



HAL
open science

Contribution à l'étude des ondes électrostatiques et électromagnétiques au voisinage de la fréquence hybride basse dans le plasma ionosphérique

Michel Hamelin

► **To cite this version:**

Michel Hamelin. Contribution à l'étude des ondes électrostatiques et électromagnétiques au voisinage de la fréquence hybride basse dans le plasma ionosphérique. Physique Atmosphérique et Océanique [physics.ao-ph]. Université d'Orléans, 1978. Français. NNT: . tel-00752196

HAL Id: tel-00752196

<https://theses.hal.science/tel-00752196>

Submitted on 15 Nov 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ D'ORLÉANS
U.E.R. DE SCIENCES FONDAMENTALES ET APPLIQUÉES

THÈSE

présentée par

Michel HAMELIN

pour l'obtention du grade de
DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

**CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES ONDES
ÉLECTROSTATIQUES ET ÉLECTROMAGNÉTIQUES
AU VOISINAGE DE LA FRÉQUENCE HYBRIDE BASSE
DANS LE PLASMA IONOSPHERIQUE**

Soutenue le 30 juin 1978 devant la Commission d'Examen

JURY

MM. J. CHAPELLE	<i>Président</i>
R. BASILE	<i>Examineur</i>
C. BÉGHIN	<i>Examineur</i>
J.-A. FEJER	<i>Examineur</i>
J.-P.-M. SCHMITT	<i>Examineur</i>

PLAN

	<u>Pages</u>
I. INTRODUCTION	1
II. OBSERVATIONS D'ONDES AU VOISINAGE DE LA FREQUENCE HYBRIDE BASSE	5
II.1. Ondes naturelles	5
II.2. La sonde quadripolaire au voisinage de la résonance hybride basse	6
II.3. Transmission dans l'ionosphère : l'expérience CISASPE	7
II.4. Les résonances TBF du satellite ISIS 2	8
II.5. Emissions stimulées par des particules : l'expérience Electron Echo 1	9
II.6. Synthèse des problèmes soit résolus par des travaux antérieurs, soit restant à résoudre	10
III. FORME DES RELATIONS DE DISPERSION AU VOISINAGE DE LA FREQUENCE HYBRIDE BASSE DANS UN PLASMA HOMOGENE A PLUSIEURS ESPECES IONIQUES	11
III.1. Rappel des différentes théories	11
III.2. Théories macroscopiques	15
1. Approximation du tenseur diélectrique	15
2. Théorie plasma froid	19
3. Théorie adiabatique dans l'approximation électrostatique	22
4. Théorie adiabatique complète	23
5. Comparaison des différents résultats et domaine de validité des approximations	25
III.3. Théorie microscopique pour les ondes électrostatiques en propagation rigoureusement perpendiculaire	26
1. Relation de dispersion	26
2. Niveaux d'excitation des modes libres	30
3. Résultats numériques	30

	<u>Pages</u>
III.4. Théorie microscopique pour les ondes électrostatiques en propagation quasi-perpendiculaire	32
1. Forme approchée de l'équation de dispersion	32
2. Cas des modes de Bernstein électroniques	39
3. Cas des modes de Bernstein ioniques	44
IV. PROPAGATION DES ONDES EN MILIEU FAIBLEMENT INHOMOGENE AU VOISINAGE DE LA FREQUENCE HYBRIDE BASSE DANS LE CADRE DE LA THEORIE ADIABATIQUE	51
IV.1. Equations et hypothèses de base	51
IV.2. Cas des ondes électrostatiques	52
IV.3. Cas général électromagnétique	55
IV.4. Comparaison des résultats et discussion	58
V. REPOSE A UNE IMPULSION DE COURANT PONCTUELLE EN MILIEU HOMOGENE	61
V.1. Présentation du problème	61
V.2. Potentiel créé par une impulsion de courant ponctuelle	61
1. Equations et hypothèses de base	61
2. Le problème de la causalité	63
3. Intégration suivant le vecteur d'onde \vec{k} : le potentiel $V(\vec{r}, \omega)$	64
4. Intégration en fréquence : le potentiel $V(\vec{r}, t)$	67
V.3. Discussion	70
VI. LE PROBLEME DU PLASMA EN MOUVEMENT	73
VI.1. Présentation du problème	73
VI.2. Transformation de la conductivité et du champ des ondes planes	73
VI.3. Cas des ondes électrostatiques	78
VI.4. Discussion	79

	<u>Pages</u>
VII. APPLICATIONS	81
VII.1. Rayonnement aux maximums de fréquence f_{qn} des modes de Bernstein électroniques en plasma de laboratoire	81
VII.2. L'expérience CISASPE	83
VII.3. Les échos de très basse fréquence du satellite ISIS 2	85
1. Génération des ondes	85
2. Les spectres de raies	86
3. Approche du mécanisme des échos	87
4. Discussion	91
VII.4. Les émissions stimulées par des particules : l'expérience Electron Echo I	92
VII.5. Bilan des applications expérimentales	93
 VII. CONCLUSION	 95
 ANNEXE 1 : Développement de Taylor de la constante diélectrique longitudi- nale. Termes du 3ème ordre	 97
 ANNEXE 2 : Formes causales équivalentes du potentiel créé par une charge ponctuelle dans un magnétoplasma tiède (calcul électrostatique)	 101
 BIBLIOGRAPHIE	 103
 REMERCIEMENTS	 109
 LEGENDES DES FIGURES	 111

I - INTRODUCTION

Les phénomènes de résonance des ondes dans les plasmas ont un grand intérêt tant expérimental que théorique. Au voisinage des résonances où la vitesse de phase \vec{v}_ϕ d'une onde plane est très faible, les propriétés de l'onde dépendent de son interaction avec la fraction non négligeable de la population de particules ionisées ayant une vitesse individuelle d'agitation thermique voisine de \vec{v}_ϕ . C'est pourquoi les propriétés des ondes au voisinage des résonances sont caractéristiques non seulement de la composition du plasma et du champ magnétique statique \vec{B}_0 mais aussi de la température de ses constituants. On comprend ainsi l'intérêt particulier de l'étude des résonances aux fins de diagnostic du plasma ionosphérique.

Le présent travail consiste en l'étude du voisinage de l'une de ces résonances qui intervient pour la fréquence hybride basse (FHB) en propagation perpendiculaire à \vec{B} . La résonance hybride basse (RHB) fait intervenir un couplage entre l'onde et l'ensemble des espèces ionisées, ions et électrons (nous utiliserons l'abréviation RHB pour désigner la résonance proprement dite qui n'a lieu qu'en propagation perpendiculaire alors que "FHB" désignera seulement la fréquence caractéristique de cette résonance).

La RHB a déjà donné lieu à de nombreux travaux. En particulier, un grand intérêt a été porté au problème du chauffage du plasma grâce à l'échange d'énergie entre une onde à la FHB et les particules ionisées (voir par ex. [Pešić, 1973] ; [Brambilla, 1976]). Ce vaste sujet d'études motivées par la mise au point de machines en vue de la fusion thermonucléaire n'est pas le cadre de ce travail bien que les mêmes bases théoriques soient utilisées. Nous serons guidés dans le choix de nos approximations par les caractéristiques du plasma de l'ionosphère et de la magnétosphère terrestres.

Nous dressons tout d'abord dans le chapitre II un bilan des observations expérimentales effectuées jusqu'à présent et de leurs interprétations théoriques. Si un certain nombre de faits expérimentaux sont actuellement bien compris grâce à l'utilisation des modèles de plasma froid ou tiède, il subsiste des phénomènes tels que les spectres de raies ne pouvant être

interprétés qu'à l'aide du modèle microscopique plasma chaud. On dispose dans ce cas d'études effectuées avec des méthodes numériques relativement complexes excluant souvent la propagation oblique ou la présence de plusieurs espèces ioniques. L'examen des travaux antérieurs permet de définir et de situer notre propre travail dans cet ensemble.

Le chapitre III est consacré à l'étude des ondes planes dans un magnétoplasma homogène à plusieurs espèces ioniques. Nous présentons d'abord les différents modèles théoriques, plasma froid, tiède et chaud et nous reportons des résultats déjà connus en ce qui concerne les modèles plasma froid et plasma tiède dans l'approximation électrostatique. Nous continuons par notre propre contribution à cette étude : le cas de la théorie adiabatique complète (plasma tiède) puis le cas de la théorie microscopique (plasma chaud) dans le cadre de l'approximation électrostatique. En théorie microscopique, on envisage d'abord le cas de la propagation strictement perpendiculaire, c'est à dire le cas des modes de Bernstein ioniques. On montre leur importance au voisinage de la FHB ainsi que le rôle prépondérant joué par l'espèce ionique la plus légère. Enfin, nous établissons une équation de dispersion approchée dans le cas de la propagation quasi-perpendiculaire, ce qui permet en particulier d'accéder aisément au module et à la direction de la vitesse de groupe \vec{v}_g . Ce dernier calcul s'applique aussi bien aux modes de Bernstein ioniques qu'électroniques, son domaine angulaire de validité pouvant toutefois être restreint dans le cas ionique à cause de l'amortissement Landau dû aux électrons.

Nous étudions dans le chapitre IV la propagation en milieu faiblement inhomogène en utilisant le modèle plasma tiède. Un tel calcul doit prendre le relais de celui effectué avec le modèle plasma froid (voir [Cerisier, 1970]) lorsque ce dernier modèle tombe en défaut au voisinage de la RHB. Le calcul est effectué de façon analytique dans le cas de l'approximation électrostatique ainsi que dans le cas général électromagnétique. On montre que les ondes électrostatiques sont pratiquement guidées le long du champ magnétique, peuvent être réfléchies et revenir ainsi au voisinage de leur point de départ. Les ondes électromagnétiques au contraire peuvent s'éloigner notablement de leur ligne de champ \vec{B}_0 initiale.

L'étude de la réponse à une impulsion de courant ponctuelle en milieu homogène fait l'objet du chapitre V ; cette étude très difficile à mener dans le cas général est effectuée à l'aide du modèle relativement simple fourni par l'approximation électrostatique en plasma tiède.

Les résultats sont comparés à ceux de Fejer [1966] et de Pottalette [1972] obtenus dans le cadre de la théorie plasma froid. Nous trouvons une forme différente de décroissance de l'amplitude de la réponse en fonction du temps : t^{-1} dans notre cas au lieu de $t^{-1/2}$ pour les calculs utilisant la théorie plasma froid. Cette décroissance en effet, est caractéristique de l'acuité de la résonance laquelle dépend essentiellement des effets de température. Nos résultats montrent également une perturbation se propageant perpendiculairement à la vitesse thermique des ions.

Nous consacrons ensuite le court chapitre VI au problème du plasma en mouvement qu'il est nécessaire de considérer dès que l'on veut appliquer les résultats théoriques aux données expérimentales obtenues dans l'espace à l'aide de fusées ou de satellites mobiles par rapport au plasma.

Au chapitre VII, nous appliquons les résultats de notre étude aux divers cas expérimentaux déjà présentés au chapitre II. Ainsi, la structure de raies des spectres en fréquence de signaux obtenus lors des expériences ISIS 2 et Electron Echo 1 est expliquée par l'excitation des modes de Bernstein ioniques. La propagation en milieu faiblement inhomogène permet d'expliquer la coupure brusque à la FHB observée lors de l'expérience de transmission CISASPE. Dans le cas des résonances excitées par le sondeur ionosphérique du satellite ISIS 2, nous précisons les caractéristiques des ondes reçues et nous parvenons à une interprétation qualitative du phénomène. Les conditions expérimentales telles que la grande longueur des antennes et la complexité de la théorie dans ce cas ne permettent pas le calcul du signal reçu par l'antenne et une interprétation plus quantitative.

En conclusion, nous dressons un bilan de notre contribution à l'étude de la propagation des ondes au voisinage de la FHB dans un plasma à plusieurs espèces ioniques.

II - OBSERVATIONS D'ONDES AU VOISINAGE DE

LA FREQUENCE HYBRIDE BASSE

La résonance hybride basse n'a été mise en évidence dans l'ionosphère que in situ lors d'expériences spatiales, aussi son étude, tributaire de moyens tels que fusées et satellites est relativement plus récente que celle des résonances de plasma et hybride haute, accessibles du sol par télédétection. Les diverses situations expérimentales que nous allons brièvement décrire et commenter sont assez représentatives des recherches menées jusqu'à présent, mettant en jeu le rôle de la RHB dans l'ionosphère. Nous commencerons notre exposé par les observations d'ondes naturelles qui furent les prémisses des expériences actives qui nous intéressent principalement aujourd'hui.

II.1. ONDES NATURELLES

Avant l'utilisation des premiers satellites, l'étude des ondes électromagnétiques naturelles reçues au sol était une des plus importantes sources d'informations sur l'ionosphère. La loi de dispersion des sifflements permettait de déterminer le profil de densité électronique le long du parcours de l'onde ; Storey [1956] qui fut le précurseur de cette méthode puis Hines [1957] s'intéressèrent alors à la partie basse fréquence du spectre des sifflements pour laquelle les effets des ions (essentiellement H^+) eussent dû être détectables. Fructueuse en haute fréquence en ce qui concerne la mesure de la densité électronique, la méthode appliquée aux très basses fréquences en vue de mesurer la densité des protons n'eut pas le même développement, essentiellement à cause de la très grande précision d'analyse exigée pour obtenir un résultat significatif [Barrington et Nishizaki, 1960].

La situation changea radicalement lors de l'utilisation des satellites comme moyen de détection des ondes. Les enregistrements mirent en évidence deux phénomènes nouveaux : le bruit à la fréquence hybride basse [Barrington et Belrose, 1963] et les sifflements ioniques [Smith et coll., 1964]. Ces deux phénomènes donnèrent lieu à de nouvelles méthodes de déduction de la composition ionique au voisinage du satellite. Les sifflements ioniques qui interviennent dans une gamme de fréquences inférieures à la

FHB furent interprétés en termes de propagation des ondes dans un magnétoplasma froid à plusieurs espèces ioniques [Smith et Brice, 1964 ; Gurnett et coll., 1965] donnant ainsi accès à la composition ionique du plasma [Shawhan et Gurnett, 1966]. En même temps, dans le domaine de fréquences qui nous intéresse plus particulièrement, les observations des bandes de bruit présentant une limite inférieure brusque à la FHB devaient permettre de déduire la masse ionique efficace et accéder ainsi à la composition ionique [Brice et Smith, 1965 ; Barrington et coll., 1965]. La théorie expliquant de façon satisfaisante les bandes de bruit à la FHB fut donnée plus tard par Cerisier [1970]. Cette étude montre comment une onde de fréquence donnée générée au voisinage de l'équateur à quelques rayons terrestres peut avoir accès à la RHB et subir une réflexion lorsque la FHB locale devient voisine de la fréquence de l'onde. Ainsi s'explique la brusque coupure basse des bandes de bruit, les ondes de fréquences trop basses étant réfléchies au-dessus de l'altitude du satellite. Cette théorie rend bien compte de l'accessibilité à la RHB ; par contre, pour le phénomène de réflexion à proximité de la FHB locale, il serait nécessaire de tenir compte des effets de température qui deviennent importants au voisinage de la résonance.

L'étude des ondes naturelles a donc joué un rôle important malgré la difficulté que représente le manque d'information sur les conditions expérimentales réelles.

II.2. LA SONDE QUADRIPOLAIRE AU VOISINAGE DE LA RESONANCE HYBRIDE BASSE

La sonde quadripolaire dont le principe consiste à mesurer l'impédance de transfert entre deux dipôles du type double sphère permet d'accéder aux caractéristiques du plasma en s'affranchissant des effets perturbateurs dus aux gaines d'ions [Storey et coll., 1969]. Pour les très basses fréquences (TBF), le calcul de l'impédance de transfert fut effectué par Béghin et Renard [1970] dans le cadre de la théorie plasma froid et en tenant compte de l'effet des collisions et du mouvement de la sonde. Une première expérience en fusée comportant une sonde quadripolaire TBF (Centre d'Essais des Landes, 18 Novembre 1969) confirma la possibilité d'exciter ainsi la RHB dans l'ionosphère, donnant l'évolution de la FHB suivant l'altitude [Béghin, 1970].

L'effet du mouvement relatif de la sonde et du plasma fut étudié en détail toujours dans le cadre de l'approximation plasma froid par Pottelette [1972] qui en déduisit une méthode de mesure de la composante perpendiculaire à \vec{B}_0 de la vitesse du plasma par rapport à la sonde.

D'autre part, Béghin et Debrie [1972] calculaient l'impédance de transfert de la sonde quadripolaire en introduisant l'effet des températures électroniques et ioniques. Leur théorie repose sur une description plasma tiède (théorie adiabatique) en ce qui concerne la relation de dispersion des ondes ; l'amortissement non collisionnel que ne donne pas la théorie adiabatique est évalué à l'aide d'une approximation dérivée de la description plasma chaud (théorie microscopique). L'expérience en fusée CISASPE (Kourou, 16 Décembre 1971) qui emportait aussi une sonde quadripolaire TBF vint confirmer leur théorie, la réponse en fréquence de la sonde permettant d'accéder à la FHB, à la vitesse thermique hybride (moyenne pondérée entre les vitesses thermiques des ions et des électrons - cf. § III.2.1.) et enfin aux collisions lorsque l'amortissement collisionnel est bien prépondérant.

On retiendra que le traitement théorique et les approximations utilisées rendent compte de façon satisfaisante de l'expérience.

II.3. TRANSMISSION DANS L'IONOSPHERE : L'EXPERIENCE CISASPE

L'expérience CISASPE que nous venons de mentionner à propos de la sonde quadripolaire était du type mère-fille, c'est à dire qu'après la fin de propulsion de la fusée, la charge utile scientifique fut séparée en deux parties. La distance entre mère et fille varia entre 50 et 300 m dans la partie utile du vol. Cette disposition permet de réaliser la transmission de trains d'ondes dans la gamme TBF entre l'émetteur resté sur la mère et le dipôle récepteur de la sonde quadripolaire placée sur la fille.

L'interprétation des résultats de cette expérience de propagation fut donnée par Béghin et Debrie [1972] ; leur calcul de la dispersion des ondes sur le mode quasi perpendiculaire en plasma froid est en parfait accord avec la dispersion des trains d'ondes reçus à bord de la fille (fig. 28). La coupure intervenant dans la transmission lorsque la fréquence du train d'ondes devient supérieure à la FHB est imputé à l'amortissement des ondes électrostatiques quasi perpendiculaires (en plasma chaud).

Nous montrerons que cette coupure peut aussi bien s'expliquer par l'effet d'une très faible inhomogénéité du milieu.

II.4. LES RESONANCES TBF DU SATELLITE ISIS 2

Le satellite canadien ISIS 2 avait comme ses prédécesseurs de la série Alouette-ISIS pour mission principale le sondage ionosphérique en contrehaut. Il emportait également un ensemble d'expériences pour l'étude du plasma environnant et parmi celles-ci une expérience de mesure d'impédances dans la gamme TBF. En fait, nous nous intéressons à des résultats expérimentaux imprévus : l'excitation d'ondes TBF par les impulsions de haute fréquence (HF) du sondeur ionosphérique. La morphologie très variable de ce phénomène fut étudiée en détail par Palmer et Barrington [1973] et nous n'en reporterons dans ces lignes que l'essentiel.

Les signaux TBF tels que celui représenté sur la figure (1, a) sont reçus sur l'antenne servant également à l'émission des impulsions HF. Pour cette raison, le récepteur TBF est déconnecté pendant la durée des impulsions. Les signaux reçus consistent en une oscillation d'amplitude décroissante et de fréquence voisine de la fréquence hybride basse. Parfois cette oscillation comporte un phénomène d'échos (fig. 1, b), la durée séparant deux échos consécutifs coïncidant avec la période gyromagnétique locale des protons. La figure (1, c) montre l'évolution des signaux en fonction de la rotation du satellite : on constate une modulation de leur durée au double de la fréquence de rotation. A de tels signaux correspond le spectre fréquence-temps de la figure 2 où un ensemble de raies distantes de la gyrofréquence des protons est superposé à une bande de bruit au voisinage de la FHB.

Un tel phénomène pose principalement deux problèmes : d'une part celui de la conversion de l'énergie HF de l'impulsion excitatrice dans une oscillation TBF et d'autre part le problème du mécanisme pouvant conduire aux spectres de fréquences observés. Palmer et Barrington [1973] suggérèrent pour le premier point que le mécanisme de conversion d'énergie HF/TBF consistât en la rectification du train d'ondes HF due aux non linéarités du processus d'émission, la bande de fréquences excitée par chaque impulsion de durée 100 μ s ayant alors une largeur de l'ordre de 10 kHz et recouvrant donc la gamme de fréquence excitée.

En ce qui concerne le spectre en fréquence des signaux, leur structure de raies distantes de la gyrofréquence des protons évoque la structure des modes de Bernstein ioniques.

Il sera donc nécessaire dans ce cas d'utiliser la théorie microscopique, ceci dans un modèle de plasma à plusieurs espèces ioniques compte tenu de la composition réelle du plasma environnant le satellite.

II.5. EMISSIONS STIMULEES PAR DES PARTICULES : L'EXPERIENCE ELECTRON ECHO 1

L'injection d'un faisceau de particules chargées dans un plasma a pour effet d'engendrer des ondes et ceci particulièrement au voisinage des résonances. Diverses expériences d'injection de particules dans l'ionosphère et comportant également un dispositif de mesure des ondes émises furent effectuées à l'aide de fusées [Cartwright et Kellog, 1974 ; Matsumoto et coll., 1975 ; Lavergnat, 1976]. Nous portons notre attention sur la première d'entre elles, l'expérience Electron Echo 1 à cause de l'originalité de ses résultats en ce qui concerne les ondes déclenchées au voisinage de la FHB. Le but de cette expérience, du type mère-fille et similaire à l'expérience ARAKS était l'étude des phénomènes provoqués par l'injection d'un faisceau d'électrons énergétiques dans l'ionosphère. Le canon à électrons était placé sur la mère qui était neutralisée par divers moyens dont l'éjection simultanée d'ions Argon de 50 eV. Les ondes étaient détectées à bord de la fille. On détecta ainsi les différentes résonances HF du plasma et aussi ce qui nous intéresse ici : une bande de bruit autour de la FHB. Cette émission était générée par le faisceau neutraliseur d'ions Argon [Cartwright et Kellog, 1974] et avait pour particularité d'être composée de différentes raies autour de la FHB (fig. 3). Nous ne pouvons que faire le rapprochement avec la structure de raies des résonances TBF du satellite ISIS 2 bien que cette fois ci l'écart entre raies ne semble pas lié de façon aussi évidente à la gyrofréquence des protons. Il est à noter que dans les conditions de l'expérience Electron Echo 1, les protons ne pouvaient être que fortement minoritaires parmi la population ionique. Un tel spectre en fréquence semble également relever de la description microscopique du plasma.

II.6. SYNTHÈSE DES PROBLÈMES SOIT RESOLUS PAR DES TRAVAUX ANTERIEURS,
SOIT RESTANT A RESOUDRE

Parmi les différents modèles de plasma, seul le plus simple, le modèle plasma froid a été développé dans diverses conditions : modèle multi-ionique, homogène, inhomogène, calcul du champ rayonné par une source à courte et à longue distance... Le modèle plasma froid a permis de rendre compte avec succès de différents phénomènes : la coupure à la FHB des ondes naturelles, la transmission dans l'ionosphère sur le mode quasiperpendiculaire et dans une certaine mesure la réponse de la sonde quadripolaire. Toutefois, même lorsque ce modèle paraît satisfaisant, on constate qu'il devient d'autant plus imprécis que l'on s'approche davantage de la résonance.

Certains phénomènes au contraire ne sont pas du tout représentés par la théorie plasma froid et sont caractéristiques d'un effet thermique ; c'est le cas des spectres de raies. La relation de dispersion des ondes en théorie microscopique [Sitenko et Stepanov, 1956] a été étudiée dans le domaine ionique par divers auteurs principalement en propagation rigoureusement perpendiculaire [Fredricks, 1968 a, b ; Kaldaze et coll., 1972 ; Béghin et Debrie, 1972 ; Nambu, 1972 ; Puri et coll., 1973 et 1975] ainsi que par Schmitt [1973] en propagation quasi-perpendiculaire. Ces travaux font appel à des calculs numériques relativement importants excepté peut être celui de Kaldaze et coll. [1972] qui utilisent une relation de dispersion approchée valable pour les petites longueurs d'onde. Nous aurons l'occasion d'utiliser leurs formules dans le cas d'un modèle de plasma à plusieurs espèces ioniques.

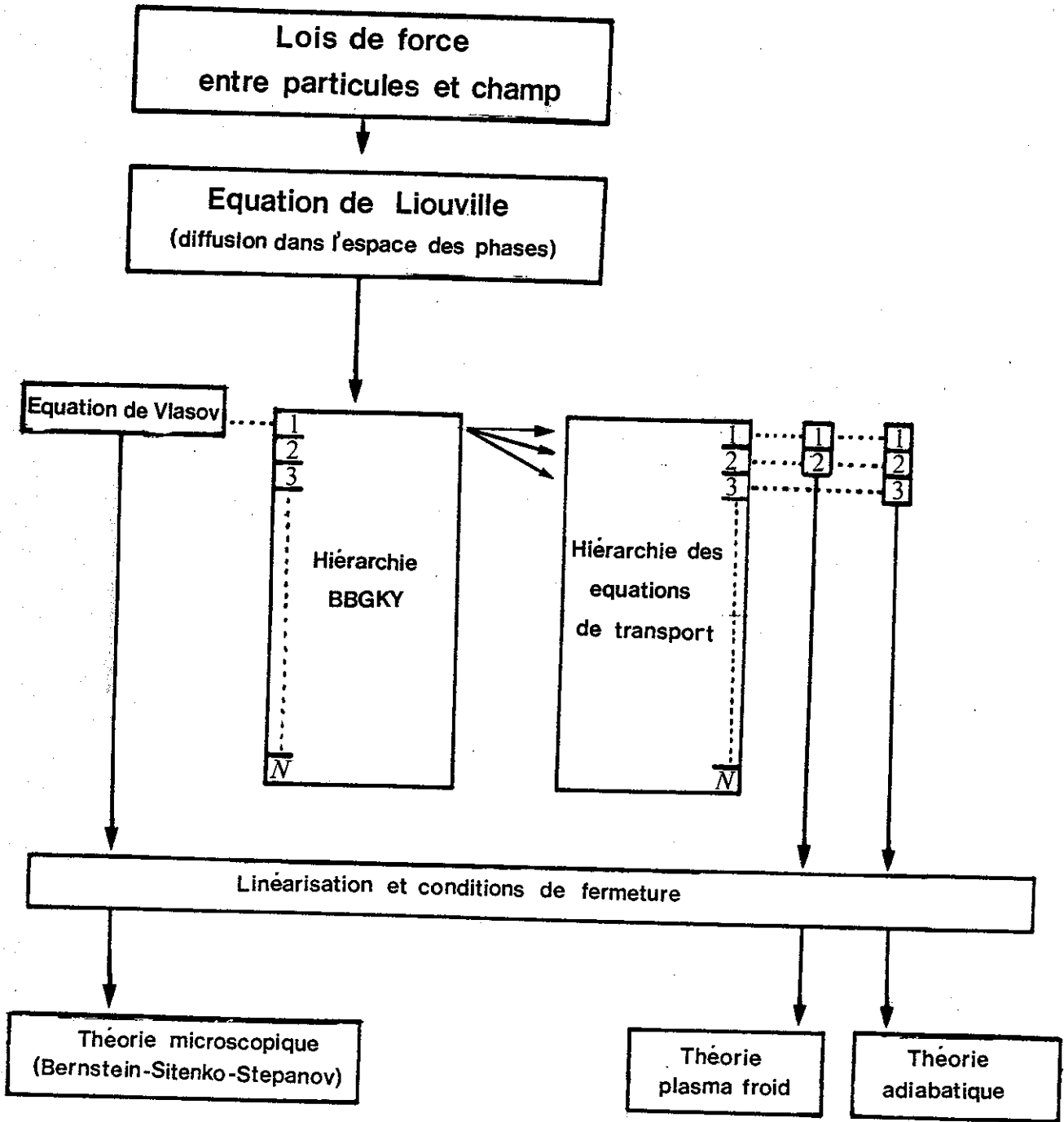
Il apparaît souhaitable de disposer de formes approchées simples de l'équation de dispersion si l'on veut entreprendre des calculs ultérieurs comme celui du champ rayonné par une antenne ou comme le traçage de rayons en milieu inhomogène.

III - FORME DES RELATIONS DE DISPERSION AU VOISINAGE DE LA FREQUENCE

HYBRIDE BASSE DANS UN PLASMA HOMOGENE A PLUSIEURS ESPECES IONIQUES

III.1. RAPPEL DES DIFFERENTES THEORIES

L'équation de propagation des ondes électromagnétiques planes est usuellement déduite des équations de Maxwell. Les caractéristiques du milieu sont représentées par le tenseur diélectrique $\bar{\epsilon}$ reliant le champ et l'induction électriques. L'équation de dispersion des ondes est alors la relation reliant la fréquence angulaire ω et le vecteur d'onde \vec{k} pour laquelle l'équation de propagation admet des solutions non nulles (voir par exemple [Stix, 1962]). Ainsi, chaque modèle de plasma conduira à une forme spécifique du tenseur $\bar{\epsilon}$. Nous avons dressé un organigramme des différentes façons de déterminer $\bar{\epsilon}$ à partir des lois élémentaires d'interaction entre les particules et le champ électromagnétique.



En mécanique statistique, on représente les N particules du plasma par la fonction d'occupation dans l'espace à $6N + 1$ dimensions des positions et vitesses des particules et du temps. L'évolution de cette fonction dans le temps est régie par l'équation de Liouville (voir par exemple [Yvon, 1966]).

L'équation de Liouville conduit par intégrations successives sur les 6 dimensions relatives à chaque particule à la hiérarchie d'équations BBGKY (du nom des auteurs Born, Bogoliubov, Green, Kirkwood et Yvon). La première des équations régit l'évolution de la densité simple dans l'espace usuel des positions et des vitesses ; la seconde équation traite ainsi la densité double, etc... Chaque équation est couplée à la suivante et la $N^{\text{ième}}$ est tout simplement l'équation de Liouville.

On obtient ensuite les équations de transport macroscopiques en multipliant les termes de la première équation BBGKY par différentes grandeurs physiques puis en intégrant sur l'espace des vitesses... Les équations formant la hiérarchie des équations de transport macroscopiques régissent successivement l'évolution de la densité, la quantité de mouvement, la pression cinétique, le flux de chaleur, etc... De même que pour la hiérarchie BBGKY, chaque équation est couplée à la suivante.

On qualifie les théories issues de la hiérarchie BBGKY de microscopiques et celles issues de la hiérarchie des équations de transport de macroscopiques. Les équations microscopiques sont des équations différentielles de l'espace, de la vitesse et du temps, aussi les densités de la hiérarchie BBGKY dépendent de l'histoire des particules. Les théories microscopiques ne sont donc pas des théories locales comme les théories macroscopiques.

Chaque théorie utilise un ensemble réduit d'équations extraites de la hiérarchie choisie. Il est nécessaire d'introduire une hypothèse physique permettant de supprimer le couplage avec les équations d'ordre supérieur. Après linéarisation des équations, il devient possible d'en déduire la relation liant le courant et le champ électrique de l'onde plane, d'où l'expression de $\bar{\epsilon}$.

La théorie plasma froid utilise les deux premières équations de transport et l'hypothèse de nullité de la pression cinétique. La théorie adiabatique utilise en plus l'équation de transport de la pression cinétique et c'est l'hypothèse de nullité du flux de chaleur qui permet de fermer le système (d'où l'adjectif adiabatique). D'autres théories hydrodynamiques donnant des effets de température sont construites avec les deux premières équations de transport et différentes hypothèses de fermeture (on utilise pour la pression cinétique soit une forme isotrope, soit une forme anisotrope mais diagonale). La théorie microscopique consiste à résoudre directement la première équation différentielle BBGKY dans laquelle on a négligé le terme de collision, c'est à dire l'équation de Vlasov (voir par exemple [Sitenko et Stepanov, 1956]). D'autres théories microscopiques permettent d'introduire un terme collisionnel comme celle de Lewis et Keller [1962]. La condition de validité commune à toutes ces théories est imposée par la linéarisation des équations : les perturbations du milieu par le champ de l'onde doivent rester négligeables.

Les autres conditions de validité sont spécifiques à chaque théorie microscopique ou macroscopique et dépendent du type de condition de fermeture choisi. Ces conditions ont été discutées en détail par Quémada [1968].

Dans le cas de plasmas sans collisions, les trois théories plasma froid, adiabatique et microscopique sont valables si le plasma est supposé respectivement froid, tiède et chaud (c'est à dire si les vitesses thermiques des particules sont négligeables, petites ou bien comparables à la vitesse de phase des ondes). La théorie microscopique est dans tous les cas plus précise que la théorie adiabatique et celle-ci est elle-même plus précise que la théorie plasma froid. Les domaines de validité pourront être vérifiés par comparaison des différentes théories entre elles.

Dans un magnétoplasma, la condition de validité de la théorie adiabatique se sépare en deux parties faisant intervenir les projections $v_{\phi//}$ et $v_{\phi\perp}$ de \vec{v}_{ϕ} le long et perpendiculairement à \vec{B}_0 . Ces conditions sont, pour chaque espèce s de particules :

$$v_{\phi//} \gg v_{Ts} \quad (1)$$

$$v_{\phi\perp} \gg v_{Ts} \min(1, \omega/\omega_{bs}) \quad (2)$$

$\min(1, \omega/\omega_{bs})$ est la plus petite des deux quantités 1 et ω/ω_{bs} , ω_{bs} et v_{Ts} étant respectivement la gyrofréquence angulaire et la vitesse thermique des particules de l'espèce s. La théorie adiabatique tombe en défaut lorsque la particule type ayant la vitesse v_{Ts} et l'onde de vitesse v_{ϕ} cheminent ensemble pendant plus d'une longueur d'onde. C'est la signification de (1) et de (2). Quand $\omega < \omega_{bs}$, la forme de (2) change car la distance maximum que peut parcourir une particule de vitesse v_{Ts} perpendiculairement à \vec{B}_0 est réduite à son rayon de gyration.

III.2. THEORIES MACROSCOPIQUES

III.2.1. Approximation du tenseur diélectrique

Nous examinerons simultanément les cas de la théorie plasma froid et de la théorie adiabatique. On peut mettre le tenseur de permittivité normalisée $\bar{\kappa} = \bar{\epsilon}/\epsilon_0$ sous la forme suivante :

$$\kappa_{ij} = \kappa_{ij00} + \kappa_{ijcc} \cos^2 \theta + \kappa_{ijss} \sin^2 \theta + \kappa_{ijsc} \sin \theta \cos \theta \quad (3)$$

κ_{ij00} est la partie de κ_{ij} indépendante de la température donnée par la théorie plasma froid ; l'expression complète est relative à la théorie adiabatique. θ est l'angle de propagation (\vec{B}_0, \vec{k}) et les expressions des diverses composantes des tenseurs sont données par Quémada [1968] :

$$\kappa_{1100} = \kappa_{2200} = 1 - \sum_s p_s^2 / (1 - b_s^2)$$

$$\kappa_{3300} = 1 - \sum_s p_s^2$$

$$\kappa_{12^{00}} = -\kappa_{21^{00}} = \sum_s i b_s p_s^2 / (1 - b_s^2)$$

$$\kappa_{11cc} = \kappa_{22cc} = - \sum_s (p_s^2 / (1 - b_s^2)) ((1 + 3 b_s^2) / (1 - b_s^2)^2) \tau_s$$

$$\kappa_{33cc} = - \sum_s 3 p_s^2 \tau_s$$

$$\kappa_{12cc} = -\kappa_{21cc} = \sum_s i b_s (p_s^2 / (1 - b_s^2)) ((3 + b_s^2) / (1 - b_s^2)^2) \tau_s$$

$$\kappa_{11ss} = - \sum_s (p_s^2 / (1 - b_s^2)) (3 / (1 - 4 b_s^2)) \tau_s$$

(4)

$$\kappa_{22ss} = - \sum_s (p_s^2 / (1 - b_s^2)) ((1 + 8 b_s^2) / (1 - 4 b_s^2)) \tau_s$$

$$\kappa_{33ss} = - \sum_s (p_s^2 / (1 - b_s^2)) \tau_s$$

$$\kappa_{12ss} = -\kappa_{21ss} = \sum_s i b_s (p_s^2 / (1 - b_s^2)) (6 / (1 - 4 b_s^2)) \tau_s$$

$$\kappa_{13sc} = \kappa_{31sc} = - \sum_s 2(p_s^2 / (1 - b_s^2)^2) \tau_s$$

$$\kappa_{23sc} = -\kappa_{32sc} = - \sum_s i b_s (p_s^2 / (1 - b_s^2)^2) (3 - b_s^2) \tau_s$$

Les autres composantes, non mentionnées sont nulles. On a posé pour chaque espèce s de particules :

$$\tau_s = \frac{KT_s}{m_s} \frac{k^2}{\omega^2} \quad ; \quad b_s = \omega_{bs} / \omega \quad ; \quad p_s = \omega_{ps} / \omega$$

où K est la constante de Boltzmann, T_s la température des particules s , m_s leur masse, ω_{bs} et ω_{ps} leurs fréquences angulaires de plasma et gyromagnétique ($\omega_{bs} = -q_s B_0 / m_s$ et $\omega_{ps} = (n_s q_s^2 / m_s \epsilon_0)^{1/2}$; q_s étant la charge et n_s la densité des particules s).

Dans le plasma ionosphérique la fréquence hybride basse est éloignée à la fois des gyrofréquences ioniques et électroniques ; les expressions (4) se simplifieront en supposant :

$$b_i \ll 1 \quad \text{et} \quad b_e \gg 1 \quad (5)$$

Les résonances du plasma froid en propagation perpendiculaire ont lieu lorsque $\kappa_{1100} = 0$. La fréquence hybride basse $f_{HB} = \omega_{HB}/2\pi$ sera donc donnée approximativement par :

$$1 + a_e - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{HB}^2} \sum_i \frac{n_i}{n_e} \frac{m_e}{m_i} = 0 \quad (6)$$

La somme porte sur les différentes espèces ioniques i et on a posé $a_e = \omega_{pe}^2/\omega_{be}^2$. Ici, comme dans les calculs qui suivront on pourra supprimer les sommes sur i en posant :

$$M_\ell = m_e^\ell n_e / \sum_i n_i m_i^\ell \quad ; \quad \ell = -1, -2, -3 \quad (7)$$

Les M_ℓ sont les masses ioniques efficaces normalisées par rapport à la masse de l'électron ; dans un plasma à une seule espèce ionique, les M_ℓ se réduisent à m_i/m_e pour $\ell = -1$, $(m_i/m_e)^2$ pour $\ell = -2$ et $(m_i/m_e)^3$ pour $\ell = -3$. On remarquera d'autre part l'inégalité $M_{-3} \gg M_{-2} \gg M_{-1} \gg 1$.

Avec ces notations, la FHB est donnée par :

$$\omega_{HB} = \omega_{pe} (M_{-1} (1 + a_e))^{-1/2} = \omega_{be} (M_{-1} (1 + 1/a_e))^{-1/2} \quad (8)$$

Maintenant, on pose $x = \omega/\omega_{HB}$ et $\alpha_T = T_e/T_i$; on déduit les approximations des formules (4) :

$$\kappa_{1100} = \kappa_{2200} = (1 + a_e) (1 - x^{-2})$$

$$\kappa_{3300} = (1 + a_e) M_{-1} x^{-2}$$

$$\kappa_{1200} = -\kappa_{2100} = -i(M_{-1} a_e (1 + a_e))^{1/2} x^{-1}$$

Pour les autres termes, on pose

$$\kappa_{ijxx} = - (1 + a_e) \frac{v_{it}^2}{v_{\phi}^2} C_{ijxx}$$

avec :

$$C_{11cc} = C_{22cc} = x^{-2} - 3 \alpha_t x^2 (1 + a_e^{-1})^{-2} M_{-2}/M_{-1}^2$$

$$C_{33cc} = 3 x^{-2} + 3 \alpha_t x^{-2} M_{-2}$$

$$C_{12cc} = -3 i x^{-3} (1 + a_e^{-1})^{1/2} M_{-1}^{1/2} M_{-2}/M_{-3} \\ + i \alpha_t x (1 + a_e^{-1})^{-3/2} M_{-2}/M_{-1}^{3/2}$$

$$C_{11ss} = 3 x^{-2} + (3/4) \alpha_t x^2 (1 + a_e^{-1})^{-2} M_{-2}/M_{-1}^2 \quad (9)$$

$$C_{22ss} = x^{-2} + 2 \alpha_t (1 + a_e^{-1})^{-1} M_{-2}/M_{-1}$$

$$C_{33ss} = x^{-2} - \alpha_t (1 + a_e^{-1})^{-1} M_{-2}/M_{-1}$$

$$C_{12ss} = -6 i x^{-3} (1 + a_e^{-1})^{1/2} M_{-1}^{1/2} M_{-2}/M_{-3} \\ - (3/2) i \alpha_t x (1 + a_e^{-1})^{-3/2} M_{-2}/M_{-1}^{3/2}$$

$$C_{13sc} = 2 x^{-2} + 2 \alpha_t x^2 (1 + a_e^{-1})^{-2} M_{-2}/M_{-1}^2$$

$$C_{23sc} = 3 i x^{-3} (1 + a_e^{-1})^{1/2} M_{-1}^{1/2} M_{-2}/M_{-3} - i \alpha_t x^{-1} (1 + a_e^{-1})^{-1/2} M_{-2}/M_{-1}^{1/2}$$

et où v_{it} représente la vitesse thermique pondérée des ions

$$v_{it}^2 = \frac{M_{-1}}{M_{-2}} \left(\frac{K T_i}{m_e} \right) \quad (10)$$

Ces formules vont nous permettre d'établir les formes approchées de l'équation de dispersion, d'abord en théorie plasma froid puis en théorie adiabatique.

III.2.2. Théorie plasma froid

Avec le modèle plasma froid, l'indice $\mu = kc/\omega$ des ondes planes est donné par l'équation bicarrée [Quemada, 1968] :

$$A \mu^4 - B \mu^2 + C = 0 \quad (11)$$

avec :

$$A = \kappa_{1100} \sin^2 \theta + \kappa_{3300} \cos^2 \theta$$

$$B = (\kappa_{1100}^2 + \kappa_{1200}^2) \sin^2 \theta + \kappa_{1100} \kappa_{3300} (1 + \cos^2 \theta)$$

$$C = \kappa_{3300} (\kappa_{1100}^2 + \kappa_{1200}^2)$$

On évalue les expressions approchées de A, B et C grâce aux formules (9) et en tenant compte de l'inégalité $M_{-1} \gg 1$.

En propagation parallèle ($\theta = 0$) on peut négliger le terme $B\mu^2$ dans (11) ; ainsi :

$$\mu^2 \simeq \frac{1}{x} [a_e(1 + a_e) M_{-1}]^{1/2} \quad (12)$$

En propagation perpendiculaire ($\theta = \pi/2$), l'une des solutions de (11) est toujours négative et l'autre n'est positive que si $x < 1$. Cette dernière correspond donc à un indice réel au-dessous de la FHB et infini à la FHB elle-même.

$$\mu^2 \simeq a_e M_{-1} / (1 - x^2) \quad (13)$$

On remarquera la très forte anisotropie de la surface des indices. Plaçons-nous maintenant en propagation oblique ; la condition $A = 0$ nous donne l'angle de résonance :

$$\text{tg}^2 \theta_R = M_{-1} / (x^2 - 1) \quad (14)$$

Au-dessus de la FHB, la RHB se transforme en une résonance oblique pour un angle de propagation θ_R très voisin de $\pi/2$.

Introduisons l'angle de propagation ε compté à partir de la perpendiculaire (ainsi la résonance a lieu pour $\varepsilon_r^2 \simeq (x^2 - 1)/M_{-1}$) et développons l'équation (11) pour les faibles valeurs de ε . Lorsque ε est très petit, soit $\varepsilon^2 M_{-1} \ll 1$ nous obtenons l'approximation quasi-perpendiculaire :

$$\mu^2 \simeq a_e (\varepsilon^2 - \varepsilon_r^2) \quad (15)$$

Au-dessus de la FHB, ϵ_r est réel et il y a propagation si $\epsilon > \epsilon_r$; l'indice est infini pour $\epsilon = \epsilon_r$. En dessous de la FHB, la résonance oblique disparaît et la surface des indices devient fermée ; l'approximation (15) représente le mode quasi-perpendiculaire mis en évidence par Béghin et Debrie [1972].

Si maintenant on fait l'approximation $\epsilon^2 M_{-1} \gg 1$ (ϵ restant toujours petit) on obtient :

$$\mu^2 \simeq [a_e(1 + a_e) M_{-1}]^{1/2} / (x \epsilon) \quad (16)$$

Pour ϵ petit, cette approximation est équivalente à celle que l'on peut déduire directement par l'approximation quasi-parallèle :

$$\mu^2 \simeq [a_e(1 + a_e) M_{-1}]^{1/2} / (x \cos\theta) = \omega_{pe}^2 / \omega_{be} \cos\theta \quad (17)$$

Cette dernière expression n'est autre que celle du mode des sifflements [Storey, 1953]. Alors que l'approximation quasi-perpendiculaire n'est valable que dans une gamme étroite d'angles de propagation, le domaine de validité de l'approximation quasi-parallèle s'étend presque jusqu'à $\pi/2$. Dans l'exemple numérique suivant : $x = a_e = 1$, $M_{-1} = 10^4$, la précision de μ obtenu à l'aide de (17) est encore 1 % pour $\theta = 80^\circ$, 10 % pour $\theta = 88^\circ$ (relativement au calcul complet effectué à l'aide des expressions (4)).

La topologie des courbes polaires de \vec{k} est représentée sur la figure 4 tandis qu'un exemple numérique fait l'objet de la figure 5. On a reporté également sur ces figures que nous commenterons en détail par la suite (§ 2.5.) les résultats donnés par les autres modèles macroscopiques.

III.2.3. Théorie adiabatique dans l'approximation électrostatique

Au voisinage des résonances comme la RHB ou la résonance oblique, le champ électrique de l'onde devient quasi-longitudinal (les termes longitudinal et transverse sont par convention relatifs à la direction du vecteur d'onde \vec{k}). On peut alors supposer que le champ électrique de l'onde dérive d'un potentiel scalaire : c'est l'approximation électrostatique (voir par exemple [Bekefi, 1966]). La relation de dispersion des ondes électrostatiques est l'équation :

$$K_L = (\vec{k} \cdot \vec{\kappa} \cdot \vec{k})/k^2 = \kappa_{11} \sin^2\theta + 2 \kappa_{13} \sin\theta \cos\theta + \kappa_{33} \cos^2\theta = 0 \quad (18)$$

où K_L est la constante diélectrique longitudinale.

L'équation (18) est développée pour les petites valeurs de ϵ en utilisant les expressions (9) des κ_{ij} donnés par la théorie adiabatique. On suppose la propagation quasi-perpendiculaire ($\epsilon^2 M_{-1} \ll 1$) et la fréquence de l'onde voisine de la FHB ($|x^2 - 1| \ll 1$) ; on obtient, en tenant compte de l'inégalité $M_{-2} \gg M_{-1} \gg 1$:

$$k^2 K_L \simeq (a_e + 1) k_{\perp}^2 [\omega^2 - \omega_{HB}^2 - v_{ht}^2 k^2 - M_{-1} \omega_{HB}^2 k_{//}^2/k_{\perp}^2]/\omega^2 \quad (19)$$

et

$$\mu^2 = \frac{c^2}{v_{ht}^2} \frac{M_{-1}}{x^2} [\epsilon_r^2 - \epsilon^2] \quad (20)$$

v_{ht} étant la vitesse thermique hybride :

$$v_{ht}^2 = v_{it}^2 \left[\frac{3}{x^2} + \frac{3}{4} \alpha_t x^2 (1 + a_e^{-1})^{-2} M_{-2}/M_{-1}^2 \right] \quad (21)$$

L'indice de réfraction μ n'est réel qu'au dessus de la FHB et dans ce cas le diagramme polaire de \vec{k} consiste en un lobe centré sur la direction perpendiculaire à \vec{B}_0 et limité par l'angle de résonance ε_r des plasmas froids (voir les fig. 4 et 5).

Nous avons repris dans ce paragraphe le calcul approché de Béghin et Debrie [1972] et nos résultats sont identiques, excepté l'expression (21) de v_{ht} . L'expression de Béghin et Debrie qui n'introduisent pas la masse ionique pondérée M_{-2} est cependant la même que la nôtre lorsque les différents ions composant le plasma ont une masse voisine ou bien lorsque l'un d'entre eux est fortement majoritaire ; on retrouve leur résultat à condition de remplacer le facteur M_{-2}/M_{-1}^2 par 1 dans nos formules. Nous pouvons préciser ce point grâce à la figure 6 qui montre l'évolution du rapport M_{-2}/M_{-1}^2 en fonction de la concentration de protons dans un mélange d'ions O^+ et H^+ : ce rapport est minimum pour une concentration de protons d'environ 5 %. On peut interpréter ce résultat en remarquant que les définitions des masses pondérées donnent une plus grande importance aux ions légers. On remarquera surtout que, dans le cas d'un plasma à plusieurs espèces ioniques, on peut souvent négliger le terme de température électronique dans l'expression de v_{ht} .

III.2.4. Théorie adiabatique complète

L'indice de réfraction μ est donné par l'équation (11) comme pour les plasmas froids mais les coefficients A, B et C sont différents, tenant compte maintenant des expressions adiabatiques complètes du tenseur $\vec{\kappa}$; on a [Quémada, 1968] :

$$A \mu^4 - B \mu^2 + C = 0$$

avec :

(22)

$$A = \kappa_{11} \sin^2 \theta + \kappa_{33} \cos^2 \theta + 2 \kappa_{13} \sin \theta \cos \theta$$

$$B = (\kappa_{11} \kappa_{22} + \kappa_{12}^2) \sin^2 \theta + \kappa_{33} (\kappa_{11} + \kappa_{22} \cos^2 \theta) + 2 (\kappa_{13} \kappa_{22} - \kappa_{12} \kappa_{23}) \sin \theta \cos \theta$$

$$C = \kappa_{33} (\kappa_{11} \kappa_{22} + \kappa_{12}^2)$$

En plus, comme les expressions des κ_{ij} comprennent des termes en μ^2 , l'équation de dispersion (22) est en fait du troisième degré en μ^2 . Comme précédemment, on utilise les expressions (9) des κ_{ij} , les approximations $\varepsilon^2 M_{-1} \ll 1$, $|x^2 - 1| \ll 1$, $M_{-3} \gg M_{-2} \gg M_{-1} \gg 1$ et également $v_{it}/c \ll M_{-1}^{-1/2}$ qui est naturellement satisfaite dans nos conditions. Le calcul des coefficients de l'équation (22) et la comparaison des nombreux termes est une opération longue et fastidieuse ; nous en donnerons directement le résultat :

$$\frac{x^2 v_{ht}^2}{c^2} \mu^6 + M_{-1} [\varepsilon^2 - \varepsilon_r^2] \mu^4 - M_{-1} a_e \mu^2 - \frac{a_e (1 + a_e) M_{-1}^2}{x^2} = 0 \quad (23)$$

Ce résultat coïncide avec celui de Béghin et Debrie [1972] établi dans le cas de la propagation strictement perpendiculaire (compte tenu des mêmes remarques que précédemment sur l'expression de v_{ht}).

La condition $\varepsilon^2 M_{-1} \ll 1$ implique que l'indice μ soit grand ($\mu^2 \gg M_{-1}$) ; ainsi, il est possible de négliger le dernier terme de (23) sans restreindre beaucoup le domaine de validité de notre approximation. Nous obtenons :

$$\frac{x^2 v_{ht}^2}{c^2} \mu^4 + M_{-1} [\varepsilon^2 - \varepsilon_r^2] \mu^2 - M_{-1} a_e = 0 \quad (24)$$

Cette équation du second degré en μ^2 admet toujours une racine positive qui donne un indice μ réel. Remarquons que si on néglige le premier terme de (24) (température nulle), on retrouve l'équation (15) des plasmas froids. Si par contre on néglige le dernier terme, on retrouve le résultat (20) de l'approximation électrostatique. La solution donnée par la théorie adiabatique complète permet donc de faire une liaison continue entre la solution électromagnétique donnée par la théorie plasma froid et le mode électrostatique en plasma tiède. Ceci est illustré par les figures (4) et (5) qui permettent de comparer les différents modèles macroscopiques.

III.2.5. Comparaison des différents résultats et domaine de validité des approximations

Nous avons représenté de façon schématique sur la figure 4 la forme des surfaces engendrées par le vecteur \vec{k} , homothétiques des surfaces des indices, ceci pour trois fréquences inférieure, égale et supérieure à la FHB. Il s'agit d'une coupe de ces surfaces par un plan parallèle à \vec{B}_0 , les surfaces elles-mêmes étant engendrées par révolution de la figure autour de \vec{B}_0 .

Les courbes relatives à la théorie adiabatique complète, les plus réalistes à priori, sont comparées à celles de la théorie plasma froid et de la théorie adiabatique dans l'approximation électrostatique. Pour $\omega < \omega_{HB}$, l'accord est parfait entre les théories plasma froid et adiabatique complète ; pour $\omega = \omega_{HB}$, cet accord disparaît au voisinage de la direction perpendiculaire à \vec{B}_0 où k devient infini dans l'approximation plasma froid. Quant à la solution électrostatique, elle conduit au contraire à $k = 0$ lorsque $\omega = \omega_{HB}$. Enfin, lorsque $\omega > \omega_{HB}$, la théorie adiabatique complète concorde avec la théorie plasma froid dans le domaine angulaire s'étendant de $\theta = 0$ jusqu'au flanc de la résonance oblique alors qu'elle concorde avec l'approximation électrostatique dans l'étroit domaine quasi-perpendiculaire ($\epsilon < \epsilon_r$). La théorie adiabatique complète est donc particulièrement utile pour décrire la transition entre les ondes électromagnétiques et les ondes électrostatiques, c'est à dire le flanc de la résonance, qu'il s'agisse de la RHB proprement dite ou bien de la résonance oblique.

Sur la figure 5, les mêmes courbes ont été tracées en échelle logarithmique, pour un exemple de conditions ionosphériques ($f_{HB} = 4700$ Hz, $T_e = 0$, $v_{it} = 500$ m/s, $M_{-1} = 55000$ et $a_e = 5$). Cette échelle permet de représenter le domaine de la résonance oblique extrêmement étroit autour de la direction perpendiculaire à \vec{B}_0 (ici, pour $x = 1, 01$, on a $\epsilon_r = 0,035^\circ$). Les courbes en trait plein sont calculées à l'aide des expressions complètes (4) des κ_{ij} et les différentes approximations sont représentées en pointillé lorsqu'elles diffèrent de ce dernier calcul. Nous obtenons un raccordement satisfaisant (autour de $\theta = 89^\circ, 88$ de l'approximation adiabatique quasi-perpendiculaire avec l'approximation quasi-parallèle en plasma froid. Ces courbes illustrent bien le fait que c'est le domaine de propagation quasi-perpendiculaire qui caractérise le voisinage de la FHB,

les courbes relatives à $x = 0,99$, $x = 1,00$ et $x = 1,01$ étant pratiquement confondues en propagation quasi-parallèle jusqu'à l'angle $\theta \simeq 89^{\circ},88$. On remarquera également la zone de jonction entre l'approximation plasma froid et l'approximation électrostatique en plasma tiède lorsque $x > 1$ où seule l'approximation adiabatique complète quasi-perpendiculaire est valable.

Après avoir examiné la variation angulaire de \vec{k} , on s'intéresse maintenant à la validité des approximations lorsque la fréquence s'écarte de la FHB. Nous avons tracé le diagramme de dispersion (ω en fonction de k) dans le cas de la propagation strictement perpendiculaire (fig. 7). L'exemple choisi est celui d'un mélange de 90 % d'ions O^+ et de 10 % d'ions H^+ . Les résultats des théories plasma froid et adiabatique complète (dans l'exemple de la figure (7,a), $T_i = 1000^{\circ}K$) coïncident pour les fréquences sensiblement inférieures à la FHB ; on constate cependant que l'approximation $b_i \ll 1$ devient rapidement erronée vers les basses fréquences. A la FHB elle-même, la théorie plasma froid donne une valeur infinie pour k . La figure (7, b) permet de montrer la restriction apportée par l'approximation électrostatique à la théorie adiabatique ; elle permet également de situer les limites de validité de cette théorie imposées par la condition (2). En fait, ces limites de validité reposant sur des inégalités larges ne pourront être précisées que par comparaison avec la théorie microscopique.

En ce qui concerne les théories macroscopiques, nous venons de montrer qu'il est possible de représenter correctement le voisinage de la FHB avec la transition entre ondes électrostatiques et électromagnétiques par la simple équation bicarrée (24) déduite de la théorie adiabatique complète.

III.3. THEORIE MICROSCOPIQUE POUR LES ONDES ELECTROSTATIQUES EN PROPAGATION RIGOREUSEMENT PERPENDICULAIRE

III.3.1. Relation de dispersion

En propagation rigoureusement perpendiculaire, la relation de dispersion des ondes électrostatiques (18) se réduit à

$$K_L = \kappa_{11} = 0 \quad (25)$$

Le calcul de κ_{11} et des autres composantes du tenseur $\bar{\kappa}$ par la résolution de l'équation de Vlasov linéarisée a été effectué en premier par Sitenko et Stepanov [1956]. Dans le cas de distributions maxwelliennes des vitesses et en propagation perpendiculaire à \vec{B}_0 , on a pour κ_{11} :

$$\kappa_L = \kappa_{11} = 1 + \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega_{bs}^2} \lambda_s^{-1} \left[1 - \frac{\sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-\lambda_s} I_n(\lambda_s)}{1 - n \omega_{bs}/\omega} \right] \quad (26)$$

avec :

$$\lambda_s = k_{\perp}^2 \rho_s^2$$

ρ_s étant le rayon de gyration des particules s :

$$\rho_s^2 = \frac{KT_s}{m_s} \frac{1}{\omega_{bs}^2}$$

Les I_n sont les fonctions de Bessel de seconde espèce. En utilisant l'identité [Abramowitz et Stegun, 1965]

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} I_n(\lambda_s) e^{-\lambda_s} = 1 \quad (27)$$

on obtient la forme suivante de (26) :

$$1 - \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2} \frac{e^{-\lambda_s}}{\lambda_s} \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{n^2 I_n(\lambda_s)}{1 - n \omega_{bs}/\omega} = 0 \quad (28)$$

C'est l'équation classique des modes électrostatiques perpendiculaires dont les solutions réelles sont connues sous le nom de "modes de Bernstein".

Dans notre cas particulier, au voisinage de la FHB, nous nous intéressons au domaine des grandes valeurs de $\lambda_i = k^2 \rho_i^2$ pour lesquelles l'approximation adiabatique cesse d'être valable ; nous supposerons donc $\lambda_i \gg 1$. Comme $\lambda_i/\lambda_e \simeq M_{-1} \gg 1$, nous pourrions supposer par contre $\lambda_e \ll 1$ pour les électrons.

Séparons (28) en termes électroniques et ioniques en posant :

$$K_L = 1 + T_e + \sum_i T_i \quad (29)$$

En tenant compte de l'approximation $\omega \ll \omega_{be}$ et de (27), le terme électronique peut s'écrire :

$$T_e = a_e (1 - I_0(\lambda_e) e^{-\lambda_e})/\lambda_e \quad (30)$$

soit en développant $I_0(\lambda_e)$ pour $\lambda_e \ll 1$:

$$T_e \simeq a_e (1 - \frac{3}{4} \lambda_e) \quad (31)$$

Cette expression est exactement celle donnée par la théorie adiabatique, ce qui est satisfaisant vu que la condition de validité de cette dernière est justement $\lambda_e \ll 1$. Pour de plus grandes valeurs de λ_e , on devra utiliser (30).

Pour le calcul du terme ionique, on utilise la forme approchée déduite par Kaldaze et coll. [1972] dans l'hypothèse $\lambda_i \gg 1$; pour chaque espèce ionique i :

$$T_i = - a_e Q \frac{n_i}{n_e} \sigma_i \quad (32)$$

avec :

$$Q = \frac{m_e \omega_{be}^2}{k T_i}$$

$$\sigma_i = 2 \eta_i F(\eta_i) - 1 + \pi^{1/2} \eta_i \exp(-\eta_i^2) \cot\left(\frac{\pi\omega}{\omega_{bi}}\right)$$

$$\eta_i = (2 \lambda_i)^{-1/2} \omega/\omega_{bi}$$

$F(\eta_i)$ est l'intégrale de Dawson :

$$F(\eta_i) = \exp(-\eta_i^2) \int_0^{\eta_i} \exp(t^2) dt$$

Le calcul détaillé de cette approximation est exposé dans [Sizonenko et Stepanov, 1971].

Les formules approchées (32) et (31) dans laquelle on néglige le terme de température électronique conduisent à l'équation :

$$1 + a_e - \sum_i a_e Q \frac{n_i}{n_e} \sigma_i = 0 \quad (33)$$

Dans chaque intervalle entre deux harmoniques consécutifs des gyrofréquences ioniques, il existe un mode de Bernstein. La fréquence de chaque mode est constante pour de grands domaines de variation des paramètres λ_i , soit au voisinage de l'harmonique supérieur, soit au voisinage de l'harmonique inférieur. Les changements de fréquence n'ont lieu qu'autour de certaines valeurs de λ_i . Ceci est représenté sur la figure 8 dans le cas d'un mélange de deux ions H^+ et O^+ . On peut voir comment les "petits" modes relatifs à O^+ dessinent les structures des "grands" modes relatifs aux protons et comment cette structure harmonique peut se "dissoudre" lorsque la concentration de l'ion correspondant décroît jusqu'à zéro.

Parmi tous ces modes, il s'agit de distinguer ceux qui sont réellement observables, c'est à dire par exemple ceux qui seraient les plus excitables par une source (mathématiquement, la structure harmonique relative aux modes ioniques s'étend jusqu'aux fréquences infinies ; il va de soi que dans la gamme de fréquences HF des résonances électroniques et au-dessus, ces modes ioniques sont une fiction).

III.3.2. Niveaux d'excitation des modes libres

Nous calculerons les niveaux d'excitation des modes libres comme Béghin et Debrie [1972] pour un terme de source constant et à longueur d'onde constante. Ces niveaux d'excitation sont proportionnels à $(\partial K_L / \partial \omega)^{-1}_{\omega_r}$ pour chaque racine ω_r de l'équation de dispersion $K_L(\vec{k}, \omega) = 0$. Ce calcul donne une indication sur l'excitabilité des modes sans qu'il soit envisageable de l'appliquer ainsi au cas réel d'une antenne (à priori, on ne peut se restreindre pour un tel problème à la propagation strictement perpendiculaire). Nous déduisons $\frac{\partial K_L}{\partial \omega}$ en dérivant l'expression (33) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_L}{\partial \omega} = & - \frac{a_e Q}{\omega} \sum_i \frac{n_i}{n_e} \eta_i \left[2 F(\eta_i) + 2 \eta_i \frac{dF(\eta_i)}{d \eta_i} \right. \\ & \left. + \pi^{1/2} \exp(-\eta_i^2) ((1 - 2 \eta_i^2) \cot\left(\frac{\pi \omega}{\omega_{bi}}\right) - \frac{\omega}{\omega_{bi}} \frac{\pi}{\sin^2(\pi \omega / \omega_{bi})}) \right] \end{aligned} \quad (34)$$

III.3.3. Résultats numériques

Nous avons calculé numériquement à l'aide de l'approximation (33) les courbes de dispersion dans le cas d'un mélange d'ions O^+ et H^+ pour des concentrations de protons de 1 %, 10 % et 90 % (voir fig. 9, 10 et 11).

Les résultats de ce calcul approché ont été confrontés avec ceux d'un programme de calcul utilisant directement l'expression (28). Les résultats sont concordants confirmant la validité de l'approximation (33) ; la précision de la solution ω/ω_{bi} dans le cas des figures 9 et 11 où λ_{H^+} peut être aussi petit que 1,25, n'est jamais inférieure à 2 %.

Sur les figures 9 à 11, le niveau d'excitation des modes libres est représenté par l'épaisseur des courbes suivant une échelle logarithmique (les plus fines représentant un niveau d'excitation inférieur à 10^{-4} fois les plus épaisses). Si on ne prête attention qu'aux modes les plus importants, l'allure du diagramme de dispersion semble être celle des classiques modes de Bernstein relatifs au seul ion H^+ . Nous n'avons pas représenté la solution adiabatique sur ces figures ; celle-ci coïnciderait à gauche des figures avec le seul mode fortement excité (au centre des figures et dont la limite est la FHB pour les faibles valeurs de λ_i). La courbe de la solution adiabatique continuerait vers le haut, croisant les modes de Bernstein en leur sommet comme l'ont montré Béghin et Debrie [1972]. Les cas extrêmes des figures 9 et 11 montrent que la théorie adiabatique est relativement précise jusqu'à des valeurs du λ_i relatif à l'ion dominant d'environ 50 ou 100. Pour des valeurs supérieures de λ_i , la solution adiabatique devient erronée. En particulier, elle ignore les "bandes interdites" au-dessus de la FHB entre le sommet de chaque mode et l'harmonique de ω_{BH^+} suivant. A droite des figures, les modes relatifs à O^+ sont davantage excités mais à des niveaux comparables entre eux ; cette situation correspond à une onde résultante fortement amortie.

Dans le cas d'un mélange, le fait le plus intéressant est que c'est la structure de modes relatifs à l'ion le plus léger qui est la plus excitable même lorsque la concentration de cet ion est très faible (fig. 9). On peut dire que c'est la composition du mélange qui détermine la FHB mais l'ion le plus léger qui donne la structure dominante de modes de Bernstein.

On peut apprécier de façon plus précise l'excitation des modes de Bernstein grâce aux figures 12 et 13 sur lesquelles on a porté l'intensité des raies en fonction de la fréquence et pour deux valeurs différentes de la longueur d'onde excitatrice. Le modèle est un mélange des trois ions H^+ , H_e^+ et O^+ , typique des conditions rencontrées le long de l'orbite du satellite ISIS 2 (orbite polaire circulaire à 1400 km d'altitude). On remarque que lorsque λ_i décroît, la raie correspondant à la solution adiabatique s'accompagne d'un cortège de raies relatives aux protons, d'abord au-dessous de la FHB puis au-dessus.

L'approche que nous avons faite de l'importance relative aux modes est assez empirique, s'appliquant au cas de l'excitation à longueur d'onde constante, en propagation strictement perpendiculaire ; elle confirme cependant bien l'importance prépondérante de l'espèce ionique la plus légère qui se dégage des observations expérimentales.

III.4. THEORIE MICROSCOPIQUE POUR LES ONDES ELECTROSTATIQUES EN PROPAGATION QUASI PERPENDICULAIRE

III.4.1. Forme approchée de l'équation de dispersion

Dans le cas de la propagation oblique, la constante diélectrique longitudinale K_L est donnée par l'expression (18) faisant intervenir les composantes κ_{11} , κ_{13} et κ_{33} du tenseur diélectrique. Ces composantes sont [Sitenko et Stepanov, 1956] :

$$\begin{aligned} \kappa_{11} &= 1 + \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2} \alpha_{os} e^{-\lambda_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} n^2 Z(\alpha_{ns}) \lambda_s^{-1} I_n(\lambda_s) \\ \kappa_{33} &= 1 - \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2} \alpha_{os} e^{-\lambda_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_{ns} Z'(\alpha_{ns}) I_n(\lambda_s) \\ \kappa_{13} &= - \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2} \alpha_{os} e^{-\lambda_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} n Z'(\alpha_{ns}) (2 \lambda_s)^{-1/2} I_n(\lambda_s) \end{aligned} \quad (35)$$

où

$$\alpha_{os} = \frac{\omega}{\omega_{bs}} \frac{1}{\sqrt{2} k_{//} \rho_s}$$

$$\alpha_{ns} = \alpha_{os} \left(1 + n \frac{\omega_{bs}}{\omega} \right)$$

$$Z(\alpha_{ns}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-v^2} / (v - \alpha_{ns}) dv \quad (\text{fonction de Fried et Conte})$$

La dérivée de la fonction Z est donnée par la relation :

$$Z'(\alpha_{ns}) = -2(1 + \alpha_{ns} Z(\alpha_{ns})) \quad (36)$$

Pour les grandes valeurs de l'argument α_{ns} , Z admet le développement :

$$Z(\alpha_{ns}) = i \sqrt{\pi} \Lambda(\alpha_{ns}) e^{-\alpha_{ns}^2} \left(\frac{1}{\alpha_{ns}} + \frac{1}{2 \alpha_{ns}^2} + \frac{3}{4 \alpha_{ns}^4} + \dots \right) \quad (37)$$

avec :

$$\Lambda(\alpha_{ns}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \text{Im}(\alpha_{ns}) > 0 \\ 1 & \text{si } \text{Im}(\alpha_{ns}) = 0 \\ 2 & \text{si } \text{Im}(\alpha_{ns}) < 0 \end{cases}$$

L'expression (18) dans laquelle on reporte (35) donne l'équation des modes électrostatiques :

$$K_L = 1 + \sum_s \frac{a_s}{k \rho_s} \left[1 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_{os} Z(\alpha_{ns}) e^{-\lambda_s} I_n(\lambda_s) \right] = 0 \quad (38)$$

En utilisant (37) et en cherchant la limite de (38) lorsque $k_{//} \rightarrow 0$, on retrouve bien l'expression strictement perpendiculaire (26).

L'équation de dispersion (38) admet en général des solutions complexes. Nous nous intéressons bien sûr particulièrement aux solutions réelles non amorties ou bien aux solutions faiblement amorties. Il est donc intéressant d'examiner ce que sont les solutions de (38) au voisinage des solutions réelles en propagation rigoureusement perpendiculaire que sont les modes de

Bernstein. Au lieu d'entreprendre directement la résolution numérique de (38), nous préférons établir une équation de dispersion approchée valable dans le voisinage d'une solution rigoureusement perpendiculaire connue. Nous avons d'abord tenté sans succès de faire ces calculs à partir des expressions approchées de Kaldaze et coll. [1972], ce qui aurait dû permettre de s'affranchir presque complètement du calcul numérique. Finalement, c'est en effectuant le développement de Taylor de l'équation (38) que nous avons obtenu l'approximation recherchée.

Le développement suivant la formule de Taylor de K_L , fonction des trois variables $k_{//}$, k_{\perp} et ω autour du point $k_{//} = 0$, $k_{\perp 0}$, ω_0 s'écrit :

$$\begin{aligned}
 K_L(k_{//}, k_{\perp}, \omega) &= K_L(0, k_{\perp 0}, \omega_0) \\
 &+ k_{//} \left. \frac{\partial K_L}{\partial k_{//}} \right|_{0, k_{\perp 0}, \omega_0} + (k_{\perp} - k_{\perp 0}) \left. \frac{\partial K_L}{\partial k_{\perp}} \right|_{0, k_{\perp 0}, \omega_0} \\
 &+ (\omega - \omega_0) \left. \frac{\partial K_L}{\partial \omega} \right|_{0, k_{\perp 0}, \omega_0} + \frac{1}{2} k_{//}^2 \left. \frac{\partial^2 K_L}{\partial k_{//}^2} \right|_{0, k_{\perp 0}, \omega_0} \\
 &+ \frac{1}{2} (k_{\perp} - k_{\perp 0})^2 \left. \frac{\partial^2 K_L}{\partial k_{\perp}^2} \right|_{0, k_{\perp 0}, \omega_0} + \frac{1}{2} (\omega - \omega_0)^2 \left. \frac{\partial^2 K_L}{\partial \omega^2} \right|_{0, k_{\perp 0}, \omega_0} \\
 &+ k_{//} (k_{\perp} - k_{\perp 0}) \left. \frac{\partial^2 K_L}{\partial k_{//} \partial k_{\perp}} \right|_{0, k_{\perp 0}, \omega_0} + k_{//} (\omega - \omega_0) \left. \frac{\partial^2 K_L}{\partial k_{//} \partial \omega} \right|_{0, k_{\perp 0}, \omega_0} \\
 &+ (k_{\perp} - k_{\perp 0}) (\omega - \omega_0) \left. \frac{\partial^2 K_L}{\partial k_{\perp} \partial \omega} \right|_{0, k_{\perp 0}, \omega_0} + \dots
 \end{aligned}
 \tag{39}$$

nous négligeons pour l'instant les termes d'ordre supérieur au second ainsi que le reste. On obtiendra ainsi une expression approchée de K_L pour un vecteur \vec{k} quasi perpendiculaire et valable dans un certain voisinage de $k_{\perp 0}$, ω_0 . En toute généralité, on ne suppose pas encore que l'équation de dispersion soit satisfaite. Le calcul des dérivées de l'expression (38) est simple mais long et fastidieux ; il fait d'abord intervenir les relations (36) et :

$$I_n'(\lambda_s) = [I_{n+1}(\lambda_s) + I_{n-1}(\lambda_s)]/2 \quad (40)$$

Il convient ensuite d'utiliser le développement (37) de la fonction Z pour les grandes valeurs de l'argument α_{ns} ($\alpha_{ns} \rightarrow \infty$ lorsque $k_{//} \rightarrow 0$). Les différents termes seront développés suivant les puissances de $k_{//}/k_{\perp}$ jusqu'à un ordre suffisant (parfois jusqu'au 7ème) pour que tous les termes négligés tendent vers 0 en même temps que $k_{//}$. Introduisons les fonctions :

$$J_{\ell}(\lambda, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\lambda} I_n(\lambda)}{(1+n/y)^{\ell}} \quad (41)$$

$$H_{\ell}(\lambda, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\lambda} [I_{n+1}(\lambda) + I_{n-1}(\lambda)]}{(1+n/y)^{\ell}}$$

En posant $y_{so} = \omega_o/\omega_{bs}$ et $\lambda_{so} = k_{\perp o}^2 \rho_s^2$, nous obtenons tous calculs faits :

dérivées premières :

$$\left(\frac{\partial K_L}{\partial k_{//}} \right)_{o, k_{\perp o}, \omega_o} = 0$$

$$\left(\frac{\partial K_L}{\partial k_{\perp}} \right)_{o, k_{\perp o}, \omega_o} = \sum_s \frac{a_s}{k_{\perp o}} \left[-\frac{2}{\lambda_{so}} + 2 \left(1 + \frac{1}{\lambda_{so}} \right) J_1(\lambda_{so}, y_{so}) - H_1(\lambda_{so}, y_{so}) \right]$$

$$\left(\frac{\partial K_L}{\partial \omega} \right)_{o, k_{\perp o}, \omega_o} = \sum_s \frac{a_s}{\omega_o} \left[\frac{J_2(\lambda_{so}, y_{so}) - J_1(\lambda_{so}, y_{so})}{\lambda_{so}} \right]$$

dérivées secondes :

$$\left(\frac{\partial^2 K_L}{\partial k_{//}^2} \right)_{o, k_{\perp o}, \omega_o} = \sum_s \frac{a_s}{k_{\perp o}^2} \left[-\frac{2}{\lambda_{so}} + \frac{2 J_1(\lambda_{so}, y_{so})}{\lambda_{so}} - \frac{2 J_3(\lambda_{so}, y_{so})}{y_{so}^2} \right] \quad (42)$$

$$\left(\frac{\partial^2 K_L}{\partial k_{\perp}^2} \right)_{o, k_{\perp o}, \omega_o} = \sum_s \frac{a_s}{k_{\perp o}^2} \left[\frac{6}{\lambda_{so}} + \frac{4 y_{so}^2}{\lambda_{so}} - \left(\frac{6}{\lambda_{so}} + 8 \lambda_{so} + 6 + \frac{4 y_{so}^2}{\lambda_{so}} \right) J_1(\lambda_{so}, y_{so}) + (4 \lambda_{so} + 5) H_1(\lambda_{so}, y_{so}) \right]$$

$$\left(\frac{\partial^2 K_L}{\partial \omega^2} \right)_{o, k_{\perp o}, \omega_o} = \sum_s \frac{2 a_s}{\omega_o^2} \left[\frac{J_2(\lambda_{so}, y_{so}) - J_3(\lambda_{so}, y_{so})}{\lambda_{so}} \right]$$

$$\left(\frac{\partial^2 K_L}{\partial k_{\perp} \partial \omega} \right)_{o, k_{\perp o}, \omega_o} = \sum_s \frac{a_s}{k_{\perp o} \omega_o} \left[2 \left(1 + \frac{1}{\lambda_{so}} \right) (J_1(\lambda_{so}, y_{so}) - J_2(\lambda_{so}, y_{so})) + (H_2(\lambda_{so}, y_{so}) - H_1(\lambda_{so}, y_{so})) \right]$$

$$\left(\frac{\partial^2 K_L}{\partial \omega \partial k_{\parallel}} \right)_{o, k_{\perp o}, \omega_o} = \left(\frac{\partial^2 K_L}{\partial k_{\perp} \partial k_{\parallel}} \right)_{o, k_{\perp o}, \omega_o} = 0$$

Plaçons nous maintenant au voisinage d'une solution de l'équation de dispersion en propagation rigoureusement perpendiculaire :

$$K_L(o, k_{\perp o}, \omega_o) = 1 + \sum_s \frac{a_s}{\lambda_{so}} [1 - J_1(\lambda_{os}, y_{os})] = 0 \quad (43)$$

Compte tenu de cette relation, les expressions des dérivées se simplifient quelque peu ; en posant $\Omega = \omega/\omega_o$, $K_{\parallel} = k_{\parallel}/k_{\perp o}$ et $K_{\perp} = k_{\perp}/k_{\perp o}$, on obtient la forme approchée de l'équation de dispersion :

$$C_{o1o}(K_{\perp} - 1) + C_{oo1}(\Omega - 1) + C_{2oo} K_{\parallel}^2 + C_{o2o}(K_{\perp} - 1)^2 + C_{oo2}(\Omega - 1)^2 + C_{o11}(K_{\perp} - 1)(\Omega - 1) = 0 \quad (44)$$

Les indices $i j k$ des coefficients $C_{i j k}$ représentent l'ordre de dérivation par rapport à $k_{//}$, k_{\perp} et ω ; en posant $J_{\ell s} \equiv J_{\ell}(\lambda_{os}, y_{os})$ et $H_{\ell s} \equiv H_{\ell}(\lambda_{os}, y_{os})$ pour simplifier l'écriture, les coefficients C_{ijk} sont donnés par les formules :

$$\begin{aligned}
 C_{010} &= 2 + \sum_s a_s [2 J_{1s} - H_{1s}] \\
 C_{001} &= -1 + \sum_s \frac{a_s}{\lambda_{os}} [J_{2s} - 1] \\
 C_{200} &= 1 - \sum_s \frac{a_s J_{3s}}{y_{so}^2} \\
 C_{020} &= -3 + \sum_s a_s \left[\frac{2 y_{so}^2}{\lambda_{so}} (1 - J_{1s}) - (4 \lambda_{so} + 3) J_{1s} + (2 \lambda_{so} + \frac{5}{2}) H_{1s} \right] \\
 C_{002} &= \sum_s \frac{a_s}{\lambda_{so}} [J_{2s} - J_{3s}] \\
 C_{011} &= \sum_s a_s \left[2 \left(1 + \frac{1}{\lambda_{so}} \right) (J_{1s} - J_{2s}) + H_{2s} - H_{1s} \right]
 \end{aligned} \tag{44}$$

Le calcul de ces expressions a été contrôlé par un programme FORMAC réalisant successivement toutes les opérations algébriques conduisant au résultat. Ce programme permet également de pousser le développement aux ordres supérieurs ; nous donnons dans l'annexe A1 les résultats relatifs au 3ème ordre.

En pratique, après avoir calculé une solution de l'équation (43) relative à la propagation strictement perpendiculaire, le calcul des coefficients C_{ijk} correspondants permet d'accéder au voisinage de ce point dans l'espace $k_{//}$, k_{\perp} , ω . Ce calcul est valable pour toute solution même complexe de (43) mais nous nous intéressons principalement aux solutions réelles que sont les modes de Bernstein.

La principale limitation du développement de Taylor que l'on vient de faire, réside dans le fait que le développement du terme exponentiel de (37) est nul à tous les ordres : il ne sera donc jamais pris en compte par notre formule approchée même si on y inclut les termes du 3ème ordre.

Le terme exponentiel ne devient important qu'au delà d'un certain angle de propagation ε , en même temps que le développement asymptotique (37) cesse d'être valable ; cela devient d'autant plus vrai que la fréquence se rapproche des harmoniques des gyrofréquences électroniques et ioniques. La condition de validité que l'on peut ainsi déduire est :

$$\varepsilon \lambda_s^{1/2} \ll \Delta\omega/\omega_{bs} \quad (45)$$

où $\Delta\omega$ est l'écart entre ω_0 et le plus proche multiple de ω_{bs} .

Nous nous sommes placés jusqu'à présent dans le cas général d'un plasma composé d'électrons et de plusieurs espèces ioniques. Les courbes de dispersion en propagation rigoureusement perpendiculaire forment un réseau très compliqué comme nous l'avons vu précédemment.

Le cas des modes de Bernstein électroniques est le plus simple car on néglige alors l'effet des ions, supposés infiniment lourds. Le cas des modes ioniques est plus complexe car, comme l'a montré Schmitt, [1973], les électrons provoquent un important effet d'amortissement Landau à partir d'angles de propagation ε relativement faibles.

Bien que cela nous écarte quelque peu du voisinage de la FHB, donc du sujet précis de ce travail, nous allons examiner d'abord le cas des modes quasi perpendiculaires électroniques. Ces modes en effet sont plus simples que les modes ioniques et l'on dispose dans leur cas de résultats purement numériques publiés [Mac Afee, 1969 ; Muldrew, 1972]. Nous pourrions ainsi justifier notre équation de dispersion approchée dans le domaine électronique par comparaison avec des résultats bien connus. Il va sans dire que notre formule analytique a de multiples applications dans le cas des modes quasi perpendiculaires électroniques pour des problèmes qui seraient difficiles à traiter à l'aide d'un programme purement numérique. Nous en parlerons peu ici pour nous consacrer au cas des modes ioniques au voisinage de la FHB.

Nous envisagerons soit le cas d'un plasma à une seule espèce d'ions, soit le cas d'un plasma à plusieurs espèces mais dont seule la plus légère sera prise en compte, les autres étant considérées comme infiniment lourdes. Une telle approximation [Schmitt, 1973] permet de ne tenir compte que de la structure de modes de Bernstein relative à l'ion le plus léger ; comme nous l'avons montré précédemment, elle est parfaitement justifiée lorsque l'on considère les niveaux d'excitation des modes. On ne pourra traiter ainsi les cas de mélanges d'ions de masses voisines mais divers cas de type ionosphérique pour lesquels on a un mélange d'ions légers H^+ ou He^+ et d'ions nettement plus lourds N^+ et O^+ .

III.4.2. Cas des modes de Bernstein électroniques

Considérant les ions immobiles, l'équation de dispersion des modes électrostatiques se réduit à :

$$K_L = 1 + \frac{a_e}{\rho_e} \frac{1}{k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2} \left[1 + \alpha_{oe} e^{-\lambda_e} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} I_n(\lambda_e) Z(\alpha_{ne}) \right] \quad (46)$$

En propagation rigoureusement perpendiculaire, cette équation donne les modes de Bernstein classiques (voir par ex. [Tataronis et Crawford, 1970]). Un domaine particulièrement intéressant d'application de notre équation de dispersion approchée est le voisinage du maximum en fréquence que présentent les modes de Bernstein au-dessus de la fréquence hybride haute. Ce domaine est celui des résonances "f_{qn}" observées sur les ionogrammes des satellites sondes en contrehaut Alouette et ISIS [Warren et Hagg, 1968]. Les maxima définis par leur fréquence ω_{qn} et leur nombre d'onde k_{qn} sont donnés par le système de deux équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_L(0, k_{qn}, \omega_{qn}) = 0 \\ \frac{\partial K_L}{\partial k_{\perp}}(0, k_{qn}, \omega_{qn}) = 0 \end{array} \right. \quad (47)$$

Les fréquences f_{qn} peuvent être déduites de la formule approchée obtenue par Dougherty et Monaghan [1966] pour les grandes valeurs de n :

$$f_{qn} \approx f_H \left(n + \frac{0,464}{n} a_e \right) \quad (48)$$

Pour plus de généralité, nous préférons résoudre numériquement le système (47) :

$$\begin{cases} 1 + \frac{a_e}{\lambda_{qe}} [1 - J_1(\lambda_{qe}, y_{qe})] = 0 \\ 1 + a_e + \lambda_{qe} - \frac{a_e}{2} H_1(\lambda_{qe}, y_{qe}) = 0 \end{cases} \quad (49)$$

qui admet une série infinie de solutions (nous omettons désormais d'indiquer l'indice n pour simplifier les notations et nous plaçons dans le cas d'une quelconque de ces solutions).

Compte tenu de (49), l'équation de dispersion approchée (44) se simplifie, le coefficient C_{010} devenant nul ; on obtient donc :

$$\begin{aligned} C_{001}(\Omega - 1) + C_{200} K_{//}^2 + C_{020}(K_{\perp} - 1)^2 + C_{002}(\Omega - 1)^2 \\ + C_{011}(K_{\perp} - 1)(\Omega - 1) = 0 \end{aligned} \quad (50)$$

avec :

$$C_{001} = \frac{-a_e}{\lambda_{qe}} \left[1 + \frac{\lambda_{qe}}{a_e} - J_2(\lambda_{qe}, y_{qe}) \right]$$

$$C_{200} = 1 - \frac{a_e}{y_{qe}} J_3(\lambda_{qe}, y_{qe})$$

$$C_{o2o} = 2 [1 + a_e + 3 \lambda_{qe} - y_{qe}^2]$$

$$C_{oo2} = \frac{a_e}{\lambda_{qe}} [J_2(\lambda_{qe}, y_{qe}) - J_3(\lambda_{qe}, y_{qe})]$$

$$C_{o11} = 2 a_e \left[\frac{1}{\lambda_{qe}} - \left(1 + \frac{1}{\lambda_{qe}}\right) J_2(\lambda_{qe}, y_{qe}) + \frac{1}{2} H_2(\lambda_{qe}, y_{qe}) \right]$$

Une fois l'équation (49) donnant les valeurs de y_{qe} et de λ_{qe} résolue et les coefficients C_{ijk} calculés, l'équation (50) se résout de façon analytique. En fonction de l'angle ϵ par exemple, elle se met sous la forme d'une équation du second degré donnant le module de \vec{K} :

$$a_0 + a_1 K + a_2 K^2 = 0 \quad (51)$$

avec :

$$a_0 = (\Omega - 1) [C_{oo1} + C_{oo2} (\Omega - 1) - C_{o11}] + C_{o2o}$$

$$a_1 = [(\Omega - 1) C_{o11} - 2 C_{o2o}] \cos \epsilon$$

$$a_2 = C_{2oo} \sin^2 \epsilon + C_{o2o} \cos^2 \epsilon$$

Donc :

$$K = \frac{-a_1 \pm [a_1^2 - 4 a_0 a_2]^{1/2}}{2 a_2} \quad (52)$$

La figure 14 montre un exemple de résultats dans le cas d'un plasma dont la fréquence plasma et la fréquence cyclotronique des électrons sont égales ($a_e = 1$). Nous avons représenté les courbes polaires du vecteur \vec{K} déduites de (52) pour trois fréquences : inférieure, égale et supérieure à la fréquence f_{q2} :

- . $f = f_{q2}$: les solutions sont réelles et sont représentées par des droites.
- . $f < f_{q2}$: les solutions sont réelles et coïncident pour $\theta = \pi/2$ avec les deux solutions bien connues en propagation rigoureusement perpendiculaire
- . $f > f_{q2}$: on distingue deux domaines séparés par un certain angle critique θ_c pour lequel le discriminant de l'équation (51) est nul. Pour $\theta > \theta_c$, les deux solutions sont complexes conjuguées ; pour $\theta = \theta_c$, on a une racine double réelle et pour $\theta < \theta_c$ on a de nouveau deux solutions réelles.

Cette forme de diagramme est semblable à celles obtenues par Muldrew [1972] par voie purement numérique. Bien que valable dans un domaine limité, l'équation de dispersion analytique présente l'avantage de donner une vue plus générale de la topologie de la surface des indices en fonction du paramètre a_e et de l'ordre n des modes. En particulier, on peut utiliser le fait que les courbes d'indice soient réduites à des droites aux fréquences f_{qn} comme dans l'exemple de la figure 14 pour caractériser les différents maxima f_{qn} . Ceci a d'importantes conséquences car, la surface des indices ayant une partie conique, cela implique un rayonnement directif donc particulièrement important suivant le cône complémentaire. Alors que l'on s'attend généralement à observer le rayonnement des modes de Bernstein dans la direction quasi perpendiculaire, une expérience effectuée dans le caisson de simulation spatiale du C.R.P.E. [Hamelin et coll., 1978] a montré un maximum du rayonnement relatif à la fréquence f_{q2} ($a_e = 0,5$) en direction quasi perpendiculaire, confirmant la prévision théorique (la direction de la vitesse de groupe étant donnée dans ce cas par l'angle $\theta_{g2} = 3^\circ,3$). Nous reviendrons sur cette expérience dans le chapitre VII qui est dédié aux applications.

L'angle que forme la vitesse de groupe avec \vec{B}_0 aux fréquences f_q est donné par la relation :

$$\operatorname{tg}^2 \theta_g = - \frac{C_{o2o}}{C_{2oo}} \quad (53)$$

Le paramètre a_e étant fixé, pour les premiers f_{qn} cette formule conduit dans certains cas à des valeurs complexes de l'angle θ_g auquel cas le diagramme polaire de \vec{k} a une forme complètement différente de celui de la figure 14 (voir fig. 16). Puis, à partir d'un certain ordre n (qui peut correspondre au premier f_{qn}), l'angle θ_{gn} devient réel et de plus en plus petit à mesure que n croît. Suivant l'ordre croissant des fréquences f_{qn} , on passe ainsi d'un rayonnement en direction oblique à un rayonnement en direction quasi parallèle.

Dans nos raisonnements, nous n'avons pas considéré le domaine de validité des approximations donné dans le cas général par la condition (45). Nous comparons maintenant sur un exemple ($a_e = 67,24$) les résultats de l'approximation aux solutions exactes de l'équation de dispersion calculées par R. Debrie à l'aide d'un programme numérique dérivé de celui de Muldrew [1972]. Avec la figure 15, on examine successivement les cas $f > f_{q3}$ (en haut), $f = f_{q3}$ (au milieu) et $f < f_{q3}$ (en bas). Nous avons séparé pour plus de clarté les deux solutions correspondant aux signes + (à gauche) et - (à droite) de la partie imaginaire de k . Enfin, dans chacun des six cas, nous avons superposé deux diagrammes polaires, l'un pour la partie réelle, l'autre pour la partie imaginaire. Nous constatons un accord parfait entre l'approximation et les solutions exactes jusqu'à un certain angle $\varepsilon \sim 2^\circ 5$; le désaccord devient particulièrement net pour la solution de droite ($\operatorname{Im} k_{//} < 0$) au niveau du coude que forme la solution exacte. L'angle $\varepsilon = 2^\circ 5$ est d'un facteur 3 inférieur à l'angle limite $\varepsilon = 7,5^\circ$ que donne la condition de validité (45) ce qui est donc satisfaisant. On remarque particulièrement que dans le domaine de validité $\varepsilon < 2^\circ 5$, la partie imaginaire des solutions exactes pour $f < f_{q3}$ est extrêmement petite et cela justifie la formule approchée donnant des solutions réelles.

La figure 16 présente un cas pour lequel l'angle θ_g est complexe (pour la fréquence f_{q2} obtenue avec $a_e = 80,82$). L'approximation au second ordre ne coïncide avec les solutions exactes que dans un très petit domaine en comparaison avec l'angle limite $\varepsilon = 5,3^\circ$ donné par (45). On s'aperçoit par contre que l'approximation devient meilleure si on tient compte des termes du 3ème ordre dont les coefficients C_{ijk} sont donnés dans l'annexe A1. Le calcul reste toujours assez simple : la solution K est déduite d'une équation du 3ème degré dont on retient la racine convenable par continuité depuis la direction strictement perpendiculaire. La partie imaginaire des solutions croît rapidement dès que l'on s'écarte de la direction perpendiculaire. Pour les fréquences $f < f_q$ (non représentées sur la figure), les solutions approchées sont réelles jusqu'à un certain angle critique après lequel elles deviennent complexes et semblables aux solutions du cas $f = f_q$. On n'aura pas d'effet de rayonnement directif comme lorsque θ_g est réel et les ondes de fréquence $f > f_q$ seront rapidement amorties hors du domaine de propagation strictement perpendiculaire.

Enfin, nous donnons (fig. 17) sans le détailler un exemple de courbes polaires de \vec{k} hors du voisinage des fréquences f_q , dans le domaine de fréquences inférieures à la fréquence hybride haute (on utilise le développement (44), la somme sur les différentes espèces de particules ne concernant que les seuls électrons). Les conditions de validité sont toujours données par (45) et on a le même accord avec les solutions exactes calculées numériquement.

Cette revue des caractéristiques des modes électroniques, en dehors de son propre intérêt est fort utile pour aborder le cas des modes ioniques. Les ions joueront le rôle tenu jusqu'ici par les électrons ; cependant l'analogie n'est pas complète car, lors de la propagation strictement perpendiculaire on devra tenir compte des électrons qui se manifestent pour des angles ε relativement faibles par l'amortissement Landau [Schmitt, 1973].

III.4.3. Cas des modes de Bernstein ioniques

On ne considère ici que le cas d'une seule espèce ionique ou bien le cas d'un mélange dans lequel on ne tient compte que de l'espèce la plus légère. Dans ces conditions, l'équation de dispersion se met sous la forme :

$$\kappa_L(\vec{k}, \omega) = 1 + T_e + T_i = 0$$

avec :

$$T_e = \frac{a_e}{k^2 \rho_e^2} \left[1 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-\lambda_e} I_n(\lambda_e) \alpha_{oe} Z(\alpha_{ne}) \right]$$

$$T_i = \frac{a_i}{k^2 \rho_i^2} \left[1 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\lambda_i} I_n(\lambda_i) \alpha_{oi} Z(\alpha_{ni}) \right]$$
(54)

Comme dans le cas de la propagation rigoureusement perpendiculaire, nous ferons les approximations :

$$\lambda_i \gg 1 \quad ; \quad \lambda_e \ll 1 \quad ; \quad \omega \gg \omega_{bi} \quad ; \quad \omega \ll \omega_{be}$$

Les fréquences que nous considérons étant beaucoup plus basses que la gyrofréquence électronique, T_e se trouve pratiquement réduit au seul terme $n = 0$ de la somme : les autres termes sont négligeables si $\alpha_{oe} \omega_{be} / \omega \gg 1$ soit si $\varepsilon \ll \lambda_e^{-1/2}$, condition peu restrictive que nous supposons toujours remplie. Ainsi, le terme électronique se réduit à :

$$T_e = \frac{a_e}{k^2 \rho_e^2} \left[1 + e^{-\lambda_e} I_0(\lambda_e) \alpha_{oe} Z(\alpha_{oe}) \right]$$
(55)

La condition de validité du développement de Taylor est donnée par (45) :

- pour les électrons

$$\varepsilon \ll \frac{\omega}{\omega_{be}} \frac{1}{\sqrt{\lambda_e}}$$
(56)

- pour les ions

$$\varepsilon \ll \frac{\Delta\omega}{\omega_{bi}} \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} \quad (57)$$

Nous supposons ces deux conditions remplies, nous plaçant ainsi dans le cas des "ondes de Bernstein pures" [Schmitt, 1973]. Le cas des "ondes de Bernstein quasi neutralisées", lorsque l'inégalité (56) est inversée, s'applique surtout à un plasma formé d'ions lourds. Comme Schmitt [1973], nous remarquons que lorsque (56) cesse d'être valable, les ondes sont amorties par effet Landau sur les électrons alors que pour (57), cela correspond à un amortissement cyclotronique dû aux ions.

Seuls les coefficients C_{o1o} , C_{2oo} et C_{o2o} comprennent un terme électronique non négligeable ; en effet, on peut reporter dans (42) les approximations :

$$J_{1e} \simeq J_{2e} \simeq J_{3e} \simeq e^{-\lambda_e} I_0(\lambda_e) = J_e$$

et

$$H_{1e} \simeq H_{2e} \simeq 2 I_1(\lambda_e) e^{-\lambda_e} = H_e$$

Les expressions (44) donnant les coefficients C_{ijk} deviennent alors :

$$\begin{aligned} C_{o1o} &= 2 + a_i [2 J_{1i} - H_{1i}] + a_e [2 J_e - H_e] \\ C_{ool} &= \frac{a_i}{\lambda_{oi}} [J_{2i} - J_{1i}] \\ C_{2oo} &= 1 - a_i \frac{J_{3i}}{y_{io}^2} - a_e \frac{J_e}{y_{eo}^2} \end{aligned} \quad (58)$$

$$C_{o2o} = -3 + a_i \left[\frac{2 y_{io}^2}{\lambda_{io}} (1 - J_{li}) - (4 \lambda_{io} + 3) J_{li} + (2 \lambda_{io} + \frac{5}{2}) H_{li} \right] \\ + a_e \left[\frac{2 y_{eo}^2}{\lambda_{eo}} (1 - J_e) - (4 \lambda_{eo} + 3) J_e + (2 \lambda_{eo} + \frac{5}{2}) H_e \right]$$

$$C_{oo2} = \frac{a_i}{\lambda_{io}} [J_{2i} - J_{3i}]$$

$$C_{o11} = a_i \left[2 \left(1 + \frac{1}{\lambda_{io}} \right) (J_{li} - J_{2i}) + H_{2i} - H_{li} \right]$$

Nous donnons les expressions des coefficients C_{ijk} relatifs aux termes du 3ème ordre dans l'annexe A1.

Comme nous l'avons fait auparavant dans le cas des modes électroniques, nous allons montrer sur quelques exemples l'allure des diagrammes de dispersion déduits de notre approximation. Nous avons choisi pour cela un modèle de plasma défini par les paramètres suivants : $a_e = 0,253$, $a_i = 323$, $n_{H^+}/n_e = 0,695$. Le plasma est donc composé d'ions H^+ et d'autres espèces supposées infiniment lourdes et dont on ne tient pas compte (c'est un modèle qui correspond sensiblement au cas des résonances d'ISIS 2 représentées sur la figure 2). Pour le modèle ainsi défini, on trouve une FHB donnée par $y_{H^+} = \omega/\omega_{bH^+} = 16,058$.

Considérons d'abord le domaine des fréquences supérieures à la FHB où les modes de Bernstein présentent des maximums en fréquence ; le premier maximum donné par $y_{H^+} = 16,990$ est très proche d'un harmonique, on examine plutôt le cas du deuxième " f_{q17} " donné par $y_{H^+} = 17,865$. La valeur de l'angle θ_{g17} est réelle et égale à $2^\circ,034$; c'est donc un cas comparable à celui des figures 14 et 15 relatives aux modes électroniques. Au lieu de tracer le diagramme polaire de \vec{K} dont les courbes seraient très pointues, nous avons préféré reporter K en fonction de l'angle ε ; cette représentation permet de mieux distinguer la différence entre la solution directe de (54) et celle donnée par le développement de Taylor au 2ème ordre. La figure 18 montre le résultat obtenu pour la fréquence $f = f_{q17}$.

L'accord entre les solutions exactes et celles déduites de notre approximation est bon pour les faibles valeurs de ϵ . Examinons ce que sont les conditions de validité angulaire (56) et (57) : elles donnent respectivement $\epsilon \ll 5^\circ$ (sinon on a un amortissement Landau dû aux électrons) et $\epsilon < 2^\circ$ (sinon on a un amortissement cyclotronique dû aux ions). C'est donc dans ce cas l'amortissement cyclotronique qui limite l'extension angulaire de la validité du développement de Taylor. Le coude que forme la solution exacte vers $\epsilon \sim 0,4^\circ$ correspond à l'apparition de la partie imaginaire de K (1 % de la partie réelle pour $\epsilon = 0,5^\circ$). En-dessous de ce coude, la solution approchée pourrait être améliorée en poussant le développement de Taylor jusqu'à l'ordre 3 ; remarquons toutefois que la faible différence entre les solutions exacte et approchée est accentuée par la représentation choisie (dans le diagramme polaire, l'angle des droites avec la perpendiculaire à \vec{B}_0 est très petit : $\theta_{g17} = 2^\circ,034$). Cet exemple est donc tout à fait comparable à celui de la figure 14 relative au cas des modes électroniques et la vitesse de groupe a de même une direction voisine de la parallèle à \vec{B}_0 . Pour les autres fréquences f_{qn} , l'angle θ_{gn} reste faible mais ne décroît pas régulièrement avec l'ordre n comme dans le cas des modes électroniques ; cela vient du fait que les électrons contribuent de façon importante aux caractéristiques de la propagation et que l'on doit donc tenir compte à la fois des contributions des deux espèces : ions légers et électrons.

Il est intéressant de comparer les résultats de la théorie microscopique avec ceux obtenus précédemment à l'aide de la théorie adiabatique. On considère pour cela le mode ayant comme limite inférieure de fréquence la FHB elle-même pour les faibles valeurs de k_{\perp} et dont la partie croissante est voisine de la solution adiabatique en propagation rigoureusement perpendiculaire. Nous avons choisi comme exemple $x = \omega/\omega_{HB} = 1,029$, ce qui correspond dans notre modèle à un angle de résonance oblique $\epsilon_r = 0,27^\circ$. De la même façon que pour la figure 18, nous avons reporté sur la figure 19 la solution adiabatique (toujours sous l'hypothèse électrostatique) ainsi que les approximations issues du développement de Taylor au 2ème et au 3ème ordre. On note une bonne concordance entre les solutions approchées adiabatique et microscopique particulièrement lorsque l'on pousse le développement de Taylor jusqu'au 3ème ordre. Comme pour le cas des modes électroniques, on ne peut juger de la nécessité de tenir compte du terme de

3ème ordre sans pratiquement le calculer lui-même. Il n'est guère utile de poursuivre la comparaison des différentes approximations électrostatiques lorsque l'on s'approche de la résonance oblique car on sait que l'hypothèse électrostatique tombe alors en défaut et qu'un traitement électromagnétique devient nécessaire tant pour la théorie adiabatique que pour la théorie microscopique.

La figure 20 présente toujours de la même façon que les figures 18 et 19 un cas pour lequel la fréquence est inférieure à la FHB : nous avons choisi comme exemple $y_{H^+} = 6,5$. La solution issue du développement de Taylor au 2ème ordre est réelle jusqu'à un certain point où elle devient complexe ; nous n'avons représenté que la partie réelle qui forme donc un coude en ce point. La solution exacte est très voisine de notre approximation mais présente un coude moins brusque : elle s'applique particulièrement bien à ce cas. Les conditions de validité (56) et (57) donnent $\epsilon \ll 2^\circ$ pour le terme électronique et $\epsilon \ll 6^\circ$ pour le terme ionique : c'est donc cette fois-ci l'amortissement Landau sur les électrons qui limite en angle la validité de notre approximation.

Les domaines de validité que nous obtenons occupent généralement une faible gamme d'angles autour de la direction de propagation perpendiculaire ; cependant, dans ces domaines, la surface des indices présente le plus souvent une forme pointue conduisant à une propagation de l'énergie dans toutes les directions jusqu'à la direction quasi parallèle. Ce résultat est différent de celui de Schmitt [1973] qui donne un indice constant dans le domaine des ondes de Bernstein pures (qui correspond au domaine de validité du développement de Taylor). La différence est due au fait que ce dernier considère les premiers harmoniques des gyrofréquences ioniques dans des plasmas formés d'ions lourds : le domaine des ondes de Bernstein pures est alors extrêmement réduit à cause de l'amortissement Landau des électrons : l'indice est alors approximativement celui de la propagation rigoureusement perpendiculaire.

En conclusion, le développement de Taylor de l'équation de dispersion conduit à de bonnes approximations dans le domaine de propagation quasi-perpendiculaire pour les ondes très peu amorties dont l'intérêt physique est évident. La limitation angulaire du domaine de validité est due à l'apparition soit de l'amortissement Landau des électrons, soit de l'amortissement cyclotronique des ions.

IV - PROPAGATION DES ONDES EN MILIEU FAIBLEMENT

INHOMOGENE AU VOISINAGE DE LA FREQUENCE HYBRIDE

BASSE DANS LE CADRE DE LA THEORIE ADIABATIQUE

IV.1. EQUATIONS ET HYPOTHESES DE BASE

En milieu inhomogène, l'indice de réfraction des ondes planes dépend non seulement de l'orientation de \vec{k} par rapport à \vec{B}_0 mais aussi de la position dans l'espace. Les effets de l'inhomogénéité sur la propagation des ondes au voisinage de la FHB ont été étudiés à propos du problème de l'accessibilité à la RHB par Cerisier [1970] et Pešić [1973]. Le premier montre comment une onde générée dans le mode des sifflements dans la magnétosphère peut, après réfraction dans le milieu faiblement inhomogène accéder à la RHB et être alors réfléchi. Le second considère l'injection d'une onde dans un plasma de laboratoire dans lequel l'inhomogénéité est importante ; dans ces conditions, l'onde peut traverser des régions d'évanescence par effet tunnel avant d'accéder à la RHB. Nous nous intéressons quant à nous aux trajectoires d'ondes en plasma faiblement inhomogène et dont la fréquence reste toujours voisine de la FHB. Notre étude est complémentaire en ce sens de celle de Cerisier [1970] car notre calcul prend le relais du sien lorsque le modèle de plasma froid devient incorrect ; il permet de décrire plus précisément le rebroussement du rayon.

Nous n'utiliserons pas les équations de Haselgrove [1955] mais plutôt les équations de Weinberg [1962] comme l'a fait Bitoun [1974] pour le voisinage des multiples de la fréquence cyclotronique. La relation de dispersion des ondes planes étant $D(\omega, \vec{k}, \vec{r}) = 0$ (la dépendance en \vec{r} se fait à travers les paramètres constitutifs du milieu), les équations de Weinberg forment le système différentiel :

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{\partial D / \partial \vec{r}}{\partial D / \partial \omega}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = - \frac{\partial D / \partial \vec{k}}{\partial D / \partial \omega}$$

(59)

On utilise pour D les formules déduites de la théorie adiabatique ; la dérivation suivant \vec{r} fera intervenir les gradients des divers paramètres $n_e, n_i, T_e, T_i, \vec{B}_0$. Dans les conditions ionosphériques qui guident cette étude, et pour des trajectoires de rayons relativement courtes, on peut négliger l'effet des gradients de température et d'orientation du champ magnétique. Il reste alors l'effet des gradients de n_e, n_i, B_0 que l'on peut exprimer plus simplement par l'intermédiaire des gradients de ω_{HB}, M_{-1} et M_{-2} .

IV.2. CAS DES ONDES ELECTROSTATIQUES

Négligeant l'effet de la température électronique, on utilise l'expression (19) qui se met sous la forme :

$$D(k_x, \epsilon) = \frac{k_x^2 (1 + \epsilon^2)}{\omega^2} + \frac{1}{3} \frac{M_{-2}}{M_{-1}} \frac{m_e}{KT_i} \left[1 + \epsilon^2 M_{-1} \frac{\omega^2}{\omega_{HB}^2} \right] = 0 \quad (60)$$

Nous considérons ici les trajectoires des rayons dans l'espace à deux dimensions x_r et z_r , \vec{B}_0 étant orienté suivant Oz_r . Compte tenu des approximations déjà faites pour obtenir l'expression (60) de D, $x^2 - 1 \ll 1$ et $\epsilon < \epsilon_r$, on obtient des expressions assez simples pour $\frac{\partial D}{\partial k_x}, \frac{\partial D}{\partial k_z}, \frac{\partial D}{\partial \omega}$:

$$\frac{\partial D}{\partial k_x} = \frac{2}{3} \frac{M_{-1}}{k_x v_{it}^2} \left[\epsilon_r^2 - 2 \epsilon^2 \right] \quad (61)$$

$$\frac{\partial D}{\partial k_z} = \frac{2}{3} \frac{\epsilon M_{-1}}{k_x v_{it}^2} \quad (62)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \omega} = - \frac{2}{3} \frac{\omega^2}{\omega_{LH} \omega_{HB}^2} \frac{1}{v_{it}^2} \quad (63)$$

La dérivée spatiale se met sous la forme d'une somme de trois termes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial \vec{r}} = & \frac{1}{3} \frac{m_e}{K T_i} \frac{M_{-2}}{M_{-1}} \left\{ \left(\frac{\omega^2}{\omega_{HB}^2} - 1 \right) \frac{\partial M_{-1} / \partial \vec{r}}{M_{-1}} \right. \\ & \left. + \left(\epsilon^2 M_{-1} + 1 - \frac{\omega^2}{\omega_{HB}^2} \right) \frac{\partial M_{-2} / \partial \vec{r}}{M_{-2}} + \frac{2 \omega^2}{\omega_{HB}^2} \frac{\partial \omega_{HB} / \partial \vec{r}}{\omega_{HB}} \right\} \end{aligned} \quad (64)$$

Les différents gradients $\frac{1}{M_{-1}} \frac{\partial M_{-1}}{\partial \vec{r}}$, $\frac{1}{M_{-2}} \frac{\partial M_{-2}}{\partial \vec{r}}$ et $\frac{1}{\omega_{HB}} \frac{\partial \omega_{HB}}{\partial \vec{r}}$ sont généralement du même ordre de grandeur, ce qui fait que le dernier terme de (64) est prépondérant : nous ne retenons que ce terme :

$$\frac{\partial D}{\partial \vec{r}} = \frac{2}{3} \frac{1}{v_{it}} \frac{\omega^2}{\omega_{HB}^2} \frac{\partial \omega_{HB} / \partial \vec{r}}{\omega_{HB}} \quad (65)$$

Le système différentiel (59) devient :

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = - \omega \frac{\partial \omega_{HB} / \partial \vec{r}}{\omega_{HB}} \quad (66)$$

$$\frac{dx_r}{dt} = \frac{\omega}{k_x} \left[1 - \frac{\omega_{HB}^2}{\omega^2} \left(1 + 2 M_{-1} \frac{k_z^2}{k_x^2} \right) \right] \quad (67)$$

$$\frac{dz_r}{dt} = \frac{k_z}{k_x} M_{-1} \frac{\omega_{HB}^2}{\omega} \quad (68)$$

On suppose que la variation de ω_{HB} est donnée par le modèle linéaire suivant :

$$\omega_{HB}(x_r, z_r) = \omega_{HB0} \left[1 + g_x x_r + g_z z_r \right] \quad (69)$$

On remarque alors que la forme approchée (66) de la première équation du système (59) lève la dépendance avec les équations (67) et (68) ; il est possible d'intégrer d'abord (66) puis (68) et (67).

L'intégration de (66) donne :

$$\begin{aligned} k_x &= k_{x0} - \omega g_x t \\ k_z &= k_{z0} - \omega g_z t \end{aligned} \quad (70)$$

\vec{k}_0 est le vecteur d'onde initial ; on exprimera les conditions initiales en fonction de la seule composante k_{x0} grâce à l'équation de dispersion (60) qui donne :

$$\epsilon^2 \approx \frac{k_z^2}{k_x^2} \approx \frac{1}{M_{-1}} \left[\frac{\omega^2}{\omega_{HB}^2} - 1 - \frac{3 v_{it}^2 k_x^2}{\omega^2} \right] \quad (71)$$

Si le gradient de ω_{HB} n'est pas orienté quasi perpendiculairement à \vec{B}_0 , ce que nous supposons, la variation du second membre de (68) est due essentiellement à la variation très rapide de k_z . En introduisant le temps $t' = t = \frac{k_{z0}}{\omega g_z}$, l'équation (68) s'intègre aisément :

$$\begin{cases} z_r - z_{r0} = - \frac{1}{2} \frac{M_{-1} g_z \omega_{HBo}^2 t'^2}{k_{x0}^2} \\ z_{r0} = \frac{1}{2 g_z} \left[1 - \frac{\omega_{HBo}^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{3 v_{it}^2 k_{x0}^2}{\omega^2} \right) \right] \end{cases} \quad (72)$$

La variation de ω_{HB} suivant le temps est déduite de la variation de z_r grâce à (72) ; en la reportant dans (67) et en utilisant également (71), on obtient l'équation suivante :

$$\frac{dx_r}{dt} = \frac{\omega}{k_{x0}} \left[\frac{3 v_{it}^2 k_{x0}^2}{\omega^2} - \frac{M_{-1} g_z^2 \omega_{HBo}^2}{k_{x0}^2} t'^2 \right] \quad (73)$$

qui s'intègre, donnant :

$$x_r - x_{ro} = \frac{\omega t'}{k_{xo}} \left[\frac{3 v_{it}^2 k_{xo}^2}{\omega^2} - \frac{1}{3} \frac{M_{-1} g_z^2 \omega_{HBo}^2 t'^2}{k_{xo}^2} \right] \quad (74)$$

$$x_{ro} = \frac{1}{g_z \sqrt{M_{-1}}} \left[\frac{\omega^2}{\omega_{HBo}^2} - 1 - \frac{3 v_{it}^2 k_{xo}^2}{\omega^2} \right]^{1/2} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{\omega_{HBo}^2}{\omega^2} - 1 \right) + \frac{4 v_{it}^2 k_{xo}^2}{\omega^2} \right]$$

Nous n'avons pu intégrer successivement les équations du système (59) que grâce à des approximations qui traduisent la forme très pointue des courbes d'indice, la propagation de l'énergie se faisant presque parallèlement à \vec{B}_0 sauf près du point de rebroussement de l'onde. Le rebroussement a lieu au temps $t' = 0$ soit $t = \frac{k_{ro}}{\omega g_z}$ et au point x_{ro}, z_{ro} ; on notera que la composante de vitesse $\frac{dx_r}{dt}$ est toujours positive en ce point. Des exemples de trajectoires de rayons seront examinés au § IV.4. en comparaison avec le résultat que donne le calcul électromagnétique.

IV.3. CAS GENERAL ELECTROMAGNETIQUE

L'approximation électrostatique n'est valable que dans le domaine des fréquences supérieures à la FHB et elle devient d'autant moins correcte que l'on s'approche de ω_{HB} . L'équation (24) permet comme nous l'avons montré de décrire la transition en fréquence ou en angle de propagation entre ondes électrostatiques et ondes électromagnétiques ; elle s'écrit :

$$D = \frac{3 v_{it}^2 c^2}{\omega^4} (k_x^2 + k_z^2)^2 + M_{-1} \frac{c^2}{\omega^2} \left(k_z^2 + \frac{k_z^4}{k_x^2} \right) \quad (75)$$

$$+ \frac{c^2}{\omega^2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{HB}^2} \right) (k_x^2 + k_z^2) - M_{-1} a_e = 0$$

Nous procédons comme dans le cas électrostatique ; en supposant $\varepsilon^2 M_{-1} \ll 1$, les dérivées de D se mettent sous la forme suivante :

$$\frac{\partial D}{\partial k_x} = \frac{2 c^2 k_x}{\omega^2} \left[\frac{6 v_{it}^2 k_x^2}{\omega^2} - M_{-1} \epsilon_r \right] \quad (76)$$

$$\frac{\partial D}{\partial k_z} \simeq \frac{2 c^2 k_z}{\omega^2} M_{-1} \quad (77)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \omega} \simeq - \frac{2 c^2 k_x^2}{\omega^3} \quad (79)$$

La dérivée spatiale comprend maintenant un terme de plus représentant le gradient de a_e :

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial \vec{r}} = & \frac{c^2 k_x^2}{\omega^2} M_{-1} \epsilon_r \frac{\partial M_{-1} / \partial \vec{r}}{M_{-1}} - \frac{3 v_{it}^2 k_x^2}{\omega^2} \frac{c^2 k_x^2}{\omega^2} \frac{\partial M_{-2} / \partial \vec{r}}{M_{-2}} \\ & + \frac{2 c^2 k_x^2}{\omega_{HB}^2} \frac{\partial \omega_{HB} / \partial \vec{r}}{\omega_{HB}} - M_{-1} a_e \frac{\partial a_e / \partial \vec{r}}{a_e} \end{aligned} \quad (79)$$

On pourra négliger les deux premiers termes comme précédemment ; le dernier pourra être négligé devant le troisième si la fréquence est suffisamment proche de la FHB : pour les faibles valeurs de k_x donc du troisième terme, on a en plasma froid $c^2 k_x^2 / \omega^2 \sim a_e M_{-1} (1 - x^2)$ et on peut ainsi écrire la condition de cette simplification :

$$\left| \frac{\omega^2}{\omega_{HB}^2} - 1 \right| \ll \left| \frac{\nabla \omega_{HB} / \omega_{HB}}{\nabla a_e / a_e} \right| \quad (80)$$

Sous cette dernière condition, nous avons

$$\frac{\partial D}{\partial \vec{r}} = 2 \frac{c^2 k_x^2}{\omega_{HB}^2} \frac{\partial \omega_{HB} / \partial \vec{r}}{\omega_{HB}} \quad (81)$$

On obtient le système différentiel :

$$\frac{dk_x}{dt} \approx -\omega g_x$$

$$\frac{dk_z}{dt} \approx -\omega g_z$$

$$\frac{dx_r}{dt} \approx \frac{\omega}{k_x} \left[\frac{6 v_{it}^2 k_x^2}{\omega^2} + 1 - \frac{\omega^2}{\omega_{HB}^2} + \frac{6 v_{it}^2 k_z^2}{\omega^2} - M_{-1} \frac{k_z^4}{k_x^4} \right]$$

$$\frac{dz_r}{dt} \approx M_{-1} \omega \frac{k_z}{k_x^2}$$

(82)

On peut aussi éliminer k_z en utilisant l'équation de dispersion :

$$\frac{k_z^2}{k_x^2} \approx \frac{a_e \omega^2}{c^2 k_x^2} + \frac{1}{M_{-1}} \left(\frac{\omega^2}{\omega_{HB}^2} - 1 - \frac{3 v_{it}^2 k_x^2}{\omega^2} \right) \quad (83)$$

Le calcul se déroule de façon identique au cas électrostatique : on intègre d'abord les deux premières équations de (82), puis la dernière en posant $t' = t - \frac{k_{z0}}{\omega g_z}$:

$$\left\{ \begin{aligned} z_r - z_{r0} &= -\frac{1}{2} M_{-1} \frac{\omega^2 g_z}{k_{x0}^2} t'^2 \\ z_{r0} &= \frac{1}{2 g_z} \left[\frac{M_{-1} a_e \omega^2}{c^2 k_{x0}^2} + \frac{\omega^2}{\omega_{HB0}^2} - 1 - \frac{3 v_{it}^2 k_{x0}^2}{\omega^2} \right] \end{aligned} \right. \quad (84)$$

En reportant cette expression de z_r dans la troisième équation de (82) on a :

$$\frac{dx_r}{dt} \simeq \frac{\omega_o}{k_{xo}} \left[\frac{3 v_{it}^2 k_{xo}^2}{\omega^2} + \frac{M_{-1} a_e \omega^2}{c^2 k_{xo}^2} - \frac{M_{-1} \omega^2 g_z^2}{k_{xo}^2} t'^2 \right] \quad (85)$$

Finalement :

$$\left\{ \begin{aligned} x_r - x_{ro} &= \frac{\omega t'}{k_{xo}} \left[\left(\frac{3 v_{it}^2 k_{xo}^2}{\omega^2} + \frac{M_{-1} a_e \omega^2}{c^2 k_{xo}^2} \right) - \frac{1}{3} M_{-1} \frac{\omega^2 g_z^2}{k_{xo}^2} t'^2 \right] \\ x_{ro} &= \frac{1}{g_z \sqrt{M_{-1}}} \left[\frac{M_{-1} a_e \omega^2}{c^2 k_{xo}^2} + \frac{\omega^2}{\omega_{HBo}^2} - 1 - \frac{3 v_{it}^2 k_{xo}^2}{\omega^2} \right]^{1/2} \\ x &= \left[\frac{2}{3} \frac{a_e \omega^2 M_{-1}}{c^2 k_{xo}^2} - \frac{1}{3} \left(\frac{\omega^2}{\omega_{HBo}^2} - 1 \right) + \frac{4 v_{it}^2 k_{xo}^2}{\omega^2} \right] \end{aligned} \right. \quad (86)$$

naturellement, ces résultats deviennent identiques à ceux du calcul électrostatique lorsque l'on néglige les termes en ω^2/c^2 .

IV.4. COMPARAISON DES RESULTATS ET DISCUSSION

Nous avons appliqué les formules de trajectoires de rayons à l'exemple de type ionosphérique dont les courbes polaires de \vec{k} sont données par la figure 5. Nous avons représenté les trajectoires obtenues pour différentes valeurs initiales de k_x sur les figures 21, 22 et 23. Les échelles O_{zr} ont été comprimées pour la clarté des figures. Pour chacune d'entre elles, le point de départ du rayon correspond à une fréquence normalisée différente : $x_o = 1,01 ; 1,00$ et $0,99$. Les droites horizontales $x = cte$ rendent compte du gradient de ω_{HB} .

Commentons d'abord la figure 21 en commençant par les rayons ayant un fort k_x initial : ceux-ci sont donnés aussi bien par les formules électromagnétiques que par les formules électrostatiques. La vitesse de groupe est très faible comme l'indiquent les temps portés le long de la courbe. Les résultats des deux types de calculs commencent à être différents lorsque le sommet des trajectoires se rapproche du niveau $x = 1$. Nous avons représenté les deux types de trajectoires pour $k_{x_0} = 1,07$. Pour des valeurs inférieures de k_{x_0} , la solution électrostatique complètement erronée n'a pas été reportée sur la figure ; les rayons donnés par la formule électromagnétique s'écartent davantage de la ligne de champ \vec{B}_0 de départ et la vitesse de groupe devient de plus en plus grande. Nous avons représenté en pointillé la partie retour des trajectoires pour indiquer qu'une partie de l'énergie peut être perdue par le rayon au niveau du point de rebroussement et dont notre calcul ne tient pas compte. Quant à la précision du point de retour au niveau x_0 , on doit remarquer que la longueur d'onde perpendiculairement à \vec{B}_0 n'est guère beaucoup plus petite que l'écart aller-retour suivant cette même direction. Suivant le concept même de rayon, cette précision est de l'ordre de la longueur d'onde elle-même ! Les figures 22 et 23 montrent comment, en-dessous de la FHB, les trajectoires peuvent s'éloigner notablement de leur position de départ perpendiculairement à \vec{B}_0 .

On constate sur cet exemple que les trajectoires des ondes ayant une fréquence toujours supérieure à la FHB locale sont assez bien décrites par notre approximation électrostatique quasi perpendiculaire. Au contraire, lorsque l'onde franchit le niveau $\omega = \omega_{HB}$, seule la description électromagnétique donne le résultat correct et c'est elle que l'on utilisera toujours dans la pratique.

Nous n'avons pas restreint la portée des résultats en ne considérant que les deux dimensions du plan (Ox_r, Oz_r) . En dehors du cas pour lequel le gradient de ω_{HB} est orienté perpendiculairement à \vec{B}_0 , comme l'influence de la composante g_z du gradient est prépondérante, on peut choisir le plan Ox_r, Oz_r tel qu'il contienne k_{x_0} et négliger l'effet des composantes g_x et g_y .

Les types de trajectoires que nous venons de déduire pour le voisinage de la FHB sont analogues à celles obtenues par exemple pour le voisinage des multiples de la gyrofréquence électronique où les courbes d'indice sont également très pointues perpendiculairement à \vec{B}_0 . Le mécanisme de réflexion des ondes par une faible inhomogénéité du plasma qui a permis d'interpréter les "flèches de résonance" HF aux fréquences f_{pe} , f_T et nf_{be} est donc l'une des possibilités d'explication des échos à la FHB du satellite ISIS 2. Nous envisageons ce processus au § VII.3. pour l'émission principale au voisinage de la fréquence hybride basse. Avant cela, nous étudierons dans le chapitre suivant la réponse à une impulsion de courant en plasma homogène : nous obtiendrons de cette façon une explication concurrente des échos TBF du satellite ISIS 2.

V - REPONSE A UNE IMPULSION DE COURANT EN MILIEU HOMOGENE

V.1. PRESENTATION DU PROBLEME

L'étude de la réponse impulsionnelle d'un système linéaire offre un grand intérêt théorique et expérimental parce qu'elle contient toute l'information sur le système. Malheureusement, le cas d'un plasma dans toute sa généralité conduit à des calculs inextricables aussi bien analytiquement que numériquement. Il est donc pratiquement obligatoire de simplifier beaucoup le problème.

Nous examinerons ici le cas d'un magnétoplasma tiède dans lequel on introduit une charge q à l'origine $\vec{r} = 0$ et au temps $t = 0$. Ceci correspond à une impulsion de courant $q \delta(t) \delta(\vec{r})$. Nous nous intéressons seulement à l'excitation de la RHB, aussi nous avons utilisé le modèle de plasma donné par la théorie adiabatique au voisinage de la FHB en faisant l'approximation électrostatique. Il est clair qu'avec une telle approximation on ne pourra décrire ni les fluctuations rapides, ni les fluctuations de très basse fréquence. Des travaux similaires ont été effectués dans le cadre du modèle plasma froid par Fejer [1966] (dans le cas d'un dipôle infiniment petit) et par Pottelette [1972].

V.2. POTENTIEL CREE PAR UNE IMPULSION DE COURANT PONCTUELLE

V.2.1. Equations et hypothèses de base

Le champ de l'onde créée par une source peut être écrit sous la forme d'une somme infinie d'ondes planes. En utilisant les mêmes symboles pour une certaine grandeur physique F et sa transformée de Fourier, nous posons :

$$F(\vec{k}, \omega) = (2\pi)^{-2} \int F(\vec{r}, t) \exp[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})] d\vec{r} dt$$

(87)

$$F(\vec{r}, t) = (2\pi)^{-2} \int F(\vec{k}, \omega) \exp[-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})] d\vec{k} d\omega$$

Négligeant la contribution des ondes électromagnétiques rapides, on utilise l'approximation électrostatique ; le vecteur induction électrique \vec{D} est donné par l'équation de Poisson et le champ électrique \vec{E} dérive du potentiel scalaire V :

$$\frac{\partial}{\partial \vec{r}} \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = \rho_0(\vec{r}, t) \quad (88)$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = - \frac{\partial}{\partial \vec{r}} V(\vec{r}, t) \quad (89)$$

où ρ_0 est la densité de charge.

La relation entre \vec{D} et le champ électrique \vec{E} est connue dans l'espace de Fourier :

$$\vec{D}(\vec{k}, \omega) = \epsilon_0 \bar{\kappa}(\vec{k}, \omega) \cdot \vec{E}(\vec{k}, \omega) \quad (90)$$

On calcule les transformées de Fourier des équations (88) et (89) et on les reporte dans (90). On obtient (voir Bekefi [1966]) :

$$\epsilon_0 k^2 K_L(\vec{k}, \omega) V(\vec{k}, \omega) = \rho_0(\vec{k}, \omega) \quad (91)$$

$\epsilon_0 K_L$ est la permittivité longitudinale définie en (18). Le potentiel $V(\vec{r}, t)$ sera obtenu en calculant la transformée de Fourier inverse de $V(\vec{k}, \omega)$. L'expression de K_L est déduite de (19) :

$$k^2 K_L \simeq (a_e + 1) k_{\perp}^2 (\omega^2 - \Omega_0^2) / \omega^2 \quad (92)$$

où

$$\Omega_0^2 = \omega_{HB}^2 + v_{ht}^2 k_{\perp}^2 + M_{-1} \omega_{HB}^2 k_{//}^2 / k_{\perp}^2$$

On a vu (§ III.2.3.) que le terme électronique de v_{ht} est petit, en particulier dans le cas de mélanges de plusieurs types d'ions. Nous le négligerons, v_{ht} étant alors la "vitesse thermique ionique".

$$v_{ht}^2 \approx 3 \frac{M_{-1}}{M_{-2}} \left(\frac{KT_i}{m_e} \right) \quad (93)$$

V.2.2. Le problème de la causalité

La permittivité longitudinale $K_L(\omega)$, purement réelle suivant l'expression (92) ne satisfait pas le principe de causalité. On peut déterminer aisément la partie imaginaire de $K_L(\omega)$ sachant que, pour être causale, $K_L(\omega)$ doit avoir une transformée de Fourier inverse $K_L(t)$ identiquement nulle pour $t < 0$ [Arsac, 1961]. La transformée inverse de $(\omega^2 - \Omega_0^2)/\omega^2$ est :

$$(2\pi)^{1/2} \delta(t) + \Omega_0^2 (\pi/2)^{1/2} |t|$$

En annulant cette fonction pour $t < 0$ et en la normalisant, on obtient :

$(2\pi)^{1/2} [\delta(t) + \Omega_0^2 t H(t)]$, où $H(t)$ est la fonction de Heaviside. Cette nouvelle fonction en retour se transforme en :

$$(\omega^2 - \Omega_0^2)/\omega^2 - i \pi \Omega_0^2 \delta'(\omega)$$

Ainsi, $K_L(\omega)$ est défini mathématiquement même pour les fréquences négatives ou nulles :

$$k^2 K_L(\omega) = (a_e + 1) k_{\perp}^2 \left[(\omega^2 - \Omega_0^2) / \omega^2 - i \pi \Omega_0^2 \delta'(\omega) \right] \quad (94)$$

La densité de charge relative à une impulsion ponctuelle de courant peut s'écrire :

$$\rho_0(\vec{r}, t) = q \delta(\vec{r}) H(t) \quad (95)$$

et sa transformée de Fourier est :

$$\rho(\vec{k}, \omega) = (2\pi)^{-2} q \left[\pi \delta(\omega) + \frac{i}{\omega} \right] \quad (96)$$

En portant les expressions (94) et (96) dans (91), on obtient :

$$V(k, \omega) = \frac{q}{(2\pi)^2 \epsilon_0 (a_e + 1) k_{\perp}^2} \left[\frac{i}{2(\omega - \Omega_0)} + C_1 \delta(\omega - \Omega_0) + \frac{i}{2(\omega + \Omega_0)} + C_2 \delta(\omega + \Omega_0) \right] \quad (97)$$

Les constantes C_1 et C_2 sont déterminées grâce au principe de causalité : il est nécessaire de poser $C_1 = C_2 = \pi/2$ pour que la transformée inverse $V(\vec{k}, t)$ soit nulle pour $t < 0$. Ayant déterminé $V(\vec{k}, \omega)$, on peut alors calculer sa transformée de Fourier inverse $V(\vec{r}, t)$.

V.2.3. Intégration suivant le vecteur d'onde \vec{k} : le potentiel $V(\vec{r}, \omega)$

Au voisinage de la RHB, le domaine des ondes électrostatiques occupe dans l'espace des \vec{k} une gamme d'angles très étroite autour de la perpendiculaire à \vec{B}_0 et pour $\omega > \omega_{HB}$. $V(\vec{r}, \omega)$ est donné par l'intégrale définissant la transformation de Fourier (87). Ainsi, la plus importante contribution à cette intégrale provient de la région $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$. C'est pourquoi nous avons utilisé l'expression approchée de K_L dans le cas de la propagation quasi perpendiculaire. $V(\vec{r}, \omega)$ est donné par :

$$V(\vec{r}, \omega) = (2\pi)^{-3/2} \int_0^{2\pi} d\phi_k \int_0^\infty dk_\perp \int_{-\infty}^{+\infty} V(\vec{k}, \omega) \exp(ik_\perp r_\perp \cos\phi_k) k_\perp dk_\parallel \quad (98)$$

où r_\perp est la composante de \vec{r} perpendiculaire à \vec{B}_0 . L'expression (97) peut s'écrire sous la forme :

$$V(\vec{k}, \omega) = \frac{iq}{(2\pi)^2 \epsilon_0 (a_e + 1) M_{-1} \omega_{HB}^2} \lim_{\substack{\eta \rightarrow 0 \\ \eta > 0}} \left\{ \frac{\omega + i\eta}{k_Y^2 - k_\parallel^2 - (k_\perp^2 \eta^2 - 2i\omega \eta k_\perp^2) / M_{-1} \omega_{HB}^2} \right\} \quad (99)$$

Nous avons posé :

$$k_Y^2 = k_\perp^2 (k_\alpha^2 - k_\perp^2) / k_\beta^2$$

$$k_\alpha^2 = (\omega^2 - \omega_{HB}^2) / v_{ht}^2$$

$$k_\beta^2 = M_{-1} \omega_{HB}^2 / v_{ht}^2$$

et utilisé l'identité :

$$(x \pm i0)^{-1} = x^{-1} \mp i\pi \delta(x) \quad (100)$$

Nous intégrons d'abord suivant k_\parallel . Deux cas se présentent :

- 1) $k_Y^2 < 0$: on peut imposer $\eta = 0$ dans (99) et intégrer en utilisant le théorème des résidus : les pôles sont imaginaires purs, ce qui correspond au cas physique des ondes évanescentes. On a :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_\parallel}{k_Y^2 - k_\parallel^2} = -\pi \frac{k_\beta}{k_\perp} (k_\perp^2 - k_\alpha^2)^{-1/2} \quad (101)$$

- 2) $k_Y^2 > 0$: dans ce cas il faut tenir compte de la position des pôles relativement à l'axe réel. On peut montrer après quelques calculs (cf. Annexe A2) que (99) peut être identifié avec :

$$V(\vec{k}, \omega) = \frac{iq}{(2\pi)^2 \epsilon_0 (a_e + 1) M_{-1} \omega_{HB}^2} \lim_{\substack{\beta \rightarrow 0 \\ \beta \omega > 0}} \left\{ \frac{(\omega/k_Y)(k_Y + i\beta)}{k_Y^2 - k_{//}^2 - \beta^2 + 2i\beta k_Y} \right\} \quad (102)$$

En utilisant l'identité (100), on obtient :

$$\lim_{\substack{\beta \rightarrow 0 \\ \beta \omega > 0}} \left\{ \frac{1}{k_Y} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(k_Y + i\beta) dk_{//}}{k_Y^2 - k_{//}^2 - \beta^2 + 2i\beta k_Y} \right\} = -i\pi \frac{\omega}{|\omega|} \frac{k_\beta}{k_\perp} (k_\alpha^2 - k_\perp^2)^{-1/2} \quad (103)$$

Les autres intégrations suivant k_\perp et l'angle azimuthal ϕ_k sont immédiates, en utilisant [Gradstein et Ryzhik, 1965] :

$$\int_0^{2\pi} \cos(x \cos y) dy = 2\pi J_0(x)$$

$$\int_0^\infty J_0(xy) (x^2 + a^2)^{-1/2} dx = I_0(ay/2) K_0(ay/2)$$

$$\int_0^1 (1 - x^2)^{-1/2} J_0(xy) dx = (\pi/2) J_0^2(y/2)$$

$$\int_1^\infty (x^2 - 1)^{-1/2} J_0(xy) dx = -(\pi/2) J_0(y/2) Y_0(y/2)$$

J_0 , Y_0 , I_0 et K_0 sont les fonctions de Bessel. Finalement, on obtient le résultat :

$$V(\vec{r}, \omega) = \begin{cases} (\pi/2)^{1/2} \frac{V_0}{\omega_{HB}} \left[-\frac{2}{\pi} i\omega I_0 K_0 \right] & \text{si } |\omega| < \omega_{HB} \\ (\pi/2)^{1/2} \frac{V_0}{\omega_{HB}} \left[|\omega| J_0^2 + i\omega J_0 Y_0 \right] & \text{si } |\omega| > \omega_{HB} \end{cases} \quad (104)$$

avec

$$V_0 = q \omega_{HB} / (8 \pi \epsilon_0 (a_e + 1) v_{ht} M_{-1}^{1/2})$$

Les arguments des fonctions de Bessel sont

$$r_1 (\omega_{HB}^2 - \omega^2)^{1/2} / (2 v_{ht}) \quad \text{pour } I_0 \text{ et } K_0$$

et

$$r_1 (\omega^2 - \omega_{HB}^2)^{1/2} / (2 v_{ht}) \quad \text{pour } J_0 \text{ et } Y_0$$

Ce résultat est similaire à l'expression déduite par Béghin et Debrie [1972] dans le cas de l'excitation par une charge oscillante $q \delta(\vec{r}) \exp(i \omega t)$.

V.2.4. Intégration en fréquence : le potentiel $V(\vec{r}, t)$

Le potentiel $V(\vec{r}, t)$ est la transformée de Fourier inverse de $V(\vec{r}, \omega)$. L'intégrand que l'on obtient à partir de l'expression (104) ne s'annule pas pour les grandes valeurs de $|\omega|$ et par conséquent, il est nécessaire de scinder $V(\vec{r}, \omega)$ en deux termes :

$$V(\vec{r}, \omega) = V_d(\vec{r}, \omega) + V_f(\vec{r}, \omega) \quad (105)$$

Ces termes sont tels que $V_f(\vec{r}, \omega)$ soit intégrable et que l'on connaisse la transformée de Fourier inverse de $V_d(\vec{r}, \omega)$ sous la forme d'une distribution. Nous posons $\phi_r = r_{\perp} \omega_{HB} / (2 v_{ht})$ et $\phi_t = \omega_{HB} t$; la forme asymptotique de $\{|\omega| J_0^2 + i \omega J_0 Y_0\}$ est alors :

$$\frac{\omega_{HB}}{\pi \phi_r} \left[1 - i \frac{\omega}{|\omega|} \exp(2 i \phi_r \frac{\omega}{\omega_{HB}}) \right] \quad (106)$$

qui a pour transformée de Fourier :

$$\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\omega_{HB}}{\phi_r} \left[\delta(t) - \frac{\omega_{HB}}{\pi (\phi_t - 2 \phi_r)} \right] \quad (107)$$

Nous ferons donc correspondre le premier terme de (106) à $V_d(\vec{r}, \omega)$:

$$V_d(\vec{r}, \omega) = V_0 / (\phi_r \omega_{HB} \sqrt{2\pi}) \quad (108)$$

$$V_d(\vec{r}, t) = V_0 \delta(t) / (\phi_r \omega_{HB})$$

Le fait que cette impulsion soit instantanée n'a aucun sens physique et est dû à l'approximation choisie qui n'est pas réaliste dans le domaine des hautes fréquences.

La partie intégrable $V_f(\vec{r}, \omega)$ est :

$$V_f(\vec{r}, \omega) = \begin{cases} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \frac{V_0}{\omega_{HB}} \left[-2 i \frac{\omega}{\pi} I_0 K_0 - \frac{\omega_{HB}}{\pi \phi_r} \right] & \text{pour } |\omega| < \omega_{HB} \\ \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \frac{V_0}{\omega_{HB}} \left[|\omega| J_0^2 + i \omega J_0 Y_0 - \frac{\omega_{HB}}{\pi \phi_r} \right] & \text{pour } |\omega| > \omega_{HB} \end{cases} \quad (109)$$

Le deuxième terme de (106) est extrait de (109) ; sa transformée de Fourier inverse est le deuxième terme de (107). La transformée inverse du reste de (109) est alors calculée en tenant compte des symétries en ω ; ces calculs donnent le résultat :

$$V_f(\vec{r}, t) = V_f(\phi_r, \phi_t) = V_0 \left\{ -\frac{\sin \phi_t}{\pi \phi_r \phi_t} - \frac{\cos(\phi_t - 2\phi_r)}{\pi \phi_r (\phi_t - 2\phi_r)} + S_1 + S_2 + S_3 \right\} \quad (110)$$

avec :

$$S_1(\phi_r, \phi_t) = \frac{2}{\pi} \int_0^1 x I_0 K_0 \sin(x \phi_t) dx$$

$$S_2(\phi_r, \phi_t) = \int_1^\infty \left[x J_0^2 - \frac{1}{\pi \phi_r} - \frac{\sin(2 \phi_r x)}{\pi \phi_r} \right] \cos(x \phi_t) dx$$

$$S_3(\phi_r, \phi_t) = \int_1^\infty \left[x J_0 Y_0 + \frac{\cos(2 \phi_r x)}{\pi \phi_r} \right] \sin(x \phi_t) dx$$

L'argument des fonctions de Bessel est $\phi_r \sqrt{1-x^2}$ pour I_0 et K_0 et $\phi_r \sqrt{x^2-1}$ pour J_0 et Y_0 . Les fonctions S_1 , S_2 et S_3 doivent être évaluées numériquement. C'est un calcul délicat du fait que l'intégrand est le produit de deux termes oscillants. Nous ne donnerons pas ici les détails de ce calcul. Précisions cependant que nous avons utilisé la méthode de quadrature de Filon [1928] avec un pas d'intégration variable, le domaine d'intégration étant découpé en plusieurs intervalles permettant ainsi d'utiliser les formes développées ou asymptotiques de l'intégrand.

Les résultats sont présentés sur la figure 24 qui montre la valeur de V/V_0 en fonction de ϕ_t et pour quelques valeurs de ϕ_r . On trouve évidemment un potentiel nul pour $t < 0$ (en fait, on trouve le "bruit de calcul" que l'on peut rendre aussi petit que l'on veut en augmentant la précision du calcul). L'impulsion de Dirac est représentée par la flèche en

$t = 0$; après cette impulsion, la courbe de réponse commence à osciller approximativement à la FHB. Cette oscillation est soudain rompue par une perturbation d'amplitude infinie qui se propage avec la vitesse v_{ht} ; ensuite, l'oscillation reprend et son amplitude décroît continuellement dans le temps comme t^{-1} (fig. 21).

V.3. DISCUSSION

La perturbation d'amplitude infinie qui apparaît dans l'expression de $V(\vec{r}, t)$ n'est pas réaliste et est une conséquence de l'approximation utilisée dans ce calcul. La validité du modèle tombe en défaut pour les très hautes comme pour les très basses fréquences relativement à la FHB. Or, c'est justement le domaine des hautes fréquences qui donne la plus importante contribution à la réponse V/V_0 dans le cas de la perturbation d'amplitude infinie. D'autre part, comme notre modèle de plasma décrit correctement la RHB, il doit donner la forme correcte de la décroissance de la réponse impulsionnelle.

Nos résultats peuvent être comparés à ceux obtenus par Pottelette [1972] à l'aide d'un modèle de plasma froid. Il obtient également une impulsion de Dirac au temps $t = 0$ (fig. 7 de l'article cité) et le commencement de la courbe de réponse est le même que le nôtre. Naturellement, ses résultats ne présentent pas de perturbation se propageant à la vitesse thermique à cause de l'utilisation du modèle de plasma froid. Une différence significative apparaît dans la décroissance temporelle de l'amplitude qui est $t^{-1/2}$ dans les calculs relatifs à la théorie plasma froid et t^{-1} dans notre propre calcul. Fejer [1966] et Pottelette [1972] ont tous les deux utilisé le modèle de plasma froid et ont obtenu une forme de décroissance équivalente ; le dernier a trouvé une forme en $t^{-1/2}$ suivant le temps et en d^{-1} suivant la distance, ce qui est équivalent à la décroissance temporelle en $t^{-3/2}$ du premier car elle est relative à un point de réception s'éloignant de la source avec un mouvement uniforme.

Un autre aspect intéressant de notre résultat est dans la perturbation (d'amplitude infinie dans notre calcul) qui est localisée sur un cylindre aligné avec \vec{B}_0 , en expansion radiale avec la vitesse thermique des ions. S'il était possible de détecter cette perturbation et de mesurer son

temps de parcours entre deux points, on pourrait ainsi déduire des mesures la vitesse thermique ionique (les signaux reçus devraient être filtrés pour séparer les effets de la RHB des autres résonances HF). Nous remarquerons également que si la mesure se faisait dans un référentiel en mouvement par rapport au plasma, on pourrait mesurer ainsi $v_{s\perp} + v_{ht}$ et $v_{s\perp} - v_{ht}$, donc $v_{s\perp}$ et v_{ht} , $v_{s\perp}$ étant la composante de la vitesse perpendiculairement à \vec{B}_0 .

Les résultats montrent que l'impulsion de courant excitatrice engendre des oscillations de fréquence voisine de la FHB qui sont les plus fortes dans une zone qui s'éloigne avec la vitesse v_{ht} de la ligne de champ initiale. On peut ainsi comprendre qu'une antenne assez grande puisse recevoir pendant un temps relativement long les signaux excités par une impulsion très brève. C'est l'une des hypothèses que nous examinerons plus loin afin d'expliquer la forme des signaux TBF du satellite ISIS 2.

En conclusion nous avons obtenu par ces calculs une idée approchée de ce qu'est la réponse impulsionnelle au voisinage de la RHB dans un plasma homogène. Notre description plasma tiède donne un temps de décroissance de l'amplitude plus vraisemblable que le résultat plasma froid et conduit à une perturbation se déplaçant radialement à la vitesse thermique des ions.

VI - LE PROBLEME DU PLASMA EN MOUVEMENT

VI.1. PRESENTATION DU PROBLEME

Nous avons considéré jusqu'à présent la propagation des ondes dans un plasma immobile. Lorsqu'il s'agit d'étudier les plasmas spatiaux, on se trouve toujours confronté au problème du mouvement relatif des sondes et du plasma. Avant d'appliquer nos résultats à diverses expériences, nous allons examiner succinctement les problèmes posés par le mouvement du plasma.

Au voisinage des résonances, la vitesse de phase des ondes devient très faible, souvent comparable aux vitesses atteintes par les fusées et les satellites : il ne peut être question de négliger l'effet du mouvement qui se manifeste alors par un effet Doppler important. De même, des faisceaux de particules ionisées de vitesses relativement faibles mais égales aux vitesses de phase de certains modes provoquent la génération d'ondes par effet Čerenkov.

En général, pour faire la théorie de ces phénomènes dus au mouvement, on doit utiliser les formules relativistes de la transformation de Lorentz. Ainsi, l'étude de l'effet du mouvement dans le cas des magnétoplasmas a été entreprise par divers auteurs après Bailey [1948] ; nous indiquerons surtout l'important travail de Chawla et Unz [1972]. Très souvent, l'étude de l'effet du mouvement est effectuée dans tel ou tel cas particulier.

Nous établirons ici quelques formules de transformation simples pour le champ électrique et la conductivité, valables uniquement dans le cas des faibles vitesses car déduites à l'aide de la transformation de Galilée. Le problème demeurera cependant entier en ce qui concerne les effets de gaine ou de sillage qui peuvent modifier considérablement les termes de source.

VI.2. TRANSFORMATION DE LA CONDUCTIVITE ET DU CHAMP DES ONDES PLANES

Considérons un repère R' animé d'une vitesse \vec{V}_r relativement au repère R . La transformation du champ est donnée par (voir par ex. Landau et Lifchitz) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E} = \gamma [\vec{E}' - \vec{V}_r \times \vec{B}'] \\ \vec{B} = \gamma \left[\vec{B}' + \frac{\vec{V}_r \times \vec{E}'}{c^2} \right] \end{array} \right. \quad (111)$$

avec

$$\gamma = (1 - |\vec{V}_r|^2/c^2)^{-1/2}$$

Les formules inverses ont la même forme, excepté pour le signe de \vec{V}_r :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}' = \gamma [\vec{E} + \vec{V}_r \times \vec{B}] \\ \vec{B}' = \gamma \left[\vec{B} - \frac{\vec{V}_r \times \vec{E}}{c^2} \right] \end{array} \right. \quad (112)$$

Maintenant, nous considérons que le champ total est la somme du champ statique \vec{E}_0, \vec{B}_0 et du champ de l'onde plane $\vec{E}_1 \exp i (\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$, $\vec{B}_1 \exp i (\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$. De la même façon, toutes les grandeurs physiques telles que la densité de courant \vec{J} et la densité de charge électrique n seront indicées par 0 ou 1 suivant qu'elles représentent l'état stationnaire ou bien le terme relatif à l'onde plane variant comme $\exp i (\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$.

Dans les repères R et R', le tenseur de conductivité relatif à l'onde plane est défini par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{J}_1 = \vec{\sigma} \cdot \vec{E}_1 \\ \vec{J}'_1 = \vec{\sigma}' \cdot \vec{E}'_1 \end{array} \right. \quad (113)$$

La linéarité des transformations (111) et (112) implique qu'elles sont valables dans le cas du champ statique comme dans le cas du champ de l'onde. Ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_1 = \vec{E}'_1 - \vec{V}_r \times \vec{B}'_1 \\ \vec{E}'_1 = \vec{E}_1 + \vec{V}_r \times \vec{B}_1 \end{array} \right. \quad (114)$$

On a supposé $\gamma \simeq 1$.

Les équations de Maxwell donnent dans l'espace de Fourier (voir par ex. Quemada, [1968]) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega \vec{B}_1 = \vec{k} \times \vec{E}_1 \\ \omega' \vec{B}'_1 = \vec{k} \times \vec{E}'_1 \end{array} \right. \quad (115)$$

où

$$\omega' = \omega - \vec{k} \cdot \vec{V}_r$$

On déduit la transformation entre \vec{E}_1 et \vec{E}'_1 à partir de (114) et de (115) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_1 = \frac{\omega}{\omega'} \left[\vec{1} - \frac{\vec{r}}{\omega} \right] \cdot \vec{E}'_1 \\ \vec{E}'_1 = \frac{\omega'}{\omega} \left[\vec{1} + \frac{\vec{r}}{\omega'} \right] \cdot \vec{E}_1 \end{array} \right. \quad (116)$$

où $\bar{\tau}$ est la dyade $\bar{\tau} = \overline{\mathbf{k} \mathbf{V}_r}$.

Le courant relatif à l'onde plane est donné par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{J}_1 = q [n_0 \vec{V}_1 + n_1 \vec{V}_r] \\ \vec{J}'_1 = q n_0 \vec{V}_1 \end{array} \right. \quad (117)$$

On suppose que la perturbation causée par l'onde dans le milieu est faible ; c'est pourquoi on a négligé le terme de deuxième ordre dans (117). Les équations de conservation de la charge électrique nous donnent (toujours dans l'espace de Fourier) :

$$\left\{ \begin{array}{l} q \omega n_1 = q n_0 \vec{k} \cdot \vec{V}_1 + q n_1 \vec{k} \cdot \vec{V}_r \\ q \omega' n_1 = q n_0 \vec{k} \cdot \vec{V}_r \end{array} \right. \quad (118)$$

ce qui nous permet d'exprimer n_1 :

$$n_1 = \frac{\vec{k} \cdot \vec{J}_1}{q\omega} = \frac{\vec{k} \cdot \vec{J}'_1}{q\omega'} \quad (119)$$

En reportant (119) dans (117), on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{J}_1 = [\bar{\tau} + \frac{\bar{\tau}^+}{\omega'}] \cdot \vec{J}'_1 \\ \vec{J}'_1 = [\bar{\tau} - \frac{\bar{\tau}^+}{\omega'}] \cdot \vec{J}_1 \end{array} \right. \quad (120)$$

où $\bar{\tau} = \overline{\mathbf{V}_r \mathbf{k}}$

Les tenseurs que nous avons introduits satisfont la relation :

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \left[\bar{\bar{\epsilon}} - \frac{\bar{\bar{\tau}}}{\omega} \right] \left[\bar{\bar{\epsilon}} + \frac{\bar{\bar{\tau}}}{\omega'} \right] = \left[\bar{\bar{\epsilon}} + \frac{\bar{\bar{\tau}}}{\omega'} \right] \left[\bar{\bar{\epsilon}} - \frac{\bar{\bar{\tau}}}{\omega} \right] = \left[\bar{\bar{\epsilon}} + \frac{\bar{\bar{\tau}}^+}{\omega'} \right] \left[\bar{\bar{\epsilon}} - \frac{\bar{\bar{\tau}}^+}{\omega} \right] = \left[\bar{\bar{\epsilon}} - \frac{\bar{\bar{\tau}}^+}{\omega} \right] \left[\bar{\bar{\epsilon}} + \frac{\bar{\bar{\tau}}^+}{\omega'} \right] \quad (121)$$

En utilisant la définition (113), les transformations (116) et (120) ainsi que les relations (121), on déduit aisément la formule de transformation de la conductivité :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\bar{\sigma}} = \frac{\omega'}{\omega} \left[\bar{\bar{\epsilon}} + \frac{\bar{\bar{\tau}}^+}{\omega'} \right] \cdot \bar{\bar{\sigma}}' \cdot \left[\bar{\bar{\epsilon}} + \frac{\bar{\bar{\tau}}}{\omega'} \right] \\ \bar{\bar{\sigma}}' = \frac{\omega}{\omega'} \left[\bar{\bar{\epsilon}} - \frac{\bar{\bar{\tau}}^+}{\omega} \right] \cdot \bar{\bar{\sigma}} \cdot \left[\bar{\bar{\epsilon}} - \frac{\bar{\bar{\tau}}}{\omega} \right] \end{array} \right. \quad (122)$$

Le tenseur diélectrique normalisé $\bar{\bar{\kappa}}$ est relié à $\bar{\bar{\sigma}}$ par :

$$\bar{\bar{\kappa}} = \bar{\bar{\epsilon}} - \frac{\bar{\bar{\sigma}}}{i \omega \epsilon_0} \quad (123)$$

Pour $\bar{\bar{\kappa}}$ nous avons donc la transformation :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\bar{\kappa}} = \bar{\bar{\epsilon}} + \frac{\omega'^2}{\omega^2} \left[\bar{\bar{\epsilon}} + \frac{\bar{\bar{\tau}}^+}{\omega'} \right] \cdot \left[\bar{\bar{\kappa}}' - \bar{\bar{\epsilon}} \right] \cdot \left[\bar{\bar{\epsilon}} + \frac{\bar{\bar{\tau}}}{\omega'} \right] \\ \bar{\bar{\kappa}}' = \bar{\bar{\epsilon}} + \frac{\omega^2}{\omega'^2} \left[\bar{\bar{\epsilon}} - \frac{\bar{\bar{\tau}}^+}{\omega} \right] \cdot \left[\bar{\bar{\kappa}} - \bar{\bar{\epsilon}} \right] \cdot \left[\bar{\bar{\epsilon}} - \frac{\bar{\bar{\tau}}}{\omega} \right] \end{array} \right. \quad (124)$$

Les différentes transformations que nous avons obtenues jusqu'à présent sont relatives à une onde plane libre ; elles permettent de relier les mesures effectuées par un récepteur mobile aux modes bien connus dans un référentiel lié au plasma.

Dans le cas de l'excitation d'ondes par une source, on est amené à considérer une conductivité "extérieure" $\bar{\sigma}_e$, par rapport au courant injecté au champ \vec{E} produit et différente de la conductivité relative aux modes libres. Avec un terme de source, l'équation de propagation des ondes s'écrit :

$$\left[\bar{k}\bar{k} - k^2 \bar{1} + \frac{\omega^2}{c^2} \bar{\kappa} \right] \cdot \vec{E} = -i \omega \mu_0 \vec{J}_{ex} \quad (125)$$

On a donc :

$$\bar{\sigma}_E = \frac{i}{\omega \mu_0} \left[\bar{k}\bar{k} - k^2 \bar{1} + \frac{\omega^2}{c^2} \bar{\kappa} \right] \quad (126)$$

On déduit aisément les formules de transformation :

$$\bar{\sigma}'_E = i \omega' \epsilon_0 \bar{1} + \frac{\omega}{\omega'} \left[\bar{1} - \frac{\bar{\tau}^+}{\omega} \right] \cdot \left[\bar{\sigma}_E - i \omega \epsilon_0 \bar{1} \right] \cdot \left[\bar{1} - \frac{\bar{\tau}}{\omega} \right] \quad (127)$$

$$\bar{\sigma}_E = i \omega \epsilon_0 \bar{1} + \frac{\omega'}{\omega} \left[\bar{1} + \frac{\bar{\tau}^+}{\omega'} \right] \cdot \left[\bar{\sigma}'_E - i \omega' \epsilon_0 \bar{1} \right] \cdot \left[\bar{1} + \frac{\bar{\tau}}{\omega} \right]$$

VI.3. CAS DES ONDES ELECTROSTATIQUES

Les formules de transformation se simplifient beaucoup dans le cas des ondes électrostatiques ; le champ étant par définition parallèle à \vec{k} , on obtient pour le champ électrique :

$$\vec{E}(\omega) = \vec{E}'(\omega') \quad (128)$$

L'amplitude du champ de l'onde est la même dans les deux repères, la différence de fréquence étant celle de l'effet Doppler. En utilisant les définitions de K_L et K'_L (18), on montre que la constante diélectrique longitudinale reste inchangée :

$$K_L(\omega) = K'_L(\omega') \quad (129)$$

Dans le cas des modes électrostatiques, l'effet du mouvement relatif de l'observateur et du plasma est donc particulièrement simple ; les différents tenseurs $\bar{\kappa}$, $\bar{\sigma}/\omega$, $\bar{\sigma}_E/\omega$ se réduisent à des quantités scalaires et, comme pour \vec{E} et K_L dans les formules (128) et (129), les transformations ne font intervenir que la variation de fréquence $\omega' = \omega - \vec{k} \cdot \vec{V}_r$.

VI.4. DISCUSSION

Nous examinerons maintenant l'utilisation pratique des résultats. Si $|\vec{V}_r| \ll C$, l'équation (111) relative au champ statique peut s'écrire :

$$\vec{E}_0 \simeq \vec{E}'_0 - \vec{V}_r \times \vec{B}_0 \quad (130)$$

$$\vec{B}_0 \simeq \vec{B}'_0$$

Nous remarquons que ni \vec{B}_0 , ni la composante parallèle de \vec{E}_0 ne changent dans la transformation. S'il existe un champ électrique statique dans le repère R lié au véhicule spatial, il est alors possible de trouver un repère R' dans lequel le champ électrique \vec{E}'_0 est parallèle à \vec{B}_0 . Ce repère R' est défini par sa vitesse par rapport à R que l'on déduit de (130) :

$$\vec{V}_r = (\vec{E}_0 \times \vec{B}_0) / |\vec{B}_0|^2 \quad (131)$$

où \vec{V}_r et \vec{E}_0 sont les composantes de \vec{V}_r et de \vec{E}_0 perpendiculairement à \vec{B}_0 . Nous considérons maintenant le cas $\vec{E}_{0//} = 0$ (si $\vec{E}_{0//} \neq 0$, le concept de repère lié au plasma n'est plus aussi simple, les électrons et les ions dérivant dans des directions opposées). Dans le repère R' , les particules chargées sont en mouvement libre le long de \vec{B}_0 ; on peut ainsi choisir $\vec{V}_{r//}$ de telle façon que R' soit le repère lié au plasma.

Grâce aux formules établies précédemment, on peut relier les observations faites à partir de sondes en mouvement dans le plasma avec les modèles théoriques établis dans le repère lié au plasma.

VII - APPLICATIONS

VII.1. RAYONNEMENT AUX MAXIMUMS DE FREQUENCE f_{qn} DES MODES DE BERNSTEIN

ELECTRONIQUES EN PLASMA DE LABORATOIRE

Nous avons souligné au §III.4 l'analogie entre les modes de Bernstein électroniques et ioniques ainsi que ses limites. Il est beaucoup plus aisé d'obtenir de bonnes conditions en plasma de laboratoire pour étudier les modes électroniques que pour les modes ioniques (en particulier, homogénéité sur des distances d'un certain nombre de fois le rayon de Larmor) ; c'est pourquoi nous reportons ici les résultats d'une expérience récente sur les modes de Bernstein électroniques effectuées en collaboration avec R. Debrie et J.P. Lebreton. Cette expérience confirme le bien fondé de l'approximation quasi perpendiculaire issue du développement de Taylor de K_L et l'on peut penser qu'il en sera de même dans le cas des modes de Bernstein ioniques. Nous reprenons ici en partie la note de Hamelin et coll. [1978].

Rappelons d'abord que, la surface des indices présentant une partie conique aux maximums en fréquence f_{qn} des modes de Bernstein (dans la plupart des cas, cf. §III.4.2), nous nous attendons à observer un rayonnement particulièrement important suivant le cône complémentaire. Si nous nous plaçons à une fréquence $f < f_{qn}$, la gamme d'angles de rayonnement des modes quasi perpendiculaires s'étend de $\theta = 90^\circ$ à $\theta = \theta_{gn}$ (voir fig. 14), alors que pour $f > f_{qn}$, les modes correspondant aux solutions réelles rayonnent de $\theta = 0$ à $\theta = \theta_{gn}$. Cependant, si f reste voisin de f_{qn} , les surfaces d'indice gardent une partie importante presque conique et l'on doit s'attendre à ce que la directivité du rayonnement ne diminue que progressivement lorsque f s'éloigne de f_{qn} .

Nous avons cherché à vérifier par l'expérience la réalité de ces résultats théoriques grâce au caisson de simulation ionosphérique du CRPE. Ce caisson de forme cylindrique a un volume de $6m^3$ et le champ magnétique terrestre est compensé par un ensemble de bobines électriques. On peut également imposer un champ magnétique axial (0 - 1Gs). Le plasma d'argon présente une bonne homogénéité ($\Delta f_{pe}/f_{pe} < 4\%$ sur une distance de 1m) grâce aux

parois tapissées de 6000 petits aimants permanents [Arnal, 1976].

Le dispositif expérimental utilisé consiste en une paire d'électrodes, l'une émettrice de diamètre 3 mm reliée à un générateur et l'autre réceptrice, de diamètre 10 mm reliée à un préamplificateur. La haute impédance de ces éléments permet de considérer que le signal reçu est proportionnel au potentiel créé par l'émission à courant constant. Le dipôle ainsi formé peut effectuer une rotation dans un plan parallèle à l'axe du caisson, décrivant ainsi les différentes orientations possibles avec le champ magnétique imposé. La distance séparant les deux électrodes peut également être modifiée à volonté.

Nous avons utilisé un plasma de caractéristiques $f_{be} = 2,40$ MHz et $f_{pe} = 1,68$ MHz avec une température électronique d'environ 1400°K, ce qui correspond à une longueur de Debye de 1,3 cm et un rayon de gyration de 0,9 cm. Les longueurs d'onde théoriques correspondant aux fréquences $f_{q2} = 4,92$ MHz et $f_{q3} = 7,26$ MHz étaient respectivement 5,4 et 3,3 cm. Avec ces paramètres, les angles θ_{g2} et θ_{g3} étaient 3,3° et 1,2°.

Dans une première série de mesures, nous avons placé le dipôle à un angle voisin de la direction parallèle ($\theta \sim 10^\circ$) et nous avons fait varier la distance séparant les électrodes (fig. 26). La réponse en fréquence a l'allure classique donnée par ce type de sondes : une antirésonance pour $f = f_{be}$, une résonance au voisinage de $f = f_T$ et un système d'interférences dues au battement de la partie plasma froid du rayonnement avec les ondes électrostatiques. L'évolution des courbes en fonction de la distance d permet d'identifier les maximums dus au rayonnement des modes de Bernstein. Ceux-ci ne peuvent intervenir qu'au voisinage des f_{qn} alors que le système d'interférences se modifie en fonction de d .

Ayant mis en évidence ces fréquences caractéristiques on fait varier l'orientation du dipôle, d étant fixé et égal à 15 cm. On observe (fig. 27) une rapide diminution du maximum voisin de f_{q2} lorsque l'on s'éloigne de la direction parallèle. Le cas de f_{q3} est plus difficile à interpréter mais nous constatons que pour la direction perpendiculaire le phénomène a pratiquement disparu aussi bien au voisinage de f_{q2} que de f_{q3} .

On remarque un léger décalage des antirésonances à f_{be} , dû à

une certaine inhomogénéité de B_0 (de l'ordre de 7 % pour $\theta = 90^\circ$). Cependant, l'effet de cette inhomogénéité reste faible car la propagation ne s'effectue que sur quelques longueurs d'onde.

Dans ces conditions, nous pouvons dire que le maximum du rayonnement a bien lieu dans la direction quasi parallèle.

Cette expérience assez simple confirme la prévision faite à partir du développement de Taylor de l'équation de dispersion, suivant laquelle le rayonnement relatif aux modes de Bernstein peut s'effectuer avec des directions complètement différentes de la perpendiculaire à \vec{B}_0 . Ce résultat a pu être obtenu grâce aux bonnes conditions d'homogénéité dont nous disposons dans le caisson de simulation du CRPE. La méthode d'approximation que nous avons utilisée avec succès dans le cas électronique doit s'appliquer de la même façon au cas semblable des modes de Bernstein ioniques.

VII.2. L'EXPERIENCE CISASPE

Nous avons évoqué au chapitre II diverses expériences d'excitation d'ondes au voisinage de la RHB. Parmi celles ci, l'expérience CISASPE qui cumulait l'étude du champ rayonné à courte distance (sonde quadripolaire, § II.2) et à longue distance (transmission entre les parties mère et fille, § II.3) a été interprétée de façon complètement satisfaisante par Béghin et Debrie, [1972] en utilisant les modèles de plasma froid et adiabatique (l'amortissement des ondes étant toutefois évalué à l'aide de la théorie microscopique). Il convient seulement ici de vérifier que nos propres résultats issus de modèles plus compliqués (modèle microscopique, modèle de plasma inhomogène) n'apportent aucune contradiction avec les faits expérimentaux.

En premier lieu, examinons le cas de la sonde quadripolaire TBF. Nous savons que le principal élément qu'apporte le modèle microscopique est la série des modes de Bernstein liée aux harmoniques des gyrofréquences ioniques. Aucun effet pouvant être relié à la structure caractéristique des modes de Bernstein n'est apparu dans les mesures ; cependant, dans la gamme des hautes fréquences et lors d'une autre expérience en fusée [IPOCAMP 1],

la sonde quadripolaire a permis de détecter une forte augmentation de l'impédance mutuelle à l'un des maximums en fréquence f_q des modes de Bernstein électroniques (R. Debrie, communication privée). L'observation de cet effet, assez rare dépend à la fois d'attitudes privilégiées de la sonde et de fréquences bien particulières au cours du balayage (les quatre électrodes de la sonde HF étaient alignées alors que celles de la sonde TBF étaient disposées en carré). Dans le cas de la sonde quadripolaire TBF, une première nécessité pour que la structure des modes de Bernstein influe de la même façon est dans l'existence d'ions légers, même en faible quantité, sans quoi la FHB correspond à un multiple très élevé de la gyrofréquence des ions lourds : les modes correspondants sont alors dégénérés en des droites de fréquence constante et leur existence n'est que théorique. Lors de l'expérience CISASPE, le plasma traversé par la fusée était presque exclusivement formé d'ions lourds. Donc, une altitude de culmination plus grande et d'autres facteurs comme la disposition des électrodes en ligne, la lenteur de la rotation de la sonde pourraient conduire à des observations similaires à celle du pic de l'impédance mutuelle à la fréquence f_q dans le cas de la sonde HF.

En ce qui concerne la transmission d'ondes à longue distance, nous avons traité un exemple de propagation en milieu inhomogène en utilisant les paramètres $f_{HB} = 3600$ Hz, $v_{it} = 870$ m/s, $M_{-1} = 5 \cdot 10^4$, $a_e = 16$. Ne connaissant pas le gradient de f_{HB} , nous avons choisi $g_z = 10^{-6} \text{ m}^{-1}$, ce qui semble être un ordre de grandeur acceptable puisque le gradient le long de la trajectoire était $\nabla f_{HB}/f_{HB} \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1}$. Nous résolvons en fonction de la fréquence d'émission le problème inverse de déterminer les rayons assurant la liaison entre la mère et la fille ; nous obtenons le tableau suivant où t est le temps de parcours de l'onde et Z_0 l'ordonnée du sommet de la trajectoire (la distance mère-fille étant supposée de 106 m, formant un angle de 70° avec \vec{B}_0) :

f/f_{HB}	t (ms)	$2\pi/k \cdot x_0$ (m)	Z_0 (m)
0,8	1,4	70	317
0,9	1,8	45	1370
0,95	8,8	32	5250
0,99	22,6	24	23300
1,00	26,6	24	32200
1,01	29,7	24	42500

La dispersion ainsi obtenue est à comparer avec la dispersion en plasma froid et homogène et avec le résultat expérimental de Béghin et Debrie [1972] (fig. 28). Aux fréquences nettement inférieures à la FHB, les temps de parcours de l'onde dans le mode quasiperpendiculaire ne sont guères changés par la considération des inhomogénéités ; par contre, lorsque l'on s'approche de la FHB ainsi que pour les fréquences supérieures, les rayons deviennent fortement guidés le long \vec{B}_0 et la longueur des trajectoires théoriques s'accroît démesurément.

L'effet des inhomogénéités peut donc, au même titre que l'amortissement des ondes contribuer à la coupure de la transmission aux fréquences supérieures à la FHB.

VII.3. LES ECHOS DE TRES BASSE FREQUENCE DU SATELLITE ISIS2

VII.3.1. GENERATION DES ONDES

Nous avons exposé au §II.4 les problèmes posés par l'interprétation des échos TBF déclenchés par le sondeur ionosphérique HF du satellite ISIS2. L'hypothèse de Palmer et Barrington [1973] selon laquelle la conversion HF/TBF est due à un processus de rectification du train d'onde HF au voisinage de l'antenne est la plus vraisemblable. Un fait en faveur de cette hypothèse est la faible dépendance du phénomène en fonction de la fréquence de travail HF du sondeur. Une autre hypothèse que nous avons envisagée, celle du couplage entre deux ondes HF engendrant une onde TBF suivant la théorie développée par Pointu et coll. [1969] ne conduit à aucune possibilité. Les conditions de couplage qui lient les fréquences et les vecteurs d'onde sont les relations $\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$ et $\vec{k}_1 = \vec{k}_2 + \vec{k}_3$; nous avons recherché sans succès la satisfaction de ces conditions en couplant les différents modes principaux de haute fréquence (en tenant naturellement compte de l'effet Doppler). De toute façon, il semble que ces conditions de couplage conduirait à une dépendance importante du phénomène envers la fréquence d'émission.

On retiendra donc l'hypothèse de la rectification ; les impulsions de 100 μ s de durée correspondent à une bande de fréquences dont la limite supérieure est de l'ordre de 10 kHz, c'est-à-dire également l'ordre de grandeur de la FHB.

VII.3.2. LES SPECTRES DE RAIES

La structure de raies distantes de la gyrofréquence des protons telle que l'on peut la voir sur la figure 2 ne peut s'expliquer qu'en utilisant la description microscopique du plasma. On peut établir un modèle du plasma entourant la satellite grâce aux données des diverses expériences embarquées en plus de l'expérience principale de sondage ionosphérique (voir Daniels [1971]). La fréquence de plasma et la gyrofréquence sont déterminées à partir des ionogrammes et la composition ionique est connue d'après les données de spectromètres de masse fonctionnant en même temps que le sondeur et que l'expérience de réception TBF. A l'instant indiqué sur la figure 2, les paramètres du plasma sont : $f_{pe} = 422 \text{ kHz}$, $f_{be} = 839 \text{ kHz}$, $n_{H^+}/n_e = 0,695$, $n_{He^+}/n_e = 0,141$, $(n_{O^+} + n_{N^+})/n_e = 0,164$. Dans ces conditions, la figure 29 montre un exemple de courbes de dispersion en propagation strictement perpendiculaire, l'épaisseur du trait représentant le niveau d'excitation à longueur d'onde constante (comme pour les figures 9-11). Pour simplifier la figure, nous avons évité de distinguer les ions N^+ et O^+ , prenant en fait la densité d'ion O^+ telle que $n_{O^+}/n_e = 0,164$. Comme dans le cas d'un mélange de deux ions, la figure 29 souligne l'importance des modes de Bernstein relatifs à l'espèce ionique la plus légère. On explique ainsi que la structure de raies observée est celle de l'ion H^+ . Les figures 12 et 13 qui représentent les niveaux d'excitation pour deux valeurs de λ_i montrent clairement l'importance de l'ion H^+ mais la confrontation s'arrête à ce résultat qualitatif car ni l'hypothèse de l'excitation à longueur d'onde constante ni celle de la propagation strictement perpendiculaire ne sont justifiées. D'autre part, l'écart entre les fréquences observées et les fréquences de résonance du milieu est généralement assez faible [Palmer et Barrington, 1973], que ce soit pour la FHB ou bien pour les multiples des gyrofréquences ioniques. En supposant que cet écart soit représentatif de l'effet Doppler, on peut en déduire un ordre de grandeur des nombres d'onde correspondant aux signaux reçus. C'est donc par des considérations sur l'effet Doppler, sur la durée des résonances et sur l'allure des spectres en fréquence en fonction de l'attitude de l'antenne que l'on pourra préciser les modes des signaux reçus et tenter de découvrir le mécanisme des échos TBF.

VII.3.3. APPROCHE DU MECANISME DES ECHOS

Lors de la découverte des "flèches de résonance" des satellites sondeurs en contrehaut, la première idée fut de remarquer qu'au voisinage des résonances la vitesse de groupe des ondes était faible et pouvait égaler la vitesse du satellite : c'est l'hypothèse d'accompagnement faite par Fejer et Calvert [1964]. Par la suite, cette hypothèse allait se révéler inadéquate pour expliquer le phénomène de battements entre les deux ondes de fréquences voisines caractérisant la structure fine de certaines flèches de résonance aux fréquences f_{pe} et f_T [Calvert et Van Zandt, 1966]. Ce fut Mac Affee [1968] qui fit le premier l'hypothèse que les ondes émises pouvaient suivre une trajectoire courbe à cause de l'inhomogénéité du milieu et revenir après réflexion vers le satellite. Cette hypothèse permit de rendre compte des signaux expérimentaux dans les cas des résonances à f_{pe} [Mc Affee, 1968], à f_T [Bitoun et coll., 1970] [Graff, 1970] et aux multiples de la gyrofréquence [Bitoun, 1974]. D'autre part, dans le cas des résonances aux fréquences f_{qn} , Muldrew [1972] faisait appel de nouveau à l'hypothèse de l'accompagnement. Compte-tenu des analogies existant entre les résonances HF et TBF, il est naturel d'envisager également pour ces dernières les hypothèses d'accompagnement ou de réflexion des ondes en milieu faiblement inhomogène.

Comme l'ont montré Palmer et Barrington [1973], la morphologie des résonances TBF est extrêmement variable suivant la composition du plasma, l'attitude du satellite, le mode d'opération du sondeur, etc... Nous avons choisi comme exemple un passage du satellite au dessus d'Ottawa (26 octobre 1972 - 6 h 50 - 7 h 10) pour lequel on dispose de données de composition et de températures ioniques (communiquées par J.H. Hoffman et W.H. Dodson de l'Université du Texas et E. Maier du Goddard Space Flight Center). Dans ce passage, l'axe de rotation du satellite était approximativement perpendiculaire à \vec{B}_0 ainsi qu'au vecteur vitesse \vec{v}_s : l'antenne prenait donc au cours de la rotation tous les angles possibles par rapport à \vec{B}_0 et \vec{v}_s , l'angle entre \vec{B}_0 et \vec{v}_s étant environ 75° (fig. 30). Dans le cas indiqué sur la figure 2, la température de l'espèce ionique dominante H^+ était de 3500° et la composition ionique $H^+ : 69,5 \%$, $H_e^+ : 14 \%$, $O^+ + N^+ : 16,5 \%$.

On envisage en premier l'hypothèse de l'accompagnement, en utilisant la théorie adiabatique ; pour cela, on recherche les modes dont la vitesse de groupe est précisément la même que celle du satellite : \vec{v}_s . On résoud numériquement le système des deux dernières équations (82) dans lesquelles le premier membre est formé par les composantes v_{sx} et v_{sz} de \vec{v}_s . Pour une vitesse du satellite de 7130 m/s et la FHB étant égale à 7000 Hz, on trouve une longueur d'onde de l'ordre du mètre, ce qui conduit à un écart de fréquence par effet Doppler de 6000 Hz donc inacceptable. L'hypothèse de l'accompagnement pur et simple n'est donc pas conforme à la réalité expérimentale ; en plus, elle ne permettrait en aucun cas d'expliquer la modulation de la forme des signaux reçus avec la rotation du satellite.

Tout en gardant l'hypothèse d'un milieu homogène, on peut considérer comme cela a été fait à propos des résonances HF dans le cas inhomogène le problème du rendez vous entre un rayon issu d'un point de l'antenne et aboutissant quelques instants plus tard en un autre point de l'antenne. On effectue le même calcul que précédemment, pour l'accompagnement, mais, cette fois ci, la vitesse de groupe des ondes peut prendre une gamme de valeurs beaucoup plus étendue, surtout pour les faibles durées de propagation (pour un temps de parcours infini, on retrouve les conditions de l'accompagnement pur et simple). Tout revient à considérer l'émission comme ponctuelle au temps $t = 0$ et que la réception s'effectue sur une antenne de longueur double. On fait le calcul numérique pour divers temps de parcours répartis dans la durée observée des résonances TBF et pour diverses orientations de l'antenne ; en général, on obtient deux solutions : l'une de grande longueur d'onde ($\lambda \sim 100$ à 300 m) conduisant à un spectre de fréquences compatible avec les observations compte tenu de l'effet Doppler et l'autre ne donnant des fréquences voisines de la FHB que pour des cas bien particuliers de rayons. Nous avons représenté sur la figure 31 les fréquences reçues suivant un histogramme qui fait la synthèse des calculs effectués pour une orientation de l'antenne de 45° par rapport à \vec{B}_0 . En réalité, la forme de l'histogramme dépend très peu de l'orientation de l'antenne. Il est particulièrement intéressant de voir que les fréquences résultantes se groupent dans un intervalle situé au dessous de la FHB (principalement vers $0,975 f_{HB}$) conformément aux observations [Palmer et Barrington, 1973] alors que l'on ne peut considérer le concept de rayon comme valable car, dans la plupart des cas, le trajet effectif des ondes

est plus court que la longueur d'onde. Par contre, les ondes de courtes longueurs d'onde pour lesquelles le concept de rayon est valable conduisent à une très grande dispersion en fréquence compte tenu de l'effet Doppler. On tentera de résoudre cette contradiction en considérant l'inhomogénéité du milieu comme cela a été fait pour les résonances HF.

Les mesures effectuées le long de la trajectoire du satellite et l'hypothèse d'un équilibre diffusif des particules ionisées le long des lignes de champ magnétique permettent de donner une assez bonne estimation du gradient de la fréquence hybride basse. Ainsi, nous avons calculé les trajectoires des rayons assurant le rendez vous avec une partie quelconque de l'antenne grâce aux formules analytiques établies au § IV.4. De même qu'en milieu homogène, les solutions trouvées correspondent à des trajets inférieurs à la longueur d'onde ou bien à une grande dispersion en fréquence pour les rayons ayant une signification physique.

C'est donc le concept même de rayon qui s'avère inadéquat dans cette tentative d'explication des échos TBF. Il faut alors admettre que l'antenne en mouvement baigne dans le champ proche provoqué par l'impulsion : maintenant, on ne peut plus se contenter de considérer un problème de simple propagation mais un problème d'oscillations forcées. Le champ produit par l'impulsion pourra être décomposé en une infinité d'ondes planes, certaines correspondant à des modes se propageant, les autres correspondant à des modes évanescents. Lorsque l'on fait la somme de ces ondes pour calculer le champ résultant, on s'aperçoit que la contribution des ondes planes correspondant aux modes libres, zéros de l'équation de dispersion est une partie importante du champ rayonné. On comprend ainsi pourquoi le calcul des rendez vous entre les rayons et l'antenne en milieu homogène, bien qu'inadéquat conduise à une estimation assez bonne de la fréquence des signaux reçus.

Le calcul des signaux reçus par l'antenne est une entreprise extrêmement difficile. En premier lieu, il s'agit de calculer le champ rayonné par l'antenne. Nous avons traité dans le chapitre V le cas d'une impulsion ponctuelle de courant en utilisant la théorie adiabatique dans l'approximation électrostatique; il faudrait améliorer ce calcul en utilisant la théorie adiabatique complète, faisant le lien entre le calcul en plasma froid de Pottelette [1972] et le notre. Il paraît possible au prix de calculs numériques assez longs de calculer le champ engendré par l'impulsion de courant appliquée le long de l'antenne. Par contre, à la réception, le calcul du

signal apparaît extrêmement difficile. Il n'est guère possible de faire une hypothèse simplificatrice sur la forme du courant le long de l'antenne vu que sa longueur est du même ordre que les longueurs d'onde impliquées. D'autre part, la résolution autocohérente d'un tel problème, en tenant compte en plus des effets de gaine et du mouvement est d'une grande difficulté. Nous devons finalement renoncer à ce calcul que l'on ne pourrait envisager qu'au prix d'une suite d'approximations trop éloignées de la réalité.

En examinant de nouveau la modulation du spectre des signaux reçus (fig. 2), nous observons un détail assez surprenant : pour les deux premières demi rotations du satellite, la fréquence des signaux est assez stable et voisine de 6 kHz ; par contre, pour les deux demi rotations suivantes, au cours desquelles la FHB augmente assez rapidement, on observe un brusque saut de fréquence de l'ordre de 700 Hz. Ceci intervient peu de temps avant que l'antenne soit perpendiculaire à \vec{B}_0 , lorsqu'elle est sensiblement parallèle à \vec{V}_s . Nous ne pouvons pas expliquer le saut en fréquence en considérant comme précédemment les rayons joignant deux points quelconques de l'antenne, si l'on suppose le milieu homogène. Finalement, ce phénomène lié à la direction de la vitesse du satellite (l'écart en fréquence peut être un effet Doppler ou l'inversion de celui ci), semble exister à la faveur d'une forte augmentation du gradient de la FHB, ce qui montre qu'il faudrait en plus tenir compte des inhomogénéités et du mouvement dans le calcul du champ rayonné.

La modulation en durée des impulsions (fig. 1,C) présente une forme caractéristique avec un minimum de durée lorsque l'antenne est parallèle à \vec{B}_0 . Nous avons vu que le champ créé par une impulsion de courant décroît en amplitude à la fois dans le temps et dans l'espace (fig. 24). Bien que le cas de l'antenne longue n'ait pu être traité, on peut supposer que l'impulsion crée une zone perturbée cylindrique, en expansion autour de l'antenne et alignée avec \vec{B}_0 . Le champ est relativement fort dans la zone cylindrique occupée par l'antenne à l'instant de l'impulsion et décroît plus rapidement en dehors. On peut comprendre ainsi l'extinction du signal reçu lorsque l'antenne quitte la région fortement perturbée. D'après la figure (1,C), on voit que dans les faits, l'essentiel de la perturbation reste localisée à la région occupée par l'antenne à l'instant de l'impulsion le rôle de la propagation perpendiculairement à \vec{B}_0 restant assez faible. Au delà d'une certaine limite (~ 8 ms), la disparition du signal serait due à

à l'affaiblissement temporel du champ.

L'interprétation de la structure de raies pose le même type de problèmes que pour l'émission principale à la FHB : compte tenu de la vitesse du satellite, l'effet Doppler relatif aux modes de Bernstein (fig. 29) est très important, sauf pour des fréquences extrêmement proches des harmoniques de la gyrofréquence des protons (ou bien pour des fréquences un peu moins proches mais en propagation quasi perpendiculaire, la surface des indices étant alors très pointue comme dans le voisinage de la FHB). Un écart de 5 % entre la fréquence reçue et l'harmonique de f_{bH^+} voisin conduit à une composante perpendiculaire de la longueur d'onde de l'ordre de 300 m. Le rayon de gyration de l'ion H^+ étant de l'ordre de 2 m, il faudrait dans ce cas abandonner l'hypothèse électrostatique. De toute façon, les longueurs d'onde impliquées étant grandes devant la distance effective émission-réception, c'est le champ rayonné à courte distance qu'il importerait de calculer comme pour l'émission au voisinage immédiat de la FHB. Les résonances aux harmoniques de la gyrofréquence des protons, malgré leur similitude avec les gyrorésonances électroniques ne peuvent être traitées de la même façon et nécessiteraient un calcul électromagnétique du champ proche. Comme pour le voisinage de la FHB, un tel calcul incluant la réception sur une antenne longue pose d'importantes difficultés.

VII.3.4. DISCUSSION

Les résonances TBF du satellite ISIS 2 présentent un intérêt certain vu la variété de leurs formes en fonction des différents paramètres du milieu et de la géométrie du problème ; elles font intervenir un certain nombre de phénomènes mal connus : mécanisme de conversion HF/TBF, effet du mouvement, effet des inhomogénéités, réception sur une antenne longue, relations de dispersion assez compliquées dans un modèle à plusieurs espèces ioniques, particulièrement en théorie microscopique. Nous avons pu comprendre un certain nombre d'aspects du phénomène : le rôle prépondérant joué par l'espèce ionique la plus légère, la forme pointue des surfaces d'indice à la FHB comme aux multiples de la gyrofréquence des protons qui implique que l'énergie peut se propager dans toutes les directions relativement à \vec{B}_0 . Enfin, bien que justifiant qualitativement le décalage des signaux reçus par rapport à la FHB et l'aspect général de la modulation, on ne peut

envisager le calcul théorique des signaux reçus, principalement à cause du problème posé par la longueur de l'antenne.

Il est à noter que les échos TBF constituent un phénomène inattendu et l'on peut penser qu'une étude expérimentale préméditée de ce phénomène aurait tout à gagner de l'utilisation d'électrodes de petites dimensions assimilables à des points dans les modèles théoriques. Ceci dit, un grand avantage lors de cette étude a été de disposer d'une excellente description du plasma entourant le satellite grâce aux mesures simultanées des différentes expériences embarquées à bord.

VII.4. LES EMISSIONS STIMULEES PAR DES PARTICULES : L'EXPERIENCE ELECTRON ECHO 1

Le cas de l'expérience Electron Echo 1 [Cartwright et Kellog, 1974] que nous avons évoqué au § II.5 ne permet pas de définir un modèle de composition ionique précis comme dans l'expérience ISIS2. Sans prétendre représenter la composition réelle lors de l'expérience, nous avons tracé les courbes de dispersion (fig. 32) en propagation strictement perpendiculaire pour le modèle de plasma suivant : $a_e = 18,5$, $f_{bo+} = 45$ Hz, $T_i = 1000^\circ$, $n_{o+}/n_e : 98\%$, n_{He+}/n_e et $n_{H+}/n_e : 1\%$. En fait, ce modèle traduit ce que l'on peut présumer de la composition du plasma : une faible proportion d'ions légers H^+ et He^+ . Cartwright et Kellog [1974] ont suggéré que la cause de l'émission TBF (fig. 3) était l'effet Čerenkov dû aux électrons ou aux ions émis par un générateur de plasma destiné à neutraliser la fusée pendant l'éjection d'électrons de haute énergie. Nous allons montrer que l'effet Čerenkov dû aux ions argon de 50 eV éjectés par le générateur de plasma peut conduire à la structure de raies observée.

Dans le cas d'un milieu isotrope, l'effet Čerenkov consiste en un cône de lumière monochromatique autour de la direction de la vitesse de la particule. L'anisotropie du milieu rend le phénomène un peu plus compliqué ; toutefois, si l'on remarque que les ions argon ont une vitesse de l'ordre de 15 km s^{-1} , le vecteur \vec{k} des ondes émises ne peut être que quasi perpendiculaire à \vec{B}_0 . En effet, pour un très petit angle hors de la direction perpendiculaire, la vitesse de phase dépasse immédiatement cette valeur de 15 km/s et l'émission Čerenkov disparaît. Pour un certain vecteur d'onde \vec{k} ,

la fréquence émise est :

$$\omega = \vec{k} \cdot \vec{v}_A = |\vec{k}| |\vec{v}_A| \cos \beta_A$$

où β_A est l'angle entre \vec{k} et la vitesse des ions argon \vec{v}_A . Les courbes $\omega = \vec{k} \cdot \vec{v}_A$ ont été reportées sur la figure 32 pour différentes valeurs de β_A . L'intersection de ces courbes avec le diagramme de dispersion donne les composantes du spectre de l'émission Čerenkov en propagation perpendiculaire pour chaque valeur de β_A . Le spectre des ondes émises vers le cône récepteur est plus complexe : les trajectoires de l'énergie sont dans le plan défini par \vec{B}_0 et la droite joignant la particule d'argon et le cône. Lors du déplacement de la particule, le vecteur \vec{k} (perpendiculaire à \vec{B}_0) tourne et l'angle β_A varie le long de la trajectoire (le rayon de gyration des ions argon est de l'ordre de 300 m). La figure 32 montre qu'une structure de raies complexe telle que celle de la figure 3 peut être produite par l'effet Čerenkov. Le fait que les raies observées ne sont pas exactement équidistantes peut découler de la forme des courbes de la figure 32 ainsi que de l'effet Doppler. Un fait s'oppose au schéma de la génération des ondes telle que nous l'avons esquissée : c'est la relative finesse des raies composant le signal reçu [Cartwright, 1971] ainsi que la valeur typique de $k \sim 0,6 \text{ m}^{-1}$ de Cartwright et Kellog [1974] qui s'oppose à la valeur moyenne dix fois plus forte de votre propre figure. Une possibilité conduisant à des raies plus fines serait que l'excitation des ondes reçues se fasse dans une région limitée, par exemple le voisinage de la ligne de champ passant par le cône, limitant ainsi le domaine de β_A . La propagation de l'énergie pouvant se faire quasi parallèlement à \vec{B}_0 aussi bien pour le voisinage de la FHB que pour les modes de Bernstein ioniques, ces ondes pourraient effectivement atteindre le cône où étaient détectées les ondes. Le raisonnement que nous venons de tenir pourrait être précisé : en particulier, la relation de dispersion pourrait être déduite en introduisant la distribution des vitesses des ions argon dans un calcul analogue à celui de Forslund et coll. [1970]. Rappelons enfin que le modèle de plasma utilisé n'est qu'un exemple vu que nous ne connaissons ni les densités ni les températures ioniques.

VII.5. BILAN DES APPLICATIONS EXPERIMENTALES

La caractéristique de certaines émissions au voisinage de la FHB qui avait intrigué le plus les expérimentateurs était la présence de raies dans les spectres fréquence-temps. Ces raies ont pu être interprétées dans

le cas des expériences Electron Echo 1 et ISIS2 à l'aide de la description microscopique du plasma. Nous avons montré comment, dans un plasma à plusieurs espèces ioniques, la plus légère d'entre elles joue un rôle prépondérant confirmé par les faits expérimentaux.

D'autre part, les conséquences de nos approximations de la surface des indices au voisinage de la propagation quasi perpendiculaire ont pu être vérifiées directement dans le cas des modes de Bernstein électroniques pour lesquels on a pu montrer un exemple de propagation quasi parallèle de l'énergie. Dans le cas ionique, la présence d'ondes de Bernstein au niveau du cône récepteur lors de l'expérience Electron Echo 1 semble également impliquer la propagation de l'énergie hors de la direction perpendiculaire à B_0 .

Enfin, nous avons montré que l'explication précise des résonances TBF du satellite ISIS2 requiererait la résolution dans le détail de plusieurs problèmes particulièrement délicats : la conversion d'énergie HF/TBF, le calcul du champ émis en milieu inhomogène, compte tenu de l'effet de vitesse et surtout, la réception sur une antenne longue en mouvement. Nous pensons que dans une expérience de ce genre, l'utilisation d'électrodes sphériques au lieu d'antennes longues permettrait une interprétation beaucoup moins difficile du phénomène. Toutefois, nous avons pu, par des considérations qualitatives partant de nos résultats théoriques expliquer certaines caractéristiques des signaux comme l'écart de la fréquence reçue par rapport à la FHB et l'aspect général de la modulation des formes d'onde au cours de la rotation du satellite.

VIII- CONCLUSION

Au vu des diverses observations d'ondes au voisinage de la FHB et en particulier de celles présentant des spectres de raies, nous avons éprouvé le besoin de compléter les études antérieures en commençant par la simple équation de dispersion des ondes planes. Nous avons porté notre effort sur l'obtention de formules analytiques beaucoup plus intelligibles pour une utilisation ultérieure que les formules générales. En premier lieu, nous avons établi une forme approchée très simple de l'équation de dispersion en théorie adiabatique, décrivant la transition entre ondes électromagnétiques et électrostatiques qui intervient aux résonances hybride ou oblique basse. Nous avons obtenu de même, en théorie microscopique, la forme de la surface des indices au voisinage des modes de Bernstein. Tant pour les ondes à la FHB que pour les modes de Bernstein, la propagation de groupe peut s'effectuer dans des directions différentes de la direction perpendiculaire, jusqu'à la direction quasi parallèle à \vec{B}_0 . Ceci a pu être vérifié directement par l'expérience dans le cas des modes de Bernstein électroniques.

La validité de nos formules qui décrivent les caractéristiques essentielles de la propagation quasi perpendiculaire des ondes électrostatiques dépasse donc le cadre de la FHB et concerne tous les modes de Bernstein ioniques et électroniques. Elles sont d'une grande utilité en particulier dans l'étude des résonances aux fréquences f_{qn} qui connaissent aujourd'hui un vif regain d'intérêt à la suite des résultats du satellite GEOS.

Revenant au voisinage de la FHB, nous avons mis en évidence l'importance prépondérante de la structure des modes de Bernstein relative à l'espèce ionique la plus légère, même lorsque celle ci est minoritaire. Ce résultat s'accorde parfaitement avec les observations faites lors des expériences Electron Echo 1 et ISIS2.

Pour tenter d'interpréter les échos TBF du satellite ISIS2, nous avons été amenés à étudier d'une part l'effet d'une faible inhomogénéité sur les trajectoires de rayons et d'autre part la réponse impulsionnelle du milieu.

En présence d'une faible inhomogénéité du plasma les rayons

rencontrant des valeurs croissantes de fréquence hybride basse subissent à un certain niveau une réflexion. Les trajectoires sont très allongées dans la direction du champ magnétique surtout pour les courtes longueurs d'onde ; elles sont en ce sens comparables aux trajectoires obtenues pour d'autres résonances comme les multiples de la gyrofréquence électronique. Cependant, la validité du concept de rayon s'avère très critique dans le cas de la FHB et l'on doit s'en assurer dans chaque cas particulier de type ionosphérique.

Le calcul de la réponse impulsionnelle a été effectué à l'aide de la théorie adiabatique et dans l'approximation électrostatique; il est comparable à celui de Pottelette, effectué à l'aide de la théorie plasma froid et conduit à une décroissance temporelle en t^{-1} au lieu de $t^{-1/2}$ trouvée par ce dernier. La complexité de la réception sur l'antenne longue d'ISIS2 ne permet pas de trancher entre ces deux résultats et de juger ainsi de l'importance des effets thermiques.

L'excitation de la résonance hybride basse dans l'ionosphère fait intervenir de nombreux paramètres et l'interprétation des résultats de mesure n'en est que plus délicate. Ce n'est donc pas le moyen de diagnostic du plasma le plus efficace.

Bien que l'interprétation des échos TBF du satellite ISIS2 n'ait pu se faire de façon précise, nous sommes arrivés à une bonne approche des mécanismes mis en jeu et dont les résultats concernent bien d'autres situations expérimentales.

ANNEXE 1

DEVELOPPEMENT DE TAYLOR DE LA CONSTANTE DIELECTRIQUE LONGITUDINALE.

TERMES DU 3EME ORDRE

Nous donnons ici l'expression des coefficients C_{ijk} du développement de Taylor de K_L autour d'une solution $K_L = 0$, d'abord dans le cas général d'un mélange, puis dans le cas de modes de Bernstein électroniques et enfin pour les modes de Bernstein ioniques (dans un plasma à une seule espèce ionique ou bien en ne considérant que l'espèce la plus légère, cf. § III.4.3.).

CAS GENERAL

$$C_{030} = 4 + \sum_s a_s \left[-y_s^2 \left(\frac{8}{3} + \frac{6}{\lambda_s} \right) + \left(\frac{16}{3} \lambda_s^2 + \frac{16}{3} \lambda_s + 4 + y_s^2 \left(4 + \frac{6}{\lambda_s} \right) \right) J_{1s} - \left(\frac{8}{3} \lambda_s^2 + 4 \lambda_s + \frac{13}{3} + \frac{2}{3} y_s^2 \right) H_{1s} \right]$$

$$C_{003} = \sum_s \frac{a_s}{\lambda_s} \left[J_{4s} - J_{3s} \right]$$

$$C_{210} = -4 + \sum_s a_s \left[-2 J_{1s} + \frac{2}{y_s} (1 + \lambda_s) J_{3s} + H_{1s} - \frac{\lambda_s}{y_s^2} H_{3s} \right]$$

$$C_{201} = 1 + \sum_s a_s \left[\frac{1}{\lambda_s} - \frac{J_{2s}}{\lambda_s} + \frac{(3 J_{4s} - J_{3s})}{y_s^2} \right]$$

$$C_{021} = -3 + \sum_s a_s \left[-\frac{3}{\lambda_s} + \frac{2 y_s^2}{\lambda_s} + \frac{3}{\lambda_s} J_{2s} + (3 + 4 \lambda_s) (J_{2s} - J_{1s}) - \frac{2 y_s^2}{\lambda_s} J_{1s} + \frac{2 J_{2s}^*}{\lambda_s} + \left(\frac{5}{2} + 2 \lambda_s \right) (H_{1s} - H_{2s}) \right]$$

$$C_{012} = \sum_s a_s \left[2 \left(1 + \frac{1}{\lambda_s} \right) (J_{3s} - J_{2s}) + (H_{2s} - H_{3s}) \right]$$

On a posé :

$$J_{2s}^* = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{n^2 I_n(\lambda_s) e^{-\lambda_s}}{(1 + n/y_s)^2}$$

CAS DES MODES DE BERNSTEIN ELECTRONIQUES

Comme dans le § III.4.2., nous donnons les coefficients C_{ijk} pour le voisinage des maximums en fréquence des modes de Bernstein définis par le système (49) :

$$C_{o30} = -\frac{14}{3} + y_{qe}^2 \left(\frac{14}{3} + \frac{8\lambda_{qe}}{3} \right) - 8\lambda_{qe}^2 - \frac{38}{3}\lambda_{qe} - \frac{14}{3}a_e - \frac{8}{3}a_e\lambda_{qe}$$

$$C_{oo3} = \frac{a_e}{\lambda_{qe}} \left[J_4(\lambda_{qe}, y_{qe}) - J_3(\lambda_{qe}, y_{qe}) \right]$$

$$C_{210} = -2 + \frac{2a_e(1 + \lambda_{qe})}{y_{qe}} J_3(\lambda_{qe}, y_{qe}) - \frac{a_e\lambda_{qe}}{y_{qe}} H_3(\lambda_{qe}, y_{qe})$$

$$C_{2o1} = 1 + \frac{a_e}{\lambda_{qe}} (1 - J_2(\lambda_{qe}, y_{qe})) + \frac{a_e}{y_{qe}} (3J_4(\lambda_{qe}, y_{qe}) - J_3(\lambda_{qe}, y_{qe}))$$

$$C_{o21} = 2 + 6\lambda_{qe} + 2a_e - 2y_{qe}^2 - \frac{3a_e}{\lambda_{qe}} + (3a_e + \frac{3a_e}{\lambda_{qe}} + 4\lambda_{qe}a_e) J_2(\lambda_{qe}, y_{qe}) + \frac{2a_e}{\lambda_{qe}} J_2^*(\lambda_{qe}, y_{qe}) - (\frac{5}{2} + 2\lambda_{qe}a_e) H_2(\lambda_{qe}, y_{qe})$$

$$C_{o12} = 2a_e \left(1 + \frac{1}{\lambda_{qe}} \right) (J_3(\lambda_{qe}, y_{qe}) - J_2(\lambda_{qe}, y_{qe})) + a_e (H_2(\lambda_{qe}, y_{qe}) - H_3(\lambda_{qe}, y_{qe}))$$

CAS DES MODES DE BERNSTEIN IONIQUES

$$\begin{aligned}
 C_{o3o} = & 4 + a_i \left[-y_i^2 \left(\frac{8}{3} + \frac{6}{\lambda_i} \right) + \left(\frac{16}{3} \lambda_i^2 + \frac{16}{3} \lambda_i + 4 + y_i^2 \left(4 + \frac{6}{\lambda_i} \right) J_{1i} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \left(\frac{8}{3} \lambda_i^2 + 4 \lambda_i + \frac{13}{3} + \frac{2}{3} y_i^2 \right) H_{1i} \right] \\
 & + a_e \left[-y_e^2 \left(\frac{8}{3} + \frac{6}{\lambda_e} \right) + \frac{16}{3} \lambda_e^2 + \frac{16}{3} \lambda_e + 4 + y_e^2 \left(4 + \frac{6}{\lambda_e} \right) J_e \right. \\
 & \left. - \left(\frac{8}{3} \lambda_e^2 + 4 \lambda_e + \frac{13}{3} + \frac{2}{3} y_e^2 \right) H_e \right]
 \end{aligned}$$

$$C_{oo3} = \frac{a_i}{\lambda_i} [J_{4s} - J_{3s}]$$

$$\begin{aligned}
 C_{21o} = & -4 + a_i \left[-2 J_{1i} + \frac{2}{y_i} (1 + \lambda_i) J_{3i} + H_{1i} - \frac{\lambda_i}{y_i} H_{3i} \right] \\
 & + a_e \left[\left(-2 + \frac{2}{y_e} (1 + \lambda_e) \right) J_e + \left(1 - \frac{\lambda_e}{y_e} \right) H_e \right]
 \end{aligned}$$

$$C_{2o1} = 1 + a_i \left[\frac{1}{\lambda_i} - \frac{J_{2i}}{\lambda_i} + \frac{(3 J_{4i} - J_{3i})}{y_i^2} \right] + a_e \left[\frac{1}{\lambda_e} + \left(-\frac{1}{\lambda_e} + \frac{2}{y_e} \right) J_e \right]$$

$$\begin{aligned}
 C_{o21} = & -3 + a_i \left[-\frac{3}{\lambda_i} + \frac{2 y_i^2}{\lambda_i} + \frac{3}{\lambda_i} J_{2i} + (3 + 4 \lambda_i) (J_{2i} - J_{1i}) \right. \\
 & \left. - \frac{2 y_i^2 J_{1i}}{\lambda_i} + \frac{2 J_{2i}^*}{\lambda_i} + \left(\frac{5}{2} + 2 \lambda_i \right) (H_{1i} - H_{2i}) \right] \\
 & + a_e \left[-\frac{3}{\lambda_e} + \frac{2 y_e^2}{\lambda_e} \right] (1 - J_e)
 \end{aligned}$$

$$C_{o12} = a_i \left[2 \left(1 + \frac{1}{\lambda_i} \right) (J_{3i} - J_{2i}) + (H_{2i} - H_{3i}) \right]$$

ANNEXE 2

FORMES CAUSALES EQUIVALENTES DU POTENTIEL CREE PAR UNE CHARGE PONCTUELLE

DANS UN MAGNETOPLASMA TIEDE (CALCUL ELECTROSTATIQUE)

Au § V.2.3., nous avons obtenu pour $V(\vec{k}, \omega)$ la forme suivante (99) :

$$V(\vec{k}, \omega) = \frac{i q}{(2\pi)^2 \epsilon_0 (a_e + 1) M_{-1} \omega_{HB}^2} \lim_{\substack{\eta \rightarrow 0 \\ \eta > 0}} \left[\frac{\omega + i\eta}{k_\gamma^2 - k_{//}^2 - (k_\perp^2 \eta^2 - 2i\omega\eta k_\perp^2) / M_{-1} \omega_{HB}^2} \right]$$

Pour obtenir (102), nous devons identifier les expressions :

$$\xi = \lim_{\substack{\eta \rightarrow 0 \\ \eta > 0}} \left\{ \frac{\omega}{k_\gamma} \frac{k_\gamma + i \frac{k_\gamma}{\omega} \eta}{k_\gamma^2 - k_{//}^2 - \frac{k_\perp^2}{M_{-1} \omega_{HB}^2} \eta^2 + \frac{2 i \omega \eta k_\perp^2}{M_{-1} \omega_{HB}^2}} \right\}$$

$$\xi' = \lim_{\substack{\beta \rightarrow 0 \\ \frac{\beta}{|\beta|} ?}} \left\{ \frac{\omega}{k_\gamma} \frac{k_\gamma + i\beta}{k_\gamma^2 - k_{//}^2 - \beta^2 + 2 i \beta k_\gamma} \right\}$$

Pour simplifier l'écriture on pose

$$\xi = \lim \frac{a + i b}{d}$$

$$\xi' = \lim \frac{a' + i b'}{d'}$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} d = \left[k_\gamma^2 - k_{//}^2 - \frac{k_\perp^2}{M_{-1} \omega_{HB}^2} \eta^2 \right]^2 + \left[2 \omega \eta \frac{k_\perp^2}{M_{-1} \omega_{HB}^2} \right]^2 \\ d' = \left[k_\gamma^2 - k_{//}^2 - \beta^2 \right]^2 + \left[2 \beta k_\gamma \right]^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \omega \left[k_{\gamma}^2 - k_{//}^2 - \frac{k_{\perp}^2}{M_{-1} \omega_{HB}^2} \eta^2 \right] + \frac{2 \omega \eta^2 k_{\perp}^2}{M_{-1} \omega_{HB}^2} \\ a' = \omega \left[k_{\gamma}^2 - k_{//}^2 - \beta^2 \right] + 2 \omega \beta^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b = -2 \omega^2 \eta \frac{k_{\perp}^2}{M_{-1} \omega_{HB}^2} + \eta \left[k_{\gamma}^2 - k_{//}^2 - \frac{k_{\perp}^2}{M_{-1} \omega_{HB}^2} \eta^2 \right] \\ b' = -2 \omega \beta k_{\gamma} + \frac{\beta \omega}{k_{\gamma}} \left[k_{\gamma}^2 - k_{//}^2 - \beta^2 \right] \end{array} \right.$$

Remarquons que si $\eta \rightarrow 0$ et $\beta \rightarrow 0$, d et d' d'une part et a et a' d'autre part ont la même limite. Pour identifier les limites de b et b' lorsque $\eta > 0$, il faut supposer $\beta \omega / k_{\gamma} > 0$ donc $\beta \omega > 0$ en prenant $k_{\gamma} > 0$. L'expression (99) est donc équivalente à (102) :

$$V(\vec{k}, \omega) = \frac{i q}{(2\pi)^2 \epsilon_0 (a_e + 1) M_{-1} \omega_{HB}^2} \lim_{\substack{\beta \rightarrow 0 \\ \beta \omega > 0}} \left[\frac{(\omega/k_{\gamma}) (k_{\gamma} + i\beta)}{k_{\gamma}^2 - k_{//}^2 - \beta^2 + 2 i\beta k_{\gamma}} \right]$$

BIBLIOGRAPHIE

- ABRAMOWITZ, M. et I. STEGUN, Handbook of mathematical functions NBS, Applied Mathematical Series 55, 1964.
- ARNAL, Y., Simulation expérimentale du plasma ionosphérique. Etude de faisceaux de plasmas et de plasmas uniformes confinés dans une structure multipolaire, Thèse, Université d'Orléans, 1976.
- ARSAC, J., Transformation de Fourier et théorie des distributions, Paris-Dunod, 1961.
- BAILEY, V.A., Plane waves in an ionized gas with static electric and magnetic fields present, Austr. J. Sci. Res., A-1, 351-359, 1948.
- BARRINGTON, R.E. et T. NISHIZAKI, The hydrogen ion effect in whistler dispersion, Can. J. Phys. 38(12), 1642-1653, 1960.
- BARRINGTON, R.E. et J.S. BELROSE, Preliminary results from the very-low frequency receiver aboard Canada's Alouette satellite, Nature, 198, 651, 1963.
- BARRINGTON, R.E., BELROSE, J.S. et G.L. NELMS, Ion composition and temperatures at 1000 km as deduced from simultaneous observations of a VLF plasma resonance and topside sounding data from the Alouette 1 satellite, J. Geophys. Res. 70(7), 1647-1664, 1965.
- BEGHIN, C., Excitation et mesure de la résonance hybride basse à l'aide d'une sonde quadripolaire embarquée sur fusée, C.R. Acad. Sc. Paris, 270 B, 431-434, 1970.
- BEGHIN, C. et C. RENARD, Effet des collisions et du mouvement sur l'impédance de transfert d'une sonde quadripolaire au voisinage de la résonance hybride basse dans l'ionosphère, Plasma waves in space and in the laboratory, Vol. 2, 299-317, Edinburgh University Press, 1970.

- BEGHIN, C. et R. DEBRIE, Characteristics of the electric field far from and close to a radiating antenna around the lower hybrid resonance in the ionospheric plasma, *J. Plasma Physics* 8(3), 287-310, 1972.
- BEKEFI, G., Radiation processes in plasmas, Wiley, 1966.
- BITOUN, J., GRAFF, Ph. et M. AUBRY, Ray tracing in warm magnetoplasma and applications to topside resonances, *Radio Sci.* 5(11), 1341-1349, 1970.
- BITOUN, J., Interprétation des gyrorésonances ionosphériques, Thèse d'Etat, Paris, 1974.
- BRAMBILLA, M., Propagation and absorption of waves at the lower hybrid resonance, *Plasma Phys.* 18, 669-674, 1976.
- BRICE, N.M. et R.L. SMITH, Lower hybrid resonance emissions, *J. Geophys. Res.* 70(1), 71-80, 1965.
- CALVERT, W. et T.E. VAN ZANDT, Fixed frequency observations of plasma resonances in the topside ionosphere, *J. Geophys. Res.* 71, 1799-1813, 1966.
- CARTWRIGHT, D.G., Observations of plasma waves generated by a beam of electrons in the ionosphere, Thèse Ph. D., Univ. of Minnesota, 1971.
- CARTWRIGHT, D.G. et P.J. KELLOGG, Observation of radiation from an electron beam artificially injected into the ionosphere, *J. Geophys. Res.* 79(10), 1439-1457, 1974.
- CERISIER, J.C., Propagation perpendiculaire au voisinage de la fréquence hybride basse, *Plasma waves in space and Laboratory*, Vol. 2, 487-521, Edinburgh University Press, 1970.
- CHAWLA, B.R. et H. UNZ, Electromagnetic waves in moving magnetoplasmas, The University Press of Kansas, 1972.

- DANIELS, F., ISIS II Spacecraft, Communications Research Centre, Report N° 1218, Ottawa, 1971.
- DOUGHERTY, J.P. et J.J. MONAGHAN, Theory of resonances observed in ionograms taken by sounders above the ionosphere, Proc. Roy. Soc. London, A 289;, 214-234, 1966.
- FEJER, J.A., Excitation of the lower hybrid resonance by an antenna in the ionosphere, Radio Sci. 1(4), 447-455, 1966.
- FEJER, J.A. et W. CALVERT, Resonance effects of electrostatic oscillations in the ionosphere, J. Geophys. Res. 69(23), 5049-5062, 1964.
- FILON, L.N.G., On a quadrature formula for trigonometric integrals, Proc. Royal Soc. Edinburgh 49, 38-47, 1928.
- FORSLUND, D.W., MORSE, R.L. et C.W. NIELSON, Electron cyclotron drift instability, Phys. Rev. Letters 25(18), 1266-1270, 1970.
- FREDRICKS, R.W., Structure of the Bernstein mode for large values of the plasma parameter, J. Plasma Phys., 2(2), 197-206, 1968.
- FREDRICKS, R.W., Structure of generalized ion Bernstein modes from the full electromagnetic dispersion relation, J. Plasma Phys., 2(3), 365-380, 1968.
- GRADSTEYN, I.S. et I.H. RYZHIK, Table of integrals, Academic, 1965.
- GRAFF, Ph., Analytical study of oblique echoes at the upper hybrid resonance, J. Geophys. Res., 75(34), 7193-7198, 1970.
- GURNETT, D.A., SHAWHAN, S.D., BRICE N.M. et R.L. SMITH, Ion cyclotron whistlers, J. Geophys. Res. 70(7), 1665-1668, 1965.
- HAMELIN, M., DEBRIE, R. et J.P. LEBRETON, Préviation théorique et observation du rayonnement des modes de Bernstein en direction oblique au champ magnétique, Comptes Rendus, 286(17), Série B, 227-230, 1978.

- HASELGROVE, J., Report of conference in the physics of the ionosphere, Physical Society, London, 1955.
- HINES, C.O., Heavy-ion effects in audio-frequency radio propagation, J. Atmosph. Terr. Phys. 11(1), 36-42, 1957.
- KALDAZE, T.D., LOMINADZE, D.G. et K.N. STEPANOV, Dispersion of cyclotron waves in a plasma, Sov. Physics, Technical Physics, 17(2), 196-202, 1972.
- LANDAU, L.D. et E.M. LIFCHITZ, Théorie du champ, Mir. Moscow.
- LAVERGNAT, J., Contribution à l'étude du rayonnement spontané cohérent d'un faisceau d'électrons dans un plasma thermique : l'expérience ARAKS, Thèse d'Etat, Paris, 1976.
- LEWIS, R.M. et J.B. KELLER, Conductivity tensor and dispersion equation for a plasma, Phys. Fluids, 5, 1248-1264, 1962.
- MAC AFEE, J.R., Ray trajectories in anisotropic plasma near plasma resonance, J. Geophys. Res. 73, 5577-5583, 1968.
- MAC AFEE, J.R., Topside ray trajectories near the upper hybrid resonance, J. Geophys. Res. 74, 6403-6408, 1969.
- MATSUMOTO, H., KIMURA, I., MIYATAKE, S. et T. OBAYASHI, Active sounding rocket experiment using ~ 3 eV electron beams, on wave particle interaction, XVIII Cospar Meeting, Varna, May-June 1975.
- MULDREW, D.B., Electrostatic resonances associated with the maximum frequencies of cyclotron-harmonic waves, J. Geophys. Res. 77(10), 1794-1801, 1972.
- NAMBU, M., High β effect on the generalized ion Bernstein mode near the lower hybrid frequency, J. Plasma Phys. 7(3), 503-512, 1972.

- PALMER, F.H. et R.E. BARRINGTON, Excitation of ion resonances by the ISIS 2 HF transmitter, J. Geophys. Res. 78(34), 8167-8179, 1973.
- PEŠIĆ, S.S., Interaction ondes plasma au voisinage de la fréquence hybride inférieure, Thèse d'Etat, Orsay, 1973.
- POINTU, A.M., POMEAU, Y. et A. CONSTANTIN, Possibility of three waves coupling, J. Plasma Phys. 3(3), 473-479, 1969.
- POTTELETTE, R., Possibilités de mesurer la vitesse de circulation du plasma magnétosphérique à l'aide d'une sonde quadripolaire utilisée au voisinage de la fréquence hybride basse, Ann. Géophys., 28(2), 257-286, 1972.
- PURI, S., LEUTERER, F. et M. TUTTER, Dispersion curves for the generalized Bernstein modes, J. Plasma Phys. 9(1), 89-100, 1973.
- PURI, S., LEUTERER, F. et M. TUTTER, The totality of waves in a homogeneous Vlasov plasma, J. Plasma phys. 14(1), 169-178, 1975.
- QUEMADA, D., Ondes dans les plasmas, Hermann, 1968.
- SCHMITT, J.P.M., Ondes de Bernstein ioniques, Thèse d'Etat, Paris, 1973.
- SHAWHAN, S.D. et D.A. GURNETT, Fractional concentration of hydrogen ions in the ionosphere from VLF proton whistler measurement, J. Geophys. Res. 71(1), 47-59, 1966.
- SITENKO, A.G. et K.N. STEPANOV, (1956), On the oscillations of an electron plasma in a magnetic field, Sov. Phys. J.E.T.P., 4(4), 512-520, May 1957.
- SIZONENKO, V.L. et K.N. STEPANOV, On instability of plasma with current in magnetic field, Ukr. Fiz. Zh. 16(3), 438-445, 1971.
- SMITH, R.L., BRICE, N.M., KATSUFRAKIS, J., GURNETT, D.A., SHAWHAN, S.D., BELROSE, J.S. et R.E. BARRINGTON, An ion gyrofrequency phenomenon observed in satellite, Nature, 204(4955), 274-275, 1964.

- SMITH, R.L. et N. BRICE, Propagation in multicomponent plasmas, J. Geophys. Res. 69(23), 5029-5040, 1964.
- STIX, T.H., The theory of plasma waves, Mc. Graw Hill, 1962.
- STOREY, L.R.O., An investigation of whistling atmospheric, Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A, 246, 113-141, 1953.
- STOREY, L.R.O., A method to detect the presence of ionized hydrogen in the outer atmosphere, Can. J. Phys. 34(11), 1153-1163, 1956.
- STOREY, L.R.O., AUBRY, M.P. et P. MEYER, A quadripole probe for the study of ionospheric plasma resonances, Plasma waves in space and laboratory, Vol. 1, 303-332, Edinburgh Univ. Press., 1969.
- TATARONIS, J.A. et F.W. CRAWFORD, Cyclotron harmonic wave propagation and instabilities, 1, Perpendicular propagation, J. Plasma Phys. 4, 231-248, 1970.
- TATARONIS, J.A. et F.W. CRAWFORD, Cyclotron harmonic wave propagation and instabilities, 2, Oblique propagation, J. Plasma Phys. 4, 249 - 264, 1970.
- WARREN, E.S. et E.L. HAGG, Observation of electrostatic resonances of the ionospheric plasma, Nature, 220, 466-468, 1968.
- WEINBERG, S., Eikonal method in magnetohydrodynamics, Phys. Rev. 126(6), 1899-1909, 1962.
- YVON, J., Les corrélations et l'Entropie en mécanique statistique classique, Dunod, 1966.

REMERCIEMENTS

Mes remerciements vont tout d'abord à M. BEGHIN qui a suscité puis suivi ce travail tout au long de son développement. Qu'il trouve ici l'expression de ma sincère gratitude pour les conseils avertis et les encouragements qu'il m'a prodigués.

Je remercie M. HIEBLOT, Directeur du Centre de Recherches en Physique de l'Environnement Terrestre et Planétaire qui m'a permis de développer mes recherches dans de très bonnes conditions, dans son laboratoire.

Je tiens à remercier particulièrement MM. BARRINGTON et PALMER du Centre de Recherches sur les Communications (Ottawa) qui m'ont accueilli en stage dans leur laboratoire et permis l'accès aux données de leur expérience embarquée sur le satellite ISIS 2. De la même façon, je remercie M. DODSON de l'Université du Texas et M. MAIER du Goddard Space Flight Center pour leurs données expérimentales sur les populations ioniques.

J'adresse mes plus vifs remerciements à MM. CHAPELLE, BASILE, FEJER, PELLAT et SCHMITT pour avoir bien voulu consacrer de leur temps à l'examen de mon travail.

J'ai le plaisir de remercier ici MM. DEBRIE et LEBRETON de m'avoir autorisé à présenter ici les résultats de l'expérience de laboratoire effectuée en commun. Je remercie aussi sincèrement MM. BITOUN et FEIX avec qui j'ai eu d'utiles discussions.

Je suis particulièrement reconnaissant à Mme FOULON et Melle REVIL auxquelles je dois la forme présente de cette thèse.

Je désire remercier tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail : que l'ensemble du personnel du C.R.P.E. trouve ici l'expression de ma reconnaissance.

Les calculs numériques présentés ont pu être menés à bien grâce aux services du CIRCE, du CICRC et du CNES.

J'ai accompli ce travail au titre d'attaché de recherches au C.N.R.S.

LEGENDES DES FIGURES

FIG. 1 - a) Signaux TBF déclenchés par les impulsions HF du sondeur ionosphérique du satellite ISIS 2.

b) Autre exemple des signaux TBF présentant le phénomène d'échos séparés par la gyropériode des protons (la base de la figure correspond aux instants des impulsions HF).

c) De même qu'en b, l'échelle de temps montrent la modulation du phénomène suivant la rotation du satellite.

[Communiquée par Palmer et Barrington]

FIG. 2 - Spectre fréquence-temps des signaux TBF reçus par le satellite ISIS 2. Le symbole (V) désigne le temps correspondant au modèle de plasma utilisé dans le texte (et fig. 18, 19, 20 et 29).

FIG. 3 - Spectre fréquence-temps des signaux TBF reçus sur le cône éjecté de la fusée dans l'expérience Electron Echo 1. La modulation correspond à la rotation du générateur de plasma.

D'après [Cartwright et Kellog, wave-particle interactions in the magnetosphere, P 95, rapport ESRO SP- 72, 1971]

FIG. 4 - Forme schématique de la surface des indices au voisinage de la FHB : ——— plasma froid,théorie adiabatique dans l'approximation électrostatique, ---théorie adiabatique complète.

FIG. 5 - Diagramme polaire du vecteur \vec{k} en fonction de $x = \omega/\omega_{HB}$. Les courbes sont en trait plein dans le domaine de validité des approximations, en tirets lorsqu'elles deviennent erronées. On a utilisé les approximations quasi parallèle ($\epsilon^2 M_{-1} \gg 1$, soit $\theta = 0$ à $\theta \sim 89^\circ$), quasi perpendiculaire ($\epsilon^2 M_{-1} \ll 1$) et la formule complète dans le petit domaine où $\epsilon^2 M_{-1} \sim 1$. Les courbes en tirets (1) et (2) (3) représentent respectivement les solutions électromagnétique et électrostatique (ES) en approximation quasi perpendiculaire lorsqu'elles deviennent erronées. Les courbes (4) (5) (6) représentent la solution plasma froid (PF).

FIG. 6 - Evolution du rapport M_{-2}/M_{-1}^2 avec la concentration des protons dans un mélange d'ions H^+ et O^+ .

FIG. 7 - Courbes de dispersion dans un mélange ($k_{//} = 0$), $n_{H^+}/n_e = 10\%$; $n_{O^+}/n_e = 90\%$; $a_e = 1$.

- a) Théories plasma froid et adiabatique. $T_i = 1000^\circ$.
Calcul sans approximation (—); approximation $\omega \gg \omega_{bi}$ (——).
- b) Approximation adiabatique. Théorie adiabatique complète (—); avec l'approximation $\omega \gg \omega_{bi}$ (——); avec l'approximation électrostatique (.....).

FIG. 8 - Comment les modes relatifs à l'ion O^+ engendrent les modes relatifs à l'ion H^+ .

FIG. 9 - Courbes de dispersion et niveaux d'excitation dans un mélange d'ions O^+ et H^+ . Théorie microscopique dans l'approximation électrostatique ($k_{//} = 0$). $a_e = 1$.

FIG. 10 et 11 - Comme pour la figure 9 avec une autre composition ionique.

FIG. 12 - Niveaux d'excitation à longueur d'onde constante en fonction de la fréquence ($\lambda_{H^+} = 7.8$). La composition ionique est typique de celle de l'expérience ISIS 2. ($H^+ : 73\%$, $He^+ : 16\%$, $O^+ : 11\%$, $a_e = 0,31$)

FIG. 13 - Comme pour la figure 12. $\lambda_{H^+} = 15.6$

FIG. 14 - Représentation polaire du vecteur d'onde au voisinage de la fréquence f_{q2} ($a_e = 1$).

FIG. 15 - Diagramme polaire de $\vec{K} = \vec{k}/k_q$ au voisinage de la fréquence f_{q10} ($a_e = 67,2636$). On a séparé les solutions correspondant aux valeurs positives et négatives de K_i . Dans chaque cas, on a présenté deux diagrammes : en haut (R) pour la partie réelle \vec{K}_r , en bas (I) pour la partie imaginaire \vec{K}_i . La courbe en trait plein (——) représente le résultat du calcul complet, la courbe en tirets (.....) est l'approximation déduite du développement de Taylor de

l'équation de dispersion (2ème ordre).

- FIG. 16 - Diagramme polaire de \vec{k} à la fréquence f_{q8} ($a_e = 60,82$)
 En trait plein (—) : \vec{k}_r issu du développement de Taylor au 2ème ordre, la partie imaginaire $|\vec{k}_i|$ étant représentée en pointillé (.....). Pointillé oblique (- - - -) : \vec{k}_r issu du développement de Taylor au 3ème ordre. Les symboles + et - représentent les solutions exactes de l'équation de dispersion suivant le signe de $K_{//}$.
- FIG. 17 - Diagramme polaire de $\vec{k}\rho_e$ dans l'intervalle entre deux harmoniques de f_{be} inférieurs à la fréquence hybride haute ($a_e = 67,2636$). Les solutions présentées sont réelles.
 (Développement de Taylor au 2ème ordre)
- FIG. 18 - Mode de Bernstein ionique au voisinage de la propagation perpendiculaire à la fréquence f_{q17} . (Mélange d'ions lourds et de protons (69,5 %)). Partie réelle de la solution exacte (—). Développement de Taylor au 2ème ordre (.....).
- FIG. 19 - Comparaison entre la théorie adiabatique et la théorie microscopique dans l'approximation électrostatique (même composition que dans le cas de la figure 18). Solution adiabatique (—), développement de Taylor au 2ème ordre (.....), au 3ème ordre (- - - -). Les symboles (X) représentent la solution microscopique exacte.
- FIG. 20 - Mode de Bernstein ionique au voisinage de la propagation perpendiculaire pour une fréquence inférieure à la FHB (même composition que dans le cas de la figure 18). Partie réelle de la solution exacte (—), développement de Taylor au 2ème ordre (- - - -).
- FIG. 21 - Trajectoire des rayons pour $x_o = \omega/\omega_{HBO} = 1,01$ et pour différentes valeurs de k_{xo} . Les nombres portés le long des courbes sont les temps de parcours en ms. Les trajectoires des rayons sont tracées dans le cas général électromagnétique sauf pour la valeur $k_{xo} = 1,07m^{-1}$ pour laquelle a été représentée également la solution électrostatique (en tirets - - - -). Entre les valeurs $k_{xo} = 2,38$ et $k_{xo} = 4,8$ les

solutions électrostatiques et électromagnétiques sont confondues. Pour les valeurs $k_{x_0} = 0,53$ et au-dessous, la solution électrostatique, complètement erronée n'a pas été représentée.

FIG. 22 et 23 - Comme fig. 21 pour $x_0 = 1,00$ et $x_0 = 0,99$. Solutions électromagnétiques.

FIG. 24 - Réponse impulsionnelle V/V_0 en fonction de ϕ_t et pour différentes valeurs de ϕ_r .

FIG. 25 - Amplitude de V/V_0 en fonction de ϕ_t pour $\phi_r = 1$ et $\phi_r = 5$.

FIG. 26 - Modes de Bernstein électroniques. Amplitude du signal reçu en fonction de la fréquence pour diverses distances entre électrodes. (La résonance à la fréquence f_T a été arbitrairement écartée pour favoriser la clarté du phénomène étudié.)
D'après [Hamelin et coll., 1978]

FIG. 27 - Comme la figure 26 mais à distance fixe et pour diverses orientations du dipôle par rapport à \vec{B}_0 . D'après [Hamelin et coll., 1978]

FIG. 28 - Résultats typiques de la transmission entre mère et fille lors de l'expérience CISASPE (distance mère fille : 106 m). La structure fine correspondant à (i) est représentée en bas et à droite.
D'après [Beghin et Debrie, 1972]

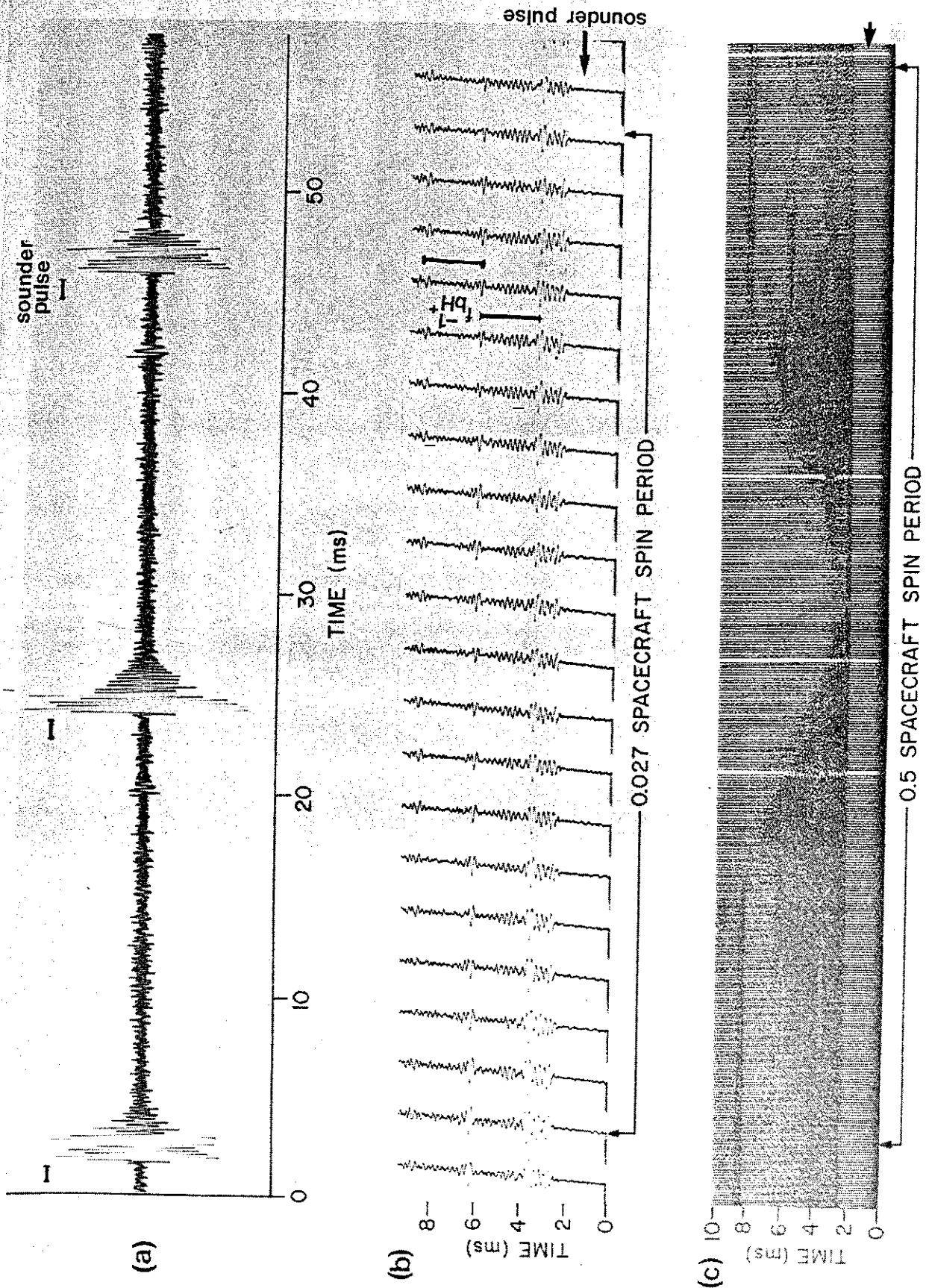
FIG. 29 - Courbes de dispersion et niveaux d'excitation dans un mélange de 3 ions ($k_{//} = 0$). H^+ : 69,5 % ; H_e^+ : 14 % ; O^+ : 16,5 %.

FIG. 30 - Représentation du mouvement de l'antenne lors du passage correspondant aux figures 1 et 2.

FIG. 31 - Histogramme des fréquences reçues pour les rayons assurant le rendez vous entre deux points quelconques de l'antenne. Les points considérés sont uniformément répartis le long de l'antenne inclinée à 45° par rapport à \vec{B}_0 .

FIG. 32 - Courbes de dispersion et niveaux d'excitation dans un mélange de

3 ions ($k_{//} = 0$). H^+ : 1 % ; H_e^+ : 1 % ; O^+ : 98 % ; $a_e = 18,5$;
 $T_i = 1000^\circ$. Les courbes parallèles indiquent les fréquences de
l'émission Čerenkov produite par un faisceau d'ions Argon de 50 eV.
 β_A est l'angle entre la direction du faisceau et \vec{k} .



ISIS II OCT. 26, 1971 0658 UT
 VLF - SONDER MIXED MODE, FIXED FREQ. 1.95 MHz

FIG.1

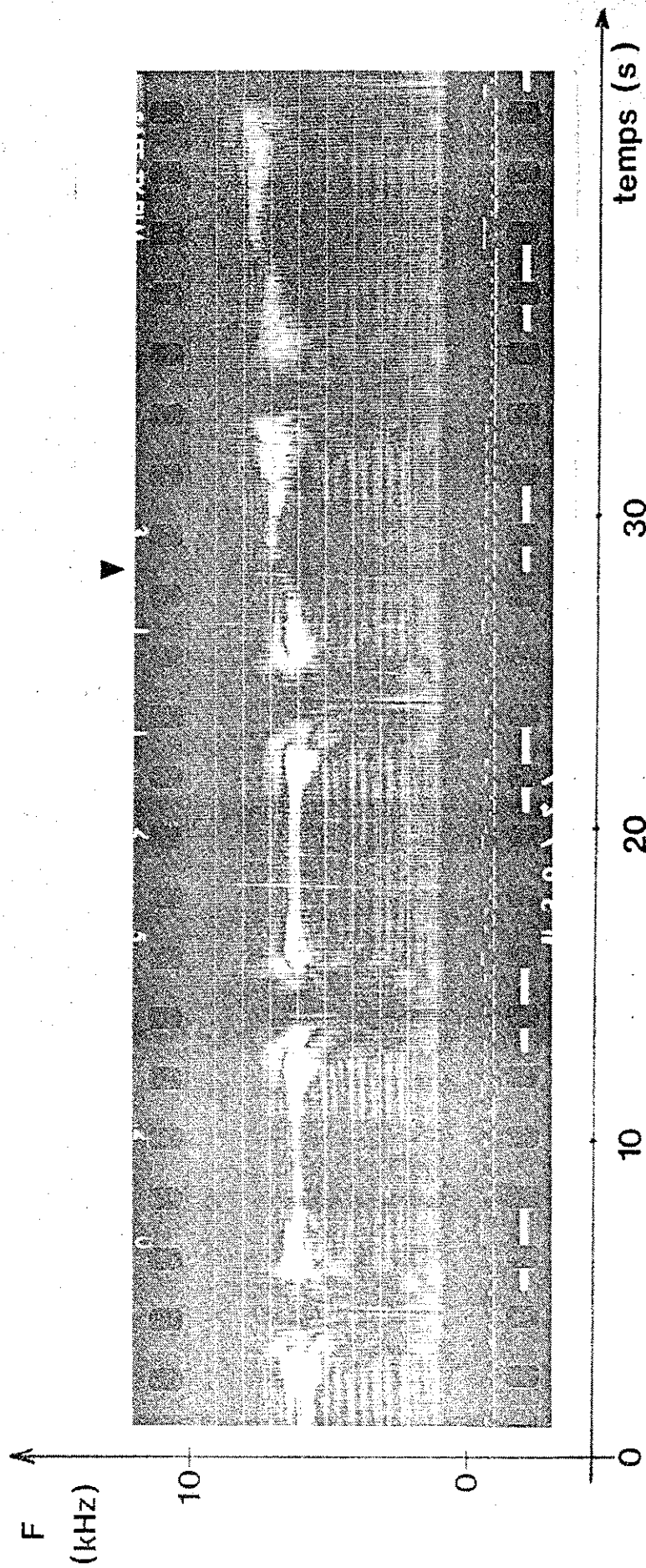


FIG. 2

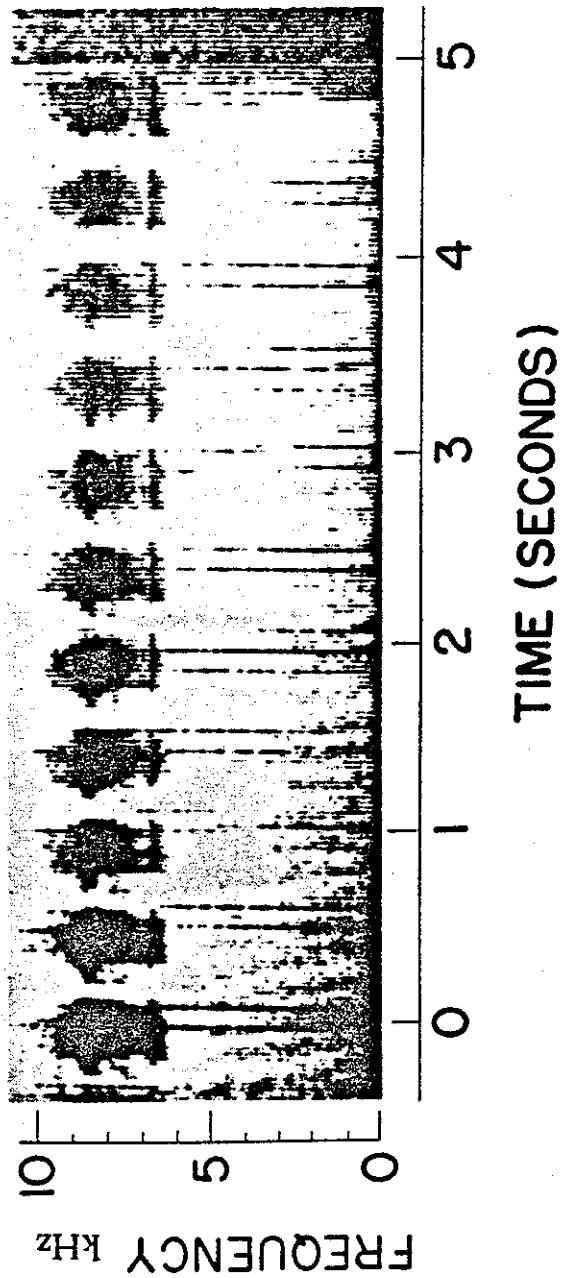


FIG.3

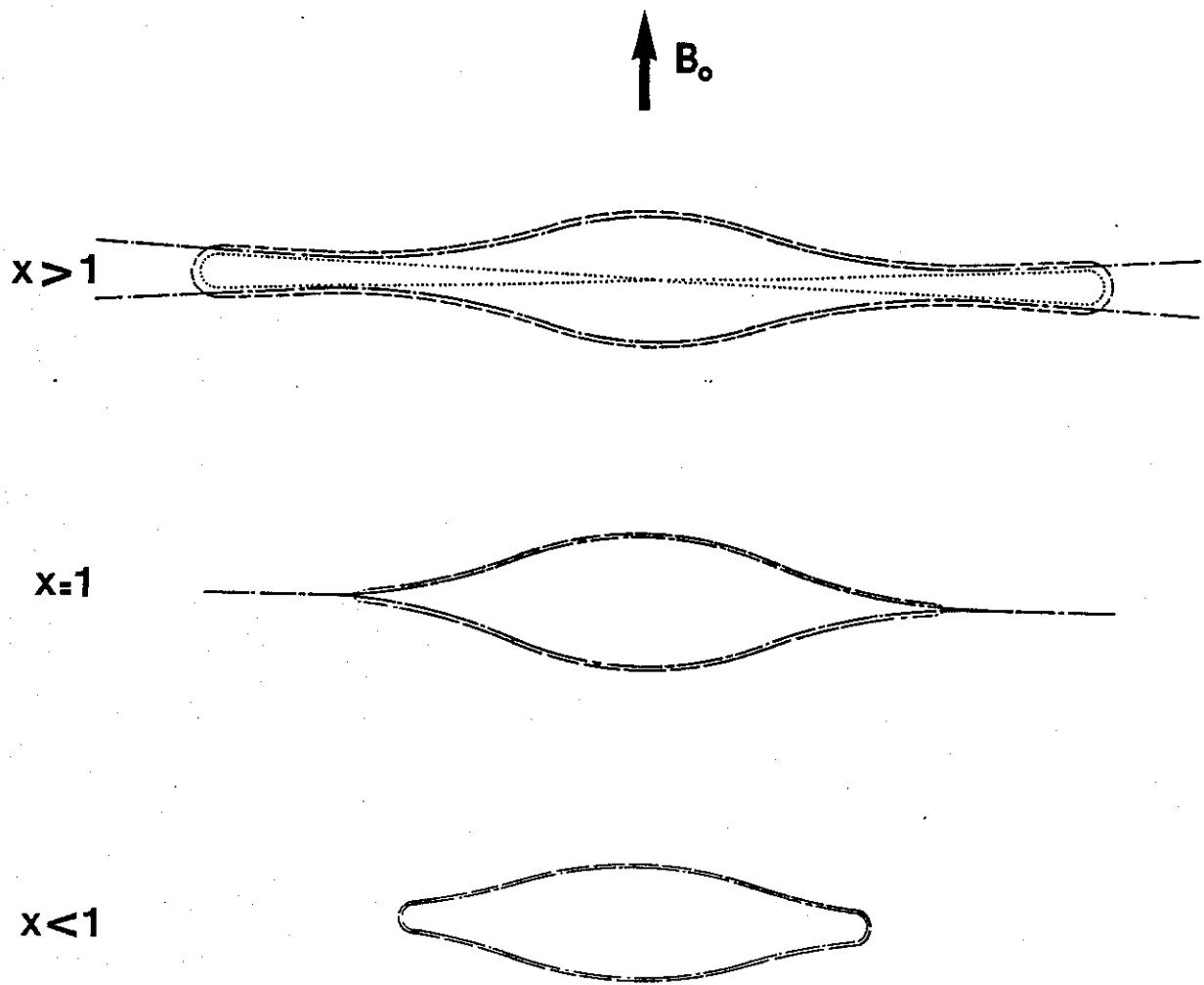


FIG.4

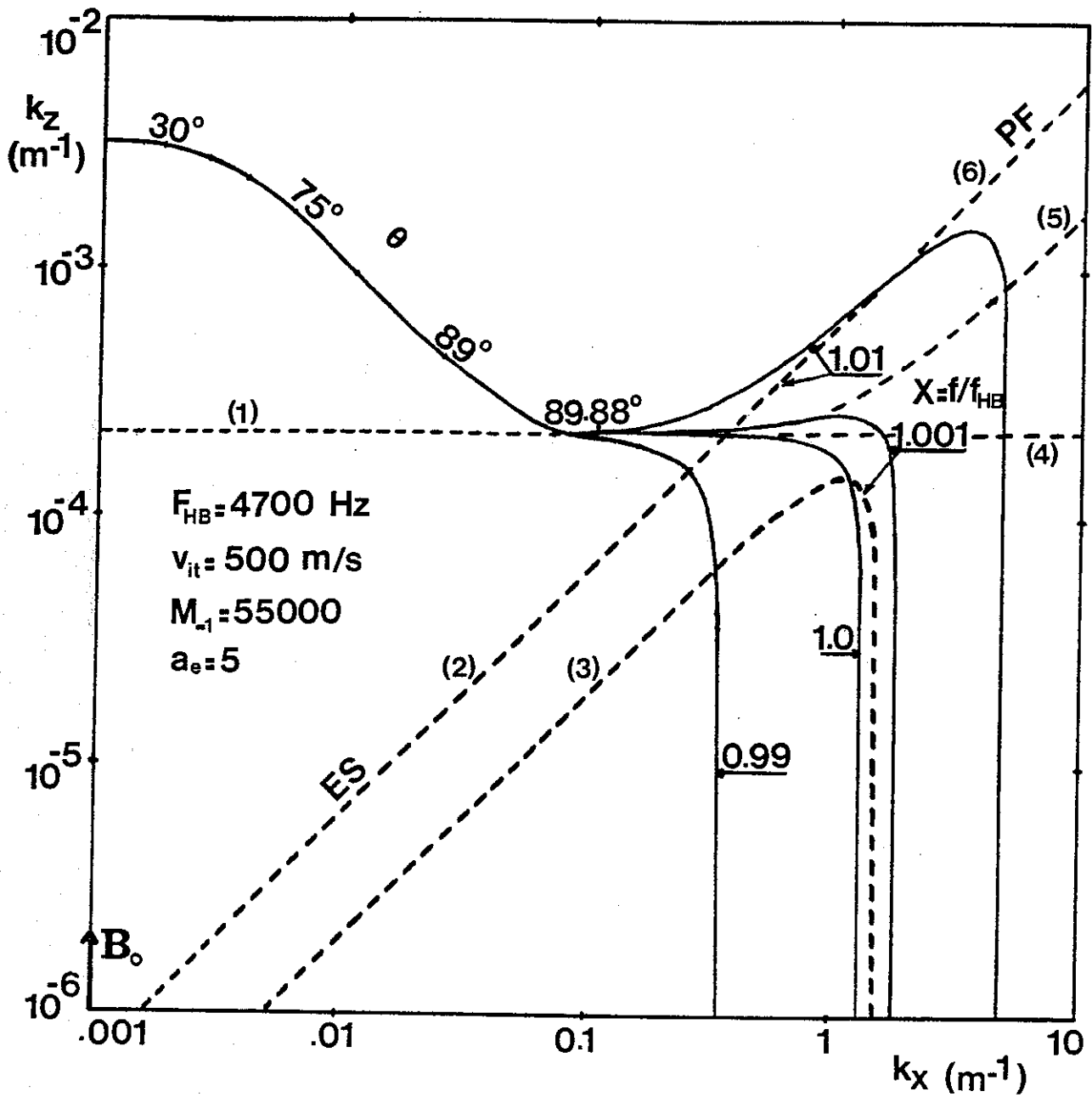


FIG.5

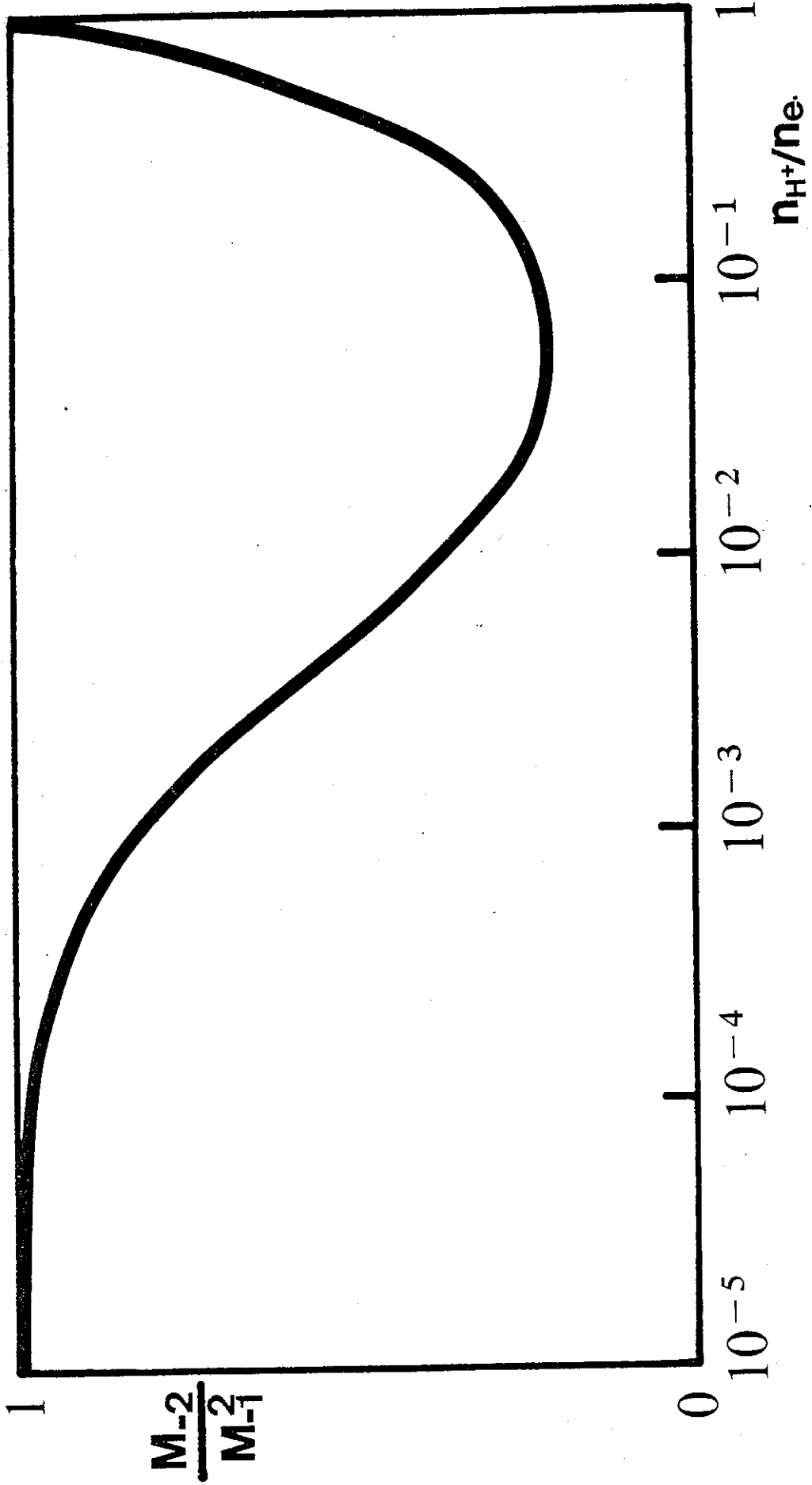


FIG.6

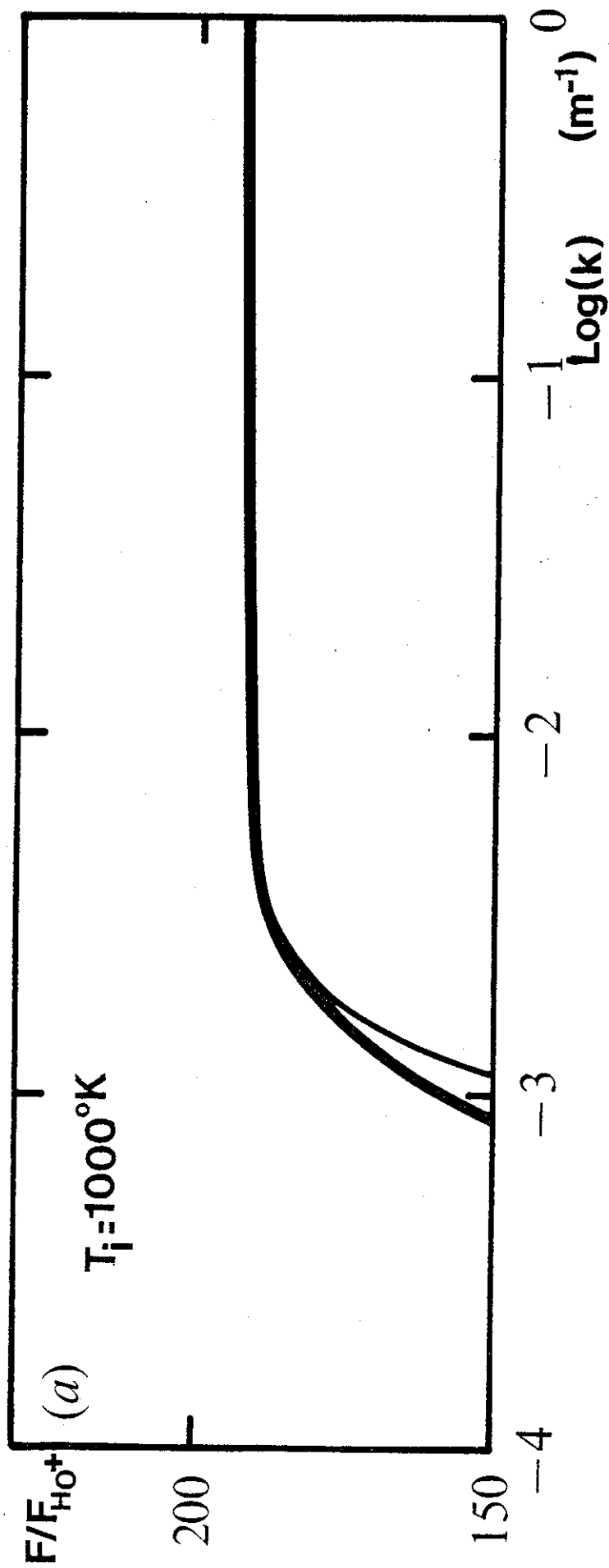


FIG.7a

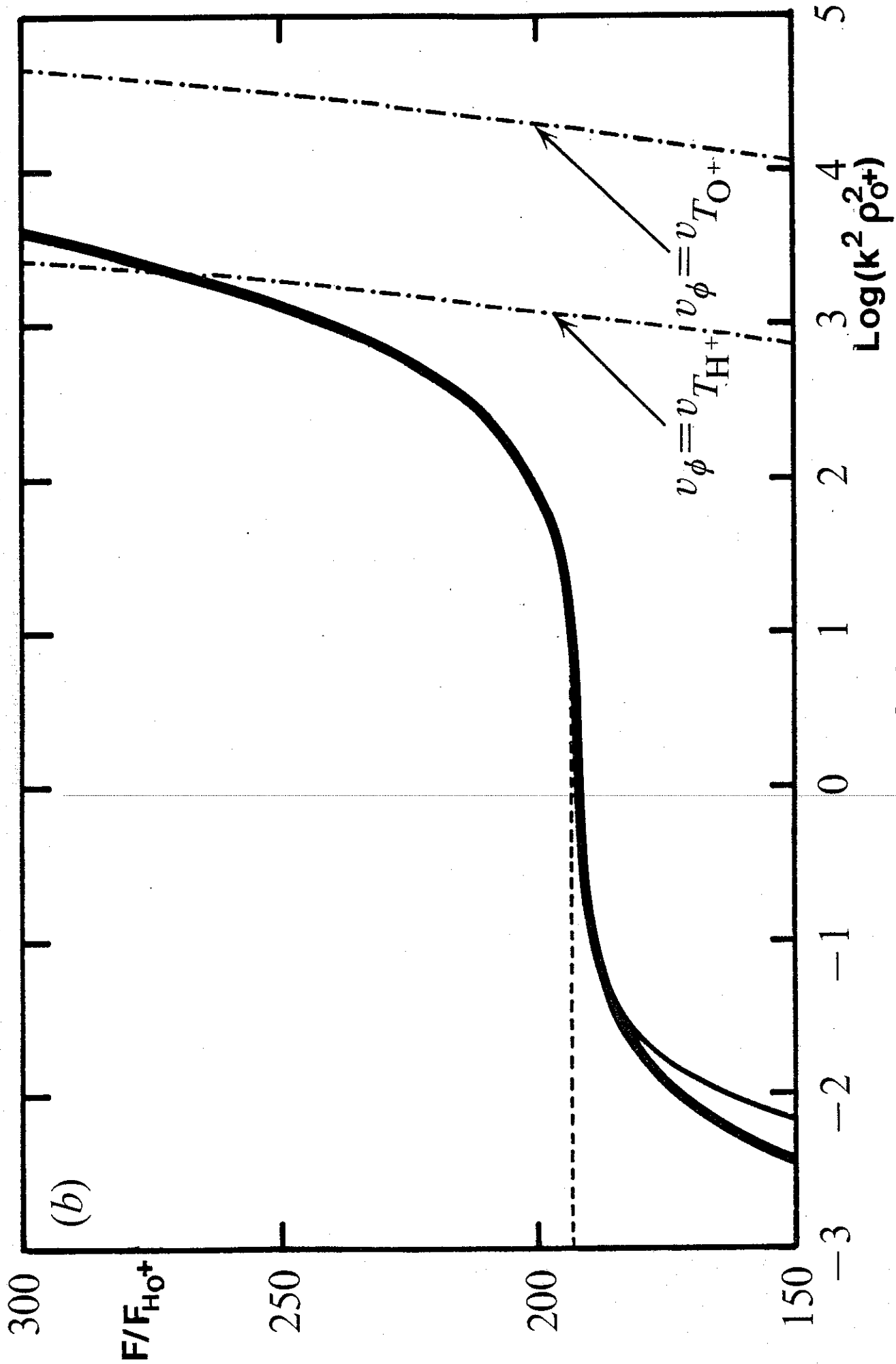


FIG.7b

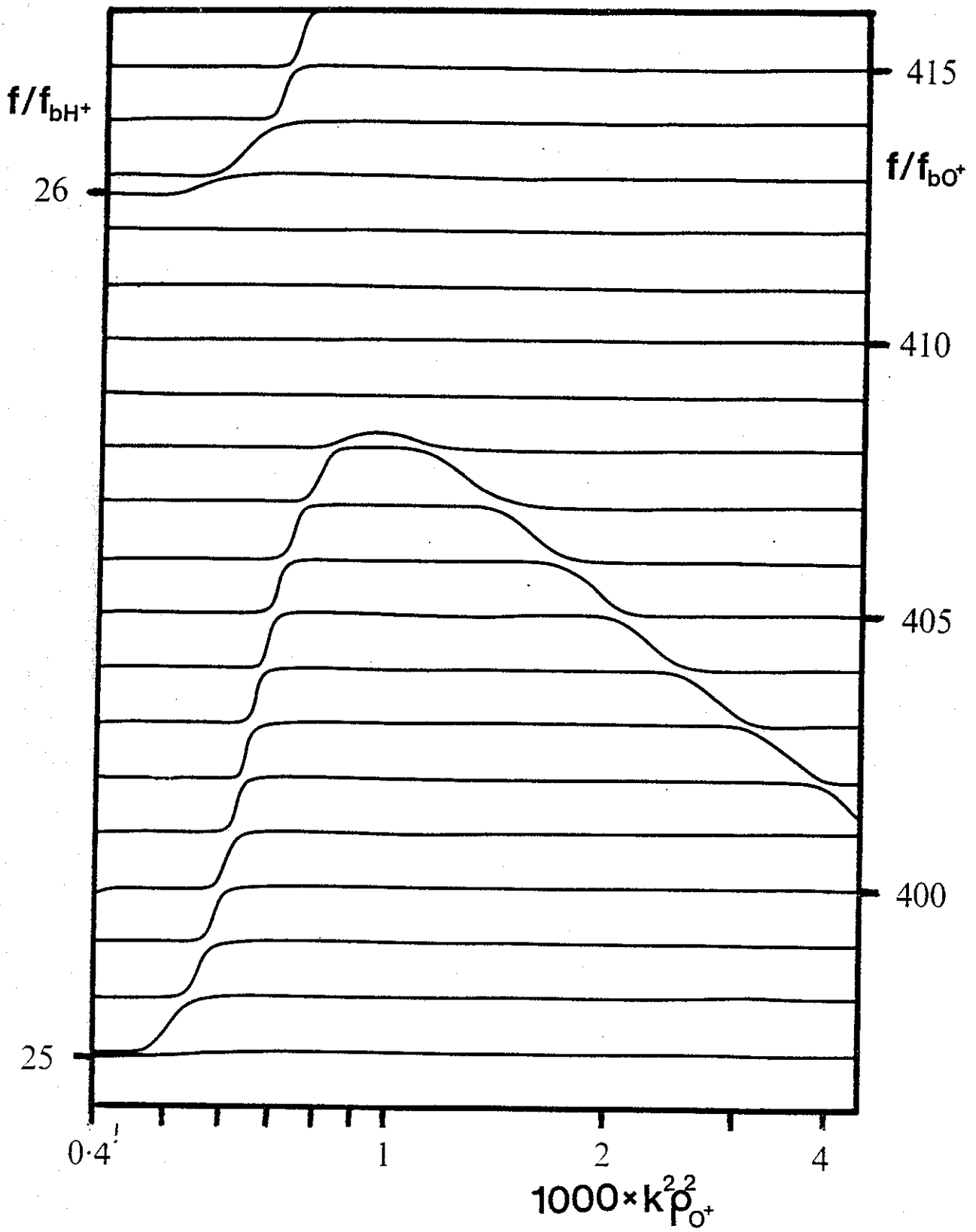


FIG.8

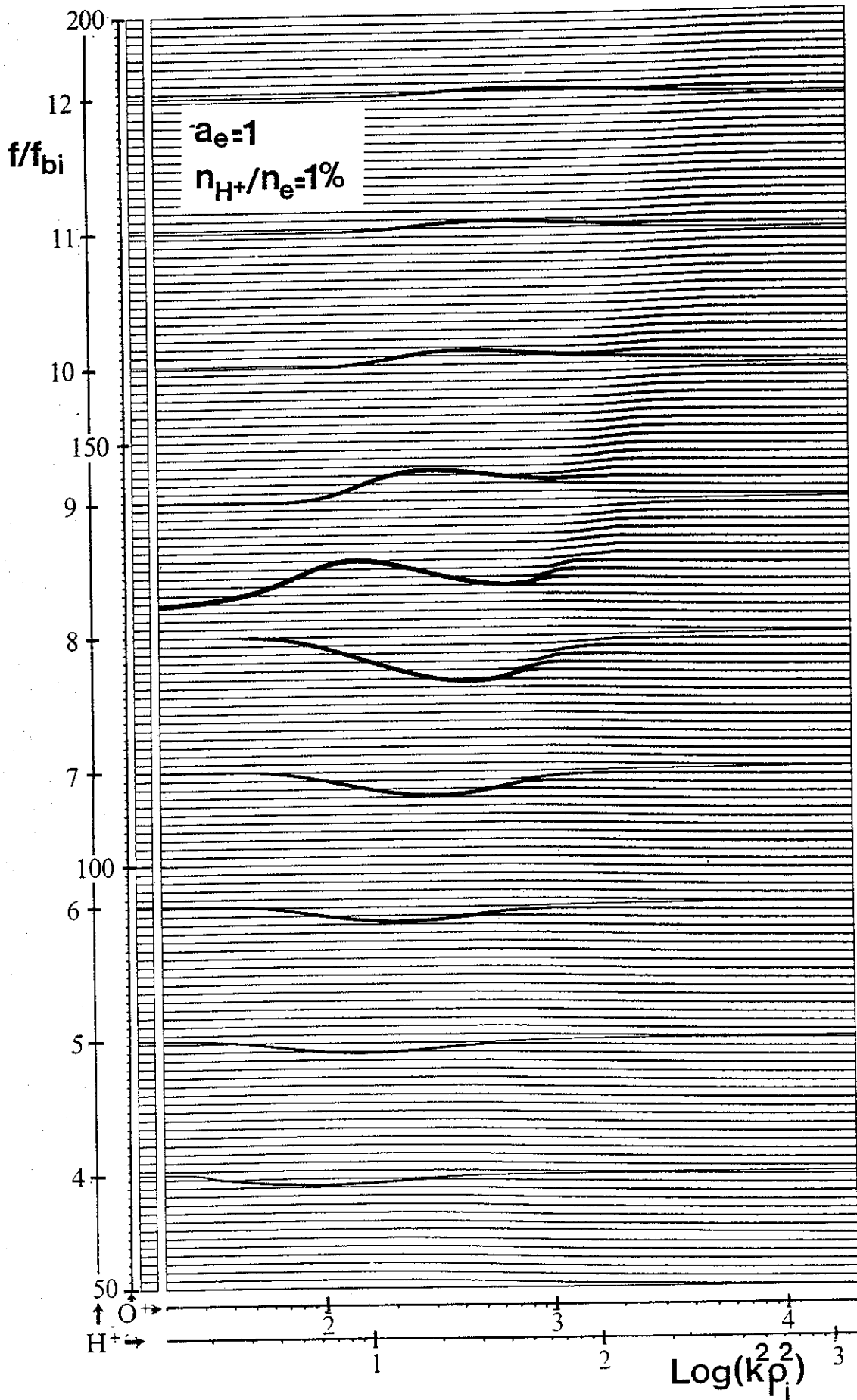


FIG.9

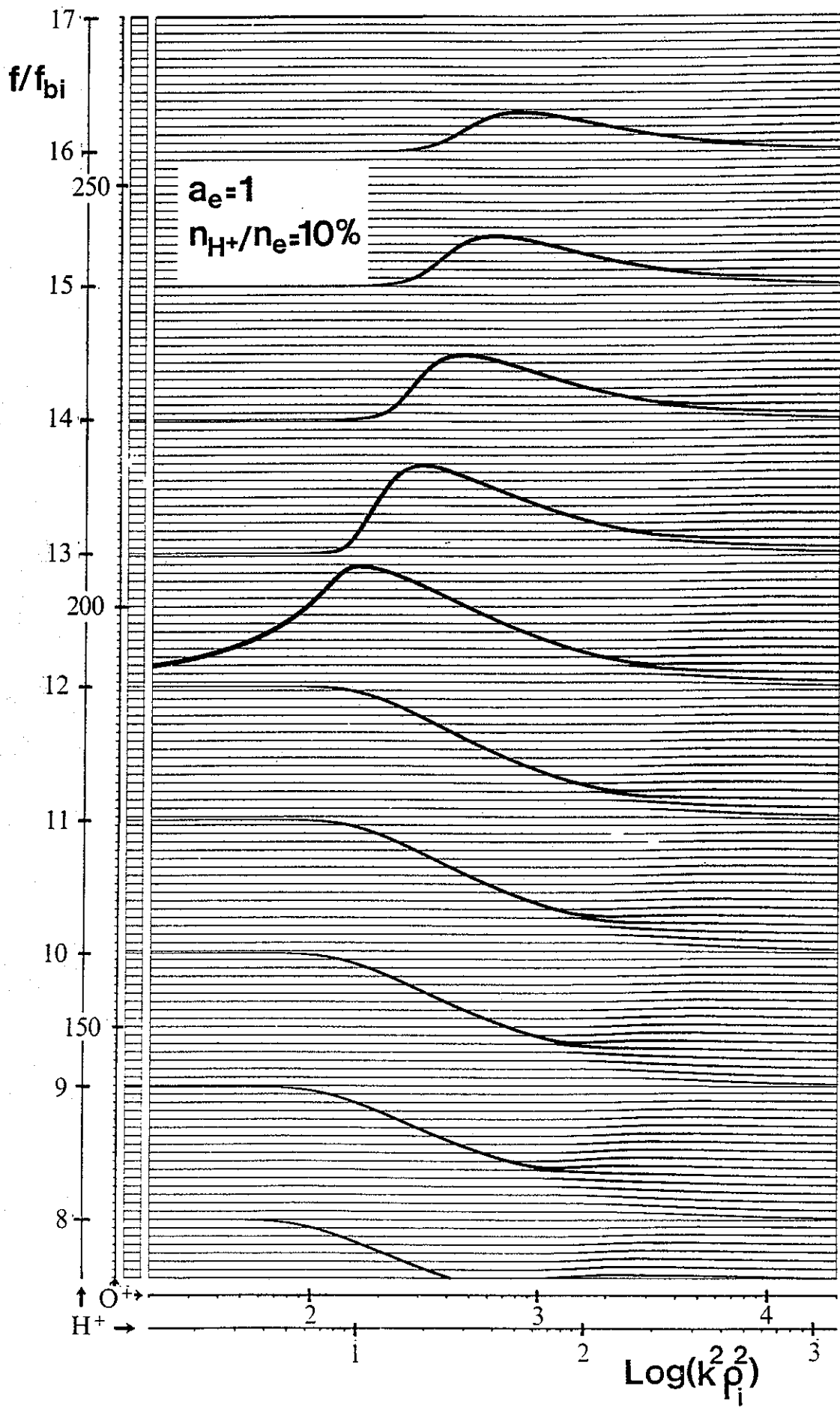


FIG.10

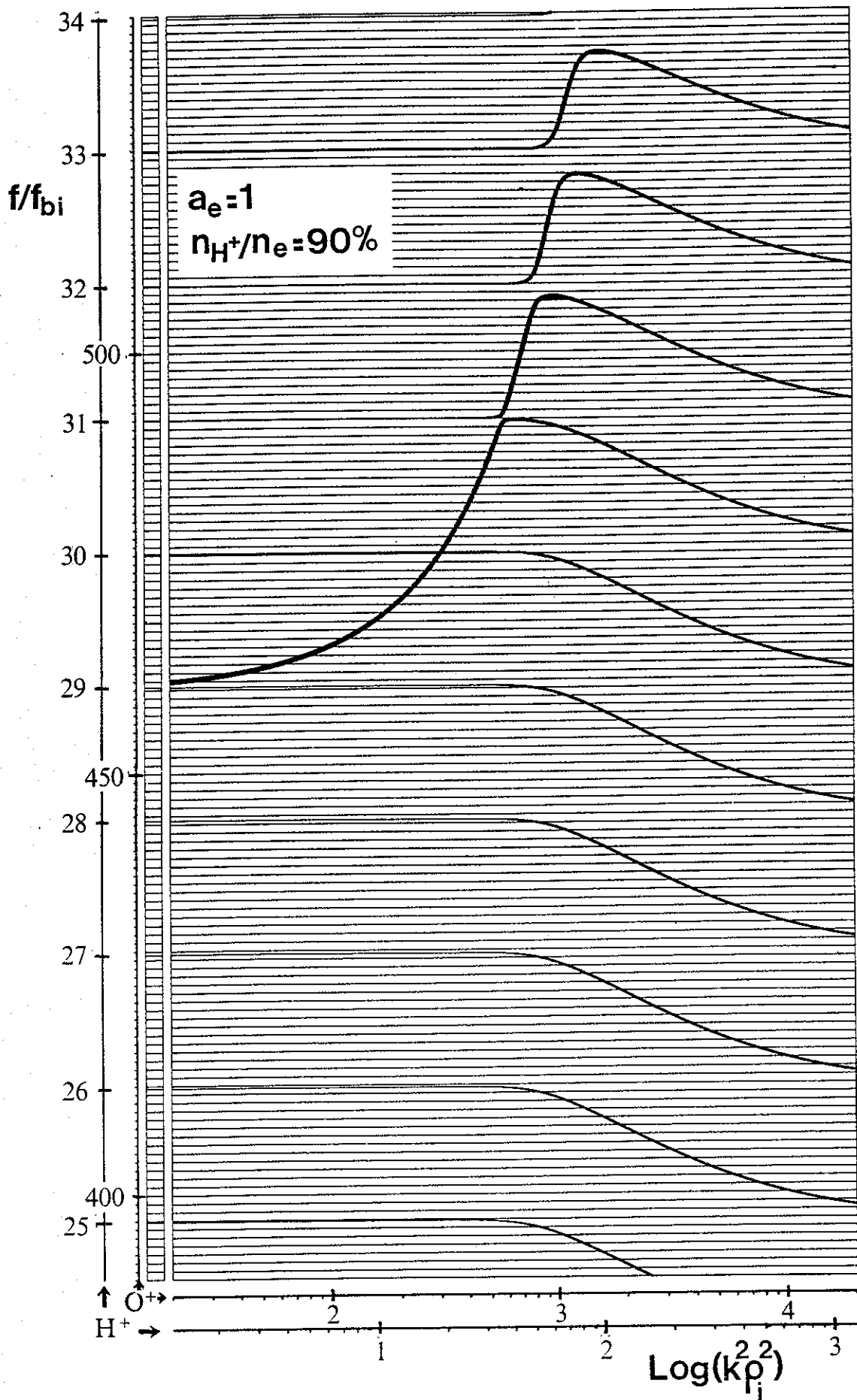


FIG.11

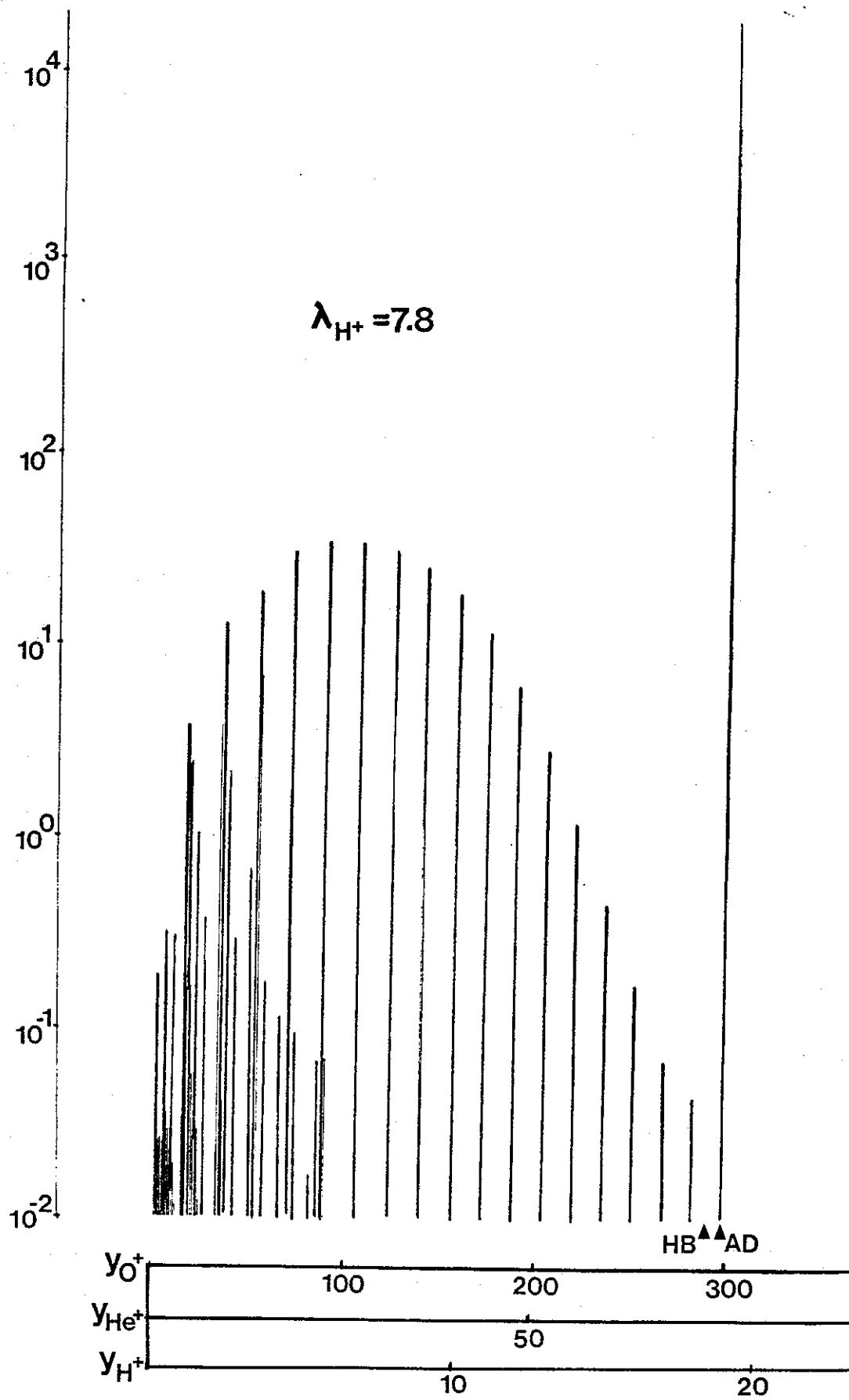


FIG.12

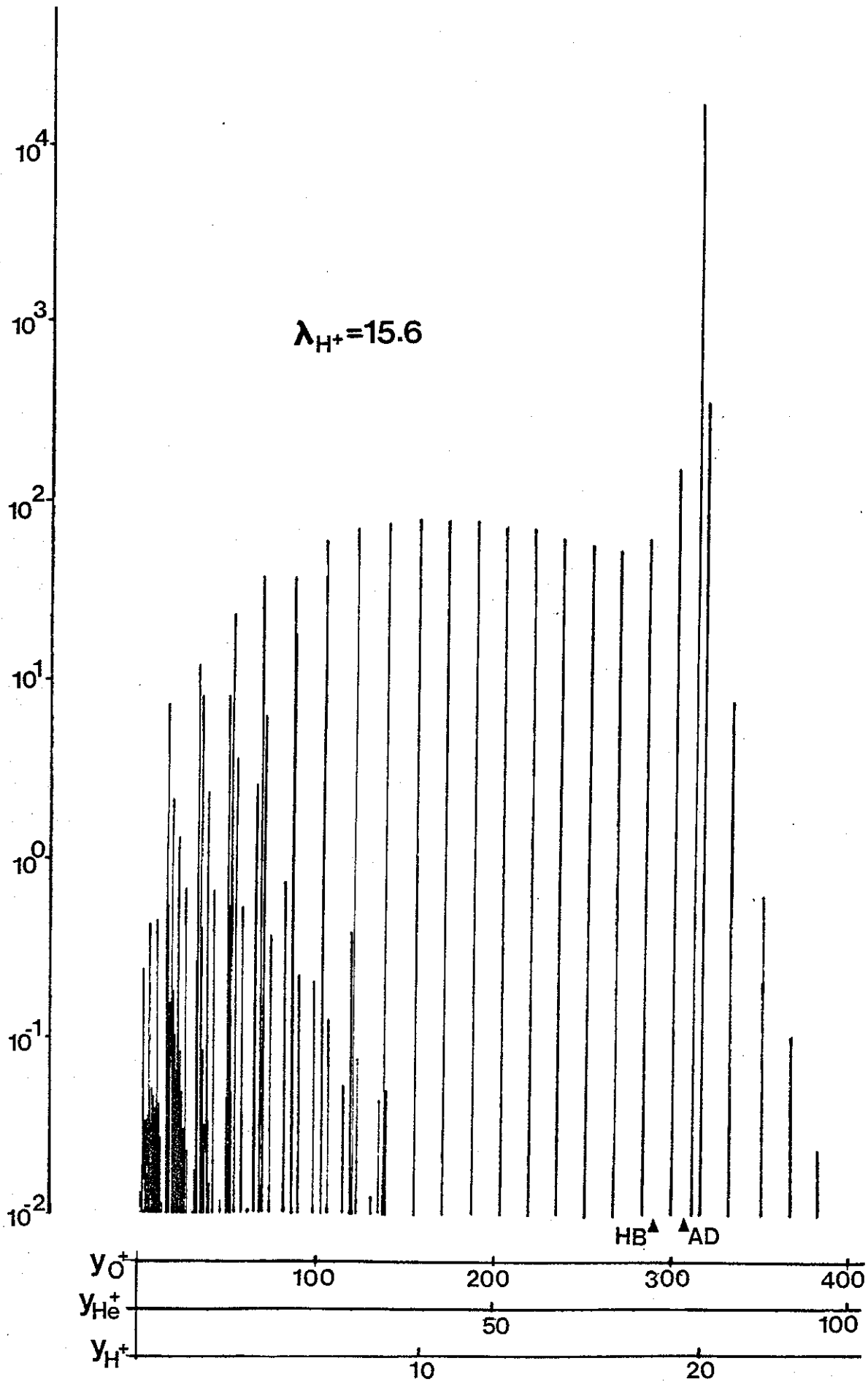


FIG.13

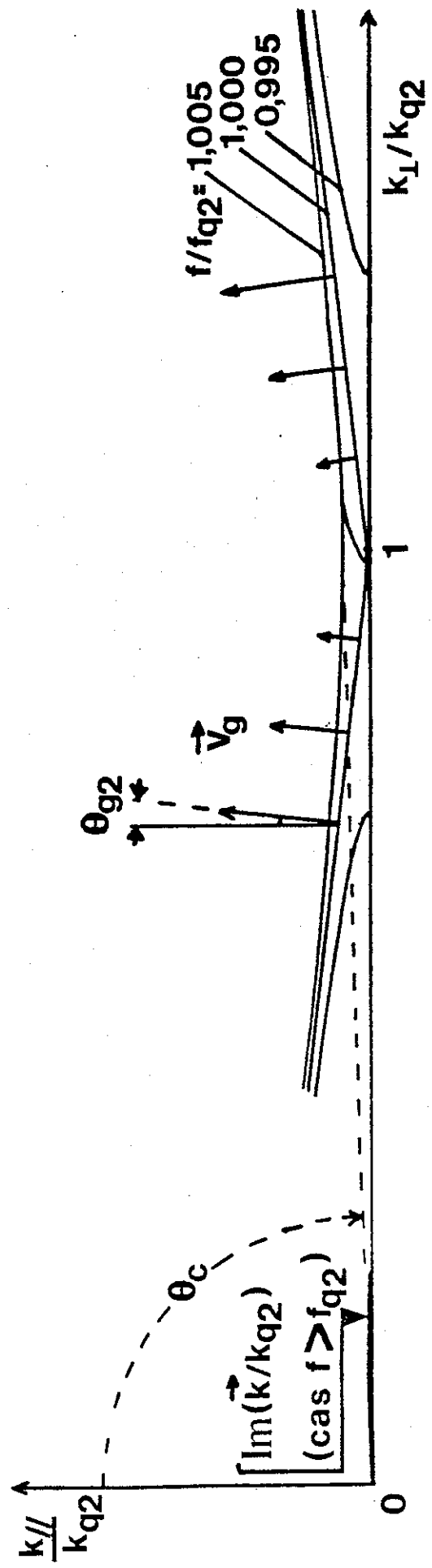


FIG.14

$K_i > 0$

$K_i < 0$

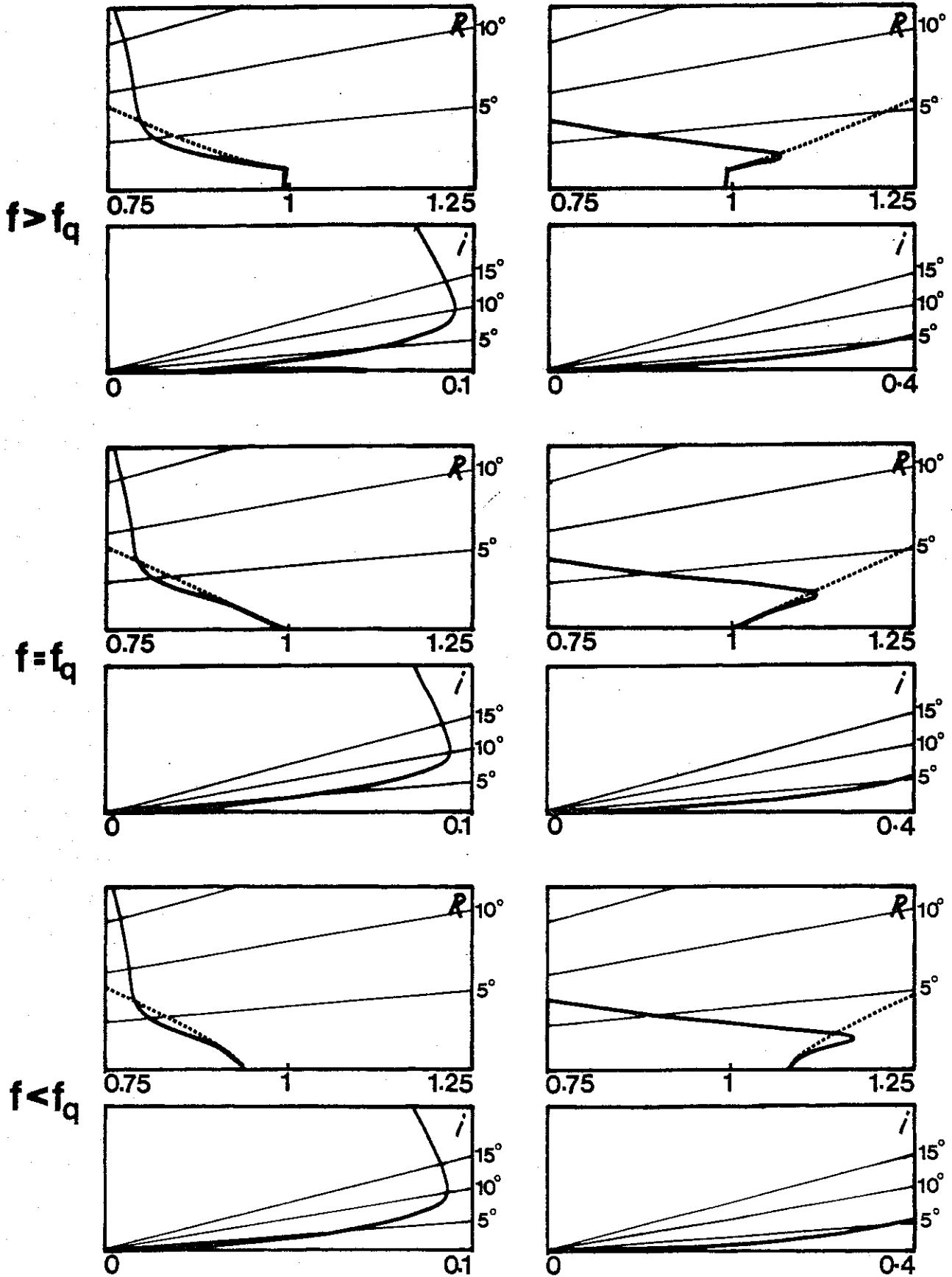


FIG.15

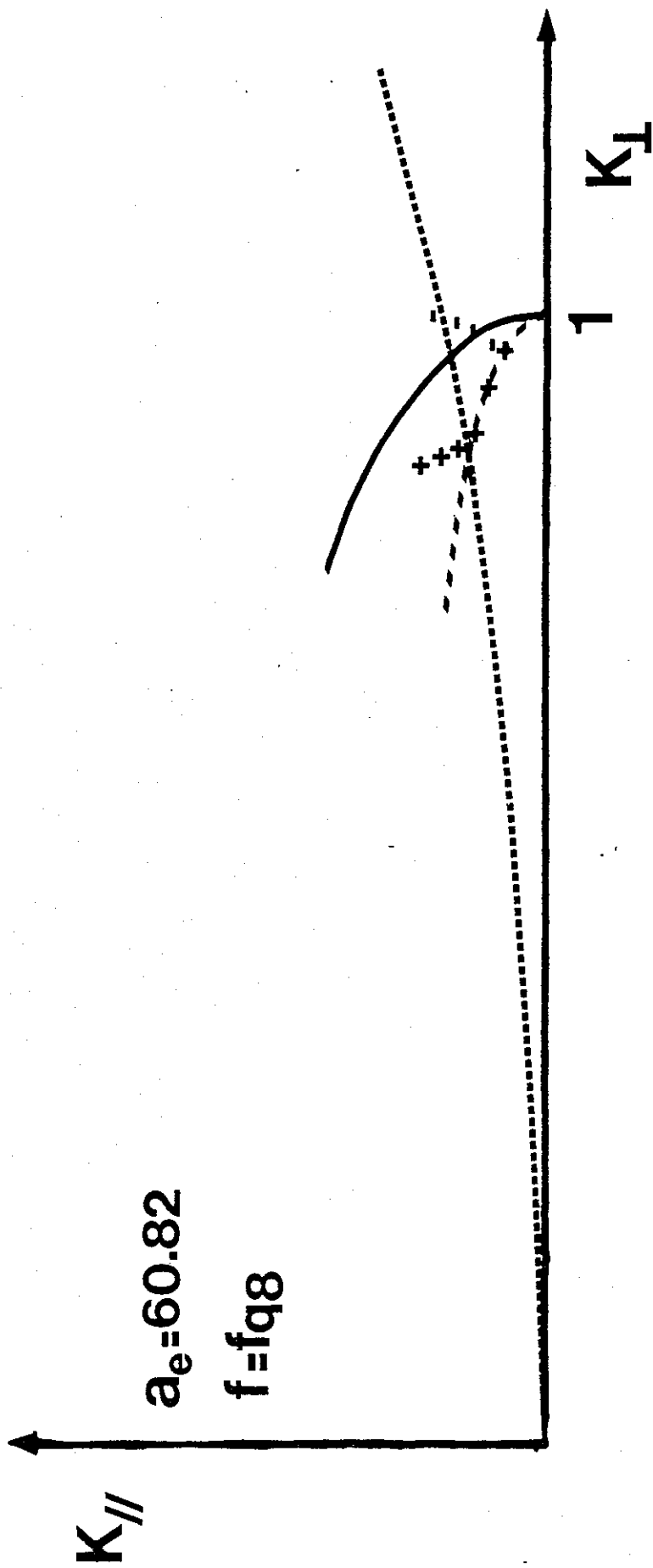


FIG.16

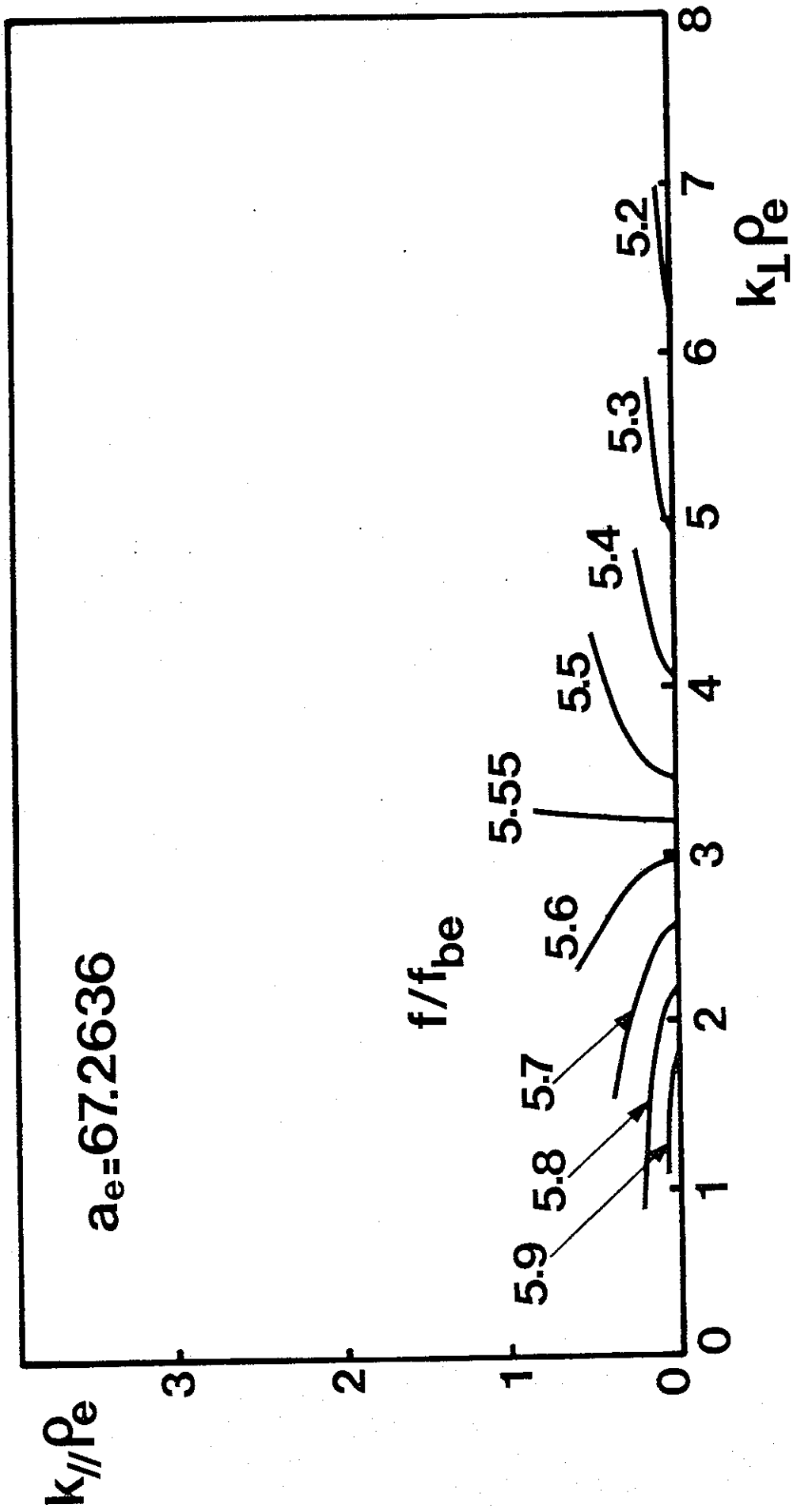


FIG.17

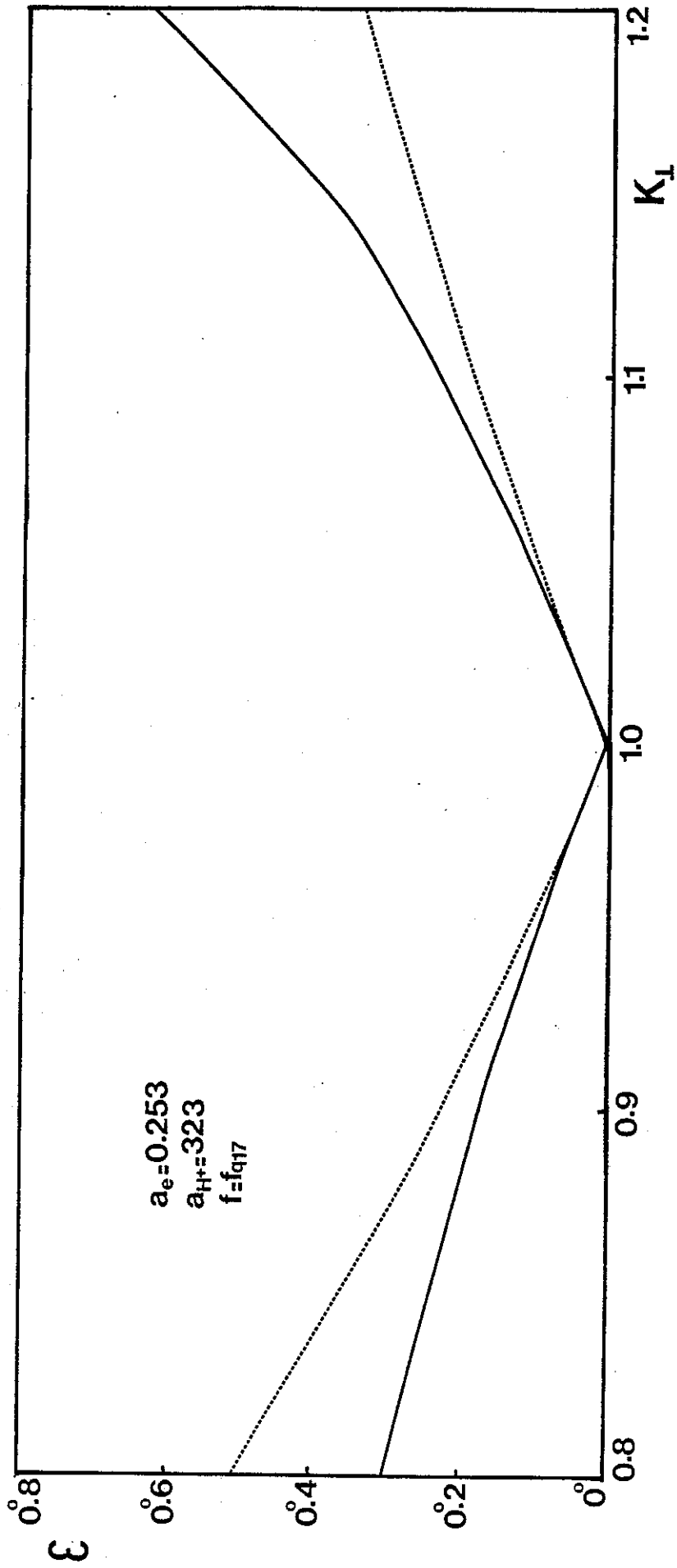


FIG.18

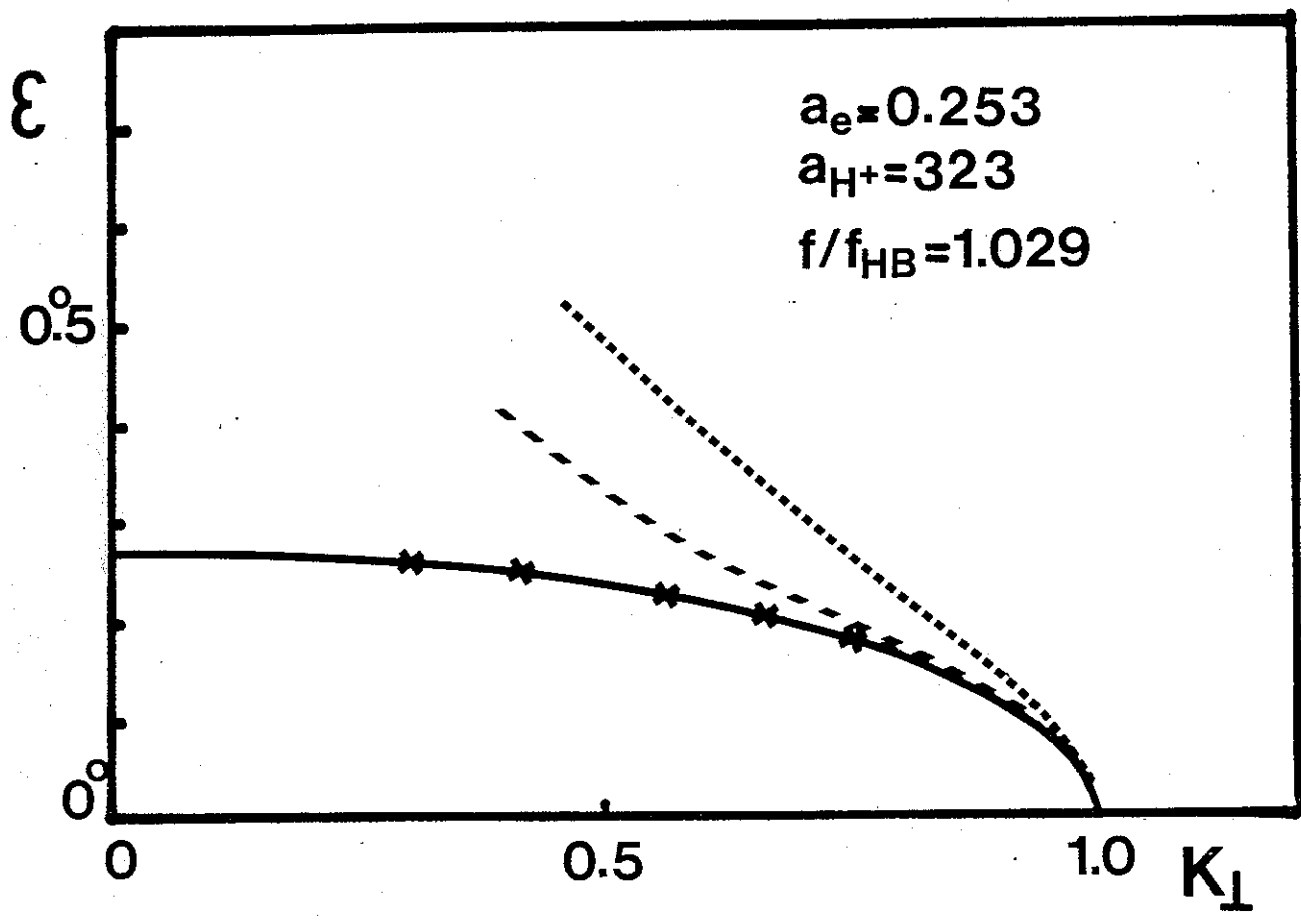


FIG.19

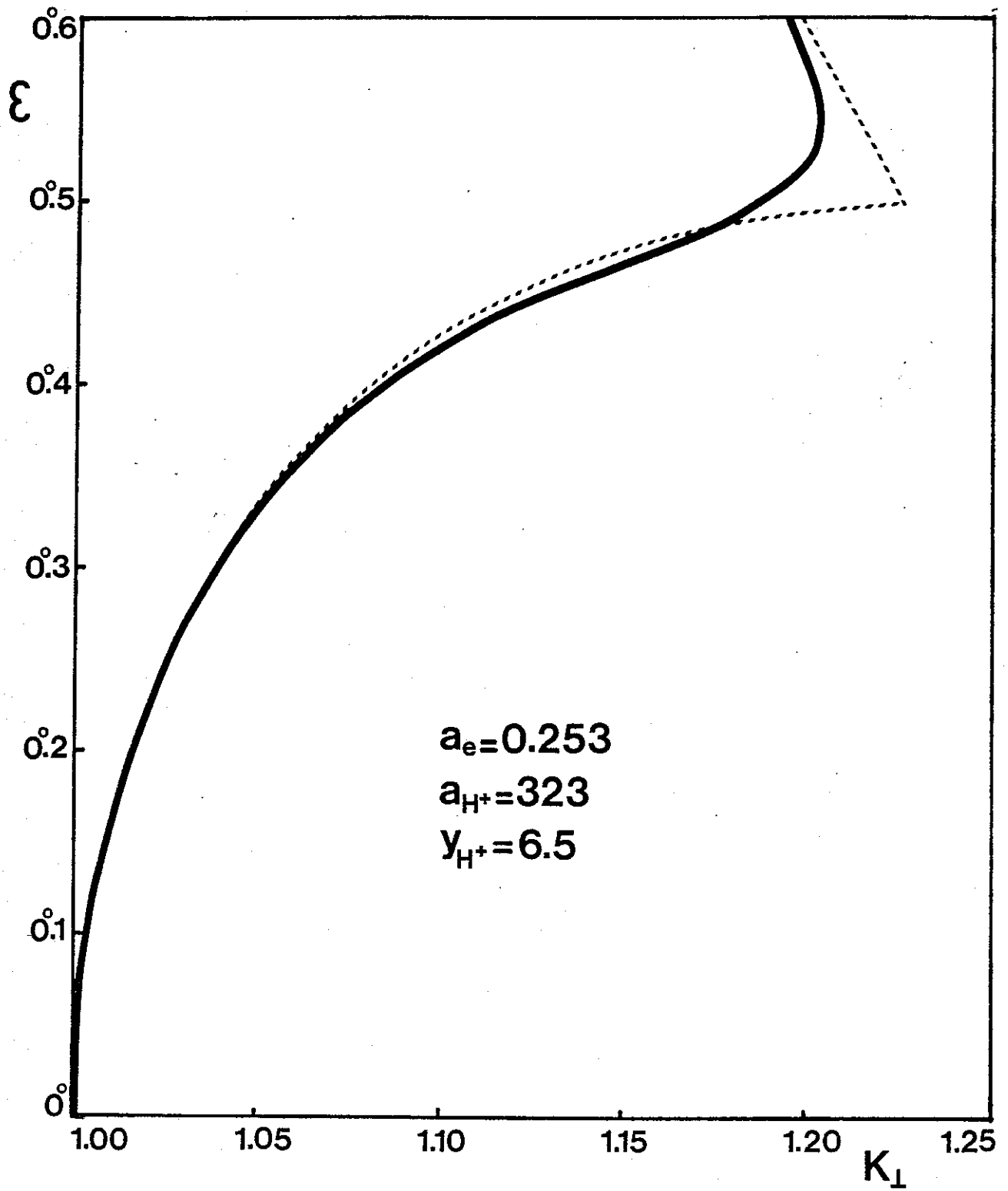


FIG.20

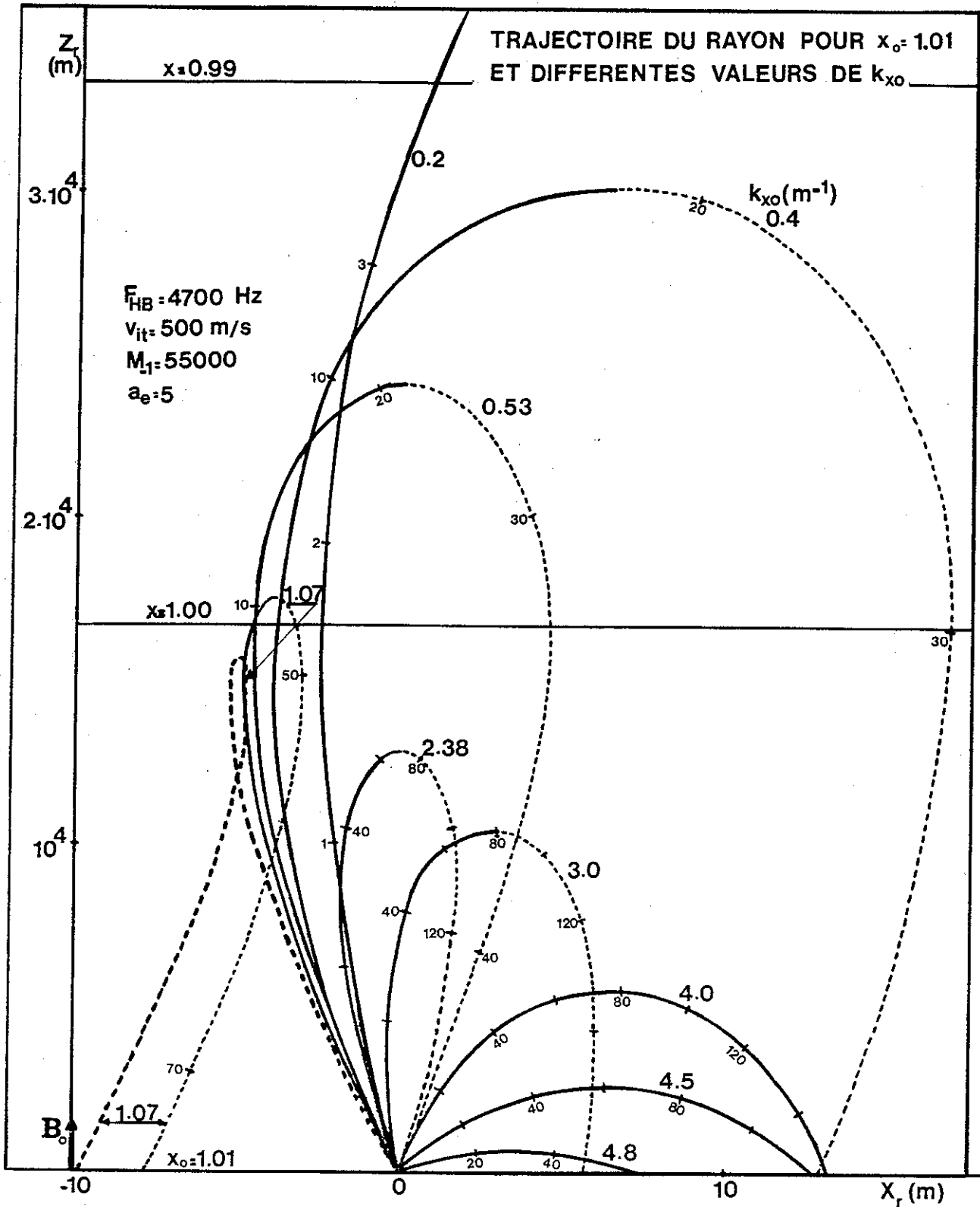


FIG.21

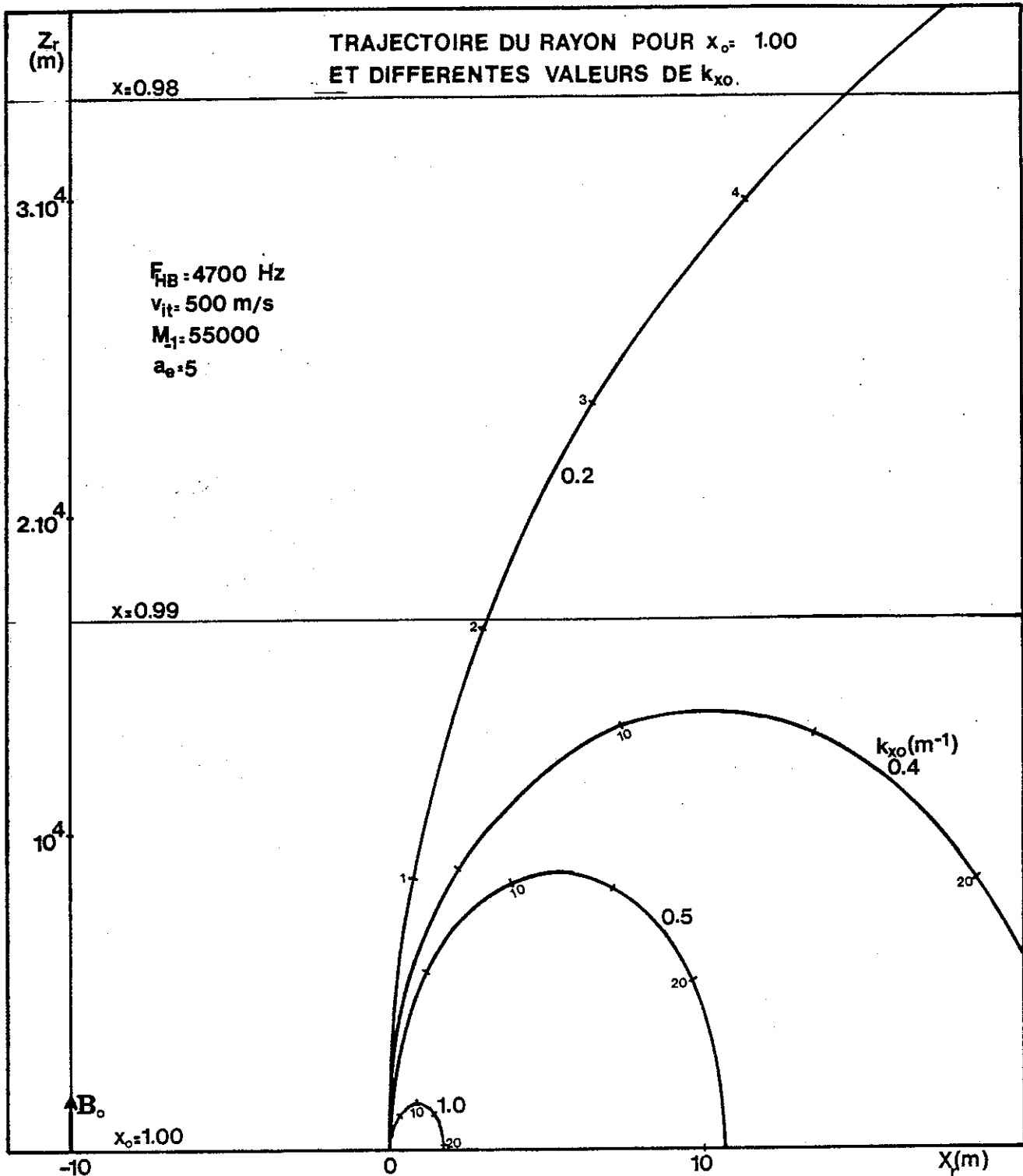


FIG.22

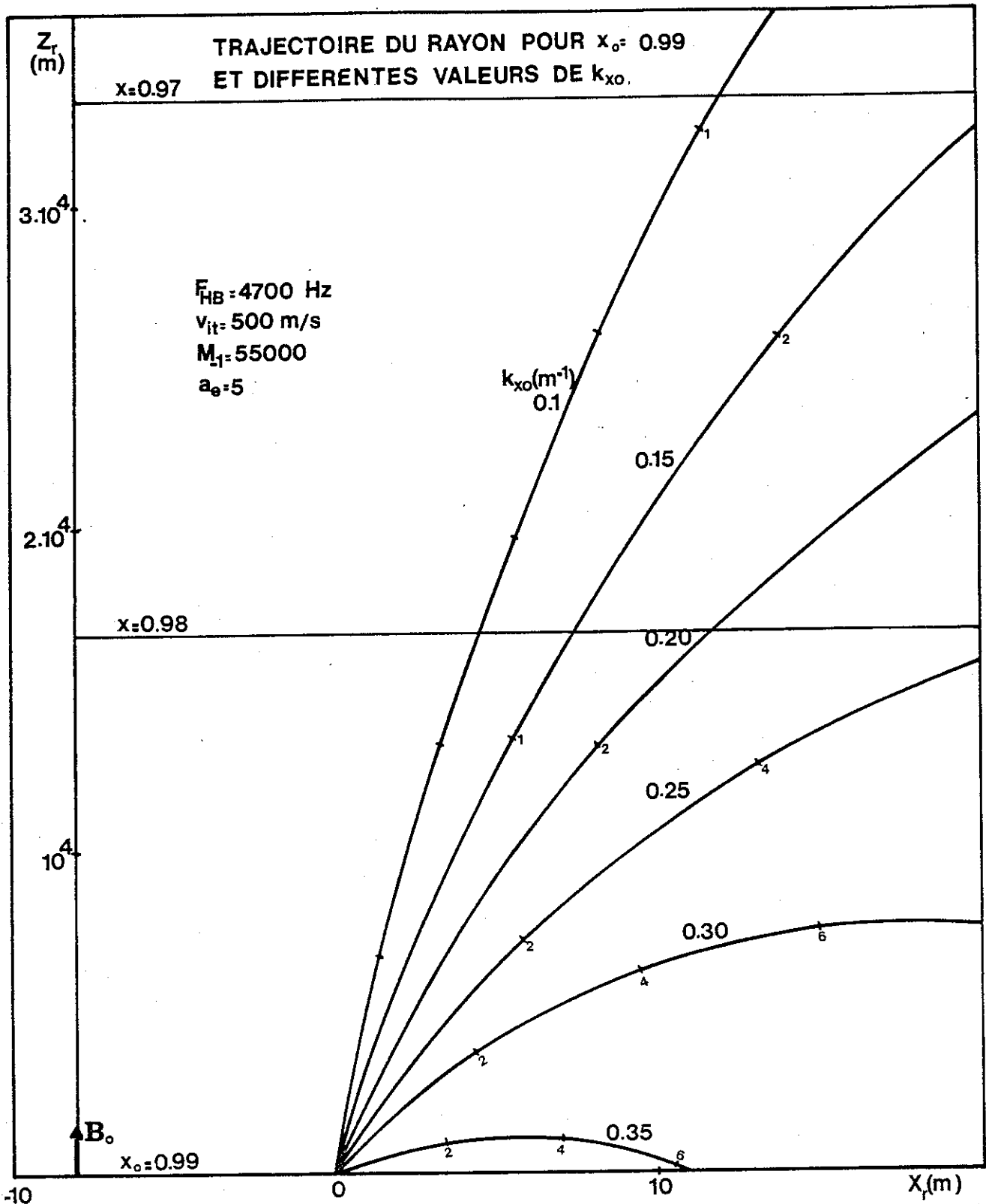


FIG.23

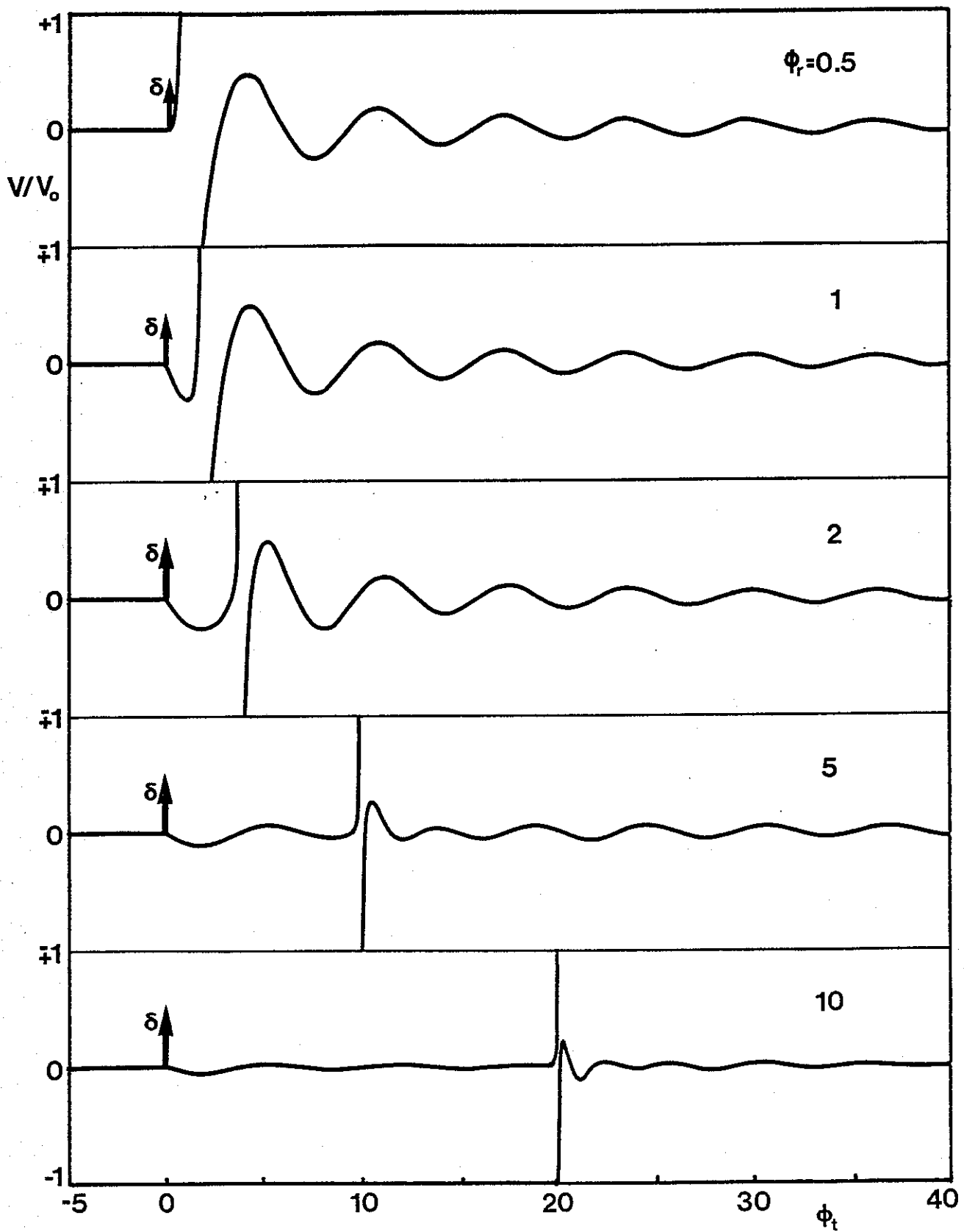


FIG.24

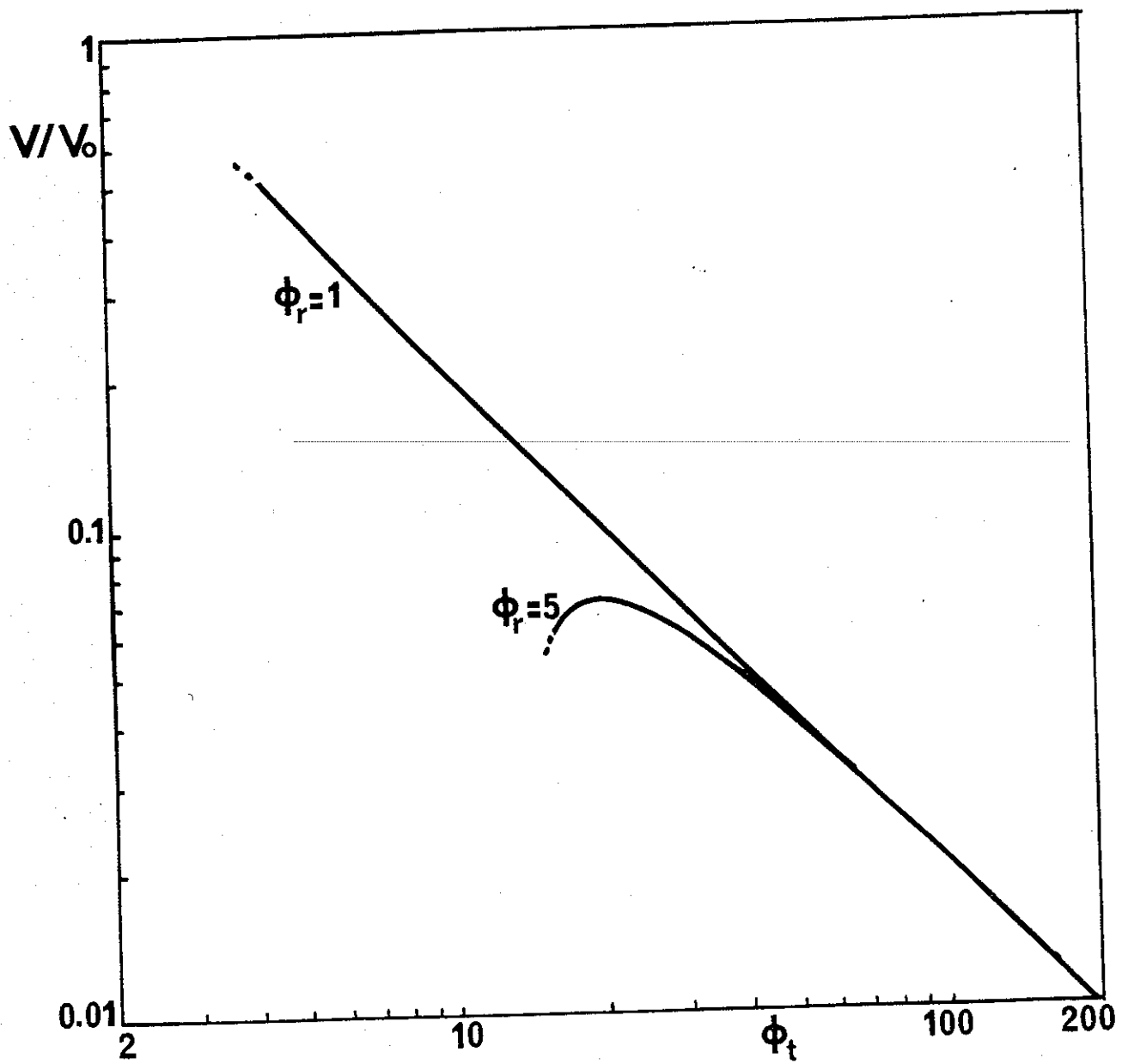


FIG.25

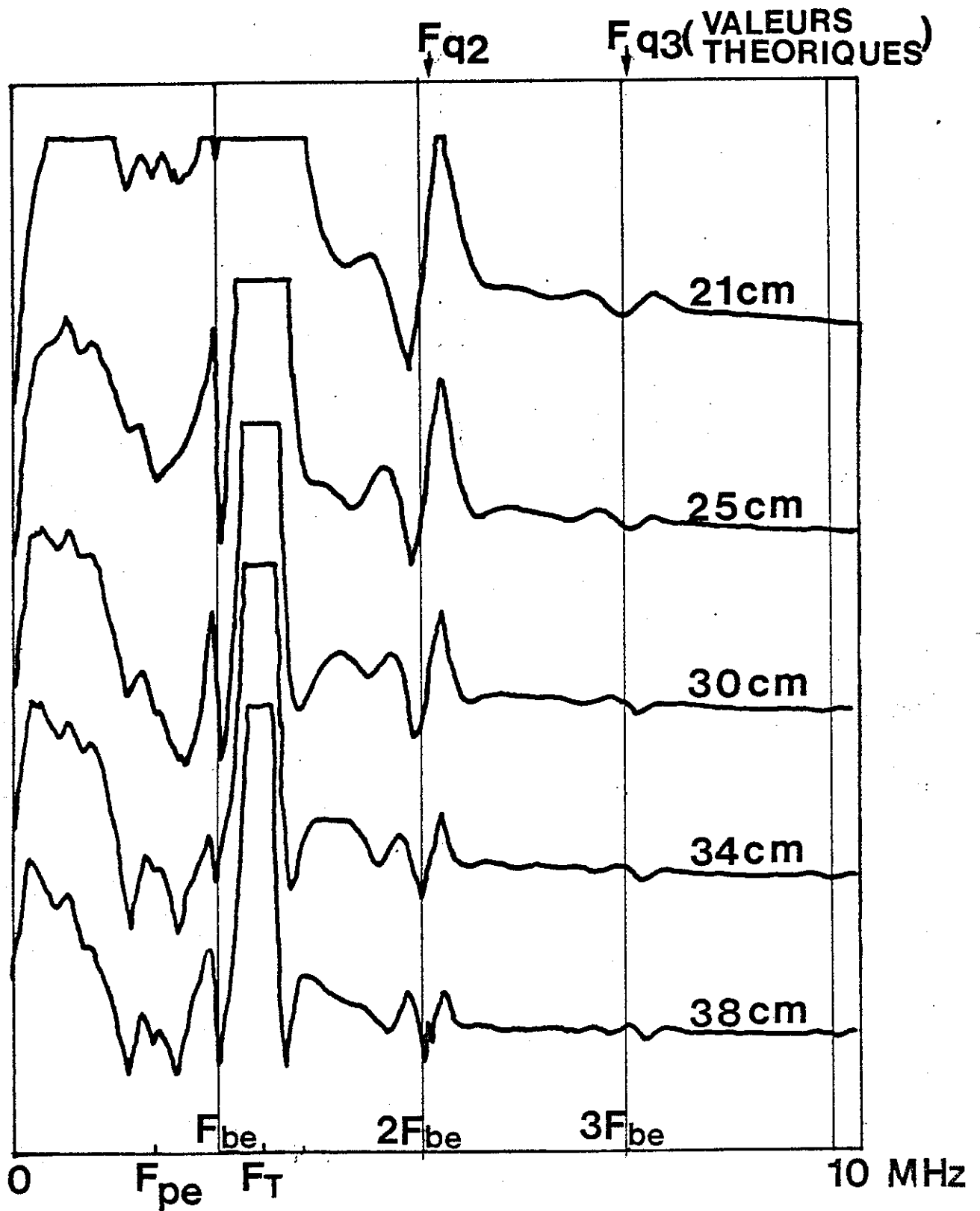


FIG.26

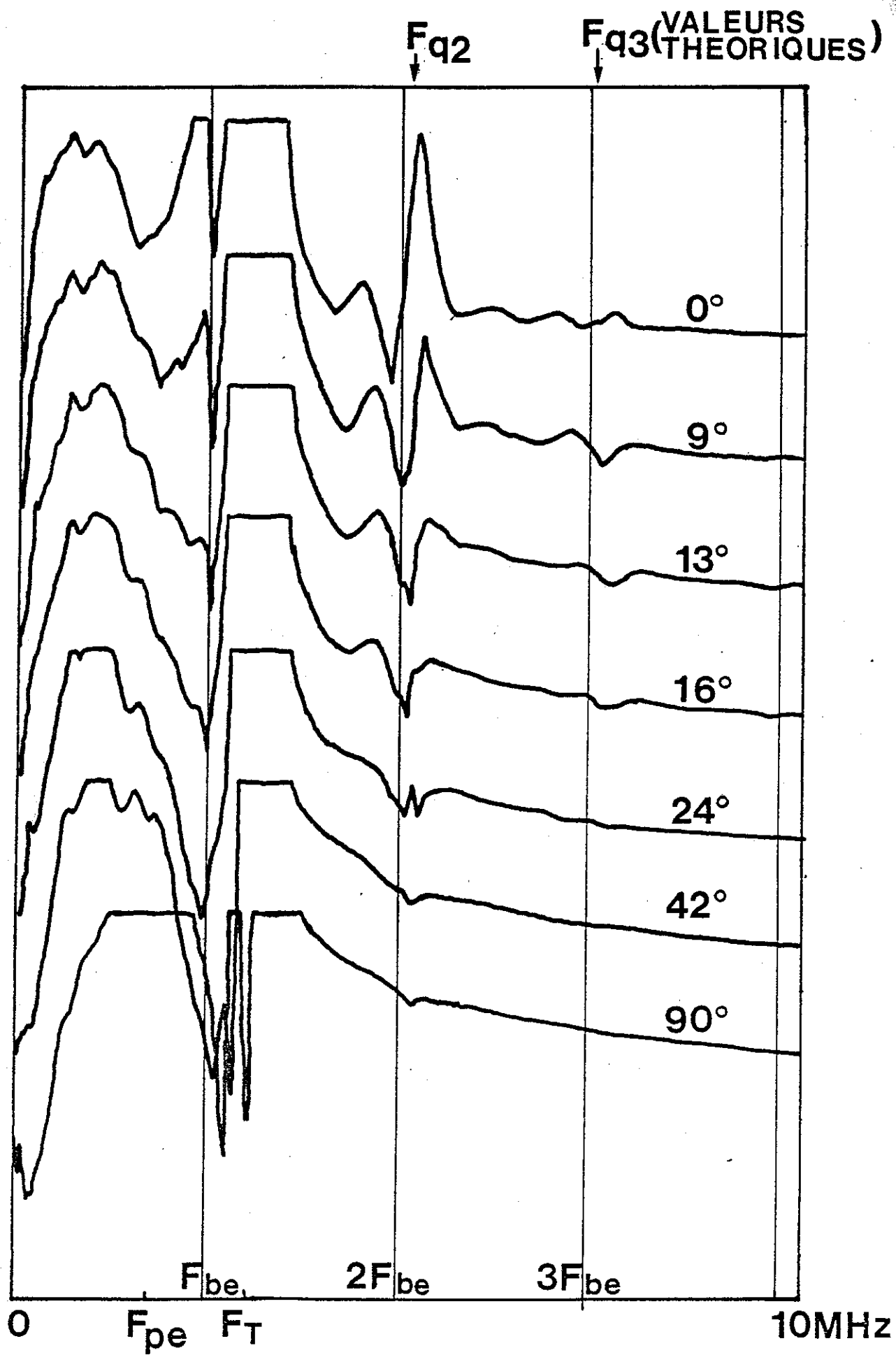


FIG.27

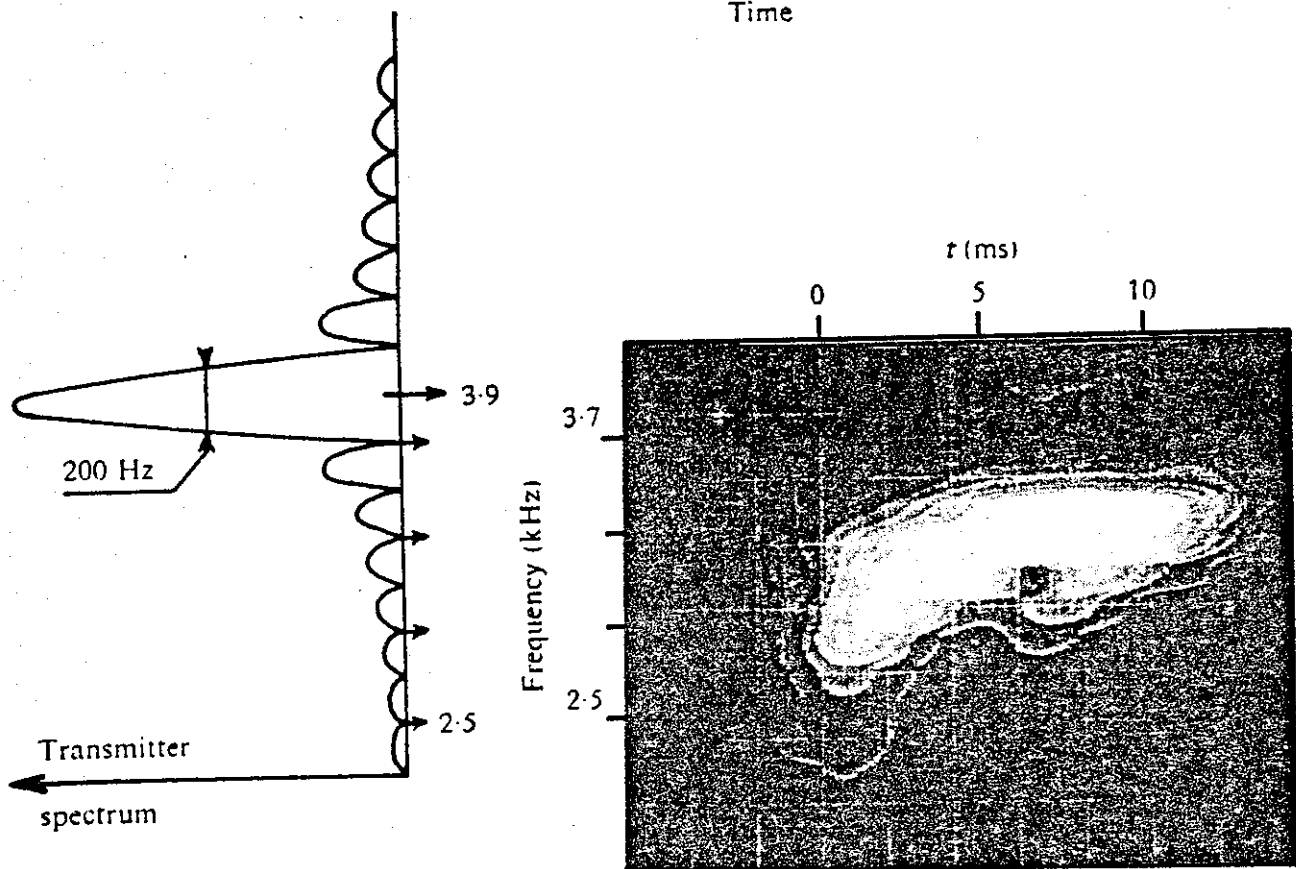
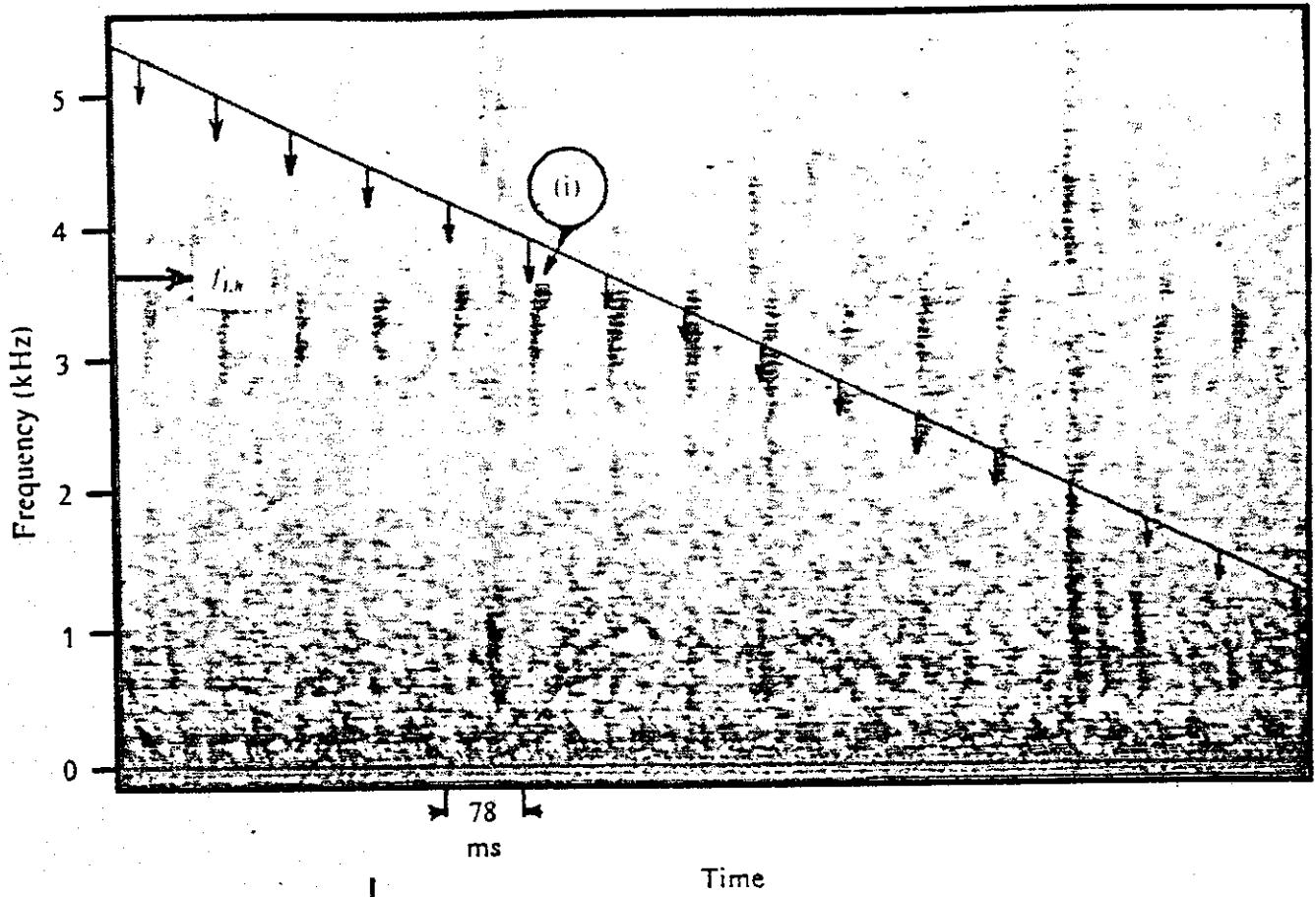


FIG.28

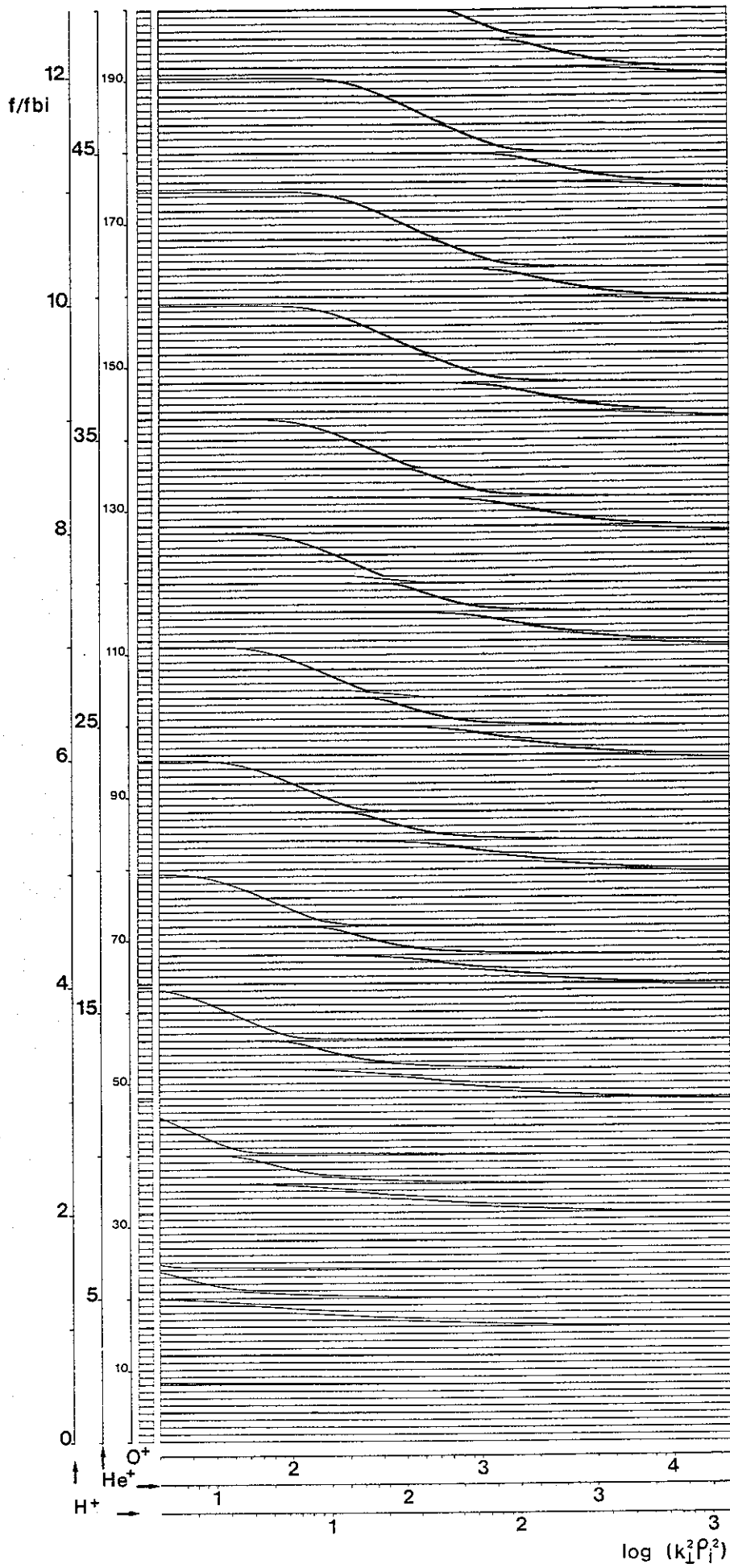


FIG.29

tsvp

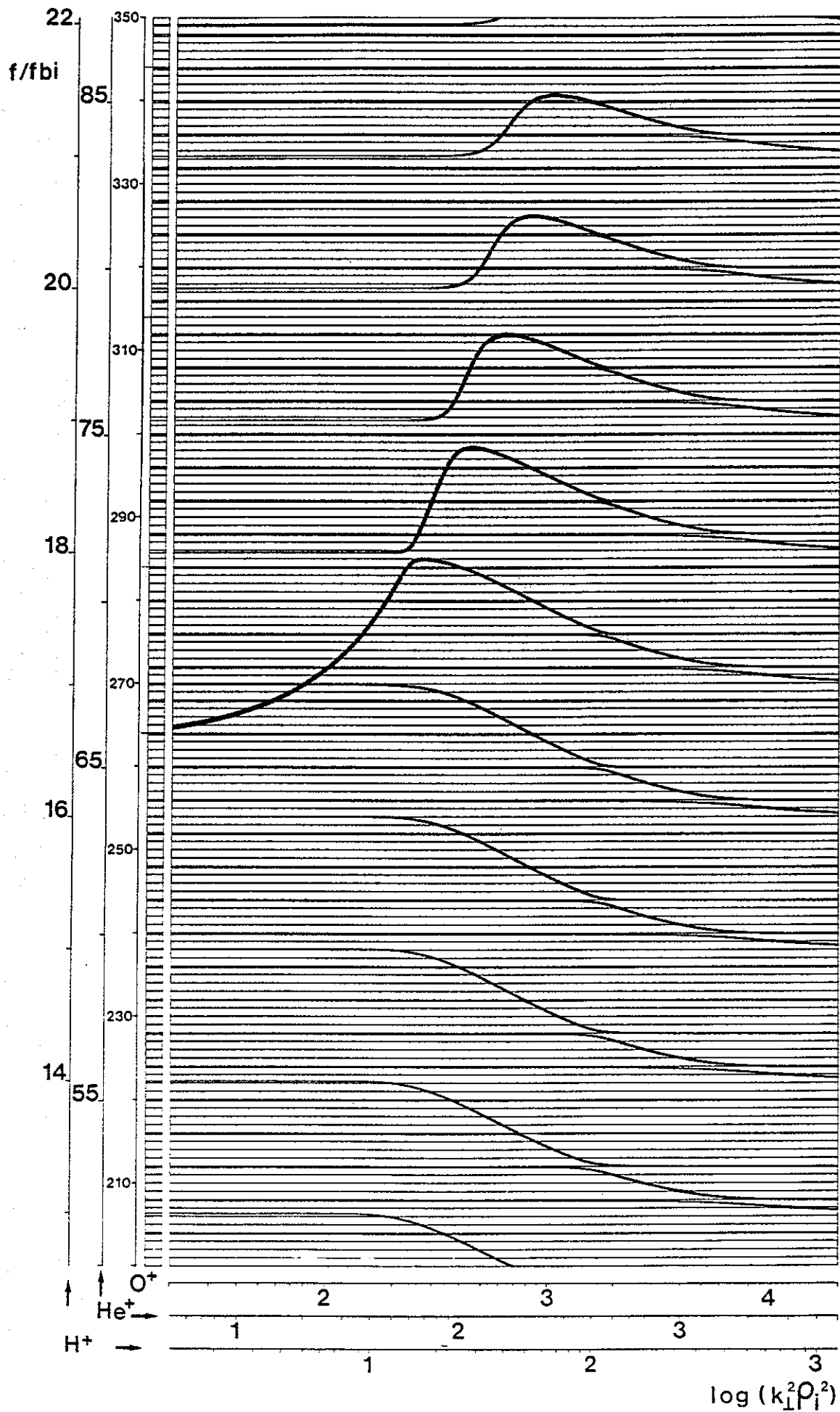


FIG.29 (suite)

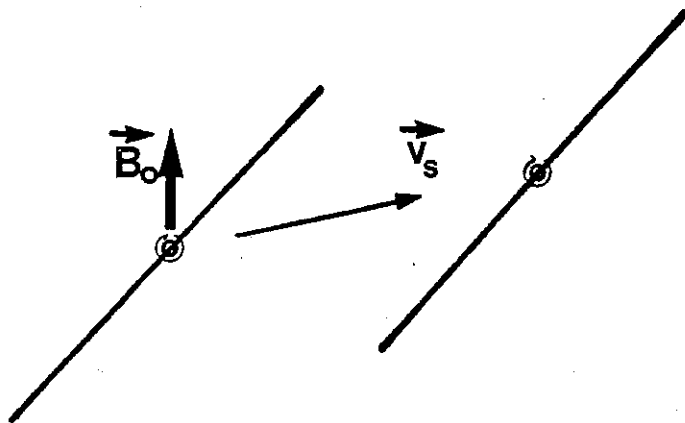


FIG.30

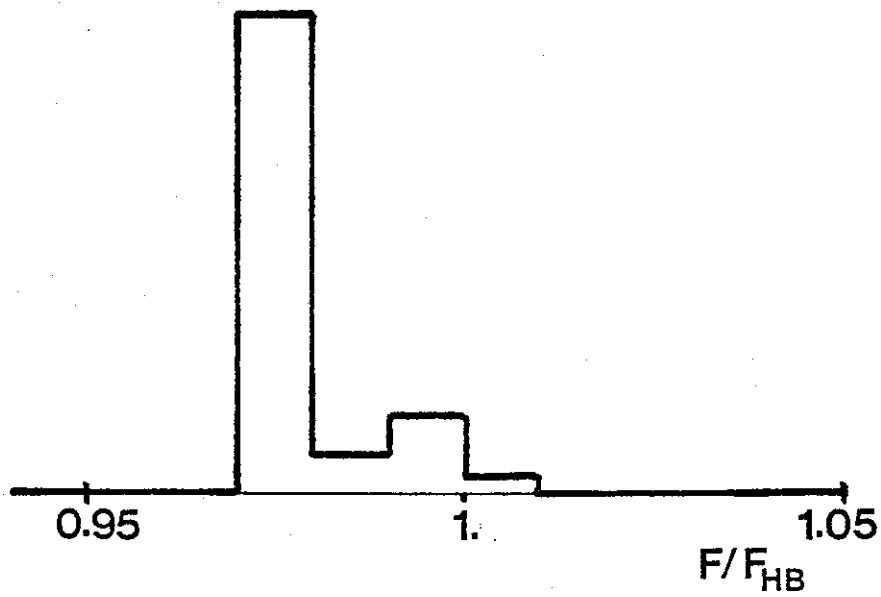


FIG. 31

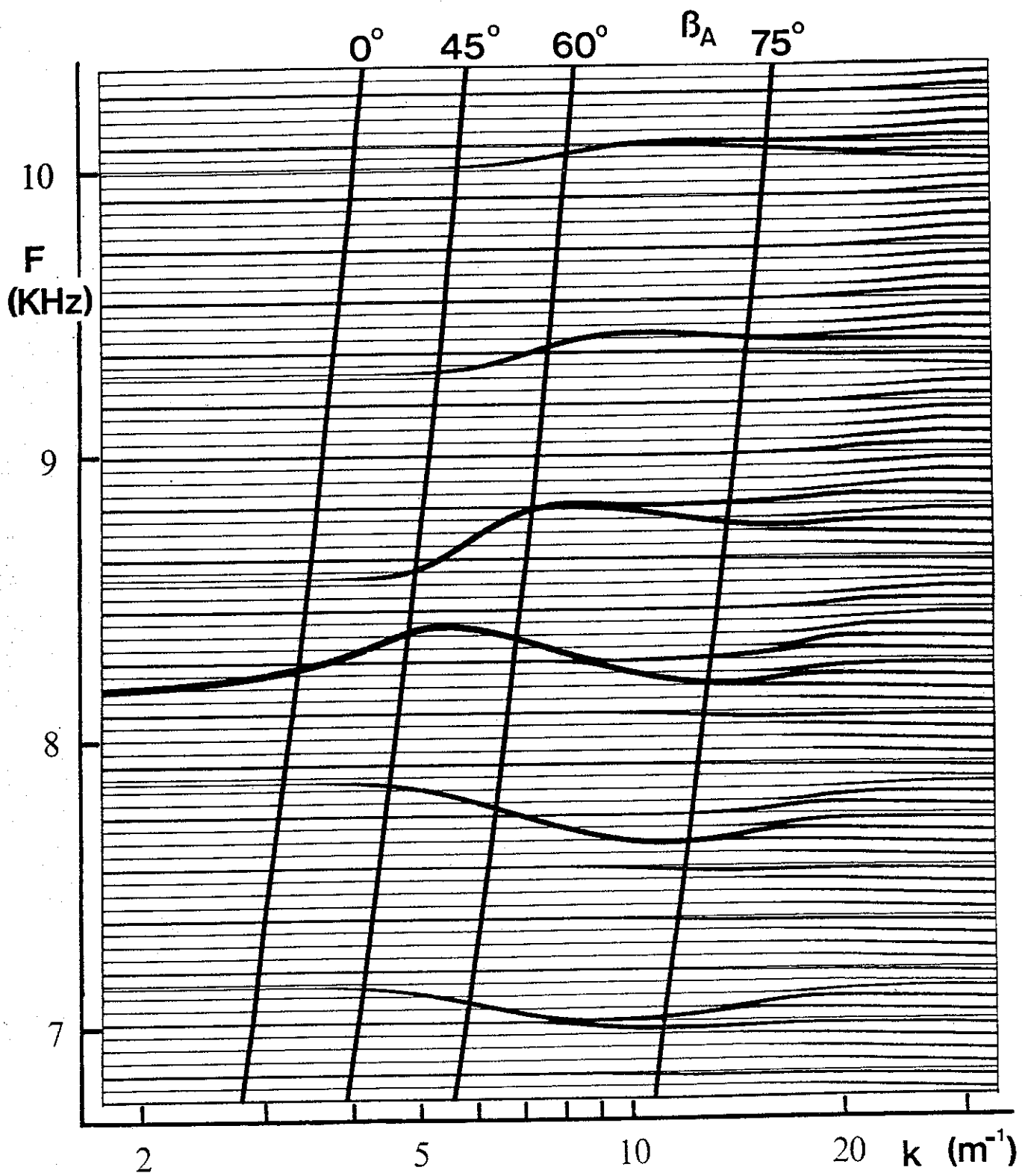


FIG.32