



HAL
open science

Intégration des effets des dilatations thermiques dans le tolérancement

Sami Benichou

► **To cite this version:**

Sami Benichou. Intégration des effets des dilatations thermiques dans le tolérancement. Autre. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2012. Français. NNT : 2012DENS0034 . tel-00749566

HAL Id: tel-00749566

<https://theses.hal.science/tel-00749566>

Submitted on 7 Nov 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE DE DOCTORAT
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Présentée par

Monsieur Sami BENICHOU

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN

Domaine :

Mécanique, Génie Mécanique, Génie Civil

Sujet de thèse :

**INTÉGRATION DES EFFETS DES DILATATIONS THERMIQUES
DANS LE TOLÉRANCEMENT**

Thèse soutenue à Cachan le 05 Juillet 2012 devant le jury composé de :

Lionel ROUCOULES	Professeur des Universités, Arts & Métiers ParisTech	Président
Jean-Pierre NADEAU	Professeur des Universités, Arts & Métiers ParisTech	Rapporteur
Serge SAMPER	Professeur des Universités, Polytech'Savoie	Rapporteur
Bernard ANSELMETTI	Professeur des Universités, Université Paris Sud 11 - LURPA	Directeur de Thèse



Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée
ENS CACHAN/EA 1385/Université Paris Sud 11
61 avenue du Président Wilson, 94235 CACHAN CEDEX (France)

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse, Monsieur Bernard Anselmetti, pour m'avoir donné l'opportunité de réaliser cette thèse, ainsi que pour m'avoir encadré et motivé durant ces trois années.

Je remercie également la région Ile de France pour avoir financé cette thèse dans le cadres des pôles de compétitivité ASTech et System@tic.

Je souhaite remercier les différents membres de mon jury. Je suis très reconnaissant de Messieurs Serge Samper et Jean Pierre Nadeau d'avoir accepté d'être rapporteurs de ces travaux de recherche ainsi que pour les questions et remarques qu'ils ont pu me faire dans leur rapport et également lors de la soutenance. Je tiens également à remercier Lionel Roucoules pour avoir accepté de présider mon jury de thèse.

Je souhaite ensuite remercier tous les collègues (permanents, thésards et master) du Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée pour ces trois années (ou moins suivant les cas) passées auprès d'eux. Je tiens plus particulièrement à remercier ma co-bureau Anaïs Guignard ainsi que Matthieu Perin, Nicolas Audfray, Mickael Caux et Alain Stricher pour les différentes discussions et réflexions partagées qui m'ont permis d'avancer. Je remercie également Laurent Champaney pour l'aide et les conseils qu'il m'a apportés sur les calculs par éléments finis.

Je tiens enfin à remercier mes amis et ma famille qui m'ont supporté et aidé depuis tant d'années. En particulier ma mère, mon père et mon ami de longue date Christophe Boissier. Enfin, je tiens à remercier ma chère et tendre femme Amel Benichou pour son aide au quotidien et pour avoir organisé notre mariage alors que je préparais ma soutenance.

Notations

Liste des notations utilisées

- \vec{n}_P : Vecteur normal à la surface au point P du côté libre de la matière
- \vec{u} : Vecteur quelconque donnant la direction d'analyse
- $\overrightarrow{PP'}$: Vecteur déplacement du point P en fonction des défauts de fabrication et/ou des dilatations thermiques (le point P passe en P'). Si les deux variations doivent être montrées, il faut utiliser :
 - $\overrightarrow{PP^a}$ pour les déplacements dus aux tolérances
 - $\overrightarrow{PP^j}$ pour les déplacements dus aux dilatations thermiques à l'état j
 - $\overrightarrow{PP^t}$ pour les déplacements dus au cumul des tolérances et des dilatations thermiques
- $d^a(P, \vec{u})$: Variation de position du point P dans la direction \vec{u} due aux tolérances pour une pièce ou un sous ensemble par rapport à la position nominale ($d^a(P, \vec{u}) = \overrightarrow{PP^a} \cdot \vec{u}$)
- $e^j(P, \vec{n}_P)$: Dilatation thermique à l'état j au point P selon la normale en P donné par le calcul thermique d'une pièce ou d'un sous ensemble due aux dilatations par rapport au support, le signe de $e^j(P, \vec{n}_P)$ est positif si les dilatations entraînent un déplacement de P en P' dans le même sens que la direction normale à la surface du côté extérieur à la matière en P
- λ_P : Signe de l'influence de la dilatation $e^j(P, \vec{n}_P)$ ($\lambda_P = \text{sign}(\vec{n}_P \cdot \vec{u})$)
- $\tau^j(P, \vec{u})$: Variation de position d'un point due aux incertitudes sur la température
- e_P^j : Matrice des trois composantes de déplacement de P dans le repère global

-
- $D_{max}^a(\overrightarrow{FG}, \overrightarrow{u})$: Distance maxi due aux tolérances de l'écart entre deux points F et G dans la direction \overrightarrow{u} ($D_{max}^a(\overrightarrow{FG}, \overrightarrow{u}) = D_{max}^a(G, \overrightarrow{u}) + D_{max}^a(F, -\overrightarrow{u}) + \overrightarrow{FG}_{nominal} \cdot \overrightarrow{u}$)
 - $D_{min}^a(\overrightarrow{FG}, \overrightarrow{u})$: Distance mini due aux tolérances de l'écart entre deux points F et G dans la direction \overrightarrow{u} ($D_{min}^a(\overrightarrow{FG}, \overrightarrow{u}) = -[D_{max}^a(G, -\overrightarrow{u}) + D_{max}^a(F, \overrightarrow{u})] + \overrightarrow{FG}_{nominal} \cdot \overrightarrow{u}$)
 - $\Delta^j(\overrightarrow{FG}, \overrightarrow{u})$: Variation due aux dilatations thermiques à un état j du vecteur \overrightarrow{FG} dans la direction \overrightarrow{u} par rapport à la position nominale (si F et G appartiennent à une même pièce ou sous-ensemble et si \overrightarrow{u} , \overrightarrow{n}_G et \overrightarrow{n}_F sont colinéaires alors $\Delta^j(\overrightarrow{FG}, \overrightarrow{u}) = \lambda_G e^j(G, \overrightarrow{n}_G) - \lambda_F e^j(F, \overrightarrow{n}_F)$)
 - $\delta_{max}^j(\overrightarrow{FG}, \overrightarrow{u})$: Variation complète maxi de la distance entre F et G dans la direction \overrightarrow{u} due à l'ensemble des effets des tolérances, des effets des variations thermiques nominales et des effets des incertitudes sur la température entre les points F et G dans la direction \overrightarrow{u}
 - $\delta_{min}^j(\overrightarrow{FG}, \overrightarrow{u})$: Variation complète mini de la distance entre F et G dans la direction \overrightarrow{u} due à l'ensemble des effets des tolérances, des effets des variations thermiques nominales et des effets des incertitudes sur la température entre les points F et G dans la direction \overrightarrow{u}
 - $\theta^j(\overrightarrow{FG}, \overrightarrow{u})$: Variation due aux incertitudes sur la température entre les points F et G dans la direction \overrightarrow{u} (cette incertitude peut être corrélée ou non)
 - Analyse des tolérances : Calcul de la résultante d'une chaîne de cotes pour un ensemble de tolérances connues
 - Synthèse des tolérances : Optimisation des dimensions nominales dans le but de maximiser les tolérances

Table des matières

Table des figures	vii
Liste des tableaux	xi
I Contexte des travaux	1
I.1 Contexte et problématique	2
I.2 Plan du mémoire	3
II Etat de l'art et travaux préliminaires	5
II.1 Préambule	6
II.2 Tolérancement de pièces déformables	6
II.3 Tolérancement avec prise en compte des dilatations thermiques	12
II.4 Intégration de données	15
II.5 CLIC	18
II.6 Ordre de grandeur des phénomènes étudiés	23
III Méthode d'intégration des effets thermiques dans le tolérancement	27
III.1 Introduction	29
III.2 Calcul 3D de la résultante d'une chaîne de cotes	30
III.3 Mécanismes avec jeu	54
III.4 Incertitudes sur la température	63
III.5 Optimisation du mécanisme	68
III.6 Conclusion	77
IV Analyse des hypothèses	79
IV.1 Introduction	81
IV.2 Complémentarité des services calculs et tolérancement	82
IV.3 Système de références de l'exigence	100

IV.4 Changement des points de contact	103
IV.5 Qualification des interfaces	106
IV.6 Jeu minimum dans les liaisons	107
IV.7 Conclusion	111
V Application à un cas industriel : la turbopompe SNECMA	113
V.1 Introduction	115
V.2 Présentation de la turbopompe	116
V.3 Hypothèses et cotation générale des jonctions	123
V.4 Exigence de distance axiale	128
V.5 Exigence radiale	135
V.6 Etude du jeu	150
V.7 Optimisation du mécanisme	154
V.8 Conclusion	158
Conclusion & Perspectives	159
Bibliographie	163

Table des figures

II.1	Méthode d'assemblage en multi-postes [CAM03]	7
II.2	Etude du côté droit d'un châssis automobile [CAM03]	8
II.3	Méthode Fitflex	9
II.4	Méthode d'analyse d'affleurement [SOD08]	9
II.5	Modes propre d'une surface carrée [SAM09]	10
II.6	Points de contact [SAM09]	11
II.7	Détection de facette de contact [FAV09]	11
II.8	Décomposition par GéoSpelling [ANW05]	12
II.9	Exigence étudiée par Jayaprakash [JAY11]	13
II.10	Graphe des liaisons entre deux pièces [PIE07]	14
II.11	Exemple de deux situations de vie d'un assemblage [PIE11]	14
II.12	Evolution du polytope représentatif d'un mécanisme lors de la prise en compte des dilatations thermiques [PIE11]	15
II.13	Organigramme représentatif du cheminement des informations numériques	17
II.14	Tableau de mise en position [ANS06]	19
II.15	Algorithme de décomposition d'une exigence en sous exigences [ANS08]	20
II.16	Algorithme de transfert d'une exigence [ANS08]	20
II.17	Discrétisation et direction d'analyse [ANS08]	21
II.18	Droite d'analyse [ANS08]	22
II.19	Points de contact [ANS07]	23
II.20	Cylindre de test	24
III.1	Représentation du mécanisme Empilement	30
III.2	Exigence étudiée sur l'empilement	31
III.3	Cotation du bloc obtenue via CLIC	31
III.4	Cotation de l'embase obtenue via CLIC	32
III.5	Champ thermique résultant sur le bloc	34

III.6	Champ des déplacements résultants sur le bloc	34
III.7	Champ thermique résultant sur l'embase	35
III.8	Champ des déplacements résultants sur l'embase	35
III.9	Représentation de l'exigence au point F à l'état nominal	37
III.10	Point F sous l'effet de la température et des tolérances	37
III.11	Position des surfaces à température ambiante	38
III.12	Système de références $D E$ et nominal du bloc	39
III.13	Vérification de l'hypothèse de contact [RAD03a]	40
III.14	Calcul de la résultante à température ambiante	41
III.15	Représentation des influences thermiques sur le bloc	44
III.16	Influences thermiques de l'interface de l'embase sur F	45
III.17	Recherche des points d'analyse thermique sur le système de références .	46
III.18	Influences thermiques du système de références de l'embase sur F . . .	47
III.19	Types d'écart dans une interface	49
III.20	Problème de modélisation du contact	50
III.21	Blocage iso-statique	51
III.22	Mécanisme avec jeu	54
III.23	Exigence étudiée	55
III.24	Cotation de l'arbre (Shaft)	56
III.25	Cotation du palier 1 (Housing)	56
III.26	Cotation du palier 2 (Bearing)	57
III.27	Cotation du support	57
III.28	Points de contact au pire des cas	59
III.29	Variations des points d'analyse l'arbre à un état thermique j	60
III.30	Impact des variations de l'arbre sur le déplacement de F	61
III.31	Variation des points de contact des paliers	61
III.32	Incertitude sur les points de contact des paliers	63
III.33	Régime thermique transitoire sur les deux paliers	67
III.34	Déplacement au point F	68
III.35	Courbes de température utilisées	70
III.36	Comparaison des résultats avec et sans prise en compte des effets ther- miques	75

IV.1	Rappel de la méthode des droites d'analyse	84
IV.2	Ecart thermique du bloc	85
IV.3	Ecart thermique de l'embase	85
IV.4	Obtention des points hors du maillage	86
IV.5	Ecart thermique du mécanisme bloc	87
IV.6	Pire des cas d'un mécanisme avec jeu	89
IV.7	Schématisme des variations thermiques de l'arbre en calcul séparé	90
IV.8	Variations thermiques des pièces du mécanisme avec jeu	91
IV.9	Calcul thermique global orienté	93
IV.10	Blocages des mailles	94
IV.11	Arbre centré dans les paliers	95
IV.12	Procédure globale par effort virtuel avec calcul ambiant	97
IV.13	Procédure globale par effort virtuel sans calcul ambiant	98
IV.14	Références par surfaces de substitution	101
IV.15	Système de références partielles	102
IV.16	Recherche des déplacements d'un point P à partir de références partielles	102
IV.17	Déplacement des points de contact des paliers	103
IV.18	Contact secondaire donné par le tolérancement	104
IV.19	Point de contact déterminé par substitution de surfaces planes	105
IV.20	Représentation de l'erreur locale de contact	107
IV.21	Cotation classique du montage d'un arbre dans un alésage	108
IV.22	Cas possible de blocage	108
IV.23	Recherche du jeu minimum à un état thermique j	109
IV.24	Substitution par cônes	110
V.1	Mécanisme d'étude [SNECMA]	116
V.2	Conditions aux limites du rotor à l'état utilisation	118
V.3	Champ de température dans le rotor à l'état utilisation	119
V.4	Conditions aux limites de rotor	120
V.5	Conditions aux limites mécaniques de carter	120
V.6	Champ thermique dans le carter à l'état utilisation	121
V.7	Conditions aux limites du carter	121
V.8	Exigences étudiées	123

V.9	Mise en position du bloc rotor	124
V.10	Schéma explicatif du contact du rotor avant	124
V.11	Schéma explicatif du contact du carter avant	125
V.12	Spécification du carter avant	126
V.13	Spécification du carter arrière	126
V.14	Spécification du rotor avant	127
V.15	Spécification du rotor arrière	127
V.16	Spécification de la cale (pièce mince déformable)	128
V.17	Direction et points d'analyse de l'exigence	129
V.18	Direction et points d'analyse thermique de l'exigence	131
V.19	Déformation de l'ensemble rotor	132
V.20	Définition de l'étendue étudiée	136
V.21	Influence du jeu sur le recouvrement	137
V.22	Discrétisation de l'exigence E2	140
V.23	Obtention des variations du point O_c	147
V.24	Sections d'étude du jeu	150

Liste des tableaux

II.1 Dilatations calculées	24
III.1 Valeurs dans les paliers	72
III.2 Résultat de l'optimisation en fonction des modèles	74
V.1 Tableau de mise en position de l'ensemble rotor	124
V.2 Tableau de mise en position du rotor avant	124
V.3 Tableau de mise en position du carter avant	125
V.4 Déformations thermiques concernant l'exigence E1	132
V.5 Influence thermique du carter sur MAX(E2)	141
V.6 Influence thermique du carter sur MIN(E2)	142
V.7 Cumul des effets thermiques nominaux pour l'exigence E2	143
V.8 Influence du rotor sur le recouvrement en cas auto-centré	148

Chapitre



Contexte des travaux

Sommaire

I.1	Contexte et problématique	2
I.2	Plan du mémoire	3

I.1 Contexte et problématique

Ces travaux de recherche ont été réalisés dans le cadre du projet Quick GPS labellisé par les pôles de compétitivité System@tic et ASTech avec un financement de la région Ile de France. Le but du projet Quick-GPS est de générer un tolérancement 3D ISO tout au long du processus de conception et de fabrication d'un produit tout en y intégrant un maximum d'informations. Le projet Quick-GPS regroupe différents industriels, la SNECMA (porteur du projet), EADS, RENAULT, Dassault Systèmes, AMETRA, TROCHET, SOKARIS et des académiques, l'ENS Cachan et l'UTC. Les pôles System@tic et ASTech contribue à l'amélioration des compétences des industries aéronautiques de l'Ile de France par le biais de la recherche et l'innovation de produit et de méthodologies.

Dès que la température d'un mécanisme s'élève d'une cinquantaine de degrés, les dilatations sont du même ordre de grandeur que les tolérances des pièces. Il est donc nécessaire de tenir compte des dilatations dans les chaînes de cotes.

Dans l'industrie, les études thermiques et le tolérancement sont généralement faits par deux services différents. Traditionnellement, les calculs thermiques sont effectués sur des pièces nominales parfaites à partir de logiciels de calculs par éléments finis tels que Abaqus, Aster, CAST3M ou Nastran. D'un autre côté, des experts en cotation définissent les chaînes de cotes 1D, 2D et 3D au pire des cas ou en statistique à partir de méthodes ou de logiciels basés sur du tolérancement ISO ou non. Le tolérancement est effectué par calcul ou simulation en considérant des pièces avec défauts pouvant être substitués pour obtenir des surfaces parfaites représentatives des défauts de fabrication. Ces chaînes de cotes sont donc définies à température ambiante et n'intègrent pas les dilatations des pièces suite aux évolutions des champs thermiques dans le mécanisme étudié.

L'objectif de cette thèse est d'ajouter l'influence des dilatations dans les chaînes de cotes. La synthèse des tolérances permet ensuite d'optimiser les dimensions nominales du modèle, pour l'ensemble des régimes thermiques du mécanisme. Dans cette thèse, il ne s'agit pas de développer les méthodes de calculs de déformation ou de dilatation supposées maîtrisées par les entreprises et déjà étudiées par ailleurs par d'autres équipes

de recherche. La problématique est bien de définir une méthodologie de modélisation thermique du mécanisme cohérente avec le calcul du tolérancement. La base des travaux est la méthode des droites d'analyse développée par B. Anselmetti pour calculer la résultante d'une chaîne de cote 3D. Cela impose de formaliser les modes de contacts entre les pièces et les comportements dans les liaisons avec jeux serrés ou libres. La cotation est ainsi établie à 20°C avec la méthode CLIC. Il s'agit donc de déterminer les droites et point d'analyse pour ajouter les écarts dus à la déformation des pièces aux écarts dus aux tolérances.

I.2 Plan du mémoire

Après cette introduction, l'étude bibliographique du chapitre II présentera les travaux dans le domaine du tolérancement de pièces déformables et des effets thermique. La méthode de tolérancement CLIC (Cotation en Localisation avec Influence des Contacts) sera ensuite présentée. Enfin, une étude préliminaire montrant les ordres de grandeurs des effets thermiques par rapport aux tolérances sera présentée.

Dans le chapitre III, la méthodologie d'intégration des effets thermiques dans le tolérancement sera présentée tout d'abord sur un cas simple d'empilage de deux pièces sur lesquelles est appliqué un champ thermique. Ensuite, les liaisons avec jeu seront étudiées avec un arbre monté avec jeu dans deux paliers avec des variations thermiques nominales ainsi que des incertitudes sur la température. La synthèse des tolérances consiste à optimiser les dimensions nominales du mécanisme dans le but de maximiser les tolérances en intégrant les effets thermiques pour chaque état du mécanisme.

Le chapitre IV présente différentes méthodologies d'intégration des effets thermiques dans les chaînes de cotes. Le problème est la décomposition d'un mécanisme complexe en sous assemblages et la prise en compte des jeux soit dans le tolérancement, soit dans le calcul thermique.

Un critère donnant la qualité du contact entre les pièces est proposé.

L'application de ces méthodes est réalisée sur un cas industriel étudié dans le chapitre V. La SNECMA, partenaire industriel dans le projet Quick-GPS nous a fourni la CAO d'une turbopompe en phase de pré-étude. Ce mécanisme subit entre autres de très fortes variations de température et doit répondre à de nombreuses exigences. Après avoir présenté les conditions d'assemblage, la cotation et les champs thermiques appliqués suivant les états sur la turbopompe, trois exigences seront étudiées, une exigence d'écart axial, une exigence de recouvrement radial et une exigence de jeu avec des bornes maxi et mini.

Une conclusion et des perspectives termineront ce mémoire.

Chapitre



Etat de l'art et travaux préliminaires

Sommaire

II.1	Préambule	6
II.2	Tolérancement de pièces déformables	6
II.2.1	Généralités	6
II.2.2	Etude des assemblages	7
II.2.2.1	Méthode de recherche de conformité	7
II.2.2.2	Affleurement de pièces flexibles	9
II.2.3	Modélisation des défauts	10
II.3	Tolérancement avec prise en compte des dilatations thermiques .	12
II.4	Intégration de données	15
II.5	CLIC	18
II.5.1	Présentation générale de la méthode	18
II.5.2	Condition de mise en position	18
II.5.3	Droite d'analyse	21
II.5.4	Calcul des influences	22
II.5.5	Choix de CLIC comme méthode de tolérancement	23
II.6	Ordre de grandeur des phénomènes étudiés	23

II.1 Préambule

Dans cette thèse, le but est d'intégrer des conditions extérieures thermiques dans l'évaluation des chaînes de cotes 3D. Ce chapitre présentera donc un état de l'art des différentes méthodes de tolérancement intégrant les effets mécaniques, les variations possible de pièces souples ou encore des travaux dont le but est également d'intégrer les effets thermiques dans le tolérancement.

Ce chapitre introduira deux outils essentiels pour cette étude, la méthode CLIC développée par Bernard Anselmetti et les calculs thermiques en donnant certains ordres de grandeur.

II.2 Tolérancement de pièces déformables

II.2.1 Généralités

Dans la construction automobile ou aéronautique, de nombreuses parties des structures sont réalisées à partir d'assemblage de pièces minces et élancées donc déformables. Les modèles de tolérancement basés sur des pièces rigides ne peuvent donc pas modéliser les variations des pièces. Dans ce type d'assemblage, les pièces peuvent se déformer fortement suite à l'ajout d'éléments de fixation (vis, soudure...). Cela a donné lieu à plusieurs études afin de garantir le respect des dimensions après montage ou d'assurer un affleurement par exemple pour les pièces de carrosserie (qualité visuelle pour le client).

La problématique consiste à déterminer les caractéristiques géométriques recherchées sur les pièces à l'état libre en simulant l'assemblage de pièces avec des défauts de fabrication ou de montage. Les pièces étant déformables, il s'agit de prédire les formes des pièces sous l'effet des efforts ou de la température pour affiner le calcul de la caractéristique fonctionnelle recherchée. Le plus souvent, la déformation est estimée par un calcul par éléments finis ou une matrice de rigidité.

La difficulté est donc de simuler les défauts et de décrire avec précision le comportement de l'assemblage pour déterminer les efforts et la déformation des pièces.

II.2.2 Etude des assemblages

II.2.2.1 Méthode de recherche de conformité

Lors de l'assemblage des pièces composant la structure d'un mécanisme, chaque pièce apporte ses propres défauts au montage. Certains de ces défauts sont compensés par la méthode de montage ou par d'autres pièces. Différentes méthodes ont été appliquées à l'étude des assemblages flexibles tels que [CHA91, FAI86] mais ces méthodes sont définies à partir de modèles de pièces rigides et donc ne conviennent pas pour simuler les comportements d'assemblages de tôles.

Dans [CAM03], Camelio considère que les défauts de fabrication doivent être minimisés afin de répondre aux exigences, mais qu'il est nécessaire de prendre en compte les erreurs liées au montage dans le cas de pièces flexibles. Il propose une méthode d'analyse des variations dans le cadre de montage en multi-postes (figure II.1) et la met en pratique sur un assemblage de côté droit d'un châssis (figure II.2). Cette méthode intègre les défauts générés en chaque poste d'assemblage jusqu'au produit final.

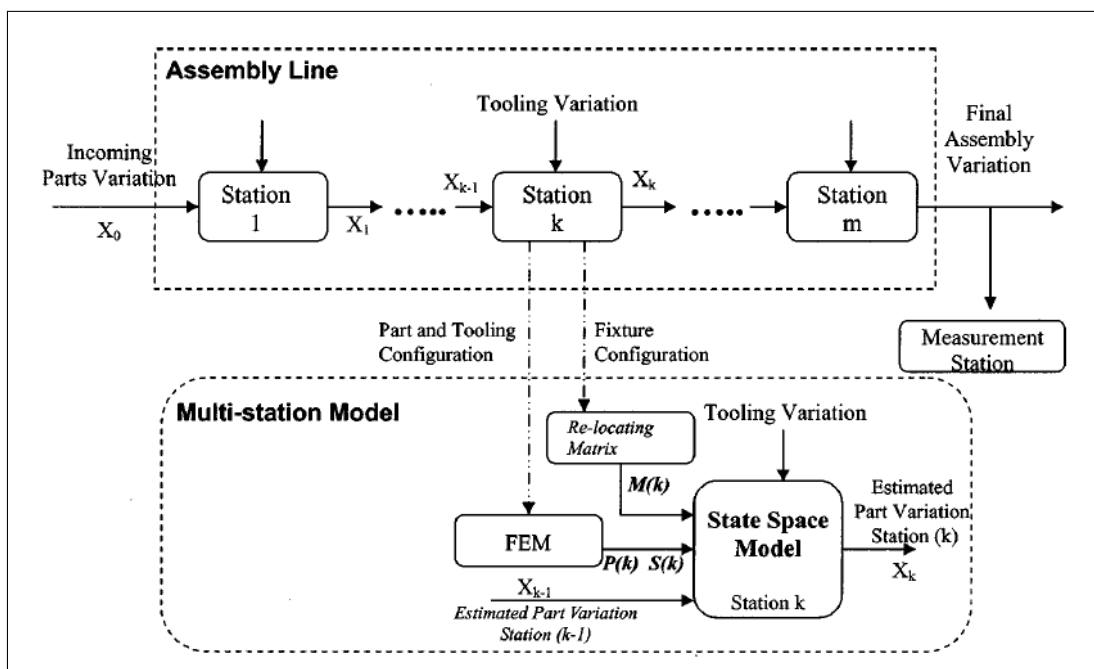


Figure II.1 – Méthode d'assemblage en multi-postes [CAM03]

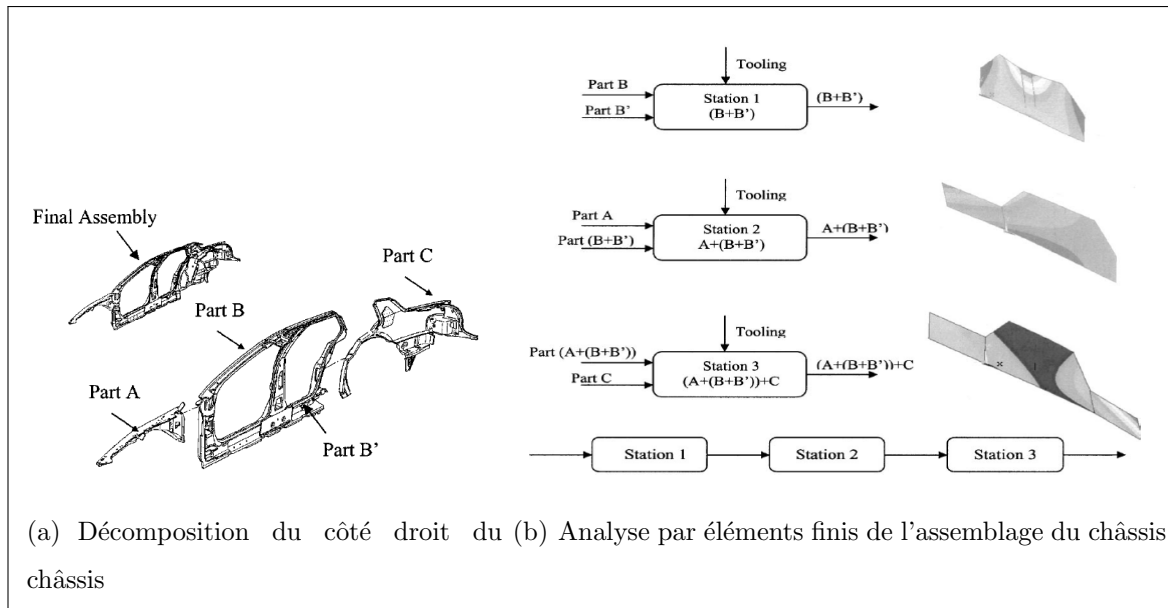


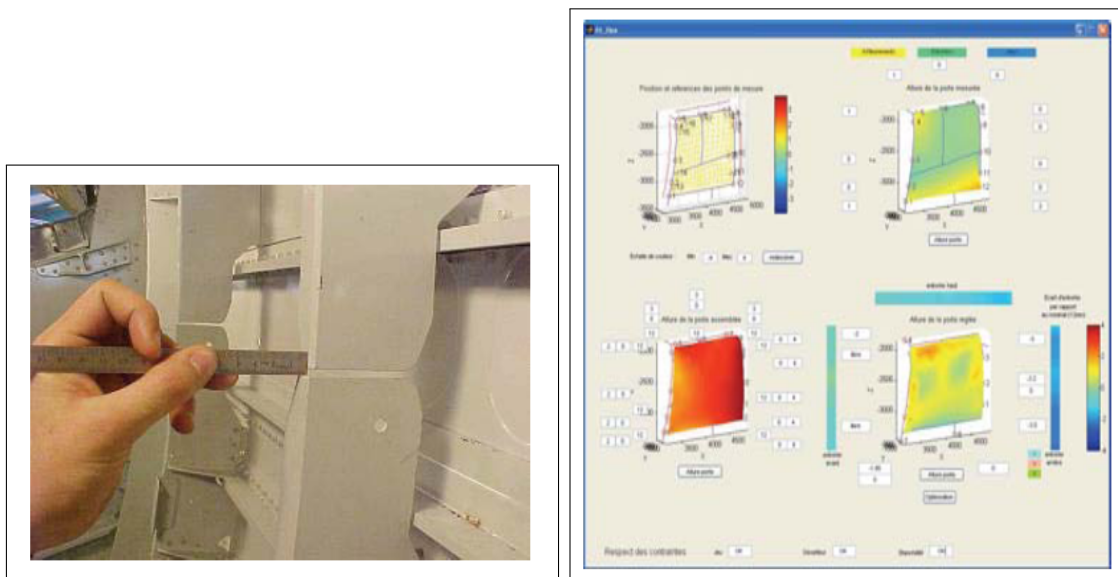
Figure II.2 – Etude du côté droit d'un châssis automobile [CAM03]

Camelio propose ensuite dans [CAM04] une méthode d'analyse des assemblages à partir des covariances des défauts des assemblages de pièces déformables. Les défauts de covariance d'assemblage des pièces donnent un mode de variation et les éléments finis permettent de lier les déformations de toutes les pièces après assemblage.

Hu [HU97, HU06] étudie la propagation des variations en fonction des torseurs de rigidité des pièces lors de montage en multi-postes de pièces flexibles afin de définir une méthode de conception robuste.

Dans [XIE07], Xie étudie la propagation des effets des assemblages de pièces flexibles par analyse des contacts des pièces et des influences des moyens d'assemblage modélisés à partir de torseurs. Lors des calculs, une réduction de dimension améliorée est mise en place pour palier à la problématique de non linéarité des phénomènes et obtenir ainsi une meilleure estimation des propagations des incertitudes sur les procédés d'assemblage.

Lorsque les pièces sont de grandes dimensions, le simple effet de la pesanteur peut impacter la forme des éléments à assembler. Thiébaud propose la méthode Fitflex dont le but est de mesurer les déformations d'une pièce dans les conditions de montage (figure II.3(a)) puis de déterminer les correctifs à appliquer (figure II.3(b)) pour répondre aux exigences [CID04], par exemple en déplaçant les points d'appui.



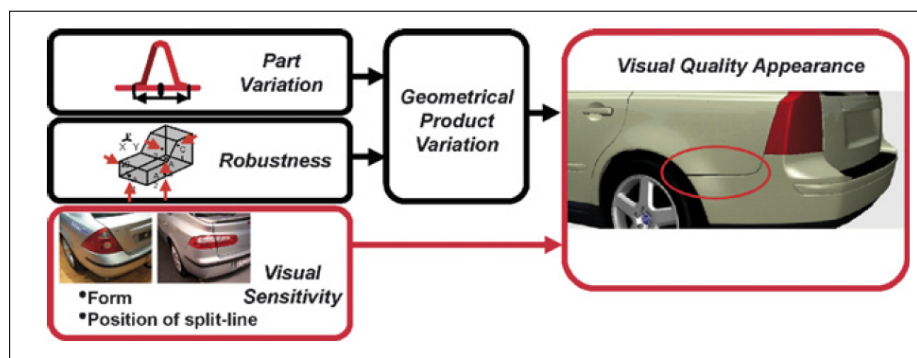
(a) Prise de mesure sur le bâti

(b) Insertion des valeurs dans le logiciel Fitflex

Figure II.3 – Méthode Fitflex

II.2.2.2 Affleurement de pièces flexibles

Les problèmes de variations des pièces flexibles des châssis sont également présents sur les parties extérieures des véhicules. Söderberg étudie cette problématique en développant une méthodologie de visualisation des assemblages à partir de pièces déformables en y ajoutant des phénomènes statistiques d'assemblage [SOD08]. Cette méthode est adaptée dans des outils de prises de décisions au plus tôt dans la conception [SOD06]. La représentation visuelle est obtenue à partir d'écarts statistiques et de données mécaniques (figure II.4). L'ensemble des éléments pris en compte dans les simulations est issu entre autre des calculs par tirages aléatoires de type Monte Carlo [CHA91, SKO97, LIN97, BRU07, QUR12] et des retours de fabrication.

**Figure II.4** – Méthode d'analyse d'affleurement [SOD08]

D'autres études portent uniquement sur la vérification esthétique du produit en fonction de la synthèse des tolérances comme le projet VITAL (Visualising the Impact of Tolerance Allocation) de Maxfield [MAX02].

II.2.3 Modélisation des défauts

Un des problèmes de la simulation de pièces avec défauts est la représentation du défaut simulé ou la modélisation d'un défaut mesuré sur une pièce.

Samper étudie dans [SAM98, LED11] les variations élastiques dans les mécanismes et plus particulièrement dans les liaisons. Cette étude se base sur la modélisation modale des surfaces en contact [SAM07a, SAM07b, SAM09]. Les défauts des interfaces sont générés par addition des n premiers modes propres, chacun pondéré d'un coefficient d'influence (représenté pour une surface carrée avec bords libres figure II.5).

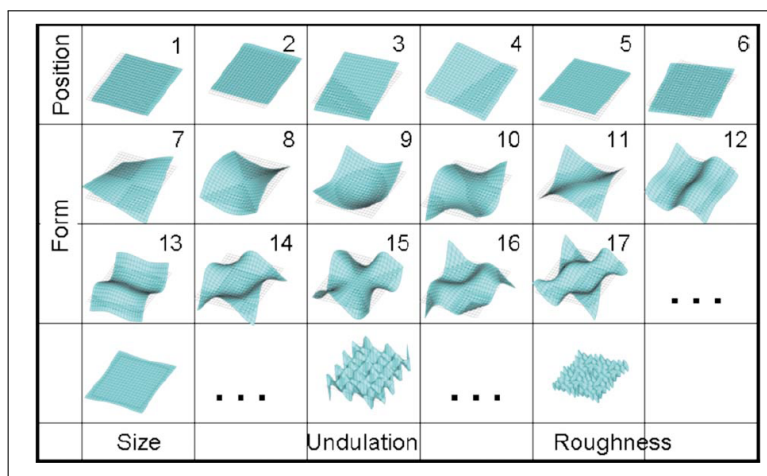


Figure II.5 – Modes propres d'une surface carrée [SAM09]

A partir des ces surfaces avec défauts, Samper détermine les points de contact entre les pièces (figure II.6).

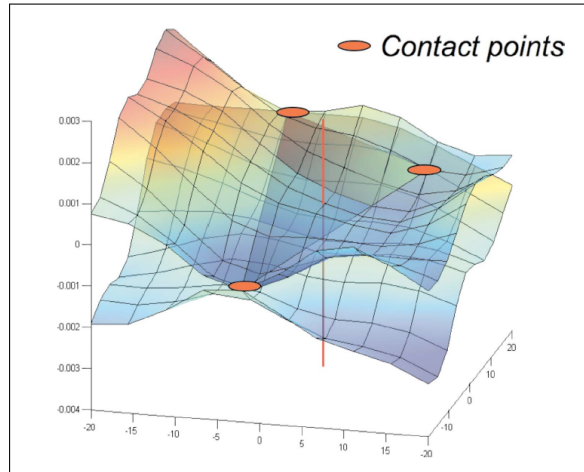


Figure II.6 – Points de contact [SAM09]

La détection des points de contact entre deux surfaces se fait en cherchant les points de contact entre la surface d'écart $A_2 - A_1$ et un plan soumis à un effort dans une direction particulière qui ne crée pas d'interpénétration. La figure II.7 présente une recherche de points de contact dans un cas en 2D.

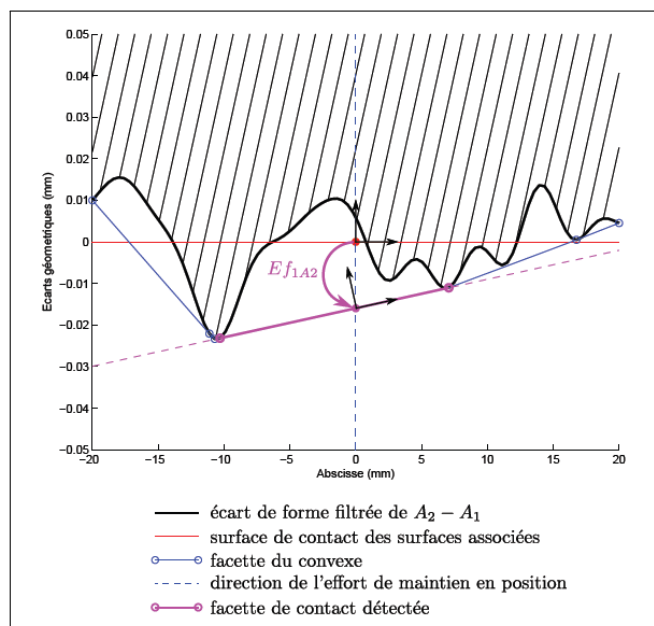


Figure II.7 – Détection de facette de contact [FAV09]

L. Mathieu [MAT03, MAT05, ANW05, ZHA11] modélise les défauts des surfaces par tirages aléatoires sur chaque maille de la surface d'une pièce en simulant les contacts entre les deux pièces (figure II.8).

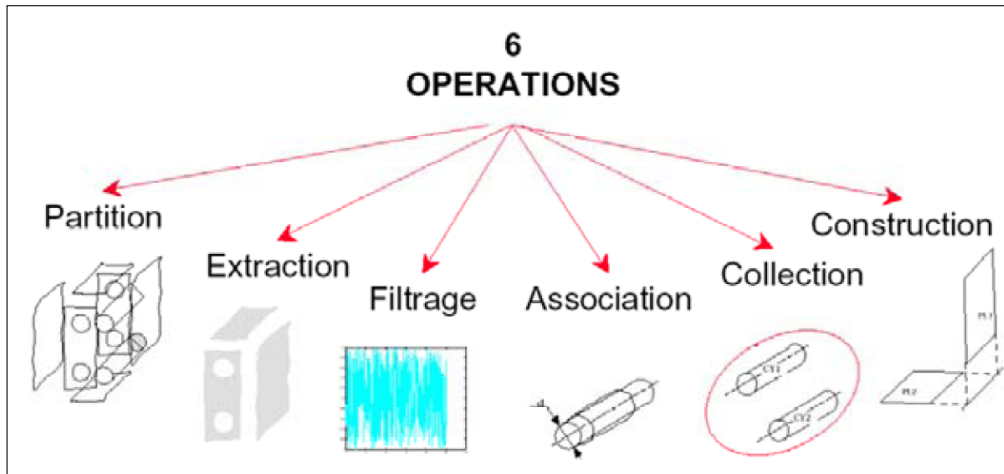


Figure II.8 – Décomposition par GéoSpelling [ANW05]

II.3 Tolérancement avec prise en compte des dilatations thermiques

Plusieurs chercheurs intègrent les effets des dilatations thermique dans le tolérancement. Jayaprakash présente dans [JAY11] une méthodologie d'intégration des effets thermiques dans un modèle de recherche des tolérances en fonction du coût. Les variations thermo-mécaniques calculées par éléments finis sont ajoutées sur des chaînes de cotes linéaires. Les chaînes de cotes thermo-mécaniques sont réalisées à partir de l'algorithme NSGA-II qui est basé sur la loi de Pareto [LIA11] afin de trouver le meilleur compromis possible. Cette méthode a été appliquée sur un engrenage afin de contrôler une exigence de distance (Y) entre deux plans (figure II.9), mais ne permet pas de connaître les influences de chaque terme sur les exigences. Les optimisations doivent donc se faire par essais successifs, ce qui demande un très grand temps de calcul.

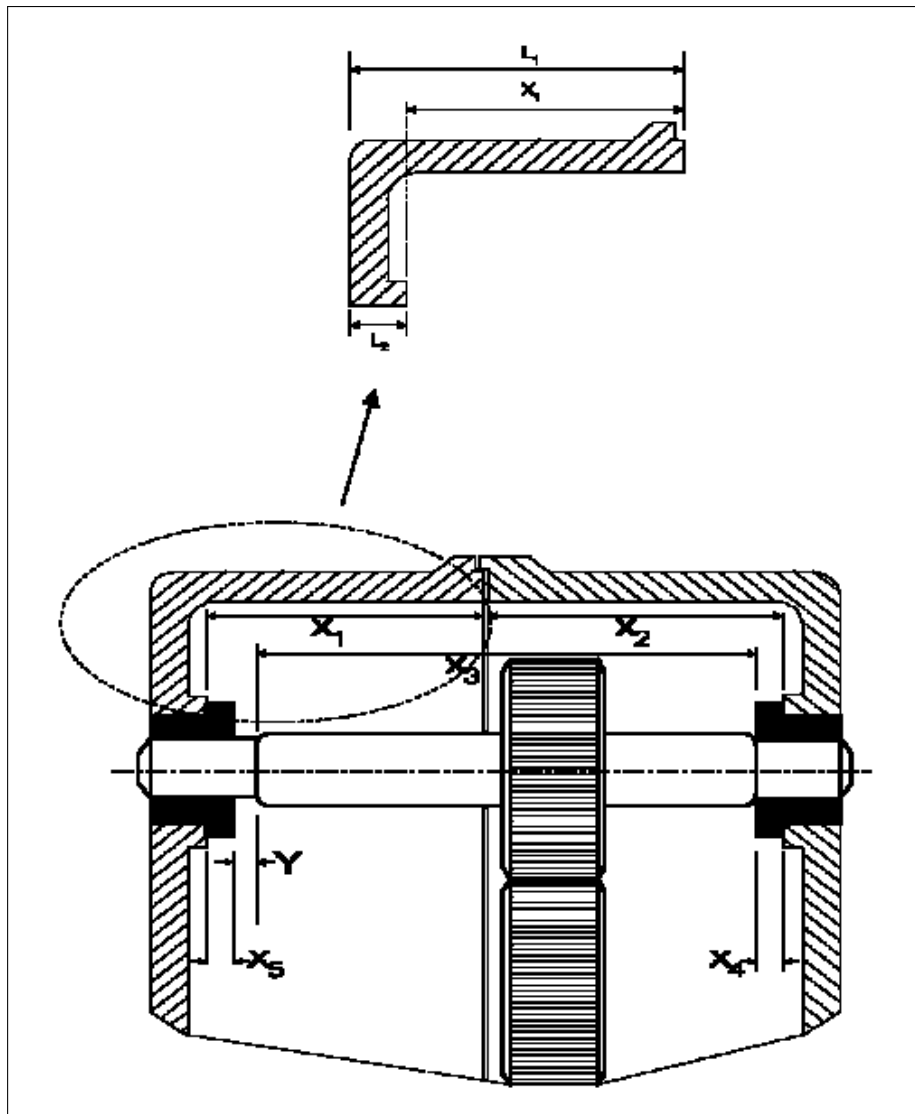


Figure II.9 – Exigence étudiée par Jayaprakash [JAY11]

Mandil propose dans [MAN09a, MAN09b] une méthode de prise en compte des effets thermiques dans le tolérancement à partir des TTRS et des calculs éléments finis. Les TTRS lui permettent d'obtenir les chaînes de cotes en fonction de l'exigence étudiée. Les éléments finis sont ensuite utilisés pour obtenir les variations dues aux effets thermiques et sont ensuite intégrés dans les dimensions nominales. Cela permet donc de déterminer l'influence de chaque état thermique sur les exigences. Dans cette méthode, les pièces sont modélisées sous forme de squelettes. Cela ne permet donc pas la prise en compte des effets 3D dans le calcul des chaînes de cotes.

Pierre prend en compte les dilatations thermiques à partir de chaînes de cotes basées sur des polytopes [PIE07, PIE09, PIE11]. L'ensemble des contacts et des exigences entre les surfaces est présenté sous forme de graphes des liaisons (figure II.10).

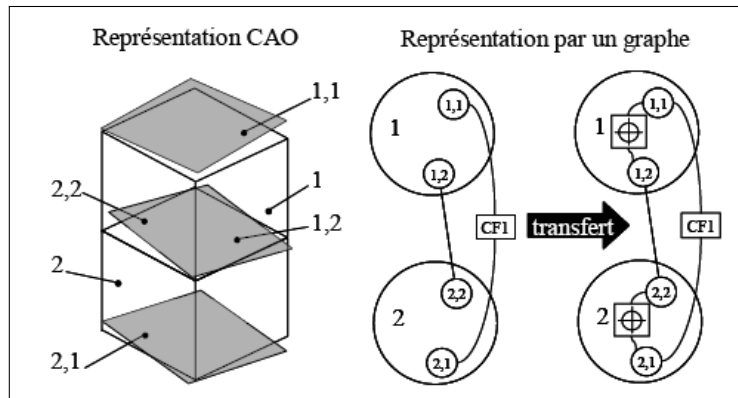


Figure II.10 – Graphe des liaisons entre deux pièces [PIE07]

Le tolérancement 3D est modélisé sous forme de polytopes définis par les variations possibles des surfaces de liaison et les bornes données par les exigences [TEI99]. Les calculs thermiques sont effectués en fonction des situations de vie du mécanisme (figure II.11) afin de déterminer les pièces thermo-mécaniquement influentes. Un modèle thermique de chaque pièce est reconstruit par association des surfaces. Les variations entre ces surfaces de substitution et les surfaces nominales sont ensuite ajoutées aux polytopes des déplacements des surfaces associées. Cela fait passer le polytope représentatif de la situation nominale (figure II.12.a) à la situation avec prise en compte des dilatations thermiques (figure II.12.b).

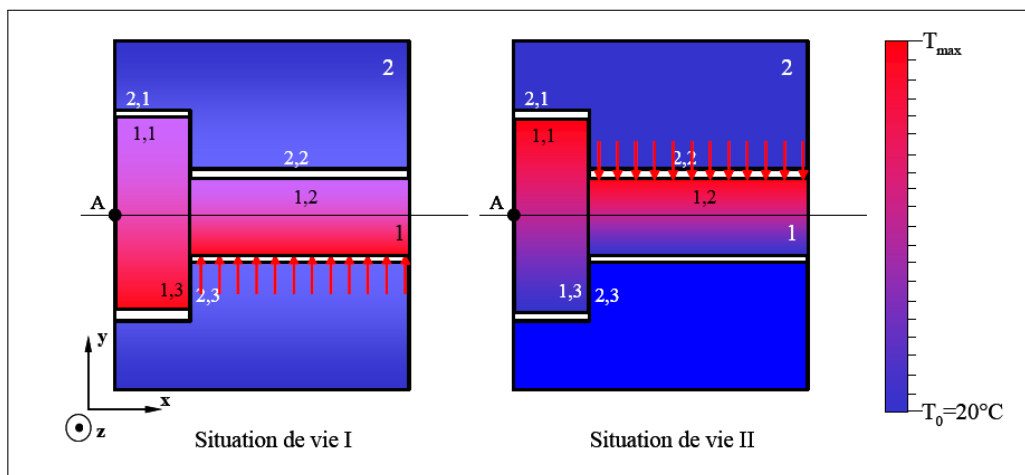


Figure II.11 – Exemple de deux situations de vie d'un assemblage [PIE11]

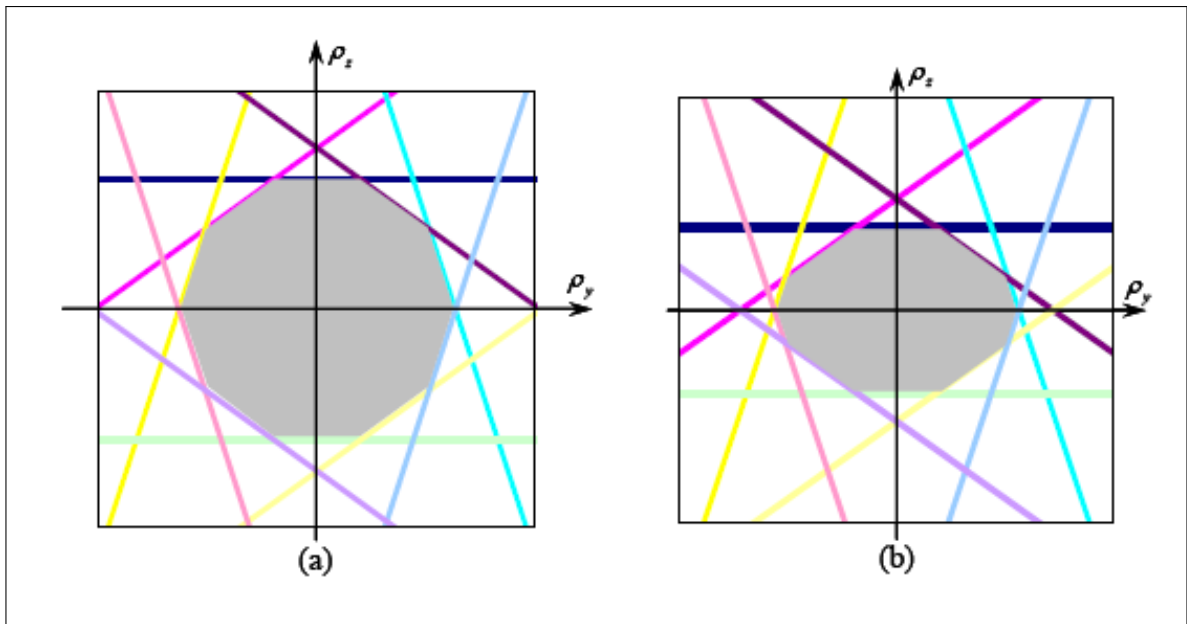


Figure II.12 – Evolution du polytope représentatif d'un mécanisme lors de la prise en compte des dilatations thermiques [PIE11]

Cette méthode utilise des surfaces de substitution de même type que la surface nominale pour prendre en compte les dilatations thermomécaniques ce qui peut surévaluer les défauts. Pour l'étude d'un cylindre par exemple, cela empêche de prendre en compte des effets de conicité induit par des températures différentes aux extrémités du cylindre.

II.4 Intégration de données

Les travaux en PLM traitent de la problématique d'intégration de toutes les données du cycle de vie d'un produit de sa conception à sa destruction en passant par les phases de vie du mécanisme. De nombreuses études traitent des problématiques d'intégration de certaines composantes du processus de vie telles que :

- l'intégration du coût dans les modifications de géométrie du mécanisme [ZHA93] ;
- l'éco-conception [CHE11] ;
- l'intégration du processus de fabrication dans la conception [ROU06, ROU07] ;
- etc.

Les recherches dans le domaine des calculs thermiques sont très nombreuses (champs thermiques dans les composants électroniques [MAR10], des habitations [LUN09, LUN10a, LUN10b], etc.). Les différents travaux présentés dans la partie II.3 intègrent des déplacements obtenus par calculs dans des chaînes de cotes.

Les méthodes de calculs thermiques ne seront pas développées dans cette thèse. Les calculs thermiques sont supposés réalisés par des experts avec des outils de calculs opérationnels.

Les écarts dus aux déformations thermiques sont définis selon deux approches :

- déplacement de chaque maille ;
- déplacement d'une surface de substitution.

Dans le cadre de cette thèse, l'intégration des effets thermiques dans le tolérancement sera faite par l'utilisation de différents logiciels.

- Le modèle numérique de la pièce ainsi que la définition du maillage sont réalisés dans CATIA V5.
- Le calcul thermique par éléments finis est réalisé sous CAST3M (calcul purement thermique ou thermomécanique car seuls les déplacements des noeuds seront pris en compte).
- Le transfert du maillage entre le .dat généré par CATIA et le .sauv en entrée dans CAST3M est réalisé par un programme de Laurent Champaney (<http://laurent.champaney.free.fr/perso/>).
- Les chaînes de cotes 3D et la cotation ISO sont obtenues par la méthode CLIC.
- L'intégration se fait par export des trois composantes des toutes les mailles de la peau du mécanisme dans un fichier Excel utilisé par le démonstrateur de CLIC.

Ce modèle générique est présenté figure II.13

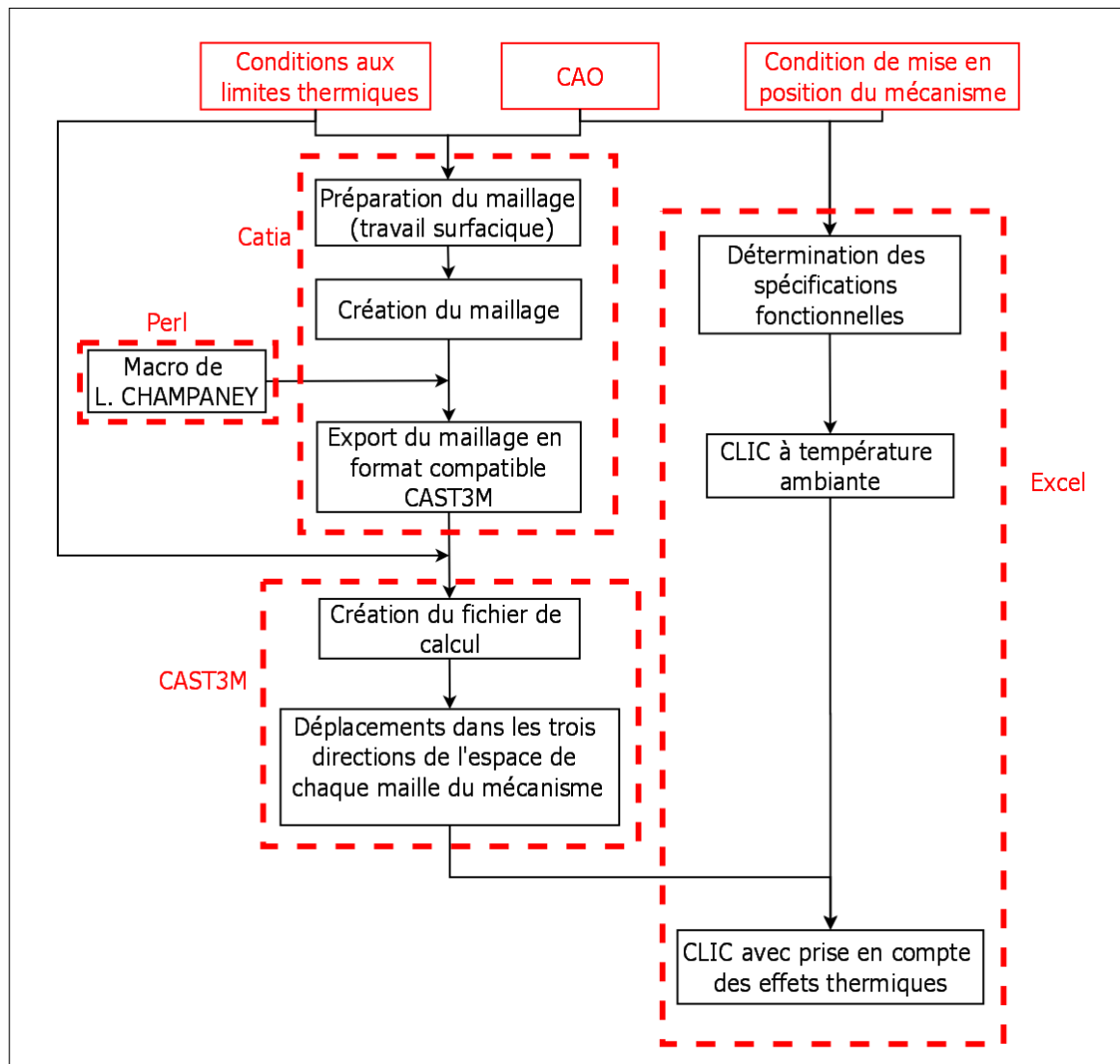


Figure II.13 – Organigramme représentatif du cheminement des informations numériques

II.5 CLIC

II.5.1 Présentation générale de la méthode

La méthode CLIC (Cotation en Localisation avec Influence des Contacts) développée par Anselmetti [ANS08] depuis 1997 permet d'étudier un mécanisme complet à partir d'un modèle CAO et de la description de la mise en position des pièces. Les étapes sont les suivantes :

- génération des exigences par reconnaissance de forme des surfaces fonctionnelles des mécanismes ;
- pour chaque exigence :
 - recherche des pièces influentes ;
 - spécification ISO des pièces ;
 - calcul de la relation donnant la résultante de la chaîne de cotes 3D en fonction des tolérances ;
- optimisation sur l'ensemble des exigences des dimensions nominales des pièces pour maximiser les capacités de chaque tolérance de chaque pièce.

L'analyse de tolérance se base sur la notion de droite d'analyse définie en II.5.3 afin de calculer la résultante des influences des défauts en fonction des conditions de contact. L'obtention des variations est donc liée à l'étude des contacts entre les pièces.

II.5.2 Condition de mise en position

L'étude des mécanismes est liée aux conditions de contact souhaitées par le concepteur. Pour un même assemblage cylindre plan, un concepteur peut choisir le plan en référence primaire alors qu'un autre considérera le guidage cylindrique comme liaison primaire. Afin de connaître précisément les choix de conception, Anselmetti propose dans [ANS06] un tableau de mise en position entre deux pièces ou sous-ensembles. Pour chaque jonction, ce tableau décrit l'ensemble des informations nécessaires à la définition du contact : les pièces participant au contact, la nature du contact (contact, jeu...), l'appellation des surfaces en contact, leur type (plan, cylindre, cylindres coaxiaux...),

leur ordre de prépondérance et les composants standards (vis, rondelles...) participant à la liaison. La figure II.14 présente ce type de tableau pour le montage d'un arbre dans son logement qui est composé de deux pièces.

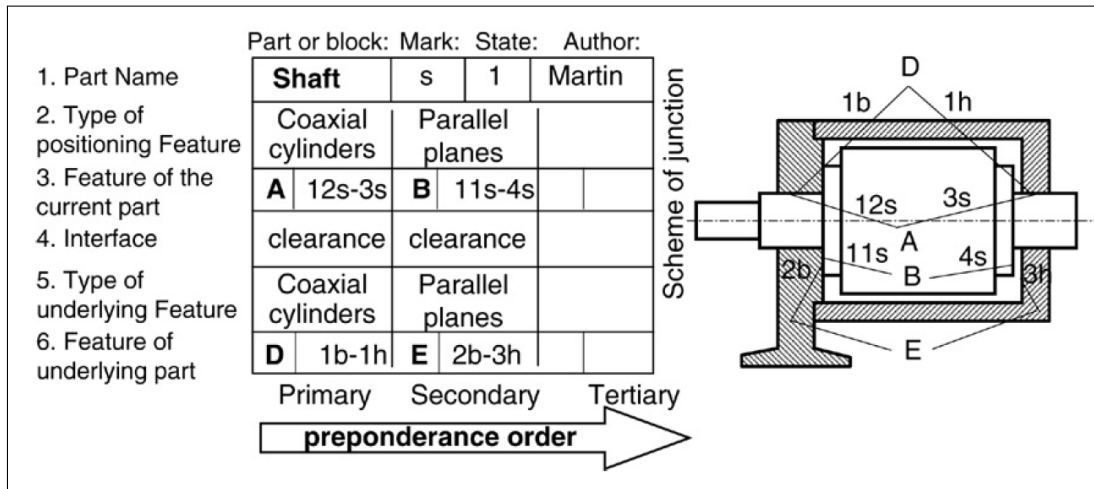


Figure II.14 – Tableau de mise en position [ANS06]

Ces différents tableaux de mise en position sont utilisés pour générer la cotation des surfaces de jonction à l'aide d'une table donnant les spécifications à appliquer en fonction du type de surface de référence et de sa prépondérance (primaire, secondaire ou tertiaire). Cela permet de définir l'ensemble des exigences à vérifier pour assurer une bonne qualité des jonctions du mécanisme (exigence de montabilité). Les autres exigences sont des exigences de non contact, d'affleurement, de recouvrement ou liées à l'assemblage de composants (vis, circlips, joints toriques,...). Il faut également traiter toutes les exigences externes imposées par le cahier des charges du mécanisme.

Ces exigences sur les surfaces terminales peuvent être transférées à toutes les surfaces intervenant dans la variation de l'exigence à l'aide d'un algorithme de transfert décrit par Mejbri [MEJ05] et automatisé par Anselmetti [ANS08] dans un fichier EXCEL avec des macros VBA (figures II.15 et II.16).

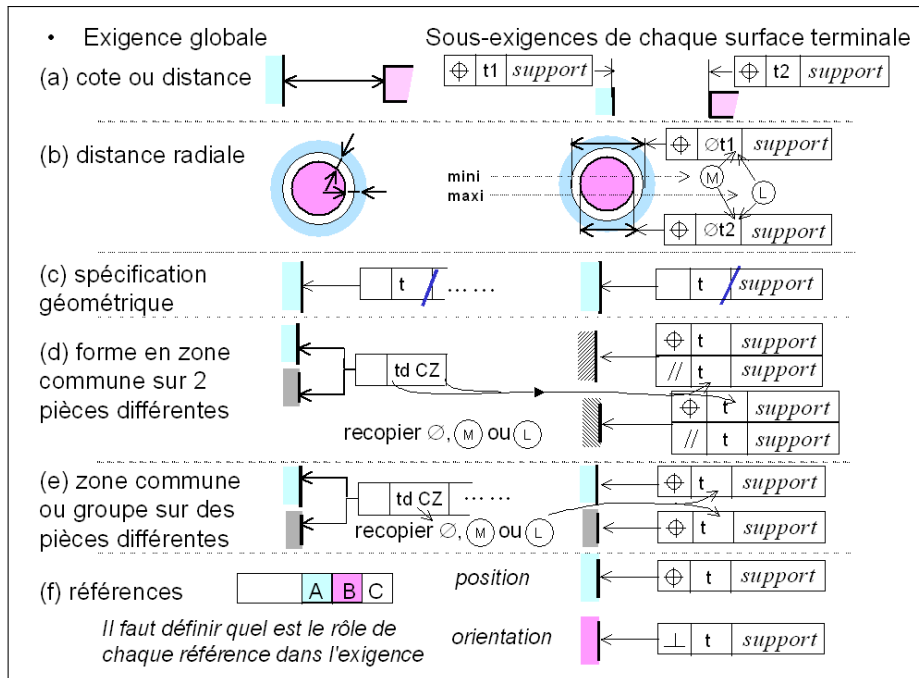


Figure II.15 – Algorithme de décomposition d'une exigence en sous exigences [ANS08]

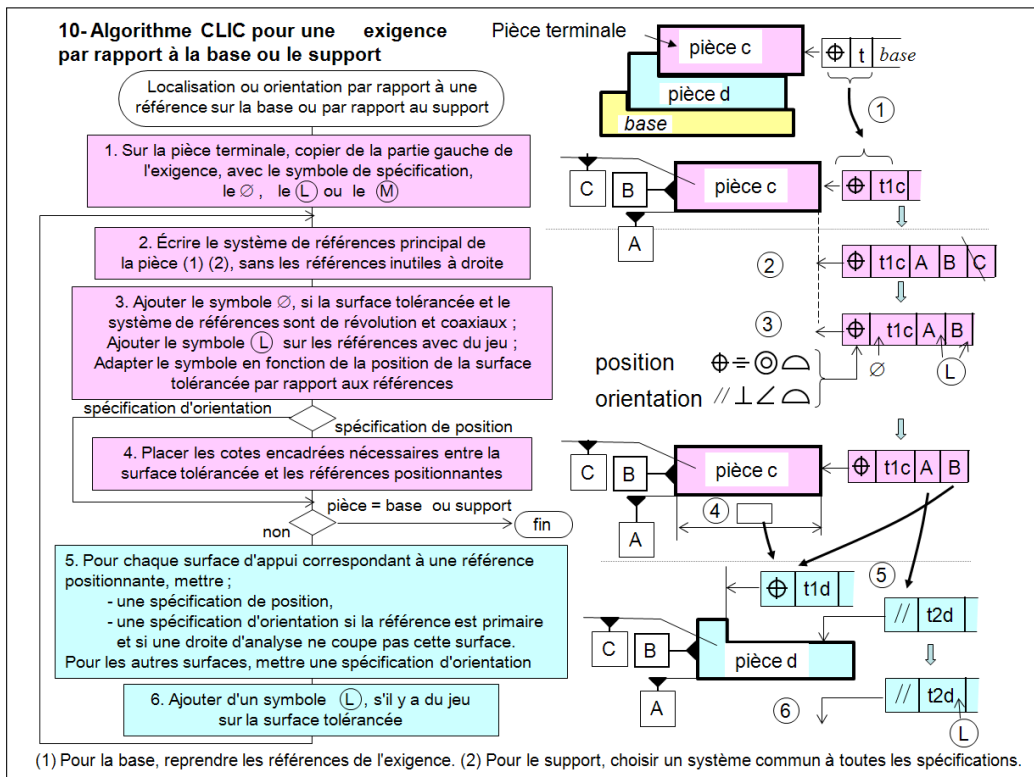


Figure II.16 – Algorithme de transfert d'une exigence [ANS08]

A ce stade, les valeurs des tolérances à appliquer ne sont toutefois pas connues et sont simplement initialisées à une valeur par défaut dans l'environnement EXCEL.

II.5.3 Droite d'analyse

Le calcul de la résultante est réellement tridimensionnel notamment au sens de la prise en compte des effets angulaires et des défauts dans les systèmes de références. Cette méthode est basée sur le torseur des petits déplacements, mais au lieu de faire le cumul des torseurs pour calculer l'effet au point terminal, l'idée est de calculer l'influence de chaque torseur d'écart sur le point terminal pour faire la somme des influences, donc une simple somme de scalaires qui se prête bien au cumul statistique.

Le calcul de la résultante dans CLIC se fait au pire des cas. Pour cela, les pièces sont étudiées aux états virtuels au minimum de matière (L) ou au maximum de matière (M). De ce fait, les surfaces sont de géométries parfaites. La figure II.17 présente les points limites à étudier sur la surface terminale qui doit être discrétisée ainsi que les directions d'analyse correspondantes pour différents types de surface terminales.

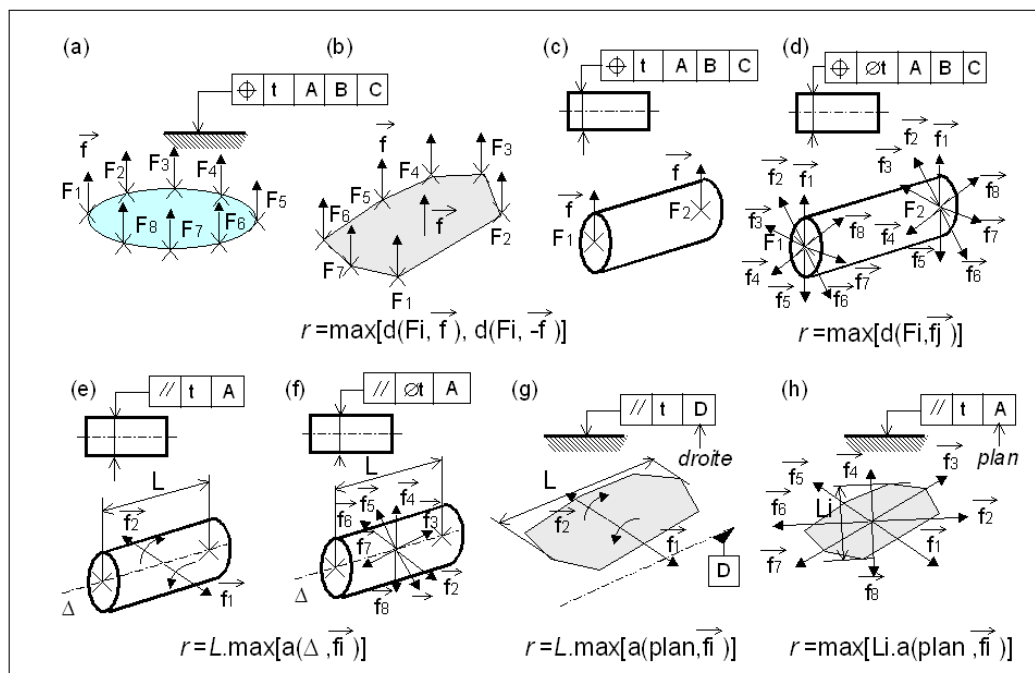


Figure II.17 – Discretisation et direction d'analyse [ANS08]

La variation du point terminal étudié dépend des variations des pièces liant la surface terminale au système de références. Le principe de la droite d'analyse est de déterminer pour chaque pièce l'influence des tolérances sur la position du point terminal en considérant les autres pièces comme parfaites. La figure II.18 montre l'obtention de l'influence totale en fonction des influences de chaque pièce.

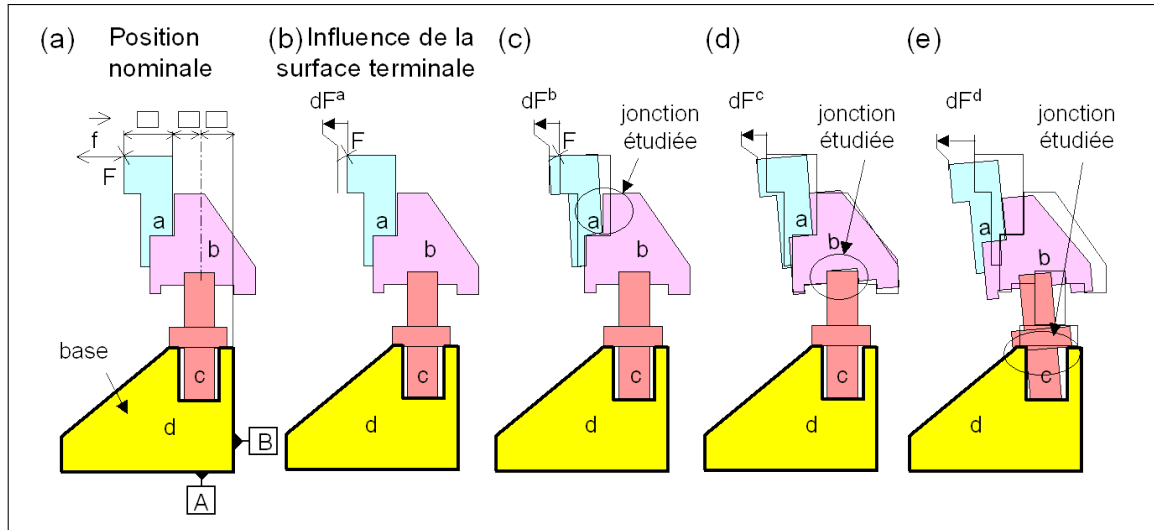


Figure II.18 – Droite d'analyse [ANS08]

La variation complète au point terminal F est donc la somme des influences au point F de chaque jonction.

$$dF = \sum dF_i \quad (\text{II.1})$$

II.5.4 Calcul des influences

Le problème complet revient donc à étudier l'influence des défauts d'une jonction sur un point d'analyse F dans une direction \vec{f} . Cette jonction comporte a priori trois liaisons : une primaire, une secondaire et une tertiaire. B. Anselmetti a montré qu'il est généralement possible de définir la variation due à une jonction au point F par la relation de transfert suivante :

$$d(F, \vec{f}) = d(P, \vec{p}) + d(S, \vec{s}) + d(T, \vec{t}) \quad (\text{II.2})$$

Dans cette relation de transfert 3D, les points P , S et T sont des points d'analyse particulier appartenant respectivement aux surfaces de référence primaire, secondaire et tertiaire.

La figure II.19 illustre le cas d'une jonction plan - plan. S est un point de l'arête secondaire. P est un point du plan primaire. Les déplacements dS et dP sont les mêmes que les déplacements du point I situé sur la droite d'analyse (F, \vec{f}) , d'où la relation :

$$d(F, \vec{f}) = \sin \varphi . dP + \cos \varphi . dS \quad (\text{II.3})$$

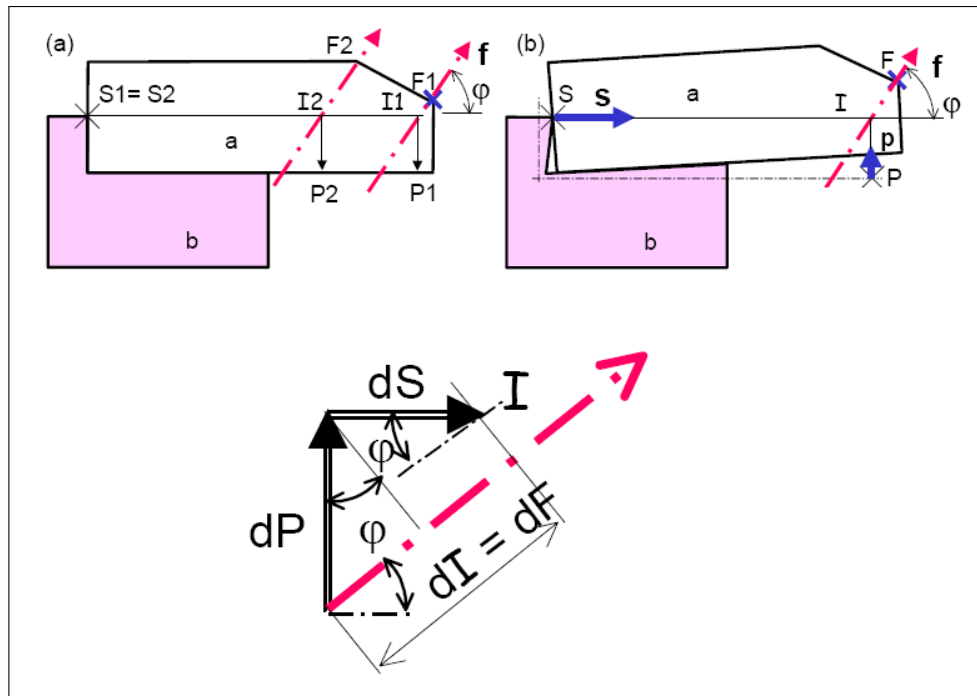


Figure II.19 – Points de contact [ANS07]

Dans cette figure II.19, le point P appartient au plan de référence primaire de la pièce a , le point S est le point de contact de la référence secondaire de a avec la pièce b .

II.5.5 Choix de CLIC comme méthode de tolérancement

La méthode CLIC offre la possibilité d'étudier les variations d'un mécanisme à partir de points d'analyses situés à l'interface entre les pièces. Ces variations dues aux tolérances peuvent être complétées par les dilatations thermiques pour obtenir des chaînes de cotes thermiques. De plus, les chaînes de cotes calculées intègrent les effets 3D et sont exploitables pour tous types de mécanismes. Cette méthode étant systématique, elle est automatisable et peut ainsi permettre la réalisation d'un démonstrateur.

II.6 Ordre de grandeur des phénomènes étudiés

Dans les chaînes de cotes 3D, les dimensions des pièces dépendent des valeurs des tolérances. Dans les calculs thermiques, les pièces calculées sont aux dimensions no-

minales. Il est donc nécessaire de savoir si les déformations thermiques dépendent des tolérances. De même, lors des calculs thermiques, des incertitudes sur les champs de température apparaissent. Il est également nécessaire de déterminer leurs influences par rapport aux tolérances. Pour cela, une étude simple est effectuée sur un cylindre (figure II.20), le but est de déterminer la variation de position de la surface terminale par rapport à la surface de référence A (exigence de localisation).

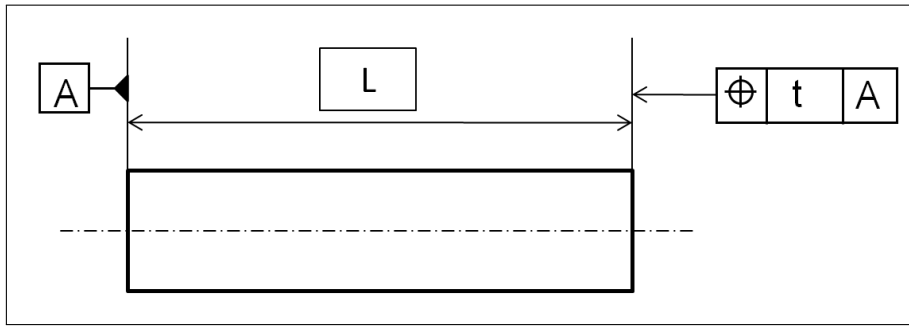


Figure II.20 – Cylindre de test

Le champ thermique appliqué sur le cylindre est uniforme. Le cylindre est supposé en acier uniforme (coefficient de dilatation thermique $\alpha = 12e^{-6}K^{-1}$). L'étude porte sur trois paramètres prenant plusieurs valeurs possibles :

- la longueur L ($20mm$, $100mm$ et $500mm$) ;
- la variation de température ΔT ($45^\circ C$, $50^\circ C$ et $55^\circ C$) ;
- la tolérance t ($0.200mm$).

Les variations sont données en mm dans le tableau II.1.

	$L = 20mm$			$L = 100mm$			$L = 500mm$		
	$L - \frac{t}{2}$	L	$L + \frac{t}{2}$	$L - \frac{t}{2}$	L	$L + \frac{t}{2}$	$L - \frac{t}{2}$	L	$L + \frac{t}{2}$
$\Delta T = 45$	0.011	0.011	0.011	0.054	0.054	0.054	0.270	0.270	0.270
$\Delta T = 50$	0.012	0.012	0.012	0.060	0.060	0.060	0.300	0.300	0.300
$\Delta T = 55$	0.013	0.013	0.013	0.066	0.066	0.066	0.330	0.330	0.330

Tableau II.1 – Dilatations calculées

Cette étude montre que les variations thermiques sont indépendantes des dimensions des pièces dans leur intervalle de tolérances (second ordre sans effets au micron). De ce

fait, il est possible de coupler des calculs thermiques réalisés sur des pièces nominales avec des chaînes de cotes étudiées sur des pièces tolérancées.

Les incertitudes thermiques quant à elles ne sont pas négligeables. Ici, une simple variation de $\pm 5^{\circ}\text{C}$ engendre des erreurs de $\pm 0.006\text{mm}$ sur un cylindre de 100mm .

En conclusion, les effets thermiques dus aux variations de la température sont les mêmes sur un modèle nominal ou sur une pièce au minimum ou au maximum de matière. Les calculs thermiques seront donc toujours réalisés sur des pièces nominales. L'effet thermique sera ajouté à l'effet des tolérances et des incertitudes sur le champ thermique.

Chapitre



Méthode d'intégration des effets thermiques dans le tolérancement

Sommaire

III.1 Introduction	29
III.2 Calcul 3D de la résultante d'une chaîne de cotes	30
III.2.1 Prise en compte du champ thermique	30
III.2.1.1 Mécanisme élémentaire	30
III.2.1.2 Notion d'état thermique	32
III.2.1.3 Définition des champs thermiques	33
III.2.1.4 Séparation des effets des tolérances et de la température	36
III.2.2 Influence des tolérances	38
III.2.2.1 Analyse des zones de tolérance	38
III.2.2.2 Modèle de contact entre les pièces	39
III.2.2.3 Calcul de la résultante à température ambiante	40
III.2.3 Influence des dilatations	42
III.2.3.1 Décomposition du calcul	42
III.2.3.2 Influence thermique du bloc	43
III.2.3.3 Influence thermique de l'interface de l'embase	44
III.2.3.4 Influence des dilatations thermiques des surfaces de références	46
III.2.3.5 Cumul des influences thermiques	48
III.2.4 Exploitation des résultats	48

III.2.5	Etude détaillée du transfert aux interfaces	49
III.2.6	Influence des points fixes du calcul thermique	51
III.2.7	Conclusion sur les mécanismes sans jeu	53
III.3	Mécanismes avec jeu	54
III.3.1	Présentation du mécanisme exemple	54
III.3.2	Définitions des champs thermiques appliqués	58
III.3.3	Exigence de localisation en bout d'arbre	58
III.3.3.1	Principe	58
III.3.3.2	Influence des tolérances et des jeux	59
III.3.3.3	Influence de la dilatation	60
III.3.3.4	Cumul des effets	62
III.3.4	Conclusion sur les mécanismes avec jeu	62
III.4	Incertitudes sur la température	63
III.4.1	Facteurs d'incertitudes	63
III.4.2	Estimation des incertitudes	64
III.4.3	Prise en compte de l'incertitude	65
III.4.4	Incertitude corrélée	65
III.4.5	Variations des régimes thermiques	66
III.4.6	Régime transitoire	66
III.5	Optimisation du mécanisme	68
III.5.1	Objectifs	68
III.5.2	Champs thermiques utilisés	69
III.5.3	Equations à respecter	70
III.5.4	Optimisation de la position nominale	71
III.5.5	Optimisation des diamètres nominaux	72
III.5.6	Qualité des modèles	73
III.5.6.1	Etude des différents modèles	73
III.5.6.2	Comportement en température	74
III.5.6.3	Analyse des résultats	76
III.6	Conclusion	77

III.1 Introduction

Après avoir présenté différentes méthodes de tolérancement dans le chapitre précédent, le choix est fait de se baser sur la méthode CLIC développée par B. ANSELMETTI. Cette méthode étant définie pour des mécanismes à température ambiante, il faut donc y ajouter les effets des dilatations thermiques résultant des cycles de fonctionnement des mécanismes. L'une des difficultés provient du fait que les calculs thermiques et le tolérancement sont souvent réalisés par des personnes différentes et en prenant des hypothèses également différentes. Les calculs thermiques sont modélisés sur des pièces nominales parfaites par le service calcul. Les chaînes de cotes sont générées par un autre service sur des pièces avec défauts (pire des cas au maximum ou au minimum de matière).

Le but de ce chapitre est de définir une méthodologie cohérente pour prendre en compte les effets des dilatations thermiques dans des chaînes de cotes 3D. Dans une première partie, cette méthode sera décrite sur un mécanisme simple sans jeu pour permettre de définir les différentes hypothèses et relations entre le modèle thermique et le modèle des chaînes de cotes. Cette méthode sera étendue aux mécanismes avec jeux qui génèrent une problématique supplémentaire car les jeux sont pris en compte à température ambiante, mais les jeux dépendent de la température.

Les calculs thermiques sont réalisés en fonction d'un champ de température théorique. Suivant la température extérieure réelle, l'état du système de refroidissement, l'usure des pièces..., la température réelle au sein du mécanisme peut légèrement varier de manière aléatoire ou corrélée. Ce chapitre propose également une prise en compte des incertitudes sur le champ thermique.

Les exigences doivent être vérifiées pour tous les états thermiques, par exemple pour un cycle de montée en température ou de refroidissement. Nous présenterons une démarche pour isoler la situation critique vis-à-vis d'une exigence.

Enfin, quand les différents effets agissant sur l'ensemble des exigences du mécanisme sont connus (détermination des chaînes de cotes avec prise en compte des effets thermiques), le mécanisme peut être optimisé pour maximiser les valeurs des tolérances

appliquées, et ainsi de pouvoir diminuer les coûts de fabrication tout en respectant les exigences pour tous les états thermiques.

III.2 Calcul 3D de la résultante d'une chaîne de cotes

III.2.1 Prise en compte du champ thermique

III.2.1.1 Mécanisme élémentaire

Ce mécanisme "Empilement" (Figure III.1) servira de base pour présenter la démarche de cotation et de transfert de cotes pour traiter les liaisons sans jeu, avec un simple contact primaire et secondaire. Le but est de décrire les différentes hypothèses et les notations du modèle de transfert. Le cas des liaisons avec jeu sera traité en III.3.

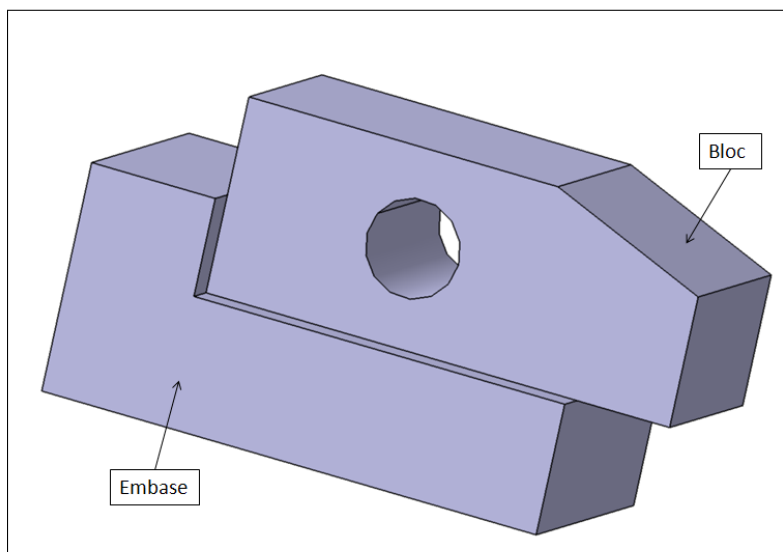


Figure III.1 – Représentation du mécanisme Empilement

Ce mécanisme est composé de deux pièces en acier, un Bloc (b) posé sur une Embase (e). Les contacts entre les pièces nominales sont définis par des plans parfaits. Le bloc est considéré comme posé sur l'embase. Le contact est supposé assuré par exemple par des vis, sans déformer les pièces.

Le bloc est percé afin de simuler un passage de fluide chaud pour l'étude thermique de la partie III.2.1.3.

Une exigence de localisation du plan incliné du bloc est définie par rapport au système de références sur l'embase (figure III.2).

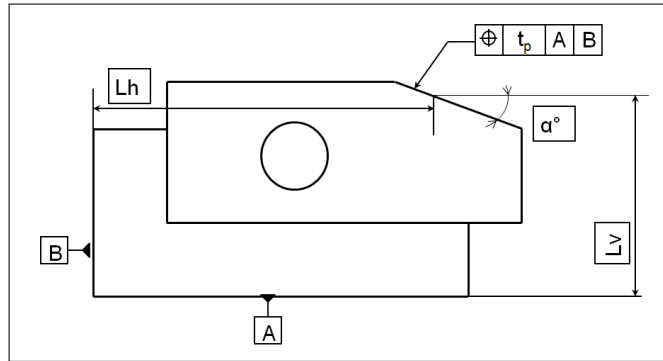


Figure III.2 – Exigence étudiée sur l'empilement

D'après cette exigence, le plan incliné du bloc doit se trouver entre deux plans théoriques parallèles distants de t_P , centrés sur la position nominale par rapport au système de références $A|B$ défini sur l'embase.

En métrologie, la température de référence définie dans la norme [ISO1] est 20°C. Le modèle CAO et la cotation décrivent l'état de la pièce à 20°C. L'écriture des spécifications est la même avec ou sans étude thermique.

Les cotations sont réalisées avec la méthode CLIC (figures III.3 et III.4). Sur le bloc (pièce terminale), la surface terminale est localisée par rapport au système de références $D|E$ (S3).

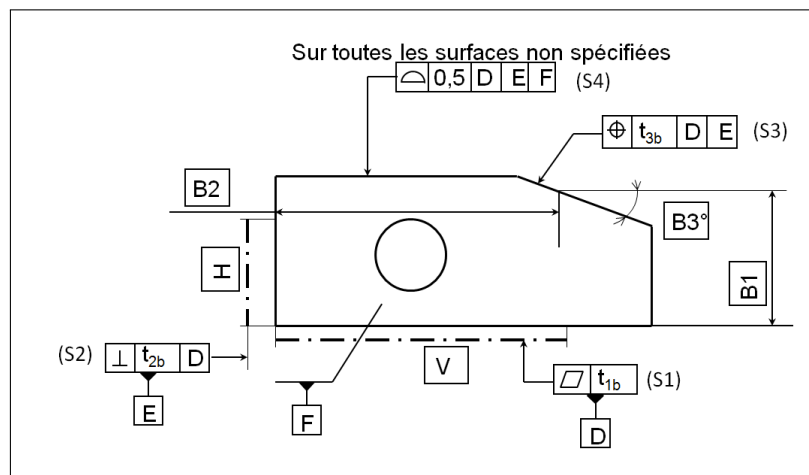


Figure III.3 – Cotation du bloc obtenue via CLIC

D est la surface restreinte correspondant à la partie en contact commune au bloc et à l'embase. De même, E est la surface restreinte de hauteur H correspondant à la partie en contact commune au bloc et à l'embase.

Le trou du bloc n'est pas coté car il n'intervient pas dans la chaîne de cotes étudiée. Ce trou ainsi que les autres surfaces non cotées sont considérés comme spécifiés par la tolérance générale (S4).

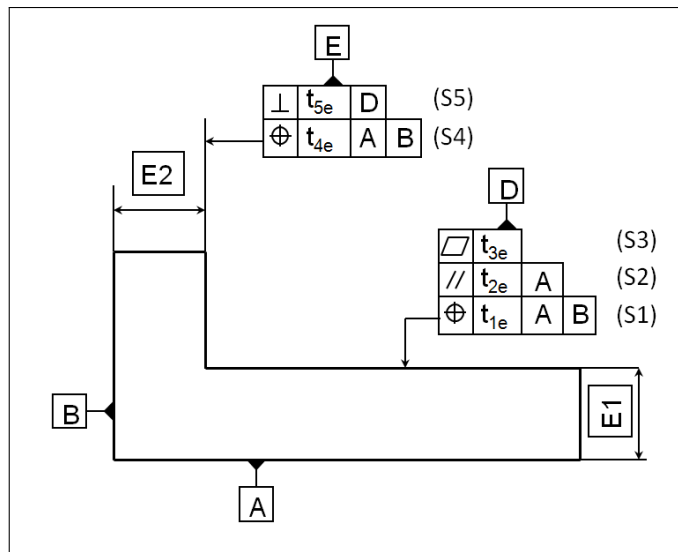


Figure III.4 – Cotation de l'embase obtenue via CLIC

Sur l'embase (figure III.4), les surfaces de l'interface d'appui du bloc sont positionnées par rapport au système de références $A|B$ qui est également le système de références de l'exigence. A l'interface, les deux planéités (S1) du bloc et (S3) de l'embase et les deux perpendicularités (S2) du bloc et (S5) de l'embase assurent le bon contact entre les pièces. La localisation (S3) du bloc et les localisations (S1) et (S4) de l'embase constituent les maillons de la chaîne de cotes correspondant à l'exigence. Le plan primaire D de l'interface appartenant à l'embase reçoit en plus une spécification de parallélisme (S2) car elle oriente le bloc.

III.2.1.2 Notion d'état thermique

Un état thermique est un régime thermique particulier de l'élément étudié. Cet état peut être transitoire ou stable. Chaque état thermique sera noté par un exposant qui

peut être un chiffre, une lettre ou un nom. A titre d'exemple, la résultante sera écrite sous la forme $\delta^j(F, \vec{n})$ où j définit un état thermique spécifique. L'exposant a sera utilisé pour les termes calculés à température ambiante (soit 20°C). Dans un premier temps, on peut considérer qu'un état thermique est défini à un instant donné. C'est une "photo" thermique du mécanisme. Les régimes transitoires seront abordés en III.4.5. Sauf indication contraire, l'exigence étudiée doit être respectée pour tous les états thermiques, ce qui peut conduire à ajuster les dimensions nominales et à réduire les tolérances par rapport à un simple calcul à 20°C.

Dans le cadre de cette thèse, on considère que les différents états thermiques ainsi que les déplacements des noeuds des surfaces pour chaque état sont fournis par des experts thermiciens du bureau de calcul de l'entreprise. Par contre, les chaînes de cotes fonctionnelles sont réalisées par les concepteur du bureau d'études. Le challenge de ce travail est de définir une ou plusieurs démarches cohérentes entre ces deux métiers. Il faut de plus formaliser des méthodologies de travail, notamment par la définition des conditions aux limites pour les interfaces entre les pièces, en particulier pour les liaisons avec jeu.

La méthode de calcul proposée consiste à déterminer les chaînes de cotes à 20°C (température de référence) et à ajouter des termes complémentaires correspondant à l'influence de la dilatation.

III.2.1.3 Définition des champs thermiques

Les champs thermiques peuvent être classés en deux catégories :

- Les champs thermiques uniformes. Ces champs n'engendrent pas de modification de forme pour des pièces en matériau isotrope. Les dilatations linéaires peuvent se calculer aisément à l'aide d'un simple coefficient de dilatation linéaire.
- Les champs thermiques quelconques. Ces champs peuvent engendrer des modifications de forme. Industriellement, les températures et les déformations locales sont calculés numériquement par les éléments finis.

Les dilatations sont calculées entre l'état thermique de la pièce et la température de référence.

Pour cet exemple, les calculs thermiques des deux pièces sont indépendants. Le champ thermique appliqué sur le bloc (Figure III.5) montre une distribution non uniforme de la température. Une face du bloc est considérée comme froide et l'autre comme chaude. Les températures de la pièce sont comprises entre 10°C et 200°C. On constate un gradient de température sur le plan incliné ainsi que dans le perçage.

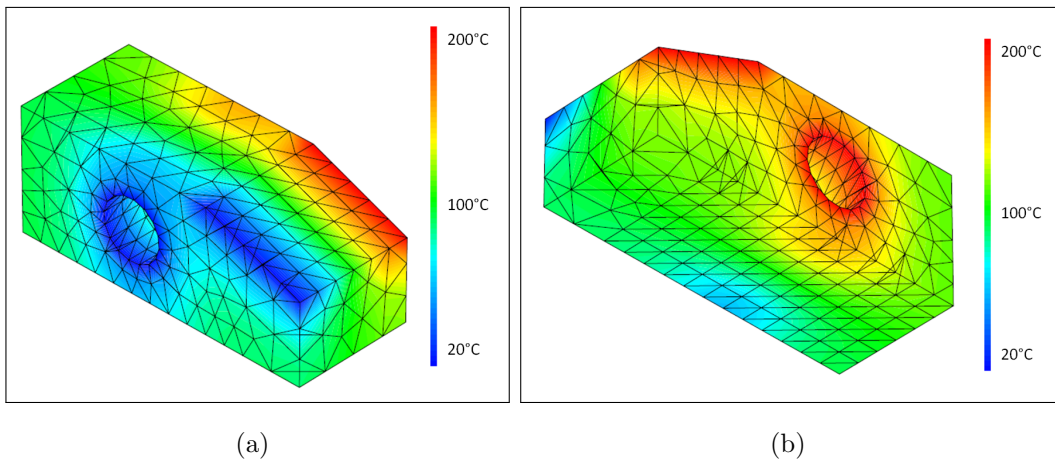


Figure III.5 – Champ thermique résultant sur le bloc

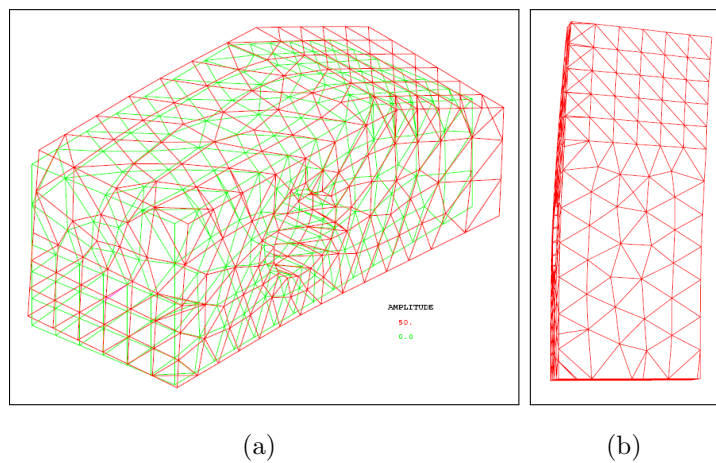


Figure III.6 – Champ des déplacements résultants sur le bloc

Sur les deux figures III.6 réalisées avec CAST3M, le maillage vert représente la pièce nominale et le rouge la pièce déformée avec une amplification des déplacements de 50. Le champ thermique est transformé en champ mécanique et permet ainsi d'obtenir les déplacements des noeuds de la pièce.

Pour calculer les déplacements des mailles, un blocage iso-statique a été réalisé avec trois points de blocage sur l'appui primaire, deux sur le secondaire et un servant de tertiaire. Les différents blocages n'interviennent que de manière normale aux surfaces. Le déplacement des mailles dépend donc des points fixes. Nous montrerons que la technique de calcul 3D proposée donne des résultats indépendants du choix de ses points fixes (voir la partie III.2.6).

Le champ thermique appliqué sur l'embase (Figure III.7) est non uniforme. La surface de référence A comporte des zones chaudes à 250°C et des zones froides à 25°C . Le refroidissement représente un système d'échangeur de chaleur par fluide perdant de la capacité le long de son trajet.

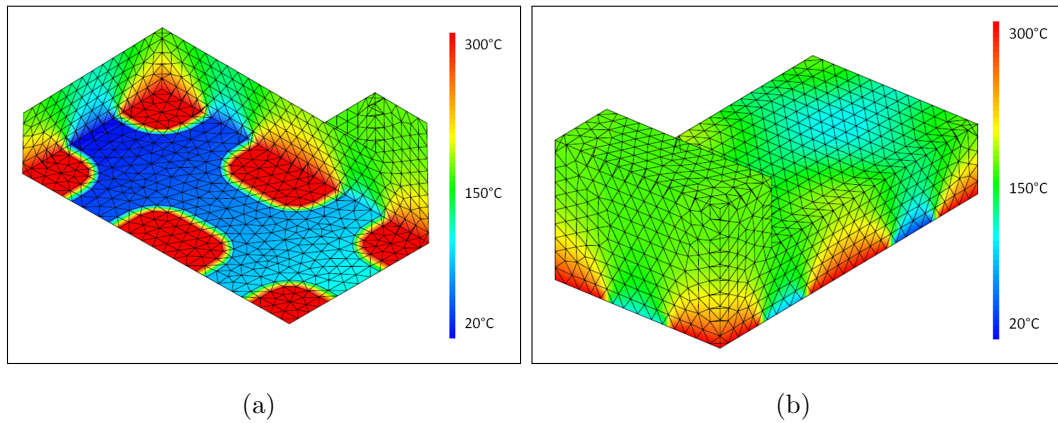


Figure III.7 – Champ thermique résultant sur l'embase

Les blocages mécaniques isostatiques de l'embase sont effectués en six points.

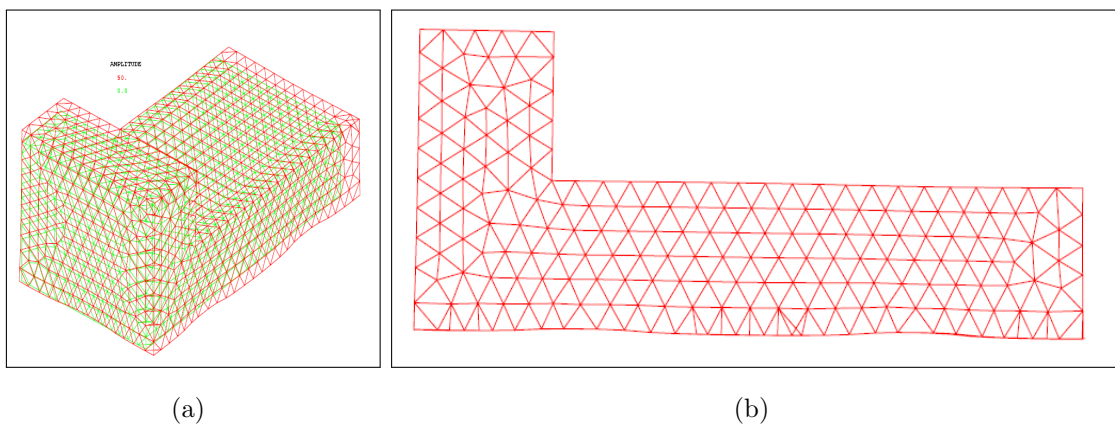


Figure III.8 – Champ des déplacements résultants sur l'embase

Les deux figures III.7 et III.8 montrent que l'influence de la température engendre des déformations de la surface de référence. Les plans de l'interface étant éloignés des sources de chaleur sont peu déformés mais subissent une variation de position. Ces déviations auront un impact sur l'exigence étudiée. Le contact entre les deux pièces est perturbé car les surfaces ne sont pas planes.

III.2.1.4 Séparation des effets des tolérances et de la température

La méthode proposée pour calculer la résultante d'une chaîne de cotes 3D pour un état thermique donné s'appuie sur la méthode des droites d'analyse décrite dans la partie II.5.3. Le principe consiste à déterminer les chaînes de cotes à 20°C puis à ajouter l'influence des dilatations aux différents points d'analyse. Comme pour la méthode classique, le calcul sera fait pour chaque point d'analyse F_i de la surface fonctionnelle.

La situation "nominale" du point F par rapport au système de référence $A|B$ est définie par les pièces parfaites nominales. Le déplacement d'un point F appartenant à la surface terminale de l'exigence (figure III.9) dans la direction \vec{f} dû aux tolérances et aux dilatations à l'état thermique j par rapport au système de références de l'exigence représenté par son origine O_F (intersection des références A et B) peut s'écrire :

$$\delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = D^a(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) \quad (\text{III.1})$$

Cette équation met en relation différents paramètres :

- la variation totale du point terminal $\delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})$ due aux tolérances et aux dilatations ;
- la variation du point terminal due aux tolérances $D^a(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})$. Ce terme correspond aux effets des tolérances sur l'exigence. Sa méthode d'obtention est considérée comme connue. Son équation donnée par la méthode des droites d'analyse classique est exprimée uniquement en fonction des tolérances ;
- l'influence au point terminal des effets thermiques $\Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})$ à l'état j . Ce terme sera exprimé par une simple somme des déplacements des points d'analyse avec des coefficients d'influence.

Le point O_F donne le support des calculs. Il permet donc de connaître l'ensemble des éléments impliqués dans le calcul des variations du point terminal en fonction du système de références.

La méthode est développée sur un point F particulier de la surface terminale. La figure III.9 représente l'exigence avec le système de références $A|B$ de l'exigence et la surface nominale positionnée par rapport à ce système de références.

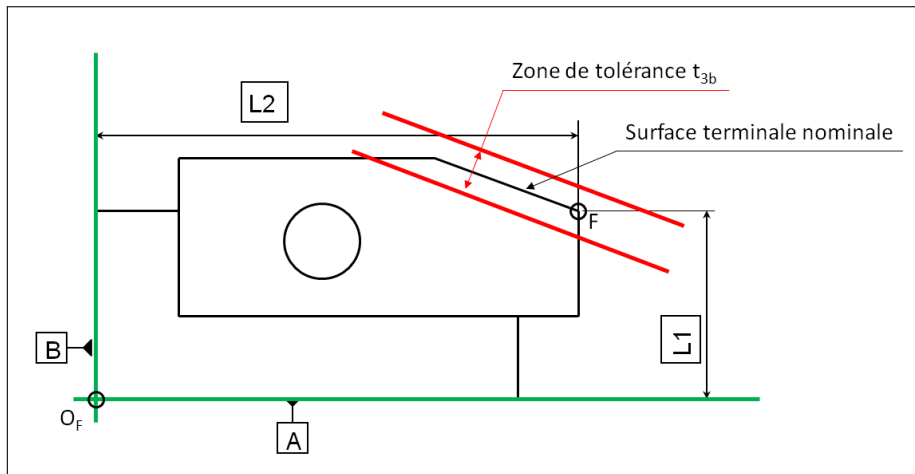


Figure III.9 – Représentation de l'exigence au point F à l'état nominal

Les variations dues aux tolérances et à la dilatation à l'état j déplacent la surface terminale réelle. Cela engendre le déplacement de F à F^j dans la direction \vec{f} est $\delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})$.

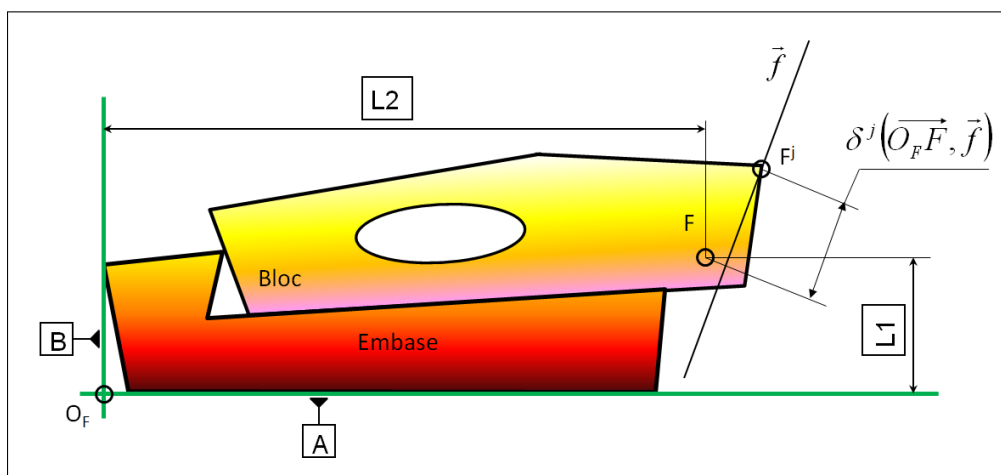


Figure III.10 – Point F sous l'effet de la température et des tolérances

L'exigence sera vérifiée à l'état j si :

$$\begin{cases} \delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) \leq \frac{t_P}{2} \\ \delta^j(\overrightarrow{O_F F}, -\vec{f}) \leq \frac{t_P}{2} \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

III.2.2 Influence des tolérances

III.2.2.1 Analyse des zones de tolérance

On cherche les pièces conformes aux tolérances qui donnent le déplacement maximum du point F dans la direction \vec{f} (à température ambiante de 20°C. Ce déplacement (représenté figure III.11) est donné par la relation :

$$D^a(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = \overrightarrow{F F^a} \cdot \vec{f} \quad (\text{III.3})$$

Cette grandeur caractérise la variation entre le point F se trouvant à la position nominale (par rapport à $A|B$) et le point F^a se trouvant sur la surface réelle.

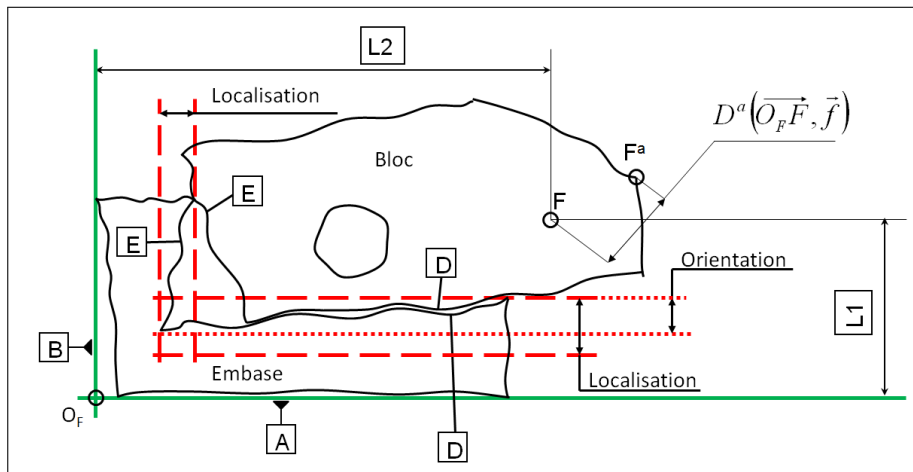


Figure III.11 – Position des surfaces à température ambiante

La surface réelle d'appui primaire D de l'embase doit se trouver simultanément dans les deux zones de tolérances de la localisation (S1) et du parallélisme (S2) définies figure III.4. La surface réelle d'appui secondaire E de l'embase doit se trouver dans la zone de tolérance de la localisation (S4).

Le bloc est posé sur l'embase. La surface réelle D du bloc vient en contact avec de la surface réelle D de l'embase. La surface réelle E du bloc vient en contact avec la surface réelle E de l'embase.

III.2.2.2 Modèle de contact entre les pièces

L'hypothèse de contact de la méthode CLIC [ANS08] consiste à dire que le système de références $D|E$ du bloc est tel que la référence primaire D est dans les zones de tolérance de la surface d'appui. La référence secondaire est au contact avec au moins une ligne de la zone de tolérance de la surface d'appui secondaire. Les pièces présentées figure III.12 illustrent des pièces qui donnent cette configuration défavorable :

- le système de références de l'exigence est $A|B$;
- les surfaces nominales de l'interface appartenant à l'embase sont positionnées en fonction des distances théoriques exactes $E1$ et $E2$ (cotes encadrées) ;
- les zones de tolérances de position sont centrées sur les surfaces nominales ;
- la direction \vec{f} étant vers le haut, la zone de tolérance d'orientation est placée à la limite supérieure de la zone de position ;
- le système de références est construit en passant par les points $Pt1$ et $Pt2$, tel que la référence D soit inclinée au maximum.

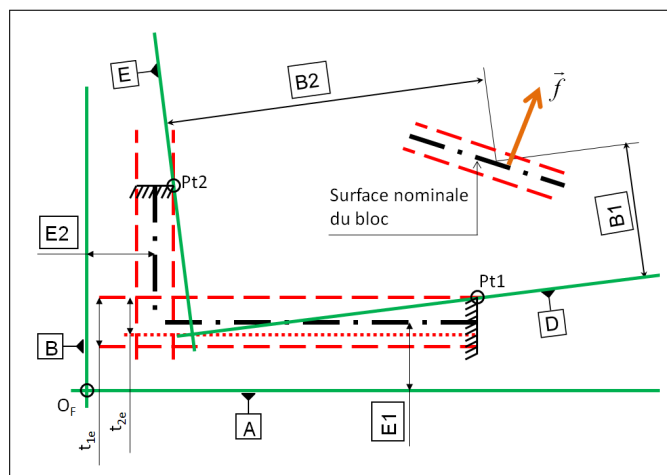


Figure III.12 – Système de références $D|E$ et nominal du bloc

Pour vérifier cette hypothèse, M. Radouani [RAD03a] a étudié en 2003 l'assemblage de deux pièces en appui plan. Il a déterminé la position relative des deux plans minimax associés aux surfaces réelles des deux pièces, lorsqu'elles sont en contact (figure III.13).

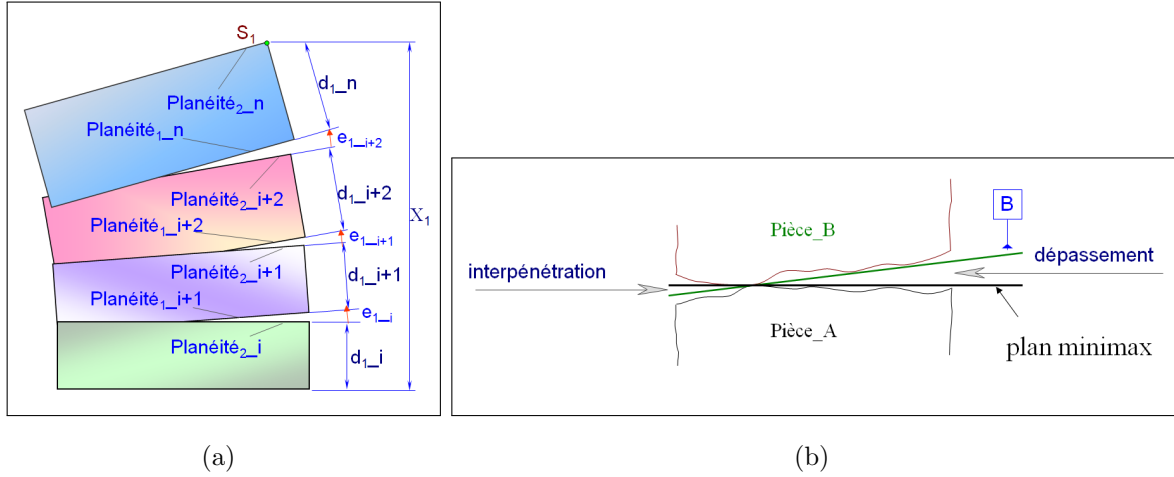


Figure III.13 – Vérification de l'hypothèse de contact [RAD03a]

Il a constaté qu'en fait, il peut y avoir interpénétration et dépassement au maximum égal à la somme des écarts de planéité des surfaces en contact. Ce surplus n'est généralement pas considéré dans les chaînes de cotes. On propose de le négliger mais il serait tout à fait possible d'en tenir compte pour proposer un pire des cas encore plus défavorable.

III.2.2.3 Calcul de la résultante à température ambiante

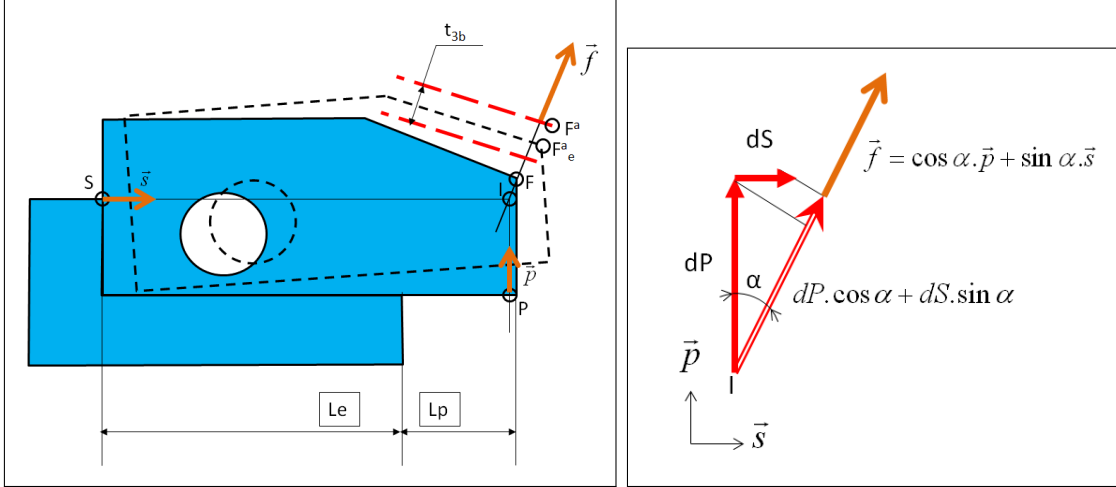
La figure III.14(a) représente l'empilage nominal (en bleu) ainsi que le bloc nominal positionné sur l'embase au pire des cas permis par les tolérances (en pointillé). Sous l'effet de ce déplacement dû à l'embase, le point F passe en F_e^a . Sous l'effet des défauts du bloc, le point F_e^a passe en F^a . Selon la méthode des droites d'analyse, pour ce problème plan, il existe deux points S et P tels que :

$$d^a(F_e^a, \vec{f}) = \overline{FF_e^a} \cdot \vec{f} = k_p \cdot d^a(P, \vec{p}) + k_s \cdot d^a(S, \vec{s}) \quad (\text{III.4})$$

Cette relation de transfert tridimensionnelle a l'avantage de ne pas faire apparaître d'angles.

Dans ce cas simple, S est le point secondaire de contact entre le bloc et l'arête de

l'embase. \vec{s} est la normale à la surface secondaire en ce point. Soit I le point d'intersection de la droite d'analyse secondaire (S, \vec{s}) et de la droite d'analyse (F, \vec{f}) . En projetant le point I sur le plan primaire, on obtient le point P et la droite d'analyse primaire (P, \vec{p}) (les calculs complets pour trois plans d'appui quelconque sont donnés dans [ANS07]).



(a) Variation du point F à température ambiante (b) Addition des influences des points d'analyse

Figure III.14 – Calcul de la résultante à température ambiante

Le point I étant sur la droite (F, \vec{f}) :

$$d^a(I, \vec{f}) = d^a(F_e, \vec{f}) \quad (\text{III.5})$$

De même, I appartenant aux droites (P, \vec{p}) et (S, \vec{s}) alors :

$$\begin{cases} d^a(I, \vec{p}) = d^a(P, \vec{p}) \\ d^a(I, \vec{s}) = d^a(S, \vec{s}) \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

La projection de ces deux déplacements dans la direction \vec{f} donne :

$$d^a(I, \vec{f}) = d^a(P, \vec{p}) \cdot \cos \alpha + d^a(S, \vec{s}) \cdot \sin \alpha \quad (\text{III.7})$$

Il faut ensuite ajouter l'influence de la tolérance t_{3b} de la localisation $S3$ du bloc.

$$\overline{F_e F^a} \cdot \vec{f} = d^a(F, \vec{f}) = \frac{t_{3b}}{2} \quad (\text{III.8})$$

D'où la relation de transfert 3D avec $k_p = \cos \alpha$ et $k_s = \sin \alpha$:

$$D^a(\overline{O_F F^a}, \vec{f}) = d^a(F, \vec{f}) + k_p \cdot d^a(P, \vec{p}) + k_s \cdot d^a(S, \vec{s}) \quad (\text{III.9})$$

En explicitant chacun des termes de l'équation III.9 en fonction des tolérances présentées en III.2.1.1 on trouve :

$$D^a(\overrightarrow{O_F F}, \overrightarrow{f}) = \frac{t_{3b}}{2} + \cos \alpha \cdot \left[\frac{t_{1e}}{2} + \frac{Lp}{Le} \times t_{2e} \right] + \sin \alpha \cdot \left[\frac{t_{4e}}{2} \right] \quad (\text{III.10})$$

L'influence du point P dépend du déplacement permis par la spécification de localisation $S1$ de l'embase et de l'inclinaison du plan primaire de l'interface qui est fonction du rapport $\frac{Lp}{Le}$ et de la valeur de la spécification $S2$ de l'embase (figure III.12).

Le déplacement du point F par rapport au nominal $D^a(\overrightarrow{O_F F}, \overrightarrow{f})$ est donc uniquement dépendant des tolérances, des dimensions nominales du modèle et de la position du point F considéré sur la surface terminale.

Cette démonstration fait apparaître une relation de Chasles montrant la contribution des deux pièces.

$$\overrightarrow{O_F F^a} = \overrightarrow{O_F F_e^a} + \overrightarrow{F_e^a F^a} \quad (\text{III.11})$$

Cette démarche peut être généralisée à de nombreux autres assemblages [ANS08].

III.2.3 Influence des dilatations

III.2.3.1 Décomposition du calcul

Il s'agit maintenant de déterminer la déformation du mécanisme sous l'effet de la température. La dilatation est calculée pour des pièces nominales parfaites. En effet, les outils de calcul par éléments finis déterminent les déplacements des mailles à partir de ce modèle. Il est inutile de tenir compte des tolérances pour calculer la dilatation compte tenu des ordres de grandeur présentés dans la partie II.6.

Le point délicat de la séparation des modèles reste sur la détermination des points de contact entre les pièces. Cette étude sera détaillée dans la partie IV.4. Dans un premier temps, on fera l'hypothèse que les points de contacts restent les mêmes pour l'analyse thermique que ceux déterminés pour l'analyse des tolérances.

Pour cet empilage, les pièces sont montées en série. L'influence totale des dilatations au point F est la somme des influences de chaque pièce.

$$\Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = \Delta_b^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \Delta_e^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) \quad (\text{III.12})$$

Avec :

- $\Delta_b^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})$ le déplacement du point F dû à la dilatation du bloc
- $\Delta_e^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})$ le déplacement du point F dû à la dilatation de l'embase

III.2.3.2 Influence thermique du bloc

La méthode consiste à commencer par étudier les influences des dilatations de la pièce terminale, ici le bloc. La figure III.15 représente la modèle nominal et le modèle déformé par la température. Le calcul éléments finis donne si besoin l'écart $e_{P_i}^j$ de tous les points P de la pièce à un état thermique j . Le produit scalaire $e_{P_i}^j \cdot \vec{n}_{P_i}$ où \vec{n} est la direction normale à la surface au point P dirigée vers l'extérieur de la matière donne l'écart $e^j(P, \vec{n}_{P_i})$, notamment pour les points d'analyse P et S qui ont été déterminés lors de l'analyse des tolérances en III.2.2. Le système de références $D|E$ du bloc est construit sur les surfaces déformées. Le point F nominal devrait être positionné par rapport à ce système. Le point F se déplace en fait au point F_b^j sous les effets des dilatations thermiques du bloc.

Sur la figure III.15 les flèches (1), (2) et (3) représentent respectivement les écarts à l'état j des dilatations au points d'analyse $e^j(F, \vec{f})$ et des références primaire $e^j(P_b, \vec{f})$ et secondaire $e^j(S_b, \vec{f})$ du bloc. La flèche double (4) représente quant à elle la somme des influences thermiques du bloc au point F dans la direction \vec{f} .

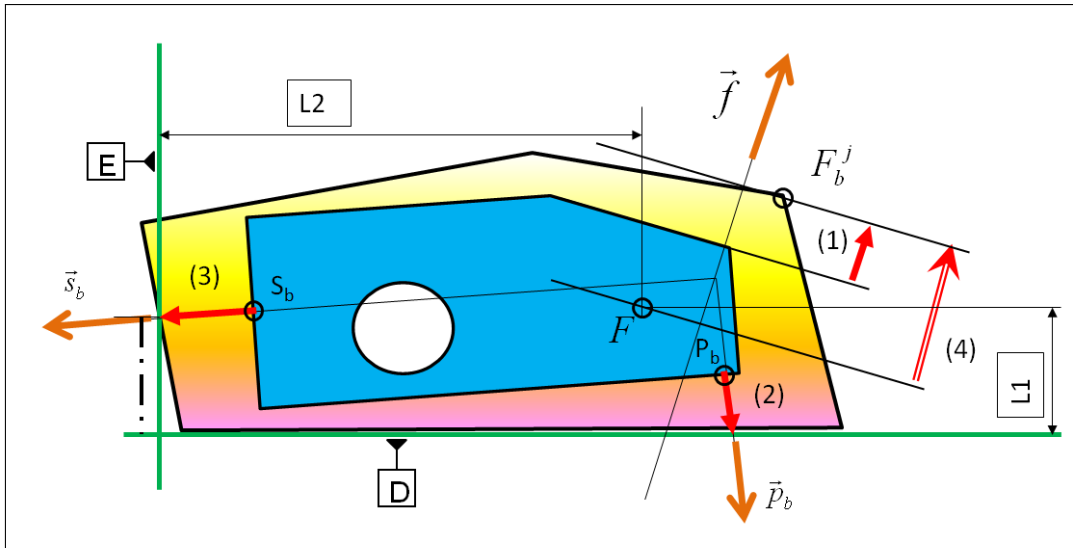


Figure III.15 – Représentation des influences thermiques sur le bloc

Les directions \vec{p}_b et \vec{s}_b sont orientées vers l'extérieur de la matière du bloc. Les coefficients k_i sont ici les mêmes que ceux à température ambiante. La relation de transfert donnant les effets thermiques au point F dans la direction \vec{f} en fonction des dilatations du bloc est :

$$\Delta_b^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = e^j(F, \vec{f}) + k_{P_b} \cdot e^j(P_b, \vec{p}_b) + k_{S_b} \cdot e^j(S_b, \vec{s}_b) \quad (\text{III.13})$$

Dans cette équation, $k_{P_b} = \cos \alpha$, $k_{S_b} = \sin \alpha$, $\Delta_b^j(F_b, \vec{f})$ est l'influence thermique totale du bloc sur le point F dans la direction \vec{f} . Les coefficients k_P , k_S et les directions \vec{p}_b et \vec{s}_b sont les mêmes que pour le tolérancement (voir équation III.9). En effet, si la dilatation fait "gonfler" le bloc, la variation des points P_b et S_b tend à augmenter la variation du point F par rapport au système de références $D|E$.

III.2.3.3 Influence thermique de l'interface de l'embase

La variation du point F due aux dilatation de l'embase est simulée en plaçant virtuellement un bloc nominal sur l'embase. La dilatation de l'embase fait basculer le bloc et déplace le point F en F_e^j . Il faut donc calculer ce déplacement en séparant l'influence de l'interface de contact appartenant à l'embase $\Delta_{e1}^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})$ et l'influence du système de références $\Delta_{e2}^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})$.

$$\Delta_{e1}^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = \Delta_e^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \Delta_{e2}^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) \quad (\text{III.14})$$

Dans un premier temps, l'influence des variations thermiques de l'interface de l'embase sur le point F sera étudiée. Sur la figure III.16, la position du point F est définie par les dimensions $L1$ et $L2$ par rapport au système de références nominal $A|B$. Après la variation thermique de la pièce, le bloc nominal virtuel est placé sur l'interface déformée de l'embase, ce qui engendre un déplacement du point F vers la position F_{e1}^j . Pour cet exemple, le défaut de forme des surfaces thermiquement déformées est négligé. L'analyse de ces défauts de forme sera étudiée en III.2.5. Les flèches (1) et (2) correspondent aux écarts respectifs des points de contact primaire $e^j(P_{e1}, \vec{p}_{e1})$ et secondaire $e^j(S_{e1}, \vec{s}_{e1})$ de l'interface avec le bloc sur le point terminal F . La flèche double (3) montre le déplacement $\Delta_{e1}^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})$ du point F sous l'effet des variations de l'interface de l'embase. Le déplacement du point P_{e1} sera calculé entre le plan tangent à la surface nominale et le plan de substitution de la surface affectée thermiquement (voir III.2.5). Cela donne avec $k_{Pe1} = \cos \alpha$, $k_{Se1} = \sin \alpha$:

$$\Delta_{e1}^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = k_{Pe1} \cdot e^j(P_{e1}, \vec{p}_{e1}) + k_{Se1} \cdot e^j(S_{e1}, \vec{s}_{e1}) \quad (\text{III.15})$$

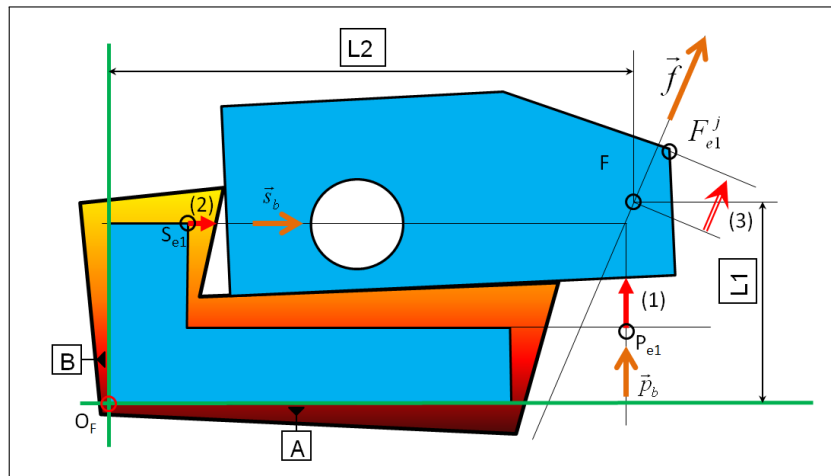


Figure III.16 – Influences thermiques de l'interface de l'embase sur F

III.2.3.4 Influence des dilatations thermiques des surfaces de références

Pour étudier l'influence de la dilatation des surfaces A et B , le point F est simulé en plaçant virtuellement un bloc nominal sur l'interface supposée parfaite (figure III.18). Le système de références $A|B$ de l'exigence se déplace sous l'effet de la dilatation. Le point F , lié au système de références par les cotes $L1$ et $L2$ passe en F_{e2}^j .

Les points d'analyse sur les surfaces de références sont déterminées en fonction de la configuration thermique. A ce stade, les déformations des surfaces A et B dues à la dilatation sont connues.

Le plan primaire A est le plan minimax à la surface déformée. Le plan secondaire B est le plan perpendiculaire à A et minimax à la surface secondaire déformée. En 3D, en raison des défauts de perpendicularité, le contact entre le plan de référence B et la surface réelle se fait suivant une linéique avec deux points de contact ou éventuellement un seul sur une bosse centrale. La figure III.17 donne une vue simplifiée en 2D avec un contact secondaire S .

Suivant que la dilatation donne un angle ψ aigu ou obtus entre les éléments de références, le point secondaire S_{e2} se situe en haut ou en bas de la surface selon les deux cas de la figure III.17.

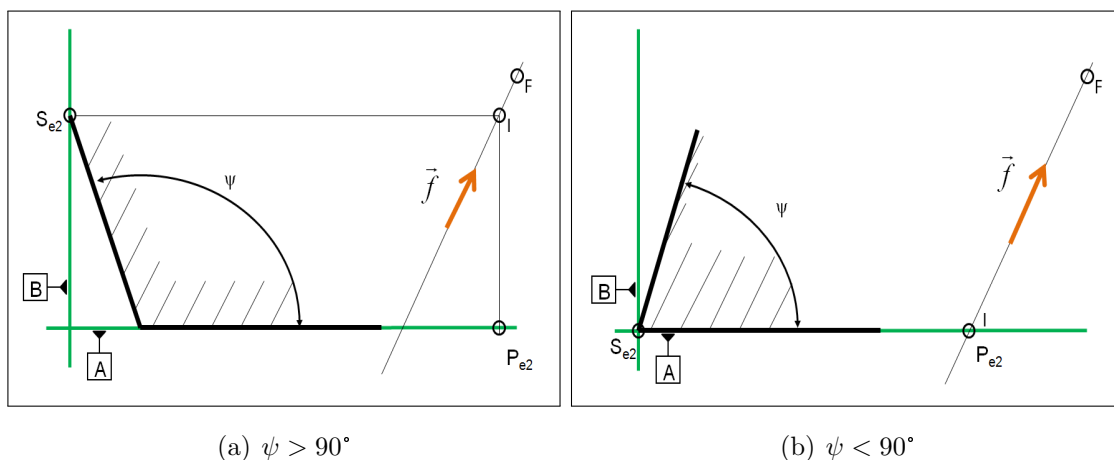


Figure III.17 – Recherche des points d'analyse thermique sur le système de références

Si $\psi > 90^\circ$, le point S est sur l'arête supérieure. Si $\psi < 90^\circ$, le point S est sur l'arête inférieure. Dans les deux cas, le point I est l'intersection des deux droites (F, \vec{f}) et

(S, \vec{s}) . Le point P est obtenu par projection du point I sur la surface primaire dans la direction normale à celle-ci. Suivant le cas, le point P change, mais le modèle thermique permet d'identifier le cas à retenir. Le déplacement du point F dans la direction \vec{f} dû aux variations du système de références est de la forme :

$$dF = k_S.dS + k_P.dP \quad (\text{III.16})$$

Sur la figure III.18, la position du point F est définie par les dimensions $L1$ et $L2$ par rapport au système de références nominal $A|B$ (représentée par la mise en position d'un bloc nominal sur une embase nominale). La variation thermique de l'embase déplace le bloc nominal virtuel dans la position en pointillés par rapport au nouveau système de références $A|B$, ce qui engendre un déplacement du point F vers la position F_{e2}^j . Les flèches (1) et (2) correspondent aux écarts respectifs des points de contact primaire $e^j(P_{e1}, \vec{p}_{e1})$ et secondaire $e^j(S_{e1}, \vec{s}_{e1})$ de l'interface avec le bloc sur le point terminal F . La flèche double (3) montre le déplacement $\Delta_{e2}^j(\vec{O}_F \vec{F}, \vec{f})$ du point F sous l'effet des variations de l'interface de l'embase. Cela donne avec $k_{Pe2} = \cos \alpha$, $k_{Se2} = \sin \alpha$ et en fonction de la relation de transfert sur le mécanisme :

$$\Delta_{e2}^j(\vec{O}_F \vec{F}, \vec{f}) = k_{Pe2}.e^j(P_{e2}, \vec{p}_{e2}) + k_{Se2}.e^j(S_{e2}, \vec{s}_{e2}) \quad (\text{III.17})$$

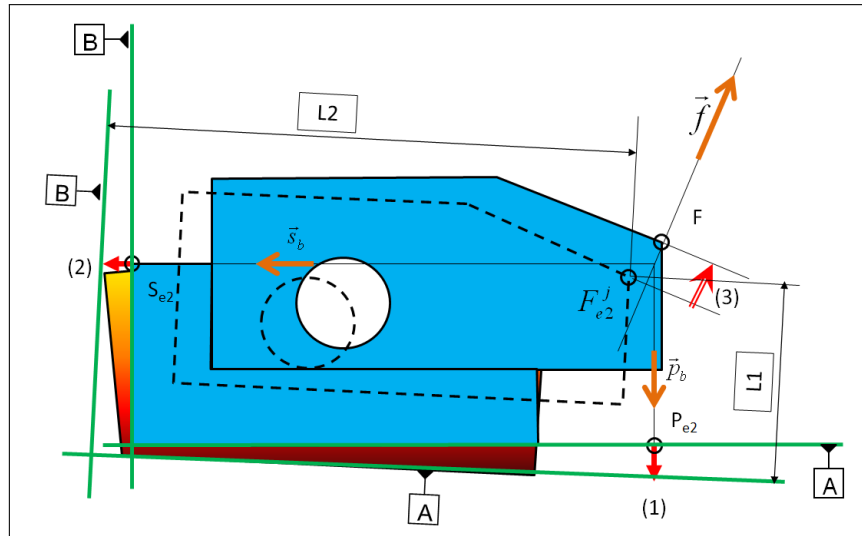


Figure III.18 – Influences thermiques du système de références de l'embase sur F

III.2.3.5 Cumul des influences thermiques

L'influence totale de l'embase au point F s'obtient en ajoutant ses deux contributions de l'embase.

$$\begin{aligned}\Delta_e^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) &= \Delta_{e1}^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \Delta_{e2}^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) \\ &= k_{Pe1}.e^j(P_{e1}, \vec{p}_{e1}) + k_{Se1}.e^j(S_{e1}, \vec{s}_{e1}) \\ &\quad + k_{Pe2}.e^j(P_{e2}, \vec{p}_{e2}) + k_{Se2}.e^j(S_{e2}, \vec{s}_{e2})\end{aligned}\quad (\text{III.18})$$

L'influence totale des dilatations sur le point F dans la direction \vec{f} à l'état thermique j s'obtient en additionnant l'influence du bloc et des deux interfaces de l'embase.

$$\begin{aligned}\Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) &= \Delta_b^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \Delta_e^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) \\ &= e^j(F, \vec{f}) + k_{Pb}.e^j(P_b, \vec{p}_b) + k_{Sb}.e^j(S_b, \vec{s}_b) \\ &\quad + k_{Pe1}.e^j(P_{e1}, \vec{p}_{e1}) + k_{Se1}.e^j(S_{e1}, \vec{s}_{e1}) \\ &\quad + k_{Pe2}.e^j(P_{e2}, \vec{p}_{e2}) + k_{Se2}.e^j(S_{e2}, \vec{s}_{e2})\end{aligned}\quad (\text{III.19})$$

Dans cet exemple, les coefficients $k_{Pi} = \cos \alpha$ et $k_{Si} = \sin \alpha$. Tous les écarts e^j sont donnés par les modèles thermiques. Les points S_b et S_{e1} sont définis par le contact secondaire identifié par la figure III.12. Le point S_{e2} est identifié selon la déformation de l'embase (figure III.17). Les points P_i sont déterminés par les droites d'analyse.

III.2.4 Exploitation des résultats

L'ensemble des calculs à température ambiante et à l'état j permet de trouver l'influence totale maximum sur le point F dans la direction \vec{f} .

$$\begin{aligned}\delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) &= D^a(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) \\ &= \frac{t_{3b}}{2} + k_P \cdot \left[\frac{t_{1e}}{2} + \frac{Lp}{Le} \times t_{2e} \right] + k_S \cdot \left[\frac{t_{4e}}{2} \right] \\ &\quad + e^j(F, \vec{f}) + k_P.e^j(P_b, \vec{p}) + k_S.e^j(S_b, \vec{s}) \\ &\quad + k_P.e^j(P_{e1}, \vec{p}) + k_S.e^j(S_{e1}, \vec{s}) \\ &\quad + k_P.e^j(P_{e2}, -\vec{p}) + k_S.e^j(S_{e2}, -\vec{s})\end{aligned}\quad (\text{III.20})$$

Les écarts sont directement les déplacements des noeuds donnés par le calcul éléments finis ou extrapolés par des surfaces de substitutions. Cette équation est linéaire en fonction des tolérances. La dilatation ajoute une valeur constante indépendante des tolérances pour un état thermique donné. Il faut construire cette équation pour tous les

états thermiques j considérés et en tous points F_i de la surface terminale. Pour respecter l'exigence, il faut donc vérifier la relation globale suivante :

$$\begin{cases} \text{MAX} \left(\delta^j(\overrightarrow{O_F F_i}, \vec{f}) \right) \leq \frac{t_p}{2} \\ \text{MAX} \left(\delta^j(\overrightarrow{O_F F_i}, -\vec{f}) \right) \leq \frac{t_p}{2} \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

Il faut donc respecter ce type d'inéquations pour chacune des exigences du mécanisme. Les dilatations n'étant pas symétriques, il est nécessaire d'optimiser les dimensions nominales des pièces pour maximiser les tolérances.

III.2.5 Etude détaillée du transfert aux interfaces

Les relations précédentes montrent qu'au niveau des interfaces, il faut ajouter les écarts dus aux dilatations des deux pièces en contact au point d'analyse. Par exemple dans l'équation III.20, les points P_{c1} et P_b sont en contact. La figure III.19 montre trois configurations d'un contact plan primaire.

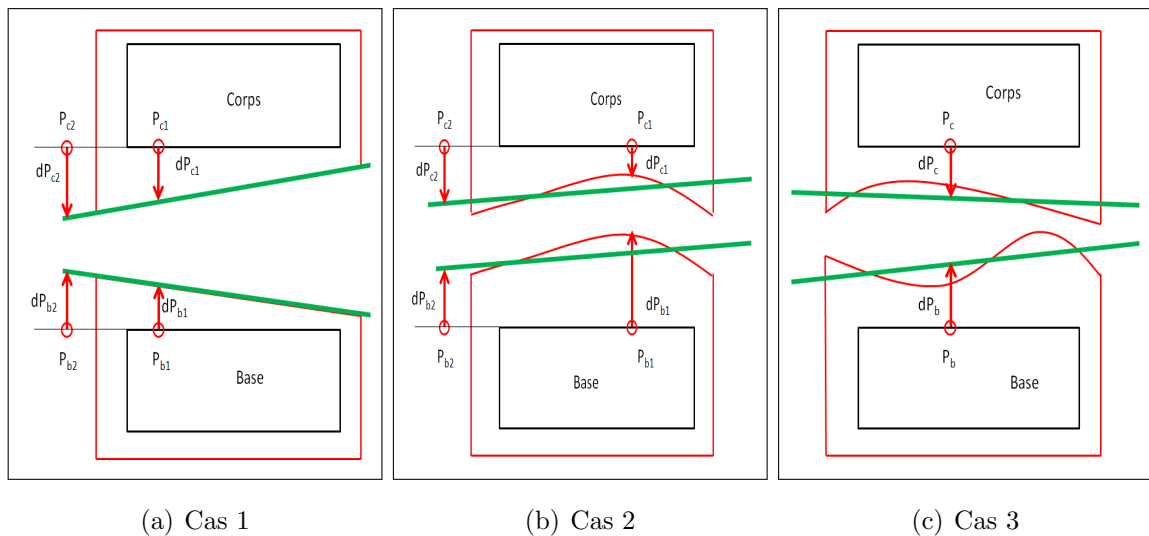


Figure III.19 – Types d'écart dans une interface

- Si les défauts de planéité des deux surfaces sont négligeables (figure III.19(a)), les deux surfaces réelles sont parfaitement en contact. La somme des écarts $dP_{c1} + dP_{b1}$ correspond bien à la distance des nominaux après dilatation et assemblage. Si le point d'analyse est hors matière (points P_{c2} et P_{b2}), il faut prolonger la surface par une substitution de type plan minimax ou plan tangent. Dans ce cas, ces deux solutions de substitution sont équivalentes.

- Si le défaut de forme est le même sur les deux pièces (figure III.19(b)), il faut différencier deux cas :
 - si le point P_i appartient à la surface, la somme des écarts $dP_{ci} + dP_{bi}$ convient ;
 - si le point P_i est hors matière, il est nécessaire de passer par un plan de substitution par une méthode des moindres carrés qui permet de bien superposer les plans lorsque les surfaces réelles sont en contact. En effet, la figure III.20 montre que la superposition des plans tangents ne représente pas l'assemblage des surfaces.
- Si les défauts de forme sont différents (figure III.19(c)), il est très difficile de déterminer le comportement de l'assemblage. La somme des écarts $dP_{ci} + dP_{bi}$ ne convient pas et le passage par plans de substitution peut engendrer de fortes incertitudes dans le transfert.

La figure III.20(a) montre qu'il n'est pas possible de modéliser le contact en considérant que les plans tangents aux surfaces sont confondus avec des surfaces de même forme. De même, la superposition par des plans des moindres carrés (figure III.20(b)) ne convient pas si les surfaces sont différentes. La partie IV.5 présentera un critère de qualification du contact entre les pièces.

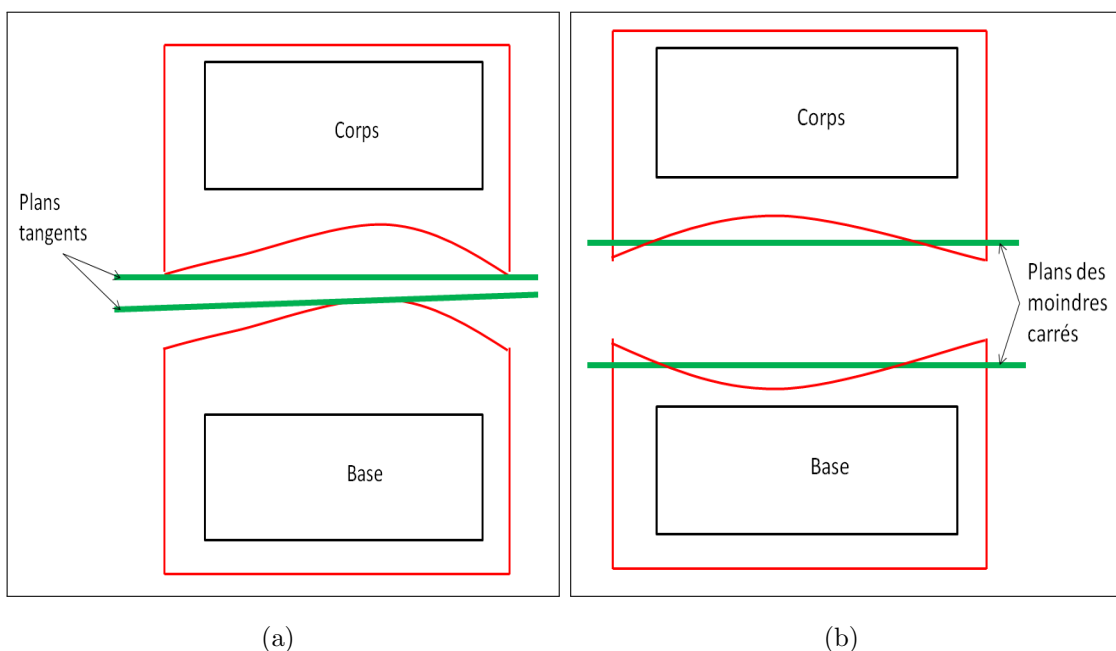


Figure III.20 – Problème de modélisation du contact

En conclusion, si les calculs thermiques sont effectués simultanément, il est aisé d'imposer des déplacements identiques pour chaque noeud face à face. Le plan des moindres carrés est un moyen simple de faire une substitution d'autant plus que Radouani a montré que le plan des moindres carrés était quasiment parallèle au plan minimax avec un grand nombre de points, ce qui valide ce plan pour la construction d'un plan secondaire. Par contre, si les calculs des deux pièces sont indépendants, il est proposé de maintenir la substitution par les moindres carrés en annonçant un critère qui donne la qualité du contact et donc l'incertitude du transfert. Ce critère sera présenté en IV.5.

III.2.6 Influence des points fixes du calcul thermique

Nous allons montrer que le choix des points de blocage isostatique pour le calcul par éléments finis n'a aucune influence sur le résultat du transfert. Le calcul peut même être réalisé en bloquant les six degrés de liberté d'une maille (figure III.21(c)).

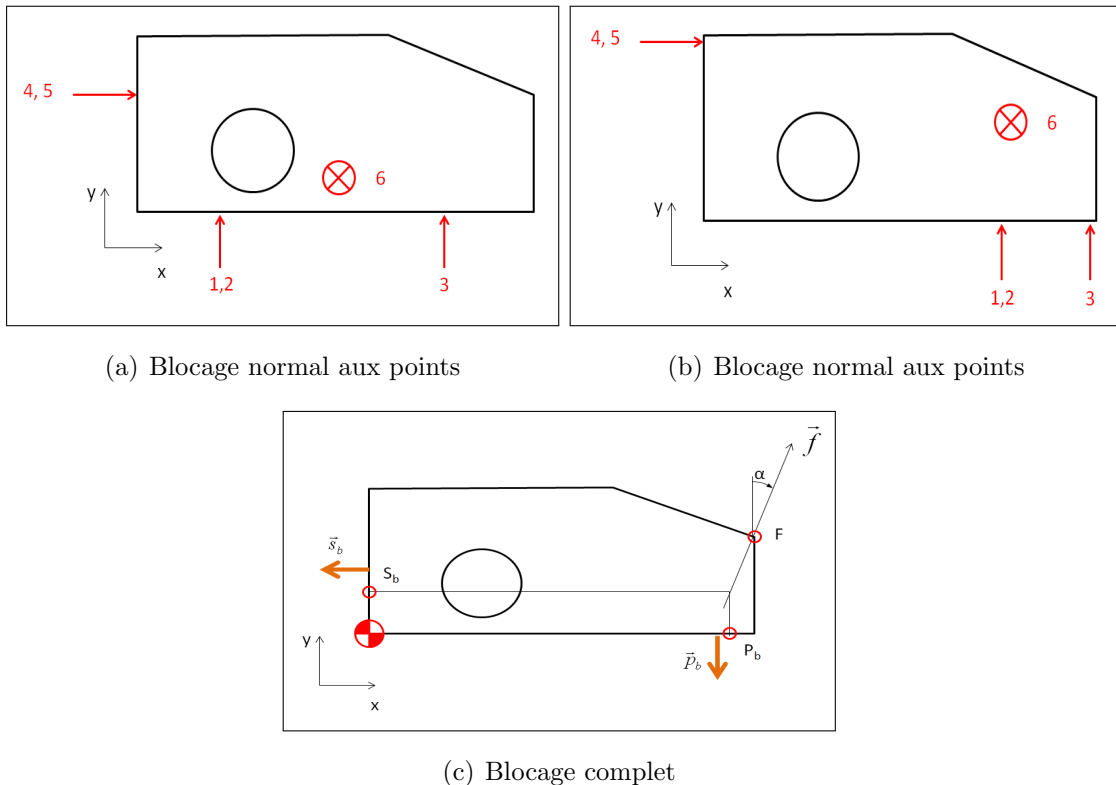


Figure III.21 – Blocage iso-statique

La démonstration de cette propriété se fait par les torseurs des petits déplacements. Elle est illustrée ici par la relation III.13 basée sur la figure III.15 qui donne l'influence

thermique du bloc.

$$\Delta_b^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = e^j(F, \vec{f}) + k_{P_b} \times e^j(P_b, \vec{p}_b) + k_{S_b} \times e^j(S_b, \vec{s}_b) \quad (\text{III.22})$$

Un calcul par éléments finis avec un blocage isostatique particulier permet d'obtenir les écarts des points d'analyse dans les directions particulières à l'état j : $e^j(F, \vec{f})$, $e^j(P_b, \vec{p}_b)$ et $e^j(S_b, \vec{s}_b)$.

Déplacer les points fixes du calcul thermique revient à déplacer tous les noeuds de la pièce par un déplacement de solide pouvant être représenté par un torseur. Pour simplifier la démonstration, considérons un torseur 2D exprimé au point I situé sur la droite d'analyse (F, \vec{f}) avec le blocage représenté figure III.21(a) :

$$\Gamma = \left\{ \vec{R} = \gamma \cdot \vec{z} \mid \vec{T} = u \cdot \vec{x} + v \cdot \vec{y} \right\}_I \quad (\text{III.23})$$

Le changement des points de blocage déplace les mailles et modifie les écarts :

$$\begin{cases} e^j(F, \vec{f}) & \implies & e^j(F, \vec{f}) + \overrightarrow{dF} \cdot \vec{f} & (\text{III.24a}) \\ e^j(P_b, \vec{p}_b) & \implies & e^j(P_b, \vec{p}_b) + \overrightarrow{dP} \cdot \vec{p}_b & (\text{III.24b}) \\ e^j(S_b, \vec{s}_b) & \implies & e^j(S_b, \vec{s}_b) + \overrightarrow{dS} \cdot \vec{s}_b & (\text{III.24c}) \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{cases} \overrightarrow{dF} \cdot \vec{f} & = \overrightarrow{dI} \cdot \vec{f} + \left(\vec{R} \wedge \overrightarrow{IF} \right) \cdot \vec{f} & (\text{III.25a}) \\ \overrightarrow{dP} \cdot \vec{p}_b & = \overrightarrow{dI} \cdot \vec{p}_b + \left(\vec{R} \wedge \overrightarrow{IP_b} \right) \cdot \vec{p}_b & (\text{III.25b}) \\ \overrightarrow{dS} \cdot \vec{s}_b & = \overrightarrow{dI} \cdot \vec{s}_b + \left(\vec{R} \wedge \overrightarrow{IS_b} \right) \cdot \vec{s}_b & (\text{III.25c}) \end{cases}$$

La relation III.13 devient donc :

$$\Delta_b^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = e^j(F, \vec{f}) + \overrightarrow{dF} \cdot \vec{f} + k_{P_b} \times \left[e^j(P_b, \vec{p}_b) + \overrightarrow{dP} \cdot \vec{p}_b \right] + k_{S_b} \times \left[e^j(S_b, \vec{s}_b) + \overrightarrow{dS} \cdot \vec{s}_b \right] \quad (\text{III.26})$$

L'influence thermique est inchangée si :

$$\overrightarrow{dF} \cdot \vec{f} + k_{P_b} \cdot \overrightarrow{dP} \cdot \vec{p}_b + k_{S_b} \cdot \overrightarrow{dS} \cdot \vec{s}_b = 0 \quad (\text{III.27})$$

L'équation III.27 devient :

$$\overrightarrow{dI} \cdot \left(\vec{f} + k_{P_b} \vec{p}_b + k_{S_b} \vec{s}_b \right) + \vec{R} \cdot \left(\overrightarrow{IF} \wedge \vec{f} + k_{P_b} \overrightarrow{IP_b} \wedge \vec{p}_b + k_{S_b} \overrightarrow{IS_b} \wedge \vec{s}_b \right) \stackrel{?}{=} 0 \quad (\text{III.28})$$

La figure III.14(b) montre que $\vec{f} = k_p \cdot \vec{p} + k_s \cdot \vec{s}$. De plus, il a été montré que $k_p = k_{Pb}$ et $k_s = k_{Sb}$. Par définition, $\vec{p} = -\vec{p}_b$ et $\vec{s} = -\vec{s}_b$. Donc :

$$\vec{f} + k_{Pb}\vec{p}_b + k_{Sb}\vec{s}_b = 0 \quad (\text{III.29})$$

Par construction du point I :

- \vec{IF} est colinéaire à \vec{f} donc $\vec{IF} \wedge \vec{f} = \vec{0}$
- \vec{IP}_b est colinéaire à \vec{p}_b donc $\vec{IP}_b \wedge \vec{p}_b = \vec{0}$
- \vec{IS}_b est colinéaire à \vec{s}_b donc $\vec{IS}_b \wedge \vec{s}_b = \vec{0}$

Les deux parenthèses de l'équation III.28 sont nulles. Le résultat est donc indépendant du torseur Γ . Le choix des points d'isostatisme ne change pas le résultat. On pourrait faire la même démonstration dans le cas d'un torseur 3D. En fait, les points P (primaire), S (secondaire) et T (tertiaire) ainsi que les coefficients k_P , k_S et k_T sont calculés pour annuler les deux termes facteurs de la translation et de la rotation. Ce calcul n'est pas valable pour des blocages hyperstatiques. En effet, ce type de blocage génère des contraintes supplémentaires dans les pièces et donc des écarts supplémentaires qui ne sont pas reproductibles par un autre montage hyperstatique.

III.2.7 Conclusion sur les mécanismes sans jeu

L'analyse des tolérances par la méthode CLIC permet de déterminer les points influents sur un modèle virtuel d'un mécanisme pour une exigence donnée. Cette analyse se fait à température ambiante en étudiant les défauts géométriques des pièces permis par les tolérances. L'étude thermique se fait en considérant des pièces parfaites.

La prise en compte d'états thermiques différents impose la prise en compte des dilatactions thermiques lors du calcul et de la synthèse des tolérances (présentée ultérieurement).

Les calculs thermiques étant indépendants des tolérances, il est possible d'étudier simultanément plusieurs états thermiques, et d'optimiser les tolérances et les dimensions nominales des pièces pour que l'exigence soit respectée dans tous les états.

III.3 Mécanismes avec jeu

III.3.1 Présentation du mécanisme exemple

La problématique des jeux dans les mécanismes sera illustrée sur un assemblage d'un arbre monté dans deux paliers (figure III.22) qui a été publié dans l'article de la revue *Mechanism and Machine Theory* en 2011 [BEN11]. Il représente un grand nombre de systèmes tels que les moteurs électriques, les pompes ou encore les boîtes de vitesses...

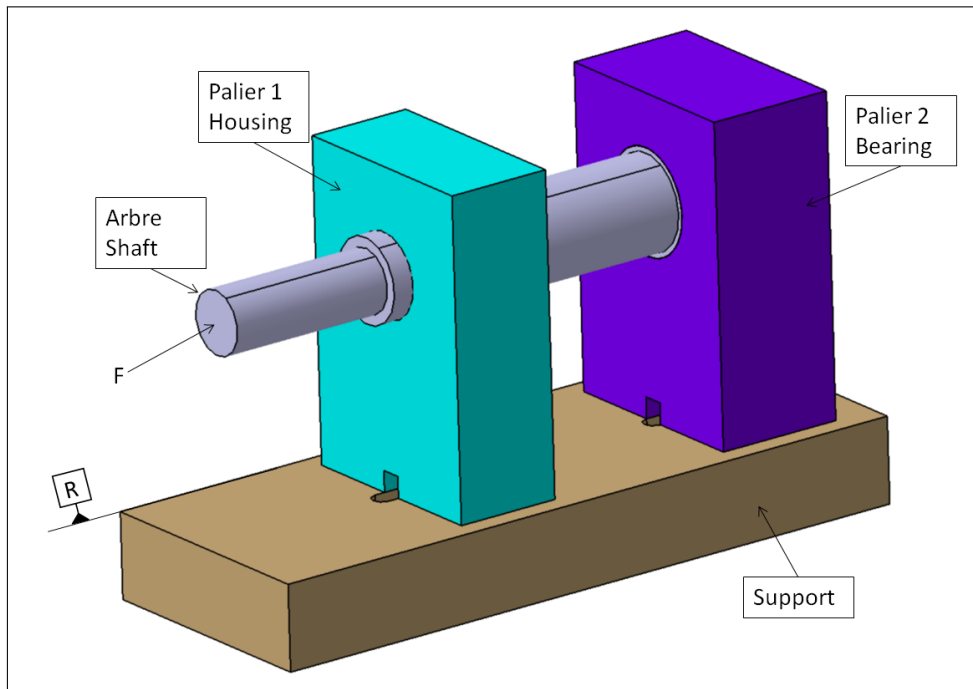


Figure III.22 – Mécanisme avec jeu

Ce mécanisme se compose d'un arbre tournant monté avec jeu dans deux paliers. Ces paliers sont en appui plan sur un support. L'orientation des paliers est assurée par des clavettes serrées dans les paliers. Les paliers sont bridés par des vis après avoir monté l'arbre.

Dans cet exemple, l'exigence à vérifier est la localisation du point F de l'axe réel du cylindre de gauche appartenant à la surface terminale de l'arbre vis-à-vis de la surface supérieure R du support (figure III.23). La précision en bout d'arbre du mécanisme dépend notamment des jeux dans les paliers. Ces jeux sont influencés par les tolérances et par les dilatations thermiques.

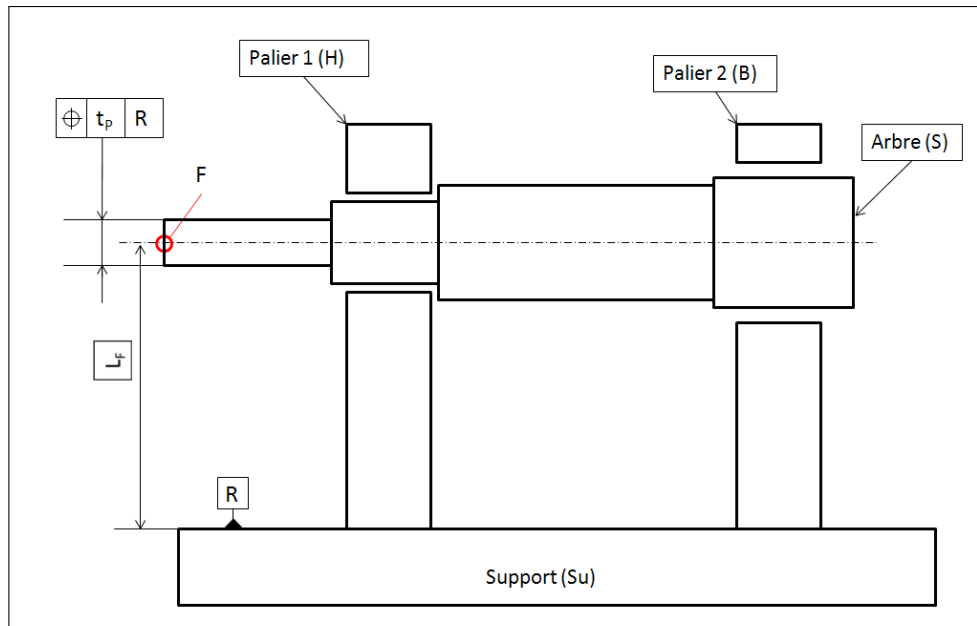


Figure III.23 – Exigence étudiée

Le problème est de déterminer les hauteurs des deux paliers à température ambiante pour respecter l'exigence fonctionnelle du point F aussi bien à température ambiante qu'à différents états thermiques.

Les cotations de l'arbre, du support et des deux paliers (figure III.24 à III.27) sont définies par la méthode CLIC pour assurer la montabilité et pour respecter l'exigence (figure III.23). Les localisations des paliers (S1) et la rectitude de l'arbre (S1) au maximum de matière et les diamètres (S2) de l'arbre et des paliers permettent de s'assurer du montage de l'arbre dans les paliers.

L'orientation d'un palier par rapport à l'autre pour assurer la montabilité est gérée par les localisations (S1) des deux paliers et la rectitude (S1) du support.

La précision en bout d'arbre est fonction des localisations au minimum de matière (S4) des paliers ainsi que de la coaxialité (S4) de l'arbre. Le déplacement du point F est le plus grand lorsque les pièces sont au minimum de matière et lorsque les paliers sont parfaitement alignés. En effet, tout désaxage des paliers réduit la mobilité de l'arbre.

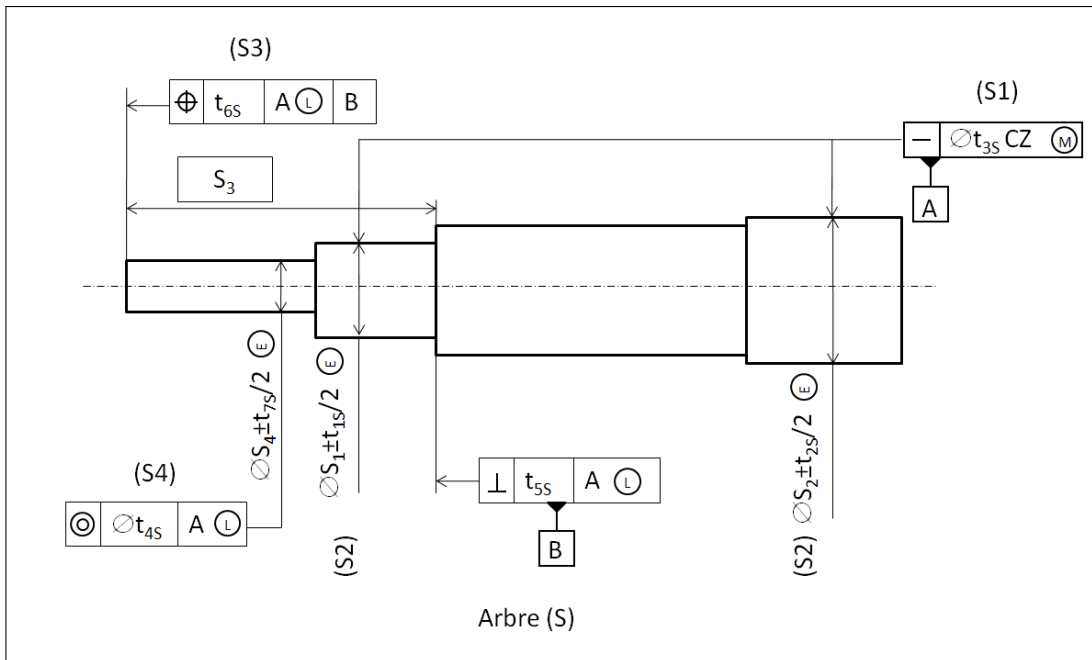


Figure III.24 – Cotation de l'arbre (Shaft)

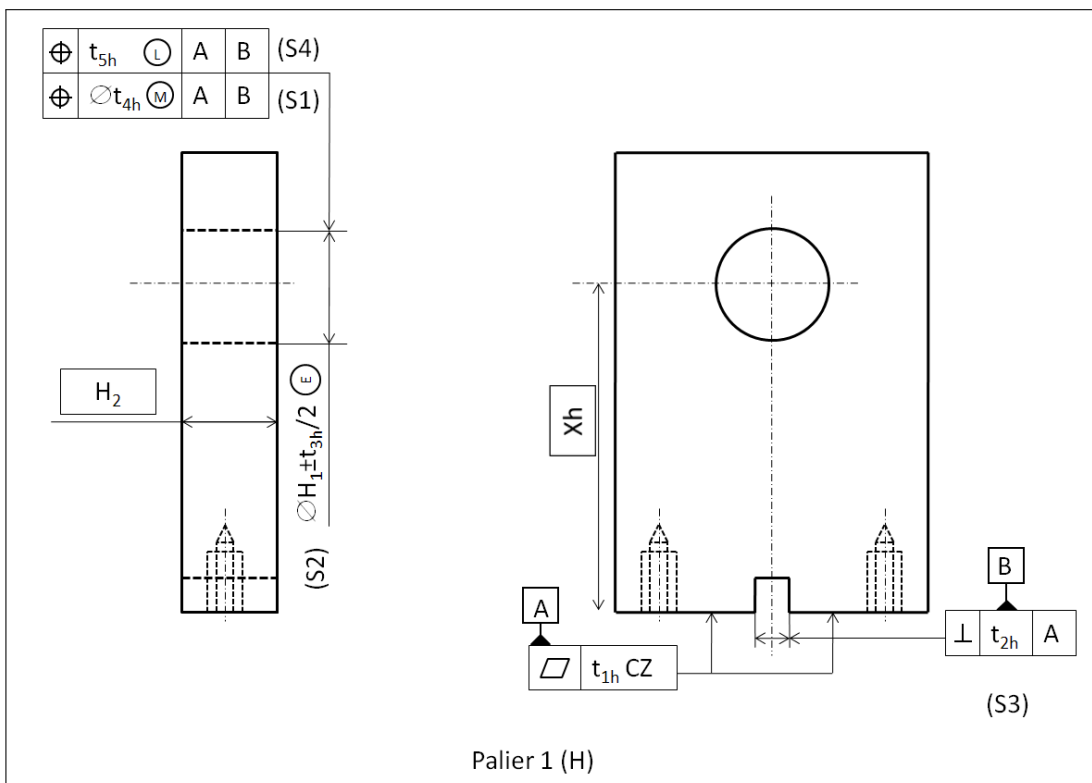


Figure III.25 – Cotation du palier 1 (Housing)

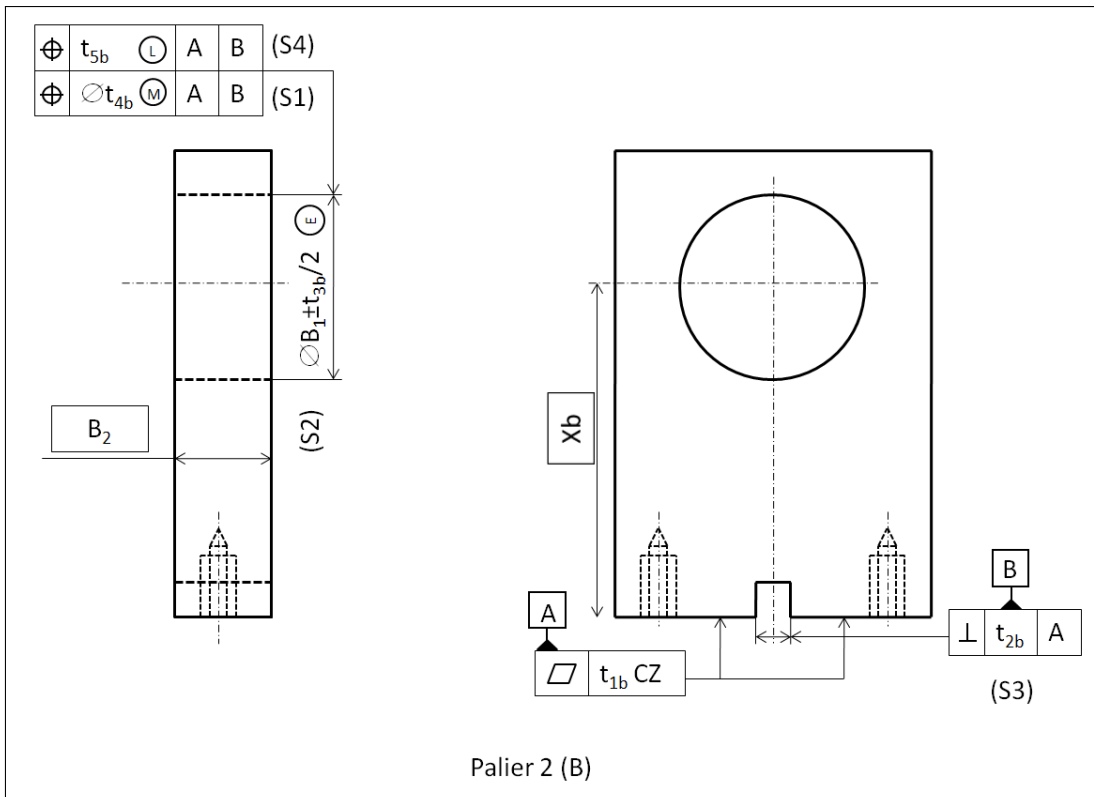


Figure III.26 – Cotation du palier 2 (Bearing)

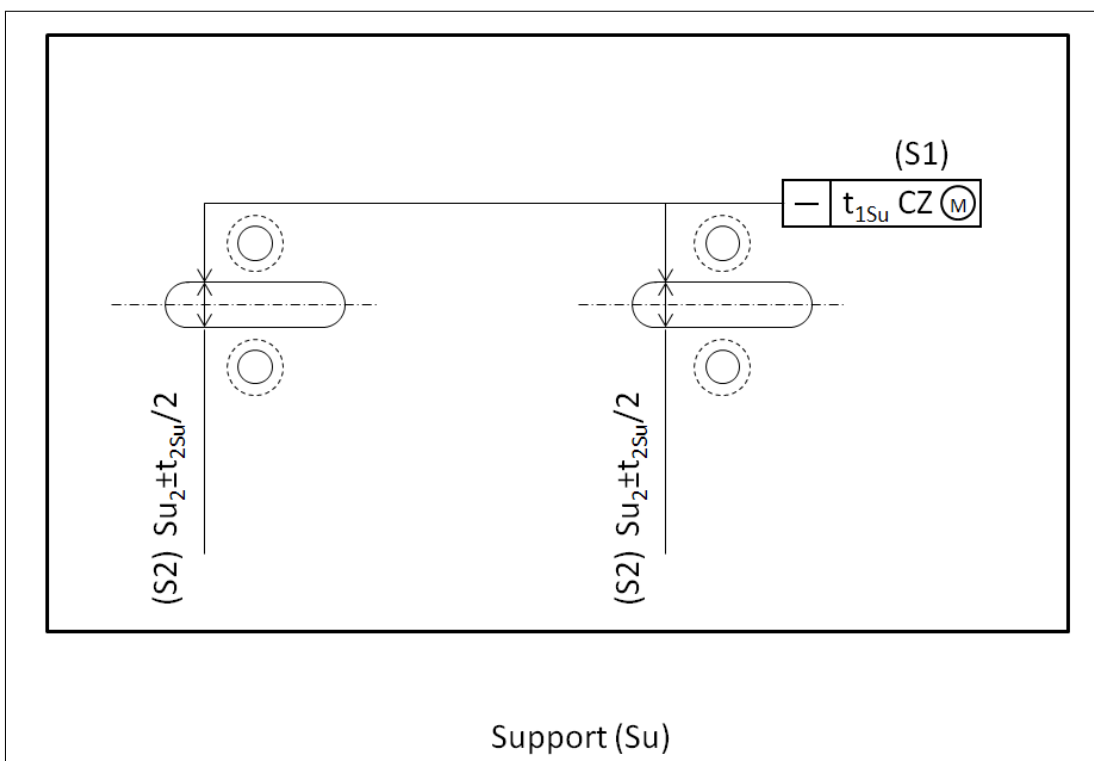


Figure III.27 – Cotation du support

III.3.2 Définitions des champs thermiques appliqués

Afin de montrer simplement la méthode de prise en compte des jeux, les champs thermiques de l'arbre et des paliers seront supposés uniformes. Le support sera considéré à température ambiante. Ces simplifications permettent d'avoir des variations des mailles sans transformation de forme. Par exemple, les cylindres d'interfaces entre l'arbre et les paliers resteront des cylindres.

Le cas des champs non uniformes sera abordé dans le chapitre IV. Néanmoins, la conclusion montrera que les formules établies sont très faciles à appliquer à des champs non uniformes.

III.3.3 Exigence de localisation en bout d'arbre

III.3.3.1 Principe

Le respect de l'exigence de la figure III.23 à un état j est défini par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = D^a(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) \\ \delta^j(\overrightarrow{O_F F}, -\vec{f}) = D^a(\overrightarrow{O_F F}, -\vec{f}) + \Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, -\vec{f}) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(III.30a)} \\ \text{(III.30b)} \end{array}$$

Avec :

- δ^i le déplacement total ;
- D^a le déplacement dû au tolérances et aux jeux nominaux à température ambiante ;
- Δ^j le déplacement dû aux dilatations à l'état thermique j ;
- O_F est le projeté de F sur la surface de référence R au nominal.

Dans les deux directions \vec{f} et $-\vec{f}$, la méthode de calcul reste la même mais les points de contacts changent. La méthode sera présentée sur le cas de l'analyse dans la direction \vec{f} .

III.3.3.2 Influence des tolérances et des jeux

La figure III.28 présente la situation qui donne le plus grand déplacement du point F dans la direction \vec{f} . Les pièces les plus défavorables sont à l'état virtuel au minimum de matière. Pour l'arbre comme pour les paliers, il s'agit donc de deux cylindres parfaits et parfaitement coaxiaux (tout décalage réduit le jeu). Les points de contact se trouvent sur les bords extérieurs des paliers. Les deux points P_{s1} et P_{s2} de l'arbre sont respectivement en contact avec les points P_h et P_b des paliers. Les déplacements des points P_{s1} et P_{s2} engendrent une variation de position de l'axe de l'arbre A représentée par les flèches (1) et (2). Ces variations dépendent des jeux nominaux et des tolérances.

Afin d'obtenir le déplacement maximum en bout d'arbre, il faut déterminer les déplacements maximum des points de contacts dans la direction normale au point de contact.

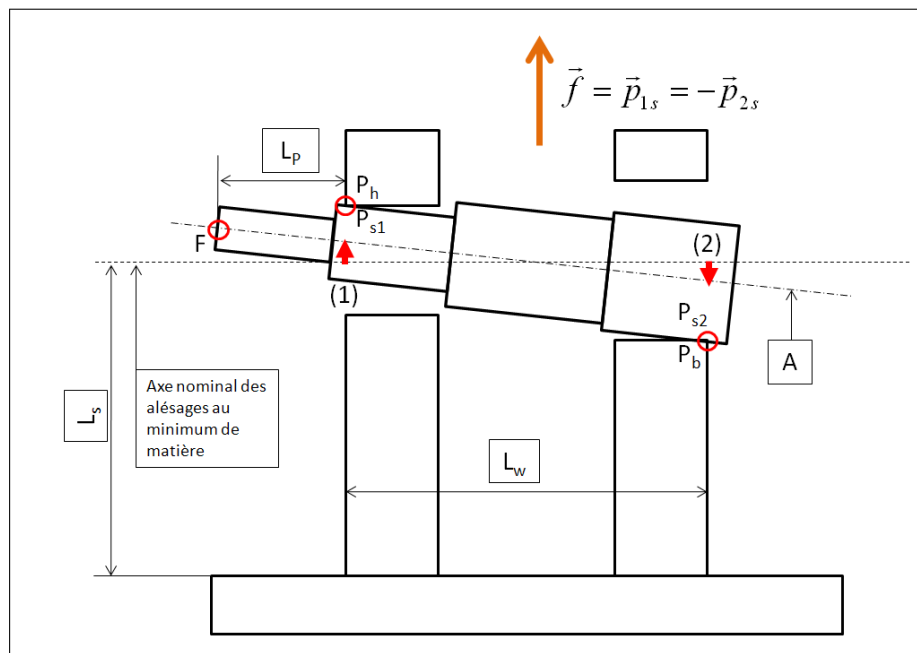


Figure III.28 – Points de contact au pire des cas

D'après la cotation définie précédemment et en fonction des dimensions L_p et L_w de la figure précédente, l'influence des tolérances et des jeux sur le point F dans la direction \vec{f} peut être déterminée. Dans un premier temps, les alésages des paliers sont supposés

être fait à la distance L_F par rapport à leur référence A respective.

$$D^a(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = \frac{t_{4S}}{2} + k_h \cdot \frac{(H_1 - S_1) + \frac{t_{1S}}{2} + \frac{t_{3h}}{2} + t_{5h}}{2} + k_b \cdot \frac{(B_1 - S_2) + \frac{t_{2S}}{2} + \frac{t_{3b}}{2} + t_{5b}}{2} \quad (\text{III.31})$$

Avec $k_h = \frac{L_p + L_w}{L_w}$ et $k_b = \frac{L_p}{L_w}$. Les valeurs $(H_1 - S_1)$ et $(B_1 - S_2)$ représentent le jeu nominal dans les paliers.

III.3.3.3 Influence de la dilatation

Les dilatations vont également déplacer le point F mais a priori sans changer les points de contact. Le déplacement dû à la dilatation sera déterminé en calculant l'influence de chaque pièce au point F dans la direction \vec{f} .

$$\Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = \Delta_s^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \Delta_h^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \Delta_b^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) \quad (\text{III.32})$$

La dilatation de l'arbre $\Delta_s^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})$ sera caractérisée par les écarts e^j aux différents points de contact. La figure III.29 montre les écarts $e^j(P_{s1}, \vec{f})$ (flèche 1) et $e^j(P_{s2}, -\vec{f})$ (flèche 2) entre la pièce nominale en noir et la pièce déformée en vert. L'arbre étant tournant, la dilatation est axisymétrique. Le point F reste sur l'axe nominal.

$$e^j(F_s, \vec{f}) = 0 \quad (\text{III.33})$$

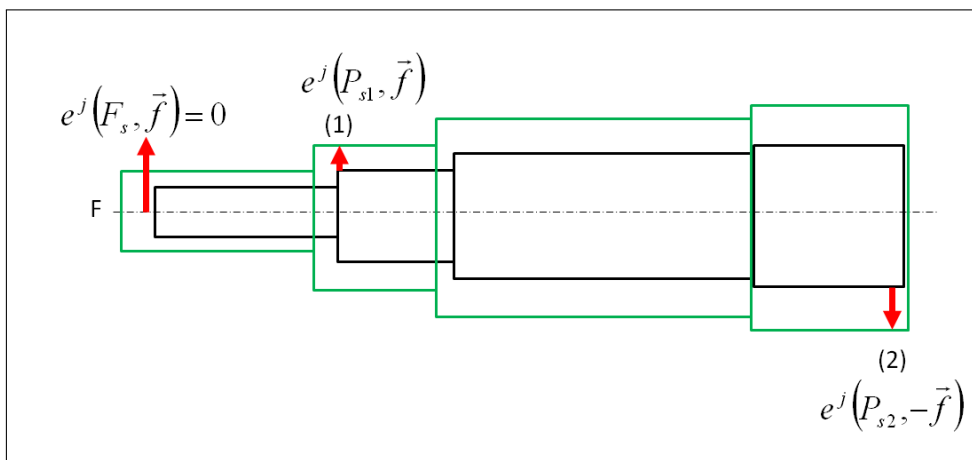


Figure III.29 – Variations des points d'analyse l'arbre à un état thermique j

La figure III.30 montre que l'augmentation de diamètre de l'arbre (en vert) réduit le jeu et donc le déplacement du point F dans la direction \vec{f} .

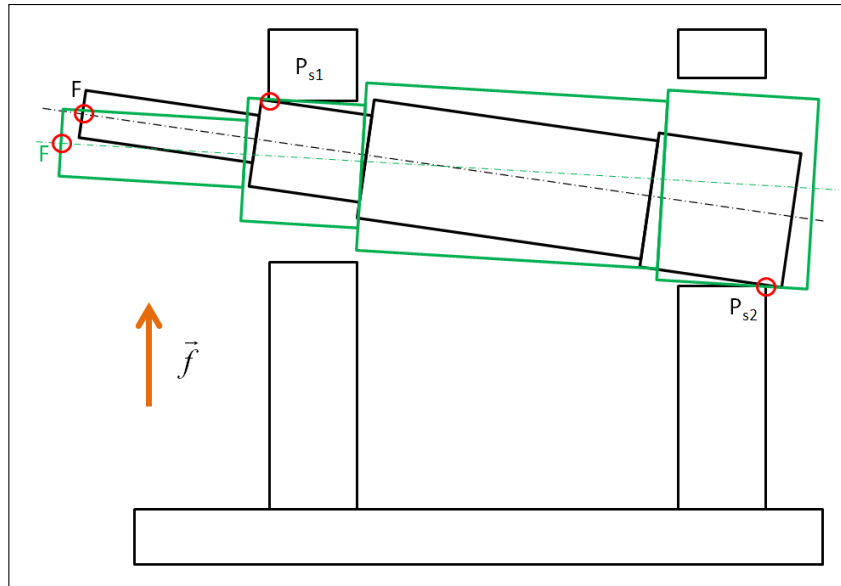
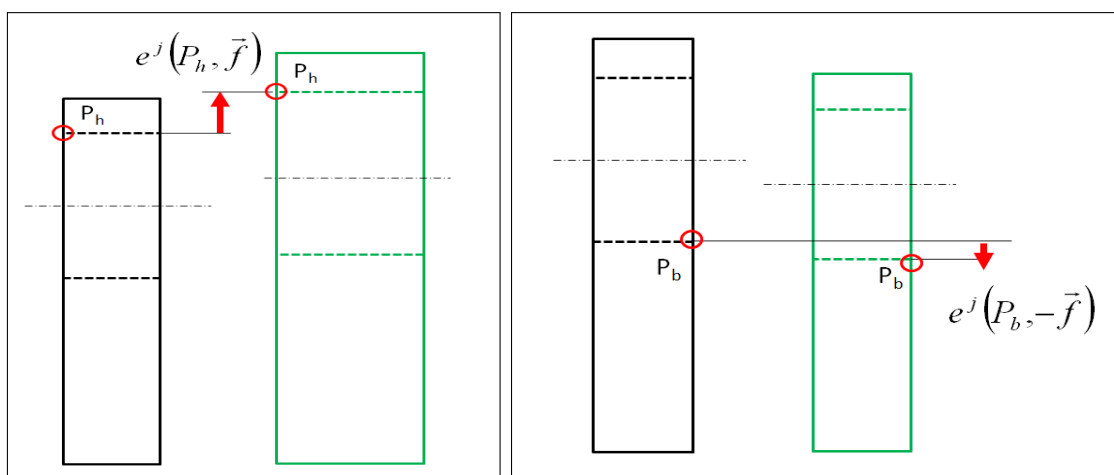


Figure III.30 – Impact des variations de l'arbre sur le déplacement de F

Les points d'analyse restent les mêmes (P_{s1} et P_{s2}), les coefficients d'influence k_i restent les mêmes que pour le cas à température ambiante. Néanmoins, il faut faire attention à la définition du vecteur position de F par rapport à la référence R (signe différent entre les deux paliers).

$$\Delta_s^j(\overrightarrow{OF}, \vec{f}) = e^j(F_s, \vec{f}) - k_h \cdot e^j(P_{s1}, \vec{f}) - k_b \cdot e^j(P_{s2}, -\vec{f}) \quad (\text{III.34})$$

Les dilatations des paliers déplacent les points de contact de $e^j(P_h, \vec{f})$ et $e^j(P_b, -\vec{f})$ entre les pièces nominales en noir et déformées en vert (figure III.31).



(a) Housing

(b) Bearing

Figure III.31 – Variation des points de contact des paliers

Pour les paliers, les déplacements des points de contact dans les directions d'analyse augmentent le déplacement du point F dans la direction \vec{f} .

$$\begin{cases} \Delta_h^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = k_h \cdot e^j(P_h, \vec{f}) \\ \Delta_b^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = k_b \cdot e^j(P_b, -\vec{f}) \end{cases} \quad (\text{III.35})$$

III.3.3.4 Cumul des effets

Le cumul des défauts géométriques et des effets thermiques donne l'effet maximum total au point F dans la direction \vec{f} à un état thermique j :

$$\begin{aligned} \delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = & \frac{t_{4S}}{2} + k_h \cdot \frac{(H_1 - S_1) + \frac{t_{1S}}{2} + \frac{t_{3h}}{2} + t_{5h}}{2} + k_b \cdot \frac{(B_1 - S_2) + \frac{t_{2S}}{2} + \frac{t_{3b}}{2} + t_{5b}}{2} \\ & + e^j(F_s, \vec{f}) - k_h \cdot e^j(P_{s1}, \vec{f}) - k_b \cdot e^j(P_{s2}, -\vec{f}) \\ & + k_h \cdot e^j(P_h, \vec{f}) + k_b \cdot e^j(P_b, -\vec{f}) \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

La localisation en bout d'arbre impose de respecter les deux inéquations suivantes à tous les états thermiques j avec une position nominale centrée sur la position L_F :

$$\begin{cases} \text{MAX} \left(\delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) \right) \leq \frac{t_p}{2} \\ \text{MAX} \left(\delta^j(\overrightarrow{O_F F}, -\vec{f}) \right) \leq \frac{t_p}{2} \end{cases} \quad (\text{III.37})$$

Ces écarts dus à la dilatation peuvent être obtenus directement par le déplacement des noeuds calculés par l'étude thermique, même lorsque la température n'est pas uniforme. Le seul problème est éventuellement le changement des points de contact. Ce problème sera étudié en IV.4.

III.3.4 Conclusion sur les mécanismes avec jeu

Avec cette approche, le jeu nominal est pris en compte à température ambiante en même temps que les tolérances.

Les calculs thermiques sont effectués sur des pièces nominales isolées. Les calculs à températures ambiantes sont considérés sur des pièces parfaites, mais de dimensions légèrement différentes (états virtuels au minimum de matière). On néglige cet écart sur

le calcul des déplacements des points de contact.

Ce calcul n'impose pas de faire l'assemblage des pièces. Les calculs thermiques peuvent être réalisés sur des pièces séparées en admettant que la conduction entre les pièces est négligeable ou prise en compte par le champ de température.

III.4 Incertitudes sur la température

III.4.1 Facteurs d'incertitudes

Lors de la phase de calcul, un champ thermique nominal est considéré pour chaque état thermique j . Le champ réel peut légèrement varier en fonction de nombreux paramètres (modèle thermique, température extérieure, qualité du refroidissement etc.). L'incertitude sur le champ thermique de chaque pièce implique également une incertitude sur le champ de déplacements résultant, et donc sur les déplacements calculés permettant de s'assurer du respect des exigences. Le but n'est pas de déterminer l'incertitude associée en fonction de chaque paramètre mais de considérer l'effet sur les exigences d'après une estimation du champ de déplacements à chaque état thermique.

La figure III.32 montre que par rapport à une situation nominale, les variations de température induisent une variation de position des points P_h et P_b . Il faut rechercher la situation au pire des cas qui maximise le déplacement du point F .

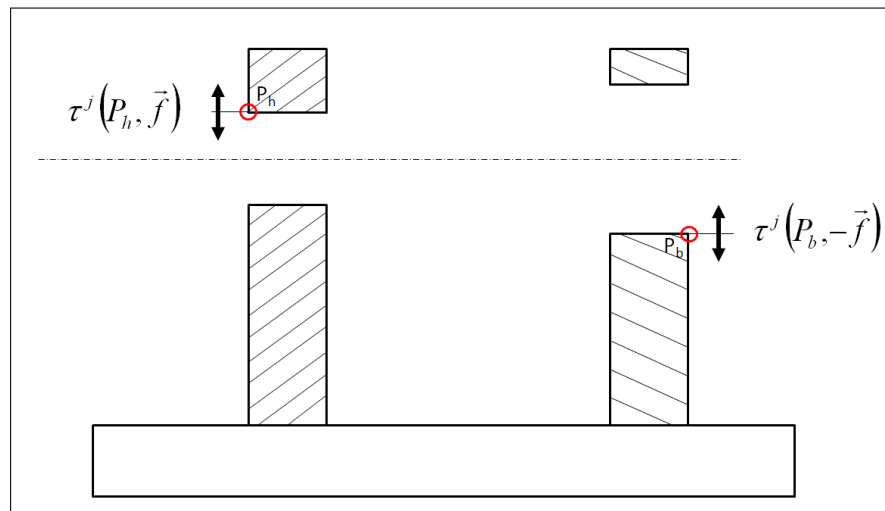


Figure III.32 – Incertitude sur les points de contact des paliers

Il faut donc ajouter un terme d'incertitude dans les équations. La variation totale d'un point F dans la direction \vec{f} à un état j devient donc :

$$\delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = D^a(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \theta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) \quad (\text{III.38})$$

Le terme $\theta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})$ représente l'influence globale des incertitudes au point F dans la direction \vec{f} à l'état j . Son estimation à partir de Δ^j évite de faire des calculs supplémentaires pour tous les champs thermiques envisagés.

III.4.2 Estimation des incertitudes

Afin d'estimer les valeurs des incertitudes, on propose deux possibilités :

- par estimation linéaire ;
- par calcul de la valeur maximale.

Pour la méthode par estimation, un calcul initial est réalisé sur les températures nominales permettant d'obtenir les déplacements thermiques Δ^j . Les experts estiment un pourcentage d'incertitude sur le champ thermique complet appliqué. Cette valeur est ensuite appliquée au déplacement calculé pour trouver le déplacement dû à l'incertitude. Si le champ thermique du housing a une erreur de $\pm 10\%$, le déplacement du point P_h dans la direction \vec{f} à l'état thermique j dû aux incertitudes vaut :

$$\tau^j(P_h, \vec{f}) = \pm 10\% \times e^j(P_h, \vec{f}) \quad (\text{III.39})$$

Par la seconde méthode, les experts doivent procéder à deux séries de calculs par état thermique. La première série de calculs correspond aux températures nominales, la seconde correspond aux températures estimées donnant les déplacements maximaux. Cela donne les déplacements à un état thermique j dus aux effets thermiques nominaux e^j et ceux dus aux effets thermiques maximaux e^{jmax} . L'incertitude à cet état j est donc la différence de ces deux valeurs. Pour l'étude au point P_h dans la direction \vec{f} .

$$\tau^j(P_h, \vec{f}) = e^{jmax}(P_h, \vec{f}) - e^j(P_h, \vec{f}) \quad (\text{III.40})$$

III.4.3 Prise en compte de l'incertitude

Les incertitudes sur les déplacements sont considérées centrées sur les valeurs obtenues avec les températures nominales. L'écart thermique total d'un point P_i dans la direction \vec{i} en fonction de la température nominale et de son incertitude à l'état j peut donc être défini par la relation suivante :

$$e_{total}^j(P_i, \vec{i}) = e^j(P_i, \vec{i}) \pm \tau^j(P_i, \vec{i}) \quad (\text{III.41})$$

A la différence des effets thermiques nominaux qui peuvent avoir une influence positive ou négative, les incertitudes ont un effet global toujours positif pour la recherche d'un déplacement au pire des cas. Si les incertitudes sont indépendantes (cas de phénomènes aléatoires), l'effet dû à l'incertitude de chaque point d'analyse doit être positif. Cela revient à ajouter les valeurs absolues de l'influence des incertitudes en chaque point d'analyse. En reprenant l'équation III.36 et en y ajoutant les effets des incertitudes, l'équation complète du déplacement maximal du point F dans la direction \vec{f} à un état j devient :

$$\begin{aligned} \delta^h(F, \vec{f}) = & \frac{t_{4S}}{2} + k_h \cdot \frac{(H_1 - S_1) + \frac{t_{1S}}{2} + \frac{t_{3h}}{2} + t_{5h}}{2} + k_b \cdot \frac{(B_1 - S_2) + \frac{t_{2S}}{2} + \frac{t_{3b}}{2} + t_{5b}}{2} \\ & + e^j(F, \vec{f}) - k_h \cdot e^j(P_{s1}, \vec{f}) - k_b \cdot e^j(P_{s2}, -\vec{f}) \\ & + k_h \cdot e^j(P_h, \vec{f}) + k_b \cdot e^j(P_b, -\vec{f}) \\ & + \left| e^j(F, \vec{f}) \right| + \left| -k_h \cdot e^j(P_{s1}, \vec{f}) \right| + \left| -k_b \cdot e^j(P_{s2}, -\vec{f}) \right| \\ & + \left| k_h \cdot e^j(P_h, \vec{f}) \right| + \left| k_b \cdot e^j(P_b, -\vec{f}) \right| \end{aligned} \quad (\text{III.42})$$

III.4.4 Incertitude corrélée

L'incertitude de la température peut être corrélée. Par exemple la source de chaleur induisant cette incertitude s'applique aux deux paliers en même temps. Les écarts peuvent s'ajouter ou se compenser. Il faut donc cumuler les écarts avant de prendre la valeur absolue :

$$\theta^j(F, \vec{f}) = \left| e^j(F, \vec{f}) - k_h \cdot e^j(P_{s1}, \vec{f}) - k_b \cdot e^j(P_{s2}, -\vec{f}) + k_h \cdot e^j(P_h, \vec{f}) + k_b \cdot e^j(P_b, -\vec{f}) \right| \quad (\text{III.43})$$

La corrélation d'incertitudes peut aussi être prise en compte au sein d'une même pièce. Les dilatations sur les différentes surfaces de contact et surfaces fonctionnelles sont corrélées.

En pratique, on peut avoir un comportement hybride (mélange d'incertitudes aléatoires et corrélées). C'est donc aux experts thermiciens d'analyser les causes d'incertitudes et les corrélations pour estimer l'incertitude globale. Par exemple 30% d'incertitudes aléatoires et 70% d'incertitudes corrélées, ce qui donne l'incertitude globale :

$$\begin{aligned}
 \theta^j(F, \vec{f}) = & 0.3 \times \left[\left| e^j(F, \vec{f}) \right| + \left| -k_h \cdot e^j(P_{s1}, \vec{f}) \right| + \left| -k_b \cdot e^j(P_{s2}, -\vec{f}) \right| \right. \\
 & \left. + \left| k_h \cdot e^j(P_h, \vec{f}) \right| + \left| k_b \cdot e^j(P_b, -\vec{f}) \right| \right] \\
 & + 0.7 \times \left[\left| e^j(F, \vec{f}) - k_h \cdot e^j(P_{s1}, \vec{f}) - k_b \cdot e^j(P_{s2}, -\vec{f}) \right. \right. \\
 & \left. \left. + k_h \cdot e^j(P_h, \vec{f}) + k_b \cdot e^j(P_b, -\vec{f}) \right| \right]
 \end{aligned} \tag{III.44}$$

Une application numérique sera présentée en III.5.6 pour donner des ordres de grandeur des effets de ces incertitudes.

III.4.5 Variations des régimes thermiques

Un mécanisme réel subit des variations thermiques au cours de son utilisation. Certains états thermiques sont stables (régimes établis) et d'autre non (régimes transitoires). Par exemple, une montée en température d'un moteur peut être considérée comme une succession de régimes transitoires alors qu'une utilisation à un régime moteur fixe sera considérée comme un régime établi.

Le fait que le régime soit établi ou transitoire n'est pas impactant pour la méthode de calcul proposée. En effet, les états thermiques considérés représentent des images thermiques à un instant donné.

III.4.6 Régime transitoire

Lors d'un cycle de fonctionnement d'un mécanisme, celui-ci peut subir des variations thermiques complexes. Le démarrage de l'appareil peut commencer par une phase de

montée en température. Cette phase peut être suivie par une phase de régime permanent et enfin par un retour à température ambiante lorsque le mécanisme est en phase d'arrêt. Ces différentes phases sont représentées figure III.33. Ce graphique représente les températures nominales avec leurs incertitudes. Les températures sont considérées comme uniformes dans chaque palier en chaque instant. Pour simplifier les calculs, l'arbre et le support ne subissent pas de variations thermiques.

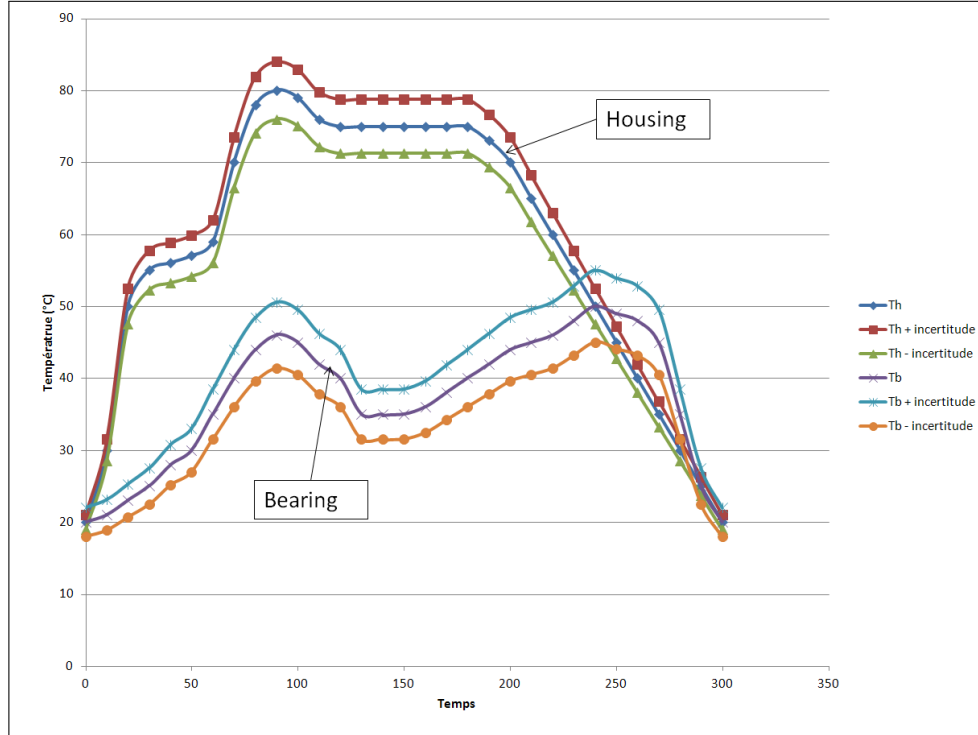


Figure III.33 – Régime thermique transitoire sur les deux paliers

Les courbes des températures sont complexes. Il est compliqué de définir précisément à quel instant le déplacement du point F sera maximal. Aussi, on discrétise les courbes en différents instants qui seront les différents états thermiques j à étudier. D'après les hypothèses considérées et l'équation III.42 devient :

$$\begin{aligned}
 \delta^h(\overrightarrow{O_F \dot{F}}, \vec{f}) &= D^a(\overrightarrow{O_F \dot{F}}, \vec{f}) + \Delta^j(\overrightarrow{O_F \dot{F}}, \vec{f}) + \theta^j(\overrightarrow{O_F \dot{F}}, \vec{f}) \\
 &= \frac{t_{4S}}{2} + k_h \cdot \frac{(H_1 - S_1) + \frac{t_{1S}}{2} + \frac{t_{3h}}{2} + t_{5h}}{2} + k_b \cdot \frac{(B_1 - S_2) + \frac{t_{2S}}{2} + \frac{t_{3b}}{2} + t_{5b}}{2} \\
 &\quad + k_h \cdot e^j(P_h, \vec{f}) + k_b \cdot e^j(P_b, -\vec{f}) \\
 &\quad + \left| k_h \cdot e^j(P_h, \vec{f}) \right| + \left| k_b \cdot e^j(P_b, -\vec{f}) \right|
 \end{aligned}
 \tag{III.45}$$

Cela permet de tracer les courbes de l'influence thermique Δ^j et de sa valeur avec incertitude $\Delta^j + \theta^j$ pour chaque état j :

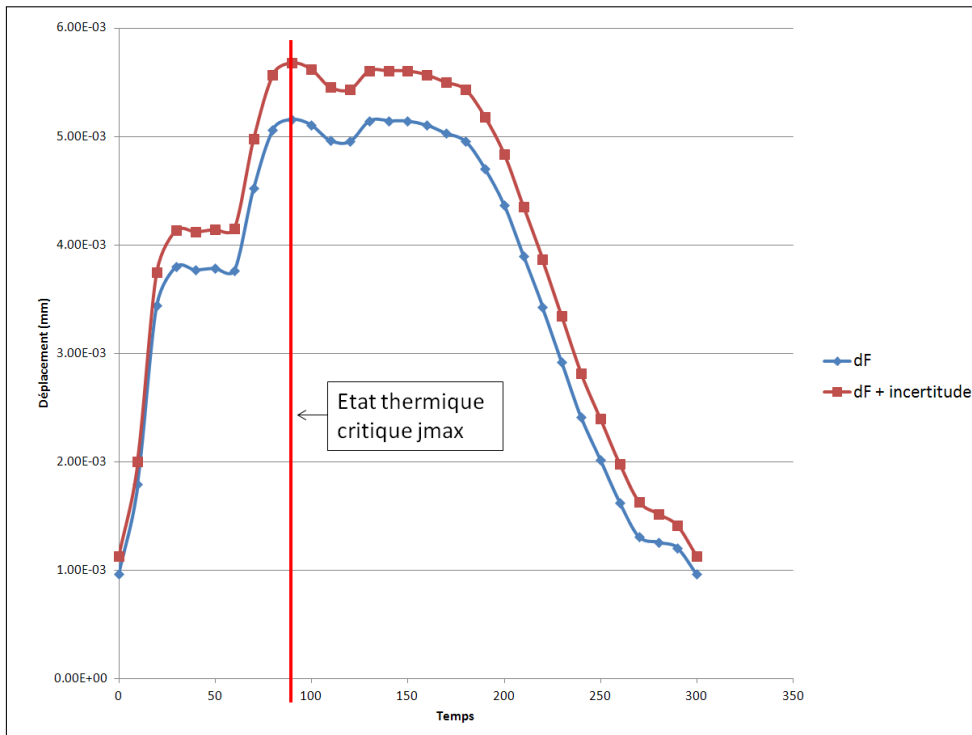


Figure III.34 – Déplacement au point F

Cette courbe permet de détecter la situation critique (ici pour l'état $j = 90$) qui donne l'effet maximum de F dans la direction \vec{f} .

La dilatation étant indépendante des tolérances, il suffit d'étudier l'exigence uniquement pour cet état thermique.

III.5 Optimisation du mécanisme

III.5.1 Objectifs

L'optimisation est ici restreinte au tolérancement. Elle permet de maximiser les tolérances en modifiant légèrement les cotes encadrées. Cette optimisation doit satisfaire toutes les exigences et ce à toutes les températures du cycle thermique.

Ici, il faudra donc chercher les meilleures dimensions de X_h et X_b afin de maximiser les tolérances t_{1S} , t_{2S} et t_{4S} de l'arbre, les tolérances t_{3h} et t_{5h} du housing et enfin les tolérances t_{3b} et t_{5b} du bearing.

Cette optimisation ne tien pas compte des choix des matériaux, des choix de conception, des régulations de température, ...

III.5.2 Champs thermiques utilisés

L'optimisation du mécanisme sera présentée sur une montée en régime et sur la phase de régime permanent (figure III.35). A l'instant $t = 0$ tout le mécanisme est à température ambiante. Ensuite, il commence à chauffer en passant par différents états transitoires pour enfin arriver à un régime établi. Afin de simplifier cette étude, les champs de chaque pièce sont indépendants et uniformes en chaque instant. De plus, l'arbre et le support ne subiront pas de variations thermiques. Pour chaque palier, trois courbes de températures sont définies (figure III.35) :

- la courbe à température nominale T_i ;
- la courbe à température minimale $T_i - \frac{T_{\theta i}}{2}$;
- la courbe à température maximale $T_i + \frac{T_{\theta i}}{2}$.

Les incertitudes $T_{\theta i}$ sont estimées à $\pm 15\%$ de la température nominale. L'équation III.42 devient :

$$\begin{aligned} \delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = & \frac{t_{4S}}{2} + k_h \cdot \frac{(H_1 - S_1) + \frac{t_{1S}}{2} + \frac{t_{3h}}{2} + t_{5h}}{2} + k_b \cdot \frac{(B_1 - S_2) + \frac{t_{2S}}{2} + \frac{t_{3b}}{2} + t_{5b}}{2} \\ & + k_h \cdot e^j(P_h, \vec{f}) + k_b \cdot e^j(P_b, -\vec{f}) \\ & + 0.15 \times \left| k_h \cdot e^j(P_h, \vec{f}) \right| + 0.15 \times \left| k_b \cdot e^j(P_b, -\vec{f}) \right| \end{aligned} \quad (\text{III.46})$$

L'équation III.46 et l'évolution des champs thermiques appliqués implique que l'état thermique $jmax$ correspondant à l'influence maximale sur le point F dans la direction \vec{f} (vers le haut) correspond aux températures $T_H + \frac{T_{\theta H}}{2}$ pour le palier 1 et $T_B - \frac{T_{\theta B}}{2}$

condition que les jeux à température ambiante soient de type *H7g6*.

La position de F est dépendante de la position nominale X_F . Celle-ci se calcule d'après la cotation des pièces :

$$X_F = X_h + k_b (X_h - X_b) \quad (\text{III.48})$$

La position minimale de F par rapport à R est obtenue à température ambiante. La position maximale est obtenue à la température maximale $jmax$. Les deux premières équations du système III.47 deviennent :

$$\begin{cases} X_F - D^a(\overrightarrow{O_F F}, -\vec{f}) \geq L_F - \frac{t_p}{2} \\ X_F + D^a(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \Delta^{jmax}(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \theta^{jmax}(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) \leq L_F + \frac{t_p}{2} \end{cases} \quad (\text{III.49})$$

On suppose qu'il n'y a pas d'incertitude sur la température ambiante (la plus basse).

L'influence des tolérances est symétrique :

$$D^a(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = D^a(\overrightarrow{O_F F}, -\vec{f}) \quad (\text{III.50})$$

III.5.4 Optimisation de la position nominale

L'optimisation du système III.49 se fait en utilisant toute la zone de tolérance de l'exigence. Les inéquations sont donc transformées en équations :

$$\begin{cases} X_F - D^a(\overrightarrow{O_F F}, -\vec{f}) & = L_F - \frac{t_p}{2} \\ X_F + D^a(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \Delta^{jmax}(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \theta^{jmax}(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) & = L_F + \frac{t_p}{2} \end{cases} \quad (\text{III.51})$$

La somme et la différence des deux équations du système III.51 donnent :

$$\begin{cases} X_F = L_F - \frac{\Delta^{jmax}(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \theta^{jmax}(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})}{2} \end{cases} \quad (\text{III.52a})$$

$$\begin{cases} D^a(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = \frac{t_p - \Delta^{jmax}(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) - \theta^{jmax}(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})}{2} \end{cases} \quad (\text{III.52b})$$

L'équation III.52a permet d'étudier la position nominale de F et l'équation III.52b permet d'étudier les variations autour de la position nominale.

La hauteur X_F du point F à température ambiante est maintenant connue. L'équation III.48 donne la relation entre X_F , X_h et X_b . Afin de résoudre cette équation, il faut

arbitrairement rajouter une contrainte. Ici, cette contrainte supplémentaire sera que $X_h = X_b$. Cela implique donc :

$$X_h = X_b = X_F = L_F - \frac{\Delta^{jmax}(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) + \theta^{jmax}(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})}{2} \quad (\text{III.53})$$

Il faut donc diminuer la hauteur nominale des paliers par rapport à la valeur de L_F de l'exigence pour compenser la dilatation.

III.5.5 Optimisation des diamètres nominaux

Le détail de l'équation III.52b fait apparaître les dimensions nominales à optimiser (H_1 , B_1 , S_1 et S_2) ainsi que les tolérances à maximiser (t_{1S} , t_{2S} , t_{4S} , t_{3h} , t_{5h} , t_{3b} et t_{5b}) :

$$\frac{t_{4S}}{2} + k_h \cdot \frac{(H_1 - S_1) + \frac{t_{1S}}{2} + \frac{t_{3h}}{2} + t_{5h}}{2} + k_b \cdot \frac{(B_1 - S_2) + \frac{t_{2S}}{2} + \frac{t_{3b}}{2} + t_{5b}}{2} = \frac{t_p - \Delta^{jmax}(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) - \theta^{jmax}(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})}{2} \quad (\text{III.54})$$

La résolution complète du système imposerait d'ajouter des exigences de jeu mini à température ambiante et à chaud. Pour simplifier cette étude, il a été précisé dans la partie III.5.3 que les paliers seront définis en $H7g6$. Le palier avant (housing) sera en $\phi 20H7g6$ et le palier arrière (bearing) en $\phi 25H7g6$. Les valeurs ainsi obtenues sont données dans le tableau III.1 en arrondissant au micron :

Pièce	Arbre				Housing		Bearing	
Paramètre	S_1	S_2	t_{1S}	t_{2S}	H_1	t_{3h}	B_1	t_{3b}
Valeur en (mm)	19.987	24.987	0.013	0.013	20.011	0.021	25.011	0.021

Tableau III.1 – Valeurs dans les paliers

Il reste donc à maximiser les tolérances t_{4S} , t_{5h} et t_{5b} qui ne sont liées que par une seule équation :

$$t_{4S} + k_h \cdot t_{5h} + k_b \cdot t_{5b} = T \quad (\text{III.55})$$

Avec :

$$T = t_p - \Delta^{jmax}(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) - \theta^{jmax}(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) - k_h \cdot \left(H_1 - S_1 + \frac{t_{1S}}{2} + \frac{t_{3h}}{2} \right) - k_b \cdot \left(B_1 - S_2 + \frac{t_{2S}}{2} + \frac{t_{3b}}{2} \right) \quad (\text{III.56})$$

T diminue en fonction de l'élévation de la température, des incertitudes et des jeux.

Pour maximiser ces tolérances restantes, différentes stratégies peuvent être utilisées comme la maximisation par iso-capabilité, par coût minimum, par règles interne etc. Ici, la maximisation sera effectuée afin de donner autant d'influence aux trois termes t_{4S} , $k_h.t_{5h}$ et $k_b.t_{5b}$:

$$\begin{cases} t_{4S} & = \frac{T}{3} \\ k_h.t_{5h} & = \frac{T}{3} \\ k_b.t_{5b} & = \frac{T}{3} \end{cases} \quad (\text{III.57})$$

Une autre solution aurait pu être de choisir des tolérances équivalentes :

$$t_{4S} = t_{5h} = t_{5b} = \frac{T}{1 + k_h + k_b} \quad (\text{III.58})$$

III.5.6 Qualité des modèles

III.5.6.1 Etude des différents modèles

L'optimisation des tolérances d'un mécanisme peut se faire avec des modèles thermiques de plus en plus fins.

- Modèle 1 : en négligeant les effets thermiques.
- Modèle 2 : en tenant compte des températures nominales.
- Modèle 3 : en tenant compte des températures nominales et des incertitudes sur les températures.

Le tableau III.2 donne les résultats obtenus avec les trois modèles.

Valeurs en mm	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
$\Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})$	0.092		
$\theta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})$	0.016		
t_{4S}	0.075	0.045	0.039
t_{5h}	0.054	0.032	0.028
t_{5b}	0.188	0.112	0.098
X_F	50.000	49.954	49.946
D^a	0.150	0.104	0.096
X^{jmax}	50.258	50.166	50.150
X^{jmin}	49.850	49.850	49.850

Tableau III.2 – Résultat de l'optimisation en fonction des modèles

Plus le modèle est fin, plus les tolérances diminuent. Autrement dit, l'exigence risque de ne pas être respectée avec un modèle élémentaire.

Ce modèle permet de tracer les courbes (figure III.36) des positions minimum et maximum du point F par rapport à la surface de référence R en fonction des variations de température présentées figure III.35 et des tolérances.

III.5.6.2 Comportement en température

L'exigence à vérifier définie figure III.23 impose une position nominale $L_F = 50mm$ et une zone de tolérance $t_p = 0.3mm$.

Cette exigence doit être respectée quels que soient les écarts permis par les tolérances et les jeux, et quelles que soient les températures rencontrées lors du cycle thermique défini en III.35.

La figure III.36 présente les deux limites de l'exigence entre 49.85 et 50.15 (lignes rouges) et l'évolution du point F en fonction du temps. Chaque modèle est représenté par deux courbes identiques mais décalées. Ce décalage provient des écarts mini ou maxi

des pièces permis par les tolérances.

Pour les trois modèles la position X_{min} est obtenue à température ambiante. Les dimensions nominales donnant X_F et les tolérances sont différentes, mais donnent donc la même valeur mini à température ambiante. Les trois courbes mini sont donc confondues et sont représentées avec des losanges sur la figure III.36.

Par contre, les valeurs maxi à température ambiante sont différentes.

La courbe avec les triangles correspond au modèle 3 le plus fin. Elle est déterminée de sorte que le point F soit dans la zone de tolérance même à haute température.

La courbe avec les ronds représente le modèle 2. En négligeant les incertitudes sur les températures, la valeur maxi de l'exigence peut légèrement être dépassée si les pièces livrées sont proches des valeurs limites ou "au pire des cas".

La courbe avec les carrés simule le modèle 1. Le dépassement est très net dès que le mécanisme chauffe.

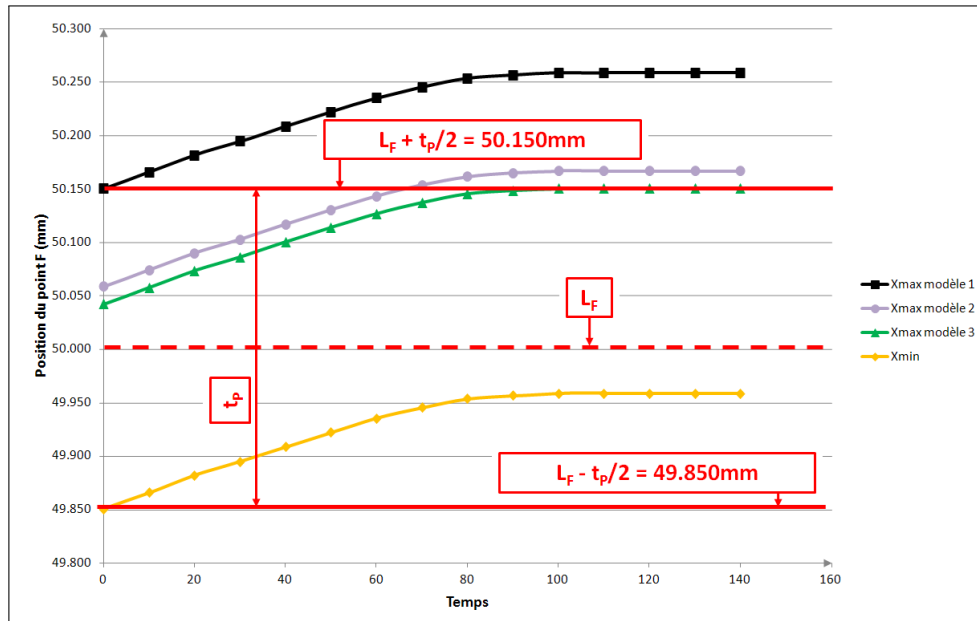


Figure III.36 – Comparaison des résultats avec et sans prise en compte des effets thermiques

III.5.6.3 Analyse des résultats

La figure III.36 montre que tous les modèles ont la même évolution en fonction de la température. Cela est dû au fait que les effets des températures nominales et des incertitudes sur les températures sont calculés sur des pièces nominales avant optimisation sans tenir compte des écarts de dimensions dues aux tolérances.

Le modèle 1 est défini pour que les déplacements à température ambiante utilisent toute la plage admissible de l'exigence. De ce fait, ce modèle est celui dont les tolérances sont les plus larges. Néanmoins, il ne respecte plus l'exigence dès lors que la température dans les paliers change. L'erreur commise d'après le tableau III.2 est de $108\mu m$, soit environ 35% de la tolérance de localisation. A titre de comparaison, l'influence à température ambiante des deux jeux au minimum de matière dans les palier sur le point F est d'environ $74\mu m$. La différence entre le modèle 1 et les deux autres modèles est très importante. Ce modèle ne permet pas de bien modéliser les mécanismes soumis à des variations de températures non négligeables.

Le modèle 2 ne respecte pas complètement l'exigence et a des tolérances réduites. Le dépassement est uniquement lié aux effets des incertitudes sur la température. D'après le tableau III.2, le dépassement de l'exigence est de $16\mu m$, soit environ 5% de la tolérance de localisation. Cette solution permet une bonne approximation si les incertitudes thermiques ne sont pas connues. Par rapport au modèle 3, ce type de modélisation pourra être utilisé en phase de pré-projet pour obtenir des valeurs réalistes des dimensions nominales et des tolérances à réaliser. En effet, il permet de donner des résultats plus rapides car il ne nécessite pas d'étude sur les incertitudes des température.

Le modèle 3 respecte l'exigence de localisation quel que soit l'état thermique. Les valeurs des tolérances sont légèrement réduites par rapport au modèle 2, ce qui permet la prise en compte des incertitudes thermiques. Ce type de modélisation pourra être utilisé en phase finale de cotation en donnant les meilleurs valeurs des dimensions nominales et des tolérances afin de respecter complètement les exigences.

III.6 Conclusion

Ce chapitre montre qu'il est possible de séparer le calcul thermique du calcul des tolérances en précisant les hypothèses de contact.

La relation résultante est bien obtenue par l'addition de l'effet des tolérances, des températures et des incertitudes sur les champs thermiques sous une forme générale :

$$\delta^j = D^a + \Delta^j + \theta^j \quad (\text{III.59})$$

On peut donc étudier plusieurs états thermiques indépendamment des tolérances et optimiser ensuite les tolérances et les cotes nominales pour tous les états thermiques.

La méthode des droites d'analyse permet d'identifier les points de contact "critiques" entre les pièces et d'avoir un modèle cohérent entre le modèle de tolérance (basé sur les surfaces parfaites définies par le tolérancement) et le modèle éléments finis (construit sur le modèle nominal).

Chapitre

IV

Analyse des hypothèses

Sommaire

IV.1 Introduction	81
IV.2 Complémentarité des services calculs et tolérancement	82
IV.2.1 Introduction	82
IV.2.2 Hypothèse générale	83
IV.2.3 Calcul des mécanismes sans jeu	83
IV.2.3.1 Méthode de calculs pièces isolées	83
IV.2.3.2 Méthode de calcul global	86
IV.2.3.3 Conclusion sur les mécanismes sans jeu	87
IV.2.4 Calcul des mécanismes avec jeu	88
IV.2.4.1 Rappel du tolérancement	88
IV.2.4.2 Méthode de calculs isolés	90
IV.2.4.3 Calcul thermique global à contact imposé	92
IV.2.4.4 Calcul thermique global centré	94
IV.2.4.5 Calcul global par effort virtuel avec calcul ambiant	96
IV.2.4.6 Calcul global par effort virtuel sans calcul ambiant	98
IV.2.5 Conclusion	100
IV.3 Système de références de l'exigence	100
IV.3.1 Système de références complet	100
IV.3.2 Système de références partielles	101

IV.4 Changement des points de contact	103
IV.4.1 Changement des points de contact dans des paliers	103
IV.4.2 Points de contact entre plans secondaires	104
IV.5 Qualification des interfaces	106
IV.6 Jeu minimum dans les liaisons	107
IV.6.1 Généralité	107
IV.6.2 Cumul et simplification	109
IV.7 Conclusion	111

IV.1 Introduction

Le chapitre précédent a permis de définir une méthodologie générale de prise en compte des effets thermiques (nominiaux et incertitudes) dans les chaînes de cotes 3D en imposant différentes conditions (calculs des pièces séparés, points de contact thermique identiques aux points de contact en tolérancement...).

Ce chapitre approfondit la méthode en abordant cinq thèmes.

1. Pour un mécanisme simple le calcul thermique peut être réalisé en une seule fois alors qu'un mécanisme complexe doit pouvoir être étudié par sous-assemblages. L'objectif est ici de montrer comment coupler différentes méthodes de calcul thermique avec les chaînes de cotes. Les différentes étapes du processus de calcul des chaînes de cotes thermiques et les hypothèses associées seront détaillées pour plusieurs cas possibles d'analyses d'un mécanisme.
2. A température ambiante, la position d'une surface tolérancée est définie par rapport à un système de références. D'après la norme [ISO-5459], les surfaces d'un même système de références sont perpendiculaires entre elles. Après variation thermique, les éléments de références ne sont plus perpendiculaires. Une solution sera présentée afin de définir le système de références sur ces surfaces ainsi que sur des références partielles.
3. Lorsqu'un mécanisme voit sa température varier, les surfaces de contact entre les pièces peuvent se déplacer. En cas de dilatations thermiques complexes, les formes des surfaces de contact peuvent évoluer, ce qui peut générer un changement de point de contact.
4. L'erreur liée à la superposition des surfaces lors de l'assemblage du modèle thermique peut être importante. Un critère va être proposé pour quantifier l'erreur sur la chaîne de cotes.
5. Les mécanismes ayant une mobilité interne peuvent nécessiter de garantir des jeux minimum dans des liaisons. Une méthode de calcul des jeux sera proposée.

IV.2 Complémentarité des services calculs et tolérancement

IV.2.1 Introduction

La prise en compte des dilatations thermiques dans les chaînes de cotes nécessite des compétences très différentes. Heureusement, les calculs peuvent être effectués quasi-indépendamment.

Le service calcul modélise le mécanisme pour les différents régimes thermiques considérés, indépendamment des exigences fonctionnelles à étudier. Il fournit le déplacement des mailles en tous points du maillage.

Le service chaînes de cotes fait le tolérancement :

- détermination des exigences fonctionnelles ;
- cotation correspondant à la montabilité et aux exigences ;
- calcul des résultantes à température ambiante (au pire des cas ou en statistique) ;
- détermination des influences thermiques Δ^j à partir des déplacements des mailles ;
- cumul des effets
- optimisation des nominaux (dans le but de maximiser les tolérances à partir des variations totales δ^j).

A partir de cette procédure générale, différentes méthodes de calculs peuvent être définies en fonction des hypothèses considérées et du choix de calculer thermiquement le mécanisme de manière globale ou par sous-ensemble. Il est également important de s'assurer que l'influence des tolérances et l'influence thermique soient cohérentes, notamment pour ce qui concerne la prise en compte des jeux dans les liaisons.

Une première série de méthodes présentera les différences entre les calculs sur des pièces isolées et calculs globaux sur des mécanismes sans jeu. Ensuite, une seconde série de méthodes présentera les particularités des mécanismes avec jeux.

IV.2.2 Hypothèse générale

La partie tolérancement permet d'obtenir les différents coefficients d'influence k_i , de déterminer les points d'analyse et la résultante à température ambiante D^a . Ce calcul est effectué sur des pièces aux pires des cas, donc à des états virtuels parfaits au minimum et au maximum de matière.

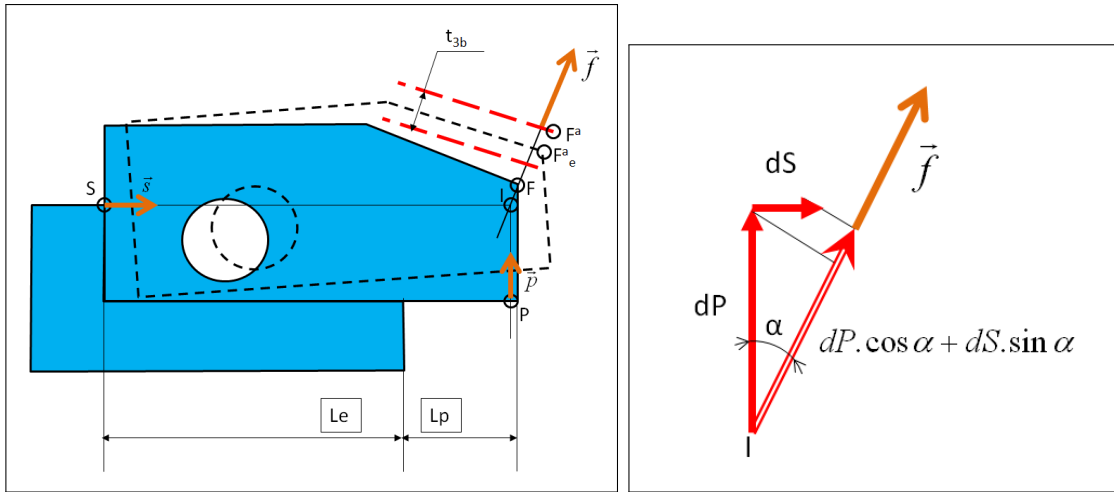
Les calculs thermiques sont réalisés sur des pièces nominales parfaites. L'écart entre la pièce nominale et la pièce au minimum de matière étant faible, l'erreur sur le calcul des dilatations est négligé. Ces calculs donnent pour chaque état thermique la variation dans toutes les directions de chacune des mailles du mécanisme en fonction de sa position initiale définie par les points fixes choisis pour le calcul.

L'influence des dilatations est ensuite ajoutée aux maillons des chaînes de cotes pour obtenir la variation totale δ^j à chaque état thermique j . Enfin, les dimensions nominales sont optimisées dans le but de maximiser les valeurs de tolérances.

IV.2.3 Calcul des mécanismes sans jeu

IV.2.3.1 Méthode de calculs pièces isolées

Les calculs sont effectués en fonction de la direction d'analyse \vec{f} (figure IV.1). Les variations d'un point terminal F sont définies en fonction des variations des points d'analyse situés à chaque interface.



(a) Variation du point F à température ambiante (b) Addition des influences des points d'analyse

Figure IV.1 – Rappel de la méthode des droites d'analyse

A température ambiante, les déplacements du point F dans la direction \vec{f} sont donc dépendants des variations de position du point de contact primaire entre le bloc et l'embase P ainsi que du point de contact secondaire S . L'écriture générale de ces déplacements est :

$$D^a(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = d^a(F, \vec{f}) + k_P \cdot d^a(P, \vec{p}) + k_S \cdot d^a(S, \vec{s}) \quad (\text{IV.1})$$

A température ambiante, ces déplacements sont dus aux défauts géométriques permis par les tolérances (voir la cotation figures III.3 et III.4). Le déplacement maxi dans la direction \vec{f} est :

$$D^a(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = \frac{t_{3b}}{2} + k_P \cdot \left[\frac{t_{1e}}{2} + \frac{Lp}{Le} \times t_{2e} \right] + k_S \cdot \left[\frac{t_{4e}}{2} \right] \quad (\text{IV.2})$$

Les calculs thermiques donnent les dilatations en tous points. En fait, il suffit de connaître les déplacements des points d'analyse dûs à la dilatation. La détermination de l'influence thermique Δ^j se calque sur l'écriture de l'influence des tolérances. Les points d'analyse sont les mêmes. La figure IV.2 montre la dilatation du bloc.

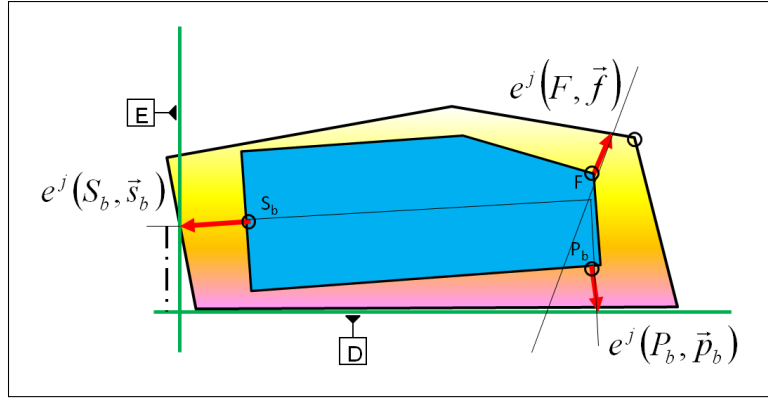


Figure IV.2 – Ecart thermique du bloc

La figure IV.3 montre la dilatation de l'embase. La recherche de la situation la plus défavorable pour le calcul de la chaîne de cotes 3D a montré que le contact secondaire est en S_b , "en haut" de la face secondaire.

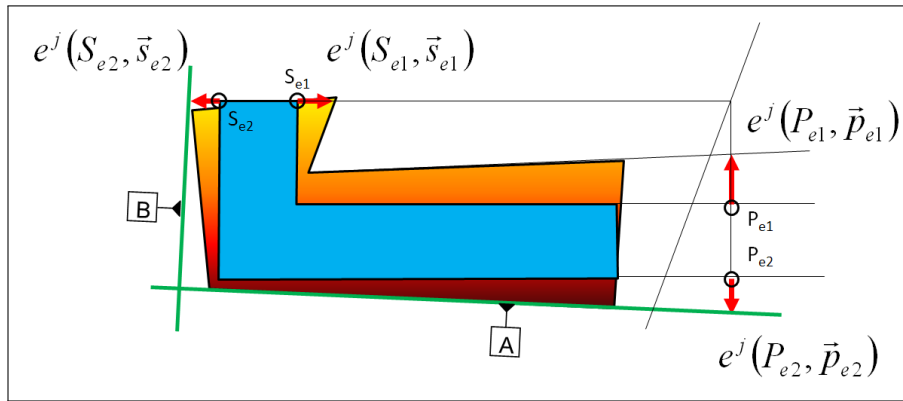


Figure IV.3 – Ecart thermique de l'embase

Les calculs et les hypothèses ont été détaillés dans la partie III.2.

L'équation de la résultante après intégration des influences des tolérances et des effets thermique au point F dans la direction \vec{f} à un état thermique j est la suivante :

$$\begin{aligned} \delta^j(\overrightarrow{OF}, \vec{f}) &= \frac{t_{3b}}{2} + k_P \cdot \left[\frac{t_{1e}}{2} + \frac{Lp}{Le} \times t_{2e} \right] + k_S \cdot \left[\frac{t_{4e}}{2} \right] \\ &+ e^j(F, \vec{f}) + k_P \cdot e^j(P_b, \vec{p}) + k_S \cdot e^j(S_b, \vec{s}) \\ &+ k_P \cdot e^j(P_{e1}, \vec{p}) + k_S \cdot e^j(S_{e1}, \vec{s}) + k_P \cdot e^j(P_{e2}, -\vec{p}) + k_S \cdot e^j(S_{e2}, -\vec{s}) \end{aligned} \quad (\text{IV.3})$$

Dans cet exemple, l'écart $e^j(F, \vec{f})$ est directement le déplacement d'un noeud. Le point P_{e1} est hors du maillage. Il appartient donc à la surface de substitution du contact

de l'embase (figure IV.4). Le problème est donc de définir un plan associé à chaque surface nominale déformée dans la liaison. L'assemblage des surfaces se fait en superposant les surfaces de substitution.

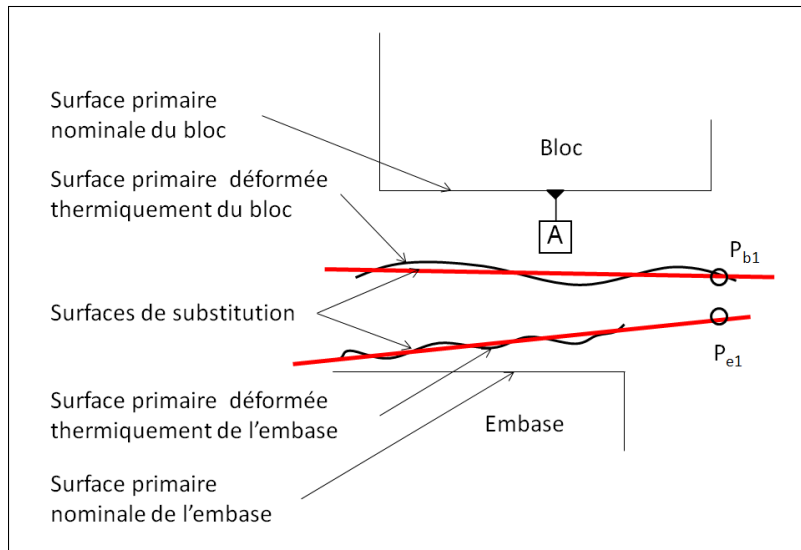


Figure IV.4 – Obtention des points hors du maillage

Il existe différents critères d'association possible qui peuvent être choisis par le concepteur en fonction de la topologie de la surface déformée et éventuellement de la rigidité de la pièce :

- plan des moindres carrés ;
- plan tangent minimax ;
- plan passant par trois points ;
- etc...

La partie IV.5 présentera un critère pour évaluer la qualité du contact entre les pièces et l'incertitude de l'hypothèse de superposition des plans associés.

IV.2.3.2 Méthode de calcul global

Dans la méthode de calcul global, le calcul thermique de tout le mécanisme est fait en une seule fois. Ainsi, toutes les problématiques concernant les interfaces sont prises

en compte dans les calculs thermiques. En fonction des besoins, les conditions de non interpénétration ou de contact peuvent être imposées lors des calculs. Les conditions de transfert de chaleur (conduction, convection et rayonnement) peuvent être définis en fonction des choix des experts beaucoup plus facilement.

Le calcul thermique complet du mécanisme bloc est dépendant des hypothèses de contact choisies par le thermicien.

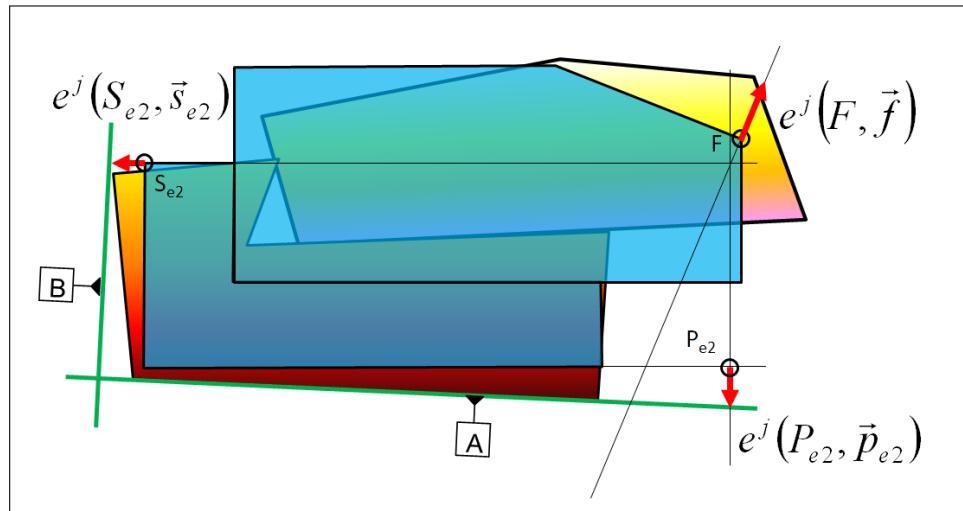


Figure IV.5 – Ecart thermique du mécanisme bloc

Dans la relation finale, la partie thermique se limite au point terminal et aux variations thermiques du système de références intégrant les effets aux interfaces.

$$\delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = \frac{t_{3b}}{2} + k_P \cdot \left[\frac{t_{1e}}{2} + \frac{Lp}{Le} \times t_{2e} \right] + k_S \cdot \left[\frac{t_{4e}}{2} \right] + e^j(F, \vec{f}) + k_P \cdot e^j(P_{e2}, -\vec{p}) + k_S \cdot e^j(S_{e2}, -\vec{s}) \quad (\text{IV.4})$$

Cette méthode permet de bien prendre en compte les phénomènes des échanges thermiques ainsi que les conditions de contact entre les pièces (bridage ou posage par exemple).

IV.2.3.3 Conclusion sur les mécanismes sans jeu

L'analyse du tolérancement permet de déterminer les pièces les plus défavorables permises par les tolérances qui donnent le déplacement maximal du point F (pire des cas). Le calcul thermique est effectué sur des pièces nominales. Les dilatations déplacent

également le point F . Ce modèle propose simplement d'ajouter ces deux effets. Cette méthode simple repose sur deux hypothèses :

- les déplacements d'un point sur la pièce nominale déformée thermiquement et sur la pièce au pire des cas (tolérances) sont cumulables ;
- les défauts de forme dus à la fabrication des pièces réelles perturbent le contact entre les pièces, mais il est très difficile de déterminer comment se fait le contact, y compris à température ambiante car il n'est pas possible de prédire a priori le type de défaut de forme des deux surfaces en contact. Les hypothèses proposées permettent de tenir compte des principaux effets.

IV.2.4 Calcul des mécanismes avec jeu

IV.2.4.1 Rappel du tolérancement

Les méthodologies d'étude des mécanismes avec jeux seront détaillées à partir du mécanisme présenté dans la partie III.3. L'exigence à valider concerne le déplacement du point F dans la direction \vec{f} (figure IV.6). Le pire des cas pour ce déplacement est défini lorsque les points P_{s1} et P_{s2} de l'arbre sont respectivement en contact avec les points d'analyse P_h et P_b des paliers. Cela entraîne des déplacements représentés par les flèches (1) et (2) de l'axe de l'arbre et donc le déplacement de l'axe au point F .

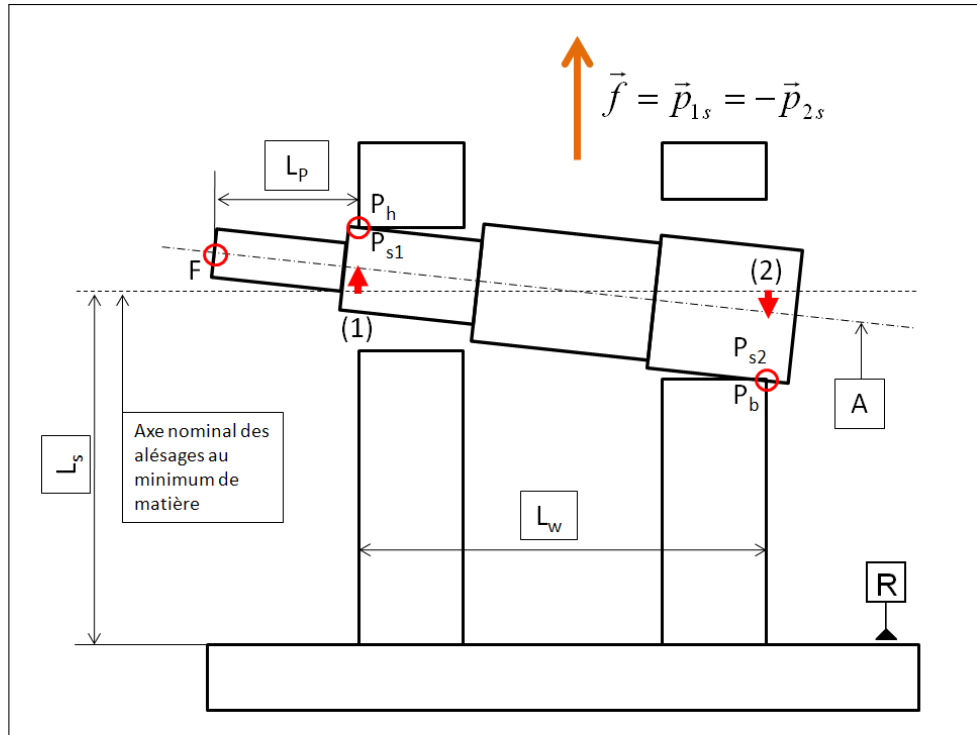


Figure IV.6 – Pire des cas d'un mécanisme avec jeu

La forme générale de l'influence des tolérances sur la position du point F a été établie dans la partie III.3. Elle est définie par :

$$D^a(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = d^a(F, \vec{f}) + k_h \cdot [d^a(P_{s1}, \vec{f}) - d^a(P_h, \vec{f})] + k_b \cdot [d^a(P_{s2}, -\vec{f}) - d^a(P_b, -\vec{f})] \quad (\text{IV.5})$$

Tous ces déplacements à température ambiante peuvent être exprimés en fonction des tolérances et des jeux nominaux. L'influence à température ambiante D^a s'écrit :

$$D^a(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = \frac{t_{4S}}{2} + k_h \cdot \frac{(H_1 - S_1) + \frac{t_{1S}}{2} + \frac{t_{3h}}{2} + t_{5h}}{2} + k_b \cdot \frac{(B_1 - S_2) + \frac{t_{2S}}{2} + \frac{t_{3b}}{2} + t_{5b}}{2} \quad (\text{IV.6})$$

Avec $k_h = \frac{L_p + L_w}{L_w}$ et $k_b = \frac{L_p}{L_w}$. Les valeurs $(H_1 - S_1)$ et $(B_1 - S_2)$ représentent les jeux nominaux dans les paliers.

Il faut ensuite ajouter l'influence thermique à l'influence des tolérances. Le problème est que le tolérancement a tenu compte du jeu, mais le jeu dépend de la température. Il faut donc développer des méthodes cohérentes. Quatre méthodes sont développées ici.

1. Calculs thermiques de l'arbre et des paliers réalisés indépendamment avec prise en compte du jeu dans le tolérancement.

2. Calcul global de l'influence de la température en imposant les points de contact entre les pièces dans le calcul thermique avec prise en compte des jeux dans le tolérancement.
3. Calcul thermique avec l'arbre centré dans les alésages.
4. Calcul avec application d'un effort virtuel.

IV.2.4.2 Méthode de calculs isolés

L'arbre venant en contact avec les paliers, ces points de contact appartiennent forcément à la matière. Le maillage donne donc directement les écarts aux points d'analyse (ou maille la plus proche). L'arbre étant tournant, le champ thermique appliqué est axisymétrique. Aussi, si les conditions de blocage mécanique se font sur l'axe, le déplacement dû aux effets thermique du point F est nul.

Les dilatations aux points de contacts sont à analyser dans les directions normales aux surfaces dans le sens extérieur à la matière.

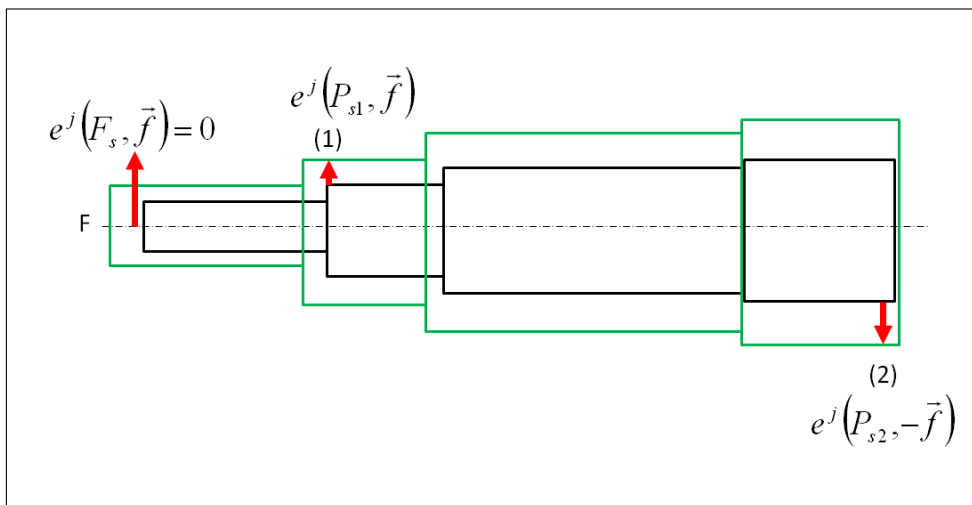


Figure IV.7 – Schématisation des variations thermiques de l'arbre en calcul séparé

Le tolérancement est réalisé sur des pièces aux états virtuels au minimum ou au maximum de matière alors que les calculs thermiques sont faits sur des pièces nominales. Les

deux modèles utilisent donc des modèles avec des géométries parfaites. Comme cela a été démontré dans la partie II.6, les variations dues aux tolérances n'impactent pas les calculs thermiques. De ce fait, les dilatations des points de contact définis sur les états virtuels sont supposées être les mêmes que sur le modèle thermique. Sur les paliers, les points de contact sont connus. Il est de ce fait facile de déterminer directement les dilatations en ces points, sans avoir besoin de s'intéresser à la forme de l'alésage et ce quel que soit le champ thermique appliqué.

Les points fixes lors des calculs des paliers sont définis sur leur surface de référence primaire. De ce fait, les écarts thermiques des surfaces de référence sont nuls.

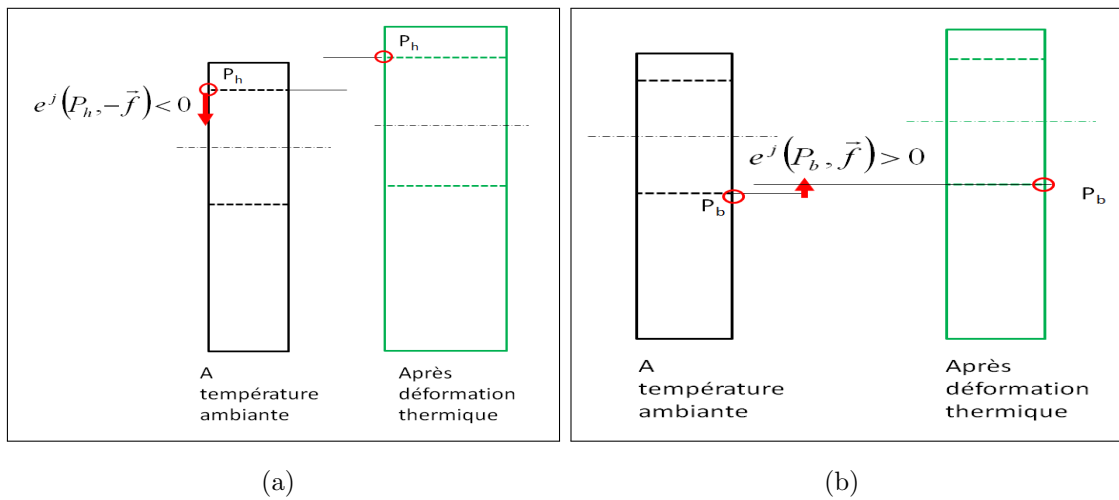


Figure IV.8 – Variations thermiques des pièces du mécanisme avec jeu

L'influence thermique du champ de température nominal est donc définie par :

$$\Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = e^j(F, \vec{f}) - k_h \cdot e^j(P_{s1}, \vec{f}) - k_b \cdot e^j(P_{s2}, -\vec{f}) - k_h \cdot e^j(P_h, -\vec{f}) - k_b \cdot e^j(P_b, \vec{f}) \quad (\text{IV.7})$$

La résultante complète du déplacement de point F dans la direction \vec{f} dépend des jeux, des tolérances de l'arbre et des paliers ainsi que des écarts thermiques aux points de contact et au point terminal.

$$\delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = \frac{t_{4S}}{2} + k_h \cdot \frac{(H_1 - S_1) + \frac{t_{1S}}{2} + \frac{t_{3h}}{2} + t_{5h}}{2} + k_b \cdot \frac{(B_1 - S_2) + \frac{t_{2S}}{2} + \frac{t_{3b}}{2} + t_{5b}}{2} + e^j(F, \vec{f}) - k_h \cdot e^j(P_{s1}, \vec{f}) - k_b \cdot e^j(P_{s2}, -\vec{f}) - k_h \cdot e^j(P_h, -\vec{f}) - k_b \cdot e^j(P_b, \vec{f}) \quad (\text{IV.8})$$

Ce modèle permet de séparer le calcul de l'arbre et des paliers. Les jeux maxi sont étudiés avec le tolérancement. Le calcul thermique ajoute les déplacements des points de contact dus à la dilatation.

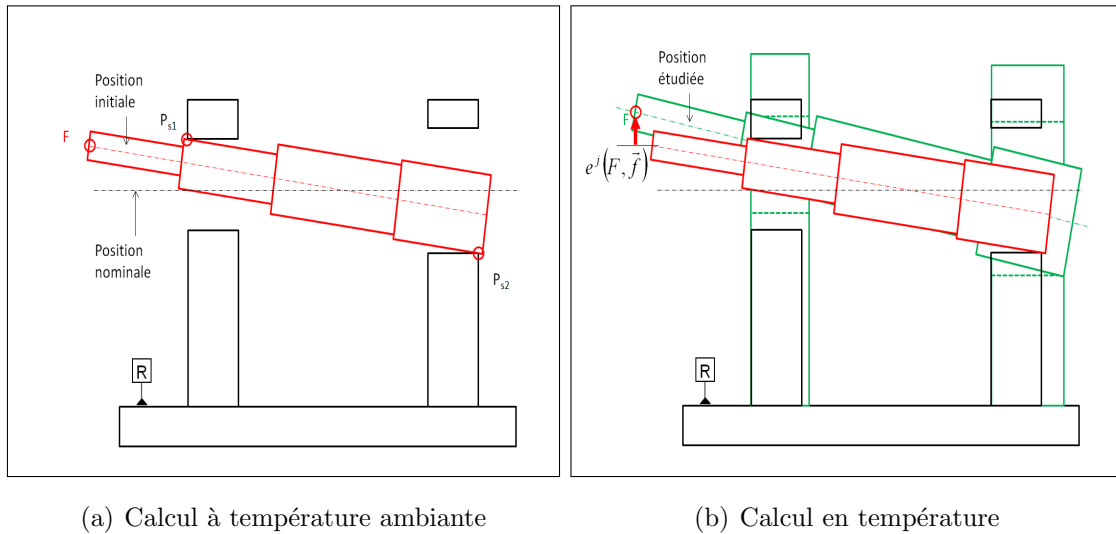
La relation finale est bien une simple relation linéaire en fonction des tolérances avec un terme correctif qui ne dépend que du champ de température.

IV.2.4.3 Calcul thermique global à contact imposé

Cette méthode globale consiste à imposer les points fixes de la partie mobile sur les points de contact avec la partie fixe à température ambiante puis en température. Les points fixes du support sont placés sur la référence R de l'exigence. Il n'y a pas de contrainte de non interpénétration entre les pièces. La variation de position du point F entre sa position à température ambiante et à chaud donne l'influence de la température. Les jeux nominaux doivent être pris en compte dans le tolérancement.

La définition des points fixes de l'arbre se fait en liant numériquement les déplacements des points d'analyse de l'arbre et les déplacements des points d'analyse des paliers. Cela équivaut à déplacer artificiellement l'arbre de la position nominale (axe noir) à la position initiale du calcul (en rouge) comme représenté sur la figure IV.9(a). Les calculs donnent les variations du mécanisme (en vert) dues aux effets thermiques par rapport à sa position initiale (figure IV.9(b)). Cela permet donc d'obtenir la variation thermique $e^j(F, \vec{f})$ du point F dans la direction \vec{f} indépendamment des jeux nominaux.

Le choix des points fixes de l'arbre et donc de la position initiale dépend de l'exigence étudiée et de la direction d'étude. La surface de référence R est un point fixe du modèle, ce qui permet de prendre en compte directement les variations de tout le mécanisme.


Figure IV.9 – Calcul thermique global orienté

Les jeux nominaux sont pris en compte dans le tolérancement, donc la résultante totale des variations du point F dans la direction \vec{f} est :

$$\delta^j(\overrightarrow{OF}, \vec{f}) = \frac{t_{4S}}{2} + k_h \cdot \frac{(H_1 - S_1) + \frac{t_{1S}}{2} + \frac{t_{3h}}{2} + t_{5h}}{2} + k_b \cdot \frac{(B_1 - S_2) + \frac{t_{2S}}{2} + \frac{t_{3b}}{2} + t_{5b}}{2} + e^j(F, \vec{f}) \quad (\text{IV.9})$$

où $e^j(F, \vec{f})$ est directement l'effet global des dilatations de tout le mécanisme.

Cette méthode permet de cumuler les effets thermiques aux effets des tolérances en prenant en compte les jeux nominaux dans le tolérancement. Les contacts et les points fixes sont déterminés en fonction de l'exigence et pour chaque direction d'analyse. L'isostatisme de l'arbre est déterminé sur ces points de contact. Il faut cependant faire autant de série de calculs thermiques que de directions d'études. En effet, même si les variations de l'arbre sont considérées comme axisymétriques, celles des paliers ne le sont pas. Les variations thermiques de position du point F sont différentes suivant les points de contact de l'arbre (contact vers le haut ou vers le bas). Si les variations de l'arbre ne sont pas axisymétriques, il faudra réaliser une série de calcul pour chaque position angulaire de l'arbre et ce pour chaque direction d'analyse. Cette méthode permet donc de déterminer globalement les effets thermiques à ajouter au tolérancement, mais nécessite de nombreux calculs thermiques.

IV.2.4.4 Calcul thermique global centré

Pour éviter d'orienter le contact suivant la direction d'analyse, le calcul thermique peut être réalisé en conservant l'arbre centré dans les alésages. La condition de contact consiste donc à rendre coaxiaux l'axe de l'arbre et l'axe des alésages.

Pour un arbre plein, il y a une maille sur l'axe de l'arbre. Pour un alésage ou un arbre creux, aucune maille ne représente le centre de la section. Le centre est défini comme le centre de quatre mailles situées sur la peau de l'alésage (milieu dans deux directions orthogonales).

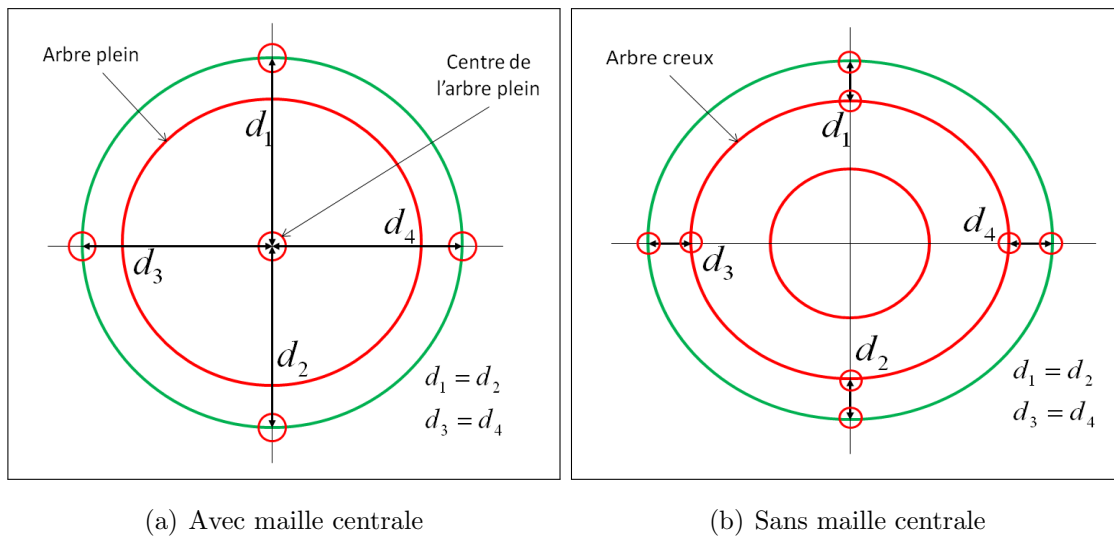


Figure IV.10 – Blocages des mailles

Le centrage doit être imposé dans les sections de contact. Dans ce cas, il faut supprimer les conditions de non interpénétration entre les pièces. L'écart e_F^j est directement obtenue par le déplacement de la maille correspondante au point F . Avec e_F^j la matrice des déplacements du point F dans toutes les directions de l'espace.

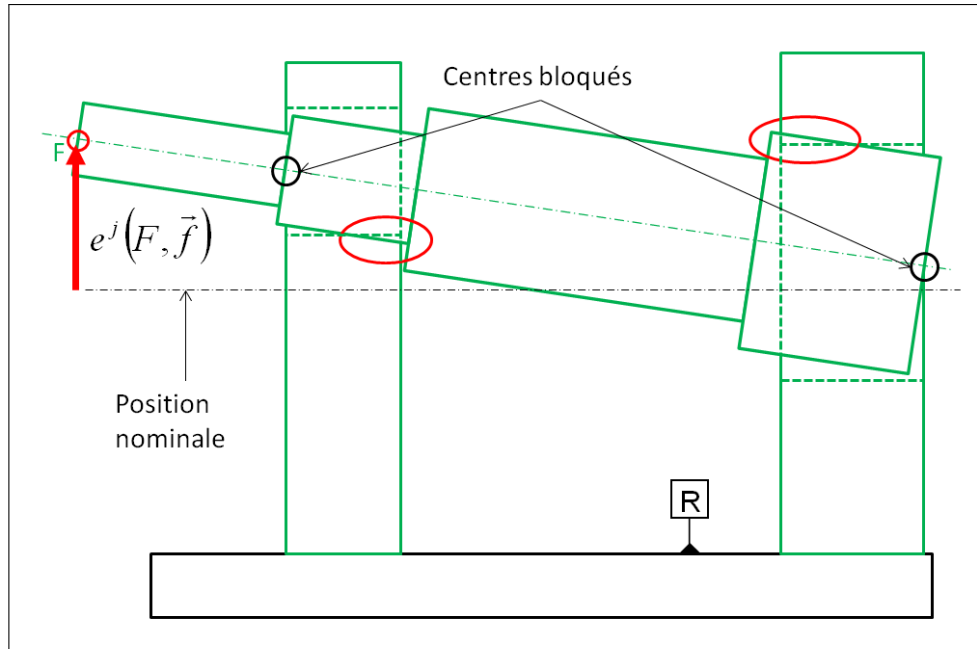


Figure IV.11 – Arbre centré dans les paliers

Il est ensuite facile de projeter ce déplacement dans la direction d'analyse.

$$e^j(F, \vec{f}) = e_{e^j}^j \cdot \vec{f} \quad (\text{IV.10})$$

Si le point fixe du support est placé sur la référence R de l'exigence, le terme $e^j(F, \vec{f})$ représente la dilatation de tout le mécanisme en considérant l'arbre centré. Pour obtenir la variation thermique complète $\Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})$, il faut ajouter l'influence des variations de rayon dues à la température aux points de contact. Pour cela, il faut considérer les deux points P_i^+ et P_i^- diamétralement opposés pour chaque section d'étude.

Pour le palier 1, l'augmentation du rayon de l'arbre est de $\frac{e^j(P_{s1}^+, \vec{f}) + e^j(P_{s1}^-, -\vec{f})}{2}$.

Le rayon de l'alésage diminue de $\frac{e^j(P_{h1}^+, -\vec{f}) + e^j(P_{h1}^-, \vec{f})}{2}$.

Le déplacement du point F dans la direction \vec{f} diminue si le jeu dans les paliers diminue, ce qui est le cas si le rayon de l'arbre augmente ou si le rayon de l'alésage diminue.

L'influence de la température est donc :

$$\begin{aligned} \Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) &= e^j(F, \vec{f}) - \frac{k_h}{2} \cdot \left[e^j(P_{s1}^+, \vec{f}) + e^j(P_{s1}^-, -\vec{f}) + e^j(P_{h1}^+, -\vec{f}) + e^j(P_{h1}^-, \vec{f}) \right] \\ &\quad - \frac{k_b}{2} \cdot \left[e^j(P_{s2}^+, \vec{f}) + e^j(P_{s2}^-, -\vec{f}) + e^j(P_{b1}^+, -\vec{f}) + e^j(P_{b1}^-, \vec{f}) \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.11})$$

Le cumul des effets des tolérances et des dilatations thermiques donne donc la variation complète du point F dans la direction \vec{f} :

$$\begin{aligned} \delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) &= \frac{t_{4S}}{2} + k_h \cdot \frac{(H_1 - S_1) + \frac{t_{1S}}{2} + \frac{t_{3h}}{2} + t_{5h}}{2} + k_b \cdot \frac{(B_1 - S_2) + \frac{t_{2S}}{2} + \frac{t_{3b}}{2} + t_{5b}}{2} \\ &\quad - \frac{k_h}{2} \cdot \left[e^j(P_{s1}^+, \vec{f}) + e^j(P_{s1}^-, -\vec{f}) + e^j(P_{h1}^+, -\vec{f}) + e^j(P_{h1}^-, \vec{f}) \right] \\ &\quad - \frac{k_b}{2} \cdot \left[e^j(P_{s2}^+, \vec{f}) + e^j(P_{s2}^-, -\vec{f}) + e^j(P_{b1}^+, -\vec{f}) + e^j(P_{b1}^-, \vec{f}) \right] \\ &\quad + e^j(F, \vec{f}) \end{aligned} \quad (\text{IV.12})$$

Cette méthode ne nécessite qu'une série de calculs thermiques car l'arbre est centré dans le carter. L'astuce consiste à ajouter l'influence des variations thermiques sur les jeux nominaux. Si le point fixe du support n'est pas sur R , il faut ajouter l'écart du déplacement du système de références.

IV.2.4.5 Calcul global par effort virtuel avec calcul ambiant

Dans cette méthode les jeux nominaux sont pris en compte dans les calculs thermiques. De ce fait, la modélisation thermo-mécanique peut être plus précise. En effet, tous les paramètres peuvent être mis dans les conditions initiales du calcul (gravité, écoulement d'un fluide pour assurer un palier hydrostatique, précontraintes...). Cela implique une position particulière de l'arbre par rapport aux paliers obtenue grâce aux efforts appliqués sur le mécanisme ainsi que par les conditions de non interpénétration. Si aucun effort extérieur connu n'est appliqué, il faut introduire un effort virtuel afin de provoquer la mise en contact des pièces dans la direction désirée. L'effort virtuel est alors appliqué au point F et orienté suivant la direction d'analyse \vec{f} .

Pour cela, le mécanisme passe par trois états successifs.

- Etat nominal : les pièces sont de géométrie parfaite aux dimensions nominales et parfaitement centrées (à température ambiante).

- Mise en contact : application de l'effort virtuel dans la direction d'analyse (avec condition de non interpénétration des surfaces). Cela fait passer l'arbre de sa position nominale à la position en rouge (figure IV.12(a)) ce qui donne le déplacement $e^a(F, \vec{f})$ du point F dû aux jeux nominaux.
- Mise en température : maintien de l'effort virtuel et application des champs thermiques. Le mécanisme passe de la position en contact (en rouge) à la position finale en vert (figure IV.12(b)) ce qui donne le déplacement thermique $e^j(F, \vec{f})$ par rapport au nominal.

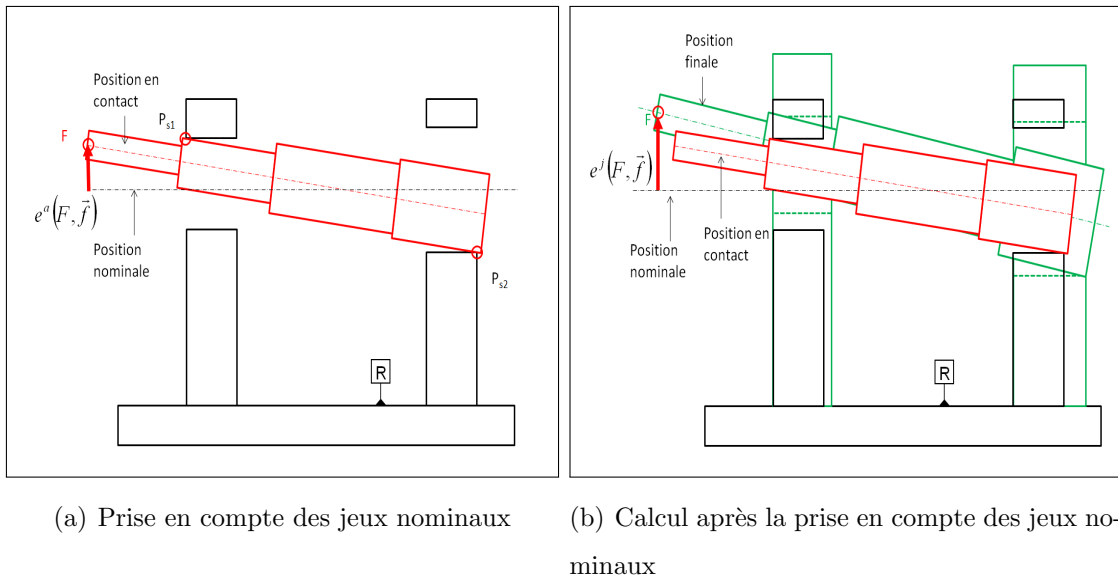


Figure IV.12 – Procédure globale par effort virtuel avec calcul ambiant

L'effet thermique $\Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f})$ au point F est donc obtenu par :

$$\Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = e^j(F, \vec{f}) - e^a(F, \vec{f}) \quad (\text{IV.13})$$

La résultante complète est obtenue en ajoutant l'influence des tolérances.

$$\delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) = \frac{t_{4S}}{2} + k_h \cdot \frac{(H_1 - S_1) + \frac{t_{1S}}{2} + \frac{t_{3h}}{2} + t_{5h}}{2} + k_b \cdot \frac{(B_1 - S_2) + \frac{t_{2S}}{2} + \frac{t_{3b}}{2} + t_{5b}}{2} + \Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \vec{f}) \quad (\text{IV.14})$$

Cette méthode permet donc de rester proche de la méthode présentée dans le chapitre III en séparant l'influence thermique des effets à température ambiante (tolérance et jeux nominaux).

IV.2.4.6 Calcul global par effort virtuel sans calcul ambiant

Cette méthode est très proche de la précédente. Les jeux nominaux sont pris en compte dans les calculs thermiques. Donc la modélisation thermo-mécanique peut être plus précise. Si aucun effort extérieur connu n'est appliqué, il faut introduire un effort virtuel afin de provoquer la mise en contact des pièces. L'effort virtuel est alors orienté suivant la direction d'analyse \vec{f} .

Le mécanisme passe par trois états (figure IV.13). La différence vient du fait que la mise en contact et la mise en température se font simultanément.

- Etat nominal : les pièces sont de géométries parfaites aux dimensions nominales et parfaitement centrées (à température ambiante).
- Mise en contact : application de l'effort virtuel dans la direction d'analyse (avec condition de non interpénétration des surfaces). Cela fait passer l'arbre de sa position nominale à la position en rouge. La valeur de ce déplacement n'est pas calculée.
- Mise en température : maintien de l'effort virtuel et application des champs thermiques. Le mécanisme passe de la position en contact (en rouge) à la position finale en vert ce qui donne le déplacement thermique $e^j(F, \vec{f})$ par rapport au nominal.

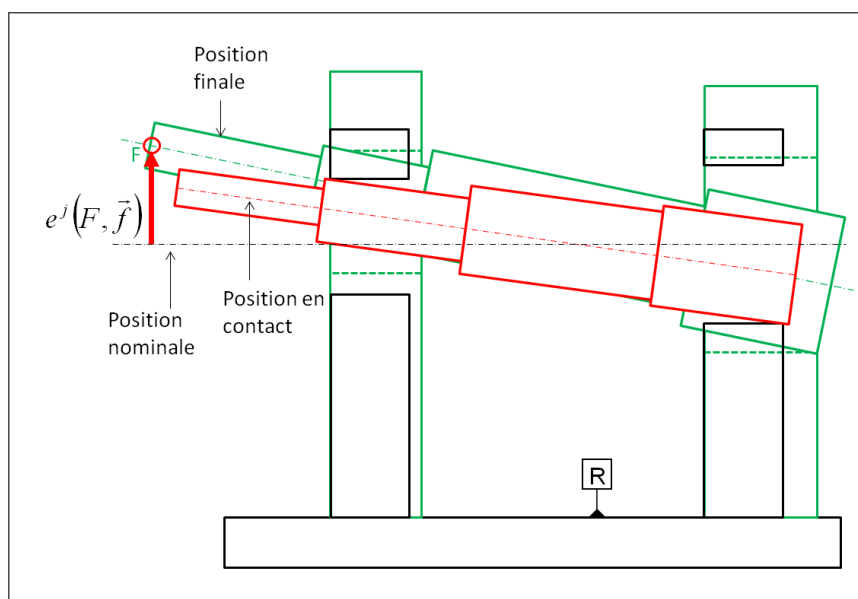


Figure IV.13 – Procédure globale par effort virtuel sans calcul ambiant

La surface de référence R de l'exigence étant fixe lors du calcul thermique, l'influence thermique complète au point F correspond uniquement à l'écart thermique au point F :

$$\Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \overrightarrow{f}) = e^j(F, \overrightarrow{f}) \quad (\text{IV.15})$$

Le problème est que le déplacement $e^j(F, \overrightarrow{f})$ tient compte des jeux et de la dilatation des paliers, mais sur la base du jeu nominal et pas du jeu au minimum de matière. Les jeux nominaux étant pris en compte dans le calcul thermique, il ne faut pas les réintroduire dans le calcul des tolérances. Il suffit de supprimer les termes de jeux nominaux présents dans le calcul de tolérancement $k_h \times \frac{H_1 - S_1}{2} + k_b \times \frac{B_1 - S_2}{2}$.

A partir de là, deux écritures sont possibles. La première consiste à supprimer les paramètres de l'équation du tolérancement.

$$\delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \overrightarrow{f}) = \frac{t_{4S}}{2} + k_h \cdot \frac{\frac{t_{1S}}{2} + \frac{t_{3h}}{2} + t_{5h}}{2} + k_b \cdot \frac{\frac{t_{2S}}{2} + \frac{t_{3b}}{2} + t_{5b}}{2} + \Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \overrightarrow{f}) \quad (\text{IV.16})$$

Le problème de cette écriture se trouve lors de la phase d'optimisation car il n'est pas possible d'optimiser le jeu nominal, car les diamètres nominaux ne sont pas dans l'équation.

Il faut alors conserver la variation du jeu nominal en notant H_1^* , S_1^* , B_1^* et S_2^* les valeurs nominales ayant servi aux calculs thermiques.

$$\begin{aligned} \delta^j(F, \overrightarrow{f}) &= \frac{t_{4S}}{2} + k_h \cdot \frac{(H_1 - H_1^*) - (S_1 - S_1^*) + \frac{t_{1S}}{2} + \frac{t_{3h}}{2} + t_{5h}}{2} \\ &+ k_b \cdot \frac{(B_1 - B_1^*) - (S_2 - S_2^*) + \frac{t_{2S}}{2} + \frac{t_{3b}}{2} + t_{5b}}{2} \\ &+ \Delta^j(\overrightarrow{O_F F}, \overrightarrow{f}) \end{aligned} \quad (\text{IV.17})$$

Cette méthode permet de déterminer l'influence cumulée en un point avec prise en compte des jeux nominaux dans les calculs. Le nombre de calculs est fortement dépendant des conditions aux limites définies par les experts thermiciens. Toutefois, cette méthode permet d'intégrer des calculs thermiques déjà existants et prenant en compte les jeux nominaux avec le tolérancement.

IV.2.5 Conclusion

Les différentes méthodes proposées permettent de cumuler les effets thermiques aux tolérances à température ambiante. Elles correspondent toutes à une déclinaison de la méthode générale décrite dans le chapitre III. Le premier cas porte sur les liaisons sans jeu. Le calcul peut être réalisé sur le mécanisme complet ou sur les pièces isolées. Pour les liaisons avec jeu, quatre méthodes peuvent être appliquées.

Le choix est un compromis entre les capacités de calcul et la qualité d'un modèle thermique. En effet, les calculs intégrant toutes les conditions de contact ainsi que toutes les sources thermiques peuvent être plus proches de ce que le mécanisme subira réellement. Or, plus le nombre de conditions appliquées est important, plus les capacités de calcul doivent être grandes. En pratique, les mécanismes complexes sont décomposés en sous-assemblages plus simples. Des calculs globaux sont réalisés sur ces sous-assemblages qu'il faut ensuite ré-assembler pour obtenir les variations du mécanisme complet.

Ces différentes conditions impliquent que le choix d'une méthode ou d'une autre n'est pas simple. Cela dépend entre autres des qualités et des choix de modélisation, des capacités de calculs à disposition. L'essentiel est la cohérence entre la méthode de calcul thermique et la méthode de calcul de la chaîne de cotes.

IV.3 Système de références de l'exigence

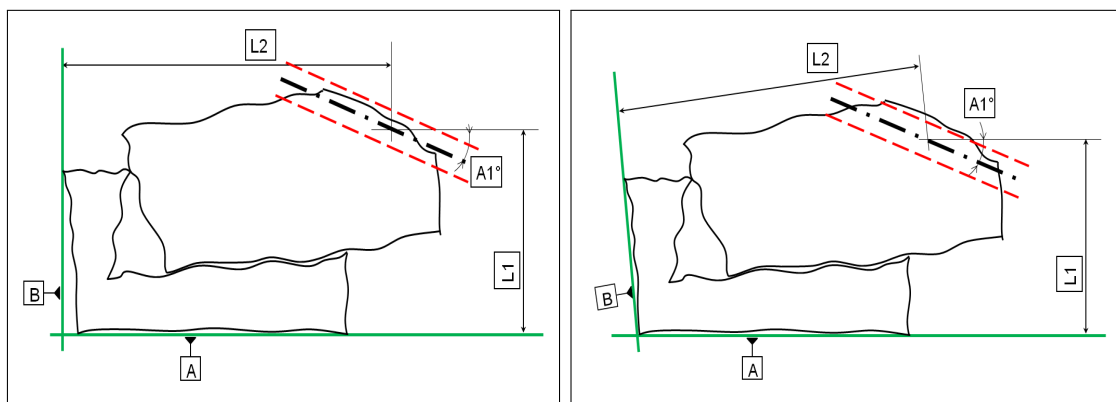
IV.3.1 Système de références complet

Pour tous les modèles de calcul présentés précédemment, il est nécessaire de définir avec précision le système de références de l'exigence étudiée lorsque les pièces sont déformées par la température. Pour un tolérancement uniquement à température ambiante, la norme [ISO-5459] de 2011 définit les références primaire, secondaire et tertiaire. La figure IV.14 présente deux façons de définir le système de références de l'exigence.

- Conformément à la norme, le plan primaire est minimax à la surface réelle déformée par la température (figure IV.14(a)). Le plan secondaire est perpendiculaire au plan

primaire et minimax à cette surface.

- Le concepteur peut souhaiter conserver les éléments de références tangents aux surfaces (figure IV.14(b)). Les surfaces de références ne sont plus forcément perpendiculaires entre elles. Ce choix peut par exemple représenter des surfaces de références d'une pièce bridée sur une autre plus rigide (carter d'huile monté sur le bloc moteur par exemple). Les surfaces n'étant pas orthogonales, il faut définir précisément la position de la surface terminale théoriquement parfaite. Ici, les angles seront définis par rapport à la surface primaire. Les distances seront définies orthogonalement à chaque référence à l'état thermique j .



(a) Système de références contraint

(b) Système de références non contraint

Figure IV.14 – Références par surfaces de substitution

Le choix entre ces deux modèles revient au concepteur afin qu'il puisse définir le contact du mécanisme (ou sous assemblage) avec l'extérieur le plus précisément possible.

IV.3.2 Système de références partielles

Pour s'affranchir des défauts de forme dus à la dilatation, les références peuvent être définies par des références partielles. Les références partielles sont généralement définies en face des zones les plus rigides de la pièce.

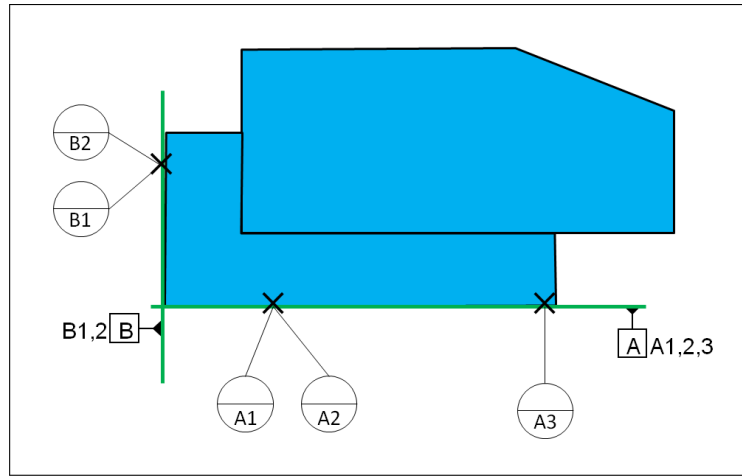


Figure IV.15 – Système de références partielles

Le plan primaire passe par ses trois points associés. Le plan secondaire passe par ses deux points et est perpendiculaire au plan primaire. Le plan secondaire étant connue, I est l'intersection de la droite d'analyse secondaire (S, \vec{s}) et de la droite (F, \vec{f}) . P est la projection de I sur le plan primaire. La recherche des variations dues aux dilatations thermiques d'un point P appartenant à une surface de référence dans la direction \vec{p} se fait entre la position nominale et le plan de référence.

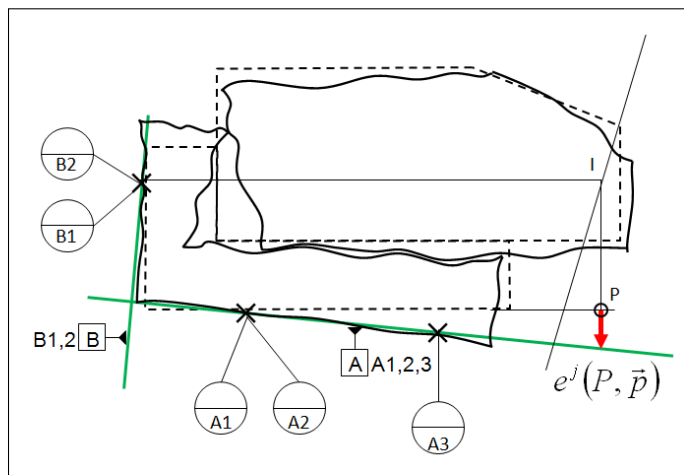


Figure IV.16 – Recherche des déplacements d'un point P à partir de références partielles

IV.4 Changement des points de contact

IV.4.1 Changement des points de contact dans des paliers

Les simulations thermiques des méthodes présentées en IV.2 ont été effectuées en supposant que le contact a lieu sur les points P_h et P_b d'analyse déterminés par le tolérancement. C'est ensuite avec ces points que l'influence thermique a été calculée.

Suivant les déformations thermiques des alésages, il peut y avoir interférence en P_h^* et/ou en P_b^* (figure IV.17) avant d'atteindre les points P_h et P_b . Cela implique que le déplacement du point F dans la direction \vec{f} sera réduit car la collision en P_h^* limite le déplacement de l'arbre. Le calcul proposé avec P_h et P_b garantit donc une estimation au pire des cas.

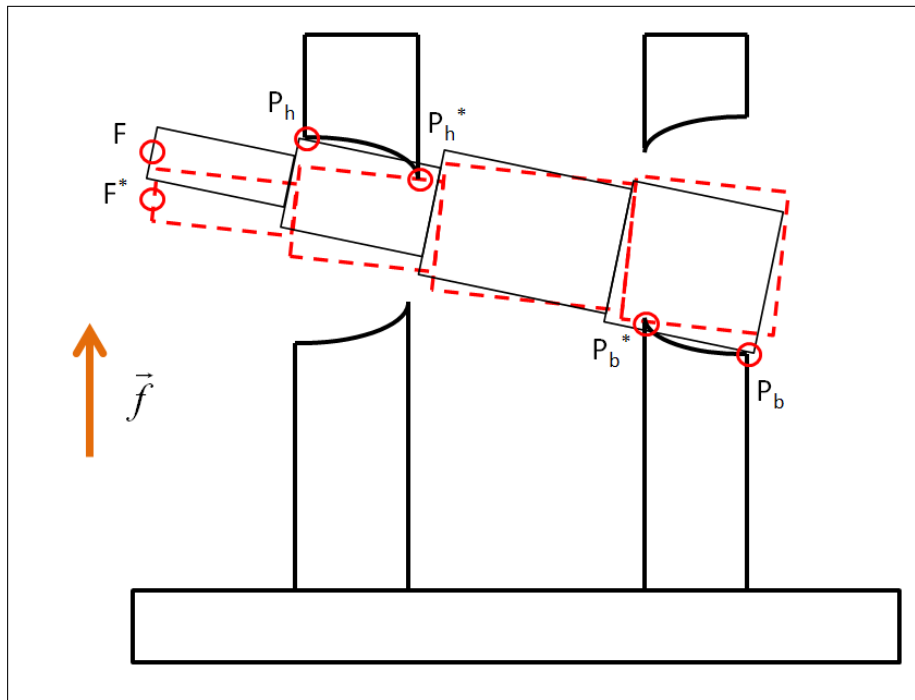


Figure IV.17 – Déplacement des points de contact des paliers

Pour déterminer le pire des cas réels, il est nécessaire de trouver la combinaison de points de contact donnant la variation minimum du point F . En cas de doute, il faudrait théoriquement recalculer la somme de l'influence thermique et de l'influence des tolérances pour toutes les combinaisons possibles de points de contact. La variation de position de l'arbre est limitée par le premier contact avec les paliers. Il faut donc

chercher la valeur minimum de ces influences.

$$\delta^j(\overrightarrow{O_F \hat{F}}, \vec{f}) = \text{MIN} \left[\delta_1^j(\overrightarrow{O_F \hat{F}}, \vec{f}); \dots; \delta_i^j(\overrightarrow{O_F \hat{F}}, \vec{f}); \dots; \delta_n^j(\overrightarrow{O_F \hat{F}}, \vec{f}) \right] \quad (\text{IV.18})$$

Avec $\delta_i^j(\overrightarrow{O_F \hat{F}}, \vec{f})$ la somme de l'influence des tolérances $d_i^a(\overrightarrow{O_F \hat{F}}, \vec{f})$ et des effets thermiques $\Delta_i^j(\overrightarrow{O_F \hat{F}}, \vec{f})$, pour la combinaison des points de contact i . i allant de 1 à n .

Pour limiter le nombre de calculs à effectuer, il faudra décider de la quantité de points de contact à discrétiser. En première approche, l'étude peut se faire sur les sections aux bords des paliers avec si nécessaire une discrétisation angulaire suivant huit directions à 45° .

IV.4.2 Points de contact entre plans secondaires

Les jonctions plan sur plan peuvent également subir des variations des points de contact. Comme cela a été montré dans la partie II.5 et réutilisé dans le chapitre III, le choix du point d'analyse primaire dépend de la position du point de contact secondaire.

Dans le cas du bloc posé sur l'embase, le déplacement maxi de F est obtenu avec un contact au point S_1 (figure IV.18). Le choix de ce point plutôt que du point S_2 est lié à la direction d'analyse, au point d'analyse de la surface terminale et aux zones de tolérances de position et d'orientation.

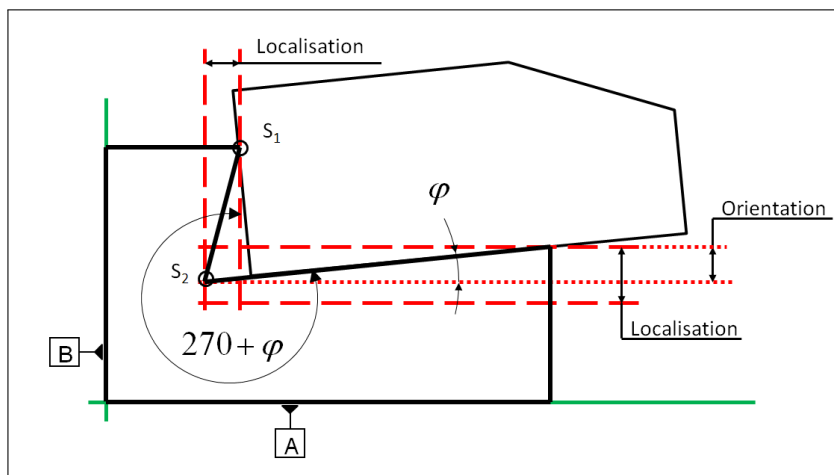


Figure IV.18 – Contact secondaire donné par le tolérancement

Si la dilatation en S_2 sur le bloc ou sur l'embase est très importante, le contact peut être déplacé en S_2 avec un décollement des pièces en S_1 . Ce changement de point de contact secondaire peut être défini en fonction des angles ψ_i dus aux dilatations thermiques (figure IV.19) (angle entre les plans à l'intérieur de la matière) et de l'angle φ permis par le parallélisme du plan primaire de la base.

A température ambiante, l'assemblage au pire des cas est obtenu avec un bloc composé de deux plans de références perpendiculaires posé sur une embase avec un angle de $270^\circ + \varphi$ (figure IV.18).

Le calcul thermique effectué avec des pièces nominales (faces perpendiculaires) révèle une déformation et donne deux angles ψ_b sur le bloc et ψ_e sur l'embase (figure IV.19). En supposant que cette déformation s'ajoute aux défauts angulaires des pièces au pire des cas, les contacts possibles sont représentés figure IV.19.

- Si $(\psi_e + \varphi + \psi_c) > 2\pi$ alors le contact se fera au point S_1 (figure IV.19(a)).
- Si $(\psi_e + \varphi + \psi_c) < 2\pi$ alors le contact se fera au point S_2 (figure IV.19(b)).
- Si $(\psi_e + \varphi + \psi_c) = 2\pi$ alors le choix du contact est non influent.

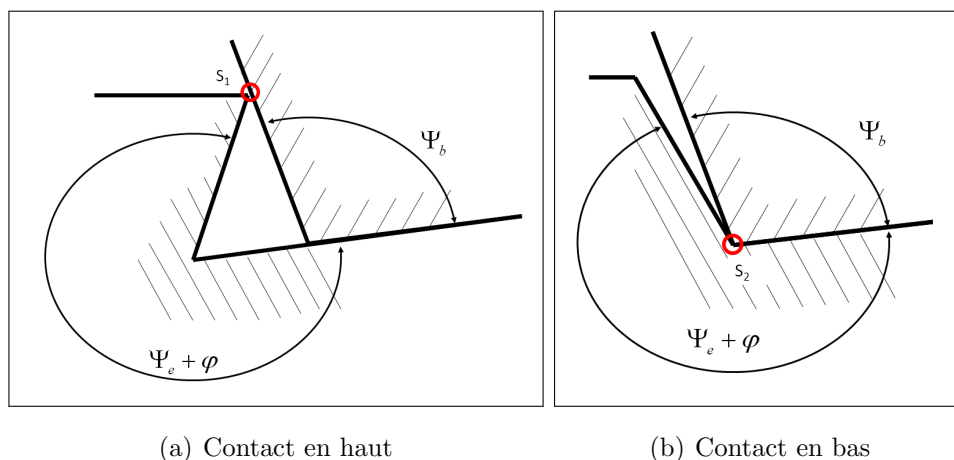


Figure IV.19 – Point de contact déterminé par substitution de surfaces planes

La décision n'est pas simple car la tolérance d'orientation de l'interface primaire de l'embase n'est pas encore connue lors de la recherche de l'influence thermique. Il faut

donc garder les deux contacts possibles dans les équations et choisir l'un ou l'autre en fonction des influences complètes maximales au point d'analyse. Il y a ainsi une multitude de cas à étudier. A titre d'exemple dans une configuration primaire, secondaire et tertiaire planes, le point secondaire dépend du contact tertiaire etc...

IV.5 Qualification des interfaces

Le modèle de transfert présentés en IV.2.3.1 s'applique lorsque les calculs thermiques sont faits sur des pièces isolées. Il suppose que les plans de substitution construits sur les faces en contact, déformées par la dilatation, sont confondus. Un paramètre ε va être décrit pour quantifier l'écart maximal entre ces plans. Le calcul est présenté à partir de surfaces des moindres carrés.

Connaissant la déformation thermique des deux pièces en contact, il serait possible de calculer les points de contact théoriques en posant les deux surfaces l'une sur l'autre comme le fait S. Samper [SAM07b] ou P. Pierre [PIE09].

Cependant, pour être précis, il faudrait ajouter les défauts de forme des surfaces qui sont inconnus. Cette approche semble être inutile et de toute façon vaine en raison des déformations des pièces lors de l'assemblage plan/plan qui est souvent réalisé par vissage.

La figure IV.20(a) montre que si la forme déformée des deux pièces est similaire, les plans de substitution de type moindres carrés vont permettre une bonne représentation du contact lors de leur superposition pour l'assemblage. Inversement, la figure IV.20(b) présente un cas où le contact réel sera mal modélisé par les surfaces de substitution. Dans ce cas, il faudra revoir les hypothèses de calcul thermique et les conditions aux limites car le contact entre les pièces est mal assuré. En pratique, cela signifie aussi qu'il y aura des déformations des pièces lors de l'assemblage.

L'erreur maximale ε est dépendante des distances ε_i dans un couple de mailles (a/b) en vis-à-vis.

$$\varepsilon = \text{MAX} |\xi_{ai} + \xi_{bi}| \quad (\text{IV.19})$$

L'erreur de qualification est définie par la somme des distances orientées dans le sens extérieur à la matière entre le plan de substitution et la maille correspondante.

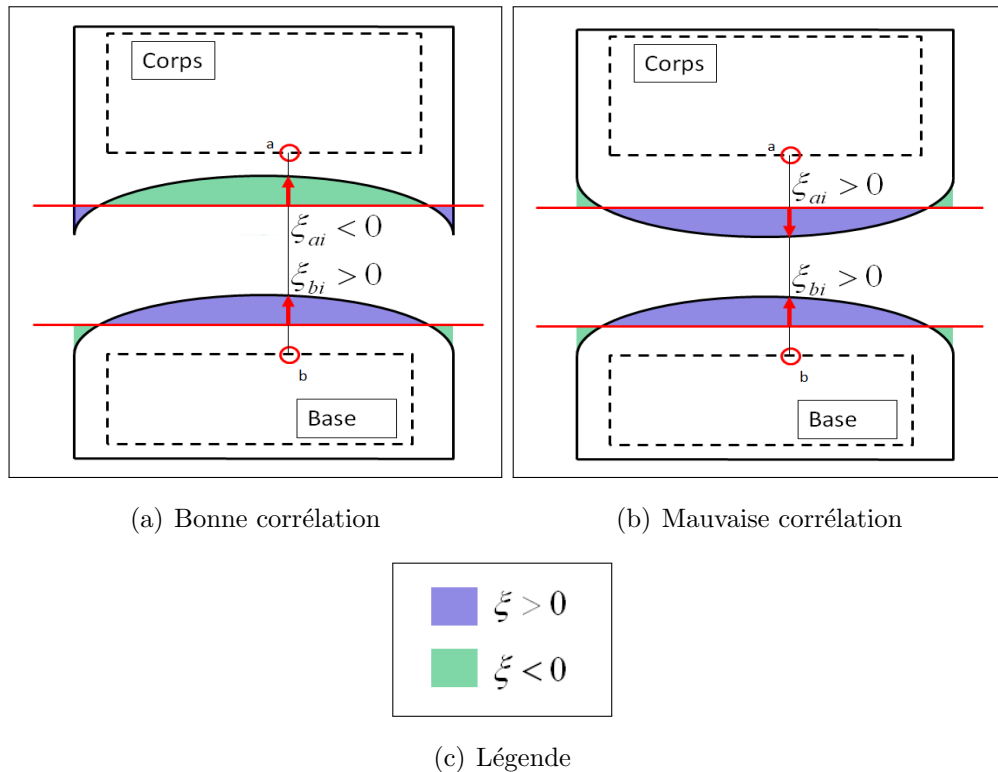


Figure IV.20 – Représentation de l'erreur locale de contact

Cela signifie que dans une chaîne de cotes perpendiculaire au plan, l'hypothèse de superposition des plans de substitution minore la hauteur de l'empilage de ε et que le contact est "instable" en raison des défauts de forme.

Ce critère d'évaluation de la qualité du modèle entre plans réputés en contact est un véritable critère quantitatif qui correspond à une erreur estimée.

IV.6 Jeu minimum dans les liaisons

IV.6.1 Généralité

A température ambiante, la montabilité d'un arbre dans un alésage est assurée par l'exigence de l'enveloppe qui garantit l'introduction de la pièce et sa mobilité. Dans un

cas classique (figure IV.21) le jeu minimum J_{min} déterminé en tolérancement est :

$$J_{min} = (D - d) - \frac{t_D + t_d}{2} \quad (IV.20)$$

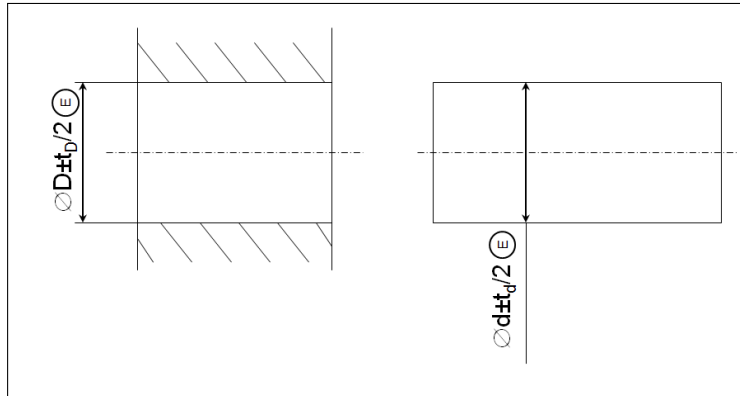


Figure IV.21 – Cotation classique du montage d’un arbre dans un alésage

A un état thermique donné, les déformations peuvent bloquer les pièces. La figure IV.22 présente trois cas possibles de blocage. Dans le cas IV.22(a), un simple calcul local de dilatation montre le problème (différence des diamètres de chaque section). En IV.22(b), il faut une étude globale de la liaison. En IV.22(c), le jeu semble suffisant, mais il ne permet pas la rotation de l’arbre.

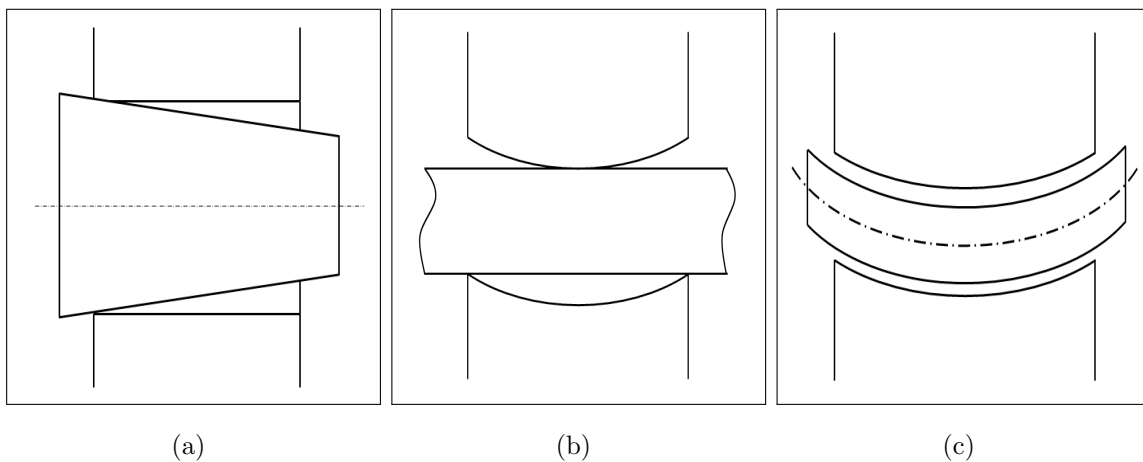


Figure IV.22 – Cas possible de blocage

Généralement, l’assemblage d’un mécanisme est assuré à température ambiante. Il n’est donc pas nécessaire d’étudier l’introduction de l’arbre dans l’alésage dans un état thermique différent. Par contre, certains mécanismes peuvent imposer un déplacement

axial lors du cycle thermique.

C'est lorsque les pièces sont à l'état virtuel au maximum de matière que le risque d'interférence est maximum. Par contre, le calcul thermique est effectué sur des cylindres de diamètres nominaux D et d (pour un modèle en nominal centré qui est aujourd'hui exigé par les entreprises).

La non interférence sur le modèle nominal ne prouve pas la non interférence entre les pièces au maximum de matière dilatées thermiquement. Il faut donc cumuler les effets thermiques aux tolérances.

IV.6.2 Cumul et simplification

A température ambiante, le pire des cas est défini par la différence des dimensions au maximum de matière. L'arbre est monté dans un alésage à température ambiante puis l'ensemble subit des variations thermiques qui modifient leur forme. La figure IV.23 représente un cas obtenu avec un champ thermique complexe pour des pièces parfaitement cylindriques de diamètres nominaux D et d . Il faut donc rechercher l'écart minimum représenté par les flèches (somme des effets thermiques) dans une direction radiale lorsque l'arbre est poussé dans la direction opposée. Cette opération doit être répétée pour toutes les directions radiales et pour toutes les positions angulaires possibles de l'arbre dans l'alésage. Les points de contact entre l'arbre et l'alésage pour cette direction particulière sont entourés en rouge.

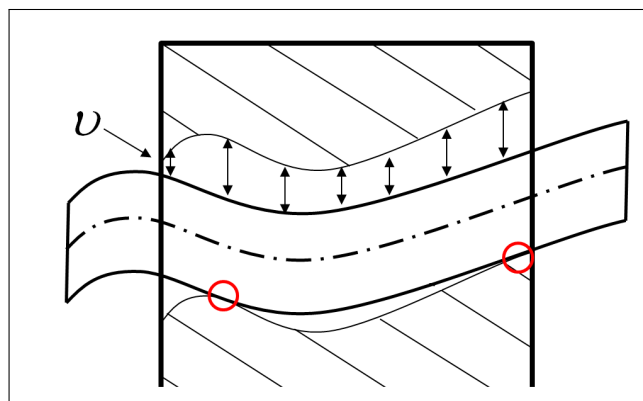


Figure IV.23 – Recherche du jeu minimum à un état thermique j

La distance critique est la distance mini ν . Il faut encore diminuer cette distance mini de la différence entre les diamètres nominaux et des diamètres au maximum de matière.

$$\text{Jeu mini} = \nu - \frac{t_d + t_D}{2} \quad (\text{IV.21})$$

Le plus souvent, la dilatation se traduit par de la conicité, ce qui autorise une méthode simplifiée illustrée figure IV.24. Si l'arbre est tournant, le champ de température est axi-symétrique. Il faut alors chercher le cône tangent correspondant à l'arbre nominal dilaté. L'angle de ce cône est alors connu. Il faut alors chercher le plus gros cône ayant le même angle contenu dans l'alésage.

Le jeu minimum peut se calculer d'un côté ou de l'autre du palier. Il suffit de déduire l'écart entre le diamètre nominal et le diamètre au maximum de matière défini par les tolérances.

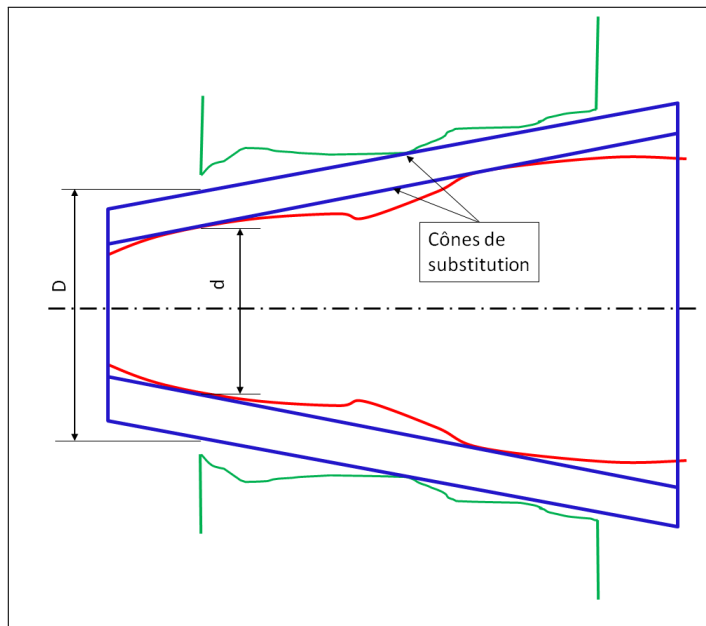


Figure IV.24 – Substitution par cônes

$$J_{min} = (D - d) - \frac{t_D + t_d}{2} \quad (\text{IV.22})$$

La non interférence entre les cônes garantit la rotation de l'arbre dans l'alésage. Cette méthode est plus fine qu'une simple substitution par des cylindres qui serait très pénalisante pour les défauts de conicité qui sont très courants.

IV.7 Conclusion

Ce chapitre montre comment intégrer les effets des dilatations thermiques dans les chaînes de cotes 3D à partir de calculs thermiques globaux ou séparés. Dans cette procédure, le point délicat concerne la prise en compte des jeux nominaux. En effet, il est important qu'il ne soit pas calculé à la fois dans le tolérancement et dans les effets thermiques. Les méthodes proposées permettent cette prise en compte des effets thermiques en fournissant de simples relations linéaires des tolérances ce qui permet d'optimiser les dimensions nominales du mécanisme dans le but de maximiser les tolérances.

L'ajout des variations thermiques aux variations dues aux tolérance peut modifier les points de contact entre les pièces. Une procédure a été définie pour trouver les points de contact au pire des cas après variation thermique selon que la liaison soit avec ou sans jeu.

Les déformations des surfaces en contact dues aux températures s'ajoutent aux défauts de forme. Très classiquement, il est difficile de prendre en compte ces écarts de forme dans les calculs car ils induisent par exemple des déformations de toute la pièce lors du serrage. Le critère d'évaluation de la qualité de contact ε permet d'estimer l'incertitude du calcul et de qualifier les modèles thermiques des deux pièces en contact.

Les exigences de jeux mini et maxi avaient été laissées en suspend dans le chapitre III à cause de leur complexité après variations thermiques. A température ambiante, les jeux sont calculés en fonction des dimensions aux états virtuels au minimum ou au maximum de matière. De ce fait, les formes sont parfaitement cylindriques et les conditions donnant les pires des cas sont simples à calculer. Après variations thermiques complexes, les formes de l'arbre et de l'alésage sont fortement modifiées et peuvent être fortement non axisymétriques. Dans ces conditions, l'estimation des jeux mini et maxi nécessite de faire une recherche très fine des points de contact et une étude de distances point à point, pour que chaque position angulaire de l'arbre dans l'alésage. Pour éviter cela, il est proposé de substituer l'arbre et l'alésage par des cônes des moindres carrés tangents de même angle au sommet.

Chapitre

V

Application à un cas industriel : la turbopompe SNECMA

Sommaire

V.1	Introduction	115
V.1.1	Introduction générale	115
V.1.2	Fonctionnement de la turbopompe	115
V.2	Présentation de la turbopompe	116
V.2.1	Structure du mécanisme	116
V.2.2	Champs thermiques et conditions aux limites	117
V.2.2.1	Généralités	117
V.2.2.2	Ensemble rotor	118
V.2.2.3	Ensemble carter	120
V.2.3	Présentation des exigences étudiées	122
V.3	Hypothèses et cotation générale des jonctions	123
V.3.1	Tableaux de mise en position	123
V.3.2	Cotation des pièces	125
V.4	Exigence de distance axiale	128
V.4.1	Détail de l'exigence	128
V.4.2	Influences à température ambiante	129
V.4.3	Influence thermique	130

V.4.4	Cumul des effets	133
V.5	Exigence radiale	135
V.5.1	Détail de l'exigence	135
V.5.2	Influences à température ambiante	138
V.5.3	Influence thermique	139
V.5.3.1	Généralités	139
V.5.3.2	Contact en P^+ et Q^+	140
V.5.3.3	Contact en P^- et Q^-	142
V.5.3.4	Influence thermique globale	143
V.5.4	Cumul des effets	145
V.5.5	Cas de rotor auto-centré	146
V.6	Etude du jeu	150
V.6.1	Détail de l'exigence	150
V.6.2	Influence à température ambiante	151
V.6.3	Influence thermique	151
V.6.4	Cumul des effets	153
V.7	Optimisation du mécanisme	154
V.8	Conclusion	158

V.1 Introduction

V.1.1 Introduction générale

La méthode proposée a été expérimentée sur un cas industriel qui est une turbopompe avec un modèle simplifié fourni par la SNECMA dans le cadre du pôle de compétitivité System@tic et ASTech.

De nombreuses exigences doivent normalement être vérifiées simultanément afin de valider la pré-étude de la turbopompe. Trois d'entre elles seront présentées en introduisant une complexité progressive : une exigence axiale, une exigence radiale et une exigence de jeu.

Il est intéressant de noter que ce modèle simplifié est suffisant pour faire le tolérancement et l'étude thermique très facilement dès les avants-projets sans attendre un modèle plus réaliste. Néanmoins, les déformations mécaniques ne pourraient être considérées que si les épaisseurs de matière sont du bon ordre de grandeur.

Cette turbopompe étant soumise à des critères de confidentialité importants, les conditions thermo-mécaniques de l'étude et les valeurs des exigences seront différentes des conditions réelles appliquées par la SNECMA.

Pour limiter l'ampleur de ce chapitre, seules quelques situations critiques sont envisagées mais les méthodes proposées devraient pouvoir être étendues à d'autres états thermiques.

V.1.2 Fonctionnement de la turbopompe

Une turbopompe sert à acheminer le carburant et le comburant dans la zone de combustion. Pour que la combustion soit optimale, les fluides doivent arriver sous haute pression. Les pressions mises en jeu sont extrêmement élevées (supérieures à 50 bar) ce qui fait que les pompes classiques ne peuvent pas être utilisées. Dans ces conditions, les turbopompes permettent à la fois de supporter les fortes pressions mais aussi les

grandes vitesses de rotation impliquées (plus de 200 000tr/min). Une turbopompe sert donc à accélérer et à comprimer un fluide qui sera ensuite acheminé dans la chambre de combustion.

V.2 Présentation de la turbopompe

V.2.1 Structure du mécanisme

La turbopompe SNECMA est composée d'une partie fixe (le carter) et d'une partie mobile (le rotor). Le carter est composé de deux pièces (le carter avant et le carter arrière) bridées l'une par rapport à l'autre par un ensemble de vis (non représentées). De même, le rotor est composé de trois pièces (le rotor avant, la cale et le rotor arrière) sans mouvement relatif entre elles. En fonctionnement, l'ensemble rotor est guidé dans le carter par palier hydrostatique limitant ainsi les frottements.

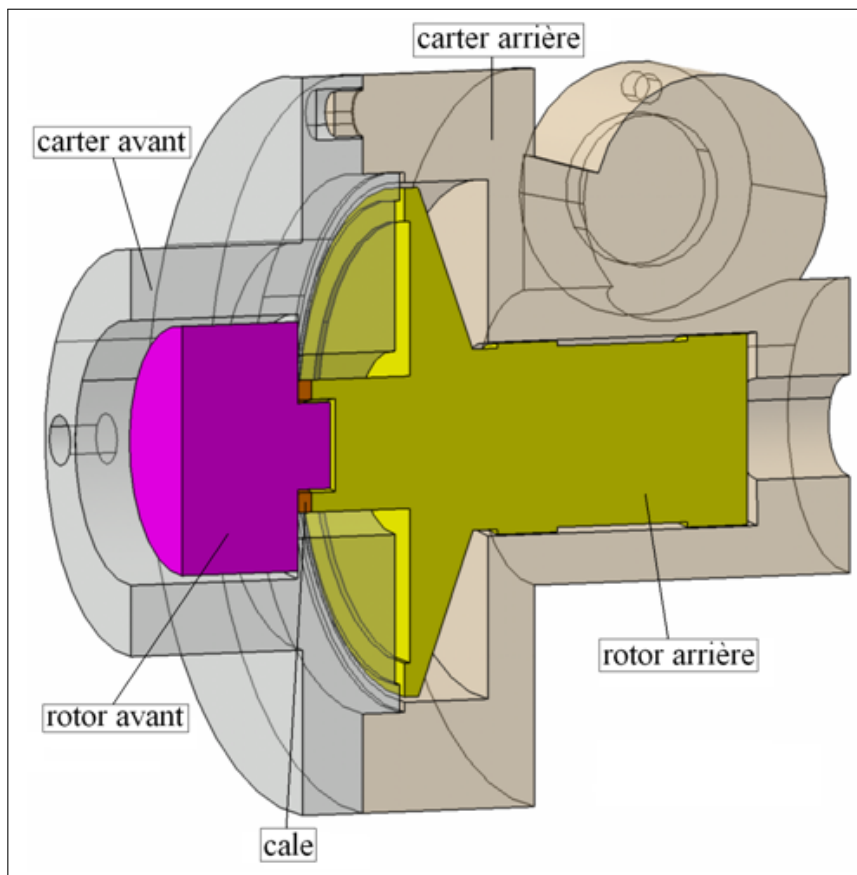


Figure V.1 – Mécanisme d'étude [SNECMA]

V.2.2 Champs thermiques et conditions aux limites

V.2.2.1 Généralités

Le mécanisme est assemblé à température ambiante. Lors du démarrage du mécanisme, la température est abaissée afin d'arriver à son point de fonctionnement proche des $50K$. Une fois refroidi, le rotor est mis en rotation. Aussi, quatre états seront considérés :

- un état à température ambiante pour le montage (notation a) ;
- un état de refroidissement avec une température uniforme dans toute la turbopompe de $50K$ (notation r) ;
- un état en utilisation avec des températures non uniformes dans la turbopompe (notation u) avec décentrage du palier ;
- un état en utilisation avec l'arbre centré par le palier hydrostatique.

A titre d'ordre de grandeur, entre la température ambiante et la température de refroidissement ($50K$), le diamètre du rotor en titane diminue d'environ $90\mu m$. Il est donc important de tenir compte des dilatations pour maîtriser les exigences fonctionnelles qui sont du même ordre de grandeur.

Lors de la phase de refroidissement, le passage de la température ambiante à $20^{\circ}C$ à la température de fonctionnement de $50K$ se fait suffisamment lentement pour qu'à chaque instant la température dans l'ensemble des pièces soit supposée uniforme. Aussi, seul l'état initial (dimensions nominales) et l'état final seront considérés. En effet, les états intermédiaires ne donnent pas de cas particuliers.

En fonctionnement, le rotor est auto-centré dans le carter par un palier hydrostatique. Par contre lors de la phase de mise en rotation, l'auto-centrage n'est pas assuré. L'ensemble rotor peut donc venir en contact avec le carter dans le palier. Ce cas transitoire sera considéré comme le plus défavorable, et sera étudié pour la phase d'utilisation. Une comparaison sera faite ensuite entre ce cas en contact mécanique et celui d'utilisation en régime établi avec le rotor centré par palier hydrostatique (partie V.5.5).

En plus des températures extrêmes, la turbopompe réelle subit également de fortes variations de pression. Cela entraîne des déformations élastiques supplémentaires qui seront négligées dans ce travail.

V.2.2.2 Ensemble rotor

Lors de la phase d'utilisation, l'ensemble rotor est tournant à très grande vitesse. Le champ de température est donc supposé axisymétrique. L'ensemble sera simulé sans mouvement avec un champ thermique axisymétrique. En effet, en considérant les états virtuels au maximum ou au minimum de matière, on s'affranchit des problèmes de coaxialité. Il est inutile de faire tourner le rotor pour trouver le pire des cas.

La figure V.2 montre les zones utilisées pour le chargement thermique de l'ensemble rotor. L'avant de la turbopompe est à environ $100K$ (zone 1). La zone 2 est à environ $50K$. La zone 3 est à environ $1100K$. La zone 4 en amont des paliers est à $700K$ et la zone 5 en fin de rotor est à $650K$.

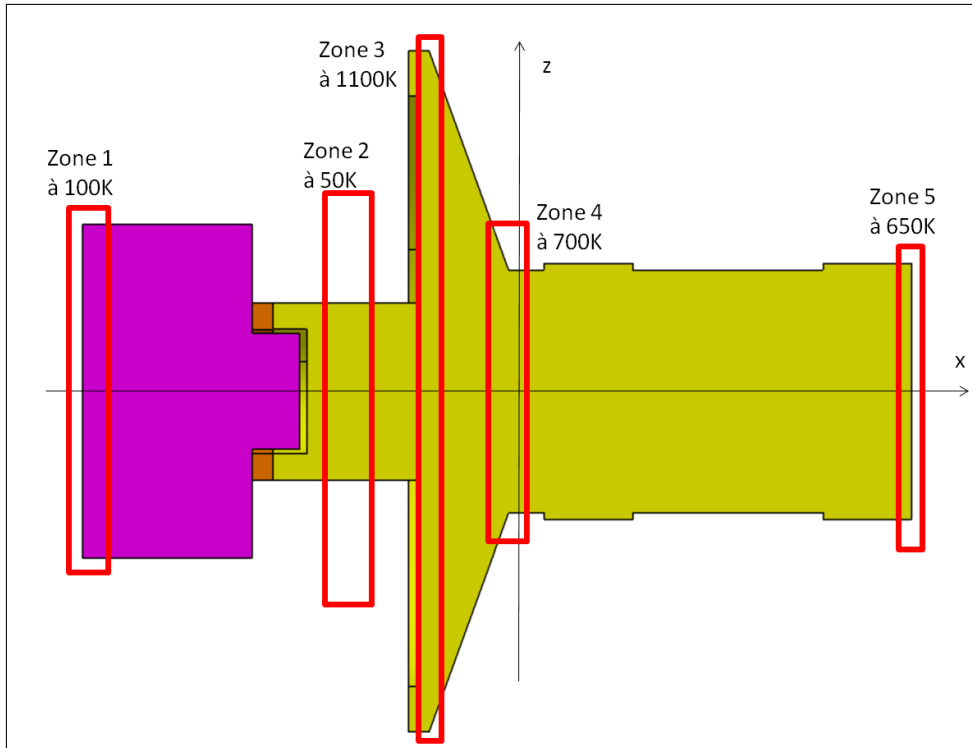


Figure V.2 – Conditions aux limites du rotor à l'état utilisation

Le champ thermique est normalement fourni par le bureau de calcul. Le modèle

axisymétrique utilisé pour les simulations a été réalisé sous CAST3M (figure V.3).

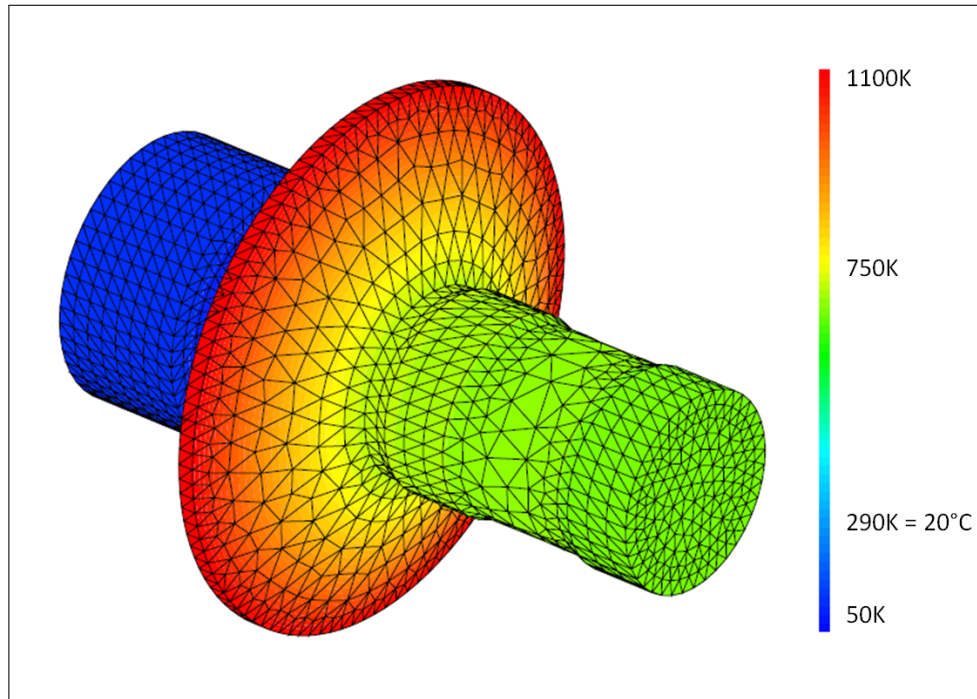


Figure V.3 – Champ de température dans le rotor à l'état utilisation

L'ensemble des trois pièces rotor avant, cale et rotor arrière est calculé globalement. Le rotor avant et la cale sont fabriqués en titane alors que le rotor arrière est fabriqué en inox. La cale est de dimension faible par rapport aux deux autres pièces. Pour modéliser ces contacts, les déplacements et les températures des mailles des surfaces planes de la cale sont identiques dans toutes les directions à ceux des mailles en vis-à-vis du rotor avant et du rotor arrière.

Les points fixes (figure V.4), identiques pour tous les calculs, seront réalisés par un centrage long (points 1 à 4) sur le rotor arrière et un appui ponctuel (point 5) sur le rotor avant. L'arrêt en rotation pour le calcul sera réalisé par l'un des points du centrage long (point 2) en bloquant les déplacements tangents et radiaux. Le blocage a volontairement été choisi non axisymétrique pour montrer que le choix des points fixes n'a aucune importance pour la suite des calculs.

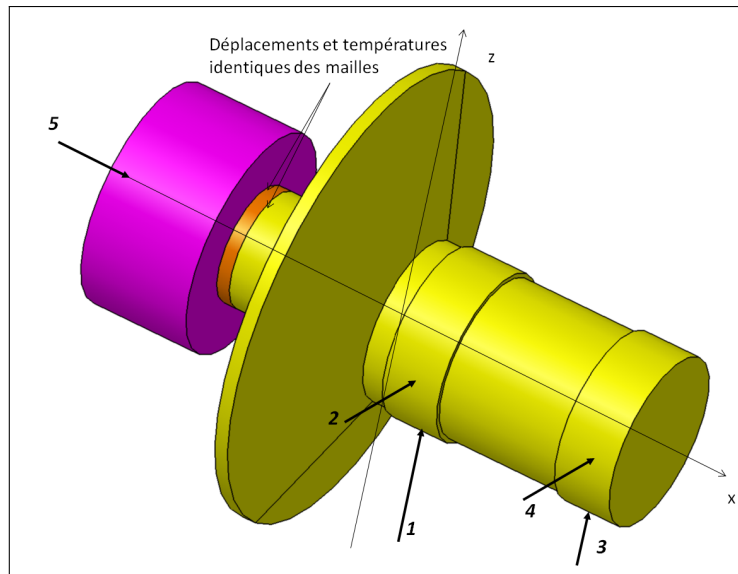


Figure V.4 – Conditions aux limites de rotor

V.2.2.3 Ensemble carter

Les conditions sur les températures des surfaces internes du carter sont les mêmes que celles appliquées sur l'ensemble rotor. Sur la peau extérieure de l'ensemble carter, la surface de la zone 1 est à $100K$. Toutes les surfaces de la zone 2 sont mises à $50K$. Enfin, la surface de la zone 3 est à $370K$.

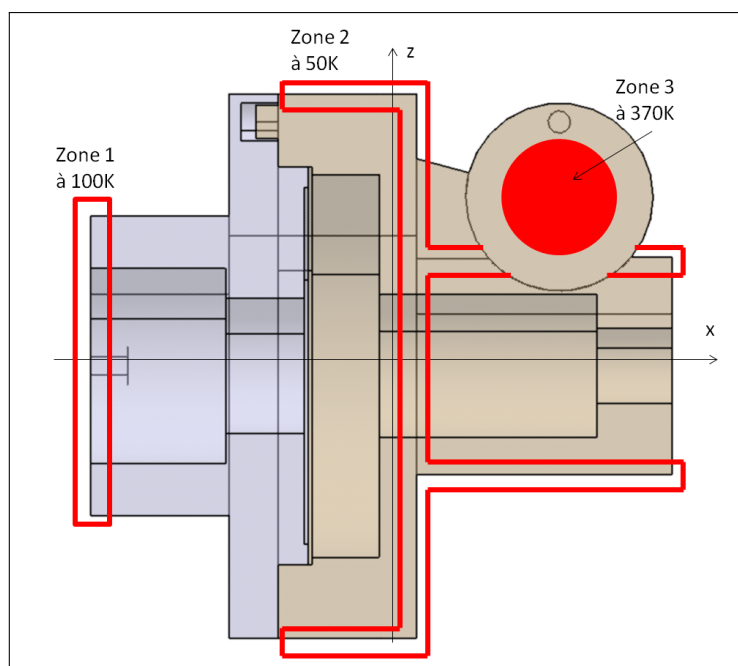


Figure V.5 – Conditions aux limites mécaniques de carter

La zone 3 étant excentrique, le champ thermique résultant est non symétrique et est présenté figure V.6.

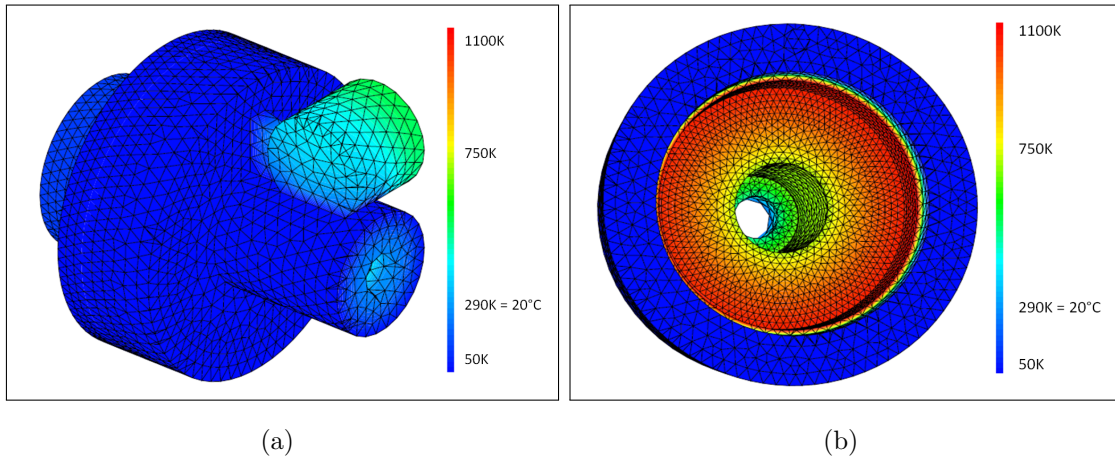


Figure V.6 – Champ thermique dans le carter à l'état utilisation

Les deux parties du carter sont bridées ensemble par des vis avec un contact parfait entre le carter avant et le carter arrière quelles que soient les conditions thermiques. Le contact est modélisé en rendant identiques les déplacements des mailles et les températures entre ces surfaces en contact (dans toutes les directions). L'ensemble carter est immobile. Son blocage (figure V.7) est réalisé par un centrage long (points 1 à 4) sur le carter arrière et un appui ponctuel (point 5) sur le carter avant. L'arrêt en rotation sera réalisé par l'un des points du centrage long (point 2) en bloquant les déplacements tangents et radiaux.

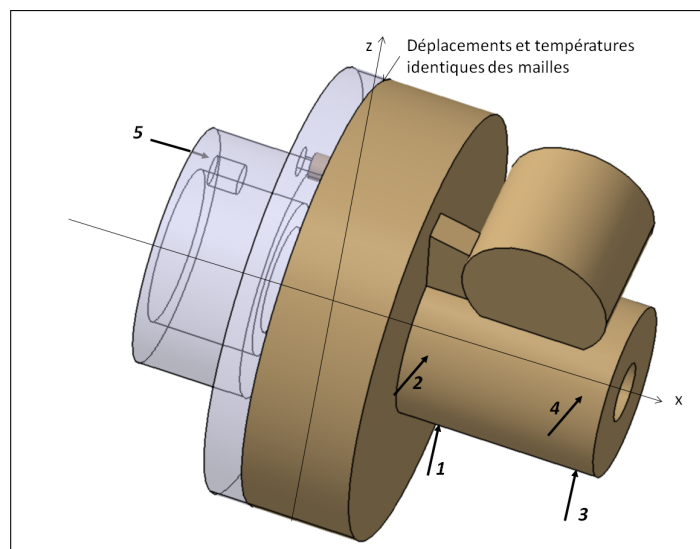


Figure V.7 – Conditions aux limites du carter

V.2.3 Présentation des exigences étudiées

Les effets des incertitudes sont estimés à $\pm 10\%$ des effets des thermiques nominaux. Avec la prise en compte de ces incertitudes thermiques, les exigences peuvent s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} E_i^j &= E_{i_{nominal}} + \delta^j \\ &= E_{i_{nominal}} + D^a + \Delta^j + \theta^j \end{aligned} \quad (V.1)$$

Avec :

- δ^j l'influence complète
- D^a l'influence des tolérances à température ambiante
- Δ^j l'influence des effets thermiques nominaux
- θ^j l'influence des effets des incertitudes sur la température

L'exigence axiale $E1$ (figure V.8) doit permettre d'assurer une distance relative maximale et une distance relative minimale entre les deux surfaces à l'état refroidissement, en supposant le rotor en contact à droite (efforts supposés toujours vers la droite) :

$$\begin{cases} MAX(E1^r) \leq 2.5mm \\ MIN(E1^r) \geq 2mm \end{cases} \quad (V.2)$$

L'exigence radiale $E2$ (figure V.8) concerne un recouvrement entre le carter avant et le rotor arrière. Cette exigence est définie uniquement en utilisation. Elle limite la variation maximale du recouvrement en fonction de la position angulaire de rotor dans le carter. L'écart entre le recouvrement maximal et le recouvrement minimal doit rester inférieur à $200\mu m$. Cette variation est due aux battements des surfaces et aux jeux. Sa limitation au cours d'une rotation du rotor dans le carter permet de garantir une homogénéité des efforts appliqués par la pression sur le rotor arrière.

$$MAX(E2^u) - MIN(E2^u) \leq 0.5mm \quad (V.3)$$

Afin de garantir la rotation du rotor dans le carter, il est nécessaire de contrôler la valeur du jeu $E3$ (figure V.8) au niveau de paliers lors de l'utilisation :

$$\begin{cases} MAX(E3^u) \leq 200\mu m \\ MIN(E3^u) \geq 50\mu m \end{cases} \quad (V.4)$$

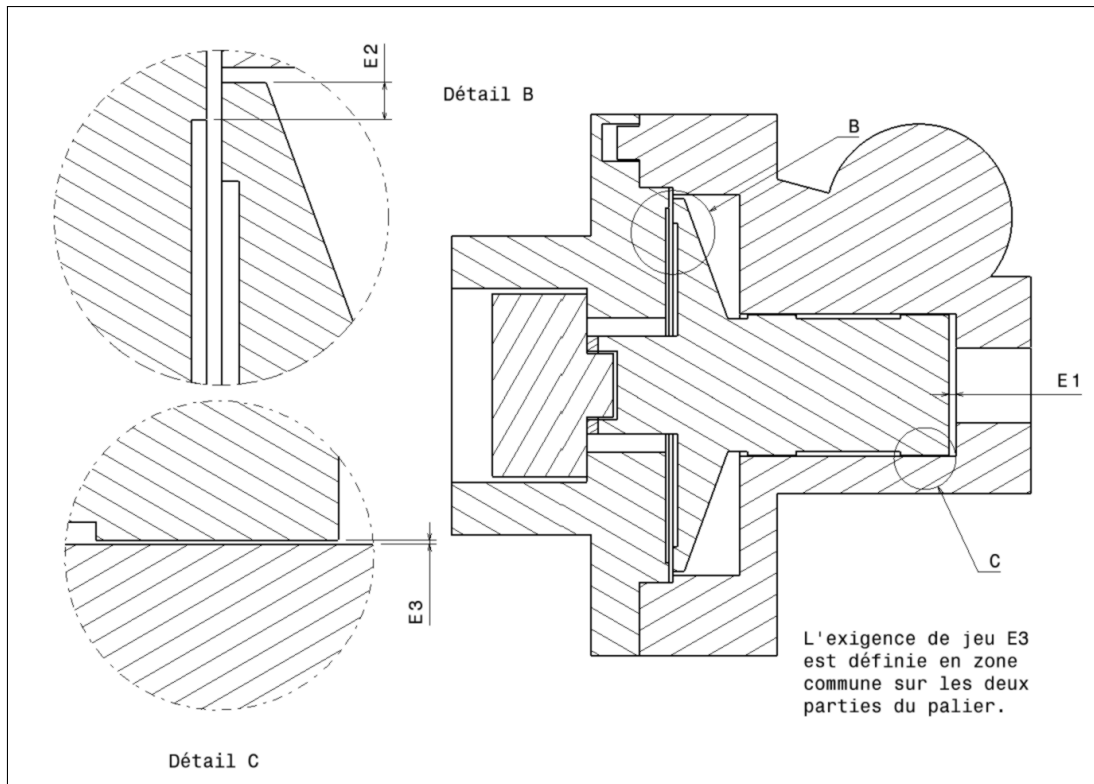


Figure V.8 – Exigences étudiées

V.3 Hypothèses et cotation générale des jonctions

V.3.1 Tableaux de mise en position

La mise en position décrite ci-dessous est valable quel que soit l'état thermique étudié (température ambiante, refroidissement et utilisation).

La turbopompe est séparée en deux ensembles de pièces. La mise en position est décrite par le tableau V.1. L'ensemble rotor (*er*) est positionné dans l'ensemble carter (*ec*) par deux cylindres coaxiaux primaires *A* du rotor arrière montés avec du jeu dans l'alésage *D* du carter arrière. La position axiale est assurée par le plan secondaire *B* du rotor avant qui est en contact avec le plan *E* du carter avant.

<i>Ensemble rotor</i>			
Cylindres coaxiaux		Plan simple	
<i>A</i>	<i>rar</i>	<i>B</i>	<i>rav</i>
Jeu		Contact	
Cylindre simple		Plan simple	
<i>D</i>	<i>car</i>	<i>E</i>	<i>cav</i>

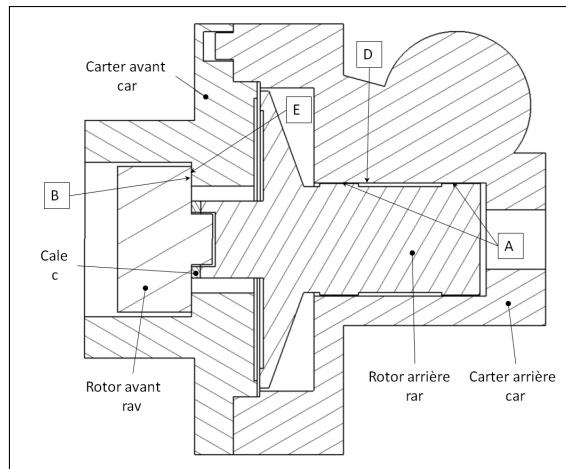


Tableau V.1 – Tableau de mise en position de l'ensemble rotor

Figure V.9 – Mise en position du bloc rotor

La mise en position de l'ensemble carter par rapport au milieu extérieur ne sera pas précisée car le carter est la base de ce mécanisme. Elle n'intervient donc pas dans les calculs.

Le rotor arrière est considéré comme la base de l'ensemble rotor. Le rotor avant est mis en contact plan primaire et en liaison cylindrique secondaire avec jeu sur le rotor arrière avec une cale intermédiaire (tableau V.2).

<i>Rotor avant</i>			
Plan simple		Cylindres coaxiaux	
<i>A</i>	<i>rav</i>	<i>B</i>	<i>rav</i>
Contact	Jeu		
Cale			
Contact			
Plan simple		Cylindres coaxiaux	
<i>D</i>	<i>rar</i>	<i>E</i>	<i>rar</i>

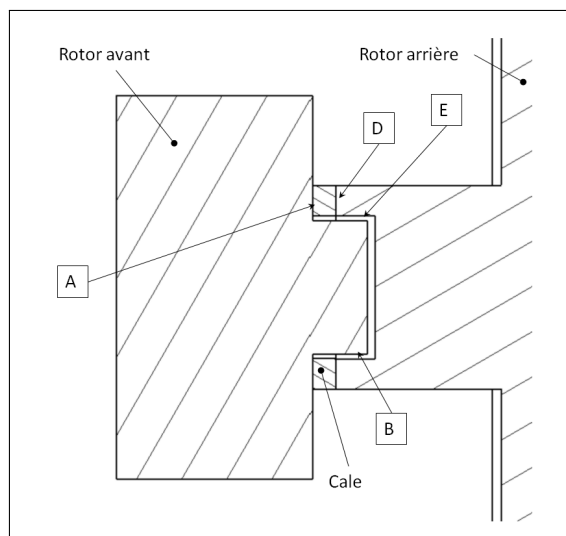


Tableau V.2 – Tableau de mise en position du rotor avant

Figure V.10 – Schéma explicatif du contact du rotor avant

Le carter arrière est considéré comme la base de l'ensemble carter. Le carter avant est monté sans jeu dessus avec prépondérance de l'appui plan (tableau V.3).

<i>Carter avant</i>			
Plan simple		Cylindre simple	
<i>A</i>	<i>cav</i>	<i>B</i>	<i>cav</i>
Contact		Serrage	
Plan simple		Cylindre simple	
<i>D</i>	<i>car</i>	<i>E</i>	<i>car</i>

Tableau V.3 – Tableau de mise en position du carter avant

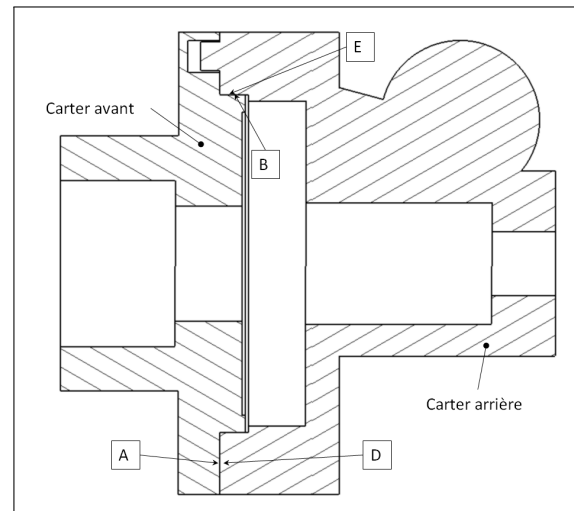


Figure V.11 – Schéma explicatif du contact du carter avant

Le carter avant est monté serré sur le carter arrière. Il sera donc parfaitement centré.

V.3.2 Cotation des pièces

En fonction des tableaux de mise en position présentés précédemment ainsi que des exigences à étudier, la cotation à température ambiante peut être définie. A cette étape, il n'est pas encore possible de donner les valeurs des tolérances et des dimensions nominales qui doivent être optimisées ultérieurement. Les tolérances sont identifiées par les noms d'inconnues qui vont apparaître dans les chaînes de cotes.

A côté de chaque spécification des figures V.12 à V.16 se trouve un ensemble de notations.

- [C1] indique une spécification garantissant la qualité du contact plan primaire ;
- [C2] indique une spécification garantissant la montabilité secondaire sans jeu du carter avant sur le carter arrière ;
- [C3] indique une spécification garantissant la montabilité secondaire avec jeu du rotor avant ;

- [C4] indique une spécification garantissant la montabilité primaire avec jeu de l'ensemble rotor sur l'ensemble carter ;
- [C5] indique une spécification garantissant la qualité du contact secondaire entre l'ensemble rotor et l'ensemble carter ;
- (Ei) indique pour quelle exigence intervient la spécification.

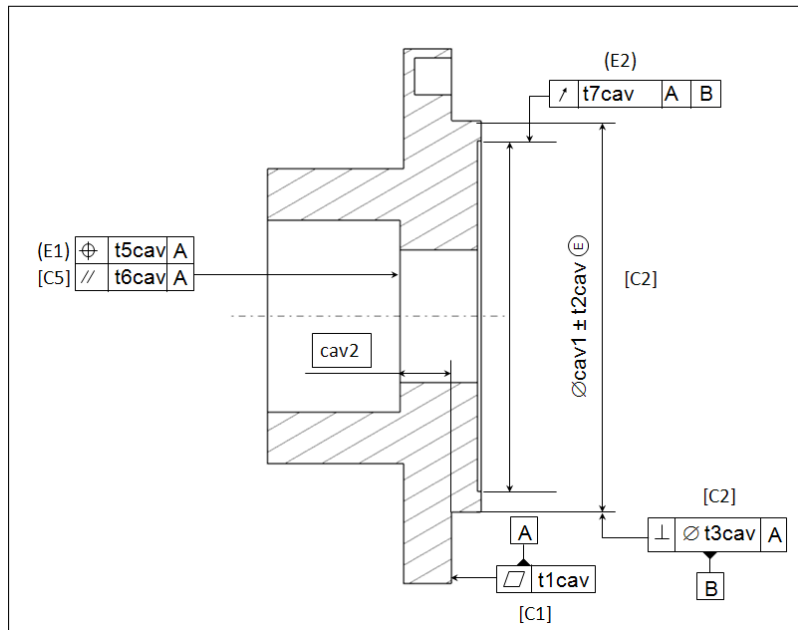


Figure V.12 – Spécification du carter avant

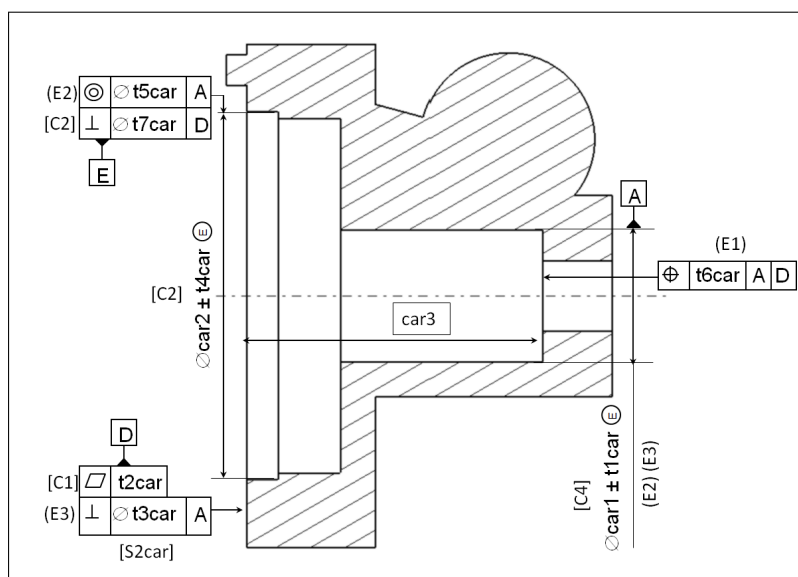


Figure V.13 – Spécification du carter arrière

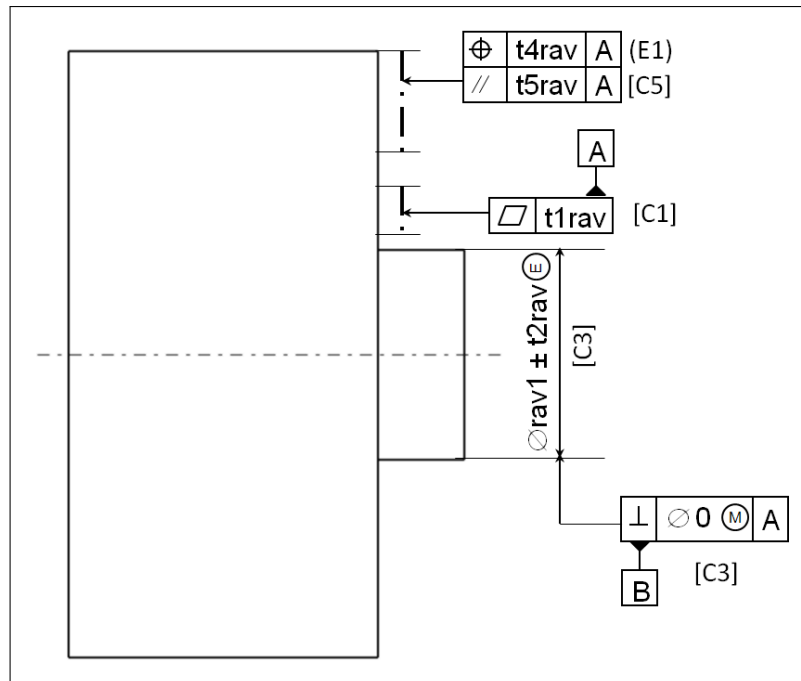


Figure V.14 – Spécification du rotor avant

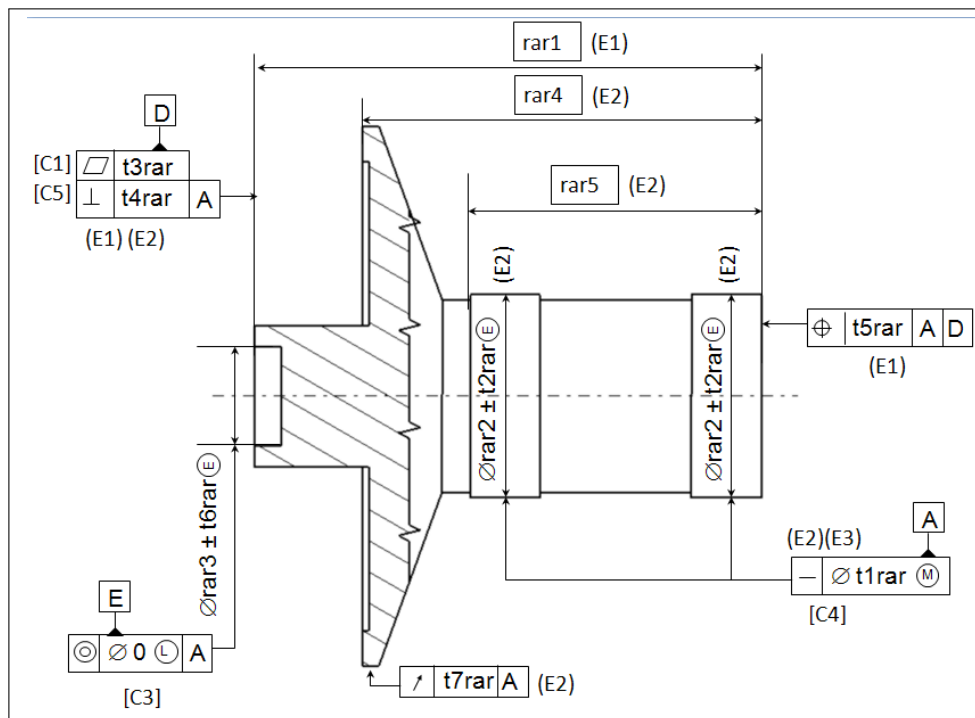


Figure V.15 – Spécification du rotor arrière

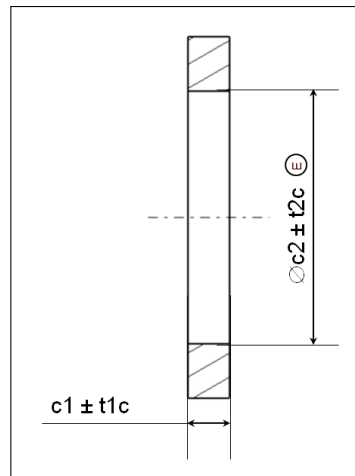


Figure V.16 – Spécification de la cale (pièce mince déformable)

V.4 Exigence de distance axiale

V.4.1 Détail de l'exigence

L'exigence E1 traduit les distances minimale et maximale du point F_1 par rapport au point F_0 lorsque le contact est assuré sur la surface verte entre le rotor avant et le carter avant (figure V.17). Les distances minimale et maximale entre les plans sont calculés entre les points F_0 et F_1 suivant la droite d'analyse (en rouge) orientée colinéairement à \vec{x} . Pour faciliter la présentation de cette démarche, l'étude de E1 est effectuée en 1D. En effet, la distance sera minimale en plaquant les plans secondaires l'un sur l'autre. Par contre, la condition maxi serait encore plus défavorable en inclinant le rotor dans son alésage.

Il est inutile de discrétiser la surface terminale car quelle que soit la position angulaire des points d'étude, les résultats seront identiques.

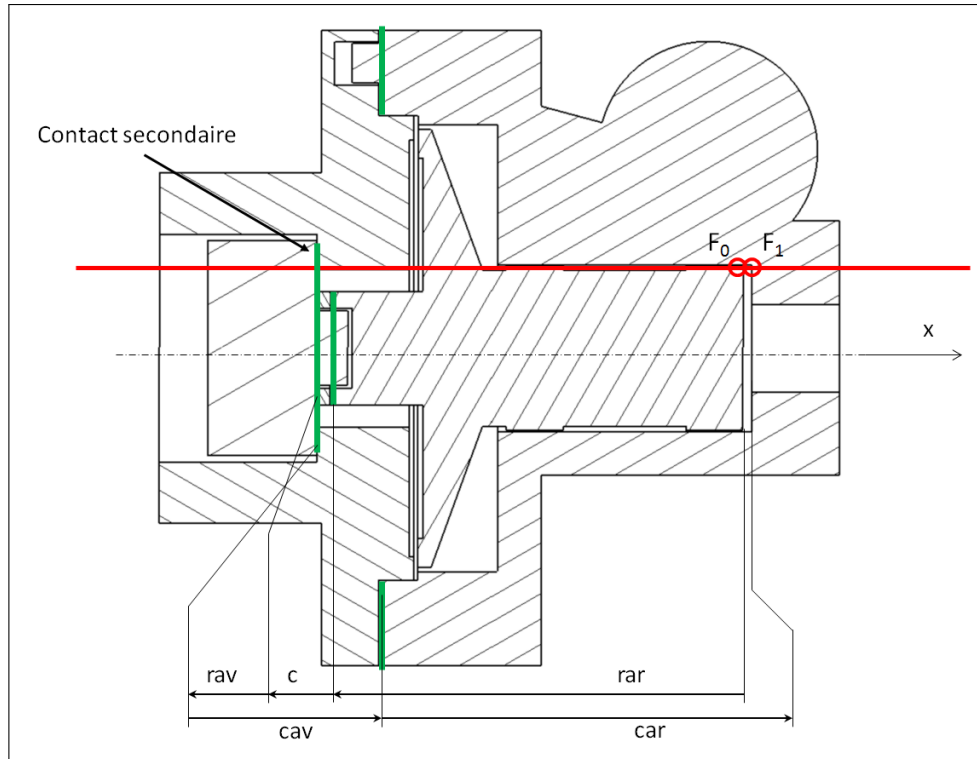


Figure V.17 – Direction et points d'analyse de l'exigence

L'exigence E1 peut être traduite comme l'étude de la distance du point F_1 par rapport au point F_0 . Avec cette définition, l'exigence s'écrit :

$$\begin{cases} MAX(E1^r) & = E1_{nom} + D_{max}^a(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) + \Delta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) + \left| \theta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) \right| \leq 2.5mm \\ MIN(E1^r) & = E1_{nom} + D_{min}^a(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) + \Delta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) - \left| \theta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) \right| \geq 2mm \end{cases} \quad (V.5)$$

V.4.2 Influences à température ambiante

L'étude de l'écart $D_{max}^a(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x})$ dû aux tolérances dans la direction \vec{x} donne l'effet maximum à température ambiante. Les effets sont calculés aux pires des cas par la méthode CLIC présentée dans la partie II.5. La distance minimale est atteinte lorsque les pièces sont parfaites et au maximum de matière au niveau des points F_0 et F_1 , et au

minimum de matière pour les plans d'appuis du carter avant et du rotor avant.

$$\left\{ \begin{array}{l} E1_{nom} = cav2 + car3 - rar1 - c1 \quad (V.6a) \\ D_{max}^a(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) = \frac{t_{6car}}{2} + \frac{t_{5cav}}{2} + \frac{t_{4rav}}{2} + \frac{t_{5rar}}{2} + \frac{t_{1c}}{2} \quad (V.6b) \\ D_{min}^a(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) = - \left(\frac{t_{6car}}{2} + \frac{t_{5cav}}{2} + \frac{t_{4rav}}{2} + \frac{t_{5rar}}{2} + \frac{t_{1c}}{2} \right) \quad (V.6c) \end{array} \right.$$

Ici, tous les coefficients d'influences k_i sont égaux à 1 car la direction d'analyse est normale aux surfaces d'études. Ce tolérancement donne l'influence maximum et minimum à température ambiante. Il faut donc maintenant estimer l'influence à l'état refroidissement sur l'exigence.

V.4.3 Influence thermique

L'étude thermique se fait sur des pièces parfaites correspondant aux modèles nominaux (différents des pièces critiques correspondant à l'état au minimum de matière \textcircled{L} ou au maximum de matière \textcircled{M} mais on suppose que les effets thermiques sont identiques). De plus, l'influence des variations thermiques nominales des pièces sont les mêmes pour les exigences maximale et minimale.

Les deux sous-ensembles rotor et carter sont calculés globalement selon la méthode décrite en V.2.2. L'influence thermique $\Delta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x})$ est constituée des variations thermiques des points terminaux F_0 et F_1 , ainsi que des points de contact entre les ensembles P_{1r} et P_{1c} (figure V.18). En effet, l'exigence est définie lorsque le contact entre le rotor et le stator est assuré sur l'ensemble du plan.

Ces points d'analyse appartiennent à la droite d'analyse et aux surfaces de l'interface entre le carter avant et le rotor avant.

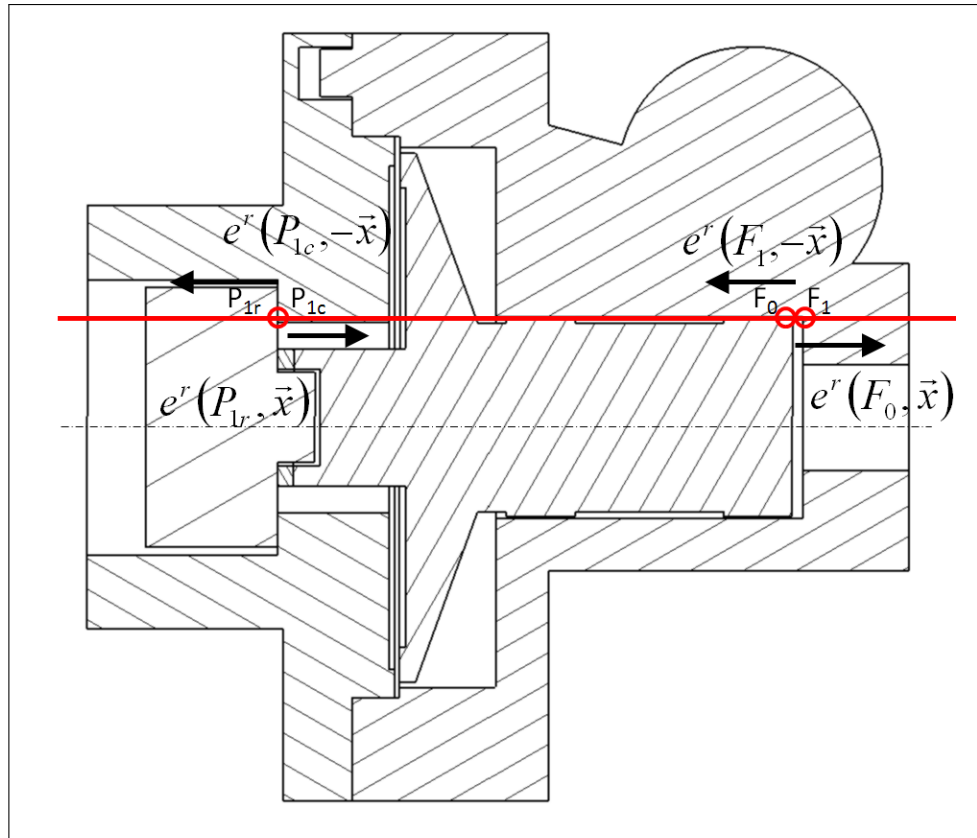


Figure V.18 – Direction et points d'analyse thermique de l'exigence

L'influence thermique $\Delta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x})$ dans la direction \vec{x} à l'état r s'obtient donc par :

$$\Delta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) = \Delta^r(\overrightarrow{F_0P_{1r}}, \vec{x}) + \Delta^r(\overrightarrow{P_{1r}P_{1c}}, \vec{x}) + \Delta^r(\overrightarrow{P_{1c}F_1}, \vec{x}) \quad (\text{V.7})$$

Les points P_{1r} et P_{1c} sont en contact quel que soit l'état de la turbopompe. Donc $\Delta^r(\overrightarrow{P_{1r}P_{1c}}, \vec{x}) = 0$. Il faut exprimer la variation de la distance entre le point F_0 et le point F_1 due aux effets thermiques en fonction des écarts notés par le modèle thermique selon la normale \vec{n} dirigée hors matière. A titre d'exemple, si la dilatation fait "gonfler" la pièce au niveau de P_{1r} , $e^r(P_{1r}, \vec{x})$ est positif. Cela fait reculer le rotor. La distance $\overrightarrow{F_0F_1}$ augmente.

$$\Delta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) = e^r(P_{1r}, \vec{x}) - e^r(F_0, \vec{x}) - e^r(F_1, -\vec{x}) + e^r(P_{1c}, -\vec{x}) \quad (\text{V.8})$$

Le calcul donne les déformations par sous-ensemble (en vert la position nominale et en rouge la position déformée).

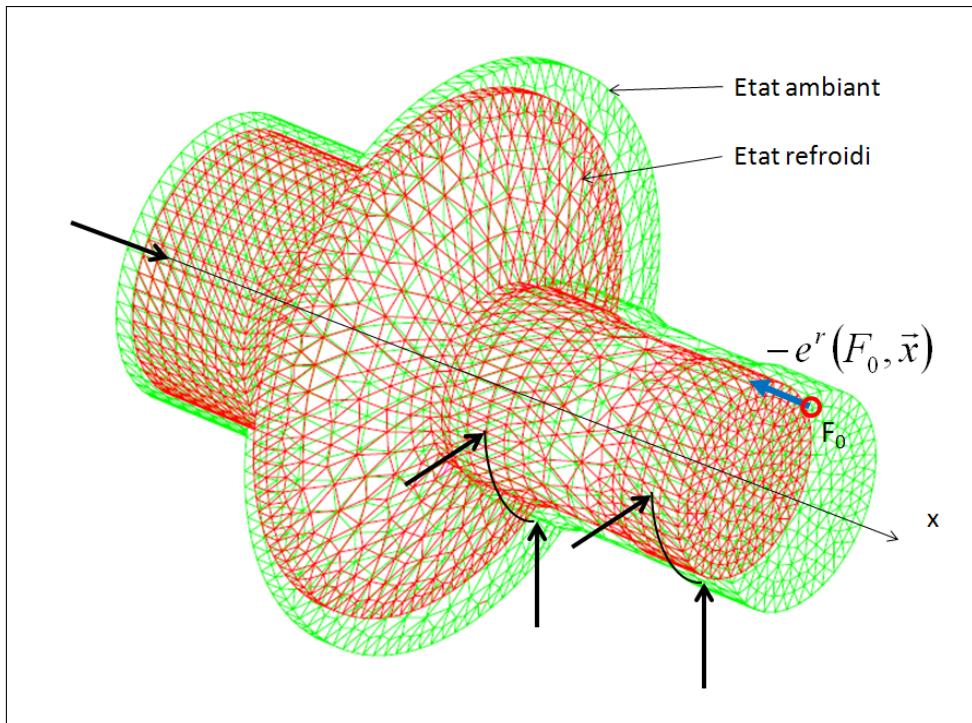


Figure V.19 – Déformation de l'ensemble rotor

Après calcul numérique, les écarts obtenus pour les points d'analyse sont :

$e^r(P_{1r}, \vec{x})$	$-0.041mm$
$e^r(F_0, \vec{x})$	$-0.273mm$
$e^r(F_1, -\vec{x})$	$0.154mm$
$e^r(P_{1c}, -\vec{x})$	$0.070mm$
$\Delta^r(\overline{F_0F_1}, \vec{x})$	$0.148mm$

Tableau V.4 – Déformations thermiques concernant l'exigence E1

Le fait que l'influence thermique nominale $\Delta^r(\overline{F_0F_1}, \vec{x})$ soit positive indique que la distance entre les points F_0 et F_1 augmente dans la direction \vec{x} , c'est à dire que le rotor diminue plus que le carter. Ce phénomène est lié aux choix des matériaux. Le carter est réalisé sur une base de nickel alors que le rotor arrière est réalisé en inox. Or, l'inox est plus sensible aux variations de température que le nickel ($\alpha_{inox} > \alpha_{nickel}$).

D'après l'équation V.1, l'effet des incertitudes est de 10% des effets thermiques nominaux, ce qui signifie qu'en chaque point l'effet thermique est à $\pm 10\%$. L'effet maximal

est la somme des valeurs absolues de chaque composante. Cet effet maximal est ensuite ajouté ou soustrait à l'influence due aux dilatations nominales pour obtenir l'influence thermique totale maximale ou minimale. Il faut donc déterminer la valeur absolue des effets de l'incertitude thermique :

$$\begin{aligned}
\left| \theta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) \right| &= 0.1 \times [|e^r(P_{1r}, \vec{x})| + |e^r(F_0, \vec{x})| + |e^r(F_1, -\vec{x})| + |e^r(P_{1c}, -\vec{x})|] \\
&= 0.1 \times [0.041 + 0.273 + 0.154 + 0.070] \\
&= 0.054mm
\end{aligned} \tag{V.9}$$

L'effet des incertitudes est important et supérieur à $10\% \times \Delta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x})$. Cela s'explique car les incertitudes sont considérées non corrélées, donc les effets des incertitudes ne se compensent pas, contrairement au calcul des effets thermiques nominaux.

V.4.4 Cumul des effets

L'influence complète au point F_1 est la somme de toutes les influences précédentes. Pour vérifier l'exigence E1, il faut s'assurer que sa valeur maximale et sa valeur minimale respectent l'exigence. En remplaçant les différents termes du système V.5 :

$$\left\{ \begin{array}{l}
MAX(E1) = E1_{nom} + D_{max}^a(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) + \Delta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) + \left| \theta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) \right| \\
= [cav2 + car3 - rar1 - c1] + \left[\frac{t_{6car}}{2} + \frac{t_{5cav}}{2} + \frac{t_{4rav}}{2} + \frac{t_{5rar}}{2} + \frac{t_{1c}}{2} \right] \\
+ 0.148mm + 0.054mm \\
MIN(E1) = E1_{nom} + D_{min}^a(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) + \Delta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) - \left| \theta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) \right| \\
= [cav2 + car3 - rar1 - c1] - \left[\frac{t_{6car}}{2} + \frac{t_{5cav}}{2} + \frac{t_{4rav}}{2} + \frac{t_{5rar}}{2} + \frac{t_{1c}}{2} \right] \\
+ 0.148mm - 0.054mm
\end{array} \right. \tag{V.10}$$

L'optimisation des dimensions nominales dans le but de maximiser les tolérances se fera simultanément entre toutes les exigences. Néanmoins, une première approche peut

consister à considérer toutes les tolérances identiques.

$$\left\{ \begin{array}{l} E1_{nom} + D_{max}^a(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) + \Delta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) + \left| \theta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) \right| \leq 2.5mm \quad (V.11a) \\ E1_{nom} + D_{min}^a(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) + \Delta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) - \left| \theta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) \right| \geq 2mm \quad (V.11b) \\ t_{6car} = t_{5cav} = t_{4rav} = t_{5rar} = t_{1c} = T \quad (V.11c) \end{array} \right.$$

L'optimisation se fait en considérant le cas extrême, donc en transformant les inéquations V.11a et V.11b en équations. La somme de ces deux équations donne la valeur nominale de E1. Avec $\Delta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) = 0.148mm$:

$$\begin{aligned} E1_{nom} &= \frac{2.5 + 2 - 2 \times \Delta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x})}{2} \\ &= \frac{2.5 + 2 - 2 \times 0.148}{2} \\ &= 2.102 \end{aligned} \quad (V.12)$$

La valeur nominale de E1 donnée par les cotes CAO est de $2.250mm$, l'optimisation consiste à modifier les nominaux pour compenser la dilatation de $0.148mm$. Il faut donc choisir arbitrairement une ou plusieurs cotes à réduire pour obtenir la valeur optimisée.

La différence des deux équations V.11a et V.11b donne la valeur des effets des tolérances :

$$\begin{aligned} D_{max}^a(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) - D_{min}^a(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) &= 2.5 - 2 - 2 \times \left| \theta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) \right| \\ &= 2 \times \left[\frac{t_{6car}}{2} + \frac{t_{5cav}}{2} + \frac{t_{4rav}}{2} + \frac{t_{5rar}}{2} + \frac{t_{1c}}{2} \right] \quad (V.13) \\ &= 5T \end{aligned}$$

Avec $\left| \theta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) \right| = 0.054mm$, chaque tolérance vaut :

$$\begin{aligned} T &= \frac{2.5 - 2 - 2 \times \left| \theta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) \right|}{5} \\ &= \frac{2.5 - 2 - 2 \times 0.054}{5} \\ &= 0.078mm \end{aligned} \quad (V.14)$$

Ces premières valeurs de tolérances sont faibles mais cohérentes. En effet, le mécanisme subit de fortes variations thermiques tout en nécessitant des conditions de variations

faibles en bout de chaînes de cotes. De plus, l'effet de l'incertitude sur le champ thermique est important. Si la température était connue parfaitement (incertitude nulle), alors les tolérances dans les mêmes conditions de répartition seraient de $0.100mm$. La prise en compte de l'incertitude sur la température impose de réduire les tolérances.

Pour cette étude simple, un seul régime thermique a été étudié. Il faudrait vérifier cette exigence pour tous les régimes thermiques, ce qui réduirait inévitablement les tolérances.

V.5 Exigence radiale

V.5.1 Détail de l'exigence

Le recouvrement entre le rotor arrière et le carter avant correspond à la distance radiale entre les points G^* et H . Le point G^* est le projeté de G (point représentant l'arête extérieure du rotor arrière) suivant la direction $-\vec{x}$ sur le carter avant. Ce point G^* n'intervient donc pas dans le calcul du recouvrement mais permet une meilleure représentation graphique (figures V.20 et V.21). La forte pression dans cette zone apporte un déséquilibre et des vibrations si le recouvrement n'est pas axisymétrique, soit en raison des défauts de coaxialités, soit du jeu radial du rotor. L'exigence de recouvrement E2 recherchée par la SNECMA est donc définie par la variation maximale de la distance entre le point G et le point H (figure V.20) quelle que soit la position angulaire du rotor dans le carter pour un montage de turbopompe donné.

Les champs thermiques appliqués sur le rotor étant axisymétriques, la connaissance des variations thermiques d'une seule position du point G est nécessaire. Le carter quant à lui étant soumis à des champs thermiques non axisymétriques, il faudrait déterminer les variations de position dues aux dilatations tout autour de la surface. Une discrétisation suivant huit directions sera réalisée dans le plan (\vec{y}, \vec{z}) . Cette exigence nécessite donc d'étudier $\overrightarrow{HG} \cdot \vec{R}$ où \vec{R} est la direction radiale en G .

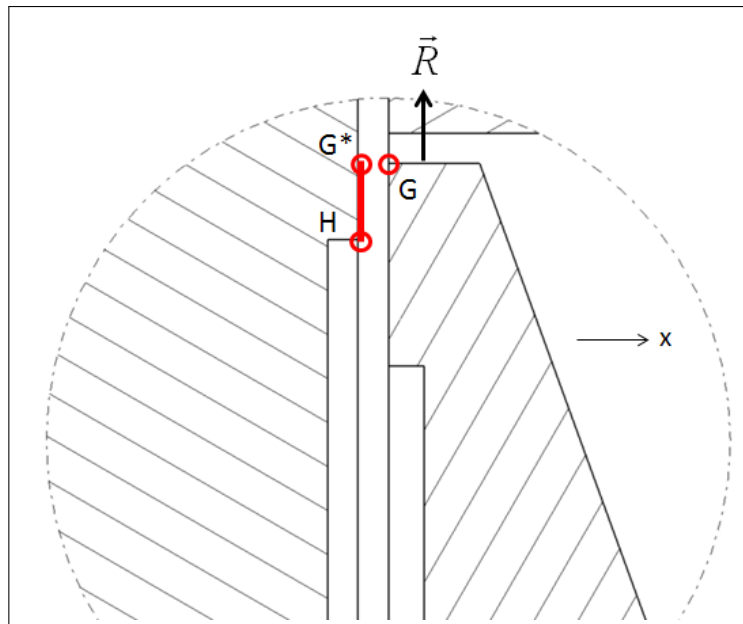


Figure V.20 – Définition de l'étendue étudiée

Comme cela fut précisé dans la partie V.2.2.1, la position la plus critique correspond au démarrage de la turbopompe, c'est à dire lorsque le rotor peut s'incliner dans l'alésage. La figure V.21 montre de manière simplifiée les positions extrêmes du rotor dans le carter dues aux jeux. La position nominale centrée est représentée en pointillés rouge. La figure V.21(a) montre la position donnant le recouvrement maximum. Cette position correspond à la mise en contact des points P_r^+ et Q_r^+ du rotor arrière respectivement avec les points P_c^+ et Q_c^+ du carter arrière. Lorsque le rotor (en bleu) s'incline vers le haut par rapport au carter (figure V.21(a)), le recouvrement étudié augmente (distance entre G^* et H). Si le rotor s'incline vers le bas (figure V.21(b)), les points P_r^- et Q_r^- du rotor arrière arrivent en contact avec les points respectifs P_c^- et Q_c^- du carter arrière. Cela fait baisser le recouvrement jusqu'à sa valeur minimum. Cette variation dépend du jeu dans les paliers et doit être quantifiée, ce qui oblige de réaliser une étude 3D.

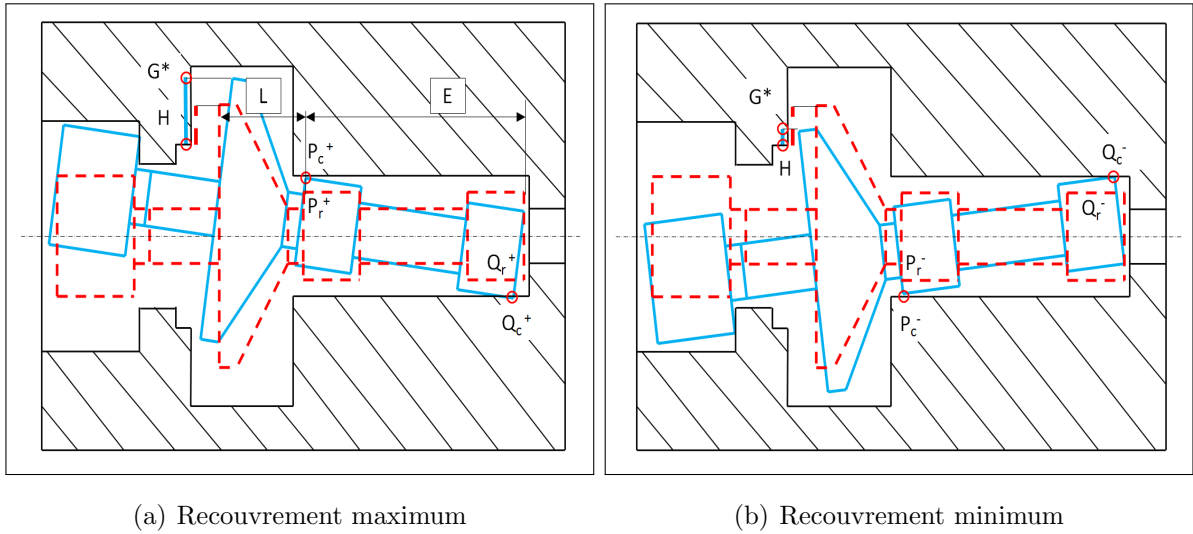


Figure V.21 – Influence du jeu sur le recouvrement

Afin de différencier les points de contact au niveau des paliers entre la configuration donnant le recouvrement maximum et la configuration minimum, les points de contact P et Q auront un exposant $+$ dans la configuration du recouvrement maximum et un exposant $-$ pour le recouvrement minimum.

L'exigence E2 correspondant à la variation du recouvrement. Elle est donc définie par la différence entre le recouvrement maximum et le recouvrement minimum. Cette différence doit rester inférieure à la tolérance de $500\mu m$.

$$E2 = MAX(E2_{max}^u) - MIN(E2_{min}^u) \leq 500\mu m \quad (V.15)$$

Le pire des cas s'obtient par le cumul dans une même direction :

- des défauts de coaxialité du carter
- des défauts de battement du carter avant et du rotor arrière
- des dilatations thermiques maximales

Pour étudier ces deux valeurs, l'exigence sera définie en fonction du déplacement du point G par rapport au point H . Les directions d'analyse \vec{R}_i sont les directions radiale. Elles dépendent donc des positions des couples de points (G, H) . Afin de présenter l'étude de cette exigence, les différentes équations seront faites sur le couple de points

présenté figure V.20 et orienté suivant \vec{R} , vecteur perpendiculaire à \vec{x} . Les deux conditions doivent être étudiées selon la direction \vec{R} mais correspondent à des configurations différentes du mécanisme dont les variations thermiques seront notées avec l'exposant $+u$ pour la configuration avec les contacts en (P^+, Q^+) et avec l'exposant $-u$ pour la configuration avec les contacts en (P^-, Q^-) . A cela, il faut rajouter les effets des incertitudes. Celles-ci seront considérées comme corrélées. Le détail de la corrélation sera faite ultérieurement.

$$\begin{cases} E2_{max}^u = D_{max}^a(\vec{HG}, \vec{R}) + \Delta^{+u}(\vec{HG}, \vec{R}) + \theta^{+u}(\vec{HG}, \vec{R}) \\ E2_{min}^u = D_{min}^a(\vec{HG}, \vec{R}) + \Delta^{-u}(\vec{HG}, \vec{R}) - \theta^{-u}(\vec{HG}, \vec{R}) \end{cases} \quad (V.16)$$

Le rotor et le carter étant calculés séparément, les jeux nominaux dans les paliers seront pris en compte dans le tolérancement. De plus, seule l'étude du recouvrement maximum sera détaillée.

V.5.2 Influences à température ambiante

A température ambiante, l'écart $D_{max}^a(\vec{HG}, \vec{R})$ est dû aux tolérances et aux jeux nominaux. L'angle au pire des cas pris par le rotor dans le carter est obtenu lorsque les pièces sont aux états virtuels au minimum de matière. Les variations de position des points G et H sont également dépendantes des battements définis dans le tolérancement.

Supposons le rotor parfaitement centré sur l'alésage A du carter. L'alésage qui porte le point H sera décentré par rapport à l'axe de référence A du carter arrière en fonction de la tolérance de coaxialité t_{5car} du carter arrière et du battement t_{7cav} du carter avant. La surface qui porte le point G est excentrée du défaut de battement t_{7rar} par rapport à l'axe du rotor.

Lors de la rotation, le déséquilibre sera maximal dans la direction \vec{R} lorsque les centres des deux cercles portant les points H et G sont opposés par rapport à l'axe de A .

A cela, il faut ajouter l'effet des jeux nominaux dans les paliers $d^a J$ (relation obtenue

de manière similaire à celle présentée en III.3.3.2).

$$D^a(J) = k_3 \times J1 + k_4 \times J2 \quad (\text{V.17})$$

Avec :

- $J1$ le jeu au minimum de matière dans le palier avant ($J1 = \frac{car1-rar2}{2} + \frac{t_{1car}}{2} + \frac{t_{2rar}}{2}$)
- $J2$ le jeu au minimum de matière dans le palier arrière ($J2 = \frac{car1-rar2}{2} + \frac{t_{1car}}{2} + \frac{t_{2rar}}{2}$)
- $k_3 = \frac{\overrightarrow{GQ_r} \cdot \vec{x}}{\overrightarrow{P_rQ_r} \cdot \vec{x}} = \frac{rar4}{rar5}$
- $k_4 = \frac{\overrightarrow{GP_r} \cdot \vec{x}}{\overrightarrow{P_rQ_r} \cdot \vec{x}} = \frac{rar4-rar5}{rar5}$

En considérant r_c le rayon en H et r_r le rayon en G , le recouvrement maxi dans la direction \vec{R} sera :

$$D_{max}^a(\overrightarrow{HG}, \vec{R}) = (r_r - r_c) + k_3 \left(\frac{car1 - rar2}{2} + \frac{t_{1car}}{2} + \frac{t_{2rar}}{2} \right) + k_4 \left(\frac{car1 - rar2}{2} + \frac{t_{1car}}{2} + \frac{t_{2rar}}{2} \right) + \frac{t_{7cav}}{2} + \frac{t_{7rar}}{2} + \frac{t_{5car}}{2} \quad (\text{V.18})$$

Le recouvrement mini sera :

$$D_{min}^a(\overrightarrow{HG}, -\vec{R}) = (r_r - r_c) - \left[k_3 \left(\frac{car1 - rar2}{2} + \frac{t_{1car}}{2} + \frac{t_{2rar}}{2} \right) + k_4 \left(\frac{car1 - rar2}{2} + \frac{t_{1car}}{2} + \frac{t_{2rar}}{2} \right) + \frac{t_{7cav}}{2} + \frac{t_{7rar}}{2} + \frac{t_{5car}}{2} \right] \quad (\text{V.19})$$

La variation du recouvrement est la différence de ces deux relations, qui ne dépend pas des rayons nominaux, ni de l'orientation du vecteur \vec{R} , ni de la position angulaire du rotor dans le carter.

$$D^a(E2) = k_3 [car1 - rar2 + t_{1car} + t_{2rar}] + k_4 [car1 - rar2 + t_{1car} + t_{2rar}] + t_{7cav} + t_{7rar} + t_{5car} \quad (\text{V.20})$$

V.5.3 Influence thermique

V.5.3.1 Généralités

L'ensemble rotor et l'ensemble carter sont chacun calculés globalement. Leurs dilatactions déplacent les points G et H ce qui modifie le recouvrement. L'exigence E2 n'étant

définie que lors de la phase d'utilisation, seul cet état sera considéré, tout en considérant que le rotor peut s'incliner dans l'alésage du carter.

En considérant que le rotor reste centré dans le carter, les variations thermiques font passer les points H et G en H' et G' . A cela, il faut rajouter la variation due aux jeux dans les paliers. L'influence des dilatations thermiques dans des paliers a été présentée en III.3.3.3.

V.5.3.2 Contact en P^+ et Q^+

Pour $E2_{max}$, le contact a lieu en P^+ et Q^+ .

$$\Delta^{+u}(\overrightarrow{HG}, \vec{R}) = -k_3 \left[e^u(P_c^+, -\vec{R}) + e^u(P_r^+, \vec{R}) \right] - k_4 \left[e^u(Q_c^+, \vec{R}) + e^u(Q_r^+, -\vec{R}) \right] + e^u(H, -\vec{R}) + e^u(G, \vec{R}) \quad (\text{V.21})$$

Les dilatations du carter n'étant pas axisymétriques, il est nécessaire de calculer l'influence thermique suivant différentes positions angulaire \vec{R}_i . Pour cela, une discrétisation suivant huit directions \vec{R}_1 à \vec{R}_8 est réalisée (figure V.22).

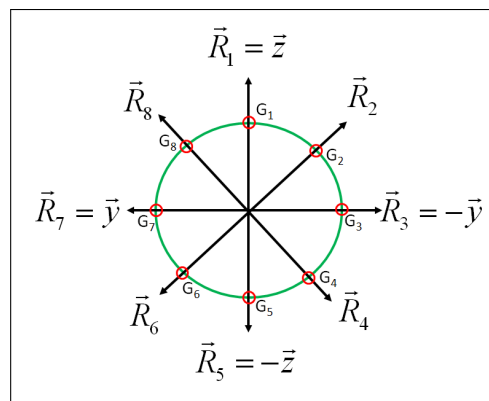


Figure V.22 – Discrétisation de l'exigence E2

Le contrôle de l'exigence E2 doit être effectué pour toutes les positions angulaires du rotor dans le carter et dans chaque cas pour toutes les directions \vec{R}_i . Les champs thermiques (et donc les dilatations) sur le rotor étant axisymétriques, il n'est pas nécessaire de faire tourner le rotor dans le carter. Cela permet d'étudier uniquement une position du rotor selon les huit directions de discrétisation.

Comme cela a été précisé dans la partie V.5.1, les deux ensembles rotor et carter sont calculés thermiquement de manière séparée. Il est donc possible de séparer l'étude de l'influence du carter et de l'influence du rotor.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta^{+u}(\overline{H_i G_i}, \overline{R_i}) = \Delta_c^{+u}(\overline{H_i G_i}, \overline{R_i}) + \Delta_r^{+u}(\overline{H_i G_i}, \overline{R_i}) \quad (\text{V.22a}) \\ \Delta_c^{+u}(\overline{H_i G_i}, \overline{R_i}) = -k_3 \cdot e^u(P_{ci}^+, -\overline{R_i}) - k_4 \cdot e^u(Q_{ci}^+, \overline{R_i}) + e^u(H_i, -\overline{R_i}) \quad (\text{V.22b}) \\ \Delta_r^{+u}(\overline{H_i G_i}, \overline{R_i}) = -k_3 \cdot e^u(P_{ri}^+, \overline{R_i}) - k_4 \cdot e^u(Q_{ri}^+, -\overline{R_i}) + e^u(G_i, \overline{R_i}) \quad (\text{V.22c}) \end{array} \right.$$

Le calcul des effets thermiques du carter suivant les huit directions $\overline{R_1}$ à $\overline{R_8}$ est présenté dans le tableau V.5.

Valeurs en <i>mm</i>	$\overline{R_1}$	$\overline{R_2}$	$\overline{R_3}$	$\overline{R_4}$
$e^u(P_c^+, -\overline{R_i})$	-0.055	-0.009	0.045	0.081
$e^u(Q_c^+, \overline{R_i})$	-0.005	-0.009	-0.015	-0.020
$e^u(H, -\overline{R_i})$	-0.091	-0.003	0.117	0.204
$\Delta_c^{+u}(\overline{H_i G_i}, \overline{R_i})$	-0.014	0.014	0.061	0.101
	$\overline{R_5}$	$\overline{R_6}$	$\overline{R_7}$	$\overline{R_8}$
$e^u(P_c^+, -\overline{R_i})$	0.067	0.011	-0.055	-0.080
$e^u(Q_c^+, \overline{R_i})$	-0.006	-0.003	-0.002	0.000
$e^u(H, -\overline{R_i})$	0.195	0.098	-0.024	-0.106
$\Delta_c^{+u}(\overline{H_i G_i}, \overline{R_i})$	0.105	0.085	0.052	0.003

Tableau V.5 – Influence thermique du carter sur MAX(E2)

Le calcul du rotor peut se faire dans une seule direction. Le calcul des effets thermiques dus au rotor pour un contact en P^+ et Q^+ est arbitrairement fait selon la direction $\overline{R_1}$.

$$\begin{aligned} \Delta_r^{+u}(\overline{H_1 G_1}, \overline{R_1}) &= -k_3 \cdot e^u(P_{r1}^+, \overline{R_1}) - k_4 \cdot e^u(Q_{r1}^+, -\overline{R_1}) + e^u(G_1, \overline{R_1}) \\ &= -1.37 \times 0.150 - 0.37 \times 0 + 0.363 \\ &= 0.158mm \end{aligned} \quad (\text{V.23})$$

Le reste de l'étude de E2 sera réalisé en déterminant les influences du rotor suivant la direction $\overline{R_1}$. L'ensemble de ces résultats sera cumulé et discuté dans la partie V.5.3.4.

V.5.3.3 Contact en P^- et Q^-

Pour $E2_{min}$, le contact a lieu en P^- et Q^- .

$$\Delta^{-u}(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R}) = k_3 \left[e^u(P_c^-, \overrightarrow{R}) + e^u(P_r^-, -\overrightarrow{R}) \right] + k_4 \left[e^u(Q_c^-, -\overrightarrow{R}) + e^u(Q_r^-, \overrightarrow{R}) \right] + e^u(H, -\overrightarrow{R}) + e^u(G, \overrightarrow{R}) \quad (\text{V.24})$$

Comme pour la configuration donnant $E2_{max}$, il est nécessaire de séparer le calcul des effets du carter (non axisymétriques) de ceux du rotor (axisymétriques).

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta^{-u}(\overrightarrow{H_iG_i}, \overrightarrow{R_i}) = \Delta_c^{-u}(\overrightarrow{H_iG_i}, \overrightarrow{R_i}) + \Delta_r^{-u}(\overrightarrow{H_iG_i}, \overrightarrow{R_i}) \quad (\text{V.25a}) \\ \Delta_c^{-u}(\overrightarrow{H_iG_i}, \overrightarrow{R_i}) = k_3.e^u(P_{ci}^-, \overrightarrow{R_i}) + k_4.e^u(Q_{ci}^-, -\overrightarrow{R_i}) + e^u(H_i, -\overrightarrow{R_i}) \quad (\text{V.25b}) \\ \Delta_r^{-u}(\overrightarrow{H_iG_i}, \overrightarrow{R_i}) = k_3.e^u(P_{ri}^-, -\overrightarrow{R_i}) + k_4.e^u(Q_{ri}^-, \overrightarrow{R_i}) + e^u(G_i, \overrightarrow{R_i}) \quad (\text{V.25c}) \end{array} \right.$$

Le calcul des effets thermiques du carter suivant les huit directions $\overrightarrow{R_1}$ à $\overrightarrow{R_8}$ est présenté dans le tableau V.6.

Valeurs en mm	$\overrightarrow{R_1}$	$\overrightarrow{R_2}$	$\overrightarrow{R_3}$	$\overrightarrow{R_4}$
$e^u(P_c^-, \overrightarrow{R_i})$	0.067	0.011	-0.055	-0.080
$e^u(Q_c^-, -\overrightarrow{R_i})$	-0.006	-0.003	-0.002	0.000
$e^u(H, -\overrightarrow{R_i})$	-0.091	-0.003	0.117	0.204
$\Delta_c^{-u}(\overrightarrow{H_iG_i}, \overrightarrow{R_i})$	-0.001	0.011	0.041	0.094
	$\overrightarrow{R_5}$	$\overrightarrow{R_6}$	$\overrightarrow{R_7}$	$\overrightarrow{R_8}$
$e^u(P_c^-, \overrightarrow{R_i})$	-0.055	-0.009	0.045	0.081
$e^u(Q_c^-, -\overrightarrow{R_i})$	-0.005	-0.009	-0.015	-0.020
$e^u(H, -\overrightarrow{R_i})$	0.195	0.098	-0.024	-0.106
$\Delta_c^{-u}(\overrightarrow{H_iG_i}, \overrightarrow{R_i})$	0.118	0.082	0.032	-0.003

Tableau V.6 – Influence thermique du carter sur MIN(E2)

Le calcul des effets thermiques dus au rotor pour un contact en P^- et Q^- est arbitrairement fait selon la direction $\overrightarrow{R_1}$.

$$\begin{aligned} \Delta_r^{-u}(\overrightarrow{H_1G_1}, \overrightarrow{R_1}) &= k_3.e^u(P_{r1}^-, -\overrightarrow{R_1}) + k_4.e^u(Q_{r1}^-, \overrightarrow{R_1}) + e^u(G_1, \overrightarrow{R_1}) \\ &= 1.37 \times 0 + 0.37 \times 0.140 + 0.363 \\ &= 0.415mm \end{aligned} \quad (\text{V.26})$$

L'ensemble de ces résultats sera cumulé et discuté dans la partie V.5.3.4.

V.5.3.4 Influence thermique globale

La variation totale du recouvrement est dépendante de la variation du recouvrement maxi et de la variation du recouvrement mini. Le cumul des effets du carter et du rotor pour les deux configuration du mécanisme est présenté dans le tableau V.7 en fonction de la direction d'étude \vec{R}_i .

	Carter	Rotor	Total	Carter	Rotor	Total
Valeurs en <i>mm</i>	Δ_c^{+u}	Δ_r^{+u}	Δ^{+u}	Δ_c^{-u}	Δ_r^{-u}	Δ^{-u}
\vec{R}_1	-0.014	0.158	0.144	-0.001	0.415	0.414
\vec{R}_2	0.014		0.172	0.011		0.426
\vec{R}_3	0.061		0.219	0.041		0.456
\vec{R}_4	0.101		0.259	0.094		0.509
\vec{R}_5	0.105		0.263	0.118		0.533
\vec{R}_6	0.085		0.243	0.082		0.497
\vec{R}_7	0.052		0.210	0.032		0.447
\vec{R}_8	0.003		0.161	-0.003		0.412

Tableau V.7 – Cumul des effets thermiques nominaux pour l'exigence E2

Les valeurs correspondantes sont écrites en rouge dans le tableau V.7. Les directions donnant le recouvrement maxi et mini sont notée respectivement \vec{R}_{maxi} et \vec{R}_{mini} . Ici, $\vec{R}_{maxi} = \vec{R}_5$ et $\vec{R}_{mini} = \vec{R}_8$. Ces directions ne sont pas diamétralement opposées à cause de la non axisymétrie du carter.

Dans le cas du recouvrement maxi, un "grossissement" du rotor au niveau des paliers tend à rapprocher l'axe de rotation en température de la position centrée et réduisant ainsi le recouvrement. De ce fait, si le rotor "gonfle", l'axe de rotation aura tendance à se rapprocher de la position centrée, ce qui diminue le recouvrement mini.

La somme des variations du carter et du rotor donne :

$$\begin{aligned}
 \Delta^u(E2) &= MAX \left(\Delta^{+u}(\overrightarrow{H_i G_i}, \overrightarrow{R_i}) \right) - MIN \left(\Delta^{-u}(\overrightarrow{H_i G_i}, \overrightarrow{R_i}) \right) \\
 &= \Delta^{+u}(\overrightarrow{H_5 G_5}, \overrightarrow{R_5}) - \Delta^{-u}(\overrightarrow{H_8 G_8}, \overrightarrow{R_8}) \\
 &= 0.263 - 0.412 \\
 &= -0.149
 \end{aligned} \tag{V.27}$$

D'après l'équation V.27, les effets thermiques nominaux diminuent la variation du recouvrement car ils diminuent les jeux dans les paliers et donc la variation du recouvrement, ce qui compense en partie les défauts de circularité du point H dus à la température (le rotor étant axisymétrique, il n'y a pas de défauts de circularité au point G).

L'incertitude sera considérée comme corrélée car toute erreur aura le même effet en $\overrightarrow{R_5}$, $\overrightarrow{R_8}$ et dans toutes les autres directions d'étude. L'effet des incertitudes est de 10% des effets thermiques nominaux. Donc l'incertitude thermique est orientée de la même manière que les écarts.

$$\begin{aligned}
 |\theta^u(E2)| &= 0.1 \times \left[k_3 \cdot \left| -e^u(P_c^+, -\overrightarrow{R_{maxi}}) - e^u(P_c^-, \overrightarrow{R_{mini}}) \right| \right. \\
 &\quad + k_4 \cdot \left| -e^u(Q_r^+, \overrightarrow{R_{maxi}}) - e^u(Q_r^-, -\overrightarrow{R_{mini}}) \right| + \left| e^u(H, -\overrightarrow{R_{maxi}}) - e^u(H, -\overrightarrow{R_{mini}}) \right| \\
 &\quad + k_3 \cdot \left| -e^u(P_{r1}^+, \overrightarrow{R_1}) - e^u(P_{r1}^-, -\overrightarrow{R_1}) \right| + k_4 \cdot \left| -e^u(Q_{r1}^+, -\overrightarrow{R_1}) - e^u(Q_{r1}^-, \overrightarrow{R_1}) \right| \\
 &\quad \left. + \left| e^u(G, \overrightarrow{R_1}) - e^u(G, \overrightarrow{R_1}) \right| \right]
 \end{aligned} \tag{V.28}$$

$$\begin{aligned}
 |\theta^u(E2)| &= 0.1 \times [1.37 \times |-0.067 - 0.081| + 0.37 \times |0.006 + 0.020| \\
 &\quad + |0.195 + 0.106| + 1.37 \times |-0.150 - 0| \\
 &\quad + 0.37 \times |0 - 0.140| + |0.363 - 0.363|] \\
 &= 0.077mm
 \end{aligned} \tag{V.29}$$

Le rotor étant axisymétrique, les incertitudes thermiques n'ont pas d'effets sur le point G , mais en ont un sur le jeu dans les paliers. Le carter étant non axisymétrique, les incertitudes thermiques jouent à la fois sur le jeu dans les paliers et au point H .

L'hypothèse de corrélation des incertitudes réduit fortement les effets des incertitudes sur la température. Si aucune corrélation ne pouvait être supposée, dans les mêmes conditions les effets de l'incertitude sur la température seraient de $0.150mm$.

V.5.4 Cumul des effets

Le cumul avec les défauts de fabrication aura un effet maximal si le battement du carter avant (t_{7cav}) et la coaxialité du carter arrière (t_{5car}) sont dans le plan défini par \vec{R}_5 ou \vec{R}_8 . Dans cette situation au pire des cas, il suffit d'additionner les effets thermiques aux effets des tolérances. En remplaçant les données dans l'expression de l'exigence E2, il est possible de trouver la variation complète du recouvrement.

$$\begin{aligned} E2 &= D^a(E2) + \Delta^u(E2) + |\theta^u(E2)| \\ &= k_3 [car1 - rar2 + t_{1car} + t_{2rar}] + k_4 [car1 - rar2 + t_{1car} + t_{2rar}] \\ &\quad + t_{7cav} + t_{7rar} + t_{5car} - 0.149 + 0.077 \end{aligned} \quad (V.30)$$

L'effet du jeu dans les paliers à température ambiante est regroupé sur la première ligne.

Pour respecter l'exigence, il faut que E2 reste inférieure à $500\mu m$. Cela se traduit par la recherche des dimensions nominales et des tolérances vérifiant l'équation V.31.

$$(k_3 + k_4) \cdot [car1 - rar2 + t_{1car} + t_{2rar}] + t_{7cav} + t_{7rar} + t_{5car} \leq 0.500 + 0.149 - 0.077 \quad (V.31)$$

L'optimisation des dimensions nominales dans le but de maximiser les valeurs des tolérances de cette exigence doit se faire simultanément avec celle des autres exigences.

Pour donner un ordre d'idée, le jeu au diamètre dans les paliers défini dans la CAO est de $0.4mm$ au diamètre. L'influence de ce jeu est donc :

$$(k_3 + k_4) \cdot [car1 - rar2] = (1.37 + 0.37) \times 0.4 = 0.696 \quad (V.32)$$

Une première approche peut se faire en choisissant arbitrairement que toutes les tolérances ont la même valeur T .

$$t_{1car} = t_{2rar} = t_{7cav} = t_{7rar} = t_{5car} = T \quad (V.33)$$

La valeur des tolérances T est donc définie par :

$$\begin{aligned} T &= \frac{0.500 + 0.149 - 0.077 - (k_3 + k_4) \cdot [car1 - rar2]}{3 + k_3 + k_4} \\ &= \frac{0.500 + 0.149 - 0.077 - (1.37 + 0.37) \times 0.4}{3 + 1.37 + 0.37} \quad (V.34) \\ &= -0.026mm \end{aligned}$$

Les tolérances devant forcément être positives, cela signifie que l'exigence ne peut être respectée avec un jeu nominal dans les paliers de $0.4mm$. En réduisant ces deux jeux à $0.3mm$, l'exigence peut néanmoins être respectée :

$$\begin{aligned} T &= \frac{0.500 + 0.149 - 0.077 - (k_3 + k_4) \cdot [car1 - rar2]}{3 + k_3 + k_4} \\ &= \frac{0.500 + 0.149 - 0.077 - (1.37 + 0.37) \times 0.3}{3 + 1.37 + 0.37} \quad (V.35) \\ &= 0.011mm \end{aligned}$$

Comme pour l'exigence E1, les valeurs des tolérances permettant de garantir le bon fonctionnement du mécanisme sont faibles. Ici, il est nécessaire de maîtriser le jeu nominal afin de garantir une variation du recouvrement minimum (forte influence du jeu nominal). Ce jeu ne peut par contre pas être supprimé afin de garantir la rotation du rotor dans le carter.

V.5.5 Cas de rotor auto-centré

Comme cela a été précisé dans la présentation des champs thermiques appliqués (partie V.2.2), le rotor est normalement auto-centré lors de l'utilisation. Cela implique que le jeu dans le palier ne modifie pas la position du rotor dans le carter, et donc le recouvrement étudié. Il se peut toutefois qu'il y ait un léger flottement dans la liaison auto-centrée générée par les turbulences et la non homogénéité du fluide au sein des paliers. Ce flottement sera ici négligé. De ce fait, l'influence due aux tolérances se limite aux deux battements t_{7car} et t_{7rar} et aux défauts de coaxialité t_{5car} du carter arrière.

$$D^a(E2) = t_{7cav} + t_{7rar} + t_{5car} \quad (V.36)$$

Cela correspond à la fin de l'équation V.20, le début correspondant à l'influence des tolérances dans les paliers.

Le rotor est donc supposé parfaitement centré sur l'axe de l'alésage du carter arrière. Le modèle thermique donne le déplacement de tous les points de l'alésage. On propose de considérer que les axes du rotor et du carter sont définis à partir des centres C_i des sections de contact du cas non auto-centré. Lors de l'assemblage, les deux axes sont superposés (d'autres critères d'association aurait été possibles).

La superposition des deux axes revient à considérer que les points de contact du palier de l'équation non auto-centré sont les centres C_i .

$$\Delta^u(\overrightarrow{HG}, \vec{R}) = -k_3 \left[e^u(C_{1c}, -\vec{R}) + e^u(C_{1r}, \vec{R}) \right] - k_4 \left[e^u(C_{2c}, \vec{R}) + e^u(C_{2r}, -\vec{R}) \right] + e^u(H, -\vec{R}) + e^u(G, \vec{R}) \quad (\text{V.37})$$

La position de chaque centre des sections est définie dans le plan $(\vec{y}; \vec{z})$ à partir de deux directions perpendiculaires. Ici, elles seront arbitrairement choisies suivant \vec{y} et \vec{z} . La figure V.23 montre la construction de ces points en considérant le point C comme centre d'une des sections.

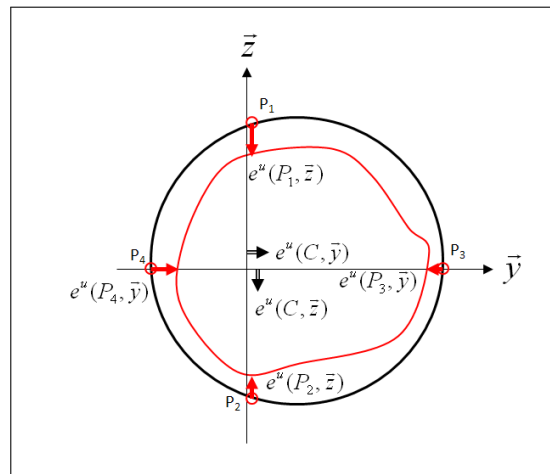


Figure V.23 – Obtention des variations du point O_c

Le rotor est tournant dans le carter, il faut donc séparer le calcul de l'influence du

rotor de celle du carter.

$$\begin{cases} \Delta^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R}) &= \Delta_c^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R}) + \Delta_r^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R}) \\ \Delta_c^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R}) &= -k_3 \cdot e^u(C_{1c}, -\overrightarrow{R}) - k_4 \cdot e^u(C_{2c}, \overrightarrow{R}) + e^u(H, -\overrightarrow{R}) \\ \Delta_r^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R}) &= -k_3 \cdot e^u(C_{1r}, \overrightarrow{R}) - k_4 \cdot e^u(C_{2r}, -\overrightarrow{R}) + e^u(G, \overrightarrow{R}) \end{cases}$$

La valeur de l'exigence E2 correspond à la différence entre la valeur maxi et la valeur mini. Le rotor tourne autour de l'axe $(C_{1r}C_{2r})$. La dilatation étant axisymétrique, elle n'a aucun effet sur la variation de recouvrement.

$$\Delta_r^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R_{maxi}}) - \Delta_r^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R_{mini}}) = 0 \quad (\text{V.38})$$

Sur le carter avant, l'alésage qui porte les points H_i est déformé par la température. Ses déformations n'étant pas axisymétrique, il est nécessaire de déterminer la variation de H par rapport à l'axe en fonction de la direction de discrétisation donnant le recouvrement maxi $\overrightarrow{R_{maxi}}$ et dans la direction de discrétisation donnant le recouvrement mini $\overrightarrow{R_{mini}}$.

$$\begin{aligned} \Delta^u(E2) &= \Delta^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R_{maxi}}) - \Delta^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R_{mini}}) \\ &= \Delta_c^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R_{maxi}}) + \Delta_r^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R_{maxi}}) - \left[\Delta_c^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R_{mini}}) + \Delta_r^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R_{mini}}) \right] \\ &= \Delta_c^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R_{maxi}}) - \Delta_c^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R_{mini}}) \end{aligned} \quad (\text{V.39})$$

Le tableau V.8 présente les variations des points du carter et l'influence du carter en fonction des huit directions de discrétisation.

Valeur en mm	\overrightarrow{R}_1	\overrightarrow{R}_2	\overrightarrow{R}_3	\overrightarrow{R}_4
$e^u(C_{1c}, -\overrightarrow{R})$	0.061	0.008	-0.050	-0.078
$e^u(C_{2c}, \overrightarrow{R})$	0.000	0.004	0.000	0.005
$e^u(H, -\overrightarrow{R})$	0.091	0.003	-0.117	-0.204
$\Delta_c^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R})$	0.007	-0.010	-0.049	-0.098
	\overrightarrow{R}_5	\overrightarrow{R}_6	\overrightarrow{R}_7	\overrightarrow{R}_8
$e^u(C_{1c}, -\overrightarrow{R})$	-0.061	-0.008	0.050	0.078
$e^u(C_{2c}, \overrightarrow{R})$	0.000	-0.004	0.000	-0.005
$e^u(H, -\overrightarrow{R})$	-0.195	-0.098	0.024	0.106
$\Delta_c^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R})$	-0.111	-0.086	-0.045	0.001

Tableau V.8 – Influence du rotor sur le recouvrement en cas auto-centré

Les deux valeurs en rouge correspondent aux influences maxi en $\overrightarrow{R_1}$ et mini en $\overrightarrow{R_5}$.
La variation du recouvrement en cas auto-centré est donc de :

$$\begin{aligned}\Delta^u(E2) &= \Delta_c^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R_{maxi}}) - \Delta_c^u(\overrightarrow{HG}, \overrightarrow{R_{mini}}) \\ &= 0.007 + 0.111 \\ &= 0.118mm\end{aligned}\tag{V.40}$$

Lorsque le carter se dilate, le point H se rapproche de l'axe, ce qui augmente le recouvrement. Ici, l'influence des paliers, et donc la diminution du jeu nominal, n'étant pas prise en compte, la variation du recouvrement n'est pas compensée.

L'incertitude est corrélée et est égale à $\pm 10\%$.

$$\begin{aligned}|\theta^u(E2)| &= 0.1 \times \left| k_3 \cdot \left(e^u(C_{1c}, -\overrightarrow{R_{maxi}}) - e^u(C_{1c}, -\overrightarrow{R_{mini}}) \right) \right. \\ &\quad \left. + k_4 \cdot \left(e^u(C_{2c}, \overrightarrow{R_{maxi}}) - e^u(C_{2c}, \overrightarrow{R_{mini}}) \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(e^u(H, -\overrightarrow{R_{maxi}}) - e^u(H, -\overrightarrow{R_{mini}}) \right) \right| \\ &= 0.1 \times |1.37 \times (0.061 + 0.061) + 0.37 \times (0 - 0) + (0.091 + 0.195)| \\ &= 0.041mm\end{aligned}\tag{V.41}$$

L'incertitude sur les paliers n'est pas nulle car elle engendre une inclinaison de l'axe et donc une variation du point H à l'axe.

La variation maximale du recouvrement est donc la somme des trois influences.

$$\begin{aligned}E2^u &= D^a(E2) + \Delta^u(E2) + \theta^u(E2) \\ &= t_{7cav} + t_{7rar} + t_{5car} + 0.118 + 0.041\end{aligned}\tag{V.42}$$

Le cas auto-centré permet de ne pas considérer les effets des paliers (jeux nominaux et variations des jeux). De ce fait, les variations du recouvrement sont fortement réduites. Cette réduction de la variation du recouvrement permet pour une même exigence d'augmenter la valeur des tolérances. Cependant, ce cas ne représente pas les conditions critiques. De ce fait, l'étude de ce cas ne sera pas plus approfondie.

Les calculs complets étant fait sur le cas extrême, seul le cas non auto-centré sera pris en compte dans l'optimisation de la turbopompe.

V.6 Etude du jeu

V.6.1 Détail de l'exigence

Pour que le rotor puisse convenablement tourner dans le carter, il est entre autre nécessaire de s'assurer du jeu minimum et du jeu maximum dans les paliers lors de l'utilisation dans les deux zones $S1$ et $S2$ (figure V.24).

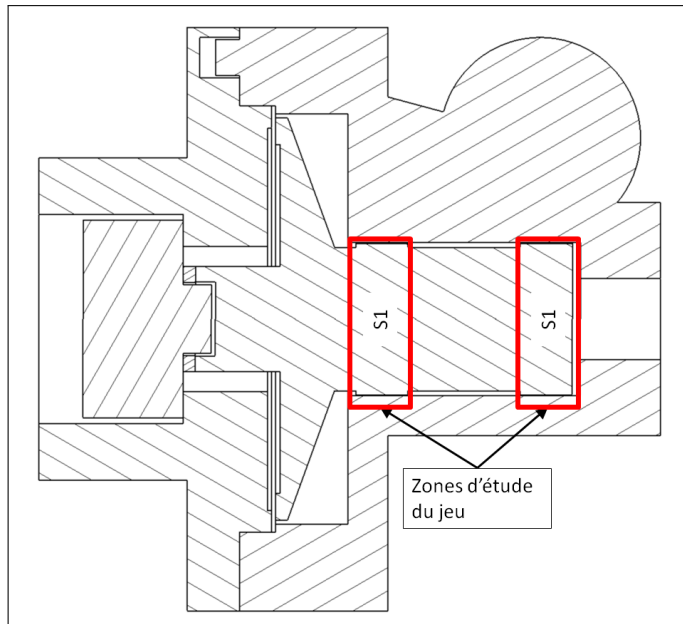


Figure V.24 – Sections d'étude du jeu

Le jeu $E3$ doit être respecté dans les deux zones :

$$\begin{cases} \text{MAX} [E3_{S1}; E3_{S2}] \leq 0.200\text{mm} \\ \text{MIN} [E3_{S1}; E3_{S2}] \geq 0.005\text{mm} \end{cases}$$

En chaque zone, le jeu est le cumul du jeu nominal, des effets des tolérances, des dilatations thermiques et des incertitudes sur les températures. Les deux zones d'étude étant dimensionnées à partir des mêmes valeurs nominales, le jeu nominal est le même en $S1$ et en $S2$ et sera noté $E3_{nominal}$.

$$\begin{cases} \text{MAX} [E3] = E3_{nominal} + D_{maxi}^a(E3) + \Delta_{maxi}^u(E3) + |\theta^u(E3)| \\ \text{MIN} [E3] = E3_{nominal} + D_{mini}^a(E3) + \Delta_{mini}^u(E3) - |\theta^u(E3)| \end{cases}$$

$\Delta_{maxi}^u(E3)$ et $\Delta_{mini}^u(E3)$ représentent la plus grande et la plus petite des valeurs obtenues sur les deux paliers.

V.6.2 Influence à température ambiante

Les calculs étant séparés, le jeu nominal est défini à partir des cotations du carter arrière (figure V.13) et du rotor arrière (figure V.15).

$$E3_{nominal} = car1 - rar2 \quad (V.43)$$

A température ambiante, la variation maxi du jeu est la même dans les deux zones et est obtenue par la relation :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{maxi}^a(E3_i) = \frac{t_{1car} + t_{2rar}}{2} \\ D_{mini}^a(E3_i) = -\frac{t_{1car} + t_{2rar}}{2} \end{array} \right. \quad (V.44a)$$

$$(V.44b)$$

A température ambiante, le jeu résultant est donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} MAX [E3] = car1 - rar2 + \frac{t_{1car} + t_{2rar}}{2} \\ MIN [E3] = car1 - rar2 - \frac{t_{1car} + t_{2rar}}{2} \end{array} \right. \quad (V.45)$$

V.6.3 Influence thermique

La variation thermique du jeu dans chaque zone dépend des variations du carter ($\Delta_c^u(E3_i)$) et du rotor ($\Delta_r^u(E3_i)$). Sur chaque palier, cette variation est définie par des cylindres des moindres carrés tangents extérieurs à la matière.

Pour le rotor, le modèle nominal a pour diamètre $rar2$. Le modèle thermique donne les déplacements radiaux de toutes les mailles appartenant aux surfaces des sections $S1$ et $S2$.

Le diamètre du cylindre des moindres carrés tangent extérieur à la matière du rotor en $S1$ montre une augmentation de diamètre de $0.156mm$ et celui en $S2$ une augmentation de $0.150mm$.

De même, le diamètre du cylindre des moindres carrés extérieur à la matière du carter en $S1$ montre une diminution de diamètre de $0.036mm$ et celui en $S2$ une diminution de $0.158mm$.

La variation du jeu due à la température est :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta^u(E3_{S1}) = \Delta_c^u(E3_{S1}) - \Delta_r^u(E3_{S1}) \\ \quad \quad \quad = -0.036 - 0.156 \\ \quad \quad \quad = -0.192 \\ \Delta^u(E3_{S2}) = \Delta_c^u(E3_{S2}) - \Delta_r^u(E3_{S2}) \\ \quad \quad \quad = -0.158 - 0.150 \\ \quad \quad \quad = -0.308 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (V.46a) \\ (V.46b) \end{array}$$

L'influence thermique sur le jeu est donc de :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{maxi}^u(E3) = MAX [\Delta^u(E3_{S1}); \Delta^u(E3_{S2})] = -0.192mm \\ \Delta_{mini}^u(E3) = MIN [\Delta^u(E3_{S1}); \Delta^u(E3_{S2})] = -0.308mm \end{array} \right.$$

L'influence du jeu due aux effets thermiques dans chaque zone est négative. Le jeu est donc réduit, ce qui confirme les résultats et les analyses de l'exigence E2. La différence de variations entre la zone $S1$ et la zone $S2$ s'explique par la différence de température appliquée sur l'intérieur du carter et sur la peau du rotor arrière.

L'incertitude sur les températures nominales est de $\pm 10\%$. Elle est supposée non corrélée. Les influences thermiques sur les deux paliers étant différentes, l'incertitude s'applique sur des valeurs différentes.

$$\left\{ \begin{array}{l} + |\theta^u(E3_{S1})| = 0.1 \times [|\Delta_c^u(E3_{S1})| + |\Delta_r^u(E3_{S1})|] \\ \quad \quad \quad = 0.1 \times (0.036 + 0.156) \\ \quad \quad \quad = 0.019 \\ |\theta^u(E3_{S2})| = 0.1 \times [|\Delta_c^u(E3_{S1})| + |\Delta_r^u(E3_{S1})|] \\ \quad \quad \quad = 0.1 \times (0.158 + 0.150) \\ \quad \quad \quad = 0.031 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (V.47a) \\ (V.47b) \end{array}$$

Les dilatations thermiques sur le carter et sur le rotor impliquent dans les deux cas une réduction des diamètres. Aussi, la variation nominale et la variation due aux incertitudes sont corrélés.

V.6.4 Cumul des effets

Le respect des exigences de jeu maxi et de jeu mini impose de cumuler des effets à température ambiante (jeu nominal et tolérances) et les variations thermiques (variation thermique nominale et incertitude sur la température) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{array}{l} MAX [E3_i] \\ \\ \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} MIN [E3_i] \\ \\ \\ \end{array} \end{array} \right. \begin{array}{l} = E3_{nominal} + D_{maxi}^a(E3_i) + \Delta_{maxi}^u(E3_i) + |\theta^u(E3_i)| \quad (V.48a) \\ = car1 - rar2 + \frac{t_{1car} + t_{2rar}}{2} - 0.192 + 0.019 \\ \leq 0.200mm \\ \\ \\ = E3_{nominal} + D_{mini}^a(F3_i) + \Delta_{mini}^u(E3_i) - |\theta^u(E3_i)| \quad (V.48b) \\ = car1 - rar2 - \frac{t_{1car} + t_{2rar}}{2} - 0.308 - 0.031 \\ \geq 0.005mm \end{array}$$

En considérant que toutes les tolérances sont les mêmes et égales à T , la somme et la différence du système V.48 donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} E3_{nominal} = 0.359mm \quad (V.49a) \\ T = 0.015mm \quad (V.49b) \end{array} \right.$$

Ici, le jeu nominal est réduit de $0.041mm$ à cause des bornes de l'exigence. Cette réduction est inférieure à celle définie pour l'exigence E2. Pour résoudre ce conflit, il est nécessaire d'optimiser globalement le mécanisme en traitant simultanément toutes les exigences pour tous les régimes thermiques.

La forte variation thermique entre la valeur maxi et la valeur mini impose des valeurs de tolérances faibles car une grande partie de la plage de variation est prise par les effets thermiques.

V.7 Optimisation du mécanisme

L'optimisation des dimensions nominales se fait à partir de l'ensemble des exigences dans le but de maximiser les tolérances. Cela revient ici à optimiser le système :

$$\left\{ \begin{array}{l} E1_{nom} + D_{max}^a(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) + \Delta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) + \left| \theta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) \right| \leq 2.5mm \quad (V.50a) \\ E1_{nom} + D_{min}^a(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) + \Delta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) - \left| \theta^r(\overrightarrow{F_0F_1}, \vec{x}) \right| \geq 2mm \quad (V.50b) \\ D_{max}^a(\overrightarrow{HG}, \vec{R}) + \Delta^{+u}(\overrightarrow{HG}, \vec{R}) - D_{min}^a(\overrightarrow{HG}, \vec{R}) - \Delta^{-u}(\overrightarrow{HG}, \vec{R}) \\ \quad + |\theta^u(E2)| \leq 500\mu m \quad (V.50c) \\ E3_{nominal} + D_{maxi}^a(E3) + \Delta_{maxi}^u(E3) + |\theta^u(E3)| \leq 0.200mm \quad (V.50d) \\ E3_{nominal} - D_{mini}^a(E3) + \Delta_{mini}^u(E3) - |\theta^u(E3)| \geq 0.005mm \quad (V.50e) \end{array} \right.$$

En remplaçant par les valeurs correspondantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} [cav2 + car3 - rar1 - c1] + \left[\frac{t_{6car}}{2} + \frac{t_{5cav}}{2} + \frac{t_{4rav}}{2} + \frac{t_{5rar}}{2} + \frac{t_{1c}}{2} \right] \\ \quad + 0.148mm + 0.054mm \leq 2.5mm \quad (V.51a) \\ [cav2 + car3 - rar1 - c1] - \left[\frac{t_{6car}}{2} + \frac{t_{5cav}}{2} + \frac{t_{4rav}}{2} + \frac{t_{5rar}}{2} + \frac{t_{1c}}{2} \right] \\ \quad + 0.148mm - 0.054mm \geq 2mm \quad (V.51b) \\ k_3 [car1 - rar2 + t_{1car} + t_{2rar}] + k_4 [car1 - rar2 + t_{1car} + t_{2rar}] \\ \quad + t_{7cav} + t_{7rar} + t_{5car} - 0.149 + 0.077 \leq 0.100mm \quad (V.51c) \\ car1 - rar2 + \frac{t_{1car} + t_{2rar}}{2} - 0.192 + 0.019 \leq 0.200mm \quad (V.51d) \\ car1 - rar2 - \frac{t_{1car} + t_{2rar}}{2} - 0.308 - 0.031 \geq 0.005mm \quad (V.51e) \end{array} \right.$$

Il est nécessaire de faire un compromis. En effet, augmenter les tolérances diminuera le coût de fabrication de la turbopompe. Mais en imposant un jeu mini, de larges tolérances donneront un jeu maxi important, ce qui ne permettra pas de respecter la précision du mécanisme exprimée par l'exigence E2.

Ce système peut être optimisé en fonction de nombreux paramètres spécifiques à chaque entreprise notamment en y intégrant le coût de fabrication en fonction des valeurs des tolérances. Afin de simplifier le calcul, toutes les tolérances seront choisies de valeur identique T . De plus, seul le jeu nominal dans les paliers (qui sera défini sous le terme J) sera optimisé. Le système devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{5}{2} \times T \leq 2.5 - 0.148 - 0.054 - [cav2 + car3 - rar1 - c1] \quad (V.52a) \\ \frac{5}{2} \times T \leq -2 + 0.148 - 0.054 + [cav2 + car3 - rar1 - c1] \quad (V.52b) \\ (1.37 + 0.37) \times J + [2 \times (1.37 + 0.37) + 3] \times T \leq 0.500 + 0.149 - 0.077 \quad (V.52c) \\ J + T \leq 0.200 + 0.192 - 0.019 \quad (V.52d) \\ J - T \geq 0.005 + 0.308 + 0.031 \quad (V.52e) \end{array} \right.$$

Le choix a été fait d'optimiser le jeu nominal J que dans les paliers. La somme des deux équations V.52d et V.52e permet d'obtenir la valeur de J .

$$J = \frac{0.200 + 0.192 - 0.019 + 0.005 + 0.308 + 0.031}{2} = 0.359mm \quad (V.53)$$

La dimension nominale de E1 par la somme des équations V.51a et V.51b.

$$\begin{aligned} E1_{nom} &= cav2 + car3 - rar1 - c1 \\ &= \frac{2.5 - 0.148 - 0.054 + 2 - 0.148 + 0.054}{2} \quad (V.54) \\ &= 2.102mm \end{aligned}$$

Le choix des tolérances se fait en respectant toutes les conditions simultanément tout en maximisant la valeur de T . En intégrant la valeur du jeu nominal J dans les

différentes équations, le système devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} T \leq \frac{2}{5} \times (2.5 - 0.148 - 0.054 - 2.102) = 0.078mm \quad (V.55a) \\ T \leq \frac{2}{5} (-2 + 0.148 - 0.054 + 2.102) = 0.078mm \quad (V.55b) \\ T \leq \frac{0.500 + 0.149 - 0.077 - (1.37 + 0.37) \times 0.359}{2 \times (1.37 + 0.37) + 3} = -0.008mm \quad (V.55c) \\ T \leq 0.200 + 0.192 - 0.019 - 0.359 = 0.014mm \quad (V.55d) \\ T \leq -0.005 - 0.308 - 0.031 + 0.359 = 0.015mm \quad (V.55e) \end{array} \right.$$

L'équation V.55c donne une valeur maximale négative pour les tolérances, ce qui n'est physiquement pas possible. Cela indique une incompatibilité dans les exigences à respecter. Cette incompatibilité correspond à ce qui avait été détecté précédemment, à savoir que l'exigence E2 nécessite de la précision (donc un jeu nominal faible), alors que l'exigence E3 nécessite un jeu nominal important du fait de la variation thermique importante entre les sections $S1$ et $S2$.

Pour vérifier la faisabilité du système, on peut se fixer une valeur minimale de tolérances par exemple $T = 0.01mm$ pour calculer un intervalle de tolérance sur J .

$$\left\{ \begin{array}{l} [cav2 + car3 - rar1 - c1] \leq 2.5 - 0.148 - 0.054 - \frac{5}{2} \times 0.01 = 2.273 \quad (V.56a) \\ [cav2 + car3 - rar1 - c1] \geq 2 - 0.148 + 0.054 + \frac{5}{2} \times 0.01 = 1.931 \quad (V.56b) \\ J \leq \frac{0.500 + 0.149 - 0.077 - [2 \times (1.37 + 0.37) + 3] \times 0.01}{1.37 + 0.37} = 0.291 \quad (V.56c) \\ J \leq 0.200 + 0.192 - 0.019 - 0.01 = 0.363 \quad (V.56d) \\ J \geq 0.005 + 0.308 + 0.031 + 0.01 = 0.354 \quad (V.56e) \end{array} \right.$$

Le système n'a aucune solution car l'équation V.56c n'est pas compatible avec l'équation V.56e.

Plus généralement, il est possible de résoudre ce système avec un solveur, par exemple sous EXCEL. Il faut considérer toutes les inéquations et deux cellules variables J et T . Il faut demander la résolution du système en maximisant T . Si T est satisfaisant, le système peut être résolu.

L'incompatibilité d'exigences montre les éléments à modifier dans le mécanisme. Cette modification peut porter sur une reconception ou sur une discussion pour augmenter les valeurs limites des exigences concernées. La reconception peut consister à modifier le système de refroidissement afin de stabiliser la variation thermique dans les paliers. Ainsi, la variation thermique entre les deux paliers serait plus faible et le système pourrait être résolu. Ce genre de modification nécessite toutefois de refaire tous les calculs thermiques et de remplacer les différents résultats dans toutes les équations des exigences.

Ici, le choix se porte sur la discussion des limites des exigences. Seules les exigences E2 et E3 sont incompatibles. La discussion ne porte donc pas sur l'exigence E1. En choisissant d'augmenter la variation possible du recouvrement jusqu'à $0.600mm$, le système V.55 devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} T \leq \frac{2}{5} \times (2.5 - 0.148 - 0.054 - 2.102) = 0.078mm \quad (V.57a) \\ T \leq \frac{2}{5} (-2 + 0.148 - 0.054 + 2.102) = 0.078mm \quad (V.57b) \\ T \leq \frac{0.600 + 0.149 - 0.077 - (1.37 + 0.37) \times 0.359}{2 \times (1.37 + 0.37) + 3} = 0.007mm \quad (V.57c) \\ T \leq 0.200 + 0.192 - 0.019 - 0.359 = 0.014mm \quad (V.57d) \\ T \leq -0.005 - 0.308 - 0.031 + 0.359 = 0.015mm \quad (V.57e) \end{array} \right.$$

Le système est maintenant compatible et les valeurs du jeu nominal et des tolérances sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} J = 0.359mm \quad (V.58a) \\ T = 0.007mm \quad (V.58b) \end{array} \right.$$

Ces valeurs permettent de garantir la vérification de toutes les exigences simultanément aux différents états thermiques considérés. Le jeu nominal est réduit afin de permettre le respect des exigences E2 et E3. Les tolérances sont faibles afin de garantir la précision nécessaire.

V.8 Conclusion

Ce chapitre montre la mise en place de la méthode proposée sur un cas industriel. Le modèle de la turbopompe est simplifié mais suffit pour permettre d'obtenir des premières valeurs optimisées des dimensions nominales et des tolérances à appliquer. Cela permet donc de tester facilement différentes architectures en phase d'avant projet et de pouvoir confirmer a priori que les moyens de production pourront respecter les tolérances envisagées. Le point important est que les exigences 3D ont pu être traitées en couplant le calcul thermique et les droites d'analyses.

Afin de rendre les résultats plus conformes au mécanisme final, il est nécessaire d'améliorer la modélisation du mécanisme et des effets thermiques. En effet, la méthode proposée est fortement dépendante des résultats des dilatations thermiques. Plus la modélisation des effets thermiques sera précise (température maximale, modélisation du système de refroidissement et de l'environnement extérieur...) plus les écarts des points d'analyse reflèteront les dilatations réelles. De même, il est nécessaire de s'assurer de la qualité du maillage pour assurer une bonne corrélation des résultats.

Dans un mécanisme, différentes exigences peuvent être contradictoires. Des exigences peuvent nécessiter de la précision (diminution des tolérances et des jeux) alors que d'autres au contraire demandent de la mobilité (augmentation des jeux). Les exigences incompatibles se trouvent aisément lors de l'optimisation du mécanisme en imposant des dimensions nominales ou des tolérances négatives comme cela a été le cas dans cette étude. Ce genre de difficulté se résout par une optimisation globale de tout le mécanisme ou si nécessaire en modifiant au minimum une des deux zones générant l'incompatibilité (modification de la géométrie ou des flux thermiques) ou en modifiant les limites des exigences si cela est possible.

Conclusion des travaux

L'objectif de ces travaux de thèse était de définir une méthode de prise en compte des dilatations thermiques dans un tolérancement ISO. La méthode proposée dans le chapitre III reprend la méthodologie de tolérancement CLIC à température ambiante et ajoute un terme d'influence thermique nominale et un autre d'incertitude sur la température.

$$\begin{aligned} E_i^j &= E_{i_{nominal}} + \delta^j \\ &= E_{i_{nominal}} + D^a + \Delta^j + \theta^j \end{aligned}$$

Avec :

- E_i^j l'exigence E_i à l'état thermique j et à l'état mécanique k
- $E_{i_{nominal}}$ la valeur nominale de l'exigence E_i
- δ^j l'influence complète de l'exigence E_i
- D^a l'influence des tolérances à température ambiante
- Δ^j l'influence due aux effets thermiques nominaux
- θ^j l'influence due aux effets des incertitudes sur la température

Le terme D^a est une simple somme pondérée des tolérances spécifiées en ISO à partir de la méthode CLIC. Le terme Δ^j est directement calculable à partir des déplacements des noeuds aux points d'analyse ou éventuellement sur des surfaces de substitution.

L'équation obtenue comporte ainsi des tolérances et un terme thermique qui est un simple nombre pour un état thermique donné.

La prise en compte de l'incertitude est plus délicate car il faut estimer si les erreurs de température peuvent être corrélées ou non aux points considérés.

Cette méthode permet de faire la synthèse des tolérances et l'optimisation du mécanisme en considérant les variations lors du cycle thermique.

Dans le chapitre IV, les hypothèses de contact ont été étudiées afin de définir les points d'analyses après variations thermiques ainsi que de s'assurer de la qualité des hypothèses de contact.

Le chapitre V a montré que les méthodes proposées étaient applicables à un cas industriel. Chaque exigence est traitée séparément (analyse de tolérance, analyse des influences thermique puis cumul des effets). Ensuite, le mécanisme est optimisé à partir de l'ensemble des exigences. Cela permet de déterminer des valeurs de dimensions nominales ou de tolérances impliquées dans plusieurs exigences, mais également de déterminer les incompatibilités du mécanismes (fonction des exigences) et de pouvoir proposer une voie de modification (reconception de la structure du mécanisme, ajout de circuit de refroidissement, discussion sur les bornes des exigences,...).

L'ensemble de ces travaux permet de proposer une méthode globale pouvant répondre au besoin d'introduction d'expertise au plus tôt dans le cycle de conception. Cette exemple montre que l'étude de la turopompe a été réalisée à partir d'un modèle CAO très rudimentaire facilement réalisable en début de projet.

Apports des travaux

Différentes notions ont été apportées dans cette étude.

- Une méthode générale de construction des chaînes de cotes thermiques à différents états aussi bien pour des mécanismes avec ou sans jeu à partir de points d'analyses et d'une direction d'étude. Cette méthode permet de décomposer la partie calculs thermiques de la recherche des chaînes de cotes à température ambiante. Le cu-

mul des influences se fait dans un second temps. Les informations nécessaires des calculs thermiques se limitent à la liste des variations suivant les trois directions de l'espace de toutes les mailles de la peau du mécanisme.

- La possibilité d'adapter la méthode proposée aux cas industriels afin de pouvoir par exemple réaliser un calcul par sous ensemble et puis de reconstruire le modèle global, de prendre en compte des jeux nominaux soit dans le tolérancement soit dans les calculs thermiques.
- La détermination de l'influence des effets thermiques nominaux, mais aussi des effets des incertitudes sur la température (corrélée ou non).
- L'étude des interfaces entre pièces afin de savoir si les points de contact changent au cours du cycle thermique.
- L'étude du contact entre deux surfaces déformées thermiquement afin de déterminer si les conditions et la modélisation du contact sont viables en proposant un paramètre de qualification.
- L'étude des systèmes de références thermiques afin de pouvoir définir ce que signifie l'exigence après dilatation thermique.

Perspectives

Différentes voies de poursuite de ces travaux peuvent être envisagées.

- A court terme, il serait possible d'intégrer la méthode proposée dans le logiciel de tolérancement automatique CLIC. Pour cela, il faudrait ajouter une cellule "effet

thermique” en chaque point d’analyse thermique. Cette cellule devrait être remplie à l’aide d’une procédure permettant de lier la valeur avec un fichier contenant toutes les dilatations thermiques. Cette liaison doit pouvoir être régénérée en cas d’évolution des calculs thermiques. Ensuite, il serait intéressant d’utiliser un tel démonstrateur et de le faire tester par des industriels afin d’obtenir des avis pour l’améliorer.

- A moyen terme, il serait intéressant d’étudier la prise en compte des effets mécaniques en plus des effets thermiques. Cet ajout semble à première vue réalisable en ajoutant une seconde catégorie d’états du mécanisme. Suivant les conditions, les états thermiques et les états mécaniques peuvent être les mêmes ou s’ajouter, ce qui peut poser un problème de nombre de calculs à effectuer. L’intégration des effets mécaniques dans le tolérancement doit pouvoir se faire en incorporant uniquement les dilatations résultantes. Cela reviendrait donc à ajouter une composante d’influence des déformations mécaniques nominales et une composante d’influence des incertitudes sur la valeur des efforts appliqués. Cependant, il faudrait étudier la corrélation entre les effets thermiques et les effets mécaniques en cas de calculs séparés.
- A long terme, il serait intéressant de voir comment exporter cette méthode afin de l’appliquer à partir d’autres solutions de tolérancement (pire des cas et statistique) afin de pouvoir répondre à plus de problématiques industrielles. Cette intégration pourrait également être implantée dans les gammes de fabrication afin de prendre en compte les déformations thermiques lors d’usinage, de fonte des pièces,... De plus, la prise en compte des effets thermiques doit pouvoir se faire ”au plus tôt” dans un processus PLM afin d’adapter plus rapidement un mécanisme aux différentes contraintes rencontrées dans tout le cycle du produit (de la fabrication au recyclage).

Bibliographie

- [ISO1] AFNOR : Spécification géométrique des produits (gps) - température normale de référence pour la spécification géométrique des produits et vérification, 2002.
- [ISO-5459] AFNOR : Spécification géométrique des produits (gps) - tolérancement géométrique - références spécifiées et systèmes de références spécifiées, 2011.
- [ANW05] N. ANWER, L. MATHIEU et W. ELMARAGHY : Apport des ontologies de spécification et de vérification géométrique des produits pour la conception intégrée. *In CPI*, 2005.
- [ANS06] Bernard ANSELMETTI : Generation of functional tolerancing based on positioning features. *Computer-Aided Design*, 38(8):902 – 919, 2006.
- [ANS07] Bernard ANSELMETTI : Calcul tridimensionnel de la résultante des chaînes de cotes en cotation iso. *In Mécanique & Industries*, pages 173–185, 2007.
- [ANS08] Bernard ANSELMETTI : *Cotation fonctionnelle tridimensionnelle et statistique*. Hermes, 2008.
- [BEN11] S. BENICHOU et B. ANSELMETTI : Thermal dilatation in functional tolerancing. *Mechanism and Machine Theory*, 46(11):1575 – 1587, 2011.
- [BRU07] Jérôme BRUYÈRE, Jean-Yves DANTAN, Régis BIGOT et Patrick MARTIN : Statistical tolerance analysis of bevel gear by tooth contact analysis and monte carlo simulation. *Mechanism and Machine Theory*, 42(10):1326 – 1351, 2007.
- [CAM03] Jaime CAMELIO, S. Jack HU et Dariusz CEGLAREK : Modeling variation propagation of multi-station assembly systems with compliant parts. *Journal of Mechanical Design*, 125(4):673–681, 2003.

- [CHE11] Léonard CHEMINEAU : *Développement d'une méthode d'éco-conception basée sur la modélisation des filières de valorisation. Application au secteur automobile*. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale d'Arts et Métiers, 2011.
- [CAM04] Jaime A. CAMELIO, S. Jack HU et Samuel P. MARIN : Compliant assembly variation analysis using component geometric covariance. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 126(2):355–360, 2004.
- [CHA91] Kenneth W. CHASE et Alan R. PARKINSON : A survey of research in the application of tolerance analysis to the design of mechanical assemblies. *Research in Engineering Design*, 3:23–37, 1991. 10.1007/BF01580066.
- [CID04] G. CID, F. THIÉBAUT et P. BOURDET : Taking the deformation into account for components' tolerancing. *In IDMMME*. Bath, UK, 2004.
- [FAV09] Hugues FAVRELIÈRE : *Tolérancement Modal : De la Métrologie vers les Spécifications*. These, Université de Savoie, octobre 2009.
- [FAI86] D. FAINGUELERNT, R. WEILL et P. BOURDET : Computer aided tolerancing and dimensioning in process planning. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 35(1):381 – 386, 1986.
- [HU06] S. Jack HU et Jaime CAMELIO : Modeling and control of compliant assembly systems. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 55(1):19 – 22, 2006.
- [HU97] S.J. HU et Yoram KOREN : Stream-of-variation theory for automotive body assembly. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 46(1):1 – 6, 1997.
- [JAY11] G. JAYAPRAKASH, K. SIVAKUMAR et M. THILAK : Integration of thermo mechanical strains into optimal tolerance design of mechanical assembly using nsga ii and fe simulation. *Journal of Mechanical Engineering Research*, 3(6):168–180, June 2011.
- [LIN97] Chih-Young LIN, Wei-Hsin HUANG, Ming-Chang JENG et Ji-Liang DOONG : Study of an assembly tolerance allocation model based on monte carlo simulation. *Journal of Materials Processing Technology*, 70(1 - 3):9 – 16, 1997.

- [LIA11] Shu-Hsien LIAO, Chia-Lin HSIEH et Peng-Jen LAI : An evolutionary approach for multi-objective optimization of the integrated location-inventory distribution network problem in vendor-managed inventory. *Expert Systems with Applications*, 38(6):6768 – 6776, 2011.
- [LUN10a] D. LUNA, Y. JANNOT et J.-P. NADEAU : An oriented-design simplified model for the efficiency of a flat plate solar air collector. *Applied Thermal Engineering*, 30(17 - 18):2808 – 2814, 2010.
- [LED11] Y. LEDOUX, D. LASSEUX, H. FAVRELIERE, S. SAMPER et J. GRANDJEAN : On the dependence of static flat seal efficiency to surface defects. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 88(11-12):518 – 529, 2011.
- [LUN09] D. LUNA, J.-P. NADEAU et Y. JANNOT : Solar timber kilns : State of the art and foreseeable developments. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 13(6 - 7):1446 – 1455, 2009.
- [LUN10b] D. LUNA, J.-P. NADEAU et Y. JANNOT : Model and simulation of a solar kiln with energy storage. *Renewable Energy*, 35(11):2533 – 2542, 2010.
- [MEJ05] H. MEJBRI, B. ANSELMETTI et K. MAWUSSI : Functional tolerancing of complex mechanisms : Identification and specification of key parts. *Computers & Industrial Engineering*, 49(2):241 – 265, 2005.
- [MAR10] Olivier MARTINS : *Méthodologie d'analyse thermique multi niveaux de systèmes électroniques par des modèles compacts*. These, Université de Grenoble, décembre 2010.
- [MAT03] L. MATHIEU et A. BALLU : Geospelling : a common language for geometrical product specification and verification to express method uncertainty. *In 8th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing*, 2003.
- [MAT05] L. MATHIEU et A. BALLU : A model for a coherent and complete tolerancing process. *In 9th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing*, 2005.
- [MAN09b] Guillaume MANDIL, Alain DESROCHERS et Alain RIVIÈRE : Framework for the monitoring of functional requirements along the product life cycle. *In*

6ème Conférence "Conception et Production Intégrées", Fes, Maroc, octobre 2009.

- [MAN09a] Guillaume MANDIL, Alain DESROCHERS et Alain RIVIÈRE : Computational methodology for the prediction of functional requirement variations across the product life-cycle. *In 11th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing "Geometric Variations within Product Life-Cycle Management"*, Annecy, France, Mars 2009.
- [MAX02] J. MAXFIELD, PM DEW, J. ZHAO, N. JUSTER et M. FITCHIE : A virtual environment for aesthetic quality assessment of flexible assemblies in the automotive design process. *In SAE 2002 World Congress*, Detroit, Michigan, March 2002.
- [PIE11] Laurent PIERRE : *Intégration du comportement thermomécanique des pièces dans l'analyse des spécifications géométriques : application à une turbine de moteur d'hélicoptère*. Thèse de Doctorat, Arts et Métiers ParisTech, 2011.
- [PIE07] L. PIERRE, D. TEISSANDIER et J.P. NADEAU : Analyse des tolérances géométriques dans un contexte multi-expertises, application à une turbine de moteur d'hélicoptère. *In 18ème congrès Français de Mécanique, Grenoble, France, 2007*.
- [PIE09] L. PIERRE, D. TEISSANDIER et J.P. NADEAU : Integration of thermomechanical strains into tolerancing analysis. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing*, 3:247–263, 2009.
- [QUR12] Ahmed Jawad QURESHI, Jean-Yves DANTAN, Vahid SABRI, Paul BEAUCAIRE et Nicolas GAYTON : A statistical tolerance analysis approach for over-constrained mechanism based on optimization and monte carlo simulation. *Computer-Aided Design*, 44(2):132 – 142, 2012.
- [RAD03a] Mohammed RADOUANI : *Contribution à la validation du modèle des chaînes de cotes*. Thèse de Doctorat, ENS Cachan, 2003.
- [ROU06] Lionel ROUCOULES, F. NOEL, D. TEISSANDIER, M. LOMBARD, G. DEBARBOUILLE, Ph. GIRARD, C. MERLO et B. EYNARD : Ippop : An opensource

- collaborative design platform to link product, design process and industrial organisation information. *In IDMMME'06 Conference, Grenoble (Fr)*, 17 may 2006.
- [ROU07] Lionel ROUCOULES : Contribution à l'intégration des activités collaboratives et métier en conception de produit. *In Habilitation à Diriger des Recherches*, 2007.
- [SAM09] Serge SAMPER, Pierre-Antoine ADRAGNA, Hugues FAVRELIERE et Maurice PILLET : Modeling of 2d and 3d assemblies taking into account form errors of plane surfaces. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 9(4):041005, 2009.
- [SAM07a] Serge SAMPER : Tolérancement et analyse des structures au service des systèmes souples et du défaut de forme. *In Habilitation à Diriger les Recherches*, 2007.
- [SAM07b] Serge SAMPER et Fabien FORMOSA : Form defects tolerancing by natural modes analysis. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 7(1):44–51, 2007.
- [SAM98] Serge SAMPER et Max GIORDANO : Taking into account elastic displacements in 3d tolerancing : Models and application. *Journal of Materials Processing Technology*, 78(1-3):156 – 162, 1998.
- [SOD06] Rikard SÖDERBERG, Lars LINDKVIST et Johan CARLSON : Virtua geometry assurance for effective product realization. *In 1st Nordic Conference on Product Lifecycle Management - NordPLM'06*, Göteborg, January 2006.
- [SNECMA] SNECMA : Documentation interne.
- [SKO97] Victor J SKOWRONSKI et Joshua U TURNER : Using monte carlo variance reduction in statistical tolerance synthesis. *Computer-Aided Design*, 29(1): 63 – 69, 1997.
- [SOD08] R. SÖDERBERG, C. WICKMAN et L. LINDKVIST : Improving decision making by simulating and visualizing geometrical variation in non-rigid assemblies. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 57(1):175 – 178, 2008.

- [TEI99] D. TEISSANDIER, Y. COUÉTARD et A. GÉRARD : A computer aided tolerancing model : proportioned assembly clearance volume. *Computer-Aided Design*, 31(13):805 – 817, 1999.
- [XIE07] Kang XIE, Lee WELLS, Jaime A. CAMELIO et Byeng D. YOUN : Variation propagation analysis on compliant assemblies considering contact interaction. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 129(5):934–942, 2007.
- [ZHA11] Min ZHANG : *Discrete shape modeling for geometrical product specifications : contributions and application to skin model simulation*. Thèse de Doctorat, ENS Cachan, 2011.
- [ZHA93] Chun ZHANG et Hsu-Pin (Ben) WANG : Integrated tolerance optimisation with simulated annealing. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 8:167–174, 1993. 10.1007/BF01749907.

Intégration des effets des dilatations thermiques dans le tolérancement

Résumé : La cotation fonctionnelle doit garantir la montabilité et le bon fonctionnement d'un mécanisme en imposant les spécifications fonctionnelles à respecter sur les pièces. Ces spécifications sont exprimées avec les normes ISO de cotation et doivent être vérifiées à 20°C. Pour les mécanismes soumis à de fortes températures, il est nécessaire de cumuler l'influence des tolérances et des dilatations aux différents régimes thermiques.

Après avoir formulé des hypothèses de comportement dans les liaisons avec contact ou avec jeux affectés par les déformations thermiques et l'influence des incertitudes sur les températures, la méthodologie proposée permet de séparer le calcul thermique et le tolérancement. Le bureau de calcul thermique détermine les champs de température et les déplacements des mailles par la méthode des éléments finis à partir des modèles nominaux des pièces.

Le cumul des tolérances et des dilatations est basé sur la méthode des droites d'analyse. Pour chaque exigence, la surface terminale est discrétisée en différents points d'analyse. Dans chaque jonction, les relations de transfert déterminent les points de contact et l'influence des dilatations et des écarts thermiques en ces points sur l'exigence. Une application à un mécanisme industriel démontre l'intérêt d'optimiser les dimensions nominales des modèles afin de maximiser les tolérances tout en respectant l'ensemble des exigences.

Mots clés : Tolérancement, analyse des tolérances, synthèse des tolérances, dilatations thermiques, optimisation

Integration of thermal expansion into tolerancing

Abstract: Functional dimensioning should guarantee assembly feasibility and proper functioning of a mechanism giving functional specifications on parts to be met. Those specifications are defined with ISO standard and may be considered at 20°C.

For high heated mechanisms, impacts of tolerances and thermal expansion for all thermal stages have to be combined.

After giving behavior assumption into links with clearance or not while considering thermal expansion and uncertainty of temperature, the proposed method makes it possible to separate thermal calculations and tolerancing. Thermal calculations office determines temperature field and displacements from nominal parts by finite elements method.

Integration of tolerancing and thermal expansion is based on analysis direction method. For each requirement, final surface is discretized in various points. In every link, transfer relations determine contact points and impact of thermal expansion on these analysis points on the requirement. A study case shows the interest of nominal dimension optimization in order to maximize tolerances while respecting all mechanism requirements.

Keywords: Tolerancing, tolerance synthesis, thermal expansion, optimization