo}$  et de la  $RMS_{PS}$ . Ces deux RMS sont ensuite sommées. Les valeurs prises par  $RMS_{tomo}$  étant beaucoup plus faibles que celles prises par  $RMS_{PS}$  il est nécessaire de la pondérer par un facteur  $\alpha$ , l'erreur liée au modèle devient donc :

$$RMS_{modele} = \alpha RMS_{tomo} + RMS_{PS} \quad (2.38)$$

$\alpha$  est défini empiriquement par des tests de valeurs sur des cas synthétiques. Une valeur de 25 pour ce paramètre permet d'avoir une influence quasi similaire pour les deux erreurs.

Le but de l'inversion est bien évidemment de trouver le modèle, c'est-à-dire l'association de paramètres qui minimise la fonction  $RMS_{modele}$ . L'algorithme utilisé ici est de type "*simplex*" (Nelder et Mead, 1965). Cet algorithme ne permet pas à coup sûr de déterminer le minimum absolu mais il est bien adapté au type de problème à résoudre dans ce cas. En effet, le principe de cet algorithme est de rechercher autour de quelques configurations données s'il n'existe pas de meilleures configurations. L'algorithme parcourt quand même une grande partie de l'espace des modèles lors des premières itérations, puis il se focalise dans les régions qui minimisent la fonction  $RMS_{modele}$ . Un inconvénient de cet algorithme est qu'il est très sensible à la position de départ de la recherche. Vergne (2002) précise donc que des algorithmes de type recuit simulé et génétique peuvent constituer une bonne alternative puisque moins sensibles à la position de départ mais plus coûteux en temps de calcul. D'où la nécessité pour la résolution du problème conjoint de trouver un algorithme qui limite à la fois le temps de calcul et la dépendance à la position de départ. Par ailleurs, il est intéressant de noter que lorsque les mêmes données sont inversées par la méthode des "*simplex*" mais de manière non conjointe, le modèle initial n'est pas retrouvé (figure 2.16). Pour la tomographie, les anomalies de vitesse sont retrouvées en localisation mais pas en intensité puisqu'elles sont "diluées" permettant une compensation des variations de profondeur du Moho non imagées. A l'opposé, l'inversion des fonctions récepteur seules permet de retrouver assez bien les variations de profondeur de l'interface, mais les vitesses crustales retrouvées ne correspondent pas au modèle initial.

La validation de la méthode se fait par la réalisation de tests synthétiques dont les résultats sont présentés sur les figures 2.16 et 2.17. Le premier modèle testé est composé de deux blocs crustaux de vitesse et d'épaisseur différentes accolés l'un à l'autre. Le résultat de l'inversion conjointe présenté sur la figure 2.16 b) montre que le modèle de départ est relativement bien retrouvé, on note la présence de deux blocs crustaux de vitesse différentes

et les variations de profondeur au premier ordre sont également bien retrouvées.

Un deuxième test démontre la capacité de l'inversion à retrouver des structures crustales plus complexes (figure 2.17). En effet, le modèle initial présente des variations d'épaisseur non symétriques et complètement découplées des variations latérales de vitesse. L'inversion conjointe retrouve le modèle alors que, là encore, les méthodes d'inversion d'un type de données seul échouent.

Ces tests valident la méthode mais montrent surtout l'utilité de considérer les données géophysiques non pas en parallèle mais conjointement pour avoir une image la plus proche possible de la réalité. Néanmoins, cette méthode présente des limites que nous détaillons ci-après.

### Limites de la méthode

- Cette méthode d'imagerie est une méthode d'inversion en deux dimensions. Si la limitation 2D permet un calcul rapide et est peu coûteuse en puissance informatique, elle ne tient pas compte de l'effet d'anomalies de vitesse ou de variations de profondeur du Moho en trois dimensions qui affectent à la fois les temps de trajet des rais sismique et des phases converties.
- Peu de paramètres sont inversés dans cette méthode. Pour les fonctions récepteur notamment, seuls les temps d'arrivées de l'onde PS est inversé, mais ni les amplitudes ni les temps d'arrivée des multiples ne sont pris en compte. Or, leur utilisation permettrait d'avoir accès à la vitesse des ondes S mais aussi au rapport  $\frac{V_P}{V_S}$ .
- Dans le processus d'inversion, la vitesse des ondes P dans le manteau est fixée puisque rien ne permet de la contraindre. Si celle-ci est mal estimée, cela aura une influence non négligeable sur la valeur de vitesse de propagation des ondes P dans la croûte. En faire une constante permet dans ce cas là de n'affecter que la vitesse moyenne des ondes P dans la croûte. L'avantage est que si la vitesse moyenne n'est pas exacte, les variations de vitesse crustale seront, elles, bien estimées.
- Seules les vitesses moyennes sur l'ensemble de la croûte sont considérées, cette méthode ne permet donc pas une étude détaillée de la croûte. De plus, l'utilisation de vitesses moyennes ne permet pas d'imager les variations de vitesse en profondeur. Enfin, on ne tient pas compte non plus des variations de vitesse présentes dans le manteau.
- Comme la plupart des méthodes tomographiques basées sur ACH, celle-ci ne donne pas accès aux vitesses absolues. Ceci s'explique par le fait que les anomalies de vitesse ainsi que les temps d'arrivée des phases converties PS sont relatifs à une vitesse de propagation d'onde P inconnue (Masson et Trampert, 1997).

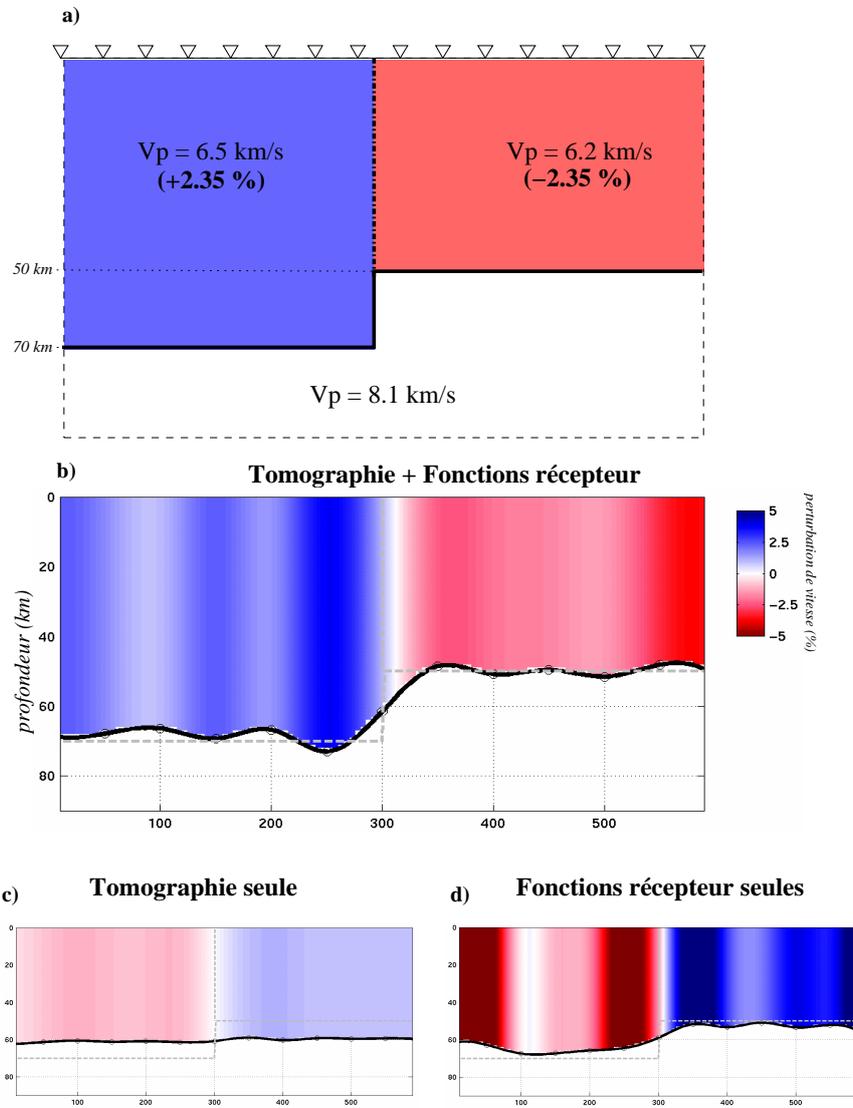


FIG. 2.16: Test synthétique simple de l'approche conjointe fonctions récepteur et tomographie. a) Modèle utilisé pour fabriquer les synthétiques. b) Résultat de l'inversion en prenant en compte à la fois les données de la tomographie et des fonctions récepteur. Les vitesses crustales sont exprimées en vitesses relatives par rapport à une vitesse moyenne inconnue. c) Résultats uniquement avec la tomographie. d) Résultats uniquement avec les fonctions récepteur (Vergne, 2002).

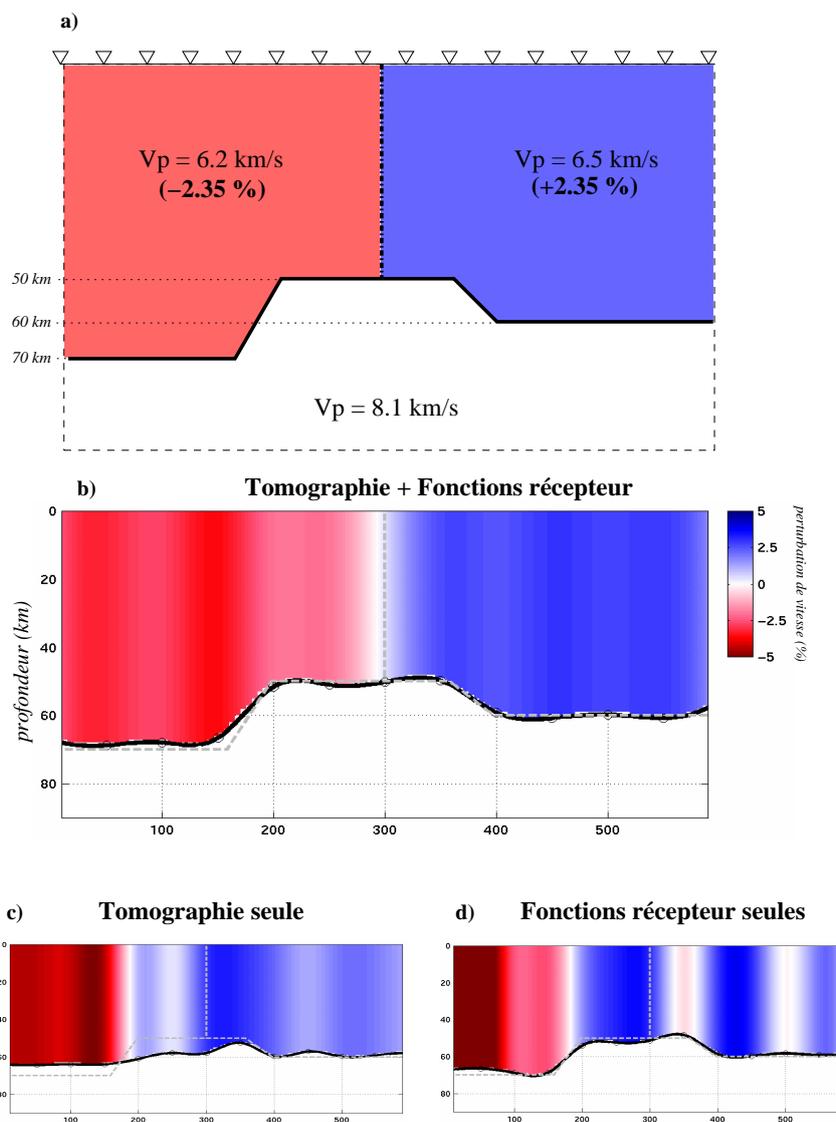


FIG. 2.17: Test synthétique complexe de l'inversion conjointe fonctions récepteur et tomographie mise au point par J.Vergne (2002)

## 2.6 Vers des inversions conjointes de plus en plus complexes ??

Les résultats très satisfaisants obtenus par inversions conjointes et l'augmentation de la puissance informatique ont poussé les chercheurs en géophysique à développer des inversions conjointes de plus en plus poussées. Depuis le milieu des années 2000, des développements méthodologiques ont été menés, et ce, dans diverses directions. Outre le besoin de passer à des géométries tridimensionnelles, deux grandes voies ont été suivies : (1) apporter des contraintes supplémentaires aux méthodes conjointes déjà existantes ou (2) essayer d'inverser conjointement des méthodes pour lesquelles les paramètres ne peuvent être liés par une relation analytique.

Pour ce qui concerne l'augmentation des contraintes, cela implique nécessairement de considérer des jeux de données supplémentaires pour contraindre les mêmes paramètres. C'est le cas, par exemple, de la méthode de Moorkamp *et al.* (2010) qui permet l'inversion conjointe de fonctions récepteur, des ondes de surface et de données magnétotelluriques. Les ondes de surface et les fonctions récepteur apporteront chacune des contraintes sur la vitesse des ondes cisailantes. Cette méthode a été développée après avoir obtenu des résultats prometteurs avec une méthode d'inversion conjointe fonctions récepteur - données magnétotelluriques (Moorkamp *et al.*, 2007). En parallèle, Maceira *et al.* (2008) développent une inversion combinant quatre types de données différents, à savoir les fonctions récepteur P, les vitesses de groupe des ondes de surface, les délais de temps de trajet des ondes cisailantes et les anomalies gravimétriques (Bouguer). Un inconvénient de cette complexification des inversions conjointes est que l'ajout de jeux de données oblige, le plus souvent, à intégrer des paramètres supplémentaires. L'augmentation des contraintes sur les paramètres considérés peut donc souvent être moins important qu'espéré au départ.

L'avenir des inversions conjointes se dessine également au travers d'une autre philosophie qui consiste à s'appuyer sur les structures géologiques plutôt que sur des lois physiques ou empiriques qui relient les paramètres entre eux. Cette philosophie, initiée par Gallardo et Meju (2003, 2004), considère que les variations des propriétés physiques ont les mêmes causes et va donc se focaliser sur les structures géologiques. Gallardo et Meju (2004) proposent donc d'inverser conjointement des données de résistivité électrique et de sismique pour imager la subsurface en utilisant des comparaisons de gradients entre les deux modèles pour imager des structures similaires. Fregoso et Gallardo (2009) développent un peu plus ce type de méthode en développant une inversion conjointe de données gravimétriques et magnétiques qui prend en compte des modèles tridimensionnels.

## 2.7 Des limites pour les inversions conjointes ??

Les inversions conjointes sont actuellement en plein développement. Comme nous avons pu le voir, ces développements se font sur plusieurs fronts qui sont : la prise en compte de jeux de données de plus en plus nombreux, les inversions conjointes de paramètres indépendants ou encore l'utilisation de plus en plus fréquente d'algorithmes stochastiques.

Certaines méthodes d'inversion conjointe sont encore très jeunes et, s'il a été démontré qu'elles permettent généralement d'améliorer les modèles géophysiques, un bon nombre de leur limites ne sont pas encore connues. Seule la multiplication des inversions pour des contextes géologiques différents permettra d'évaluer les limites de ces méthodes.

### 2.7.1 Inversion conjointe Gravimétrie - Sismologie en contexte de marge continentale étirée

Mon implication dans les projets sur le Golfe d'Aden m'a permis d'avoir accès à des données géophysiques dans la région et notamment à des données gravimétriques et sismologiques. J'ai donc effectué une inversion conjointe gravimétrie - tomographie télésismique régionale de ces données. La marge Nord du Golfe d'Aden est une marge passive jeune, les données sismologiques ont été enregistrées sur la partie continentale de la marge alors que les données gravimétriques se répartissent aussi bien à terre qu'en mer.

Cependant, comme le montre l'étude ci-après, la géométrie de la marge, du réseau et les sources différentes des signaux gravimétriques ont été autant d'obstacles pour l'inversion conjointe qui n'a donc pas été aussi convaincante qu'espéré.

## Evidence of partial melting beneath a continental margin: case of Dhofar, in the Northeast Gulf of Aden (Sultanate of Oman)

C. Basuyau,<sup>1\*</sup> C. Tiberi,<sup>1\*</sup> S. Leroy,<sup>1,2</sup> G. Stuart,<sup>3</sup> A. Al-Lazki,<sup>4</sup> K. Al-Toubi<sup>4</sup> and C. Ebinger<sup>5</sup>

<sup>1</sup>UPMC Univ Paris 06, UMR 7193, ISTEP, F-75005, Paris, France. E-mail: clemence.basuyau@upmc.fr

<sup>2</sup>UMR 7193, ISTEP, CNRS, Case 129, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France

<sup>3</sup>School of Earth and Environment, University of Leeds, Leeds LS2 9JT, UK

<sup>4</sup>Department Earth Sciences, Sultan Qaboos University, Sultanate of Oman

<sup>5</sup>Department Earth and Environmental Sciences, University of Rochester, USA

Accepted 2009 October 29. Received 2009 October 16; in original form 2009 July 10

### SUMMARY

Gravity data and *P*-wave teleseismic traveltimes residuals from 29 temporary broad-band stations spread over the northern margin of the Gulf of Aden (Dhofar region, Oman) were used to image lithospheric structure. We apply a linear relationship between density and velocity to provide consistent density and velocity models from mid-crust down to about 250 km depth. The accuracy of the resulting models is investigated through a series of synthetic tests. The analysis of our resulting models shows: (1) crustal heterogeneities that match the main geological features at the surface; (2) the gravity edge effect and disparity in anomaly depth locations for layers at 20 and 50 km; (3) two low-velocity anomalies along the continuation of Socotra-Hadbeen and Alula-Fartak fracture zones between 60 and 200 km depth; and (4) evidence for partial melting (3–6 per cent) within these two negative anomalies. We discuss the presence of partial melting in terms of interaction between the Sheba ridge melts and its along-axis segmentation.

**Key words:** Tomography; Gravity anomalies and Earth structure; Continental margin; divergent; Indian Ocean.

### 1 INTRODUCTION

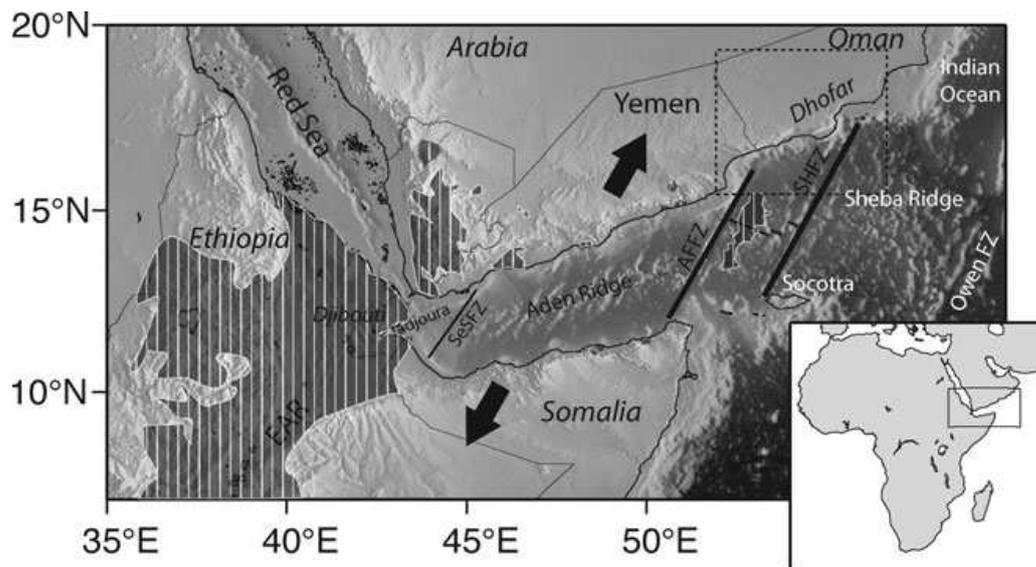
The break-up of continents and the creation of new ocean basins are processes that have reshaped Earth's surface since Archean time. Breakup process is poorly understood, in large part because most successfully rifted passive margins formed more than 100 Ma ago, and the thermal response of the lithosphere has long since decayed. Another problem in the geophysical exploration of passive margins is the combination of signals coming from various sources (e.g. Worzel 1968). These include the drastic crustal thinning, the change of crustal nature (oceanic versus continental), the presence of deep sedimentary basins and/or the presence of seaward dipping reflectors (SDRs). In this case, most geophysical methods can hardly associate the right wavelength of the total signal with the corresponding structure (e.g. Watts & Stewart 1998). Still debated are the relative importance of magmatism and faulting in strain accommodation, and the thermal–mechanical evolution of continental lithosphere from rift onset to breakup (e.g. Buck 2004). Likewise, the along-strike variability of rift structure and its relation to mantle

thermal anomalies remains poorly understood (e.g. Bastow *et al.* 2005; Lizarralde *et al.* 2007).

The Gulf of Aden extends from Africa (Djibouti) to the Indian Ocean with a N075 trend and it separates the Arabian and Somalian plates (Fig. 1). Its margins are only 400 km apart and well preserved beneath a thin postrift sedimentary cover. It then offers an ideal location to compare the along-strike structural segmentation of early syn-rift to seafloor spreading anomalies with the patterns of lithospheric thinning and heating. The Gulf of Aden evolution and its margin structure (both volcanic and non-volcanic) are closely related to the presence of the Afar plume at its western end (e.g. Manighetti *et al.* 1997; Bellahsen *et al.* 2003). It is thus an ideal place for studying the interactions between asthenosphere and lithosphere. We focus our study on the Dhofar Area (Southern Oman; Fig. 1) for two main reasons. First, it is far from any other major geodynamic processes that could interact with break-up: the Arabian subduction beneath Eurasia (Zagros and Makran) is more than 800 km away and is dipping to the north. Secondly, this region benefits from previous geophysical studies for crustal constraints (e.g. Leroy *et al.* 2004; d'Acremont *et al.* 2006; Tiberi *et al.* 2007).

In 2003 and 2005, two seismological experiments were carried out along the southern coast of Oman, in the Dhofar area. In total,

\*Now at: Géosciences Montpellier, Université Montpellier II, CNRS UMR 5243, France.



**Figure 1.** Simplified geodynamical map of the study region. The main structural units are named and localized (EAR, East African Rift; SeSFZ, Shukra el Sheik Fault Zone; AFFZ, Alula-Fartak Fault Zone; SHFZ, Socotra-Hadbeen Fault Zone; Owen FZ, Owen Fault Zone). The two black arrows indicate the direction of extension between Arabia and Somalia plate. The hachured areas are indicative of volcanic regions. The dashed square shows the zone where joint inversion is performed.

29 broad-band stations operated each for 1 yr, recording numerous teleseismic events. We have combined these seismological data with existing gravity data in a joint inversion scheme to estimate both  $P$ -wave velocity and density structure beneath the northeastern margin of the Gulf of Aden. We reach depths of 250 km with a spatial resolution of about 50 km.

We then discuss the presence of anomalous bodies in terms of interaction between mantle and crustal processes, rift evolution and margin/ridge segmentation.

### 1.1 Tectonic setting

Rifting of the Gulf of Aden commenced around 35 Ma. Seafloor spreading initiated by 18 Ma in the eastern Gulf of Aden, where mid-ocean ridge orientation is oblique to plate opening (N026). Its spreading rate increases from west ( $1.6 \text{ cm yr}^{-1}$ ) to east ( $2.3 \text{ cm yr}^{-1}$ ) (e.g. Fournier *et al.* 2001). Oceanic spreading started at least at 17.6 Ma in the eastern part of the Gulf (Leroy *et al.* 2004), whereas seafloor spreading in the western part seems to continue to propagate westward into the Afar depression (Manighetti *et al.* 1997; Huchon & Khanbari 2003). The onset of continental rifting coincides with the highest eruption rates of continental basaltic flood at  $\sim 30$  Ma (e.g. Courtillot *et al.* 1999; Ukstins *et al.* 2002; Wolfenden *et al.* 2004). The major discontinuity of Shukra-El Sheik (Fig. 1) may indicate the limit of the Afar hotspot influence and correspond to a major change in the rheology of the lithosphere (Hébert *et al.* 2001). West of this major discontinuity, the margins are considered volcanic (Tard *et al.* 1991), whereas they are non-volcanic east of it (e.g. Leroy *et al.* 2004; d'Acremont *et al.* 2005) (Fig. 1). However, recent evidence has been reported of both volcanic activity and high heat flow more than 1000 km east of the Afar (Lucazeau *et al.* 2008, 2009). The non-volcanic characteristic of the eastern part of the Gulf of Aden is then subject to question, and one can wonder whether hot mantle material could be still present east of the Shukra-El Sheik fracture zone.

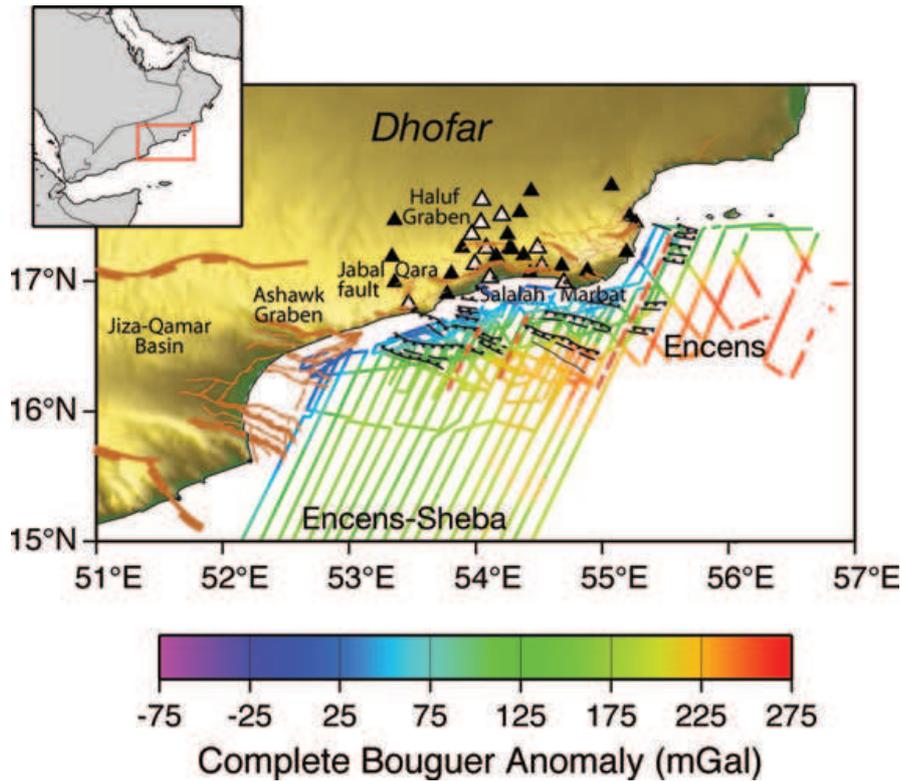
The Shukra-El Sheik fracture zone is one of the main structures that segment the Gulf of Aden. Their orientations range from N025 to N030 (Audin *et al.* 2004). The Alula-Fartak fracture zone is a major transform fault that horizontally offsets the Sheba ridge by  $\sim 180$  km (d'Acremont *et al.* 2005). The Alula-Fartak fracture zone parallels the Socotra-Hadbeen fracture zone (SHFZ; Fig. 1). The early mid-ocean ridge coincide with the late syn-rift segmentation of the continental margins (d'Acremont *et al.* 2006).

The margins are strongly asymmetric, but they comprise the same sequences as the main Arabian platform: Cretaceous to Eocene marine platform sequences overlying Precambrian to Cambrian basement. The northern margin (Oman) is narrower and steeper than the southern one (Eastern Somalia and Socotra island). This asymmetry is linked to the existence of Jurassic basins in the Gulf of Aden, which generate strong pre-existing lithospheric fabrics (d'Acremont *et al.* 2006).

In our study area, on the northern margin (Dhofar, Oman), the pre-rift marine sequence has been evaluated from geological observations to be about 2 km thick (Roger *et al.* 1989). Several fault-bounded syn-rift basins striking from N70°E to N110°E cut all these sequences (Lepvrier *et al.* 2002; Bellahsen *et al.* 2006). The major syn-rift basins on land are Salalah and Ashawq basins in the Dhofar area. The Jabal Qara fault bounds these basins and is coincident with the localization of crustal deformation in this area (Tiberi *et al.* 2007).

### 1.2 Previous seismological work

Although numerous studies dedicated to the lithospheric structure beneath Arabia and its surroundings were conducted for decades, they mainly focus on the eastern, northern or western parts of Arabia (e.g. Benoit *et al.* 2003; Park *et al.* 2007). Anomalous hot mantle beneath the Arabian shield is clearly imaged down to 400 km from body wave (Knox *et al.* 1998) and surface wave tomography (Debayle *et al.* 2001; Sebai *et al.* 2006). Also, anomalous



**Figure 2.** Complete Bouguer anomaly for the offshore part of our study region. The data are collected from two geophysical cruises: Encens-Sheba (Leroy *et al.* 2004) and Encens (Leroy *et al.* 2006). The two seismological temporary networks associated to this work are represented by the white (2003–2004) and black (2005–2006) triangles. Brown and black continuous segments underline onland and offshore main faults, respectively. Brown dashed lines offshore indicate major segmentation of the northern Aden margin (from d’Acremont *et al.* 2005).

potentially hot lithospheric mantle is indicated by low Pn velocities along the Red Sea passive margin (Al-Lazki *et al.* 2004), and indicated by inefficient Sn propagation beneath the Gulf of Aden and the Red Sea (Al-Damegh *et al.* 2004). The thickness and structure of the crust and the lithosphere are known through the Arabian plate (e.g. Hansen *et al.* 2006; Al-Lazki *et al.* 2002). Al-Damegh *et al.* (2005) deduced the average crustal thickness of the late Proterozoic Arabian shield as 39 km. In the northern part of the Arabian platform, the crust varies from 33 to 37 km; however, the crust is thicker (41–53 km) in the southeastern part of the platform (Al-Lazki *et al.* 2002). Along the Red Sea, the crust thins to about 23 km (Al-Damegh *et al.* 2005). Hansen *et al.* (2006) deduce from shear-wave splitting the presence of a density-driven flow associated with the channelized Afar upwelling.

The lithospheric structure of the Gulf of Aden margins remains poorly constrained. Surface wave tomography produces low resolution ( $\sim 1000$  km) images of the upper mantle part only (Debayle *et al.* 2001; Sebai *et al.* 2006). In 2003, the first seismological experiment carried out in the Dhofar area gave insight to the Moho variations across the northern margin of the Gulf of Aden from receiver function analysis (Tiberi *et al.* 2007). This study showed (1) a crustal thinning from 35 km beneath the northern rift flank to 26 km beneath the Salalah coastal plain and (2) a localization of the crustal thinning below the first known tilted block of the margin. Crustal thinning is more pronounced beneath the pre-rift basins, suggesting pre-rift structural variations influenced the Oligocene–Pliocene rifting. This work has been strengthened and completed by offshore

geophysical surveys in the past few years (Leroy *et al.* 2004, 2006; d’Acremont *et al.* 2005, 2006; Lucazeau *et al.* 2008).

## 2 DATA PREPARATION

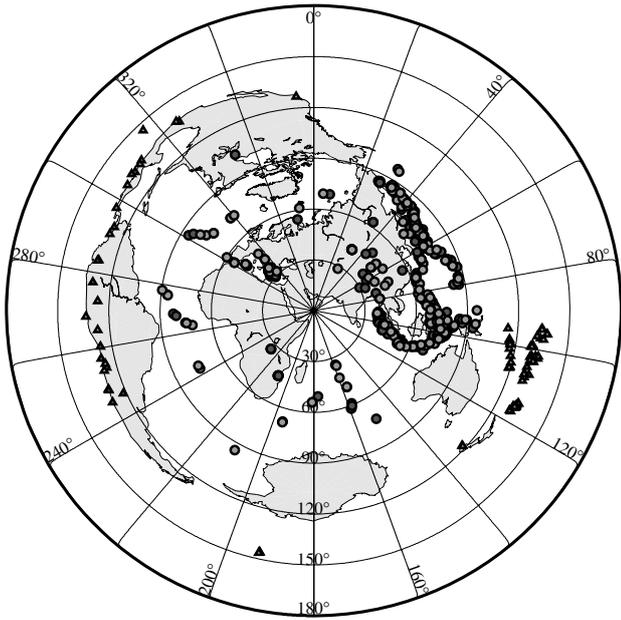
To image the lithospheric structure of the northern margin in the Gulf of Aden, we used two data sets that joined in a common inversion scheme. Gravity data gives more information on crustal structure, whereas teleseismic data provides a better resolution below 40 km.

### 2.1 Gravity data

The first data set is the complete Bouguer anomaly map for the Dhofar region (Sultanate of Oman). The continental part of the data is a compilation of confidential values (by courtesy of the Ministry of Commerce and Industry of Sultanate of Oman), whereas marine data were collected during the Encens-Sheba (Leroy *et al.* 2004) and Encens (Leroy *et al.* 2006, 2009b) cruises (Fig. 2).

The complete Bouguer anomaly was computed using an average density of  $2670 \text{ kg m}^{-3}$  for topographic loads and slab correction. Water density value was set to  $1030 \text{ kg m}^{-3}$ .

We use initial terrestrial and marine gravity data sets. After combining and decimating these two data sets, we use 23 746 Bouguer anomaly measurements. The final data set shows that the values are ranging from  $-70$  to  $290 \text{ mGal}$ . The complete Bouguer anomaly presents a long wavelength gradient perpendicular to the coast with



**Figure 3.** Azimuthal distribution of earthquakes used in this study. The circles represent events arriving with a first *P*-wave, whereas the triangles represent events arriving with a first *PKP* phase.

negative to positive values from continental to oceanic domain, respectively. A shorter wavelength component can be observed offshore along the coast, corresponding to a late syn-rift, high strain rift system characterized by tilted blocks imaged in seismic reflection data (d'Acremont *et al.* 2005). This component has a high amplitude.

## 2.2 Seismological data

The seismological data comes from two temporary broadband networks deployed in 2003 and 2005 in the framework of a collaborative project between France (CNRS, Univ. Paris 6), UK (Leeds and Royal Holloway University of London) and Oman (Univ. Sultan Qaboos and the Directorate of Minerals).

Eleven stations were first deployed in March 2003 for one full year (French Margins Program). The sensors were Guralp 3-component CMG-40TDs with a natural period of 30 s, recording with a sampling rate of 50 s.p.s. Then, 19 new stations were deployed from September 2005 to August 2006 (NERC project). All sensors were Guralp 3 components, either of CMG40 or CMG6 type (50 s.p.s., natural period of 30 s). Fig. 2 shows a location map of the broadband stations used for earthquake observations in Salalah region during the Dhofar Seismic Experiment. We only consider events in the epicentral distance range from 30° to 150° with a clear *P* or *PKP* phase. About 180 events in 2003 and more than 240 events for 2005 of magnitude greater than 5.0 were finally selected and used in the analysis. Fig. 3 shows the geographic distribution of the selected teleseismic events.

The final seismological data set was composed of 4989 *P* and *PKP* delay times calculated using IASP91 reference Earth model (Kennett & Engdahl 1991). They range between  $-0.9$  and  $+0.9$  s. As the arrival times were determined from waveform cross-correlation (VanDecar & Crosson 1990), we could assign a small picking error for each residual within the range  $\pm 0.01$  to  $\pm 0.15$  s.

**Table 1.** Initial parametrization for the joint inversion.

Layer	Depth range (km) for		$V_P$ ( $\text{km s}^{-1}$ )	Density ( $\text{g cm}^{-3}$ )
	Density blocks	Velocity nodes		
1	0–20	0	5.0	2.67
2	20–50	40	7.0	2.67
3	50–75	60	7.4	3.1
4	75–105	90	8.0	3.2
5	105–135	120	8.0	3.3
6	135–160	150	8.0	3.3
7	160–185	170	8.1	3.3
8	185–230	200	8.2	3.3

## 3 METHOD

To simultaneously invert both of the relative delay times and the gravity data in the Gulf of Aden, we applied a joint inversion in the sense of Lines *et al.* (1988) and Lees & VanDecar (1991). In this scheme, velocity and density variations ( $\Delta V$  and  $\Delta\rho$ , respectively) are linked with a linear relationship taken from Birch (1961)

$$\Delta V_p = B \times \Delta\rho,$$

where  $B$  can range between 2 and 5  $\text{km s}^{-1} \text{g}^{-1} \text{cm}^3$ , depending on rock types (Birch 1961), pressure and temperature conditions (Christensen & Mooney 1995).

The used method was initiated by Zeyen & Achauer (1997) and then developed by Jordan & Achauer (1999) and Tiberi *et al.* (2003). In this method, in addition to velocity and density perturbations we can also consider the  $B$  coefficient as an inversion parameter which varies with depth. Its variations only reflect its statistical and pressure dependant variations. However, to keep the coupling between velocity and density, we maintain it into a reasonable range of values by fixing its standard deviation  $\sigma$  very low. We solve this highly non-linear problem with an iterative least-squares method based on a Bayesian approach (Zeyen & Achauer 1997). Thus, any *a priori* information can be introduced to reduce the set of possible solutions ( $\sigma$ , smoothing, model geometry, ...).

As the method and parametrization are extensively presented elsewhere (Zeyen & Achauer 1997; Tiberi *et al.* 2003), we only give hereafter short insights on our initial model organization. The density variations are distributed into rectangular blocks (Blakely 1995), whereas velocities are calculated on nodes with an interpolation between each of them (Thurber 1983). For this study, we have selected a model composed of eight layers distributed from the surface down to 230 km (Table 1). Each layer is divided into 15 density blocks and 22 velocity nodes in the east–west axis and 13 blocks and 23 nodes in the north–south axis. The density block size varies from 15 to 50 km and the lateral spacing between nodes ranges from 10 to 100 km. We start with homogeneous layers and we link velocity and density variations through an average  $B$  value of 3  $\text{km s}^{-1} \text{g}^{-1} \text{cm}^3$  for each layer. The initial values for density and velocity are summed up into Table 1, based on usual values for those parameters at those depths. We assigned initial standard deviation for each parameter: 0.01  $\text{km s}^{-1}$ , 0.005  $\text{g cm}^{-3}$  and 0.1  $\text{km s}^{-1} \text{g}^{-1} \text{cm}^3$  for velocity, density and  $B$  factor, respectively. We considered constant standard deviations to take into account the lack of information on the depth location of structures. Velocity nodes are constrained and inverted if more than five teleseismic rays pass in their vicinity.

After several trials, the smoothing parameter has been selected as 0.001 for both the density and velocity, which allows for a good balance between realistic contrasts and mild spatial variations. This

value limits the short wavelengths, which could lead to incoherent results and unstable inversion.

Recent receiver function analysis gives *a priori* crustal thickness estimations beneath some of our stations (Tiberi *et al.* 2007). However, there are two difficulties which prevents us from using this *a priori* information in our inversion. First this information is very sparse and unevenly distributed. Secondly, the joint inversion uses a 3-D raytracing and an iterative scheme which prevents from integrating *a priori* crustal delay time estimation from the receiver function. We thus consider the upper and lower crust to be about 40 km thick together and represented by the first two layers of the model (Table 1). The Moho variations will then appear as density and velocity variations within those two layers.

## 4 RESULTS

To estimate the resolution of our joint inversion, a series of synthetic tests have been performed. To start with, we create a fictitious Earth model with known density and velocity perturbations (synthetic model). The density and velocity perturbations are linked following a Birch type law. Then through this model we compute the seismic traveltime residuals and the gravity anomaly for the actual rayset and gravity data geometry, respectively (synthetic data set). Finally, we inverted the synthetic data in the same manner as the actual inversion (same homogeneous starting model, same smoothing, same data distribution and standard deviation parameters).

### 4.1 Checkerboard test

To assess the resolving power of the joint inversion technique, we first analysed the ability of our ray geometry and gravimetric anomaly calculations to retrieve a standard checkerboard model. The checkerboard approach is a classic test to highlight areas of good ray coverage, to estimate the extent to which smearing of anomalies is occurring, and to evaluate the shortest wavelength of the anomaly that can be resolved with our seismic ray geometry.

In this test, we alternated the positive and negative perturbations in both velocity and density models throughout layers 3, 4 and 8. The initial variation is set to  $\pm 5$  per cent for the velocity, resulting in density perturbation of  $\pm 0.16 \text{ g cm}^{-3}$ . The perturbations concern two adjacent density blocks and the velocity nodes included within them. Fig. 4 depicts the recovered velocity and density structures from the inversion of this checkerboard geometry. The density perturbing bodies are better retrieved in the shallowest layer of the model both in location and amplitude and are fairly close to the initial perturbations. At greater depth, the initial density anomalies are poorly recovered because of the rapid decay of gravity amplitude with distance. These results represent a weak density resolution for depths greater than 100 km.

The recovered velocity structure from the checkerboard test shows that the perturbing blocks are clearly distinct from one to another, indicating a fairly good lateral resolution. As classically observed, for teleseismic traveltime inversion, the velocity perturbations are better retrieved in the deepest part of the model than in the shallowest layers, where more rays cross. Besides, in general, the resolution of the velocity increases with depth from the edges to the centre of the array (Evans & Achauer 1993). Furthermore, the initial perturbations are better located south-east of the study area with a maximum perturbation of  $\pm 2.5$  per cent (about half the input anomaly). This is due to the high density of rays originating from the Pacific subduction zones (Fig. 3). Note that at the

edges of the array, the input anomalies show evidence of streaking due to the lack of crossing rays.

We estimate from this test that about 50 per cent of the initial amplitude for the velocity anomalies were recovered. This is partly caused by the vertical (upward and downward) smearing of the velocity anomalies (Fig. 4c). This effect is common in all teleseismic analysis and is due to the smearing of the velocity anomalies along the nearly vertical ray paths.

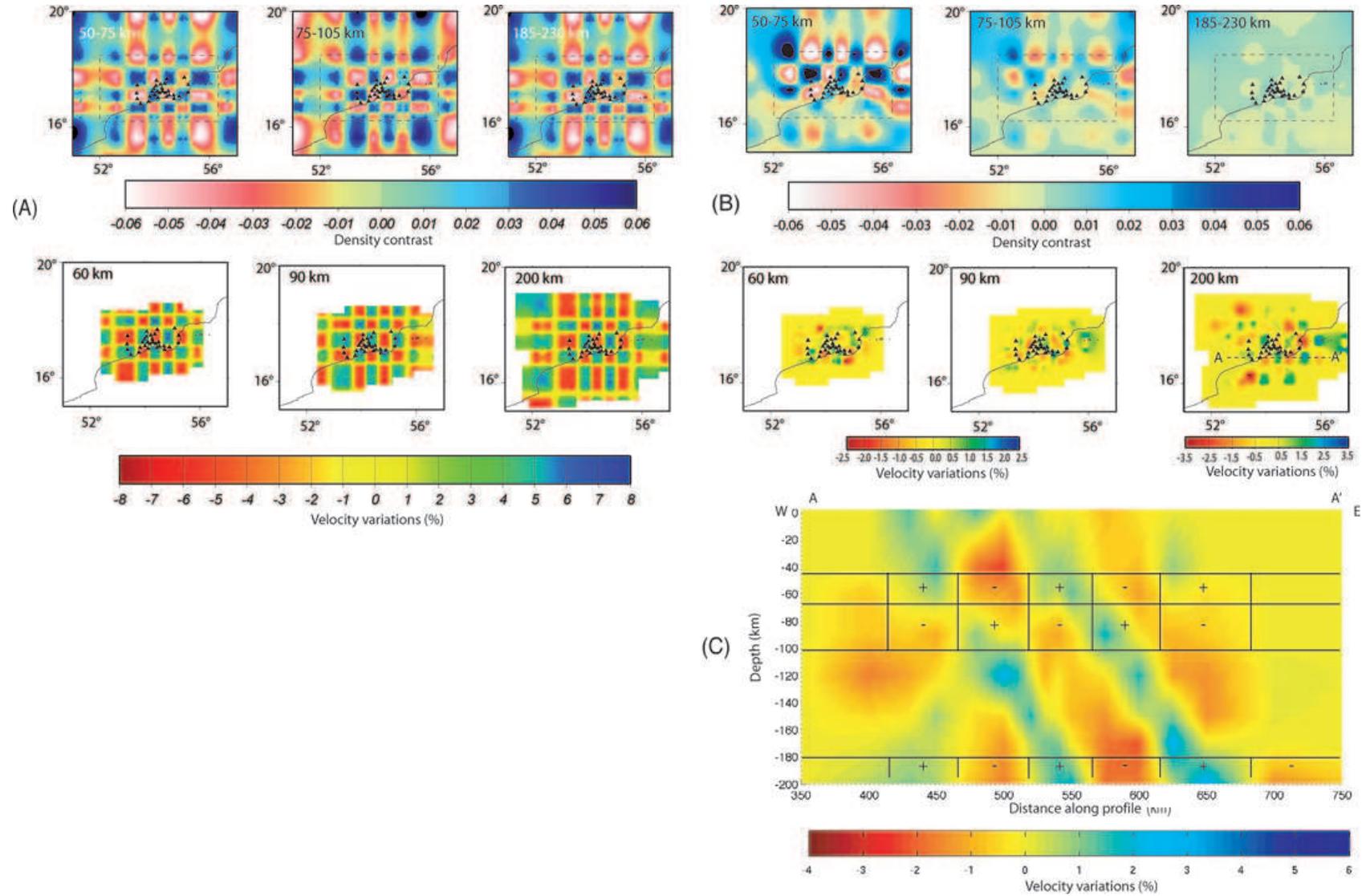
In order to clarify our interpretation, we hereafter subdivided the results section into two parts: the first one represents the crustal structure for both the density and velocity models while the second one deals with the upper mantle part of the models. The velocity and density models presented hereafter (Figs 6 and 7) result from 5 iterations. The good convergence is indicated by the total decrease of the root mean square (RMS) through the five iterations (Fig. 5) and is favoured by the standard deviation value we impose to the *B* factor ( $0.1 \text{ km s}^{-1} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^3$ ). The overall decrease of the RMS is 94.3 per cent and 55.5 per cent for the gravity and delay time data, respectively. The reduction of the total residual sum in our case is more than 90 per cent (data, parameter, and smoothing constant). Besides, the final standard deviations for the calculated data are 93.373 mGal and 0.175 s for gravity anomalies and delay times respectively, very close to the observed data (93.567 mGal and 0.203 s). The final density and velocity variations range between  $-0.6 \text{ g cm}^{-3}$  and  $+0.6 \text{ g cm}^{-3}$ , and  $-6$  per cent and  $+6$  per cent respectively, indicating reasonable values for lithospheric scale.

When comparing the computed gravity from the density model with the observed data, only very short wavelength differences appear ( $\pm 50$  mGal). It clearly reflects a good agreement between our model and data. The short wavelength residuals are directly related to our coarse grid size compared to the smallest crustal structures. Furthermore, the highest residual values correspond to areas where we anticipate large lateral variations in crustal structure: tilted blocks and sediment-filled rift basins along the coast, the Jabal Qara fault or the Socotra-Hadbeen fracture zone (see Figs 1 and 2 for location names).

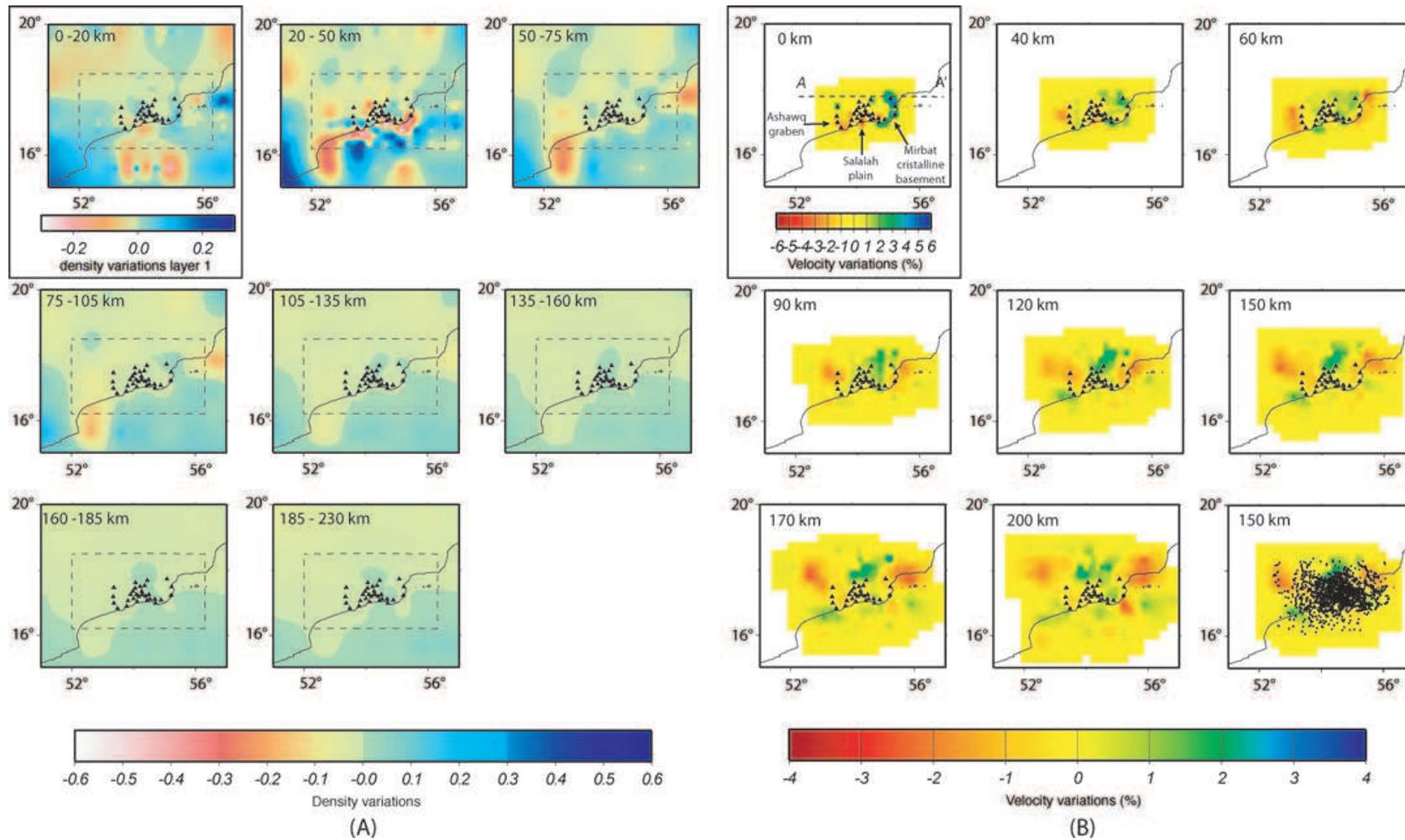
### 4.2 Crustal structure

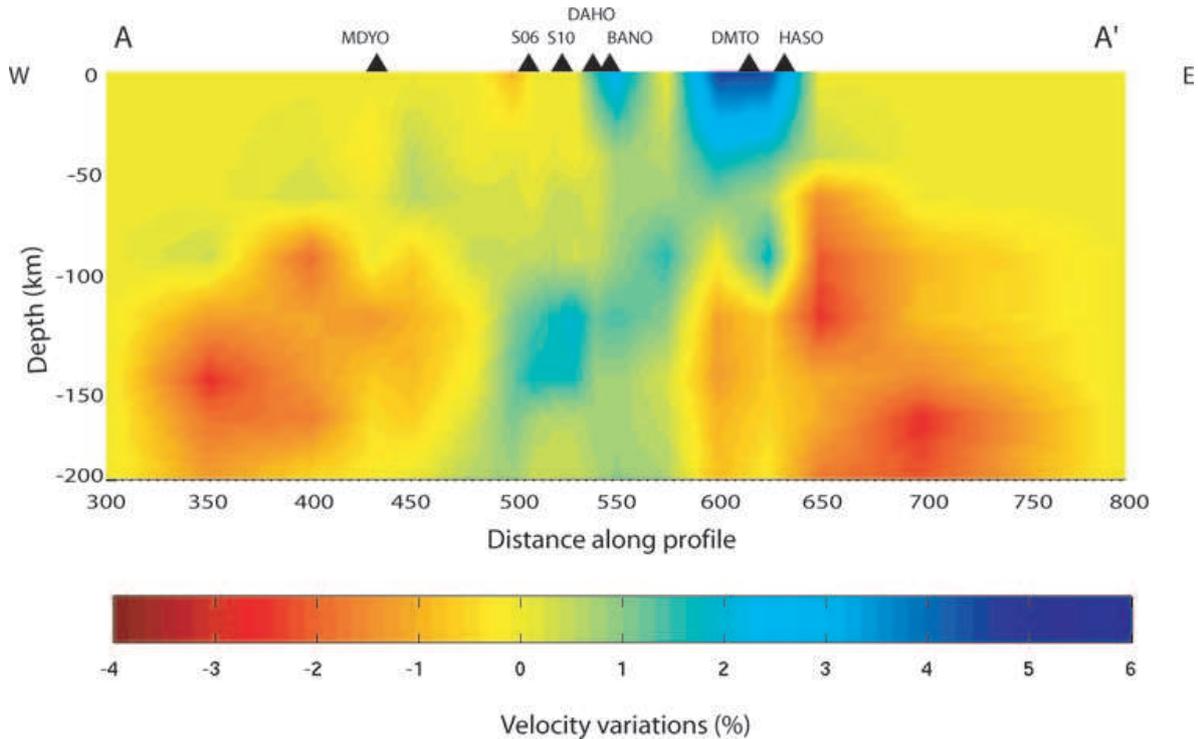
The crust is contained within the two first layers of our models (from 0 to 50 km, Fig. 6). Within those layers, the obtained resulting contrasts are in the range of  $\pm 0.6 \text{ g cm}^{-3}$  for the density and  $\pm 6$  per cent for the velocity perturbations. Those upper crustal anomalies are related to geological structures observed at the surface: the low velocity/low density anomaly at the centre of the network corresponds to the 3 km of sediments deposited in the Salalah basin, whereas the western low corresponds to the Ashawk basin depocentre. The positive anomaly located beneath the easternmost stations of the network correlates with the Precambrian basement exposure along the margin following the footwall of the Mirbat escarpment where pre-rift sedimentary cover is absent.

In contrast, velocity and density models are clearly inconsistent for layer 2 (20-50 km)(Fig. 6). We notice the presence of very low density anomalies running along the coast which are not related to any low velocity anomalies. The seismic ray coverage in this part of the model is not dense enough to clearly image the associated offshore velocity structures (see synthetic test; Fig. 4). The observed low-density patterns could be the signature of the deep and numerous sedimentary basins present along the coast (d'Acremont *et al.* 2006). However, the joint inversion clearly misjudges their depth estimation in the density model by locating them too deep.



**Figure 4.** Checkerboard test for the joint inversion of gravity and seismological data. (a) Synthetic input model for density (top) and *P*-wave velocity (bottom), (b) depth slices through the retrieved density (top) and velocity (bottom) models. (c) Cross-section along the AA' profile whose location is indicated by the dashed line on the slice at 200 km on (b). The ± boxes on the cross-section are indicative of input velocity perturbations location. The dashed box on density slices indicates the limits of the gravity data.





**Figure 6.** Final density (a) and  $P$ -wave velocity (b) models obtained from joint inversion. Seismic stations are located with the black triangles. (a) The dashed box indicates the region of gravity data used in the inversion. (b) The dashed line in the first layer shows the AA' profile along which the cross-section of Fig. 7 is made. The last slice of the velocity model shows the piercing points of rays at 150 km depth. Note the colour bar change between the first layer and the other slices of the models.

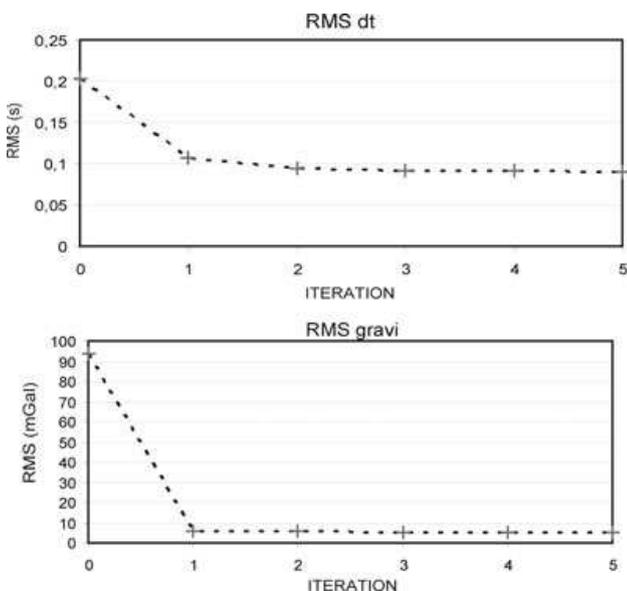
We suggest two main reasons to explain this apparent inconsistency for layer 2. The first one is the gravity edge effect on passive margins that comes from the superimposition of several signals and sources (as illustrated in Fig. 8) (e.g. Worzel 1968; Watts & Stewart 1998): (1) the juxtaposition of thick, low-density continental crust

with thin, high-density oceanic crust; (2) the presence of sediment-filled rifted basins and (3) the Moho depth variations. In our case, the sum of those signals results in a global gravity signature from which we can hardly isolate one of the sources. It thus increases our difficulties to understand the margin structures. However, our results delineate the horizontal extent of the basins, where additional *a priori* information will be necessary to completely overcome this problem.

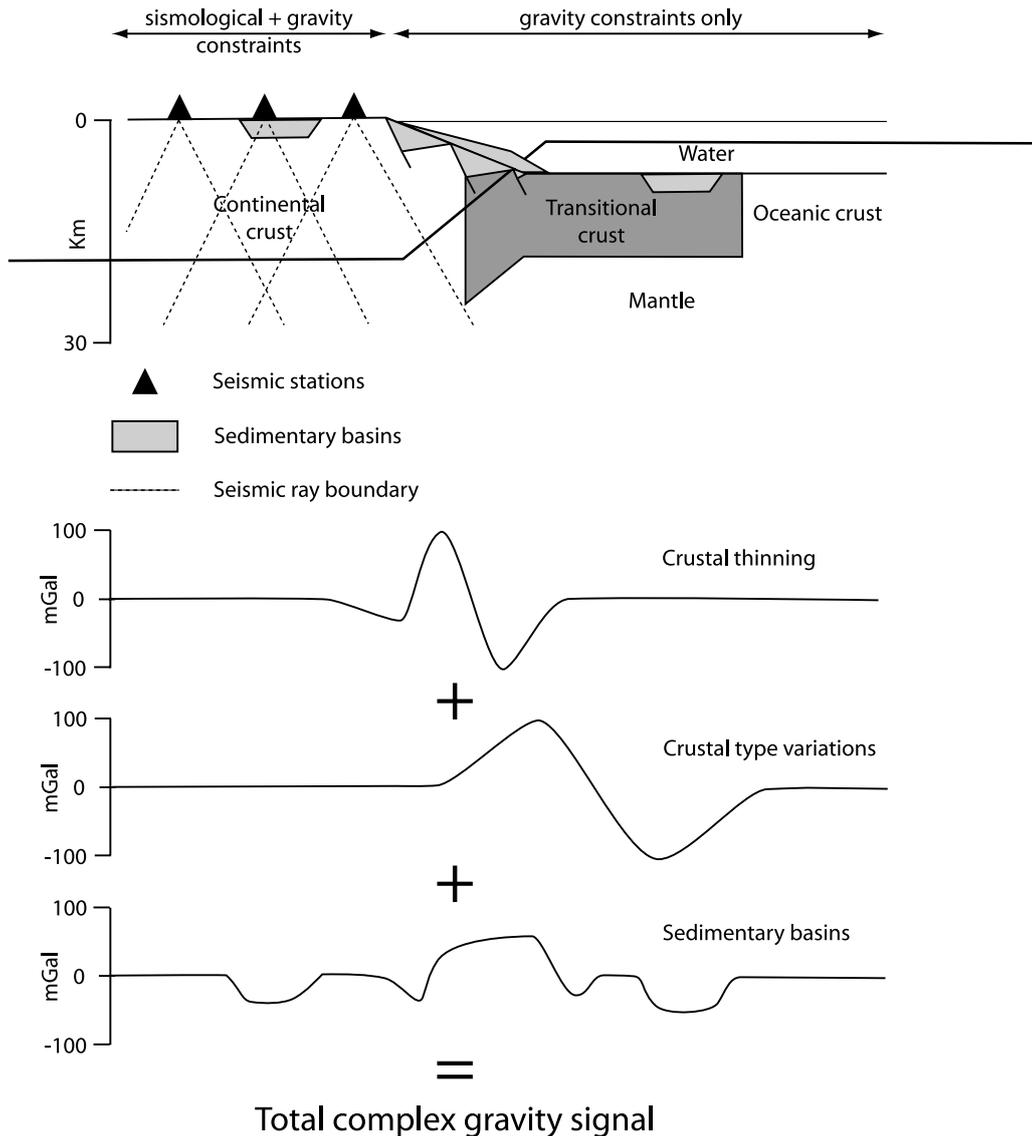
The second reason we advocate here is that the incident angle of the teleseismic rays used for the joint inversion is small enough to prevent any ray crossings within the uppermost 10–15 km (e.g. Evans & Achauer 1993). As the seismic analysis is at the edge of its resolution, we cannot benefit from the complementarity of the data sets here to overcome this gravity edge effect (Fig. 8). A more detailed analysis of the short wavelength gravity anomalies should be proceeded to better investigate the crustal structure of the Dhofar margin. However, to completely overcome the gravity edge effect near the passive margin, additional constraints are needed from both receiver functions for all stations and seismic profiles obtained during the Encens cruise (Leroy *et al.* 2009b). This work is in progress, but clearly beyond the scope of this study.

### 4.3 Upper mantle structure

The upper mantle structure is imaged by layers 3 (at 50 km) down to 8 (230 km). The resulting anomalies vary between  $\pm 0.3 \text{ g cm}^{-3}$  and  $\pm 4$  per cent for the density and velocity, respectively. The density model exhibits a long wavelength pattern constant through all the mantle layers: the onshore part of the margin appears less dense than the offshore part (Fig. 6). We interpret this to be the transition from



**Figure 7.** Cross-section along the west–east profile AA' (see Fig. 6 the location and orientation of AA') through the final  $P$ -wave velocity model obtained by joint inversion. The nearest seismic stations (black triangles) are projected along AA'.



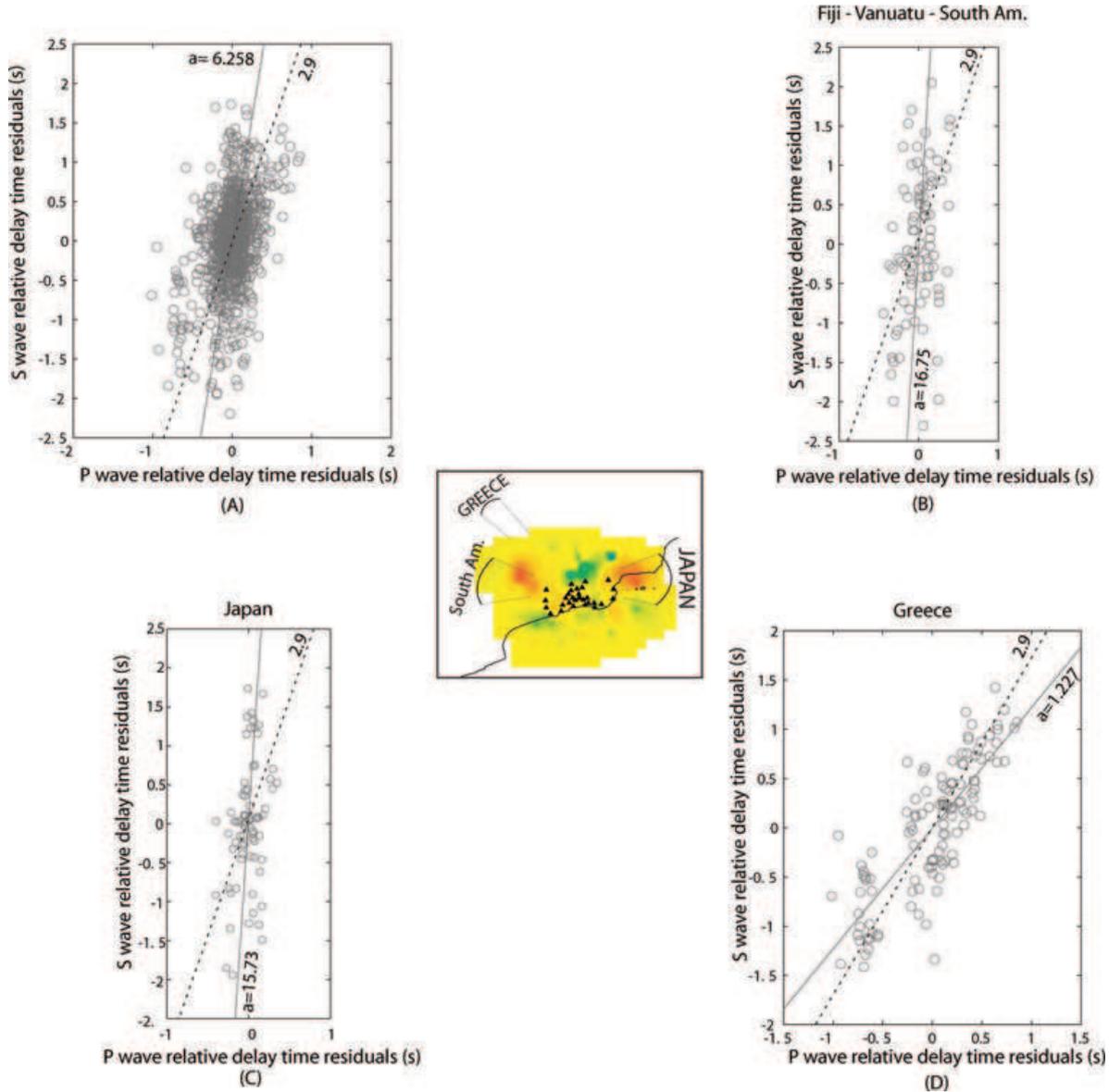
**Figure 8.** Scheme of the gravity edge effect at a continental passive margin. The total gravity anomaly is the sum of various effects: crustal thinning, the presence of a transitional crust, sedimentary basins. The presence of underplating and/or crustal and mantle bodies with density variations can result in an even more complex gravity signal. In our case, because of seismic ray coverage, the offshore crustal part is constrained by gravity only.

continental to oceanic crust and mantle. This pattern is not seen in velocity because the upper oceanic part is certainly not sampled by the rays due to the geometry of the teleseismic raypath (Evans & Achauer 1993) (Fig. 8).

In more detail, our inversion reveals two intriguing patterns in its deepest part where two negative anomalies appear at both sides of the network. For the density model, they start at 50 km, then slightly decrease in amplitude until 230 km. These anomalies are more pronounced and obvious in the velocity model where they display  $-3$  per cent of amplitude from 60 to 230 km depth. In between them is a positive anomaly ( $\approx +2$  per cent and  $+0.1 \text{ g cm}^{-3}$  in velocity and density, respectively) centred on the network. The width of these anomalies is approximately 100 km.

The density model exhibits the same pattern, even though the amplitudes of the anomalies are weak due to the decay of signal with distance (Fig. 6).

Determining the cause and the reality of these anomalies is not self-evident. First, as the velocity and density contrasts show a zero average for a given layer, we are unable to distinguish between two strong negative anomalies (the positive one being an artifact) or one central big positive one (the negative ones being an artefact). Secondly, determining the cause of seismic heterogeneity within the Earth is always problematic because a number of factors (such as temperature, compositional variations, presence of melt or water, anisotropy) can play a role in wave speed variations in tomographic models (e.g. Karato 1993; Sobolev *et al.* 1996). Furthermore, those factors do not affect wave propagation the same way. As an example, temperature is thought to influence wave velocity more than compositional variations (see overviews of Ranalli 1996; Yuen *et al.* 1996). Moreover, temperature has the same effect on  $P$ - than on  $S$ -wave velocity, contrary to the effects of rock composition, the presence of a fluid phase and an elasticity (e.g. Karato 1993).

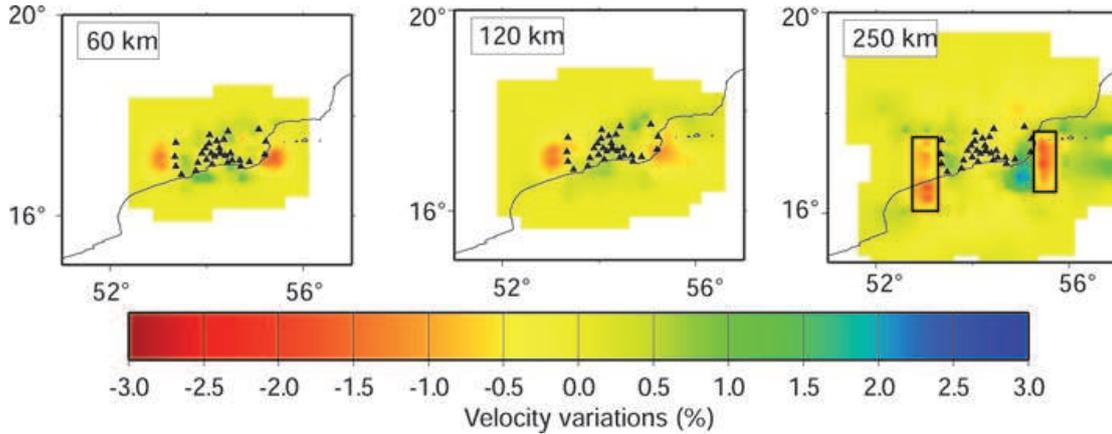


**Figure 9.** Plots of  $P$ -wave versus  $S$ -wave relative arrival time residuals for all stations and common earthquakes. (a) All events are considered, (b) only events passing through the eastern negative anomaly (from Fiji, Vanuatu and South America), (c) only events passing through the western negative anomaly (from Japan) and (d) events passing through the positive one (from Greece). The solid lines are the least square fit to our data (with a the slope of the lines), and the dashed one is a slope of 2.9 (thermal effect only). The central part shows the direction of the rays coming from South America, Greece and Japan.

However, compositional effects are generally considered secondary to temperature (e.g. Goes *et al.* 2000; Cammarano *et al.* 2003; Faul & Jackson 2005; Bastow *et al.* 2008). To determine within the possible sets of causes for these deep anomalies, we plot  $S$  versus  $P$  traveltime residuals, following the manner of Gao *et al.* (2004) or Bastow *et al.* (2005). Such a comparison is preferable to directly analyze the velocity anomalies on our tomographic images because it requires fewer assumptions, particularly associated with amplitude recovery. Indeed, using the range of temperature derivatives of Bastow *et al.* (2005) ( $\delta V_p = 0.5\text{--}2$  per cent per  $100^\circ$ ) on our results, we obtain temperatures for the anomalies that spread over an unreasonably large range ( $100^\circ$  and  $1200^\circ$ ) to confirm or refute possible partial melting. Fig. 9 shows plots of  $P$  versus  $S$  traveltime residuals for common earthquakes at all stations. Based on Karato (1993) and

for a purely thermal origin, Gao *et al.* (2004) determined a linear relationship with a slope of 2.9 between  $P$  and  $S$  traveltime residuals. Considering all events, we find a slope greater than 2.9, suggesting the presence of partial melt (Bastow *et al.* 2005) (Fig. 9a). To determine whether the two negative velocity anomalies are associated with the occurrence of partial melting, we plot  $P$  versus  $S$  residuals for rays that pass through the anomalies (Figs 9b and c). The slopes are then even steeper. Finally, the slope for rays not passing through the two negative velocity anomalies is less than 2.9 (Fig. 9d). It is thus likely that the zones of the two negative velocity anomalies are real and the location of partial melt.

Some studies investigated the effect of melt geometry on seismic velocities (e.g. Mavko 1980). For a given melt fraction crack-like pore space has a more dramatic effect on velocity than



**Figure 10.** Synthetic spike test for the joint inversion of gravity and seismological data. Depth slices into the retrieved velocity model. The two rectangles show the location of the input density ( $-0.16 \text{ g cm}^{-3}$ ) and velocity ( $-5$  per cent) contrasts placed between 230 and 280 km.

equi-dimensional pore space. Thus, Saltzer & Humphreys (1997) use the following relationship:

$$\frac{\Delta V_p}{V_p} = A\Phi,$$

where  $\Phi$  is the melt fraction and  $A$  is a constant dependent upon the aspect ratio of the melt inclusions. Generally,  $1 < A < 3$  unless the melt is distributed in very thin films, in which case  $A$  may be larger. In our study, the smearing effect and the smoothing constraint of our inversion do not allow us to accurately define  $\frac{\Delta V_p}{V_p}$ . But the synthetic tests have shown that we can retrieve half the amplitude of the velocity anomalies. With a maximum  $\frac{\Delta V_p}{V_p}$  of about 3 per cent observed on our results, the real amplitude could then be as much as 6 per cent further implying a melt fraction of about 2–6 per cent.

## 5 RESOLUTION OF SPIKE ANOMALIES

To investigate the resolving power of our inversion for the deepest parts of the models, which are also the hardest to image, we perform a spike test. In this test, we added an extra layer between 230 and 280 km for density blocks and at 250 km depth for velocity nodes. Inside this last layer, we inserted two negative anomalies on both sides of the seismic network. We set their velocity and density contrasts to  $-5$  per cent and  $-0.16 \text{ g cm}^{-3}$ , respectively (Fig. 10). We chose negative anomalies because the seismic rays tend to avoid the regions of low velocity, and hence these are the hardest to retrieve in tomography.

Fig. 10 shows the results of our synthetic spike velocity model. The anomalies are quite well retrieved, yet with an obvious vertical smearing effect as the negative values are recovered from about 60 to 250 km depth. The positive velocity anomaly located between the negative anomalies is an artefact due to the fact that the inversion deals with relative anomalies, and that the average should be zero within the layer (Zeyen & Achauer 1997). Concerning the density model, the inversion is able to only retrieve a weak part of the anomalies at the real depth. The highest density contrasts are retrieved for the 60 km layer, due to the smearing effect.

Even if there are inherent effects in our inversion, these tests clearly illustrate the complementarity of the two data sets. The crustal part is better resolved by the gravity constraints, whereas the deeper parts are resolved by the seismic constraints: the larger the number of crossing rays, the better the resolution.

## 6 DISCUSSION

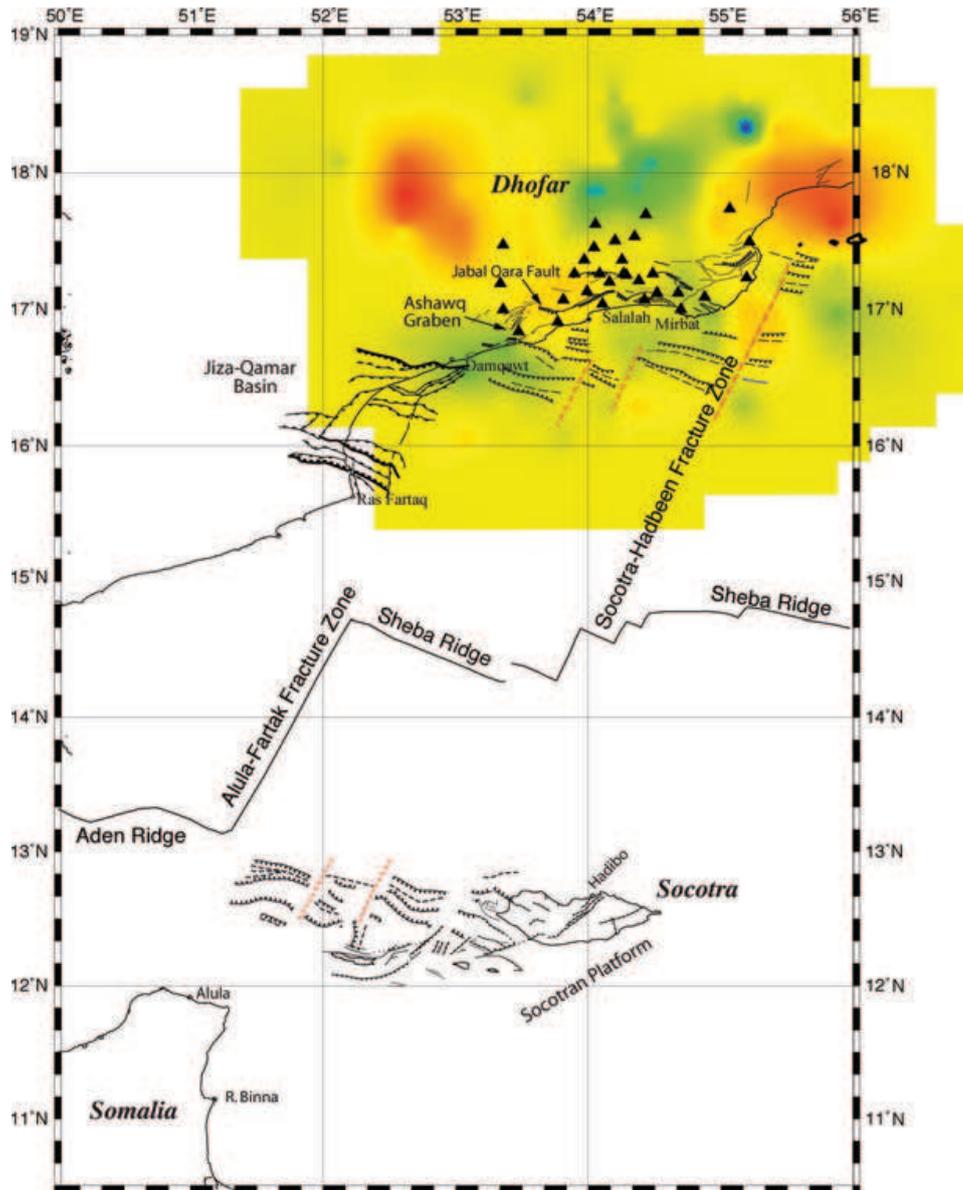
We have investigated the crustal and mantle structure along the northern rifted margin of the Gulf of Aden with gravity and seismological data. In the following section, we discuss our results in terms of geological and geodynamical processes.

The very upper part of our models (upper crust, 0–20 km) displays anomalies directly related to major geological units observed at the surface. The Salalah and Ashawq grabens with sedimentary infill are characterized by negative anomalies both in velocity and density, whereas Precambrian basement outcrops at the eastern end of the network in the Mirbat area with high density and velocity signatures (Fig. 6). The lower crustal part of our models (20–50 km) is the location of an apparent decoupling between velocity and density information. We explain this behaviour by the gravity edge effect well-known on rifted passive margins, and by the fact that seismic rays do not have sufficient coverage at that particular depth to resolve the sharp lateral heterogeneity. To tackle this question, we propose to invert the short to average wavelengths of the gravity signal with constraints from receiver functions and multichannel seismic profiles available in the region (Encens cruise). First, this will lead to a better resolution of the area. Secondly, we expect to overstep the gravity edge effect and dissociate the different sources of the signal with a finer parametrization. However, this work is beyond the scope of the present study and will be soon undertaken.

The deep part of the gravity and velocity models is dominated by two negative anomalies (Fig. 6). These two regions are probably the location of partial melting within the mantle. We crudely estimate the amount of partial melting to be between 2 and 6 per cent from the amplitude of our anomalies.

To assist the discussion, we project our velocity results for 170 km depth (layer 7) on the regional tectonic scheme (d'Acremont *et al.* 2006, Fig. 11). As shown with the checkerboard test, our results present a fairly good lateral velocity resolution for this depth even for regions outside the seismic array, as the ray crossing widens with depth (see also Fig. 6b).

The vertical extent of these negative anomalies is yet not well constrained because of the smearing effect. However, there are no strong negative density variations in the shallowest layers of the final model at the location of the two velocity perturbations (Fig. 6). This distribution testifies for deep anomalies. Besides, we have estimated



**Figure 11.** *P*-wave velocity perturbation model at 170 km depth above the tectonic scheme from d'Acremont (2002). Main faults are underlined by black segments, and brown dashed lines offshore indicate major segmentation of the northern Aden margin (from d'Acremont *et al.* 2005).

that 60 km is a reasonable depth for still having seismic smearing effect from a single perturbing body located even below 200 km depth (see synthetic spike test; Fig. 10). We then are totally aware that the low-velocity zones may be deeper than it seems from Fig. 6, may be below 80–100 km depth. The only way to constrain their extension in depth is then to discuss their existence from previous tomography studies imaging the deeper part of the mantle. Even if no other lithospheric tomography is available in the whole Gulf of Aden, it is quite interesting to notice that a minimum of surface wave phase velocity is also imaged in the eastern part of the Gulf in the recent studies of Sebai *et al.* (2006) and the one of Pasyanos & Nyblade (2007). In these models, a low-velocity area is located between Socotra-Hadbeen and Alula-Fartak fracture zones at about 100 km depth, and not below 200 km. We estimate then that these low velocity zones do not exceed  $\approx 200$  km and are restricted to the upper mantle.

The striking pattern of these two anomalies is that they are exactly located on the prolongation of the two fracture zones of Socotra-Hadbeen and Alula-Fartak (Fig. 11). We are thus very tempted to relate their presence with the rifting process and the margin evolution and their segmentation (d'Acremont *et al.* 2006). However, the lateral extension of our network is too limited (max. 400 km) to fully interpret our results in light of more regional geodynamic processes (Afar plume, Sheba ridge). Particularly, no direct connection between our anomalies and the Sheba ridge is evidenced in our study. Moreover, the joint inversion only gives an image for the present anomalous structures. We thus do not have the slightest indication of the age of these low velocity zones relative to the rifting process (pre- syn- or post-rift). They are too deeply rooted to perturb the heat flow, which exhibits normal values for a continental lithosphere ( $40\text{--}47$  mW m<sup>-2</sup>; Lucazeau *et al.* 2008).

Evidence has been brought for mantle melt migration controlled by lithospheric thickness variations (e.g. Ebinger & Sleep 1998; Manglik & Christensen 2006). Ridges with large offset transform faults are also conducive to lateral melt migration. Escartin & Cannat (1999) explain a discrepancy in crustal thickness deduced from geophysical and geological studies by along-axis melt migration away from the transform (Mid-Atlantic Ridge). Interactions between plume and ridge have also been reported near the Galapagos area (Ito *et al.* 1997). In this case, lateral mantle flow of melt is proposed to explain plume-signature material nearby mid-ocean ridges (Braun & Sohn 2003). In favourable conditions (temperature and migration velocity), the melt can cross offsets of several hundred kilometers in a few hundreds thousand years (Braun & Sohn 2003).

Although no direct evidence has been reported of melt migration between the Sheba ridge and the fracture zones of Socotra-Hadbeen and Alula-Fartak, such a mechanism could associate the low-velocity zones we have evidenced with the Sheba ridge. With no more indications on the age of these anomalous zones, we then propose the following two options:

(1) The melting zones are pre- or syn-rift and then favoured the location of the ridge segmentation (Socotra-Hadbeen and Alula-Fartak FZ), regardless of inherited structures (e.g. Jiza-Qamar Basin Mesozoic in age and Proterozoic basement; Fig. 11);

(2) The melting zones are post-rift and come from the migration of melt from the Sheba ridge along the Alula-Fartak and Socotra-Hadbeen FZ. This alternative is consistent with the presence of recent thermal episodes recorded in the Sheba ridge axis and off-axis (from immediately after the break-up up to now) in between the Alula-Fartak and Socotra-Hadbeen fracture zones that are best explained by channeled flow of plume material from Afar along the Aden-Sheba ridges (Leroy *et al.* 2009a). Heat flow measurements and multichannel seismic observations indicative of recent volcanic activity (Lucazeau *et al.* 2009; Autin *et al.* 2009) along the deep part of this margin are consistent with this inference.

## 7 CONCLUSIONS

We performed a joint inversion for gravity and teleseismic data to image lithospheric structure beneath the northeast non-volcanic passive margin of the Gulf of Aden. The crustal part of the model is dominated by rifted basins with sedimentary infill, the change between oceanic and continental crustal composition together with crustal thickness variations. Deep anomalies within the mantle are coherently imaged by both the seismic and gravity signals. We infer two zones of partial melting (max. 6 per cent) in the direction of the main fracture zones (Alula-Fartak and Socotra-Hadbeen). The presence of these partial melting zones questions the non-volcanic style of this margin, together with their sources (Sheba ridge) and timing (pre-, syn-, post-rift). This inversion of gravity and teleseismic data only images the present day state of lithospheric heterogeneity. We have no evidence about timing of the development of such structures and need other studies to further our interpretations (SKS studies, deep receiver functions).

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors express their deep thanks to Dr H. Al-Azri, S. Al-Busaidi, S. Bin Monsheer Balahaf from the Directory of Minerals of Oman, for their help on the field and for administration assistance.

The authors also thank Dr I. El Hussein from the Sultan Qaboos University (Earthquake Monitoring Center), for his welcoming assistance. The Seismic Dhofar Experiment was funded by GDRMarges in 2003–2004 and by NERC for 2005–2006 (NE/C514031/1). We acknowledge the Geophysical Equipment Facility (NERC) for the loan of seismic stations we deployed in Sultanate of Oman, for the two networks. All the people who helped during the deployment and servicing are here greatly thanked (E. d'Acremont, D. Keir, C. Brunet, C. Petit, L. Labrousse, V. Famin).

## REFERENCES

- Al-Damegh, K., Sandvol, E., Al-Lazki, A. & Barazangi, M., 2004. Regional seismic wave propagation (Lg and Sn) and Pn attenuation in the Arabian Plate and surrounding regions, *Geophys. J. Int.*, **157**(2), 775–795.
- Al-Damegh, K., Sandvol, E. & Barazangi, M., 2005. Crustal structure of the Arabian plate; New constraints from the analysis of teleseismic receiver functions, *Earth planet. Sci. Lett.*, **231**, 177–196.
- Al-Lazki, A., Sandvol, E., Seber, D., Barazangi, M., Turkelli, N. & Mohamad, R., 2004. Pn tomographic imaging of mantle lid velocity and anisotropy at the junction of the Arabian, Eurasian and African plates, *Geophys. J. Int.*, **158**(3), 1024–1040.
- Al-Lazki, A.I., Seber, D., Sandvol, E. & Barazangi, M., 2002. A crustal transect across the Oman Mountains on the eastern margin of Arabia, *GeoArabia*, **7**, 47–78.
- Audin, L. *et al.*, 2004. Paleomagnetism and K-Ar and <sup>40</sup>Ar/<sup>39</sup>Ar ages in the Ali Sabieh area (Republic of Djibouti and Ethiopia): constraints on the mechanism of Aden ridge propagation into southeastern Afar during the last 10 Myr, *Geophys. J. Int.*, **158**, 327–345.
- Autin, J. *et al.*, 2009. Continental break-up history of a deep magma-poor margin from seismic reflection data (northeastern Gulf of Aden margin, offshore Oman, *Geophys. J. Int.*, in press, doi:10.1111/j.1365-246X.2009.4424.x (this issue).
- Bastow, I., Stuart, G., Kendall, J.-M. & Ebinger, C., 2005. Upper-mantle seismic structure in a region of incipient continental break-up: northern Ethiopian rift, *Geophys. J. Int.*, **162**, 479–493.
- Bastow, I., Nyblade, A., Stuart, G., Rooney, T. & Benoit, M., 2008. Upper mantle seismic structure beneath the Ethiopian hot spot: rifting at the edge of the African low-velocity anomaly, *Geochemistry Geophysics Geosystems*, **9**(12), Q12022.
- Bellahsen, N., Faccenna, C., Funicello, F., Daniel, J.M. & Jolivet, L., 2003. Why did Arabia separate from Africa? Insights from 3-D laboratory experiments, *Earth planet. Sci. Lett.*, **216**, 365–381.
- Bellahsen, N., Fournier, M., d'Acremont, E., Leroy, S. & Daniel, J.-M., 2006. Fault reactivation and rift localization: the northeastern Gulf of Aden margin., *Tectonics*, **25**, TC1007.
- Benoit, M.H., Nyblade, A.A., VanDecar, J.C. & Gurrola, H., 2003. Upper mantle P wave velocity structure and transition zone thickness beneath the Arabian Shield, *Geophys. Res. Lett.*, **30**, 1531.
- Birch, F., 1961. The velocity of compressional waves in rocks to 10 kilobars, *J. geophys. Res.*, **66**, 2199–2224.
- Blakely, R., 1995. *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*, Cambridge University Press, New York.
- Braun, M.G. & Sohn, R.A., 2003. Melt migration in plume-ridge systems, *Earth planet. Sci. Lett.*, **213**, 417–430.
- Buck, W., 2004. Consequences of asthenospheric variability on continental rifting, *Rheol. Deformat. Lithos. Continental Margins*, pp. 1–30.
- Cammarano, F., Goes, S., Vacher, P. & Giardini, D., 2003. Inferring upper-mantle temperatures from seismic velocities, *Phys. Earth planet. Int.*, **138**(3–4), 197–222.
- Christensen, N.I. & Mooney, W.D., 1995. Seismic velocity structure and composition of the continental crust: a global view, *J. geophys. Res.*, **100**, 9761–9785.
- Courtillot, V., Jaupart, C., Manighetti, I., Tapponnier, P. & Besse, J., 1999. On causal links between flood basalts and continental breakup, *Earth planet. Sci. Lett.*, **166**, 177–195.

- Debayle, E., Lévêque, J.-J. & Cara, M., 2001. Seismic evidence for a deeply rooted low-velocity anomaly in the upper mantle beneath the northeastern Afro/Arabian continent, *Earth planet. Sci. Lett.*, **193**, 423–436.
- d'Acremont, E., 2002. De la déchirure continentale à l'accrétion océanique: ouverture du golfe d'Aden, *PhD thesis*, Université de Paris VI.
- d'Acremont, E., Leroy, S., Beslier, M.-O., Bellahsen, N., Fournier, M., Robin, C., Maia, M. & Gente, P., 2005. Structure and evolution of the eastern Gulf of Aden conjugate margins from seismic reflection data, *Geophys. J. Int.*, **160**, 869–890.
- d'Acremont, E., Leroy, S., Maia, M., Patriat, P., Beslier, M.-O., Bellahsen, N., Fournier, M. & Gente, P., 2006. Structure and evolution of the eastern Gulf of Aden: insights from magnetic and gravity data (Encens-Sheba, MD117 cruise), *Geophys. J. Int.*, **185**, 786–804.
- Ebinger, C. & Sleep, N., 1998. Cenozoic magmatism throughout East Africa resulting from impact of a single plume, *Nature*, **395**, 788–791.
- Escartin, J. & Cannat, M., 1999. Ultramafic exposures and the gravity signature of the lithosphere near the Fifteen-Twenty Fracture Zone (Mid-Atlantic Ridge, 14°–16.5°N), *Earth planet. Sci. Lett.*, **171**, 411–424.
- Evans, J. & Achauer, U., 1993. Teleseismic velocity tomography using the ACH method: theory and application to continental scale, in *Seismic Tomography Theory and Practice*, pp. 319–360, Chapman and Hall, London.
- Faul, U.H. & Jackson, I., 2005. The seismological signature of temperature and grain size variations in the upper mantle, *Earth planet. Sci. Lett.*, **234**, 119–134.
- Fournier, M., Patriat, P. & Leroy, S., 2001. Reappraisal of the Arabia-India-Somalia triple junction kinematics, *Earth planet. Sci. Lett.*, **189**, 103–114.
- Gao, W., Grand, S., Baldrige, W., Wilson, D., West, M., Ni, J. & Aster, R., 2004. Upper mantle convection beneath the central Rio Grande rift imaged by P and S wave tomography, *J. geophys. Res.*, **109**, B03305, doi:10.1029/2003JB002743.
- Goes, S., Govers, R. & Vacher, P., 2000. Shallow mantle temperatures under Europe from P and S wave tomography, *J. geophys. Res.*, **105**(B5), 11153–11169.
- Hansen, S., Schwartz, S., Al-Amri, A. & Rodgers, A., 2006. Combined plate motion and density-driven flow in the asthenosphere beneath Saudi Arabia: evidence from shear-wave splitting and seismic anisotropy, *Geology*, **34**, 869–872.
- Hébert, H., Deplus, C., Khanbari, K. & Audin, L., 2001. Lithospheric structure of a nascent spreading ridge inferred from gravity data: the western Gulf of Aden, *J. geophys. Res.*, **106**, 26 345–26 363.
- Huchon, P. & Khanbari, K., 2003. Rotation of the syn-rift stress field of the northern Gulf of Aden margin, Yemen, *Tectonophysics*, **364**, 147–166.
- Ito, G., Lin, J. & Gable, C.W., 1997. Interaction of mantle plumes and migrating mid-ocean ridges: implications for the Galapagos plume-ridge system, *J. geophys. Res.*, **102**, 15 403–15 417.
- Jordan, M. & Achauer, U., 1999. A new method for the 3-D joint inversion of teleseismic delaytimes and Bouguer gravity data with application to the French Massif Central, *EOS Trans. AGU, Fall Meet. Suppl.*, **80**(46)(S31A-08).
- Karato, S., 1993. Importance of anelasticity in the interpretation of seismic tomography, *Geophys. Res. Lett.*, **20**, 1623–1626.
- Kennett, B. & Engdahl, E., 1991. Traveltimes for global earthquake location and phase identification, *Geophys. J. Int.*, **105**, 429–465.
- Knox, R.P., Nyblade, A.A. & Langston, C.A., 1998. Upper mantle S velocities beneath Afar and western Saudi Arabia from Rayleigh wave dispersion, *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 4233–4236.
- Lees, J. & VanDecar, J., 1991. Seismic tomography constrained by Bouguer gravity anomalies: Applications in western Washington, *Pure appl. Geophys.*, **135**, 31–52.
- Lepvrier, C., Fournier, M., Bérard, T. & Roger, J., 2002. Cenozoic extension in coastal Dhofar (southern Oman): implications on the oblique rifting of the Gulf of Aden, *Tectonophysics*, **357**, 279–293.
- Leroy, S. et al., 2004. From rifting to spreading in the eastern Gulf of Aden: a geophysical survey of a young oceanic basin from margin to margin, *Terra Nova*, **16**, 185–192.
- Leroy, S. et al., 2006. The onshore-offshore encens project: imaging the stretching of the continental lithosphere and inception of oceanic spreading in the eastern Gulf of Aden, *AGU Fall Meeting Abstracts*, **87**(52)(T53A-1567), 1567.
- Leroy, S., d'Acremont, E., Tiberi, C., Basuyau, C., Autin, J. & Lucazeau, F., 2009a. Recent off-axis volcanism in the eastern Gulf of Aden: implications for plume-ridge interactions, *Earth planet. Sci. Lett.*, submitted.
- Leroy, S. et al., 2009b. Contrasted styles of rifting in the eastern Gulf of Aden, *EOS Trans. AGU Fall Meet. Suppl.*, T31C-1838.
- Lines, L., Schultz, A. & Treitel, S., 1988. Cooperative inversion of geophysical data, *Geophysics*, **53**, 8–20.
- Lizarralde, D. et al., 2007. Variation in styles of rifting in the Gulf of California, *Nature*, **448**, 466–469.
- Lucazeau, F. et al., 2008. Persistent thermal activity at the Eastern Gulf of Aden after continental break-up, *Nature Geoscience*, **1**, 854–858.
- Lucazeau, F. et al., 2009. Post rift Volcanism and high heat-flow at the Ocean-Continent transition of the Gulf of Aden, *Terra Nova*, **21**(4), 285–292.
- Manglik, A. & Christensen, U.R., 2006. Effect of lithospheric root on decompression melting in plume-lithosphere interaction models, *Geophys. J. Int.*, **164**, 259–270.
- Manighetti, I., Taponnier, P., Courtillot, V., Gruszow, S. & Gillot, P., 1997. Propagation of rifting along the Arabia-Somalia plate boundary: the Gulfs of Aden and Tadjoura, *J. geophys. Res.*, **102**, 2681–2710.
- Mavko, G.M., 1980. Velocity and attenuation in partially molten rocks, *J. geophys. Res.*, **85**, 5173–5189.
- Park, Y., Nyblade, A.A., Rodgers, A.J. & Al-Amri, A., 2007. Upper mantle structure beneath the Arabian Peninsula and northern Red Sea from teleseismic body wave tomography: implications for the origin of Cenozoic uplift and volcanism in the Arabian Shield, *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, **8**, Q06021, doi:10.1029/2006GC001566.
- Pasyanos, M.E. & Nyblade, A.A., 2007. A top to bottom lithospheric study of Africa and Arabia, *Tectonophysics*, **444**, 27–44.
- Ranalli, G., 1996. Seismic tomography and minerals physics, in *Seismic modelling of Earth structure*, pp. 443–461, ed. Editrice Compositori, Bologna.
- Roger, J., Platel, J., Cavelier, C. & Grisac, C., 1989. Données nouvelles sur la stratigraphie et l'histoire géologique du Dhofar, *Bull. Soc. Géol. France*, **5**, 265–277.
- Saltzer, R.L. & Humphreys, E.D., 1997. Upper mantle P wave velocity structure of the eastern Snake River Plain and its relationship to geodynamic models of the region, *J. geophys. Res.*, **102**, 11 829–11 842.
- Sebai, A., Stutzmann, E., Montagner, J.-P., Sicilia, D. & Beucler, E., 2006. Anisotropic structure of the African upper mantle from Rayleigh and Love wave tomography, *Phys. Earth planet. Int.*, **155**, 48–62.
- Sobolev, S.V., Zeyen, H., Stoll, G., Werling, F., Altherr, R. & Fuchs, K., 1996. Upper mantle temperatures from teleseismic tomography of French Massif Central including effects of composition, mineral reactions, anharmonicity, anelasticity and partial melt, *Earth planet. Sci. Lett.*, **139**, 147–163.
- Tard, F., Masse, P., Walgenwitz, F. & Gruneisen, P., 1991. The volcanic passive margin in the vicinity of Aden, Yemen, *Bul. Centr. Rech. Explor. Prod.*, **15**, 1–9.
- Thurber, C.H., 1983. Earthquake locations and three-dimensional crustal structure in the Coyote Lake area, Central California, *J. geophys. Res.*, **88**, 8226–8236.
- Tiberi, C., Diament, M., Déverchère, J., Mikhailov, V., Tikhotsky, S. & Achauer, U., 2003. Deep structure of the Baikal rift zone revealed by joint inversion of gravity and seismology, *J. geophys. Res.*, **108**, 2133.
- Tiberi, C., Leroy, S., d'Acremont, E., Bellahsen, N., Ebinger, C., Al-Lazki, A. & Pointu, A., 2007. Crustal geometry of the northeastern Gulf of Aden passive margin: localization of the deformation inferred from receiver function analysis, *Geophys. J. Int.*, **168**, 1247–1260.
- Ukstins, I., Renne, P., Wolfenden, E., Baker, J., Ayalew, D. & Menzies, M., 2002. Matching conjugate volcanic rifted margins:

- $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$  chronostratigraphy of pre- and syn-rift bimodal flood volcanism in Ethiopia and Yemen, *Earth planet. Sci. Lett.*, **198**, 289–306.
- VanDecar, J. & Crosson, R., 1990. Determination of teleseismic relative phase arrival times using multi-channel cross-correlation and least squares, *Bull. seism. Soc. Am.*, **80**(1), 150–169.
- Watts, A.B. & Stewart, J., 1998. Gravity anomalies and segmentation of the continental margin offshore West Africa, *Earth planet. Sci. Lett.*, **156**, 239–252.
- Wolfenden, E., Ebinger, C., Yirgu, G., Deino, A. & Ayalew, D., 2004. Evolution of the northern main Ethiopian rift: birth of a triple junction, *Earth planet. Sci. Lett.*, **224**, 213–228.
- Worzel, J., 1968. Advances in marine geophysical research of continental margins, *Can. J. Earth Sci.*, **5**, 963–983.
- Yuen, G.A., Cadek, O., van Keken, P., Reuteler, D.M., Kyvalova, H. & Schroeder, B.R., 1996. Combined results from mineral physics, tomography and mantle convection and their implications on global geodynamics, in *Seismic modelling of Earth structure*, pp. 463–505, ed. Editrice Compositori, Bologna.
- Zeyen, H. & Achauer, U., 1997. Joint inversion of teleseismic delay times and gravity anomaly data for regional structures: theory and synthetic examples, in *Upper Mantle Heterogeneities from Active and Passive Seismology*, pp. 155–168.

### 2.7.2 Pourquoi une inversion fonctions récepteur, tomographie téléseismique, gravimétrie ?

De plus en plus, les géophysiciens cherchent à augmenter les contraintes sur les modèles géophysiques pour se rapprocher d'une solution qui serait la plus proche possible de la réalité. Un moyen de procéder est d'inverser plusieurs types de données simultanément, et, nous l'avons vu dans ce chapitre, cela donne des résultats particulièrement intéressants. Cependant, les résultats obtenus dans le Dhofar posent la question de l'utilisation systématique de méthodes combinées ainsi que de l'intérêt d'un développement plus poussé de ces méthodes.

Dans le cas particulier du Golfe d'Aden, les défis pour l'inversion conjointe étaient nombreux, le premier réside dans la répartition des données puisque nous ne disposons de données sismologiques uniquement à terre, le second est le contexte géodynamique complexe qui associe des variations d'épaisseur et de composition de la croûte. Dans un tel contexte, la question de la pertinence de l'utilisation de méthodes combinées doit se poser. Dans notre cas, le lien entre vitesse et densité n'est en aucun cas forcé, assurant une certaine indépendance entre l'inversion gravimétrique et la tomographie.

Après une étude poussée des deux jeux de données, nous avons pu déterminer qu'ils présentaient des signatures fortes de sources présentes en profondeur pour les délais de temps et en surface pour le signal gravimétrique. Cependant, l'inversion a parfaitement su tenir compte de ces deux influences. Si le signal profond a bien été retranscrit en anomalies de densité et de vitesse entre 80 et 150 km de profondeur, les signatures plus crustales se retrouvent de manière moins cohérente dans les modèles finaux. L'inversion montre des difficultés à traduire les variations d'épaisseur crustale et le passage croûte continentale - croûte océanique. Ceci s'explique en partie à cause de la géométrie du modèle, organisé en couches et blocs d'épaisseurs fixes ne donnant que très peu la possibilité d'inclure des interfaces non planes. Parallèlement à cela, cette méthode impose un coefficient  $B$  (loi de Birch) moyen par couche or, la valeur de ce coefficient varie certainement latéralement au passage de la croûte transitionnelle puis océanique.

Le développement des méthodes combinées est un problème complexe dans la mesure où, si la multiplication des données apporte des contraintes supplémentaires sur le modèle, la question de la complémentarité des données doit être posée et surtout le rapport entre la nécessité d'ajouter de nouvelles contraintes et la complexité de leur introduction doit être estimé. Cependant, cet exemple, associé à l'inversion conjointe développée par Vergne (2002) démontrent l'importance de la prise en compte des interfaces dans les modèles tomographiques et gravimétriques et particulièrement l'interface croûte - manteau et ce, par l'inclusion des fonctions récepteurs dans le processus d'inversion. Ceci-dit, si l'apport d'une approche conjointe fonction récepteur - tomographie ou tomographie - gravimétrie a été démontré, il n'en reste pas moins que ces méthodes présentent de nombreuses limites.

Nous souhaitons mettre en place une méthode pour prendre en compte dans un même schéma d'inversion

- les fonctions récepteur et la tomographie pour tenir compte des variations de profondeur d'interfaces majeures telles que le Moho et ainsi répondre à une critique majeure des méthodes de tomographie de type ACH ;
- la tomographie télésismique et la gravimétrie qui sont complémentaires et augmentent donc les contraintes sur le modèle ;
- les fonctions récepteur et la gravimétrie afin de discriminer les variations latérales de densité des variations de profondeur des interfaces majeures.

Dans un tel schéma, densité et vitesse des ondes P sont complémentaires car liées par des lois physiques ou empiriques, et les trois jeux de données seront sensibles aux variations de profondeur des interfaces qui sont le lieu d'importants contrastes de vitesse et de densité. De plus, les trois méthodes présentent des sensibilités équivalentes, i.e. les trois méthodes imagent des structures de même échelle horizontalement et/ou verticalement.

---

# DÉVELOPPEMENT ET VALIDATION DE LA MÉTHODE

L'essor de nouveaux moyens de calcul, notamment de puissants clusters au sein des laboratoires ou des accès à des grilles de calcul, permet maintenant d'envisager une résolution de problèmes inverses présentant un grand nombre de paramètres par des méthodes stochastiques. Nous détaillons dans ce chapitre le fonctionnement du code ainsi que les raisons de l'utilisation d'un algorithme de recherche particulier ou d'une relation vitesse - densité plutôt qu'une autre. Le déroulement de l'inversion est illustré par la figure 3.1 et peut se résumer, pour les grandes lignes, aux points suivants :

- Inversion des  $n$  fonctions récepteur qui donne  $n$  profondeurs du Moho
- Interpolation de la profondeur du Moho
- Intégration de la géométrie du Moho au modèle initial de l'inversion conjointe tomographie - gravimétrie
- Inversion tomographie - gravimétrie

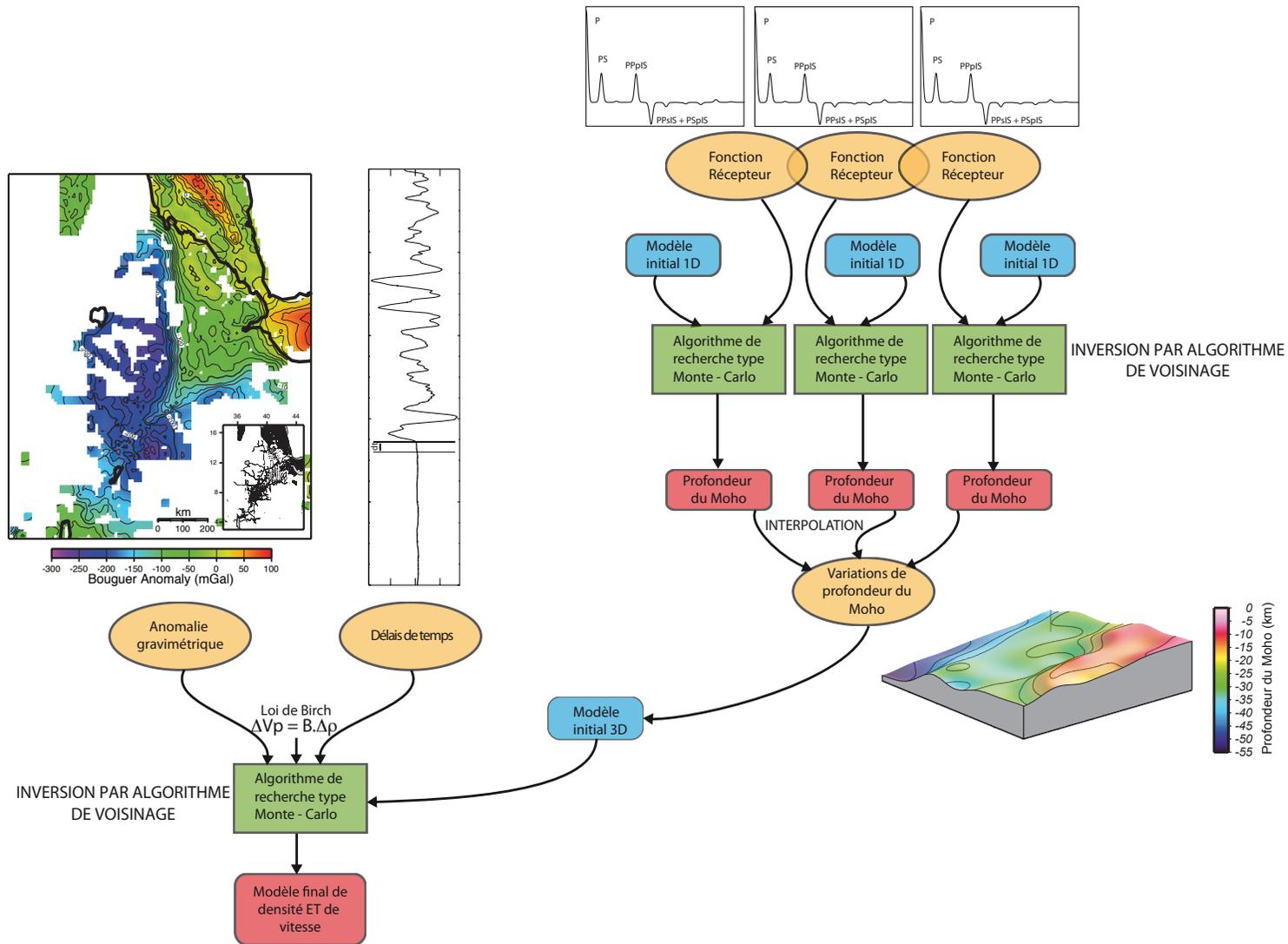


FIG. 3.1: Schéma explicatif de l'organisation du code.

Il apparaît donc que ce code n'est pas une inversion conjointe de trois types de données au sens de Lines *et al.* (1988) puisque les fonctions récepteurs sont inversées indépendamment. Il s'agit plus, en réalité, d'une inversion conjointe tomographie - gravimétrie incluant comme information *a priori* les variations de profondeur du Moho. Une réelle inversion tri-partie est impossible à paramétrer de façon homogène. C'est donc la façon la plus efficace de procéder (voir section 3.2.3).

### 3.1 Choix de l'algorithme de recherche

Comme montré dans le chapitre 2, l'algorithme de voisinage (Sambridge, 1999) est très approprié à l'inversion de fonctions récepteur. Nous avons donc choisi d'utiliser cette méthode stochastique pour les fonctions récepteur. En revanche, l'apport de cette méthode est plus discutable pour la gravimétrie et la tomographie. Concernant la gravimétrie, elle présente un caractère fortement non unique qui la rend peut adaptée aux algorithmes d'exploration de l'espace quels qu'ils soient puisque des modèles extrêmement différents peuvent expliquer les mêmes données. Cependant, la tomographie devrait limiter cet effet. L'algorithme de Sambridge (1999) est écrit en fortran et présente l'avantage de pouvoir facilement être appliqué à d'autres domaines. De plus, la partie purement algorithmique est codée en séquentiel et en parallèle ce qui permettra d'optimiser pleinement l'utilisation des clusters. Cela diminuera donc de manière non négligeable le temps de calcul.

### 3.2 Modèle et paramètres

Le code supporte une géométrie 2D aussi bien que 3D. Une géométrie 3D imposant plus de paramètres, elle implique logiquement un temps de calcul plus long mais également une mémoire vive plus importante.

#### 3.2.1 Les fonctions récepteur

Pour chacune des fonctions récepteur, l'inversion a besoin d'un modèle une dimension et deux couches présentant chacune 4 paramètres qui sont  $H$  l'épaisseur de la couche,  $V_S$  la vitesse des ondes S au sommet et en base de croûte, le rapport  $\frac{V_P}{V_S}$ . Pour chacun de ces paramètres, l'utilisateur donne une borne inférieure et une borne supérieure.

#### 3.2.2 L'inversion conjointe

Le modèle initial de l'inversion conjointe est constitué de couches de nœuds de vitesse. Chaque couche doit comporter un nombre de nœuds  $n$  tel que :  $n = 2^x - 1$ . Cette limitation est due au processus d'inversion gravimétrique utilisé (méthode Blakely, expliquée section 2.8). Pour chacune des couches de nœuds 4 champs doivent être renseignés : les limites

inférieures et supérieures de la vitesse des ondes P en domaine crustal et en domaine mantellique ainsi que les valeurs des paramètres  $A$  et  $B$  issus de la loi physique reliant vitesse et densité (cette loi est détaillée dans le paragraphe 3.3). Une fois la géométrie du Moho déterminée, le code effectue un test sur la profondeur de chacun des nœuds du modèle pour savoir si celui-ci est situé au-dessus ou bien en dessous du Moho. En fonction du résultat, il attribue au nœud un intervalle de vitesse initial crustal ou mantellique. Suivant ce raisonnement, pour une meilleure prise en compte de la géométrie du Moho, il est important de densifier les couches de nœuds pour les profondeurs intermédiaires.

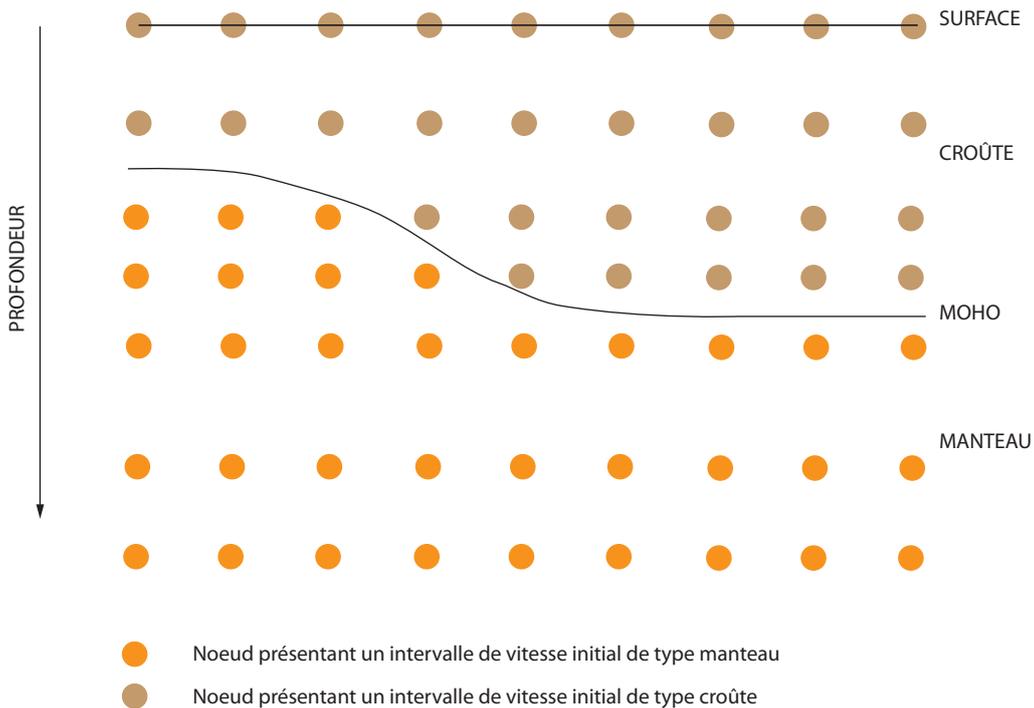


FIG. 3.2: Schéma montrant la paramétrisation des nœuds de vitesse du modèle en fonction de la géométrie du Moho.

### 3.2.3 Pourquoi n'inclure que la profondeur du Moho ?

Dans l'inversion des fonctions récepteur, nous avons plusieurs paramètres en sortie qui sont l'épaisseur de la couche (dont nous tenons compte dans la suite du processus), la vitesse des ondes P dans la couche supérieure, la vitesse des ondes P juste sous l'interface ainsi que le rapport  $\frac{V_P}{V_S}$ . Nous avons montré que les paramètres vitesse des ondes P dans la couche supérieure et le rapport  $\frac{V_P}{V_S}$  sont très dépendants l'un de l'autre, il est donc dangereux d'inclure la vitesse des ondes P dans le modèle initial d'inversion conjointe car :

- elle est définie en fonction d'un deuxième paramètre qui, lui, n'intervient pas dans le second volet du processus ;
- cette vitesse est une vitesse moyenne pour l'ensemble de la croûte or il est préférable

de définir plusieurs couches de nœuds dans la croûte ;

- tenir compte de cette vitesse augmenterait le caractère non linéaire de notre inversion.

Pour ces trois raisons, nous ne retiendrons de l'inversion des fonctions récepteur que l'épaisseur de la croûte. Notons cependant que le type de tomographie utilisée dans ce code permet de sortir les vitesses absolues retenues pour chaque nœud. L'utilisateur a donc la possibilité de vérifier que les deux méthodes présentent des valeurs de vitesses crustales compatibles.

### 3.2.4 Quid des autres interfaces crustales ?

Les fonctions récepteurs peuvent aisément s'appliquer à la détection d'interfaces crustales, notamment les interfaces socle - sédiments, ou sédiments - sédiments (Basuyau, 2006). Nous avons choisi de nous limiter à l'interface croûte - manteau pour de multiples raisons exposées ci-après :

- Les interfaces sédimentaires sont peu profondes donc ne s'intègrent au modèle tomographique que si celui-ci présente un maillage de nœuds de vitesse très resserré. Or, nos capacités de calcul, bien qu'importantes, ne pourraient supporter une telle définition
- Nous travaillons à l'échelle régionale, la répartition des couches sédimentaires latéralement et en profondeur peut donc beaucoup varier sous le réseau (épaississement, biseaux, ...). La prise en compte de ces différents phénomènes dans le maillage n'est pas une chose aisée. De plus, avoir une profondeur par station n'est pas suffisant pour correctement localiser les interfaces sédimentaires à notre échelle de travail.
- La prise en compte de ces interfaces en gravimétrie demande des longueurs d'onde très petites, donc une paramétrisation en blocs de petite taille ou en nœuds très rapprochés ce qui fait considérablement augmenter le nombre de paramètres.
- La tomographie n'apporte aucune contrainte à cette profondeur.

### 3.2.5 Pourquoi ne pas inclure l'inversion des fonctions récepteur dans le processus conjoint ?

Nous avons opté pour une prise en compte des résultats de l'inversion des fonctions récepteur comme information *a priori* car il était difficile, voire impossible, de paramétrer un modèle dans lequel nous devons faire varier à la fois la profondeur d'une interface et la valeur des nœuds de vitesse. En effet, nous utilisons un tracé de rai 3D qui nécessite une organisation des nœuds de vitesse en couche. Nous avons évalué l'intérêt de l'utilisation d'un tracé de rai en bloc mais ceux-ci considèrent généralement une vitesse constante dans l'ensemble du bloc alors que notre tracé de rai utilise un gradient de vitesse entre deux

nœuds ce qui semble plus réaliste. Par ailleurs, ces méthodes de tracé de rai ne gèrent pas des blocs d'épaisseurs différentes sur une même couche ce qui rend difficile la prise en compte du Moho. De plus, nous nous sommes confronté à une incompatibilité entre les fonctions récepteurs et la gravimétrie. En effet, si les deux méthodes peuvent permettre d'identifier et caractériser des interfaces, les fonctions récepteurs sont influencées par la colonne de roche alors que la gravimétrie est sensible aux variations latérales de densité. Il est donc impossible d'avoir une paramétrisation homogène pour les trois paramètres inversés.

### 3.3 Les relations vitesse - densité

Dans notre schéma d'inversion, le caractère conjoint de l'inversion est possible par l'intégration d'une loi physique qui lie vitesse des ondes P et densité. Il existe plusieurs lois reliant ces deux paramètres, cependant leurs domaines d'application diffèrent. La première relation physique entre vitesse et densité a été proposée par Nafe et Drake (1957). Cette loi empirique est particulièrement appropriée aux méthodes ayant une faible profondeur d'investigation puisqu'elle concerne uniquement les sédiments marins. Dans notre cas, la profondeur d'investigation est de 200-300 *km*, la relation doit donc être applicable sur la plus grande partie de notre modèle. Birch (1961), propose une relation linéaire entre vitesse et densité pour des pressions supérieures à 10 *kbar*. Cette loi est empirique et fait intervenir deux coefficients *A* et *B* de la manière suivante :

$$V = B\rho + A \tag{3.1}$$

où *A* et *B* prennent des valeurs différentes selon le type de roche.

Chung (1972) a montré que cette loi empirique n'est autre que la linéarisation d'une loi physique beaucoup plus générale pour un intervalle de densité donné. Cette loi physique lie la fréquence  $\omega$ , la vitesse *V* et le nombre d'onde *k* tel que :

$$\omega = Vk \tag{3.2}$$

L'approximation linéaire de cette loi est valable pour des densités comprises entre 2.5 et 4.0 *g.cm*<sup>-3</sup>.

La loi de Birch est utilisée pour lier vitesse et densité dans un grand nombre d'études d'échelle crustale à lithosphérique, citons Lees et VanDecar (1991) qui inversent conjointement des données issues de tomographie d'événements locaux et de données gravimétriques. Vernant *et al.* (2002) s'en servent pour l'inversion des mêmes données mais dans un schéma d'inversion séquentielle, ou encore Tiberi *et al.* (2003) pour une inversion conjointe de temps d'arrivée de télé-séismes et d'anomalie de Bouguer.

Maceira et Ammon (2009) se sont intéressés aux relations vitesse - densité dans le cadre d'une inversion conjointe ondes de surface - densité. Ils ont choisi un processus qui lie les deux paramètres  $\rho$  et  $V_S$ . Or pour lier ces deux paramètres, il est nécessaire d'en introduire deux supplémentaires qui sont la vitesse des ondes P ( $V_P$ ) et le rapport  $V_P/V_S$  et de passer par des lois impliquant vitesse des ondes P et densité. Les auteurs ont donc cherché à définir au mieux une relation entre les deux paramètres qui nous intéressent également. Pour cela ils ont défini une fonction d'interpolation qui suit la loi de Nafe et Drake (1963) pour des  $V_P$  inférieures à  $6 \text{ km.s}^{-1}$  puis, pour des valeurs supérieures, qui suit la loi de Birch (1961) plus adaptée à ce domaine de vitesse (voir figure 3.3).

Dans notre cas, nous avons pris le parti de nous limiter à la loi de Birch car nous aurons, dans notre modèle, assez peu de noeuds contraints à la fois en vitesse et en densité dans le domaine d'applicabilité de la loi de Nafe et Drake (1963). En effet, la tomographie ne nous donnera que peu d'information sur les roches sédimentaires et, dans les couches superficielles, la partie gravimétrie dominera puisqu'elle apportera le plus de contraintes.

Les paramètres de la loi de Birch ne sont pas constants à l'intérieur de la Terre et sont susceptibles de varier dans notre modèle, en fonction de la profondeur mais aussi des variations lithologiques. Nous avons pris le parti de définir un couple  $A$  et  $B$  par couche. Dans le processus, nous imposons ces paramètres, ils ne sont donc pas inversés. Deux raisons principales justifient cette décision : (1) Tiberi *et al.* (2003) et Achauer (2008) ont montré que le paramètre  $B$  est très peu contraint ce qui rend difficile son inversion par ailleurs, cela augmente le caractère instable de l'inversion ; (2) cela augmenterait de manière significative le temps de calcul mais aussi la mémoire vive nécessaire. Libre à l'utilisateur de tester différentes valeurs de ces paramètres au cours de plusieurs inversions successives.

## 3.4 Les problèmes directs

Les calculs détaillant les problèmes directs sont explicités dans le premier chapitre, le but de cette section est donc d'insister sur les aspects plus pratiques que théoriques du code.

### 3.4.1 La tomographie

Nous avons opté pour un tracé de rai 3D itératif organisé en couches de noeuds de vitesse. Le code attribue une vitesse à chaque noeud du modèle qui doit être comprise dans un intervalle de vitesse donné par l'utilisateur. Le tracé de rai s'effectue ensuite et les résidus correspondant au modèle sont comparés aux données pour établir une valeur de misfit. Tous les modèles de vitesse testés sont gardés en mémoire et nous avons directement les valeurs de vitesse du modèle qui explique au mieux les données contrairement aux tomographies de types ACH. Une caractéristique importante de la méthode développée ici est de travailler

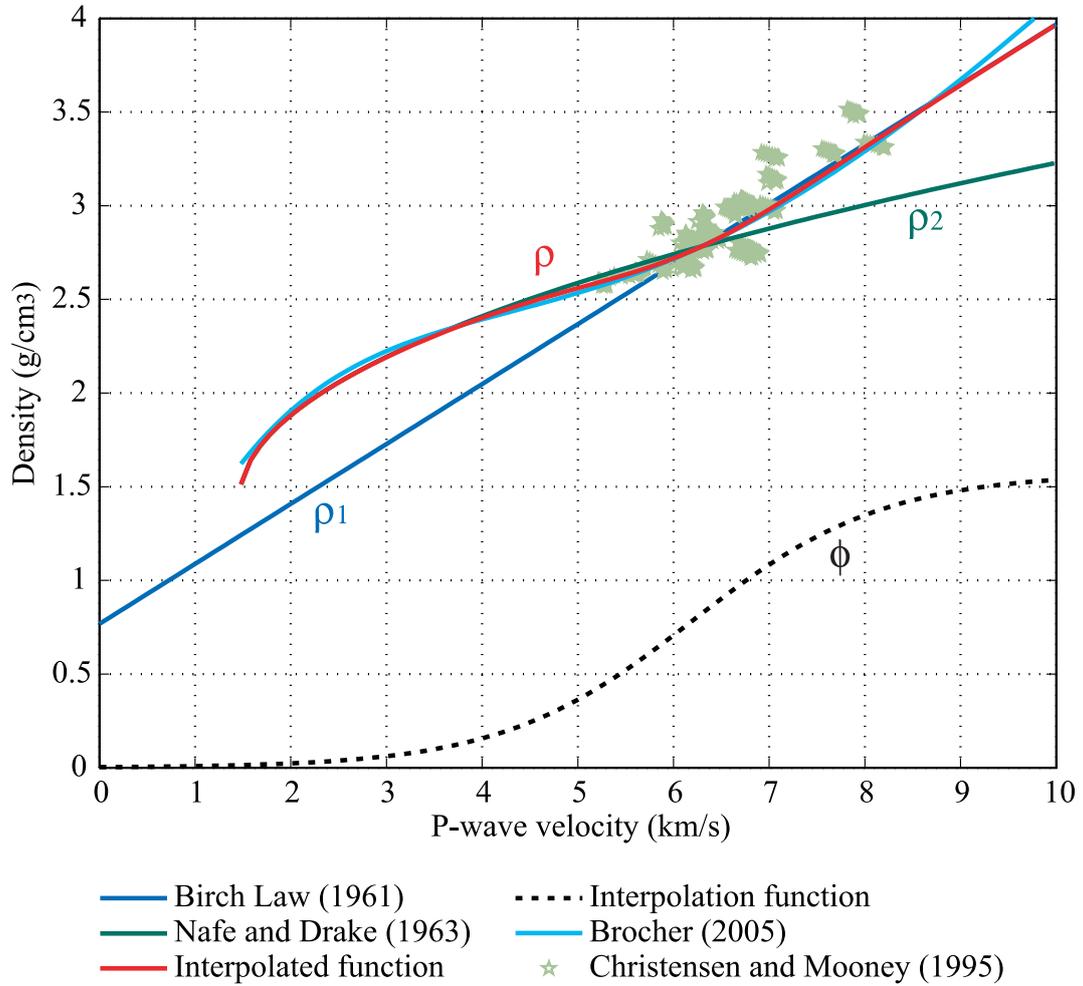


FIG. 3.3: Relations entre vitesse des ondes  $P$  et densité d'après Maceira et Ammon (2009). La courbe verte correspond au polynôme Shin'ya Onizawa et al. (2002) d'interpolation des mesures réalisées en laboratoire pour des sédiments et roches sédimentaires par Nafe et Drake (1963). La droite bleue est la relation empirique de Birch (1961). La relation utilisée par Maceira et Ammon (2009) utilise le polynôme  $\Phi$  pour combiner les deux relations empiriques. La fonction d'interpolation est représentée en rouge. Les étoiles vertes sont les mesures effectuées par Christensen et Mooney (1995) à différentes pressions et températures. La courbe cyan correspond à la relation de Brocher (2005).

avec des vitesses absolues. Nous avons voulu conserver cet avantage. Cependant, comme nous cherchons à imager des anomalies de vitesse, il n'est pas très pertinent d'exprimer le modèle final en terme de vitesse, il est ainsi préférable de travailler avec des variations de vitesse. Le code calcule donc une anomalie de vitesse par rapport à un modèle de Terre connu, i.e. donné par l'utilisateur, de manière à pouvoir facilement revenir aux vitesses absolues. Nous avons choisi d'utiliser les vitesses du modèle IASP91 afin d'être en accord avec les données puisque les délais de temps sont calculés relativement à ce modèle.

### 3.4.2 Le calcul direct en gravimétrie

Le calcul du problème direct en gravimétrie (dans notre cas nous utilisons la méthode de Blakely, 1996) impose la géométrie du modèle initial. En effet, si le calcul détaillé dans la section 2.8 est simple et relativement rapide grâce au passage dans le domaine fréquentiel, l'utilisation des transformées de Fourier limite le degré de liberté de la paramétrisation du modèle. En pratique, le nombre de nœuds en X et Y (horizontalement) doit être un nombre  $n$  tel que :  $n = 2^x$ . Leur choix est donc restreint.

### 3.4.3 Les fonctions récepteurs

Nous avons choisi de reprendre le processus d'inversion des fonctions récepteurs écrit par Sambridge (1999) et basé sur les codes de Shibutani. En revanche, nous avons pris l'option de n'inverser qu'une fonction récepteur par station pour rendre le code plus pratique. Il appartient donc à l'utilisateur de faire un stack des fonctions récepteurs correspondant à une même station. Cette politique présente également l'avantage d'augmenter le rapport signal / bruit. Nous avons pleinement conscience des limitations de cette approche comme par exemple le fait de ne pas pouvoir gérer les interfaces pentées. Cependant, il est possible d'intégrer des profondeurs de Moho comme paramètres *a priori*, donc s'il est impossible d'inverser directement les données issues de ce type de géométrie nous pouvons quand même les prendre en compte dans le processus d'inversion conjointe. Ceci-dit, en travaillant à une échelle lithosphérique, les changements extrêmement locaux peuvent ne pas être pris en compte. De plus, le fait de travailler avec une fonction récepteur qui résulte d'un stack minimise cet effet.

## 3.5 Le calcul du misfit

Dans le schéma d'inversion que nous avons développé, nous testons une grande quantité de modèles afin de trouver celui qui minimise l'écart aux données. Si le calcul de la fonction coût est relativement simple lorsque l'on travaille avec un seul type de données, il n'en est pas de même quand plusieurs types de données sont traités simultanément. La question qui se pose alors est : comment combiner les écarts entre données observées et cal-

culées sachant qu'elles n'ont pas les mêmes unités et des écarts-types ainsi que des effectifs très différents ?

Nous avons présenté dans le chapitre 2 le choix de Vergne (2002) pour évaluer la pertinence des modèles générés par l'inversion conjointe de données tomographiques et de fonctions récepteur. L'erreur pour chaque méthode est calculée séparément puis les deux erreurs sont pondérées et sommées pour obtenir le misfit général. Le coefficient pondérateur est défini arbitrairement et peut varier selon les données utilisées. Etant donné le temps de calcul important nécessaire à notre code pour inverser un nombre raisonnable de données, nous avons préféré éviter d'avoir à déterminer arbitrairement un coefficient pondérateur. Nous cherchons donc un moyen de calculer la pertinence de nos modèles en donnant la même importance aux deux types de données et qui ne soit pas fonction de l'effectif.

Nous avons donc choisi de calculer l'erreur de nos modèles en modifiant légèrement la formule utilisée par Athias et al. (2000) :

$$\frac{(x - X)^2}{S} \quad (3.3)$$

où  $x$  est la donnée observée,  $X$  la donnée prédite par le modèle testé et  $S$  la variance des données d'un même type. Utiliser cette formule permet d'avoir des valeurs comparables de misfits pour des données très différentes. Cependant, cette formule ne prend pas en compte des nombres de données différents pour la gravimétrie et la tomographie. Pour aller dans ce sens, nous avons développé la formule suivante pour évaluer l'écart aux données pour un set :

$$\sum \frac{(x - X)^2}{S} \cdot \frac{1}{N} \quad (3.4)$$

Le calcul du misfit global n'est alors que la somme des erreurs liées à l'inversion tomographique et à l'inversion gravimétrique seules. Cependant, nous avons conscience qu'il est nécessaire d'introduire des coefficients pondérateurs pour les raisons suivantes :

- les données peuvent être moins bonnes pour l'une des deux méthodes ;
- il doit pouvoir être possible de privilégier une méthode plutôt qu'une autre dans le cas d'une non unicité des solutions.

L'erreur globale s'écrit alors :

$$\alpha \sum \frac{(x_T - X_T)^2}{S_T} \cdot \frac{1}{N_T} + (1 - \alpha) \sum \frac{(x_G - X_G)^2}{S_G} \cdot \frac{1}{N_G} \quad (3.5)$$

avec  $\alpha$  compris entre 0 et 1,  $T$  l'indice pour la tomographie et  $G$  celui pour la gravimétrie.

La normalisation et la prise en compte des deux erreurs dans une même équation rend moins empirique la pondération des données pour le calcul du misfit global.

### 3.6 Parallélisation du code

Le principe général du calcul parallèle est de diminuer le temps de calcul en répartissant le travail à effectuer sur plusieurs processeurs. L'organisation du code est sensiblement la même en séquentiel qu'en parallèle et est détaillée dans l'annexe B. Le code de l'algorithme de voisinage est écrit pour fonctionner aussi bien en séquentiel qu'en parallèle. Nous utilisons cet algorithme un grand nombre de fois dans l'inversion (une fois pour chaque fonction récepteur inversées puis une fois pour l'inversion conjointe). L'inversion d'une fonction récepteur étant relativement rapide, de l'ordre de la minute, il nous a donc paru peu pertinent de faire tourner cette partie en parallèle, par contre l'inversion conjointe nécessite un grand nombre d'itérations au regard du nombre de paramètres à inverser. Il est illusoire de penser que l'on peut obtenir un modèle bien résolu en un temps raisonnable en calcul séquentiel. Les tests synthétiques réalisés en séquentiel montrent qu'il faudrait plusieurs mois de calcul pour retrouver une structure simple dans un modèle réaliste 3D. Le calcul parallèle est possible sur la grille européenne EGEODE gérée par CGG Véritas et dédiée aux sciences de la Terre. La compilation du code parallèle s'effectue sans problème ainsi que l'exécution. L'utilisation de la grille est soumise à des restrictions selon les sites. Les limitations qui nous sont imposées sont essentiellement temporelles puisqu'un job ne peut durer plus de 24h sur la majorité des sites. De manière générale, nous avons limité nos besoins à 68 cpu, 24h de temps de calcul et 4 à 8 Go de RAM par job.

### 3.7 Les joies de l'informatique

Comme j'ai eu tout loisir de m'en rendre compte, l'écriture et la mise au point d'un code en géophysique n'est pas une chose simple. Il faut d'abord penser sérieusement l'organisation du code et jongler avec toutes les limitations qu'apporte l'utilisation de telle ou telle méthode avant de faire son choix. Ce choix pouvant, bien évidemment, ne pas être le bon ou apporter plus de contraintes que supposé au départ.

Le code a été écrit en deux étapes, la première consistant à avoir un code d'inversion de fonctions récepteur fiable et la seconde de mettre en place la totalité du processus. La partie sur les fonctions récepteur et interpolation du Moho en 3D a été écrite relativement rapidement et testée avec succès. Si l'écriture du code a été relativement rapide, il n'en est pas de même pour la phase de portage. En effet, une fois le code écrit dans son intégralité, j'ai été confrontée à de nombreux problèmes informatiques qu'il a fallu résoudre les uns après les autres. Il m'a fallu six mois pour trouver une plate-forme sur laquelle je puisse faire tourner mon code proprement, les impératifs étant qu'elle ait un compilateur fortran 90 à jour et suffisamment de RAM pour que je puisse faire tourner des inversions aux dimensions réelles. Il faut signaler également que les nombreuses coupures de courant intempestives peuvent faire perdre plusieurs semaines de calcul d'où la nécessité d'avoir à disposition des

machines en dehors du campus de Jussieu et de réduire le temps de calcul.

Il ressort des tests effectués que le code peut être compilé sans aucun souci avec les versions récentes des compilateurs gfortran et ifort. Les toutes premières versions de gfortran ne gèrent pas bien les allocations dynamiques et ne sont donc pas réellement des compilateurs de fortran 90. Quant à ifort, j'ai été confrontée à un problème avec la fonction intrinsèque RESHAPE sur une version relativement récente du compilateur, je n'ai pas encore élucidé ce mystère...

En séquentiel, le code a tourné sur mac et sur unix et s'exécute correctement sur la grille de calcul européenne Egéode gérée par CGG-Véritas. Pour le calcul parallèle, le code a été compilé avec mpif90 (version GCC-4.3.4). Il a été exécuté sur la grille européenne de calcul EGEE et sur le cluster de Géosciences Montpellier. Pour le bon déroulement de l'exécution, il faut veiller à ce que le nombre d'itérations soit un multiple du nombre de processeurs utilisés à l'exécution.

## 3.8 Réalisation de tests synthétiques

La validation est une étape primordiale puisqu'elle permet de vérifier que le code résout effectivement le problème posé. Elle se fait par la réalisation de tests dits "synthétiques" durant lesquels il est demandé au code de retrouver une structure simple connue.

### 3.8.1 Validation de l'inversion des fonctions récepteur

La validation du code s'est faite en deux temps, nous avons tout d'abord réalisé un certain nombre de tests concernant l'inversion des fonctions récepteur seules, puis, nous avons considéré la totalité du processus conjoint pour retrouver des structures tridimensionnelles à géométrie simple.

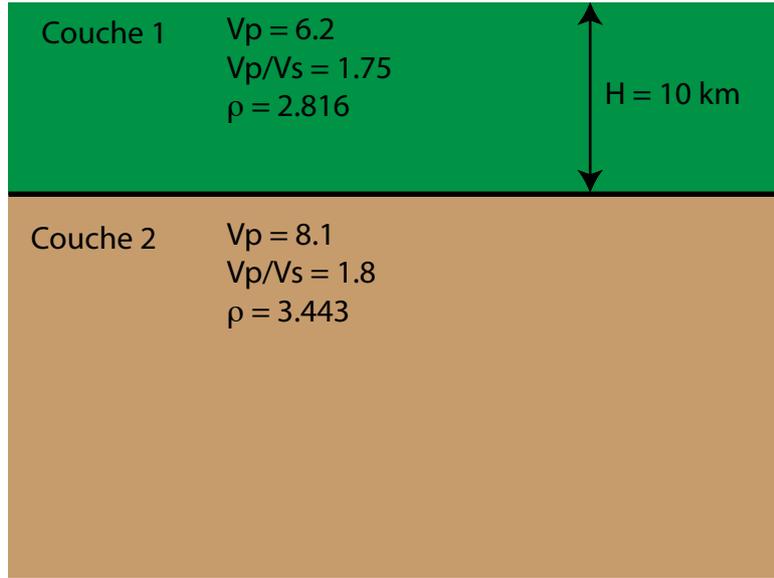
#### 3.8.1.1 Test à partir d'une fonction récepteur synthétique

L'inversion se déroule en deux temps, il est donc fondamental de commencer par tester le bon déroulement de la première étape qu'est l'inversion des fonctions récepteur. Nous avons donc réalisé des fonctions récepteur synthétiques à partir d'un modèle simple présentant une interface à la profondeur de 10 km et dont l'ensemble des caractéristiques est présenté dans la figure 3.4.

La fonction récepteur calculée à partir de ce modèle simple est appelée fonction récepteur synthétique et est la donnée que nous allons inverser.

Pour ce faire, nous imposons des limites à l'inversion concernant l'ensemble des modèles à tester en fixant 9 paramètres principaux détaillés ici :

- $n$  le nombre d'interfaces du modèle


 FIG. 3.4: *Modèle initial du test synthétique.*

$n$	$h_1$	$h_2$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$k_1$	$k_2$
	km	km	km.s <sup>-1</sup>	km.s <sup>-1</sup>	km.s <sup>-1</sup>	km.s <sup>-1</sup>		
1	1	12	2.00	4.00	2.00	4.00	1.50	3.00

 TAB. 3.1: *Paramètres initiaux de l'inversion de la fonction récepteur synthétique.*

- $h_1$  et  $h_2$  les bornes supérieure et inférieure de l'intervalle de profondeur possible de l'interface
- $V_1$  et  $V_2$  l'intervalle possible de vitesse des ondes S en base de couche
- $V_3$  et  $V_4$  l'intervalle possible de vitesse des ondes S en sommet de couche
- $k_1$  et  $k_2$  l'intervalle de valeurs possible pour le rapport  $V_P/V_S$

Les valeurs données à ces paramètres pour le test synthétique sont détaillées dans le tableau 3.1

Nous avons imposé au code de réaliser au maximum 100 itérations pendant lesquelles il teste 20 modèles différents. Au sortir de l'inversion, nous obtenons ce que le code considère comme le meilleur modèle testé. Le modèle retenu dans notre cas présente une erreur de 0.1042 qui correspond à l'écart entre la fonction récepteur correspondant au modèle final et la donnée. Les caractéristiques du modèle final sont résumées dans le tableau 3.2.

Les deux fonctions récepteurs sont comparées en figure 3.5. Il apparaît que l'on a

Couche	Epaisseur	$V_1$	$V_2$	$V_P/V_S$
	km	km.s <sup>-1</sup>	km.s <sup>-1</sup>	
1	10.2	3.69	3.66	1.8
2	20.4	4.65	4.59	1.96

 TAB. 3.2: *Modèle résultant de l'inversion d'une fonction récepteur synthétique.*

une bonne cohérence entre les deux signaux qui superposent leurs pics principaux dans le temps. Concernant les amplitudes de ces pics, elles sont globalement bien retrouvées. Seul le deuxième pic présente une amplitude moindre pour la fonction récepteur correspondant au modèle final. Les amplitudes des pics sont particulièrement sensibles à la vitesse des ondes dans la couche supérieure. Cependant les autres pics étant bien retrouvés, nous pouvons considérer que les vitesses estimées sont bien contraintes.

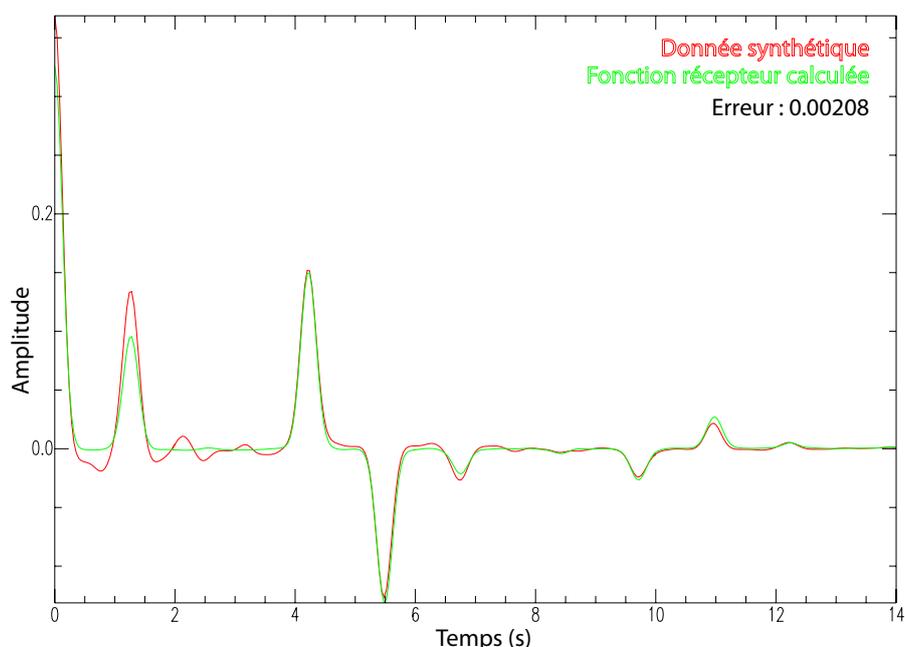


FIG. 3.5: Graphique établissant une comparaison entre la donnée (en rouge) et la fonction récepteur synthétique qui correspond au meilleur modèle testé lors de l'inversion. L'erreur correspondant à ce modèle est indiquée en haut à droite.

**Remarque :** L'inversion de fonction récepteur a pour but de caractériser des interfaces entre deux milieux. Pour une interface caractérisée nous avons en réalité deux couches à définir. Cependant, les paramètres de la dernière couche du modèle servent essentiellement à mieux contraindre les paramètres de la couche supérieure et à, ainsi, mieux retrouver les amplitudes des fonctions récepteur notamment. Les informations concernant cette dernière couche et particulièrement son épaisseur ne sont que très peu contraintes. Nous avons pris le parti de ne pas en tenir compte.

### 3.8.1.2 Inversion d'une fonction récepteur réelle

Nous avons choisi de tester notre processus d'inversion sur une fonction récepteur déjà inversée par la méthode développée par Zhu et Kanamori (2000). Nous utilisons les données enregistrées par une station (S04) déployée au Sultanat d'Oman en 2003 pendant un an (cf. chapitre 1.3 pour plus de détails). Les résultats de l'inversion de la fonction récepteur correspondant à cette station (Tiberi *et al.*, 2007) sont résumés dans le tableau 3.3 :

Name	Lat.	Long.	Alt.	nb. events.	$V_P$ $km.s^{-1}$	$\omega_1\omega_2\omega_3$	$H$ (km)	$V_P/V_S$
S04	17,444	54,042	0,61	26	6,20	0,5 0,3 0,2	36,6 $\pm$ 0,4	1,77 $\pm$ 0,01

TAB. 3.3: Résultats de l'inversion de fonctions récepteur pour la station S04 par la méthode de Zhu et Kanamori (2000) issus de Tiberi et al. (2007).

Le tableau 3.4 résume l'ensemble des paramètres imposés pour retrouver le modèle qui satisfait au mieux la fonction récepteur de la station S04. Nous avons imposé au code un nombre maximum d'itérations fixé à 50.

$n$	$h_1$ km	$h_2$ km	$V_1$ $km.s^{-1}$	$V_2$ $km.s^{-1}$	$V_3$ $km.s^{-1}$	$V_4$ $km.s^{-1}$	$k_1$	$k_2$
1	20	50	3,00	4,50	3,00	4,50	1,60	1,90

TAB. 3.4: Paramètres initiaux de l'inversion de la fonction récepteur S04.

Après la réalisation des 50 itérations, nous obtenons un modèle dont les caractéristiques sont présentées dans le tableau 3.5 et pour lequel le misfit, c'est à dire l'erreur à la donnée est de 0,4962. La figure 3.6 montre sur un même graphique la fonction récepteur initiale (S04) et celle obtenue à partir du modèle retrouvé. Nous pouvons observer que, même si le premier pic des deux signaux se superposent bien, tant dans le temps qu'en amplitude, les deux signaux restent très différents. Rappelons que l'enregistrement traduit la signature de chacune des interfaces localisées sous le capteur, or, nous ne cherchons à modéliser que la signature du Moho. Certains pics présents dans les données ne pourront donc pas être modéliser. C'est le cas ici, le premier pic de la donnée est bien retrouvé mais pas le deuxième. Par contre, on retrouve tous les pics de la fonction récepteur calculée sur la donnée. Notons que l'amplitude du premier pic est bien retrouvée. Le second pic d'amplitude importante n'est pas modélisé ici car il correspond à une interface intra-crustale qui a été caractérisée dans un étude antérieure (Basuyau, M1).

Couche	Epaisseur km	$V_1$ $km.s^{-1}$	$V_2$ $km.s^{-1}$	$V_P/V_S$
1	37.8	3.00	4.04	1.83
2	1.0	4.50	4.50	1.83

TAB. 3.5: Modèle résultant de l'inversion d'une fonction récepteur synthétique.

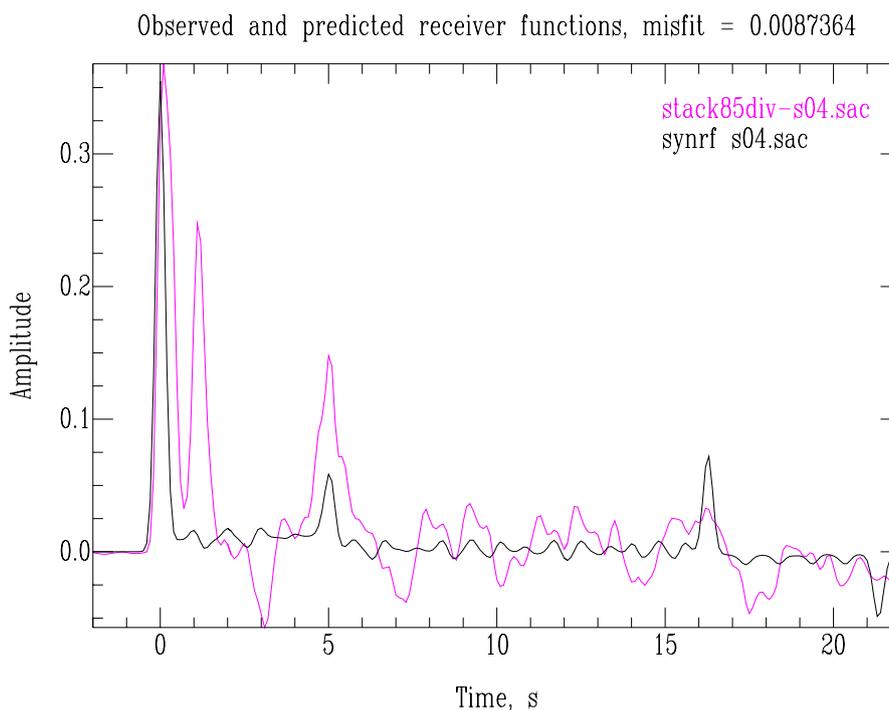


FIG. 3.6: Graphique établissant une comparaison entre la donnée enregistrée par la station *S04* (en rose) et la fonction récepteur synthétique qui correspond au meilleur modèle testé lors de l'inversion. L'erreur correspondant à ce modèle est indiquée.

### 3.8.2 Tests synthétiques pour l'inversion conjointe Fonctions récepteur - Tomographie - Gravimétrie

Le rôle des tests synthétiques est d'évaluer le comportement de l'inversion. Il s'agit en réalité d'essayer de retrouver au mieux une structure connue. Pour ce faire, nous devons générer des données dites synthétiques qui correspondent à un modèle de terre fictif mais connu puis de les inverser pour retrouver un modèle final le plus proche possible du modèle synthétique. Dans les paragraphes suivants, nous présentons les résultats de deux tests. Le premier test présente une structure dite "en damier" associée à un Moho plat. Dans un second temps, nous avons travaillé sur une structure synthétique qui combine une anomalie de vitesse et densité en profondeur et un approfondissement localisé du moho.

Pour ces deux tests, nous avons utilisé un modèle constitué de six couches réparties entre 0 et 150 km de profondeur. Chacune de ces couches contient 8 nœuds de vitesse - densité sur l'axe Est - Ouest et 16 nœuds sur l'axe Nord - Sud. Par ailleurs, bien que les géométries que nous cherchons à retrouver restent des structures simples et non réelles, nous avons choisi d'utiliser des répartitions de données réelles de manière à ne pas traiter un cas "idéal". Nous travaillons ici dans une région qui s'étend sur 350 km d'Ouest en Est et sur 600 km du Nord au Sud, et dans laquelle nous disposons d'un réseau de sept

stations sismologiques disposées selon un profil orienté Nord - Sud. Les trois jeux de données sont composés de sept fonctions récepteurs, de 513 délais de temps enregistrés après 88 événements, et de près de 2500 points de mesure en gravimétrie.

### **L'inversion en pratique ou les limitations imposées à notre modèle initial**

La première étape de l'inversion est de choisir une géométrie du modèle initial adaptée à la fois à la répartition des données utilisées, à la région que l'on étudie et aux capacités informatiques à disposition. Pour les tests synthétiques qui suivent, nous avons utilisé la même géométrie, c'est à dire un modèle à six couches réparties entre -4 et 150 km de profondeur et constituées de 128 noeuds. Avec une telle organisation, notre problème présente 768 inconnues. Le nombre de modèles nécessaires pour la convergence de l'algorithme dépend également de la grandeur de l'intervalle de vitesse défini pour chaque couche. Plus ces intervalles sont grands, plus le nombre d'itérations et de modèles testés doit être grand. Il n'existe pas de loi de convergence mais il paraît évident que les 164 352 ( $320 \times 512 + 512$ ) modèles testés lors d'une inversion sont insuffisants pour retrouver un modèle initial qui serait complexe. Ce nombre est pourtant choisi pour tenir compte aussi bien de la quantité de mémoire vive disponible et pour optimiser au maximum le temps de calcul. Sambridge (1999) estime qu'il faudrait générer un nombre de modèles à chaque itération qui soit de l'ordre du nombre d'inconnues et un nombre maximal d'itérations qui soit 10 à 100 fois supérieur pour avoir la certitude de voir l'algorithme converger vers une solution qui soit la meilleure. Il faudrait donc que l'on teste 750 modèles pour 7 500 à 75 000 itérations. Si l'on convertit ce chiffre en terme de mémoire vive, c'est alors au minimum 17 à 170 Go qui seront nécessaires... Ce nombre est bien évidemment surévalué mais il traduit bien la difficulté informatique à chercher des modèles complexes par l'utilisation de méthodes stochastiques. Pour ces raisons d'ordre matériel, nous n'avons pas développé un modèle complexe et haute définition pour les inversions qui sont présentées dans la suite de ce manuscrit, et surtout, nous avons en priorité cherché à adapter nos besoins aux machines que nous avons à disposition. A savoir, le choix entre un temps de calcul illimité et des machines ayant au plus 4GO de RAM ou bien des machines à 16 GO de RAM mais des temps de calcul limité à 24 heures.

ZLAY km	VMIN1 $km.s^{-1}$	VMAX1 $km.s^{-1}$	VMIN2 $km.s^{-1}$	VMAX2 $km.s^{-1}$	BCOEFF $km.s^1.g^{-1}.cm^3$	ACOEFF $km.s^{-1}$
-4	5.9	6.2	5.9	6.2	3	-2
15	5.9	6.2	5.9	6.2	3	-2
25	6.8	7.2	6.8	7.2	3	-2
60	7.0	7.8	7.0	7.8	3	-2
90	7.4	7.6	7.4	7.6	3	-2
150	7.6	8.4	7.5	8.5	3	-2

TAB. 3.6: Paramètres initiaux fixés pour l'inversion de la structure de type "damier". ZLAY est l'épaisseur de la couche considérée; VMIN1 et VMAX1 correspond à l'intervalle de vitesse autorisé pour les nœuds appartenant au domaine crustal; VMIN2 et VMAX2 correspond à l'intervalle de vitesse autorisée pour les nœuds en domaine mantellique; BCOEFF et ACOEFF sont les coefficients de la loi de Birch.

### 3.8.2.1 Test en damier

La géométrie en damier est constituée d'une alternance d'anomalies de vitesse et de densité positives puis négatives. Cette géométrie permet, entre autres, d'évaluer les longueurs d'ondes minimales qu'il sera possible d'imager dans le modèle final. Le modèle synthétique est présenté en figure 3.10B, il est constitué d'anomalies de vitesse et densité longues de  $\sim 150$  km et larges de  $\sim 100$  km et d'amplitude  $\pm 5\%$ . Deux couches d'anomalies ont été placées dans le modèle, la première à 60 km de profondeur, la seconde dans la dernière couche de notre modèle à 150 km.

### Présentation des résultats (I) : Les fonctions récepteurs

Les profondeurs de Moho issues de l'inversion des fonctions récepteur ont été obtenues après une centaine d'itérations. Les résultats sont présentés dans le tableau 3.7. Il apparaît que les profondeurs du Moho sont retrouvées à plus ou moins 200 mètres. Cette précision est excellente et largement suffisante pour inclure ces profondeurs dans le processus d'inversion conjointe gravimétrie - sismologie.

station	H (km)	$V_S$ base ( $km.h^{-1}$ )	$V_S$ sommet ( $km.h^{-1}$ )	$V_P/V_S$	Misfit
ALTA	20.0	3.98	3.13	1.82	0.14867
BUMB	20.1	3.99	3.14	1.81	0.14832
DALA	20.0	3.98	3.13	1.81	0.14898
OVGO	19.8	4.00	4.45	1.78	0.13276
TSET	20.1	3.99	3.15	1.81	0.14808
TUSG	20.1	4.00	3.14	1.81	0.14779
UULA	20.0	3.99	3.11	1.82	0.14845

TAB. 3.7: Tableau récapitulatif des résultats issus de l'inversion des fonctions récepteur.

## Présentation des résultats (II) : L'inversion conjointe

Le modèle final obtenu après inversion est présenté en figures 3.8 et 3.7 concernant les vitesses et les densités, respectivement. Les variations de vitesse et de densité sont exprimés relativement au modèle IASP91.

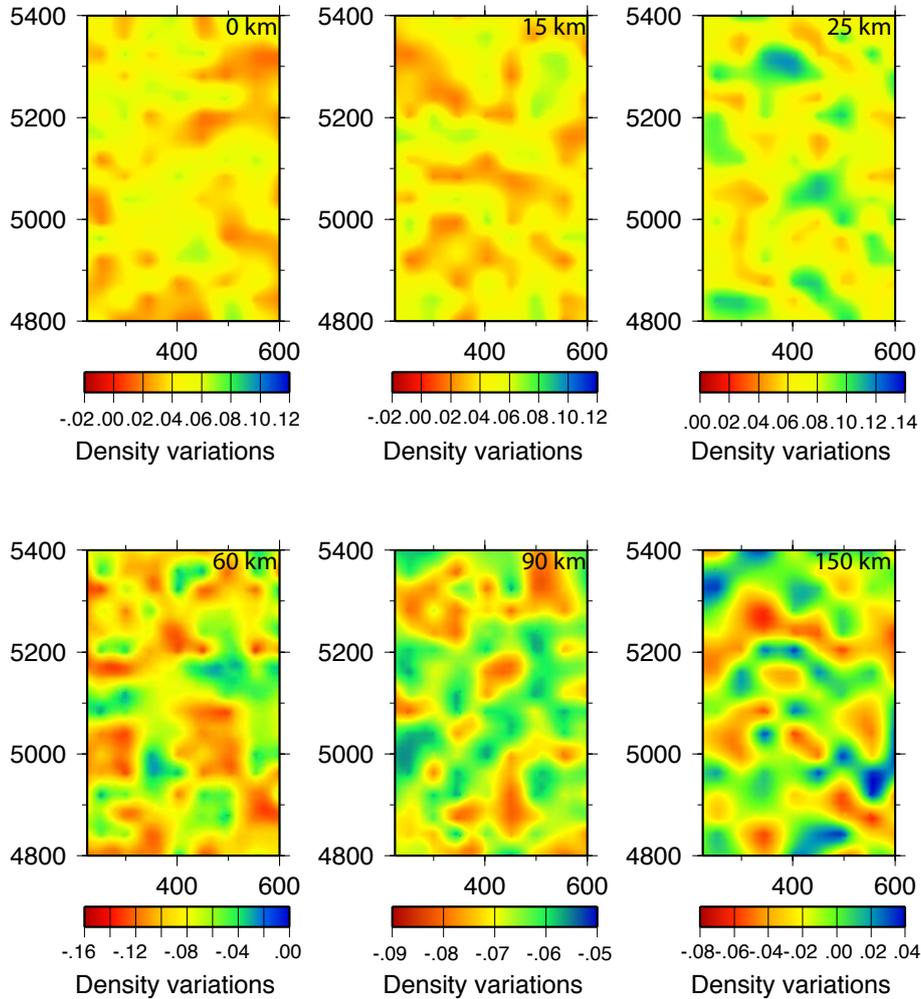


FIG. 3.7: *Modèle de densité obtenu au sortir de l'inversion pour le test synthétique du damier. Les résultats sont exprimés en variations de densité par rapport au modèle IASP91.*

Ces résultats montrent la présence de nombreuses anomalies, d'amplitude plus ou moins importante, dans toutes les couches du modèle. Les anomalies les plus fortes sont retrouvées dans les couches 4 et 6 soit à 60 et 150 km, respectivement, soit dans les couches perturbées du modèle initial. En ce qui concerne la géométrie de ces anomalies, il faut noter la présence d'un grand nombre d'anomalies de petite longueur d'onde (équivalent à un noeud du modèle) ainsi que des anomalies de plus grande longueur d'onde. Les petites longueurs d'ondes traduisent le manque d'itérations de l'inversion qui n'a pas eu le temps de fixer la totalité des nœuds du modèle. On peut donc assimiler des anomalies comme un

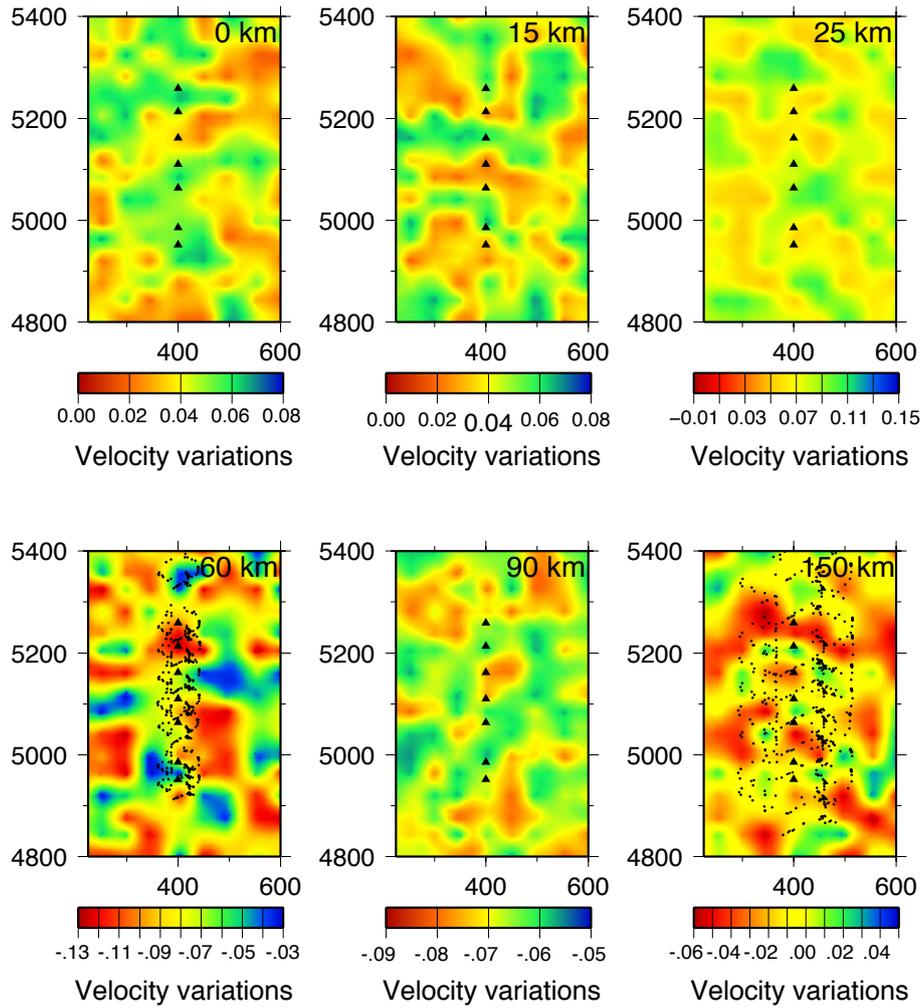


FIG. 3.8: *Modèle de vitesse obtenu pour un test synthétique de type "damier". Les triangles correspondent aux stations sismologiques utilisées. Les points noirs représentent les piercing points, i.e. le point de passage des rais dans la couche considérée. Les variations de vitesse sont exprimées par rapport au modèle de référence IASP91.*

bruit aléatoire d'une inversion à l'autre et non significatif. Ce bruit se superpose au signal qui est dans notre cas plus grande longueur d'onde. Le signal se distingue clairement dans la couche située à 60 km. Dans les couches supérieures, les amplitudes des anomalies sont faibles voire très faibles. Il en est de même pour la cinquième couche. Dans la dernière couche du modèle, il est difficile de distinguer la structure initiale en damier. Le signal qui résulte de l'inversion est petite longueur d'onde et ne présente pas de continuité d'un nœud à l'autre. Cette spécificité semble montrer les difficultés de l'inversion à retrouver le signal. Deux causes sont envisageables et seront discutées par la suite : l'insuffisance des itérations ou la faiblesse des signaux géophysiques (e.g. la décroissance avec la profondeur du signal gravimétrique utilisé et la faible répartition/quantité des données sismologiques

en profondeur).

### **Evolution du misfit**

La bonne convergence de l'inversion est donnée par l'évolution de l'erreur ou misfit au cours des itérations. La figure 3.9 montre l'évolution du misfit pour l'inversion présentée ci-dessus. Le graphique retrace l'évolution de l'erreur du meilleur modèle au cours des itérations. Le modèle final est donc celui des 164 352 modèles testés qui minimise l'écart aux données. Les misfits correspondants au modèle décrit en introduction de cette section sont de l'ordre de 2, 10 et 5 pour le modèle de vitesse, de densité et les deux réunis, respectivement. Le paramètre  $\alpha$  utilisé pour le calcul du misfit et qui permet de pondérer les deux jeux de données est fixé à 0.6. La figure 3.9 montre que l'on a une décroissance du misfit global au cours des itérations puisqu'il diminue de  $\sim 8.8$  à  $\sim 5.5$ . Cette décroissance est continue mais l'amplitude des diminutions du misfit s'amenuise au cours du temps. Il est important de noter que, comme illustré sur le graphique, la courbe du misfit de la partie gravimétrie de l'inversion conjointe ressemble beaucoup à celle du misfit total alors que la courbe relative à l'inversion des vitesses sismiques est, quant à elle complètement différente. Ceci marque le fait que, dans notre cas (i.e. pour la valeur de  $\alpha$  utilisée ici) l'inversion conjointe est guidée par les résultats de l'inversion gravimétrique. Il a paru préférable, dans cette configuration de favoriser légèrement la gravimétrie au dépend de l'inversion des vitesses car celle-ci apporte une contrainte sur chacun des noeuds du modèle contrairement à la tomographie pour laquelle seuls les noeuds ayant des rais qui passent à proximité sont inversés.

### **Comment appréhender un ensemble de solutions ?**

La méthode que nous utilisons nous permet certes de déterminer, parmi tous les modèles testés celui qui a la meilleure adéquation aux données mais en réalité elle permet surtout d'obtenir un ensemble de modèles qui satisfont les données de manière équivalentes. Cependant, considérer un ensemble de modèles afin d'en retirer des interprétations géologiques et/ou géodynamiques n'est pas simple. Nous avons donc préféré nous ramener à un seul modèle moyen à la manière de Bodin et Sambridge (2009). Il s'agit de retenir la moyenne des vitesses choisies pour chaque nœud dans les différents modèles. Cette solution lisse naturellement le modèle final mais permet une bonne expression des discontinuités locales si elles sont bien exprimées dans les données. Cela évite également de définir un paramètre de lissage de manière arbitraire comme cela est fait dans les méthodes utilisant la linéarisation de matrice.

Le modèle moyen 3-D est représenté sur la figure 3.10.

Chacun des modèles utilisés pour calculer le modèle moyen a une erreur associée grâce à la définition du misfit. Si le calcul du misfit est possible pour les tests synthétiques

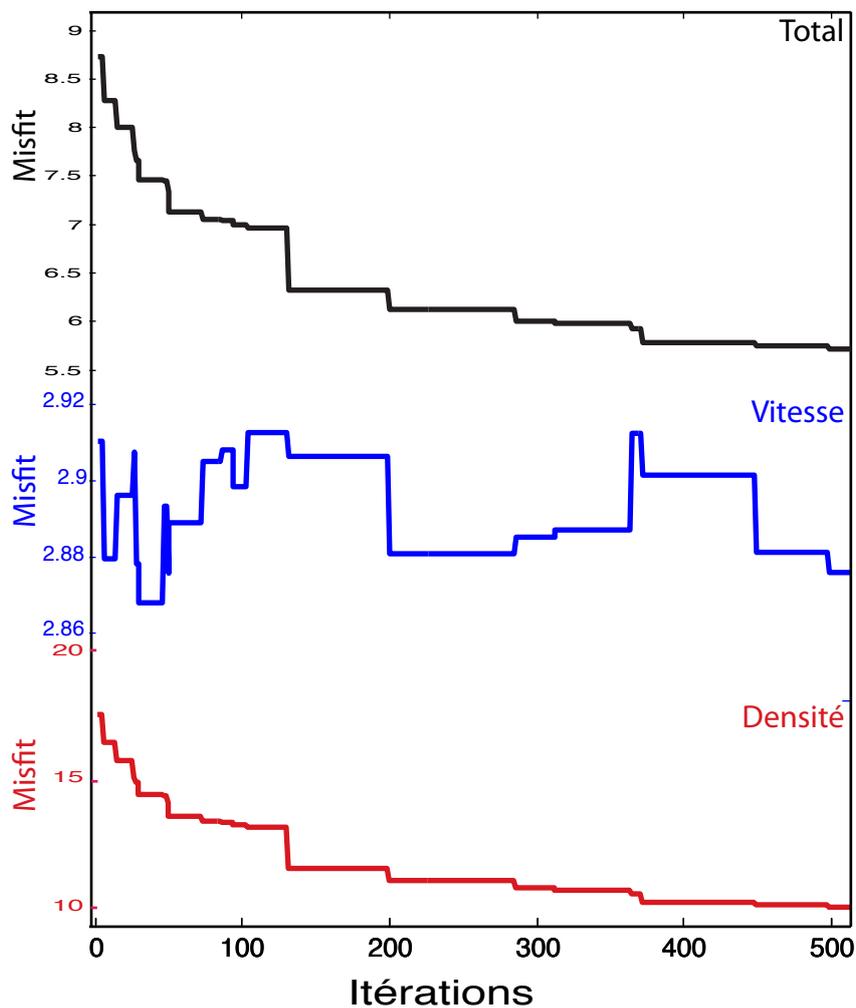


FIG. 3.9: Evolution du misfit au cours des itérations pour le test synthétique de type "damier". En haut l'évolution du misfit total, puis en rouge et noir, l'évolution de l'écart aux données de tomographie et gravimétriques, respectivement, obtenus pour la même inversion.

réalisés durant cette étude, il n'en sera pas de même pour les cas réels. Nous devons donc exprimer l'erreur du modèle moyen d'une autre façon. Nous avons choisi d'exprimer cette erreur en calculant l'écart-type des vitesses du modèle moyen nœud par nœud.

Concernant le modèle moyen relatif au test du damier, il résulte de 17 inversions. Le misfit recalculé pour ce modèle est de 0.931, soit une valeur bien inférieure à ceux obtenus pour une inversion simple. L'erreur estimée de ce modèle est exprimée en trois dimensions sur la figure 3.11.

Le modèle final (ou moyen) de vitesse et densité comprend des variations de longueur d'onde très semblables à celles imposées dans le modèle synthétique initial pour la couche à 60 km. La géométrie en damier est donc globalement bien retrouvée exceptée dans la couche

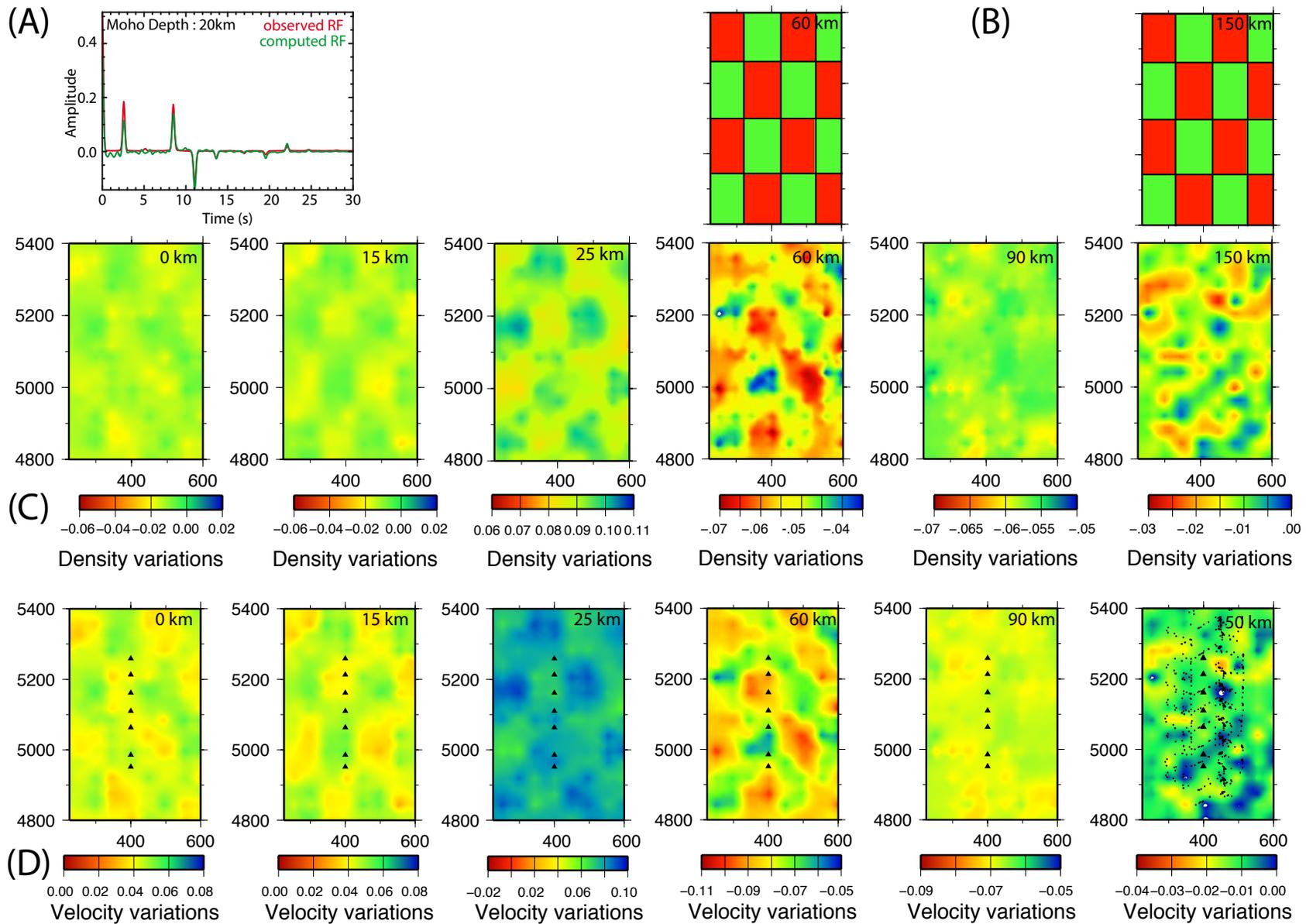
la plus profonde du modèle pour laquelle il est difficile de voir une continuité cohérente des anomalies entre des nœuds pourtant contigus. Pour cette couche plus profonde, il n'est pas étonnant d'avoir quelques difficultés à retrouver les variations imposées, et ce, pour la simple raison que ces variations génèrent un signal gravimétrique très faible voire nul si bien qu'il n'apporte aucune contrainte sur la géométrie des structures à cette profondeur. Rappelons que la configuration utilisée ici met l'accent sur la gravimétrie, il est donc normal que notre code peine à retrouver les structures profondes et que, par ailleurs, il n'y a pas assez de rais pour contraindre la grande majorité des nœuds du modèle.

La couche située à 90 km de profondeur ne présente que des variations de vitesse et densité non significatives et est donc en accord avec le modèle synthétique. Enfin, dans les trois couches supérieures du modèle moyen on retrouve la signature de type damier mais avec des amplitudes plus faibles. Cet effet est couramment observé en tomographie télésismique et est l'expression d'une résolution verticale non optimale. Cependant, dans notre processus, l'inversion gravimétrique permet de limiter cet effet. Il est à noter que, dans notre modèle, la diffusion verticale des anomalies se fait uniquement vers la surface.

L'erreur associée à ce modèle permet de connaître les zones pour lesquelles l'inversion semble avoir le plus de mal à converger vers une vitesse satisfaisante. L'écart-type calculé est naturellement plus élevée dans les couches 4 et 6 pour lesquelles les intervalles de vitesse défini au départ sont plus importants. Néanmoins, les valeurs prises sont faibles puisque, au maximum, elles avoisinent 4%. Toutefois, nous pouvons remarquer que les deux premières couches du modèles présentent des valeurs moyennes probablement liées à l'effet de diffusion verticale qui, dans notre cas, amène jusqu'à la surface des anomalies plus profondes.

---

FIG. 3.10: Résultats du test synthétique de type "damier". (A) Comparaison entre les fonctions récepteurs observées et calculées lors de l'inversion pour une station. (B) Modèle initial synthétique, seules les couches horizontales présentant des anomalies de vitesse et densité sont représentées. (C) Modèle de vitesse et (D) de densité représenté en couches horizontales à différentes profondeurs. Les piercing points sont montrés pour la dernière couche du modèle de vitesse.



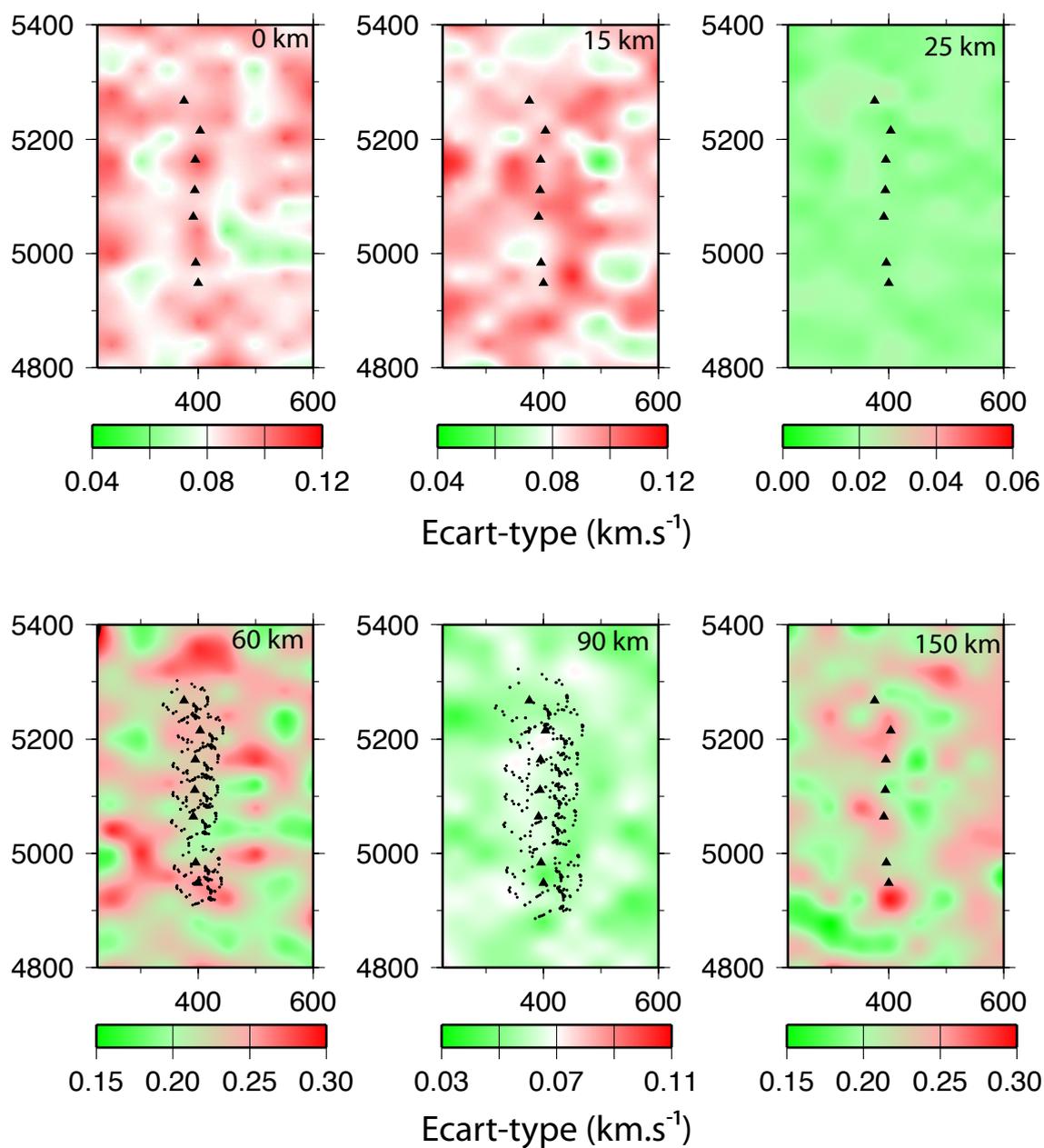


FIG. 3.11: Représentation de l'erreur estimée relative au modèle moyen du test en damier. L'écart-type est exprimé en  $\text{km.s}^{-1}$ . Représentation du modèle 3-D en couches horizontales successives de la surface vers la profondeur.

### 3.8.2.2 Exemple de test "damier" incluant du bruit aléatoire

Nous avons voulu soumettre notre méthode à des données synthétiques les plus proches possible de données réelles. Nous avons, jusque là, travaillé avec une répartition non homogène qui se rapproche de celles observées pour des jeux de données réels. Nous ajoutons maintenant à nos données synthétiques 5 % de bruit aléatoire à répartition gaussienne.

Nous avons conservé exactement les mêmes paramètres que ceux utilisés pour le test du damier (i.e. même répartition de données, mêmes paramètres initiaux et même géométrie du modèle). Nous ne montrerons pas, ici, les fonctions récepteurs puisque des fonctions récepteurs réelles ont déjà été inversées avec succès dans le paragraphe 3.8.1.2 et le moho imposé dans ce test est plat, nous n'en retrouverons donc pas trace dans le modèle moyen de vitesse et densité.

Les résultats exposés ci-après (figure 3.12 pour le modèle moyen exprimé en vitesse et 3.13 pour celui en densité) montrent que l'on retrouve très bien les variations de vitesse et densité, alternativement positives puis négatives, imposées (cf. figure 3.10B). Une estimation de la résolution par l'étude de l'écart-type des vitesse nœud par nœud a été réalisée (figure 3.14) et démontre la bonne résolution du modèle moyen. Celui-ci est calculé à partir de 18 inversions successives.

La comparaison entre le modèle damier sans bruit et celui avec bruit montre que, pour chaque couche exceptée la dernière, les amplitudes des anomalies retrouvées sont comparables. Seuls les contours des anomalies semblent être plus lisses dans le modèle avec bruit. Pour la dernière couche, en revanche, les deux modèles sont complètement différents. En effet, si aucune anomalie ne semblait se détacher dans le modèle sans bruit, le modèle contenant du bruit montre, quant à lui, des anomalies de vitesse et densité continues sur plusieurs nœuds. Il est, certes, difficile de retrouver le damier dans cette dernière couche mais les l'inversion semble percevoir qu'il y a une partie du signal qui s'exprime en profondeur. Ce n'est pas le cas pour le modèle sans bruit.

Nous avons donc montré que le comportement de notre inversion est sensiblement le même, voire même est un peu mieux adapté, lorsque celle-ci est confrontée à des données bruitées. Cette observation nous permet de montrer, dans la suite de ce chapitre, des tests synthétiques utilisant des données non bruitées tout en ayant pleinement confiance dans le comportement de l'inversion pour un même cas mais incluant du bruit aléatoire.

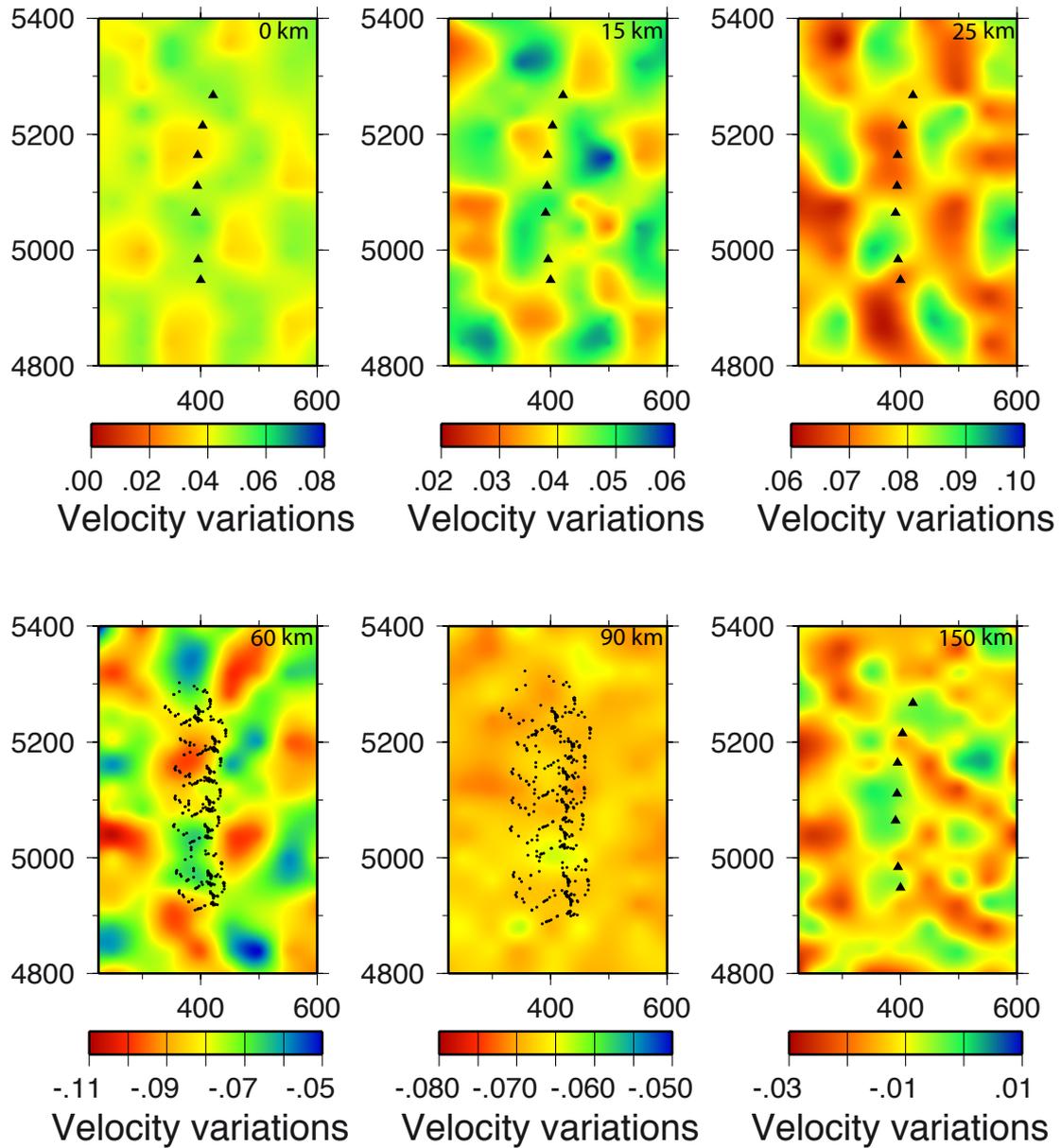


FIG. 3.12: *Modèle moyen exprimé en vitesse. Modèle de vitesse représenté en couches horizontales à différentes profondeurs. Les piercing points (point noirs) sont montrés pour les couches 4 et 5 du modèle de vitesse. Les triangles noirs représentent les stations utilisées.*

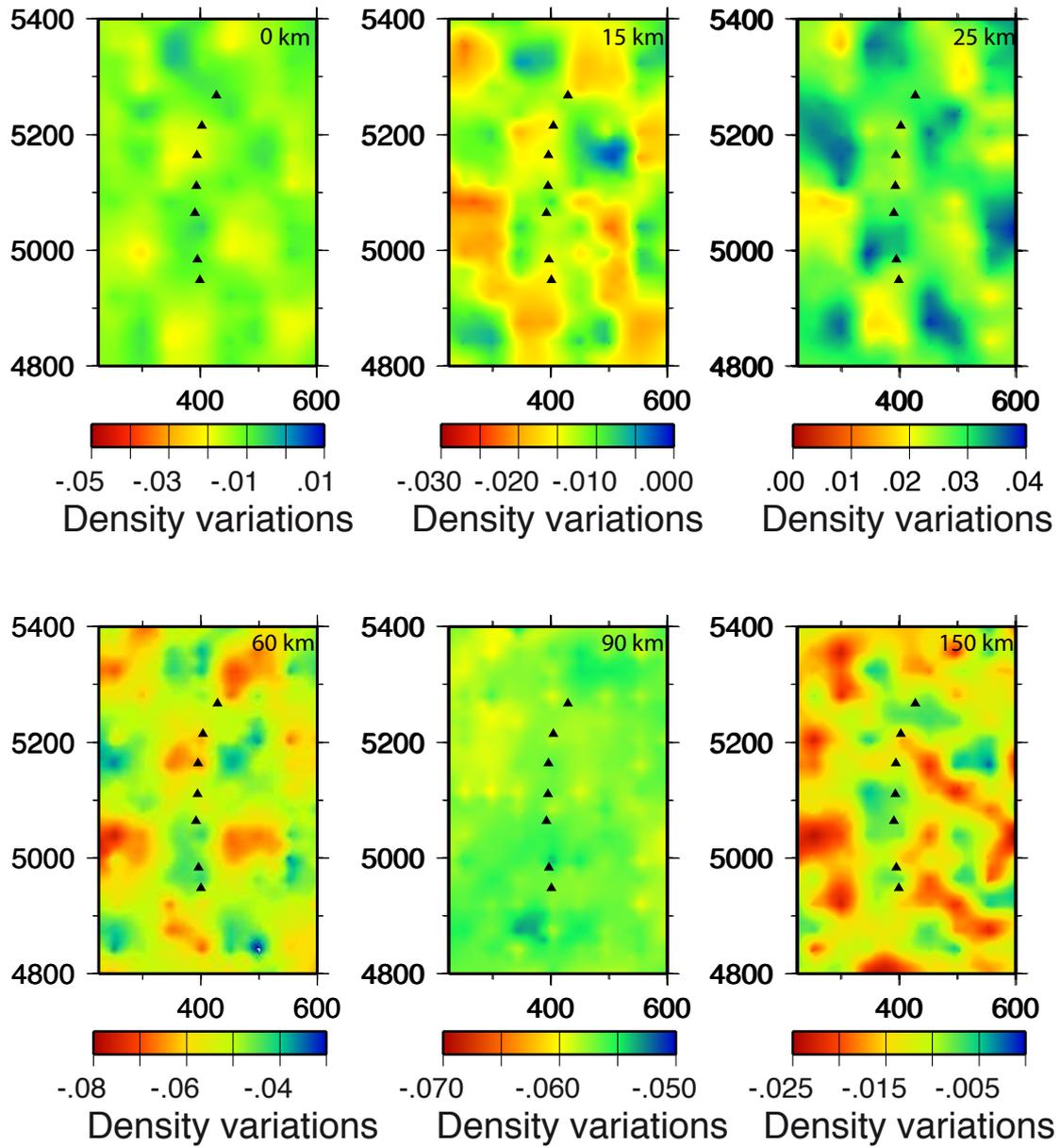


FIG. 3.13: *Modèle moyen exprimé en vitesse. Modèle de densité représenté en couches horizontales à différentes profondeurs. Les triangles noirs représentent les stations utilisées.*

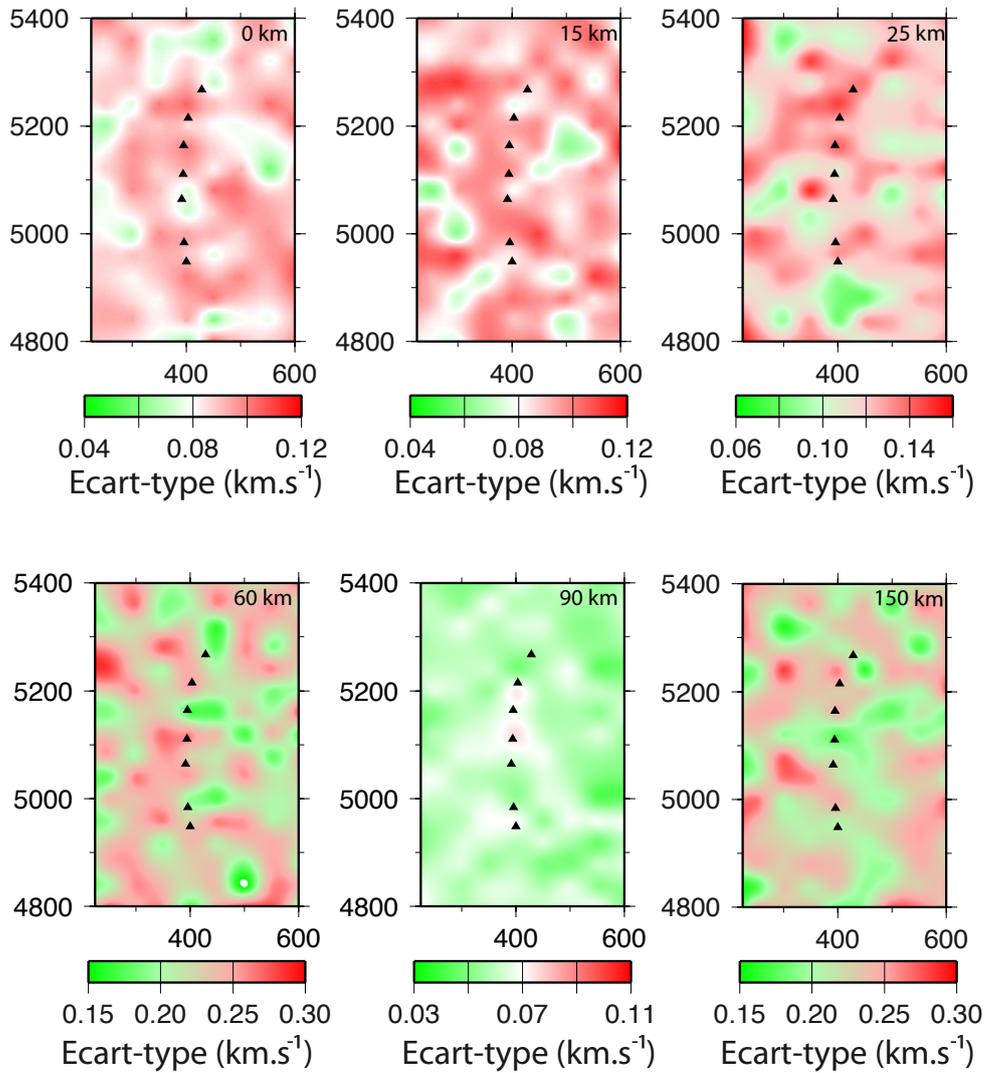


FIG. 3.14: Représentation de l'erreur estimée relative au modèle moyen du test en damier. L'écart-type est exprimé en  $\text{km.s}^{-1}$ . Représentation du modèle 3-D en couches horizontales successives de la surface vers la profondeur. Les triangles noirs représentent les stations utilisées.

### 3.8.2.3 Test synthétique combinant variations de profondeur du Moho et une anomalie profonde

Avec ce second test, nous avons voulu tester la spécificité de notre inversion conjointe en considérant non plus des interfaces planes mais en combinant des variations de profondeur du Moho à une anomalie positive de vitesse et densité. Le modèle synthétique initial est organisé comme illustré par la figure 3.15 avec une anomalie positive ( $\pm 5\%$ ) parallépipédique de vitesse et densité, orientée Nord-Sud, et un Moho situé à 20 km de profondeur en moyenne mais présentant une inflexion de 20 km (soit une profondeur de 40 km) qui traverse le modèle d'Est en Ouest. Cette configuration est un casse-tête pour les tomographies télésismiques. En effet, la difficulté majeure, ici, est la superposition de l'anomalie positive profonde et de l'approfondissement du Moho qui est considéré comme une anomalie négative orientée Est-Ouest pour les tomographies ordinaires. La superposition de ces deux anomalies au centre du réseau est imagée comme une absence d'anomalie.

Les paramètres initiaux imposés a sont résumés dans le tableau 3.8.

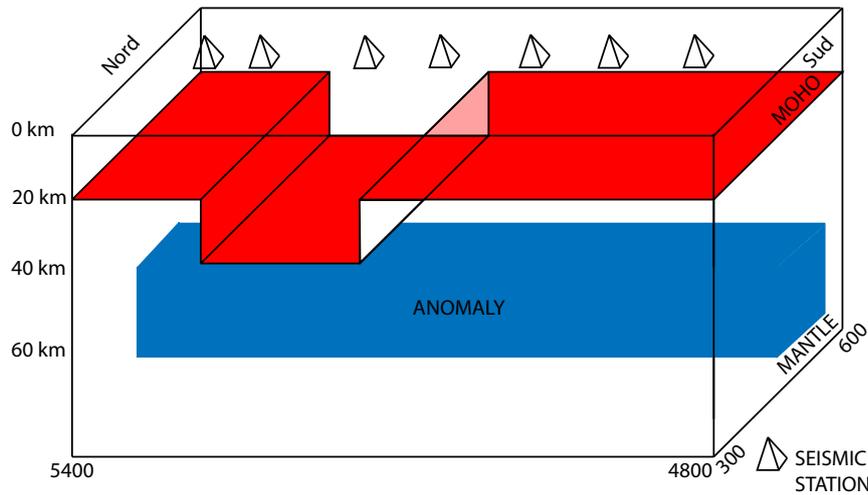


FIG. 3.15: Schéma illustrant la structure imposée lors du deuxième test synthétique. La surface rouge matérialise l'interface croûte - manteau qui présente un approfondissement localisé de 20 km. Le parallélépipède bleu est une anomalies de vitesse et densité d'une amplitude  $+5\%$  et située vers 60 km de profondeur. Les triangles correspondent aux stations sismologiques.

### Présentation des résultats

Le modèle 3-D moyen est présenté en figure 3.16. Le misfit correspondant au modèle proposé a une valeur de 0.898 (soit 1.60 et 0.196 pour la vitesse et la densité, respectivement et 0.5 pour  $\alpha$ ). L'erreur estimée relative à ce modèle est exprimée en 3-D sur la figure 3.17. La figure 3.16A présente les variations de profondeur du Moho retrouvées après interpolation des résultats issus de l'inversion des fonctions récepteurs. Les profon-

ZLAY	VMIN1	VMAX1	VMIN2	VMAX2	BCOEFF	ACOEFF
km	$km.s^{-1}$	$km.s^{-1}$	$km.s^{-1}$	$km.s^{-1}$	$km.s^1.g^{-1}.cm^3$	$km.s^{-1}$
-4	5.9	6.2	5.9	6.2	3	-2
18	5.9	6.2	5.9	6.2	3	-2
38	6.9	7.1	5.9	6.2	3	-2
60	7.3	7.9	7.3	7.8	3	-2
90	7.4	7.6	7.4	7.6	3	-2
150	7.9	8.1	7.9	8.1	3	-2

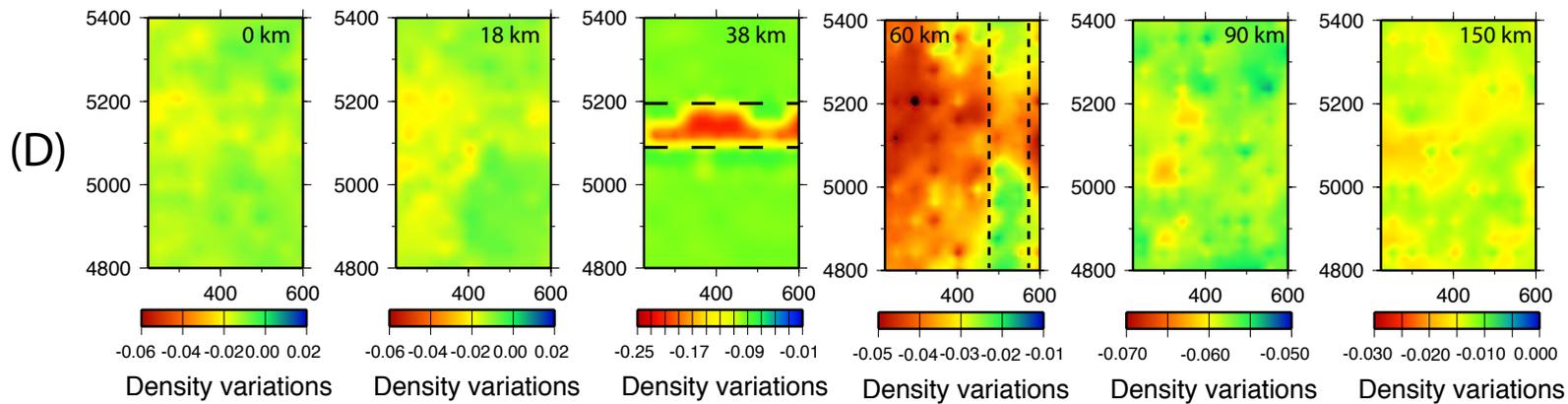
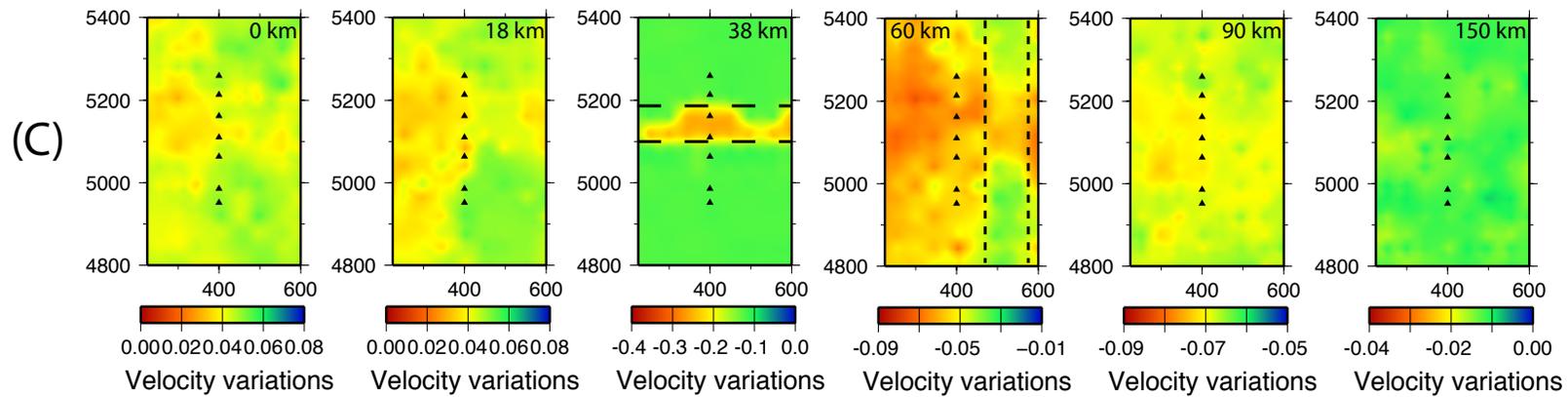
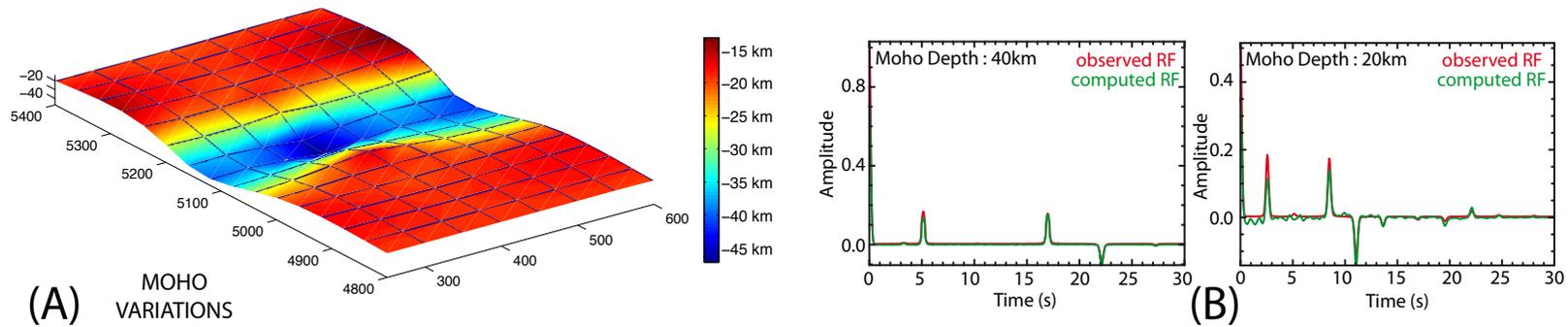
TAB. 3.8: Paramètres initiaux utilisés lors du test synthétique incluant des fluctuations de la profondeur du Moho et une anomalie lithosphérique positive. ZLAY est l'épaisseur de la couche considérée; VMIN1 et VMAX1 correspond à l'intervalle de vitesse autorisé pour les nœuds appartenant au domaine crustal; VMIN2 et VMAX2 correspond à l'intervalle de vitesse autorisée pour les nœuds en domaine mantellique; BCOEFF et ACOEFF sont les coefficients de la loi de Birch.

deurs s'échelonnent entre  $\sim 17$  et 45 km de profondeur. La forme générale de l'interface est bien retrouvée avec un effet de lissage dû à la paramétrisation de l'interpolation. A noter, pour ce test, nous avons imposé des profondeurs de Moho *a priori* au quatre coins du modèle (fixées à 20 km) pour pallier le manque de données (i.e. stations sismologiques) dans la partie Nord du réseau.

La figure 3.16B montre une comparaison entre les fonctions récepteurs synthétiques initiales et celles calculées au sortir de l'inversion pour deux stations caractérisées par des profondeurs du Moho à 20 et 40 km. Pour chacune des deux stations, les deux fonctions récepteurs sont très semblables et les misfits très faibles (compris entre 0.1 et 0.4) obtenus confirme la bonne qualité des modèles d'épaisseur crustale.

Regardons maintenant le modèle de vitesse et densité obtenu (figure 3.16C et D). Les deux dernières couches (90 et 150 km de profondeur) ne présentent pas de variations significatives des paramètres géophysiques étudiés. Dans la couche supérieure (60 km), contient deux anomalies positives dans la partie Est du modèle (une au Nord et une plus au Sud) alors que l'ensemble de la couche est caractérisé par des vitesses et densités faibles par rapport au modèle de référence utilisé (IASP91).

FIG. 3.16: Résultats du second test synthétique. (A) les variations de profondeurs du Moho en km. (B) Comparaison entre les fonctions récepteurs observées et calculées lors de l'inversion pour deux stations différentes pour lesquelles l'interface croûte - manteau est située à 40 et 20 km de profondeur. (C) Modèle de vitesse et (D) de densité représenté en couches horizontales à différentes profondeurs. Les traits en pointillés représente les localisations initiale de l'approfondissement du Moho (pointillés espacés) et de l'anomalie de vitesse - densité mantellique (pointillés resserrés).



A 38 km de profondeur, on observe une anomalie négative Est-Ouest qui localisée à l'endroit de l'épaississement crustal imposé au modèle initial. L'association de ce modèle et des fluctuations du Moho obtenues par l'inversion des fonctions récepteurs nous permet d'identifier cette anomalie à l'épaississement de la croûte puisqu'on image dans le modèle final l'anomalie produite par la racine crustale située sous 20 km.

Dans les deux couches les plus proches de la surface, on observe des variations de vitesse et densité qui rappellent celles observées dans la couche à 60 km mais avec une amplitude moindre, résultats de l'effet de diffusion verticale des anomalies.

La figure 3.17 montre l'erreur associée au modèle. On y observe que les valeurs prises par l'écart-type sont très faibles ce qui donne une bonne confiance dans le modèle moyen. Les conclusions essentielles à tirer de cette figure sont l'augmentation de l'écart-type, dans la couche 3, au niveau de l'approfondissement du Moho : les nœuds crustaux montrent une résolution légèrement moins bonne. La quatrième couche présente les erreurs les plus importantes, cela s'explique par le fait que cette couche présente le plus grand intervalle initial de vitesse, de plus c'est celle qui contient l'anomalie de vitesse/densité. On s'aperçoit, d'après la figure, que la partie sud de l'anomalie a plus de facilité à être retrouvée que la partie Nord. Les couches les plus profondes sont, quant à elles, très bien résolues.

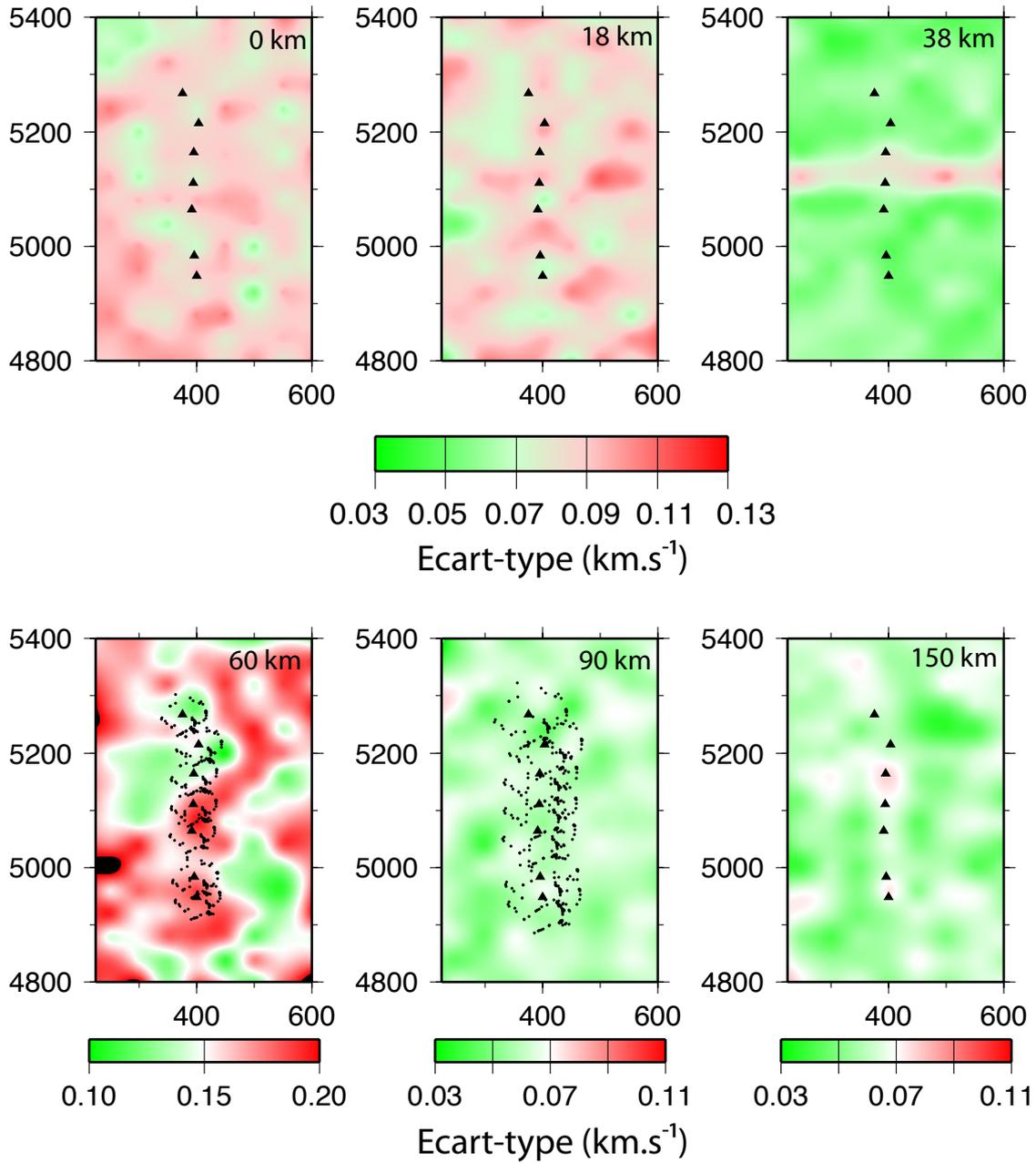


FIG. 3.17: Représentation de l'erreur estimée relative au modèle moyen du test incluant variations de profondeur du Moho et anomalie de vitesse/densité. L'écart-type est exprimé en  $\text{km.s}^{-1}$ . Représentation du modèle 3-D en couches horizontales successives de la surface vers la profondeur.

### 3.9 Conclusions

L'inversion conjointe fonctions récepteur, gravimétrie et tomographie télésismique a été formulée et des applications sur des modèles synthétiques mais néanmoins complexes ont été réalisés et ont donné des résultats particulièrement prometteurs. Nous avons donc développé une méthode qui permet d'intégrer les variations du Moho dans les modèles gravimétriques et tomographiques et donc de l'interpréter comme une interface non plane plutôt que comme des anomalies de vitesse ou densité.

La méthode permet, de plus, de travailler avec un modèle tridimensionnel organisé en nœuds de vitesse et densité. La relation choisie pour lier ces deux paramètres est la loi de Birch, qui est introduite dans le processus comme un paramètre fixe. Il a, par ailleurs, été montré que l'utilisation d'une méthode stochastique pour l'inversion conjointe de données gravimétriques et tomographiques permet l'obtention de modèles de vitesse et densité qui diminuent de manière significative l'erreur aux données.

Les tests effectués ont montré la robustesse de l'inversion puisqu'ils ont été réalisés avec une répartition de données réelles. Et le choix de ne pas ajouter de bruit aux données synthétiques ne rend pas l'inversion plus aisée. En effet, si pour une inversion matricielle l'ajout de bruit peut considérablement modifier les résultats et rendre la convergence plus délicate, il n'en est pas de même pour les méthodes stochastiques. Le choix aléatoire des valeurs induit de lui-même un bruit plus ou moins important sur les résultats, les méthodes stochastiques éprouvent donc plus de difficultés à retrouver un signal pur qu'un signal bruité.

Concernant la gestion du bruit, le passage à des données réelles ne devrait donc pas être un souci majeur. En revanche, le choix des coefficients de la loi de Birch (1961) sera un élément crucial car, si ces paramètres étaient connus et constants pour la totalité du modèle dans le cas des tests synthétiques, ce sera loin d'être le cas pour les inversions de données. Il sera donc capital de tester plusieurs valeurs pour les coefficients  $A$  et  $B$  et de les faire varier avec la profondeur.

Nous avons choisi de valider notre inversion en travaillant sur la Mongolie Centrale, et ce, pour plusieurs raisons. La raison fondamentale étant que nous avons à disposition pour cette région des données gravimétriques ET sismologiques. De plus, des études géophysiques y ont déjà été menées ce qui permettra d'avoir un certain nombre d'informations *a priori* qui seront précieuses pour paramétrer l'inversion. Par ailleurs, de véritables questions géodynamiques se posent encore dans la région et une étude conjointe fonction récepteur - gravimétrie - tomographie pourra apporter des précisions sur la structure lithosphérique

en trois dimensions.

La méthode nouvellement développée ainsi que les résultats présentés dans ce chapitre font l'objet d'un article à *Computer & Geosciences*, accepté avec des révisions mineures. Il est présenté en annexes.

---

# LA RÉGION DU BAÏKAL

## 4.1 Introduction

La méthodologie d'inversion conjointe développée dans le chapitre précédent est appliquée à l'imagerie crustale et mantellique sous le dôme de Hangai en Mongolie Centrale où des données sismologiques ont été acquises en 2003 sur un profil Nord - Sud et, où les données gravimétriques existent. Cette étude a un double objectif : (1) la validation de l'inversion pour des données réelles et donc par nature non parfaites et (2) permettre de mieux connaître la structure lithosphérique sous le dôme de Hangai situé proche du lac Baikal et dont la formation est encore mal expliquée.

Les test synthétiques réalisés et présentés dans le chapitre précédent ont montré que l'inversion combinée des fonctions récepteur, des données gravimétriques et des résidus de temps de trajet devrait permettre d'obtenir une image jusqu'à une profondeur de 150 km avec une bonne résolution sur la majorité du modèle.

## 4.2 Cadre géologique et tectonique

Actuellement, l'Asie Centrale est caractérisée par une déformation transpressive qui, sur une distance d'environ 3 000 km depuis le front de collision himalayen jusqu'au craton sibérien, accommode la convergence NNE-SSW entre l'Inde et l'Eurasie (e.g. Molnar et Tapponnier, 1975; Tapponnier et Molnar, 1979; England et Houseman, 1986; Davy et Cobbold, 1988; Le Pichon *et al.*, 1992) (figure 4.1). Cette déformation intra-plaque, active depuis le début de la collision paléocène-éocène (e.g. Patriat et Achache, 1984; Besse *et al.*, 1984; Patzelt *et al.*, 1996), se traduit en surface par la construction de chaînes de montagnes contrôlées par l'activité de grandes failles décrochantes (au jeu souvent oblique) associées à

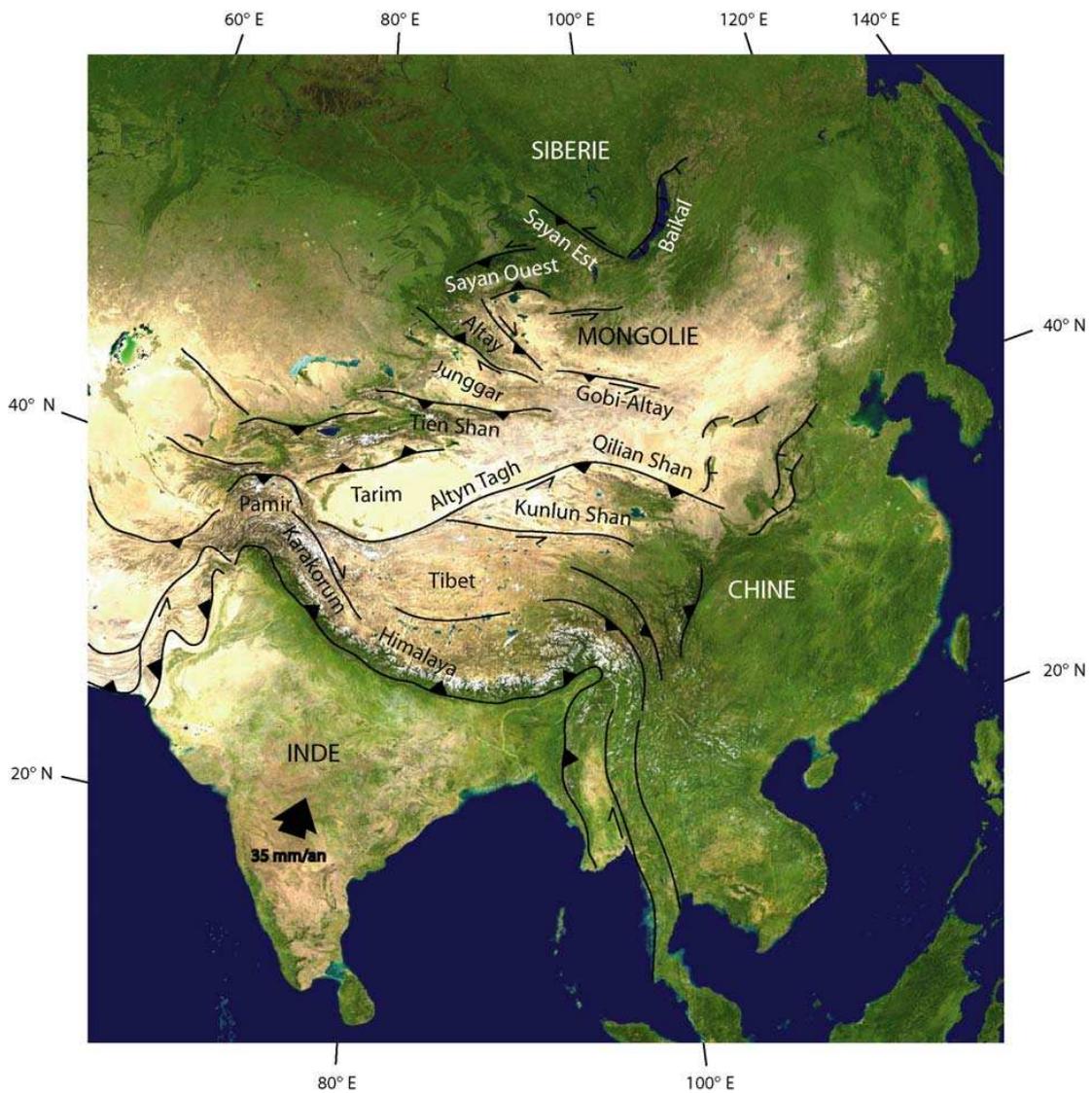


FIG. 4.1: Carte tectonique simplifiée, tirée de Vassalo (2006), avec les principales failles et chaînes de montagnes associées à la collision Inde - Asie. La convergence entre l'Inde et la Sibirie est donnée par le GPS (Bettinelli *et al.*, 2006).

des segments de failles inverses. Ces chaînes reprennent les directions de la « fabrique crustale » à grande échelle héritées des orogènes calédonienne et hercynienne (e.g. Florensov et Solonenko, 1965; Sengör, 1993; Mossakovsky *et al.*, 1993). Leur construction est donc contrôlée en grande partie par la réactivation d'anciennes structures tectoniques (Windley *et al.*, 1990; Allen *et al.*, 1993; Dobretsov *et al.*, 1995; Schlupp, 1996; Cunningham, 1998).

Les reliefs de la région Mongolie – Sibérie sont caractérisés par l'existence de chaînes linéaires : le Gobi-Altay, l'Altay, Sayan orientale (Ouest) et Sayan occidentale (Est) (Figure 4.2). Ces reliefs sont situés au niveau de l'ancienne chaîne des Altaïds, construite par l'accrétion successive de différents blocs continentaux au Paléozoïque (e.g. Sengör, 1993; Mossakovsky *et al.*, 1993).

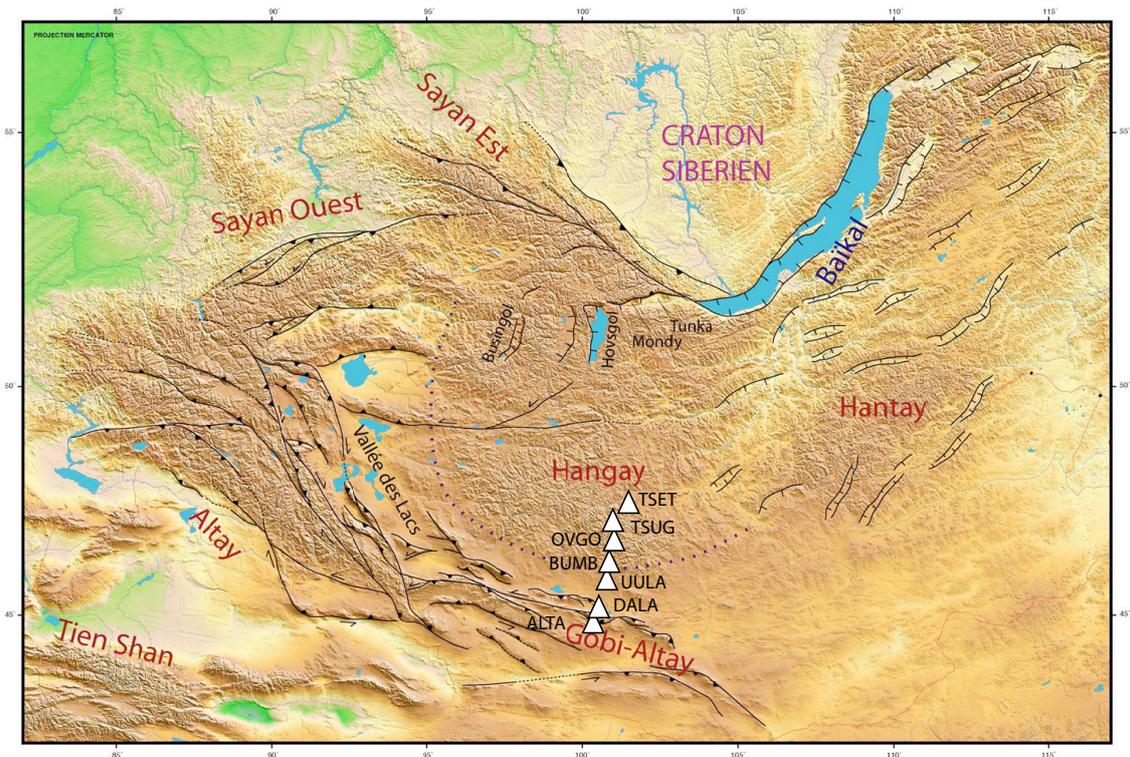


FIG. 4.2: Carte topographique de la région du Hangai - Hövsgöl. Les failles cénozoïques sont surlignées en noir. Vassalo (2006), d'après les travaux de Schlupp (1996); Cunningham (1998, 2005).

Les chaînes du Gobi-Altay, de Sayan orientale et de Sayan occidentale se forment dans des systèmes de déformation transpressifs sénestres, avec des directions générales respectives N 100°E, N 140°E et N 80°E, tandis que la chaîne de l'Altay se forme dans un système transpressif dextre, avec une direction générale N 160°E. Ces chaînes ceinturent par l'Ouest le dôme de Hangai (dont le sommet culmine à plus de 4 000 mètres, voire figure 4.4a), vaste massif de forme sub-circulaire sans lien direct avec les failles actives (ou récentes) inverses ou transpressives (qui ne peut donc résulter d'un épaissement

crustal tectonique), et dont l'origine et la nature sont toujours débattues - s'agit-il d'une vaste zone de surrection, liée au flambage de la lithosphère sous l'effet des contraintes compressives issues de la collision himalayenne, ou s'agit-il d'un relief lié à la présence d'un dôme asthénosphérique en profondeur ? - (e.g. Cunningham, 2001; Petit *et al.*, 2002; Bayasgalan *et al.*, 2005; Vassalo, 2006).

Zorin (1999) a étudié l'histoire géodynamique de la région Mongolie - Sibérie et ont étudié les lithologies présentes sur le dôme de Hangai. Petit *et al.* (2002) en ont repris les informations relatives au dôme de Hangai pour réaliser une carte géologique centrée sur le dôme (figure 4.3). Il en ressort que le socle du dôme est un bloc continental d'âge Précambrien recouvert par d'épaisses turbidites Paléozoïques et intrudé par des granitoïdes d'âge Permien. Ces formations sont mise en place suite à la collision entre la Mongolie occidentale et la Sibérie au début du Permien dans un premier temps, puis par la fermeture progressive de l'océan Mongol-Okhotsk vers l'Est au Jurassique. Les formations plus superficielles sont des sédiments et volcano-sédiments Paléozoïques intrudés par des granitoïdes. Les dépôts plus récents, d'âge Cénozoïque, sont des émissions basaltiques alcalines (e.g. trachyandésites basaltiques, phonotéphrites, téphrites - basanites) (Barry *et al.*, 2003) ou des dépôts de bassin peu profonds. La présence de sédiments basculés plaide pour un commencement de la phase d'uplift à l'Oligocène moyen (Devyatkin, 1975, 1993) avec un soulèvement maximum de 2 km (Devyatkin, 1975).

## 4.3 Le dôme de Hangai vu par la géophysique

### 4.3.1 L'apport de la gravimétrie

Des études géophysiques ont été menées dans la région Mongolie - Baikal pour tenter de clarifier le rôle tenu par les grands systèmes de failles, plis et de l'activité mantellique dans cette région. Petit *et al.* (2002) se sont intéressés, dans un premier temps, à la signature gravimétrique qu'émet le dôme de Hangai. La figure 4.4 montre les anomalies isostatiques obtenues dans la région. Le signal grande longueur d'onde et négatif plaident pour un déficit de masse de forte amplitude centré sous le dôme et se prolongeant vers le Nord. Ceci suggère que la topographie importante est supportée par une anomalie mantellique. Les auteurs de cette étude ont voulu tester, par modélisation gravimétrique certaines hypothèses expliquant le signal observé. La figure 4.5(A) montre le modèle utilisé. Ce modèle est construit à partir d'informations *a priori* tirées d'études sismologiques et notamment du modèle de vitesse des ondes cisailantes de Villasenor *et al.* (2001) qui indique une anomalie de vitesse négative de 4% à une centaine de kilomètres de profondeur. Il est constitué d'une anomalie de densité négative localisée entre 100 et 200 km de profondeur. La comparaison entre les données et les calculs directs le long de douze profils sont montrés sur la figure 4.6, ces résultats montrent que la corrélation entre les deux signaux est la meilleure pour une

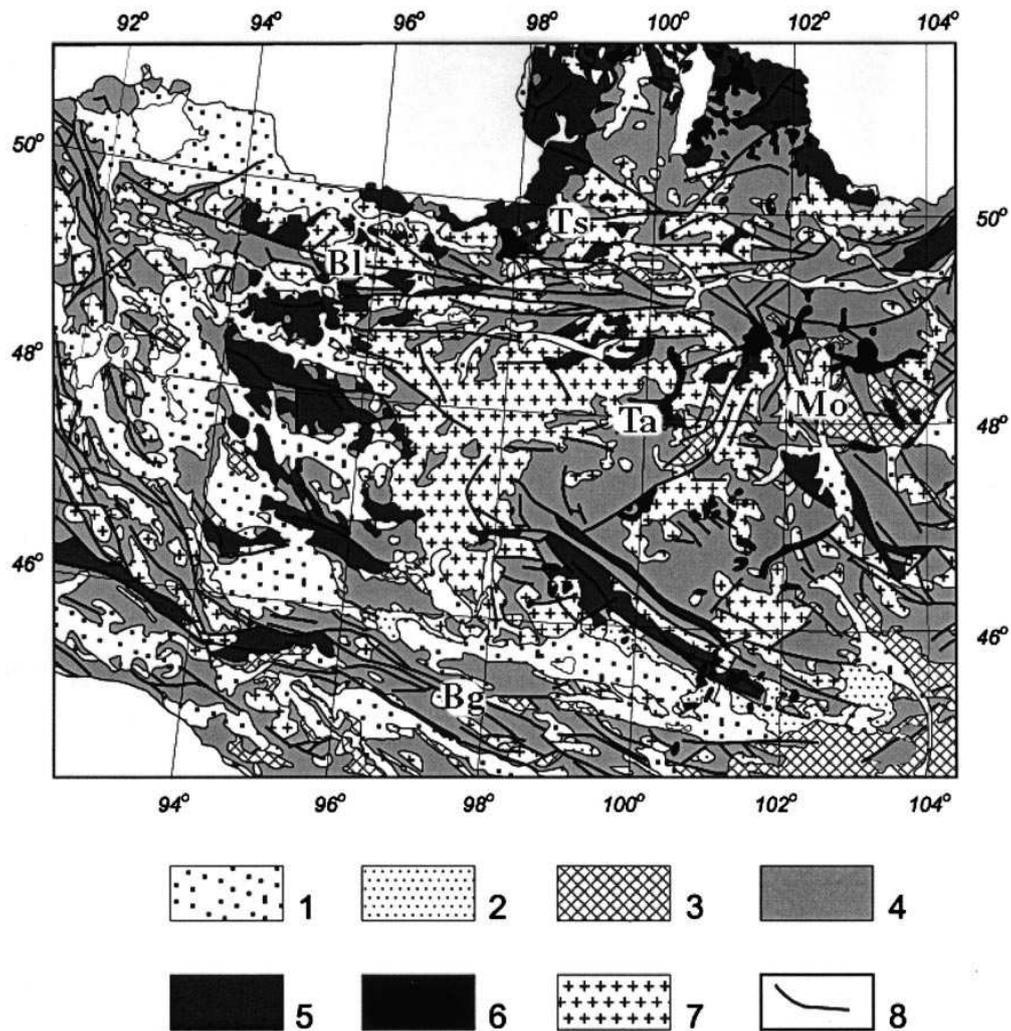


FIG. 4.3: Carte géologique de la région de Hangai de Petit et al. (2002) modifiée d'après Zorin (1999). (1) Dépôts Pliocène-Quaternaire; (2) dépôts Paléogène-Néogène; (3) sédiments Mésozoïque et roches volcano sédimentaires; (4) sédiments Paléozoïques et roches volcano sédimentaires; (5) roches métamorphiques et granitoïdes précambriens; (6) basaltes Cénozoïques; (7) roches intrusives Paléozoïque-Mésozoïque; (8) failles majeures. Bg = Bogd (Gobi-Altai) fault; Bl = Bolnai fault; Ts = Tsetserleg fault; Mo = Mogod fault; Ta = volcanique de Tariat.

anomalie d'amplitude  $-10 \text{ kg.m}^{-3}$ . Si ce modèle explique les grandes longueurs d'ondes du signal, Petit *et al.* (2002) ont également proposé de le complexifier en y ajoutant un corps à faible densité juste sous le Moho, et ce, afin de retrouver également les petites longueurs d'ondes du signal (figure 4.6).

Outre la géophysique, l'étude des xénolithes mantelliques semble également aller dans le sens de l'hypothèse d'une lithosphère amincie (Ionov 2002).

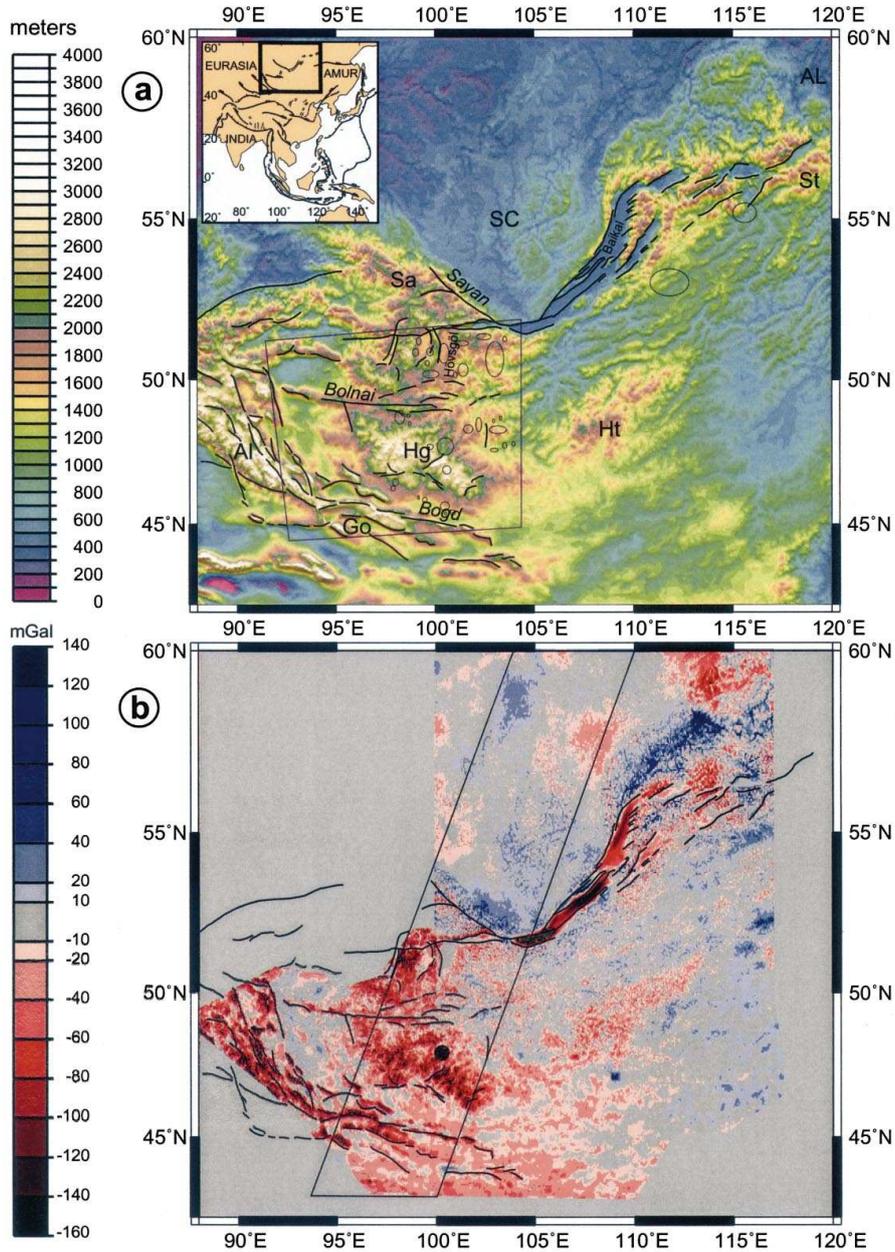


FIG. 4.4: (a) Carte topographique de la Mongolie et de la région du Baïkal. Les principales structures topographiques sont : AL = bouclier Aldan, SC = craton sibérien, Ht = massif Hentai, Hg = massif Hangai, Sa, Al et Go sont les montagnes Sayan, Altai et Gobi-Altai, respectivement. Les failles actives sont surlignées en noir. Les principaux systèmes faillés (Sayan, Bolnai et Bogd) et lacs (Baïkal et Hövsgöl) sont indiqués. Les ellipses correspondent aux zones de magmatisme cénozoïque. (b) Carte des anomalies gravimétriques de la région Mongolie - Baïkal montrant des résidus définis comme étant la différence entre les mesures de gravité et le modèle d'isostasie de type Airy. Les principales failles actives sont surlignées, le quadrilatère correspond à la localisation des profils gravimétriques présentés sur les figures 4.5 et 4.6. (Petit et al., 2002).



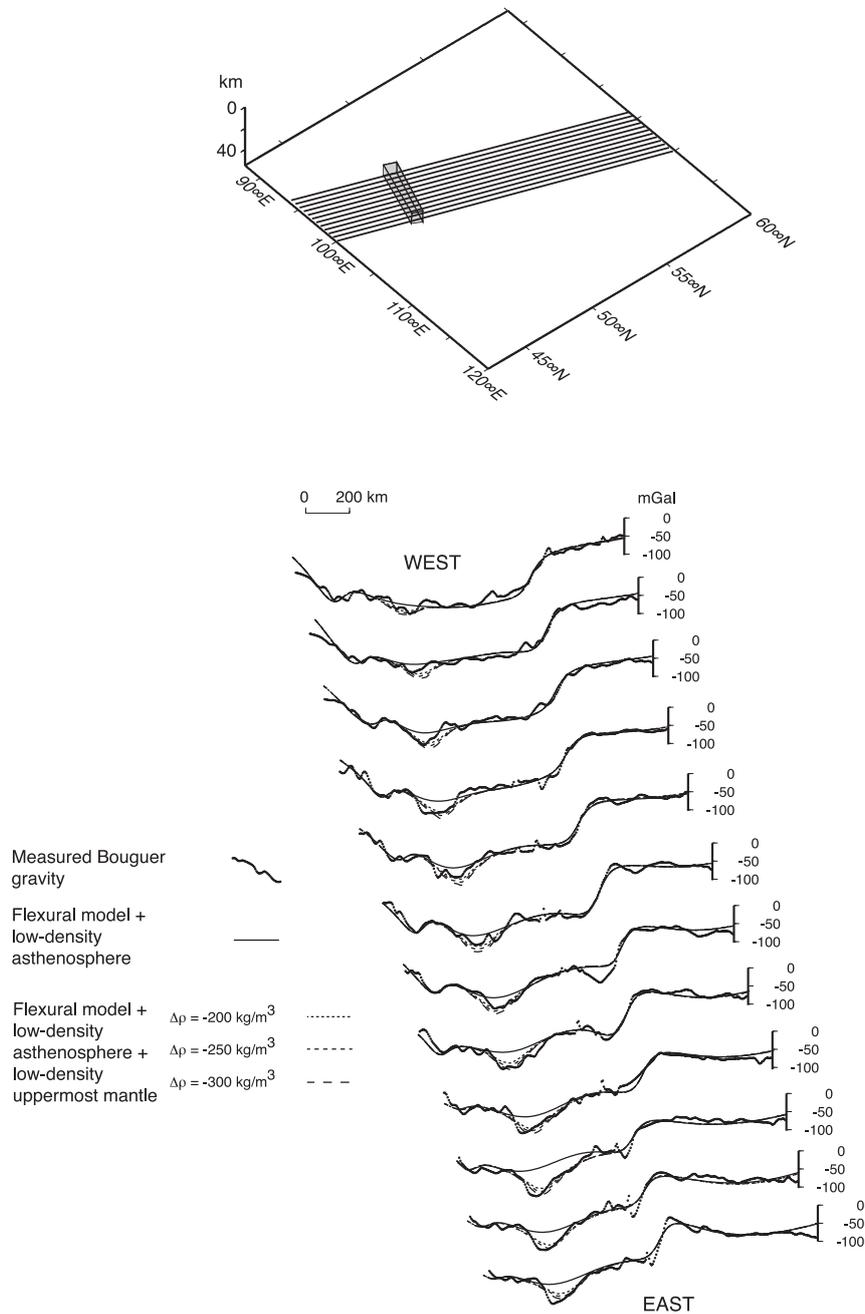


FIG. 4.6: (Haut) Géométrie du corps à faible densité situé entre 50 et 60 km de profondeur, large de 10 km et long de 500 km. Les 12 lignes parallèles correspondent aux profils gravimétriques présentés en dessous. (Bas) Douze profils gravimétriques traversant la région Hangai-Hövsgöl, présentés d'Ouest en Est, montrant l'effet du manteau supérieur à faible densité associé au modèle flexural (incluant l'asthénosphère à faible densité). L'espacement entre les profils est d'environ 35 km. (Petit et al., 2002).

### 4.3.2 Le réseau sismologique MOBAL

Le réseau MOBAL est un réseau de 18 stations sismologiques large bande du programme Lithoscope, déployées en un profil orienté NNE-SSW (figure 4.7). Ce profil s'étend de la partie Sud du craton sibérien jusqu'aux reliefs du Gobi-Altai et traverse l'extrémité sud du rift Baikal et le dôme de Hangai. Les stations de ce réseau ont enregistré des événements d'avril à octobre 2003.

Un certain nombre d'études géophysiques ont été réalisées à partir de ces données afin d'imager en profondeur les structures sous le dôme de Hangai, entre autres. Barruol *et al.* (2008) ont effectué une étude de l'anisotropie en utilisant les ondes SKS enregistrées par le réseau. Les résultats montrent, sous le dôme de Hangai, une direction d'anisotropie très claire, orientée NW-SE, et des délais élevés. Plusieurs arguments géophysiques et géologiques plaident pour une lithosphère amincie sous le dôme de Hangai (moins de 90 km d'épaisseur) en comparaison à la plate-forme sibérienne (200 km) pour laquelle on observe la même direction d'anisotropie, suggérant une origine commune. Les auteurs concluent à une double contribution de la lithosphère et de l'asthénosphère sous le dôme. L'anisotropie lithosphérique serait due aux effets des anciennes marges actives combinés à ceux, plus récents, des grands décrochements et du régime régional compressif NNE-SSW. La contribution plus profonde serait liée au flux asthénosphérique induit par le mouvement relatif actuel de la plaque Eurasie ainsi qu'à la circulation du matériel mantellique en profondeur. L'étude met également en évidence le rôle du craton sibérien sur les paramètres d'anisotropie puisque celui-ci agit comme un corps rigide durant les premiers stades de l'accrétion des blocs lithosphériques ainsi que pendant les étapes plus récentes de la collisions Inde-Asie. Il pourrait, de plus, détourner le flux asthénosphérique actuel sous la Mongolie.

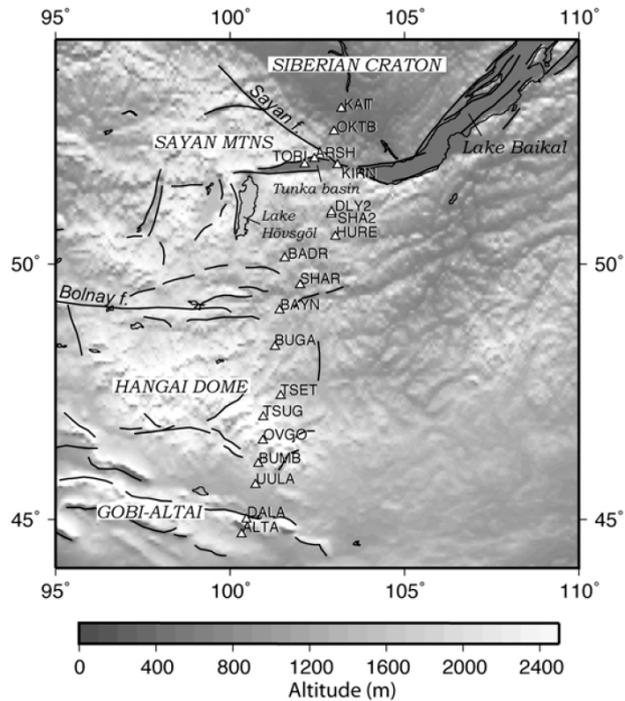


FIG. 4.7: Localisation des 18 stations large-bande du transect MOBAL à travers la Mongolie Centrale et le Sud du craton Sibérien (Petit *et al.*, 2008), sur fond topographique.

sibérienne (200 km) pour laquelle on observe la même direction d'anisotropie, suggérant une origine commune. Les auteurs concluent à une double contribution de la lithosphère et de l'asthénosphère sous le dôme. L'anisotropie lithosphérique serait due aux effets des anciennes marges actives combinés à ceux, plus récents, des grands décrochements et du régime régional compressif NNE-SSW. La contribution plus profonde serait liée au flux asthénosphérique induit par le mouvement relatif actuel de la plaque Eurasie ainsi qu'à la circulation du matériel mantellique en profondeur. L'étude met également en évidence le rôle du craton sibérien sur les paramètres d'anisotropie puisque celui-ci agit comme un corps rigide durant les premiers stades de l'accrétion des blocs lithosphériques ainsi que pendant les étapes plus récentes de la collisions Inde-Asie. Il pourrait, de plus, détourner le flux asthénosphérique actuel sous la Mongolie.

Mordvinova *et al.* (2007) ont, quant à eux, travaillé sur les fonctions récepteur pour obtenir des modèles de vitesse ( $V_S$ ) sous chacune des stations ainsi que la profondeur du Moho. Les résultats sont montrés sur la figure 4.8. Les stations localisées sur le dôme de Hangai sont les stations TSET, TUSG, OVGO et BUMB. A la verticale de ces stations, Mordvinova *et al.* (2007) montrent un épaissement de la croûte d'environ 5 km (figure 4.8(a)). Dans les parties plus profondes de leur modèle de vitesse, et toujours sous le dôme de Hangai, le modèle de vitesse présente une anomalie de vitesse négative localisée juste sous les stations TUSG avec une valeur de vitesse à  $4.3 \text{ km.s}^{-1}$  entre 40 et 80 km de profondeur. Sous les stations proches on observe plutôt des valeurs de vitesse à  $4.5 \text{ km.s}^{-1}$  pour cette même profondeur (figure 4.8(b)). Plus en profondeur, entre 100 et 120 km, Mordvinova *et al.* (2007) mettent en évidence une zone à faible vitesse de plus grande longueur d'onde puisqu'elle s'étend sous 4 à 5 stations (de BUGA à BUMB) qui sont localisées sur le dôme.

Des tomographies télésismiques ont été menées dans la région mais généralement avec pour but d'imager le rift Baikal (e.g. Gao *et al.*, 1994; Tiberi *et al.*, 2003; Zhao *et al.*, 2006) et/ou avec une configuration ne permettant pas d'avoir une résolution suffisante

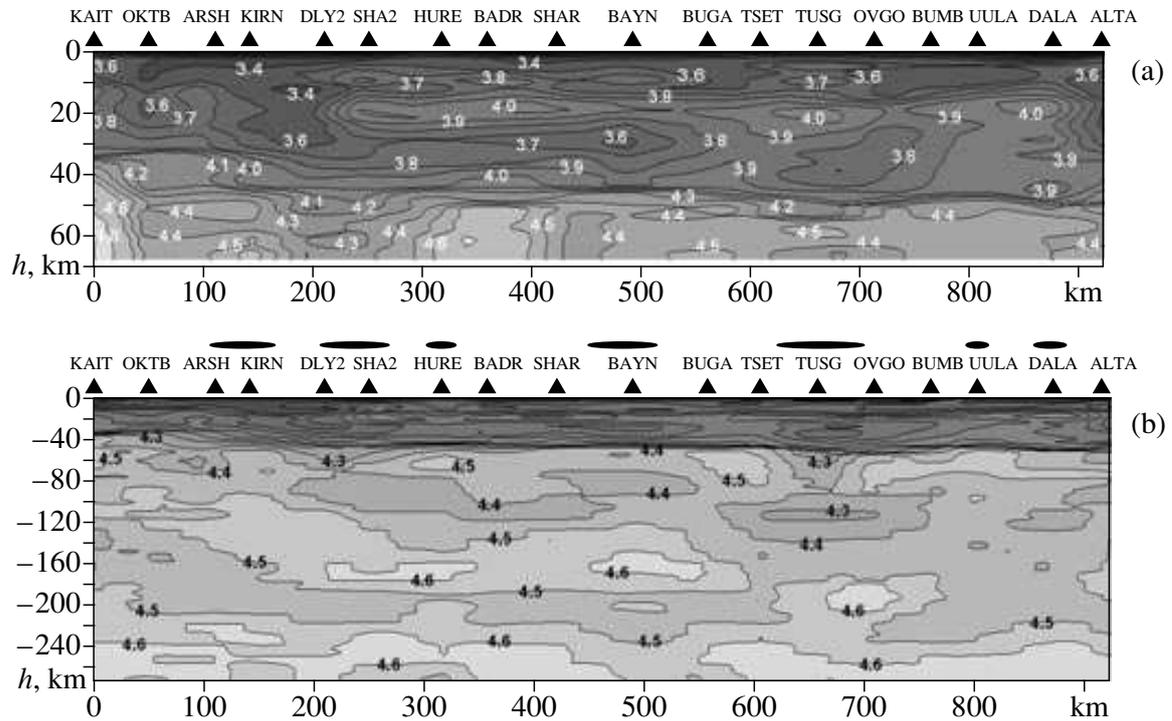


FIG. 4.8: *Modèle de vitesse 2-D de Mordvinova et al. (2007) pour les ondes S, le long du profil de stations MOBAL et pour des fréquences comprises entre 0.01 et 0.25 Hz. (a) Profil pour des profondeurs comprises entre 0 et 65 km basé sur un modèle comprenant 40 couches horizontales. (b) Profil de vitesse de la surface à 270 km de profondeur basé sur un modèle de vitesse ayant 60 couches. Les triangles noirs représentent les stations et les ellipses indiquent le volcanisme Cénozoïque tardif.*

pour regarder la structure lithosphérique à l'échelle du dôme de Hangai (e.g. Zhao *et al.*, 2006). Nous proposons d'utiliser les données du réseau MOBAL afin d'imager la structure lithosphérique sous le dôme avec un outil pluridisciplinaire qui allie les fonctions récepteur, la gravimétrie et la tomographie télésismique. Pour obtenir une bonne résolution dans cette zone et pour optimiser le temps de calcul, nous n'utilisons que la partie Sud du réseau (7 stations) MOBAL située à l'aplomb du dôme (voir figure 4.2).

## 4.4 Les données

Pour optimiser le modèle de notre inversion, il est préférable de travailler avec des profils de stations plutôt qu'avec des réseaux 3-D, ainsi que d'avoir une orientation moyenne Nord - Sud. Or ce n'est pas le cas du réseau MOBAL. Nous avons donc effectué une rotation du réseau, et donc de l'ensemble des données, de  $12^\circ$  dans le sens anti-horaire afin de nous mettre dans une configuration plus optimale.

### 4.4.1 ... de sismologie

Les stations du réseau MOBAL ont été déployées pendant sept mois ce qui est relativement court pour une expérience de sismologie passive et explique que nous ayons peu de données tant pour les fonctions récepteur que pour les délais de temps. Il est donc intéressant, ici, de combiner ces données sismologiques avec un autre jeu de données. Utilisées seules, la résolution des modèles tomographiques a été moyennée (Tiberi *et al.*, 2008).

#### 4.4.1.1 Fonctions récepteur

Ce jeu de données est constitué de sept fonctions récepteur moyennes (soit une par station). Nous avons construit ces fonctions récepteur à partir d'enregistrements d'événements télésismiques (distances épacentrales comprises entre  $30^\circ$  et  $90^\circ$ ). Les données ont été filtrées en utilisant un filtre gaussien de 2.0 s. et, pour chacune des stations nous avons réalisé un tri afin de ne conserver que les fonctions récepteurs les moins bruitées et pour lesquelles les principaux pics s'expriment clairement. Les stacks ont été réalisés à partir de plus ou moins d'événements selon les stations : OVGO et TUSG sont les stations pour lesquelles nous avons le moins de données avec seulement trois et cinq fonctions récepteurs de bonne qualité, respectivement. Pour les autres stations nous avons considéré une vingtaine d'événements. Enfin, pour toutes les stations et chacun des événements, les résultats de la convolution itérative en temps (Ammon *et al.*, 1990) montrent des taux de reproduction des signaux bien supérieurs à 90%. Nous avons réalisé le stack en donnant le même poids à tous les événements et en essayant de limiter les effets dus à la présence d'interfaces pentées et ce, afin de préserver le signal.

#### 4.4.1.2 Délais de temps

Nous avons travaillé avec 471 résidus de temps provenant de 82 événements et enregistrés aux sept stations les plus au Sud du réseau MOBAL. La distribution des téléseïsmes est très hétérogène puisqu'une majorité d'entre eux illuminent seulement la partie Est du réseau (e.g. Tiberi *et al.*, 2008) comme le montre la figure 4.9. Les résidus sont calculés en utilisant le modèle IASP91 et ont été obtenus lors du DEA de Appriou (2004).

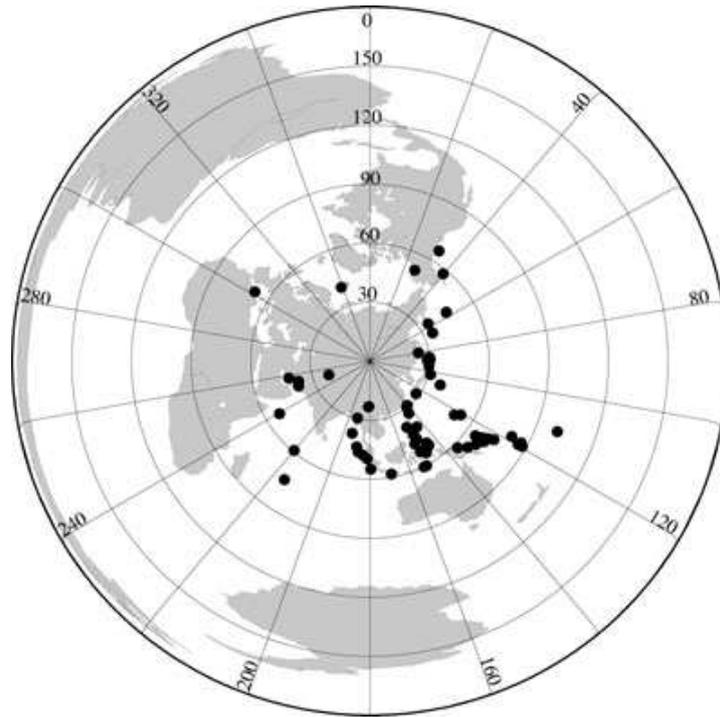


FIG. 4.9: Répartition azimutale des évènements enregistrés par le réseau MOBAL. La projection est centré sur le réseau sismologique (Tiberi *et al.*, 2008).

#### 4.4.2 ... de gravimétrie

Enfin, le dernier jeu de donnée correspond à l'anomalie de Bouguer complète de la base de données TsNIIGAiK (Moscou, Russie) qui nous a été transmise par G. Demianov. L'interpolation a été réalisée avec GMT. L'anomalie de Bouguer complète a été calculée avec une densité moyenne de  $2670 \text{ kg.m}^3$ . La carte de l'anomalie de Bouguer est présentée en figure 4.10. Les valeurs prises par l'anomalie de Bouguer s'échelonnent entre -300 et -50 mGal. Les valeurs les plus fortes ont été enregistrées autour du Lac Baïkal et les plus faibles correspondent au Dôme de Hangai. Nous pouvons d'ores et déjà noter que le signal gravimétrique dans la région qui nous intéresse est de grande longueur d'onde, ceci pourrait se traduire par la présence d'une anomalie de densité en profondeur et/ou un approfondissement du Moho sous le dôme de Hangai.

## 4.5 Résultats

### 4.5.1 Les fonctions récepteurs

#### Paramètres initiaux

Le tableau 4.1 récapitule les paramètres initiaux pour l'inversion des fonctions récepteurs. Le modèle initial utilisé est un modèle à deux couches dont la couche la plus

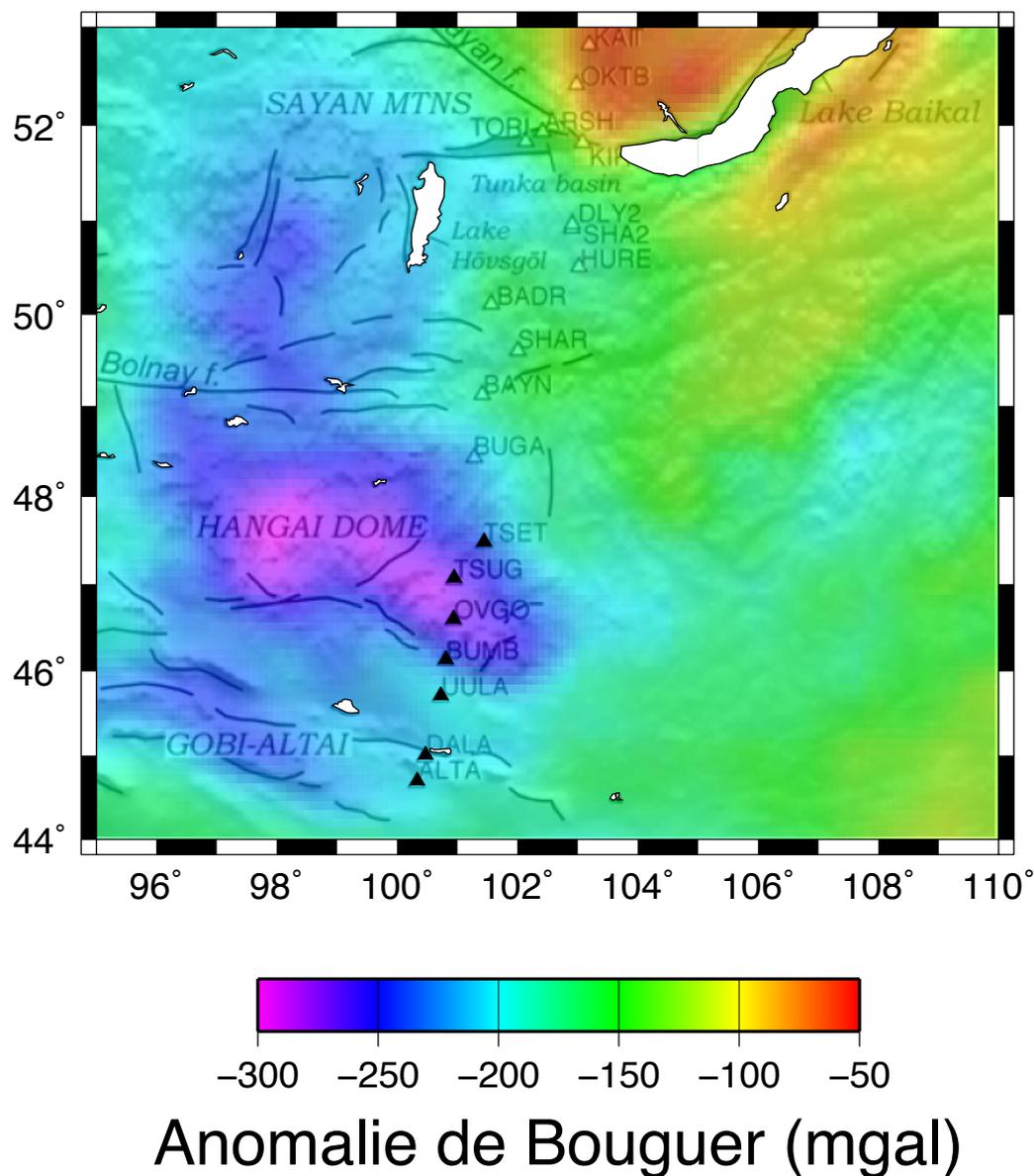


FIG. 4.10: Carte représentant l'anomalie de Bouguer pour la région du dôme de Hangai utilisée dans notre étude. Les triangles noirs représentent les stations sismologiques du réseau MOBAL dont les données sont utilisées dans le processus d'inversion conjointe.

Couche	$H_{min}$ km	$H_{max}$ km	$V_S_{min1}$ km.s <sup>-1</sup>	$V_S_{max1}$ km.s <sup>-1</sup>	$V_S_{min2}$ km.s <sup>-1</sup>	$V_S_{max2}$ km.s <sup>-1</sup>	$V_P/V_S_{min}$	$V_P/V_S_{max}$
1	30	60	1.50	3.50	3.00	4.10	1.50	2.00
2	20	100	4.00	4.80	4.00	4.80	1.80	2.00

TAB. 4.1: Paramètres initiaux imposés au processus d'inversion des fonctions récepteurs. Les paramètres sont donnés par intervalles de valeurs. Les indices 1 et 2 indiquent qu'il s'agit du sommet ou de la base de la couche considérée, respectivement.

profonde peut être considérée comme un espace semi infini.

### Epaisseur de la croûte

Les résultats obtenus pour l'inversion des fonctions récepteurs montrent des variations de profondeur de l'interface croûte - manteau. Les résultats sont présentés station par station dans le tableau 4.2. Ils sont issus d'un modèle initial à deux couches : une pour la croûte et la seconde pour le manteau. Les paramètres de la couche mantellique ne sont que très peu contraints dans un tel schéma c'est pourquoi nous n'en tiendrons pas compte. De plus, les faibles contraintes sur ces paramètres impliquent une mauvaise fiabilité des amplitudes mal retrouvées par l'inversion concernant le Moho comme on peut l'observer sur la figure 4.11.

Pour l'inversion des fonctions récepteurs, nous nous sommes donc principalement intéressés aux temps d'arrivées des pics des phases converties pour retrouver les épaisseurs de croûte. Les profondeurs de Moho obtenues laissent apparaître un épaississement de la croûte sous le dôme de Hangai, soit sous les stations OVGO et TUSG, où les fonctions récepteurs indiquent une profondeur de 56 km et 53 km, respectivement. Pour le reste des stations, les profondeurs de Moho varient entre 43 km et 47 km.

Pour chacun des modèles de croûte présenté dans le tableau 4.2, une erreur lui est associée. Pour la majorité des stations, cette erreur est comprise entre 1.0 et 1.6 ce qui

Station	Z moho km	$V_S_{moy}$ km.s <sup>-1</sup>	$V_P/V_S_{moy}$	Err
ALTA	47.2	3.5 - 4.08	1.90	1.6
DALA	46.8	3.49 - 3.51	1.75	1.4
UULA	43.0	3.50 - 3.60	1.83	1.4
BUMB	47.0	3.50 - 3.80	1.87	1.4
OVGO	56.4	3.5 - 3.73	1.80	7.3
TUSG	52.9	3.50 - 3.79	1.75	1.1
TSET	45.5	3.49 - 3.94	1.84	1.3

TAB. 4.2: Tableau récapitulatif des résultats obtenus pour l'inversion des fonctions récepteurs par méthode stochastique dans la région du Dôme de Hangai. Pour chaque station sont indiqués, en plus des coordonnées, l'épaisseur de croûte retrouvée (en km), l'erreur associée au modèle de vitesse, la vitesse moyenne des ondes S au sommet et à la base de la croûte et le rapport  $V_P/V_S$  moyen pour l'ensemble de la croûte.

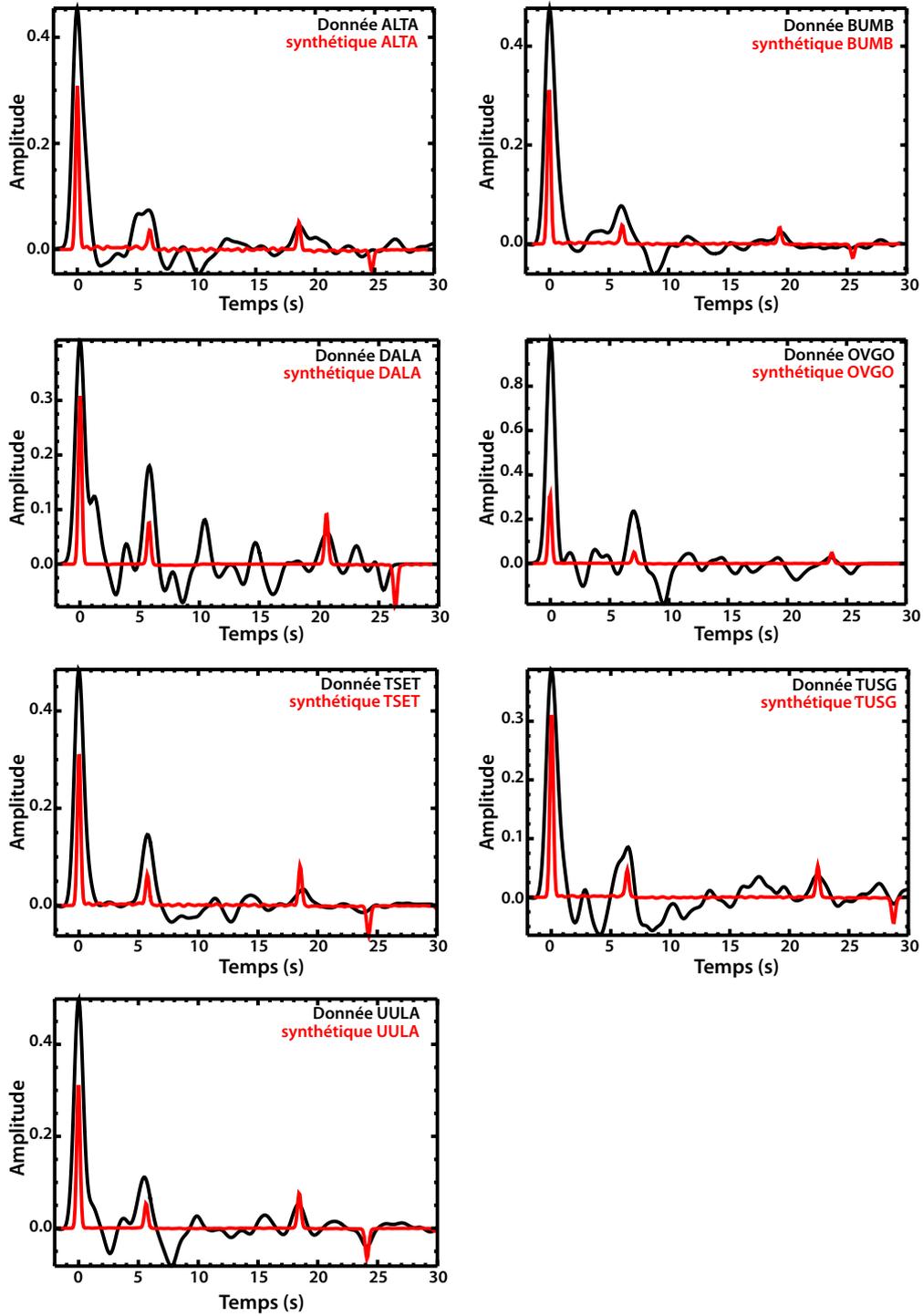


FIG. 4.11: Comparaison entre les fonctions récepteurs enregistrées par les stations du réseau MOBAL (noir) et les fonctions récepteur synthétiques obtenus à partir des modèles 1-D résultants de l'inversion (rouge).

témoigne d'une bonne adéquation entre la fonction récepteur synthétique (i.e. qui correspond au modèle) et la donnée. Pour la station OVGO, en revanche, l'erreur est bien plus importante. Ceci est dû aux fortes amplitudes des phases converties sur la fonction récepteur enregistrée et que l'inversion n'arrive pas à retrouver. Par contre, les temps d'arrivée de ces mêmes phases correspondent à l'enregistrement. Les valeurs de vitesse des ondes S pour le sommet de la croûte sont semblables pour toutes les stations et correspondent à la limite maximum de l'intervalle de vitesse initial. Il faut donc considérer cette valeur avec beaucoup de précaution, l'inversion a tendance à vouloir retrouver l'amplitude de la phase PS et prend une valeur la plus importante possible à proximité de la surface.

A partir des épaisseurs de croûte retrouvées sous chacune des stations nous avons effectué une interpolation afin de pouvoir estimer la profondeur de l'interface en chacun des points du modèle. Afin de contraindre les bords du modèle, nous avons introduit des valeurs de profondeur du Moho (45 km) *a priori* aux quatre extrémités, représentant la valeur moyenne retrouvée sous les stations TSET, BUMB, UULA, DALA et ALTA. Les valeurs interpolées sur le modèle sont présentées en figure 4.12.

Ces résultats sont à comparer aux modèles de vitesse pour les ondes cisailantes obtenus par Mordvinova *et al.* (2007). Ces modèles, présentés en figure 4.13 montrent les mêmes variations d'épaisseur de croûte, avec une croûte épaissie ( $> 50$  km) sous le dôme de Hangai.

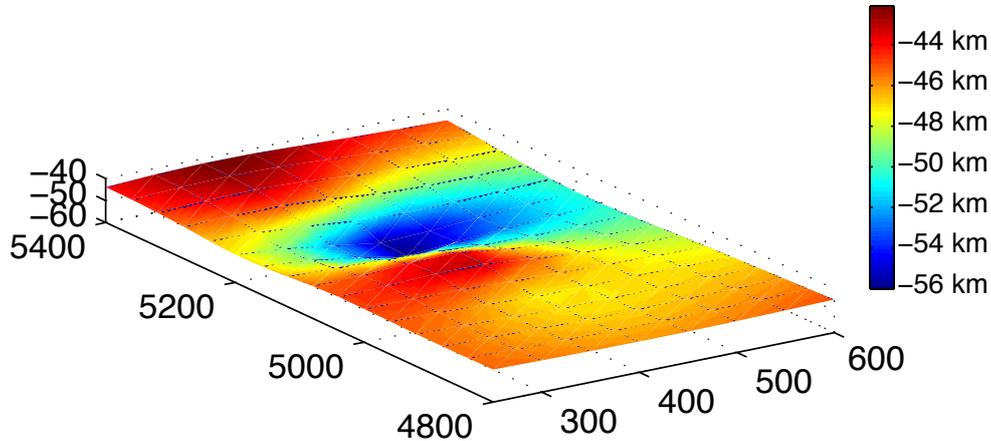


FIG. 4.12: Variations de profondeur du Moho à partir des fonctions récepteur du réseau MOBAL et après interpolation des résultats à l'ensemble de la région étudiée.

#### 4.5.2 Les modèles de vitesse et densité

Plusieurs inversions ont bien sûr été réalisées avec différents jeux de paramètres. Nous présentons ci-après l'inversion pour laquelle les résultats et paramètres de sortie sont les plus satisfaisants.

Results of inversion of the SV functions under MOBAL 2003 stations  
 Comparison of initial and resulting models  
 Frequency range 0.01 – 0.90 Hz

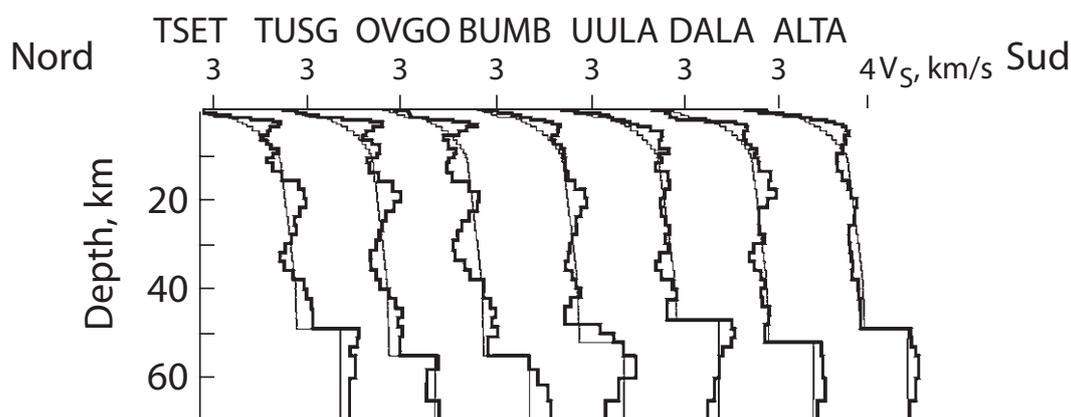


FIG. 4.13: Résultats de l'inversion des fonctions récepteur du réseau MOBAL obtenus par Mordvinova et al. (2007).

### Paramètres initiaux

Nous avons pris la même géométrie de modèle que celle utilisée pour le test du damier présenté au chapitre précédent. A savoir, huit noeuds dans la direction Est - Ouest et 16 en Nord - Sud, soit un noeud tous les 50 km ou 40 km dans les directions Est - Ouest et Nord - Sud, respectivement. Le modèle est constitué de six couches en profondeur localisées respectivement à 0, 15, 25, 60, 90 et 150 km.

Les paramètres initiaux imposés sont résumés dans le tableau 4.3.

ZLAY km	VMIN1 $km.s^{-1}$	VMAX1 $km.s^{-1}$	VMIN2 $km.s^{-1}$	VMAX2 $km.s^{-1}$	BCOEFF $km.s^1.g^{-1}.cm^3$	ACOEFF $km.s^{-1}$
0	5.7	6.4	5.7	6.4	2.7	-2
15	5.8	6.5	5.8	6.5	3	-2
25	6.1	6.9	6.1	6.9	3	-2
60	7.3	7.9	7.3	7.9	3	-2
90	7.6	8.1	7.6	8.1	3	-2
150	7.8	8.2	7.8	8.2	3	-2

TAB. 4.3: Paramètres initiaux fixés pour l'inversion des données du réseau MOBAL. ZLAY est l'épaisseur de la couche considérée; VMIN1 et VMAX1 correspondent à l'intervalle de vitesse autorisé pour les noeuds appartenant au domaine crustal; VMIN2 et VMAX2 correspondent à l'intervalle de vitesse autorisé pour les noeuds en domaine mantellique; BCOEFF et ACOEFF sont les coefficients de la loi de Birch.

### Modèle moyen

Les modèles présentés ci-après (voir figures 4.15 et 4.16) résultent d'une moyenne de 29 inversions. Les résultats intermédiaires au modèle moyen résultaient de 520 itérations soit 164 352 modèles testés. Le coefficient  $\alpha$  (utilisé pour le calcul du misfit) retenu est très élevé, ceci s'explique par une volonté de donner un poids significatif à la partie tomographie de l'inversion, car, même si elle ne contraint que peu de noeuds du modèle, cela garantit une réelle prise en compte des deux informations dans le modèle final.

La difficulté de cette méthode consiste à obtenir un modèle final homogène, c'est à dire où l'on ne discerne pas les zones d'influence des méthodes dans le modèle. Pour être plus clair, il arrive fréquemment que l'on distingue dans les premières couches du modèle une zone particulière, sous le réseau, où les variations vitesse et densité sont très différentes du reste du modèle (figure 4.14). Pour s'affranchir de ce phénomène, nous avons fait varier le coefficient  $\alpha$  afin de donner moins de poids à la partie tomographique de l'inversion conjointe.

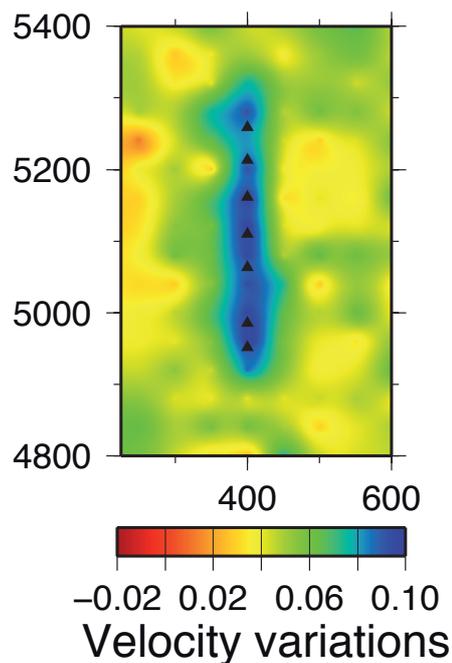


FIG. 4.14: *Exemple d'inversion pour laquelle le modèle retrouvé est hétérogène et présente au centre une très forte influence de la tomographie télésismique.*

Le modèle que nous avons retenu est présenté exprimé en variations de vitesse et de densité sur les figures 4.15 et 4.16, respectivement. Une caractéristique majeure de ce modèle est la présence d'une anomalie de vitesse et densité de grande longueur d'onde que l'on observe très bien dans les couches crustales profondes (15 - 25 km). Cette anomalie se situe sous et à l'Ouest des stations TSET, TUSG, OVGO et BUMB qui avait été déployées

sur le dôme de Hangai. Pour la couche la plus en surface, on observe des anomalies de plus faible longueur d'ondes, une positive localisée au centre du réseau et des anomalies négatives, une localisée à l'Est des stations les plus au Nord et l'autre à l'extrême Nord-Ouest du modèle.

A 60 km de profondeur, deux anomalies principales se détachent ; la première est une anomalie négative localisée sous le dôme de Hangai. Au Nord - Ouest, en revanche, c'est une anomalie positive qui est imagée, elle semble, d'ailleurs, déjà s'initier dans la couche supérieure. Dans les deux couches les plus profondes du modèle, les anomalies de faible amplitude et faible longueur d'onde ne semblent pas être significatives en termes d'interprétation géologique ou géodynamique.

L'erreur associée à ce modèle est illustrée sur la figure 4.17 en 3-D en couches horizontales successives. Il apparaît que l'écart-type des vitesses retrouvées ne dépasse pas 5% ce qui garantit une bonne stabilité des inversions. Les deux premières ainsi que la dernière couche présentent une erreur globalement constante et faible dans leur ensemble, les couches 3 et 4 montrent quelques variations. Notamment, il apparaît que la partie Nord-Ouest de la couche 3 est mieux résolue que le reste de la couche. Cette zone est le lieu d'une anomalie négative d'amplitude importante d'où un écart-type plus prononcé dans les vitesses retrouvées.

### **4.5.3 Validation par comparaison avec une inversion conjointe par moindres carrés.**

Si les résultats obtenus par la méthode que nous avons développée sont associés à une erreur faible et semblent tout à fait cohérents, tant en termes d'amplitude retrouvée que de longueurs d'onde imagées, nous avons, néanmoins éprouvé la curiosité de comparer ces résultats avec une méthode d'inversion conjointe qui se base sur la minimisation par moindres carrés. Cette comparaison pourra permettre, en outre, de montrer les points forts de notre méthode.

Afin de pouvoir comparer significativement les deux méthodes nous utilisons bien évidemment les mêmes données dans les deux cas. De plus, nous avons construit un modèle dont la géométrie est identique i.e. nombre de nœuds en horizontal et en vertical identique.

Le code utilisé pour cette deuxième inversion est le code d'inversion conjointe `JOINT_INV` dont la méthode est décrite dans la section 2.5.2.2. Rappelons tout de même que la philosophie de ce code est de fournir deux modèles finaux indépendants : un modèle de densité et un modèle de vitesse. Ces deux modèles peuvent être liés à des degrés variables par la loi de Birch. Les paramètres de cette loi sont définis par couche, la relation entre vitesse et densité peut donc être ajustée en fonction de la profondeur. Par ailleurs, cette méthode impose que, pour chacune des couches, les anomalies de vitesse ou de densité aient une moyenne nulle, ce n'est pas le cas de notre méthode. Ces anomalies de vitesse

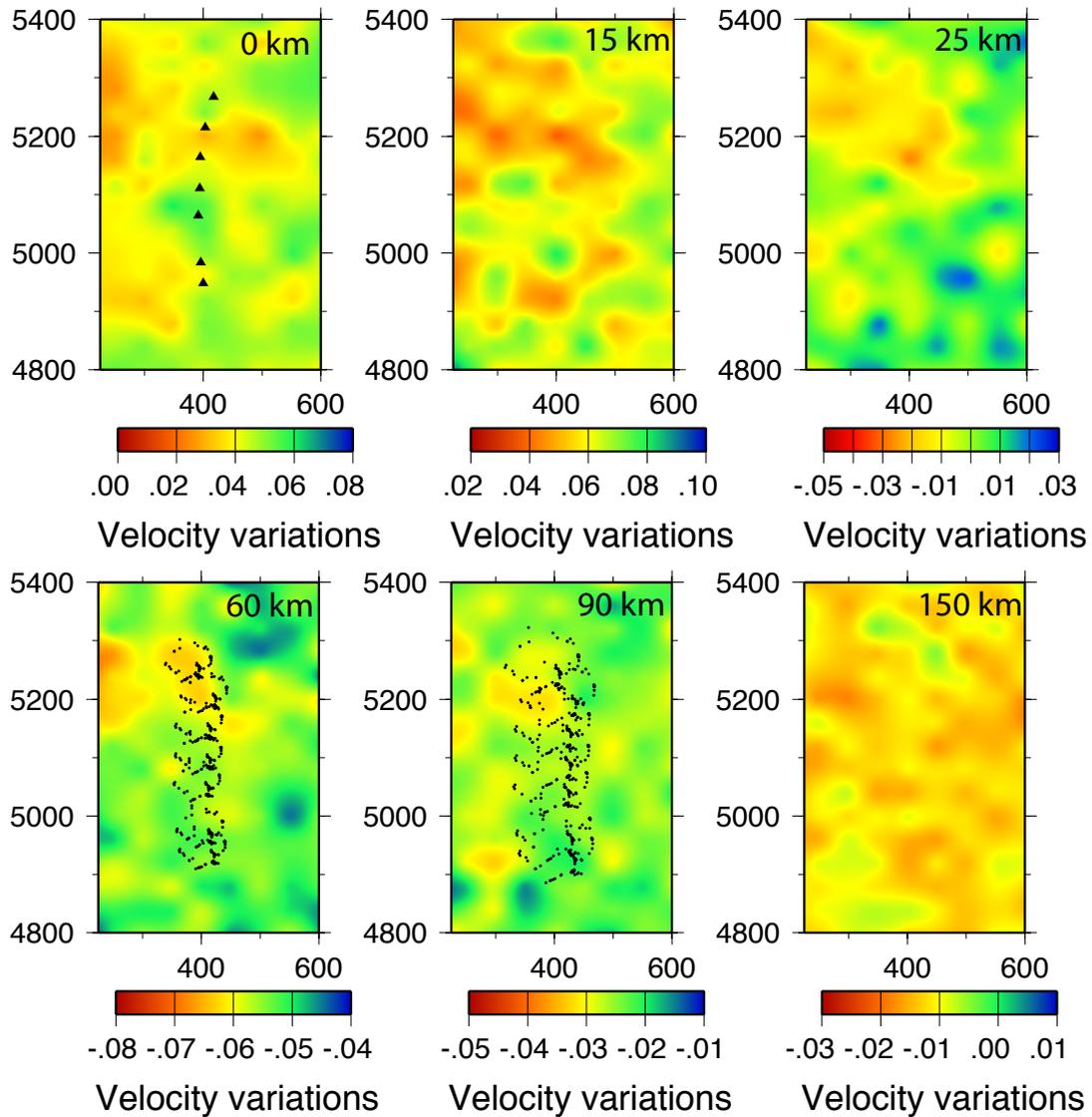


FIG. 4.15: Modèle moyen issu de l'inversion conjointe fonctions récepteur - tomographie télé-sismique - gravimétrie, exprimé en anomalie de vitesse, pour des données provenant de la région du dôme de Hangai. Ce modèle moyen est issu de 29 résultats intermédiaires. Les triangles noirs présents sur la première couche représentent les stations sismologiques. Les points noirs sur les couches à 60 et 90 km de profondeur sont une évaluation des "piercing points" à ces profondeurs. Les anomalies de vitesse sont calculées par rapport au modèle IASP91.

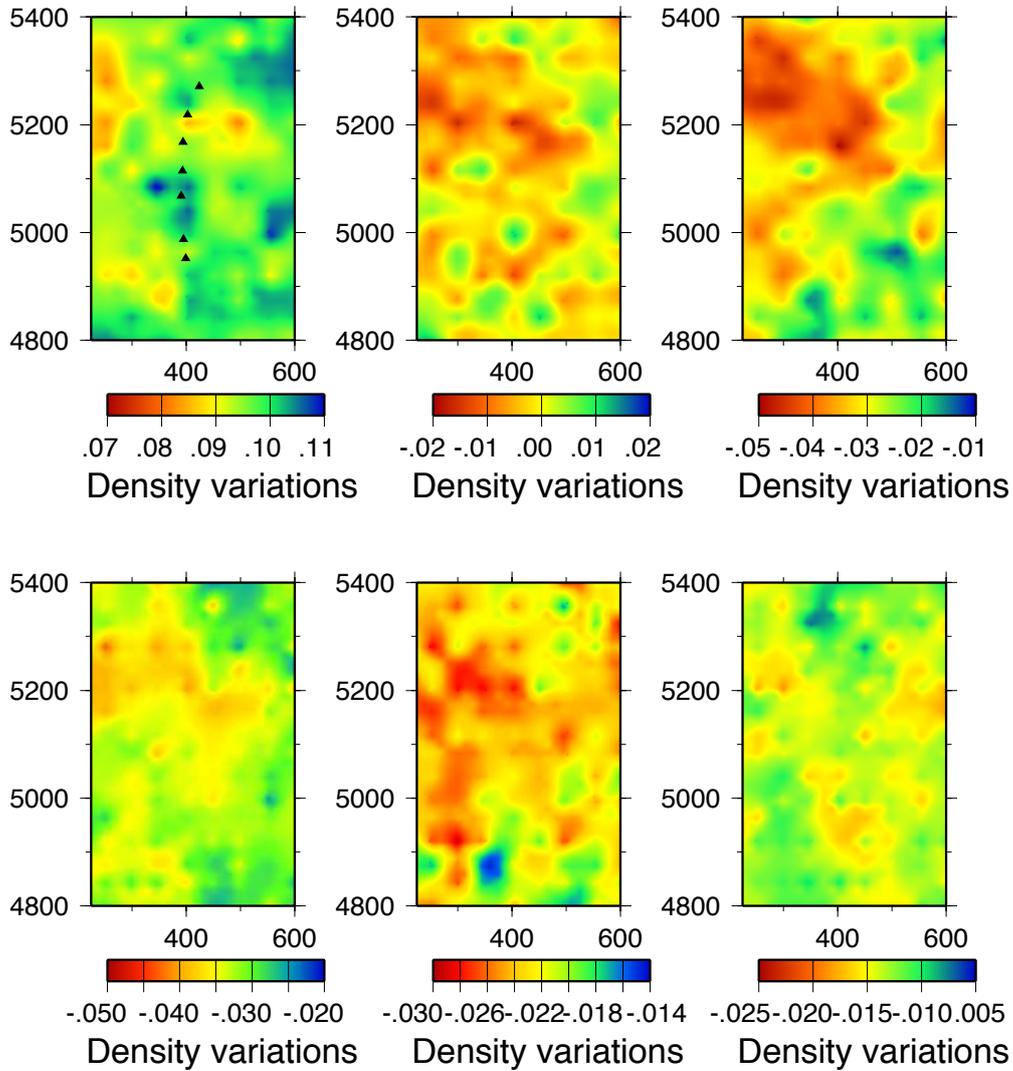


FIG. 4.16: *Modèle moyen issu de l'inversion conjointe fonctions récepteur - tomographie téléseismique - gravimétrie, exprimé en anomalie de densité, pour des données provenant de la région du dôme de Hangaï. Les anomalies de densité sont calculées par rapport au modèle IASP91.*

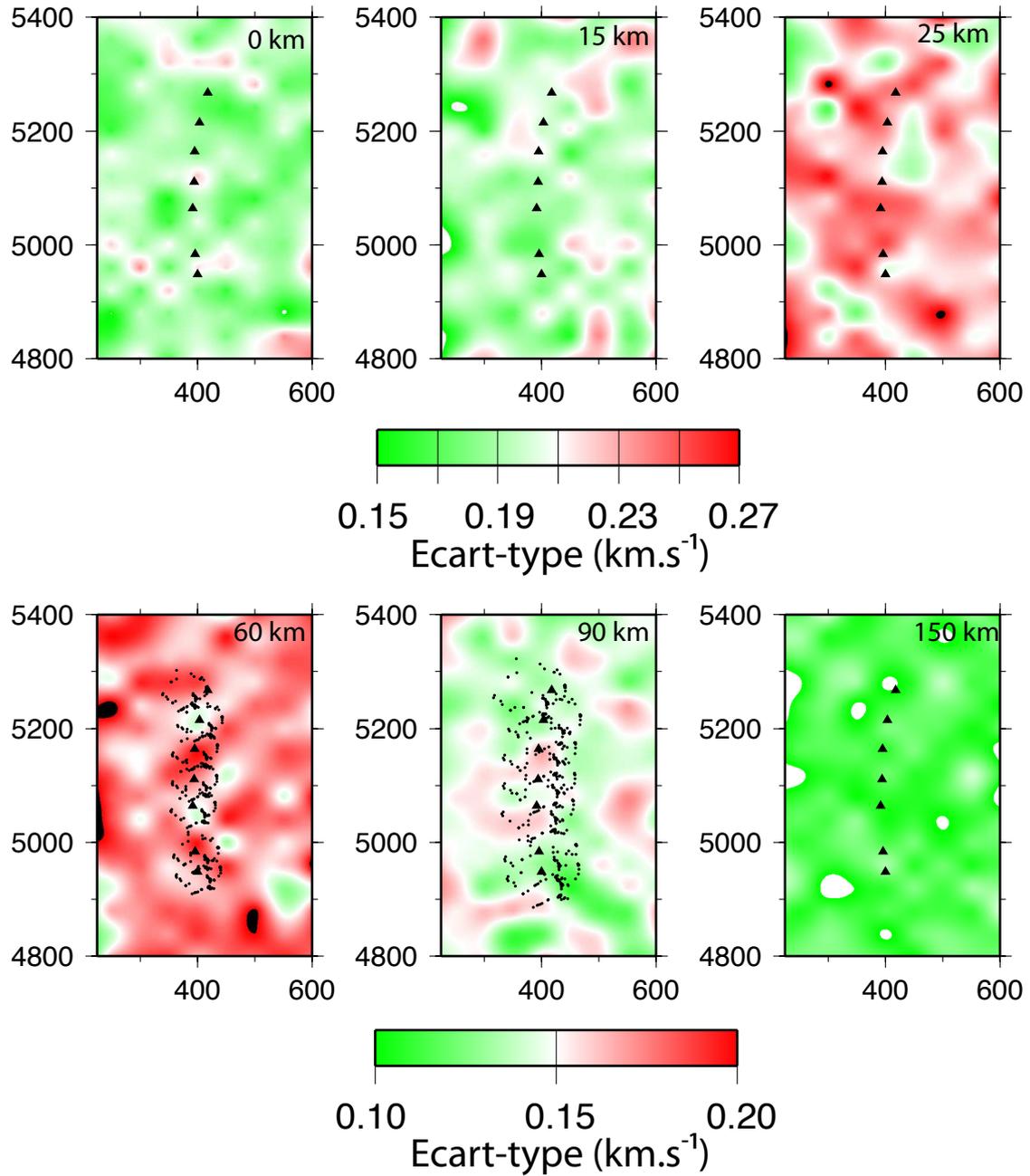


FIG. 4.17: Représentation de l'erreur estimée relative au modèle moyen réalisé avec les données du réseau MOBAL. L'écart type est exprimé en  $\text{km.s}^{-1}$ . Représentation du modèle 3-D en couches horizontales successives de la surface vers la profondeur.

/ densité sont, de plus, exprimées par rapport à une valeur théorique de vitesse / densité inconnue. En pratique, cela signifie que la comparaison des amplitudes des anomalies n'est pas significative. La méthode de type ACH ne permettant pas d'avoir accès aux vitesses / densités absolues, nous comparerons les deux modèles qualitativement.

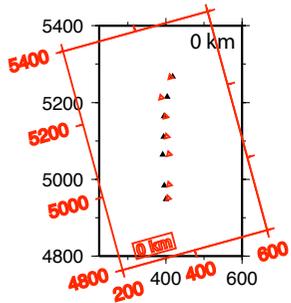
Les modèles issus de cette inversion sont montrés en regard de nos résultats sur les figures 4.18 concernant les modèles de vitesse et 4.19 pour la densité.

De part la géométrie des rais sismiques, le modèle de vitesse issu de JOINT\_INV présente un grand nombre de nœuds non contraints dans les couches superficielles ou seuls les nœuds localisés directement sous les stations portent une information. Dans la suite de la comparaison, nous appellerons modèle 1 les résultats de notre étude et modèle 2 ceux issus du code JOINT\_INV.

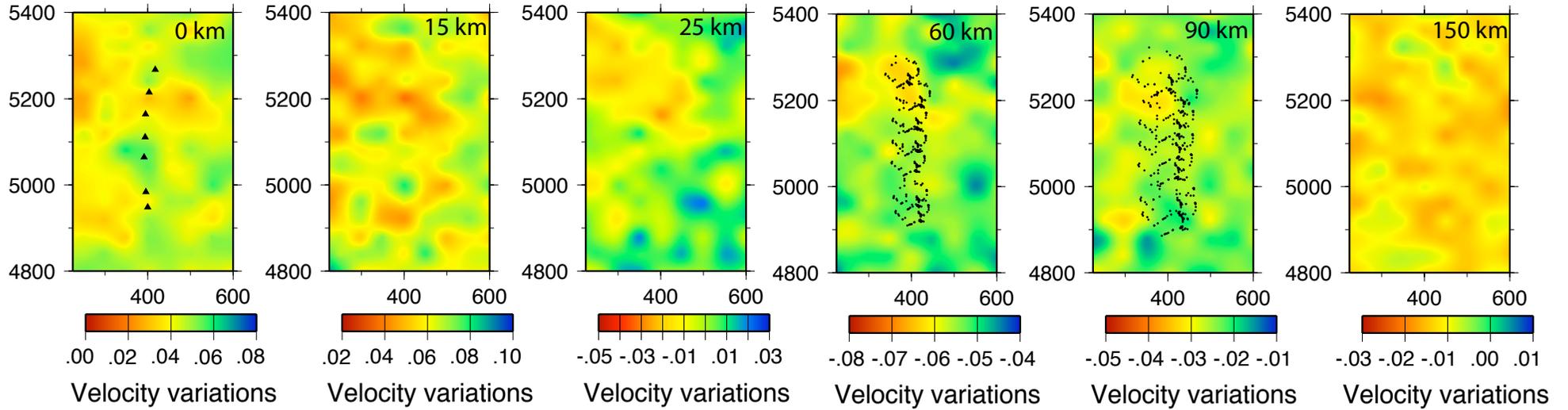
Dans la première couche du modèle de vitesse, les deux méthodes imagent une anomalie négative sous les stations TSUG, OVGO et BUMB puis, dans la partie Sud du réseau les vitesses sont plus élevées. Les couches à 15 et 25 km présentent globalement les mêmes caractéristiques avec un comportement plutôt lent au Nord et des anomalies positives au Sud. A 90 km de profondeur, le modèle 2 contient une forte anomalie négative suivie d'une forte anomalie positive du Nord au Sud. Cette dernière anomalie ne s'exprime que faiblement dans le modèle 1. Enfin, dans la dernière couche, le modèle 1 est plutôt homogène avec deux zones d'anomalies plus positives au Nord et au Sud-Ouest que l'on retrouve sur le modèle 2. Il apparaît donc clairement que les anomalies majeures sont retrouvées dans les deux modèles de vitesse.

---

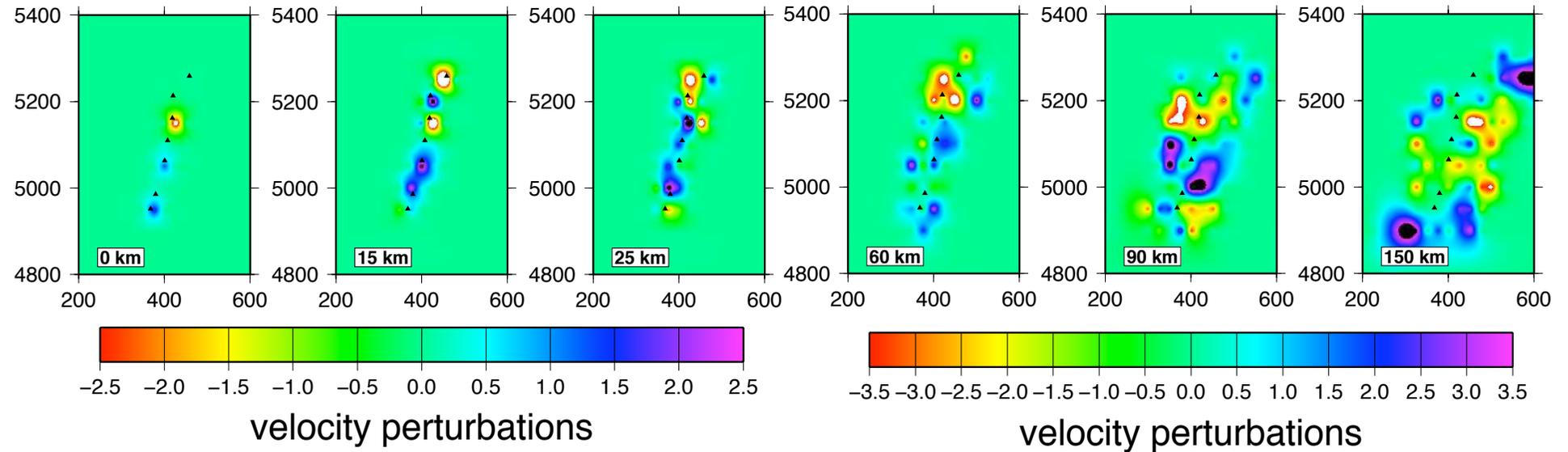
FIG. 4.18: *Comparaison entre les modèles de vitesse finaux provenant pour le modèle 1 (en haut) de l'inversion conjointe fonctions récepteurs - gravimétrie - tomographie télé-sismique et pour le modèle 2 (en bas) d'un processus d'inversion conjointe gravimétrie - tomographie télé-sismique par linéarisation de matrices. Attention, le modèle 1 a subi une rotation de 12° dans le sens anti-horaire. Les anomalies du modèle 1 sont exprimées en  $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$  par rapport au modèle IASP91 ce qui n'est pas le cas pour le modèle 2 (type ACH). Les triangles noirs représentent les stations sismologiques et les points noirs matérialisent les piercing points.*



Modèle 1



Modèle 2



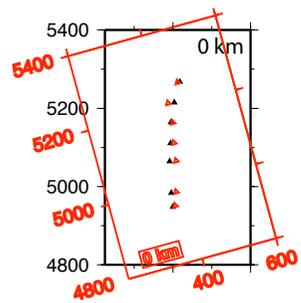
Concernant les modèles de densité, ils présentent également de bonnes cohérences malgré la présence d'un grand nombre d'artéfacts dans le modèle 2. La première couche du modèle 2 est marquée par une anomalie positive de grande longueur d'onde dans la partie Sud du réseau. La localisation et la forme de cette anomalie font penser à un effet de bord plutôt qu'à une anomalie interprétable géologiquement. En remontant vers le Nord, l'amplitude des anomalies diminue légèrement mais reste faible. De par la présence de l'artéfact, la première couche du modèle 2 est difficilement comparable au modèle 1. Néanmoins, l'évolution Nord - Sud de l'amplitude des anomalies de densité se retrouve dans les deux modèles.

La deuxième couche des deux modèles est caractérisée par la présence au centre du réseau d'une anomalie négative que l'on retrouve dans la couche inférieure. Par ailleurs, cette troisième couche est également marquée par la présence d'une anomalie positive au Sud - Est du réseau. Dans la seconde partie du modèle 2, on observe la présence d'anomalies de petites longueurs d'onde positives puis négatives sur le bord Ouest du modèle. Ces anomalies sont des effets de bord que l'on ne cherchera donc pas à retrouver dans le modèle 1.

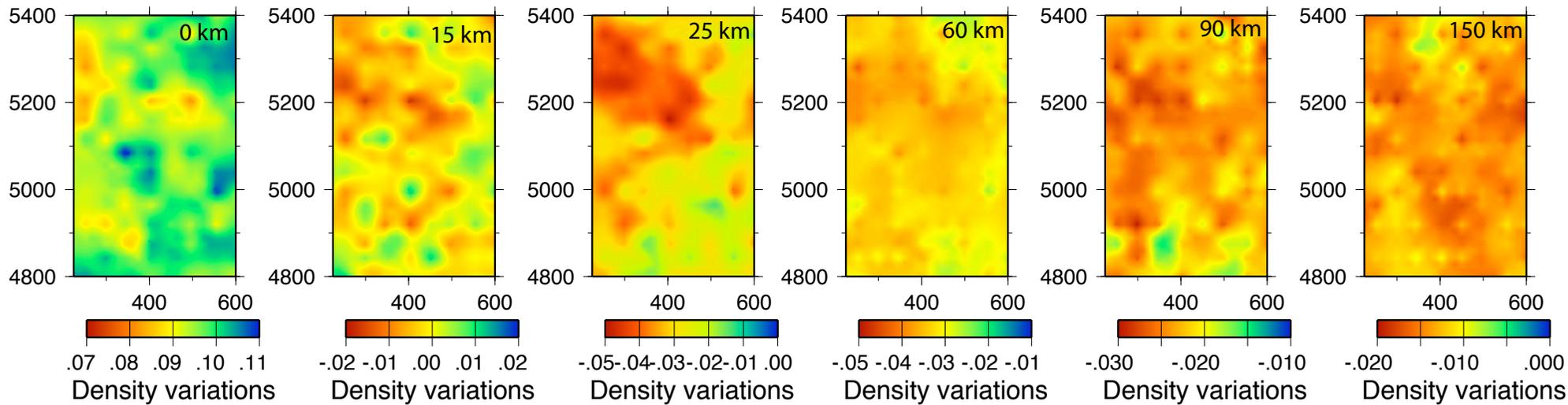
Nous nous concentrerons donc sur les anomalies localisées au centre du modèle où l'on observe là encore essentiellement la présence d'une anomalie négative au Nord du réseau puis, plus au Sud une anomalie de signe opposé. Enfin la dernière couche semble être assez différente d'un modèle à l'autre. Cependant, à cette profondeur, l'anomalie de Bouguer n'apporte pas de contraintes suffisantes pour affirmer la présence d'anomalies de densité. Le modèle 1 est essentiellement contraint par la sismologie et le modèle 2 est fortement influencé par des effets de bords.

---

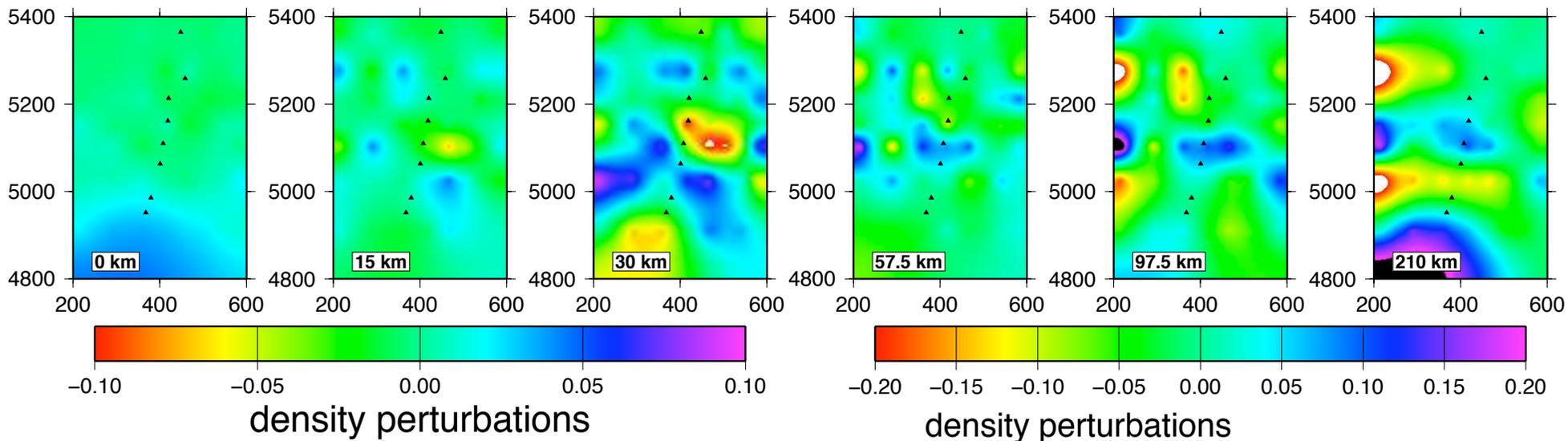
FIG. 4.19: *Comparaison entre les modèles de vitesse finaux provenant pour le modèle 1 (en haut) de l'inversion conjointe fonctions récepteurs - gravimétrie - tomographie télé-sismique et pour le modèle 2 (en bas) d'un processus d'inversion conjointe gravimétrie - tomographie télé-sismique par linéarisation de matrices. Attention, le modèle 1 a subi une rotation de 12° dans le sens anti-horaire. Les anomalies du modèle 1 sont exprimées par rapport au modèle IASP91 ce qui n'est pas le cas pour le modèle 2 (type ACH). Les triangles noirs représentent les stations sismologiques.*



Modèle 1



Modèle 2



Pour conclure cette comparaison, il faut rappeler que les méthodes utilisées sont très différentes et qu'elles retournent un ou plusieurs modèles géophysiques possibles parmi l'ensemble qui peut satisfaire aux données et en tenant compte des approximations sur les mesures et sur les lois physiques. Dans notre cas, seules les données sont les mêmes, il était donc illusoire de s'attendre à retrouver exactement les mêmes modèles. Rappelons également que ces inversions souffrent d'un manque évident de données sismiques ce qui réduit les contraintes en profondeur et complique la tâche des deux méthodes. La comparaison entre les deux modèles a fait ressortir de grandes ressemblances, particulièrement concernant les anomalies de grandes longueurs d'onde.

Cette comparaison montre donc une bonne adéquation entre les deux méthodes cependant, notre méthode présente l'avantage de fournir un unique modèle pour la vitesse et la densité ce qui évite les incohérences entre le modèle de vitesse et le modèle de densité. Par ailleurs, avec une telle géométrie (profil), elle présente l'avantage de développer les anomalies de vitesse et densité dans les trois directions de l'espace, alors que pour l'autre méthode, les anomalies de vitesse sont souvent confinées près du réseau.

Les effets de bords sont inexistantes avec notre méthode et le signal paraît plus cohérent sans avoir besoin d'introduire une contrainte directe de lissage, comme c'est le cas pour le modèle 2.

## 4.6 Interprétations

Les résultats issus des fonctions récepteurs nous montrent donc des variations d'épaisseur crustale sous le réseau et plus particulièrement un épaississement de la croûte sous le dôme de Hangai. Les variations relatives que nous obtenons sont conformes à celles obtenues par Mordvinova *et al.* (2007). Cet épaississement crustal d'environ une dizaine de kilomètres se traduit nécessairement par la présence d'une anomalie négative dans le modèle de vitesse/densité. Nous n'avons d'informations concernant le Moho que directement sous les stations, l'interpolation, n'ayant pas plus de contraintes, propose un modèle avec un approfondissement du Moho de forme circulaire et centré sous le réseau au niveau des stations OVGO et TUSG. Cependant, la topographie élevée du Dôme de Hangai se poursuit vers le Nord-Ouest du réseau, il n'est donc pas impossible que cet épaississement se prolonge dans cette direction.

Le modèle moyen se caractérise par la présence d'une anomalie de vitesse et densité dans la partie inférieure de la croûte. Cette anomalie présente une forte amplitude entre 15 et 25 km mais elle est également exprimée à 60 km de profondeur (figures 4.15 et ??). L'anomalie est localisée sous le dôme de Hangai : elle débute sous le réseau puis se poursuit vers le Nord-Ouest. Il est certain qu'une partie de cette anomalie est la traduction de l'épaississement crustal dans le modèle à couches horizontales, comme vu par les fonctions

récepteur. Cependant, l'amplitude de l'anomalie étant forte et son extension Nord - Sud dépassant OVG0 et TUSG, les variations de profondeurs du Moho ne peuvent seules l'expliquer.

L'interprétation des anomalies de vitesse et de densité nécessite d'avoir une estimation de leur profondeur réelle puisque les modèles tomographiques souffrent souvent de l'effet de diffusion verticale des anomalies. Les tests synthétiques réalisés précédemment nous indiquent qu'avec une telle combinaison (i.e. réseau, distribution des données et modèle initial) les anomalies subissent une diffusion verticale vers la surface plutôt que vers la profondeur. L'anomalie se situerait donc préférentiellement dans la partie inférieure de la croûte et serait l'expression d'une croûte inférieure ou d'un manteau supérieur peu dense. Les études géophysiques réalisées dans la région montraient déjà la présence de vitesses ou densités moins fortes sous le dôme de Hangai. Mordvinova *et al.* (2007) proposaient un modèle comportant deux anomalies négatives de vitesse des ondes S sous la station TUSG (figure 4.8). La première entre 45 et 80 km et la seconde entre 100 et 150 km. Cette observation corrobore les résultats de Tiberi *et al.* (2008) issus d'une inversion conjointe tomographie téléseismique gravimétrie et de modélisation gravimétrique obtenus par Petit *et al.* (2002) qui arrivaient à expliquer le signal gravimétrique en superposant deux corps à faible densité localisés entre 100 et 200 km de profondeur pour le premier et entre 50 et 60 km pour le second. Néanmoins, ces modélisations ne tenaient pas compte de l'épaississement de la croûte sous le dôme. Par ailleurs, les modèles de vitesses détaillés sous les stations TSET, TUSG et OVG0 obtenus grâce aux fonctions récepteur montrent des vitesses des ondes S plus faibles entre 25 et 40 km que pour le reste du réseau (figure 4.13, Mordvinova *et al.* (2007)). Cependant, ces vitesses ne semblent pas être suffisamment faibles pour pouvoir invoquer la présence de fusion partielle. Après notre étude, nous n'avons aucun argument qui permette d'affirmer ou d'infirmer la présence d'une anomalie sous 100 km. Aucune remontée asthénosphérique claire n'est donc observée avec notre méthode contrairement à ce que montrait les modélisations de Petit *et al.* (2002) (figure 4.20).

Une étude récente de Sergei Lebedev sur les ondes de surface dans la région semble corroborer nos résultats (comm. pers.) puisque tout le signal se concentrerait dans la croûte inférieure. Dans ce cas, l'élévation anormale de dôme de Hangai pourrait s'expliquer uniquement par une source crustale plutôt qu'asthénosphérique. Un appauvrissement de la croûte inférieure dû à une délamination ou la présence de minéraux hydratés dans la croûte inférieure ou le manteau supérieur pourraient peut-être expliquer ces phénomènes. Des jeunes xénolithes présentes à l'affleurement sur le dôme ont été étudiées par Kopylova *et al.* (1995) et Ionov (2002). Par ces études thermobarométriques, les auteurs ont pu mettre en évidence un épaississement crustal à  $50 \pm 3$  km sous la partie Nord du Dôme de Hangai, soit des valeurs tout à fait comparables à celles que nous trouvons plus à l'Est. Par ailleurs,

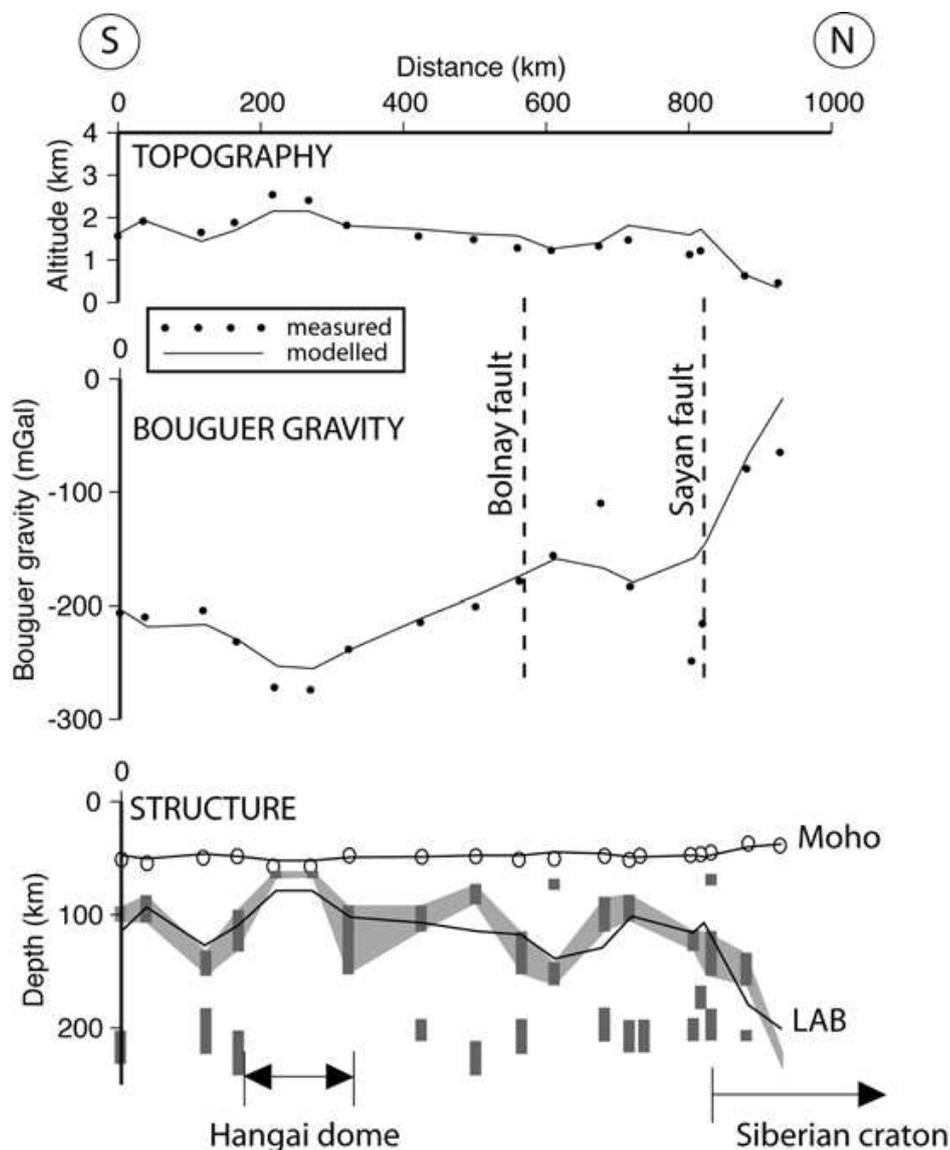


FIG. 4.20: Comparaison de la topographie, de l'anomalie de Bouguer et de la structure lithosphérique entre un profil allant du Dôme de Hangai au craton sibérien et un profil réalisé dans un modèle d'isostasie locale proposé par Petit et al. (2008). Les cercles et les barres grises sont les profondeurs du Moho et des zones à faible vitesse sub-crustales issues des modèles 1D retrouvés par Mordvinova et al. (2007). Les polygones gris clair marquent les intervalles possibles pour la limite lithosphère - asthénosphère de ces mêmes modèles de vitesse.

les auteurs mettent également en évidence une anomalie thermique à une profondeur de 40 km qui peut-être engendrée par des intrusions basaltiques (advection) et/ou par du matériel sous plaqué localisé au niveau du Moho. Ces xénolithes ont également permis à Stosch *et al.* (1995) de déterminer que la croûte inférieure serait constituée d'intercalations de pyroxénites à grenat et de granulites basiques. Ces matériaux sont très denses et sont donc difficilement compatibles avec avec une anomalie négative dans un modèle de vitesse et densité comme nous le retrouvons. Cependant, les xénolithes récoltées dans la partie nord du Dôme ne forment pas forcément un échantillonnage représentatif de la croûte. De plus, la composition chimique du dôme de Hangai peut souffrir d'une plus ou moins grande variabilité.

Notre étude seule ne peut permettre de déterminer les causes de l'épaississement crustal ou la présence de matériel moins dense en base de croûte ou dans le manteau supérieur. Une étude plus poussée des fonctions récepteur dans la région donnerait des informations sur les valeurs du rapport  $V_P/V_S$  et pourrait permettre de lever l'incertitude sur une éventuelle composante compositionnelle de l'anomalie. Parallèlement, une étude systématique des variations de densité et de profondeur du Moho sous le dôme de Hangai et plus seulement à son extrémité Est pourrait permettre de connaître l'extension de cette anomalie et faciliterait son interprétation. Par ailleurs, si le dôme de Hangai est le lieu d'une anomalie d'origine compositionnelle, et sans autres informations sur la présence d'une anomalie plus profonde, nous devrions donc pouvoir expliquer l'élévation du dôme par des modélisations gravimétriques couplées à une étude de la flexure.

---

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

L'objectif de mon travail de recherche était de mettre au point une nouvelle méthode d'inversion conjointe qui prenne en compte trois types de données différentes et indépendantes qui sont les fonctions récepteur, les anomalies gravimétriques et les délais de temps d'arrivée d'événements téléseismiques. En effet, plusieurs auteurs ont montré que l'association de ces données pouvait limiter le champs des modèles possibles et faciliter l'interprétation des structures imagées (e.g. Vergne, 2002; Tiberi *et al.*, 2003). La nécessité d'une telle inversion conjointe est apparue après avoir travaillé dans des contextes géodynamiques où l'interprétation des modèles tomographiques et gravimétriques d'échelle lithosphérique souffrait de la non prise en compte des variations d'épaisseur crustale. Plutôt que de développer un outil spécifique à ces contextes, nous avons préféré imaginer un algorithme qui s'adapte à divers environnements géologiques et géodynamiques plutôt que de spécialiser le code.

Concernant la théorie des inversions, deux grandes techniques qui sont les méthodes d'inversion matricielle et les méthodes stochastiques s'opposent. Les premières tentent de

résoudre le problème inverse à proprement parler alors que les secondes le contournent et préfèrent tester un grand nombre de modèles par le biais de calculs directs plus simples. Ces méthodes stochastiques sont en plein développement et, associées à des moyens informatiques importants, elles permettent dorénavant de traiter des problèmes géophysiques complexes et de considérer des structures à deux voire trois dimensions.

Nous avons opté pour une méthode stochastique qui minimise les risques de convergence vers un minimum local en testant un grand nombre de modèles puis en convergeant vers celui qui minimise l'écart aux données tout en continuant l'exploration de l'espace des paramètres. Une étape très importante dans le développement de la méthode est la définition du misfit. En effet, ce paramètre est essentiel dans les méthodes stochastiques puisqu'il définit les caractéristiques importantes que devront avoir les meilleurs modèles. Ce paramètre a d'autant plus d'importance dans les méthodes conjointes puisqu'il peut permettre de pondérer une méthode par rapport aux autres. Nous avons donc défini une formule qui traduit l'écart aux données en tenant compte, entre autres, de leur nombre.

Nous avons choisi d'inverser les fonctions récepteur dans un premier temps afin de retrouver les variations de profondeur du Moho. Ces variations sont ensuite prises en compte comme informations *a priori* dans le modèle 3-D utilisé dans l'inversion conjointe gravimétrie - tomographie téléseismique. Les fonctions récepteurs peuvent également être inversées indépendamment afin de réaliser une étude préliminaire station par station. Ceci permet de bloquer les modèles 1-D sous chaque station avant de lancer la partie conjointe plus coûteuse en temps et en mémoire vive.

Nous avons testé notre méthode avec des tests synthétiques, le but étant de tester si l'inversion permet de retrouver des structures simples. Les résultats de ces tests sont réellement satisfaisants puisqu'ils montrent que notre méthode permet de retrouver des anomalies de vitesse et densité, et surtout, ils ont permis de valider la méthode. Par ailleurs, nous avons mis en évidence que, sans aucune connaissance des variations d'épaisseur crustale, les interprétations de modèles de vitesse et densité sont totalement aléatoires. La méthode a ensuite été appliquée à un cas réel : le dôme de Hangai qui se situe en Mongolie centrale. Cette structure topographiquement élevée ne peut s'expliquer par la tectonique. Les fonctions récepteur indiquent que le moho s'approfondit d'une dizaine de kilomètres sous le dôme. Les modèles issus de l'inversion conjointe présentent une anomalie majeure de vitesse et densité négative localisée dans la croûte inférieure ( $\sim 40$  km). Au vu de notre résolution en profondeur, les résultats que nous obtenons ne permettent pas de confirmer ou d'infirmer la présence d'une anomalie asthénosphérique imagée/modélisée par plusieurs auteurs (e.g. Petit *et al.*, 2002; Zhao *et al.*, 2006; Mordvinova *et al.*, 2007).

Cet outil d'inversion est certes opérationnel mais il reste gourmand en moyens informatiques et en temps. Les parcs informatiques dans le domaine de la recherche

publique, comme ailleurs, vont être appelés à se développer, ce qui devrait faciliter l'utilisation de ce code. Néanmoins, je souhaiterais réfléchir à une solution pour l'optimiser. Il faudrait alors repenser l'algorithme pour garder en mémoire le moins d'informations possible et donc envisager une collaboration avec un informaticien ou mathématicien.

De manière plus générale, la mise au point de cette méthode dont le but était d'intégrer encore un peu plus d'informations par rapport aux inversions conjointes déjà existantes m'a permis d'avoir une réflexion globale sur les méthodes conjointes. Nous avons montré qu'il est, certes, bénéfique d'inclure des nouvelles données. Cependant la prise en compte d'un plus grand nombre de type de données au sein d'un même algorithme complexifie énormément les choses. Par exemple, il n'est pas toujours facile d'intégrer l'ensemble des paramètres dans un même modèle, et de manière pratique, les fichiers de paramètres sont de plus en plus importants et demandent souvent bien plus de temps que ne nécessite le code. D'autre part, n'oublions pas que nos données sont entachées d'erreur et que, bien souvent, elles sont reliées entre elles grâce à des lois empirique (comme dans notre cas) ou par des paramètres peu contraints. Autrement dit, plus nous ajoutons des données différentes et plus nous insérerons des incertitudes dans les modèles. Il me semble que les modèles bénéficieraient d'avantage de l'acquisition de données de très bonne qualité et d'une meilleure résolution plutôt que du développement à l'extrême d'inversions conjointes.

Concernant les inversions conjointes gravimétrie-sismologie, elles nécessitent encore d'être développées. En effet, généralement, les relations vitesse-densité ne sont valable que dans des cas très généraux et sont bien souvent moyennées pour une même couche. Or en présence de fusion partielle ou à grande profondeur, ces relations ne sont plus valables. Ces aménagements seront d'autant plus nécessaires que de nouvelles données gravimétriques satellitaires ont été et continuent à être acquises par le satellite GOCE. Ces données présentent l'avantage d'être de grandes longueur d'onde et donneront des informations sur les structures en densité d'échelle mantellique. Ainsi, en les inversant conjointement à des données de tomographie télé-sismique nous auront une double contrainte à ces profondeurs. Une telle démarche, associée à des données de sismologie adéquates, permettrait de se concentrer sur la lithosphère profonde et l'asthénosphère. Un challenge à ces profondeurs est de définir les relations entre vitesse et densité. L'introduction des paramètres rhéologiques pour lier vitesse et densité doit être réfléchi lors de ces futurs développements.

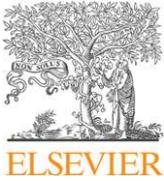


# Appendices



**IMAGING LITHOSPHERIC INTERFACES AND 3D  
STRUCTURES USING RECEIVER FUNCTIONS,  
GRAVITY AND TOMOGRAPHY IN A COMMON  
INVERSION SCHEME**

Cet article est publié à Computers & Geosciences.



Contents lists available at ScienceDirect

## Computers &amp; Geosciences

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/cageo](http://www.elsevier.com/locate/cageo)

# Imaging lithospheric interfaces and 3D structures using receiver functions, gravity, and tomography in a common inversion scheme

C. Basuyau <sup>a,b,\*</sup>, C. Tiberi <sup>c</sup><sup>a</sup> ISTE<sup>P</sup>, Univ. Paris 06, Case 129, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France<sup>b</sup> ISTE<sup>P</sup>, CNRS UMR 7193, Case 129, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France<sup>c</sup> Géosciences Montpellier, CNRS, Université Montpellier 2, CC 60, 34095 Montpellier cedex 05, France

## ARTICLE INFO

## Article history:

Received 28 September 2009

Received in revised form

1 November 2010

Accepted 7 November 2010

## Keywords:

Joint inversion

Receiver functions

Gravity

P-wave tomography

Stochastic methods

## ABSTRACT

Joint inversions are now commonly used in the earth sciences. They have been developed to better understand the structure of the earth, since they provide more constraints on the inverted parameters. We propose a new process to simultaneously invert several data sets in order to better image 3D crustal and upper mantle structures. Our inversion uses three kinds of data that present good complementarity: (1) P-wave receiver functions to provide Moho depth variations, (2) teleseismic delay times of P-waves to retrieve velocity anomalies in the crust and the upper mantle, and (3) gravity anomalies to image density variations at the lithospheric scale. We use a stochastic scheme, where receiver functions are first inverted. The interpolated resulting Moho depths are incorporated as a priori information into the joint inversion of teleseismic delay times and gravity anomalies process. Moreover, velocity and density can be linked by empirical relationships, which justifies the joint inversion of those parameters. In our stochastic approach, we perform a model space search for Moho variations, P-velocity, and density structure to find an acceptable fit to the three data sets. In order to preferentially sample the good data fit regions, we chose the neighborhood algorithm of Sambridge to optimistically survey the model space. We model the delay times with 3D raytracing using evenly spaced velocity–density nodes. We present here the first results given by this method on synthetic tests.

© 2011 Elsevier Ltd. All rights reserved.

## 1. Introduction

Cooperative inversions of geophysical data have been introduced by Lines et al. (1988). The aim of this concept is to obtain a geophysical model consistent with multiple datasets. Two different philosophies have been defined depending on the inversion procedure: sequential or joint inversion. In the sequential approach, the inversion for a particular data set provides the input or initial model estimate for the inversion of a second data set; joint inversion treats all the datasets simultaneously. However, in this second process, the datasets should be linked with a relationship.

Whichever approach is used, the user faces the difficulty of solving the inverse problem and thus the choice of an adapted algorithm. Classically, during the past decades, most geophysical inverse problems were solved by inverting matrices using methods such as weighted least-squares analysis (e.g., Menke, 1984; Aki et al., 1977). Joint inversions of geophysical data in general

were developed following this procedure (e.g., Lees and VanDecar, 1991a; Maceira and Ammon, 2009; Julia et al., 2000; Parsons et al., 2001; Tikhotsky and Achauer, 2008). However, the use of stochastic methods have become increasingly successful due to the extreme growth of computing power, the gathering of computing resources (clusters and national and international grids), and the development of probabilistic methodology (Tarantola and Valette, 1982). These approaches (Monte Carlo, neighborhood algorithm, etc.) randomly investigate the model space to propose a set of models minimizing the data misfit (e.g., Moorkamp et al., 2010; Bosch et al., 2006; Kozlovskaya et al., 2007). One advantage is that they keep track of all tested models, and the user can then choose the one(s) best fitting his or her a priori prerequisite. Moreover, as only direct calculations are needed, we avoid mathematical approximations, global damping procedures, and the often subjective process of finding an optimal regularization value (e.g., Bodin et al., 2009). In addition, we overcome extensive matrix management.

Linearized inversions are greatly dependent on the initial model. Consequently, their results can be irrelevant when only little a priori information is added. (Chang et al., 2004). The use of a stochastic algorithm can therefore be appropriate. Moreover, solving highly nonlinear problems by direct calculations rather

\* Corresponding author at: Present address: Univ Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité, Institut de Physique du Globe de Paris, UMR 7154 CNRS, F-75013 Paris, France.

E-mail address: [basuyau@ipgp.fr](mailto:basuyau@ipgp.fr) (C. Basuyau).

than matrix inversion proves to be more relevant (Zeyen and Achauer, 1997). We thus propose to combine a stochastic algorithm with a joint inversion of seismological and gravimetric data in order to image the perturbing structures at a lithospheric scale.

Among all the stochastic methods, we use the neighborhood algorithm (NA), already tested and validated for several geophysical applications (among others: receiver functions (Sambridge, 1999a), seismic events location (Sambridge and Kennett, 2001), waveform inversion for surface waves (Yoshizawa and Kennett, 2002)). This method is performed on one hand on gravity and teleseismic delay times for their good complementarity (e.g., Nafe and Drake, 1957; Birch, 1961); on the other hand on receiver function to solve for major interface geometry. The introduction of the latter is essential to distinguish between real velocity–density anomalies and interface fluctuations.

We investigate this new approach through different synthetic tests. Also, we develop a misfit function that takes into account the dissimilarities between the two data set populations. By using the receiver function results as *a priori* information into the inversion scheme, the user is then able to weight the data sets to retrieve both interfaces and 3D velocity–density structures within the lithosphere and asthenosphere.

## 2. Consistency and complementarity

Joint inversions result from the necessity to improve geophysical data inversion with additional constraints. Thus, they are meaningful only if there is a complementarity between independent data sets either by physical laws (e.g., Bosch and McGaughey, 2001, for joint inversions of gravity and magnetic data) or by common geometry or parameters (e.g., Julia et al., 2002, or Gallardo and Meju, 2007 for joint inversions of receiver functions and surface waves). In our case, we jointly invert gravity data and teleseismic P-wave delay times in order to retrieve the velocity–density structure, taking advantage of empirical relationships between those parameters (Birch, 1961). Also, we include Moho depth variations obtained from the inversion of the P-wave receiver function as *a priori* information in the joint inversion process.

Potential field interpretation suffers from the well-known nonunique determination of the source parameters from its field data. This is not only because of an insufficient knowledge of the field with respect to the number of unknown source parameters or to errors of theoretical and experimental nature, but also coming from inherent nonuniqueness (Blakely, 1995; Fedi and Rappola, 1999).

One benefit of jointly inverting gravity and seismic tomography is the complementarity between their best-resolution areas. Indeed, the resolution of regional teleseismic tomography depends on ray coverage and increases with depth, with a gap near the surface (0–50 km). However, at these depths, gravity inversions using the terrestrial Bouguer anomaly reach their best-resolution rate.

A second advantage of considering velocity and density is the existence of simple empirical relations (Nafe and Drake, 1957; Birch, 1961) linking those two parameters. Density and velocity are usually inverted cooperatively (e.g., Vernant et al., 2002, or Lees and VanDecar, 1991b for sequential inversion and joint inversion, respectively) using a constant linear relationship between density and velocity (e.g. Birch, 1961). The velocity–density joint inversion of Tiberi et al. (2003) used the approach suggested by Zeyen and Achauer (1997) and Jordan and Achauer (1999) to treat the B factor linking velocity and density variations as a parameter allowed to vary around a given value. However, this process leads to a highly nonlinear problem that is hardly resolved by standard linear inversion of matrix (Tiberi et al., 2003; Basuyau et al., 2010).

In our inversion scheme, we link velocity  $V_p$  and density  $\rho$  using Birch's law (1961),

$$V_p = B\rho + A,$$

where  $A$  and  $B$  are constant parameters for each layer whose values are chosen by the user. The two parameters can therefore take different values with depth to better depict the correlation between velocity and density (Christensen and Mooney, 1995). In our method,  $B$  and  $A$  are constant parameters because considering them as varying parameters lead to a too highly nonlinear problem (Zeyen and Achauer, 1997).

Many of the regional tomographic methods (e.g., the ACH method from Aki et al., 1977) set the initial model up as successive horizontal layers so that Moho depth variations appear as velocity anomalies within the horizontal layers. However, in many geodynamical contexts, such as passive margins or convergence zones, the approximation of nonexistent Moho depth variations is not justified and can lead misinterpretation. The method we present here proposes to consider Moho depth variations obtained by the inversion of receiver functions in a joint inversion scheme for both tomographic and gravity data. In addition, we used an algorithm that gives absolute velocity and density instead of anomalies as usually obtained in regional teleseismic tomography (e.g., ACH methods, Lévêque and Masson, 1999).

## 3. Inversion procedure

The structural organization of the inversion is illustrated by the flowchart in Fig. 1. The code is organized in two independent parts: the first part is dedicated to the inversion of receiver function and in the second part density and velocity are inverted. As we use the same stochastic algorithm for both parts, we dedicated the first paragraph of this section to its understanding.

### 3.1. Neighborhood algorithm

We use a stochastic method called the neighborhood algorithm (NA) (Sambridge, 1999a,1999b) that makes use of geometrical constructs known as Voronoi cells to drive the search in parameter space. The cells are used to construct an approximate misfit surface at each iteration, and successive iterations concentrate sampling in the regions of parameter space that have low data misfit.

Unlike previous methods (e.g., linearized inversions), the objective is to generate a set of models with an acceptable data fit rather than to seek a single optimal model. The entire ensemble can be used to extract robust information about the model parameters, such as resolution and tradeoffs. This is performed within a Bayesian framework and is discussed in more detail in Sambridge (1999b). Even though global optimization is not the primary objective of the NA, it has been shown to work well in this respect for both receiver function inversion (Sambridge, 1999a) and seismic event location (Sambridge and Kennett, 2001). The behavior of the search algorithm is controlled by two parameters,  $n_s$  and  $n_r$  (with  $n_s \geq n_r$ ), where  $n_s$  is the number of models tested at each iteration and  $n_r$  is the number of Voronoi cells resampled at each iteration. The NA can be summarized by the following:

- First,  $n_s$  models are randomly generated, and a misfit value is calculated for each model.
- Next, the  $n_r$  models with the lowest misfit are determined, and a random walk is performed inside their Voronoi cells in order to generate a new set of  $n_s$  models.

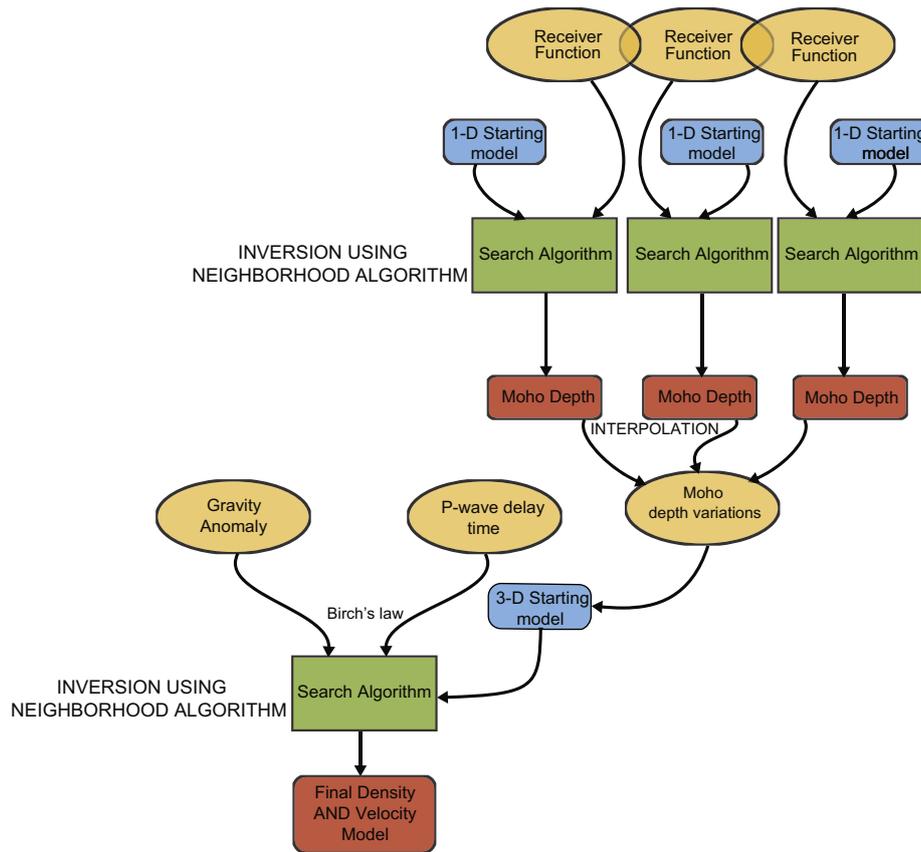


Fig. 1. Flowchart of the joint inversion.

- The above steps are then repeated by calculating the misfit function for the most recently generated  $n_s$  models, and sampling inside the new Voronoi cells of the  $n_r$  models with lowest misfit. At each stage the size and shape of the Voronoi cells automatically adapt to the previously sampled models. This allows each successive iteration to concentrate sampling in regions of parameter space that have low data misfit.

The two control parameters,  $n_s$  and  $n_r$ , need to be tuned for each specific problem. For low values of the parameters, the NA will be more exploitative, with higher risks to return local minima. For larger  $n_s$  and  $n_r$ , the algorithm is more exploratory in nature. Considering that there is an ensemble of models fitting the data, this algorithm will concentrate its search within regions of lowest misfit and eventually converge toward a set of well design models.

### 3.2. Receiver functions

Receiver functions are time series that are sensitive to the structure near the receiver. They are estimated by deconvolving the vertical component of a teleseismic P-wave record from its radial component (Langston, 1979, 1977). Receiver functions then give the velocity structure and depth of the interfaces located directly under the receiver. In our inversion we only consider the crust–mantle boundary. Possible interfaces located beneath the Moho are too deeply located considering the vertical resolution of regional teleseismic tomography. We do not consider the likely intracrustal interfaces in our models, given their potential discontinuity and the additional complexity it would imply for parametrization.

The amplitude and time position of the receiver function spikes are sensitive to P- and S-wave velocities, layer thickness, and  $V_p/V_s$  ratio. The amplitudes are also sensitive to density, which allows a possible double check on density–velocity relations. Because of the steep incidence of teleseismic P-waves, the horizontal traces contain the phases polarized in the S-wave direction and, thus the receiver functions are usually inverted for S-wave velocity structure (Owens et al., 1984). P-wave velocity is then inferred by assuming a constant value for Poisson's ratio. Consequently, there is a strong trade-off between S-velocity and the depth of the interface depending on the chosen Poisson's ratio. Because of this depth–velocity trade-off, we prefer to introduce Moho depth as *a priori* information in the initial model for the density–velocity joint inversion rather than definitively fix velocities from this receiver function analysis. If not, it could have led strong inconsistency with the other data sets.

The receiver function inversion procedure uses the forward calculation of Shibutani et al. (1996). This method has been developed to overcome the dependency on the initial model observed with linearized inversions (Ammon et al., 1990). In this method, both amplitude and time are taken into account. The inverted signal for each station is a stack of several receiver functions with different azimuths. This solution optimizes the calculation time.

Afterward, Moho depth is interpolated through the whole mesh using spline interpolation (Yu, 2001). This method uses natural boundary condition and does not require any information about the boundary derivatives. Moreover, it was adapted to geological situations and is particularly good for inferring concealed geological structure from scattered data (Yu, 1987).

### 3.3. Gravity anomaly computation

We use the Earth filter method to compute the gravity signal. As demonstrated by Blakely (1995), for a source distribution confined to a horizontal layer with top at  $z_1$  and bottom at  $z_2$  ( $z$  axis downward) and varying only in the  $x$  and  $y$  directions, the potential field is given by

$$f(x,y,z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(x',y') \zeta(x-x',y-y') dx' dy',$$

with  $\zeta$  the Green's function representing the field at  $(x,y)$  due to a single element of the layer. The Fourier theorem allows us to express the Fourier transform of the potential field as the product of the Fourier transforms of the source distribution and the Green's function. Blakely (1995) showed that the Fourier transform of the vertical attraction of a vertical line can be written

$$F[g_z] = F[\rho]F[e],$$

where  $F[\rho]$  is the density Fourier transform and  $F[e]$  is the gravitational Earth filter, given by

$$F[e] = \frac{2\pi\gamma}{|k|} e^{ikz_0} (e^{-|k|z_1} - e^{-|k|z_2}),$$

with  $\gamma$  the gravitational constant,  $z_1$  and  $z_2$  depths to the top and bottom of the layer, respectively,  $z_0$  the altitude of the measure point, and  $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  the wavenumber. Thus, for each tested model, the total gravity anomaly is calculated by adding the contributions of each layer of the model.

### 3.4. Teleseismic P-wave tomography

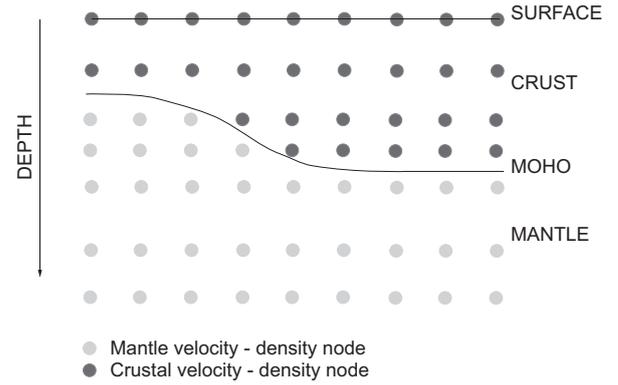
To generate P-wave residuals inferred from a 3D heterogeneous velocity model we use the 3D raytracer described in Steck and Prothero (1991). This method is modified from the two-point raytracer of Prothero et al. (1988). We retropropagate the ray from the receiver (zero displacement) to the wavefront (nonzero displacement). This allows the raytracer to consider a wide variety of ray paths starting at different points on the wavefront, while the rays leaving the wavefront remain normal to it. The aim of this method is to find the minimum time ray path by successive perturbations of harmonics using simplex algorithm. The ray path is then controlled by velocity gradients calculated between fixed velocity nodes (Thurber, 1983).

The resulted P-wave relative residuals are then compared to the data and a velocity misfit is calculated.

### 3.5. Parameterization

In the first part of the inversion, receiver functions are inverted station by station to retrieve Moho depth. The code needs one *a priori* 1-D model per inverted station. Those models are composed of one interval of values for Moho depth, two intervals for S-wave velocity at the top and bottom of the crust, and one for  $V_P/V_S$  ratio (following Sambridge, 1999a). Among the resulting parameters, the Moho depth is the only *a priori* information the code will necessarily take into account in the following joint scheme.

Our joint inversion only requires one model for both density and velocity inversion. The model is a 3D structure composed of velocity–density nodes. Those nodes are organized in horizontal layers. For each layer, the user fixes two velocity intervals with crustal and mantle P-wave velocities. The intervals can be wider or thinner depending on the quantity and quality of *a priori* information. The nature of the nodes (i.e., crustal or mantle) is deduced from the Moho topography resulting from receiver functions (see Fig. 2). Finally, the user gives a numerical value



**Fig. 2.** Schematic example for model parametrization. Each layer is subdivided into density–velocity nodes. The concentration of nodes can vary considering the station's location or data coverage, for example. The black line represents Moho depth variations inferred from receiver function analysis, delimiting crustal nodes from mantle ones.

for  $A$  and  $B$ , the Birch's law parameters. During the inversion, the density corresponding values are calculated for each node using Birch's law from the P-wave velocity picked by the NA.

Stochastic methods seek the most suitable model(s) to the data. If the quantification of the remoteness of the model is quite simple for a single type of data, it becomes crucial in case of joint inversions. The main problems to overcome are the different unit systems, different standard deviations and different amount of data for each method. In light of these facts, we based our cost function to minimize on a formula that gives comparable values of misfit regardless of the data type (described in Athias et al., 2000):

$$\frac{(x-X)^2}{S},$$

where  $x$  and  $X$  are the observed and predicted data, respectively, and  $S$  the data variance. To take into account the different amount of data for gravity and seismic data sets, we rewrite the cost function as follows:

$$\sum \frac{(x-X)^2}{S} \cdot \frac{1}{N},$$

where  $N$  is the number of data.

Finally, the global misfit is the addition of the contribution of the two methods weighted through a coefficient  $\alpha$ . This coefficient is a way to account for the quality of the data or to give favor to one data set more than another. For each tested model, the joint inversion computes the cost function as follows,

$$\alpha \sum \frac{(x_T - X_T)^2}{S_T} \cdot \frac{1}{N_T} + (1-\alpha) \sum \frac{(x_G - X_G)^2}{S_G} \cdot \frac{1}{N},$$

with  $0 \leq \alpha \leq 1$ , and  $T$  and  $G$  are the indices for tomography and gravity, respectively.

## 4. Synthetic tests

We performed many synthetic tests to validate our new joint inversion process. Two of them are described here; one is presented in the supplementary material. In S1, we test a simple seismic inversion on a checkerboard test to assess the benefit of including gravity data within our inversion scheme, as in Zeyen and Achauer (1997). In the two tests presented here, we first tried to retrieve a simple checkerboard structure with a flat Moho. Second, we invert a more complex structure that associates both Moho depth variations and a deep pike anomaly. For both tests we used synthetic gravity and seismic data. However, to test the code under the most realistic conditions, we keep the ray

distribution of a real velocity data set. We invert 513 teleseismic delay times from 88 events recorded at 7 seismic stations. Most of these events have an eastward-oriented back azimuth. The gravimetric data set is composed of 8591 measure points. For this study we have selected a model composed of six layers distributed from the surface down to 150 km. Each layer is divided into  $8 \times 16$  velocity–density nodes on the East–West and North–South axes, respectively. Both density and velocity variations are calculated on nodes with an interpolation between each of them. The lateral spacing between nodes is set to 50 and 40 km in the East–West and North–South axes, respectively. We link velocity and density through average  $B$  and  $A$  values of  $3 \text{ km s}^{-1} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^3$  and  $-2 \text{ km s}^{-1}$ , respectively.

Stochastic methods need a significant number of iterations to be representative in terms of statistics. As our method deals with 3D structures it faces a lot of parameters to invert. We then expect our method to require great amounts of computing power, and parallelize it to run it on EGEE, the European grid dedicated to Earth sciences. For such an algorithm, the experience has shown that one can estimate the number of required iterations by choosing  $ns$  on the order of twice the number of parameters and  $nr$  on the order of  $ns/2$ . The number of iterations should be greater and at least on the order of  $10ns$ . The models used for the two synthetic tests present 768 independent parameters. We are then totally aware that the computing resources we have access to are too limited to run the required number of iterations.

We then use an ensemble inference approach as opposed to optimization, where averaging over an ensemble of collected models enables us to deal with the nonuniqueness of the problem (Bodin and Sambridge, 2009). Different potential solutions are generated, and information is extracted from the ensemble as a whole. The model-averaging process naturally smooths out unwarranted structure in the Earth model, but maintains local discontinuities if well constrained by the data. In this way, this approach has an inherent smoothing character without needing to define an explicit external smoothing function, as in linear optimization methods (see Fig. 3).

In the next sections, we present the results from two synthetic tests that illustrate the good performance/behavior of the method. It has to be noticed that for both tests we use noise-free synthetic receiver functions. As many synthetic tests and real data inversion using neighborhood algorithms have already been described (e.g., Sambridge, 1999a; Reading and Kennett, 2003), we will not insist on our receiver function part.

#### 4.1. Checkerboard test

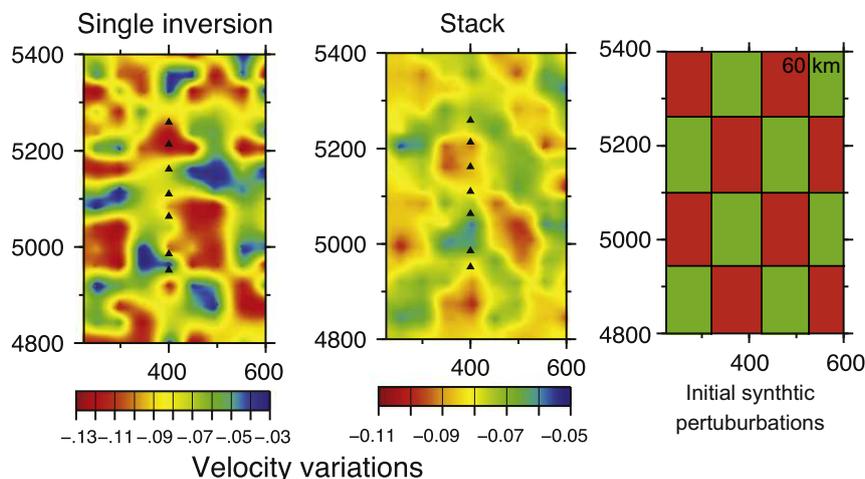
To assess the resolving power of the joint inversion technique, we first analyze the ability of our ray geometry and gravimetric anomaly calculations to retrieve a standard checkerboard model. The checkerboard approach is a classic test to highlight areas of good ray coverage, to estimate the extent to which smearing of anomalies is occurring, and to evaluate the shortest wavelength of the anomalies that can be resolved with our seismic ray geometry. To start with, we create a fictitious Earth model with known Moho depth variations and density–velocity perturbations. In this test the Moho depth is constant at 20 km. We alternate the positive and negative perturbations in both velocity and density models throughout layers 4 (60 km) and 6 (150 km) (see Fig. 4B). The initial variations are set to  $\pm 5\%$ . To test our method under the most realistic conditions, we add 5% of random Gaussian noise to seismic and gravity data.

The initial parameters for the inversion are summed up in Table 1. The picked out values for  $ns$  and  $nr$  (NA algorithm parameters) are 512 and 320, respectively, for the joint inversion part and 150 and 100 for the receiver functions inversion. This leads to 164,352 tested models during the velocity–density inversion. The velocity and density models presented and discussed hereafter result from the averaging of 17 runs that have been calculated with an  $\alpha$  value of 0.6.

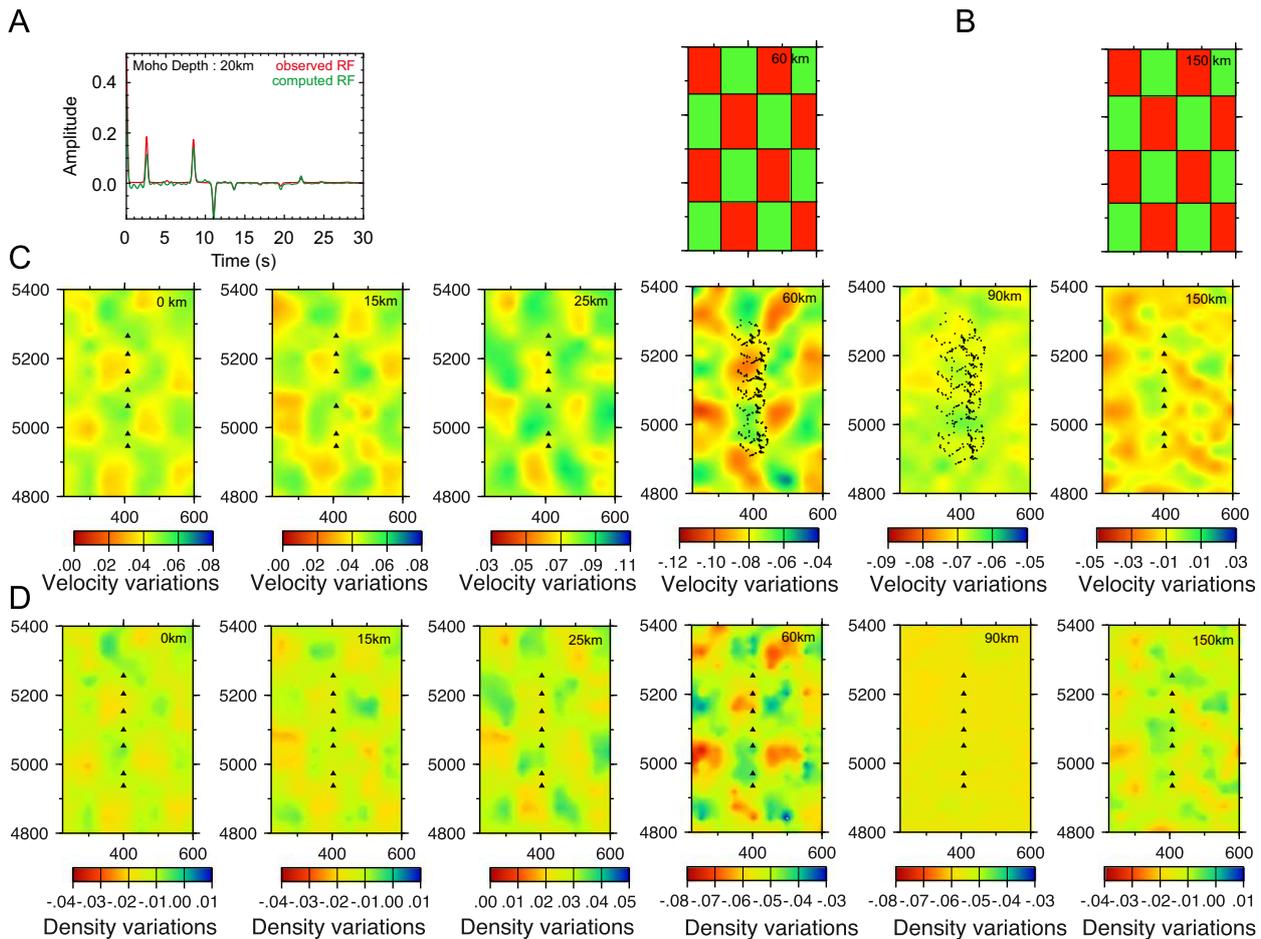
Figs. 4C and D depict the recovered velocity and density structures from the inversion of this geometry.

For each inverted receiver function, the code retrieves a 1D velocity model beneath the receiver and the depth of the Moho discontinuity. The resulting Moho depths vary slightly from only 19.8 to 20.1 km and the misfit values spread from 0.1 to 0.3. Fig. 4A shows a comparison between the synthetic and the retrieved receiver functions at one station. One can observe that the two signals are very similar. In addition, the low misfit values testify to the good fit ( $< 0.4$ ).

Observation of the final density–velocity model shows that the perturbing bodies are well retrieved in the layer at depth 60 km in both amplitude and location and are fairly close to the initial perturbations. In the deepest layer, the initial density and velocity anomalies are poorly recovered due to the rapid decay of gravity amplitude with distance and the limited seismic network. These results represent a weak density–velocity resolution for depths greater than 100 km. As the two perturbed layers present exactly the same velocity–density structure, we would expect a strong smearing effect in layer 5 due to a combination of signal leakage



**Fig. 3.** Comparison between (left) single velocity results of the joint inversion (at 60-km depth slice), (middle) a stack of several inversions, and (right) the synthetic perturbations ( $\pm 5\%$ ). The stack clearly reduces short wavelengths in the resulting velocity–density model. Velocity variations are expressed relative to IASP91.



**Fig. 4.** Final results and models obtained from the checkerboard test. (A) Comparison between the observed and calculated receiver functions at one station, (B) geometry of the initial checkerboard at 60 and 150 km and (C) P-wave velocity and (D) density models obtained from joint inversion. Seismic stations are located at the black triangles. The black points in the last layer of the model represent the average piercing points of rays at 150 km.

**Table 1**  
Initial parameters used for the joint inversion of the checkerboard structure.

ZLAY (km)	VMIN1 (km s <sup>-1</sup> )	VMAX1 (km s <sup>-1</sup> )	VMIN2 (km s <sup>-1</sup> )	VMAX2 (km s <sup>-1</sup> )	BCOEFF (km s <sup>1</sup> g <sup>-1</sup> cm <sup>3</sup> )	ACOEFF (km s <sup>-1</sup> )
-4	5.9	6.2	5.9	6.2	3	-2
15	5.9	6.2	5.9	6.2	3	-2
25	6.8	7.2	6.8	7.2	3	-2
60	7.0	7.8	7.0	7.8	3	-2
90	7.4	7.6	7.4	7.6	3	-2
150	7.6	8.4	7.5	8.5	3	-2

Notes: ZLAY is the depth of each layer; VMIN1 and VMAX1 are velocities at the top and bottom of the layer, respectively, in crustal domain; VMIN2 and VMAX2 are velocities at the top and bottom of the layer, respectively, for the mantle; BCOEFF and ACOEFF are the coefficients of Birch's law.

from layers 4 and 6. However, this layer does not show any coherent anomaly, arguing for a nonexistent downward smearing effect, opposite to the classical ACH method (e.g., Evans and Achauer, 1993).

The recovered structure from the checkerboard test shows that the perturbing bodies are clearly distinct from one another, indicating fairly good lateral resolution. We estimate that for this test we have a fair recovery of the velocity initial amplitude, even if there are oblique stripe effects due to the uneven repartition of nodes and rays. For vertical resolution, the well-known effect of smearing of the velocity anomalies along the nearly vertical ray path is limited in our case. This effect is common to all teleseismic analysis. But here the addition of gravity smoothed it.

The ensemble inference approach makes it possible to estimate the uncertainty for each node (Bodin et al., 2009). Fig. 5 depicts the standard deviation of velocities as a function of position. The low values of standard deviation and the random nature of the bodies testify to good recovery of the initial structure.

#### 4.2. Moho depth variations and parallelepiped anomaly

The aim of this second test is to point out the benefits of our method by including Moho variations in the synthetic initial model. The structure to retrieve combines a Moho depth variation of 20 km and a parallelepiped density-velocity anomaly located at depth 60 km and perpendicular to the deepening of the Moho, as illustrated in Fig. 6. In this test, we keep the same  $n_s$ ,  $n_r$ , number of iterations and geometry model (i.e., number and geometry of nodes, etc.) as for the checkerboard test. However, we used a new set of parameters for the joint inversion, as summed up in Table 2.

To better retrieve Moho variations, we add *a priori* information to constrain Moho depth at the edges of the model. We set the crust-mantle boundary at depth 20 km at the four corners of the synthetic structure. In real cases, this information can be provided by regional or global studies (e.g., Mooney et al., 1998; Tesaro et al., 2008). The computed geometry of the Moho (imaged in Fig. 7) presents depth variations that range from 17 to 45 km after being interpolated over the whole studied area. The misfit values related to the inversion of the receiver function spread

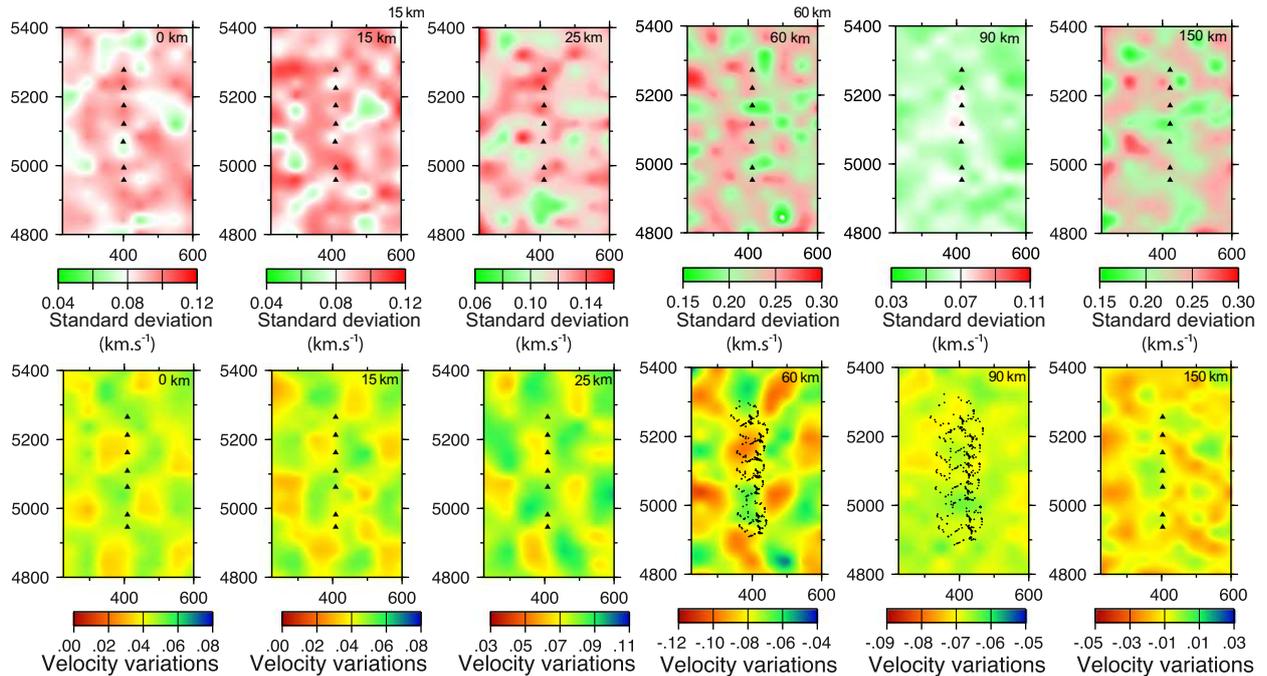


Fig. 5. (Top) Standard deviation for velocity ensemble inference model (in  $\text{km s}^{-1}$ ) for the checkerboard synthetic test. (Bottom) Remainder of the velocity model.

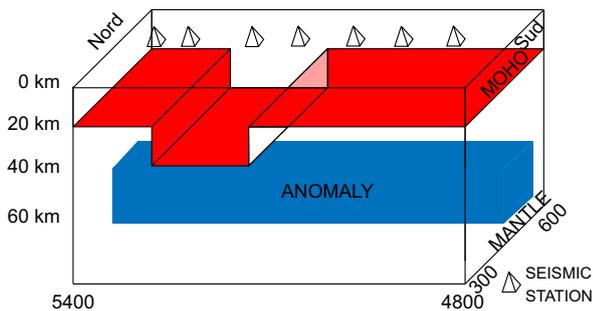


Fig. 6. The 3D scheme of the initial velocity–density perturbing model of a synthetic test. The Moho interface is in red and the blue shape is a perturbing positive anomaly (+5%). (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

Table 2

Initial parameters used for the joint inversion of the checkerboard structure.

ZLAY (km)	VMIN1 ( $\text{km s}^{-1}$ )	VMAX1 ( $\text{km s}^{-1}$ )	VMIN2 ( $\text{km s}^{-1}$ )	VMAX2 ( $\text{km s}^{-1}$ )	BCOEFF ( $\text{km s}^1 \text{g}^{-1} \text{cm}^3$ )	ACOEFF ( $\text{km s}^{-1}$ )
–4	5.9	6.2	5.9	6.2	3	–2
18	5.9	6.2	5.9	6.2	3	–2
38	6.9	7.1	5.9	6.2	3	–2
60	7.3	7.9	7.3	7.8	3	–2
90	7.4	7.6	7.4	7.6	3	–2
150	7.9	8.1	7.9	8.1	3	–2

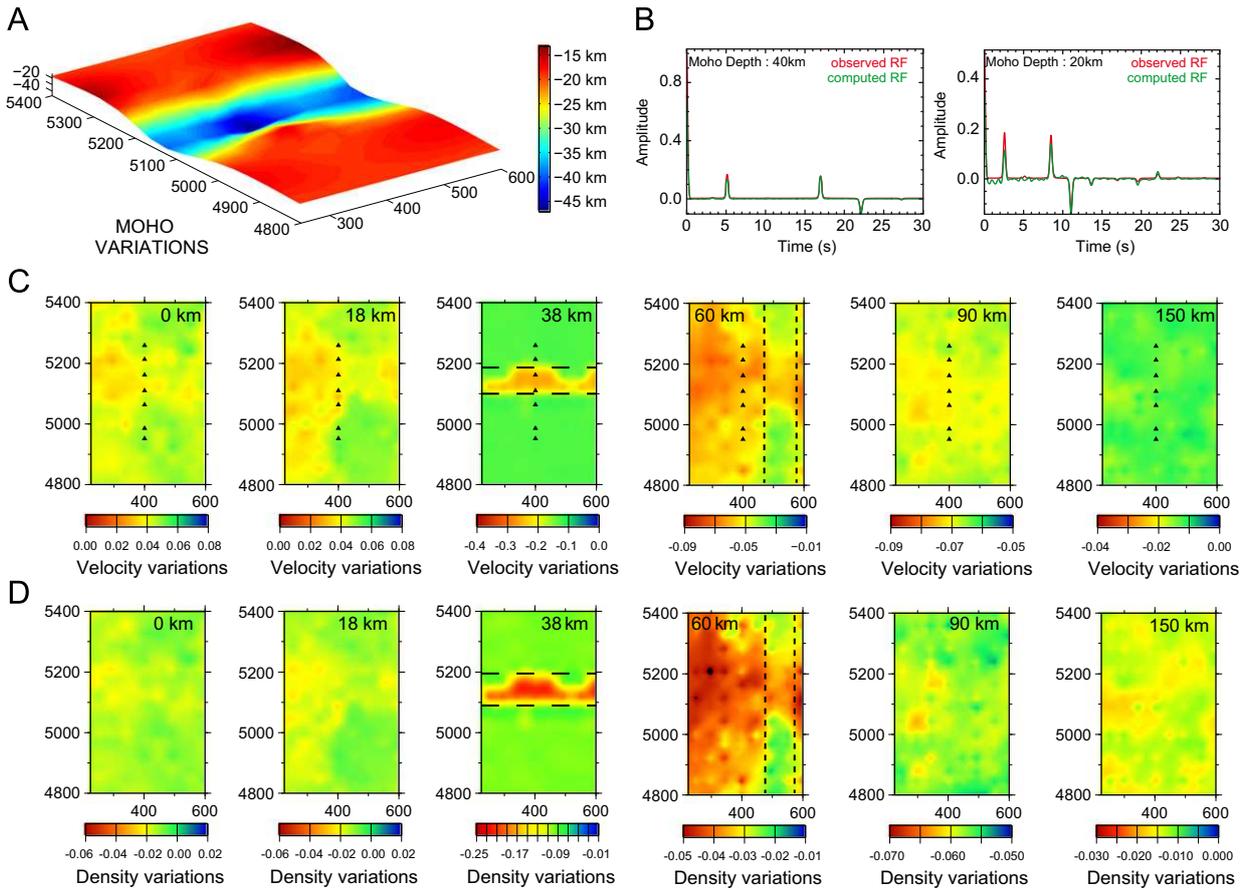
Notes: ZLAY is the depth of each layer; VMIN1 and VMAX1 are velocities at the top and bottom of the layer, respectively, in crustal domain; VMIN2 and VMAX2 are velocities at the top and bottom of the layer, respectively, for the mantle; BCOEFF and ACOEFF are the coefficients of Birch's law.

from 0.1 to 0.4 and the most important differences between the two surfaces are due to the smoothed shape of the interpolated Moho due to the b-spline use. This clearly indicates that the computed Moho geometry fits well the initial Moho variations.

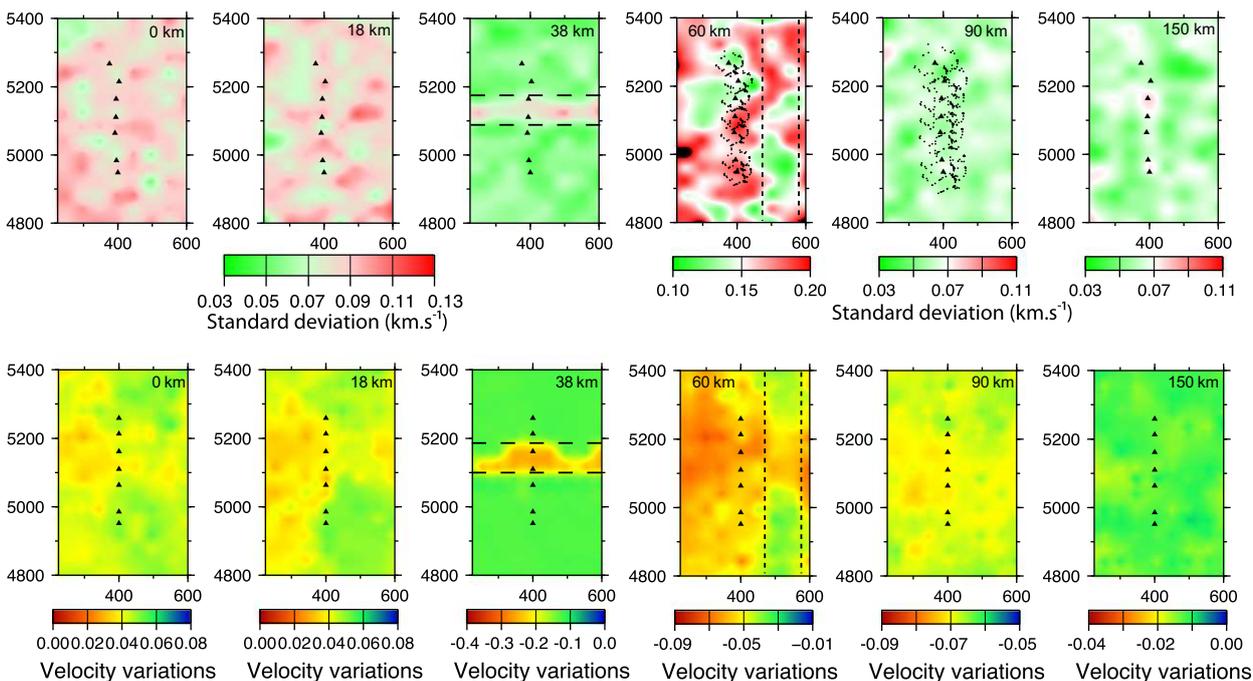
The velocity–density models presented in Fig. 7 results from the stack of 17 runs. For this test, the alpha coefficient was set to 0.5. The misfits associated with those models are 1.60, 0.196, and 0.898 for velocity, density, and total misfits, respectively. Thus, the stack stands for a decrease of total misfits by about 60%. One major gravity–velocity body imaged in the final model is a negative gravity–velocity body imaged in the final model is a negative anomaly with an east–west trend and located at depth 38 km. This anomaly is the signature of the Moho, which deepens in this part of the model, as shown in Fig. 7. Thus, the red anomaly corresponds to crustal material surrounded by mantle and can be uniquely determined thanks to the receiver function inversion. The second major pattern of the model is located in the layer at depth 60 km in the eastern part of the model. In this layer the green shapes are the signature of the low-velocity parallelepiped. The amplitude of this anomaly is decreasing where it crosses the deepening of the Moho. The outline of the anomaly is quite sinuous due to the heterogeneity of the ray distribution (Fig. 4D). This kind of geometry, i.e., a superimposition of negative and positive anomalies is hard to retrieve with any geophysical inversion because it is equivalent to a homogeneous medium for the recorder at the surface. However, our approach gives crucial information about the Moho geometry with the intention of easing the interpretation of complex structures.

As observed in the previous synthetic test, there are no major velocity gravity perturbations in the deepest layers of the model, indicating a weak smoothing effect downward.

Fig. 8 depicts the calculated standard deviation for each node. The main observation is the low values of the standard deviation observed for the entire model. The most interesting features are located in layers 3 and 4 (38 and 60 km). The third layer shows higher values of velocity standard deviation at the location of the crustal thickening, which express the difficulty for the inversion of retrieving the amplitude of the synthetic anomaly. The fourth layer of the model shows the highest values of the standard deviation. Those high values express the difficulty for the inversion of locating the positive anomaly and dissociating it from the crustal thickening. However, the fact that the anomaly is located



**Fig. 7.** Final results and models obtained from the synthetic test. (A) Moho variations resulting from the inversion of receiver functions. (B) Comparison between the observed and calculated receiver functions at two stations. (C) P-wave velocity and (D) density models obtained from joint inversion. The velocity and density anomalies are calculated relative to IASP91. Dotted lines are the theoretical boundaries of the crustal thickening (layer at depth 38 km) or of the positive anomaly (layer at depth 60 km). Seismic stations are located with the black triangles.



**Fig. 8.** (Top) Standard deviation for velocity ensemble inference model (in  $\text{km s}^{-1}$ ) for the synthetic test combining Moho depth variations and velocity–density anomaly. (Bottom) Remainder of the velocity model.

Please cite this article as: Basuyau, C., Tiberi, C., Imaging lithospheric interfaces and 3D structures using receiver functions, gravity, and tomography in a common inversion scheme. Computers and Geosciences (2011), doi:10.1016/j.cageo.2010.11.017

where there is no ray coverage could greatly explain these values of standard deviation.

## 5. Conclusions

We have applied a stochastic algorithm to a joint inversion in geophysics that links seismological and gravimetric data together. The input of the receiver function into this inversion scheme brings crucial information on the Moho interface geometry and thus helps to discriminate its effect from those of other perturbing bodies. The output of the scheme is an ensemble of models from which properties such as a spatial average and variance can be extracted. Even if the huge number of parameters prevents full use of this algorithm with present computing resources, we use a Bayesian inference approach that provides a stable solution, but also significantly decreases the misfit function. We have constructed our inversion scheme for fully 3D use in order to take into account the complexity of geodynamical problems, and with the increasing development of computing sciences, we hope to apply this method to real 3D regional geometry with more extended networks.

## Acknowledgments

We thank V. Farra and M. Diament for stimulating discussions about the tomographic and gravity inversion techniques, respectively. Many thanks to G. Vétots and J.-B. Favreau for their help and practical assistance on the EGEODE virtual organisation. We are grateful to CNRS-Action Marges, Sylvie Leroy, and Elia D'Acromont for making the computer Jason available. We thank Boyan Brodaric, Eric Grunsky, and two anonymous reviewers who greatly improved the manuscript by their constructive comments.

## Appendix A. Supplementary data

Supplementary data associated with this article can be found in the online version at doi:10.1016/j.cageo.2010.11.017.

## References

- Aki, K., Christofferson, A., Husebye, E., 1977. Determination of the three-dimensional seismic structure. *Journal of Geophysical Research* 82, 277–296.
- Ammon, C., Randall, G., Zandt, G., 1990. On the nonuniqueness of receiver function inversions. *Journal of Geophysical Research* 95, 303–318.
- Athias, V., Mazzega, P., Jeandel, C., 2000. Selecting a global optimization method to estimate the oceanic particle cycling rate constants. *Journal of Marine Research* 58, 675–707.
- Basuyau, C., Tiberi, C., Leroy, S., Stuart, G., Al-Lazki, A.I., Al-Toubi, K., Ebinger, C., 2010. Evidence of partial melting beneath a continental margin: Case of Dhofar, in the northern gulf of Aden (Sultanate of Oman). *Geophysical Journal International* 180 (2), 520–534.
- Birch, F., 1961. The velocity of compressional waves in rocks to 10 kilobars. 2. *Journal of Geophysical Research* 66, 2199–2224.
- Blakely, R., 1995. *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 441 pp.
- Bodin, T., Sambridge, M., 2009. Seismic tomography with the reversible jump algorithm. *Geophysical Journal International* 178, 1411–1436.
- Bodin, T., Sambridge, M., Gallagher, K., 2009. A self-parametrizing partition model approach to tomographic inverse problems. *Inverse Problems* 25, 055009.
- Bosch, M., McCaughey, J., 2001. Joint inversion of gravity and magnetic data under lithologic constraints. *Leading Edge* 20, 877–881.
- Bosch, M., Meza, R., Jiménez, R., Hönig, A., 2006. Joint gravity and magnetic inversion in 3D using Monte Carlo methods. *Geophysics* 71, G153.
- Chang, S.J., Baag, C.E., Langston, C.A., 2004. Joint analysis of teleseismic receiver functions and surface waves dispersion using the genetic algorithm. *Bulletin of the Seismological Society of America* 94, 691–704.
- Christensen, N.I., Mooney, W.D., 1995. Seismic velocity structure and composition of the continental crust: A global view. *Journal of Geophysical Research* 100, 9761–9788, doi:10.1029/95JB00259.
- Evans, J., Achauer, U., 1993. Teleseismic velocity tomography using the ach method: theory and application to continental-scale studies. In: *Seismic Tomography: Theory and Applications*, Chapman and Hall, NY, London, pp. 319–360.
- Fedi, M., Rappola, A., 1999. 3-d inversion of gravity and magnetic data with depth resolution. *Geophysics* 64, 452–461.
- Gallardo, L., Meju, M., 2007. Joint two-dimensional cross-gradient imaging of magnetotelluric and seismic traveltimes data for structural and lithological classification. *Geophysical Journal International* 169, 1261–1272.
- Jordan, M., Achauer, U., 1999. A new method for the 3-D joint inversion of teleseismic delaytimes and Bouguer gravity data with application to the French Massif Central. *EOS Transactions of the AGU, Fall Meeting Supplement* 80 (46), F696–F697.
- Julia, J., Ammon, C., Herrmann, R., Correig, A., 2000. Joint inversion of receiver function and surface wave dispersion observations. *Geophysical Journal International* 143, 99–112.
- Julia, J., Ammon, C., Herrmann, R., Correig, A., 2002. Joint inversion of receiver function and surface wave dispersion observations. *Geophysical Journal International* 143, 99–112.
- Kozlovskaya, E., Vecsey, L., Plomerová, J., Raita, T., 2007. Joint inversion of multiple data types with the use of multiobjective optimization: problem formulation and application to the seismic anisotropy investigations. *Geophysical Journal International* 171, 761–779.
- Langston, C., 1977. The effect of planar dipping structure on source and receiver responses for constant ray parameter. *Bulletin of the Seismological Society of America* 67, 1029–1050.
- Langston, C., 1979. Structure under Mount Rainier Washington inferred from teleseismic body waves. *Journal of Geophysical Research* 84, 4749–4762.
- Lees, J., VanDecar, J., 1991a. Seismic tomography constrained by Bouguer gravity anomalies: applications in western Washington. *Pure and Applied Geophysics* 135, 31–52.
- Lees, J., VanDecar, J., 1991b. Seismic tomography constrained by Bouguer gravity anomalies: applications in western Washington. *Pure and Applied Geophysics* 135, 31–52.
- Lines, L., Schultz, A., Treitel, S., 1988. Cooperative inversion of geophysical data. *Geophysics* 53, 8–20.
- Lévêque, J.J., Masson, F., 1999. From ACH tomographic models to absolute velocity models. *Geophysical Journal International* 137, 621–629.
- Maceira, M., Ammon, C., 2009. Joint inversion of surface wave velocity and gravity observations and its application to central Asian basins shear velocity structure. *Journal of Geophysical Research* 114, B02314.
- Menke, W., 1984. *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory/William Menke*. Academic Press, Orlando, FL, 260 pp.
- Mooney, W., Laske, G., Masters, T., 1998. CRUST 5.1: a global crustal model at 5 × 5. *Journal of Geophysical Research* 103, 727–747.
- Moorkamp, M., Jones, A., Fishwick, S., 2010. Joint inversion of receiver functions, surface wave dispersion, and magnetotelluric data. *Journal of Geophysical Research* 115, B04318.
- Nafe, J.E., Drake, C., 1957. Variation with depth in shallow and deep water marine sediments of porosity, density and the velocities of compressional and shear waves. *Geophysics* 22, 523–552.
- Owens, T., Zandt, G., Taylor, S., 1984. Seismic evidence for an ancient rift beneath the Cumberland Plateau, Tennessee: a detailed analysis of broadband teleseismic P waveforms. *Journal of Geophysical Research* 89, 7783–7795.
- Parsons, T., Blakely, R., Brocher, T., 2001. A simple algorithm for sequentially incorporating gravity observations in seismic traveltimes tomography. *International Geology Review* 43, 1073–1086.
- Prothero, W., Taylor, W., Eickemeyer, J., 1988. A fast, two-point, three-dimensional raytracing algorithm using a simple step search method. *Bulletin of the Seismological Society of America* 78, 1190–1198.
- Reading, A., Kennett, B., 2003. Lithospheric structure of the Pilbara Craton, Capricorn Orogen and northern Yilgarn Craton, Western Australia, from teleseismic receiver functions. *Australian Journal of Earth Sciences* 50, 439–445.
- Sambridge, M., 1999a. Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm—I. Searching a parameter space. *Geophysical Journal International* 138, 474–494.
- Sambridge, M., 1999b. Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm—II. Appraising the ensemble. *Geophysical Journal International* 138, 727–746.
- Sambridge, M., Kennett, B., 2001. Seismic event location: nonlinear inversion using a neighbourhood algorithm. *Pure and Applied Geophysics* 158, 241–257.
- Shibutani, T., Sambridge, M., Kennett, B., 1996. Geophysical algorithm inversion for receiver functions with application to crust and uppermost mantle structure beneath eastern Australia. *Geophysical Research Letters* 23, 1829–1832.
- Steck, L., Prothero Jr., W., 1991. A 3-D raytracer for teleseismic body-wave arrival times. *Bulletin of the Seismological Society of America* 81, 1332–1339.
- Tarantola, A., Valette, B., 1982. Inverse problems = quest for information. *Journal of Geophysics* 50, 159–170.
- Tesauro, M., Kaban, M., Cloetingh, S., 2008. EuCRUST-07: a new reference model for the European crust. *Geophysical Research Letters* 35, L05313.
- Thurber, C., 1983. Earthquake locations and three-dimensional crustal structure in the Coyote Lake area, central California. *Journal of Geophysical Research* 88, 8226–8236.
- Tiberi, C., Diament, M., Déverchère, J., Mikhailov, V., Tikhotsky, S., Achauer, U., 2003. Deep structure of the Baikal rift zone revealed by joint inversion of gravity and seismology. *Journal of Geophysical Research* 108 (B3), 2133.

- Tikhotsky, S., Achauer, U., 2008. Inversion of controlled-source seismic tomography and gravity data with the self-adaptative wavelet parametrization of velocities and interfaces. *Geophysical Journal International* 172, 619–630.
- Vernant, P., Masson, F., Bayer, R., Paul, A., 2002. Sequential inversion of local earthquake traveltimes and gravity anomaly—the example of the western Alps. *Geophysical Journal International* 150, 79–90.
- Yoshizawa, K., Kennett, B., 2002. Non-linear waveform inversion for surface waves with a neighbourhood algorithm application to multimode dispersion measurements. *Geophysical Journal International* 149, 118–133.
- Yu, Z., 1987. A new method for interpolating geological surface: surface splines. *Journal of China Institute of Mining and Technology* 4, 69–76.
- Yu, Z., 2001. Surface interpolation from irregularly distributed points using surface splines, with Fortran program. *Computers & Geosciences* 27, 877–882.
- Zeyen, H., Achauer, U., 1997. Joint inversion of teleseismic delay times and gravity anomaly data for regional structures: theory and synthetic examples. In: Fuchs, K. (Ed.), *Upper Mantle Heterogeneities from Active and Passive Seismology*, pp. 155–168.



# MANUEL DE L'UTILISATEUR

Ce chapitre à été conçu pour être un manuel utile à l'utilisateur qui a le courage d'utiliser notre code. Il a donc pour objectif :

- d'expliquer simplement les objectifs de cette inversion,
- de lister et détailler les subroutines qui compose le code,
- de détailler la composition et l'organisation des fichier en entrée et en sortie,
- de donner un historique du code, cela passe par les bugs résolus, les différentes plateformes sur lesquelles le code à tourné ainsi que les différents compilateurs testés.

En ce sens, ce manuel peut présenter quelques redondances avec les chapitres précédents.

## B.1 Introduction

MAIN.X est un programme d'inversion conjointe destiné à inverser trois types de données différents mais complémentaires, à savoir : les fonctions récepteur, les délais de

temps issus de la tomographie télésismique régionale et les anomalies gravimétriques (Bouguer Complète). Le principe général du code est montré dans l'organigramme figure B.1. Le programme est construit de manière à d'abord inverser les fonctions récepteur pour en déduire une géométrie du Moho. Les variations du Moho sont ensuite intégrées dans le modèle initial de l'inversion conjointe tomographie / gravimétrie. On obtient ainsi, en sortie, un modèle lithosphérique qui satisfait chacune des données utilisées. Il est possible de ne faire qu'une inversion de fonction(s) récepteur. Un usage stratégique de MAIN.X consisterait à procéder à une inversion par étape, c'est à dire :

- d'abord inverser les fonctions récepteur une par une de manière à bien contraindre le champ des modèles possibles et ainsi limiter le temps de calcul lors de l'inversion conjointe,
- puis lancer une inversion conjointe avec toutes les fonctions récepteur, les délais de temps et les anomalies gravimétriques.

Le programme peut travailler sur des géométries 2D ou 3D. Les modèles en entrée étant 1D pour les fonctions récepteur (car local) et 3D pour l'inversion conjointe. Le code est écrit en fortran 90 et tourne en séquentiel et en parallèle.

Le même algorithme est utilisé consécutivement pour les deux inversions. Il s'agit d'un algorithme de voisinage (NA pour neighbourhood algorithm) mis au point par Sambridge (1999) pour l'inversion des fonctions récepteur, mais dont l'utilisation a, ici, été étendue à l'inversion conjointe gravimétrie / sismologie. Il s'agit de chercher de façon intelligente dans l'espace des modèles un ensemble de paramètres qui explique au mieux les données observées en tenant compte d'un certain nombre d'informations *a priori*. L'espace des modèles est divisé en  $n$  cellules ou régions, le but étant de trouver, par la résolution du problème direct, celle pour laquelle l'erreur est la plus faible. Cette région est alors subdivisée en  $n$  cellules de manière à poursuivre le processus jusqu'à trouver un modèle qui minimise l'écart aux données observées.

L'inversion conjointe tomographie / sismologie est permise par l'existence d'une loi physique empirique reliant les deux paramètres inversés. La loi de Birch (1961) est linéaire et lie vitesse et densité tel que :

$$\Delta V = B\Delta\rho \qquad \text{ou} \qquad V = B\rho + A$$

où  $B$  et  $A$  sont des coefficients positifs dépendants, entre autres, de la nature des roches, de la pression ou/et de la température. Ces paramètres ne sont pas inversés dans le processus mais sont imposés par l'utilisateur et ce, pour chacune des couches du modèle.

Le calcul de l'erreur associée au modèle testé tend à donner la même importance à chacun des deux types en s'affranchissant de la quantité de données. Le misfit pour un type de donnée  $x$  est calculé comme suit :

$$\sum \frac{(x-X)^2}{S} \cdot \frac{1}{N}$$

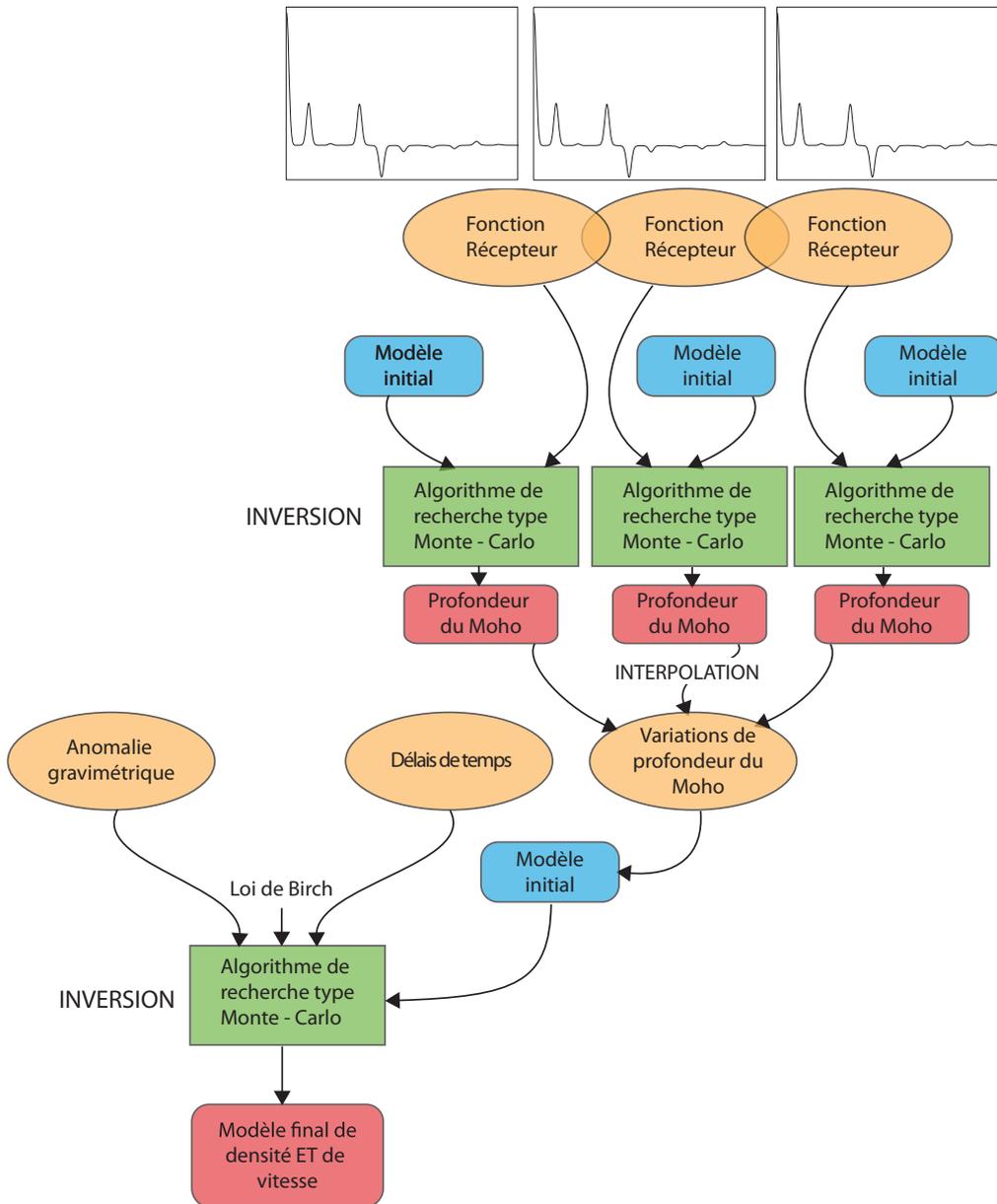


FIG. B.1: Organisation générale du code.

où  $X$  est la donnée prédite par le modèle,  $S$  la variance et  $N$  le nombre de données. Les deux misfits sont ensuite sommés moyennant des coefficients pondérateurs déterminés par l'utilisateur :

$$\alpha \sum \frac{(x_T - X_T)^2}{S_T} \cdot \frac{1}{N_T} + (1 - \alpha) \sum \frac{(x_G - X_G)^2}{S_G} \cdot \frac{1}{N_G} \quad (\text{B.1})$$

avec  $\alpha$  compris entre 0 et 1,  $T$  l'indice pour la tomographie et  $G$  celui pour la gravimétrie.

## B.2 Description et organisation du code

L'organigramme présenté en figure B.2 détaille l'organisation du code et des différentes sous-routines qui le composent. Le code s'appelle pour le moment MAIN.X et peut être subdivisé en 5 parties distinctes :

### B.2.1 Initiation des paramètres et lecture des données

Cette partie est gérée par la sous-routine *user\_init.f90* qui a pour but de lire les données. Pour ce faire, elle appelle les sous-routines suivantes :

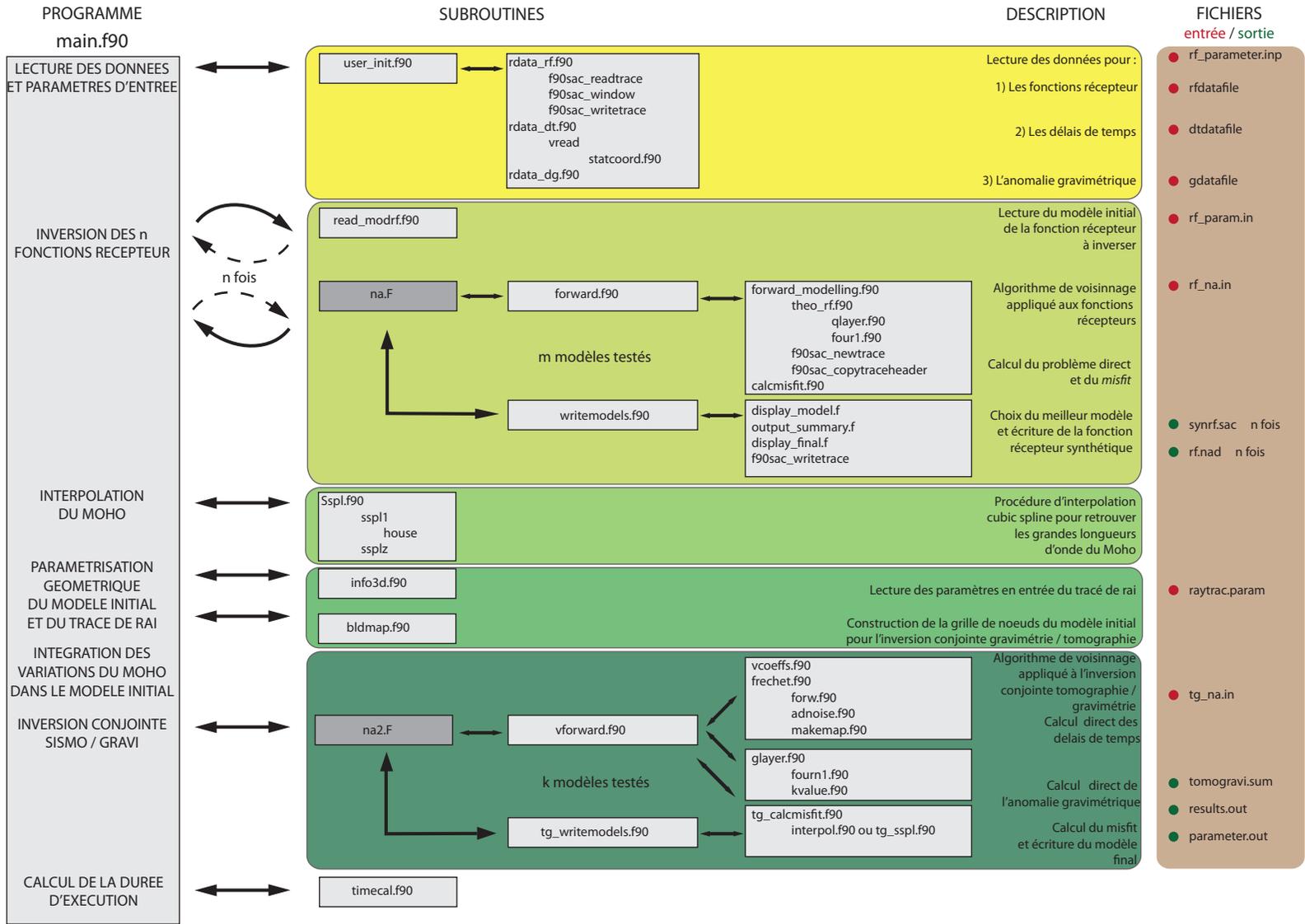
- *rdata\_rf.f90* lit et coupe les données de fonctions récepteur données au format SAC en utilisant le module *f90sac\_distrib* écrit par James Wookey (2003).
- *rdata\_dt.f90* lit les délais de temps et les coordonnées géographiques des stations sismologiques utilisées, transforme des délais de temps ou résidus en résidus relatifs (soustraction de la moyenne des résidus).
- *rdata\_dg.f90* lit les données gravimétriques, soustrait leur moyenne aux données et calcule leur variance.

### B.2.2 Inversion des fonctions récepteur

Cette partie est une boucle qui se réalise autant de fois qu'il y a de fonctions récepteur en entrée. Deux sous-routines sont appelées à l'intérieur de cette boucle :

- *read\_modrf.f90* lit les paramètres du modèle initial de l'inversion de la fonction récepteur. Ces informations sont lues dans un fichier dont le nom est indiqué dans *rf\_parameter.inp*.
- *na.F* contient l'algorithme de recherche écrit par Sambridge (1999). *na.F* fait appel à un grand nombre d'autres sous-routines qui ne gèrent que la partie algorithmique et qui n'ont pas été modifiées ici. En revanche, les sous-routines concernant le calcul du problème direct, à savoir *forward.f90* et *writemodel.f90* ont été réécrites. *forward.f90* appelle *forward\_modelling.f90* (calcul direct, modifiée d'après Shibutani *et al.* (1996) et *calcmisfit* (calcul de l'erreur entre la fonction récepteur vraie et la fonction récepteur synthétique correspondant au modèle testé). *writemodel.f90* a pour but d'écrire les résultats et paramètres de sortie de l'inver-

FIG. B.2: Organisation et description du code et des différentes routines qui le constitue.



sion. Les fichiers en sortie sont : la fonction récepteur synthétique correspondant au meilleur modèle (au format SAC), un fichier contenant tous les modèles testés et leur erreur associée ayant l'extension `.nad` (fichier binaire). `na.F` contient l'algorithme en séquentiel ET en parallèle. L'extension `.F` indique au compilateur la nécessité de faire une précompilation pour choisir le mode (séquentiel ou parallèle si l'option de compilation `-DNA_MPI` est précisée).

### B.2.3 Interpolation du Moho

Suite à l'inversion des fonctions récepteurs, une valeur de profondeur du Moho est obtenue pour chacune des données. `Sspl.f90` permet d'interpoler par surface spline la profondeur du Moho sur toute la zone d'étude. Il est possible, voire indispensable, de prendre en compte des points *a priori* dont les coordonnées sont lues dans `rf_parameter.inp` et qui permettront de mieux contraindre l'interpolation (notamment en bordure de zone d'étude). `Sspl.f90` ainsi que toutes les sous-routines qu'elle appelle (`sspl1`, `ssplz`, `house`) sont modifiées d'après le programme `Sspl.for` écrit par Yu (2001).

### B.2.4 Paramétrisation géométrique du modèle initial et du tracé de rai

La sous-routine `info3d.f90` lit les paramètres nécessaires au tracé de rai qui se trouvent dans le fichier `raytrac.param`. `bldmap.f90` gère l'organisation et la construction de la grille de nœuds du modèle initial utilisé pour l'inversion conjointe.

### B.2.5 Inversion conjointe Tomographie / Gravimétrie

L'inversion conjointe se fait en utilisant le même algorithme de recherche légèrement modifié, `na2.F`. Celui-ci appelle deux sous-routines :

- `vforward.f90` réalise le calcul direct pour la tomographie (appel de `vcoeffs.f90`, `frechet.f90`, puis `forw.f90`, `adnoise.f90`, et `makemap.f90`) et pour la gravimétrie. Le problème direct, pour la gravimétrie, est résolu en utilisant les sous-routines `glayer` et `kvalue` d'après Blakely (1995). `vforward.f90` appelle ensuite `tg_calcmisfit.f90` pour calculer l'erreur associée au modèle testé.
- `tg_writemodels.f90` écrit le modèle final dans le fichier de sortie.

## B.3 Unités

Les mêmes unités sont utilisées tout au long du programme :

- les anomalies gravimétriques sont en mGals
- les densités en  $\text{g.cm}^{-3}$
- les délais de temps en s



**1 - TITLE**

Title of your calculation

**2 - INVRF, INV**

Logical parameters for the inversion choice :

INVRF = T INV = F for receiver function inversion only

INVRF = F INV = T for joint inversion

**3 - RF DATA (7 lines for each receiver function to invert)**

nwave number of receiver functions to invert

t1 t2 time window of the receiver functions

rfname.sac name of the SAC file that contains the i=1 to n receiver function

rf\_param.in file that contains the initial model

i angle of incidence

synrf.sac output synthetic receiver function (SAC format)

synrf.nad output nad file

**4 - INTERPOLATION PARAMETER : EPS**

0.01

**5 - NUMBER OF A PRIORI POINTS FOR THE MOHO INTERPOLATION**

npoint

**6 - X Y Z COORDINATES OF THE A PRIORI POINTS**

x1 y1 z1

.

.

.

**7 - DELAY TIME DATA FILE**

Name of the seismic data file. Opened only if needed

**8 - NOISEV SIGMAV**

NOISEV = 1 : Adding random gaussian noise to synthetic delay times

NOISEV = 0 : No noise added

SIGMAV : sigma for the gaussian curve

9 - DG DATA FILE

Name of the gravimetric data file. Opened only if needed

10 - INITIAL MODEL PARAMETERS

mxmin, mxmax, mxstep, mymin, mymax, mystep (POWER OF 2 - 1)

11 - VFACTOR GFACTOR (sum=1)

V and G factors for the calculation of the total misfit

12 - NUMBER OF LAYERS

number of density and velocity nodes layers to be used in the inversion

13 - ZLAY VMIN1 VMAX1 VMIN2 VMAX2 BCOEFF ACOEFF Vmodel RHOModel

For each layer, give some parameters for the geometry and the linear relationship between density and velocity.

zlay : depth of the i-st layer

vmin1 vmax1 : velocity range for crustal nodes

vmin2 vmax2 : velocity range for mantle nodes

bcoeff Value of  $\Delta V/\Delta\rho$  in  $\text{km.s}^{-1}.\text{g}^{-1}.\text{cm}^3$

acoeff Value of the Birch's Law second parameter in  $\text{km.s}^{-1}$

Vmodel Velocity value of PREM (or equivalent) Earth model for the depth zlay

RHOModel Density value of PREM (or equivalent) Earth model for the depth zlay

### B.4.3 rf\_na.in et tg\_na.in

Ce sont les fichiers qui contiennent les options de l'algorithme de recherche, ils sont lu respectivement par *na.F* et *na2.F*. Ils sont organisés comme suit :

```

#
# Neighbourhood Algorithm input options file
#
0          : Algorithm type (NA or Uniform MC : 1=MC,0=NA)
n1         : Maximum number of iterations
n2         : Sample size for first iteration
n3         : Sample size for all other iterations
n4         : Number of cells to re-sample
n,210728   : Use Quasi random number generator? (y/n);random seed
0          : Type of initial sample (0=random;1=read in a NAD file)
1          : Output information level (0=silent,1=summary info,2=1+models)
y          : Turn timing mode on? (y/n)
n          : Turn debug mode on? (y/n)

```

#### B.4.4 raytrac.param

Ce fichier contient les informations et paramètres indispensables au tracé de rai 3D dans le cas d'une inversion conjointe. Ce fichier n'est donc pas nécessaire lors d'une inversion de fonctions récepteurs uniquement. Voici ci-dessous un exemple de fichier :

```

step length along raypath
5
step length for velocity model partial derivatives
5
nb of harmonics, amplitude, amplitude ratio, cutoff, nb of sweep, min. time diff
9 1 1 0.0001 20 0.001
Three dimensional raytracing? [yes=1,no=0]
1
Extented output for 3D raytracing? [yes=1,no=0]
0
Minimum number of rays to take into account of the nodes
5

```

#### B.5 Fichiers de données

Pour faire tourner le code, il est nécessaire de fournir trois types de fichiers de données en entrée : (1) les fichiers contenant les fonctions récepteur au format SAC, (2) le fichier

contenant les delais de temps et les informations sur le réseau sismologique, (3) le fichier contenant les données gravimétriques.

### B.5.1 Fonction récepteur

Les fichiers SAC sont constitués de deux parties distinctes : l'en-tête et la trace. Certains paramètres de l'en-tête sont indispensables à l'inversion, c'est le cas de USER1 (water level), USER0 (damping), KSTNM (nom de la station, 4 caractères). La trace, quant à elle, ne doit pas contenir plus de 1024 points, dans le cas contraire il faut la décimer sous peine d'avoir un résultat non cohérent.

### B.5.2 Délais de temps : un exemple de fichier

```

Longitude and latitude of the origin :
54.0      17.0
are coordinates in lon/lat ? (1=yes, 0=no, tha)
0         0
Number of station and coordinates (name,x,y,z,time corr.) :
30
S01      512.026393  1882.545464  -0.000   0.0
S02      499.574536  1893.493952  -0.788   0.0
S03      508.929319  1907.213642  -0.894   0.0
.
.
.
do time correction ? (1=yes, 0=no)
0
number of data and earthquake :
4989     424
quality  a         b         c         d         :
        0.01     0.03     0.05     0.15
Eq       sta      rayp      baz      tobs     tpred    tdiff    q
1        7        0.048298  303.927  25.960   25.639   0.3210   a
1        6        0.048677  303.785  25.591   25.591   0.0000   a
1        11       0.048691  303.787  25.688   25.688   0.0000   a
.
.
.

```

### B.5.3 Données gravimétriques : Anomalie de Bouguer complète

Le fichier contient les données sous forme matricielle c'est à dire sous forme d'une grille rectangulaire régulière présentant des pas constants en x et en y. Pour exemple :

ntot		<i>Number of data</i>
2400		
xmin	xmax	<i>Coordinates of the western and eastern most points of the grid</i>
400.0	700.0	
ymin	ymax	<i>Coordinates of the southern and northern most points of the grid</i>
1800.0	2000.0	
xstep	ystep	<i>Steps in west-east and south-north directions</i>
5	5	
DATA :		<i>Data matrix</i>

## B.6 Fichiers en sortie

### B.6.1 Pour les fonctions récepteurs

Pour chaque fonction récepteur inversée, le programme écrit 3 fichiers de sortie. En premier lieu, il sort un fichier texte contenant tous les modèles testés ainsi que leur erreur associée. A la fin du fichier se trouve le modèle final, c'est à dire le modèle pour lequel l'écart au données est minimisé. Dans un autre fichier, présentant l'extension .sac, se trouve la trace synthétique associée à ce modèle. Il est ainsi aisément possible de comparer de visu les différences entre traces observée et calculée. Le code sort également un fichier .nad binaire qui permet d'utiliser des petits programmes de Sambridge en fortran graphique.

### B.6.2 Pour l'inversion conjointe

Le fichier le plus important est `parameter.out`, ce fichier texte contient pour le moment l'évolution du déroulement de l'inversion, un rappel du nombre des données, de la disposition des stations, des paramètres initiaux de l'inversion et bien sûr tous les résultats issus de l'inversion conjointe. Cela comprend les variations du Moho, écrites sous forme matricielle, les misfits (pour la gravimétrie, pour la tomographie et total) du modèle final. Le fichier `results.out` contient les résultats de l'inversion, à savoir les valeurs des anomalies de vitesse et de densité pour chaque nœud du modèle.

## B.7 Sur quelles machines faire tourner ce code ? Avec quels compilateurs ?

Le code a, pour l'instant, été compilé par plusieurs compilateurs non sans quelques incongruités et autres bizarreries.... Il compile sans problème avec les versions récentes de gfortran (4.3.0, 2007 08 10 et supérieures). Les versions plus anciennes de ce compilateurs ne gèrent pas les allocations dynamiques. Pour le moment aucun problème n'a été détecté avec les versions récentes, et ce, quelle que soit la plate-forme utilisée pour l'exécution. Le compilateur pgf90 (pour la version du cluster, dionysos, de l'iSTeP ex Laboratoire de Tectonique) gère également difficilement les allocations dynamiques et surtout le passage en argument d'une subroutine à une autre des tableaux alloués dynamiquement.

Le troisième compilateur testé est ifort. Un problème est survenu à l'utilisation de ce compilateur avec l'occurrence d'une 'segmentation fault' au moment du remaniement d'un tableau de très grande taille par la fonction "reshape". Le problème a été contourné en remplaçant cette fonction par une boucle (cela peut engendrer une perte de temps, négligeable à mon avis puisque cette opération n'est réalisé qu'une fois...). Il me semblerait que cela soit dû à un bug du compilateur puisque la compilation avec ifort sur les ordinateurs de CGG - Véritas et le cluster de Montpellier ne pose pas de problème....

L'exécution du programme amène également quelques surprises lorsqu'il est compilé avec ifort. Sur dionysos il ne s'exécute pas. D'où l'abandon du cluster de P6...

Sur les machines de CGG VERITAS EGEODE, le code a été compilé avec gfortran, ifort en séquentiel et en MPI. Sur mac, aucun problème recensé pour le moment, il a été compilé avec gfortran (version 4.3.0, 2007 08 10).

Sur le cluster de Géosciences Montpellier, compilation avec ifort, aucun problème ni à la compilation, ni à l'exécution.

**ATTENTION**, le code doit être modifié d'un compilateur à l'autre et selon qu'il tourne en séquentiel ou en parallèle. Le module F90sac\_distrib.f90 contient un paramètre : f90sac\_32bit\_record\_length, qui varie selon la version du compilateur. De plus, les subroutines et modules Numerical Recipes (interpol.f90, nr.f90, nrutil.f90 et nrtype.f90) devront probablement être paramétrées pour le passage en parallèle.

## B.8 Grille européenne de calcul

La grille de calcul européenne EGEODE est une grille de calcul gérée par G. Vétois et J.-B. Favreau de CGG Véritas et dédiée aux sciences de la Terre. Le passage du code sur la grille s'est déroulé sans problème majeur recensé.

## B.9 Le calcul parallèle

Le code a récemment été compilé avec un compilateur MPI deuxième génération pour effectuer du calcul parallèle. La compilation s'effectue sans erreur. La première partie du code ne tourne pas en parallèle car inverser une fonction récepteur n'est pas consommateur de temps. Seule la partie inversion conjointe tomographie - gravimétrie est parallélisée.

Le code a été compilé avec la première génération du compilateur mpif90 puis a tourné sur la grille européenne. L'exécution ne se termine pas "normalement" mais va jusqu'à la toute fin du programme. La segmentation fault est due au fait que les tableaux déclarés en allocation dynamique dans les subroutines écrites en fortran 77 ne sont pas désalloués. Le compilateur mpif90 essaye donc de vider la mémoire des nœuds à la fin de l'exécution, sans succès... .

J'ai fait tourner le code en parrallèle en utilisant un nombre de nœuds qui soit un multiple de 4. D'après mes tests, il est impératif que le nombre d'itérations renseigné dans le fichier d'entrée `tg_na.in` soit un multiple du nombre de nœuds. Les tests de vitesse d'exécution en fonction du nombre de nœuds utilisés ont montré qu'il est bénéfique d'utiliser un grand nombre de nœuds de calcul car cela réduit considérablement le temps de calcul. le temps alloué à la communication entre processeurs est donc minime durant l'exécution.

## TABLE DES FIGURES

---

1.1	<i>Trajet des différentes ondes transmises et/ou converties à une interface et leur signature sur une fonction récepteur. Les indices des ondes <math>t_m</math> et <math>t_{m'}</math> sont expliqués dans le texte. . . . .</i>	21
1.2	<i>Influence de trois paramètres sur les fonctions récepteur pour un modèle deux couches. a) influence de <math>V_P</math>, b) influence de <math>h</math>, c) influence du rapport <math>V_P/V_S</math>. 25</i>	
1.3	<i>Principe de la tomographie télésismique régionale. Les rais sont affectés de la même manière par les hétérogénéités profondes, seules les anomalies de vitesse (positives ou négatives) affecteront les temps d'arrivées de ces rais. Les rais ayant traversé des anomalies de vitesse lente (ici en jaune) / rapide (ici en vert et violet) arriveront plus tard/tôt que les rais n'ayant pas traversé d'anomalies de vitesse (violet) . . . . .</i>	28
1.4	<i>Carte géodynamique simplifiée de la région du Golfe d'Aden. (d'après Basuyau et al. (2010)). Les zones hachurées sont les régions volcaniques. AFFZ et SFZ sont les zones de fracture d'Alula-Fartak et Socotra-Hadbeen, respectivement. Les flèches noires indiquent la direction d'extension. . . . .</i>	31
1.5	<i>Localisation des stations du réseau Seisnet pour l'année 2009 - 2010. . . . .</i>	32
1.6	<i>Carte des différents réseaux installés entre le Yémen oriental et l'Oman occidental depuis 2003. Les stations du réseau Seisnet sont celles pour lesquelles j'ai participé à l'installation. . . . .</i>	33
1.7	<i>Exemple de site finalisé et protégé. . . . .</i>	34
1.8	<i>Exemple d'organisation typique d'un site pour l'installation d'une station sismologique ESP, avec les différentes composantes de la station. . . . .</i>	35
1.9	<i>Représentation de la hauteur du géoïde avec une forte exagération par rapport au diamètre de la Terre (document LEGOS-CRGS/CNES). . . . .</i>	37
1.10	<i>Evolution de la direction du champ de pesanteur au dessus a) d'une anomalie de densité positive et b) négative. . . . .</i>	38

1.11	<i>Les différentes corrections gravimétriques : A la correction à l'air libre, B la correction de plateau et C la correction topographique, avec M le point de mesure. . . . .</i>	39
2.1	<i>Schéma simplifié du fonctionnement de l'algorithme de recuit simulé. . . . .</i>	48
2.2	<i>Schéma simplifié du fonctionnement de l'algorithme génétique. . . . .</i>	49
2.3	<i>(a) 10 points choisis aléatoirement et leur cellules de Voronoi. (b) Les cellules de Voronoi sont ensuite échantillonnées grâce à l'échantillonneur de Gibbs en se basant sur l'approximation de voisinage. (c) Même processus que (b) pour 1 000 points. D'après Sambridge (1999). . . . .</i>	51
2.4	<i>Migration des fonctions récepteur. a) Exemple d'une fonction récepteur. b) Première étape de la migration : rétropropagation du rai : à partir du paramètre de rai et du back-azimuth de l'évènement le rai est rétropropagé dans le modèle de vitesse en onde S et la fonction récepteur est placée le long de ce rai. c) Deuxième étape de la migration : le milieu est découpé en cellules auxquelles on attribue l'amplitude des différentes conversions, un lissage gaussien est ensuite appliqué. D'après Vergne (2002). . . . .</i>	52
2.5	<i>Exemple de migration d'un jeu de fonctions récepteur. a) Sélection de quelques fonctions récepteur. b) Coupe migrée obtenue après la migration de chacune de ces fonctions récepteur. Les rais correspondant à chaque fonction récepteur sont également représenté. D'après Vergne (2002) . . . . .</i>	52
2.6	<i>Exemple du comportement que peut avoir <math>s(H, k)</math> pour une fonction récepteur réelle donnée, (b) Comportement des différentes phases converties au Moho, chaque courbe représente la contribution d'une phase convertie au stack. Zhu et Kanamori (2000)). . . . .</i>	54
2.7	<i>Exemple de résultats obtenus par la méthode d'Oldenburg (1974) pour retrouver les variations de profondeur du Moho. Trois différentes inversions sont représentées, toutes ont été calculées avec un contraste de densité entre la croûte et le milieu semi-infini sur lequel elle repose : <math>\Delta\rho</math> de 0.4, chacune différant des deux autres par les longueurs d'ondes de coupure <math>\lambda</math> et/ou la profondeur de référence <math>Z_0</math> (A : <math>\lambda</math> compris 100 - 200 et <math>Z_0=30</math> km ; B : <math>\lambda</math> compris 100 - 200 et <math>Z_0=28</math> km ; C : <math>\lambda</math> compris 85 - 155 et <math>Z_0=25</math> km). Pour comparaison, sont également représentées par des ronds résultats des fonctions récepteurs obtenus dans la région ainsi que leurs barres d'erreur. . . . .</i>	56
2.8	<i>Schéma montrant une source de type segment vertical le long de l'axe z entre les profondeurs <math>z_1</math> et <math>z_2</math> et observée sur une couche horizontale d'altitude <math>z_0</math>, d'après Blakely (1996) . . . . .</i>	58

2.9	<i>Evolution des solutions de l'inversion fonctions récepteur - dispersion des ondes de surface au cours des itérations pour une inversion linéarisée et comparaisons entre les solutions intermédiaires et la solution vraie. Les lignes pointillées correspondent aux solutions intermédiaires et leurs solutions prédites. Les lignes pleines correspondent à la solution vraie et aux données synthétiques qui lui correspondent. Pour l'itération 0, le modèle de vitesse a priori est surligné en vert, celui pour les ondes de surface est surligné en rouge. D'après Julia et al. (2000).</i> . . . . .	64
2.10	<i>Organigramme montrant les différentes étapes de l'inversion conjointe fonctions récepteur - ondes de surface, d'après Chang et al. (2004).</i> . . . . .	65
2.11	<i>Résultats de l'inversion conjointe fonctions récepteur - ondes de surface : a) modèle de vitesse moyen (pointillés) calculé à partir des cinq meilleurs modèles pour une fonction récepteur bruitée générée à partir du modèle de vitesse représenté en gras (les lignes fines représentent l'écart-type pour la vitesse de chaque couche) ; b) Comparaison entre la fonction récepteur correspondant au modèle moyen (en pointillés) et la fonction récepteur synthétique (en trait plein) ; c) meilleur modèle correspondant à la même fonction récepteur synthétique ; (d) comparaison entre la fonction récepteur correspondant au meilleur modèle de vitesse (en pointillés) et la fonction récepteur synthétique (en trait plein). D'après Chang et al. (2004).</i> . . . . .	66
2.12	<i>Exemple d'une paramétrisation possible du modèle initial dans l'inversion conjointe tomographie télésismique - gravimétrie.</i> . . . . .	69
2.13	<i>Organigramme montrant les différentes étapes de l'inversion conjointe tomographie télésismique - gravimétrie. D'après Tiberi et al. (2003).</i> . . . . .	71
2.14	<i>Modèles de densité (gauche) et vitesse (droite) obtenus par inversion conjointe. Ces modèles sont représentés en couches horizontales de profondeur croissantes (Tiberi et al., 2003).</i> . . . . .	73
2.15	<i>Exemple de deux modèles correspondant au même jeu de données. a) Modèle avec une vitesse constante dans la croûte et une variation de profondeur du Moho. b) Modèle avec un Moho à profondeur constante et des variations de vitesse importantes dans la croûte. c) Courbe de résidus obtenues pour un séisme arrivant dans l'axe du profil avec une incidence de 15° (modèle (a) en trait plein et modèle (b) en trait pointillés). d) Temps d'arrivée de la phase PS convertie au Moho pour le modèle (a) (trait plein) et pour le modèle (b) (trait pointillé) (Vergne, 2002).</i> . . . . .	75

2.16	<i>Test synthétique simple de l'approche conjointe fonctions récepteur et tomographie. a) Modèle utilisé pour fabriquer les synthétiques. b) Résultat de l'inversion en prenant en compte à la fois les données de la tomographie et des fonctions récepteur. Les vitesses crustales sont exprimées en vitesses relatives par rapport à une vitesse moyenne inconnue. c) Résultats uniquement avec la tomographie. d) Résultats uniquement avec les fonctions récepteur (Vergne, 2002).</i>	78
2.17	<i>Test synthétique complexe de l'inversion conjointe fonctions récepteur et tomographie mise au point par J.Vergne (2002)</i>	79
3.1	<i>Schéma explicatif de l'organisation du code.</i>	100
3.2	<i>Schéma montrant la paramétrisation des nœuds de vitesse du modèle en fonction de la géométrie du Moho.</i>	102
3.3	<i>Relations entre vitesse des ondes P et densité d'après Maceira et Ammon (2009). La courbe verte correspond au polynôme Shin'ya Onizawa et al. (2002) d'interpolation des mesures réalisées en laboratoire pour des sédiments et roches sédimentaires par Nafe et Drake (1963). La droite bleue est la relation empirique de Birch (1961). La relation utilisée par Maceira et Ammon (2009) utilise le polynôme <math>\Phi</math> pour combiner les deux relations empiriques. La fonction d'interpolation est représentée en rouge. Les étoiles vertes sont les mesures effectuées par Christensen et Mooney (1995) à différentes pressions et températures. La courbe cyan correspond à la relation de Brocher (2005).</i>	106
3.4	<i>Modèle initial du test synthétique.</i>	111
3.5	<i>Graphique établissant une comparaison entre la donnée (en rouge) et la fonction récepteur synthétique qui correspond au meilleur modèle testé lors de l'inversion. L'erreur correspondant à ce modèle est indiquée en haut à droite.</i>	112
3.6	<i>Graphique établissant une comparaison entre la donnée enregistrée par la station S04 (en rose) et la fonction récepteur synthétique qui correspond au meilleur modèle testé lors de l'inversion. L'erreur correspondant à ce modèle est indiquée.</i>	114
3.7	<i>Modèle de densité obtenu au sortir de l'inversion pour le test synthétique du damier. Les résultats sont exprimés en variations de densité par rapport au modèle IASP91.</i>	117

3.8	<i>Modèle de vitesse obtenu pour un test synthétique de type "damier". Les triangles correspondent aux stations sismologiques utilisées. Les points noirs représentent les piercing points, i.e. le point de passage des rais dans la couche considérée. Les variations de vitesse sont exprimées par rapport au modèle de référence IASP91. . . . .</i>	118
3.9	<i>Evolution du misfit au cours des itérations pour le test synthétique de type "damier". En haut l'évolution du misfit total, puis en rouge et noir, l'évolution de l'écart aux données de tomographie et gravimétriques, respectivement, obtenus pour la même inversion. . . . .</i>	120
3.10	<i>Résultats du test synthétique de type "damier". (A) Comparaison entre les fonctions récepteurs observées et calculées lors de l'inversion pour une station. (B) Modèle initial synthétique, seules les couches horizontales présentant des anomalies de vitesse et densité sont représentées . (C) Modèle de vitesse et (D) de densité représenté en couches horizontales à différentes profondeurs. Les piercing points sont montrés pour la dernière couche du modèle de vitesse. . . . .</i>	121
3.11	<i>Représentation de l'erreur estimée relative au modèle moyen du test en damier. L'écart-type est exprimé en <math>\text{km.s}^{-1}</math>. Représentation du modèle 3-D en couches horizontales successives de la surface vers la profondeur. . . . .</i>	123
3.12	<i>Modèle moyen exprimé en vitesse. Modèle de vitesse représenté en couches horizontales à différentes profondeurs. Les piercing points (point noirs) sont montrés pour les couches 4 et 5 du modèle de vitesse. Les triangles noirs représentent les stations utilisées. . . . .</i>	125
3.13	<i>Modèle moyen exprimé en vitesse. Modèle de densité représenté en couches horizontales à différentes profondeurs. Les triangles noirs représentent les stations utilisées. . . . .</i>	126
3.14	<i>Représentation de l'erreur estimée relative au modèle moyen du test en damier. L'écart-type est exprimé en <math>\text{km.s}^{-1}</math>. Représentation du modèle 3-D en couches horizontales successives de la surface vers la profondeur. Les triangles noirs représentent les stations utilisées. . . . .</i>	127
3.15	<i>Schéma illustrant la structure imposée lors du deuxième test synthétique. La surface rouge matérialise l'interface croûte - manteau qui présente un approfondissement localisé de 20 km. Le parallélépipède bleu est une anomalies de vitesse et densité d'une amplitude +5% et située vers 60 km de profondeur. Les triangles correspondent aux stations sismologiques. . . . .</i>	128

3.16	<i>Résultats du second test synthétique. (A) les variations de profondeurs du Moho en km. (B) Comparaison entre les fonctions récepteurs observées et calculées lors de l'inversion pour deux stations différentes pour lesquelles l'interface croûte - manteau est située à 40 et 20 km de profondeur. (C) Modèle de vitesse et (D) de densité représenté en couches horizontales à différentes profondeurs. Les traits en pointillés représente les localisations initiale de l'approfondissement du Moho (pointillés espacés) et de l'anomalie de vitesse - densité mantellique (pointillés resserrés).</i>	129
3.17	<i>Représentation de l'erreur estimée relative au modèle moyen du test incluant variations de profondeur du Moho et anomalie de vitesse/densité. L'écart-type est exprimé en <math>\text{km.s}^{-1}</math>. Représentation du modèle 3-D en couches horizontales successives de la surface vers la profondeur.</i>	132
4.1	<i>Carte tectonique simplifiée, tirée de Vassalo (2006), avec les principales failles et chaînes de montagnes associées à la collision Inde - Asie. La convergence entre l'Inde et la Sibérie est donnée par le GPS (Bettinelli et al., 2006).</i>	136
4.2	<i>Carte topographique de la région du Hangai - Hövsgöl. Les failles cénozoïques sont surlignées en noir. Vassalo (2006), d'après les travaux de Schlupp (1996); Cunningham (1998, 2005).</i>	137
4.3	<i>Carte géologique de la région de Hangai de Petit et al. (2002) modifiée d'après Zorin (1999). (1) Dépôts Pliocène-Quaternaire; (2) dépôts Paléogène-Néogène; (3) sédiments Mésozoïque et roches volcano sédimentaires; (4) sédiments Paléozoïques et roches volcano sédimentaires; (5) roches métamorphiques et granitoïdes précambriens; (6) basaltes Cénozoïques; (7) roches intrusives Paléozoïque-Mésozoïque; (8) failles majeures. Bg = Bogd (Gobi-Altai) fault; Bl = Bolnai fault; Ts = Tsetserleg fault; Mo = Mogod fault; Ta = volcanic de Tariat.</i>	139

- 4.4 (a) Carte topographique de la Mongolie et de la région du Baïkal. Les principales structures topographiques sont : AL = bouclier Aldan, SC = craton sibérien, Ht = massif Hentai, Hg = massif Hangai, Sa, Al et Go sont les montagnes Sayan, Altai et Gobi-Altai, respectivement. Les failles actives sont surlignées en noir. Les principaux systèmes faillés (Sayan, Bolnai et Bogd) et lacs (Baïkal et Hövsgöl) sont indiqués. Les ellipses correspondent aux zones de magmatisme cénozoïque. (b) Carte des anomalies gravimétriques de la région Mongolie - Baïkal montrant des résidus définis comme étant la différence entre les mesures de gravité et le modèle d'isostasie de type Airy. Les principales failles actives sont surlignées, le quadrilatère correspond à la localisation des profils gravimétriques présentés sur les figures 4.5 et 4.6. (Petit et al., 2002). . . . . 140
- 4.5 (A) Géométrie du corps à faible densité situé entre 100 et 200 km de profondeur imposé dans le modèle. L'extension latérale de ce corps atteint 600 km. Les 12 lignes parallèles correspondent aux profils présentés en dessous. (B) Douze profils gravimétriques localisés d'Ouest en Est, traversant la région Hangai-Hövsgöl et montrant l'effet gravimétrique du corps asthénosphérique à faible densité pour plusieurs  $\Delta\rho$  associé à un modèle de compensation isostatique local de type Airy. L'espacement entre les profils est d'environ 35 km. Les flèches noires indiquent la localisation des failles majeures de Bogd (au Sud) et Sayan (au Nord). (Petit et al., 2002). . . . . 141
- 4.6 (Haut) Géométrie du corps à faible densité situé entre 50 et 60 km de profondeur, large de 10 km et long de 500 km. Les 12 lignes parallèles correspondent aux profils gravimétriques présentés en dessous. (Bas) Douze profils gravimétriques traversant la région Hangai-Hövsgöl, présentés d'Ouest en Est, montrant l'effet du manteau supérieur à faible densité associé au modèle flexural (incluant l'asthénosphère à faible densité). L'espacement entre les profils est d'environ 35 km. (Petit et al., 2002). . . . . 142
- 4.7 Localisation des 18 stations large-bande du transect MOBAL à travers la Mongolie Centrale et le Sud du craton Sibérien (Petit et al., 2008), sur fond topographique. . . . . 143
- 4.8 Modèle de vitesse 2-D de Mordvinova et al. (2007) pour les ondes S, le long du profil de stations MOBAL et pour des fréquences comprises entre 0.01 et 0.25 Hz. (a) Profil pour des profondeurs comprises entre 0 et 65 km basé sur un modèle comprenant 40 couches horizontales. (b) Profil de vitesse de la surface à 270 km de profondeur basé sur un modèle de vitesse ayant 60 couches. Les triangles noirs représentent les stations et les ellipses indiquent le volcanisme Cénozoïque tardif. . . . . 144

4.9	<i>Répartition azimutale des évènements enregistrés par le réseau MOBAL. La projection est centré sur le réseau sismologique (Tiberi et al., 2008).</i> . . . .	146
4.10	<i>Carte représentant l'anomalie de Bouguer pour la région du dôme de Hangai utilisée dans notre étude. Les triangles noirs représentent les stations sismologiques du réseau MOBAL dont les données sont utilisées dans le processus d'inversion conjointe.</i> . . . . .	147
4.11	<i>Comparaison entre les fonctions récepteurs enregistrées par les stations du réseau MOBAL (noir) et les fonctions récepteur synthétiques obtenus à partir des modèles 1-D résultants de l'inversion (rouge).</i> . . . . .	149
4.12	<i>Variations de profondeur du Moho à partir des fonctions récepteur du réseau MOBAL et après interpolation des résultats à l'ensemble de la région étudiée.</i>	150
4.13	<i>Résultats de l'inversion des fonctions récepteur du réseau MOBAL obtenus par Mordvinova et al. (2007).</i> . . . . .	151
4.14	<i>Exemple d'inversion pour laquelle le modèle retrouvé est hétérogène et présente au centre une très forte influence de la tomographie télésismique.</i> . . .	152
4.15	<i>Modèle moyen issu de l'inversion conjointe fonctions récepteur - tomographie télésismique - gravimétrie, exprimé en anomalie de vitesse, pour des données provenant de la région du dôme de Hangai. Ce modèle moyen est issu de 29 résultats intermédiaires. Les triangles noirs présents sur la première couche représentent les stations sismologiques. Les points noirs sur les couches à 60 et 90 km de profondeur sont une évaluation des "piercing points" à ces profondeurs. Les anomalies de vitesse sont calculées par rapport au modèle IASP91.</i> . . . . .	154
4.16	<i>Modèle moyen issu de l'inversion conjointe fonctions récepteur - tomographie télésismique - gravimétrie, exprimé en anomalie de densité, pour des données provenant de la région du dôme de Hangai. Les anomalies de densité sont calculées par rapport au modèle IASP91.</i> . . . . .	155
4.17	<i>Représentation de l'erreur estimée relative au modèle moyen réalisé avec les données du réseau MOBAL. L'écart type est exprimé en <math>\text{km.s}^{-1}</math>. Représentation du modèle 3-D en couches horizontales successives de la surface vers la profondeur.</i> . . . . .	156

4.18	<i>Comparaison entre les modèles de vitesse finaux provenant pour le modèle 1 (en haut) de l'inversion conjointe fonctions récepteurs - gravimétrie - tomographie téléseismique et pour le modèle 2 (en bas) d'un processus d'inversion conjointe gravimétrie - tomographie téléseismique par linéarisation de matrices. Attention, le modèle 1 a subi une rotation de 12° dans le sens anti-horaire. Les anomalies du modèle 1 sont exprimées en km.s<sup>-1</sup> par rapport au modèle IASP91 ce qui n'est pas le cas pour le modèle 2 (type ACH). Les triangles noirs représentent les stations sismologiques et les points noirs matérialisent les piercing points. . . . .</i>	157
4.19	<i>Comparaison entre les modèles de vitesse finaux provenant pour le modèle 1 (en haut) de l'inversion conjointe fonctions récepteurs - gravimétrie - tomographie téléseismique et pour le modèle 2 (en bas) d'un processus d'inversion conjointe gravimétrie - tomographie téléseismique par linéarisation de matrices. Attention, le modèle 1 a subi une rotation de 12° dans le sens anti-horaire. Les anomalies du modèle 1 sont exprimées par rapport au modèle IASP91 ce qui n'est pas le cas pour le modèle 2 (type ACH). Les triangles noirs représentent les stations sismologiques. . . . .</i>	159
4.20	<i>Comparaison de la topographie, de l'anomalie de Bouguer et de la structure lithosphérique entre un profil allant du Dôme de Hangai au craton sibérien et un profil réalisé dans un modèle d'isostasie locale proposé par Petit et al. (2008). Les cercles et les barres grises sont les profondeurs du Moho et des zones à faible vitesse sub-crustales issues des modèles 1D retrouvés par Mordvinova et al. (2007). Les polygones gris clair marquent les intervalles possibles pour la limite lithosphère - asthénosphère de ces mêmes modèles de vitesse. . . . .</i>	163
B.1	<i>Organisation générale du code. . . . .</i>	185
B.2	<i>Organisation et description du code et des différentes sous-routines qui le constitue. . . . .</i>	187



## LISTE DES TABLEAUX

---

3.1	<i>Paramètres initiaux de l'inversion de la fonction récepteur synthétique.</i> . . . . .	111
3.2	<i>Modèle résultant de l'inversion d'une fonction récepteur synthétique.</i> . . . . .	111
3.3	<i>Résultats de l'inversion de fonctions récepteur pour la station S04 par la méthode de Zhu et Kanamori (2000) issus de Tiberi et al. (2007).</i> . . . . .	113
3.4	<i>Paramètres initiaux de l'inversion de la fonction récepteur S04.</i> . . . . .	113
3.5	<i>Modèle résultant de l'inversion d'une fonction récepteur synthétique.</i> . . . . .	113
3.6	<i>Paramètres initiaux fixés pour l'inverion de la sturcture de type "damier". ZLAY est l'épaisseur de la couche considérée; VMIN1 et VMAX1 correspond à l'intervalle de vitesse autorisé pour les nœuds appartenant au domaine crustal; VMIN2 et VMAX2 correspond à l'intervalle de vitesse autorisée pour les noeuds en domaine mantellique; BCOEFF et ACOEFF sont les coefficients de la loi de Birch.</i> . . . . .	116
3.7	<i>Tableau récapitulatif des résultats issus de l'inversion des fonctions récepteur.</i>	116
3.8	<i>Paramètres initiaux utilisés lors du test synthétique incluant des fluctuations de la profondeur du Moho et une anomalie lithosphérique positive. ZLAY est l'épaisseur de la couche considérée; VMIN1 et VMAX1 correspond à l'intervalle de vitesse autorisé pour les nœuds appartenant au domaine crustal; VMIN2 et VMAX2 correspond à l'intervalle de vitesse autorisée pour les noeuds en domaine mantellique; BCOEFF et ACOEFF sont les coefficients de la loi de Birch.</i> . . . . .	129
4.1	<i>Paramètres initiaux imposés au processus d'inversion des fonctions récepteurs. Les paramètres sont donnés par intervalles de valeurs. Les indices <math>_1</math> et <math>_2</math> indiquent qu'il s'agit du sommet ou de la base de la couche considérée, respectivement.</i> . . . . .	148

4.2 *Tableau récapitulatif des résultats obtenus pour l'inversion des fonctions récepteurs par méthode stochastique dans la région du Dôme de Hangai. Pour chaque station sont indiqués, en plus des coordonnées, l'épaisseur de croûte retrouvée (en km), l'erreur associée au modèle de vitesse, la vitesse moyenne des ondes S au sommet et à la base de la croûte et le rapport  $V_P/V_S$  moyen pour l'ensemble de la croûte. . . . . 148*

4.3 *Paramètres initiaux fixés pour l'inversion des données du réseau MOBAL. ZLAY est l'épaisseur de la couche considérée; VMIN1 et VMAX1 correspondent à l'intervalle de vitesse autorisé pour les nœuds appartenant au domaine crustal; VMIN2 et VMAX2 correspondent à l'intervalle de vitesse autorisé pour les nœuds en domaine mantellique; BCOEFF et ACOEFF sont les coefficients de la loi de Birch. . . . . 151*

# BIBLIOGRAPHIE

---

ABDELFETTAH Y., 2009. *Inversion conjointe de données magnétotelluriques et gravimétriques : Application à l'imagerie crustale et mantellique*, Thèse de doctorat, Université de Brest, 159 p.

ACHAUER U., GREENE L., EVANS J. et IYER H., 1986. Nature of the magma chamber underlying the Mono Craters area, eastern California, as determined from teleseismic travel time residuals, *J. geophys. Res.*, 91, pp. 13–873.

ALLEN M., WINDLEY B. et ZHANG C., 1993. Palaeozoic collisional tectonics and magmatism of the Chinese Tien Shan, central Asia, *Tectonophysics*, 220(1-4), pp. 89–115.

AMMON C., RANDALL G. et ZANDT G., 1990. On the nonuniqueness of receiver function inversions, *J. Geophys. Res.*, 95(15), pp. 303–318.

APPRIOU D., 2004. Interaction lithosphère - asthénosphère en domaine continental (Sibérie - Mongolie) : Etude par inversion conjointe de données sismologiques et gravimétriques, Mémoire de Master, Université de Bretagne occidentale, France.

BARRUOL G., DESCHAMPS A., DÉVERCHÈRE J., MORDVINOVA V., ULZIIBAT M., PERROT J., ARTEMIEV A., DUGARMAA T. et BOKELMANN G., 2008. Upper mantle flow beneath and around the Hangay dome, Central Mongolia, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 274(1-2), pp. 221–233.

BARRY T., SAUNDERS A., KEMPTON P., WINDLEY B., PRINGLE M., DORJNAMJAA D. et SAANDAR S., 2003. Petrogenesis of Cenozoic basalts from Mongolia : evidence for the role of asthenospheric versus metasomatized lithospheric mantle sources, *Journal of Petrology*, 44(1), pp. 55.

- BASUYAU C., 2006. Détermination d'interfaces crustales et mantelliques par inversion des fonctions récepteur, application à la région du Dhofar (Oman), Mémoire de Master, Université de Pierre et Marie Curie (Paris 6), France.
- BASUYAU C., TIBERI C., LEROY S., STUART G., AL-LAZKI A. I., AL-TOUBI K. et EBINGER C., 2010. Evidence of partial melting beneath a continental margin : case of dhofar, in the northern gulf of aden (sultanate of oman)., *Geophys. J. Int.*
- BAYASGALAN A., JACKSON J. et MCKENZIE D., 2005. Lithosphere rheology and active tectonics in Mongolia : relations between earthquake source parameters, gravity and GPS measurements, *Geophys. J. Int.*, 163(3), pp. 1151–1179.
- BEATY K., SCHMITT D. et SACCHI M., 2002. Simulated annealing inversion of multimode Rayleigh wave dispersion curves for geological structure, *Geophys. J. Int.*, 151(2), pp. 622–631.
- BESSE J., COURTILOT V., POZZI J., WESTPHAL M. et ZHOU Y., 1984. Palaeomagnetic estimates of crustal shortening in the Himalayan thrusts and Zangbo suture.
- BETTINELLI P., AVOUAC J., FLOUZAT M., JOUANNE F., BOLLINGER L., WILLIS P. et CHITRAKAR G., 2006. Plate motion of India and interseismic strain in the Nepal Himalaya from GPS and DORIS measurements, *J. Geod.*, 80(8), pp. 567–589.
- BIRCH F., 1961. The velocity of compressional waves in rocks to 10 kilobars, 2, *J. of Geophy. Res.*, 66, pp. 2199–2224.
- BLAKELY R. J., 1995. *Potential theory in gravity and magnetic applications*, Cambridge University Press, Cambridge (UK), 441 p.
- BLAKELY R., 1996. *Potential theory in gravity and magnetic applications*, Cambridge Univ Pr.
- BOCK G. et KIND R., 1991. A global study of *s*-to-*p* and *p*-to-*s* conversions from the upper mantle transition zone, *Geophys. J. Int.*, 107, pp. 117–129.
- BODIN T. et SAMBRIDGE M., 2009. Seismic tomography with the reversible jump algorithm, *Geophys. J. Int.*, 178(3), pp. 1411–1436.
- BOSCHETTI F., DENTITH M. et LIST R., 1996. Inversion of seismic refraction data using genetic algorithms, *Geophysics*, 61(6), pp. 1715–1727.
- BROCHER T., 2005. Empirical relations between elastic wavespeeds and density in the Earth's crust, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 95(6), pp. 2081.

- CALKINS J., ZANDT G., GILBERT H. et BECK S., 2006. Crustal images from san juan, argentina, obtained using high frequency local event receiver functions, *Geophys. Res. Lett.*, 33(7), pp. L07309.
- CHANG S.-J., BAAG C.-E. et LANGSTON C. A., 2004. Joint analysis of teleseismic receiver functions and surface waves dispersion using the genetic algorithm, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, 94, pp. 691–704.
- CHRISTENSEN N. et MOONEY W., 1995. Seismic velocity structure and composition of the continental crust : A global view, *J. geophys. Res.*, 100(B6), pp. 9761–9788.
- CHUNG D., 1972. Birch's law : why is it so good ?, *Science*, 177, pp. 261–263.
- CLITHEROE G., GUDMUNDSSON O. et KENNETT B., 2000. Sedimentary and upper crustal structure of australia from receiver functions, *Austr. Jour. of Earth Sci.*, 47, pp. 209–216.
- COMMER M. et NEWMAN G., 2009. Three-dimensional controlled-source electromagnetic and magnetotelluric joint inversion, *Geophys. J. Int.*
- CUNNINGHAM W., 1998. Lithospheric controls on late Cenozoic construction of the Mongolian Altai, *Tectonics*, 17(6), pp. 891–902.
- CUNNINGHAM W., 2001. Cenozoic normal faulting and regional doming in the southern Hangay region, Central Mongolia : implications for the origin of the Baikal rift province, *Tectonophysics*, 331(4), pp. 389–411.
- CUNNINGHAM D., 2005. Active intracontinental transpressional mountain building in the Mongolian Altai : Defining a new class of orogen, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 240(2), pp. 436–444.
- DALY E., KEIR D., EBINGER C., STUART G., BASTOW I. et AYELE A., 2008. Crustal tomographic imaging of a transitional continental rift : the Ethiopian rift, *Geophys. J. Int.*, 172(3), pp. 1033–1048.
- DAVY P. et COBBOLD P., 1988. Indentation tectonics in nature and experiment. 1. Experiments scaled for gravity, *Bull. Geol. Inst. Univ. Uppsala*, 14, pp. 129–141.
- DEBAYLE E. et SAMBRIDGE M., 2004. Inversion of massive surface wave data sets : model construction and resolution assessment, *J. Geophys. Res.*, 109(B2), pp. B02316.
- DEVYATKIN E., 1975, Neotectonic structures of western Mongolia.
- DEVYATKIN E., 1993, Geologic map of the Hangay Highland, 1 :500 000.
- DOBRETSOV N., BERZIN N. et BUSLOV M., 1995. Opening and tectonic evolution of the Paleo-Asian Ocean, *International Geology Review*, 37(4), pp. 335–360.

- DUBOIS J. et DIAMENT M., 1997. *Géophysique*, Masson, Paris, 205 p.
- DZIEWONSKI A. et ANDERSON D., 1981. Preliminary reference earth model, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 25, pp. 297–356.
- ELLSWORTH W., 1977. *Three-dimensional structure of the crust and mantle beneath the island of Hawaii*, Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge.
- ENDRUN B., MEIER T., BISCHOFF M. et HARJES H., 2004. Lithospheric structure in the area of crete constrained by receiver functions and dispersion analysis of rhyaleigh phase velocities, *Geophy. J. Int.*, 158(2), pp. 592–608.
- ENGLAND P. et HOUSEMAN G., 1986. Finite strain calculations of continental deformation 2. Comparison with the India-Asia collision zone, *J. Geophys. Res.*, 91(B3), pp. 3664–3676.
- EVANS J. et ACHAUER U., 1993. Teleseismic velocity tomography using the ach method : theory and application to continental-scale studies, In : *Seismic tomography : Theory and Applications*, London, pp. 319–360.
- FERRIS A., ABERS G., CHRISTENSEN D. et VEENSTRA E., 2003. High resolution image of the subducted pacific (?) plate beneath central alaska, 50–150 km depth, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 214(3–4), pp. 575–588.
- FLORENCOV N. et SOLONENKO V., 1965. *The Gobi-Altai Earthquake*, Israel Program for Scientific Translations.
- FREGOSO E. et GALLARDO L., 2009. Cross-gradients joint 3D inversion with applications to gravity and magnetic data, *Geophysics*, 74, pp. L31.
- GALLARDO L. et MEJU M., 2003. Characterization of heterogeneous near-surface materials by joint 2D inversion of dc resistivity and seismic data, *Geophys. Res. Lett.*, 30(13), pp. 1658.
- GALLARDO L. et MEJU M., 2004. Joint two-dimensional DC resistivity and seismic travel time inversion with cross-gradients constraints, *J. geophys. Res.*, 109, pp. 1261–1272.
- GAO S., DAVIS P., LIU H., SLACK P., ZORIN Y., LOGATCHEV N., KOGAN M., BURKHOLDER P. et MEYER R., 1994. Asymmetric upwarp of the asthenosphere beneath the Baikal rift zone, Siberia, *J. geophys. Res.*, 99(15), pp. 319.
- GEMAN S. et GEMAN D., 1984. Stochastic relaxation, gibbs distributions and the bayesian restoration of images, *IEEE trans. Patt. Analysis Mach. Int.*, 6, pp. 720–741.

- HÉBERT H., DEPLUS C., HUCHON P., KHANBARI K. et AUDIN L., 2001. Lithospheric structure of a nascent spreading ridge inferred from gravity data : the western Gulf of Aden, *J. Geophys. Res.*, 106(B11).
- HETÉNYI G., 2007. *Evolution of deformation of the Himalayan prism : from imaging to modelling*, Thèse de doctorat, Université Paris XI, 400 p.
- Van der HILST R., WIDIYANTORO S. et ENGDAHL E., 1997. Evidence for deep mantle circulation from global tomography, *Nature*.
- HORNE S. et MACBETH C., 1994. Inversion for seismic anisotropy using genetic algorithms, *Geophys. Prospect.*, 42(8), pp. 953–974.
- IONOV D., 2002. Mantle structure and rifting processes in the Baikal-Mongolia region : geophysical data and evidence from xenoliths in volcanic rocks, *Tectonophysics*, 351 (1-2), pp. 41–60.
- JORDAN T. et ACHAUER U., 1999. A new method for the 3-d joint inversion of teleseismic delaytimes and bouguer gravity data with application to the french massif central, *Eos Trans. AGU*, 80(46).
- JULIA J., AMMON C., HERRMANN R. et CORREIG A., 2000. Joint inversion of receiver function and surface wave dispersion observations, *Geophys. J. Int.*, 143(1), pp. 99–112.
- KAVIANI A., 2004. *La chaîne de collision continentale du Zagros (Iran) : structure lithosphérique par analyse de données sismologiques*, Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 228 p.
- KENNETT B. et ENGDAHL E., 1991. Traveltimes for global earthquake location and phase identification, *Geophys. J. Int.*, 105, pp. 429–465.
- KOPYLOVA M., O'REILLY S. et GENSHAFT Y., 1995. Thermal state of the lithosphere beneath Central Mongolia : evidence from deep-seated xenoliths from the Shavaryn-Saram volcanic centre in the Tariat depression, Hangai, Mongolia, *Lithos*, 36(3-4), pp. 243–255.
- LANGSTON C. A., 1979. Structure under mount rainier, washington, inferred from teleseismic body waves, *J. of Geophys. Res.*, 84, pp. 4749–4762.
- LATORRE D., VIRIEUX J., MONFRET T., MONTEILLER V., VANORIO T., GOT J. et LYON-CAEN H., 2004. A new seismic tomography of Aigion area (Gulf of Corinth, Greece) from the 1991 data set, *Geophys. J. Int.*, 159(3), pp. 1013–1031.
- LE PICHON X., FOURNIER M., JOLIVET L. et OTHERS , 1992. Kinematics, topography, shortening, and extrusion in the India-Eurasia collision, *Tectonics*, 11(6), pp. 1085–1098.

- LEES J. et VANDECAR J., 1991. Seismic tomography constrained by Bouguer gravity anomalies : Applications in western Washington, *Pure Appl. Geophys.*, 135, pp. 31–52.
- LEROY S., EBINGER C., STUART G., AL-LAZKI A. I., TIBERI C., AUTIN J., WATREMEZ L., BESLIER M.-O., BELLAHSEN N., LUCAZEAU F., PERROT J., MOUTHEREAU F., COURRÈGES E., HUCHON P., ROUZO S., BALAHAF S., SHOLAN J., UNTERNEHR P., HELLO Y., ANGLADE A., DESPREZ O., BEGUERY L., AOUJI O., DANIEL R. et AL-TOUBI K., 2006. The onshore-offshore ENCENS project : Imaging the stretching on the continental lithosphere and inception of oceanic spreading in the eastern gulf of aden, In : *The onshore-offshore ENCENS project : Imaging the stretching on the continental lithosphere and inception of oceanic spreading in the eastern Gulf of Aden*, p. 1567.
- LEROY S., LUCAZEAU F. et OTHERS , 2010. Contrasted styles of rifting in the eastern Gulf of Aden : A combined wide-angle, multichannel seismic, and heat flow survey, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 11(7), pp. Q07004.
- LINES L., SCHULTZ A. et TREITEL S., 1988. Cooperative inversion of geophysical data, *Geophysics*, 53, pp. 8–20.
- MACEIRA M. et AMMON C., 2009. Joint inversion of surface wave velocity and gravity observations and its application to central Asian basins shear velocity structure, *J. geophys. Res.*, 114(B2), pp. B02314.
- MACEIRA M., ROWE C., BORCHERS B. et STECK L., 2008. Simultaneous Joint Inversion of Multiple Geophysical Data Sets and 3D Tomography, In : *AGU Fall Meeting Abstracts*, p. 1868.
- MASSON F., 1995. *Etude des hétérogénéités de la lithosphère - Tomographie télésismique du Nord Tibet*, Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur de Strasbourg.
- MASSON F. et TRAMPERT J., 1997. On ach, or how reliable is regional teleseismic delay time tomography, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 102, pp. 21–32.
- MENKE W., 1984. *Geophysical data analysis : discrete inverse theory / William Menke*, Academic Press, Orlando, Fla. :, xii, 260 p. : pp. ISBN 0124909205.
- METROPOLIS N., ROSENBLUTH A., ROSENBLUTH M., TELLER A. et TELLER E., 1953. Equation of state calculations by fast computing machines, *J. Chem. Phys.*, 1, pp. 1087–1092.
- MOLNAR P. et TAPPONNIER P., 1975. Cenozoic tectonics of Asia : effects of a continental collision, *Science*, 189(4201), pp. 419–426.

- MOORKAMP M., JONES A. et EATON D., 2007. Joint inversion of teleseismic receiver functions and magnetotelluric data using a genetic algorithm : Are seismic velocities and electrical conductivities compatible?, *Geophys. Res. Lett.*, 34(16), pp. 16311.
- MOORKAMP M., JONES A. et FISHWICK S., 2010. Joint inversion of receiver functions, surface wave dispersion, and magnetotelluric data, *J. Geophys. Res.*, 115.
- MORDVINOVA V., DESCHAMPS A., DUGARMAA T., DÉVERCHÈRE J., ULZIIBAT M., SANKOV V., ARTEM'EV A. et PERROT J., 2007. Velocity structure of the lithosphere on the 2003 Mongolian-Baikal transect from SV waves, *Izvestiya Physics of the Solid Earth*, 43 (2), pp. 119–129.
- MOSSAKOVSKY A., RUZHENTSEV S., SAMYGIN S. et KHERASKOVA T., 1993. Central Asian fold belt : geodynamic evolution and history of formation, *Geotectonics*, 6, pp. 3–33.
- NAFE J. E. et DRAKE C., 1957. Variation with depth in shallow and deep water marine sediments of porosity, density and the velocities of compressional and shear waves., *Geophysics*, 22, pp. 523–552.
- NAFE I. et DRAKE C., 1963. *Physical properties of marine sediments in : The Sea. v. 3*, Interscience, 794–815 pp.
- NELDER J. et MEAD R., 1965. A simplex method for function minimization, *Computer Journal*, 7(308).
- NICHOLSON T., BOSTOCK M. et CASSIDY J., 2005. New constraints on subduction zone structure in northern cascadia, *Geophys. J. Int.*, 161(3), pp. 849–859.
- OLDENBURG D., 1974. The inversion and interpretation of gravity anomalies, *Geophysics*, 39, pp. 526–536.
- PARKER R., 1972. The rapid calculation of potential anomalies, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 31, pp. 447–455.
- PARSONS T., BLAKELY R. et BROCHER T., 2001. A simple algorithm for sequentially incorporating gravity observations in seismic traveltime tomography, *International Geology Review*, 43(12), pp. 1073–1086.
- PATRIAT P. et ACHACHE J., 1984. India–Eurasia collision chronology has implications for crustal shortening and driving mechanism of plates, *Nature*.
- PATZELT A., LI H., WANG J. et APPEL E., 1996. Palaeomagnetism of Cretaceous to Tertiary sediments from southern Tibet : evidence for the extent of the northern margin of India prior to the collision with Eurasia, *Tectonophysics*, 259(4), pp. 259–284.

- PETIT C., DÉVERCHÈRE J., CALAIS E., SAN'KOV V. et FAIRHEAD D., 2002. Deep structure and mechanical behavior of the lithosphere in the Hangai-Hövsgöl region, Mongolia : new constraints from gravity modeling, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 197(3-4), pp. 133–149.
- PETIT C., TIBERI C., DESCHAMPS A. et DÉVERCHÈRE J., 2008. Teleseismic traveltimes, topography and the lithospheric structure across central Mongolia, *Geophys. Res. Lett.*, 35, pp. 1994–2002.
- POINTU A., 2007. *Les mouvements verticaux de la marge passive nord du Golfe d'Aden (Dhofar) : causes profondes et superficielles*, Thèse de doctorat, Université Paris VI, 207 p.
- SAMBRIDGE M., 1999. Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm - i. searching a parameter space, *Geophys. J. Int.*, 138, pp. 474–494.
- SASAKI K., 1989. Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data, *Geophysics*, 54, pp. 254–262.
- SAVINO J., RODI W. et MASSO J., 1980. Simultaneous inversion of multiple data sets for earthquake structure, *50th Ann. Internat. Mtg., Soc. Explor. Geophys.*
- SCHLUPP A., 1996. *Neotectonique de la Mongolie occidentale. Analyse à partir de données de terrain, sismologiques et satellitaires*, Thèse de doctorat, Université de Strasbourg, 172 p.
- SEN M. et STOFFA P., 1991. Nonlinear one-dimensional seismic waveform inversion using simulated annealing, *Geophysics*, 56, pp. 1624.
- SEN M. et STOFFA P., 1992. Rapid sampling of model space using genetic algorithms : examples from seismic waveform inversion, *Geophys. J. Int.*, 108(1), pp. 281–292.
- SENGÖR A., 1993. Natal'in, BA & Burtman, VS, 1993. Evolution of the Altaid tectonic collage and Palaeozoic crustal growth in Eurasia, *Nature*, 364, pp. 299–307.
- SHIBUTANI T., SAMBRIDGE M. et KENNETT B., 1996. Geophysical algorithm inversion for receiver functions with application to crust and uppermost mantle structure beneath eastern australia, *Geophys. Res. Lett.*, 23, pp. 1829–1832.
- SHIN'YA ONIZAWA H., WATANABE H., SAKASHITA S., UMEDA Y., OHMI S., WATANABE K., SHIBUTANI T., HIRANO N., NAKAO S., NISHIDA R. et OTHERS , 2002. A method for simultaneous velocity and density inversion and its application to exploration of subsurface structure beneath Izu-Oshima volcano, Japan, *Earth Planets Space*, 54(8), pp. 803–817.

- STEK L. et PROTHERO W., 1991. A 3-d raytracer for teleseismic body-wave arrival times, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, 81, pp. 1332–1339.
- STOSCH H., IONOV D., PUCHEL I., GALER S. et SHARPOURI A., 1995. Lower crustal xenoliths from Mongolia and their bearing on the nature of the deep crust beneath central Asia, *Lithos*, 36(3-4), pp. 227–242.
- STUTZMANN E. et MONTAGNER J., 1993. An inverse technique for retrieving higher mode phase velocity and mantle structure, *Geophys. J. Int.*, 113(3), pp. 669–683.
- TAPPONNIER P. et MOLNAR P., 1979. Active faulting and Cenozoic tectonics of the Tien Shan, Mongolia, and Baykal regions, *J. Geophys. Res.*, 84(B7), pp. 3425–3459.
- TARANTOLA A., 2005. *Inverse Problem Theory and methods for Model Parameter Estimation*, SIAM.
- TARANTOLA A. et VALETTE B., 1982. Inverse problems = quest for information, *J. Geophys.*, 50, pp. 159–170.
- THURBER C., 1983. Earthquake locations and three-dimensional crustal structure in the coyote lake area, central california, *J. of Geophys. Res.*, 88, pp. 8226–8236.
- TIBERI C., DESCHAMPS A., DÉVERCHÈRE J., PETIT C., PERROT J., APPRIOU D., MORDVINOVA V., DUGAARMA T., ULZIBAAT M. et ARTEMIEV A., 2008. Asthenospheric imprints on the lithosphere in Central Mongolia and Southern Siberia from a joint inversion of gravity and seismology (MOBAL experiment), *Geophys. J. Int.*, 175(3), pp. 1283–1297.
- TIBERI C., DIAMENT M., DÉVERCHÈRE J., MIKHAILOV V., TIKHOTSKY S. et ACHAUER U., 2003. Deep structure of the Baikal rift zone revealed by joint inversion of gravity and seismology, *J. of Geophys. Res.*, 108, pp. 2133.
- TIBERI C., LEROY S., D'ACREMONT E., BELLAHSEN N., EBINGER C., AL-LAZKI A. et POINTU A., 2007. Crustal geomotry of the northeastern Gulf of Aden passive margin : localization of the deformation inferred from receiver function analysis, *Geophys. J. Int.*, 168, pp. 1247–1260.
- TIREL C., GUEYDAN F., TIBERI C. et BRUN J., 2004. Aegean crustal thickness inferred from gravity inversion. Geodynamical implications, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 228(3-4), pp. 267–280.
- VASSALO R., 2006. *Chronologie et évolution des reliefs dans la région Mongolie-Sibérie : Approche morphotectonique et géochronologique*, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 281 p.

- VERGNE J., 2002. *Imagerie des structure et dynamique de la lithosphère de la marge nord-est du Tibet*, Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur - Strasbourg I, 244 p.
- VERNANT P., MASSON F., BAYER R. et PAUL A., 2002. Sequential inversion of local earthquake traveltimes and gravity anomaly - the example of the western alps, *Geophys. J. Int.*, 150, pp. 79–90.
- VILLASENOR A., RITZWOLLER M., LEVSHIN A., BARMIN M., ENGDAHL E., SPAKMAN W. et TRAMPERT J., 2001. Shear velocity structure of central Eurasia from inversion of surface wave velocities, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 123(2-4), pp. 169–184.
- VORONOI M., 1908. Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques, *J. Reine Angew. Math.*, 134, pp. 198–287.
- VOZOFF K. et JUPP D., 1975. Joint inversion of geophysical data, *Geophys. JR astr. Soc.*, 42, pp. 977–991.
- WEILAND C., STEK L., DAWSON P. et KORNEEV V., 1995. Nonlinear teleseismic tomography at Long Valley caldera, using three dimensional minimum travel time ray tracing, *J. of Geophys. Res.*, 100, pp. 20379–20390.
- WINDLEY B., ALLEN M., ZHANG C., ZHAO Z. et WANG G., 1990. Paleozoic accretion and Cenozoic reformation of the Chinese Tien Shan range, central Asia, *Geology*, 18(2), pp. 128.
- WITTLINGER G., MASSON F., POUPINET G., TAPPONNIER P., MEI J., HERQUEL G., GUILBERT J., ACHAUER U., GUANQI X., DANIAN S. et OTHERS , 1996. Seismic tomography of northern Tibet and Kunlun : Evidence for crustal blocks and mantle velocity contrasts, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 139(1-2), pp. 263–279.
- YU Z., 2001. Surface interpolation from irregularly distributed points using surface splines, with fortran program, *Comput. Geosci.*, 27, pp. 877–882.
- ZEYEN H. et ACHAUER U., 1997. Joint inversion of teleseismic delay times and gravity anomaly data for regional structures : Theory and synthetic examples. In : ED. K. F., éditeur, *Upper mantle heterogeneities from active and passive seismology*, pp. 155–168.
- ZHANG Z. et OLDENBURG D., 1999. Simultaneous reconstruction of 1-d susceptibility and conductivity from electromagnetic data, *Geophysics*, 64(1), pp. 33–47.
- ZHAO D., LEI J., INOUE T., YAMADA A. et GAO S., 2006. Deep structure and origin of the Baikal rift zone, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 243(3-4), pp. 681–691.
- ZHENG T., ZHAO L. et CHEN L., 2005. A detailed receiver function image of the sedimentary structure in the bohai bay basin, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 152, pp. 129–143.

- ZHU L. et KANAMORI H., 2000. Moho depth variation in southern california from teleseismic receiver functions, *J. of Geophys. Res.*, 105, pp. 2962–2980.
- ZORIN Y., 1999. Geodynamics of the western part of the Mongolia-Okhotsk collisional belt, Trans-Baikal region (Russia) and Mongolia, *Tectonophysics*, 306(1), pp. 33–56.