



**HAL**  
open science

**Sismogrammes synthétiques dans les milieux élastiques  
hétérogènes : développement méthodologique et  
applications : [thèse soutenue sur un ensemble de  
travaux]**

Michel Campillo

► **To cite this version:**

Michel Campillo. Sismogrammes synthétiques dans les milieux élastiques hétérogènes : développement méthodologique et applications : [thèse soutenue sur un ensemble de travaux]. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Scientifique et Médicale de Grenoble, 1986. Français. NNT : . tel-00749678

**HAL Id: tel-00749678**

**<https://theses.hal.science/tel-00749678>**

Submitted on 8 Nov 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT DE RECHERCHES INTERDISCIPLINAIRES DE GÉOLOGIE ET DE MÉCANIQUE  
ET  
OBSERVATOIRE DE GRENOBLE

# THÈSE

présentée à

l'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE, TECHNOLOGIQUE ET MÉDICALE DE GRENOBLE

et à

l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR D'ETAT ES-SCIENCES PHYSIQUES

par

**Michel CAMPILLO**

S U J E T

**SISMOGRAMMES SYNTHÉTIQUES  
DANS LES MILIEUX ÉLASTIQUES HÉTÉROGÈNES  
DÉVELOPPEMENT MÉTHODOLOGIQUE ET APPLICATIONS**

---

Soutenu le 30 avril 1986

J U R Y

G. PERRIER	Président
M. BOUCHON	
M. CARA	Rapporteurs
R. MADARIAGA	
D. AUBRY	
G. MÜLLER	Examineurs
A. OMONT	

THESE de DOCTORAT d'ÉTAT  
ès-SCIENCES PHYSIQUES

*Titre de l'ouvrage :*

**SISMOGRAMMES SYNTHÉTIQUES DANS DES  
MILIEUX ÉLASTIQUES HÉTÉROGENES  
DÉVELOPPEMENT MÉTHODOLOGIQUE  
ET APPLICATIONS**

*Nom de l'auteur :* Michel CAMPILLO

*Établissement :* Institut de Recherches Interdisciplinaires de  
Géologie et de Mécanique et Observatoire de Grenoble

**RÉSUMÉ**

La technique de calcul de sismogrammes synthétiques par représentation discrète des champs d'ondes a été étendue aux cas de milieux comportant des couches d'épaisseur variant latéralement ou des corps diffractants. La méthode employée repose sur une discrétisation des frontières et une linéarisation des équations intégrales traduisant les conditions aux limites en toute généralité. Cette technique reste valable quelque soient la forme des interfaces et la gamme de fréquence considérées. Cette approche a été appliquée dans le cas des ondes SH et dans le cas élastique (P-SV). Elle permet en particulier de traiter des problèmes d'interfaces quelconques entre des milieux stratifiés plans de manière très efficace. Le cas de profils de sismique (de surface et profils verticaux) à proximité d'un dôme dans un empilement de couches sédimentaires a pu être simulé. Le calcul de sismogrammes synthétiques a permis d'étudier les caractéristiques du rayonnement sismique produit par une source naturelle depuis la zone épiscopale jusqu'à plusieurs centaines de kilomètres de distance. Il a ainsi été examiné les conditions d'émission des ondes par une fissure étendue. Les mécanismes de propagation et d'atténuation des phases sismiques régionales Pg et Lg ont été étudiés ainsi que les différents effets que produisent sur ces ondes les variations de profondeur et de mécanisme de la source. Les ondes Pg et Lg s'avèrent être des ondes respectivement partiellement et totalement guidées dans la croûte. L'amplitude produite en surface par l'onde Lg est peu sensible à la présence de variations locales de l'épaisseur de la croûte ou de la couche sédimentaire. A partir d'enregistrements courte-période, l'atténuation dans la croûte du centre de la France a été étudiée. Les résultats obtenus montrent une claire dépendance fréquentielle du facteur de qualité. La répartition géographique de ce dernier est très corrélée avec les caractéristiques géologiques locales.

**MOTS-CLÉS**

Sismologie ; Sismogrammes synthétiques ; Diffraction ; Prospection sismique ; Atténuation des ondes ; Massif Central ; Phases sismiques régionales.

INSTITUT DE RECHERCHES INTERDISCIPLINAIRES DE GÉOLOGIE ET DE MÉCANIQUE  
ET  
OBSERVATOIRE DE GRENOBLE

# THÈSE

présentée à

l'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE, TECHNOLOGIQUE ET MÉDICALE DE GRENOBLE

et à

l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR D'ÉTAT ES-SCIENCES PHYSIQUES

par

**Michel CAMPILLO**

SUJET

**SISMOGRAMMES SYNTHÉTIQUES  
DANS LES MILIEUX ÉLASTIQUES HÉTÉROGÈNES  
DÉVELOPPEMENT MÉTHODOLOGIQUE ET APPLICATIONS**

---

Soutenu le 30 avril 1986

JURY

G. PERRIER	Président
M. BOUCHON	
M. CARA	Rapporteurs
R. MADARIAGA	
D. AUBRY	
G. MÜLLER	Examineurs
A. OMONT	

Je remercie les examinateurs de l'honneur qu'ils me font en participant au Jury de cette thèse.

Ce travail a été rendu possible grâce à la coopération scientifique de nombreuses personnes. Je tiens à remercier tout particulièrement P. Y. Bard, M. Bouchon, Ph. Côte, J. Fréchet, B. Massinon, G. Perrier et J. L. Plantet. Melle A. Lakehal s'est chargée de la mise en forme de ce mémoire.

A différents stades de son développement cette étude et son auteur ont bénéficié de financements du CNRS (INSU-ATP sismogénèse ; CNRS-ATP géophysique appliquée ; SPI-ATP génie parasismique), de la Société Nationale Elf Aquitaine et du Commissariat à l'Energie Atomique.

## Introduction

**Partie A :** Extension de la méthode des nombres d'ondes discrets à des milieux latéralement hétérogènes.

**A 1 :** La méthode des nombres d'ondes discrets pour un milieu verticalement hétérogène et le problème de la diffraction.

**A 2 :** Sismogrammes synthétiques à proximité d'une interface irrégulière (ondes SH).

**A 3 :** Sismogrammes synthétiques d'ondes SH dans un milieu stratifié irrégulier : application à la géophysique de prospection.

**A 4 :** Sismogrammes synthétiques dans un milieu élastique latéralement hétérogène.

**Partie B :** Etude théorique du rayonnement sismique depuis la zone épiscopentrale jusqu'au domaine des phases régionales (0 - 700 km).

**B 1 :** Le rayonnement d'une source sismique circulaire.

**B 2 :** Les caractéristiques du rayonnement d'un séisme de faible magnitude entre 10 et 100 km de distance épiscopentrale.

**B 3 :** Etude théorique des phases sismiques régionales.

B 4 : Propagation des ondes Lg en milieu latéralement hétérogène.

Partie C : La mesure de l'atténuation des ondes dans la croûte.

C 1 : Dépendance fréquentielle du facteur de qualité moyen des ondes S dans la croûte, dans le centre de la France.

C 2 : Régionalisation du facteur de qualité dans le centre de la France.

C 3 : Utilisation du temps de montée pour la mesure du facteur de qualité des formations superficielles.

Conclusion générale

### Introduction

L'analyse des données sismologiques permet de mettre en évidence un certain nombre d'informations exploitables. Bien sûr les temps d'arrivées des différentes ondes, mais aussi leur amplitude, leur contenu spectral ou leur dispersion doivent aussi pouvoir être pris en compte par l'expérimentateur. Les phénomènes de propagation d'ondes dans la terre sont d'une telle complexité, du fait même de la complexité des structures géologiques, que leur interprétation ne peut être réalisée par une approche intuitive ou trop simplificatrice. Ceci est particulièrement vrai en ce qui concerne la description quantitative des phénomènes. C'est donc bien dans ce contexte de l'interprétation des phénomènes réels qu'il faut replacer les efforts de la sismologie théorique. En particulier, si certains voient dans les techniques de calcul de sismogrammes synthétiques le champ clos d'affrontements théoriques éloignés de la réalité, il ne faut pas oublier que les modèles que nous sommes en mesure de considérer restent souvent d'une complexité bien en deçà de celle des modèles proposés par les géophysiciens pour représenter la réalité. Il est donc crucial de continuer à développer des méthodes de calcul permettant la prise en compte de milieux toujours plus réalistes donc toujours plus généraux. Si les sismologues font aujourd'hui appel à de nombreuses ressources de la physique théorique pour améliorer leurs méthodes de calcul des sismogrammes, c'est pour pouvoir disposer demain d'une ensemble d'outils de simulation dont l'utilisation aura des implications pour l'ensemble des sciences de la terre.

Du fait de la très large bande de fréquence qu'elle concerne, la sismologie offre une opportunité d'étude des structures terrestres de l'échelle de la planète dans sa globalité jusqu'à celle du détail morphologique de petite dimension. Pour cet immense champ d'application la même approche théorique peut être suivie. C'est un des grands intérêts de la sismologie. Dans ce mémoire sera présenté un développement d'une méthode de calcul qui va dans le sens de la complexification géométrique du

milieu et des applications de ces techniques vers deux domaines bien distincts : la sismique de prospection d'une part et l'interprétation des sismogrammes courte-période à distance régionale d'autre part.

Sur le plan méthodologique le travail présenté va consister en un développement d'une technique de calcul de sismogrammes synthétiques permettant la prise en compte de zones géométriquement irrégulières (interfaces courbes corps diffractants). Cette technique sera dérivée à la fois de la méthode de représentation discrète des champs d'ondes et des méthodes de frontière pour le problème de la diffraction. Cette approche permet de considérer des interfaces de formes quelconques éventuellement entre des milieux stratifiés et cela pour des ondes SH (ou acoustiques) et pour des ondes couplées P et SV. Ceci permettra donc une extension de la méthode des nombres ondes discrets, qui était au préalable limitée au cas des couches planes.

La simulation numérique va nous permettre d'étudier les caractéristiques théoriques de l'excitation et de la propagation des ondes sismiques entre 0 et 700 km. Dans la zone épiscopentrale les mouvements du sol seront gouvernés par les caractéristiques de la rupture tandis qu'à grande distance la propagation des phases énergétiques sera dépendante de la structure de la croûte dans sa globalité. D'une manière à la fois théorique et expérimentale seront étudiées en détail la propagation et l'atténuation des phases régionales dans le centre de la France. Le facteur de qualité dans la croûte et sa dépendance fréquentielle seront évalués. Il sera tenté de mettre en évidence des hétérogénéités locales du facteur de qualité à partir des phases régionales.

La géophysique de prospection fait aujourd'hui appel de manière de plus en plus courante à la modélisation pour l'interprétation des données de sismique. Si l'échelle et la gamme de fréquence sont différentes de celles de la sismologie, les méthodes et les problèmes sont identiques. Le même besoin de techniques exactes de simulation de la propagation des ondes dans un milieu complexe se fait ressentir qu'il

s'agisse de mettre au point des modalités d'expérience ou de tester la validité d'une interprétation. Le développement des techniques de traitement conduit maintenant à tenter de modéliser la globalité du signal et non plus seulement les temps d'arrivée. L'atténuation anélastique doit donc, être prise en compte pour une simulation réaliste. Il sera donc nécessaire de développer aussi des techniques de mesure directe permettant l'évaluation in-situ du facteur de qualité.

PARTIE A :EXTENSION DE LA METHODE DES NOMBRES D'ONDES DISCRETS  
A DES MILIEUX LATERALEMENT HETEROGENESA. 1 LA METHODE DES NOMBRES D'ONDES DISCRETS POUR UN MILIEU  
VERTICALEMENT HETEROGENE ET LE PROBLEME DE DIFFRACTIONA. 1. 1 Présentation de la méthode :

La représentation discrète du champ de radiation d'une source sismique est une méthode qui permet d'obtenir des solutions numériques complètes et exactes au problème consistant en une source arbitraire dans un milieu verticalement hétérogène (c'est-à-dire en couches planes). Cette méthode numérique est qualifiée de méthode exacte dans la mesure où la précision obtenue peut-être aussi bonne qu'il est désiré, sans limite théorique a priori. Une généalogie de cette technique peut-être trouvée dans des travaux de Aki et Larner (1970) sur la diffraction d'une onde plane par une surface irrégulière. En effet, ces auteurs, suivant en cela les lointains travaux de Rayleigh (1896), identifiaient le champ diffracté à une superposition discrète d'ondes planes sous la condition que le milieu soit spatialement périodique. Bouchon et Aki (1977) ont étendu ce concept de représentation discrète au cas du rayonnement de sources sismiques à deux dimensions et ont montré l'exactitude des solutions obtenues. Bouchon (1979 ; 1981) a développé la généralisation de l'approche pour des sources dans un milieu stratifié plan à trois dimensions.

A. 1. 2 Principe de la méthode dans le cas bidimensionnel :

Pour une présentation claire du principe de la méthode des nombres d'onde discrets nous allons considérer d'abord le cas bidimensionnel.

soit  $G(x, z, t)$  la réponse du milieu en point  $(x, z)$  à l'action d'une source  $S(t)$  s'appliquant à l'origine.

$\tilde{G}(x, z, \omega)$  dénote la transformée de Fourier de relative aux temps,  $\omega$  est la pulsation. La transformation de Fourier spatiale suivant  $Ox$  permet d'écrire  $\tilde{G}$  sous la

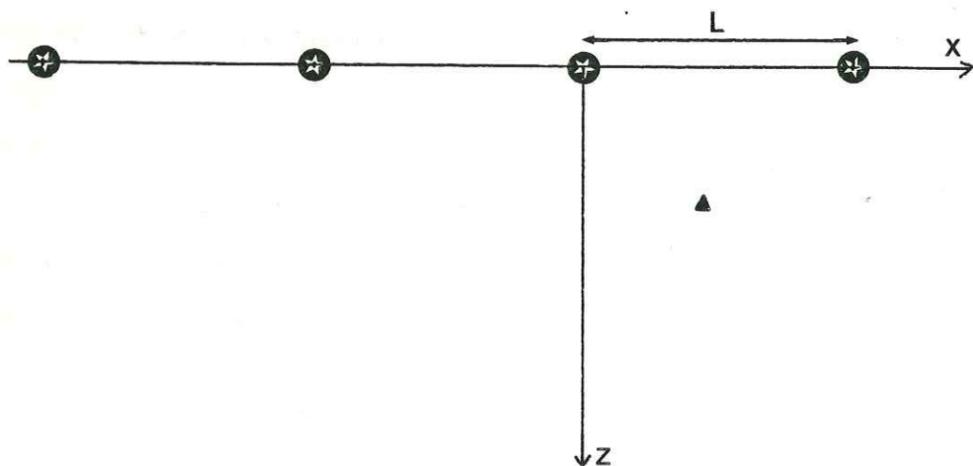


Figure A.1.1 : Répétition de source à deux dimensions.

forme :

$$\tilde{G}(x, z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(k, z, \omega) e^{-ikx} dk \quad (1)$$

où  $k$  représente le nombre d'onde horizontal. Il s'agit donc d'une décomposition en ondes planes du champ rayonné par la source.  $g$  représente toute l'information relative à l'excitation par la source et à la propagation dans le milieu (supposé fait de couches planes). Pour des valeurs données de  $k$  et de  $\omega$ , le rayonnement primaire de la source (c'est-à-dire son rayonnement dans un milieu infini, homogène) est une onde plane de caractéristiques connues analytiquement et qui pourra être propagée dans un empilement de couches planes en utilisant la méthode de propagation matricielle (Harkrider, 1964) ou la méthode des matrices de réflexion-transmission (Kennett, 1980). C'est parce qu'elle permet d'utiliser de tels algorithmes de propagation que la décomposition en ondes planes est utilisée.

Pour pouvoir calculer  $G$  il faut, dans l'équation (1), transformer l'intégrale en une série. Pour cela nous allons supposer que notre modèle est spatialement périodique, c'est-à-dire pour un milieu à couches planes, qu'il existe une répétition infinie de sources le long de l'axe  $Ox$  à égal intervalle  $L$  (Figure A.1.1). La réponse au point  $(x, z)$  due à l'ensemble des sources s'écrit :

$$\tilde{G}^*(x, z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(k, z, \omega) e^{-ikx} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{-ikmL} dk \quad (2)$$

Il apparaît une série dont la somme peut-être calculée :

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} e^{ikmL} = \frac{2\pi}{L} \delta(kL) \text{ mod } 2\pi,$$

ce qui signifie que cette série est toujours nulle, excepté quand le nombre

d'onde  $k$  vaut :

$$k = \frac{2\pi}{L} \times [\text{entier}].$$

L'intégrale sur  $k$  dans (2) se ramène donc à une série :

$$\tilde{G}(x, z, \omega) = \frac{2\pi}{L} \sum_{-\infty}^{+\infty} g(k_n, z, \omega) e^{-ik_n x} \quad (3)$$

$$\text{avec } k_n = \frac{2\pi}{L} \times n.$$

Cette expression donne donc de façon exacte la réponse de l'ensemble des sources sous forme d'une série suivant le nombre d'onde horizontal. Pour une position donnée  $r(x, z)$  du récepteur, le champ produit par l'ensemble des sources et celui produit par une source unique sont identiques dans le domaine temporel, avant l'arrivée de la perturbation provenant de la source voisine la plus proche, c'est-à-dire pour des temps  $t$  tels que :

$$t < L - \frac{(x^2 + z^2)^{1/2}}{V_m}$$

où  $V_m$  indique la vitesse de groupe de l'onde la plus rapide qui peut se propager dans le milieu. Cependant, comme les sismogrammes synthétiques seront finalement calculés en utilisant une transformée de Fourier discrète, il est nécessaire de trouver un moyen d'éviter le repliement dû aux trains d'ondes provenant des sources fictives. Pour cela il suffit d'introduire un amortissement temporel au niveau de l'équation (3). Cela est réalisé en donnant à la pulsation une partie imaginaire  $\omega_1$ , qui implique une atténuation exponentielle dans le domaine temporel et qui sera choisie pour que les effets de repliement soient négligeables. Les sismogrammes sont alors calculés dans le domaine temporel et finalement l'effet de l'amortissement est exactement compensé en multipliant le sismogramme par une exponentielle croissante.

### A. 1.3 Extension au cas tridimensionnel :

La méthode de représentation discrète des champs d'onde que nous avons décrite brièvement dans le cas bidimensionnel peut-être utilisée pour des problèmes tridimensionnels. Le champ d'onde sera alors représenté soit par une double sommation d'ondes planes soit par une sommation d'ondes cylindriques,

- Sommation d'ondes planes.

Cette approche est l'extension la plus naturelle de la technique décrite dans le cas bidimensionnel. Dans le système de coordonnées cartésiennes  $(Ox, Oy, Oz)$ , pour un point source situé en  $(0, 0, 0)$  la fonction de Green du milieu peut-être écrite comme une combinaison infinie d'ondes planes par double transformation de Fourier suivant  $Ox$  et  $Oy$  :

$$G(x, y, z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(k_x, k_y, z, \omega) e^{-ik_x x} e^{-ik_y y} dk_x dk_y \quad (3)$$

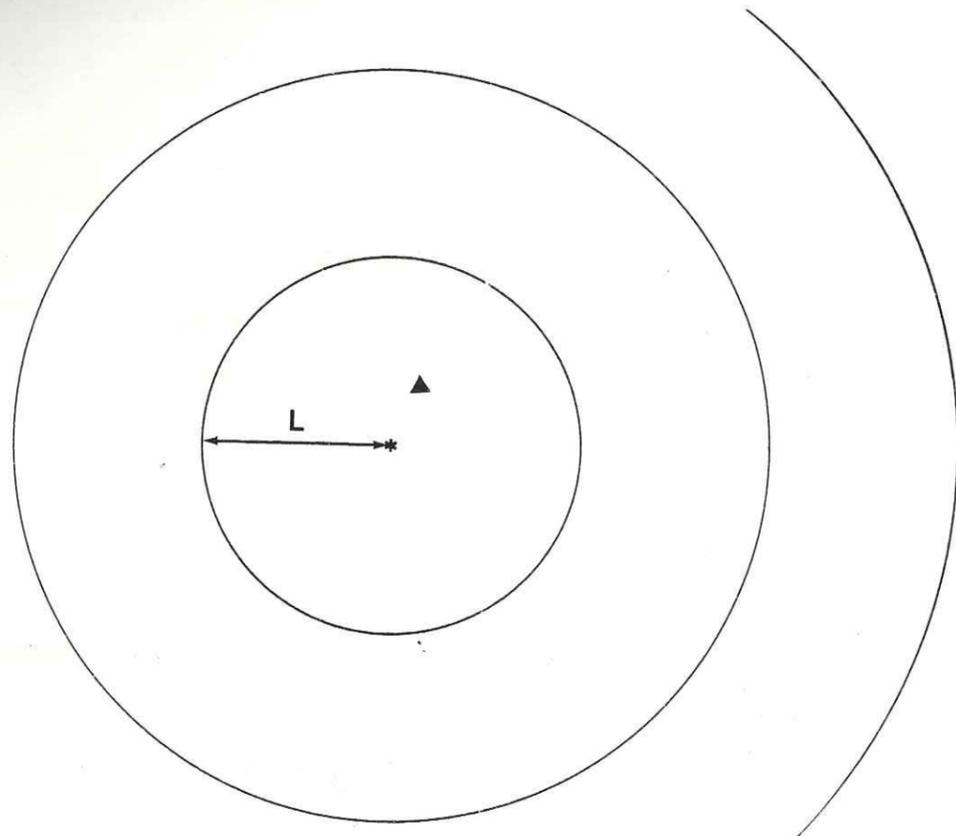
où  $k_x$  et  $k_y$  représentent les nombres d'onde horizontaux. Si nous considérons un réseau de sources rectangulaire infini et de mailles  $L_x$  et  $L_y$ , la réponse due l'ensemble des sources est donnée comme au paragraphe précédent, sous la forme de séries :

$$\tilde{G}(x, y, z, \omega) = \frac{4\pi}{L_x L_y} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} g(k_n, k_m, z, \omega) e^{-ik_n x} e^{-ik_m y}$$

$$\text{avec } k_n = \frac{2\pi}{L_x} \times n \quad \text{et} \quad k_m = \frac{2\pi}{L_y} \times m$$

Le champ est discrétisé dans l'espace des nombres d'onde horizontaux,

- Sommation d'ondes cylindriques.



**Figure A.1.2 :** Distribution de sources pour la décomposition discrète en ondes cylindriques.

Considérons maintenant un système de coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ ,  $k$  représente maintenant le nombre d'onde radial. Pour une source située à l'origine, la fonction de Green peut s'écrire sous la forme de l'intégrale de Sommerfeld :

$$G(r, \theta, z, \omega) = \int_0^{\infty} \frac{1}{k} g_i(k, \theta, z, \omega) J_i(kr) dk,$$

où  $J_i$  représente la fonction de Bessel d'ordre  $i$ .

Si l'on considère maintenant la source originelle à laquelle s'ajoute une série infinie de distributions annulaires de cette même source, concentriques et situées à une distance radiale  $L$  les unes des autres (Figure A.1.2) la réponse de l'ensemble de source s'écrit sous forme d'une série :

$$G(r, \theta, z, \omega) = \frac{\pi}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n \sum_{i=0}^{\infty} g_i(k_n, \theta, z, \omega) J_i(knr)$$

avec  $k_n = \frac{2\pi}{L} \times n$  et  $\epsilon_n = 1$  si  $n = 0$   
 $= 2 \sin$

Cette décomposition discrète en ondes cylindriques permet de tirer avantage de la symétrie cylindrique d'un milieu à couches planes. Le résultat s'obtient effectivement par une simple sommation sur le nombre d'onde radial alors que le cas d'une décomposition en ondes planes le calcul nécessite deux ordres de sommation (sur  $k_x$  et sur  $k_y$ ). Aussi pour le calcul de sismogrammes produits par des sources ponctuelles ou de faible extension la décomposition en ondes cylindriques sera d'autant plus avantageuse que la distance épacentrale sera grande. Par contre pour des sources étendues représentées par des réseaux de sources ponctuelles, les propriétés de multiplication des exponentielles rendent dans certains cas la décomposition en ondes planes plus performante numériquement.

#### A. 1. 4 Convergence des séries :

Dans les expressions précédentes une quelconque grandeur mesurable (déplacement, rotation...) s'écrit sous la forme d'une série d'une infinité de termes pour une fréquence donnée. Chaque terme indique la contribution d'une onde plane particulière. La convergence rapide de ces séries s'explique pour des raisons physiques évidentes. Soit  $k_m$  le nombre d'onde correspondant à la vitesse la plus faible rencontrée dans le milieu, tous les termes de séries associés à des nombres d'onde plus grands que  $k_m$  représentent des ondes évanescentes partout. Plus grand sera  $k$  et plus rapide sera la décroissance spatiale de l'énergie transportée par l'onde. Pour tous les points d'ordonnées différentes de celle de la source, la convergence rapide des séries est donc assurée.

Un problème particulier peut apparaître dans le cas où source et récepteur sont situés à la même ordonnée  $z_0$  (ou des ordonnées très voisines). Dans ce cas il faut séparer le rayonnement en deux parties : les ondes directes d'une part et la réponse du milieu stratifié (réflexion-réverbération) d'autre part. En ce qui concerne la réponse du milieu stratifié les raisons physiques invoquées plus haut assurent une convergence rapide, les différentes ondes ayant parcouru un certain trajet vertical. Pour ce qui est des ondes directes elles ne peuvent être calculées exactement par la méthode des nombres d'onde discrets (non-convergence) dans ce cas ce qui, quoiqu'il en soit, serait une solution peu intéressante puisque leurs expressions analytiques sont connues. Dans la plupart des applications où source et récepteurs sont au même niveau c'est-à-dire essentiellement la sismique réflexion, la méthode des nombres d'onde discrets permet d'évaluer économiquement la réponse exacte du milieu. Le cas des fonctions de Green utilisées pour résoudre le problème de la diffraction sera discuté plus loin dans cette partie de ce mémoire.

#### A. 1. 5 Le problème de la diffraction :

La méthode de représentation discrète de champ d'onde sismique qui a été présentée au paragraphe précédent et qui permet d'utiliser les différents algorithmes de propagation d'ondes planes existants permet de réaliser des simulations numériques exactes dans des milieux à couches planes. De tels modèles du milieu géologique sont, dans de nombreux cas d'une grande utilité pour l'interprétation des données sismologiques ou de sismique d'exploration. Grâce à de telles simulations il est possible d'étudier de manière fine, source des tremblements de terre ou atténuation des ondes, cependant de telles études sont limitées dans leur applications à des zones restreintes tant que ne sont pas réunies les conditions permettant le calcul de sismogrammes synthétiques dans des milieux présentant des variations latérales. Notre propos sera d'étendre la méthode de représentation discutée au cas de milieux latéralement hétérogènes tout en lui conservant ses avantages : solutions exactes et complètes, représentation exacte de la source...

Pour un modèle à couches planes il était naturel d'utiliser une méthode reposant sur la représentation du champ produit par la source par une superposition d'ondes planes (ou cylindriques) suivant le nombre d'onde horizontal car les phénomènes élémentaires de réflexion et de réfraction qui se produisent peuvent être traités indépendamment pour chaque onde plane (ou cylindrique) émises. En effet la transmission ou la réflexion d'une onde plane (ou cylindrique) sur une interface plane donne naissance à des ondes planes (ou cylindriques) de même vecteur d'onde horizontal et dont le nombre d'onde vertical est donné par la loi de Descartes. Par contre lorsque l'interface n'est plus plane apparaîtra un phénomène de diffraction. Ce terme désigne le fait que la réponse de cette structure à une onde plane incidente n'est pas une onde plane. Ceci correspond d'ailleurs bien à la définition étymologique du mot : action de mettre en morceaux.

Le champ diffracté n'est pas régi par des lois explicites comme la loi de Descartes mais est totalement déterminé par les conditions aux limites le long des frontières, donc par leurs géométries. En particulier ce champ n'est pas décomposable partout comme une simple superposition d'ondes planes.

Différentes approches peuvent être suivies pour résoudre un tel problème : approches entièrement numériques (différences finies, éléments finis... ) pratiquement limitées aux basses fréquences ou asymptotiques (méthode de rais) pour les hautes fréquences. Les méthodes d'équations intégrales (ou leurs dérivées) quant à elles sont valides a priori à toutes les fréquences quelque soit la forme des frontières irrégulières. Leur principe consiste à considérer les champs diffractés comme étant produits par une certaine distribution de sources sur les frontières. En un point donné le champ s'écrit donc comme une intégrale sur la surface des frontières, cette distribution convoluée par de la fonction de Green du milieu où se situe le récepteur.

L'idée d'utiliser des fonctions de Green et des distributions de source le long d'une frontière (nulle ou fictive) pour calculer le champ vérifiant une condition aux limites donnée le long de cette frontière, n'est pas nouvelle. Sa paternité moderne peut-être attribuer à Huyghens et à son célèbre "principe" (1678), mais en tout état de cause le lecteur se reportera à Morse et Feshbach (1953) pour trouver une justification détaillée de cette représentation. Il s'agira ici d'appliquer à un problème d'élasto-dynamique une technique de résolution bien connue en électrostatique élémentaire où l'on applique une distribution surfacique de dipôles à la surface d'un conducteur où l'on veut annuler le potentiel.

Toute la difficulté de l'utilisation pratique de cette approche apparaît avec la discrétisation du problème. Considérons le problème à deux dimensions d'une interface non-plane quelconque. Pour parvenir à une solution numérique il faudra représenter l'interface par un ensemble discret de points appartenant à l'interface où

les conditions aux limites seront vérifiées. Si l'échantillonnage est choisi tel que les longueurs d'ondes soient grandes devant l'intervalle entre deux points, la représentation discrète de l'interface sera suffisante en regard du phénomène physique considéré. La stratégie la plus simple à adopter paraît donc de représenter l'effet de l'interface irrégulière par une distribution discrète de forces ponctuelles et d'utiliser des formes algébriques des fonctions de Green. Les conditions aux limites pour tous les points de discrétisation se traduiront alors par un système d'équations linéaires qui sera résolu numériquement. Une aussi directe approche ne peut malheureusement pas être suivie numériquement à cause de propriétés des fonctions de Green. En effet ces dernières présentent des singularités au point d'application de la force qui empêcheront d'écrire normalement un système d'équations pour les conditions aux limites. Dans la suite nous allons montrer dans quelles conditions une décomposition discrète des fonctions de Green suivant les nombres d'onde horizontaux va permettre d'éviter cette difficulté. Le prochain chapitre va présenter cette technique dans un cas simple : celui d'une interface irrégulière dans un demi-espace.

Bibliographie :

**Aki, K et K. Larner 1970** : Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, J. Geophys Res 75, 933-954

**Bouchon, M 1981** : A simple method to calculate Green's functions for elastic layered media, Bull. Seism. Soc. Am. 71, 959-971

**Bouchon, M 1979** : Discrete wavenumber representation of elastic wave fields un three-space dimensions J. Geophys Res, 84, 3604-3614.

**Bouchon, M et K-Aki 1977** : Discrete wavenumber representation of seismic source wave fields, Bull. Seism. Soc. Am. 67, 259-277.

**Harkrider, D.G 1964** : Surface waves in multilayered elastic media, Part I : Rayleigh and Love waves from buried sources in a multilayered half-space, Bull. Seism. Soc. Am. 54, 627-680

**Huyghens, C. 1678** : Traité de la lumière

**Kennett, B. L. N. 1980** : Seismic waves in a stratified half space. Geophys. J. Roy. astr. Soc 61 1-10

**Morse, P. M et H Feshbach 1953** : Methods of theoretical physics. Part I Mc graw-Hill Book company, New York 1 000 p.

**Rayleigh, J. W. S. 1896** : The theory of sound, Mc Millan editor.

**A 2 : SISMOGRAMMES SYNTHETIQUES A PROXIMITE  
D'UNE INTERFACE IRREGULIERE (ONDES SH)**

## Synthetic *SH* seismograms in a laterally varying medium by the discrete wavenumber method

Michel Campillo and Michel Bouchon *Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique, IRIGM, Université Scientifique et Médicale de Grenoble, BP 68, 38402 Saint Martin d' Hères Cedex, France*

Accepted 1985 March 6. Received 1985 February 8; in original form 1984 August 6

**Summary.** We present a new method to calculate the *SH* wavefield produced by a seismic source in a half-space with an irregular buried interface. The diffracting interface is represented by a distribution of body forces. The Green's functions needed to solve the boundary conditions are evaluated using the discrete wavenumber method. Our approach relies on the introduction of a periodicity in the source-medium configuration and on the discretization of the interface at regular spacing. The technique developed is applicable to boundaries of arbitrary shapes and is valid at all frequencies. Some examples of calculation in simple configurations are presented showing the capabilities of the method.

**Key words:** seismology, synthetic seismograms, diffraction, vertical seismic profiles.

### Introduction

The discrete wavenumber method (Bouchon & Aki 1977; Bouchon 1981) is a powerful technique of simulation of wave propagation in a viscoelastic flat-layered medium. Our aim is to develop the generalization of this method to a laterally heterogeneous medium. This problem is of crucial interest for geophysical prospecting purposes as well as for the interpretation of earthquake data. In the last decade seismologists have devoted a lot of work to these studies. A large number of techniques have been used including finite differences (Boore 1972; Kelly *et al.* 1976; Virieux 1985), finite elements (Smith 1974) and frequency-wavenumber methods (Aki & Larner 1970). High-frequency asymptotic ray theory has also been applied following different formulations (Červený, Molotkov & Pšenčík 1977; Hong & Helmberger 1978, MacMechan & Mooney 1980; Haines 1983) including the Gaussian beam method (Červený 1983; Červený & Pšenčík 1984; Novak & Aki 1985). Finally, boundary integral equations have been used to compute the complete response of an irregular free surface (e.g. Sanchez-Sesma & Esquivel 1979; Sanchez-Sesma 1983) or of an irregular buried interface (Dravinski 1983).

In this paper we present a method of representation of the scattered wavefields by distributing sources along the diffracting interface (Huyghens's principle). We follow the approach

proposed by Bouchon (1985) to calculate the response of a topographic profile to an incident plane wave. This method is valid at any frequency. We shall restrict the topic to the calculation of synthetic *SH* seismograms in a two-dimensional half-space with one irregular interface.

### Description of the problem

We consider the two-dimensional problem of the response of an irregularly layered elastic medium to a seismic excitation. We assume the medium to consist of a layer and a half-space separated by an irregular interface *C* (Fig. 1).  $V_1, \rho_1$  and  $V_2, \rho_2$  represents respectively the wave velocity and the density of the layer (1) and of the half-space (2). For a source located in the layer (1), the displacement at a location  $r(x, z)$  may be written as:

$$\begin{aligned} V^{(1)}(x, z) &= V_C^{(1)}(x, z) + V_s(x, z); & r \in (1) \\ V^{(2)}(x, z) &= V_C^{(2)}(x, z); & r \in (2) \end{aligned} \quad (1)$$

where  $V_C^{(i)}$  represents the displacement associated with the field diffracted at the interface in medium (*i*) and  $V_s$  denotes the displacement radiated directly by the source.

The diffracted field  $V_C^{(1)}$  may be represented by the radiation of a specific distribution of seismic sources (forces)  $F^{(1)}$  along *C*. This representation will be exact for the entire zone (1) if the radiation is calculated with an accurate Green's function and if the boundary conditions are complied with. For region (1) the free surface condition implies the use of the homogeneous half-space Green's function while the boundary conditions to be complied with are on *C*. The diffracted field  $V_C^{(2)}$  will be represented by the source distribution  $F^{(2)}$  on *C*. In this case only the infinite space Green's function is required.

This approach implies the consideration of two different virtual media to represent the 'real' medium: region (1) is part of the virtual half-space A and region (2) is part of the virtual homogeneous infinite space B.

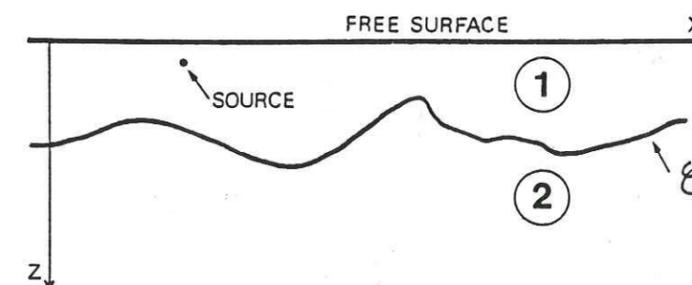


Figure 1. Geometry of the problem. The interface *C* has an arbitrary shape.

### Boundary conditions

The source distributions  $F^{(1)}$  and  $F^{(2)}$  on *C* are determined by the boundary conditions at the interface itself. These distributions are consistent with a particular choice of the Green's functions (i.e. with a particular choice of the virtual regions in which these sources act). The boundary conditions are, for any  $(x, z)$  on *C*:

$$\begin{aligned} V^{(1)}(x, z) &= V^{(2)}(x, z) \\ \mu_1 \left[ nx \frac{\partial V^{(1)}(x, z)}{\partial x} + nz \frac{\partial V^{(1)}(x, z)}{\partial z} \right] &= \mu_2 \left[ nx \frac{\partial V^{(2)}(x, z)}{\partial x} + nz \frac{\partial V^{(2)}(x, z)}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

where  $\mu_1$  and  $\mu_2$  are the Lamé coefficients in mediums 1 and 2, and  $n(n_x, n_z)$  represents the normal vector to  $C$  at  $r(x, z)$ .

Let  $G^{(1)}(x, z; x', z')$  and  $G^{(2)}(x, z; x', z')$  be the Green's functions of virtual media  $A$  and  $B$  for the particular frequency  $\omega/2\pi$ . The displacements are given by:

$$V^{(1)}(x, z) = \int_C F^{(1)}(x', z') G^{(1)}(x, z; x', z') d\xi + V_s(x, z)$$

$$V^{(2)}(x, z) = \int_C F^{(2)}(x', z') G^{(2)}(x, z; x', z') d\xi \quad (3)$$

with  $\xi = (x', z')$ .

The use of these expressions in equations (2) yields two integral equations which give theoretically the distributions  $F^{(1)}$  and  $F^{(2)}$  through the Green's functions of the virtual media and their spatial derivatives. We have now to discretize the integrals over  $C$  and to obtain a suitable formulation for the Green's functions.

#### Evaluation of the Green's functions for a discretized interface

To this end we assume that the source medium configuration is periodic in the  $x$ -direction with a spacial periodicity  $L$ . We shall now use the discrete wavenumber method (Bouchon & Aki 1977) to evaluate the Green's functions. We assume that the problem may be resolved by representing the irregular interface by an array of  $2M+1$  discrete points regularly spaced in  $x$  (Fig. 2), where forces are applied and where the boundary conditions are matched. The abscissae of these points are given by:  $x_m = (m-1)L/(2M+1)$ . The value of  $M$  is chosen such that the following condition of sampling is satisfied:  $L/(2M+1) < \pi\beta_1/\omega$  where  $\beta_1$  is the lowest wave velocity of the medium and  $\omega$  the angular frequency.

The  $SH$  displacement  $V$  produced at  $r(x, z)$  by a transverse line force  $F$  acting at  $(x', z')$  is given by (Lamb 1904):

$$V(x, z) = \frac{F}{4\pi\mu_i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp[-ik(x-x') - i\gamma|z-z'|]}{\gamma} dk \quad (4)$$

with

$$\gamma = \left( \frac{\omega^2}{\beta^2} - k^2 \right)^{1/2}, \quad \text{Im}(\gamma) \leq 0$$

where  $\beta$  denotes the shear wave velocity.

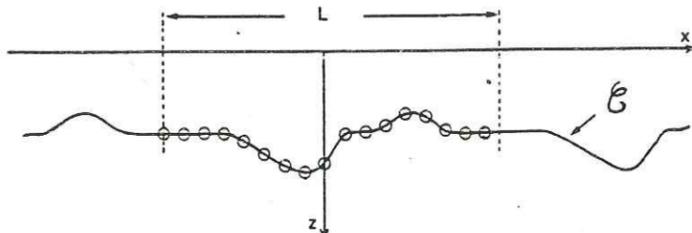


Figure 2. Introduction of a periodicity in the medium geometry and discretization of the interface at regular spacing.

For an infinite array of periodic sources equation (4) becomes:

$$V(x, z) = \frac{F}{2Li\mu} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\exp[-ik_n(x-x') - i\gamma_n|z-z'|]}{\gamma_n} \quad (5)$$

with

$$k_n = n \frac{2\pi}{L}, \quad \gamma_n = \left( \frac{\omega^2}{\beta^2} - k_n^2 \right)^{1/2}, \quad \text{Im}(\gamma_n) \leq 0.$$

Using equation (3) we can evaluate the displacement produced by the entire distribution  $F^{(i)}$  in medium  $i$ . It comes:

$$V_C^{(i)}(x, z) = \sum_{m=-M}^M F_m^{(i)} \frac{1}{2iL\mu_i} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\exp[-ik_n(x-x_m) - i\gamma_n^i|z-z_m|]}{\gamma_n^i} \quad (6)$$

or

$$V_C^{(i)}(x, z) = \frac{1}{2iL\mu_i} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-M}^M F_m^{(i)} \frac{\exp[-ik_n(x-x_m) - i\gamma_n^i|z-z_m|]}{\gamma_n^i} \quad (7)$$

This expression defines  $V_C^{(i)}$  for all the positions  $r(x_m, z_m)$  on  $C$ .

Its Fourier transform over  $x_m$  is given by:

$$\tilde{V}_C^{(i)}(k_p, z) = \frac{1}{2M+1} \sum_{j=-M}^M V_C^{(i)}(x_j, z) \exp(ik_p x_j)$$

with

$$k_p = p \frac{2\pi}{L}.$$

Using equation (7) this expression becomes:

$$\tilde{V}_C^{(i)}(k_p, z) = \frac{1}{2iL\mu_i(2M+1)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \sum_{m=-M}^M F_m^{(i)} \frac{\exp[-i\gamma_n^i|z-z_m| + (2i\pi n x_m/L)]}{\gamma_n^i} \right) \times \sum_{j=-M}^M \exp[i(2\pi/L)(p-n)j [1/(2M+1)]] \quad (8)$$

where we have:

$$\sum_{j=-M}^M \exp[2i\pi(p-n)j/(2M+1)] = \begin{cases} 2M+1 & \text{if } n=p \\ 0 & \text{if } n \neq p. \end{cases}$$

Therefore equation (8) is simply:

$$\tilde{V}_C^{(i)}(k_p, z) = \frac{1}{2i\mu_i L} \sum_{m=-M}^M F_m^{(i)} \frac{\exp(-i\gamma_p^i|z-z_m| + ik_p x_m)}{\gamma_p^i} \quad (9)$$

With this expression it appears that the field radiated by the entire set of forces is not simply decomposable into plane waves. As we have assumed the interface to be correctly described by a discrete set of regularly spaced points, we can assume the system of boundary conditions

to be matched with a corresponding spatial resolution. This suggests that the expression of  $V_C$  needed to resolve the discrete boundary conditions system is obtained by truncated Fourier series in the form:

$$V_C^{(i)}(x_j, z) = \frac{1}{2i\mu_i L} \sum_{m=-M}^M F_m^{(i)} \sum_{p=-M}^M \frac{\exp[-i\gamma_p^i |z - z_m| - ik_p(x_j - x_m)]}{\gamma_p^i} \quad (10)$$

The hypothesis of discretization of the interface has led to the use of a truncated series in place of the actual Green's function. Inhomogeneous waves, however, are included in the solution as we have seen with equation (9). Using equation (2) and writing the boundary conditions at each point of the contour  $C$  leads to a system of  $4M + 2$  linear equations in  $F_m^{(i)}$ . After resolution of this system we are able to evaluate the elastic field anywhere in the medium. The calculation is made for each frequency and the results are synthesized in the time domain. The unwanted effect of source-medium periodicity is avoided by giving the frequency a small constant imaginary part (Bouchon & Aki 1977) and removing its attenuation effect from the time domain solution.

#### A test of the method: a flat layer over a half-space

As a way to test the accuracy of our approach we compute synthetic seismograms in the case where the interface  $C$  is flat and we compare them with the results obtained by the flat-layer discrete wavenumber method.

The source considered is a transverse horizontal line force  $F_0$  and its radiated displacement is given by:

$$V_s(x, z) = \frac{F_0}{2iL\mu} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-ik_n(x - x_0) - i\gamma_n |z - z_0|]}{\gamma_n}$$

where  $x_0$  and  $z_0$  denote the source coordinates. The source problem configuration and the synthetic seismograms obtained by the two methods are displayed in Fig. 3. The calculations are done for frequencies between 0 (static) and 16 Hz. The periodicity length is 4 km and the interface is represented by an array of 119 points. The source function used is

$$S(\omega) = \frac{\omega^2 t_0}{\sinh[(\omega\pi t_0/4)]}$$

with  $t_0 = 0.06$  s.

The results obtained by both techniques are in good agreement. The waveshapes are exactly superposable while the amplitudes show differences which do not exceed 3 per cent. This discrepancy may be attributed to the representation of the continuous interface by a set of discrete points. This example shows the validity of our approach.

#### Simulation of a vertical seismic profile near a dipping interface

In this section we first present a calculation of synthetic seismograms along a vertical seismic profile located on the flank of a sine-shaped dome. The geometry and the parameters of the medium are shown in Fig. 4. We have investigated the two following cases:

Case I: the source is at position A, 10 m below the surface. The receivers are located along a line which passes through B and are distributed at regular intervals between the depths of 150 and 850 m.

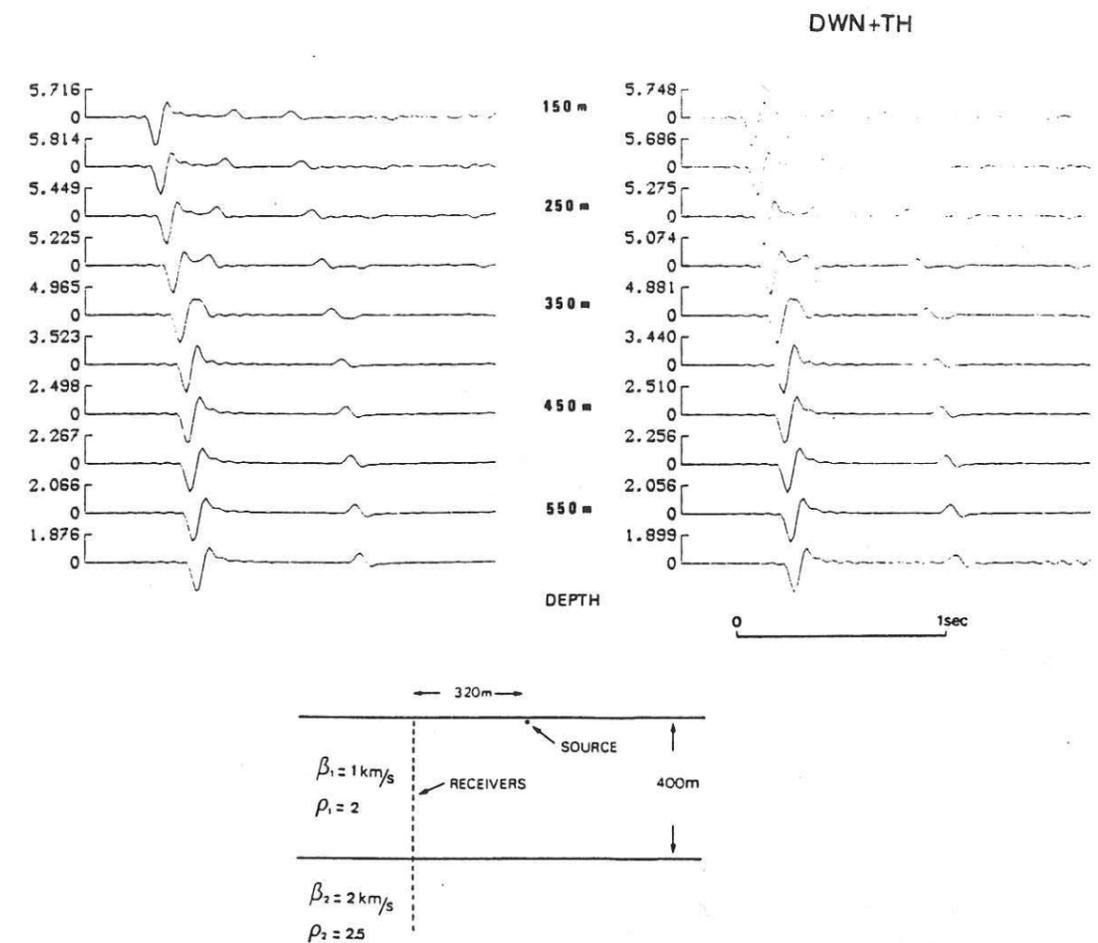


Figure 3. Source-receiver geometry used and comparison between our results (left part) and synthetic seismograms obtained by the discrete wavenumber method using Thomson-Haskell propagators (DWN + TH). Each seismogram is normalized independently. Numbers on the left of each trace indicate the maximum amplitude. The source depth is 10 m.

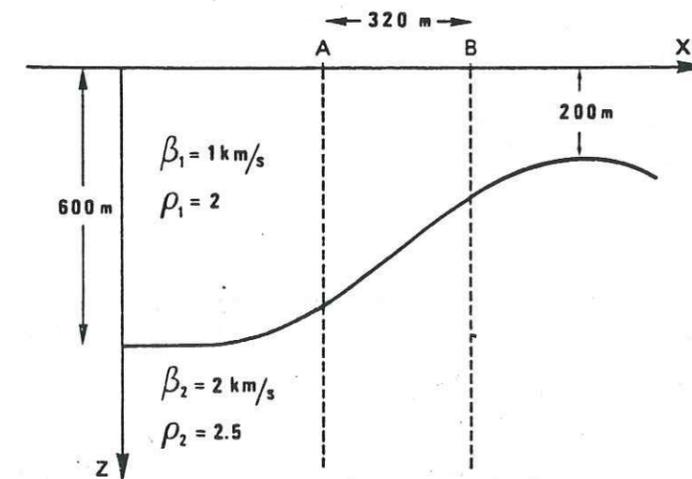


Figure 4. Source-receiver positions and geometry of the medium used to investigate the effect of a dipping interface on a vertical seismic profile (see text).

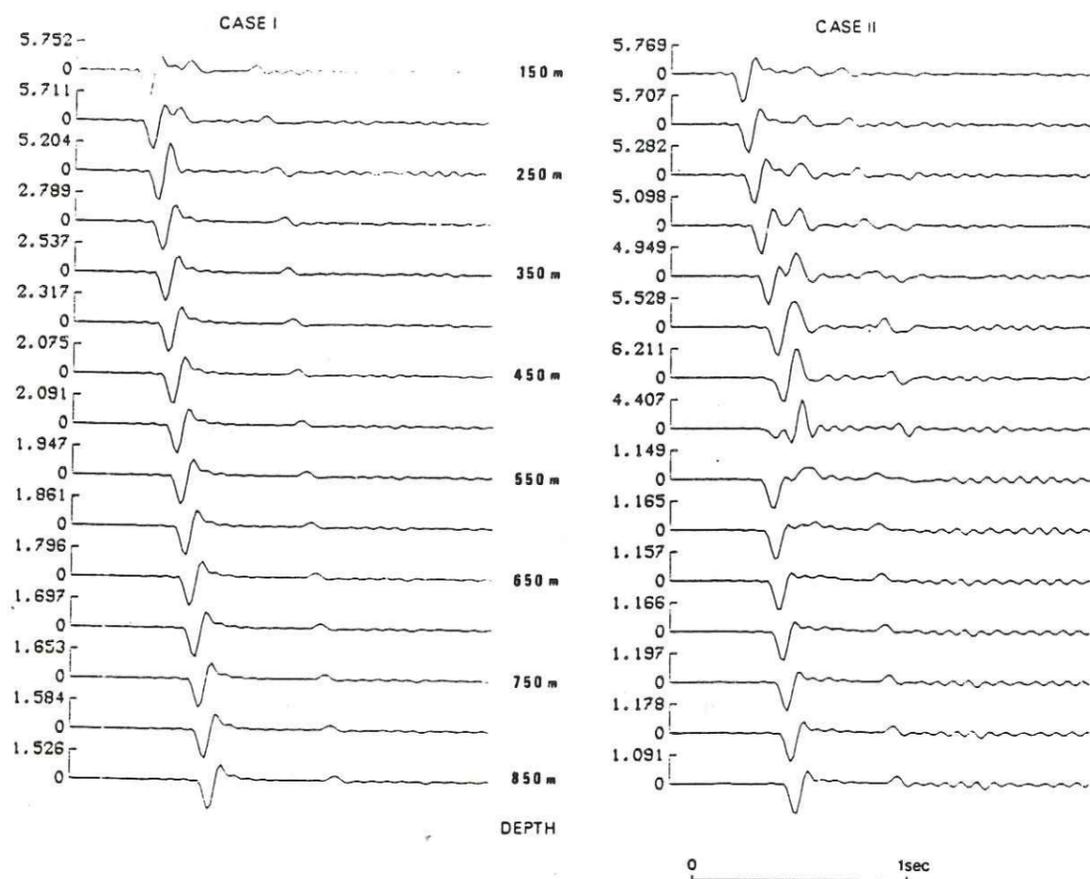


Figure 5. Synthetic seismograms produced in the two cases described in the text. Each seismogram is normalized to its maximum amplitude given at the left of each trace.

Case II: the  $x$ -coordinates of the source and the receiver-line are interchanged.

The seismograms are displayed in Fig. 5. The parameters of the calculation are identical to the ones used in the last section. In case I, we observe reflected and refracted waves. As the incidence angle is small the pulse shape of the transmitted wave in medium 2 is similar to the one of the direct wave. In the method, the transmitted wavefield is represented by the radiation of the sources distributed along the curved interface. The validity of the approach is pointed out by the quality of the pulse shape of the transmitted wave.

The profile obtained in case II shows the large distortion of the refracted and reflected pulses which occurs when the direction of propagation of the wave is close to the dip of the interface. For a receiver location far below the interface the incidence angle decreases and the source radiated pulse shape reappears. In these two cases up-going and down-going multi-reflected waves are present.

We consider now a simple model of graben (Fig. 6). In this case the horizontal distance between source and receivers is now 160 m and the value of  $t_0$  (which defines the source function) is now 0.08 s. The other parameters remain identical to the ones used in the previous calculations. The interface presents a very rough shape with angular points. We can identify numerous arrivals on the synthetics but we will focus our attention on the waves reflected on the different parts of the interface. The wave reflected at the bottom of the graben is denoted by 'b', the reflection on the left side by 'l' and the one on the right side by 'r'. The last two reflected waves have large apparent velocities. In this case, the lateral

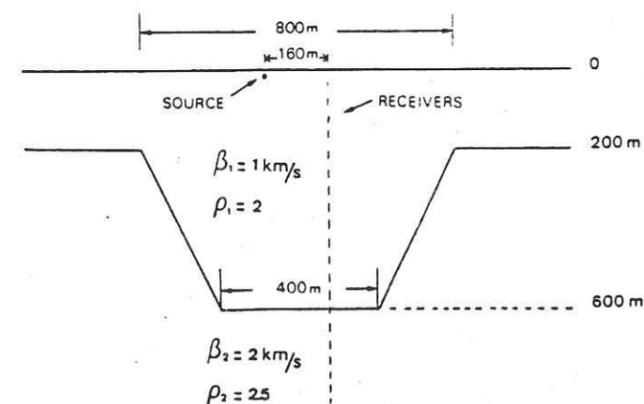
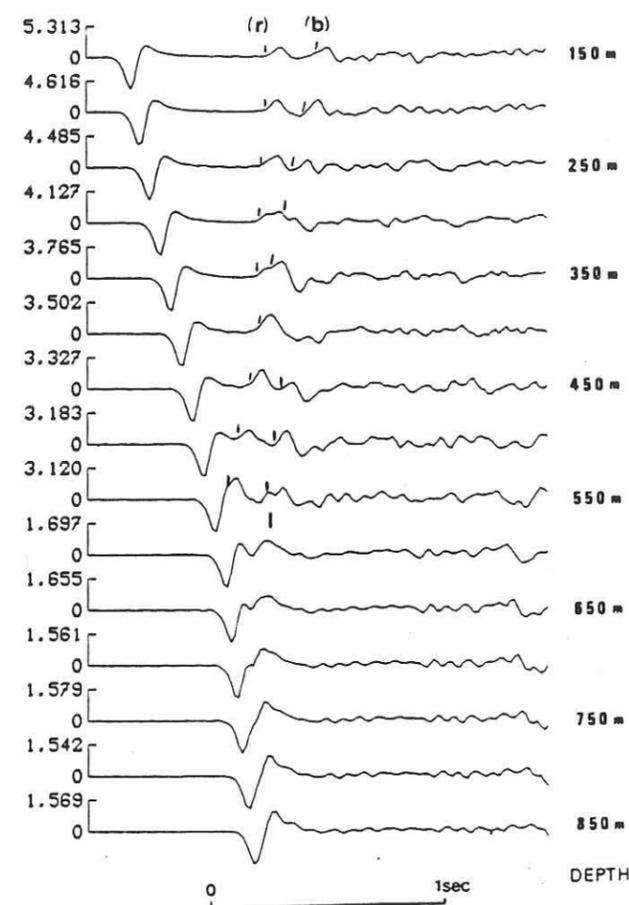


Figure 6. Geometry of the simple model of graben used and synthetic vertical seismic profile.

propagation plays an important role on the vertical seismic profile obtained. Multiple reflections at the sides of the graben and at the free surface are responsible for later arrivals. In the lower medium, the pulse shape presents an important distortion due to interference between the pulse transmitted through the bottom of the graben and a pulse refracted along its right flank.

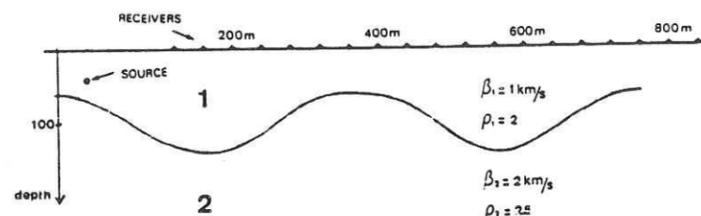


Figure 7. Geometry of a surface layer of periodically varying thickness. The location of the source and of the receivers is indicated.

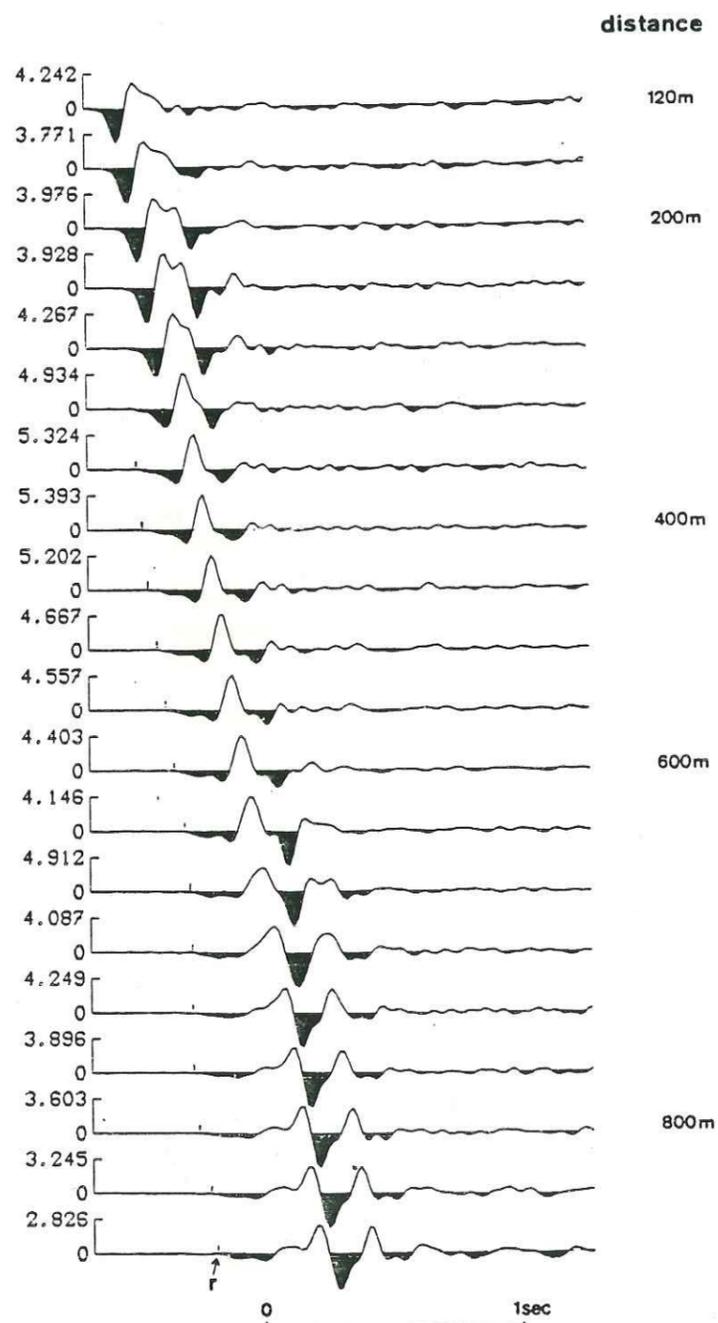


Figure 8. Synthetic refraction profile obtained for distances from the source between 120 and 880 m. The medium considered is represented in Fig. 7.

### Simulation of a refraction profile

As another example of application we consider the case of a surface refraction profile. The configuration is chosen to investigate the effect of a weathered zone of varying thickness. The interface is centred on a depth of 100 m and its shape is a sine function with period of 400 m and amplitude of 40 m (Fig. 7). The source is 40 m below the surface and the receivers span the horizontal distance range between 120 and 880 m. The synthetics are depicted in Fig. 8. The other calculations parameters remain unchanged. They show complex and varying wave-shapes due to the interaction of direct, reflected and refracted waves. The refracted first arrival displays a very weak amplitude. Its apparent velocity changes with the position of the receiver and reflects the variations of the basement depth. The progressive decrease of the thickness of the weathered layer produces a strong amplification effect at a distance of around 400 m.

### Conclusion

We have presented a new method to compute the complete *SH* wavefield produced in a two-dimensional half-space with an irregular interface. This method may be considered as a propagation technique associated with the discrete wavenumber representation of the seismic source radiation. The comparison of our results with calculations done using the flat-layer discrete wavenumber method shows, in the case of a plane interface, the validity of our technique. We have presented examples of synthetic seismograms computed for simple configurations in presence of an irregular interface. The formulation of this method does not rely on the shape of the diffracting interface or on the frequency range considered.

### Acknowledgments

Most of the calculations presented in this paper were performed at the 'Centre de Calcul Vectoriel pour la Recherche'. This work was supported by CNRS through contract 'ATP Géophysique Appliquée'.

### References

- Aki, K. & Larner, K. L., 1970. Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane *SH* waves, *J. geophys. Res.*, 75, 933-954.
- Boore, D. M., 1972. Finite difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials, in *Methods in Computational Physics*, Vol. 11, ed. Bolt, B. A., Academic Press, New York.
- Bouchon, M., 1981. A simple method to calculate Green's functions for elastic layered media, *Bull. seism. Soc. Am.*, 71, 959-971.
- Bouchon, M., 1985. A simple, complete numerical solution to the problem of diffraction of *SH* waves by an irregular surface, *J. acoust. Soc. Am.*, 77, 1-5.
- Bouchon, M. & Aki, K., 1977. Discrete wavenumber representation of seismic source wave fields, *Bull. seism. Soc. Am.*, 67, 259-277.
- Červený, V., 1983. Synthetic body wave seismograms for laterally varying layered structures by the Gaussian beam method, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 73, 389-426.
- Červený, V., Molotkov, I. A. & Pšenčík, I., 1977. *Ray Method in Seismology*. Universita Karlova, Praha, Czechoslovakie.
- Červený, V. & Pšenčík, I., 1984. Gaussian beams in elastic 2-D laterally varying layered structures, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 78, 65-91.
- Dravinski, M., 1983. Scattering of plane harmonic *SH*-waves by dipping layers of arbitrary shapes, *Bull. seism. Soc. Am.*, 73, 1303-1319.

- Haines, A. J., 1983. A phase-front method - 1. Narrow frequency band *SH*-waves. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 72, 783-808.
- Hong, T. L. & Helmberger, D. V., 1978. Glorified optics and wave propagation in non-planar structure, *Bull. seism. Soc. Am.*, 68, 2013-2032.
- Kelly, K. R., Ward, R. W., Treitel, S. & Alford, R. M., 1976. Synthetic seismograms. a finite difference approach, *Geophysics*, 41, 2-27.
- Lamb, H., 1904. On the propagation of tremors at the surface of an elastic solid, *Phil. Trans. R. Soc.*, 1, 203, 1-42.
- MacMechan, G. A. & Mooney, W. D., 1980. Asymptotic ray theory and synthetic seismograms for laterally-varying structures: theory and application to the Imperial Valley, California, *Bull. seism. Soc. Am.*, 70, 2021-2035.
- Novak, R. & Aki, K., 1985. The 2-D Gaussian beam synthetic method: testing and applications, *J. geophys. Res.*, in press.
- Sanchez-Sesma, F. J., 1983. Diffraction of elastic waves by three-dimensional surface irregularities, *Bull. seism. Soc. Am.*, 73, 1621-1636.
- Sanchez-Sesma, F. J. & Esquivel, I. A., 1979. Ground motion on alluvial valleys under incident plane *SH* waves, *Bull. seism. Soc. Am.*, 69, 1107-1120.
- Smith, W. D., 1974. The application of finite element analysis to body wave propagation problem, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 42, 747-768.
- Virieux, J., 1985. *SH* wave propagation in heterogeneous media: velocity-stress finite difference method, *Geophysics*, 49, 1933-1957.

### A 3 SISMOGRAMMES SYNTHETIQUES DANS UN MILIEU STRATIFIE IRREGULIER. APPLICATION A LA GEOPHYSIQUE DE PROSPECTION

#### A. 3. 1 Hétérogénéités latérales dans un milieu stratifié : calcul des fonctions de Green

L'étude géophysique des couches superficielles a souvent pour objet de détecter des hétérogénéités latérales dans un milieu à stratification globalement plane. Nous allons donc étendre l'approche qui a été présentée au chapitre précédent au cas d'une frontière irrégulière entre deux milieux stratifiés. Notre approche permet de prendre en compte tous les phénomènes possibles de réflexion transmission dans les milieux stratifiés par l'utilisation de fonctions de Green de l'espace stratifié calculées de façon exacte par la méthode des nombres d'ondes discrets.

La technique la plus habituelle pour calculer la réponse d'un demi espace stratifié à une onde plane est la méthode de propagation matricielle (dite de Thomson Haskell). Cette méthode est décrite dans tous les cours de sismologie. Elle s'avère bien adaptée pour les problèmes directs où la source est en profondeur et le récepteur en surface ou l'inverse. Par contre lorsque source et récepteur sont en profondeur et proches l'un de l'autre des difficultés numériques peuvent apparaître, c'est précisément le cas lors de calculs des fonctions de Green pour un problème de diffraction. En effet cette méthode repose sur une propagation "physique" des champs depuis la source jusqu'à, d'une part la surface et d'autre part le demi espace sous jacent pour y écrire les conditions aux limites ad hoc (nullité des contraintes et pas de radiation à l'infini). Lorsque sources et récepteurs sont à des profondeurs proches les ondes évanéscents représentent une contribution non-négligeable. Par contre de telles ondes traitées

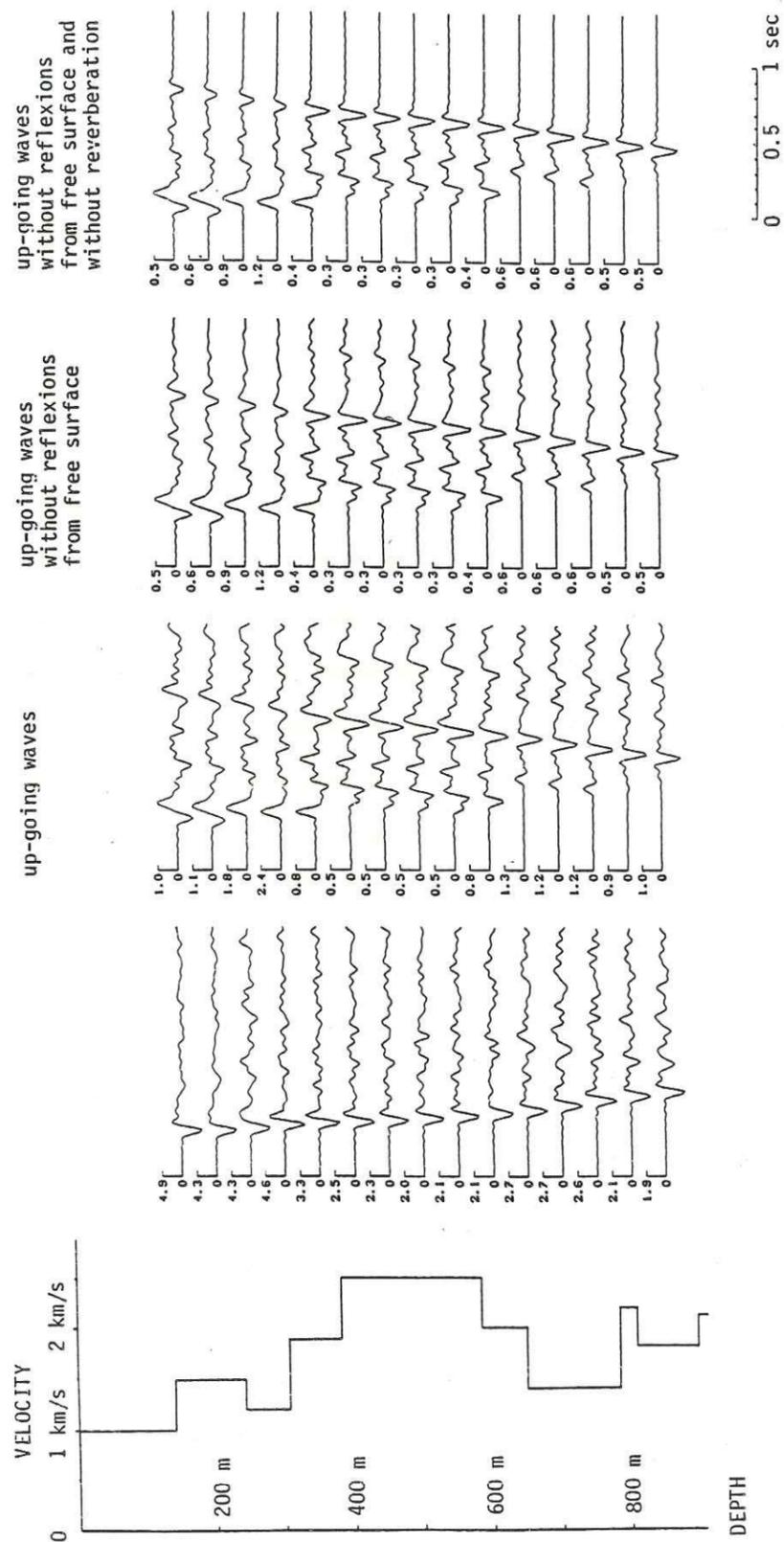


Figure 1 : Solutions complète et partielles obtenues pour un profil sismique vertical par la méthode des matrices de réflexion-transmission

brutalement par la méthode de Thomson Haskell introduisent des erreurs numériques importantes. En effet leurs amplitudes au sommet et la base de la stratification seront très proches de zéro et une fois les conditions aux limites extrêmes appliquées c'est un champ possiblement bruité qu'il faudra rétropropager jusqu'au récepteur. Pour une onde évanescence cette rétropropagation signifie une très large amplification. Ce processus s'avère donc peu adapté au traitement numérique pour notre problème.

Une alternative à la propagation matricielle existe avec la méthode des matrices de réflexion transmission (méthode dite de Kennett). Cette technique permet d'utiliser les coefficients de réflexion et de transmission à chaque interface qui sont bien connus. La méthode est très bien expliquée dans l'ouvrage de Kennett (1983). Essentiellement son avantage sur la méthode de Thomson Haskell et ses dérivées est que la solution exacte s'écrit partout sans jamais faire appel à une exponentielle croissante. En particulier le traitement des ondes évanescences ne pose aucun problème numérique. Cette méthode présente un avantage supplémentaire dans le fait qu'elle permet très facilement d'obtenir des solutions partielles exactes, c'est dire qu'il est possible de choisir d'isoler certaines ondes. Un exemple simple est présenté en Figure A.3.1. Pour un profil sismique vertical ont été calculé, en un seul passage, d'abord les sismogrammes complets (1) ensuite uniquement le champ montant (2) auquel a été soustrait l'effet de réflexion de la surface libre (3) et quatrièmement toutes les réverbérations (réflexions multiples) ont été retirées : il ne reste donc plus que les réflexions primaires montantes.

C'est cette technique que nous allons utiliser pour le calcul des fonctions de Green pour le problème que nous allons aborder maintenant : celui de la présence d'un dôme dans une stratification plane. Cette exemple permettra de tester notre méthode de résolution du problème de diffraction dans un modèle complexe.

A. 3. 2 Profils sismiques d'ondes SH près d'un dôme

MODELLING OF SH-WAVES PROPAGATION IN AN IRREGULARLY LAYERED MEDIUM;  
APPLICATION TO SEISMIC PROFILES NEAR A DOME

Michel Campillo  
Laboratoire de Geophysique Interne et Tectonophysique  
Universite Scientifique et Medicale de Grenoble.  
IRIGM, BP 68.  
38402 Saint Martin d'Herès Cedex, FRANCE.

GEOPHYSICAL PROSPECTING 1986

ABSTRACT:

We present a technique which allows the computation of synthetic SH-seismograms in a laterally varying medium with plane and curved interfaces in the two dimensional case. This approach relies on the discrete representation of the seismic wavefield. The diffracting interface is represented by an array of body forces located along the interface at equal spacing. The numerical treatment is limited to the irregular boundary while the propagation in flat layered zones is obtained by reflection-transmission matrix method. As an example of application we have studied the case of a dome in a stratified medium. The solutions obtained verify the reciprocity theorem with a good accuracy. The computation of vertical profiles and of surface reflection profiles illustrates the effects of diffraction and the importance of lateral propagation in such a structure.

## INTRODUCTION:

A stack of flat layers is in numerous cases a sufficient model of structure of the earth's crust. In such models the discrete wavenumber representation of the seismic field ( Bouchon and Aki, 1977 ; Bouchon, 1981 ) is a powerful tool to compute complete seismograms. This method had allowed the calculation of realistic vertical seismic profiles, including all multiples and conversions ( Dietrich and Bouchon, 1985a ). The models considered may include attenuating media ( Dietrich and Bouchon, 1985b ) or porous layers ( Schmitt et al., 1985 ).

Nevertheless the effects of lateral heterogeneities have been recognized in actual seismic data both for large scale seismology experiments and for near surface exploration records. Recently different works have improved the calculation of synthetic seismograms in laterally varying media. Among others Haynes ( 1984 a-b-c ); Mikhailenko ( 1984 ); Cerveny and Klimes ( 1984 ); Cormier and Spudich ( 1984 ); McMechan ( 1985 ) or Virieux ( 1985 ) have presented realistic computations in complex media. The aim of the present work is to show the capability to build synthetic SH-seismograms in a two dimensional laterally varying medium by the discrete wavenumber method. Completeness of the solution and the possibility of a realistic representation of the medium will be preserved in the extension of the method given here. The basic principles of the treatment of the irregularities have been previously presented for the simplest cases: Bouchon ( 1985 ) has computed the response of irregular topographies to

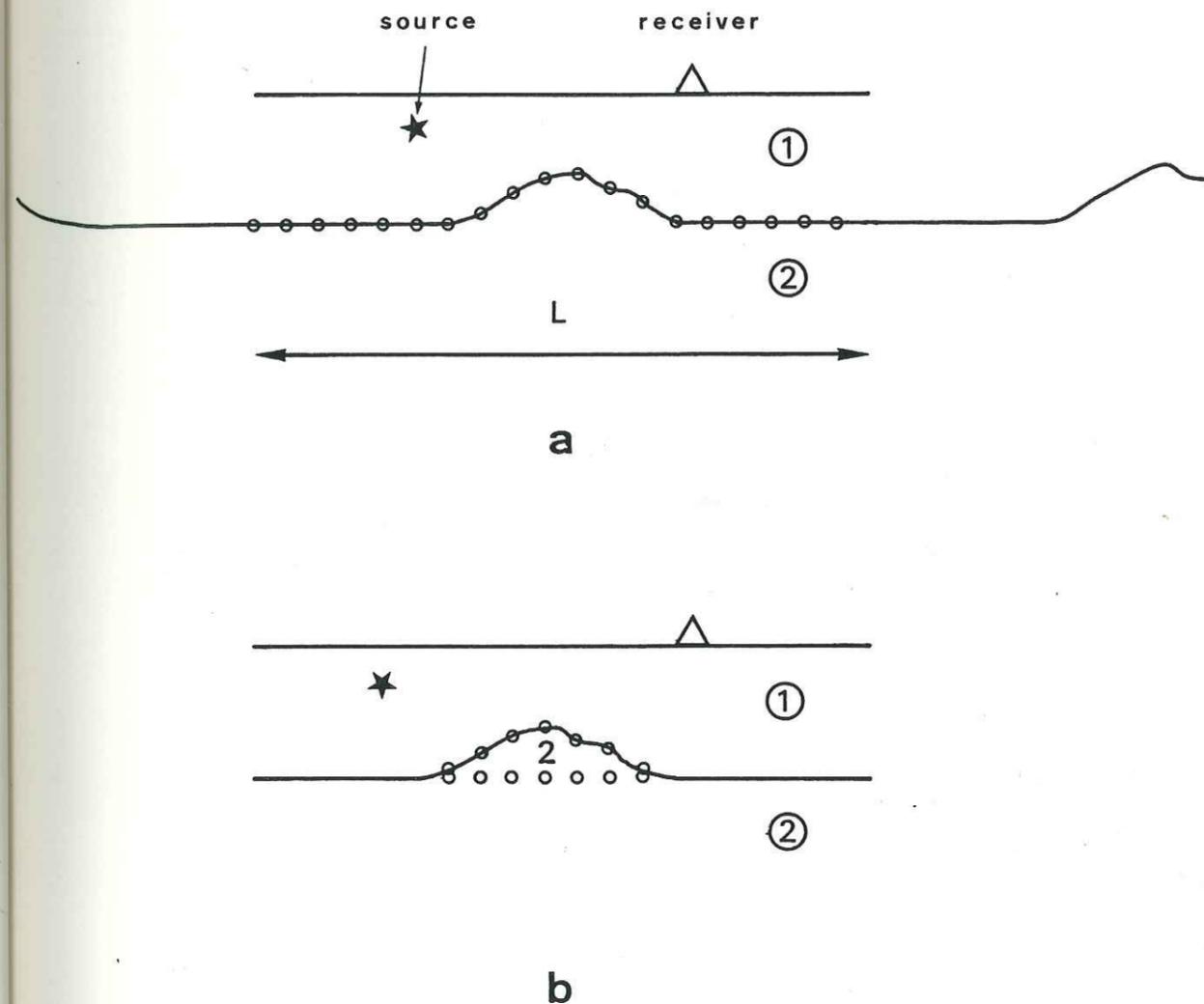


Figure 1: Geometry of the problem. The medium is assumed to be periodic. (a): The interface is discretized at regular spacing on the x-axis in its entire length. (b): The irregular zone is treated as a buried diffractor which boundary is discretized at regular spacing.

incident plane SH-waves while Campillo and Bouchon ( 1985 ) have calculated synthetic seismograms in a half space made up of two media separated by an irregular interface. This paper present an improvement of the method which allows the consideration of more complex structures in a more efficient way.

#### METHOD OF COMPUTATION:

The basic principles of the method have been presented by Campillo and Bouchon ( 1985 ). They consist in using a discretized form of boundary integral equations. In the case of a buried irregular interface the fields "reflected" and "refracted" by the interface are represented by the radiation of arrays of forces distributed along the border at equal spacing ( Figure 1a ). These distributions are chosen such that the boundary conditions are satisfied. In order to obtain the strength of each force, we have to solve a linear system of equations given by the boundary conditions and the Green's functions of the problem. A well-known problem arises with the singularity of the stress field at the point of application of a force. Because of this difficulty approximate solutions have been proposed as the one presented by Kupradze ( 1963 ) and applied by Sanchez-Sesma and Esquivel ( 1979 ) to a seismological problem. In our approach we rely on the discrete wavenumber representation ( Bouchon and Aki, 1977 ) to compute the radiation of each source in the frequency domain. The use of truncated Fourier series in place of the actual Green's function allows to

eliminate the problem of the stress singularity . The order of truncation of the series depends on the spacial resolution desired ( Campillo and Bouchon, 1985 ) which is given in practice by the frequency range considered.

The discrete wavenumber method ( used here ) consists in to consider a spacial periodicity of sources and medium. We denote by  $L$  the spacial period. In the first formulation of our technique the interface was entirely treated as a diffractor in spite of the limited size of the zone of interest. Then we applied a numerical resolution along the boundary on a large length (  $L$  ) where the interface may be considered as flat in its most important part. This suggest an alternate definition of the diffracting boundary ( Figure 1b ) in which the model is represented by a flat layered medium with a buried diffracting body. With this change we greatly reduce the dimension of the numerical problem but we now need to use the Green's functions of the layered half space. Two techniques of propagation in a stack of flat layers may be envisaged to compute the Green's function in the discrete wavenumber context: the matrix propagator method ( Harkrider, 1964 ) and the reflection-transmission matrix method ( Kennett, 1983 ). The reflection-transmission matrix method is more suitable numerically, particularly in the case of evanescent waves.

In order to test the equivalence of the two model representations ( Figure 1a and 1b ) we have computed synthetic seismograms in a medium consisting of a layer of varying thickness overlying a homogeneous half

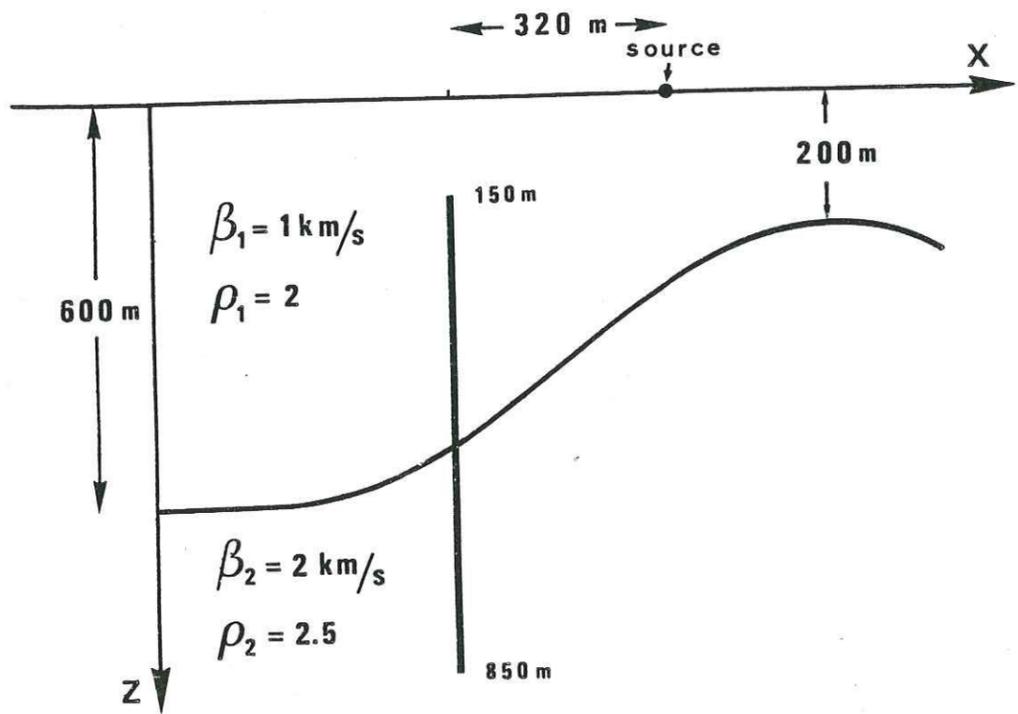


Figure 2: Source-receivers positions and geometry of the medium used to test the equivalence of our two approaches to set up the problem.

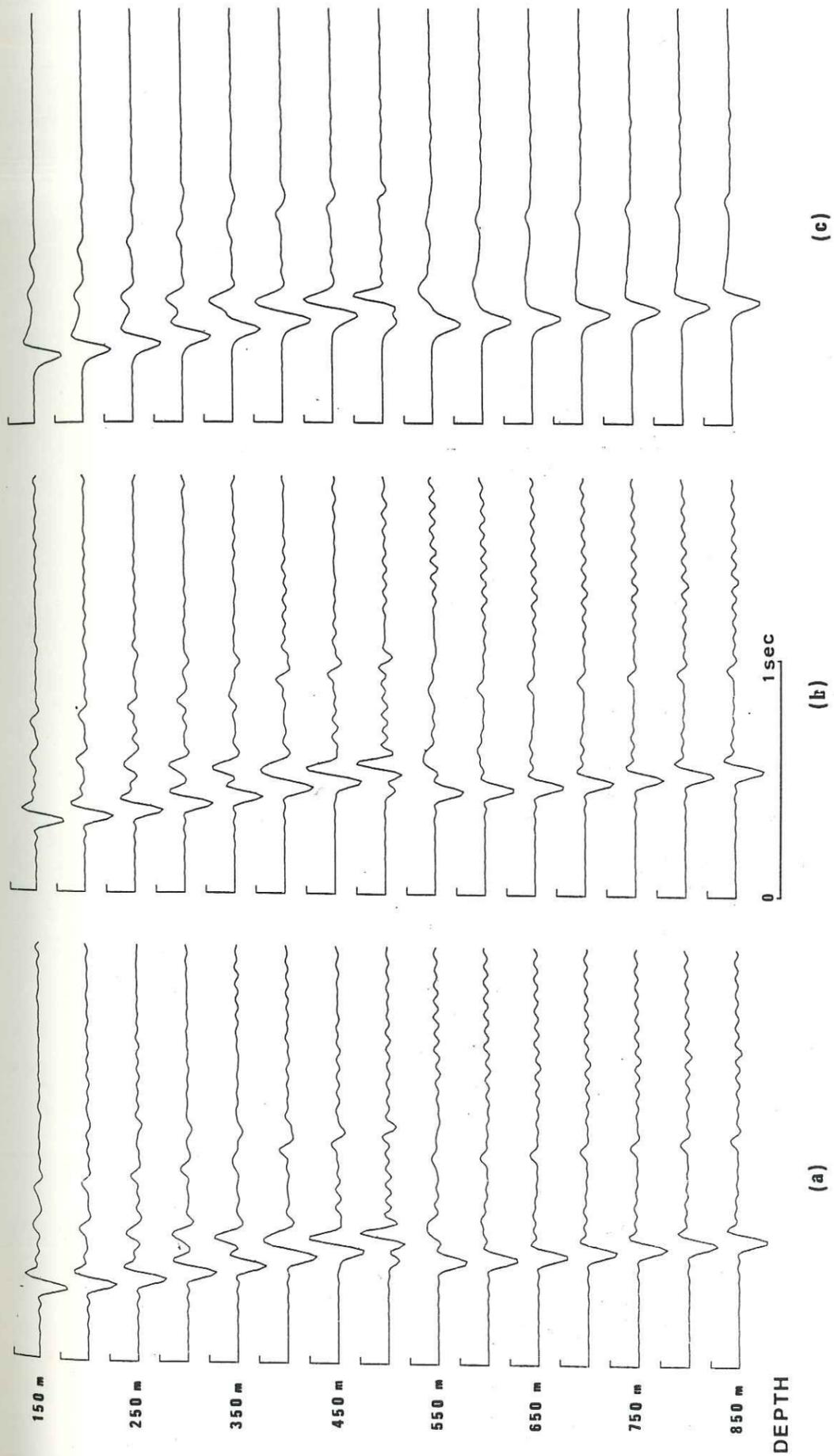


Figure 3: Synthetic seismograms obtained for the configuration presented on Figure 2. (a): Results obtained by considering a complete diffracting interface. (b): Results obtained by representing the irregularity by a buried body in a layered half-space. (c): The previous traces have been low-pass filtering in order to eliminate the noise.

space. The geometry of the model is given in Figure 2 and has been used in a previous study ( Campillo and Bouchon, 1985 ). We compare the results obtained, in the same conditions of calculation, by considering a complete diffracting interface in one case and by representing the irregularity as a buried body of finite length in a stratified half space in the other case. The discretization of the diffracting boundaries is done at a constant interval along the x-axis equal to one-half of the shortest wavelength. The source function is:

$$s(\omega) = \frac{\omega^2 t_0}{\sinh(\omega \pi t_0 / 4)}$$

with  $t_0 = 0.06$  second. This source function will be used in the examples subsequently presented. The calculations are done for frequencies between 0 and 16 Hz and the results are depicted in Figure 3. The seismograms obtained by the two approaches are identical ( Figure 3a and 3b ). Nevertheless one can observe in these two cases the presence of a perturbation in the last part of the seismograms. After a low pass filtering ( Figure 3c ) the noise disappears. The highest frequency in Figure 3c corresponds to a spacial sampling of the boundary at 3 points per wavelength. We will apply this rule for the computation of the following examples. The discretization of the borders will be defined for each value of the frequency.

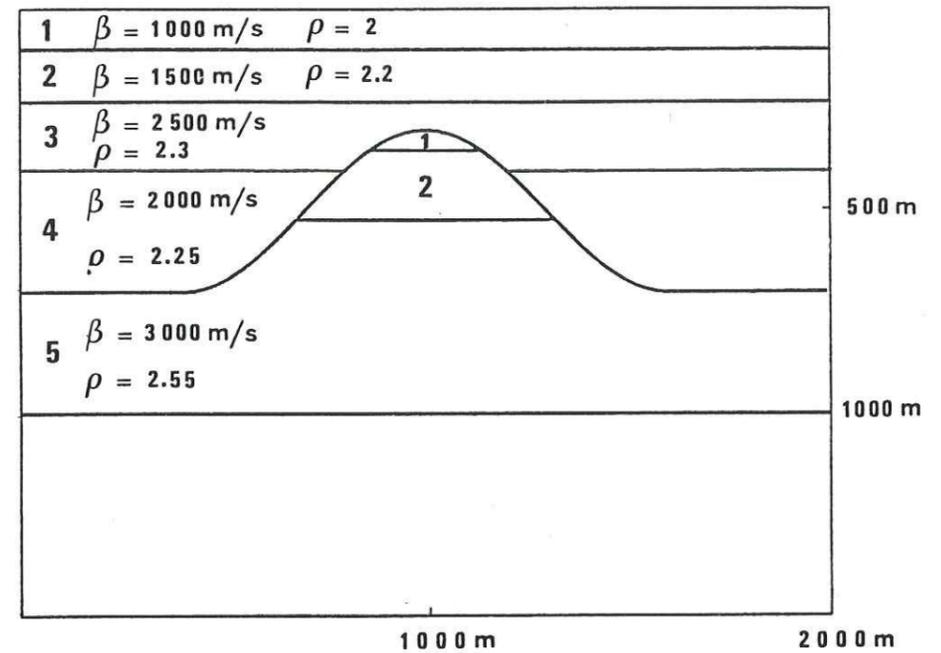


Figure 4: Model of dome used in this study. The velocity and density of each layer are indicated. The substratum consists in an unbounded half-space of velocity of 2000 m/s and density 2.25.

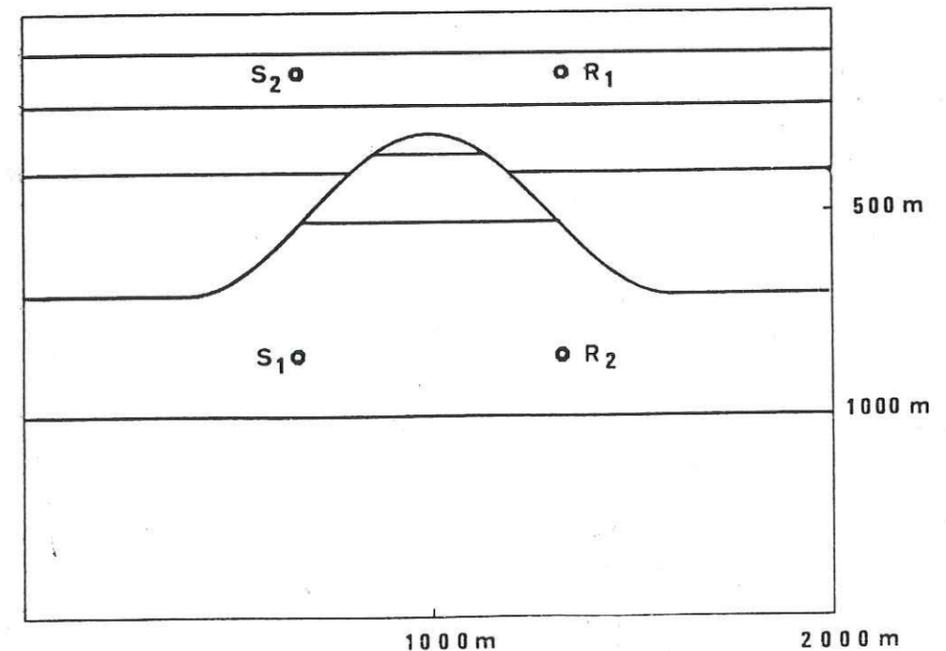


Figure 5: The reciprocal configuration S1-R1 and S2-R2.

## MODEL OF SALT DOME:

We now consider the more complicated model of a salt dome ( Figure 4 ). The dome geometry is defined by an irregular sine-shaped interface. Low velocity material is trapped in the upper part of the dome. The elastic parameters in each layer are given in the Figure. Such a model, although described by relatively few parameters presents a great number of difficulties for an analysis of wave propagation: irregular interfaces, wedges, lenses... The resolution of the boundary conditions equations leads to a solution without any restrictive limitation. As in the previous case the numerical resolution is limited to the boundary of the irregular region while the boundary conditions along the flat interfaces are satisfied a priori by the use of the Green's functions of the inner and outer stratified media. In order to test whether the numerical efficiency of the method is affected by factors such as an eventual loss of precision in the computation of the Green's functions of the layered media or the discrete representation of the boundaries, we need a quantitative estimate of the quality of the synthetic seismograms. We use for this a fundamental property of the elastic wavefield: the reciprocity theorem.

## RECIPROCITY:

We have tried to perform the comparison between reciprocal configuration in conditions where a maximum of causes of possible errors exist. Such conditions are present for the configuration displayed in

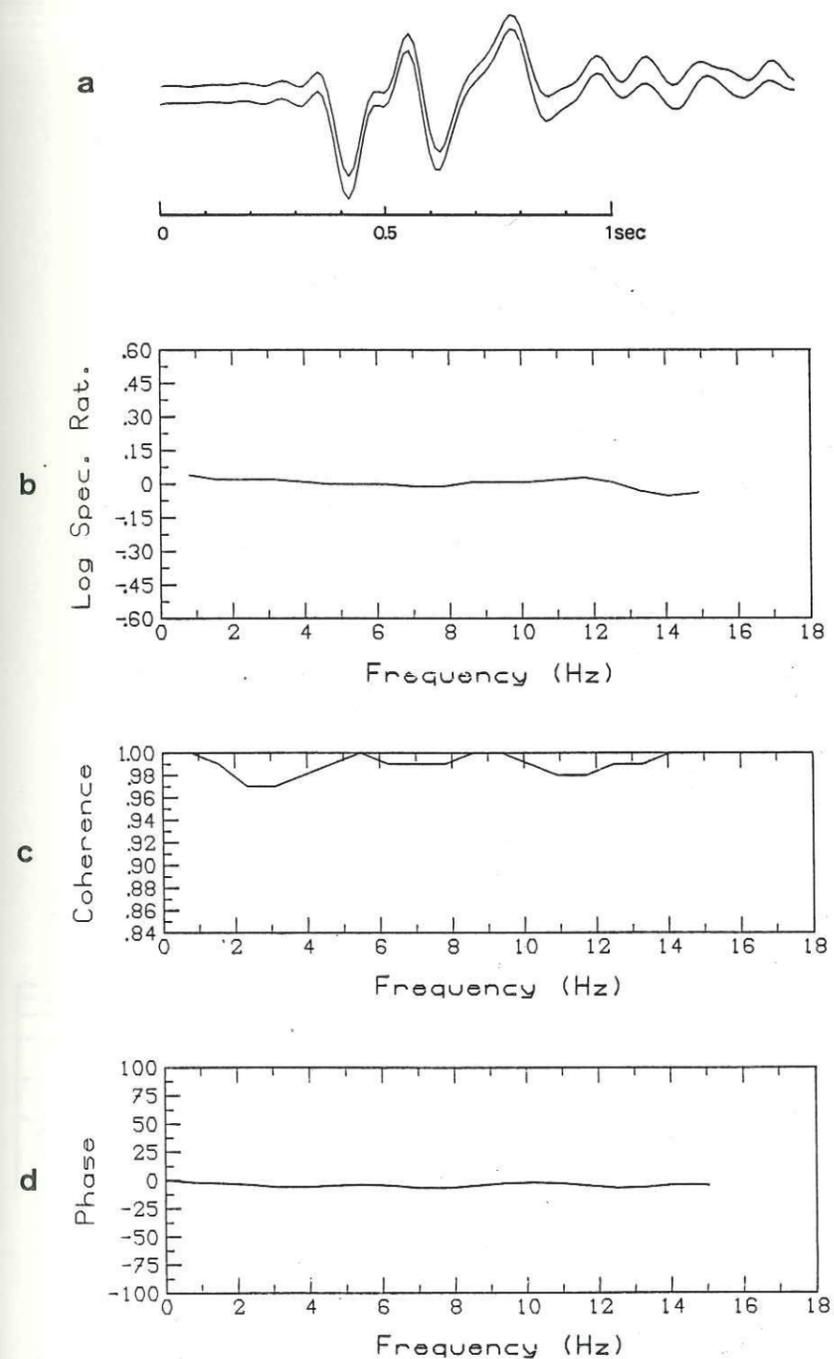


Figure 6: (a): Reciprocal seismograms corresponding to couples S1-R1 and S2-R2. Spectral ratio (b) and coherence (c) between the two traces. (d) presents the phase of the cross-spectrum of the two signals.

Figure 5. As the salt dome has a symmetrical shape, we expect that the displacement produced at R1 by a force acting at S1 is equal to the displacement produced at R2 by a force at S2. The irregular boundary is discretized in a nonsymmetrical manner. The systems of boundary conditions to be solved are completely different for the two calculations. We have computed the synthetic seismograms in the frequency range between 0 and 15 Hz, the resulting seismograms are shown in Figure 6. The two traces are very similar except in their later part where some differences are visible. This effect may probably be attributed to the use of a complex frequency in the calculation which requires us to remove the effect of the imaginary part of frequency (time damping) by multiplying the time series by an increasing exponential. This operation will enhance numerical errors at the end of the seismograms. We also present in Figure 6 the spectral ratio, the coherence and the phase of the cross-spectrum for the two seismograms. The differences between the two seismograms seem to spread uniformly in the frequency range of the calculation.

The conclusions of this test are: first the solution we obtain satisfies the reciprocity theorem with a good accuracy, second the final part of the time window of calculation is the one most affected by numerical noise because of the use of a complex frequency for the evaluation of the Green's functions and of the source field.

#### EXAMPLES OF SIMULATION OF VERTICAL SEISMIC PROFILES:

Considering the same medium geometry and the same conditions of

Figure 7: Synthetic vertical seismic profiles produced for different source offsets and source depths. The representation is detailed in the text.

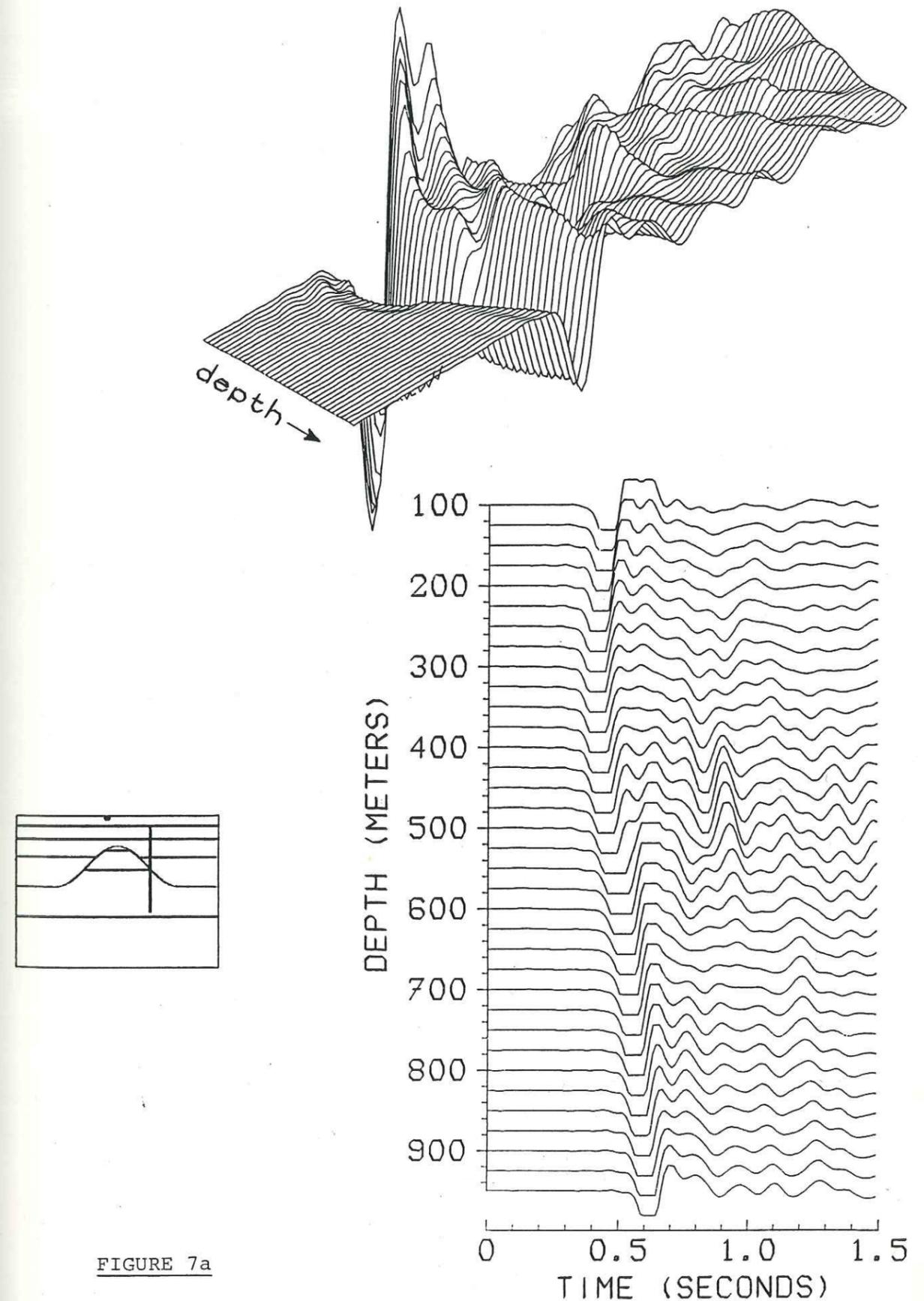


FIGURE 7a

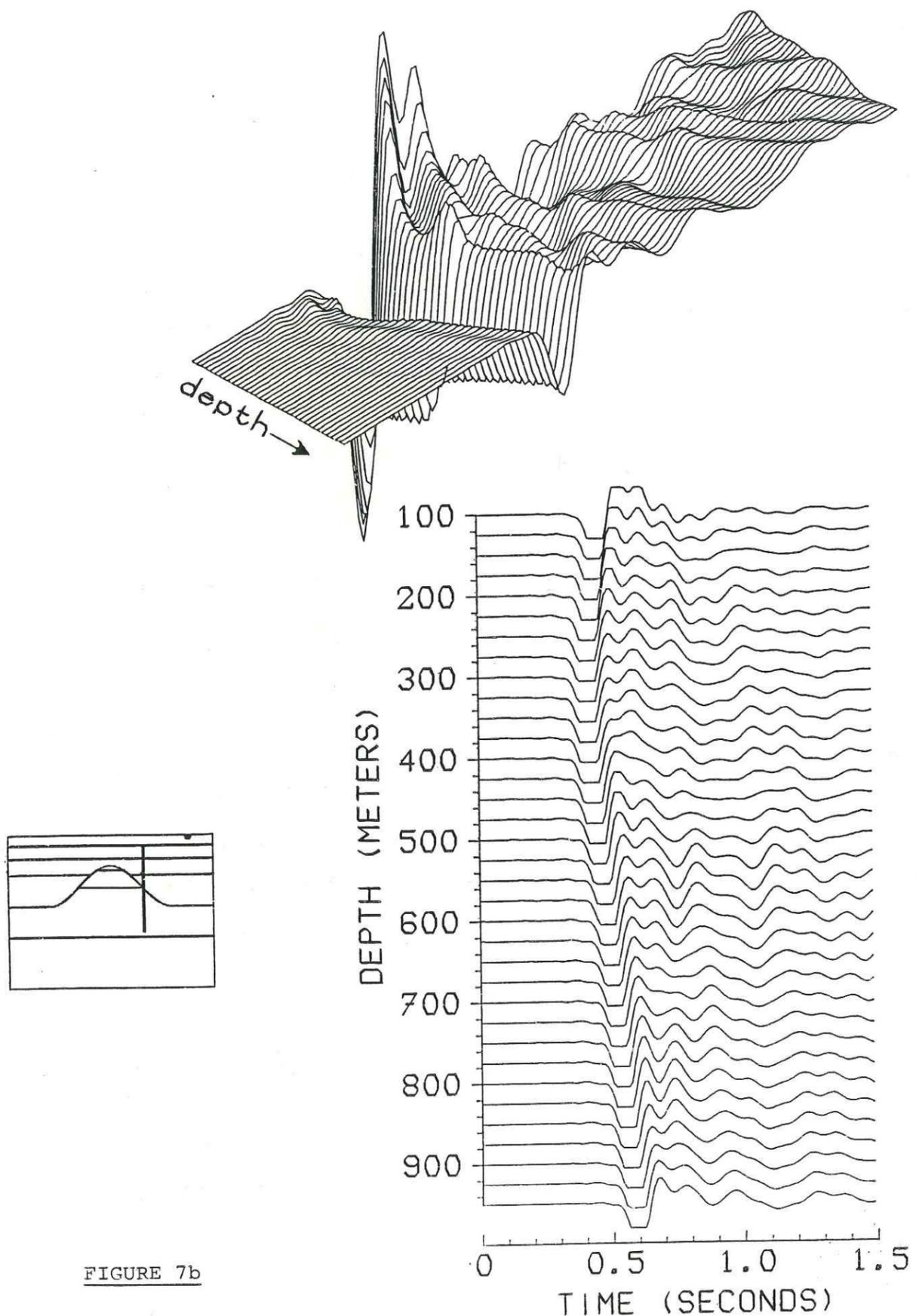


FIGURE 7b

calculation, we present simulation of vertical seismic profiles on the flank of the dome for different source offsets. 35 receivers are located between 100 m and 850 m depth. The vertical is on the right side of the dome at 327 m from its axis of symmetry. Calculations are made for frequencies between 0 and 15 Hz. Figure 7 ( a to e ) presents the results. A 3-D plot of the seismograms is displayed at the top of each figure in order to visualize the amplitudes of the different phases. The same section is presented after amplitude normalization and use of a saturation of the signal ( set to 1/2 ). Associated with these two representations, a sketch gives the source-receivers configuration. In Figure 7a source and receivers are on opposite sides of the dome. The horizontal offset is 430 m and the source depth is 1 m. The general aspect of the seismograms shows the prominent role played by the first arrival and by the down-going waves. The decay of amplitude with depth is very rapid in spite of our two dimensional approach. The amplitude of the first arrival is widely affected by the scattering over the top of the dome. For depths between 425 and 525 m, the 3-D representation reveals that the first arrival is weakened by a shadow zone effect, because the waves incident on the low velocity material of the top of the dome are strongly refracted downward. This diminution of the true maximum amplitude of the seismograms tends to enhance the importance of the later arrivals on the normalized amplitude section. It is particularly clear with the event appearing at 0.9 s between 400 and 550 m depth which is due to an interference between up-going and down-going waves. The reflection on the interface between media 2 and 5 in the dome is clearly visible as an up-going wave which originates at 560 m depth and follows the first arrival. Figure 7b presents the results

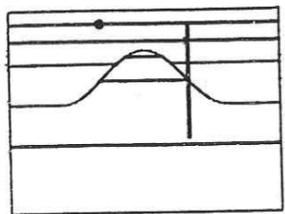
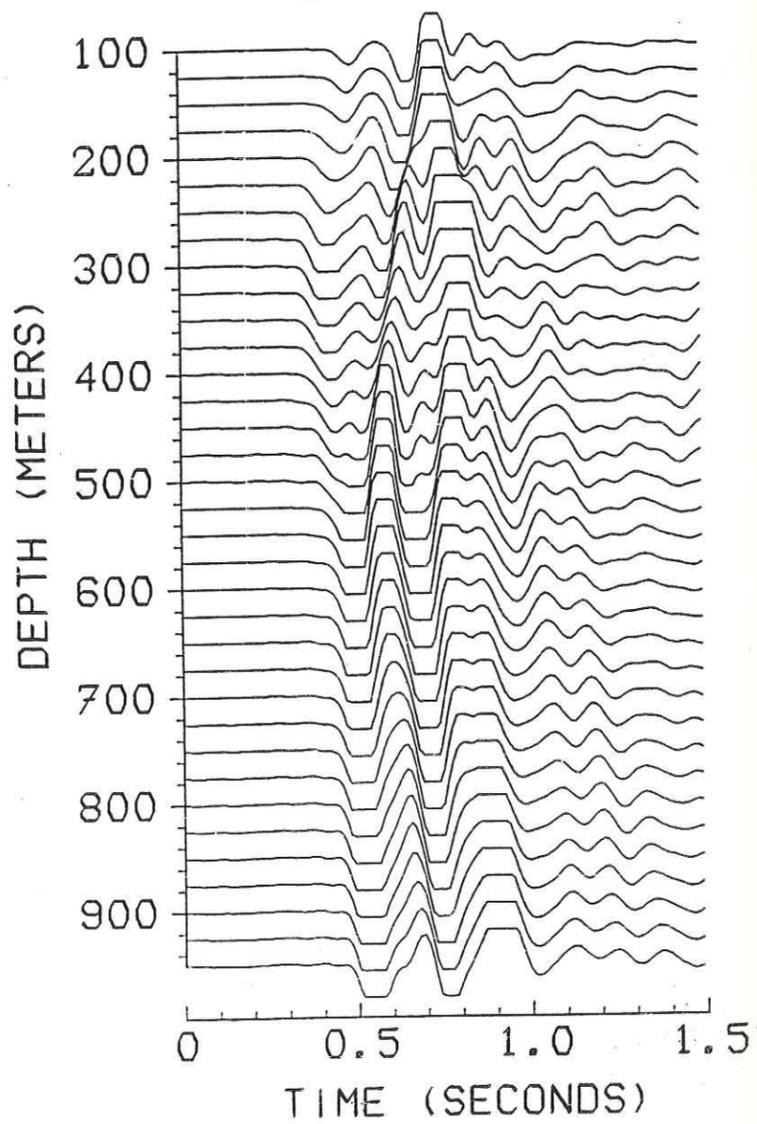
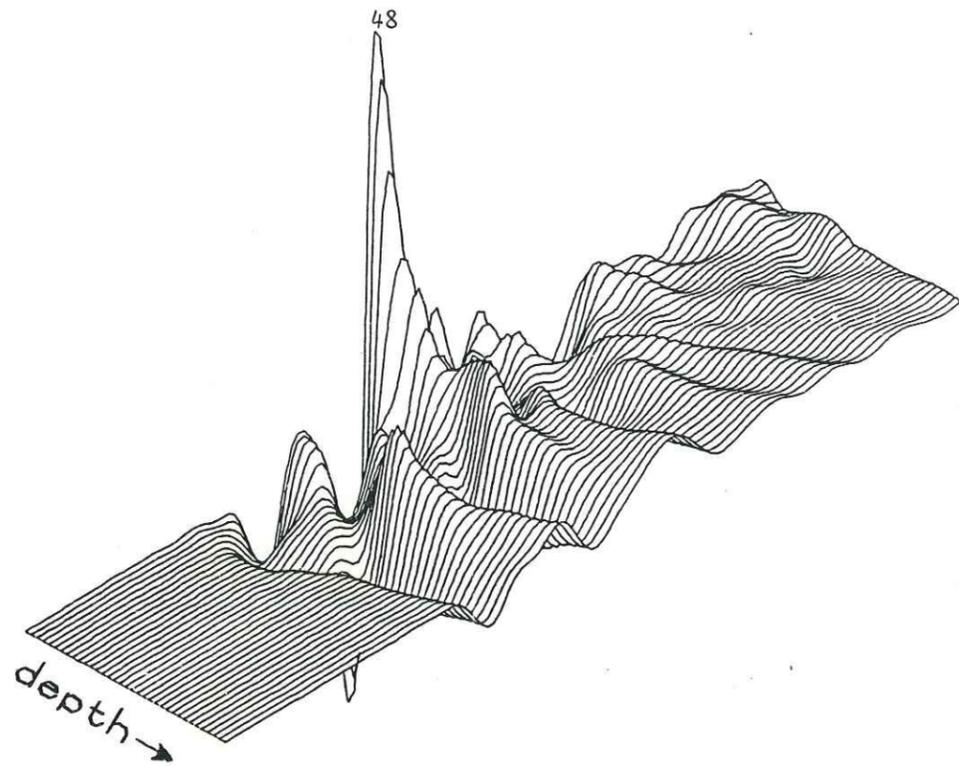


FIGURE 7c

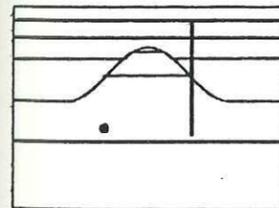
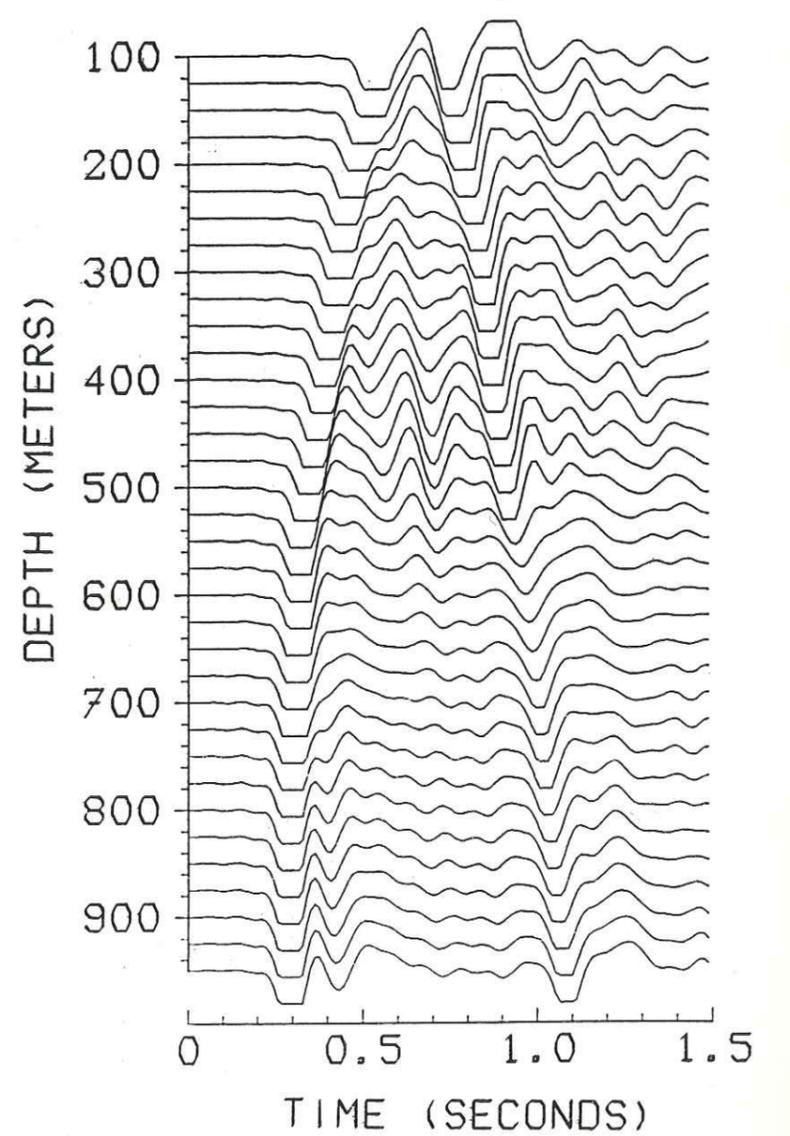
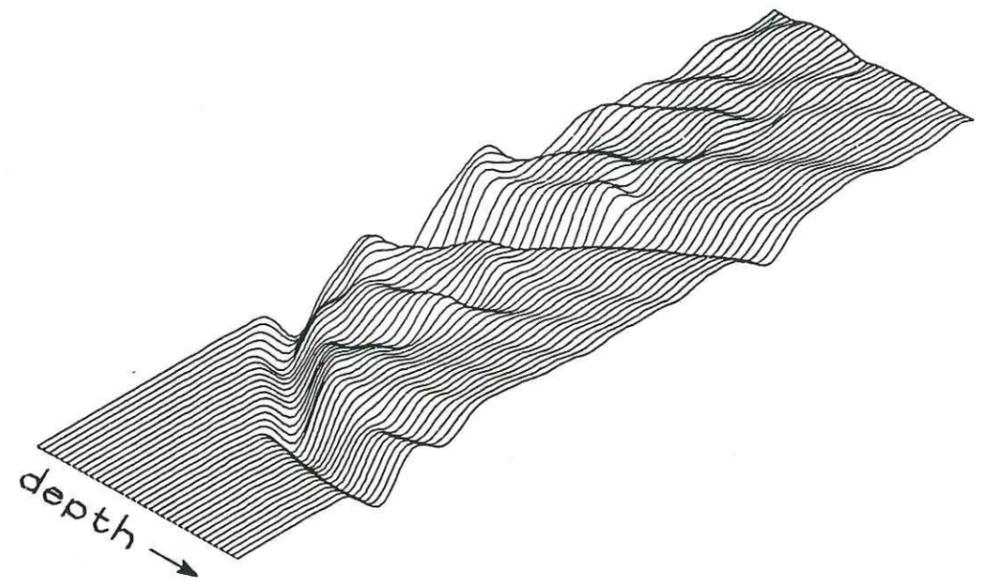


FIGURE 7d

obtained for the same source offset ( 430 m ) but in the opposite direction. Now, the first arrival is no longer affected by a geometrical shadow zone. The internal stratification of the dome is not visible. On the other hand, down going waves in the upper part of the section are stronger in this case because significant energy is reflected by the flank of the dome towards the free surface and comes back to the receiver line. One may remark the advance of the first arrival on Figure 7b with respect to Figure 7a. In this last case the low velocity materials in the salt dome introduce large time delays in the propagation. Figure 7c shows an example of computation for a larger offset. The source is now at 100 m depth and at 654 m of lateral distance from the receiver line. In this configuration the first arrival at the shallowest receivers consists in head waves. Because the source is at depth the wave-shapes are complex. With this large offset the lateral propagation plays a prominent part on the upper half of the section. At later times numerous strong reflected phases interact to create involved patterns. The differences of maximum amplitude of the seismograms between the upper and lower part of the profile is greater than in the cases previously presented. With Figure 7d, we consider the case where the structure is lit from below. The source offset is still 654 m but the source depth is now 850 m. A first remark concerns the amplitude variation of the seismograms with depth. In this case the amplitude are quite similar over the whole depth range. A particular effect of the dome structure occurs on the arrival reflected on the discontinuity at 200 m depth: this down-going wave is reflected at a grazing incidence on the flank of the dome and is associated with a strong amplitude.

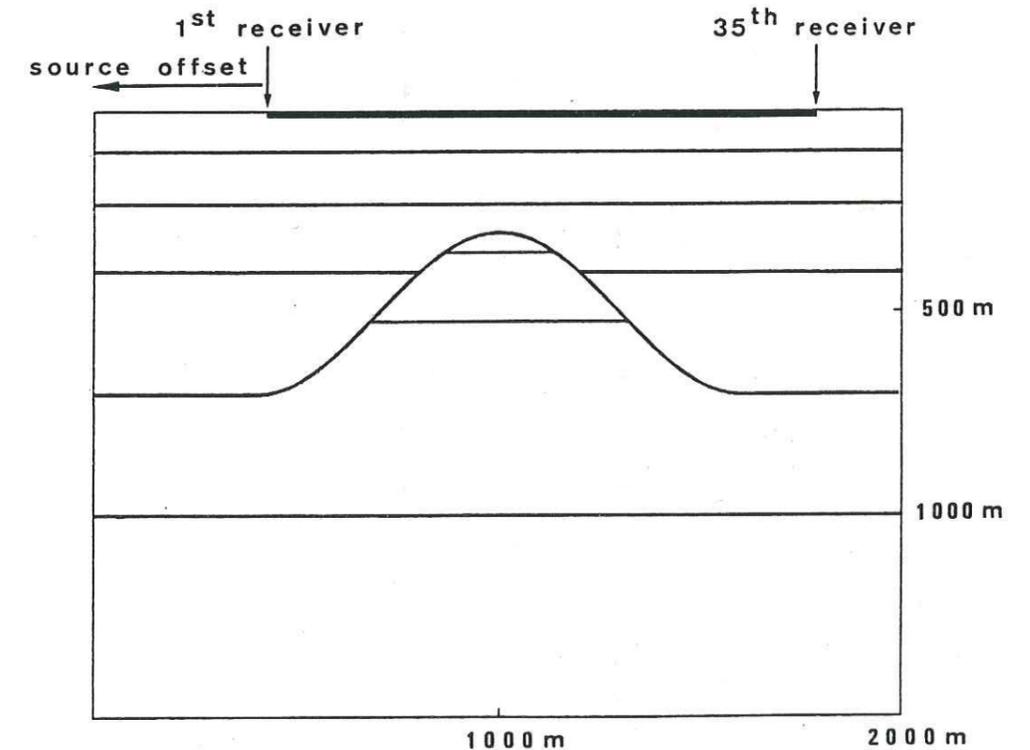


Figure 8: Receivers-medium configuration for the surface seismic profiles.

EXAMPLES OF SIMULATION OF SURFACE SEISMIC PROFILES:

We now compute the seismograms produced by a shallow source at an array of 35 surface receivers located above the dome ( Figure 8 ). The receiver line extends over 1400 m. The conditions of calculation, source function and frequency range considered are similar to those used in the previous examples. We concentrate our attention to the comparison between seismograms obtained with and without the presence of the dome. The latter model is similar to to the model outside the dome ( Figure 4 ) i.e. layer 1-2-3-4-5 and an unbounded substratum. The computations have been done for different source offsets in order to illustrate the effects of the dome on the different types of waves. The results are presented in Figure 9a to 9e. We have chosen to represent, for each offset the synthetic section calculated for both models and a difference section which is the display of the traces obtained by subtracting the seismograms of the flat layers case from those computed for the dome. For the representation of these sections, each trace has been shifted by a time equal to the distance source-receiver divided by a reduction velocity chosen here to be 2000 m/s. The first source offset we consider is 0 m. The source consists in a SH point-force at 10 m depth below the first receiver. The seismograms obtained are presented in Figure 9a. We can shortly interpret the different phases produced by vertical reflections near the source in the flat layers model. The numbers "i" indicated on Figure 9a denote respectively the arrivals from the base of the i-th layer. The polarity of each phase

Figure 9: Synthetic surface seismic profiles produced for different source offsets. The seismograms are presented with and without the presence of the dome and a difference section is also shown.

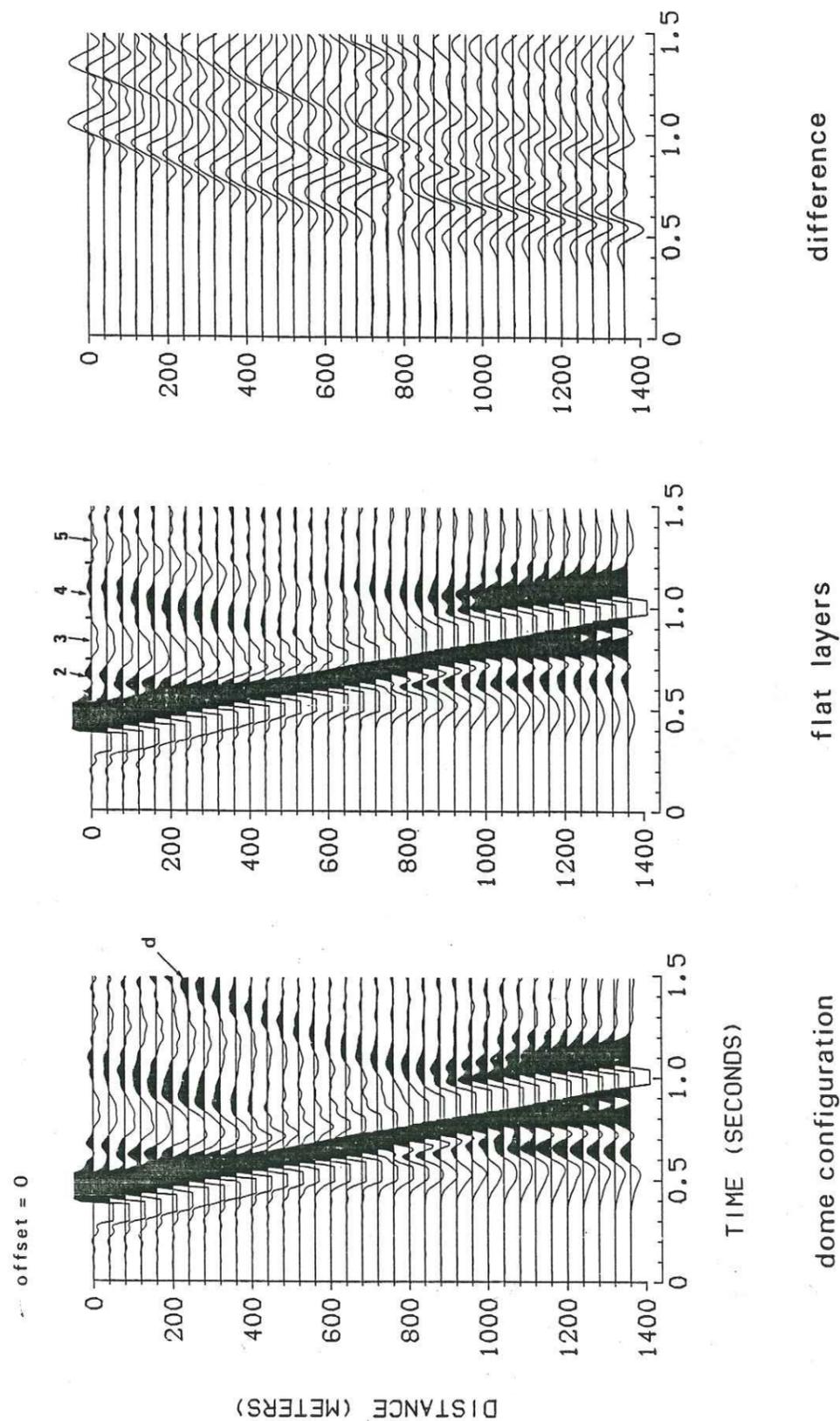


FIGURE 9a

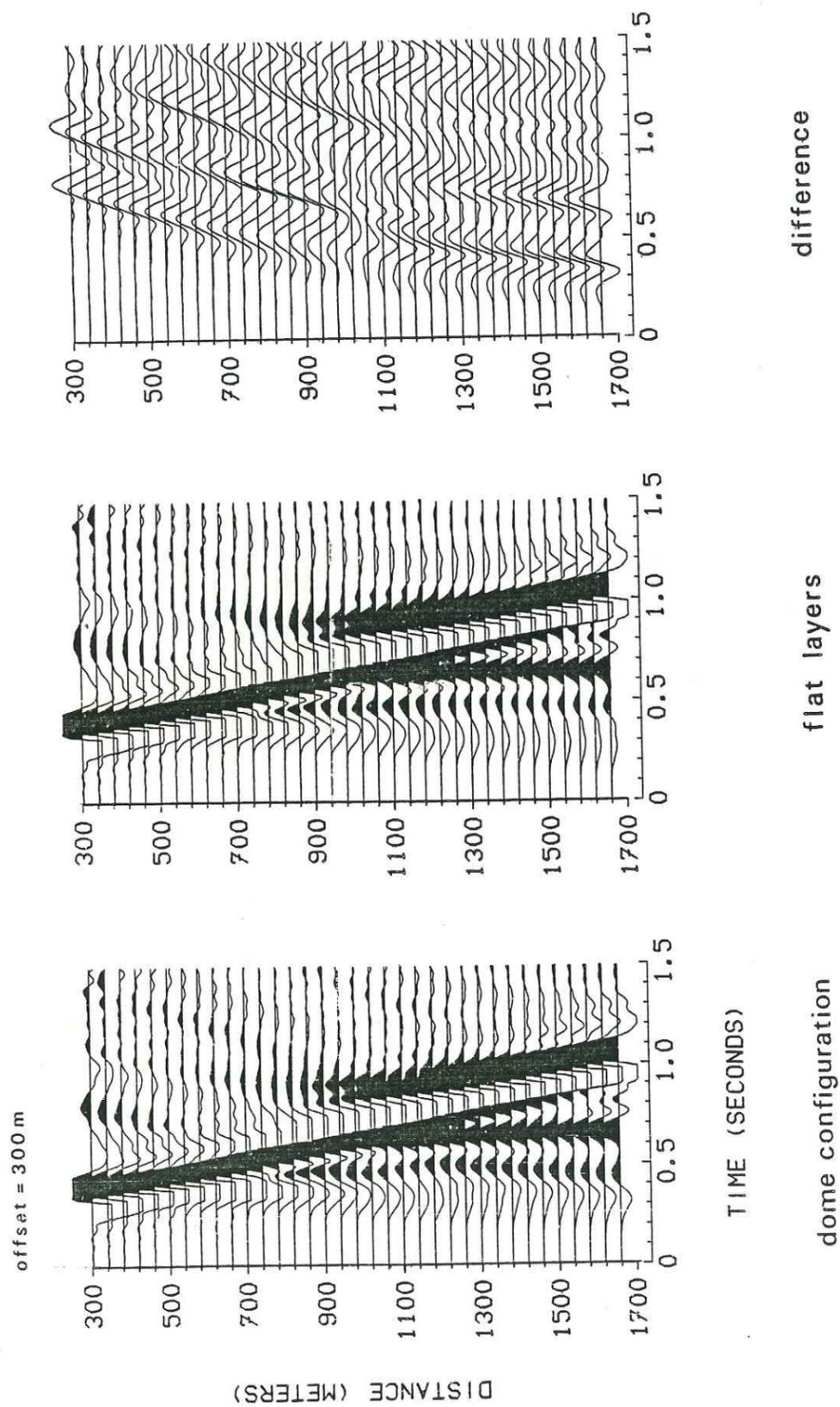
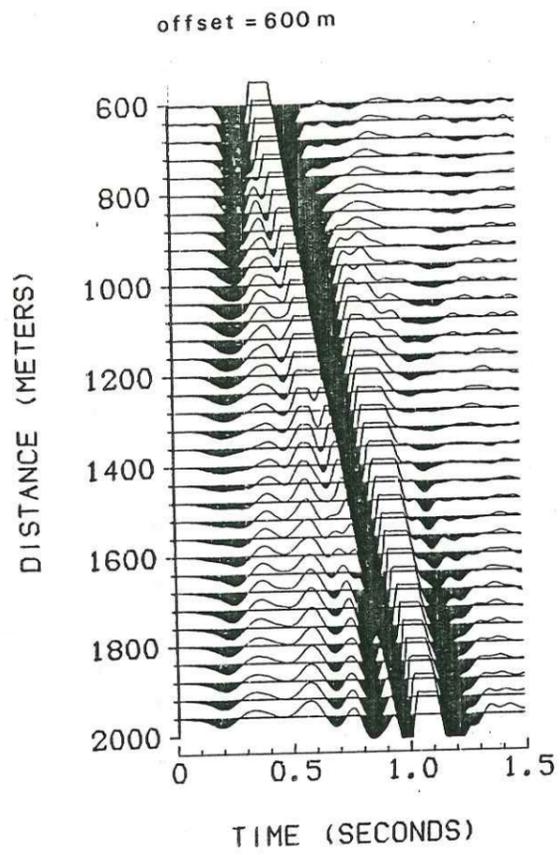
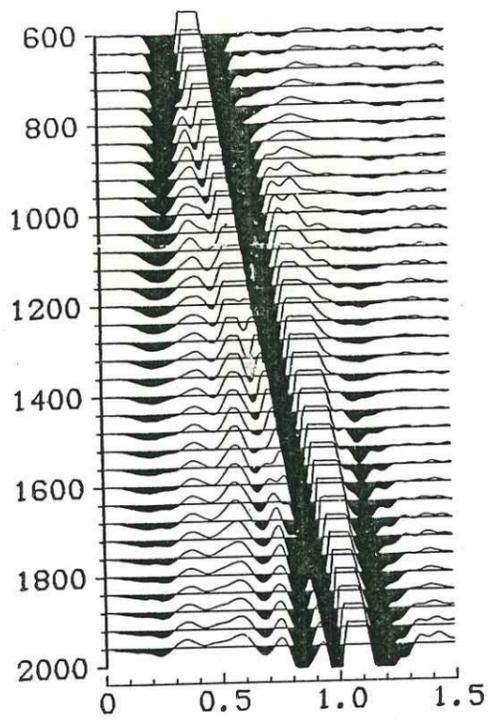


FIGURE 9b

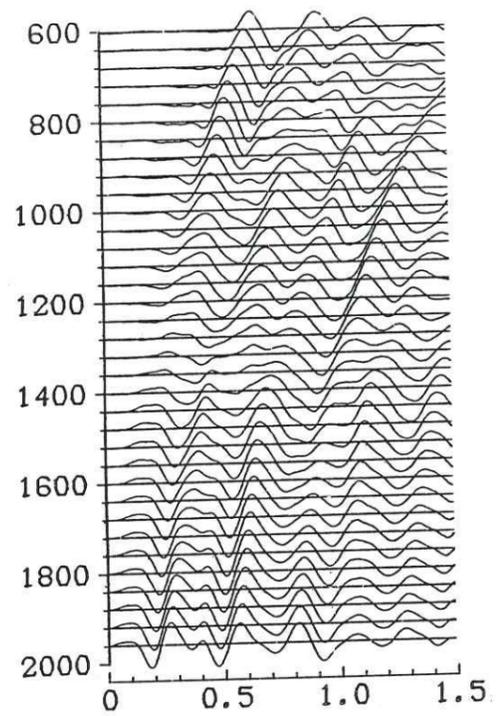
"i" is governed by the sign of the impedance discontinuity between layer  $i$  and layer  $i+1$ . In presence of the dome these patterns are perturbed by the waves diffracted on the irregular boundaries. At receivers above the source the difference seismograms show that the perturbations affect reflection 4 and 5. Non-vertical reflection on the flank of the dome are responsible for this discrepancy. At larger distances the perturbations reaches the reflection 3. We can remark that the difference traces are effectively zero before the arrival time of waves reflected on the irregular structure. The absence of any noise is another indication for the accuracy of our calculations. The most spectacular effect of the dome is the appearance of the phase denoted by  $d$ . This phase is a lateral reflection inside the dome. Because of the low velocities in the upper part of the dome, significant energy can be trapped in. This effect of lateral propagation is responsible for the anomalously low apparent velocity of this phase. In the flat layers case the first arrival at the farthest receivers is a head-wave which propagates horizontally in layer 3. The presence of the dome affects this arrival although the top of the structure does not reach the interface between layers 2 and 3 but lies 70 m below it. Nevertheless, because of the wavelength of the incident wave (greater than 170 m) the head-wave is slightly diffracted by the structure. This is another example of non-geometrical effect. We now consider a source offset of 300 m (Figure 9b). In this case, the effect of the dome on the first arrival is striking. As shown by the difference seismograms the perturbation of the first arrival starts at a distance of about 750 m from the first receiver and corresponds to the head-wave which has encountered the dome. The presence of the dome results in a delay of



dome configuration

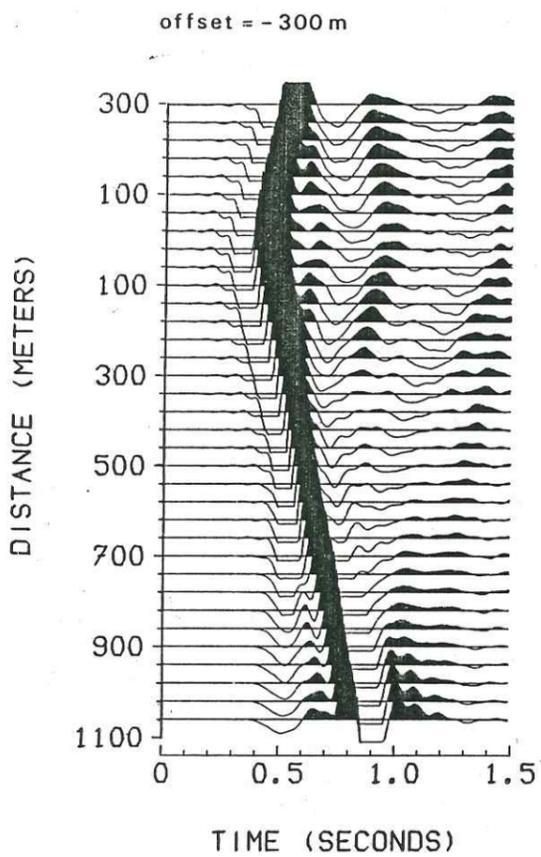


flat layers

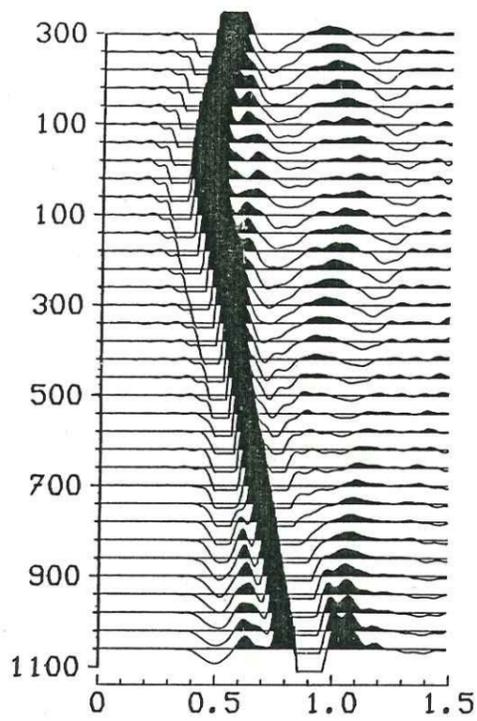


difference

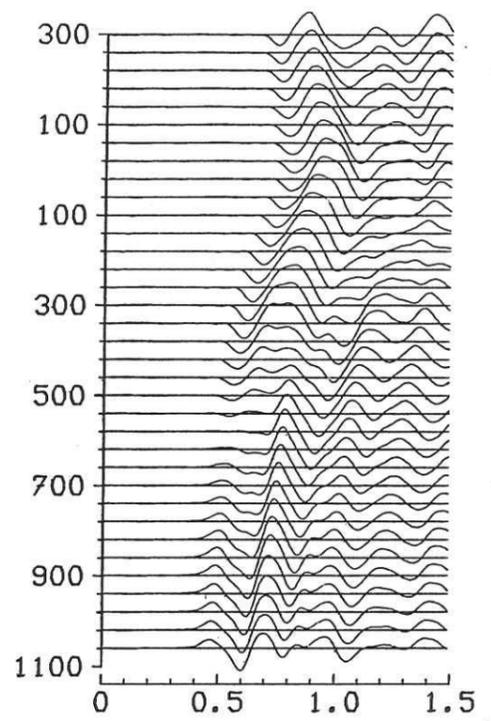
FIGURE 9c



dome configuration

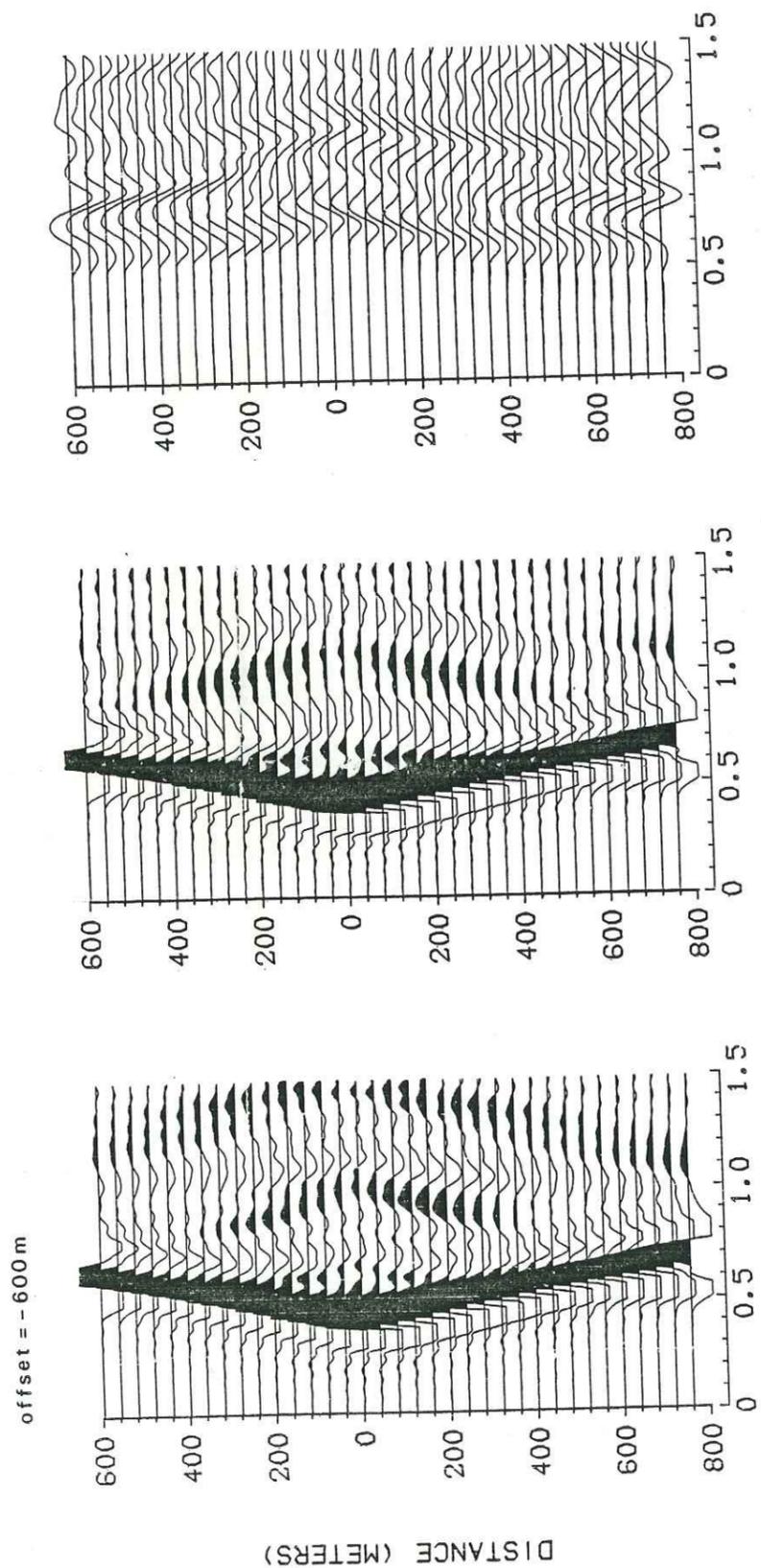


flat layers



difference

FIGURE 9d



TIME (SECONDS)

difference

flat layers

dome configuration

FIGURE 9e

the first arrival and in a general distortion of the section before the arrival of the direct wave. This is particularly clear for the phase appearing at about 0.5 sec in our time reduced section; this phase loses its rectilinear aspect in presence of the dome. Figure 9c presents the results obtained for a source offset of 600 m. We have darkened the negative arches in order to visualize the beginning of the signals. In presence of the dome and above its flank opposite to the source (at about 1300 m of distance from the source) the head-waves display a complex pattern. At these distances appear the head-waves propagating in deeper regions (layer 5) which are strongly affected by the presence of the irregular structure. Finally we now consider cases where the source is located above the dome. On Figure 9d are presented the results obtained for an offset of -300 m. In presence of the dome the section loses its symmetry with respect to the source location. The reflections over the flank of the structure are responsible for this effect. The top of the dome is indicated by the rapid decay of amplitude of the reflection over the roof of layer 5 for receivers at coordinates greater than 220 m. This decay is due to the geometry of the low velocity inclusion at the top of the dome which acts as a divergent lens. An important phase in this case is the lateral reflection inside the dome (denoted by d). This phase is also present with a strong amplitude when the source offset is -600 m (Figure 9e) i.e. when the source is located 25 m away from the axis of symmetry of the dome. A one-dimensional interpretation of such a profile would lead to a completely erroneous model. It is important to note the asymmetrical characteristics of the reflection branches in spite of the small offset of the source from the axis of the dome.

## CONCLUSION:

The method that we have presented allows to simulate in realistic way the wave propagation in a complex medium. The numerical resolution can be limited to the irregularity itself. We have tested that different numerical representation of the same problem lead to exactly identical solutions. The reciprocity theorem is verified with a good precision. We have shown, in the case of a dome in a stratified medium, some examples of phenomena which are associated with diffraction or with the reflection on irregular structures. This method does not rely on the frequency range considered nor on the shape of the irregularity. This approach can be generalized to media with several heterogeneities. A complete solution of this type is particularly well adapted to simulate quantitatively phenomena as shadow zone, diffraction by a wedge or propagation of head-waves through a complex medium.

## ACKNOWLEDGMENTS:

I thank Michel Bouchon for his help during this study. This work was supported by "Centre de Calcul Vectoriel pour la Recherche" and by grant "ATP Geophysique Appliquee" of "Centre National de la Recherche Scientifique".

## REFERENCES:

- Bouchon, M. 1981 A simple method to calculate Green's functions for elastic layered media, *Bull. Seism. Soc. Am.* 71, 959-971.
- Bouchon, M. 1985 A simple, complete numerical solution to the problem of diffraction of SH waves by an irregular surface, *J. Acous. Soc. Am* xx, 1-5.
- Bouchon, M. and K. Aki 1977 Discrete wavenumber representation of seismic source wavefields, *Bull. Seism. Soc. Am.* 67, 259-271.
- Campillo, M and M. Bouchon 1985 Synthetic SH-seismograms in a laterally varying medium by the discrete wavenumber method, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 82, xx-yy.
- Cerveny, V.L. and L. Klimes 1984 Synthetic body wave seismograms for three dimensional laterally varying media, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 79, 119-133.
- Cormier, V.F. and P. Spudich 1984 Amplification of ground motion and waveform complexity in fault zones: examples from the San Andreas and Calaveras faults, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 79, 135-152.
- Dietrich, M. and M. Bouchon 1985 Synthetic vertical seismic profiles in elastic media, *Geophysics* 50, 224-234.
- Dietrich, M. and M. Bouchon 1985 Measurement of attenuation from vertical seismic profiles by iterative modeling, *Geophysics* 50, 931-949.
- Harkrider, D.G. 1964 Surface waves in multilayered elastic media, Part I: Rayleigh and Love waves from buried sources in a multilayered half-space, *Bull. Seism. Soc. Am.* 54, 627-680.
- Haynes, A.J. 1984 A phase-front method I: Narrow frequency band SH waves, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 72, 783-808.
- Haynes, A.J. 1984 A phase-front method II: Broad frequency band SH waves, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 77, 43-64.
- Haynes, A.J. 1984 A phase-front method III: Acoustic waves, P- and S-waves, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 77, 65-103.
- Kennett, B.L.N. 1983 *Seismic wave propagation in stratified media*, Cambridge University Press, Cambridge, England.
- Kupradze, V.D. 1963 Dynamical problems in elasticity, in *Progress in Solid Mechanics*, vol 3, I.N. Sneddon and R. Hill editors, North Holland Publishing Company, Amsterdam.
- McMechan, G.A. 1985 Synthetic finite-offset vertical seismic profiles for laterally varying media, *Geophysics* 50, 627-636.

Mikhailenko, B.G. 1984 Synthetic seismograms for complex three-dimensional geometries using an analytical-numerical algorithm, Geophys. J. R. Astr. Soc. 79, 963-986.

Sanchez-Sesma, F.J. and J.A. Esquivel 1979 Ground motion on alluvial valleys under incident plane SH-waves, Bull. Seism. Soc. Am. 69, 1107-1120.

Schmitt, D.P., M. Bouchon and G. Bonnet 1985 Full wave synthetic acoustic logs in saturated porous media, submitted to Geophysics.

#### A. 4 SISMOGRAMMES SYNTHETIQUES DANS UN MILIEU ELASTIQUE LATERALEMENT HETEROGENE

##### A. 4.1 Principe de la méthode

L'extension de la méthode des nombres d'ondes discrets pour des milieux latéralement hétérogènes que nous venons de présenter pour le cas SH peut-être réalisée pour des milieux élastiques à deux dimensions. Le principe de la méthode sera identique dans son essence. Comme nous l'avons discuté au début de ce mémoire le champ diffracté par une interface peut-être représenté par la radiation d'une distribution de sources le long de cette interface et dont l'amplitude locale est déterminée par les conditions aux limites. La Figure A.4.1 décrit le problème étudié. Choisissons de considérer la source dans le milieu 1. Le champ diffracté sera représenté par la radiation de distributions de forces verticales et horizontales. Soit  $u_{IC}^{(i)}$  et  $w_{IC}^{(i)}$  les déplacements horizontaux et verticaux produits dans le milieu (i) par la distribution de forces horizontales si  $l = h$  et verticales si  $l = v$ . Les déplacements (ou les contraintes) s'écriront sous la forme :

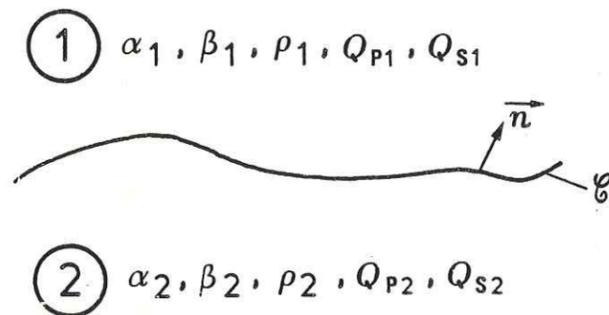
$$U^{(1)} = U_s + u_{hC} + u_{vC}$$

$$W^{(1)} = W_s + w_{hC} + w_{vC} \quad (1)$$

$$U^{(2)} = u_{hC} + u_{vC}$$

$$W^{(2)} = w_{hC} + w_{vC}$$

où  $U_s$  et  $W_s$  sont les déplacements produits par la source dans un demi-



**Figure A.4.1 :** Géométrie du problème à résoudre. Les milieux 1 et 2 sont supposés visco-élastiques linéaires. L'interface  $\mathcal{C}$  a une forme quelconque.

espace.

Comme nous l'avons vu dans le cas SH le champ diffracté peut-être évalué à partir d'une discrétisation des distributions de forces. Les conditions aux limites seront testées aux points de discrétisations  $(x_k, z_k)$ . Les conditions sont les suivantes ; pour tout  $(x_k, z_k)$  appartenant à l'interface :

$$\begin{aligned}
 U^{(1)}(x_k, z_k) &= U^{(2)}(x_k, z_k) \\
 W^{(2)}(x_k, z_k) &= W^{(2)}(x_k, z_k) \\
 T_x^{(1)}(x_k, z_k) &= T_x^{(2)}(x_k, z_k) \\
 T_z^{(1)}(x_k, z_k) &= T_z^{(2)}(x_k, z_k)
 \end{aligned} \tag{2}$$

où  $T_x$  et  $T_z$  désignent les tractions suivant la normale  $n(n_x, n_z)$  à  $C$  ; c'est-à-dire :

$$\begin{aligned}
 T_x &= n_x \tau_{xx} + n_z \tau_{xz} \\
 T_z &= n_x \tau_{xz} + n_z \tau_{zz}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Si l'on considère  $N$  points de discrétisation les conditions aux limites se ramènent à un système de  $(4 \times N)$  équations à  $(4 \times N)$  inconnues.

Soit  $\Phi_h^\infty, \Phi_v^\infty, \Psi_h^\infty, \Psi_v^\infty$  les potentiels de compression et de cisaillement produits dans un espace infini homogène par une force unitaire horizontale ou verticale

appliquée en  $(x_0, z_0)$ . Ces potentiels s'écrivent sous la forme :

$$\Phi_h^\infty(x, z; \omega) = \frac{1}{2L\mu k_\beta^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{k_n}{v_n} e^{-i v_n |z-z_0|} e^{-ik_n(x-x_0)}$$

$$\Phi_v^\infty(x, z; \omega) = \frac{1}{2L\mu k_\beta^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \text{sign}(z-z_0) e^{-i v_n |z-z_0|} e^{-ik_n(x-x_0)} \quad (4)$$

$$\Psi_h^\infty(x, z; \omega) = \frac{1}{2L\mu k_\beta^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} - \text{sign}(z-z_0) e^{-i \gamma_n |z-z_0|} e^{-ik_n(x-x_0)}$$

$$\Psi_v^\infty(x, z; \omega) = \frac{1}{2L\mu k_\beta^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{k_n}{\gamma_n} e^{-i \gamma_n |z-z_0|} e^{-ik_n(x-x_0)}$$

en supposant une distribution infinie de source avec une périodicité  $L$  et

avec :

$$-k_n = n \frac{2\pi}{L}$$

$$-v_n = (\omega^2/\alpha^2 - k^2)^{1/2}; \quad \text{Im}(v_n) < 0$$

$$-\gamma_n = (\omega^2/\beta^2 - k^2)^{1/2}; \quad \text{Im}(\gamma_n) < 0$$

$$-k_\beta = \gamma_0$$

$$-k_\alpha = v_0$$

Comme dans la pratique il sera intéressant de prendre en compte la présence de la surface libre, on introduit les coefficients de réflexions  $R_{pp}$ ,  $R_{ps}$ ,  $R_{sp}$  et  $R_{ss}$  sous

la forme :

$$R_{pp} = R_1^n$$

$$R_{ps} = -v_n R_2^n$$

$$R_{sp} = \gamma_n R_2^n$$

$$R_{ss} = R_1^n$$

$$\text{avec : } R_1^n = \frac{4k_n \gamma_n v_n - (\omega^2/\beta^2 - 2k_n^2)^2}{F^n}$$

$$R_2^n = \frac{4k_n (\omega^2/\beta^2 - 2k_n^2)}{F^n}$$

$$F_n = 4k_n \gamma_n v_n + (\omega^2/\beta^2 - 2k_n^2)^2$$

Les potentiels du demi-espace seront donc :

$$\Phi_h^{1/2}(x, z; \omega) = \frac{1}{2L\mu k_\beta^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{k_n}{v_n} e^{-i v_n |z-z_0|} + \right.$$

$$\left. R_1^n \frac{k_n}{v_n} e^{-i v_n (z_0 + z)} + R_2^n \gamma_n e^{-i \gamma_n z_0} e^{-i v_n z} \right\} e^{-ik_n(x-x_0)}$$

$$\Phi_v^{1/2}(x, z; \omega) = \frac{1}{2L\mu k_\beta^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \text{sign}(z-z_0) e^{-i \gamma_n |z-z_0|} - R_1^n e^{-i v_n (z+z_0)} \right.$$

$$\left. + k_n R_2^n e^{-i \gamma_n z_0} e^{-i v_n z} \right\} e^{-ik_n(x-x_0)} \quad (6)$$

$$\Psi_h^{1/2}(x, z; \omega) = \frac{1}{2L\mu k_\beta^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ - \text{sign}(z-z_0) e^{-i \gamma_n |z-z_0|} + R_1^n e^{-i \gamma_n (z+z_0)} \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - R_2^n k_n e^{-i\nu_n z_0} e^{-i\gamma_n z} \left. \vphantom{R_2^n} \right\} e^{-ik_n(x-x_0)} \\
 \psi_{\nu}^{1/2}(x, z; \omega) &= \frac{1}{2L\mu k_{\beta}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{k_n}{\gamma_n} e^{-i\gamma_n |z-z_0|} + R_1^n \frac{k_n}{\gamma_n} e^{-i\gamma_n(z+z_0)} \right. \\
 & \left. + \nu_n R_2^n e^{-i\nu_n z_0} \right\} e^{-ik_n(x-x_0)}
 \end{aligned}$$

Dans le cas où  $z_0 = 0$  ces formules se ramènent à celles de Lamb.

Nous utiliserons ces formules pour bâtir le système d'équations représentant les conditions aux limites, en utilisant la troncature des séries discutée lors de la présentation de la méthode dans le cas SH.

Il est simple de calculer les déplacements et les contraintes à partir de ces formes des potentiels nous aurons

$$u = \frac{\partial}{\partial x} (\Phi_h + \Phi_v) - \frac{\partial}{\partial z} (\psi_h + \psi_v)$$

$$W = \frac{\partial}{\partial z} (\Phi_h + \Phi_v) + \frac{\partial}{\partial x} (\psi_h + \psi_v)$$

$$\tau_{xx} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \frac{\partial W}{\partial z}$$

$$\tau_{zz} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial W}{\partial z} + \lambda \frac{\partial u}{\partial x}$$

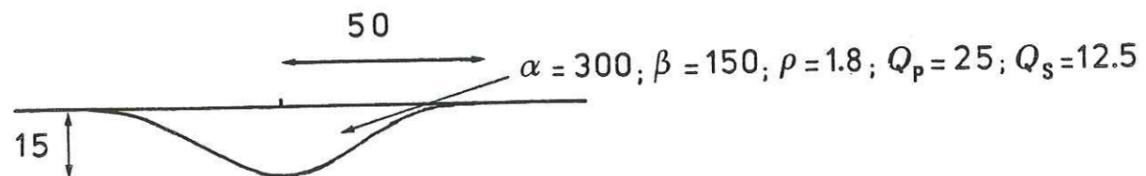
$$\tau_{xz} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right)$$

Les formules explicites sont données en Annexe. Suivant que les conditions aux limites soient écrites pour le milieu 1 ou 2 les fonctions de Green utilisées seront celles du demi-espace ou de l'espace infini homogène.

#### A. 4. 2 Tests de la méthode :

La méthode décrite plus haut a été testée en comparant nos calculs avec des résultats publiés. Une première comparaison a été faite avec les résultats obtenus par Fehler et Aki (1978) qui ont calculé la diffraction d'une onde P incidente par une fissure. Ces auteurs utilisaient la méthode des différences finies. Les résultats calculés par les deux approches sont en très bon accord (Beuchon et Campillo, 1985). Une autre comparaison peut-être faite avec la méthode dite de Aki et Larner dans le cas d'une réponse de vallée à des ondes planes incidentes. Le modèle est présenté en Figure A.4.2. Le calcul par la méthode de Aki et Larner utilise la symétrie de la structure. Par contre le calcul que nous avons réalisé n'utilise pas les avantages de cette symétrie. De plus la discrétisation de l'interface est faite de façon indépendante à chaque fréquence. Les abscisses des récepteurs ne correspondent donc pas à des abscisses de discrétisation. Par contre la condition d'échantillonnage spatial que nous imposons : 3 points de discrétisation par longueur d'onde, rend a priori possible l'extrapolation directe à des points d'abscisses intermédiaires. Cette approche améliore évidemment l'efficacité de cette technique puisque le nombre de points requis est très faible pour les basses fréquences.

Nous avons considéré successivement le cas d'une onde P puis d'une onde S à incidence normale. Les sismogrammes sont calculés pour une durée de 3.2 secondes et



$$\begin{aligned}\alpha &= 1212 \\ \beta &= 700 \\ \rho &= 2.9 \\ Q_p &= 200 \\ Q_s &= 100\end{aligned}$$

Figure A.4.1 : Modèle simplifié de bassin sédimentaire.

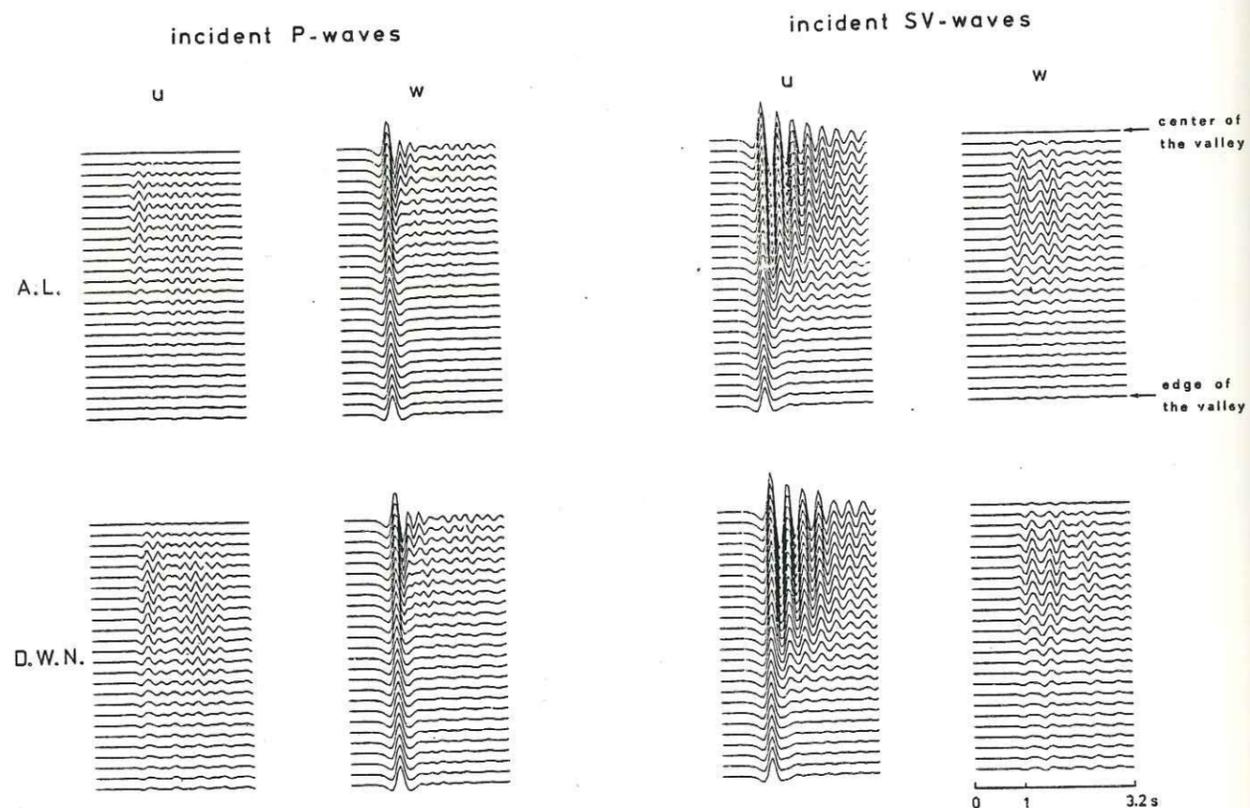


Figure A.4.3 : Comparaison entre les sismogrammes synthétiques calculés avec la méthode de Aki et Larner (A. L.) et avec la méthode développée dans cette thèse (D. W. N.).

le signal incident a une fréquence centrale de 3 Hz. Les résultats obtenus par les deux méthodes sont présentés en Figure A.4.3. Les caractéristiques générales des signaux calculés suivant les deux approches sont bien similaires. Les phénomènes d'amplification et de résonance sont particulièrement importants pour une onde SV incidente.

Cet exemple illustre bien les limites de précision impliquées par notre discrétisation relativement large de l'interface : au centre de la vallée la composante horizontale n'est pas parfaitement nulle pour une onde P incidente (elle le serait évidemment si la discrétisation était symétrique. La même remarque peut-être faite pour la composante verticale dans le cas d'une onde Sv incidente. Si nous observons la composante horizontale dans le cas d'une onde SV incidente nous pouvons noter un léger décalage de temps vers la fin du signal entre les résultats obtenus par les deux méthodes. Un effet tout à fait similaire avait été noté par Virieux (1985) dans le cas SH. Si pour expliquer cette différence il est raisonnable d'invoquer des problème de discrétisation comme l'avait fait Virieux, il faut aussi se souvenir que la méthode de Aki et Larner repose sur une approximation. Cette dernière (l'hypothèse de Rayleigh) n'est pas justifiée pour les réflexions multiples sur la surface irrégulière.

#### A. 4. 3 Sismogrammes synthétique pour une explosion :

Nous allons maintenant considérer le cas de la présence d'une source explosive au voisinage de l'interface. L'explosion est représentée par un système de deux dipôles perpendiculaires agissant au point  $ro(x_0, z_0)$ . Les potentiels résultants seront donc de la forme dans un espace infini homogène :

$$\phi = M \left( \frac{\partial \phi_v^\infty}{\partial z_0} + \frac{\partial \phi_h^\infty}{\partial x_0} \right)$$

$$\Psi = M \left( \frac{\partial \Psi_v^\infty}{\partial z_0} + \frac{\partial \Psi_h^\infty}{\partial x_0} \right) = 0$$

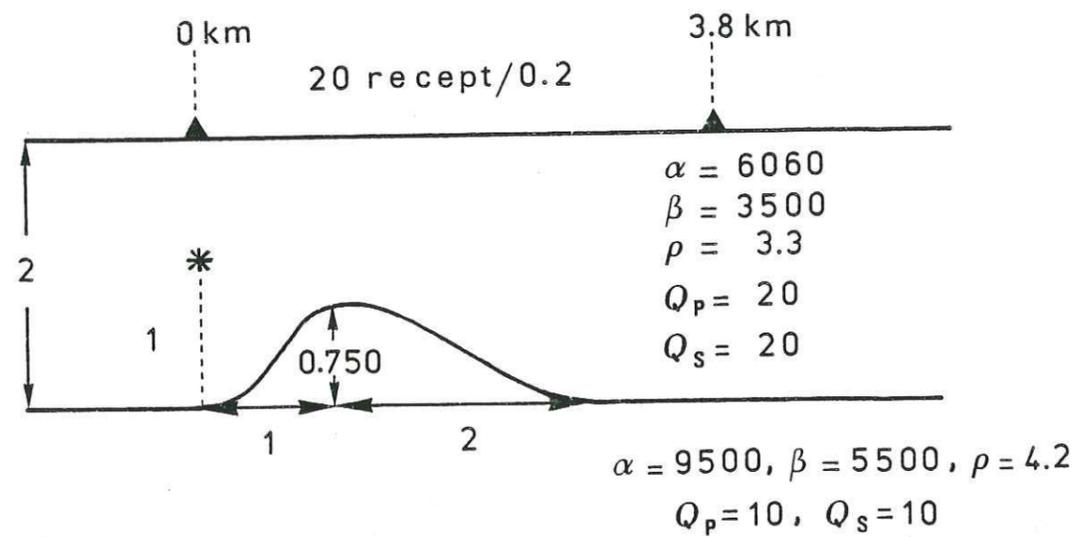


Figure A.4.4 : Géométrie du modèle de bombement et configuration source récepteurs.

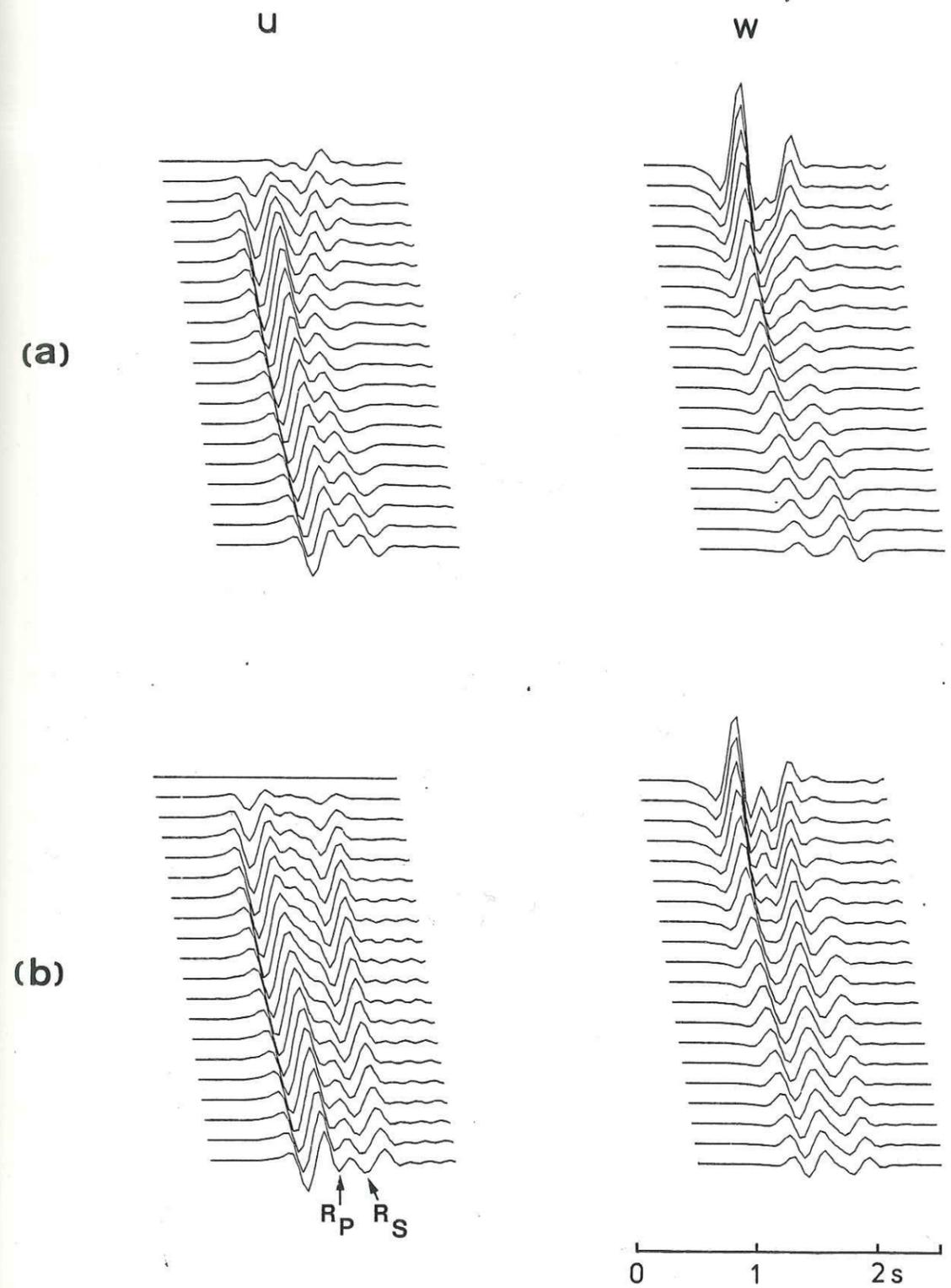


Figure A.4.5 : a) Sismogrammes synthétiques pour le modèle présenté en figure A.4.4.  
b) Sismogrammes synthétiques pour un milieu parfaitement élastique avec une interface plane.

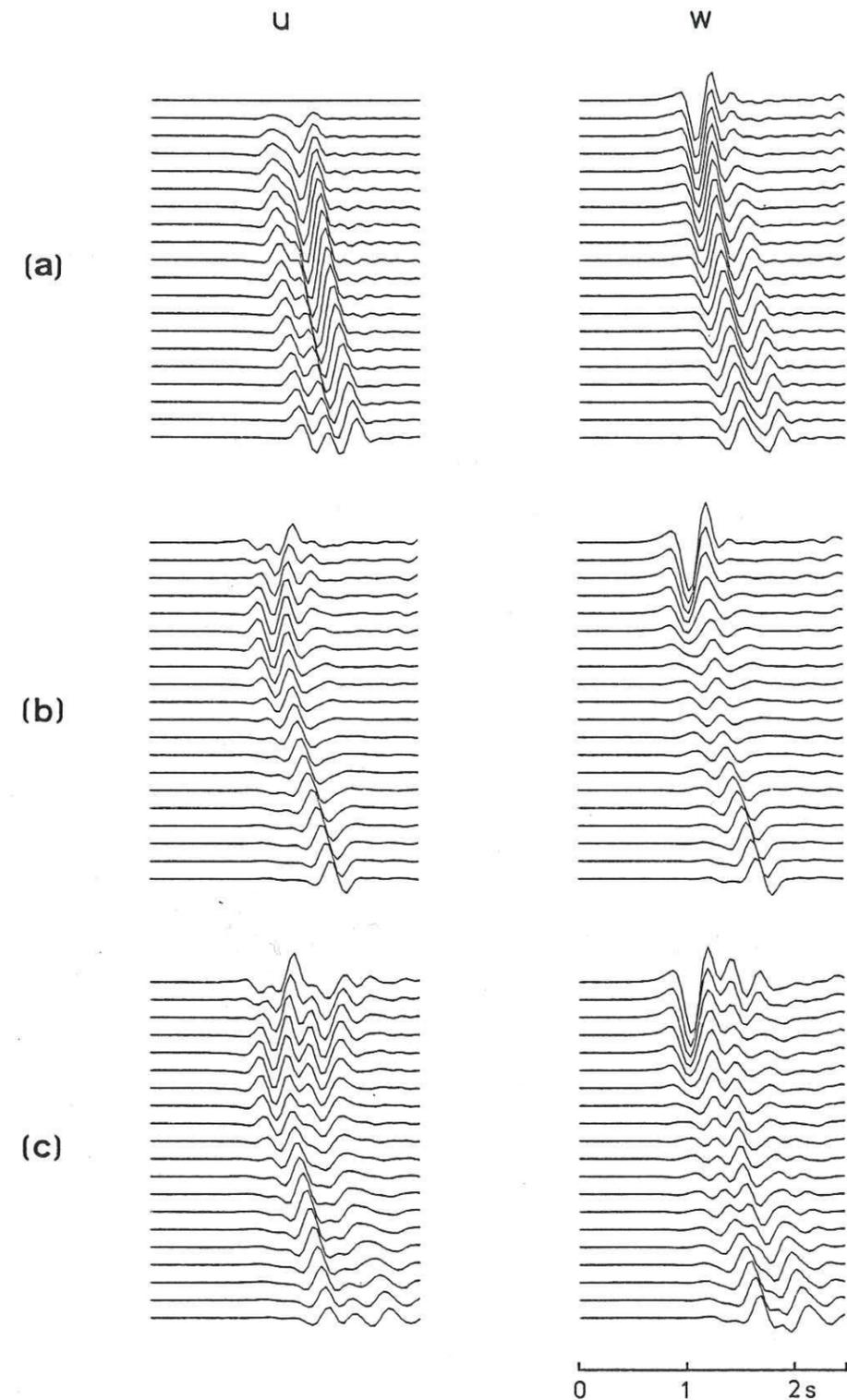
où  $M$  est l'équivalent scalaire du moment pour un couple sans moment vectoriel c'est-à-dire le produit de l'amplitude de la force par la distance entre son point d'application et la position du dipôle. D'après les équations (4) :

$$\phi^{\infty}(x, z; \omega) = M \frac{ik_{\alpha}^2}{2Lk_{\beta}\mu} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\nu_n|z-z_0|} e^{-ik_n(x-x_0)}}{\nu_n}$$

Considérant la conversion P-SV et en tenant compte des équations (5) les potentiels du demi-espace s'écrivent :

$$\begin{aligned} \phi^{1/2}(x, z; \omega) &= M \frac{ik_{\alpha}^2}{2Lk_{\beta}\mu} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-ik_n(x-x_0)}}{\nu_n} (e^{-i\nu_n|z-z_0|} + R_1^n e^{-i\nu_n(z+z_0)}) \\ \psi^{1/2}(x, z; \omega) &= -M \frac{ik_{\alpha}^2}{2Lk_{\beta}\mu} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} R_2^n e^{-ik_n(x-x_0)} e^{-i\nu_n z_0} e^{-i\gamma_n z} \end{aligned}$$

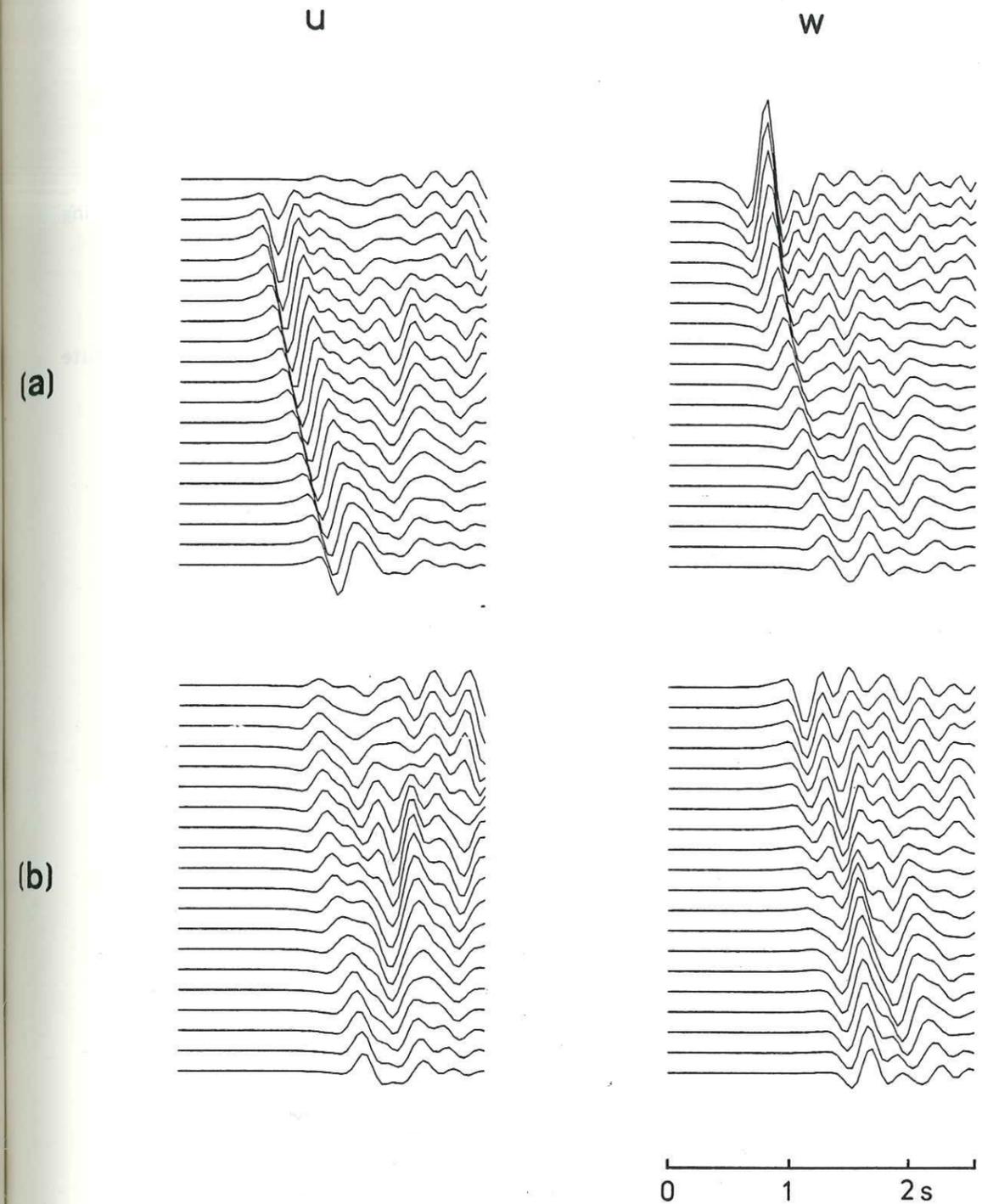
Les expressions des déplacements et des contraintes sont données en Annexe. Nous avons calculé des sismogrammes synthétiques pour le modèle décrit en Figure A.4.4. Dans un premier temps la surface libre n'a pas été prise en compte. Nous avons calculé des sismogrammes synthétiques pour une série de 20 récepteurs situés à des abscisses comprises entre 0 et 3.8 km. La figure A.4.5 présente les déplacements horizontaux (U) et verticaux (W) obtenus pour le modèle décrit en figure A.4.4 (partie (a)) et les sismogrammes calculés pour un modèle consistant en une interface plane à une profondeur de 2 km séparant deux milieux parfaitement élastiques. Si les sismogrammes sont généralement dominés par l'onde directe, il est possible d'identifier les réflexions en onde P et en onde S. Si l'on excepte l'effet de l'atténuation anélastique ce sont ces réflexions qui différencient les résultats obtenus pour les deux modèles. Nous allons donc nous intéresser exclusivement au champ diffracté. Nous avons calculé les sismogrammes en retirant l'onde directe. Les résultats obtenus sont présentés en figure A.4.6. Nous avons tracés les déplacements pour les trois cas suivants : (a) interface plane, (b) interface courbe (figure A.4.4) et (c) interface courbe et présence de la surface libre. L'effet de la présence du bombement apparaît maintenant



**Figure A.4.6.** : Champ diffracté dans le cas d'une interface plane dans un milieu (a), dans le cas d'une interface courbe dans un milieu infini (b) et enfin dans le cas d'une interface courbe dans un demi-espace.

clairement. D'abord par la forme des branches de réflexion près de la source et par la forte composante horizontale des ondes P pour les premiers récepteurs qui indique une réflexion latérale. Un autre phénomène très marqué est la présence d'une zone d'ombre partielle au milieu de la section quand on considère la présence d'une remontée de matériaux rapides. On notera la forte réflexion en onde S sur le toit de l'irrégularité pour les récepteurs les plus éloignés. Les sismogrammes calculés pour le champ diffracté sont très peu bruités. Si la surface libre est maintenant prise en compte, les effets précédemment décrits restent présents mais se surajoutent évidemment des réflexions multiples. Dans ce cas de bombement vers le haut ces réflexions ne peuvent donner lieu à des phénomènes de réverbération très énergétiques. Comme dernier exemple d'application nous avons repris le modèle précédent mais en considérant un bombement vers le bas. Les résultats obtenus pour le champ total (a) et pour la partie diffractée (b) sont présentés en figure A.4.7. Les sismogrammes sont maintenant dominés par les effets de réverbération entre l'interface irrégulière et la surface libre. Par contre ces effets disparaissent rapidement quand les récepteurs ne sont plus à l'aplomb du plongement.

Ces trois exemples de calcul montrent la potentialité de cette méthode pour la simulation numérique en sismologie mais aussi dans d'autres domaines comme le contrôle non-destructif des matériaux.



**Figure A.4.7 :** Champ total (a) et champ diffracté (b) dans le cas d'un bombement vers le bas.

## BIBLIOGRAPHIE :

Bouchon, M. et M. Campillo (1985) : Seismic wave propagation in a laterally varying crust. DARPA. Annual Report.

Virieux, J. (1985) : SH wave propagation in heterogeneous media. Velocity Stress finite difference method, geophysics, 49 ; 1933-1957.

Annexe : Fonctions de Green du demi-espace :

Un déplacement ou un élément du tenseur des contraintes s'écrit sous la forme :

$$X(x, y, \omega) = C(\omega) \sum_{n=-N}^N e^{-ik_n(x-x_0)} \bar{X}(k, z, \omega)$$

pour une force unitaire appliquée en  $(x_0, z_0)$ . La constante  $C(\omega)$  vaut :

$$C(\omega) = \frac{1_2}{2k\beta\mu}$$

Force verticale :

$$\xi_1(k; \omega) = \frac{k}{v_n} R_1^n e^{-i\gamma_n z_0} + \gamma_n R_2^n e^{-i\gamma_n z_0}$$

$$\xi_2(k; \omega) = R_1^n e^{-i\gamma_n z_0} - k_n R_2^n e^{-i\gamma_n z_0}$$

Déplacements

$$\bar{u}(k, z; \omega) = -i \frac{k_n^2}{v_n} e^{-i\gamma_n |z-z_0|} - i \gamma_n e^{-i\gamma_n |z-z_0|}$$

$$- ik_n \xi_1(k; \omega) e^{-i\gamma_n z} + i \gamma_n \xi_2(k; \omega) e^{-i\gamma_n z}$$

$$\bar{w}(k, z; \omega) = -ik_n \text{sign}(z-z_0) (e^{-i\gamma_n |z-z_0|} - e^{-i\gamma_n |z-z_0|})$$

$$- i v_n \xi_1(k_n; \omega) e^{-i\gamma_n z} - ik_n \xi_2(k_n; \omega) e^{-i\gamma_n z}$$

Contraintes

$$\frac{\bar{\tau}_{xx}(k, z; \omega)}{\mu} = \frac{k_n}{v_n} \left( 2v_n^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right) e^{-i v_n |z-z_0|} - 2k_n \gamma_n e^{-i \gamma_n |z-z_0|}$$

$$+ \left( 2v_n^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right) \xi_1(k_n; \omega) e^{-i v_n z} + 2k_n \gamma_n \xi_2(k_n; \omega) e^{-i \gamma_n z}$$

$$\frac{\bar{\tau}_{zz}(k, z; \omega)}{\mu} = \frac{k_n}{v_n} \left( 2k_n^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right) e^{-i v_n |z-z_0|} + 2k_n \gamma_n e^{-i \gamma_n |z-z_0|}$$

$$+ \left( 2k_n^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right) \xi_1(k_n; \omega) e^{-i v_n z} - 2k_n \gamma_n \xi_2(k_n; \omega) e^{-i \gamma_n z}$$

$$\frac{\bar{\tau}_{xz}(k, z; \omega)}{\mu} = \text{sign}(z-z_0) \left( 2k_n^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right) e^{-i \gamma_n |z-z_0|} - 2k_n^2 e^{-i v_n |z-z_0|}$$

$$- 2k_n v_n \xi_1(k_n; \omega) e^{-i v_n z} - \left( 2k_n^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right) \xi_2(k_n; \omega) e^{-i \gamma_n z}$$

Force horizontale :

$$\xi_1(k_n; \omega) = -R_1^n e^{-i v_n z_0} + k_n R_2^n e^{-i \gamma_n z_0}$$

$$\xi_2(k_n; \omega) = \frac{k_n}{\gamma_n} R_1^n e^{-i \gamma_n z_0} + v_n R_2^n e^{-i v_n z_0}$$

Déplacements :

$$\bar{u}(k, z; \omega) = -ik_n \text{sign}(z-z_0) \left( e^{-i v_n |z-z_0|} - e^{-i \gamma_n |z-z_0|} \right)$$

$$- ik_n \xi_1(k_n; \omega) e^{-i v_n z} + i \gamma_n \xi_2(k_n; \omega) e^{-i \gamma_n z}$$

$$\bar{w}(k, z; \omega) = -i v_n e^{-i v_n |z-z_0|} - i \frac{k_n^2}{\gamma_n} e^{-i \gamma_n |z-z_0|}$$

$$- i v_n \xi_1(k_n; \omega) e^{-i v_n z} - ik_n \xi_2(k_n; \omega) e^{-i \gamma_n z}$$

Contraintes :

$$\frac{\bar{\tau}_{xx}(k, z; \omega)}{\mu} = \text{sign}(z-z_0) \left( 2v_n^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right) e^{-i v_n |z-z_0|} + 2k_n^2 e^{-i \gamma_n |z-z_0|}$$

$$+ \left( 2v_n^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right) \xi_1(k_n; \omega) e^{-i v_n z} + 2k_n \gamma_n \xi_2(k_n; \omega) e^{-i \gamma_n z}$$

$$\frac{\bar{\tau}_{zz}(k, z; \omega)}{\mu} = \text{sign}(z-z_0) \left( 2k_n^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right) e^{-i v_n |z-z_0|} - 2k_n^2 e^{-i \gamma_n |z-z_0|}$$

$$+ \left( 2k_n^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right) \xi_1(k_n; \omega) e^{-i v_n z} - 2k_n \gamma_n \xi_2(k_n; \omega) e^{-i \gamma_n z}$$

$$\frac{\bar{\tau}_{xz}(k, z; \omega)}{\mu} = -2k_n v_n e^{-i v_n |z-z_0|} - \left( 2k_n^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right) \frac{k_n}{\gamma_n} e^{-i \gamma_n |z-z_0|}$$

$$- 2k_n v_n \xi_1(k_n; \omega) e^{-i v_n z} - \left( 2k_n^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right) \xi_2(k_n; \omega) e^{-i \gamma_n z}$$

Explosion (deux dimensions) :

$$C(\omega) = M \frac{ik_n^2}{2Lk_n \beta \mu}$$

$$\bar{u}(k, z; \omega) = -i \frac{k_n}{v_n} \left( e^{-i v_n |z-z_0|} + R_1^n e^{-i v_n (z+z_0)} \right) - i \gamma_n R_2^n e^{-i v_n z_0} e^{-i \gamma_n z}$$

$$\bar{w}(k, z; \omega) = -i \left( \text{sign}(z-z_0) e^{-i v_n |z-z_0|} + R_1^n e^{-i v_n (z+z_0)} \right) + ik_n R_2^n e^{-i v_n z_0}$$

$$e^{-i \gamma_n z}$$

$$\frac{\bar{\tau}_{xx}(k, z; \omega)}{\mu} = \mu \left( 2v_n^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right) \frac{1}{v_n} \left( e^{-i v_n |z-z_0|} + R_1^n e^{-i v_n (z+z_0)} \right)$$

$$\begin{aligned}
& - 2\mu k_n \gamma_n R_2^n e^{-i v_n z_0} e^{-i \gamma_n z} \\
\bar{\tau}_{zz}(k, z; \omega) &= \mu \left( 2k_n^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right) \frac{1}{v_n} \left( e^{-i v_n |z-z_0|} + R_1^n e^{-i v_n (z+z_0)} \right) \\
& + 2\mu k_n \gamma_n R_2^n e^{-i v_n z_0} e^{-i \gamma_n z} \\
\bar{\tau}_{xz}(k, z; \omega) &= - 2\mu k_n \left( \text{sign}(z-z_0) e^{-i v_n |z-z_0|} + R_1^n e^{-i v_n (z+z_0)} \right) \\
& + \mu \left( 2k_n^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right) R_2^n e^{-i v_n z_0} e^{-i \gamma_n z}
\end{aligned}$$

PARTIE B :

ETUDE THEORIQUE DU RAYONNEMENT SISMIQUE DEPUIS LA ZONE  
 EPICENTRALE JUSQU'AU DOMAINE DES PHASES REGIONALES (0 - 700 KM)

B 1 : LE RAYONNEMENT D'UNE SOURCE SISMIQUE CIRCULAIRE

NUMERICAL EVALUATION OF NEAR-FIELD, HIGH-FREQUENCY  
RADIATION FROM QUASI-DYNAMIC CIRCULAR FAULTS

BY MICHEL CAMPILLO

ABSTRACT

We compute the near-field, high-frequency radiation from a circular crack expanding with constant rupture velocity and discuss the characteristics of the stopping phases. We then introduce rupture velocity jumps in the fracture process. The computed accelerations show the dominant role played by the rupture front kinematics. The high acceleration pulses are associated with sudden changes of the rupture velocity. For a sudden jump (or a sudden stop), there is no theoretical high-frequency limit to the spectral density of acceleration. In order to account for  $f_{\max}$ , we introduce a smooth deceleration of the rupture front over a time  $t'$  in place of a sudden stop. This results in a spectral fall-off for frequencies greater than  $1/t'$  and supports the interpretation of  $f_{\max}$  as a source effect.

INTRODUCTION

There is no evident quantitative relationship between the complexity of strong motion records and the source characteristics. Recent attempts have been made using composite source models (Aki *et al.*, 1977; Boatwright, 1982) or models with complex kinematics (Boore and Joyner, 1978). We shall follow this last approach and use the general idea developed by Madariaga (1983) who relates the high-frequency radiation to the existence of jumps of velocity of the rupture front. We shall present some numerical evaluation of the seismic acceleration radiated by such kinematic discontinuities occurring during the growth of a circular crack. The calculation will use the discrete wavenumbers method. We restrict our study to the case of a strike-slip earthquake.

For practical reasons, this study will be done using a circular crack model. In fact, we shall see that its radiation is always equivalent to the one of a circular rupture front whose kinematics presents some discontinuities. The most obvious of these discontinuities are the beginning and the end of the rupture propagation in the case of a circular crack expanding with constant rupture velocity. The importance of these events on the seismic radiation has been shown in the far field (Madariaga, 1976) as well as in the near field (Archuleta and Hartzell, 1981).

In introducing velocity jumps, we make the assumptions that the rupture velocity changes simultaneously all along the rupture front, and that the entire rupture surface undergoes a jump in slip velocity. These assumptions have to be considered as conditions of self-similarity of the crack until it reaches its final radius. The self-similar crack model is useful because the behavior in the vicinity of the rupture front is well known. The expression of the slip is given by (Kostrov, 1964)

$$\Delta u(r, t) = \frac{\tau_e}{\mu} C \left( \frac{v}{\beta} \right) (v^2 t^2 - r^2)^{1/2} \quad r < vt \quad (1)$$

with

$\tau_e$  = the effective stress equal to the difference between initial prestress and frictional stress on the fault

$\beta$  = the shear wave velocity  
 $v$  = the rupture velocity  
 $\mu$  = the shear modulus  
 $C(v/\beta)$  = a numerical value depending on the ratio  $v/\beta$  and roughly equal to 1 for subsonic rupture.

This expression describes the expansion of a dynamic crack at constant velocity. The end of the rupture process is complicated by the healing. For the high-frequency radiation, the most interesting aspect of this behavior, as pointed out by Madariaga (1983), is the concentration of slip velocity just behind the rupture front. At time  $t$ , this concentration is given in the form

$$\Delta \dot{u}(r, t) \approx \frac{\tau_e}{\mu} C\left(\frac{v}{\beta}\right) \left(\frac{vt}{2}\right)^{1/2} v(vt - r)^{-1/2} \quad vt \geq r. \quad (2)$$

The source of high-frequency radiation is located in space and time at the singularities of the function  $\Delta \dot{u}(r, t)$ . If the waves emitted by each point of this source arrive continuously at an observer, there will not be any strong variation of the wave field seen by the observer. The important events in high-frequency radiation will be associated with second-order discontinuities of the slip velocity. An example of such a discontinuity is the first arrival of the wave emitted by the stopping of the rupture at the periphery of a circular crack (see Archuleta and Hartzell, 1981).

#### METHOD OF CALCULATION

In order to characterize the near-field, high-frequency radiation in relation with the kinematics of the rupture front, we calculate the accelerations produced in a half-space. We use the method of Bouchon (1981) which consists in a discretization of the wave field in terms of horizontal wavenumbers. The fault is represented by an array of point sources, and the superposition of the elastic field radiated by all the elementary sources is done in the frequency-horizontal wavenumber domain. Each point source is associated with a slip function  $\Delta u(r, t)$  which depends on the distance between the point considered and the point of initiation of the rupture. The same representation was used by Campillo and Bouchon (1983) to model the source of small seismic events. The interval between elementary sources is chosen to be smaller than one-sixth of the shortest wavelength considered. The calculation is made at equally spaced frequencies spanning the interval 0 to 5 Hz.

#### THE CASE OF A CIRCULAR CRACK WITH CONSTANT RUPTURE VELOCITY

To compare our solution with the results of Archuleta and Hartzell, we have done a calculation for the same source-medium-receiver configuration. The method used by these authors is very different from ours. It consists of a time domain superposition of Green's functions convolved with the source time history. Each Green's function is computed using the technique described by Johnson (1974). The geometry of the problem is displayed in Figure 1. The medium wave velocities are:  $\beta = 3$  km/sec for  $S$  waves and  $\alpha = \sqrt{3} \times \beta$  for  $P$  waves. The shear modulus is  $3 \times 10^{11}$  dyne/cm<sup>2</sup>.

The displacement at each point of the source is given by

$$\begin{aligned} \Delta u(r, t) &= 0 & t < t_0(r) \\ \frac{\Delta u(r, t)}{u_0} &= (v^2 t^2 - r^2)^{1/2} & t_0(r) > t > t_1(r) \\ \frac{\Delta u(r, t)}{u_0} &= (v^2 t_1(r)^2 - r^2)^{1/2} & t > t_1(r) \end{aligned} \quad (3)$$

$$t_0(r) = \frac{r}{v}; \quad t_1(r) = \frac{R}{v} + \frac{(R-r)}{\beta}; \quad u_0 = \frac{C(v/\beta)\tau_e}{(1+v/\beta)\mu}$$

where  $R$  denotes the final radius of the crack.

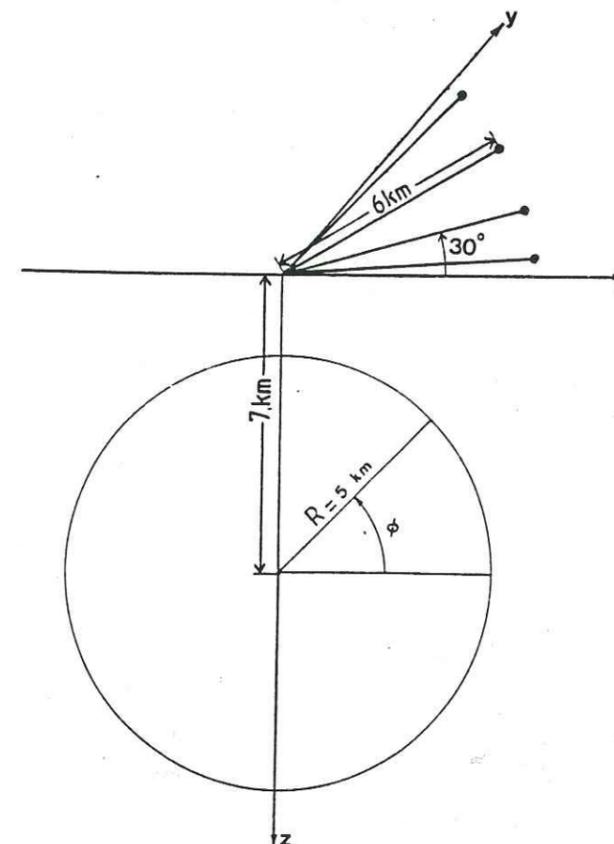


FIG. 1. Geometry of the source-receiver configuration.

This model represents a simple analytical approximation to the dynamic solution obtained by Madariaga (1976). Following Archuleta and Hartzell, we give the final slip at the hypocenter the value of 2.85 m. The rupture velocity is  $0.75\beta$ , and the final source radius is 5 km.

The ground accelerations computed at an epicentral distance of 6 km and in an azimuth of  $30^\circ$  from the fault plane are presented in Figure 2 where they are compared to those obtained by Archuleta and Hartzell.  $U$  and  $V$  denote, respectively, the radial and tangential accelerations with respect to the epicenter.  $W$  is the vertical acceleration and is positive downward. There is a good agreement between

the results obtained by the two methods both in the wave shapes and in the peak values. We note the noise level due to the sharp frequency cut-off used in the synthetics. We did not perform any signal processing to reduce this noise. This comparison shows a sufficient coherency to guarantee the accuracy of the two methods.

In order to assess the effect of the free surface, we also present in Figure 2 the infinite medium solution. The free surface amplifies the motion but does not produce any distortion of the wave shape. The three components of ground acceleration are characterized by two high-amplitude pulses. The first one ( $fs$ ) corresponds to the arrival of the  $S$  wave emitted by the part of the rupture front the closest to the

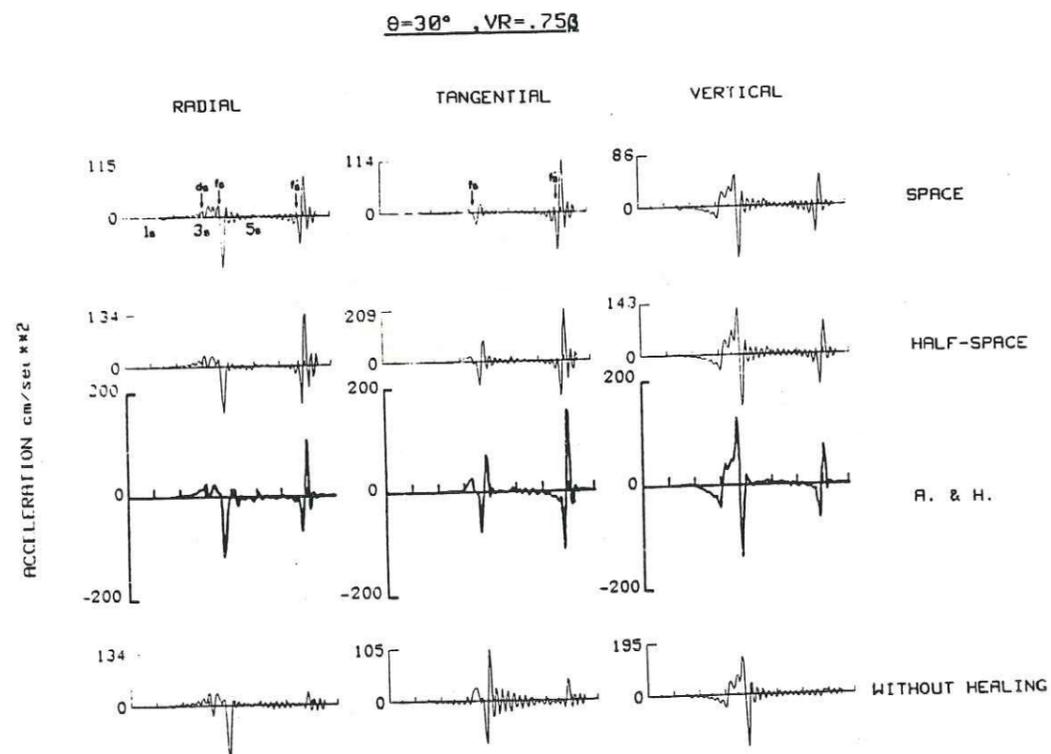


FIG. 2. Comparison between the computed accelerations obtained for the circular crack model using the discrete wavenumbers method in an infinite space and in a half-space with the results of Archuleta and Hartzell. The lower trace represents the solution for a circular source without healing, computed by the discrete wavenumber method.

observer at the time when the rupture propagation stops. The second pulse ( $fs'$ ) is associated with the phase emitted at the same time but by the part of the rupture front the most distant from the observer.

The shapes of these two phases are, respectively, a delta-type impulse and a  $1/t$  singularity. Their relative amplitudes are governed by the double-couple radiation pattern and the values of the directivity coefficient of the prominent polarized wave, and by the diffraction of the waves by the crack itself. This last point could be determinant when the head-wave associated with the crack surface (see Achenbach and Harris, 1978) appears.

The relative importance of the accelerations corresponding to arrivals emitted when the initiation occurs ( $ds$ ) and when the expansion of the rupture stops depends on the azimuth of the observer and on the rupture velocity: ( $ds$ ) appears to be

stronger for higher rupture velocities. The phases associated with  $P$ -wave arrivals have low amplitudes and are difficult to identify on the synthetics.

#### DIRECTIVITY OF GROUND ACCELERATION

*Phase radiated from the nearest part of the fault.* We have performed our calculations for three rupture velocities:  $0.6\beta$ ,  $0.75\beta$ , and  $0.9\beta$  in four azimuths:  $5^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ , and  $85^\circ$  at the same epicentral range of 6 km. The amplitude of the stopping phase ( $fs$ ) is strongly dependent on the rupture velocity, but the relationship between these two quantities is conditioned by the value of the angle  $\Psi$  between the directions of propagation of the rupture and wave fronts. We must thus take into account, in the interpretation of the synthetics, the effect of the possible coherency between rupture and wave fronts. The normalized amplitude of the phase ( $fs$ ) measured on the tangential component is shown in Figure 3. Note that at an azimuth of  $30^\circ$ , the vertical component, which is prominent for this phase, displays the same increase with rupture velocity as the tangential component. The increase is stronger when  $\Psi$  is smaller.

In the case of a simultaneous velocity jump of a rupture front from  $v_1$  to  $v_2$ , Madariaga (1977) gives the following approximate expression for the radiated acceleration pulse

$$u^i(R, \theta, \omega) = u_0^i(R, \theta, \omega, \Psi) \times (f(v_1, \Psi) - f(v_2, \Psi)) \quad (4)$$

where  $i$  denotes  $SH$ ,  $SV$ , or  $P$  wave,  $f$  is the classical directivity factor (Ben-Menahem, 1961)

$$f(v, \Psi) = \frac{v}{1 - \frac{v}{c_j} \cos \Psi}$$

and  $c_j$  indicates  $S$ - or  $P$ -wave velocity.

In our study, it is not possible to speak in terms of polarized waves. The nearest part of the rupture front does not represent an in-plane or antiplane case (except for singular values of  $\theta$ ). For example, at  $30^\circ$  of azimuth from the fault plane (and for a strike-slip earthquake), the maximum acceleration occurs, for the phase ( $fs$ ), on the vertical component in a half-space and on the radial component in an infinite space. There is, in this direction, a prevalence of the  $SV$  waves.

We have drawn in Figure 3 the normalized curve  $f(v, \Psi)$  for  $SH$  wave. For the azimuth  $5^\circ$  and  $85^\circ$  with regard to the fault plane, which are the nearest ones to the nodal plane of the hypocentral double-couple, the  $f$  curves lie above our observations. This is explained by the fact that a rupture velocity increase induces a growth in the high-frequency content of the signal. Our high-frequency cut-off (5 Hz) is, therefore, the cause of this gap. At  $60^\circ$  of azimuth the behavior is exactly described by the  $f$  curve. The discrepancy observed at  $30^\circ$  from the fault plane may be caused by the absence of a constant polarization of the  $S$  wave. A stronger increase at high rupture velocity is typical for  $SV$  wave (in-plane shear crack for which the rupture velocity limit is the Rayleigh wave velocity). The general agreement between numerical solution and simple interpretation by the way of the directivity factor shows that the diffraction does not play an important part for this phase.

*Phase radiated by the most distant part of the fault.* The dependence of the directivity function  $f$  on azimuth and rupture velocity is considerably different when

rupture and wave fronts are prograde, like in the case that we have just studied, or when they are retrograde. For phases coming from the most distant part of the fault, the fronts are typically retrograde. The directivity function then only takes values in the range of 0 to 1, whereas for prograde fronts its value lies between 1 to infinity. This behavior could be used to argue that the stopping phase from the farthest part of the fault should be weak. However, the diffraction factor can be very important in this case: such an example is shown in Figure 2. The stopping phase ( $fs'$ ) has here a large amplitude.

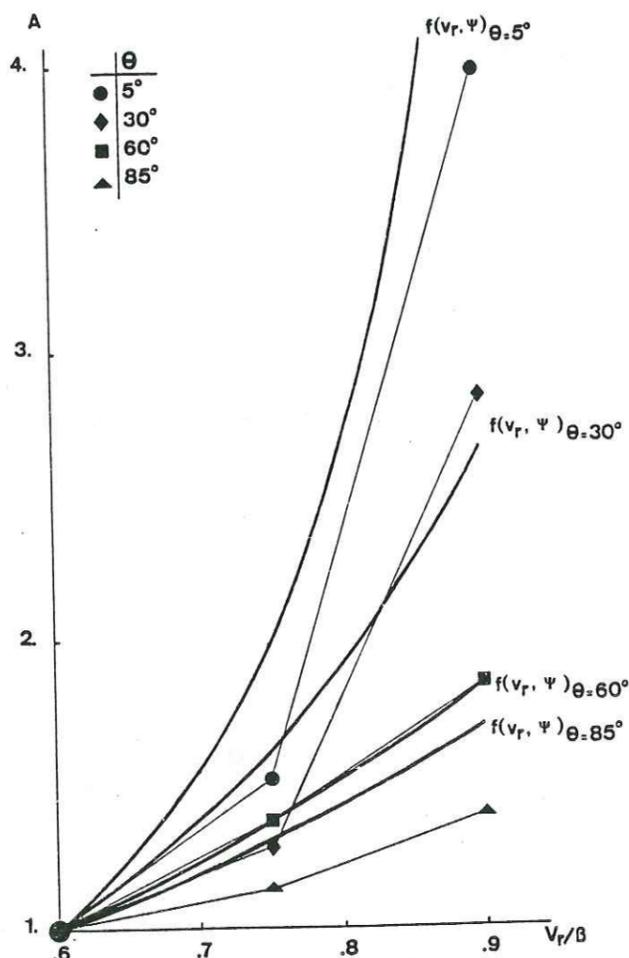


FIG. 3. Normalized amplitude of the  $fs$  phase acceleration pulse as a function of rupture velocity in different azimuths. The approximative directivity function  $f$  (see text) is shown for comparison.

This is explained by the particular azimuth of the receiver with respect to the rupture front propagation ( $124.2^\circ$ ), which is close to the direction of emission of the headwave associated with the crack surface. This direction is defined by  $\Psi_{HW} = \cos^{-1}(-\beta/\alpha)$  (Achenbach and Harris, 1978), i.e.,  $125.7^\circ$  in this case. The strength of this phenomenon is further enhanced by the presence in our model of a "healing phase," which propagates inward from the periphery of the crack and freezes the slip along its front. We can see in Figure 2 (*bottom trace*) that, in the absence of healing, the amplitude of this phase is much weaker. Its radiation pattern is, therefore, strongly dependent on the slip-time function.

#### A CIRCULAR CRACK WITH SUDDEN JUMPS OF THE RUPTURE VELOCITY

Until now, we have mainly studied the phase emitted from the final periphery of the fault when the expansion stops. This represents a jump of the rupture velocity from  $v$  to 0. We shall now consider the case where other rupture velocity jumps occur during the breakage. The presence of such jumps is a cause of incoherency, which leads to a high-frequency radiation. The enhancement of high frequencies by incoherent rupture processes has been discussed by Boore and Joyner (1978). Using the previous fault configuration, we have computed the ground acceleration associated with a sudden acceleration or deceleration of the crack tip.

In such a model of self-similar crack, the slip function takes the form

$$\begin{aligned} \Delta u(r, t) &= 0 & t < t_0(r) \\ \frac{\Delta u(r, t)}{u_0} &= (v_1^2 t^2 - r^2)^{1/2} & t_0(r) < t < t_c \\ \frac{\Delta u(r, t)}{u_0} &= (v_2^2 (t - t_D)^2 - r^2)^{1/2} & t_c < t < t_1(r) \\ \frac{\Delta u(r, t)}{u_0} &= (v_2^2 (t_1(r) - t_D)^2 - r^2)^{1/2} & t > t_1(r) \end{aligned}$$

$$t_0(r) = \frac{r}{V_1} \quad t_0(r) < t_c$$

$$= t_c - \frac{(r - t_c V_1)}{V_2} \quad t_0(r) > t_c$$

$$t_c = \frac{R}{2V_M}; \quad t_D = t_c \left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right); \quad t_1(r) = \frac{R}{V_M} + \frac{R-r}{\beta}$$

$$V_M = \frac{V_1 + V_2}{2}. \quad (5)$$

In all the cases studied, we assume the same final value of slip at the hypocenter. We have done the calculation for the same source-observer configuration as the one previously studied and have considered two cases

- case SC1 with  $V_1 = 0.6\beta$  and  $V_2 = 0.9\beta$
- case SC2 with  $V_1 = 0.9\beta$  and  $V_2 = 0.6\beta$ .

The tangential accelerations obtained are depicted in Figure 4. In the case of a sudden acceleration (SC1), the initiation phase ( $ds$ ) is very weak (compared with Figure 2). At  $60^\circ$  and  $85^\circ$  of azimuth, the disturbance corresponding to the wave emitted during the rupture velocity change, denoted by ( $c$ ), is clearly seen; while for  $5^\circ$  and  $30^\circ$  ( $c$ ) and ( $fs$ ) are not distinguishable because their arrival times are very close. The ( $c$ ) phase amplitude appears smaller than the ( $fs$ ) one. Two factors account for this behavior. The first one is clearly expressed by equation (4): the jump of the directivity function is obviously larger when the velocity changes from  $0.9\beta$  to 0 than when it changes from  $0.6\beta$  to  $0.9\beta$ . The second factor is that, in a dynamic crack model, the slip velocity near the rupture front is proportional to the stress intensity factor, which increases as the square root of the distance from the hypocenter. As in the case of a crack with a constant rupture velocity, the phase ( $fs'$ ) is very important at  $30^\circ$  of azimuth. The absence (or weakness) of a similar

phase associated with the rupture velocity jump can be explained by the absence, in this case, of a healing phase. We have seen the importance of healing for the diffraction in the last section.

In the case of a sudden deceleration (SC2), the initiation phase ( $ds$ ) is strong and has an amplitude comparable to the phase associated with the rupture velocity change ( $c$ ). The acceleration which is produced by the stopping phase ( $fs$ ) now has a much lower amplitude; it is associated with a smaller change of rupture velocity than in the case SC1. The importance which is now taken by the phase ( $c$ ), with regard to the stopping phase ( $fs$ ), is well explained by the properties of the directivity function. The change of value of this function is not simply related to the height of the jump:  $|f(0.6\beta, \Psi) - f(0.9\beta, \Psi)|$  is greater than  $|f(0.6\beta, \Psi) - 0.0|$  for any angle  $|\Psi| < 56^\circ$ . The polarity of the pulse ( $c$ ) is opposite for the two models.

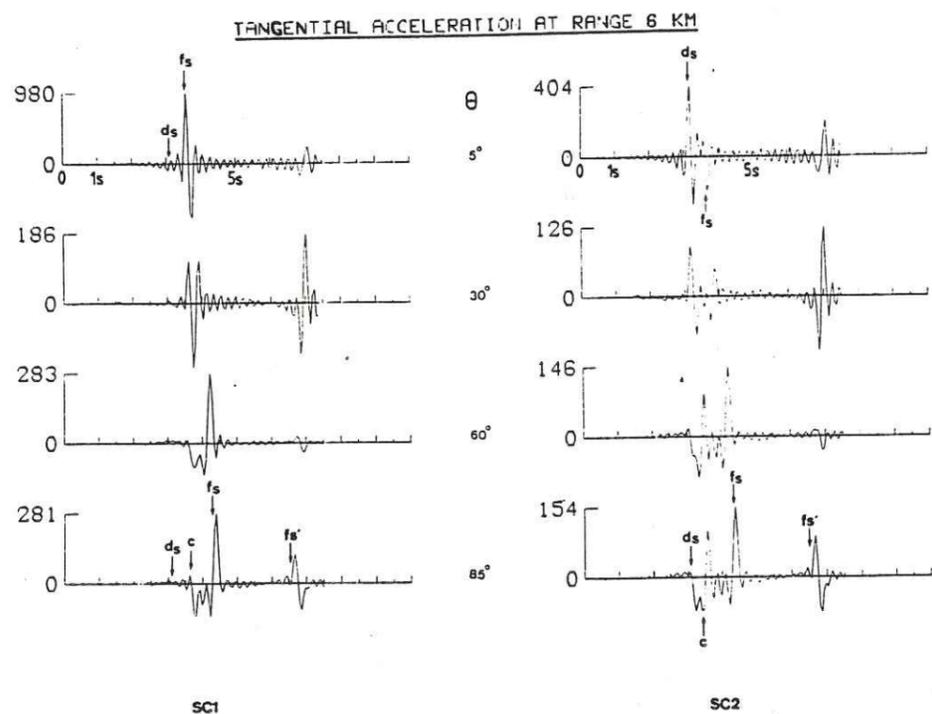


FIG. 4. Tangential ground acceleration produced by the source models SC1 and SC2 in a half-space.

To further our understanding of these phenomena, we now consider a crack with two rupture velocity jumps. The expression of the slip function is easily derived from equation (5). We shall consider two cases denoted by SC3 and SC4, whose kinematics is depicted in Figure 5. The tangential ground accelerations produced by these sources are shown in Figure 6. It is interesting to compare the relative amplitudes of the different phases in these two cases: in the case SC3 and at an azimuth of  $85^\circ$ , ( $c_1$ ), ( $c_2$ ), and ( $fs$ ) have similar amplitudes while at  $5^\circ$  ( $c_2$ ) is the prominent pulse. On the contrary, in the case SC4, the stopping phases strongly prevail. These calculations show that the events which produce the high acceleration pulses are the rupture velocity jumps from or to a high rupture velocity, especially for observers near the fault plane, as we can foresee from Figure 3. The azimuthal dependence of signal shape and amplitude is very strong. At locations close to the fault strike, the accelerations are characterized by higher amplitude but less numer-

ous pulses than at sites more distant from the fault plane. Consequently, the complexity of the rupture process is better represented by off-strike recordings where the phases associated with various rupture events are more equally weighted. On-strike, the acceleration signal is completely dominated by the phases associated

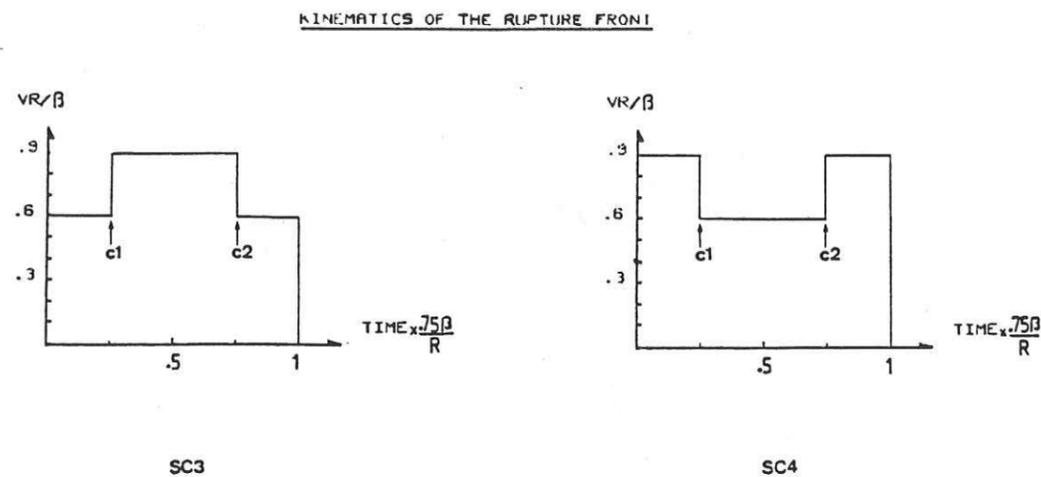


FIG. 5. Kinematics of the rupture front for the source models SC3 and SC4.

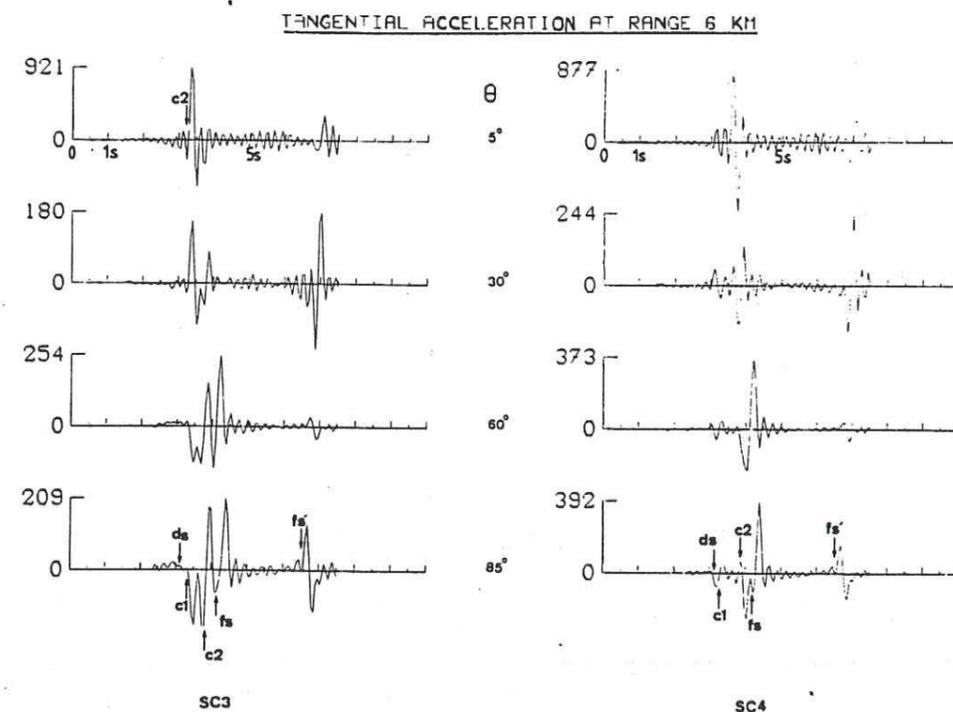


FIG. 6. Tangential ground acceleration produced by the source models SC3 and SC4.

with the highest rupture velocities. The radial and vertical components of acceleration, not shown on the figure, display similar characteristics.

In order to illustrate this behavior, we compare in Figure 7 on-strike and off-strike recordings of the 1979 Imperial Valley earthquake. The accelerograms considered

are those obtained at the El Centro Array No. 6 (component 230°) and Holtville (component 225°) stations. The maximum accelerations are recorded on-strike. These signals are made up of several pulses whose number and peak values may be regarded as characteristic of the source complexity. The number of pulses with amplitude larger than half the peak value for each signal is greater in the case of the off-strike station (13) than in the case of the on-strike receiver (5). Although nonunique, a model with several rupture velocity changes would account for these features.

#### HIGH-FREQUENCY BEHAVIOR OF THE SEISMIC ACCELERATION SPECTRUM

Until now, we have assumed that the rupture velocity jumps (or the stop of the crack expansion) are instantaneous. We have seen that these sudden jumps are responsible for acceleration pulses radiated by the source. In order to explain the high-frequency behavior of the observed accelerograms, namely the existence of a

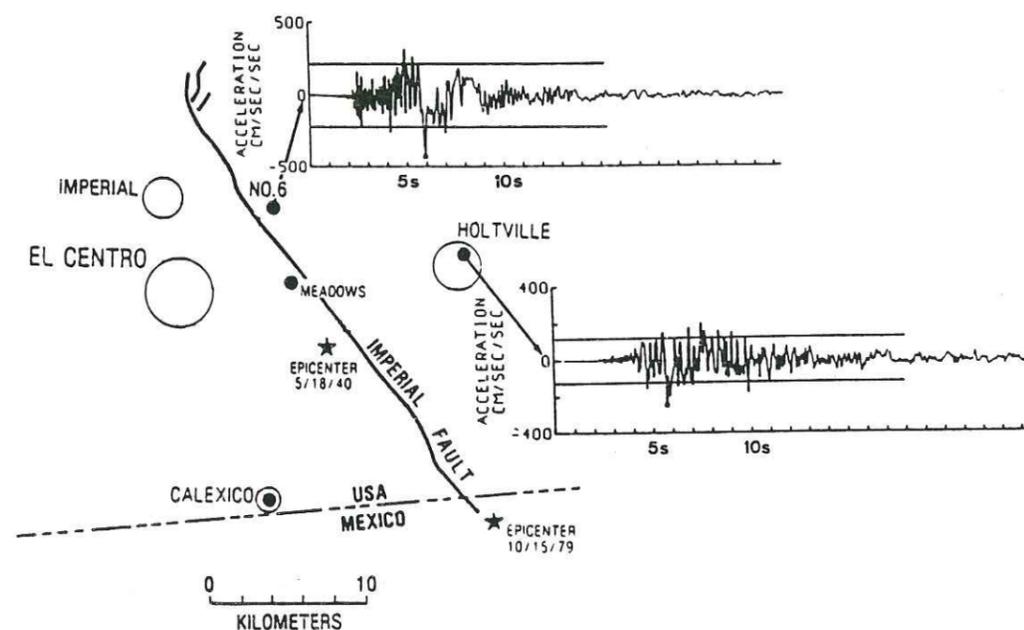


FIG. 7. Strong motion stations in the Imperial Valley, California, and accelerograms from the 15 October 1979 earthquake (from Brady *et al.*, 1980).

natural cut-off frequency  $f_{max}$  (Hanks, 1982), Boatwright (1982) has introduced, in his far-field representation, a finite width of the acceleration pulse, which he assumes to be directly related to the duration of the velocity jump. We present now some near-field calculations for crack models with smooth decelerations. Following Aki (1979), we associate such an evolution of the rupture velocity with a spatial change of the fracture energy of the medium.

We have considered two models with a rupture velocity of  $0.75\beta$  different by the duration of the final deceleration:  $t' = 1$  sec and  $t' = 0.3$  sec. The computed acceleration spectra are depicted in Figure 8. They are compared with the case of a sudden stop. The high-frequency behavior is strongly affected: a large discrepancy of energy occurs beyond  $1/t'$ . This result suggests a relation between the duration  $t'$  or the corresponding distance covered by the decelerating crack tip  $l'$  with the natural cut-off frequency currently denoted by  $f_{max}$ . Like the corner frequency which is related to the characteristic source dimension (or total rupture duration),  $f_{max}$

seems related to another characteristic of the rupture process: the spatial extent of the rupture velocity jump (or its duration). The meaning of the corner frequency is clearly established for the circular crack model, for which Madariaga (1976) proposes a relation between this parameter, the radius of the crack, the rupture velocity, and the azimuth of the receiver. On the other hand, it is difficult to interpret physically the existence of  $f_{max}$ . An interpretation, which is suggested by this study, is that  $f_{max}$  is a measurement of the time of increase, up to a critical value, of the rate of energy absorbed by the tip of a growing crack. Such an interpretation is supported by the

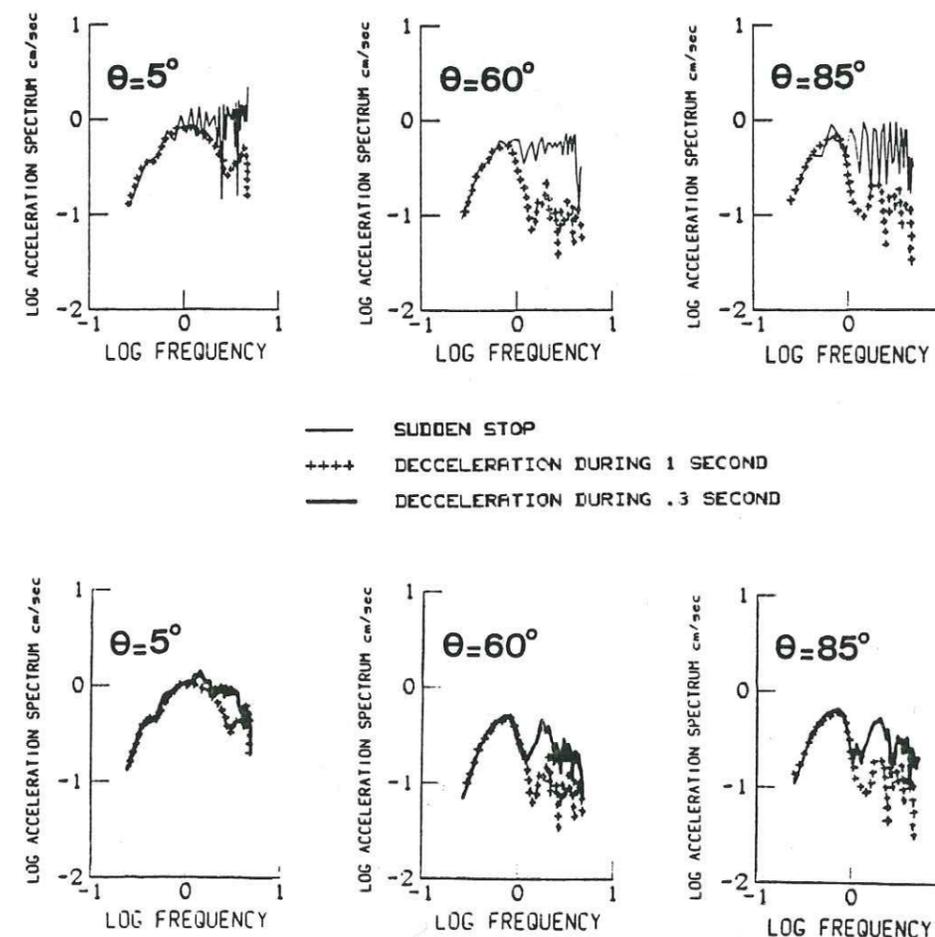


FIG. 8. Acceleration spectra at a range of 6 km obtained for three different stopping processes. The geometry of the crack is the one shown in Figure 1.

dynamic calculations performed by Nur and Israel (1979) which show the inverse relationship between local rupture velocity and rate of energy absorbed at the crack tip.

#### CONCLUDING REMARKS

In order to account for the observer complexity of the rupture processes, we have introduced in the classical crack model some jumps of the rupture velocity, and we have seen that these kinematic discontinuities are related to ground acceleration pulses. The ratio of peak acceleration to root mean square acceleration,  $R_A$ , seems to be an increasingly used characteristic of strong ground motions. By analogy with the work of Hanks and McGuire (1981), we have calculated this ratio for a time

window starting from the arrival time of the first  $S$  wave and whose width is the rupture duration. We have done this calculation for the transverse component of the synthetics at  $5^\circ$  of azimuth with respect to the fault plane. In the case of a crack propagating with a constant rupture velocity ( $0.75\beta$ ) and suddenly stopping, we have obtained  $R_A = 3.7$ . If we introduce a sudden jump of the rupture velocity, the value of  $R_A$  falls to 2.4. These values are coherent with the data compiled by Hanks and McGuire (1981) which show that  $R_A$  lies between 1.8 and 4.5 for California earthquakes. Another parameter which affects  $R_A$  is the high-frequency cut-off. Our synthetics show such a dependence:  $R_A = 3.7$  for  $f_{\max} = 5$  Hz,  $R_A = 3.4$  for  $f_{\max} = 3.3$  Hz and  $R_A = 2.8$  for  $f_{\max} = 1$  Hz. Nevertheless, the observed values of  $f_{\max}$  (around 10 Hz) for great or moderate earthquakes show that low values of  $R_A$  cannot be explained by processes such as decelerations. Kinematic complexity seems to be the reliable characteristic of  $R_A$ .

#### ACKNOWLEDGMENTS

I am indebted to Michel Bouchon for the help and attention that he provided throughout this work. I thank R. Madariaga and R. Archuleta for enlightening discussions. This work has been critically reviewed by J. Boatwright and D. Boore. This research was supported by Institut National d'Astronomie et de Géophysique through Contract ATP-Sismogénèse.

#### REFERENCES

- Achenbach, J. D. and J. G. Harris (1978). Ray method for elastodynamic radiation from a slip zone of arbitrary shape, *J. Geophys. Res.* **83**, 2283-2291.
- Aki, K. (1979). Characterization of barriers on an earthquake fault, *J. Geophys. Res.* **85**, 6140-6148.
- Aki, K., M. Bouchon, B. Chouet, and S. Das (1977). Quantitative prediction of strong motion for a potential earthquake fault, *Anr. Geophys.* **XXX**, 341-358.
- Archuleta, R. and S. Hartzell (1981). Effects of fault finiteness on near source ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* **71**, 939-957.
- Ben-Menahem, A. (1961). Radiation of seismic surface waves from finite moving sources, *Bull. Seism. Soc. Am.* **51**, 401-435.
- Boatwright, J. (1982). A dynamic model for far-field accelerations, *Bull. Seism. Soc. Am.* **72**, 1049-1068.
- Boore, D. M. and W. B. Joyner (1978). The influence of rupture incoherence on seismic directivity, *Bull. Seism. Soc. Am.* **68**, 283-300.
- Bouchon, M. (1981). A simple method to calculate Green's functions for elastic-layered media, *Bull. Seism. Soc. Am.* **71**, 959-971.
- Brady, A. G., V. Perez, and P. N. Mork (1980). The Imperial Valley earthquake, October 15, 1979, Digitalization and processing of accelerograph records, *U.S. Geol. Surv., Open-File Rept.* **80-703**, 1-309.
- Campillo, M. and M. Bouchon (1983). A theoretical study of the radiation from small strike-slip earthquakes at close distances, *Bull. Seism. Soc. Am.* **73**, 83-96.
- Hanks, T. C. (1982).  $f_{\max}$ , *U.S. Geol. Surv., Open-File Rept.* **82-591**, 405-436.
- Hanks, T. C. and R. K. McGuire (1981). The character of high-frequency strong ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* **71**, 2071-2095.
- Johnson, L. R. (1974). Green's function from Lamb's problem, *Geophys. J.* **37**, 99-131.
- Kostrov, B. V. (1964). Self similar problems of propagation of shear cracks, *J. Appl. Math. Mech.* **28**, 1077-1078.
- Madariaga, R. (1976). Dynamics of an expanding circular fault, *Bull. Seism. Soc. Am.* **66**, 639-666.
- Madariaga, R. (1977). High frequency radiation from crack (stress drop) models of earthquake faulting, *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* **51**, 625-651.
- Madariaga, R. (1983). A string model for the high frequency radiation from earthquake faulting, *U.S. Geol. Surv., Open-File Rept.* **82-599**, 30-50.
- Nur, A. and M. Israel (1980). The role of heterogeneities in faulting, *Phys. Earth Planet. Interiors* **21**, 225-236.

LABORATOIRE DE GEOPHYSIQUE INTERNE  
I.R.I.G.M. BP 53 X 38041  
GRENOBLE CEDEX, FRANCE

Manuscript received 7 June 1982

## B 2 : LES CARACTERISTIQUES DU RAYONNEMENT D'UN SEISME DE FAIBLE MAGNITUDE ENTRE 10 ET 100 KM DE DISTANCE EPICENTRALE

# A THEORETICAL STUDY OF THE RADIATION FROM SMALL STRIKE-SLIP EARTHQUAKES AT CLOSE DISTANCES

BY MICHEL CAMPILLO AND MICHEL BOUCHON

## ABSTRACT

We present a study of the seismic radiation of a physically realistic source model—the circular crack model of Madariaga—at close distance range and for vertically heterogeneous crustal structures. We use this model to represent the source of small strike-slip earthquakes. We show that the characteristics of the radiated seismic spectra, like the corner frequency, are strongly affected by the presence of the free surface and by crustal layering, and that they can be considerably different from the ones of the homogeneous-medium far-field solution. The vertical and radial displacement spectra are the most strongly affected. We use this source model to calculate the decay of peak ground velocity with epicentral distance and source depth for small strike-slip earthquakes in California. For distances between 10 and 80 km, the peak horizontal velocity decay is of the form  $r^{-1.25}$  for a 4-km hypocentral depth and  $r^{-1.65}$  for deeper sources. The predominance of supercritically reflected arrivals beyond epicentral distances of 70 to 80 km produces a sharp change in the rate of decay of the ground motion. For most of the cases considered, the peak ground velocity increases between 80 and 100 km. We also show that the S-wave velocity in the source layer is the lower limit of phase velocities associated with significant ground motion.

## INTRODUCTION

The continued growth over the past decade of microseismicity and aftershocks studies using magnetic tape recording has resulted in the collection of a considerable amount of data concerning small-size earthquakes. Because of the lag of theoretical modeling techniques, however, little of this huge quantity of information has been used. Although some attempts have been made to account for near-field seismic radiation and local crustal structure (Johnson and McEvelly, 1974; Helmberger and Malone, 1975; Helmberger and Johnson, 1977), most spectra of records obtained at very near distances from the source are still interpreted using models derived for the far-field and infinite homogeneous media.

Recent advances in numerical modeling techniques make it now possible to evaluate the complete seismic radiation of physically realistic source models at close distance range and for vertically heterogeneous crustal structures. The aim of this paper is to present such a technique. We shall show that the characteristics of the radiated seismic spectra can be drastically different from the ones of the homogeneous-medium far-field solution. As an application of the method, we shall calculate the decay of peak ground velocity with epicentral distance and source depth for small earthquakes in California. The ultimate goal of this paper is to encourage the use of such modeling techniques in aftershocks or microseismicity studies. We shall restrict the scope of this study to the case of strike-slip earthquakes.

## SEISMIC SOURCE MODEL

It is now generally accepted that large seismic events are essentially composite. The barrier model (Aki *et al.*, 1977), for instance, represents the earthquake fault as a cluster of fractured patches separated by unbroken barriers. Ideally, a small

earthquake can be thought of as a single fractured patch. We shall represent such a source as a plane circular shear crack. We shall assume that rupture nucleates at a point and propagates radially at a constant velocity until it suddenly stops. The dynamics and far-field radiation of this model have been studied by Madariaga (1976). Recently, Archuleta and Hartzell (1981) have investigated its near-field radiation in a half-space. They have studied more specially the effects of fault finiteness and directivity.

Following Bouchon (1978), Boatwright (1980), and Archuleta and Hartzell (1981), we approximate the numerical solution for the slip time history on the fault (Madariaga, 1976) by an analytical approximation more suitable for calculation. Denoting by  $\vec{r}$  the position vector from the center of the crack, we define the slip  $\Delta u(\vec{r}, t)$  by the following expressions

$$\begin{aligned} \frac{\Delta u(\vec{r}, t)}{u_0} &= 0 & t < t_0(r), \\ \frac{\Delta u(\vec{r}, t)}{u_0} &= \sqrt{V_r^2 t^2 - r^2} & t_0(r) < t < t_1(r) \\ \frac{\Delta u(\vec{r}, t)}{u_0} &= \sqrt{V_r^2 t_1(r)^2 - r^2} & t > t_1(r) \end{aligned} \quad (1)$$

with

$$\begin{aligned} t_0(r) &= r/V_r, & t_1(r) &= R/V_r + (R - r)/V_h \\ u_0 &= \frac{C\sigma_e}{\xi\mu}, & \xi &= 1 + V_r/V_h \end{aligned}$$

where  $R$  is the source radius,  $\beta$ ,  $V_r$ , and  $V_h$  are, respectively, the shear wave, rupture, and healing velocities,  $\sigma_e$  is the effective stress,  $\mu$  is the shear modulus, and  $C$  is a numerical value depending on the rupture velocity to shear-wave velocity ratio.

In this model, the slip does not stop simultaneously on the fault. Once the rupture front stops, a healing wave propagates inward from the edge of the fault. Slip stops at the arrival of this wave. The initial part of the slip function (until the arrival of the  $P$  stopping phase) is identical to the solution obtained by Kostrov (1964) for a self-similar circular shear crack. It should be observed that this model introduces a discontinuity in the temporal evolution of slip velocity and a second order discontinuity in the final spatial distribution of slip.

Equations (1) allow us to calculate the far-field pulses and the associated spectral densities. Denoting by  $\Delta \tilde{u}(r, \omega)$ , the Fourier transform of the slip velocity and by  $H$  the Hankel transform in the radial variable, the spectral density of the far-field pulse is given by (Madariaga, 1976)

$$\tilde{M}(\theta, \omega) = 2\pi\mu\Delta \hat{u}(k, \omega) \Big|_{k = (\omega \sin \theta)/v} \quad (2)$$

with

$$\Delta \hat{u} \equiv H(\Delta \tilde{u}(r, \omega))$$

and where  $v$  is, respectively, the  $P$ - or  $S$ -wave velocity depending on the type of wave considered, and  $\theta$  is the azimuth of radiation measured from the normal to the fault plane.

In order to determine the healing velocity which best fits the dynamic solution, we compare the far-field  $P$ - and  $S$ -wave pulses radiated by our approximate analytic model with Madariaga's solution. We consider the same conditions as Madariaga ( $V_r = 0.9\beta$ ) and compute the pulses radiated in azimuths of  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ , and  $90^\circ$  for two different healing velocities: the  $P$ -wave velocity (Figure 1A) and the  $S$ -wave velocity (Figure 1B). The best agreement with the dynamic solution for both signal duration and amplitude is obtained in the case of healing with the  $S$ -wave velocity. We shall, therefore, choose the shear-wave velocity as the healing velocity. Throughout this study, we shall assume a rupture velocity to shear-wave velocity ratio of 0.75.

The seismic moment associated with the source is defined by (Aki, 1966)

$$M_0 = \mu \int_0^R \int_0^{2\pi} \Delta u(r, t = \infty) r d\phi dr. \quad (3)$$

Using the expression of the slip in equation (1), we can perform the integration analytically, which yields

$$M_0 = 2\pi C \frac{\sigma_s}{\xi} R^3 \left( \frac{\xi^{1/2}(1-\xi)}{2(2-\xi)^{5/2}} \arccos(\xi-1) + \frac{\xi^2}{3(2-\xi)} + \frac{(1-\xi)^2}{2(\xi-2)^2} \right). \quad (4)$$

The corresponding local magnitude  $M_L$  can be estimated by applying the empirical relation

$$\log(M_0) = 1.5 M_L + 16 \quad (5)$$

obtained by Thatcher and Hanks (1973) for southern California earthquakes.

#### CHARACTERISTICS OF SEISMIC RADIATION

In order to compute the seismic radiation produced by the crack, we use the method proposed by Bouchon (1981) to calculate Green's functions in a layered half-space. We represent the extended circular source by a superposition of point sources. These individual sources are arranged in a rectangular network which covers the crack surface. The distance between neighboring sources is chosen to be much smaller than the shortest wavelength considered. The slip function depends on the position on the crack and is defined according to equations (1). We first consider the case of an elastic half-space characterized by  $P$ - and  $S$ -wave velocities of 6 and 3.5 km/sec and a density of 2.9 gm/cm<sup>3</sup>. The source radius is 500 m and the hypocenter is at a depth of 4 km.

The surface displacements computed at epicentral distances of 2, 5, 10, and 25 km in a  $60^\circ$  azimuth with respect to the fault plane are shown in Figure 2. The interval between point sources is 50 m, and the frequency range extends from 0 Hz (static) to 10 Hz. The relative excitation of the different phases is similar to the one obtained by Israel and Kovach (1977) for a small strike-slip dislocation source.

At an epicentral distance of 2 km, the radial and vertical displacements are characterized by the absence of a well-defined  $P$ -wave pulse. The width of the  $S$ -wave pulse is similar to the one radiated in the far field. At a distance of 5 km, the  $P$ -wave pulse starts to develop. The  $SP$  head wave, which is radiated at the source as a shear wave and propagates along the surface as a  $P$  wave, is the major arrival on the radial component where it overshadows the  $S$  wave. At 10 and 25 km, the  $SP$  pulse is well separated from the  $S$  wave and is much larger than the  $S$  pulse on the

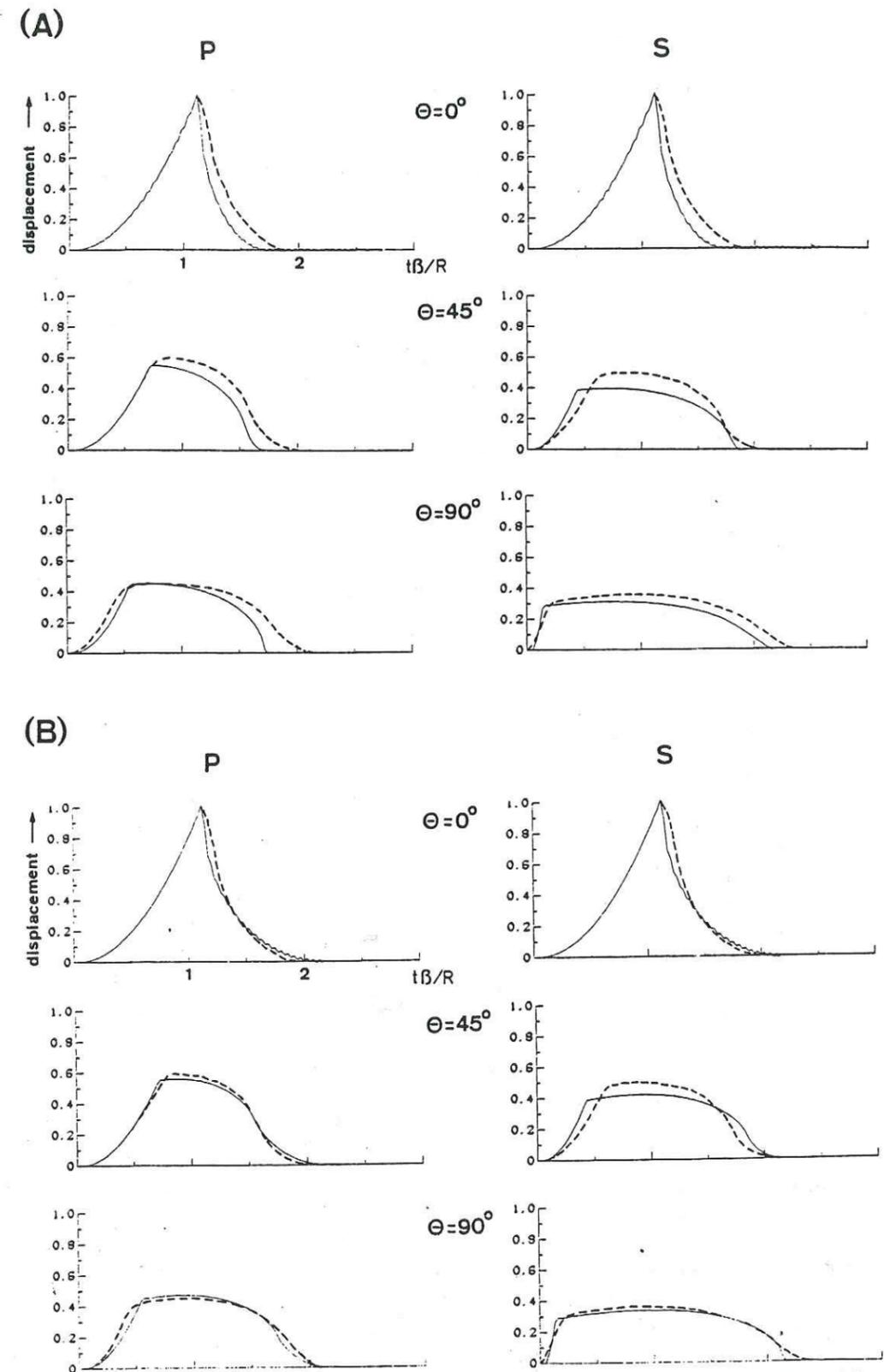


FIG. 1. Comparison between Madariaga's far-field displacement pulses and the ones obtained from analytical models with a healing phase propagating with  $P$ -wave velocity (A) and  $S$ -wave velocity (B).  $\theta$  is measured with respect to the normal to the fault plane. Madariaga's solution is represented by the dashed line.

radial component. The *SP* wave also affects the vertical displacement. Another feature of the synthetics at this distance range is the appearance of the Rayleigh wave.

It is interesting to compare the evolution of the relative amplitudes of the three

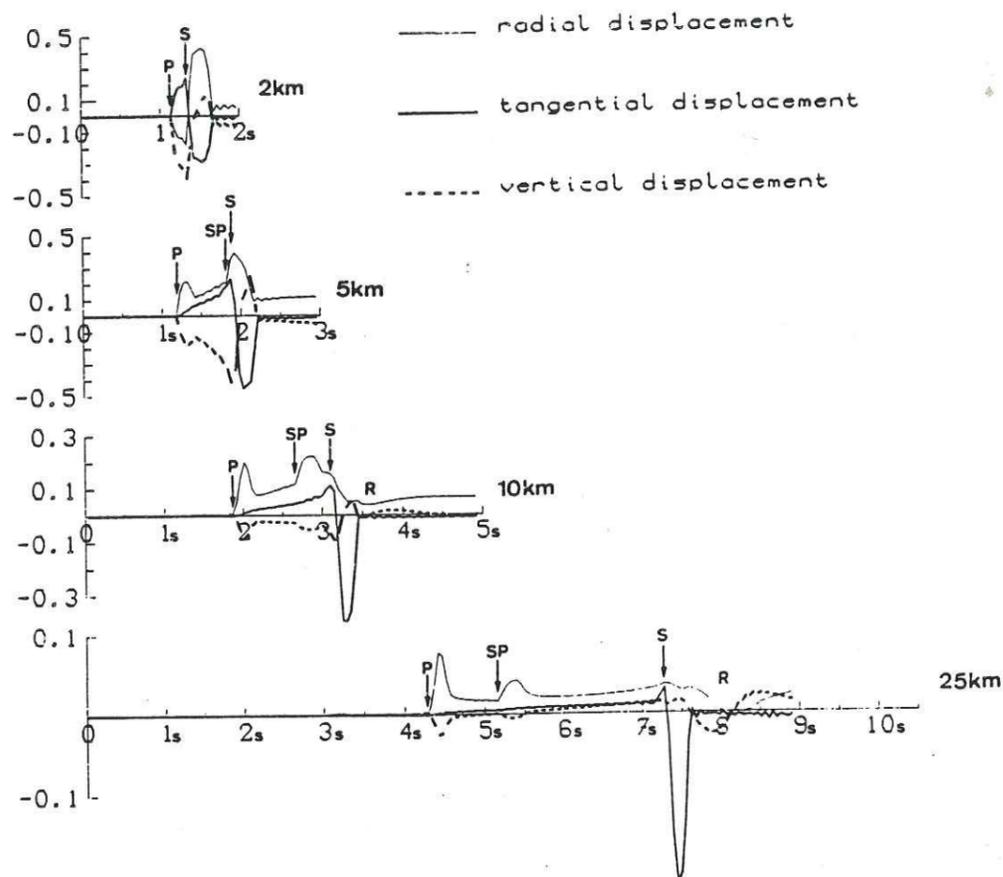


FIG. 2. Ground displacements at an azimuth of  $60^\circ$  and for different epicentral distances. The amplitude is given in centimeters for a 1-m displacement at the hypocenter.

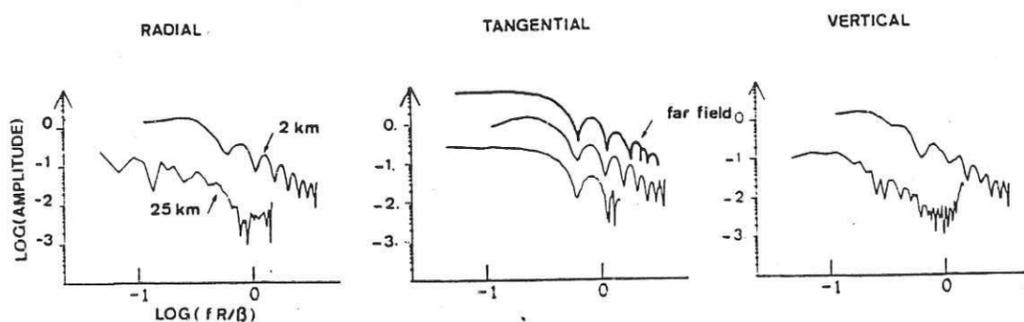


FIG. 3. Comparison of displacement spectra at different epicentral distances. The spectra are plotted as a function of nondimensional frequency  $fR/\beta$ .

components. At very close range, they are of comparable strength, but, as the epicentral distance increases, the transverse motion becomes more and more important.

Figure 3 shows a comparison between the displacement spectra obtained at epicentral distances of 2 and 25 km. The far-field *S*-wave displacement spectrum is

also presented. The frequency range considered extends to 25 Hz at 2 km and to 10 Hz at 25 km. The spectra of the transverse components at both distances are remarkably similar to the *S*-wave spectrum radiated in the far field. In particular, they display the same corner frequency and show the same rate of high-frequency decay. On the contrary, the spectral shapes of the radial and vertical components are strongly dependent on the epicentral distance considered. At 2 km distance, they are relatively close to the far-field displacement spectrum but become drastically different from it at 25 km. At this distance, the corner frequency, measured on the radial or vertical component, is a factor of 2 or 3 smaller than the one of the far-field *S* pulse. This implies that the evaluation of spectral source parameters, for strike-slip earthquakes, at least in the absence of strong vertical heterogeneities, should be made from the tangential displacement.

We now consider the case of a more complex and realistic medium where the upper crust is made up of several layers. The particular model chosen is shown in Table 1 and includes inelastic attenuation. The earthquake source is unchanged. The ground displacement computed at the same distance range as in Figure 2 is displayed in Figure 4, and the corresponding ground velocities are depicted in Figure 5.

TABLE 1  
MODEL OF THE UPPER CRUST USED IN THIS STUDY

Layer	Thickness	$\alpha$	$\beta$	$\rho$	$Q_v$	$Q_h$
1	1.5	4.0	2.3	2.6	100	140
2	3.0	5.5	3.2	2.8	200	400
3	$\infty$	6.3	3.65	2.9	300	600

There is a striking difference between the synthetics obtained at very close range and at 25 km distance. At very near distances, velocity waveforms are very impulsive. The high-amplitude *S* or *SP* pulse is made up of two spikes of energy closely spaced in time and representing the start and stopping of the rupture [see Archuleta and Hartzell (1981) for a discussion of these phases]. At 25 km, this impulsive character has disappeared. The high-frequency energy is spread evenly over several seconds, and no single energy arrival prevails. A remarkable feature of the results is the very rapid decay of radial motion with distance from the source. This component which is the prominent one at 2 km becomes even smaller than the vertical displacement at 25 km.

The displacement spectra are displayed in Figure 6. Their degree of complexity increases regularly with distance. The spectral shape of the transverse displacement, which in the half-space case showed little dependence on epicentral distance, is now affected by the layering although somewhat less than the other components. This strong distortion of the spectra induced by the layering has also been recognized, in the case of *SH* wave by Heaton and Helmberger (1978).

#### APPLICATION TO THE RADIATION FROM SMALL STRIKE-SLIP EARTHQUAKES IN CALIFORNIA

We now consider the case of a complete crustal structure. We choose the velocity model of southern California obtained by Kanamori and Hadley (1975) to which we add a low-velocity surface layer. The choice of an attenuation model is difficult because the data are sparse and inhomogeneous. They consist either of values

pertaining to the very superficial layers and inferred from measurements made with high-frequency waves or they represent average crustal evaluations obtained from long-period data. We choose here, for the upper layer, the values  $Q_p = 140$  and  $Q_s = 100$ , obtained by Bakun (1970) in central California. Between 1.5 and 3 km, we take  $Q_p = 400$ ,  $Q_s = 200$  and below 3 km, we assume  $Q_p = 600$ ,  $Q_s = 300$ . Finally, for the lower crust and the mantle, we take  $Q_p = 1000$ ,  $Q_s = 500$ . The velocity-attenuation model is fully described in Table 2.

The source is the one previously considered with a radius of 500 m and a rupture

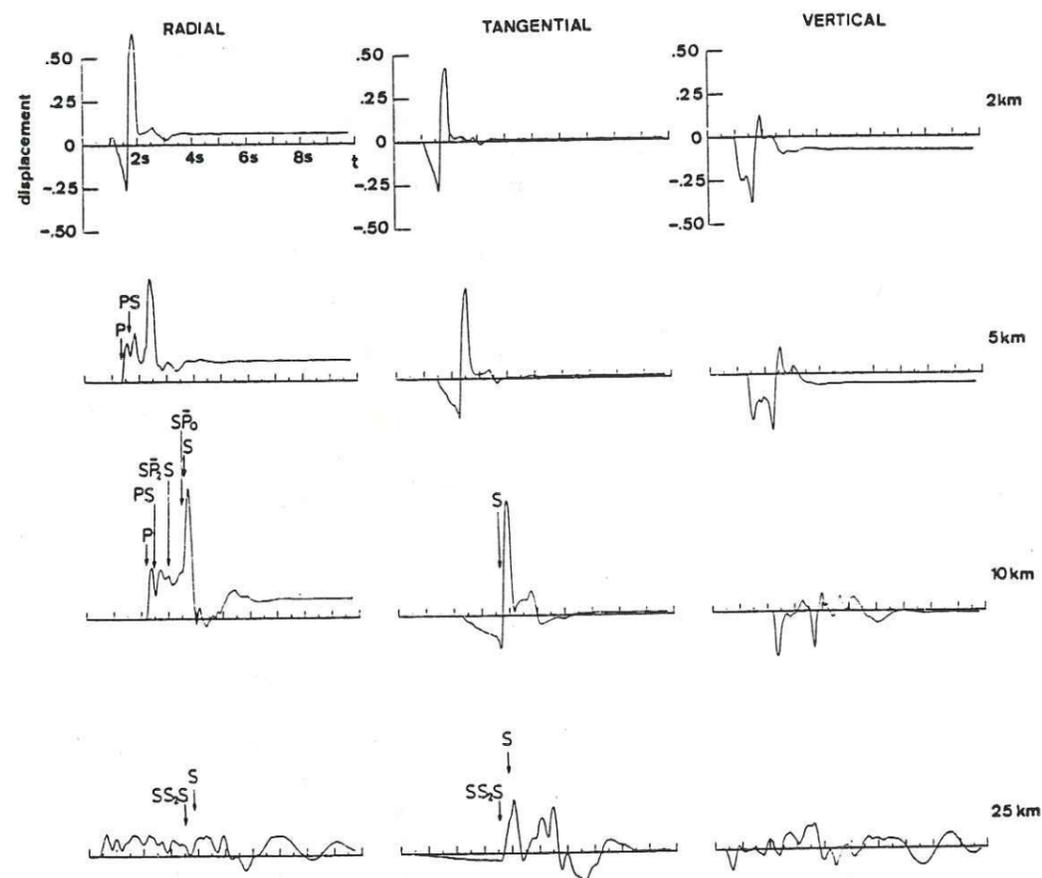


FIG. 4. Synthetic displacements for the three-layer medium with attenuation. The seismograms at 10 and 25 km have been magnified by 2 and 4, respectively.  $SP_i$  denotes the  $S$  wave which has been diffracted and has propagated with  $P$ -wave velocity along the  $i$ th interface from the surface. Amplitudes are given in centimeters for a 1-m displacement at the hypocenter.

velocity equal to  $0.75\beta$ . We compute the resulting ground motion along a profile lying at  $60^\circ$  from the fault plane. The receiver sites span the epicentral distance range from 10 to 100 km, at 10-km intervals. Four different hypocentral depths—4, 6, 8, and 10 km—are considered. The frequency range extends from 0 Hz (static) to 5 Hz. The resulting ground velocities are shown in Figure 7. The amplitudes are given in centimeters per second for a 1-m displacement at the hypocenter. The ground motion is the superposition of many disturbances. The relative importance of each phase depends on the epicentral distance and the source depth. Some of the reflected arrivals have amplitude comparable to the direct disturbances. This is particularly true for distance beyond 70 km for which the shear wave reflected on

the Moho is the largest arrival. This wave, which at larger distances becomes part of the  $Lg$  wave train, is incident on the Moho at an angle of incidence more grazing than the critical angle. Its energy is consequently trapped within the crust which results in its large amplitude. The degree of complexity of the waveforms increases with the distance range. The amplitude of the Love and Rayleigh waves is strongly affected by the source depth.

The dependence of peak horizontal and vertical velocities on epicentral distance

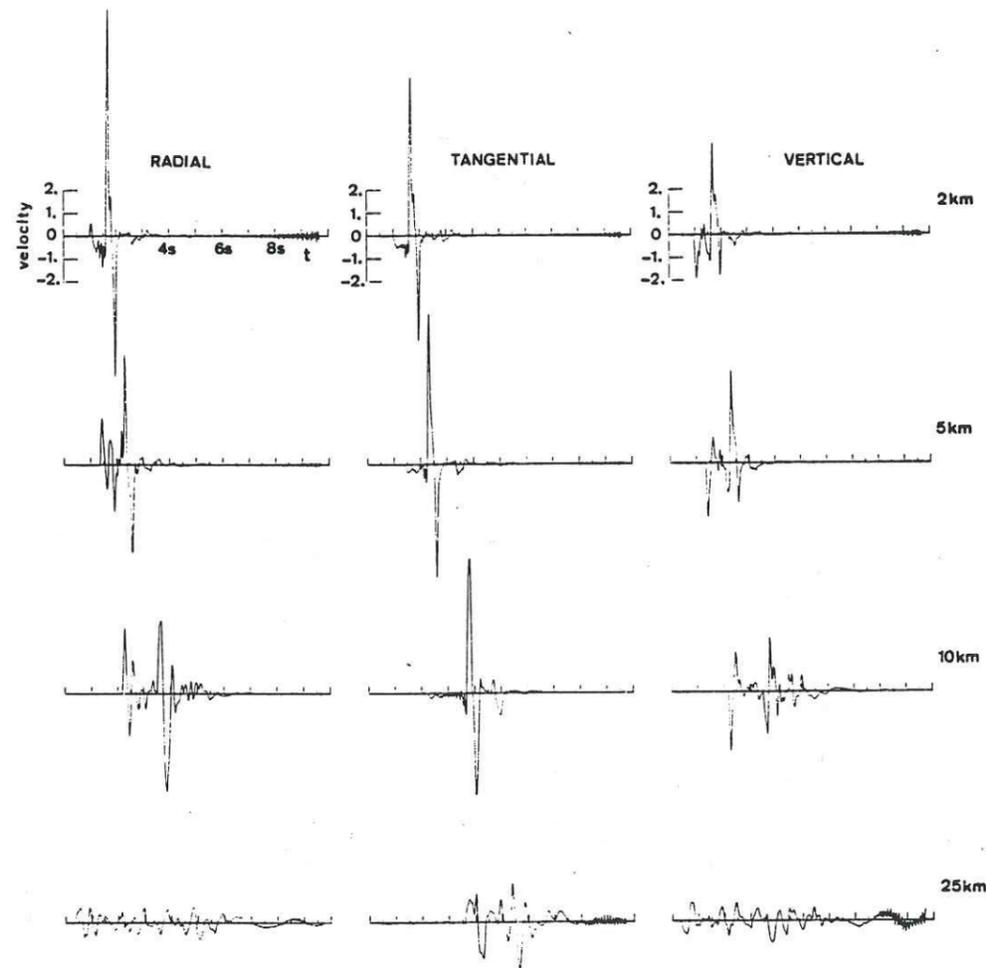


FIG. 5. Synthetic velocities for the three-layer medium. Same magnification as in Figure 4. Amplitudes are given in centimeters per second for a 1-m displacement at the hypocenter.

is displayed in Figure 8. The four different source depths are considered. The curves obtained obey a common pattern characterized by a regular decrease of amplitude up to a distance of about 80 km followed by a slight increase between 80 and 100 km. This amplitude increase starts a little beyond the critical distance for the shear wave reflected at the Moho and represents the strengthening of this reflected phase. The predominance of the supercritically reflected arrivals beyond epicentral distances of 70 to 80 km and the accompanying change in apparent geometrical spreading have also been recognized by Herrmann (1979). The rate of decrease of peak velocity in the 10 to 80 km distance range depends on the particular component considered. The tangential velocity, which has the largest amplitude, displays a

dependence of the form

$$V_{4\text{ km}} \sim r^{-1.25}$$

$$V_{6,8,10\text{ km}} \sim r^{-1.65}$$

The slowest decrease of peak tangential velocity is obtained for the shallow source. The dependence of vertical peak velocity on epicentral distance is of the form

$$V \sim r^{-1.3}$$

TABLE 2  
CRUSTAL MODEL USED IN THIS STUDY

Layer	Thickness	$\alpha$	$\beta$	$\rho$	$Q_s$	$Q_p$
1	1.5	4.0	2.3	2.6	100	140
2	3.0	5.5	3.2	2.8	200	400
3	23.0	6.3	3.65	2.9	300	600
4	5.0	6.8	3.9	3.1	500	1000
5	$\infty$	7.8	4.5	3.2	500	1000

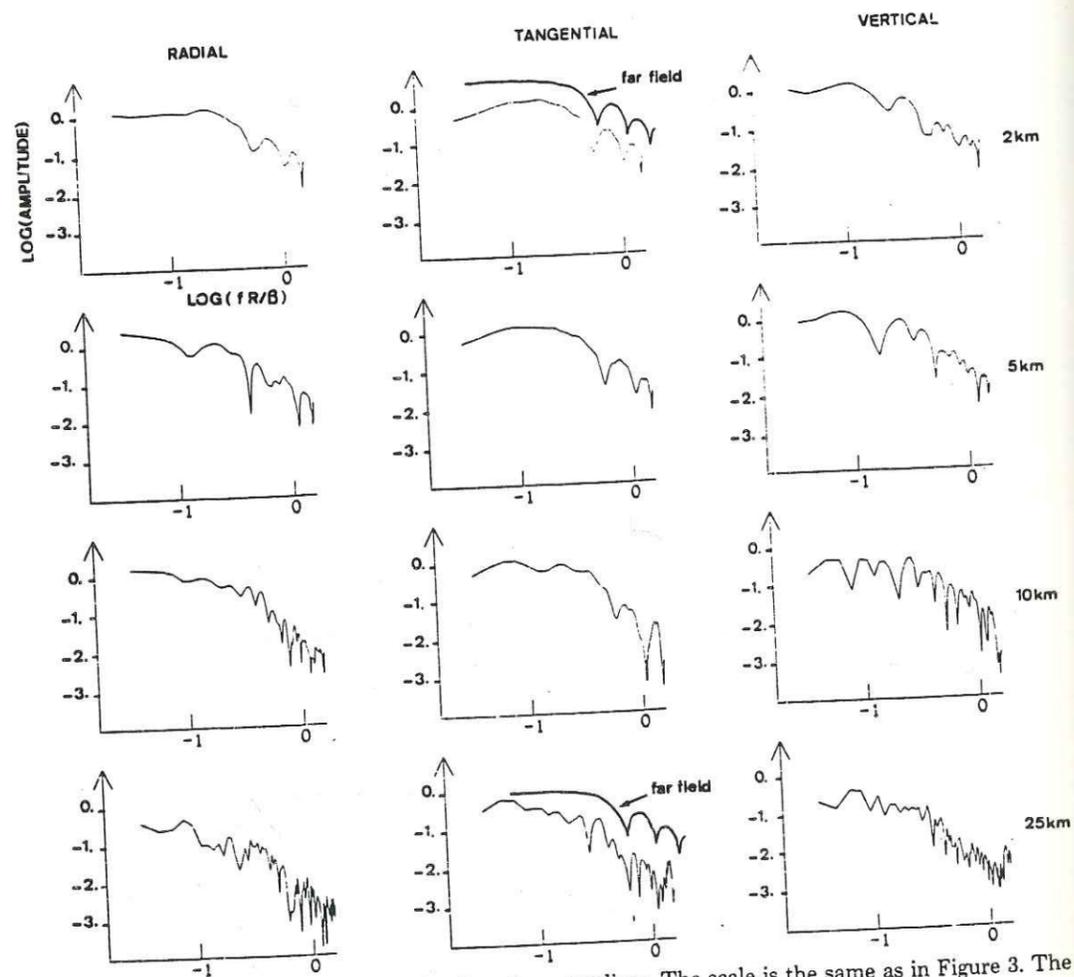


FIG. 6. Displacement spectra for the three-layer medium. The scale is the same as in Figure 3. The far-field S-wave displacement spectrum is shown for comparison.

The peak radial velocity decreases the fastest

$$V \sim r^{-2}$$

It is interesting to compare these variations with the empirical relations deduced from observations. In doing so, one must remember that these empirical relations

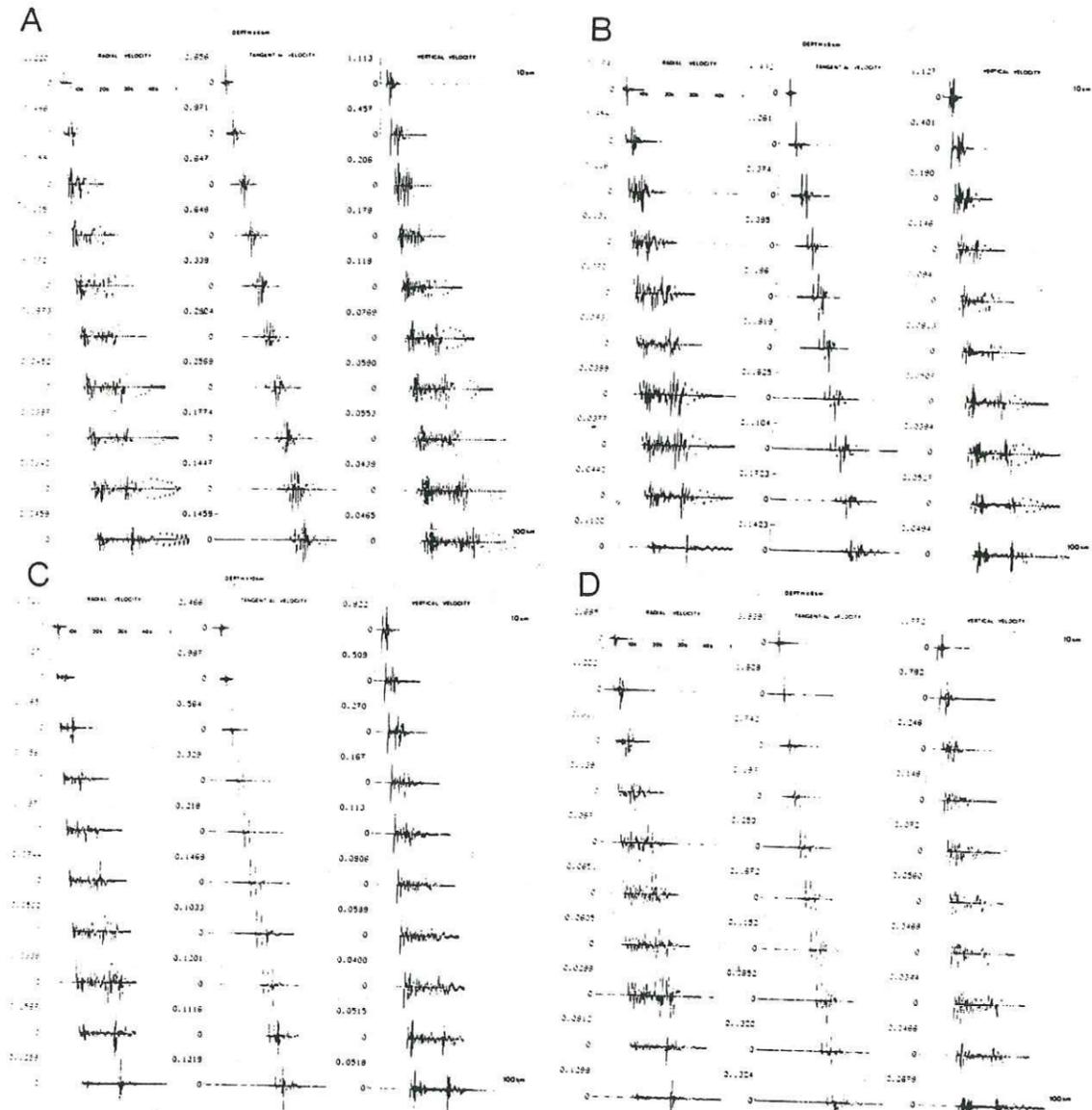


FIG. 7. (A) to (D) Ground velocity in the range 10 to 100 km from the epicenter for the California crust model. The source depth is given on each figure. Amplitudes are given in centimeters per second for a 1-m displacement at the hypocenter.

are mostly based on data obtained for large or intermediate-size earthquakes and involve different types of source mechanisms. For the San Fernando, California, earthquake of 1971, Espinosa (1977) finds a dependence of the form

$$V \sim r^{-1.35}$$

The study by Joyner and Boore (1981), which is mostly based on California data, yields, for epicentral distances between 10 and 100 km and earthquakes around magnitude 5, a peak velocity variation of the form

$$V \sim r^{-1.2}$$

The results of our computation are compatible with these empirical relations.

The three components of ground motion at a site completely define the translation motion but say nothing about differential motions such as strain, tilt, and rotation. To infer those, one needs to know the phase velocity of the waves which cause the motion. This can be achieved by looking at the ground motion in the frequency-horizontal wavenumber domain as shown in Figure 9. The three plots on this figure represent the spectral amplitudes of the three components of displacement for a source depth of 4 km and an epicentral distance equal to 10 km. As before, the azimuth considered is  $60^\circ$  with respect to the fault plane. The spectral density presents a large number of maxima. Most of the maxima are associated with phase

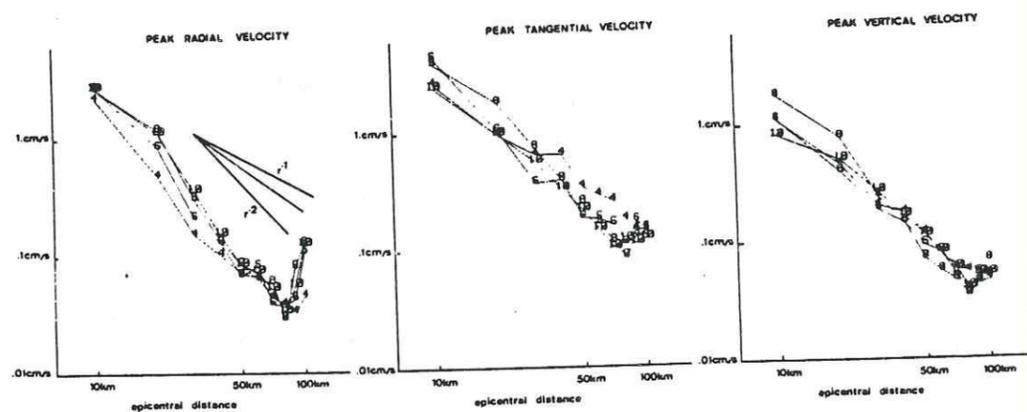


FIG. 8. Peak ground velocity as a function of epicentral distance. The numbers indicate the depth of the foci.

velocities lying between the  $S$ -wave velocities in the source layer and in the bottom crustal layer. For the vertical and radial components, there are also maxima close to the  $P$ -wave velocities. The important observation is that no significant amount of energy travels at phase velocities lower than the source-layer shear-wave velocity. The spectral amplitude of the vertical displacement at an epicentral distance of 100 km is shown in Figure 10A. The maxima occur at the same phase velocities as at a distance of 10 km. The effect of source depth is illustrated in Figure 10B. The hypocentral depth considered is 10 km and, as in Figure 9, the receiver is at 10 km from the epicenter. The source is now in the third crustal layer which results in a shift of the spectral maxima toward higher phase velocities. The source-layer shear-wave velocity is still the lower limit of the phase velocities of the disturbances which produce the ground motion.

This corroborates the results of calculations done by Luco and Sotiropoulos (1980). In the case of extended earthquake faults, Bouchon and Aki (1982) have shown that phase velocities are controlled by the basement-rock shear-wave velocity and the rupture velocity. These results show that, in the absence of lateral inhomogeneities, the amplitude of differential motions is not sensitive to the presence of low-velocity near-surface material.

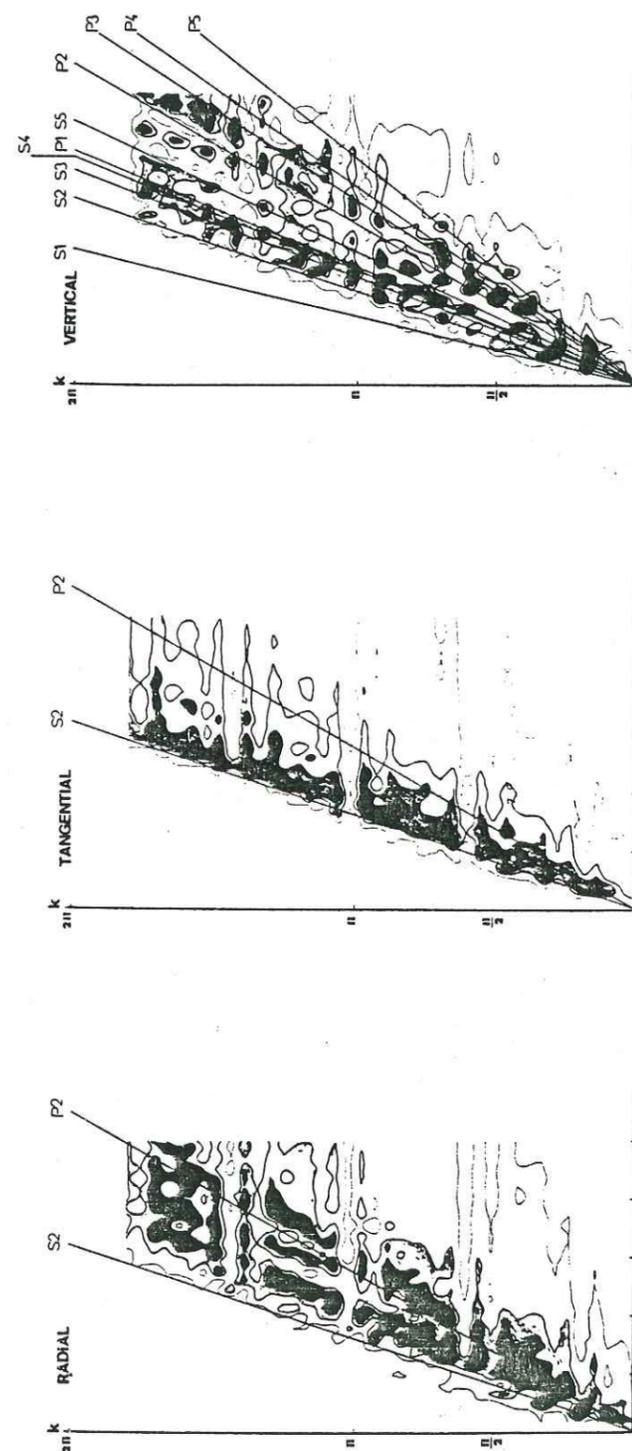


FIG. 9. Energy density in the frequency ( $f$ )-horizontal wavenumber ( $k$ ) domain for the three components at 10 km from the epicenter and for a 4 km deep focus. The straight lines represent  $P$ - and  $S$ -wave velocities in the layers numbered from the top. The increase in shade denotes an increase in energy density. The curves are plotted for the values of energy density:  $10^{-3}$ ,  $5 \times 10^{-4}$ , and  $10^{-4}$ .

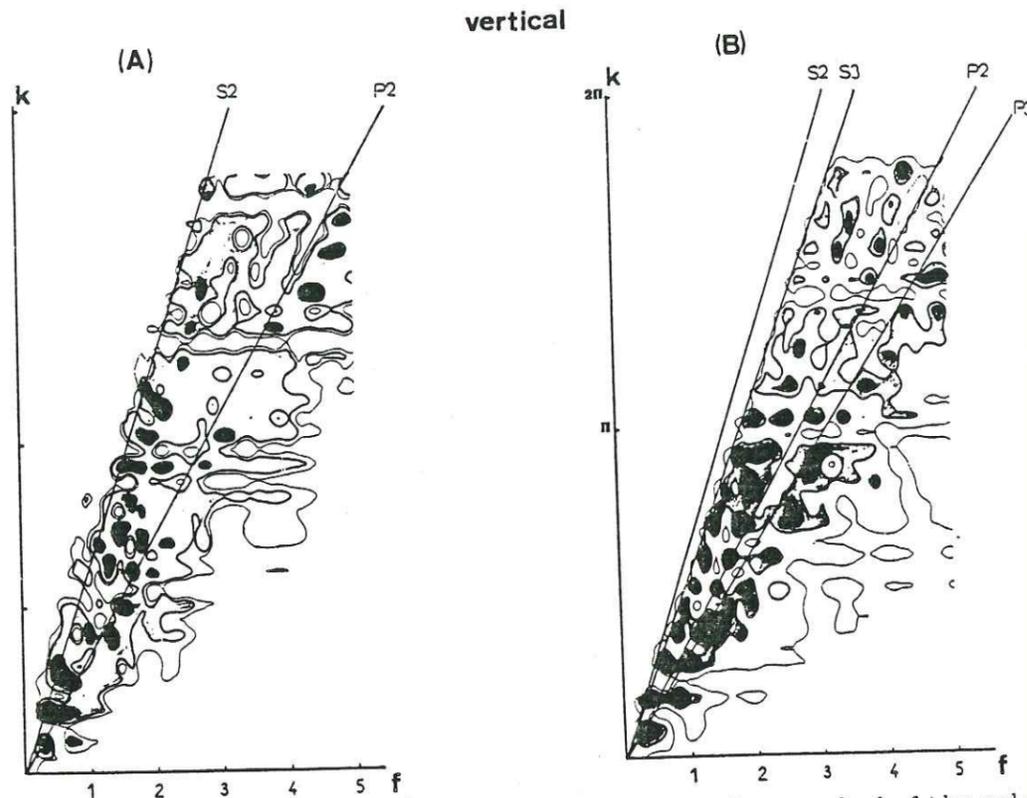


FIG. 10. (A) Density spectrum of vertical displacement in the case of a source depth of 4 km and a receiver at epicentral distance of 100 km. The curves are plotted for the values of energy density:  $10^{-4}$ ,  $5 \times 10^{-5}$ , and  $10^{-5}$ . (B) Density spectrum of vertical displacement in the case of a source depth of 10 km and a receiver at epicentral distance of 10 km. The scale is the same as in Figure 9.

#### CONCLUSIONS

In this paper, we have tried to show that present-day numerical modeling techniques allow the complete calculation of the seismic radiation of physically realistic source models embedded in vertically heterogeneous media. The use of such techniques, in microseismicity or aftershocks studies, should lead to a more accurate determination of the source spectral parameters and allow more information about the source to be retrieved from the records.

The particular source model that we have considered here is the one of an expanding circular crack which stops suddenly, developed by Madariaga (1976). We have shown that the presence of the free surface and crustal layering strongly affects the characteristics of the radiated spectra. The spectral corner frequency, for instance, changes with epicentral distance and depends on the particular component of motion considered.

We have used this source model to calculate the decay of peak ground velocity with epicentral distance for small strike-slip earthquakes in California. Between 10 and 80 km, peak horizontal velocity decreases as  $r^{-1.25}$  in the case of a 4-km hypocentral depth and as  $r^{-1.65}$  for deeper sources. The predominance of supercritically reflected arrivals beyond 70 to 80 km results, for most of the cases studied, in an increase in peak ground velocity between 80 and 100 km.

#### ACKNOWLEDGMENTS

We thank Raul Madariaga, David Boore, and William Ellsworth for their comments. This work was supported by Institut National d'Astronomie et de Géophysique through the A.T.P. Sismogenèse.

#### REFERENCES

- Aki, K. (1966). Generation and propagation of *G* waves from the Niigata earthquake of June 16, 1964, *Bull. Earthquake Res. Inst., Tokyo Univ.* **44**, 23-88.
- Aki, K., M. Bouchon, B. Chouet, and S. Das (1977). Quantitative prediction of strong motion for a potential earthquake fault, *Ann. Geofis.* **XXX**, 341-368.
- Archuleta, R. and S. Hartzell (1981). Effects of fault finiteness on near source ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* **71**, 939-957.
- Bakun, W. H. (1970). Body-wave spectra and crustal structure: an application to the San Francisco Bay region, *Ph.D. Thesis*, University of California, Berkeley, 124 pp.
- Bouchon, M. (1978). A dynamic source model for the San Fernando earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.* **68**, 1555-1576.
- Bouchon, M. (1981). A simple method to calculate Green's functions for elastic layered media, *Bull. Seism. Soc. Am.* **71**, 959-971.
- Bouchon, M. and K. Aki (1982). Strain, tilt and rotation associated with strong motion in the vicinity of earthquake fault, *Bull. Seism. Soc. Am.* **72**, 1717-1738.
- Boatwright, J. (1980). A spectral theory for circular seismic sources; simple estimates of source dimension, dynamic stress drop and radiated seismic energy, *Bull. Seism. Soc. Am.* **70**, 1-28.
- Espinosa, A. F. (1977). Partial velocity attenuation relations: San Fernando earthquake of February 9, 1971, *Bull. Seism. Soc. Am.* **67**, 1195-1214.
- Heaton, T. H. and D. V. Helmberger (1978). Predictability of strong ground motion in the Imperial Valley: modeling the *M* 4.9, November 4, 1976 Brawley earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.* **68**, 31-48.
- Helmberger, D. V. and S. D. Malone (1975). Modeling local earthquakes as shear dislocations in a layered half-space, *J. Geophys. Res.* **80**, 4881-4888.
- Helmberger, D. V. and L. R. Johnson (1977). Source parameters of moderate size earthquakes and the importance of receiver crustal structure in interpreting observations of local earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* **67**, 301-313.
- Herrmann, R. B. (1979). *SH*-wave generation by dislocation sources—A numerical study, *Bull. Seism. Soc. Am.* **69**, 1-15.
- Israël, M. and R. L. Kovach (1977). Near-field motions from a propagating strike-slip fault in an elastic half-space, *Bull. Seism. Soc. Am.* **67**, 977-994.
- Johnson, L. R. and T. V. McEvelly (1974). Near-field observations and source parameters of Central California earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* **64**, 1855-1886.
- Joyner, W. B. and D. M. Boore (1981). Peak horizontal acceleration and velocity from strong-motion records including records of the 1979 Imperial Valley, California, earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.* **71**, 2011-2038.
- Kanamori, H. and D. Hadley (1975). Crustal structure and temporal velocity change in Southern California, *Pure Appl. Geophys.* **113**, 257-280.
- Kostrov, B. V. (1964). Self-similar problems of propagation of shear cracks, *J. Appl. Math. Mech.* **28**, 1077-1078.
- Luce, J. E. and D. A. Sotiropoulos (1980). Local characterization of free-field ground motion and effect of wave passage, *Bull. Seism. Soc. Am.* **70**, 2229-2244.
- Madariaga, R. (1976). Dynamics of an expanding circular fault, *Bull. Seism. Soc. Am.* **66**, 639-666.
- Thatcher, W. and T. C. Hanks (1973). Source parameters of southern California earthquakes, *J. Geophys. Res.* **78**, 8547-8576.

LABORATOIRE DE GÉOPHYSIQUE INTERNE  
I.R.I.G.M.  
UNIVERSITÉ DE GRENOBLE  
BP 53 X 38041 GRENOBLE, FRANCE

Manuscript received 9 February 1982

## B. 3 ETUDE THEORIQUE DES PHASES SISMIQUES REGIONALES

B. 3. 1 Introduction

Pour le sismologue une des sources de données les plus importantes en volume sont les réseaux permanents de sismographes courte période. En effet ces derniers sont déployés sur une large part du domaine continental et sont aujourd'hui de plus en plus associés à des systèmes d'acquisition numérique. En France métropolitaine existent à l'heure actuelle deux réseaux principaux : celui du L.D.G. (environ 30 stations) et le réseau Renass (environ 20 stations). Ces réseaux s'étendent sur tout le territoire national. Un séisme de magnitude moyenne (3 - 4) en France ou dans un pays voisin donnera des enregistrements exploitables pour des distances supérieures à 100 ou 150 km du fait de la généralement faible dynamique des instruments. Entre 150 et 1 000 km de distance épacentrale les enregistrements courte période sont dominés en domaine continental par les phases régionales Pg et Lg. Sur le plan énergétique les ondes Pn et Sn, réfractée dans le manteau supérieur sont très faibles. La Figure B.3.1 présente un exemple d'enregistrement de sismogrammes produits par un séisme dans la région de Montpellier par le réseau L.D.G.. Les enregistrements à toutes les stations montrent la prédominance des ondes Pg et Lg excepté dans le cas de la station de Calvi. Dans ce cas particulier une partie au moins du trajet est faite en domaine océanique. L'exemple de ce séisme illustre donc bien le caractère continental des ondes Pg et Lg. Pour un trajet dans la croûte océanique les enregistrements sont dominés par les phases Pn et Sn. De telles données sont nombreuses en domaine continental et aujourd'hui sous exploitées. Comme le montre cette figure la majeure partie de l'énergie du train d'onde sismique consiste en onde Pg et Lg pour cet ordre de distance

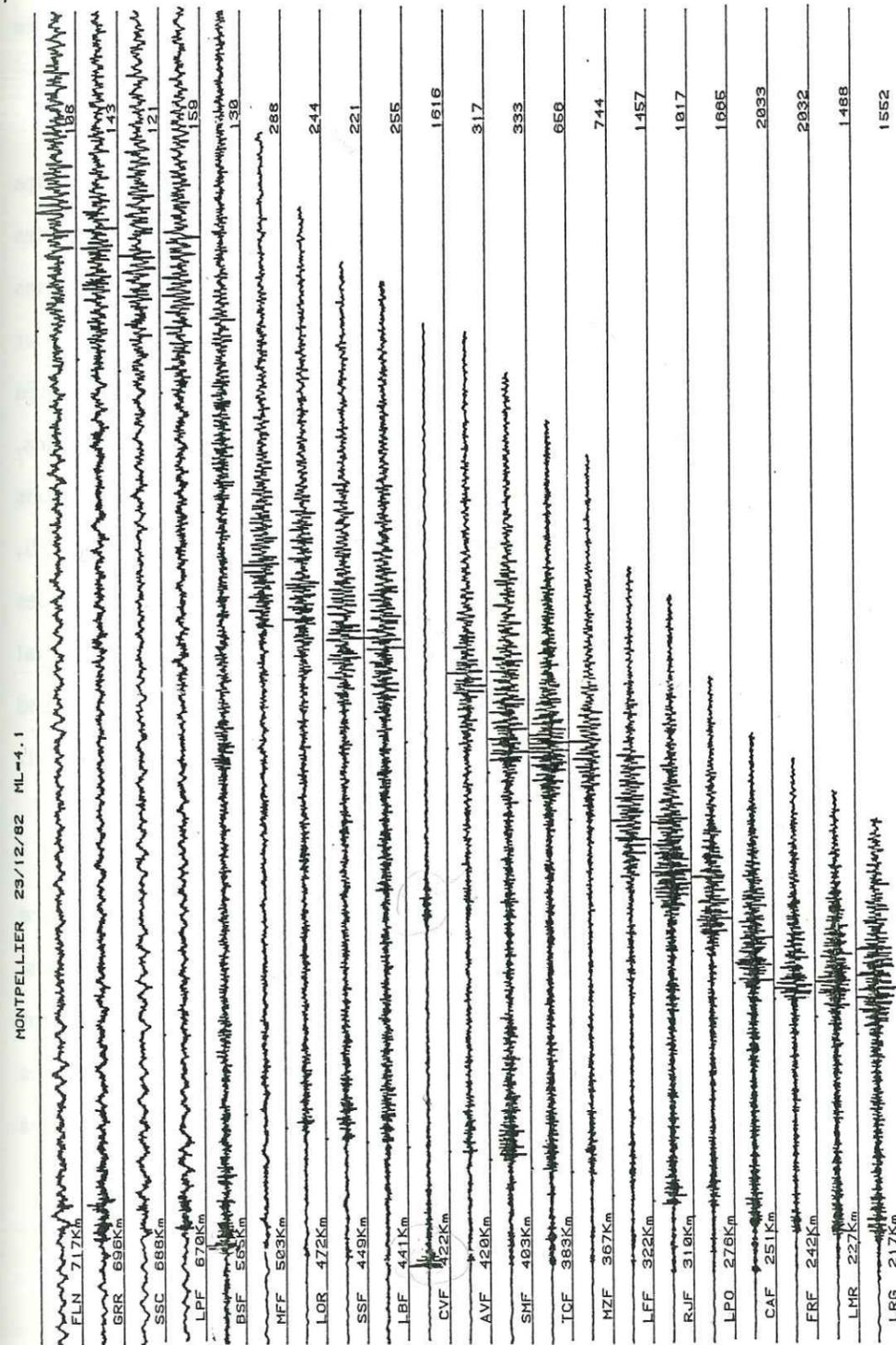


Figure B.3.1 : Enregistrements courte-période sur le réseau LDG d'un séisme dans la région de Montpellier (document LDG/J.L. Plantet).

épicentrale. L'utilisation de la grande masse de données produite par les réseaux numériques pour des séismes à distance régionale passe donc par une meilleure connaissance des caractéristiques des phases sismiques Pg et Lg.

Les deux dernières décennies ont vu beaucoup d'efforts consacrés par les sismologues à l'étude de ces phases régionales. En particulier les lois d'atténuation des ondes Pg et Lg avec la distance épicentrale ont été obtenues pour de nombreuses régions du monde (entre autres : Nuttli, 1973, 1980 ; Bollinger, 1979 ; Pomeroy et Chen, 1980 ; Nicolas et al, 1982). Dans le but de pouvoir contrôler les traités internationaux limitant le nombre et la puissance des essais nucléaires souterrains, l'excitation relative de ces phases par des tremblements de terre et par des explosions a été étudiée (parmi d'autres : Pomeroy et Nowak, 1979 ; Gupta et al, 1980 ; Nuttli, 1981). La plus grande part des connaissances relative à ces phases provient d'études expérimentales. Bien que restant relativement peu concluantes et expliquant assez mal les données, des travaux théoriques ont été menés ces dernières années (Muller and Mueller, 1979 ; Bache et al, 1981 ; Cara et Minster, 1981 ; Hermann et Goertz, 1981, Bouchon, 1982 ; Langston, 1982 ; Olsen et Braile, 1983).

Le but de la présente étude est donc d'augmenter nos connaissances et notre compréhension des facteurs gouvernant l'excitation et la propagation de ces phases. Ceci sera fait au travers du calcul de sismogrammes synthétiques. Les calculs seront fait dans un modèle stratifié plan en utilisant la méthode de représentation discrète des champs d'onde. Les résultats présentés ici reprennent essentiellement des conclusions précédemment publiées (Campillo et al, 1984).

### B. 3. 2 Expansion géométrique et caractéristiques spectrales des ondes Pg et Lg

L'identification et la première discussion de l'onde Lg ont été réalisées par Press et Ewing (1951). Elle a tout d'abord été interprétée uniquement en terme de propagation des modes supérieurs d'ondes de surface (Oliver et Ewing, 1957, 1958 ; Kovach et Anderson, 1964 ; Bath et Crampin, 1965 ; Knopoff et al, 1973 ; Panza et Calgani, 1975). Plus récemment s'est imposée la représentation de l'onde Lg par la superposition d'ondes S multiples réfléchies à l'intérieur de la croûte et incidentes sur le Moho avec un angle d'incidence supérieur à l'angle critique. Pour une source intracrustale, toute l'énergie propagée suivant un tel processus est entièrement piégée dans la croûte. L'onde Pg est interprétée d'une manière similaire comme une superposition d'ondes P multiples réfléchies dans la croûte. Cependant, dans ce cas, l'énergie n'est pas complètement piégée dans la croûte du fait de la toujours possible conversion en onde S du manteau. L'énergie de l'onde Pg sera donc continuellement transférée vers le manteau sous forme d'ondes S.

Pour étudier plus avant les caractéristiques de ces deux phases, nous avons calculé des sismogrammes synthétiques produits par des dislocations ou des sources explosives dans un intervalle de distances épicentrales entre 60 et 500 km. Un tel exemple de sismogrammes synthétiques est présenté en Figure B.3.2. La source sismique considérée est une dislocation de coulissage sur une faille verticale qui est représentée par un double couple ponctuel. La fonction temporelle de source est une rampe lissée donnée sous la forme :

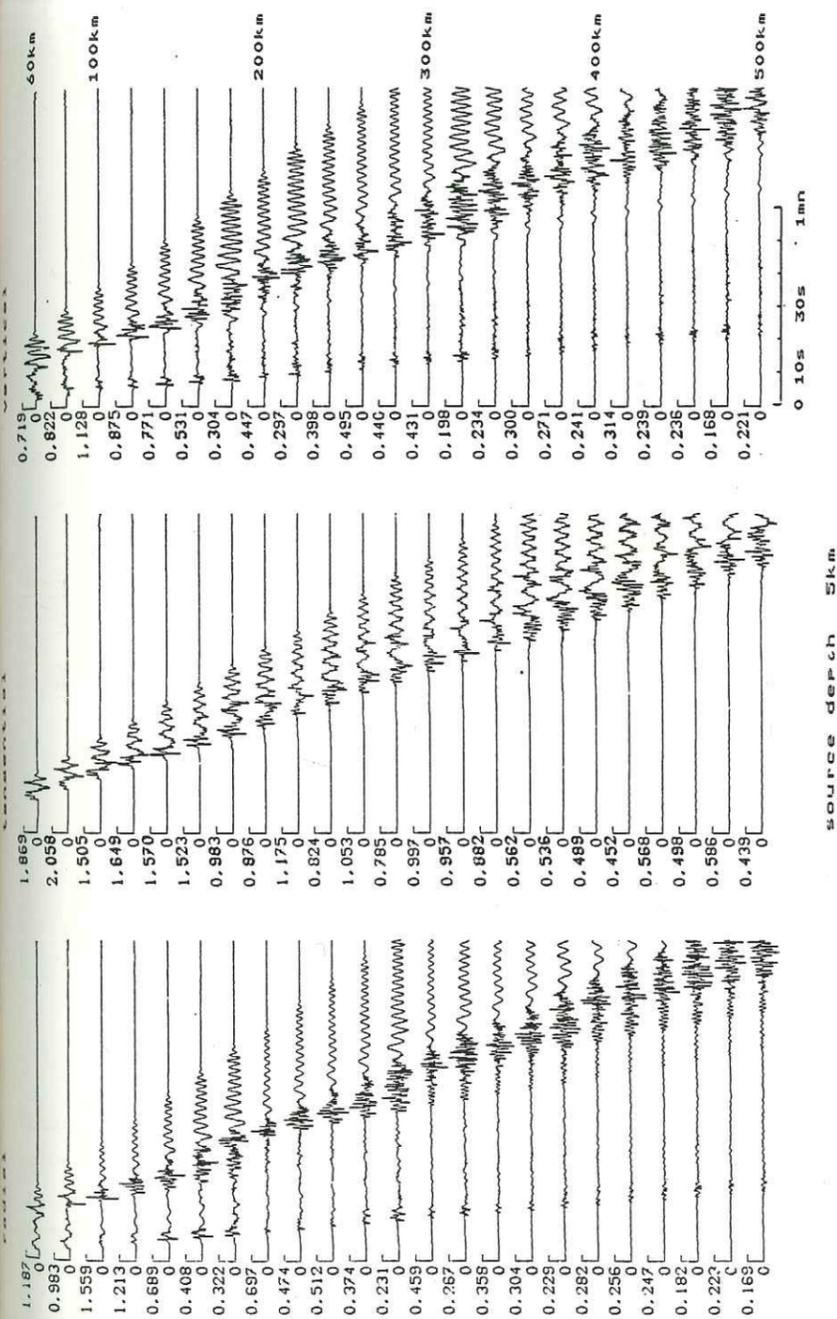
$$S(t) = (1 + \tanh(t/t_0))/2$$

La valeur de  $t_0$  utilisée est 0.2 sec. L'hypocentre est situé à 5 km de profondeur. Le modèle de croûte que nous avons choisi est représentatif de la structure sous le Massif Central. Ce modèle a été proposé à partir de grands profils sismiques par Perrier et Ruegg (1973) et est donné en Table 1.

**Table 1**  
Modèle de croûte

épaisseur de la couche (km)	vitesse de l'onde P (km/s)	vitesse de l'onde S (km/s)	densité
2	4.5	2.6	2.6
16	6	3.5	2.8
6	6.3	3.65	2.9
6	6.7	3.9	3.1
	8.2	4.7	3.3

Dans nos conditions de calcul, la simulation numérique conduit à des sismogrammes dans la bande de fréquence de 0 à 5 Hz. La Figure B.3.2 présente les déplacements radiaux, transversaux et verticaux qui n'ont pas été convolués par une quelconque réponse instrumentale. L'échelle des amplitudes est en dixième de millimètre pour un moment sismique de  $10^{23}$  dyne-cm. Le profil calculé est dans un azimut de  $30^\circ$  par rapport à la direction de la faille. Dans le cas particulier d'un coulissage vertical ponctuel, les formes d'onde des trois composantes sont indépendantes de l'azimut dont dépend seulement leur amplitude globale. Les trains d'onde Pg, Lg et les ondes de surface sont les phases majeures des sismogrammes calculés. Les ondes Pn et Sn sont présentes mais très faibles en comparaison. Pn et Sn ne sont visibles que sur certaines traces. Pour la composante tangentielle les ondes Lg et les ondes de Love



**Figure B.3.2.** : Déplacements synthétiques produits par une source ponctuelle de coulissage vertical pour des distances comprises entre 60 et 500 km. Chaque trace est normalisée à l'amplitude maximale. La durée totale du signal est 100 sec et la vitesse de réduction vaut 8 km/s.

interfèrent largement.

Les résultats que nous avons obtenus ont été comparés avec ceux calculés par une autre méthode. Chen-Ying Wang, de l'Université de Saint Louis a refait ces calculs dans des conditions similaires en utilisant une superposition de modes d'ondes de surface. La comparaison entre nos résultats et les siens est présentée en Figure B.3.3 pour les composantes verticale et transversale qui sont calculées par Wang en utilisant dans un cas une superposition d'ondes de Rayleigh et dans l'autre une superposition d'ondes de Love.

Pour les phases Sn, Lg et Rayleigh les formes d'onde sont en parfait accord. Les onces Pn et Pg ne sont pas présentées dans les résultats de Wang. La comparaison montre tout de même bien la qualité des résultats numériques obtenus.

Le rapport des déplacements maximum horizontaux et verticaux pour les ondes Lg calculé pour chaque distance épacentrale a une valeur moyenne de 2.5.

Ce résultat est en bon accord avec les valeurs observées expérimentalement avec des données courte période qui se situent entre 2 et 3 (Street et Turcotte, 1977 ; Street, 1978 ; Nuttli, 1970 ; Gupta et al, 1982). Comme le rapport des amplitudes des ondes SV et SH dépend du mécanisme à la source et de l'azimut de la station, le résultat que nous avons obtenu n'est valable a priori que pour le mécanisme et l'azimut particuliers que nous avons considérés. Malgré tout, avec la configuration que nous avons choisi (azimut  $30^\circ$ ), cette valeur doit être très proche de la valeur moyenne théorique pour une source de coulissage. Un point plus remarquable encore est le grand écart type obtenu à partir des sismogrammes synthétiques : 0.9 qui montre que le rapport entre amplitude maximale horizontale et verticale présente une forte sensibilité

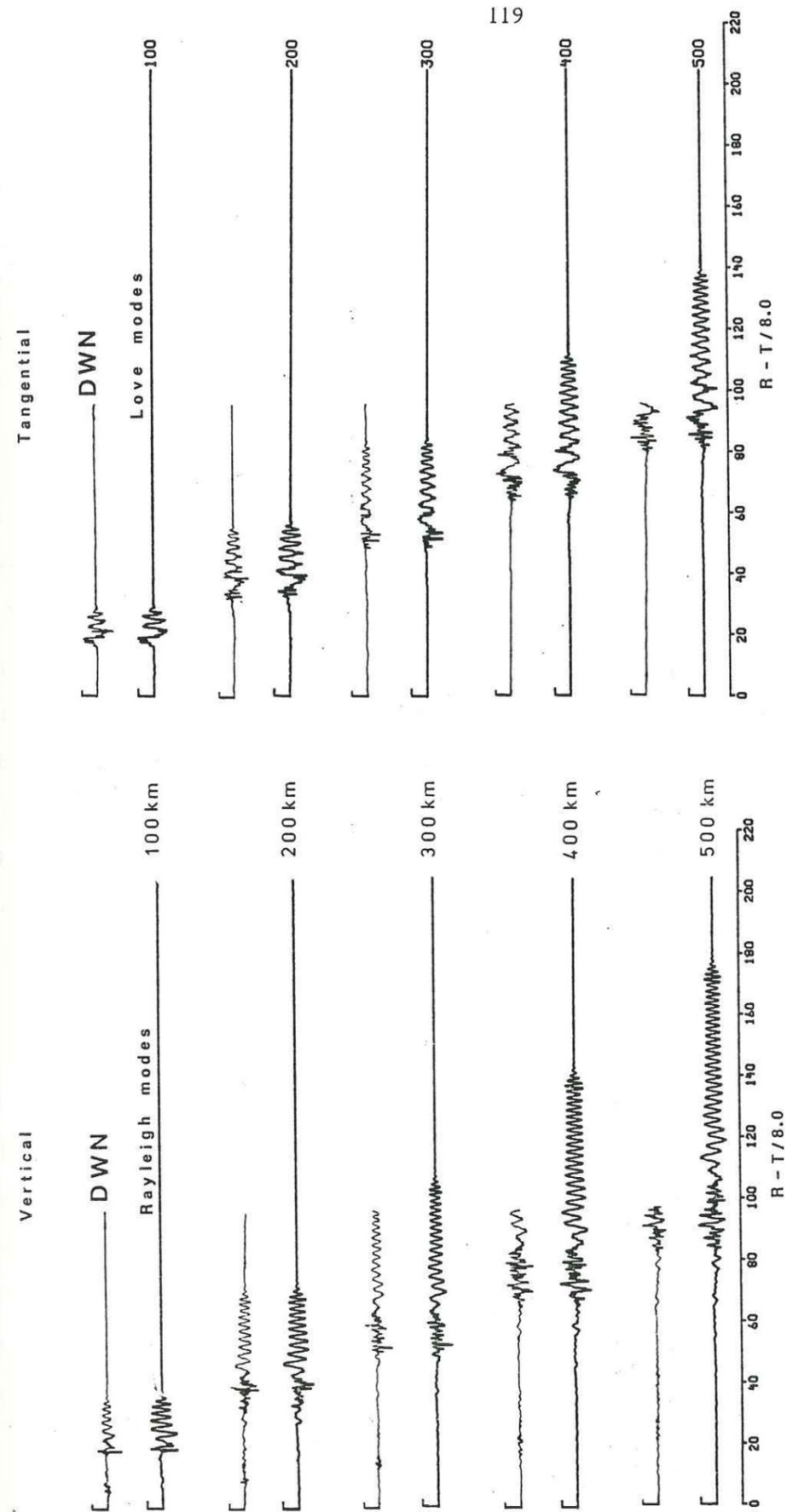
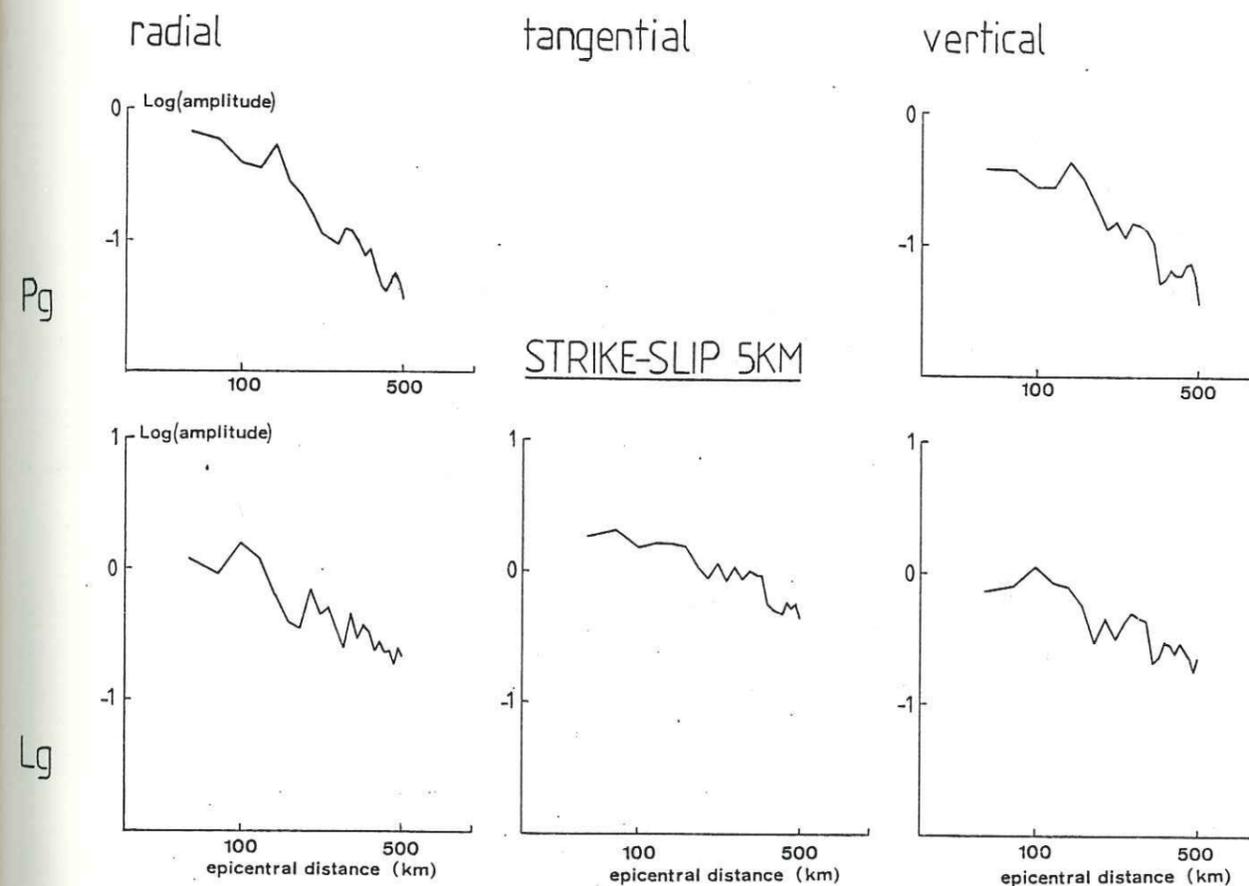


Figure B.3.3. : Comparaison entre formes d'ondes obtenues pour les phases Lg et Rayleigh en utilisant la méthode des nombres d'onde discrets et une méthode de sommation de mode (Wang ; 1985).

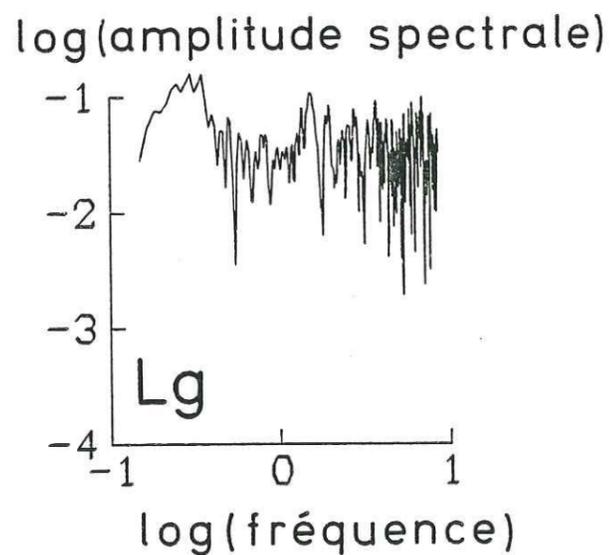
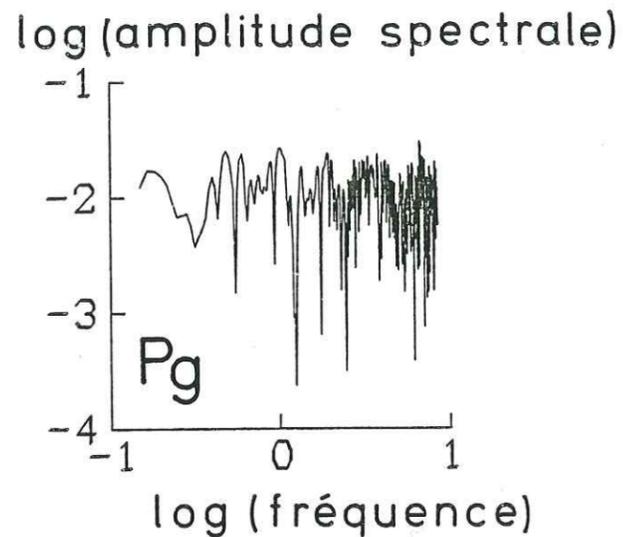
à la distance épacentrale. Cet écart type est à peine plus petit que celui mesuré sur des données (Gupta et al, 1982). La même observation peut être faite quand on compare les valeurs extrêmes du rapport d'amplitude que nous avons obtenus (1.4 et 4.8) à celles trouvées par Gupta et ses coauteurs (1.6 et 5.3). Ceci indique que de petites variations de distance épacentrale peuvent changer le rapport entre amplitude horizontale et verticale autant que les différences de structures géologiques sous les sites d'où proviennent les données.

Sur la figure B.3.4 nous avons tracé les courbes de décroissance de l'amplitude maximale des Pg et Lg avec la distance épacentrale pour les trois composantes du mouvement. Comme les calculs ont été faits pour un modèle de milieu parfaitement élastique ces courbes donnent les caractéristiques d'expansion géométrique de ces phases dans le domaine temporel. Elles montrent en particulier que l'atténuation géométrique de l'onde Pg avec la distance est nettement plus forte que celle des ondes Lg. Un autre point important à noter est que, pour des distances épacentrales supérieures à 100 km la décroissance de l'amplitude de ces phases est la même pour les trois composantes. Gupta et al (1982) rapportent avoir observé un taux de décroissance légèrement supérieur pour les composantes horizontales sur des enregistrements courte-période. Un tel effet est absent de nos résultats numériques.

Un exemple de spectre de vitesse des Pg et Lg est présenté en figure B.3.5 avant convolution par la fonction source. Ces spectres représentent donc les modules des fonctions de transfert de la croûte pour ces deux phases. Le cas présenté correspond à une distance épacentrale de 200 km. La forme des spectres est indépendante de la distance épacentrale et de la composante considérées. Les spectres des Pg et des Lg sont approximativement plats entre 10 secondes et 10 hertz. Ce résultat est en accord avec les simulations numériques réalisées par Wang (communication person-



**Figure B.3.4.** : Courbes de décroissance de l'amplitude maximale des ondes Pg et Lg pour une source de coulissage à 5 km de profondeur.



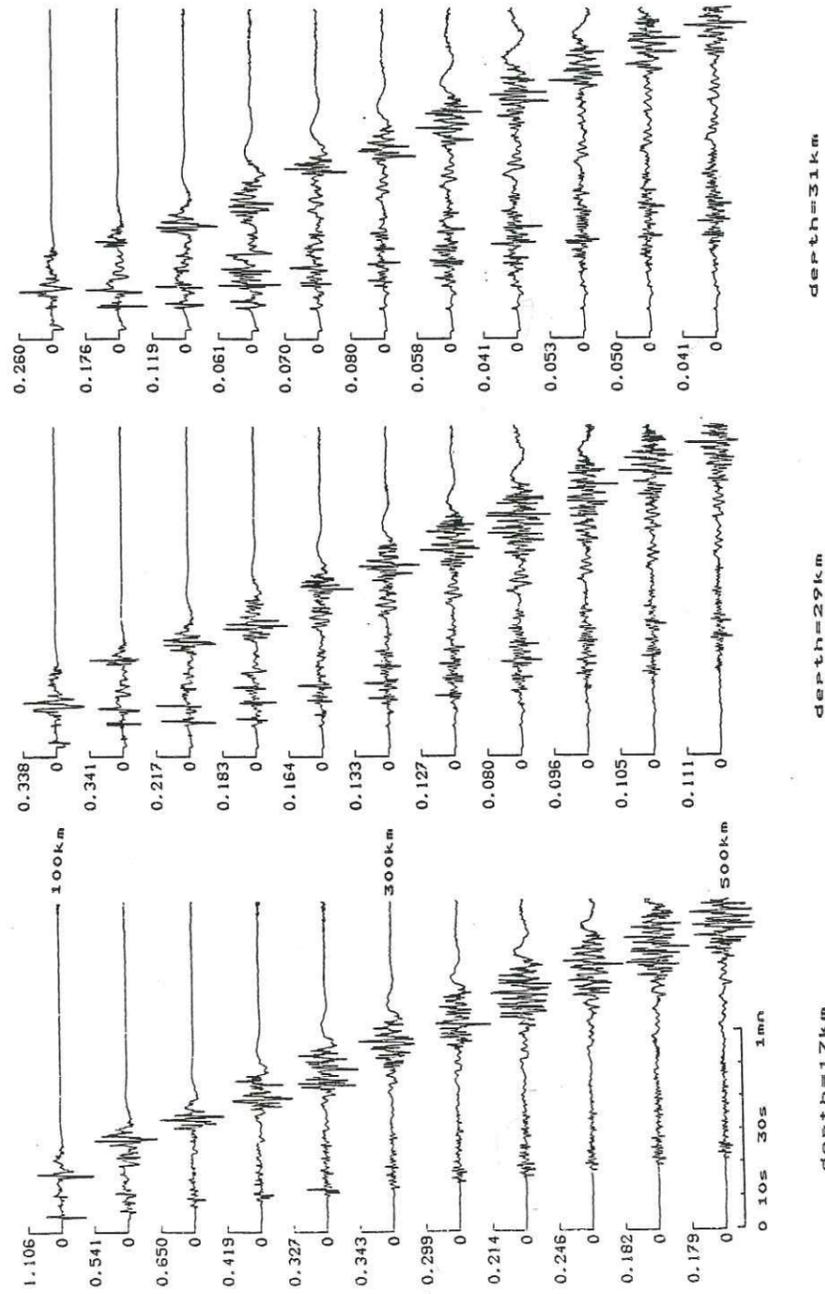
**Figure B.3.5 :** Spectres de la fonction de transfert de la croûte pour les ondes Pg et Lg à 200 km. Les fenêtres temporelles sont définies par des vitesses de groupe de 6.5 et 4 km/s pour les ondes Pg et 3.8 et 2.5 km/s pour les ondes Lg.

nelle).

### B. 3. 3 Effet de la profondeur du foyer

Pour être en mesure de bien comprendre comment la profondeur du foyer peut influencer sur l'excitation des ondes Pg et Lg, nous avons répétés les calculs précédents pour différentes profondeurs de sources : 17, 29 et 31 km. Les sismogrammes synthétiques correspondant au déplacement vertical sont présentées en figure B.3.6. Comme nous pouvions nous y attendre, l'amplitude des ondes de surface décroît rapidement quand la source devient profonde. Pour une source à 17 km de profondeur les amplitudes des ondes Pg et Lg sont en moyenne identiques à celles calculées pour une source à 5 km de profondeur. Par contre quand l'hypocentre se situe à la base de la croûte l'excitation des Lg est réduite environ de moitié. L'amplitude de l'onde Pg quant à elle reste sensiblement inchangée ce qui conduit à une augmentation du rapport Pg et Lg. L'excitation de l'onde Pg est donc indépendante de la position de la source dans la croûte tandis que l'onde Lg, au moins pour sa composante SV est plus forte pour une source dans la croûte supérieure ou moyenne que pour une source dans la croûte inférieure. Des résultats similaires sur la corrélation entre l'efficacité de l'excitation de l'onde Lg et la profondeur de la source ont été présentés par Bache et al (1981). Si la source est située juste sous le Moho, c'est-à-dire à 31 km de profondeur les amplitudes des ondes Pg et Lg diminuent nettement par rapport aux cas où l'on a considéré des sources intracrustales. Ceci vient effectivement confirmer l'interprétation des ondes Pg et Lg comme des phases respectivement partiellement et totalement guidées dans la croûte.

Nous avons calculé les courbes de décroissance de l'amplitude maximale des ondes Pg et Lg pour les différentes profondeurs considérées. Rappelons que nous avons



**Figure B.3.6 :** Effet de la profondeur du foyer sur le rayonnement sismique (composante verticale) d'une source de coulissage vertical. L'intervalle entre deux traces vaut 40 km.

montré pour une source à 5 km de profondeur, que cette décroissance semblait indépendante de la composante considérée. Il faut donner ici une précision quant à la définition que nous donnons du terme d'expansion géométrique des ondes Lg. Il faut d'abord se rappeler que l'onde Lg à une excitation indépendante de la fréquence, c'est-à-dire que pour la réponse impulsionnelle de la croûte le spectre de fréquence des ondes Lg est plat. Deuxièmement les différentes études faites sur ces ondes ont montré qu'elles ne présentent pas de dispersion. Ceci signifie que l'on peut assimiler la phase Lg de la réponse impulsionnelle de la croûte à un bruit blanc d'amplitude et de durée dépendant de la distance épacentrale. Les sismogrammes que nous avons calculés (Figure B.3.2) montrent d'ailleurs de telles caractéristiques. C'est un point qui donne une grande importance à une mesure d'atténuation géométrique dans le domaine temporel. En effet ceci suggère que la loi de décroissance ainsi obtenue dans le domaine temporel, est valable pour l'amplitude spectrale par unité de temps (c'est dire corrigée de la longueur de la fenêtre temporelle) quelque soit la fréquence considérée. Or en pratique c'est cette amplitude spectrale par unité de temps qu'il sera possible de mesurer de manière fiable. Dans les études postérieures que nous avons menées c'est cette approche que nous avons suivie. L'autre approche pour des études spectrales aurait consisté à considérer l'amplitude spectrale totale de l'onde Lg. En effet, pour une telle onde totalement guidée la décroissance est due exclusivement à l'effet de divergence circulaire et est donc connue a priori pour de grandes distances épacentrales, l'amplitude varie comme l'inverse de la racine de la distance. Par contre du fait de la présence du bruit et de la coda il est très difficile d'évaluer en pratique l'énergie spectrale d'une onde. C'est ce qui nous a conduit à choisir d'utiliser dans la suite l'amplitude spectrale par unité de temps ce qui nécessitera une bonne connaissance de la décroissance géométrique de l'amplitude de la phase Lg dans le domaine temporel. A cet effet les courbes de décroissance de l'amplitude maximale des ondes, Pg et Lg mesurée sur nos sismogrammes synthétiques avec la distance épacentrale sont présentés

en figure B.3.7. Toutes les simulations ont été faites dans un modèle sans atténuation anélastique ces courbes donnent là encore les caractéristiques de l'expansion géométrique de ces deux phases. Ces courbes montrent que pour des distances épicentrales plus grandes que 100 km, l'atténuation géométrique est indépendante de la profondeur de la source que l'on s'intéresse aux ondes Pg ou aux ondes Lg. Pour les ondes Lg l'atténuation géométrique que nous obtenons s'écrit sous la forme :

$$\text{exg}_{Lg}(r) = r^{-0.83}$$

où  $r$  indique la distance épicentrale. Cette expression du coefficient d'atténuation géométrique est remarquablement proche de celle proposée par Nuttli (1973) qui, dans la gamme de distances étudiée ici, était donnée par :

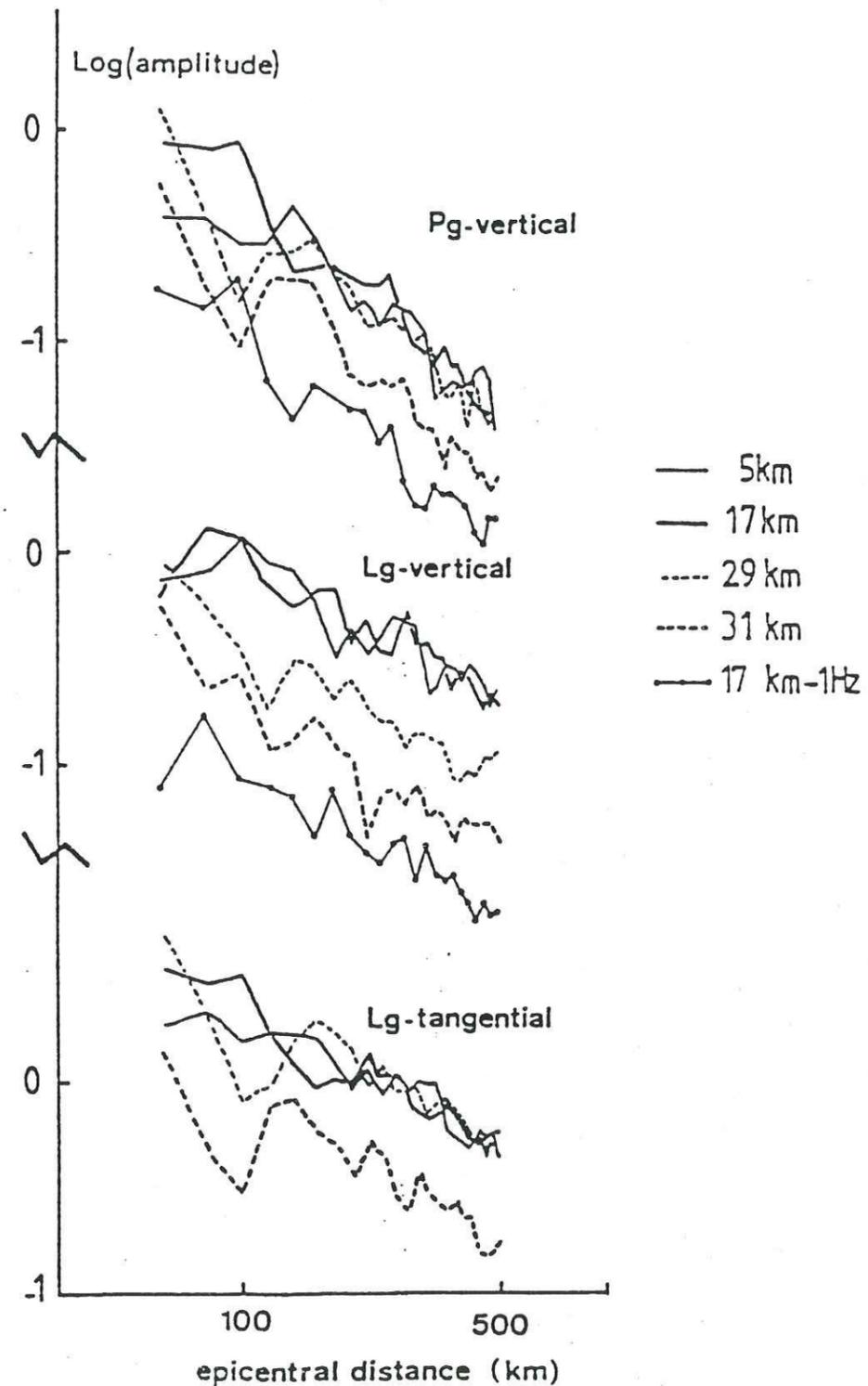
$$\text{exg}_N(r) = r^{-5/6}$$

et qui a été utilisée dans de nombreuses études postérieures. Nuttli avait proposé cette expression parce qu'elle correspondait à l'atténuation théorique d'une phase d'Airy avec la distance dans le domaine temporel.

Pour les ondes Pg la décroissance s'exprime sous la forme :

$$\text{exg}_{Pg}(r) = r^{-1.5}$$

Cette expression est similaire à celle obtenue par Langston (1982) pour une source de coulissage vertical. Ces différences dans les lois de décroissance des ondes Pg et Lg reflètent bien leurs différents modes de propagation.



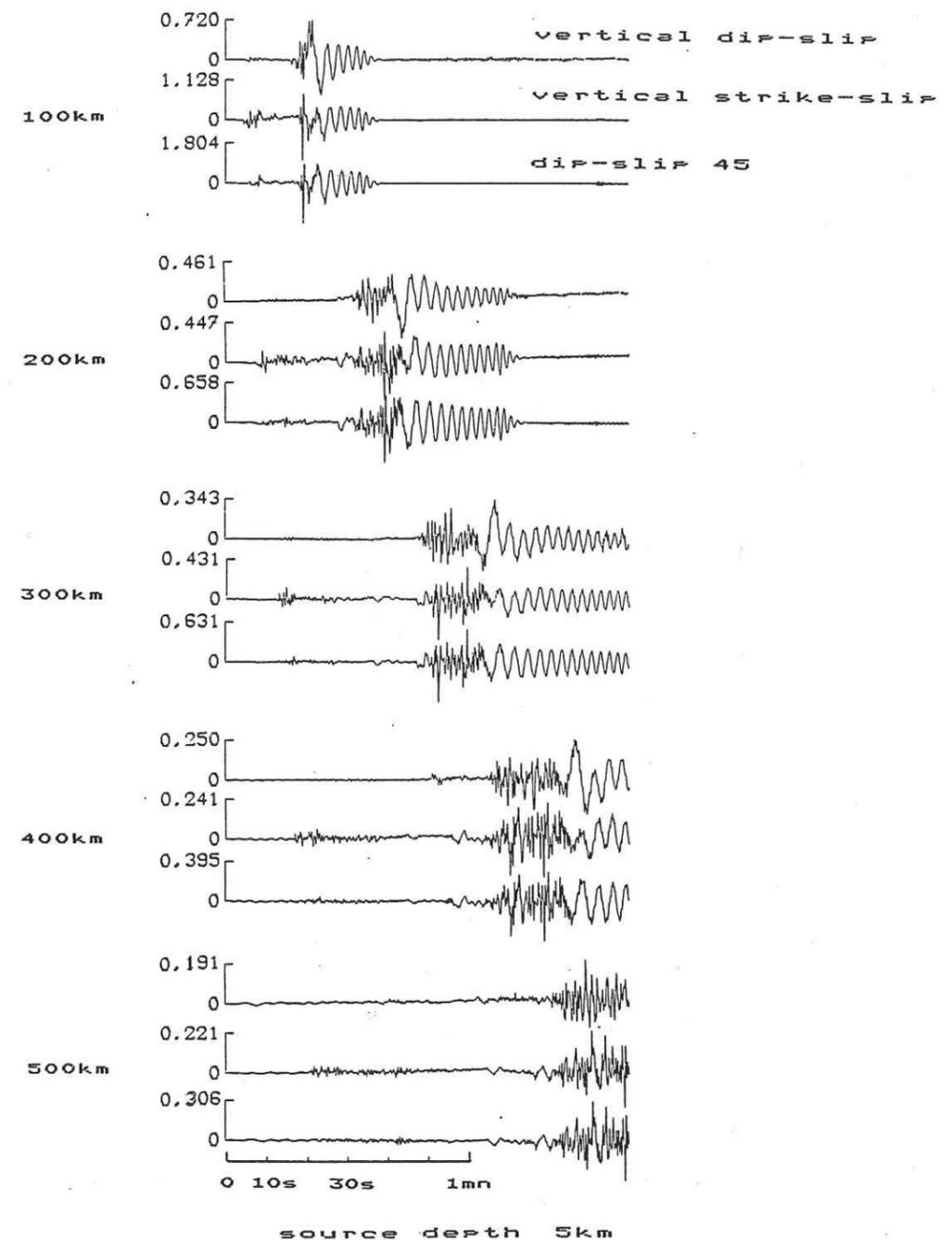
**Figure B.3.7** : Courbe de décroissance géométrique de l'amplitude maximale pour un coulissage vertical à différentes profondeurs.

Dans la pratique et dans la majorité des cas les phases régionales sont observées sur des enregistrements de stations sismologiques courte-période. Pour se placer dans des conditions identiques, les sismogrammes synthétiques ont été convolués avec la réponse d'un instrument ayant une période propre de 1 seconde. Les courbes correspondantes de décroissance de l'amplitude maximale avec la distance épacentrale sont tracées en figure B.3.7 dans le cas d'une source à 17 km de profondeur : la décroissance s'avère être la même que celle observée pour le déplacement du sol.

#### B. 3. 4 Effet du mécanisme au foyer

Pour pouvoir rendre compte de possibles effets liés au mécanisme au foyer nous avons calculé des sismogrammes pour différents types de sources dans le même modèle de croûte que précédemment et en utilisant des paramètres de calcul équivalents. Nous avons considéré trois types de mécanismes élémentaires : un coulissage vertical, un mécanisme de faille de chevauchement à  $45^\circ$  et enfin un mécanisme d'effondrement sur un plan vertical. Le rayonnement d'un point-source de dislocation d'orientation quelconque peut toujours être exprimé comme une superposition linéaire des rayonnements de ces trois sources élémentaires. Nous avons considéré le cas d'une source à 5 km de profondeur. Les récepteurs sont alignés dans un azimut de  $30^\circ$  par rapport à la trace de la faille en surface : Dans le cas des mécanismes de failles normale ou inverse le rapport des amplitudes des ondes Pg et Lg dépend de l'azimut considéré. Pour un point-source de coulissage vertical et pour la composante verticale la forme d'onde (sur l'ensemble du sismogramme) est indépendante de l'azimut.

Les sismogrammes calculés pour la composante verticale et les trois types de sources considérés sont tracés en figure B.3.8. Une caractéristique remarquable de ces

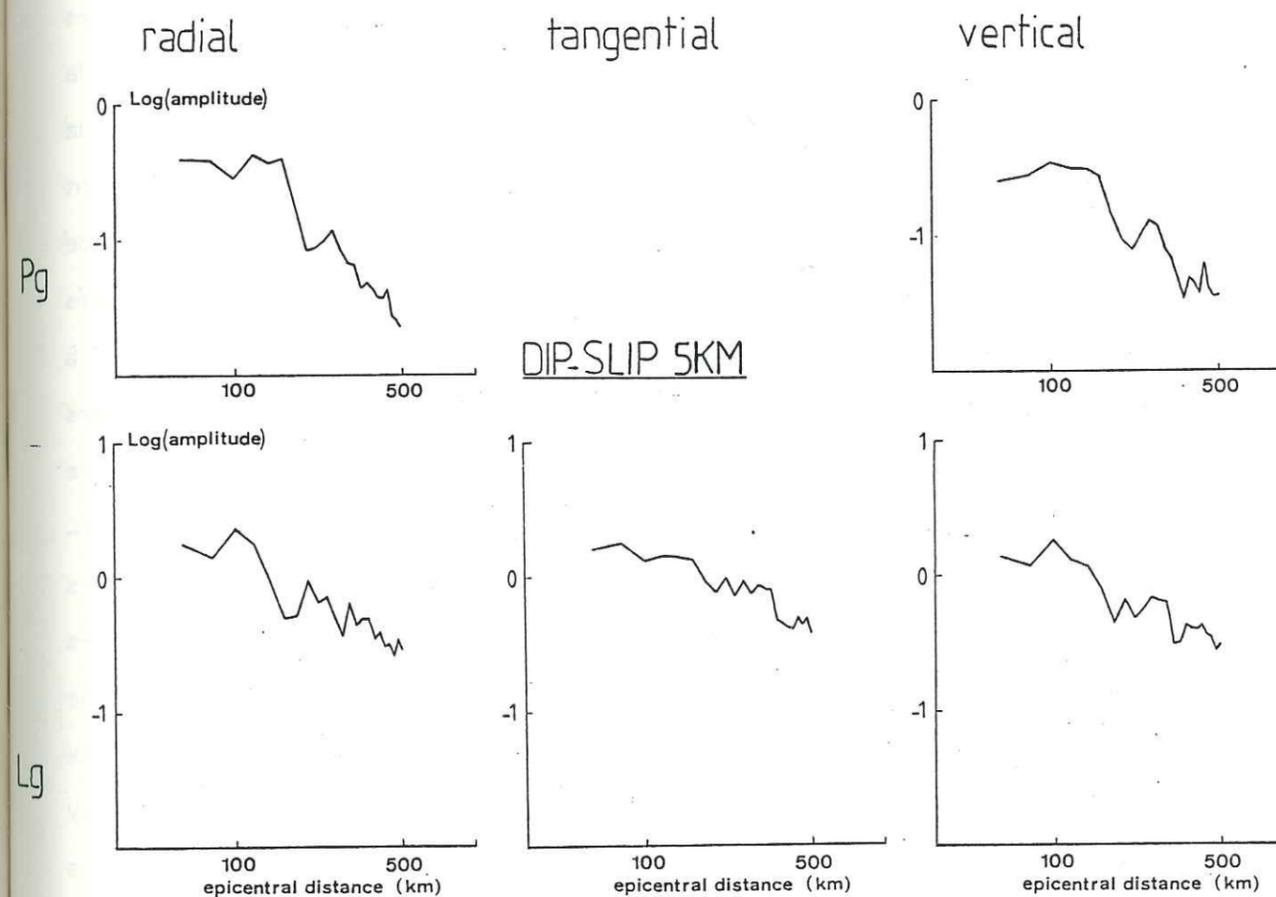


**Figure B.3.8 :** Déplacements verticaux calculés pour les trois types de sources sismiques élémentaires.

signaux est que la source de coulissage vertical et celle de chevauchement à 45° produisent des ondes Lg de forme d'onde exactement superposables quoique d'amplitudes différentes. L'amplitude des ondes Pg et surtout le rapport des amplitudes Pg sur Lg sont très dépendants du mécanisme. Des études de mécanisme au foyer pourront être menées en utilisant de telles phases (par exemple Kim, 1986).

Pour vérifier que le type de mécanisme au foyer n'influence pas la décroissance de l'amplitude avec la distance épacentrale, les courbes de décroissance des ondes Pg et Lg pour un mécanisme de chevauchement sont présentées en figure B.3.9. Une comparaison avec les courbes obtenues dans le cas d'un coulissage vertical (figure B.3.4) montre que, comme l'on pouvait s'y attendre, l'atténuation géométrique des Lg est identique pour les deux types de source comme l'étaient les formes d'onde. Pour les ondes Pg la décroissance de l'amplitude avec la distance est de la forme :  $r^{-1.5}$  pour des distances épacentrales plus grandes que 100 km.

Ce résultat est exactement identique à celui obtenu pour une source de coulissage. Ceci est bien naturel quand on considère la nature de l'onde Pg. Cependant, à partir de sismogrammes synthétiques, Langston (1982) a trouvé une dépendance de l'atténuation géométrique de l'onde Pg avec le mécanisme à la source, ce qui est infirmé par nos résultats. Au contraire, nos résultats montrent que l'atténuation géométrique des ondes Pg et Lg est indépendante du mécanisme à la source. Une explication possible de cette contradiction est que les ondes Pg consistent en interférences entre de très nombreuses arrivées et sont donc difficilement décrites par une simple méthode de sommation de rais comme celle employée par Langston. Une représentation incomplète du champ d'onde combinée avec différents diagrammes de radiation à la source peut conduire à une dépendance erronée comme celle proposée par



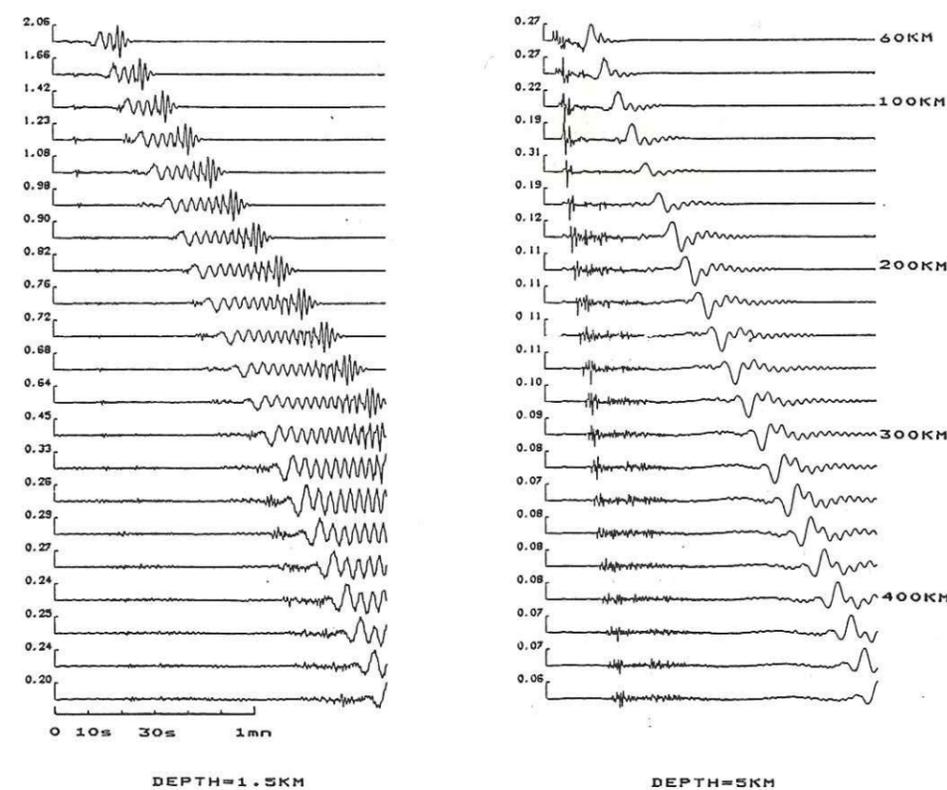
**Figure B.3.9 :** Courbes de décroissance géométrique de l'amplitude maximale de déplacement vertical produit en ondes Pg et Lg par une source de chevauchement à 45° située à une profondeur de 5 km.

Langston.

### B. 3. 5 Excitation des ondes Pg et Lg par une source explosive

Nous allons maintenant considérer le cas d'une explosion dans les couches superficielles. La source sismique est alors modélisée par une pression appliquée sur la surface d'une cavité sphérique. Dans les calculs que nous allons présenter le rayon de la cavité est choisi valant 100 m. La pression dans la cavité varie dans le temps suivant une fonction rampe lissée. La pression finale dans la cavité vaut 5 kbar. Le modèle de croûte considéré est le même que dans les cas précédents. Les sismogrammes calculés inclueront des fréquences comprises entre 0 et 5 Hz. Nous avons placé la source à deux profondeurs différentes : 1.5 et 5 km. Les déplacements verticaux que nous avons obtenus sont tracés sur la figure B.3.10. La source la plus profonde permet une comparaison directe avec les autres types de mécanismes précédemment présentés. Dans le cas d'une explosion à 5 km de profondeur le caractère le plus marqué des sismogrammes est l'absence quasiment totale de l'onde Lg. Les signaux sont dominés par l'onde Pg et l'onde de Rayleigh. La même source située maintenant à 1.5 km de profondeur excite la phase Lg encore que son amplitude soit petite par rapport aux ondes de Rayleigh qui sont elles très fortes du fait, en particulier, d'une phase d'Airy très marquée. Il est important de noter la grande différence entre les amplitudes maximales des traces obtenues pour les deux profondeurs de source. Cette différence paraît imputable principalement aux ondes de Rayleigh.

Pour pouvoir détailler un peu plus ces effets de la profondeur de la source sur la génération des ondes Pg et Lg par une explosion, nous avons calculé le déplacement vertical en surface produit à 300 km de distance épacentrale par une série

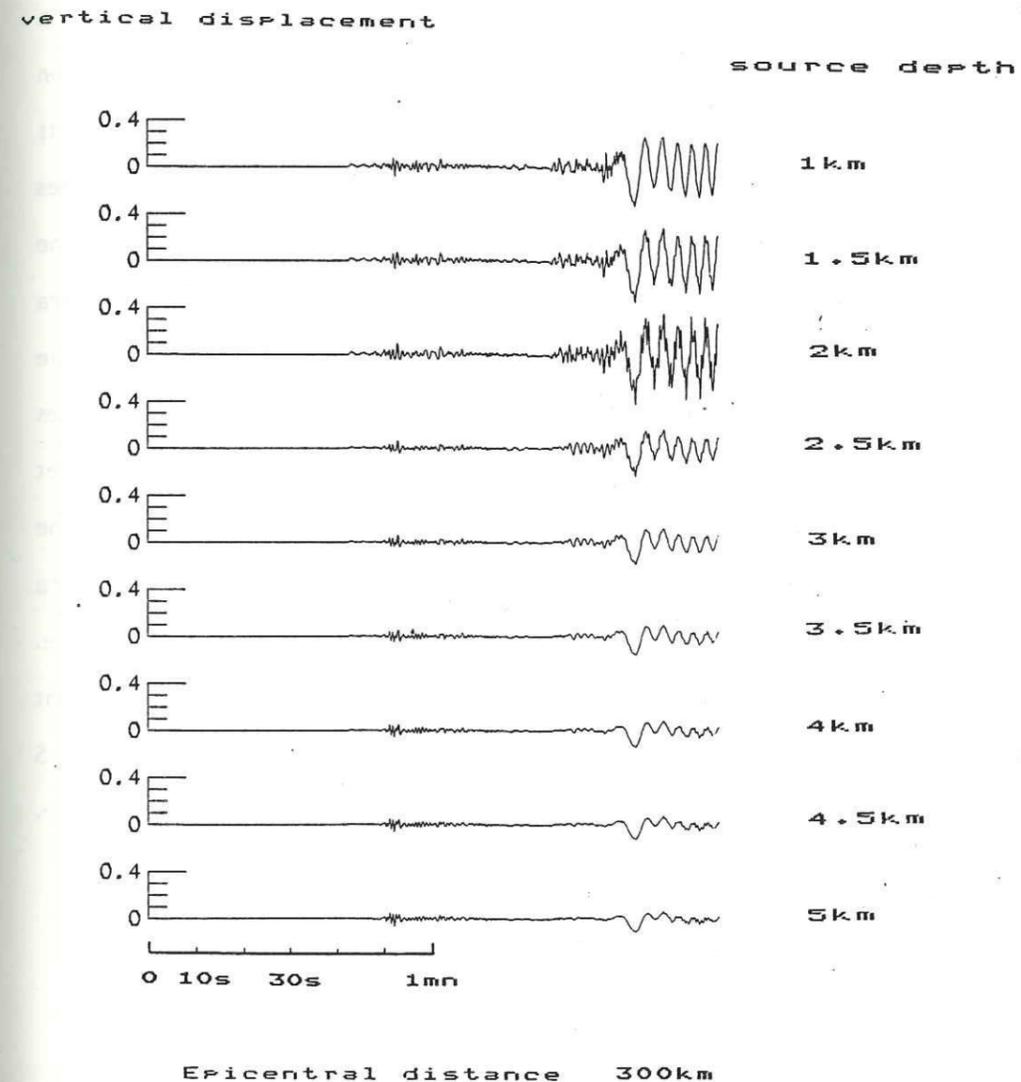


**Figure B.3.10 :** Déplacements verticaux calculés pour une explosion à deux profondeurs différentes. Les déplacements sont donnés en dixièmes de millimètres pour une pression finale appliquée de 5 kbars.

d'explosions entre 1 et 5 km de profondeur à un égal intervalle de 500 mètres. Les sismogrammes synthétiques ainsi obtenus sont présentés en figure B.3.10. L'excitation des ondes Pg semble indépendante de la profondeur de la source, au moins dans la gamme de profondeur considérée. A l'inverse la phase Lg qui est à peu près inexistante pour une source à 5 km de profondeur se développe et augmente en amplitude quand la profondeur diminue jusqu'à 2 km. Cette profondeur correspond à l'interface entre sédiments et socle dans notre modèle de croûte. Pour des sources au-dessus de cette interface, l'amplitude du train d'onde Lg reste grossièrement constant et égal à l'amplitude de la phase Pg. Ces résultats montrent que l'efficacité de l'excitation des ondes Lg par des explosions est grandement fonction de la proximité de la source de la surface libre ou d'une interface. Des irrégularités dans la forme de l'interface résulteraient probablement dans une plus forte conversion d'ondes P en ondes S et donc dans un renforcement de l'onde Lg. En tout état de cause ces calculs montrent bien que pour les courtes périodes et à distance régionale, une source explosive superficielle génère des ondes Lg d'amplitude au moins comparable à celle des ondes Pg. En effet nous avons montré que, à 300 kilomètres de distance épacentrale les amplitudes des deux phases étaient identiques or nous savons que l'onde Pg s'atténue plus rapidement que l'onde Lg. Ceci conduit à penser que cette dernière pourra être dominante sur les courtes périodes à quelques centaines de kilomètres de distance épacentrale même en supposant un simple modèle à couches planes.

### B. 3. 6 Conclusions pratiques

Grâce au calcul de sismogrammes synthétiques complets, nous avons pu étudier les différents aspects d'excitation et de propagation de phases sismiques régionales Pg et Lg. Nous avons montré que l'expansion géométrique de ces phases,



**Figure B.3.11 :** Effet de la profondeur de l'explosion sur le déplacement vertical produit à 300 km de distance épacentrale.

dans un modèle de croûte correspondant au Massif Central, est de la forme :  $r^{-0.83}$  pour les ondes Lg et  $r^{-1.5}$  les ondes Pg. La simulation numérique nous a permis d'établir que ces formules sont valables pour toutes les fréquences comprises entre 0.5 et 5 Hz. Par ailleurs, l'étude faite pour différents types de mécanismes au foyer a montré que ces formules d'atténuation géométrique sont aussi indépendantes de la source sismique considérée. La profondeur du séisme dans la croûte n'affecte pas non plus les lois de décroissance de ces phases avec la distance épacentrale. Tous ces points montrent que les ondes Lg pourront être des données particulièrement adaptées à des mesures d'atténuation anélastique faites entre stations pour des sources naturelles. Une telle étude a été menée et constitue la section C1 du présent mémoire. Il y sera montré qu'il est possible de calculer des spectres de source à partir des ondes Lg. De tels spectres ont un sens bien que l'on ne connaisse pas les profondeurs des séismes dans la mesure où nous avons vu qu'une variation de la profondeur a un effet indépendant de la fréquence. Le "moment sismique" ainsi obtenu ( $M_{Lg}$ ) sera une fonction du moment sismique réel et de la profondeur du foyer alors que l'on pourra mesurer directement fréquence de coin et pente de l'asymptote à haute fréquence. Toutes les caractéristiques des ondes Pg et Lg que nous avons mis en évidence viennent confirmer l'interprétation de ces phases comme des superpositions d'ondes P ou S multiples réfléchies et partiellement ou totalement guidées dans la croûte terrestre.

## BIBLIOGRAPHIE

- Bache, T.C., H.J. Swanger B. Shkoller, and S.M. Day (1981).** Simulation of short period Lg, expansion of three dimensional source simulation capabilities and simulation of near-field ground motion from the 1971 San Fernando, California earthquake, Final Report, Systems, Science and Software, La Jolla, California.
- Bollinger, G.A. (1979).** Attenuation of the Lg phase and the determination of  $m_b$  in the southeastern United States, Bull. Seism. Soc. Am. **69**, 45-63.
- Bouchon, M. (1982).** The complete synthesis of seismic crustal phases et regional distances J. Geophys. Res. **87**, 1735 -1741.
- Campillo M, M. Bouchon et B. Massinon (1984).** Theoretical study of the excitation, spectral characteristics and geometrical attenuation of regional seismic phases, Bull. Seism. Soc. Am. **74**, p 79-90.
- Cara, M. and J. B. Minster (1981).** Multi-mode analysis of Rayleigh-type Lg. Part 1. Theory and applicability of the method, Bull. Seism. Soc. Am. **71**, 973-984.
- Gupta, I. N., B. W. Barker, J. A. Burnett, and Z. A. Der (1980).** A study of regional phases from earthquakes and explosions in western Russia, Bull. Seism. Soc. Am. **70**, 851-872.
- Gupta, I. N., D. H. von Seggern, and R. A. Wagner (1982).** A study of variation in the horizontal to vertical Lg amplitude ratio in the eastern United States, Bull. Seism. Soc.

Am. 72, 2081-2088.

**Herrmann, R. B. and M. J. Goertz (1981).** A numerical study of peak ground motion scaling, Bull. Seism. Soc. Am. 71, 1963-1979.

**Kim, WY 1986.** Modeling short period crustal phases at regional distances for the seismic source parameter inversion, in press.

**Knopoff, L., F. Schwab, and E. Kausel (1973).** Interpretation of Lg, Geophys. J. R. Astron. Soc. 33, 983-993.

**Kovach, R. L. and D. L. Anderson (1964).** Higher mode surface waves and their bearing on the structure of the earth's mantle, Bull. Seism. Soc. Am. 54, 161-182.

**Langston, C. A. (1982).** Aspects of Pn and Pg propagation at regional distances, Bull. Seism. Soc. Am. 72, 457-471.

**Müller, G. and S. Mueller (1979).** Travel-time and amplitude interpretation of crustal phases on the refraction profile DELTA-W, Utah, Bull. Seism. Soc. Am. 69, 1121-1132.

**Nicolas, M. B. Massinon, P. Mechler, and M. Bouchon (1982).** Attenuation of regional phases in western Europe, Bull. Seism. Soc. Am. 72, 2089-2106.

**Nuttli, O. W. (1973).** Seismic wave attenuation and magnitude relations for eastern North America, J. Geophys. Res. 78, 876-885.

**Nuttli, O. W. (1979).** The relation of sustained maximum ground acceleration and velocity to earthquake intensity and magnitude, State-of-the-art for assessing earthquake hazards in the United States, Report 16, Misc. paper S-73-1, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Mississippi.

**Nuttli, O. W. (1980).** The excitation and attenuation of seismic crustal phases in Iran, Bull. Seism. Soc. Am. 70, 469-485.

**Nuttli, O. W. (1981).** On the attenuation of Lg Waves in western and central Asia and their use as a discriminant between earthquakes and explosions, Bull. Seism. Soc. Am. 71, 249-261.

**Oliver, J. and M. Ewing (1957).** Higher modes of continental Rayleigh waves, Bull. Seism. Soc. Am. 47, 187-204.

**Oliver, J. and M. Ewing (1958).** Normal modes of continental surface waves, Bull. Seism. Soc. Am. 48, 33-49.

**Olsen, K. H and L. W. Braile (1983).** Modeling short-period crustal phases (P, Lg) for long-range refraction profiles, Phys. of the Earth Planet Interiors (in press).

**Panza, G. F. and G. Calcagnile (1975).** Lg, Li and Rg from Rayleigh modes, Geophys. J. R. Astr. Soc. 40, 475-487.

**Perrier, G. and J. C. Ruegg (1973).** Structure profonde du Massif Central Français, Ann. Geophys. 29, 435-502.

Pomeroy, P. W. and T. A. Nowak (1979). An investigation of seismic wave propagation in Western USSR, Semiannual Technical Report No. 2, Rondout Associates, Inc., Stone Ridge, New York.

Pomeroy, P. W. and T. C. Chen (1980). Regional seismic wave propagation, Final Report, Rondout Associates, Inc., Stone Ridge, New York.

Press, F. and M. Ewing (1952). Two slow surface waves across North America, Bull. Seism. Soc. Am. **42**, 219-228.

Street, R. L. (1978). A note on the horizontal to vertical Lg amplitude ratio in Eastern United States, Earthquake Notes **49**, 15-20.

Street, R. L. and F. T. Turcotte (1977). A study of northeastern North America spectral moments, magnitudes and intensities, Bull. Seism. Soc. Am. **67**, 599-614.

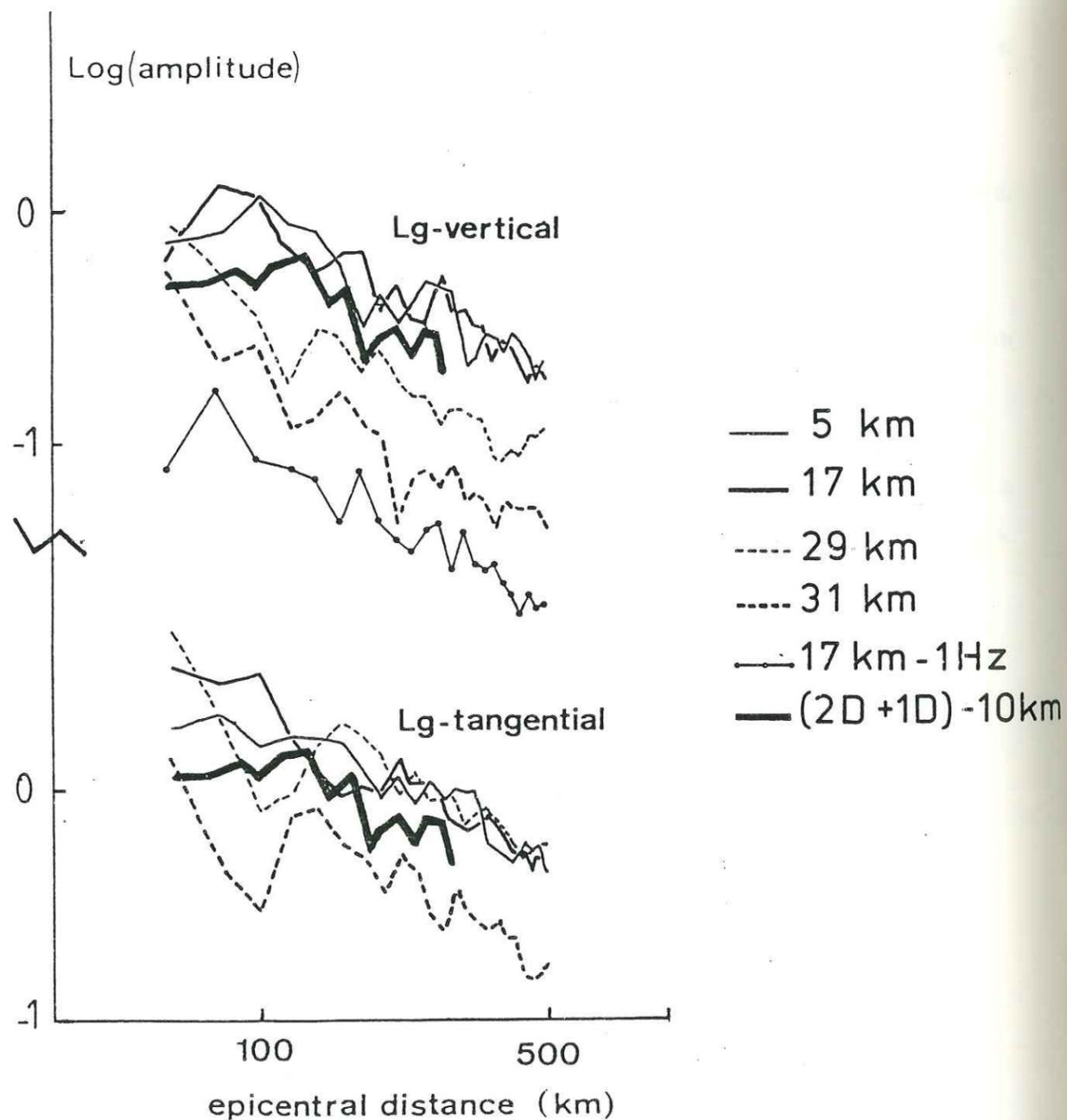
#### B. 4. PROPAGATION DES ONDES Lg EN MILIEU LATÉRALEMENT HÉTÉROGÈNE

##### B. 4. 1 Introduction

L'objectif de ce chapitre va être d'étudier de possibles effets d'hétérogénéités géométriques latérales sur la propagation des ondes Lg. En effet nous allons tenter de mettre en évidence comment l'atténuation géométrique pourra être affectée par des perturbations simples du modèle à couches planes utilisé pour représenter la croûte dans le centre de la France. Nous ne prenons en compte que des phénomènes de diffraction à grande échelle (plusieurs longueurs d'ondes), les phénomènes de diffusion ("scattering") étant représentés en première approximation, par le facteur de qualité Q.

La modélisation ne peut être faite, à l'heure actuelle, que sous des conditions très restrictives : composante SH à deux dimensions et en se limitant au domaine des basses fréquences (jusqu'à 1 Hz). Cependant, étant données que les ondes Lg sont des ondes S guidées dans la croûte, on peut vérifier aisément que, dans le cas d'un modèle à couches planes, la composante SH à deux dimensions permet de retrouver les caractéristiques d'atténuation géométrique de l'onde Lg après une simple correction d'expansion circulaire. (Figure B.4.1). Une même hypothèse a été faite par Kennett (1984) qui suivant une approche modale, argue de la simultanéité des comportements des composantes verticales pour les modes de Rayleigh et des composantes transverses pour les modes de Love. (Kennett & Clarke, 1983).

La méthode de simulation présentée au début de ce mémoire est particulièrement adaptée à des problèmes où l'irrégularité est de dimension limitée mais où la distance source-récepteurs peut être grande. En effet, le traitement numérique



**Figure B.4.1 :** Courbes de décroissance pour les composantes verticales et transverse de l'onde Lg à dimensions pour différentes profondeurs de source . En trait épais, décroissance du déplacement SH à 2 dimensions.

sera limité à la zone irrégulière elle-même.

Deux types d'irrégularités simples vont être étudiés : une variation de profondeur du Moho ou d'une discontinuité plus profonde et la présence d'un bassin sédimentaire. De telles structures ont été rendues responsables de phénomènes très marqués d'affaiblissement de l'onde Lg observés en particulier en Mer du Nord (Kennett et Mykkeltveit, 1984)

#### B. 4. 2 Irrégularités à la base de la croûte

Les ondes Lg consistant en ondes S piégées dans la croûte, une variation de la profondeur du Moho pourra diminuer la qualité du guide d'onde et donc correspondre à une zone de forte atténuation apparente.

La géométrie du premier modèle considéré est présentée Figure B.4.2. L'amplitude de la variation de profondeur du Moho est 10 km. Sa longueur d'onde vaut 40 km. Les sismogrammes sont calculés en une série de 10 récepteurs espacés de 10 km à partir de l'axe de symétrie du bombement. Les calculs ont été réalisés pour une série de 5 sources placées de 50 km en 50 km à partir de l'axe de symétrie et à une profondeur de 10 km. La gamme de fréquence considérée s'étend de 0 à 1 Hz. L'ensemble des sismogrammes calculés sont présentés en Figure B.4.3 où ils sont comparés avec les sismogrammes obtenus pour un modèle à couches planes. Les profils sont représentés avec une vitesse de réduction de 4 km/s. Pour chaque profil, la plus faible distance épacentrale correspond donc au départ de la source par rapport à l'axe de symétrie de la structure. L'impression visuelle qui domine la comparaison des profils obtenus pour les deux modèles est que s'ils ne paraissent pas très différents par nature, la présence de la remontée du Moho cause la disparition de l'aspect très régulier des profils en couches planes. Quelques points très spécifiques peuvent être relevés comme la présence de phases de réflexions sur les flancs de la remontée. C'est le cas pour la source de départ 0 pour laquelle on note l'apparition

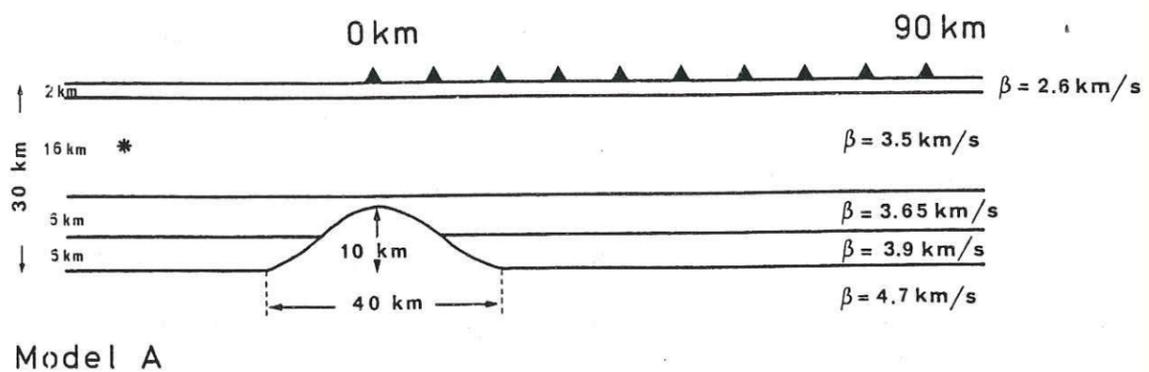
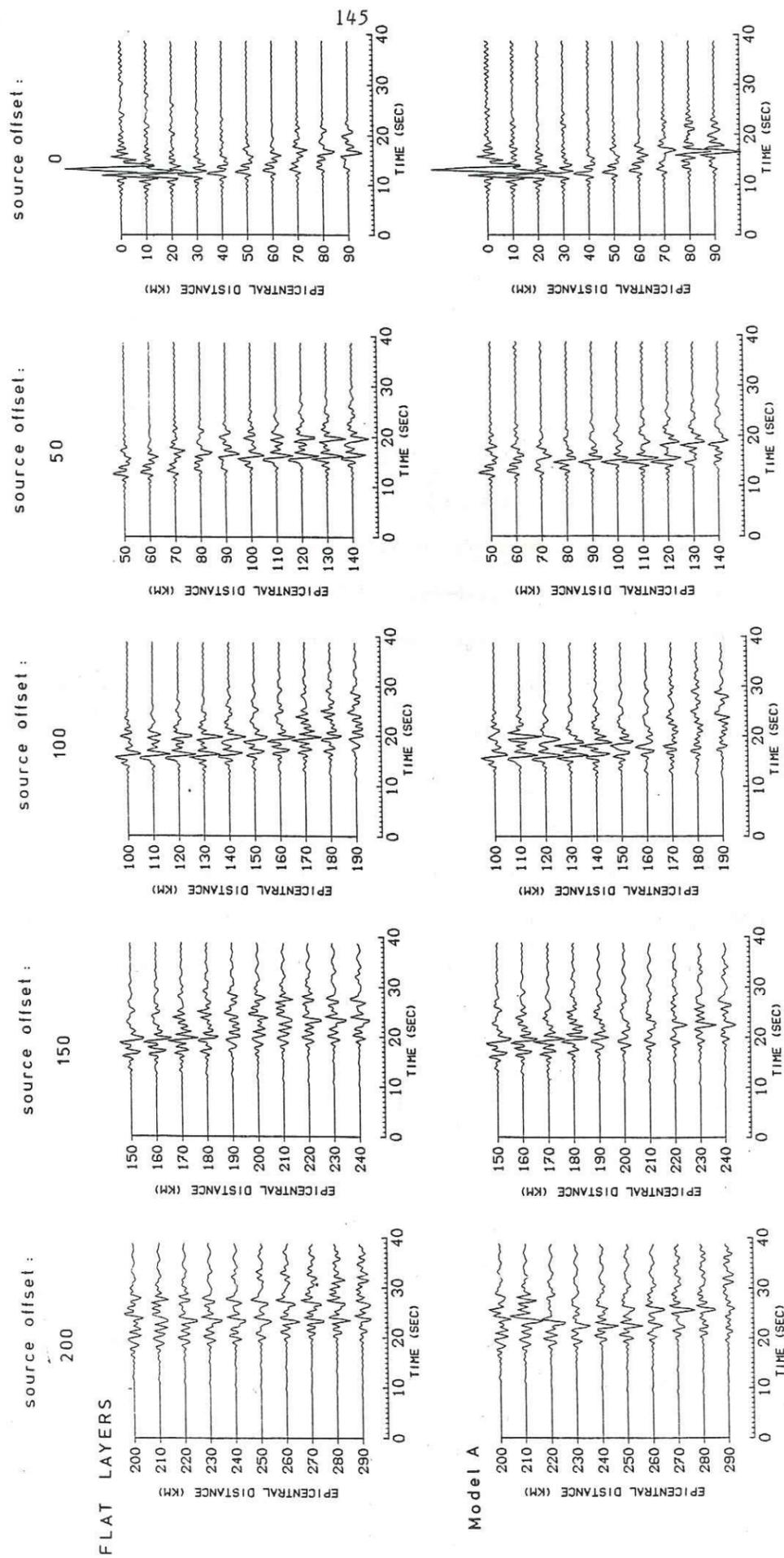


Figure B.4.2 : Modèle de croûte.

Figure B.4.3 : Sismogrammes synthétiques calculés pour un modèle à couches planes (partie haute) et en présence d'une remontée du Moho.



d'une réflexion critique à 90 km de distance épacentrale. De même pour la source de départ 100 km, des réflexions sur le Moho sont réfléchies sur le flanc gauche de l'irrégularité et donnent naissance à une phase d'amplitude importante à 110 km de distance épacentrale. A l'opposé, plusieurs zones d'affaiblissement local apparaissent ; par exemple, à 220 km de distance épacentrale pour la source de départ 150 km.

La figure B.4.4 présente une comparaison entre les sismogrammes calculés en présence de la remontée du Moho et les sismogrammes "différence" correspondant à la partie diffractée des signaux. Les sismogrammes "différence" permettent d'identifier des phases successives de réflexions qui apparaissent ou disparaissent. On notera le très faible niveau de bruit de la partie diffractée du signal. Dans le cas de la source centrée sur l'irrégularité et pour le récepteur à sa verticale, les arrivées visibles peuvent s'interpréter en termes des réflexions sur le Moho dans le modèle à couches planes et dans le modèle irrégulier.

Les valeurs des amplitudes maximales en fonction de la distance ont été tracées en figure B.4.5 pour toutes les sources considérées et dans le cas du modèle plan. Ces courbes ne montrent pas de tendance systématique permettant de différencier la présence ou l'absence de l'irrégularité. A des distances épacentrales supérieures à 100 km, la dispersion des valeurs pour chaque courbe est aussi importante que la différence entre les résultats obtenus pour les différents modèles. Il ne faut donc pas s'attendre à des effets suffisamment marqués pour déceler facilement de telles structures sur les signaux.

Une approche spectrale peut être suivie pour mettre en évidence les conséquences d'une remontée du Moho. La figure B.4.6 présente le spectre d'énergie des traces calculées dans un milieu parfaitement plan. De part leur nature de superposition d'ondes réfléchies, les ondes Lg conduisent à des spectres dominés par des effets d'interférences constructives ou destructives. Ces interférences se traduisent

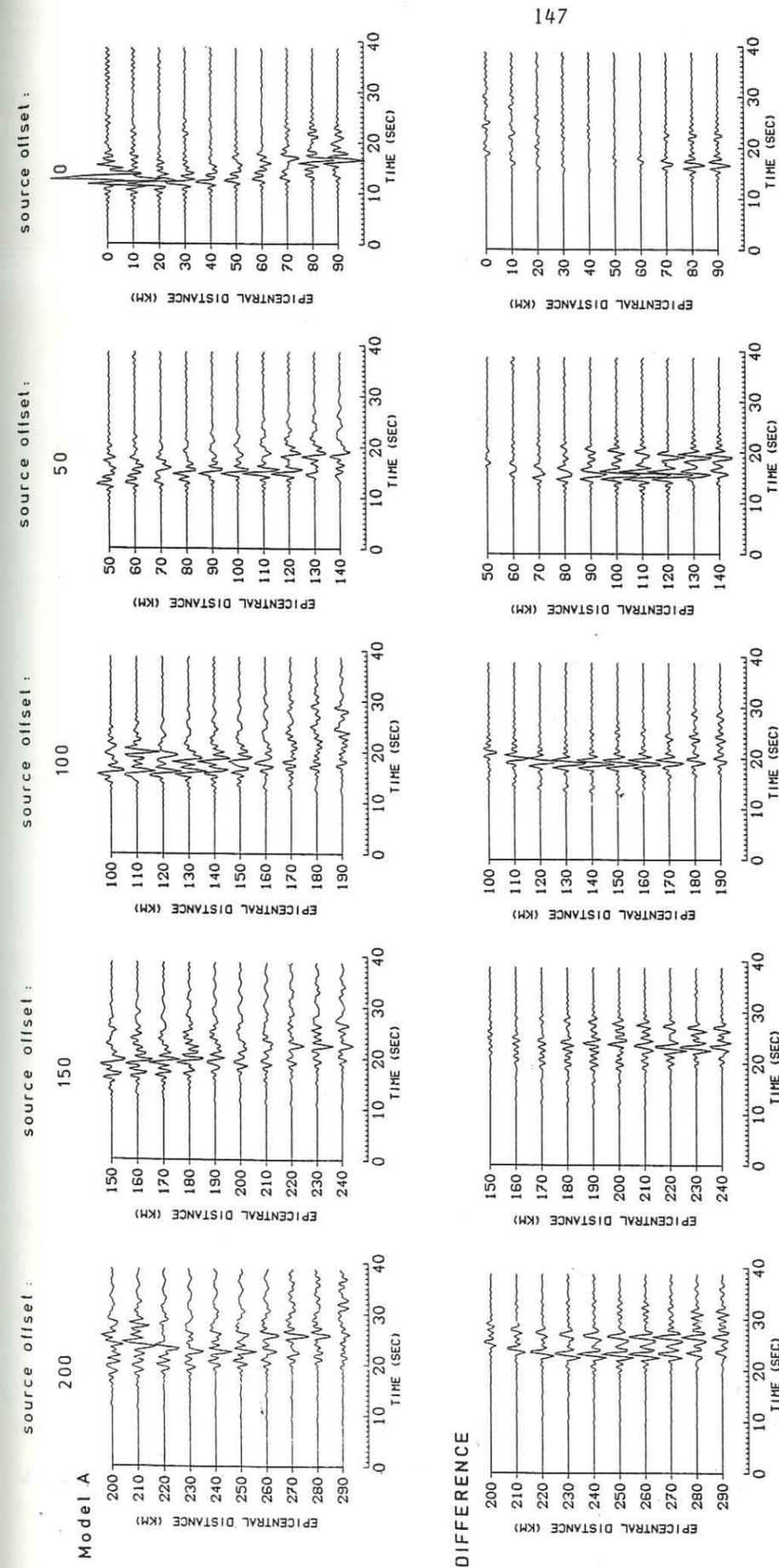
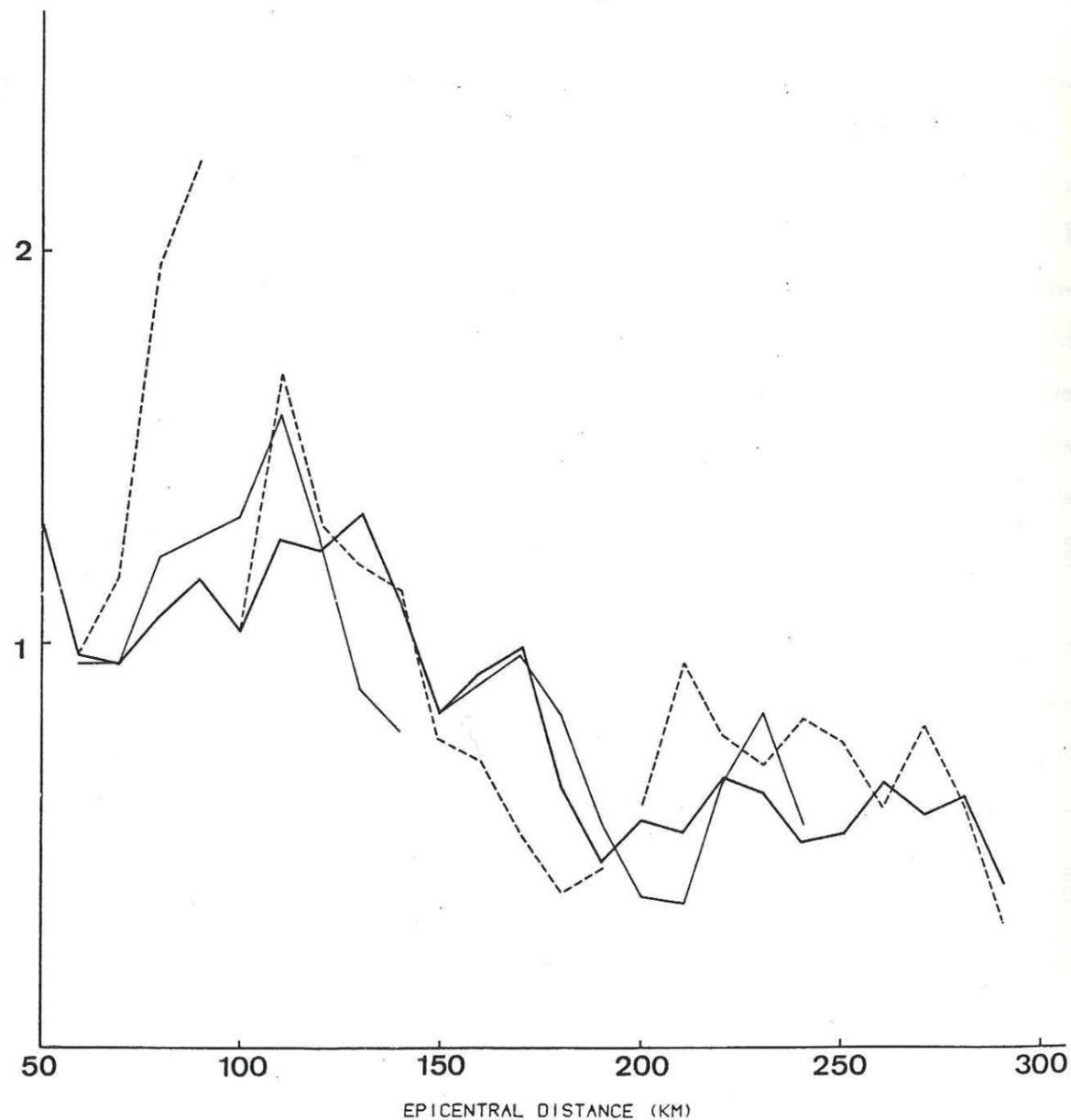


Figure B.4.4 : Sismogrammes synthétiques calculés en présence d'une remontée du Moho (partie haute) et sismogrammes "différence".



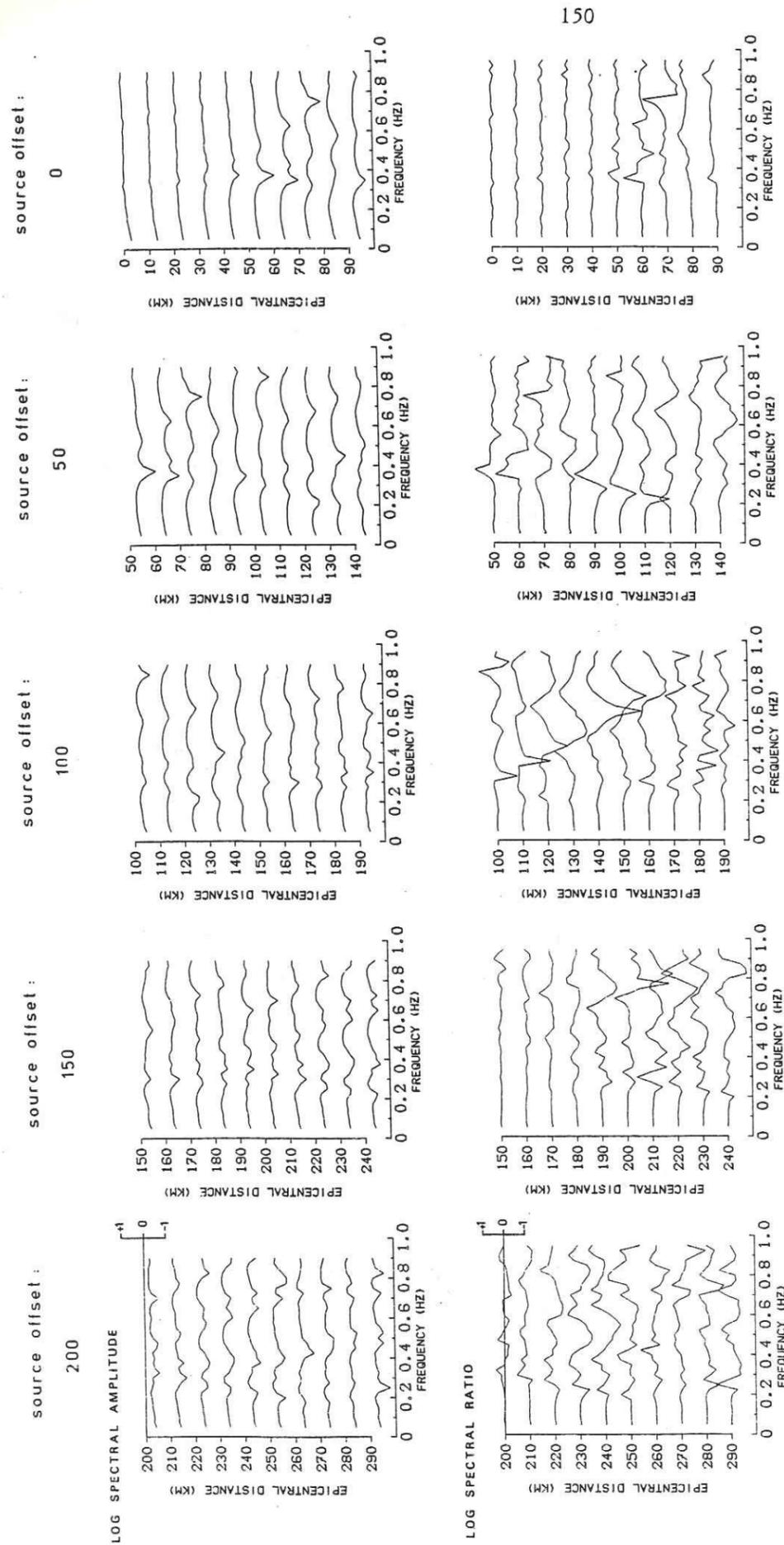
**Figure B.4.5** : Amplitudes maximales en fonction de la distance épacentrale en présence d'une remontée du Moho pour des déports de source de 0, 50, 100, 150 et 200 km (traits fins pointillés et continus successivement et dans le cas du milieu plan (trait épais).

dans un diagramme distance-fréquence par des alignements de minima et de maxima.

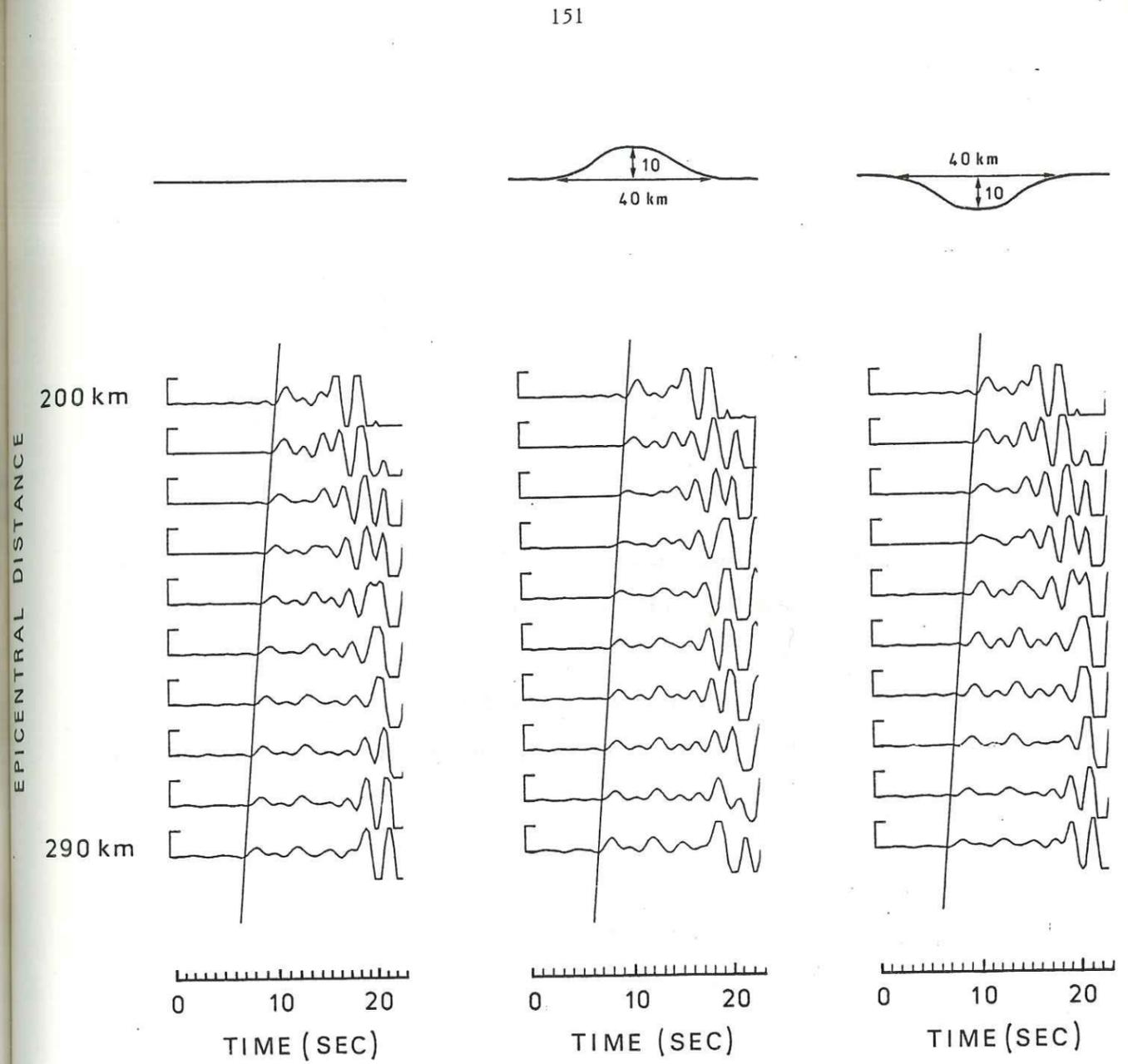
La position de ces extrema est très sensible à des variations géométriques du modèle car les phénomènes en jeu sont gouvernés par les temps de parcours des différentes ondes. Aussi lorsque l'on trace les rapports spectraux entre les sismogrammes en présence d'une remontée du Moho et en son absence les courbes obtenues varient très rapidement et sans montrer de tendance systématique facile à observer.

Ces différents points montrent à quel point la mesure de l'énergie est délicate avec ce type de phase si l'on s'en tient à un faible nombre de données. Il existe pour la décroissance de l'énergie avec la distance une importante dispersion intrinsèque du phénomène. Il est donc tout à fait nécessaire a priori de pratiquer un grand nombre de mesures et d'en déduire l'information recherchée à partir d'une statistique suffisamment étoffée. C'est de cette manière qu'il sera possible de mettre en évidence sur des données réelles l'effet de structures comme une remontée du Moho dans une zone stable.

Si notre attention s'est tournée principalement vers les ondes Lg, une autre phase est sensible à la présence d'une topographie du Moho : l'onde Sn. Il s'agit de l'onde conique (onde de Cagniard) qui se propage le long du Moho à la vitesse du milieu sous-jacent. A distance régionale cette onde est en première arrivée pour la composante transversale. La figure B.4.7 présente une comparaison entre les sismogrammes calculés pour un modèle à couches planes, pour une remontée et pour un enfoncement du Moho. Nous avons représenté sur ces sections la ligne de vitesse apparente 4.7 km/s (vitesse du manteau). Dans le cas d'interfaces planes, les premières arrivées s'alignent très précisément à une vitesse apparente de 4.7 km/s. En présence d'une remontée du Moho on note, en arrière de l'irrégularité une arrivée en avance de l'onde Sn accompagnée d'une diminution locale de l'amplitude. Tout se passe donc comme si l'onde conique suivait l'interface dans sa partie irrégulière,



**Figure B.4.6 :** Spectres calculés pour un modèle à couches planes et les différentes configurations source -irrégularité- récepteurs étudiées (partie haute). Rapport spectraux entre sismogrammes calculé en présence de la remontée du Moho et en son absence (partie basse).



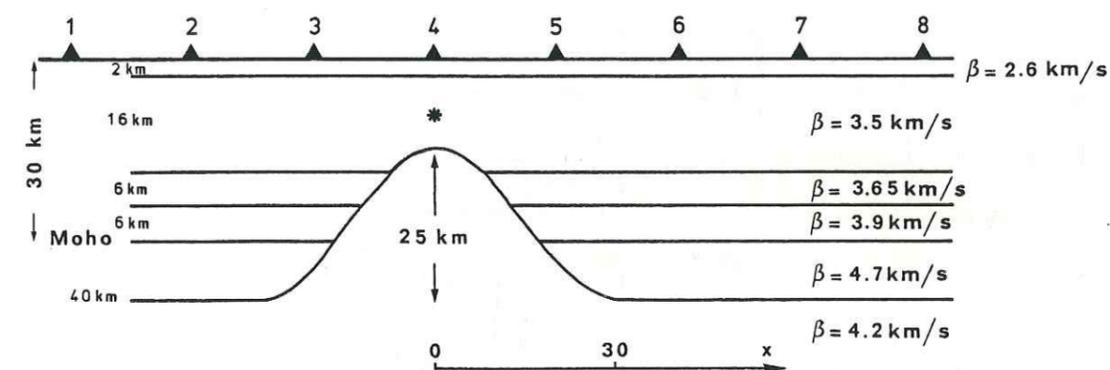
**Figure B.4.7 :** Début du signal calculé pour une source à 200 km du premier récepteur, modèle à couches planes (partie gauche), modèle de remontée du Moho (partie centrale) modèle d'enfoncement du Moho (partie droite).

tout en se défocalisant dans ce cas.

A quelques dizaines de kilomètres de l'irrégularité l'onde Sn retrouve le temps d'arrivée qu'elle aurait eu dans un milieu plan. Ceci semble montrer que cette onde s'est aussi propagée en ligne droite sous la remontée du Moho. Dans le cas d'un plongement, le comportement est totalement opposé : on observe en arrière de l'irrégularité des phases Sn en retard associées à de plus fortes amplitudes. Le retard pris dans cette géométrie ne se rattrape pas mais semble acquis. L'onde cônica est donc contrainte cette fois de suivre l'interface (ne pouvant se propager dans la croûte) et donc de suivre un chemin légèrement plus long.

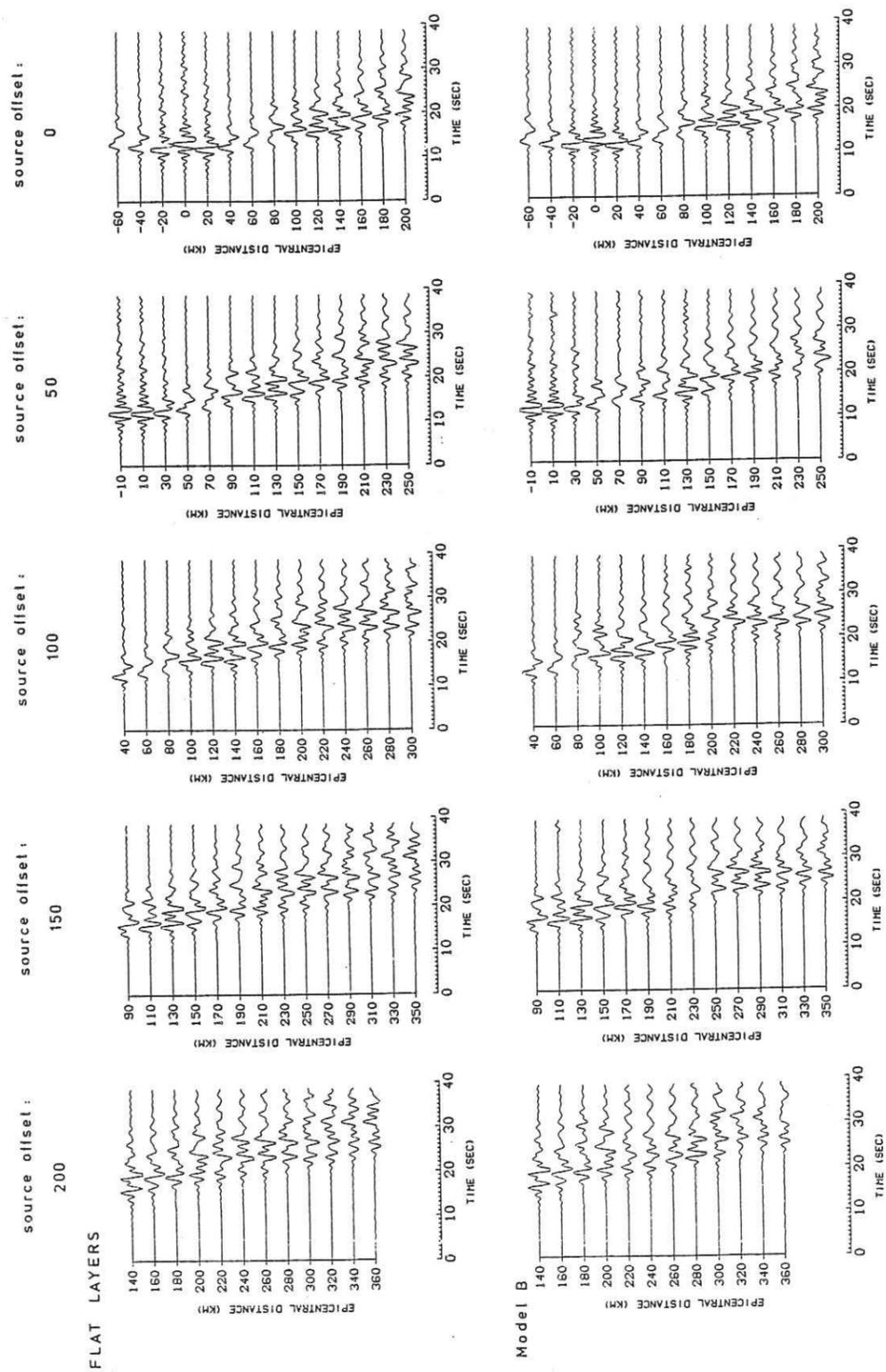
L'effet d'un plongement du Moho sur l'onde Lg est tout à fait similaire dans ses caractéristiques à celui d'une remontée de même amplitude.

Nous avons considéré un autre type d'irrégularité de grande échelle à la base de la croûte qui inclut une hétérogénéité du manteau. Le modèle est présenté en figure B.4.8 Le profil calculé s'étend maintenant de part et d'autre de la zone hétérogène : de 60 km à gauche de l'axe de symétrie de la structure à 200 km à droite avec un point d'observation tout les 20 km. Les sismogrammes ont été calculés pour des déports de la source de 0, 50, 100, 150 et 200 km, celle-ci se situant à 10 km de profondeur. Le modèle présenté suppose l'existence d'une diminution de la vitesse des ondes S dans le manteau. La structure non-plane consiste alors en une remontée de cette interface à l'intérieur même de la croûte moyenne. Il sera donc observé simultanément une remontée du Moho et la présence d'un manteau où la vitesse des ondes S est anormalement faible. Ce schéma pourrait être celui de la structure profonde d'une zone de graben (comme la Limagne) qui apparaît dans un régime d'extension à l'extrado de la flexure d'une plaque lithosphérique (flexure liée à l'orogénèse alpine dans le cas du Massif Central). Les sismogrammes obtenus sont tracés en figure B.4.9 où ils sont comparés avec les résultats produits dans le modèle à couches planes. Les remarques faites pour le modèle de simple remontée du Moho



Model B

**Figure B.4.8** : Géométrie d'un modèle de croûte irrégulière avec remontée de matériaux du manteau.



**Figure B.4.9 :** Sismogrammes synthétiques calculés pour le modèle présenté en figure B.4.8, modèle à couches planes (partie haute) et en présence de la structure irrégulière (partie basse).

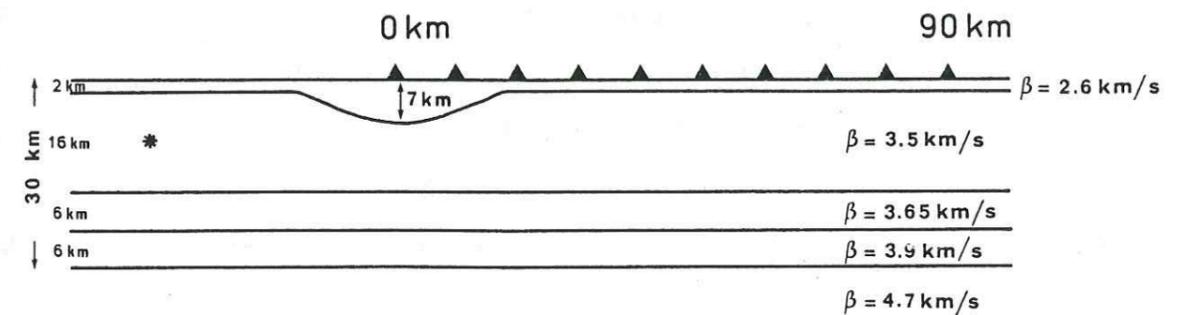
pourraient être répétées ici. Cependant la longueur du profil ayant été augmenté, ces sismogrammes montrent que l'influence de la zone irrégulière s'étend sur de grandes distances. En particulier on remarquera, dans le cas d'un déport de source de 200 km, la faible amplitude de l'onde Lg à une distance épacentrale de 360 km soit à 160 km en arrière de la structure étudiée. De tels effets montrent bien que le train d'onde Lg va globalement perdre de l'énergie en traversant une telle zone. Là encore, de part sa nature de superposition d'ondes S multiples réfléchies, l'onde Lg ne traduit pas cette perte d'énergie par une décroissance monotone supplémentaire ni par une diminution systématique d'amplitude au-delà de la zone irrégulière.

Les deux exemples précédents présentaient des modèles où une hétérogénéité latérale cause a priori une dégradation de la qualité de guide d'onde de la croûte. L'onde Lg, c'est-à-dire l'ensemble des ondes S réfléchies au-delà de l'angle critique à l'intérieur de la croûte, voit donc son énergie globale diminuer (dans une faible proportion pour les cas qui nous intéressent). Cependant un récepteur en un point donné, qui n'observe pas la globalité des ondes qui se propage dans la croûte, ne permet pas une mesure directe de cette perte d'énergie. Un grand nombre d'observations sera nécessaire pour mesurer quelle sera l'atténuation due à la structure. Dans les cas qui viennent d'être considérés et qui représentent l'ordre de grandeur des variations d'épaisseur de la croûte dans le centre de la France, la perte d'énergie pour l'onde Lg est faible. De telles structures se traduiront donc statistiquement par des zones de plus fortes atténuations puisque l'existence de la phase Lg n'est pas remise en cause ni même, grossièrement, ses caractéristiques de décroissance avec la distance épacentrale.

### B. 4. 3 Présence d'un bassin sédimentaire

Dans leur presque totalité, les études de l'influence des bassins sédimentaires sur les ondes sismiques a été menée pour des préoccupations de risque sismique. En effet de nombreuses observations ont mis en évidence des phénomènes d'amplification des ondes sismiques dans des bassins. Des études théoriques ont montré (Bard, 1983) l'importance, suivant la géométrie de la vallée, des ondes de surface qui se propagent dans le bassin et des ondes propres de vibration de ce dernier. Ce genre d'étude est faite en calculant la réponse de la structure à une onde plane incidente. Comme nous l'avons vu dans la deuxième partie de ce mémoire, à quelques centaines de kilomètres de distance épacentrale, la majeure partie de l'énergie du train d'onde sismique dans la bande 1-10 Hz consiste en ondes Lg. L'exemple récent du séisme de Guerrero-Michoacan (M 8.1) du 19-9-85 qui eut des conséquences catastrophiques à Mexico, c'est-à-dire à une distance épacentrale de 430 km suggère que les ondes Lg peuvent être responsables de mouvements destructeurs. Dans ce cas particulier, il s'agit avec Mexico City d'une zone particulièrement sujette aux effets de site puisqu'une partie de la ville est bâtie sur des sédiments lacustres peu consolidés d'une grande épaisseur.

Un autre aspect de l'influence d'un bassin sédimentaire sur la propagation des ondes Lg a été étudiée par Kennett et Mykkeltveit (1984). Ces auteurs, s'appuyant sur un travail théorique de Kennett (1984) ont tenté d'interpréter l'influence de la présence d'un bassin sédimentaire sur la propagation de l'onde Lg en termes de transmission et de réflexion latérale des différents modes d'onde de Love. Ces auteurs, comme nous-mêmes, s'en tenaient au cas SH à deux dimensions mais n'étaient malheureusement pas en mesure de présenter de sismogramme synthétique. En conclusion de ce chapitre nous comparerons les résultats qu'ils ont obtenus avec les notres.



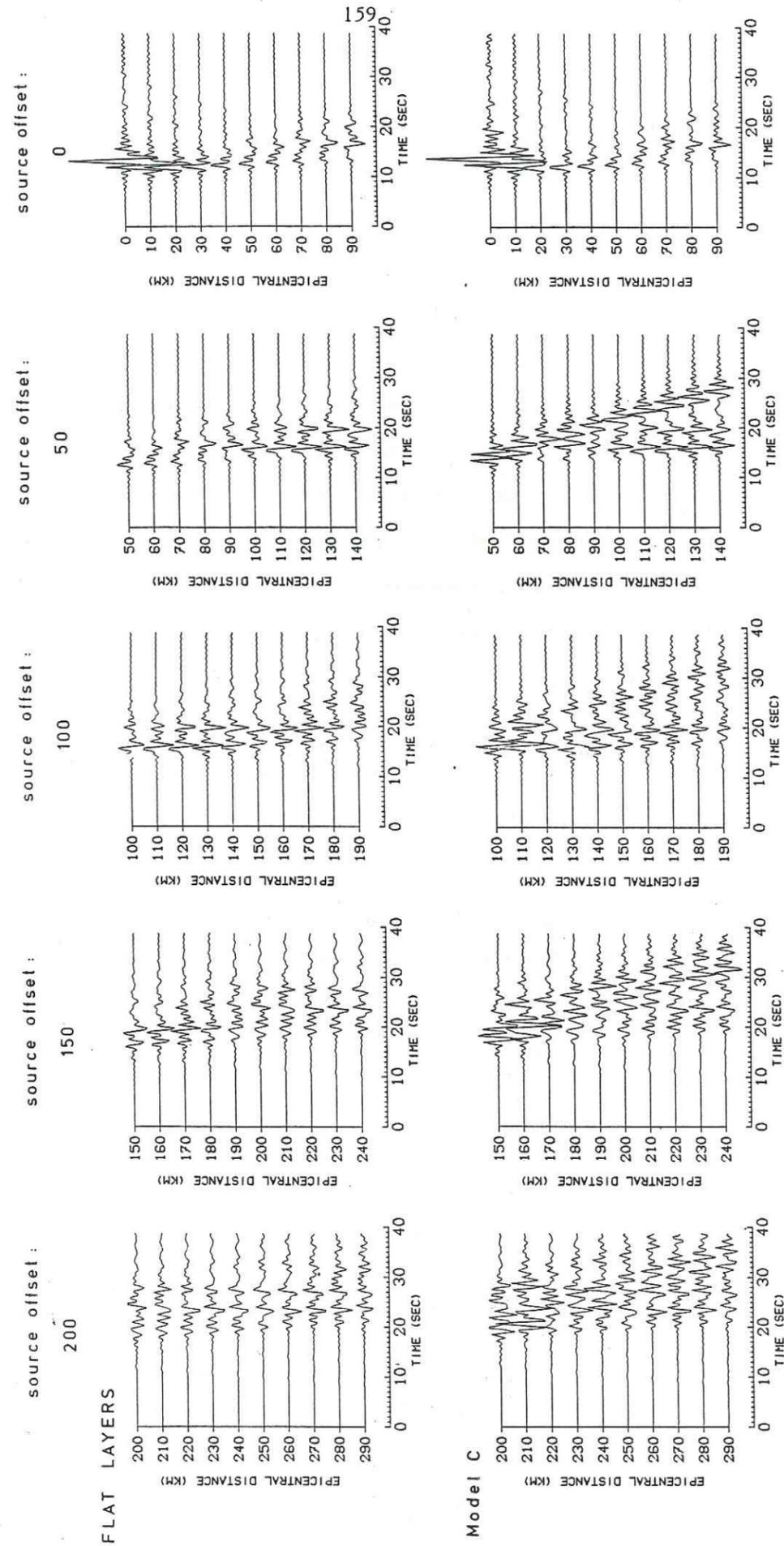
Model C

Figure B.4.10 : Modèle de croûte avec bassin sédimentaire.

Le modèle que nous avons considéré est présenté en figure B.4.10. Il consiste en une augmentation progressive de l'épaisseur des sédiments jusqu'à atteindre 7 km. La largeur totale du bassin et de 40 km. Il faut noter qu'il s'agit d'un remplissage par des matériaux rapide et denses, bien éloignés dans leurs caractéristiques des modèles de bassin utilisés pour l'étude des réponses de site. Comme dans les cas précédents nous avons considéré différents déports de la source. Les sismogrammes calculés sont comparés en figure B.4.11 avec les résultats obtenus pour le modèle en l'absence du bassin. Une première remarque sur ces signaux concerne l'effet d'amplification à l'intérieur du bassin. En effet dans tous les cas de déports, les trois premiers sismogrammes (à l'intérieur et au bord du bassin) montrent systématiquement une amplitude supérieure à celle atteinte en l'absence du bassin. La valeur de l'amplification est très différente suivant les cas et peut atteindre 4 (à 210 km de distance épacentrale). Il est à noter l'apparition très spectaculaire d'une arrivée d'énergie organisée pour des vitesses apparentes descendant jusqu'à 2,4 km/s. Cette phase apparaît au niveau du bassin sédimentaire et au moment du passage de l'onde Lg.

Il y a donc un transfert d'une partie de l'énergie de l'onde Lg vers des modes de Love jusqu'alors peu excités. Le bassin, de par les phénomènes de diffraction qui se produisent à ses frontières, joue le rôle de source secondaire superficielle qui émet donc dans la couche sédimentaire. Ceci donne naissance à des phases de grandes amplitudes puisque dans certains cas l'on peut observer que leurs amplitudes sont supérieures à celles des Lg. Par contre si l'on considère la phase Lg elle-même (c'est-à-dire celle qui existe dans le modèle à couches planes) elle apparaît comme étant très peu affectée par ces conversions de modes, ce qui suggère que les transferts d'énergie sont en réalité très faibles. L'amplitude maximale observée dans la réalité en dehors du bassin, sera peu affectée par la présence de ce dernier dans la mesure où les ondes qui se propagent dans les sédiments seront très rapidement atténuées.

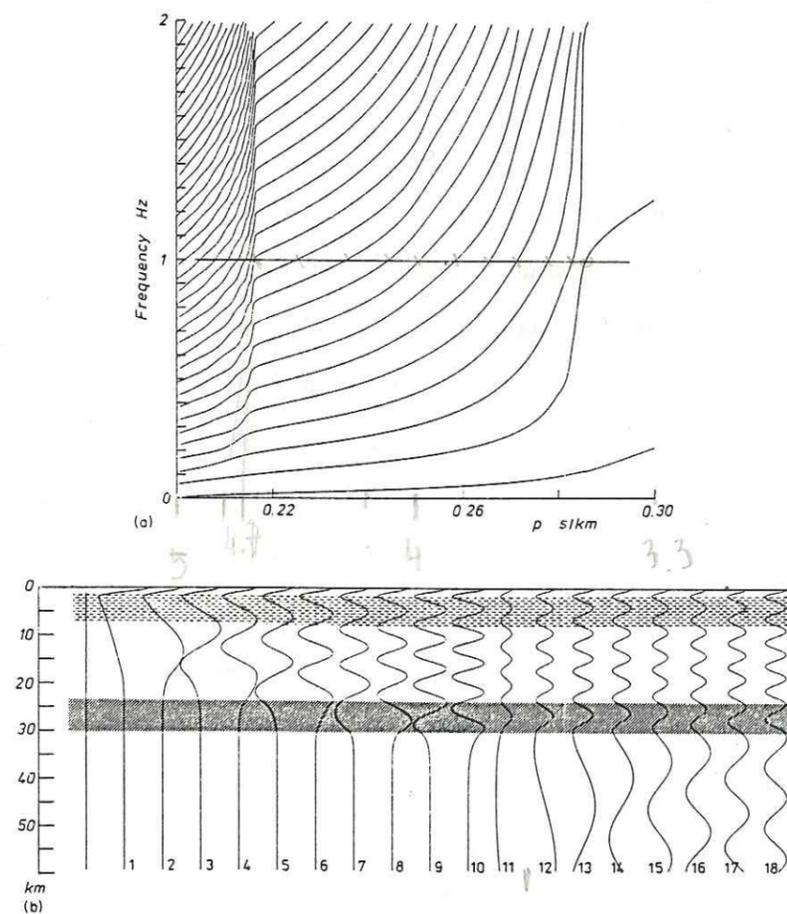
**Figure B.4.11** : Sismogrammes synthétiques calculés en présence du bassin sédimentaire (partie basse de la figure) et en son absence (partie haute).



#### B. 4. 5 Comparaison avec une approche modale et conclusions

Kennett (1984) a présenté une approche modale du problème de la propagation des ondes SH à distance régionale dans un milieu hétérogène à 2 dimensions. Considérant que le rayonnement s'obtient par la contribution de  $N$  modes propres du milieu plan, Kennett construit pour une zone hétérogène deux matrices  $N \times N$  de réflexion et de transmission représentant la conversion des modes  $n$  vers les modes  $n$  ( $n$  et  $n$  compris en 1 et  $N$ ) se propageant latéralement dans les deux sens. Dans le cas du modèle plan utilisé (e.g. figure B.4.2) les courbes de dispersion et les fonctions propres des différents modes à 1 Hz sont représentées figure B.4.12. Comme on peut le constater, les modes 1 à 10 représentent les ondes piégées dans la croûte tandis que les modes 11 à 18 décrivent les ondes du manteau ici  $S_n$ .

Kennett a dans un premier temps considéré le cas d'une inclusion rectangulaire à la base de la croûte d'une épaisseur de 6 km et de 35 km d'extension latérale consistant en des matériaux de vitesse intermédiaire entre croûte et manteau (4.3 km/s). Ce modèle s'apparente grossièrement aux cas de remontée du Moho que nous avons étudiés. La matrice de transmission mode à mode obtenue par Kennett se caractérise par 2 points. Pour la partie (1-10, 1-10) la sous-matrice est bandée, c'est-à-dire que les conversions de modes se font d'un mode vers 2 ou 3 des modes voisins toujours représentatif de la propagation type Lg. La conversion en ondes du manteau de modes de la croûte est quasiment inexistante exceptée dans le cas des modes 9 et 10 pour lesquels cette conversion reste faible. Ces résultats sont cohérents avec les constatations que nous avons faites avec les sismogrammes synthétiques premièrement : pas de perte d'énergie importante de l'onde Lg (les modes 9 et 10 jouent un rôle marginal pour les Lg entre 0 et 1 Hz) ; deuxièmement : désorganisation de la phase Lg correspondant à des couplages entre les différents modes qui la composent.



**Figure B.4.12 :** (a) courbes de dispersion des ondes de Love en fonction de la lenteur et de la fréquence (b) Fonctions propres en déplacement normalisées pour les modes à 1 Hz (d'après Kennett, 1984).

En utilisant la même approche de superposition modale, Kennett et Mykkeltveit (1984) ont étudié un cas de modèle de bassin sédimentaire. Leur modèle présente une extension latérale beaucoup plus grande que le notre. Cependant les résultats qu'ils ont obtenus peuvent être discutés en regard de nos sismogrammes synthétiques. En effet en ce qui concerne les ondes Lg la conversion de modes de la croûte vers des modes dont les fonctions propres sont non-nulles donc le manteau est très faible, excepté pour les modes les plus élevés qui, comme nous l'avons déjà remarqué jouent un rôle minime dans la bande de fréquence que nous avons considérée. Par contre Kennett et Mykkeltveit ont obtenu une forte conversion des modes 1-6 vers des modes d'ordre inférieur. Ce phénomène est à relier avec l'apparition d'ondes de faible vitesse constatée dans nos simulations. Il faut faire une remarque en forme de critique sur le travail de Kennett et Mykkeltveit : la conversion entre modes est prise en compte pour les modes 1 à 18 en excluant le mode fondamental. Ces auteurs justifient cette exclusion par le fait que le mode fondamental représente une propagation presque entièrement limitée à la couche sédimentaire. Si cette justification paraît raisonnable quant aux conversions dues à une hétérogénéité à la base de la croûte dans le cas du bassin sédimentaire elle paraît a priori hasardeuse. Nos résultats montrent en effet que les modes caractéristiques des sédiments peuvent être excités par les Lg. Notre représentation des phénomènes de diffraction en termes de sources secondaires le long des frontières de l'hétérogénéité rend triviale l'explication du mécanisme de cette excitation.

Finalement, notre conclusion est que pour des modèles géométriques d'hétérogénéités profondes du type de ceux que nous avons considérés il ne faut pas s'attendre à des transferts d'énergie importants depuis les ondes Lg vers le manteau. En présence d'un bassin sédimentaire nous avons vu qu'une faible part de l'énergie des Lg peut être convertie en modes des sédiments et ainsi donner naissance à des phases de fortes amplitudes.

Ces différents éléments montrent que dans le cas de zones de graben en milieu continental stable, la majeure partie de l'atténuation apparente des ondes Lg traversant ces structures, provient de la nature des matériaux dans la zone de graben plutôt que d'effets liés à la géométrie de remontée du Moho ou du remplissage sédimentaire. En effet dans de telles zones d'extension il faut s'attendre à trouver une croûte complexe faillée et donc hétérogène à petite échelle dans laquelle les phénomènes de diffusion (scattering) seront forts et l'atténuation importante.

Ces différents points expliquent pourquoi il sera effectivement possible de faire des mesures du facteur de qualité moyen des ondes S dans le centre de la France à partir des ondes Lg, la présence de fluctuations reconnues de la profondeur du Moho n'étant pas un obstacle. Cette étude fera l'objet d'un prochain chapitre (Campillo et al., 1985). Comme nous le verrons par la suite il sera aussi possible de dresser des cartes d'atténuation à partir d'enregistrements d'ondes Lg et donc d'obtenir une répartition géographique des hétérogénéités crustales comme l'avait suggéré Gregersen (1984).

## BIBLIOGRAPHIE

**BARD, P.Y. 1983** : Effets de site d'origine structurale en sismologie. Thèse de doctorat d'état, Université de Grenoble.

**CAMPILLO, M., PLANTET, J.L., and BOUCHON, M.** : Frequency dependent attenuation in the crust beneath Central France from Lg waves : data analysis and numerical modeling. Bull. Seism. Soc. Am. 75, p 1395-1411.

**GREGERSEN, S. 1984** : Lg - wave propagation and crustal structure difference in Denmark and the North Sea. Geophys. J. Roy. astr. Soc. 79, p 217-234

**KENNETT, B.L.N. 1984** : Guided wave propagation in laterally varying media - I. Theoretical development. Geophys. J. Roy. astr. Soc. 79, p 235-256

**KENNETT, B.L.N. and MYKKELTVEIT, S. 1984** : Guided wave propagation in laterally varying media - II. Lg - wave in north-western Europe .Geophys. J. Roy. astr. Soc. 79. p 257-268

**KENNETT, B.L.N. and CLARKE, T.J. 1983** : Seismic waves in a stratified halfspace IV : P-SV wave decoupling and surface wave dispersion. Geophys. J. Roy. astr. Soc. 72, p 633-646.

PARTIE C :

LA MESURE DE L'ATTENUATION DES ONDES DANS LA CROUTE

C 1 : DEPENDANCE FREQUENTIELLE DU FACTEUR DE QUALITE MOYEN  
DES ONDES S DANS LA CROUTE DANS LE CENTRE DE LA FRANCE

FREQUENCY-DEPENDENT ATTENUATION IN THE CRUST BENEATH  
CENTRAL FRANCE FROM *Lg* WAVES: DATA ANALYSIS AND  
NUMERICAL MODELING

BY MICHEL CAMPILLO, JEAN-LOUIS PLANTET, AND MICHEL BOUCHON

ABSTRACT

The quality factor of shear waves in the crust beneath Central France is evaluated by the combined use of data analysis and theoretical modeling. The measurement is made from *Lg* wave records of 18 earthquakes at 22 short-period vertical seismic stations of the French seismic network. The geometrical attenuation of *Lg* waves has been calculated through a numerical simulation in a perfectly elastic model. The station responses (including site effects) have been evaluated from *Lg* waves and from records of the seismic noise. *Q* has been calculated for a set of 11 frequencies between 0.5 and 10 Hz and has been found to be in the form

$$Q = 290 * f^{0.52}$$

where *f* is the frequency. The numerical simulation leads to the interpretation of *Q* of *Lg* waves as the mean value of *Q* within the crust. Theoretical and experimental decay of energy with distance are in very good agreement. The *Lg* waves present a different sensitivity to a low *Q* zone whether this zone is associated with the sediments or with scattering in the lower crust. The lower crust beneath central France appears from our experimental results to be associated with high values of *Q*.

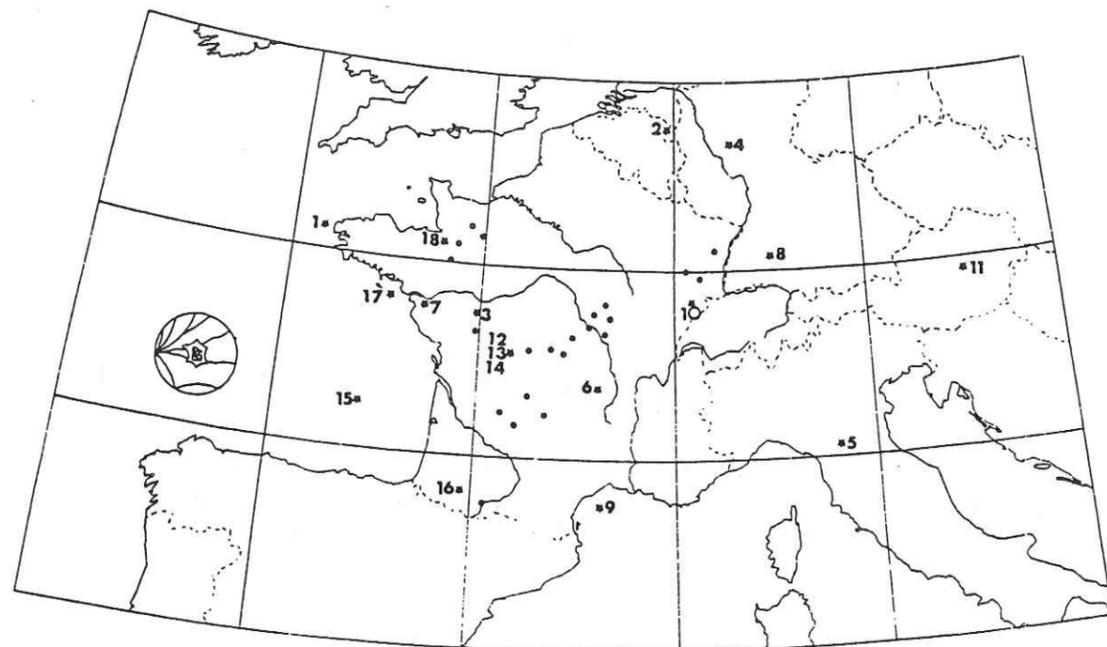
INTRODUCTION

The most common way to measure the anelastic attenuation of seismic waves in the earth consists in studying the decay of seismic energy with epicentral distance. Interpreted as a superposition of multiply reflected *S* waves within the crust, the *Lg* wavetrain is particularly well-adapted for attenuation measurement because of its well-constrained domain of propagation (the crust) and its strong amplitude over a large epicentral distance range.

Numerous studies have been done to evaluate the attenuation characteristics of *Lg* waves in various regions of world (e.g., Nuttli, 1973; Mitchell, 1975; Bollinger, 1979; Pomeroy and Cheng, 1980; Nicolas *et al.*, 1982). On the other hand, theoretical works have been devoted to the understanding of the excitation, propagation, and geometrical attenuation of *Lg* waves in elastic crustal models (Báth and Crampin, 1965; Muller and Mueller, 1979; Bache *et al.*, 1981; Bouchon, 1982; Olsen *et al.*, 1983; Herrmann and Kijko 1983; Campillo *et al.*, 1984). The frequency dependence of *Q* of *Lg* waves has been evaluated in the United States by Mitchell (1980, 1981). The aim of the present work is to study the frequency dependence of *Q* for the crust in central France by combining data analysis with numerical modeling.

DATA ANALYSIS

In this study, we use the *Lg* waves recorded at 22 short-period vertical seismic stations of the French seismic network run by the Laboratory for Detection and Geophysics of the French Atomic Energy Commission. The instruments of this network are described in Nicolas *et al.* (1982). The data set used consists of records from 18 earthquakes located in and around France (Figure 1) and having magnitudes



• STATION  
15• EARTHQUAKE (The number refers to Table I)

FIG. 1. Locations of the earthquakes and seismic stations used in this study.

TABLE 1  
LIST OF EVENTS USED IN THIS STUDY

Event No.	Date	Origin Time	Coordinates	$M_L^*$	Region
1†	04/09/81	04h 41 59.2	48.48N 05.11W	4.2	Brest
2†	02/03/82	01h 27 26.3	51.01N 05.77E	4.0	Anvers
3‡	28/05/82	04h 50 24.7	46.98N 00.11W	3.3	La Rochelle
4†	28/06/82	09h 57 33.3	50.69N 07.84E	4.9	Frankfurt
5†	26/07/82	15h 07 29.5	44.26N 10.88E	4.3	Emilie
6‡	08/10/82	13h 19 46.3	45.51N 03.66E	3.3	Clermont-Ferrand
7‡	09/11/82	13h 44 47.3	47.07N 01.73W	3.9	Nantes
8†	28/11/82	04h 34 05.0	48.31N 09.05E	3.9	Jura Souabe
9‡	23/12/82	14h 48 13.4	43.02N 03.75E	4.1	Montpellier
10†	03/02/83	02h 48 30.1	47.34N 06.53E	3.4	Vesoul
11†	14/04/83	14h 52 15.2	47.75N 15.10E	4.8	Salzburg
12‡	21/04/83	01h 53 07.9	46.20N 00.96E	4.0	Bellac
13‡	21/04/83	19h 07 02.1	46.19N 00.98E	3.6	Bellac
14‡	21/04/83	23h 31 13.8	46.20N 00.98E	3.8	Bellac
15†	08/05/83	17h 47 51.4	44.97N 03.47W	4.0	Ouest-Rochefort
16†	06/06/83	01h 29 50.3	43.27N 00.30W	4.1	Pyrenees
17‡	03/07/83	20h 47 11.2	47.21N 02.80W	3.2	L'Orient
18†	07/07/83	03h 52 25.2	48.41N 01.30W	4.2	Fougeres

\*  $M_L$ , local magnitude (LDG).

† CSEM location.

‡ LDG location.

between  $M_L = 3.2$  and  $M_L = 4.8$  (Table 1). The focal depths of these events are not known to have a precision greater than 5 km but they are always located within the crust. If, in general, the ray path from the hypocenter to a station goes through various geological structures, the interstation attenuation measurements relate

exclusively to a relatively stable geological area, namely the Hercynian structure of the Massif Central. The signals are recorded at epicentral distances ranging from 150 to 2000 km. For an individual earthquake, the distance range is more limited because of the dynamics of the instruments (60 dB). The largest distance is about 2 to 3 times the shortest one depending on the frequency band considered. The seismograms are numerically recorded at a sampling frequency of 50 Hz. Figure 2 presents an example of such recordings for the Pyrenean earthquake ( $M_L = 4.1$ ) of 6 June 1983. The epicentral distances lie in this case between 289 and 576 km. The  $Lg$  wavetrain is clearly the prominent phase of the seismograms.

In order to find hypothetical variations of the attenuation, the  $Lg$  wavetrain is separated into three different parts according to their group velocities

$Lg1$ : 3.6 km/sec  $> V >$  3.1 km/sec (maximum amplitude of  $Lg$ )

$Lg2$ : 3.1 km/sec  $> V >$  2.6 km/sec

$Lg3$ : 2.6 km/sec  $> V >$  2.3 km/sec.

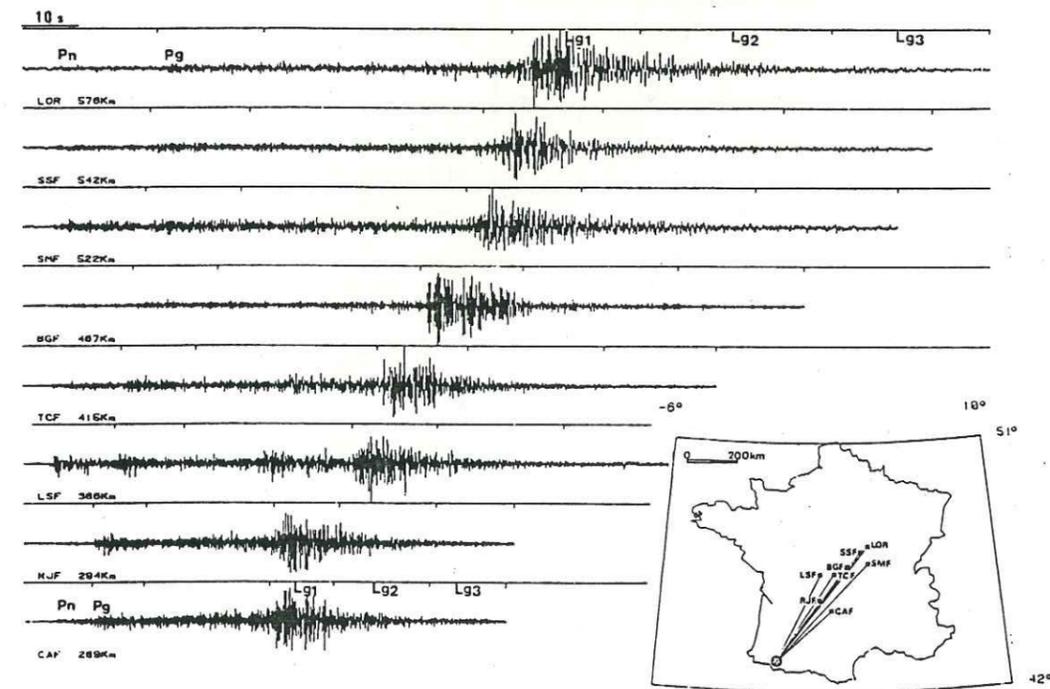


FIG. 2. Examples of seismograms. The epicenter is located in the Pyrenees. The  $Lg$  wave is the prominent phase. Note the three time windows:  $Lg1$ ,  $Lg2$ , and  $Lg3$ .

These group velocities windows are shown in Figure 2 together with those of  $Pn$  and  $Pg$ . For each seismogram, the Fourier spectrum of these three  $Lg$  windows is computed from 0.5 to 15 Hz. The spectrum of the noise during the 30 sec preceding the  $Pn$  arrival is also calculated. The amplitudes of the  $Lg$  wave and of the noise are then compared for all the frequencies and for each phase, and the points at which the signal-to-noise ratio is less than 2 are eliminated. Figure 3 shows an example of  $Lg$  wave spectra for the Pyrenean earthquake of 6 June 1983 whose seismograms are depicted in Figure 2. The spectra of the three segments of the  $Lg$  wavetrain are indicated while the fourth curve represents the noise spectrum. At each station, the shapes of the three phases,  $Lg1$ ,  $Lg2$ , and  $Lg3$  are similar. These spectra, however, widely differ from station to station. Two factors can account for these variations. First, the attenuation may vary with frequency. Second, each

station of the network may be associated with a particular "station response" due to the local geomorphological structure.

The influence of this second factor has to be removed from the data. In order to compute this correction, we shall assume that the inhomogeneity of the station responses acts as a weak perturbation on the decay of spectral amplitude of  $Lg$  waves. As the signals recorded by the network come from earthquakes located at various epicentral distances, we can evaluate in a statistical way a mean value of the attenuation of the  $Lg$  wave amplitude for each frequency.

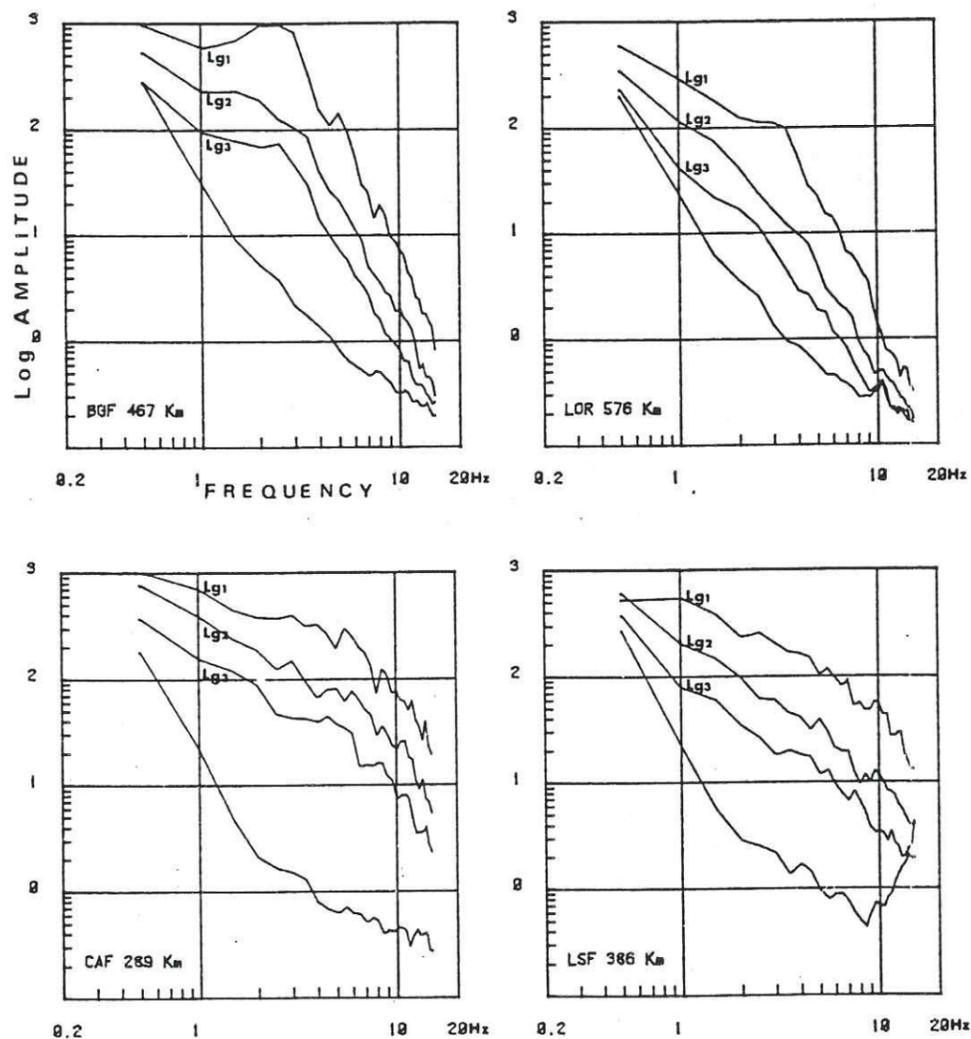


FIG. 3. Examples of spectra of the three phases ( $Lg_1$ ,  $Lg_2$ , and  $Lg_3$ ) corresponding to the seismograms presented on Figure 2. The unlabeled curve represents the spectrum of the noise.

#### SIMULTANEOUS EVALUATION OF THE STATION RESPONSE AND THE QUALITY FACTOR

We denote by  $A$  the spectral amplitude of the  $Lg$  wave in a given group velocity window divided by the window length. We can write the spectral amplitude  $A$  of the  $Lg$  wave at station  $i$  produced by earthquake  $j$  in the approximative form

$$A_{ij}(f, d) = S_j(f) * E(d) * AA(f, d) * ST_i(f) \quad (1)$$

where  $d$  denotes the epicentral distance,  $f$  the frequency and

$S_j(f)$  = the source excitation. We neglect here the azimuthal dependence of the radiation pattern.  $S_j(f)$  is thus mainly dependent on the magnitude.

$E(d)$  = the geometrical spreading of the  $Lg$  wave in the time domain and is of the form

$$E(d) = d^{-0.83}. \quad (2)$$

As we have shown in a previous study (Campillo *et al.*, 1984)

$AA(f, d)$  = the term of anelastic attenuation and can be expressed in the form

$$AA(f, d) = e^{-df/VQ(f)} \quad (3)$$

where  $V$  denotes the  $Lg$  wave group velocity and  $Q(f)$  is the quality factor of shear waves at frequency  $f$ .

$ST_i(f)$  = the station response and represents the particular characteristics of the station which are not described by the standard instrumental response of the network. We further assume that

$$\prod_{i=1}^N ST_i(f) = 1. \quad (4)$$

where  $N$  is the number of stations.

Equation (1) is solved by an iterative process

- We first take  $ST_i(f) = 1$  and we evaluate  $S_j(f)$  and  $Q(f)$  by least squares for each earthquake and each frequency.
- We combine the results of (a) and calculate  $Q(f)$  for the entire set of earthquakes. We assume it to be of the form

$$Q(f) = Q_0 * f^b. \quad (5)$$

- We compute the perturbations to give the transfer functions of the stations. The "station response" is given for each frequency by the mean value of the observed residues at this station for the entire set of earthquakes. This calculation is done under the hypothesis expressed by equation (4). This process is stable and converges in a few iterations. The station responses obtained are shown by solid lines in Figure 4. Most of them are relatively flat for frequencies less than 5 Hz.

As a test of accuracy of these results, we have calculated the station responses to the seismic noise. We assume that the noise is stationary over the entire set of stations used in this study. This hypothesis is strictly valid only in the frequency range from 1 to 5 Hz. We have calculated at each station the ratio between the noise observed and the mean value of the noise recorded on the network. These curves are plotted with dashed lines in Figure 4. The good correlation between the

two types of curves of Figure 4 shows the physical validity of the corrections that we apply to the data.

The iterative resolution of equation (1) leads simultaneously to the station response and to the regional value of  $Q(f)$ . The results for the attenuation are presented in Figure 5. The mean quality factors obtained for the three  $Lg$  groups are

$$\begin{aligned} Q &= (290 \pm 80) * f^{(0.52 \pm 0.1)} \\ Q &= (295 \pm 80) * f^{(0.55 \pm 0.1)} \\ Q &= (350 \pm 90) * f^{(0.5 \pm 0.1)}. \end{aligned} \quad (6)$$

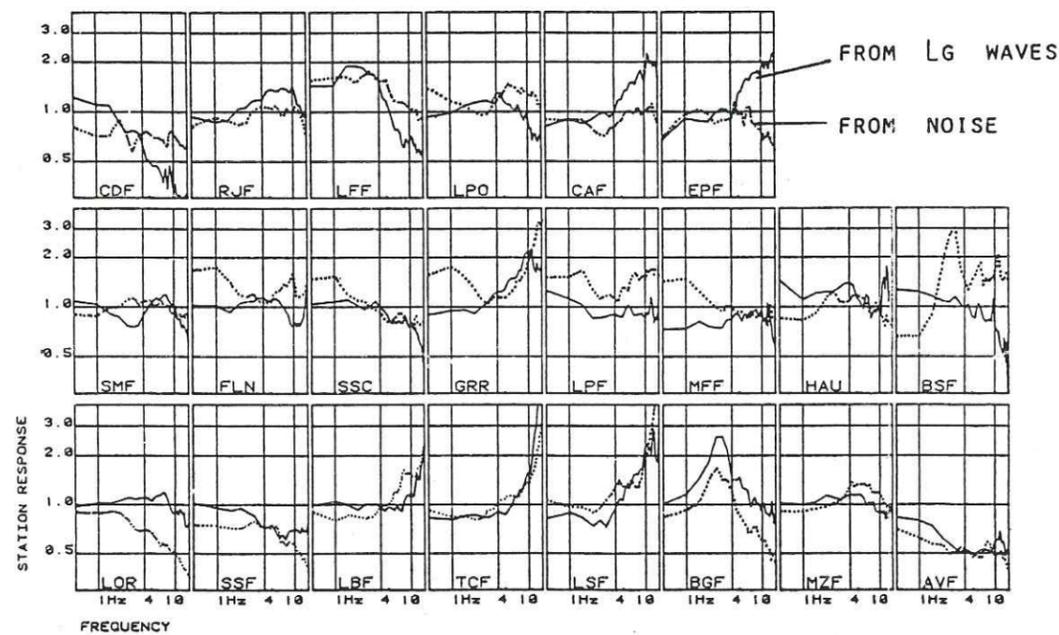


FIG. 4. Station responses of the stations of our network. The responses are calculated from  $Lg$  waves (solid line) and from the seismic noise (dotted line).

If we constrain  $b$  to be the same for the three groups, we get

$$Q = Q_0 * f^{0.52}$$

with

$$Q_0 = 290 \text{ for } Lg1$$

$$Q_0 = 310 \text{ for } Lg2$$

$$Q_0 = 330 \text{ for } Lg3.$$

These relations show that the quality factors measured for the three phases that we have defined in the  $Lg$  wavetrain are very close and thus indicate that the physical processes responsible for this attenuation are the same for the three phases.

### NUMERICAL MODELING OF $Lg$ WAVE ATTENUATION

We now use theoretical modeling to show that  $Q$  of  $Lg$  is an effective measurement of  $Q_s$ , the mean value of the quality factor of shear waves in the crust. The crustal model that we use was inferred from long-range refraction experiments in central

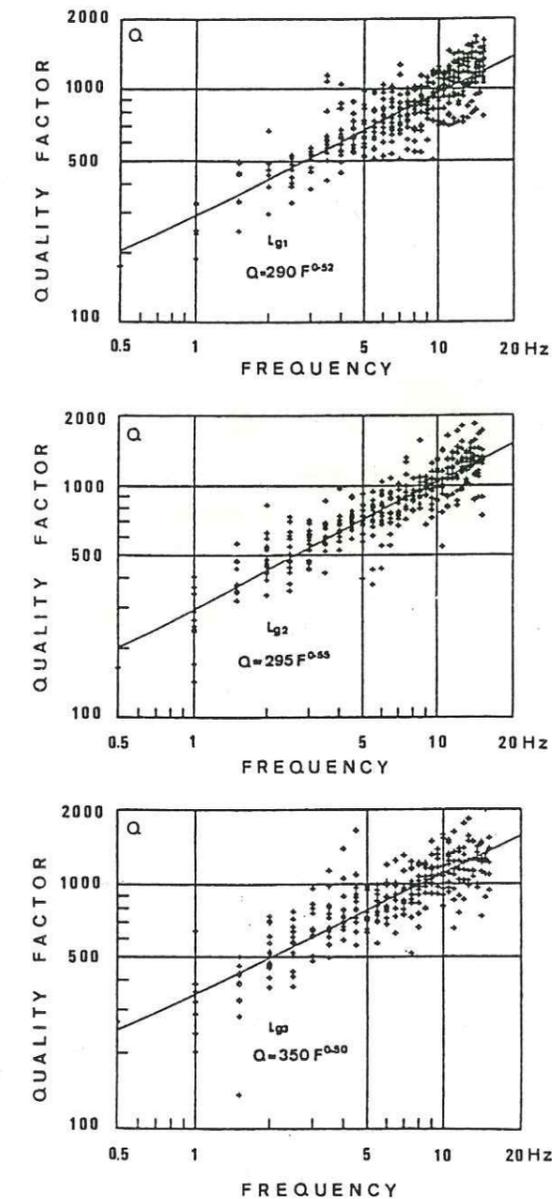


FIG. 5. Frequency-dependent quality factor calculated from our data for the three phases ( $Lg1$ ,  $Lg2$ , and  $Lg3$ ).

France (Perrier and Ruegg, 1973) and is given in Table 2. It consists of a four-layer crust overlying a mantle half-space. We take as intrinsic quality factor for shear waves the quality factor experimentally obtained for  $Lg$  waves, i.e.,

$$Q_s = 290 * f^{0.52}.$$

For *P* waves, we assume  $Q_p = 2*Q_s$ . The calculations are done using the discrete radial wavenumber representation of the seismic field (Bouchon, 1981). The source considered is a point of vertical strike-slip dislocation at a depth of 10 km. The calculations are done for epicentral distances ranging from 180 to 700 km, and the results are shown in Figure 6 where they are compared to the case of a perfectly elastic crust. The seismograms represent the vertical component of the crustal response to a sudden step-function dislocation. The frequency range extends from

TABLE 2  
CRUSTAL MODEL

Layer Thickness (km)	P-Wave Velocity (km/sec)	S-Wave Velocity (km/sec)	Density (gm/cm <sup>3</sup> )
2	4.5	2.6	2.6
16	6.0	3.5	2.8
6	6.3	3.65	2.9
6	6.7	3.9	3.1
	8.2	4.7	3.3

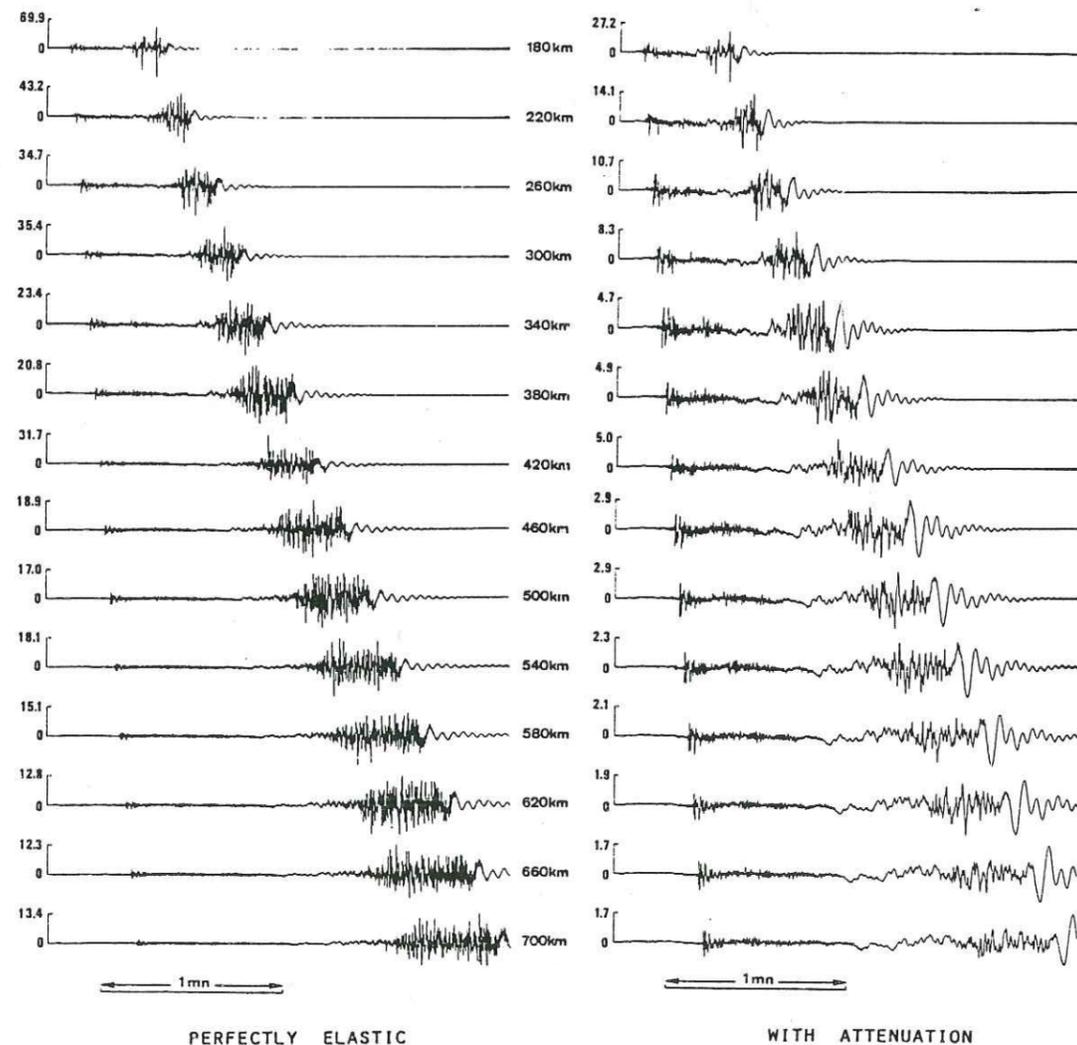


FIG. 6. Synthetic seismograms calculated in a perfectly elastic medium and after introduction of anelastic attenuation.

0 to 5 Hz. The attenuation strongly affects the waveforms and the amplitudes and results in an enhancement of *Pg* waves and Rayleigh waves relative to the *Lg* wavetrain.

The corresponding theoretical *Lg* wave spectra are presented in Figure 7. They are computed over a time window corresponding to group velocities between 3.8 and

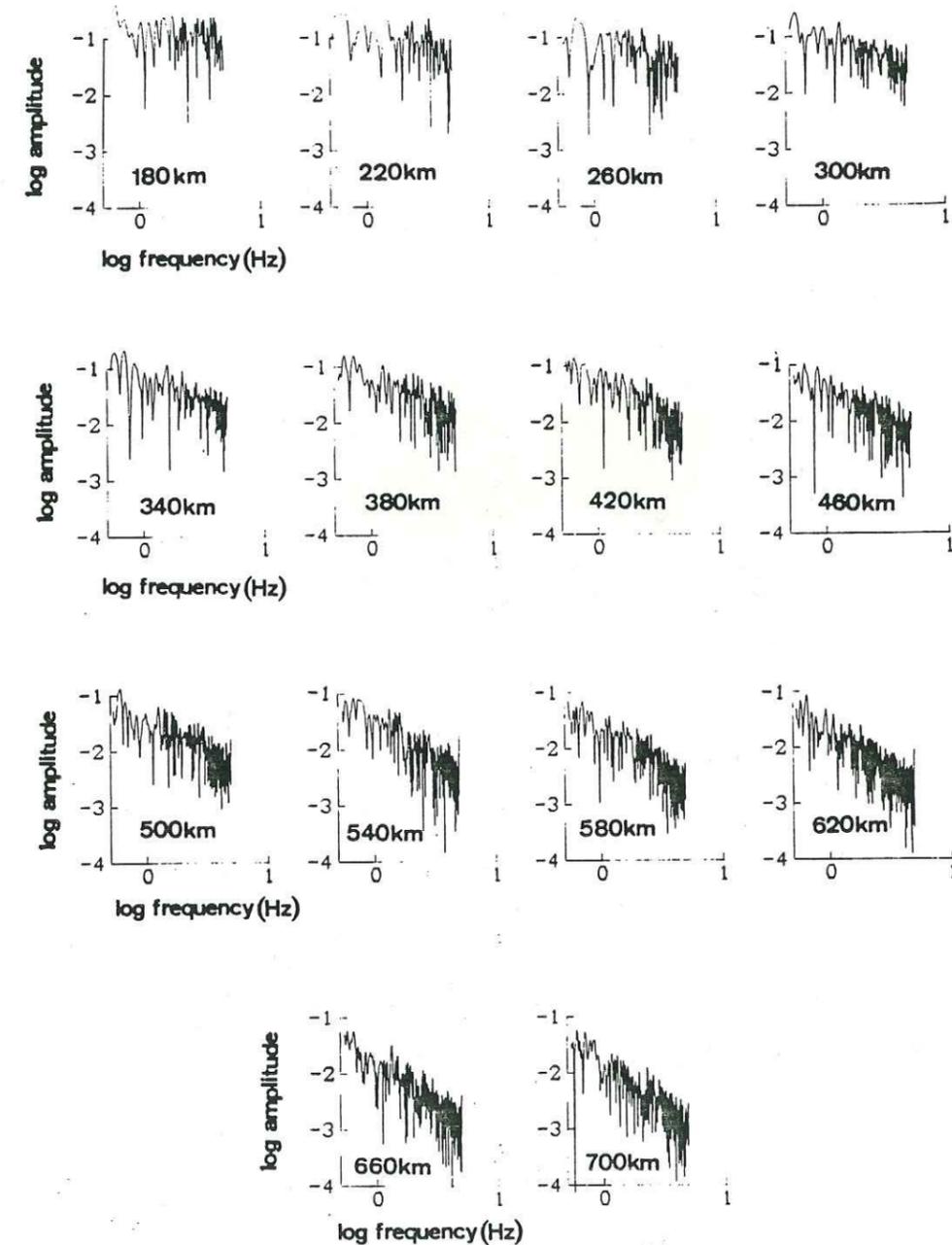


FIG. 7. Evolution of the spectra of *Lg* waves with distance in the presence of anelastic attenuation.

2.5 km/sec. The attenuation of the high frequencies with increasing epicentral distance is clearly visible. At 180 km, the effect of attenuation is small and the *Lg* wave spectrum is almost flat. This is in agreement with the results obtained by Herrmann and Kijko (1983) who showed by using higher mode surface wave theory that the spectrum of the *Lg* wave transfer function for an elastic crust is approxi-

matively flat for frequencies up to 10 Hz. This differs from a result we reported earlier (Campillo *et al.*, 1984) and which was due to an incomplete evaluation of the wavenumber series for large horizontal wavenumbers at high frequency. From the results of Figure 7, we can infer the amplitude fall-off with distance at various frequencies. The numerical results obtained are compared with the data in Figure 8. We have selected in the dataset the earthquakes whose corner frequency is greater

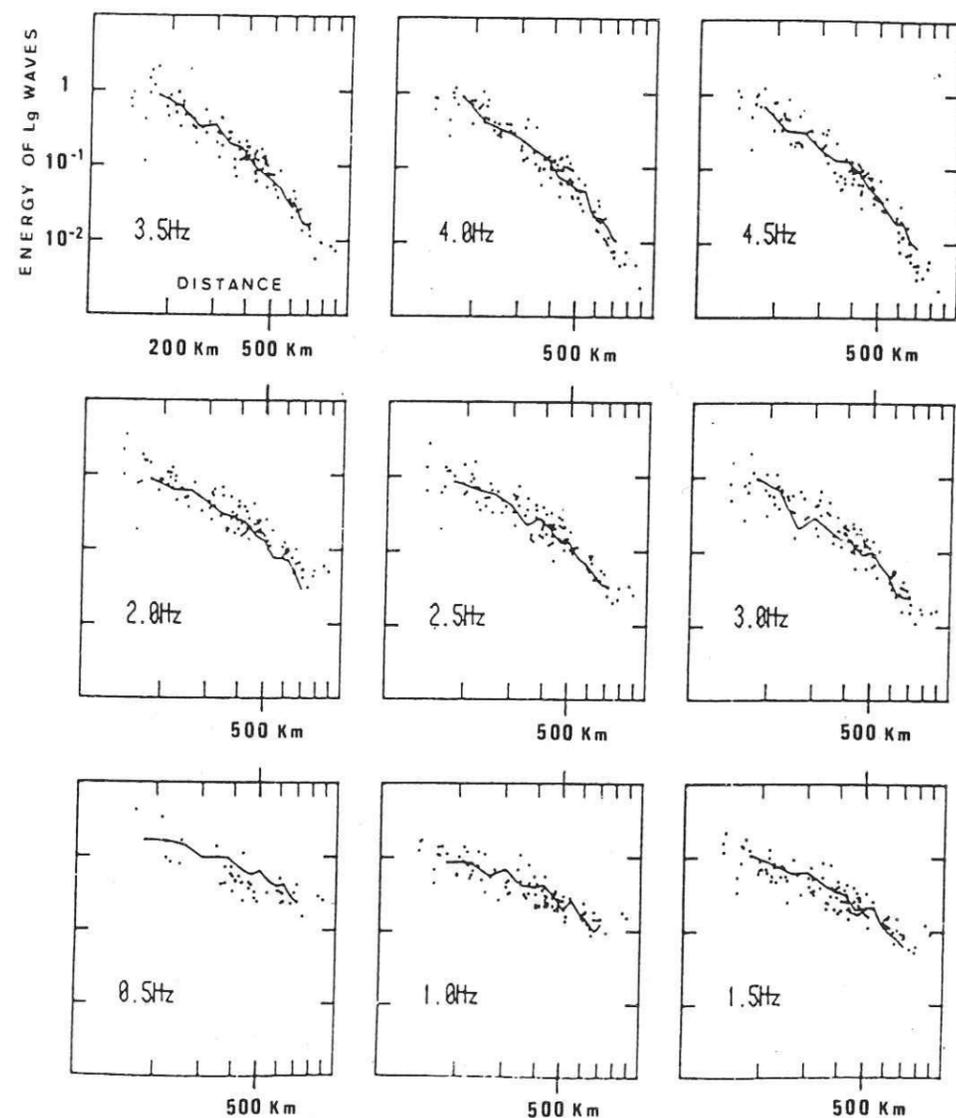


FIG. 8. Decay of spectral energy of  $L_g$  waves with distance for different frequencies. Comparison between numerical simulation (solid line) and observed points.

than 5 Hz, and we have normalized the theoretical spectra so that the mean values (in the least-squares sense) of the observed and synthetic spectra at 180 km are equal. The comparison with the data shows a very good agreement between observations and calculations which supports the interpretation of  $L_g$  wave attenuation as a shear-wave crustal attenuation. These results demonstrate the accuracy of numerical modeling in evaluating the energy and the spectral characteristics of seismic waves. A simple flat layer crustal model with a frequency-dependent quality

factor leads to a very realistic simulation of  $L_g$  waves both in the time domain as shown by Bouchon (1982) and in their spectral content as demonstrated here.

The effect of the source depth and the distribution of  $Q$  within the crust on the attenuation of  $L_g$  waves can be investigated by ray tracing. As  $L_g$  waves are made

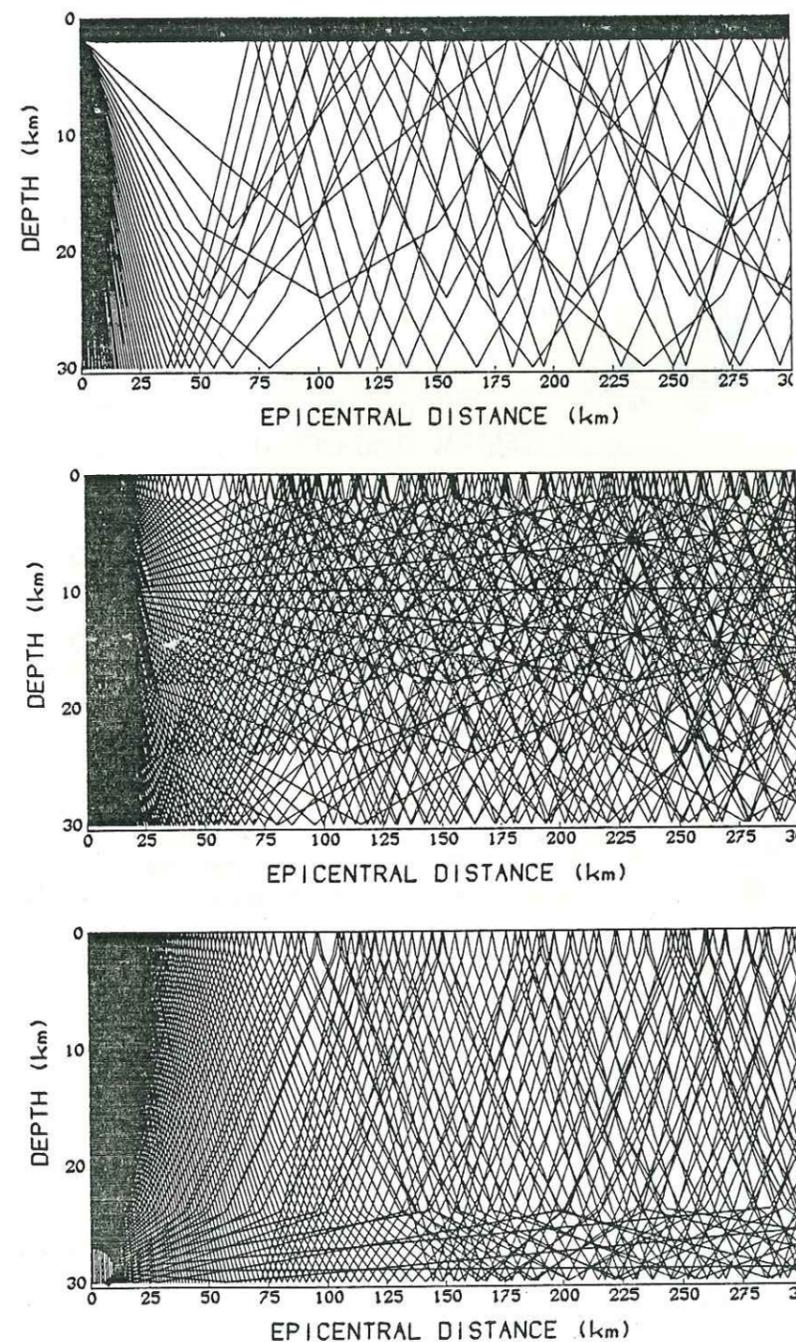


FIG. 9. Supercritically reflected rays radiated by sources at 0-, 10-, and 29-km depth. This tracing illustrates the different samplings of the crust by  $L_g$  waves produced by earthquakes at different depths.

up of multiple supercritically reflected  $S$  waves, the shear-wave velocity in the source region should strongly affect their propagation. An illustration of this dependency is presented in Figure 9. We have drawn on this figure all the supercritically reflected rays (i.e., the individual contributions to the  $L_g$  wavetrain)

radiated by sources located at 0, 10, and 29-km depth. Clearly, the  $L_g$  waves radiated by the three sources sample with different weight different regions of the crust. A deeper source will sample the crust more uniformly than a source located in the upper crust. The examples of the two shallowest sources show that the rays which

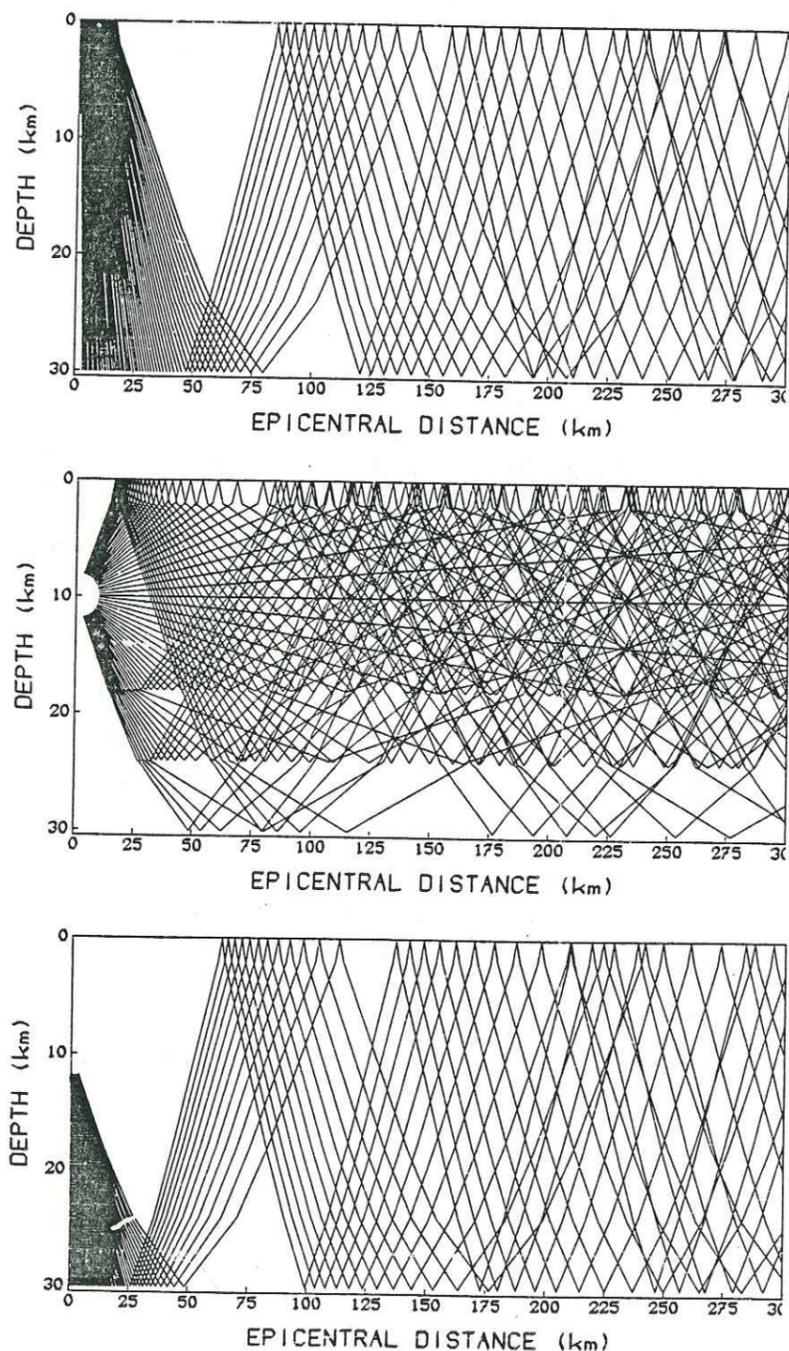


FIG. 10. Supercritically reflected rays radiated by a source at 10-km depth in three different ranges of take-off angles:  $0^\circ$  to  $60^\circ$  (top);  $60^\circ$  to  $120^\circ$ ;  $120^\circ$  to  $180^\circ$  (bottom).

contribute to the  $L_g$  wavetrain are supercritically reflected on the different discontinuities of the crust.

Another related phenomenon is depicted in Figure 10. We have traced there all the supercritically reflected rays radiated by a 10-km deep source and leaving the

source in three different ranges of take-off angles:  $0^\circ$  to  $60^\circ$ ;  $60^\circ$  to  $120^\circ$ , and  $120^\circ$  to  $180^\circ$ . The near-horizontal rays do not sample the lower crust while the more oblique ones which are associated with longer travel times sample the crust quite uniformly.

These simple calculations bring to our attention the problem of knowing which zone of the crust is sampled by  $L_g$  waves for a given earthquake and a given group velocity. In order to further investigate this problem, we have studied the sensitivity of  $L_g$  waves to a zone of strong attenuation in different regions of the crust. We

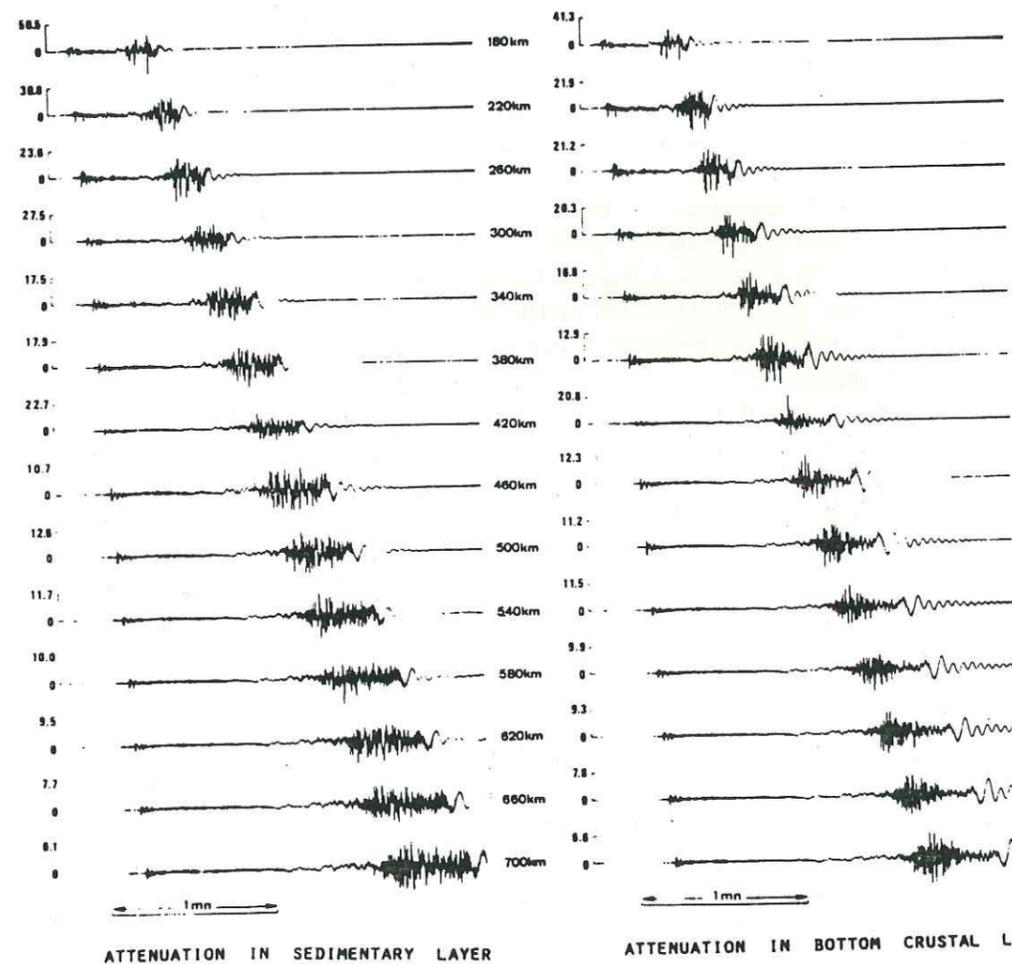


FIG. 11. Synthetic seismograms calculated for crustal models where all the attenuation occurs in the sediments (left) and in the lower crust (right).

first investigate the effect of a low  $Q$  in the sedimentary layer. We present in Figure 11 (left) a profile of synthetic seismograms computed for the crustal model previously used (Table 2), but we assume that all the attenuation occurs in the upper 2 km of the crust and is of the form

$$Q_s = 100 * f^{0.5}$$

These synthetics show that the high frequencies attenuate only slightly with distance and suggest that a zone of low  $Q$  in the sediments or at shallow depth has little effect on the  $L_g$  wavetrain with respect to the results of the perfectly elastic case (Figure 6, left).

It is also interesting to investigate the effect of a zone of high attenuation at the base of the crust. For this purpose, and in order to separate such effects, we consider a model where all the attenuation occurs in the bottom crustal layer. We again assume in this layer (the last crustal layer in Table 2)

$$Q_s = 100 * f^{0.5}.$$

The resulting seismograms are presented in Figure 11 (right). In spite of different apparent  $Q$  values for the last two models considered, the maximum amplitudes of  $Lg$  are quite similar. The seismograms computed in the presence of an attenuating zone in the lower crust show a sharp attenuation of the  $Lg$  wave coda. The comparison with Figure 11 (left) is particularly striking in this respect: the  $Lg$  wave coda is quite insensitive to the presence of highly attenuating sediments but will be strongly affected by attenuation or scattering at the base of the crust. This suggests that it is possible to extract more information from the data by evaluating  $Q$  for different parts of the  $Lg$  wavetrain. This is what we have attempted in the first part of this paper by considering three different time windows  $Lg1$ ,  $Lg2$ , and  $Lg3$ . The results inferred, namely a weak increase of the quality factor with decreasing group velocity, indicate that the quality factor of the lower crust is greater than the mean value of  $Q$  in the crust. In particular, these results suggest that the crust-mantle transition beneath central France is a relatively laterally homogeneous discontinuity because there is no evidence for the presence of a zone of strong scattering near the Moho in our data. The attenuation of  $P$  waves in the upper crust of Massif Central has been evaluated by Thouvenot (1983) by using deep seismic sounding data.  $Q_p$  was found to increase almost linearly with depth. The values of  $Q_p$  given by Thouvenot (from 40 close to the surface up to 600 at 7-km depth for a frequency of 20 Hz) indicate that the associated  $Q_s$  values in the upper crust are smaller than the mean value we have obtained. All these results point to an increase of  $Q_s$  with depth in the crust beneath central France.

#### DISCUSSION

We have inferred a value of about 290 as the mean quality factor in the crust at a frequency of 1 Hz. This finding may be compared with the results obtained in different regions of the world. In young tectonic provinces, the values reported show a strong attenuation. In California values of 80 (Aki and Chouet, 1975), 150 (Singh and Herrmann, 1983) and 200 (Nuttli, 1982) have been reported. Low values have been found in Asia, 64 in Iran (Nuttli, 1980), 90 for the southern border of USSR (Nuttli, 1981), and 100 in the Garm region (Roecker *et al.*, 1982). Studies in Japan indicate a value around 100 (Aki, 1980). From Alaskan earthquake data, Biswas and Aki (1984) have found  $Q$  to be roughly 150. In stable regions, higher values have been inferred: from about 200 in central and western Asia (Nuttli, 1981) to 450 in Eastern North America (Nuttli, 1973; Bollinger, 1979) and up to 1350 (Singh and Herrmann, 1983) and 1500 (Nuttli, 1982) in the Central United States.  $Q_s$  for central France appears to be a median value between the ones typical of active and stable regions. Geologically, the Massif Central is a tabular Hercynian structure which has been only slightly affected by the alpine orogenesis.

From a compilation of the different evaluations of  $Q$  in the lithosphere from  $S$  waves or coda waves in the frequency range from 1 to 10 Hz (for references see Sato, 1984), the functional dependence of  $Q$  with frequency has been found to be in

the form

$$Q(f) = Q_0 * f^n \quad \text{with } n \text{ varying from 0.3 to 1.}$$

Young tectonic provinces like Japan (Aki and Couet, 1975; Aki, 1980) or California (Aki and Chouet, 1975; Singh *et al.*, 1981; Nuttli, 1981) are associated with values of  $n$  in the range from 0.6 to 1, while stable regions such as Central North America (Nuttli, 1982; Singh and Herrmann, 1983) are characterized by lower values. The inferred dependency for central France lies again between the values typical of active and stable regions. Souriau *et al.* (1980) have measured the attenuation in the Massif Central at a larger period using Rayleigh waves. They obtained a value of 43 for  $Q$  at 50 sec. A direct extrapolation of our results yields a value surprisingly close:  $Q = 41$ . The minimum of  $Q$  around 0.5 to 1 Hz found in some regions (Aki, 1980; Biswas and Aki, 1984) is absent from our results.

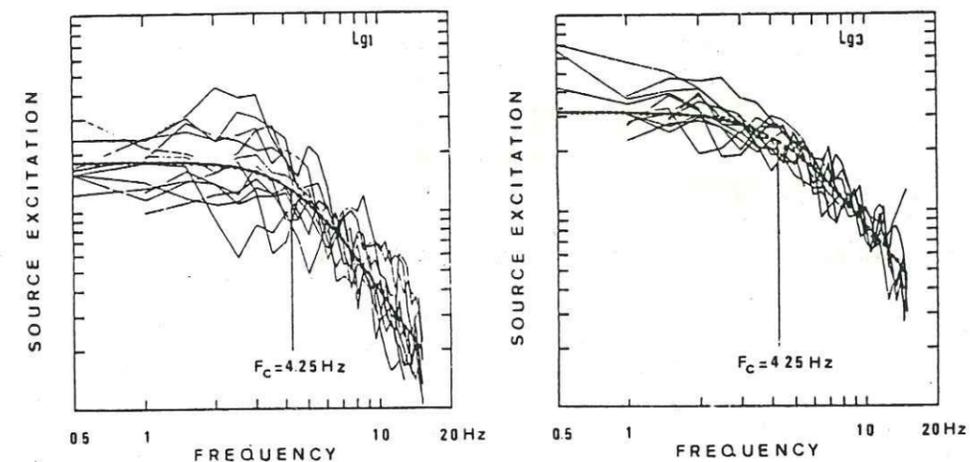


FIG. 12. Source excitation spectra obtained from the phases  $Lg1$  and  $Lg3$ .

The knowledge of the spectral energy decay can be used to retrieve the source excitation of each earthquake. As an example of this use of  $Lg$  waves, we present in Figure 12 the source spectra obtained from different stations (solid lines) from the phases  $Lg1$  and  $Lg3$ . The shapes of the spectra are similar in the two cases and lead to the same value of the corner frequency. The scattering of the results is smaller for the evaluation done with the  $Lg3$  phase which comprises the later arrivals of the  $Lg$  wavetrain. As we have shown, these waves heavily sample the lower crust which is probably the most homogeneous zone in the crust. The stronger scattering of the source spectra obtained from  $Lg1$  could be due to the higher sensitivity of this phase to near-surface heterogeneities.

#### CONCLUSIONS

We have combined data analysis and numerical modeling to evaluate the mean quality factor of shear waves in the crust beneath central France.  $Q$  has been shown to be frequency-dependent in the form

$$Q(f) = 290 * f^{0.52}$$

for the most energetic part of the *Lg* wavetrain. We have illustrated by ray tracing some of the features of the *Lg* waves. This phase consists of multiply reflected waves trapped within the crust. Depending on the take-off angle and on the source depth, rays can be trapped in different regions of the crust. The sensitivity of *Lg* waves to a low *Q* zone is thus very different if this zone is located in the sediments or in the lower crust. The later arrivals are most sensitive to the attenuation in the lower crust. Experimental results indicate that the lower crust beneath central France is associated with a high value of *Q*.

Our results are compatible with the interpretation of the frequency dependence of *Q* as a tectonic indicator: stable regions are associated with *Q* which are monotonic and weakly increasing with frequency while, as pointed out by Aki (1980), active tectonic regions show a minimum of *Q* for frequencies around 0.5 to 1 Hz which implies a stronger increase of *Q* with frequency as predicted by the theoretical works of Sato (1984).

#### ACKNOWLEDGMENTS

We thank Dr. C. Y. Wang, Saint Louis University, for his comments on the high-frequency content of the *Lg* waves. This work was supported by the Advanced Research Projects Agency and was monitored by the Air Force Office of Scientific Research under Grant 80-0082.

#### REFERENCES

- Aki, K. (1980). Attenuation of shear waves in the lithosphere for frequencies from 0.05 to 25 Hz, *Phys. Earth Planet. Interiors* **21**, 50-60.
- Aki, K. and B. Chouet (1975). Origin of coda waves: source, attenuation and scattering effects, *J. Geophys. Res.* **80**, 3322-3342.
- Bache, T. C., H. J. Swanger, B. Shkoller, and S. M. Day (1981). Simulation of short period *Lg*, expansion of three dimensional source simulation capabilities and simulation of near-field ground motion from the 1971 San Fernando, California earthquake, Final Report, Systems, Science and Software, La Jolla, California.
- Båth, M. and S. Crampin (1965). Higher modes of seismic surface waves—Relations to channel waves, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **9**, 309-321.
- Biswas, N. N. and K. Aki (1984). Characteristics of coda waves: central and southcentral Alaska, *Bull. Seism. Soc. Am.* **74**, 493-507.
- Bollinger, G. A. (1979). Attenuation of the *Lg* phase and the determination of  $m_b$  in the southeastern United States, *Bull. Seism. Soc. Am.* **69**, 45-63.
- Bouchon, M. (1981). A simple method to calculate Green's functions for elastic layered media, *Bull. Seism. Soc. Am.* **71**, 959-971.
- Bouchon, M. (1982). The complete synthesis of seismic crustal phases at regional distances, *J. Geophys. Res.* **87**, 1735-1741.
- Campillo, M., M. Bouchon, and B. Massinon (1984). Theoretical study of the excitation, spectral characteristics and geometrical attenuation of regional seismic phases, *Bull. Seism. Soc. Am.* **74**, 79-90.
- Herrmann, R. B. and A. Kijko (1983). Modeling some empirical vertical component *Lg* relations, *Bull. Seism. Soc. Am.* **73**, 157-171.
- Kennett, B. L. N. (1983). *Seismic Wave Propagation in Stratified Media*, Cambridge University Press, Cambridge, England.
- Mitchell, B. J. (1975). Regional Rayleigh wave attenuation in North America, *J. Geophys. Res.* **80**, 4904-4916.
- Mitchell, B. J. (1980). Frequency dependence of shear wave internal friction in the continental crust of eastern North America, *J. Geophys. Res.* **85**, 5212-5218.
- Mitchell, B. J. (1981). Regional variation and frequency dependence of *Q* in the crust of the United States, *Bull. Seism. Soc. Am.* **71**, 1531-1538.
- Muller, G. and S. Mueller (1979). Travel time and amplitude interpretation of crustal phases on the refraction profile DELTA-W, Utah, *Bull. Seism. Soc.* **69**, 1121-1132.
- Nicolas, M., B. Massinon, P. Mechler, and M. Bouchon (1982). Attenuation of regional phases in western Europe, *Bull. Seism. Soc. Am.* **72**, 2089-2106.
- Nuttli, O. W. (1973). Seismic wave attenuation and magnitude relations for eastern North America, *J. Geophys. Res.* **78**, 876-885.
- Nuttli, O. W. (1980). The excitation and attenuation of seismic crustal phases in Iran, *Bull. Seism. Soc. Am.* **70**, 469-485.
- Nuttli, O. W. (1981). On the attenuation of *Lg* waves in western and central Asia and their use as a discriminant between earthquakes and explosions, *Bull. Seism. Soc. Am.* **71**, 249-261.
- Nuttli, O. W. (1982). The earthquake problem in the eastern United States, *ASCE J. Struct. Div.* **108**, 1302-1312.
- Olsen, K. H., L. W. Braile, and J. N. Stewart (1983). Modeling short-period crustal phases (*P-Lg*) for long-range refraction profiles, *Phys. Earth Planet. Interiors* **31**, 334-347.
- Perrier, G. and J. C. Ruegg (1973). Structure profonde du Massif Central Français, *Ann. Geophys.* **29**, 435-502.
- Pomeroy, P. W. and T. C. Chen (1980). Regional seismic wave propagation, Final Report, Rondout Associates Inc., Stone Ridge, New York.
- Roecker, S. W., B. Tucker, J. King, and D. Hatzfeld (1982). Estimate of *Q* in central Asia as a function of frequency and depth using the coda of locally recorded earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* **72**, 129-149.
- Sato, H. (1979). Wave propagation in one dimensional inhomogeneous media, *J. Phys. Earth* **27**, 455-466.
- Sato, H. (1984). Attenuation and envelope formation of three-component seismograms of small local earthquakes in randomly inhomogeneous lithosphere, *J. Geophys. Res.* **89**, 1221, 1241.
- Singh, S. and R. B. Herrmann (1983). Regionalization of crustal coda *Q* in the continental United States, *J. Geophys. Res.* **88**, 527-538.
- Singh, S. K., R. J. Apsel, J. Fried, and J. N. Brune (1982). Spectral attenuation of *SH* waves along the Imperial fault, *Bull. Seism. Soc. Am.* **72**, 2003-2016.
- Souriau, A., A. M. Correig, and M. Souriau (1980). Attenuation of Rayleigh waves across the volcanic area of the Massif Central, France, *Phys. Earth Planet. Interiors* **23**, 52-71.
- Thouvenot, F. (1983). Frequency dependence of the quality factor in the upper crust: a deep seismic sounding approach, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **73**, 427-447.

LABORATOIRE DE GÉOPHYSIQUE INTERNE  
ET TECTONOPHYSIQUE U.A. CNRS 733, IRIGM  
UNIVERSITÉ DE GRENOBLE  
BP 68, 38402 SAINT MARTIN D'HERES  
CEDEX, FRANCE (M.C., M.B.)

LABORATOIRE DE DÉTECTION GÉOPHYSIQUE  
COMMISSARIAT À L'ÉNERGIE ATOMIQUE  
BP 12, 91680 BRUYERE-LE-CHATEL,  
FRANCE (J.L.P.)

Manuscript received 12 December 1984

## C. 2. REGIONALISATION DU FACTEUR DE QUALITE DANS LE CENTRE DE LA FRANCE

### C. 2. 1 Régionalisation et dépendance fréquentielle

Dans la discussion finale de notre étude de la dépendance fréquentielle du facteur de qualité, nous constatons que les différentes mesures de  $Q_s(f)$  conduisaient à des résultats sous la forme :

$$Q(f) = Q_0 f^{\nu} \text{ avec } \nu \text{ variant entre } 0.3 \text{ et } 1 \text{ et } Q_0 \text{ entre } 80 \text{ et } 1\ 500.$$

Nous montrions, suivant sur ce point l'analyse de Aki (1980), qu'il existait une corrélation claire entre le genre de tectonique de la région étudiée et, à la fois  $Q_0$  et  $\nu$ . En effet les zones stables comme les boucliers semblent associer fortes valeurs de  $Q_0$  avec faibles valeurs de  $\nu$  et, à l'inverse, les zones tectoniquement actives sont caractérisées par des valeurs faibles du facteur de qualité et une forte dépendance fréquentielle.

Une telle constatation offre des possibilités d'interprétation très attrayantes en terme de diffusion (scattering) dans les zones hétérogènes. Cependant une remarque s'impose quant aux types de mesures effectuées. En effet la plupart des mesures faites dans des régions actives le sont à partir de la coda ou de rapports spectraux pour des séismes proches. A l'opposé, dans les zones stables (donc peu sismiques) les seules données proviennent de séismes à distances régionales ou d'explosions. Il est donc légitime de craindre que cette hétérogénéité de mesure suivant les zones étudiées ne se traduise par une différenciation tectonique des résultats obtenus. Nous allons tenter de lever cette ambiguïté en étudiant la répartition géographique de  $Q$  dans le centre de la France en utilisant l'ensemble de données sur les ondes Lg enregistrées sur le réseau LDG présenté précédemment.

Nous pourrions ainsi observer à partir de données homogènes, des zones dont nous savons a priori qu'elles présentent de forts contrastes les unes par rapport aux autres.

### C. 2. 2 Régionalisation du facteur de qualité et construction d'image

Nous avons montré qu'un modèle moyen de facteur de qualité pour le centre de la France expliquait de façon satisfaisante les observations dont nous disposons et ouvrait des possibilités nouvelles d'études de la source sismique à partir des ondes Lg. Toute notre approche présupposait une homogénéité latérale de la croûte terrestre. Nous allons maintenant, tenter en utilisant le même ensemble de données, de déterminer s'il existe des zones d'anomalie marquées et d'en donner les caractéristiques. Les données dont nous disposons sont limitées et ne permettent pas d'espérer réaliser plus qu'une image des hétérogénéités, la précision de l'évaluation quantitative restera faible. Ceci est dû au fait qu'il faudrait déterminer simultanément :  $Q_s(f)$  local mais aussi amplitude à la source et réponse de la station. Nous montrerons cependant quel type de résolution s'appliquera à ce problème dans le futur quand nous disposerons de données plus nombreuses. Dans un premier temps nous utiliserons un simple algorithme de rétroprojection pour calculer une première image du milieu. Ce type d'algorithme permet de construire une image généralement largement lissée mais cette technique est réputée pour sa faible sensibilité au bruit (Lager et Lytle, 1977). D'autre part cette technique utilisée pour la tomographie médicale est très simple à mettre en oeuvre et conduit à des consommations de temps de calcul et de mémoire d'ordinateur extrêmement faibles. Dans notre application, nous ne cherchons pas actuellement une grande résolution étant donnée la dispersion intrinsèque des données de phases régionales d'une part et le relatif petit nombre de données par rapport aux inconnues d'autre part.

Les techniques de reconstruction à deux dimensions consistent en une évaluation point par point du paramètre recherché. Soit  $r(x,y)$  un point appartenant à la zone géographique dans laquelle le facteur de qualité doit être calculé. On définit un cercle d'influence de rayon  $R$  centré en  $r(x,y)$ . L'évaluation du facteur de qualité se fera en  $r$  à partir de tous les rais qui intersectent le cercle d'influence. Pour chaque rai on calcule un facteur de qualité moyen :  $Q_m$ . La fonction source est évaluée de manière statistique à partir de l'ensemble des données. Un problème cependant reste en suspens. Dans l'étude de la dépendance fréquentielle du facteur de qualité, nous avons introduit une notion de réponse de station qui consistait en un biais systématique dont l'origine physique n'était pas discutée en détail : effet lié à la géomorphologie locale ou effet de type régional. Dans la suite nous testerons les deux hypothèses.

Soit  $l$  la longueur parcourue par le rai à l'intérieur du cercle d'influence et  $N$  le nombre de rais sécants avec lui. La valeur de  $Q$  local proposée sera

$$Q_L(r) = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{Q_M \times l_i}{L_i}}{N}$$

où  $L_i$  désigne la longueur totale du rai. La pondération inverse à la longueur du rai est particulièrement importante dans notre cas où les récepteurs et certaines sources sont à l'intérieur de la zone étudiée. L'utilisation de  $l_i$  comme pondération signifie que l'on admet une fonction de covariance  $C$  a priori du modèle telle que pour un rai passant à une distance  $a$  d'un point :

$$\int_{\text{rai}} C \, ds = \begin{cases} 0 & \text{si } a > R \\ \sqrt{(R^2 - a^2)} / R & \text{si } a < R \end{cases}$$

Une telle approche simplifiée n'est justifiée que parce que l'on suppose, de plus, une répartition géométrique des rais ne présentant pas de direction privilégiée mais au contraire une densité azimutale homogène.

Si l'ensemble de données était plus important, c'est-à-dire qu'il permette une réévaluation plus précise des fonctions sources et surtout des réponses de station il serait possible d'itérer suivant un algorithme classique de reconstruction (ART-SIRT) ou mieux, en s'inspirant des travaux de Tarantola et Valette (1982) et Tarantola et Nercessian (1984). Après chaque itération sur la distribution du facteur de qualité, l'évaluation des fonctions sources et des réponses de site devrait s'affiner. Il serait ainsi possible de résoudre le problème par un algorithme itératif hybride permettant d'évaluer des paramètres hétérogènes entre eux : facteurs de qualité locaux, réponses de site et spectres à la source des séismes.

### C. 2. 3. Données et répartition de l'indice de confiance

Nous disposons de densité d'énergie spectrale des ondes  $L_g$  produites par 18 séismes localisés en France ou dans sa périphérie et enregistrés sur 22 stations courte-période du réseau LDG (Campillo et al. 1985). Les trajets utilisables (non-saturés, etc...) pour une fréquence de 1 Hz sont présentés figure C.2.1. Pour tous les séismes un spectre à la source moyen a été calculé, toutes les données peuvent donc être corrigées de manière à ce qu'elles semblent provenir d'un même séisme ; tous les phénomènes de directivité étant négligés. Finalement la correction de station pourra être appliquée ou non.

La zone où la couverture de rai semble suffisante pour l'étude est grossièrement délimitée par un quadrilatère dont les sommets correspondent à la position des villes suivantes : Arcachon, Vire, Sarguemines et Le Puy. Le facteur de qualité sera évalué aux noeuds d'un réseau carré de maille 25 km. Bien entendu, certains points peu éclairés ne permettent pas de mesure. Etant donné le rayon d'influence  $R$  (50 km dans

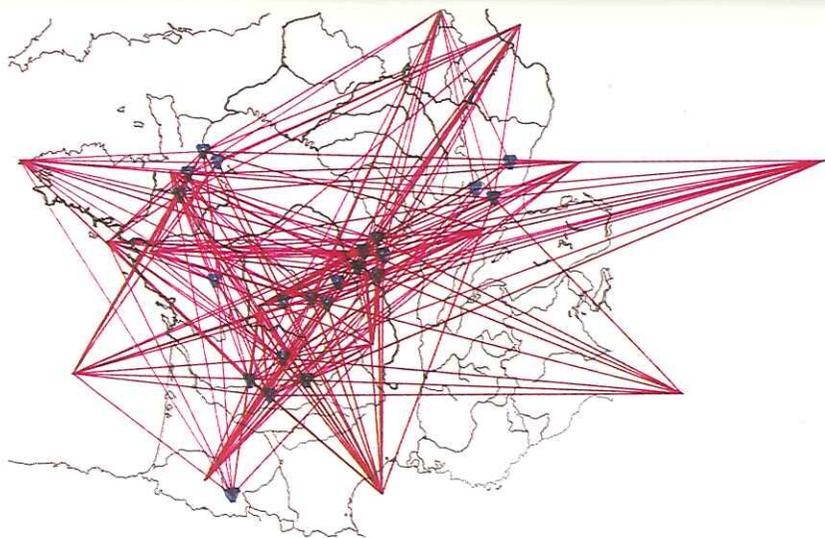


Figure C.2.1 : Ensemble des trajets source-station pour lesquelles les amplitudes spectrales ont pu être calculées.

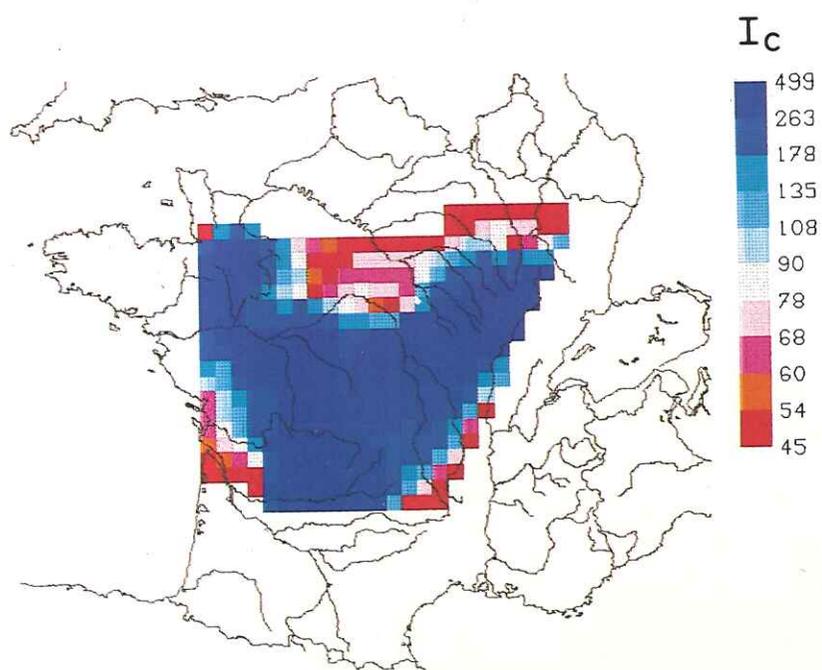


Figure C.2.2 : Répartition de l'indice de confiance

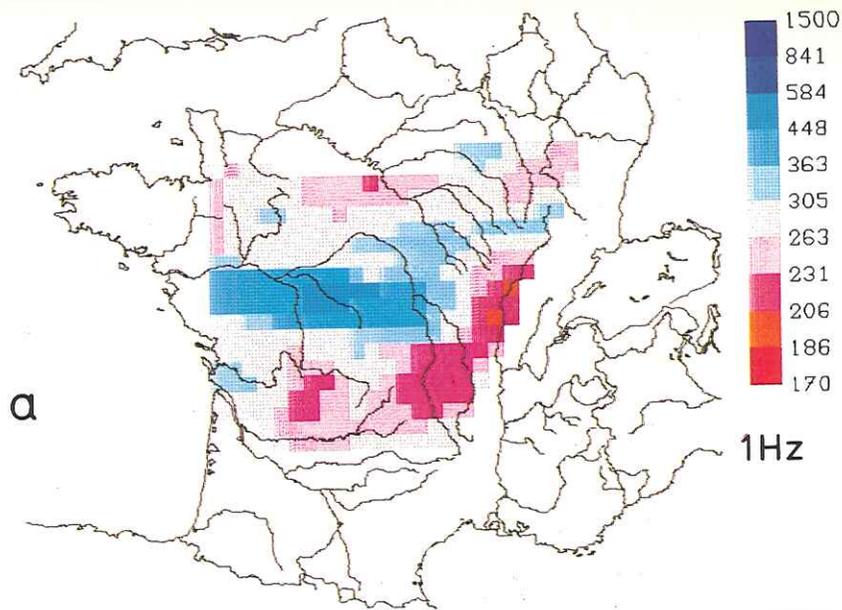
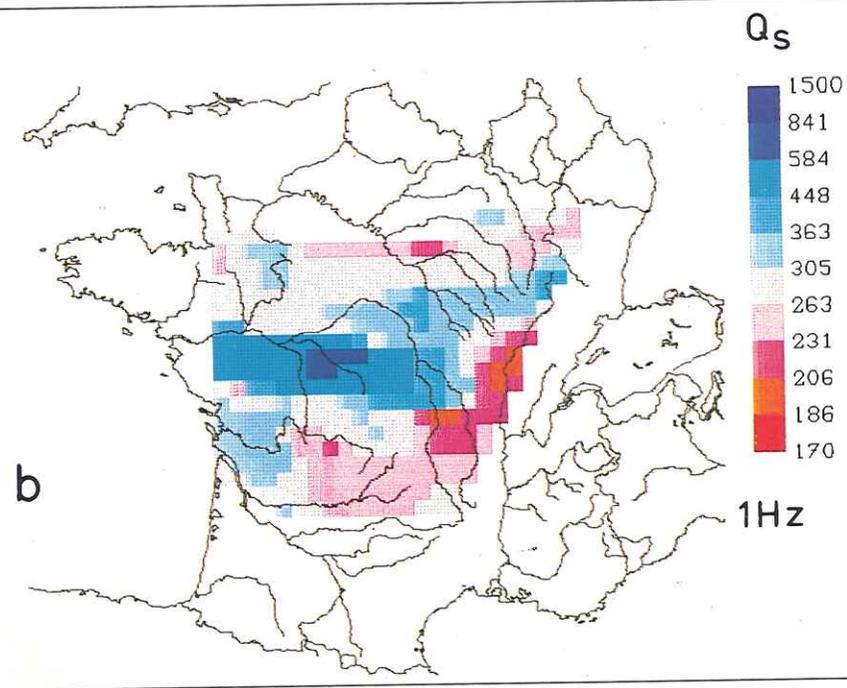


Figure C.2.3 : Résultats obtenus pour le facteur de qualité à 1 Hz en supposant que la correction de station est due à un effet local (a) ou à un effet régional (b). L'échelle de couleur est linéaire pour  $1/Q$ .



notre cas), tous les points tels que les sommes des longueurs de rais dans leurs cercles d'influence soient inférieures à 8 fois R sont éliminés de l'image. Une source d'erreur importante peut consister en certains points en un biais systématique dû au fait que tous les rais qui coupent le cercle d'influence proviennent d'une même source. Aussi est-il prudent de représenter un indice de confiance calculé de la façon suivante pour chaque point :  $I_c = \frac{N}{\sum_{i=1}^N l_i} \times NS$  où NS représente le nombre de sources différentes d'où proviennent les rais qui intersectent le cercle d'influence. L'indice  $I_c$  a été calculé et est représenté en figure C.2.2 pour tous les points a priori pris en compte. Cette carte nous montre les régions où les résultats peuvent être suspectés de beaucoup dépendre d'un très faible nombre de spectres à la source calculés. Il s'agit principalement du Bassin Parisien, de la partie nord-est et de l'extrême sud-est de notre zone d'étude. Pour l'interprétation des résultats obtenus, il faudra garder en mémoire cette carte.

#### C. 2. 4. Résultats pour une fréquence de 1 Hz

La figure C.2.3 présente les résultats obtenus pour le facteur de qualité à la fréquence 1 Hertz. La figure C.2.3a a été construite en supposant que les réponses de station étaient dûes exclusivement à des effets de site très locaux tandis que pour la figure C.2.3b l'hypothèse est que les biais systématiques à une station sont dûs à une anomalie régionale. Notons que pour une fréquence de 1 hertz, les réponses de stations que nous avons calculées sont dans presque tous les cas assez proches de 1.

L'image s'organise autour de quelques anomalies de grandes longueurs d'onde qui ne sont pas corrélées avec la carte de l'indice de qualité des données. Le fait que les données soient ou ne soient pas corrigées de l'effet de site, peut être considéré comme un test d'ajout de bruit. Les résultats obtenus dans les deux cas montrent des anomalies situées aux mêmes endroits et ayant des amplitudes similaires.

Les valeurs du facteur de qualité local s'étendent de 170 à 600. L'importance de l'atténuation apparente produite par les zones de faible facteur de qualité exclut sans interprétation en termes d'effets dus à la géométrie de la croûte. La structure profonde du Massif Central est relativement bien connue (Perrier et Ruegg, 1973 ; Hirn et Perrier, 1974) et nous avons montré que dans le type de structure rencontré il n'y a pas d'effet d'atténuation géométrique important.

La répartition obtenue suggère de définir trois zones majeures d'anomalie :

(I) - premièrement, la région s'étendant de la plaine de la Bresse à la Limagne caractérisée par une forte atténuation. Il s'agit de la partie centrale de la zone des grabens périalpins. Dans sa partie ouest cette région recouvre la chaîne volcanique des Puys.

(II) - une deuxième zone de forte atténuation à l'ouest du Massif Central recouvrant le Limousin. Il s'agit d'une zone d'intrusions ophiolithiques.

(III) - et enfin une zone de faible atténuation s'étendant d'ouest en est sur toute la partie centrale de notre zone d'étude et correspondant à une croûte hercynienne probablement peu déformée par l'orogénèse alpine.

Les valeurs du facteur de qualité obtenues descendent jusqu'à 170 pour une valeur moyenne de 290 sur l'ensemble de la zone étudiée. Cette valeur moyenne est identique au résultat de l'étude précédente.

Le Bassin Parisien semble associé à de faibles valeurs de Q mais il faut se rappeler de la mauvaise qualité a priori des mesures faites dans cette région. L'image que nous avons construite représente un modèle lissé de la réalité ; cependant, les principales caractéristiques de la distribution du facteur de qualité sont bien associées à des structures géologiques majeures. Le fait que cette image soit indépendante des hypothèses faites sur les biais de stations montre que les anomalies mises en évidence

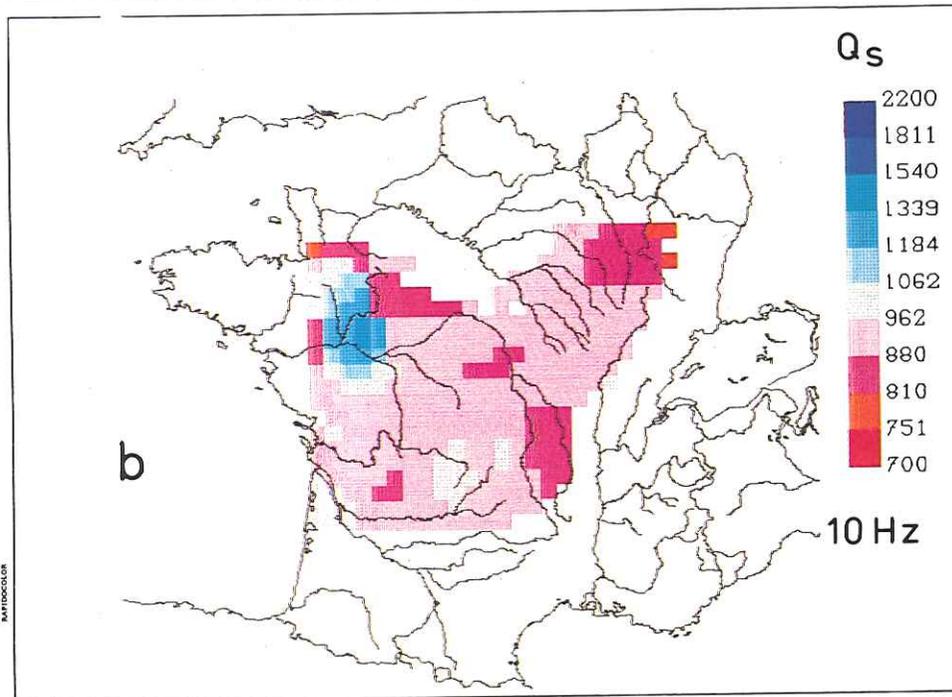
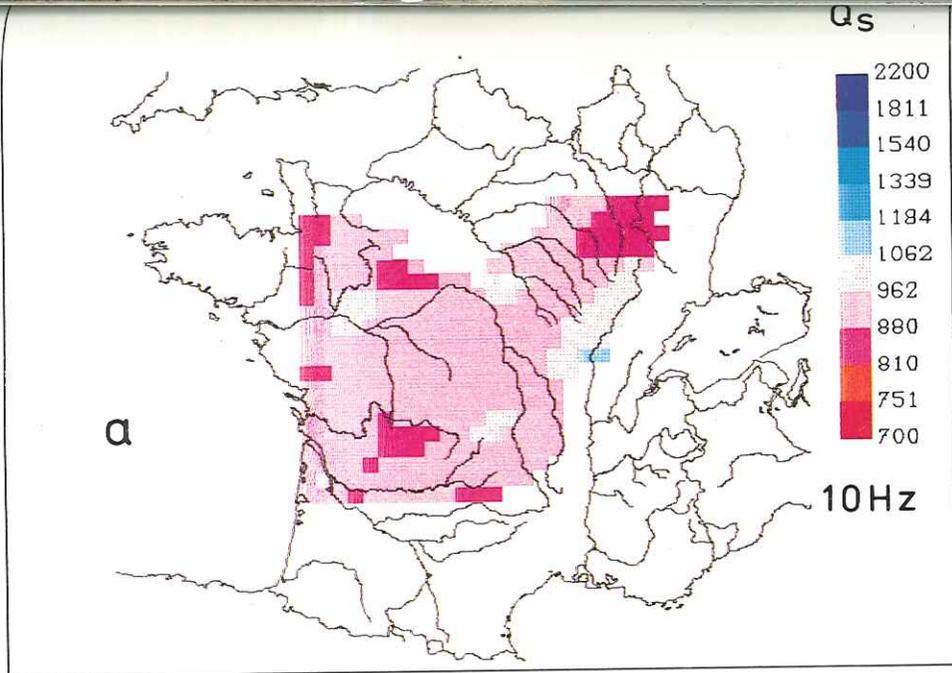
ont bien un sens tout au moins dans leurs grands traits.

### C. 2. 5. Résultats pour une fréquence de 10 Hz

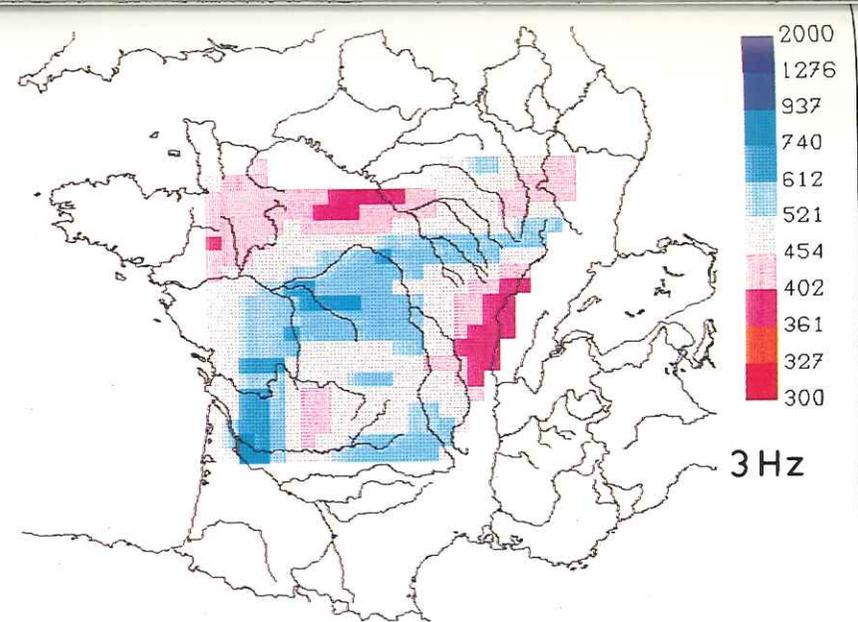
Comme nous l'avions fait pour une fréquence de 1 Hz, nous comparons en figure C.2.4 les cartes du facteur de qualité obtenues avec et sans correction des données par une hypothétique réponse de site. A 10 hertz les réponses de stations que nous avons calculées traduisent des effets d'amplification et de désamplification importants. Les images obtenues se caractérisent par leur faible contraste : les variations régionales de l'atténuation apparente sont très limitées excepté en ce qui concerne la région d'Anjou lorsque l'on ne prend pas en compte les effets de site.

Cette anomalie positive très marquée n'existe pas si l'on corrige les amplitudes. Cette différence peut être liée à une amplification par deux calculée pour la station GRR. S'agissant d'un phénomène limité aux hautes fréquences (se reporter à la figure C.2.4 du chapitre précédent) il est naturel de l'attribuer à un effet local d'autant plus que les autres stations du sous-réseau de Normandie ne montrent pas ce type d'amplification.

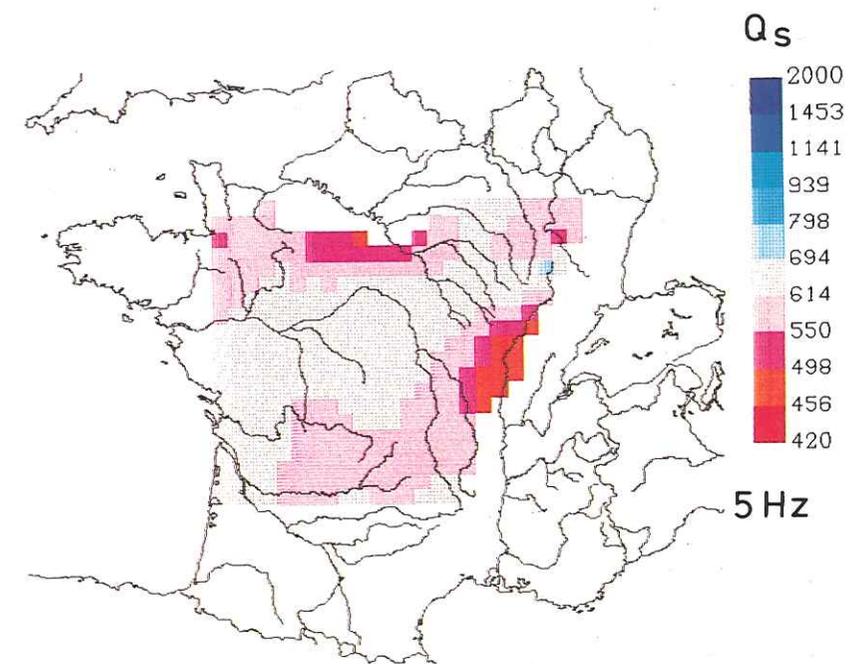
Sur l'ensemble des zones où la qualité de l'éclaircissement est bonne et en excluant ce problème particulier, les variations latérales de la valeur du facteur de qualité n'excède pas 15 % autour de sa valeur moyenne. Ce résultat signifie que, compte tenu de la qualité des données et de la faible résolution de la technique que nous employons, nous devons considérer que Q est grossièrement constant sur l'ensemble du Centre de la France. Les situations pour des fréquences de 10 hertz et de 1 hertz sont donc très différentes puisqu'à 1 hertz nous avons mis en évidence des anomalies allant jusqu'à 80 % de la valeur moyenne.



**Figure C.2.4 :** Résultats obtenus pour le facteur de qualité à 10 Hz en supposant que la correction de station est due à un effet local (a) ou à un effet régional (b).



**Figure A1 :** Répartition géographique du facteur de qualité à 3 Hz en supposant que les corrections de station sont dues à des effets locaux.



**Figure A2 :** Répartition géographique du facteur de qualité à 5 Hz en supposant que les corrections de station sont dues à des effets locaux.

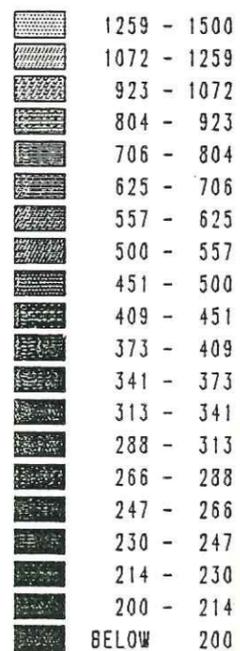
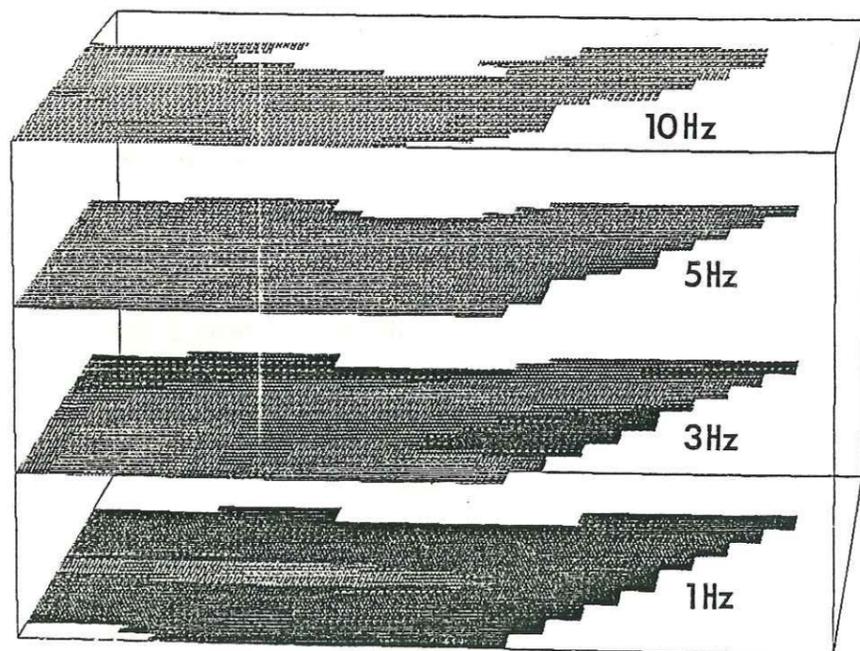
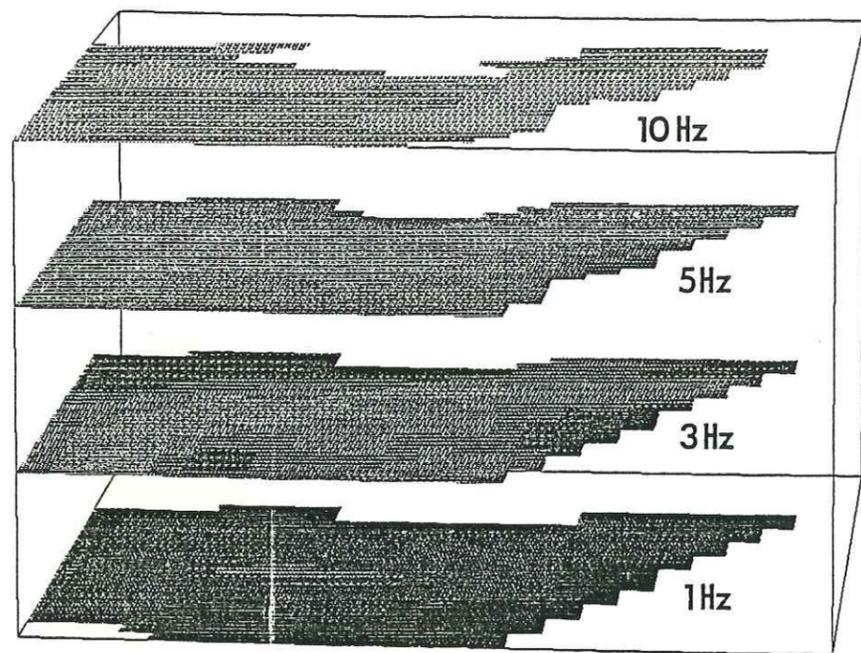
Comme cela a été précisé dès le début de cette étude la technique de rétro-projection ne permet d'obtenir qu'une image lissée de la réalité. Aussi peut-on penser que l'on a en général sous-évalué l'amplitude des anomalies. Ceci explique peut être que l'on n'ait pas été en mesure de mettre en évidence de variations latérales à 10 hertz si ces dernières sont faibles en regard des incertitudes de mesures qui ont été précisée au chapitre précédent. En tout état de cause les résultats obtenus montrent que les variations géographiques de l'atténuation apparente sont beaucoup plus petites pour une fréquence de 10 hertz que pour une fréquence de 1 hertz.

#### C. 2. 6. Dépendance fréquentielle du facteur de qualité

Des répartitions géographiques du facteur de qualité ont finalement été calculées pour des fréquences de 1, 3, 5 et 10 Hz. Les différentes images produites sont présentées simultanément en figure C.2.5. Les calculs ont été faits en supposant que les réponses de stations étaient dûes à des effets locaux. La figure C.2.5 présente les images suivant les fréquences croissantes depuis le bas vers le haut. Une seule échelle de couleur a été utilisée, l'augmentation globale du facteur de qualité avec la fréquence apparaît clairement.

L'importance des variations du facteur de qualité tend à diminuer avec la fréquence. Il faut noter que cet effet serait encore amplifié si l'on considérait  $1/Q$  qui est le paramètre directement relié à l'atténuation.

Considérant les trois zones que nous avons délimitées à partir des anomalies de facteur de qualité à 1 hertz nous avons évalué grossièrement la dépendance fréquentielle pour chacune d'elles en prenant en compte les résultats obtenus dans les deux hypothèses que nous avons formulées : Les résultats sont les suivants :



**Figure C.2.5 :** Images du facteur de qualité obtenues à des fréquences de 1 Hz (bas), 3, 5 et 10 Hz (haut). L'échelle de couleur est la même pour toutes les fréquences et est linéaire pour  $1/Q$ .

$$\text{I (Bresse-Limagne) : } Q = 210 f^{0.65}$$

$$\text{II (Limousin) } Q = 240 f^{0.58}$$

$$\text{III (Sologne -Berry-Bourgogne) } Q = 480 f^{0.27}$$

Rappelons que la valeur moyenne calculée pour l'ensemble des données était :

$$Q = 290 f^{0.5}$$

Les valeurs obtenues paraissent en très bon accord avec les résultats proposés pour d'autres régions du monde. Les zones I et II présentent des valeurs de  $Q$  et des types de dépendance fréquentielle qui semblent caractéristiques de régions de tectonique active (cf. Aki, 1980). Dans la zone III au contraire la dépendance fréquentielle est typique d'une région stable comme le centre des Etats Unis (Nuttli, 1981) ou le bouclier Canadien (Hasegawa, 1985).

Une régionalisation du facteur de qualité sur le territoire des Etats Unis (à beaucoup plus grande échelle que dans notre étude) réalisé à partir de la coda par Singh et Herrmann (1983) montre des tendances tout à fait similaires.

Nos résultats, obtenus à partir d'un ensemble de données homogène, viennent confirmer le rôle prépondérant des phénomènes de "scattering" dans l'atténuation des ondes sismiques dans la croûte. En effet, la corrélation entre activité tectonique et forte atténuation s'explique par le fait que les zones déformées présentent une forte hétérogénéité, d'échelle kilométrique (failles, intrusions...) qui implique des phénomènes de diffraction importants. Comme l'ont montré les travaux de Sato (1984) sur la propagation d'onde dans des milieux aléatoirement hétérogène, une hétérogénéité d'échelle kilométrique se traduit par une forte dépendance fréquentielle du facteur de qualité

apparent dans la bande de fréquence de 1 à 10 hertz.

Les résultats présentés ici doivent être considérés comme préliminaires. En effet, il faut souhaiter que le futur nous permettra d'utiliser un beaucoup plus grand nombre de données et ainsi d'étendre la zone d'étude et d'augmenter la résolution des répartitions par l'usage d'algorithmes itératifs. Cette première étude montre la faisabilité de la cartographie de l'hétérogénéité de la croûte profonde à partir des ondes Lg de sources naturelles enregistrées sur un réseau de stations courte période par la tomographie du facteur de qualité dans la bande de fréquence 1Hz-10Hz.

#### BIBLIOGRAPHIE

- AKI, K. 1980** : Attenuation of shear waves in the lithosphere for frequencies from 0.05 to 25 Hz, *Phys. Earth. Planet. Interiors* 21,50-60.
- HASEGAWA, H.S. 1985** : Attenuation of Lg waves in the Canadian shield, *Bull. Seism. Soc. Am.* 75, 1569-1582.
- HIRN, A. et PERRIER G. 1974** : Deep seismic sounding in the Limagne graben, in *Approaches to taphrogenesis*, J.H. Illies and K. Fuchs, editors. E. Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart.
- LAGER, D.L. and LYTLE, R.J. 1977** : Determining a sub surface electromagnetic profile from high-frequency measurements by applying reconstruction technique algorithm. *Radio Science* 12, p 249-260 .
- NUTTLI, O.W. 1982** : The earthquake problem in the eastern United States. *ASCE J. Struct. Div.* 108, 1302-1312.
- PERRIER, G. et RUEGG, J.C. 1973** : Structure profonde du Massif Central français, *Ann. Geophys.* 29, 435-502.
- SATO, H. 1984** : Attenuation and envelope formations of three-components seismograms of small local earthquakes in randomly inhomogeneous lithosphere. *J. Geophys. Res.* 89, 1221-1241.
- SINGH, S. and HERRMANN, R.B. 1983** : Regionalization of crustal coda Q in the continental United States, *J. Geophys. Res.* 88, 527-538.

TARANTOLA, A. et VALETTE, B. 1982 : Generalized non linear inverse problem solved using the least squares criterion. Rev. Geophys. Space. Phys. 20, p 219-232.

TARANTOLA, A. et NERCESSIAN, A. 1984 : Three dimensional inversion without blocks. Geophys. J.R. astr. Soc. 76, 299-306.

### C. 3 UTILISATION DU TEMPS DE MONTEE POUR LA MESURE DU FACTEUR DE QUALITE DES FORMATIONS SUPERFICIELLES

#### C. 3. 1 Contexte

L'étude présentée est née des besoins particuliers d'un projet de tomographie du facteur de qualité mené au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées par Phippe COTE avec qui ce travail fut réalisé. Le domaine d'application étant le génie civil, le facteur  $Q$  s'avère un paramètre au moins aussi important que la vitesse de propagation pour la caractérisation des sols.  $Q$  est en effet beaucoup plus sensible que  $V_p$  à la fissuration ou à la porosité. L'échelle des distances est limitée à la dizaine de mètres dans des milieux en général faiblement hétérogènes en vitesse. L'acquisition des données se fait par capteurs de pression en forages, la gamme de fréquence utilisable s'étendant jusqu'au MHz. Le signal se caractérise principalement par un pulse de première arrivée très marqué et largement dominant (Fig. C.3.1) qui sera en fait la seule partie utilisée pour les mesures de vitesse et d'atténuation des ondes P.

A partir de tels pulses, différentes techniques ont été utilisées pour évaluer le facteur de qualité. Un premier groupe consiste en des mesures de l'énergie relative du pulse à différents points. Dans ce groupe, il est bon de séparer deux approches : une première s'appuyant sur des mesures d'amplitude du signal dans le temps (par exemple : Newman et Worthington, 1982) dont on peut penser que l'application se limite à des signaux dont le contenu spectral a une largeur très limitée. Une deuxième approche repose sur la mesure des variations d'amplitude spectrale (méthodes des rapports spectraux ; Sato, 1958) et permet en théorie d'obtenir le facteur de qualité à différentes fréquences.

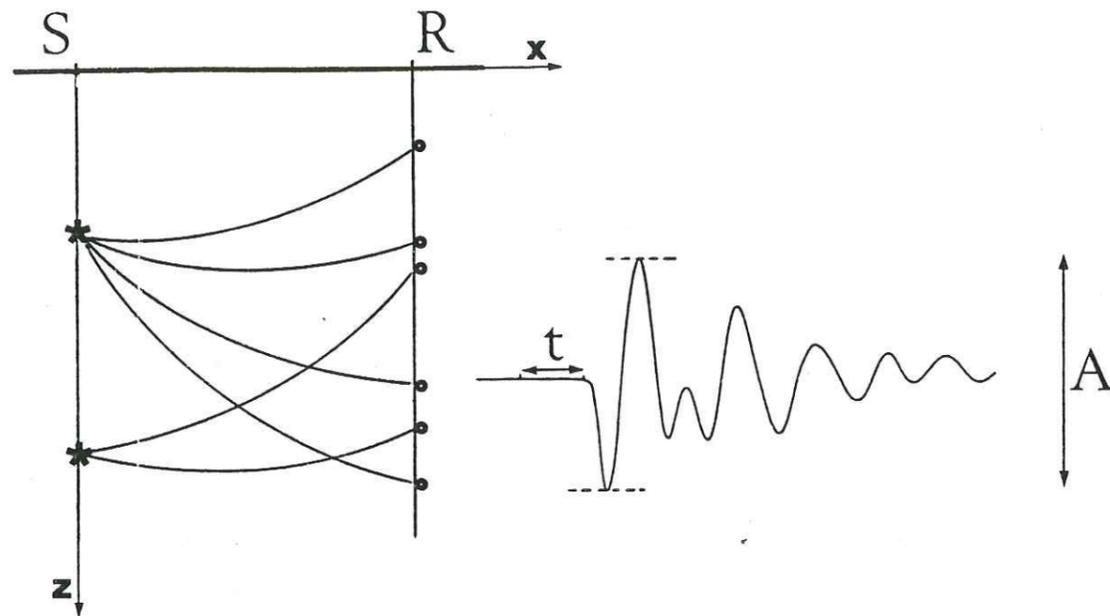


Figure C.3.1 Dispositif expérimental et signal réel.

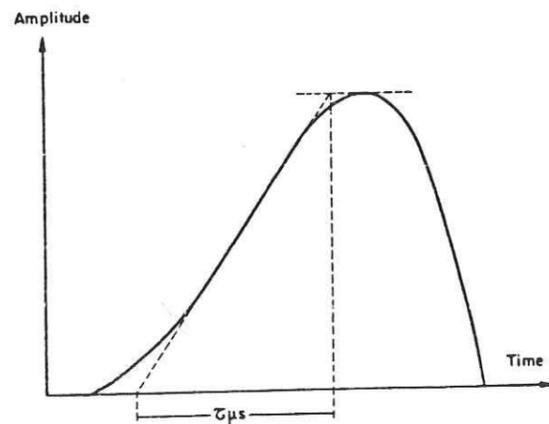


Figure C.3.2 Définition du temps de montée (d'après Gladwin and Stacey, 1974).

Une alternative à cette approche consiste à étudier non plus les variations d'énergie mais les variations de forme du signal. Pour cela, le paramètre utilisé est le temps de montée du pulse (Gladwin and Stacey, 1974). Le paragraphe suivant présente les raisons qui nous ont poussés à choisir d'utiliser le temps de montée ( $\tau$ ) pour la tomographie en génie civil.

### C. 3. 2 Motivations de l'utilisation de $\tau$

La première motivation pour une application de géophysique de terrain en "temps réel" est que le temps de montée, comme nous le verrons plus loin, est très facile à mesurer a priori et ce, d'une manière très rapide. La conclusion de cette étude explicitera les précautions à prendre.

Une remarque liminaire doit être faite à propos d'un point soulevé récemment qui suggère une source d'erreur de mesure, commune d'ailleurs à toutes les approches citées précédemment. Les phénomènes de diffraction des ondes par le forage, d'amplitude très dépendante de la fréquence, peuvent fausser l'évaluation de l'atténuation entre deux points. Dans notre cas de tomographie entre puits, les variations du contenu fréquentiel du signal et de l'angle d'incidence de l'onde d'un récepteur à l'autre seront faibles et les effets différentiels de diffraction seront vraisemblablement faibles eux-aussi. De surcroît, ces mesures sont faites avec des capteurs de pression pour lesquels les effets de polarisation sont très limités. Par contre, dans le cas d'étude de profils sismiques verticaux classiques, des précautions devront être prises pour s'assurer que les mesures ne sont pas entachées d'une erreur systématique.

Il est possible d'invoquer cinq points qui justifient l'utilisation privilégiée du temps de montée. Les deux premiers sont relatifs à l'instrumentation :

\* Les sources de type étincelleur souvent utilisées s'avèrent, par des essais en cuves, beaucoup plus stables quant à la forme du spectre d'émission qu'en ce qui

concerne l'amplitude absolue du signal produit, qui varie dans un large intervalle.

\* Le calcul de l'énergie spectrale pour utiliser la méthode des rapports spectraux doit être fait sur une fenêtre très courte. Il faudrait donc utiliser des systèmes d'acquisition numérique à cadence extrêmement élevée et des méthodes sophistiquées de traitement du signal.

Les trois autres points sont liés aux phénomènes de propagation dans le milieu étudié :

\* L'identification de la nature de la phase est d'autant plus fiable que l'on traite le tout début du signal ;

\* Dans toute méthode utilisant le niveau d'énergie du signal, la mesure de Q est très dépendante de l'expansion géométrique que l'on se donne a priori. On introduit donc une source d'erreur qui peut être importante, on vérifie aisément que l'expansion géométrique joue souvent un rôle plus important que l'atténuation anélastique dans la décroissance de l'énergie d'un signal.

\* En présence d'hétérogénéités, la transmission d'une onde produit des variations d'amplitude mais pas de forme, tout au moins si l'on exclut les réfractions critiques.

#### C. 3. 4 Méthode de mesure de $\tau$ et interprétation

Le temps de montée est donc mesuré sur la première arrivée du signal et une des définitions possibles (Gladwin and Stacey, 1974) consiste à calculer le rapport de la valeur du premier maximum à la pente maximum observée pour l'atteindre (Fig. C.3.2).

Kjartansson (1979), étudiant la déformation d'un pic de Dirac se propageant dans un milieu atténuant, a montré une relation linéaire entre  $\tau$  et  $t/q$  :

$$\tau = C \frac{t}{Q} + \tau_0$$

où :

t : représente le temps de parcours

Q : le facteur de qualité (indépendant de la fréquence)

C : une constante définie suivant la grandeur mesurée (déplacement, vitesse ou pression... ou filtrage particulier).

Il paraît donc séduisant d'utiliser une telle relation de linéarité pour déduire Q de données réelles. Des mesures expérimentales (Blair et Spathis, 1984 ; Tarif et Bourbié, 1985) ont montré la réalité de la relation dans certains cas. Pour se rendre compte plus précisément des phénomènes en cause et de la faisabilité d'une mesure de Q par cette méthode, puis finalement obtenir la valeur du coefficient C à utiliser dans notre application, nous allons procéder à la simulation numérique de la propagation de signaux réels obtenus en cuve d'essai au voisinage des deux types de sources utilisées : étinceleur et piézoélectrique.

#### C. 3. 5 Simulation simple de la propagation d'un pulse dans un milieu atténuant

Nous nous limitons au cas d'une onde plane se propageant dans un milieu atténuant à Q indépendant de la fréquence et dans des hypothèses de linéarité.

Soit V la vitesse de propagation dans le milieu. Soit S(t, 0) le pulse

considéré. Sa transformée de Fourier s'écrit :

$$\tilde{S}(\omega, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(t) e^{-i\omega t} dt$$

Dans une hypothèse de linéarité, on traitera chaque composante spectrale indépendamment. On obtient à une distance  $d$  :

$$\tilde{S}(\omega, d) = \tilde{S}(\omega, 0) \cdot e^{-ik^*d}$$

où :

$k^*$  est le nombre d'onde complexe qui devra représenter le déphasage et l'atténuation dus à la propagation.

Un problème apparaît alors dans la définition de  $k$ , car il est évident que la définition brutale du type  $\frac{\omega}{V} - i \frac{\omega}{2QV}$  conduit à des solutions qui violeront le principe de causalité. En effet, quand on parle de la vitesse d'un milieu réel, on fait référence implicitement à une vitesse de groupe (de transport de l'énergie). Dans un milieu atténuant, où le signal change de forme, vitesse de groupe et vitesse de phase ( $c = k/\omega$ ) sont différentes même dans leur partie réelle. Futterman (1962) a montré que l'atténuation se traduit toujours par un phénomène de dispersion. Azimi et al. (1968) ont donné une équation approximative de la dispersion sous la forme :

$$\frac{C(\omega_1)}{C(\omega_2)} = 1 + \frac{1}{\pi Q} \ln \frac{(\omega_1)}{(\omega_2)}$$

où :

$C$  représente la vitesse de phase.

A partir de cette relation, il devient possible de représenter un milieu atténuant par substitution de la vitesse traditionnelle  $V$  par une vitesse complexe :

$$C(\omega) = C(\omega_0) \left( 1 + \frac{1}{\pi Q} \ln \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) - \frac{i}{2Q} \right)$$

où  $\omega_0$  représente une pulsation de référence pour laquelle la vitesse "de phase" (partie réelle de la vitesse complexe vaut la vitesse "vraie" du milieu  $V$ ).

Le choix de cette fréquence de référence est très important pour la qualité de la simulation. En effet, pour un signal à bande limitée entre  $f_1$  et  $f_2$ , une fréquence de référence très supérieure à  $f_2$  impliquera un retard du signal important par rapport à son temps d'arrivée théorique pour de faibles valeurs de  $Q$ . Une fréquence de référence inférieure à  $f_2$  conduira à un résultat non causal. La meilleure solution correspondra au cas causal et à la dispersion minimale. Pour cela, il faut, dans chaque situation donnée et quand le signal est à bande limitée, choisir la fréquence de référence comme la limite supérieure de la bande passante. Dans les cas qui nous intéressent, les phénomènes d'atténuation sont importants ; ce qui signifie que le spectre du signal change de manière très significative. Aussi, par une seule opération de filtrage, c'est-à-dire en utilisant une seule loi de dispersion, il n'est pas possible de simuler raisonnablement la propagation d'un pulse en garantissant causalité et dispersion minimale. La solution que nous proposons consiste donc en une propagation itérative. Après chaque pas de distance, i.e. après une faible variation de la forme du spectre une nouvelle loi de dispersion est calculée. Avec les fonctions-sources que nous avons utilisées, les temps d'arrivée du pulse correspondent très précisément aux temps d'arrivée calculé pour la vitesse vraie du milieu. Notons qu'en l'absence de ce processus itératif, les résultats obtenus montrent des décalages de temps significatifs, il est donc

difficile de croire que le signal obtenu correspond bien à la distance voulue. Il ne s'agit pas ici de discuter des points de détail sans importance car, contrairement à ce que prétend la rumeur publique, un décalage global de la courbe de dispersion déforme effectivement le résultat et conduit à des temps de montée erronés.

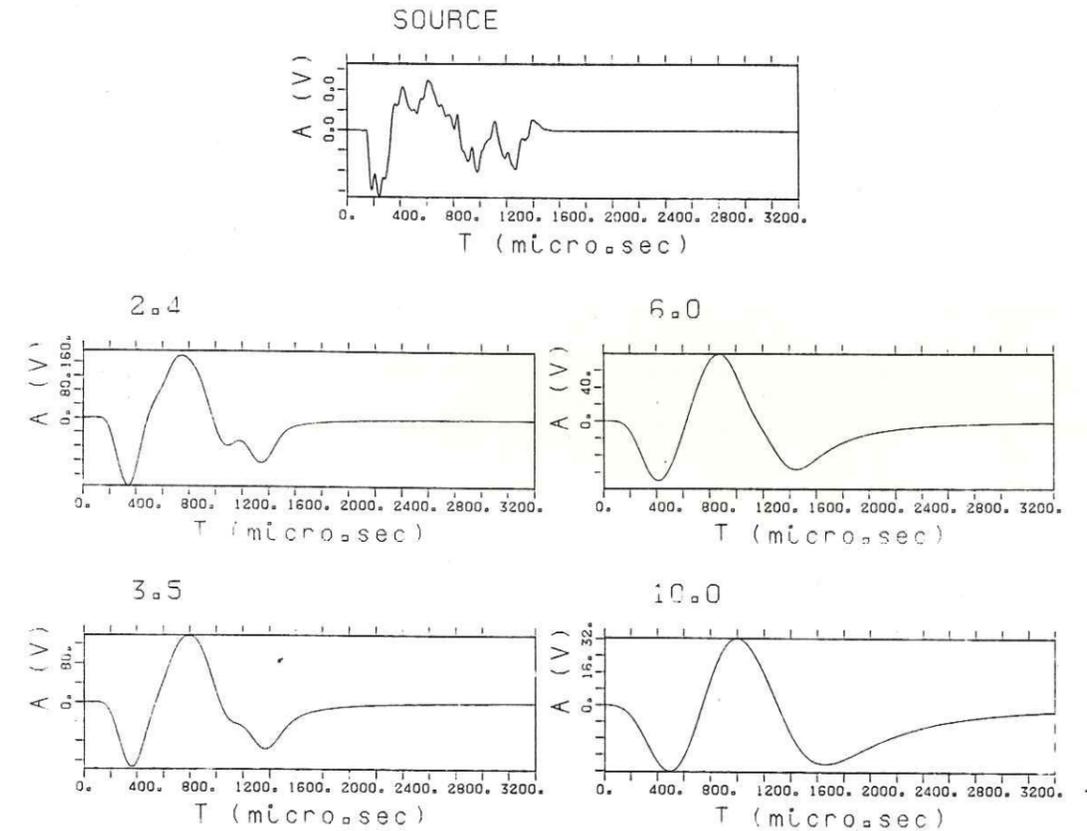
### C. 3. 6 Cas d'une source de type étinceleur

Il a été procédé à un enregistrement de pression à proximité immédiate de la source dans une cuve remplie d'eau. On dispose donc d'un signal source réaliste qui est présenté en figure C.3.3. En supposant un milieu de vitesse  $V = 2\,000$  m/s et de facteur de qualité  $Q = 30$ , le signal après propagation a été calculé à des distances entre 0.5 et 20 m avec un pas de 0.5 mètre. Les résultats aux distances 2.4, 3.5, 5, 6, 10 et 11 mètres sont présentés en figure C.3.3. Les signaux sont représentés en temps réduit suivant la vitesse absolue du milieu. Le début du signal est caractérisé par une grande stabilité et une évolution simple avec la distance : élargissement de l'arche. Le temps de montée a été mesuré pour toutes les distances et le graphe  $\tau$  en fonction de  $t/Q$  a été tracé (Figure C.3.4). La relation est linéaire. Avec ce type de source, l'utilisation de  $\tau$  pour la mesure de  $Q$  s'avère a priori très possible. La loi déduite de nos résultats est :

$$\tau = 0.23 t/Q + \tau_0$$

### C. 3. 7 Cas d'une source piézo-électrique

Les mêmes calculs ont été faits dans le cas d'une source piézo-électrique. Le signal source enregistré en cuve a été propagé aux mêmes distances que précédemment dans un milieu analogue. Les mesures de  $\tau$  en fonction de  $t/Q$  sont présentées en figure



**Figure C.3.3** Cas d'un étinceleur.

Signal source enregistré en cuve et signaux propagés numériquement.

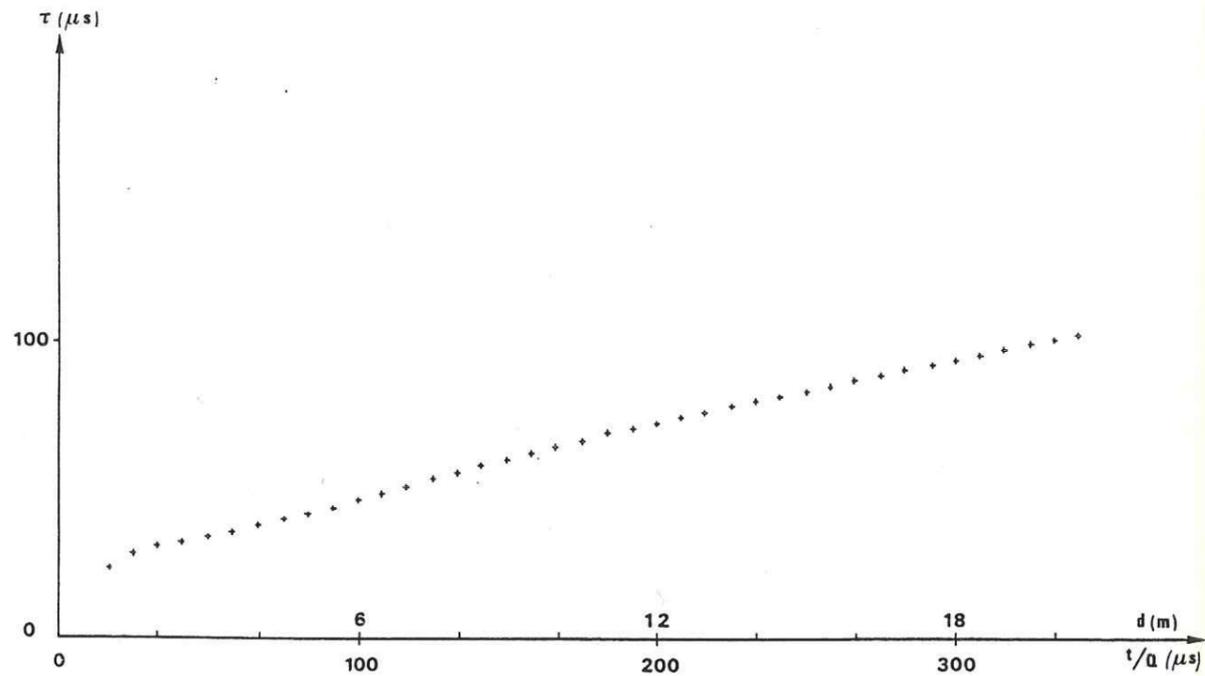


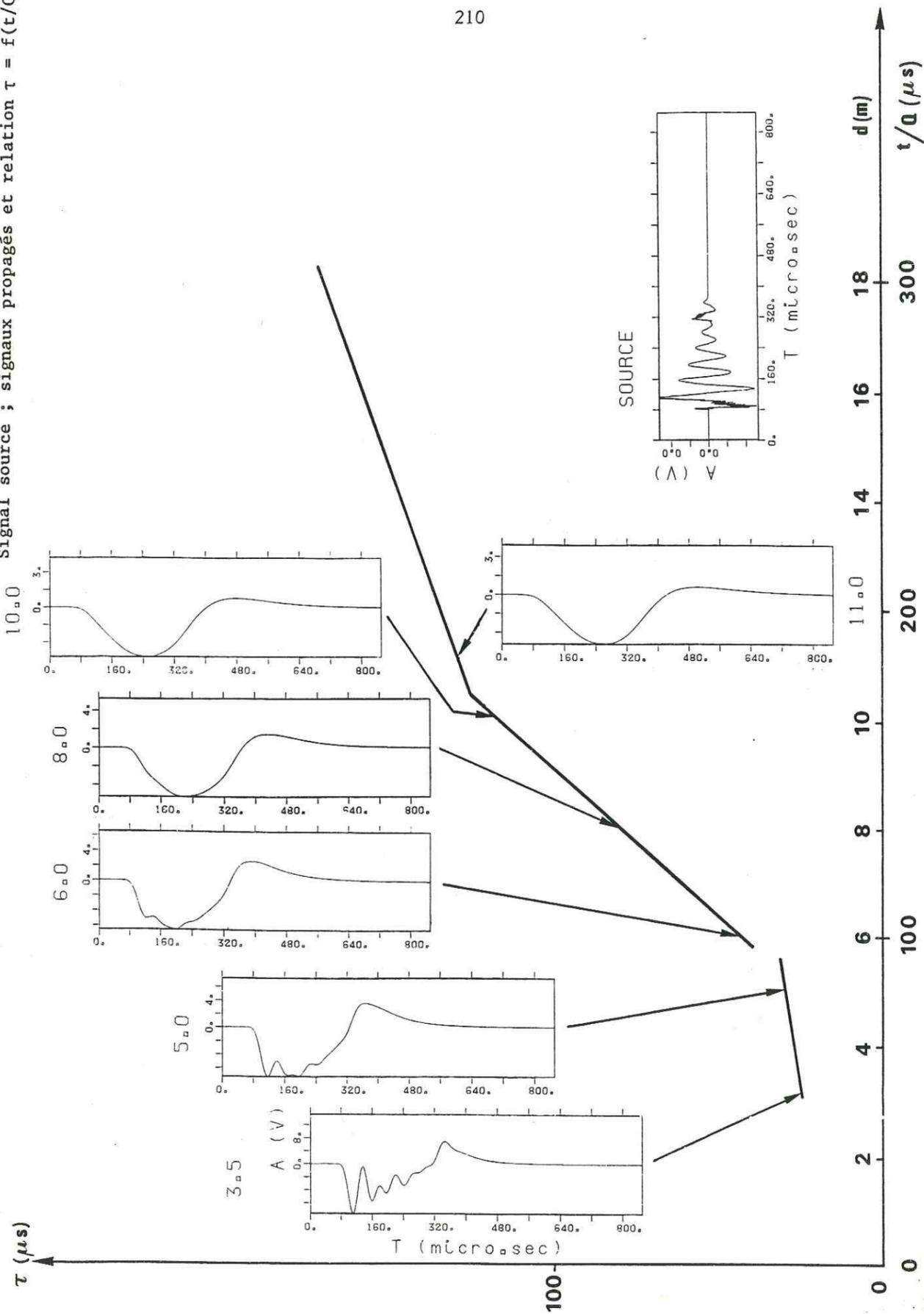
Figure C.3.4 Relation entre le temps de montée et le rapport  $t/Q$  dans le cas d'un étinceleur.

C.3.5. La relation est cette fois beaucoup plus complexe. On observe une linéarité sur de petits domaines de  $t/Q$ . La relation est donc linéaire par morceaux et discontinue. Ce phénomène curieux qui n'en est pas pour autant quantique est peut-être à l'origine de la grande diversité des constantes de proportionnalité  $C$  trouvées dans la littérature. Pour comprendre les raisons de cette complexité, quelques signaux calculés et la fonction source ont été portés en regard de la courbe  $\tau = f(t/Q)$  (Figure C.3.5). La courbe présente deux types d'irrégularités dues à deux causes différentes. La première vers  $t/Q = 93 \mu s$  : discontinuité et changement de pente et la deuxième vers  $t/Q = 175 \mu s$  : simple changement de pente. Dans le premier cas, entre 5 et 6 mètres, les signaux s'appauvrissent en hautes fréquences, le maximum absolu se reporte vers un précédent maximum relatif correspondant à la forme basse fréquence du signal.

Dans le deuxième cas, qui correspond à la transition des signaux entre 10 et 11 mètres, la modification de forme est moins spectaculaire que dans le cas précédent. Le maximum devenu secondaire entre 5 et 6 mètres, a disparu en tant que tel à 8 mètres. Par contre, subsiste toujours dans le signal une trace de sa présence concrétisée par une rupture de pente dans la montée. Jusqu'à 10 mètres, la variation de  $\tau$  avec la distance est principalement liée à la disparition de cette bosse. Après 11 mètres, cette disparition étant achevée, le temps de montée traduit simplement l'élargissement d'un pulse de forme simple.

Bien que l'atténuation cause une érosion continue des hautes fréquences, l'évolution d'un paramètre de forme comme le temps de montée s'avère discontinue. Cette caractéristique rend a priori impossible une mesure correcte de  $Q$  à partir du temps de montée. Cependant, un filtrage adéquat peut permettre, comme nous allons le voir d'obtenir une relation  $\tau = f(t/Q)$  linéaire.

Figure C.3.5 Cas d'une source piezo-électrique.  
Signal source ; signaux propagés et relation  $\tau = f(t/Q)$ .



### C. 3. 8 Filtrage

Les deux exemples précédents ont montré qu'une relation simple entre  $\tau$  et  $(t/Q)$  existe quand le signal garde une forme homogène du début à la fin de la propagation. Cette homogénéité peut être obtenue par simple filtrage à l'aide d'un filtre triangulaire dont le module est représenté sur la figure C.3.6. La phase du filtre est choisie de manière à rendre le filtre causal. La limite haute fréquence de la bande passante est choisie, pour la source piezo-électrique, à 10 khz. Ce filtre est appliqué sur les signaux propagés numériquement qui sont alors représentés en figure C.3.7. L'homogénéité de forme est bien obtenue. La courbe  $\tau = f(t/Q)$  est établie pour les signaux filtrés et comparée à celle des signaux bruts en figure C.3.8. La relation est maintenant linéaire, ce qui rend la mesure de  $Q$  possible à partir des signaux filtrés. Ce filtrage n'a donc pas affecté la sensibilité du temps de montée aux effets de l'atténuation. En effet, le paramètre  $C$  obtenu par une source piézo-électrique filtrée vaut : 0.42 alors que dans le cas de l'étincelleur sans filtrage, la valeur trouvée était 0.23.

### C. 3. 9 Conclusion

Au travers de ces exemples, il apparaît clairement que la constante  $C$  est au moins dépendante de la source utilisée dans la mesure où elle est définie. Ceci nécessite absolument de réaliser une étude préalable à la mesure in situ. Il faudra d'abord enregistrer en cuve le signal produit par la source, avec les capteurs utilisés par la suite, simuler la propagation dans un milieu anélastique, filtrer s'il n'est pas possible d'obtenir une relation linéaire et univoque, et calculer les constantes  $C$  et  $\tau$ . Ensuite les mesures de terrain permettent, après un éventuel filtrage, une évaluation directe du facteur de qualité moyen suivant une procédure qui, comme nous l'avons

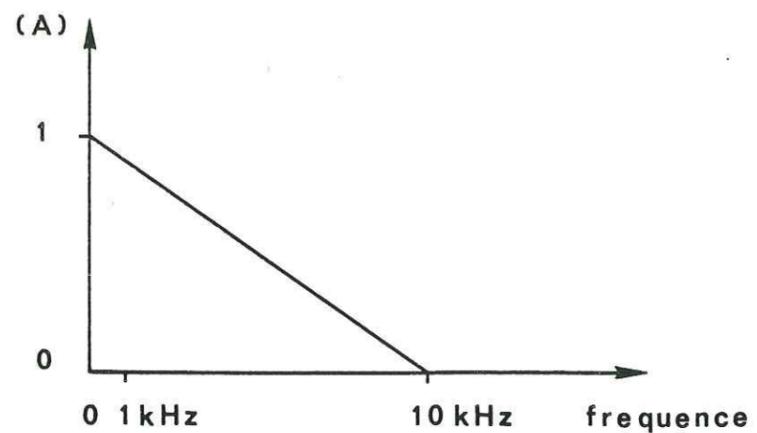


Figure C.3.6 Module du filtre utilisé.

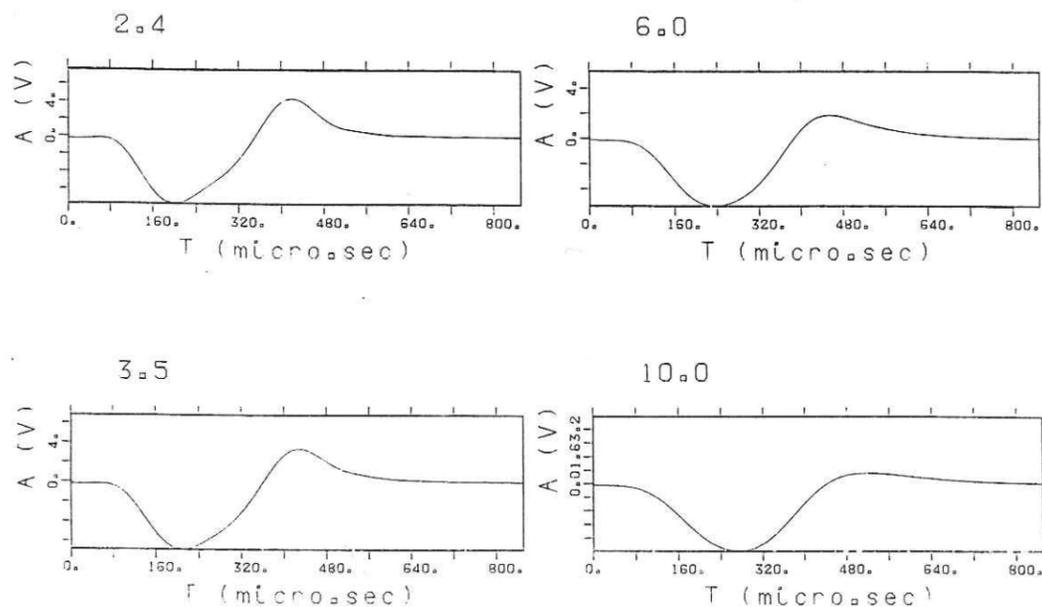
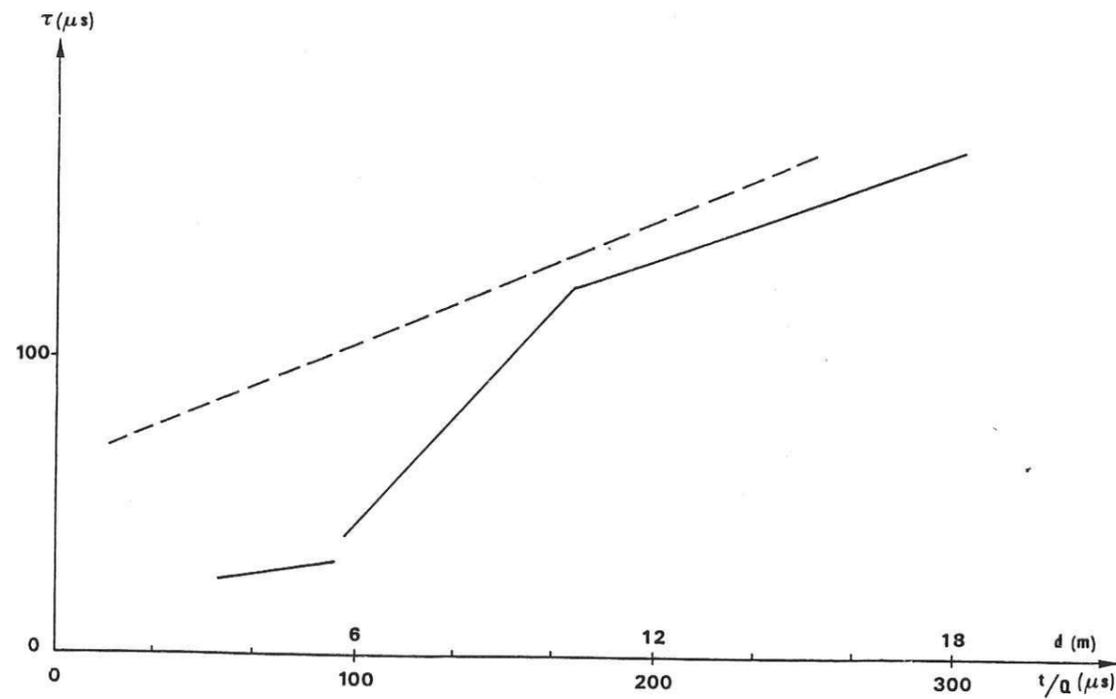


Figure C.3.7 Signaux filtrés dans le cas d'une source piezo-électrique.

montré plus haut présente de nombreux avantages. Il est intéressant de noter que l'application d'un filtrage préalable ne nuit pas à la sensibilité de  $\tau$  à l'atténuation.

Dans les applications de génie civil, cette technique peut être entièrement automatisée sur le terrain et permettre des tomographies en facteur de qualité presque en temps réel. Par ailleurs, dans la mesure où l'on dispose de sources suffisamment puissantes, une même approche peut être envisagée à des échelles très différentes.



**Figure C.3.8** Relation  $\tau = f(t/Q)$  pour les signaux bruts (—) et filtrés (---) dans le cas d'une source piezo-électrique.

### BIBLIOGRAPHIE

AZIMI Sh. A., KALININ V.B., PIVOVAROV V.L., 1968, Impulse and transient characteristics of media with linear and quadratic absorption laws, *Physics. Solid. Earth* p. 88-93

BLAIR D.P. et SPATHIS A. T., 1984, Seismic source influence in pulse attenuation studies, *J. Geophys. Res.* 89, p. 9253-9258

FUTTERMAN W.I., 1962, Dispersive body waves, *J. Geophys. Res.* 67, p. 5279-5291

GLADWIN M.I. et STACEY F.C., 1974, Anelastic degradation of acoustic pulses in rock, *Phy. Earth. Planet. Interiors* 8. p. 332-336

KJARTANSSON E., 1979, Constant Q wave propagation and attenuation, *J. Geophys. Res.* 84. p. 4737-4748

NEWTMAN P.J. et WORTHINGTON M.H., 1982, In situ investigation of seismic body waves attenuation in heterogeneous media, *Geophysical Prospecting* 30, p. 377-400

SATO Y., 1958, Attenuation dispersion and the wave guide of the G waves, *Bull. Seism. Soc. Am* 48, p. 221-251

TARIF P. et BOURBIE T., 1985, Rise time technique for measuring attenuation, 47<sup>th</sup> EAEG Meeting, Budapest.

### Conclusion générale :

L'objet de ce travail en trois parties se résume sans originalité de la manière suivante : se donner les outils théoriques nécessaires à l'approche des problèmes qui intéressent le géophysicien, utiliser ces outils pour une meilleure compréhension des phénomènes physiques en cause et en dégager des conclusions tant qualitatives que quantitative pour finalement, à partir de données expérimentales et à la lumière des résultats théoriques dégagés, tenter d'apporter une modeste contribution à la connaissance des structures et des caractéristiques physiques de la terre. Pour le sismologue, une meilleure analyse des données passe par l'amélioration des techniques de simulation de la propagation des ondes élastiques dans la terre. De nombreux chercheurs, utilisant des approches très différentes travaillent dans ce sens. Chacun apporte ainsi une contribution complémentaire de celle des autres. En effet il n'y a pas à l'heure actuelle pour le calcul de sismogrammes synthétiques une méthode définitivement supérieure. Suivant le type de milieu, la gamme de fréquence considérée et surtout le genre d'interprétation qui nécessite la modélisation, le choix se portera sur une technique ou sur une autre. La méthode de représentation discrète des champs d'onde présente, pour des modèles de milieux stratifiés de grands avantages pour la simulation de la totalité du sismogramme. Cette méthode permet des études des propriétés énergétiques des ondes.

La complexité tangible des milieux géologiques et le raffinement des interprétations sismologiques conduisent aujourd'hui à tenter de généraliser les méthodes de simulation aux cas de milieux à géométrie irrégulière. Nous avons donc développé l'extension de la méthode des nombres d'onde discrets pour des modèles incluant des interfaces irrégulières ou des corps diffractants.

Ceci a été réalisé dans le contexte des méthodes d'intégrales de frontière c'est-à-dire suivant une approche qui consiste à représenter les champs diffractés par le rayonnement d'une distribution de forces le long des frontières irrégulières. Cette distribution est déterminée dans le domaine fréquentiel et après discrétisation des interfaces, à partir des conditions aux limites sur la frontière. Cette technique, appliquée d'abord au cas bidimensionnel des ondes SH, nous a permis de calculer des sismogrammes synthétiques produits par une force dans un demi-espace contenant une interface irrégulière. Tous les types d'ondes (réfléchies, réfléchies multiples, réfractées, onde conique) sont présents dans la solution. En outre, la validité de cette technique n'est conditionnée a priori ni par une forme particulière de l'interface ni par la gamme de fréquence considérée.

Pour se rapprocher de la réalité géologique il est nécessaire de pouvoir rendre compte de la nature généralement localement stratifiée des matériaux terrestres. La technique qui a été développée dans le cas le plus simple peut être utilisée dans des modèles incluant de nombreuses couches planes. La résolution numérique des conditions aux limites se fera alors sur des frontières entre régions à stratification plane. Tous les phénomènes liés aux stratifications seront implicitement pris en compte par l'utilisation, pour l'écriture des conditions aux limites et le calcul des champs diffractés, des fonctions de Green associées à chaque domaine stratifié. Les solutions ainsi obtenues vérifient bien le théorème de réciprocité. Des simulations de profils sismiques verticaux et de profils de sismique réflexion ont montré des exemples où les phénomènes de diffraction sur une structure irrégulière jouent un rôle prépondérant. Ce type de solution est particulièrement bien adaptée pour simuler quantitativement des phénomènes comme l'existence d'une zone d'ombre, la diffraction par un coin ou la propagation d'ondes coniques dans un milieu complexe. C'est pour des problèmes de grande extension spatiale où l'on a à traiter des zones irrégulières de dimensions

limitées dans un milieu globalement stratifié horizontalement (ce qui est souvent le cas en sismologie) que cette approche présente le plus grand intérêt sur le plan numérique. Le passage au cas des ondes P et SV résulte en un alourdissement de la formulation et en une plus grande sensibilité des solutions à la discrétisation des interfaces au travers de la polarisation. Tout en conservant les avantages de la méthode des nombres discrets originelle (représentation exacte des sources, prise en compte de milieux acoustiques visco-élastiques en poreux), l'outil de calcul qui a été développé permet d'envisager une prise en compte plus réaliste du milieu géologique pour l'étude quantitative d'un grand nombre de problèmes sismologiques.

Le calcul de sismogrammes synthétiques a permis de réaliser une étude de l'excitation des ondes sismiques et de l'évolution de leurs caractéristiques avec la distance épacentrale. L'étude de la radiation haute fréquence d'une fissure élémentaire a montré le rôle explicatif prépondérant de la cinématique du front de rupture pour l'interprétation de l'accélération du sol au voisinage d'un séisme. Il a été montré que l'existence d'une limite haute-fréquence des mouvements du sol observés lors de tremblements de terre peut être due à une limite haute fréquence de l'émission de la source. De récents travaux d'accélérométrie en puits (Archuleta 1986) semblent attribuer l'existence de cette fréquence maximale à un effet de source. Ceci implique que la cinématique de front de rupture est continue et que donc les modèles de rupture parfaitement élastiques ne s'appliquent pas au cas des séismes, ce qui n'étonnera pas les mécaniciens des roches. L'étude numérique du rayonnement sismique d'un séisme de faible magnitude a montré que les phénomènes de propagation dans les couches superficielles pouvaient même à faible distance épacentrale, perturber gravement la signature spectrale de la source. Ceci est particulièrement vrai dans le cas des mouvements verticaux généralement utilisés pour les expériences de microsismicité. Autour de 100 km pour les modèles de croûte habituels, les sismogrammes sont dominés

par la réflexion critique sur le Moho. Les ondes S réfléchies sur le Moho avec des angles d'incidence plus grands que l'angle critique se voient totalement piégées dans la croûte. Il résulte de ces multiples réflexions l'apparition, pour des distances épacentrales supérieures à 150 km, d'une phase associée à des grandes amplitudes : l'onde Lg. Un même mécanisme régit la propagation de l'onde Pg. Mais, du fait qu'une onde P incidente sur le Moho peut toujours donner lieu à une conversion en onde S du manteau, l'onde Pg n'est que partiellement guidée dans la croûte. Les caractéristiques générales observées des ondes Pg et Lg (vitesses de groupe, amplitudes relatives,...) sont parfaitement simulées par le calcul dans un modèle simple de croûte terrestre. L'étude théorique de la propagation et de l'excitation de ces ondes dans un milieu parfaitement élastique a permis de mettre en évidence quelques propriétés simples qui s'avèreront très importantes pour l'utilisation pratique des enregistrements de ces phases. Qu'il s'agisse de mesurer le facteur de qualité ou de remonter au spectre d'excitation à la source il est très important de connaître les lois de décroissance géométrique de l'amplitude de ces phases. Pour le centre de la France, nous avons calculé les lois de décroissance pour les ondes Pg et Lg. Ces lois sont indépendantes à la fois du mécanisme à la source, de la profondeur du foyer et de la fréquence considérée dans la bande 5-10 Hz. Cette propriété rend ces types d'ondes particulièrement adaptés aux mesures d'atténuation entre stations pour des sources naturelles. L'excitation des ondes Lg par des sources explosives est très dépendante de la profondeur de la source et tout particulièrement de la proximité d'une interface.

Il est important de savoir quelle peut être l'influence d'hétérogénéités latérales sur la propagation des ondes Lg. Dans le cas de remontées (ou de plongement) du Moho de géométries similaires à ce qui a été suggéré pour le centre de la France, la simulation numérique a montré que la zone irrégulière se traduisait par une certaine désorganisation de la phase, mais sans pour cela que les caractéristiques de décroissance de l'amplitude avec la distance épacentrale ne soient fondamentalement affectées. Exprimé en termes de modes, ceci signifie que de telles variations de profondeur

du Moho se traduisent par des conversions de modes principalement limitées à des conversions entre modes de la croûte (i.e. dont les fonctions propres sont négligeables dans le manteau). Par contre la présence d'un bassin sédimentaire est responsable, outre d'effets locaux d'amplification, de l'apparition d'ondes de Love caractéristiques de la couverture sédimentaire. Le bassin joue alors un rôle de source secondaire excitée par le passage des ondes Lg. Les amplitudes observées de ces dernières, une fois encore sont peu affectées par la présence de l'irrégularité dès que l'observateur est éloigné de celui-ci.

Connaissant les lois de décroissance géométrique des ondes Lg nous avons pu obtenir simultanément une valeur moyenne du facteur de qualité des ondes S dans la croûte et sa dépendance fréquentielle, le spectre d'excitation à la source et une réponse de station qui traduit les effets de sites d'origine géomorphologique. Ces mesures ont été faites à partir d'un ensemble de données provenant de 18 séismes enregistrés en 22 stations. Les données brutes de décroissance s'avèrent finalement en très bon accord avec les simulations numériques faites pour le modèle de croûte anélastique proposé. Cette étude montre que les spectres de sources peuvent être obtenus à partir des enregistrements à distance régionale et que la dispersion des résultats obtenus n'est pas plus importante que celle observée lors de l'utilisation de réseaux locaux. Les réponses de sites obtenues pour les différentes stations montrent que ce paramètre doit effectivement être pris en compte pour les études spectrales. Dans une hypothèse d'homogénéité régionale du facteur de qualité nos résultats indiquent une tendance à l'augmentation de  $Q_s$  avec la profondeur.

En admettant que nous disposions d'une définition statistiquement suffisante des réponses de stations et des spectres à l'épicentre des séismes, nous avons utilisé une technique de reconstruction simple pour évaluer la répartition spectrale lissée du facteur de qualité des ondes S dans la croûte pour le centre de la France. A partir d'un ensemble de données cohérent (exclusivement des ondes Lg) nous avons pu mettre en

évidence les corrélations très nettes existant entre le facteur de qualité local et sa dépendance fréquentielle d'une part et les caractéristiques tectoniques de la région considérée d'autre part. En effet les résultats obtenus montrent que dans les zones d'activité tectonique liée à l'orogénèse alpine l'atténuation anélastique est dominée par les phénomènes de diffraction (scattering) tandis que dans la partie non déformée du bouclier hercynien, l'atténuation intrinsèque (Q fort avec faible dépendance fréquentielle) joue sans doute un rôle important. Cette approche permet donc une cartographie de l'activité tectonique. Dans la mesure où l'on a montré qu'il existe de fortes variations latérales de l'atténuation, il semble naturel que dans le futur la prise en compte de cette distribution permette d'augmenter encore sensiblement l'inversion des caractéristiques spectrales des séismes. Enfin il sera toujours nécessaire d'améliorer les techniques de simulation numérique car dans le cadre de telles études expérimentales, les sismogrammes synthétiques permettent de tester des hypothèses dont les implications ne sauraient être évaluées intuitivement ou de manière très approximative.

Pareillement, les problèmes d'interprétation en géophysique de prospection font souvent appel comme nous l'avons vu à la compréhension de phénomènes de propagation d'onde dans des milieux complexes qu'il serait bien difficile de décrire sans utiliser les ressources de la simulation numérique. Le développement méthodologique doit être poursuivi et cela simultanément dans différentes directions pour que le travail commun fait en sismologie théorique puisse offrir des outils pratiques qui permettront une meilleure utilisation pour tous des masses énormes de données que nous réservent les systèmes d'acquisition numérique. C'est probablement le lot du chercheur que de toujours voir infiniment plus de travail devant lui qu'il ne peut en laisser derrière lui.

AUTORISATION DE SOUTENANCE

VU les dispositions de l'article 5 de l'arrêté du 16 Avril 1974,

VU les rapports de M. BOUCHON.....

M. CARA.....

M. MADARIAGA.....

M. CAMPILLO..... est autorisé  
à présenter une thèse en soutenance pour l'obtention du grade de  
DOCTEUR D'ETAT ES SCIENCES.

Fait à GRENOBLE, le 7 AVR. 1986

Le Président de l'U.S.M.G.



*M. Tanche*  
Le Président  
M. TANCHE

Le Président de l'I.N.P.G.

D. BLOCH  
Président  
de l'Institut National Polytechnique  
de Grenoble

P.O. le Vice-Président,

*P.O.*

THESE de DOCTORAT d'ÉTAT  
ès-SCIENCES PHYSIQUES

*Titre de l'ouvrage :*

**SISMOGRAMMES SYNTHÉTIQUES DANS DES  
MILIEUX ÉLASTIQUES HÉTÉROGENES  
DÉVELOPPEMENT MÉTHODOLOGIQUE  
ET APPLICATIONS**

*Nom de l'auteur :* Michel CAMPILLO

*Établissement :* Institut de Recherches Interdisciplinaires de  
Géologie et de Mécanique et Observatoire de Grenoble

**RÉSUMÉ**

La technique de calcul de sismogrammes synthétiques par représentation discrète des champs d'ondes a été étendue aux cas de milieux comportant des couches d'épaisseur variant latéralement ou des corps diffractants. La méthode employée repose sur une discrétisation des frontières et une linéarisation des équations intégrales traduisant les conditions aux limites en toute généralité. Cette technique reste valable quelque soient la forme des interfaces et la gamme de fréquence considérées. Cette approche a été appliquée dans le cas des ondes SH et dans le cas élastique (P-SV). Elle permet en particulier de traiter des problèmes d'interfaces quelconques entre des milieux stratifiés plans de manière très efficace. Le cas de profils de sismique (de surface et profils verticaux) à proximité d'un dôme dans un empilement de couches sédimentaires a pu être simulé. Le calcul de sismogrammes synthétiques a permis d'étudier les caractéristiques du rayonnement sismique produit par une source naturelle depuis la zone épiscopale jusqu'à plusieurs centaines de kilomètres de distance. Il a ainsi été examiné les conditions d'émission des ondes par une fissure étendue. Les mécanismes de propagation et d'atténuation des phases sismiques régionales Pg et Lg ont été étudiés ainsi que les différents effets que produisent sur ces ondes les variations de profondeur et de mécanisme de la source. Les ondes Pg et Lg s'avèrent être des ondes respectivement partiellement et totalement guidées dans la croûte. L'amplitude produite en surface par l'onde Lg est peu sensible à la présence de variations locales de l'épaisseur de la croûte ou de la couche sédimentaire. A partir d'enregistrements courte-période, l'atténuation dans la croûte du centre de la France a été étudiée. Les résultats obtenus montrent une claire dépendance fréquentielle du facteur de qualité. La répartition géographique de ce dernier est très corrélée avec les caractéristiques géologiques locales.

**MOTS-CLÉS**

Sismologie ; Sismogrammes synthétiques ; Diffraction ; Prospection sismique ; Atténuation des ondes ; Massif Central ; Phases sismiques régionales.