



**HAL**  
open science

# Etude de certains types de réactions ( $n \alpha$ ) par la méthode des ondes distordues

Claude Fayard

► **To cite this version:**

Claude Fayard. Etude de certains types de réactions ( $n \alpha$ ) par la méthode des ondes distordues. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université Claude Bernard - Lyon I, 1966. Français. NNT : . tel-00753301

**HAL Id: tel-00753301**

**<https://theses.hal.science/tel-00753301>**

Submitted on 19 Nov 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# T H È S E

Présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

pour obtenir

le DIPLOME DE DOCTEUR DE SPÉCIALITÉ (3<sup>e</sup> Cycle) en PHYSIQUE  
( Physique Nucléaire )

par

Claude FAYARD

Licencié es-Sciences

---

Sujet :

ETUDE DE CERTAINS TYPES DE REACTIONS ( $n, \alpha$ )  
PAR LA METHODE DES ONDES DISTORDUES

---

soutenu le 12 Mai 1966 devant la Commission d'examen.

J U R Y

MM. J. LAFOUCRIÈRE      Président

J. DEPRAZ  
E. EL-BAZ      }      Examineurs



FACULTE DES SCIENCES

Doyens Honoraires

MM. LONGCHAMBON  
MOUSSA  
GAUTHIER Henri

Professeurs Honoraires

MM. de LAREMBERGUE	MM. JAFFARD
SOLLAUD	EYRAUD Henri
MENTZER.	DEJARDIN
MOUSSA	VIRET

Doyen

M. BRACONNIER

Assesseurs

MM. MESNARD  
BOIDIN

Professeurs

MM. LONGCHAMBON	Minéralogie
PRETTRE	Chimie Industrielle
COURTY	Chimie-Physique
KUHNER	Botanique
MALECOT	Mécanique rationnelle et appliquée
PARIS	Chimie minérale
AUMERAS	Chimie générale II
COLONGE	Chimie organique
JANIN	Physique générale
FLANDRIN	Géologie appliquée
BERNARD	Physique industrielle
DUFAY Jean	Astronomie
NIGON	Zoologie expérimentale
GAUTHIER Henri	Géologie générale
WAUTIER	Zoologie
CHOPIN	Chimie biologique
CUEILLERON	Chimie
BRACONNIER	Calcul différentiel et intégral
EYRAUD Charles	Chimie-Physique appliquée
SARAZIN	Physique nucléaire
BOIDIN	Microbiologie et Mycologie
PERES	Physiologie
MESNARD	Electronique
GRANDMONTAGNE	Physique
BOUILLIER	Minéralogie
LAFOUCRIERE	Physique nucléaire théorique
DREUX	Chimie organique
TEICHNER	Chimie industrielle
PAVANS DE CECCATTY	Zoologie
MERLIN	Chimie analytique
DUFAY Maurice	Physique de l'Atmosphère
PHILBERT	Physique nucléaire
COHEN-ADAD	Chimie
DAVID Louis	Géologie générale
CHANEL	Psychophysiologie
MAURY	Méthodes mathématiques de la physique
DEPRAZ	Physique nucléaire
GAUTHIER Jean	Chimie
GAUME	Physique expérimentale
UZAN	Physique S. P. C. N.

Professeurs sans chaire

MM. FERON	Mathématiques
LAFORGUE	Physique
LEGAY	Zoologie expérimentale S.P.C.N.
CHENEVOY	Géologie appliquées
GINET	Zoologie
ASCH	Physique
MICHEL Pierre	Minéralogie
Mlle MAITROT	Physique
MM. GEVIN	Géologie générale
PONASSE	Mathématiques
d'INCAN	Physique
LEFEBVRE	Mathématiques
PERNET	Mathématiques
CHERY	Physique
BERGEON	Physique C.S.U.
Mlle GAUTHERON	Chimie biologique
MM. DESCOTES	Chimie organique
ERBEIA	Physique
Mme ERICSON	Physique générale
LEMOIGNE	Botanique

Maîtres de Conférences

MM. MARTEL	Mécanique
METHIEU	Mécanique des fluides
PICARD Philippe	Mathématiques
DEMARCO	Géologie générale
MICHEL Georges	Biochimie
LEBRETON	Biologie végétale
DAVID Jean	Biologie animale
TOUSSET	Chimie propédeutique
FEUVRAIS	Physique Electricité
PICARD Claude	Mathématiques
SCHMITT	Physique C.P.E.M.
LAURENT	Chimie organique
ROT	Mathématiques
BETHOUX	Mathématiques T.M.P.
Mlle CALAIS	Mathématiques
M. GAUSAKOW	Physique
Mlle THOMAS	Chimie minérale
MM. COLOBERT	Physiologie
AUBIN	Analyse numérique
BUCHWALTER	Mathématiques
BOUZON	Mathématiques C.S.U.
COSNIER	Psychophysiologie
Mlle LAMOURE	Biologie végétale
MM. PORTHAULT	Chimie C.S.U.
VALLET	Chimie macromoléculaire

Maître de Conférences Adjoint

M. PIERRON	Chimie
------------	--------

Conseiller Administratif

M. BURNET

Secrétaire Principal Honoraire

M. ROUX

Je tiens à assurer Monsieur le Professeur A. SARAZIN, Directeur du Département de Physique Nucléaire de LYON de ma reconnaissance pour l'intérêt qu'il a accordé à cette étude et pour l'appui que j'ai toujours trouvé auprès de lui.

Une gratitude particulière est due à Monsieur le Professeur J. LAFOUCRIERE qui m'a constamment guidé et conseillé dans ce travail.

J'adresse tous mes remerciements à Monsieur le Professeur J. DEPRAZ qui a bien voulu faire partie du Jury.

Je dois beaucoup à Monsieur E. EL-BAZ pour l'aide efficace qu'il m'a toujours dispensée.

Je tiens à remercier Messieurs G.H. LAMOT et J.N. MASSOT ainsi que tous mes camarades d'études qui, par leurs discussions, ont facilité ces recherches.

Je remercie également Monsieur NORMAN Mc DICKEN d'avoir bien voulu nous communiquer ses résultats expérimentaux.



## I N T R O D U C T I O N

Deux modèles de réaction nucléaire sont en compétition pour interpréter les résultats expérimentaux : le modèle du noyau composé et le modèle de l'interaction directe.

Le modèle du noyau composé est un processus lent : la particule incidente est absorbée par le noyau-cible, ce qui donne un état intermédiaire dit noyau composé. La particule émergente résulte de la décomposition de cet état intermédiaire.

Ce modèle se caractérise par la symétrie de la section efficace différentielle autour de  $\frac{\pi}{2}$ . Il convient en général aux énergies basses où les niveaux sont peu nombreux et bien séparés.

Aux énergies plus élevées, il faut décrire le phénomène de manière statistique car les niveaux deviennent de plus en plus rapprochés et chaque processus en fait intervenir un grand nombre.

Les réactions  $(n, \alpha)$  ont été longtemps interprétées en termes du noyau composé et du modèle statistique (1, 2).

Cependant, des résultats de plus en plus nombreux montrent des distributions angulaires fortement dissymétriques par rapport à  $\frac{\pi}{2}$ , (Fig. 1, 2) ce qui semble étayer la thèse d'un mécanisme d'interaction directe. (3, 4, 5)

L'interaction directe est un processus rapide où la particule incidente n'interagit qu'avec un nucléon (ou un petit nombre de



nucléons) du noyau cible. De nombreux processus d'interaction directe peuvent être envisagés, dont les plus courants sont : stripping, pick-up, knock-out, knock-on, H.P.S., double pick-up. L'étude des réactions nucléaires à l'aide d'un tel mécanisme permet d'obtenir des informations sur les moments orbitaux transférés, les facteurs spectroscopiques, et de retrouver la forme des distributions angulaires

SEN et CHATTERJEE (3,4,5) ont essayé d'expliquer leurs résultats expérimentaux par un mécanisme d'interaction directe. La section efficace différentielle est assimilée à  $\left| \int_{\mathcal{C}} (R, r) \right|^2$  et trois processus sont envisagés : pick-up d'un  $\text{He}^3$ , knock-on et H.P.S. d'un  $\alpha$ .

J.N. MASSOT (6, 7) a envisagé une interprétation plus élaborée des réactions  $(n, \alpha)$  basée sur ce principe en distinguant deux processus :

1/ Pick-up par le neutron incident d'un  $\text{He}^3$  supposé préformé dans le noyau cible :  $n + (\text{C}^1 + \text{He}^3) \longrightarrow \text{C}^1 + (n + \text{He}^3)$ .

2/ Knock-out par le neutron incident d'un  $\text{He}^4$  supposé préformé :  $n + (\text{C} + \alpha) \longrightarrow (n + \text{C}) + \alpha$

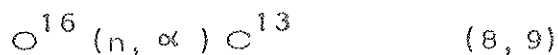
Les calculs effectués en approximation de Born pour les ondes planes ont donné des résultats encourageants : le Pick-up permet d'expliquer les pics avant, tandis que le Knock-out rend compte des remontées arrière. La pondération des deux processus donne une courbe théorique en bon accord avec la courbe expérimentale, et ceci avec un nombre réduit de paramètres. (Fig. 3, 4).

Nous avons alors repris cette étude dans le cadre de

l'approximation de Born pour les ondes distordues (DWBA) dans laquelle les ondes planes incidente et émergente de l'approximation de Butler-Born sont remplacées par des ondes "distordues" tirées de l'analyse en termes du modèle optique des diffusions élastiques  $X(n,n)$  et  $Z(\alpha,\alpha)$ , aux énergies correspondant à celles mises en jeu au cours de la réaction.

Cependant, nous avons essayé de ne faire intervenir qu'un seul type de sous-structure dans le noyau cible en supposant que ce dernier était formé d'un coeur C auquel est liée une particule  $\alpha$ .

Nous avons appliqué les résultats obtenus à l'étude de la réaction :



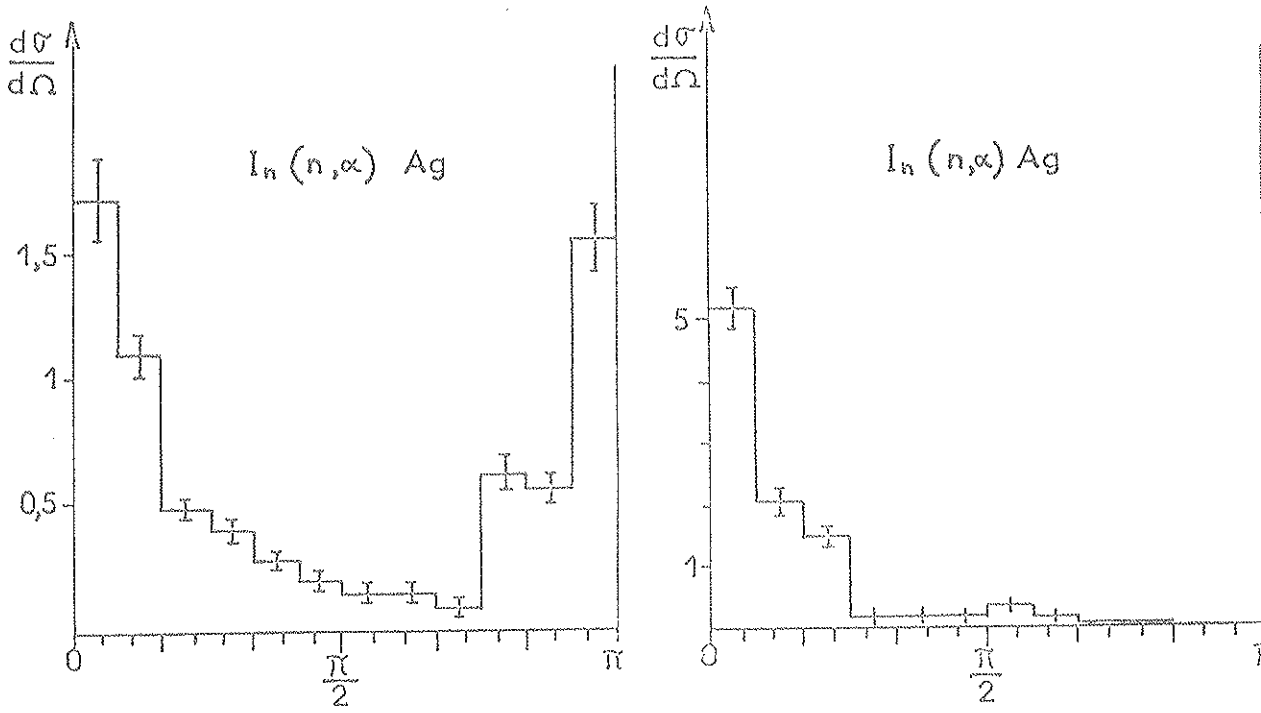


Figure 1.

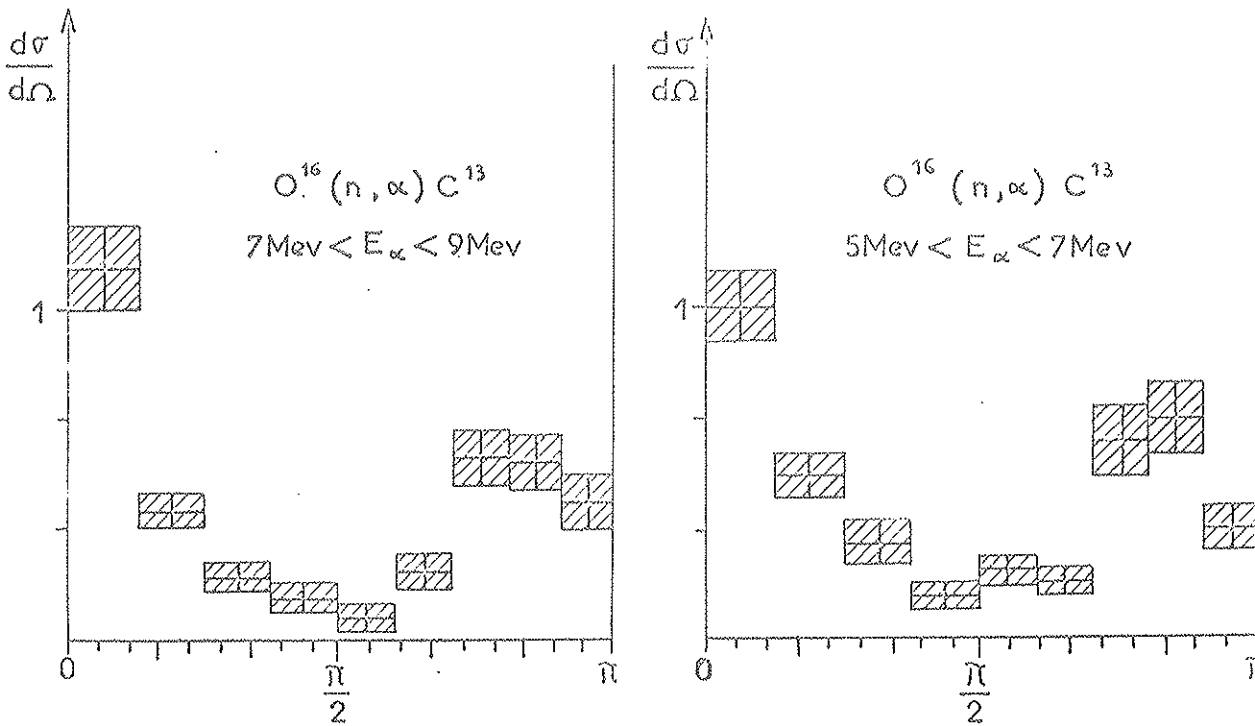
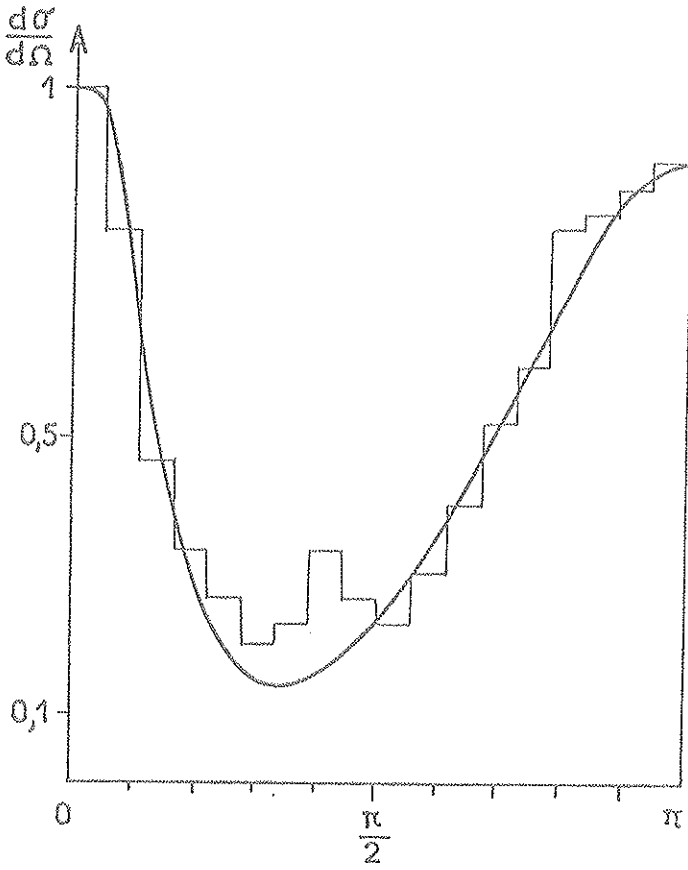


Figure 2.



$\text{Na}^{23} (n, \alpha) \text{F}^{20}$  à 14

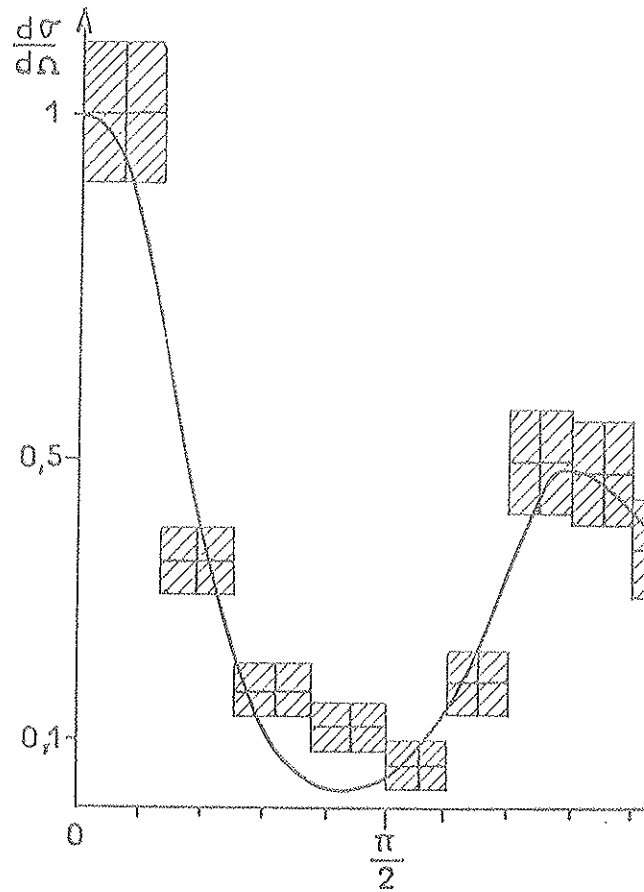
Potentiel gaussien

Figure 3

$\text{O}^{16} (n, \alpha) \text{C}^{13}$  à 14 MeV

Potentiel harmonique

Figure 4



CHAPITRE I

RAPPELS SUR L'AMPLITUDE DE TRANSITION

EN D.W.B.A.

Soit une réaction nucléaire  $X + a \longrightarrow Y + b$  amenant le système de la voie d'entrée  $\alpha$  à une voie de sortie donnée  $\beta$ .

Considérons alors une voie quelconque, notée  $\gamma$ , constituée uniquement de deux particules  $Z$  et  $z$ , de distance relative  $\vec{r}_\gamma$ . L'impulsion relative et la masse réduite dans la voie  $\gamma$  seront :

$$\vec{p}_\gamma = \hbar \vec{k}_\gamma \quad \text{et} \quad M_\gamma = \frac{M_Z M_z}{M_Z + M_z}$$

Nous écrirons l'hamiltonien du système sous la forme :

$$(1.1) \quad H = H_\gamma + V_\gamma$$

avec

$$H_\gamma = h_\gamma + T_\gamma = h_Z + h_z + T_\gamma$$

$h_\gamma$  est l'hamiltonien interne des particules  $Z$  et  $z$

$T_\gamma$  est l'énergie cinétique de la voie  $\gamma$

$V_\gamma$  est le potentiel d'interaction entre les particules  $Z$  et  $z$

Nous désignerons dans la suite l'énergie totale du système par :

$$(1.2) \quad E = e_\gamma + \frac{\hbar^2 k_\gamma^2}{2 M_\gamma}$$

où  $e_\gamma$  est l'énergie interne totale des particules de la voie  $\gamma$ .

Le système  $X + a \longrightarrow Y + b$  sera donc décrit par l'hamiltonien :

$$(1.3) \quad \begin{aligned} H &= H_\alpha + V_\alpha && \text{dans la voie } \alpha \\ H &= H_\beta + V_\beta && \text{dans la voie } \beta \end{aligned}$$

On montre que la section efficace différentielle peut se r  
 sous la forme :

$$(1.4) \quad \frac{d\sigma_{\alpha \rightarrow \beta}}{d\Omega} = \frac{M_{\alpha} M_{\beta}}{(2\pi \hbar^2)^2} \frac{k_{\beta}}{k_{\alpha}} |T_{\alpha\beta}|^2$$

$T_{\alpha\beta}$  est l'amplitude de transition donnée par :

$$(1.5) \quad T_{\alpha\beta} = \langle \phi_{\beta} | V_{\beta} | \Psi_{\alpha}^{+} \rangle = \langle \Psi_{\beta}^{-} | V_{\alpha} | \phi_{\alpha} \rangle$$

$\Psi_{\alpha}^{+}$  est la solution stationnaire de  $H$  correspondant à l'énergie  $E_{\alpha}$  ayant dans la voie d'entrée ( $\gamma = \alpha$ ) un comportement asymptotique  $(\exp i \vec{k}_{\alpha} \cdot \vec{r}_{\alpha} + \text{onde sortante})$  et dans toutes les autres voies  $\gamma \neq \alpha$  vertes un comportement d'onde purement sortante.

$\Psi_{\beta}^{-}$  est définie de même avec des ondes entrantes

$\phi_{\alpha}$  est la fonction propre de  $H_{\alpha}$ . C'est donc une onde plane de la forme :

$$(1.6) \quad \phi_{\alpha} = \varphi_{\alpha} e^{i \vec{k}_{\alpha} \cdot \vec{r}_{\alpha}}$$

$\varphi_{\alpha}$  décrivant l'état quantique interne des particules de la voie  $\alpha$ .

$\phi_{\beta}$  est également une onde plane fonction propre de  $H_{\beta}$ . Les ondes  $\Psi$  et  $\phi$  sont donc solutions de :

$$(1.7) \quad H \Psi^{\pm} = E \Psi^{\pm}$$

$$(1.8) \quad H_{\gamma} \phi_{\gamma} = E \phi_{\gamma} \quad \gamma = \alpha, \beta$$

D'autre part, on peut montrer que les fonctions  $\psi$  vérifient l'équation intégrale :

$$(1.9) \quad \psi^{\pm} = \phi + \frac{1}{E - H_Y \pm i\epsilon} V_Y \psi$$

et la formule :

$$(1.10) \quad \begin{aligned} \psi^{\pm} &= \phi + \frac{1}{E - H_Y - V_Y \pm i\epsilon} V_Y \phi \\ &= \phi + \frac{1}{E - H \pm i\epsilon} V_Y \phi \end{aligned}$$

Nous pouvons donc écrire  $T_{\alpha\beta}$  sous la forme :

$$T_{\alpha\beta} = \langle \phi_{\beta} | V_{\beta} + V_{\beta} \frac{1}{E - H \pm i\epsilon} V_{\alpha} | \phi_{\alpha} \rangle$$

ou bien sous la forme itérative :

$$(1.11) \quad \begin{aligned} T_{\alpha\beta} &= \langle \phi_{\beta} | V_{\beta} | \phi_{\alpha} \rangle + \langle \phi_{\beta} | V_{\beta} G_{\alpha}^{+} V_{\alpha} | \phi_{\alpha} \rangle \\ &+ \langle \phi_{\beta} | V_{\beta} G_{\alpha}^{+} V_{\alpha} G_{\alpha}^{+} V_{\alpha} | \phi_{\alpha} \rangle + \dots \end{aligned}$$

où l'on a introduit l'opérateur de Green :

$$(1.12) \quad G_{\alpha}^{+} = \frac{1}{E - H_{\alpha} + i\epsilon}$$

L'approximation de Born consiste à se limiter au premier terme du développement :

$$(1.13) \quad (T_{\alpha\beta})_{\text{BORN}} = \langle \phi_{\beta} | V_{\beta} | \phi_{\alpha} \rangle \text{ ou } \langle \phi_{\beta} | V_{\alpha} | \phi_{\alpha} \rangle$$



L'approximation de Born pour les ondes distordues est sée sur l'hypothèse suivante :

On suppose que le potentiel d'interaction  $V_\alpha$  (ou  $V_\beta$ ) est décomposable en deux parties et que l'on connaît les solutions relatives à l'une de ces parties  $\bar{V}_\alpha$  (ou  $\bar{V}_\beta$ ).

Nous considérons donc que dans  $V_\alpha$  ( $V_\beta$ ) il existe une partie disjointe  $\bar{V}_\alpha$  ( $\bar{V}_\beta$ ) et que l'on sait calculer les fonctions solutions de :

$$(1.14) \quad \chi^\pm = \phi + \frac{1}{E - H_Y \pm i\epsilon} \bar{V}_Y \chi^\pm$$

Nous pouvons évaluer  $T_{\alpha\beta}$  :

$$T_{\alpha\beta} = \langle \psi_\beta^- | V_\alpha | \phi_\alpha \rangle$$

Nous allons exprimer  $\psi$  en fonction de  $\chi$  :

$$\psi^\pm = \phi + \frac{1}{E - H_Y - V_Y \pm i\epsilon} V_Y \phi$$

$$\chi^\pm = \phi + \frac{1}{E - H_Y - \bar{V}_Y \pm i\epsilon} \bar{V}_Y \phi$$

D'où

$$(1.15) \quad \psi^\pm = \chi^\pm + \frac{1}{E - H_Y - V_Y \pm i\epsilon} (V_Y - \bar{V}_Y) \chi^\pm$$

Compte-tenu du fait que

$$E - H_\alpha - V_\alpha = E - H_\beta - V_\beta$$

il vient finalement :

$$(1.16) \quad T_{\alpha\beta} = \langle \chi_\beta^- | V_\alpha - V_\beta + \bar{V}_\beta | \phi_\alpha \rangle + \langle \chi_\beta^- | V_\beta - \bar{V}_\beta | \psi_\alpha \rangle$$

En partant de  $T_{\alpha\beta} = \langle \phi_\beta | V_\beta | \psi_\alpha^+ \rangle$  nous aurions obtenu :

$$(1.17) \quad T_{\alpha\beta} = \langle \psi_\beta^- | V_\alpha - \bar{V}_\alpha | \chi_\alpha^+ \rangle + \langle \phi_\beta | V_\beta - V_\alpha + \bar{V}_\alpha | \chi_\alpha^+ \rangle$$

Le calcul de l'élément de matrice :

$$(1.18) \quad T'_{\alpha\beta} = \langle \chi_\beta^- | V_\beta - \bar{V}_\beta | \chi_\alpha^+ \rangle \text{ où } \langle \chi_\beta^- | V_\alpha - \bar{V}_\alpha | \chi_\alpha^+ \rangle$$

où  $\psi_\alpha^+$  ( $\psi_\beta^-$ ) a été remplacé au premier ordre par  $\chi_\alpha^+$  ( $\chi_\beta^-$ ) qui constitue l'approximation D.W.B.A.

La partie disjointe du potentiel est supposée être le potentiel optique responsable de la diffusion élastique. Ainsi, dans la réaction  $X + a \longrightarrow Y + b$ , où  $b$  est éjectée avec une énergie  $E_b$ , le potentiel  $\bar{V}_\beta$  sera le potentiel optique qui rend compte de la diffusion élastique  $Y(b, b)$  à l'énergie  $E_b$ .

Donc, de manière générale,  $\bar{V}_\beta$  sera de la forme :

$$\bar{V}_\beta = V_{\text{Coulomb}}(Y, b) - V_{\text{optique}}(Y, b) - i W_{\text{optique}}(Y, b)$$

Le plan de notre travail sera donc le suivant :

1/ Etude des diffusions élastiques  $X(a, a)$  et  $Y(b, b)$  à l'aide du modèle optique en vue de déterminer  $\chi_\alpha^+$  et  $\chi_\beta^-$ .

2/ Choix des potentiels d'interaction.

3/ Calcul formel et calcul numérique de  $T_{\alpha\beta}$ . Application à quelques courbes  $(m, \alpha)$ .

CHAPITRE II

---

ETUDE DE LA DIFFUSION ELASTIQUE  
PAR LE MODELE OPTIQUE

## I N T R O D U C T I O N

Comme nous l'avons vu, l'amplitude de transition en DWBA fait intervenir les ondes distordues  $\chi_{\alpha}^{+}$  et  $\chi_{\beta}^{-}$  qui sont engendrés par des potentiels optiques ajustés de manière à décrire aussi bien que possible les diffusions élastiques expérimentales.

Le potentiel optique permettant d'interpréter une diffusion élastique  $\chi(a,a)$  a été introduit par analogie avec l'optique électromagnétique où un indice complexe rend compte simultanément de l'absorption et de la réfraction des ondes.

On prend donc le potentiel du noyau cible de la forme :

$$(II.1) \quad U(r) = V(r) + i W(r)$$

où  $V(r)$  et  $W(r)$  sont les potentiels responsables respectivement de la diffusion des particules (phénomène extérieur au noyau) et de l'absorption d'un certain nombre de particules incidentes. On écrit habituellement

$$(II.2) \quad U(r) = V_0 f(r) + i W_0 g(r)$$

$f(r)$  et  $g(r)$  étant les facteurs de forme décrivant la variation radiale de  $V(r)$  et  $W(r)$ .

$V_0$  et  $W_0$  sont les profondeurs des puits.

Les premiers calculs ont été faits avec des puits carrés

$$(II.3) \quad \begin{aligned} f(r) = g(r) &= 1 & \text{si} & \quad r \leq R_0 \\ f(r) = g(r) &= 0 & \text{si} & \quad r \geq R_0 \end{aligned}$$

De meilleurs résultats ont été obtenus en introduisant des facteurs de forme spéciaux rendant mieux compte de la réalité physique. Les plus utilisés sont les suivants :

- Facteur de forme de Woods-Saxon :

$$(II.4) \quad F(r) = \left\{ 1 + \exp\left[\frac{r - R_N}{a}\right] \right\}^{-1}$$

$a$  = portée du puits

$$R_N = R_{oN} \cdot A^{1/3} \quad R_{oN} = \text{constante du rayon nucléaire}$$

- Facteur de forme gaussien

$$(II.5) \quad G(r) = \exp\left\{-\left[\frac{r - R_G}{b}\right]^2\right\}$$

$b$  = portée du gaussien

$$R_G = R_{oG} \cdot A^{1/3} \quad R_{oG} = \text{constante du rayon nucléaire}$$

(on prend en général  $R_{oG} = R_{oN}$ )

- Dérivée d'un Woods-Saxon :

$$(II.6) \quad K(r) = \frac{4a}{r} \frac{d}{dr} \left[ -F(r) \right]$$

Généralement on prend :

- pour  $f(r)$  : un facteur de Woods-Saxon
- pour  $g(r)$  : soit un facteur de Woods-Saxon (avec les mêmes paramètres que  $f(r)$  ou avec des paramètres différents),  
soit un facteur gaussien  
soit une dérivée de Woods-Saxon

Le premier travail sera donc d'ajuster les paramètres du potentiel optique choisi, de façon à obtenir une courbe de diffusion

élastique théorique qui soit aussi voisine que possible de la courbe expérimentale.

## I - CALCUL FORMEL DE LA SECTION EFFICACE DIFFERENTIELLE DE DIFFUSION ELASTIQUE.

Nous allons rappeler dans ce paragraphe les résultats donnés par A. MESSIAH et C. BLOCH (11,12) sur l'étude de la diffusion élastique par un potentiel central de forme générale.

### - Méthode des déphasages.

Nous considérons la diffusion élastique d'une particule incidente de masse  $m_i$  et de charge  $Z_i e$  par une cible de masse  $m_b$  et de charge  $Z e$ .

Le potentiel d'interaction comprend :

- le potentiel coulombien  $V_c(r)$  dû aux charges des particules
- le potentiel nucléaire traduisant l'effet des forces nucléaires.

Il peut d'ailleurs inclure un terme traduisant le couplage spin-orbite, de la forme  $V_{so}(r) \vec{s} \cdot \vec{L}$ .

Dans toute la suite du calcul, nous avons négligé ce terme, d'une part à cause de son influence limitée sur la section efficace (13) pour laquelle nous ne cherchons pas à avoir une grande précision dans une première étude, d'autre part, compte tenu de la faible capacité de l'ordinateur dont nous disposions.

Le potentiel nucléaire sera donc de la forme :

$$V_N(r) = V(r) + i W(r)$$

La direction du vecteur d'onde incident  $\vec{k}$  est un axe de symétrie de révolution du problème. Si nous la prenons comme axe polaire, nous pouvons alors développer l'onde stationnaire de diffusion  $\Psi$  en série de polynômes de Legendre suivant :

$$(II.7) \quad \Psi = \frac{1}{k r} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) i^{\ell} \chi_{\ell}(r) P_{\ell}(\cos \theta)$$

$\chi_{\ell}(r)$  étant solution de l'équation de Schrödinger radiale :

$$(II.8) \quad \left[ \frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{2\gamma k}{r} - \frac{2\mu}{\hbar^2} V_r(r) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] \chi_{\ell}(r) = 0$$

avec

$$(II.9) \quad k^2 = \frac{2\mu E}{\hbar^2} \quad \gamma = \frac{\mu Z Z' e^2}{\hbar^2 k} \quad \mu = \frac{m_i m_e}{m_i + m_e}$$

le terme  $\frac{2\gamma k}{r}$  provient du potentiel coulombien qui est de la forme

$$V_c(r) = \frac{Z Z' e^2}{r} \quad (r \text{ grand})$$

La section efficace différentielle étant liée au comportement asymptotique de l'onde stationnaire de diffusion  $\Psi$ , nous allons étudier la forme asymptotique de  $\chi_{\ell}(r)$ .

La solution régulière de l'équation (II.8) tend asymptotiquement vers une certaine combinaison linéaire des fonctions coulombiennes sortantes et entrantes  $u_{\ell}^{(+)}(r)$  et  $u_{\ell}^{(-)}(r)$  :

$$(II.10) \quad \chi_{\ell} \sim A_{\ell} \left[ u_{\ell}^{(-)} - e^{2i\delta_{\ell}} e^{2i\sigma_{\ell}} u_{\ell}^{(+)} \right]$$

$A_e$  est une constante arbitraire

$\delta_e$  est le déphasage qui caractérise l'effet du potentiel nucléai

$\sigma_e$  est le déphasage coulombien

$u_e^{(+)}$  et  $u_e^{(-)}$  sont définies par :

$$(III.11) \quad u_e^{(\pm)}(\eta, \rho) = e^{\mp i\sigma_e} \left[ G_e(\eta, \rho) \pm i F_e(\eta, \rho) \right]$$

$F_e(\eta, \rho)$  et  $G_e(\eta, \rho)$  sont les solutions régulières et irrégulières à l'origine de l'équation de Schrödinger avec un potentiel coulombien pur  $V_c(r)$ . On montre que  $A_e = \frac{1}{2}i$  ( $\forall e$ ) pour que l'on représente bien un état stationnaire de collision.

Dans la zone asymptotique, c'est-à-dire pour des valeurs de  $r$  suffisamment grandes pour que le potentiel nucléaire  $V_N$  puisse être négligé,  $\psi$  aura pour développement :

$$(III.12) \quad \psi \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \frac{1}{2k r} \sum_l (2l+1) i^{l+1} \left[ u_e^{(-)} - e^{2i\delta_e} e^{2i\sigma_e} u_e^{(+)} \right] P_l(\cos \theta)$$

Ce développement s'écrit, en introduisant l'onde coulombienne définie par

$$(III.13) \quad \psi_c = \frac{1}{2k r} \sum_l (2l+1) i^{l+1} \left[ u_e^{(-)} - e^{2i\sigma_e} u_e^{(+)} \right] P_l(\cos \theta)$$

$$(III.14) \quad \psi \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \psi_c - \frac{1}{2k r} \sum_l (2l+1) i^{l+1} e^{2i\sigma_e} \left[ e^{2i\delta_e} - 1 \right] u_e^{(+)} P_l(\cos \theta)$$

$$= \psi_c + \psi_{dn}$$



L'onde  $\psi_c$  représente l'onde de diffusion coulombienne p  
 L'onde  $\psi_{dn}$  représente la diffusion nucléaire. On peut encore écrire  
 sous la forme :

$$(II.15) \quad \Psi = \psi_c + \psi_{dn} = \psi_i + \psi_d$$

En effet, nous pouvons décomposer  $\psi_c$  en  $\psi_c = \psi_i + \psi_{dc}$   
 $\psi_i$  et  $\psi_{dc}$  ayant les développements asymptotiques suivants :

$$(II.16) \quad \psi_i \cong e^{i [kz + \eta \log k(n-z)]} \left\{ 1 + \frac{\eta^2}{ik(n-z)} + \dots \right\}$$

$$\psi_{dc} \sim \frac{1}{r} e^{i [kn - \eta \log 2kn]} f_c(\theta)$$

avec

$$(II.17) \quad f_c(\theta) = -\frac{\eta}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} e^{-i \eta \log \sin^2 \frac{\theta}{2} + 2i \sigma_0}$$

$f_c(\theta)$  représente l'amplitude de diffusion de Rutherford, av

$$\sigma_0 = \text{Arg } \Gamma(1 + i \eta)$$

Nous avons donc :

$$\Psi = \psi_i + \psi_d$$

$\psi_i$  a le développement asymptotique précédent

$$\psi_d = \psi_{dc} + \psi_{dn}$$

D'autre part, nous avons  $u_e^{(+)} \sim e^{i[kr - \gamma \log 2kr - \frac{1}{2}e\pi]}$

Donc, d'après les expressions (II.14)(II.15) et (II.16)  $\psi_d$  aura comme développement asymptotique :

$$(II.18) \quad \psi_d \sim \frac{1}{r} e^{i[kr - \gamma \log 2kr]} f_c(\theta) - \frac{1}{2kr} \sum_{\ell} (2\ell+1) i^{2\ell+1} e^{2i\sigma_{\ell}} [e^{2i\delta_{\ell}} - 1] e^{i[kr - \gamma \log 2kr]} e^{-i\ell\frac{\pi}{2}} P_{\ell}(\cos\theta)$$

Soit

$$\psi_d \sim \frac{1}{r} e^{i[kr - \gamma \log 2kr]} \left\{ f_c(\theta) + \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell+1) e^{2i\sigma_{\ell}} [e^{2i\delta_{\ell}} - 1] P_{\ell}(\cos\theta) \right\}$$

ou

$$(II.19) \quad \psi_d \sim \frac{1}{r} e^{i[kr - \gamma \log 2kr]} f(\theta)$$

avec

$$(II.20) \quad f(\theta) = f_c(\theta) + f'(\theta)$$

$f_c(\theta)$  est l'amplitude de diffusion de Rutherford donnée par

$$(II.21) \quad f'(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell+1) e^{2i\sigma_{\ell}} [e^{2i\delta_{\ell}} - 1] P_{\ell}(\cos\theta)$$

La section efficace différentielle est alors donnée par :

$$(II.22) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2$$

- Introduction des coefficients  $C_e$  -

Nous allons introduire des coefficients  $C_e$  liés au déphasage en vue d'effectuer le calcul numérique de  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ .

La relation (II.13) peut s'écrire, compte-tenu de (II.11) :

$$(II.23) \quad \Psi_c = \frac{1}{k r} \sum_e (2e+1) i^e e^{i\sigma_e} F_e(\eta, kr) P_e(\cos\theta)$$

Ecrivons, par analogie avec le développement de l'onde lombienne pure  $\Psi_c$  le développement de l'onde totale  $\Psi$  sous la forme :

$$(II.24) \quad \Psi = \frac{1}{k r} \sum_e (2e+1) i^e e^{i\sigma_e} \psi_e(r) P_e(\cos\theta)$$

$\psi_e(r)$  étant solution de l'équation (II.8)

Le développement asymptotique de  $\Psi$  donné par (II.12) peut s'écrire en fonction de  $F_e$  et  $G_e$  par application de (II.11).

$$\Psi \sim \frac{1}{2kr} \sum_e (2e+1) i^{e+1} e^{i\sigma_e} \left[ G_e - i F_e - e^{2i\delta_e} (G_e + i F_e) \right] P_e(\cos\theta)$$

En posant

$$(II.25) \quad C_e = \frac{1}{2i} \left[ e^{2i\delta_e} - 1 \right]$$

On a :

$$(II.26) \quad \Psi \sim \frac{1}{kr} \sum_e (2e+1) i^e e^{i\sigma_e} \left[ F_e + C_e (G_e + i F_e) \right] P_e(\cos\theta)$$

En comparant les équations (II.24) et (II.26) nous voyons que la forme asymptotique de  $\Psi_e(r)$  est :

$$(II.27) \quad \Psi_e(r) \sim F_e(\gamma, kr) + C_e \left[ G_e(\gamma, kr) + i F_e(\gamma, kr) \right]$$

La section efficace différentielle est alors donnée par :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2$$

$$f(\theta) = f_c(\theta) + f'(\theta)$$

$$(II.28) \quad f_c(\theta) = -\frac{\gamma}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} e^{-i\gamma \text{Log} \sin^2 \frac{\theta}{2} + 2i\sigma_0}$$

$$f'(\theta) = \frac{1}{k} \sum_l (2l+1) e^{2i\sigma_l} C_l P_l(\cos \theta)$$

- Expression des coefficients  $C_l$  -

Soit  $r = R_{\max}$  la distance à laquelle le potentiel nucléaire peut être négligé. Pour  $r > R_{\max}$ , nous dirons que nous sommes dans la zone asymptotique.

Pour  $r < R_{\max}$ , les  $\Psi_e$  sont solutions de (II.8),

soit

$$\Psi_e = x_e + i y_e$$

Pour  $r > R_{\max}$ , nous venons de montrer que  $\Psi_e$  était donnée par (équation (II.27))

$$\Psi_e = F_e + C_e \left[ G_e + i F_e \right]$$

Les coefficients  $C_e$  seront alors calculables en écrivant la continuité des solutions pour  $r = R_{\max}$ , ce qui revient à écrire l'égalité des dérivées logarithmiques :

$$(II.29) \quad \left[ \frac{x'_e + i y'_e}{x_e + i y_e} \right]_{r=R_{\max}} = \left[ \frac{F'_e + C_e (G'_e + i F'_e)}{F_e + C_e (G_e + i F_e)} \right]_{r=R_{\max}}$$

Nous voyons donc sur la formule précédente l'intérêt des coefficients  $C_e$  : ils seront calculés directement à partir de fonctions  $\{x_e, y_e, F_e, G_e\}$  et de leurs dérivées premières, au point  $r = R_{\max}$ , ces fonctions étant elles-mêmes calculées numériquement.

La section efficace s'obtient alors au moyen des relations (II.2)

## II - CALCUL NUMERIQUE DE LA SECTION EFFICACE -

Le calcul de  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  nécessite la connaissance des coefficients  $C_e$ , donc des fonctions  $\{x_e, y_e, F_e, G_e\}$  précédemment définies.

Nous allons donner dans ce paragraphe la marche des calculs numériques. Les programmes ont été mis au point avec G.H. LAMOT (14). Ils sont dérivés du programme SCAT 4 (1) que nous avons aménagé en fonction de la capacité réduite de l'ordinateur dont nous disposions (CAE 510).

A/ Calcul numérique des fonctions d'onde dans la zone d'action du potentiel nucléaire.

Les fonctions  $\psi_e$  résultant de la décomposition de  $\Psi$  sont solutions de l'équation de Schrödinger radiale :

$$\frac{d^2 \psi_e}{d r^2} + \left\{ k^2 - \frac{2 \mu}{\hbar^2} [V_N(r) + V_C(r)] - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right\} \psi_e = 0$$

Soit, en faisant le changement de variable  $\rho = k r$  :

$$(II.30) \quad \frac{d^2 \psi_e}{d \rho^2} + \left\{ 1 - \frac{V_N(\rho)}{E} - \frac{V_C(\rho)}{E} - \frac{\ell(\ell+1)}{\rho^2} \right\} \psi_e = 0$$

Précisons la forme des potentiels nucléaire et coulombien que nous avons utilisés.

- Potentiel nucléaire.

Comme nous l'avons vu, le potentiel nucléaire  $V_N(r)$  est de la forme :

$$(II.31) \quad V_N(r) = V f(r) + i W g(r)$$

$f(r)$  et  $g(r)$  étant les facteurs de forme déjà précisés. On peut d'ailleurs les exprimer en fonction de  $\rho = k r$  :

$$(II.32) \quad \begin{aligned} f(\rho) &= \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{(\rho - \rho_0)}{k a} \right] \right\}^{-1} \\ g(\rho) &= \exp \left\{ - \left[ \frac{(\rho - \rho_0)}{k b} \right]^2 \right\} \\ R(\rho) &= \frac{4 a}{\rho} k^2 \frac{d}{d \rho} \left[ - f(\rho) \right] \end{aligned}$$

avec  $\rho_N = R R_N$  ,  $\rho_C = R R_C$

$a, b, R_N, R_C$  étant définis comme précédemment.

- Potentiel coulombien.

On prend comme potentiel coulombien le potentiel créé par une sphère uniformément chargée de rayon  $R_C$  :

$$(11.33) \quad \begin{aligned} V_C(r) &= \frac{ZZ'e^2}{2R_C} \left[ 3 - \frac{r^2}{R_C^2} \right] && \text{pour } r \leq R_C \\ V_C(r) &= \frac{ZZ'e^2}{r} && \text{pour } r \geq R_C \end{aligned}$$

avec :

$$R_C = R_{0C} R^{1/3}$$

$R_{0C}$  est la constante de rayon nucléaire coulombien.  $\rho$  fonction de  $\rho = R r$  :

$$(11.34) \quad \begin{aligned} V_C(\rho) &= E \frac{\gamma}{\rho_C} \left[ 3 - \frac{\rho^2}{\rho_C^2} \right] && \text{pour } \rho \leq \rho_C \\ V_C(\rho) &= E \frac{2\gamma}{\rho} && \text{pour } \rho \geq \rho_C \end{aligned}$$

$$\text{avec } \gamma = \frac{\mu ZZ'e^2}{\hbar^2 R} \quad \rho_C^2 = \frac{2\mu E}{\hbar^2}$$

B/ Résolution numérique de l'équation de Schrödinger

L'équation (11.30) s'écrit maintenant :

$$(II.35) \quad \frac{d^2 \psi_e}{d\rho^2} = \left[ -1 + \frac{e(e+1)}{\rho^2} - \frac{V}{E} f(\rho) - i \frac{W}{E} g(\rho) + \begin{cases} \frac{\eta}{\rho_c} \left[ 3 - \frac{\rho^2}{\rho_c^2} \right] \\ \frac{2\eta}{\rho} \end{cases} \right] \psi_e$$

En posant  $\psi_e = x_e + i y_e$  et en séparant par réelle et imaginaire, nous sommes amenés à résoudre le système

$$(II.36) \quad \begin{cases} \frac{d^2 x_e}{d\rho^2} = p x_e - q y_e \\ \frac{d^2 y_e}{d\rho^2} = q x_e + p y_e \end{cases}$$

où nous avons :

$$(II.37) \quad \begin{cases} p = U_{cR} + \frac{e(e+1)}{\rho^2} \\ q = U_{cI} \end{cases}$$

$$\text{avec : } U_{cR} = -1 - \frac{V}{E} f(\rho) + \frac{\eta}{\rho_c} \left[ 3 - \frac{\rho^2}{\rho_c^2} \right] \quad \text{pour } \rho \leq \rho_c$$

$$(II.38) \quad U_{cR} = -1 - \frac{V}{E} f(\rho) + \frac{2\eta}{\rho} \quad \text{pour } \rho \geq \rho_c$$

$$U_{cI} = -\frac{W}{E} g(\rho)$$

L'intégration numérique du système est effectuée par la méthode de Runge-Kutta à 3 points.

Nous obtenons ainsi  $\{x_e, x'_e, y_e, y'_e\}_{\rho = \rho_{\max}}$



C/ Calcul numérique des fonctions coulombiennes.

Nous avons également repris la méthode proposée par MELKANOFF ( 15 ) qui permet de calculer les fonctions de Coulomb régulière et irrégulière à l'origine ainsi que leurs dérivées premières pour les grandes valeurs de  $\rho$ .

Nous obtenons ainsi  $\{ F_e, F'_e, G_e, G'_e \}_{\rho = \rho_{\max}}$

D/ Calcul de la section efficace et variation des paramètres

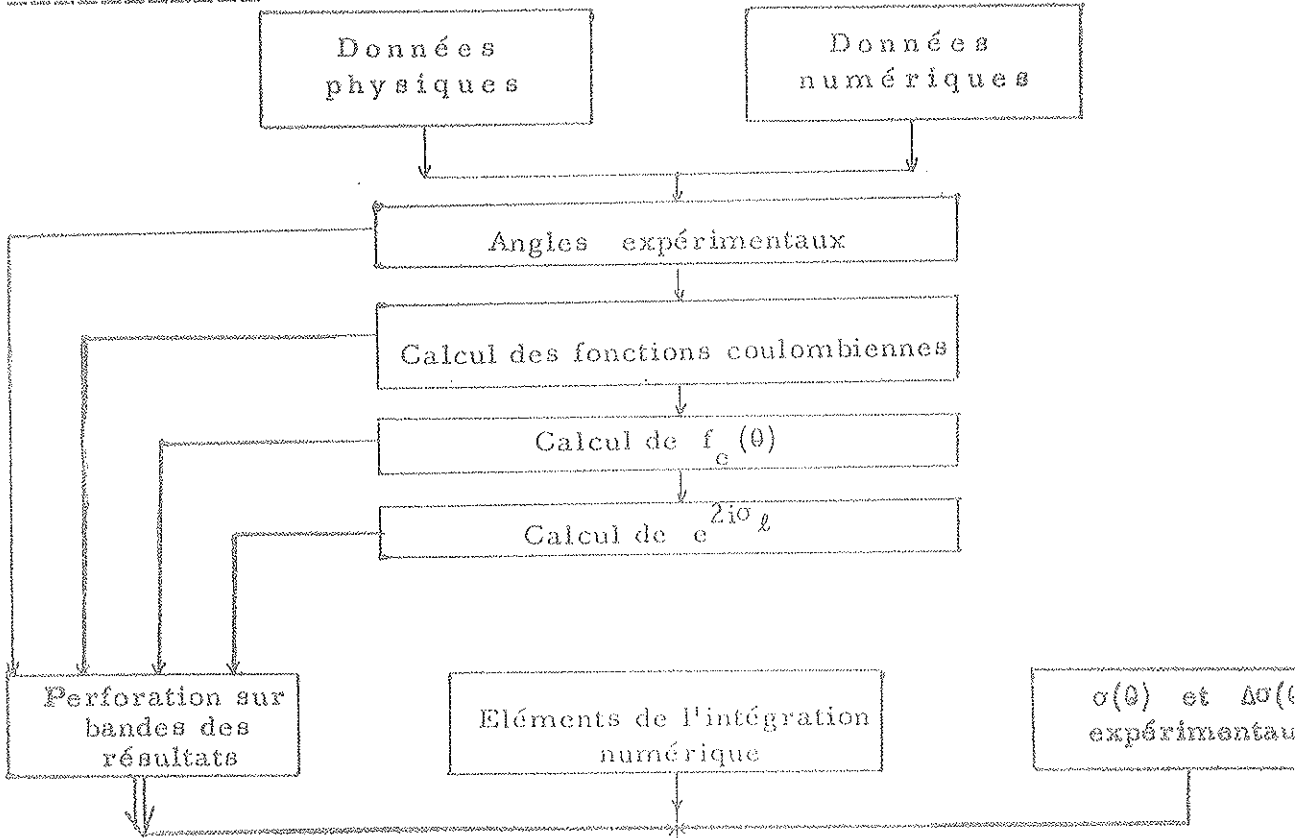
Ayant obtenu  $C_e$  à partir de la formule (II.29), on calcule  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  à l'aide des formules (II.28).

Les polynômes de Legendre sont calculés par récurrence de même que les facteurs  $e^{2l\sigma_e}$  (à partir de  $\sigma_0$ ).

Le schéma du calcul est donné sur la Figure. 5 -

ORDINOGRAMME DIFFUSION ELASTIQUE

1er Programme -



2ème Programme -

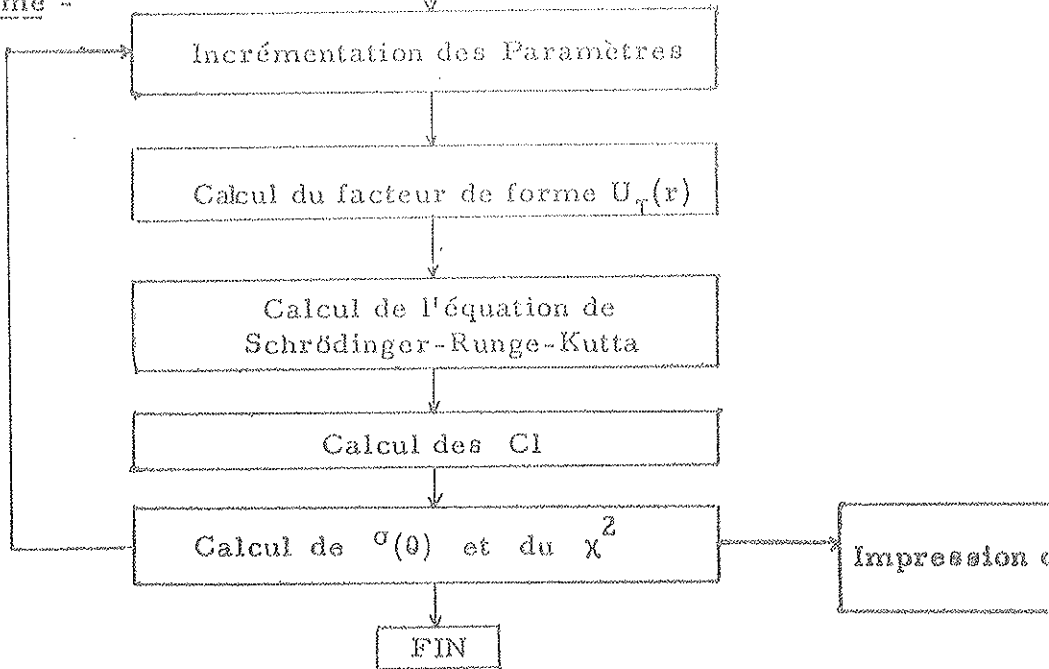


Figure 5

Ce programme est d'ailleurs valable pour la diffusion élastique des neutrons. Il suffit de prendre pour paramètre coulo bien  $\eta = 0$ .

L'ajustement des courbes théoriques avec les courbes expérimentales se fait par une méthode de moindres carrés :

On fait varier les paramètres du potentiel optique de façon à rendre minimale la quantité :

$$(11.39) \quad \chi^2 = \sum_{\theta} \left[ \frac{\sigma^{\text{th}}(\theta) - \sigma^{\text{exp}}(\theta)}{\Delta \sigma^{\text{exp}}(\theta)} \right]^2$$

où  $\sigma^{\text{th}}(\theta)$  est la section efficace différentielle théorique  $\sigma^{\text{exp}}(\theta)$  et  $\Delta \sigma^{\text{exp}}(\theta)$  sont respectivement la section efficace et l'erreur expérimentale.

Nous disposons théoriquement de 6 paramètres :

$$R_{0N}, R_{0C}, \alpha, V, W, \ell$$

Nous nous sommes limités pratiquement à une variation systématique des 4 paramètres  $R_{0N}, \alpha, V, W$ .

$$\begin{aligned} \text{En effet, on se fixe } R_{0C} &= 1.25 \text{ fm} \\ \ell &= 1 \text{ fm} \end{aligned}$$

L'étude de l'influence des paramètres sur la forme des distributions angulaires permet de fixer l'ordre dans lequel nous ferons varier ces paramètres pour rechercher le  $\chi^2$  minimum.

De manière générale (14,16)  $R_{0N}$  et  $V$  agissent sur la phase des oscillations, tandis que  $\alpha$  et  $W$  ont une influence sur leur amplitude.

Donc, en pratique, nous commencerons par ajuster au mieux la phase des oscillations en faisant varier  $R_{on}$  et  $V$ ,  $\alpha$  et  $W$  étant fixés à des valeurs habituelles.

L'amplitude des oscillations est ensuite ajustée à l'aide de  $W$  et de  $\alpha$ .

### III - RESULTATS -

#### . Diffusion élastique de particules $\alpha$ .

Nous avons analysé un certain nombre de résultats expérimentaux en vue de déterminer les meilleurs paramètres optiques.

1/ Sur un groupe de quatre noyaux légers :  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{16}\text{O}$  pour une énergie des particules incidentes de 28.5 MeV dans le système du laboratoire. Les courbes étudiées ont été établies par J. KOKAME, K. FUKUNAGA, H. NAKAMURA et N. INOUE ( 17 ), qui ont proposé une interprétation en termes du modèle de Blair.

Nous avons exploité leurs résultats à l'aide du modèle optique ( 18 ). Les paramètres obtenus sont donnés dans le Tableau I et les courbes correspondantes Figure (6, 7, 8, 9)

TABLEAU I

Noyau	: E cm	: a	: V	: W	: R <sub>0n</sub>
	: MeV	: Fermi	: Mev	: Mev	: Fermi
<sup>28</sup> Si	: 24.8	: 0.52	: - 50	: - 9	: 1.72
<sup>24</sup> Mg	: 24.3	: 0.51	: - 54	: - 9.5	: 1.75
<sup>20</sup> Ne	: 22.8	: 0.58	: - 48	: - 7.6	: 1.8
<sup>16</sup> O	: 21.8	: 0.53	: - 36	: - 14	: 1.73

2/ Sur le noyau <sup>12</sup>C pour  $E_{\alpha} \sim 14$  MeV. Nous avons déterminé les paramètres optiques correspondants en vue de leur utilisation dans l'étude de la réaction  $O^{16}(n, \alpha)C^{13}$  à  $E_n = 14$  MeV où les particules  $\alpha$  sont émises avec une énergie de 14.5 MeV.

Les résultats sont donnés figure ( 19 ). L'accord de la courbe théorique avec la courbe expérimentale (19) a été réalisé en prenant un facteur de forme gaussien pour le terme d'absorption. Par ailleurs, les valeurs de  $V$  sont très différentes de celles que l'on trouve habituellement :

$$\begin{array}{lll}
 a = 0.56 \text{ fm} & b = 1 \text{ fm} & R_{0c} = 1.25 \text{ fm} \\
 V = 105 \text{ Mev} & W = 6 \text{ Mev} & R_{0n} = 1.25 \text{ fm}
 \end{array}$$

Nous avons déjà trouvé des résultats du même ordre lors de l'étude de la diffusion élastique des particules  $\alpha$  de 50.5 Mev sur le <sup>12</sup>C ( 20 ).

Nous n'avons pas fait d'étude systématique relative à l'existence possible de plusieurs groupes de paramètres optiques, notre but étant de déterminer la meilleure fonction d'onde pour les calculs ultérieurs.

- Diffusion élastique des neutrons.

Nous avons étudié les noyaux  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{16}\text{O}$ , pour  $E_n = 14 \text{ MeV}$  (21,22).

Nous avons interprété ces courbes en prenant un facteur de forme gaussien pour l'absorption. Les résultats obtenus sont donnés Figures (11,12).

---

CHAPITRE III

CALCUL FORMEL

DE LA SECTION EFFICACE DIFFERENTIELLE.

# I - EXPRESSION DE L'AMPLITUDE DE TRANSITION.

## A/ Choix du processus et des potentiels.

Comme nous l'avons vu au chapitre I, le calcul de l'amplitude de transition  $T_{\alpha\beta}$  nécessite l'évaluation de deux termes (I.1).

$$(III.1) \quad T_{\alpha\beta}^1 = \langle \chi_{\beta}^{-} | V_{\beta} - \bar{V}_{\beta} | \psi_{\alpha}^{+} \rangle$$

$$T_{\alpha\beta}^2 = \langle \chi_{\beta}^{-} | V_{\alpha} - V_{\beta} + \bar{V}_{\beta} | \phi_{\alpha} \rangle$$

(avec les notations déjà précisées).

Les deux formes correspondantes sont : (I.17)

$$(III.2) \quad T_{\alpha\beta}'^1 = \langle \psi_{\beta}^{-} | V_{\alpha} - \bar{V}_{\alpha} | \chi_{\alpha}^{+} \rangle$$

$$T_{\alpha\beta}'^2 = \langle \phi_{\beta} | V_{\beta} - V_{\alpha} + \bar{V}_{\alpha} | \chi_{\alpha}^{+} \rangle$$

Nous devons donc maintenant expliciter les potentiels

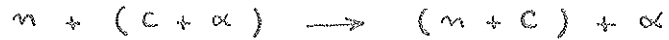
$V_{\alpha}$ ,  $V_{\beta}$ ,  $\bar{V}_{\alpha}$ ,  $\bar{V}_{\beta}$ .

Pour cela, il nous faut préciser la forme du processus de réaction envisagé ; nous avons supposé que le processus était du type :





Pour une réaction  $(n, \alpha)$ , nous aurons ainsi :



Nous pouvons alors exprimer  $V_\alpha$  et  $V_\beta$  en nous plaçant dans le cadre de l'approximation d'impulsion :

$$(III,3) \quad \begin{aligned} V_\alpha &= V_{ae} + V_{ec} \\ V_\beta &= V_{ae} + V_{ac} \end{aligned}$$

La forme des potentiels optiques disjoints  $\bar{V}_\alpha$  et  $\bar{V}_\beta$  qui sont responsables de la diffusion élastique dans les voies  $\alpha$  et  $\beta$  est beaucoup plus difficile à déterminer.

Il n'y a aucune relation connue entre les potentiels  $V_\alpha$  et leurs parties disjointes. Il faut donc faire des hypothèses sur les potentiels afin de pouvoir calculer les éléments de matrice  $T_{\alpha\beta}$ .

Supposons que le coeur C soit infiniment lourd: On peut alors montrer que dans ce cas  $T_{\alpha\beta}^e = 0$  ( 23 ).

Nous avons en effet :

$$T_{\alpha\beta}^e = \langle \chi_{\beta}^- | V_\alpha - V_\beta + \bar{V}_\beta | \phi_\alpha \rangle$$

En explicitant les fonctions d'onde représentant les états liés dans les voies  $\alpha$  et  $\beta$ , qui sont contenues implicitement dans  $\phi_\alpha$  et  $\chi_{\beta}^-$ , et en remplaçant les potentiels  $V_\alpha$  et  $V_\beta$  par les expressions ( III. 3 ), il vient :

$$(III.4) \quad T_{\alpha\beta}^e = \langle \chi_a^- \eta_b | V_{ec} - V_{ac} + \bar{V}_{a(e+c)} | \phi_b \eta_a \rangle$$

$\chi_a^-$  représente le mouvement relatif de la particule émette a par rapport au noyau résiduel ( b + c ).

$\phi_b$  est l'onde plane décrivant le mouvement relatif de particule incidente par rapport au noyau cible ( a + c ).

$\eta_a$  et  $\eta_b$  sont les fonctions d'onde représentant respectivement les états liés ( a, c ) et ( b, c ).

Donc  $\eta_a$  et  $\eta_b$  sont solutions des équations :

$$(III.5) \quad \begin{aligned} (-\epsilon_a - T_a - V_{a,c}) \eta_a &= 0 \\ (-\epsilon_b - T_b - V_{b,c}) \eta_b &= 0 \end{aligned}$$

$T_a$  et  $T_b$  sont les opérateurs cinétiques de a et b.  
 $\epsilon_a$  et  $\epsilon_b$  sont les énergies de liaison de a et b.

Pour expliciter les diverses variables sur lesquelles agissent les opérateurs, nous construisons le schéma habituel (Fig. 13) qui nous permet de définir le système de coordonnées suivant :

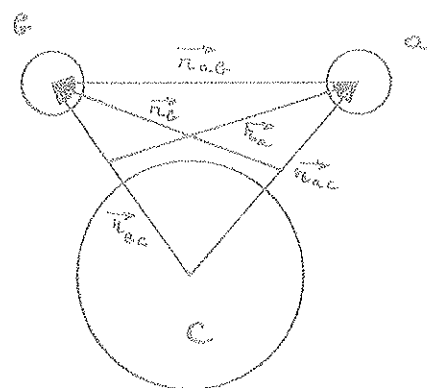
$$(III.6) \quad \left\{ \begin{aligned} \vec{r}_a &= \vec{r}_{ac} - \frac{m_c}{m_b + m_c} \vec{r}_{bc} \\ \vec{r}_b &= \vec{r}_{bc} - \frac{m_a}{m_a + m_c} \vec{r}_{ac} \end{aligned} \right.$$


Figure 13

$\vec{r}_a$  est la coordonnée relative reliant le centre de masse de la

particule  $a$  au centre de masse du noyau résiduel  $(b+c)$ .

De même  $\vec{r}_b$  relie  $b$  à  $(a+c)$ .

$\vec{r}_{ij}$  est la coordonnée relative reliant les centres de masse des particules  $i$  et  $j$ .

Dans ces conditions, nous avons :

$$T_{\alpha\beta}^i = \langle \chi_a^-(\vec{r}_a) \eta_b(\vec{r}_{bc}) | V_{bc}(\vec{r}_{bc}) - V_{ac}(\vec{r}_{ac}) + \overline{V}_{a(b+c)}(\vec{r}_a) \phi_c(\vec{r}_c) \eta_a(\vec{r}_{ac}) \rangle$$

Si nous supposons que le coeur  $C$  est infiniment lourd nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \vec{r}_a &= \vec{r}_{ac} \\ \vec{r}_b &= \vec{r}_{bc} \end{aligned}$$

et

$$\overline{V}_{a(b+c)}(\vec{r}_a) = V_{ac}(\vec{r}_{ac})$$

Donc :

$$T_{\alpha\beta}^i = \langle \chi_a^-(\vec{r}_{ac}) \eta_b(\vec{r}_{bc}) | V_{bc}(\vec{r}_{bc}) | \phi_c(\vec{r}_{bc}) \eta_a(\vec{r}_{ac}) \rangle$$

$\chi_a$  étant solution de :

$$(III.7) \quad (-E_a - T_a - V_{ac}) \chi_a = 0$$

c'est-à-dire que  $\chi_\alpha$  est la fonction d'onde représentant la diffusion élastique de la particule  $a$  par le coeur  $C$ .

Nous voyons donc d'après les formules (III. 5) et (III. 7) que  $\eta_\alpha$  et  $\chi_\alpha$  sont fonctions propres du même opérateur,  $T_\alpha + V_\alpha$  ayant des valeurs propres différentes. Ces fonctions sont donc orthogonales. Donc :

$$T_{\alpha\beta}^2 = 0 \quad \text{dans ce cas.}$$

Plaçons nous maintenant dans le cas où nous ne faisons pas l'hypothèse d'un coeur infiniment lourd.

Nous avons donc à calculer séparément deux éléments de matrice.

A notre connaissance, le second terme n'a jamais été évalué, comme le signale GREIDER (31). Certains auteurs (32) extrapolant le calcul précédent l'affirment négligeable. En fait, le calcul de  $T_{\alpha\beta}^2$  pourrait être envisagé, mais à l'aide d'approximations sur les potentiels difficilement contrôlables.

Dans les calculs classiques de D.W.B.A., on fait habituellement les approximations suivantes :

I/ On néglige  $T_{\alpha\beta}^2$ .

Il ne reste alors plus qu'à évaluer  $T_{\alpha\beta}^1$  donné par :

$$T_{\alpha\beta}^1 = \langle \chi_\beta^- | V_\beta - \bar{V}_\beta | \psi_\alpha^+ \rangle$$

2/ On remplace  $\Psi_{\alpha}^{+}$  par  $\chi_{\alpha}^{+}$  c'est-à-dire que l'on doit maintenant calculer :

$$\left(T_{\alpha\beta}\right)_{DWBA} = \langle \chi_{\beta}^{-} | V_{\beta} - \bar{V}_{\beta} | \chi_{\alpha}^{+} \rangle$$

avec  $V_{\beta} = V_{a,b} + V_{a,c}$  et  $\bar{V}_{\beta} = \bar{V}_{a(b+c)}$

Il va sans dire que les difficultés pour disjoindre une partie du potentiel  $V_{\beta}$  sont les mêmes que pour  $T_{\alpha\beta}^2$ .

On fait alors l'approximation suivante sur les potentiels

3/ On suppose que la contribution de  $V_{a,c} - \bar{V}_{a(b+c)}$  est négligeable.

Dans ces conditions, l'amplitude de transition s'écrit :

$$(III.8) \quad \left(T_{\alpha\beta}\right)_{DWBA} = \langle \chi_{\beta}^{-} | V_{a,b} | \chi_{\alpha}^{+} \rangle$$

Nous voyons donc qu'il est très difficile de contrôler les approximations que nous avons faites, en particulier celle qui consiste à négliger la contribution de  $V_{a,c} - \bar{V}_{a(b+c)}$ . Tout au plus peut-on dire que cette approximation a le plus de chances d'être valable quand  $b$  est un nucléon.

De plus, il semble difficile d'améliorer la méthode. C'est pourquoi nous proposons d'aborder ce problème en reportant la difficulté sur les fonctions d'onde  $\phi$  et  $\psi$ .

Nous avons vu que  $\psi$  et  $\phi$  pouvaient s'exprimer en

fonction de  $\chi$  à l'aide des formules ( I. 15 ) et ( I. 14 ) :

$$\begin{aligned} \psi^{\pm} &= \chi^{\pm} + \frac{1}{E - H_0 - V \pm i\epsilon} (V - \bar{V}) \chi^{\pm} \\ (III.9) \quad \phi &= \chi^{\pm} - \frac{1}{E - H_0 \pm i\epsilon} \bar{V} \chi^{\pm} \end{aligned}$$

Nous pouvons alors faire une double approximation de B en remplaçant  $\psi$  et  $\phi$  par le premier terme de leurs développements (III. 9), c'est-à-dire que nous posons :

$$\begin{aligned} \psi &\longrightarrow \chi \\ \phi &\longrightarrow \chi \end{aligned}$$

En remplaçant dans ( III. 1 ), il vient :

$$T_{\alpha\beta}^1 = \langle \chi_{\beta}^{-} | V_{\beta} - \bar{V}_{\beta} | \chi_{\alpha}^{+} \rangle$$

$$T_{\alpha\beta}^2 = \langle \chi_{\beta}^{-} | V_{\alpha} - V_{\beta} + \bar{V}_{\beta} | \chi_{\alpha}^{+} \rangle$$

D'où l'amplitude de transition :

$$(III.10) \quad T_{\alpha\beta} = \langle \chi_{\beta}^{-} | V_{\alpha} | \chi_{\alpha}^{+} \rangle$$

En partant des formules ( III. 2 ), nous obtenons de même :

$$(III.11) \quad T_{\alpha\beta} = \langle \chi_{\beta}^{-} | V_{\beta} | \chi_{\alpha}^{+} \rangle$$

Ceci n'est bien sûr qu'une approximation qui peut être discutable. Le remplacement de l'onde  $\Psi$  par une onde distordue est certainement plus justifié que le remplacement de l'onde plane que l'on connaît par une onde distordue  $\chi$  qui ne peut être déterminée que d'une manière approchée.

Cependant, nous pouvons espérer améliorer la méthode en considérant les autres termes des développements.

Remarquons enfin que les résultats obtenus ne sont pas en contradiction avec ceux déjà obtenus (24, 25, 26) :

En effet, nous avons :

$$T_{\alpha\beta} = \langle \chi_{\beta}^{-} | V_{\alpha} | \chi_{\alpha}^{+} \rangle$$

ou

$$T_{\alpha\beta} = \langle \chi_{\beta}^{-} | V_{\beta} | \chi_{\alpha}^{+} \rangle$$

Ces formules peuvent s'écrire, d'après les formes de potentiels  $V_{\alpha}$  et  $V_{\beta}$  données en (III. 3) :

$$(III.12) \quad T_{\alpha\beta} = \langle \chi_{\beta}^{-} | V_{ae} + V_{ec} | \chi_{\alpha}^{+} \rangle \quad \text{"prior"}$$

$$T_{\alpha\beta} = \langle \chi_{\beta}^{-} | V_{ae} + V_{ac} | \chi_{\alpha}^{+} \rangle \quad \text{"post"}$$

Nous retrouvons ainsi deux éléments de matrice, qui, séparément, représentent deux processus différents :

$$(III.13) \quad - \quad T_{\alpha\beta} = \langle \chi_{\beta}^{-} | V_{ae} | \chi_{\alpha}^{+} \rangle \quad \text{correspond à un processus appelé habituellement "knock-on" (24).}$$

$$(III.14) \quad - \quad T_{\alpha\beta} = \langle \chi_{\beta}^{-} | V_{ec} \text{ (ou } V_{ac}) | \chi_{\alpha}^{+} \rangle \quad \text{correspond à un processus dit de "HPS" (Heavy Particle Stripping) (25, 26).}$$

Mais nous noterons que dans notre étude ces deux éléments ne représentent pas des processus individuels purs, mais contribuent tous les deux à l'amplitude de transition. Il sera donc indispensable de tenir compte des termes d'interférences dans le calcul de la section efficace différentielle.

### B/ Expression de l'amplitude de transition.

Comme nous l'avons vu au paragraphe A, le processus  $(m, \alpha)$  envisagé est du type général :

$$b + (c + a) \longrightarrow (b + c) + a$$

Nous avons donné (Fig. 13) le schéma qui nous a permis de définir les variables de position.

Les spins des particules sont donnés dans le tableau suivant :

Particule	a e <sub>1</sub> a	b e <sub>1</sub> b	a e <sub>1</sub>	b e <sub>1</sub> F	I	C e <sub>1</sub>	C e <sub>1</sub> F	a 1c	b 1c	F
Spin	s <sub>a</sub>	s <sub>b</sub>	s <sub>a</sub>	s <sub>b</sub>	I <sub>i</sub>	j <sub>c</sub>	j <sub>c</sub>	l <sub>a</sub>	l <sub>b</sub>	I <sub>f</sub>
Projection	m <sub>a</sub>	m <sub>b</sub>	m' <sub>a</sub>	m' <sub>b</sub>	M <sub>i</sub>	M <sub>c</sub>	M' <sub>c</sub>	m <sub>a</sub>	m <sub>b</sub>	M <sub>f</sub>

Nous avons ainsi :

$$\vec{I}_i = \vec{j}_c + \vec{j}_a$$

$$\vec{j}_a = \vec{l}_a + \vec{s}_a$$

$$\vec{I}_f = \vec{j}_c + \vec{j}_b$$

$$\vec{j}_b = \vec{l}_b + \vec{s}_b$$

(III.15)



Dans ces conditions, l'amplitude de transition s'écrit :

$$(III.16) \quad T = \int \psi_a(\vec{k}_a, \vec{n}_a)^* \phi_{s_a r_a}(\xi_a)^* \chi_{I_f H_f}(\xi_c, \xi_e, \vec{n}_{ec})^* \{V\} \\ \times \psi_e(\vec{k}_e, \vec{n}_e) \phi_{s_e r_e}(\xi_e) \chi_{I_i H_i}(\xi_c, \xi_a, \vec{n}_{ac}) d\xi_a d\xi_e d\xi_c d\vec{n}_a$$

avec les notations suivantes :

- $\xi_i$  = variables internes de la particule  $i$ .
- $\chi_{I_f H_f}$  et  $\chi_{I_i H_i}$  sont les fonctions d'ondes respectives du noyau final et du noyau initial.
- $\phi_{s_a r_a}$  et  $\phi_{s_e r_e}$  sont les fonctions d'onde décrivant les états internes respectifs des particules émergente et incidente supposées sans structure.
- $\psi_a$  et  $\psi_e$  sont les fonctions d'onde distordues par les potentiels optiques appropriés, décrivant le mouvement relatif respectivement :
  - . de la particule émergente  $a$  et du noyau résiduel  $F$
  - . de la particule incidente  $b$  et du noyau cible  $I$ .
- $\{V\}$  est le potentiel d'interaction dont nous précisons la forme analytique par la suite.

Les approximations suivantes sont faites :

- 1/ Les potentiels distordants sont indépendants des spins.
- 2/ L'interaction  $\{V\}$  est centrale.

3/ On suppose que les particules a et b sont sans structure.

4/ Les noyaux et les potentiels distordants correspondant sont supposés à symétrie sphérique.

## II - CALCUL DE L'AMPLITUDE DE TRANSITION.

Nous pouvons écrire les fonctions d'onde sous la forme

$$\phi_{s_a p_a}(\xi_a)^* = \langle s_a p_a | \xi_a \rangle$$

$$\phi_{s_e p_e}(\xi_e) = \langle \xi_e | s_e p_e \rangle$$

$$\chi_{I_i M_i}(\xi_c, \xi_a, \vec{n}_{ac}) = \langle \xi_c, \xi_a, \vec{n}_{ac} | I_i M_i \rangle$$

$$\chi_{I_f M_f}(\xi_c, \xi_e, \vec{n}_{ec})^* = \langle I_f M_f | \xi_c, \xi_e, \vec{n}_{ec} \rangle$$

Décomposons  $\chi_{I_i M_i}$  par exemple. Nous avons :

$$\vec{I}_i = \vec{j}_c + \vec{j}_a$$

$$\vec{j}_a = \vec{l}_a + \vec{s}_a$$

Nous allons exprimer  $\chi_{I_i M_i}$  à l'aide des fonctions d'onde du coeur C et de la particule a :

$$| I_i M_i \rangle = \sum_{m_c m_a} \langle j_c m_c j_a m_a | I_i M_i \rangle | j_c m_c \rangle | j_a m_a \rangle$$

$$| j_a m_a \rangle = \sum_{m_l m_s} \langle l_a m_l s_a m_s | j_a m_a \rangle | l_a m_l \rangle | s_a m_s \rangle$$

D'où, en passant des coefficients de Clebsch-Gordan aux coefficients "3j" :

$$\chi_{I_1 I_2 I_3}(\xi_c, \xi_a, \vec{n}_{ac}) = \hat{I}_1 \hat{I}_2 \hat{I}_3 \begin{bmatrix} j_a & s_a \\ j_c & l_a \end{bmatrix} \sum_{\substack{(m_c m_a) \\ (m_a m'_a)}} \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & \bar{m}_2 \\ \bar{m}_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_a & I_1 \\ m_c & m_a & -m_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_a & s_a & j_a \\ m_a & m'_a & -m_a \end{pmatrix} \\ \times \langle \xi_c | j_c m_c \rangle \langle \xi_a | s_a m'_a \rangle \langle \vec{n}_{ac} | l_a m_a \rangle$$

Avec les notations :

$$\left[ \begin{matrix} X \\ \end{matrix} \right] = (-1)^X \quad \text{et} \quad \bar{X} = -X \quad , \quad \hat{X} = \sqrt{2X+1}$$

On a fait ainsi apparaître les fonctions d'onde internes du coeur C et de la particule a :

$$\langle \xi_c | j_c m_c \rangle = \phi_{j_c m_c}(\xi_c)$$

$$\langle \xi_a | s_a m'_a \rangle = \phi_{s_a m'_a}(\xi_a)$$

La fonction  $\langle \vec{n}_{ac} | l_a m_a \rangle$  représente la fonction de couplage entre la particule a et le coeur C. On peut l'écrire, séparant parties radiale et angulaire :

$$(III.17) \quad \langle \vec{n}_{ac} | l_a m_a \rangle = i^{l_a} Y_{l_a}^{m_a}(\hat{n}_{ac}) u_{l_a}(r_{ac})$$

où  $\hat{n}_{ac} = (\vartheta_{ac}, \varphi_{ac}) =$  coordonnées angulaires de  $\vec{n}_{ac}$

D'où finalement :

$$(III.18) \quad \chi_{I_1 I_2 I_3}(\xi_c, \xi_a, \vec{n}_{ac}) = \hat{I}_1 \hat{I}_2 \hat{I}_3 \begin{bmatrix} j_a & s_a \\ j_c & l_a \end{bmatrix} \sum_{\substack{(m_c m_a) \\ (m_a m'_a)}} \begin{bmatrix} \bar{m}_1 \\ \bar{m}_2 \\ \bar{m}_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_a & I_1 \\ m_c & m_a & -m_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_a & s_a & j_a \\ m_a & m'_a & -m_a \end{pmatrix} \\ \times \phi_{j_c m_c}(\xi_c) \phi_{s_a m'_a}(\xi_a) i^{l_a} Y_{l_a}^{m_a}(\hat{n}_{ac}) u_{l_a}(r_{ac})$$

Remarquons que si nous avons tenu compte du mélange des configurations possibles, nous aurions dû écrire :

$$(III.19) \quad \chi_{I_i n_i}(\xi_c, \xi_a, \vec{n}_{ac}) = \sum_{\substack{j_c j_a l_a \\ (n_c n_a m_a m'_a)}} \theta_{j_a l_a}^{(j_c)} \hat{I}_i \hat{j}_a \begin{bmatrix} j_a & s_a & n_i \\ j_c & l_a & n_a \end{bmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_a & I_i \\ n_c & n_a & -n_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_a & s_a & j_a \\ m_a & m'_a & -m_a \end{pmatrix} \\ \times \phi_{j_c n_c}(\xi_c) \phi_{s_a m'_a}(\xi_a) i^{l_a} \gamma_{l_a}^{m_a}(\hat{n}_{ac}) u_{l_a}(n_{ac})$$

où  $\theta_{j_a l_a}^{(j_c)}$  représente la probabilité pour que le noyau  $I$  soit dans l'état représenté par une particule  $a$  liée à un coeur  $C$  spin  $j_c$ , la particule  $a$  ayant un moment orbital relatif  $l_a$  par rapport au coeur  $C$  et un moment total  $j_a$ . ( $\vec{j}_a = \vec{l}_a + \vec{s}_a$ )

Nous avons supposé dans toute la suite du calcul qu'il n'avait pas mélange de configurations.

Nous pouvons écrire de même :

$$(III.20) \quad \chi_{I_f n_f}(\xi_c, \xi_e, \vec{n}_{ec})^* = \hat{I}_f \hat{j}_e \begin{bmatrix} j_e & s_e \\ j_c & l_e \end{bmatrix} \sum_{\substack{(n'_c n_e) \\ (m_e m'_e)}} \begin{bmatrix} n_f \\ n_e \end{bmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_e & I_f \\ n'_c & n_e & -n_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_e & s_e & j_e \\ m_e & m'_e & -m_e \end{pmatrix} \\ \times \phi_{j_c n'_c}(\xi_c)^* \phi_{s_e m'_e}(\xi_e)^* i^{-l_e} \gamma_{l_e}^{m_e}(\hat{n}_{ec})^* u_{l_e}(n_{ec})$$

L'amplitude de transition s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
 T = & \hat{I}_i \hat{I}_f \hat{J}_a \hat{J}_e \begin{bmatrix} j_a & j_e & s_a & s_e \\ 2j_c & \bar{e}_a & \bar{e}_e \end{bmatrix} \sum_{\substack{(m_c m_a m_e) \\ (m'_c m_a m'_e)}} \begin{bmatrix} \bar{m}_i & \bar{m}_f \\ \bar{m}_a & \bar{m}_e \end{bmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_a & I_i \\ m_c & m_a & -m_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_a & s_a & j_a \\ m_a & \mu'_a & -m_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_e & I_f \\ m'_c & m_e & -m'_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_e & s_e & j_e \\ m'_e & \mu'_e & -m'_e \end{pmatrix} \\
 & \times \int \psi_a(\vec{k}_a, \vec{n}_a)^* u_{e_e}(n_{e_c})^* i^{-e_e} \gamma_{e_e}^{m_e}(\hat{n}_{e_c})^* \phi_{s_a \mu'_a}(\xi_a)^* \phi_{j_c m'_c}(\xi_c)^* \phi_{s_e \mu'_e}(\xi_e)^* \{ \\
 & \times \phi_{\mu'_e \mu'_e}(\xi_e) \phi_{j_c m_c}(\xi_c) \phi_{s_a \mu'_a}(\xi_a) i^{e_a} \gamma_{e_a}^{m_a}(\hat{n}_{a_c}) u_{e_a}(n_{a_c}) \psi_e(\vec{k}_e, \vec{n}_e) d\xi_a d\xi_e d\xi_c d\vec{n}_{a_c} d\vec{n}_{e_c}
 \end{aligned}$$

Nous pouvons séparer les intégrations sur les variables internes et sur les coordonnées relatives.

On intègre sur  $\xi_a, \xi_e, \xi_c$  en supposant  $\{V\}$  indépendant de ces variables :

$$\int \phi_{s_a \mu'_a}(\xi_a)^* \phi_{j_c m'_c}(\xi_c)^* \phi_{s_e \mu'_e}(\xi_e)^* \phi_{j_c m_c}(\xi_c) \phi_{s_e \mu'_e}(\xi_e) \phi_{s_a \mu'_a}(\xi_a) d\xi_a d\xi_e d\xi_c = \Theta \delta_{\mu'_a \mu'_a} \delta_{\mu'_e \mu'_e} \delta_{m_c m'_c}$$

où  $\Theta = \Theta_{s_a s_e}^{j_c} =$  largeur réduite.

En sommant sur  $\mu'_a, \mu'_e$  et  $m_c$  il vient alors :

$$\begin{aligned}
 (III.21) \quad T = & \hat{I}_i \hat{I}_f \hat{J}_a \hat{J}_e \Theta_{s_a s_e}^{j_c} \sum_{\substack{(m_c m_a m_e) \\ (m_a m_e)}} \begin{bmatrix} j_a & j_e & s_a & s_e \\ 2j_c & \bar{e}_a & \bar{e}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{m}_i & \bar{m}_f \\ \bar{m}_a & \bar{m}_e \end{bmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_a & I_i \\ m_c & m_a & -m_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_a & s_a & j_a \\ m_a & \mu_a & -m_a \end{pmatrix} \\
 & \times \begin{pmatrix} j_c & j_e & I_f \\ m_c & m_e & -m'_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_e & s_e & j_e \\ m_e & \mu_e & -m_e \end{pmatrix} \times \mathbb{H}_{e_a m_a}^{e_e m_e}
 \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 (III.22) \quad \mathbb{H}_{e_a m_a}^{e_e m_e} = & \int \psi_a(\vec{k}_a, \vec{n}_a)^* u_{e_e}(n_{e_c})^* i^{-e_e} \gamma_{e_e}^{m_e}(\hat{n}_{e_c})^* \{V\} \\
 & \times u_{e_a}(n_{a_c}) i^{e_a} \gamma_{e_a}^{m_a}(\hat{n}_{a_c}) \psi_e(\vec{k}_e, \vec{n}_e) d\vec{n}_{a_c} d\vec{n}_{e_c}
 \end{aligned}$$

III - CALCUL DE LA SECTION EFFICACE DIFFERENTIELLE

Nous avons utilisé la méthode de sommation graphique des coefficients d'addition vectorielle ( 27 ), dont l'application permet de calculer les sections efficaces différentielles (28,29,30 ).

Les principales formules que nous avons employées au cours du calcul sont données dans l'Appendice.

- Représentation graphique de l'amplitude de transition.

Nous conviendrons de représenter graphiquement

$$\sum_m (-)^{l-m} A_{em} B_{e-m} \text{ par :}$$

$$(III.23) \quad \sum_m \begin{bmatrix} l \\ m \end{bmatrix} \boxed{A_{em}} \xrightarrow{l} \xrightarrow{l} \boxed{B_{e-m}} = \boxed{A_{em}} \xrightarrow{l} \boxed{B_{e-m}}$$

D'après l'expression de l'amplitude de transition (III.21) nous voyons qu'il faut faire apparaître un bloc de la forme :



D'après l'expression de  $H_{l_a m_a}^{l_e m_e}$  il vient, comme

$$Y_e^m(\Omega)^* = (-)^m Y_e^{-m}(\Omega)$$

$$(III.24) \quad H_{l_a m_a}^{l_e m_e} = \begin{bmatrix} m_e \end{bmatrix} JH_{l_a m_a}^{l_e - m_e} = \begin{bmatrix} m_e \end{bmatrix} \left[ \begin{array}{c} l_a \\ \leftarrow \\ \rightarrow \\ l_e \end{array} \right] \boxed{JH_{l_a m_a}^{l_e - m_e}}$$

avec :

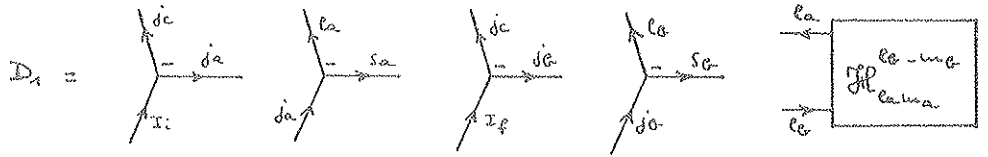
$$(III.25) \quad \mathcal{H}_{e_a m_a}^{e_c - m_c} = \int \Psi_a(\vec{k}_a, n_a)^* u_{e_c}(n_{e_c})^* i^{-l_e} \gamma_{e_c}^{-m_c}(\hat{n}_{e_c}) \{V\} \\ \times u_{e_a}(n_{e_a}) i^{l_a} \gamma_{e_a}^{m_a}(\hat{n}_{e_a}) \Psi_c(\vec{k}_c, n_c) d\vec{n}_{e_c}$$

On peut donc écrire symboliquement :

$$T = \alpha \theta \sum_{\substack{(n_c n_a m_a) \\ (n_e m_e)}} \Phi_1 \cdot D_1 \quad \text{avec :}$$

$$\alpha = \hat{I}_i \hat{I}_f \hat{j}_a \hat{j}_e$$

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} j_a & j_e & s_a & s_e \\ \bar{j}_c & \bar{l}_a & \bar{l}_e & \bar{l}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{n}_i & \bar{n}_f \\ \bar{n}_a & \bar{n}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_e \end{bmatrix}$$



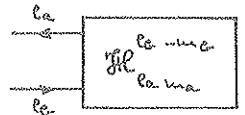
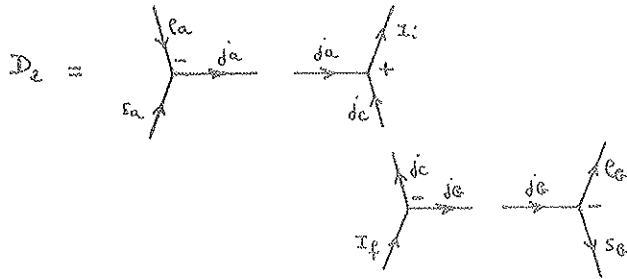
Pour représenter graphiquement la sommation sur un moment magnétique  $m$  de 2 blocs, il faut qu'il y ait le signe  $[e \bar{m}]$  et que les 2 blocs soient de la forme  $R_{em}$  et  $B_{e-m}$ .

Nous allons donc faire apparaître les signes corrects dans l'expression de  $T$  :

$$T = \alpha \theta \sum_{\substack{(n_c n_a m_a) \\ (n_e m_e)}} \Phi_2 \cdot D_2$$

$$\Phi_2 = \Phi_1 \cdot \Phi_3 \cdot \bar{\Phi}_3$$

$$\Phi_3 = \begin{bmatrix} j_c & j_a & j_e & l_a & l_e \\ \bar{m}_c & \bar{m}_a & \bar{m}_e & \bar{m}_a & \bar{m}_e \end{bmatrix}$$



Calculons  $\bar{\Phi}_3 \cdot \Phi_1$  : compte tenu de  $M_i = M_c + M_a$  et  $M_e = M_c + M_e$

$$\bar{\Phi}_3 \cdot \Phi_1 = \begin{bmatrix} j_a & j_e & s_a & s_e & \bar{m}_i & \bar{m}_e \\ 2j_c & l_a & l_e & m_c & \bar{m}_a & \bar{m}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_c & j_a & j_e & l_a & l_e \\ M_c & M_a & M_e & m_a & m_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_a & s_e & j_c \\ \bar{m}_e & \bar{m}_a \end{bmatrix}$$

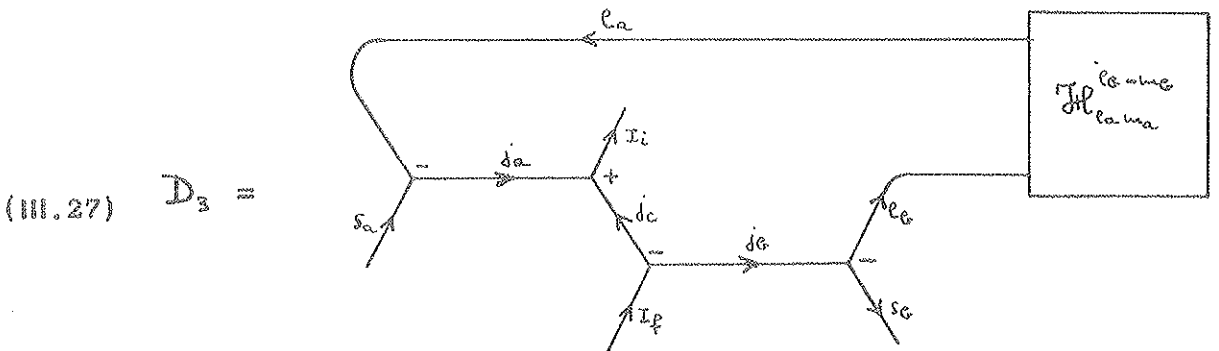
On peut alors représenter les sommations sur  $M_c, M_a, M_e, m_c, m_a, m_e$  en joignant les lignes cinétiques correspondantes :

$$\sum_{\substack{(M_c, M_a, M_e) \\ (m_c, m_a, m_e)}} \Phi_3 \cdot D_2 = D_3$$

D'où :

$$(III.26) \quad T = \alpha \cdot \Theta_{s_a s_e}^{j_c} \begin{bmatrix} s_a & s_e & j_c \\ \bar{m}_e & \bar{m}_a \end{bmatrix} \cdot D_3$$

avec





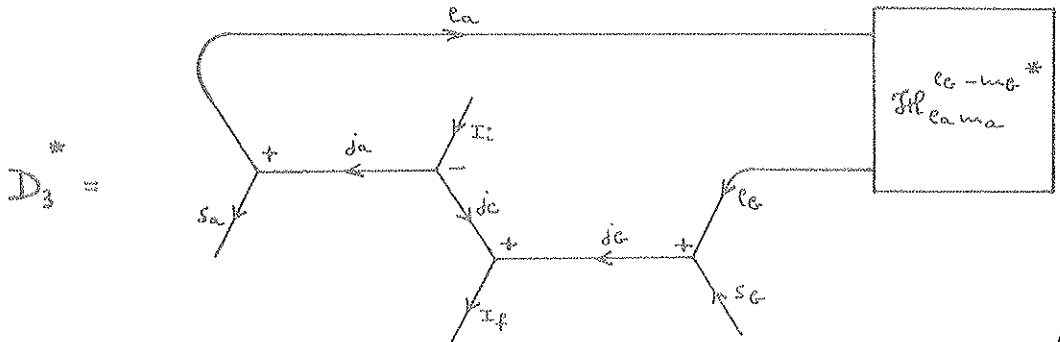
- Représentation du conjugué de l'amplitude de transition

Nous appliquons la règle de conjugaison d'un graphe :  
change les sens des pôles et les sens des flèches.

Donc :

$$T^* = \alpha \cdot \Theta_{s_a s_b}^{j_c} \left[ \begin{array}{cc} s_a & s_c \\ \overline{m_f} & \overline{m_a} \end{array} \right] \cdot D_3^*$$

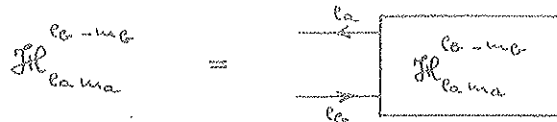
avec



Regardons quelle est la signification du bloc

$H_{l_a m_a}^{l_e - m_e}$

On a vu d'après (III.24) que :



D'après (III.25) on aura :

(III.28)

$$H_{l_a m_a}^{l_e - m_e} = \left[ \begin{array}{c} m_a \\ m_e \end{array} \right] \int \psi_a(\vec{k}_a, \vec{n}_a) u_{l_e}(n_{ec}) i^{l_e} \gamma_{l_e}^{m_e}(\hat{n}_{ec}) \{ T \\ \times u_{l_a}(n_{ac})^* i^{-l_a} \gamma_{l_a}^{-m_a}(\hat{n}_{ac}) \psi_e(\vec{k}_e, \vec{n}_e)^* d\vec{n}_e$$

que l'on pourra écrire :

$$H_{e_a m_e}^{e_a - m_e *} = (-)^{m_a - m_e} H_{e_a - m_a}^{e_a m_e}, \text{ avec :}$$

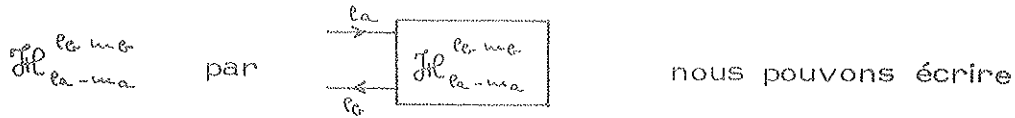
$$H_{e_a - m_a}^{e_a m_e} = \int \Psi_a(\vec{k}_a, \vec{n}_a) u_{e_a}(n_{e_a}) i^{e_a} \gamma_{e_a}^{m_e}(\hat{n}_{e_a}) \{ \mathcal{V} \}$$

$$\times u_{e_a}(n_{e_a})^* i^{-e_a} \gamma_{e_a}^{-m_a}(\hat{n}_{e_a}) \Psi_e(\vec{k}_e, \vec{n}_e)^* d\vec{n}_{e_a}$$

On voit, d'après l'expression (III.22) de  $H_{e_a m_a}^{e_a - m_e}$  que l'

$$(III.29) \quad H_{e_a m_a}^{e_a m_e *} = (-)^{m_a} H_{e_a - m_a}^{e_a m_e}$$

Donc, si nous représentons graphiquement



$$T^* = \alpha \cdot \Theta^* \cdot \begin{bmatrix} s_a & s_e & j_c \\ \bar{n}_f & \bar{n}_a & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_a \\ \bar{m}_e \end{bmatrix} \cdot D_4$$

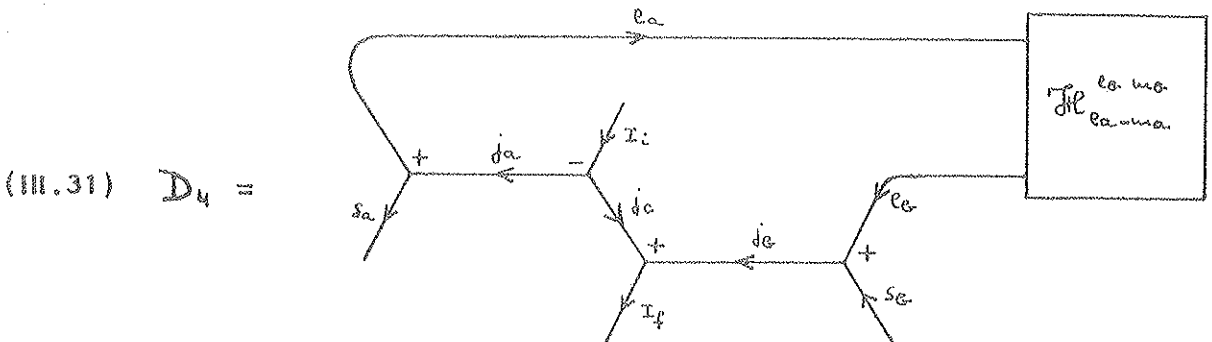
Or, d'après les conditions d'existence des coefficients

$$\begin{bmatrix} \bar{n}_f & \bar{n}_a & m_a & \bar{m}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{n}_f & \bar{n}_a & m_a & m_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{n}_c & \bar{n}_e & \bar{n}_a & \bar{n}_e & \bar{m}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Finalement :

$$(III.30) \quad T^* = \alpha \cdot \Theta_{s_a s_e}^{j_c *} \begin{bmatrix} s_a & s_e & j_c \\ \bar{n}_i & \bar{m}_e \end{bmatrix} \cdot D_4$$

avec



- Calcul graphique de la section efficace différentielle.

Nous avons :

$$(III.32) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = C \cdot \sum_{\substack{(n_i, n_f) \\ (\mu_a, \mu_e)}} T \cdot T^* \quad C = \text{Cte}$$

Donc, d'après les expressions (III.26) et (III.30) :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = C \alpha^2 |\theta|^2 \Phi \sum_{(n_i, n_f, \mu_a, \mu_e)} \begin{bmatrix} \bar{n}_i & \bar{n}_f \\ \bar{\mu}_a & \bar{\mu}_e \end{bmatrix} \cdot \mathcal{D}_3 \cdot \mathcal{D}_4$$

avec

$$\Phi = \begin{bmatrix} z_{s_a} & z_{s_e} & z_{j_c} \end{bmatrix}$$

Faisons apparaître le signe  $\begin{bmatrix} J & \bar{M} \end{bmatrix}$  convenable pour pouvoir effectuer les sommations graphiques sur  $n_i, n_f, \mu_a, \mu_e$  :

$$\begin{bmatrix} \bar{n}_i & \bar{n}_f \\ \bar{\mu}_a & \bar{\mu}_e \end{bmatrix} = \Phi_{I_4} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_i & \bar{I}_f & \bar{s}_a & \bar{s}_e \end{bmatrix} = \Phi_{I_4} \cdot \Phi_{I_5}$$

avec

$$\Phi_{I_5} = \begin{bmatrix} \bar{I}_i & \bar{I}_f \\ \bar{s}_a & \bar{s}_e \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{I_4} = \begin{bmatrix} \bar{I}_i & \bar{I}_f & \bar{s}_a & \bar{s}_e \\ \bar{n}_i & \bar{n}_f & \bar{\mu}_a & \bar{\mu}_e \end{bmatrix}$$

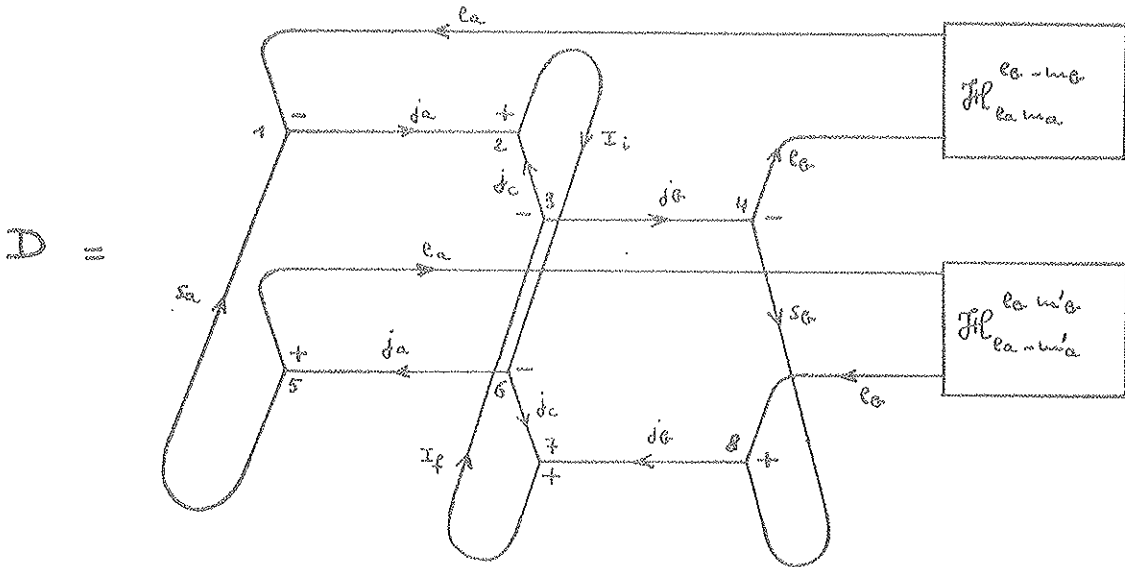
D'où

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = C \alpha^2 \left| \theta_{s_a s_e}^{j_c} \right|^2 \Phi \cdot \Phi_{I_5} \sum_{\substack{(n_i, n_f) \\ (\mu_a, \mu_e)}} \Phi_{I_4} \cdot \mathcal{D}_3 \cdot \mathcal{D}_4$$

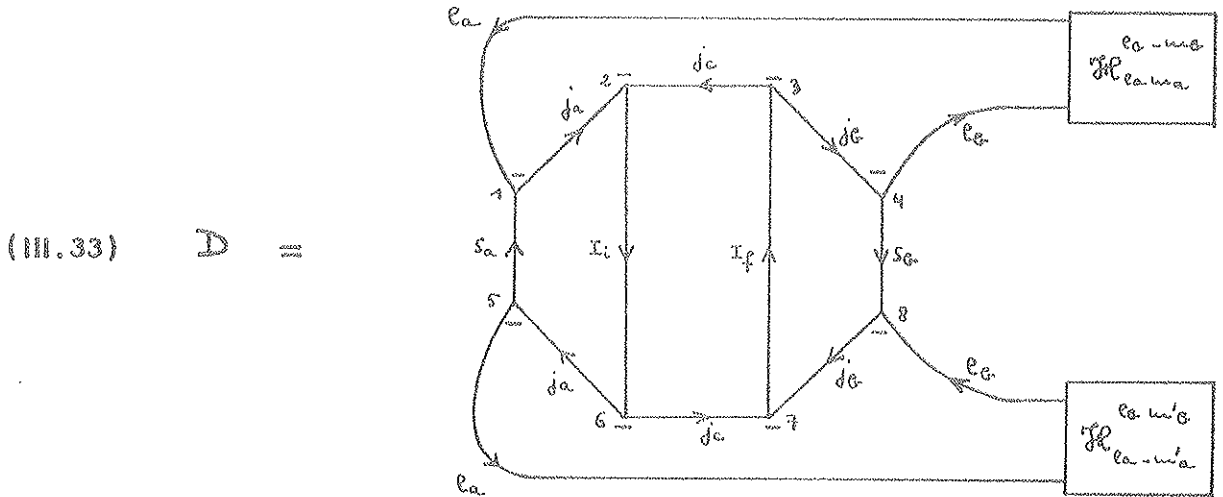
Soit

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = C \alpha^2 |\theta|^2 \Phi_6 \cdot D$$

avec :  $\Phi_6 = \left[ s_a \ s_e \ 2 \ j_c \ \bar{I}_i \ \bar{I}_f \right]$



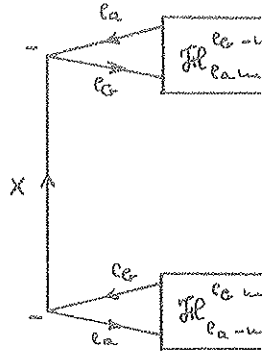
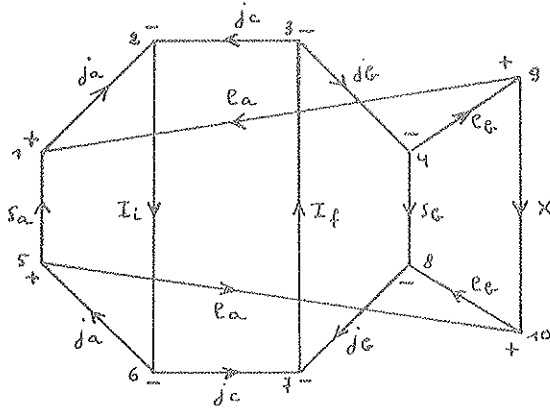
On peut écrire le graphe précédent  $D$  de la manière suivante :



On peut séparer du diagramme D les 2 blocs  $\mathcal{H}_{ca,ma}^{e, -w}$  et  $\mathcal{H}_{ca,ma}^{e, w/a}$  en introduisant un coefficient de Wigner unité. On a ainsi un bloc fermé qui pourra être identifié :

(III.34)

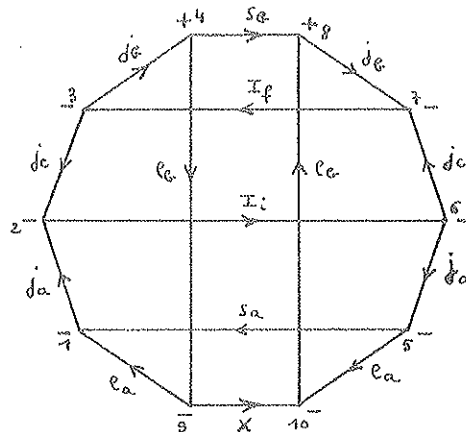
$$D = \sum_X \hat{X}^e$$



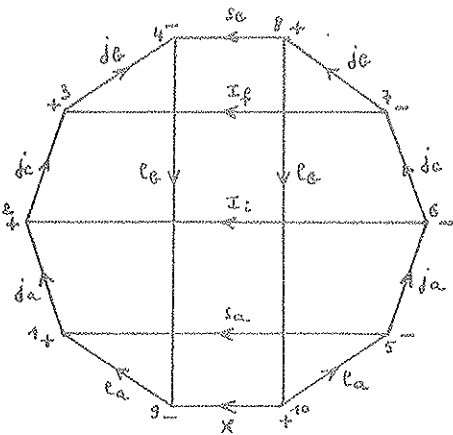
$D = \sum_X \hat{X}^e \cdot D_5 \cdot D_6$  , D5 et D6 étant définis par le graphe précédent.

Le coefficient D5 peut se mettre sous la forme :

$$D_5 =$$



Il suffit alors de faire apparaître les signes convenables pour identifier  $D_5$  à un coefficient "15j" :

(III.35)  $D_5 = \Phi_{I_7} \times$    $= \Phi_{I_7} \times D_7$

avec

$$\Phi_{I_7} = \begin{bmatrix} 2s_e & 2j_c & 2j_a & 2e_a \\ 2x & 2j_c & 2I_i & 2e_c \\ j_c & e_c & s_c & e_a & e_c & x \\ j_a & e_a & s_a & j_c & I_i & j_a \\ & & & j_c & I_j & j_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3I_i & 3s_c & s_a & I_j & x \end{bmatrix}$$

$D_7$  est le coefficient "15j" défini par YUTSIS ( 27 ) :

(III.36)  $D_7 = \begin{bmatrix} e_c & e_a & j_a & j_c & j_c \\ & x & s_a & I_i & I_j & s_c \\ e_c & e_a & j_a & j_c & j_c \end{bmatrix}$

Revenons à l'expression de la section efficace différentielle

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = C \alpha^2 \theta^2 \Phi_6 \sum_X \hat{X}^2 \Phi_7 D_7 D_6$$

On a :

$$\begin{aligned} \Phi_6 \cdot \Phi_7 &= \begin{bmatrix} s_a & s_c & 2j_c & \bar{I}_i & \bar{I}_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3I_i & 3s_c & s_a & \pi_f & X \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2s_a & 2j_c & 2I_i & X \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2s_a & 2j_a & 2I_i & 2I_i & X \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2s_a & 2e_a & 2s_a & 4I_i & X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \end{bmatrix} \end{aligned}$$

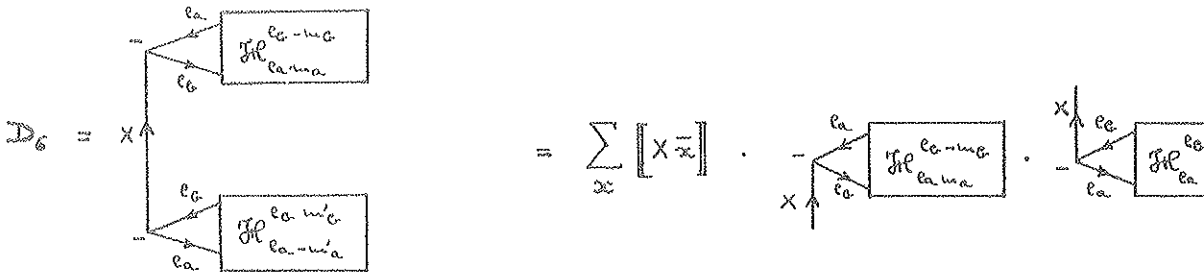
(d'après les conditions données par les "3j").

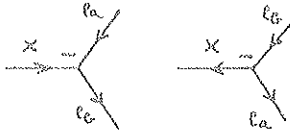
Donc on peut écrire :


$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = C \alpha^2 \left| \theta_{s_a s_c}^{j_c} \right|^2 \sum_X \hat{X}^2 \begin{bmatrix} X \end{bmatrix} D_7 \cdot D_6$$

Revenons maintenant à l'expression analytique du diagramme

me D6 :



$$D_6 = \sum_{\substack{x \\ (m_a, m_b \\ m'_a, m'_b)}} \left[ \begin{matrix} x \\ \bar{x} \end{matrix} \right] \left[ \begin{matrix} l_a & l_a & l_b & l_b \\ \bar{m}_a & \bar{m}'_a & \bar{m}_b & \bar{m}'_b \end{matrix} \right]$$


$$\times \left[ \begin{matrix} l_a & l_b & x \\ l_b & x & l_a \end{matrix} \right] \left[ \begin{matrix} l_a & l_b & x \\ m'_a & x & -m'_b \end{matrix} \right] \left[ \begin{matrix} l_b \\ \bar{m}_b \end{matrix} \right] H_{l_a m_a}^{l_b m_b} H_{l_a m'_a}^{l_b m'_b}$$


D'après les expressions (III.24) et (III.29), il vient :

$$D_6 = \sum_{\substack{x \\ (m_a, m_b \\ m'_a, m'_b)}} \left[ \begin{matrix} x \\ \bar{x} \end{matrix} \right] \left[ \begin{matrix} \bar{m}_a & \bar{m}_b \\ \bar{m}'_a & \bar{m}'_b \end{matrix} \right] \begin{pmatrix} l_a & l_b & x \\ -m_a & m_b & -x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_a & x & l_b \\ m'_a & x & -m'_b \end{pmatrix} \left[ \begin{matrix} l_b \\ \bar{m}_b \end{matrix} \right] H_{l_a m_a}^{l_b m_b} H_{l_a m'_a}^{l_b m'_b}$$

La phase vaudra, comme  $x = m'_b - m'_a$  :  $\left[ \begin{matrix} x \\ \bar{x} \end{matrix} \right] \left[ \begin{matrix} \bar{m}_a & \bar{m}_b \\ \bar{m}'_a & \bar{m}'_b \end{matrix} \right] = \left[ \begin{matrix} x \\ \bar{x} \end{matrix} \right]$  compte tenu du fait que  $l_a + l_b + x$  est un entier, nous aurons

$$D_6 = \sum_{\substack{x \\ (m_a, m_b \\ m'_a, m'_b)}} \left[ \begin{matrix} x \\ \bar{x} \end{matrix} \right] \left[ \begin{matrix} m'_a \\ \bar{m}_a \end{matrix} \right] \begin{pmatrix} l_a & l_b & x \\ m_a & -m_b & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_a & l_b & x \\ m'_a & -m'_b & x \end{pmatrix} H_{l_a m_a}^{l_b m_b} H_{l_a m'_a}^{l_b m'_b}$$

Finalement, comme  $x$  est entier :

(III.37)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = C \alpha^2 \left| \frac{e^{i\phi}}{s_{a\phi}} \right|^2 \sum_{\substack{x \\ (m_a, m_b \\ m'_a, m'_b)}} \hat{X}_2^{m'_a - m_a} \begin{bmatrix} l_b & l_a & j_a & j_c & j_b \\ & x & s_a & I_i & I_f & s_c \\ l_b & l_a & j_a & j_c & j_b \end{bmatrix}$$

avec

$$\times \begin{pmatrix} l_a & l_b & x \\ m_a & -m_b & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_a & l_b & x \\ m'_a & -m'_b & x \end{pmatrix} H_{l_a m_a}^{l_b m_b} H_{l_a m'_a}^{l_b m'_b}$$

(III.38)

$$H_{l_a m_a}^{l_b m_b} = \int \psi_a(\vec{l}_a, \vec{n}_a)^* u_{l_b}^{j_b}(n_{bc})^* i^{-l_b} \gamma_{l_b}^{m_b}(\hat{n}_{bc})^* \{V\}$$

$$\times u_{l_a}(n_{ac}) i^{l_a} \gamma_{l_a}^{m_a}(\hat{n}_{ac}) \psi_b(\vec{l}_b, \vec{n}_b) d\vec{n}_{ac} d\vec{n}_{bc}$$



L'expression de  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  se simplifie dans des cas particuliers par exemple si l'un des moments orbitaux  $l_a$  ou  $l_b$  est nul

- Cas où  $l_b = 0$

On a alors  $l_b = 0 = m_b$ , ce qui entraîne  $m'_b = 0$

Les coefficients "3j" peuvent alors être calculés :

$$\begin{pmatrix} l_a & l_b & X \\ m_a & -m_b & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_a & 0 & X \\ m_a & 0 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X & l_a & 0 \\ x & m_a & 0 \end{pmatrix} = \left[ \begin{matrix} X & \bar{x} \end{matrix} \right] \hat{X}^{-1} \delta_{x l_a} \delta_{x -m_a}$$

$$\begin{pmatrix} l_a & l_b & X \\ m'_a & -m'_b & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_a & 0 & X \\ m'_a & 0 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X & l_a & 0 \\ x & m'_a & 0 \end{pmatrix} = \left[ \begin{matrix} X & \bar{x} \end{matrix} \right] \hat{X}^{-1} \delta_{x l_a} \delta_{x -m'_a}$$

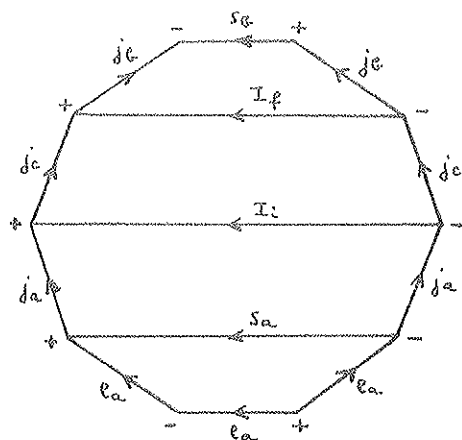
On peut maintenant sommer sur  $X, x, m'_a$  :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = C \alpha^2 |\theta|^2 \sum_{m_a} \begin{bmatrix} 0 & l_a & j_a & j_c & j_b \\ l_a & s_a & I_i & I_f & s_b \\ 0 & l_a & j_a & j_c & j_b \end{bmatrix} H_{l_a m_a}^{00} H_{l_a m_a}^{00*}$$

Calculons le coefficient "15j" dans lequel  $l_b = 0$  en revenant à sa représentation graphique ( III.35 ) :

$$D. = \begin{bmatrix} 0 & l_a & j_a & j_c & j_b \\ l_a & s_a & I_i & I_f & s_b \\ 0 & l_a & j_a & j_c & j_b \end{bmatrix}$$

=



Il suffit de faire apparaître les bons signes pour pouvoir appliquer :

$$\begin{array}{c} \nearrow j_1 \\ \searrow j_2 \end{array} = \hat{j}_1^{-1} \delta(j_1 j_2)$$

Nous pouvons écrire :

$$\mathcal{D} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} \leftarrow s_c \\ \leftarrow j_c \\ \leftarrow j_c \\ \leftarrow s_c \end{array} \\ \text{---} \text{B} \text{---} \\ \begin{array}{c} \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \end{array} \end{array} = \begin{bmatrix} 2j_c \\ 4e_a \end{bmatrix} \cdot \begin{array}{c} \begin{array}{c} \leftarrow s_c \\ \leftarrow j_c \\ \leftarrow j_c \\ \leftarrow s_c \end{array} \\ \text{---} \text{B} \text{---} \\ \begin{array}{c} \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \end{array} \end{array}$$

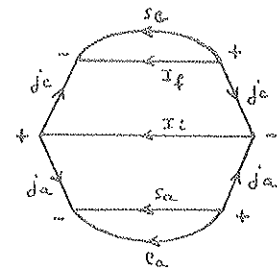
$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} 2j_c \end{bmatrix} \cdot \begin{array}{c} \begin{array}{c} \leftarrow s_c \\ \leftarrow j_c \\ \leftarrow j_c \\ \leftarrow s_c \end{array} \\ \text{---} \text{B} \text{---} \\ \begin{array}{c} \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \end{array} \end{array} \cdot \hat{e}_a^{-1} \hat{j}_c^{-1} \delta(j_c s_c) = \begin{bmatrix} 4s_c & 2e_a \end{bmatrix} \cdot \begin{array}{c} \begin{array}{c} \leftarrow s_c \\ \leftarrow s_c \\ \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \end{array} \\ \text{---} \text{B} \text{---} \\ \begin{array}{c} \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \end{array} \end{array} \cdot \hat{e}_a$$

Soit

$$\mathcal{D} = \hat{s}_c^{-2} \hat{e}_a^{-2} \cdot \begin{array}{c} \begin{array}{c} \leftarrow s_c \\ \leftarrow e_a \end{array} \\ \text{---} \text{B} \text{---} \\ \begin{array}{c} \leftarrow e_a \\ \leftarrow s_c \end{array} \end{array} = \hat{s}_c^{-2} \hat{e}_a^{-2} \cdot \begin{array}{c} \begin{array}{c} \leftarrow s_c \\ \leftarrow j_c \\ \leftarrow j_c \\ \leftarrow s_c \\ \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \end{array} \\ \text{---} \text{B} \text{---} \\ \begin{array}{c} \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \\ \leftarrow e_a \end{array} \end{array}$$

On voit que ce diagramme est du type :

$$\begin{array}{c} \text{F} \\ \alpha \end{array} \begin{array}{c} \leftarrow e_1 \\ \leftarrow R_1 \\ \leftarrow R_2 \\ \leftarrow e_2 \end{array} = \hat{e}_1^{-2} \cdot \begin{array}{c} \Phi \\ \alpha \end{array} \begin{array}{c} \leftarrow e_1 \\ \leftarrow R_1 \\ \leftarrow R_2 \\ \leftarrow e_2 \end{array} \cdot \delta(e_1)$$

$$D = \begin{matrix} \overset{\wedge-2}{s_e} & \overset{\wedge-2}{e_a} \\ \overset{\wedge-2}{s_e} & \overset{\wedge-2}{e_a} \end{matrix} \cdot \begin{bmatrix} 2j_c & 2j_c & 2s_e & 2I_f \\ & 2e_a & 2j_a & \\ 2j_a & 2e_a & 2s_a & \end{bmatrix}$$


$$D = \begin{matrix} \overset{\wedge-2}{s_e} & \overset{\wedge-2}{e_a} \\ \overset{\wedge-2}{j_a} & \overset{\wedge-2}{j_c} \end{matrix} \cdot \begin{bmatrix} 2j_c & 2j_a \end{bmatrix} \cdot \begin{matrix} \overset{+}{s_e} \downarrow \uparrow j_c \\ \overset{-}{j_c} \uparrow \downarrow j_a \\ \overset{+}{j_a} \downarrow \uparrow e_a \end{matrix}$$

comme  $\begin{matrix} \overset{-}{j_c} \uparrow \downarrow j_a \\ \overset{+}{j_a} \downarrow \uparrow \end{matrix} = \begin{bmatrix} 2I_i \end{bmatrix} \begin{matrix} \overset{-}{j_c} \uparrow \downarrow j_a \\ \overset{+}{j_a} \downarrow \uparrow \end{matrix}$  et que  $\begin{bmatrix} 2j_c & 2j_a & 2I_i \end{bmatrix}$

Il vient :

$$D = \begin{matrix} \overset{\wedge-2}{s_e} & \overset{\wedge-2}{e_a} \\ \overset{\wedge-2}{j_a} & \overset{\wedge-2}{j_c} \end{matrix} \left\{ s_e I_f j_c \right\} \left\{ j_c I_i j_a \right\} \left\{ j_a s_a e_a \right\}$$

Finalement, nous avons :

$$(III.39) \quad \begin{bmatrix} 0 & e_a & j_a & j_c & j_e \\ & e_a & s_a & I_i & I_f & s_e \\ 0 & e_a & j_a & j_c & j_e \end{bmatrix} = \begin{matrix} \overset{\wedge-2}{s_e} & \overset{\wedge-2}{e_a} \\ \overset{\wedge-2}{j_a} & \overset{\wedge-2}{j_c} \end{matrix}$$

D'où l'expression de la section efficace :

$$(III.40) \quad \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{e_e=0} = \kappa \sum_{m_a} |H_{e_a m_a}^{\circ \circ}|^2$$

- Cas où  $e_a = 0$ .

Dans ces conditions,  $e_a = 0 = m_a$  ce qui entraîne  $w$

Le calcul se poursuit alors exactement de la même manière que le précédent et nous obtenons :

$$(III.41) \quad \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\theta_a=0} = \kappa' \sum_{m_e} |H_{00}^{e_0 m_e}|^2$$

Nous voyons donc que le calcul de  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  est lié à celui de  $H_{e_0 m_e}^{e_0 m_e}$ .

Il est alors indispensable de préciser le potentiel d'interaction. Nous avons choisi (III. 3).

$$\{V\} = V_{ac}(\vec{r}_{ac}) + V_{ec}(\vec{r}_{ec}) \quad \text{"prior"}$$

$$\{V\} = V_{ae}(\vec{r}_{ae}) + V_{ac}(\vec{r}_{ac}) \quad \text{"post"}$$

Il vient alors :

$$(III.42) \quad H_{e_0 m_e}^{e_0 m_e} = {}_1H_{e_0 m_e}^{e_0 m_e} + {}_2H_{e_0 m_e}^{e_0 m_e}$$

${}_1H$  et  ${}_2H$  correspondant respectivement à  $V_{ae}$  et  $V_{ec}$  (ou  $V_{ac}$ ). Ecrivons la section efficace différentielle sous la forme condensée suivante :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = C \sum_{(I)} A_I H_{e_0 m_e}^{e_0 m_e} H_{e_0 m'_e}^{e_0 m'_e}$$

Comme  $H = {}_1H + {}_2H$  il vient :

$$(III.43) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

avec

$$(III.44) \quad \begin{aligned} \sigma_1 &= C \sum_{(x)} A_I \quad {}_1H_{e_a, m_a}^{e_c, m_c} \quad {}_1H_{e_a, m'_a}^{e_c, m'_c} * \\ \sigma_2 &= C \sum_{(x)} A_I \quad {}_2H_{e_a, m_a}^{e_c, m_c} \quad {}_2H_{e_a, m'_a}^{e_c, m'_c} * \\ \sigma_3 &= C \sum_{(x)} A_I \left( {}_1H_{e_a, m_a}^{e_c, m_c} \quad {}_2H_{e_a, m'_a}^{e_c, m'_c} * + {}_2H_{e_a, m_a}^{e_c, m_c} \quad {}_1H_{e_a, m'_a}^{e_c, m'_c} * \right) \end{aligned}$$

Le calcul de ces trois termes nécessite donc la connaissance des facteurs  ${}_1H$  et  ${}_2H$ .

#### IV - CALCUL DE ${}_1H_{e_a, m_a}^{e_c, m_c}$ ET DE $\sigma_1$ .

On se place dans le cas de l'approximation de portée c'est-à-dire que l'on pose :

$$V(\vec{n}_{ac}) = V_0 \delta(\vec{n}_{ac}) = V_0 \delta(\vec{n}_{ac} - \vec{n}_{c,c})$$

D'après les propriétés de la fonction  $\delta$  et d'après les relations (III.6) nous aurons :

$$(III.45) \quad {}_1H_{e_a, m_a}^{e_c, m_c} = V_0 \int \Psi_a(\vec{k}_a, \alpha_1 \vec{n})^* u_{e_a}(\vec{n})^* i^{-e_c} \gamma_{e_c}^{m_c}(\hat{n})^* u_{e_c}(\vec{n}) \\ \times i^{e_a} \gamma_{e_a}^{m_a}(\hat{n}) \Psi_e(\vec{k}_e, \beta_1 \vec{n}) d\vec{n}$$

avec

$$\alpha_1 = \frac{m_c}{m_e + m_c} \quad \beta_1 = \frac{m_c}{m_a + m_c} \quad \vec{n} = \vec{n}_{ac} = \vec{n}_{c,c}$$

Développons  $\Psi_a^*$  et  $\Psi_e$  en ondes partielles suivant :

$$\begin{aligned}
 \Psi_a(\vec{k}_a, \alpha_1, \vec{n})^* &= \frac{4\pi}{k_a r} \sum_{(L_a M_a)} i^{-L_a} f_{L_a}(k_a, \alpha_1, r)^* \gamma_{L_a}^{M_a}(\hat{n})^* \gamma_{L_a}^{M_a}(\hat{k}_a) \\
 \Psi_e(\vec{k}_e, \beta_1, \vec{n}) &= \frac{4\pi}{k_e r} \sum_{(L_e M_e)} i^{L_e} f_{L_e}(k_e, \beta_1, r) \gamma_{L_e}^{M_e}(\hat{n}) \gamma_{L_e}^{M_e}(\hat{k}_e)
 \end{aligned}
 \tag{III.46}$$

On peut alors séparer dans l'expression (III.45) les intégrations radiale et angulaire :

$${}_1 H_{e_a m_a}^{e_e m_e} = \kappa \sum_{\substack{(L_a M_a) \\ (L_e M_e)}} i^{l_a - L_a + L_e - l_e} \gamma_{L_a}^{M_a}(\hat{k}_a) \gamma_{L_e}^{M_e}(\hat{k}_e)^* R(L_a l_a L_e l_e) S(\hat{n})$$

avec

$$\begin{aligned}
 R(L_a l_a L_e l_e) &= \int_0^\infty f_{L_a}(k_a, \alpha_1, r)^* u_{e_a}(r) f_{L_e}(k_e, \beta_1, r) u_{e_e}(r)^* r^2 dr \\
 S(\hat{n}) &= \int \gamma_{L_a}^{M_a}(\hat{n})^* \gamma_{L_a}^{m_a}(\hat{n}) \gamma_{L_e}^{M_e}(\hat{n}) \gamma_{L_e}^{m_e}(\hat{n})^* d\hat{n}
 \end{aligned}
 \tag{III.47}$$

Le calcul de  $S(\hat{n})$  donne :

$$\begin{aligned}
 S(\hat{n}) &= (-)^{m_a + m_e} \int \gamma_{L_a}^{-M_a}(\hat{n}) \gamma_{L_a}^{m_a}(\hat{n}) \gamma_{L_e}^{M_e}(\hat{n}) \gamma_{L_e}^{-m_e}(\hat{n}) d\hat{n} \\
 S(\hat{n}) &= \sum_{LM} \begin{bmatrix} M_a \\ m_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_e l_e \\ L \frac{1}{r} \end{bmatrix} \frac{\hat{L}_a \hat{L}_e \hat{L}_e \hat{L}_e \hat{L}_e \hat{L}_e^2}{4\pi} \begin{pmatrix} L_a l_a L \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_e l_e L \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_a l_a L \\ -M_a m_a M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_e l_e L \\ m_e -m_e M \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Comme  $L_e + l_e + L$  doit être pair, on a  $(-)^{L_e + l_e + L} = 1$

D'autre part :  $(-)^{M_a + m_e - M} = (-)^{m_a + m_e}$  car  $M = M_a - m_a$

Donc :

$$S(\hat{n}) = \sum_{LM} (-)^{m_a + m_e} \frac{\hat{L}_a \hat{L}_e \hat{L}_e \hat{L}_e \hat{L}_e \hat{L}_e^2}{4\pi} \begin{pmatrix} L_a l_a L \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_e l_e L \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_a l_a L \\ -M_a m_a M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_e l_e L \\ m_e -m_e M \end{pmatrix}
 \tag{III.48}$$

- Choix particulier des axes.

Prenons l'axe z le long de  $\vec{k}_e$  et l'axe y dans la direction de  $\vec{k}_e \wedge \vec{k}_a$ . Soit  $\theta$  l'angle entre  $\vec{k}_a$  et  $\vec{k}_e$ .

Il vient alors  $M_e = 0$  car  $Y_e^m(0, \varphi) = \frac{\hat{e}}{\sqrt{4\pi}} \delta_{m0}$   
d'où :

$$M = -m_e \quad M_a = M + m_a = m_a - m_e$$

$$Y_{L_e}^{M_e}(\hat{k}_e)^* = Y_{L_e}^{M_e}(0, 0)^* = \frac{\hat{L}_e}{\sqrt{4\pi}}$$

$$Y_{L_a}^{M_a}(\hat{k}_a) = Y_{L_a}^{m_a - m_e}(\theta, 0) = (-)^{m_a - m_e} \frac{\hat{L}_a}{\sqrt{4\pi}} \left[ \frac{(L_a - m_a + m_e)!}{(L_a + m_a - m_e)!} \right]^{\frac{1}{2}} P_{L_a}^{m_a - m_e}(\cos \theta)$$

On peut écrire ainsi :

$$(III.49) \quad H_{L_a m_a}^{L_e m_e} = K_1 \sum_{(l_a, l_e, L)} i^{l_a - l_a + l_e - l_e} \frac{\hat{L}_a^2}{L_a} \frac{\hat{L}_e^2}{L_e} \frac{\hat{L}^2}{L} \left[ \frac{(L_a - m_a + m_e)!}{(L_a + m_a - m_e)!} \right]^{\frac{1}{2}} P_{L_a}^{m_a - m_e}(\cos \theta)$$

$$\times R(L_a, l_a, L_e, l_e) \times \begin{pmatrix} L_a & l_a & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_e & l_e & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_a & l_a & L \\ m_a - m_e & m_a - m_e & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_e & l_e & L \\ 0 & -m_e & m_e \end{pmatrix}$$

En reportant l'expression (III.49) dans la formule (III.37) on obtient l'expression générale de  $\mathcal{T}_1$  qui prend des formes simples dans certains cas particuliers, par exemple quand un des moments orbitaux  $l_a$  ou  $l_e$  est nul.

- Cas où  $l_e = 0$ .

On a alors  $m_e = 0$  et l'expression (III.49) se simplifie

$$\begin{pmatrix} l_e & e_e & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_e & e_e & l \\ 0 & -m_e & m_e \end{pmatrix}_{m_e=0} = \begin{pmatrix} l_e & 0 & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (-)^{l_e} \hat{L}_e^{-1} \delta_{L_e L}$$

En sommant sur  $L$ , on obtient :

$$(III.50) \quad {}_1 H_{e_a m_a}^{o o} = K'_4 \sum_{L_a L_e} i^{l_e - L_a + l_a} \begin{matrix} \wedge^2 & \wedge^2 \\ L_a & L_e \end{matrix} \left[ \frac{(L_a - m_a)!}{(L_a + m_a)!} \right]^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} L_a & e_a & l_e \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_a \\ -m_a \end{pmatrix} \\ \times R(L_a e_a L_e 0) P_{L_a}^{m_a}(\cos \theta)$$

D'après l'expression (III.40) il vient alors :

$$(III.51) \quad (\sigma_1)^{l_a=0} = C_1 \sum_{m_a} \left| {}_1 H_{e_a m_a}^{o o} \right|^2$$

- Cas où  $l_a = 0$ .

Le calcul est analogue et nous obtenons :

$$(III.52) \quad (\sigma_1)^{l_a=0} = C'_1 \sum_{m_e} \left| {}_1 H_{o o}^{l_e m_e} \right|^2$$

avec

$$(III.53) \quad {}_1 H_{o o}^{l_e m_e} = K''_4 \sum_{L_a L_e} i^{l_e - L_a - l_e} \begin{matrix} \wedge^2 & \wedge^2 \\ L_a & L_e \end{matrix} \left[ \frac{(L_a - m_e)!}{(L_a + m_e)!} \right]^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} l_e & e_e & l_a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_a \\ 0 \end{pmatrix} \\ \times R(L_a 0 L_e l_e) P_{L_a}^{m_e}(\cos \theta)$$



V - CALCUL DE  ${}_2 H_{\ell_a m_a}^{\ell_e m_e}$  ET DE  $\sigma_2$  .

---

L'approximation de portée nulle consiste à poser :

$$(III.54) \quad \left\{ u_{e_e}(n_{e_c})^* i^{-\ell_e} \gamma_{\ell_e}^{m_e}(\hat{n}_{e_c})^* V_{e_c}(|\vec{n}_{e_c}|) \right\} = V'_0 \delta(\vec{n}_{e_c})$$

Cette hypothèse n'est valable que si  $\ell_e = 0$  ( $m_e = 0$ )

L'intégration par rapport à  $\vec{n}_{e_c}$  de l'expression (III.38) donne :

$${}_2 H_{\ell_a m_a}^{\ell_e m_e} = k' \int \Psi_a(\vec{k}_a, \vec{n})^* u_{e_a}(n) i^{\ell_a} \gamma_{\ell_a}^{m_a}(\hat{n}) \Psi_e(\vec{k}_e, -\gamma_1 \vec{n}) d\vec{n}$$

$$\text{où } \vec{n} = \vec{n}_{a,c} \quad \gamma_1 = \frac{M_a}{M_a + M_c}$$

En utilisant les développements (III.46) des ondes  $\Psi_a^*$  et

on a :

$${}_2 H_{\ell_a m_a}^{\ell_e m_e} = {}_2 H_{\ell_a m_a}^{00} = k_2 \sum_{\substack{(\ell_a m_a) \\ (\ell_e m_e)}} i^{\ell_a - \ell_e + \ell_e} \gamma_{\ell_a}^{m_a}(\hat{k}_a) \gamma_{\ell_e}^{m_e}(\hat{k}_e)^* R(\ell_a \ell_a \ell_e)$$

avec

$$(III.55) \quad R(\ell_a \ell_a \ell_e) = \int_0^\infty f_{\ell_a}(k_a r)^* u_{e_a}(r) f_{\ell_e}(k_e \gamma_1 r) r^2 dr$$

$$S(\hat{n}) = \int \gamma_{\ell_a}^{m_a}(\hat{n})^* \gamma_{\ell_a}^{m_a}(\hat{n}) \gamma_{\ell_e}^{m_e}(-\hat{n}) d\hat{n}$$

Le calcul de  $S(\hat{n})$  donne :

$$S(\hat{n}) = (-)^{M_a} \int \gamma_{\ell_a}^{-M_a}(\hat{n}) \gamma_{\ell_a}^{M_a}(\hat{n}) \gamma_{\ell_e}^{M_e}(-\hat{n}) d\hat{n}$$

$$S(\hat{n}) = (-)^{M_a + \ell_e} \int \gamma_{\ell_a}^{-M_a}(\hat{n}) \gamma_{\ell_a}^{M_a}(\hat{n}) \gamma_{\ell_e}^{M_e}(\hat{n}) d\hat{n}$$

$$(III.56) \quad S(\hat{r}) = (-)^{m_a + l_c} \frac{\hat{L}_a \hat{P}_a \hat{L}_c}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} l_a & l_a & l_c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_a & l_a & l_c \\ -m_a & m_a & m_c \end{pmatrix}$$

- Choix particulier des axes.

On fait le même choix que dans le calcul de  ${}_1H_{l_a m_a}^{l_c m_c}$  c'est-à-dire que l'on prend l'axe z suivant  $\vec{k}_c$  et l'axe y suivant  $\vec{k}_c \wedge \vec{k}_a$ .

Alors  $m_c = 0$  d'où  $m_a = m_c$

$$Y_{l_c}^{m_c}(\hat{k}_c)^* = Y_{l_c}^{m_c}(0, 0)^* = \frac{\hat{L}_c}{\sqrt{4\pi}}$$

$$Y_{l_a}^{m_a}(\hat{k}_a) = Y_{l_a}^{m_a}(0, 0) = (-)^{m_a} \frac{\hat{L}_a}{\sqrt{4\pi}} \left[ \frac{(l_a - m_a)!}{(l_a + m_a)!} \right]^{\frac{1}{2}} P_{l_a}^{m_a}$$

On peut alors écrire :

$${}_2H_{l_a m_a}^{0 0} = k_2' \sum_{l_c l_c} i^{l_a - l_a + l_c} \frac{\hat{L}_a^2 \hat{L}_c^2}{l_a l_c} (-)^{l_c} \left[ \frac{(l_a - m_a)!}{(l_a + m_a)!} \right]^{\frac{1}{2}}$$

(III.57)

$$\times R(l_a l_a l_c) \times \begin{pmatrix} l_a & l_a & l_c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_a & l_a & l_c \\ -m_a & m_a & 0 \end{pmatrix} \times P_{l_a}^{m_a}(\cos \theta)$$

D'après l'expression (III.40) il vient finalement :

$$(III.58) \quad (\sigma_2)^{l_c=0} = c_2 \sum_{m_a} \left| {}_2H_{l_a m_a}^{0 0} \right|^2$$

Remarque :

Si  $l_c \neq 0$  l'approximation de portée nulle donnée en (III.54) n'est plus valable.

Cependant, si  $l_a = 0$  nous pourrions poser de même

$$(III.59) \quad \left\{ u_{e_a}(n_{a,c}) i^{l_a} \gamma_{l_a}^{m_a} (\hat{n}_{a,c}) V_{a,c}(|\vec{n}_{a,c}|) \right\} = V''_0 \delta(\vec{n}_{a,c})$$

Le calcul est alors similaire au précédent et nous obten

$$(III.60) \quad (\sigma_2)^{l_a=0} = c'_2 \sum_{m_c} \left| {}_2 H_{0,0}^{l_a, m_c} \right|^2$$

avec

$$(III.61) \quad {}_2 H_{0,0}^{l_a, m_c} = K''_2 \sum_{L_a, L_c} i^{L_c - l_a - l_c} \begin{matrix} \wedge_2 & \wedge_2 \\ L_a & L_c \end{matrix} (-)^{L_a} \left[ \frac{(L_a - m_c)!}{(L_a + m_c)!} \right]^{\frac{1}{2}} \\ \times \begin{pmatrix} L_a & l_c & L_c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_a & l_c & L_c \\ -m_c & m_c & 0 \end{pmatrix} R(L_a, L_c, l_c) P_{L_a}^{m_c}(\cos \theta)$$

$$(III.62) \quad R(L_a, L_c, l_c) = \int_0^\infty f_{L_a}(R_a, \gamma_2, r) * f_{L_c}(R_c, r) u_{e_c}(r) * r^2 dr$$

$$\gamma_2 = \frac{r_c}{r_a + r_c}$$

VI - CALCUL DE  $\sigma_3$  ET DE  $\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)$  TOTALE .

L'expression générale de  $\sigma_3$  est donnée formule (

Nous avons vu que le calcul de  ${}_1 H_{l_a, m_a}^{l_a, m_c}$  pouvait être fait en toute généralité dans le cas de l'approximation de portée nulle, ce qui donne l'expression (III. 49).

Par contre, l'évaluation de  ${}_2 H_{l_a, m_a}^{l_a, m_c}$  en prenant un potentiel de portée nulle nous a imposé des limitations : il faut soit (

soit  $l_e = 0$  suivant que l'on fait le calcul avec  $V_{ae}$  ou avec

Nous sommes donc limités aux cas particuliers suivants

-  $l_a = 0$ ,  $l_e$  quelconque. Nous prendrons alors dans cas comme potentiel d'interaction  $\{V\} = V_{ae} + V_{ac}$  -

-  $l_e = 0$ ,  $l_a$  quelconque. Le potentiel d'interaction se alors ici  $\{V\} = V_{ae} + V_{ec}$  -

- Cas où  $l_e = 0$ .

Les formules (III.40) et (III.44) donnent :

$$(III.63) \quad (\sigma_3)^{l_e=0} = \kappa_3 \sum_{m_a} \left[ {}_1H_{l_a, m_a}^{0,0} {}_2H_{l_a, m_a}^{0,0*} + {}_2H_{l_a, m_a}^{0,0} {}_1H_{l_a, m_a}^{0,0*} \right]$$

${}_1H_{l_a, m_a}^{0,0}$  et  ${}_2H_{l_a, m_a}^{0,0}$  étant donnés par (III.50) et (III.57).

La section efficace différentielle totale s'obtiendra en reportant les expressions (III.51) (III.58) et (III.63) dans (III.43).

Les profondeurs des puits  $V_0$  et  $V'_0$  serviront de paramètres de pondération des interactions  $V_{ae}$  et  $V_{ec}$ .

- Cas où  $l_a = 0$ .

Il vient alors :

$$(III.64) \quad (\sigma_3)^{l_a=0} = \kappa' \sum_{m_e} \left[ {}_1H_{0,0}^{l_e, m_e} {}_2H_{0,0}^{l_e, m_e*} + {}_2H_{0,0}^{l_e, m_e} {}_1H_{0,0}^{l_e, m_e*} \right]$$

${}_1H_{0,0}^{l_e, m_e}$  et  ${}_2H_{0,0}^{l_e, m_e}$  étant donnés par les formules (III.50) et (III.57).

La section efficace différentielle totale, s'obtiendra en reportant les expressions (III.52) (III.60) et (III.64) dans (III.43).

Les profondeurs des puits  $V_0$  et  $V''_0$  nous permettront de doser les interactions  $V_{ae}$  et  $V_{ac}$ .

CHAPITRE IV

APPLICATION DES RESULTATS PRECEDENTS

A LA REACTION  $O^{16} (n, \alpha) C^{13}$

## I - INTRODUCTION.

Nous avons donné au chapitre précédent le calcul formel de  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  en prenant pour l'amplitude de transition  $T_{\alpha\beta}$  soit la forme "prior" (potentiel  $V_{a\ell} + V_{\ell c}$ ) soit la forme "post" (potentiel  $V_{a\ell} + V_{ac}$ ).

Nous avons adopté dans une première étude en vue de simplifier les calculs, pour  $V_{a\ell}$ ,  $V_{\ell c}$  et  $V_{ac}$  des puits de potentiel nulle, ce qui nous a imposé des limitations sur les moments orbitaux  $\ell_a$  et  $\ell_\ell$  des particules  $a$  et  $\ell$  par rapport au coeur  $C$  :

- Si l'on prend  $\{V_{a\ell} + V_{\ell c}\}$  il faut  $\ell_\ell = 0$  pour pouvoir faire l'approximation de portée nulle sur  $V_{\ell c}$ .

- Si l'on prend  $\{V_{a\ell} + V_{ac}\}$  il faut  $\ell_a = 0$ .

nous avons donc envisagé les cas suivants :

-  $\ell_a = 0$  ,  $\ell_\ell$  quelconque

-  $\ell_\ell = 0$  ,  $\ell_a$  quelconque

Rappelons la forme de  $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{totale}}$  dans ces deux cas

$\ell_a = 0$ ,  $\ell_\ell$  quelconque.

(IV.1)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \kappa \sum_{m_a} \left\{ \left| {}_1H_{\ell_a m_a}^{\circ \circ} \right|^2 + \gamma^2 \left| {}_2H_{\ell_a m_a}^{\circ \circ} \right|^2 \right. \\ \left. + \gamma \left( {}_1H_{\ell_a m_a}^{\circ \circ} {}_2H_{\ell_a m_a}^{\circ \circ *} + {}_2H_{\ell_a m_a}^{\circ \circ} {}_1H_{\ell_a m_a}^{\circ \circ *} \right) \right.$$

$l_e = 0, l_a$  quelconque.

$$(IV.2) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = K' \sum_{m_e} \left\{ \left| {}_1H_{00}^{l_e m_e} \right|^2 + \gamma'^2 \left| {}_2H_{00}^{l_e m_e} \right|^2 \right. \\ \left. + \gamma' \left( {}_1H_{00}^{l_e m_e} {}_2H_{00}^{l_e m_e *} + {}_2H_{00}^{l_e m_e} {}_1H_{00}^{l_e m_e *} \right) \right\}$$

$\gamma$  et  $\gamma'$  sont des paramètres de dosage des deux interactions,  $K$  sont des facteurs de normalisation.

Les  $H_{l_a m_a}^{l_e m_e}$  sont donnés par les formules établies au chapitre III.

Pratiquement, nous avons procédé de la manière suivante :

- 1/ Calcul de  $\sigma_1$  .
- 2/ Calcul de  $\sigma_2$  .
- 3/ Calcul de  $\sigma_3$  (termes d'interférences)
- 4/ Dosage des interactions à l'aide de  $\gamma$
- 5/ Détermination de  $K$  pour avoir la courbe dans une échelle théorique correspondant à l'échelle expérimentale.

Tout revient donc au calcul numérique des facteurs  $H_{l_e}^{l_e}$

Nous allons donner en détail le calcul de  $\sigma_1$  , par exemple dans le cas  $l_e = 0, l_a$  quelconque.

Le calcul de  $\sigma_2$  sera analogue.

Rappelons les formules de base :

$$(IV.3) \quad (\sigma_1)^{l_e=0} = C_1 \sum_{m_a} \left| {}_1H_{l_a m_a}^{00} \right|^2$$



avec

$${}_1H_{l_a m_a}^{\circ \circ} = k \sum_{L_a, L_c} \Gamma_{L_a, L_c}^{l_a m_a} R(L_a, l_a, L_c, 0) P_{L_a}^{m_a}(\cos \theta)$$

les coefficients numériques  $\Gamma_{L_a, L_c}^{l_a m_a}$  étant donnés par :

$$\Gamma_{L_a, L_c}^{l_a m_a} = i^{L_c - L_a + l_a} \frac{1^2}{L_a} \frac{1^2}{L_c} \left[ \frac{(L_a - m_a)!}{(L_a + m_a)!} \right]^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} L_a & l_a & L_c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_a & l_a & L_c \\ -m_a & m_a & 0 \end{pmatrix}$$

nous avons d'autre part la relation :

$$(IV.4) \quad {}_1H_{l_a m_a}^{\circ \circ} = (-)^{m_a} {}_1H_{l_a - m_a}^{\circ \circ}$$

Nous avons envisagé les cas suivants :  $l_a = 0, 1, 2$ .

Le calcul des coefficients "3j" et les considérations d'existence de ces coefficients permettent d'obtenir les résultats suivants :

$$\underline{l_a = 0}$$

$$L_a = L_c = L$$

$$(\sigma_1)^{l_a=0} = C_1 \left| {}_1H_{0,0}^{\circ \circ} \right|^2$$

$${}_1H_{0,0}^{\circ \circ} = \sum_L \Gamma_{L,L}^{\circ \circ} R(L, 0, L, 0) P_L^0(\cos \theta)$$

$$\Gamma_{L,L}^{\circ \circ} = 2L + 1$$

$$\underline{l_a = 1}$$

$$L_c = L_a + 1, L_a - 1$$

$$(\sigma_1)^{l_a=1} = C_1 \left[ \left| {}_1H_{1,0}^{\circ \circ} \right|^2 + 2 \left| {}_1H_{1,1}^{\circ \circ} \right|^2 \right]$$

$${}_1H_{L,1m}^{\circ\circ} = \sum_L \left[ \Gamma_{L,L+1}^{1m} R(L,1,L+1,0) + \Gamma_{L,L-1}^{1m} R(L,1,L-1,0) \right] P_L^m(\cos \theta)$$

avec  $m = 0, 1$ . Les coefficients  $\Gamma_{L,L'}^{1m}$  sont donnés par le tableau :

$L' \backslash m$	0	1
L+1	L+1	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
L-1	-L	$\sqrt{\frac{1}{2}}$

$l_a = 2$

$$L_c = L_a + 2, L_a, L_a - 2$$

$$(\sigma_1)^{l_a=0} = C_1 \left[ |{}_1H_{2,0}^{\circ\circ}|^2 + 2 |{}_1H_{2,1}^{\circ\circ}|^2 + 2 |{}_1H_{2,2}^{\circ\circ}|^2 \right]$$

$${}_1H_{L,2m}^{\circ\circ} = \sum_L \left[ \Gamma_{L,L+2}^{2m} R(L,2,L+2,0) + \Gamma_{L,L}^{2m} R(L,2,L,0) + \Gamma_{L,L-2}^{2m} R(L,2,L-2,0) \right] P_L^m(\cos \theta)$$

avec  $m = 0, 1, 2$ . Les coefficients  $\Gamma_{L,L'}^{2m}$  sont donnés par le tableau :

$\begin{matrix} m \\ L' \end{matrix}$	0	1	2
$L+2$	$\frac{3}{2} \frac{(L+1)(L+2)}{2L+3}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{L+2}{2L+3}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{2(2L+3)}$
$L$	$-\frac{L(L+1)(2L+1)}{(2L+3)(2L-1)}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{2L+1}{(2L+3)(2L-1)}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{2L+1}{(2L+3)(2L-1)}$
$L-2$	$\frac{3}{2} \frac{L(L-1)}{2L-1}$	$-\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{L-1}{2L-1}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{2(2L-1)}$

Nous voyons d'après les expressions précédentes que la principale difficulté sera de calculer les intégrales radiales  $R(L_a, l_a, L_c, l_c)$ .

## II - CALCUL DES INTEGRALES RADIALES.

Nous avons vu que  $R(L_a, l_a, L_c, l_c)$  était donné par (I)

$$(IV.5) \quad R(L_a, l_a, L_c, l_c) = \int_0^{\infty} f_{L_a}(k_a, \alpha_1, r) * u_{l_a}(r) f_{L_c}(k_c, \beta_1, r) u_{l_c}(r) * r^2$$

$$\alpha_1 = \frac{n_c}{n_c + n_a} \quad \beta_1 = \frac{n_c}{n_a + n_c}$$

Dans cette expression interviennent d'une part les parties radiales des ondes distordues  $f_{L_a}$  et  $f_{L_c}$ , d'autre part les facteurs de forme (ou fonctions de couplage)  $u_{l_a}$  et  $u_{l_c}$ . Nous allons indiquer la marche du calcul de ces différents termes.

### A/ Calcul des fonctions de couplage.

Les fonctions  $u_{l_a}(r)$  et  $u_{l_c}(r)$  sont de même ty

Elles décrivent le mouvement relatif d'une particule (  $\alpha$  ou  $\beta$  ) par rapport à un coeur C. Elles vérifient l'équation de Schrödinger radiale :

$$(IV.6) \quad \frac{d^2}{dn^2} [n u_\ell(n)] + \left\{ \frac{2M^*}{\hbar^2} [E' - V(n)] - \frac{\ell(\ell+1)}{n^2} \right\} [n u_\ell(n)] = 0$$

avec  $M^* = \frac{m M_c}{m + M_c}$  ,  $E'$  étant l'énergie de liaison de la particule de masse  $m$  et du coeur C de masse  $M_c$ .

Nous pouvons prendre pour  $V(n)$  un potentiel harmonique coupé de la forme :

$$(IV.7) \quad \begin{cases} V(n) = -V_0 \left( 1 - \frac{n^2}{R_0^2} \right) & \text{pour } n \leq R_0 \\ V(n) = 0 & \text{pour } n \geq R_0 \end{cases}$$

Il faudrait donc normalement raccorder les solutions de l'équation ( IV.6 ) pour  $n \leq R_0$  aux solutions pour  $n > R_0$  qui sont des fonctions de Hankel sphériques  $a_\ell^+ h_\ell^+ (i \sqrt{\epsilon} n)$  ,

$$\epsilon = \frac{2M^*}{\hbar^2} [E' + V_0] .$$

Cependant, dans le but de simplifier les calculs numériques, nous avons repris l'approximation suivante dont la validité a été examinée par J.N. MASSOT ( 6 ) :

On prend comme facteur de forme dans tout le domaine de variation de  $n$  les solutions du puits harmonique non coupé sont les fonctions de Laguerre définies par les relations :

$$(IV.8) \quad \left\{ \begin{array}{l} u_\ell(r) = \left[ \frac{2 \mu^{\ell + \frac{3}{2}} (n-1)!}{(n + \ell - \frac{1}{2})!} \right]^{\frac{1}{2}} r^\ell e^{-\frac{1}{2} \mu r^2} L_n^{\ell + \frac{1}{2}}(\mu r^2) \\ L_n^{\ell + \frac{1}{2}}(\mu r^2) = \sum_{s=0}^{n-1} (-)^s \frac{[(n + \ell - \frac{1}{2})!]^2}{(n-1-s)! (\ell + s + \frac{1}{2})! s!} (\mu r^2)^s \end{array} \right.$$

avec :

$$\mu^2 = \frac{2 \pi^2}{\hbar^2} \frac{V_0}{R_0^2}$$

$n = 1$  pour le fondamental, 2 pour le 1er excité, etc.  
Ceci revient à remplacer pour  $r > R_0$  la fonction de Hankel  $h_n$  par la fonction de Laguerre  $u_\ell$ .

Cette approximation est justifiée (6) car la différence  $[a_0^+ R_0^+(i\sqrt{E}r) - u_0(r)]$  entre la fonction normalement utilisable et celle employée dans les calculs est pratiquement nulle partout sauf pour  $9 F_m \leq r \leq 15 F_m$  où son amplitude croît jusqu'à  $1.4 \times 10^{-5}$  fois l'amplitude maximale de la fonction  $u_0(r)$ .

Remarquons que  $\mu$  peut s'exprimer en fonction du centre de gravité  $R_0$  de la longueur  $r$  représentant la distance entre les centres de gravité du coeur et de la particule liée :

$$(IV.9) \quad \langle r^2 \rangle = r_0^2 = \left( \ell + \frac{3}{2} \right) \frac{1}{\mu}$$

Nous avons considéré  $r_0$  comme un paramètre caractéristique. L'on fait varier autour de sa valeur physique déterminée à partir de la relation  $R = R_0 A^{1/3}$ ,  $A$  étant la masse du noyau constitué de la particule liée au coeur,  $R_0 =$  constante du rayon nucléaire.

### B/ Calcul des fonctions d'onde du modèle optique.

Nous devons calculer les fonctions  $f_{L\alpha}$  et  $f_{L\beta}$  qui sont les parties radiales des ondes distordues  $\Psi_\alpha$  et  $\Psi_\beta$ .

Nous savons que  $f_{L\alpha}$  et  $f_{L\beta}$  sont les fonctions d'onde définies de l'analyse des diffusions élastiques par le modèle optique des particules  $\alpha$  et  $\beta$  sur les noyaux considérés et aux énergies correspondant à celles de la réaction.

D'après l'étude de la diffusion élastique, nous calculerons  $f_{L\alpha}$  et  $f_{L\beta}$  de la manière suivante :

Pour  $r < R_{\max}$  ( $R_{\max}$  étant la distance à partir de laquelle on peut négliger le potentiel nucléaire), les  $f_L$  sont données par intégration numérique de l'équation de Schrödinger radiale avec les paramètres optiques correspondants. D'où  $\Psi_L = x_L + i y_L$

Pour  $r > R_{\max}$ , les  $f_L$  sont données par la forme asymptotique établie dans l'étude de la diffusion élastique :

$$f_L = F_L + C_L (G_L + i F_L)$$

Nous avons établi l'expression des  $C_L$  au chapitre II. L'intégration numérique de l'équation de Schrödinger radiale donne les fonctions  $\Psi_L(r)$  et leurs dérivées premières à une constante de normalisation près  $\frac{1}{r_L}$ .

Nous évaluons  $M_L$  en raccordant les solutions à  $r = R_{\max}$

$$M_L = \left[ \frac{x_L + i y_L}{F_L + C_L (G_L + i F_L)} \right]_{r = R_{\max}}$$

Les fonctions d'onde normalisées totales sont donc données par :

$$1) \quad f_L = \frac{1}{r_L} (x_L + i y_L) \quad \text{pour } r \leq R_{\max}$$

$$2) \quad f_L = F_L + c_L (G_L + i F_L) \quad \text{pour } r > R_{\max}$$

Les programmes utilisés sont directement dérivés des programmes de la diffusion élastique.

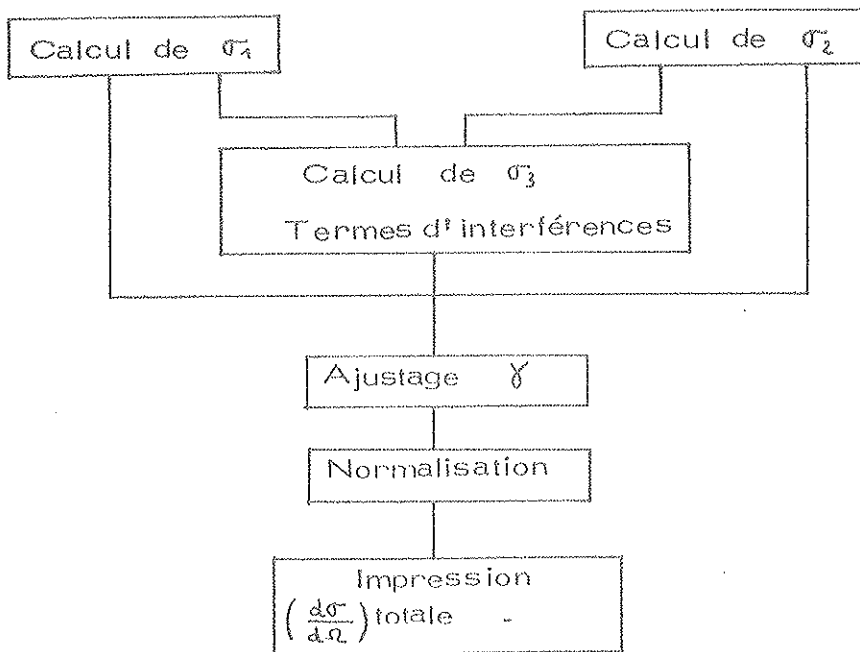
#### C/ Calcul des intégrales radiales et de $\sigma_A$ .

Ayant déterminé  $f_{L\alpha}$ ,  $f_{L\beta}$ ,  $u_{L\alpha}$ , et  $u_{L\beta}$  on fait les produits de ces fonctions et on intègre numériquement par la méthode des trapèzes.

Cette méthode d'intégration est particulièrement simple et donne des résultats suffisamment précis pour notre étude. Il va sans dire qu'une méthode plus élaborée (Simpson, Weddle) pourrait être utilisée avec une machine de plus forte capacité.

Les polynômes de Legendre et les polynômes associés sont calculés par récurrence classique.

#### D/ Ordinogramme du calcul.



Les programmes de calcul pour  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  (DWBA 1 à 7) sont ceux qui ont été décrits par G.H. LAMOT (14).

### III - APPLICATION A LA REACTION $O^{16}(n, \alpha)C^{13}$ .

Nous avons appliqué cette théorie à la réaction  $O^{16}(n, \alpha)$  l'énergie des neutrons incidents étant de 14,1 MeV dans le système du laboratoire ( $Q = -2,2$  MeV).

Divers processus peuvent être envisagés. Nous avons vu que J.N. MASSOT (6) avait proposé les suivants :

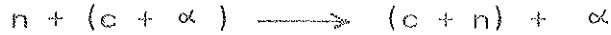
- pick-up d'un  ${}^3\text{He}$  par le neutron
- knock-out d'une particule  $\alpha$  par le neutron.

Le pick-up donne un pic vers l'avant, tandis que le knock-out donne un pic large vers les grands angles.

En fait, le noyau  ${}^{16}\text{O}$  ayant un nombre de masse multiple de 4, nous avons supposé qu'il était plus vraisemblable



d'envisager un processus de réaction ne mettant en jeu que le neutron et une particule  $\alpha$ , c'est-à-dire un processus du type :



c représente ici le coeur de  $^{12}\text{C}$ .

Les spins et les parités sont les suivants :

$$\begin{aligned} s_\alpha &= 0^+ & I_p &= \frac{1}{2}^- & j_c &= 0^+ \\ s_c &= \frac{1}{2}^+ & I_i &= 0^+ \end{aligned}$$

(avec les notations générales données chapitre III). On en déduit les moments orbitaux du neutron par rapport au coeur et de la particule  $\alpha$  par rapport au coeur, soit respectivement :

$$\begin{aligned} \ell_n &= \ell_c = 1 \\ \ell_\alpha &= \ell_\alpha = 0 \end{aligned}$$

Nous sommes donc bien dans le domaine d'application de notre théorie, avec  $\ell_\alpha = 0$ ,  $\ell_c$  quelconque. Les potentiels d'interaction sont :

$$\begin{aligned} - \text{ dans la voie d'entrée : } & \left\{ V_{n\alpha} + V_{nc} \right\} \\ - \text{ dans la voie de sortie : } & \left\{ V_{n\alpha} + V_{\alpha c} \right\} \end{aligned}$$

Or, nous avons vu que le choix de potentiels de portée nulle pour  $V_{c\alpha}$  ou  $V_{\alpha c}$  n'était possible que si  $\ell_c = 0$  ou  $\ell_\alpha =$

Nous calculerons donc  $T_{\alpha\beta}$  et  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  pour la réaction étudiée avec  $\{V\} = \{V_{n\alpha} + V_{\alpha c}\}$  (forme "post") car  $\ell_\alpha =$

Précisons les énergies disponibles dans le système du centre de masse :

- avant réaction, nous avons :

$$(E_1)_{CM} = \frac{M_{O^{16}}}{M_n + M_{O^{16}}} (E_n)_{LAB}$$

- après réaction, l'énergie disponible dans le centre de masse est égale à :

$$(E_2)_{CM} = (E_1)_{CM} + Q$$

Donc la détermination des fonctions d'onde distordues dans les voies d'entrée et de sortie devrait être faite de la manière suivante :

- dans la voie d'entrée,  $\chi_{\alpha}^+$  sera tirée de l'étude de la diffusion élastique  $O^{16}(n,n)$  pour une énergie  $(E_n)_{lab.} = 14.1$  MeV

- dans la voie de sortie, on calculera  $\chi_{\beta}^-$  à partir de l'étude de la diffusion élastique  $C^{13}(\alpha, \alpha)$  pour une énergie  $(E_{\alpha})_{lab.}$  telle que l'énergie disponible dans le système du centre de masse (pour la diffusion élastique) soit égale à l'énergie mise en jeu dans la réaction, c'est-à-dire :

$$(E_{\alpha})_{LAB} = \frac{M_{\alpha}}{M_{\alpha} + M_{C^{13}}} (E_2)_{CM} \approx 14.5 \text{ MeV}$$

Pratiquement, nous avons fait l'étude suivante :

1/ Détermination des paramètres optiques pour la diffus

élastique  $O^{16}(n,n)$  à  $E_n = 14$  MeV.

Nous avons donné les résultats dans le chapitre II, Fig.

2/ Comme nous ne disposons pas de courbes expérimentales  $C^{13}(\alpha,\alpha)$  à la bonne énergie, nous avons fait l'approximation suivante : nous avons déterminé les paramètres optiques de la diffusion élastique  $C^{12}(\alpha,\alpha)$  à  $E_\alpha = 14$  MeV et nous avons supposé que ces paramètres pouvaient représenter la diffusion élastique  $C^{13}(\alpha,\alpha)$  à  $E_\alpha = 14.5$  MeV. Nous les avons donc utilisés pour résoudre l'équation de Schrödinger correspondant à la diffusion élastique  $C^{13}(\alpha,\alpha)$  pour  $E_\alpha = 14.5$  MeV.

Cette approximation pourra d'ailleurs être facilement contrôlée si nous disposons de résultats sur la diffusion des particules sur le carbone 13.

Nous avons donné les résultats sur  $C^{12}(\alpha,\alpha)$  à 14 MeV dans le chapitre II, Fig. (10).

3/ Calcul de la section efficace différentielle avec la forme "post", c'est-à-dire en prenant comme potentiel d'interaction

$$\{V\} = V_\beta = V_{n\alpha} + V_{\alpha c}$$

$V_{n\alpha}$  et  $V_{\alpha c}$  ayant une portée nulle, le calcul de  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  se poursuit alors comme nous l'avons indiqué au chapitre III.

Remarquons que les paramètres optiques des voies d'entrée et de sortie ne sont pas des paramètres de la réaction : en effet, ils sont fixés une fois que l'on a étudié les diffusions élastiques correspondantes.

Précisons les paramètres que nous pourrions ajuster dans le calcul de  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ .

- les paramètres d'interaction  $R_{01}$  et  $R_{02}$  respectivement du neutron par rapport au coeur et de la particule  $\alpha$  par rapport au coeur. Nous les avons définis au paragraphe II, Formule (IV.9)

- Le coefficient de dosage  $\gamma$  qui nous permettra de faire varier l'intensité relative des potentiels  $V_{n\alpha}$  et  $V_{\alpha c}$ .

Nous allons donner quelques indications sur les contributions des interactions  $V_{n\alpha}$  et  $V_{\alpha c}$ .

- Contribution de  $\sigma_{11}$

C'est le terme qui correspond au processus de "Knock-on", c'est-à-dire à l'interaction  $V_{n\alpha}$  seule.

Sa forme dépend essentiellement des valeurs de  $R_{01}$  et  $R_{02}$ . Pour préciser leur influence, il nous a semblé intéressant de les faire varier assez largement de la façon suivante :

- le neutron  $n$  étant lié au coeur  $^{12}\text{C}$  pour former le noyau  $^{13}\text{C}$ , on fait varier  $R_{01}$  qui représente la distance moyenne entre  $n$  et  $^{12}\text{C}$ , entre les valeurs  $R_0 \sqrt[3]{13}$  et  $R_0 \left( \sqrt[3]{11} + \sqrt[3]{12} \right)$   $R_0$  étant la constante du rayon nucléaire.

- de même nous avons fait varier  $R_{02}$  de  $R_0 \sqrt[3]{16}$  jusqu'à  $R_0 \left( \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{12} \right)$ .

Les résultats sont donnés figures (14,15).

L'allure générale est celle de distributions angulaires orientées vers l'avant, avec une oscillation entre  $90^\circ$  et  $120^\circ$  et une remontée aux grands angles plus ou moins accentuée..

L'étude de ces réseaux de courbe montre que les meilleurs paramètres d'interaction sont  $R_{o1} \sim 2.8$  et  $R_{o2} \sim 3$ , c'est-à-dire  $R_{o1} \sim R_o \sqrt[3]{13}$  qui est le rayon du noyau de carbone  $^{13}$  et  $R_{o2} \sim R_o \sqrt[3]{16}$  qui est le rayon du noyau cible  $O^{16}$ . ( $R_o = 1.2 F$ )

Pour ces valeurs  $\sigma_1$  présente en effet un pic avant assez prononcé comparable à celui donné par les courbes expérimentales.

#### - Contribution de $\sigma_2$ .

Ce terme correspond au processus dit de "H.P.S." (heavy particle stripping), c'est-à-dire à l'interaction  $V_{\alpha c}$  pure. Il n'y a ici qu'un paramètre  $R_{o1}$  (neutron-coeur) que nous avons également fait varier entre  $R_o \sqrt[3]{13}$  et  $R_o (\sqrt[3]{11} + \sqrt[3]{12})$ . Les résultats sont donnés Figure ( 16 ).

L'allure générale des courbes montre bien la remontée classique aux grands angles. Signalons que ceci est dû au facteur qui intervient dans  $H_{\alpha m n a}^{e l e m e n t a r y}$  comme nous l'avons montré, chap.III, formule ( III. 61 ).

#### - Résultats .

Disposant de  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ , nous pouvons maintenant évaluer  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  en tenant compte des termes d'interférences  $\sigma_3$  .

La formule ( IV.1 ) peut en effet s'écrire :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = k \left[ \sigma_1 + \gamma^2 \sigma_2 + \gamma \sigma_3 \right]$$

le paramètre de dosage  $\gamma$  est ajusté de façon à obtenir le rapport d'amplitude correct entre les pics avant et arrière de la distribution angulaire.

- Comparaison avec les résultats de NORMAN  
Mc DICKEN ( 9 ).

Nous avons donné les courbes théoriques correspondant à deux séries de valeurs des paramètres d'interaction :

$R_{o1} = 2.8 \text{ Fm}$        $R_{o2} = 3 \text{ Fm}$       Figure ( 17 )

$R_{o1} = 2.7 \text{ Fm}$        $R_{o2} = 3 \text{ Fm}$       Figure ( 18 )

Les paramètres optiques sont ceux que nous avons donnés dans l'étude de la diffusion élastique ( Figure 10 et 12 ). Nous les rappelons dans le tableau suivant :

	$a_{\text{Fm}}$	$b_{\text{Fm}}$	$R_{\text{on}} \text{ Fm}$	$V_{\text{MeV}}$	$W_{\text{MeV}}$
neutron	0.6	1	1.25	46	6.5
alpha	0.56	1	1.25	105	6

Le coefficient de dosage  $\gamma$  est indiqué sur les Figures

La courbe théorique est en unités arbitraires. Elle est normalisée par rapport au premier point expérimental.

- Comparaison avec les résultats de B. SÉN (3).

Les courbes théoriques sont données Figures (19) et (20). Elles correspondent respectivement aux valeurs :

$$R_{o1} = 2.8 \text{ Fm} \quad R_{o2} = 3 \text{ Fm}$$

$$R_{o1} = 2.7 \text{ Fm} \quad R_{o2} = 3 \text{ Fm}$$

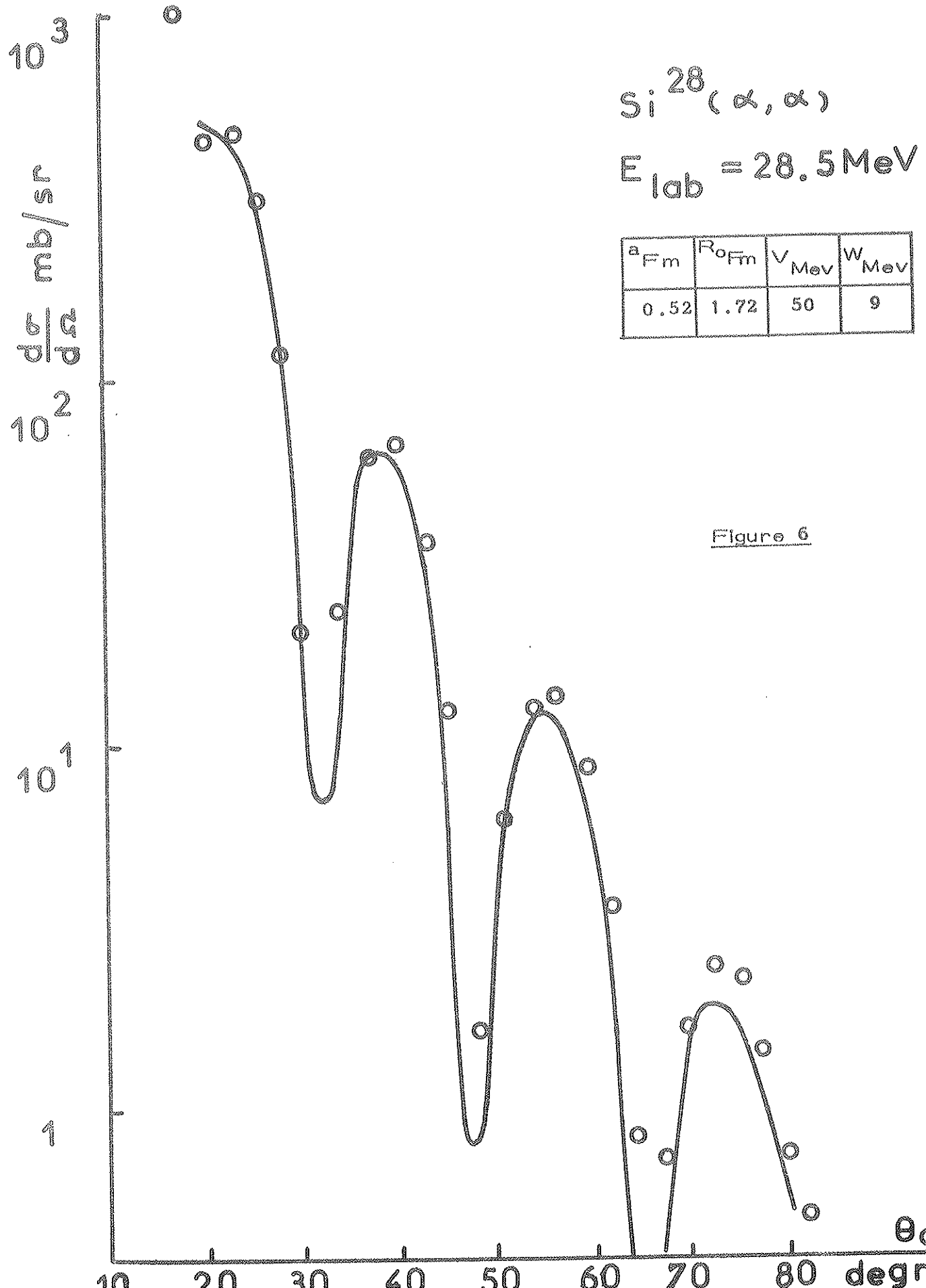
Les paramètres optiques sont les mêmes que précédemment. Remarquons que l'accord n'est pas très bon aux grands angles. Une explication possible est la suivante : la courbe expérimentale correspond à  $7 \text{ MeV} \leq E_{\alpha} \leq 9 \text{ MeV}$ . Il y a donc certainement mélange de configurations, alors que la courbe théorique a été calculée pour le niveau fondamental.

$\text{Si}^{28}(\alpha, \alpha)$

$E_{\text{lab}} = 28.5 \text{ MeV}$

$a$ Fm	$R_0$ Fm	$V$ Mev	$W$ Mev
0.52	1.72	50	9

Figure 6





$Mg^{24}(\alpha, \alpha)$

$E_{lab} = 28.5 \text{ MeV}$

$a_{Fm}$	$R_{oFm}$	$V_{Mev}$	$W_{Mev}$
0.51	1.75	34	9.5

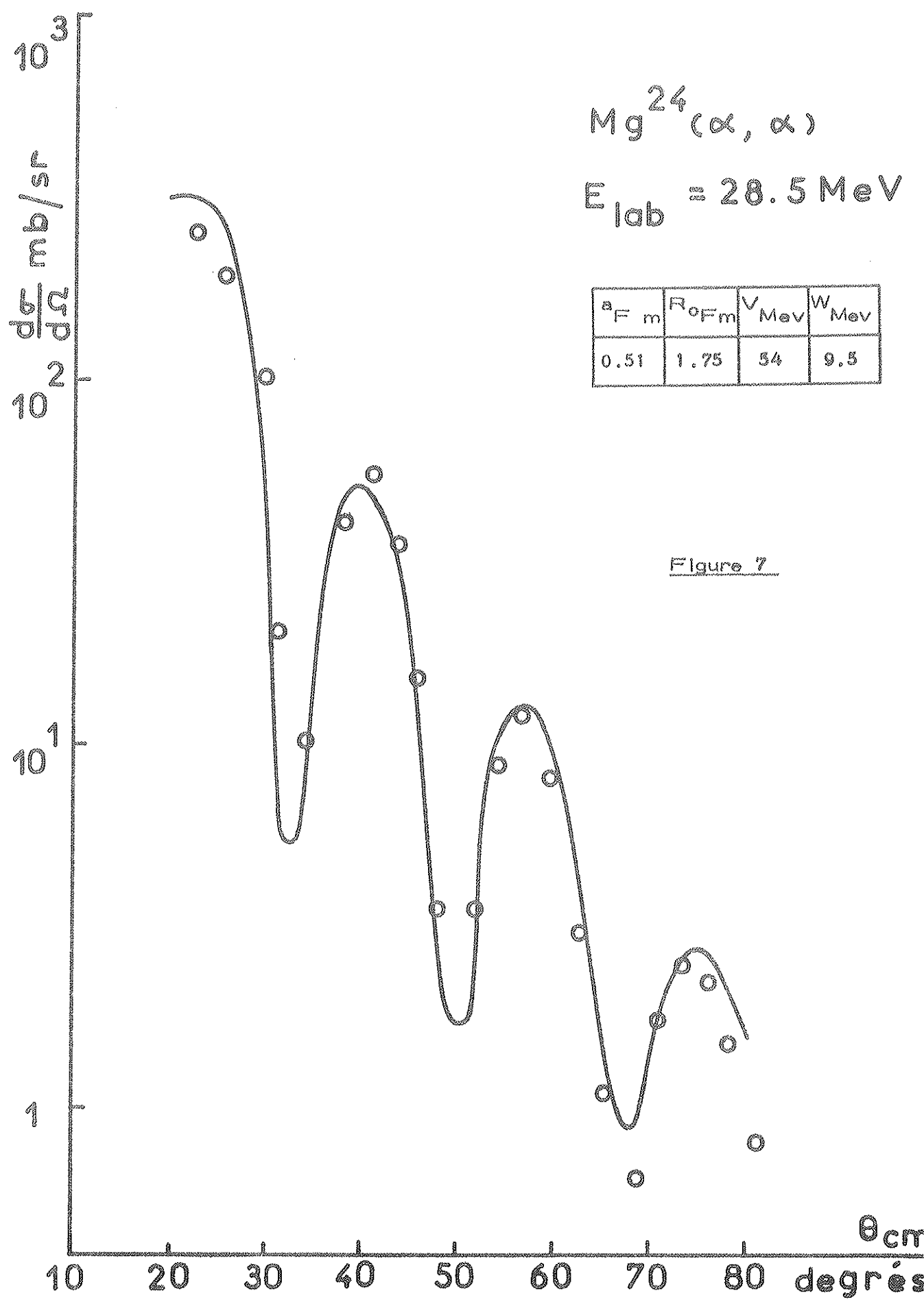


Figure 7

$\text{Ne}^{20}(\alpha, \alpha)$

$E_{\text{lab}} = 28.5 \text{ MeV}$

$a_{\text{Fm}}$	$R_0 \text{ Fm}$	$V_{\text{MeV}}$	$W_{\text{MeV}}$
0.58	1.8	48	7.6

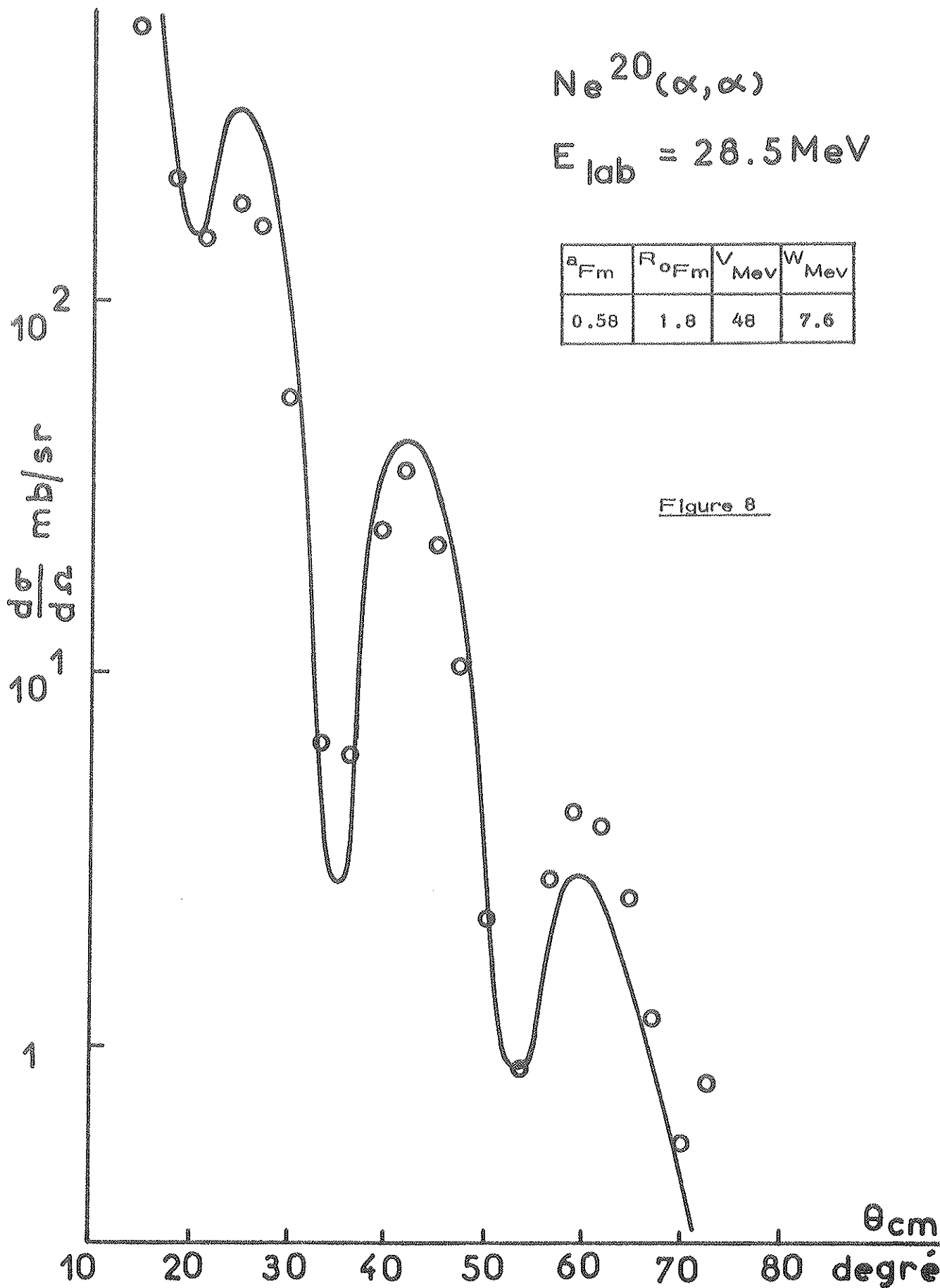


Figure 8

$O^{16}(\alpha, \alpha)$

$E_{lab} = 28.5 MeV$

$a_{Fm}$	$R_{oFm}$	$V_{Mev}$	$W_{Mev}$
0.53	1.73	36	14

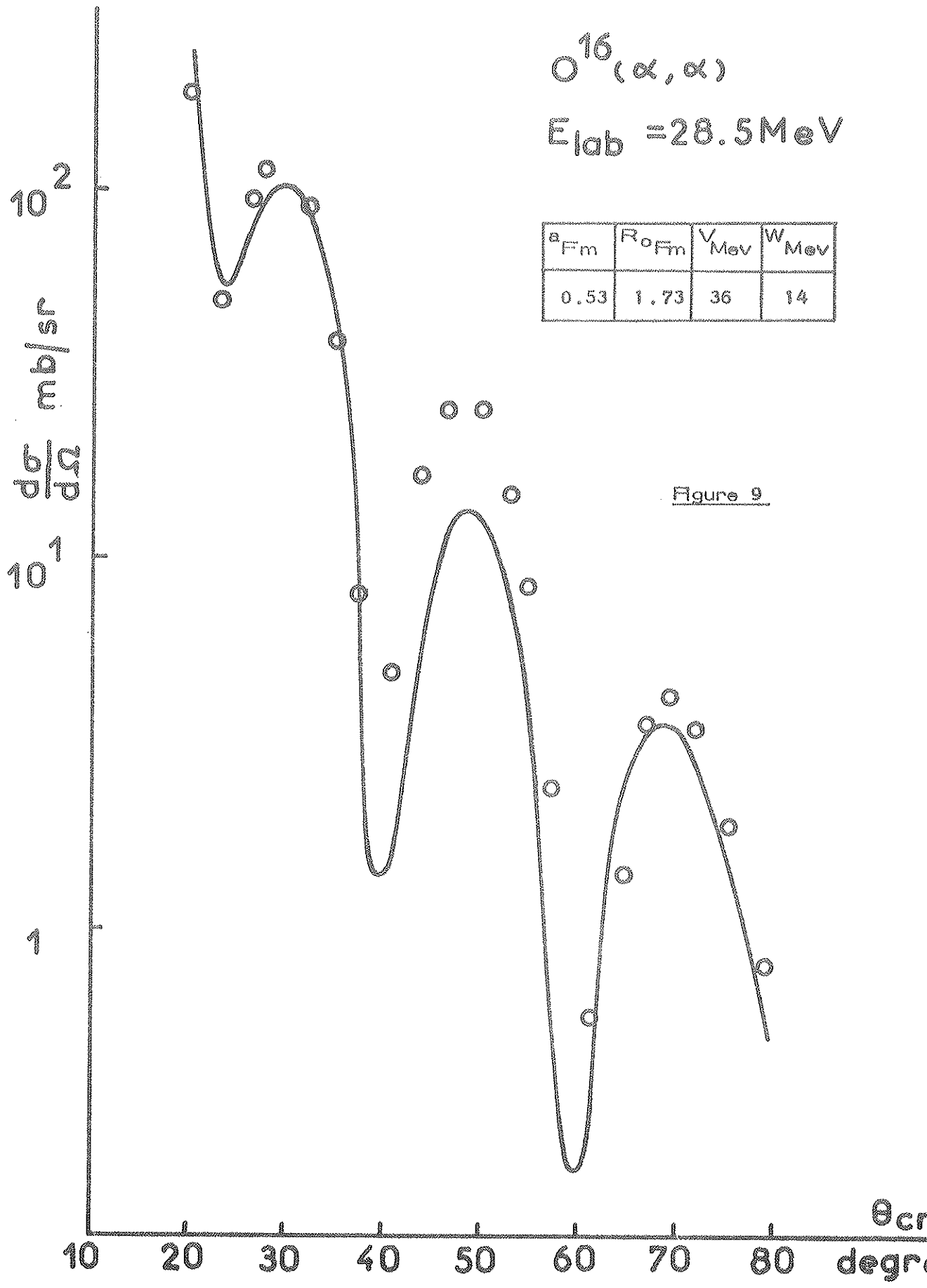


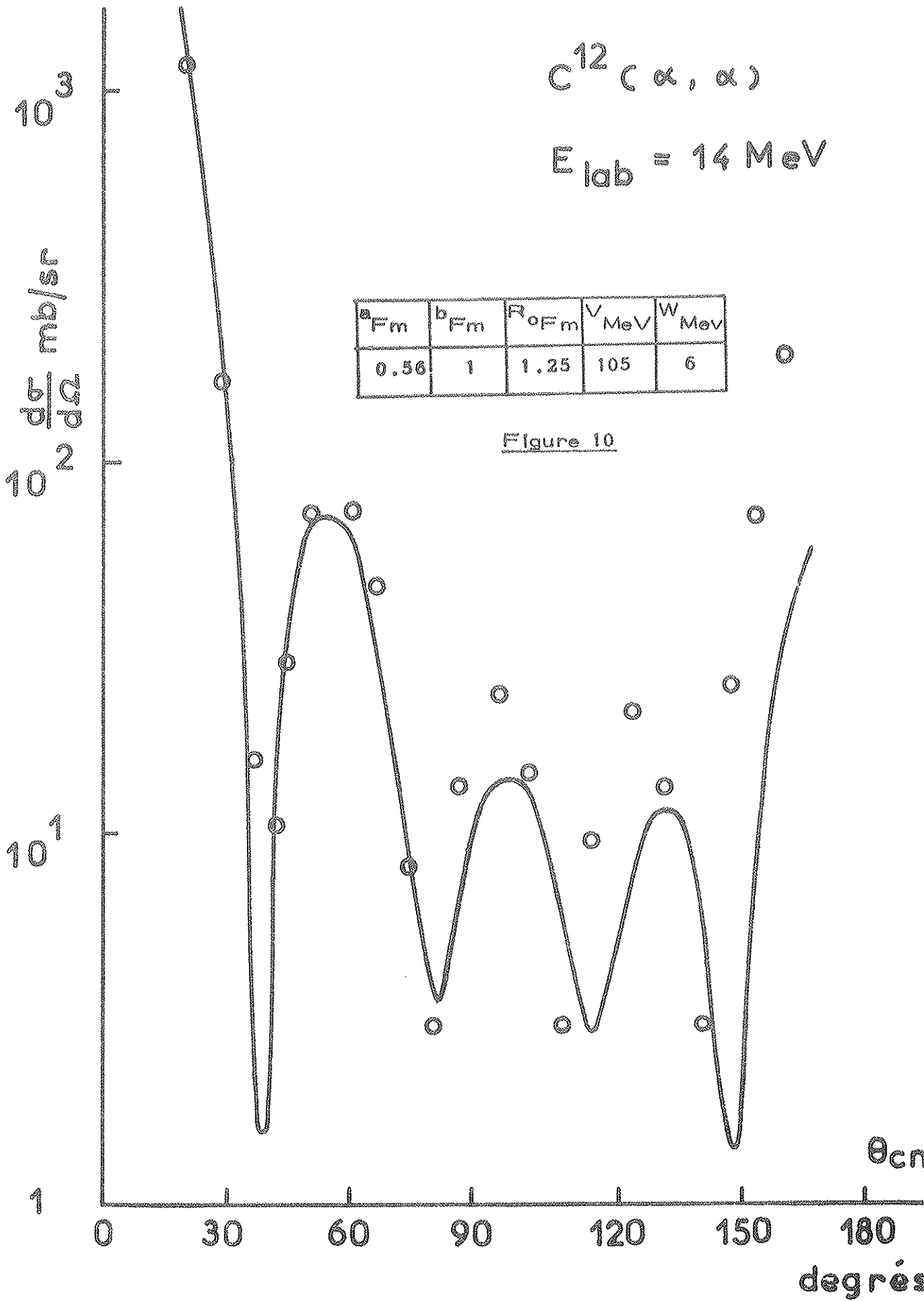
Figure 9

$C^{12}(\alpha, \alpha)$

$E_{lab} = 14 \text{ MeV}$

$a_{Fm}$	$b_{Fm}$	$R_0_{Fm}$	$V_{MeV}$	$W_{MeV}$
0.56	1	1.25	105	6

Figure 10



$Si^{28} (n,n)$

$E_{lab} = 14.1 \text{ MeV}$

$a_{Fm}$	$b_{Fm}$	$R_0_{Fm}$	$V_{Mev}$	$W_{Mev}$
0.72	1	1.25	45	11

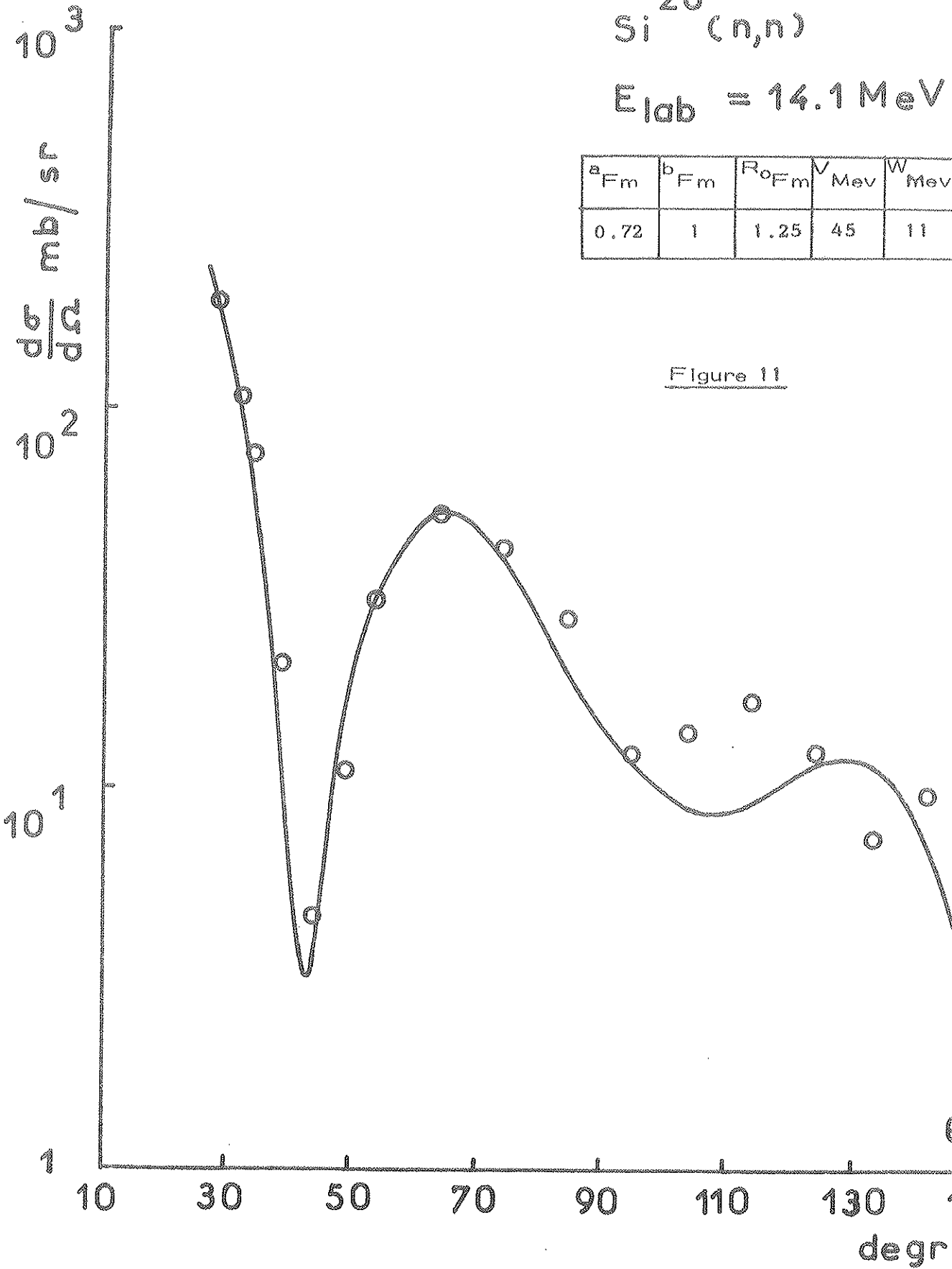


Figure 11

$O^{16} (n, n)$

$E_{lab} = 14 \text{ MeV}$

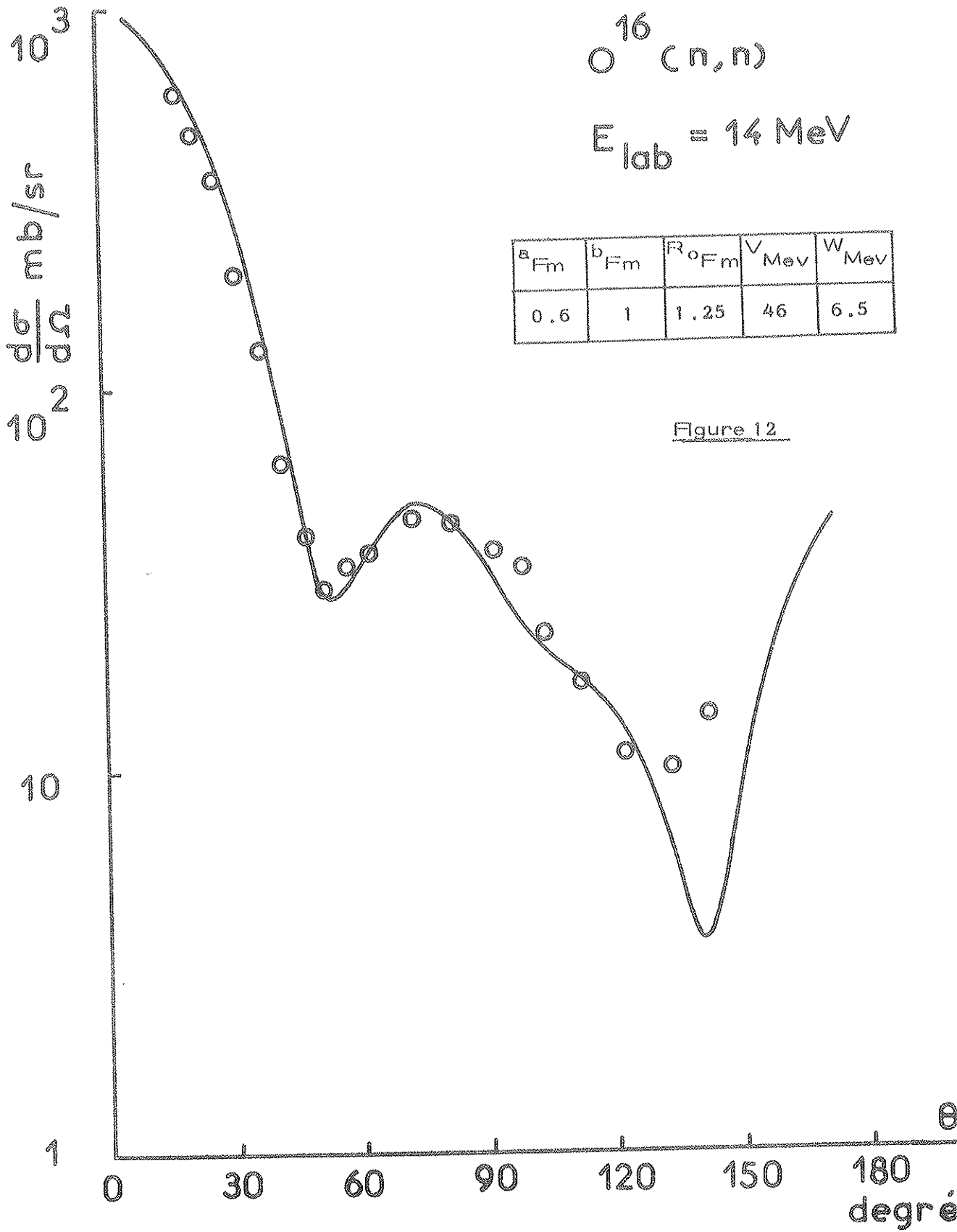
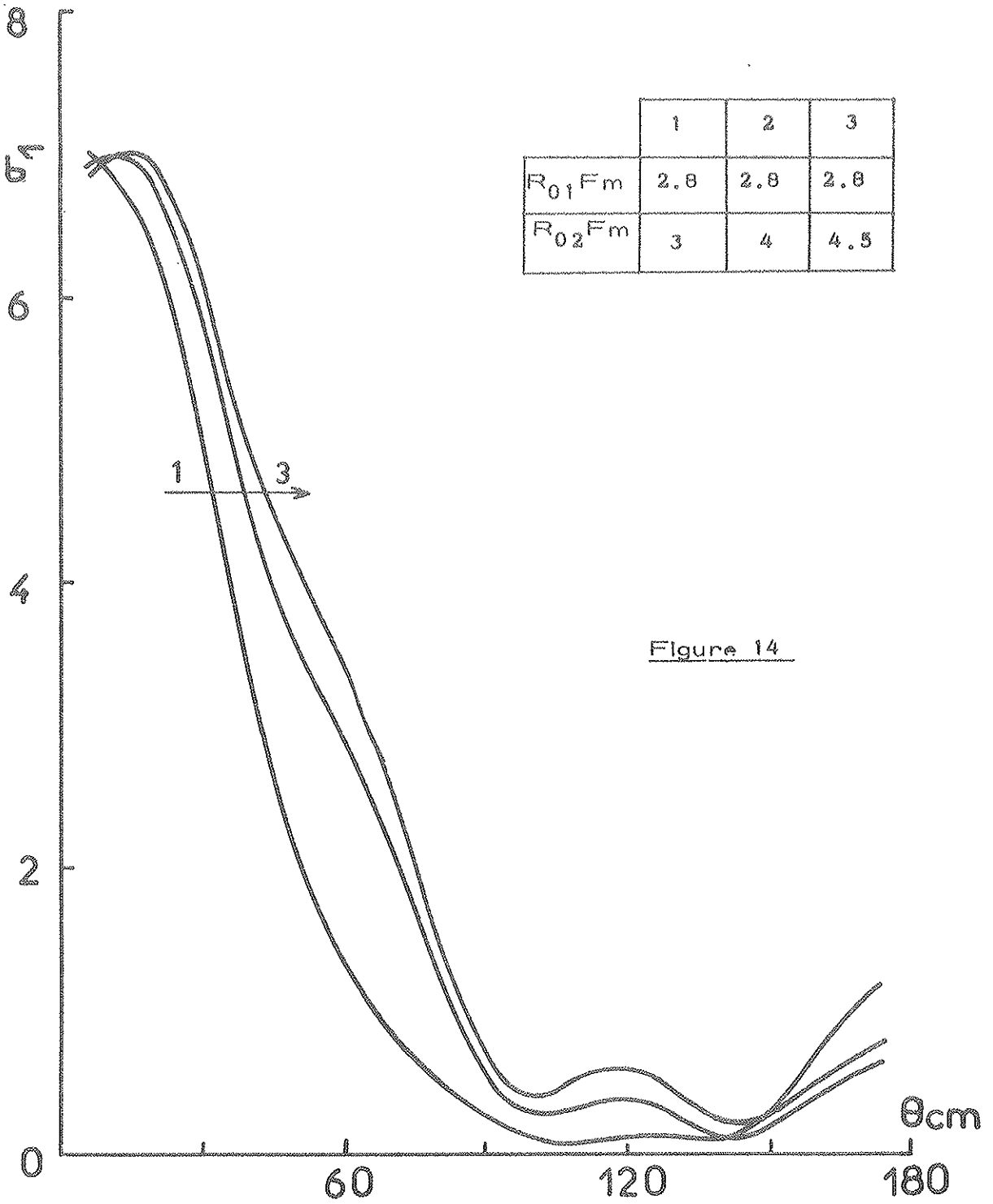
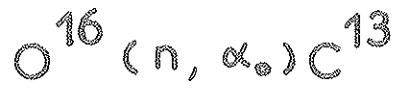
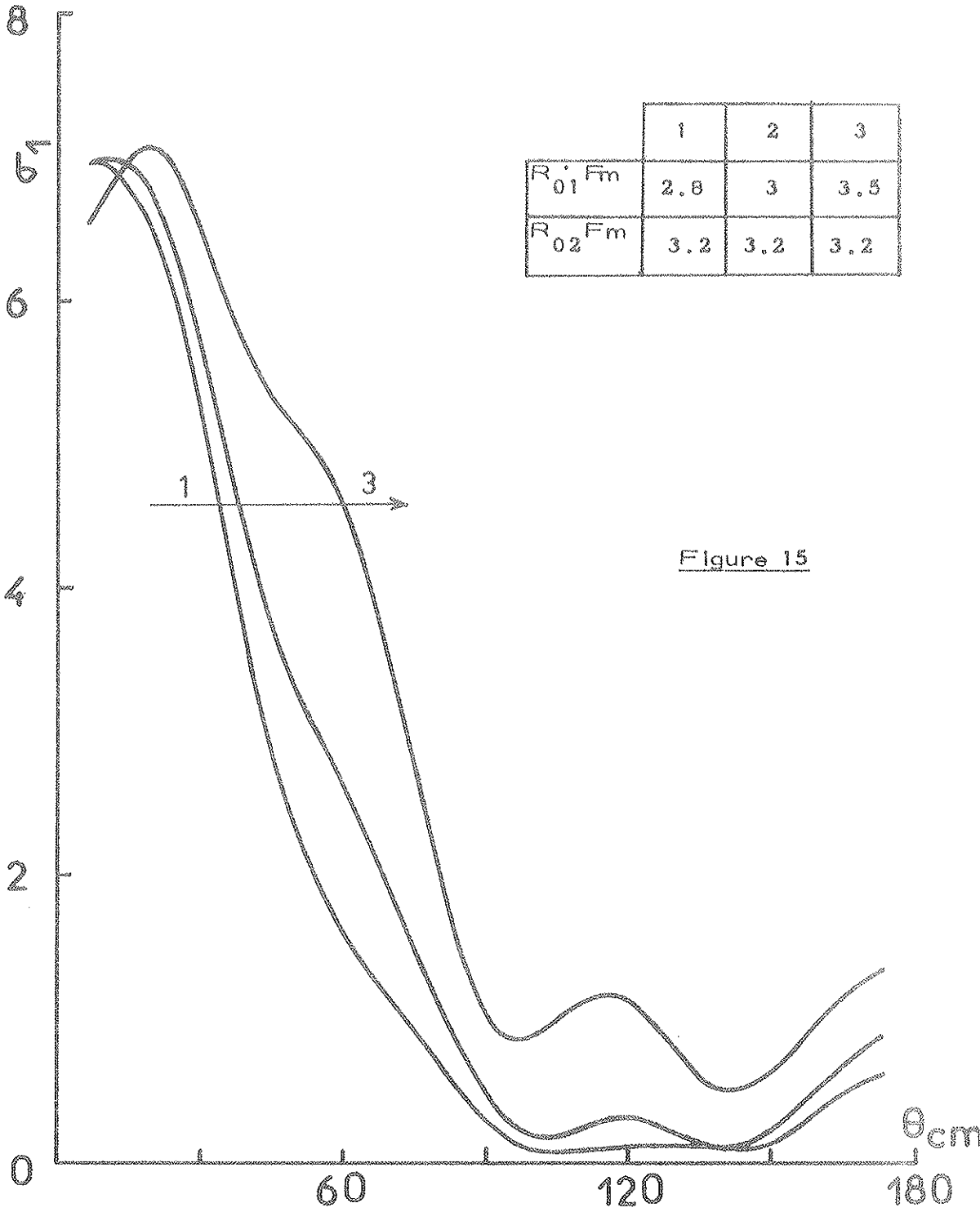


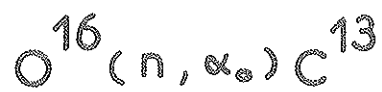
FIGURE 13

(voir Texte page 33)



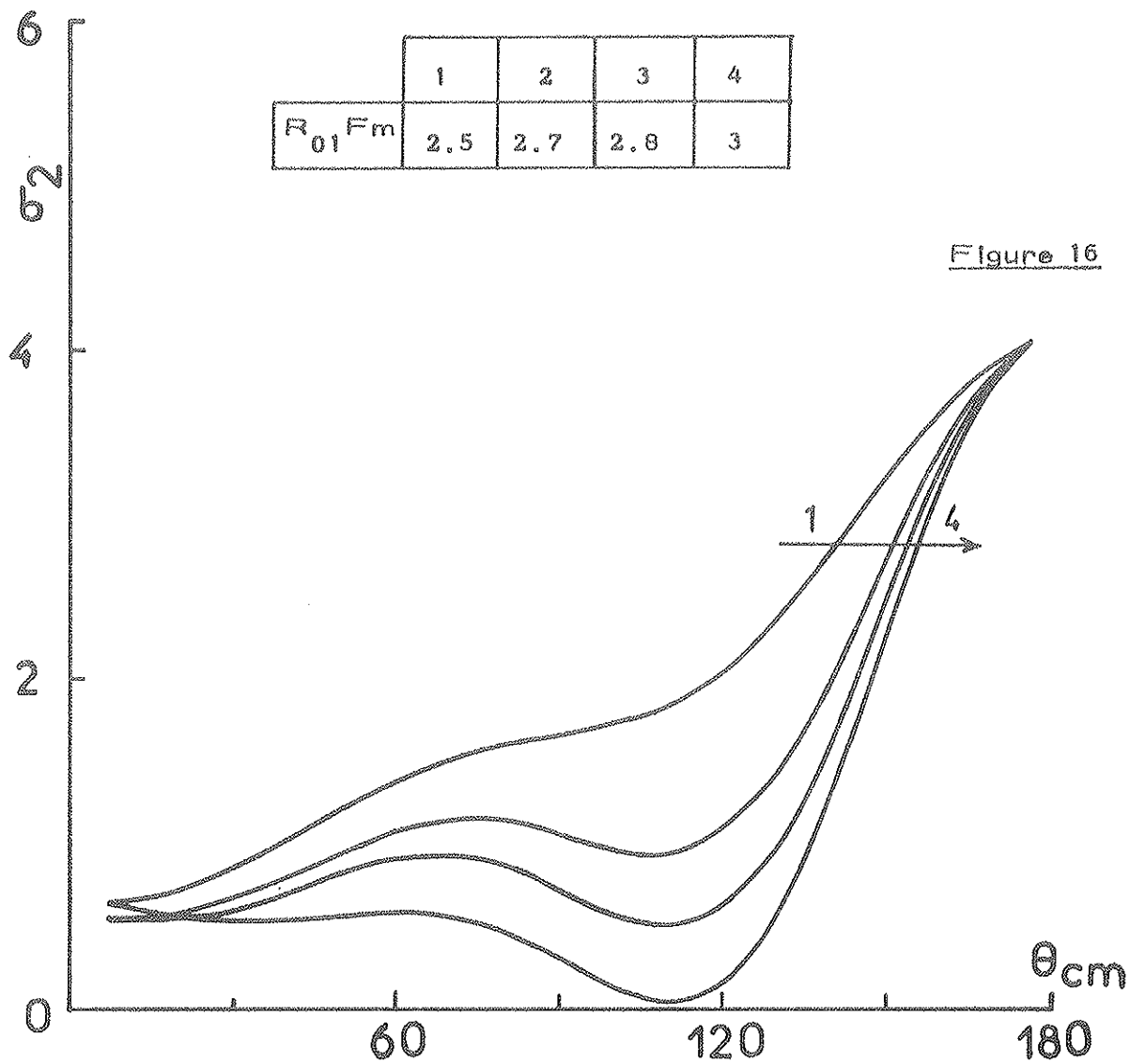


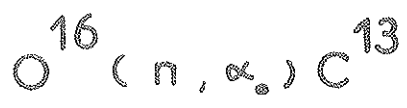




	1	2	3	4
$R_{01} F_m$	2.5	2.7	2.8	3

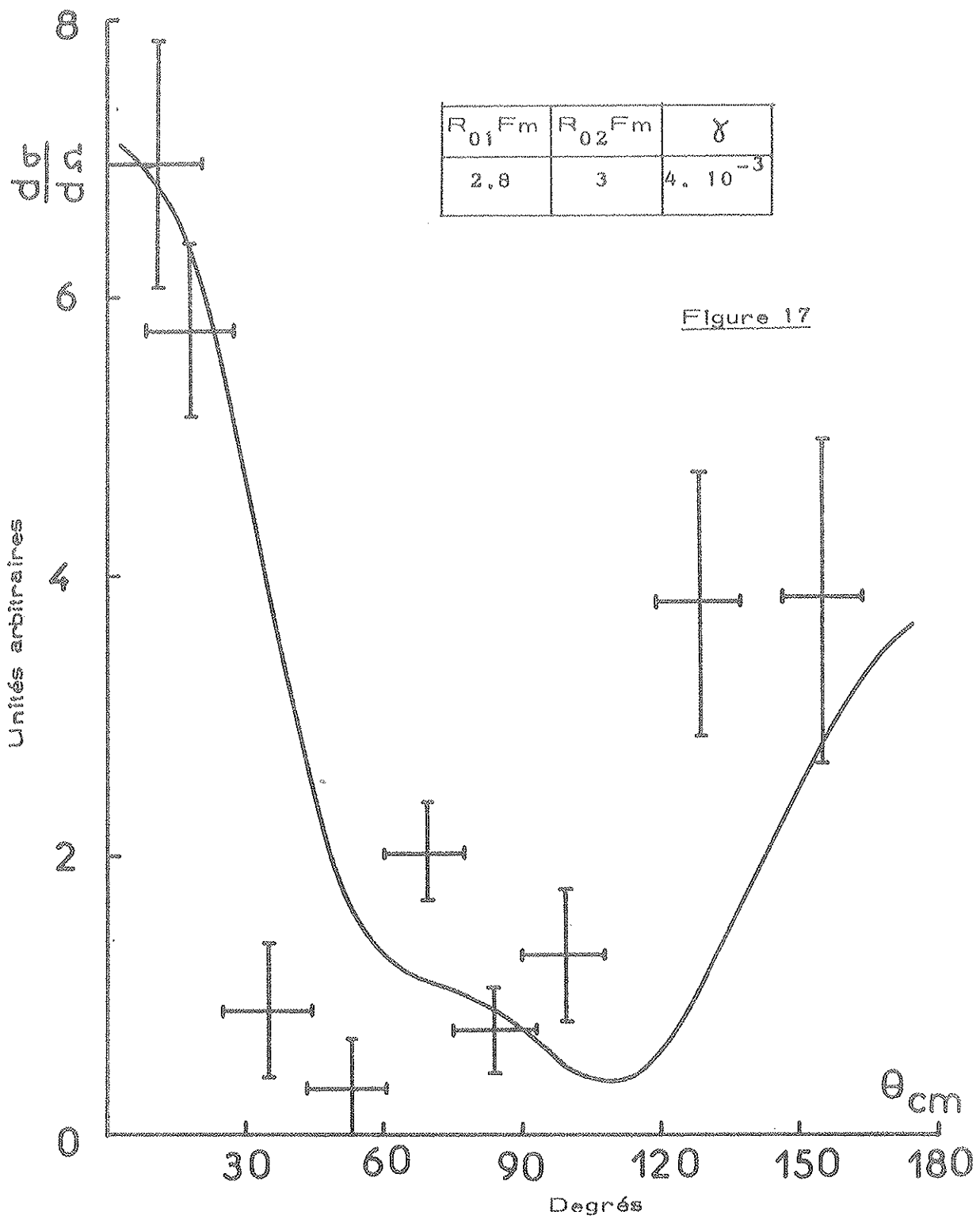
Figure 16

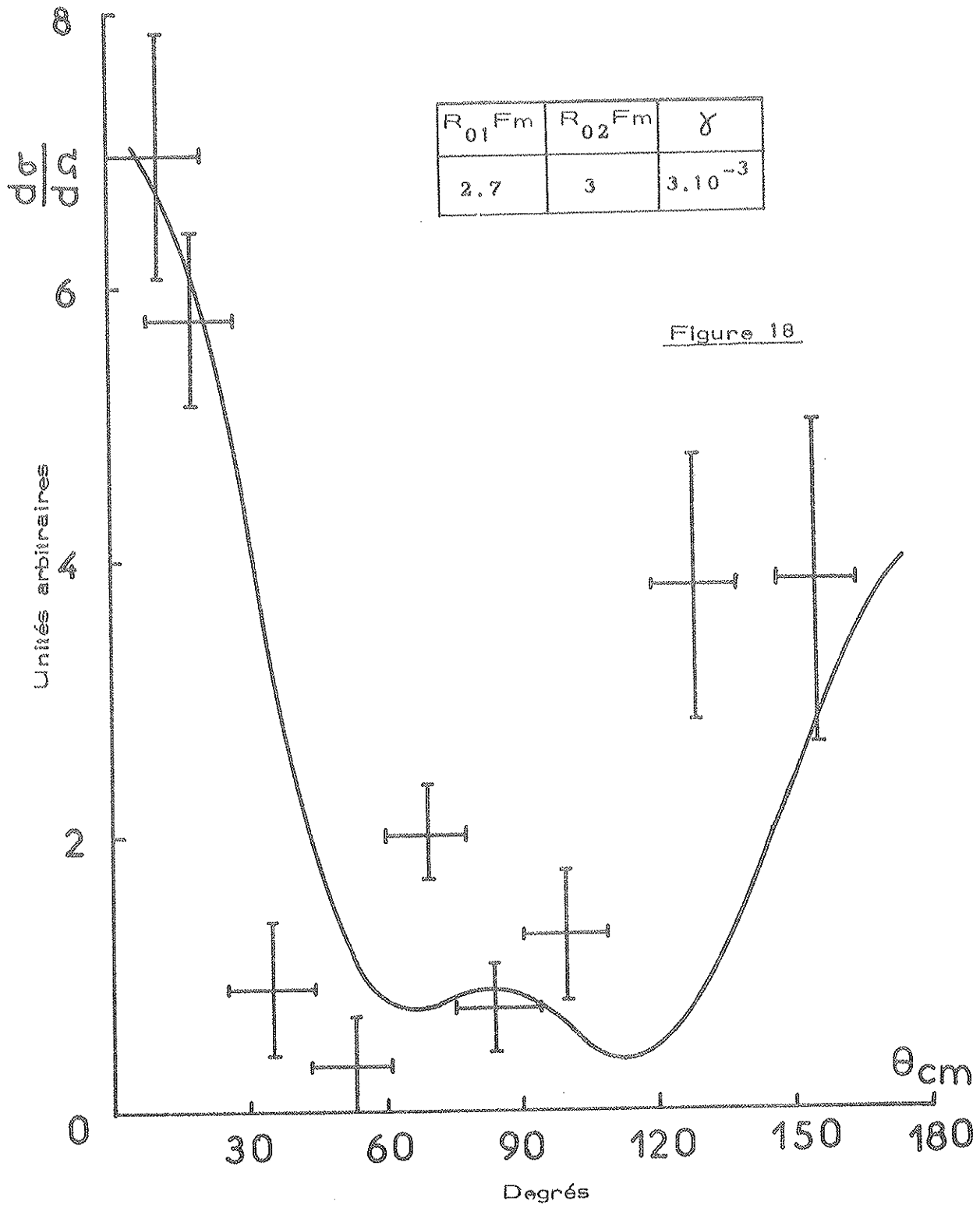
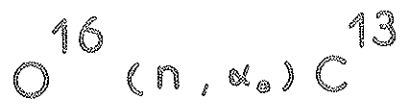


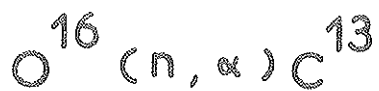


$R_{01} F_m$	$R_{02} F_m$	$\gamma$
2.8	3	$4 \cdot 10^{-3}$

Figure 17

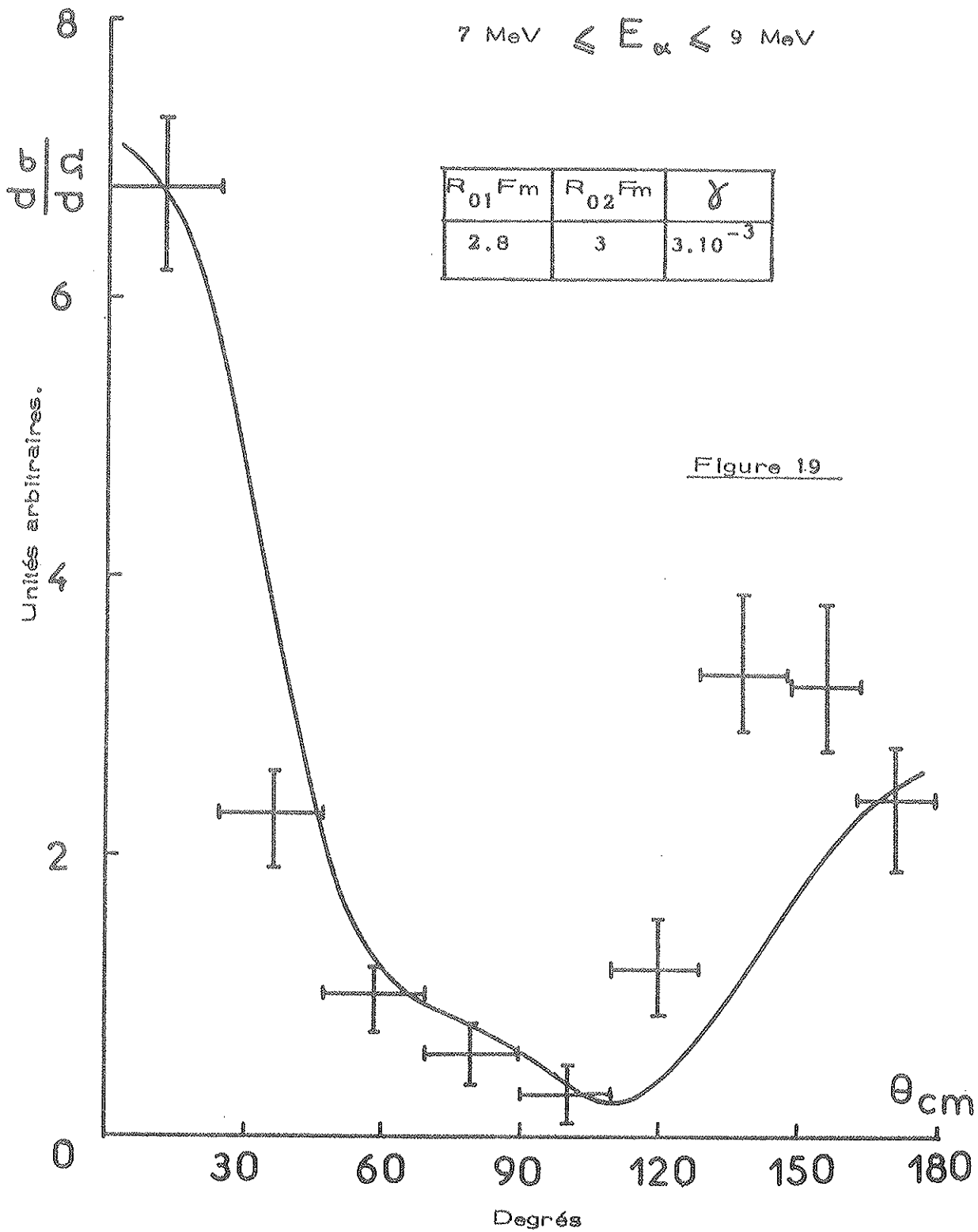


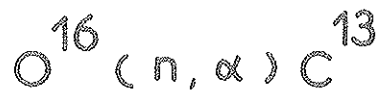




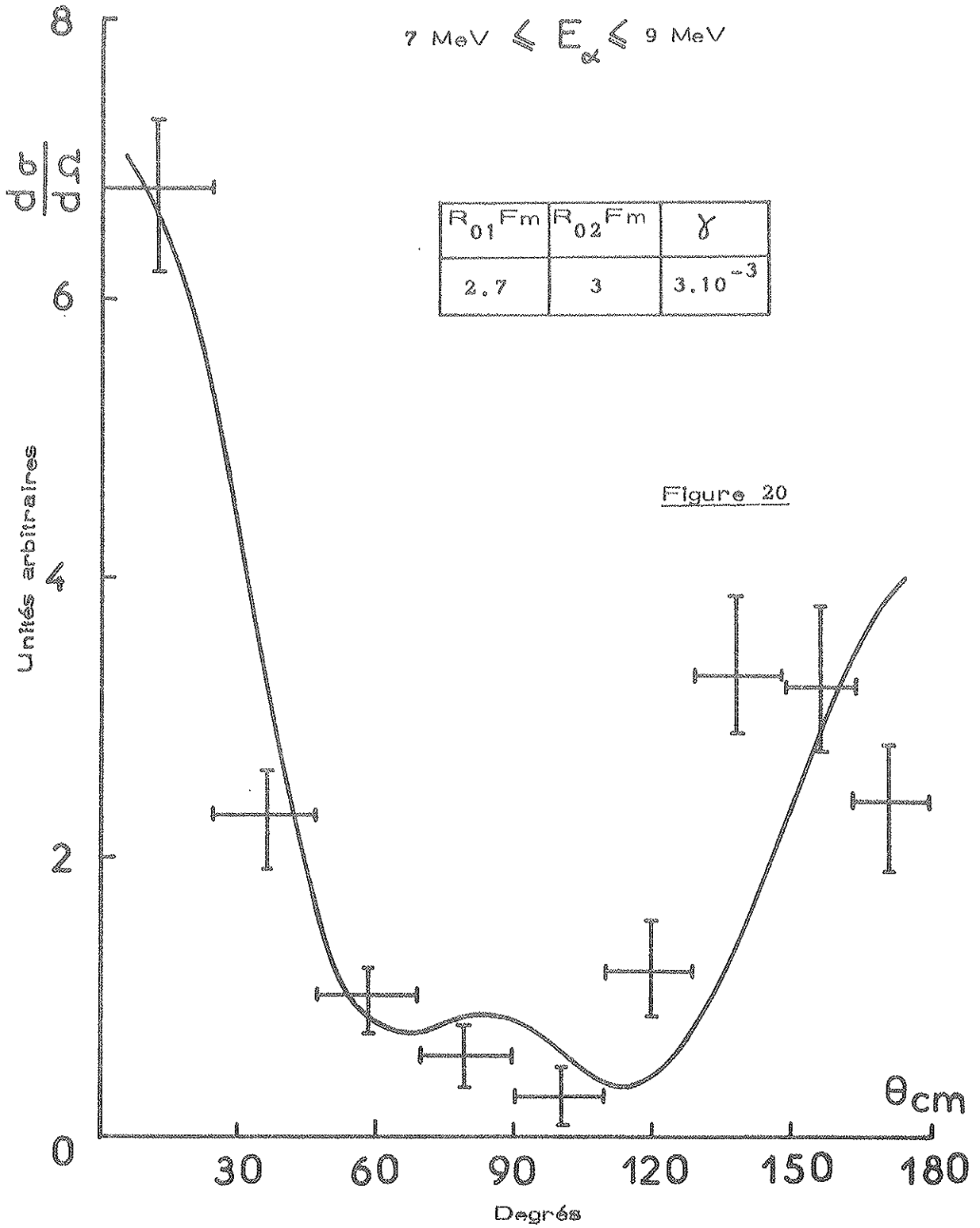
$$7 \text{ MeV} \leq E_{\alpha} \leq 9 \text{ MeV}$$

$R_{01} \text{ Fm}$	$R_{02} \text{ Fm}$	$\gamma$
2.8	3	$3 \cdot 10^{-3}$





$$7 \text{ MeV} \leq E_{\alpha} \leq 9 \text{ MeV}$$



## C O N C L U S I O N

L'examen des courbes de distributions angulaires de réactions  $(n, \alpha)$  nous a conduit à envisager un processus d'interaction directe. Cette étude a montré que l'on pouvait rendre compte de telles réactions en ne faisant intervenir qu'un seul type de "sous-structure" du noyau cible.

Les calculs ont été faits dans le cadre de la théorie des ondes distordues en faisant de nombreuses approximations, principalement :

- double approximation de Born sur les fonctions d'onde

$$\psi \longrightarrow \chi \quad \text{et} \quad \chi \longrightarrow \phi$$

- choix de potentiels de portée nulle. Ceci nous a permis de simplifier considérablement les calculs.

La méthode pourra être améliorée en revenant sur ces approximations. On pourra par exemple étudier les effets de la portée finie des potentiels.

La détermination des fonctions d'onde distordues pourra de même être faite de manière plus rigoureuse quand nous disposerons d'une série d'expériences complètes comprenant d'une part la réaction étudiée, d'autre part les diffusions élastiques correspondantes. Une autre amélioration consistera aussi à tenir compte du couplage spin-orbite pour la diffusion  $(n, n)$  et à utiliser des théories

plus élaborées pour la diffusion élastique ( $\alpha, \alpha$ ).

Remarquons que nous avons pu obtenir des résultats théoriques en accord avec les résultats expérimentaux à condition de donner aux paramètres d'interaction  $R_{01}$  et  $R_{02}$  des valeurs voisines de leurs valeurs physiques, ce qui nous semble constituer un critère de vraisemblance.

Il sera également intéressant d'étudier un processus de Pick-Up mettant en jeu un  $^3\text{He}$  du noyau cible. Le calcul pourra être fait dans le même esprit, mais le choix des interactions présentera les mêmes difficultés que dans le cas du stripping.

Notre étude sera poursuivie quand nous disposerons d'un ordinateur de plus forte capacité, en évitant toutefois d'introduire des paramètres supplémentaires.

Il serait également souhaitable de disposer de résultats expérimentaux plus nombreux et plus précis avant d'envisager des calculs plus élaborés.

Remarquons enfin que cette étude peut s'appliquer à d'autres réactions du type  $b + (c + a) \longrightarrow (b + c) + a$ .

---

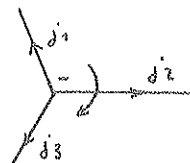


## APPENDICE

- Représentation graphique d'un coefficient "j-m".

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix}$$

sera représenté par



- Règles de symétrie.

Quand on change le signe du noeud ou le sens des flèches, on multiplie le résultat par  $(-)^{j_1 + j_2 + j_3}$ .

Quand on change le sens d'une flèche  $j$  liant deux pôles on multiplie par  $(-)^{2j}$ .

- Sommation sur un moment magnétique.

$$\sum_m (-)^{j-m} \begin{pmatrix} j & k & e \\ m & q & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & k' & e' \\ -m & q' & n' \end{pmatrix} = \sum_m (-)^{j-m} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \nearrow k \\ \leftarrow e \end{array} \begin{array}{c} \rightarrow j \\ + \end{array} \begin{array}{c} \leftarrow j' \\ \searrow k' \end{array} \\ \begin{array}{c} \leftarrow e \\ \searrow k' \end{array} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} \nearrow k \\ \leftarrow e \end{array} \begin{array}{c} \rightarrow j \\ + \end{array} \begin{array}{c} \rightarrow j' \\ + \end{array} \end{array}$$

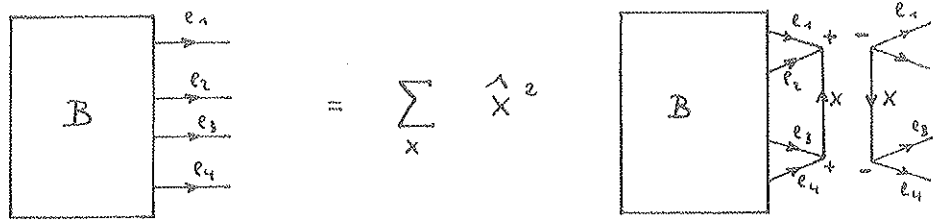
- Wigner généralisé.

• Si une partie du diagramme n'intervient pas dans la somme considérée, on la remplace par un bloc (libre ou fermé).

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \nearrow j_1 \\ \leftarrow j_2 \end{array} \\ \boxed{B} \end{array} = \hat{j}_1^{-1} \delta(j_1 j_2) \begin{array}{c} \boxed{B} \\ \rightarrow j_1 \end{array}$$

. Si un paramètre est nul, la ligne correspondante est simplement enlevée.

- Fermeture d'un bloc.



## B I B L I O G R A P H I E

---

- 1 U. SEEBECK, M. BORMAN  
N.P. 68 (1965) 387
- 2 L. GONZALEZ, J. RAPAPORT  
N.P. 72 (1965) 218
- 3 B. SEN  
N.P. 41 (1963) 435
- 4 M.L. CHATTERJEE, B. SEN  
N.P. 51 (1964) 583
- 5 M.L. CHATTERJEE  
N.P. 65 (1965) 635
- 6 J.N. MASSOT  
Thèse de 3e Cycle (1964) LYON
- 7 J.N. MASSOT, E. EL-BAZ, J. LAFOUCRIERE  
N.P. 58 (1964) 272
- 8 H. MORGENSTERN  
Laborbericht Nr. 6 (1965) Berlin
- 9 NORMAN Mc DICKEN  
(Communication privée)
- 10 R.E. LELEVIER, D.S. SAXON  
P.R. 87 (1952) 40

- 11 A. MESSIAH  
Mécanique quantique (Dunod)
- 12 C. BLOCH  
Théorie des réactions nucléaires
- 13 P.T. ANDREWS  
N.P. 56 (1964) 465
- 14 G.H. LAMOT  
Thèse de 3e Cycle (1966) LYON
- 15 M.A. MELKANOFF, D.S. SAXON, J.S. NODVIK, D.G. CANTO,  
A. FORTRAN  
Program for Elastic scattering Analysis with the Nuclear Optical  
Model, University of California Press (1962).
- 16 P.E. HODGSON  
The optical model of Elastic Scattering. Clarendon Press (1963)
- 17 J. KOKAME, K. FUKUNAGA, H. NAKAMURA, N. INOUE  
J. Phys. Soc. Japan, 20 N° 4 (1965) 475
- 18 C. FAYARD, G.H. LAMOT  
C.R. Acad. Sc. Paris, t. 261 p. 1663 (1965)
- 19 E.B. CARTER, G.E. MITCHELL, R.H. DAVIS  
P.R. 133 (1964) 1421
- 20 J.L. VIDAL, R. BOUCHE, L. FEUVRAIS, M. GAILLARD,  
P. GAILLARD, M. GOUANERE, M. GUSAKOW, J.R. PIZZI,  
G.H. LAMOT, C. FAYARD  
Colloque sur les "noyaux légers", LYON (1966), Journal de Physique  
(à paraître)

- 21 R.L. CLARKE, W.G. CROSS  
N.P. 53 (1964) 177
- 22 R.W. BAUER, J.D. ANDERSON, L.J. CHRISTENSEN  
N.P. 47 (1963) 241
- 23 T.B. DAY, L.S. RODBERG, G.A. SNOW, J. SUCHER  
P.R. 123 (1961) 1051
- 24 R.H. BASSEL, R.M. DRISKO, G.R. SATCHLER  
Code SALLY - ORNL - 3240
- 25 D. ROBSON  
N.P. 33 (1962) 594
- 26 D. ROBSON  
N.P. 42 (1963) 592
- 27 A.P. YUTSIS, I.B. LEVINSON, V.V. VANAGAS  
The theory of angular momentum - Israël (1962).
- 28 J.N. MASSOT, E. EL-BAZ, J. LAFOUCRIERE  
N.P. (à paraître)
- 29 E. EL-BAZ, J.N. MASSOT, J. LAFOUCRIERE  
N.P. (à paraître)
- 30 J.N. MASSOT, E. EL-BAZ, J. LAFOUCRIERE  
Colloque sur les "noyaux légers", LYON (1966), J. de Phys.  
(à paraître)
- 31 K.R. GREIDER  
Nuclear spectroscopy with direct reactions. ANL - 6878 (1964)
- 32 C.JOACHAIN  
Thèse, Bruxelles (1963)