



HAL
open science

Analyse statistique des valeurs extrêmes de précipitation : application dans la région

Cévennes-Vivarais

Thi Phuong Thao Nguyen

► **To cite this version:**

Thi Phuong Thao Nguyen. Analyse statistique des valeurs extrêmes de précipitation : application dans la région Cévennes-Vivarais. Hydrologie. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 1993. Français. NNT : . tel-00756447

HAL Id: tel-00756447

<https://theses.hal.science/tel-00756447>

Submitted on 23 Nov 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THESE

présentée par

NGUYEN Thi Phuong Thao
Ingénieur de l'Institut de Géodésie, Photo aérienne
et Cartographie de Moscou

Pour obtenir le titre de DOCTEUR

de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE
GRENOBLE

(Arrêté ministériel du 30 mars 1992)

Spécialité : Mécanique

Analyse statistique des valeurs extrêmes de précipitation. Application dans la région Cévennes - Vivarais

Date de soutenance : 25 février 1993

Composition du jury :

M. G.	PERRIER	Président
M. G.	OBERLIN	Rapporteurs
M. P.	HUBERT	
M. D.	DUBAND	Examineurs
M. Ph.	BOIS	

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'étude des Transferts en Hydrologie
et Environnement, Grenoble

Thèse de Doctorat de l'Institut National
Polytechnique de Grenoble

Titre de l'ouvrage :

**ANALYSE STATISTIQUE DES VALEURS
EXTREMES DE PRECIPITATION.
APPLICATION DANS LA REGION
CEVENNES - VIVARAIS.**

Nom de l'auteur :

NGUYEN Thi Phuong Thao

Etablissement :

**Institut National Polytechnique de Grenoble
Institut de Mécanique de Grenoble**

RESUME

Ce travail consiste à choisir une méthode statistique d'ajustement des valeurs extrêmes et à l'appliquer aux précipitations extrêmes dans la région Cévennes - Vivarais. La première partie est réalisée à partir de valeurs simulées. La méthode non-paramétrique de Villasenor qui n'impose pas au début de l'analyse une loi statistique à la série de données, est choisie comme la meilleure méthode parmi les cinq méthodes d'ajustements.

Dans la deuxième partie les caractéristiques pluviométriques de la région Cévennes - Vivarais sont calculées à partir de mesures horaires de 52 stations par la méthode choisie. La cartographie des caractéristiques pluviométriques de cette région est réalisée par les méthodes : spline et krigeage. La méthode krigeage donne une meilleure interpolation que celle de spline, et fournit encore des informations sur la structure spatiale de la région. Les cartes tracées représentent une distribution réaliste des valeurs extrêmes de précipitation de la région Cévennes - Vivarais.

MOTS CLES

Précipitations extrêmes ; Simulation stochastique ; Echantillonnage ; Ajustements probabilistes ; Cartographie ; Krigeage ; Spline à deux dimensions.

THESE

présentée par

NGUYEN Thi Phuong Thao
Ingénieur de l'Institut de Géodésie, Photo aérienne
et Cartographie de Moscou

Pour obtenir le titre de DOCTEUR

de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE
GRENOBLE

(Arrêté ministériel du 30 mars 1992)

Spécialité : Mécanique

Univ. J. Fourier - O.S.U.G.
MAISON DES GEOSCIENCES
DOCUMENTATION
B.P. 53
F. 38041 GRENOBLE CEDEX
Tél. 04 76 63 54 27 - Fax 04 76 51 40 58
Mail : ptalour@ujf-grenoble.fr
01 SEP. 2003

Analyse statistique des valeurs extrêmes de précipitation. Application dans la région Cévennes - Vivarais

Date de soutenance : 25 février 1993

Composition du jury :

M. G.	PERRIER	Président
M. G.	OBERLIN	Rapporteurs
M. P.	HUBERT	
M. D.	DUBAND	Examineurs
M. Ph.	BOIS	

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'étude des Transferts en Hydrologie
et Environnement, Grenoble

10094458

REMERCIEMENTS

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué dans l'équipe Hydrosurface du Laboratoire d'Etude des Transferts en Hydrologie et Environnement (Institut de Mécanique de Grenoble), sous la direction de Mr. Ph. Bois, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique et de Mécanique de Grenoble

Je tiens premièrement à remercier :

Mr. Ph. Bois, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique et de Mécanique de Grenoble de m'avoir accueilli dans l'équipe "Hydrosurface" et de m'avoir prodigué tout au long de cette thèse, des conseils précieux, des suggestions et encouragements. Qu'il soit assuré de ma profonde reconnaissance.

Des remerciement chaleureux iront à :

Mr. Ch. Obled, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique et de Mécanique de Grenoble, qui m'a encouragé dans mon travail et m'a donné les connaissances de base en hydrologie, en particulier, dans le krigeage;

Mr. D. Duband, Chef du Service Ressources en Eau, DTG-EDF, pour son aide dans la collecte des données et ses conseils précieux;

Mr. J. Génévey, Ingénieur informatique du service informatique de l'Ecole, pour son aide dans le domaine technique et son soutien moral dans les minutes les plus difficiles de mon travail;

Mr. T.D. Nguyen qui a su me donner confiance en moi et m'a aidé à élargir mes connaissances pendant quatre ans de ma thèse;

Mes collègues Y. Rodriguez, I. Braud, C. Barrancourt, J.M. Neyret qui m'ont aidé à faire mes premiers pas en hydrologie et dans le domaine informatique;

Mme. N. Burnod et sa famille, qui m'ont aidé et m'ont soutenu tout au long de ces "dures" années et auxquels je dédie cet ouvrage.

Je tiens à remercier Le Jury:

Monsieur Le Président du Jury,

G. Périer - Professeur de l'Université Joseph Fourier, Responsable de la Formation Doctorale en Mécanique des Milieux Géophysiques et Environnement;

Messieurs Les Rapporteurs:

G. Oberlin - Directeur de Recherches Hydrologie CEMAGREF/ORSTOM,

P. Hubert - Maître de Recherche à l'Ecole Nationale Supérieure des Mines;

Messieurs Les Examineurs:

D.Duband - Chef du Service Ressources en Eau, DTG-EDF,

Ph. Bois - Professeur à l' ENSHMG

Je n'oublierai jamais l'ensemble des chercheurs, ingénieurs, thésards, techniciens, mes amis et le personnel administratif du Laboratoire, qui ont contribué à rendre chaleureuse et agréable l'ambiance du travail.

Un grand merci aux services : Ressources en Eau de DTG-EDF, DDE 30, DDE 34, SRAE RA, SRAE LR, Météo Nationale à Aix-En-Provence qui n'ont pas ménagé leur temps et m'ont toujours fait confiance dans la mise à disposition de données.

Enfin, j'exprime toute ma reconnaissance au Gouvernement Français puisque sans son soutien financier, ce travail n'aurait pas été possible.

TABLE DES MATIERES

SYMBOLES	1
INTRODUCTION	3
PARTIE A: CHOIX DE TECHNIQUE D'AJUSTEMENT PAR DES VALEURS SIMULEES	5
CHAPITRE I : GENERATION	7
I.1. Génération par la loi de somme de deux exponentielles.	8
I.2. Génération par la loi de Gumbel.....	9
I.3. Génération par la loi de Weibull.....	10
CHAPITRE II : AJUSTEMENT	13
II.1. Ajustement de la population par la loi de maxima de SEXP (LMSEXP).....	13
II.2. Ajustement par la loi de Gumbel.....	15
II.3. Ajustement par la loi de maxima SEXP (LMSEXP).	16
II.4. Ajustement par la méthode non-paramétrique de fonction des noyaux	18
II.4.a. Estimation en fonction de noyaux fixés.....	18
II.4.b. Estimation en fonction de noyaux non-fixés.....	20
II.5. Ajustement par la méthode de renouvellement.	22
II.5.a. Rappel de la méthode.	22
II.5.b. Formule du renouvellement pour les fréquence rares.....	24
II.5.c. Calcul des valeurs de pluie de temps de retour t.....	25
II.5.d. Calcul des valeurs de pluie de l'intervalle de confiance.	25
II.6. Ajustement par la méthode de Villasenor.....	25
II.6.a. Théorie.....	25
II.6.b. Estimation de $F_M(x)$	27
II.6.c. Lissage de $\hat{F}_n(x)$	28
II.6.d. Ajustement de 100 échantillons.	30
II.6.e. Calcul des valeurs de pluie de l'intervalle de confiance.....	30
II.6.f. Choix du seuil.	30
II.6.g. Gradex dans la méthode de Villasenor	32
CHAPITRE III : CONCLUSION	45

01 SEP. 2003
Unité J. Fourier - O.S.U.G.
MAISON DES GEOSCIENCES
DOCUMENTATION
B.P. 53
F. 38041 GRENOBLE CEDEX
Tel. 04 76 63 54 27 - Fax 04 76 51 40 58
Mail: plalour@ujf-grenoble.fr

PARTIE B : CARTOGRAPHIE DES VALEURS EXTREMES DE PRECIPITATIONS DANS LA REGION CEVENNES-VIVARAIS.	47
INTRODUCTION.....	49
CHAPITRE I : REGION DE CARTOGRAPHIE ET RESEAU DE MESURE.....	51
I.1. Géographie de la région Cévennes-Vivarais.	51
I.2. Climat.....	54
I.3. Réseau des stations de mesure des pluies.	56
I.3.a. Stations de mesure.	56
I.3.b. Classification des stations.....	59
I.3.c. Appareils de mesure de précipitations.	59
I.3.d. Appareil à digitaliser des pluviogrammes.	61
I.4. Critique des données.....	62
CHAPITRE II: AJUSTEMENT DES VALEURS DE PLUIE DE CHAQUE STATION ET CALCUL DES PARAMETRES PLUVIOMETRIQUES.	65
II.1. Ajustement des valeurs de pluie de chaque station.	65
II.1.a. Ajustement et estimation des paramètres pluviométriques.....	65
II.1.b. Critique des résultats.	65
II.1.c. Comparaison des résultats ajustés par Slimani M. avec ceux de la méthode Villasenor.	66
II.2. Coefficient de Montana.	78
II.2.1. Coefficient de Montana.....	78
II.2.2. Etude d'évolution des pluies de distribution fréquentielle par coefficient de Montana.	78
CHAPITRE III : STRUCTURE SPATIALE ET CARTOGRAPHIE DES PARAMETRES PLUVIOMETRIQUES.....	85
III.1. Variogramme.....	85
III.1.a. Définition du variogramme.....	85
III.1.b. Comportements des variogrammes expérimentaux.	86
III.2. Variogramme sous-jacent.....	88
III.3. Méthode de krigeage.	91
III.3.1. Le krigeage.	91
III.3.2. Krigeage simple.....	92
III.3.3. Krigeage universel.....	97
III.4. Application sur la région Cévennes - Vivarais.....	99

III.4.1. Structure spatiale des paramètres pluviométriques.....	99
III.4.2. Validation croisée.	117
a. La technique de validation croisée.....	117
b. La dérive de la région Cévennes-Vivarais.....	117
c. Détermination de la valeur de pépite.....	119
d. Conclusion.....	120
III.5. Méthode spline.....	120
CHAPITRE IV : CRITIQUE DES CARTES.....	125
IV.1. Critique des cartes - splines	125
IV.1.1. Analyse des cartes - splines tracées à partir des valeurs ajustées par la méthode de Villasenor.	125
IV.1.2. Comparaison des cartes - splines qui sont tracées à partir de valeurs ajustées par la méthode de Villasenor avec les cartes tracées à partir de valeurs ajustées par la méthode de Gumbel.	126
IV.1.3. Validation des pluies accumulées (24 h) avec les pluies journalières.	126
IV.2. Analyse des cartes krigées.....	128
IV.3. Comparaison des cartes-splines et des cartes krigées.	160
CHAPITRE V : CONCLUSION.....	161
PARTIE C : CONCLUSION GENERALE.....	163
CONCLUSION GENERALE.....	165
ANNEXE 1. EXEMPLE DU CALCUL DE LA METHODE DE VILLASENOR.....	167
I. Données.....	167
II. Estimation de $F_M(x)$	167
ANNEXE 2 : PRINCIPE DU TRAVAIL DE DIGITALISATION.....	173
I. Description de la table de digitalisation	173
II. Description du pluviogramme.	173
III. Transformation des coordonnées.	174
IV. Ordre de travail.....	175
BIBLIOGRAPHIE.....	177

SYMBOLES

E, Var.	: espérance.
F.A.	: fonction aléatoire.
$\gamma(h)$: variogramme.
K_W	: coefficient de Weiss.
LMSEXP	: loi de maxima de somme de deux exponentielles.
m	: moyenne.
n	: coefficient de Montana.
nb	: nombre de valeurs non nulles de pluie.
nbannée	: nombre d'années, taille d'échantillon.
nbécha	: nombre d'échantillons.
P.A.	: poste d'acquisition.
P.A.C.	: poste automatique de collecte.
PDM	: partial duration of maxima.
P_M	: pluie mobile.
P_Q	: pluie quasi-mobile.
Prob., F	: probabilité.
PT	: pas de temps.
P10	: pluie de temps de retour 10 ans.
P100	: pluie de temps de retour 100 ans.
s	: écart - type.
SEXP	: somme de deux exponentielles.
TR,t	: temps de retour.
U	: $U = -\ln(-\ln(F))$.
v	: critère pour choisir le modèle optimal du variogramme.

INTRODUCTION.

L'objet du travail que nous présentons est la cartographie des pluies de fréquence rare, à des pas de temps de 1 à quelques heures, dans une région très exposée aux pluies intenses, la région Cévennes - Vivarais. Cette cartographie doit permettre de décrire de façon spatiale les caractéristiques statistiques des pluies observées en de nombreuses stations et si possible permettre une interpolation pour fournir un ordre de grandeur de ces paramètres en des points dépourvus de mesures.

Dans une première phase, nous nous intéresserons aux méthodes d'ajustement probabiliste de données extrêmes. En général, on utilise des méthodes dites paramétriques qui nécessitent une hypothèse sur la loi de distribution des valeurs observées. D'autres méthodes dites non - paramétriques sont moins contraignantes sur cette hypothèse. Nous avons donc testé différentes méthodes d'ajustement non pas sur des données observées, mais sur des données dont nous connaissons l'origine puisqu'elles sont simulées à partir de lois de probabilité que nous avons imposées. Nous testerons ces différentes méthodes sur des échantillons de longueur et de paramètres voisins de ceux rencontrés dans la nature.

Puis nous ajusterons les données recueillies sur les postes de la région Cévennes-Vivarais afin de déterminer les paramètres de échantillons et plus concrètement les valeurs correspondant à certain temps de retour. Ces ajustements sont établis à partir de cinquantaine de stations journée et ceci sur des périodes en moyenne de vingt ans. Nous nous sommes limités aux pluies d'Automne pour des raisons pratiques (notamment de dépouillement de pluviographes), cette période d'Automne étant celle pendant laquelle on observe en général les épisodes les plus violents.

Enfin nous tenterons, à l'aide de méthodes de cartographie, de tracer sur des cartes les lignes d'égale valeur des certains paramètres des précipitation extrêmes; ceci est d'autant plus important que cette région présente des valeurs fortes et critiques pour les aménagements mais aussi des gradients très élevés. Nous utiliserons des méthodes spline ainsi que des méthodes de krigeage et nous testerons nos interpolation en comparant leurs résultats avec des observations naturelles.

PARTIE A

CHOIX DE TECHNIQUE D'AJUSTEMENT

PAR DES VALEURS SIMULEES

CHAPITRE I : GENERATION.

Pour tester diverses méthodes d'ajustement à des valeurs extrêmes, nous avons voulu appliquer ces méthodes en premier lieu à des données dont nous connaissons la structure statistique de la population dont elles étaient issues. En effet, les données de précipitation mesurées dans la nature ne dépassent que dans quelques stations au monde la durée de cent ans et en outre, si certains hydrologues ont des idées sur la forme de la distribution de ces valeurs, rien ne peut évidemment être démontré.

C'est pourquoi nous avons préféré générer des échantillons à partir de quelques lois souvent utilisées en hydrologie avec des valeurs observées de paramètres et tester, sur un grand nombre d'échantillons, diverses méthodes d'ajustement; ceci afin de voir les performances de chacune des méthodes puisque le fait de partir de données générées permet de connaître la population. Les lois utilisées sont :

- la loi de Gumbel
- la loi de somme de deux exponentielles - SEXP
- la loi de Weibull

Pour pouvoir se mettre dans une situation réaliste, nous avons généré pour chacune des lois et pour différentes valeurs des paramètres et des pas de temps, 5 jeux de 100 échantillons de tailles différentes:

jeu 1: 100 échantillons de taille 15;

jeu 2: 100 échantillons de taille 30;

jeu 3: 100 échantillons de taille 45;

jeu 4: 100 échantillons de taille 60;

jeu 5: 100 échantillons de taille 120.

Chaque méthode d'ajustement sera utilisée sur chacun des échantillons. On aura donc un résultat par échantillon. Il sera possible alors de comparer l'ensemble de ces résultats avec l'analyse de la population dont sont issus les échantillons. On analysera les résultats selon plusieurs critères:

- existence ou non d'un biais, à savoir si pour un temps de retour donné, la moyenne des résultats est proche ou éloignée systématiquement de la valeur de la population;

- distribution des valeurs des échantillons pour un temps de retour donné. L'idéal est que la distribution soit assez resserrée autour de la valeur de la population.

Comme la suite de l'étude portera sur des maxima pluviométriques mensuels d'Automne de divers pas de temps (de 1 à 24 heures) dans la région Cévennes-Vivarais, nous avons généré des valeurs maximales mensuelles ou des valeurs instantanées au pas de temps considéré. On a donc deux types d'échantillons :

- a. Les échantillons (100 échantillons par jeu) des valeurs extrêmes générées à partir de la Gumbel et de la loi de Weibull.
- b. Les échantillons (100) des valeurs instantanées générées à partir de la loi de SEXP

I.1. GENERATION PAR LA LOI DE SOMME DE DEUX EXPONENTIELLES.

On considère la population comme l'échantillon total des 100 échantillons générés. Cet échantillon est de taille N1 :

$$N1 = nbécha \times nbannée \times k$$

où *nbécha* est le nombre d'échantillons générés, *nbannée* est la taille maximale d'échantillon (120), *k* est le nombre des valeurs instantanées générées pour chaque année:

$$k = 30 \text{ jours} \times 24 \text{ heures} / (PT)$$

où PT est le pas de temps en heures.

La fonction de distribution est définie par:

$$F(x) = 1 - b_1 \exp(-x/a) - b_2 \exp(-x/c) \quad (1)$$

où $F(x)$ est la probabilité qu'une valeur quelconque soit inférieure à x .

Avec la condition $s^2 \geq m^2$, où s est l'écart-type, m est la moyenne de la population, les paramètres d'équation (1) sont déterminés, d'après Slimani (1984), de la façon suivante:

$$a = \frac{mb_1 + \sqrt{b_1 b_2 (k_1 \theta - m^2)}}{b_1 \theta}, \quad k_1 = \frac{m^2 + s^2}{2} \quad (2)$$

$$c = \frac{m - b_1 a}{b_2} \quad (3)$$

$$\theta = 1 - F(0) = b_1 + b_2$$

$$b_1 = \frac{m^2}{s^2} C_k[(PT), F(0)] \quad (4)$$

$$b_2 = \theta - b_1 \quad (5)$$

$$C_k[(PT), F(0)] = \frac{1}{1 - \log\left(\frac{PT}{24}\right) \frac{F(0)}{2}}$$

Dans notre exemple on calcule sur des données de Cévennes, où $F(0) = 0.8$. Pour un pas de temps (PT) heures, chaque mois on a k valeurs d'observations :

$$k = 30 \times 24 / (PT)$$

Le nombre de valeurs non nulles de pluie est "nb":

$$nb = (1 - F(0)) \times k$$

La valeur maximale annuelle Q_{max} est choisie parmi "nb" valeurs pour chaque année. On a généré deux fois avec les paramètres suivants:

La première fois: PT= 1 h, $a = 12.2$ mm/h;

La deuxième fois: PT = 6 h, $a = 43.0$ mm/6 h

Ce sont des paramètres réalistes que Slimani (1984) a obtenus à partir des calculs sur les données de la région Cévennes - Vivarais. Nous les avons utilisés pour générer des échantillons qui ressemblent à des données de cette région. Pour générer des échantillons, nous avons utilisé un générateur aléatoire qui donne une distribution uniforme de F dans l'intervalle $[0, 1]$; puis avec chaque valeur F générée et les paramètres choisis ci-dessus on peut calculer une valeur x . Utilisant un calcul itératif nous avons obtenu cette valeur x à partir de l'équation (1). On a donc deux types d'échantillons:

a. 100 échantillons des valeurs maximales. Chaque échantillon est constitué de *nbannée* valeurs maximales. Ces données sont utilisées dans les parties 3, 5 et 6.

b. 100 échantillons des valeurs instantanées. Chaque échantillon comprend de (*nbannée* \times k) valeurs.

I.2. GENERATION PAR LA LOI DE GUMBEL

La loi de Gumbel est définie par:

$$F(x) = \exp\left\{-\exp\left[-\left(\frac{x-x_1}{a}\right)\right]\right\}$$

où $F(x)$ est la probabilité qu'une valeur quelconque soit inférieure à x .

On a généré ($N1 = nbécha \times nbannée \times nb$) valeurs instantanées comme la première partie selon la formule :

$$x = x1 - a \log[-\log(F(x))] \quad (6)$$

où les paramètres sont calculés selon les formules suivantes:

$$a = 0.778 s$$

$$x1 = \bar{x} - 0.577 a$$

où s et \bar{x} sont respectivement écart type et moyenne.

Mais pour déterminer la population on n'a choisi que des valeurs maximales annuelles de pluie. La population est la réunion de l'ensemble de 100 échantillons (la taille maximale de chaque échantillon généré est de 120), dont la taille est de:

$$P = 100 \times 120 = 12000$$

On a généré deux fois avec les gradex différents :

- pour $PT = 1$ h, $a_1 = 11$ mm/h, $x1 = 17$ mm/h;

- pour $PT = 12$ h, $a_2 = 48$ mm/12 h, $x1 = 67$ mm/12 h

Ce sont des paramètres qui sont choisis à partir des paramètres réalistes de la région Cévennes-Vivarais (Slimani, 1984). Nous les avons utilisés pour générer des échantillons qui ressemblent à des données de cette région.

En effet, il est évident que les fluctuations d'échantillonnage seront plus grandes avec des gradex forts qu'avec les gradex faibles puisque le gradex est la pente de la droite de Gumbel sur un papier de Gumbel.

I.3. GENERATION PAR LA LOI DE WEIBULL.

La loi de Weibull est exprimée par la formule suivante:

$$G(R) = 1 - e^{-\rho (R - S_0)^P}$$

où S_0 est un seuil fixé, R est la valeur de pluie, $G(R)$ est la probabilité qu'une valeur quelconque supérieure au seuil S_0 soit inférieure à R , ρ est le paramètre d'échelle, p est le paramètre de forme. D'après P. Boiret, (1987), à partir de la formule pour les fréquences rares :

$$F(R) = 1 - \bar{n} e^{-\rho (R - S_0)^P}$$

où \bar{n} est le nombre moyen de pluies dépassant le seuil fixé S_0 ,

on peut obtenir la formule pour générer:

$$R = S_0 + \left[\frac{1}{\rho} \log(\bar{n} t) \right]^{\frac{1}{P}} \quad (7)$$

où t est le temps de retour:

$$t = \frac{1}{1 - F} ;$$

Les paramètres choisis pour générer sont:

$$\rho = 0.162$$

$$p = 1.063$$

Ce sont des paramètres de l'ordre de grandeur des paramètres des stations du Sud de la France (P. Boiret, 1987).

A l'aide du générateur aléatoire de distribution uniforme de $F[0, 1]$ nous avons calculé selon (7) les valeurs R . Chaque fois 100 échantillons sont générés:

100 échantillons de taille 15;

100 échantillons de taille 30;

.....;

100 échantillons de taille 120.

La population est la réunion de l'ensemble des échantillons de taille maximale des valeurs de pluies dépassant le seuil S_0 .

CHAPITRE II : AJUSTEMENT.

Les échantillons générés par la loi SEXP sont ajustés par les 5 méthodes suivantes:

- Ajustement par la loi de Gumbel (paramétrique).
- Ajustement par la loi de maxima de somme de deux exponentielles - LMSEXP (paramétrique).
- Ajustement par la méthode de renouvellement (paramétrique).
- Ajustement par la fonction de noyaux fixés (non-paramétrique).
- Ajustement par la méthode de Villasenor (non-paramétrique).

Les échantillons générés par la loi de Gumbel (et de la loi Weibull) sont ajustés par les quatre dernières méthodes. La méthode maximale de SEXP n'est pas valable dans ces deux cas parce qu'elle n'est valable que pour les valeurs instantanées, y compris des valeurs "zéro". Pour chaque méthode d'ajustement et pour chaque échantillon, nous avons déterminé les valeurs de temps de retour 10, 20, ..., 500, 1000 ans. Puis pour chacun des temps de retour et pour chaque jeu d'échantillons, nous avons déterminé la médiane et les deux déciles 10% et 90%. Nous comparerons la médiane avec la valeur de la population et l'intervalle 10% - 90%. Cette comparaison nous donnera une idée de la fluctuation de l'estimation calculée.

II.1. AJUSTEMENT DE LA POPULATION PAR LA LOI DE MAXIMA

DE SEXP (LMSEXP)

Déterminons la loi des maxima de SEXP: soit $G(x)$ la loi de distribution des valeurs maximales, $F(x)$ la loi de distribution des valeurs instantanées SEXP (1).

$$F(x) = 1 - b_1 \exp(-x/a) - b_2 \exp(-x/c)$$

D'après Slimani (1984) si les paramètres satisfont les conditions suivantes:

$$a/c \approx 10 \quad \text{et} \quad b_2 \approx 3b_1$$

on a le rapport:

$$\frac{\exp(x/a)}{3\exp(-10x/a)} = \frac{1}{3} \exp(9x/a)$$

$$\lim \left[\frac{1}{3} \exp(9x/a) \right] = \infty \text{ quand } x \rightarrow \infty$$

donc, la deuxième exponentielle est négligeable devant la première pour les valeurs les plus fortes, et alors pour x fort nous avons:

$$F(x) \approx 1 - b_1 \exp(-x/a)$$

Déterminons la loi de distribution des valeurs maximales $G(x)$:

Chaque année on a k valeurs instantanées:

La probabilité de la 1^{ère} valeur $< x$ est $F(x)$,

La probabilité de la 2^{ème} valeur $< x$ est $F(x)$,

.

.

.

La probabilité de la k ^{ème} valeur $< x$ est $F(x)$.

Puisque les valeurs sont indépendantes, on a la probabilité des valeurs maximales:

$$G(x) = [F(x)]^k$$

d'où:

$$G(x) = [F(x)]^k \approx [1 - b_1 \exp(-x/a)]^k$$

A partir de cette formule on peut déterminer analytiquement la valeur de pluie x_i pour G donné:

$$x_i = -a \ln \left[\frac{1 - G(x)^{1/k}}{b_1} \right]$$

Nous pouvons exprimer :

$$G(x_i) = 1 - \frac{1}{t_i}$$

où t_i est le temps de retour.

t_i appartient à l'ensemble (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 100, 200, 500, 1000 ans).

Pour $t_i = 10$ ans $G(x_i) = 0.9$

Pour $t_i = 100$ ans $G(x_i) = 0.99$

Pour $t_i = 1000$ ans $G(x_i) = 0.999$

La valeur de pluie x_i en fonction du temps de retour t_i est calculée par la formule suivante :

$$x_i = -a \ln \left[\frac{1 - \left(1 - \frac{1}{t_i}\right)^{1/k}}{b_1} \right] \quad (8)$$

On range en ordre croissant les valeurs de pluie x et on dessine le graphique de population (valeurs de pluie en fonction du temps de retour).

II.2. AJUSTEMENT PAR LA LOI DE GUMBEL.

a. Calcul des valeurs de pluie de temps de retour t .

On ajuste 100 échantillons des valeurs maximales annuelles. Pour chaque échantillon on calcule les valeurs de temps de retour t_i (0, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 100, 200, 500, 1000 ans)

$$x = x_1 - a \log[-\log(F(x))] \quad (9)$$

$$a = 0.778 s$$

$$x_1 = \bar{x} - 0.577 a$$

où s est l'écart type de l'échantillon et \bar{x} sa moyenne.

b. Calcul des valeurs de pluie de l'intervalle de confiance de chaque temps de retour.

On range en ordre croissant les valeurs de pluie de temps de retour $t = 10$ ans des 100 échantillons. Puis on fait de la même façon avec tous les autres t_i . Voir le tableau 1.

Pour déterminer des valeurs de pluie de l'intervalle de confiance 10% - 90%, on prend tout simplement les valeurs de pluie sur les 10^{ème} et 90^{ème} lignes des 100 lignes (100 échantillons). On détermine également pour chaque temps de retour la valeur médiane (on simplifie en prenant la 50^{ème} valeur par ordre croissant).

La figure A.1 montre que pour des échantillons générés par la méthode SEXP et pour un jeu d'échantillon de taille 30, la courbe de médiane s'approche assez bien de celle de la population.

Tableau 1. Détermination de l'intervalle de confiance.

t	10	20	30	...	500	1000
N						
1						
.						
10	/	/	/	/	/	/
.						
50	/	/	/	/	/	/
.						
90	/	/	/	/	/	/
.						
100						

Où t est le temps de retour, N est le numéro du classement des valeurs.

II.3. AJUSTEMENT PAR LA LOI DE MAXIMA SEXP (LMSEXP).

a. Calcul des valeurs de pluie de temps de retour t

On ajuste 100 échantillons des valeurs instantanées par la loi de somme de deux exponentielles. Pour chaque échantillon les paramètres b_1 , b_2 , a , c sont calculés selon les formules (2), (3), (4), (5). Puis on calcule des valeurs de pluie de temps de retour t_i à partir de 100 échantillons des valeurs maximales annuelles selon la formule de la loi de maximum de SEXP (8).

b. Calcul des valeurs de pluie de l'intervalle de confiance.

On calcule les valeurs de pluie de l'intervalle de confiance de la même façon que dans la partie II.2.b. La figure A.2 montre que pour le jeu d'échantillons de taille 30, la courbe de médiane est presque superposée à la courbe de la population. Ce résultat est mieux que le résultat dans la partie II.2. Donc, un ajustement des échantillons, générés par la loi SEXP, par la loi des maxima de SEXP donne un très bon résultat.

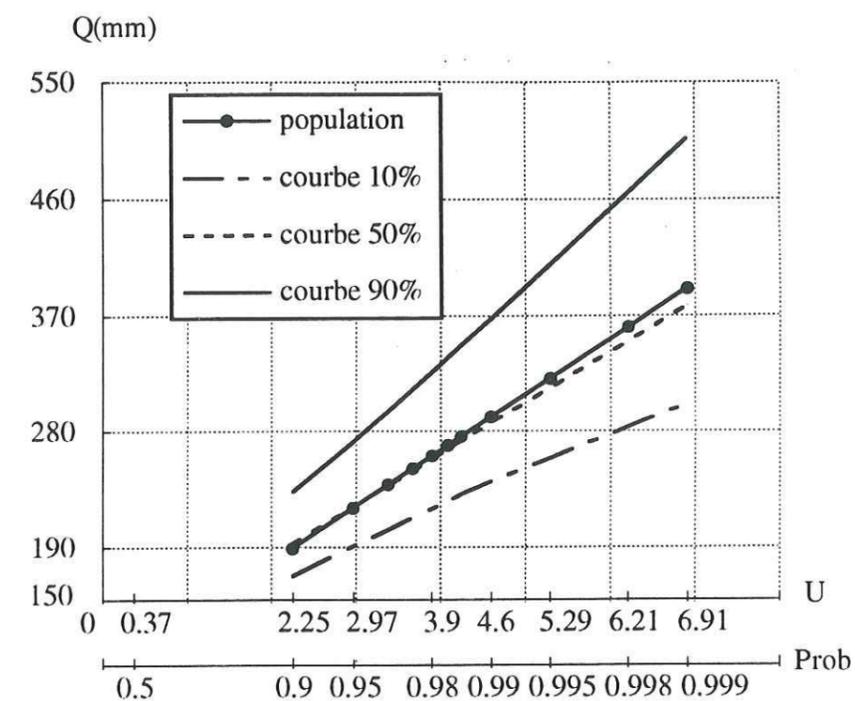


Fig. A.1. Ajustement par la loi de Gumbel d'un échantillon généré par la loi de SEXP. Taille d'échantillon : 30, $a = 43$ mm

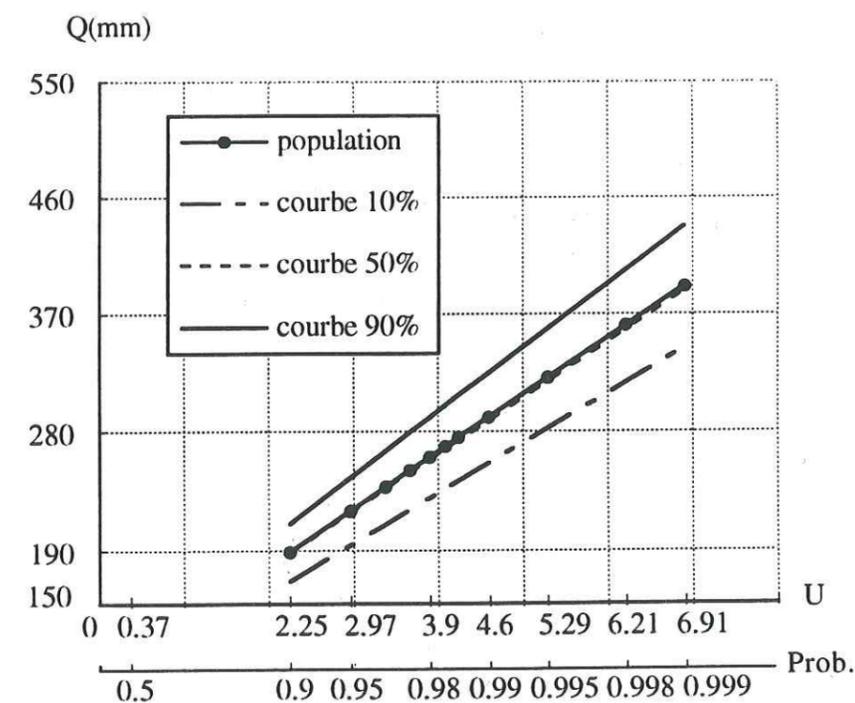


Fig. A.2. Ajustement par la loi de LMSEXP d'un échantillon généré par la loi de SEXP. Taille d'échantillon : 30, $a = 43$ mm

II.4. AJUSTEMENT PAR LA METHODE NON PARAMETRIQUE DE FONCTION DES NOYAUX.

II.4.a. Estimation en fonction de noyaux fixés.

Selon Adamowski K. (1989) la méthode non-paramétrique des noyaux repose sur le principe suivant: on part de l'échantillon des k valeurs observées. La densité de probabilité sera définie en x comme la somme des influences générées par les points expérimentaux. Cette influence est nulle si la distance entre x et un point expérimental x_i est supérieure à h , paramètre d'étendue; si $|x - x_i| < h$, cette densité induite en x par le point observé x_i vaut:

$$\frac{1}{Nh} K(u)$$

où N est le nombre de données expérimentales; $K(u)$ est la fonction de noyaux:

$$K(u) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1 - u^2), & \text{pour } -1 \leq u \leq 1 \\ 0, & \text{pour } |u| > 1 \end{cases} \quad (10)$$

avec
$$u = \frac{x - x_i}{h}$$

Si bien que la densité en x aura pour valeur:

$$f(x) = \frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{x - x_i}{h}\right) \quad (11)$$

D'après Adamowski et Labrit:

$$h = \frac{\sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^{i-1} (x_i - x_j)}{\sqrt{5} N(N-10/3)}$$

A partir de (11) on peut déterminer:

$$F(x_i) = \int_{x_0}^{x_i} f(x) d(x)$$

où $x_0 = x_1 - h$

Pour $-1 \leq u \leq 1$ on a :

$$F(x) = \frac{j-1}{N} + \frac{1}{Nh} \sum_{k=j}^{j+m} \int_{x_0}^x K\left(\frac{x - x_k}{h}\right) d(x)$$

où $m = m_1 + m_2$

m_1 - nombre de noyaux non entiers à gauche de celui de x_i ,

m_2 - nombre de noyaux non entiers à droite de celui de x_i ,

j est la première valeur satisfaisant la condition:

$$\frac{x_j - x_i}{h} < 1, \quad \text{avec } j < i$$

d'où on déduit:
$$F(x_i) = \frac{j-1}{N} + \frac{3}{4N} \sum_{k=j}^{j+m} \left[\frac{x_i - x_k}{h} - \frac{1}{3} \left(\frac{x_i - x_k}{h} \right)^3 + \frac{2}{3} \right] \quad (12)$$

Pour une valeur donnée de F on peut déterminer la valeur de pluie à partir de (12) par itération. Puis on continue comme dans la partie II.2.b. Les résultats sont très bons (par rapport à ceux de la méthode de Gumbel). Mais la partie extrême de la courbe médiane est presque horizontale (Fig. A.3). Elle montre que les grandes valeurs de pluie ne sont plus fonction du temps de retour. Cette méthode peut être considérée comme une méthode d'interpolation ou de lissage de la fonction de répartition empirique.

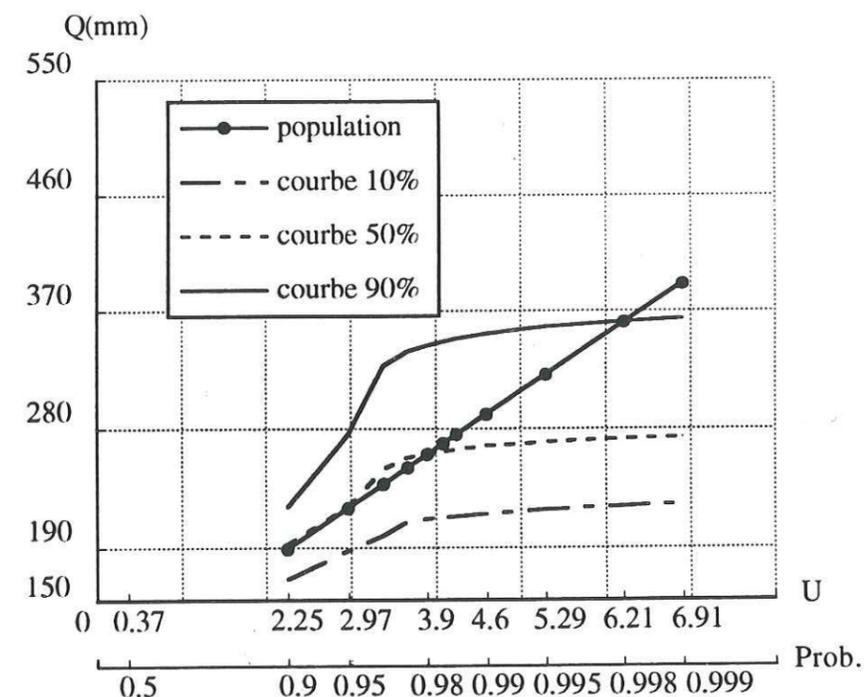


Fig. A.3. Ajustement par la fonction de noyaux d'un échantillon généré par la loi de SEXP. Taille d'échantillon : 30, $a = 43$ mm

En effet les densités induites en x seront d'autant plus fortes qu'il existe autour de x

des points expérimentaux à une distance inférieure à h (voir Fig. A.4). La fonction estimée passera donc tout proche des points empiriques.

Par contre, si x est supérieur à $(x_{\max} + h)$, où x_{\max} est le maximum de la série ajustée (voir Fig. A.4), les densités induites par les points expérimentaux sont évidemment nulles et la fonction de répartition reste constante.

Il est évident que cette méthode ne peut donc servir qu'à l'interpolation dans le domaine des x observés et peut être à une extrapolation jusqu'à une distance h des points extrêmes. Les valeurs extrapolées sont limitées toujours par la valeur $(x_{\max} + h)$.

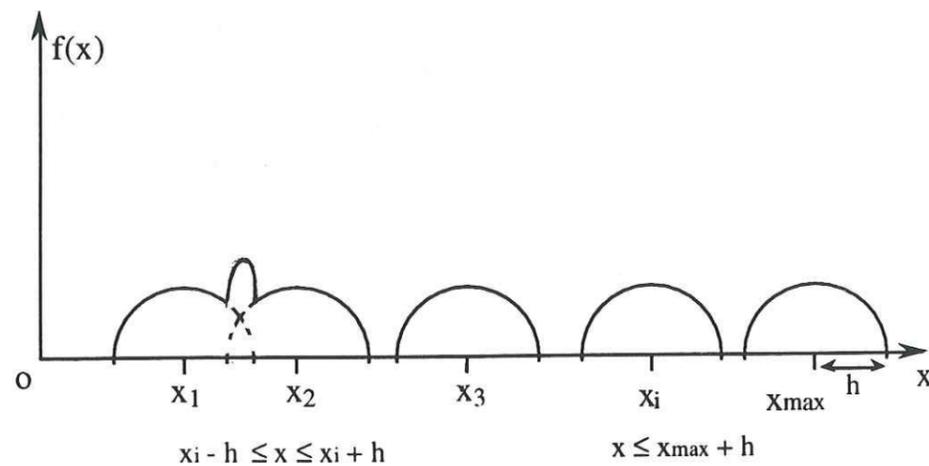


Fig. A.4. Fonction de densité exprimée par des noyaux.

II.4.b. Estimation en fonction de noyaux non-fixés.

Dans la méthode d'estimation en fonction des noyaux fixés le paramètre h est constant pour tout l'échantillon. Chaque point induit une densité identique. Pour une valeur x , les densités induites seront fonction du nombre de points expérimentaux situés à une distance de x inférieure à h et des distances $x - x_i$. Dans la partie de haute densité des points expérimentaux, h sera trop grand, et dans la partie de petite densité, h sera trop petit. Cela donnera ou bien sur-lissage ou bien sous-lissage d'estimation.

Pour estimer les échantillons de grande taille et multiforme on préfère la méthode d'estimation en fonction de noyaux non-fixés. Cette estimation part d'une idée différente: pour une valeur x , on prendra en compte tous les points expérimentaux, non plus situés à une distance inférieure à h , mais situés à une distance inférieure à $(a_k d_{jk})$ où d_{jk} est la distance entre x_j et le $k^{\text{ème}}$ plus proche point de la série. Si bien que pour une valeur x , il y aura au moins k points qui induiront une densité. La densité induite en x est:

$$f(x) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{1}{a_k d_{jk}} K(u) \quad (13)$$

$$u = \frac{x - x_j}{a_k d_{jk}}$$

où d_{jk} est la distance entre x_j et le plus proche $k^{\text{ème}}$ point dans l'ensemble des points x_1, \dots, x_n ; a_k est constant. $K(u)$ est la fonction de noyaux, elle est déterminée par la formule (10).

Breimal et all.(1977) ont utilisé la minimisation numérique suivante telle que la variance de

$$\sum_{i=1}^k a_i d_{j,i}$$

est minimale pour déterminer k, a_k . La valeur k optimale est choisie empiriquement dans le graphique de d_k et de k . k correspond au changement brusque de l'inclinaison. Elle est toujours inférieure $N/2$. La méthode du maximum de vraisemblance est utilisée pour estimer le paramètre a_k . La fonction est suivante :

$$L(a_k/x_1, x_2, \dots, x_N) = \sum_{i=1}^N \log [f(x_i/a_k)] \quad (14)$$

où $f(x)$ est la fonction de densité (13). Enfin a_k est calculé selon:

$$a_k - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\left[\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{x_i - x_j}{d_{j,k}^2} \tilde{K} \left(\frac{x_i - x_j}{a_k d_{j,k}} \right) \right]}{\left[\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{1}{d_{j,k}} K \left(\frac{x_i - x_j}{a_k d_{j,k}} \right) \right]} = 0 \quad (15)$$

Où $\tilde{K}(u) = 1.5u$ pour $|u| \leq 1$ et zéro pour $|u| > 1$

La probabilité $F(x)$ est calculée à partir de (13) et de (15):

$$F(x_i) = \frac{j-1}{N} + \frac{3}{4N} \sum_{k=1}^{j+m} \left[\frac{x_i - x_{k1}}{a_k d_{k1,k}} - \frac{1}{3} \left(\frac{x_i - x_{k1}}{a_k d_{k1,k}} \right)^3 + \frac{2}{3} \right] \quad (16)$$

j est la première valeur qui satisfait la condition:

$$\frac{x_j - x_i}{a_k d_{ik}} < 1, \quad \text{et} \quad j < i$$

De cette façon on peut calculer la valeur x qui correspond à n'importe quelle valeur de probabilité $F(x)$ (ou de temps de retour $T = 1 - 1/F$). On fait de la même façon que dans

la partie II.2.b. La figure A.3 montre que la courbe de médiane est divisée en deux parties. La première partie de médiane (celle qui correspond à la partie observée) s'approche très bien de la courbe de population. La deuxième partie - la partie supérieure de médiane ne s'approche pas de celle de la population, elle est presque horizontale. C'est à dire, les grandes valeurs de pluie du temps de retour rare ($t_i = 500, t_i = 1000$ ans) sont limitées par la valeur $(x_n + a_k d_{nk})$

Remarque: La méthode d'ajustement par la fonction de noyaux donne une interpolation très précise, mais pour l'extrapolation des valeurs de temps de retour élevé, la méthode n'est valable que dans le cas dont la taille de série de données est très grande (par exemple : ≥ 100).

II.5. AJUSTEMENT PAR LA METHODE DE RENOUVELLEMENT.

II.5.a. Rappel de la méthode.

D'après Boiret (1987) nous avons un modèle qui considère l'ensemble des précipitations dépassant le seuil S_0 . On appellera :

$P(k)$: La probabilité de dépasser k fois le seuil S_0 mm dans l'année, pour une durée de précipitation "d" donnée,

$G(R)$: La probabilité de ne pas dépasser R mm sachant que l'on a dépassé S_0 mm pour la durée d :

$F(R)$: La probabilité que la précipitation maximale de durée d'une année quelconque ne dépasse pas R mm :

$\text{Prob}(R^* < R) = \text{Prob}$ que la valeur maximale R^* soit inférieure à R .

Maintenant on applique les règles de composition des événements indépendants.

$\text{Prob}(R^* < R) = \text{Prob}$ (Au cours d'une année, il existe 0 valeur comprise entre S_0 et R)

+ Prob (Au cours d'une année, il existe 1 et 1 seule valeur comprise entre S_0 et R)

+ Prob (Au cours d'une année, il existe 2 et 2 seules valeurs comprises entre S_0 et R)

+ .

+ .

+ .

+ Prob (Au cours d'une année, il existe k et k seules valeurs comprises entre S_0 et R)

+ e.t.c....

soit:

$$\text{Prob}(R^* < R) = \sum_{k=0}^{\infty} \text{Prob}(\text{au cours d'une année il existe } k \text{ précipitations de durée } d, \text{ chacune comprise entre } S_0 \text{ et } R_{mm})$$

Si l'on considère que le nombre de dépassements de seuil par an est indépendant de la hauteur de précipitation au-dessus de ce seuil on peut écrire: Prob (Au cours d'une année, il existe k précipitations de durée d , chacune comprise entre S_0 et R_{mm}) \times prob^k (la précipitation de durée d est comprise entre S_0 et R_{mm}) = $P(k) \times G(k)$, donc:

$$\text{Prob}(R^* < R) = \sum_{k=0}^{\infty} P(k) G(R)^k \quad (17)$$

Pour ajuster l'échantillon du nombre annuel des précipitations supérieures au seuil on utilise la loi de Poisson:

$$P(k) = e^{-\mu} \times \frac{\mu^k}{k!}, \text{ avec } k \in \mathbb{N} \quad (18)$$

Le paramètre μ est calculé par la formule :

$$\mu = \frac{NC}{NA}$$

où NC est le nombre des précipitations supérieures au seuil S_0 et NA est le nombre d'années.

Pour ajuster l'échantillon des hauteurs de précipitation supérieures au seuil on utilise la loi de Weibull:

$$G(R) = 1 - e^{-\rho (R - S_0)^\rho} \quad (19)$$

On peut estimer le paramètre ρ par la méthode du maximum de vraisemblance à partir des valeurs $R_i, i = 1, \dots, NC$:

$$\rho \approx \frac{NC}{\sum_{i=1}^{NC} (R_i - S_0)} \quad (20)$$

et p solution de:

$$\frac{NC}{P} + \sum_{i=1}^{NC} \log(R_i - S_0) - \frac{NC}{\sum_{i=1}^{NC} (R_i - S_0)} \times \sum_{i=1}^{NC} (R_i - S_0)^P \times \log(R_i - S_0) \quad (21)$$

II.5.b. Formule du renouvellement pour les fréquences rares.

Lorsque l'on s'intéresse aux fréquences rares (supérieures à 0.9), ou lorsque les lois simples ne s'ajustent pas sur l'échantillon des nombres annuels de dépassements, on pourra utiliser une formule approchée. En effet, dans ce cas, on peut considérer que $G(R)$ est proche de 1:

$$F(R) = \sum_{k=0}^{\infty} P(k) G(R)^k$$

$$F(R) = \sum_{k=0}^{\infty} P(k) [1 - (1 - G(R))]^k$$

soit en développant au 1^{er} ordre:

$$F(R) \approx \sum_{k=0}^{\infty} P(k) [1 - k[1 - G(R)]]$$

$$F(R) \approx \sum_{k=0}^{\infty} P(k) - \sum_{k=0}^{\infty} k P(k) [1 - G(R)]$$

$$F(R) \approx \sum_{k=0}^{\infty} P(k) - [1 - G(R)] \sum_{k=0}^{\infty} k P(k)$$

Quelque soit la loi $P(k)$, on a:

$$\sum_{k=0}^{\infty} P(k) = 1 \quad \text{et} \quad \sum_{k=0}^{\infty} k P(k) = E(n)$$

où $E(n)$ est l'espérance du nombre annuel de dépassements de seuil, estimée par le nombre moyen annuel de dépassements \bar{n} .

$$F(R) \approx 1 - E(n) [1 - G(R)]$$

$$F(R) \approx 1 - \bar{n} [1 - G(R)]$$

Avec une loi de Weibull:

$$F(R) = 1 - \bar{n} e^{-\rho(R - S_0)^P} \quad (22)$$

on peut calculer des valeurs de pluie R de temps de retour t par l'expression suivante:

$$R = S_0 + \left[\frac{1}{\rho} \log(\bar{n} t) \right]^{\frac{1}{P}} \quad (23)$$

II.5.c. Calcul des valeurs de pluie de temps de retour t .

On ajuste 100 échantillons des valeurs supérieures au seuil S_0 . Pour chaque échantillon, on calcule les valeurs de temps de retour t selon la formule (23).

II.5.d. Calcul des valeurs de pluie de l'intervalle de confiance.

Pour chaque échantillon, les valeurs de temps de retour t différents sont calculées de la même façon que dans la partie II.2.b. On détermine alors la médiane et les déciles extrêmes de ces valeurs. La figure A.5 donne la synthèse de ces résultats. Elle montre que la courbe de médiane ne superpose pas aussi bien de celle de la population que les résultats dans les parties précédentes.

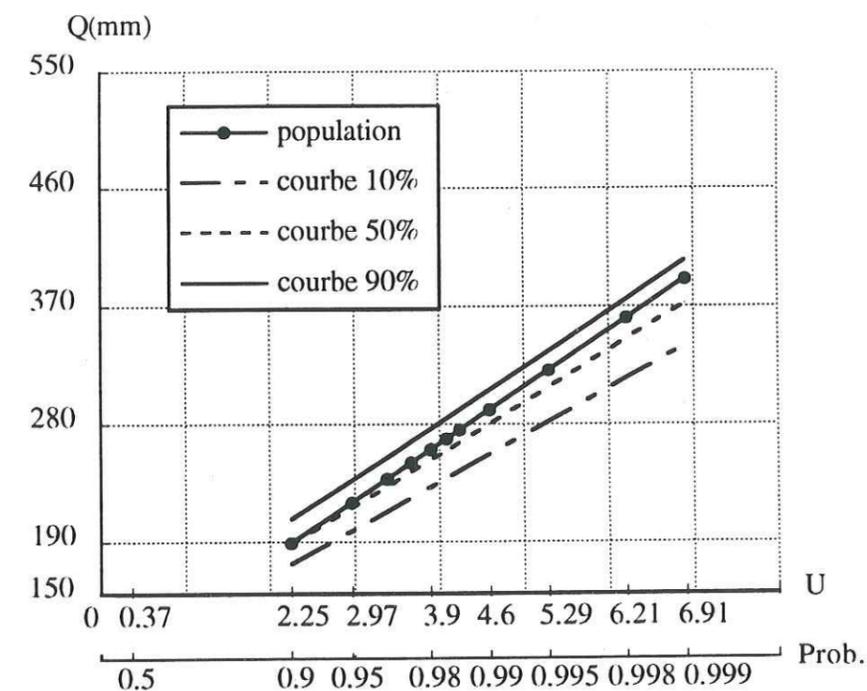


Fig. A.5. Ajustement par la méthode de renouvellement d'un échantillon généré par la loi de SEXP. Taille d'échantillon : 30, $a = 43$ mm

II.6. AJUSTEMENT PAR LA METHODE DE VILLASENOR.

II.6.a. Théorie.

Cette méthode (Villasenor, 1989) est fondée sur la connaissance du nombre annuel de valeurs indépendantes dépassant le seuil X_0 , soit k_j pour l'année j et sur la connaissance de la valeur maximale x_j de cette année.

Nous avons donc pour n années une série de n couples :

$$k_j : \quad 5, 4, \dots, 7$$

$$x_j \text{ (mm)} : \quad 90, 110, \dots, 115$$

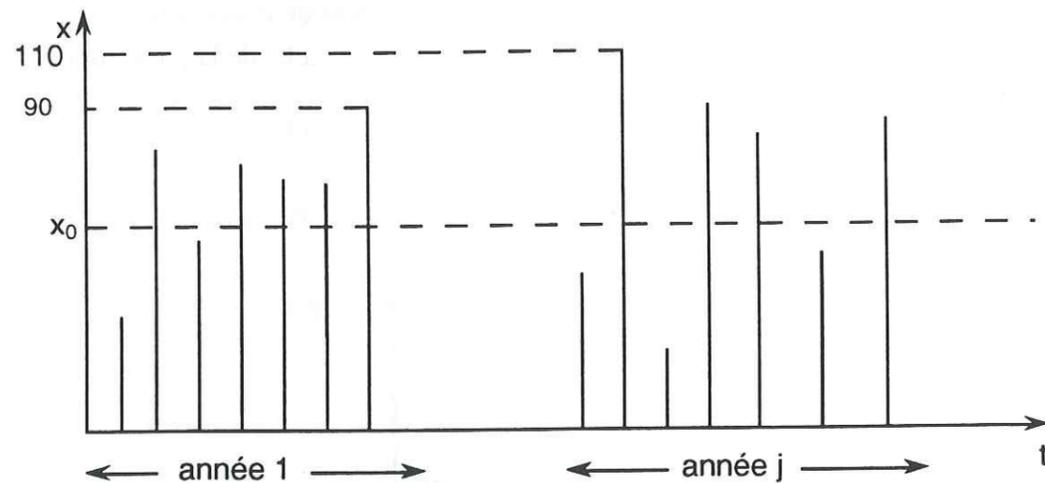


Fig. A.6. Série de données avec un seuil fixé X_0

Soit $F_0(x)$ la loi de probabilité des valeurs de x indépendantes, supérieures au seuil (et non pas seulement du maximum):

$$F_0(x) = \text{prob}[X \leq x], \quad \text{si } x > X_0$$

Considérons tous les échantillons où le nombre de valeurs $x > X_0$ est de k , la loi du maximum de ces échantillons est $F_0^k(x)$, loi conditionnelle du maximum annuel sachant qu'il y a eu k occurrences (on suppose les valeurs indépendantes).

La loi du maximum annuel $F_M(x)$ peut donc s'exprimer de la façon suivante:

$$F_M(x) = H(x,k) = \sum_{j=1}^k F_0^j(x) P_k(j)$$

où $P_k(j) = \text{Pr}(k = j)$ dans un échantillon quelconque (donc fonction du seuil), $H(x,k)$ est la loi de probabilité à deux dimensions.

Le temps de retour de la valeur x est exprimé par:

$$t = \frac{1}{1 - F_M(x)}$$

Selon Slimani (1989) nous avons:

$$F_M(x) = 1 - \mu(k)[1 - F_0(x)] \tag{24}$$

où $\mu(k)$ est la moyenne du nombre annuel d'occurrences que l'on estime par:

$$\hat{\mu}(k) = \frac{\sum_{j=1}^n k_j}{n} \tag{25}$$

II.6.b. Estimation de $F_M(x)$

A partir de la partie II.6.a. on peut conclure que l'estimation de $F_M(x)$ demande un estimateur de $\mu(k)$ et un estimateur de $F_0(x)$. $\mu(k)$ est estimé par la formule (25). Il nous reste de déterminer l'estimateur de $F_0(x)$.

Un estimateur de $F_0(x)$ qui s'adapte bien à nos besoins a été proposé par Boyles et Samaniego (Boyles & Samaniego, 1986). Il est nommé "l'estimateur non-paramétrique du maximum de vraisemblance" $\hat{F}_n(x)$

Cet estimateur non-paramétrique du maximum de vraisemblance (NPMV) est défini de la façon suivante : soit k_j le nombre d'occurrences de l'année j et x_j la valeur maximale, pour une réalisation $(k_1, x_1), (k_2, x_2), \dots, (k_n, x_n)$, soit $x_{1:n}, x_{2:n}, \dots, x_{n:n}$ les valeurs x_1, x_2, \dots, x_n originales classées en ordre croissant (c'est-à-dire, $x_{1:n} < x_{2:n} < \dots < x_{n:n}$), et soient $k_{1:n}, k_{2:n}, \dots, k_{n:n}$ les valeurs k correspondantes originalement associées aux x . Pour $i = 1, 2, 3, \dots, n-1$, l'estimateur de $F_0(x)$ est donné par $\hat{F}_n(x)$:

$$\hat{F}_n(x) = \begin{cases} 0, & x \leq x_{1:n} \\ \prod_{j=i}^{n-1} \hat{p}_j, & x_{i:n} < x \leq x_{i+1:n}, \quad i=1,2,\dots, n-1, \\ 1, & x \geq x_{n:n} \end{cases} \tag{26}$$

où

$$\hat{p}_j = \frac{\sum_{i=1}^j k_{i:n}}{\sum_{i=1}^{j+1} k_{i:n}} \quad (27)$$

Cet estimateur contient deux sources d'information :

- les maximums annuels déterminent l'intervalle valable pour le calcul;
- le nombre de pluies dépassant le seuil fixé de chaque année participe directement au calcul de l'estimateur.

$\hat{F}_n(x)$ aura une tendance à devenir plus précis pour des valeurs plus grandes de x que pour celles qui sont plus petites. Selon Villasenor (1989) cet estimateur possède un écart-type d'estimation s'approchant de zero lorsque x augmente infiniment.

II.6.c. Lissage de $\hat{F}_n(x)$

Pour estimer les valeurs de $F_0(x)$ correspondant aux grandes valeurs x_i , (supérieures à $x_{n:n}$), nous proposons d'effectuer un lissage sur la partie supérieure correspondant au 30% supérieur du graphe de $\hat{F}_n(x)$ (voir Fig. A.7). Pour cela, nous ajustons par quatre modèles continus distincts la partie inférieure correspondant au 30% du graphe de $[1 - F_n(x)]$.

Les modèles considérés sont:

$$\bar{G}_1(x) = a/[1+\exp(cx + b)] \quad (28)$$

$$\bar{G}_2(x) = a / (1 + \exp(b) x^c) \quad (29)$$

$$\bar{G}_3(x) = a / (1 + \exp(\exp(b)*x^c)) \quad (30)$$

$$\bar{G}_4(x) = a[1 - \exp(-\exp(-(cx + b)))] \quad (31)$$

Pour aider à choisir le modèle parmi ces quatre lissages on calcule la somme des distances quadratiques entre $\bar{G}_k(x_i)$ et $[1 - F_n(x_i)]$:

$$\sum_{i=1}^n [1 - \hat{F}_n(x_i) - \bar{G}_1(x_i)]^2 \quad (32)$$

Un résultat très important que nous avons constaté est le suivant: lorsqu'on a généré des données par un modèle (par exemple Gumbel), le meilleur ajustement est celui fourni par le modèle, ce qui semble assez évident. Par contre, la méthode de Villasenor qui ne fait pas d'hypothèse a priori est celle qui vient toujours en 2^{ème} place lorsqu'on prend comme modèle de lissage celui qui minimise l'écart quadratique entre $\bar{G}_k(x_i)$ et $[1 - F_n(x_i)]$

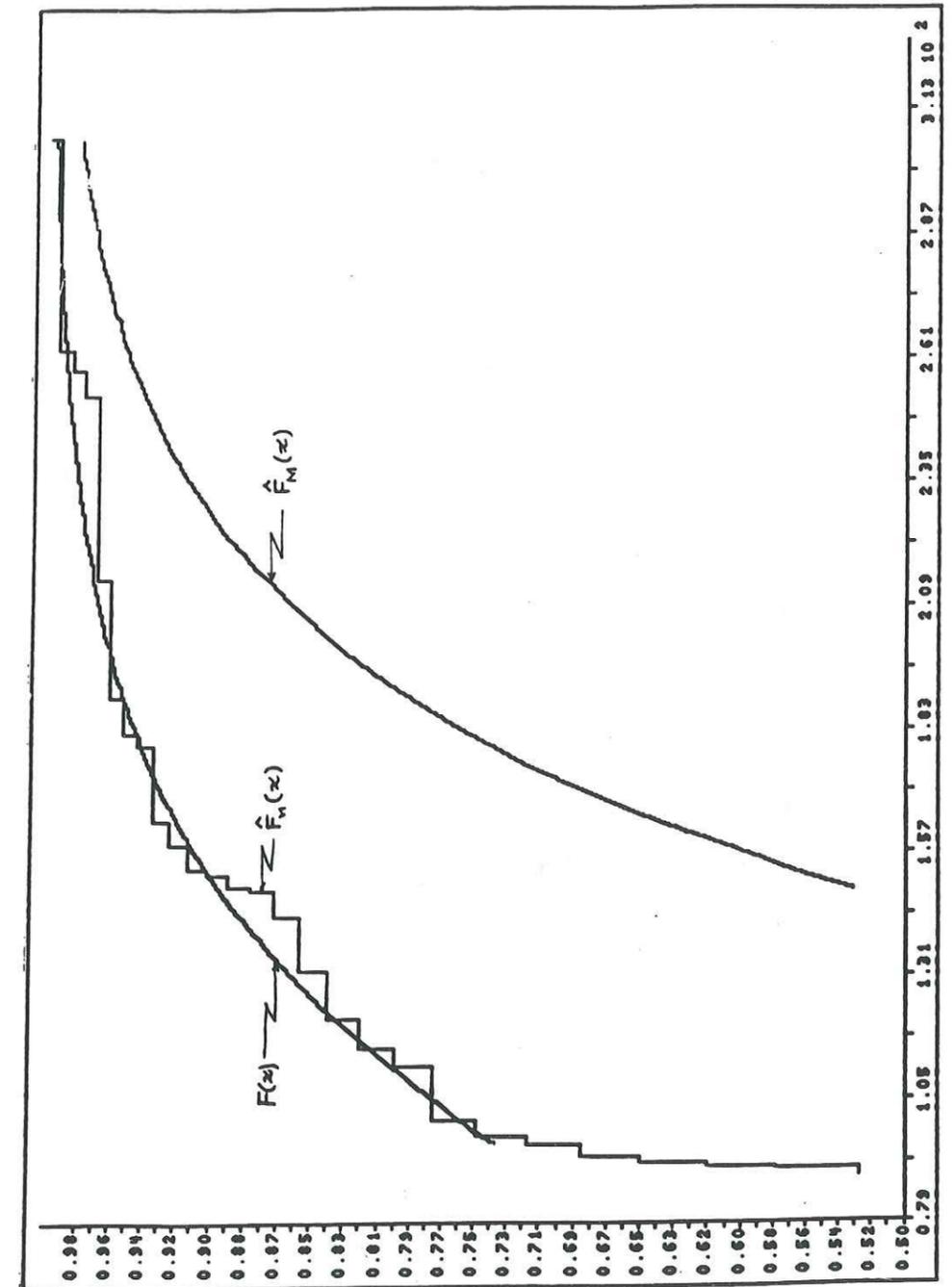


Fig. A.7

II.6.d. Ajustement de 100 échantillons.

Pour chaque échantillon nous avons rangé les valeurs x_j en ordre croissant, puis nous avons calculé $\mu(k)$, $F_n(x)$, p_i selon les formules (25), (26), (27).

Selon (24), la valeur x_i correspondant à un temps de retour t_i du modèle (28) est:

$$x_i = \frac{\ln \left[\frac{\mu(k) a}{1 - F_M(x_i)} - 1 \right] - b}{c} \quad (33)$$

où

$$F_M(x_i) = 1 - \frac{1}{t_i} \quad (34)$$

x_i du modèle (29) a pour valeur:

$$x_i = \left[\frac{\mu a}{1 - F_M(x_i)} - 1 \right]^{1/c} e^b$$

x_i du modèle (30) a pour valeur:

$$x_i = \left[\frac{\ln \left(\frac{\mu a}{1 - F_M(x_i)} - 1 \right) \right]^{1/c} e^b$$

x_i du modèle (31) a pour valeur:

$$x_i = \frac{\ln \left\{ - \ln \left[1 - \frac{1 - F_M(x_i)}{\mu(k) a} \right] \right\} - b}{c}$$

II.6.e. Calcul des valeurs de pluie de l'intervalle de confiance.

On calcule les valeurs de pluie de l'intervalle de confiance de la même façon que dans la partie II.2.b. La figure A.8 montre que la courbe de médiane s'approche mieux de celle de la population que les résultats de l'ajustement par la méthode Gumbel (partie II.2), de l'ajustement par la méthode non-paramétrique (partie II.4), et de l'ajustement par la méthode de renouvellement (partie II.5).

Pour mieux comprendre la méthode de Villasenor nous avons présenté un exemple du calcul sur la station Bagnols les Bais (Voir annexe 1).

II.6.f. Choix du seuil.

Souvent le choix du seuil est un compromis entre deux tendances:

- plus le seuil est élevé, plus les valeurs retenues seront fortes et en général plus indépendantes. Par contre, l'échantillon sera plus petit;

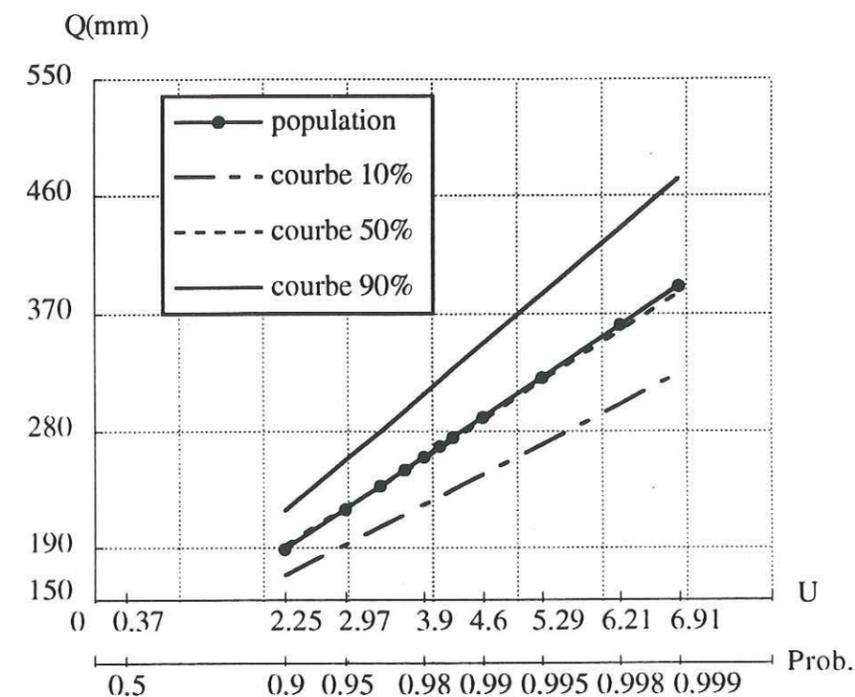


Fig. A.8. Ajustement par la loi de Villasenor d'un échantillon généré par la loi de SEXP. Taille d'échantillon : 30, $a = 43$ mm

- plus le seuil est faible, plus grand est l'échantillon de référence mais on prend alors en compte des pluies plus faibles, qui ne correspondent peut être pas aux mêmes phénomènes météorologiques. Ce débat est d'ailleurs tout à fait ouvert et fait l'objet de nombreuses discussions au sein de la communauté hydrologique.

Dans la méthode de Villasenor nous avons fixé un seuil X_0 pour compter le nombre de pluies dépassant ce seuil dans chaque année. Dans la méthode de renouvellement nous avons fixé un seuil pour le même but et pour former la série des valeurs extrêmes ($y_i = x_i - X_0$). Nous nous demandons si le choix du seuil influe beaucoup sur les résultats d'ajustement de ces méthodes. Pour répondre à cette question nous avons changé trois fois le seuil de la même série de donnée (station Montpellier) et les seuils choisis (pour le pas de temps $PT = 1h$) pour tester sont : $x_0^1 = 6$ mm, $x_0^2 = 4$ mm, $x_0^3 = 2$ mm

Et nous avons appliqué les deux méthodes. Les résultats (voir Fig. A.9) montrent que la méthode de Villasenor est plus stable que la méthode de renouvellement. Quand le seuil choisi est petit la pente de la courbe ajusté par la méthode Villasenor ne change pas

beaucoup (0.5%), par contre, la pente de la courbe ajustée par la méthode de renouvellement est beaucoup diminuée. Ce fait s'explique par le lissage sur 30% de la partie supérieure de la fonction $F_0(x)$ dans la méthode Villasenor. Ce lissage a éliminé des valeurs non-extrêmes quand le seuil choisi est petit.

Le choix d'un seuil raisonnable n'est donc pas critique pour la méthode de Villasenor. Ainsi avons nous pris comme le seuil une valeur de l'ordre de grandeur de la valeur minimale de l'échantillon des maxima annuels.

Le travail de S. Saidi (mémoire DEA, 1992) sur ce problème donne la même conclusion. Son travail est résumé de façon suivante:

Selon Rosbjerg (1987), la série de données est ajustée par la loi des valeurs maximales - PDM (Partial duration of maxima).

$$F_M(x) = 1 - \mu(k)[1 - F_0(x)]$$

où $F_0(x)$ suit une des trois lois suivantes:

- la loi de Gumbel;
- la loi exponentielle simple;
- la distribution $F_0(x)$ dans la méthode de Villasenor

où $\mu(k)$ est la moyenne des nombres de pluies dépassant le seuil fixé.

Ce travail est réalisé sur 8 stations de Cévennes: Arles, Bonlieu, Bagbains, Clérier, Montoisson, Poet-Laval, Rocher, Valgorge. Le seuil fixé de chaque série est changé trois fois. Pour chaque seuil fixé nous avons remarqué que la courbe ajustée par la méthode de Villasenor s'approche la courbe empirique mieux que les autres méthodes. (voir Fig. A.10 et Fig. A.11). Le résultat de cette méthode ne change pas beaucoup quand le seuil change (1%).

II.6.g. Gradex dans la méthode de Villasenor

- Méthode de gradex:

Selon cette méthode (D. Duband et all, 1988) le comportement asymptotique de la fonction de répartition (ou distribution) des volumes de crues extrêmes est déduit de celui de la fonction de répartition des précipitations extrêmes. Dans notre travail, nous ne nous intéressons qu'aux pluies extrêmes, donc nous ne parlerons que du gradex de pluies. Duband a adopté la loi de Gumbel pour représenter la distribution fréquentielle des pluies extrêmes de durée 1 heure à quelques jours. La partie droite de cette distribution a une pente égale au paramètre "a" de la loi de Gumbel. Ce paramètre a reçu le nom de

"Gradex" (gradient de l'exponentielle). Sur un papier de Gumbel, la droite de pente "a" traduit une décroissance exponentielle de la fréquence. Cette décroissance semble extrapolable jusqu'à la pluie millénaire (Guillot P.)

- Le gradex dans la méthode Villasenor .

Il est calculé de façon suivante :

d'après le modèle (31) :

$$\bar{G}_4(x) = a[1 - \exp(-\exp(-(cx + b)))] = 1 - F_0(x)$$

on a :

$$x = \frac{1}{c} u(F_0) - \frac{b}{c}$$

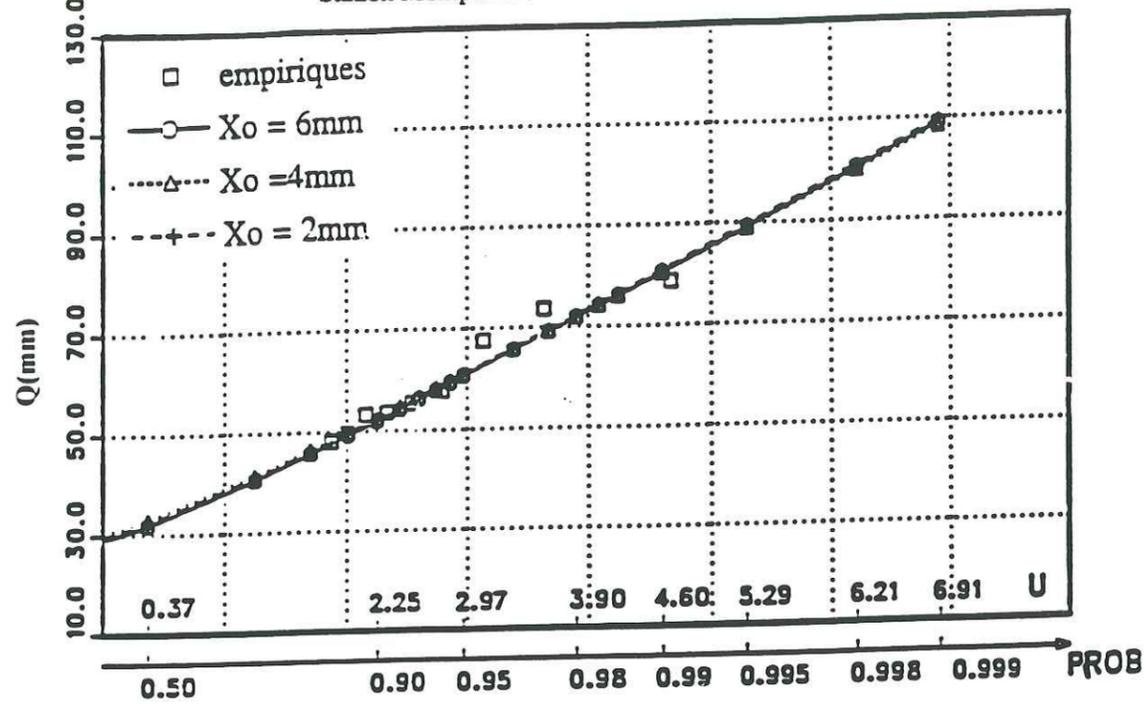
où

$$u(F_0) = -\ln(-\ln(1 - \frac{1 - F_0(x)}{a}))$$

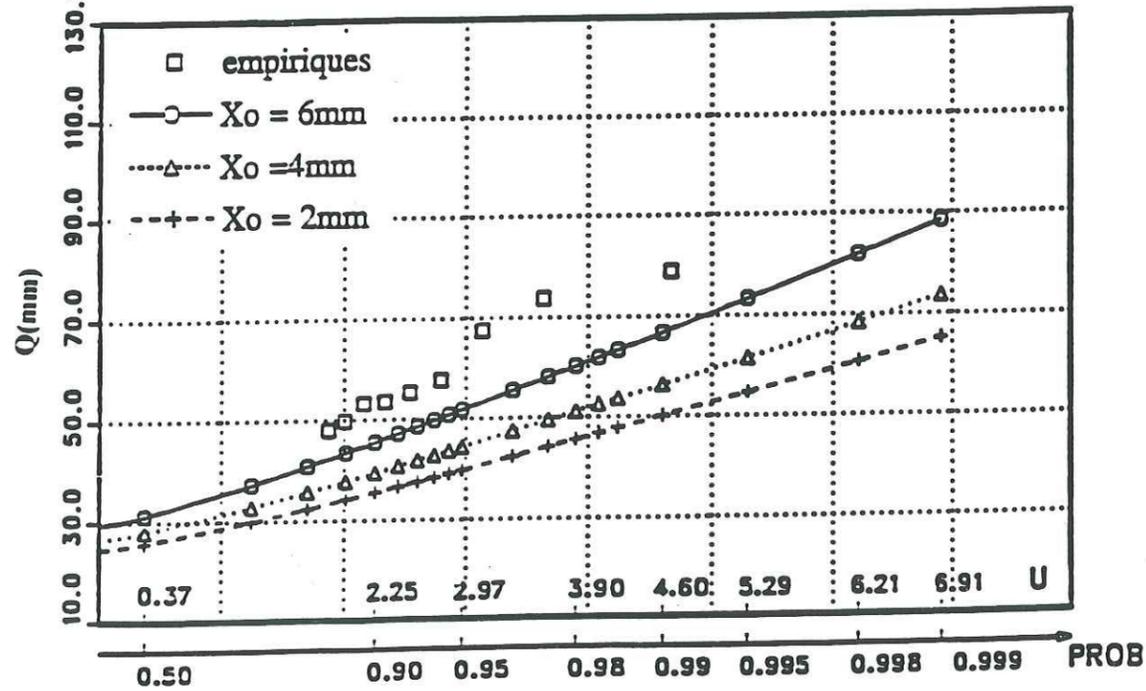
Le gradex (la pente de cette ligne) est :

$$a1 = 1 / c$$

AJUSTEMENT DES MAXIMA ANNUELS
AVEC LES SEUILS DIFFERENTS
Station Montpellier, T = 6h, Taille: 60 ans

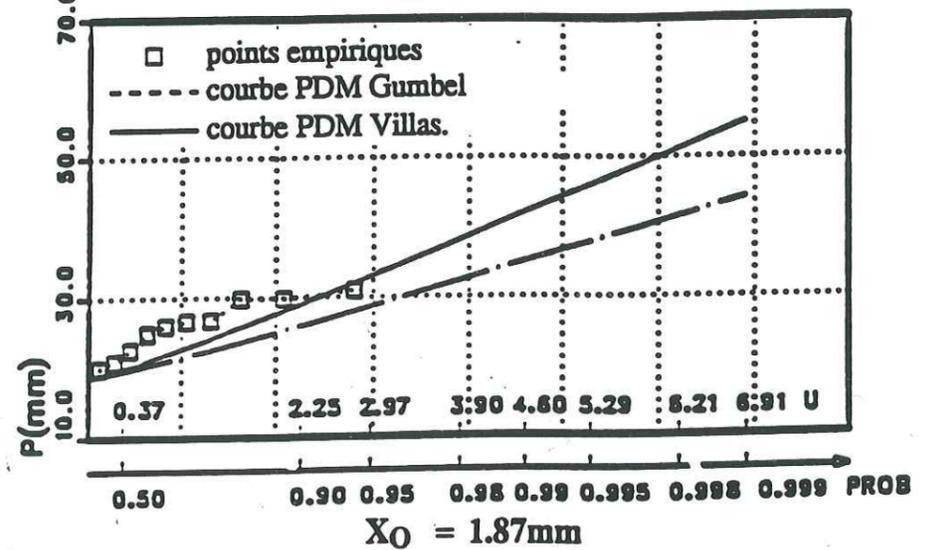
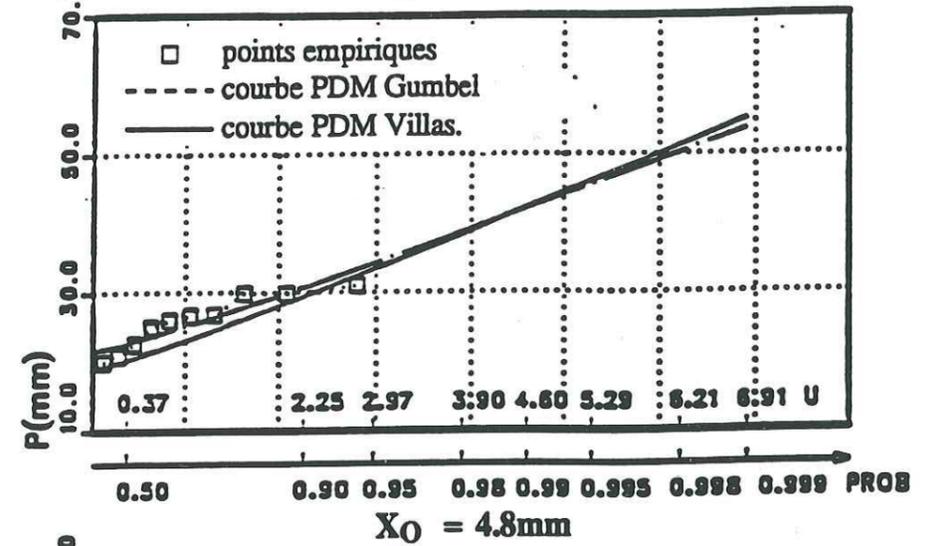
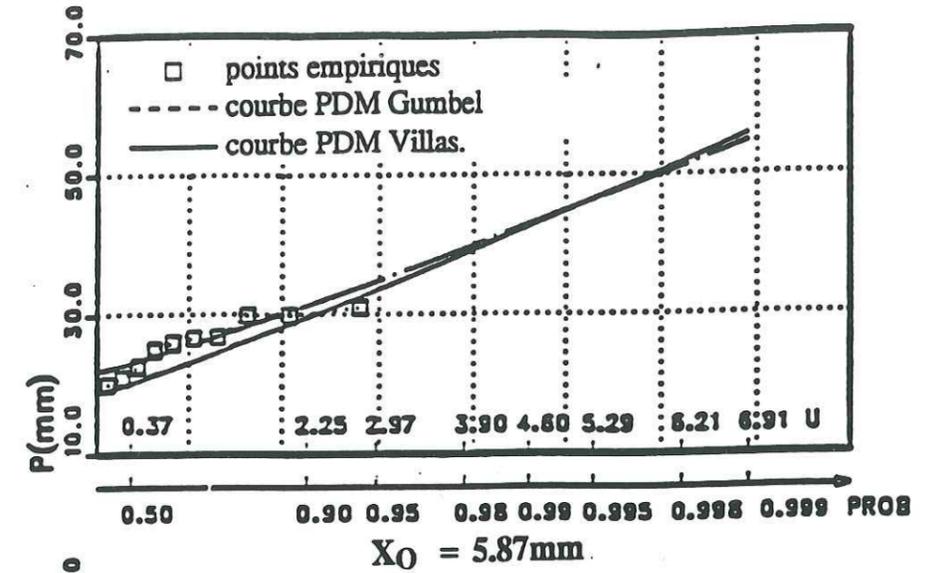


METHODE DE VILLASENOR



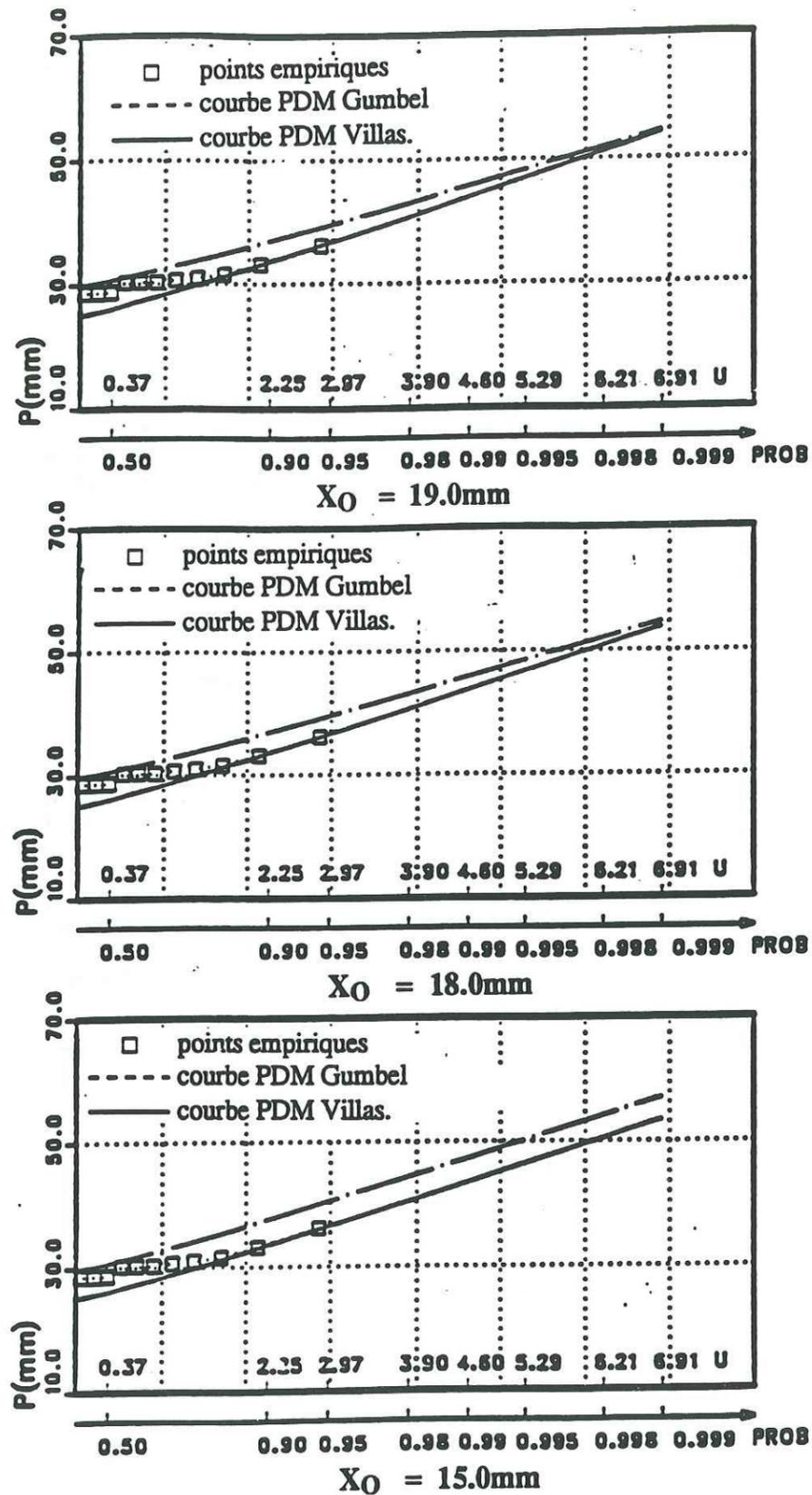
METHODE DE RENOUVELLEMENT

Fig. A.9



AJUSTEMENT SUR LES PLUIES MAX
T=1 h. STATION ARL X0=5.87mm 4.87mm 1.87mm

Fig. A.10



AJUSTEMENT SUR LES PLUIES MAX
T=1 h. STATION BON. $X_0=19.00\text{mm}$ 18.00mm 15.00mm

Fig. A.11

Remarque : La méthode de Villasenor a deux avantages par rapport aux autres méthodes:

- se basant sur deux séries de données indépendantes, elle utilise plus d'informations;

- un lissage sur 30% de partie supérieure de fonction $F_0(x)$ est réalisé à l'aide de 4 modèles. Par conséquent, la méthode ajuste bien la queue de série, c'est à dire qu'elle prend surtout en compte les valeurs élevées des maxima, ce que certaines méthodes tentent de faire mais en se basant uniquement sur les valeurs et non sur les valeurs et le nombre d'occurrences.

Le calcul est répété plusieurs fois avec les échantillons de tailles différentes (15, 30, 60, 120). Plus la taille d'échantillon est grande, plus l'intervalle de confiance sera restreint et plus la médiane approche la population (voir Fig. A.12 et Fig. A.13). Le calcul est répété aussi avec des gradex différents. Plus le gradex est petit, plus l'intervalle de confiance sera restreint.

Pour comparer ci-dessus mentionnées cinq méthodes d'ajustement nous avons fait une analyse sur les résultats d'ajustement de trois type de données. La taille d'échantillons est choisie assez grande (120) pour satisfaire une analyse statistique. Selon les figures A.14, A.15, A.16 et A.17 nous avons remarqué que la méthode de Villasenor occupe le deuxième rang dans n'importe quel type de données, la méthode qui occupe le premier rang est toujours ce qui est utilisé pour générer des données - ce qui est évident. Cette analyse est répétée plusieurs fois pour les échantillons de tailles différentes (15, 30, 40, 60) et nous avons toujours abouti à la même conclusion.

Pour comparer mieux ces méthodes nous avons calculé l'intervalle de confiance d'un point du temps de retour de 100 ans et la distance moyenne entre les courbes de population et médiane pour chaque méthode (voir le tableau 2). Pour les données générées par la méthode SEXP, la distance moyenne entre la courbe de population et la médiane ajustée par Villasenor est de 3.3 mm, elle occupe le deuxième rang (la distance moyenne la plus petite (2.2 mm) appartient à la méthode LMSEXP); pour les données générées par la méthode Gumbel, cette distance, dans le cas d'ajustement par la méthode Villasenor, est de 0.9 mm (la plus petite (0.2 mm) appartient à la méthode Gumbel); pour les données générées par la méthode Weibull, cette distance est de 1.2 mm (la plus petite (0.2 mm) appartient à la méthode Weibull.).

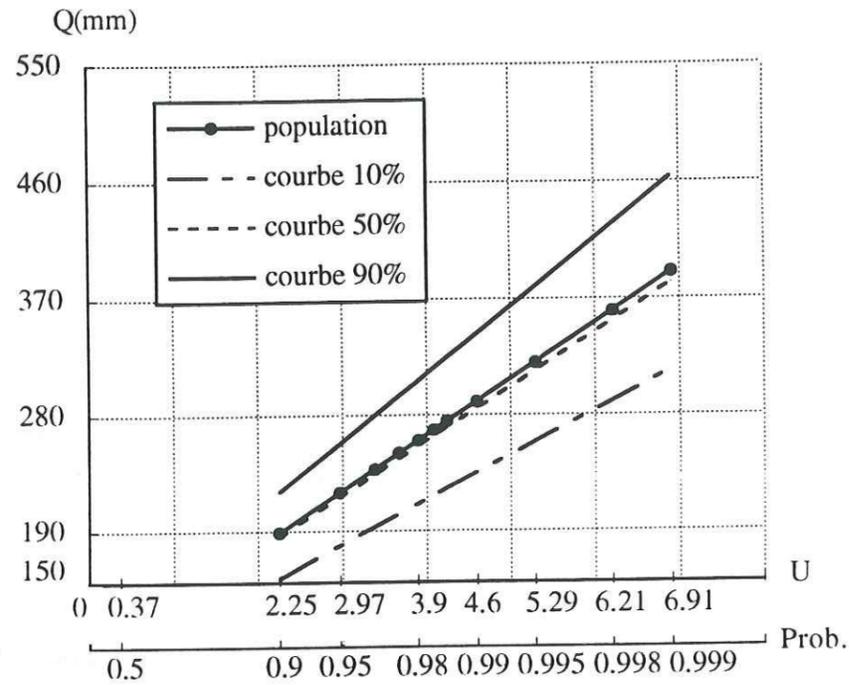


Fig. A.12. Ajustement par la loi de LMSEXP d'un échantillon généré par la loi de SEXP. Taille d'échantillon : 15, a = 43 mm

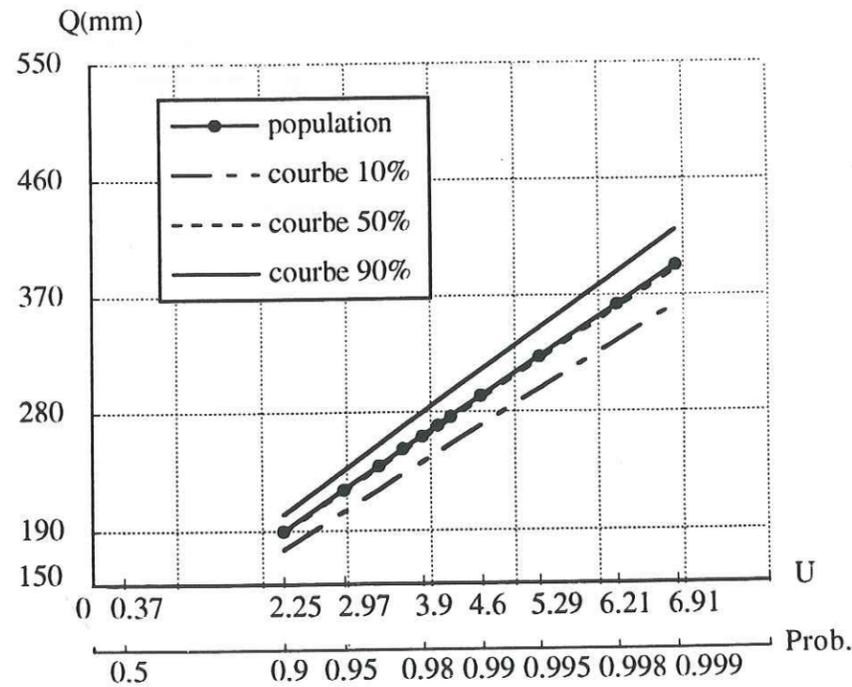


Fig. A.13. Ajustement par la loi de LMSEXP d'un échantillon généré par la loi de SEXP. Taille d'échantillon : 120, a = 43 mm

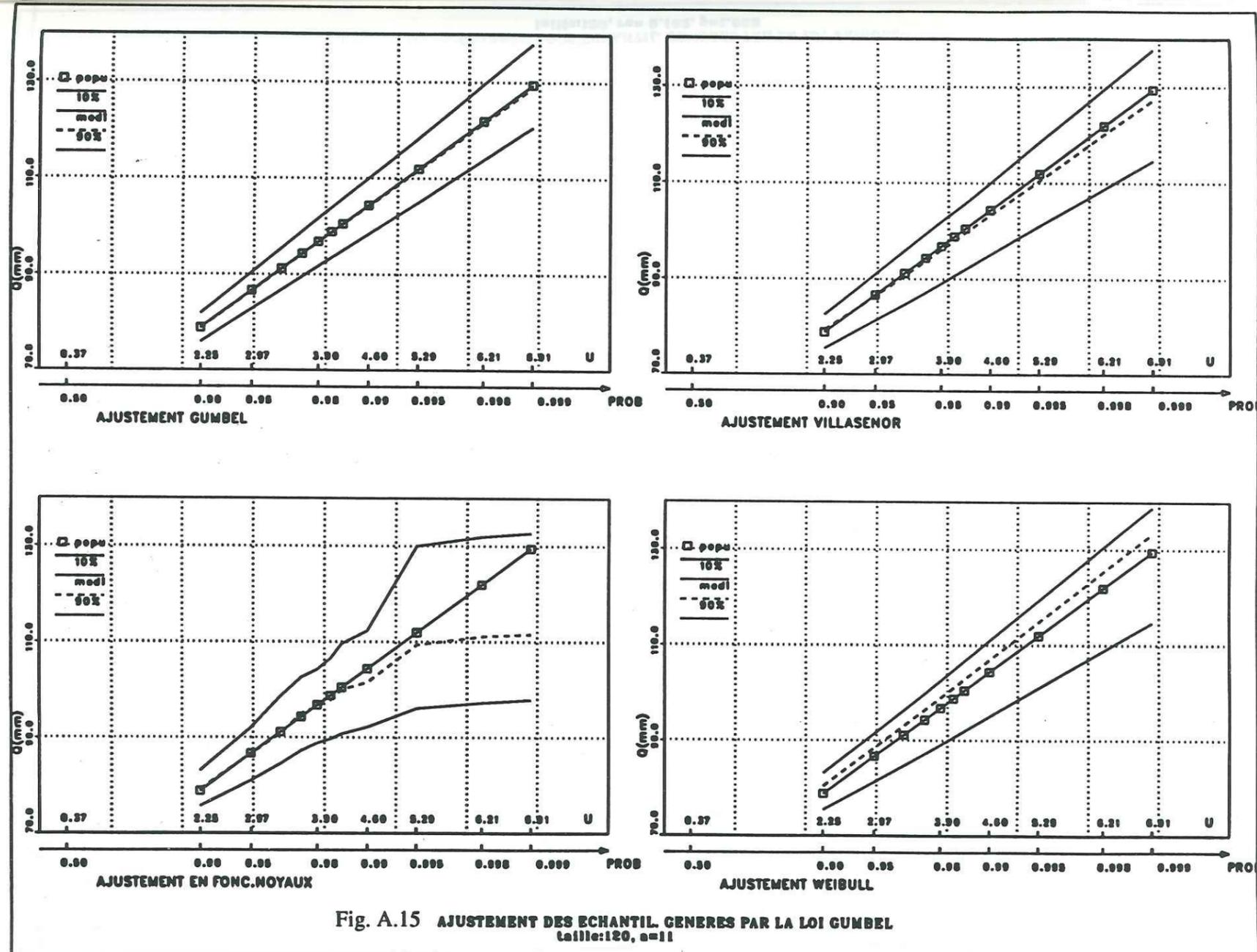
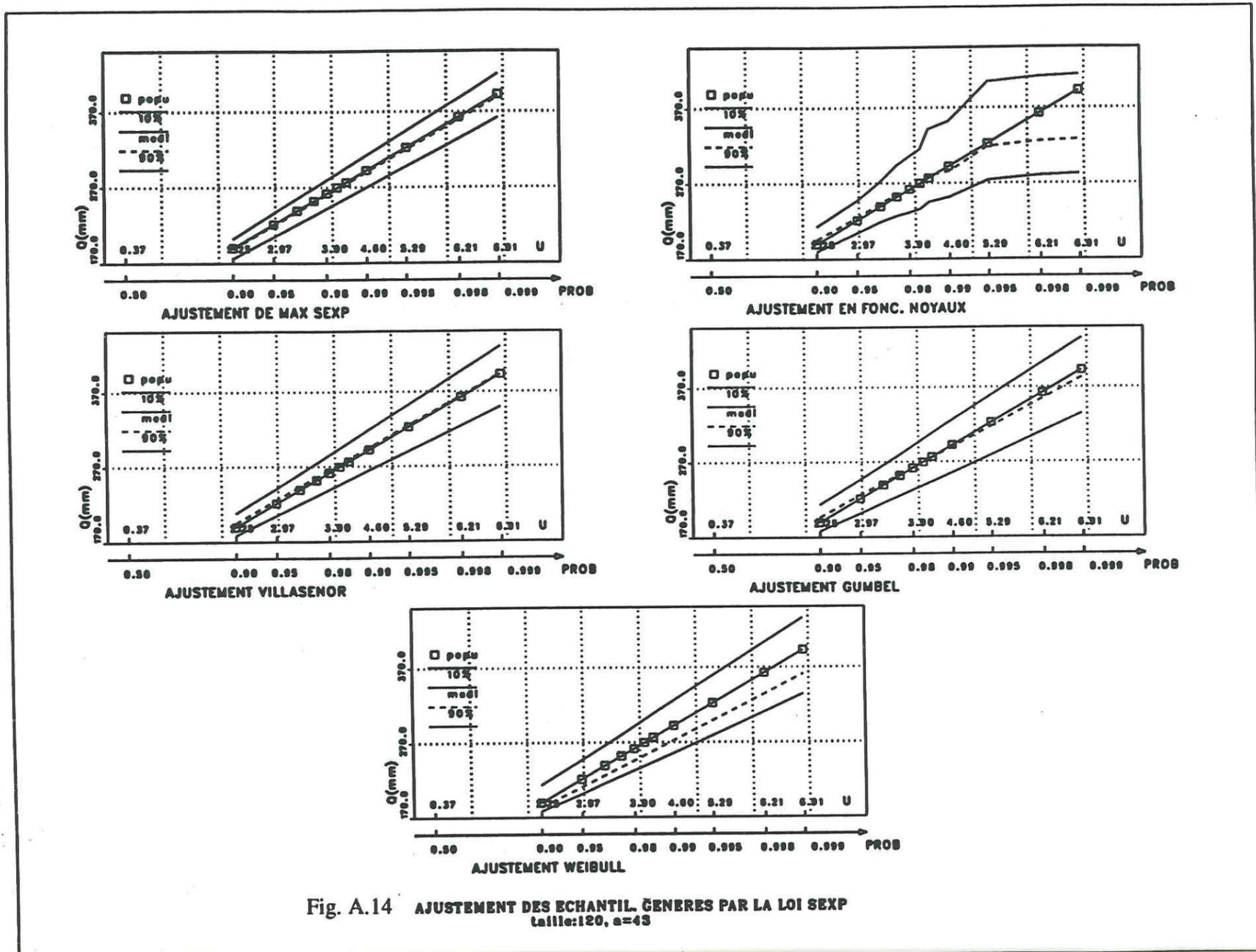
A partir du résultat de la comparaison de cinq méthodes nous pouvons conclure que cette distance moyenne et l'intervalle de confiance de la méthode Villasenor sont les plus petits, excepté des valeurs de la méthode qui est utilisé pour générer des données.

Après avoir ajusté les données simulées, nous avons vérifié si la méthode Villasenor est bonne pour les données mesurées. Le test est répété pour plusieurs stations. Dans la majorité des stations la méthode de Villasenor donne le meilleur ajustement. La figure A.18 montre que sur la station Montpellier, les points empiriques se rapprochent mieux de la courbe ajustée par la méthode Villasenor, par rapport aux autres méthodes (sauf la méthode non-paramétrique des fonctions des noyaux qui donne une très bonne interpolation, mais la partie extrapolée de la courbe d'ajustement est presque horizontale ce qui n'est pas le cas en réalité).

Tableau 2. Comparaison de cinq méthodes.

*Cet intervalle est calculé pour le temps de retour t=100 ans

Données générées par la méthode	Méthodes	Distance moyenne entre les courbes de population et médiane (mm)	Intervalle de confiance* (mm)
SEXP	SEXP	2,2	42,4
	Fonction de noyaux	12,4	100,3
	Gumbel	3,9	70,3
	Villasenor	3,3	53,9
	Weibull	17,9	55,1
GUMBEL	Fonction de noyaux	3,4	20,1
	Gumbel	0,2	14,9
	Villasenor	0,9	11,7
	Weibull	2,4	15,8
WEIBULL	Fonction de noyaux	2,3	8,2
	Gumbel	1,7	34,7
	Villasenor	1,2	6,1
	Weibull	0,2	3,8



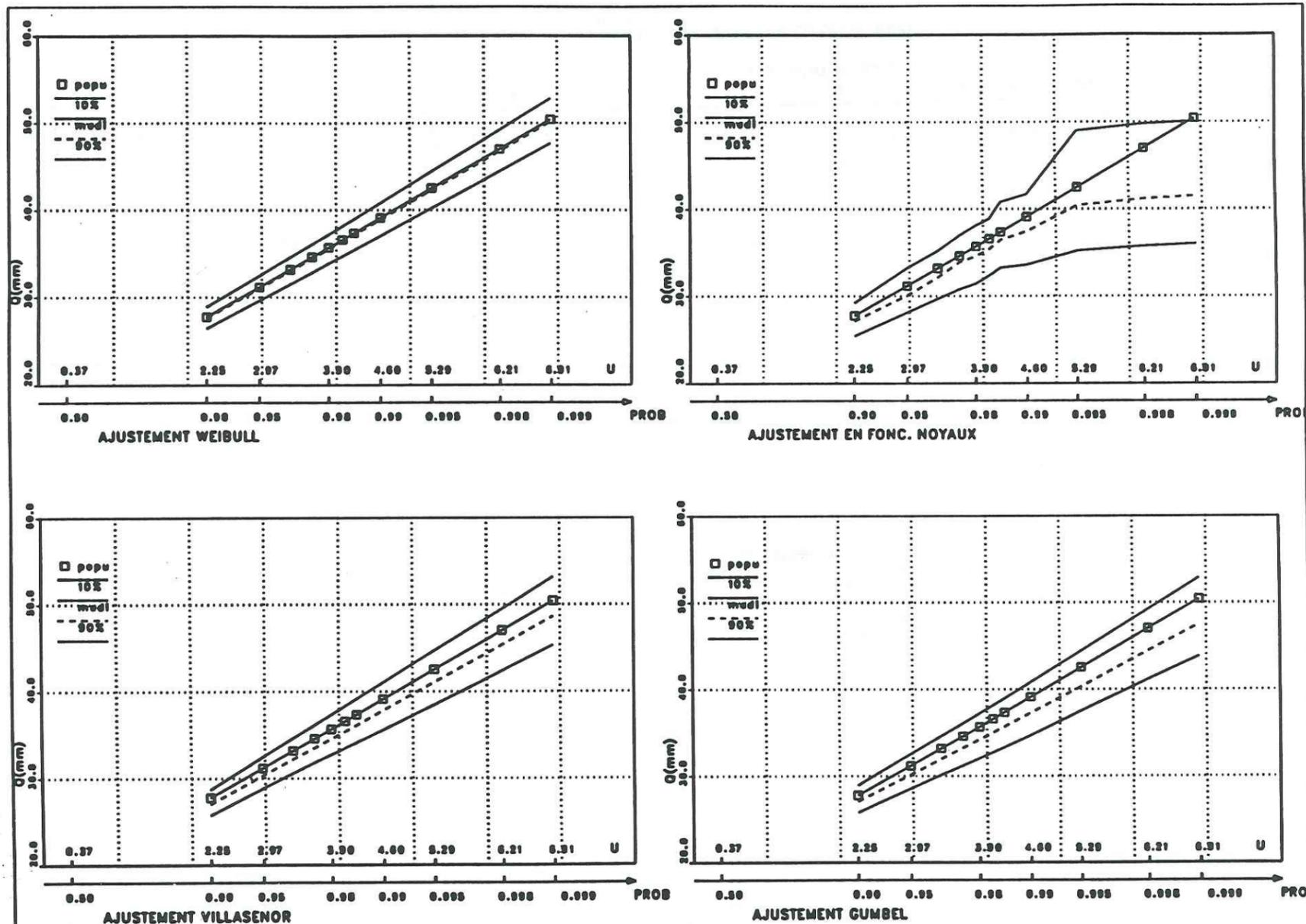


Fig. A.16 AJUSTEMENT DES ECHANTIL. GENERES PAR LA LOI WEIBULL
Taille:120, $\alpha=0.162$, $p=1.063$

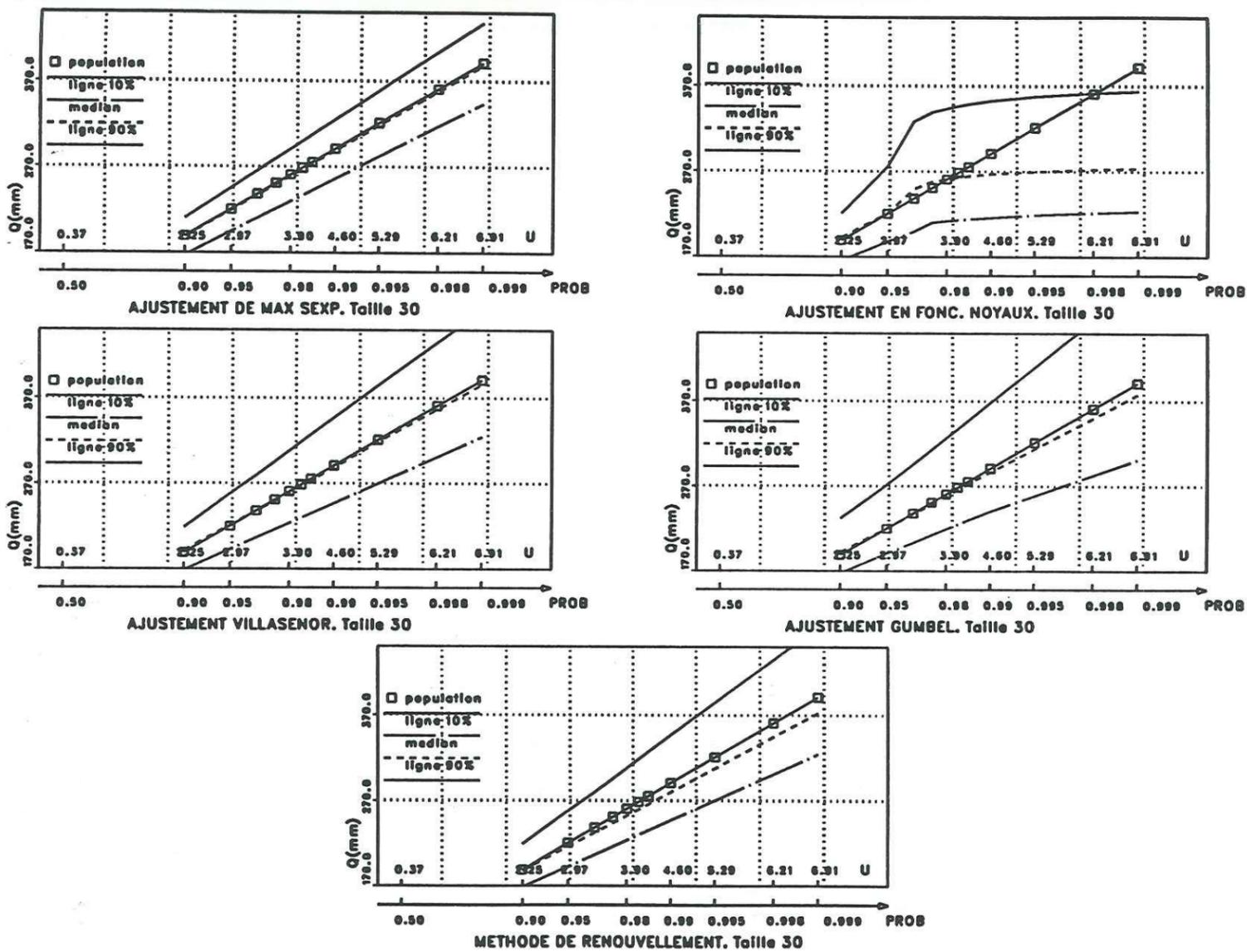


Fig. A.17 AJUSTEMENT DES ECHANTIL. GENERES PAR LA LOI SEXP
Taille:30, $\alpha=43$

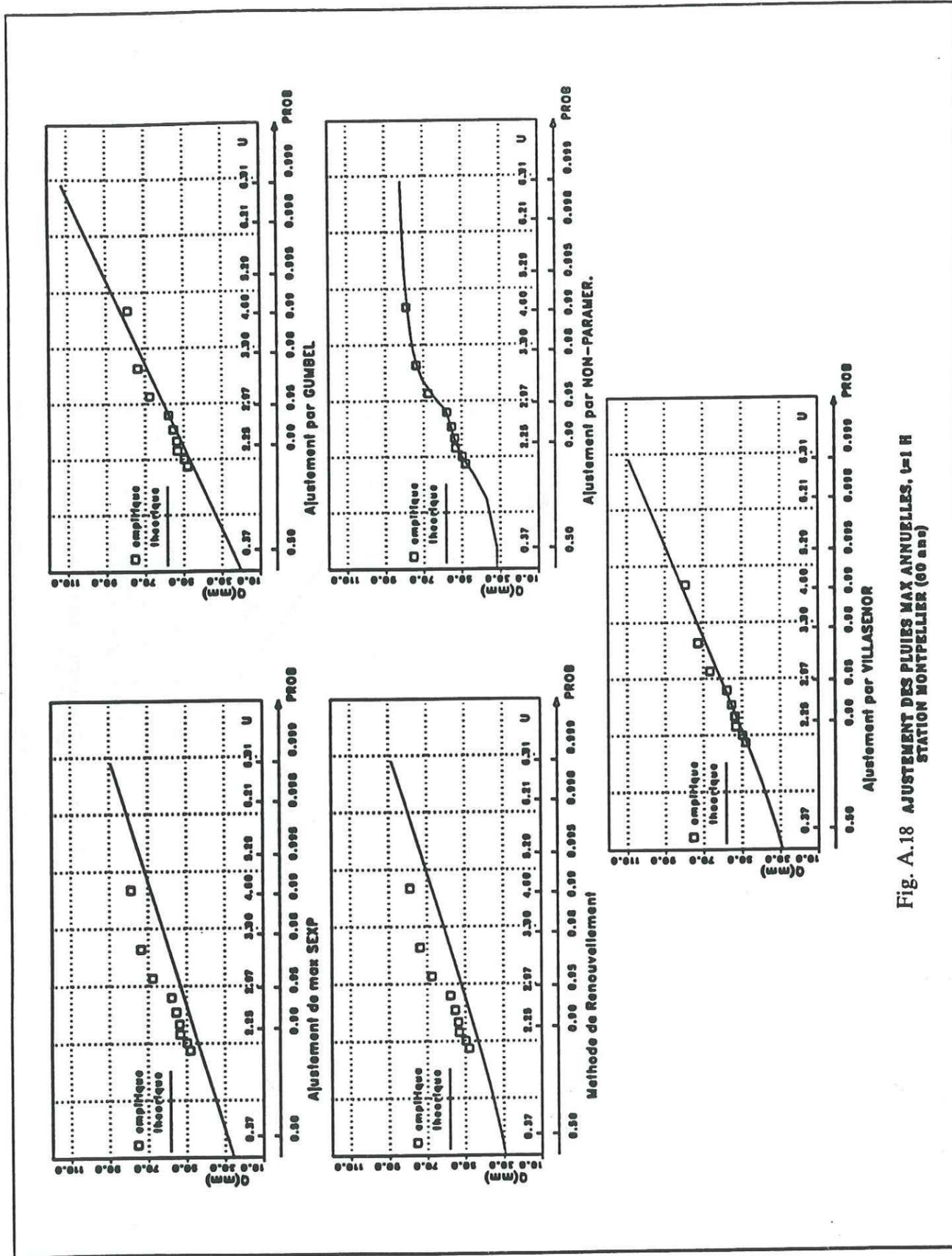


Fig. A.18 AJUSTEMENT DES PLUIES MAX ANNUELLES. (60 ans)
STATION MONTEPELLIER (60 ans)

CHAPITRE III : CONCLUSION.

En ajustant les trois types de données - les données générées par:

- la loi de Gumbel
- la loi de somme de deux exponentielles - SEXP
- la loi de Weibull

avec des gradex différents et des tailles d'échantillon différentes, on a remarqué que la meilleure méthode est toujours celle, qu'on a utilisée pour générer des échantillons. La deuxième méthode qui ajuste bien n'importe quel type de données, est toujours la méthode de Villaseñor - une méthode non-paramétrique. Ceci est très important. Si on ne connaît pas la forme de distribution des données ce qu'on rencontre souvent en hydrologie, on peut utiliser la méthode de Villaseñor.

Il est remarqué aussi qu'une autre méthode non-paramétrique - méthode de fonction des noyaux, donne un ajustement très bon dans le domaine des x observés, mais elle a en même temps une limite. A cause des fonctions des noyaux, cette méthode ne peut donc servir qu'à une extrapolation jusqu'à une distance h des points extrêmes. On peut noter quand même qu'elle peut être utilisée pour ajuster des séries de grande taille (par exemple, 100 ans).

Alors, nous pouvons conclure que les méthodes non paramétriques issues de certaines fonctions mathématiques (dans ce travail, méthode de Villaseñor) peuvent donner un bon ajustement sans imposer au début une loi de distribution à la série de données, ce qui est un avantage par rapport aux méthodes paramétriques.

PARTIE B

CARTOGRAPHIE DES VALEURS
EXTREMES DE PRECIPITATIONS DANS
LA REGION CEVENNES-VIVARAIS

INTRODUCTION.

Dans cette deuxième partie, nous nous intéresserons aux pluies maximales d'Automne de la région Cévennes-Vivarais. Cette région est en effet souvent soumise à des phénomènes pluvieux importants, comme l'a montré le récent épisode de Nîmes en 1988.

Des études ont déjà été réalisées dans cette région: Creutin (1979), Tourasse (1981), Lebel (1984), Slimani et Lebel (1984), Slimani (1984), Desbordes et Masson (1992).

Notre objectif est de compléter ces études, d'une part en augmentant la longueur des séries historiques et d'autre part en élargissant un peu la région.

Nous avons retenu 52 stations permettant la connaissance des pluies historiques à un pas de temps de 1 heure à 24 heures. Pour chaque station, nous analysons les pluies maximales d'Automne à différents pas de temps. Puis nous cartographions les paramètres statistiques de ces distributions, sans toutefois, pour l'instant tenir compte de variables orographiques comme l'avait fait Slimani (1984). L'objectif de cette cartographie est double : fournir une synthèse spatiale des résultats, et donner un moyen, certes modeste et non définitif, d'interpolation.

Nous commencerons donc par décrire la région ainsi que le réseau des stations sélectionnées.

CHAPITRE I. REGION DE CARTOGRAPHIE ET RESEAU DE MESURE.

I.1. GEOGRAPHIE DE LA REGION CEVENNES-VIVARAIS.

La région Cévennes-Vivarais est située dans le Sud-Est de la France (Fig. B.I.1). Elle s'étend du parallèle 48°20 au parallèle 50°20 (200 km) et du méridien 0°60 au méridien 3°00 (170 km). Ses limites naturelles sont :

- au Nord, une horizontale passant par Valence (10 km nord du 45^{ème} parallèle);
- au Sud, la Méditerranée;
- à l'Est, le méridien parallèle à la rive droit du Rhône décalé de 20 à 50 km vers le massif central;
- à l'Ouest, le méridien passant approximativement par Béziers (52 km Est du Méridien de Greenwich).

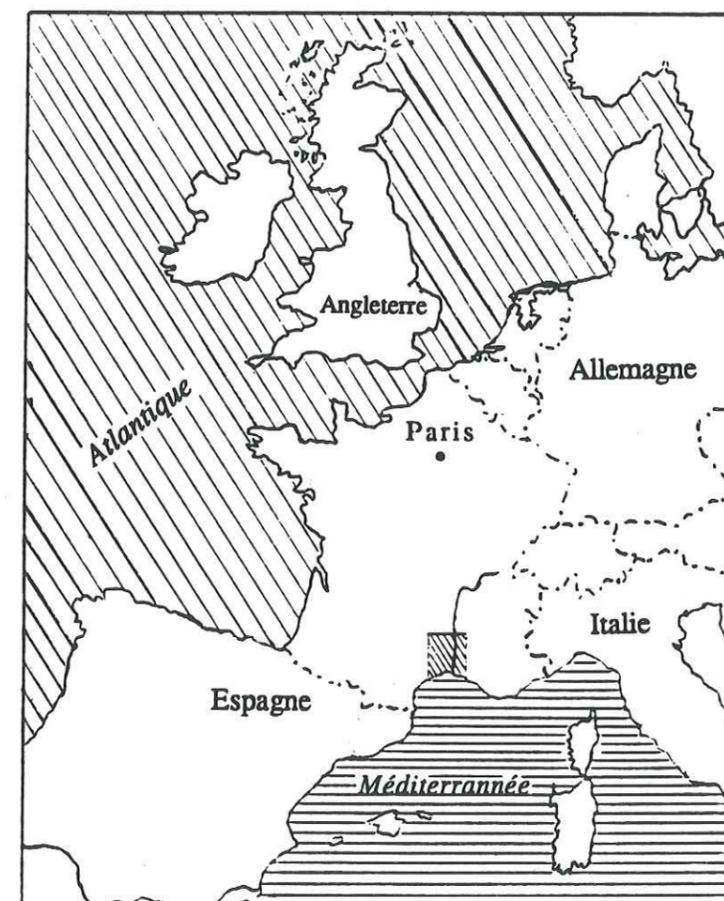


Fig. B.I.1. Position géographique de la région Cévennes - Vivarais.

+ La région se compose de trois types de relief :

- une plaine en forme de triangle dont les sommets sont : Port St. Louis, Bollène, Florensac, avec la vallée du Rhône qui prolonge ce triangle du côté de Bollène.
- une partie d'altitude croissante très rapide et dont le relief est très varié et accidenté. Elle est située entre les deux axes Bollène-Florensac et Lodève-St. Vallier.
- un plateau de moyenne altitude (environ 1200 m). C'est un triangle rectangle dont l'hypothénuse est St. Vallier-Lodève (voir Fig. B.I.2) .

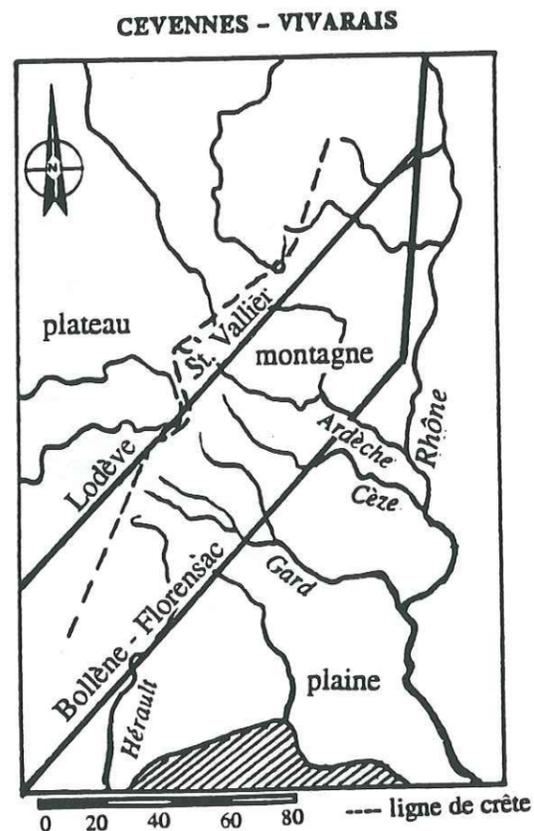


Fig. B.I.2. Division morphométrique de la région.

La surface de cette région est de 34 000 km². L'altitude la plus forte se trouve dans la région des Cévennes (le Mont Mezenc, 1753 m).

+ Caractéristiques générales des montagnes.

Les montagnes dans cette région sont considérées comme la limite entre les plaines et les plateaux. Les deux chaînes les plus importantes sont:

- Monts des Cévennes qui s'étendent sur l'axe Lodève - Villefort de direction Sud-Oest / Nord-Est.
- Monts des Vivarais qui s'étendent sur l'axe Loubaresse-Annonay. Cette chaîne a la même direction que celle des Cévennes.

Ces deux chaînes forment une barrière qui a une influence très importante sur la pluviométrie de la région Cévennes - Vivarais (voir Fig. B.I.3).

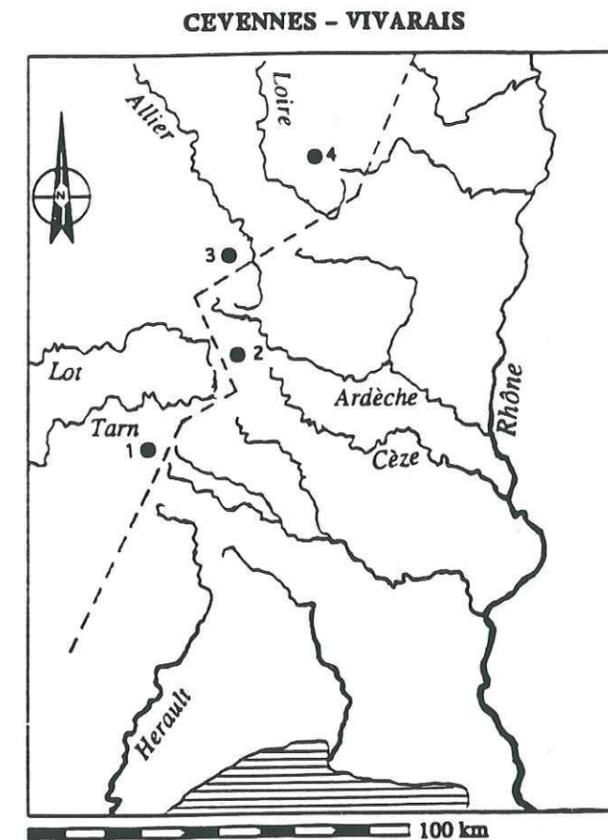


Fig. B.I.3. Les montagnes dans la région Cévennes - Vivarais.

1 : Mont AIGOUAL (1565 m).

2 : Mont LOZERE (1699 m).

3 : La BASTIDE (1503 m).

4 : Mont MEZENC (1753 m).

----- : Les chaînes CEVENNES et VIVARAIS.

I.2. CLIMAT.

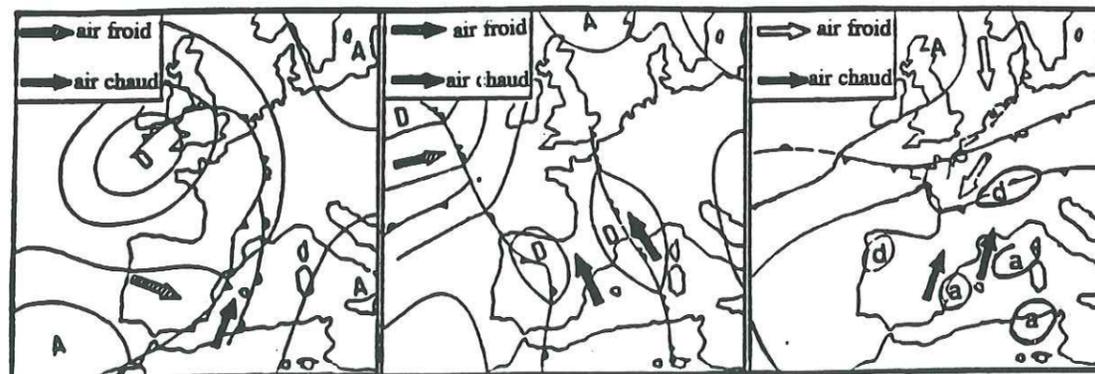
Les études météorologiques sur 28 épisodes pluvieux des Cévennes de Tourasse (1981) déterminent que "l'intensification des précipitations dans la région paraît essentiellement liée à la présence, dans le courant chaud, de remontées d'air méditerranéen chaud et humide". Cette conclusion est analogue à celle des études météorologiques sur 22 épisodes pluvieux intenses de Rebotier (1957) et des études météorologiques sur 143 épisodes de Caroff (1965), c.à.d., qu'il existe deux types de situations principales, caractéristiques de fréquences inégales à l'échelle de l'année. Tourasse (1981) les a brièvement résumées:

a. Les perturbations Cévenoles. Elles sont à l'origine de 65% de cas de pluies fortes.

Ces perturbations sont caractérisées par un creusement important du champ de pression au voisinage de l'Irlande et par une dorsale axée de la Tunisie à la Scandinavie; configuration qui induit sur le Massif Central un fort courant chaud de secteur Sud ou Sud-Ouest. A cause de ce minimum dépressionnaire d'Irlande, une perturbation progresse plus ou moins rapidement sous la poussée de l'advection froide postérieure. Elle est généralement bloquée dans son avance par les hautes pressions continentales et par l'air chaud d'origine tropicale ou méditerranéen, qui continue à l'alimenter et se soulève brutalement au contact de l'air polaire maritime. (Voir Fig. B.I.4.a)

b. Les retours d'air méditerranéen. Ils sont à l'origine de 30% des épisodes pluvieux.

Une zone de basse pression, centrée sur le Golfe de Gascogne favorise les remontées d'air méditerranéen sur la Catalogne et le Sud-Est de la France (voir Fig. B.I.4.b). Une dorsale axée de la Tunisie à la Mer du Nord freine l'avance des perturbations provoquant ainsi leur occlusion sur place.



a. Perturbation cévenole b. Retour d'air méditerranéen c. Convergence de masses d'air

Fig. B.I.4. Situations génératrices des pluies de fortes intensités

5% des épisodes pluvieux sont sous l'influence des convergences horizontales de masses d'air. Ce type de situation est caractérisé par un marais barométrique sur l'Europe occidentale (voir Fig. B.I.4.c).

Les études effectuées sur la région par le ministère de l'urbanisme, du logement et des transports (Ascensio, 1984) ont classé 4 types de climat suivants:

- Type I : Climat méditerranéen affirmé, relativement chaud, humide, modérément pluvieux. Il intéressera les Corbières orientales, le littoral du Golfe du Lion.
- Type II : Egalement méditerranéen, chaud en été et au printemps. Ce type de climat est propre aux coteaux et versants tournés vers la mer, il concerne aussi les Garrigues.
- Type III : Toujours de type méditerranéen en raison de la sécheresse estivale, pourtant assez froid de l'automne au printemps, les précipitations sont importantes, il concerne les contreforts Cévenols jusqu'à 1000 m d'altitude et la région de Vidourle en particulier, s'étend parfois jusqu'à 1400 m d'altitude surtout sur la façade occidentale des massifs concernés
- Type IV : C'est le type montagnard, affleurant le Subalpin, et concernant les Cévennes et les quelques sommets dépassant 1400 m, il y a encore influence méditerranéenne mais conjuguée à des influences atlantiques et continentales. Ce type de climat est plus froid que les autres et à plus forte pluviosité.

De ce fait, la région Cévennes-Vivarais est influencée par un climat méditerranéen se dégradant de la côte vers l'intérieur, assez prédominant mais confronté à un climat océanique et un climat montagnard tombant du massif central ou des Pyrénées. Le relief joue un rôle important dans la distribution spatiale et la quantité des précipitations.

D'après l'analyse en composantes principales des paramètres morphométriques et la régression linéaire de Slimani (1984) les paramètres morphométriques les plus importants influant sur le caractère pluviométrique sont :

- la distance de la station à la ligne des crêtes,
- la distance à la mer,
- l'exposition de station du côté d'Est.

I.3. RESEAU DES STATIONS DE MESURE DES PLUIES.

I.3.a. Stations de mesure.

Dans la région Cévennes il existe plus d'une centaine de postes pluviométriques, mais pour ce travail on n'utilise que les postes qui satisfont aux deux conditions suivantes:

- les postes doivent être équipés de pluviographes pour que nous puissions étudier

les pluies sur des durées inférieures à la journée,

- les pluviographes doivent avoir fonctionné au moins quinze ans pour pouvoir

extraire un échantillon de valeurs extrêmes de taille suffisante pour estimer les

paramètres de la distribution fréquentielle de la pluie.

En respectant ces deux conditions, nous n'avons pu trouver qu'une cinquantaine de stations couvrant la région (tableau 3).

Caractéristiques du réseau de stations:

- densité hétérogène.

La figure B.I.5 montre que la répartition spatiale des stations n'est pas homogène. La densité de stations est très élevée sur la partie du Sud au niveau notamment des Gardons. L'absence de pluviographes sur toute une partie du bassin de l'Ardèche avant 1979 (entre Montclus et Vals - les - Bains) est terminée maintenant. Ce trou a été en partie comblé par les stations du service SRAE RA : Valgorge, Rocher. De plus, pour compléter le bord Nord-Est, qui n'a aucune station, nous avons récupéré des stations de l'autre côté du fleuve Rhône : Clérieux, Montoisson, Bonlieu, Poet-Laval.

Sur la plaine, d'après les études faites par Rebotier (1957) et Tourasse (1981), les pluies en "régime du Sud" sont beaucoup plus faibles par rapport aux fortes précipitations sur une bande de 40 km de large axée grossièrement du Vigan à Lamastre. Par conséquent, la densité de stations dans la plaine est suffisante pour suivre l'évolution du phénomène. Cependant, il est mieux de border notre réseau par des stations situées le long du bord de la mer afin de pouvoir étudier tout l'ensemble de la zone pluvieuse et diminuer, au maximum, les effets de bord à la périphérie du réseau.

La partie au bord de la mer est maintenant complétée par quelques stations gérées par la Météorologie Nationale de Aix - en - Provence: Arles Ville, Pont de Rousty, St. Maries de la Mer.

Tableau 3. STATIONS DE PLUIES HORAIRES DE CEVENNES.
643.56, 120.04 (km) coordonnées de l'origine (Lambert III)

N°	STATION	CODE	X	Y	ANNEE	DUREE	SERVICE
1	Ales	201	97	83	1970 - 1990	21	DDE 30
2	Collet de Dèze	206	83,7	96	1963 - 1989	27	DDE 30
3	Soudorgues	208	75,7	76,8	1969 - 1990	22	DDE 30
4	St Jean du Gard	211	80,5	80,7	1975 - 1990	16	DDE 30
5	St Etienne V. Franc	215	77,5	87,5	1969 - 1989	21	DDE 30
6	Barre des Cévennes	216	62,5	96	1975 - 1990	16	DDE 30
7	Montclus	217	124,2	98	1970 - 1990	21	DDE 30
8	Bessegès	219	98	101	1963 - 1983	21	DDE 30
9	Malons	220	91,2	115,4	1971 - 1990	20	DDE 30
10	Quissac	223	90	58,7	1963 - 1985	23	DDE 30
11	Valleraugue	226	61,5	78	1965 - 1990	26	DDE 30
12	Le Vigan	227	59	68	1963 - 1990	28	DDE 30
13	St. Maurice de Ventalon	228	76	105,2	1971 - 1990	20	DTG
14	Villefort	229	83,4	117,9	1959 - 1990	29*	DTG
15	Pied de Borne	230	87,9	122	1965 - 1990	26	DTG
16	Chasserades	231	74,7	130	1960 - 1990	30*	DTG
17	Loubaresse	232	92,7	135,7	1959 - 1990	30*	DTG
18	Montpézat	234	105	148,1	1959 - 1990	22*	DTG
19	Issarles	236	92,9	160,1	1971 - 1990	20	DTG
20	Langogne	237	77	149,8	1955 - 1990	33*	DTG
21	Thoras	238	53,7	165,2	1971 - 1990	20	DTG
22	St. Pierreville	239	127	159,0	1965 - 1990	21*	DTG
23	Le Cheylard	240	121,2	169	1962 - 1990	28*	DTG
24	Lamastre	241	133,6	178,4	1960 - 1977	18	DTG
25	La Chase St Et. Lugdar	243	85,2	141	1964 - 1990	27	DTG
26	Privas	244	135,1	150	1968 - 1990	23	DTG
27	Bagnols les Bains	247	62,2	125	1954 - 1990	36	DTG
28	Montmirat	248	52,6	115,2	1971 - 1990	20	DTG
29	Pont de Montverz	249	69	109,5	1971 - 1990	20	DTG
30	Trèves	250	41,2	77,3	1971 - 1990	20	DTG
31	Mont Aigoual	251	56,1	82,6	1959 - 1990	23*	DTG
32	Nîmes	252	117	49,6	1967 - 1990	24	DDE 30
33	Bagnols sur Cèze	254	140	87,5	1969 - 1990	22	DDE 30
34	Uzes	255	124	70,2	1967 - 1982	16	DDE 30
35	Rémoulins	256	135,5	62	1967 - 1990	24	DDE 30
36	Sommières	258	98,5	44,8	1972 - 1990	19	DDE 30
37	Fozzières	260	38,7	41	1967 - 1990	24	DDE 34
38	Blandas	261	50,7	59,2	1967 - 1989	23	DDE34
39	Puechabon	262	59,5	37,3	1967 - 1990	13*	DDE34
40	Valflaunes	263	80,2	46,6	1963 - 1980	17*	SRAE LR
41	Laurens	266	24,8	17,8	1968 - 1980	13	SRAE LR
42	Cognac	268	75,5	72,0	1966 - 1980	15	SRAE LR
43	Valgorge	272	98,2	114,5	1970 - 1990	21	SRAE RA
44	Rocher	273	112,0	132,7	1970 - 1990	21	SRAE RA
45	Clérieux	274	161,0	188,8	1967 - 1990	24	SRAE RA
46	Mas Bousquet	298	30,1	6,4	1958 - 1980	23	Météo Nat.
47	Arles Ville	500	141,7	35,8	1964 - 1990	27	Météo Aix
48	Pont de Rousty	501	133,4	29,6	1981 - 1990	9	Météo Aix
49	St. Maries de la mer	502	126,04	9,7	1972 - 1990	19	Météo Aix
50	Montoisson	503	161,1	160,8	1966 - 1990	25	SRAE RA
51	Bonlieu	505	158,6	138,1	1968 - 1984	17	SRAE RA
52	Poet-Laval	506	167,2	131,0	1966 - 1985	20	SRAE RA

* Station avec interruption de mesure
x, y coordonnées relatives des stations en km

CEVENNES - VIVARAIS

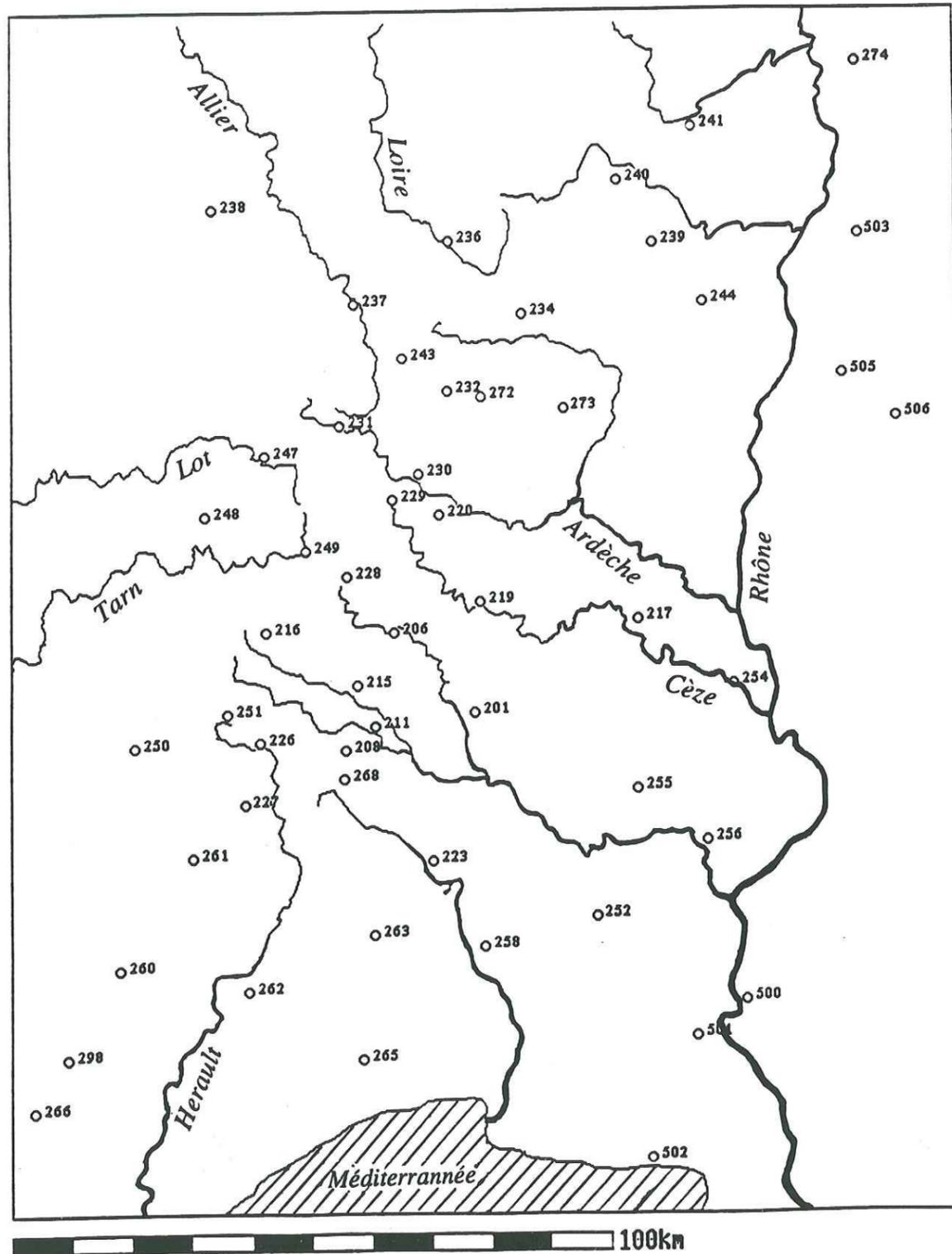


Fig. B.I.5. Réseau de stations de Cévennes - Vivarais.

- un réseau de pluie horaire assez bien suivi.

Six organismes se partagent la gestion de 52 stations horaires:

- la Division Technique Générale, D.T.G. - E.D.F. de Grenoble pour les stations du Nord (22 stations);
- la Direction Départementale d'Equipement à Nîmes pour 17 stations du Sud - Ouest;
- le S.R.A.E. R.A. à Valence pour 6 stations du Nord - Est;
- le S.R.A.E. L.R. pour 3 stations du Sud - Ouest;
- la Direction Départementale d'Equipement 34 à Montpellier pour 3 stations;
- la Météorologie Nationale à Aix - en - Provence pour 3 stations au bord de la mer; la Météorologie Nationale à Montpellier pour une station.

En moyenne ces stations enregistrent la pluie horaire de 1958 à 1990. Toutefois, il existe un certain nombre de problèmes classiques (panne, décalage, ...) des stations. Malgré ces difficultés on peut considérer que l'on a une assez bonne information spatiale sur la pluie à un pas de temps égal ou supérieur à l'heure. La cartographie sera d'ailleurs un moyen assez puissant de juger de la fiabilité et de la cohérence des résultats.

I.3.b. Classification des stations.

Dans l'analyse en composantes principales et classification des stations Slimani (1984) a conclu qu'il existe six classes. Les deux classes les plus importantes sont:

- Classe méditerranéenne: les stations sont situées à altitude très basse et exposées directement aux perturbations d'origine méditerranéenne. Elle s'étend de la Méditerranée jusqu'à Montelimar vers le Nord et Montpellier vers l'Ouest.
- Classe continentale: Elle s'étend sur les Mont Cévennes-Vivarais. Cette classe est influencée par le facteur continental-atlantique.

Les classes restantes se situent sous l'influence d'une climatologie locale dominante dans certains coins de la région.

I.3.c. Appareils de mesure de précipitations.

Il existe maintenant deux systèmes de mesure:

- système des pluviographes, qui donnent des résultats continus sur des enregistrements papier de durée hebdomadaire. Toutefois, pour des raisons pratiques, il n'est guère possible de descendre au dessous d'un pas de temps de l'heure sans commettre des erreurs importantes.

- système de collecte horaire et traitement de réseau par ordinateur

1. *Système ancien de mesure .*

En général il y a trois types de pluviomètres:

- pluviomètres non enregistreurs: ils sont utilisés pour emmagasiner l'eau tombée durant une période de 24 heures,
- pluviomètres enregistreurs (pluviographes): ils consistent en pluviographes à augets basculeurs, pluviographes à siphon, pluviographes à balance (en fait surtout les premiers),
- pluviomètres totaliseurs: ils sont généralement non-enregistreurs et sont capables de contenir le cumul des pluies sur un mois.

Pour ce travail il est nécessaire de connaître l'intensité des pluies dans des courts pas de temps exprimée en mm par heure. Les pluviographes sont équipés alors d'un stylet qui trace sur un diagramme la courbe des hauteurs de précipitations cumulées en fonction du temps. Ce stylet est lié directement aux augets qui basculent ou au siphon qui s'amorce lorsque l'eau recueillie atteint une certaine limite (généralement 0.2 mm) entraînant ainsi le stylet qui se déplace devant un cylindre à axe vertical effectuant une rotation complète en une semaine.

- Critique de la précision des pluviomètres: Ils mesurent bien dans les conditions normales. Mais il arrive que l'appareil soit en panne et on peut perdre l'information pendant quelques jours (puisque pour le pluviographe on ne change le diagramme qu'une fois par semaine). Pour les pluviomètres non enregistreurs, il existe des cas où une pluie très intensive a dépassé la quantité d'eau qui peut être contenue dans un seau pendant 24 h. De plus, dans les "VIII^{ème} Journées Hydrologiques, 1992" P. Guillot a posé une question sur la fiabilité des pluviomètres. Il a montré qu'à cause de la vitesse du vent, du poids d'une goutte de pluie, la quantité d'eau tombée dans les augets ou dans les seaux n'est pas la même que celle tombée sur la surface de la terre. Il est certain que ces mesures de pluies sont entachées d'une erreur certaine du fait du capteur et du système d'enregistrement. Il ne faut donc pas s'attacher à des valeurs précises mais plutôt à des

ordres de grandeur, une précision sur le dernier chiffre significatif est sans doute illusoire.

2. *Système de collecte horaire et traitement du réseau par ordinateur.*

Ce système commence à fonctionner depuis 1981. Toutes les stations sont équipées chacune d'un poste d'acquisition (P.A.), qui stocke périodiquement dans une mémoire statique les mesures. Un poste automatique de collecte (P.A.C.) les interroge, régulièrement ou à la demande, par le réseau autocommuté, et transfère les données sur ordinateur.

Les postes d'acquisition (P.A.) sont autonomes, et effectuent périodiquement la lecture du ou des capteurs qui leur sont associés. La périodicité de lecture est de six minutes (elle peut être un multiple ou un sous-multiple de l'heure. Les capteurs utilisés peuvent être de type impulsif (compteurs, pluviomètres), numérique (limnimètre à codeur), ou analogique (thermomètre). Les mesures sont conservées dans le registre mémoire, dans l'ordre chronologique en remontant le temps.

Un poste automatique de collecte (P.C.A.) assure la collecte des informations codées, stockées dans chaque P.A. La collecte de l'ensemble du réseau des P.A. est programmée à des heures régulières, mais des télémesures particulières peuvent être aussi demandées à tout moment.

Ce nouveau système a beaucoup d'avantages:

- la disponibilité de tout le réseau de mesure en temps réel ce qui est indispensable pour les prévisions à court terme;
- la mise à jour quotidienne des fichiers en ordinateur, l'accès multiple à l'information: plusieurs utilisateurs indépendants peuvent, à volonté, consulter soit directement des mesures individuelles de terrain, soit des synthèses gérées par ordinateur.

1.3.d. Appareil à digitaliser des pluviogrammes.

La table SUMMAGRAPHICS de modèle MM 1812 est choisie pour digitaliser les pluviogrammes parce que ses dimensions sont suffisamment grandes pour le pluviogramme. Un programme d'opération de cette table est écrit en QUICK BASIC. Il est simple et souple. Avec ce programme on peut mesurer les pluies horaires avec une capacité jusqu'à 80 mm par heure (cette capacité peut être augmentée en modifiant le programme). L'annexe 2 nous donne des informations plus détaillées sur la digitalisation des pluviogrammes. Pour connecter le micro-ordinateur avec la table à digitaliser, il faut mettre trois "SWITCH" dans l'ordre suivant:

SWITCH 1								SWITCH 2							
1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
ON	OFF	OFF	ON	ON	ON	OFF	OFF	OFF	OFF	OFF	OFF	ON	OFF	OFF	ON

SWITCH 3							
1	2	3	4	5	6	7	8
OFF	ON	OFF	OFF	OFF	ON	ON	ON

I.4. CRITIQUE DES DONNEES.

Les données sont recueillies de deux façons:

- elles sont dépouillées chaque heure à partir de pluviogrammes (voir Fig. B.I.6) à l'aide de la table à digitaliser,
- elles sont reçues par le système de collecte horaire par ordinateur.

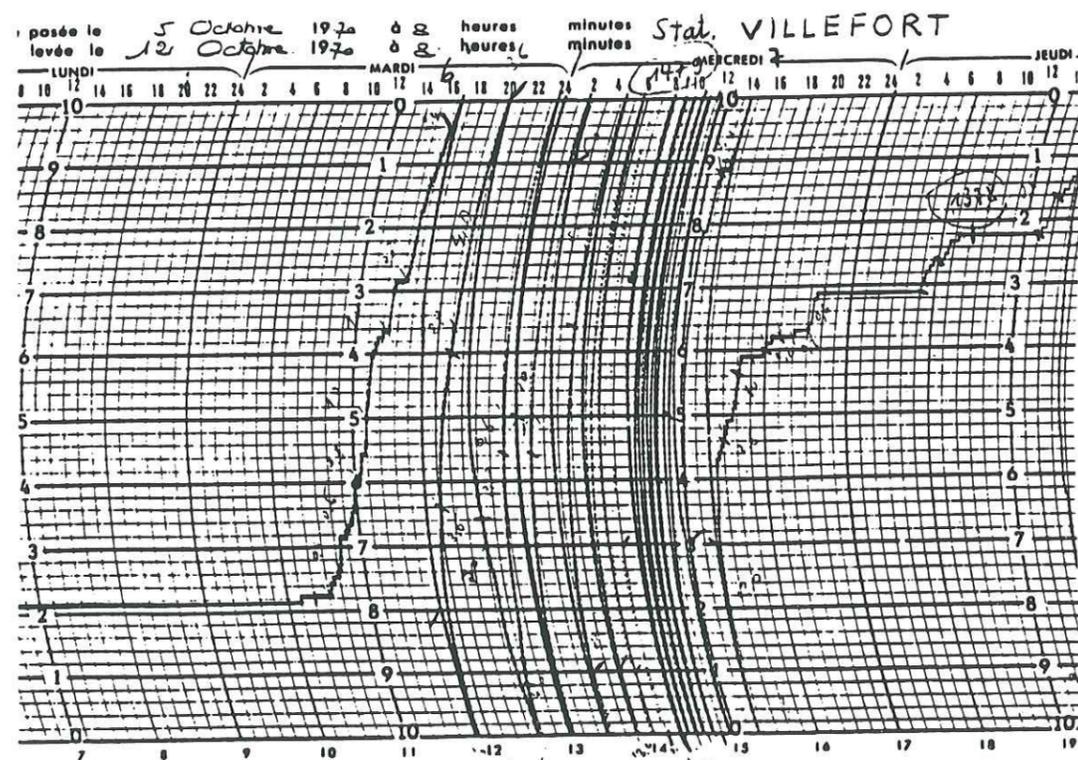


Fig. B.I.6. Pluviogramme horaire.

C'est pourquoi la précision des données est différente. La précision de la table à digitaliser est de 0.1 mm. Les résultats peuvent être vérifiés par le seau de pluie accumulée pendant 24 h. Les erreurs de mesure sont liées à l'exposition et au type du pluviomètre, à la vitesse du vent ...etc.

Les séries de mesure des stations sont aussi différentes. Pour la plupart des stations on a des mesures horaires jusqu'en 1990. Certaines stations sont arrêtées : Lamastre (1977), Besseges (1983), Le Puy Chadrac (1977), Uzes (1982). La série la plus courte est celle de la station Pont de Rousty, 10 ans, parce qu'elle n'a commencé à fonctionner qu'en 1981. La station avec la durée de mesure la plus longue est Montpellier Bel Air (61 ans). Exceptée la station Pont de Rousty, qui est un peu courte, les autres stations répondent à la demande de l'ajustement (> 20 ans).

Des études menées par l'EDF-DTG (Guillot, 1983) et par le Ministère de l'Urbanisme, du Logement et des Transports (Ascensio, 1984) ont montré d'une part, que les paramètres de la distribution fréquentielle des pluies maximales mensuelles d'automne sont asymptotiques à ceux des pluies maximales annuelles et d'autre part que les maximums mensuels sur cette région pour les pluies de 24 h heures correspondent fréquemment aux trois mois: Septembre, Octobre, Novembre. De ce fait et pour des raisons d'économise de temps, nous n'avons utilisé que les pluies des trois mois d'automne durant lesquels se produisent généralement les crues les plus fortes de l'année.

Utilisation des données

- Recherche des pluies extrêmes:

Les études de Boiret et Schwartz (1982), Lhuissier et Montel (1981), Slimani (1985) sur la région Cévennes ont montré que les maxima mensuels peuvent être considérés comme des valeurs extrêmes pluviométriques, les maxima annuels le sont évidemment encore plus.

Les dépouillements sont faits au pas de l'heure à origine fixe: 8 h - 9 h, 9 h - 10 h, 10 h - 11 h, ... etc. Il arrive qu'une pluie forte d'une heure commence par exemple à 8 h 20' et finit à 9 h 20', le même cas peut arriver pour des pluies de 2 heures, de 4 heures, ... etc. De cette façon, nous avons sous-estimé le maximum pluviométrique horaire. En 2 heures cette contrainte diminue mais reste significative. Selon des études de Slimani (1984) et de Buishand (1985) elle est négligeable à partir de 4 h. L'autocorrélation des pluies avec le pas de temps $PT = k \cdot \Delta T$ (avec $\Delta T = 1h$ le pas de temps de dépouillement) ne reste plus significative à partir de $k \geq 6h$. Pour chaque années la durée $k \cdot \Delta T$ la plus

chargée (pour $k = 1, 2, 4, 6, 12, 24h$) est déterminée. Le maximum horaire pris sera PT_i tel que:

$$PT_i = \text{Max} (PT_1, PT_2, \dots, PT_{168})$$

où 168 est le nombre d'heures d'une semaine.

Le glissement de l'intervalle PT est discret (quasi-mobile). En effet, il y aura une sous-estimation d'autant plus forte que k est faible. Pour obtenir des valeurs exactes le glissement devrait être continu, d'où ΔT doit tendre vers zéro. Mais ce n'est pas possible puisque notre pas de temps de dépouillement est d'une heure.

- Correction de Weiss:

Dans la pratique un coefficient de correction "coefficient de Weiss" K_w est utilisé pour déduire la pluie mobile P_M de la pluie quasi-mobile P_Q (Slimani, 1985):

$$P_M = P_Q \cdot K_w$$

La formule empirique de "coefficient de Weiss":

$$K_w = \frac{1}{1 - \frac{1}{8k}} \quad (35)$$

Où k est le nombre de pas élémentaire de dépouillement $k = PT / \Delta T$.

Si $\Delta T = 1h$ nous avons pour différentes valeurs de pas de temps PT:

Tableau 4. Coefficient de Weiss.

PT	1h	2h	3h	4h	6h	8h	12h	24h
K_w	1.14	1.07	1.04	1.03	1.02	1.02	1.01	1.01

Si le pas élémentaire de dépouillement est journalier, k dans la formule (35) prend les valeurs 1, 2, 3, ... pour les pluies de 1 jour, 2 jour, 3 jours, ... Par conséquent pour passer d'une pluie journalière à une pluie mobile nous avons une correction suivante :

$$P_{24h} = 1.14 P_j$$

CHAPITRE II: AJUSTEMENT DES VALEURS DE PLUIE DE CHAQUE STATION ET CALCUL DES PARAMETRES PLUVIOMETRIQUES.

II.1. AJUSTEMENT DES VALEURS DE PLUIE DE CHAQUE STATION.

II.1.a. Ajustement et estimation des paramètres pluviométriques.

Pour chacune des 52 stations on a ajusté la série des valeurs maximales annuelles de pluie selon deux fonctions non-paramétriques: la fonction des noyaux, la fonction proposée par Villasenor et selon la loi de Gumbel. Les maximums annuels sont calculés sur des pluies quasi - mobile. A partir des pluies horaires on a accumulé des pluies avec plusieurs pas de temps (PT):

$$PT = 2 h, PT = 4 h, PT = 6 h, PT = 12 h, PT = 24 h.$$

L'accumulation est réalisée de façon quasi-mobile, le glissement se fait avec un pas de temps d'une heure. D'après le tableau 4 nous remarquons que les corrections ne sont pas très significatives au delà de deux heures, compte tenu des autres incertitudes de dépouillement. Alors, nous proposons un coefficient multiplicateur de $K_w = 1.14$ pour les maximums annuels au pas de temps d'une heure, $K_w = 1.07$ pour ceux à deux heures.

Les paramètres pluviométriques - les pluies de temps de retour 10, 50, 100, 500, 1000 ans et les gradex sont calculés à partir des pluies de différents pas de temps:

$$PT = 1 h, PT = 2 h, PT = 4 h, PT = 6 h, PT = 12 h, PT = 24 h.$$

Selon la partie II.6.g.le gradex a_1 est calculé à partir du modèle (31) de façon suivante:

$$a_1 = 1 / c \quad (36)$$

Ce gradex est différent par rapport au gradex proposé par Duband et Guillot (1969), souvent, il est plus grand que l'autre. C'est parce que ce gradex n'est calculé que sur la partie supérieure correspondant au 30% supérieur du graphe de $\hat{F}_n(x)$:

II.1.b. Critique des résultats.

Les résultats d'ajustement de trois méthodes (Gumbel, fonction de noyaux, Villasenor) sont assez proches. Pour un temps de retour petit (par exemple, inférieur à 10 ans), méthode d'ajustement par fonction de noyaux donne un très bon résultat parce que les valeurs interpolées sont toujours autour d'un point empirique à un rayon h , qui

est le coefficient d'étendue, mais pour un temps de retour rare, cette méthode donne des résultats erronés. Dans l'ensemble, pour un temps de retour supérieur à 100 ans, la méthode Villasenor est préférable. Si la série de données est homogène (les valeurs de pluies ne changent pas brusquement) les résultats des deux méthodes Gumbel et Villasenor ne sont pas très différents, mais souvent les valeurs d'ajustement par la méthode Villasenor sont plus proches des valeurs empiriques (station Mont Aigoual, station Collet de Deze, voir Fig. B.II.1 et Fig. B.II.2). Pour les séries de données non-homogènes les résultats de ces deux méthodes sont très différents, par exemple, la série de la station Villefort, station Remoulins, station Nîmes (voir Fig. B.II.3, Fig. B.II.4 et Fig. B.II.5) et nous avons préféré utiliser les résultats de la méthode de Villasenor qui utilisent un lissage sur la partie supérieure de la fonction de distribution.

II.1.c. Comparaison des résultats ajustés par Slimani M. avec ceux de la méthode Villasenor.

Pour comparer on a fait des ajustements sur des échantillons identiques à ceux de Slimani. Slimani a ajusté la série de maxima mensuels par la méthode Gumbel. Cette méthode ne donne un bon résultat que dans le cas où la série des maxima mensuels se compose de valeurs homogènes. Dans la nature, souvent cette condition n'est pas satisfaite. Il existe des mois, où il ne pleut pas beaucoup, quelquefois il n'y a pas de pluie pendant un mois. La série de données dans ce cas là consiste des valeurs très grandes et des valeurs très petites, donc, elle n'est pas homogène. Dans six stations de test sur les maxima mensuels il y a déjà cinq stations ayant une série non homogène, qui est de même type de la station Soudorgues (il existe des valeurs très petites: 0.57 mm et 0.58 mm et des valeurs très grandes: 63.84 mm, 82.08 mm)

Maxima mensuels (mm), le pas de temps $PT = 1$ h:

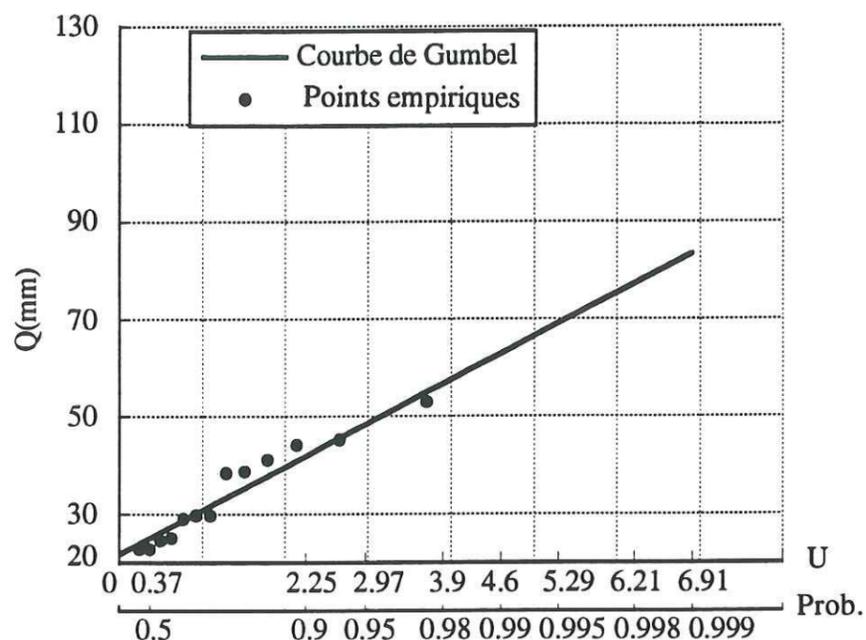
Soudorgues

0.57, 0.58, 2.28, 3.42, 3.42, 3.99, 3.99, 3.99, 6.27, 6.84, 8.55, 8.55, 10.26, 12.54, 12.54, 12.54, 16.53, 17.1, 19.38, 25.08, 29.64, 33.06, 35.34, 37.05, 42.18, 47.31, 50.73, 63.84, 82.08

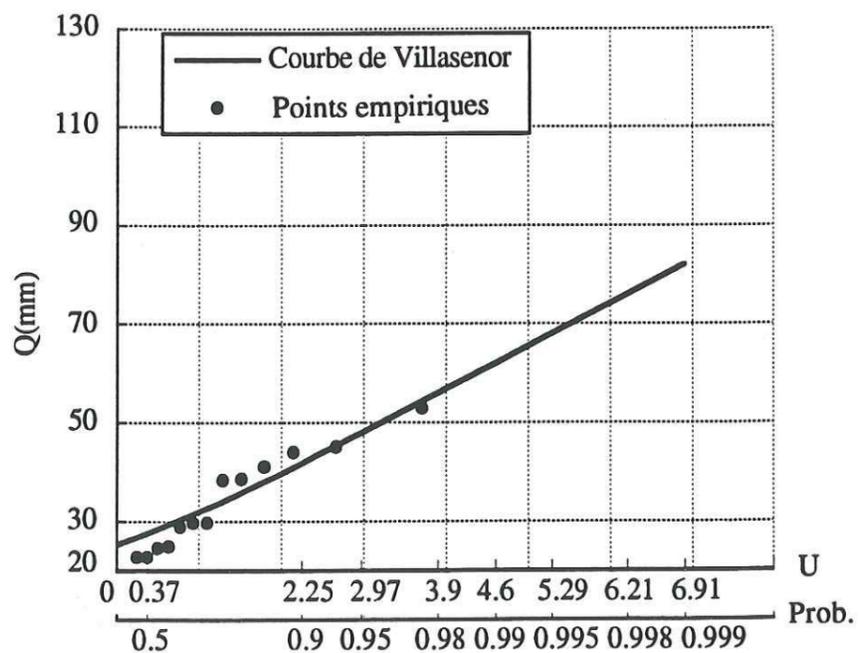
On peut remarquer tout de suite qu'une loi extrême (par exemple, la loi de Gumbel) ajuste très mal ce type de données (par exemple, station Malons et station Montclus, voir Fig. B.II.6 et Fig. B.II.7). Mais si on choisit les maxima annuels à partir de ces valeurs, une loi extrême l'ajuste beaucoup mieux que la série précédente même dans le cas où il n'y a que 10 ans de données. Les figures de B.II.6 à B.II.10 montrent que les maximales annuelles des stations Malons, Montclus, Soudorgues sont bien ajustés par

les lois extrêmes, en particulier, la méthode de Villasenor donne les meilleurs ajustements.

AJUSTEMENT PAR GUMBEL (maxima annuels)



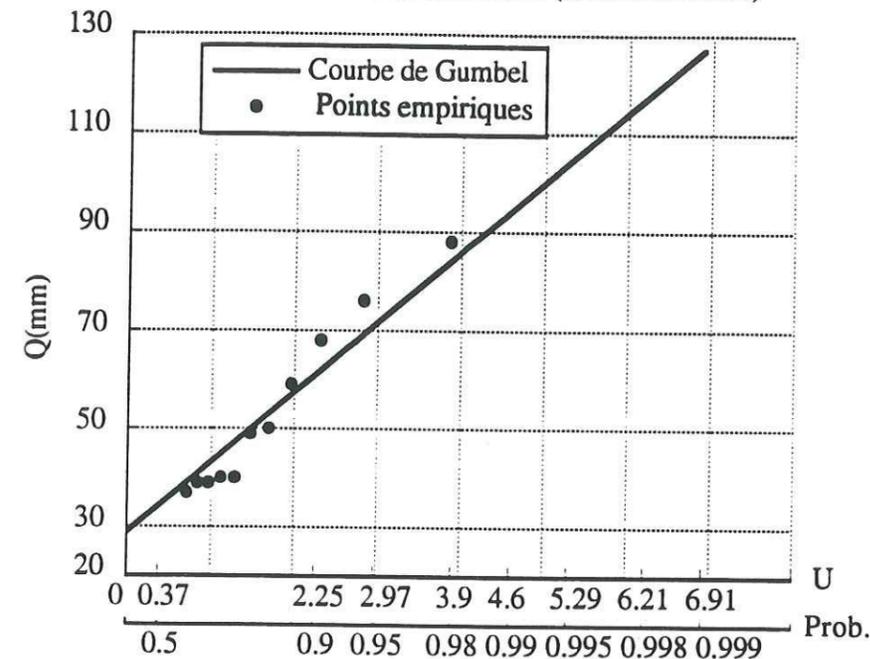
AJUSTEMENT PAR VILLASENOR (maxima annuels)



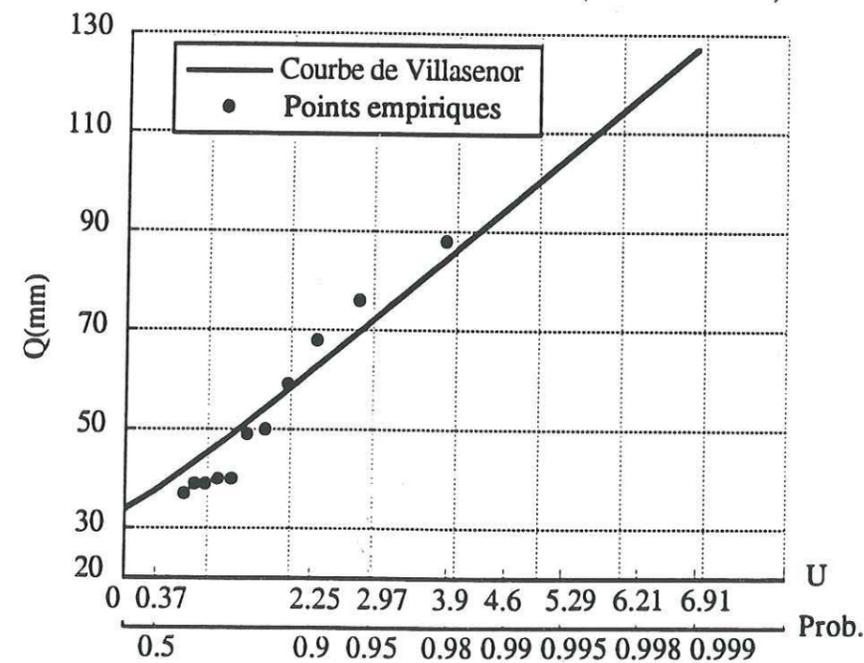
STATION MONT AIGOUAL (T=1H)

Fig. B.II.1

AJUSTEMENT PAR GUMBEL (maxima annuels)

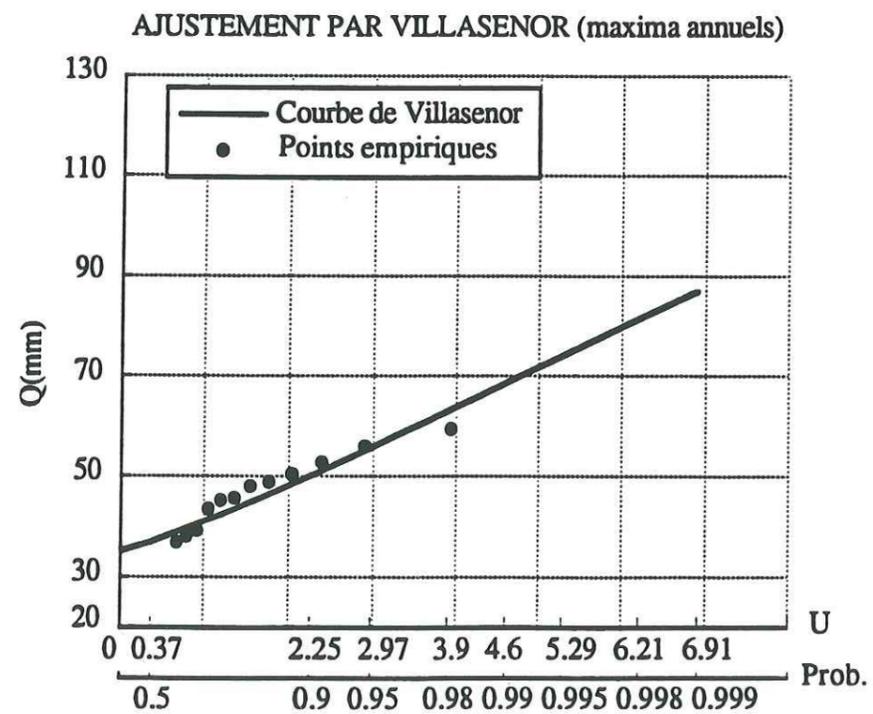
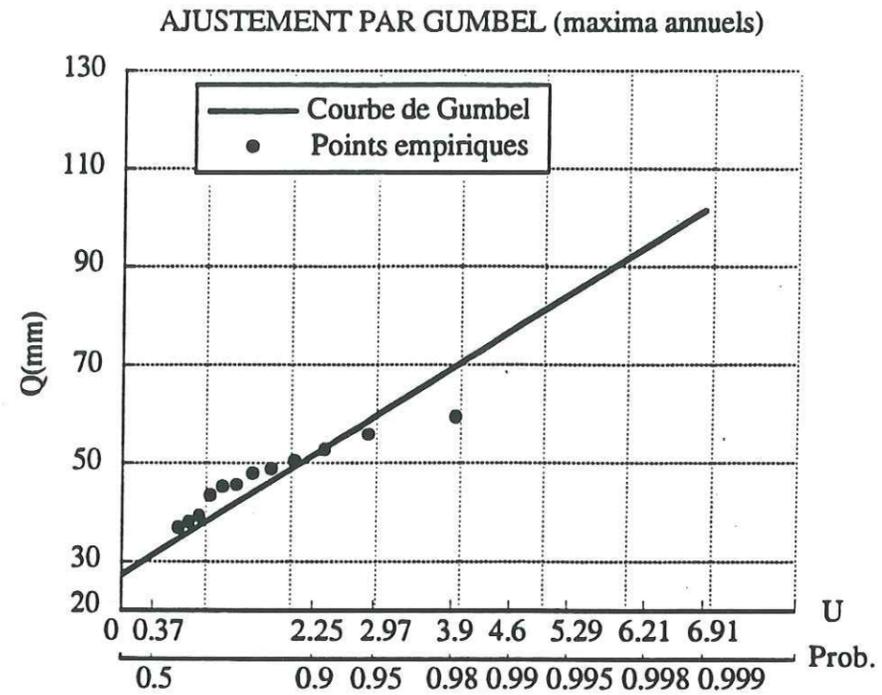


AJUSTEMENT PAR VILLASENOR (maxima annuels)



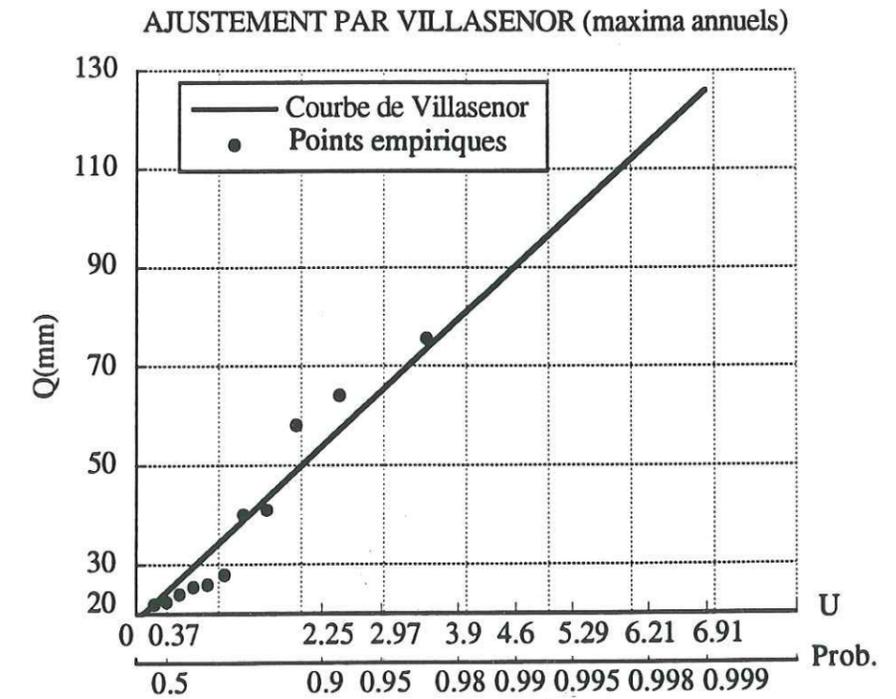
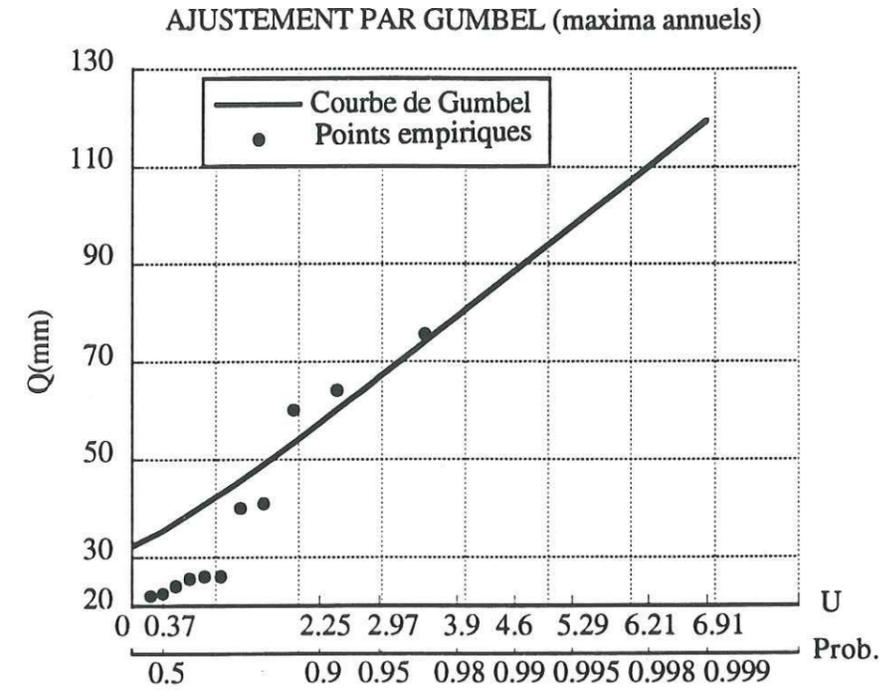
STATION COLLET DE DEZE (T=1H)

Fig. B.II.2



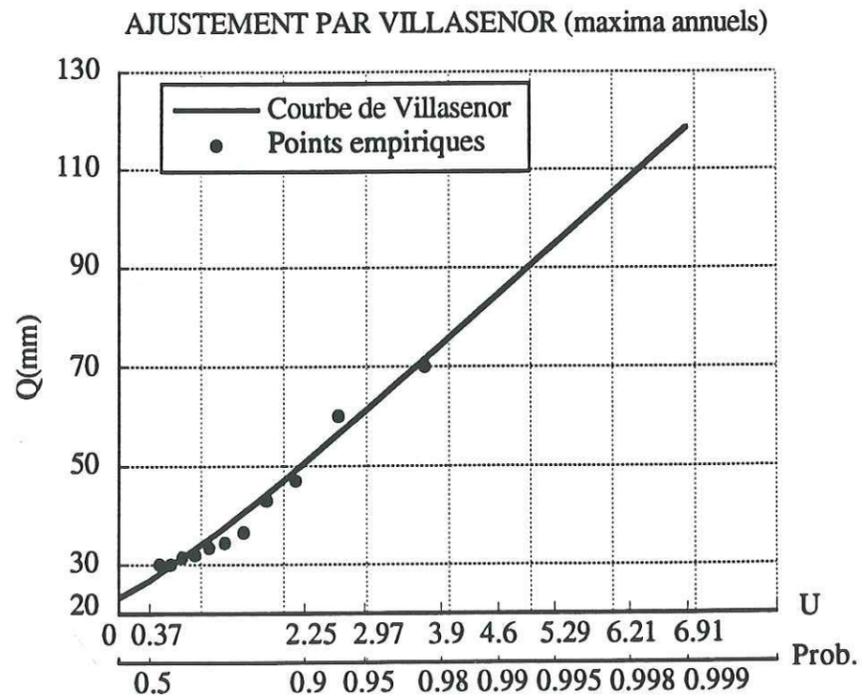
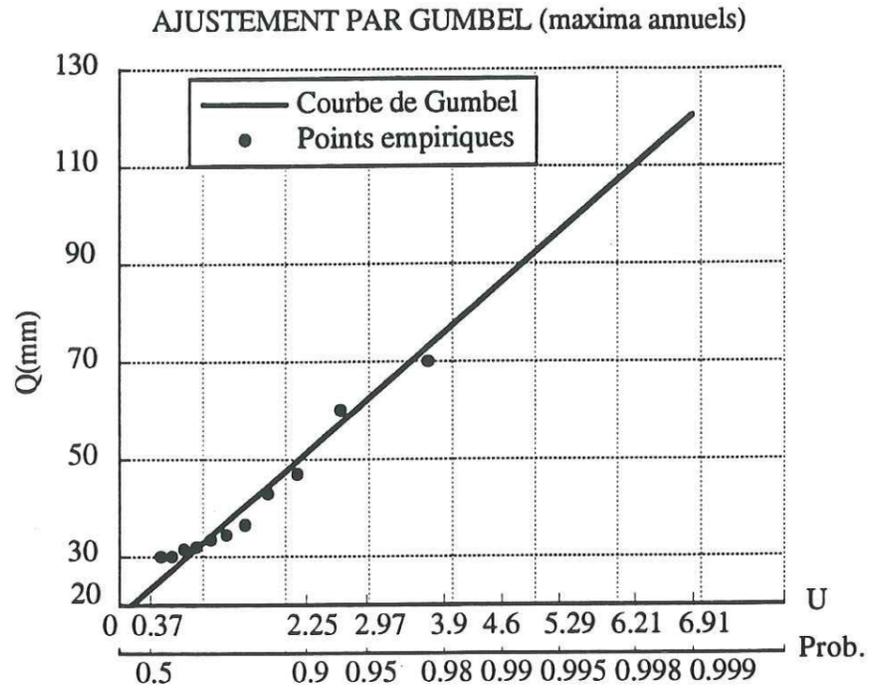
STATION VILLEFORT (T=1H)

Fig. B.II.3



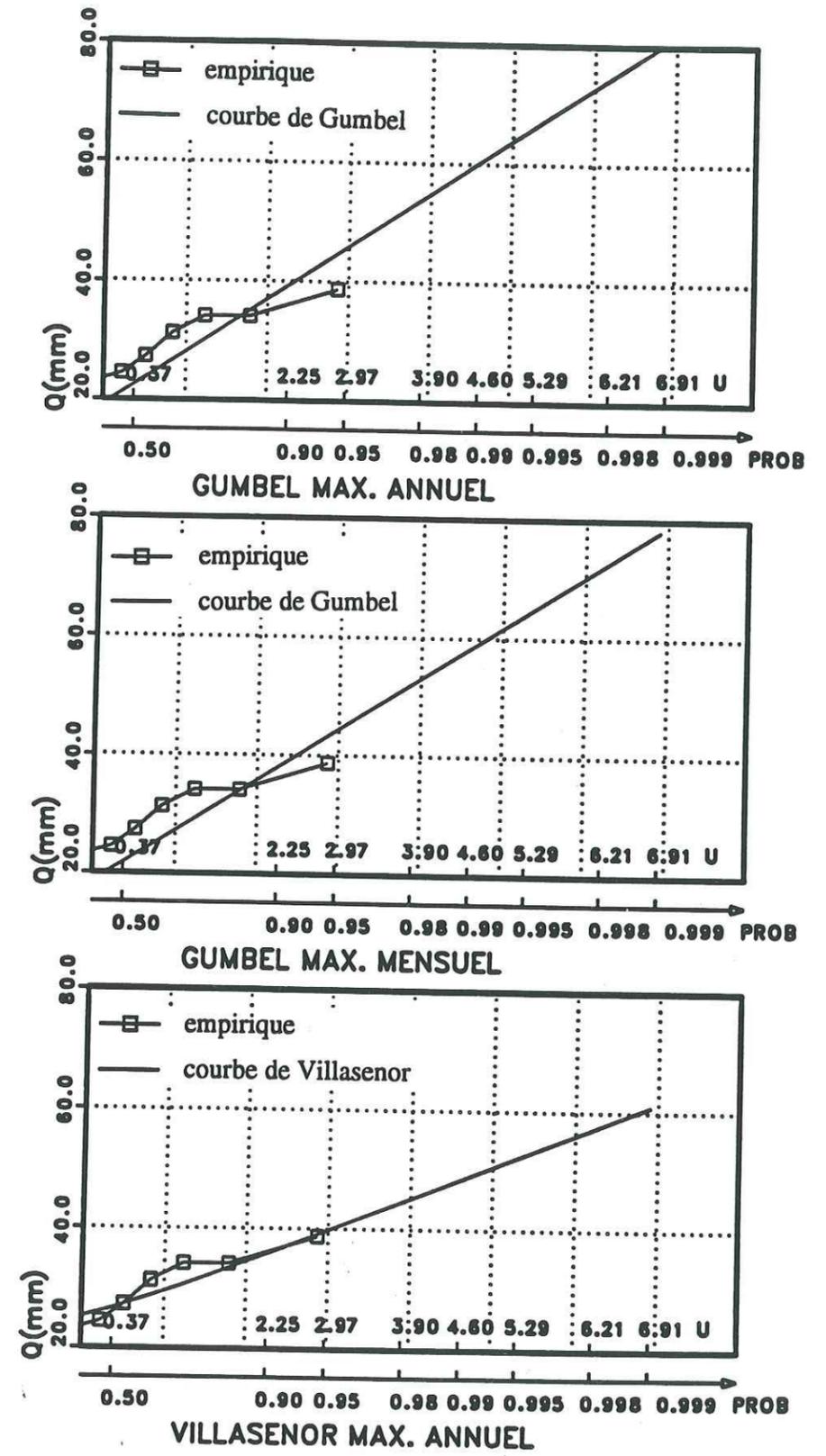
STATION REMOULIN (T=1H)

Fig.B.II.4



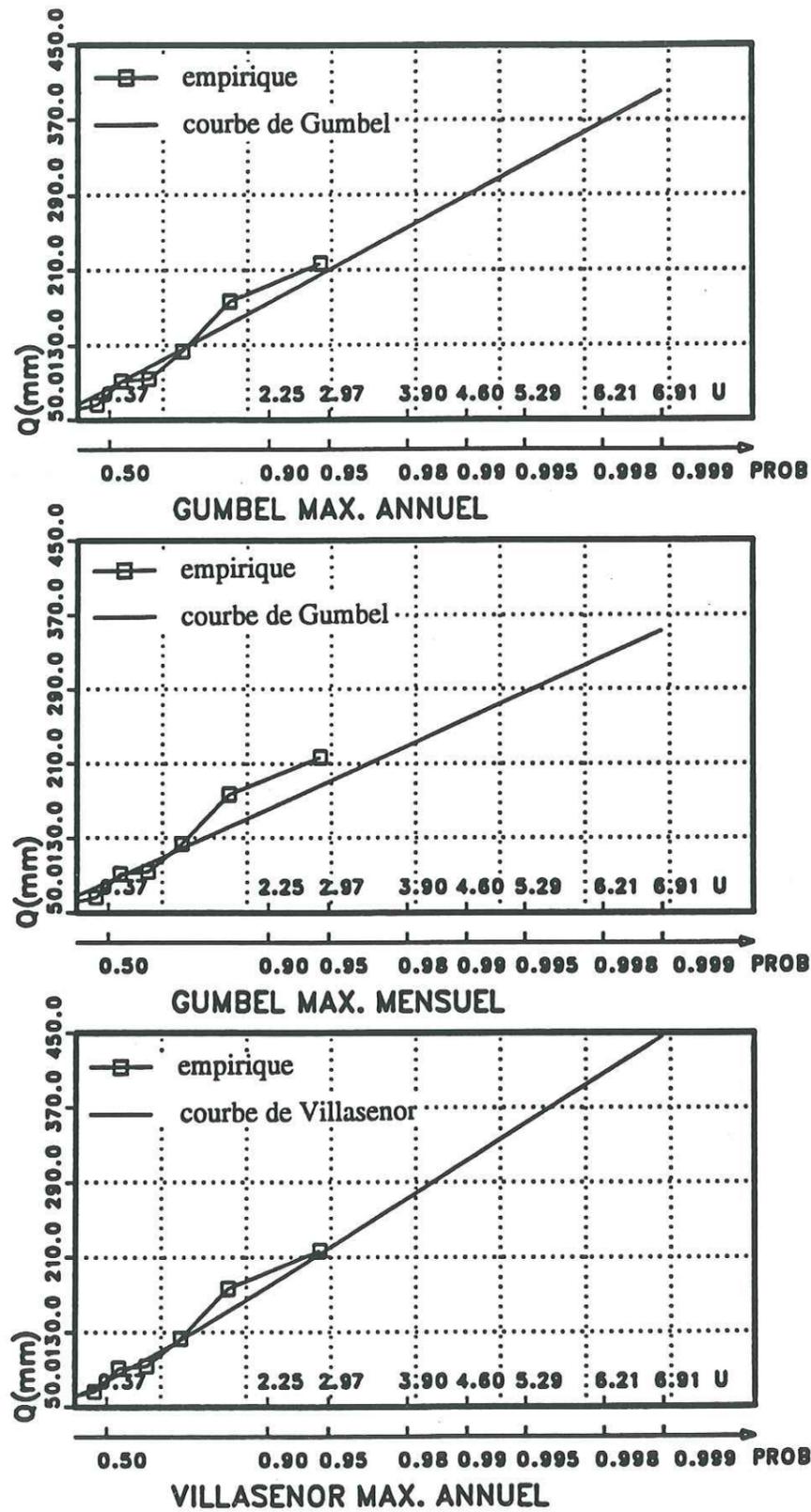
STATION NIMES (T=1H)

Fig. B.II.5



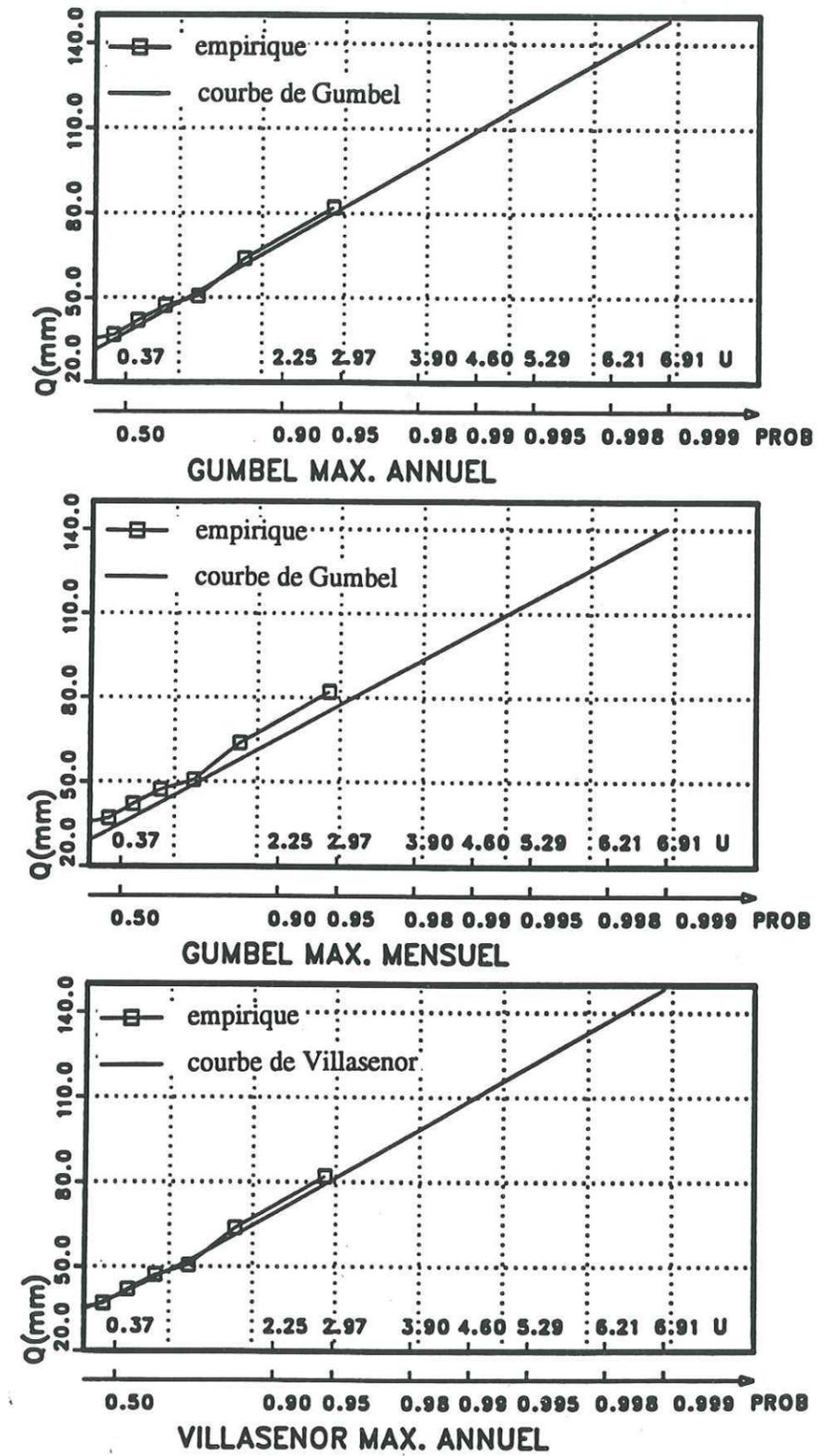
AJUSTEMENT SUR LES PLUIES MAX
T=1h.STATION MALON.Taille echan. 10 ans

Fig. B.II.6



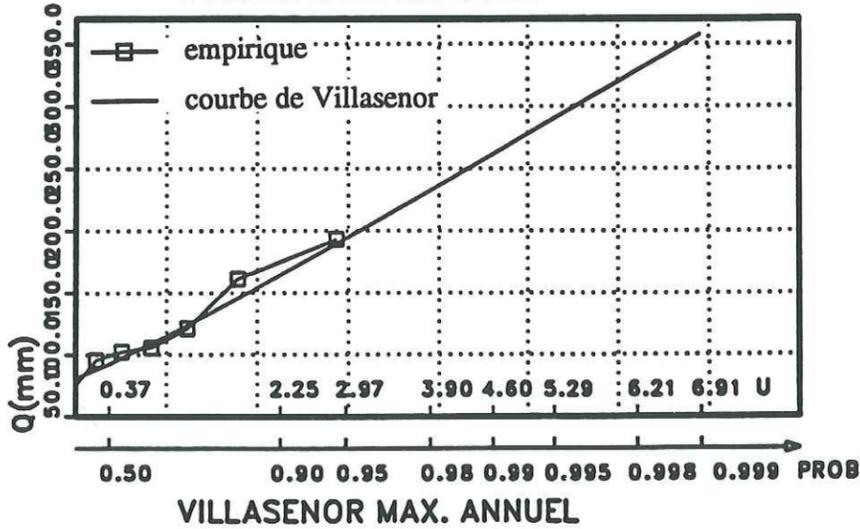
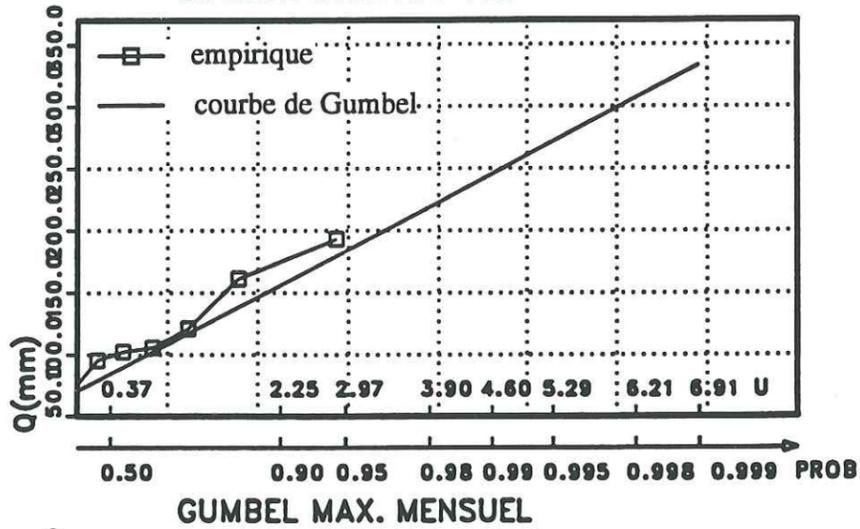
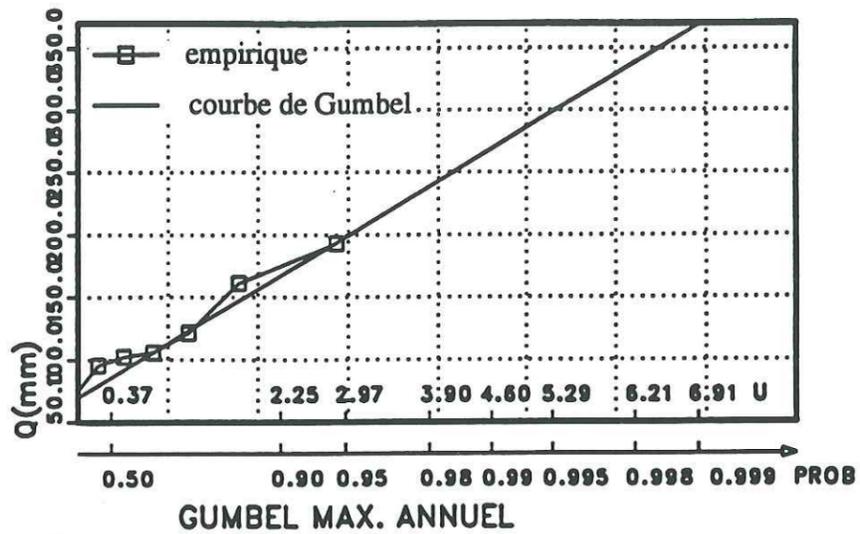
AJUSTEMENT SUR LES PLUIES MAX
T=24 h. STATION MONTCLUS. Taille echan. 10 ans

Fig. B.II.7



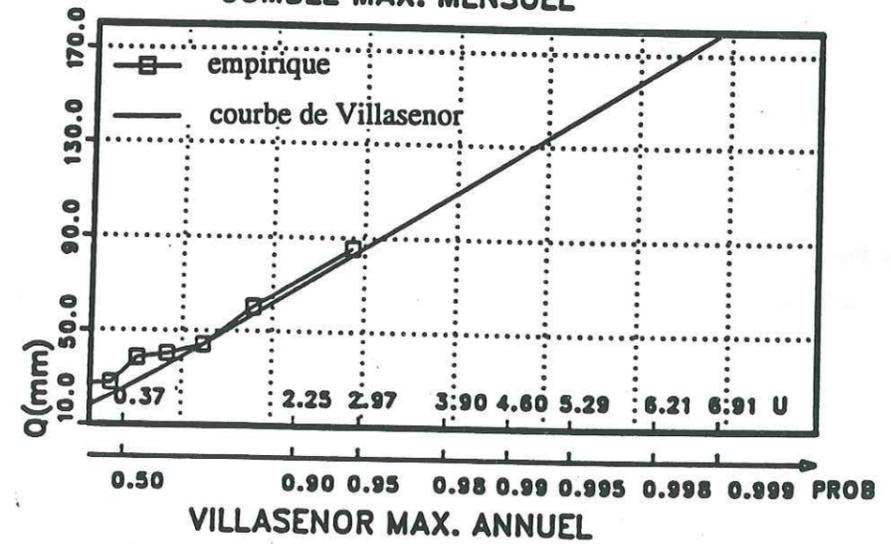
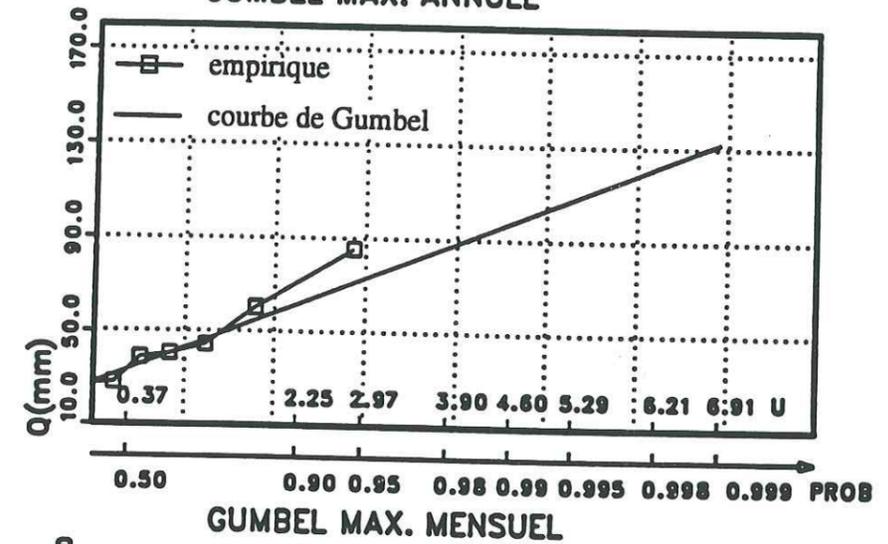
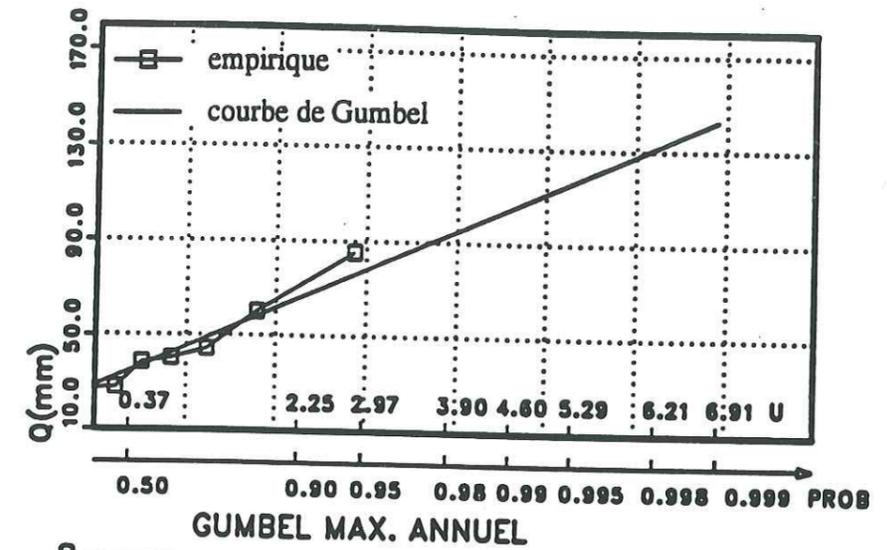
AJUSTEMENT SUR LES PLUIES MAX
T=1h. STATION SOUDORGUES. Taille echan. 10 ans

Fig. B.II.8



AJUSTEMENT SUR LES PLUIES MAX
T=6 h. STATION SOUDORGUES. Taille echan. 10 ans

Fig. B.II.9



AJUSTEMENT SUR LES PLUIES MAX
T=2 h. STATION MONTCLUS. Taille echan. 10 ans

Fig. B.II.10

II.2. COEFFICIENT DE MONTANA.

II.2.1. Coefficient de Montana.

Pour exprimer pour une station donnée la variation du gradex en fonction du pas de temps utilisé il existe plusieurs formules. Dans ce travail, on utilise la formule de Montana parce qu'elle est simple (deux paramètres). Elle est définie selon la formule suivante:

$$a = \alpha * (PT)^n \quad (37)$$

où "n" est "coefficient de Montana",

a est le gradex au pas de temps PT

α , n sont deux paramètres régionaux.

Quand on exprime la formule de Montana sous la forme de logarithme la courbe de $\log(a)$ en fonction de PT est donc une droite de pente "n".

$$\log a = n \log (PT) + \log \alpha = n \log (PT) + C \quad (38)$$

Cette équation est linéaire ($y = ax + b$). En utilisant la méthode des moindres carrés on calcule le coefficient de Montana "n" pour chaque station. Des études menées par Lavabre (1983) et par Niel (1984) ont montré que la droite $\log(a)$ présente une cassure au niveau de 3 h, 4 h :

$$\begin{aligned} PT \leq 4h & : \log a = n_1 \log t + c_1 \\ PT \geq 4h & : \log a = n_2 \log t + c_2 \end{aligned} \quad (39)$$

Cependant quand on utilise la correction de Weiss (35) pour ces calculs, la cassure est pratiquement négligeable (Laborde, 1984).

Des études de Laborde (1984) sur l'Alsace Lorraine ont montré que le paramètre de Montana varie en fonction de la saison (en hiver de 0.35 à 0.75, en été de 0.1 à 0.4). Les gradex d'hiver évoluent toujours plus vite avec le pas de temps que ceux d'été. Le coefficient de Montana dans nos travaux sur la région des Cévennes varie de 0.17 jusqu'à 0.75. Ce coefficient est tout à fait raisonnable par rapport à la conclusion de Laborde, bien que les deux régions ne soient pas les mêmes et même éloignées l'une de l'autre. Il est supérieur à celui d'été et à peu près égal à celui d'hiver.

II.2.2. Etude d'évolution des pluies de distribution fréquentielle par coefficient de Montana.

Le coefficient de Montana peut être utilisé pour l'évolution des pluies décennales, vingtennales, centennales...en fonction du pas de temps (1 h à 24 h).

$$P_{TR}(PT) = \alpha' (PT)^{n'}$$

où $P_{TR}(PT)$ est la pluie au pas de temps "PT" et de temps de retour "TR";

n' est le coefficient de Montana;

α' est le paramètre régional.

Ce paramètre reste presque le même pour les pluies décennales et cinquantiennes sur les stations de Cévennes (Maximum : 0.62 pour la pluie de temps de retour de 10 ans, 0.64 pour la pluie de temps de retour de 50 ans sur la station Mont Aigoual). Leur écart absolu moyen est de l'ordre de 2%. Leur écart absolu maximum ne dépasse 6,7% (station Barre des Cévennes).

Il est remarqué que sur un même graphique ($\log P_{TR}$, $\log(PT)$), où: P_{TR} est la pluie du temps de retour TR; PT est le pas de temps, pour plusieurs valeurs de TR nous avons des droites parallèles (voir Fig. B.II.11)

Selon les études menées par Laborde (1984), Niel (1984), Slimani (1984) et selon les résultats de notre travail, on peut arriver à une conclusion que le paramètre de Montana ne change pas beaucoup d'une période de retour TR à l'autre. Il est presque constant pour une gamme de temps de retour de 10 ans à 50 ans.

Fig. B.II.11. La variation de pluies selon le pas de temps .

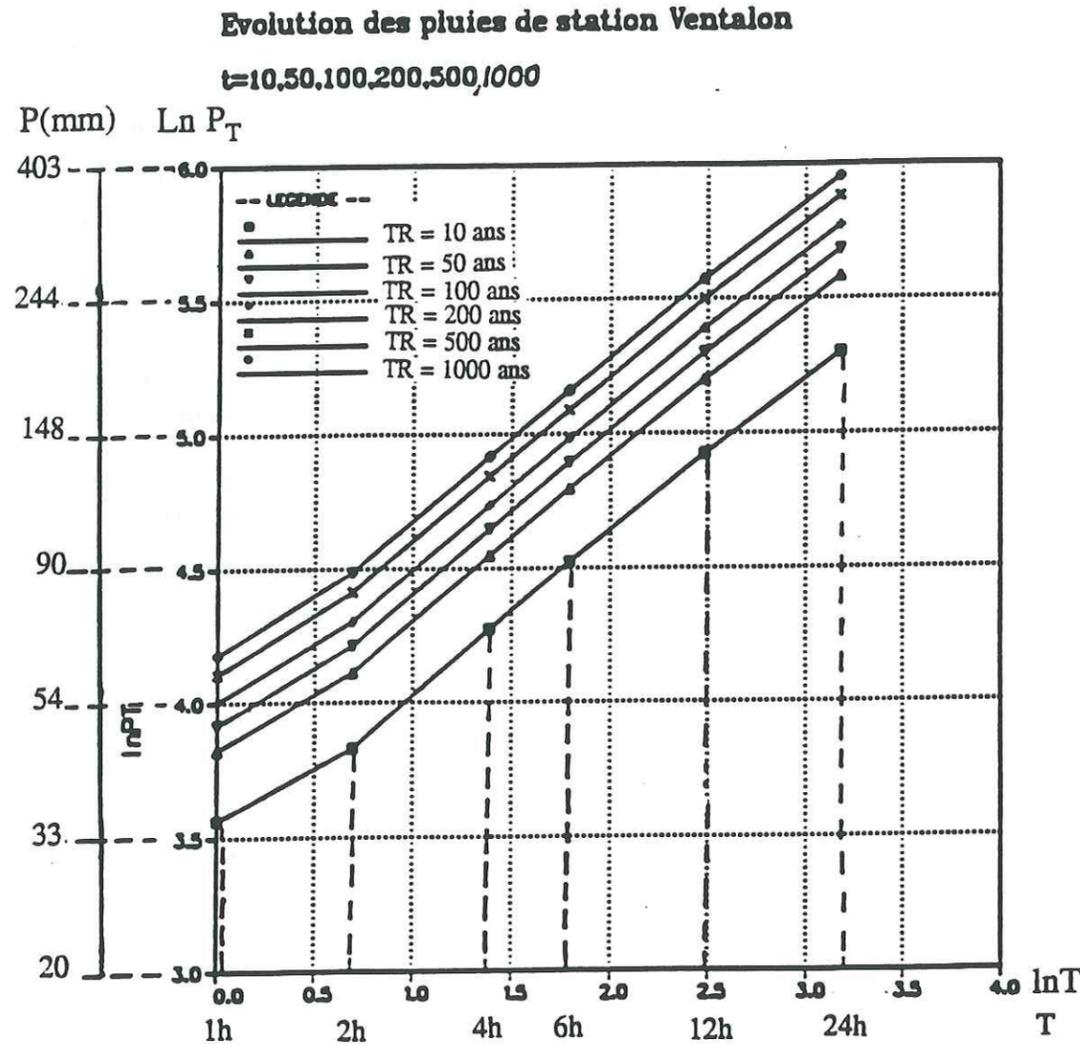


Tableau 5. Gradex (en mm) selon le pas de temps

STATION	CODE	1h	2h	4h	6h	12h	24h	n
Ales	201	21.69	32.73	34.53	36.72	38.51	43.87	0.26
Collet de Dèze	206	18.05	22.50	*	41.25	*	53.40	*
Soudorgues	208	14.57	17.48	*	41.78	*	47.21	*
St Jean du Gard	211	17.28	22.98	*	56.13	*	65.26	*
St Etienne V. Franc	215	17.24	28.44	47.44	48.06	52.78	68.80	0.41
Barre des Cévennes	216	9.37	10.93	26.49	30.42	59.32	75.25	0.70
Montclus	217	14.89	24.09	30.68	26.58	41.09	43.01	0.40
Bessegès	219	9.86	14.67	22.39	26.32	38.29	54.56	0.45
Malons	220	6.15	9.76	18.68	25.13	51.43	62.18	0.78
Quissac	223	12.10	16.46	*	22.95	*	29.88	*
Valleraugue	226	9.13	12.42	19.09	26.72	44.22	60.51	0.50
Le Vigan	227	11.84	21.57	*	24.65	*	70.68	*
St. Maurice de Ventalon	228	6.50	8.98	14.08	17.85	27.22	45.06	0.40
Villefort	229	8.06	10.51	14.35	18.23	29.96	53.16	0.59
Pied de Borne	230	8.43	12.10	17.69	25.15	37.02	46.10	0.56
Chasserades	231	6.25	13.77	21.42	27.63	45.12	48.57	0.66
Loubaresse	232	11.33	14.98	19.30	21.34	27.43	45.06	0.36
Montpézat	234	9.93	11.48	16.97	20.96	37.81	62.91	0.51
Issarles	236	9.01	12.04	15.65	18.32	23.10	22.78	0.30
Langogne	237	5.53	7.66	16.70	17.22	24.14	32.33	0.54
Thoras	238	5.16	4.96	6.62	8.79	14.07	20.13	0.47
St. Pierreville	239	7.07	6.64	11.24	14.18	21.16	35.49	0.53
Le Cheylard	240	9.55	11.15	19.38	25.32	35.64	44.84	0.52
Lamastre	241	11.78	20.35	26.78	30.66	37.75	57.92	0.33
La Chase St Et. Lugdar	243	9.55	11.46	18.75	25.03	46.12	65.77	0.66
Privas	244	8.92	8.18	9.83	12.64	20.81	28.71	0.40
Bagnols les Bains	247	12.54	11.03	16.01	21.95	21.34	23.11	0.28
Montmirat	248	7.07	7.89	15.87	21.58	29.46	31.02	0.55
Pont de Montverz	249	10.93	14.35	20.17	22.53	43.71	46.49	0.30
Trèves	250	8.04	7.74	12.06	15.11	26.91	38.15	0.55
Mont Aigoual	251	8.73	12.63	19.77	24.57	40.83	72.45	0.68
Nîmes	252	16.97	22.94	*	53.35	*	61.26	*
Bagnols sur Cèze	254	9.59	18.90	*	28.92	*	34.40	*
Uzes	255	9.12	15.40	18.44	23.45	29.27	34.67	0.42
Rémoulins	256	17.60	19.41	*	23.96	*	25.02	*
Sommières	258	10.39	6.45	*	11.23	*	27.58	*
Fozières	260	14.17	20.58	26.67	31.56	37.90	48.23	0.40
Blandas	261	9.23	10.51	10.65	11.27	21.33	35.61	0.41
Puechabon	262	27.62	23.08	30.11	42.22	61.43	77.59	0.44
Valflaunes	263	11.64	15.45	21.99	26.75	30.43	34.36	0.35
Laurens	266	6.88	10.45	22.10	27.95	36.17	54.23	0.66
Cognac	268	14.49	14.51	*	23.25	*	32.50	*
Valgorge	272	9.37	12.20	24.34	33.85	58.33	59.27	0.65
Rocher	273	9.32	22.27	31.08	35.98	37.51	47.45	0.36
Clerieux	274	9.88	10.13	14.05	13.25	17.44	24.35	0.28
Mas Bousquet	298	7.47	11.07	19.53	31.30	38.57	42.98	0.62
Arles Ville	500	5.93	5.89	12.14	13.26	11.44	18.39	0.35
Pont de Rousty	501	8.54	6.45	8.27	10.08	20.64	44.28	0.53
St. Maries de la mer	502	9.35	14.19	30.81	37.80	43.84	43.27	0.52
Montoisson	503	4.61	7.29	11.93	12.51	18.70	23.66	0.51
Bonlieu	505	3.06	8.22	11.03	14.50	23.88	32.12	0.64
Poët-Laval	506	5.31	7.35	12.37	11.66	11.59	13.94	0.30

* station avec interruption de mesure.
 n: coefficient de Montana

Tableau 6. Pluies (en mm) de temps de retour de 10 ans selon le pas de temps.

STATION	code	1h	2h	4h	6h	12h	24h	n
Ales	201	65.58	81.45	112.76	111.44	144.46	192.31	0.34
Collet de Dèze	206	70.25	88.11	*	150.20	*	235.79	*
Soudorgues	208	70.27	05.29	*	164.43	*	221.04	*
St Jean du Gard	211	72.43	94.99	*	159.33	*	254.60	*
St Etienne V. Franc	215	59.76	94.35	135.62	164.10	202.64	276.73	0.47
Barre des Cévennes	216	39.84	50.14	89.52	108.54	172.75	240.50	0.56
Montclus	217	60.00	68.00	105.39	102.58	146.13	163.69	0.35
Bessegès	219	48.95	59.70	84.70	97.96	130.91	170.84	0.33
Malons	220	35.20	49.49	78.95	102.59	177.05	226.95	0.63
Quissac	223	54.48	70.05	*	99.98	*	149.89	*
Valleraugue	226	46.69	62.77	96.06	124.18	192.76	307.66	0.56
Le Vigan	227	52.88	78.67	*	111.58	*	255.54	*
St. Maurice de Ventalon	228	35.32	44.44	71.91	92.33	137.82	190.60	0.42
Villefort	229	49.86	67.30	97.36	125.46	186.17	258.77	0.53
Pied de Borne	230	43.43	61.63	85.12	115.83	162.34	204.68	0.50
Chasserades	231	31.82	50.61	78.65	100.32	156.15	193.72	0.58
Loubaresse	232	52.73	75.58	102.51	121.40	166.71	229.10	0.40
Montpézat	234	53.85	69.62	100.05	119.55	194.06	268.15	0.45
Issarles	236	38.42	50.04	64.57	73.99	95.61	109.62	0.34
Langogne	237	27.79	36.30	60.70	69.24	96.89	119.47	0.4
Thoras	238	23.55	24.84	32.98	40.02	58.45	77.87	0.40
St. Pierreville	239	38.24	46.75	70.42	81.69	122.23	167.52	0.48
Le Cheylard	240	42.21	52.38	85.18	110.11	152.71	185.40	0.50
Lamastre	241	42.95	70.88	98.07	117.26	149.50	190.18	0.39
La Chase St Et. Lugdar	243	47.24	56.62	83.05	110.19	186.18	258.36	0.57
Privas	244	42.78	46.25	60.80	74.87	104.87	135.65	0.39
Bagnols les Bains	247	50.72	50.15	69.24	87.31	101.49	112.55	0.32
Montmirat	248	32.06	36.96	59.03	78.55	105.69	123.58	0.46
Pont de Montverz	249	46.07	62.06	90.59	106.58	163.85	201.47	0.34
Trèves	250	36.10	38.87	56.95	69.29	106.91	147.16	0.47
Mont Aigoual	251	41.74	61.84	96.67	122.53	196.73	295.50	0.62
Nîmes	252	57.40	71.01	*	156.08	*	182.30	*
Bagnols sur Cèze	254	45.58	68.22	*	108.04	*	141.05	*
Uzes	255	45.39	64.61	75.71	87.03	101.96	121.83	0.30
Rémoulins	256	65.64	73.17	*	94.66	*	111.79	*
Sommières	258	45.60	45.12	*	72.90	*	141.81	*
Fozières	260	55.44	73.19	94.03	120.94	130.85	167.02	0.35
Blandas	261	38.84	43.79	52.22	62.78	88.08	122.82	0.37
Puechabon	262	87.64	83.68	102.64	131.49	170.21	192.08	0.32
Valflaunes	263	49.28	63.74	89.97	102.38	116.68	136.20	0.32
Laurens	266	37.24	50.82	87.33	105.88	126.42	171.20	0.52
Cognac	268	41.94	51.62	*	87.68	*	158.84	*
Valgorge	272	54.67	69.56	116.68	154.04	232.76	279.77	0.55
Rocher	273	48.97	91.56	124.99	145.29	163.76	190.96	0.35
Clerieux	274	42.41	46.05	62.81	67.12	82.78	108.92	0.30
Mas Bousquet	298	35.09	45.75	73.87	107.96	127.06	156.56	0.50
Arles Ville	500	33.35	41.76	63.27	66.43	72.65	95.46	0.32
Pont de Rousty	501	33.86	33.72	44.57	51.60	70.37	103.24	0.35
St. Maries de la mer	502	36.80	49.27	85.54	100.24	114.20	127.16	0.41
Montoisson	503	33.97	41.33	60.14	66.42	88.36	112.27	0.39
Bonlieu	505	37.42	50.95	62.83	77.88	117.08	158.36	0.45
Poet-Laval	506	38.87	48.87	69.43	74.46	89.48	114.26	0.34

* station avec interruption de mesure.

n: coefficient de Montana

Tableau 7. Pluies de temps de retour de 100 ans selon le pas de temps.

STATION	1h	2h	4h	6h	12h	24h	mtan
201ALES	115.96	157.34	192.99	196.63	234.08	294.33	0.31
206COLLET	112.18	140.42	*	246.21	*	360.16	*
208SOUDORGU	103.85	145.91	*	261.61	*	330.13	*
211J_GARD	112.52	148.37	*	289.67	*	406.46	*
215ETIENNE	99.850	160.37	245.73	275.64	326.50	436.36	0.44
216BARRE	61.560	75.500	150.93	179.02	310.30	414.95	0.61
217MONTCLUS	94.380	124.23	176.23	163.99	240.97	263.13	0.37
219BESSEGES	71.660	93.510	136.31	158.63	219.20	296.70	0.38
220MALONS	49.410	71.980	121.98	160.61	295.59	370.51	0.67
223QUISSA	82.530	108.28	*	153.23	*	219.31	*
226VALLERAU	67.870	91.600	140.44	186.20	295.53	448.08	0.55
227LEVIGAN	80.200	128.48	*	168.53	*	418.88	*
228VENTALON	50.290	65.150	104.47	133.65	200.91	294.67	0.42
229VILLEFOR	68.440	91.560	130.54	167.62	255.47	381.49	0.55
230PIDBORNE	62.850	89.500	125.89	173.81	247.71	311.09	0.52
231CHASSERA	46.220	82.360	128.05	164.04	260.19	305.84	0.61
232LOUBARES	78.860	110.13	147.03	170.62	230.02	333.10	0.39
234MONTPEZA	76.720	96.080	139.19	167.92	281.31	413.39	0.47
236ISSARLES	59.220	77.830	100.73	116.30	149.02	162.38	0.33
237LANGOGNE	40.550	54.000	99.380	109.15	152.79	194.33	0.45
238THORAS	35.450	36.290	48.280	60.350	90.950	124.41	0.42
239PIERRE	54.540	62.040	96.350	114.39	171.15	249.44	0.50
240CHEYLARD	64.200	78.080	129.87	168.51	234.96	288.92	0.51
241LAMAST	70.320	118.10	160.27	188.58	237.25	325.13	0.37
243LACHASE	69.250	83.040	126.28	167.90	292.54	410.16	0.60
244PRIVAS	63.330	65.090	83.470	104.03	152.87	201.91	0.39
247BAGBAINS	79.650	75.650	106.22	138.01	150.76	165.91	0.31
248MONTMIRA	48.370	55.150	95.640	128.33	173.67	195.16	0.50
249PMONVERT	71.280	95.130	137.10	158.56	264.70	308.88	0.32
250TREVES	54.610	56.690	84.740	104.12	168.94	235.15	0.50
251MONTAIGG	61.910	91.050	142.43	179.42	291.20	463.22	0.64
252NIMES	96.510	123.92	*	279.19	*	323.87	*
254BAGSCEZE	67.800	112.09	*	174.97	*	220.65	*
255UZES	66.400	100.08	118.20	141.09	169.46	201.82	0.34
256REMOULIN	106.27	117.95	*	150.02	*	169.61	*
258SOMMIERE	69.710	60.200	*	98.970	*	205.91	*
260FOZIERES	88.110	120.69	155.58	193.78	218.40	278.61	0.37
261BLANDA	60.120	68.030	76.850	88.890	137.51	205.32	0.39
262PUECHABO	151.26	136.92	172.17	229.03	312.24	371.56	0.37
263VALFA	76.100	99.340	140.66	164.03	186.85	215.46	0.33
266LAURENS	53.130	75.060	138.49	170.60	210.16	297.12	0.55
268COGNAC	75.830	85.470	*	141.84	*	234.68	*
272VALGORGE	76.330	97.740	172.87	232.19	367.51	416.77	0.59
273ROCHER	70.500	142.86	196.59	228.16	250.18	300.95	0.35
274CLERIEUR	65.170	69.400	95.190	97.660	123.00	165.06	0.30
298BOUSQUET	52.310	71.240	118.86	180.07	215.97	255.67	0.54
500ARLES	47.0	55.360	91.370	97.210	99.410	138.10	0.33
501PONTSTY	53.5	48.680	63.710	75.110	118.15	206.01	0.42
502MARIEMER	58.370	82.000	156.62	187.47	215.44	227.17	0.46
503MONTISO	44.610	58.170	87.680	95.300	131.51	166.89	0.42
505BONLIEU	44.510	69.940	88.360	111.45	172.31	232.62	0.50
506POET-LAV	51.150	65.890	98.030	101.42	116.32	146.61	0.33

* station avec interruption de mesure.

mtan: coefficient de Montana

Tableau 8. Coefficient de Montana (n).

* T: le temps de retour

STATIONS	n pour T=10	n pour T=50	n pour T=100	n pour T=200	n pour T=500	n pour T=1000	n pour a
201 ALES	0.34	0.32	0.31		0.30	0.30	0.26
215 St. ETIENNE	0.47	0.45	0.44	0.44	0.44	0.44	0.41
216 BARRE CEVENNES	0.56	0.60	0.61	0.62	0.63	0.64	0.70
217 MONTCLUS	0.35	0.37	0.37	0.37	0.38	0.38	0.40
219 BESSEGES	0.33	0.37	0.38	0.39	0.39	0.40	0.45
220 MALONS	0.63	0.66	0.67	0.68	0.69	0.70	0.78
226 VALLERAUGUE	0.56	0.55	0.55	0.54	0.54	0.54	0.50
228 St.M. VENTALON	0.42	0.42	0.42	0.41	0.41	0.41	0.40
229 VILLEFOR	0.53	0.55	0.55	0.55	0.56	0.56	0.59
230 PIDBORNE	0.50	0.52	0.52	0.52	0.53	0.53	0.56
231 CHASSERADES	0.58	0.60	0.61	0.62	0.62	0.62	0.66
232 LOUBARES	0.40	0.39	0.39	0.38	0.38	0.38	0.36
234 MONTPEZAT	0.45	0.47	0.47	0.48	0.48	0.48	0.51
236 ISSARLES	0.34	0.33	0.33	0.33	0.32	0.32	0.30
237 LANGOGNE	0.40	0.44	0.45	0.46	0.47	0.48	0.54
238 THORAS	0.40	0.42	0.42	0.43	0.43	0.44	0.47
239 PIERREVILLE	0.48	0.49	0.50	0.50	0.50	0.50	0.53
240 LE CHEYLARD	0.50	0.50	0.51	0.51	0.51	0.51	0.52
241 LAMAST	0.39	0.37	0.37	0.36	0.36	0.36	0.33
243 LA CHASE	0.57	0.59	0.60	0.61	0.61	0.61	0.66
244 PRIVAS	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.40
247 BAGNOLS BAINS	0.32	0.31	0.31	0.30	0.30	0.30	0.28
248 MONTMIRAT	0.46	0.49	0.50	0.50	0.51	0.51	0.55
249 PONT MONTVERZ	0.34	0.33	0.32	0.32	0.32	0.32	0.30
250 TREVES	0.47	0.49	0.50	0.51	0.51	0.51	0.55
251 MONT AIGOUAL	0.62	0.64	0.64	0.64	0.65	0.65	0.68
255 UZES	0.30	0.33	0.34	0.35	0.36	0.36	0.42
260 FOZIERES	0.35	0.37	0.37	0.37	0.38	0.38	0.40
261 BLANDAS	0.37	0.38	0.39	0.39	0.39	0.40	0.41
262 PUECHABON	0.32	0.36	0.37	0.38	0.39	0.39	0.44
263 VALFLAUNES	0.32	0.33	0.33	0.33	0.34	0.34	0.35
265 BELAIR	0.32	0.33	0.34	0.34	0.34	0.34	0.36
266 LAURENS	0.52	0.54	0.55	0.56	0.57	0.58	0.66
272 VALGORGE	0.55	0.58	0.59	0.59	0.60	0.60	0.65
273 ROCHER	0.35	0.35	0.35	0.35	0.36	0.36	0.36
274 CLERIEUX	0.30	0.30	0.30	0.29	0.29	0.29	0.28
298 MAS BOUSQUET	0.50	0.53	0.54	0.55	0.56	0.56	0.62
500 ARLES VILLE	0.32	0.33	0.33	0.33	0.33	0.34	0.35
501 PONT DE ROUSTY	0.35	0.41	0.42	0.44	0.45	0.45	0.53
502 St.MARIES MER	0.41	0.45	0.46	0.47	0.48	0.48	0.53
503 MONTOISON	0.39	0.41	0.42	0.43	0.44	0.44	0.51
505 BONLIEU	0.45	0.49	0.50	0.51	0.52	0.53	0.64
506 POET LAVAL	0.34	0.33	0.33	0.32	0.32	0.32	0.30

CHAPITRE III : STRUCTURE SPATIALE ET CARTOGRAPHIE

DES PARAMETRES PLUVIOMETRIQUES.

Dans les chapitres précédents nous avons fait des analyses statistiques station par station en fonction du pas de temps. Dans ce chapitre, nous nous fixerons un pas de temps et comparerons sous forme cartographique les résultats de l'ensemble des stations. Maintenant nous allons faire une analyse spatiale des données qui sont mesurées ou bien prises en même temps. La présentation des données sous une forme cartographique permet de donner rapidement une idée de la variation d'un paramètre dans l'espace. L'idéal est de porter non seulement les valeurs calculées sur une carte géographique mais encore de tracer des lignes d'isovaleurs. Pour cela, il est nécessaire d'utiliser des techniques d'interpolation spatiale. Ces techniques sont nombreuses. Les plus simples n'utilisent que la répartition géographique des stations; d'autres prennent en compte la structure de la variation dans l'espace du phénomène.

A la suite des travaux précédents effectués notamment sur les répartitions spatiales de caractéristiques pluviométriques, nous avons utilisé deux méthodes d'interpolation: méthode spline et méthode de krigeage. La méthode spline se base sur une fonction spline type plaque mince à deux dimension. Dans cette méthode les valeurs mesurées sont très importantes, elles sont utilisées directement pour le calcul des coefficients de pondération. Par contre, dans la méthode de krigeage, ce qui est le plus important c'est la structure spatiale des points mesurés. Cette méthode se base sur la théorie des variables régionalisées. Elle nécessite la connaissance de la structure statistique des écarts des valeurs entre les stations en fonction de la distance entre stations. Une manière de définir cette structure est le calcul et l'ajustement d'une fonction de structure appelée "Variogramme".

III.1. VARIOGRAMME.

Pour étudier la structure spatiale d'un phénomène défini dans l'espace, on utilise une fonction de structure appelée "variogramme". Cette fonction nous permettra ensuite aisément de résoudre le système de krigeage et donc de reconstituer la pluie tombée en tout point du champ.

III.1.a. Définition du variogramme.

Une certaine fonction aléatoire $z(t)$ connue en n points expérimentaux t_1, t_2, \dots, t_n , satisfaisant les conditions :

$$\begin{aligned} E[z(t+h) - z(t)] &= 0 \\ \text{Var}[z(t+h) - z(t)] &= 2\gamma(h) \end{aligned} \quad (40)$$

est dite fonction aléatoire intrinsèque notée F.A.I.

où: E est l'espérance mathématique;

Var est la variance;

h est la distance entre deux points d'un champ étudié (ici, deux stations)

$\gamma(h)$ est la fonction demi-variogramme ou simplement fonction variogramme.

Le variogramme de la F.A.I. s'écrit donc :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E[(z(t+h) - z(t))^2] \quad (41)$$

Cette fonction est estimée à partir des couples des points expérimentaux de l'unique réalisation $z(s)$. La formule permettant la construction du variogramme expérimental (variogramme brut) est la suivante:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2 N(h)} \sum_{j=1}^{N(h)} [z_j(t) - z_j(t+h)]^2 \quad (42)$$

où $N(h)$: nombre de couples de mesure $(s, s+h)$ de distance h.

$z_j(t)$ et $z_j(t+h)$ sont deux points expérimentaux qui sont séparés à une distance de "h" et qui forment un couple d'une réalisation unique.

Comme dans la pratique, il est exceptionnel de trouver des couples situés à une même distance "h", on effectue le calcul par classes de distances; bien souvent, on prend soit des classes équidistantes, soit des classes de longueurs inégales pour avoir un nombre à peu près constant de couples par classe.

III.1.b. Comportements des variogrammes expérimentaux.

- Comportement du variogramme à l'origine.

Ce caractère traduit la continuité de la variable régionalisée (V.R.). D'après Delhomme (1979) on peut différencier quatre types de comportement par ordre de régularité décroissante : parabolique, linéaire, type de discontinuité à l'origine et l'aspect plat. (Fig. B.III.1).

- Comportement parabolique : quand une variable est extrêmement régulière on peut observer une allure parabolique. Elle est dérivable en moyenne quadratique. (Exemple: la durée d'insolation en plaine.)
- Comportement linéaire : si la variable est moins régulière que le cas précédent, elle est continue en moyenne quadratique mais non dérivable, son variogramme est linéaire à l'origine.
- Discontinuité à l'origine : La discontinuité à l'origine montre que la variable est très irrégulière (non-continue en moyenne quadratique). On l'appelle "effet de pépite", c.à.d, quand la distance entre deux points tend vers "zero", il existe toujours encore un écart qui est au moins égal à l'effet de pépite. Cet effet peut être dû : soit à une microrégionalisation d'échelle très inférieure à l'espacement des données, soit à des erreurs de mesure. (Exemple: la précipitation à quelques minutes.)
- Aspect plat : quand le variogramme est horizontal, on peut dire que la variable est aléatoire pure, c'est l'aspect plat ou bien l'effet de pépite pur. Deux points distincts n'ont aucune corrélation quelque soit leur distance non nulle. Ceci traduit que le phénomène n'a pas de structure. (Exemple: les premiers numéros des plaques minéralogiques des voitures dans un parking.)

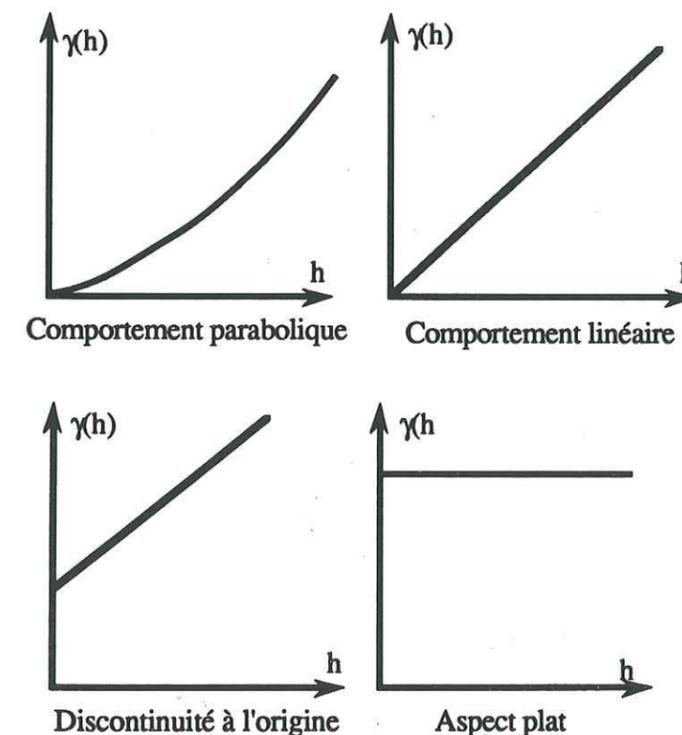


Fig. B.III.1. Comportement du variogramme à l'origine.

- Comportement à l'infini.

Il existe quelques types distincts : variogramme continu indéfiniment croissant, variogramme borné, variogramme en cloche, variogramme avec l'effet de trou (Fig. B.III.2)

- Variogramme continu indéfiniment croissant : Plus la distance entre deux points est grande, plus la variance augmente. Le phénomène change beaucoup dans l'espace. On appelle encore ce variogramme "non-borné". La figure B.III.3.a présente le variogramme de l'épisode de pluie du 14.09.69 de la région Cévennes (Creutin, 1979). Elle illustre ce type de variogramme.

- Variogramme borné : le variogramme peut se stabiliser autour d'une certaine valeur, appelée "palier". La distance à laquelle ce palier est atteint, est appelée "portée", elle renseigne sur l'extension de la zone d'influence d'un point expérimental. Au delà de cette distance les corrélations entre les points sont nulles. (voir Fig. B.III.3.b, Creutin, 1979)

- Variogramme en cloche : ce type de comportement s'explique par l'existence d'une dérive. Quand l'espérance mathématique de la fonction aléatoire n'est pas constante, on peut supposer qu'elle est une fonction de t , $E[z(t)] = m(t)$, de plus, on peut la prendre en compte si elle varie régulièrement, et lui donner le nom "dérive". Cette dérive peut être linéaire ou quadratique ... (voir Fig. B.III.3.c, Creutin, 1979)

- Variogramme avec l'effet de trou : Aux classes de grande distance il y a une chute de variance. Ces fluctuations sont dues au fait que les différentes valeurs de gamma calculée ne sont en fait que des estimations, obtenues parfois avec un petit nombre de couples ou bien elles sont dues aux points qui sont mal repartis dans le champ.

III.2. VARIOGRAMME SOUS-JACENT.

Pour ajuster un variogramme expérimental, on utilise souvent dans le domaine pluviométrique les modèles théoriques suivantes (Fig. B.III.4):

+ Modèle sphérique :

$$\text{pour } h < a : \gamma(h) = C \left[\frac{3|h|}{2a} - \frac{|h|^3}{2a^3} \right] \quad (43)$$

$$\text{pour } h > a : \gamma(h) = C \quad (44)$$

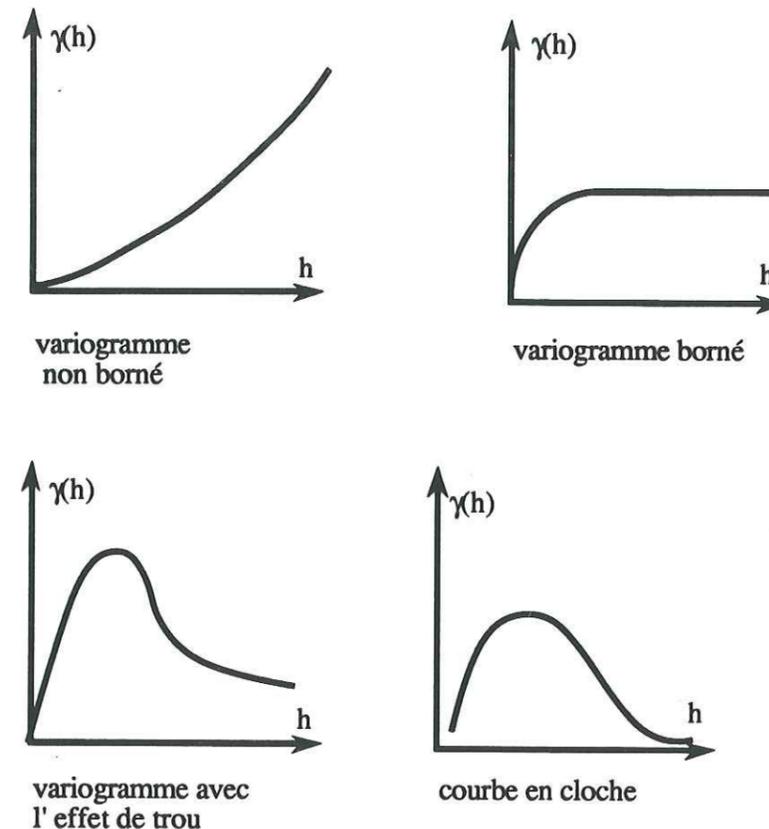


Fig. B.III.2. Comportement à l'infini.

Quand la distance h est égale à la portée a , le variogramme atteint son palier. Le comportement du variogramme est linéaire à l'origine.

+ Modèle exponentiel :

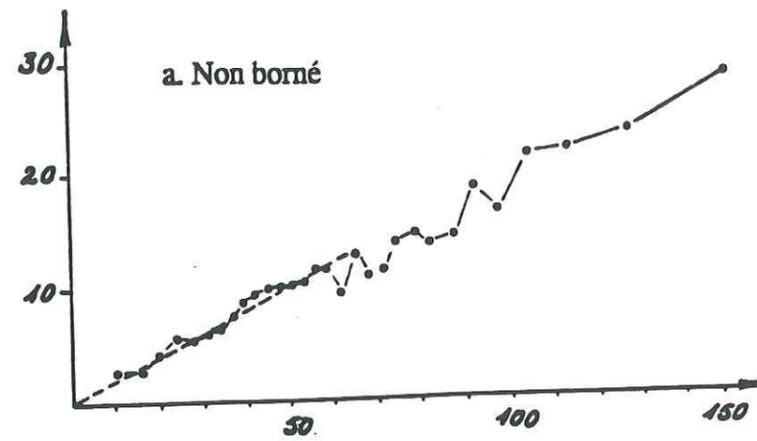
$$\gamma(h) = C (1 - \exp(-|h|/a)) \quad (45)$$

Le palier n'est atteint qu'asymptotiquement. Nous pouvons prendre une portée $h=3a$, pour laquelle $\gamma(h) \approx 0.95 C$. Son comportement à l'origine est linéaire (voir Fig. B.III.4).

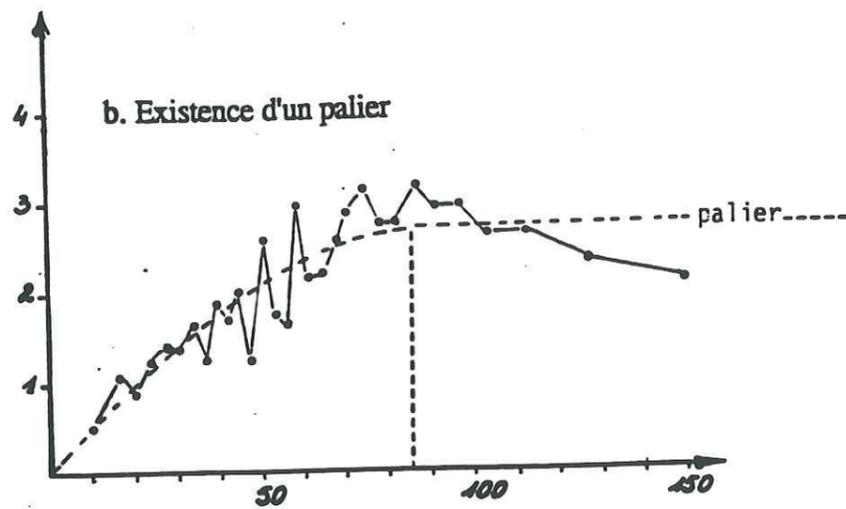
+ Modèle gaussien :

$$\gamma(h) = C \left[1 - \exp\left(-\frac{|h|^2}{a^2}\right) \right] \quad (46)$$

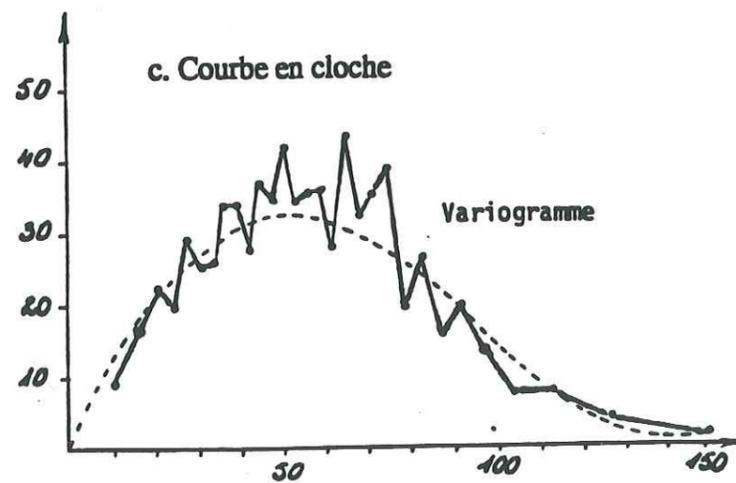
Le palier n'est aussi atteint qu'asymptotiquement. Pour une portée $h = a\sqrt{3}$ nous avons $\gamma(h) \approx 0.95 C$. Son comportement à l'origine est parabolique (voir Fig. B.III.4).



épisode du 14.09.69



épisode du 3.10.56



épisode du 30.09.65

Fig. B.III.3

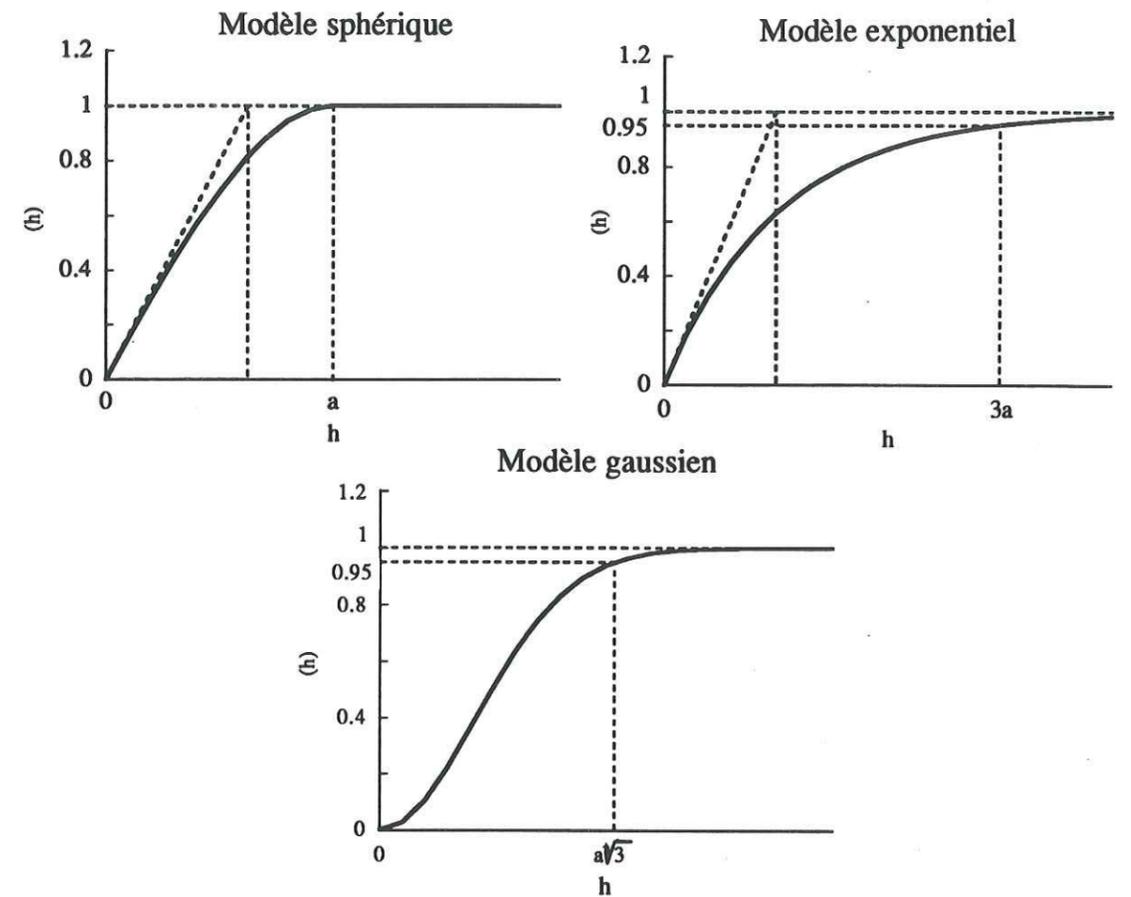


Fig. B.III.4. Modèles du variogramme

III.3. METHODE DE KRIGEAGE.

III.3.1. Le krigage.

Le krigage est une méthode statistique qui cherche à connaître la structure spatiale du phénomène étudié puis à le reconstituer en tout point du domaine d'étude par pondération des valeurs mesurées autour du point à reconstituer.

Problème posé:

Les valeurs de la variable $z(t)$ sont connues en n points expérimentaux t_1, t_2, \dots, t_n , (t définit la position du point dans le plan) on cherche à estimer z_0 en un point t_0 non connu qui peut être, en fait, toute fonctionnelle linéaire de la variable.

Pour estimer z_0 valeur moyenne de $z(t)$ sur le domaine S :

$$z_0 = \frac{1}{S} \int_S z(t) dt$$

on adopte une moyenne pondérée des n données disponibles par une combinaison linéaire de la forme:

$$z_0^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(t_i) \quad (47)$$

Le problème est donc de trouver les poids λ_i qui donneront la meilleure estimation possible. (Pour exprimer plus simple nous avons remplacé $z(t_i)$ par z_i).

Dans les calculs statistiques on suppose que chaque mesure est indépendante des autres. L'inférence statistique semble alors impossible puisque nous devons identifier la loi de probabilité de la fonction aléatoire (F.A.) ainsi que sa fonction de covariance à travers chaque réalisation. Seules les hypothèses plus ou moins strictes de stationnarité et d'ergodicité peuvent permettre au krigage de résoudre ce problème.

III.3.2. Krigage simple.

a. Krigage simple en covariance.

La variable $z(t)$ est supposée stationnaire d'ordre 2:

- l'espérance de la F.A. est constante dans tout le domaine:

$$E[z(t)] = m$$

- la covariance de la F.A. ne dépend que de la distance entre les points choisis:

$$E[(z(t) - m)(z(t+h) - m)] = C(h)$$

Les critères qui permettent de calculer les poids λ_i sont:

- l'estimateur doit être sans biais

$$E[z_0 - z_0^*] = 0 \quad (48)$$

ceci nécessite

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

- l'estimateur doit être optimal dans le sens où il doit minimiser la variance de

l'erreur de reconstitution des points observés

$$E[(z_0 - z_0^*)^2] \text{ minimal} \quad (49)$$

(Voir la reconstitution des points observés dans la partie III.4.2.a)

L'optimisation par rapport aux paramètres λ_i conduit à la résolution du système linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \lambda_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot C(z_i, z_j) &= C(z_j, z_0) \quad , j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (50)$$

(voir par exemple Obled (1987) pour le détail du calcul)

Sous la forme matricielle, on a :

$$C \cdot \lambda = C_0$$

$$\begin{array}{|c|} \hline C(z_i, z_j) \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline \lambda_1 \\ \cdot \\ \lambda_j \\ \cdot \\ \lambda_n \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline C_0(z_1, z_0) \\ \cdot \\ C_0(z_j, z_0) \\ \cdot \\ C_0(z_n, z_0) \\ \hline \end{array}$$

où C est matrice des covariances entre deux points quelconques du réseau :

$$C = [C(z_i, z_j) \quad i = 1, \dots, n ; \quad j = 1, \dots, n]$$

λ est vecteur des pondérations inconnues :

$$\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n]^T$$

C_0 est vecteur des covariances entre z_0 et un point quelconque du réseau :

$$C_0 = [C_0(z_1, z_0), \dots, C_0(z_n, z_0)]^T$$

Les $C(z_i, z_0)$ sont inconnus mais puisque la variable z_i est supposée stationnaire d'ordre 2 on peut écrire $C(z_i, z_0) = C(z_i - z_0) = C(h)$ (c'est-à-dire que ses moments d'ordre 1 et 2 sont invariants par translation dans l'espace). On ajuste alors un modèle sur le nuage des $C(z_i, z_j)$ qui sera utilisé pour remplir le vecteur C_0 .

Si la moyenne du processus est constante mais inconnue, on peut résoudre ce problème grâce à un multiplicateur de Lagrange.

La condition (48) s'écrit alors:

$$E[z_0^*] = \sum \lambda_i E[z_i] = \sum \lambda_i m$$

et cela ne sera égal à :

$$E[z_0] = m \quad \text{que si} \quad \sum \lambda_i = 1$$

il faudra donc optimiser (49) en respectant cette condition, cela revient à minimiser avec un paramètre supplémentaire de Lagrange v

$$E\left[\left\{z_0 - \sum \lambda_i z_i\right\}^2\right] + 2v \left(\sum \lambda_i - 1\right) = \text{Min } \lambda_i, v$$

On dérive donc par rapport aux λ_i et v (appelé multiplicateur de Lagrange).

La dérivation est évidente mais pour faire réapparaître les covariances, car les données ne sont plus centrées, on fait une petite transformation:

$$E[z_0] - \sum \lambda_i E[z_i] = 0$$

d'où

$$E\left[\left\{(z_0 - E[z_0]) - \sum \lambda_i (z_i - E[z_i])\right\}^2\right] + 2v \left(\sum \lambda_i - 1\right)$$

et la dérivation conduit à un système de dimension $n+1$:

<table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;">.</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">C(z_i, z_j)</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;">.</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">1</td><td style="padding: 5px;">0</td></tr> </table>		1		.	C(z _i , z _j)	1		.	1	0	.	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 5px;">λ₁</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">.</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">λ_j</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">.</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">λ_n</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">v</td></tr> </table>	λ ₁	.	λ _j	.	λ _n	v	=	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 5px;">Co(z₁, z₀)</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">.</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">Co(z_j, z₀)</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">.</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">Co(z_n, z₀)</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">1</td></tr> </table>	Co(z ₁ , z ₀)	.	Co(z _j , z ₀)	.	Co(z _n , z ₀)	1
	1																									
	.																									
C(z _i , z _j)	1																									
	.																									
1	0																									
λ ₁																										
.																										
λ _j																										
.																										
λ _n																										
v																										
Co(z ₁ , z ₀)																										
.																										
Co(z _j , z ₀)																										
.																										
Co(z _n , z ₀)																										
1																										

(51)

Dans ce cas, on montre que le carré de l'écart type résiduel, entre la valeur vraie et l'estimateur, que l'on appellera variance d'estimation, s'écrit :

$$E[(z_0 - z_0^*)^2] = \sigma_{z_0|z_1 \dots z_n}^2 = \sigma_E^2(t^0) = C(z_0, z_0) - \sum \lambda_i(t^0) C(z_i, z_0) - v$$

Voir par exemple Obled (1987) pour les détails de calcul.

Remarque : Le krigeage est une méthode d'interpolation, donc la surface estimée $z^*(t)$ passe par les points de mesure, i.e. :

$$z_i^* = z_i$$

b. Le passage du krigeage en covariance au krigeage en variogramme.

Le krigeage simple en covariance basé sur l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux a deux inconvénients:

- Les poids optimaux dépendent de la valeur de la moyenne spatiale. Cette valeur, estimée à partir d'un échantillonnage peut être parfois biaisée.

- On calcule la covariance en supposant qu'il existe une variance $C(0)$ du phénomène à priori finie; en fait, certains phénomènes possèdent une variance à priori infinie.

Ces difficultés n'existent pas si l'on travaille non plus sur les valeurs $z(x)$ mais sur leurs accroissements $[z(t) - z(t+h)]$ pour les h différents. La stationnarité d'ordre 2 appliquée à ces accroissements est nommée hypothèse intrinsèque:

$$E[z(t) - z(t+h)] = m(t) - m(t+h) = 0 \tag{52}$$

$$\text{var}[z(t) - z(t+h)] = 2 \gamma(h)$$

La fonction :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{var}[z(t) - z(t+h)] \tag{53}$$

est appelée "variogramme". D'après Ch. Obled, elle peut s'exprimer par la formule:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E[(z(t) - z(t+h))^2] - \frac{1}{2} E^2[z(t) - z(t+h)]$$

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E[z^2(t) - 2z(t)z(t+h) + z^2(t+h)]$$

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \{2E[z^2(t)] - 2E[z(t)z(t+h)]\}$$

puisque
donc

$$E[z^2(t)] = E[z^2(t+h)] = C(0)$$

$$\gamma(h) = C(0) - C(h)$$

Pour être plus simple, on écrit :

$$\gamma(ij) = \gamma(t^i - t^j)$$

Nous pouvons modifier le système (51) pour obtenir les équations du krigeage simple :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma(ij) - v = \gamma(i0) \quad i = 1, \dots, n \end{cases}$$

La variance de krigeage se note alors

$$\sigma_K^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(i0) - v$$

c. Krigeage simple de données entachées d'erreurs de mesure.

Nous allons regarder le cas général dans la pratique où la valeur mesurée z_i est supposée entachée d'une erreur d'échantillonnage er_i d'écart-type σ_i et de moyenne nulle.

$$z_i = ze_i + er_i$$

où ze_i est la valeur exacte;

où er_i est un terme d'erreur que l'on supposera de moyenne nulle, de variance σ_i^2 , blanc dans l'espace et décorrélé de ze_i :

$$\begin{aligned} E[er_i] &= 0 \\ \text{cov}[er_i, er_j] &= 0 \\ \text{cov}[er_i, ze_i] &= 0 \\ \text{cov}[er_i, er_i] &= \sigma_i^2 \end{aligned} \quad (54)$$

La fonction de covariance en présence d'erreur est identique à celle que nous avons identifiée sans tenir compte de la présence d'erreurs, sauf lorsque la distance $h=(i-j)=0$, alors nous avons :

$$C_e(0) = C(0) + \sigma_i^2$$

Il nous faut maintenant trouver un estimateur de la valeur exacte en t_0 à partir des valeurs brutes en t_i :

$$z_0^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i (ze_i + er_i)$$

Les critères permettant le calcul des poids optimaux sont :

La condition non biais :

$$\begin{aligned} E[ze_0 - z_0^*] &= 0 \\ E[ze_0] - \sum_{i=1}^n \lambda_i E[ze_i] - \sum_{i=1}^n \lambda_i E[er_i] &= 0 \end{aligned}$$

La condition d'optimalité :

$$E[(ze_0 - z_0^*)^2] \text{ minimale}$$

$$E\left[\left(ze_0 - \sum_{i=1}^n \lambda_i ze_i - \sum_{i=1}^n \lambda_i er_i\right)^2\right] - 2\mu\left[1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i\right] \text{ minimale}$$

conduit à la résolution du nouveau système linéaire:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{ij} - \lambda_j \sigma_j^2 + \mu = \gamma_{j0} \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases}, \quad j = 1, \dots, n \quad (55)$$

où μ est un multiplicateur de Lagrange

γ_{ij} est le variogramme des valeurs exactes. Nous allons le remplacer par le variogramme des valeurs brutes γ_{ij}^b (Obled, 1987):

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ij}^b - \frac{1}{2}(\sigma_i^2 + \sigma_j^2) \quad (56)$$

La variance de krigeage au point t_0 sera:

$$\sigma_0^2 = \text{var}[z_0^* - ze_0] = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{i0} + \mu \quad (57)$$

* Remarque:

Dans ce krigeage il n'y a plus interpolation mais approximation de la surface puisque

$$z_0^* \neq z_0$$

En effet, si on suppose la mesure entachée d'erreur, il n'est plus nécessaire d'imposer que la surface d'interpolation passe exactement par les points de mesure.

III.3.3. Krigeage universel.

Dans le krigeage simple on suppose que l'espérance spatiale des variables régionalisées est constante sur le domaine étudié. Mais la précipitation est un phénomène qui ne présente pas une telle régularité. Elle est en général sensible à l'effet orographique qui lui est variable dans l'espace, c'est-à-dire :

$$E[z(t)] = m(t)$$

Si nous utilisons le krigeage universel localement, il suffira à cette dérive $m(t)$ d'avoir une existence locale. La dérive $m(t)$ peut s'exprimer sous la forme suivante:

$$m(t) = \sum_{l=1}^k a_l f^l(t) \quad (58)$$

où $f^l(t)$ sont des fonctions de base (en général des monômes).

En reprenant les conditions classiques imposées à l'estimateur :

$$z_0^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i z_i$$

on développe le système du krigeage universel. La condition de non-biais peut s'écrire:

$$E[z_0 - z_0^*] = m(t^0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i m(t^i) \quad (59)$$

En remplaçant (58) à (59) on a:

$$E[z_0 - z_0^*] = \sum_{l=1}^k a_l \left[f^l(t^0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i f^l(t^i) \right] = 0$$

d'où :

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j f^l(t^j) - f^l(t^0) = 0, \text{ pour } l = 1, \dots, k \quad (60)$$

La condition d'optimalité (sous les k contraintes précédentes) donnera :

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_{ij} + \sum_{l=1}^k \mu_l f^l(t^i) = \gamma_{i0}, \text{ pour } i = 1, \dots, n \quad (61)$$

Le système du krigeage universel consiste en $(n+k)$ équations dont n de (61) et k de (60). D'après Obled (1987), la variance de krigeage peut s'écrire :

$$\sigma_k^2 = \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_{j0} + \sum_{l=1}^k \mu_l f^l(t^0) - \gamma_{00}$$

Remarque:

Le système du krigeage simple est développé pour filtrer une moyenne constante. Le système du krigeage universel est développé pour filtrer, alors, des monômes de degré k . Pour résoudre le problème de l'inférence statistique en présence d'une dérive on utilise la théorie des fonctions intrinsèques généralisées (due à Mathéron, 1972), où la fonction de structure est appelée covariance généralisée. Remarquons que le variogramme est une covariance généralisée d'ordre $k = 0$.

III.4. APPLICATION SUR LA REGION CEVENNES - VIVARAIS.

III.4.1 Structure spatiale des paramètres pluviométriques.

Sur une superficie de $170 \times 200 \text{ km}^2$, on a un réseau de 52 stations. A partir de ces stations, on obtient 1326 couples dont chacun est caractérisé par la distance séparant ces deux éléments (interdistance). On classe ces couples en plusieurs groupes. Chaque groupe se compose de $N(h)$ couples dont ses interdistances varient selon la largeur h (interdistance_min - interdistance_max). Le nombre et la largeur des classes sont choisis de façon à avoir au moins de 10 couples par classe.

Tableau 9. Variogramme tout azimut.

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Intervalle (km)	0-10	10-18	18-24	24-34	34-39	39-53	53-57	57-76	76-82	82-109	109-120	120-141	141-219
Distance moyenne (km)	7.0	14.6	21.1	28.8	36.8	46.2	55.0	66.6	78.5	94.7	114.8	129.6	161.8
NB couple	10	49	64	95	70	171	54	233	71	277	76	91	65

Tableau 10. Variogramme. Direction Nord-Est /Sud-Ouest (angle d'ouverture 90°).

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Intervalle (km)	0-18	18-24	24-34	34-39	39-53	53-57	57-76	76-82	82-109	109-120	120-141	141-219
Distance moyenne (km)	13.5	20.9	28.9	36.6	46.4	55.2	66.6	78.4	95.2	114.4	129.3	162.6
NB couple	31	36	52	40	106	27	137	42	170	53	68	58

Tableau 11. Variogramme. Direction Nord-Ouest /Sud-Est (angle d'ouverture 90°).

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Intervalle (km)	0-18	18-24	24-34	34-39	39-53	53-57	57-76	76-82	82-109	109-120	120-219
Distance moyenne (km)	13.1	21.3	28.7	37.0	45.8	54.9	66.7	78.8	93.9	115.9	136.3
NB couple	28	27	40	29	64	26	92	29	104	22	30

Tableaux de caractéristiques des variogrammes et de variances des champ.

Tout azimut.

Tableau 12. Gradex.

Pas de temps	1 h	2 h	4 h	6 h	12 h	24 h
Portée (km)	31	35	35	36	37	40
Palier (mm ²)	20.1	43.7	73.0	130.8	179.6	260.7

Tableau 13. Variance du champ de gradex.

Le pas de temps	1 h	2 h	4 h	6 h	12 h	24 h
Variance (mm ²)	25.0	36.0	64.0	121.0	169.0	256.0

Tableau 14. Pluie décennale.

Tableau 14. Pluie décennale.

Pas de temps	1 h	2 h	4 h	6 h	12 h	24 h
Portée (km)	30	38	41	42	55	58
Palier (mm ²)	153.3	334.6	511.8	927.2	1825.0	4031.1

Tableau 15. Variance du champ de pluie décennale.

Le pas de temps	1 h	2 h	4 h	6 h	12 h	24 h
Variance (mm ²)	169.0	324.0	484.0	900.0	1764.0	3364.0

Tableau 16. Pluie centennale

Pas de temps	1 h	2 h	4 h	6 h	12 h	24 h
Portée (km)	38	40.0	45	45	59	62
Palier (mm ²)	488.9	1046.8	1642.9	3060.6	4693.5	9968.0

Tableau 17. Variance du champ de pluie centennale

Le pas de temps	1 h	2 h	4 h	6 h	12 h	24 h
Variance (mm ²)	529.0	961.0	1521.0	2809.0	4624.0	8460.0

Tableau 18. Variogramme du coefficient de Montana.

Coefficient de Montana		La variance du champ de coeff. Montana
Portée(km)	Palier	
36	219,9	196

Tableaux de caractéristiques des variogrammes et de variances des champs

Direction NE - SO (0° - 89°)

Tableau 19. Gradex

Pas de temps	1 h	2 h	4 h	6 h	12 h	24 h
Portée (km)	30	32	38	39	46	55
Palier (mm ²)	17.9	34.8	90.2	161.2	179.3	286.1

Tableau 20. Pluie décennale

Pas de temps	1 h	2 h	4 h	6 h	12 h	24 h
Portée (km)	31	31	34	34	43	43
Palier (mm ²)	152.1	315.1	467.1	979.4	1676.4	3237.8

Tableau 21. Pluie centennale

Le pas de temps	1 h	2 h	4 h	6 h	12 h	24 h
Portée (km)	30.6	35.7	36	36	42	43
Palier (mm ²)	462.0	892.7	1518.0	3477.0	4549.0	7707.0

Tableaux de caractéristiques des variogrammes et de variances des champs

Direction NO - SE (270° - 359°)

Tableau 22. Gradex

Le pas de temps	1 h	2 h	4 h	6 h	12 h	24 h
Portée (km)	36	37	38	39	58	59
Palier (mm ²)	23.5	54.3	91.2	146.0	215.8	397.7

Tableau 23. Pluie décennale

Pas de temps	1 h	2 h	4 h	6 h	12 h	24 h
Portée (km)	30	36	40	40	64	68
Palier (mm ²)	200	448.4	626.1	1209.3	3006.3	5378.6

Tableau 24. Pluie centennale

Pas de temps	1 h	2 h	4 h	6 h	12 h	24 h
Portée (km)	30.6	40	40	43	64	65
Palier (mm ²)	591.0	1331.1	2263.1	3726.6	7250.0	13311.4

Tableau 25. Variogrammes du coefficient de Motana de deux directions

Direction NO - SE		Direction NE - SO	
portée (km)	palier(mm ²)	portée (km)	palier(mm ²)
34	186,9	34	237,2

Analyse des variogrammes :

a. Variogramme tous azimuts.

- Variogrammes de gradex (Fig. B.III.6).

Les variogrammes ont une assez bonne structure:

A l'origine, les variogrammes de gradex aux pas de temps 6 h, 12 h, 24 h présentent une pépite. Cette discontinuité peut être attribuée à l'effet de microphénomènes (c.à.d de phénomènes se développant à une échelle très inférieure à celle du réseau) ou bien à des erreurs de mesure.

A l'infini, pour le variogramme au pas de temps d'une heure, la valeur gamma augmente légèrement. Ceci est peut être dû à l'existence d'une dérive. Par contre les variogrammes de pas de temps 2 h et 4 h ont une chute dans les dernières classes. Ce fait est dû à un nombre insuffisant de couples appartenant à ces classes et à l'utilisation de point mal répartis dans le champ. C'est l'effet de trou.

- Variogrammes de pluies décennales (Fig. B.III.7).

Les variogrammes des pluies décennales montrent que les structures du phénomène changent avec le pas de temps. Pour les pas de temps 1 h, 2 h, 4 h, et 6 h, ces structures sont bonnes; pour les pas de temps élevés, 12 h et 24 h les variogrammes ont une forme de cloche : il y a une chute dans les dernières classes. Ces variogrammes présentent un effet de trou assez net. Les paliers des champs correspondants pour les pas de temps faibles sont très proches des variances expérimentales. Les portées ont à peu près les mêmes valeurs que celles du gradex.

- Variogrammes de pluies centennales (Fig. B.III.8).

Ils ont la même qualité que celle des variogrammes de pluies décennales mais leurs portées sont plus grandes par rapport à celles du gradex et des pluies décennales (voir le tableau 16 et le tableau 17). Leurs paliers sont très proches des variances expérimentales excepté le palier de pas de temps 24 h. Cela montre que le modèle choisi -modèle sphérique avec ses caractéristiques- est bien adapté au champ du phénomène.

- Variogrammes du coefficient Montana (Fig. B.III.9).

Ce variogramme présente une structure assez bonne. A l'infini, on distingue une chute de la variance. Ce-ci montre que la variation du coefficient Montana à l'infini (à la grande distance) n'est pas régulière. Ce fait est dû peut être à un nombre insuffisant de couples utilisés dans les dernières classes et à une utilisation de points mal répartis dans le champ : c'est l'effet de trou.

b. Variogrammes directionnels.

- Variogrammes de direction Nord_Est - Sud_Ouest (angle d'ouverture : 0° - 89°).

(Voir Fig. B.III.10, Fig. B.III.11 et Fig. B.III.12)

Les variogrammes du gradex dans cette direction n'ont pas une bonne structure par rapport à celle obtenue dans l'hypothèse isotrope. Leurs portées et paliers sont, en majorité, inférieurs à ceux des variogrammes de tous azimuts. Exceptés le variogramme de 2 h et le variogramme de coefficient de Montana qui dénotent une structure assez bonne, les autres variogrammes présentent ou bien "un effet de trou", ou bien un "effet de pépite" : le variogramme du pas de temps de 6 h a "un effet de trou", les variogrammes des pas de temps 1 h, 12 h et 24 h montrent un effet de pépite. Les variogrammes des pluies décennales et centennales ont presque les mêmes caractéristiques : pour les pas de temps faibles, ils dénotent un léger effet de pépite. On remarque que dans cette direction, il existe des effets de pépite et des effets de trou presque pour chaque pas de temps. Cela signifie que les champs de pluviométrie sont irréguliers. Cela est dû au caractère de microrelief de cette direction. Le relief change brusquement le long de la ligne de crête (voir Fig. B.III.5), par conséquent, les stations pluviométriques enregistrent des valeurs de pluies très différentes, même quand ces stations sont situées à une distance très faible l'une à l'autre.

- Variogrammes de direction Nord_Ouest - Sud_Est (angle d'ouverture : 270° - 359°).

(Voir Fig. B.III.13, Fig. B.III.14 et Fig. B.III.15)

Ces variogrammes montrent que les paramètres pluviométriques sont un tout petit peu mieux structurés que dans la direction Nord_Est - Sud_Ouest. Leurs portées et paliers sont un peu plus grands par rapport à ceux des variogrammes de tous azimuts et de direction Nord_Est - Sud_Ouest. Cela est dû au fait que le champ des caractéristiques des pluies change plus lentement dans cette direction. Cependant on distingue une chute de la variance dans les pas de temps forts. En passant les vallées, la plaine, les plateaux et la montagne, les caractères pluviométriques changent plus lentement. Leurs moyennes et variances ne sont pas constantes selon le lieu. On peut penser à l'existence d'une dérive du phénomène, ce que l'on va vérifier et déterminer dans la partie suivante.

c. Conclusion.

Dans l'ensemble, les caractères pluviométriques sont assez bien structurés dans les champs étudiés. Les stations étant distantes d'une vingtaine de km les unes par rapport aux autres, les points intermédiaires sont, donc, tous à "portée" d'une ou plusieurs stations même pour les faibles pas de temps. Ainsi, on peut conclure que la cartographie des caractéristiques pluviométriques extrêmes de la région Cévennes - Vivarais est possible.

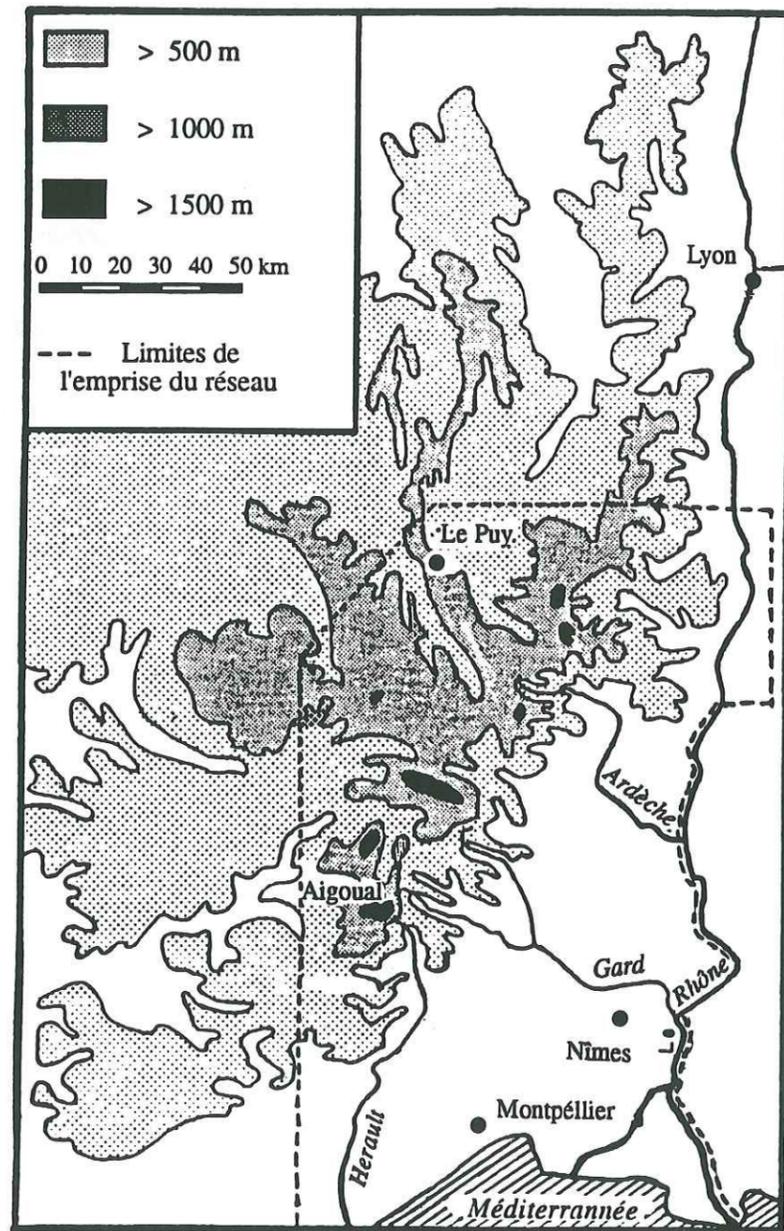


Fig. B.III.5. Carte indicatrice du relief.

Fig. B.III.6. VARIOGRAMMES DE GRADEX (TOUT AZIMUT)

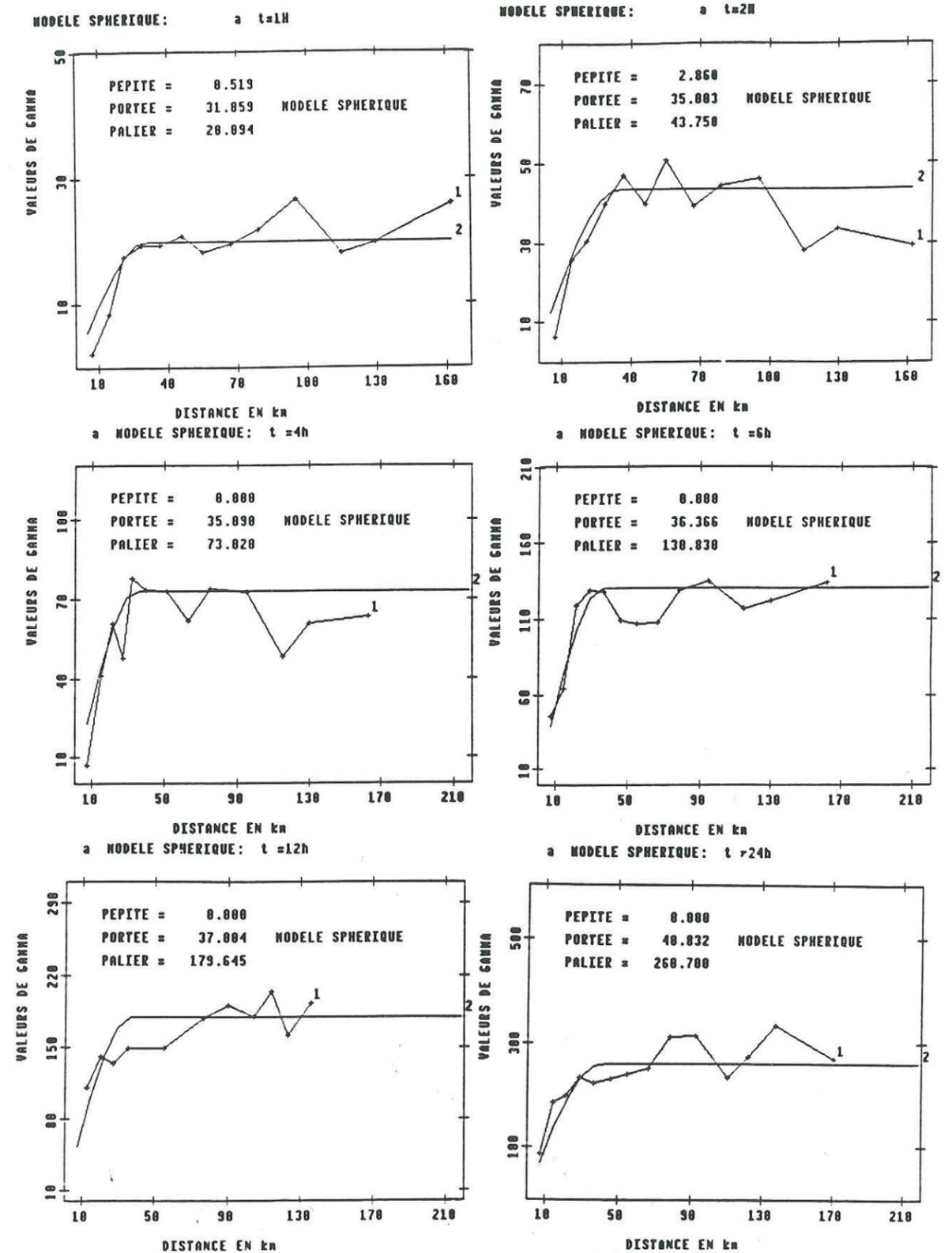


Fig. B.III.7. VARIOGRAMMES DE PLUIES DECENNALES (TOUT AZIMUT)

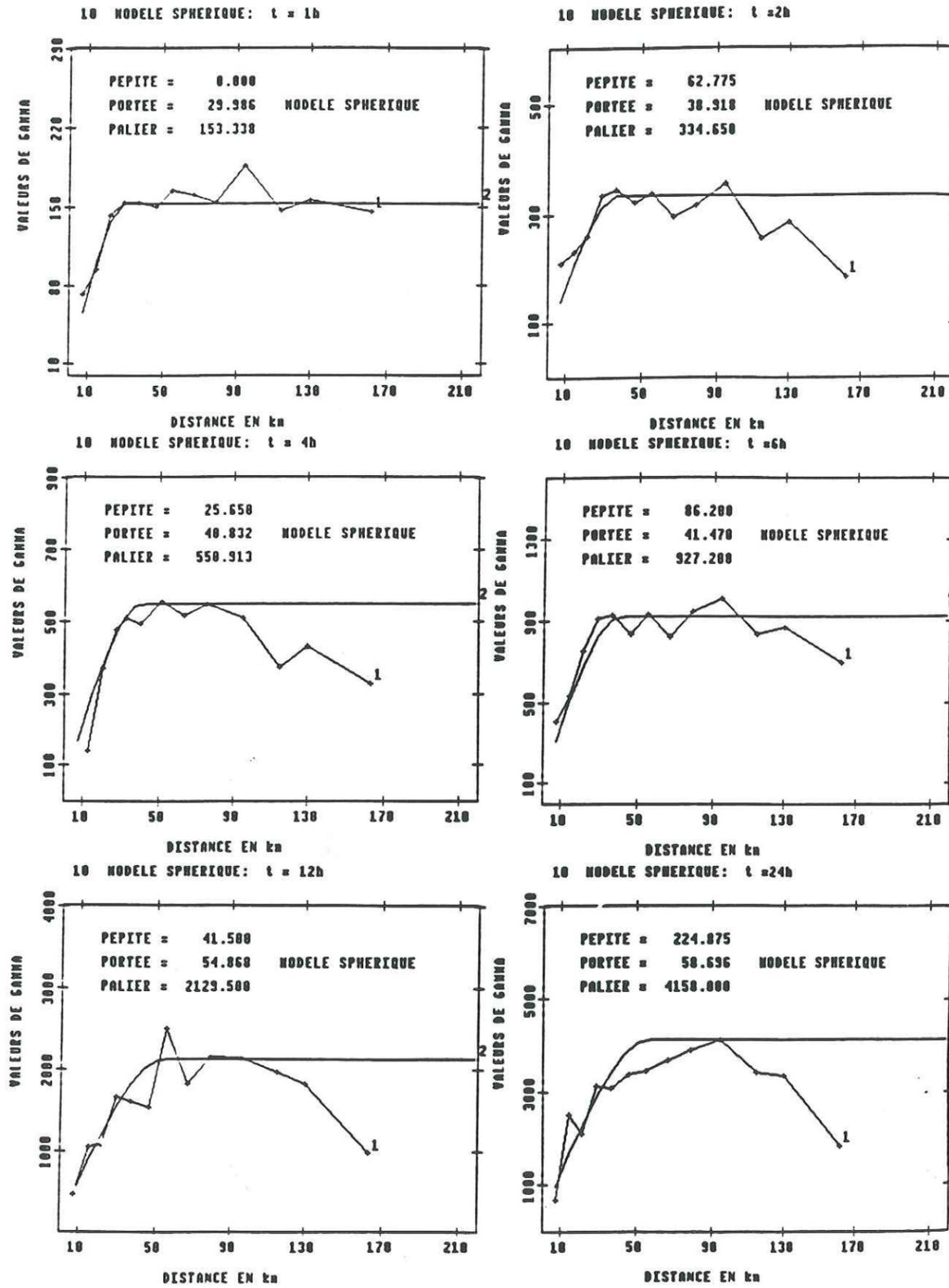


Fig. B.III.8. VARIOGRAMMES DE PLUIES CENTENNALES (TOUT AZIMUT)

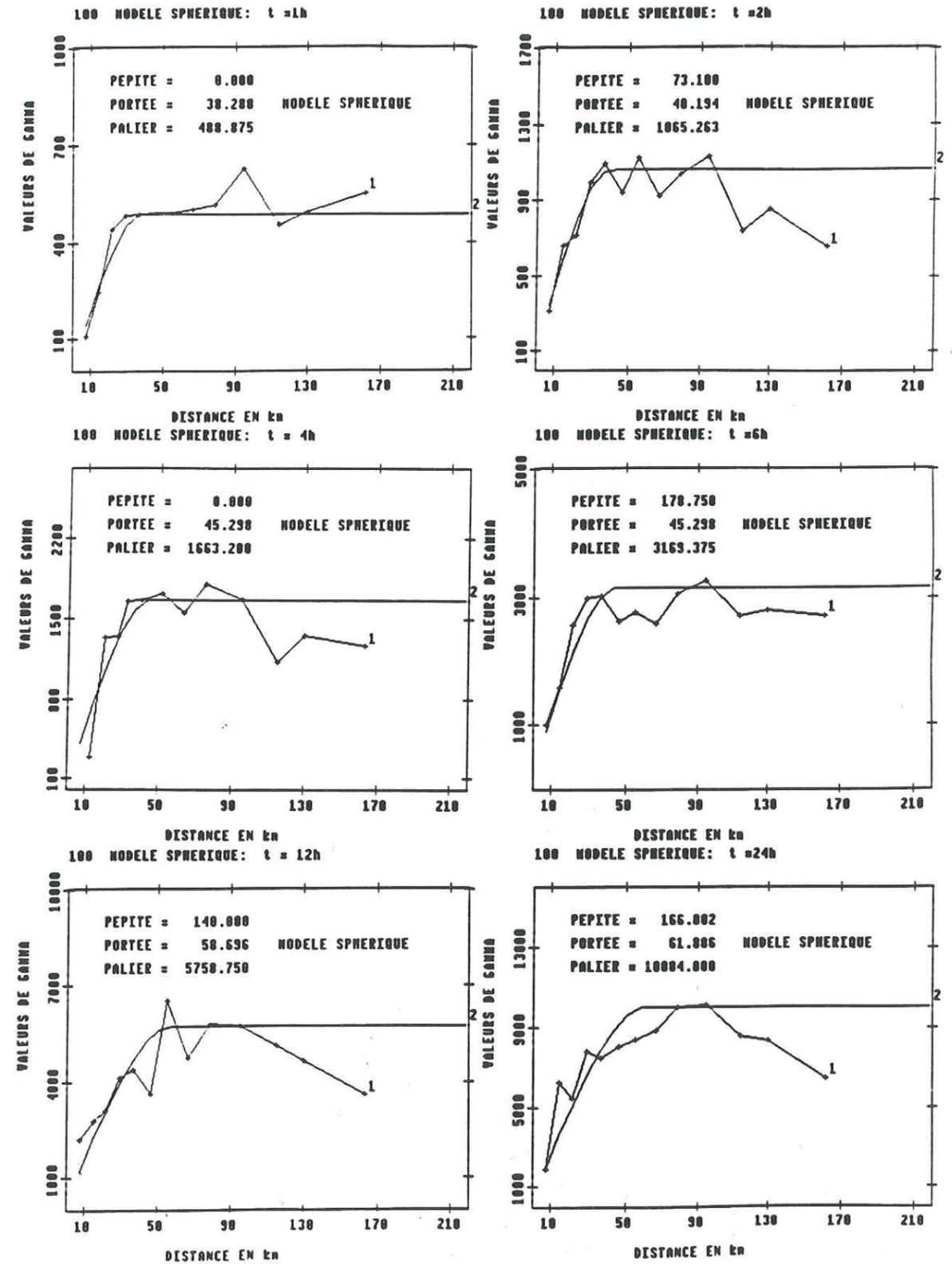


Fig. B.III.9. VARIOGRAMMES COEFFICIENT DE MONTANA

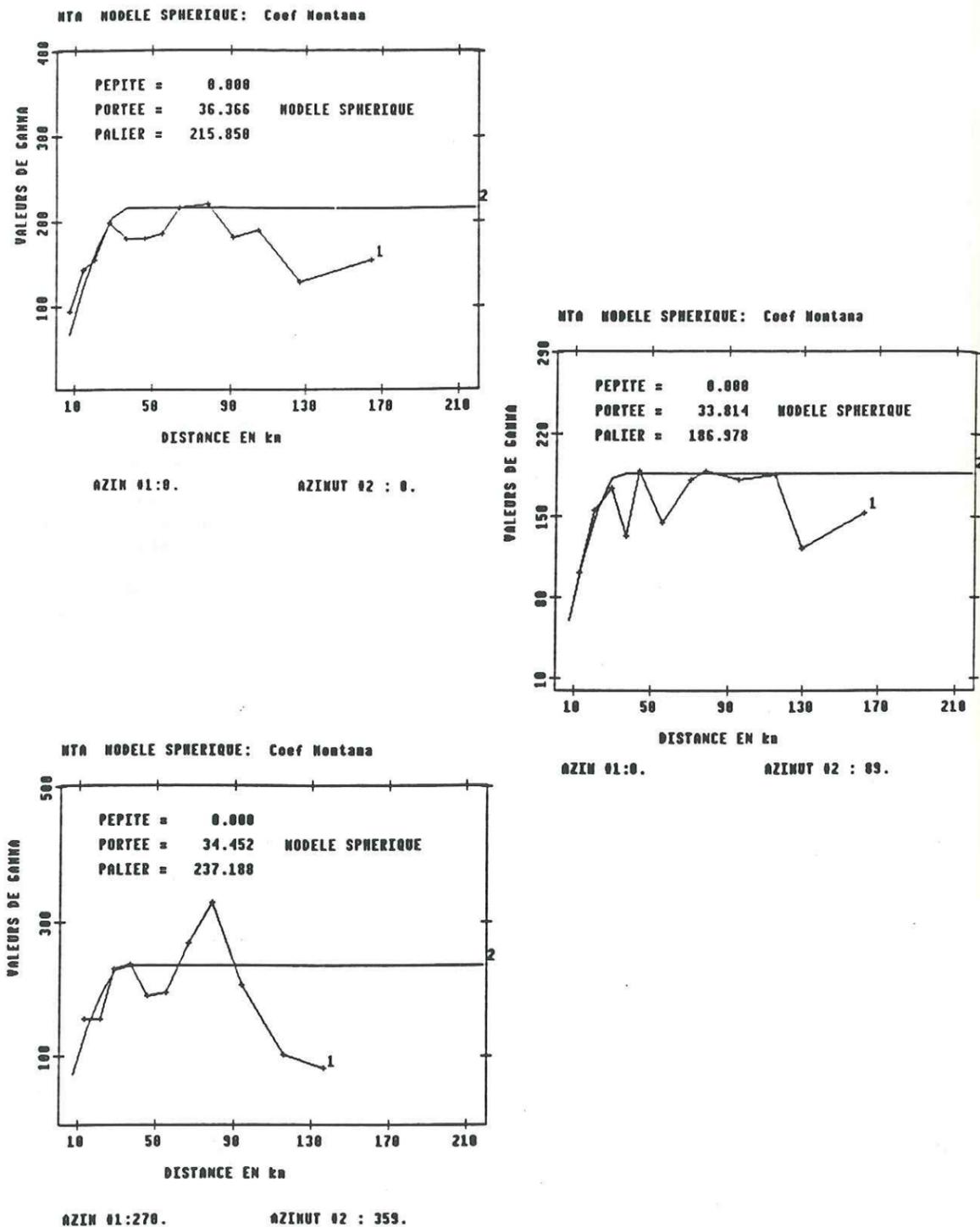


Fig. B.III.10. VARIOGRAMMES DE GRADEX (DIRECTION NE - SO)

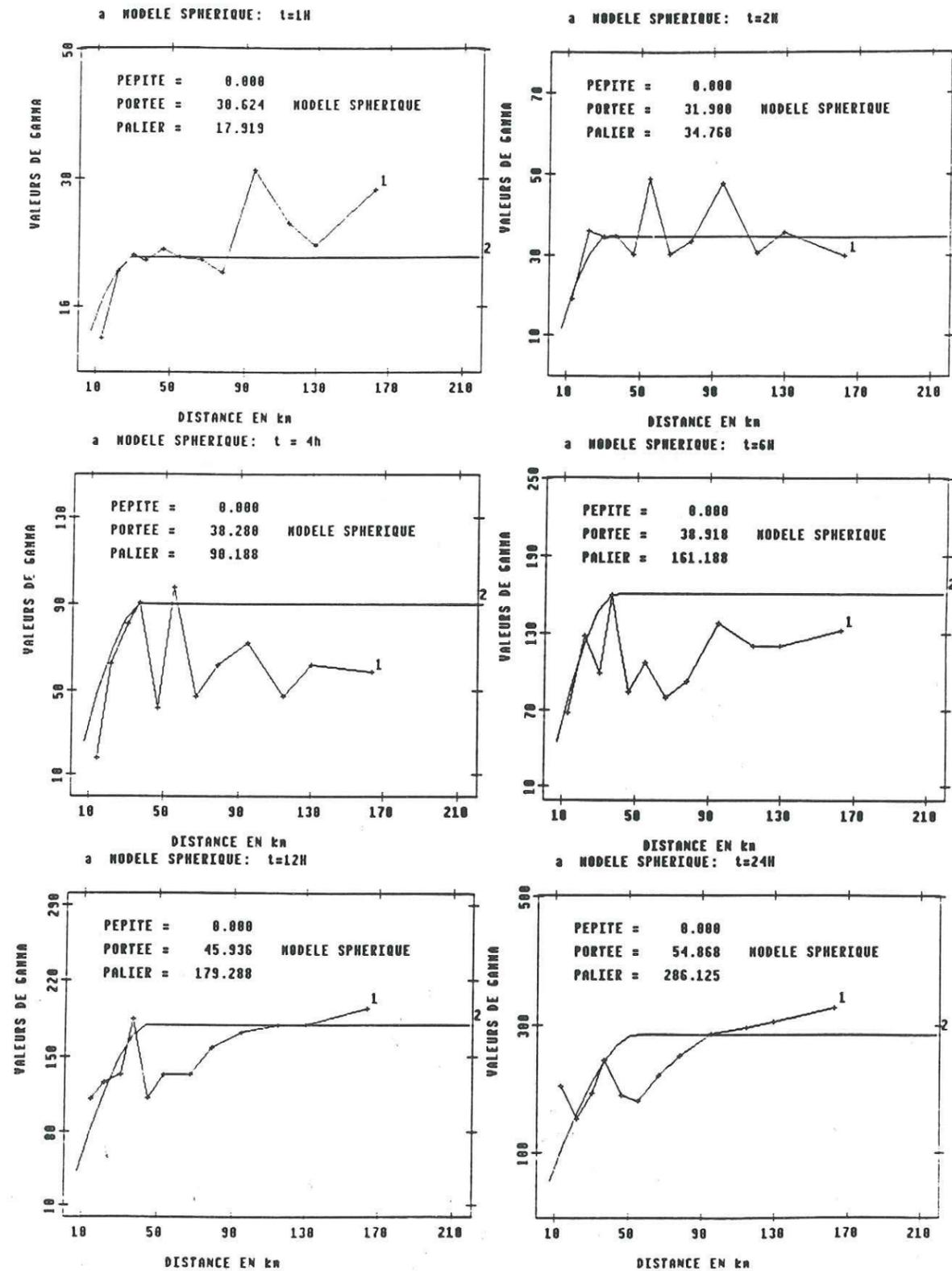


Fig. B.III.11. VARIOGRAMMES DE PLUIES DECENNALES
(DIRECTION NE - SO)

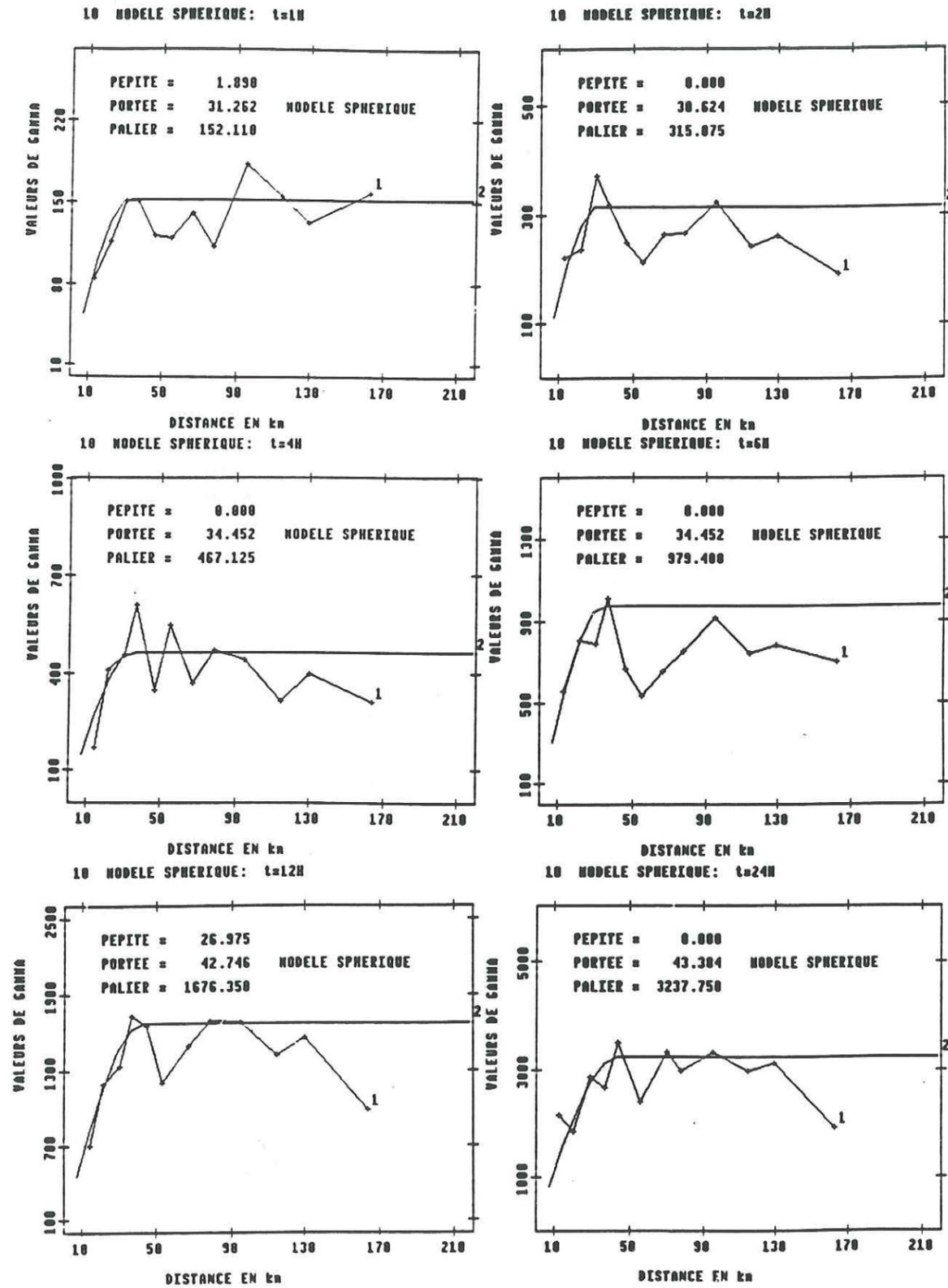


Fig. B.III.12. VARIOGRAMMES DE PLUIES CENTENNALES
(DIRECTION NE - SO)

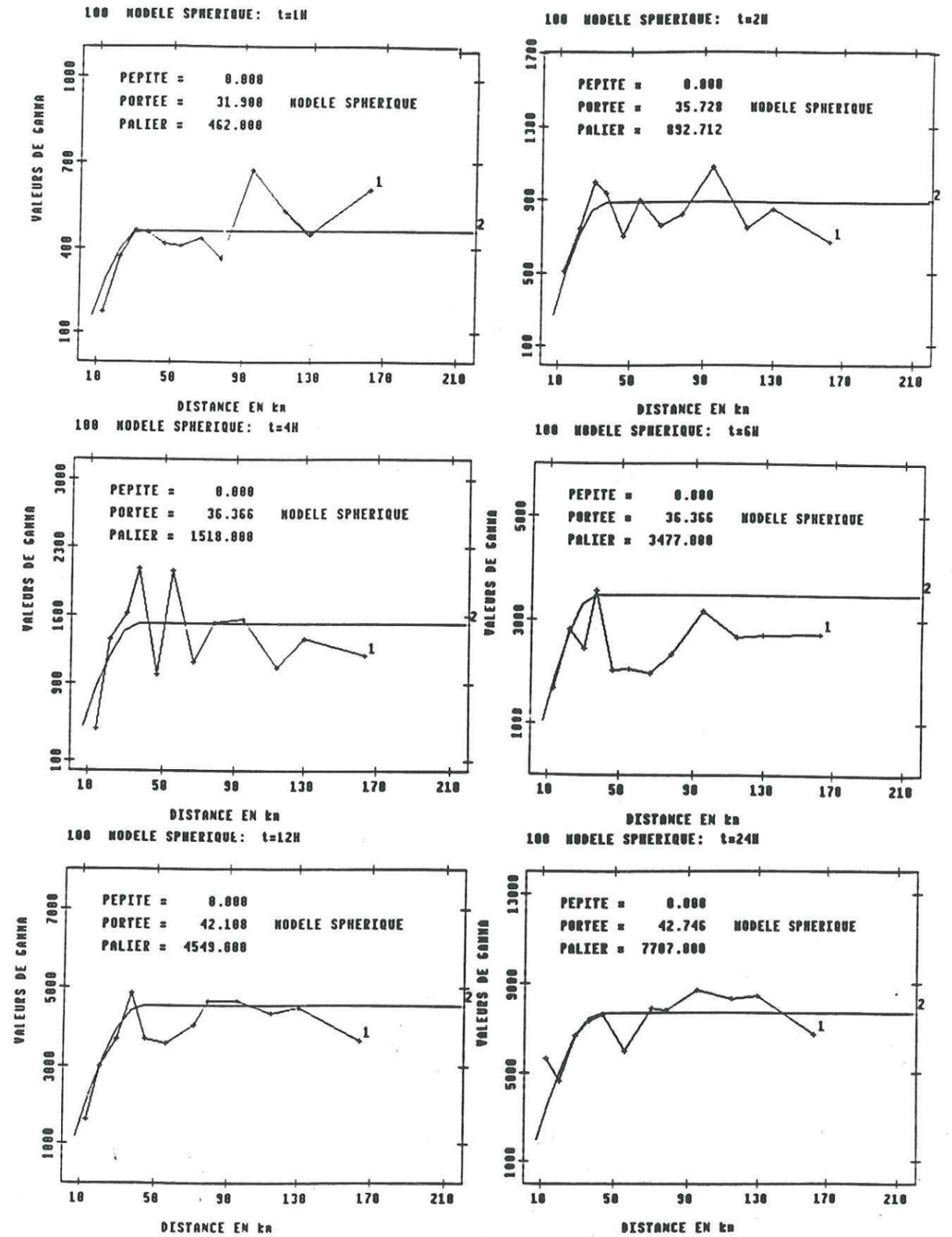


Fig. B.III.13. VARIOGRAMMES DE GRADEX (DIRECTION NO - SE)

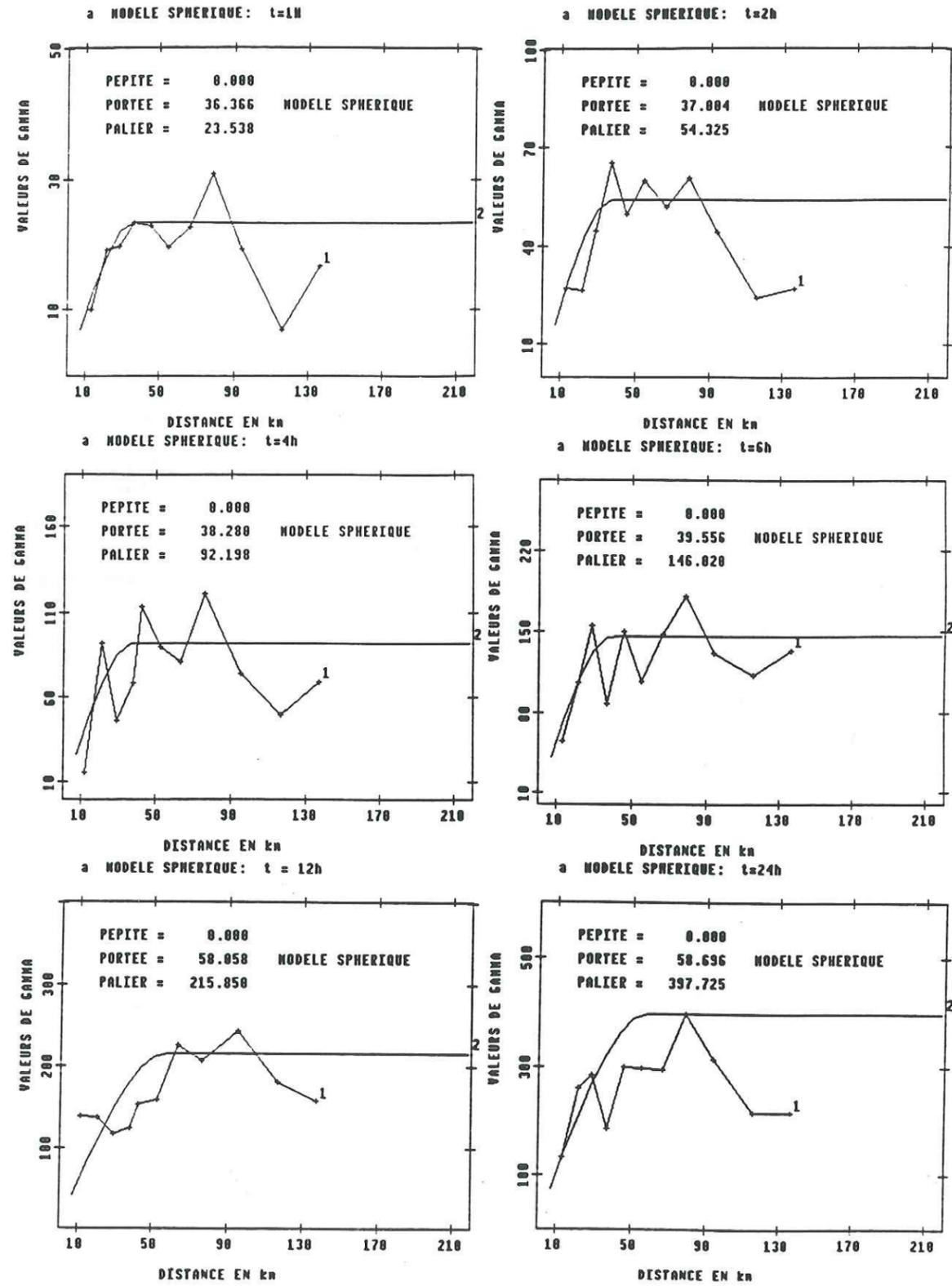


Fig. B.III.14. VARIOGRAMMES DE PLUIES DECENNALES (DIRECTION NO - SE)

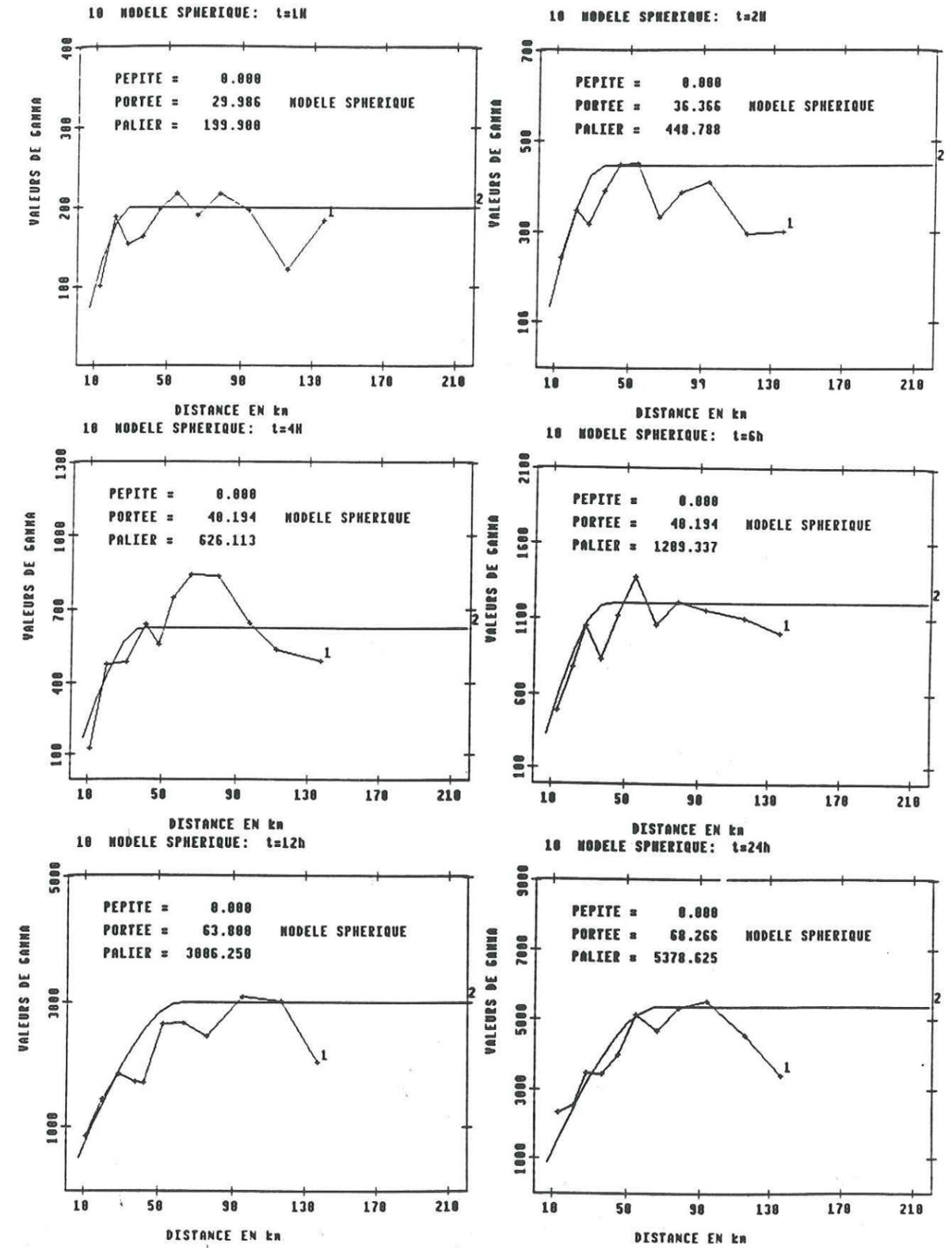
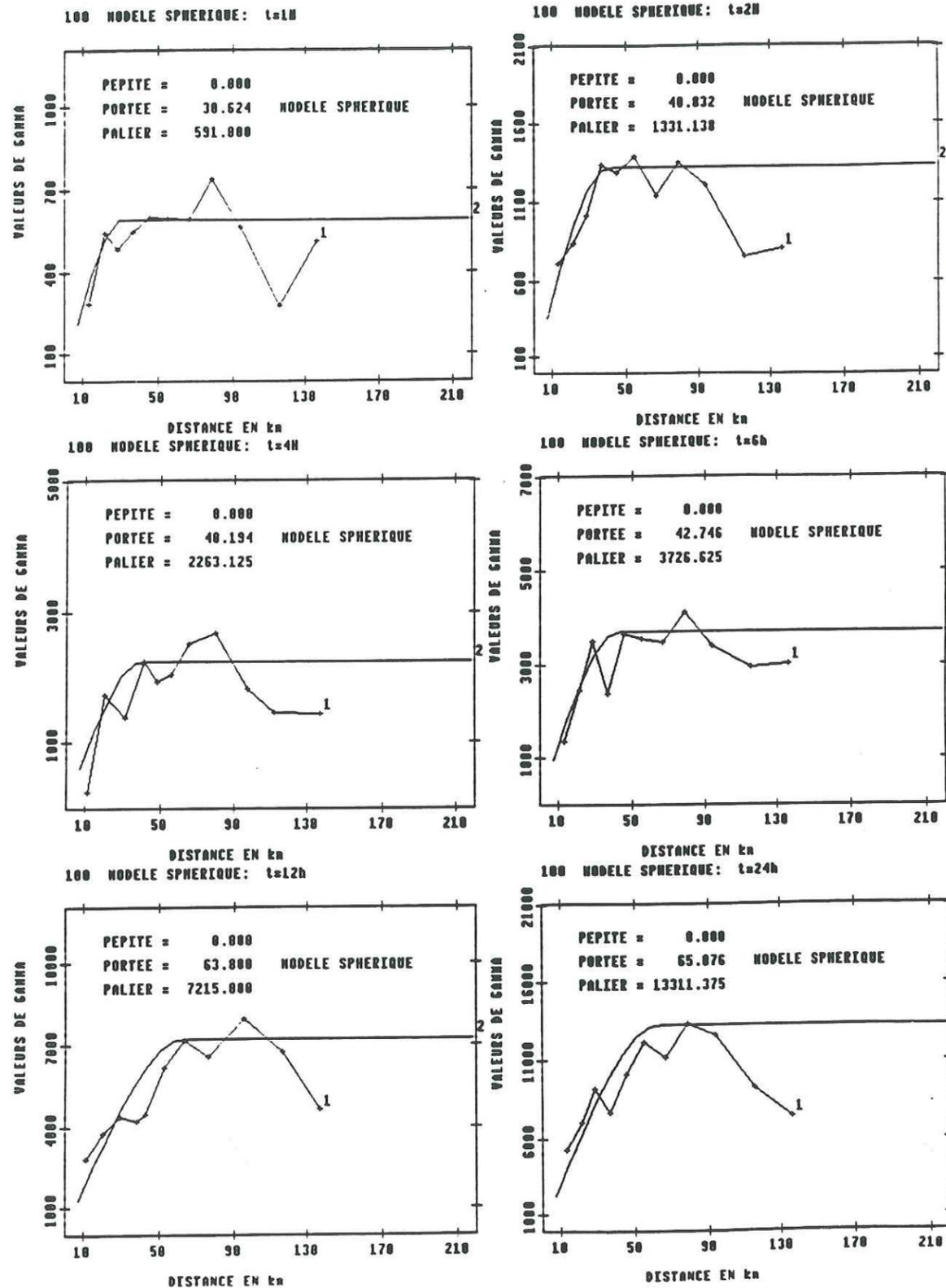


Fig. B.III.15. VARIOGRAMMES DE PLUIES CENTENNALES
(DIRECTION NO - SE)



III.4.2. Validation croisée.

Il est intéressant de calculer, même de manière approximative et expérimentale, l'erreur de reconstitution en un point n'ayant pas servi à caler les modèles de krigeage. C'est en effet l'intérêt d'une cartographie pour donner une valeur en des points non mesurés. Pour cela, nous allons utiliser une méthode dite de "validation croisée".

a. La technique de validation croisée.

Les variogrammes qui ont été adoptés dans la partie précédente, seront utilisés pour l'interpolation entre les points de mesure. Pour chaque point expérimental, nous allons estimer une valeur à partir des points voisins par krigeage. Il aurait même fallu enlever ce point lorsqu'on a établi les fonctions de structure, mais la différence sur la définition des modèles n'aurait pas été importante et cette méthode aurait nécessité de nombreux calculs. Nous calculerons alors pour tous les points observés l'écart en valeur absolue entre les valeurs reconstituées et mesurées. Le modèle optimal est celui qui minimisera cet écart. Pour un variogramme de paramètres α, β, \dots, n , selon Slimani (1984) on peut choisir le variogramme à l'aide du critère suivant :

$$v(\alpha, \beta, \dots) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |z_i - z_i^*| \quad (62)$$

Plusieurs travaux (Creutin, 1979, Slimani, 1984) montrent que le variogramme sphérique est celui qui est le plus convenable pour la région Cévennes-Vivarais. Dans ce travail, pour chaque pas de temps, nous avons estimé les points avec des portées, des dérives et des pépites différentes (par exemple, nous avons estimé les points avec les portées suivantes: 20 km, 25 km, 30 km, 35 km, 40 km, 45 km, 50 km, 65 km, 75 km, 85 km. Les dérives varient de 0 à 3.). Le modèle choisi sera celui qui donne la valeur du critère v minimale. Le tableau 26 de critère v présente les modèles pour chaque pas de temps (portée, palier, pépité)

b. La dérive de la région Cévennes-Vivarais.

Pour déterminer la dérive nous avons utilisé deux types d'interpolations :

+ interpolation en voisinage unique : selon Delhomme (1976), on peut déterminer une dérivée globale à l'aide de l'interpolation en voisinage unique, c.à.d, estimer la variable en un point non informé grâce à toutes les stations du réseau;

+ interpolation en voisinage glissant : ce type d'interpolation réalise une estimation de la variable en un point non informé en utilisant quelques stations voisines de ce point, les stations situées dans un cercle de rayon à peu près égal à la portée du variogramme sphérique.

En utilisant la technique de validation croisée, l'interpolation en voisinage unique nous permet de faire la conclusion suivante : les paramètres pluviométriques aux pas de temps 1 h, 2 h, 4 h et 6 h ont une tendance polynomiale globale de degré deux, par contre pour les pas de temps élevés 12 h et 24 h, ces paramètres et le coefficient de Montana ne montrent qu'une tendance polynomiale globale de degré un. Les dérivées globales de degré deux pour les pas de temps faibles sont expliquées par l'influence de la différence de la distance à la ligne de crête, par le caractère non stabilisé des pluies de pas de temps faibles et en même temps par le relief très "chahuté" (Sud de l'Ardèche et Gard notamment). Pour les pas de temps forts le degré de dérive diminue (degré un). Ceci est expliqué par le fait que les valeurs des pluies de 12 h, de 24 h se stabilisent, de plus elles dépendent de certaines variables morphométriques aléatoirement distribuées.

Réalisons maintenant l'interpolation en voisinage glissant pour déterminer une dérive locale en espérant que celle-ci va annoncer une dérive "zero" pour tout le champ. Si cet espoir est réalisé, notre travail devient plus simple. Au lieu de faire un krigeage universel qui est compliqué et qui demande beaucoup de temps de calcul, nous pouvons réaliser un krigeage en voisinage glissant. Les stations voisines d'un point non informé, utilisées pour ce type de krigeage sont celles situées dans un cercle de rayon à peu près égal à la portée du variogramme sphérique.

Malgré les dérivées de degré un ou bien deux obtenues globalement, il n'existe pas de dérive locale, en effet, le critère v (62) obtenu par l'interpolation en voisinage glissant est minimal pour une dérive de degré zero et pour tous les pas de temps. Cette conclusion est bien illustrée par le tableau de pluies décennales suivant :

Tableau 26. Choix de la dérive travers le critère v . (Pluies du temps de retour: 10 ans)

le pas de temps	portée (km)	pepité (mm)	palier (mm ²)	v pour dérive=0 (mm)	v pour dérive=1 (mm)	v pour dérive=2 (mm)
1 h	35	0	153.3	130.8	166.2	14469
2 h	45	60	334.6	217.8	295.8	21883
4 h	45	60	550.9	272.3	342.8	47209
6 h	50	100	927.2	604.0	723.7	1.5E+7
12 h	65	120	2129.5	1012.8	1792.0	3.E+7
24 h	75	150	4158.0	1765.5	3347.8	3.E+7

c. Détermination de la valeur de pepité.

D'après Delhomme (1976) si le phénomène est très régulier, son variogramme est continu à l'origine et le krigeage donnerait une surface qui passerait scrupuleusement par les valeurs expérimentales. Mais ce fait est irréaliste pour un phénomène comme la pluviométrie. Elle est influencée par la morphométrie, par la position de la région par rapport à la mer, ou bien à la montagne... De plus elle est déformée un tout petit peu (quelquefois assez gravement) par les erreurs de mesure. On peut dire que la pluviométrie est un phénomène très irrégulier, c'est pourquoi il est obligatoire de chercher un effet de pepité pour chaque pas de temps de la région étudiée. En utilisant la technique de validation croisée décrite dans la partie III.4.2.a, on a choisi un modèle avec la pepité qui possède la valeur minimale du critère v (55) pour chaque pas de temps. La pepité des caractéristiques pluviométriques du pas de temps d'une heure est presque négligeable. (elle est égale à zéro pour gradex et les pluies décennales, 20 mm² pour les pluies centennales). Pour les autres pas de temps elle n'est pas très grande. Elle est maximale au pas de temps de 24 h : 25 pour gradex, 150 mm² pour les pluies décennales (3% de la valeur du palier), 180 mm² pour les pluies centennales (1.5% de la valeur du palier). Ce fait montre que les caractéristiques pluviométriques varient assez régulièrement dans l'espace pour qu'on puisse faire une cartographie de la région. Pour le pas de temps élevé la pepité est un peu grande, ceci est dû à l'erreur de mesure et de l'erreurs d'accumulation des pluies. Les portées du gradex varient de 35 km à 60 km. Les portées des pluies décennales et des pluies centennales sont un peu plus grandes, elles varient de 35 km à 80 km. Les stations de la région étudiée sont séparées par une distance de 20 - 30 km en moyenne, donc, les points intermédiaires à interpoler sont éloignés des points mesurés par une distance inférieure à la portée la plus petite (35 km) ce qui est bien pour interpoler les points.

Tableau 27. Valeurs de l'effet de pepité du gradex.

pas de temps	1 h	2 h	4 h	6 h	12 h	24 h	mta*100
pepité(mm ²)	0	5	6	8	20	25	15
portée (km)	35	37	40	45	55	60	40

Tableau 28. Valeurs de l'effet de pepité des pluies décennales.

pas de temps	1 h	2 h	4 h	6 h	12 h	24 h
pepité(mm ²)	0	60	60	100	120	150
portée(km)	35	45	45	50	65	75

Tableau 29. Valeurs de l'effet de pépité des pluies centennales

pas de temps	1 h	2 h	4 h	6 h	12 h	24 h
pépité(mm ²)	20	100	150	200	250	280
portée(km)	45	50	55	55	70	80

Les études de Delhomme (1976), de Matheron (1970, 1982), de Darricau-Beucher Hélène (1980) nous permettent tout de remarquer que le krigeage réalise une pondération "sur mesure" tenant compte de la variabilité du phénomène. Pour un phénomène régulier le krigeage donne un poids important aux valeurs expérimentales proches (parce que, la continuité signifie que deux points voisins auront des valeurs voisines). Pour un phénomène irrégulier, les points expérimentaux proches à un point non informé perdent leur importance principale. C'est pourquoi la carte krigée est souvent très lisse. Cela est due à la présence d'un effet de pépité.

d. Conclusion.

L'analyse des pépites des caractéristiques pluviométriques nous permet de conclure que ces variables varient assez régulièrement dans l'espace pour qu'on puisse faire une cartographie de la région. Bien que les dérivées globales des paramètres pluviométriques aient une tendance polynomiale de degré deux (pour les pas de temps: 1 h, 2 h, 4 h et 6 h) ou un (pour les pas de temps 12 h, 24 h), les dérivées locales sont nulles pour tous les pas de temps, c'est - à - dire, les moyennes spatiales du paramètre pluviométrique peuvent être supposées constantes dans chaque zone circulaire de rayon égal à la portée du variogramme. (La portée et la pépité du variogramme de chaque caractéristique pluviométrique à chaque pas de temps sont exprimées dans le tableau 27, le tableau 28 et le tableau 29.) Les hypothèses sur la F.A. ne sont pas acceptables globalement mais elles sont acceptables localement. On peut utiliser le krigeage en voisinage glissant pour cartographie la région Cévennes-Vivarais.

III.5. METHODE SPLINE.

Nous venons d'examiner la méthode de krigeage. Il est intéressant de faire les mêmes études avec une autre méthode d'interpolation -méthode spline- afin de comparer les résultats de ces deux méthodes. Dans ce travail nous avons utilisé la fonction spline type plaque mince à deux dimensions. Grâce à cette fonction nous pouvons tracer une courbe (ou une surface) passant par les points aussi "lisses" que celles obtenues par les dessinateurs à l'aide des règles métalliques flexibles appelées "spline". Les

caractéristiques mécaniques de ces règles garantissent une continuité de pente et de courbure mais aussi un certain aspect " lisse" dû à la minimisation de l'énergie de flexion qui, par commodité de calcul, se présente par :

$$\int_{t_1}^{t_n} [\sigma''(t)]^2 dx$$

σ est la fonction spline du type plaque mince.

Cette minimisation assure la maximisation du "rayon de courbure moyen".

Cette méthode est assez répandue et aisée à mettre en oeuvre. Creutin (1979) et Slimani (1984) ont appliqué cette technique à une série d'épisodes pluvieux Cévenols. Les cartes splines tracées ne sont pas loin de la réalité des phénomènes.

Soit $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$, n nombres réels et $t^i = (x_i, y_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, n points du plan \mathbb{R}^2 . Soit I_z l'ensemble de toutes les fonctions "v" qui prennent les valeurs Z_i aux points t^i , $i = 1, 2, \dots, n$:

$$I_z = \{v \in D^2, v(t^i) = Z_i, i = 1, 2, \dots, n\}$$

où D^2 est l'ensemble de fonctions de deux variables dérivables d'ordre 2

La fonction spline du type plaque mince σ est définie comme l'élément unique ($n \geq 3$) de I_z qui minimise la quantité :

$$J(v) = \int_{\mathbb{R}^2} (D_{xx}^2 v)^2 + (D_{yy}^2 v)^2 + 2(D_{xy}^2 v)^2$$

C'est - à - dire,

$$\sigma \in I_z \quad (63)$$

est la fonction spline du type plaque mince, si et seulement si:

$$J(\sigma) = \text{Min}_{v \in I_z} J(v) \quad (64)$$

Ce type de fonction spline étudiée par Duchon (1975, 1976) est calculée comme suit:

Si l'ensemble $A = (t^i, i = 1, 2, \dots, n)$ contient au moins trois points non alignés, alors le problème (64) possède une et une seule solution

$$\sigma \in I_z$$

avec:

$$\sigma(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i k(t - t^i) + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 \quad (65)$$

où: $t = (x, y)$; x, y sont les coordonnées représentant t .

$$k(\omega) = |\omega|^2 \log |\omega|^2 ; \quad |\omega|^2 = \omega_x^2 + \omega_y^2$$

et où les coefficients λ_i, α_i satisfont les équations:

$$\begin{aligned} K \lambda + E \alpha &= Z \\ E^T \lambda &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{avec } E = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n \end{bmatrix} \quad \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} \quad \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}$$

$$K = (k_{ij})$$

$$k_{ij} = k(t^i - t^j) , \quad i \neq j , \quad k_{ii} = 0$$

La formule (63) traduit que la fonction $\sigma(t)$ passe par tous les points $t^i = (x_i, y_i)$. L'égalité (64) impose à la surface d'avoir une courbure moyenne minimale, c'est - à - dire la plus lisse possible.

Si les données $Z_i, i = 1, 2, \dots, n$ sont incertaines (entachées d'erreur), il peut être utile de ne pas passer nécessairement par la valeur Z_i au point t^i mais de réaliser un compromis entre le " terme de lissage " représenté par la quantité $J(v)$ et une quantité mesurant l'écart aux points $Z_i, i = 1, 2, \dots, n$.

Cette idée est réalisée à l'aide d'une fonction spline de lissage :

$$\sigma_\rho(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i k(t - t^i) + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 \quad (66)$$

telle que :

$$J(\sigma_\rho) + \rho \sum_{i=1}^n [\sigma_\rho(t_i) - z_i]^2 = \text{Min}_{v \in D^2} \left\{ J(v) + \rho \sum_{i=1}^n [v(t_i) - z_i]^2 \right\}$$

où les coefficients λ_i, α_i sont les solutions des équations suivantes :

$$\begin{aligned} \left(K + \frac{4\pi}{\rho} I \right) \lambda + E \alpha &= Z \\ E^T \lambda &= 0 \end{aligned}$$

où I est la matrice unité.

Le paramètre d'ajustement ρ décide l'importance relative du lissage à l'approximation:

pour $\rho = \infty$ on retrouve la spline d'interpolation, le terme de lissage perd toute son influence, la fonction tendra alors à annuler le terme de moindres carrés;

pour $\rho = 0$ la contrainte relative aux points expérimentaux disparaît, la fonction tend à devenir très lisse et on obtient le calage d'un plan.

On possède donc deux méthodes SPLINE, l'une dite d'interpolation qui fait passer la surface la plus lisse (au sens des rayons de courbure) par les valeurs en tous les points, l'autre qui fournit une surface plus lisse passant près des points. Il est à noter que ces méthodes SPLINE n'utilisent pas l'information "structure spatiale du phénomène" comme les méthodes de krigeage. On ne cherche pas à caler des modèles utilisant une fonction de structure spatiale. Il s'agit, on pourrait l'écrire, de méthodes purement géométriques.

Remarque: La fonction spline est un cas particulier de krigeage. Dubrule (1981) et Lebel (1984) montrent que:

- à une dimension, l'interpolation par fonction spline cubique peut être considérée comme un krigeage utilisant une covariance généralisée d'ordre 1 (dérivée linéaire).

$$K_1(h) = \alpha h^3$$

- à deux dimensions, l'interpolation par fonction spline de type plaque mince équivaut à un krigeage en fonction aléatoire intrinsèque d'ordre 1 avec la covariance généralisée:

$$K_1(h) = \alpha h^2 \text{Log}|h|^2$$

CHAPITRE IV : CRITIQUE DES CARTES

IV.1. CRITIQUE DES CARTES - SPLINES

IV.1.1. Analyse des cartes - splines tracées à partir des valeurs ajustées par la méthode de Villasenor.

Les cartes des caractéristiques pluviométriques aux pas de temps (PT) 2 h, 4 h, 6 h, 12 h, 24 h tracées à partir de 52 stations décrivent la même évolution qu'un grand noyau étiré au centre de l'image (voir Fig. B.IV.2 - Fig. B.IV.8). Ce noyau est formé par les isocourbes des valeurs les plus grandes de pluie. Cette zone "à risque" se déplace de l'est vers l'ouest parallèlement à la ligne des crêtes quand le pas de temps augmente. Au pas de temps 6 h elle se trouve presque axée sur la ligne des crêtes. Le gradient pluviométrique est beaucoup plus fort sur le côté Ouest du noyau que sur le versant Est sur les cartes de grands pas de temps : 6 h, 12 h, 24 h (voir Fig. B.IV.5, Fig. B.IV.6, Fig. B.IV.7, "carte spline"). Notons toutefois que la carte horaire ne suit pas cette tendance (voir Fig. B.IV.1, "carte spline"). Pour cette carte la zone "à risque" se trouve dans la plaine à l'Est de la ligne des crêtes. Elle se compose de quelques petits noyaux sur Remoulin, Puéchabon, Nîmes. Cela correspond bien aux phénomènes observés. Au pas de temps horaire l'intensité de pluie dans la plaine est plus élevée que sur la montagne. Pour exprimer cette évolution des caractéristiques pluviométriques nous avons présenté dans ce travail 9 cartes en couleurs dont 3 sont les cartes de gradex de pas de temps 1h, 6h, 24h; 6 sont les cartes de pluies de temps de retour 10 ans et 100 ans. A partir de PT = 4 h la valeur maximale de pluie se trouve sur la montagne. Le gradient pluviométrique dans la zone des crêtes de la carte au PT = 24 h est tellement fort que l'erreur maximal des valeurs interpolées à partir des isocourbes atteint 44 mm pour le temps de retour (TR) 10 ans, 84 mm pour TR = 100 ans (tableau 31). Dans la plaine la précision d'interpolation est plus fiable. L'erreur de la valeur interpolée par rapport à l'écart-type spatial est très faible. Les isolignes des cartes sont assez lisses sauf celles de la carte de gradex. Les cartes de gradex (voir Fig. B.IV.9 - Fig. B.IV.14) ont presque même l'évolution de pluie du temps de retour de 10 ans.

La carte de coefficient de Montana montre la variation du gradex avec le pas de temps. Sur cette carte il y a un creux sur la plaine et une bosse sur la ligne des crêtes (voir Fig. B.IV.15). Cela montre que la variation de pluie en fonction du pas de temps sur la plaine n'est pas grande, Par contre, elle est importante en montagne .

Les isolignes des cartes ont tendance à "s'envoler" sur les bords de la carte. En effet ces cartes sont fiables au centre mais pas aux bords. Les cartes splines sont tracées sans étude préalable de la structure spatiale de paramètres mais elles décrivent assez bien la

réalité du phénomène. Sur les zones où se trouvent peu de stations, les isolignes sont moins fiables.

IV.1.2. Comparaison des cartes - splines qui sont tracées à partir de valeurs ajustées par la méthode de Villasenor avec les cartes tracées à partir de valeurs ajustées par la méthode de Gumbel.

Les deux types de carte ont presque la même image de distribution de pluie. Pour les cartes au pas de temps $PT = 24$ h il y a un noyau de courbes de cotes maximales sur l'axe des crêtes. Pour celles au $PT = 1$ h il existe des petits noyaux d'isocourbes de grandes valeurs de pluie dans la plaine (voir Fig. B.IV.16 - Fig. B.IV.19). Mais on remarque la petite nuance suivante: la valeur maximale des isocourbes des cartes de Villasenor, y compris la valeur des cartes de gradex, est toujours un peu plus grande que celle des cartes de Gumbel. (Pour la carte au pas de temps $PT = 1$ h avec le temps de retour $TR = 10$ ans, la valeur maximale de première est de 85 mm, celle de deuxième est de 75 mm). C'est à cause du lissage sur les grandes valeurs dans en partie supérieure de fonction F_0 de la méthode de Villasenor que les valeurs ajustées sont plus grandes et plus approchées aux valeurs extrêmes empiriques.

IV.1.3. Validation des pluies accumulées (24 h) avec les pluies journalières.

Rappelons que notre réseau d'études est constitué de 52 stations de pluviométrie horaire. Mais il existe dans cette région des stations où la pluie est mesurée au pas de temps journalier. Ces dernières stations nous permettent donc de calculer les caractéristiques statistiques des précipitations journalières. Pour passer d'une pluie journalière (pas élémentaire de dépouillement est 24 h) à une pluie mobile selon la partie A, I.4 nous avons fait une correction suivante :

$$P_M = 1.14 P_j$$

Il était donc intéressant de comparer pour ces stations les valeurs interpolées fournies par les méthodes précédentes (krigeage et spline) avec les valeurs observées sur ces stations.

La méthode de validation est très simple. On compare les valeurs ajustées à partir de pluie journalière (P_{10} , P_{100} , gradex) des stations qui n'enregistrent que des pluies journalières avec celles interpolées de la carte des valeurs accumulées ($PT=24$ heures) de 52 stations horaires. Dans la région Cévennes, on a choisi 11 stations journalières. Elles n'appartiennent pas au réseau de 52 stations horaires. La période de pluie mesurée (N) des stations journalières est presque deux, trois fois plus grandes que celle des stations horaires, donc le résultat d'ajustement des stations journalières sera plus fiable.

Sur le tableau 31, on a remarqué que l'écart maximal entre les deux types des valeurs ci-dessus de 11 stations, est toujours inférieur à l'écart-type spatial de la région. 55% des écarts ont un ordre de grandeur inférieur à 50% de l'écart-type spatial. Pour les pluies de temps de retour de 10 ans, l'écart maximal est de 44 mm (station Bélier), soit 32% de la pluie journalière considérée comme la valeur réelle. L'écart minimal est de 2 mm, soit 1% de la valeur réelle. Les autres écarts sont de l'ordre de 15% de la valeur réelle. Donc, le modèle d'interpolation calé est considéré comme valable. Pour la pluie de temps de retour de 100 ans, la comparaison donne à peu près le même résultat. La figure B.IV.20 illustre la corrélation entre les valeurs ajustées et les valeurs interpolées. La position des points est presque superposée à la bissectrice du graphique.

Cette validation est répétée pour une période de pluie mesurée plus courte ($N_1 = N/2$) sur les mêmes 11 stations afin de vérifier l'erreur d'échantillonnage. Les écarts entre les deux types de valeurs ci-dessus sont plus grands par rapport au cas précédent mais ils sont toujours inférieurs à l'écart-type spatial de la région, exception faite pour la station de Mayres où l'écart pour la pluie centennale est de 104 mm et a dépassé l'écart-type spatial (90). C'est à cause et d'une part que cette station est située sur un versant où le gradient de pente du relief est très fort, d'autre part, la taille de l'échantillon ajusté est très petite (15 ans). A part ce cas isolé, cette interpolation est valable même pour les petits échantillons (20 ans).

Tableau 30. STATIONS JOURNALIERES

643.56, 120.04 (km) coordonnées de l'origine (Lambert III)

N°	STATION	CODE	X	Y	ANNEE	DUREE	SERVICE
265	Montpé. Bel Air	265	78,4	26,2	1920 - 1990	70	SRAE LR
1	Vernoux	1	139,2	168,7	1959 - 1990	32	DTG
2	Joyeus gendarmerie	2	122,1	122,1	1954 - 1987	34	DTG
4	Le Monastier	5	88,2	173,5	1932 - 1980	49	DTG
5	Antraigues	6	117,2	148,2	1953 - 1987	34	DTG
6	Issalas	7	90,1	153,9	1951 - 1990	40	DTG
7	Palisse	8	97,3	155,7	1951 - 1990	40	DTG
8	Les UF Fernet	9	78,1	158,2	1950 - 1990	41	DTG
9	Mayres	10	97,8	142,4	1957 - 1987	31	DTG
10	Val la Bains	11	117,8	141,9	1959 - 1990	32	DTG
11	St. l'Eulalie	12	104,1	158,8	1930 - 1989	59	DTG

Tableau 31.
VALIDATION DES PLUIES ACCUMULEES (24 H) AVEC LES PLUIES JOURNALIERES

Taille de grand échantillon : N

Taille de petit échantillon : N1 (N1 = N/2)

Station	taille de échant N	t=10 ans					t=100 ans				
		écart-type spatial =57 mm					écart-type spatial =90 mm				
		valeur ajustée		valeur interp	écart		valeur ajustée		valeur interp	écart	
		avec N	avec N1		avec N	avec N1	avec N	avec N1		avec N	avec N1
265BELAIR	60	134	152	178	44	26	216	251	320	84	69
1VERNOUX	32	142	132	164	22	32	215	190	265	50	75
2JOYEUSE	34	151	159	190	39	31	227	255	310	83	55
5MONASTI	49	78	88	70	8	18	118	134	95	23	39
6ANTRAIG	34	167	155	205	38	50	245	218	310	65	92
7ISSANLA	40	134	133	155	21	22	211	205	240	29	35
8PALISSE	40	177	162	175	2	13	276	242	270	6	28
9UFFERNE	41	81	91	79	2	12	133	148	120	13	28
10MAYRES	31	234	203	270	36	67	382	296	405	23	109
11VALBAIN	32	152	157	195	43	38	217	231	300	83	69
12EULALIE	59	170	136	185	15	49	260	200	285	25	85

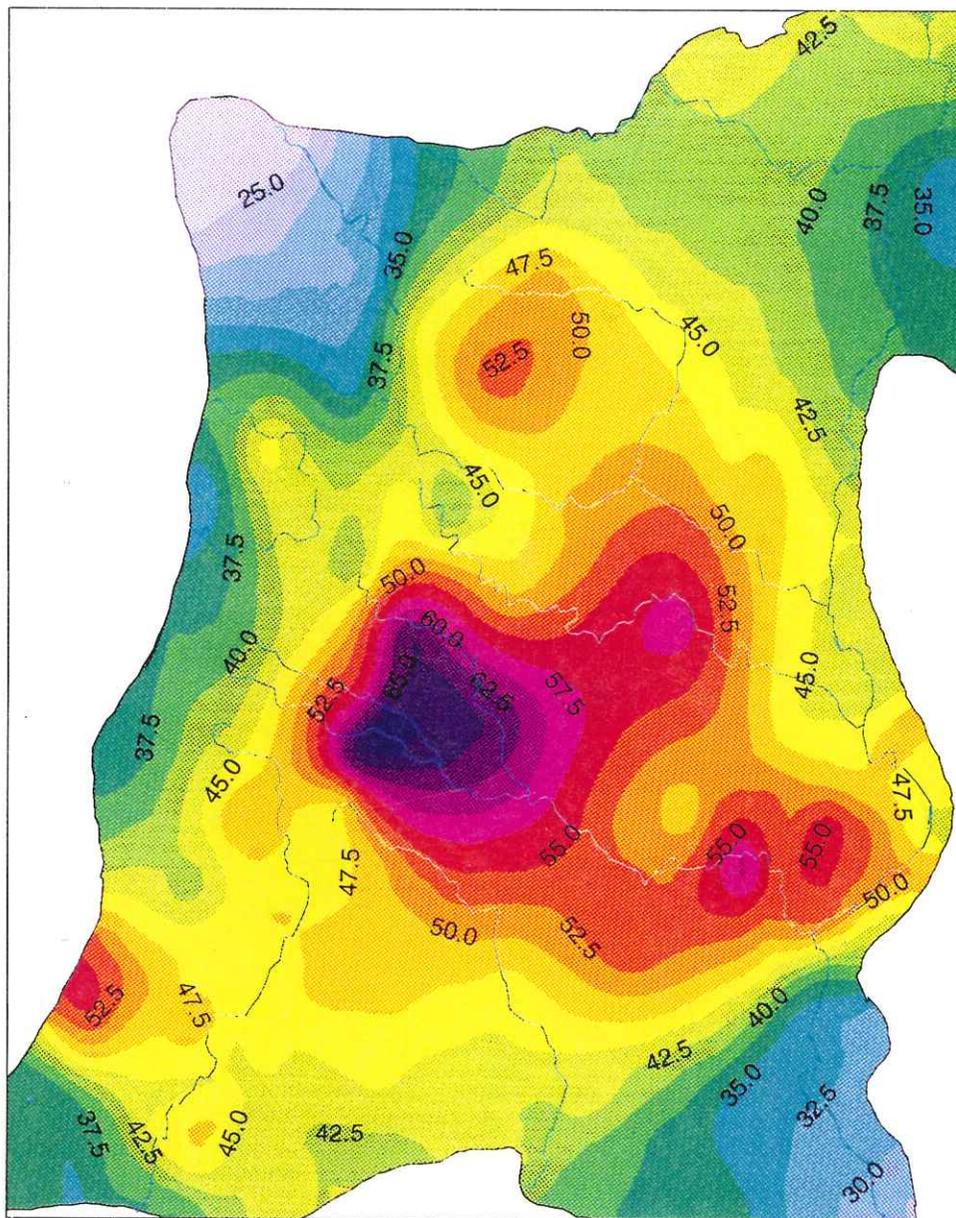
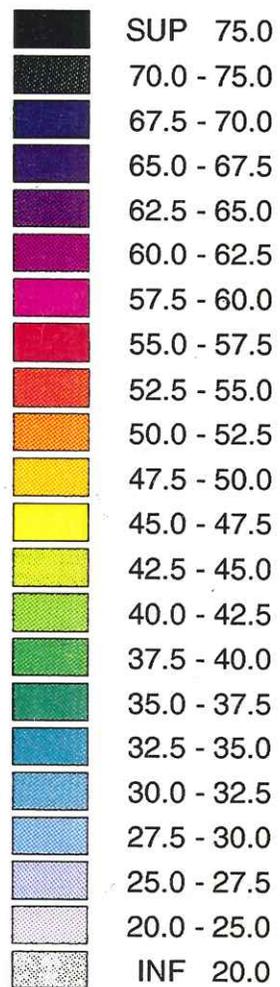
IV.2. ANALYSE DES CARTES KRIGÉES.

Les cartes de chaque pas de temps (voir Fig. B.IV.1 - Fig. B.IV.15, "carte krigée") sont établies à partir du krigage en voisinage glissant avec le variogramme choisi (dans la partie III.4.2, voir les tableaux : 26, 27, 28, 29). Le nombre de stations voisines participant à l'interpolation est de 10 stations. Dans le processus d'interpolation nous calculons toujours une moyenne locale du champ des caractéristiques pluviométriques (le rayon de la zone d'interpolation est la portée du variogramme choisi), par conséquent, la valeur la plus forte et la plus faible de pluie sont un peu déformées.

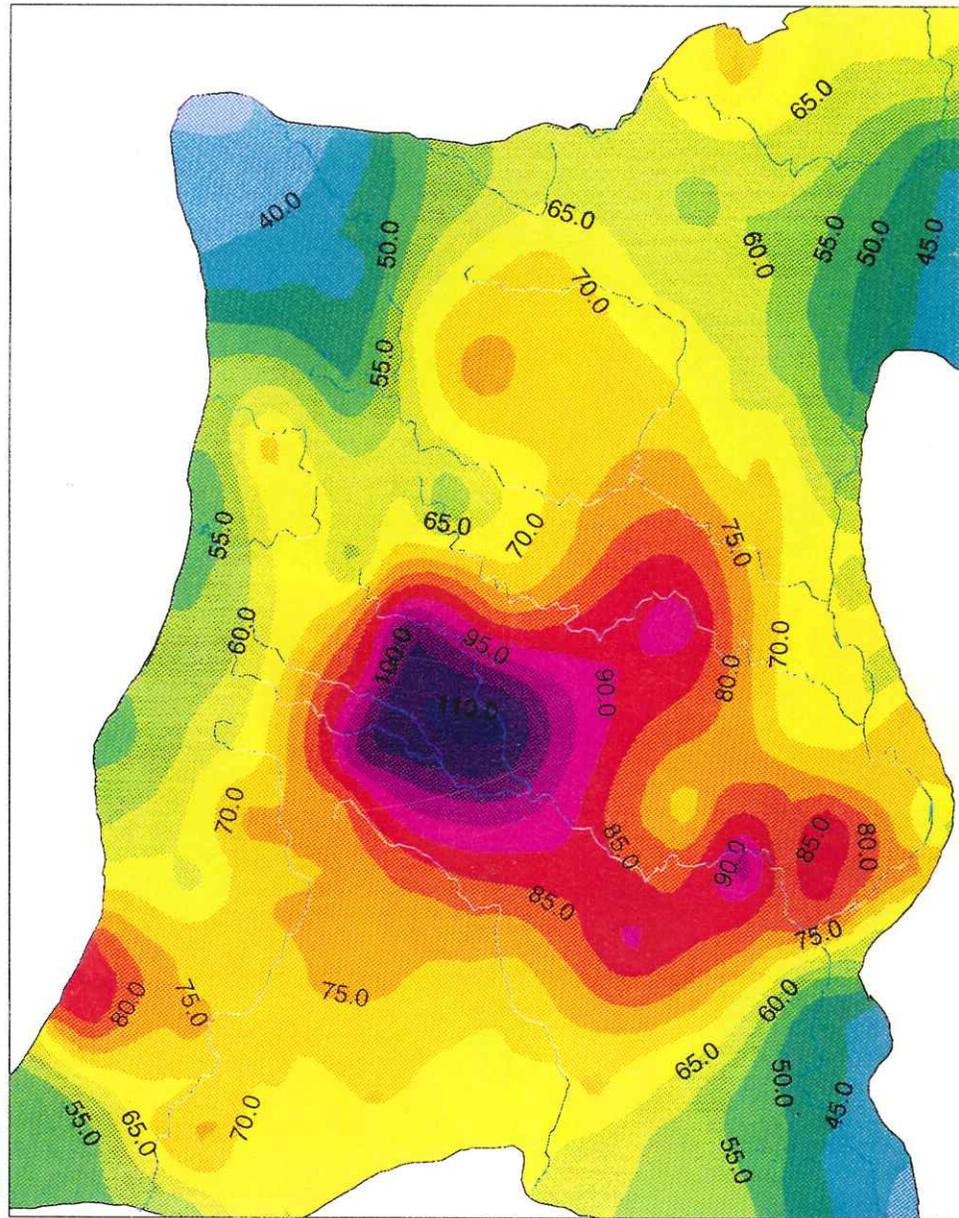
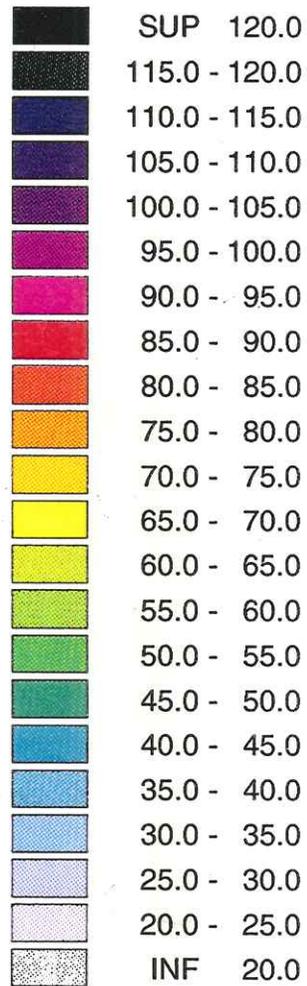
Pour les cartes aux pas de temps faibles (1 h, 2 h) on a remarqué que le champ des caractéristiques pluviométriques est caractérisé par quelques noyaux de grandes valeurs de pluie (voir Fig. B.IV.1 et Fig. B.IV.3, "carte krigée"). Ces noyaux sont situés au

sud de la région, c'est la zone plus proche de la mer. Les grandes "bosses" sont séparées les unes des autres, elles sont autour des stations Puéchabon, Nîmes, Remoulin, St. Jacques du Gard. La particularité de ces stations est d'enregistrer de grandes valeurs de pluie. Pour les cartes aux pas de temps forts les courbes suivent une loi plus commune de toute la région et dessinent un grand dôme dont le centre se situe le long la ligne des crêtes (voir Fig. B.IV.6, Fig. B.IV.7, Fig. B.IV.8 et Fig. B.IV.14, "carte krigée"). Au bord il existe quelques petits noyaux qui nous donnent l'impression que les courbes ont tendance à se fermer. Cela est dû au caractère local du krigage en voisinage glissant. Dans l'ensemble le champ est un peu déchiré à cause du caractère local du processus d'interpolation. Quand on fait la validation des pluies accumulées (24 h) avec les pluies journalières comme dans la partie IV.1.3, les écarts entre les valeurs ajustées (les valeurs calées du modèle à partir des valeurs journalières) et les valeurs interpolées sont toujours inférieurs à l'écart-type spatial du champ (voir le tableau 32). 72% des écarts sont deux fois plus petits que l'écart-type spatial. L'écart maximal de la pluie du temps de retour de 10 ans est observé à la station Joyeuse : 39 mm, soit 25% de la valeur ajustée. L'écart minimal est remarqué à la station Palisse : 10 mm, soit 5.6% de la valeur ajustée. Les autres écarts sont de l'ordre de 15% de la valeur ajustée (tableau 32). Avec cette précision on peut considérer que les cartes krigées donnent des résultats satisfaisants pour notre étude. La figure B.IV.20 illustre la corrélation entre les valeurs ajustées et les valeurs interpolées. Elle est assez bonne. La position des points est presque superposée à la bissectrice du graphique.

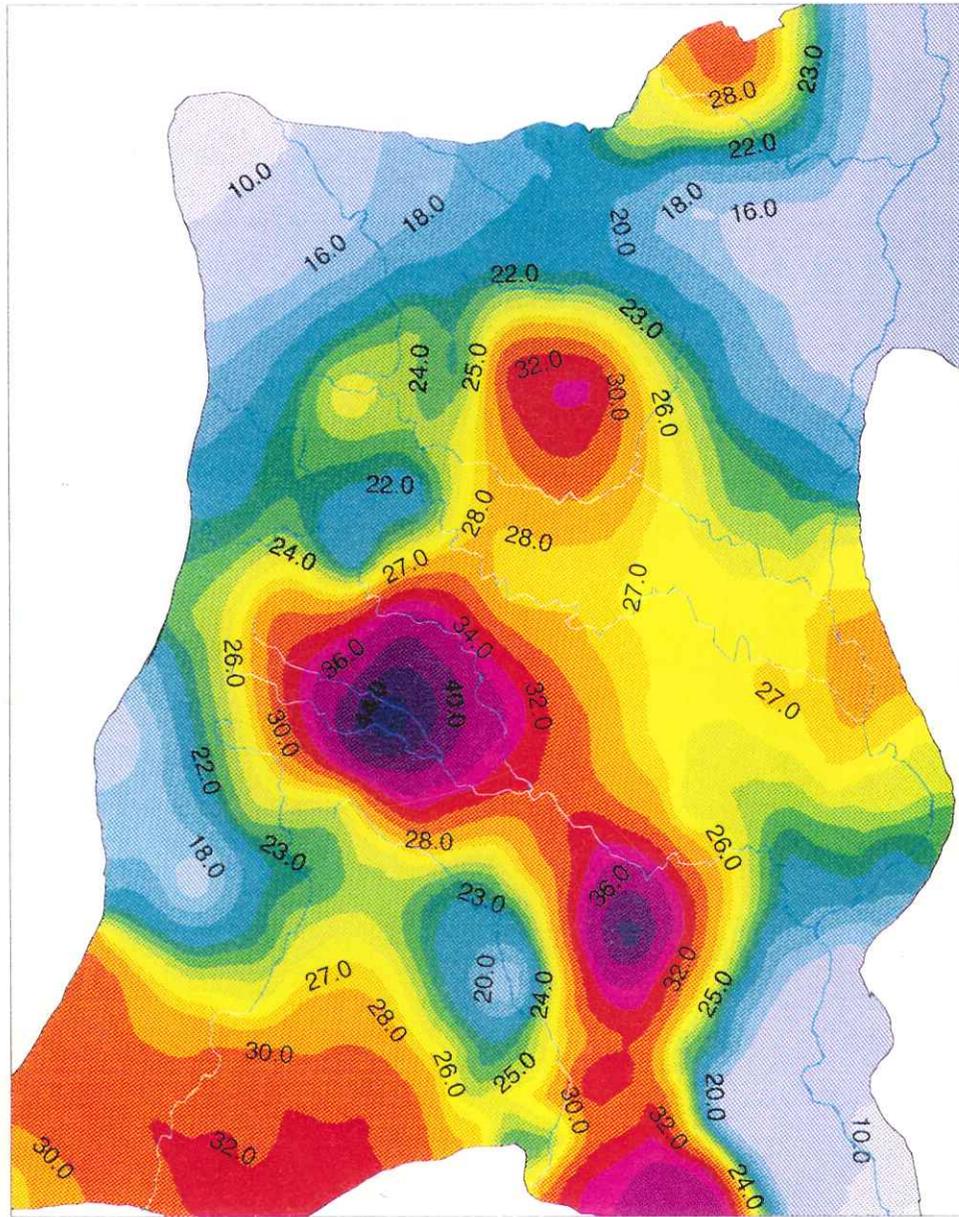
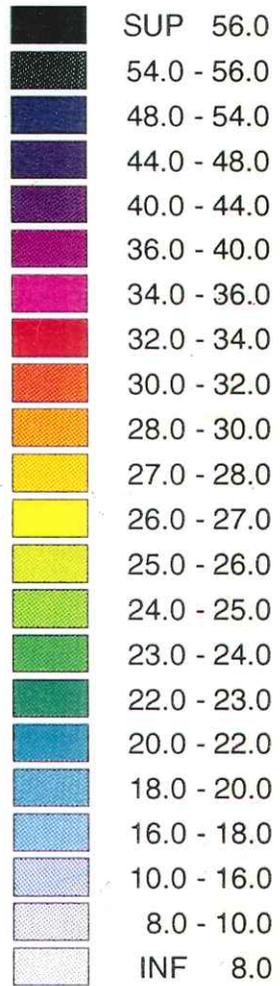
PLUIE TR=10 ANS T=1H



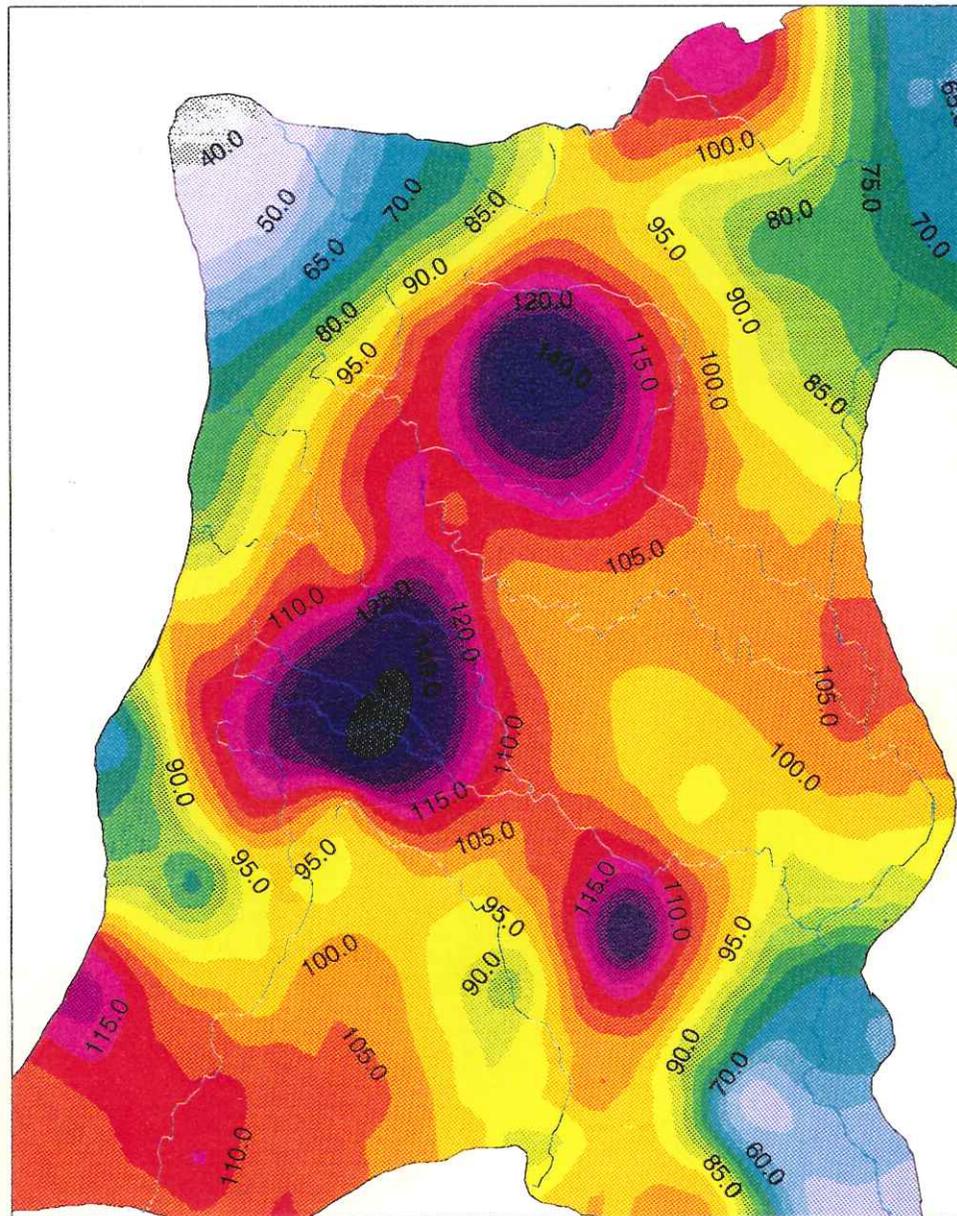
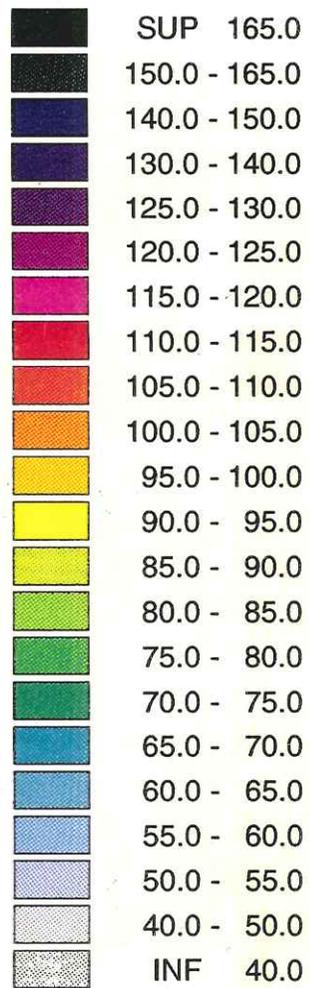
PLUIE TR=100 ANS T=1H



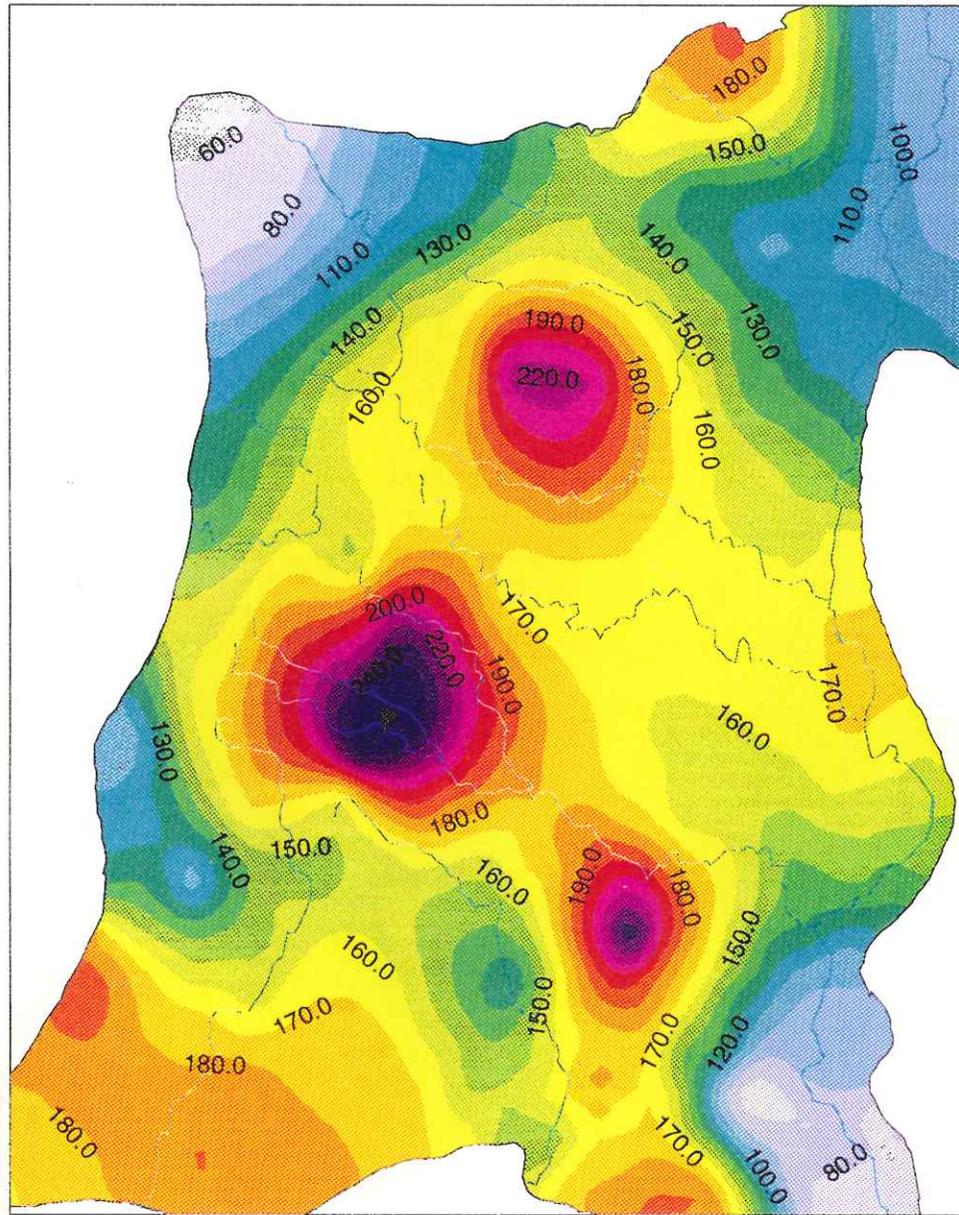
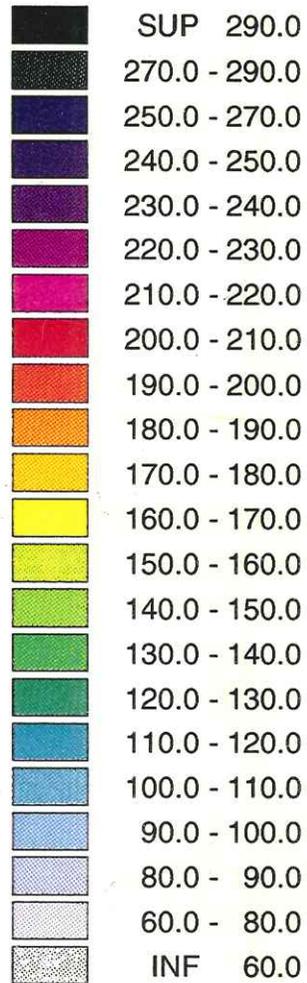
GRADEX T = 6H = 6H



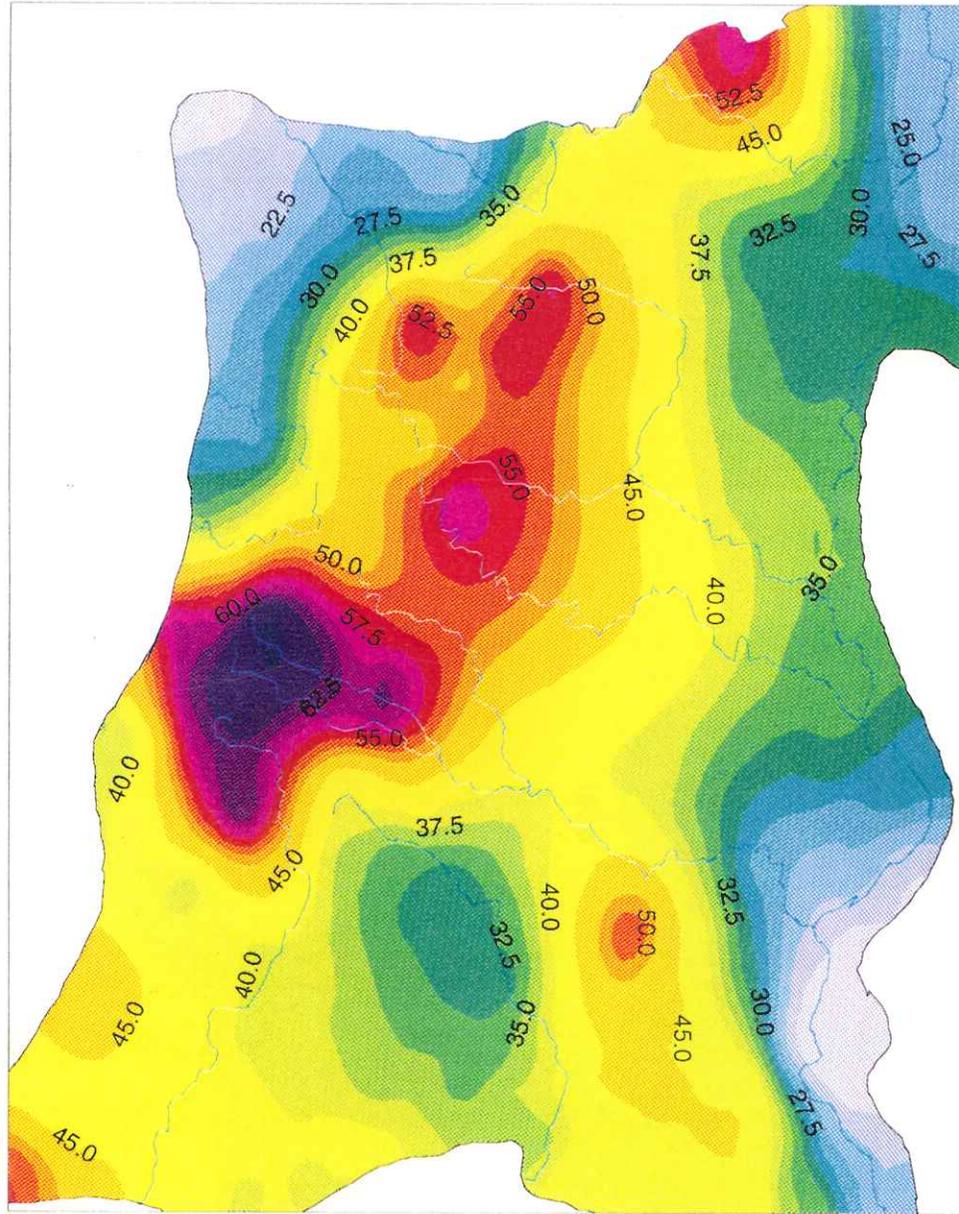
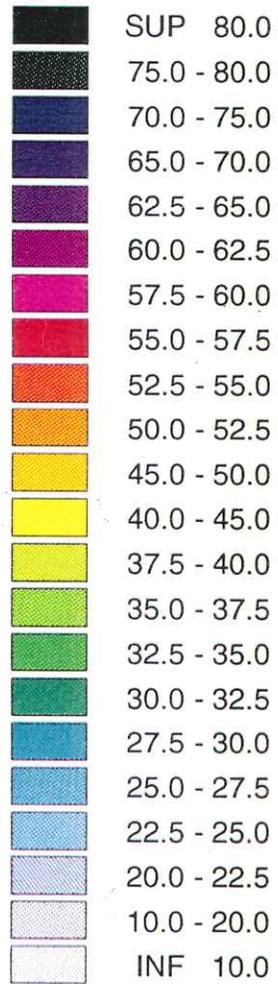
PLUIE TR= 10 ANS T = 6H



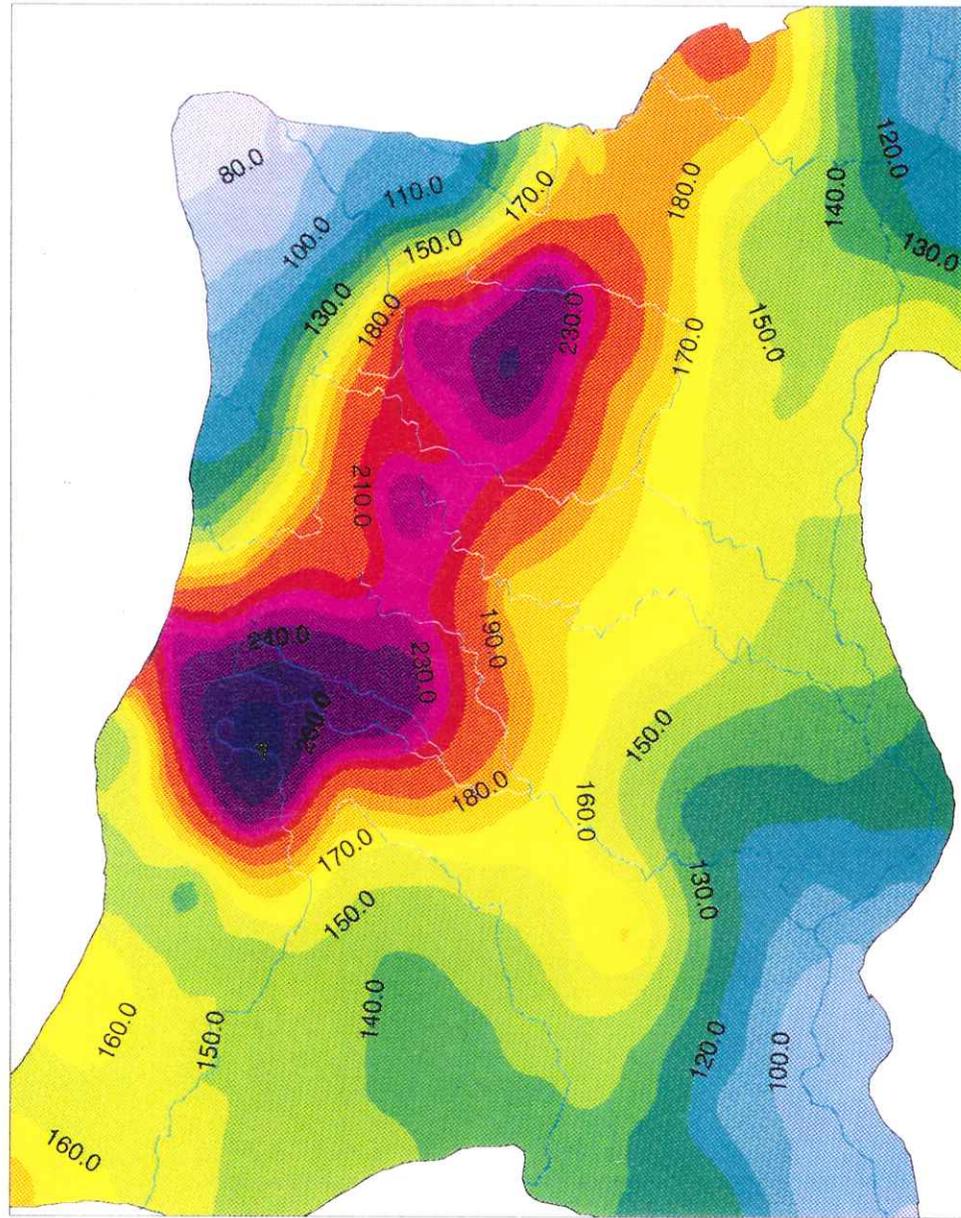
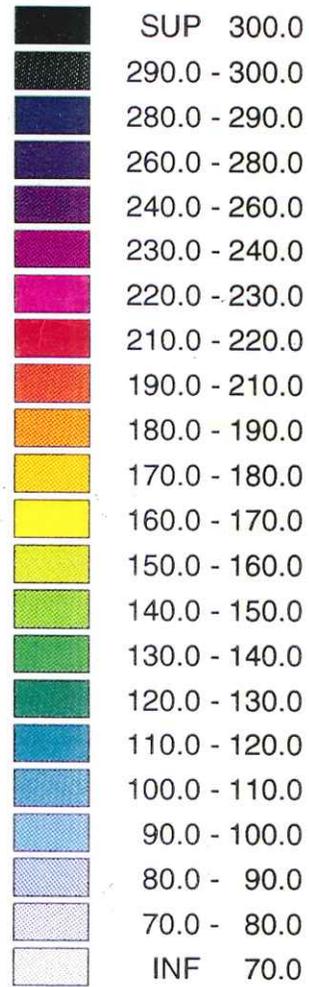
PLUIE TR= 100 ANS T = 6H



PLUI GRADEX T = 24H



PLUIE TR = 10 ANS T = 24H



PLUIE TR = 100 ANS T = 24H

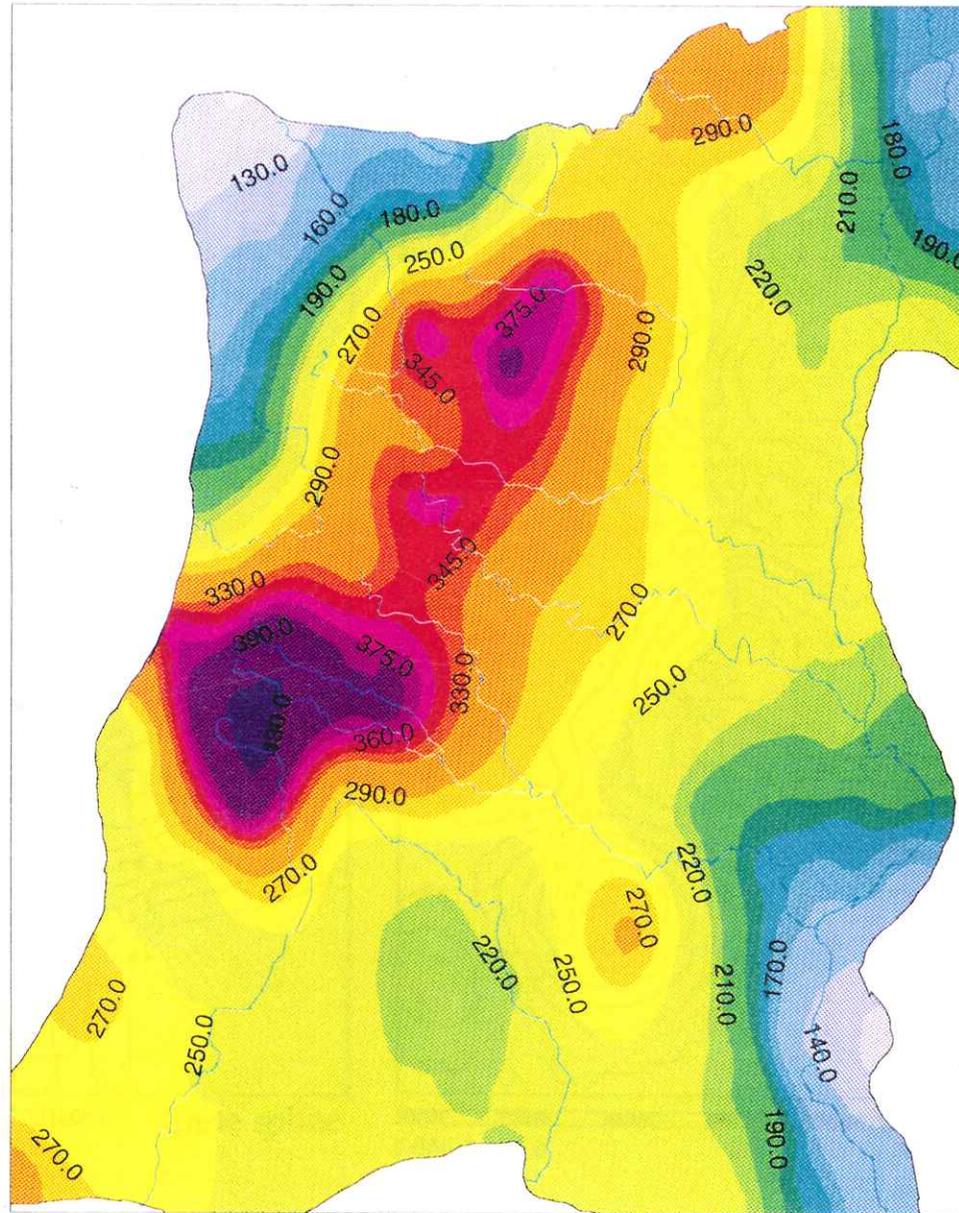
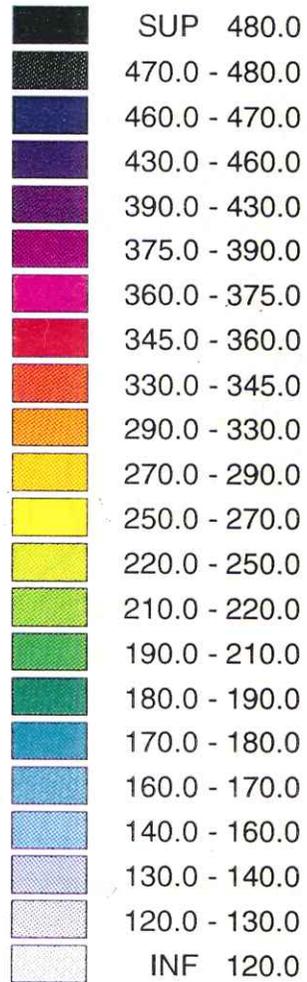
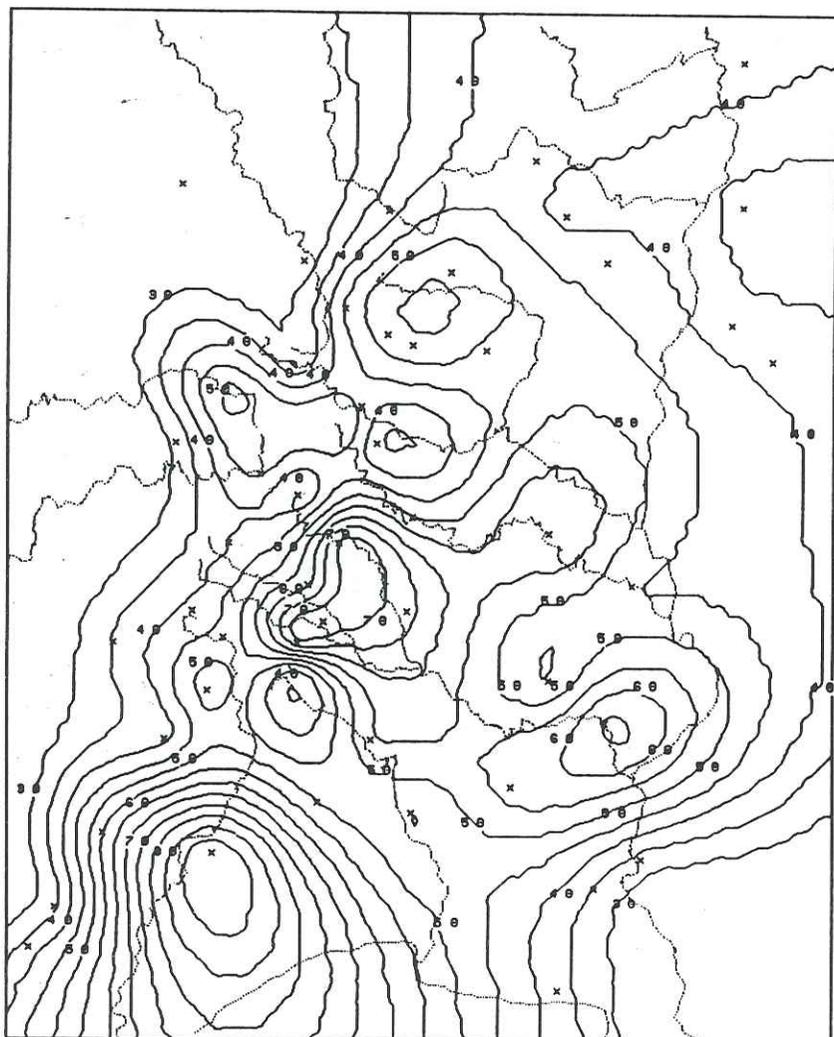
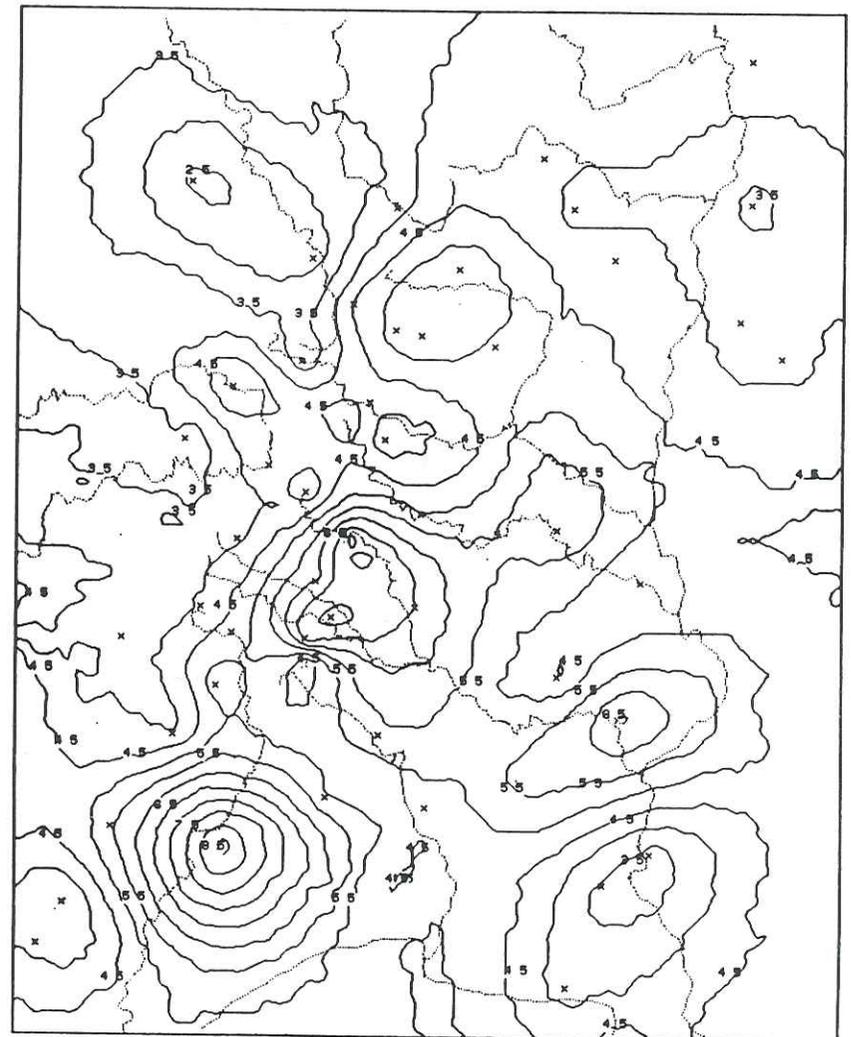


Fig. B.IV.1

PLUIE DE TR = 10 ANS. T = 1 H



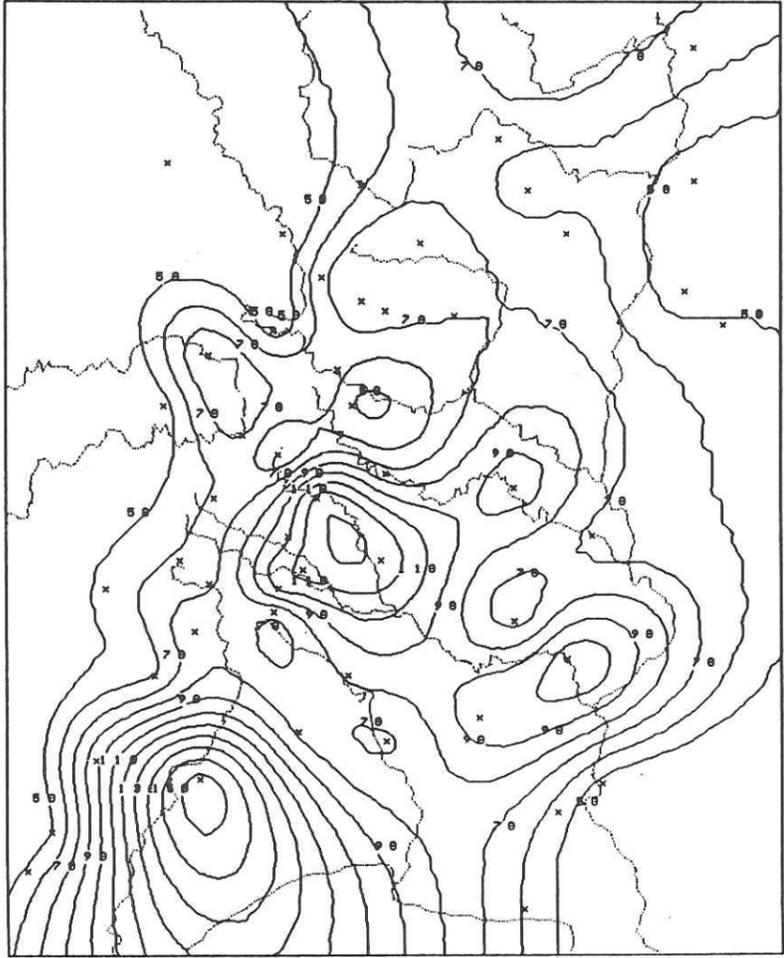
S=160.0x200.0 100km Carte spline



S=160.0x200.0 100km Carte krigage

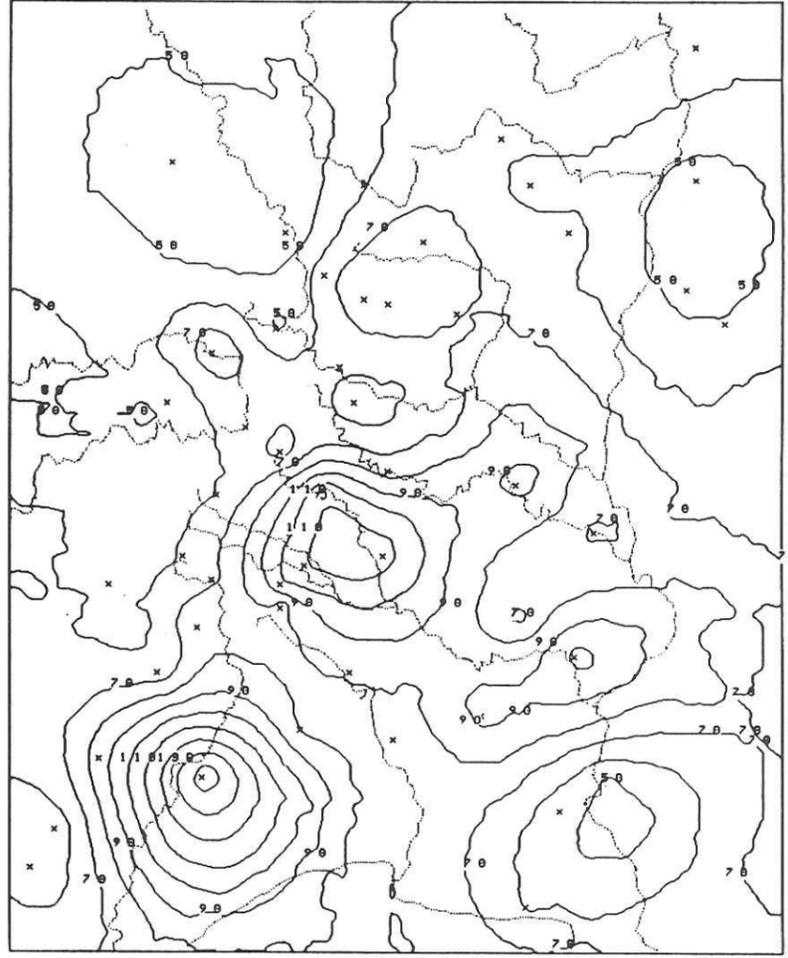
Fig. B.IV.2

PLUIE DE TR = 100 ANS. T = 1 H



S=160.0x200.0

Carte spline

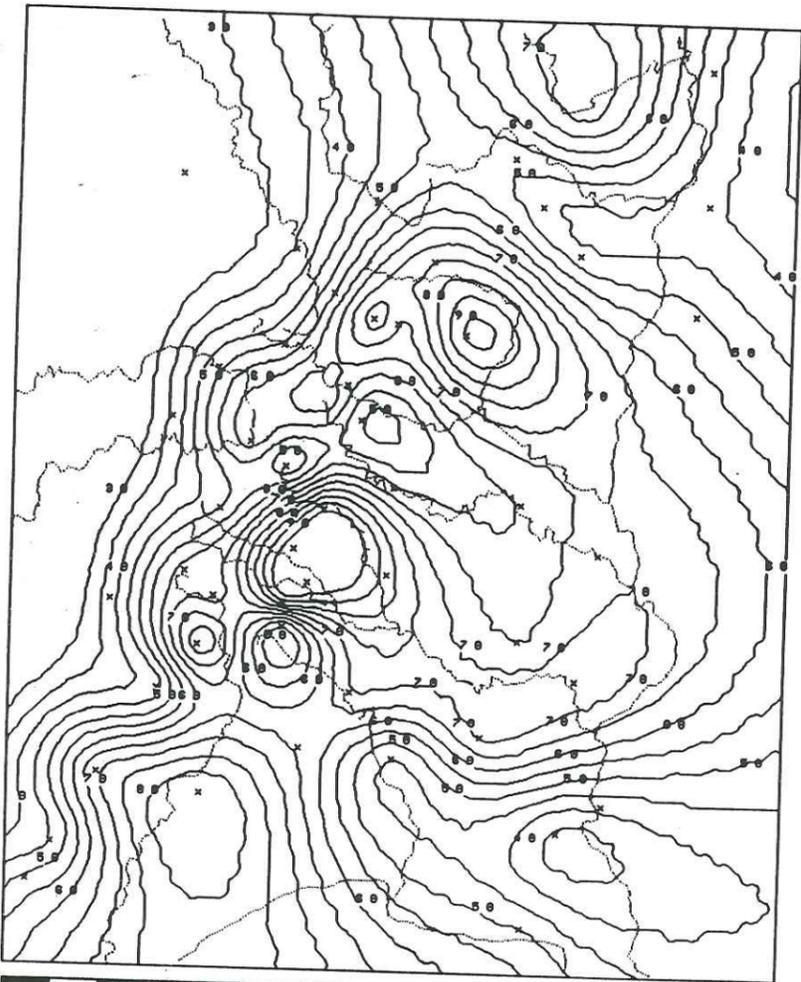


S=160.0x200.0

Carte krigeage

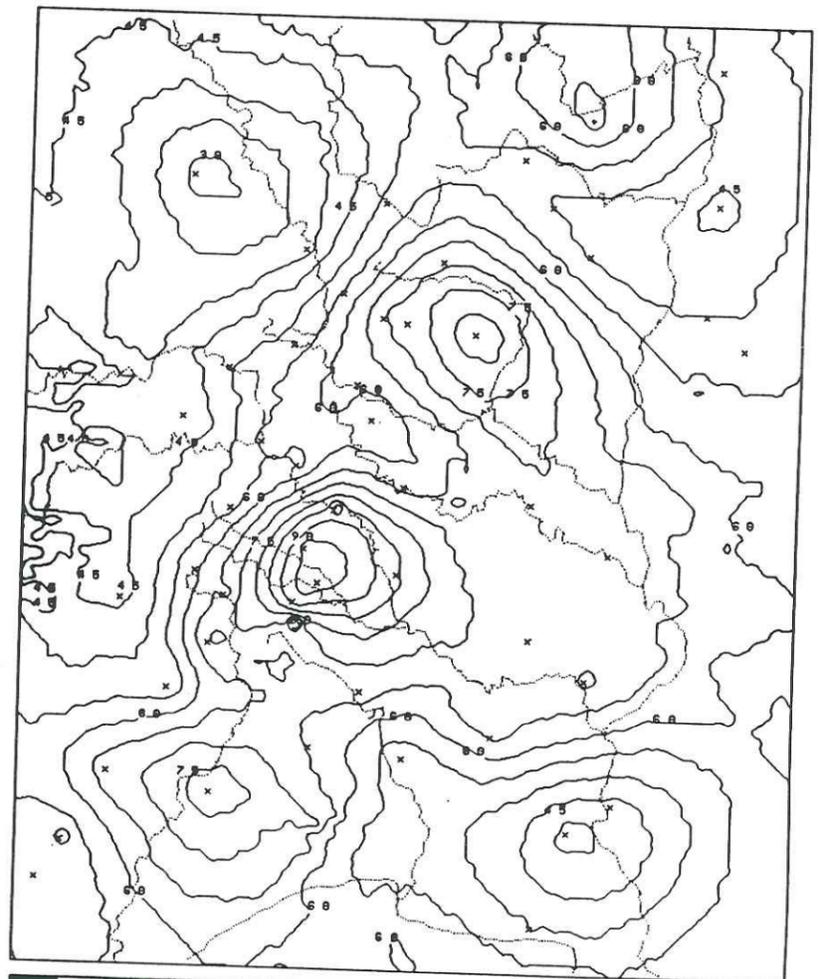
Fig. B.IV.3

PLUIE DE TR = 10 ANS. T = 2 H



S=160.0x200.0

Carte spline



S=160.0x200.0

Carte krigeage

Fig. B.IV.4

PLUIE DE TR = 10 ANS. T = 4 H

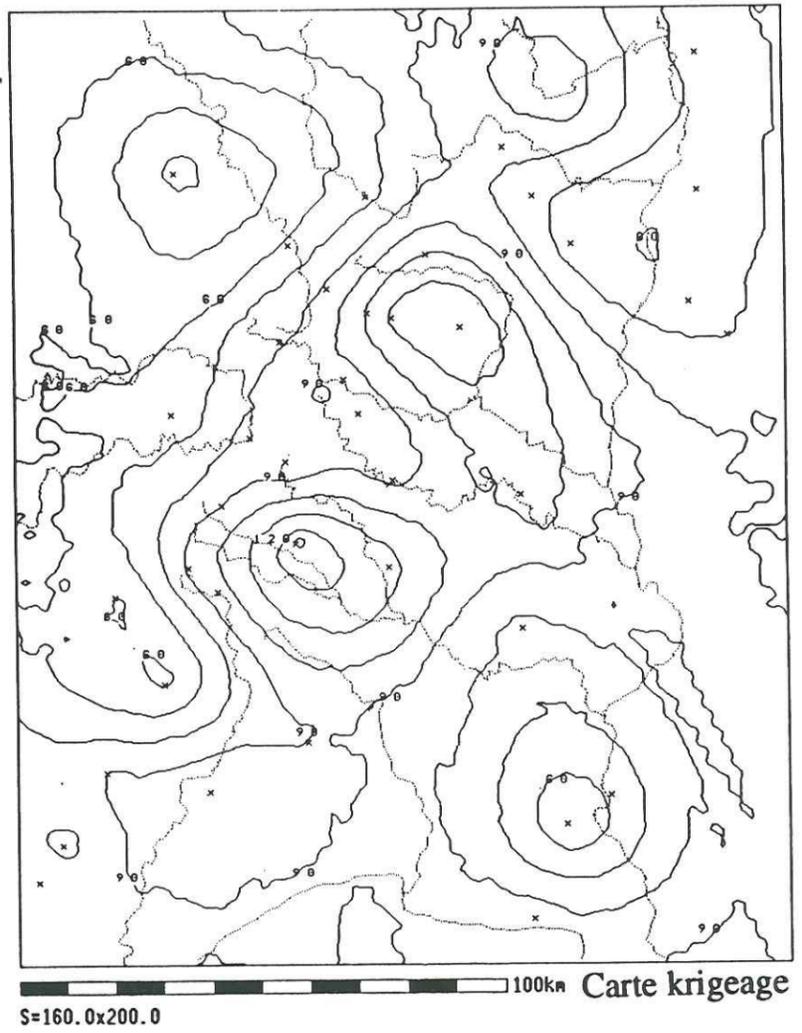
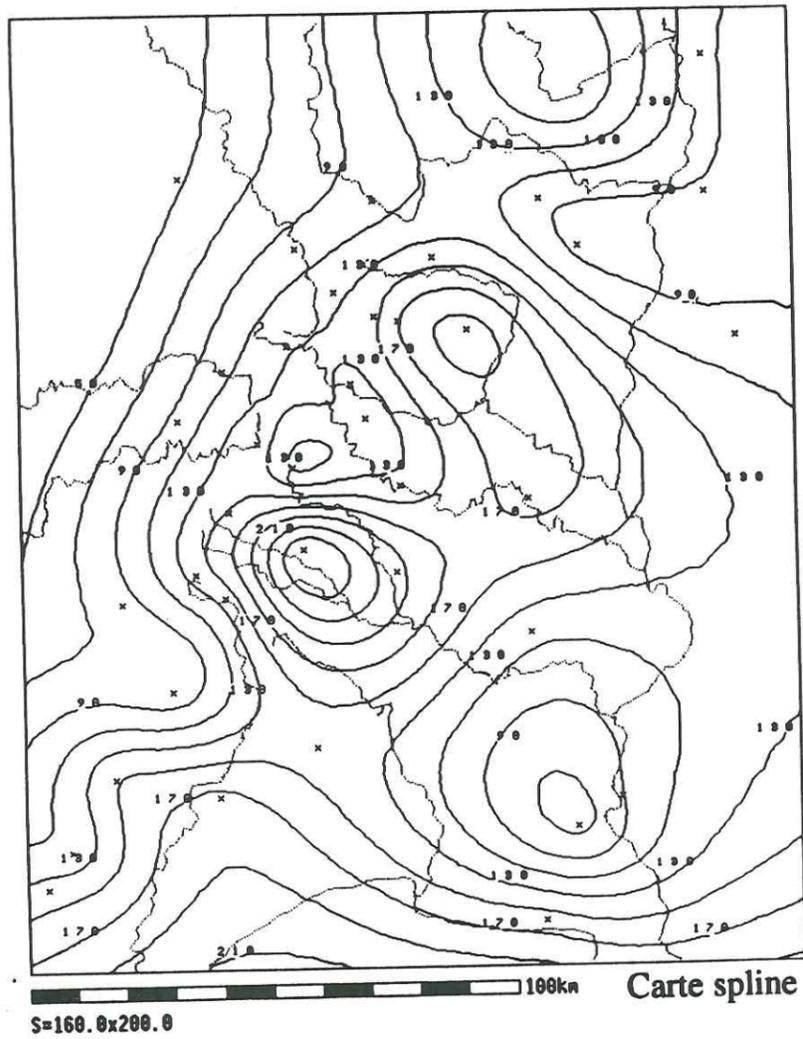


Fig. B.IV.5

PLUIE DE TR = 10 ANS. T = 6 H

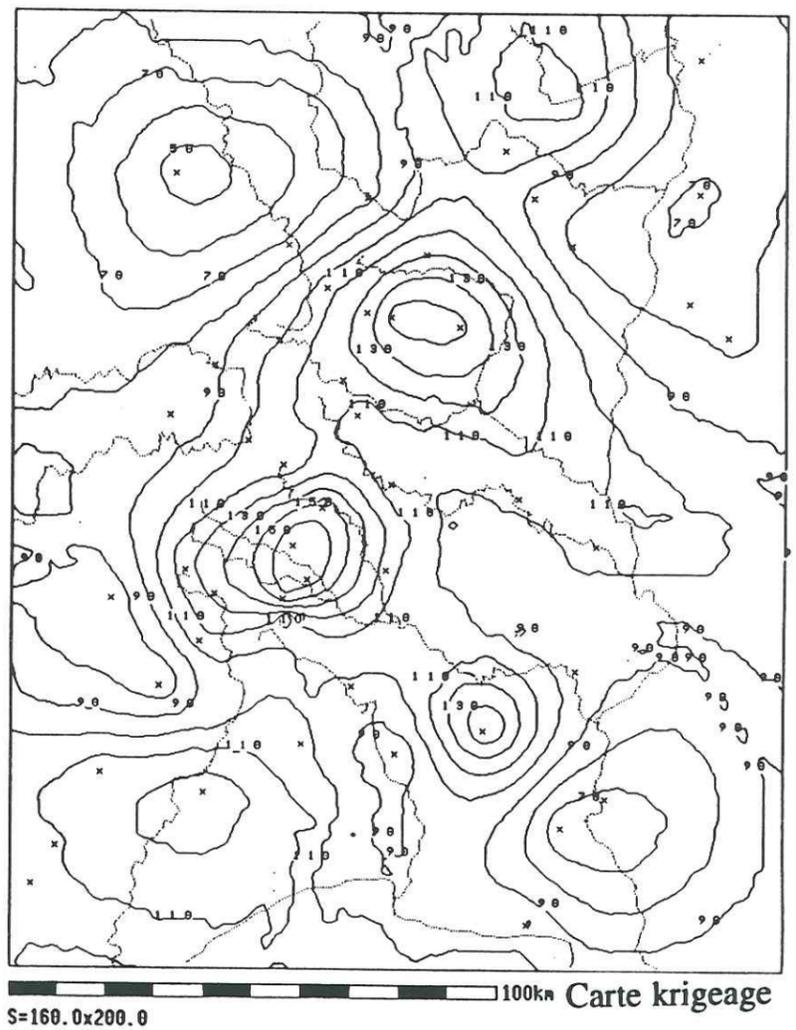
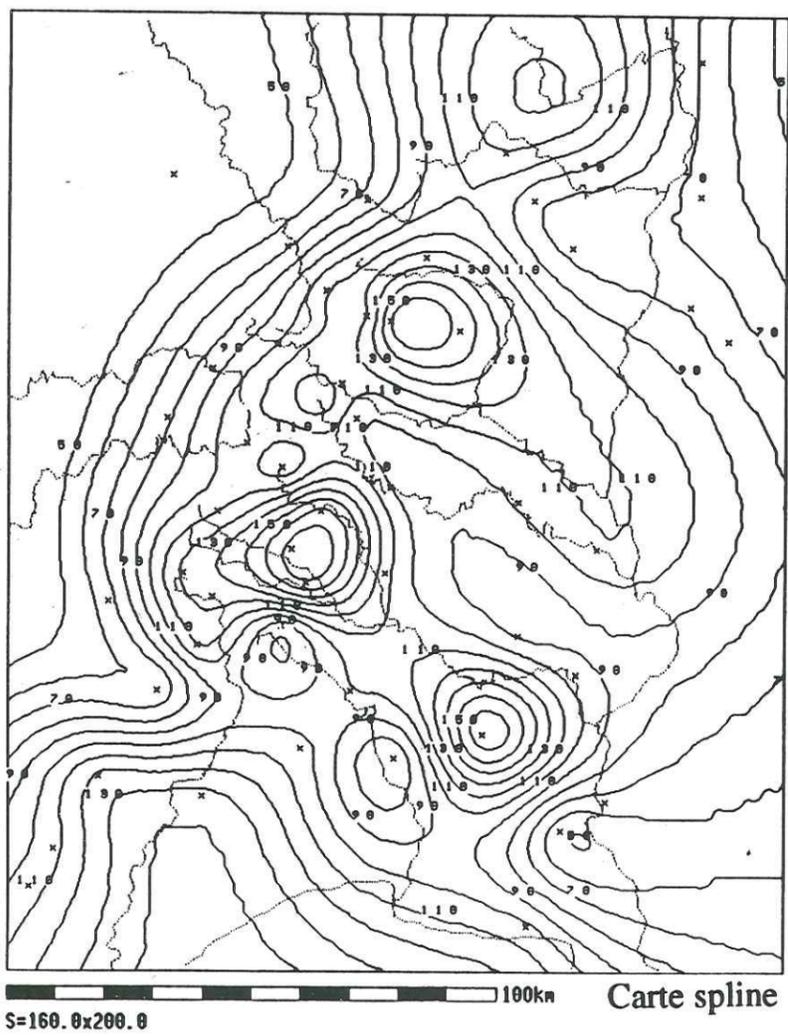
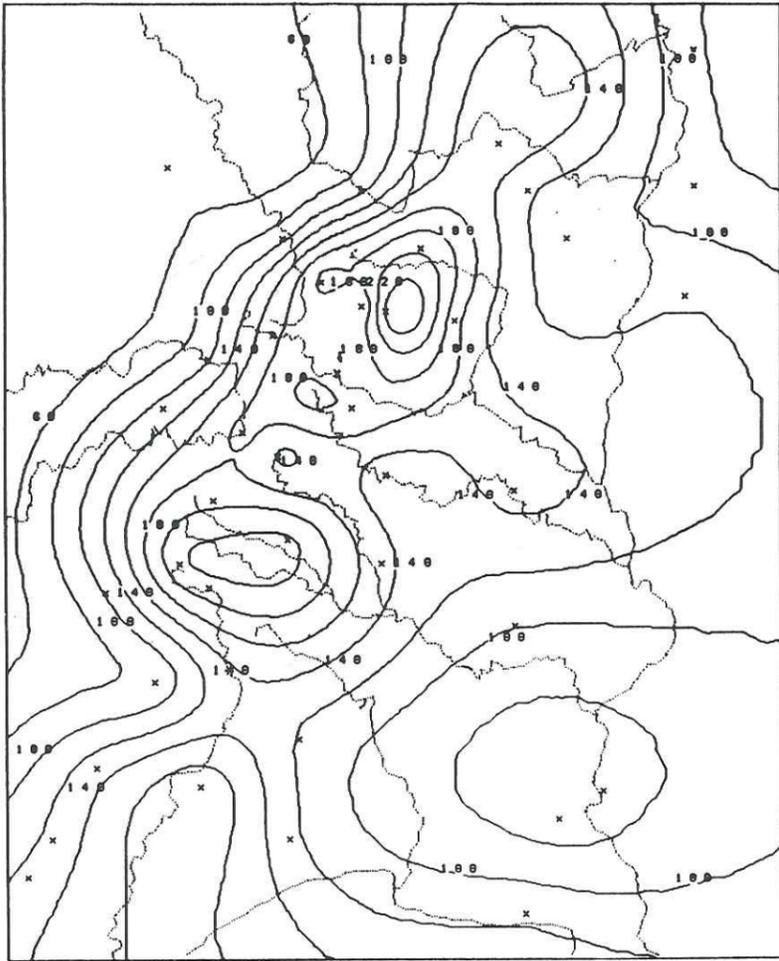


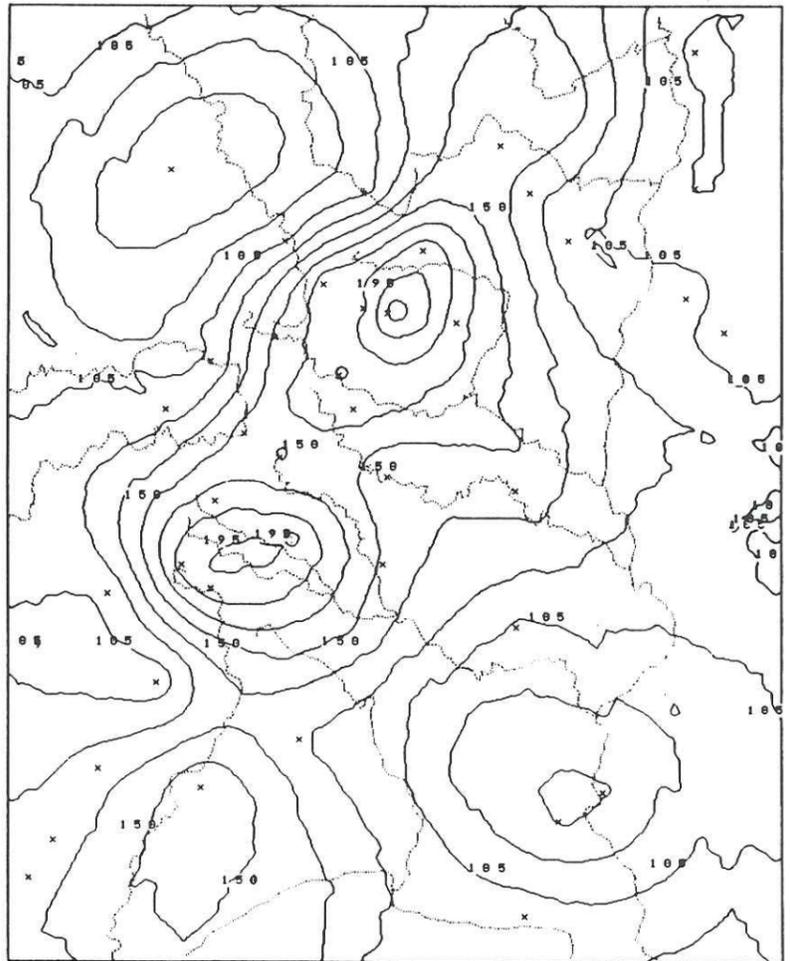
Fig. B.IV.6

PLUIE DE TR = 10 ANS. T = 12 H



S=160.0x200.0

Carte spline

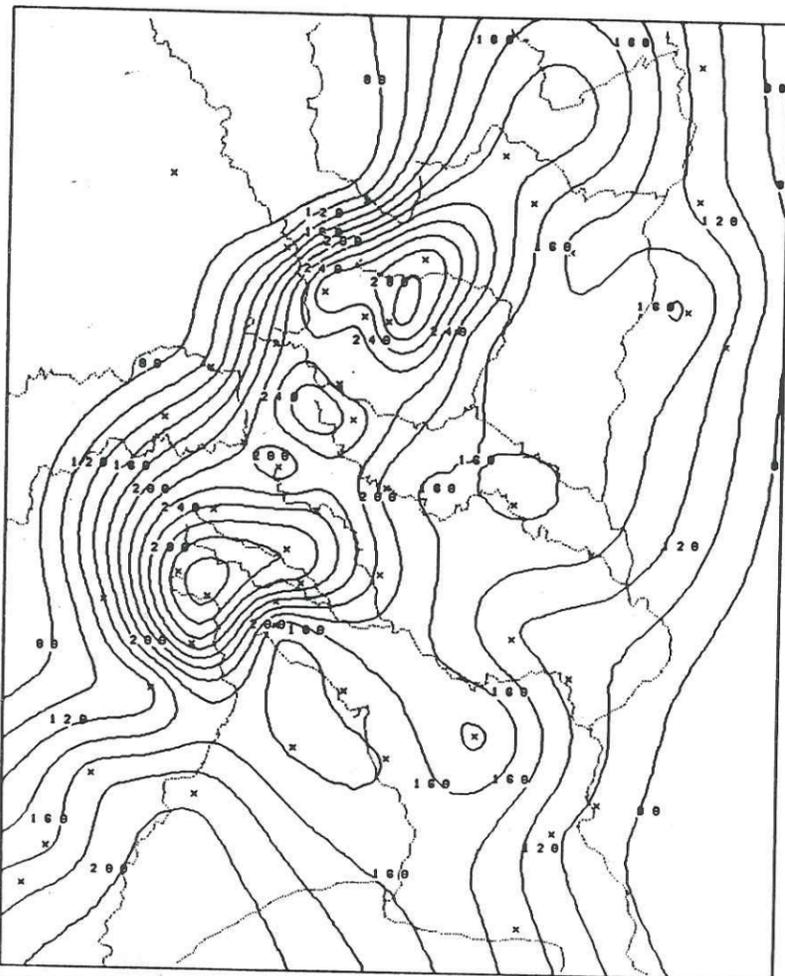


S=160.0x200.0

Carte krigeage

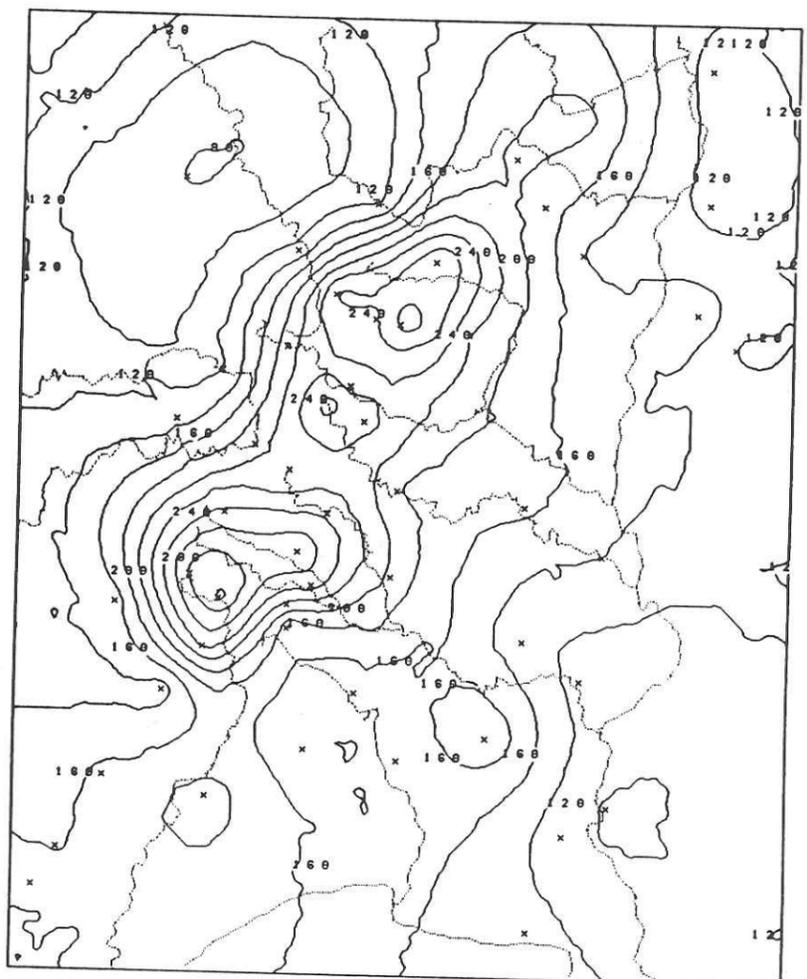
Fig. B.IV.7

PLUIE DE TR = 10 ANS. T = 24 H



S=160.0x200.0

Carte spline

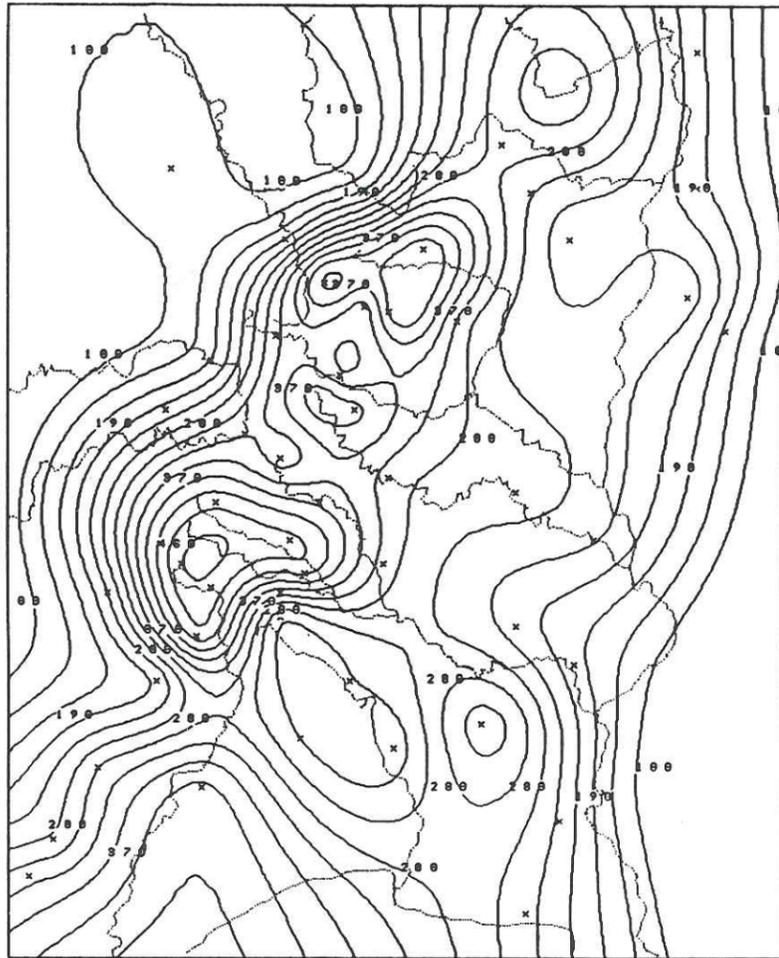


S=160.0x200.0

Carte krigeage

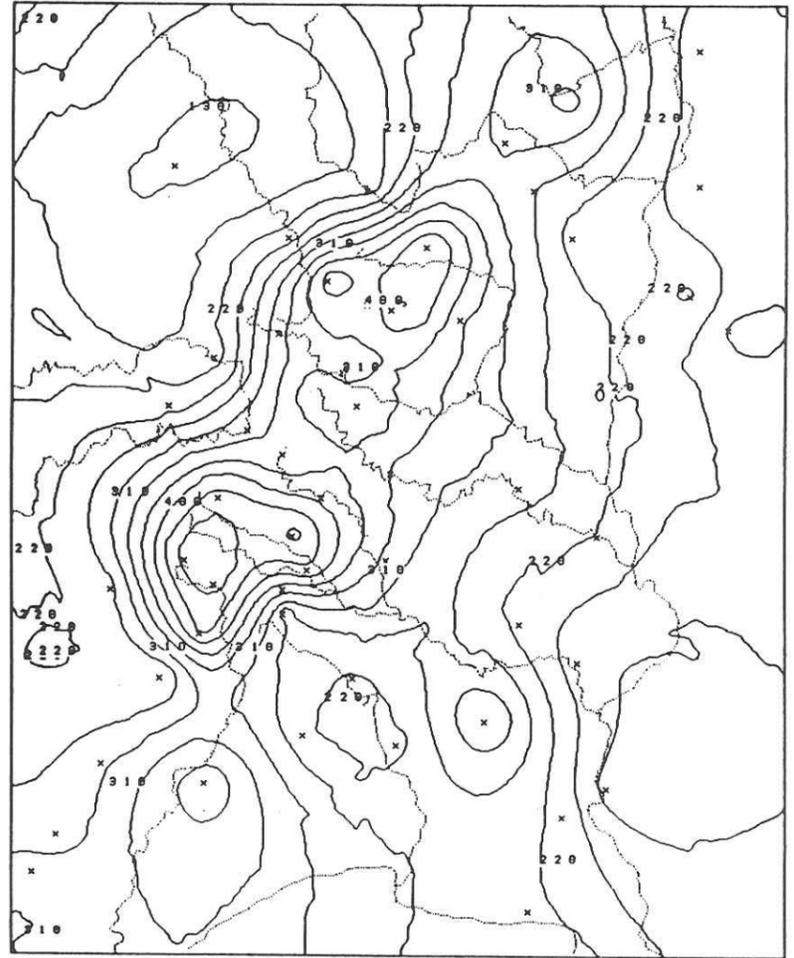
Fig. B.IV.8

PLUIE DE TR = 100 ANS. T = 24 H



S=160.0x200.0

Carte spline

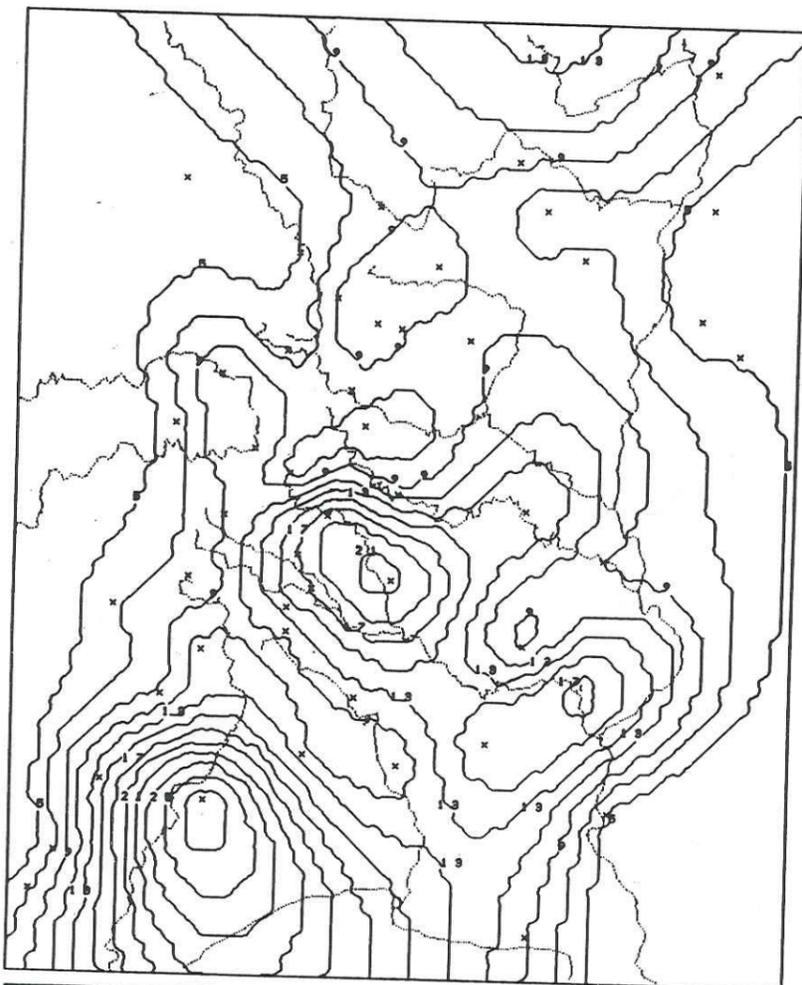


S=160.0x200.0

Carte krigage

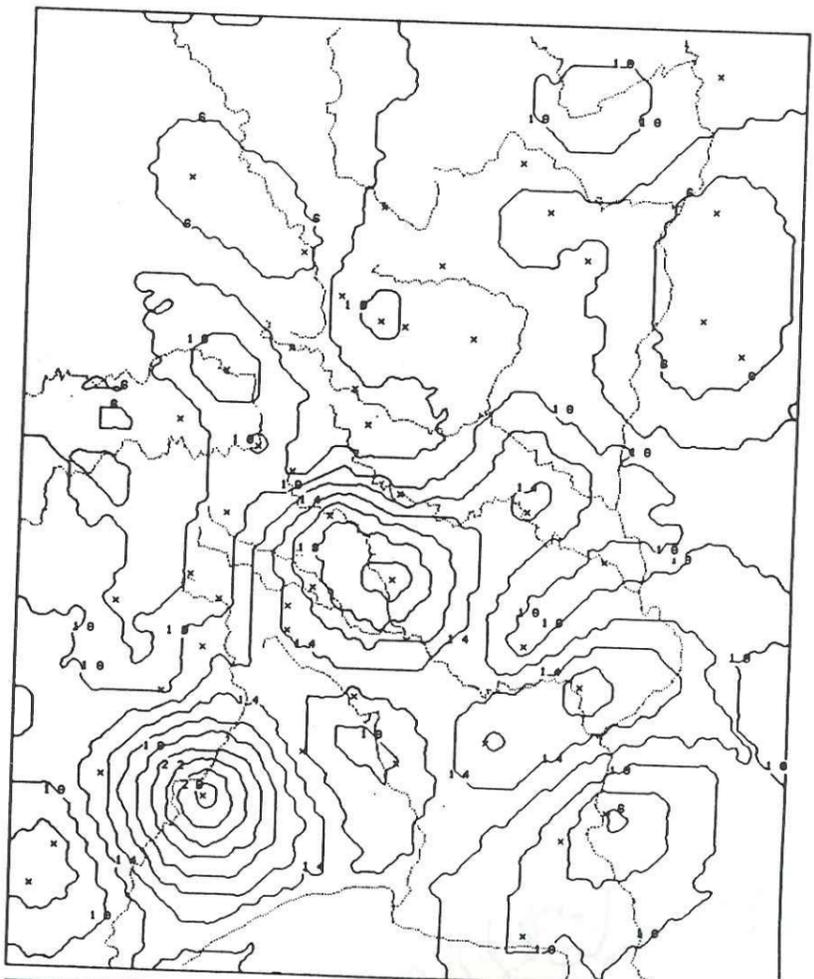
Fig. B.IV.9

GRADEX. T = 1 H



S=160.0x200.0

Carte spline



S=160.0x200.0

Carte krigage

Fig. B.IV.10

GRADEX. T = 2 H

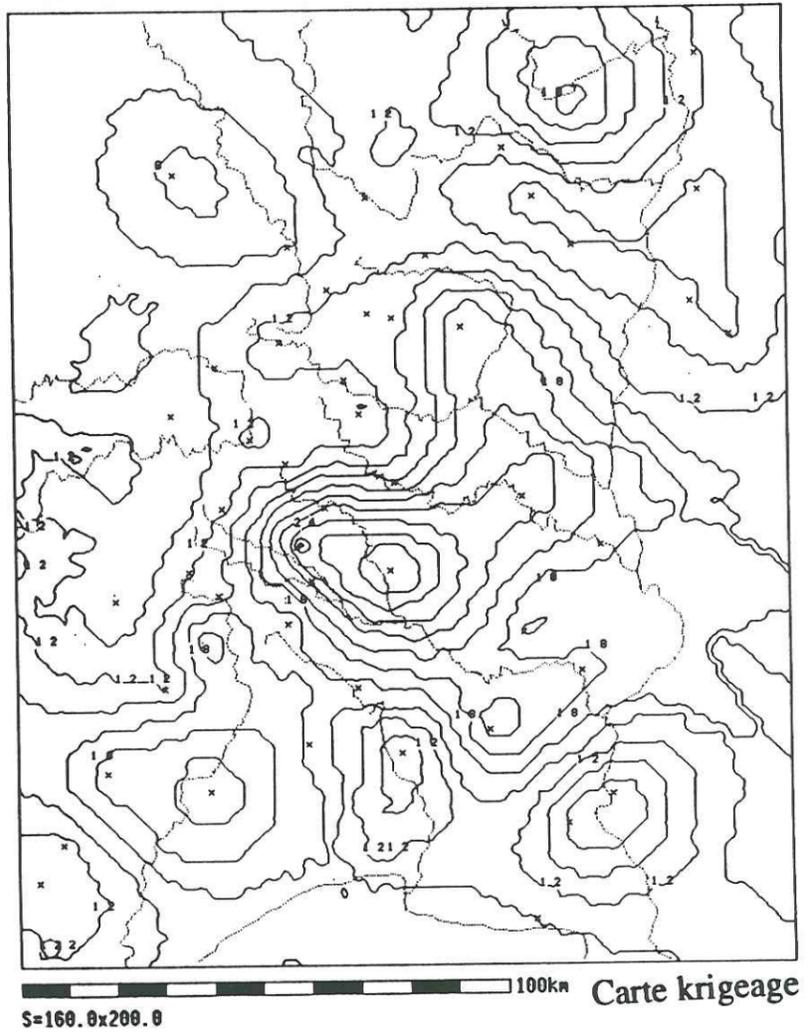
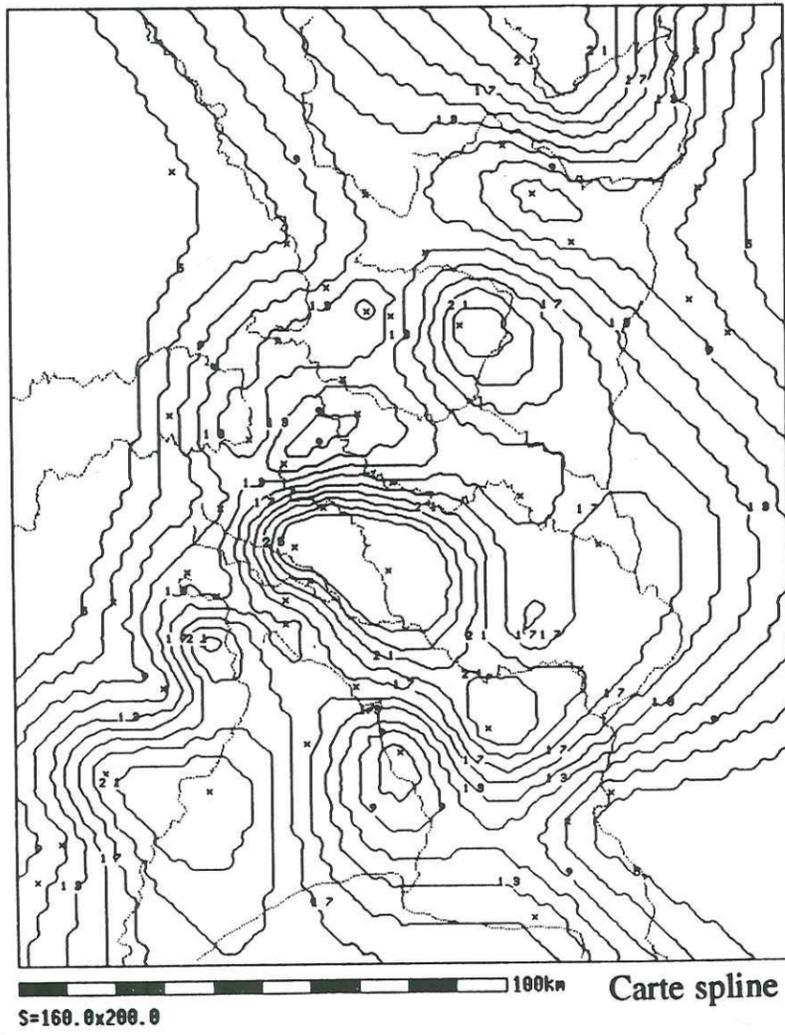


Fig. B.IV.11

GRADEX. T = 4 H

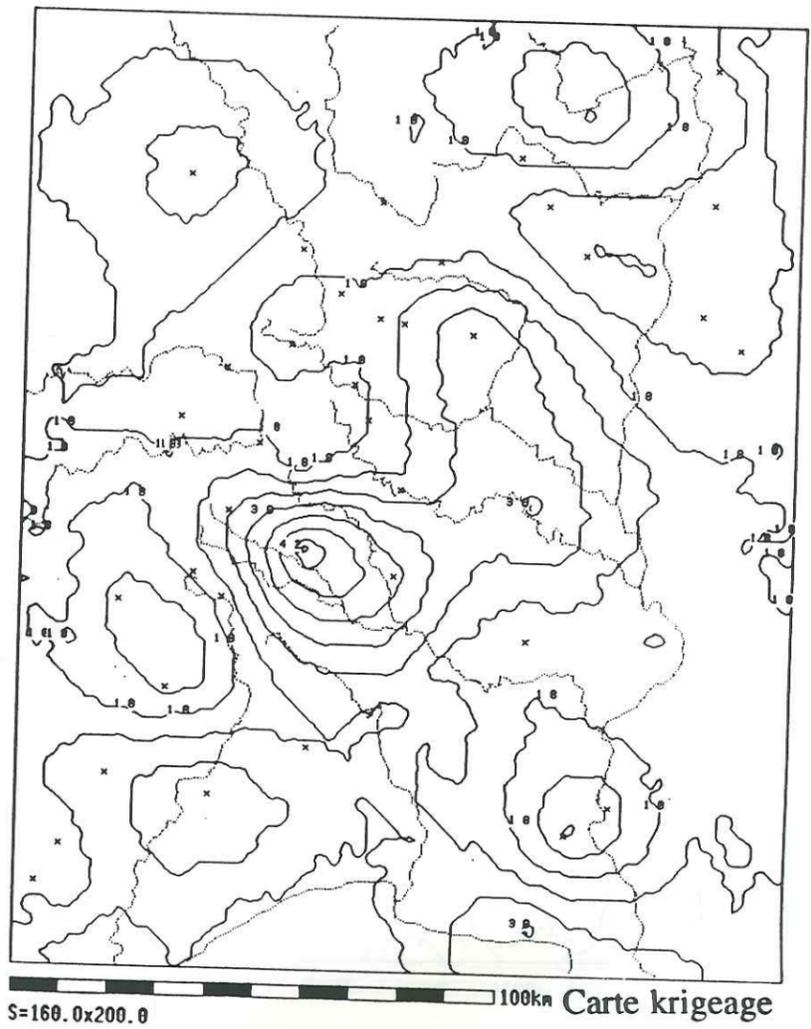
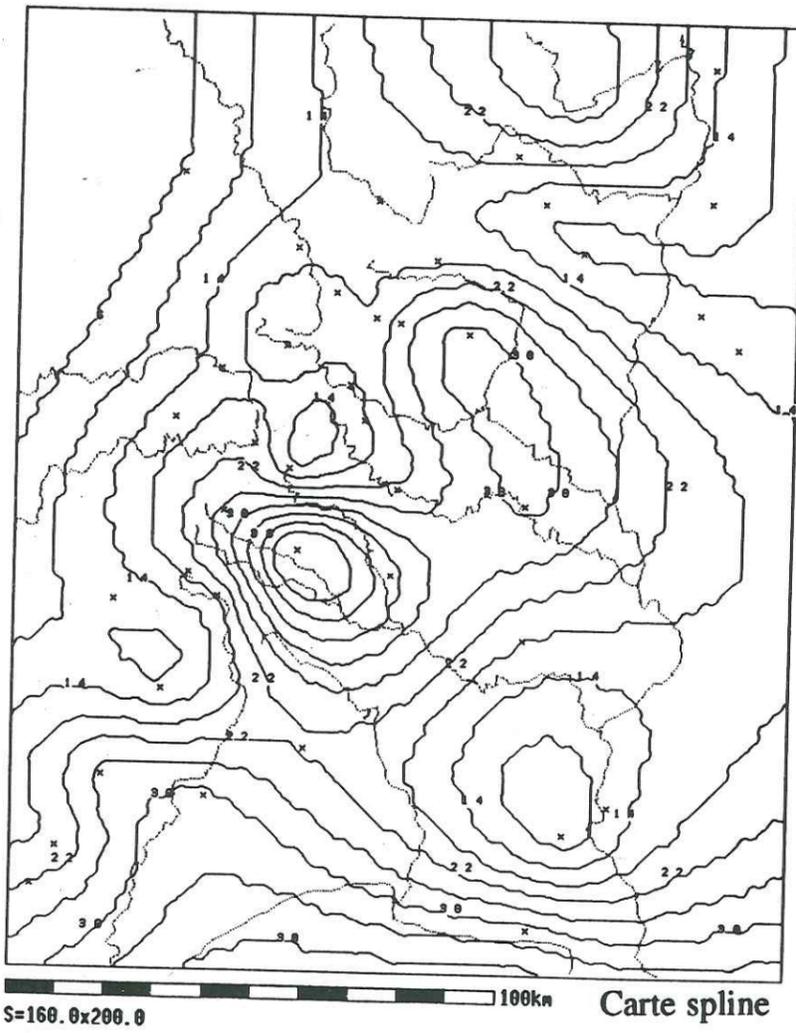


Fig. B.IV.12

GRADEX. T = 6 H

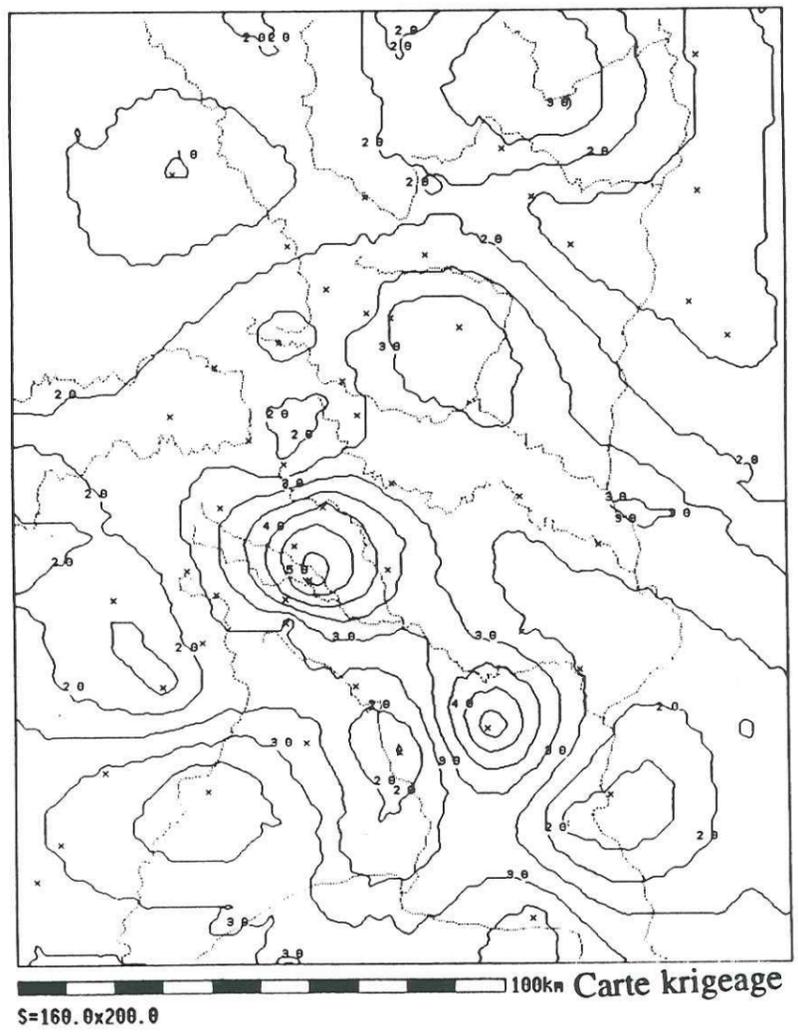
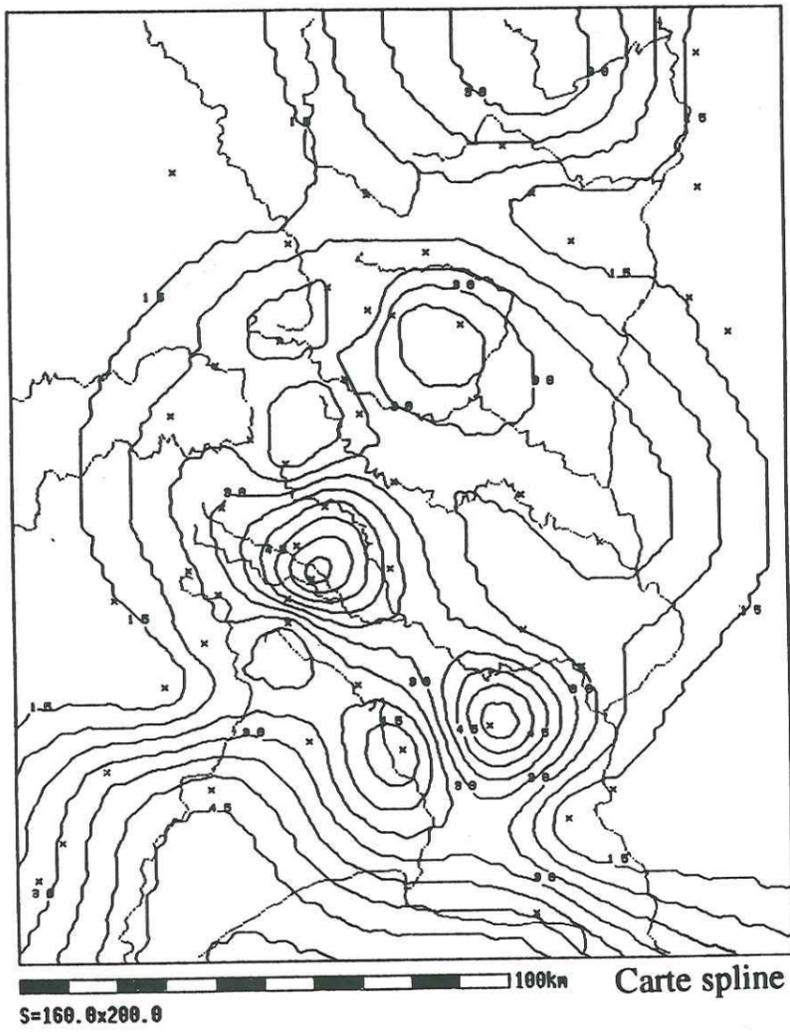


Fig. B.IV.13

GRADEX. T = 12 H

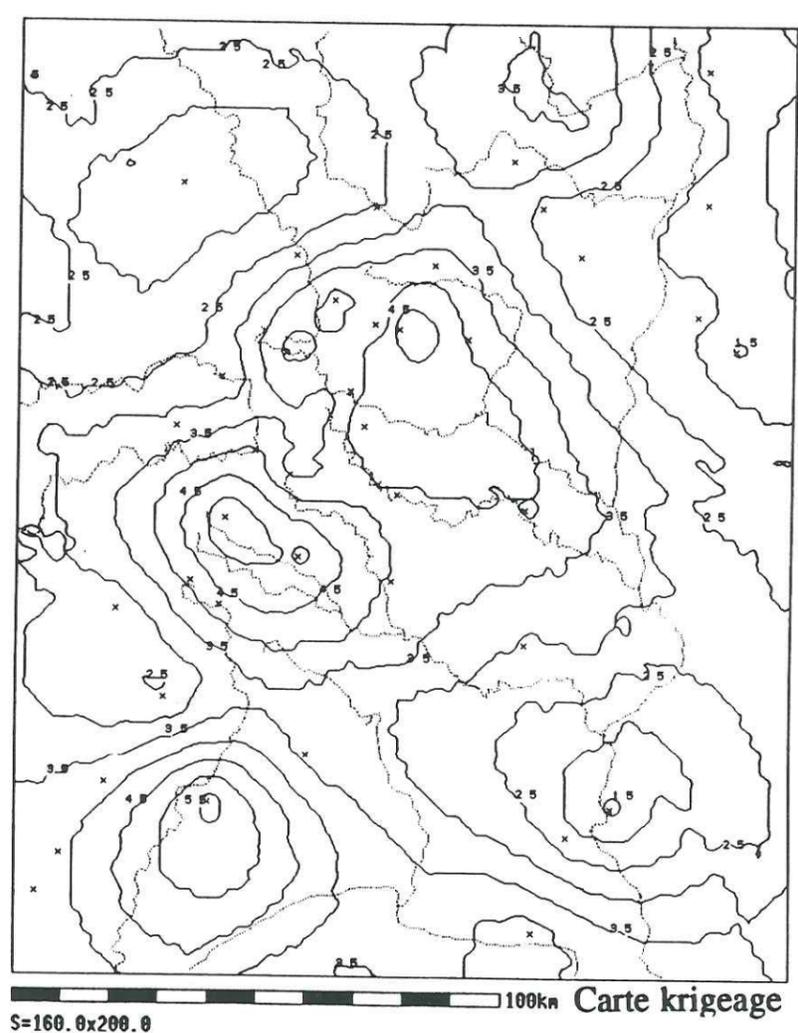
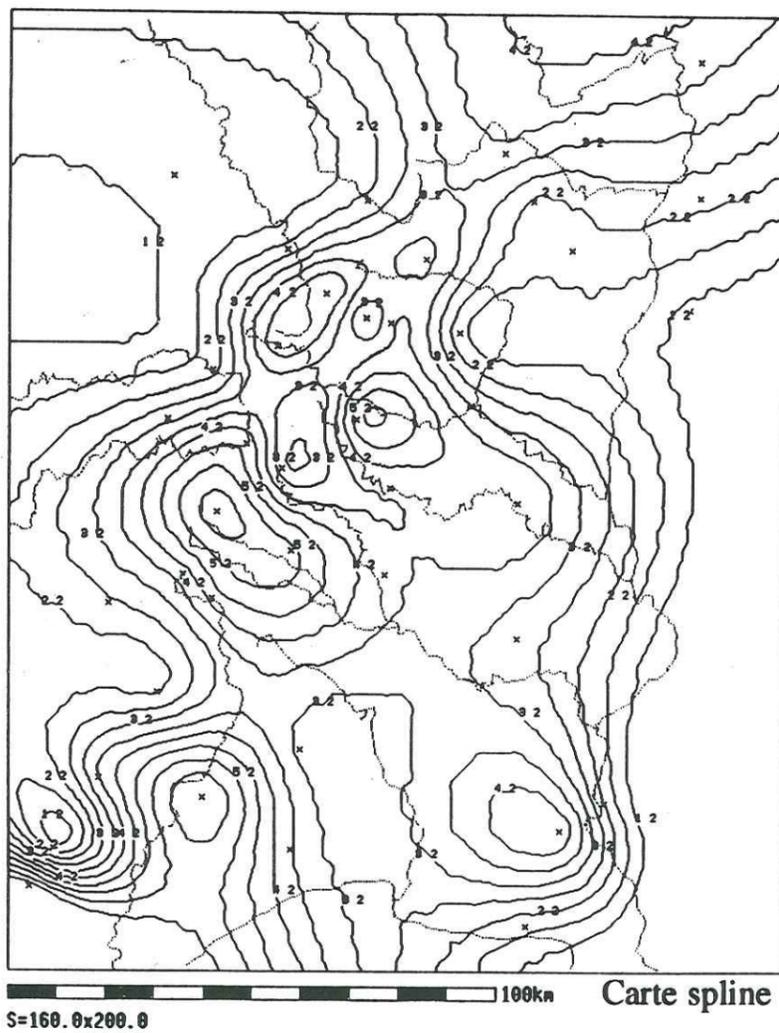
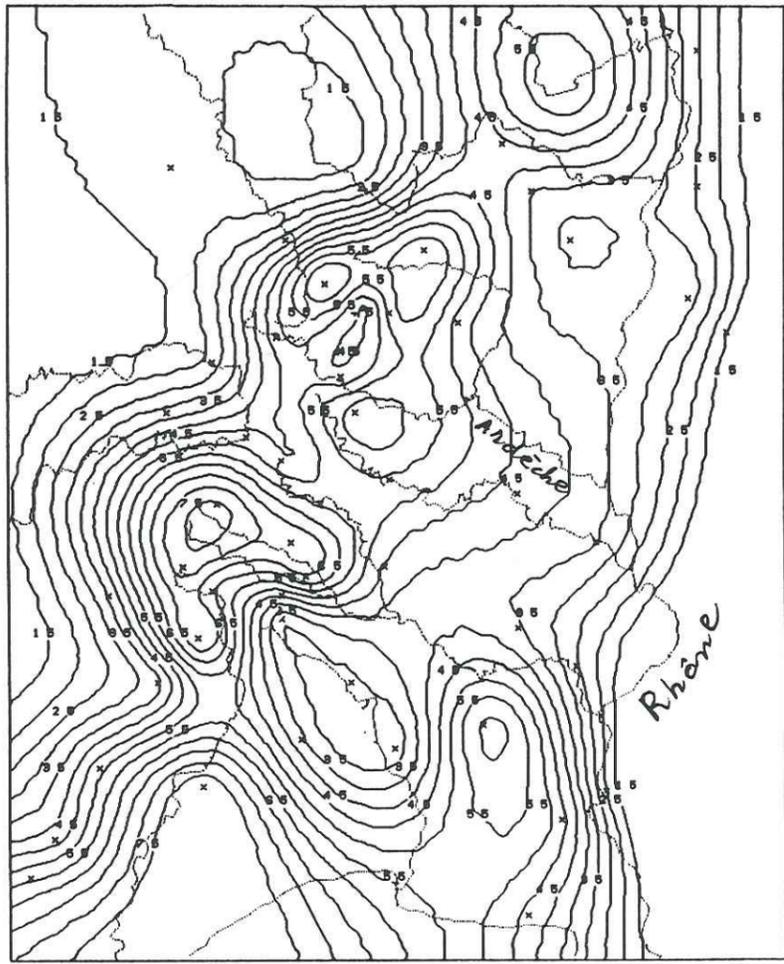


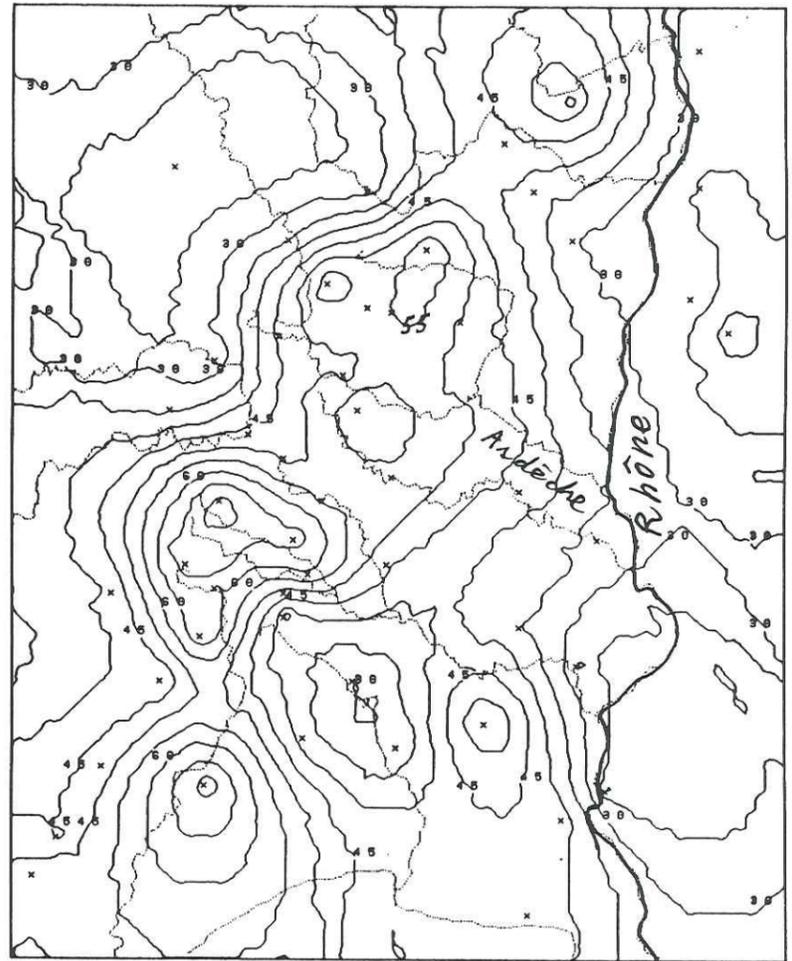
Fig. B.IV.14

GRADEX. T = 24 H



S=160.0x200.0

100km Carte spline

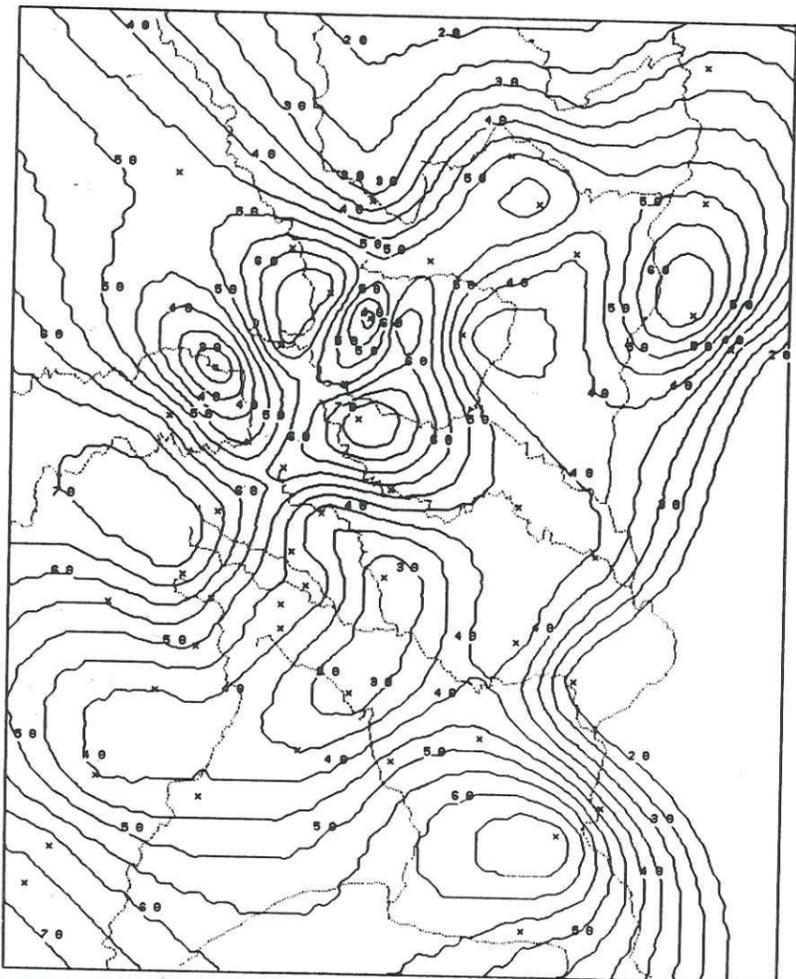


S=160.0x200.0

100km Carte krigeage

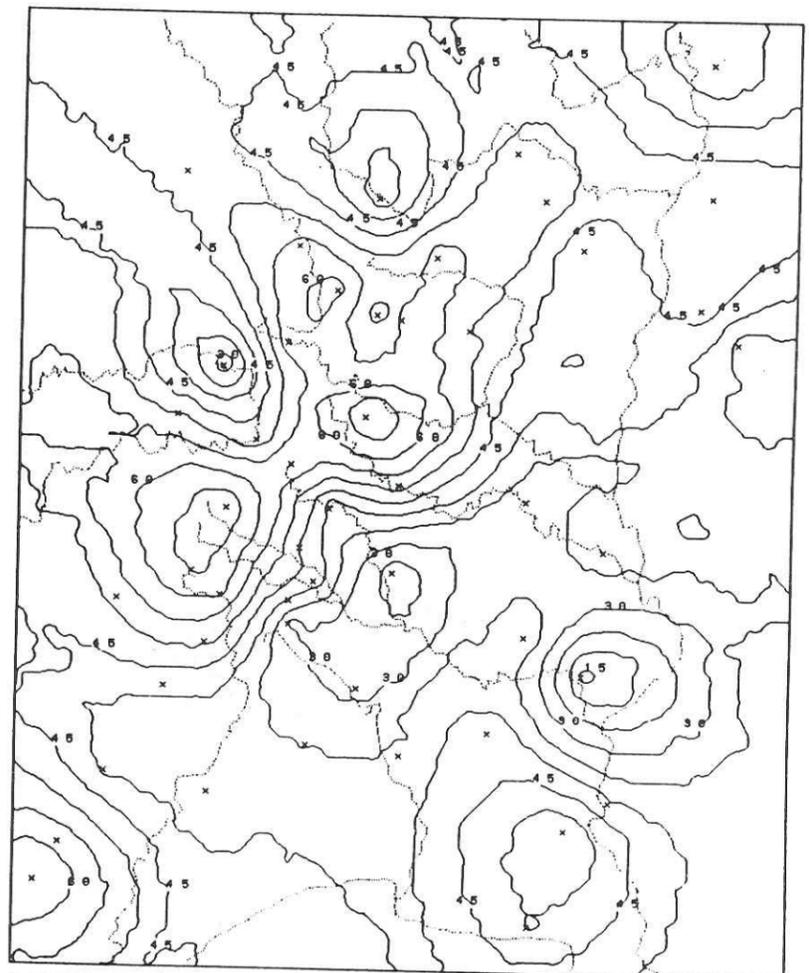
Fig. B.IV.15

COEFFICIENT DE MONTANA DE GRADEX (n.100)



S=160.0x200.0

100km Carte spline



S=160.0x200.0

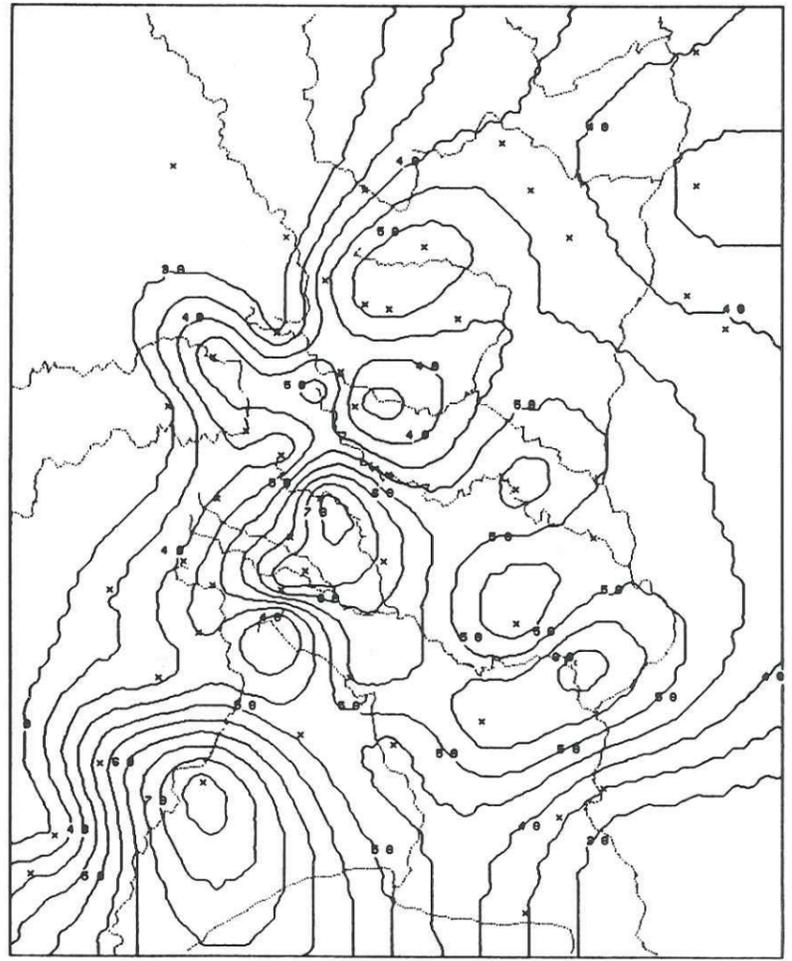
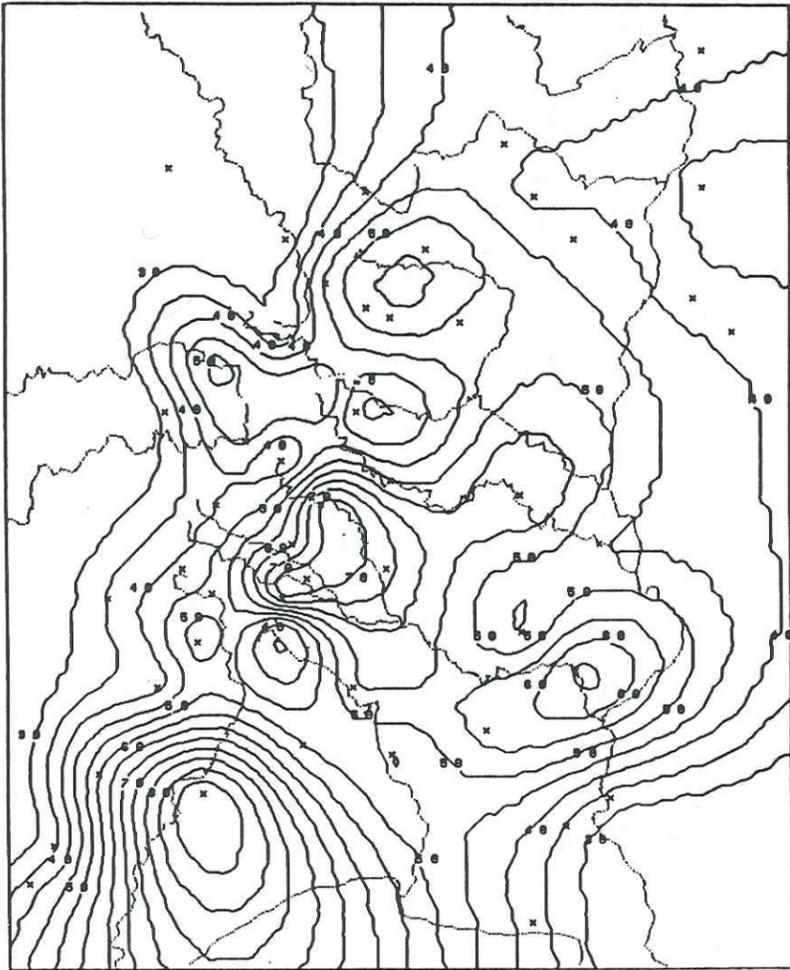
100km Carte krigeage

Fig. B.IV.16

PLUIE DE TR = 10 ANS. T = 1 H

VILLASENOR

GUMBELL



S=160.0x200.0

Carte spline

S=160.0x200.0

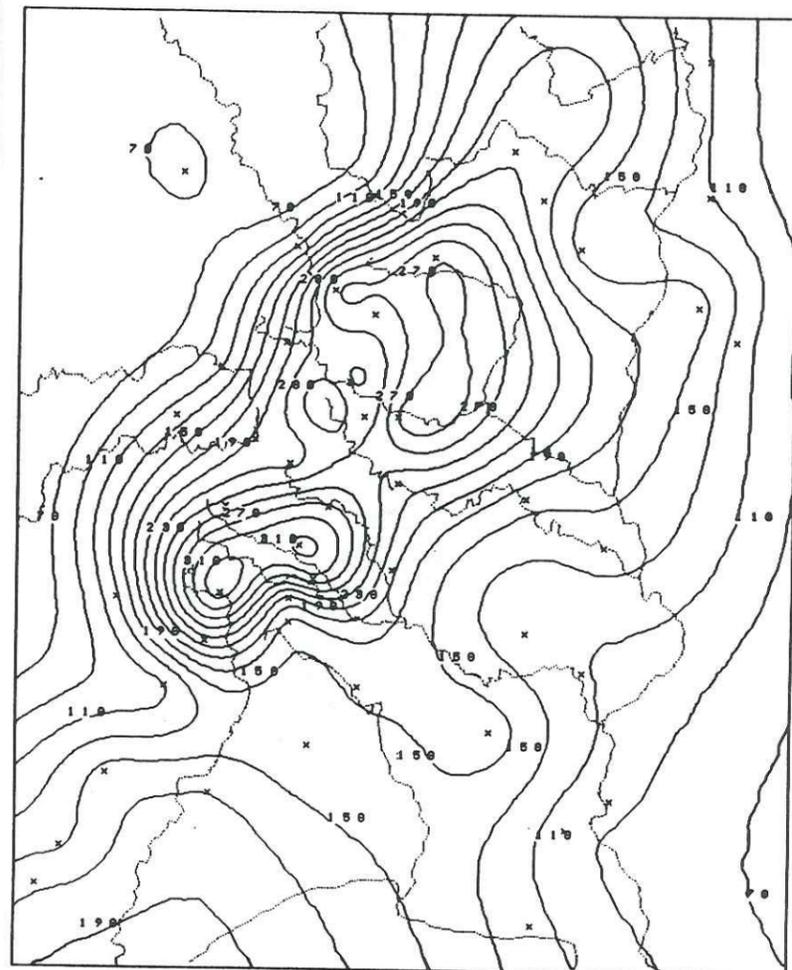
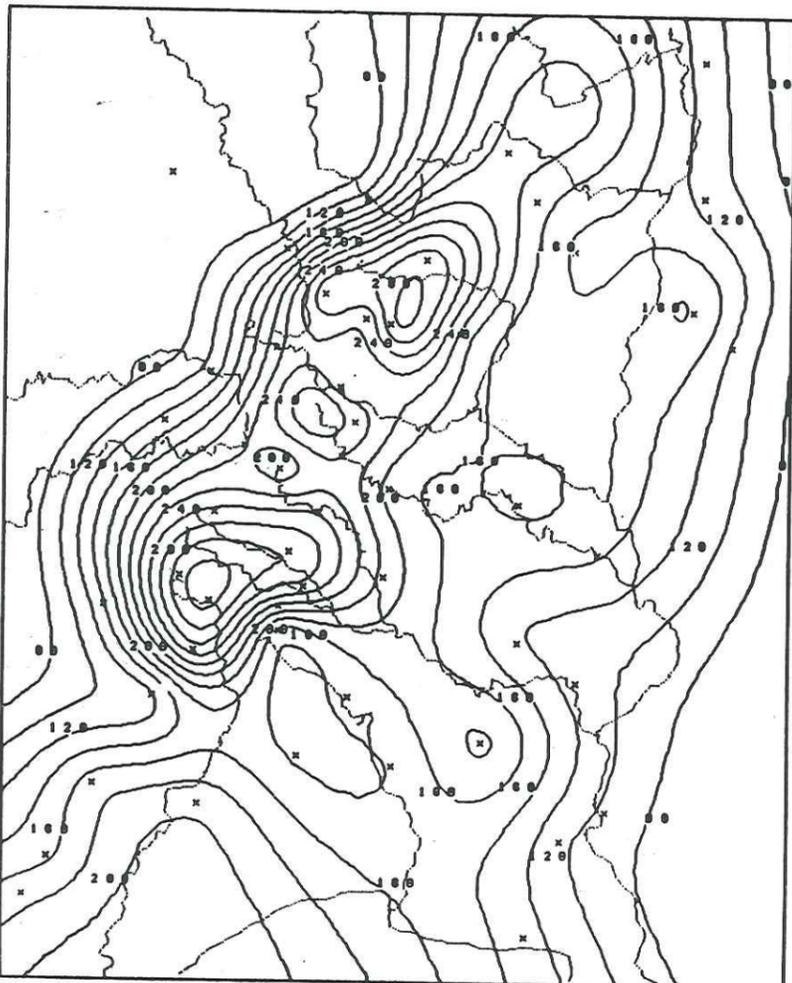
Carte spline

Fig. B.IV.17

PLUIE DE TR = 10 ANS. T = 24 H

VILLASENOR

GUMBELL



S=160.0x200.0

Carte spline

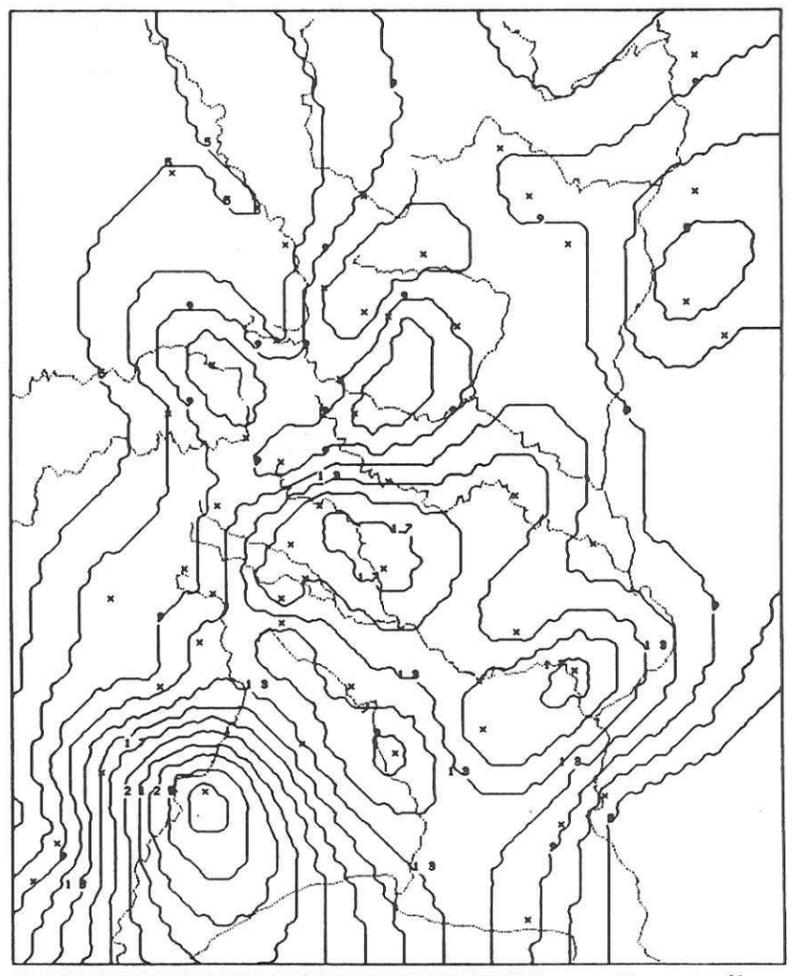
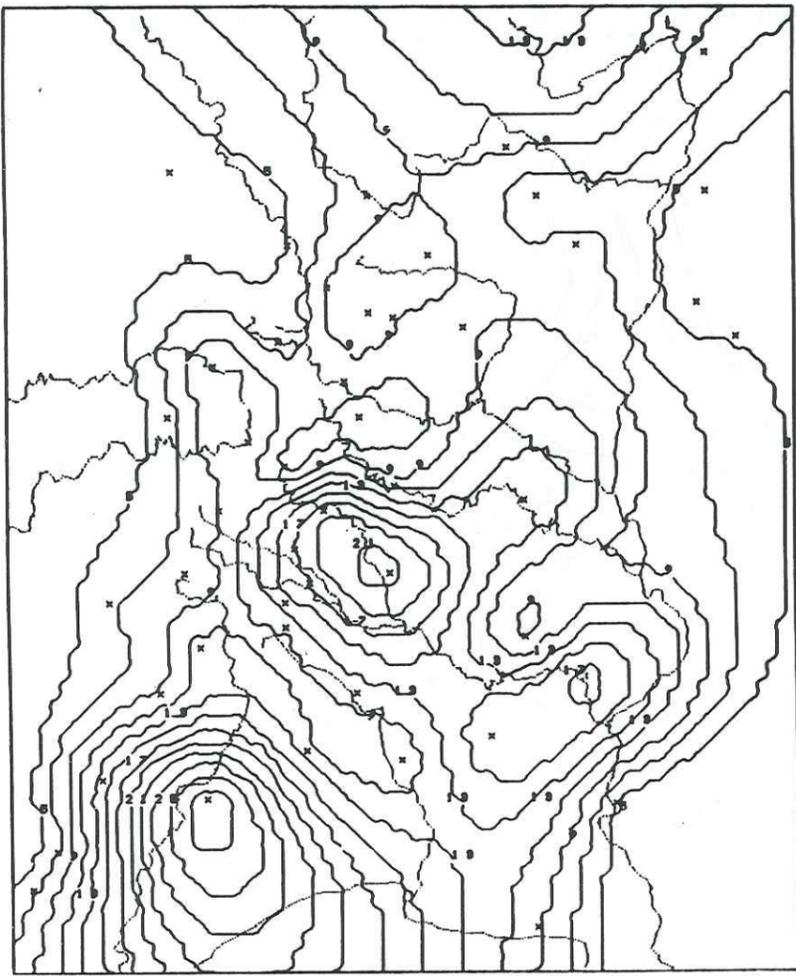
S=160.0x200.0

Carte spline

Fig. B.IV.18
GRADEX. T = 1 H

VILLASENOR

GUMBELL



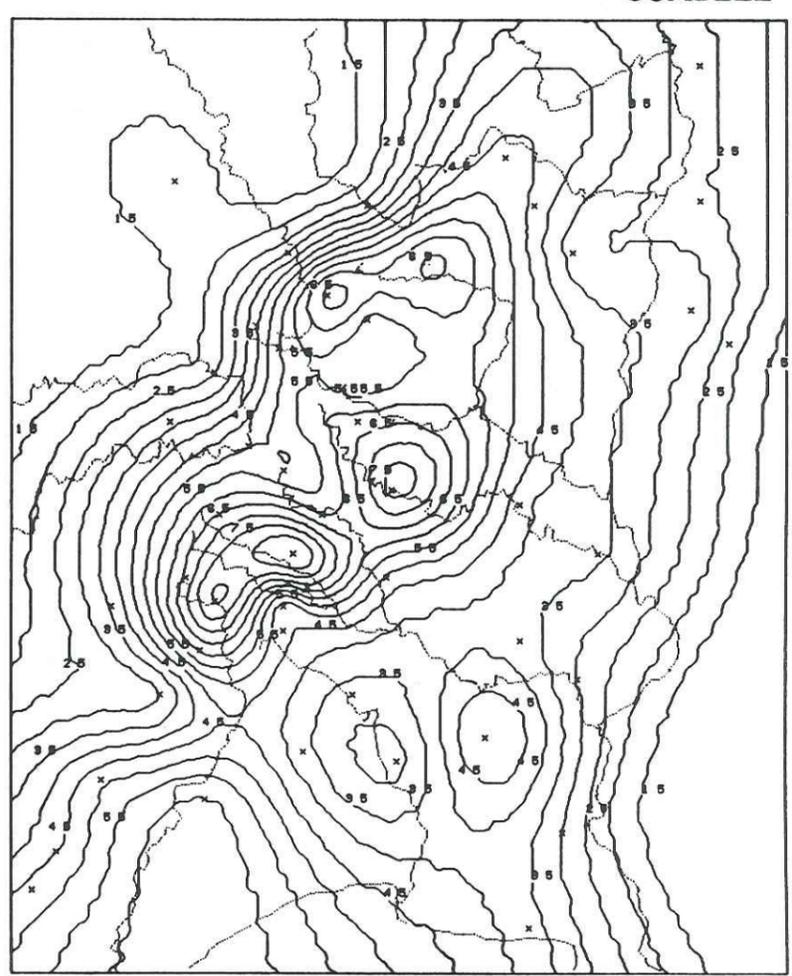
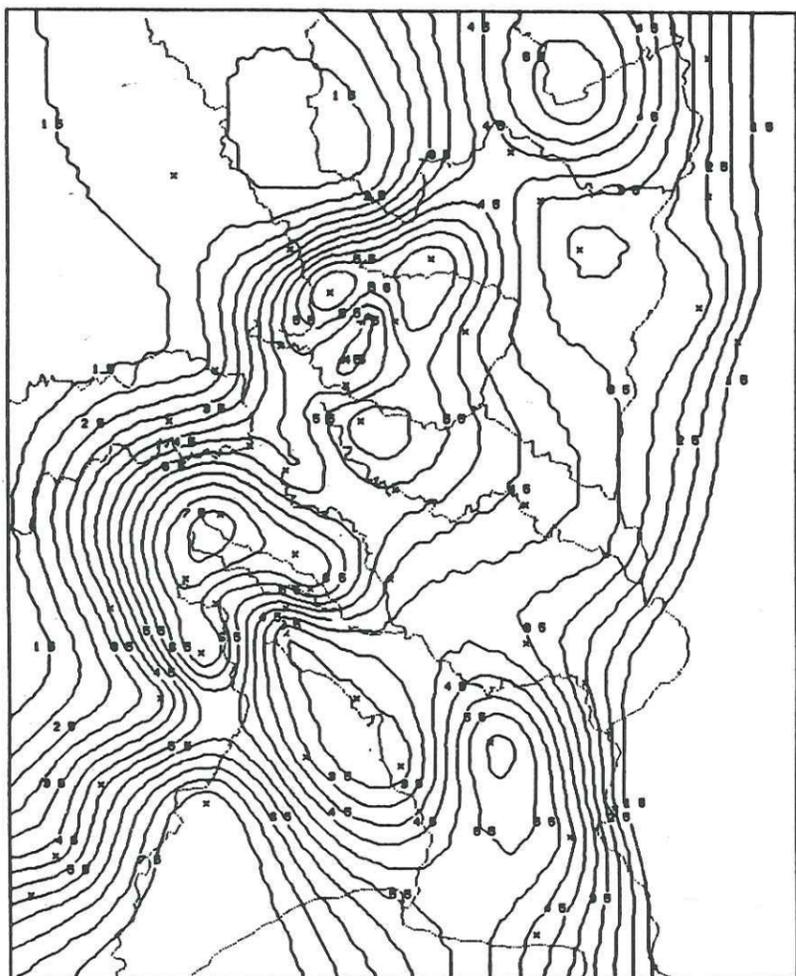
S=160.0x200.0 100kn Carte spline

S=160.0x200.0 100kn Carte spline

Fig. B.IV.19
GRADEX. T = 24 H

VILLASENOR

GUMBELL



S=160.0x200.0 100kn Carte spline

S=160.0x200.0 100kn Carte spline

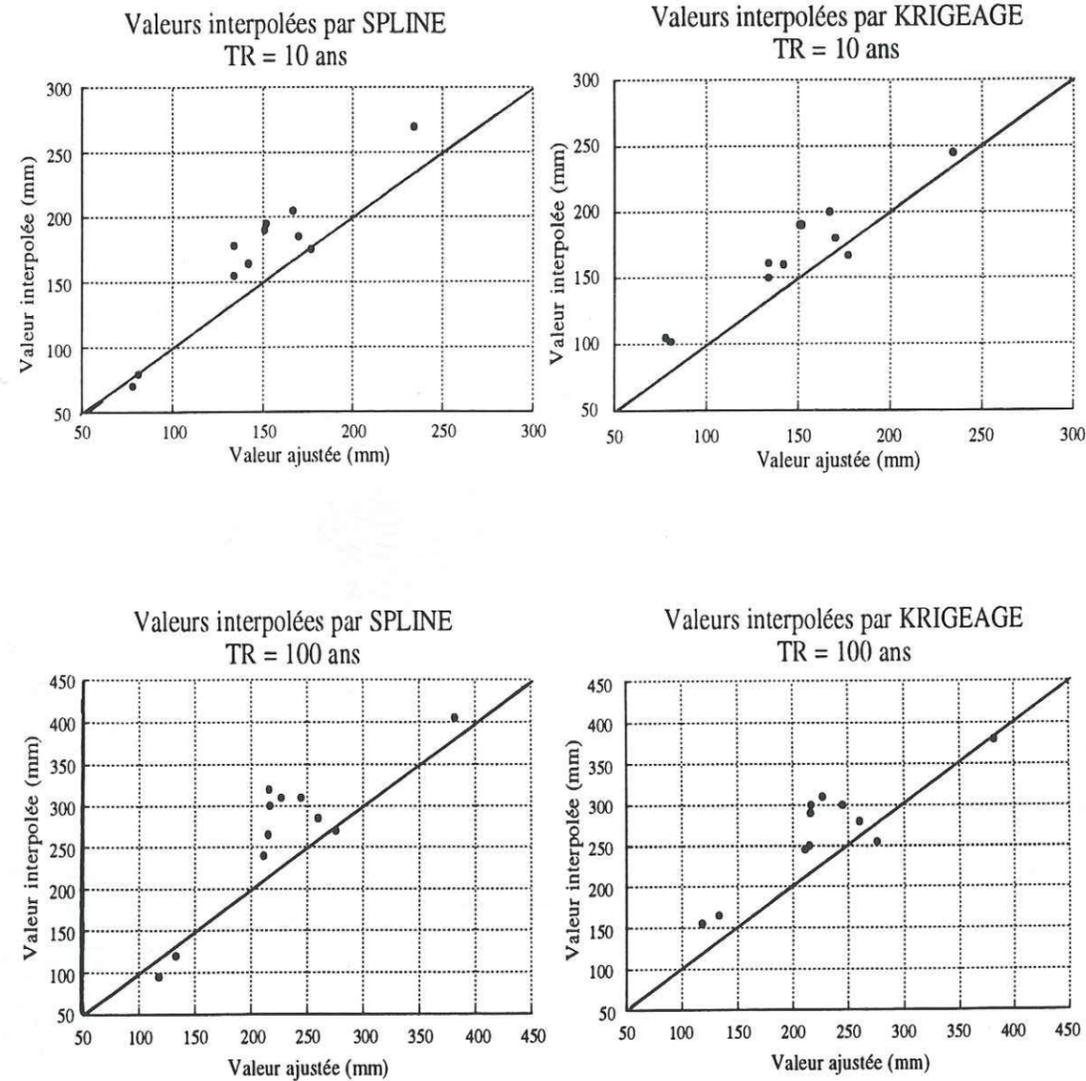


Fig. B.IV.20. Corrélation entre les valeurs interpolées et les valeurs ajustées.
TR est le temps de retour de pluie

IV.3. COMPARAISON DES CARTES-SPLINES ET DES CARTES KRIGÉES.

A partir des cartes (voir Fig. B.IV.1 - Fig. B.IV.15) nous pouvons remarquer que les cartes splines sont plus lisses que les cartes krigées. Leurs courbes s'envolent au bord de la carte, par contre, les courbes des cartes krigées se referment vers le bord. Dans l'ensemble, les formes des courbes de deux types de cartes sont les mêmes, (les bosses, les creux), mais on a l'impression que les cartes krigées sont plus élaborées. Elles expriment avec plus de détails la distribution de pluie dans chaque zone. Aux bords, les deux cartes ne sont pas fiables, mais au centre, elles expriment toutes deux assez bien la réalité de distribution de pluie.

Selon deux tableaux (31, 32) de validation, les cartes krigées donnent une interpolation plus précise et une connaissance plus complète de la structure du champ des caractéristiques pluviométriques par rapport aux cartes-splines (55% des écarts de la carte-spline ont un ordre de grandeur inférieur à 50% de l'écart-type spatial, pour la carte krigage 72% des écarts sont deux fois plus petits que l'écart-type spatiale). En contrepartie le processus de calcul et de l'analyse des cartes obtenue par krigage est plus coûteux. La figure B.IV.20 montre que les points sur les graphiques de méthode *krigeage* se rapprochent plus de la bissectrice que les points sur les graphiques de méthode *spline*.

CHAPITRE V : CONCLUSION

Dans cette deuxième partie nous avons fait des études sur la condition de climat et sur la situation du réseau de 52 stations équipées par des pluviomètres de la région Cévennes-Vivarais. L'intensification des précipitations dans la région paraît essentiellement liée à la présence de remontées d'air méditerranéen chaud et humide sauf quelques sommets dépassants 1400 m, dont le régime de précipitation est encore influencé par le climat atlantique et continental.

Le réseau de pluviomètres nous a fourni des mesures horaires assez fiables pendant 20 ans - 30 ans (en moyenne) pour chaque station. A partir de ces données nous avons ajusté les pluies maximales annuelles et calculé des caractéristiques pluviométriques par la méthode de Villasenor pour chaque station. Les résultats du calcul confirment la fiabilité des résultats de Slimani (1984) sur la même région et précisent l'intensité de pluie dans quelque régions grâce à l'augmentation de la longueur de série mesurée, aussi avantages de la méthode d'ajustement et à l'augmentation de nombre de stations dans les zone où l'on n'avait pas d'information auparavant .

Après avoir étudié les caractéristiques pluviométriques nous avons fait la cartographie de la région par deux méthodes: krigeage et spline. Les études sur les variogrammes sphériques dans le krigeage nous donnent une information la région est assez structurée pour faire la cartographie. L'existence d'une quantité de pépité des variogrammes indique que le phénomène n'est pas très régulier. Malgré les dérives du phénomène de degré un ou bien deux obtenues globalement, il n'existe pas de dérive locale. Cela nous permet de faire une interpolation simple - interpolation en voisinage glissant.

Les cartes tracées par deux méthodes: krigeage et spline décrivent la même évolution : Il existe un grand noyau étiré au centre de l'image. Ce noyau de pluie intensive se déplace de l'est vers l'ouest parallèlement à la ligne des crêtes quand le pas de temps augmente. Les cartes krigées donnent une interpolation plus précise et une connaissance plus complète de la structure du champ des caractéristiques pluviométriques par rapport aux cartes-splines.

PARTIE C

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Ce travail consiste en deux parties: L'analyse des valeurs extrêmes et la cartographie des caractéristiques des pluies extrêmes d'autonomie dans la région Cévennes-Vivarais.

La première partie est réalisée sur des données simulées. La comparaison de cinq méthodes d'ajustement, dont trois sont paramétriques (méthode de Gumbel, LMSEXP et méthode de renouvellement) et deux sont non paramétriques (méthode des fonctions des noyaux et méthode de Villasenor), nous permet de conclure que la méthode de Villasenor donne dans la majorité des cas le meilleur résultat. L'avantage de cette méthode est issu d'une source riche de données (2 séries de données: maximums annuels et nombre de pluies extrêmes pour chaque année) et d'un lissage sur la queue de la série. La deuxième méthode que nous avons étudiée est la méthode des fonctions des noyaux - non paramétrique. Elle peut être utilisée pour faire l'interpolation des points avec une grande précision, mais pour extrapoler des valeurs de temps de retour rare, elle n'est pas utilisable à cause de la limite imposée par le diamètre noyaux.

Nous pouvons être sûr maintenant que à côté des méthodes paramétriques classiques, il existe des méthodes non paramétriques qui n'imposent pas au début une loi de distribution à la série de données. La méthode de Villasenor possédant cet avantage et les avantages ci-dessus mentionnés est choisie pour ajuster des valeurs extrêmes dans ce travail.

Dans la deuxième partie nous avons calculé les caractéristiques pluviométriques de 52 stations de la région Cévennes- Vivarais à l'aide de la méthode Villasenor et fait la cartographie de la région étudiée par deux méthodes: krigeage et spline. Les cartes tracées par ces deux méthodes décrivent la même évolution : il existe un grand noyau étiré au centre de l'image. Ce noyau de pluie intensive se déplace de l'est vers l'ouest parallèlement à la ligne des crêtes quand le pas de temps augmente. Les cartes krigées donnent une interpolation plus précise et une connaissance plus complète de la structure du champ des caractéristiques pluviométriques par rapport aux cartes-splines.

Ce travail a bien répondu au but proposé. La méthode de Villasenor choisie est vraiment une bonne technique d'ajustement des valeurs extrêmes. En utilisant cette méthode et deux méthodes de cartographie (krigeage et spline), nous sommes arrivés à décrire la distribution spatiale des caractéristiques pluviométriques (gradex, pluies de temps de retour de 10 ans, pluies de temps de retour de 100 ans) de la région Cévennes - Vivarais. Les cartes tracées représentent une distribution réaliste de la précipitation de cette région.

ANNEXE 1. EXEMPLE DU CALCUL DE LA METHODE DE VILLASENOR

I. DONNEES

Considérons n années d'observations. Pour chaque année (exemple pour année i) nous connaissons le maximum x_i et le nombre de valeurs indépendantes k_i ayant dépassé un seuil fixé S_0

Soient $x_{1:n}, x_{2:n}, \dots, x_{n:n}$ les valeurs x_1, x_2, \dots, x_n originales classées en ordre croissant (c'est-à-dire, $x_{1:n} < x_{2:n} < \dots < x_{n:n}$), et soient $k_{1:n}, k_{2:n}, \dots, k_{n:n}$ les valeurs k correspondantes originalement associées aux x .

Exemple numérique:

$x_{i:n}$: 5.9, 7.8, 9.6, 9.9, 10.7, 10.9, 10.91, 10.93, 11.1, 11.8, 12.8, 13.2, 13.5, 15.4, 15.9, 16.6, 19.0, 19.01, 19.8, 20.0, 20.6, 23.9, 25.2, 30.1, 32.8, 34.4, 34.9, 43.1, 43.2, 43.4, 47.3, 49.6, 54.6, 55.2

$k_{i:n}$: 3, 1, 4, 6, 8, 4, 5, 11, 9, 7, 11, 7, 16, 24, 10, 15, 12, 13, 26, 14, 18, 14, 23, 18, 35, 12, 5, 8, 29, 17, 12, 15, 16, 11

II. ESTIMATION DE $F_M(x)$

Selon la partie A, II.6.a. la loi du maximum annuel $F_M(x)$ peut s'exprimer de la façon suivante:

$$F_M(x) = 1 - \mu(k)[1 - F_0(x)]$$

où $\mu(k)$ est la moyenne du nombre annuel d'occurrences que l'on estime par:

$$\hat{\mu}(k) = \frac{\sum_{j=1}^n k_j}{n}$$

Il nous reste à déterminer l'estimateur de $F_0(x)$.

Estimation de la fonction de probabilité $F_0(x)$

Pour $i = 1, 2, 3, \dots, n-1$, l'estimateur de $F_0(x)$ est donné par $\hat{F}_n(x)$. Posons:

$$\hat{p}_j = \frac{\sum_{i=1}^j k_{i:n}}{\sum_{i=1}^{j+1} k_{i:n}}$$

Exemple:

$$\hat{p}_1 = \frac{3}{3+1}$$

$$\hat{p}_2 = \frac{3+1}{3+1+4}$$

etc...

$$\hat{p}_{n-1} = \frac{3+1+\dots+16}{3+1+4+\dots+16+11}$$

$$\hat{F}_n(x) = \begin{cases} 0, & x \leq x_{1:n} \\ \prod_{j=i}^{n-1} \hat{p}_j, & x_{i:n} < x \leq x_{i+1:n}, \quad i=1,2,\dots, n-1, \\ 1, & x \geq x_{n:n} \end{cases}$$

$$\hat{F}_n(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 5.9 \\ \hat{p}_1 * \hat{p}_2 * \dots * \hat{p}_{n-1}, & 5.9 < x \leq 7.8 \\ \hat{p}_{n-1}, & 49.6 < x \leq 54.6 \\ 1, & x \geq 55.2 \end{cases}$$

Après avoir calculé l'estimateur $\hat{F}_n(x)$ nous avons effectué un lissage sur la partie supérieure correspondante au 30% supérieur du graphe de $\hat{F}_n(x)$. Pour cela, nous ajustons par 4 modèles continus distincts la partie inférieure correspondante au 30% du graphe de $1 - \hat{F}_n(x)$. La partie du 30% inférieur de la fonction $1 - \hat{F}_n(x)$ évaluée en les $x_{i:n}$, est exprimée sous forme des paires de valeurs $(x_{i:n}, 1 - \hat{F}_n(x_{i:n}))$:

$x_{i:n}$	$1 - \hat{F}_n(x_{i:n})$
9.90	0.28544
10.70	0.24391
10.90	0.21166
10.91	0.18344
10.93	0.16058
11.10	0.14228
11.80	0.12637
12.80	0.11247
13.20	0.10013
13.50	0.08932
15.40	0.08048
15.90	0.07285
16.60	0.06587
19.00	0.05949
19.01	0.05357
19.80	0.04826
20.00	0.04346
20.60	0.03900
23.90	0.03483
25.20	0.03095
30.10	0.02736
32.80	0.02407
34.40	0.02101
34.90	0.01803
43.10	0.01509
43.20	0.01230
43.40	0.00967
47.30	0.00714
49.60	0.00468
54.60	0.00230
55.20	0.00000

Nous remarquons que la dernière valeur est la pluie maximale annuelle la plus grande qui a été observée sur les "n" années.

Les modèles considérés sont :

1. $\bar{G}_1(x) = a/[1+\exp(cx + b)]$
2. $\bar{G}_2(x) = a / (1 + \exp(b) x^c)$
3. $\bar{G}_3(x) = a / (1 + \exp(\exp(b)*x^c))$
4. $\bar{G}_4(x) = a[1 - \exp(-\exp(-(cx + b)))]$

Les paramètres de chaque modèle sont estimés par la régression non-linéaire.

Pour aider à choisir le modèle parmi ces quatre lissages on calcule la somme des distances quadratiques -SDQ- entre $\bar{G}_k(x_i)$ et $[1 - \hat{F}_n(x_i)]$:

$$\sum_{i=1}^n [1 - \hat{F}_n(x_i) - \bar{G}_k(x_i)]^2$$

Modèle	SDQ	a	b	c
1	0.03356854	1.14372754	0.76595187	0.09468934
2	0.14926733	0.09592347	-4.30648804	2.42971087
3	0.15437853	0.15437853	-1.44640648	0.81061059
4	0.03220721	1.14749193	0.86261487	0.09248945

On peut choisir celui qui correspond à la valeur la plus faible de SDQ, ici le modèle 4:

$$\bar{G}_4(x) = 1 - F_0(x) = a(1 - \exp(-\exp(-(c*x+b))))$$

$$SDQ = 0.03221, a = 1.14749, b = 0.86261, c = 0.09249$$

Selon la partie A, II.6.d., la valeur x_i correspondante à un temps de retour t_i du modèle $\bar{G}_4(x)$ est calculée par la formule suivante :

$$x_i = \frac{\ln\left\{-\ln\left[1 - \frac{1 - F_M(x_i)}{\mu(k) a}\right]\right\} - b}{c}$$

où

$$F_M(x_i) = 1 - \frac{1}{t_i}$$

Dans cet exemple nous avons calculé les pluies de temps de retour - t_i : 1.5, 2.0, 6.0, ..., 1000 ans. Le résultat dans le tableau 33 est représenté par la figure An.1.1 suivante:

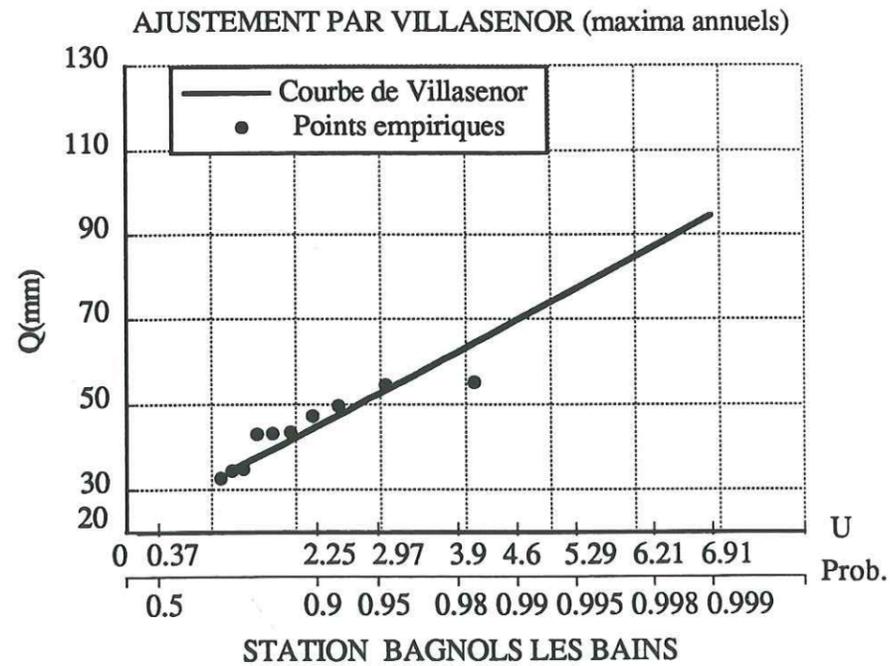


Fig. AN.1.1

Tableau 33

t_i (ans)	FM(x)	Pluie
1.5	0.3333	23.9
2	0.5000	27.1
4	0.7500	34.7
6	0.8333	39.1
8	0.8750	42.3
10	0.9000	44.7
12	0.9167	46.6
14	0.9286	48.3
16	0.9375	49.8
18	0.9444	51.1
20	0.9500	52.2
30	0.9667	56.6
40	0.9750	59.7
50	0.9800	62.1
60	0.9833	64.1
70	0.9857	65.7
100	0.9900	69.6
200	0.9950	77.1
500	0.9980	87.0
1000	0.9990	94.5

ANNEXE 2 : PRINCIPE DU TRAVAIL DE DIGITALISATION.

I. DESCRIPTION DE LA TABLE DE DIGITALISATION .

Il s'agit d'une table de type Summagraphics modèle MM1812 qui permet de digitaliser un pluviogramme d'une semaine. En utilisant un crayon, nous pouvons positionner les points sur le pluviogramme pour digitaliser leurs coordonnées. Une communication "COM1:9600,E,7,2,CS,DS." connecte la table à un micro-ordinateur.

II. DESCRIPTION DU PLUVIOGRAMME.

La forme du pluviogramme est montrée dans la Fig. AN.2.1 Son axe d'ordonnée est un arc qui est nommé dans la suite par l'ordonnée courbe. Le pluviomètre dessine sur la feuille des courbes qui montrent la quantité d'eau au cours du temps. Chaque feuille se compose de 7 jours, à partir de 8 h du matin le lundi jusqu'à 8 h du matin au lundi suivant .

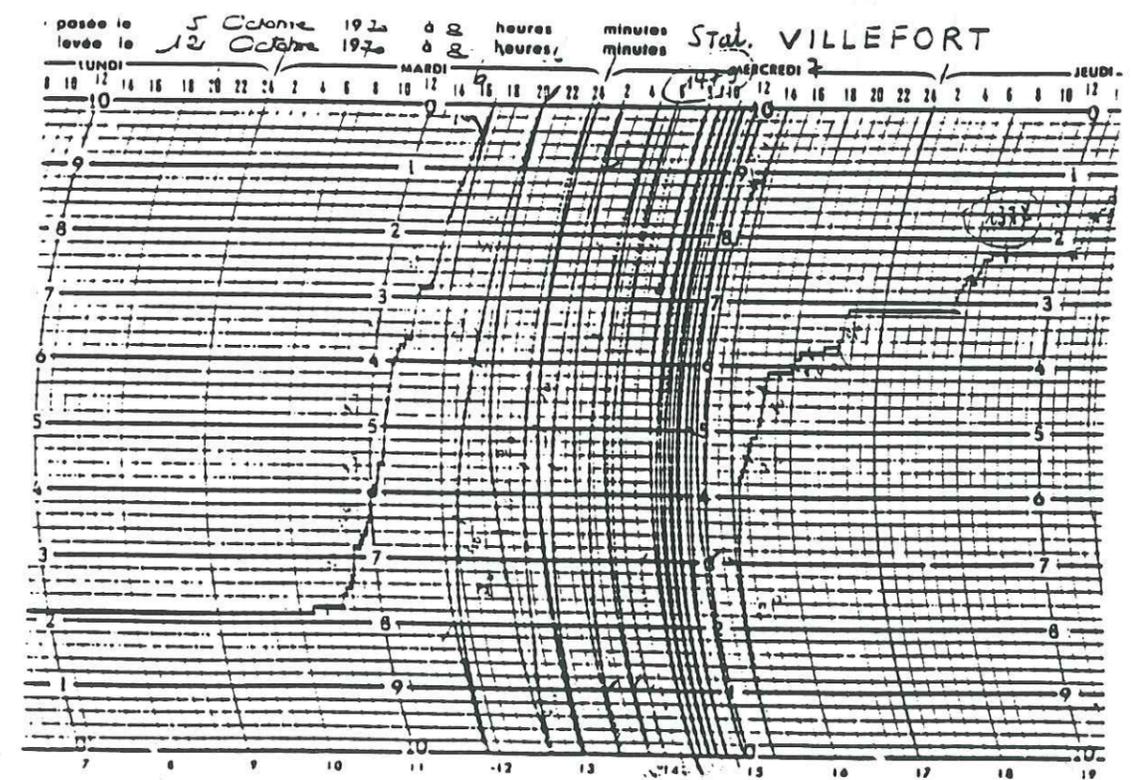


Fig. AN.2.1

III. TRANSFORMATION DES COORDONNEES.

Du fait que l'axe d'ordonnée est un arc et que les coordonnées reçues par la digitalisation sont mesurées dans le repère perpendiculaire, une transformation des coordonnées est nécessaire pour calculer les coordonnées courbes (coordonnées réelles) des points digitalisés.

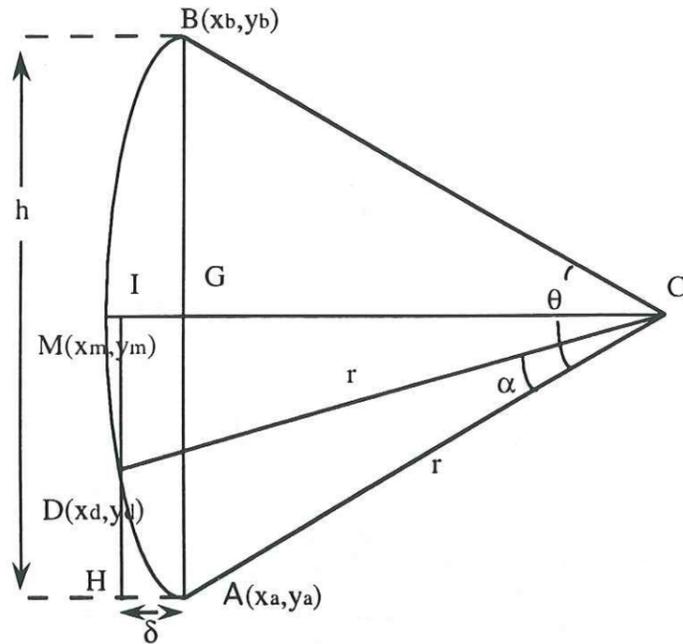


Fig. AN.2.2.

Pour ce calcul, 3 points $A(x_a, y_a)$, $M(x_m, y_m)$, $C(x_c, y_c)$ d'un arc \widehat{AMB} quelconque sont digitalisées, où C est le centre de l'arc (voir Fig. AN.2.2). A partir de ces coordonnées nous pouvons déterminer la hauteur :

$$h = \overline{AB} = (y_b - y_a)$$

et le rayon :

$$r = (x_a - x_m)/2 + (h/2)^2 / (x_a - x_m)$$

Soit D un point quelconque avec les coordonnées digitalisées (x_d, y_d) . Il nous faut calculer les coordonnées courbes (X_d, Y_d) .

+ Calcul de l'abscisse X_d :

supposons que $Y_a = 0$, on a :

$$\begin{aligned} X_d &= x_d + \delta = x_d + \overline{IC} - \overline{CG} \\ &= x_d + \sqrt{r^2 - (h/2 - y_d)^2} - \sqrt{r^2 - (h/2)^2} \end{aligned}$$

+ Calcul de l'ordonnée Y_d :

L'ordonnée Y_d est, en réalité, la longueur de l'arc \widehat{AM} . Etant donné que la longueur "l" de l'arc \widehat{AMB} est de 10 mm ($l = 10$ mm), on peut calculer Y_d comme suivante :

$$Y_d = AD = (\alpha/\theta)l$$

où

$$\theta = 2 \arcsin (h/2r)$$

$$\alpha = 2 \arcsin (d/2r)$$

$$d = \overline{AD}$$

et

$$d = \overline{AD} = \sqrt{DH^2 + HA^2} = \sqrt{y_d^2 + (X_d - x_d)^2}$$

IV. ORDRE DE TRAVAIL.

- Lancer le programme TAB.BAS.
- Donner le nom de la station.
- Donner la date de mesure.
- Donner les échelles du pluviogramme.
- Lecture de l'origine, lecture de la valeur finale sur l'axe d'abscisses, lecture de la valeur finale sur l'axe d'ordonnées (cliquer la souris sur trois points 1, 2, 3). Voir Fig. AN.2.3

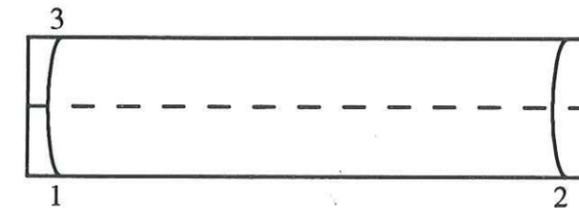


Fig. AN.2.3

- Mesure de la pluie horaire:

Pour avoir une mesure il faut cliquer sur 3 points. (voir Fig. AN.4). Le premier et deuxième points pour calculer la pluie horaire.

$$P_h = |P_2 - P_1|$$

Le troisième pour indiquer que c'est une mesure normale ou bien spéciale:

Si c'est une mesure normale on clique sur le milieu d'un carré quelconque du pluviogramme.

Si la courbe de pluie a passé le niveau de 10 mm de façon Fig. AN.2.4.a on appuie sur la 5^{ème} ligne.

Si la courbe de pluie a passé le niveau de 10 mm de façon Fig. AN.2.4.b on appuie sur la 6^{ème} ligne.

Si la courbe de pluie a passé le niveau de 20 mm de façon Fig. AN.2.4.c on appuie sur la 7^{ème} ligne.

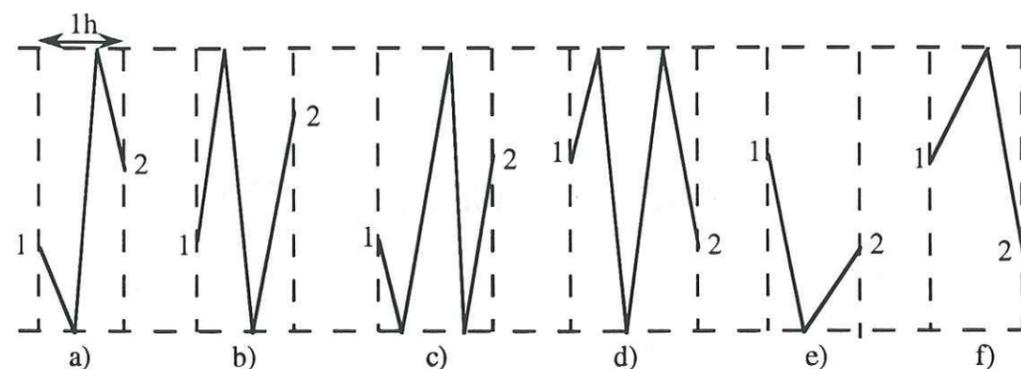


Fig. AN.2.4. Les courbes de précipitation.

Si la courbe de pluie a passé le niveau de 20 mm de façon Fig. AN.2.4.d on appuie sur la 8^{ème} ligne.

Si la courbe de pluie est de façon Fig. AN.2.4.e on appuie sur la ligne "0".

Si la courbe de pluie est de façon Fig. AN.2.4.f on appuie sur la 10^{ème} ligne.

Pour finir le travail, avant de cliquer le dernier point on appuie sur la lettre "F" ou "f".

BIBLIOGRAPHIE

Adamowski K., A Monte-Carlo comparison of parametric and non-parametric estimation of flood frequencies. *J. Hydrology*, 108, p. 295 - 308, 1989.

Ascensio E. Aspects climatologiques des départements de la région Languedoc - Roussillon. Monographie n°1, Ministère de l'Urbanisme, du Logement et des Transports, 1984.

Boiles R.A. et Samaniego F.J., Estimating a distribution function based on nomination sampling". *J. of the American statistical Association*, 81, p. 1039 - 1045, 1986.

Boiret P., Analyse des précipitations de 6 minutes à 24 heures par une méthode du type renouvellement. Rapport N° 19, Service Central d'Exploitation de la Météorologie, 33 p., 1987.

Boiret Ph., Schwartz J., Analyse des fortes pluies de 1 à 10 jours sur 300 postes du Sud-Est de la France. CEMAGREF : Antony, Paris, Grenoble, 1982.

Braud I., Etude méthodologique de l'analyse en composantes principales de processus bidimensionnels. Effets des approximations numériques et de l'échantillonnage et utilisation pour la simulation de champs aléatoires. Application au traitement des températures mensuelles de surface de la mer sur l'Atlantique intertropical. Thèse Docteur Nouveau, IMG -INPG, Grenoble, 1990.

Breiman, L., Meisel, W. and Purcell, E., 1977. Variable kernel estimates of multivariate densities. *Technometrics*, 19, p. 135 - 144.

Buishand T. A., Extreme rainfall estimation by combining data from several sites. *Hydrological Science*, 36, 4, 1991.

Caroff J. M., Situations météorologiques provoquant de fortes précipitations sur le cours supérieur de la Loire. Rapport Hyd. 65/ n° 17 CREC-Chatou, 1965.

Creutin J. D., Méthodes d'interpolation optimale de champs hydrométéorologiques. Comparaison et application à une série d'épisodes pluvieux Cévenols. Thèse Docteur - Ingénieur, IMG -INPG, Grenoble, 1979.

Delhomme J.P., Applications de la théorie des variables régionalisées dans les sciences de l'eau. Thèse Docteur-Ingénieur, ENSMP, et Université de Pierre et Marie Curie, Paris VI, 1979.

Desbordes M. et Masson J. M., Précipitations extrêmes dans le Sud de l'Europe. Communications de VIII^{ème} Journées Hydrologiques, Montpellier, p. 127 - 136, 1992

Duane C. Boes, Regional flood quantile estimation for a Weibull model. Water resources research, vol. 25, N° 5, p. 979 - 990, 1989.

Duband D., Hydrologie statistique approfondie. Cours de 3^{ème} année de l'ENSHMG, 1980.

Duband D. et Garçon R., Valeurs extrêmes de précipitation et fréquences : est ce bien raisonnable? Comité Français des grands barrages. EDF/DPT/DTG, 1992.

Duband D. et Guillot P., La méthode du gradex pour le calcul de la probabilité des crues à partir des pluies. Floods and their computation, Vol. 1, p. 520 - 569, UNESCO/IASH, 1969.

Duband D., Michel C., Garros H. et Astier J., Evaluation des crues extrêmes et de la crue de projet par la méthode du gradex. Commission internationale des grands barrages, Seizième congrès des grands barrages, San Francisco, 1988.

Duchon J., Fonction spline du type plaque mince en dimension 2. Séminaire d'analyse numérique n° 231. U.S.M.G. Labo. Math. Appli. Grenoble, 1975.

Dubrulle O., Krigeage et spline en cartographie automatique. Thèse de docteur-Ingénieur, Ecole Nationale des mines de Paris, 1981.

Duchon J., Interpolation des fonctions de deux variables suivant le principe de la flexion des plaques minces. RAIRO Analyse numérique, vol.10, n° 12, p. 5 - 12, 1976.

Guillot P., Le problème des valeurs extrêmes - Présentation de la méthode du gradex. Formation Professionnelle Continue, Fasc. III, INPG, Grenoble, 1983.

Guillot P., La pluviométrie est - elle assez fiable pour évaluer les crues extrêmes? VIII^{ème} Journées hydrologiques de l'Orstom. Régionalisation en hydrologie, application au développement. Recueil provisoire des communications. Orstom, 1992.

Laborde J. P., Analyse des données et cartographie automatique en hydrologie: éléments d'hydrologie lorraine. Thèse Docteur d'Etat, INPL, Nancy, 1984.

Lavabre J., Analyse des fortes pluies de 1 à 72 heures sur 12 stations du département des Bouches du Rhône. CEMAGREF, Aix en Provence, 1983.

Lebel Th., Moyenne spatiale de la pluie sur un bassin versant : estimation optimale, génération stochastique et gradex des valeurs extrêmes. Thèse Docteur - Ingénieur, IMG -INPG, Grenoble, 1984.

Lhuissier B. et Montel V., Contribution à l'étude du gradex dans les Cévennes. Mémoire de fin d'étude, ENTPE-Lyon, 1981.

Matheron G., Théorie des variables régionalisées. Traité d'informatique géologique Masson Editeur, p. 306 - 378, Paris, 1972.

Miquel, J., Guide pratique d'estimation des probabilités de crues. Collection de la direction des études et recherches d'Electricité de la France. Eyrolle. 160 p., 1984.

Nguyen T. P. T., Bois Ph. and Villasenor. J.A., Simulation in order to choose a fitting method for extreme rainfall data. A paraître dans le journal "Atmospheric Reseach", 1993.

Niel J., Etude des fortes hauteurs de pluie de 1/4 heure à 72 heures. CEMAGREF, Aix en Provence, 1984.

Obled Ch., Contribution à l'analyse des données en hydrométéorologie : la prévision des phénomènes accidentels et l'analyse des champs spatiaux. Thèse Doctorat d'Etat, USMG - INPG, Grenoble, 1979.

Obled Ch., Introduction au krigeage à l'usage des hydrologues. 2^{ème} Journées Hydrologiques de l'ORSTOM. Ed ORSTOM. Collection Colloques et Séminaires, p.174 - 222, 1987.

Oberlin G., Documents sur "l'estimation de débit de crue décennale". Formation permanente INPG, Grenoble, 1983.

Otten A. and Van Montfort M. A. J., Maximum likelihood estimation of the general extreme value distribution parameter. J. Hydrology, 47, p.187 - 192, 1980.

Paihua Montes L. et Utrera Dias F., Un ensemble de programmes pour l'interpolation des fonctions, par des fonctions spline du type plaque mince. R.R. n° 140, U.S.M.G. Labo. Math. Appli. Grenoble, 1978.

Rebotier R., Le climat pluviométrique des basses Cévennes. Monographie de la Météorologie Nationale, n° 7, Novembre, 1957.

Rosbjerg D., On the annual maximum distribution in dependent partial duration series. Stochastic Hydrology and Hydraulics. Vol.1 N° 11, p.3-16, 1987.

Saidi S., Etude des pluies extrêmes à faible pas de temps sur la région Cévennes - Vivarais. Mémoire de D.E.A., IMG -INPG, Grenoble, 1992.

Sheng Lian Guo, Nonparametric variable Kernel Estimation with Historical floods and paleoflood information, Water resources research, vol. 27, N°1, p. 91 - 98, 1991.

Slimani M., Etude des pluies de fréquence rare à faibles pas de temps sur la région Cévennes-Vivarais: Estimation, relation avec le relief et cartographie synthétique, Thèse Docteur - Ingénieur, IMG -INPG, Grenoble, 1984.

Slimani M. et LEBEL Th., Cartographie du gradex de la pluie décennale et de la pluie centennale sur les Cévennes, Conférences 'Climat méditerranéen et ressources en eau' - Marseille, 1983.

Tourasse P., Analyses spatiales et temporelles de précipitations et utilisation opérationnelle dans un système de prévision des crues. Application aux régions Cévenols, Thèse, Docteur - Ingénieur, IMG -INPG, Grenoble, 1981.

Villasenor, J.A. et Bois Ph., 1989. Estimation statistique de crues avec période de retour connue en utilisant l'estimateur non-paramétrique de maximum de vraisemblance d'une distribution. IMG, Rapport n° 12, 21 p.

Villasenor. J.A et Bois Ph. 1990. Predicción de avenidas con periodo de retorno conocido. Memorias du III Foro de Estadística. Monterrey, Mexico. pp. 259 - 268, Edité par Universidad Na1. Autonomia de Mexico.

Thèse de Doctorat de l'Institut National
Polytechnique de Grenoble

Titre de l'ouvrage :

**ANALYSE STATISTIQUE DES VALEURS
EXTREMES DE PRECIPITATION.
APPLICATION DANS LA REGION
CEVENNES - VIVARAIS.**

Nom de l'auteur :

NGUYEN Thi Phuong Thao

Etablissement :

**Institut National Polytechnique de Grenoble
Institut de Mécanique de Grenoble**

RESUME

Ce travail consiste à choisir une méthode statistique d'ajustement des valeurs extrêmes et à l'appliquer aux précipitations extrêmes dans la région Cévennes - Vivarais. La première partie est réalisée à partir de valeurs simulées. La méthode non-paramétrique de Villasenor qui n'impose pas au début de l'analyse une loi statistique à la série de données, est choisie comme la meilleure méthode parmi les cinq méthodes d'ajustements.

Dans la deuxième partie les caractéristiques pluviométriques de la région Cévennes - Vivarais sont calculées à partir de mesures horaires de 52 stations par la méthode choisie. La cartographie des caractéristiques pluviométriques de cette région est réalisée par les méthodes : spline et krigeage. La méthode krigeage donne une meilleure interpolation que celle de spline, et fournit encore des informations sur la structure spatiale de la région. Les cartes tracées représentent une distribution réaliste des valeurs extrêmes de précipitation de la région Cévennes - Vivarais.

MOTS CLES

Précipitations extrêmes ; Simulation stochastique ; Echantillonnage ; Ajustements probabilistes ; Cartographie ; Krigeage ; Spline à deux dimensions.