



HAL
open science

Algorithmes d'Allocation de Ressources en OFDM Multi-Utilisateurs sous Contraintes de Qualité de Service

Ayman Alsawah

► **To cite this version:**

Ayman Alsawah. Algorithmes d'Allocation de Ressources en OFDM Multi-Utilisateurs sous Contraintes de Qualité de Service. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Cergy Pontoise, 2008. Français. NNT : . tel-00767925

HAL Id: tel-00767925

<https://theses.hal.science/tel-00767925>

Submitted on 20 Dec 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 2008-XX-XXX



THÈSE

présentée

à l'Université de Cergy-Pontoise
École Nationale Supérieure de l'Électronique et de ses Applications

pour obtenir le grade de :

Docteur ès Science de l'Université de Cergy-Pontoise
Spécialité : Sciences et Technologies de l'Information et de la
Communication

Par

Ayman Alsawah

Équipe d'accueil :

Équipes Traitement des Images et du Signal (ETIS) - UMR 8051

Titre de la thèse :

Algorithmes d'Allocation de Ressources en OFDM
Multi-Utilisateurs sous Contraintes de Qualité de Service

Soutenance prévue le 5 Décembre 2008 devant la commission d'examen

Mme.	FIJALKOW	Inbar	Directrice de thèse
M.	GESBERT	David	Rapporteur
M.	GODLEWSKI	Philippe	Examinateur
Mme.	ICART	Isabelle	Examinatrice
M.	LEHEMBRE	Bernard	Examinateur
M.	LUISE	Marco	Rapporteur
M.	TERRÉ	Michel	Examinateur

Table des matières

Table des figures	v
Liste des tableaux	vii
Introduction Générale	1
Notations	9
1 Modélisation de la Liaison Descendante OFDM Multi-Utilisateurs	11
1.1 Introduction	11
1.2 Modèle d'une liaison OFDM point-à-point	11
1.2.1 L'émetteur	12
1.2.2 Le récepteur	14
1.2.3 Modèle du canal discret équivalent	14
1.3 Modèle d'une liaison OFDM multi-utilisateurs	15
1.3.1 L'émission à la station de base	16
1.3.2 L'effet du canal	17
1.3.3 La réception	18
2 Partage de Sous-Porteuses en OFDM Mono-Cellulaire	21
2.1 Introduction et état de l'art	21
2.2 Optimalité du partage orthogonal de sous-porteuses	22
2.2.1 Maximisation de la somme pondérée de débits réalisables	22
2.2.1.1 Position du problème	23
2.2.1.2 Décomposition en sous-problèmes tractables	24
2.2.1.3 Solution optimale	26
2.2.1.4 Solution sous-optimale à puissances égales	28
2.2.2 Résultats de simulations	28
2.2.2.1 Comparaison entre "QoS-adaptative" et "QoS-pire-cas"	29
2.2.2.2 Performance de la solution à puissances égales	29
2.2.3 Généralisation par convexité de la région de débits réalisables	32

2.2.3.1	Principe de la généralisation	32
2.2.3.2	Démonstration	32
2.3	Conclusion	34
3	Allocation de Sous-Porteuses en OFDMA Mono-Cellulaire	37
3.1	Introduction	37
3.2	État de l'art	38
3.3	Modèle du système	41
3.4	Notion de distance masquée	42
3.5	Position du problème	43
3.6	Algorithme proposé d'allocation de ressources	44
3.6.1	Adaptation de modulation	44
3.6.2	Coupure en terme de débit	46
3.6.3	Allocation de sous-porteuses	49
3.7	Performance moyenne	50
3.7.1	Distribution équivalente moyenne d'utilisateurs	50
3.7.2	Probabilité de coupure moyenne	51
3.7.3	Débit utilisateurs et efficacité spectrale moyenne	52
3.7.4	Capacité du système et critère d'acceptation-rejet	52
3.8	Considérations d'implémentation pratique	53
3.9	Estimation de la distance masquée	57
3.10	Résultats de simulation	58
3.10.1	Distribution moyenne équivalente des utilisateurs	58
3.10.2	Compromis débit moyen utilisateur-coupure de débit	61
3.10.3	Efficacité spectrale moyenne et coupure moyenne de débit	61
3.10.4	Robustesse à la précision de la connaissance du canal	65
3.11	Conclusion	66
4	Allocation de Ressources en OFDMA Multi-Cellules	69
4.1	Introduction et état de l'art	69
4.2	Cas de cluster 7-cellules et un canal déterministe	71
4.2.1	Modélisation du Système	71
4.2.2	Position du problème	73
4.2.3	Solution proposée	74
4.2.4	Résultats numériques	78
4.2.5	Conclusion	81
4.3	Cas de deux cellules et un canal avec masquage et évanouissement	81
4.3.1	Modélisation du système	81
4.3.2	Position du problème	83
4.3.3	Solution proposée d'allocation de ressources	84
4.3.3.1	Sélection de station de base	84
4.3.3.2	Adaptation de débit	85
4.3.3.3	Caractérisation de la coupure de débit	86
4.3.3.4	Allocation de bande	88

Table des matières

4.3.3.5	Sélection du facteur de réutilisation	89
4.3.3.6	Le problème d'optimisation reformulée	89
4.3.4	Performance obtenue	90
4.3.5	Résultats de simulation	91
4.4	Conclusion	93
	Conclusions et perspectives	95
	Annexes	97
A	Optimalité du partage orthogonal de sous-porteuses	99
B	Distribution équivalente d'utilisateurs liée à la distance masquée	107
C	Rayon optimal de la frontière de partage de réutilisation	109
D	Probabilité de coupure de taux d'erreur binaire	111
E	Probabilité de coupure de débit	115
	Bibliographie	119

Table des figures

1.1	Modèle du système cellulaire considéré.	12
1.2	Chaîne de transmission complète point-à-point.	13
1.3	Chaîne de transmission OFDM point-à-point.	13
1.4	Le préfixe cyclique ou l'intervalle de garde.	14
1.5	Interférence entre deux symboles OFDM consécutifs.	15
1.6	Modèle fréquentiel discret équivalent d'une liaison OFDM.	15
1.7	Structure temps-fréquence d'une trame OFDM.	16
2.1	Comparaison des solutions adaptatives worst-case, QoS-aware et statique.	30
2.2	Comparaison des solutions optimale, sous-optimale et statique.	31
2.3	Région de débits réalisables et points optimaux	33
2.4	Région de débits réalisables dans le cas convexe.	34
3.1	Anneaux concentriques de modulations dans le cas $Q = 3$	47
3.2	La répartition uniforme des utilisateurs et la répartition équivalente.	47
3.3	Illustration de l'anneau différentiel $\mathcal{A}(r)$	50
3.4	La structure de trame.	53
3.5	L'étape dynamique de l'algorithme d'allocation de ressources.	56
3.6	La portée maximale (de la BPSK) en fonction du RSB moyen pire-cas.	60
3.7	Histogramme moyen de la distance masquée.	60
3.8	Débit maximal d'utilisateur en fonction du WASNR pour 100 utilisateurs.	61
3.9	Pourcentage moyen d'utilisateurs en coupure de débit en fonction de la distance de coupure.	62
3.10	Compromis entre le débit utilisateur et le pourcentage d'utilisateurs en coupure de débit.	62
3.11	Efficacité spectrale moyenne de notre méthode pour 10 utilisateurs.	64
3.12	Efficacité spectrale moyenne de notre méthode pour 100 utilisateurs.	64
3.13	Pourcentage moyen d'utilisateurs en coupure de débit.	65
3.14	L'effet de la précision CSI sur la coupure de TEB.	66
4.1	Cluster de cellules et frontière de partage $\Lambda(\theta)$	71

4.2	Contours RSBI-constant.	75
4.3	Le schéma proposé de réutilisation de fréquence.	76
4.4	Rayon optimal de frontière de partage en fonction de la puissance totale.	79
4.5	Variation de la capacité de cellule en fonction du rayon de partage.	80
4.6	Répartition des sous-porteuses par facteur de réutilisation et par cellule.	83
4.7	Débit commun moyen en fonction du seuil t_1 en dB.	92
4.8	Débit commun moyen maximal en fonction de la puissance totale.	92
A.1	Représentation 3-D de la fonction $\rho(p_1, p_2)$ définie par (A.16) avec $p = 1$	103

Liste des tableaux

3.1	Valeurs numériques des paramètres de simulation.	59
3.2	Les seuils RSB des modulations utilisées pour un TEB $\beta_{\max} = 10^{-3}$. . .	59
4.1	Valeurs numériques des paramètres de simulation dans le cas de 7 cellules.	78
4.2	Valeurs des paramètres de simulation dans le cas de deux cellules.	91

Introduction Générale

Contexte et problématique

La demande de nouveaux services haut-débit ne cesse d'augmenter. Les applications multimédia en particulier deviennent plus exigeantes en terme de qualité de service à garantir à l'utilisateur en faisant l'usage. De plus, les opérateurs des réseaux mobiles cherchent à améliorer la satisfaction des usagers en promettant une couverture uniforme où l'utilisateur jouit de la même Qualité de Service (QoS) indépendamment de sa localisation et des conditions de propagation. Ces besoins sont les moteurs de recherche et développement pour les normes actuelles comme le WiFi et le WiMax ainsi que pour des systèmes futures comme la 4G. Améliorer les capacités de ces systèmes en terme de débits et de QoS passe par l'emploi de nouvelles techniques de transmission (systèmes multi-antennes, modulations multi-porteuses,...) et de gestion de ressources (modulation et codage adaptatifs, adaptation de puissance, scheduling, ...).

La tendance dans les nouvelles normes est d'utiliser une modulation multi-porteuses en raison, entre autres, de son efficacité spectrale et de sa robustesse sur les canaux dispersifs. Le *multiplexage par répartition en fréquences orthogonales*, ou l'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) s'impose ainsi comme une technique de modulation efficace offrant une grande flexibilité en terme d'adaptativité aux diverses applications et environnements de propagation. Dans un contexte mono-utilisateur (liaison point-à-point), une modulation OFDM consiste à scinder le flux de données à transmettre en N_s flux parallèles. Chaque flux ayant un rythme symbole N_s fois moins rapide que le flux initial module un canal à bande étroite autour d'une fréquence porteuse. Les N_s fréquences porteuses sont rapprochées au maximum de telle sorte que les sous-canaux se chevauchent tout en restant orthogonaux. En pratique, on utilise une transformée de Fourier Discrète Inverse à N_s points pour effectuer numériquement la modulation OFDM. Dans un contexte multi-utilisateurs (liaison descendante point-à-multi-points par exemple), la station de base transmet vers plusieurs utilisateurs en même temps en se partageant les sous-canaux. De fait, la modulation OFDM sert aussi comme une technique d'accès multiple appelée l'OFDMA (Orthogonal Frequency Division Multiple-Access). La démodulation de l'OFDM consiste simplement à appliquer une transformée de Fourier discrète au signal reçu en bande de base afin de récupérer

les N_s flux transmis à l'émission.

Transmettre en OFDM est particulièrement intéressant dans le cas des canaux sélectifs en fréquence. En fait, chaque sous-canal à bande étroite subit une réponse fréquentielle quasiment plate du canal ce qui simplifie énormément l'égalisation à la réception. Nous allons voir aussi dans le chapitre 1 comment l'ajout d'un préfixe cyclique à chaque symbole OFDM permet au récepteur d'éliminer toute trace d'interférence entre symboles due à la dispersion dans le temps du canal multi-trajets. Ainsi, le modèle discret équivalent du canal OFDM consiste simplement à N_s coefficients multiplicatifs parallèles comme nous allons l'expliquer.

L'OFDM cache encore d'autres avantages par rapport à une transmission mono-porteuse. A côté de la faible complexité de modulation/démodulation moyennant une transformée de Fourier Discrète et de la simplicité de l'égalisation, l'OFDM-OFDMA offre un grand nombre de degrés de liberté en terme d'allocation de ressources. Ainsi, l'émetteur peut adopter une certaine stratégie de partage des sous-porteuses entre les utilisateurs, de choix de modulations, de schéma de codage et de puissance de transmission sur chaque sous-porteuse. Ces choix prennent en compte d'une part les exigences de l'utilisateur en terme de débit, de délai, de taux d'erreur binaire et d'autre part une certaine information sur l'état de son canal. Cela donne lieu à un problème d'optimisation où l'on cherche à maximiser un certain critère (la somme de débits dans une cellule, le débit-utilisateur minimum,...) ou à minimiser une fonction de coût (la puissance totale requise, le taux d'erreur binaire,...) sous certaines contraintes de QoS. Résoudre ce genre de problèmes conduit à des algorithmes d'allocation de ressources plus ou moins complexes à mettre en œuvre en pratique.

En terme de stratégies d'allocation de ressources en OFDM, on distingue deux familles. La première famille obéit à un objectif du point de vue de l'opérateur cherchant à maximiser la performance globale de son réseau afin de le rentabiliser au mieux. On trouve dans cette famille par exemple l'approche consistant à maximiser la somme des débits descendants dans une cellule [21, 24]. Ici on n'est pas très soucieux de la QoS instantanée ou minimale offerte à un utilisateur particulier. Le défaut de ce genre de stratégies est que les utilisateurs risquent de ne pas être satisfaits. D'où la deuxième famille de stratégies d'allocation de ressources intégrant des contraintes de QoS minimale [30]. De telles stratégies favorisent cette fois l'intérêt des utilisateurs au détriment de la performance globale du système. Un exemple consiste à chercher l'allocation optimale de ressources qui maximise un débit commun entre tous les utilisateurs [37]. Le défaut dans ce genre d'approche trop "égalitaire" est de voir la performance de tous les utilisateurs fortement pénalisée à cause de l'utilisateur se trouvant dans les conditions de propagation le plus défavorables à un moment donné.

Afin de pallier aux défauts de chacune des deux approches d'allocation de ressources, un troisième approche voit le jour en offrant un compromis entre la performance globale du système et la satisfaction des utilisateurs [28]. Nous proposons ainsi de chercher la stratégie d'allocation de ressources qui maximise la somme des débits dans une cellule sous contraintes de QoS minimale garantie à tout utilisateur avec une certaine probabilité et dans la limite de la capacité du système. Ce genre de compromis est particulièrement attractif est constitue un point d'originalité de notre contribution.

Nous avons mentionné précédemment que l’optimisation de l’allocation de ressources repose sur une certaine connaissance de l’état du canal. En OFDM multi-utilisateurs, l’état du canal comporte sur une liaison descendante mono-cellule par exemple le gain du canal entre la station de base et chacun des utilisateurs sur chacune des sous-porteuses. Notez que cela représente un grand nombre de paramètres à estimer, à mettre à jour au rythme de variation des canaux dans le temps et à transmettre à l’émetteur. La majorité des travaux sur l’allocation de ressources repose sur l’hypothèse d’une connaissance parfaite et complète des canaux. Nous allons appeler ce cas de figure “full CSI” pour *full Channel-State Information*. Dans ce cas, on suppose que le canal est parfaitement estimé soit par l’émetteur (la station de base par exemple pour la liaison descendante) dans les systèmes TDD ; soit par les récepteurs (les utilisateurs mobiles par exemple) dans le cas FDD qui n’ont qu’à relayer cette information à l’émetteur via des canaux de retour (feedback) supposés sans délai et parfaitement fiables.

Les approches full CSI fournissent des bornes supérieures pour le critère à optimiser (la somme de débits par exemple), en particulier lorsque les différents degrés de liberté sont optimisés conjointement. Cela résulte du fait qu’une connaissance parfaite du canal permet d’exploiter la diversité fréquentielle ainsi que la diversité multi-utilisateurs. Malheureusement, cette connaissance parfaite du canal est très difficile, voire impossible, à assurer en pratique. De plus, une optimisation conjointe des degrés de liberté (même deux comme l’allocation de puissances et de sous-porteuses) donne lieu, lorsqu’elle est faisable, à des algorithmes de complexité calculatoire excessive. Ces deux aspects vont être discutés par la suite.

Une connaissance complète et parfaite du canal est plutôt utopique du point de vue pratique pour les raisons suivantes :

- Quelque soit la méthode d’estimation du canal elle n’est jamais parfaite.
- Les estimées du canal sont obligatoirement quantifiées sur un nombre fini de bits, en particulier sur une voie de retour.
- Le canal varie en général dans le temps et ni les algorithmes d’estimation ni les canaux de retour ne sont instantanés ce qui fait qu’une connaissance parfaite du canal est impossible sauf peut-être pour des canaux très lentement variables comme en DSL.
- Enfin, avec un nombre élevé d’utilisateurs et/ou de sous-porteuses, le débit nécessaire pour s’échanger de la CSI devient vite excessif ce qui risque de gêner le gain en performance obtenue en exploitant la CSI.

Donc, en pratique, le système doit se contenter d’une connaissance imparfaite (erreurs d’estimation, bruit de quantification, erreurs de transmission, délais) et partielle (pour certains utilisateurs sur certaines sous-porteuses) du canal. Face à cette réalité, on peut soit proposer des algorithmes basés sur une full CSI et puis étudier les effets d’une dégradation de la CSI sur la performance ; soit baser l’optimisation a priori sur une CSI imparfaite et/ou partielle. Dans notre contribution, nous allons considérer certains aspects d’allocation de ressources étant donnée une CSI partielle et imparfaite.

Considérons maintenant la question de l’optimisation conjointe des degrés de liberté en allocation de ressources. Rappelons qu’en principe la meilleure performance est obtenue en optimisant conjointement tous les degrés de liberté tels que l’allocation de sous-

porteuses, de puissances, de codes, de modulations, etc. Il s'avère que l'optimisation conjointe même de deux degrés de liberté est difficile à dériver analytiquement [31, 47]. Même une solution numérique est parfois non-envisageable vu les dimensions importantes de l'espace des solutions possibles. Cela a conduit les auteurs à réduire le nombre de degrés de liberté (fixer par exemple les puissances des sous-porteuses et chercher l'allocation optimales de celles-ci [37] ou vice-versa) ou à séparer l'allocation de ressources en plusieurs étapes [48]. Cela conduit à des solutions sous-optimales mais pratiques en termes de complexité de mise en œuvre. Nous considérons également dans notre contribution ces aspects de complexité en proposant des algorithmes sous-optimaux simples d'allocation de ressources.

Les contributions présentées dans ce travail s'inscrivent dans ce contexte d'allocation de ressources en OFDMA multi-utilisateurs multi-cellules avec des contraintes variées de QoS. Nous concentrons notre attention sur le cas de la liaison descendante. Ce travail s'inscrit dans le cadre de deux projets DIVINE et ORMAC. Il s'agit de projets financés par l'Agence Nationale de Recherche (ANR) en télécommunications. Les deux projets regroupent plusieurs partenaires industriels et laboratoires universitaires. Plus de détails sur les objectifs de chaque projets sont fournis par la suite et les liens avec nos différentes contributions sont éclaircis.

Organisation du document et contributions

Ce manuscrit est organisé de la façon suivante. Dans le chapitre 1 nous décrivons un modèle général de la liaison descendante OFDM multi-utilisateurs. Dans les chapitres qui suivent, des sous-modèles sont dérivés de ce modèle général suivant le contexte traité dans chaque chapitre.

Contexte DIVINE - Contributions Chapitre 2

Les contributions présentées dans ce chapitre s'inscrivent dans le cadre du projet DIVINE "Diffusion de Vidéo et Image vers des terminaux hétérogènes, à travers des liens hétérogènes". Ce projet a pour but de proposer des techniques nouvelles de transmission et de protections de données multimédia en se basant sur une infrastructure WiFi ou WiMax. Les travaux de recherche et de simulation doivent aboutir à la mise en œuvre d'un démonstrateur qui offre aux visiteurs d'un musée une variété d'informations (textes, images, vidéos) sur les œuvres d'art. Ces informations seront consultables sur des terminaux sans-fil hétérogènes (PDA, téléphones portables, tablet-PC's, etc.) via des liens radio hétérogènes. On comprend ici que la QoS nécessaire soit très différente suivant le type de données et du terminal.

Dans ce contexte de services hétérogènes, nous considérons dans le chapitre 2 la maximisation d'une somme pondérée de débits descendants dans une cellule. Ce critère d'optimisation permet de différencier les utilisateurs en terme de débit moyen obtenu à long-terme par le biais des coefficients de pondérations. Un cas particulier correspond au débit total (la somme de débits) lorsque ces coefficients sont égaux. Ce critère est d'intérêt dans des contextes de téléchargement de données de volume important (images

haute-résolution par exemple) dans un système multi-utilisateurs. Dans le cas général, considérer une somme pondérée de débits permet de paramétrer la frontière de la région de débits réalisables ce qui nous servira dans le chapitre 2 à généraliser les résultats obtenus à d'autres critères de performance. Dans les deux cas, le problème d'optimisation que l'on considère est contraint à une puissance totale au niveau de la station de base ainsi qu'à un Taux d'Erreur Binaire (TEB) différent d'un utilisateur à l'autre. Cette différenciation en QoS entre les utilisateurs nous évite une conception "pire-cas" où le TEB le moins élevé (la QoS de l'utilisateur le plus exigeant) est considéré pour tous les utilisateurs.

A part l'aspect d'hétérogénéité en QoS, l'originalité de nos contributions dans le chapitre 2 réside dans le fait que nous partons d'un partage non-exclusif des sous-porteuses au sein de la cellule. Cela veut dire que la même sous-porteuse pourrait être utilisée pour transmettre plusieurs flux descendants destinés à plusieurs utilisateurs simultanément. Un partage orthogonal, où une sous-porteuse sert un seul utilisateur à la fois (en mode OFDMA) est systématiquement supposé a priori dans la littérature sans démontrer, dans le cas non-codé, son optimalité. Potentiellement, lorsque plusieurs flux descendant s'ajoutent pour être transmis sur une seule sous-porteuse, chaque utilisateur essaye de détecter le flux qui lui est destiné et considère les autres comme de l'interférence multi-utilisateurs. La somme des interférences ainsi résultant peut, dans le cas d'un grand nombre d'interfereurs, être considérée comme un bruit Gaussien qui vient s'ajouter au bruit thermique dans l'expression du Rapport Signal-plus-Interférence-plus-Bruit (RSBI) reçu. Ainsi, la maximisation de la somme pondérée de débits est relative au schéma de partage de la puissance totale disponible parmi les différentes sous-porteuses d'une part et parmi les différents flux partageant la même sous-porteuse d'autre part. Nous supposons dans ce chapitre que les canaux des différents utilisateurs sont parfaitement connus par la station de base. Ainsi, nous démontrons analytiquement dans le chapitre 2 qu'un partage orthogonal du type OFDMA est optimal. Cela veut dire que la puissance disponible au niveau d'une sous-porteuse donnée doit être monopolisée par un seul utilisateur. Avec des coefficients de pondération égaux et le même TEB pour tous les utilisateurs, on tombe dans un cas particulier où cette optimalité a été montrée dans [21].

Enfin, grâce à la notion de région de débits réalisables, nous généralisons l'optimalité de l'OFDMA, moyennant une allocation appropriée des puissances, à une large famille de critères de performances tels que le débit moyen, le débit minimum ou des débits proportionnels. Cela est rendu possible en établissant la convexité de la région de débits réalisables. Considérer d'autres critères de performance permet d'imposer des contraintes d'équité en QoS (maximiser par exemple le débit minimum revient à maximiser un débit commun entre tous les utilisateurs) ce qui rejoint le contexte des contributions présentées dans les chapitres suivants où l'on met l'accent sur l'équité en QoS.

Contexte ORMAC - Contributions Chapitres 3,4

Une fois que l'optimalité de l'OFDMA a été établie dans le chapitre 2 pour différents critères d'optimisation, nous considérons dans le reste de ce document une liai-

son OFDMA et nous mettons l'accent cette fois sur l'équité en QoS et les questions de connaissance du canal (CSI). Nous veillons aussi à ce que les algorithmes proposés soient de complexité raisonnable en vue d'une implémentation réelle. Le reste des contributions présentées dans cette thèse sont étroitement liées au projet ANR ORMAC "Optimisation des Réseaux Mobiles par Accroissement de la Capacité". Ce projet vise à proposer des modes d'accès radio permettant d'accroître significativement le débit des futurs systèmes de radio communication. Il s'agit de proposer des systèmes novateurs basés sur l'exploitation des différentes sources de diversité, la collaboration entre les stations de base, l'optimisation de la capacité par une coordination optimisée de l'accès (cross-layer optimization) et les solutions de gestion et d'annulation d'interférences.

Nous adressons pour commencer dans le chapitre 3, le problème d'allocation de ressource sur la liaison descendante d'une cellule OFDMA isolée sous contraintes d'équité en QoS. Nous nous intéressons en particulier aux solutions basées sur une connaissance partielle du canal. Notre but est de garantir à chacun des utilisateurs le même débit avec le même *Taux d'Erreur Binaire* (TEB) moyennant une stratégie simple d'allocation de sous-porteuses.

Dans la littérature, plusieurs techniques de réduction du débit de retour ont été proposées [6–8, 11, 13, 22, 29, 34, 38, 44]. Certains travaux [6, 7, 38] sont basés sur l'optimisation de la quantification des informations de retour. D'autres [44] exploitent les différents types de corrélation (temporelle, fréquentielle,...) dans la réponse du canal. D'autres travaux [22] supposent connues certaines statistiques sur le canal et la charge du système. **Notre contribution** appartient à cette dernière famille d'approches qui exploitent une connaissance partielle du canal correspondant au gain moyen en puissance du canal de chaque utilisateur. Ce gain moyen, qui représente une statistique du canal, peut être obtenu en moyennant la puissance reçue sur l'ensemble de sous-porteuses pendant des symboles OFDM dédiés à l'estimation de canal. Ce gain moyen du canal peut être considéré comme un gain de propagation masqué qui correspond à une distance équivalente différente de la distance réelle entre l'utilisateur et la stations de base. On va appeler cette distance équivalente *la distance masquée*. La méthode d'allocation que l'on propose dans la suite est basée sur cette notion de distance masquée que l'on caractérise analytiquement. Étant donnée une QoS cible, nous décrivons l'allocation optimale de sous-porteuses et de débits maximisant le débit par utilisateur. La présence de d'évanouissements aléatoires provoque des coupures lorsque le TEB d'un utilisateurs dépasse le TEB cible. Par conséquent, une condition sur la probabilité maximale de coupure en TEB est incorporée à la spécification de la QoS cible. Le masquage, à son tour, fait que certain utilisateurs tombent, en terme de distance masquée, hors de la portée maximale ; ce qui induit une probabilité de coupure en débit que l'on caractérise également.

Dans le chapitre 4, nous nous intéressons au problème de l'allocation optimale de ressources, en particulier celle de sous-porteuses, sur une liaison descendante OFDMA multi-cellulaire sous contraintes d'équité en terme de qualité de service. Étant donné que la présence d'interférences entre-cellules constitue le facteur principal de dégradation de performance pour les utilisateurs en bordure de cellule, nous employons une approche de *ré-utilisation fractionnels des fréquences* (Frequency-Reuse Partitioning) [14, 16] afin d'y remédier. Cette approche consiste à utiliser plusieurs facteurs de réutilisation des

canaux (sous-porteuses) alloués aux différents utilisateurs suivant l'état du canal (ou l'information disponible sur celui-ci) et les conditions d'interférences de chaque utilisateur. On garde à l'esprit la nécessité de limiter le débit sur les canaux de retour en adoptant une connaissance partielle du canal qui se réduit au gain moyen du canal.

Une première évaluation théorique de la performance en terme de capacité de cellule est effectuée en utilisant un modèle de canal simple qui se réduit à la perte de propagation (pathloss) avec un exposant de perte arbitraire. Dans un cluster de 7 cellules adjacentes, nous proposons un schéma de partage de la bande disponible utilisant un facteur de réutilisation égal à un pour les utilisateurs proches des stations de base et un facteur deux pour ceux en bordure de cellules. Ces deux catégories d'utilisateurs sont séparées par un cercle de partage dont le rayon est optimisé afin de maximiser la capacité par cellule sous la contrainte d'une capacité commune par utilisateur (QoS fairness). La proposition décrivant le rayon optimal constitue une des contributions principales dans le chapitre 4. Nous y décrivons également l'allocation optimale correspondante de bande par utilisateur et caractérisons la performance moyenne en terme de capacité par cellule en fonction de la puissance totale par station de base.

Un modèle de canal plus réaliste, incorporant l'effet du pathloss, du masquage et celui de l'évanouissement, est considéré dans la suite du chapitre 4 dans le cas de deux cellules où nous considérons également le problème de la sélection de site (sélection de station de base moyennant des handovers). Cette fois nous imposons un débit binaire commun entre tous les utilisateurs plus un taux d'erreur binaire cible couplé à une probabilité de coupure maximale. La contribution principale ici est de proposer une méthode pratique sous-optimale d'allocation de station de base, de facteur de reuse, de modulation et de sous-porteuses qui maximise le débit utilisateur.

Publications de l'auteur

Les travaux présentés dans cette thèse ont donné lieu aux publications suivantes :

Revue internationale

1. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Practical Radio Link Resource Allocation for Fair QoS-Provision on OFDMA Downlink with Partial Channel-State Information*, EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, Vol. 2009, October 2008.

Conférences internationales

2. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Base-Station and Subcarrier Assignment in Two-Cell OFDMA Downlink under QoS Fairness*, IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC'08) - Invited Paper - 2008.

3. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Resource Allocation in OFDMA Downlink with Reduced Feedback Overhead*, IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC'08) - 2008.
4. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Optimal Frequency-Reuse Partitioning for Ubiquitous Coverage in Cellular Systems*, 15th European Signal Processing Conference (EUSIP-CO'08) - 2008.
5. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Fair Service Provision in OFDMA with Partial Channel-State Information*, The Ninth IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC'08) - 2008.
6. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Weighted Sum-Rate Maximization in Multiuser-OFDM Systems under Differentiated QoS Constraints*, 8th IEEE Workshop on Signal Processing Advances for Wireless Communications (SPAWC'07) - June 2007.
7. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Optimal subcarrier sharing for weighted sum of rates maximization in multiuser-OFDM systems*, The 3rd workshop on Resource Allocation in Wireless Networks (RAWNET'07) - April 2007.

Conférences nationales

8. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Partage optimal de sous-porteuses en OFDM non-codé*, 21th Colloque GRETSI- September 2007.

Notations

Dans ce manuscrit, nous adoptons les conventions suivantes :

- Les variables sont représentées en lettres minuscules a, p, β .
- Les constantes sont en majuscules A, F_c, Γ_0 .
- Les vecteur sont notés par des minucules gras \mathbf{p}, \mathbf{a} .
- Les matrice sont notées par des majuscules gras $\mathbf{P}, \mathbf{\Omega}$.

Les principales notations utilisées sont résumées dans le tableau suivant :

N_u	Nombre total d'utilisateurs.
u	Indice d'utilisateur ($u = 1, \dots, N_u$).
N_b	Nombre total de stations de base.
b	Indice de station de base ($b = 1, \dots, N_b$).
N_s	Nombre de sous-porteuses.
s	Indice de sous-porteuse ($s = 1, \dots, N_s$).
g	Gain en puissance du canal.
h	Information disponible sur l'état du canal.
α	Perte de propagation (Path-loss).
η	Exposant de perte.
ξ	Masquage (Shadowing) log-normal.
ϕ	Evanouissement (fading) rapide.
γ	Rapport Signal-sur-Bruit-(plus-Interférences) RSB(I).
N_0	Densité spectrale de puissance du bruit blanc additif Gaussien.
B_{tot}	Largeur totale de bande du signal OFDM.
P_{tot}	Puissance totale crête de transmission par station de base.
p	Puissance de transmission sur une sous-porteuse.
P	Matrice d'allocation de puissances.
A	Matrice d'allocation de sous-porteuses.
M, m	Ordre de modulation M-QAM.
TEB, β	Taux d'erreur binaire.
\log	Logarithme nippérien.
\log_n	Logarithme à la base n .
ρ	Débit binaire.
c	Capacité.
e	Efficacité spectrale.
B	Espacement entre sous-porteuses.
F_c	Fréquence centrale.
d, x, r	Distance.
θ	Angle.
ϑ	Vitesse de la lumière.
μ	La moyenne d'une variable aléatoire.
σ	L'écart-type d'une variable aléatoire.
R	Le rayon de cellule.
T_s	La durée d'un symbole OFDM.
Π	Probabilité.
Π_β, Π_ρ	Probabilité de coupure de TEB, de débit.
f	Facteur de réutilisation d'une sous-porteuse.
F	Marge de puissance (d'évanouissement par exemple).
w	Largeur de bande.

Chapitre 1

Modélisation de la Liaison Descendante OFDM Multi-Utilisateurs

CE chapitre décrit le modèle général de la liaison descendante OFDM multi-utilisateurs. Dans les chapitres suivants, des sous-modèles vont en être tirés en fonction des hypothèses propres au contexte particulier de chaque chapitre.

1.1 Introduction

Considérons un système composé de N_b stations de base destinées à servir via l'ensemble des liaisons descendantes une certaine zone comportant N_u utilisateurs actifs (Figure 1.1). La modulation adoptée étant l'OFDM avec N_s sous-porteuses couvrant une bande totale B_{tot} . Ce travail se focalise sur la liaison descendante tout en supposant disponibles des canaux de retour pour l'échange d'information de contrôle dans le sens utilisateur-station de base sur la liaison montante. On suppose également que les stations de base disposent de canaux d'échange d'information afin par exemple de coopérer entre elles au sujet de l'allocation de ressources.

Nous allons commencer par rappeler le modèle complet d'une liaison OFDM simplex point-à-point afin d'introduire le modèle idéal discret équivalent à canaux Gaussiens parallèles habituellement adopté dans le contexte d'allocation de ressources.

1.2 Modèle d'une liaison OFDM point-à-point

Dans une chaîne classique de transmission numérique point-à-point (Figure 1.2), les données binaires à transmettre au récepteur passent d'abord par le codeur de source et le codeur de canal avant d'entamer la modulation numérique et la transmission via le canal physique. A la réception et après l'étape de démodulation et de "demapping", les données binaires récupérées alimentent le décodeur de canal avant d'être décodées aussi par le décodeur de source et délivrées à la destination finale.

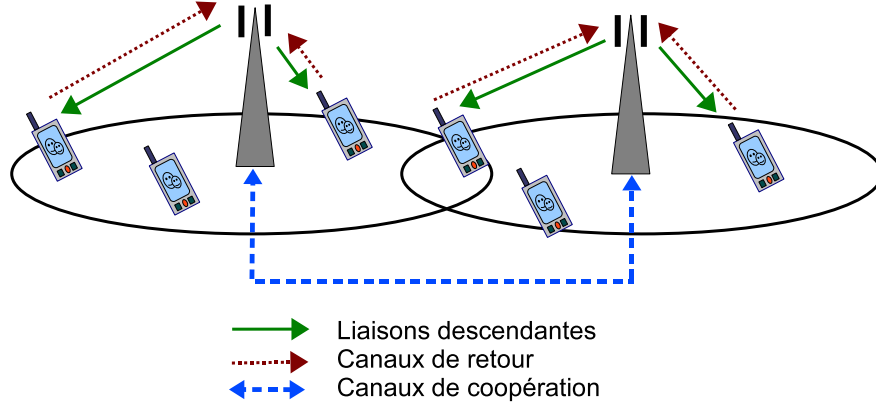


FIG. 1.1 – Modèle du système cellulaire considéré où deux cellules seulement sont représentées.

Ici nous nous intéressons à la performance d’une liaison OFDM non-codée. Par conséquent, nous nous plaçons à la sortie du codeur de canal et nous mesurons la performance (en terme de débit binaire, de taux d’erreur binaire, de délai...etc) au niveau de l’entrée du décodeur de canal de l’autre côté. La figure 1.3 illustre en détail la chaîne OFDM point-à-point. Les fonctionnalités des différents blocs dans cette chaîne sont expliquées dans ce qui suit.

1.2.1 L’émetteur

Le flux de bits d’informations est mappé en symboles M-QAM $\{x\}$ qui, par blocs de N_s valeurs complexes, subissent une transformée de Fourier discrète inverse (TFDI) au rythme $1/T_s$ ou T_s est appelé la durée d’un symbole OFDM. Les N_s entrées du bloc TFDI sont considérées comme la représentation du signal à transmettre dans le domaine fréquentiel ou chaque entrée module une sous-porteuse. Ainsi, l’opération TFDI permet d’effectuer le passage du domaine fréquentiel au domaine temporel fournissant à son tour N_s valeurs complexes $\{x_t\}$ formant les échantillons dans le temps du symbole OFDM. Notons par $x(i, k)$ la i -ième composante du k -ième bloc de $\{x\}$ où $k = 0, 1, \dots$ et $i = -N_s/2, \dots, 0, \dots, N_s/2 - 1$. L’indice k est également l’indice du symbole OFDM transmis à l’instant kT_s . Ainsi, le n -ième échantillon du k -ième symbole à la sortie de la TFDI est

$$x_t(n, k) = \sum_{i=-N_s/2}^{N_s/2-1} x(i, k) e^{j2\pi ni / N_s}. \quad (1.1)$$

A ce stade, un intervalle de garde, ou un préfixe cyclique, est introduit afin de lutter contre l’interférence entre les symboles OFDM suite au passage par un canal multi-trajets dispersif en temps. Le préfixe cyclique consiste à copier les N_g dernières valeurs

1.2 - Modèle d'une liaison OFDM point-à-point

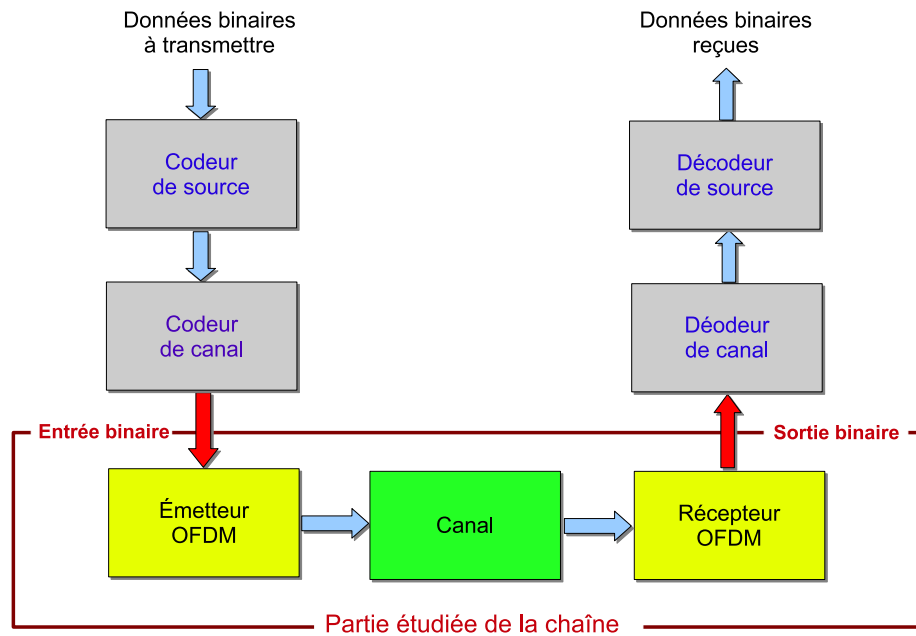


FIG. 1.2 – Chaîne de transmission complète point-à-point illustrant la partie étudiée de la chaîne.

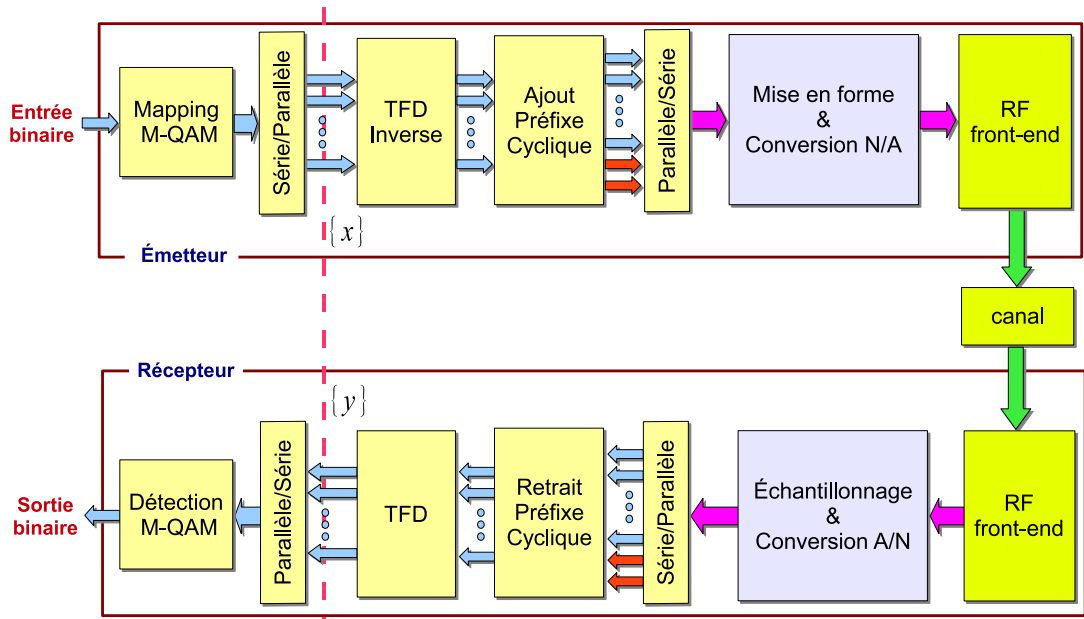


FIG. 1.3 – Chaîne de transmission OFDM point-à-point.

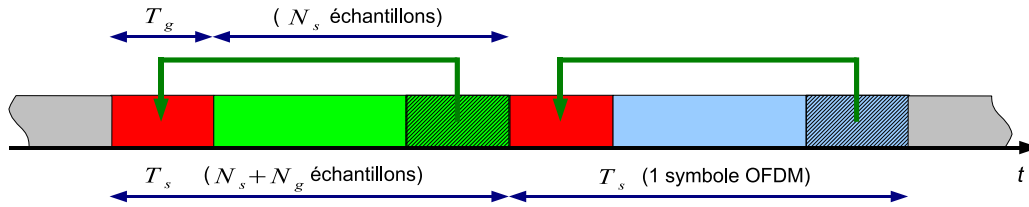


FIG. 1.4 – Le préfixe cyclique où l'intervalle de garde.

de la séquences $\{x_t\}$ et les coller au début formant ainsi une nouvelle séquence $\{x'_t\}$ de taille $N_s + N_g$ (voir Figure 1.4). L'ensemble de cette dernière séquence doit être transmis pendant la durée T_s . Le choix de la taille du préfixe cyclique est directement lié à la dispersion maximale du canal (maximum delay spread) τ_{max} . On définit la durée de l'intervalle de garde par $T_g = T_s N_g / (N_s + N_g)$. Afin d'absorber l'interférence entre symboles due à la dispersion dans le canal on doit avoir $T_g > \tau_{max}$. Cela permet de préserver l'orthogonalité des sous-porteuses simplifiant ainsi l'égalisation du canal à la réception. Typiquement, le rapport T_g/T_s est de l'ordre de $1/16$ jusque $1/4$.

Dans le cas où tous les symboles à l'entrée de la TFDI sont issus de la même constellation M -QAM, chaque symbole transporte $\log_2 M$ bits d'informations. Par conséquent, le débit binaire de la liaison OFDM est $(N_s \log_2 M)/T_s$.

Les $N_s + N_g$ valeurs complexes obtenues après l'ajout du préfixe cyclique sont en suite sérialisées, passées par un filtrage de mise en forme et puis converties en un signal analogique. La dernière étape consiste à transposer ce dernier signal analogique autour de la fréquence centrale F_c avant d'être transmis sur le canal.

1.2.2 Le récepteur

Dans le canal sélectif en fréquence, les symboles OFDM transmis subissent fatalement de l'interférence entre-symboles (IES). Cependant, cette IES n'affecte que les premiers échantillons faisant partie de l'intervalle de garde comme le montre la figure 1.5. Cela justifie le choix de la durée de l'intervalle de garde tel que $T_g > \tau_{max}$. Or, le récepteur, après avoir échantillonné le signal reçu, il le débarrasse de la partie correspondant à l'intervalle de garde. Ainsi, le récepteur se retrouve avec un symbole OFDM propre de toute trace d'IES qui est prêt à être démodulé en utilisant une transformée de Fourier discrète pour obtenir enfin les symboles complexes reçus $\{y\}$ correspondant aux symboles $\{x\}$ envoyés par l'émetteur.

1.2.3 Modèle du canal discret équivalent

Sous l'hypothèse d'une synchronisation parfaite entre l'émetteur et le récepteur (en terme de fréquence centrale et d'instant d'échantillonnage), on démontre [17] que la partie de la chaîne de la figure 1.3 (à droite de la ligne en tirets) partant de l'entrée $\{x\}$ de la TFDI côté émetteur jusqu'à la sortie $\{y\}$ de la TFDI côté récepteur peut être

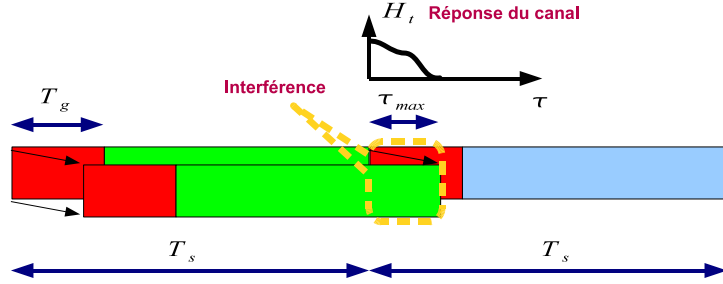


FIG. 1.5 – L'interférence entre deux symboles OFDM consécutifs due à la réponse impulsionnelle d'un canal dispersif.

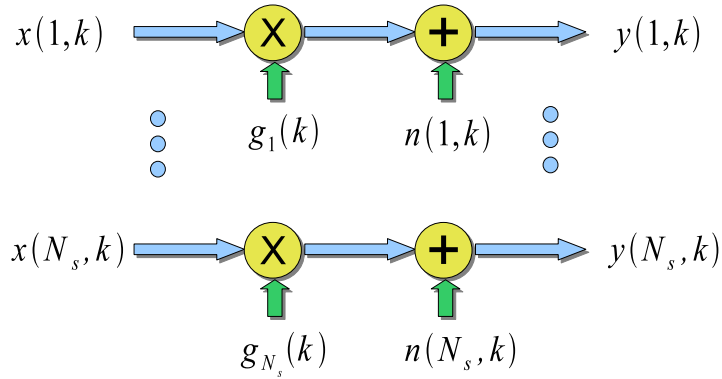


FIG. 1.6 – Modèle fréquentiel discret équivalent d'une liaison OFDM.

modélisée par un ensemble de N_s canaux plats Gaussiens parallèles (Figure 1.6) comme suit

$$y(s, k) = g_s(k) x(s, k) + n(s, k), \quad s = 1, \dots, N_s. \quad (1.2)$$

où k est l'indice du symbole OFDM et g_s représente le gain en puissance du canal à la fréquence de la s -ième sous-porteuse, à savoir $F_c - (N_s/2 + s) * B$ avec B étant la séparation inter-sous-porteuses $B = B_{tot}/N_s$. Ce gain est, dans le cas général, fonction du temps k pour les canaux variables dans le temps. Le terme $n(s, k)$ est l'échantillon d'un bruit blanc Gaussien centré de variance σ_s^2 . Nous nous basons par la suite sur ce modèle fréquentiel équivalent afin de décrire le modèle complet d'une liaison OFDM descendante multi-utilisateurs utilisé dans l'étude de l'allocation de ressources.

1.3 Modèle d'une liaison OFDM multi-utilisateurs

Rappelons qu'avec N_s sous-porteuses couvrant une bande totale B_{tot} , la séparation inter-sous-porteuse est $B = B_{tot}/N_s$. L'orthogonalité entre les sous-porteuses implique

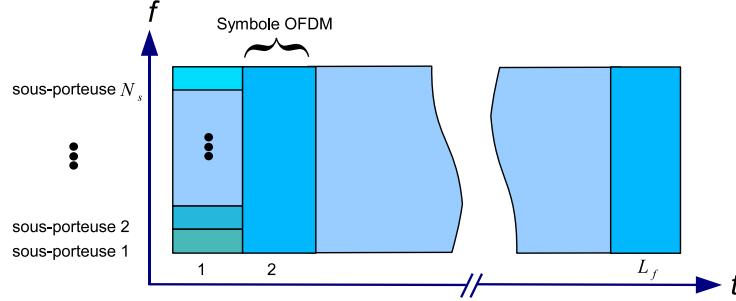


FIG. 1.7 – Structure temps-fréquence d'une trame OFDM comportant L_f symboles.

que la durée T_s d'un symbole OFDM est donnée par $T_s = 1/B$.

1.3.1 L'émission à la station de base

La transmission se fait par blocs appelés *trames*. Chaque trame a une taille fixée égale à L_f symboles OFDM ce qui donne une durée trame de $L_f T_s$ (Figure 1.7).

Chaque sous-porteuse est modulée par une des constellations M-QAM disponibles. Dans le cas général, la modulation peut être discrète (un nombre fini de valeurs entières pour l'ordre de modulation M) ou continue (un nombre infini de valeurs réelles positives pour M). La valeur de M peut varier d'une sous-porteuse à l'autre au sein d'un même symbole OFDM et d'un symbole (ou un slot temporel) à l'autre dans la trame.

On note par $p_{b,u,s}$ la puissance du signal utile transmis par la station de base b sur la sous-porteuse s à destination de l'utilisateur u . Dans la formulation analytique que nous adoptons, tout utilisateur pourrait être servi par une et une seule station de base sur une ou plusieurs sous-porteuses. Être servi par une seule station de base s'exprime de la façon suivante

$$p_{b,u,s} \neq 0 \Rightarrow p_{b',u,s'} = 0, \forall b' \neq b, \forall s'. \quad (1.3)$$

Dans ce cas, la station de base b est appelée *la station de base servante* pour l'utilisateur u . Choisir une station servante pour un utilisateur donné relève de la sélection de station de base, appelée aussi *sélection de site*, faisant partie du processus d'allocation de ressources.

Par contre, une station de base donnée a le droit de servir sur la même sous-porteuse plusieurs utilisateurs à la fois. Cela veut dire que, dans notre modèle général, le partage de sous-porteuses au sein des utilisateurs rattachés à la station de base b n'est pas forcément exclusif. Lorsque le partage est exclusif cela donne lieu à un schéma d'accès multiple du type OFDMA.

D'autre part, plusieurs stations de base peuvent utiliser la même sous-porteuse pour servir différents utilisateurs à la fois. Cela est directement lié au schéma de ré-utilisation des fréquences faisant lui-aussi partie du processus d'allocation de ressources.

Chaque station de base est assujettie à une contrainte de puissance totale crête donnée par

$$P_{tot} = \sum_{s=1}^{N_s} \sum_{u=1}^{N_u} p_{b,u,s}. \quad (1.4)$$

Le système composé des N_b stations de base dispose de N_u flux différents de données binaires à transmettre aux N_u utilisateurs. Imaginons que l'utilisateur u est rattaché à la station de base b et alloué la sous-porteuse s avec une modulation d'ordre m_u et une puissance de transmission $p_{b,u,s}$. Dans ce cas, $\log_2 m_u$ bits par slot temporel du flux binaire $x_{bin}(u)$ destiné à l'utilisateur u vont être convoyés par le symbole complexe m_u -QAM noté $x_t(u)$ supposé de puissance unitaire. En prenant en compte l'ensemble des utilisateurs rattachés à la station de base considérée, le signal à transmettre sur la sous-porteuse s est la somme des contributions des N_u flux qui s'écrit

$$x_{sum}(b, u, s) = \sum_{u=1, b_u=b}^{N_u} \sqrt{p_{b,u,s}} x_t(u). \quad (1.5)$$

Examinons maintenant l'effet du canal sur le signal transmis.

1.3.2 L'effet du canal

On adopte le modèle discret équivalent (1.2) comportant les opérations de modulation/démodulations OFDM ainsi que l'effet du canal sélectif en fréquence. Dans ce cas, le canal entre la station de base b et l'utilisateur u est caractérisé par N_s coefficients de la forme $g_{b,u,s}$ ($s = 1, \dots, N_s$). Chaque coefficient $g_{b,u,s}$ représente le gain en puissance du canal entre la station de base b et l'utilisateur u sur la sous-porteuse s . On modélise ce gain par une variable aléatoire qui prend en compte la perte de propagation (path-loss) $\alpha(d_{b,u})$, qui dépend de la distance $d_{b,u}$ de l'utilisateur u à la station de base b , le masquage (shadowing) en log-normal $10^{0.1 \xi_{b,u}}$ supposé non-sélectif en fréquence et l'évanouissement de Rayleigh $\phi_{b,u,s}^2$ (élevé au carré car on considère du gain en puissance) avec $E[\phi_{b,u,s}^2] = 1$. Cela peut être exprimé comme suit

$$g_{b,u,s} = \alpha(d_{b,u}) 10^{0.1 \xi_{b,u}} \phi_{b,u,s}^2. \quad (1.6)$$

La perte de propagation $\alpha(d)$ représente la moyenne à long terme, appelé aussi *area mean*, du gain en puissance du canal à la distance d de la station de base considérée. On suppose que la perte logarithmique $\alpha_{dB}(d) = -10 \log_{10} \alpha(d)$ suit le *modèle à exposant* [1] défini par

$$\alpha_{dB}(d) = \alpha_{dB}(D_0) + 10 \eta \log_{10} \frac{d}{D_0}. \quad (1.7)$$

Le terme $\alpha_{dB}(D_0)$ est la perte à une distance de référence D_0 tandis que $\eta \geq 2$ représente l'*exposant de perte*. La valeur de η dépend de la nature du terrain et de la hauteur de

l'antenne de la station de base [1]. On a

$$\alpha_{dB}(D_0) = 20 \log_{10} \frac{4\pi f_s D_0}{\vartheta} \quad (1.8)$$

où f_s est la fréquence de la sous-porteuse considérée et ϑ est la vitesse de la lumière. En considérant une distance de référence unitaire ($D_0 = 1$), la perte de propagation s'écrit

$$\alpha(d) = \frac{\alpha_0}{d^\eta} \quad (1.9)$$

avec $\alpha_0 = (\vartheta/(4\pi f_s))^2$. Comme la largeur de bande totale B_{tot} du système OFDM est typiquement faible comparée à la fréquence centrale F_c , on a pu considérer que la valeur de α_0 est indépendante de l'indice s de la sous-porteuse. Ce paramètre α_0 est souvent calculé en se basant sur l'extrémité haute de la bande OFDM, à savoir à la fréquence $F_c + B_{tot}/2$ (valeur pire-cas).

Dans (1.6), le masquage log-normal $10^{0.1 \xi_{b,u}}$ représente les variations lentes dans le temps et avec la distance. L'effet de la perte de propagation $\alpha(d_{b,u})$ conjuguée au masquage est une sorte de moyenne à moyen-terme, appelée également *local-mean*, du gain en puissance du canal. Le masquage log-normal est caractérisé par l'écart type du masquage σ qui n'est rien d'autre que l'écart-type de la variable aléatoire Gaussienne centrée $\xi_{b,u}$.

1.3.3 La réception

Dans le cas général d'un système multi-cellules, deux sources d'interférences viennent détériorer le signal reçu en plus du bruit blanc additif Gaussien. Ces deux sources d'interférences sont :

1- *Les interférences intra-cellule* provenant d'un partage non-exclusif éventuel des sous-porteuses. Leur somme, notée $I_{intra}(u, s)$, est donnée par

$$I_{intra}(u, s) = g_{b_u, u, s} \sum_{u'=1, u' \neq u}^{N_u} p_{b_u, u', s} \quad (1.10)$$

où b_u et la station de base servante pour l'utilisateur u .

2- *Les interférences entre-cellules* provenant de la réutilisation de certaines sous-porteuses par plusieurs cellules et ayant comme somme

$$I_{entre}(u, s) = \sum_{b'=1, b' \neq b_u}^{N_b} g_{b', u, s} \sum_{u'=1, u' \neq u}^{N_u} p_{b', u', s}. \quad (1.11)$$

Sous l'hypothèse d'un grand nombre d'interféreurs, les deux sommes $I_{intra}(u, s)$ et $I_{entre}(u, s)$ peuvent être modélisées par deux termes de bruit Gaussien additif s'ajoutant au bruit thermique. Ainsi, si l'utilisateur u est rattaché à la station de base b_u et recevant de la part de cette dernière un signal utile sur la sous-porteuse s , le *Rapport*

Signal-sur-Bruit-plus-Interférences (RSBI) reçu par cet utilisateur sur la sous-porteuse s est donné par

$$\gamma_{b_u,u,s} = \frac{P_{b_u,u,s} g_{b_u,u,s}}{\sigma_{u,s}^2 + I_{intra}(u,s) + I_{entre}(u,s)}. \quad (1.12)$$

La variance du bruit peut varier, comme la notation $\sigma_{u,s}^2$ laisse entendre, d'une sous-porteuse à l'autre et d'un utilisateur à l'autre. Dans la majorité des cas, nous prenons $\sigma_{u,s}^2 = BN_0$ pour tout (u,s) où N_0 n'est rien que la densité spectrale de puissance du bruit thermique supposée constante sur toute la bande B_{tot} . Cependant, certains résultats vont être obtenus dans le cas général de puissances de bruit différentes comme dans l'exemple du chapitre 2.

Notez que, suivant le contexte étudié, une ou les deux sortes d'interférences I_{intra} et I_{entre} sont absentes. Par exemple, dans un système mono-cellule où dans un système multi-cellules sans réutilisation de sous-porteuses, nous aurons $I_{entre} = 0$. A noter enfin que l'on travaille en l'absence de toute interférence entre sous-porteuses car on suppose que, d'une part, le préfixe cyclique est suffisamment long pour préserver l'orthogonalité des sous-porteuses à la réception et que, d'autre part, la synchronisation des fréquences entre les récepteurs et les stations de base est parfaite.

En se basant sur le modèle général du RSBI décrit précédemment dans ce chapitre, nous dérivons dans les chapitres qui suivent des modèles simplifiés suivant le contexte d'allocation de ressource traité dans chaque chapitre.

Partage de Sous-Porteuses en OFDM Mono-Cellulaire

LE présent chapitre considère le problème du partage optimal de sous-porteuses entre les flux destinés aux différents utilisateurs sur une liaison descendante d'un système OFDM mono-cellulaire. Le but est de démontrer qu'un partage orthogonal (du type OFDMA), couplé à une allocation appropriée des puissances des sous-porteuses, est optimal pour une large famille de critères de performance tel que la somme pondérée de débits. Cela s'inscrit dans un contexte de qualités de service hétérogènes adaptées au besoin de chaque utilisateur.

2.1 Introduction et état de l'art

Dans les systèmes multi-utilisateurs où les ressources (puissance, bande et temps) doivent être partagées entre les utilisateurs, le problème de la recherche du partage optimal se pose. L'optimalité étant relative à un critère de performance dont le choix dépend des contraintes de l'application (délais, débits, pertes,...) et des contraintes matérielles (complexité, autonomie de batteries,...). L'optimisation prend en compte une certaine connaissance de l'état des canaux des utilisateurs. En OFDM, l'optimisation porte sur les débits, l'allocation des sous-porteuses et des puissances de transmission. Le débit étant adaptable par un code à rendement variable et/ou par une constellation M-QAM adaptative.

L'adaptation de lien en OFDM a souvent été abordée du point de vue de la théorie de l'information où différents types de capacité (ergodique, de coupure,...) ont été considérés [37, 39]. De telles approches fournissent des bornes supérieures pour les débits moyens réalisables avec un codage approprié. En revanche, aucune contrainte n'est imposée ni sur l'alphabet du signal émis ni sur la complexité des décodeurs. De plus, les capacités correspondent à des débits sans erreurs et à une contrainte de puissance moyenne. En pratique, on s'intéresse à un alphabet issu de constellations M-QAM, à des taux d'erreur binaire (TEB) réalistes et à une contrainte de puissance crête.

Dans ce chapitre on considère le cas non-codé d'un système mono-cellulaire OFDM multi-utilisateurs avec modulation et puissance adaptatives. On se focalise sur la liaison descendante et on choisit comme critère d'optimalité la somme pondérée de débits sous contrainte de puissance totale crête. Ce critère permet de différencier les utilisateurs en terme de priorité, donc de débits moyens à long-termes, en ajustant leurs poids respectifs. **Notre contribution** dans le présent chapitre vise à répondre à un contexte de services hétérogènes (parole, image, vidéo...) en considérant un TEB différent d'un utilisateur à l'autre. La prise en compte de cette disparité permet d'éviter une conception "pire-cas" [21] où tous les utilisateurs sont pénalisés par celui le plus contraignant en terme de TEB. De plus, contrairement aux travaux [37, 39, 46, 47] supposant a priori un partage orthogonal de sous-porteuses, on autorise chaque sous-porteuse à être partagée par plusieurs utilisateurs [21]. Au niveau du récepteur d'un utilisateur donné, ce partage engendre un terme d'interférence entre-utilisateurs qui s'ajoute au signal utile en plus du bruit thermique.

2.2 Optimalité du partage orthogonal de sous-porteuses

On choisit comme critère d'optimalité la somme pondérée de débits. Comme cette somme pondérée permet de paramétrer, par le vecteur des poids, la frontière de la région de débits réalisables lorsqu'elle est convexe, les résultats obtenus pour la maximisation de la somme pondérée sont généralisables, comme on le démontre à la fin de ce chapitre, à d'autres critères de performance.

2.2.1 Maximisation de la somme pondérée de débits réalisables

Dans le cas mono-cellule traité ici, l'expression du RSBI (1.12) se simplifie comme suit grâce à l'absence de cellules interférant

$$\gamma_{1,u,s} = \frac{p_{1,u,s} g_{1,u,s}}{\sigma_{u,s}^2 + I_{intra}(u,s)} \quad (2.1)$$

où u est l'indice de l'utilisateur et s est celui de la sous-porteuse. De (1.10), le terme d'interférence s'écrit, après omission du premier indice de la station de base valant toujours un, comme suit

$$I_{intra}(u,s) = g_{u,s} \sum_{u'=1, u' \neq u}^{N_u} p_{u',s}. \quad (2.2)$$

Il en découle que

$$\gamma_{u,s} = \frac{p_{u,s} g_{u,s}}{\sigma_{u,s}^2 + g_{u,s} \sum_{u'=1, u' \neq u}^{N_u} p_{u',s}}. \quad (2.3)$$

Formulons maintenant le problème d'optimisation considéré qui consiste à trouver l'allocation de ressources maximisant la somme pondérée de débits sous les contraintes d'un taux d'erreur binaire différent d'un utilisateur à l'autre, d'un partage non-exclusif des sous-porteuses et d'une puissance totale crête au niveau de la station de base.

2.2.1.1 Position du problème

Pour un grand nombre d'utilisateurs, on modélise le terme d'interférence par un bruit Gaussien qui s'ajoute au bruit thermique [21]. Dans ce cas, on utilise l'approximation du TEB donnée dans [12] par

$$\beta_u = 0.2 \exp \frac{-1.6 \gamma_{u,s}}{2q_{u,s} - 1} \quad (2.4)$$

où β_u représente le TEB de l'utilisateur u et $q_{u,s}$ est le nombre de bits par symbole M-QAM sur la sous-porteuse s . D'où $q_{u,s} = \log_2 (1 + \gamma_{u,s}/\Gamma_u)$ avec

$$\Gamma_u = -\log(5\beta_u)/1.6. \quad (2.5)$$

Pour une détection cohérente avec un filtre adapté de Nyquist où le rythme symbole OFDM est égal à la largeur de bande par sous-porteuse, la quantité $q_{u,s}$ représente l'efficacité spectrale en bps/Hz. En transmettant sur l'ensemble des N_s sous-porteuses, l'utilisateur u obtient un débit¹ total donné par

$$q_u(\mathbf{P}) = \sum_{s=1}^{N_s} q_{u,s} = \sum_{s=1}^{N_s} \log_2 (1 + \gamma_{u,s}/\Gamma_u)$$

où la matrice $\mathbf{P} = [p_{u,s}]$ représente *la matrice de puissances* décrivant l'allocation de puissance aux différents utilisateurs sur les différentes sous-porteuses. La somme pondérée de débits s'écrit

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{P}) &= \sum_{u=1}^{N_u} \Psi_u q_u(\mathbf{P}) \\ &= \sum_{s=1}^{N_s} \sum_{u=1}^{N_u} \Psi_u \log_2 \left[1 + \frac{p_{u,s}/\Gamma_u}{\sum_{j=1, j \neq u}^{N_u} p_{j,s} + \frac{g_{u,s}}{\sigma_{u,s}^2}} \right] \end{aligned} \quad (2.6)$$

où les $\{\Psi_u\}$ représentent les poids avec

$$\sum_{u=1}^{N_u} \Psi_u = 1. \quad (2.7)$$

Ainsi, le problème de maximisation de la somme pondérée de débits sous la contrainte de puissance totale s'écrit

$$\rho^* = \max_{\mathbf{P}} \rho(\mathbf{P}) \quad \text{avec} \quad \sum_{s=1}^{N_s} \sum_{u=1}^{N_u} p_{u,s} = P_{tot}. \quad (2.8)$$

C'est un problème non-convexe à cause du terme d'interférence entre-utilisateurs. En fait, lorsque plus de puissance est allouée à un utilisateur donné sur une sous-porteuse donnée, le débit de cet utilisateur augmente. Néanmoins, plus d'interférences s'ajoutent aux signaux utiles des autres utilisateurs utilisant la même sous-porteuse diminuant ainsi leurs débits respectifs. On montre dans la suite que ce problème peut être décomposé en deux sous-problèmes plus faciles à résoudre.

¹Il s'agit en fait d'un débit normalisé par B , la séparation entre-sous-porteuses.

2.2 - Optimalité du partage orthogonal de sous-porteuses

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1, & \dots & \mathbf{a}_s, & \dots & \mathbf{a}_{N_s} \\ \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\ a_{1,1} & \dots & a_{1,s} & \dots & a_{1,N_s} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{u,1} & & a_{u,s} = \frac{p_{u,s}}{p_s} & & a_{u,N_s} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{N_u,1} & \dots & a_{N_u,s} & \dots & a_{N_u,N_s} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{A} &= \left(\begin{array}{ccccc} a_{1,1} & \dots & a_{1,s} & \dots & a_{1,N_s} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{u,1} & & a_{u,s} = \frac{p_{u,s}}{p_s} & & a_{u,N_s} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{N_u,1} & \dots & a_{N_u,s} & \dots & a_{N_u,N_s} \end{array} \right) \\
 &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\Sigma = 1} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\Sigma = 1} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\Sigma = 1}
 \end{aligned}$$

Ainsi, $a_{u,s}$ représente la fraction de puissance allouée à l'utilisateur u sur la sous-porteuse s de la puissance p_s allouée à l'ensemble des utilisateurs sur cette sous-porteuse. Par conséquent, $a_{u,s}$ peut être considéré comme une fonction indicatrice décrivant l'allocation de sous-porteuses. En fait, lorsque $a_{u,s} = 0$, l'utilisateur u ne fait pas usage de la sous-porteuse s . Dans le cas contraire où $a_{u,s} = 1$, la sous-porteuse en question est exclusivement allouée à cet utilisateur. Enfin, si $0 < a_{u,s} < 1$, la sous-porteuse s est partagée simultanément par plusieurs utilisateurs.

La contrainte de puissance totale dans (2.8) devient

$$\sum_{s=1}^{N_s} p_s = P_{tot}. \quad (2.13)$$

D'après (2.11) et (2.12), pour tout $s \in \{1, \dots, N_s\}$ on a

$$\sum_{u=1}^{N_u} a_{u,s} = 1. \quad (2.14)$$

En utilisant (2.11) et (2.12), l'expression (2.3) du RSBI devient

$$\gamma_{u,s} = \frac{p_{u,s}}{p_s - p_{u,s} + \frac{\sigma_{u,s}^2}{g_{u,s}}} = \frac{a_{u,s} p_s}{(1 - a_{u,s}) p_s + \frac{\sigma_{u,s}^2}{g_{u,s}}}. \quad (2.15)$$

En substituant (2.15) dans (2.10), on remarque que $\rho_s(\mathbf{P})$ est une fonction de la puissance p_s et de $\mathbf{a}_s = [a_{1,s}, a_{2,s}, \dots, a_{N_u,s}]^t$, la s -ième colonne de la matrice \mathbf{A} , à savoir

$$\begin{aligned}
 \rho_s(\mathbf{P}) &= \rho_s(p_s, \mathbf{a}_s) \\
 &= \sum_{u=1}^{N_u} \Psi_u \log_2 \left[1 + \frac{a_{u,s} p_s}{\left[(1 - a_{u,s}) p_s + \frac{\sigma_{u,s}^2}{g_{u,s}} \right] \Gamma_u} \right]. \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

Maintenant, la somme pondérée $\rho(\mathbf{P})$ dans (2.9) peut être considérée comme une fonction du vecteur $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_{N_s}]$, décrivant la répartition de P_{tot} sur les sous-porteuses, et de la matrice \mathbf{A} . Cela s'exprime comme suit $\rho(\mathbf{p}, \mathbf{A}) = \sum_{s=1}^{N_s} \rho_s(p_s, \mathbf{a}_s)$. Ainsi, à partir de (2.8) on obtient

$$\rho^* = \max_{\mathbf{p}, \mathbf{A}} \rho(\mathbf{p}, \mathbf{A}) \quad (2.17)$$

sous les contraintes (2.13) et (2.14).

Ici les contraintes (2.13) et (2.14) remplacent la contrainte de la puissance totale dans (2.8). De plus, l'optimisation jointe dans (2.17) peut être, sans hypothèses supplémentaires sur la fonction $\rho(\mathbf{p}, \mathbf{A})$, effectuée en deux étapes comme suit

$$\rho^* = \max_{\mathbf{p}} \left\{ \max_{\mathbf{A}} \sum_{s=1}^{N_s} \rho_s(p_s, \mathbf{a}_s) \right\}. \quad (2.18)$$

Remarquons que (2.14) représente un jeu de N_s contraintes indépendantes sur les colonnes $\{\mathbf{a}_s\}$ de \mathbf{A} . Cela signifie que la manière avec laquelle la puissance allouée à la première sous-porteuse par exemple est répartie entre les utilisateurs n'a aucun effet sur les débits réalisés sur les autres sous-porteuses. Par conséquent, l'équation (2.18) peut être écrite comme suit

$$\rho^* = \max_{\mathbf{p}} \sum_{s=1}^{N_s} \max_{\mathbf{a}_s} \rho_s(p_s, \mathbf{a}_s). \quad (2.19)$$

Cette dernière équation montre que le maximum de la somme pondérée de débits peut être trouvé en cherchant, dans un premier temps, la répartition optimale de puissance \mathbf{a}_s^* , qui maximise le débit $\rho_s(p_s, \mathbf{a}_s)$ sur chaque sous-porteuse étant donnée une puissance p_s , puis trouver l'allocation de puissance $\mathbf{p}^* = [p_1^*, \dots, p_s^*]$ qui maximise la somme pondérée globale de débits $\sum_{s=1}^{N_s} \rho_s(p_s, \mathbf{a}_s^*)$. Ainsi, le problème (2.19) peut être décomposé en les deux sous-problèmes suivants

$$\mathbf{a}_s^*(p_s) = \arg \max_{\mathbf{a}_s} \rho_s(p_s, \mathbf{a}_s) \text{ sous la contrainte (2.14)}, \quad (2.20)$$

$$\mathbf{p}^* = \arg \max_{\mathbf{p}} \sum_{s=1}^{N_s} \rho_s(p_s, \mathbf{a}_s^*(p_s)) \text{ sous la contrainte (2.13)}. \quad (2.21)$$

2.2.1.3 Solution optimale

On considère pour commencer le premier sous-problème (2.20) portant sur l'allocation de sous-porteuses décrite par la matrice \mathbf{A} .

- **Partage optimal de sous-porteuses**

Le sous-problème (2.20) consiste à trouver pour chaque s le vecteur \mathbf{a}_s^* de partage optimal de sous-porteuses qui maximise la somme pondérée de débits sur la sous-porteuse s étant donnée une puissance p_s . Le théorème suivant montre que le débit $\rho_s(p_s, \mathbf{a}_s)$, défini par (2.16), est maximisé lorsque p_s est exclusivement allouée à un seul utilisateur.

Théorème 2.1. *La somme pondérée de débits $\rho_s(p_s, \mathbf{a}_s)$ réalisée par les N_u utilisateurs partageant une puissance totale p_s sur une même sous-porteuse d'indice s est maximisée lorsque p_s est allouée à un seul utilisateur, à savoir*

$$\max_{\mathbf{a}_s} \rho_s(p_s, \mathbf{a}_s) = \max_{u=1..N_u} \Psi_u \log_2 \left(1 + \frac{g_{u,s} p_s}{\sigma_{u,s}^2 \Gamma_u} \right). \quad (2.22)$$

2.2 - Optimalité du partage orthogonal de sous-porteuses

La démonstration de ce théorème est donnée dans l'Annexe A.

Après cette étape de partage de sous-porteuses nous devons décider comment répartir la puissance totale P_{tot} sur l'ensemble des sous-porteuses. Notez que l'optimalité du partage exclusif des sous-porteuses est indépendante de la solution du sous-problème (2.21) que l'on considère dans la suite.

• Allocation optimale de puissance

On désigne par $u_s^*(p_s)$ l'indice de l'utilisateur auquel la s -ième sous-porteuse est exclusivement allouée. D'après (2.22) nous avons

$$u_s^*(p_s) = \arg \max_{u=1, \dots, N_u} \left(1 + \frac{g_{u,s} p_s}{\sigma_{u,s}^2 \Gamma_u} \right)^{\Psi_u}, \quad (2.23)$$

Autrement dit, nous avons montré que pour chaque s , le vecteur optimal de partage de sous-porteuses $\mathbf{a}_s^*(p_s)$ contient seulement une seule composante non nulle égale à l'unité à la position $u_s^*(p_s)$. D'après (2.16), ce partage orthogonal de sous-porteuses fournit sur la s -ième sous-porteuse une somme pondérée de débits égale à

$$\rho_s(p_s, \mathbf{a}_s^*(p_s)) = \Psi_{u_s^*(p_s)} \log_2 \left(1 + \frac{g_{u_s^*(p_s),s} p_s}{\sigma_{u_s^*(p_s),s}^2 \Gamma_{u_s^*(p_s)}} \right)$$

Donc, le sous-problème d'allocation de puissances peut être exprimé de la façon suivante

$$\rho^* = \max_{p_1, \dots, p_{N_s}} \sum_{s=1}^{N_s} \rho_s(p_s, \mathbf{a}_s^*(p_s)), \quad (2.24)$$

sous la contrainte de la puissance totale (2.13).

Contrairement au cas de poids égaux où la somme pondérée est simplement la somme totale de débits et où l'allocation optimale de puissance correspond à un simple "water-filling" [10], le sous-problème (2.24) est plus difficile à résoudre. La difficulté est due à la dépendance de l'indice de l'utilisateur optimal (2.23) de la puissance p_s disponible à la sous-porteuse s . En fait, tout ce que l'équation (2.23) fournit est la confirmation qu'un seul utilisateur doit monopoliser la sous-porteuse en question. Néanmoins, pour un schéma fixé d'attribution des sous-porteuses aux utilisateurs, à savoir pour une valeur donnée du vecteur (u_1, \dots, u_{N_s}) où u_s est l'indice de l'utilisateur programmé sur la sous-porteuse s , la somme suivante

$$r = \sum_{s=1}^{N_s} \Psi_{u_s} \log_2 \left(1 + \frac{g_{u_s,s} p_s}{\sigma_{u_s,s}^2 \Gamma_{u_s}} \right) \quad (2.25)$$

est maximisée par rapport aux puissances $\{p_s\}$ par un *multi-level water-filling* [42] comme suit

$$p_s = \max \left\{ 0, \frac{\Psi_{u_s}}{l} - \frac{\sigma_{u_s,s}^2 \Gamma_{u_s}}{\alpha_{u_s,s}} \right\},$$

où l peut être calculé à partir de la contrainte (2.13)

$$\sum_{s=1}^{N_s} \max \left\{ 0, \frac{\Psi_{u_s}}{l} - \frac{\sigma_{u_s,s}^2 \Gamma_{u_s}}{g_{u_s,s}} \right\} = P_{tot}.$$

Ce résultat peut être démontré par la méthode des multiplicateurs de Lagrange [5]. L'optimalité du water-filling est valable en particulier pour l'allocation optimale $(u_1^*, \dots, u_{N_s}^*)$. Par conséquent, on peut procéder par recherche exhaustive afin de trouver la solution optimale jointe, à savoir $(u_1^*, \dots, u_{N_s}^*)$ et $(p_1^*, \dots, p_{N_s}^*)$. A chaque itération, on choisit un vecteur (u_1, \dots, u_{N_s}) parmi les $N_u^{N_s}$ valeurs possibles et on calcule l'allocation optimale de puissances (p_1, \dots, p_{N_s}) par un water-filling. On obtient ainsi à chaque itération une certaine valeur pour la somme pondérée de débits (2.25). La solution optimale jointe correspond alors à celle qui donne la valeur maximale de la somme pondérée de débits. Lorsque les poids Ψ_u sont égaux et les contraintes TEB sont identiques, on retrouve un cas particulier pour lequel l'optimalité de l'OFDMA a été démontrée dans [21].

Procéder à une recherche exhaustive pour trouver la solution optimale jointe exige $O(N_s N_u^{N_s})$ opérations. Cette solution n'est certainement pas envisageable en pratique. Récemment, une méthode sous-optimale d'une complexité de $O(N_s N_u)$, basée sur une décomposition duale de Lagrange [5], a été proposée dans [39]. Bien que les auteurs de [39] considèrent des capacités de Shannon, les problèmes d'optimisation qui en découlent sont analogues à ceux considérés plus-haut lorsque l'optimalité du partage orthogonal de sous-porteuses est prise en compte. La seule différence entre les deux formulations réside dans le facteur appelé *coding gap* [2] défini dans (2.5).

2.2.1.4 Solution sous-optimale à puissances égales

Lorsque les utilisateurs subissent des évanouissements identiquement distribués, les puissances allouées aux différentes sous-porteuses ont les mêmes statistiques donc, en particulier, elles ont la même moyenne. Par conséquent, une solution sous-optimale peut intuitivement consister à allouer des puissances égales aux sous-porteuses, à savoir $p_s = P_{tot}/N_s$ pour tout s . Comme le montrent les résultats de simulation plus loin, cette solution a, en terme de somme pondérée de débits, une performance sensiblement proche de celle de la solution optimale jointe.

Avec des puissances égales, l'équation (2.23) devient

$$\tilde{u}_s = \arg \max_{u=1, \dots, N_u} \left(1 + \frac{g_{u,s} P_{tot}}{\sigma_{u,s}^2 \Gamma_u N_s} \right)^{\Psi_u}.$$

Ainsi, le "scheduling" $(\tilde{u}_1, \dots, \tilde{u}_{N_s})$ peut être trouvé avec une complexité réduite car il n'y a pas besoin de recherche exhaustive.

2.2.2 Résultats de simulations

On considère ici des coefficients de canal $g_{u,s}$ indépendants et identiquement distribués qui suivent, en module, une loi de Rayleigh. On suppose que $E[g_{u,s}] = 1$ et on

2.2 - Optimalité du partage orthogonal de sous-porteuses

prend comme variance de bruit additif gaussien $\sigma_{u,s}^2 = \sigma_n^2 = \frac{B_{tot}}{N_s} N_0$ pour tout u et s . On définit un rapport signal-sur-bruit moyen par

$$\bar{\gamma} = P_{tot}/(N_0 B_{tot}) = P_{tot}/(N_s \sigma_n^2).$$

2.2.2.1 Comparaison entre “QoS-adaptative” et “QoS-pire-cas”

On considère dans la Figure 2.1 le cas de poids $\{\Psi_1\}$ égaux afin de comparer notre stratégie d'allocation, notée “QoS-Aware”, qui prend en compte la disparité des contraintes TEB, avec une solution “pire-cas”, notée “Worst-case”, où le TEB le plus faible est imposé à tous les utilisateurs. D'après (2.22), on voit que, pour des poids égaux, la sous-porteuse s est allouée à l'utilisateur dont l'indice est donné par $u_s^* = \arg \max_u g_{u,s}/(\sigma_{u,s}^2 \Gamma_u)$. On considère $N_u = 8$ utilisateurs scindés en deux classes $TEB_1 = 10^{-3}$, $TEB_2 = 10^{-5}$ avec 4 utilisateurs par classe et 256 sous-porteuses. On compare aussi ces deux solutions adaptatives avec une allocation statique où un jeu fixe de 256/8 sous-porteuses est alloué à chaque utilisateur. Dans tous les cas, l'allocation de puissance est effectuée par “Water-Filling”. Ainsi, on constate sur les courbes de la Figure 2.1 un écart significatif en terme de débit total moyen entre la solution optimale et la solution pire-cas d'une part et l'allocation statique d'autre part. Cela montre l'intérêt de notre méthode “QoS aware” qui prend en compte l'hétérogénéité des utilisateurs en termes de QoS permettant ainsi de réaliser une meilleure performance.

2.2.2.2 Performance de la solution à puissances égales

Considérons à présent le cas de deux utilisateurs avec poids différents $(\Psi_1, \Psi_2) = (0.6, 0.4)$ et 8 sous-porteuses. Ainsi, dans la Figure 2.2, on compare l'allocation optimale obtenue par recherche exhaustive avec la solution sous-optimale à puissances égales d'une part et une allocation statique d'autre part. Cela montre la perte négligeable en terme de somme pondérée de débits moyens lorsque le “Water-Filling” est remplacé par une répartition uniforme de puissance. Dans les deux cas, l'exploitation de la diversité en fréquence et de la diversité multi-utilisateurs rend l'allocation dynamique de sous-porteuses significativement plus performante qu'une allocation statique.

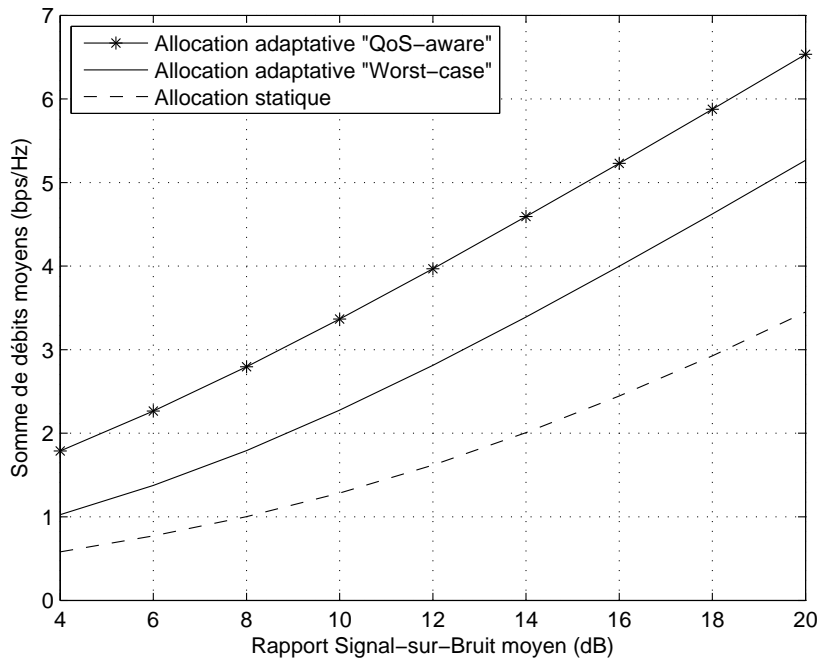


FIG. 2.1 – Comparaison des solutions adaptatives Worst-case, QoS-aware et statique ($N_u = 8$ utilisateurs, $N_s = 256$ sous-porteuses, poids égaux $\Psi_1 = \Psi_2$, $TEB = 10^{-3}, 10^{-5}$).

2.2 - Optimalité du partage orthogonal de sous-porteuses

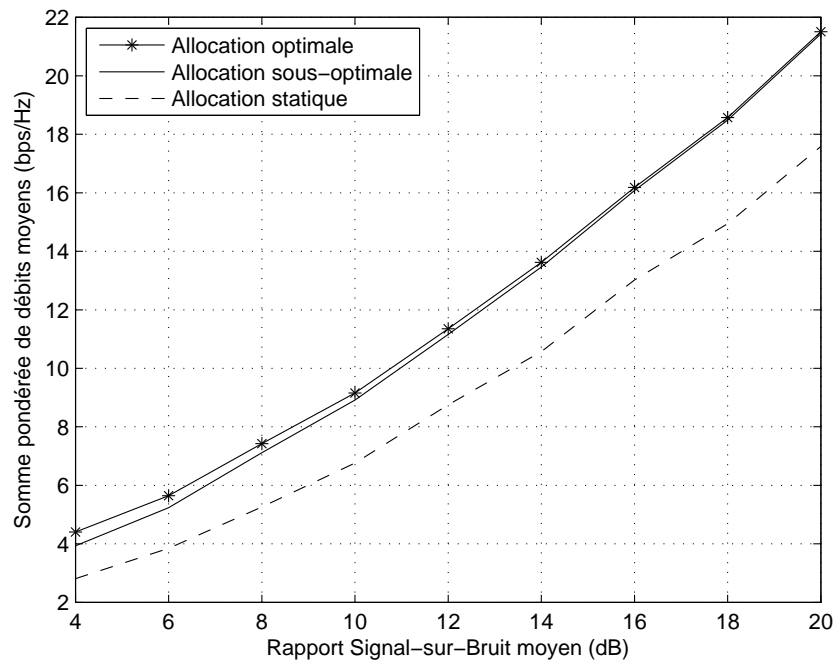


FIG. 2.2 - Comparaison des solutions optimale, sous-optimale et statique ($N_u = 2$ utilisateurs, $N_s = 8$ sous-porteuses, poids $\Psi_1 = 0.6, \Psi_2 = 0.4, TEB = 10^{-3}$).

2.2.3 Généralisation par convexité de la région de débits réalisables

Nous voulons généraliser l'optimalité de l'OFDMA à d'autres critères de performance comme le débit commun [37] ou les débits proportionnels [47] (voir la Figure 2.3). Cette généralisation permet de justifier l'hypothèse souvent posé à priori d'un partage exclusif des sous-porteuses.

2.2.3.1 Principe de la généralisation

La généralisation de l'optimalité de l'OFDMA est rendue possible si l'on démontre que la région de débits réalisables avec un partage non-orthogonal est convexe et que sa frontière correspond à un partage du type OFDMA.

Notons par \mathcal{R}_{exc} la région de débits réalisables avec une allocation exclusive des sous-porteuses et par \mathcal{R}_{rlx} celle où la contrainte d'allocation exclusive est relâchée. On sait que $\mathcal{R}_{exc} \subseteq \mathcal{R}_{rlx}$. Dans [42], les auteurs montrent que la région \mathcal{R}_{exc} est convexe pour un nombre de sous-porteuses $N_s \gg 1$. En utilisant ce résultat, on démontre ici que \mathcal{R}_{rlx} possède la même frontière que \mathcal{R}_{exc} . Cela est établi en prouvant que le sous-ensemble de \mathcal{R}_{rlx} constitué des points extérieurs à la frontière de \mathcal{R}_{exc} est vide.

2.2.3.2 Démonstration

Désignons par $f(\cdot)$ la fonction concave décrivant la frontière de \mathcal{R}_{exc} comme suit

$$f : [0, \rho_{1,max}] \rightarrow [0, \rho_{2,max}], \quad f(\rho_1) = \max_{(\rho_1, \rho_2) \in \mathcal{R}_{exc}} \rho_2$$

où $\rho_{u,max}$ représente le débit maximal de l'utilisateur u dans le cas mono-utilisateur (voir la Figure 2.4). Pour tout $(a, b) \in \mathcal{R}_{rlx}$, on a forcément $a \in [0, \rho_{1,max}]$. D'où, la valeur $f(a)$ est définie et le point $(a, f(a))$ appartient à la frontière de \mathcal{R}_{exc} . Comme \mathcal{R}_{exc} est convexe, tout point $(\rho_1, f(\rho_1))$ de sa frontière maximise la somme pondérée de débits pour un vecteur de poids donné. Cela est valable en particulier pour le point $(a, f(a))$. Autrement dit

$$\begin{aligned} & \exists \Psi_a \in]0, 1[: \forall (\rho_1, \rho_2) \in \mathcal{R}_{exc}, \\ & \Psi_a \rho_1 + (1 - \Psi_a) \rho_2 \leq \Psi_a a + (1 - \Psi_a) f(a). \end{aligned} \quad (2.26)$$

Notons (ρ_1^*, ρ_2^*) le point optimal obtenu en maximisant $\Psi_a \rho_1 + (1 - \Psi_a) \rho_2$ sur \mathcal{R}_{rlx} . Comme $(a, b) \in \mathcal{R}_{rlx}$, on a

$$\Psi_a a + (1 - \Psi_a) b \leq \Psi_a \rho_1^* + (1 - \Psi_a) \rho_2^*. \quad (2.27)$$

Or, d'après (2.22), ce point optimal (ρ_1^*, ρ_2^*) correspond à une allocation exclusive de sous-porteuses. Par conséquent, on a $(\rho_1^*, \rho_2^*) \in \mathcal{R}_{exc}$. D'après (2.26), on obtient

$$\Psi_a \rho_1^* + (1 - \Psi_a) \rho_2^* \leq \Psi_a a + (1 - \Psi_a) f(a). \quad (2.28)$$

De (2.27) et (2.28) on déduit que $b \leq f(a)$. Cela veut dire que tout point $(a, b) \in \mathcal{R}_{rlx}$ est localisé en dessous de la courbe de la fonction f . Ainsi, on conclut que l'intégralité

2.2 - Optimalité du partage orthogonal de sous-porteuses

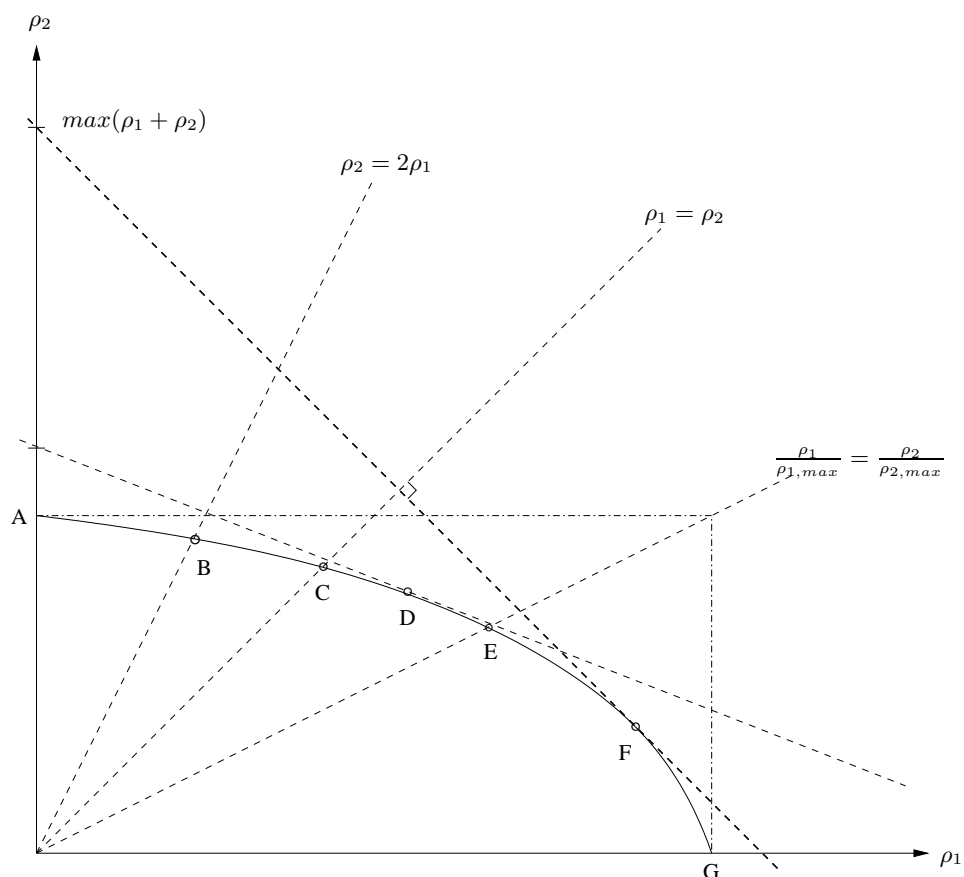


FIG. 2.3 – Région de débits réalisables et points optimaux pour différents critères de performance (cas convexe),

A= débit maximal pour l'utilisateur 2 seul $\rho_{2,max}$,

G= débit maximal pour l'utilisateur 1 seul $\rho_{1,max}$,

B= débits maximaux proportionnels $\max \rho_1$ sous la contrainte $\rho_2 = 2\rho_1$,

C= débit commun maximal (max-min) $\max \{\min\{\rho_1, \rho_2\}\}$,

D= somme pondérée maximale de débits $\max(\frac{1}{3}\rho_1 + \frac{2}{3}\rho_2)$,

E= débits maximaux équilibrés $\max \rho_1$ sous la contrainte $\frac{\rho_1}{\rho_{1,max}} = \frac{\rho_2}{\rho_{2,max}}$,

F= somme maximale de débits $\max(\rho_1 + \rho_2)$.

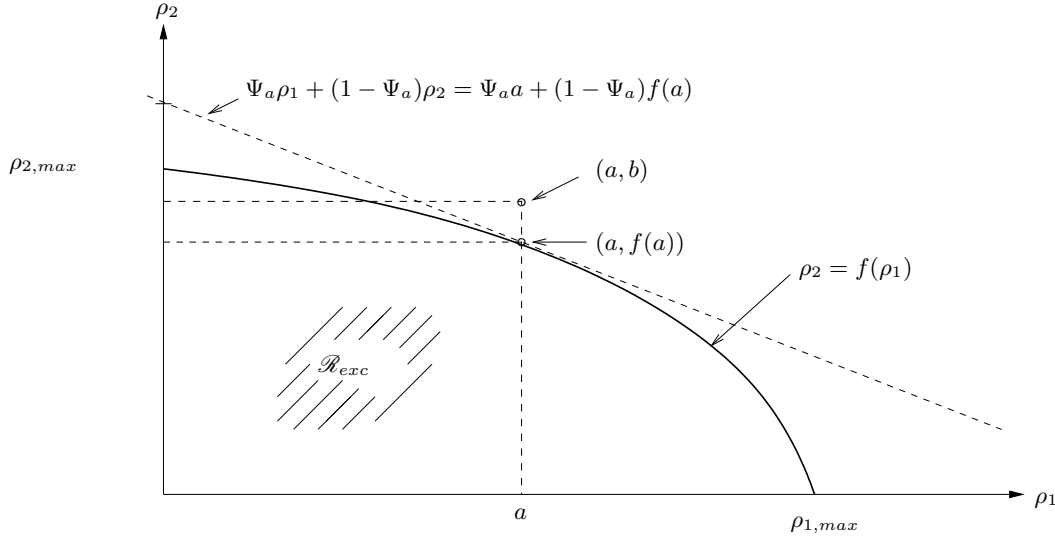


FIG. 2.4 – Région de débits réalisables dans le cas convexe.

de la région \mathcal{R}_{rlx} est comprise à l'intérieure de la frontière de \mathcal{R}_{exc} . Cela prouve que la région \mathcal{R}_{rlx} partage la même frontière $\rho_2 = f(\rho_1)$ avec \mathcal{R}_{exc} qui est convexe. Comme cette frontière correspond à une allocation exclusive des sous-porteuses, l'optimalité de l'OFDMA est établie pour l'ensemble des critères explicités dans la Figure 2.3.

2.3 Conclusion

Nous avons considéré le problème du partage optimal de sous-porteuses en OFDM non-codé sur la liaison descendante avec modulation et puissance adaptatives par sous-porteuse. Le critère de performance retenu était la somme pondérée de débits instantanés réalisables que l'on a cherché à maximiser sous contrainte de puissance totale crête et de taux d'erreur binaire par utilisateur. La prise en compte de la disparité entre les utilisateurs en terme de qualité de service est primordiale afin d'éviter un dimensionnement "pire-cas" où seul le TEB le plus faible est considéré. Ce problème d'optimisation a été formulé ici sans imposer a priori une allocation exclusive des sous-porteuses. Ainsi, plusieurs utilisateurs sont autorisés à partager la même sous-porteuse générant ainsi de l'interférence entre-utilisateurs. Cependant, la décomposition du problème en deux sous-problèmes nous a permis de prouver que, sous les hypothèses précédentes, le partage optimal est orthogonal du type OFDMA. En suite, on a montré que l'optimalité de l'OFDMA peut être étendue à une large famille de critères de performance grâce à la convexité de la région de débits réalisables.

Les résultats de simulation nous ont permis de montrer l'avantage de notre approche d'allocation de sous-porteuses prenant en compte des qualités de service différentes par rapport à une allocation "pire-cas" d'une part et à une allocation statique d'autre part.

2.3 - Conclusion

Les résultats présentés dans ce chapitre ont fait l'objet des publications suivantes :

1. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Weighted Sum-Rate Maximization in Multiuser-OFDM Systems under Differentiated QoS Constraints* , 8th IEEE Workshop on Signal Processing Advances for Wireless Communications (SPAWC'07) - June 2007.
2. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Optimal subcarrier sharing for weighted sum of rates maximization in multiuser-OFDM systems*, The 3rd workshop on Resource Allocation in Wireless Networks (RAWNET'07) - April 2007.
3. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Partage optimal de sous-porteuses en OFDM non-codé*, 21th Colloque GRETSI- September 2007.

Dans les chapitres qui suivent, nous partons d'un partage orthogonal du type OFDMA et nous nous intéressons à l'allocation de ressources sous des contraintes d'équité en QoS. Le chapitre 3 traite le cas mono-cellule tandis que le chapitre 4 considère le cas multi-cellules.

Allocation de Sous-Porteuses en OFDMA Mono-Cellulaire

NOUS adressons dans ce chapitre le problème d'allocation de ressources sur la liaison descendante d'une cellule OFDMA isolée sous contraintes d'équité en QoS. Nous nous intéressons en particulier aux solutions basées sur une connaissance statistique du canal.

3.1 Introduction

Les fournisseurs de services de télécommunications mobiles s'intéressent à uniformiser leur couverture en terme de QoS sur l'ensemble des utilisateurs indépendamment de leurs positions dans la cellule. Cela est rendu difficile à cause du phénomène de masquage et de la perte de propagation surtout en bord de cellule. Ce contexte conduit aux problèmes d'allocation de ressources sous contraintes d'équité en QoS. Ce genre de problèmes suscite, en particulier dans les systèmes OFDMA, un intérêt croissant [31, 37, 40, 47, 48]. En fonction de l'application ciblée, les méthodes proposées diffèrent par les contraintes QoS et par la fonction de coût, autrement dit le critère de performance (somme de débits, débit minimum, etc). Le point commun entre les différentes approches est que la station de base cherche à optimiser le critère de performance adopté en exploitant une certaine *connaissance du canal*. L'optimisation porte sur un certain nombre de *degrés de liberté* tels que l'allocation de puissances, de sous-porteuses, de modulations, ...etc. Clairement, la performance optimale peut être obtenue en optimisant conjointement tous les degrés de liberté étant donnée une connaissance parfaite du canal. La connaissance parfaite du canal permet en fait d'exploiter toute sorte de diversité telle que la diversité en temps, en fréquence ou encore la diversité multi-utilisateurs. Malheureusement, une connaissance parfaite du canal s'avère très compliquée, voire impossible, de mettre en œuvre dans un système réel. Cela est en partie due à l'importante quantité d'information requise sur le voie de retour afin d'informer la station de base de l'état des canaux des différents utilisateurs. De plus, même si l'on suppose disponible

une connaissance parfaite du canal, l'optimisation jointe des différents degrés de liberté est souvent soit infaisable soit d'une complexité excessive [31,47]. D'où l'intérêt de notre solution sous-optimale présentée dans ce chapitre et reposant sur une connaissance statistique partielle du canal représentée par le gain moyen en puissance correspondant au canal de chaque utilisateur. Ce gain moyen est l'espérance mathématique, par rapport à l'évanouissement rapide, du gain instantané du canal. Il pourrait être estimé en moyennant la puissance reçue sur l'ensemble de sous-porteuses (ou bien sur les pilotes) pendant des symboles OFDM dédiés à l'estimation de canal. Ce gain moyen du canal peut être considéré comme un *gain de propagation masqué* qui correspond à une distance équivalente différente de la distance réelle entre l'utilisateur et la station de base.

Nous considérons dans ce chapitre le cas de la liaison descendante d'une cellule OFDMA isolée. Notre but est de garantir à chacun des utilisateurs le meilleur débit commun avec le même TEB moyennant une stratégie simple d'allocation de sous-porteuses.

3.2 État de l'art

Nous nous intéressons dans ce chapitre à la maximisation d'un débit commun entre les utilisateurs étant donné une QoS minimale (un taux d'erreur binaire et un débit minimum) à garantir avec une certaine probabilité de coupure. Dans la suite, nous formulons ce problème dans le cas général avec une connaissance quelconque du canal afin de passer en revue quelques exemples des travaux existants. Nous formulons ainsi progressivement le problème d'optimisation traité dans ce chapitre.

Notons par $\rho_{u,s}$ le débit que l'utilisateur u obtient sur la sous-porteuse s . Le choix de ce débit est géré par la station de base en choisissant la modulation utilisée sur la sous-porteuse en question. Cette adaptation de débit est contrainte par un *TEB cible* β_{\max} , qui doit être garanti avec une probabilité au moins égale à $\Pi_{\beta_{\max}}$, et dépend de la puissance allouée $p_{u,s}$ et des informations disponibles sur le canal. On note par $h_{u,s}$ l'*information disponible sur le canal* (CSI) de l'utilisateur u sur la sous-porteuse s . La grandeur $h_{u,s}$ peut représenter le vrai gain du canal dans le cas d'un canal parfaitement connu ou une quelconque autre information dérivée de celui-ci dans le cas d'une connaissance partielle et/ou imparfaite du canal.

Décrivons l'adaptation de débit par une fonction Φ comme suit

$$\rho_{u,s} = \Phi(\beta_{\max}, \Pi_{\beta_{\max}}, p_{u,s}, h_{u,s}). \quad (3.1)$$

L'allocation de sous-porteuses peut être décrite par une matrice \mathbf{A} définie par

$$\mathbf{A} = [a_{u,s}] \text{ tel que } a_{u,s} = \begin{cases} 1 & \text{si la sous-porteuse } s \text{ est allouée à l'utilisateur } u \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.2)$$

Ainsi, l'utilisateur u obtient un débit total

$$\rho_u = \sum_{s=1}^{N_s} a_{u,s} \Phi(\beta_{\max}, \Pi_{\beta_{\max}}, p_{u,s}, h_{u,s}). \quad (3.3)$$

On définit également la matrice $\mathbf{P} = [p_{u,s}]$ d'allocation de puissance. Maximiser le débit commun entre les N_u utilisateurs peut être formulé comme un problème de maximisation de la somme totale de débits sous des contraintes d'équité en QoS comme suit

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{A}, \mathbf{P}} \sum_{u=1}^{N_u} \sum_{s=1}^{N_s} a_{u,s} \Phi(\beta_{\max}, \Pi_{\beta_{\max}}, p_{u,s}, h_{u,s}) \\ & \text{sous les contraintes} \quad [c1] : a_{u,s} \in \{0, 1\} \quad \forall u, s \\ & \quad [c2] : a_{u,s} a_{\acute{u},s} = 0 \quad \forall s, \forall u \neq \acute{u} \\ & \quad [c3] : \sum_{u=1}^{N_u} \sum_{s=1}^{N_s} a_{u,s} p_{u,s} \leq P_{tot} \quad (3.4) \\ & \quad [c4] : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_{N_u} \\ & \quad [c5] : \rho_u \geq \rho_{\min} \quad \forall u. \end{aligned}$$

Dans cette formulation, la condition [c3] représente la contrainte de puissance totale. L'équité en QoS est définie par [c4] tandis que [c5] correspond à la contrainte du débit minimum ρ_{\min} . Les contraintes [c1] et [c2] stipulent que durant chaque symbole OFDM, une sous-porteuse ne peut être allouée à plus d'un seul utilisateur à la fois. Cette condition est très contraignante et peut rendre le problème infaisable. Si cette condition est relaxée, on obtient le problème suivant où toutes les variables sont continues

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{A}, \mathbf{P}} \sum_{u=1}^{N_u} \sum_{s=1}^{N_s} a_{u,s} \Phi(\beta_{\max}, \Pi_{\beta_{\max}}, p_{u,s}, h_{u,s}) \\ & \text{sous les contraintes} \quad [c1] : a_{u,s} \in [0, 1] \quad \forall u, s \\ & \quad [c2] : \sum_{u=1}^{N_u} a_{u,s} \leq 1 \quad \forall s \\ & \quad [c3] : \sum_{u=1}^{N_u} \sum_{s=1}^{N_s} a_{u,s} p_{u,s} \leq P_{tot} \quad (3.5) \\ & \quad [c4] : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_{N_u} \\ & \quad [c5] : \rho_u \geq \rho_{\min} \quad \forall u. \end{aligned}$$

Permettre aux variables $a_{u,s}$ de prendre des valeurs réelles dans $[0, 1]$ ne veut nécessairement pas dire que l'allocation exclusive des sous-porteuses est remise en question. En fait, partager une même sous-porteuse pendant le même symbole OFDM peut être réalisé par multiplexage temporel pendant plusieurs symboles OFDM pourvu que l'information sur l'état du canal reste valable.

Reconsidérons l'équation (3.1) décrivant l'adaptation de débit. En l'absence de toute connaissance du canal, les sous-porteuses et les puissances doivent être allouées d'une façon statique en s'adaptant à l'utilisateur en bord de cellule (l'utilisateur pire-cas). Par contre, lorsque le canal est parfaitement connu de telle sorte que $h_{u,s}$ n'est rien d'autre que le vrai gain du canal, le TEB cible peut être garanti sans coupure ($\Pi_{\beta_{\max}} = 0$) car les puissances allouées sur les différentes sous-porteuses compensent l'effet du canal. Une connaissance parfaite du canal permet également d'exploiter la diversité fréquentielle augmentant ainsi les débits réalisables. Dans la littérature, les auteurs considèrent souvent ce dernier cas d'un canal parfaitement connu avec modulation continue et sans probabilités de coupure [31, 37, 40, 47, 48]. Certains travaux [31, 37, 40] considèrent des

capacités de Shannon (sans erreurs). De telles approches du point de vue de la théorie de l'information fournissent des bornes supérieures pour les débits réalisables mais ne sont généralement pas directement liées à des implémentations réalisables. D'autres auteurs [47, 48] considèrent le cas d'un TEB positif ($\beta_{\max} > 0$) avec des constellations M-QAM discrètes. Dans ce cas, une approximation du TEB pour la performance d'une M-QAM est nécessaire. Un exemple d'approximation du TEB dans le cas de non-codé est disponible dans [12] et utilisée par exemple dans [47]. Pour le cas de la M-QAM codée voir [25].

Dans tous les cas, trouver la solution optimale au problème (3.5) implique une complexité calculatoire excessive [37]. Par conséquent, différentes solutions sous-optimales ont été proposées dans la littérature. Certaines solutions [48] sont basées sur la séparation entre l'étape d'allocation de sous-porteuses et celle d'allocation de puissances. D'autres comme [37] supposent des puissances égales afin de simplifier l'étape d'allocation de sous-porteuses. Néanmoins, l'hypothèse d'un canal parfaitement connu reste irréaliste dans les systèmes réels surtout lorsque le nombre d'utilisateurs est important. Cela est dû au débits excessifs requis sur les voies de retour. Or, dans les systèmes basés sur l'OFDMA comme le WiMax, on dispose d'un nombre réduit de bits par trame montante pour porter les informations sur les canaux des différents utilisateurs [29]. Pour cette raison, les informations du canal doivent être efficacement quantifiées afin de réduire le débit de retour tout en captivant au mieux les variations des canaux. Cela introduit sur la connaissance du canal un bruit de quantification en plus des dégradations dues aux erreurs d'estimation du canal. Enfin, dans le cas de canaux variant dans le temps, les informations sur le canal peuvent ne pas être à jour à cause d'un délai de transmission excessif sur la voie de retour.

Dans la littérature, plusieurs techniques [6–8, 11, 13, 22, 29, 34, 38, 44] de réduction du débit de retour ont été proposées. Il a été démontré [7] que la quantification de la CSI sur un nombre réduit de bits conduit à une dégradation marginale de la capacité, comparé au cas "full CSI", et cela même sous des contraintes d'équité en QoS. En particulier, on a montré [6] qu'un retour consistant à un seul bit par utilisateur et par sous-porteuse est capable de produire la croissance double-logarithmique de la capacité avec le nombre d'utilisateurs. Cela suppose bien évidemment des seuils de quantifications optimisés du RSB [38] sur chaque sous-porteuse. Le débit de retour peut être réduit davantage en regroupant les sous-porteuses adjacentes dans des "clusters" [8] et en renvoyant à la station de base une seule valeur par cluster (le RSB moyen ou minimum). Une autre technique de réduction du retour CSI [13] consiste à envoyer l'état des k meilleures sous-porteuses ($k = 1, 2, \dots$). Cette approche devient particulièrement intéressante lorsqu'elle est associée à un scheduling opportuniste des utilisateurs [44]. Dans [11], les auteurs introduisent la notion de *la diversité sélective multi-utilisateurs* basée sur l'idée d'éliminer de l'ensemble des informations de retour celles correspondant à des utilisateurs ayant peu de chance d'être "schedulés" ou programmés par la station de base. Dans le cas de canaux corrélés en temps et/ou en fréquence, la CSI disponible au niveau du récepteur (côté utilisateur) peut être sous-échantillonnée afin de réduire le débit de retour. Une fois que ces informations parviennent à la station de base, cette dernière emploie une interpolation appropriée pour restaurer les valeurs manquantes

suite au sous-échantillonnage [44]. Enfin, la quantification de la CSI peut aussi être optimisée étant donné les statistiques des canaux et la charge du système au lieu du RSB instantané [22].

Notre contribution dans ce chapitre est de proposer un algorithme d'allocation de ressources de complexité réduite étant donnée une connaissance partielle et imparfaite du canal. On suppose que la seule information disponible sur le canal de l'utilisateur u est sa *distance masquée* dérivée du gain moyen du canal et définie plus en détails ultérieurement. La distance masquée, qui est une grandeur statistique, représente la CSI partielle. Notre solution vise à garantir l'équité en QoS ainsi qu'un service minimal tout en offrant une performance acceptable pour le plus grand nombre d'utilisateurs. Notre analyse est basée sur la distance masquée plutôt que le gain moyen en puissance car notre approche est étroitement liée à la distribution géographique des utilisateurs. Comme la présence d'évanouissement aléatoire provoque des coupures lorsque le TEB d'un utilisateur dépasse le TEB cible, une condition sur la probabilité maximale de coupure en TEB est incorporée à la spécification de la QoS cible. Nous introduisons aussi une probabilité de coupure de débit (la probabilité qu'un utilisateur donné obtient un débit nul) que l'on caractérise également. La prise en compte de ces probabilités de coupure différencie notre approche des autres approches d'allocation de ressources avec des contraintes strictes d'équité en QoS où la performance des utilisateurs est pénalisée par ceux ayant des conditions de canaux défavorables.

3.3 Modèle du système

Considérons une seule cellule OFDMA circulaire de rayon R centrée sur la station de base et contenant N_u utilisateurs uniformément distribués sur la surface de la cellule. En OFDMA mono-cellulaire, donc en l'absence de toute forme d'interférence, le RSBI (1.12) se réduit au RSB suivant

$$\gamma_{u,s} = \frac{p_{u,s} g_{u,s}}{BN_0} \quad (3.6)$$

reçu par l'utilisateur u sur la sous-porteuse s . Rappelons que $p_{u,s}$ représente la puissance émise sur la sous-porteuse s allouée à l'utilisateur u . Dans (3.6) on a considéré la même puissance de bruit $\sigma_{u,s}^2 = BN_0$ pour tout utilisateur et toute sous-porteuse. Le gain en puissance du canal $g_{u,s}$ est donné d'après (1.6), en omettant l'indice b de la station de base, par

$$g_{u,s} = \alpha(d_u) 10^{0.1 \xi_u} \phi_{u,s}^2. \quad (3.7)$$

Le terme $\alpha(d_u)$ représente la perte de propagation à la distance d_u de l'utilisateur u à la station de base. Cette perte représente l'espérance mathématique du gain du canal $g_{u,s}$ par rapport au masquage et à l'évanouissement ($\alpha(d_u) = E_{\xi,\phi}[g_{u,s}]$). La quantité suivante

$$\bar{\gamma}_{u,s} = \frac{p_{u,s}}{BN_0} \alpha(d_u) \quad (3.8)$$

est habituellement appelée *area-mean SNR*. Le masquage log-normal $10^{0.1 \xi_u}$ est caractérisée par l'écart type du masquage σ en décibels. Ainsi on définit aussi *le RSB masqué* par

$$\bar{\gamma}_{u,s} = \frac{p_{u,s}}{BN_0} \alpha(d_u) 10^{0.1 \xi_u}. \quad (3.9)$$

Ce RSB masqué est l'espérance du RSB instantané $\gamma_{u,s}$ vis-à-vis de l'évanouissement ($\bar{\gamma}_{u,s} = E_\phi[\gamma_{u,s}]$). Dans notre modèle de canal, ce RSB masqué suit une loi log-normale $\mathcal{LN}(\mu_{u,s}, \sigma^2)$ avec $\mu_{u,s} = 10 \log_{10} \bar{\gamma}_{u,s}$.

On suppose que les terminaux des utilisateurs démodulent chaque sous-porteuse par un récepteur cohérent doté d'un filtre adapté de Nyquist. Cela veut dire que l'espacement entre sous-porteuses B est égal au débit symbole. Par conséquent, la quantité $\log_2 M$ représente l'efficacité spectrale en *bps/Hz* de la constellation M -QAM. On suppose également que l'ensemble $\mathcal{M} = \{M_1, M_2, \dots, M_Q\}$ des ordres des constellations disponibles forment un ensemble ordonné, à savoir $M_1 > M_2 > \dots > M_Q$ où $Q = \text{card}(\mathcal{M})$.

Nous optons aussi pour une allocation uniforme de puissance, à savoir

$$p_{u,s} = \frac{P_{\text{tot}}}{N_s}, \quad \forall u, s. \quad (3.10)$$

Intéressons-nous maintenant à la notion de la distance masquée représentant l'information sur le canal.

3.4 Notion de distance masquée

Définissons *la perte masquée de propagation* (Shadowed path-loss) de l'utilisateur u par

$$\tilde{\alpha}_u = \alpha(d_u) 10^{0.1 \xi_u} = \frac{\alpha_0}{d_u^\eta} 10^{0.1 \xi_u}. \quad (3.11)$$

De cette perte masquée peut être dérivée une distance équivalente δ_u de la façon suivante

$$\tilde{\alpha}_u = \frac{\alpha_0}{\delta_u^\eta} \quad (3.12)$$

où l'on a supposé que $\tilde{\alpha}_u$ peut être exprimée en fonction de δ_u par le même modèle à exposant (1.9) que la perte de propagation α_u . Ainsi, de (3.11) et (3.12) on obtient

$$\delta_u = d_u 10^{-0.1 \xi_u / \eta}. \quad (3.13)$$

Dans la suite on appelle δ_u *la distance masquée* de l'utilisateur u . L'estimation de la distance masquée est abordée dans 3.9.

Ainsi, en remplaçant la vraie distance d_u par la distance masquée δ_u on peut faire abstraction du masquage comme si la composante aléatoire du canal se réduisait à l'évanouissement. Clairement, la distribution uniforme des utilisateurs est transformée en une distribution équivalente (voir la Figure 3.2 plus loin) que l'on caractérise ultérieurement.

3.5 - Position du problème

Dans ce qui suit, on considère que **la connaissance du canal de l'utilisateur u se résume à sa distance masquée δ_u définie par (3.13)**. La connaissance de la distance masquée, qui est une grandeur statistique, représente la CSI partielle. En se basant sur cette connaissance, la station de base optimise les ressources du système (sous-porteuses, puissances et modulations) allouées aux différents utilisateurs afin de maximiser le débit offert à chaque utilisateur tout en garantissant la QoS requise. L'allocation de ressource est effectuée trame par trame avec une longueur de trame égale à L_f symboles OFDM. On considère également que les variations du processus de masquage sont lentes par rapport à la durée d'une trame. Cette hypothèse implique que l'information sur les canaux des utilisateurs, à savoir sur les distances masquées, reste invariante pendant la durée d'une trame.

Étant donnée la QoS cible $(\beta_{\max}, \Pi_{\beta_{\max}}, \rho_{\min})$, la contrainte de puissance totale et le nombre d'utilisateurs uniformément répartis dans la cellule, nous formulons dans la suite le problème d'optimisation correspondant à la recherche d'un schéma d'allocation de sous-porteuses et de débits qui maximise le débit par utilisateur.

3.5 Position du problème

Avec des puissances égales de sous-porteuses définies par (3.10), le problème (3.5) est réduit à un problème d'allocation de sous-porteuses et d'adaptation de modulation. De plus, comme la distance masquée δ_u définie par (3.13) ne constitue pas une information sélective en fréquence, l'allocation de sous-porteuses est transformée en une allocation de bande. Ainsi, résoudre (3.5) consiste à décider combien de sous-porteuses chaque utilisateur a besoin et quelle constellation M-QAM doit être utilisée sur l'ensemble des sous-porteuses allouées. Remplaçons alors la matrice \mathbf{A} d'attribution de sous-porteuses, définie dans (3.2), par le vecteur $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_{N_u}]$ où w_u représente le nombre de sous-porteuses allouées à l'utilisateur u , à savoir

$$w_u = \sum_{s=1}^{N_s} a_{u,s}. \quad (3.14)$$

Avec des puissances égales de sous-porteuses (3.10), on obtient de (3.5)-[c3] et de (3.14) la condition suivante

$$\sum_{u=1}^{N_u} w_u \leq N_s. \quad (3.15)$$

On suppose également que la même constellation d'ordre $M(u)$ est utilisée sur l'ensemble des w_u sous-porteuses de l'utilisateur u . Avec une M-QAM non-codée, la fonction d'adaptation de débit (3.1) devient

$$\Phi(\beta_{\max}, \Pi_{\beta_{\max}}, \frac{P_{tot}}{N_s}, \delta_u) = B \log_2 M(u). \quad (3.16)$$

Notez que $\Phi(\beta_{\max}, \Pi_{\beta_{\max}}, \frac{P_{tot}}{N_s}, \delta_u)$ est maintenant indépendante de l'indice s de sous-porteuse de telle sorte que, de (3.1) et de (3.14), le débit offert à l'utilisateur u est

$$\rho_u = w_u \Phi(\beta_{\max}, \Pi_{\beta_{\max}}, \frac{P_{tot}}{N_s}, \delta_u) = w_u B \log_2 M(u). \quad (3.17)$$

Sous les hypothèses décrites précédemment, le problème d'optimisation (3.5) peut être reformulé de la manière suivante :

$$\begin{aligned} & \max_W \sum_{u=1}^{N_u} w_u \Phi(\beta_{\max}, \Pi_{\beta_{\max}}, \frac{P_{tot}}{N_s}, \delta_u) \\ & \text{sous les contraintes} \quad [c1] : w_u \in]0, N_s[\quad \forall u \\ & \quad [c2] : \sum_{u=1}^{N_u} w_u \leq N_s \\ & \quad [c3] : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_{N_u} \\ & \quad [c4] : \rho_u \geq \rho_{\min} \quad \forall u. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Dans (3.18) le paramètre w_u est autorisé à prendre des valeurs réelles. Cela peut être réalisé en pratique par multiplexage temporel sur plusieurs symboles OFDM. Si l'on note par ρ_c le débit commun entre les utilisateurs, alors (3.18) peut être transformé en un problème de maximisation de débit commun comme suit

$$\begin{aligned} & \max_W \rho_c \\ & \text{sous les contraintes} \quad [c1] : w_u \in]0, N_s[\quad \forall u \\ & \quad [c2] : \sum_{u=1}^{N_u} w_u \leq N_s \\ & \quad [c3] : w_u \Phi(\beta_{\max}, \Pi_{\beta_{\max}}, \frac{P_{tot}}{N_s}, \delta_u) = \rho_c \quad \forall u \\ & \quad [c4] : \rho_c \geq \rho_{\min}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

L'adaptation de débit, définie par la fonction $\Phi(\beta_{\max}, \Pi_{\beta_{\max}}, \frac{P_{tot}}{N_s}, \delta_u)$ ou, d'une façon équivalente, par $M(u)$, doit assurer le TEB cible β_{\max} pour tous les utilisateurs avec une probabilité $1 - \Pi_{\beta_{\max}}$ au moins. L'expression de la fonction $M(u)$, ainsi que l'allocation de sous-porteuses correspondant au débit maximum ρ_c^* , sont obtenues dans le paragraphe suivant.

3.6 Algorithme proposé d'allocation de ressources

Découvrons maintenant la solution que nous proposons au problème (3.19). Notre solution est basée sur l'exploitation successive des contraintes QoS imposée afin de dériver l'allocation optimale de modulation et de sous-porteuses et de caractériser analytiquement les différentes probabilités de coupure.

3.6.1 Adaptation de modulation

Comme la CSI partielle δ_u ne dépend pas de l'indice de sous-porteuse, l'allocation de sous-porteuses consiste à décider du nombre de sous-porteuses à allouer à chacun des

utilisateurs pour garantir le débit commun ρ_c que l'on cherche à maximiser. Le nombre nécessaire de sous-porteuses dépend clairement du choix de la constellation M-QAM utilisée sur les sous-porteuses de l'utilisateur considéré. Maximiser le débit commun revient à utiliser la constellation de l'ordre le plus élevé sur chacune des sous-porteuses. Mais, le choix de la constellation est soumise à la contrainte du TEB cible β_{\max} ainsi qu'à la probabilité de coupure maximale $\Pi_{\beta_{\max}}$. Exprimons alors la probabilité de coupure $\Pi_{\beta}(u)$ pour l'utilisateur u en fonction de β_{\max} , de la distance masquée δ_u et de l'ordre de modulation $M(u)$. Pour tout s , on a par définition

$$\Pi_{\beta}(u) = \text{Proba} \left[\beta_{M(u)}(\gamma_{u,s}) > \beta_{\max} \right]$$

où $\beta_{M(u)}(\gamma)$ est le TEB en fonction du RSB γ et du paramètre $M(u)$. Comme le TEB est décroissant avec γ , on peut écrire

$$\Pi_{\beta}(u) = \text{Proba} \left[\gamma_{u,s} < \beta_{M(u)}^{-1}(\beta_{\max}) \right] \quad (3.20)$$

avec $\beta_{M(u)}^{-1}(\cdot)$ étant la fonction inverse de $\beta_{M(u)}(\cdot)$ qui fournit le RSB minimum requis pour garantir un TEB donné. Cette probabilité de coupure peut être exprimée à l'aide de la *fonction de répartition* $F_{\gamma_{u,s}}(\cdot)$ du RSB instantané $\gamma_{u,s}$ qui, conditionnellement au RSB masqué (3.9), suit une loi exponentielle. On a alors $F_{\gamma_{u,s}}(\gamma) = 1 - \exp(\gamma/\bar{\gamma}_{u,s})$. Cela permet d'écrire

$$\Pi_{\beta}(u) = F_{\gamma_{u,s}} \left(\beta_{M(u)}^{-1}(\beta_{\max}) \right) = 1 - \exp \left(-\beta_{M(u)}^{-1}(\beta_{\max})/\bar{\gamma}_{u,s} \right). \quad (3.21)$$

En utilisant l'allocation uniforme de puissance (3.10) ainsi que les équations (3.12) et (3.11), le RSB masqué (3.9) devient¹

$$\bar{\gamma}_{u,s} = \frac{P_{tot} \alpha_0}{N_s B N_0 \delta_u^\eta}. \quad (3.22)$$

En remplaçant (3.22) dans (3.21) on obtient

$$\Pi_{\beta}(u) = 1 - \exp \left(-\frac{\beta_{M(u)}^{-1}(\beta_{\max}) N_s B N_0 \delta_u^\eta}{P_{tot} \alpha_0} \right). \quad (3.23)$$

Pour une valeur donnée de $M(u)$, cette probabilité de coupure s'accroît avec la distance δ_u . Par conséquent, la contrainte de la probabilité de coupure maximale s'écrivant

$$\Pi_{\beta}(u) \leq \Pi_{\beta_{\max}} \quad (3.24)$$

stipule qu'une constellation M_q -QAM ($q = 1, \dots, Q$) peut être utilisée jusqu'à une distance maximale R_q qui est la solution de

$$1 - \exp \left(-\frac{\beta_{M_q}^{-1}(\beta_{\max}) N_s B N_0 R_q^\eta}{P_{tot} \alpha_0} \right) = \Pi_{\beta_{\max}}. \quad (3.25)$$

¹L'indice s de la sous-porteuse peut être supprimé dans l'équation (3.22) car le RSB masqué ne dépend plus de s lorsque les puissances des sous-porteuses sont égales.

On obtient ainsi

$$R_q = \left[\frac{(P_{tot}/F) \alpha_0}{N_s B N_0 \beta_{M_q}^{-1}(\beta_{\max})} \right]^{1/\eta} \quad (3.26)$$

où le paramètre F est donné par

$$F = \frac{-1}{\log(1 - \Pi_{\beta_{\max}})}. \quad (3.27)$$

Ce paramètre F représente une *marge d'évanouissement* garantissant une probabilité de coupure en TEB limitée par $\Pi_{\beta_{\max}}$.

Dans (3.26), le seuil $\beta_{M_q}^{-1}(\beta_{\max})$ est une fonction croissante de M_q (une modulation d'ordre plus élevé exige un RSB plus important pour garantir le même TEB). Ainsi, pour l'ensemble des constellations disponibles, on a $R_1 < R_2 < \dots < R_Q$. Rappelons que maximiser le débit commun résulte de l'utilisation de la constellation d'ordre maximal possible pour chaque utilisateur. En conséquence, la constellation M_q -QAM doit être allouée aux utilisateurs dont les distances masquées δ_u sont dans l'intervalle $]R_{q-1}, R_q]$ avec $R_0 = 0$ par définition. Cela permet de décrire l'adaptation de modulation (ou l'allocation de débits) comme suit

$$M(u) = \max_q \left\{ M_q \in \mathcal{M} : \delta_u \leq R_q = \left[\frac{(P_{tot}/F) \alpha_0}{N_s B N_0 \beta_{M_q}^{-1}(\beta_{\max})} \right]^{1/\eta} \right\}. \quad (3.28)$$

Ainsi, chaque constellation M_q -QAM couvre un anneau, baptisé dans la suite l'*anneau* q , de rayon interne (resp. externe) R_{q-1} (resp. R_q). Un exemple est illustré par la figure 3.1 dans le cas de $Q = 3$ constellations.

3.6.2 Coupure en terme de débit

La couverture maximale correspond à R_Q , la portée de la modulation du plus petit ordre. Bien que les utilisateurs soient réellement confinés à l'intérieur de la cellule de rayon R , leurs distances masquées pourraient dépasser le rayon R ou même la portée maximale R_Q (voir la Figure 3.2). Tant que la distance masquée est inférieure à R_Q , l'utilisateur correspondant peut être servi avec la QoS requise. Dans le cas opposé, cet utilisateur est en *coupure de débit*. Cela correspond au cas où la station de base décide d'utiliser toutes les constellations disponibles pour servir tous les utilisateurs dont les distances masquées sont inférieures à R_Q . Mais, afin d'améliorer la QoS globale, la station de base peut décider de ne servir que ceux dont les distances masquées sont inférieures à une certaine *distance de coupure* $R_{cut} \in [R, R_Q]$.

Introduire la coupure de débit est une forme de relaxation de la contrainte (3.19)-[c3] d'équité de débits et de la contrainte (3.19)-[c4] sur le débit minimum. Cette relaxation interdit les utilisateurs ayant des canaux moyens trop mauvais (distances masquées excessives) de pénaliser les autres utilisateurs en terme de débit en consommant trop

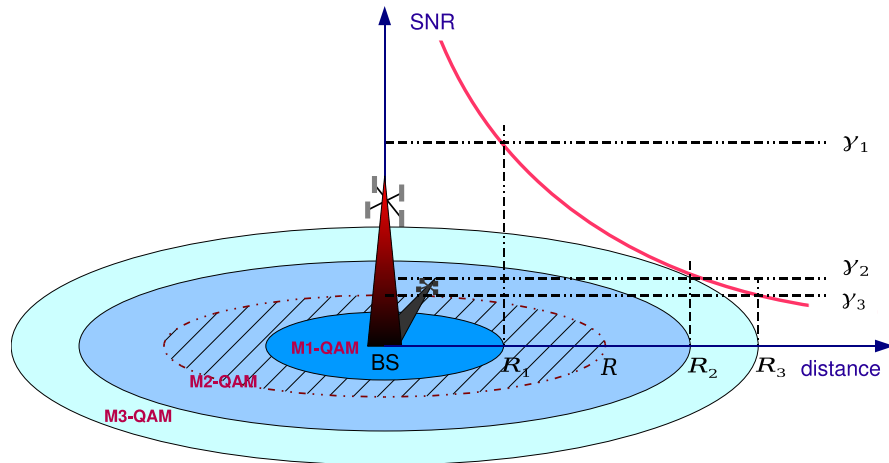


FIG. 3.1 – Anneaux concentriques de modulations dans le cas $Q = 3$.

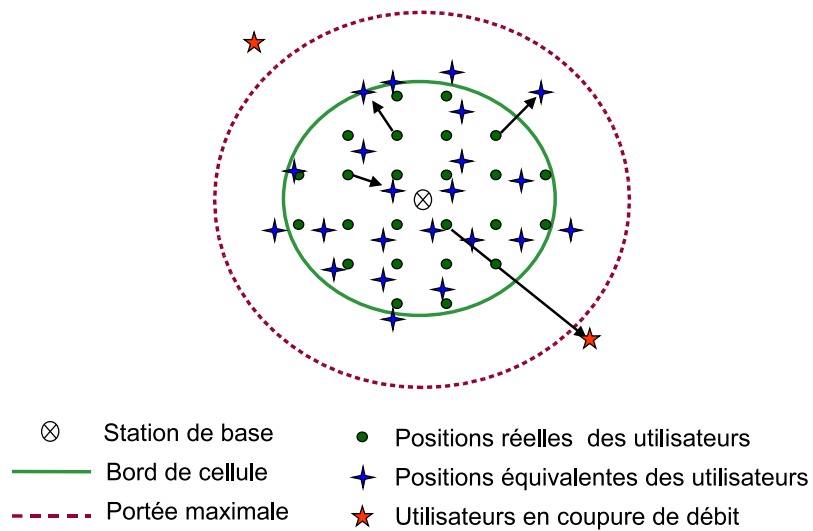


FIG. 3.2 – La répartition uniforme des utilisateurs et la répartition équivalente lorsque la distance à la station de base de chaque utilisateur est remplacé par la distance masquée.

de bande. Ainsi, tolérer une certaine coupure de débit, sous une probabilité majorée, est une approche pragmatique permettant d'améliorer l'efficacité spectrale du système.

On définit la *probabilité de coupure de débit* pour l'utilisateur u par

$$\rho_u(R_{cut}) = \text{Proba} [\delta_u > R_{cut}]. \quad (3.29)$$

Cette probabilité peut être obtenue étant donné la loi de probabilité de la variable aléatoire δ_u définie par (3.13). Mais, il est beaucoup plus facile de considérer la variable aléatoire $10 \log_{10} \delta_u = 10 \log_{10} d_u - \xi_u/\eta$ qui suit une loi Gaussienne $\mathcal{N}(10 \log_{10} d_u, \sigma^2/\eta^2)$. Sa fonction de répartition est

$$F_{10 \log_{10} \delta_u}(y) = 0.5 + 0.5 \operatorname{erf} \left(\frac{y - 10 \log_{10} d_u}{\sigma \sqrt{2}/\eta} \right)$$

où $\operatorname{erf}(\cdot)$ est la *fonction d'erreur* définie par

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \quad (3.30)$$

Ainsi, la probabilité de coupure de débit (3.29) de l'utilisateur u devient

$$\rho_u(R_{cut}) = 1 - F_{10 \log_{10} \delta_u}(10 \log_{10} R_{cut}) = 0.5 - 0.5 \operatorname{erf} \left(\frac{10 \log_{10}(R_{cut}/d_u)}{\sigma \sqrt{2}/\eta} \right). \quad (3.31)$$

Pour une distance de coupure R_{cut} donnée, la probabilité de coupure (3.31) atteint son maximum pour les utilisateurs en bord de la cellule pour lesquels $d_u = R$. D'où

$$\rho_{\max}(R_{cut}) = 0.5 - 0.5 \operatorname{erf} \left(\frac{10 \log_{10}(R_{cut}/R)}{\sigma \sqrt{2}/\eta} \right). \quad (3.32)$$

Cette valeur pire-cas peut être minimisée si la station de base décide de servir le maximum d'utilisateurs en choisissant $R_{cut} = R_Q$. A partir de (3.26) on a

$$R_Q = \left[\frac{(P_{tot}/F) \alpha_0}{N_s B N_0 \beta_{M_Q}^{-1}(\beta_{\max})} \right]^{1/\eta}. \quad (3.33)$$

On suppose que $R_Q \geq R$. Ainsi, de (3.32) et (3.33), la valeur minimale de la probabilité de coupure de débit pour l'utilisateur en bord de cellule est donnée par

$$\min \rho_{\max} = 0.5 - 0.5 \operatorname{erf} \left(\frac{10}{\sigma \sqrt{2}} \log_{10} \left(\frac{N_s B N_0 \beta_{M_Q}^{-1}(\beta_{\max}) R_{cut}^\eta}{(P_{tot}/F) \alpha_0} \right) \right). \quad (3.34)$$

Ajuster la probabilité (3.32) via le paramètre R_{cut} permet à la station de base de trouver un compromis entre le nombre moyen d'utilisateurs servis et la QoS qui leur est offerte. En fait, étendre la couverture en augmentant R_{cut} veut dire que la ressource spectrale (l'ensemble des sous-porteuses) doit être partagée entre plus d'utilisateurs. Donc, forcément la QoS offerte se dégrade.

3.6.3 Allocation de sous-porteuses

Notons par U_q le nombre d'utilisateurs qui, en terme de distance masquée, se retrouvent dans le q -ième anneau de rayon interne (resp. externe) R_{q-1} (resp. R_q), à savoir

$$U_q = \text{card} \left\{ u = 1, \dots, N_u : R_{q-1} < d_u 10^{-0.1 \xi_u/\eta} \leq R_q \right\}. \quad (3.35)$$

Les rayons des différents anneaux sont donnés par (3.26). La quantité U_q est une variable aléatoire. Cela veut dire que la répartition équivalente des utilisateurs sur les anneaux varie au rythme des variations du processus de masquage.

On a vu avant que l'allocation de sous-porteuses sous nos hypothèses est réduite à une allocation de bande définie par le vecteur $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_{N_u}]$. Supposons que chacun des utilisateurs obtient un débit *inconnu* noté ρ_c^* ($\rho_u = \rho_c^*, \forall u$). De (3.17) on obtient

$$w_u = \rho_c^*/(B \log_2 M(u)). \quad (3.36)$$

D'après (3.28), l'ordre optimal de la constellation $M(u)$ est égal à M_q pour tous les utilisateurs de l'anneau q . Par conséquent, chaque utilisateur de la zone q a besoin de $\rho_c^*/(B \log_2 M_q)$ sous-porteuses. Le nombre d'utilisateurs dans l'anneau q étant U_q défini par (3.35). Ainsi, le nombre requis de sous-porteuses pour l'anneau q afin de satisfaire ses U_q utilisateurs est

$$S_q = \frac{\rho_c^* U_q}{B \log_2 M_q}. \quad (3.37)$$

La question maintenant est de déterminer le nombre requis d'anneaux (ou de constellations), noté Z avec $Z \leq Q$, en fonction de la distance de coupure $R_{cut} \in [R, R_Q]$. On a

$$Z = \min \{ q \in \{1, \dots, Q\} : R_{cut} \leq R_q \}. \quad (3.38)$$

Cela veut dire qu'il faut utiliser autant de constellation que nécessaire jusqu'à ce que la distance de coupure soit dans la portée de la couverture. A partir de la contrainte du nombre total de sous-porteuses

$$\sum_{q=1}^Z S_q = N_s \quad (3.39)$$

et de (3.37), il résulte l'expression suivante

$$\rho_c^* = \frac{BN_s}{\sum_{q=1}^Z U_q / \log_2 M_q} \quad (3.40)$$

qui donne le débit commun maximum. En substituant ρ_c^* dans (3.37) on obtient l'expression de *l'allocation optimale de sous-porteuses par anneau*

$$S_q = \frac{U_q / \log_2 M_q}{\sum_{k=1}^Z U_k / \log_2 M_k} N_s. \quad (3.41)$$

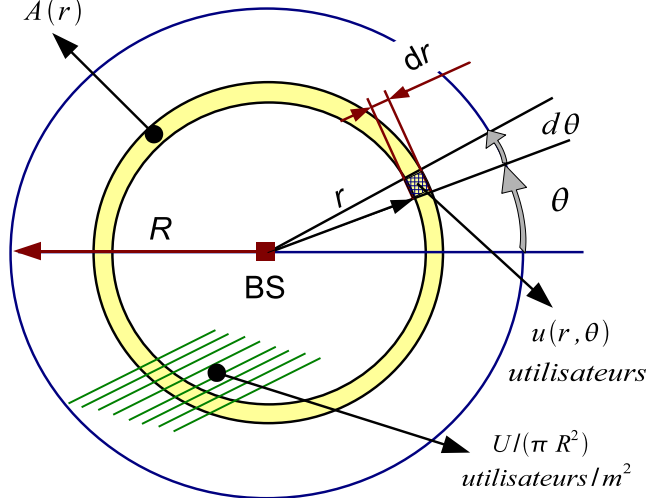


FIG. 3.3 – Illustration de l’anneau différentiel $\mathcal{A}(r)$ pour la dérivation de la répartition équivalente d’utilisateurs.

Notez que S_q est une variable aléatoire car U_q l’est. En d’autres termes, la station de base doit mettre à jour les variables $\{S_q\}$, ainsi que le débit offert ρ_c^* , à chaque mise à jour de l’information sur l’état des canaux (les distances masquées).

Évaluons maintenant la performance moyenne en terme de coupure, de débit moyen d’utilisateur, d’efficacité spectrale et de capacité en nombre d’utilisateurs pouvant être servis avec la QoS préconisée.

3.7 Performance moyenne

Afin d’évaluer la performance moyenne de notre méthode, on a besoin de calculer l’espérance de U_q , le nombre d’utilisateurs par agneau.

3.7.1 Distribution équivalente moyenne d’utilisateurs

Étant donnée la distribution uniforme des utilisateurs dans la cellule, nous voulons trouver la distribution équivalente lorsque la distance d_u est remplacée par la distance masquée δ_u définie par (3.13). L’espérance est prise par rapport au processus du masquage log-normal.

Considérons un anneau élémentaire, noté $\mathcal{A}(r)$, centré sur la station de base (Figure 3.3) dont le rayon interne (resp. externe) est r (resp. $r + dr$). La surface de $\mathcal{A}(r)$ étant $\pi(r + dr)^2 - \pi r^2 \simeq 2\pi r dr$. Lorsque N_u utilisateurs sont uniformément distribués dans un rayon R , on a une densité constante d’utilisateurs égale à $N_u/(\pi R^2)$. Ainsi, l’anneau $\mathcal{A}(r)$ contient $2N_u r dr/R^2$ utilisateurs. Comme ces utilisateurs sont uniformément distribués sur 2π radians autour de la station de base, le nombre d’utilisateurs présents dans le secteur $[\theta, \theta + d\theta]$ radians à des distances comprises entre r et $r + dr$ (voir la

Figure 3.3) est égal à

$$u(r, \theta) = \frac{(2N_u r/R^2) dr d\theta}{2\pi} = \frac{N_u}{\pi R^2} r dr d\theta. \quad (3.42)$$

Comme le masquage est étroitement lié à la topologie de l'environnement entre l'utilisateur et la station de base, on peut supposer que ces $u(r, \theta)$ utilisateurs subissent la même réalisation du masquage. En d'autres termes, ces $u(r, \theta)$ utilisateurs ont la même distance masquée $d(r, \theta) = r 10^{-0.1 \xi(r, \theta)/\eta}$ où $\xi(r, \theta)$ suit la loi normale $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$. La fonction de répartition de $d(r, \theta)$ est donnée par

$$F_{d(r, \theta)}(y) = \text{Proba} [d(r, \theta) \leq y] = 0.5 + 0.5 \operatorname{erf} \left(\frac{10 \log_{10}(y/r)}{\sigma \sqrt{2}/\eta} \right). \quad (3.43)$$

Ainsi, le ratio moyen d'utilisateurs ayant une distance masquée dans $]0, R_q]$ est

$$\bar{u}(R_q) = \frac{1}{N_u} \int_0^R \int_0^{2\pi} \text{Proba} [d(r, \theta) \leq R_q] u(r, \theta). \quad (3.44)$$

En utilisant (3.42) et (3.43), on prouve dans l'Annexe B que

$$\bar{u}(R_q) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(C \log \frac{R_q}{R} \right) + \frac{R_q^2}{R^2} e^{1/C^2} \left(1 - \operatorname{erf} \left(C \log \frac{R_q}{R} + \frac{1}{C} \right) \right) \right] \quad (3.45)$$

où $C = 10\eta/(\sigma\sqrt{2}\log 10)$. Le produit $\bar{u}(\cdot)N_u$ représente la fonction de répartition moyenne du nombre d'utilisateurs lorsque les vraies distances sont remplacées par les distances masquées. Ce produit est l'espérance mathématique, par rapport au processus de masquage, de la quantité U_q définie dans (3.35). Cet important résultat théorique est validé par simulation à la fin de ce chapitre.

3.7.2 Probabilité de coupure moyenne

Grâce à (3.45), on peut évaluer \bar{U}_{out} , le nombre moyen d'utilisateurs en coupure de débit dont les distances masquées dépassent la portée maximale R_Q donnée par (3.33). On a

$$\bar{U}_{out}(R_Q) = (1 - \bar{u}(R_Q)) N_u. \quad (3.46)$$

Le nombre moyen d'utilisateurs en coupure de débit pour une distance de coupure quelconque $R_{cut} \in [R, R_Q]$ est donné par

$$\bar{U}_{out}(R_{cut}) = (1 - \bar{u}(R_{cut})) N_u. \quad (3.47)$$

Soulignons encore l'importance de la distance de coupure R_{cut} comme un degré de liberté permettant de trouver un compromis entre la probabilité de coupure (3.32) et le nombre moyen d'utilisateurs en coupure de débit (3.47) d'une part et le débit (3.40) offert à chaque utilisateur d'autre part. Ce compromis est illustré par simulation ultérieurement dans ce chapitre.

3.7.3 Débit utilisateurs et efficacité spectrale moyenne

Afin de trouver une borne approximative pour le débit moyen $\overline{\rho_c^*}$, on remplace U_q dans (3.40) par son espérance mathématique comme suit

$$\overline{\rho_c^*} = \frac{BN_s}{\sum_{q=1}^Z \overline{U}_q / \log_2 M_q}. \quad (3.48)$$

A partir de (3.45), on obtient

$$\overline{U}_q = (\overline{u}(R_q) - \overline{u}(R_{q-1})) N_u. \quad (3.49)$$

Cherchons maintenant l'efficacité spectrale moyenne de notre méthode d'allocation de ressources. Le nombre moyen d'utilisateurs servis est

$$\overline{U}_{srv} = \sum_{q=1}^Z \overline{U}_q. \quad (3.50)$$

La somme moyenne des débits de ces \overline{U}_{srv} utilisateurs est $\overline{U}_{srv} \overline{\rho_c^*}$. Ce débit total est réalisé en utilisant une bande de BN_s . Par conséquent, à partir de (3.48) on trouve que l'efficacité spectrale moyenne est donnée par

$$\overline{e} = \frac{\sum_{q=1}^Z \overline{U}_q}{\sum_{q=1}^Z \overline{U}_q / \log_2 M_q}. \quad (3.51)$$

Notez que la contrainte du débit minimum ρ_{\min} par utilisateur n'a pas encore été considérée. La prise en compte de cette contrainte supplémentaire fournit un critère d'*acceptation-rejet* comme le montre le paragraphe suivant.

3.7.4 Capacité du système et critère d'acceptation-rejet

La contrainte du débit minimum $\rho_c^* \geq \rho_{\min}$ conjuguée aux équations (3.40) et (3.49) donne la borne supérieure suivante sur la capacité du système en terme de nombre d'utilisateurs

$$U_{\max} = \frac{BN_s}{\rho_{\min} \sum_{q=1}^Z (\overline{u}(R_q) - \overline{u}(R_{q-1})) / \log_2 M_q}. \quad (3.52)$$

Cette borne U_{\max} correspond à une sorte de charge maximale admissible par le système étant donnée la QoS requise. Lorsque le système est pleinement chargé ($N_u = U_{\max}$), il ne peut offrir aux utilisateurs servis mieux que le débit minimum ρ_{\min} . Dans ce cas, tout utilisateur supplémentaire qui sollicite un accès au service est rejeté par la station de base. Ainsi, le rapport N_u/U_{\max} peut être considéré comme un métrique pour la charge du système. En bref, pour $N_u \leq U_{\max}$ on a

$$\rho_c^* = \frac{U_{\max}}{N_u} \rho_{\min}. \quad (3.53)$$

Dans le paragraphe suivant on décrit notre algorithme d'allocation de ressources d'un point de vue pratique.

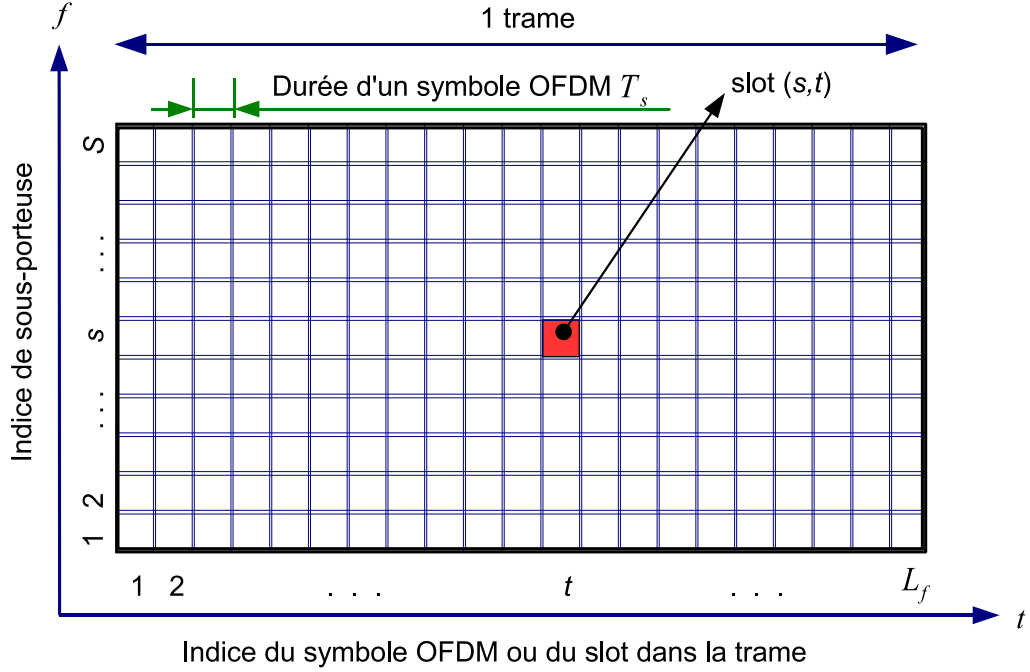


FIG. 3.4 – La structure de trame.

3.8 Considérations d'implémentation pratique

Dans la suite on suppose que $N_u \leq U_{\max}$. On a vu que l'allocation optimale de sous-porteuses est définie par (3.41). Néanmoins, on doit prendre en compte le fait qu'en pratique seulement un nombre entier de sous-porteuses peut être alloué à un anneau de modulation. Donc, nous proposons que les quantités $\{S_q\}$ soient arrondies en nombres entiers comme suit

$$\tilde{S}_q = \mathcal{I}(S_q) = \mathcal{I}\left(\frac{U_q / \log_2 M_q}{\sum_{k=1}^Z U_k / \log_2 M_k} N_s\right) \quad (3.54)$$

où $\mathcal{I}(x)$ est l'entier le plus proche de x . Ces \tilde{S}_q 's définissent Z zones dans la trame dont la première zone par exemple est constituée des slots modulés avec la constellation M_1 -QAM.

A partir de (3.36), le nombre de sous-porteuses dont l'utilisateur u appartenant à l'anneau q a besoin pour atteindre le débit commun est $w_u = \rho_c^* / (B \log_2 M_q)$. Un autre aspect pratique est que chaque w_u doit, à son tour, être un entier. Cette contrainte est traitée de la façon suivante. La trame comportant L_f symboles OFDM (Figure 3.4) est composée de $N_s L_f$ slots. Notons par N_q le nombre (entier) de slots alloués à chacun des utilisateurs de l'anneau q . Alors, chaque utilisateur obtient en moyenne N_q / L_f sous-porteuses par trame. Afin d'approximer au mieux un w_u non-entier, la valeur de N_q doit être choisie de telle sorte que la différence $|N_q / L_f - w_u|$ soit minimisée. Cela veut

dire que

$$N_q = \mathcal{I}(L_f w_u) = \mathcal{I}(L_f \rho_c^* / (B \log_2 M_q)). \quad (3.55)$$

La différence entre N_q/L_f et w_u rend le débit réellement offert à chaque utilisateur $N_q B \log_2 M_q / L_f$ légèrement différent de la valeur théorique ρ_c^* . Cette différence décroît en augmentant la longueur de trame L_f . De plus, le nombre d'utilisateurs qui sont réellement casés dans les $\tilde{S}_q L_f$ slots de l'anneau q est égal à

$$\tilde{U}_q = \tilde{S}_1 \div N_q \quad (3.56)$$

où \div représente l'opérateur de division entière.

Décrivons maintenant en détails l'algorithme résultant. On suppose que la station de base, connaissant les distances masquées des utilisateurs, trie les utilisateurs dans un vecteur \mathcal{U} suivant leurs distances masquées croissantes. Sous ces hypothèses, notre algorithme d'allocation de ressources se compose de deux étapes. La première étape peut être faite "off-line" tandis que la seconde nécessite d'être exécutée dynamiquement suivant la charge du système et l'état du canal (les distances masquées).

Étape I : Réserveation statique de ressources

Cette étape consiste à

1. Trouver la marge d'évanouissement F en utilisant (3.27).
2. Utiliser (3.26) pour calculer la portée R_q de chaque constellation M-QAM.
3. Calculer à partir de (3.32) la distance de coupure R_{cut} qui correspond à une probabilité acceptable de coupure de débit.
4. Dédire de (3.38) le nombre Z de constellations.

Étape II : Allocation dynamique de ressources

Cette étape est illustrée par la Figure 3.5. Elle consiste à

1. Trouver U_q , le nombre d'utilisateurs appartenant à chaque anneau, à partir du vecteur \mathcal{U} des utilisateurs triés suivant leurs distances masquées croissantes.
2. Dédire le nombre de sous-porteuses par anneau \tilde{S}_q pour $q = 1, \dots, Z$ en utilisant (3.54).
3. Calculer le débit commun maximum ρ_c^* en utilisant (3.40).
4. Utiliser (3.55) et (3.56) pour calculer N_q , le nombre de slots par utilisateur dans l'anneau q , ainsi que le nombre d'utilisateurs \tilde{U}_q .
5. Mapper les utilisateurs aux slots dans la trame comme suit : Les premiers \tilde{U}_1 utilisateurs dans \mathcal{U} sont mappés aux premières \tilde{S}_1 sous-porteuses correspondant à la modulation d'ordre le plus élevé. Le premier utilisateur se voit alloué les N_1 premiers slots sur la première sous-porteuse. Si $N_1 > L_f$, des slots supplémentaires

3.8 - Considérations d'implémentation pratique

sur la deuxième sous-porteuse sont alloués à cet utilisateur jusqu'à ce que N_1 soit atteint. En suite, l'utilisateur suivant est alloué les N_1 slots suivants et ainsi de suite. Ces opérations sont répétées pour les \tilde{U}_2 utilisateurs suivants dans \mathcal{U} appartenant à l'anneau de la modulation suivante jusqu'à ce que tous les slots soient occupés.

Avant de présenter les résultats de simulations, nous fournissons dans le paragraphe suivant quelques précisions sur l'estimation de la distance masquée (3.13).

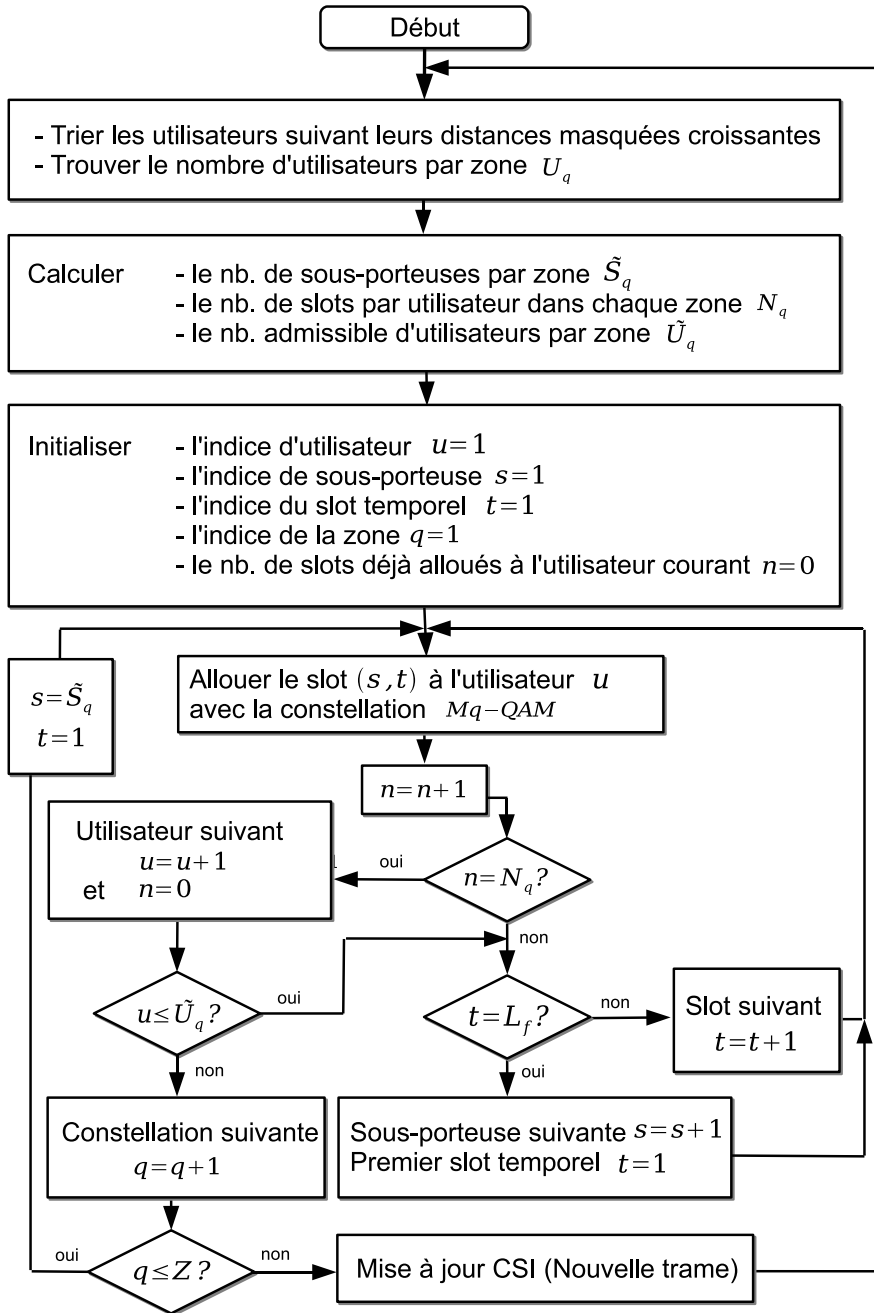


FIG. 3.5 – L'étape dynamique de l'algorithme d'allocation de ressources.

3.9 Estimation de la distance masquée

Nous proposons d'estimer la distance masquée définie dans (3.13) comme suit. Considérons un symbole OFDM dédié à l'estimation du canal avec une séquence de données connue et des puissances égales $p_{u,s} = P_0$ sur l'ensemble des sous-porteuses. Lorsque ce symbole est reçu par l'utilisateur u ce dernier est capable de mesurer le RSB instantané $\gamma_{u,s}$ sur chaque sous-porteuse. Rappelons que le RSB masquée $\bar{\gamma}_{u,s}$ défini dans (3.9) est l'espérance de $\gamma_{u,s}$ vis-à-vis de l'évanouissement de puissance $\phi_{u,s}^2$. En d'autres termes

$$\gamma_{u,s} = \bar{\gamma}_{u,s} \phi_{u,s}^2. \quad (3.57)$$

Avec des puissances égales à P_0 et en utilisant (3.12) et (3.13), le RSB masqué devient²

$$\bar{\gamma}_{u,s} = \frac{P_0 \alpha_0}{BN_0 \delta_u^\eta}. \quad (3.58)$$

A partir de (3.57) et de (3.58), on conclut que

$$\gamma_{u,s} = \frac{P_0 \alpha_0}{BN_0 \delta_u^\eta} \phi_{u,s}^2. \quad (3.59)$$

En moyennant $\gamma_{u,s}$ dans (3.59) sur les N_s sous-porteuses on obtient

$$\frac{1}{N_s} \sum_{s=1}^{N_s} \gamma_{u,s} = \frac{P_0 \alpha_0}{BN_0 \delta_u^\eta} \frac{1}{N_s} \sum_{s=1}^{N_s} \phi_{u,s}^2. \quad (3.60)$$

En considérant que la séquence $(\phi_{u,1}^2, \dots, \phi_{u,N_s}^2)$ forme une réalisation du processus d'évanouissement que l'on suppose ergodique, la quantité $\frac{1}{N_s} \sum_{s=1}^{N_s} \phi_{u,s}^2$ dans (3.60) se rapproche de l'espérance $E[\phi_{u,s}^2] = 1$ (il s'agit d'une bonne approximation car en pratique on a $N_s \gg 1$). Ainsi, étant donné un estimateur \hat{N}_0 de la densité spectrale de puissance du bruit et sachant les valeurs des constantes η et α_0 , on obtient de (3.60) l'estimateur suivant de la distance masquée

$$\hat{\delta}_u = \left(\frac{P_0 \alpha_0 N_s}{B \hat{N}_0 \sum_{s=1}^{N_s} \gamma_{u,s}} \right)^{1/\eta}. \quad (3.61)$$

De (3.60) et (3.61) nous pouvons établir la relation suivante entre la distance masquée et son estimateur

$$\hat{\delta}_u = \left(\frac{N_0 N_s}{\hat{N}_0 \sum_{s=1}^{N_s} \phi_{u,s}^2} \right)^{1/\eta} \delta_u. \quad (3.62)$$

Avec une parfaite estimation du bruit ($\hat{N}_0 = N_0$) et un nombre suffisamment large de sous-porteuses tel que $\frac{1}{N_s} \sum_{s=1}^{N_s} \phi_{u,s}^2 = 1$, nous obtenons $\hat{\delta}_u = \delta_u$. Dans ce chapitre on a supposé que les distances masquées des utilisateurs étaient parfaitement estimées et relayées à la station de base via un canal de retour instantané sans erreurs.

²L'indice s de la sous-porteuse peut être supprimé dans l'équation (3.58) car le RSB masqué ne dépend plus de s lorsque les puissances des sous-porteuses sont égales.

3.10 Résultats de simulation

Les paramètres de simulation sont donnés dans le tableau 3.1. On suppose que les constellations disponibles sont 64-QAM, 16-QAM, QPSK et BPSK. Concernant les seuils sur le RSB $\gamma_q = \beta_{M_q}^{-1}(\beta_{\max})$ (voir (3.20)) correspondant au TEB cible β_{\max} pour ces constellations, on sait que la probabilité d'erreur pour le BPSK peut être exprimée en utilisant la fonction d'erreur (3.30) par $\beta_{\max} = 0.5 \operatorname{erf}(\sqrt{\gamma_{BPSK}})$. D'où

$$\gamma_{BPSK} = [\operatorname{erf}^{-1}(2 \beta_{\max})]^2. \quad (3.63)$$

Pour les modulations d'ordres supérieurs ($M_q > 2$), une bonne approximation du seuil RSB pour une M_q -QAM avec $b \leq 10^{-3}$ est donnée dans [12] par

$$\gamma_q = (M_q - 1)\Gamma_0 \quad (3.64)$$

avec $\Gamma_0 = -\log(5 \beta_{\max})/1.6$. Le tableau 3.2 donne les seuils RSB γ_q pour chacune des constellations considérées pour un TEB de 10^{-3} .

Dans la suite, la performance de notre méthode d'allocation de ressources est caractérisée en fonction du *RSB moyen pire-cas* ou *Worst-case Average SNR* (WASNR) défini par

$$\gamma_{wa} = \frac{P_{tot}\alpha_0}{N_s B N_0 R^\eta}. \quad (3.65)$$

Ce WASNR correspond au RSB moyen en bord de la cellule. Étant donnés les valeurs numériques du tableau 3.1, on trouve grâce à (3.27) que la marge d'évanouissement en unités logarithmiques est $F_{dB} = 10 \log_{10} F \simeq 12.9$ dB. Dans la Figure 3.6, la portée maximale du BPSK pour $\gamma_{wa} \in [5, 25]$ dB est tracé à partir des équations (3.26) et (3.65). En prenant en compte le rayon de la cellule $R = 100$ m, on voit que le WASNR minimum acceptable est de $\gamma_{wa} \simeq 19.64$ dB ($P_{tot} \simeq 2.73$ W). De plus, si l'on suppose que la puissance totale au niveau de la station de base est limitée à $P_{tot} = 10$ W, alors on trouve de (3.65) que γ_{wa} doit être limité à 25.6 dB. Ainsi, dans la suite, on laisse le WASNR varier dans l'intervalle [20,25] dB.

3.10.1 Distribution moyenne équivalente des utilisateurs

On commence par vérifier la validité du résultat (3.45) décrivant la répartition moyenne équivalente des utilisateurs. Rappelons que le produit $\bar{u}(x)N_u$ représente la fonction de répartition moyenne du nombre d'utilisateurs ayant des distances masquées dans $[0, x]$. En d'autres termes, l'histogramme moyen des distances masquées doit coïncider avec $(\bar{u}(x + \Delta x) - \bar{u}(x))N_u$ pour $\Delta x \ll 1$. Cela est vérifié par simulation comme illustre la Figure 3.7 où les courbes sont normalisées par le nombre total d'utilisateurs et elles sont moyennées sur 1000 tirages du masquage.

3.10 - Résultats de simulation

Fréquence centrale F_c	3.5	GHz
Puissance totale P_{tot}	10	W
Nombre de sous-porteuses N_s	256	sous-porteuses
Largeur de bande totale B_{tot}	20	MHz
Espacement entre sous-porteuses $B = B_{tot}/N_s$	78.125	KHz
Durée symbole OFDM $T_s = 1/B$	12.8	μ s
Longueur de trame L_f	100	symboles
Durée trame $L_f T_s$	1.28	ms
Densité spectrale de puissance du bruit N_0	-174	dBm/Hz
Exposant de perte η	3.6	-
Écart-type du masquage σ	5	dB
Débit minimum cible ρ_{min}	100	Kbps
TEB cible β_{max}	10^{-3}	-
Probabilité de coupure TEB maximale $\Pi_{\beta_{max}}$	0.05	-
Rayon de cellule R	100	m

TAB. 3.1 – Valeurs numériques des paramètres de simulation.

Modulation	64-QAM	16-QAM	QPSK	BPSK
Indice de zone q	1	2	3	4
γ_q (dB)	23.2	17	10	6.8

TAB. 3.2 – Les seuils RSB des modulations utilisées pour un TEB $\beta_{max} = 10^{-3}$.

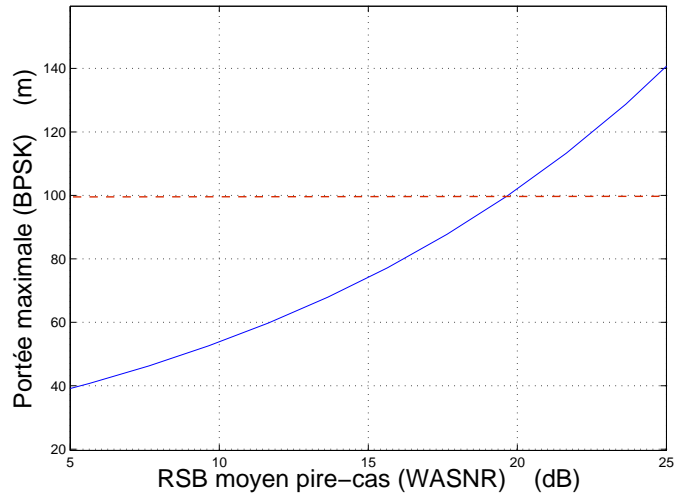


FIG. 3.6 – La portée maximale (de la BPSK) en fonction du RSB moyen pire-cas (en bord de cellule) appelé WASNR.

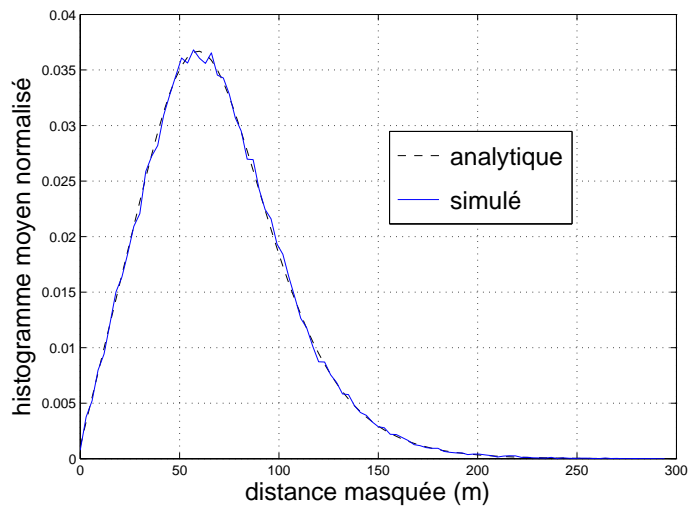


FIG. 3.7 – Histogramme moyen de la distance masquée.

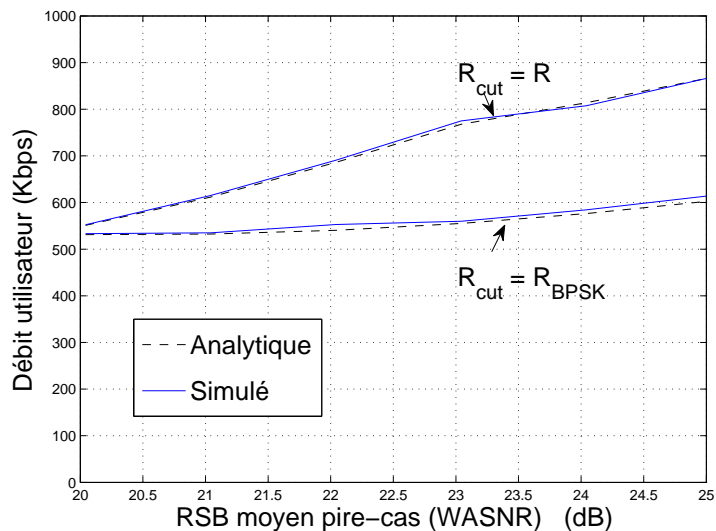


FIG. 3.8 – Le débit maximal d'utilisateur en fonction du WASNR pour $N_u = 100$ utilisateurs et deux valeurs de la distance de coupure R_{cut} .

3.10.2 Compromis débit moyen utilisateur-coupure de débit

On compare ici le débit utilisateur moyen simulé réalisé en utilisant notre algorithme pour 100 utilisateurs avec l'expression analytique (3.48) du débit moyen. Cette comparaison est illustrée par la Figure (3.8) pour deux valeurs de la distance de coupure. Lorsque R_{cut} est égale à la portée du BPSK R_{BPSK} , un maximum d'utilisateurs est servi à l'exception de ceux dont la distance masquée dépasse R_{BPSK} . Le débit utilisateur s'améliore lorsqu'en revanche la station de base décide de ne pas servir les utilisateurs qui tombent au-delà de $R_{cut} = R$ en terme de distance masquée. Cette amélioration du débit moyen utilisateur est significative pour les fortes valeurs du RSB tandis qu'elle s'évanouit pour $RSB=20$ dB où $R_{BPSK} \simeq R$. Ce gain en débit moyen est obtenu au dépit d'une augmentation du nombre moyen d'utilisateurs en coupure de débit comme prédit par l'équation (3.47). Cela est illustré dans la Figure (3.9). Ainsi, un compromis doit être trouvé, via la distance de coupure R_{cut} , entre le débit utilisateur et la probabilité de coupure de débit. En variant R_{cut} pour une puissance totale fixée $P_{tot} = 10$ W, on montre sur la Figure (3.10) le pourcentage moyen d'utilisateurs en coupure de débit en fonction du débit utilisateur moyen maximal.

3.10.3 Efficacité spectrale moyenne et coupure moyenne de débit

Comparons maintenant l'efficacité spectrale moyenne (3.51) de notre méthode d'allocation avec celle de deux autres méthodes. La première méthode n'utilise aucune connaissance du canal et correspond à une allocation statique de sous-porteuses et de débits basées sur une approche pire-cas. La deuxième méthode, appelée "Max-Min", a

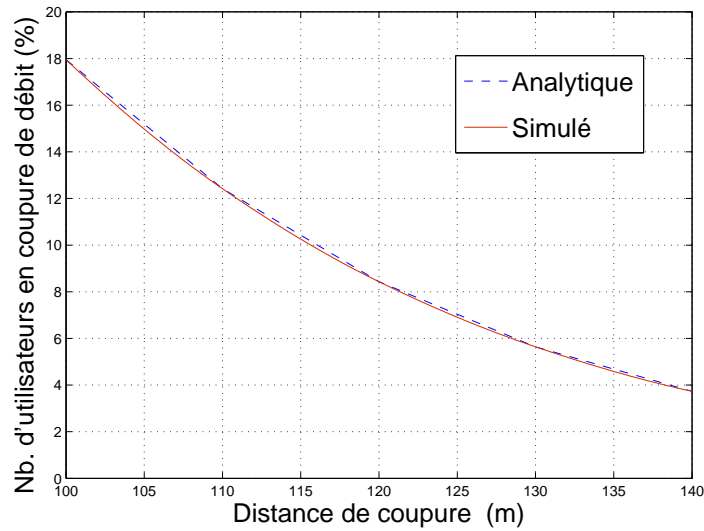


FIG. 3.9 – Pourcentage moyen d'utilisateurs en coupure de débit en fonction de la distance de coupure R_{cut} pour $N_u = 100$ utilisateurs et une puissance totale $P_{tot} = 10$ W (WASNR $\simeq 25$ dB).

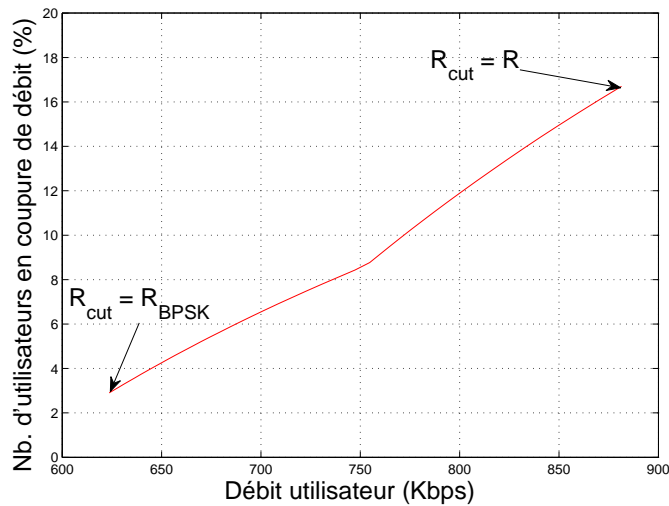


FIG. 3.10 – Compromis entre le débit utilisateur et le pourcentage d'utilisateurs en coupure de débit pour $N_u = 100$ utilisateurs et une puissance totale $P_{tot} = 10$ W (WASNR $\simeq 25$ dB).

été introduite par [37] et ré-utilisée dans [40]. Elle est basée sur une hypothèse d'une connaissance parfaite et complète du canal (full CSI) ce qui permet d'améliorer l'efficacité spectrale mais au prix d'un débit de retour important pour reporter à la station de base l'état des canaux.

Dans le cas d'une allocation statique, la marge de puissance doit prendre en compte l'effet du masquage en plus de celui de l'évanouissement. On trouve par simulation qu'en présence d'un canal composite log-normal-Rayleigh, la marge correspondant aux valeurs préconisées du TEB et de la probabilité de coupure de TEB est $F = 14.8$ dB. Cette valeur peut être retrouvée analytiquement en utilisant les résultats dans [3] où il a été démontré qu'une loi composite log-normal-Rayleigh est équivalente à une nouvelle loi log-normale. En l'absence de CSI, la même modulation doit être utilisée sur toutes les sous-porteuses. L'ordre de modulation M doit garantir aux utilisateurs en bord de cellule le TEB cible. Donc, M peut être obtenu en affectant à δ_u dans (3.28) la valeur R , le rayon de la cellule. En suite, les N_s sous-porteuses sont partagées à égalité entre les utilisateurs de telle sorte que chacun des utilisateurs atteigne un débit de $(N_s/N_u)B \log_2 M$. Quant à la méthode "Max-Min" [40], son but est de maximiser le débit-utilisateur minimum sous une contrainte de puissance totale. Maximiser le débit minimum est équivalent à maximiser la somme de débits en supposant que les utilisateurs ont le même débit. Dans les figures 3.11 et 3.12, l'efficacité spectrale (3.51) de notre méthode d'allocation est comparée à celles des deux méthodes, "statique" et "Max-Min", pour 10 et 100 utilisateurs respectivement avec une distance de coupure de 120 m (la valeur médiane entre le rayon de la cellule et la portée maximale du BPSK). D'après la Figure 3.9, cette distance de coupure conduit à un pourcentage d'utilisateurs en coupure de débit de 8.5%. Cela correspond, d'après la Figure 3.10, à un débit utilisateur moyen de 760 kbps. Afin de rendre la comparaison juste, la CSI est quantifiée sur 3 bits. Cela réduit l'overhead requis par la méthode "Max-Min" sur la voie de retour à $3N_s$ bits par utilisateur. Or, notre méthode d'allocation a besoin de beaucoup moins de précision comme nous le montrons ultérieurement. A cause du gain de la diversité multi-utilisateurs, la méthode "Max-Min" jouit d'un gain en efficacité spectrale près de 1 bps/Hz lorsque le nombre d'utilisateurs passe de 10 à 100. En même temps, l'efficacité spectrale moyenne de notre méthode reste inchangée comme prévu par (3.51). De même, la méthode "statique" continue à offrir 1 bps/Hz quelque soit le nombre d'utilisateurs. On constate que notre méthode d'allocation offre un gain significatif en efficacité spectrale comparée à la méthode statique.

L'avantage principal de notre méthode d'allocation réside dans sa simplicité et dans la réduction importante du débit de retour CSI. Comme le montrent les figures 3.11 et 3.12, le prix à payer se traduit par une dégradation en terme d'efficacité spectrale par rapport à une méthode basée sur une connaissance complète du canal telle que la méthode "Max-Min".

Quant à la performance en terme de coupure de débit, la méthode statique ne présente aucune coupure moyennant une efficacité spectrale médiocre. Même si le BPSK est remplacé par le QPSK, la coupure de débit reste nulle (car la station de base ne dispose d'aucun critère pour rejeter certains utilisateurs) tandis que la contrainte sur la probabilité de coupure de TEB sera violée pour les utilisateurs en bord de cellule,

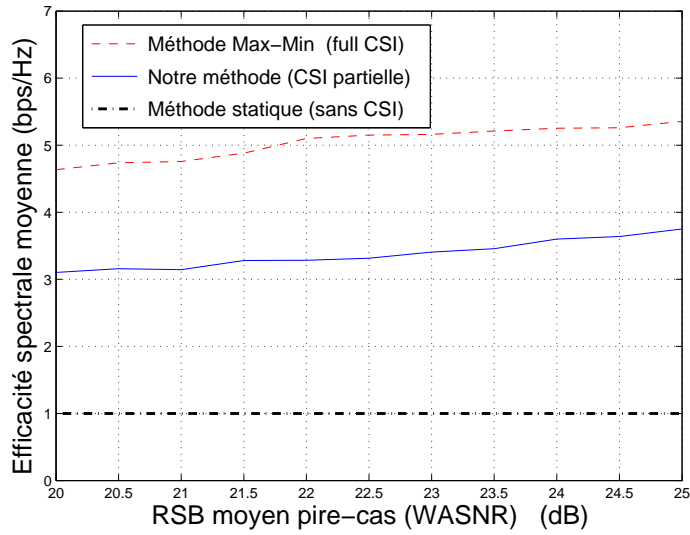


FIG. 3.11 – Efficacité spectrale moyenne de notre méthode comparée à celles de la méthode “statique” et à la méthode “Max-Min” pour $N_u = 10$ utilisateurs et une distance de coupure de $R_{cut} = 120$ m.

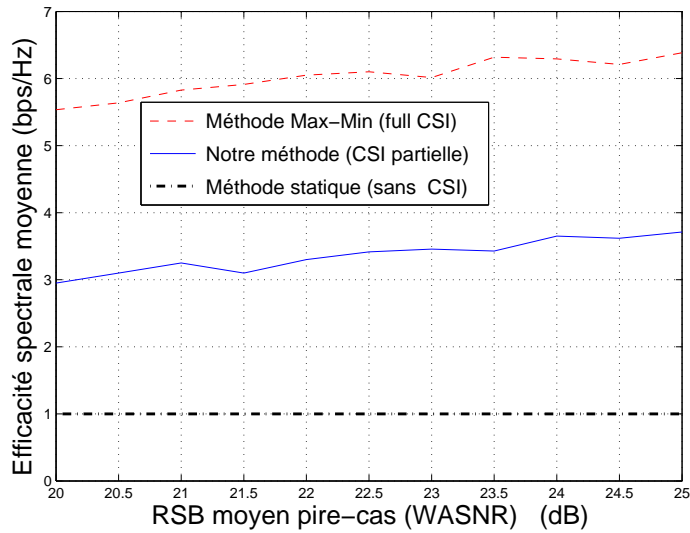


FIG. 3.12 – Efficacité spectrale moyenne de notre méthode comparée à celles de la méthode “statique” et à la méthode “Max-Min” pour $N_u = 100$ utilisateurs et une distance de coupure de $R_{cut} = 120$ m.

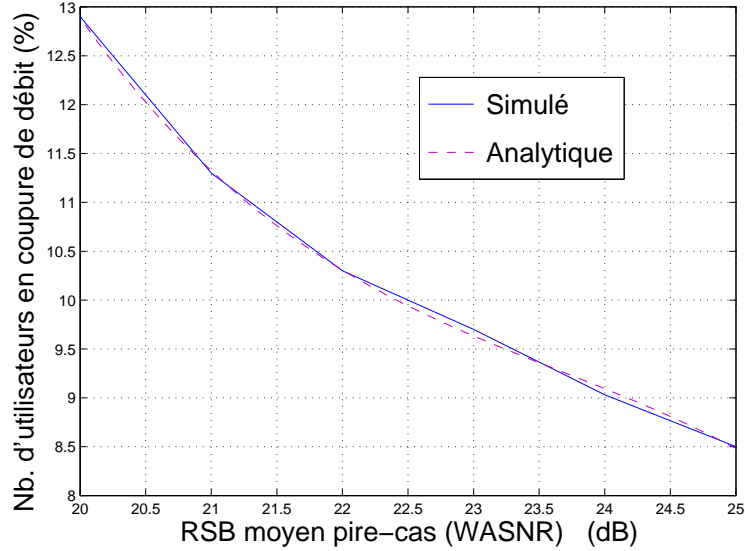


FIG. 3.13 – Pourcentage moyen d'utilisateurs en coupure de débit en fonction du RSB moyen pire cas (WASNR) pour $N_u = 100$ utilisateurs et une distance de coupure de $R_{cut} = 120$ m.

ce qui n'est pas compatible avec la QoS cible. Les résultats de simulation du pourcentage d'utilisateurs en coupure de débit sont tracés dans la Figure 3.13 en fonction du WASNR et comparés aux résultats analytiques tirés de l'équation (3.47).

3.10.4 Robustesse à la précision de la connaissance du canal

Enfin, nous voulons caractériser la sensibilité de notre méthode d'allocation à la précision de la CSI. Une CSI imparfaite est obtenue pour les besoins de simulation en ajoutant aux distances masquées une erreur Gaussienne centrée. On suppose que les erreurs correspondantes aux différents utilisateurs sont indépendantes. Ainsi, si δ_u est la distance masquée de l'utilisateur u , la distance estimée sera $\hat{\delta}_u = \delta_u + e_u$. L'erreur e_u suit une loi Gaussienne d'écart-type $\sigma_u = aR$. Ainsi, le paramètre a représente l'écart-type de l'erreur CSI normalisé par le rayon de la cellule R . Ce paramètre mesure la précision de la CSI (une CSI parfaite correspond à $a = 0$). Les erreurs sur les distances masquées perturbent le processus d'allocation de ressources conduisant ainsi à des événements inattendus de coupure de TEB. On utilise le *pourcentage moyen d'utilisateurs en coupure TEB par trame* comme un mesure de la sensibilité globale du système vis-à-vis de l'erreur CSI. La Figure 3.14 montre les résultats de simulation où ce mesure est tracé en fonction de a pour un système à pleine charge ($N_u = U_{max}$) et une puissance totale $P_{tot} = 10$ W. On constate que le pourcentage d'utilisateurs en coupure de TEB pour un canal parfaitement connu ($a = 0$) est de l'ordre de 2 %. Ce pourcentage ne dépasse pas 4 % même lorsque $a = 0.5$ ce qui correspond à une CSI significativement altérée. Cela montre

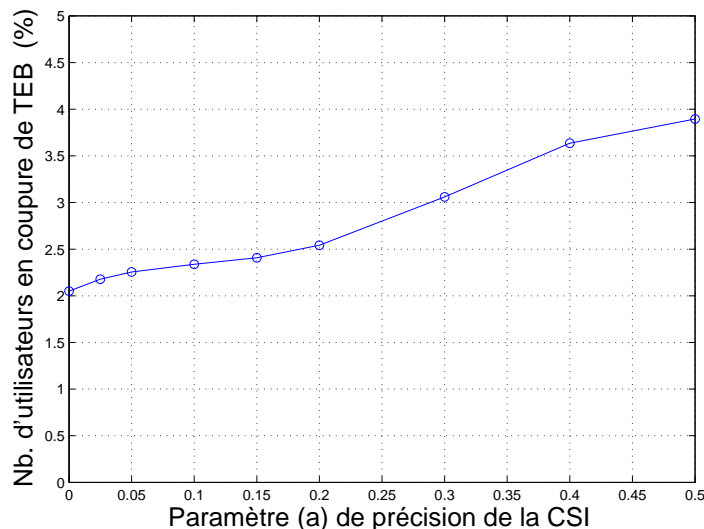


FIG. 3.14 – L’effet de la précision CSI mesurée par le paramètre a sur le pourcentage moyen d’utilisateurs en coupure de TEB pour $N_u = U_{\max}$ et $P_{tot} = 10$ W.

la robustness de notre méthode d’allocation de ressources face aux erreurs d’estimation de la CSI. Ainsi, une estimation grossière des distances masquées des utilisateurs suffit pour garantir une performance globale acceptable. En fait, tout ce dont la station de base a besoin pour effectuer correctement l’allocation de ressources est l’indice de la zone de modulation de chaque utilisateur. Donc, si la station de base diffuse à l’ensemble des utilisateurs les rayons des différentes zones de modulation dans une entête dédiée au sein de la trame, chaque utilisateur, en estimant sa distance masquée, sera en mesure de trouver l’indice de sa zone de modulation. Après, les utilisateurs n’ont qu’à relayer leurs indices à la station de base sur la liaison montante. Cette information de retour se résume à une valeur entre 1 et Z . Ainsi, l’information de retour par utilisateur consomme à peu près $\log_2 Z$ bits. Dans l’exemple numérique étudié ici avec $Z = 4$ modulations, deux bits par utilisateur suffisent. Ce schéma de retour CSI est équivalent à quantifier les distances masquées sur des intervalles irréguliers délimités par les rayons des zones de modulation $\mathcal{R}_q = 51, 76, 119, 146$ (m). Il faut garder en tête que, dans une approche basée sur une connaissance parfaite du canal (full CSI), si la CSI est quantifiée sur N bits, la quantité d’information de retour est de NN_s bits par utilisateur.

3.11 Conclusion

On a considéré dans ce chapitre le problème d’allocation de ressources sur la liaison descendante d’un système OFDMA mono-cellulaire sous des contraintes d’équité en QoS et de connaissance partielle du canal. Nous avons défini la QoS réduite par un débit-utilisateur minimum, un TEB cible et une probabilité de coupure maximale de TEB.

3.11 - Conclusion

La CSI disponible à la station de base est une estimation des distances masquées des utilisateurs. Ainsi, en partant d'une répartition uniforme des utilisateurs sur la cellule, nous avons trouvé l'allocation de débits et de sous-porteuses qui maximise le débit utilisateur sous nos hypothèses.

Les résultats de simulation ont montré que notre méthode d'allocation de ressources produit un gain significatif en efficacité spectrale comparée à la méthode statique traditionnelle. La perte en efficacité spectrale moyenne par rapport à une allocation opportuniste, basée sur une connaissance complète des canaux, est compensée par la réduction de complexité et de débit de retour réalisée grâce à notre solution pratique. De plus, nous avons montré la robustesse de notre algorithme vis-à-vis des erreurs d'estimation de CSI.

Enfin, les résultats présentés dans ce chapitre ont fait l'objet des publications suivantes :

1. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Practical Radio Link Resource Allocation for Fair QoS-Provision on OFDMA Downlink with Partial Channel-State Information*, EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, Vol. 2009, October 2008.
2. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Resource Allocation in OFDMA Downlink with Reduced Feedback Overhead*, IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC'08) - 2008.
3. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Fair Service Provision in OFDMA with Partial Channel-State Information*, The Ninth IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC'08) - 2008.

Dans le chapitre suivant, nous considérons le problème d'allocation de ressources sous des contraintes d'équité en QoS dans le cas des systèmes multi-cellules.

Chapitre 4

Allocation de Ressources en OFDMA Multi-Cellules

NOUS considérons dans ce chapitre l'allocation de ressources dans le cas de la liaison descendante d'un système OFDMA multi-cellules. Dans la continuité des résultats présentés dans le chapitre précédent portant sur le cas mono-cellule, nous cherchons ici à proposer des algorithmes pratiques d'allocation de ressources sous des contraintes d'équité en QoS et de connaissance partielle du canal moyennant une coopération entre les stations de base afin de mieux exploiter la ressource spectrale.

4.1 Introduction et état de l'art

Dans le cas mono-cellule traité dans le chapitre 3, la station de base disposait de toutes les sous-porteuses pour transmettre à l'ensemble des utilisateurs sur la liaison descendante. Or, lorsque le système comporte plus qu'une cellule, les stations de base doivent se partager les sous-porteuses. Une solution simple serait par exemple de scinder l'ensemble des sous-porteuses en sous-ensembles de telle sorte qu'une sous-porteuse soit utilisée par une seule cellule à la fois. Cela nous ramène, au niveau de chaque cellule, au cas mono-cellule traité précédemment. Par contre, un tel schéma de partage du spectre résulte en une efficacité spectrale globale médiocre comparé à ce que l'on pourrait potentiellement obtenir si les sous-porteuses étaient réutilisées plus intelligemment. Ainsi, réutiliser au maximum les sous-porteuses est indispensable pour atteindre une efficacité spectrale satisfaisante ce qui permet de rentabiliser la ressource spectrale relativement rare et d'offrir une meilleure QoS aux utilisateurs.

Lorsqu'une sous-porteuse est utilisée simultanément dans plusieurs cellules, le problème d'*Interférences Entre-Cellules* (IEC) entre en jeu. La présence d'interférences nécessite le recours à des techniques de gestion d'interférences afin d'éviter une dégradation incontrôlée de la performance surtout pour les utilisateurs en bord de cellule subissant des interférences significatives. Les approches existant de lutte contre l'IEC peuvent être classifiées en trois catégories : les techniques d'annulation d'interférence, celles de

randomisation d'interférence et, enfin, les techniques de coordination-évitement d'interférence. L'annulation d'IEC [14] est implémentée du côté du récepteur en se basant soit sur la détection multi-utilisateurs avec suppression successive d'interférence ou bien sur des techniques de séparation spatiale multi-antennes [41]. Ces méthodes souffrent d'une complexité d'implémentation matérielle importante. La randomisation d'IEC utilise le brassage aléatoire (random scrambling), l'étalement de spectre ou l'agilité de fréquence (frequency hopping). Ces techniques transforment les signaux interférant à bande limitée en bruit aléatoire large-bande beaucoup moins agressif pour le récepteur. Enfin, la coordination-évitement d'IEC [23] se base sur un échange d'information entre les stations de base permettant d'adopter une stratégie commune de partage de ressources (temps, fréquence, puissance). La planification de fréquence dans les systèmes cellulaires, la technique de *réutilisation fractionnelle des fréquences* (Frequency-reuse partitioning) [16] et l'ordonnancement (scheduling) des utilisateurs font partie de cette famille de solutions. Dans ce chapitre, on adopte la technique de réutilisation fractionnelle des fréquences qui consiste à employer plusieurs facteurs de réutilisation suivant un schéma optimisé. Par rapport aux autres solutions de gestion d'interférence, cette technique nous paraît efficace et facile à mettre en œuvre. De plus, elle n'exige aucune modification au niveaux des terminaux des utilisateurs.

La réutilisation fractionnelle a été proposée pour la première fois dans [15] où il a été montré que l'usage de deux facteurs de réutilisation permet une amélioration de la capacité. Trouver le schéma de réutilisation optimal devient plus difficile lorsque des contraintes d'équité en QoS sont imposées. Ce problème a été abordé dans [9, 32] où les auteurs cherchaient à garantir une probabilité de blocage d'appel uniforme dans un système non-sectorisé. Dans [26], un système à 3 secteurs a été considéré et le problème de trouver le facteur de réutilisation de sous-porteuses qui minimise un critère de violation de débit minimum a été traité. Enfin, la réutilisation fractionnelle de fréquences a été étudiée dans [16] en tandem avec l'allocation de puissance afin de minimiser la probabilité de coupure globale dans le système.

Notre démarche dans ce chapitre consiste à présenter quelques résultats sur l'allocation de ressources en se basant sur la réutilisation fractionnelle des fréquences. Le contexte traité, mettant l'accent sur l'équité en QoS et une connaissance partielle du canal, conduit à un problème d'optimisation différents des problèmes traités dans la littérature. Ici on s'intéresse au schéma de réutilisation fractionnelle qui maximise la somme totale (sur l'ensemble des cellules) de débits sur la liaison descendante tout en assurant une QoS uniforme (débit, TEB et probabilités de coupure) pour tous les utilisateurs. On aborde le problème considéré en deux étapes. On considère dans un premier temps un cluster de 7 cellules en considérant la perte de propagation. Cela nous permet d'avoir une première estimation de la performance atteignable en terme de capacité moyenne par cellule sous la contrainte de QoS uniforme. En suite, on considère un modèle de canal intégrant les effets de masquage et d'évanouissement dans le cas de deux cellules.

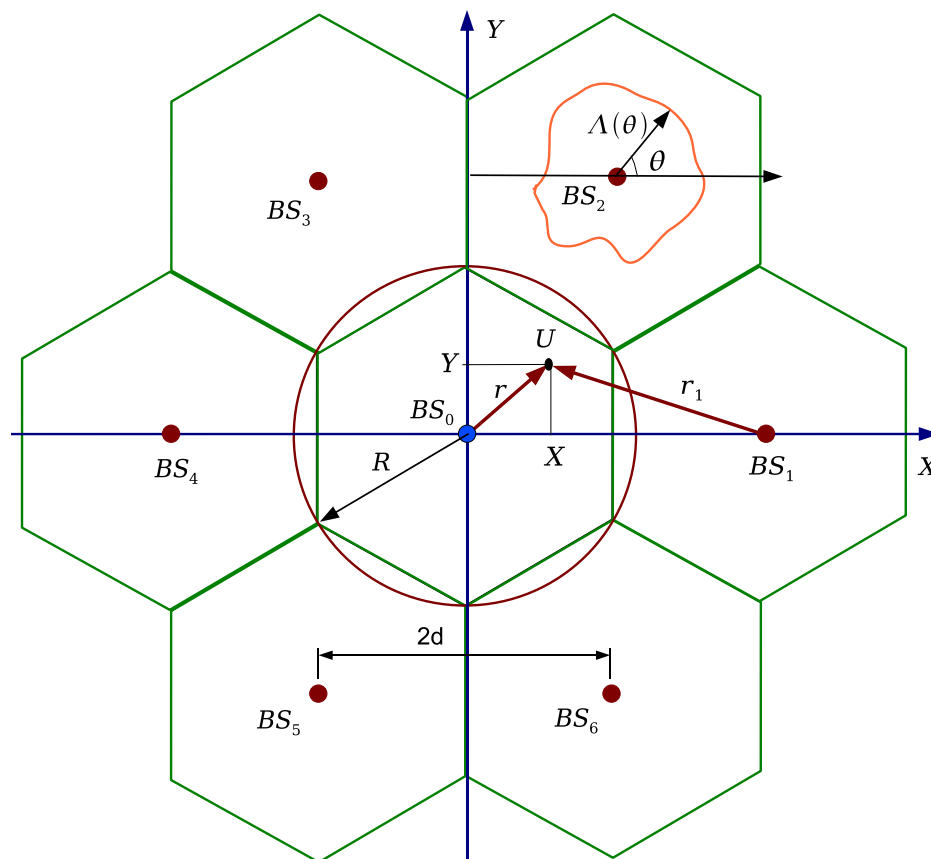


FIG. 4.1 – Cluster de cellules et frontière de partage $\Lambda(\theta)$.

4.2 Cas de cluster 7-cellules et un canal déterministe

Dans cette partie du travail on limite l'effet du canal à la perte de propagation. L'objectif est de trouver le schéma optimal d'allocation de sous-porteuses et de facteur de réutilisation qui permet de maximiser la capacité par cellule étant donnée une contrainte de QoS uniforme (le même débit pour tous les utilisateurs).

4.2.1 Modélisation du Système

On considère un cluster de 7 cellules adjacentes comme l'illustre la Figure 4.1. Ce cluster est composé d'une cellule centrale centrée sur la station de base BS_0 et de ses 6 cellules voisines référencées par leurs stations de bases respectives BS_1, \dots, BS_6 . On suppose que ce cluster se répète infiniment dans toute les directions. Chaque station de base utilise une antenne omnidirectionnelle. La distance entre deux stations de base adjacentes est $2d$. On appelle "rayon de la cellule" la distance R définie dans la Figure 4.1 avec $R = (2/\sqrt{3})d$. On suppose que les utilisateurs sont répartis sur l'ensemble des

cellules avec une densité constante (en utilisateur par unité de surface). Chaque station de base dispose d'une puissance totale P_{tot} lui permettant de transmettre avec une densité spectrale uniforme de puissance $p = P_{tot}/B_{tot}$. On suppose que l'effet du canal entre deux points séparés par une distance r est restreint à la perte de propagation $\alpha(r)$ qui suit le modèle à exposant introduit dans (1.7), à savoir $\alpha(r) = \alpha_0/r^\eta$.

Avec un *facteur de réutilisation* $f=1$, un utilisateur se trouvant au point $U(X, Y)$ à la distance $r = \sqrt{X^2 + Y^2}$ de la station de base BS_0 (voir Figure 4.1) reçoit sur une fréquence donnée un signal utile provenant de BS_0 ainsi que les interférences issues des autres stations de bases transmettant sur la même fréquence. Étant donné l'atténuation rapide du signal avec la distance, on considère uniquement les interférences causées par les cellules qui sont les voisines immédiates de BS_0 , à savoir BS_1, \dots, BS_6 . Ainsi, six termes d'interférence apparaissent dans l'expression du Rapport Signal-sur Bruit-plus-Interférence (RSBI) au point (X, Y) comme suit

$$\Gamma(X, Y) = \frac{p \alpha_0 / r^\eta}{N_0 + \sum_{k=1}^6 p \alpha_0 / r_k^\eta} \quad (4.1)$$

où r_k représente la norme du vecteur $\overrightarrow{BS_k U}$. Le paramètre N_0 représente la densité spectrale de puissance du bruit blanc additif Gaussien à l'entrée du récepteur.

Notons maintenant par (x, y) les coordonnées normalisées par rapport au rayon de la cellule R , à savoir $(x, y) = (X/R, Y/R)$. Donc, les nouvelles coordonnées des stations de base interférant sont $BS_1(\sqrt{3}, 0)$, $BS_2(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$, $BS_3(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$, $BS_4(-\sqrt{3}, 0)$, $BS_5(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2})$, $BS_6(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2})$. Il en résulte que le RSBI (4.1) s'écrit

$$\gamma(x, y) = \frac{\Gamma_e}{(x^2 + y^2)^{\eta/2} [1 + \Gamma_e S(x, y)]} \quad (4.2)$$

où Γ_e est le RSB en bord de cellule en l'absence d'interférences défini par

$$\Gamma_e = \frac{p \alpha_0}{N_0 R^\eta} \quad (4.3)$$

et où la fonction $S(x, y)$ est donnée par

$$\begin{aligned} S(x, y) = & \left[(x - \sqrt{3})^2 + y^2 \right]^{\frac{-\eta}{2}} + \left[(x + \sqrt{3})^2 + y^2 \right]^{\frac{-\eta}{2}} \\ & + \left[\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left(y - \frac{3}{2} \right)^2 \right]^{\frac{-\eta}{2}} + \left[\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left(y - \frac{3}{2} \right)^2 \right]^{\frac{-\eta}{2}} \\ & + \left[\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left(y + \frac{3}{2} \right)^2 \right]^{\frac{-\eta}{2}} + \left[\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left(y + \frac{3}{2} \right)^2 \right]^{\frac{-\eta}{2}}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Dans une cellule donnée, l'interférence entre cellules est plus critique pour les utilisateurs près du bord de la cellule lorsqu'ils sont servis par leur station de base sur des

sous-porteuses réutilisées par d'autres stations de base. Par contre, les utilisateurs qui sont près de la station de base sont à l'abri des interférences grâce à leurs positions "profondes". A partir de ces observations, nous proposons qu'aux utilisateurs en bord de cellule soient alloués des sous-porteuses qui ne sont pas réutilisées dans les cellules voisines. Nous verrons par contre que ces sous-porteuses peuvent être réutilisées dans d'autres cellules en dehors du cluster auquel appartient la cellule en question tout en considérant négligeable les interférences qui en résultent. En même temps, on autorise que d'autres sous-porteuses soient allouées aux utilisateurs près de la station de base et qu'elles soient réutilisées simultanément par toutes les cellules voisines avec donc un facteur de réutilisation $f = 1$. Ce scénario correspond à une réutilisation fractionnelle avec deux facteurs de réutilisation : $f = 1$ pour les utilisateurs "internes" et $f > 1$ pour les utilisateurs "externes". La valeur du dernier facteur de réutilisation dépend du schéma de partage de bande entre les zones externes des différentes cellules comme le montre paragraphe suivant où nous formulons le problème d'optimisation considéré.

4.2.2 Position du problème

Rappelons que l'on cherche à maximiser la capacité par cellule tout en garantissant le même débit par utilisateur par tout dans le système. Cette maximisation passe par la recherche du schéma optimal d'allocation et de réutilisation des sous-porteuses.

D'après le schéma de réutilisation décrite dans le paragraphe précédant, on peut définir autour de chaque station de base une zone centrale dans laquelle les utilisateurs partagent une bande commune de fréquences avec $f = 1$. On appelle cette zone centrale *la zone de réutilisation complète* tandis que la zone restante de chaque cellule est baptisée *la zone de réutilisation partielle* avec $f > 1$. La frontière entre ces deux zones dans chaque cellule est appelée *la frontière de partage*. Cette frontière, tracée sur la Figure 4.1 pour la cellule BS_2 , peut être représentée en coordonnées polaires (ayant pour origine le centre de la cellule) par une fonction $r = \Lambda(\theta)$. Notez que, d'après nos hypothèses, le RSBI dans la zone de réutilisation partielle se réduit à un simple RSB (pas d'interférences) de telle sorte que l'équation (4.2) est remplacée par

$$\gamma_{\Lambda}(x, y) = \begin{cases} \frac{\Gamma_e}{(x^2+y^2)^{\eta/2}[1+\Gamma_e S(x,y)]}, & (x, y) \in \text{zone centrale} \\ \frac{\Gamma_e}{(x^2+y^2)^{\eta/2}}, & (x, y) \in \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4.5)$$

Le RSBI dans (4.5) est indexé par Λ afin de souligner la dépendance du RSBI de la fonction $\Lambda(\theta)$ décrivant la frontière de partage.

Comme cela se passe pour la cellule centrale, chaque cellule du cluster de la Figure 4.1 se trouve au centre d'un nouveau cluster et subit le même profil d'interférence décrit précédemment. Cela permet de conclure que la frontière de partage est de la même forme dans chacune des cellules.

Soit $w(x, y)$ la largeur de bande allouée par BS_0 aux utilisateurs situés dans une zone élémentaire autour du point (x, y) . On appelle $w(x, y)$ *la densité d'allocation de bande*. Cela sous-entend une allocation continue de bande comme si le nombre de sous-porteuses tend vers l'infini. Ainsi, un utilisateur à (x, y) obtient une *densité de capacité*

$c_\Lambda(x, y)$ en bps/m^2 donnée par

$$c_\Lambda(x, y) = w(x, y) \log_2(1 + \gamma_\Lambda(x, y)) \quad (4.6)$$

où $\gamma_\Lambda(x, y)$ est défini dans (4.5). Clairement, cette densité de capacité dépend de la frontière de partage $\Lambda(\theta)$. La capacité atteinte dans une cellule peut être obtenue en intégrant (4.6) sur la surface de la cellule.

Notre but est d'offrir la meilleure couverture en QoS d'une façon uniforme sur la totalité de la cellule. Avec la densité uniforme d'utilisateurs, cela veut dire que $c_\Lambda(x, y)$ doit être égal à une constante C_Λ que l'on cherche à maximiser par rapport à la frontière de partage $\Lambda(\theta)$ et à la fonction d'allocation de sous-porteuses $w(x, y)$. Cela est équivalent à maximiser la capacité par cellule donnée par le produit $C_\Lambda \times$ la surface de la cellule. Ainsi, le problème d'optimisation considéré peut être formulé de la façon suivante

$$\begin{aligned} & \max_{\Lambda, w} C_\Lambda \\ & \text{sous la contrainte } \iint_{Cell} w(x, y) dx dy \leq B_{tot}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

L'inégalité dans (4.7) correspond à la contrainte de la largeur de bande totale disponible. Il s'agit d'un problème de type un peu particulier car l'optimisation porte sur les variables $\Lambda(\theta)$ et $w(x, y)$ qui sont des *fonctions* inconnues. Dans la suite, nous proposons une solution sous-optimale basée sur un certain nombre d'hypothèses.

4.2.3 Solution proposée

Nous proposons de simplifier le problème d'optimisation (4.7) en faisant quelques hypothèses portant sur la frontière de partage. Commençons par noter que la classification d'un point donné de la cellule en réutilisation complète ou partielle dépend de la quantité d'IEC, donc de la valeur du RSBI, susceptible d'être subie par un utilisateur placé à ce point. Par conséquent, la frontière de partage est étroitement liée aux contours de RSBI-constant pour une réutilisation complète partout dans la cellule. A partir de l'expression (4.2) du RSBI, la Figure 4.2 montre un exemple de contours RSBI-constant correspondant aux valeurs des paramètres fournies ultérieurement dans le paragraphe 4.2.4. Nous constatons que ces contours sont approximativement circulaires près de la station de base où le bruit domine l'IEC. Pour les faibles valeurs du RSBI loin de la station de base, les contours tendent vers une forme hexagonale. Dans notre étude analytique, on suppose que la frontière de partage correspond à un cercle défini par $\Lambda(\theta) = \lambda$ pour tout θ . Donc, en assimilant une cellule à un cercle de rayon R et en posant $x = r$, $y = 0$ (coordonnées polaires avec $\theta = 0$), l'expression du RSBI (4.5) peut être simplifiée comme suit

$$\gamma_\lambda(r) = \begin{cases} \frac{\Gamma_e}{r^\eta [1 + \Gamma_e s(r)]} & \text{if } 0 < r \leq \lambda, \\ \frac{\Gamma_e}{r^\eta} & \text{if } \lambda < r \leq 1, \end{cases} \quad (4.8)$$

4.2 - Cas de cluster 7-cellules et un canal déterministe

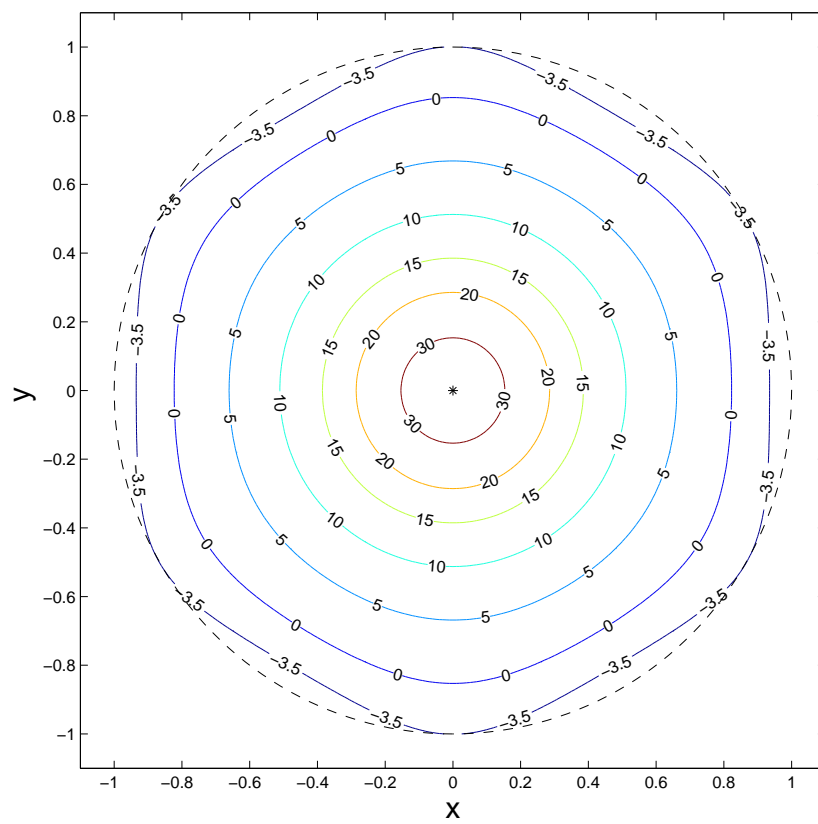


FIG. 4.2 – Contours RSBI-constant (valeurs des contours en dB, coordonnées x-y normalisés par le rayon de la cellule R).

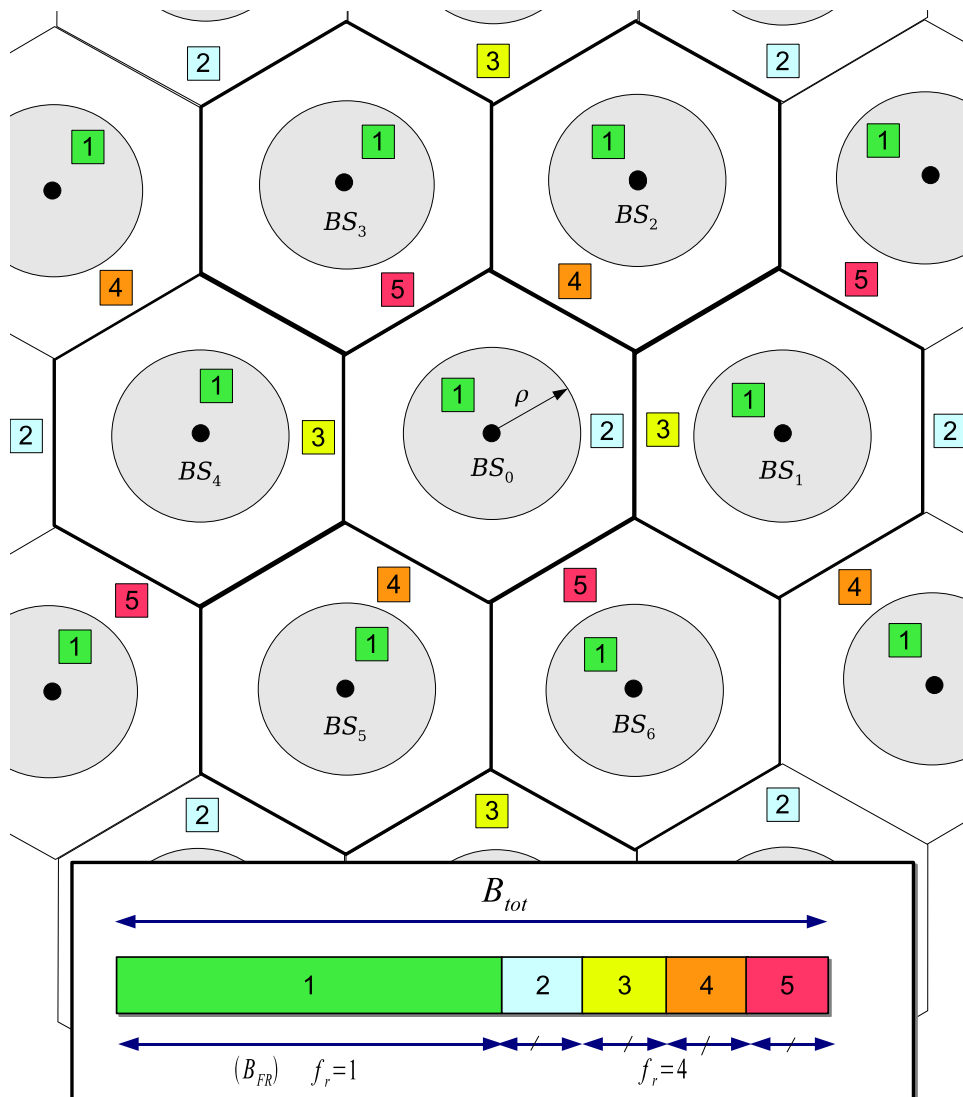


FIG. 4.3 – Le schéma proposé de réutilisation de fréquence et répartition de la largeur totale de bande.

4.2 - Cas de cluster 7-cellules et un canal déterministe

où $s(r) = S(r, 0)$. De (4.4), on obtient

$$s(r) = (r - \sqrt{3})^{-\eta} + (r + \sqrt{3})^{-\eta} + 2 \left[\left(r - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \frac{9}{4} \right]^{\frac{-\eta}{2}} + 2 \left[\left(r + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \frac{9}{4} \right]^{\frac{-\eta}{2}} \quad (4.9)$$

Dans (4.8), le RSBI est paramétré par le rayon λ de la frontière de partage. Notez que r et λ sont des distances normalisées par la rayon de la cellule R . La densité de capacité (4.6) peut, à son tour, être écrite en coordonnées polaires comme suit

$$c_\lambda(r) = w(r) \log_2(1 + \gamma_\lambda(r)). \quad (4.10)$$

Avoir une densité de capacité constante $c_\lambda(r) = C_\lambda$ nous permet de dériver de (4.10) ce que nous avons déjà appelé *la densité d'allocation de bande* donnée par

$$w(r) = \frac{C_\lambda}{\log_2(1 + \gamma_\lambda(r))}. \quad (4.11)$$

Notez que la densité de capacité (4.10) est désormais paramétrée par le rayon λ au lieu de Λ car λ définit à lui seul la frontière de partage circulaire. On conclut que la largeur de bande allouée à la zone de réutilisation complète (zone centrale) est

$$B_{FR} = 2\pi C_\lambda \int_0^\lambda \frac{r \, dr}{\log_2(1 + \gamma_\lambda(r))}. \quad (4.12)$$

Ici on a une simple intégrale qui couvre la zone de réutilisation complète car la surface élémentaire ($dx \, dy$) en coordonnées cartésiennes est remplacée en coordonnées polaires par ($2\pi r \, dr$). Notez que la largeur de bande restante $B_{tot} - B_{FR}$ doit être partagée entre les zones externes des cellules suivant un schéma de partage ou *frequency-reuse pattern*. On propose le schéma de partage illustré par la Figure 4.3 où la bande de réutilisation partielle $B_{tot} - B_{FR}$ est divisée en quatre sous-bandes égales. Ce schéma de partage conduit à un facteur de réutilisation égal à 4 dans la zone de réutilisation partielle. La distance minimale de réutilisation est de $4d = 2\sqrt{3}R$, ce qui nous permet de négliger confortablement tout résidu d'IEC dans les sous-bandes de réutilisation partielle.

En se basant sur (4.10), on définit la *densité de l'efficacité spectrale* en $\text{bps}/\text{Hz}/\text{m}^2$ par

$$e(r) = \frac{c_\lambda(r)}{w(r)} = \log_2(1 + \gamma_\lambda(r)). \quad (4.13)$$

La grandeur $e(r)$ joue un rôle important dans la proposition suivante qui décrit le schéma optimal de réutilisation.

Proposition 4.1. *Le rayon optimal de la frontière de partage, qui maximise la capacité de la cellule dans le système décrit précédemment, correspond à une distance à laquelle la densité d'efficacité spectrale (4.13) sans IEC est égale à la densité d'efficacité spectrale avec IEC fois le facteur de réutilisation de la zone de réutilisation partielle.*

Fréquence centrale F_c	3.5	GHz
Largeur de bande B_{tot}	20	MHz
Puissance totale P_{tot}	10	W
Densité spectrale de puissance du bruit N_0	-174	dBm/Hz
Exposant de perte η	3.6	-
Rayon de cellule R	100	m

TAB. 4.1 – Valeurs numériques des paramètres de simulation dans le cas de 7 cellules.

En d'autres termes, si λ^* est ce rayon de partage optimal, et en utilisant (4.13) et (4.8), on a l'équation suivante en λ^*

$$\log_2 \left[1 + \frac{\Gamma_e}{(\lambda^*)^\eta} \right] = 4 \log_2 \left[1 + \frac{\Gamma_e}{(\lambda^*)^\eta [1 + \Gamma_e s(\lambda^*)]} \right]. \quad (4.14)$$

Le facteur 4 est bien le facteur de réutilisation des sous-bandes en réutilisation partielle (voir la figure 4.3). La démonstration de la Proposition 4.1 est fournie dans l'Annexe C.

Étant donnée la forme complexe de (4.14), il est difficile de trouver l'expression analytique du rayon optimal λ^* . Notez néanmoins que la solution de (4.14) dépend uniquement de deux paramètres : le RSB en bord de cellule Γ_e défini par (4.3) et l'exposant de perte η . Dans la suite nous résoudrons l'équation (4.14) numériquement par recherche linéaire sur la valeur de λ^* dans l'intervalle $[0, 1]$. Une fois la valeur de λ^* trouvée, la densité optimale d'allocation de bande peut être déduite à partir de (4.11) en posant $\lambda = \lambda^*$. En suite, la largeur de la bande de réutilisation complète B_{FR} peut être calculée grâce à (4.12).

4.2.4 Résultats numériques

Considérons les valeurs typiques fournies dans le tableau 4.1 des paramètres de simulations. Nous avons tracé dans la Figure 4.4 le rayon de partage optimal λ^* en fonction de la puissance totale P_{tot} . Ces courbes représentent la solution numérique de l'équation (4.14). Elles montrent l'existence d'une solution valide dans l'intervalle $[0, 1]$. La solution numérique de (4.14) obtenue par recherche linéaire sur la valeur de λ^* est d'autant plus précise que le pas utilisé est plus fin.

Dans la Figure 4.5 on montre les variations de la capacité par cellule, normalisée par la largeur de bande totale B_{tot} , en fonction du rayon de partage pour différentes valeurs de P_{tot} . Cette figure nous permet de faire quelques constatations intéressantes. En fait, pour $\lambda = 0$, la totalité de la bande B_{tot} est divisée en quatre sous-bandes avec un facteur de réutilisation égal à quatre. Dans ce cas, toutes les fréquences sont sans IEC et c'est pour cette raison que la capacité s'améliore en augmentant la puissance

4.2 - Cas de cluster 7-cellules et un canal déterministe

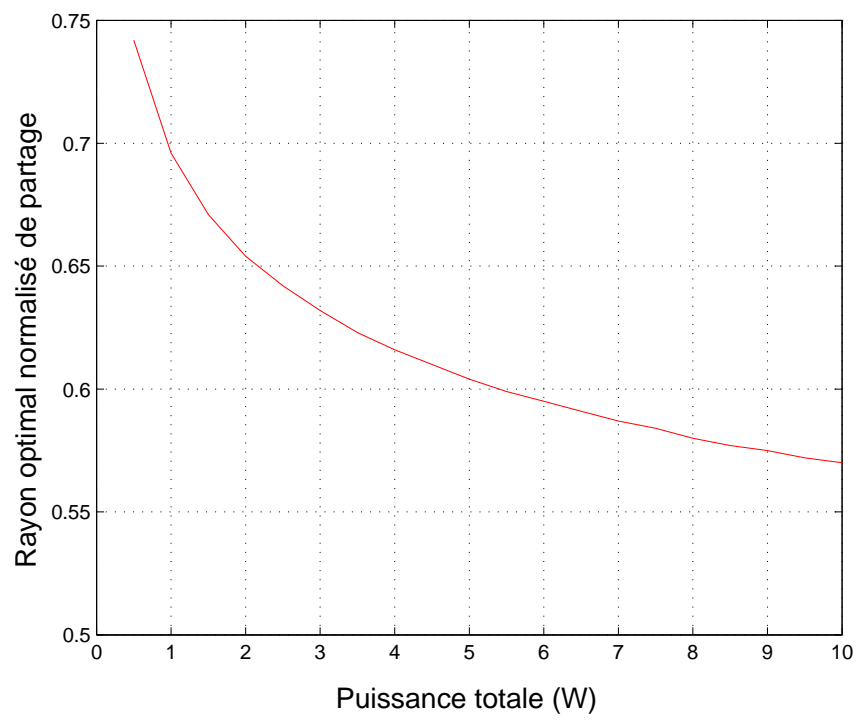


FIG. 4.4 – Rayon optimal de frontière de partage en fonction de la puissance totale.

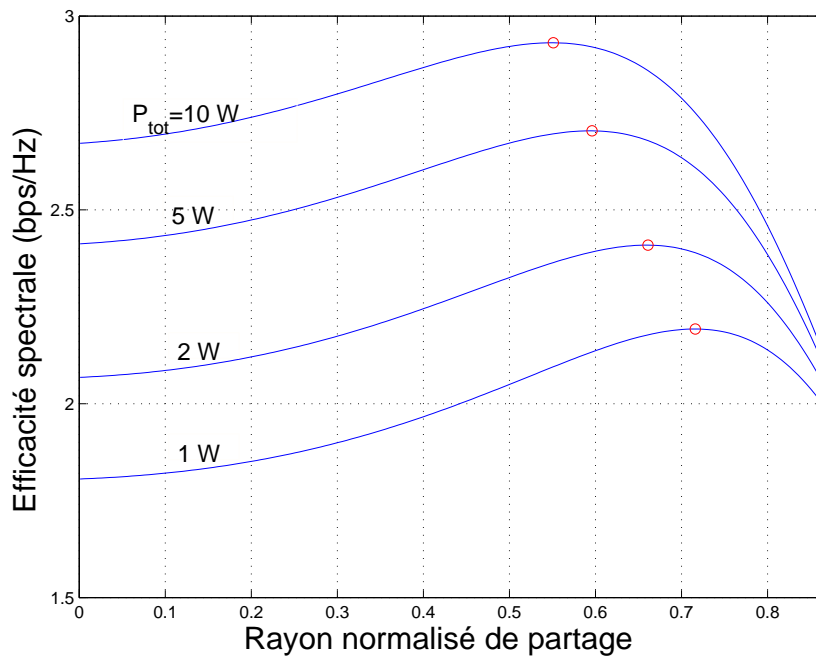


FIG. 4.5 – Variation de la capacité de cellule en fonction du rayon de frontière de partage pour différentes valeurs de la puissance totale.

totale. Lorsque λ augmente, les stations de base commencent à partager une partie de la bande totale en avec un facteur de réutilisation égal à un. Cela a pour conséquence que la capacité par cellule augmente jusqu'à atteindre une valeur maximale à $\lambda = \lambda^*$. Au-delà de ce rayon optimal de partage λ^* , la capacité entame une chute libre et le système tend vers une réutilisation complète où toutes les fréquences souffrent de l'IEC. Enfin, pour $\lambda^* = 1$, accroître la puissance totale par station de base a peu d'effet sur la capacité par cellule car l'IEC augmente simultanément.

4.2.5 Conclusion

Les résultats analytiques et numériques présentés jusqu'à maintenant dans ce chapitre permettent de montrer l'intérêt de notre approche basée sur la réutilisation fractionnelle de sous-porteuses comme technique de gestion d'interférence entre cellules dans le cadre de l'allocation de ressources sous des contraintes d'équité en QoS. Ces résultats étaient basés sur un modèle de canal déterministe correspondant à la perte de propagation. Dans le reste de ce chapitre, nous étendons l'étude au cas d'un canal aléatoire comprenant les aspects de masquage et d'évanouissement. Nous formulons le problème d'optimisation de ressources avec de nouvelles contraintes de QoS incorporant des probabilités de coupure.

4.3 Cas de deux cellules et un canal avec masquage et évanouissement

On considère dans la suite un système OFDMA composé de deux cellules et on s'intéresse au problème de sélection de station de base et d'allocation de sous-porteuses sur la liaison descendante. Le canal cette fois comporte un aspect aléatoire dû au masquage et à l'évanouissement. Notre but est de garantir le meilleur débit utilisateur, moyennant une certaine probabilité de coupure, sous une contrainte d'équité en QoS et de connaissance réduite du canal. On utilise de nouveau la réutilisation fractionnelle de fréquences afin de gérer les interférences entre-cellules.

4.3.1 Modélisation du système

On considère N_u utilisateurs uniformément répartis sur deux cellules circulaire de rayon R centrées sur deux stations de base séparées d'une distance $d < 2R$. Ainsi, d'après notre modèle général décrit dans le chapitre 1, le canal sélectif en fréquence entre la station de base b ($b = 1, 2$) et l'utilisateur u est caractérisé par les N_s coefficients $\{g_{b,u,s}\}$. Rappelons nous que, d'après le chapitre 1 chaque coefficient $g_{b,u,s}$ est le fruit de la perte de propagation $\alpha(x_{b,u})$, fonction de la distance $x_{b,u}$, à côté du masquage log-normal $10^{0.1 \xi_{b,u}}$ et de l'évanouissement de puissance $\phi_{b,u,s}^2$ comme suit

$$g_{b,u,s} = \bar{g}_{b,u} \phi_{b,u,s}^2 \quad (4.15)$$

où $\bar{g}_{b,u}$ est par définition *la perte masquée* du canal entre la station de base b et l'utilisateur u donnée par

$$\bar{g}_{b,u} = \alpha(x_{b,u}) 10^{0.1 \xi_{b,u}}. \quad (4.16)$$

La perte de propagation $\alpha(x_{b,u})$ est donnée d'après le modèle à exposant (1.9) par

$$\alpha(x_{b,u}) = \frac{\alpha_0}{x_{b,u}^\eta}. \quad (4.17)$$

On suppose que $\bar{g}_{b,u}$ obéit à une loi log-normale $\mathcal{LN}(10 \log_{10} \alpha(x_{b,u}), \sigma^2)$. Le couple $(\bar{g}_{1,u}, \bar{g}_{2,u})$ représente l'information statistique que l'on considère disponible sur le canal de l'utilisateur u .

A tout instant, un utilisateur u est rattaché à une des deux stations de base notée b_u appelée la station de base servante. L'indice de l'autre station de base, baptisée interférant, est noté \tilde{b}_u . Ainsi, le vecteur $[b_u]$ décrit la sélection de station de base qui fait partie intégrante du processus d'allocation de ressources. De plus, à chaque utilisateur est alloué un certain nombre de sous-porteuses durant la trame courante. Certaines sous-porteuses vont être simultanément utilisées par l'autre cellule \tilde{b}_u . Chacune des sous-porteuses restantes est utilisée par une des stations de base exclusivement.

Soit un utilisateur u rattaché à la station de base b_u et à qui on a alloué la sous-porteuse s . Suivant le facteur de réutilisation de cette sous-porteuse, le signal reçu par l'utilisateur u souffre ou non d'interférence provenant de la station de base \tilde{b}_u . Par conséquent, le RSBI s'écrit

$$\gamma_{b_u, u, s} = \begin{cases} \frac{(P_{tot}/N_s) g_{b_u, u, s}}{BN_0 + (P_{tot}/N_s) g_{\tilde{b}_u, u, s}}, & \text{si } s \text{ est ré-utilisée,} \\ \frac{(P_{tot}/N_s) g_{b_u, u, s}}{BN_0}, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.18)$$

Notez que nous avons de nouveau considéré une uniforme de puissance à travers les N_s sous-porteuses. Dans la suite on suppose que toute les sous-porteuses allouées à un utilisateur donné u jouissent du même facteur de réutilisation noté f_u . On a $f_u = 1$ (resp. $f_u = 2$) pour les sous-porteuses ré-utilisées (resp. non ré-utilisées) de telle sorte que (4.18) se compacte comme suit

$$\gamma_{b_u, u, s} = \frac{\gamma_0 g_{b_u, u, s}}{1 + (2 - f_u) \gamma_0 g_{\tilde{b}_u, u, s}} \quad (4.19)$$

avec

$$\gamma_0 = P_{tot}/(N_s BN_0). \quad (4.20)$$

Formulons alors dans le paragraphe suivant le problème d'optimisation considéré ici.

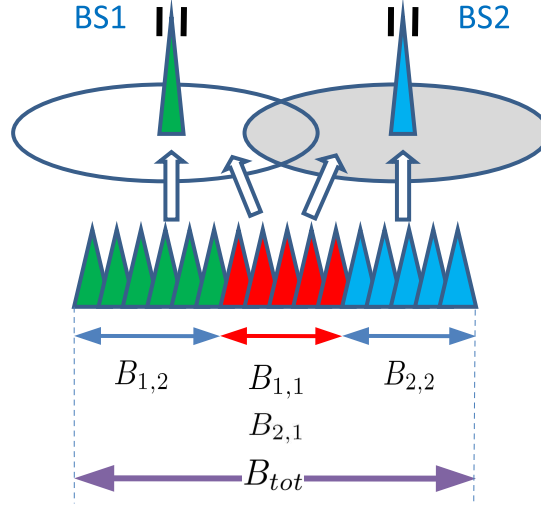


FIG. 4.6 – Répartition des sous-porteuses par facteur de réutilisation et par cellule.

4.3.2 Position du problème

Notre but est de trouver l'allocation optimale de station de base, de facteur de réutilisation, de sous-porteuses et de débits qui maximise le débit commun ρ_c à garantir à tout utilisateur avec une probabilité $1 - \Pi_{\rho_{\max}}$ au moins. Cela veut dire que le débit d'un utilisateur donné pourrait être inférieur à ρ_c mais avec une probabilité inférieure à $\Pi_{\rho_{\max}}$. Dans ce cas, cet utilisateur est en coupure de débit et, par conséquent, on appelle $\Pi_{\rho_{\max}}$ la probabilité maximale de coupure de débit. On impose aussi un TEB cible β_{\max} garanti avec une probabilité $1 - \Pi_{\beta_{\max}}$ lorsque l'utilisateur n'est pas en coupure de débit.

Soit M_u l'ordre de la modulation utilisée sur les sous-porteuses allouées à l'utilisateur u . Conditionnellement à la CSI $(\bar{g}_{1,u}, \bar{g}_{2,u})$, le choix de M_u doit permettre de garantir le TEB cible avec la probabilité préconisée étant données les statistiques de l'évanouissement. Soit $\beta_{b_u,u,s}$ le vrai TEB constaté par l'utilisateur u attaché à la station de base b_u sur la sous-porteuse s . L'approximation proposée dans [12] du TEB d'une M-QAM non-codée nous enseigne que

$$\beta_{b_u,u,s} = 0.2 \exp\left(\frac{-1.6 \gamma_{b_u,u,s}}{M_u - 1}\right) \quad (4.21)$$

où $\gamma_{b_u,u,s}$ est le RSBI défini par (4.19).

A côté de $[b_u]$, $[f_u]$ et de $[M_u]$, un degré de liberté supplémentaire est l'allocation de sous-porteuses. Comme la CSI $(\bar{g}_{1,u}, \bar{g}_{2,u})$ ne constitue pas une information sélective en fréquence, l'allocation de sous-porteuses se résume à une allocation de bande. On considère dans la suite que cette allocation de bande est continue comme si le nombre

de sous-porteuses tendait vers l'infini. Soit B_u la largeur de bande allouée à l'utilisateur u . Donc, cet utilisateur jouit d'un débit égal à

$$r_u = B_u \log_2 M_u. \quad (4.22)$$

Nous définissons également les quantités suivantes pour $b \in \{1, 2\}$ et $f \in \{1, 2\}$

$$B_{b,f} = \sum_{u: b_u=b, f_u=f} B_u. \quad (4.23)$$

Par exemple, $B_{1,2}$ représente la largeur de bande allouée à l'ensemble des utilisateurs attachés à la station de base 1 avec un facteur de réutilisation égal à deux (voir la Figure 4.6). Ainsi, le problème d'optimisation considéré ici peut être formulé de la façon suivante

$$\begin{aligned} \max_{[b_u],[f_u],[M_u],[B_u]} \rho_c \quad & \text{sous les contraintes} & (4.24) \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{[C1]} \quad B_{1,1} = B_{2,1}, \\ \text{[C2]} \quad B_{1,1} + B_{1,2} + B_{2,2} = B_{tot}, \\ \text{[C3]} \quad \text{Proba} \{ \beta_{b_u,u,s} > \beta_{\max} \mid (\bar{g}_{1,u}, \bar{g}_{2,u}) \} = \Pi_{\beta_{\max}}, \quad \forall u, s, \\ \text{[C4]} \quad \text{Proba} \{ \rho_u < \rho_c \} \leq \Pi_{\rho_{\max}}, \quad \forall u. \end{array} \right. \end{aligned}$$

La première contrainte [C1] indique que les stations de base doivent se mettre d'accord sur le nombre de sous-porteuses qui seront partagées avec un facteur de réutilisation égal à un. La contrainte [C2] résulte de la limitation de largeur totale de bande $B_{tot} = N_s B$. Quant à [C3], elle correspond à la probabilité de coupure de TEB où $\text{Proba}\{X \mid Y\}$ exprime la probabilité de X sachant Y . Le TEB $\beta_{b_u,u,s}$ est défini dans (4.21). Enfin, [C4] concerne la probabilité de coupure de débit où le débit ρ_u est donné par (4.22).

Le problème (4.24) est non-tractable à cause, d'une part, du grand nombre de variables à optimiser conjointement et, d'autre part, de la nature discrète des variables $[b_u]$ et $[f_u]$. Dans la suite, nous proposons de transformer ce problème en un autre plus simple permettant de trouver numériquement une solution sous-optimale avec une faible complexité.

4.3.3 Solution proposée d'allocation de ressources

On propose de commencer par l'allocation de station de base qui va constituer une première étape d'allocation de ressources. En suite, on utilise les différentes contraintes dans (4.24) afin d'exprimer $[M_u]$ et $[B_u]$ en fonction de $[b_u]$ et de $[f_u]$. Enfin, on suggère un critère à seuil pour le choix du facteur de réutilisation $[f_u]$. Toutes ces mesures vont nous permettre de reformuler (4.24) en un nouveau problème tractable.

4.3.3.1 Sélection de station de base

On propose d'attacher chaque utilisateur à la station de base avec laquelle il a le maximum de gain masqué (distance masquée minimale). Mathématiquement parlant

cela donne

$$b_u = \begin{cases} 1 & \text{si } \bar{g}_{1,u} > \bar{g}_{2,u}, \\ 2 & \text{si } \bar{g}_{1,u} \leq \bar{g}_{2,u}. \end{cases} \quad (4.25)$$

Cela implique que quelques utilisateurs subissent des “handovers” en fonction de leurs distances avec les stations de base et de leurs état masquage. Comme la gain moyen masqué varie lentement, ces handovers ne sont pas fréquents.

4.3.3.2 Adaptation de débit

Après cette première étape de sélection de station de base, on cherche ici à trouver un lien entre l'ordre de modulation M_u pour chaque utilisateur à partir de la condition (4.24)-[C3] sur la probabilité de coupure de TEB. En remplaçant (4.21) dans (4.24)-[C3] on obtient

$$\text{Proba} \left\{ 0.2 \exp \left(\frac{-1.6 \gamma_{b_u, u, s}}{M_u - 1} \right) > \beta_{\max} \right\} = \Pi_{\beta \max}. \quad (4.26)$$

Ici $\text{Proba} \{ . \mid (\bar{g}_{1,u}, \bar{g}_{2,u}) \}$ est remplacé par $\text{Proba} \{ . \}$ afin de simplifier les notations. Il résulte de (4.19) et de (4.26) que

$$\text{Proba} \left\{ \frac{\gamma_0 g_{b_u, u, s}}{1 + (2 - f_u) \gamma_0 g_{\bar{b}_u, u, s}} < \frac{M_u - 1}{\Gamma_0} \right\} = \Pi_{\beta \max} \quad (4.27)$$

avec

$$\Gamma_0 = -\log(5\beta_{\max})/1.6. \quad (4.28)$$

En fonction du facteur de réutilisation f_u de l'utilisateur considéré on tombe dans un des deux cas suivants :

- **Cas des utilisateurs avec des sous-porteuses non-réutilisées :**

Dans ce cas on a $f_u = 2$ et on prouve dans l'Annexe D que

$$M_u = 1 + \frac{\gamma_0 \bar{g}_{b_u, u}}{\Gamma_0 F} \quad (4.29)$$

avec

$$F = -1/\log(1 - \Pi_{\beta \max}). \quad (4.30)$$

La constante F représente la *marge d'évanouissement* qui garantit la probabilité de coupure de TEB $\Pi_{\beta \max}$ pour un évanouissement de Rayleigh. Ce résultat classique est dû à l'absence d'IEC lorsque l'utilisateur u se voit attribué des sous-porteuses non-réutilisées (sans interférences entre cellules).

- **Cas des utilisateurs avec des sous-porteuses réutilisées :**

Dans ce cas on a $f_u = 1$ et on prouve dans l'Annexe D que M_u est la solution de l'équation non-linéaire suivante

$$\frac{\Gamma_0(M_u - 1)}{\gamma_0 \bar{g}_{b_u,u}} = \frac{1}{F} - \log \left(1 + \frac{\bar{g}_{\bar{b}_u,u} \Gamma_0 (M_u - 1)}{\bar{g}_{b_u,u}} \right). \quad (4.31)$$

Notez que lorsque le terme d'interférence $\bar{g}_{\bar{b}_u,u}$ est annulé dans cette équation on retrouve bien l'équation (4.29). En considérant des ordres de grandeurs réalistes pour les différents paramètres impliqués dans (4.31) (voir le tableau 4.2 plus loin), la solution numérique de cette équation (4.31) montre que $(M_u - 1)\Gamma_0 \frac{\bar{g}_{\bar{b}_u,u}}{\bar{g}_{b_u,u}} \ll 1$. Cela nous permet d'utiliser dans (4.31) l'approximation $\log(1+x) \simeq x$ valable pour $x \ll 1$ et d'obtenir l'expression suivante

$$M_u \simeq 1 + \frac{\gamma_0 \bar{g}_{b_u,u}}{(1 + \gamma_0 \bar{g}_{\bar{b}_u,u})\Gamma_0 F}. \quad (4.32)$$

Ce résultat important peut être interprété de deux manières. En présence d'interférences ($\bar{g}_{\bar{b}_u,u} \neq 0$), la marge d'évanouissement F doit être augmentée d'un facteur $(1 + \gamma_0 \bar{g}_{\bar{b}_u,u})$ par rapport au cas sans interférences décrit par (4.29). En comparant (4.32) à (4.29) on peut aussi considérer que le RSB moyen $\gamma_0 \bar{g}_{b_u,u}$ est remplacé par une sorte de RSBI moyen $\gamma_0 \bar{g}_{b_u,u}/(1 + \gamma_0 \bar{g}_{\bar{b}_u,u})$. Dans ce cas, le terme utile moyen $\gamma_0 \bar{g}_{b_u,u}$ dans (4.32) est réduit par un facteur F tandis que le terme d'interférence moyenne $\gamma_0 \bar{g}_{\bar{b}_u,u}$ reste invariant (RSBI pire-cas).

Dans les deux cas précédents, en utilisant $(2 - f_u)$ comme une fonction indicatrice pour le schéma de réutilisation de l'utilisateur u conduit à l'équation suivante

$$M_u = 1 + \frac{\gamma_0 \bar{g}_{b_u,u}}{\left(1 + (2 - f_u)\gamma_0 \bar{g}_{\bar{b}_u,u}\right) \Gamma_0 F}. \quad (4.33)$$

Cette équation fournit la relation recherchée entre M_u et f_u étant donnée l'attribution de la station de base b_u définie dans (4.25).

Dans le paragraphe suivant nous considérons la contrainte [C4] dans (4.24) et nous introduisons un seuil permettant de caractériser la coupure de débit.

4.3.3.3 Caractérisation de la coupure de débit

D'après (4.33), l'ordre de modulation M_u dépend du masquage, autrement dit de la CSI de l'utilisateur u . lorsque M_u prend une faible valeur, le débit obtenu ρ_u de l'utilisateur en question peut être renforcé, d'après (4.22), en augmentant la largeur de bande B_u allouée à cet utilisateur. Mais, un tel utilisateur va pénaliser la performance globale du système par son appétit excessif de ressource spectrale. Afin d'éviter une telle situation, on propose d'introduire un *seuil de coupure* M_c tel qu'aucune bande ne sera attribuée à l'utilisateur u lorsque $M_u < M_c$. Dans ce cas, l'utilisateur est en coupure de débit. Le seuil M_c nous permet d'ajuster la probabilité de cette coupure de débit afin

4.3 - Cas de deux cellules et un canal avec masquage et évanouissement

de satisfaire la contrainte (4.24)-[C4]. Notons par $\Pi_\rho(u)$ cette probabilité de coupure pour l'utilisateur u qui est donc par définition

$$\Pi_\rho(u) = \text{Proba}\{M_u < M_c\}. \quad (4.34)$$

Avec l'introduction du seuil M_c , la contrainte (4.24)-[C4] devient

$$\Pi_\rho(u) \leq \Pi_{\rho \max}, \quad \forall u. \quad (4.35)$$

En utilisant (4.33), on prouve dans l'Annexe E que la probabilité de coupure de débit (4.35) s'écrit

$$\Pi_\rho(u) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{10}{\sqrt{2}\sigma} \log_{10} \frac{(M_c-1)\Gamma_0 F x_{b_u,u}^\eta}{\alpha_0 \gamma_0} \right) & \text{si } f_u = 2, \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{10}{2\sigma} \log_{10} \frac{(M_c-1)\Gamma_0 F x_{b_u,u}^\eta}{x_{\tilde{b}_u,u}^\eta} \right) & \text{si } f_u = 1. \end{cases} \quad (4.36)$$

La dépendance de $\Pi_\rho(u)$ du facteur de réutilisation f_u résulte du fait que M_u en dépend aussi d'après (4.33). Notez que cette probabilité augmente avec le seuil M_c et dépend de la position de l'utilisateur par l'intermédiaire des distances $x_{b_u,u}$ et $x_{\tilde{b}_u,u}$ aux stations de base. Lorsque $f_u = 2$, $\Pi_\rho(u)$ augmente avec $x_{b_u,u}$. Alors, afin de satisfaire (4.35) pour tout les utilisateurs ayant un facteur de réutilisation $f_u = 2$, la valeur maximale de M_c doit être adaptée à l'utilisateur pire-cas, à savoir l'utilisateur en bord de cellule avec $x_{b_u,u} = R$ (rayon de cellule). Cela veut dire que M_c est la solution de

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{10}{\sqrt{2}\sigma} \log_{10} \frac{(M_c-1)F\Gamma_0 R^\eta}{\alpha_0 \gamma_0} \right) = \Pi_{\rho \max}. \quad (4.37)$$

Quant aux utilisateurs ayant $f_u = 1$, la probabilité de coupure (4.37) augmente avec le rapport de distance $x_{b_u,u}/x_{\tilde{b}_u,u}$. Ici l'utilisateur pire-cas correspond à celui ayant $x_{b_u,u} = R$, $x_{\tilde{b}_u,u} = (R+d)$ où d est la distance entre les deux stations de base. Ainsi, pour les utilisateurs ayant $f_u = 1$, le seuil M_c est la solution de

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{10}{2\sigma} \log_{10} \frac{(M_c-1)F\Gamma_0 R^\eta}{(R+d)^\eta} \right) = \Pi_{\rho \max}. \quad (4.38)$$

A partir de (4.37) et de (4.38) il résulte

$$M_c = \begin{cases} 1 + \frac{\alpha_0 \gamma_0}{R^\eta \Gamma_0 F} 10^{0.1(\sqrt{2}\sigma)} \operatorname{erf}^{-1}(2\Pi_{\rho \max}-1) & \text{pour } f_u = 2, \\ 1 + \frac{(R+d)^\eta}{R^\eta \Gamma_0 F} 10^{0.1(2\sigma)} \operatorname{erf}^{-1}(2\Pi_{\rho \max}-1) & \text{pour } f_u = 1. \end{cases} \quad (4.39)$$

Afin de mieux comprendre ce résultat original, considérons le cas $f_u = 2$ et notons que $\alpha_0 \gamma_0 / (R^\eta \Gamma_0 F)$ n'est que le RSB effectif (après déduction de la marge d'évanouissement) en bord de la cellule en l'absence de masquage ($\sigma = 0$). La quantité $\log_2(1 + \alpha_0 \gamma_0 / (R^\eta \Gamma_0 F))$ représente le débit offert à l'utilisateur en bord de cellule si le masquage est éteint. Il en découle que le terme $10^{0.1(\sqrt{2}\sigma)} \operatorname{erf}^{-1}(2\Pi_{\rho \max}-1)$ dans (4.39) réduit le RSB

effectif (car $10^{0.1(\sqrt{2}\sigma)} \operatorname{erf}^{-1}(2\Pi_{\rho_{\max}}-1) < 1$) afin de tenir compte de l'effet du masquage et garantir ainsi une probabilité de coupure de débit bornée par $\Pi_{\rho_{\max}}$. On en déduit que $10^{-0.1(\sqrt{2}\sigma)} \operatorname{erf}^{-1}(2\Pi_{\rho_{\max}}-1)$ peut être considéré comme une *marge de masquage* liée à la coupure de débit à l'instar de la marge d'évanouissement F liée elle à la coupure de TEB.

Par conséquent, l'utilisateur u obtient le débit suivant

$$\begin{aligned} M_u \geq M_c &\Rightarrow \rho_u = B_u \log_2 M_u \text{ avec une probabilité } \geq 1 - \Pi_{\rho_{\max}}, \\ M_u < M_c &\Rightarrow \rho_u = 0 \text{ (} B_u = 0 \text{) avec une probabilité } \leq \Pi_{\rho_{\max}}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Cette dernière équation fournit le lien entre le seuil de coupure M_c et le facteur de réutilisation f_u . Ainsi, suivant leurs CSI, les utilisateurs qui risquent d'obtenir un ordre de modulation trop faible sont forcés à être en coupure de débit en leur allouant aucune bande. Trouvons maintenant l'allocation optimale de bande pour les utilisateurs qui échappent à la coupure de débit en prenant en compte la contrainte du débit commun que l'on cherche à maximiser d'après (4.24).

4.3.3.4 Allocation de bande

Lorsque les utilisateurs ne sont pas en coupure de débit, ils obtiennent chacun un débit ρ_c , appelé débit commun, que l'on cherche à maximiser. Donc on a $M_u > M_c \Rightarrow B_u \log_2 M_u = \rho_c$ pour tout u . Ainsi, de (4.33) et de (4.40) on obtient

$$B_u = \begin{cases} 0 & M_u < M_c, \\ \frac{\rho_c}{\log_2 \left(1 + \frac{\gamma_0 \bar{g}_{b_u,u}}{(1+(2-f_u)\gamma_0 \bar{g}_{b_u,u}) \Gamma_0 F} \right)} & M_u \geq M_c. \end{cases} \quad (4.41)$$

Résumons les résultats obtenus à ce stade concernant les différentes variables à optimiser. Pour chaque utilisateur, la station de base b_u est sélectionnée en utilisant (4.25). En suite, l'équation (4.33) nous permet de trouver l'ordre de modulation M_u qui dépend du facteur de réutilisation f_u . Le seuil de coupure M_c peut être obtenu grâce à (4.39) et dépend à son tour de f_u . Enfin, la bande B_u à allouer à l'utilisateur u est donnée par (4.41) et dépend également de f_u . Bref, une fois le vecteur $[b_u]$ est fixé, les vecteurs $[M_u]$ et $[B_u]$ dépendent uniquement de $[f_u]$. Dans la suite, on propose une méthode à seuil permettant de choisir la valeur de $[f_u]$. En suite, nous montrons que le problème d'optimisation peut être ré-écrite en fonction d'une unique variable à optimiser numériquement.

4.3.3.5 Sélection du facteur de réutilisation

On propose l'approche intuitive suivante basée sur deux seuils pour choisir le facteur de réutilisation

$$b_u = 1 \Rightarrow f_u = \begin{cases} 1 & \text{si } \bar{g}_{1,u}/\bar{g}_{2,u} \geq t_1, \\ 2 & \text{si } \bar{g}_{1,u}/\bar{g}_{2,u} < t_1. \end{cases} \quad (4.42)$$

$$b_u = 2 \Rightarrow f_u = \begin{cases} 1 & \text{si } \bar{g}_{2,u}/\bar{g}_{1,u} \geq t_2, \\ 2 & \text{si } \bar{g}_{2,u}/\bar{g}_{1,u} < t_2. \end{cases}$$

Cela veut dire que, pour un utilisateur attaché à la station de base 1 par exemple, si la rapport entre la perte masquée utile $\bar{g}_{1,u}$ et la perte masquée interférant $\bar{g}_{2,u}$ dépasse le seuil t_1 , cet utilisateur est considéré suffisamment isolé de la station de base interférant pour lui allouer des sous-porteuses réutilisées ($f_u = 1$) par la station de base interférant. Dans le cas contraire où $\bar{g}_{1,u}/\bar{g}_{2,u} < t_1$, l'utilisateur en question obtient des sous-porteuses non réutilisées. On baptise le rapport $\bar{g}_{b_u,u}/\bar{g}_{\bar{b}_u,u}$ le *taux d'isolation* de l'utilisateur u qui, d'après (4.25), est toujours supérieur à un. Par conséquent, les seuils t_1 et t_2 puisent leurs valeurs dans $[1, \infty[$.

Maintenant on est en mesure de reformuler le problème d'optimisation (4.24) en utilisant les seuils t_1 et t_2 .

4.3.3.6 Le problème d'optimisation reformulée

En substituant (4.41) dans (4.23) et en utilisant (4.24)-[C2] on obtient

$$\rho_c = \frac{B_{tot}}{S_{1,1} + S_{1,2} + S_{2,2}}. \quad (4.43)$$

avec

$$S_{b,f} = \sum_{u: M_u > M_c, b_u = b, f_u = f} \frac{1}{\log_2 \left(1 + \frac{\gamma_0 \bar{g}_{b,u}}{(1+(2-f)\gamma_0 \bar{g}_{\bar{b},u})\Gamma_0 F} \right)}.$$

D'après la méthode de sélection du schéma de réutilisation (4.42) les différentes sommes ($S_{b,f}$) dans (4.44) peuvent être écrites en fonction des seuils (t_1, t_2) comme suit

$$S_{b,1} = \sum_{u: \frac{M_u}{M_c} > 1, \frac{\bar{g}_{b,u}}{\bar{g}_{\bar{b},u}} \geq t_b} \left[\log_2 \left(1 + \frac{\gamma_0 \bar{g}_{b,u}}{(1+\gamma_0 \bar{g}_{\bar{b},u})\Gamma_0 F} \right) \right]^{-1}.$$

$$S_{b,2} = \sum_{u: \frac{M_u}{M_c} > 1, \frac{\bar{g}_{b,u}}{\bar{g}_{\bar{b},u}} < t_b} \left[\log_2 \left(1 + \frac{\gamma_0 \bar{g}_{b,u}}{\Gamma_0 F} \right) \right]^{-1}.$$

Ainsi, maximiser ρ_c est équivalent à minimiser ($S_{1,1} + S_{1,2} + S_{2,2}$) par rapport aux seuils (t_1, t_2). la contrainte [C1] dans (4.24) peut être remplacée par $S_{1,1} = S_{2,1}$. Toutes les

contraintes restantes [C2], [C3] et [C4] ont été déjà prises en compte lors de la dérivation des équations (4.43), (4.33) et (4.39) respectivement. Par conséquent, le problème d'optimisation (4.24) devient simplement

$$\begin{aligned} & \min_{(t_1, t_2)} (S_{1,1} + S_{1,2} + S_{2,2}) \\ & \text{subject to } S_{1,1} = S_{2,1}. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Maintenant on montre que (4.44) peut encore être simplifié en un problème de minimisations sans contrainte. Rappelons à cette fin que la contrainte $S_{1,1} = S_{2,1}$ a été dérivée à partir de (4.24)-[C1] stipulant que les deux stations de base doivent se mettre d'accord sur le nombre de sous-porteuses réutilisées. Pour une valeur donnée de t_1 , l'équation $S_{1,1} = S_{2,1}$ fournit un moyen pour calculer la valeur correspondante de t_2 . Exprimons cette dépendance entre les deux seuils t_1 et t_2 à l'aide d'une fonction $s(\cdot)$ déclarée comme suit

$$s : t_1 \mapsto t_2 : S_{1,1}(t_1) = S_{2,1}(t_2) \quad (4.45)$$

où la notation $S_{b,1}(t_b)$ souligne le fait que $S_{b,1}$ dépend de t_b . Cela nous permet de transformer (4.44) comme suit

$$\min_{t_1} [S_{1,1}(t_1) + S_{1,2}(t_1) + S_{2,2}(s(t_1))]. \quad (4.46)$$

Cette formulation sous la forme d'un problème sans contrainte se prête facilement à une résolution numérique par recherche linéaire portant sur la valeur du seuil t_1 comme le montre la suite.

4.3.4 Performance obtenue

Soit ρ_c^* le débit commun maximum correspondant au seuil optimal t_1^* obtenu en résolvant (4.46). A partir de (4.43), on peut écrire

$$\rho_c^* = \frac{B_{tot}}{S_{1,1}(t_1^*) + S_{1,2}(t_1^*) + S_{2,2}(s(t_1^*))}. \quad (4.47)$$

L'efficacité spectrale du système est donnée par

$$e = \frac{\sum_u \rho_u}{B_{tot}} = \frac{N_p \rho_c^*}{B_{tot}} \quad (4.48)$$

où N_p représente le nombre d'utilisateurs servis (qui ne sont pas en coupure de débit) donné par

$$N_p = \sum_{u: \frac{M_u}{M_c} > 1} 1. \quad (4.49)$$

Notez que N_p dépend implicitement du seuil t_1 car M_u dépend de f_u comme le montre l'équation (4.33). Cette observation montre la différence entre maximiser l'efficacité spectrale du système et maximiser le débit commun. Dans la suite, la performance moyenne est évaluée par simulation.

Fréquence centrale f_c	3.5	GHz
Largeur de bande totale B_{tot}	20	MHz
Densité spectrale de puissance du bruit N_0	-174	dBm/Hz
Exposant de perte η	3.6	-
Écart-type du masquage log-normal σ	7	dB
TEB cible β	10^{-2}	-
Probabilité maximale de coupure de TEB $\Pi_{\beta \max}$	5	%
Probabilité maximale de coupure de débit $\Pi_{\rho \max}$	1	%
Rayon de cellule R	150	m
Distance entre les stations de bases d	250	m

TAB. 4.2 – Valeurs des paramètres de simulation dans le cas de deux cellules.

4.3.5 Résultats de simulation

Nous allons dans ce paragraphe montrer numériquement l'existence d'une solution du problème d'optimisation (4.46). En suite, nous comparons la performance de notre méthode en terme de débit moyen utilisateur avec celle de deux autres schémas d'allocation de ressources.

Considérons les valeurs des paramètres fournies par le Tableau 4.2. Les utilisateurs sont aléatoirement mais uniformément répartis sur l'ensemble des deux cellules. On commence par tracer sur la Figure 4.7 la valeur moyenne \bar{r}_c du débit commun (4.43) en fonction du seuil t_1 pour une puissance totale fixée à $P_{tot} = 0.5$ W par station de base. Le deuxième seuil t_2 étant obtenu grâce à (4.45). Pour $t_1 = 0$ dB, toutes les sous-porteuses sont réutilisées. Cette configuration conduit au pire débit par utilisateur car tous les utilisateurs sont soumis à des interférences sans aucune coordination entre les stations de base. Lorsque t_1 augmente, les utilisateurs les "moins isolés", à savoir ceux ayant les taux d'isolation $\bar{g}_{b_u, u} / \bar{g}_{\bar{b}_u, u}$ les plus faibles, se voient attribués des sous-porteuses non réutilisées. Au-delà d'une certaine valeur de t_1 , aucune sous-porteuses ne sera réutilisée de telle sorte que chaque sous-porteuse va être exclusivement allouée à une des deux cellules. Pour une valeur particulière de t_1 (près de 13 dB dans l'exemple de la Figure 4.8), le débit moyen commun atteint une valeur maximale qui correspond à la moyenne du débit commun optimisé ρ_c^* .

Dans la Figure 4.8, on laisse varier la puissance totale P_{tot} et on trace les variations du débit moyen commun optimisé $\bar{\rho}_c^*$. la courbe supérieure de la figure 2 correspond à $\bar{\rho}_c^*$ qu'on obtient avec notre méthode d'allocation de ressources. Afin d'évaluer les bien-faits de la sélection dynamique de station de base implémentée par notre méthode suivant (4.25), cette sélection est désactivée (rendue statique) pour la courbe en tirets. On entend par sélection statique de station de base que chaque utilisateur est attaché à la station de base la plus proche de telle sorte qu'aucun handover ne survient. Ainsi,

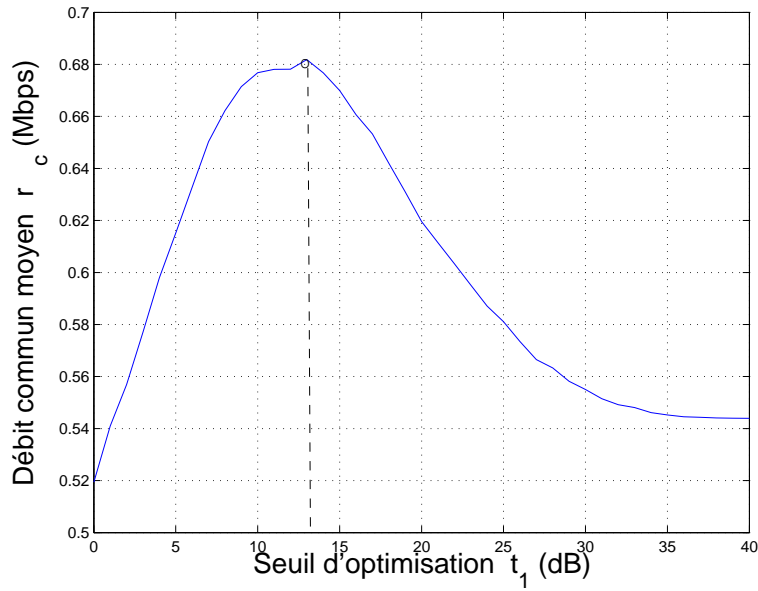


FIG. 4.7 – Débit commun moyen en fonction du seuil t_1 en dB pour $P_{tot} = 0.5$ W et $N_u = 12$ utilisateurs.

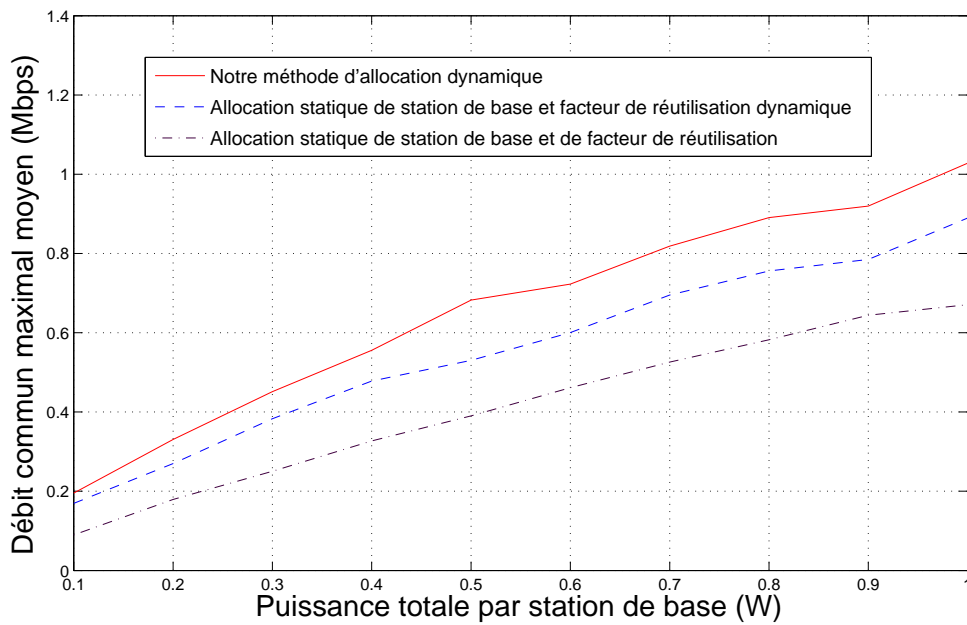


FIG. 4.8 – Débit commun moyen maximal en fonction de la puissance totale par station de base pour $N_u = 12$ utilisateurs.

une dégradation de $\overline{\rho_c^*}$ par rapport au cas dynamique (la courbe à trait continu) est constatée surtout pour les fortes valeurs de P_{tot} . Enfin, si la sélection de station de base et celle du facteur de réutilisation sont figées (pas de handover et aucune des sous-porteuses n'est réutilisée, à savoir $f_u = 2$ pour tout u), une importante dégradation de $\overline{\rho_c^*}$ est constatée.

4.4 Conclusion

Nous avons considéré dans ce chapitre le problème d'allocation de ressources sur une liaison descendante OFDMA d'un système cellulaire sous des contraintes d'équité en QoS et une connaissance statistique du canal. Nous avons adopté comme technique de gestion d'interférence entre-cellules la réutilisation fractionnelle de sous-porteuses permettant de améliorer l'efficacité spectrale et de résoudre le problème des utilisateurs en bord de cellule. Nous avons considéré dans un premier temps un cluster périodique de 7 cellules et maximisé, en présence d'un canal déterministe, la capacité par cellule en garantissant le même débit pour tout les utilisateurs. En suite, un modèle de canal comportant du masquage et de l'évanouissement rapide a été considéré dans le cas de deux cellule. Dans ce cas nous avons proposé un algorithme de faible complexité de sélection de station de base, de facteur de réutilisation de sous-porteuses permettant de maximiser le débit utilisateur sous des contraintes de QoS pratiques incorporant des probabilités de coupure.

Enfin, les résultats présentés dans ce chapitre ont fait l'objet des publications suivantes :

1. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Base-Station and Subcarrier Assignment in Two-Cell OFDMA Downlink under QoS Fairness*, IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC'08) - Invited Paper - 2008.
2. A. Alsawah, I. Fijalkow, *Optimal Frequency-Reuse Partitioning for Ubiquitous Coverage in Cellular Systems*, 15th European Signal Processing Conference (EUSIPCO'08) - 2008.

Le dernier chapitre qui suit résume les conclusions des travaux présentés dans les chapitres précédents et considère les perspectives d'évolution de ces travaux.

Conclusions et perspectives

Nous avons considéré dans cette thèse le problème d'allocation de ressources sur la liaison descendante d'un système cellulaire OFDM. Notre souci était de proposer des algorithmes pratiques et efficaces d'allocation de ressources garantissant aux utilisateurs une qualité de service définie suivant le contexte applicatif ciblé. Nous avons mis l'accent aussi sur les aspects de connaissance du canal en basant nos approches sur une connaissance partielle statistique du canal ce qui induit une réduction significative du débit d'information transitant sur les canaux de retour et une robustesse à son estimation.

La modélisation du système que nous avons présenté dans le chapitre 1 part de l'hypothèse d'un partage non exclusif des sous-porteuses OFDM donnant lieu à des interférences entre utilisateurs au sein de la même sous-porteuse. Il s'ajoute à ce premier type d'interférence l'interférence due, dans le cas multi-cellules, à une éventuelle réutilisation des sous-porteuses. Le chapitre 2 a traité le cas mono-cellule où nous avons démontré l'optimalité d'un partage exclusif des sous-porteuses du type OFDMA, accompagné d'une allocation appropriée des puissances, lorsque l'on considère la maximisation de la somme pondérée de débits. Ce résultat a été obtenu sous l'hypothèse de taux d'erreurs binaires différents d'un utilisateur à l'autre afin de s'adapter à un contexte de services hétérogènes. De plus, le choix des poids des utilisateurs dans la somme pondérée de débits permet de les différencier en terme de débits moyens à long terme. Ce résultat théorique sur l'optimalité de l'OFDMA a été généralisé dans le chapitre 1 à d'autres mesures de performance comme la maximisation du débit minimum entre autres.

Partant dans le chapitre 3 d'une liaison OFDMA mono-cellule, nous avons considéré le problème d'allocation de ressources sous des contraintes d'équité en QoS et de connaissance statistique du canal correspondant à la distance masquée dérivée du canal moyen pour chaque utilisateur. Nous avons défini la QoS par un débit-utilisateur minimum, un TEB cible et une probabilité de coupure maximale en TEB. La notion de la distance masquée nous a permis de proposer une méthode sous-optimale d'allocation de débits et de sous-porteuses qui maximise le débit utilisateur sous nos hypothèses et qui présente, d'après les résultats de simulations, une bonne robustesse vis-à-vis des erreurs d'estimation sur les distances masquées.

Dans le chapitre 4, nous avons abordé le problème d'allocation de ressources dans le cas multi-cellules où la question de la gestion optimale des interférences entre cellules

se pose. Nous avons choisi la réutilisation fractionnelle de fréquences comme méthode de gestion d'interférences. Avec un modèle de système composé de clusters périodiques de 7 cellules, nous avons voulu maximiser la capacité par cellule tout en offrant le même débit pour tout utilisateur. Les résultats ont été obtenus avec un modèle de canal déterministe à perte de propagation. La généralisation de l'approche à un canal non déterministe comportant du masquage et de l'évanouissement rapide se heurte à une difficulté importante d'analyse dans le cas multi-cellules. Pour cette raison, nous avons entamé cette étude dans la deuxième partie du chapitre 4 en considérant deux cellules. De plus, nous avons perfectionné notre approche en intégrant à la spécification de la qualité de service deux sortes de probabilités de coupures qui doivent rester bornées : la probabilité de coupure de TEB (la probabilité que le TEB d'un utilisateur donné dépasse brièvement une certaine limite suite à des conditions défavorables d'évanouissement rapide) et une probabilité de coupure de débit (la probabilité que le débit accordé à utilisateur donné soit nul pendant une trame donnée suite à un masquage excessif). Cette approche, basée encore sur une connaissance statistique des canaux, a permis de proposer un algorithme sous-optimal d'allocation de station de base, de sous-porteuse, de débit et de facteur de réutilisation offrant une bonne performance, en terme de débit moyen par utilisateur, comparée aux schémas statiques d'allocation de ressources.

Les algorithmes d'allocation de ressources proposés ici reposent sur l'hypothèse d'une connaissance statistique du canal via la notion de la distance masquée dérivée du canal moyen. Dans le modèle mathématique du canal que l'on a adopté tout le long de cette étude, ce canal moyen est l'espérance mathématique du gain en puissance du canal par rapport au processus aléatoire de l'évanouissement rapide. Ce canal moyen est supposé non-sélectif en fréquence, donc le même sur toutes les sous-porteuses. On pense, comme cela été proposé dans le chapitre 3, que le canal moyen peut être estimé, pendant un ou plusieurs symboles dédiés, en moyennant la puissance reçue sur l'ensemble des sous-porteuses (ou au moins sur les sous-porteuses pilotes). Ces hypothèses méritent davantage d'analyse afin d'être validées en utilisant des simulations avec des modèles de canaux plus sophistiqués (du type Winner) ou en exploitant les résultats de campagnes de mesures comme ceux fournis par le projet ORMAC. De plus, il serait intéressant d'essayer de généraliser notre méthode d'allocation présentée à la fin du chapitre 4 pour deux cellules au cas multi-cellules. Cela devient d'autant plus intéressant que cette méthode se prête facilement à une solution semi-distribuée où les ressources sont optimisées, dans un premier temps, localement dans chaque cellule. Dans un second temps, une coopération entre les stations de bases, avec un volume raisonnable d'échange d'informations, permettra en suite d'harmoniser le partage du spectre. Cela pourrait être inspiré du problème d'optimisation sans contraintes formulée à la fin du chapitre 4 dans le cas de deux cellules. On constate dans ce cas que la même optimisation de ressources peut être effectuée dans chacune des cellules séparément et, en suite, les deux cellules ont juste besoin de se mettre d'accord sur le nombre de sous-porteuses réutilisées simultanément par les deux cellules. La généralisation de ce concept à plusieurs cellules constitue une piste intéressante donnant à ce travail des perspectives prometteuses.

Annexes

Optimalité du partage orthogonal de sous-porteuses

Cet annexe fournit la démonstration du théorème 2.1 dont voici le rappel de l'énoncé :

La somme pondérée de débits $\rho_s(p_s, \mathbf{a}_s)$ réalisée par les N_u utilisateurs partageant une puissance totale p_s sur une même sous-porteuse d'indice s est maximisée lorsque p_s est allouée à un seul utilisateur, à savoir

$$\max_{\mathbf{a}_s} \rho_s(p_s, \mathbf{a}_s) = \max_{u=1..N_u} \Psi_u \log_2 \left(1 + \frac{g_{u,s} p_s}{\sigma_{u,s}^2 \Gamma_u} \right). \quad (\text{A.1})$$

Nous rappelons également l'expression de $\rho_s(p_s, \mathbf{a}_s)$ donné, d'après (2.16), par

$$\rho_s(p_s, \mathbf{a}_s) = \sum_{u=1}^{N_u} \Psi_u \log_2 \left[1 + \frac{a_{u,s} p_s}{\left[(1 - a_{u,s}) p_s + \frac{\sigma_{u,s}^2}{g_{u,s}} \right] \Gamma_u} \right]. \quad (\text{A.2})$$

On commence par remplacer, d'après (2.11), le vecteur colonne \mathbf{a}_s dans (A.1) par $\mathbf{p}_s = p_s \mathbf{a}_s$. Le vecteur $\mathbf{p}_s = [p_{1,s}, \dots, p_{N_u,s}]$ est la s -ième colonne dans la matrice \mathbf{P} dont la somme des N_u éléments est égale à p_s d'après (2.12). Le vecteur \mathbf{p}_s décrit comment la puissance p_s attribuée à la sous-porteuse s est partagée entre les N_u utilisateurs cette sous-porteuse. Ainsi, avec la notation suivante $\rho_s(p_s, \mathbf{a}_s) = \rho_s(\mathbf{p}_s)$, l'équation (A.1) peut être ré-écrite comme suit

$$\max_{\mathbf{p}_s} \rho_s(\mathbf{p}_s) = \max_{u=1..N_u} \Psi_u \log_2 \left(1 + \frac{g_{u,s} p_s}{\sigma_{u,s}^2 \Gamma_u} \right). \quad (\text{A.3})$$

Comme la maximisation dans (A.3) est contrainte, d'après (2.12), par

$$p_s = \sum_{u=1}^{N_u} p_{u,s}, \quad (\text{A.4})$$

alors on a

$$p_{N_u, s} = p_s - \sum_{j=1}^{N_u-1} p_{j, s}. \quad (\text{A.5})$$

Par conséquent, la fonction $\rho_s(\mathbf{p}_s)$ peut être vue comme une fonction des $N_u - 1$ variables p_1, \dots, p_{N_u-1} seulement. De plus, en posant $z_{u, s} = \frac{\sigma_{u, s}^2}{g_{u, s}}$ dans (A.3) et puis en omettant l'indice s par tout de sous-porteuse on obtient

$$\max_{p_1, \dots, p_{N_u-1}} \rho(p_1, \dots, p_{N_u-1}) = \max_{u=1..N_u} \Psi_u \log_2 \left(1 + \frac{p}{z_u \Gamma_u} \right). \quad (\text{A.6})$$

La fonction $\rho(\cdot)$ à $(N_u - 1)$ variables dans (A.6) est définie en utilisant (A.2) et (A.5) par

$$\begin{aligned} \rho(p_1, \dots, p_{N_u-1}) &= \sum_{u=1}^{N_u-1} \Psi_u \log_2 \left[1 + \frac{p_u}{(p - p_u + z_u) \Gamma_u} \right] \\ &+ \Psi_{N_u} \log_2 \left[1 + \frac{p - \sum_{j=1}^{N_u-1} p_j}{(\sum_{j=1}^{N_u-1} p_j + g_{N_u}) \Gamma_{N_u}} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Rappelons-nous que $\forall u \in \{1, \dots, N_u - 1\}$, $p_u \in [0, p]$ où p est la puissance disponible à la sous-porteuse s après l'omission de l'indice s afin d'alléger les notations.

On commence par considérer deux cas simples afin d'éclaircir l'idée de la démonstration basée sur la récurrence. Le premier cas correspond à $N_u = 2$ utilisateurs où $\rho(\cdot)$ est une fonction de la seule variable p_1 , la puissance allouée au premier utilisateur. En suite, on considère le cas $N_u = 3$ utilisateurs qui nous aidera à interpréter graphiquement le problème de maximisation dans un espace à trois dimensions. Enfin, on complète la démonstration en supposant que (A.6) est vrai pour $N_u - 1$ utilisateurs et le démontrant pour N_u utilisateurs.

Cas $N_u = 2$ utilisateurs

Dans ce cas, la fonction (A.7) devient

$$\rho(p_1) = \Psi_1 \log_2 \left[1 + \frac{p_1}{(p - p_1 + z_1) \Gamma_1} \right] + \Psi_2 \log_2 \left[1 + \frac{p - p_1}{(p_1 + z_2) \Gamma_2} \right] \quad (\text{A.8})$$

Nous cherchons à prouver que $\rho(p_1)$ atteint son maximum sur $[0, p]$ lorsque $p_1 = 0$ où $p_1 = p$. Sur l'ensemble ouvert $]0, p[$, on a¹

$$\begin{aligned} \frac{d}{dp_1} \rho(p_1) &= \frac{\Psi_1(p + z_1)}{(\Gamma_1 - 1)p_1^2 + (1 - 2\Gamma_1)(p + z_1)p_1 + (p + z_1)^2 \Gamma_1} \\ &- \frac{\Psi_2(p + z_2)}{(\Gamma_2 - 1)p_1^2 + [(2\Gamma_2 - 1)z_2 + p]p_1 + (p + z_2\Gamma_2)z_2}. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

¹le facteur $\log_2(e)$ est systématiquement ignoré lors de la dérivation de $\log_2(\cdot)$.

Afin de simplifier les notations, on introduit les constantes positives suivantes

$$W_u = \Psi_u(p + z_u), \quad (\text{A.10})$$

On définit également les fonctions suivantes

$$\begin{aligned} R_u(x) &= (\Gamma_u - 1)x^2 + (1 - 2\Gamma_u)(p + z_u)x + (p + z_u)^2\Gamma_u, \\ S_u(x) &= (\Gamma_u - 1)x^2 + [(2\Gamma_u - 1)z_u + p]x + (p + z_u\Gamma_u)z_u, \\ A_u(x) &= 2(1 - \Gamma_u)x + (2\Gamma_u - 1)(p + z_u), \\ B_u(x) &= 2(\Gamma_u - 1)x + (2\Gamma_u - 1)z_u + p. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Alors, la dérivée première (A.9) devient

$$\frac{d}{dp_1}\rho(p_1) = \frac{W_1}{R_1(p_1)} - \frac{W_2}{S_2(p_1)}.$$

La dérivée seconde est

$$\frac{d^2}{dp_1^2}\rho(p_1) = \frac{W_1 A_1(p_1)}{[R_1(p_1)]^2} + \frac{W_2 B_2(p_1)}{[S_2(p_1)]^2}. \quad (\text{A.12})$$

D'après (2.5), on a $\Gamma_u > 1$ pour des taux d'erreur binaire $\beta_u \leq 10^{-2}$. D'où, pour tout $x \in [0, p]$ on a

$$\begin{aligned} A_u(x) &\geq A_u(p) = (2\Gamma_u - 1)z_u + p > 0, \\ B_u(x) &\geq B_u(0) = (2\Gamma_u - 1)z_u + p > 0. \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Comme $p_1 \in [0, p]$, on conclut que la dérivée seconde (A.12) est toujours positive sur $]0, p[$. Cela veut dire que la fonction $\rho(p_1)$ est strictement convexe et, par conséquent, elle atteint son maximum sur au moins une des extrémités de l'intervalle fermé $[0, p]$. En d'autres termes

$$\max \rho(p_1) = \max \left\{ \log_2 \left(1 + \frac{p}{z_1\Gamma_1} \right)^{\Psi_1}, \log_2 \left(1 + \frac{p}{z_2\Gamma_2} \right)^{\Psi_2} \right\}. \quad (\text{A.14})$$

En se rappelant que $z_u = \frac{\sigma_u^2}{g_u}$, l'indice de l'utilisateur "favori" qui monopolise la sous-porteuse est

$$u^*(p) = \arg \max_{u=1,2} \left(1 + \frac{g_u p}{\sigma_u^2 \Gamma_u} \right)^{\Psi_u} \quad (\text{A.15})$$

On appelle le rapport $\frac{g_u}{\sigma_u^2 \Gamma_u}$ *BER-Based Channel-gain to Noise Ratio* (B-CNR). Dans le cas de poids $\{\Psi_u\}$ égaux, l'utilisateur choisi sur une sous-porteuse donnée est celui ayant le plus fort B-CNR sur cette sous-porteuse. Pour des poids quelconques, l'équation (A.15) montre que le critère de choix est la quantité $\left(1 + \frac{g_u p}{\sigma_u^2 \Gamma_u} \right)^{\Psi_u}$. Dans le régime de

fort RSB ($\frac{g_u p}{\sigma_u^2 \Gamma_u} \gg 1$), l'utilisateur favori est celui ayant le plus fort $\left(\frac{g_u p}{\sigma_u^2 \Gamma_u}\right)^{\Psi_u}$. Pour des faibles RSB, l'utilisateur favori est cette fois celui qui possède le plus fort rapport $\frac{\Psi_u g_u}{\sigma_u^2 \Gamma_u}$. Comme le rapport $\frac{\Psi_u g_u}{\sigma_u^2 \Gamma_u}$ ne dépend pas de la puissance p de la sous-porteuse², le régime "RSB faible" constitue le seul cas où on peut déterminer l'utilisateur favori sur chaque sous-porteuse avant de résoudre le sous-problème (2.21) d'allocation de puissance à travers les sous-porteuses. Ainsi, pour des poids arbitraires, l'utilisateur ayant un poids Ψ_u important semble avoir un rapport B-CNR "équivalent" ce qui est intuitif car les poids représentent les priorités entre les utilisateurs.

Noter également que $\max \rho(p_1)$ dans (A.14) est la somme pondérée maximale de débits sur la sous-porteuse considérée et non pas le vrai débit atteint par l'utilisateur sélectionné. En fait, comme l'utilisateur sélectionné u^* transmet avec toute la puissance disponible p , son débit étant $\log_2 \left(1 + \frac{g_u p}{\sigma_u^2 \Gamma_u}\right)$.

Cas $N_u = 3$ utilisateurs

Comme il a été souligné plus-haut, on traite ce deuxième cas particulier afin d'illustrer graphiquement le problème de maximisation dans un espace à trois dimensions. Dans ce cas, la fonction (A.7) devient

$$\rho(p_1, p_2) = \sum_{u=1}^2 \Psi_u \log_2 \left[1 + \frac{p_u}{(p - p_u + z_u) \Gamma_u} \right] + \Psi_3 \log_2 \left[1 + \frac{p - p_1 - p_2}{(p_1 + p_2 + z_3) \Gamma_3} \right] \quad (\text{A.16})$$

Cette fonction peut être représentée par une surface $z = \rho(p_1, p_2)$ (Figure A.1) définie sur l'ensemble fermé convexe

$$\Omega = \{(p_1, p_2) \in [0, p]^2 : p_1 + p_2 \leq p\}.$$

On montre ici que cette surface est convexe sur l'intérieur de Ω et, par conséquent, le maximum de $\rho(p_1, p_2)$ se trouve sur la frontière de Ω .

Commençons par calculer le gradient de $\rho(p_1, p_2)$ défini par $\nabla \rho(p_1, p_2) = \left[\frac{\partial}{\partial p_1} \rho(p_1, p_2), \frac{\partial}{\partial p_2} \rho(p_1, p_2) \right]$. En utilisant les définitions (A.10) et (A.11), on trouve

$$\nabla \rho(p_1, p_2) = \left[\frac{W_1}{R_1(p_1)} - \frac{W_3}{S_3(p_1 + p_2)}, \frac{W_2}{R_2(p_2)} - \frac{W_3}{S_3(p_1 + p_2)} \right].$$

Le hessien de $\rho(p_1, p_2)$ est donné par

$$\nabla^2 \rho(p_1, p_2) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial p_1^2} & \frac{\partial^2}{\partial p_1 \partial p_2} \\ \frac{\partial^2}{\partial p_2 \partial p_1} & \frac{\partial^2}{\partial p_2^2} \end{pmatrix} \rho(p_1, p_2).$$

²N'oublions pas que l'indice s de la sous-porteuse est omis ici.

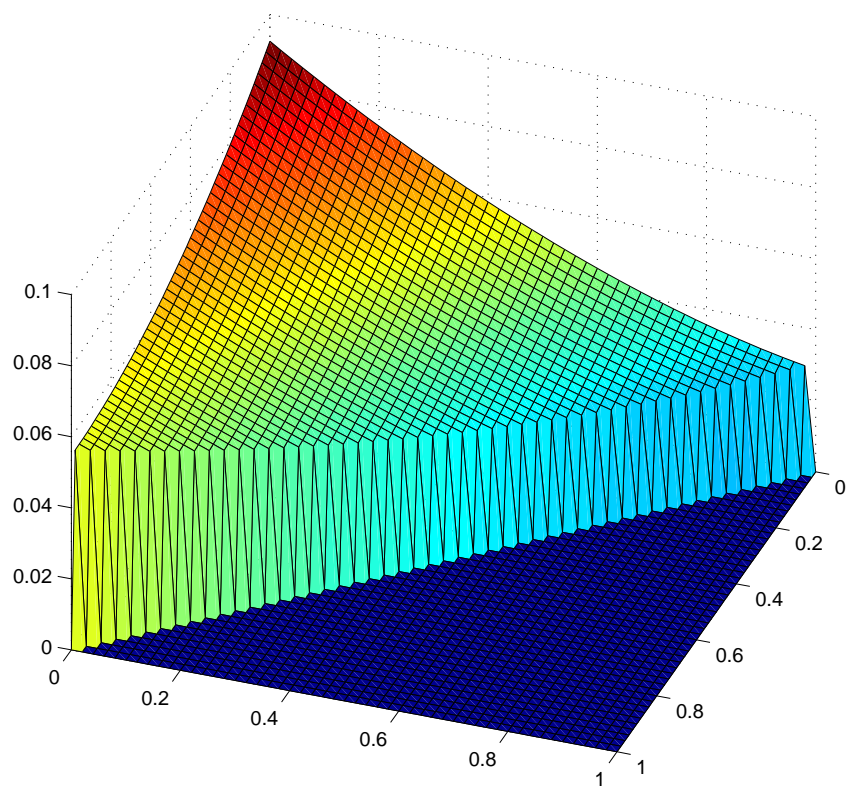


FIG. A.1 – Représentation 3-D de la fonction $\rho(p_1, p_2)$ définie par (A.16) avec $p = 1$.

Après un calcul fastidieux on trouve

$$\nabla^2 \rho(p_1, p_2) = \begin{pmatrix} \frac{W_1 A_1(p_1)}{[R_1(p_1)]^2} + \frac{W_3 B_3(p_1+p_2)}{[S_3(p_1+p_2)]^2} & \frac{W_3 B_3(p_1+p_2)}{[S_3(p_1+p_2)]^2} \\ \frac{W_3 B_3(p_1+p_2)}{[S_3(p_1+p_2)]^2} & \frac{W_2 A_2(p_2)}{[R_2(p_2)]^2} + \frac{W_3 B_3(p_1+p_2)}{[S_3(p_1+p_2)]^2} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.17})$$

Cette matrice est de la forme

$$\nabla^2 \rho(p_1, p_2) = \begin{pmatrix} a + c & c \\ c & b + c \end{pmatrix}$$

avec des notations claires. De plus, comme $p_1, p_2, p_1 + p_2 \in [0, p]$, le jeu d'inégalités dans (A.13) montre que a, b, c et d sont positifs. En conséquence, il est facile de montrer que le hessien (A.17) est une matrice définie positive, à savoir $\forall \mathbf{v} = (v_1, v_2) \in \mathbb{R}^2$, $\mathbf{v}(\nabla^2 \rho)\mathbf{v}^t > 0$. Donc, la fonction $\rho(p_1, p_2)$ est strictement convexe sur l'intérieur de l'ensemble convexe Ω défini dans (A.17). Cela veut dire que le maximum de $\rho(p_1, p_2)$ correspond à un point (p_1, p_2) de la frontière de Ω . Autrement dit, le point culminant de la surface $z = \rho(p_1, p_2)$ se trouve sur son contour donc sur un des plans verticaux $p_1 = 0$, $p_2 = 0$, $p_1 + p_2 = p$ (Figure A.1). Noter que le contour de $z = \rho(p_1, p_2)$ est composé de trois segments contenus dans ces trois plans.

Maintenant on montre que le point culminant de chaque segment coïncide avec une de ses extrémités³. Cela veut dire que l'intersection de la surface avec chacun des plans $p_1 = 0$, $p_2 = 0$, $p_1 + p_2 = p$ est une courbe strictement convexe correspondant à une fonction strictement convexe d'une seule variable (Figure A.1). Examinons en guise d'exemple la convexité de l'intersection avec le $p_2 = 0$. Dans ce cas $\rho(p_1, p_2)$ dans (A.16) devient une fonction $f(\cdot)$ d'une seule variable p_1 comme suit

$$f(p_1) = \rho(0, p_1) = \Psi_2 \log_2 \left[1 + \frac{p_1}{(p - p_1 + z_1)\Gamma_1} \right] + \Psi_3 \log_2 \left[1 + \frac{p - p_1}{(p_1 + z_3)\Gamma_3} \right].$$

La fonction $f(p_1)$ est similaire à $\rho(p_1)$ dans (A.8). D'où, son maximum sur $p_1 \in [0, p]$ correspond au moins à un des cas $p_1 = 0$, $p_2 = 0$. Le même raisonnement s'applique également dans le cas des deux autres segments du contour de $z = \rho(p_1, p_2)$. On conclut ainsi que le point culminant de $z = \rho(p_1, p_2)$ correspond à un des trois coins de son contour, à savoir

$$\max_{(p_1, p_2) \in \Omega} \rho(p_1, p_2) = \max \left\{ \log_2 \left(1 + \frac{p}{z_1 \Gamma_1} \right)^{\Psi_1}, \log_2 \left(1 + \frac{p}{z_2 \Gamma_2} \right)^{\Psi_2}, \log_2 \left(1 + \frac{p}{z_3 \Gamma_3} \right)^{\Psi_3} \right\}.$$

Ainsi s'achève la preuve du théorème dans le cas de trois utilisateurs. Pour traiter le cas général on adopte une méthode de démonstration par récurrence.

Hypothèse de récurrence :

³Les deux extrémités de chaque segment pourrait être à la même hauteur.

On suppose que (A.6) est vrai pour $N_u - 1$ utilisateurs, ce qui implique que

$$\max_{p_1, \dots, p_{N_u-2}} \rho(p_1, \dots, p_{N_u-2}) = \max_{u=1..N_u-1} \Psi_u \log_2 \left(1 + \frac{g_u p}{\sigma_u^2 \Gamma_u} \right), \quad (\text{A.18})$$

où on a d'après (A.7)

$$\begin{aligned} \rho(p_1, \dots, p_{N_u-2}) &= \sum_{u=1}^{N_u-2} \Psi_u \log_2 \left[1 + \frac{p_u}{(p - p_u + z_u) \Gamma_u} \right] \\ &+ \Psi_{N_u-1} \log_2 \left[1 + \frac{p - \sum_{j=1}^{N_u-2} p_j}{(\sum_{j=1}^{N_u-2} p_j + z_{N_u-1}) \Gamma_{N_u-1}} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Cas de N_u utilisateurs

On cherche à prouver (A.6) pour N_u utilisateurs. La u -ième composante du vecteur de gradient de la fonction $\rho(p_1, \dots, p_{N_u-1})$ est

$$\frac{\partial}{\partial p_u} \rho(p_1, \dots, p_{N_u-1}) = \frac{W_u}{R_u(p_u)} - \frac{W_{N_u}}{S_{N_u}(\sum_{j=1}^{N_u-1} p_j)}.$$

Les éléments diagonaux du hessien sont donnés par

$$\frac{\partial^2}{\partial p_u^2} \rho(p_1, \dots, p_{N_u-1}) = \frac{W_u A_u(p_u)}{[R_u(p_u)]^2} + \frac{W_{N_u} B_{N_u}(\sum_{j=1}^{N_u-1} p_j)}{[S_{N_u}(\sum_{j=1}^{N_u-1} p_j)]^2}. \quad (\text{A.20})$$

Tous les autres éléments hors-diagonaux du hessien sont égaux à

$$\frac{\partial^2}{\partial p_u \partial p_q} \rho(p_1, \dots, p_{N_u-1}) = \frac{W_{N_u} B_{N_u}(\sum_{j=1}^{N_u-1} p_j)}{[S_{N_u}(\sum_{j=1}^{N_u-1} p_j)]^2}, \quad q \neq u. \quad (\text{A.21})$$

Comme dans le cas de deux utilisateurs, on peut prouver que le hessien est une matrice définie positive. Par conséquent, l'hypersurface $z = \rho(p_1, \dots, p_{N_u-1})$ dans un espace à N_u -dimensions est strictement convexe sur $\{(p_1, \dots, p_{N_u-1}) \in]0, P_{tot}[^{N_u-1} : \sum_{j=1}^{N_u-1} p_j < p\}$ et le maximum de $\rho(p_1, \dots, p_{N_u-1})$ correspond à un point sur la frontière de l'ensemble fermé $\{(p_1, \dots, p_{N_u-1}) \in [0, P_{tot}]^{N_u-1} : \sum_{j=1}^{N_u-1} p_j \leq p\}$. Cette frontière comporte N_u segments engendrés par l'intersection de l'hypersurface $z = \rho(p_1, \dots, p_{N_u-1})$ avec les N_u hyperplans $p_1 = 0, \dots, p_{N_u-1} = 0$ et $\sum_{j=1}^{N_u-1} p_j = p$. Chaque segment est une hypersurface dans un espace de $(N_u - 1)$ -dimensions. Donc, en utilisant l'hypothèse de récurrence (A.18) on peut confirmer que le point culminant de chaque segment coïncide avec une de ses extrémités. Par exemple, si l'on considère le segment résultant de l'intersection

de $z = \rho(p_1, \dots, p_{N_u-1})$ avec l'hyperplan $p_1 = 0$, on a affaire à une fonction à $(N_u - 2)$ variables $f(p_2, \dots, p_{N_u-1}) = \rho(0, \dots, p_{N_u-1})$ définie par

$$f(p_2, \dots, p_{N_u-1}) = \sum_{u=2}^{N_u-1} \Psi_u \log_2 \left[1 + \frac{p_u}{(p - p_u + z_u)\Gamma_u} \right] \\ + \Psi_{N_u} \log_2 \left[1 + \frac{p - \sum_{j=1}^{N_u-1} p_j}{(\sum_{j=1}^{N_u-1} p_j + z_{N_u})\Gamma_{N_u}} \right].$$

Cette fonction vérifie, d'après (A.18), la propriété

$$\max_{p_2, \dots, p_{N_u-1}} f(p_2, \dots, p_{N_u-1}) = \max_{u=1..N_u-1} \Psi_u \log_2 \left(1 + \frac{g_u p}{\sigma_u^2 \Gamma_u} \right). \quad (\text{A.22})$$

En raisonnant de la même façon pour les autres hyperplans, on conclut que (A.6) est vrai pour tout $N_u \geq 2$.

Distribution équivalente d'utilisateurs liée à la distance masquée

Ici nous détaillons la dérivation, à partir de (3.44), de l'équation (3.45) qui caractérise la distribution équivalente moyenne d'utilisateurs lorsque leurs distances réelles sont remplacées par les distances masquées.

Après remplacement de (3.42) et de (3.43) dans (3.44) et intégration par rapport à θ , l'équation qu'on cherche à prouver devient

$$\int_0^R \operatorname{erf}\left(\frac{10 \log_{10} \frac{R_q}{r}}{\sigma \sqrt{2}/\eta}\right) r \, dr = \frac{R^2}{2} \operatorname{erf}\left(C \log \frac{R_q}{R}\right) + \frac{R_q^2}{2} e^{\frac{1}{C^2}} \left[1 - \operatorname{erf}\left(C \log \frac{R_q}{R} + \frac{1}{C}\right)\right].$$

avec $C = 10\eta/(\sigma\sqrt{2}\log 10)$. Soit $A_q = C \log R_q$. D'où, le côté gauche de cette équation s'écrit

$$LHS = \int_0^R \operatorname{erf}(A_q - C \log r) r \, dr.$$

Effectuons le changement de variable $y = A_q - C \log r$. Cela donne

$$LHS = \frac{1}{C} e^{\frac{2A_q}{C}} \int_{A_q - C \log R}^{\infty} e^{-2y/C} \operatorname{erf}(y) \, dy.$$

Intégrons maintenant par partie en posant $g(y) = \operatorname{erf}(y)$ et $df(y)/dy = -(2/C)e^{-(2/C)y}$. Il en découle que $dg(y)/dy = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-y^2}$ et $f(y) = e^{-(2/C)y}$. Ainsi on obtient

$$\begin{aligned} LHS &= -\frac{1}{2} e^{\frac{2A_q}{C}} \left[[f(y)g(y)]_{A_q - C \log R}^{\infty} - \int_{A_q - C \log R}^{\infty} f(y) \frac{dg(y)}{dy} \, dy \right] \\ &= \frac{1}{2} e^{\frac{2A_q}{C}} \left[e^{-\frac{2}{C}(A_q - C \log R)} \operatorname{erf}(A_q - C \log R) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{A_q - C \log R}^{\infty} e^{-\frac{2}{C}y - y^2} \, dy \right]. \end{aligned}$$

Un nouveau changement de variable $x = y + 1/C$ dans l'intégrale du second terme donne

$$\begin{aligned} LHS &= \frac{1}{2} e^{\frac{2A_q}{C}} \left[e^{-\frac{2}{C}(A_q - C \log R)} \operatorname{erf}(A_q - C \log R) + e^{\frac{1}{C^2}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{A_q - C \log R + \frac{1}{C}}^{\infty} e^{-x^2} dx \right] \\ &= \frac{1}{2} R^2 \operatorname{erf}(A_q - C \log R) + \frac{1}{2} e^{\frac{2A_q}{C}} e^{\frac{1}{C^2}} \left[1 - \operatorname{erf} \left(A_q - C \log R + \frac{1}{C} \right) \right]. \end{aligned}$$

En utilisant $A_q = C \log R_q$, le résultat recherché est enfin trouvé.

Annexe C

Rayon optimal de la frontière de partage de réutilisation

Ici on démontre la Proposition 4.1 formulée mathématiquement dans l'équation (4.14) rappelée ici

$$\log_2 \left[1 + \frac{\Gamma_e}{(\lambda^*)^\eta} \right] = 4 \log_2 \left[1 + \frac{\Gamma_e}{(\lambda^*)^\eta [1 + \Gamma_e s(\lambda^*)]} \right]. \quad (\text{C.1})$$

Cette équation donne le rayon optimal λ^* du cercle de partage entre la zone centrale de réutilisation complète et celle d'utilisation partielle s'étalant jusqu'au bord de cellule (voir Figure 4.3). Elle fait intervenir le RSB en bord de cellule Γ_e défini par (4.3), l'exposant de perte η ainsi que la fonction $s(\cdot)$ définie par (4.9). Rappelons également que le facteur 4 dans (C.1) est le facteur de réutilisation des sous-porteuses (ou des sous-bandes) allouées aux zones externes de réutilisation partielle.

D'après le schéma de réutilisation des fréquences proposée dans Figure 4.3, on peut écrire

$$2\pi \int_0^\lambda w(r)r \, dr + 4 \times 2\pi \int_\lambda^1 w(r)r \, dr = B_{tot}. \quad (\text{C.2})$$

De (4.11) et (C.2) on obtient

$$\int_0^\lambda \frac{r \, dr}{\log_2 \left(1 + \frac{\Gamma_e}{r^\eta [1 + \Gamma_e s(r)]} \right)} + \int_\lambda^1 \frac{4r \, dr}{\log_2 \left(1 + \frac{\Gamma_e}{r^\eta} \right)} = \frac{B_{tot}}{2\pi C_\lambda} \quad (\text{C.3})$$

Ainsi, le problème d'optimisation (4.7) peut être re-formulé comme suit

$$\max_{\lambda} C_\lambda \quad \text{sous la contrainte (C.3).}$$

A partir de (C.3) on obtient

$$C_\lambda = \frac{B_{tot}}{2\pi I(\lambda)} \quad (\text{C.4})$$

avec

$$I(\lambda) = \int_0^\lambda \frac{r \, dr}{\log_2 \left(1 + \frac{\Gamma_e}{r^\eta [1 + \Gamma_e s(r)]} \right)} + \int_\lambda^1 \frac{4r \, dr}{\log_2 \left(1 + \frac{\Gamma_e}{r^\eta} \right)}. \quad (\text{C.5})$$

D'après (C.4), maximiser C_λ est équivalent à minimiser la fonction $I(\lambda)$. Notez que

$$\frac{d}{d\lambda} I(\lambda) = \frac{\lambda}{\log_2 \left(1 + \frac{\Gamma_e}{\lambda^\eta [1 + \Gamma_e s(\lambda)]} \right)} - \frac{4\lambda}{\log_2 \left(1 + \frac{\Gamma_e}{\lambda^\eta} \right)}. \quad (\text{C.6})$$

On peut vérifier également que la dérivée seconde de $I(\lambda)$ est positive pour $\lambda \in [0, 1]$ de telle sorte que $I(\lambda)$ atteint un minimum global lorsque sa dérivée première (C.6) s'annule. Ainsi, utilisant $dI(\lambda)/d\lambda = 0$ on retrouve l'équation (C.1) qui donne le rayon optimal de partage λ^* .

Annexe D

Probabilité de coupure de taux d'erreur binaire

Nous détaillons ici la dérivation des équations (4.29) et (4.31) rappelées ici

$$M_u = 1 + \frac{\gamma_0 \bar{g}_{b_u,u}}{\Gamma_0 F}, \quad (\text{D.1})$$

$$\frac{\Gamma_0 (M_u - 1)}{\gamma_0 \bar{g}_{b_u,u}} = \frac{1}{F} - \log \left(1 + \frac{\bar{g}_{\tilde{b}_u,u} \Gamma_0 (M_u - 1)}{\bar{g}_{b_u,u}} \right), \quad (\text{D.2})$$

permettant de trouver l'ordre optimal de modulation M_u pour l'utilisateur u à partir de la condition (4.27) dérivée elle-même de la contrainte (4.24)-[C3] sur la probabilité de coupure de TEB. Rappelons que la marge d'évanouissement F est donnée d'après (4.28) par

$$\Gamma_0 = -\log(5\beta_{\max})/1.6. \quad (\text{D.3})$$

Rappelons aussi que la condition (4.27), reproduite ici

$$\text{Proba} \left\{ \frac{\gamma_0 g_{b_u,u,s}}{1 + (2 - f_u) \gamma_0 \bar{g}_{\tilde{b}_u,u,s}} < \frac{M_u - 1}{\Gamma_0} \right\} = \Pi_{\beta_{\max}}, \quad (\text{D.4})$$

stipule que la probabilité que le TEB $\beta_{b_u,u,s}$ d'un utilisateur u , rattaché à la station de base b_u , dépasse sur la sous-porteuse s une valeur cible β_{\max} reste bornée par $\Pi_{\beta_{\max}}$. Cette probabilité est prise relativement à la distribution jointe des deux processus aléatoires d'évanouissement de puissance $(\phi_{b_u,u,s}^2, \phi_{\tilde{b}_u,u,s}^2)$ avec les deux stations de base et conditionnellement à son canal moyen $(\bar{g}_{b_u,u}, \bar{g}_{\tilde{b}_u,u})$ supposé connu. Les équations (D.1) et (D.2) en question correspondent respectivement aux cas de sous-porteuses réutilisées, (donc subissant de l'interférence entre cellules) et à celui de sous-porteuses

non-réutilisées (donc sans interférence). On se contentera ici de prouver la deuxième équation (D.2) car la première (D.1) peut être dérivée plus aisément en suivant la même démarche. Elle peut également être déduite de (D.2) en annulant le terme d'interférence $g_{b_u, u, s}$.

Pour démontrer (D.2) qui correspond au cas d'un facteur de réutilisation $f_u = 1$, commençons par remplacer les gains en puissance $g_{b_u, u, s}$ dans (D.4) suivant (4.15) pour obtenir

$$\text{Proba} \left\{ \frac{\gamma_0 \bar{g}_{b_u, u} \phi_{b_u, u, s}^2}{1 + \gamma_0 \bar{g}_{b_u, u} \phi_{b_u, u, s}^2} < \frac{M_u - 1}{\Gamma_0} \right\} = \Pi_{\beta \max}.$$

De cette équation il résulte que

$$\text{Proba} \left\{ \phi_{b_u, u, s}^2 - (M_u - 1)\Gamma_0 \frac{\bar{g}_{b_u, u}}{\bar{g}_{b_u, u}} \phi_{b_u, u, s}^2 < \frac{(M_u - 1)\Gamma_0}{\gamma_0 \bar{g}_{b_u, u}} \right\} = \Pi_{\beta \max}. \quad (\text{D.5})$$

Notez que $\phi_{b_u, u, s}$ et $\phi_{\bar{b}_u, u, s}$ sont deux variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi exponentielle résultant d'un évanouissement de Rayleigh élevé au carré. L'équation (D.5) est de la forme

$$\text{Proba} \{X + Y < z\} = \Pi_{\beta \max}. \quad (\text{D.6})$$

où $X = \phi_{b_u, u, s}^2$, $Y = -A\phi_{\bar{b}_u, u, s}^2$ et

$$A = (M_u - 1)\Gamma_0 \frac{\bar{g}_{b_u, u}}{\bar{g}_{b_u, u}}, \quad (\text{D.7})$$

$$z = \frac{(M_u - 1)\Gamma_0}{\gamma_0 \bar{g}_{b_u, u}}. \quad (\text{D.8})$$

Remarquez que le côté gauche de (D.6) représente simplement la valeur à z de la fonction de répartition de $X + Y$ notée F_{X+Y} , ce qui permet de remplacer (D.6) par

$$F_{X+Y}(z) = \Pi_{\beta \max}. \quad (\text{D.9})$$

Or, d'après [33] on a

$$F_{X+Y}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{z-y} f_{(X,Y)}(x, y) dx dy \quad (\text{D.10})$$

où $f_{(X,Y)}$ est la densité de probabilité jointe de X et Y donnée, grâce à l'indépendance entre X et Y , par le produit des densités de probabilité respectives comme suit

$$f_{X+Y}(x, y) = f_X(x)f_Y(y). \quad (\text{D.11})$$

Comme $X = \phi_{b_u, u, s}^2$ on a pour $x \geq 0$

$$f_X(x) = e^{-x}. \quad (\text{D.12})$$

Quant à Y qui est définie par $Y = -A\phi_{\bar{b}_u, u, s}^2$ avec la constante positive A , on démontre d'après [33] que pour $y \leq 0$

$$f_Y(y) = \frac{1}{A} e^{\frac{y}{A}}. \quad (\text{D.13})$$

Ainsi, en substituant (D.12) et (D.13) dans (D.11) on obtient

$$f_{X+Y}(x, y) = \frac{1}{A} e^{\frac{y}{A} - x}. \quad (\text{D.14})$$

En effectuant les intégrales de (D.10) après avoir utilisé (D.14) on obtient facilement

$$F_{X+Y}(z) = 1 - \frac{e^{-z}}{1 + A}. \quad (\text{D.15})$$

De (D.9) et (D.15), et après remplacement de A et z par leurs valeurs d'après (D.7) et (D.8), on déduit l'équation suivante

$$1 - \frac{e^{-\frac{(M_u-1)\Gamma_0}{\gamma_0 \bar{g}_{\bar{b}_u, u}}}}{1 + (M_u - 1)\Gamma_0 \frac{\bar{g}_{\bar{b}_u, u}}{g_{\bar{b}_u, u}}} = \Pi_{\beta \max}. \quad (\text{D.16})$$

En réarrangeant (D.16) et en prenant (D.3) en compte, nous obtenons l'équation recherchée (D.2). Comme cela a été dit, l'équation (D.1) de (D.2) en annulant le terme d'interférence $g_{\bar{b}_u, u, s}$.

Probabilité de coupure de débit

Nous prouvons ici que la probabilité de coupure de débit, basée sur l'introduction d'un seuil M_c et définie d'après (4.34) par

$$\Pi_\rho(u) = \text{Proba}\{M_u < M_c\}. \quad (\text{E.1})$$

est donnée par l'équation (4.36) rappelée ici

$$\Pi_\rho(u) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{10}{\sqrt{2}\sigma} \log_{10} \frac{(M_c-1)\Gamma_0 F x_{b_u,u}^\eta}{\alpha_0 \gamma_0} \right) & \text{si } f_u = 2, \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{10}{2\sigma} \log_{10} \frac{(M_c-1)\Gamma_0 F x_{b_u,u}^\eta}{x_{b_u,u}^\eta} \right) & \text{si } f_u = 1. \end{cases} \quad (\text{E.2})$$

Cette équation fournit le seuil de coupure sur l'ordre de modulation qui garantit, d'après (4.35), une probabilité de coupure de débit bornée par une valeur maximale $\Pi_{\rho \max}$. Cette probabilité est relative à la distribution des pertes masquées $(\bar{g}_{b_u,u}, \bar{g}_{\tilde{b}_u,u})$ définies par (4.16).

Remplaçons M_u dans (E.1) par (4.33) pour obtenir

$$\Pi_\rho(u) = \text{Proba} \left\{ 1 + \frac{\gamma_0 \bar{g}_{b_u,u}}{(1 + (2 - f_u)\gamma_0 \bar{g}_{\tilde{b}_u,u}) \Gamma_0 F} < M_c \right\}. \quad (\text{E.3})$$

A ce stade on distingue deux cas suivant la valeur du facteur de réutilisation des sous-porteuses de l'utilisateur u :

- **Cas de sous-porteuses non-réutilisées ($f_u = 2$) :**

Dans ce cas, l'équation (E.3) donne

$$\Pi_\rho(u) = \text{Proba} \left\{ \bar{g}_{b_u,u} < \frac{(M_c - 1)\Gamma_0 F}{\gamma_0} \right\}. \quad (\text{E.4})$$

On sait, d'après le modèle adopté du gain en puissance du canal (voir le paragraphe 4.3.1) que la perte masquée $\bar{g}_{b_u,u}$ suit une loi log-normale $\mathcal{LN}(10 \log_{10} \alpha(x_{b_u,u}), \sigma^2)$ où $\alpha(x_{b_u,u})$ est la perte de propagation et σ est l'écart type en décibels du masquage. D'où, la quantité $10 \log_{10} \bar{g}_{b_u,u}$ suit une normale $\mathcal{N}(10 \log_{10} \alpha(x_{b_u,u}), \sigma^2)$ et, par conséquent, sa fonction de répartition est donnée par

$$F(z) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{z - 10 \log_{10} \alpha(x_{b_u,u})}{\sqrt{2}\sigma} \right). \quad (\text{E.5})$$

En réécrivant (E.4) comme suit

$$\Pi_\rho(u) = \operatorname{Proba} \left\{ 10 \log_{10} \bar{g}_{b_u,u} < 10 \log_{10} \frac{(M_c - 1)\Gamma_0 F}{\gamma_0} \right\}. \quad (\text{E.6})$$

Remarquons que le côté droite de (E.6) est justement la valeur de la fonction de répartition de $10 \log_{10} \bar{g}_{b_u,u}$ à $\frac{(M_c-1)\Gamma_0 F}{\gamma_0}$. D'autre part, la perte de propagation est égale, d'après (4.17), à

$$\alpha(x_{b_u,u}) = \frac{\alpha_0}{x_{b_u,u}^\eta}. \quad (\text{E.7})$$

Donc, de (E.5), (E.6) et (E.7) on déduit que

$$\Pi_\rho(u) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{10}{\sqrt{2}\sigma} \log_{10} \frac{(M_c - 1)\Gamma_0 F x_{b_u,u}^\eta}{\alpha_0 \gamma_0} \right). \quad (\text{E.8})$$

Ce qui est la première moitié de l'équation (E.2) que l'on cherche à prouver.

• **Cas de sous-porteuses réutilisées ($f_u = 1$) :**

Dans ce cas, l'équation (E.3) donne

$$\Pi_\rho(u) = \operatorname{Proba} \left\{ 1 + \frac{\gamma_0 \bar{g}_{b_u,u}}{(1 + \gamma_0 \bar{g}_{b_u,u}) \Gamma_0 F} < M_c \right\}. \quad (\text{E.9})$$

Ce qui conduit après quelques manipulations à

$$\Pi_\rho(u) = \operatorname{Proba} \left\{ \bar{g}_{b_u,u} - (M_c - 1)\Gamma_0 F \gamma_0 \bar{g}_{b_u,u} < (M_c - 1)\Gamma_0 F \right\}. \quad (\text{E.10})$$

Ici les deux variables aléatoires $\bar{g}_{b_u,u}$ et $\bar{g}_{\bar{b}_u,u}$ sont indépendantes et suivent les lois log-normales $\mathcal{N}(10 \log_{10} \alpha(x_{b_u,u}), \sigma^2)$ et $\mathcal{N}(10 \log_{10} \alpha(x_{\bar{b}_u,u}), \sigma^2)$ respectivement. Malheureusement, il s'avère qu'il très difficile de trouver l'expression exacte de cette probabilité de coupure. Afin de trouver une approximation de $\Pi_\rho(u)$, revenons à l'équation (E.9) et remarquons que pour le ratio $\frac{\gamma_0 \bar{g}_{b_u,u}}{(1+\gamma_0 \bar{g}_{b_u,u})}$ est une sorte de rapport signal utile moyen $\bar{g}_{b_u,u}$ sur un terme de bruit, caché dans le paramètre $\gamma_0 = P_{tot}/(N_s B N_0)$ d'après

(4.20), plus une d'interférence moyenne $\bar{g}_{\tilde{b}_u,u}$. Donc, en considérant que l'interférence est dominante par rapport au bruit, l'équation (E.9) se simplifie et prend la forme suivante

$$\Pi_\rho(u) = \text{Proba} \left\{ \frac{\bar{g}_{b_u,u}}{\bar{g}_{\tilde{b}_u,u}} < (M_c - 1)\Gamma_0 F \right\}. \quad (\text{E.11})$$

On peut encore écrire

$$\Pi_\rho(u) = \text{Proba} \{X - Y < (M_c - 1)\Gamma_0 F\} \quad (\text{E.12})$$

avec $X = 10 \log_{10} \bar{g}_{b_u,u}$, $Y = 10 \log_{10} \bar{g}_{\tilde{b}_u,u}$ et $z = 10 \log_{10} ((M_c - 1)\Gamma_0 F)$. Les variables aléatoires indépendantes suivent les lois normales $\mathcal{N}(10 \log_{10} \alpha(x_{b_u,u}), \sigma^2)$ et $\mathcal{N}(10 \log_{10} \alpha(x_{\tilde{b}_u,u}), \sigma^2)$ respectivement. D'où, d'après [33], la différence $X - Y$ est distribuée elle aussi suivant une loi normale $\mathcal{N}(10 \log_{10} (\alpha(x_{b_u,u})/\alpha(x_{\tilde{b}_u,u})), 2\sigma^2)$. Or, le côté droite de (E.12) est identique à la valeur de la fonction de répartition de $X - Y$ notée $F_{X-Y}(z)$. D'autre part, on sait que [33]

$$F_{X-Y}(z) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{z - 10 \log_{10} (\alpha(x_{b_u,u})/\alpha(x_{\tilde{b}_u,u}))}{2\sigma} \right). \quad (\text{E.13})$$

Par conséquent, on en déduit que

$$\Pi_\rho(u) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{10}{2\sigma} \log_{10} \frac{(M_c - 1)\Gamma_0 F \alpha(x_{\tilde{b}_u,u})}{\alpha(x_{b_u,u})} \right) \quad (\text{E.14})$$

En substituant dans (E.14) les pertes de propagations $\alpha(x_{b_u,u})$ et $\alpha(x_{\tilde{b}_u,u})$ d'après (E.7), on obtient la deuxième moitié de l'équation (E.2).

Bibliographie

- [1] V.S. Abhayawardhana, I.J. Wassell, D. Crosby, M.P. Sellars, M.G. Brown, "Comparison of Empirical Propagation Path Loss Models for Fixed Wireless Access Systems," *61st IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'05)*, June 2005.
- [2] M.-S. Alouini and A. Goldsmith, "Adaptive M-QAM Modulation over Nakagami Fading Channels," *IEEE Global Telecommunications Conference (Globecom)*, 1997.
- [3] M.-S. Alouini and A. Goldsmith, "Area Spectral Efficiency of Cellular Mobile Radio Systems," *IEEE Trans. on Vehicular Technol.*, Vol. 48, 1999.
- [4] R. Bosisio and U. Spagnolini, "Interference Coordination vs. Interference Randomization in Multicell 3GPP LTE System," in *Proc. of IEEE Wireless Communications and Networking Conf. (WCNC'08)*, March 2008.
- [5] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*, Cambridge University Press, 2004.
- [6] J. Chen, R. Berry and M. Honig, "Asymptotic Analysis of Downlink OFDMA Capacity," *Proceedings of 44th Annual Allerton Conference on Communication, Control and Computing*, Monticello, IL, Sept. 2006.
- [7] J. Chen, R. Berry and M. Honig, "Large System Performance of Downlink OFDMA with Limited Feedback," *Proceedings of the 2006 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, Seattle, WA, July 2006.
- [8] J. Chen, R. Berry and M. Honig, "Performance of Limited Feedback Schemes for Downlink OFDMA with Finite Coherence Time," *Proceedings of 2007 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, Nice, France, June 2007.
- [9] Jinsung Choi and J. A. Silvester, "A fair-optimal channel borrowing scheme in multi-service cellular networks with reuse partitioning", in *Proc. of IEEE International Conference on Universal Personal Communications (ICUPC'98)*, October 1998.
- [10] T. Cover and J. A. Thomas, *Elements of Information Theory*, John Wiley, 1991.
- [11] D. Gesbert and M.S. Alouini, "Selective multi-user diversity," *IEEE ISSPIT03*, December 2003.
- [12] A. Goldsmith and S.-G. Chua, "Variable Rate Variable Power MQAM for Fading Channels," *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 45, No. 10, October 1997.

-
- [13] Z.H. Han and Y.H. Lee, "Opportunistic scheduling with partial channel information in OFDMA/FDD systems," *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, Sept. 2004.
- [14] Daniel Halperin et al., "Interference Cancellation : Better Receivers for a New Wireless MAC," *Sixth Workshop on Hot Topics in Networks (HotNets-VI)*, Atlanta, USA, November 2007.
- [15] S. W. Halpern, "Reuse Partitioning in Cellular Systems," in *Proc. of IEEE Vehicular Technology Conference*, Toronto, June 1987.
- [16] Soumaya Hamouda, Sami Tabbane and Philippe Godlewski, "Improved reuse partitioning and power control for downlink multi-cell OFDMA systems," in *Proc. of the workshop on Broadband wireless access for ubiquitous networking (BWAN'06)*, Alghero, September 2006.
- [17] L. Hanzo, T. Keller, *OFDM and MC-CDMA : A Primer*, Wiley-IEEE Press, July 2006.
- [18] R. Heath et al. (Editors), "Exploiting Limited Feedback in Wireless Communications", *IEEE Journal on Sel. Areas in Comm.*, Special Issue 2008.
- [19] IEEE std 802.11, "Wireless LAN Medium Access Control and Physical Layer Specifications", 1997.
- [20] IEEE std 802.16d, "Air Interface for Fixed Broadband Access Systems", 2004.
- [21] J. Jang and K. B. Lee, "Transmit Power Adaptation for Multiuser OFDM Systems," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 21, No. 2, February 2003.
- [22] M. Johansson, "On scheduling and adaptive modulation with limited channel feedback," Signals and Systems Group, Uppsala University, *Technical Report*, 2004.
- [23] S. Kiani and D. Gesbert, "Optimal and distributed scheduling for multicell capacity maximization," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 7, No. 1, pp 288-297, January 2008.
- [24] Keunyoung Kim, Hoon Kim and Youngnam Han, "Subcarrier and power allocation in OFDMA systems," *Vehicular Technology Conference (VTC04-Fall)*, Vol. 2, Page(s) : 1058 - 1062, Sept. 2004.
- [25] D. Kivanc et al., "Computationally Efficient Bandwidth Allocation and Power Control for OFDMA," *IEEE Trans. on Wireless Comm.*, Vol. 2, No. 6, Nov. 2003.
- [26] Hojoong Kwon, Won-Ick Lee, and Byeong Gi Lee, "Low-Overhead Resource Allocation with Load Balancing in Multi-cell OFDMA Systems," in *Proc. of IEEE 61st Vehicular Technology Conference (VTC'05)*, June 2005.
- [27] L. Li and A. Goldsmith, "Capacity and Optimal Resource Allocation for Fading Broadcast Channels-Part I : Ergodic Capacity," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 47, No. 3, March 2001.
- [28] Guoqing Li and Hui Liu, "Throughput maximization with buffer constraints in broadband OFDMA networks," *IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP '03)*, April 2003.

- [29] Christian Mehlh, Sebastian Caban and Markus Rupp, "Experimental Evaluation of Adaptive Modulation and Coding in MIMO WiMAX with Limited Feedback," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, Special Issue on MIMO Systems with Limited Feedback*, 2008.
- [30] T. Michel and G. Wunder, "Minimum Rates Scheduling for OFDM Broadcast Channels," *IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP '06)*, may 2006.
- [31] A. Pandharipande et al., "Subcarrier Allocation Schemes for Multiuser OFDM Systems," *7th IEEE Intl. Conf. on Sig. Process. and Comm.*, Dec. 2004.
- [32] S. Papavassiliou, L. Tassiulas and P. Tandon, "Meeting QOS requirements in a cellular network with reuse partitioning," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 12, No. 8, pp 1389-1400, October 1994.
- [33] A. Papoulis, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, 2nd edition, 1984.
- [34] K. I. Pedersen et al., "Frequency Domain Scheduling for OFDMA with Limited and Noisy Channel Feedback," *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, 2007.
- [35] S. Pietrzyk and G. J. M. Janssen, "Radio resource allocation for cellular networks based on OFDMA with QoS guarantees," *Global Telecommunications Conference*, November 2004.
- [36] F. Rashid-Farrokhi, K. J. Ray Liu and L. Tassiulas, "Downlink power control and base station assignment," *IEEE Communications Letters*, Vol. 1, No.4, July 1997.
- [37] W. Rhee and J. Cioffi, "Increase in Capacity of Multiuser OFDM System Using Dynamic Subchannel Allocation," *Vehicular Technology Conference (VTC)*, 2000.
- [38] S. Sanayei and A. Nosratinia, "Opportunistic downlink transmission with limited feedback," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 53, No. 11, Nov. 2007.
- [39] K. Seong, M. Mohseni, and J. Cioffi, "Optimal Resource Allocation for OFDMA Downlink Systems," *IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, July 2006.
- [40] Zukang Shen, J.G. Andrews, B.L. Evans, "Adaptive Resource Allocation in Multiuser OFDM Systems with Proportional Rate Constraints," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 4, No. 6, Nov. 2005.
- [41] A. Singh, P. Ramanathan and B. Van Veen, "Spatial Reuse through Adaptive Interference Cancellation in Multi-Antenna Wireless Networks," *in Proc. of Global Communication Conference, (Globecom'05)*, Nov. 2005.
- [42] G. Song and Y. Li, "Cross-layer optimization for OFDM wireless networks - part I : theoretical framework," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 4, No. 2, pp. 614-624, 2005.
- [43] Guocong Song and Ye Li, "Utility-based resource allocation and scheduling in OFDM-based wireless broadband networks," *IEEE Communications Magazine* Volume 43, Issue 12, Page(s) : 127 - 134, December 2005.

- [44] Patrick Svedman, David Hammarwall and Bjorn Ottersten “Sub-carrier SNR Estimation at the Transmitter for Reduced Feedback OFDMA *European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Florence, Italy, September 2006.
- [45] WiMax Forum, “Fixed, Nomadic, Portable and Mobile Applications for 802.16-2004 and 802.16e WiMAX Networks,” White paper, November 2005.
- [46] C. Wong, R. Cheng, K. Letaief and R. Murch, “Multiuser OFDM with Adaptive Subcarrier, Bit, and Power Allocation,” *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 17, No. 10, October 1999.
- [47] I.C. Wong, Z. Shen, B.L. Evans, J.G. Andrews, “A Low Complexity Algorithm for Proportional Resource Allocation in OFDMA Systems,” *IEEE Workshop on Signal Processing Systems (SIPS'04)*, Oct. 2004.
- [48] H. Yin and H. Liu, “An Efficient Multiuser Loading Algorithm for OFDM Broadband Wireless Systems,” *IEEE Global Telecom. Conference (Globecom)*, 2000.

Résumé

Cette thèse considère les problèmes d'allocation de ressources en OFDM multi-utilisateurs avec divers types de contraintes de qualité de service (QoS) adaptées à plusieurs contextes applicatifs. L'objectif est de proposer des algorithmes pratiques pour la liaison descendante basés sur une connaissance partielle des canaux. Nous considérons pour commencer la question du partage optimal de sous-porteuses entre les utilisateurs d'une cellule sous contraintes de QoS hétérogènes. Nous permettons à plusieurs utilisateurs de partager la même sous-porteuse créant ainsi de l'interférence multi-utilisateurs sur chaque sous-porteuse. Nous montrons l'optimalité, vis-à-vis de la somme pondérée de débits, d'un partage orthogonal du type OFDMA assorti d'une allocation appropriée de puissance. Nous généralisons aussi l'optimalité de l'OFDMA à d'autres mesures de performance telles que le débit commun, les débits proportionnels, etc.

Nous considérons en suite une liaison OFDMA descendante d'une cellule et nous mettons l'accent sur l'équité en QoS. Notre approche exploite la connaissance du canal moyen de chaque utilisateur et de la charge du système. Nous décrivons l'allocation optimale de sous-porteuses et de modulations maximisant le débit utilisateur tout en caractérisant les probabilités de coupure soumises à des valeurs maximales cibles. Enfin, nous considérons le cas multi-cellules et nous utilisons la technique de ré-utilisation fractionnelle de sous-porteuses afin de gérer les interférences entre-cellules et d'améliorer l'efficacité spectrale. Dans ce contexte, nous proposons une solution d'allocation de bande et de station de base garantissant la meilleure QoS équitable étant donnée la connaissance des canaux moyens.

Abstract

We consider in this thesis the resource allocation problems in multi-user OFDM downlink systems under various Quality of service (QoS) constraints. Our goal is to propose practical solutions given partial channel-state information (CSI). We first look for the optimal subcarrier sharing in a single cell subject to differentiated QoS constraints among users. Although users are allowed to share the same subcarrier simultaneously, we prove that an orthogonal sharing (an OFDMA scheme), along with an appropriate power allocation, maximizes the weighted sum-rate. Then, we generalize OFDMA optimality to other performance criteria such as the common rate, the proportional rates, etc.

Assuming an OFDMA downlink, we focus on QoS fairness by first considering the single cell case. We assume also a partial CSI consisting in the average channel gain for each user. Thus, we describe the optimal subcarrier and rate allocation that maximizes a common user rate under bounded outage probabilities. Finally, we consider the multi-cell case and we propose to use the frequency reuse partitioning as an inter-cell interference mitigation technique. Under realistic QoS fairness constraints and partial CSI, we provide a practical solution for subcarrier, base station and rate allocation that allows us to maximize the user data rate.