



HAL
open science

Modélisation du comportement mécanique de la glace polycristalline par une approche auto-cohérente : application au développement de textures dans les glaces des calottes polaires

Olivier Castelnau

► **To cite this version:**

Olivier Castelnau. Modélisation du comportement mécanique de la glace polycristalline par une approche auto-cohérente : application au développement de textures dans les glaces des calottes polaires. Glaciologie. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1996. Français. NNT : . tel-00748169

HAL Id: tel-00748169

<https://theses.hal.science/tel-00748169>

Submitted on 5 Nov 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**LABORATOIRE
DE GLACIOLOGIE
ET GÉOPHYSIQUE
DE L'ENVIRONNEMENT**

Associé à l'UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER - GRENOBLE I



**MODELISATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE DE
LA GLACE POLYCRISTALLINE PAR UNE APPROCHE
AUTO-COHERENTE ; APPLICATION AU
DEVELOPPEMENT DE TEXTURES DANS LES GLACES DES
CALOTTES POLAIRES**

Olivier CASTELNAU

Thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier-Grenoble I
(Arrêté Ministériel du 5 juillet 1984)
Spécialité : Mécanique

Soutenue le 7 février 1996 devant la commission d'examen composée de :

MM. C. Teodosiu	Président
P. Gilormini	Rapporteur
Y. Gueguen	Rapporteur
Y. Brechet	
G. Canova	
P. Duval	
J.P. Gratier	



**LABORATOIRE
DE GLACIOLOGIE
ET GÉOPHYSIQUE
DE L'ENVIRONNEMENT**

Associé à l'UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER - GRENOBLE I



**MODELISATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE DE
LA GLACE POLYCRISTALLINE PAR UNE APPROCHE
AUTO-COHERENTE ; APPLICATION AU
DEVELOPPEMENT DE TEXTURES DANS LES GLACES DES
CALOTTES POLAIRES**

Olivier CASTELNAU

Thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier-Grenoble I
(Arrêté Ministériel du 5 juillet 1984)
Spécialité : Mécanique

Soutenue le 7 février 1996 devant la commission d'examen composée de :

MM. C. Teodosiu	Président
P. Gilormini	Rapporteur
Y. Gueguen	Rapporteur
Y. Brechet	
G. Canova	
P. Duval	
J.P. Gratier	

THESE

Présentée par

Olivier CASTELNAU

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER - GRENOBLE 1

(Arrêtés Ministériels du 5 juillet 1984 et du 30 mars 1992)

spécialité: MECANIQUE

**MODELISATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE DE LA GLACE
POLYCRISTALLINE PAR UNE APPROCHE AUTO-COHERENTE; APPLICATION AU
DEVELOPPEMENT DE TEXTURES DANS LES GLACES DES CALOTTES POLAIRES**

Soutenue le 7 février 1996 devant la commission d'examen composée de:

MM. Yves BRECHET	Examineur
Gilles CANOVA	Examineur
Paul DUVAL	Directeur de thèse
Pierre GILORMINI	Rapporteur
Jean-Pierre GRATIER	Examineur
Yves GUEGUEN	Rapporteur
Cristian TEODOSIU	Président

Thèse préparée au sein du:

LABORATOIRE DE GLACIOLOGIE ET GEOPHYSIQUE DE L'ENVIRONNEMENT - CNRS

54, rue Molière - BP96 - 38402 Saint Martin d'Hères Cedex France

Tel: (33).76.82.42.00 - Fax: (33).76.82.42.01

Tel. (direct): (33).76.82.42.71 - Email: olivier@glaciog.grenet.fr

Je tiens à remercier très sincèrement Paul Duval pour avoir dirigé mon travail de thèse. J'ai particulièrement apprécié son soutien quotidien, sa disponibilité sans limites, la confiance qu'il a montrée à mon égard, ainsi que son souci de faire de ces trois années de thèse une véritable formation à la recherche.

Je remercie aussi tout particulièrement Gilles Canova et Ricardo Lebensohn qui ont largement contribué à ce travail en m'initiant aux techniques d'homogénéisation, en me donnant accès à leurs codes numériques, et en prenant le temps de répondre à mes questions. Ce travail n'aurait pu avoir lieu sans cette étroite collaboration.

J'adresse tous mes remerciements à Pierre Gilormini et Yves Gueguen pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail, et pour avoir accepté d'être rapporteurs de ce manuscrit. Je remercie également Yves Bréchet, Jean-Pierre Gratier et Cristian Teodosiu qui m'ont fait l'honneur de participer à la commission d'examen.

Je n'oublierai pas le travail efficace du personnel administratif du LGGE, ainsi que celui de l'ensemble des équipes techniques, autant de l'atelier de mécanique, d'électronique, que du service informatique, sans lequel le travail expérimental en chambre froide et les calculs numériques n'auraient pu être faits dans d'aussi bonnes conditions.

RESUME

La déformation plastique du monocristal de glace se produit essentiellement par glissement de dislocations dans les plans de base. Le glissement sur d'autres systèmes ou une éventuelle montée de dislocations basales limite la vitesse de déformation de la glace polycristalline. Dans les glaces des calottes polaires, une orientation préférentielle des axes c se développe au cours de la déformation, induisant une forte anisotropie viscoplastique. Un modèle auto-cohérent viscoplastique (VPSC) est utilisé pour calculer le comportement mécanique de la glace polycristalline et le développement des textures. Les résultats sont comparés à ceux du modèle à contraintes uniformes (borne inférieure) et à déformations uniformes (borne supérieure). Dans les modèles, il est supposé que le monocristal de glace se déforme par glissement basal, prismatique, et pyramidal. La résistance des systèmes de glissement d'un grain *in-situ* est déterminée à partir de résultats d'essais mécaniques sur des échantillons polycristallins fortement anisotropes. D'après le modèle VPSC, le comportement d'un grain *in-situ* est semblable à celui d'un monocristal isolé. Ce modèle reproduit parfaitement le comportement expérimental des glaces polycristallines anisotropes. Lorsqu'un polycristal est déformé de telle manière à ce que le glissement basal soit difficilement activé, la direction de la vitesse de déformation est très sensible à la direction de la contrainte appliquée. De telles conditions de déformation devraient se retrouver dans le voisinage des dômes des calottes polaires. Dans les couches de surface des calottes polaires (zone de grossissement de grains), le modèle VPSC permet d'obtenir une bonne estimation du développement des textures. Dans les glaces plus profondes, on montre que la recristallisation par rotation a une influence significative sur le développement des textures. Une série d'essais mécaniques en laboratoire indique une tendance au comportement newtonien sous de très faibles contraintes.

ABSTRACT

Plastic deformation of ice monocrystal is essentially due to dislocation glide in basal planes. Glide on other slip systems or eventually climb of basal dislocations limits the strain rate of polycrystalline ice. In polar ice sheets, a preferred *c*-axis orientation develops with strain, and induces strong viscoplastic anisotropy. A ViscoPlastic Self-Consistent (VPSC) approach is used for predicting mechanical behavior of polycrystalline ice and texture development. Results are compared to those of the uniform stress model (lower bound) and uniform strain rate model (upper bound). In these models, ice crystals are assumed to deform by basal, prismatic, and pyramidal slip. The slip system resistance of a grain *in-situ* is determined from the mechanical behavior (determined experimentally) of strongly anisotropic polycrystalline samples. According to the VPSC model, the behavior of a grain *in-situ* is closed to that of an isolated monocrystal. This model perfectly reproduces the experimental behavior of anisotropic polycrystals. When polycrystalline ice is deformed by hard glide, the strain rate direction is very sensitive to the direction of the applied stress. Such deformation conditions should appear near the ice divide of ice sheets. In the upper layer of ice sheets (grain growth zone), the VPSC model gives a good estimation of texture development. In the deeper ice, rotation recrystallization has a significant influence on texture development. Mechanical tests in cold rooms indicate a tendency to a quasi-newtonien behavior under very low stress conditions.

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE 1: INTRODUCTION	10
CHAPITRE 2. RAPPELS BIBLIOGRAPHIQUES: RHEOLOGIE DE LA GLACE Ih	14
2.1. Cristallographie de la glace Ih	14
2.1.1. Structure cristalline	14
2.1.2. Défauts ponctuels	14
2.1.3. Dislocations	16
2.2. Comportement mécanique d'un monocristal isolé	20
2.3. Comportement mécanique de la glace polycristalline isotrope	20
2.4. Texture des glaces polaires	24
2.5. Modèles de comportement pour la glace polycristalline anisotrope	27
CHAPITRE 3. PRESENTATION DU MODELE AUTO-COHERENT VISCOPLASTIQUE; COMPARAISON AVEC LES BORNES INFERIEURE ET SUPERIEURE	32
3.1. Introduction	32
3.2. Comportement du monocristal	36
3.3. Borne inférieure et borne supérieure pour le comportement macroscopique	38
3.4. Estimation auto-cohérente du comportement macroscopique	39
3.4.1. Formulation tangente "n sites" de Molinari et al. [1987]	40
3.4.2. Approximation "1 site" dans la formulation de Molinari et al. [1987]	43
3.4.3. Formulation tangente "1 site" de Lebensohn et Tomé [1993]	43
3.4.4. Discussion	47
3.5. Calcul des surfaces équipissances et équipotentielles	50
3.6. Calcul des rotations	56
3.7. Calcul incrémental en déformation finie	58
3.8. Conclusion	59

**CHAPITRE 4. DETERMINATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE D'UN
GRAIN IN-SITU** 61

4.1. Introduction	61
4.2. Choix des systèmes de glissement dans le monocristal de glace	62
4.3. Détermination des contraintes de référence pour un monocristal isolé	64
4.4. Influence de la valeur des contraintes de référence sur le comportement d'un polycristal isotrope	67
4.5. Détermination des contraintes de référence pour des glaces polycristallines anisotropes	73
4.5.1. Changement de repère	74
4.5.2. Essais mécaniques utilisés	75
4.5.3. Interprétation des conditions expérimentales	79
a) Essais de compression uniaxiale	79
b) Essais de compression biaxiale	80
c) Essais de fluage en torsion sur des échantillons tubulaires	80
d) Essais de fluage en torsion-compression	81
e) conclusion	82
4.5.4. Résultats expérimentaux	82
4.5.5. Calcul du comportement mécanique avec les modèles de polycristal	84
4.5.6. Résultats	85
4.6. Discussion	91
4.7. Conclusion	97

**CHAPITRE 5. APPLICATION A LA DETERMINATION DU COMPORTEMENT
MECANIQUE DES GLACES POLYCRISTALLINES** 98

5.1. Introduction	98
5.2. Déformation uniaxiale d'un polycristal isotrope sous fortes contraintes	100
5.3. Rhéologie des glaces polycristallines anisotropes sous fortes contraintes	105
5.3.1. Rhéologie des glaces de Vostok	105
a) Validité des essais de compression biaxiale	105
b) Coins des surfaces équipuissances: un signe d'instabilité?	109
c) Comparaison avec les mesures expérimentales	111
d) Résumé	113
5.3.2. Rhéologie des glaces de Law Dome et de GRIP	114

a) Comparaison avec les mesures expérimentales	114
b) Estimation des déformations réelles dans les conditions expérimentales	116
c) Glaces à textures de symétrie de révolution	119
d) Sensibilité aux conditions expérimentales	122
e) Résumé	124
5.3.3. Conclusion	124
5.4. Influence de la migration rapide des joints de grains sur le comportement sous fortes contraintes	126
5.5. Etude expérimentale de la rhéologie des glaces polaires sous faibles contraintes	129
5.5.1. Echantillons	130
5.5.2. Procédure expérimentale	133
a) Usinage des échantillons	133
b) Machines d'essai et procédure expérimentale	133
c) Essais réalisés	134
5.5.3. Résultats	136
5.5.4. Comparaison avec le comportement sous fortes contraintes	141
a) Valeur de l'exposant des contraintes	141
b) Comportement des glaces anisotropes	142
5.5.5. Influence de la teneur en impuretés	144
5.5.6. Conclusion	145
5.6. Influence de l'anisotropie des glaces sur l'écoulement des calottes polaires	146
5.7. Conclusion	149

CHAPITRE 6. APPLICATION AU CALCUL DU DEVELOPPEMENT DE TEXTURES DANS LES GLACES POLAIRES FROIDES

151

6.1. Introduction	151
6.2. Calcul du développement de textures	152
6.2.1. Résultats	152
6.2.2. Influence de l'activité non-basale sur le développement de textures	155
6.3. Comparaison avec les textures de GRIP	156
6.3.1. Textures naturelles et déformations <i>in-situ</i>	157
6.3.2. Résultats	159
6.3.3. Discussion	162
6.3.4. Conclusion	166
6.4. Comparaison avec les textures de Vostok	166

6.4.1. Estimation des déformations <i>in-situ</i>	166
6.4.2. Résultats et discussion	168
6.4.3. Conclusion	168
6.5. Comparaison avec les textures de Byrd	169
6.5.1. Textures naturelles et déformations <i>in-situ</i>	169
6.5.2. Comparaison avec les résultats de simulation	169
6.5.3. Stabilité des textures de cisaillement simple	170
6.5.4. Discussion	174
6.5.5. Conclusion	176
6.6. Conclusion	176

CHAPITRE 7. CONCLUSION GENERALE 177

ANNEXES 180

A. Orientation relative de deux référentiels de l'espace par les angles d'Euler	180
B. Expression d'un tenseur du second ordre symétrique sous forme vectorielle	182
C. Résolution numérique d'un système d'équations non-linéaires	186
D. Définition de paramètres statistiques relatifs à la déformation d'un polycristal	189

REFERENCES 190

NOTATIONS

Nous utilisons la convention d'Einstein de sommation sur les indices répétés. Par exemple:

$$A_{ijkl}B_{kl} = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 A_{ijkl} \times B_{kl}$$

A Grandeur scalaire

A Vecteur, de coordonnées A_i

A Tenseur du second ordre, de composantes A_{ij}

A Tenseur du quatrième ordre, de composantes A_{ijkl}

⊗ Produit tensoriel. Par exemple:

$$\underline{\mathbf{A}} \otimes \underline{\mathbf{B}} = \underline{\underline{\mathbf{C}}}, \quad \text{avec} \quad C_{ijkl} = A_{ij}B_{kl}$$

Produit une fois contracté. Par exemple:

$$\underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{B}} = \underline{\mathbf{C}}, \quad \text{avec} \quad C_{ij} = A_{ik}B_{kj}$$

: Produit deux fois contracté. Par exemple:

$$\underline{\underline{\mathbf{A}}} : \underline{\underline{\mathbf{B}}} = \mathbf{C}, \quad \text{avec} \quad C = A_{ij}B_{ij}$$

CHAPITRE 1.

INTRODUCTION

Les calottes polaires sont caractérisées par un rapport d'aspect très faible: la surface de l'Antarctique, par exemple, est environ 20 fois celle de la France, mais l'épaisseur de glace n'est "que" de 3000 à 4000 mètres (figure 1.1). La glace s'écoule lentement du centre vers les bords de la calotte, par déformation plastique sous l'effet de la gravité, avec un glissement sur le lit rocheux lorsque la température locale est proche du point de fusion. La déformation essentielle est un cisaillement horizontal dans le sens de l'écoulement, qui peut prendre des valeurs très supérieures à 10 dans les couches profondes. La vitesse de déformation augmente avec la profondeur, mais reste généralement inférieure à 10^{-9} s^{-1} .

La glace est un matériau polycristallin viscoplastique qui se déforme essentiellement par glissement de dislocations, même pour des vitesses de déformation de l'ordre de 10^{-13} s^{-1} que l'on mesure en surface de l'Antarctique [Pimienta et Duval, 1987]. Dans le monocristal, de structure hexagonale, les dislocations glissent presque exclusivement dans le plan de base, ce qui se traduit au niveau du comportement mécanique par une très forte anisotropie viscoplastique.

La déformation de la glace des calottes polaires est toujours accompagnée d'une migration des joints de grains. Dans les glaces de surface, où la température est faible (environ -50°C en Antarctique) et les vitesses de déformation petites, la taille des grains augmente linéairement avec le temps. La migration des joints de grains est lente et est principalement induite par l'énergie libre des joints. Près du lit rocheux, où la température est généralement supérieure à -15°C , le régime de "recristallisation par migration" apparaît [Guillopé et Poirier, 1979]; la force motrice pour la migration des joints, qui est cette fois très rapide, est l'énergie de déformation; la taille des grains est importante, de l'ordre du centimètre carré, et la forme des grains est très irrégulière. Pour des profondeurs intermédiaires, on observe une migration lente des joints de grains, associée à la formation de sous-joints de flexion ("recristallisation par rotation") orthogonaux aux plans de base

des grains [Wilson, 1986].

Les glaces de surface des calottes polaires sont isotropes. Mais avec la profondeur, une orientation préférentielle des axes c (texture) apparaît très nettement. Lorsque la température est inférieure à -15°C , ces textures sont des textures de déformation, c'est-à-dire qu'elles résultent principalement de la déformation plastique par glissement de dislocations. Dans la couche basale dans laquelle la température est supérieure à -15°C , la recristallisation par migration devient le mécanisme principal de formation de textures. Les orientations préférentielles confèrent à la glace polycristalline une très forte anisotropie viscoplastique. Pour un même échantillon de glace, la viscosité directionnelle peut en effet varier de plus de 2 ordres de grandeur selon la direction du chargement.

Pour la modélisation de l'écoulement de la glace dans les calottes polaires, la connaissance d'une loi de comportement, exprimant la réponse mécanique de la glace en fonction de la contrainte appliquée, est nécessaire. Jusqu'à présent, tous les auteurs utilisaient une loi viscoplastique *isotrope*, qui ne peut représenter le comportement réel de la glace anisotrope. Cette simplification pourrait être à l'origine des écarts entre les résultats des modèles et les mesures *in-situ* [Van der Veen et Whillians, 1990]. Ce n'est que très récemment qu'un premier modèle d'écoulement, basé sur la loi de comportement *anisotrope* de Lliboutry [1993], a pu être développé [Mangeney et al., 1995; Mangeney, 1996]. Cependant, la rétroaction qui existe entre le développement de textures de déformation, l'anisotropie induite par ces textures, et l'écoulement de la glace qui dépend de son comportement mécanique, n'a pas pu être prise en compte. La difficulté actuelle consiste en effet à trouver une loi de comportement qui permette non seulement de calculer la réponse mécanique d'un polycristal de glace en fonction de sa texture, mais aussi de calculer l'évolution des textures du matériau en fonction de son histoire de déformation.

Le but de cette étude est de modéliser le comportement mécanique en déformation finie de la glace polycristalline à l'aide de méthodes d'homogénéisation. Nous utiliserons la version "1 site" anisotrope [Lebensohn et Tomé, 1993] du modèle auto-cohérent viscoplastique développé par Molinari et al. [1987]. Les résultats seront comparés à ceux de la borne inférieure de type Reuss (modèle statique, équilibre des contraintes) ainsi qu'à ceux de la borne supérieure de type Voigt (modèle de Taylor, compatibilité des déformations). Nous supposerons que la glace ne se déforme que par glissement de dislocations sur des plans basaux, prismatiques, et pyramidaux, dont la résistance sera déterminée à partir d'essais mécaniques sur des polycristaux anisotropes. Les processus de recristallisation dynamique ne sont pas pris en compte. Nous analyserons la validité de ces modèles, et tenterons d'appréhender l'influence potentielle de la recristallisation dynamique sur le comportement mécanique et le développement de textures. A moyen terme, la poursuite de ce travail devra déboucher sur un couplage entre une loi de comportement décrite par un modèle micro-macro et un modèle d'écoulement à grande échelle, selon la méthode proposée par Mathur et Dawson [1989],

Chastel et al. [1993], et Beaudoin et al. [1994]. Le modèle d'écoulement permettra d'intégrer l'histoire thermomécanique de la glace sur l'ensemble de la calotte; on utilisera ensuite le modèle micro-macro pour calculer, en chaque noeud du maillage du modèle d'écoulement, la texture du matériau ainsi que son comportement mécanique.

Le plan de ce manuscrit est le suivant:

- le chapitre 2 est un rappel bibliographique des principaux résultats concernant la rhéologie des glaces.
- nous présentons dans le chapitre 3 le modèle auto-cohérent utilisé dans ce travail. Nous discuterons de la validité de ce modèle pour une application à la glace.
- nous déterminons dans le chapitre 4 la résistance de chacun des systèmes de glissement choisis, à partir de l'analyse des essais mécaniques réalisés par Legac [1980], Pimienta [1987], et Milsch [1994] sur des glaces polaires fortement anisotropes. Le comportement d'un grain *in-situ* sera ensuite comparé au comportement d'un monocristal *isolé*.
- le chapitre 5 est une application à la détermination du comportement mécanique de la glace polycristalline, en déformation infinitésimale. Nous mettrons en évidence l'instabilité du comportement mécanique pour certaines conditions de déformation. Une étude expérimentale sous de très faibles états de contrainte permettra d'appréhender l'influence de la recristallisation dynamique (régimes de migration lente) sur le comportement mécanique.
- enfin, nous ferons une application au calcul du développement de textures dans les glaces des calottes polaires (chapitre 6). Nous montrerons en particulier que la recristallisation par rotation doit jouer un rôle non-négligeable dans le développement des textures *in-situ*.

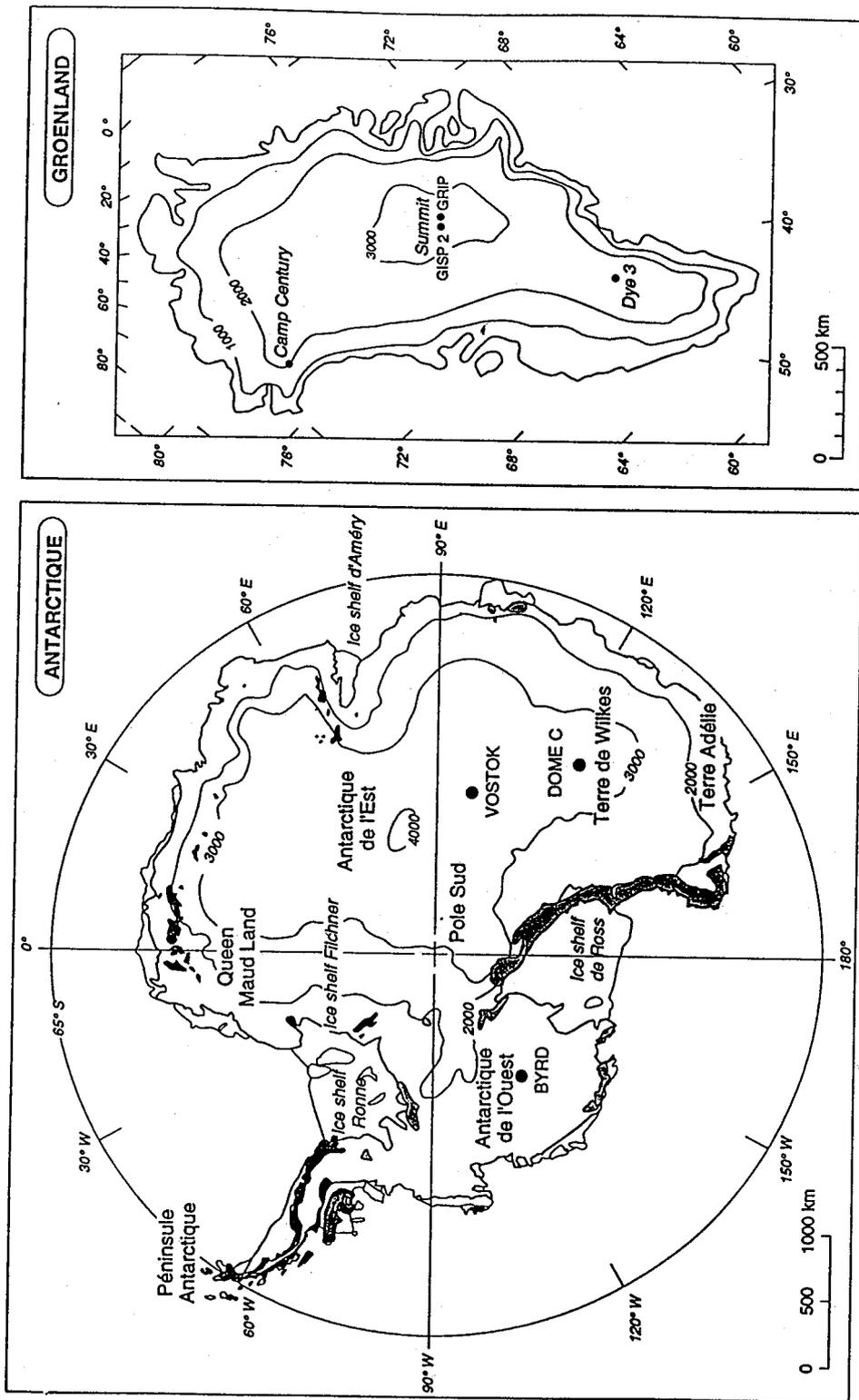


Fig. 1.1. Cartes de L'Antarctique et du Groenland.

CHAPITRE 2.

RAPPELS BIBLIOGRAPHIQUES: RHEOLOGIE DE LA GLACE Ih

2.1. CRISTALLOGRAPHIE DE LA GLACE Ih

Nous rappelons brièvement les principales caractéristiques de la cristallographie de la glace Ih. On pourra trouver plus de détails dans les rapports de Petrenko [1993] et Petrenko et Whitworth [1994a; 1994b].

2.1.1. Structure cristalline

Dans la glace de H_2O , les atomes d'oxygène sont ordonnés selon une structure hexagonale, dans les conditions de pression et de température que l'on rencontre sur Terre. Ce type de glace est appelé glace Ih. La position des atomes d'oxygène est schématisée sur la figure 2.1. La valeur du rapport c/a dépend de la température, et est voisine de 1.629 entre $0^\circ C$ et $-100^\circ C$. Cette valeur est proche de celle d'un empilement hexagonal compact ($c/a = 2\sqrt{2/3} \approx 1.633$).

La structure de la molécule d'eau est conservée dans la glace. Au niveau des atomes d'hydrogène, la glace Ih a une structure totalement désordonnée. Lorsqu'il n'y a pas de défauts dans la structure, chaque atome d'oxygène est relié à deux protons, et il n'y a qu'un seul proton entre deux atomes oxygène [Bernal et Fowler, 1933]. La figure 2.2 montre les 6 configurations possibles dans la position des protons.

2.1.2. Défauts ponctuels

Les écarts à l'arrangement imposé par le réseau cristallin des oxygènes font apparaître les

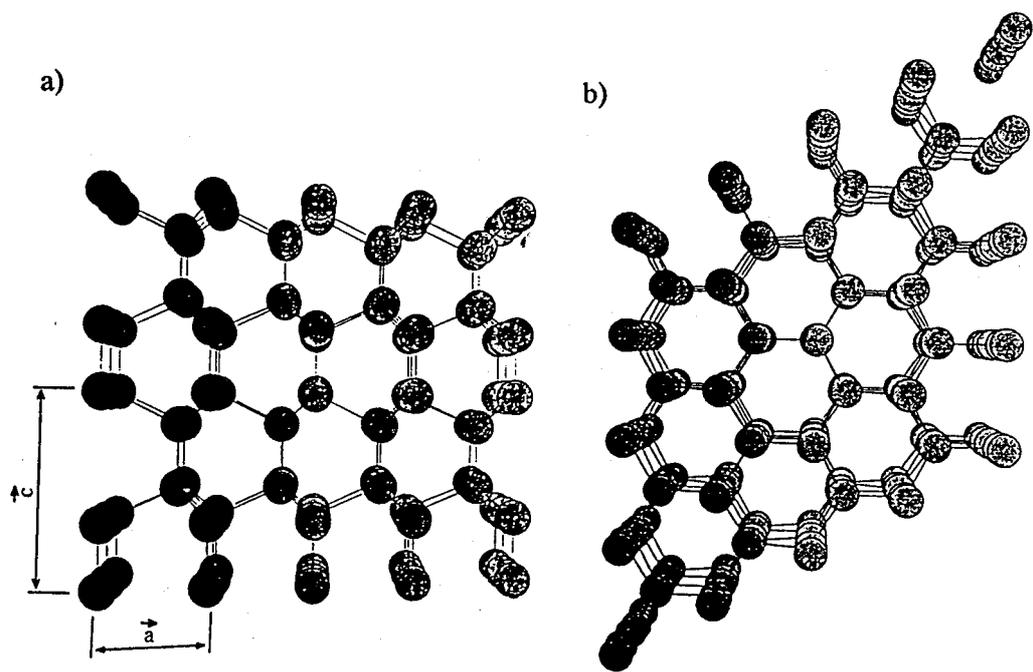


Fig. 2.1. Position schématique des atomes d'oxygène dans la glace Ih. Les traits représentent les liaisons hydrogène. (a) vue dans une direction orthogonale à l'axe c; (b) vue dans la direction de l'axe c.

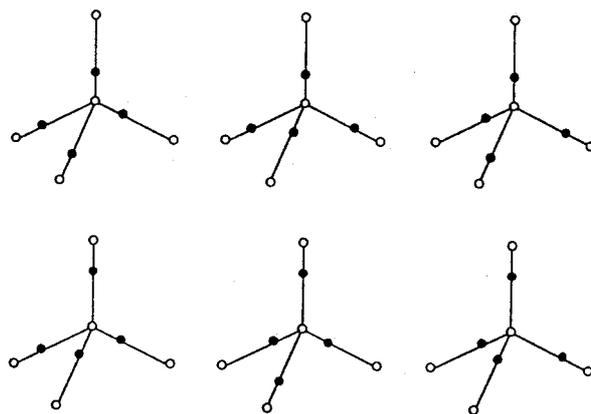


Fig. 2.2. Six orientations possibles pour la molécule d'eau dans la glace Ih. Les cercles vides représentent les atomes d'oxygène, et les cercles pleins les atomes d'hydrogène.

défauts ponctuels classiques des solides cristallins (interstitiels, lacunes, impuretés substitutionnelles). En outre, la violation des règles de Bernal et Fowler conduit à des défauts ponctuels spécifiques à la glace Ih où intervient cette fois la position des protons. On distingue les défauts ioniques, qui résultent de la formation d'ions H_3O^+ et OH^- , et les défauts de Bjerrum L (Leer) ou D (Doppelt), qui correspondent à des liaisons protoniques sans proton ou avec deux protons respectivement (figure 2.3).

2.1.3. Dislocations

L'énorme majorité des lignes de dislocations que l'on rencontre dans la glace Ih se situe dans les plans de base $\{0001\}$ [Fukuda et al., 1987]. Les vecteurs de Burgers sont les trois vecteurs de réseaux de la forme $(a/3)\langle 2\bar{1}\bar{1}0 \rangle$. A cause de la symétrie hexagonale, les dislocations les plus simples sont celles qui sont parallèles au vecteur de Burgers (dislocations vis) ou qui forment un angle de 60° avec celui-ci (dislocations 60°). En conséquence de la faible énergie de faute, les dislocations basales sont dissociées en deux dislocations partielles séparées par un défaut d'empilement [Hondoh et al., 1990]. Les dislocations partielles sont de type coin, ou présentent un caractère 30° . La dissociation des dislocations vis rend impossible leur mobilité dans les plans non-basaux [Higashi et al., 1985; Shearwood et Whitworth, 1989].

La figure 2.4 est un exemple de topographie par rayons X, projetée sur le plan (0001) , montrant la structure des dislocations dans un monocristal pendant les premiers instants de sa déformation [Ahmad et Whitworth, 1988]. On observe en A et B des boucles de dislocations, d'orientation vis ou 60° , glissant dans le plan de base. Très occasionnellement, des dislocations basales de type coin ont aussi été observées. Les boucles étroites en C et D ont un vecteur de Burgers basal, et sont situées dans des plans non-basaux obliques par rapport au plan de la topographie. Les longs segments sont des dislocations vis, glissant dans les plans de bases. Le bout des boucles présente un caractère coin, et glisse dans des plans non-basaux contenant le vecteur de Burgers. Ces plans n'ont jamais pu être déterminés précisément, mais ils seraient compris entre les plans $\{\bar{1}010\}$ et $\{\bar{1}012\}$ [Ahmad et Whitworth, 1988; Shearwood et Whitworth, 1989]. Une boucle de dislocation qui glisse dans un plan non-basal ne peut pas s'étendre au plan entier, à cause de l'immobilité des dislocations vis dans ce type de plan. Le glissement non-basal reste donc confiné dans des couches étroites, limités par les dislocations vis. Le mouvement des dislocations coin ne peut donc produire que des déformations limitées. Le point E montre un exemple de boucle prismatique. Le vecteur de Burgers d'une telle boucle a une composante $[0001]$; il n'est cependant pas évident que la glace puisse se déformer plastiquement dans cette direction [Petrenko et Whitworth, 1994b]. Concernant les

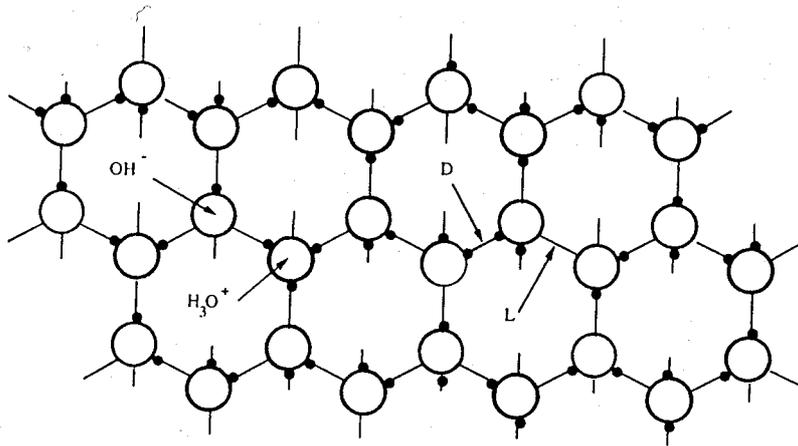


Fig. 2.3. Défauts ioniques (H_3O^+ , OH^-) et défauts de Bjerrum (L, D) dans la glace Ih.

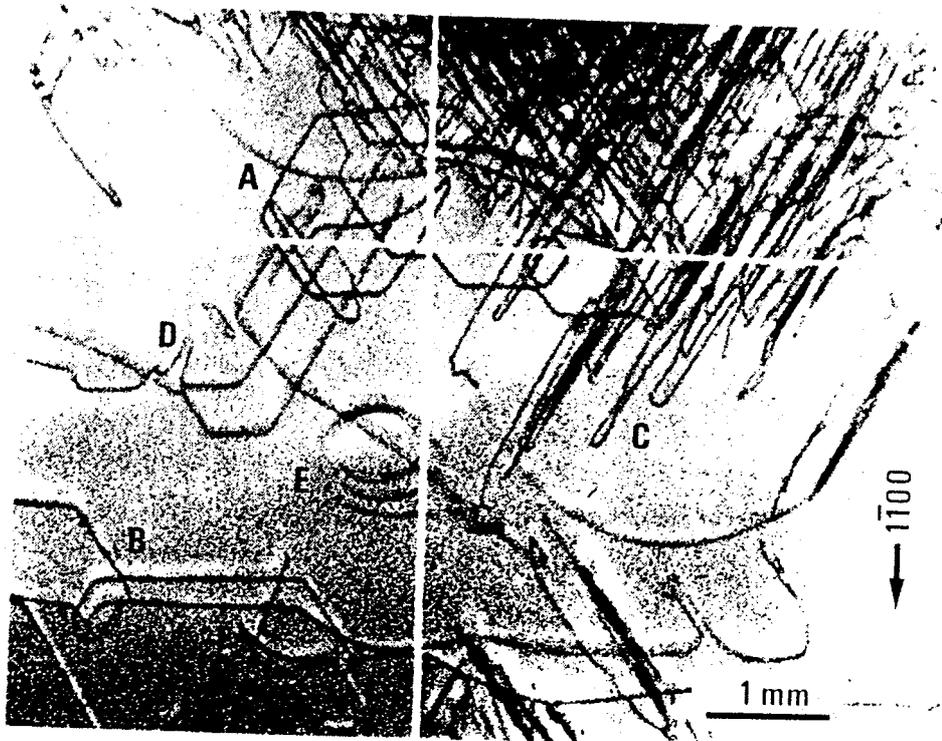


Fig. 2.4. Exemple de topographie projetée sur le plan (0001). A et B sont des boucles dans le plan de base. C et D sont des segments coins dans des plans obliques par rapport au plan de base; ils entraînent derrière eux de longues dislocations vis. E est une boucle prismatique. Le vecteur de diffraction est $1\bar{1}00$. [Ahmad et Whithworth, 1988].

dislocations non-basales, Wei et Dampsey [1994] proposent les systèmes de glissement $\{10\bar{1}0\}\langle 11\bar{2}3\rangle$ et $\{10\bar{1}1\}\langle 11\bar{2}3\rangle$ d'après l'observation de figures d'attaque; de telles dislocations n'ont cependant encore jamais été observées. Enfin, la possibilité de montée de dislocations basales est avancée par Duval et al. [1983], mais l'activation d'un tel mécanisme dans la glace reste encore à vérifier.

D'après la figure 2.5, la vitesse de déplacement des dislocations est proportionnelle à la contrainte appliquée [Shearwood et Whitworth, 1991]. Une particularité de la glace est que la vitesse des segments non-basaux est d'environ 1 ordre de grandeur supérieure à celle des dislocations basales. Les courts segments non-basaux traînent ainsi derrière eux de longs segments à caractère vis (figure 2.6). Il faut également remarquer que la vitesse de déplacement des dislocations est très faible comparée à celle observée dans les métaux. Par exemple, à -20°C , on trouve environ 10^{-7} m.s^{-1} pour une dislocation vis et une contrainte de 0.25MPa, alors que l'on a pour le cuivre dans les mêmes conditions une vitesse de l'ordre du mètre par seconde. A cause du désordre protonique, le mouvement d'une dislocation basale ne donne pas un cristal parfait comme cela se produit dans les composés cristallographiques bien définis, mais crée des défauts ponctuels (ioniques ou de Bjerrum). D'après Petrenko et Whitworth [1994b], il n'est pas évident que le désordre protonique limite la vitesse des dislocations. Une telle structure de dislocation est probablement unique à la glace.

A l'intérieur d'un monocristal, les sources de Frank-Read sont généralement évoquées comme mécanisme de multiplication des dislocations. Ces sources sont générées par le glissement des dislocations vis en dehors de leur plan de glissement primaire. Dans la glace, les dislocations vis restent cependant dans le plan de base. Les sources de dislocations sont les segments non-basaux, qui sont très mobiles. Le glissement rapide de ces segments coin est un mécanisme important de multiplication des dislocations basales [Fukuda et al., 1987; Ahmad et Whitworth, 1988; Shearwood et Whitworth, 1993].

Dans la glace polycristalline, les dislocations sont majoritairement nucléées au niveau des joints de grains. La vitesse de nucléation aux joints de grains serait bien supérieure à celle résultant de la multiplication de dislocations par mouvement rapide de segments coin non-basaux [Liu et al., 1993]. Les dislocations basales sont clairement concentrées dans des couches distinctes (bandes de glissement), ce qui induit une déformation intracristalline hétérogène [Liu et al., 1995]. Les contraintes internes dans les grains sont localement supérieures à la contrainte extérieure appliquée, et une déformation plus importante est observée près des joints de grains. La transmission d'un glissement à travers un joint de grain d'orientation aléatoire paraît difficile.

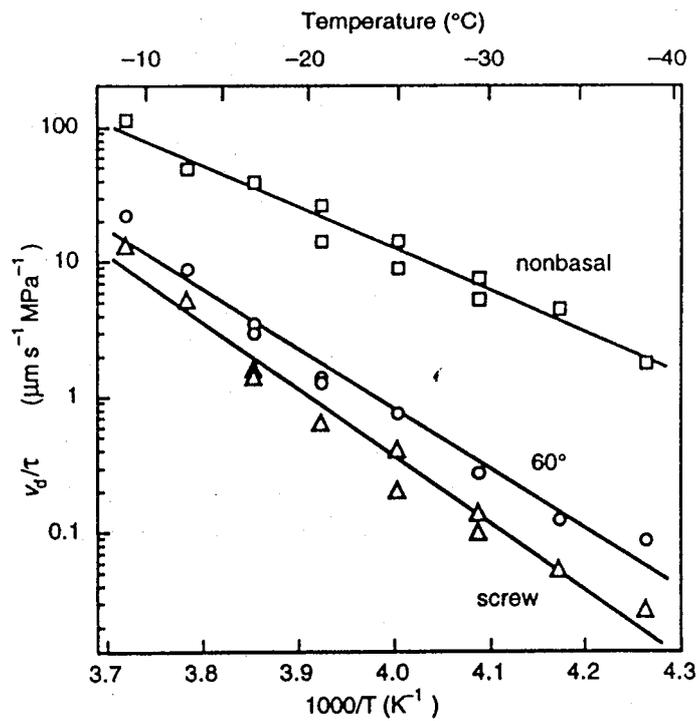


Fig. 2.5. Vitesse des dislocations en fonction de la contrainte et de la température, pour les dislocations vis et 60° dans les plans de base, et pour les segments coins dans les plans non-basaux. [Shearwood et Whitworth, 1991].

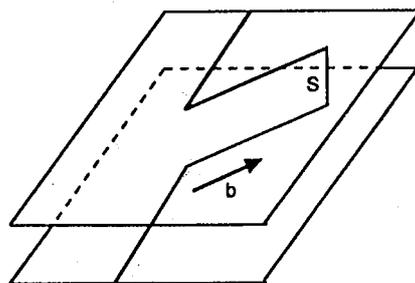


Fig. 2.6. Le segment coin S migre rapidement dans un plan non-basal, et traine derrière lui de longues dislocations vis.

2.2. COMPORTEMENT MECANIQUE D'UN MONOCRISTAL ISOLE

Lorsqu'un monocristal isolé est déformé par cisaillement dans les plans de base, les courbes de fluage montrent un stade primaire pendant lequel la vitesse de déformation augmente avec le temps. Cet adoucissement correspond à une augmentation de la densité des dislocations mobiles. Une vitesse stationnaire est obtenue pour une déformation d'environ 5%. Il n'y a aucun signe d'écroutissage microscopique jusqu'à une déformation d'au moins 20%.

Le comportement viscoplastique en régime stationnaire est représenté sur la figure 2.7, pour des déformations en cisaillement dans le plan de base et en compression parallèle ou orthogonale à l'axe *c*. Les axes de la figure 2.7 indiquent la contrainte axiale (ou équivalente, au sens de von Mises) et la vitesse de déformation axiale (ou équivalente), définies respectivement par:

$$(2.1) \quad S_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{S}}} = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}} \quad \text{et} \quad D_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{D}} : \underline{\underline{D}}} = \sqrt{\frac{2}{3} D_{ij} D_{ij}}$$

avec la convention de sommation sur les indices répétés (convention d'Einstein). $\underline{\underline{S}}$ et $\underline{\underline{D}}$ désignent respectivement le tenseur des contraintes déviatoires de Cauchy et le tenseur des vitesses de déformation. Le décalage entre les courbes supérieure et inférieure de la figure 2.7 montre l'extrême anisotropie viscoplastique du monocristal de glace.

Concernant le glissement basal, la plupart des auteurs rapportent un exposant des contraintes égal à 2 ± 0.2 , et une énergie d'activation de 63KJ/mol [Duval et al., 1983]. La valeur de l'exposant pourrait être expliquée par une variation linéaire du nombre de sources de dislocation et de la vitesse des dislocations avec la contrainte.

Lorsqu'un monocristal est déformé de telle manière que la cisssion dans le plan de base soit nulle, alors la vitesse de déformation est d'au moins 4 ordres de grandeur inférieure à celle qui résulterait d'une déformation par glissement basal à contrainte égale. De par cette anisotropie, les essais mécaniques ne faisant intervenir que du glissement non-basal sont délicats à réaliser. La courbe inférieure de la figure 2.7 ne donne certainement qu'une borne inférieure pour la contrainte ou une borne supérieure pour la vitesse de déformation.

2.3. COMPORTEMENT MECANIQUE DE LA GLACE POLYCRISTALLINE ISOTROPE

La figure 2.8 montre un exemple de courbe de fluage, obtenue pour un polycristal de glace isotrope déformé en laboratoire. On distinguera trois parties sur cette courbe.

Pendant le *fluage primaire*, la vitesse de déformation décroît avec le temps (et avec la

déformation) de 3 ordres de grandeur [Jacka, 1984]. Dans les tous premiers instants de la déformation, l'état de contrainte dans le polycristal doit être relativement homogène (l'anisotropie élastique de la glace est faible). La forte décroissance de la vitesse de déformation s'explique par la mise en place d'un champ de contraintes internes, dû à l'extrême anisotropie viscoplastique du monocristal [Duval et al., 1983].

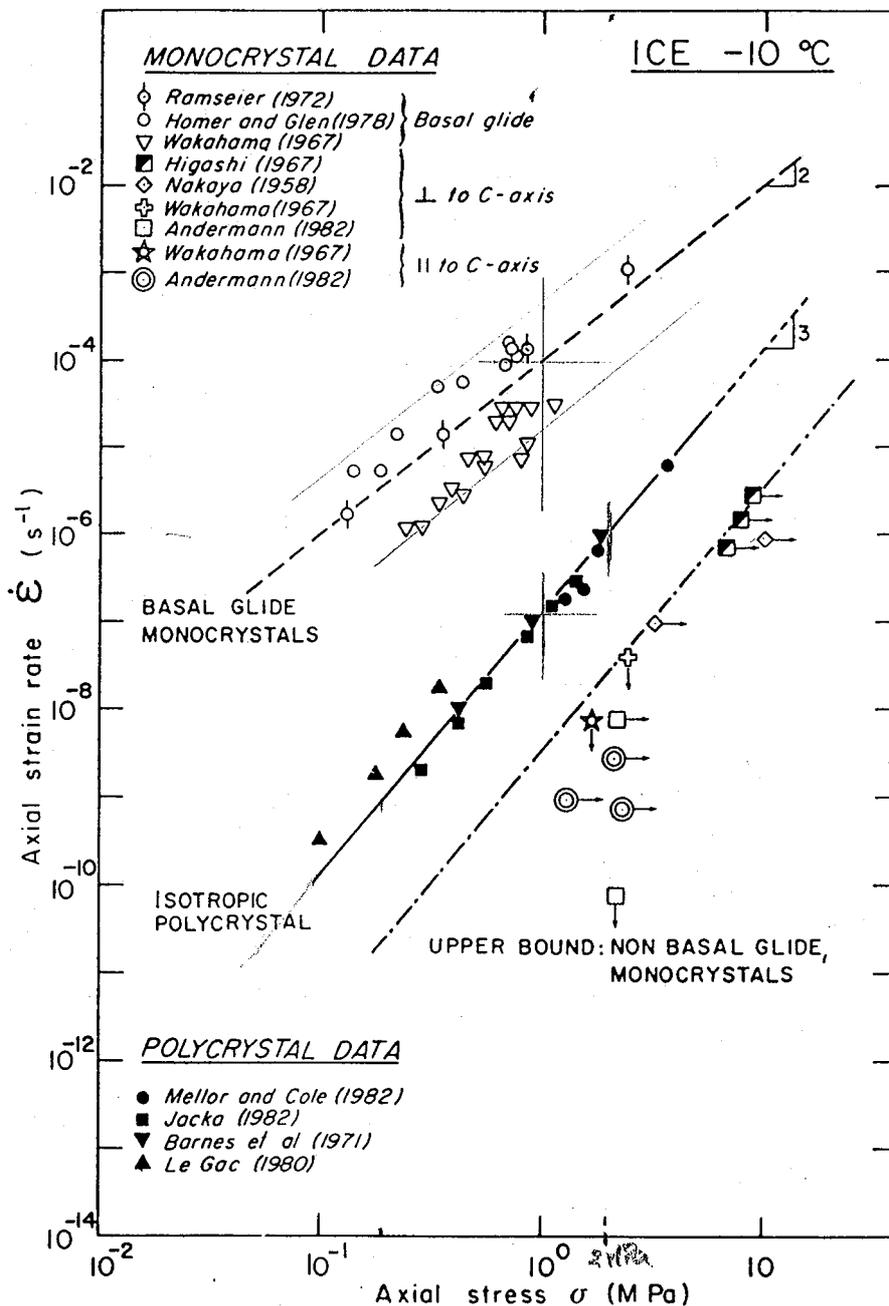


Fig. 2.7. Comportement en régime stationnaire, à -10°C, du monocristal de glace et de la glace polycristalline isotrope. [Duval et al., 1983].

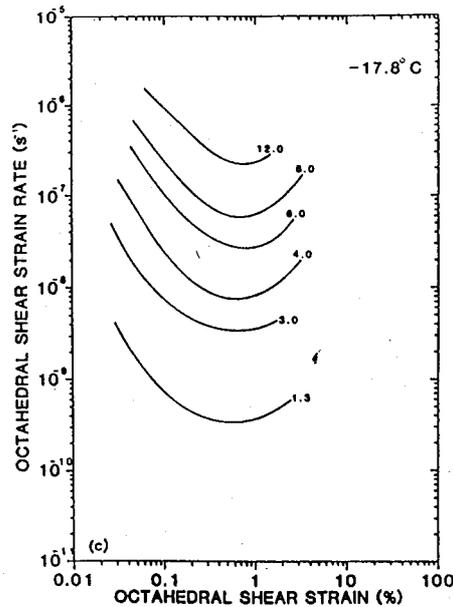


Fig. 2.8. Courbes de fluage d'un polycristal isotrope obtenues en compression à -17.8°C pour différents états de contrainte, indiqués en bars [Jacka, 1984].

Le fluage secondaire, pendant lequel la vitesse de déformation est minimale, apparaît pour une déformation d'environ 1%. Le comportement d'un polycristal isotrope lors du fluage secondaire est représenté par la courbe médiane de la figure 2.7. A contrainte égale, un polycristal isotrope se déforme 1000 fois moins vite qu'un monocristal isolé déformé par glissement basal. La vitesse de déformation doit être contrôlée par un processus de restauration, qui pourrait être la montée des dislocations [Duval et Legac, 1982; Duval et al., 1983].

En l'absence de microfissuration, l'augmentation de la vitesse de déformation lors du fluage tertiaire s'explique par la rapide migration des joints de grains, associée à la recristallisation dynamique. La migration des joints est un processus d'accommodation efficace, et devrait relaxer le champ de contraintes internes. D'autre part, il apparaît dans le polycristal une orientation préférentielle des axes c , présentant généralement plusieurs maximums [Duval, 1981; Lliboutry et Duval, 1985; Alley, 1992].

Le fluage secondaire est généralement considéré comme le régime stationnaire (ou permanent) de la déformation. Dans la glace, on remarquera que cela n'est pas exactement le cas lors d'essais en laboratoire, étant donné l'initiation rapide des processus de recristallisation dynamique.

Le fluage secondaire de la glace isotrope est bien représenté par la loi puissance de Norton-Hoff [Duval, 1976b], généralement utilisée en glaciologie:

$$(2.2) \quad D_{ij} = \frac{B}{2} \tau^{n-1} S_{ij}$$

où τ est la cission efficace définie par la relation:

$$(2.3) \quad \tau = \sqrt{\frac{1}{2} \mathbf{S} : \mathbf{S}} = \frac{S_{eq}}{\sqrt{3}}$$

La valeur de l'exposant n dépend de l'état de contrainte appliqué. Pour des contraintes équivalentes supérieures à environ 0.2MPa, n est égal à 3. Cette valeur peut s'expliquer par la montée des dislocations hors du plan de base, ou par le glissement de dislocations dans des plans prismatiques ou pyramidaux.

Pour des valeurs plus faibles de la contrainte, qui sont typiques de celles que l'on estime dans les calottes polaires, les essais mécaniques en laboratoire ainsi que les mesures d'inclinométrie dans les trous de forage donnent des valeurs de n plutôt comprises entre 1 et 2 [Pimienta et Duval, 1987]. Le fluage par glissement de dislocations est le mode de déformation dominant, même pour des vitesses de déformations de l'ordre de 10^{-10} s^{-1} . Un fluage de Harper-Dorn, supposant une densité constante de dislocations, a été proposé par Lliboutry et Duval [1985] et Wang [1994] pour expliquer le caractère quasi-Newtonien du comportement de la glace. Le rôle du glissement aux joints de grains dans la déformation ne peut pas être complètement écarté, contrairement au fluage diffusionnel qui conduit à des viscosités bien trop élevées [Pimienta, 1987].

Le coefficient B dans la loi de Norton-Hoff dépend de la température selon la loi d'Arrhénius:

$$(2.4) \quad B(T) = B_0(T_0) \exp \left[\frac{-Q}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right]$$

où R est la constante des gaz parfaits. L'énergie d'activation Q est de 78KJ/mol [Legac, 1980]. A une température donnée, le coefficient B peut varier d'un facteur 2 selon le type de glace (artificielle ou naturelle), la teneur en impureté, et les conditions expérimentales. La valeur moyenne à -10°C est d'environ $7.0 \times 10^{-7} \text{ MPa}^{-3} \text{ s}^{-1}$ pour des contraintes équivalentes supérieures à 0.2MPa [Budd et Jacka, 1989].

Nous noterons pour finir que, contrairement à la plupart des matériaux hexagonaux, la formation de macles n'a jamais été observée dans la glace.

2.4. TEXTURE DES GLACES POLAIRES

Dans les calottes polaires, la glace se forme en surface par frittage et densification des couches de neige récente. Le névé est la couche superficielle (environ 100m d'épaisseur), dans laquelle les bulles d'air ne sont pas encore fermées. Chaque particule de glace s'enfonce progressivement, et est lentement acheminée vers les bords de la calotte (à quelques milliers de kilomètres) pour finir fondue ou vélée sous forme d'iceberg. Le mouvement de la glace est dû à sa déformation sous l'effet des forces de gravité, et éventuellement à du glissement sur le lit rocheux si la température basale locale est voisine du point de fusion. La figure 2.9 montre un exemple de lignes de courant modélisées, dans un petit dome de glace d'un site côtier de l'Antarctique (Law Dome). La glace est soumise à des déformations très importantes en cisaillement, qui sont supérieures à 10 près du lit rocheux. La vitesse de déformation est cependant très faible, généralement inférieure à 10^{-10} s^{-1} . Des directions privilégiées pour l'orientations des axes c (appelées textures) apparaissent.

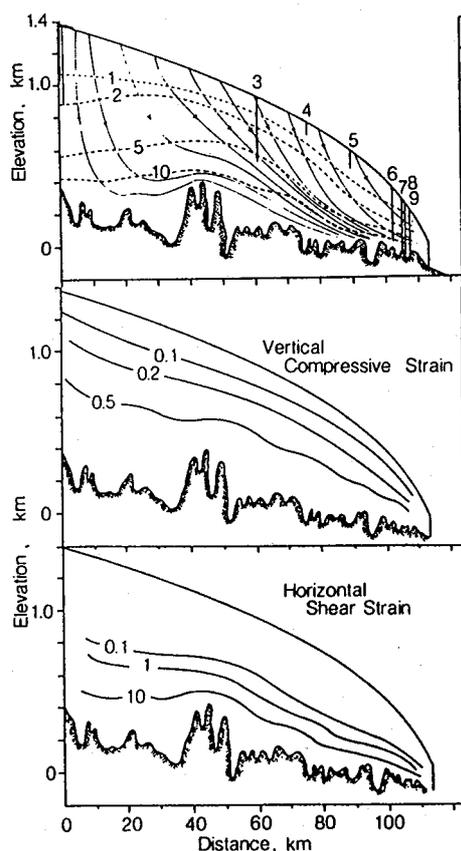


Fig. 2.9. Lignes d'écoulement dans une coupe du Law Dome, Antarctique, et déformations axiales et par cisaillement [Budd et Jacka, 1989].

La figure 2.10 montre les textures observées le long de la carotte de Byrd, Antarctique, ainsi que la taille des grains [Gow et Williamson, 1976]. Ce type de texture est représentatif de celui que l'on observe dans de nombreux forages profonds. Il s'est formé par une déformation dominante en cisaillement simple dans un plan horizontal et dans la direction de l'écoulement.

En surface, l'orientation des axes c est aléatoire, et la glace est isotrope. On observe une concentration progressive des axes c autour de la direction verticale *in-situ*, jusqu'à une profondeur de 1800m. Jusqu'à 600m de profondeur, la taille de grain augmente linéairement avec le temps, selon la relation:

$$(2.5) \quad l^2 = l_0^2 + K \times t$$

où l est le diamètre du grain et K la vitesse de grossissement. La force motrice pour la migration est l'énergie libre des joints (régime de *grossissement de grains*).

La formation de sous-joints de flexion, associée à une lente migration des joints de grains (de l'ordre de $10^{-14} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$), explique la taille de grain constante entre 600m et 1800m (régime de *recristallisation par rotation*). A ces profondeurs, il apparaît une corrélation entre l'orientation des axes c des grains voisins [Alley et al., 1995a]. La texture traduit l'histoire thermomécanique complète de la particule de glace.

En dessous de 1800m de profondeur, la vitesse de migration des joints de grains (de l'ordre de $10^{-11} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$) est de plusieurs ordres de grandeur supérieure à celle des couches supérieures. La force motrice dominante est l'énergie de déformation (régime de *recristallisation par migration*). Ce régime de recristallisation dynamique n'apparaît que pour des températures supérieures à la température critique de -12°C environ. A 1800m de profondeur, on passerait d'un régime où les impuretés, draguées par les joints de grains, contrôlent la vitesse de migration, à un régime où la teneur en impuretés n'est plus un mécanisme de contrôle dominant [Guillopé et Poirier, 1979]. Ce mécanisme pourrait expliquer l'augmentation brutale de la vitesse de migration avec la profondeur. Il s'en suit une variation rapide de la taille de grains, qui dépend directement de l'état de contrainte appliqué [Jacka et Jun, 1994]. Les joints de grains sont de formes très irrégulières. La texture des axes c présente plusieurs maximums, et ne dépend plus que l'état de contrainte instantané [Duval, 1981]. Une répartition non-aléatoire des orientations des axes a a aussi été observée [Matsuda et Wakahama, 1978].

Nous avons aussi reporté sur la figure 2.10 la texture des glaces de la carotte de Vostok, Antarctique [Lipenkov et al., 1989]. A Vostok, le régime de grossissement apparaît jusqu'à 2000m de profondeur au moins. Les axes c sont concentrés dans un plan vertical. Ces glaces sont déformées essentiellement par traction uniaxiale, dans la direction orthogonale à ce plan. Ce type de texture a

aussi été retrouvé à Mizuho, Antarctique [Fujita et al., 1987].

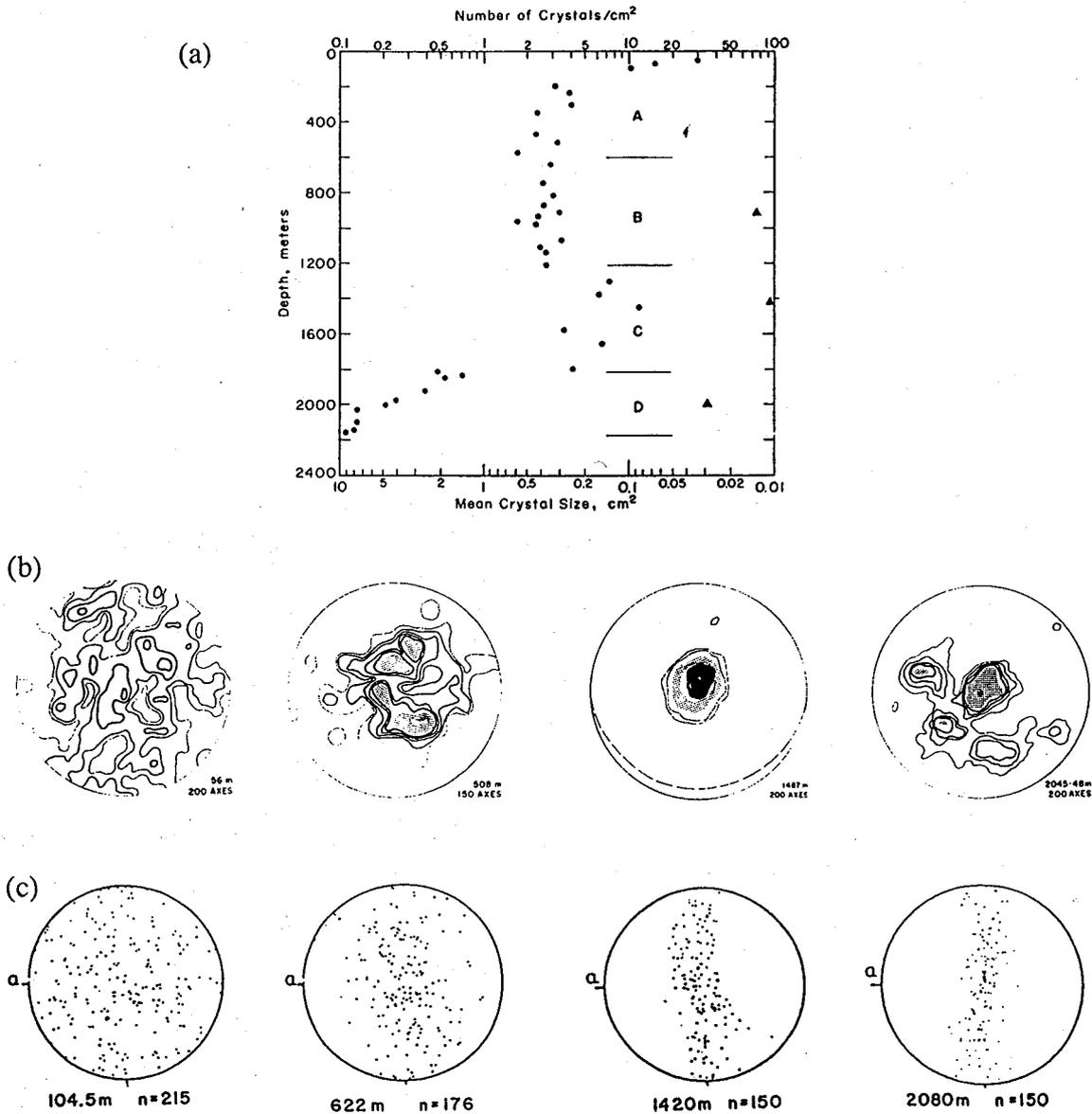


Fig. 2.10. (a) Taille de grains le long de la carotte de Byrd, et (b) textures à 56m, 508m, 1487m, et 2045m de profondeur [Gow et Williamson, 1976]. (c) Texture des glaces de Vostok à 104.5m, 622m, 1420m, et 2080m de profondeur [Lipenkov et al., 1989]. Le centre des diagrammes indique la direction verticale in-situ.

2.5. MODELES DE COMPORTEMENT POUR LA GLACE POLYCRISTALLINE ANISOTROPE

De par la très grande anisotropie viscoplastique du monocristal de glace, un polycristal dont la texture est concentrée présente un comportement mécanique très anisotrope. Pour une même contrainte, la vitesse de déformation peut varier de plusieurs ordres de grandeur, selon la direction de la sollicitation [Russel-Head et Budd, 1979; Duval et Legac, 1982; Gundestrup et Hansen, 1984; Shoji et Langway, 1988b; Budd et Jacka, 1989]. La figure 2.11 montre les courbes de fluage obtenues pour un échantillon de Law Dome (Antarctique), déformé en torsion autour de l'axe de l'échantillon puis en compression selon ce même axe, pour une même contrainte [Legac, 1980]. Lorsque le fluage secondaire est atteint, Legac obtient une vitesse de déformation en compression inférieure de 2 ordres de grandeur à celle de torsion. On retiendra, d'une manière générale, que la déformation est rapide lorsque la contrainte de cisaillement dans les plans de bases des grains est grande. Elle est très lente dans le cas contraire.

En glaciologie, la réponse en régime stationnaire d'un échantillon anisotrope est en général décrite à l'aide d'un facteur d'accroissement E_s , introduit dans la loi isotrope de Norton-Hoff [Lile, 1978; Shoji et Langway, 1987; Dahl-Jensen et Gundestrup, 1987; Budd et Jacka, 1989]:

$$(2.6) \quad D_i = E_s \frac{B_0}{2} \tau^{n-1} S_i$$

Ce coefficient E_s donne le rapport entre la valeur d'une composante de la vitesse de déformation d'une glace anisotrope et la valeur de la composante correspondante d'une glace isotrope déformée sous le même état de contrainte. Il prend des valeurs comprises entre 0.05 et 10 selon la nature de l'échantillon et le type de déformation imposé.

On remarque que le facteur d'accroissement n'apporte des informations sur la réponse du polycristal que dans une direction donnée et pour un état de contrainte donné. Il ne permet la description générale d'un comportement anisotrope.

Plusieurs auteurs ont d'autre part développé des modèles micro-macro, dans lesquels le comportement du polycristal et/ou le développement de texture sont calculés à partir du comportement mécanique de chaque grain. Dans tous les modèles proposés, le monocristal de glace n'est supposé pouvoir se déformer que par glissement de dislocations dans les plans basaux.

Les premières applications de méthodes d'homogénéisation à la glace polycristalline ont été faites par Lile [1978] dans le cas où $n=1$, et par Andermann [1982], Lliboutry and Duval [1985], et

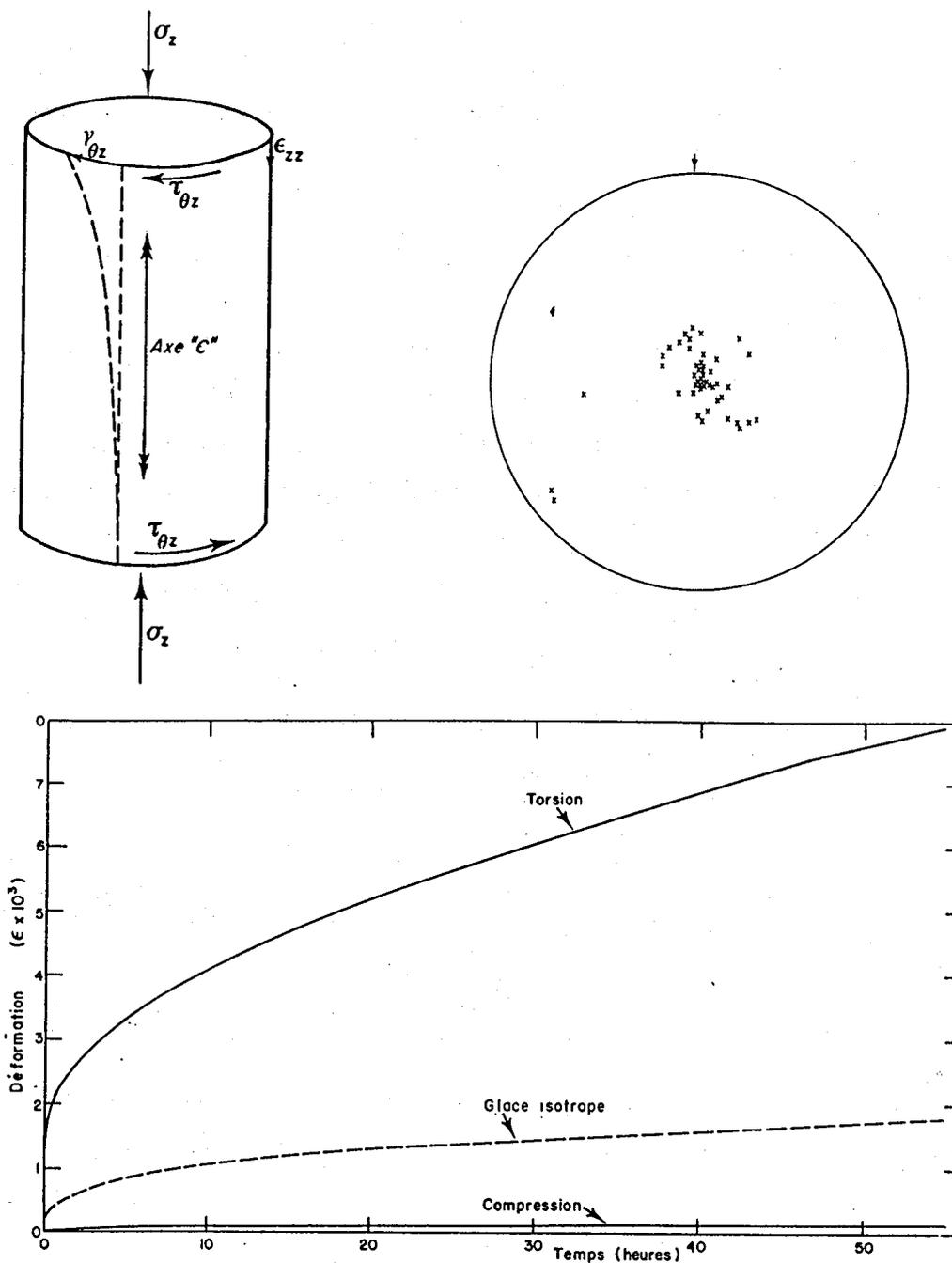


Fig. 2.11 Courbes de fluage obtenues pour un échantillon de Law Dome présentant une texture à un seul maximum, déformé en torsion autour de l'axe de l'échantillon, ou en compression selon cet axe. Le comportement d'un polycristal isotrope est indiqué pour comparaison. $\tau=1.35\text{bar}$, $T=-7^\circ\text{C}$ [Legac, 1980].

Lliboutry [1993] dans le cas non-linéaire. Le but consiste en la détermination d'une loi de comportement viscoplastique anisotrope pour les glaces orthotropes à symétrie de révolution.

Lliboutry [1993] fait trois hypothèses essentielles: (i) il n'y a pas de dissipation aux joints de grains; (ii) le comportement des grains dans le polycristal est défini par un potentiel de dissipation de la forme:

$$(2.7) \quad \phi = \frac{1}{2} \psi_b \tau_b^2 + \frac{1}{4} B_b \tau_b^4$$

où ψ_b et B_b sont deux paramètres à déterminer qui dépendent de la fabrique, et τ_b est la contrainte de cisaillement dans le plan de base; (iii) la migration des joints de grains est un mécanisme d'accommodation efficace, qui conduit à un état de contrainte homogène dans le polycristal. Pour des textures présentant une symétrie de révolution, il devient alors possible d'exprimer analytiquement le potentiel macroscopique Φ (duquel on dérive le comportement du polycristal) en fonction de quatre invariants du premier (s_{ax}), du second (τ_{\perp}^2 , $\tau_{//}^2$), et du troisième ordre (K_3):

$$(2.8) \quad \begin{aligned} \Phi = & \frac{1}{2} [\psi_{ax} s_{ax}^2 + \psi_{\perp} \tau_{\perp}^2 + \psi_{//} \tau_{//}^2] + \\ & \frac{1}{4} [B_{ax} s_{ax}^4 + B_{\perp} \tau_{\perp}^4 + B_{//} \tau_{//}^4 + \\ & 2A_{\perp//} \tau_{\perp}^2 \tau_{//}^2 + 2A_{//ax} \tau_{//}^2 s_{ax}^2 + 2A_{ax\perp} s_{ax}^2 \tau_{\perp}^2 - 3\sqrt{3} C s_{ax} K_3] \end{aligned}$$

Dix coefficients rhéologiques (ψ_i , B_i , A_{ij} , C) sont donc introduits. Ce modèle n'a pour l'instant jamais été testé sur des glaces anisotropes. Les 6 paramètres (B_i , A_{ij}) ont été déterminés par Pimienta et al. [1987] pour un échantillon de la carotte de Vostok (2039m) et un échantillon de Law Dome.

Azuma et Higashi [1985] proposent d'autre part un modèle unidimensionnel de développement de texture. En se basant sur des observations expérimentales, ces auteurs proposent la loi suivante pour l'évolution de l'orientation des axes c lors d'une compression uniaxiale du polycristal:

$$(2.9) \quad \sin \theta = (1 - \varepsilon_g) \sin \theta_0$$

où ε_g est la déformation axiale du cristal. Une interprétation géométrique de la relation 2.9 est

donnée figure 2.12. La relation proposée par ces auteurs pour relier la déformation d'un grain g à la déformation axiale du polycristal implique d'autre part que le glissement sur le plan de base soit indépendant de l'orientation θ . Ce modèle semble reproduire convenablement le développement de texture dans la partie supérieure de la carotte de Dye 3 (Groenland).

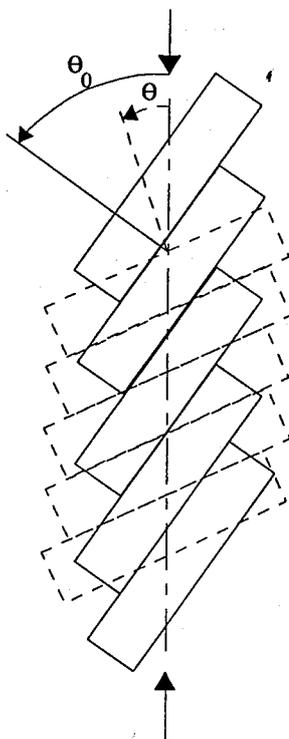


Fig. 2.12. Diagramme schématique montrant la rotation de l'axe c d'un cristal de glace lors d'une déformation en compression.

Le modèle de Azuma et Higashi [1985] a été appliqué au cas d'une déformation en traction [Lipenkov et al., 1989], et étendu en introduisant un effet de voisinage [Fujita et al., 1987]. Alley [1988] traite avec le même modèle le cas de déformations biaxiales (cisaillements simple et pur). Azuma [1995] introduit dans le modèle unidimensionnel une loi puissance pour le comportement des grains déformés par glissement basal, et en déduit ainsi une loi de comportement, fonction de la texture, pour le polycristal en déformation uniaxiale. Cette loi a été ensuite généralisée pour des déformations 3-D quelconques [Azuma, 1994], supposant que: (i) le glissement basal apparaît dans la direction la plus proche possible de la contrainte de cisaillement macroscopique maximale; (ii) les directions des contraintes principales microscopiques et macroscopiques sont parallèles. La validité de la généralisation 2-D ou 3-D du modèle unidimensionnel initial de Azuma et Higashi, qui est déjà

très simple, reste cependant à vérifier.

Nous citerons pour finir le travail de Van der Veen et Whillians [1994], qui ont appliqué le modèle à contrainte uniforme [Lliboutry, 1993] au calcul de développement de texture dans la glace. Une particularité de leur modèle est l'introduction d'un critère simple de recristallisation dynamique: les grains qui ne peuvent plus se déformer par glissement basal disparaissent, et sont remplacés par des grains d'orientation optimale pour la déformation.

CHAPITRE 3.

PRESENTATION DU MODELE AUTO-COHERENT VISCOPLASTIQUE; COMPARAISON AVEC LES BORNES INFERIEURE ET SUPERIEURE

3.1. INTRODUCTION

La loi de comportement d'un matériau polycristallin peut être établie de deux manières différentes:

1/ En supposant l'existence d'un potentiel macroscopique d'une forme particulière, choisie en fonction des caractéristiques mécaniques du matériau. Ainsi, les critères de Von Mises et de Tresca [Lemaitre et Chaboche, 1985] donnent un encadrement du comportement des matériaux plastiques isotropes. Hill [1956; 1987] définit un potentiel de forme quadratique pour les matériaux rigides-plastiques anisotropes, étendu par Van Houtte [1994] aux matériaux non-linéaires. Les paramètres rhéologiques intervenant dans l'expression du potentiel doivent être déterminés, et ne sont valables que pour un matériau particulier dans un état donné (composition, structure, texture, température, etc. ...). En particulier, ils dépendent de la texture. Cette méthode a l'avantage d'être relativement simple. Cependant, la forme du potentiel n'est pas connue à l'avance. De plus, la loi de comportement obtenue n'est valable en grande déformation que si les paramètres rhéologiques sont exprimés comme des fonctions de l'histoire thermomécanique. Dans le cas de la glace polycristalline, le développement d'orientations cristallographiques préférentielles doit être pris en compte.

2/ Par des modèles micro-macro (méthodes d'homogénéisation, éléments finis, ...) dont le but est de prédire un comportement macroscopique à partir uniquement de lois microscopiques. L'inconvénient de cette technique est qu'elle nécessite une bonne connaissance des phénomènes microscopiques, qui sont généralement mal connus. En contre partie, ces méthodes permettent un calcul en grande déformation, puisque l'évolution des paramètres microscopiques (comportement, orientation, ...) est prise en compte

explicitement.

On distingue les modèles limites, qui permettent de *borner* le comportement réel du polycristal par valeur supérieure ou inférieure, des modèles permettant une *estimation* du comportement réel, qui est comprise entre les bornes.

Dans ce travail, nous nous sommes concentrés sur l'utilisation de méthodes d'homogénéisation pour décrire le comportement mécanique de la glace polycristalline. Le seul mécanisme de déformation pris en compte est le glissement de dislocations dans des plans cristallins bien définis. Pour la mise en oeuvre des méthodes d'homogénéisation, l'état (contrainte, déformation) du polycristal doit être exprimé comme une fonction de l'état de chaque grain. Le problème consiste à déterminer les champs de gradient de vitesse et de contrainte à l'intérieur d'un matériau hétérogène non-linéaire. Les conditions à satisfaire sont: (i) l'équilibre du champ de contrainte; (ii) la condition d'incompressibilité; (iii) les conditions aux limites; (iv) la continuité du champ de vitesse s'il n'y a pas de glissement aux joints de grains.

Soit $\bar{\mathbf{L}}$ le gradient de vitesse uniforme à la surface du polycristal:

$$(3.1) \quad \bar{L}_{ij} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$$

($\bar{\mathbf{u}}$ désigne le vecteur vitesse) que l'on peut décomposer en une partie symétrique $\bar{\mathbf{D}}$ (vitesse de déformation) et une partie antisymétrique $\bar{\mathbf{W}}$ (vitesse de rotation):

$$(3.2) \quad \bar{\mathbf{D}} = (\bar{\mathbf{L}} + \bar{\mathbf{L}}^T) / 2 \quad \bar{\mathbf{W}} = (\bar{\mathbf{L}} - \bar{\mathbf{L}}^T) / 2$$

Connaissant la loi de comportement microscopique et la texture du polycristal, il s'agit donc de déterminer les champs de contrainte $\underline{\mathbf{S}}$ et de vitesse de déformation $\underline{\mathbf{D}}$ à l'intérieur du polycristal (c'est à dire dans chaque grain) tels que leur moyenne volumique soit égale à la contrainte $\bar{\mathbf{S}}$ et à la vitesse de déformation $\bar{\mathbf{D}}$ à la surface [Hutchinson, 1976]:

$$(3.3) \quad \langle \underline{\mathbf{S}} \rangle = \bar{\mathbf{S}} \quad \langle \underline{\mathbf{D}} \rangle = \bar{\mathbf{D}}$$

avec

$$(3.4) \quad \langle f \rangle = \frac{1}{V} \int_V f dv$$

Nous nous plaçons dans l'hypothèse de déformations viscoplastiques lentes. En particulier, les déformations élastiques et les phénomènes d'endommagement ne sont pas pris en compte dans les modèles utilisés. Le comportement calculé correspond donc à un comportement en régime stationnaire (ex: le fluage secondaire pour la glace), mais qui n'est cependant pas constant en grande déformation puisqu'il est fortement dépendant de la texture. La modélisation de phénomènes transitoires résultant d'une variation rapide des conditions aux limites n'est pas étudiée ici.

Une première approche consiste à supposer que les contraintes sont uniformes dans tout le polycristal [Sachs, 1928]. La contrainte sur chaque grain est donc la contrainte macroscopique. Cette approximation statique donne une borne inférieure pour les contraintes (borne de type Reuss). La condition d'équilibre est respectée, mais les déformations sont nécessairement incompatibles si le comportement microscopique est anisotrope. En viscoplasticité, chaque grain se déforme, et le glissement est concentré dans les systèmes les moins durs. D'après Lliboutry et Duval [1985], le modèle statique peut s'appliquer à la glace si la vitesse de déformation est suffisamment faible, car la migration des joints de grains associée aux processus de recristallisation dynamique est un mécanisme d'accommodation efficace. Cette condition devrait être vérifiée dans la plus grande partie des calottes polaires. Ce modèle reste cependant peu utilisé car il est incohérent (voir paragraphe 3.6) et peu réaliste lorsque la non-linéarité du comportement du matériau est grande. On relèvera cependant une application à la péridotite [Chastel et al., 1993] et aux polycristaux hexagonaux compacts [Prantil et al., 1995].

L'autre extrême consiste à supposer une vitesse de déformation uniforme dans tout l'agrégat [Taylor, 1938]. Cette approximation donne une borne supérieure pour les contraintes (borne de type Voigt). Le champ de déplacement est rigoureusement continu, mais la condition d'équilibre n'est plus respectée aux joints de grains. La déformation d'un grain est indépendante de son orientation cristallographique, et l'activation de 5 systèmes de glissement indépendants (pour les matériaux incompressibles) est nécessaire pour produire une déformation quelconque. Ainsi, ce modèle n'est pas réaliste pour les matériaux dont l'anisotropie microscopique est forte. Ce modèle a été bien plus souvent utilisé que la borne inférieure de type Reuss. On notera par exemple les applications de Philippe et al. [1994] aux matériaux hexagonaux et de Wenk et al. [1986] à la calcite, qui est un matériau fortement anisotrope.

Le comportement réel d'un agrégat polycristallin est compris entre les bornes de types Reuss et Voigt. Cependant, ces bornes ne sont proches l'une de l'autre que lorsque l'anisotropie microscopique est faible. Des bornes supérieure et inférieure plus restrictives ont été établies par Hashin-Shtrikman [1962] pour les matériaux à comportement linéaire macroscopiquement isotrope. Les bornes connues pour les matériaux linéaires peuvent être étendues aux matériaux composites non-linéaires à phases isotropes par les méthodes proposées par Ponte Castaneda [1991] et Suquet [1993], et aux matériaux

non linéaires globalement isotrope et localement anisotrope (comme par exemple les polycristaux à texture aléatoire) par la méthode de De Botton et Ponte Castaneda [1995]. Les bornes de type Reuss et Voigt restent cependant, à ma connaissance, les seules bornes applicables aux matériaux viscoplastiques non-linéaires, et anisotropes aux échelles microscopique et macroscopique.

Différents modèles micro-macro ont d'autre part été développés pour une estimation plus précise du comportement macroscopique. Il convient de citer le modèle de Taylor relâché, qui est un modèle de Taylor dans lequel certaines composantes du tenseur des vitesses de déformation ne sont pas imposées. Ce modèle est plus particulièrement adapté aux matériaux dont les grains ont un grand rapport d'aspect [Kocks et Chandra, 1982; Canova, 1986; Tiem et al., 1986; Tomé et al., 1991].

Parks et Ahzi [1990], Lee et al. [1995], et Ribe et Yu [1991] proposent des modèles spécialement adaptés aux matériaux fortement anisotropes qui possèdent moins de cinq systèmes de glissement indépendants. Dans une étude future, une application à la glace du modèle de Parks et Ahzi, Lee et al., pourra être intéressante. En effet, ce modèle, qui est dérivé du modèle de Taylor, permet la déformation du polycristal sans déformations axiales microscopiques selon l'axe c ; sa simplicité rend d'autre part la résolution numérique très rapide.

Le cas théorique d'un matériau n'ayant qu'un seul système de glissement est traité par Zhang et al. [1994] par un modèle aux différences finies, et par Etchecopar [1977] et Etchecopar et Vasseur [1987] par un modèle purement cinématique dans lequel un critère de recristallisation dynamique (polygonisation) a été pris en compte.

L'approche auto-cohérente permet une estimation plus rigoureuse de la réponse macroscopique. Cette approche, initialement développée pour les matériaux à comportement linéaire, a été étendue aux matériaux élastoplastiques par Hill [1965] à l'aide d'une procédure incrémentale, puis aux matériaux viscoplastiques par Hutchinson [1976]. La formulation viscoplastique générale en déformation finie a été développée par Molinari et al. [1987]. Cette formulation utilise une linéarisation tangente de la loi de comportement macroscopique non-linéaire. Cette approche, appelée VPSC (ViscoPlastic Self-Consistent), consiste à décomposer le polycristal en sous-domaines dans lesquels la vitesse de déformation \underline{D} et la contrainte \underline{S} sont uniformes. Le calcul de \underline{D} et \underline{S} en un point du polycristal de coordonnées r fait intervenir un terme de couplage. Ce terme relie \underline{D} et \underline{S} en r avec \underline{D} et \underline{S} en tous les points du polycristal. Loin de ce point r , le milieu hétérogène qu'est le polycristal est remplacé par un Milieu Homogène Equivalent (HEM). Le comportement du HEM, qui n'est pas connu à l'avance, est défini par la moyenne volumique des comportements microscopiques, et représente le comportement macroscopique du polycristal.

La formulation simplifiée "1 site" consiste à regarder chaque grain du polycristal comme une inhomogénéité dans un HEM infini. L'interaction entre deux grains voisins n'est plus calculée

directement. Le problème de l'interaction entre l'inhomogénéité et le HEM peut être alors traité par le formalisme classique d'Eshelby [1957]. Le modèle autocohérent "1 site" satisfait les conditions d'équilibre et de compatibilité des déformations, mais seulement entre chaque grain et le HEM. Ces conditions sont donc respectées uniquement *en moyenne* sur tout le polycristal; elles ne le sont pas localement, puisque l'influence des grains voisins n'est plus considérée. Ce modèle prédit une réponse intermédiaire entre les bornes de types Reuss et Voigt. Il a été généralement utilisé sous une forme simplifiée, proposée par Molinari et al. [1987], adaptée aux matériaux isotropes. Un code numérique qui permet de prendre en compte explicitement les anisotropies microscopique et macroscopique a cependant été développé par Lebensohn et Tomé [1993]. On trouvera une application de ce dernier modèle au zirconium, qui est un matériau hexagonal, dans Lebensohn et al. [1994] et Lebensohn et Tomé [1994].

L'application du modèle VPSC (dans sa forme actuelle) à la glace polycristalline ne peut se faire que dans les conditions pour lesquelles la vitesse de migration des joints de grains est suffisamment faible par rapport à la vitesse de déformation pour ne pas avoir une influence significative sur le comportement macroscopique. On sera ainsi limité à des vitesses de déformation conduisant à une contrainte déviatoire équivalente supérieure à 0.2MPa environ.

3.2. COMPORTEMENT DU MONOCRISTAL

Dans la suite de ce travail, nous supposons que le monocristal de glace ne se déforme que par glissement de dislocations sur des plans cristallographiques bien définis. Nous utilisons la loi de comportement microscopique proposée par Hutchinson [1976]. Cette loi viscoplastique ne tient pas compte des déformations élastiques. Son application est limitée à la description d'un régime stationnaire.

L'orientation du monocristal par rapport au repère de référence (repère du laboratoire), dans lequel les tenseurs contrainte et vitesse de déformation sont exprimés, est déterminée par les trois angles d'Euler. Les angles utilisés ainsi que la matrice de passage associée sont décrits dans l'annexe A. Le tenseur de Schmid $\underline{\mathbf{r}}^s$ exprime l'orientation du système de glissement s par rapport aux axes de référence:

$$(3.5) \quad \underline{\mathbf{r}}^s = \frac{1}{2}(\mathbf{n}^s \otimes \mathbf{b}^s + \mathbf{b}^s \otimes \mathbf{n}^s)$$

où \mathbf{n}^s et \mathbf{b}^s sont les vecteurs unitaires normal au plan de glissement et parallèle au vecteur de Burgers

respectivement. Soit $\underline{\mathbf{S}}$ le tenseur des contraintes déviatoires de Cauchy, auquel est soumis le monocristal. La contrainte de cisaillement τ_r^s sur le système s est donnée par:

$$(3.6) \quad \tau_r^s = \underline{\mathbf{r}}^s : \underline{\mathbf{S}}$$

La vitesse de cisaillement $\dot{\gamma}^s$ s'exprime par une loi puissance en fonction de τ_r^s :

$$(3.7) \quad \dot{\gamma}^s = \dot{\gamma}_0 \left| \frac{\tau_r^s}{\tau_0^s} \right|^{n^s - 1} \frac{\tau_r^s}{\tau_0^s}$$

où $\dot{\gamma}_0$ est une vitesse de cisaillement de référence (prise ici égale à l'unité), τ_0^s est la contrainte de référence microscopique (Reference Resolved Shear Stress, ou RRSS) exprimant le dureté du système s , et n^s la sensibilité à la contrainte pour le système s . Le tenseur vitesse de déformation s'exprime par la somme des vitesses de cisaillement sur tous les S systèmes de glissement du monocristal:

$$(3.8) \quad \underline{\mathbf{D}} = \sum_{s=1}^S \underline{\mathbf{r}}^s \dot{\gamma}^s = \dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S \underline{\mathbf{r}}^s \left| \frac{\underline{\mathbf{r}}^s : \underline{\mathbf{S}}}{\tau_0^s} \right|^{n^s - 1} \frac{\underline{\mathbf{r}}^s : \underline{\mathbf{S}}}{\tau_0^s}$$

La loi 3.8 peut aussi être exprimée sous une forme pseudo-linéaire:

$$(3.9) \quad \underline{\mathbf{D}} = \left\{ \dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S \frac{\underline{\mathbf{r}}^s \otimes \underline{\mathbf{r}}^s}{\tau_0^s} \left| \frac{\underline{\mathbf{r}}^s : \underline{\mathbf{S}}}{\tau_0^s} \right|^{n^s - 1} \right\} : \underline{\mathbf{S}} = \underline{\underline{\mathbf{M}}}^{c(sec)}(\underline{\mathbf{S}}) : \underline{\mathbf{S}}$$

où $\underline{\underline{\mathbf{M}}}^{c(sec)}$ est le tenseur des complaisances sécantes. Excepté pour le cas où $n^s=1$ pour tous les systèmes, $\underline{\underline{\mathbf{M}}}^{c(sec)}$ dépend de l'état de contrainte.

Pour les métaux, une loi d'écrouissage microscopique, qui relie le RRSS instantané d'un système avec l'histoire des glissements sur ce système particulier ou sur l'ensemble des systèmes, est en général couplée avec la loi de comportement [e.g. Kocks, 1970]. Cependant, lorsqu'un monocristal de glace est déformé par cisaillement dans les plans de base, aucun écrouissage n'apparaît jusqu'à 20% de déformation au moins. Dans ce travail, nous n'introduisons donc pas d'écrouissage

microscopique.

L'équation 3.8 implique d'autre part que les systèmes de glissement sont indépendants, c'est à dire que l'activité d'un système ne modifie pas instantanément la résistance des autres systèmes. Dans la glace, le glissement des segments coin non-basaux est cependant un mécanisme efficace de génération de dislocations basales [Fukuda et al., 1987; Ahmad et Whitworth, 1988; Shearwood et Whitworth, 1993]. Une activité non-basale devrait donc diminuer instantanément la valeur de la contrainte de référence du système basal. Cette dépendance n'est pas prise en compte dans la loi de comportement 3.8, qui ne peut donc représenter qu'une approximation du comportement réel du monocristal de glace.

3.3. BORNE INFÉRIEURE ET BORNE SUPÉRIEURE POUR LE COMPORTEMENT MACROSCOPIQUE

Les bornes inférieure et supérieure pour le comportement mécanique du polycristal sont d'une formulation simple. La borne inférieure (modèle statique) implique une uniformité de l'état de contrainte:

$$(3.10) \quad \underline{\underline{S}}^g = \bar{\underline{S}}$$

La vitesse de déformation microscopique $\underline{\underline{D}}^g$ est différente dans chaque grain g , et est donnée par:

$$(3.11) \quad \underline{\underline{D}}^g = \dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S r^s \left| \frac{\underline{\underline{r}}^s : \bar{\underline{S}}}{\tau_0^s} \right|^{n^s - 1} \frac{\underline{\underline{r}}^s : \bar{\underline{S}}}{\tau_0^s}$$

La condition 3.3 se réécrit alors:

$$(3.12) \quad \underline{\underline{D}} = \langle \underline{\underline{M}}^{c(sec)}(\bar{\underline{S}}) \rangle : \bar{\underline{S}}$$

et permet le calcul de $\underline{\underline{D}}$. Lorsque $\bar{\underline{S}}$ est imposé à la surface du polycristal, la résolution de 3.12 est immédiate. Lorsque $\underline{\underline{D}}$ est imposé, le calcul de $\bar{\underline{S}}$ nécessite la résolution numérique d'un système d'équations non-linéaires, détaillée dans l'annexe C.

La borne supérieure (modèle de Taylor) implique une uniformité des vitesses de déformation:

$$(3.13) \quad \underline{\underline{D}}^g = \underline{\underline{D}}$$

Les contraintes $\underline{\underline{S}}^g$ dans chaque grains g sont données par:

$$(3.14) \quad \underline{\underline{D}} = \dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S \underline{\underline{r}}^s \left| \frac{\underline{\underline{r}}^s : \underline{\underline{S}}^g}{\tau_0^s} \right|^{n^s-1} \frac{\underline{\underline{r}}^s : \underline{\underline{S}}^g}{\tau_0^s}$$

La condition 3.3 se réécrit alors:

$$(3.15) \quad \underline{\underline{D}} = \langle \underline{\underline{M}}^{c(sec)-1} \rangle^{-1} : \underline{\underline{S}}$$

Lorsque $\underline{\underline{D}}$ est imposé, la résolution numérique du système 3.14 peut se faire par la méthode de Newton-Raphson (annexe C). Lorsque $\underline{\underline{S}}$ est imposé, la résolution de 3.14 passe par un calcul itératif: on peut par exemple partir d'une solution initiale de type statique ($\underline{\underline{S}}^g = \underline{\underline{S}}$); puis on calcule $\langle \underline{\underline{M}}^{c(sec)-1} \rangle^{-1} : \underline{\underline{S}}$, qui correspond d'après 3.15 à la vitesse de déformation macroscopique; la résolution de 3.14 avec ce nouveau $\underline{\underline{D}}$ permet de calculer les nouveaux $\underline{\underline{S}}^g$, et donc les nouvelles valeurs de $\underline{\underline{M}}^{c(sec)}$ et de $\underline{\underline{S}}$; et ainsi de suite jusqu'à ce que les conditions 3.3 soient vérifiées.

Pour les modèles statique et Taylor, on démontre d'autre part très facilement l'égalité:

$$(3.16) \quad \langle \underline{\underline{S}}^g : \underline{\underline{D}}^g \rangle = \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{D}}$$

La puissance dissipée à l'échelle macroscopique est donc rigoureusement égale à la moyenne (l'intégrale) des puissances microscopiques pour ces deux modèles.

3.4. ESTIMATION AUTO-COHERENTE DU COMPORTEMENT MACROSCOPIQUE

Nous présentons dans un premier temps la formulation auto-cohérente viscoplastique générale développée par Molinari et al. [1987]. Nous introduisons ensuite le modèle "1 site" de Lebensohn et Tomé [1993], que nous utiliserons dans la suite de ce travail. Ce modèle est complètement équivalent

au modèle "1 site" de Molinari et al., mais il est formulé de manière légèrement différente.

3.4.1. Formulation tangente "n sites" de Molinari et al. [1987]

Dans la formulation auto-cohérente générale de Molinari et al. [1987], le comportement tangent de la loi microscopique 3.8 est considéré. La loi 3.8 peut être inversée, puisqu'il existe un potentiel microscopique convexe. La loi linéaire est donnée par un développement de Taylor au premier ordre de la loi inverse au voisinage de $\underline{\mathbf{D}}'$:

$$(3.17) \quad \underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{A}}(\underline{\mathbf{D}}') : \underline{\mathbf{D}} + \underline{\mathbf{S}}^0(\underline{\mathbf{D}}')$$

avec

$$(3.18) \quad A_{klmn}(\underline{\mathbf{D}}') = \frac{\partial S_{kl}}{\partial D_{mn}}(\underline{\mathbf{D}}')$$

Lorsque tous les n^s sont égaux à 1, alors $\underline{\mathbf{S}}^0$ est nul et la loi 3.17 est rigoureusement équivalente à 3.8. Le milieu (le polycristal) étant non-linéaire et hétérogène, les tenseurs $\underline{\mathbf{A}}$ et $\underline{\mathbf{S}}^0$ n'ont pas une valeur constante, mais sont des fonctions des coordonnées \mathbf{r} du point où ils sont calculés. La loi de comportement macroscopique n'est pas connue à l'avance. Cette loi non-linéaire est représentée par son comportement tangent, d'une expression similaire à 3.17:

$$(3.19) \quad \bar{\underline{\mathbf{S}}} = \underline{\mathbf{A}}^0(\bar{\underline{\mathbf{D}}}) : \bar{\underline{\mathbf{D}}} + \underline{\mathbf{S}}^{00}(\bar{\underline{\mathbf{D}}})$$

Le tenseur $\underline{\mathbf{A}}$ (respectivement $\underline{\mathbf{S}}^0$) est décomposé en la somme d'une partie uniforme $\underline{\mathbf{A}}^0$ (resp. $\underline{\mathbf{S}}^{00}$) et d'une partie $\tilde{\underline{\mathbf{A}}}(\mathbf{r})$ (resp. $\tilde{\underline{\mathbf{S}}}^0(\mathbf{r})$) dépendant de la position \mathbf{r} dans l'espace:

$$(3.20a) \quad \underline{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) = \underline{\mathbf{A}}^0 + \tilde{\underline{\mathbf{A}}}(\mathbf{r})$$

$$(3.20b) \quad \underline{\mathbf{S}}^0(\mathbf{r}) = \underline{\mathbf{S}}^{00} + \tilde{\underline{\mathbf{S}}}^0(\mathbf{r})$$

Les équations d'équilibres s'écrivent:

$$(3.21) \quad \sigma_{ij,j} = A_{ijkl}^0 u_{k,lj} - p_{,i} + f_i = 0$$

où p est la pression et $\underline{\sigma}$ le tenseur des contraintes de Cauchy. \mathbf{f} est donné par:

$$(3.22) \quad f_i = (\tilde{A}_{ijkl} u_{k,l})_{,j} + \tilde{S}_{ij,j}^0$$

et peut être considéré comme une force fictive de volume. Les 3 équations 3.21 associées à l'équation d'incompressibilité:

$$(3.23) \quad \text{tr}(\underline{\mathbf{L}}) = u_{i,i} = 0$$

forment un système de 4 équations à 4 inconnues u_i et p . Ce système peut être résolu en introduisant les fonctions de Green $\underline{\mathbf{G}}$ et $\underline{\mathbf{H}}$, solutions des équations:

$$(3.24a) \quad A_{ijkl}^0 G_{km,lj}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - H_{m,i}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + \delta_{im} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = 0$$

$$(3.24b) \quad G_{km,k} = 0$$

où $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ est la fonction de Dirac en \mathbf{r}' . Le terme $\delta_{im} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ représente la i ème composante d'une force unitaire concentrée en \mathbf{r}' et parallèle à la direction m , et le terme $G_{km}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ la k ème composante du vecteur vitesse en \mathbf{r} résultant de la réponse du milieu à cette force unitaire. Notons que $\underline{\mathbf{G}}$ ne dépend que du module macroscopique $\underline{\mathbf{A}}^0$. La déviation du comportement microscopique par rapport au comportement macroscopique est entièrement contenue dans \mathbf{f} . Le milieu est supposé infini, et les fonctions $\underline{\mathbf{G}}$ et $\underline{\mathbf{H}}$ nulles à l'infini. Le champ de vitesse solution s'écrit alors:

$$(3.25) \quad u_n = \bar{u}_n + G_{ni} * f_i = \bar{u}_n + \int G_{ni}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') f_i(\mathbf{r}') dr'^3$$

ce qui, par dérivation, donne le champ du gradient de vitesse:

$$(3.26) \quad u_{n,m} = \bar{u}_{n,m} + G_{ni,mj} * (\tilde{A}_{ijkl} u_{k,l} + \tilde{S}_{ij}^0)$$

Les vitesses de déformation et de rotation s'obtiennent en prenant respectivement les parties symétrique et antisymétrique de l'équation intégrale 3.26. Le gradient de vitesse local $u_{n,m}$ en \mathbf{r}

s'exprime donc comme la somme du gradient imposé à l'infini et d'un terme caractérisant l'influence des gradients en chaque point \mathbf{r}' du polycristal sur le gradient en \mathbf{r} . L'influence de ce deuxième terme diminue cependant lorsque l'on s'écarte de \mathbf{r} , puisque la fonction $\underline{\mathbf{G}}$ tend vers 0 à l'infini.

Dans l'approche auto-cohérente, une solution approchée de 3.26 est obtenue en divisant le milieu en sous-domaines dans lesquels $\underline{\mathbf{D}}$ est uniforme. La résolution est possible quels que soient les sous-domaines considérés, qu'ils correspondent à des grains ou à des sous-grains. Dans la suite, il est supposé que ces sous-domaines correspondent aux grains. La vitesse de déformation $\underline{\mathbf{D}}^g$ calculée dans un grain g sera égale à la moyenne des vitesses de déformation dans ce grain. $\underline{\mathbf{A}}^g$ et $\underline{\mathbf{S}}^{0g}$ deviennent alors uniformes dans le grain. La partie symétrique de 3.26 s'écrit maintenant:

$$(3.27) \quad \underline{\mathbf{D}}_{nm}^g = \bar{\underline{\mathbf{D}}}_{nm} + \sum_{g'} \Gamma_{nmij}^{gg'} [\tilde{\mathbf{A}}_{ijkl}^{g'} \underline{\mathbf{D}}_{kl}^{g'} + \tilde{\mathbf{S}}_{ij}^{0g'}]$$

avec

$$(3.28) \quad \Gamma_{nmij}^{gg'} = \frac{1}{v_g} \int_{v_g} \int_{v_{g'}} [\Gamma_{nmij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') dr'^3] dr^3$$

et

$$(3.29) \quad \Gamma_{nmij} = \frac{1}{4} (G_{ni,mj} + G_{mi,nj} + G_{nj,mi} + G_{mj,ni})$$

où v_g et $v_{g'}$ désignent les volumes des grains g et g' respectivement. L'équation 3.27 fait apparaître un terme $\underline{\Gamma}^{gg'}$ caractérisant l'interaction intergranulaire. Ce terme de couplage dépend de $\underline{\mathbf{A}}^0$, des formes de v_g et $v_{g'}$, des volumes v_g et $v_{g'}$, ainsi que de la distance relative $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$ entre les grains g et g' . $\underline{\Gamma}^{gg'}$ diminuant pour des valeurs croissantes de $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$, l'influence des grains suffisamment éloignés du grain g peut être négligée. L'équation 3.27 se résout alors en ne prenant en compte que l'interaction entre chaque grain et ses $n-1$ grains voisins les plus directs, et en remplaçant le reste des grains par un milieu homogène équivalent (HEM), dont le comportement est équivalent à celui du polycristal. Cette formulation est appelée la formulation "n sites". Un traitement complet par ce modèle demande cependant des moyens de calcul importants.

Il faut remarquer que la technique de discrétisation utilisée pour résoudre l'équation 3.26 consiste à remplacer un champ de vitesse continu par un champ uniforme par morceaux. Par ce traitement, la condition de compatibilité des déformations n'est plus strictement respectée dans 3.27. L'erreur introduite peut être cependant minimisée en diminuant le volume des sous-domaines élémentaires (qui ne représentent alors qu'une petite partie d'un grain).

3.4.2. Approximation "1 site" dans la formulation de Molinari et al. [1987]

Dans la formulation "1 site", seulement l'interaction entre chaque grain et le HEM est prise en compte. Cette formulation consiste à prendre $\tilde{\underline{\underline{A}}}^{g'} = 0$ et $\tilde{\underline{\underline{S}}}^{0g'} = 0$ en $g' \neq g$. Les tenseurs $\underline{\underline{A}}^0$ et $\underline{\underline{S}}^{00}$ sont supposés constants dans le HEM. $\underline{\underline{D}}$ et $\underline{\underline{S}}$ ne sont pas uniformes dans le HEM, et sont reliés par:

$$(3.30) \quad \underline{\underline{S}} = \underline{\underline{A}}^0(\underline{\underline{D}}) : \underline{\underline{D}} + \underline{\underline{S}}^{00}(\underline{\underline{D}})$$

La relation 3.27 devient alors:

$$(3.31) \quad \underline{\underline{S}}^g - \bar{\underline{\underline{S}}} = (\underline{\underline{\Gamma}}^{gg^{-1}} + \underline{\underline{A}}^0) : (\underline{\underline{D}}^g - \bar{\underline{\underline{D}}})$$

Cette relation relie directement les contraintes et vitesses de déformation dans un grain avec celles imposées à la surface du polycristal. La solution doit vérifier les conditions 3.3:

$$(3.32) \quad \langle \underline{\underline{S}}^g \rangle = \bar{\underline{\underline{S}}} \quad \langle \underline{\underline{D}}^g \rangle = \bar{\underline{\underline{D}}}$$

Ce modèle est fréquemment utilisé dans une version isotrope plus simple [par ex. Wenk et al., 1989a; Wenk et al., 1989b; Tomé et al., 1991; Wenk et al., 1991; Barber et al., 1994; Tóth et al., 1994], dans laquelle: (i) le polycristal est supposé isotrope; (ii) $\underline{\underline{D}}^g$ et $\bar{\underline{\underline{D}}}$ sont supposés proportionnels. Le module tangent $\underline{\underline{A}}^0$ devient alors isotrope, et s'exprime par:

$$(3.33) \quad \underline{\underline{A}}^0 = \mu \underline{\underline{I}}$$

où μ est un scalaire et $\underline{\underline{I}}$ le tenseur identité du quatrième ordre pour les tenseurs symétriques. Ainsi, cette dernière version ne s'applique strictement qu'aux matériaux isotropes aux échelles microscopique et macroscopique.

3.4.3. Formulation tangente "1 site" de Lebensohn et Tomé [1993]

Le modèle tangent "1 site" de Lebensohn et Tomé [1993], que nous utiliserons dans la suite

de ce travail, est équivalent à celui de Molinari et al. [1987]. La formulation est légèrement différente, et utilise le formalisme d'Eshelby [1957] pour le calcul de l'interaction entre le grain et le HEM. Cependant, le modèle numérique prend en compte intégralement les anisotropies microscopique et macroscopique, ce qui est absolument nécessaire pour la modélisation du polycristal de glace. La formulation est rappelée brièvement ici. On trouvera plus de détail dans Lebensohn et Tomé [1993] et Lebensohn [1993].

Le comportement tangent en \underline{S}' de la loi microscopique 3.8 s'écrit:

$$(3.34) \quad \underline{D}^g = \underline{M}^{c(tg)}(\underline{S}') : \underline{S}^g + \underline{D}^{co}(\underline{S}')$$

où le tenseur des complaisances tangentes est défini par:

$$(3.35) \quad M_{ijkl}^{c(tg)}(\underline{S}') = \frac{\partial D_{ij}}{\partial S_{kl}}(\underline{S}')$$

Lorsque tous les n^s sont égaux, l'homogénéité de la loi puissance implique la relation de proportionnalité [Hutchinson, 1976]:

$$(3.36) \quad \underline{M}^{c(tg)} = n^s \underline{M}^{c(sec)}$$

Un développement similaire au voisinage de $\bar{\underline{S}}$ est utilisé pour le polycristal:

$$(3.37) \quad \underline{D} = \underline{M}^{(tg)}(\bar{\underline{S}}) : \underline{S} + \underline{D}^o(\bar{\underline{S}})$$

et l'on définit $\underline{M}^{(sec)}$ tel que:

$$(3.38) \quad \bar{\underline{D}} = \underline{M}^{(sec)}(\bar{\underline{S}}) : \bar{\underline{S}}$$

avec la relation:

$$(3.39) \quad \underline{M}^{(tg)} = n \underline{M}^{(sec)}$$

Chaque grain du polycristal est considéré successivement comme une inhomogénéité ellipsoïdale dans un HEM. Dans le formalisme d'Eshelby [Eshelby, 1957; Hill, 1965], l'inhomogénéité est traitée comme une inclusion ayant le même comportement que le HEM (relation 3.37). Une déformation libre \underline{D}^L est ajoutée à l'inclusion, de telle manière à ce que les déformations totales dans l'inclusion et dans l'inhomogénéité soient les mêmes. Il vient la relation:

$$(3.40) \quad \underline{D}^g = \underline{M}^{(tg)}(\underline{S}) : \underline{S}^g + \underline{D}^0(\underline{S}) + \underline{D}^L,$$

Le comportement du HEM étant linéarisé, les déformations et contraintes à l'intérieur de chaque grain sont uniformes. Par analogie avec le formalisme d'Eshelby dans le cas de matériaux élastiques, le gradient de vitesse dans l'inclusion s'écrit:

$$(3.41) \quad u_{i,j} = \Lambda_{ijkl} M_{klmn}^{(tg)-1} D_{mn}^L$$

où $\underline{\Lambda}$ dépend de la forme de l'inclusion et est homogène de degré 1 en $\underline{M}^{(tg)}$. $\underline{\Lambda}$ est explicité sous une forme intégrale dans Lebensohn et Tomé [1993]. On aboutit ainsi à l'équation d'interaction grain-HEM:

$$(3.42) \quad \underline{D}^g - \underline{D} = -\underline{M} : (\underline{S}^g - \underline{S})$$

avec

$$(3.43) \quad \underline{M} = (\underline{I} - \underline{S})^{-1} : \underline{S} : \underline{M}^{(tg)}$$

Le tenseur d'Eshelby viscoplastique \underline{S}^{Esh} relie \underline{D}^g et \underline{D}^L :

$$(3.44) \quad \underline{D}^g - \underline{D} = \underline{S}^{Esh} : \underline{D}^L$$

\underline{S}^{Esh} dépend de la forme de l'inclusion et du tenseur $\underline{M}^{(tg)}$, et est donné par:

$$(3.45) \quad S_{ijmn}^{Esh} = \frac{1}{2} (\Lambda_{ikjl} + \Lambda_{jkil}) M_{klmn}^{(tg)-1}$$

*Si on multiplie S par d = S par d. donc
D=0 par d^n
M est homogène de d^(n-1)*

$\underline{\underline{S}}^{\text{Esh}}$ est homogène de degré 0 en $\underline{\underline{M}}^{(\text{tg})}$. A partir de 3.42, on peut définir le tenseur $\underline{\underline{B}}^c$ des concentrations des contraintes:

$$(3.46) \quad \underline{\underline{S}}^g = \underline{\underline{B}}^c : \underline{\underline{S}} \quad \times$$

qui est défini par la relation suivante:

$$(3.47) \quad \underline{\underline{B}}^c = (\underline{\underline{M}}^{c(\text{sec})} + \underline{\underline{\tilde{M}}})^{-1} : (\underline{\underline{M}}^{(\text{sec})} + \underline{\underline{\tilde{M}}}) \quad \times$$

Les conditions 3.32 sont vérifiées si:

$$(3.48a) \quad \langle \underline{\underline{B}}^c \rangle = \underline{\underline{I}}$$

$$(3.48b) \quad \langle \underline{\underline{M}}^{c(\text{sec})} : \underline{\underline{B}}^c \rangle = \underline{\underline{M}}^{(\text{sec})}$$

On ne peut cependant pas garantir que 3.48 est l'unique solution de 3.32 puisque $\underline{\underline{M}}^{(\text{sec})}$ dépend implicitement de $\underline{\underline{S}}$.

Ce modèle tend vers la borne inférieure de type Reuss lorsque n devient grand. D'après Lebensohn et Tomé [1993], l'approximation tangente 3.37 n'est valable dans le cas du zirconium que pour $n \leq 19$.

Lebensohn et Tomé [1993] donnent une méthode de résolution numérique des équations, dans le cas où un gradient de vitesse $\underline{\underline{L}}$ est imposé à la surface du polycristal. L'algorithme utilise deux boucles itératives, imbriquées l'une dans l'autre:

- 1) Les conditions initiales $\underline{\underline{S}}^g$, $\underline{\underline{M}}^{c(\text{sec})}$, et $\underline{\underline{M}}^{(\text{sec})}$ sont calculées par le modèle de Taylor.
- 2) Connaissant $\underline{\underline{M}}^{c(\text{sec})}$ et $\underline{\underline{M}}^{(\text{sec})}$, un calcul itératif permet de calculer les tenseurs $\underline{\underline{\tilde{M}}}$, $\underline{\underline{B}}^c$, ainsi qu'un nouveau $\underline{\underline{M}}^{(\text{sec})}$, tels que les relations 3.43, 3.46, et 3.48b soient vérifiées.
- 3) Un nouveau $\underline{\underline{S}}$ est calculé avec la relation 3.38, en utilisant le nouveau $\underline{\underline{M}}^{(\text{sec})}$. La résolution de 3.42 donne ensuite les nouveaux $\underline{\underline{S}}^g$. Les calculs du 2) sont alors refaits avec ces nouvelles valeurs. La convergence est atteinte lorsque les conditions 3.32 sont vérifiées et lorsque les valeurs de $\underline{\underline{S}}^g$ ne varient plus d'une itération à l'autre.

Lors de la modélisation d'un essai mécanique sur un échantillon de glace, la reproduction des conditions expérimentales demande cependant dans certains cas un calcul avec $\underline{\underline{S}}$ (au lieu de $\underline{\underline{L}}$) imposé à la surface du polycristal. Notons que dans ce cas, une condition aux limites supplémentaire sur $\underline{\underline{W}}$ doit être aussi imposée. Le code initial de Lebensohn et Tomé [1993] a dû être modifié. L'algorithme reste très similaire:

- 1) Les conditions initiales $\underline{\underline{S}}^g$, $\underline{\underline{M}}^{c(sec)}$, et $\underline{\underline{M}}^{(sec)}$ sont calculées avec le modèle statique.
- 2) Le calcul de $\underline{\underline{M}}$, $\underline{\underline{B}}^c$, et $\underline{\underline{M}}^{(sec)}$ est fait de la même manière que dans le 2) ci-dessus.
- 3) Un nouveau $\underline{\underline{D}}$ (au lieu de $\underline{\underline{S}}$) est calculé avec la relation 3.38. La suite est identique au 3) ci-dessus.

3.4.4. Discussion

L'approximation "1 site" ne permet donc pas d'évaluer les effets de voisinage ni l'hétérogénéité des déformations dans les grains. L'importance de ces effets a cependant été récemment mise en évidence dans la dolomite [Barber et al., 1994], qui est aussi un matériau à forte anisotropie microscopique, et dans la glace [Azuma, 1995] par des observations expérimentales, ainsi que dans l'aluminium [Becker et Pachanadeeswaran, 1995], la glace [Wilson et Zhang, 1994], et les matériaux CFC [Sarma et Dawson, 1995] par des modèles 2-D ou 3-D aux différences finies ou aux éléments finis. L'erreur sur la prédiction du comportement moyen d'un polycristal infini est difficile à estimer, mais devrait rester faible si l'on considère que statistiquement, la texture de l'ensemble de tous les grains qui sont dans le voisinage direct des grains de même orientation est représentative de la texture du polycristal. On devrait donc pouvoir remplacer en première approximation l'ensemble de ces voisinages par un HEM [Kocks, 1970]. Ce raisonnement suppose cependant qu'il n'y a aucune corrélation entre les orientations de grains voisins. On remarquera que ce n'est pas le cas des glaces polaires froides anisotropes, à cause de l'activité du processus de recristallisation par rotation (polygonisation) [Alley et al., 1995a].

La seconde simplification majeure de la formulation VPSC "1 site" est la linéarisation du comportement du HEM. En effet, le comportement tangent 3.37 de la loi de comportement macroscopique n'est exact que si $\underline{\underline{D}} = \underline{\underline{D}}$ ou si le comportement du matériau est linéaire. Dans tous les autres cas, la loi 3.37 ne donne qu'une approximation du comportement du HEM. L'erreur introduite par cette linéarisation augmente avec la non-linéarité du comportement microscopique et l'hétérogénéité du milieu polycristallin. Ainsi, cette loi n'est pas très bien adaptée lorsque la loi microscopique est fortement anisotrope, comme par exemple pour la glace. Pour un traitement plus

rigoureux, $\underline{\underline{M}}^{(tg)}$ et $\underline{\underline{D}}^0$ (ou $\underline{\underline{A}}^0$ et $\underline{\underline{S}}^{00}$) autour de l'inclusion devraient dépendre de la vitesse de déformation locale.

Molinari et Toth [1994] introduisent un coefficient d'interaction α dans la loi d'interaction 3.42:

$$(3.49) \quad \underline{\underline{D}}^g - \underline{\underline{D}} = -\alpha \underline{\underline{M}} : (\underline{\underline{S}}^g - \underline{\underline{S}})$$

où α est un scalaire positif. Ce coefficient représente la raideur de l'interaction entre le grain et la matrice. $\alpha=1$ conduit bien sûr à la formulation VPSC initiale de Lebensohn et Tomé [1993]. Le modèle statique s'obtient en prenant $\alpha = +\infty$, et le modèle de Taylor avec $\alpha = 0$. On voit donc qu'il devient possible, avec cette nouvelle formulation, de balayer l'ensemble des réponses possibles du polycristal en faisant varier de α de 0 à $+\infty$. Grossièrement, ce coefficient permet d'autoriser un certain degré d'incompatibilité des déformations, et pourrait traduire dans les glaces polaires, d'une manière simple, l'effet de la relaxation du champ de contraintes internes résultant de l'accommodation des déformations par migration des joints de grains. On notera cependant que pour un milieu anisotrope non-linéaire, $\underline{\underline{M}}^{(tg)}$ est nécessairement anisotrope. Il serait donc plus approprié que α soit un tenseur et non un scalaire.

La loi tangente macroscopique 3.37 peut se réécrire sous la forme suivante:

$$(3.50) \quad \underline{\underline{D}} - \underline{\underline{D}} = \underline{\underline{M}}^{(tg)}(\underline{\underline{S}}) : (\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}})$$

Le tenseur d'Eshelby viscoplastique $\underline{\underline{S}}^{Esh}$ étant homogène de degré 0 en $\underline{\underline{M}}^{(tg)}$, $\underline{\underline{M}}$ est donc homogène de degré 1 en $\underline{\underline{M}}^{(tg)}$ (relation 3.43). L'introduction de α dans la loi d'interaction 3.42 revient donc à multiplier $\underline{\underline{M}}^{(tg)}$ par α dans la relation 3.50:

$$(3.51) \quad \underline{\underline{D}} - \underline{\underline{D}} = \alpha \underline{\underline{M}}^{(tg)}(\underline{\underline{S}}) : (\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}})$$

c'est à dire à modifier la pente de l'approximation linéaire de la loi de comportement du HEM [Molinari et Toth, 1994; Gilormini, 1995], schématisée sur la figure 3.1. On retrouve bien le modèle de Taylor pour $\alpha = 0$, et le modèle statique pour $\alpha = +\infty$.

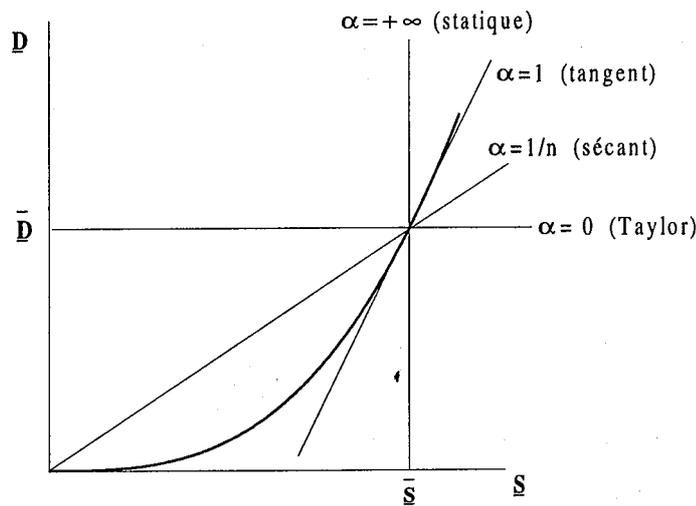


Fig. 3.1. Linéarisation du comportement du HEM autour de \bar{S} selon la valeur de α .

La formulation VPSC initiale, développée par Hutchinson [1976] sous une forme incrémentale, correspond au modèle VPSC "1 site" de Molinari et al. [1987] si l'on prend $\alpha = 1/n$ [Molinari et Toth, 1994]. Cette formulation est dite *sécante*. Ce modèle VPSC sécant tend à se rapprocher de la borne supérieure de type Voigt ($\underline{D}^g = \bar{D}$) lorsque n est grand [Lebensohn et Tomé, 1993]. D'après Toth et al. [1994], la réponse en fluage d'un mélange de camphore et d'octachloropropane isotrope est comprise entre les comportements tangent et sécant du modèle VPSC isotrope. Molinari et Toth [1994] aboutissent d'autre part à une conclusion similaire pour la réponse, calculée par éléments finis, d'une inclusion sphérique isotrope dans un HEM isotrope. Vu sous cet angle, l'interprétation physique du coefficient d'interaction devient plus délicate. Au moins pour $1/n < \alpha < 1$, l'influence de α semble davantage "rattraper" les erreurs dues aux différentes approximations de la formulation VPSC "1 site".

L'approche auto-cohérente a d'autre part été initialement développée pour les matériaux à comportement linéaire. La validité de l'extension au cas viscoplastique non-linéaire a été étudiée récemment par Gilormini [1994; 1995]. Gilormini considère un matériau biphasé isotrope à phases non-linéaires isotropes, avec un exposant des contraintes n variant de 2 à 10. Si les approches VPSC sécante et tangente restent bien entre les bornes de types Reuss et Voigt, Gilormini montre par contre clairement que le modèle sécant franchit la borne supérieure de Ponte-Castaneda [1991]. Le modèle tangent avec l'approximation isotrope 3.33 reste bien en dessous de cette dernière borne; cependant, la simplification 3.33 tend à rapprocher le comportement du modèle VPSC isotrope vers la borne inférieure de type Reuss. Ainsi, le modèle tangent anisotrope pourrait franchir la borne supérieure de

Ponte-Castaneda.

En conclusion, le modèle VPSC tangent "1 site" devrait permettre d'obtenir une première estimation du comportement mécanique des polycristaux anisotropes à comportement viscoplastique non-linéaire. L'avantage de ce modèle réside essentiellement dans la possibilité unique d'estimer le comportement d'un polycristal 3-D en déformation finie avec des moyens de calcul courants (station de travail par exemple). Cependant, l'influence des hypothèses de calcul sur les résultats ne paraît pas négligeable si la non-linéarité du comportement est élevée (ce qui n'est pas le cas de la glace), ou si l'anisotropie microscopique est importante (ce qui est le cas de la glace!). Une comparaison de ce modèle avec des estimations plus exactes du comportement (Eléments Finis, VPSC "n sites", ...) serait donc nécessaire dans un travail futur.

3.5. CALCUL DES SURFACES EQUIPUISSANCES ET EQUIPOTENTIELLES

Dans ce paragraphe, nous commencerons par rappeler quelques définitions et propriétés concernant les surfaces équipotentielles, afin d'introduire la notion fondamentale de sous-espace fermé. Nous présenterons ensuite une méthode de calcul de ces surfaces pour les modèles statique et de Taylor.

Soit \dot{W} la vitesse de dissipation à l'échelle du polycristal (macroscopique). \dot{W} est défini par par:

$$(3.52) \quad \dot{W} = \bar{\underline{S}} : \bar{\underline{D}}$$

et représente la puissance dissipée par unité de volume lors de la déformation viscoplastique. $\bar{\underline{D}}$ étant une fonction homogène de degré n en $\bar{\underline{S}}$, il est possible d'exprimer \dot{W} sous la forme d'une fonction $\dot{W}(\bar{\underline{S}})$ homogène de degré $n+1$ en $\bar{\underline{S}}$. Si cette fonction est dérivable, on peut exprimer $\bar{\underline{D}}$ en fonction de $\dot{W}(\bar{\underline{S}})$ par la relation [Van Houtte, 1994]:

$$(3.53) \quad \bar{\underline{D}}_{ij} = v \frac{\partial \dot{W}}{\partial \bar{\underline{S}}_{ij}}$$

avec

$$(3.54) \quad v = \frac{\dot{W}}{\frac{\partial \dot{W}}{\partial \bar{S}_{kl}} \bar{S}_{kl}}$$

Si un potentiel de dissipation macroscopique $\Phi(\bar{\mathbf{S}})$ existe, alors le tenseur vitesse de déformation $\bar{\mathbf{D}}$ est donné par la dérivée de $\Phi(\bar{\mathbf{S}})$ par rapport à $\bar{\mathbf{S}}$:

$$(3.55) \quad \bar{D}_{ij} = \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{S}_{ij}}$$

$\Phi(\bar{\mathbf{S}})$ est donc relié à $\dot{W}(\bar{\mathbf{S}})$ par la relation:

$$(3.56) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{S}_{ij}} = v \frac{\partial \dot{W}}{\partial \bar{S}_{ij}}$$

Dans l'espace des contraintes, l'ensemble des tenseurs $\bar{\mathbf{S}}$ vérifiant la condition $\Phi(\bar{\mathbf{S}}) = \Phi_0$ (avec Φ_0 une constante réelle positive) définit un ensemble de surfaces équipotentielles $\Sigma(\Phi_0)$ qui ont toutes la même forme, mais qui sont de tailles différentes. La réponse mécanique d'un polycristal viscoplastique est parfaitement déterminée par la connaissance de ces surfaces. La relation 3.55 indique que la direction de la vitesse de déformation $\bar{\mathbf{D}}$ est parallèle à la normale à Σ en $\bar{\mathbf{S}}$ (figure 3.2); la norme de $\bar{\mathbf{D}}$ est déterminée par la valeur de Φ_0 au travers de la relation 3.56. A la limite rigide-plastique du comportement viscoplastique ($n \rightarrow \infty$), toutes les surfaces équipotentielles $\Sigma(\Phi_0)$ sont confondues (surface de charge). La surface de charge des monocristaux hexagonaux compacts est décrite par Tomé et Kocks [1985].

La glace étant supposée incompressible, seulement 5 composantes de $\bar{\mathbf{S}}$ et de $\bar{\mathbf{D}}$ sont indépendantes. Nous exprimerons donc dans la suite $\bar{\mathbf{S}}$ et $\bar{\mathbf{D}}$ sous une forme vectorielle (notée $\bar{\mathbf{S}}$ et $\bar{\mathbf{D}}$) dans un espace à 5 dimensions, en utilisant la convention de Lequeu et al. [1987] rappelée dans l'annexe B:

$$(3.57) \quad \begin{cases} T_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(T_{22} - T_{11}) \\ T_2 = \sqrt{\frac{3}{2}}T_{33} \\ T_3 = \sqrt{2}T_{23} \\ T_4 = \sqrt{2}T_{13} \\ T_5 = \sqrt{2}T_{12} \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} T_{11} = -\frac{T_1}{\sqrt{2}} - \frac{T_2}{\sqrt{6}} \\ T_{22} = \frac{T_1}{\sqrt{2}} - \frac{T_2}{\sqrt{6}} \\ T_{33} = \sqrt{\frac{2}{3}}T_2 \\ T_{23} = T_3 / \sqrt{2} \\ T_{13} = T_4 / \sqrt{2} \\ T_{12} = T_5 / \sqrt{2} \end{cases}$$

Cette transformation a la propriété de conserver les produits contractés. D'après Canova et al. [1985], la règle de la normalité s'applique encore dans cet espace vectoriel 5-D des contraintes. Les deux premières composantes \bar{S}_1 et \bar{S}_2 du vecteur \bar{S} définissent un sous-espace utilisé sous le nom de *plan déviatoire* Π .

Nous rappelons maintenant quelques définitions et propriétés concernant les surfaces équipotentielles [Canova et al., 1985; Canova, 1986].

La *section* (figure 3.3) de la surface équipotentielle Σ par le sous-espace à p dimensions $\{\bar{S}_k\}$ (où k prend p valeurs comprises entre 1 et 5) est définie par l'intersection de Σ avec les hyperplans $\bar{S}_j = 0$ ($j = 1, 5 \neq k$). Ainsi, la section $\{\bar{S}_1, \bar{S}_2\}$ (section par le plan Π) est le lieu des points de Σ tel que $\bar{S}_3 = \bar{S}_4 = \bar{S}_5 = 0$. Notons que dans le cas général, les composantes \bar{D}_j ($j = 1, 5 \neq k$) de \bar{D} ne sont pas nulles. D'autre part, la règle de la normalité ne s'applique pas forcément sur une section de Σ .

La *projection* de Σ sur $\{\bar{S}_k\}$ (où k prend p valeurs comprises entre 1 et 5) est définie par la projection orthogonale sur $\{\bar{S}_k\}$ des points de Σ pour lesquels $\bar{D}_j = 0$ ($j = 1, 5 \neq k$). Par exemple, la projection sur $\{\bar{S}_1, \bar{S}_2\}$ donnent les composantes \bar{S}_1 et \bar{S}_2 de l'ensemble des vecteurs \bar{S} de Σ pour lesquels $\bar{D}_3 = \bar{D}_4 = \bar{D}_5 = 0$. La direction de \bar{D} est donc entièrement définie par la normale de la projection de Σ . Dans le cas général, les composantes \bar{S}_j ($j = 1, 5 \neq k$) de \bar{S} ne sont pas nulles.

Dans le cas général, la section par $\{\bar{S}_k\}$ d'une surface Σ ne coïncide pas avec sa projection sur $\{\bar{S}_k\}$ (figure 3.3). Dans le cas particulier où la section et la projection coïncident, alors $\{\bar{S}_k\}$ est dit *fermé*. Physiquement, cela signifie que toutes les composantes \bar{S}_j et \bar{D}_j ($j = 1, 5 \neq k$) des vecteurs \bar{S} et \bar{D} sont nulles dans $\{\bar{S}_k\}$.

Pour un matériau donné, l'ensemble des sous-espaces fermés peut être déduit des propriétés

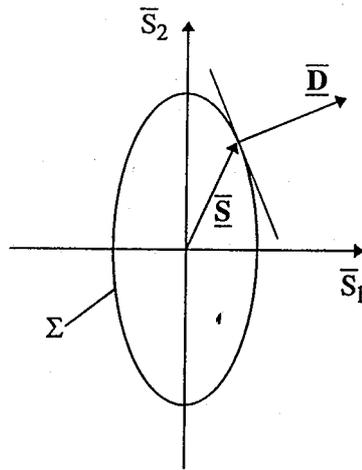


Fig. 3.2. Détermination de la vitesse de déformation \bar{D} , correspondant à un état de contrainte déviatoire \bar{S} , à partir de la connaissance de la surface équipotentielle Σ (shématisation 2-D).

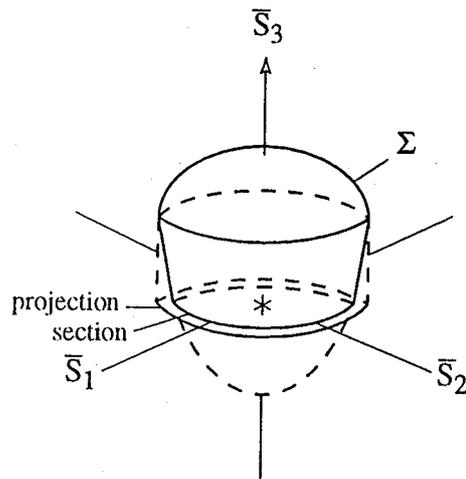


Fig. 3.3. Schematisation 3-D d'une surface équipotentielle Σ , de sa section par $\{\bar{S}_1, \bar{S}_2\}$, et de sa projection sur $\{\bar{S}_1, \bar{S}_2\}$.

de symétries de sa texture [Canova et al., 1985]. Ainsi, lorsque la texture présente un *plan de symétrie*, par exemple orthogonal à la direction $x'x$, les sous-espaces $\{\Pi, \bar{S}_3\}$ et $\{\bar{S}_4, \bar{S}_5\}$ (c'est-à-dire, en notation tensorielle $\{\Pi, \bar{S}_{23}\}$ et $\{\bar{S}_{12}, \bar{S}_{13}\}$) sont fermés. Lorsque la texture présente un *axe de symétrie de révolution* (texture fibre), par exemple l'axe $z'z$, les sous-espaces $\{\Pi\}$, $\{\bar{S}_3\}$, $\{\bar{S}_4\}$, $\{\bar{S}_5\}$ sont fermés, ainsi que toute réunion de deux de ces sous-espaces (notons qu'une erreur s'est glissée dans l'article de Canova et al. [1985]: toute réunion de trois de ces sous-espaces n'est pas fermée dans le cas général). Dans ce cas, les sections de la surface équipotentielle Σ par les sous-espaces $\{\bar{S}_3, \bar{S}_4\}$ et $\{\bar{S}_1, \bar{S}_5\}$ sont des cercles, et la connaissance de Σ dans le sous-espace 3-D $\{\Pi, \bar{S}_3\}$ permet une description complète de Σ dans l'espace à 5 dimensions.

On considère généralement, en première approximation, que la texture des glaces polaires froides présente une symétrie de révolution. Par exemple, pour les glaces de Byrd d'une profondeur inférieure à 1800m, l'axe vertical *in-situ* est à peu près un axe de symétrie; pour les glaces de Vostok, l'axe de symétrie serait un axe horizontal *in-situ*. La connaissance des sous-espaces fermés pour ces glaces permet entre autre de connaître, qualitativement, quelle sera la réponse du matériau lors d'un essai mécanique.

Parallèlement aux surfaces équipotentielles, nous introduisons la notion de surfaces "équi-puissance" $\Sigma'(\dot{W}_0)$, définies dans l'espace des contraintes à 5 dimensions par l'ensemble des vecteurs \bar{S} vérifiant la condition $\dot{W}(\bar{S}) = \dot{W}_0$, avec \dot{W}_0 une constante réelle positive. En général, la règle de la normalité ne s'applique pas pour ces surfaces. On définit d'autre part la section et la projection d'une surface $\Sigma'(\dot{W}_0)$ exactement de la même manière que les section et projection d'une surface équipotentielle $\Sigma(\Phi_0)$. Il est important de réaliser qu'avec cette définition, la projection de $\Sigma'(\dot{W}_0)$ ne correspond pas à une projection au sens géométrique, mais est définie à partir des projections de plusieurs surfaces équipotentielles.

Avec les modèles statique, VPSC, et Taylor, il est relativement aisé de déterminer une section ou une projection d'une surface $\Sigma'(\dot{W}_0)$. Le calcul numérique de la *projection* de $\Sigma'(\dot{W}_0)$ sur un sous-espace à 2 dimensions consiste à générer plusieurs vecteurs \bar{D} parallèles à ce sous-espace et de norme quelconque. On calcule pour chaque \bar{D} la réponse macroscopique \bar{S} correspondante. La projection de la surface $\Sigma'(\dot{W}_0)$ est le lieu des points dont les coordonnées sont les composantes du vecteur

$\left(\frac{\dot{W}_0}{\bar{S}:\bar{D}}\right)^{1/(n+1)} \bar{S}$. Par exemple, pour tracer la projection de $\Sigma'(\dot{W}_0)$ sur $\{\bar{S}_1, \bar{S}_2\}$, on calcule la réponse

du polycristal pour des vecteurs $\bar{D} = (\cos\psi_d; \sin\psi_d; 0; 0; 0)$, avec $0^\circ < \psi_d < 360^\circ$. L'équation

paramétrique de Σ' s'écrit, dans $\{\bar{S}_1, \bar{S}_2\}$:

$$(3.58) \quad \begin{cases} x = \left(\frac{\dot{W}_0}{\cos \psi_d \cdot \bar{S}_1 + \sin \psi_d \cdot \bar{S}_2} \right)^{1/(n+1)} \bar{S}_1 \\ y = \left(\frac{\dot{W}_0}{\cos \psi_d \cdot \bar{S}_1 + \sin \psi_d \cdot \bar{S}_2} \right)^{1/(n+1)} \bar{S}_2 \end{cases}$$

De même, on calcule une *section* de Σ' par un sous-espace 2-D en déterminant la réponse \bar{D} du polycristal pour plusieurs vecteurs \bar{S} appartenant à ce sous-espace. Par exemple, la section par $\{\bar{S}_1, \bar{S}_2\}$ s'obtient en calculant les \bar{D} correspondants aux vecteurs $\bar{S} = (\cos \psi_s; \sin \psi_s; 0; 0)$, avec $0^\circ < \psi_s < 360^\circ$. On utilise ensuite la relation 3.58 pour déterminer l'équation paramétrique de la section.

Pour les modèles statique et de Taylor, la propriété 3.16 ($\bar{S}:\bar{D} = \langle \underline{S}^g:\underline{D}^g \rangle$) ainsi que la forme particulière de la loi de comportement microscopique 3.8 implique une expression très simple pour v [Hutchinson, 1976]:

$$(3.59) \quad v = \frac{1}{n+1}$$

et donc une relation très simple entre \dot{W} et $\Phi(\bar{S})$, à une constante près:

$$(3.60) \quad \Phi(\bar{S}) = \frac{\dot{W}}{n+1}$$

Pour ces deux modèles, la détermination d'une surface equipotentielle $\Sigma(\Phi_0)$ est donc possible, puisque cette surface est confondue avec la surface equipuissance $\Sigma'(\dot{W}_0)$ avec $\dot{W}_0 = (n+1)\Phi_0$.

Concernant le modèle VPSC, nous verrons dans le chapitre suivant que la condition $\bar{S}:\bar{D} = \langle \underline{S}^g:\underline{D}^g \rangle$ n'est généralement pas vérifiée. *A priori*, il n'existe pas d'expression simple pour v , qui est, d'après la relation 3.54, une fonction de \bar{S} dans le cas général. Les surfaces equipotentielles $\Sigma(\Phi_0)$ ne peuvent donc pas être définies directement à partir des surfaces $\Sigma'(\dot{W}_0)$. Une des possibilités pour déterminer les surfaces equipotentielles avec le modèle VPSC serait de résoudre numériquement l'équation 3.56. Ce traitement ne sera cependant pas abordé dans ce travail.

3.6. CALCUL DES ROTATIONS

En grande déformation, une orientation préférentielle des axes cristallographiques (fabrique) apparaît. On définit un repère microscopique, dont l'orientation est liée aux axes cristallographiques, et un repère macroscopique, lié au laboratoire. La vitesse de rotation totale d'un grain par rapport au repère macroscopique est égale à la somme de (figure 3.4):

(i) la vitesse de rotation par rapport au repère microscopique. Cette vitesse de rotation plastique \underline{W}^P est donnée par:

$$(3.61) \quad \underline{W}^P = \sum_{s=1}^S \frac{1}{2} (\mathbf{n}^s \otimes \mathbf{b}^s - \mathbf{b}^s \otimes \mathbf{n}^s) \dot{\gamma}^s$$

(ii) la vitesse de rotation des axes cristallographiques \underline{W}^C , représentant la vitesse de rotation du repère microscopique par rapport au repère macroscopique.

S'il n'y a pas de glissement intercrystallin, alors cette somme doit être égale à la vitesse de rotation locale \underline{W}^L à l'intérieur du polycristal, c'est à dire:

$$(3.62) \quad \underline{W}^C = \underline{W}^L - \underline{W}^P$$

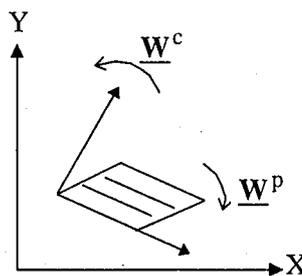


Fig. 3.4. Rotation plastique et rotation cristallographique lors de la déformation d'un grain.

Dans l'approche auto-cohérente "n sites" de Molinari et al. [1987], \underline{W}^L est donné par la partie antisymétrique de 3.26. Dans la formulation de Lebensohn et Tomé [1993], il apparaît le terme \underline{W}^e :

$$(3.63) \quad \underline{W}^L = \underline{\bar{W}} + \underline{W}^e$$

qui représente la vitesse de rotation de l'ellipsoïde par rapport à un repère lié au polycristal. \underline{W}^e est donné par la partie antisymétrique de 3.41:

$$(3.64) \quad \underline{W}^e = \underline{\Pi}^{\text{Esh}} : \underline{D}^L = \underline{\Pi}^{\text{Esh}} : \underline{S}^{\text{Esh}^{-1}} : (\underline{D}^g - \underline{\bar{D}})$$

Le tenseur d'Eshelby viscoplastique antisymétrique $\underline{\Pi}^{\text{Esh}}$ est défini par la relation:

$$(3.65) \quad \Pi_{ijmn}^{\text{Esh}} = \frac{1}{2} (\Lambda_{ikjl} - \Lambda_{jkil}) M_{klmn}^{(\text{tg})^{-1}}$$

$\underline{\Pi}^{\text{Esh}}$ est donc homogène de degré 0 en $\underline{M}^{(\text{tg})}$, et dépend de la forme de l'ellipsoïde. La vitesse de rotation \underline{W}^e s'annule lorsque le tenseur $\underline{M}^{(\text{tg})}$ des complaisances tangentes est isotrope. L'influence de \underline{W}^e augmente avec l'anisotropie du HEM et avec le facteur d'aspect du grain.

Dans le modèle de Taylor, le champ de gradient de vitesse est strictement uniforme. \underline{W}^L est donc égal à $\underline{\bar{W}}$ en tout point du polycristal, et la relation 3.62 devient:

$$(3.66) \quad \underline{W}^c = \underline{\bar{W}} - \underline{W}^p$$

Dans le modèle statique, \underline{W}^L ne peut être défini rigoureusement car le champ de vitesse n'est pas continu dans le polycristal. La relation 3.66 est utilisée pour *estimer* \underline{W}^c . Cette approximation ne devrait cependant pas conduire à des résultats trop erronés puisque, si le polycristal comporte un nombre de grains suffisamment grand, la rotation locale moyenne autour des grains ayant une orientation similaire doit être voisine de $\underline{\bar{W}}$.

On voit apparaître ici l'incohérence du modèle statique, dans lequel une condition de compatibilité est imposée pour le calcul des rotations, alors que les déformations sont complètement

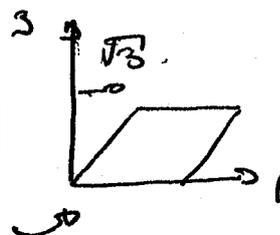
libres. Il est important de retenir que le modèle statique n'est pas rigoureux en déformations finies.

Nous avons vu dans un paragraphe précédent que l'introduction d'un coefficient d'interaction infini dans la loi d'interaction 3.42 permet de retrouver, à partir de la formulation auto-cohérente, le comportement du modèle statique. Il est important de remarquer que cette propriété n'est plus vérifiée pour le développement de texture, puisque le terme \underline{W}^e n'est pas nul dans le cas général d'un HEM anisotrope.

3.7. CALCUL INCREMENTAL EN DEFORMATION FINIE

A la surface du polycristal, on applique soit un gradient de vitesse uniforme $\underline{\bar{L}}$, soit une contrainte uniforme $\underline{\bar{S}}$. Dans le premier cas, par exemple pour une compression uniaxiale et un cisaillement simple, $\underline{\bar{L}}$ est donné respectivement par:

$$(3.67) \quad \underline{\bar{L}} = \underline{\bar{D}}_{eq} \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & -1.0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{\bar{L}} = \underline{\bar{D}}_{eq} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Dans le cas où $\underline{\bar{S}}$ est imposé, nous choisirons toujours $\underline{\bar{W}} = 0$.

Les vitesses de rotation \underline{W}^c étant non nulles, les tenseurs de Schmid \underline{r}^s sont des fonctions du temps. La déformation finie imposée est décomposée en une somme de déformations infinitésimales (pas de déformation), pendant lesquelles les tenseurs \underline{r}^s sont supposés constants. On détermine ainsi un pas de temps dt^i pour chaque pas de déformation i . dt^i est calculé de telle manière que la déformation équivalente $\bar{\epsilon}_{eq}^i$ pendant le pas de calcul soit égale à 1%:

$$(3.68) \quad \bar{\epsilon}_{eq}^i = dt^i \cdot \bar{D}_{eq}^i = 1\%$$

La déformation équivalente totale est définie par la somme des $\bar{\epsilon}_{eq}^i$ sur tous les K pas de déformation:

$$(3.69) \quad \bar{\epsilon}_{eq} = \sum_{i=1}^K \bar{\epsilon}_{eq}^i = K / 100$$

Notons que $\bar{\varepsilon}_{eq}$ ne représente seulement qu'une mesure scalaire de la déformation totale. Le tenseur gradient de transformation macroscopique $\bar{\mathbf{F}}^i$ du pas i est donné par la relation:

$$(3.70) \quad \bar{\mathbf{F}}^i = \exp(dt \cdot \bar{\mathbf{L}})$$

où la fonction exponentielle est définie, pour les tenseurs du second ordre, par:

$$(3.71) \quad \exp(\underline{\mathbf{A}}) = \underline{\mathbf{I}} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\underline{\mathbf{A}}^n}{n!}$$

Le tenseur gradient de transformation total $\bar{\mathbf{F}}$ est le produit de tous les $\bar{\mathbf{F}}^i$:

$$(3.72) \quad \bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{F}}^K \cdot \bar{\mathbf{F}}^{K-1} \dots \bar{\mathbf{F}}^i \dots \bar{\mathbf{F}}^2 \bar{\mathbf{F}}^1$$

Dans le cas où $\bar{\mathbf{L}}$ n'est pas une fonction de temps ($\bar{\mathbf{L}}$ constant), alors dt^i est constant, et $\bar{\mathbf{F}}$ et $\bar{\varepsilon}_{eq}$ sont reliés par:

$$(3.73) \quad \bar{\mathbf{F}} = \exp\left(\frac{\bar{\varepsilon}_{eq}}{D_{eq}} \bar{\mathbf{L}}\right)$$

La relation 3.73 donne alors respectivement, par exemple pour une compression uniaxiale et un cisaillement simple:

$$(3.74) \quad \bar{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \exp(\bar{\varepsilon}_{eq}/2) & 0 & 0 \\ 0 & \exp(\bar{\varepsilon}_{eq}/2) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(-\bar{\varepsilon}_{eq}) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sqrt{3}\bar{\varepsilon}_{eq} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.8. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons décrit le modèle auto-cohérent viscoplastique de Molinari et al. [1987]. Nous avons mis en évidence les hypothèses majeures de la formulation "1 site", et discuté de la validité de ce modèle pour une application à la glace. Nous reviendrons sur ces points particuliers

dans les chapitres suivants, à la vue des résultats numériques. De par sa construction, le modèle VPSC ne peut s'appliquer à la glace que pour des contraintes déviatoires relativement élevées, pour lesquelles l'influence des processus de recristallisation dynamique sur le comportement macroscopique est négligeable. Ces conditions conduisent à une valeur de l'exposant macroscopique $n=3$. Dans la suite de ce travail, nous allons utiliser le modèle VPSC de Lebensohn et Tomé [1993], qui est équivalent à la formulation "1 site" de Molinari et al., mais dont le code numérique a la particularité de prendre complètement en compte les anisotropies microscopique et macroscopique. Cette propriété est nécessaire pour une application réaliste à la glace, étant donnée la très forte anisotropie du monocristal.

Nous avons aussi présenté les modèles statique et de Taylor, qui donnent respectivement une borne inférieure et une borne supérieure au comportement macroscopique. D'après Lliboutry et Duval [1985], le modèle statique devrait s'appliquer aux glaces polaires *in-situ*, qui sont déformées sous de très faibles contraintes déviatoires, si l'on considère que la migration des joints de grains associée à la recristallisation dynamique relaxe de façon significative le champ de contraintes internes. Le modèle de Taylor, quant à lui, semble mal adapté à la glace, car l'activation de 5 systèmes de glissement indépendants est nécessaire.

Dans le chapitre suivant, nous allons déterminer les paramètres microscopiques de ces trois modèles. Dans les chapitres 5 et 6, nous les utiliserons pour étudier le comportement mécanique des glaces anisotropes et le développement de texture dans les calottes polaires.

CHAPITRE 4.

DETERMINATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE D'UN GRAIN *IN-SITU*

4.1. INTRODUCTION

Pour qu'un modèle de polycristal puisse s'appliquer à un matériau donné, il faut qu'il prenne en compte les principaux mécanismes de déformation de ce matériau. En d'autres termes, cela signifie qu'il doit être possible de trouver des valeurs particulières des paramètres du modèle qui permettent de reproduire convenablement tous les comportements mécaniques mesurés expérimentalement.

Dans les modèles statique, VPSC, et Taylor, le comportement macroscopique est déterminé uniquement à partir de la texture du polycristal et de la rhéologie de ses grains. La texture est une fonction de l'histoire thermomécanique complète; elle caractérise l'échantillon polycristallin. Ainsi, les seuls paramètres constants dans ces modèles sont ceux qui interviennent dans la loi de comportement microscopique 3.8. Il s'agit: (i) de l'orientation des systèmes de glissement par rapport aux axes du cristal (indices de Miller); (ii) de la contrainte de référence (RRSS) τ_0^s et (iii) de l'exposant n^s des contraintes, associés à chaque système de glissement s .

L'observation en laboratoire de la structure et du mouvement des dislocations dans la glace ne permet pas une détermination précise directe de tous ces paramètres. La mesure du comportement mécanique d'un polycristal (échelle macroscopique) est d'autre part plus aisée et relativement précise. De plus, les comportements mécaniques d'un monocristal isolé et d'un grain *in-situ* (c'est à dire à l'intérieur d'un polycristal) sont *a priori* différents; en effet, les principales sources et puits de dislocations que sont respectivement la surface libre du monocristal et les joints de grains du polycristal n'ont pas la même structure.

Dans ce chapitre, nous allons modéliser le comportement mécanique de plusieurs polycristaux pour différentes valeurs des paramètres de la loi de comportement microscopique. La démarche adoptée consiste à confronter les résultats des modèles avec les résultats d'essais mécaniques sur des échantillons de glace polycristalline fortement anisotropes. Ce traitement nous permettra de

déterminer les valeurs des paramètres microscopiques pour un grain *in-situ*. Les valeurs obtenues pour ces paramètres seront comparées avec les observations sur les dislocations et avec les mesures du comportement mécanique d'un monocristal isolé. Nous limitons cette étude aux cas de déformations sous de fortes contraintes ($\bar{S}_{eq} > 0.2 \text{MPa}$) pour lesquels la valeur de l'exposant macroscopique est $n=3$; nous excluons cependant les contraintes très élevées conduisant à la microfissuration.

Le plan de ce chapitre est le suivant: nous définirons dans le paragraphe 4.2 les systèmes de glissement de dislocations, ainsi que la valeur des exposants des contraintes; dans le paragraphe 4.3, nous déterminerons à partir de résultats d'essais mécaniques sur des monocristaux la valeur des RRSS pour un monocristal isolé; dans le paragraphe 4.4, nous étudierons l'influence de la valeur des RRSS sur le comportement d'une glace isotrope; enfin, dans le paragraphe 4.5, nous déterminerons les RRSS de façon plus précise en comparant les résultats d'essais mécaniques sur des glaces polaires fortement anisotropes avec les résultats des modèles.

4.2. CHOIX DES SYSTEMES DE GLISSEMENT DANS LE MONOCRISTAL DE GLACE

Les systèmes de glissement choisis pour le monocristal de glace sont résumés dans le tableau 4.1 et représentés schématiquement sur la figure 4.1. Le nombre de systèmes indépendants par famille de glissement s'obtient en vérifiant l'unicité de la solution $\dot{\gamma}^s$ du système d'équations 3.8 (on vérifie ainsi que ce nombre ne peut dépasser 5, puisque les tenseurs \underline{r}^s sont symétriques et de trace nulle).

Le glissement de dislocations dans le plan de base ne fournit que 2 systèmes indépendants. 5 systèmes indépendants sont cependant nécessaires pour permettre une déformation microscopique quelconque. L'observation expérimentale des dislocations ne permet pas de définir avec exactitude les familles non-basales. Le glissement des courts segments coin non-basaux avec un vecteur de Burgers basal peut être modélisé, en première approximation, par la famille prismatique $\{01\bar{1}0\} \langle 2\bar{1}10 \rangle$. Cette famille apporte 2 systèmes indépendants supplémentaires. Nous choisissons de plus la famille pyramidale $\{11\bar{2}2\} \langle 11\bar{2}3 \rangle$ proposée par Hutchinson [1977] et Duval et al. [1983]. Cette famille présente 5 systèmes indépendants si le rapport c/a est différent de 1 (ce qui est le cas de la glace: $c/a=1.629$). Nous appelons τ_a , τ_b , et τ_c les contraintes de référence (RRSS) respectivement pour les familles basale, prismatique, et pyramidale.

Soit le repère (Oxyz) tel que l'axe $z'z$ soit parallèle à l'axe c du monocristal. Le glissement de dislocations basales induit les déformations ϵ_{13} et ϵ_{23} , et le glissement prismatique les déformations ϵ_{11} , ϵ_{22} , et ϵ_{12} . On remarque donc que ces deux familles ne sont à l'origine que de déformations

Famille	Syst.	Indpt.	Déformations	n^s	RRSS
basale	$\{0001\} \langle 11\bar{2}0 \rangle$	3	$\epsilon_{13}, \epsilon_{23}$	3	τ_a
prismatique	$\{01\bar{1}0\} \langle 2\bar{1}10 \rangle$	3	$\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{12}$	3	τ_b
pyramidale	$\{11\bar{2}2\} \langle 112\bar{3} \rangle$	6	toutes	3	τ_c

Tab. 4.1. Familles de glissement, nombre total de systèmes par famille, nombre de systèmes indépendants par famille, déformation produite par le glissement de dislocations, exposant des contraintes n^s , et contrainte de référence.

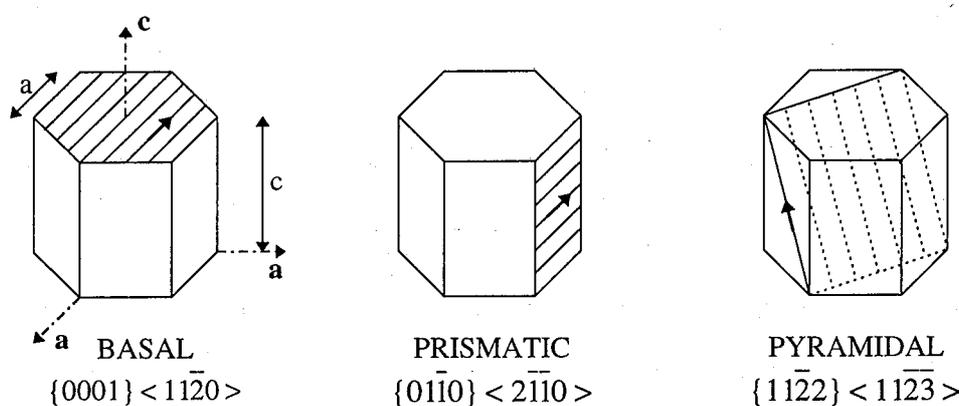


Fig. 4.1. Plans de glissement et directions des vecteurs de Burgers

strictement distinctes. De plus, une déformation axiale ϵ_{33} dans la direction de l'axe c ne peut être obtenue que par l'activation des systèmes pyramidaux.

Dans un monocristal de glace isolé, l'exposant des contraintes dépend du système de glissement considéré. Lorsque seul le glissement basal est sollicité, cet exposant est égal à 2 ± 0.2 . Lorsqu'il y a seulement du glissement non-basal, il semble être plutôt proche de 3. Cette dernière valeur est cependant incertaine étant donné les difficultés expérimentales rencontrées (voir paragraphe 2.2.). D'autre part, il n'a jamais été publié de résultats d'essais mécaniques faisant intervenir simultanément une déformation de cisaillement dans le plan de base et une déformation axiale dans une direction parallèle ou orthogonale au plan de base, activant ainsi à la fois les systèmes basaux et les systèmes non-basaux. D'après Fukuda et al. [1987], Ahmad et Whitworth [1988], et

Shearwood et Whitworth [1993], le glissement rapide des segments coin non-basaux est un mécanisme efficace de génération de dislocations basales. La valeur des exposants microscopiques n'est donc pas connue dans le cas général d'une déformation quelconque d'un monocristal isolé.

Pour un grain situé à l'intérieur d'un polycristal (grain *in-situ*), les joints de grains sont les sources et puits de dislocations dominants [Liu et al., 1993]. Le comportement mécanique d'un grain *in-situ* dépend largement de l'efficacité de ces sources et puits pour la production et l'annihilation des dislocations. *A priori*, un joint de grain doit avoir une efficacité différente de la surface libre d'un monocristal isolé. En conséquence, pour ce qui concerne la sensibilité de la vitesse de déformation à la contrainte, le comportement d'un grain *in-situ* n'est pas connu *a priori*.

Nous simplifions donc quelques peu le problème en prenant la même valeur de l'exposant pour tous les systèmes de glissement. Dans ce cas, cette valeur est aussi celle de l'exposant macroscopique, puisque l'on suppose que le glissement de dislocations est le seul mécanisme de déformation. Nous choisissons donc (tableau 4.1):

$$(4.1) \quad n^s = n = 3$$

L'avantage de ce choix réside dans la simplification de la formulation du modèle VPSC et de l'exploitation des résultats numériques.

4.3. DETERMINATION DES CONTRAINTES DE REFERENCE POUR UN MONOCRISTAL ISOLE

Nous appliquons la loi de comportement microscopique 3.8 au monocristal de glace. Considérant les résultats d'essais mécaniques reportés sur la figure 2.7, nous allons déterminer dans ce paragraphe les contraintes de référence pour un monocristal isolé.

Nous calculons dans un premier temps la valeur de τ_a . Soient θ^i les angles entre l'axe $x^i x^i$ du repère de référence (l'axe $z^i z^i$ est parallèle à l'axe c) et les directions de glissement dans le plan de base (figure 4.2):

$$(4.2) \quad \theta^1 = \theta \quad \theta^2 = \theta + 120^\circ \quad \theta^3 = \theta + 240^\circ$$

où θ est un angle quelconque. Les trois tenseurs de Schmid de la famille basale ont pour composantes dans (Oxyz):

$$(4.3) \quad \underline{\mathbf{r}}^i = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos \theta^i \\ 0 & 0 & \sin \theta^i \\ \cos \theta^i & \sin \theta^i & 0 \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, 3$$

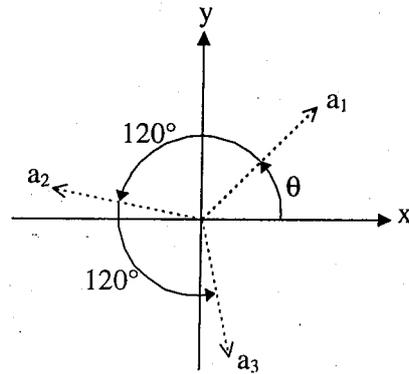


Fig. 4.2. Orientation des directions du glissement basal par rapport au repère (Oxyz)

Le glissement pyramidal peut engendrer des déformations ϵ_{13} et ϵ_{23} . Cependant, d'après la figure 2.7, τ_c est très supérieur à τ_a . Ainsi, lorsque la cisson réduite dans le plan de base n'est pas nulle, la contribution aux vitesses de déformation D_{13} et D_{23} du glissement pyramidal peut être négligée devant la contribution du glissement basal. Si l'on soumet un monocristal à un état de contrainte quelconque, et si l'on ne prend pas en compte le glissement non-basal, alors les composantes du tenseur vitesse de déformation sont données par:

$$(4.4) \quad \underline{\mathbf{D}} = \frac{\dot{\gamma}_0}{2\tau_a^{n_{basal}}} \sum_{i=1}^3 |\tau_r^i|^{n_{basal}-1} \tau_r^i \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos \theta^i \\ 0 & 0 & \sin \theta^i \\ \cos \theta^i & \sin \theta^i & 0 \end{bmatrix}$$

avec

$$(4.5) \quad \tau_r^i = S_{13} \cos \theta^i + S_{23} \sin \theta^i$$

Un calcul simple montre que le plan de base n'est isotrope que pour $n^{basal} = 1$ ou $n^{basal} = 3$. Cependant, pour $1 < n^{basal} < 4$, l'anisotropie reste faible. D'après Kamb [1961], l'angle entre la direction de la cisssion réduite dans le plan de base et la direction de glissement ne dépasse pas 2.9° . Pour $\theta = 0$ et $S_{23} = 0$, c'est à dire lorsque la cisssion réduite est parallèle à une direction a de glissement basal, la relation 4.4 donne:

$$(4.6) \quad \underline{D} = \frac{\dot{\gamma}_0}{2} \left(1 + \frac{1}{2^{n^{basal}}} \right) \frac{|S_{13}|^{n^{basal}+1} S_{13}}{\tau_a^{n^{basal}}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

soit encore, lorsque toutes les composantes de \underline{S} sont nulles, sauf S_{13} et S_{31} :

$$(4.7) \quad D_{eq}^{basal} = \dot{\gamma}_0 \frac{1}{\sqrt{3}^{n^{basal}+1}} \left(1 + \frac{1}{2^{n^{basal}}} \right) \left(\frac{S_{eq}^{basal}}{\tau_a} \right)^{n^{basal}}$$

$n=3:$
 $D_{\gamma} = \dot{\gamma}_0 \cdot \frac{1}{8} \left(\frac{S_{31}}{c_0} \right)^3$
 $n=2:$
 $D_{\gamma} = \dot{\gamma}_0 \cdot \frac{5}{12\sqrt{3}} \left(\frac{S_{31}}{c_0} \right)^2$

La courbe supérieure de la figure 2.7. et l'équation 4.7 permettent de calculer une valeur moyenne de τ_a . Nous trouvons, pour $S_{eq}^{basal} = 1\text{MPa}$ et $n^{basal} = 3$:

$$(4.8a) \quad \tau_a = 11\text{MPa}$$

Différents paramètres peuvent modifier la valeur de τ_a . Muguruma [1969] a notamment mis en évidence l'influence significative de l'état de surface de l'échantillon monocristallin sur son comportement. Etant donné la dispersion des points expérimentaux, on estime l'incertitude sur τ_a à un facteur 2, soit

$$5\text{MPa} \leq \tau_a \leq 22\text{MPa} .$$

D'une façon similaire, il est possible de déterminer les RRSS des systèmes non-basaux. Les essais mécaniques utilisés pour la construction de la courbe inférieure de la figure 2.7. ont été faits par compression uniaxiale d'un monocristal soit parallèlement, soit orthogonalement à son axe c . Cette distinction nous permet d'estimer τ_b et τ_c séparément. La résolution de l'équation 3.8 donne les bornes inférieures suivantes:

$$(4.8b) \quad \tau_b \geq 297\text{MPa} = 27\tau_a$$

$$(4.8c) \quad \tau_c \geq 429\text{MPa} = 39\tau_a$$

Cependant, il faut remarquer que les essais mécaniques pris comme référence dans ce paragraphe (figure 2.7.) n'induisent l'activation que d'un nombre restreint de systèmes de glissement. Les résultats des essais ont permis la détermination des différents RRSS d'un monocristal isolé, mais pour le *type particulier de déformation* qu'il a subi. D'après Kocks [1970], les RRSS devraient être déterminés par des expériences faisant intervenir du glissement sur plusieurs systèmes simultanément.

Les sources et puits de dislocations d'un monocristal isolé et d'un grain *in-situ* sont de natures différentes. Ainsi, les valeurs des RRSS données par les relations 4.8 ne peuvent pas, *a priori*, être utilisées pour la modélisation du comportement mécanique d'un polycristal.

Dans les deux paragraphes suivants, nous déterminons les RRSS *in-situ* qui permettent de reproduire le comportement des glaces polycristallines isotrope et anisotropes.

4.4. INFLUENCE DE LA VALEUR DES CONTRAINTES DE REFERENCE SUR LE COMPORTEMENT D'UN POLYCRISTAL ISOTROPE

La loi isotrope de Norton-Hoff 2.2 peut être réécrite sans perte de généralité en fonction de la contrainte équivalente et de la vitesse de déformation équivalente [Hutchinson, 1976]:

$$(4.9) \quad \bar{D}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\bar{D}_{eq}}{\bar{S}_{eq}} \bar{S}_{ij}$$

ou bien, dans l'espace à 5 dimensions (annexe B):

$$(4.10) \quad \bar{D}_i = \frac{3}{2} \frac{\bar{D}_{eq}}{\bar{S}_{eq}} \bar{S}_i$$

avec la relation:

$$(4.11) \quad \bar{D}_{eq} = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{\bar{S}_{eq}}{\sigma_0} \right)^n$$

Pour une complète équivalence, la relation entre la contrainte de référence macroscopique σ_0 et le coefficient B_0 à la température T_0 doit être donnée:

$$(4.12) \quad B_0 = \dot{\gamma}_0 \frac{\sqrt{3}^{n+1}}{\sigma_0^n}$$

En prenant $\dot{\gamma}_0 = 1s^{-1}$, la relation 4.11 montre que la connaissance de σ_0 détermine entièrement le comportement d'une glace polycristalline isotrope. A $-10^\circ C$, nous prendrons comme valeurs de référence $B_0 = 7.0 \times 10^{-7} MPa^{-3}s^{-1}$, soit $\sigma_0 = 234 MPa$ (avec $n=3$). B_0 étant connu à un facteur 2 près, l'incertitude sur σ_0 est donc d'environ $\pm 25\%$.

La relation entre le comportement d'une glace polycristalline isotrope et d'un grain *in-situ* peut être illustrée par la valeur du rapport σ_0 / τ_a . Ce rapport exprime la différence de viscosité entre une glace polycristalline isotrope et un grain déformé par glissement basal. Cependant, la valeur de τ_a *in-situ* n'est pas connue. On peut dans un premier temps calculer ce rapport en utilisant la valeur de τ_a pour un monocristal isolé (relation 4.8a). On peut ainsi espérer obtenir l'ordre de grandeur de $\sigma_0 / \tau_a^{in-situ}$.

Pour une même valeur de la vitesse de déformation équivalente microscopique et macroscopique ($\bar{D}_{eq} = D_{eq}^{basal}$), $\sigma_0 / \tau_a^{isolé}$ exprime le rapport entre la contrainte équivalente appliquée à un polycristal isotrope et celle appliquée à un monocristal *isolé* déformé par glissement basal:

$$(4.13) \quad \frac{\sigma_0}{\tau_a^{isolé}} = 2 \frac{\bar{S}_{eq}}{S_{eq}^{basal}}$$

Ce résultat s'obtient aisément en combinant les relations 4.7 et 4.11. Les résultats expérimentaux de la figure 2.7 conduisent donc à:

$$(4.14) \quad \frac{\sigma_0}{\tau_a^{isolé}} = 21_{-13}^{+37}$$

en tenant compte des incertitudes estimées précédemment, soit $8 \leq \sigma_0 / \tau_a^{isolé} \leq 58$.

Nous allons maintenant comparer ce résultat avec les valeurs de σ_0 / τ_a obtenues avec les modèles statique, VPSC, et Taylor. La figure 4.3 montre les valeurs de σ_0 / τ_a pour différentes

valeurs du rapport τ_a / τ_b , et pour $\tau_b = \tau_c$. Pour $\tau_a / \tau_b = 1$, le monocristal est quasi-isotrope. Une faible valeur de τ_a / τ_b correspond au cas où seul le glissement basal est facile.

Nous voyons que les modèles statique, VPSC, et Taylor donnent des résultats très voisins pour $\tau_a / \tau_b = 1$. L'écart devient cependant important pour les faibles valeurs de τ_a / τ_b : il peut être supérieur à un ordre de grandeur entre les modèles statique et Taylor.

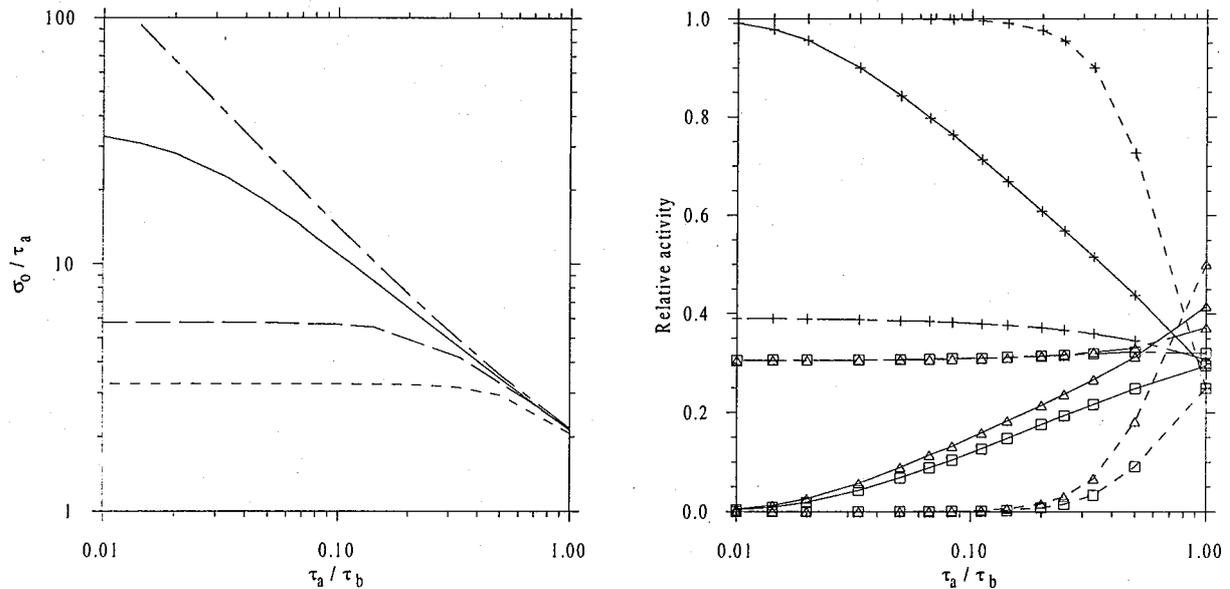


Fig. 4.3. Réponse σ_0 / τ_a d'un polycristal isotrope et activité relative des systèmes de glissement, en fonction de la dureté des systèmes prismatiques et pyramidaux, pour $\tau_b = \tau_c$. Le polycristal est composé de 1000 grains orientés aléatoirement. - - - : statique; - - : VPSC isotrope; — : VPSC anisotrope; . . . : Taylor; + : basal; \square : prismatique; Δ : pyramidal.

Sur la figure 4.3, nous avons aussi reporté les résultats du modèle VPSC isotrope (correspondant à la condition 3.33) que nous avons utilisé dans les premiers mois de ce travail de thèse. Si l'on compare les résultats de ce modèle avec ceux du modèle VPSC anisotrope de Lebensohn et Tomé [1993], on remarque que la condition d'isotropie 3.33 a une influence significative sur la valeur de σ_0 / τ_a pour $\tau_a / \tau_b \leq 0.3$. Pour $\tau_a / \tau_b = 0.01$, le modèle VPSC isotrope donne une valeur de σ_0 / τ_a environ six fois plus faible que celle calculée avec le modèle anisotrope. Cela signifie que, même pour un polycristal isotrope, l'hypothèse d'isotropie du module tangent macroscopique n'est pas valable lorsque l'anisotropie microscopique est grande. Le modèle

VPSC isotrope n'est donc pas applicable à la glace. Pour cette raison, nous ne présentons que les résultats du modèle anisotrope.

Lorsque les glissements prismatiques et pyramidaux sont entièrement supprimés ($\tau_b = \tau_c \rightarrow \infty$), les grains ne peuvent plus se déformer que par glissement dans les plans de base. En particulier, aucune déformation axiale microscopique n'est possible (tableau 4.1). Dans ces conditions, on voit que le modèle de Taylor prédit une valeur infinie pour σ_0 / τ_a . Cela s'explique par le fait qu'il ne reste plus que deux systèmes de glissement indépendants (glissement basal), alors que cinq systèmes sont nécessaires. A la différence, les modèles VPSC (anisotrope) et statique sont bornés par les valeurs $\sigma_0 / \tau_a = 32.9$ et $\sigma_0 / \tau_a = 3.27$ respectivement. Cette propriété était prévisible pour le modèle statique, puisqu'aucune condition de compatibilité n'est imposée pour la déformation des grains. La borne supérieure obtenue pour le modèle auto-cohérent montre par contre qu'il est possible de respecter, au moins en moyenne, à la fois l'équilibre du champ de contrainte et la condition de compatibilité lorsque les grains ne possèdent que deux systèmes de glissement indépendants.

La figure 4.3 montre aussi l'activité relative moyenne des trois familles de glissement en fonction du rapport τ_a / τ_b . L'activité d'une famille est définie par la contribution du glissement sur les systèmes de cette famille à la déformation totale du polycristal (voir annexe D).

Pour $\tau_a / \tau_b = 1$, on remarque que les activités basale, prismatique, et pyramidale données par les modèles statique, VPSC, et Taylor sont relativement différentes, alors que les valeurs de σ_0 / τ_a sont très proches. Ces modèles distribuent de manière différente la déformation microscopique sur les systèmes de glissement. Cependant, les résistances de tous les systèmes étant égales, on obtient des comportements macroscopiques voisins.

D'une manière générale, l'activité basale augmente lorsque l'on durcit les systèmes prismatiques et pyramidaux. Lorsque $\tau_b = \tau_c \rightarrow \infty$, elle tend vers 1 avec les modèles statique et VPSC. Pour $\tau_b = \tau_c > 10\tau_a$, le glissement basal contribue à plus de 99% de la déformation avec le modèle statique, et à plus de 70% pour l'estimation VPSC. Cependant, cette contribution reste toujours inférieure à 40% avec le modèle de Taylor.

Etant donné la grande prépondérance des dislocations basales dans la glace, les résultats d'un modèle ne peuvent être acceptables que lorsque l'activité basale relative est largement supérieure à l'activité non-basale. Cette condition n'est jamais vérifiée par le modèle de Taylor lorsque $\tau_b = \tau_c$. Elle l'est cependant avec les modèles statique et VPSC pour un rapport τ_a / τ_b inférieur à 0.1 environ.

Dans l'estimation auto-cohérente, les états de contrainte et de déformation ne sont pas homogènes dans le polycristal. Ce modèle donne une solution intermédiaire entre la borne inférieure et la borne supérieure, tant pour les activités basale, prismatique, et pyramidale, que pour la rhéologie du polycristal. L'évolution des activités relatives avec le rapport τ_a / τ_b est similaire à celle obtenue avec le modèle statique. Cependant, la viscosité macroscopique demeure largement contrôlée par la grande résistance des systèmes de glissement non-basal.

Les figures 4.4a montrent le comportement d'un polycristal isotrope lorsque la résistance des systèmes pyramidaux est fixée à $\tau_c = 20\tau_a$, et pour différentes valeurs du rapport τ_c / τ_b , c'est à dire lorsque l'on durcit les systèmes prismatiques. La figure symétrique 4.4b montre le comportement lorsque l'on durcit les systèmes pyramidaux, et pour $\tau_b = 20\tau_a$.

Il apparaît que le modèle statique est complètement insensible à ces durcissements. On n'observe aucune variation du rapport σ_o / τ_a ainsi que des activités relatives. Cela s'explique par le fait que déjà pour $\tau_b = \tau_c = 20\tau_a$, l'activité non-basale est très inférieure à 0.01. Le durcissement d'un système non-basal devrait tendre à en diminuer l'activité, ce qui est impossible. Un tel durcissement est donc sans effet.

Lorsque l'on durcit les systèmes prismatiques dans le modèle de Taylor, le rapport σ_o / τ_a tend vers une valeur limite d'environ 53. L'activité prismatique décroît régulièrement, pour atteindre une valeur nulle lorsque $\tau_b \rightarrow \infty$, alors que l'activité pyramidale augmente jusqu'à 0.74. On observe un comportement très différent lorsque l'on durcit les systèmes pyramidaux. Pour $\tau_c \rightarrow \infty$, le rapport σ_o / τ_a devient infini, alors que les activités relatives gardent une valeur semblable à celle obtenue pour $\tau_b = \tau_c = 20\tau_a$.

D'après le tableau 4.1, la famille de glissement pyramidale présente cinq systèmes indépendants, ce qui est suffisant pour accommoder une déformation quelconque. Il serait donc possible d'appliquer le modèle de Taylor sans glissement basal ni prismatique. Cette propriété explique l'existence d'une borne supérieure pour σ_o / τ_a lorsque le glissement prismatique est supprimé, comme le montre la figure 4.4a. Les systèmes basaux et prismatiques n'offrent par contre ensemble que quatre systèmes indépendants. Lorsque l'on augmente la résistance pyramidale, l'activité pyramidale ne peut devenir nulle, car elle est nécessaire pour l'accommodation des déformations axiales le long de l'axe c . Il en résulte une valeur infinie de σ_o / τ_a lorsque $\tau_b \rightarrow \infty$.

D'après les figures 4.3 et 4.4, le modèle de Taylor prédit une activité basale toujours inférieure à 0.40. Etant donné la nature fortement cinématique de ce modèle, on peut en déduire que l'activité basale calculée ne sera jamais dominante dans un polycristal isotrope quelles que soient les

valeurs de τ_a , τ_b , et τ_c . On en conclue donc que le modèle de Taylor ne peut pas permettre une estimation réaliste des comportements microscopique et macroscopique de la glace polycristalline.

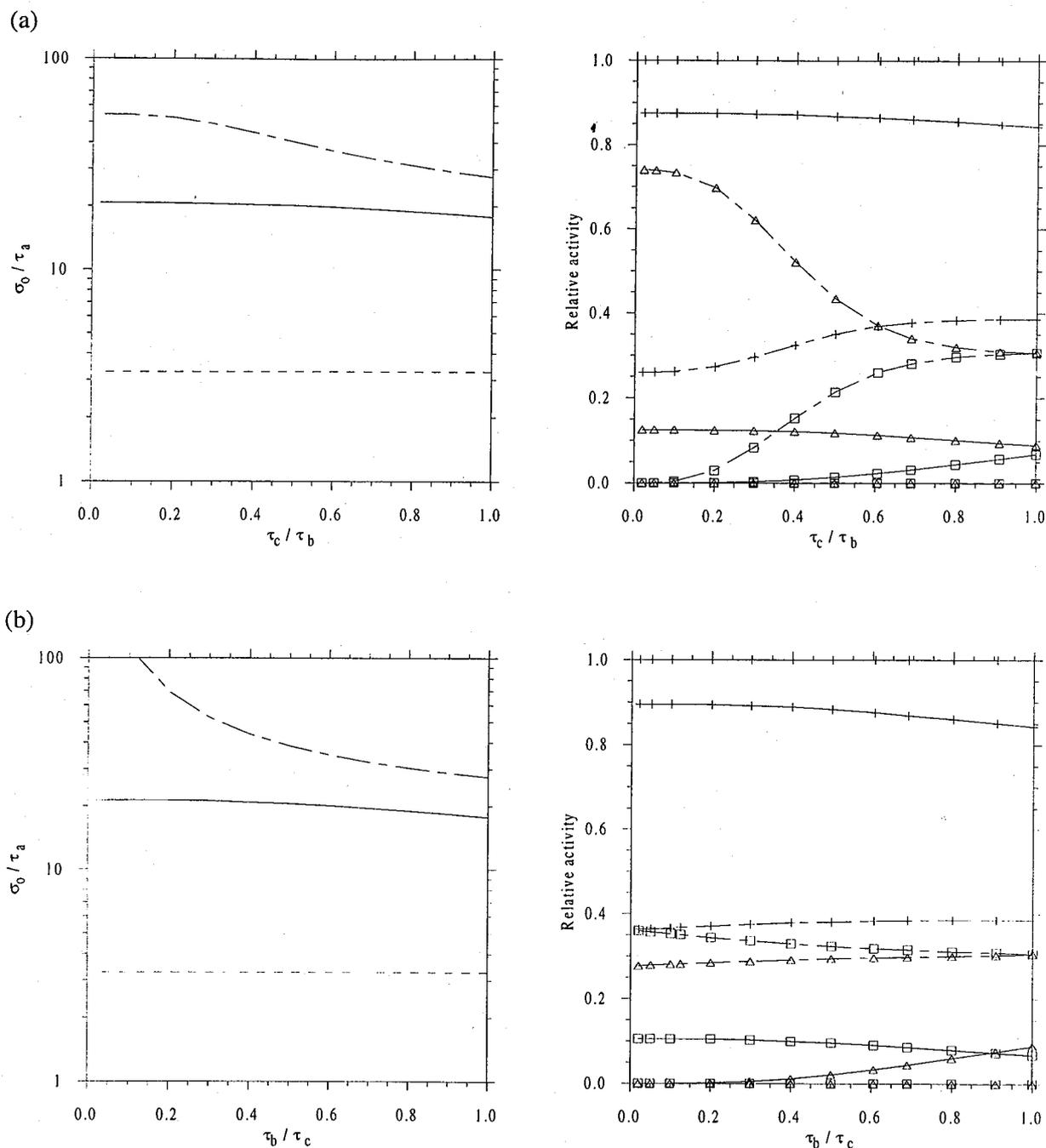


Fig. 4.4. Réponse σ_0 / τ_a d'un polycrystal isotrope et activité relative des systèmes de glissement, en fonction de la dureté des systèmes prismatiques et pyramidaux. (a) pour $\tau_c = 20\tau_a$. (b) pour $\tau_b = 20\tau_a$. Le polycrystal est composé de 1000 grains orientés aléatoirement. - - - : statique; — : VPSC (anisotrope); - - - : Taylor; + : basal; \square : prismatique; Δ : pyramidal.

Le comportement du modèle VPSC est beaucoup plus proche de celui du modèle statique. Lorsque l'on durcit les systèmes non-basaux, le rapport σ_o / τ_a augmente légèrement, mais conserve une valeur proche de 20. L'activité basale croît aussi jusqu'à une valeur maximale comprise entre 0.85 et 0.90. Globalement, l'activité du système que l'on durcit décroît, et prend une valeur nulle lorsque la résistance de ce système est infinie.

Avec les modèles VPSC et Taylor, il est possible de reproduire la valeur expérimentale moyenne $\sigma_o / \tau_a^{isolé} = 21$. C'est par exemple le cas si l'on choisit $\tau_b = \tau_c = 25\tau_a$ pour le modèle VPSC, et $\tau_b = \tau_c = 14\tau_a$ pour le modèle de Taylor. Ce résultat signifie que si l'on soumet un monocristal isolé au même état de contrainte que celui auquel est soumis un grain *in-situ*, la vitesse de cisaillement dans les plans de base sera la même dans le monocristal et dans le grain *in-situ*. Le modèle statique, par contre, ne permet pas de retrouver cette valeur $\sigma_o / \tau_a^{isolé} = 21$, puisque l'on obtient un maximum $\sigma_o / \tau_a = 3.27$; pour retrouver la viscosité d'une glace isotrope, il devient nécessaire de supposer que le glissement basal est plus difficile dans un grain *in-situ* que dans un monocristal isolé.

D'après les figures 4.3 et 4.4, on remarque qu'il existe pour ces trois modèles plusieurs couples $(\tau_b / \tau_a, \tau_c / \tau_a)$ qui conduisent à la même valeur de σ_o / τ_a . Ce résultat indique clairement que la confrontation des résultats des modèles avec les données expérimentales sur la glace polycristalline isotrope et sur le monocristal isolé ne permet pas de déterminer entièrement les valeurs des RRSS. Dans le paragraphe suivant, nous allons utiliser les résultats d'essais mécaniques sur des glaces polaires fortement anisotropes pour déterminer ces paramètres.

D'autre part, nous avons vu que le modèle de Taylor ne permet pas de reproduire un comportement mécanique réaliste. Dans la suite de ce travail, nous continuerons cependant d'appliquer ce modèle à la glace. Ce modèle ne sera plus considéré comme un modèle potentiellement utilisable pour la glace, mais comme un modèle borne permettant de mieux comprendre l'influence des hypothèses de calcul sur les résultats de modélisation du comportement mécanique.

4.5. DETERMINATION DES CONTRAINTES DE REFERENCE POUR DES GLACES POLYCRISTALLINES ANISOTROPES

Dans ce paragraphe, nous allons déterminer plus précisément les valeurs des RRSS *in-situ*. Cette étude part du principe que pour qu'un modèle soit validé, il faut qu'il existe au moins un triplet

(τ_a, τ_b, τ_c) qui permette de retrouver tous les résultats d'essais mécaniques sur toutes les glaces polycristallines anisotropes, quel que soit le type de déformation imposée. Nous avons sélectionné dans la littérature plusieurs séries d'essais mécaniques sur des glaces polaires fortement anisotropes. Nous allons confronter les résultats de ces essais avec ceux donnés par les modèles statique, VPSC, et Taylor.

Nous allons analyser, pour chaque série d'essais mécaniques, l'écart moyen entre les prédictions numériques et les résultats expérimentaux. Cette démarche nous permettra d'estimer τ_a , τ_b , et τ_c .

4.5.1. Changement de repère

Le potentiel de dissipation associé à la loi isotrope de Norton-Hoff est donné par la relation:

$$(4.15) \quad \Phi(\bar{\mathbf{S}}) = \frac{\dot{W}}{n+1} = \frac{B_0}{n+1} \tau^{n+1} = \frac{\dot{\gamma}_0}{n+1} \frac{\bar{S}_{eq}^{n+1}}{\sigma_0^n}$$

avec $\dot{W} = \bar{\mathbf{S}} : \dot{\mathbf{D}}$. On remarque ainsi que toute section, par un sous-espace $\{\bar{S}_i, \bar{S}_j\}$ quelconque, d'une surface équipotentielle Σ définie par le potentiel de Norton-Hoff, est un cercle de rayon

$\sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{\dot{W}}{\dot{\gamma}_0} \sigma_0^n \right)^{1/(n+1)}$. Ce rayon est une fonction croissante de σ_0 et de \dot{W} . A σ_0 constant, il dépend directement de \dot{W} . A chaque valeur de \dot{W} est donc associée une surface différente.

Pour une description plus aisée du comportement mécanique, nous introduisons un changement de repère, similaire à celui proposé par Leblond et al. [1994], tel que toutes les surfaces équipotentielles définies dans les axes \bar{S}_i par $\Phi(\bar{\mathbf{S}}) = \Phi_0$ deviennent une seule et même surface dans les nouveaux axes \bar{S}_i^* (pour une valeur donnée de σ_0). Si l'on multiplie le vecteur des contraintes par un facteur sans dimension k^* :

$$(4.16) \quad \bar{\mathbf{S}}^* = k^* \bar{\mathbf{S}} \quad \text{avec} \quad k^* = \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{\dot{\gamma}_0 \sigma_0}{\dot{W}} \right)^{1/(n+1)}$$

on voit que le rayon de la surface Σ^* décrivant le comportement isotrope de Norton-Hoff dans les nouveaux axes \bar{S}_i^* est égal à σ_0 . Ce rayon est donc indépendant de \dot{W} . \bar{D} étant homogène de degré n en \bar{S} , il doit être multiplié par k^{*n} :

$$(4.17) \quad \bar{D}^* = k^{*n} \bar{D}$$

Ainsi, la nouvelle vitesse de dissipation macroscopique \dot{W}^* devient indépendante de \dot{W} :

$$(4.18) \quad \dot{W}^* = \bar{S}^* : \bar{D}^* = \sqrt{\frac{3}{2}}^{n+1} \dot{\gamma}_0 \sigma_0$$

Ce changement de repère, que nous pouvons aussi appliquer aux comportements anisotropes, consiste donc à introduire la valeur de la vitesse de dissipation dans les axes du système de référence. Une surface Σ^* dans les axes \bar{S}_i^* se superpose exactement avec la surface correspondante Σ dans les axes \bar{S}_i si $k^*=1$, c'est à dire si $\dot{W} = \dot{W}^*$. On vérifie ainsi que la règle de la normalité s'applique aussi dans les axes \bar{S}_i^* .

Si une composante \bar{S}_i^* de \bar{S}^* est connue, et est telle que $\dot{W} = \bar{S}_i^* \bar{D}_i^*$ (sans sommation sur i), alors le facteur d'accroissement généralement utilisé en glaciologie, et défini dans le paragraphe 2.5, se retrouve facilement à partir de la valeur de \bar{S}_i^* :

$$(4.19) \quad E_s = \left(\frac{\sigma_0^2}{\bar{S}_i^* \bar{S}_i^*} \right)^{(n+1)/2} \quad (\text{toujours sans sommation}).$$

Dans la suite de ce travail, nous nous placerons toujours dans les axes \bar{S}_i^* pour étudier la rhéologie des glaces anisotropes.

4.5.2. Essais mécaniques utilisés

Nous avons sélectionné dans la littérature plusieurs essais mécaniques réalisés sur des échantillons de glace polaire fortement anisotrope. Les critères de sélection ont été les suivants:

- (i) La fabrique a été mesurée directement sur l'échantillon testé, et non sur un morceau de glace voisin de la carotte.
- (ii) Les conditions expérimentales sont connues et semblent "bonnes". En particulier, les résultats des essais sont reproductibles et cohérents entre eux.
- (iii) L'état stationnaire (correspondant au fluage secondaire) a été atteint, ce qui suppose une déformation totale de l'échantillon de l'ordre de 1% ou plus.
- (iv) La contrainte équivalente a été supérieure à 0.2MPa, afin que l'influence de la migration des joints de grains sur le comportement macroscopique soit négligeable, et que l'exposant des contraintes soit égal à 3.
- (v) Une série d'essais mécaniques a été effectuée sur un même échantillon ou sur des échantillons de texture similaire, dans des conditions expérimentales semblables, afin que chaque essai apporte une information supplémentaire sur la relation texture-rhéologie.

Au total, nous avons retenu 19 essais réalisés sur 10 échantillons différents. La texture de chacun des échantillons ainsi que le système d'axes de référence choisi sont donnés sur la figure 4.5. L'axe z'z indique la direction verticale *in-situ*. Le type d'essai effectué sur chaque échantillon est reporté dans le tableau 4.2. Il s'agit d'essais de compression uniaxiale, de compression biaxiale, de torsion, et de torsion-compression. Les essais sont numérotés de 1 à 19 pour pouvoir les nommer plus aisément.

Les échantillons VT1806 et VT2039 de la carotte de Vostok (profondeurs *in-situ* respectives 1806m et 2039m) montrent une texture où les axes *c* sont concentrés autour du plan vertical xz. Les tailles de grains sont de 20 mm^2 et 10 mm^2 respectivement. Ces échantillons ont été testés par Pimienta [1987] en compression uniaxiale (essais 1, 2, 3, 5, 6) et biaxiale (essais 4, 7, 8, 9) à -15°C , pour des vitesses de déformation imposées de l'ordre de 5.10^{-9} s^{-1} . Lors des essais biaxiaux, les deux vitesses de déformations axiales imposées avaient des valeurs égales. Respectivement, quatre et cinq essais ont été réalisés sur chaque échantillon.

Les échantillons de GRIP (Groenland) ont une texture où les axes *c* sont concentrés autour de l'axe vertical z'z. La profondeur respective de chacun des sept échantillons s'obtient en multipliant leur numéro par 0.55m (soit entre 1328m et 2703m). Les tailles de grains (leurs surfaces) sont comprises entre 6 mm^2 et 29 mm^2 . Un essai mécanique de fluage en compression uniaxiale selon l'axe z'z a été réalisé sur chaque échantillon par Milsch [1994], sous une contrainte axiale d'environ 0.6MPa, et à -10°C (essais 10 à 16).

La texture de l'échantillon de Law Dome est similaire à celle des échantillons de GRIP. Legac

[1980] a réalisé trois essais de fluage sur le même échantillon, à -7.2°C : en compression uniaxiale selon l'axe $z'z$ (essai 17), en torsion autour de l'axe $z'z$ (essai 18), et en torsion-compression (essai 19). Lors de l'essai 18, la déformation axiale selon l'axe $z'z$ était libre. Lors de l'essai 19, le rapport entre la contrainte de torsion et la contrainte déviatoire de compression était égal à environ $\sqrt{3}/2$. La provenance exacte de cet échantillon n'est pas donnée par l'auteur. La taille moyenne des grains est d'environ 28 mm^2 .

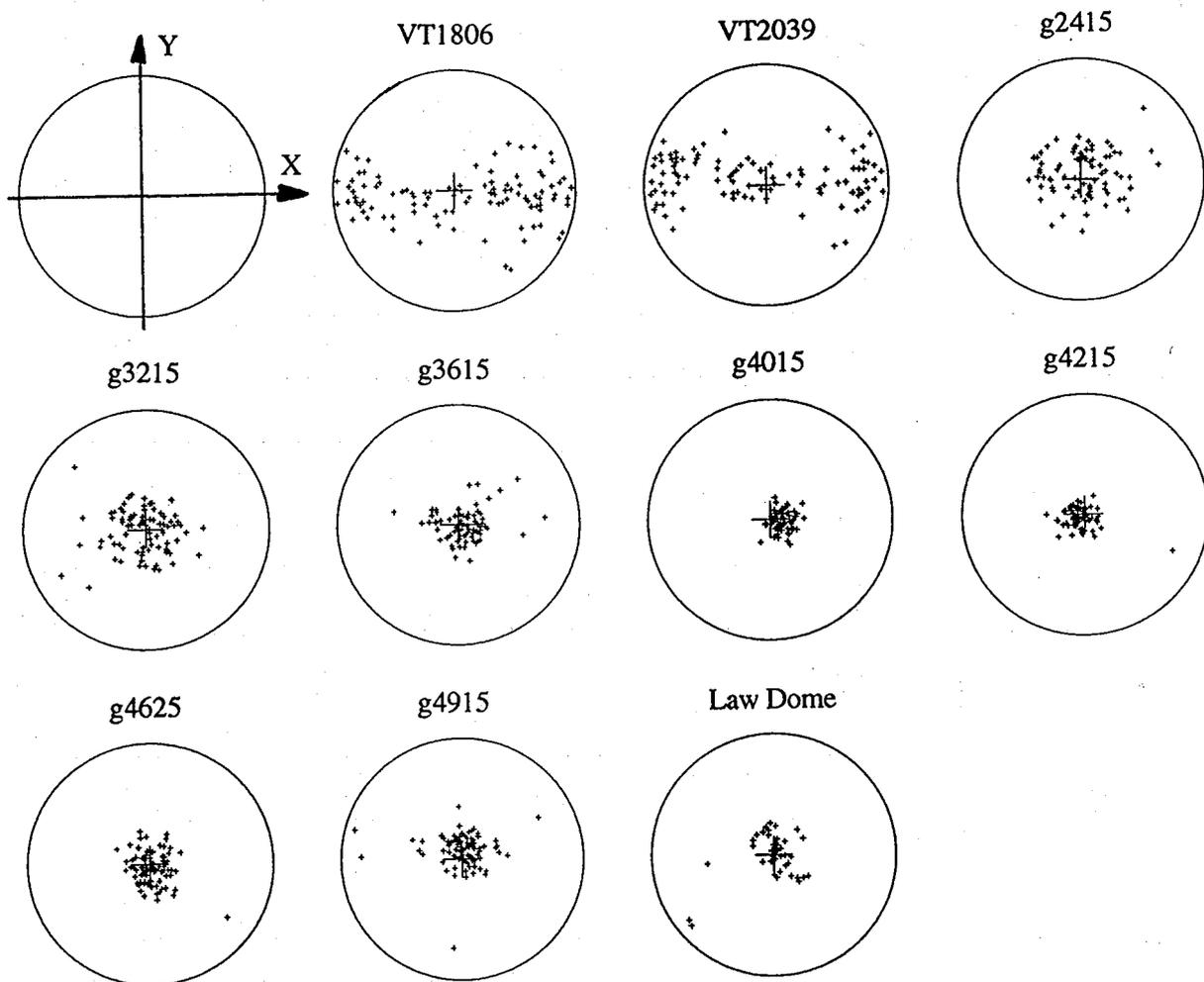


Fig. 4.5. Orientation préférentielle des axes c pour les échantillons de Vostok (VT1806 et VT2039), de GRIP (g2415 à g4915), et de Law Dome, et système d'axes de référence choisi. L'axe $z'z$ correspond à la direction verticale in-situ. Projection equi-aréale.

Echantillon	Nb. grains	Type d'essai	N° d'essai		1	2	3	4	5
VT1806	105	X	1	\bar{S}^* \bar{D}^*	187 ?	108 ?	0 ?	0 ?	0 ?
		Y	2	\bar{S}^* \bar{D}^*	-403 ?	233 ?	0 ?	0 ?	0 ?
		Z	3	\bar{S}^* \bar{D}^*	0 ?	-258 -2.04	0 ?	0 ?	0 ?
		YZ	4	\bar{S}^* \bar{D}^*	-478 -1.34	148 -0.78	? 0	0 ?	0 ?
VT2039	99	Y	5	\bar{S}^* \bar{D}^*	386 ?	223 ?	0 ?	0 ?	0 ?
		Z	6	\bar{S}^* \bar{D}^*	0 ?	-262 -2.01	0 ?	0 ?	0 ?
		YZ	7	\bar{S}^* \bar{D}^*	-471 -1.33	127 -0.77	? 0	0 ?	0 ?
		XZ	8	\bar{S}^* \bar{D}^*	375 0.97	-296 -0.56	0 ?	? 0	0 ?
		XY	9	\bar{S}^* \bar{D}^*	-331 0	295 1.79	0 ?	0 ?	? 0
g2415	83	Z	10	\bar{S}^* \bar{D}^*	0 ?	-310 -1.70	0 ?	0 ?	0 ?
g3215	85	Z	11	\bar{S}^* \bar{D}^*	0 ?	-359 -1.47	0 ?	0 ?	0 ?
g3615	83	Z	12	\bar{S}^* \bar{D}^*	0 ?	-391 -1.35	0 ?	0 ?	0 ?
g4015	81	Z	13	\bar{S}^* \bar{D}^*	0 ?	-444 -1.19	0 ?	0 ?	0 ?
g4215	77	Z	14	\bar{S}^* \bar{D}^*	0 ?	-514 -1.03	0 ?	0 ?	0 ?
g4625	94	Z	15	\bar{S}^* \bar{D}^*	0 ?	569 -0.93	0 ?	0 ?	0 ?
g4915	81	Z	16	\bar{S}^* \bar{D}^*	0 ?	-464 -1.14	0 ?	0 ?	0 ?
Law Dome	45	Z	17	\bar{S}^* \bar{D}^*	0 ?	-375 -1.41	0 ?	0 ?	0 ?
		to. Z	18	\bar{S}^* \bar{D}^*	0 ?	0 ?	0 ?	148 3.57	0 ?
		to. Z + Z	19	\bar{S}^* \bar{D}^*	0 ?	-141 -0.24	0 ?	141 3.50	0 ?

11871=466

=500

496

448

Tab. 4.2. Valeurs des composantes de \bar{S}^* (MPa) et de \bar{D}^* (s^{-1}) à $-10^\circ C$. Types d'essai: X, Y, Z: essais de compression uniaxiale selon l'axe X, Y, ou Z; YZ, XZ, XY: essais de compression biaxiale selon les axes Y et Z, X et Z, ou X et Y; to. Z: essai de torsion autour de l'axe Z; to. Z + Z: essai de torsion-compression. Les essais de torsion sont interprétés comme des essais de cisaillement (avec XY le plan de cisaillement, et X la direction du cisaillement). Les essais mécaniques sont de: Pimienta [1987] pour les glaces de Vostok (VT1806 et VT2039), essais 1 à 9; Milsch [1994] pour les glaces de GRIP, essais 10 à 16; Legac [1980] pour l'échantillon de Law Dome, essais 17 à 19.

4.5.3. Interprétation des conditions expérimentales

Nous allons utiliser les résultats des quatre types différents d'essais mécaniques (compression uniaxiale, biaxiale, torsion, torsion-compression). Pour chaque type d'essais, nous examinons dans un premier temps quelles sont les composantes connues (mesurées ou déterminées de façon rigoureuse) des tenseurs des contraintes et des vitesses de déformation. Il est important de souligner que nous faisons ici l'hypothèse d'essais parfaits, c'est à dire que nous supposons que les effets de bord (friction sur les plateaux de la presse, etc...) sont négligeables et que la répartition des contraintes sur les faces de l'échantillon est homogène.

Remarquons d'autre part que la texture d'une glace naturelle est le résultat d'une histoire de déformation *in-situ* complexe, ne présentant pas de symétrie particulière. Ainsi, dans les axes de l'échantillon, aucun sous-espace n'est donc *a priori* rigoureusement fermé (sauf coup de chance).

Lors des essais sur les glaces de Vostok et de GRIP, les plateaux de la presse ont été lubrifiés afin de limiter les efforts tangentiels sur les faces de l'échantillon. L'échantillon de Law Dome a par contre été collé sur les plateaux de la presse pour les essais 18 et 19, ce qui induit une hétérogénéité des déformations si le sous-espace dans lequel on se place n'est pas fermé. Ce type d'essai ne peut donc pas être modélisé de manière rigoureuse avec les techniques que nous utilisons; nous ne calculerons donc qu'un comportement approché.

a) Essais en compression uniaxiale

Si l'axe de compression est l'axe $z'z'$, alors les composantes connues de $\underline{\bar{S}}$, $\underline{\bar{D}}$, $\underline{\bar{S}}$, et $\underline{\bar{D}}$ sont:

$$(4.20) \quad \underline{\bar{S}} = \begin{bmatrix} -\bar{S}_{33}/2 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{S}_{33}/2 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{S}_{33} \end{bmatrix} \quad \underline{\bar{D}} = \begin{bmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & \bar{D}_{33} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\bar{S}} = (0; \bar{S}_2; 0; 0; 0) \quad \underline{\bar{D}} = (?; \bar{D}_2; ?; ?; ?)$$

En particulier, sauf si le sous-espace $\{\Pi\}$ est fermé, \bar{D}_{13} et \bar{D}_{23} ne sont pas nuls. L'introduction de la loi d'incompressibilité ($\text{Tr}(\underline{\bar{D}}) = 0$) permet de calculer la vitesse de dissipation macroscopique:

$$(4.21) \quad \dot{W} = \frac{3}{2} \bar{S}_{33} \bar{D}_{33} = \bar{S}_2 \bar{D}_2$$

Si maintenant l'axe de compression est l'axe $x'x$ ou $y'y$, on remarque qu'aucune composante du vecteur $\bar{\mathbf{D}}$ n'est connue, mais qu'il est quand même possible de déterminer \dot{W} .

b) Essais en compression biaxiale

Prenons par exemple le cas d'une compression biaxiale selon les axes $x'x$ et $z'z$. Alors \bar{D}_{11} et \bar{D}_{33} sont imposées, \bar{D}_{13} est nul, et les composantes \bar{D}_{12} et \bar{D}_{23} sont libres. Si la répartition des contraintes sur les faces de l'échantillon est homogène, et si le sous-espace $\{\Pi\}$ n'est pas fermé, alors on a nécessairement $\bar{S}_{13} \neq 0$. Cependant, comme les plateaux de la presse ont été lubrifiés lors des essais, on devrait plutôt avoir la condition $\bar{S}_{13} = 0$. Puisque aucun sous-espace n'est *a priori* fermé pour un échantillon de glace naturelle anisotrope, il y a donc obligatoirement une répartition non-homogène des contraintes axiales.

Pour les échantillons VT1806 et VT2039, on peut considérer *a priori* que l'axe $y'y$ est "à peu près" un axe de symétrie de révolution pour la texture (figure 4.5). Le sous-espace $\{\Pi\}$ devrait donc être "à peu près" fermé, ce qui ne devrait pas conduire à une répartition des contraintes axiales trop hétérogènes sur les faces de l'échantillon. Nous reviendrons sur ce point dans le chapitre suivant.

Si l'on suppose une répartition uniforme des contraintes sur l'échantillon, les composantes connues de $\bar{\mathbf{S}}$, $\bar{\mathbf{D}}$, $\bar{\mathbf{S}}$, et $\bar{\mathbf{D}}$ sont:

$$(4.22) \quad \bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & 0 & ? \\ 0 & -\bar{S}_{11} - \bar{S}_{33} & 0 \\ ? & 0 & \bar{S}_{33} \end{bmatrix} \quad \bar{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \bar{D}_{11} & ? & 0 \\ ? & -\bar{D}_{11} - \bar{D}_{33} & ? \\ 0 & ? & \bar{D}_{33} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{S}} = (\bar{S}_1; \bar{S}_2; 0; ?; 0) \quad \bar{\mathbf{D}} = (\bar{D}_1; \bar{D}_2; ?; 0; ?)$$

La vitesse de dissipation s'écrit:

$$(4.23) \quad \dot{W} = (2\bar{S}_{11} + \bar{S}_{33})\bar{D}_{11} + (\bar{S}_{11} + 2\bar{S}_{33})\bar{D}_{33} = \bar{S}_1\bar{D}_1 + \bar{S}_2\bar{D}_2$$

c) Essais de fluage en torsion sur des échantillons tubulaires

Nous interpréterons les essais de torsion comme des essais de cisaillement à contrainte imposée. Cela suppose que:

- 1) les parois de l'échantillons soient suffisamment minces, afin que la vitesse de fluage minimum soit atteinte en même temps en chaque point de l'échantillon.
- 2) le plan de cisaillement macroscopique soit isotrope.
- 3) le plan de cisaillement forme un sous-espace fermé.

Les deux premières hypothèses ont déjà été faites par Legac [1980] pour exploiter les résultats expérimentaux. La quasi-isotropie du plan de cisaillement macroscopique xy a d'autre part été vérifiée pour l'échantillon de Law Dome avec les modèles numériques. Ces deux hypothèses n'introduisent donc pas d'erreur supplémentaire dans notre travail. Nous verrons cependant dans le chapitre suivant que la troisième hypothèse n'est pas vérifiée, ce qui rend délicate l'interprétation de tels essais.

Pour une torsion autour de l'axe z'z, interprétée comme un cisaillement dans le plan xy et parallèlement à la direction x'x, les composantes connues de $\underline{\bar{S}}$, $\underline{\bar{D}}$, \bar{S} , et \bar{D} sont:

$$(4.24) \quad \underline{\bar{S}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{S}_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ \bar{S}_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\bar{D}} = \begin{bmatrix} ? & ? & \bar{D}_{13} \\ ? & ? & ? \\ \bar{D}_{31} & ? & ? \end{bmatrix}$$

$$\bar{S} = (0; 0; 0; \bar{S}_4; 0) \quad \bar{D} = (?; ?; ?; \bar{D}_4; ?)$$

si la déformation axiale selon l'axe de torsion est libre. La vitesse de dissipation est donnée par:

$$(4.25) \quad \dot{W} = 2\bar{S}_{13}\bar{D}_{13} = \bar{S}_4\bar{D}_4$$

d) Essais de fluage en torsion-compression

Nous interpréterons également ces essais comme des essais de cisaillement-compression. Si les axes de torsion et de compression sont l'axe z'z, alors les composantes connues sont:

$$(4.26) \quad \underline{\bar{S}} = \begin{bmatrix} -\bar{S}_{33}/2 & 0 & \bar{S}_{13} \\ 0 & -\bar{S}_{33}/2 & 0 \\ \bar{S}_{31} & 0 & \bar{S}_{33} \end{bmatrix} \quad \underline{\bar{D}} = \begin{bmatrix} ? & ? & \bar{D}_{13} \\ ? & ? & ? \\ \bar{D}_{31} & ? & \bar{D}_{33} \end{bmatrix}$$

$$\bar{S} = (0; \bar{S}_2; 0; \bar{S}_4; 0) \quad \bar{D} = (?; \bar{D}_2; ?; \bar{D}_4; ?)$$

et la vitesse de dissipation s'écrit:

$$(4.27) \quad \dot{W} = \frac{3}{2} \bar{S}_{33} \bar{D}_{33} + 2 \bar{S}_{13} \bar{D}_{13} = \bar{S}_2 \bar{D}_2 + \bar{S}_4 \bar{D}_4$$

e) conclusion

Pour tous les types d'essais, la vitesse de dissipation macroscopique peut donc être déterminée. Chaque essai mécanique apporte une information sur la surface équipotentielle dans l'espace des contraintes. Les essais en compression uniaxiale, en torsion, et en torsion-compression permettent de définir entièrement les coordonnées d'un point appartenant à la surface. Les essais en torsion et en compression uniaxiale n'apportent cependant aucune information sur la direction de la normale à la surface en ce point, donc sur la direction du vecteur $\bar{\mathbf{D}}$. Les essais en compression biaxiale permettent de définir les valeurs de quatre coordonnées (sur cinq) d'un point de la surface et de trois composantes du vecteur normal.

4.5.4. Résultats expérimentaux

Nous avons ramené tous les résultats d'essais mécaniques à une même température de -10°C , pour laquelle $\sigma_0 = 234\text{MPa}$, en prenant une énergie d'activation $Q=78\text{kJ/mol}$. Les valeurs de $\bar{\mathbf{S}}^*$ et de $\bar{\mathbf{D}}^*$ sont reportés dans le tableau 4.2.

Il y a deux causes majeures d'incertitude sur ces résultats, *autre celles directement liées au protocole expérimental*:

- (i) l'incertitude sur la valeur de la contrainte de référence σ_0 , qui est de l'ordre de 25%;
- (ii) l'incertitude sur les valeurs des composantes de $\bar{\mathbf{S}}$ et de $\bar{\mathbf{D}}$ mesurées lors des essais. D'après Pimienta [1987], l'incertitude sur $\bar{\mathbf{S}}$ lors d'un essai à vitesse de déformation imposée est d'environ 10%. Lors d'un essai de fluage, les composantes mesurées de $\bar{\mathbf{D}}$ peuvent être estimées à un facteur 1.5 près environ.

On estime ainsi à 20% l'incertitude sur $\bar{\mathbf{S}}^*$, et à 55% ou à 35% l'incertitude sur $\bar{\mathbf{D}}^*$, selon qu'il s'agisse d'un essai de fluage ou d'un essai à vitesse de déformation imposée.

Pour une meilleure perception du comportement des glaces de Vostok, GRIP, et Law Dome, nous pouvons comparer les valeurs de $\bar{\mathbf{S}}^*$ obtenues pour ces glaces avec celles que l'on obtiendrait si l'on déformait une glace isotrope dans les mêmes conditions expérimentales. Ces dernières valeurs de

\bar{S}^* sont reportées dans le tableau 4.3. Pour $\sigma_0 = 234\text{MPa}$, on trouve comme valeurs numériques: $\sqrt{3}\sigma_0/2 = 203\text{MPa}$, $\sigma_0/2 = 117\text{MPa}$, et $\sigma_0/\sqrt{2} = 165\text{MPa}$.

Type d'essai	1	2	3	4	5
X	$\sqrt{3}\sigma_0/2$	$\sigma_0/2$	0	0	0
Y	$-\sqrt{3}\sigma_0/2$	$\sigma_0/2$	0	0	0
Z	0	σ_0	0	0	0
YZ	$-\sqrt{3}\sigma_0/2$	$-\sigma_0/2$	0	0	0
XZ	$\sqrt{3}\sigma_0/2$	$-\sigma_0/2$	0	0	0
XY	0	σ_0	0	0	0
to. Z	0	0	0	σ_0	0
to. Z + Z	0	$-\sigma_0/\sqrt{2}$	0	$\sigma_0/\sqrt{2}$	0

Tab. 4.3. Valeurs des composantes de \bar{S}^* que l'on obtiendrait pour une glace isotrope, si on la déformait dans les mêmes conditions expérimentales que celles des essais 1 à 19. Types d'essai: X, Y, Z: essais de compression uniaxiale selon l'axe X, Y, ou Z; YZ, XZ, XY: essais de compression biaxiale selon les axes Y et Z, X et Z, ou X et Y; to. Z: essai de torsion autour de l'axe Z; to. Z + Z: essai de torsion-compression.

Concernant les deux échantillons de Vostok VT1806 et VT2039, on remarque dans le tableau 4.2 que les valeurs des composantes de \bar{S}^* et de \bar{D}^* pour les essais 2 et 5, 3 et 6, 4 et 7, sont très voisines. Ces deux échantillons ayant des textures similaires, le bon accord entre ces valeurs montre la reproductibilité (donc la fiabilité) des essais.

Les points correspondant aux essais 1, 3, et 6, sont situés à l'intersection des surfaces équipotentielles des échantillons de Vostok et de l'hypersphère de rayon σ_0 obtenue pour un polycristal isotrope. Cela montre que la viscosité directionnelle des échantillons de Vostok, dans les directions $x'x$ et $z'z$, est proche de la viscosité isotrope. Bien sûr, cela ne signifie pas que ces échantillons ont un comportement isotrope. Pour cela, il faudrait aussi que les normales aux surfaces équipotentielles et à l'hypersphère soient parallèles.

En comparant les valeurs de \bar{S}^* avec celles d'une glace isotrope, on retrouve aussi la grande dureté de ces échantillons de Vostok selon la direction $y'y$ [Pimienta, 1987]. Cette propriété se déduit

des grandes valeurs (en valeurs absolues) de \bar{S}_1^* et \bar{S}_2^* dans les essais 2, 5, 8, et 9, et du fait que dans les essais 4, et 7, \bar{S}_1^* soit grand alors que \bar{S}_2^* soit proche de la valeur attendue pour une glace isotrope.

Les essais sur les glaces de GRIP sont aussi cohérents entre eux. La dureté des échantillons en compression uniaxiale selon $z'z$ augmente avec la profondeur, alors que les textures se concentrent progressivement. On notera l'exceptionnelle dureté des échantillons les plus profonds [Milsch, 1994]: les valeurs de \bar{S}_2^* sont plus de deux fois supérieures à σ_0 , ce qui correspond à un facteur d'accroissement inférieur à 0.07.

L'essai 17 de compression uniaxiale sur l'échantillon de Law Dome donne un résultat comparable à ceux obtenus sur les glaces de GRIP, ce qui montre une fois de plus la cohérence des essais. L'essai 18 met en évidence la faible viscosité de cet échantillon en torsion autour de l'axe $z'z$: la faible valeur de \bar{S}_4^* indique un facteur d'accroissement d'environ 7. On remarquera aussi que les essais 18 et 19 sont les seuls essais, parmi les 19 présentés ici, pour lesquels la contrainte résolue dans le plan de base des grains est maximale. Ce type d'essai favorise une déformation rapide de l'échantillon.

La très grande anisotropie de tous ces échantillons peut se vérifier avec les essais 4, 7, 8, 9, et 19, pour lesquels deux composantes de \bar{S}^* et de \bar{D}^* sont connues. Pour une glace isotrope (comportement de Norton), les vecteurs \bar{D}^* et \bar{S}^* sont directement proportionnels (relation 4.10). On voit clairement que ce n'est pas du tout le cas pour ces glaces naturelles. Par exemple, pour l'essai 19, $\bar{S}_2^* = \bar{S}_4^*$, alors que $\bar{D}_2^* < 10 \cdot \bar{D}_4^*$.

4.5.5. Calcul du comportement mécanique avec les modèles de polycristal

Pour calculer le comportement mécanique macroscopique, nous devons rentrer la texture des échantillons dans les modèles statique, VPSC et Taylor. Cependant, la texture n'est entièrement définie que si l'orientation des axes c et des axes a de chaque grain est connue. Dans nos échantillons, seulement l'orientation des axes c a été mesurée. Nous supposons, par souci de simplification, que les axes a ont une orientation aléatoire. Nous faisons d'autre part l'hypothèse que les grains sont de forme sphérique et de taille égale.

Les conditions expérimentales, telles qu'elles ont été interprétées dans le paragraphe 4.5.3, ont été rigoureusement reproduites numériquement:

- (i) Le comportement en fluage a été déterminé par un calcul à contraintes imposées.
- (ii) Le comportement en compression biaxiale a été déterminé en imposant les trois composantes connues de $\bar{\mathbf{D}}$ ainsi que les deux composantes nulles de $\bar{\mathbf{S}}$. Les 5 composantes inconnues de $\bar{\mathbf{D}}$ et de $\bar{\mathbf{S}}$ ont été calculées afin que la relation 3.38 soit vérifiée.

Le but de la comparaison des résultats des modèles avec les résultats expérimentaux étant la détermination des RRSS *in-situ*, nous avons calculé avec les modèles statique, VPSC, et Taylor, et pour diverses valeurs des rapports τ_b / τ_a et τ_c / τ_a , la réponse des échantillons dans les conditions expérimentales. Pour chaque couple $(\tau_b / \tau_a, \tau_c / \tau_a)$, la valeur de τ_a a été calculée de manière à ce que le comportement d'un polycristal isotrope à -10°C (i.e. la valeur de σ_0) soit reproduit.

Avant d'analyser les résultats, remarquons que l'incertitude sur la mesure des orientations des axes c peut induire une erreur dans le comportement mécanique modélisé. Les orientations sont mesurées manuellement par observation, en lumière polarisée, de lames minces à l'aide d'une platine universelle. L'erreur est donc difficile à estimer car elle dépend directement de la précision de l'expérimentateur. L'incertitude sur l'orientation d'un axe c est d'environ 5 degrés. Si cette erreur de mesure est aléatoire, et si le nombre de grains orientés dans chaque échantillon est suffisamment grand, alors cela ne devrait pas perturber les résultats des modèles. Pour chaque échantillon, le nombre de grains orientés est indiqué dans le tableau 4.2. On voit que ce nombre est compris entre 45 et 105, ce qui peut paraître faible. Dans la suite de ce travail, nous ferons l'hypothèse que les textures rentrées dans les modèles sont représentatives de l'échantillon entier.

4.5.6. Résultats

Pour chaque essai mécanique, on calcule l'écart quadratique entre la valeur de $\bar{\mathbf{S}}^*$ déterminée expérimentalement et celle de $\bar{\mathbf{S}}^*$ modélisée. On définit cet écart comme étant la distance relative, dans l'espace des contraintes, entre les points dont les coordonnées sont les composantes des vecteurs $\bar{\mathbf{S}}^* \text{ exp.}$ et $\bar{\mathbf{S}}^* \text{ mod.}$:

$$(4.28) \quad \text{ecart} = \left(\frac{(\bar{\mathbf{S}}^* \text{ exp.} - \bar{\mathbf{S}}^* \text{ mod.}) \cdot (\bar{\mathbf{S}}^* \text{ exp.} - \bar{\mathbf{S}}^* \text{ mod.})}{\bar{\mathbf{S}}^* \text{ exp.} \cdot \bar{\mathbf{S}}^* \text{ exp.}} \right)^{1/2}$$

Pour les essais en compression biaxiale, seulement quatre composantes de $\bar{S}^{* \text{exp.}}$ sont connues. L'écart quadratique est alors calculé dans le sous-espace à quatre dimensions dans lequel toutes les composantes de $\bar{S}^{* \text{exp.}}$ sont connues.

Pour chaque série d'essai sur les échantillons VT1806, VT2039, GRIP, et Law Dome, nous avons calculé la moyenne des écarts quadratiques obtenus avec les modèles statique, VPSC, et Taylor, en donnant le même poids à chaque essai. La figure 4.6 présente les résultats, en fonction de τ_b / τ_a et τ_c / τ_a , sous forme de courbes iso-écart. Les figures correspondant aux échantillons de Vostok et Law Dome cumulent donc les résultats obtenus pour des types d'essais différents; seuls les résultats pour les glaces de GRIP correspondent à un même type d'essai, avec une direction constante de la contrainte appliquée par rapport aux axes de symétries de la texture. Etant donnée l'incertitude sur \bar{S}^* , on peut estimer qu'un modèle donne un bon résultat si l'écart quadratique est inférieur à environ 0.2.

Avec le modèle statique, l'écart moyen minimum obtenu pour chaque série d'essai est toujours inférieur à 0.3. Le meilleur accord est obtenu avec les essais sur les glaces de GRIP et Law Dome où l'on trouve une valeur minimale inférieure à 0.125. L'écart moyen quadratique obtenu pour les glaces de Vostok et Law Dome diminue lorsque τ_b / τ_a et τ_c / τ_a augmentent. La valeur de l'écart ne varie cependant plus lorsque ces rapports sont supérieurs à environ 5. On observe un comportement différent pour les échantillons de GRIP, où l'on trouve un écart minimum pour une faible valeur de τ_b / τ_a .

Les résultats du modèle de Taylor sont nettement moins bons. Les écarts moyens minimums obtenus pour les échantillons VT1806 et VT2039 sont supérieurs à 0.275 et 0.4 respectivement, et correspondent aux valeurs $\tau_b / \tau_a = \tau_c / \tau_a = 70$ environ. Pour les glaces de GRIP et Law Dome, on obtient un meilleur accord, avec un écart inférieur à 0.2 pour $\tau_b / \tau_a = 10$ et $\tau_c / \tau_a = 70$.

Les meilleurs résultats sont clairement obtenus avec le modèle VPSC, où l'on obtient un écart minimum toujours inférieur à 0.125, et pouvant même aller jusqu'à 0.05 pour l'échantillon de Law Dome. On remarquera aussi que l'on peut définir une région, autour du point de coordonnées $\tau_b / \tau_a = \tau_c / \tau_a = 70$, dans laquelle tous les écarts moyens sont inférieurs à 0.15.

Pour les glaces de Vostok, il apparaît que l'écart moyen calculé avec le modèle VPSC est une fonction décroissante de τ_b / τ_a et τ_c / τ_a . Cette propriété se retrouve aussi pour le modèle statique. Elle n'est cependant pas vérifiée avec le modèle VPSC pour les glaces de GRIP et Law Dome, où il apparaît clairement qu'une trop grande résistance des systèmes pyramidaux entraîne une plus grande

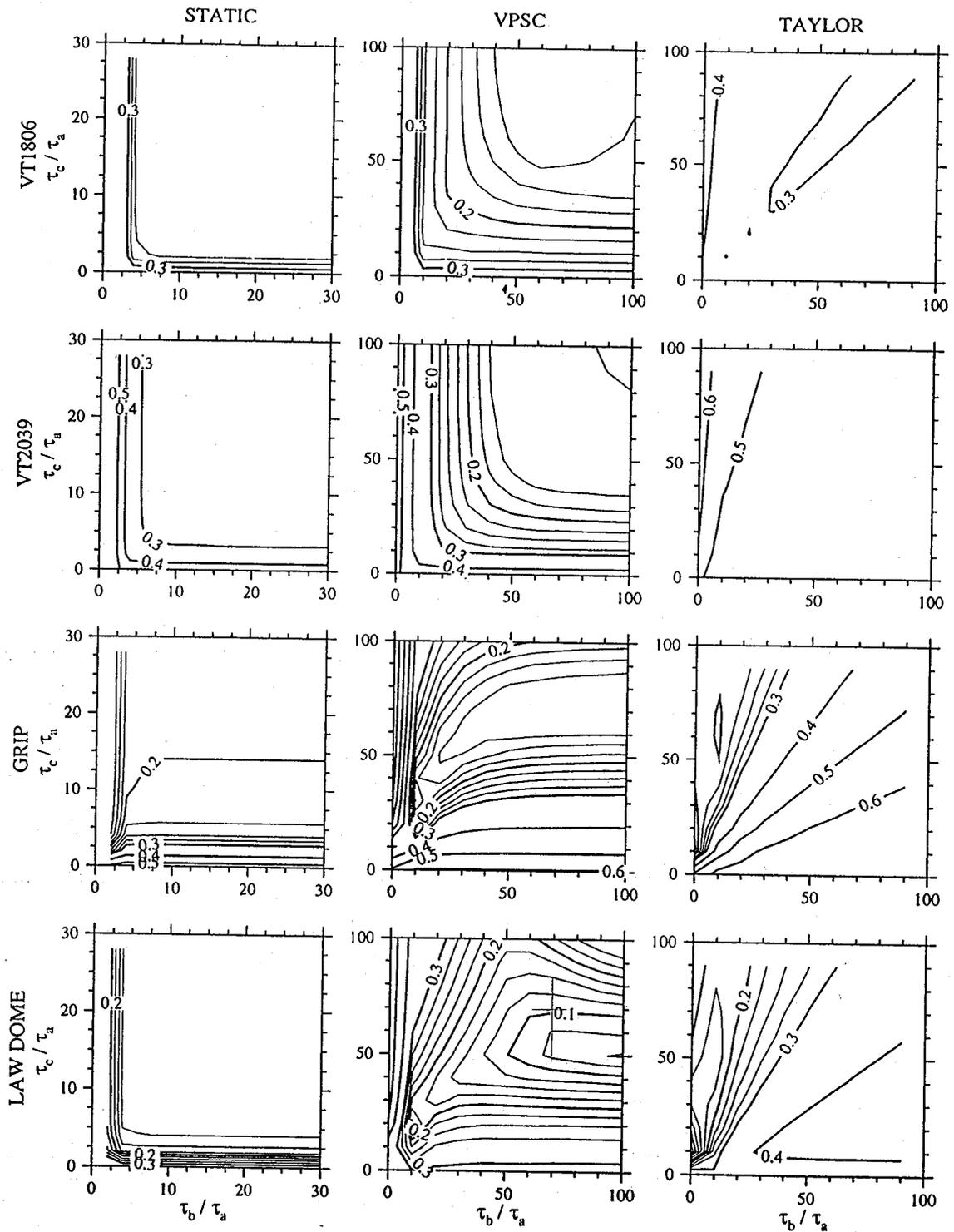


Fig. 4.6. Ecart quadratique moyen obtenu entre les résultats d'essais mécaniques et les résultats des modèles statique, VPSC, et Taylor, en fonction de τ_b / τ_a et de τ_c / τ_a , pour les glaces de Vostok (1806m et 2039m), GRIP, et Law Dome. Les isovaleurs sont tracées tous les 0.025 lorsque l'écart moyen est inférieur à 0.3, et tous les 0.1 lorsque celui-ci est supérieur à 0.3. Les échelles sont différentes pour le modèle statique.

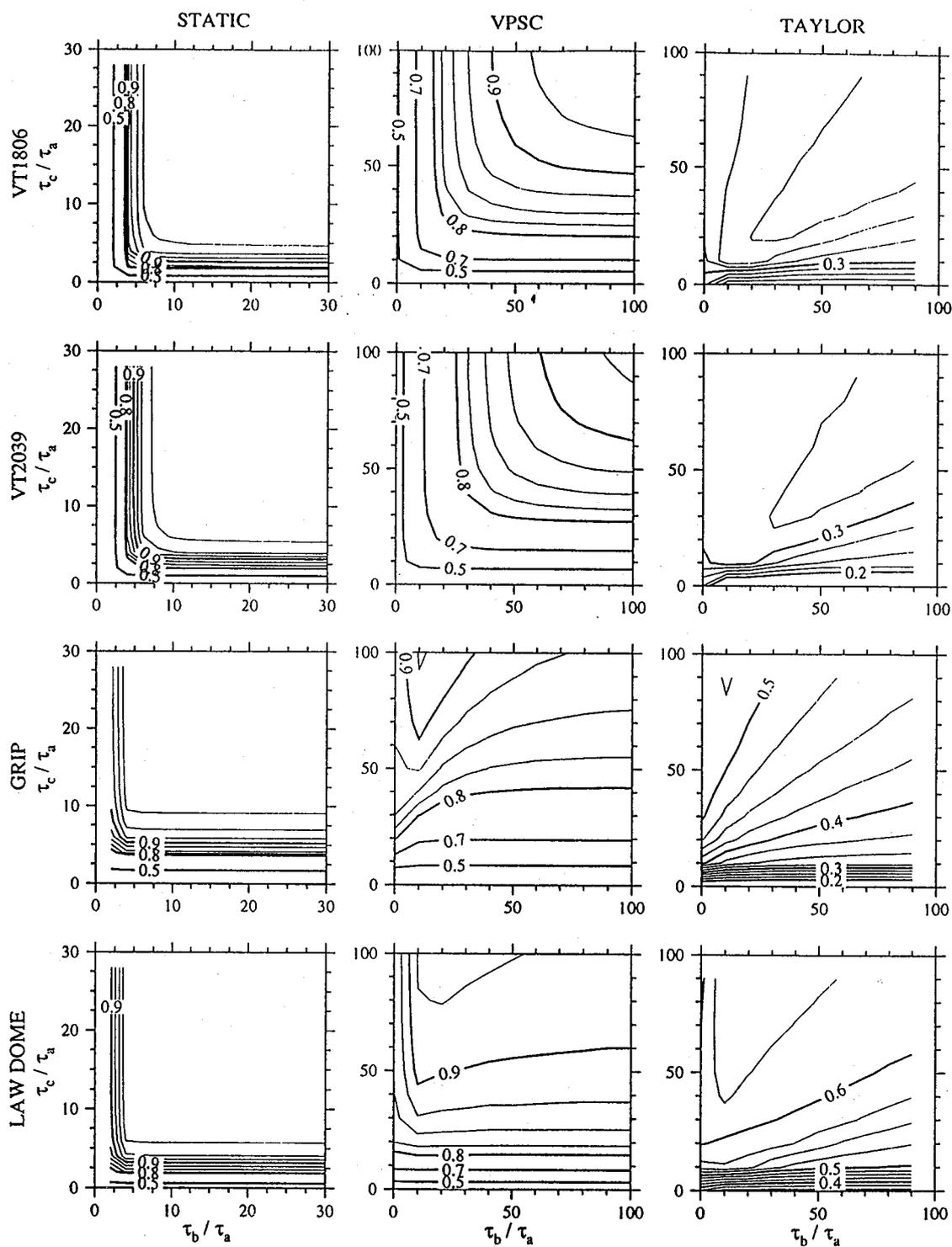


Fig. 4.7. Activités basales moyennes, calculées avec les modèles statique, VPSC, et Taylor, pour les essais 1 à 19 sur les glaces de Vostok, GRIP, et Law Dome, en fonction de τ_b / τ_a et de τ_c / τ_a . Les isovaleurs sont tracées tous les 0.025 pour le modèle de Taylor, et pour les modèles statique et VPSC lorsque l'activité est supérieur à 0.8. Les échelles sont différentes pour le modèle statique.

valeur de l'écart moyen. On voit donc que le meilleur accord entre les résultats du modèle VPSC et les mesures expérimentales n'est pas nécessairement obtenu en supprimant complètement le glissement non-basal.

Pour une meilleure compréhension de ces résultats, nous avons tracé sur la figure 4.7 l'activité basale moyenne en fonction de τ_b / τ_a et τ_c / τ_a , pour chacune des séries d'essai et pour les modèles statique, VPSC, et Taylor.

Pour les glaces de Vostok, les modèles statique et VPSC montrent une bonne corrélation entre l'écart quadratique moyen et l'activité basale moyenne. Plus l'activité est grande, et plus l'écart entre les résultats expérimentaux et les résultats des modèles est faible. Cette corrélation s'observe aussi avec le modèle de Taylor pour l'échantillon VT1806, alors que l'activité basale ne dépasse pas 0.4, ce qui est médiocre.

Pour les glaces de GRIP, les modèles VPSC et Taylor prédisent une activité basale décroissante lorsque τ_b / τ_a augmente, pour des valeurs de τ_b / τ_a supérieures à 10. On trouve les valeurs maximales (respectivement de 0.92 et 0.52) pour $\tau_b / \tau_a = 10$ et $\tau_c / \tau_a = 100$ environ. Dans ces conditions, le modèle VPSC donne un écart moyen élevé, de l'ordre de 0.4. Pour avoir un meilleur accord avec les résultats expérimentaux (plus faibles écarts moyens), il est nécessaire de réduire l'activité basale. La valeur de l'activité basale correspondant à un écart moyen minimum est de 0.85. Un résultat similaire est obtenu pour l'échantillon de Law Dome, et pour les glaces de GRIP avec le modèle statique. On retrouve ainsi que la plus faible valeur de l'écart quadratique moyen n'est pas nécessairement obtenue dans les conditions correspondant à une activité basale maximale.

Les figures 4.8 et 4.9 donnent la moyenne de l'écart quadratique et de l'activité basale calculée pour l'ensemble des 19 essais mécaniques.

Le modèle statique, malgré sa simplicité, donne *en moyenne* une bonne estimation du comportement mécanique des glaces anisotropes. L'écart minimum entre les essais en laboratoire et le modèle est obtenu pour $\tau_b / \tau_a > 7$ et $\tau_c / \tau_a > 7$. Dans ces conditions, l'activité non-basale est très faible. On remarquera que ces valeurs de τ_b / τ_a et τ_c / τ_a permettent au mieux de reproduire la rhéologie des glaces de Vostok et Law Dome, mais pas celle des glaces de GRIP (figure 4.6).

Les résultats du modèle de Taylor sont nettement moins bons, comme nous l'avons vu précédemment. Nous ne trouvons pas de valeurs de τ_b / τ_a et τ_c / τ_a pour lesquelles l'écart moyen est inférieur à 0.3. Cette valeur de l'écart est grande par rapport à l'incertitude que l'on a estimée pour \bar{S}^* .

Pour le modèle VPSC, il y a nettement une zone dans laquelle l'écart par rapport aux essais mécaniques est minimal. Le point central de cette zone est le point correspondant aux valeurs

$\tau_b / \tau_a = \tau_c / \tau_a = 70$. L'écart moyen prend une valeur inférieure à 0.125, ce qui est un excellent résultat étant donné l'incertitude sur \bar{S}^* . Pour cette valeur de τ_b / τ_a et τ_c / τ_a , on voit sur la figure 4.6 que tous les comportements expérimentaux sont bien reproduits, puisqu'on trouve chaque fois un écart inférieur à 0.15. D'après la figure 4.9, ce point ne correspond pas aux conditions pour lesquelles l'activité basale est maximum. On trouve cependant une valeur moyenne supérieure à 0.875 pour l'ensemble des 19 essais.

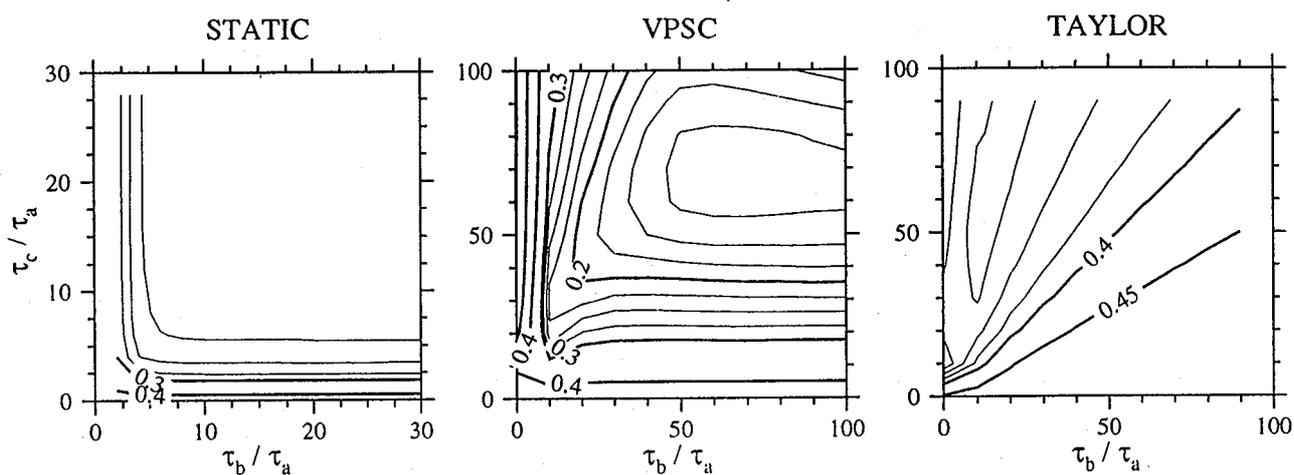


Fig. 4.8. Moyenne des écarts quadratiques entre les résultats des essais mécaniques et les résultats des modèles statique, VPSC, et Taylor, calculée en fonction de τ_b / τ_a et de τ_c / τ_a sur l'ensemble des 19 essais. Les isovaleurs sont tracées tous les 0.025 lorsque l'écart est inférieur à 0.3 (modèles statique et VPSC) ou 0.4 (modèle de Taylor). Les échelles sont différentes pour le modèle statique.

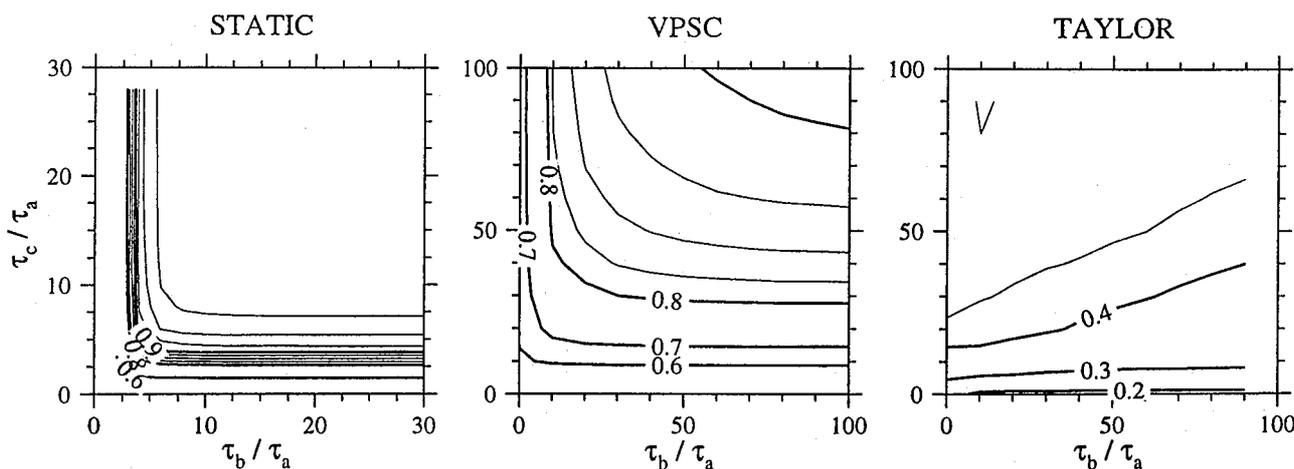


Fig. 4.9. Moyenne de l'activité basale calculée avec les modèles statique, VPSC, et Taylor en fonction de τ_b / τ_a et τ_c / τ_a sur l'ensemble des 19 essais. Les isovaleurs sont tracées tous les 0.025 lorsque l'activité moyenne est supérieure à 0.8 (modèles statique et VPSC) ou 0.4 (modèle de Taylor).

4.6. DISCUSSION

Nous venons de voir que le modèle VPSC permet de reproduire fidèlement, en moyenne, le comportement expérimental de toutes les glaces anisotropes. Le modèle statique donne un écart quadratique moyen un peu plus élevé, mais qui reste quand même tout à fait acceptable.

Les valeurs de τ_b / τ_a et τ_c / τ_a qui permettent de reproduire au mieux les résultats d'essais mécaniques sont $\tau_b / \tau_a > 7$ et $\tau_c / \tau_a > 7$ pour le modèle statique, et $\tau_b / \tau_a = \tau_c / \tau_a = 70$ pour le modèle VPSC. D'après la figure 4.3, les valeurs de σ_o / τ_a correspondant à ces valeurs optimales sont respectivement 3.27MPa et 30.8MPa. On obtient ainsi $\tau_a = 71.5\text{MPa}$, $\tau_b = \tau_c > 501\text{MPa}$ pour le modèle statique, et $\tau_a = 7.76\text{MPa}$, $\tau_b = \tau_c = 543\text{MPa}$ pour le modèle VPSC.

Il est important de rappeler que ces valeurs de τ_b / τ_a et τ_c / τ_a ont été obtenues uniquement en comparant, pour diverses glaces naturelles anisotropes, le comportement mesuré expérimentalement avec le comportement modélisé. En particulier, il n'a été nullement besoin d'utiliser les résultats du paragraphe 4.3 concernant le comportement d'un monocristal isolé, ni ceux du paragraphe 4.4 concernant le comportement d'un polycristal isotrope.

Sur la figure 4.10, nous avons reporté le comportement expérimental d'un monocristal isolé (et présenté préalablement sur la figure 2.7), lorsque celui-ci est cisailé dans son plan de base ou comprimé soit parallèlement soit orthogonalement à son axe c . La courbe correspondant aux essais de compression n'indique que la limite supérieure pour les vitesses de déformation ou la limite inférieure pour les contraintes. La réponse mécanique d'un grain pour les mêmes types de déformation, et pour les valeurs $\tau_a = 71.5\text{MPa}$, $\tau_b = \tau_c = 501\text{MPa}$, ainsi que $\tau_a = 7.76\text{MPa}$, $\tau_b = \tau_c = 543\text{MPa}$ a aussi été tracée. Le comportement mécanique d'un polycristal isotrope ($\sigma_o = 234\text{MPa}$), qui correspond au comportement expérimentalement *et* au comportement modélisé, a été ajouté pour comparaison.

On voit que le modèle VPSC prédit un comportement pour un grain *in-situ* parfaitement semblable au comportement d'un monocristal isolé. Les valeurs obtenues pour τ_a , τ_b , et τ_c sont toutes les trois à l'intérieur des incertitudes estimées pour ces valeurs pour un monocristal isolé (relations 4.8). Ce parfait accord, qui peut même paraître surprenant, indique que l'on peut retrouver la rhéologie d'un polycristal quelconque à partir uniquement de la rhéologie d'un monocristal *isolé*.

Le modèle statique prédit par contre un bon accord entre le comportement d'un grain *in-situ* et les données expérimentales sur un monocristal isolé uniquement pour les déformations sans glissement basal. Pour les déformations de cisaillement dans le plan de base, on trouve une bien plus grande dureté pour un grain *in-situ* que pour un monocristal isolé.

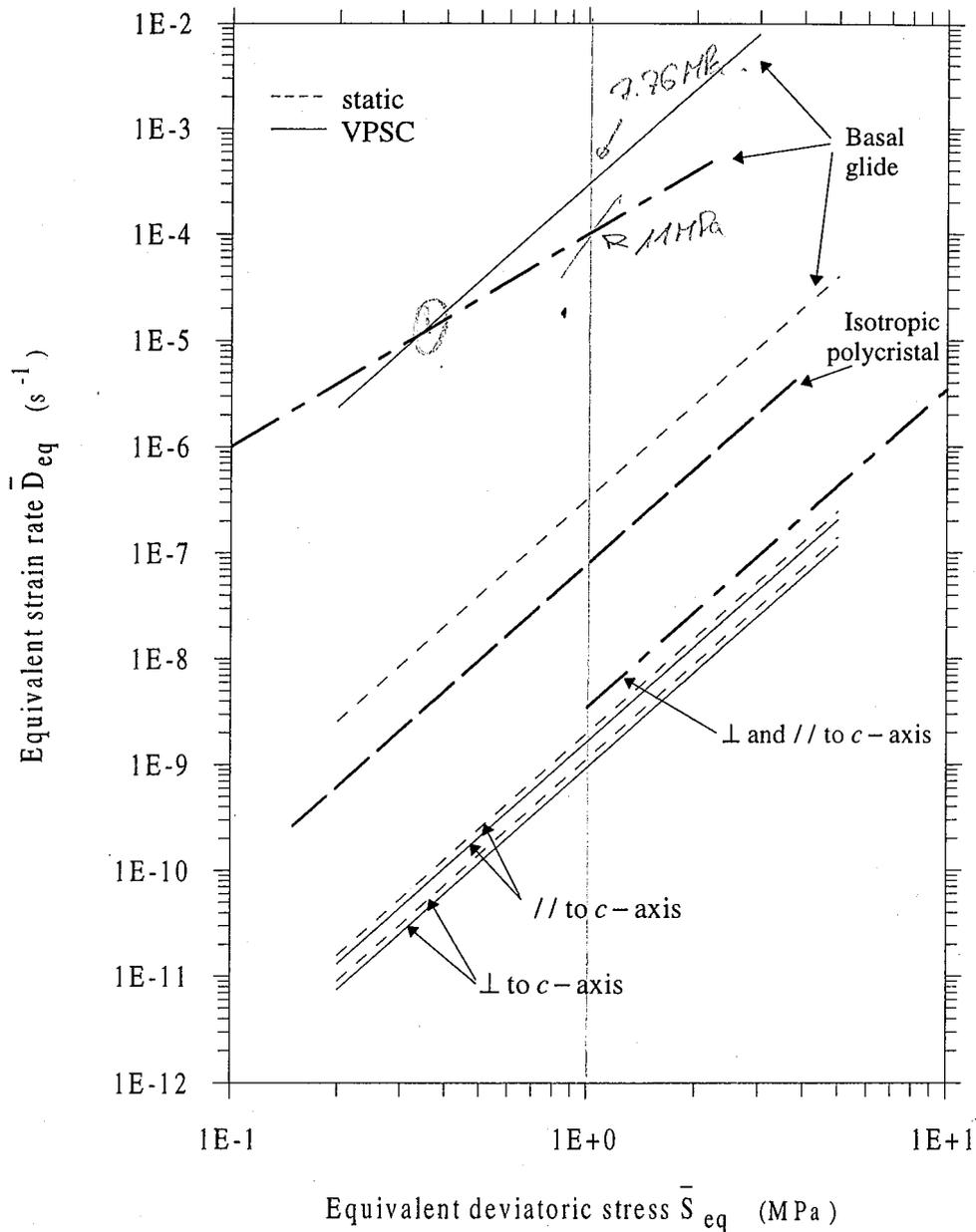


Fig. 4.10. Comparaison du comportement d'un grain in-situ, estimé avec les modèles statique et VPSC, avec le comportement d'un monocristal isolé déterminé expérimentalement (en gras). Les grains sont déformés par cisaillement dans le plan de base, et par compression orthogonalement et parallèlement à l'axe c . Les courbes expérimentales pour le monocristal isolé sont de Duval et al. [1983]. La courbe pour le polycristal isotrope (en gras) correspond à la valeur $\sigma_0 = 234 \text{ MPa}$.

Nous choisirons, dans la suite de ce travail, la valeur $\tau_b / \tau_a = \tau_c / \tau_a = 70$ pour tous les modèles. Le choix d'un couple unique $(\tau_b / \tau_a, \tau_c / \tau_a)$ nous permettra de comparer entre eux les résultats des trois modèles. Notons que cette valeur ne permet pas d'obtenir les meilleurs résultats avec le modèle de Taylor, pour lequel il faudrait plutôt prendre $\tau_b / \tau_a = 15$ et $\tau_c / \tau_a = 70$. Cependant, nous avons vu que quelles que soient les valeurs de τ_b / τ_a et τ_c / τ_a , ce modèle ne donne pas de bons résultats. L'ensemble des valeurs des RRSS est indiqué dans le tableau 4.4. La valeur de τ_a a été ajustée pour retrouver la valeur $\sigma_o = 234 \text{ MPa}$.

	τ_a	τ_b	τ_c
statique	71.5	5006	5006
VPSC	7.76	543	543
Taylor	2.49	174	174

Tab. 4.4. Valeur de τ_a , τ_b , et τ_c (en MPa) obtenues pour le rapport $\tau_b / \tau_a = \tau_c / \tau_a = 70$ avec les modèles statique, VPSC, et Taylor.

On peut cependant se demander quelle est la sensibilité des résultats du modèle VPSC aux hypothèses inhérentes à la formulation "1 site". Une réponse complète nécessite la comparaison des résultats avec ceux d'autres modèles plus élaborés, ce qui n'est pas le but de ce travail. Un test simple consiste cependant à étudier l'influence du coefficient d'interaction α (relation 3.49) sur la valeur de σ_o / τ_a .

L'évolution de σ_o / τ_a avec α est tracée sur la figure 4.11. On retrouve les valeurs de σ_o / τ_a obtenues avec les modèles statique et de Taylor, avec une erreur inférieure à 1%, pour $\alpha > 100$ et $\alpha < 0.01$ respectivement. Le modèle VPSC sécant, qui correspond à l'approche incrémentale de Hutchinson [1976], est obtenu pour $\alpha = 1/3$. On trouve alors $\sigma_o / \tau_a = 85$, soit 2.8 fois la valeur obtenue avec le modèle VPSC tangent. On voit ainsi que les résultats du modèle VPSC sont très sensibles à la valeur de α . On remarque d'autre part que cette valeur de 85 est très proche de celle obtenue avec le modèle de Taylor ($\sigma_o / \tau_a = 94$).

D'après les travaux de Toth et al. [1994] et de Molinari et Toth [1994], il semblerait que le comportement d'un polycristal réel soit plutôt compris entre les comportements tangent et sécant du modèle VPSC. Dans la glace isotrope, le modèle sécant prédit une activité basale de 0.52 seulement, contre 0.98 pour le modèle tangent. Pour avoir une activité basale plus réaliste (plus grande), il est

nécessaire d'imposer $\tau_b = \tau_c > 70 \tau_a$ dans le modèle sécant. Ces résultats ne sont pas incompatibles avec les résultats expérimentaux sur un monocristal isolé. Mais on voit que pour reproduire le comportement des polycristaux isotropes et anisotropes avec le modèle sécant, il faut de toute évidence choisir un triplet (τ_a, τ_b, τ_c) très différent de celui obtenu avec le modèle tangent. *A priori*, il n'est pas évident non plus que l'on obtienne d'aussi bons résultats qu'avec le modèle tangent, puisque le modèle sécant se rapproche du modèle de Taylor.

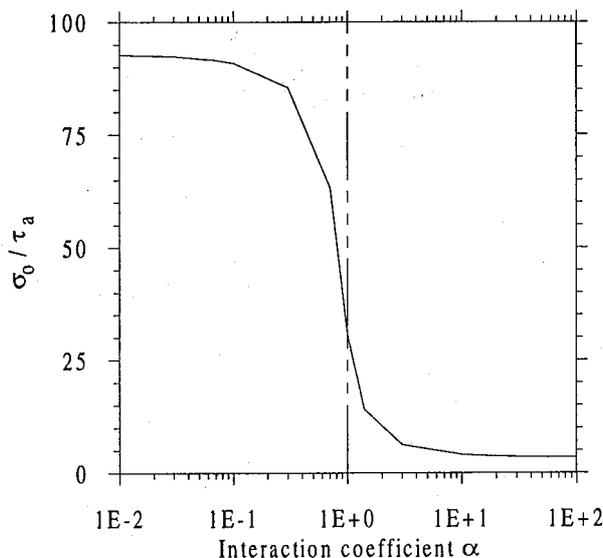


Fig. 4.11. Sensibilité de σ_0 / τ_a à la valeur du coefficient d'interaction α .

Un autre test simple consiste à vérifier si la puissance dissipée macroscopique $\bar{\mathbf{S}} : \bar{\mathbf{D}}$ est bien égale à la moyenne $\langle \mathbf{S}^g : \mathbf{D}^g \rangle$ des puissances microscopiques. On rappellera que cette égalité est rigoureusement vérifiée pour les modèles statique et de Taylor (relation 3.16). Concernant le modèle VPSC "1 site", nous avons tracé sur la figure 4.12 la différence relative entre les puissances dissipées, pour un polycristal isotrope, en fonction du rapport τ_a / τ_b et pour $\tau_b = \tau_c$. Si le modèle permettait le calcul d'un champ de contrainte en équilibre en chaque point du polycristal, cette différence serait nulle. Le modèle VPSC traite cependant du cas d'une population d'inclusions, chacune en équilibre avec le HEM, mais dont l'équilibre entre elles n'est pas forcé. Suivant la formulation de Lebensohn et Tomé [1993], la différence entre les puissances dissipées peut être exprimée par une forme quadratique:

$$(4.29) \quad \bar{\mathbf{S}} : \bar{\mathbf{D}} - \langle \mathbf{S}^g : \mathbf{D}^g \rangle = \langle (\mathbf{S}^g - \bar{\mathbf{S}}) : \tilde{\mathbf{M}} : (\mathbf{S}^g - \bar{\mathbf{S}}) \rangle$$

qui n'est pas nulle dans le cas général. Cette propriété doit donc être attribuée aux erreurs liées à la formulation "1 site" (erreurs de discrétisation), à savoir:

- la non-prise en compte de l'interaction entre grains voisins.
- la linéarisation du comportement du HEM

On voit sur la figure 4.12 que la différence relative entre les puissances dissipées augmente avec l'anisotropie microscopique, et prend la valeur 6.0 dans les conditions $\tau_b = \tau_c = 70 \tau_a$. Cette valeur élevée pour la glace indique que les erreurs de discrétisation ne sont pas négligeables localement.

Les études expérimentales de Barber et al. [1994] et de Azuma [1995], ainsi que les résultats des modèles aux différences finies [Wilson et Zhang, 1994] ou aux éléments finis [Becker et Pachanadeeswaran, 1995; Sarma et Dawson, 1995] montrent le rôle crucial joué par les interactions intercrystallines sur les déformations microscopiques, tant au niveau de la déformation moyenne d'un grain qu'au niveau de l'hétérogénéité des déformations à l'intérieur d'un grain, et ceci même pour des matériaux relativement isotropes comme les CFC. L'influence de la linéarisation du comportement du HEM sur le comportement macroscopique est d'autre part plus difficile à appréhender. Mais il semble évident que l'erreur introduite par cette simplification augmente avec la non-linéarité du comportement macroscopique, ainsi qu'avec l'anisotropie microscopique qui est une source de concentration de contraintes. Un fait intéressant qui apparaît des résultats numériques de la figure 4.13 est que, pour un comportement microscopique donné ($\tau_b = \tau_c = 70 \tau_a$), la valeur maximale de la différence relative entre les puissances dissipées est obtenue avec l'approximation VPSC tangente.

Cependant, nous venons de voir qu'il est possible, avec le modèle tangent "1 site", de reproduire le comportement mécanique de plusieurs échantillons, déformés dans des conditions expérimentales très différentes, en ne calant seulement que les deux paramètres τ_b / τ_a et τ_c / τ_a . Les erreurs de discrétisation du modèle semblent donc n'avoir qu'une influence limitée sur le comportement du polycristal. Par contre, il apparaît évident que l'état microscopique calculé pour un grain d'orientation donnée n'est pas correct si l'on considère ce grain individuellement; cet état doit cependant représenter la moyenne des états microscopiques de tous les grains du polycristal réel ayant cette même orientation. L'erreur sur les prédictions de l'état microscopique est donc faible statistiquement, mais devient importante individuellement pour chaque grain.

On montre ainsi que les valeurs de τ_a , τ_b , et τ_c déterminées par le modèle VPSC tangent ne sont qu'une première approximation des valeurs réelles. Si la valeur de τ_a a une interprétation physique directe, liée à la densité et à la mobilité des dislocations basales, celle de τ_c semble être plus douteuse, puisque le glissement de dislocations sur des plans pyramidaux n'a jamais été démontré expérimentalement. Le bon accord avec les résultats d'essais mécaniques sur un monocristal

isolé semble indiquer que les valeurs des RRSS que nous venons de déterminer sont liées à un processus physique. Cependant, un artefact lié aux hypothèses inhérentes à la formulation VPSC tangente "1 site" est sans aucun doute inclus dans ces valeurs.

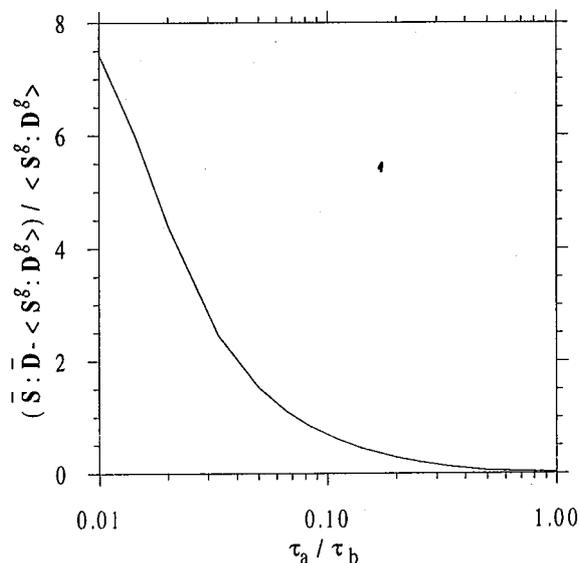


Fig. 4.12. Ecart relatif entre la puissance dissipée macroscopique et la moyenne des puissances microscopiques, obtenu avec le modèle VPSC en fonction de τ_a / τ_b ($\tau_b = \tau_c$) pour un polycristal isotrope.

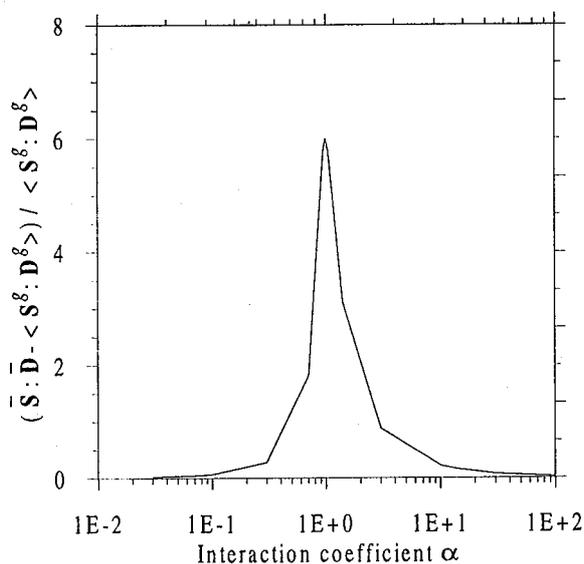


Fig. 4.13. Ecart relatif entre la puissance dissipée macroscopique et la moyenne des puissances microscopiques, pour un polycristal isotrope, en fonction du coefficient d'interaction α . $\tau_b = \tau_c = 70 \tau_a$.

4.7. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons estimé les valeurs des paramètres microscopiques qu'il faut utiliser dans les modèles de polycristal. Les différents systèmes de glissement ont été choisis d'après les observations des dislocations dans la glace. Nous avons choisi une même valeur de l'exposant des contraintes, égale à 3, pour les systèmes basaux, prismatiques, et pyramidaux. La résistance de chacun des systèmes a été déterminée à partir de 19 essais mécaniques sur des échantillons de glace polaire fortement anisotrope.

Nous avons montré que le modèle de Taylor ne permet pas de reproduire le comportement de la glace polycristalline, aussi bien à l'échelle microscopique qu'à l'échelle macroscopique. L'activité non-basale est trop importante par rapport la densité de dislocations non-basales observée, et le comportement des glaces polycristallines anisotropes est mal estimé.

Concernant le modèle auto-cohérent, nous avons trouvé une valeur des RRSS qui permet de reproduire de façon très fidèle, en moyenne, le comportement mécanique des glaces polycristallines anisotropes de Vostok, Law Dome, et GRIP. D'après ce modèle, le comportement d'un grain *in-situ* serait tout à fait semblable à celui d'un monocristal isolé. Nous avons cependant mis en évidence la grande influence que pouvaient avoir les hypothèses inhérentes à la formulation VPSC sur ces résultats. Pour un polycristal isotrope, l'activité basale relative est supérieure à 0.98. Pour les essais mécaniques que nous avons considérés, sur des échantillons anisotropes, on trouve une activité basale d'environ 0.88 en moyenne. Nous avons montré qu'un polycristal de glace isotrope peut se déformer avec du glissement dans les plans de base uniquement. Cependant, même si l'activité non-basale reste faible (de l'ordre de 0.1), elle est nécessaire pour expliquer le comportement mécanique de certaines glaces anisotropes.

Le modèle statique permet aussi de bien reproduire, en moyenne, le comportement anisotrope des glaces polycristallines. Il est cependant nécessaire d'imposer une résistance au glissement basal supérieure dans un grain *in-situ* que dans un monocristal isolé. Les résultats de ce modèle sont certes moins bons que ceux du modèle auto-cohérent, mais la rapidité des calculs peut être un avantage non négligeable pour certaines applications.

Dans les chapitres suivants, nous allons utiliser les valeurs des paramètres que nous venons de déterminer pour étudier de façon plus précise le comportement mécanique des glaces isotrope et anisotropes.

CHAPITRE 5.

APPLICATION A LA DETERMINATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE DES GLACES POLYCRISTALLINES

5.1. INTRODUCTION

Le but de ce chapitre est d'appréhender le comportement mécanique des glaces polaires anisotropes. Nous allons en dégager les caractéristiques essentielles en utilisant les modèles statique et VPSC, pour lesquels nous reprendrons les valeurs des RRSS déterminées dans le chapitre précédent.

Cependant, la description de la rhéologie d'un polycristal de glace ne peut se faire sans analyser l'importance de la migration des joints de grains associée à la recristallisation dynamique. En effet, la migration ne peut être négligée que lors d'un essai mécanique en laboratoire sous de fortes de contraintes ($\bar{\sigma}_{eq} > 0.2\text{MPa}$) et de faibles déformations (inférieures à 10^{-2}).

Deux régimes de vitesse de migration se distinguent clairement dans la glace. Lorsque la force motrice dépasse une valeur de l'ordre de $100\text{J} / \text{m}^3$, la vitesse de migration augmente brutalement de deux ordres de grandeur (figure 5.1). Le régime de migration rapide apparaît dans les glaces polaires chaudes ($\theta \geq -12^\circ\text{C}$) ou dans la phase de fluage tertiaire lors d'un essai mécanique en laboratoire. Le régime de migration lente est observé dans la plus grande partie des glaces polaires (depuis la surface jusqu'au lit rocheux à Dye 3, jusqu'à 2800m de profondeur à GRIP, 1800m à Byrd, ...). Son influence sur le comportement mécanique peut aussi être étudiée en laboratoire par des essais mécaniques sous de faibles contraintes ($\bar{\sigma}_{eq} < 0.2\text{MPa}$). Une tendance au comportement newtonien ($n=1$) est d'autre part attendue pour de si faibles contraintes [Lliboutry et Duval, 1985].

Dans un premier temps, nous allons nous affranchir de l'influence de la migration des joints de grains en étudiant la rhéologie des glaces de Vostok, Law Dome, et GRIP sous fortes contraintes. Les résultats des modèles seront comparés à ceux des essais 1 à 19, ce qui permettra de valider les caractéristiques mises en évidence. Nous estimerons la déformation réelle des échantillons dans les

conditions des essais mécaniques, dans le but de vérifier la validité des essais. Ensuite, l'analyse du comportement en compression et cisaillement lors du fluage tertiaire, ainsi que la mise en oeuvre d'une série d'essais sous de faibles contraintes, nous conduira à donner une première estimation de l'influence de la migration des joints sur la rhéologie. Pour finir, nous décrirons qualitativement l'influence que peut avoir l'anisotropie des glaces sur l'écoulement des calottes polaires. En particulier, nous montrerons que la carotte de GRIP a été forée à l'endroit où le comportement mécanique est le plus instable.

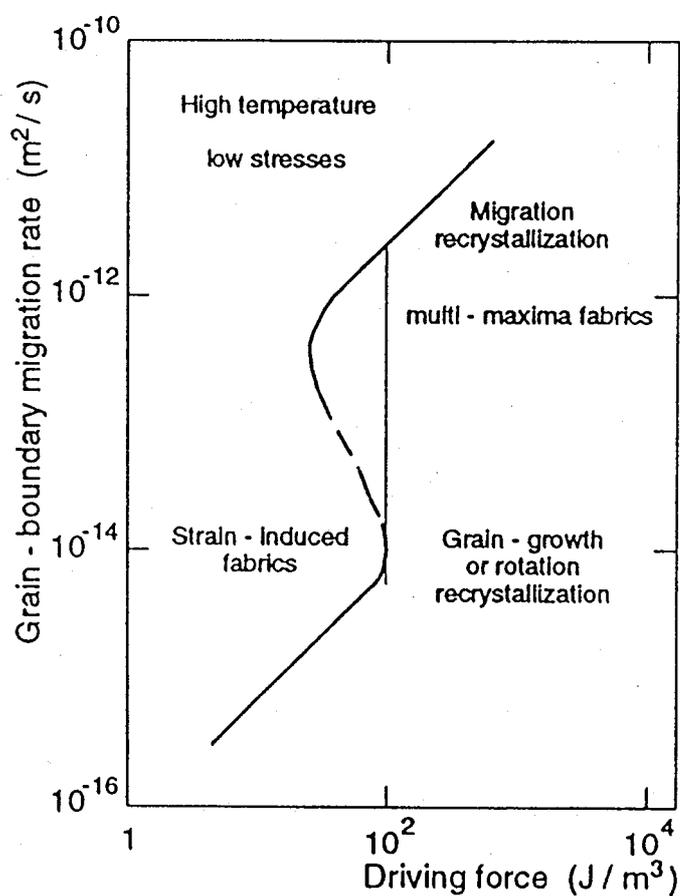


Fig. 5.1. Relation entre la vitesse de migration des joints de grains et la force motrice, pour des températures comprises entre -10°C et -15°C [Duval et Castelnau, 1995].

5.2. DEFORMATION UNIAXIALE D'UN POLYCRISTAL ISOTROPE SOUS FORTES CONTRAINTES

Nous commençons ce chapitre par une analyse des états microscopiques présents à l'intérieur d'un polycristal. Il s'agit de déterminer quels sont les états de contrainte et de vitesse de déformation d'un grain *in-situ* en fonction de son orientation. Cette analyse est importante car elle permettra ensuite de mieux comprendre les comportements macroscopiques.

Dans les modèles statique et de Taylor, on remarquera qu'il n'y a aucune relation entre la texture du polycristal et les états microscopiques. Par contre, dans le modèle VPSC "1 site", l'anisotropie macroscopique influence les comportements microscopiques à travers la relation 3.43 entre $\underline{\underline{M}}^{(tg)}$ et $\underline{\underline{M}}$. On voit donc qu'il est difficile d'analyser d'une manière générale les états microscopiques dans un polycristal anisotrope quelconque soumis à une déformation quelconque. La non-linéarité du comportement de HEM apporte de plus une difficulté supplémentaire. Nous avons donc choisi d'étudier le cas simple de la déformation uniaxiale d'un polycristal isotrope. L'avantage de ce choix réside dans la symétrie de révolution, autour d'un même axe, du comportement mécanique du polycristal ainsi que du chargement macroscopique.

Nous considérons donc un polycristal isotrope déformé en compression uniaxiale sous une contrainte déviatoire équivalente $\bar{S}_{eq} = 1 \text{ MPa}$. La vitesse de déformation macroscopique correspondante est $\bar{D}_{eq} = 7.8 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$. On appelle θ l'angle entre la direction de compression macroscopique et la direction de l'axe c d'un grain.

La figure 5.2 montre l'évolution avec θ de la contrainte déviatoire équivalente S_{eq}^g et de la vitesse de déformation équivalente D_{eq}^g , pour les modèles statique, VPSC, et Taylor. On distingue facilement sur cette figure les modèles statique et Taylor, pour lesquels S_{eq}^g et D_{eq}^g sont respectivement constants dans tout le polycristal. Concernant le modèle VPSC, il apparaît que les valeurs de S_{eq}^g et de D_{eq}^g sont fortement dépendantes de la valeur de l'angle θ . La contrainte microscopique équivalente peut prendre des valeurs supérieures à 1.5 fois la contrainte macroscopique. La valeur maximale de la vitesse de déformation microscopique équivalente est d'environ 2 fois celle la vitesse de déformation macroscopique équivalente. On voit d'autre part que D_{eq}^g prend des valeurs très faibles lorsque θ est voisin de 0° ou de 90° . Il est intéressant de remarquer l'anticorrélation que l'on obtient entre S_{eq}^g et D_{eq}^g : lorsque S_{eq}^g est maximale (pour $\theta=0^\circ$ ou $\theta=90^\circ$),

D_{eq}^g est minimale, et lorsque S_{eq}^g est minimale (pour $\theta=45^\circ$), D_{eq}^g est maximale. Les grains mal orientés pour la déformation se déforment moins vite que les grains mieux orientés, mais supportent une contrainte supérieure.

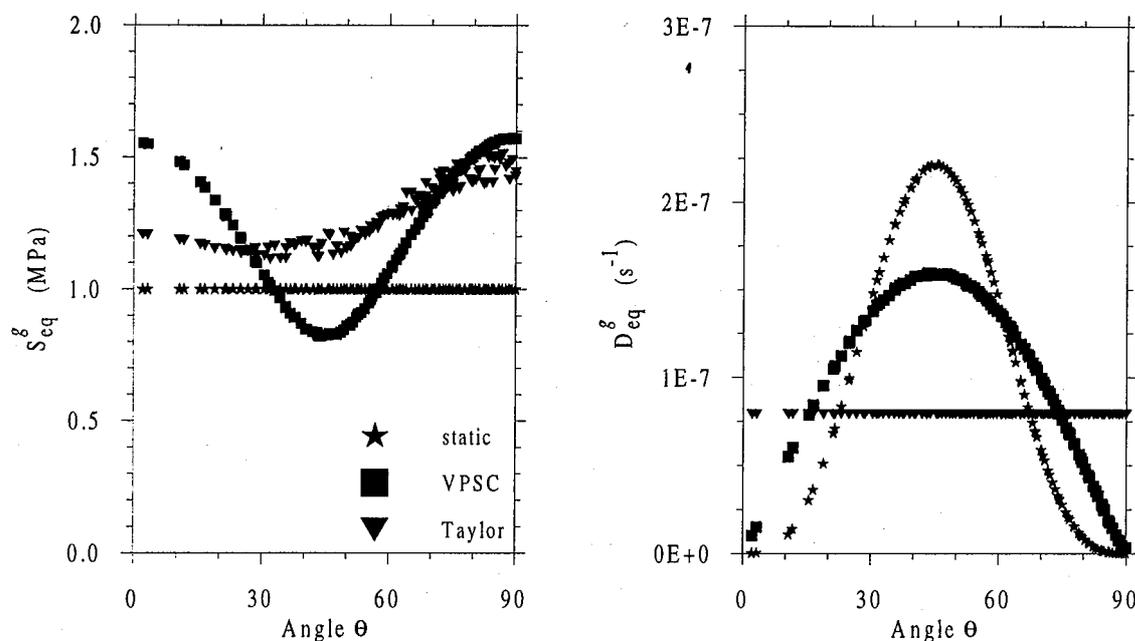


Fig. 5.2. Contrainte déviatoire équivalente et vitesse de déformation équivalente dans les grains d'un polycristal isotrope déformé par compression uniaxiale, sous une contrainte $\bar{S}_{eq} = 1\text{MPa}$. L'angle θ est l'angle entre l'axe c du grain et la direction de compression macroscopique. Les résultats sont donnés pour les modèles statique, VPSC, et Taylor.

On peut faire une analyse plus détaillée de ces résultats en étudiant les valeurs de toutes les composantes des tenseurs \underline{S}^g et \underline{D}^g . A cette fin, nous introduisons le repère macroscopique (Oxyz) dont l'axe $z'z$ est parallèle à la direction de compression macroscopique, et le repère microscopique (O $\alpha\beta\chi$) dont l'axe $\chi'\chi$ est parallèle à l'axe c du grain que l'on considère et dont l'axe $\alpha'\alpha$ est dans le plan (Oxy). Ces deux repères sont représentés sur la figure 5.3. L'angle θ est donc l'angle entre les axes $z'z$ et $\chi'\chi$.

La figure 5.4 indique, en fonction de θ , la valeur des composantes des tenseurs \underline{S}^g et \underline{D}^g dans les axes microscopiques, pour les modèles statique, VPSC, et Taylor, ainsi que l'activité des systèmes de glissement. $S_{\beta\chi}^g$ et $D_{\beta\chi}^g$ correspondent respectivement à la contrainte de cisaillement et à

la vitesse de déformation par cisaillement dans le plan de base. $S_{\chi\chi}^g$ et $D_{\chi\chi}^g$ correspondent à la contrainte axiale et à la vitesse de déformation axiale le long de l'axe c . En conséquence de la symétrie de révolution autour de l'axe de compression $z'z$, les composantes $\alpha\chi$ et $\beta\chi$ des tenseurs \underline{S}^g et \underline{D}^g sont nulles quel que soit l'angle θ .

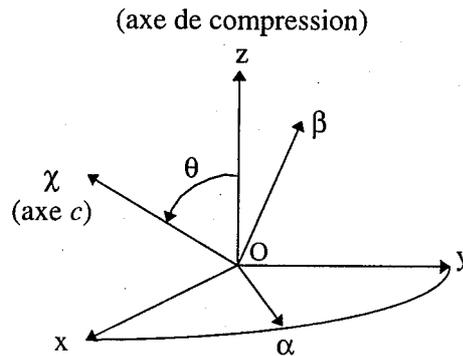


Fig. 5.3. $(Oxyz)$ est le repère macroscopique. La direction $z'z$ est la direction de compression macroscopique. $(O\alpha\beta\chi)$ est le repère microscopique. L'axe $\chi'\chi$ est parallèle à l'axe c du grain, et l'axe $\alpha'\alpha$ est dans le plan (Oxy) .

Les résultats du modèle statique montrent une variation de la valeur des composantes de \underline{S}^g avec θ . Cette dépendance est entièrement due à un facteur géométrique d'orientation du repère microscopique par rapport au repère macroscopique. Dans les axes $(O\alpha\beta\chi)$, \underline{S}^g s'exprime par:

$$(5.1) \quad \underline{S}^g = \frac{\bar{S}_{zz}}{2} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2-3\cos^2\theta & 3\sin\theta\cos\theta \\ 0 & 3\sin\theta\cos\theta & 3\cos^2\theta-1 \end{bmatrix}$$

Avec le modèle de Taylor, les composantes de \underline{D}^g s'exprime sous une forme analogue. On obtient donc un profil similaire pour les composantes de \underline{S}^g calculées avec le modèle statique et pour les composantes de \underline{D}^g calculées avec le modèle de Taylor.

Concernant le modèle statique, les valeurs de la contrainte de cisaillement $S_{\beta\chi}^g$ sont du même ordre de grandeur que celles des contraintes axiales. En conséquence de la très grande anisotropie

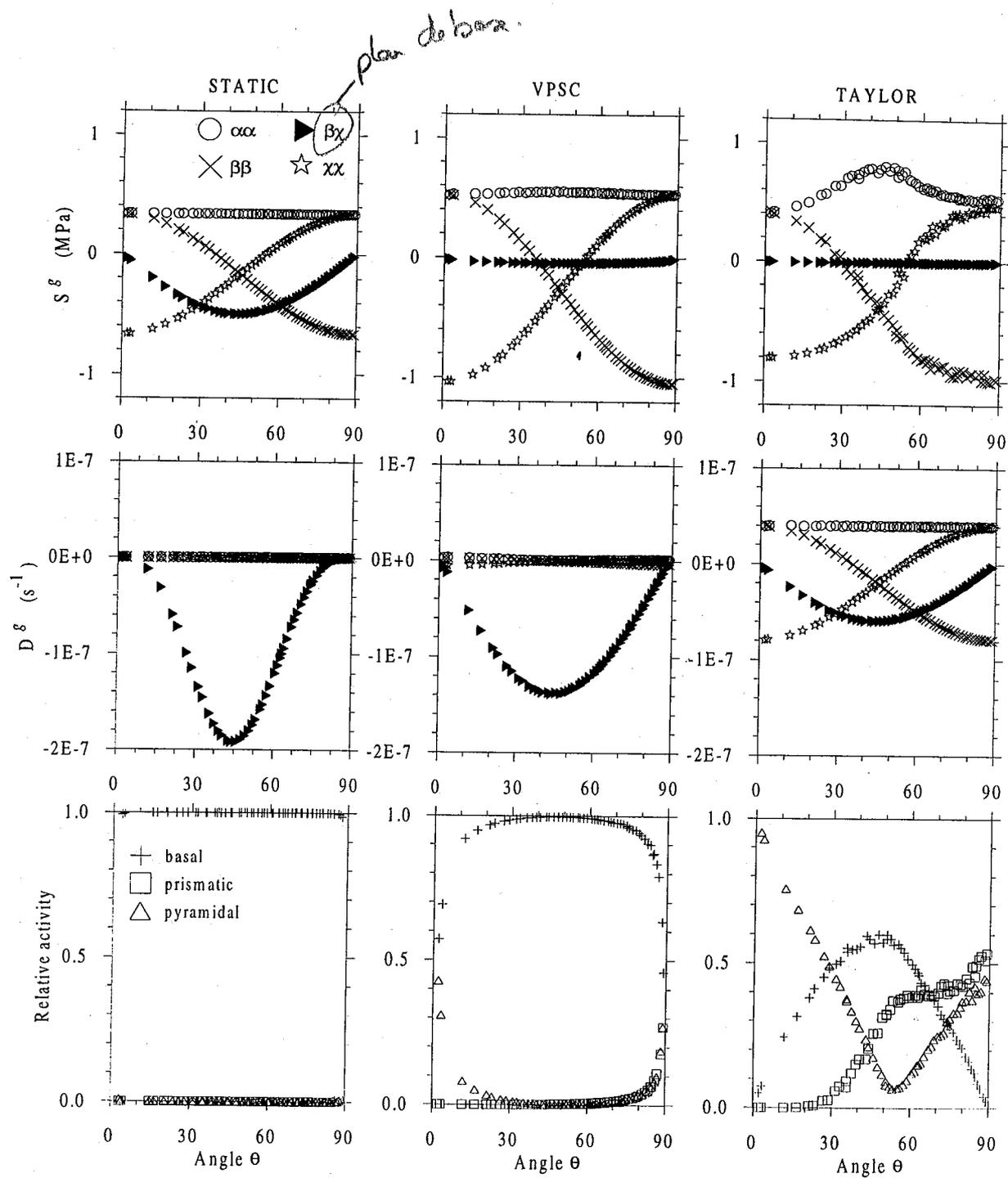


Fig. 5.4. Etats de contrainte et de vitesse de déformation microscopiques, et activité relative des systèmes de glissement, lors d'une compression uniaxiale d'un polycristal isotrope. L'angle θ est l'angle entre la direction de compression et la direction de l'axe c . Les résultats sont donnés pour les modèles statique, VPSC, et Taylor. $\bar{S}_{eq} = 1\text{MPa}$.

microscopique, les vitesses de déformations axiales sont complètement négligeables devant la vitesse de déformation $D_{\beta\chi}^g$ par cisaillement dans les plans de base. L'activité basale relative est toujours supérieure à 0.99, quelle que soit la valeur de θ .

Le modèle de Taylor montre le comportement inverse. Les vitesses de déformations $D_{\beta\chi}^g$ sont du même ordre de grandeur que les vitesses de déformations axiales, et les contraintes de cisaillement sont très faibles par rapport aux contraintes axiales. L'activité basale relative n'atteint dans aucun grain une valeur supérieure à 0.6.

Le modèle VPSC prédit un comportement intermédiaire intéressant. A l'inverse du modèle statique, l'état de contrainte sur chaque grain est largement dominé par les contraintes axiales. La valeur maximale (en valeur absolue) de la contrainte de cisaillement $S_{\beta\chi}^g$ est obtenue pour $\theta=45^\circ$, et est 20 fois plus faible que la valeur maximale de la contrainte axiale $S_{\chi\chi}^g$. Cependant, la vitesse de déformation par cisaillement $D_{\beta\chi}^g$ maximale est de un ordre de grandeur supérieure à la valeur maximale des vitesses de déformation axiales.

D'autre part, l'activité basale relative dans chaque grain n'est inférieure à 0.9 que pour des angles θ inférieurs à 10° ou supérieurs à 80° . Pour $\theta < 10^\circ$, on voit que les systèmes prismatiques ne sont pas activés. La déformation d'un grain à $\theta=0^\circ$ est une compression uniaxiale selon l'axe c , qui ne peut être obtenue que par l'activation des systèmes pyramidaux. D'après le modèle de Taylor, l'activité pyramidale de ce grain particulier est de 1.0. Par contre, pour $\theta > 80^\circ$, les systèmes prismatiques et pyramidaux sont activés. A $\theta=90^\circ$, l'activité de chacun de ces systèmes est égale à 0.5. Il faut cependant remarquer que le modèle VPSC prédit une activité non-basale importante uniquement dans les grains pour lesquels la vitesse de déformation équivalente est faible (figure 5.2). Cette propriété ne se retrouve pas dans le modèle de Taylor.

En conséquence de la structure des dislocations dans la glace, une forte valeur de l'activité non-basale ne correspond probablement pas à la réalité. Les états microscopiques des grains pour lesquels $\theta < 10^\circ$ ou $\theta > 80^\circ$ sont donc mal estimés avec le modèle VPSC.

En conclusion de cette analyse, on retiendra que le modèle VPSC indique une vitesse de déformation équivalente importante dans les grains pour lesquels la contrainte déviatoire équivalente est faible, et inversement. Dans les axes microscopiques, l'état de contrainte microscopique est largement dominé par les contraintes axiales, alors que les déformations de cisaillement dans les plans de base sont de loin les plus significatives.

5.3. RHEOLOGIE DES GLACES POLYCRISTALLINES ANISOTROPES SOUS FORTES CONTRAINTES

Nous reprenons maintenant les essais mécaniques 1 à 19 présentés dans le chapitre précédent (tableau 4.2), pour lesquels l'influence de la migration des joints de grains sur le comportement mécanique est négligeable. Nous allons vérifier, pour *chacun* des essais, si les résultats des modèles sont en accord avec les résultats expérimentaux. Nous allons ensuite étudier la rhéologie des échantillons de Vostok, Law Dome, et GRIP, dans le but de mettre en évidence le caractère instable du comportement mécanique pour certains états de contrainte, ainsi que pour prendre conscience des déformations réelles des glaces naturelles lors d'essais mécaniques.

Il est important de rappeler que la modélisation du comportement mécanique d'un polycristal ne peut se faire avec les techniques utilisées dans ce travail que si l'on suppose une répartition uniforme des contraintes sur les faces de l'échantillon. Une telle répartition n'est jamais obtenue expérimentalement de manière rigoureuse. Notre analyse suppose implicitement qu'il est possible de trouver un état de contrainte macroscopique uniforme qui produise les mêmes déformations macroscopiques que l'état de contrainte expérimental non-uniforme.

5.3.1. Rhéologie des glaces de Vostok

Nous ne présentons dans ce paragraphe que la rhéologie de l'échantillon VT2039, pour lequel nous connaissons les résultats de 5 essais mécaniques (essais 5 à 9). Il a été vérifié que l'échantillon VT1806 a un comportement mécanique très similaire. Tous les résultats présentés pour VT2039 sont donc aussi valables pour VT1806.

a) Validité des essais de compression biaxiale

La figure 5.5 montre, pour chacun des modèles statique, VPSC, et Taylor, 5 surfaces à vitesse de dissipation constante (surfaces "équipissance") $\Sigma'(\dot{W}_0)$ obtenues pour l'échantillon VT2039 dans le sous-espace $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$. Quatre de ces surfaces permettent de visualiser le comportement du polycristal dans les conditions expérimentales. Il s'agit de:

- la section par $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ de $\Sigma'(\dot{W}_0)$ (essais 5 et 6)
- la section par $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ de la projection sur $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*, \bar{S}_4^*, \bar{S}_5^*\}$ parallèlement à $\{\bar{S}_3^*\}$ (essai 7)

- la section par $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ de la projection sur $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*, \bar{S}_3^*, \bar{S}_5^*\}$ parallèlement à $\{\bar{S}_4^*\}$ (essai 8)
- la section par $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ de la projection sur $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*, \bar{S}_3^*, \bar{S}_4^*\}$ parallèlement à $\{\bar{S}_5^*\}$ (essai 9)

Une cinquième surface a été rajoutée; il s'agit de la projection sur $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ de $\Sigma'(\dot{W}_0)$. Enfin, la figure montre, à titre indicatif, le comportement isotrope correspondant à la loi de Norton-Hoff.

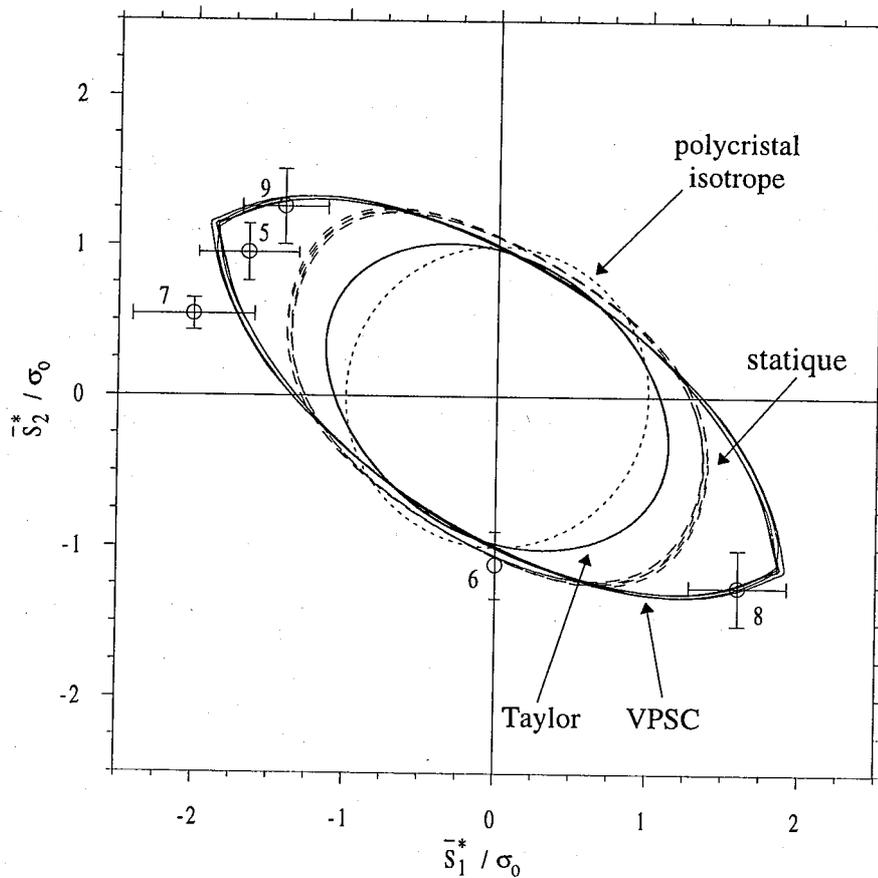


Fig. 5.5. Superposition dans le plan $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$, pour chacun des modèles statique, VPSC, et Taylor, de cinq surfaces equipuissance obtenues pour l'échantillon VT2039. Il s'agit de: (i) la section par $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$; (ii) la section par $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ de la projection sur $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*, \bar{S}_4^*, \bar{S}_5^*\}$; (iii) la section par $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ de la projection sur $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*, \bar{S}_3^*, \bar{S}_5^*\}$; (iv) la section par $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ de la projection sur $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*, \bar{S}_3^*, \bar{S}_4^*\}$; (v) la projection sur $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$. Les surfaces calculées avec les modèles statique et Taylor sont aussi des surfaces equipotentielles. Les résultats expérimentaux ainsi que le comportement isotrope de Norton-Hoff sont indiqués.

Le modèle de Taylor donnant une borne supérieure pour les contraintes, on devrait s'attendre à ce que la surface calculée avec ce modèle soit la plus grande. De même, la surface du modèle statique devrait être la plus petite. Nous voyons sur la figure 5.5 que ce n'est pas le cas. La raison est que, premièrement, les surfaces ne sont pas calculées pour une norme constante de la vitesse de déformation, mais pour une puissance dissipée constante, et que deuxièmement, les valeurs de τ_a diffèrent pour les trois modèles (tableau 4.4).

Il apparaît sur la figure 5.5 que les cinq surfaces calculées pour chacun des modèles se superposent. Cette propriété semble indiquer que le sous-espace $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ est un sous-espace fermé pour l'échantillon VT2039.

Si le sous-espace $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ est rigoureusement fermé, alors on devrait obtenir des contraintes de cisaillement \bar{S}_3^* , \bar{S}_4^* , et \bar{S}_5^* nulles lors du calcul de la projection sur $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$. Les sorties numériques permettent de contrôler aisément si cette propriété est vérifiée. Nous appelons ψ_s l'angle, dans le plan $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$, entre l'axe des abscisses et la direction de la projection du vecteur contrainte \bar{S}^* sur ce plan (figure 5.6). La projection de \bar{S}^* est donc parallèle à l'axe \bar{S}_1^* si $\psi_s = 0^\circ$ ou $\psi_s = 180^\circ$, et à \bar{S}_2^* si $\psi_s = 90^\circ$. La figure 5.7 montre l'évolution des composantes de \bar{S}^* obtenues avec les modèles statique, VPSC, et Taylor, en fonction de ψ_s , pour ψ_s compris entre 0 et 180 degrés. La valeur des contraintes pour ψ_s compris entre 180 et 360 degrés s'obtient par symétrie. On voit que les contraintes de cisaillement \bar{S}_3^* , \bar{S}_4^* , et \bar{S}_5^* ne dépassent jamais 20% de la valeur maximale des contraintes axiales, pour les trois modèles. Le sous-espace $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ est donc à peu près un sous-espace fermé pour VT2039.

Le caractère fermé du sous-espace $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ doit *a priori* dépendre des valeurs des RRSS que l'on utilise. Dans nos calculs, nous avons pris comme valeurs des RRSS celles que nous avons déterminées dans le chapitre précédent. Pour déterminer ces valeurs, nous avons utilisé 19 résultats d'essais mécaniques; cependant, 9 de ces essais ont été réalisés sur les glaces de Vostok VT1806 et VT2039. Il est donc important de vérifier que $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ soit fermé pour toutes les valeurs réalistes de τ_b / τ_a et τ_c / τ_a . Un test de sensibilité montre que les valeurs des contraintes de cisaillement \bar{S}_3^* , \bar{S}_4^* , et \bar{S}_5^* restent petites par rapport aux contraintes axiales pour toutes valeurs de τ_b / τ_a et τ_c / τ_a comprises entre 20 et 100. D'autre part, d'après la figure 4.6, nous aurions obtenu des valeurs des RRSS similaires à celles utilisées dans ce paragraphe si nous n'avions pas utilisé les deux échantillons de Vostok pour déterminer les RRSS. Le fait que l'on trouve que $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ soit à peu près fermé pour

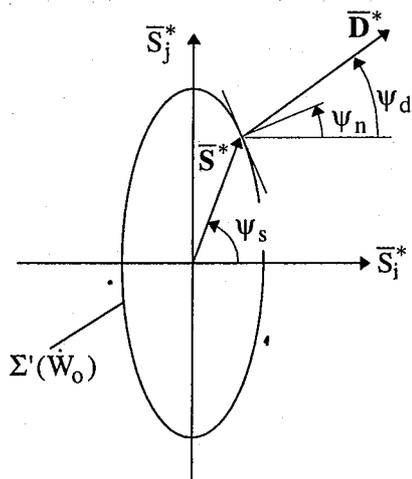


Fig. 5.6. ψ_s et ψ_d désignent respectivement l'angle entre la projection des vecteurs \bar{S}^* et \bar{D}^* sur le sous-espace $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ et l'axe des abscisses \bar{S}_1^* . ψ_n est l'angle entre la normale à la surface equipuissance et l'axe des abscisses.

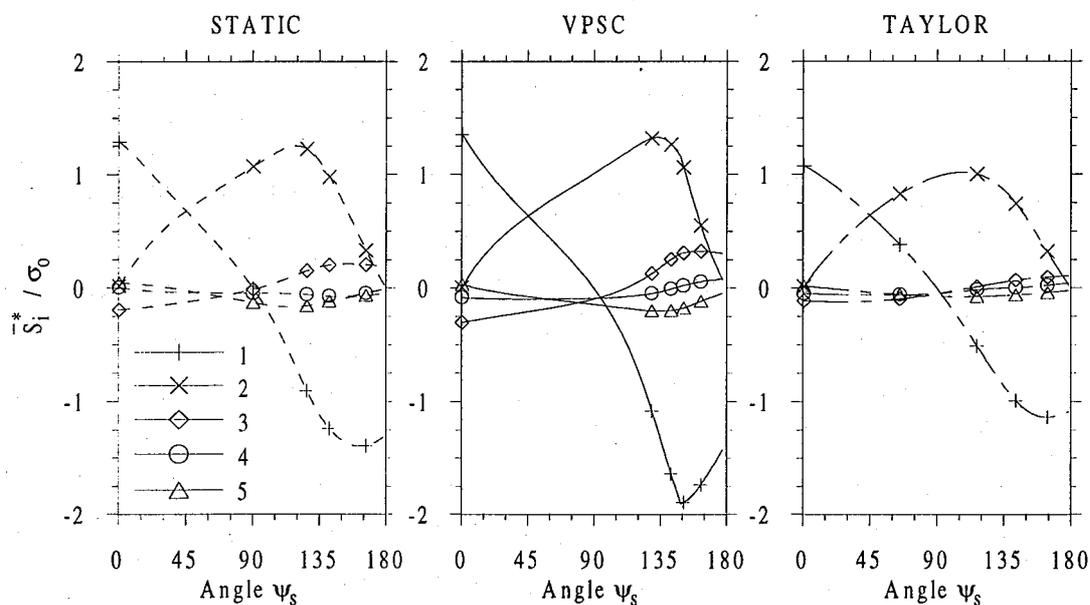


Fig. 5.7. Valeurs, en fonction de ψ_s , des composantes du vecteur contrainte obtenues avec les modèles statique, VPSC, et Taylor, lors de la projection de la surface equipuissance de VT2039 sur le plan déviatoire $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$.

VT2039 est donc indépendant du fait que l'on ait utilisé les échantillons VT1806 et VT2039 pour déterminer les valeurs des RRSS.

La mise en évidence du caractère fermé du sous-espace $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ est importante car elle permet de vérifier la validité des essais de compression biaxiale 7, 8, et 9. En effet, nous avons montré dans le paragraphe 4.5.3 que si le sous-espace $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ n'est pas rigoureusement fermé, alors il y a nécessairement une répartition non-uniforme des contraintes axiales sur les faces de l'échantillon lors des expériences. Les essais biaxiaux n'auraient pas pu être interprétés dans ces conditions. Pour pouvoir comparer le comportement expérimental avec le comportement modélisé, nous avons remplacé (paragraphe 4.5.3) les contraintes axiales réparties non-uniformément par la somme de contraintes axiales uniformes et de contraintes de cisaillement uniformes. D'après tous les modèles, les contraintes de cisaillement sont faibles devant les contraintes axiales lors du calcul de la projection sur $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$. Nous avons d'autre part vérifié que ce résultat est aussi valable dans les conditions de compressions biaxiales correspondant aux essais 7, 8, et 9. Ce résultat signifie donc que la non-uniformité de la répartition des contraintes axiales lors des essais biaxiaux doit être suffisamment faible pour ne pas entacher d'une erreur trop grande les résultats expérimentaux.

b) Coins des surfaces équipaissances: un signe d'instabilité?

Les surfaces équipaissances calculées avec le modèle VPSC présentent des coins nettement marqués. Si ces surfaces étaient aussi des surfaces équipotentielles, la présence de ces coins mettrait en évidence une zone de grande instabilité dans le comportement du matériau. Nous avons cependant montré dans les paragraphes 3.5 et 4.6 que les surfaces équipaissances du modèle VPSC ne correspondent pas à des surfaces équipotentielles, contrairement aux surfaces équipaissances des modèles statique et Taylor. Sur ces surfaces, la règle de la normalité ne s'applique donc pas nécessairement. Ainsi, pour le modèle VPSC, la figure 5.5 permet uniquement de représenter la dureté d'un polycristal lorsque celui-ci est chargé dans une direction donnée. Cette figure ne permet pas de mettre en évidence l'évolution de la direction de la vitesse de déformation avec la contrainte appliquée.

Concernant le modèle VPSC, il est intéressant de voir s'il existe une région de la surface équipaissances pour laquelle la règle de la normalité s'applique "à peu près". Nous appelons ψ_d l'angle entre la direction de la projection du vecteur \bar{D}^* sur $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ et l'axe des abscisses, et ψ_n l'angle entre la normale à la surface et l'axe des abscisses (figure 5.6). Pour la projection de la surface

équipissance, nous avons tracé sur la figure 5.8 la différence $\psi_d - \psi_n$ en fonction de l'angle ψ_s . Si la règle de la normalité était vérifiée, alors nous obtiendrions $\psi_d - \psi_n = 0$ quel que soit ψ_s . La figure 5.8 montre que l'on obtient des valeurs de $|\psi_d - \psi_n|$ inférieures à 4° lorsque ψ_s est inférieur à 135° ou supérieur à 160° , indiquant ainsi que la règle de la normalité s'applique avec une erreur faible sur la plus grande partie de la surface. Par contre, pour ψ_s compris entre 135 et 160° , on voit que $|\psi_d - \psi_n|$ peut prendre de très grandes valeurs, avec une valeur maximale de 43° . Dans cette région, qui correspond au voisinage des coins de la surface 'équipissance, la règle de la normalité ne s'applique absolument pas. A $\psi_s = 148^\circ$, ψ_n présente une nette discontinuité liée à la présence du coin. La discontinuité de $|\psi_d - \psi_n|$ pour cette valeur de ψ_s montre que le profil de ψ_d ne suit pas du tout celui de ψ_n .

Il n'est donc pas correct de déduire de la présence de coins une quelconque instabilité dans le comportement mécanique. La seule possibilité pour appréhender l'évolution de la direction de $\bar{\mathbf{D}}^*$ avec $\bar{\mathbf{S}}^*$ est donc d'étudier la relation entre ψ_d et ψ_s .

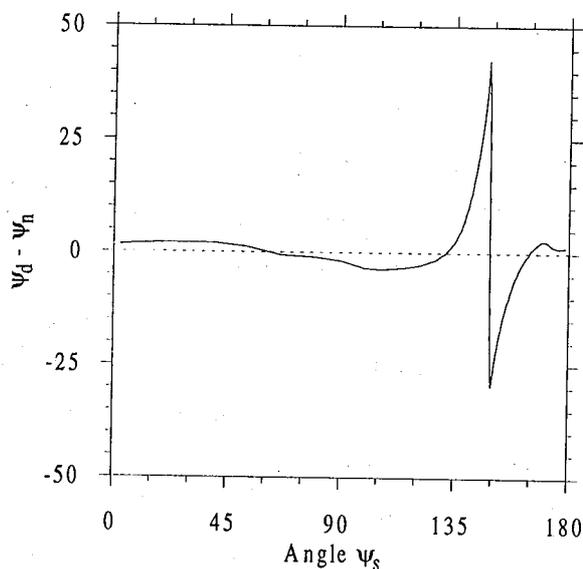


Fig. 5.8. Ecart entre la direction du vecteur $\bar{\mathbf{D}}^*$ et la direction de la normale à la surface équipissance, calculé pour la projection sur $(\bar{\mathbf{S}}_1^*, \bar{\mathbf{S}}_2^*)$ de la surface équipissance du modèle VPSC.

c) Comparaison avec les mesures expérimentales

Nous reprenons maintenant la figure 5.5. Les grandes valeurs des contraintes axiales \bar{S}_1^* et \bar{S}_2^* que l'on obtient dans les quarts supérieur gauche et inférieur droit de cette figure indique une grande dureté du polycristal lorsqu'il est déformé sous de tels états de contrainte. En comparant entre elles les surfaces équipissances, on voit que le modèle de Taylor prédit un comportement qui n'est pas très éloigné du comportement isotrope de Norton-Hoff. Le modèle VPSC donne une surface bien plus allongée, indiquant un comportement mécanique beaucoup plus anisotrope. Le modèle statique donne un résultat intermédiaire entre le modèle de Taylor et le modèle VPSC.

Nous avons aussi reporté sur la figure 5.5 les 5 points expérimentaux dont nous disposons pour l'échantillon VT2039. Le modèle VPSC reproduit bien *toutes* les valeurs expérimentales de \bar{S}_1^* et \bar{S}_2^* , aux incertitudes près. Ce n'est pas le cas du modèle statique, qui ne prédit pas un comportement assez dur dans les conditions des essais 5, 7, 8, et 9. Cependant, le fait qu'un point expérimental soit situé exactement sur une surface équipissance (comme par exemple le point 8) ne signifie pas nécessairement que le comportement expérimental soit parfaitement reproduit par le modèle. Pour ce faire, il faut de plus vérifier que les directions des vitesses de déformation expérimentale et modélisée en ce point sont parallèles.

La figure 5.9a montre les évolutions de ψ_d en fonction de ψ_s , obtenues avec les modèles statique, VPSC, et Taylor. Ces courbes ont été calculées à partir de la *projection* de la surface équipissance sur le sous-espace $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$; mais il a été vérifié que les résultats auraient été très peu différents si ils avaient été calculées à partir des *sections et projections* présentées sur la figure 5.5. Le comportement isotrope de Norton-Hoff est indiqué pour comparaison; il est donné par une droite de pente unitaire.

Concernant le modèle VPSC, on voit que la courbe ne présente pas de segments verticaux, indiquant ainsi que la surface équipotentielle ne présente pas de coins. Deux types distincts de comportement mécanique peuvent être distingués. (i) Pour des valeurs de ψ_s inférieures à 120° , la pente de la courbe est très faible. Cela signifie que le comportement du polycristal est très "stable": une variation de la direction du vecteur \bar{S}^* de 120° n'entraîne une variation de la direction de \bar{D}^* que de 30° ; la direction de la vitesse de déformation est à peu près indépendante de la direction de la contrainte appliquée. (ii) Pour des valeurs de ψ_s supérieure à 120° , c'est à dire dans le voisinage du coin de la surface équipissance, la pente de la courbe est bien plus grande. Dans cette zone, la direction de la vitesse de déformation est très sensible à la direction de la contrainte: une variation de la direction de \bar{S}^* de seulement 30° entraîne une variation de la direction de \bar{D}^* de plus de 120° .

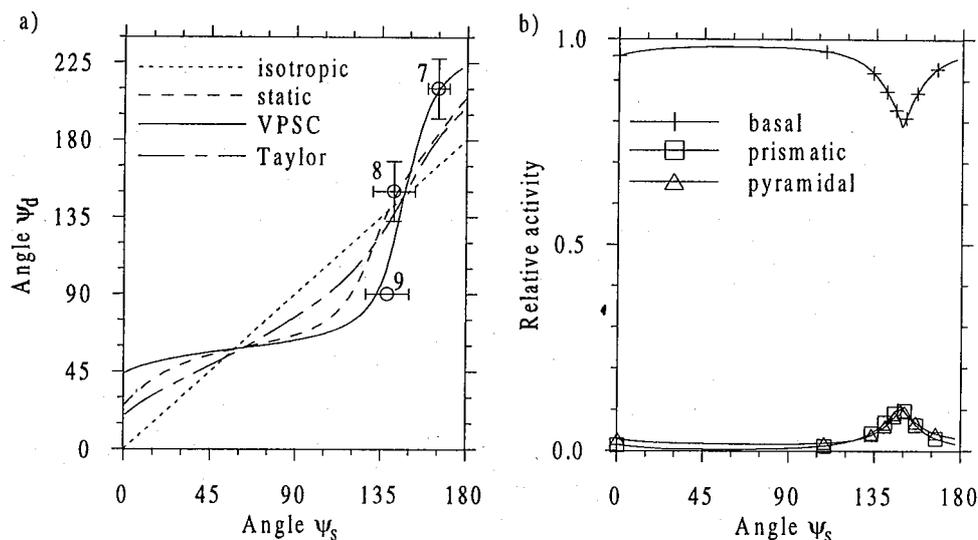


Fig. 5.9. Résultats de la projection de la surface equipuissance sur le sous-espace $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$, pour l'échantillon VT2039: (a) évolution de la direction de la vitesse de déformation en fonction de l'angle ψ_s . Les points expérimentaux correspondants aux essais 7 et 9 sont indiqués, ainsi que le comportement isotrope de Norton-Hoff. Le point numéroté 8 est obtenu par symétrie à partir de l'essai mécanique n° 8. (b) Activités relatives des systèmes de glissement, calculées avec le modèle VPSC.

Les comportements que l'on obtient avec le modèle de Taylor se rapproche beaucoup plus du comportement isotrope, comme on peut aussi le voir sur la figure 5.5. Le modèle statique donne un comportement intermédiaire entre les modèles VPSC et Taylor; la réponse du polycristal s'écarte clairement du comportement isotrope, mais l'anisotropie est moins grande que celle estimée avec le modèle VPSC.

Nous avons aussi positionné sur la figure 5.9a les points expérimentaux des essais 7, 8, et 9, correspondant aux trois essais de compression biaxiale. La position des points 5 et 6 correspondant aux essais de compression uniaxiale ne peut pas être indiquée sur cette figure, car la direction de \bar{D}^* n'est pas connue. Il apparaît clairement que le modèle VPSC reproduit mieux l'anisotropie du comportement que les modèles statique et Taylor. En particulier, la grande sensibilité de la direction de \bar{D}^* à celle de \bar{S}^* correspond bien au comportement réel de l'échantillon.

D'après la figure 5.9b, cette zone sensible à la contrainte, autour de $\psi_s = 148^\circ$, correspond à un minimum très net de l'activité basale pour le modèle VPSC (pour le modèle statique, les activités ne sont plus indiquées car l'activité non-basale est toujours très inférieure à 0.01). Pour cette glace de Vostok, une augmentation de l'activité non-basale tend donc à déstabiliser le comportement

macroscopique. En effet, une grande activité non-basale indique que, dans de nombreux grains, les déformations axiales (dans les axes cristallographiques) ne sont plus négligeables devant les déformations de cisaillement dans le plan de base. Cela signifie donc que les contraintes de cisaillement dans le plan de base sont extrêmement faibles devant les contraintes axiales. Pour ces grains, une légère désorientation de la contrainte macroscopique suffit à initier un glissement basal important. L'anisotropie de la texture de VT2039 explique alors le minimum de l'activité basale *moyenne* pour $\psi_s = 148^\circ$. Une très faible variation de ψ_s autour de cette valeur a pour effet de donner à ψ_d une valeur proche de 45° (ou de 225°), pour laquelle l'activité basale est maximale. Le polycristal tend donc à se déformer dans les conditions pour lesquelles l'activité basale est maximale.

Enfin, on pourra remarquer pour finir ce paragraphe que d'après les figures 5.8 et 5.9, le domaine dans lequel la règle de la normalité ne s'applique plus à la surface équipissance correspond exactement à la zone présentant une forte variation de l'activité basale avec ψ_s .

d) Résumé

- Nous avons montré que les essais de compression biaxiale de Pimienta [1987] sur les échantillons VT1806 et VT2039 sont "bons", car la répartition des contraintes axiales sur les faces de l'échantillon ne devrait pas être trop hétérogène.
- Le parfait accord entre les résultats de *chacun* des essais mécaniques sur VT1806 et VT2039 et les estimations du modèle VPSC valide ce modèle.
- L'anisotropie déterminée avec le modèle statique est moins forte que celle estimée avec le modèle VPSC pour les glaces de Vostok.
- En déformations axiales, on distingue deux types de comportement différents. Pour la plupart des états de contrainte, la direction de la vitesse de déformation est très peu sensible à la direction de la contrainte; cette sensibilité est au contraire très grande pour des directions particulières de la contrainte, pour lesquelles l'activité basale est minimale.
- Avec le modèle VPSC, l'activité non-basale prend une valeur importante, de l'ordre de 0.2, dans cette zone de grande sensibilité. Les états microscopiques modélisés représentent certainement mal les états réels, mais le comportement macroscopique modélisé reste en bon accord avec les résultats expérimentaux.
- Des résultats quantitatifs indiquant l'écart entre la direction de la vitesse de déformation et la direction de la normale à la surface équipissance ont été présentés. Pour l'échantillon VT2039, la règle de la normalité ne s'applique à la surface équipissance que dans la zone de faible sensibilité (zone "stable").

5.3.2. Rhéologie des glaces de Law Dome et de GRIP

Les textures des glaces de Law Dome et de GRIP étant similaires, nous allons étudier la rhéologie de ces échantillons simultanément.

a) Comparaison avec les mesures expérimentales

La figure 5.10 présente la section par le plan $\{\bar{S}_2^*, \bar{S}_4^*\}$ des surfaces équipuissances calculées avec les modèles statique, VPSC et Taylor, pour l'échantillon de Law Dome. Comme pour les glaces de Vostok, le modèle VPSC donne un comportement plus anisotrope que le modèle statique. Les points expérimentaux correspondant aux essais 17, 18, et 19 sont aussi reportés sur la figure. Pour l'essai de cisaillement 18, la dureté de l'échantillon est bien estimée avec le modèle VPSC, et le modèle statique donne un comportement à la limite de l'incertitude. Les deux autres essais 17 et 19 sont situés entre les surfaces calculées avec les modèles statique et VPSC. Le modèle VPSC donne cependant un comportement à la limite de l'incertitude pour l'essai 17, qui est mieux reproduit par le modèle statique.

Sur la figure 5.11a, nous avons tracé l'évolution de la direction ψ_d du vecteur vitesse de déformation \bar{D}^* en fonction de la direction ψ_s de la contrainte appliquée \bar{S}^* , pour l'échantillon de Law Dome. Le sous espace $\{\bar{S}_2^*, \bar{S}_4^*\}$ n'étant pas fermé, la valeur de ψ_d n'indique que la direction de la projection de \bar{D}^* sur le plan $\{\bar{S}_2^*, \bar{S}_4^*\}$. Comme pour les glaces de Vostok, il est possible de distinguer deux types différents de comportement mécanique pour l'échantillon de Law Dome. Pour le premier type, qui correspond à des valeurs de ψ_s comprises entre 30° et 165° environ, la direction de \bar{D}^* est complètement insensible à la direction de \bar{S}^* . Pour le deuxième type, on trouve une extrême sensibilité de la direction de \bar{D}^* à la direction de \bar{S}^* . Une fois de plus, on remarque que ce phénomène est plus marqué avec le modèle VPSC qu'avec le modèle statique. D'après la figure 5.11b, l'activité basale du modèle VPSC présente un net minimum dans la zone sensible. Le glissement non-basal est essentiellement concentré sur les systèmes pyramidaux, indiquant une déformation axiale des grains selon l'axe c .

Le point expérimental correspondant à l'essai 19, qui est le seul essai pour lequel on connaît la direction de \bar{D}^* , a aussi été positionné sur la figure 5.11a. Nous avons vu dans le paragraphe 4.5.3 que les conditions expérimentales de cet essai ne peuvent être modélisées de manière rigoureuse. Il semble cependant que le caractère instable du comportement ne soit pas un artefact de calcul, mais corresponde bien au comportement réel du polycristal. Il aurait été très intéressant de pouvoir

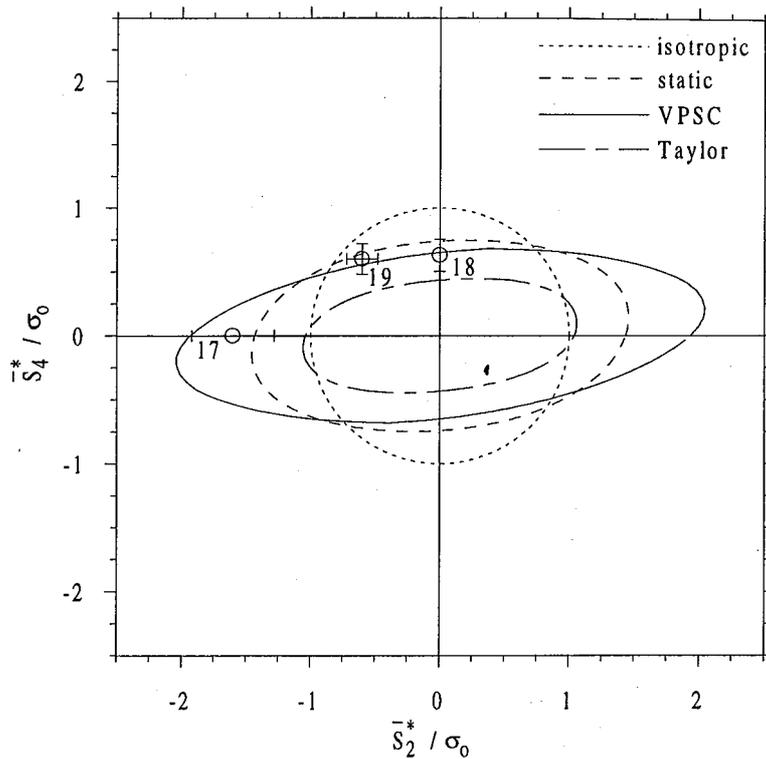


Fig. 5.10. Section par le plan $\{\bar{S}_2^*, \bar{S}_4^*\}$ des surfaces equipuissances calculées pour l'échantillon de Law Dome avec les modèles statique, VPSC, et Taylor. Les résultats expérimentaux ainsi que le comportement isotrope de Norton-Hoff sont indiqués.

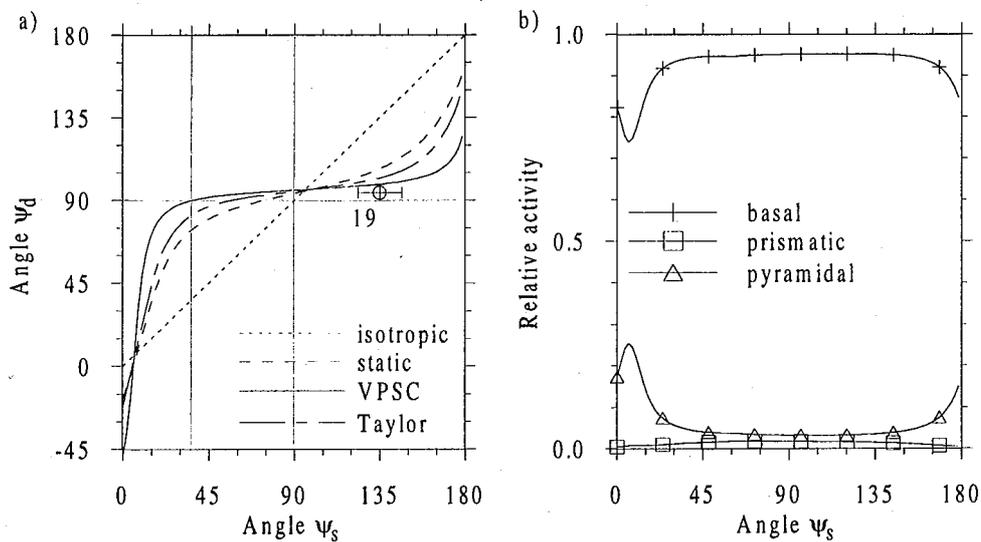


Fig. 5.11. Section par le plan $\{\bar{S}_2^*, \bar{S}_4^*\}$ des surfaces equipuissances calculées pour l'échantillon de Law Dome avec les modèles statique, VPSC, et Taylor. (a) Direction de la vitesse de déformation en fonction de la direction de la contrainte. Le résultat expérimental de l'essai 19 et le comportement isotrope de Norton-Hoff sont indiqués. (b) Activités relatives des systèmes de glissement, calculées avec le modèle VPSC.

positionner sur la courbe un point expérimental pour une valeur de ψ_s proche de 180° , afin de se placer dans la zone sensible à la direction de la contrainte. Mais un essai dans de telles conditions n'a semble t-il jamais été réalisé.

Les essais 10 à 16 de compression uniaxiale sur les échantillons de GRIP permettent d'apporter des informations supplémentaires. Les textures de ces échantillons sont en effet qualitativement semblables à celle de l'échantillon de Law Dome, et les échantillons sont déformés dans les mêmes conditions que celles de l'essai 17. Les résultats obtenus pour les glaces de GRIP sont reportés sur la figure 5.12, en fonction de la profondeur *in-situ*. On voit un net durcissement des échantillons avec la profondeur, en rapport d'après la figure 4.5 avec l'augmentation de la concentration des textures. Pour l'ensemble de ces essais, sauf pour l'essai 13, le modèle VPSC donne quand même de meilleurs résultats que le modèle statique. Le comportement de l'échantillon g4015 lors de l'essai 13 est curieux: le point expérimental se situe bien sur un profil continu reliant tous les points expérimentaux; le modèle statique montre aussi un durcissement continu entre les essais 12 et 14; cependant, les modèles VPSC et Taylor estiment un comportement bien plus doux pour l'échantillon g4015 que pour les échantillons g3615 et g4215. Nous reviendrons plus loin sur ce point.

b) Estimation des déformations réelles dans les conditions expérimentales

Dans les conditions d'un essai de fluage en compression sur l'échantillon de Law Dome selon l'axe $z'z$, correspondant à $\psi_s = 180^\circ$, la figure 5.11a indique que ψ_d prend la valeur 131° avec le modèle VPSC. Ainsi, la vitesse de déformation en cisaillement dans la direction $x'x$ n'est pas du tout négligeable. De même, si un essai de cisaillement dans le plan (Oxy) et la direction $x'x$ est réalisé, en bloquant la déformation axiale dans la direction $z'z$, alors la condition $\psi_d = 90^\circ$ est imposée. On trouve alors $\psi_s = 37^\circ$, indiquant que la contrainte axiale \bar{S}_2^* prend une valeur voisine de la contrainte de cisaillement appliquée. Cependant, on aurait pu penser *a priori* que les sous-espaces $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ et $\{\bar{S}_4^*\}$ sont à peu près fermés pour l'échantillon de Law Dome, puisque la texture présente grossièrement une symétrie de révolution autour de l'axe $z'z$ (figure 4.5). L'analyse de nos résultats montre qu'un tel raisonnement n'est pas valable pour cet échantillon.

Nous avons fait une analyse similaire pour estimer les déformations réelles des échantillons de GRIP dans les conditions des essais 10 à 16. La figure 5.13a montre le rapport entre la vitesse

$\left(\bar{D}_3^{*2} + \bar{D}_4^{*2}\right)^{1/2}$ de cisaillement dans le plan (Oxy) et la vitesse \bar{D}_2^* de compression selon l'axe $z'z$.

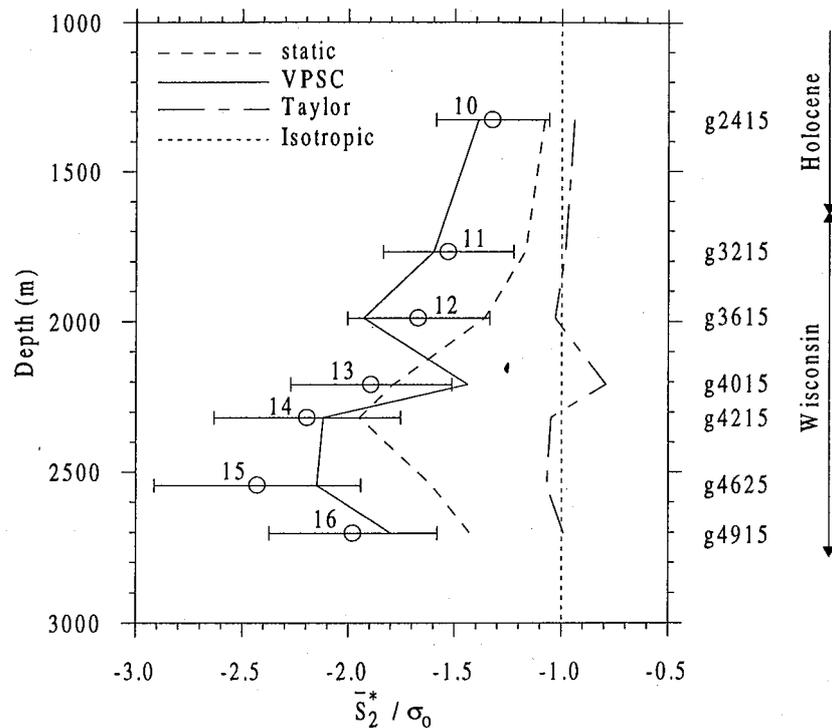


Fig. 5.12. Valeur du rapport \bar{S}_2^* / σ_0 calculé pour chacun des échantillons de GRIP avec les modèles statique, VPSC, et Taylor. Les résultats expérimentaux et le comportement isotrope de Norton-Hoff sont indiqués, ainsi que le nom des échantillons. Les résultats sont présentés en fonction de la profondeur in-situ.

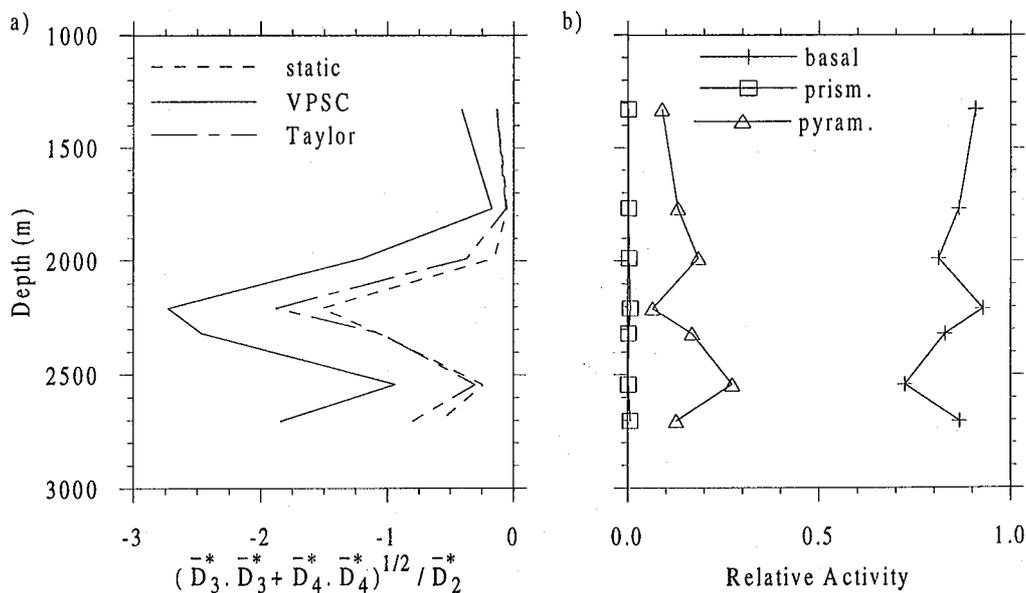


Fig. 5.13. Calcul du comportement mécanique des échantillons de GRIP dans les conditions expérimentales. (a) Rapport entre la vitesse de cisaillement dans le plan (Oxy) et la vitesse de compression dans la direction z'z'. (b) Activités relatives des systèmes de glissement, calculées avec le modèle VPSC.

Les résultats quantitatifs diffèrent quelque peu entre le modèle VPSC et les modèles statique et Taylor. Mais ces trois modèles montrent exactement les mêmes tendances, avec notamment un pic pour l'échantillon g4015 (2208m de profondeur). D'après la figure 4.5, ce pic semble correspondre à un léger décalage de l'axe de symétrie de la texture (s'il existe!) par rapport à la direction $z'z$ de compression. Pour cet échantillon, le modèle VPSC prédit une vitesse de déformation en cisaillement 2.5 fois plus élevée que la vitesse de compression axiale. Pour une taille d'échantillon d'environ $\varnothing 35 \times 70$ mm [Milsch, 1994], le déplacement de la face libre de l'échantillon sur le plateau de la presse serait donc supérieur à 3mm (soit presque 1/10ième du diamètre) pour une déformation axiale de 1% !

La figure 5.13b montre les activités des systèmes de glissement pour les échantillons de GRIP, calculées avec le modèle VPSC. Il y apparaît une anticorrélation entre l'activité basale et la valeur relative de la vitesse de cisaillement. Cette propriété rejoint tout à fait les résultats présentés sur la figure 5.11. Les échantillons de GRIP sont déformés dans les conditions où la direction de \bar{D}^* est très sensible à la direction de \bar{S}^* . On trouve dans ces conditions un minimum aigu de l'activité basale lorsque ψ_d est voisin de 0° , c'est à dire lorsque la vitesse de cisaillement des glaces de GRIP est minimale.

D'autre part, nous avons interprété les essais de torsion sur l'échantillon de Law Dome comme des essais de cisaillement à contrainte imposée (paragraphe 4.5.3). Dans les conditions $\psi_s = 90^\circ$, la figure 5.11 indique que ψ_d prend une valeur d'environ 95° . L'échantillon se *rétrécit* dans la direction $z'z$, avec une vitesse de déformation axiale 10 fois plus faible que la vitesse de cisaillement. Cependant, lors d'un essai de torsion, la direction de la contrainte de cisaillement n'est pas constante. Ainsi, si un point de l'échantillon se déforme dans les conditions $\psi_s = 90^\circ$, alors le point diamétralement opposé est soumis aux conditions $\psi_s = -90^\circ$. Pour l'échantillon de Law Dome, ce dernier point devrait donc subir un *allongement* dans la direction $z'z$. L'état de déformation axiale selon $z'z$ devrait donc être hétérogène. Cependant, l'échantillon est collé aux plateaux de la machine de torsion. Une telle hétérogénéité est donc impossible pratiquement. D'autre part, la viscosité en déformation axiale de l'échantillon de Law Dome est élevée. Il devrait donc apparaître des contraintes axiales importantes, du même ordre de grandeur que la contrainte de cisaillement imposée, et réparties de manière hétérogène dans tout le volume de l'échantillon. On peut donc remettre en question la validité des essais de torsion 18 et 19.

c) Glaces à texture de symétrie de révolution

Le comportement des glaces naturelles de Law Dome et de GRIP est difficile à interpréter car d'une part, la concentration des textures est mal contrôlée et ne peut pas être représentée avec un nombre restreint de paramètres, et d'autre part, les sous-espaces dans lesquels on se place pour décrire le comportement ne sont pas fermés. Nous allons donc maintenant considérer des glaces dont la texture présente une symétrie de révolution. L'étude de ces échantillons théoriques va nous permettre de séparer les effets de concentration de la texture des effets liés à l'orientation de la texture par rapport à la direction du chargement.

Nous considérons dans un premier temps des textures présentant une symétrie de révolution autour de l'axe $z'z$ (figure 5.14). La concentration d'une telle texture est décrite par le rapport R/R_0 , où R_0 est le rayon du diagramme de Schmid, et R le rayon du petit disque formé par l'ensemble des projections des axes c sur ce diagramme. La valeur $R/R_0=1$ correspond donc à un polycristal isotrope, et la valeur $R/R_0=0$ s'obtient lorsque tous les axes c sont parallèles à l'axe $z'z$. En conséquence de la symétrie de révolution, le sous-espace $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ est fermé [Canova et al., 1985].

la figure 5.15 montre l'évolution de la valeur de \bar{S}_2^*/σ_0 et des activités relatives avec le rapport R/R_0 , lorsque le polycristal est déformé en compression uniaxiale selon l'axe $z'z$. Pour le modèle statique, les valeurs de \bar{S}_2^*/σ_0 sont extrêmement sensibles à la concentration de la texture lorsque le paramètre R/R_0 est inférieur à 0.3. Les modèles VPSC et Taylor ne montrent pas une telle sensibilité. Cette propriété se comprend si l'on considère les activités des systèmes de glissement. Avec le modèle statique, l'activité non-basale est toujours inférieure à 0.01. Lorsque la texture se concentre, le facteur de Schmid moyen des systèmes de glissement basal diminue. La déformation de l'échantillon ne peut donc se produire que par une forte augmentation des contraintes axiales macroscopiques. Pour les modèles VPSC et Taylor, l'activation des systèmes non-basaux est possible, car les contraintes axiales microscopiques (dans les axes cristallographiques) sont nettement plus importantes que les contraintes microscopiques de cisaillement dans le plan de base. Ainsi, le durcissement du polycristal est moins important pour de faibles valeurs de R/R_0 .

On notera d'autre part la faible valeur de l'activité basale que l'on obtient avec le modèle VPSC lorsque R/R_0 est inférieur à 0.2, qui n'est certainement pas réaliste. Ceci indique que les états microscopiques doivent être globalement mal estimés pour ces glaces.

D'après la figure 5.15, la valeur de \bar{S}_2^*/σ_0 calculée avec le modèle VPSC n'est supérieure à celle calculée avec le modèle statique que pour $0.15 < R/R_0 < 0.52$. Pour $R/R_0 < 0.10$, le modèle statique donne un comportement bien plus dur que le modèle VPSC, indiquant une plus forte anisotropie. Pour les glaces de Vostok, Law Dome, et GRIP, nous avons montré que le modèle VPSC prédit une

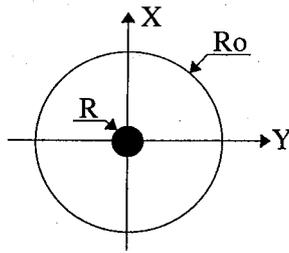


Fig. 5.14. La valeur du rapport des rayons R/R_0 décrit le degré de concentration d'une texture présentant une symétrie de révolution autour de l'axe $z'z$. La figure est tracée pour $R/R_0=0.16$.

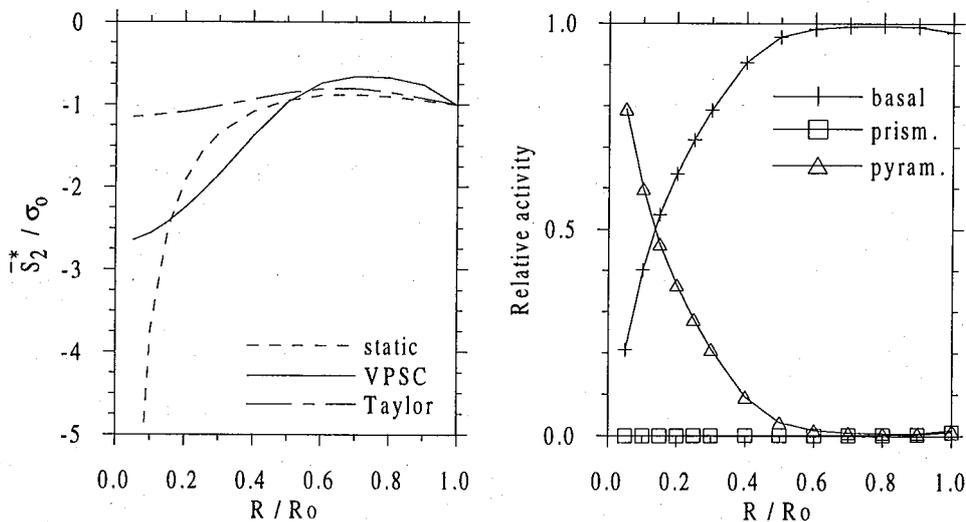


Fig. 5.15. Effet de la concentration de la texture sur le comportement en compression uniaxiale. L'axe de symétrie de révolution de la texture est parallèle à l'axe $z'z$ de compression. Les activités relatives des systèmes de glissement ne sont données que pour le modèle VPSC.

anisotropie plus importante que le modèle statique. Nous voyons que ce résultat n'est pas général; il dépend de la texture du polycristal.

Parmi les 7 échantillons de GRIP, g4015 et g4215 présentent les textures les plus concentrées. Ces échantillons devraient être bien représentés par des valeurs de R/R_0 voisines de 0.16. Ils se positionnent donc dans la zone où le modèle statique est très sensible à la concentration de la texture. D'après la figure 5.15, le modèle statique devrait donner des valeurs de \bar{S}_2^* / σ_0 proches de -2.5, et le modèle VPSC une activité basale inférieure à 0.7. On voit sur les figures 5.12 et 5.13 que ce n'est pas

le cas. Il convient donc d'attribuer ces différences à l'importance de la vitesse de déformation en cisaillement $\left(\overline{D}_3^{*2} + \overline{D}_4^{*2}\right)^{1/2}$ par rapport à la vitesse de déformation axiale \overline{D}_2^* .

Nous choisissons maintenant le polycristal correspondant à la valeur $R/R_0=0.16$. Nous faisons subir à la texture de cet échantillon une rotation rigide d'angle δ_s autour de l'axe $y'y$. Le plan (Oxy) devient donc un plan de symétrie de la texture, et l'angle δ_s représente l'angle entre l'axe $z'z$ et l'axe (Oxz) de révolution de la texture. D'après Canova et al. [1985], le sous-espace $\{\overline{S}_1^*, \overline{S}_2^*, \overline{S}_4^*\}$ est fermé, mais $\{\overline{S}_1^*, \overline{S}_2^*\}$ et $\{\overline{S}_4^*\}$ ne le sont pas nécessairement. Le polycristal est déformé en compression uniaxiale selon l'axe $z'z$, c'est à dire en imposant $\overline{S}_1^* = \overline{S}_4^* = 0$. Les angles ψ_s et ψ_d sont définis dans le plan $\{\overline{S}_2^*, \overline{S}_4^*\}$. Les conditions de chargement correspondent donc à la valeur $\psi_s = 180^\circ$.

La figure 5.16 indique la réponse de l'échantillon en fonction de la valeur de δ_s , pour δ_s compris entre 0° et 45° . Pour des valeurs de δ_s inférieure à 10° , une légère désorientation de l'axe de symétrie de la texture par rapport à l'axe de compression modifie la direction ψ_d de la vitesse de déformation de manière dramatique. On obtient par exemple avec le modèle VPSC $\psi_d = 120^\circ$ (soit $\overline{D}_4^* \approx 1.7 \overline{D}_2^*$) pour $\delta_s = 2.5^\circ$ seulement! Ce résultat montre qu'il est complètement impossible, expérimentalement, de ne pas avoir de déformation en cisaillement lors d'un essai de compression sur un échantillon de glace naturelle (comme par exemple g4015 ou g4215) si les extrémités de l'échantillon ne sont pas fixées sur les plateaux de la presse.

Cette initiation très rapide des déformations en cisaillement s'accompagne d'une forte diminution de la valeur de $\overline{S}_2^* / \sigma_0$ (en valeur absolue), ainsi que d'une augmentation brutale de l'activité basale avec les modèles VPSC et Taylor. D'après la figure 4.5, la valeur de l'angle δ_s dans les glaces de GRIP est maximale pour l'échantillon g4015, pour lequel elle serait voisine de 10° . D'après la figure 5.16, on obtient avec le modèle VPSC seulement $\overline{S}_2^* / \sigma_0 = -1.4$ pour $\delta_s = 10^\circ$, contre $\overline{S}_2^* / \sigma_0 = -2.4$ pour $\delta_s = 0^\circ$. Cette forte diminution de $\overline{S}_2^* / \sigma_0$ avec δ_s explique donc la faible valeur de $\overline{S}_2^* / \sigma_0$ que l'on obtient avec les modèles VPSC et Taylor pour l'essai 13 (figure 5.12).

Contrairement aux modèles VPSC et Taylor, le modèle statique donne une forte valeur de $\overline{S}_2^* / \sigma_0$ pour l'essai 13. Cependant, pour ce modèle, la valeur de $\overline{S}_2^* / \sigma_0$ est non seulement très sensible à la valeur de δ_s , mais aussi au degré de concentration R/R_0 de la texture (figure 5.15). Les résultats du modèle statique entre les essais 12 et 14 s'expliquent donc par un effet de concentration de la texture, qui a tend à augmenter la valeur de $\overline{S}_2^* / \sigma_0$ (en valeur absolue), et un effet de

désorientation de l'axe de symétrie de la texture par rapport à l'axe de compression, qui tend à diminuer la valeur de \bar{S}_2^* / σ_0 .

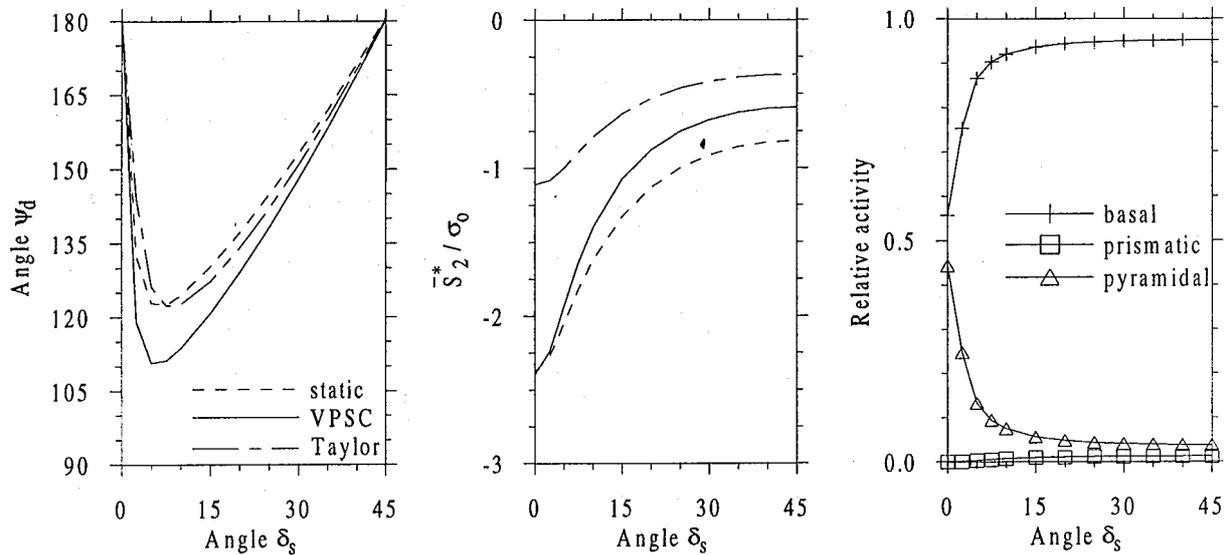


Fig. 5.16. Réponse d'un polycristal présentant une texture de révolution ($R/R_0=0.16$) déformé en compression uniaxiale dans la direction $z'z$, en fonction de l'angle δ_s entre l'axe de compression et l'axe de symétrie de la texture. L'angle ψ_d est défini dans le plan $\{\bar{S}_2^*, \bar{S}_4^*\}$. Les activités relatives ne sont indiquées que pour le modèle VPSC.

d) Sensibilité aux conditions expérimentales

Pour finir, nous avons calculé la section par le sous-espace $\{\bar{S}_2^*, \bar{S}_4^*\}$ de la surface équipissance d'un polycristal théorique dont l'axe de symétrie de révolution de la texture est dans le plan (Oxz) et forme un angle de 10° avec l'axe $z'z$, et pour lequel $R/R_0=0.16$. Ce polycristal est donc similaire à l'échantillon g4015 de GRIP. Les résultats sont présentés sur la figure 5.17. Les angles ψ_s et ψ_d sont définis dans le plan $\{\bar{S}_2^*, \bar{S}_4^*\}$.

Si l'on comprime cet échantillon dans la direction $z'z$, et si les faces de l'échantillon sont fixées sur les plateaux de la presse, alors on se place dans les conditions $\psi_d=180^\circ$. D'après la figure 5.17, la contrainte axiale \bar{S}_2^* / σ_0 estimée avec le modèle VPSC est de -2.3 (valeur que l'on obtient à partir d'un "essai symétrique": $\psi_d=0^\circ$, pour lequel on trouve $\bar{S}_2^* / \sigma_0 = +2.3$). Supposons que l'on refasse le même essai, mais cette fois-ci en laissant les faces de l'échantillon glisser sans frottement

sur les plateaux de la presse. On se place alors maintenant dans les conditions $\psi_s = 180^\circ$. D'après la figure 5.17, il apparaît une déformation en cisaillement dans le plan (Oxy), et on obtient $\bar{S}_2^* / \sigma_0 = -1.4$. Si enfin on refait ce dernier essai, mais en lubrifiant mal les plateaux de la presse, on se place dans des conditions intermédiaires entre $\psi_d = 180^\circ$ et $\psi_s = 180^\circ$. On voit que l'on devrait mesurer une valeur de \bar{S}_2^* / σ_0 comprise entre -1.4 et -2.3, qui dépend fortement de la friction de l'échantillon sur les plateaux. Un tel essai mécanique serait donc inexploitable !

Nous avons vu que les échantillons g4015 et g4215 ont dû glisser d'environ 3mm sur les plateaux de la presse lors des essais 13 et 14, ce qui est considérable. Ce test de sensibilité montre toute l'importance de prévoir une lubrification efficace des plateaux de la presse lors de tels essais.

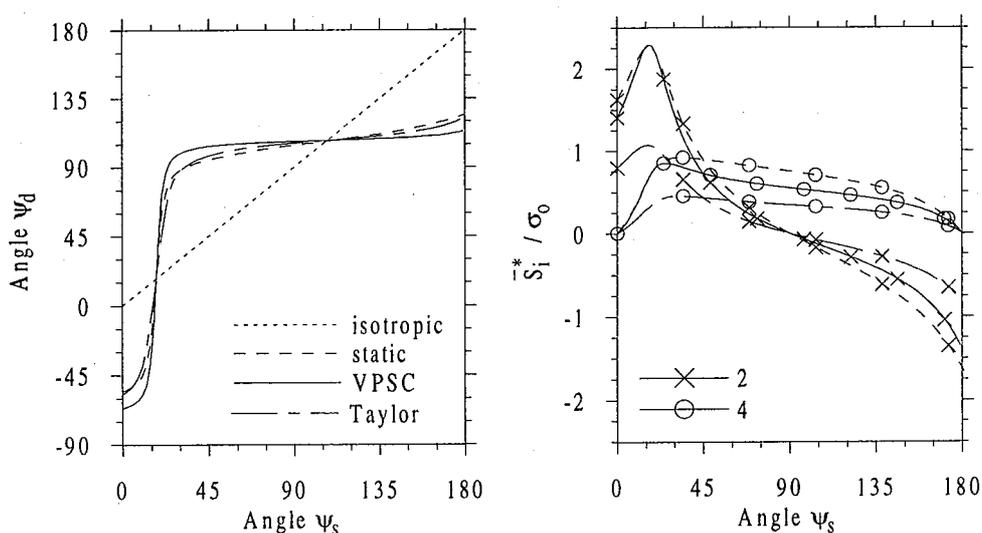


Fig. 5.17. Rhéologie d'un polycristal dont la texture présente une symétrie de révolution ($R/R_0=0.16$), pour des états de contrainte appartenant au sous-espace $\{\bar{S}_2^*, \bar{S}_4^*\}$. L'axe de symétrie de la texture est dans le plan (Oxz), et forme un angle de 10° avec l'axe $z'z$. Les angles ψ_s et ψ_d sont définis dans le plan $\{\bar{S}_2^*, \bar{S}_4^*\}$. Le comportement isotrope de Norton-Hoff est indiqué.

On peut faire une analyse similaire pour interpréter les essais de cisaillement dans le plan (Oxy) sur les échantillons de glace naturelle. De tels essais sont particulièrement importants en glaciologie, car ils permettent de déterminer la viscosité d'une glace anisotrope déformée dans des conditions de contrainte voisines de celle que l'on estime *in-situ*. Cependant, pour des glaces présentant toutes des textures similaires à celle de l'échantillon de Law Dome, une dispersion importante apparaît dans les résultats expérimentaux. Par exemple, Legac [1980] trouve un "facteur

d'accroissement" proche de 10, en faisant des essais de torsion autour de $z'z$ pendant lesquels la déformation axiale selon l'axe de torsion est libre. Lile [1978] et Russel-Head et Budd [1979] trouve par contre une valeur plutôt proche de 3, mais par des essais de cisaillement qui n'autorisent aucune déformation axiale selon l'axe $z'z$. Legac se place donc dans les conditions $\psi_s = 90^\circ$, alors que Lile, Russel-Head et Budd se placent à $\psi_d = 90^\circ$. D'après la figure 5.17, il devrait apparaître une forte contrainte axiale \bar{S}_2^* (qui n'a hélas pas été mesurée) lors des essais de Lile, Russel-Head et Budd si le sous-espace $\{\bar{S}_4^*\}$ n'est pas fermé (ce qui est le cas des glaces naturelles). On voit d'autre part clairement que ces essais conduisent à une valeur de \bar{S}_4^* / σ_0 supérieure à celle de Legac. On retrouve ainsi le rapport d'environ 3 entre les facteurs d'accroissement donnés par ces différents auteurs.

e) Résumé

- On retrouve, pour tous les essais mécaniques, un excellent accord entre les résultats du modèle VPSC et les résultats expérimentaux.
- Le modèle VPSC prédit une anisotropie plus forte que le modèle statique pour les glaces naturelles. Ce résultat n'est cependant pas général; il dépend du type de texture.
- Pour les glaces de Law Dome et de GRIP, les sous-espaces $\{\bar{S}_1^*, \bar{S}_2^*\}$ et $\{\bar{S}_4^*\}$ ne sont absolument pas fermés, malgré l'apparente symétrie de révolution des textures.
- La déformation réelle de ces échantillons lors des essais expérimentaux a été estimée. On montre que les résultats des essais dépendent fortement des conditions expérimentales.
- Comme pour les glaces de Vostok, le comportement mécanique présente un caractère instable. Pour la grande majorité des orientations du vecteur des contraintes, les vitesses de déformations axiales selon l'axe $z'z$ sont très faibles. Mais lorsque ces vitesses de déformation deviennent importantes, la direction du vecteur vitesse de déformation est extrêmement sensible à la direction de la contrainte.

5.3.3. Conclusion

Nous avons montré que la validité des essais mécaniques sur des glaces anisotropes peut être remise en question, notamment en torsion. Une modélisation par éléments finis permettrait d'estimer de façon plus précise l'hétérogénéité des contraintes et des vitesses de déformations dans tout le volume de l'échantillon.

Nous préconisons pour la suite d'un travail expérimental la mise en oeuvre d'essais pour lesquels au moins deux composantes de \bar{S}^* et \bar{D}^* sont déterminées. De tels essais permettent

d'obtenir bien plus d'informations sur le comportement mécanique, car la norme *et* la direction de la projection de $\bar{\mathbf{S}}^*$ et $\bar{\mathbf{D}}^*$ sur un sous-espace plan sont connues.

Nous avons mis en évidence deux types distincts de comportement mécanique, pour les glaces de Vostok, Law Dome, et GRIP. Pour la plupart des orientations du vecteur des contraintes $\bar{\mathbf{S}}^*$, le vecteur vitesse de déformation $\bar{\mathbf{D}}^*$ garde une direction fixe. Mais dans des conditions de chargement particulières pour lesquelles le glissement basal est minimum, la direction de $\bar{\mathbf{D}}^*$ est extrêmement sensible à la direction de $\bar{\mathbf{S}}^*$. Le polycristal tend toujours à se déformer dans une direction favorisant le glissement basal. Ce comportement instable, mis en évidence par les essais mécaniques, est très bien reproduit avec le modèle VPSC.

Dans les conditions de déformations de grande sensibilité à la contrainte, le modèle VPSC indique une activité non-basale importante, supérieure à 0.2. Un tel niveau d'activité non-basale n'est probablement pas atteint dans un polycristal réel. Dans ces conditions, les états microscopiques sont mal estimés, mais le comportement macroscopique correspond bien au comportement réel. Une forte activité non-basale peut refléter une mauvaise prise en compte des modes de déformation réels, mais est aussi certainement liée aux erreurs de discrétisation de la formulation VPSC "1 site". On devrait obtenir une meilleure estimation des états microscopiques en prenant mieux en compte les hétérogénéités de déformations à l'intérieur des grains ainsi que les interactions intercrystallines.

Dans les calottes polaires, les vitesses de déformation sont en général inférieures à 10^{-10} s^{-1} . D'après Lliboutry et Duval [1985], la migration des joints de grains associée à la recristallisation dynamique est un mécanisme efficace d'accommodation des déformations microscopiques, qui devrait conduire à une relaxation du champ de contrainte interne. Le comportement de la glace devrait donc être proche de celui prédit par le modèle statique. D'après nos résultats, ce modèle sous-estime l'anisotropie des glaces de Vostok, Law Dome, et GRIP pour de fortes vitesses de déformation. L'anisotropie des glaces polaires *in-situ* devrait donc être plus faible que celle que l'on mesure en laboratoire. Dans la suite de ce chapitre, nous allons donc essayer de donner une première estimation de l'influence de la migration des joints de grains sur le caractère anisotrope du comportement mécanique.

5.4. INFLUENCE DE LA MIGRATION RAPIDE DES JOINTS DE GRAINS SUR LE COMPORTEMENT SOUS FORTES CONTRAINTES

Le régime de recristallisation dynamique par migration est caractérisé par une grande vitesse de migration des joints de grains, de l'ordre de $10^{-11} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ entre -15°C et -10°C [Duval et Castelnau, 1995]. D'après Duval et al. [1983], l'énergie de déformation nécessaire à l'initiation de ce régime est atteinte d'abord dans les grains mal orientés pour le glissement basal, qui sont les grains les plus chargés. La vitesse de migration des joints de grains est si rapide qu'un cycle complet de recristallisation ne nécessite que quelques pourcent de déformation. Lorsque le régime stationnaire est atteint, la taille de grains moyenne est en relation directe avec la valeur de la contrainte macroscopique appliquée [Jacka et Li Jun, 1994]. Il y a donc équilibre entre les mécanismes de nucléation de grains et de migration des joints. La forme des joints de grains devient très irrégulière, et se distingue nettement de celle des glaces pour lesquelles la vitesse de migration est plus faible (régimes de grossissement de grains et de recristallisation par rotation). D'après Matsuda et Wakahama [1978], il y aurait une coïncidence des axes a dans les glaces recristallisées.

Le régime de recristallisation par migration est actif dans les couches basales des calottes polaires, où la température de la glace est généralement supérieure à -12°C , ainsi que lors du fluage tertiaire d'un échantillon déformé en laboratoire. Dans ce dernier cas, la déformation critique à partir de laquelle ce régime est activé n'est que de 1%, et un état stationnaire pour le comportement mécanique est obtenu pour une déformation d'environ 10% à 20%. La texture finale de l'échantillon, qui est une *texture de recristallisation*, est fonction du type de déformation imposée. En torsion-compression, Duval [1981] reproduit ainsi les textures à quatre maximums généralement observées dans les couches basales des carottages profonds.

Les textures obtenues par Jacka et Budd [1989] en compression uniaxiale et en cisaillement simple sont présentées sur la figure 5.18. Après 32.5% de compression uniaxiale selon $z'z$, les axes c sont tous orientés dans une direction formant un angle d'environ 30° avec l'axe de compression (échantillon ReX1). Après 200% de cisaillement simple dans le plan (Oxy), les axes c sont orientés selon la normale au plan de cisaillement (échantillon ReX2). Jacka et Budd mesurent un facteur d'accroissement de 3 en compression, et de 8 en cisaillement (figure 5.19a). Trois causes distinctes peuvent expliquer ces facteurs d'accroissement:

- (i) un effet de *texture* (orientation des axes c);
- (ii) un effet de *structure* de la glace, autre que l'orientation des axes c (taille et forme des grains, coïncidence des axes a , cinétique des dislocations, ...);
- (iii) un effet de *migration rapide* des joints de grains, qui devrait relaxer le champ des contraintes internes [Lliboutry et Duval, 1985].

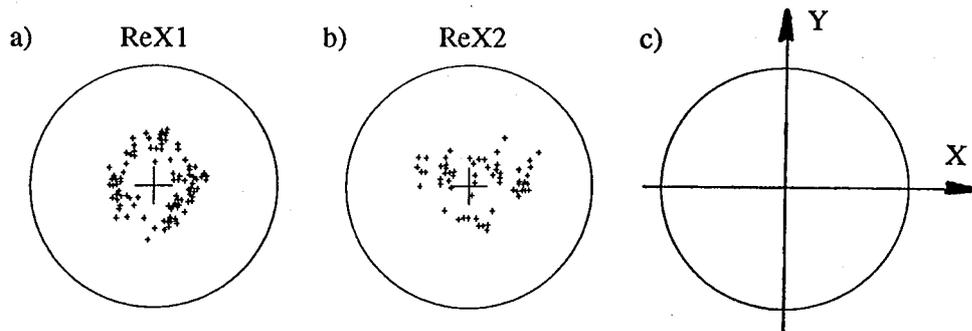


Fig. 5.18. Textures de recristallisation, obtenues après (a) une compression uniaxiale de 32.5% selon l'axe $z'z$ et (b) un cisaillement simple de 200% dans le plan (Oxy) . La figure (c) indique le système d'axes. D'après Jacka et Budd [1989].

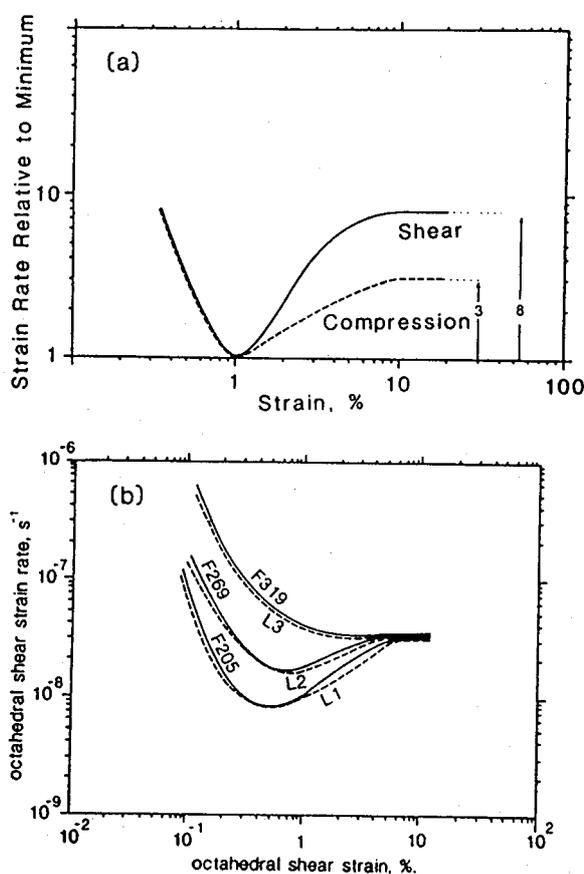


Fig. 5.19. (a) Courbes de fluage en compression et cisaillement pour un polycristal initialement isotrope. (b) Les trois courbes $L1$, $L2$, et $L3$ sont trois courbes de fluages obtenues lors de trois essais successifs de compression sur un échantillon initialement isotrope. Lors du troisième essai, la vitesse de fluage secondaire est égale à la vitesse de fluage tertiaire. D'après Budd et Jacka [1989].

Notre but ici est de quantifier l'importance de ce troisième effet. Nous allons vérifier si la migration rapide implique effectivement un champ de contraintes internes très faible, auquel cas le comportement du polycristal se rapproche de celui calculé par le modèle statique, ou bien si la migration ne modifie pas significativement le champ de contrainte, auquel cas le comportement est mieux reproduit par le modèle VPSC.

Nous avons calculé avec les modèles statique et VPSC la réponse des polycristaux ReX1 et ReX2 dans des conditions de déformations similaires aux conditions expérimentales. Les valeurs de la contrainte d'écoulement \bar{S}_i^* / σ_0 et du facteur d'accroissement E_s sont reportés dans le tableau 5.1.

Les résultats des modèles statique et VPSC sont extrêmement voisins. L'effet de texture est nul pour l'échantillon ReX1. Pour ReX2, il entraîne un facteur d'accroissement d'environ 2. Ces valeurs sont inférieures aux résultats expérimentaux, toutes deux d'un facteur 3 à 4. On peut donc conclure que la structure de la glace recristallisée et la migration rapide des joints de grains ont pour effet d'augmenter la vitesse de déformation d'un facteur 3 à 4.

	ReX1		ReX2	
	\bar{S}_2^* / σ_0	E_s	\bar{S}_4^* / σ_0	E_s
statique	1.00	1.0	1.2	2.1
VPSC	0.99	1.0	1.19	2.0
expérimental	1.3	3	1.7	8

Tab. 5.1. Valeurs de la contrainte \bar{S}_i^* / σ_0 et du facteur d'accroissement E_s obtenus expérimentalement pour les échantillons ReX1 (compression) et ReX2 (cisaillement), et calculées avec les modèles statique et VPSC.

D'après Budd et Jacka [1989], si plusieurs essais de fluage sont réalisés successivement sur un même échantillon, avec chaque fois des déformations de l'ordre de 10% à 20% et les mêmes contraintes appliquées, il n'y a plus d'évolution de taille de grains, ni de texture, ni de viscosité d'un essai à l'autre. De plus, à partir d'une déformation totale suffisante, la vitesse de déformation du fluage secondaire (déformation de 1%) est égale à la vitesse de déformation du fluage tertiaire (figure 5.19b). On obtient donc un réel état stationnaire à partir de 1% de déformation, qui est reproductible d'un essai à l'autre.

Supposons *a priori* que la structure particulière de la glace recristallisée n'ait pas une influence significative sur le comportement mécanique. Si la migration rapide des joints n'apparaît

que pour une déformation supérieure à 1% (ce qui est le cas des glaces isotropes), alors, pour l'essai L3 de la figure 5.19b, la vitesse de déformation du fluage secondaire devrait être 3 fois plus faible que celle du fluage tertiaire. Ce résultat est contraire aux observations expérimentales. Il semble donc qu'un effet de structure soit à prendre en compte, ou qu'une migration rapide apparaisse dans les glaces recristallisées pour des déformations inférieures à 1%.

Ce test ne permet donc pas d'isoler l'effet de la migration rapide des joints sur le comportement mécanique. Cependant, si la structure particulière de la glace recristallisée n'a pas pour effet de diminuer la vitesse de déformation, alors la migration rapide ne l'augmente que d'un facteur 3 ou 4 au maximum.

D'autre part, les résultats présentés dans le tableau 5.1 ont été calculés avec des valeurs des RRSS différentes pour le modèle statique et pour le modèle VPSC (tableau 4.4). *Supposons a priori* qu'il n'y ait absolument pas de migration des joints de grains lors du fluage secondaire d'un polycristal isotrope, et que la migration soit tellement efficace lors du fluage tertiaire qu'elle conduise à un état de contrainte *parfaitement homogène* dans l'échantillon. Supposons d'autre part que le comportement d'un grain *in-situ* ne soit pas modifié par cette migration rapide, ce qui ne semble pas complètement irréaliste d'après les résultats du chapitre précédent. Le fluage secondaire peut être décrit par le modèle VPSC, avec $\tau_a = 7.76\text{MPa}$, $\tau_b = \tau_c = 70\tau_a$. Le fluage tertiaire serait décrit par le modèle statique, mais avec les *mêmes* valeurs des RRSS. On obtiendrait donc une vitesse de déformation en fluage tertiaire de 3 ordres de grandeur supérieure à la vitesse de fluage secondaire. Une telle différence n'est pas observée expérimentalement, et est largement supérieure au facteur 3 à 4 déduit ci-dessus des essais mécaniques.

Ainsi, même si la migration rapide des joints de grains est un processus d'accommodation efficace des déformations intracristallines, elle ne semble pas réduire significativement le champ de contraintes internes à l'intérieur du matériau. Le comportement mécanique devrait davantage se rapprocher de celui calculé par le modèle VPSC.

5.5. ETUDE EXPERIMENTALE DE LA RHEOLOGIE DES GLACES POLAIRES SOUS FAIBLES CONTRAINTES

Dans les calottes polaires, la déformation est toujours accompagnée d'une migration des joints de grains. La migration rapide associée au régime de recristallisation par migration n'apparaît que dans la couche basale "chaude" ($\theta > -12^\circ\text{C}$) de quelques centaines de mètres d'épaisseur. Au dessus de cette couche, on distingue le régime de grossissement de grains, dans les glaces de surface,

du régime de recristallisation par rotation, dans les glaces plus profondes où la vitesse de déformation est plus grande mais où la température reste faible. Ces deux régimes de recristallisation dynamique sont caractérisés par une faible vitesse de migration des joints, de l'ordre de $10^{-14} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ vers -10°C . Du fait de l'accommodation des déformations par migration des joints, le fluage tertiaire associé à une migration rapide n'apparaît plus si la vitesse de déformation est suffisamment lente, même pour des déformations supérieures à 1 [Pimienta, 1987].

Pimienta [1987] a réalisé des essais de torsion en laboratoire à -15°C sur des échantillons de glace isotropes, pour des contraintes de cisaillement inférieures à 0.114 MPa . Il obtient un exposant des contraintes de 1.5. Cependant, la déformation totale des échantillons lors de ces essais n'a pas dépassé 4×10^{-4} . Le régime stationnaire (fluage secondaire) est atteint sous fortes contraintes pour une déformation totale d'environ 10^{-2} . Il n'est donc pas évident que les essais de Pimienta aient été suffisamment longs pour atteindre le régime stationnaire, même si la vitesse de déformation variait peu en fin d'expérience.

Le but de ce travail expérimental est de compléter la série d'essais de Pimienta, et d'appréhender les différences entre les comportements sous faibles et fortes contraintes. Nous attendons un exposant des contraintes inférieur à 3 et une anisotropie macroscopique moins forte sous faibles contraintes.

Nous avons réalisé des essais de fluage en torsion et en compression uniaxiale à -10°C sur des échantillons de glaces naturelles isotropes et anisotropes. La contrainte appliquée a été la plus faible possible, afin de se rapprocher au maximum des conditions *in-situ*.

5.5.1. Echantillons

Les échantillons que nous avons utilisés proviennent tous de l'Antarctique. Les deux échantillons D47-141 et D47-183 de la carotte de D47 (respectivement 141m et 183m de profondeur) sont isotropes. Les tailles de grains sont d'environ 8 mm^2 et 9 mm^2 (tableaux 5.2 et 5.3).

Les échantillons anisotropes proviennent des carottes BHC1 (223m de profondeur) et BHQ (354m) de Law Dome, et des carottes $4\Gamma_2$ (1751m) et 5Γ (2047m et 2254m) de Vostok. Les tailles de grains sont comprises entre 1.7 mm^2 et 46 mm^2 . Les échantillons de Law Dome présentaient en surface des traces indiquant une fonte partielle de la glace lors de son transport. Les textures de ces échantillons sont données sur la figure 5.20. Les échantillons de Law Dome ont une texture à un seul maximum, avec une concentration des axes *c* autour de la direction verticale *in-situ*. Les échantillons de Vostok ont une texture similaire à ceux utilisés par Pimienta (VT1806 et VT2039), avec une concentration des axes *c* dans un plan vertical *in-situ*.

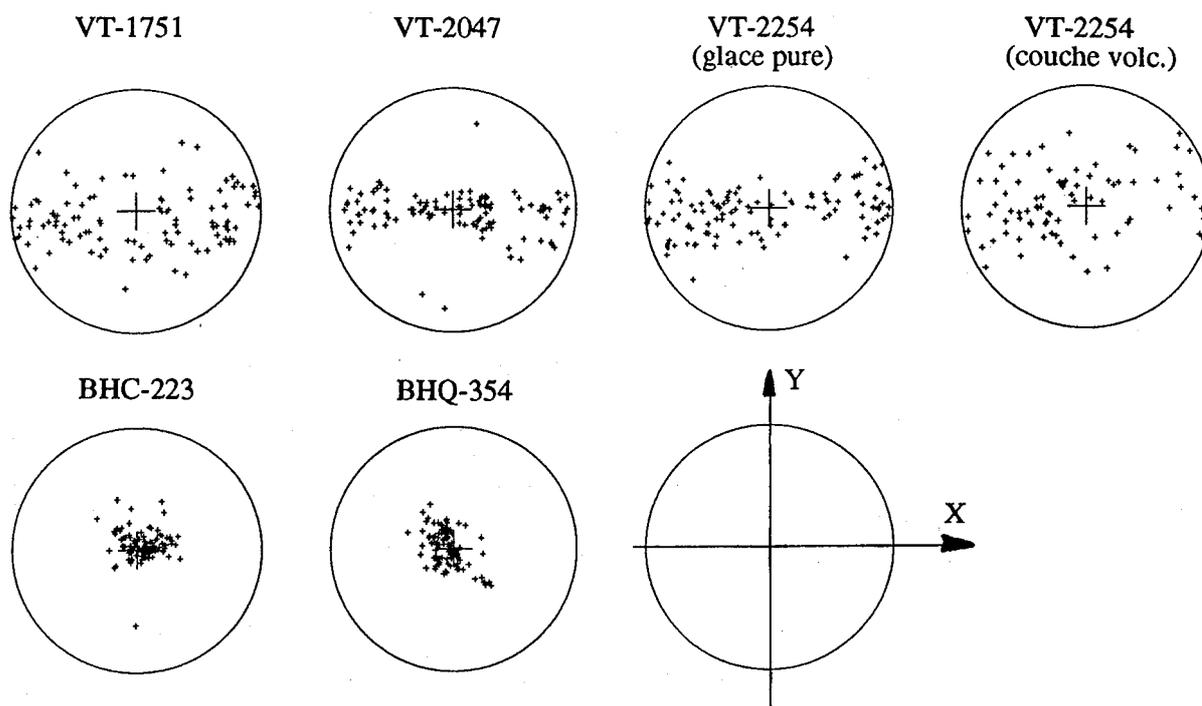


Fig. 5.20. Texture des échantillons VT-1751, VT-2047, et VT-2254 de Vostok, et des échantillons BHC-223 et BHQ-354 de Law Dome. Pour VT-2254 sont montrées les textures dans la glace pure et dans la couche contenant des poussières volcaniques. Le centre des diagrammes correspond à la direction verticale in-situ. Le système d'axes de référence est indiqué.

L'échantillon VT-2254 possède une couche de cendre volcanique horizontale, de 32mm d'épaisseur (figure 5.21). La teneur en impuretés solubles et en particules est très importante dans cette couche:

$\text{Cl}^- = 368\text{ng/g}$ $\text{NO}_3^- = 1716\text{ng/g}$ $\text{SO}_4^{2-} = 1326\text{ng/g}$ particules = $200\mu\text{g/g}$,

comparée au bruit de fond dans la glace "pure" vers 2250m de profondeur:

$\text{Cl}^- = 110\text{ng/g}$ $\text{NO}_3^- = 24\text{ng/g}$ $\text{SO}_4^{2-} = 340\text{ng/g}$ particules = $0.33\mu\text{g/g}$

[Legrand, De Angelis, Basile, communications personnelles]. La taille de grains est plus de 10 fois plus faible dans cette couche de cendre qu'en dehors, et est tout à fait comparable celle des glaces de surface actuelles [Lipenkov et al., 1989]. On peut donc raisonnablement estimer que la vitesse de migration des joints a été nulle dans cette couche. Les grains présentent une forme très allongée dans la direction normale au "plan de symétrie" (Oyz) de la texture; les dimensions des grains dans les

directions $y'y$ et $z'z$ sont égales; la forme des grains est donc assimilable à celle d'un ellipsoïde de révolution d'axe $x'x$, d'un rapport d'aspect d'environ 1.9. Ce rapport d'aspect est nettement supérieur à celui de toutes les autres glaces pauvres en impuretés. La texture dans la couche de cendre est nettement moins concentrée que celle de la glace environnante (figure 5.20).

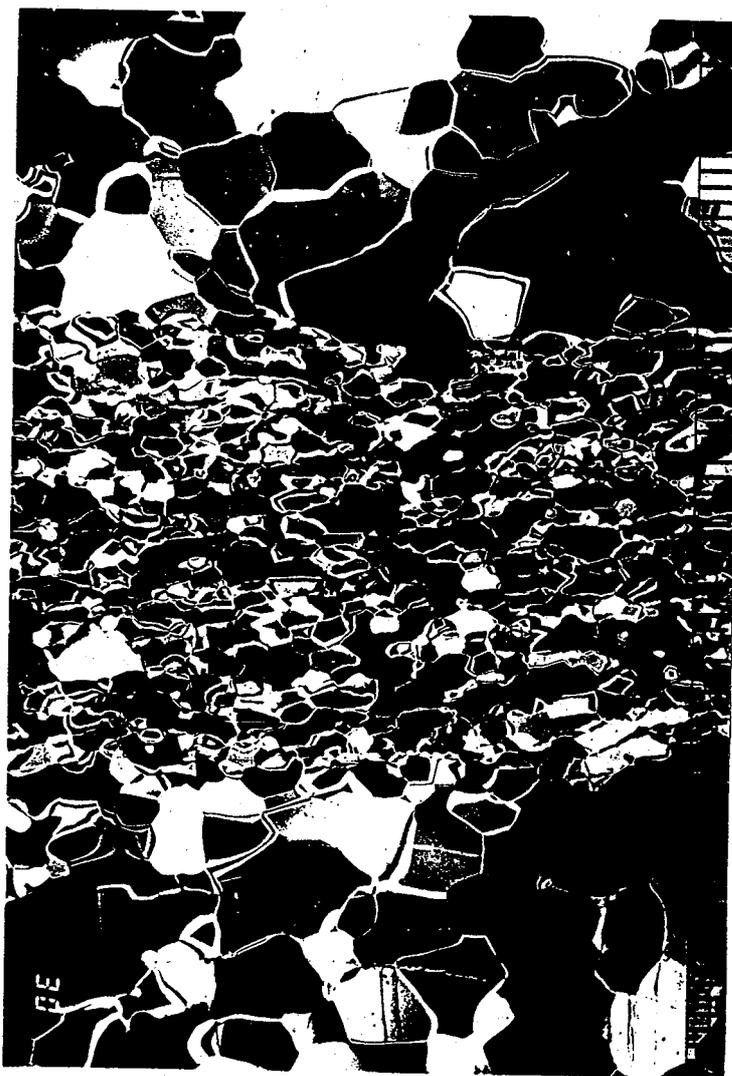


Fig. 5.21. *Lame mince verticale de l'échantillon VT-2254. Dans la couche contenant une forte concentration en poussières volcaniques, la taille de grains est plus de 10 fois plus petite que celle de la glace pure, et les grains sont allongés selon une direction horizontale. L'épaisseur réelle de cette couche est de 3cm. Photo de Volodia Lipenkov.*

5.5.2. Procédure expérimentale

a) Usinage des échantillons

Une attention particulière a été portée sur la procédure d'usinage. Les échantillons ont été taillés dans l'axe de la carotte, sous forme de cylindres ($\text{Ø}75 \times 125\text{mm}$ environ) pour les essais de compression, et de cylindres évidés ($\text{Ø}75 \times \text{Ø}22 \times 125\text{mm}$ environ) pour les essais de torsion. Pour les opérations de tournage, le maintien de l'échantillon dans les mors du tour s'est fait par l'intermédiaire d'une pièce métallique cylindrique rainurée, sur laquelle nous avons collé l'échantillon. Pour les opérations de fraisage, nous avons réalisé un montage d'usinage permettant d'usiner les deux faces planes sans démonter l'échantillon, afin de réduire au maximum les défauts de parallélisme. Un contrôle sur marbre de la géométrie finale montre que les défauts de géométrie (circularité, cylindricité, parallélisme, orthogonalité) sont inférieurs à 0.05mm.

b) Machines d'essai et procédure expérimentale

Les essais de compression uniaxiale ont été réalisés sur une nouvelle presse de 500daN spécialement conçue pour les essais sous faibles contraintes. Des feuilles de fibre de verre enrobées de Téflon ont été placées entre l'échantillon et les plateaux de la presse, afin de limiter au maximum les efforts tangentiels. Pour centrer de manière précise l'échantillon sur la machine, nous avons réalisé sur ce dernier un petit trou ($\text{Ø}3\text{mm}$) dans lequel vient se loger une goupille fixée au centre du plateau inférieur. L'effort appliqué a été mesuré à l'aide d'un capteur de force d'une précision d'environ 3N. Un capteur de déplacement à induction a été placé entre les plateaux pour mesurer la déformation axiale moyenne. Sa précision étant d'environ $1\mu\text{m}$, une déformation de l'ordre de 10^{-5} peut être enregistrée. L'acquisition des données s'est faite sur ordinateur (logiciel LABTECH). Dans le futur, une sauvegarde parallèle sur papier serait nécessaire pour des essais longs, afin de ne plus perdre tous les enregistrements d'un essai lors de pannes d'alimentation électrique (orages répétés par exemple ...).

Les essais de torsion ont été réalisés sur une petite machine de torsion, elle aussi spécialement conçue pour les essais sous faibles contraintes. L'échantillon a été collé sur les plateaux de la machine. La déformation de cisaillement, mesurée par un capteur à induction, a été enregistrée sur un enregistreur à papier SEFRAM. La plus petite déformation mesurable est de l'ordre de 10^{-5} .

Lors d'un essai de torsion, la vitesse de déformation varie linéairement avec la distance à l'axe de l'échantillon. L'état de contrainte n'est donc pas homogène. Pour l'exploitation des résultats, il est nécessaire de supposer que le fluage secondaire est atteint simultanément dans tout l'échantillon. On calcule alors la vitesse de déformation maximale et la contrainte de cisaillement maximale (c'est à dire à la périphérie de l'échantillon). Cette dernière est donnée par la relation [Duval, 1976a]:

$$(5.2) \quad \bar{S} = \frac{3n+1}{n} \frac{\Gamma}{2\Pi} \frac{r_2^{1/n}}{\left(r_2^{(3n+1)/n} - r_1^{(3n+1)/n}\right)}$$

où Γ est le couple appliqué, et r_1 et r_2 les rayons intérieurs et extérieurs de l'échantillon.

Les échantillons ont été enfermés dans une enceinte en Plexiglas, dans le but de limiter au maximum la sublimation de la glace pendant les essais. Des lames minces ont été effectuées en début et en fin de chaque expérience afin de contrôler qu'il n'y a pas eu d'évolution significative de la texture et de la taille de grains.

c) Essais réalisés

Nous avons réalisé des essais de compression uniaxiale selon l'axe $z'z$ et de torsion autour de ce même axe, pour des contraintes déviatoires équivalentes comprises entre 0.068MPa et 0.317MPa (tableaux 5.2 et 5.3). La déformation totale des échantillons est comprise entre 3.2×10^{-4} et 6.67×10^{-3} , pour une durée moyenne des essais de 16 jours. Des essais plus longs n'ont pu être réalisés à cause des pannes fréquentes des chambres froides (qui nous ont fait perdre trois échantillons, et ont provoqué l'arrêt de une expérience sur quatre...).

La texture des glaces de Vostok ne présente pas une symétrie de révolution autour de l'axe $z'z$. *A priori*, le plan de cisaillement (Oxy) n'est pas isotrope, ce qui met en question la validité des essais de torsion sur ces glaces. Si l'axe $y'y$ est un axe de révolution de la texture, alors le sous-espace $\{\bar{S}_3^*, \bar{S}_4^*\}$ est fermé [Canova et al., 1985], mais pas nécessairement isotrope.

La figure 5.22 montre les sections par le sous-espace $\{\bar{S}_3^*, \bar{S}_4^*\}$ de la surface équipissance de l'échantillon VT-2254 (glace pure), calculées avec les modèles statique et VPSC dans les conditions $n=3$, $\sigma_0 = 234\text{MPa}$. La norme de \bar{S}^* varie, avec le modèle VPSC, de $\pm 15\%$ avec la direction du cisaillement; une variation plus faible est obtenue avec le modèle statique. La direction de la vitesse de déformation n'est pas tout à fait parallèle à la direction de la contrainte appliquée; l'écart entre ces

Echan- tillon	Taille de grains (mm ²)	N° d'essai	\bar{S} (MPa)	Durée (jours)	Déformation totale ($\times 10^{-3}$)	\bar{D} ($10^{-10} s^{-1}$)	α ($10^{-6} s^{-1/3}$)	β ($10^{-10} s^{-1}$)
D47-183	9	20	0.211	16	3.16	15.8	10	12
		21	0.145	21	1.48	5.68	5.6	4.4
VT-1751	25	22	0.194	8	3.08	22.7	11.0	16
VT-2047	16	23	0.149	19	2.83	10.7	9.0	9.2
BHQ-354	46	24	0.269	16	3.99	12.8	15	8.9

Tab. 5.2. Résultats des essais de fluage en compression effectués à $-10^{\circ}C$ sur des glaces polycristallines naturelles isotropes (D47) et anisotropes (Vostok et Law Dome). \bar{S} et \bar{D} indiquent respectivement la contrainte déviatoire axiale appliquée et la vitesse de déformation axiale mesurée.

Echan- tillon	Taille de grains (mm ²)	N° d'essai	\bar{S} (MPa)	Durée (jours)	Déformation totale ($\times 10^{-3}$)	\bar{D} ($10^{-10} s^{-1}$)	α ($10^{-6} s^{-1/3}$)	β ($10^{-10} s^{-1}$)
D47-141	8	25	0.093	10	0.734	3.9	3.6	2.7
		26	0.049	23	0.320	0.92	0.9	0.73
VT-1751	25	27	0.105	26	1.62	3.8	3.6	3.2
VT-2254	1.7 / 27	28	0.059	21	0.912	3.18	2.6	2.7
		29	0.095	22	1.56	5.30	3.6	4.5
BHC-223	32	30	0.039	14	0.759	2.9	4.2	1.8
		31	0.103	24	6.67	22.1	18	19
BHQ-354	46	32	0.056	8	1.84	11.7	12.9	6.5

Tab. 5.3. Résultats des essais de fluage en torsion effectués à $-10^{\circ}C$ sur des glaces polycristallines naturelles isotropes (D47) et anisotropes (Vostok et Law Dome). \bar{S} et \bar{D} indiquent respectivement la contrainte de cisaillement appliquée et la vitesse de déformation en cisaillement mesurée à la périphérie de l'échantillon.

deux directions reste cependant inférieur à 15°. Nous avons d'autre part vérifié que les vitesses de déformation \bar{D}_1^* , \bar{D}_2^* , et \bar{D}_5^* sont toujours inférieures à 20% des valeurs maximales des vitesses de cisaillement \bar{D}_3^* \bar{D}_4^* .

Le plan de cisaillement macroscopique de VT-2254 n'est donc pas isotrope, mais l'anisotropie reste faible. Les contraintes de cisaillement sont réparties de manière hétérogène dans l'échantillon; il semble que cette hétérogénéité ne soit pas complètement négligeable.

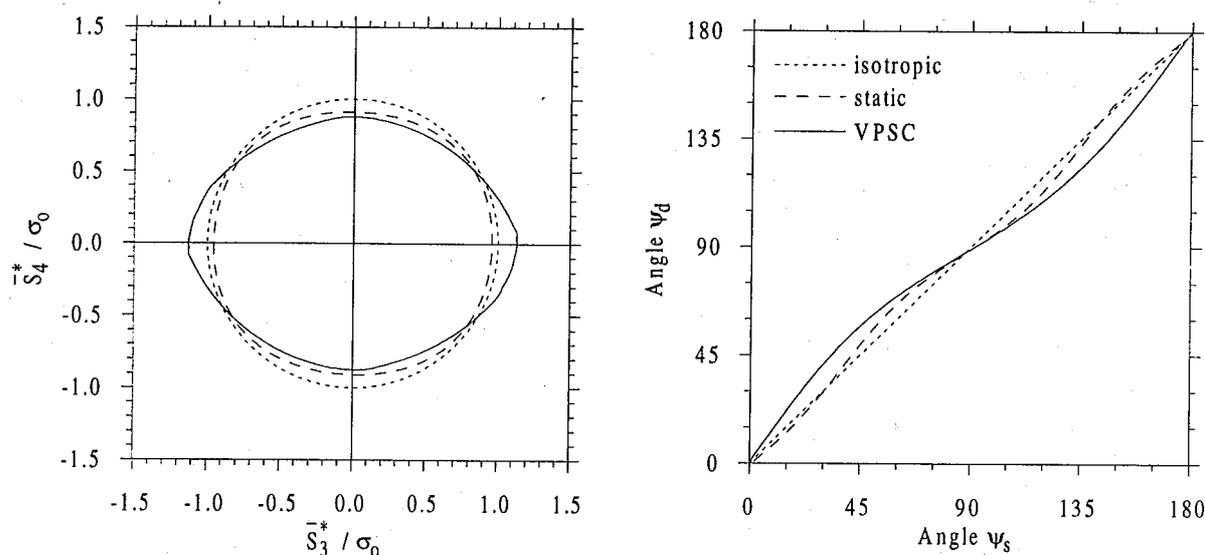


Fig. 5.22. Sections par le sous-espace $\{\bar{S}_3^*, \bar{S}_4^*\}$ de la surface équipissance de l'échantillon VT-2254 (glace pure), calculées avec les modèles statique et VPSC.

5.5.3. Résultats

Les résultats des essais de compression et de torsion sont présentés dans les tableaux 5.2 et 5.3 respectivement. Les essais sont numérotés de 20 à 32. Les courbes de fluage des essais de compression 21, 23, et 24, ainsi que celles des essais de torsion 25, 27, et 31 sont données sur les figures 5.23 et 5.24. En fin d'expérience, les vitesses de déformation ne varient plus beaucoup. L'état stationnaire n'est cependant pas complètement atteint.

Nous avons utilisé la loi empirique d'Andrade [Glen, 1955]:

$$(5.3) \quad \epsilon = \epsilon_0 + \alpha t^{1/3} + \beta t$$

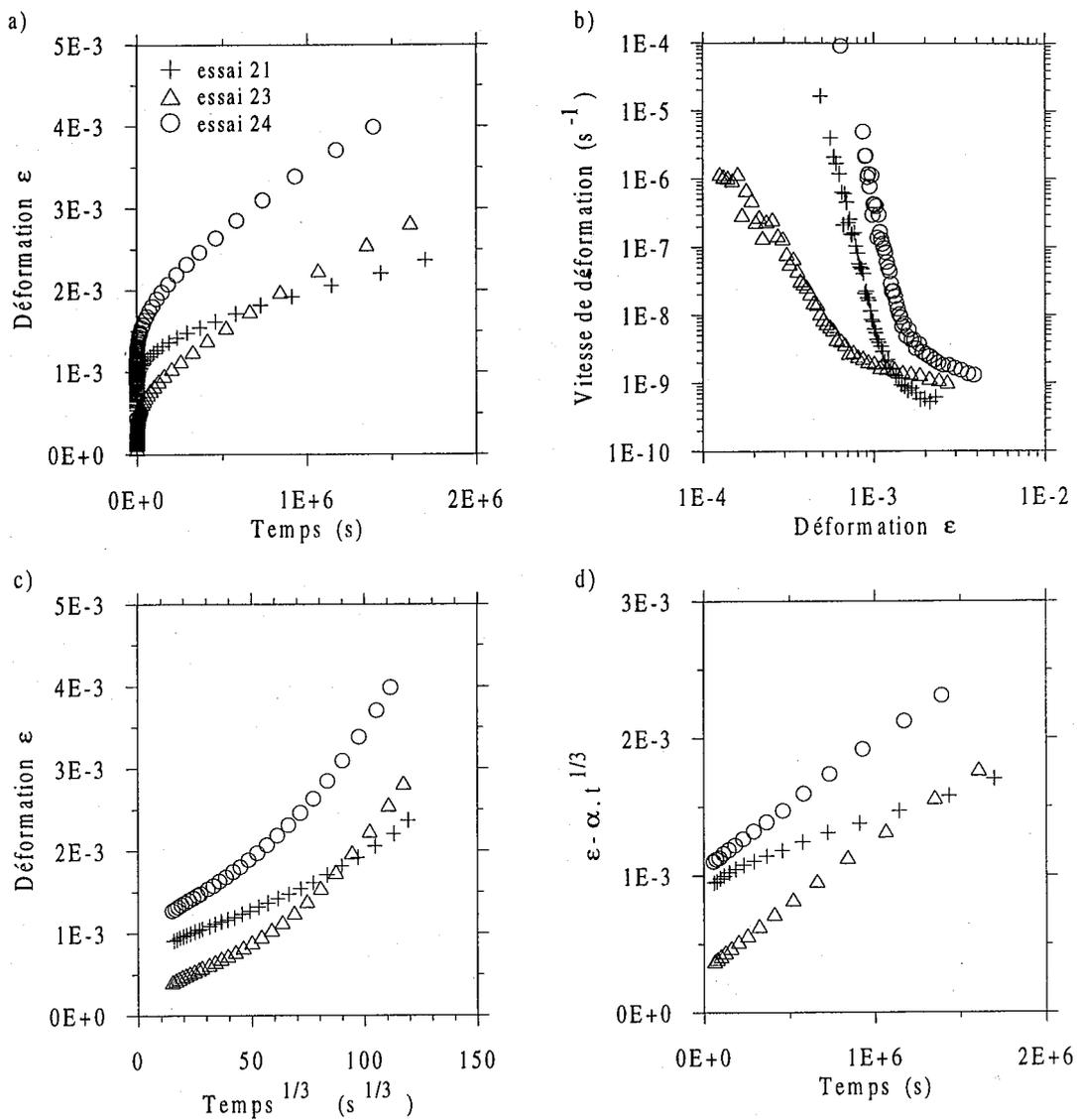


Fig. 5.23. Résultats des essais 21, 23, et 24 de fluage en compression. (a), (b): courbes de fluage. (c), (d): extrapolation de la vitesse minimale avec la loi d'Andrade; (c): la pente à l'origine donne la valeur de α ; (d): la linéarité des courbes indique que la loi d'Andrade est vérifiée; la pente des droites donne la valeur de β .

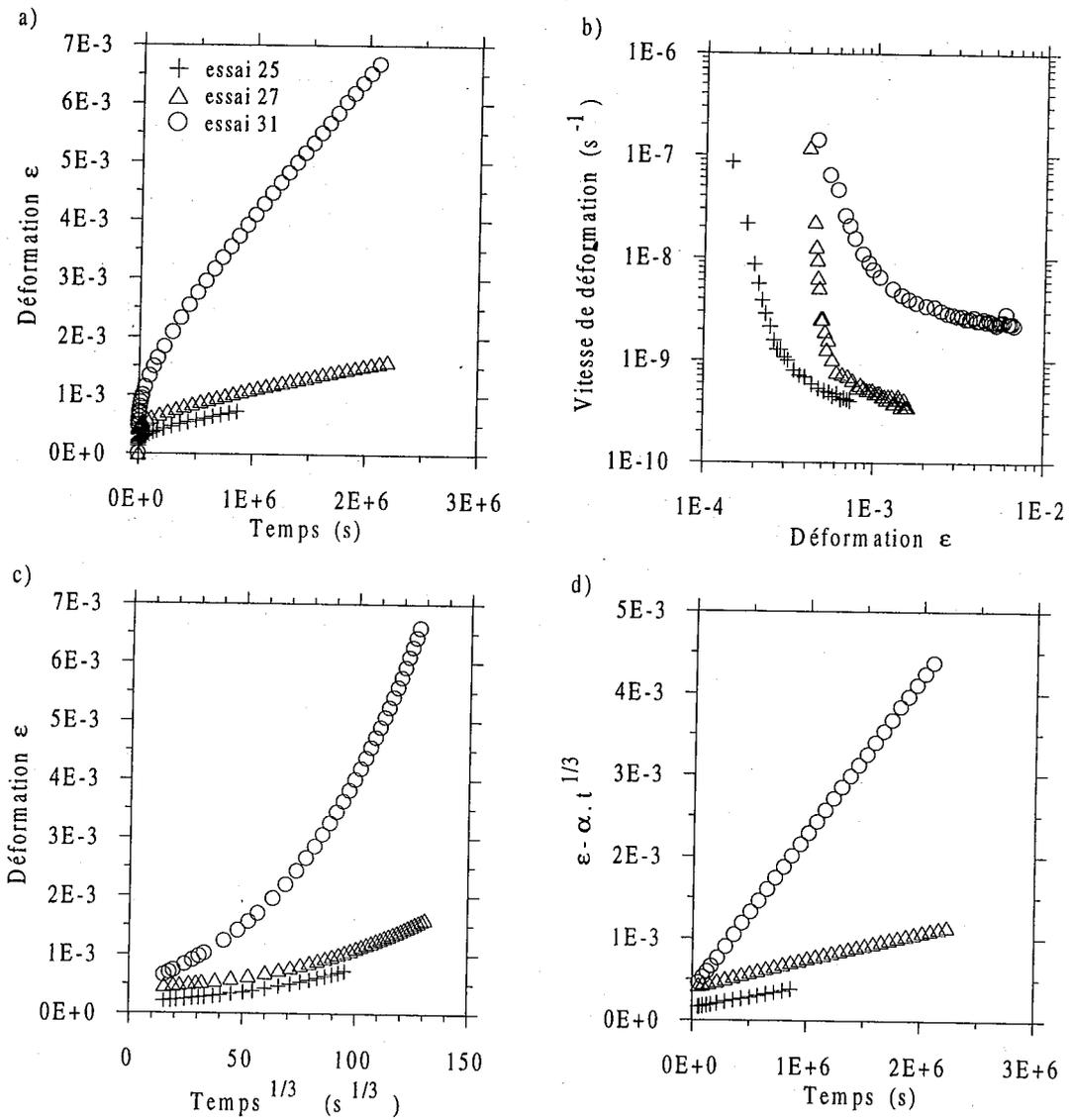


Fig. 5.24. Résultats des essais 25, 27, et 31 de fluage en torsion. (a), (b): courbes de fluage. (c), (d): extrapolation de la vitesse minimale avec la loi d'Andrade; (c): la pente à l'origine donne la valeur de α ; (d): la linéarité des courbes indique que la loi d'Andrade est vérifiée; la pente des droites donne la valeur de β .

pour extrapoler la vitesse de déformation du fluage secondaire. Le terme $\alpha t^{1/3}$ représente le fluage primaire, et β est la vitesse de déformation du fluage stationnaire. D'après la linéarité des courbes des figures 5.23d et 5.24d, cette loi semble être vérifiée aussi bien en torsion qu'en compression, et pour les glaces isotropes comme pour les glaces anisotropes. Le rapport β/\bar{D} entre la vitesse extrapolée et la vitesse mesurée est toujours supérieur à 0.5 (tableaux 5.2 et 5.3), confirmant que l'état stationnaire a été à peu près atteint. Globalement, le rapport β/\bar{D} augmente avec la déformation totale, mais la corrélation n'est pas très bonne. Une dépendance linéaire de ce rapport avec la durée des essais est cependant clairement observée (figure 5.25). Le fluage stationnaire serait donc atteint au bout de 35 à 40 jours. Un résultat similaire a été obtenu par Pimienta [1987]. Sous de faibles contraintes, le temps nécessaire pour atteindre l'état stationnaire semble donc être indépendant de la contrainte appliquée et de la texture des glaces. Pour l'essai 26 par exemple, on devrait atteindre le fluage secondaire pour une déformation de 4×10^{-4} seulement, alors qu'une déformation de 10^{-2} est nécessaire sous de plus fortes contraintes.

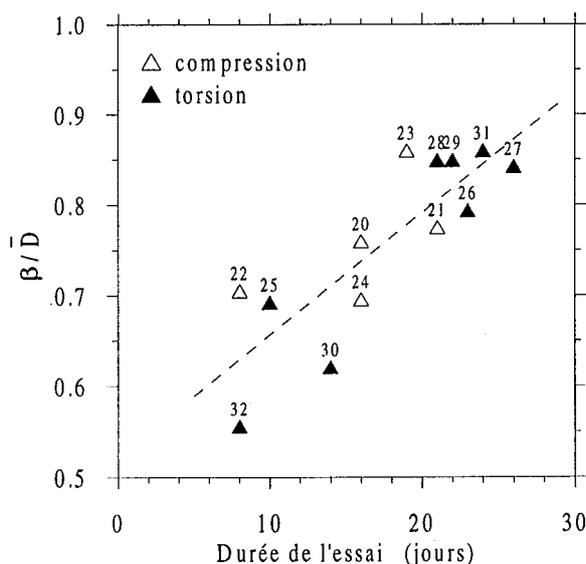


Fig. 5.25. Rapport β/\bar{D} entre les vitesses de déformation extrapolées et mesurées, en fonction de la durée des expériences. D'après la droite de régression (pointillée), la valeur $\beta/\bar{D}=1$ serait obtenue après 36 jours. Le numéro des essais est indiqué.

Ces résultats sont cependant contradictoires avec ceux de Jacka [1984]. Jacka observe que le fluage minimum est atteint pour une déformation de 0.9×10^{-2} quel que soit l'état de contrainte, et que le temps nécessaire pour atteindre le fluage minimum est une fonction puissance de la vitesse de

déformation stationnaire. D'après Jacka, ce temps serait de 1 mois pour l'essai 20, mais de 1 an pour l'essai 26. Il observe d'autre part que, pour $S_{eq} = 0.2\text{MPa}$, la vitesse de déformation équivalente ne diminue que d'un facteur 4 lorsque la déformation passe de 10^{-4} à 10^{-2} , alors que nous obtenons une diminution d'environ 3 ordres de grandeur. Un travail expérimental plus approfondi serait nécessaire pour conclure. Nous supposons dans la suite que nos résultats sont corrects.

La comparaison des essais de compression et de torsion sur l'échantillon isotrope de D47 nous permet de vérifier la validité de la procédure expérimentale. La figure 5.26 montre, pour ces quatre essais, l'évolution de la vitesse de déformation équivalente (extrapolée) avec la contrainte déviatoire équivalente. Il apparaît une parfaite cohérence entre les essais de torsion et de compression. L'exposant des contraintes obtenu est égal à 2.0. La valeur de la contrainte de référence macroscopique est, pour $n=2.0$:

$$(5.4) \quad \sigma_0 = 9170\text{MPa}$$

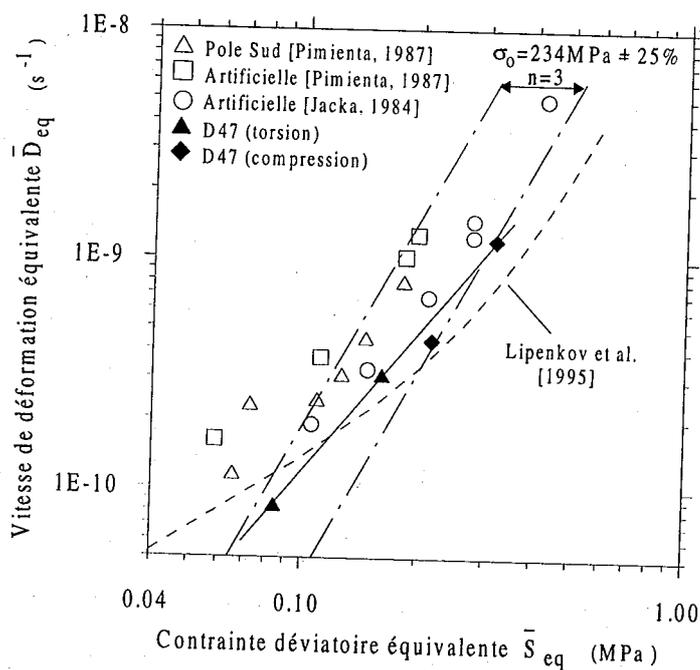


Fig. 5.26. Comportement mécanique des glaces polycristallines isotropes en torsion et en compression, à -10°C . Les résultats en torsion de Pimienta [1987] et en compression de Jacka [1984], sur des glaces artificielles et naturelles, sont aussi indiqués, ainsi que le comportement isotrope sous fortes contraintes ($\sigma_0 = 234\text{MPa} \pm 25\%$, $n = 3$), et que la loi isotrope proposée par Lipenkov et al. [1995].

Nous avons aussi reporté sur la figure 5.26 les résultats de torsion de Pimienta [1987] obtenus à -15°C sur des glaces isotropes artificielles et de Pole Sud, ainsi que ceux de Jacka [1984]. Les valeurs des vitesses de déformation ont été corrigées en température en prenant une énergie d'activation $Q = 78\text{kJ/mole}$. Pimienta obtient un exposant des contraintes $n=1.5$, inférieur au notre, et des vitesses de déformation supérieures aux nôtres d'un facteur 3 environ pour une même contrainte équivalente. Cet écart pourrait s'expliquer par la courte durée des essais de Pimienta, qui n'a dépassé 10 jours que pour un seul essai. Cependant, si nos résultats se rapprochent davantage de ceux de Jacka [1984], obtenus par des essais très longs pour lesquels le fluage stationnaire a été atteint, nos vitesses de déformation semblent quand même un peu faibles. On ne peut donc pas exclure un artefact lié à la procédure expérimentale et/ou à la structure de l'échantillon (teneur en impuretés, taille de grains, ...).

Nous avons effectué pour VT-2254 et pour BHC-223 deux essais de torsion sous des états de contrainte différents. La sensibilité à la contrainte peut donc aussi être estimée pour ces glaces anisotropes. Nous obtenons respectivement $n=1.1$ et $n=2.4$. Ces valeurs sont comparables à celle des glaces isotropes. L'incertitude est cependant élevée, car nous ne disposons que de deux points expérimentaux pour chaque échantillon.

5.5.4. Comparaison avec le comportement sous fortes contraintes

a) Valeur de l'exposant des contraintes

L'analyse des mesures d'inclinométrie dans les trous de forage *in-situ* (mesures successives, à quelques années d'intervalle, de l'inclinaison du trou) semble indiquer que l'exposant des contraintes est inférieur à 3 sous faibles contraintes [Doake et Wolff, 1985; Lliboutry et Duval, 1985; Dahl-Jensen et Gundestrup, 1987]. Ce résultat n'est cependant pas communément reconnu, car l'exploitation des mesures est critiquable [Hooke, 1981; Paterson, 1985; Alley, 1992]. En effet, elle nécessite l'utilisation d'un modèle d'écoulement à grande échelle pour estimer l'état de contrainte *in-situ*. Or, ces modèles sont construits à partir d'une loi de comportement isotrope, et sont utilisés pour interpréter un comportement fortement anisotrope. Ce n'est que très récemment que l'anisotropie des glaces polaires a pu être prise en compte [Mangeney, 1996; Mangeney et al., 1995].

Un comportement quasi-newtonien sous faibles contraintes a pu être mis récemment en évidence d'une façon plus rigoureuse par des essais de compression sur des glaces artificielles contenant 3% et 7% d'eau liquide au niveau des joints de grains [La Chapelle et al., 1995]. Ces glaces

se déformant environ 10 fois plus vite que les glaces entièrement solides, la vitesse de fluage minimum a pu être atteinte.

D'après Lliboutry et Duval [1985], cette tendance au comportement newtonien pourrait s'expliquer par un fluage de Harper-Dorn, faisant intervenir une densité constante de dislocations. La Chapelle et al. [1995] évoquent un mécanisme de relaxation des contraintes internes, dû à l'accommodation partielle des incompatibilités de déformations par migration des joints de grains.

Notre série d'essais semble confirmer les résultats de Pimienta [1987] et de La Chapelle et al. [1995]: nous retrouvons bien un exposant des contraintes inférieur à 3 sous faibles contraintes, et ceci autant pour les glaces isotropes que pour les glaces anisotropes.

Cependant, concernant le comportement isotrope sous fortes contraintes, la valeur de σ_0 n'est connue qu'à 25% près environ. Nous avons tracé sur la figure 5.26, en traits mixtes, les comportements isotropes limites sous fortes contraintes, c'est à dire correspondant aux valeurs $\sigma_0 = 234\text{MPa} - 25\% = 176\text{MPa}$ et $\sigma_0 = 234\text{MPa} + 25\% = 292\text{MPa}$. On voit que nos points expérimentaux, ainsi que ceux de Jacka [1984], sont tous à l'intérieur de cette incertitude. Ce fait nous interdit donc de déduire de nos résultats que la valeur de l'exposant des contraintes est inférieure à 3.

Lipenkov et al. [1995] retrouvent l'existence d'un régime newtonien à partir de l'analyse des profils de densité des glaces polaires bulleuses. La courbe correspondant à la loi de comportement isotrope proposée par ces auteurs a été aussi tracée sur la figure 5.26. Nos points expérimentaux sont en accord avec cette loi. Ils se situeraient juste à la transition entre le comportement non-linéaire et le comportement newtonien.

Ainsi, nos résultats ne permettent pas de conclure de façon définitive quant à la valeur de l'exposant. Comme ceux de Pimienta et de Jacka, ils semblent cependant indiquer une valeur proche de 2. La seule manière de mettre en évidence expérimentalement et de façon *sûre* un comportement quasi-newtonien dans les glaces polaires serait de faire des essais pour des contraintes encore plus faible, de l'ordre de 0.01MPa.

b) Comportement des glaces anisotropes

Pour les échantillons anisotropes, nous avons calculé les valeurs expérimentales de \bar{S}_i^* / σ_0 , en prenant l'exposant $n=2.0$ et la contrainte critique $\sigma_0 = 9170\text{MPa}$. Ces valeurs sont données dans

le tableau 5.4. \bar{S}_1^* représente la contrainte déviatoire axiale \bar{S}_2^* pour les essais de compression 22 à 24, et la contrainte de cisaillement *moyenne* pour les essais de cisaillement 27 à 32.

Le très bon accord entre les essais 22 et 23, et 30, 31, et 32, qui ont été réalisés sur des échantillons semblables, montre la cohérence de nos résultats.

Nos résultats semblent comparables à ceux déjà publiés sous fortes contraintes sur des glaces semblables. Pour les glaces de Vostok, les essais 22 et 23 donnent une valeur de \bar{S}_2^* / σ_0 voisine de celle de l'essai 6 ($\bar{S}_2^* / \sigma_0 = -1.12$). Pour les échantillons BHC-223 et BHQ-354, les contraintes d'écoulement en cisaillement (essais 30 à 32) sont similaires à celles de l'essai 18 (0.63). En compression (essai 24), la valeur obtenue est cependant faible comparée à celle des essais 10 à 17.

Pour une comparaison plus précise, il est nécessaire de s'affranchir des effets de texture. Nous pouvons utiliser le modèle VPSC pour estimer quelle serait la réponse de ces glaces anisotropes si elles étaient déformées sous fortes contraintes ($n=3$). D'autre part, le modèle statique implique une accommodation aux joints de grains complètement libre. Or sous faibles contraintes, le glissement de dislocations reste le mode de déformation dominant. Le modèle statique peut donc être appliqué avec les exposants $n=3$ et $n=2$, dans le but d'appréhender l'influence de l'exposant des contraintes sur la réponse macroscopique. Les résultats sont reportés dans le tableau 5.4.

Echantillon	N° essai	VPSC ($n=3$)	Statique ($n=3$)	Statique ($n=2$)	Expérim. ($n=2$)
VT-1751	22	-0.84	-0.96	-0.95	-0.86
VT-2047	23	-1.05	-1.07	-1.06	-0.86
BHQ-354	24	-1.85	-1.41	-1.45	-1.30
VT-1751	27	1.01	1.00	1.00	1.02
VT-2254	28 / 29	0.97	0.94	0.94	0.79
BHC-223	30 / 31	0.64	0.74	0.72	0.60
BHQ-354	32	0.67	0.74	0.72	0.53

Tab. 5.4. Valeurs de \bar{S}_1^* / σ_0 obtenues expérimentalement (en prenant $n=2$), et calculés avec le modèle VPSC ($n=3$) et le modèle statique ($n=2$ et $n=3$).

Les résultats du modèle statique indiquent que l'influence de l'exposant des contraintes est complètement négligeable devant les incertitudes expérimentales.

Excepté pour l'essai 24, tous les résultats expérimentaux sont proches des résultats des

modèles. Pour les essais 22, 30, 31, et 32, un meilleur accord semble être obtenu avec le modèle VPSC; mais l'écart avec le modèle statique n'est important que pour l'essai 32.

Pour l'essai 24, la valeur expérimentale de \bar{S}_2^* / σ_0 est en accord avec celle du modèle statique, mais est éloignée de celle du modèle VPSC. Il est cependant difficile de conclure, car nous n'avons pas pu faire d'autres essais du même type. La valeur expérimentale pourrait aussi être remise en question.

Nos résultats expérimentaux ne permettent pas de mettre en évidence de façon significative l'influence de la migration lente des joints de grains sur le caractère anisotrope du comportement mécanique. L'incertitude expérimentale est trop grande par rapport aux différences entre les prédictions des modèles VPSC et statique, et nous n'avons pas pu réaliser un nombre d'essais mécaniques suffisamment grand pour permettre un traitement statistique satisfaisant.

La diminution de 3 ordres de grandeur de la vitesse de déformation lors du fluage primaire indique cependant la mise en place d'un champ de contraintes internes. Pour les essais sous de plus fortes contraintes, la différence entre la vitesse juste après le chargement et la vitesse minimale est du même ordre. Si la migration des joints tend effectivement à relaxer le champ de contraintes internes, il ne semble par contre pas que l'on obtienne un état de contrainte dans l'échantillon proche d'un état uniforme. La dominance des contraintes axiales (dans les axes cristallographiques) devrait persister. Ce résultat se rapproche de celui du paragraphe 5.4.

5.5.5. Influence de la teneur en impuretés

Le but des tests 28 et 29 sur l'échantillon VT-2047 était initialement de mettre en évidence l'influence de la forte teneur en impuretés de la couche de cendre. En effet, l'analyse des mesures d'inclinométrie laisse penser que les glaces de la dernière période glaciaire (Wisconsin), plus riches en impuretés, se déforment plus vite d'un facteur 3 que les glaces de notre interglaciaire (Holocène). Ce phénomène s'observe très nettement à Dye 3 [Gundestrup et Hansen, 1984; Dahl-Jensen et Gundestrup, 1987]. Cependant, la transition climatique s'accompagne aussi d'un changement de texture. A Dye 3, la texture du Wisconsin est légèrement plus concentrée que celle de l'Holocène [Herron et al., 1985]. Paterson [1991] attribue cette diminution de viscosité à l'effet de texture.

Pimienta [1987] montre, par des essais mécaniques sur des glaces de Vostok de l'Holocène et du Wisconsin, que la teneur en impuretés n'exerce aucune influence appréciable sur le comportement en déformation axiale. Pimienta n'a cependant pas pu s'affranchir de l'effet de texture dans son analyse. Par une même approche, Shoji et Langway [1985] attribuent cependant à l'effet d'impuretés un facteur d'accroissement de 2 à 3.

Pour VT-2254, la valeur expérimentale de \bar{S}_i^* / σ_0 reportée dans le tableau 5.4 est la valeur moyenne des essais 28 et 29. En comparaison avec les résultats des modèles et de l'essai 27, il semble que cette valeur semble soit un peu faible, ce qui pourrait laisser penser à un adoucissement de l'échantillon dû à la couche volcanique. On obtiendrait alors une vitesse de déformation 8 fois plus grande dans cette couche. Cet effet n'est cependant pas certain, à cause des incertitudes expérimentales et de la difficulté d'interpréter les essais de torsion sur les glaces de Vostok.

5.5.6. Conclusion

Même si la durée de nos essais a été relativement longue (notamment par rapport à la fréquence des pannes des chambres froides...), le fluage permanent n'a pu être atteint, ce qui rend les interprétations délicates. Le bon accord avec les résultats de Jacka [1984] indique cependant que la technique d'extrapolation utilisant la loi d'Andrade ne donne pas des résultats trop erronés. Mais des résultats plus percutants ne seront obtenus que si un programme expérimental est développé. Il faudrait en particulier avoir la possibilité de faire des essais sous de plus faibles contraintes (inférieures à 0.04MPa) et d'une durée de l'ordre de l'année, ce qui nécessite entre autre la construction de plusieurs machines d'essais similaires et un maintien en température sûr et stable.

Si nos résultats sur les glaces isotropes sont similaires à ceux de Pimienta [1987], nous trouvons cependant une vitesse de déformation environ 3 fois plus petite pour une même contrainte, aussi bien en torsion qu'en compression uniaxiale. Ce facteur 3 suffit à remettre en question la valeur expérimentale de l'exposant des contraintes. Cependant, nos résultats, aussi bien que ceux de Jacka [1984] et de Pimienta, suggèrent que cette valeur est proche de 2.

Nos résultats ne mettent pas en évidence de différence significative entre l'anisotropie sous faibles et fortes contraintes. Les comportements expérimentaux sont plutôt mieux reproduits par le modèle VPSC avec $n=3$ qu'avec le modèle statique. La décroissance de 3 ordres de grandeur de la vitesse de déformation lors du fluage primaire indique la mise en place d'un champ de contraintes internes non négligeable. L'état de contrainte ne semble être guère plus homogène sous faibles contraintes que sous fortes contraintes. Le modèle VPSC est donc mieux adapté que le modèle statique pour modéliser le comportement mécanique des glaces polaires, ceci même pour des contraintes déviatoires de l'ordre de 0.1MPa.

5.6. INFLUENCE DE L'ANISOTROPIE DES GLACES SUR L'ÉCOULEMENT DES CALOTTES POLAIRES

Un des problèmes encore non résolus en glaciologie concerne l'interprétation des enregistrements climatiques dans les 300 derniers mètres des carottes de GRIP et GISP2 (Groenland central).

La carotte de GRIP a été forée exactement au sommet du Groenland. Elle est d'une longueur de 3029m, et atteint presque le lit rocheux, à quelques mètres près. La carotte de GISP2, d'une longueur de 3053m, a été forée à seulement 28km plus à l'ouest (soit une distance de 10 épaisseurs de glace). L'analyse des traceurs climatiques ($\delta^{18}\text{O}$, CH_4 , ...) indique un très bon accord entre ces deux carottes, mais seulement jusqu'à 2750m de profondeur [Grootes et al., 1993]. Dans les 300 derniers mètres de glace, au moins un des deux enregistrements est donc perturbé. L'écoulement de la glace sous le sommet du Groenland n'est donc pas strictement laminaire.

La figure 5.27a montre les lignes d'écoulement dans le voisinage du dôme sur une coupe 2D verticale, calculées par un modèle aux éléments finis dans lequel l'anisotropie des glaces n'est pas prise en compte [Schott et al., 1992]. Le lit rocheux, qui n'est que grossièrement représenté sur cette figure, présente en réalité un relief de 300m à 400m de hauteur [Hodge et al., 1990]. Selon ce modèle, la carotte de GRIP aurait été forée exactement sur la ligne de partage des glaces. Si l'écoulement est stationnaire, les glaces de GRIP subissent donc essentiellement des déformations axiales (dans les axes de référence, avec z'z vertical). Une migration du dôme au cours des cycles climatiques ne peut cependant pas être écartée. D'après les modèles d'écoulement, le déplacement du dôme depuis la dernière période glaciaire ne serait que de quelques dizaines de kilomètres [Anandakrishnan et al., 1994; Ritz et al., 1995]. La carotte de GRIP est d'autre part la seule carotte profonde forée exactement à l'emplacement actuel d'un dôme. C'est aussi la première fois que les enregistrements climatiques sont incohérents sur une aussi grande longueur.

Les processus permettant une inversion de la stratigraphie restent encore mal connus. A l'aide d'un modèle d'écoulement analytique dans lequel l'anisotropie des glaces n'est pas prise en compte, il est possible d'expliquer la formation de plis à grande échelle si la migration du dôme au cours du temps est importante [Waddington, 1995]. Ce modèle ne permet cependant pas de reproduire la forme relativement plate des couches isochrones (iso-ages) mesurées par écho radar au Groenland central [Jacobel et Hodge, 1995].

La figure 5.27b montre les lignes d'écoulement en amont de la carotte de Dye 3 (Groenland). A Dye 3, la glace s'écoule essentiellement par des déformations en cisaillement horizontal. Le lit rocheux présente un relief plus accidenté qu'autour de GRIP et GISP2, d'une hauteur supérieure à 500m. La stratigraphie des couches de la carotte n'est cependant perturbée que sur au plus 50m au-

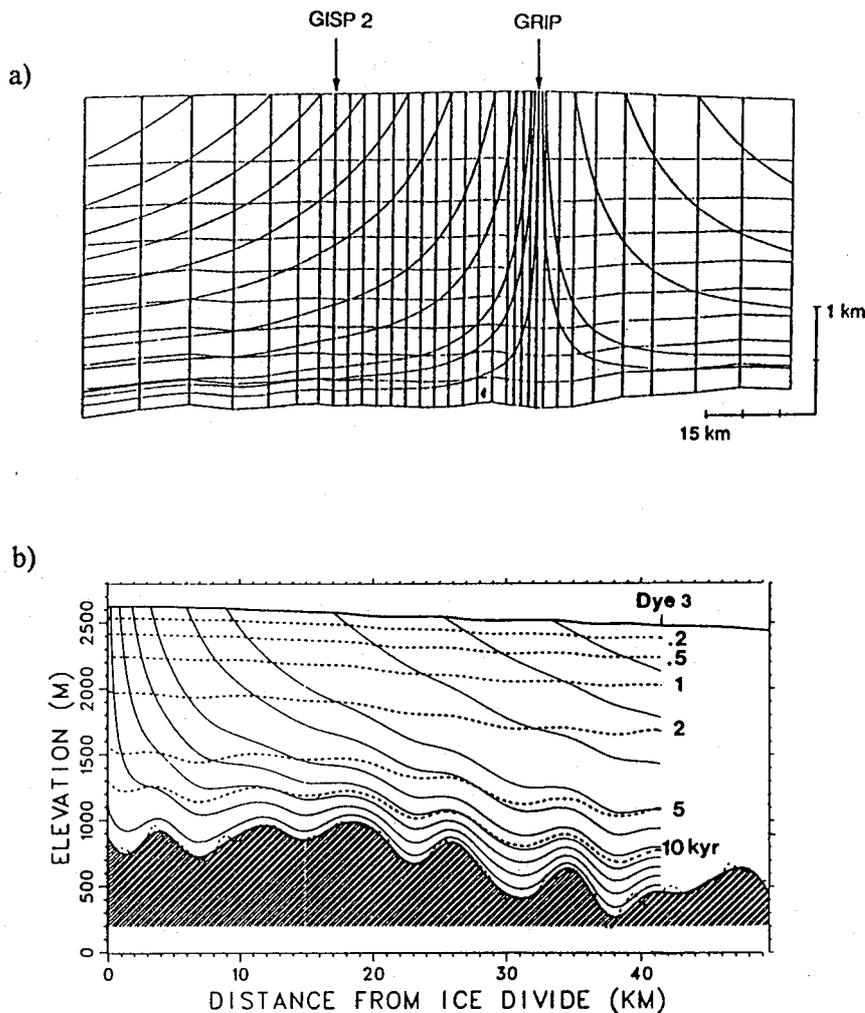


Fig. 5.27. Coupes verticales 2-D de la calotte glaciaire du Groenland, indiquant la forme des lignes d'écoulement (a) autour des forages de GRIP et de GISP2 [Schott et al., 1992], et (b) en amont du forages de Dye 3 [Reeh et al., 1985]. Les échelles verticales sont exagérées. A Dye 3, les traits en pointillés sont les courbes isochrones.

dessus du lit rocheux [Dansgaard et al., 1985], alors que la déformation des glaces basales doit être fortement perturbée par l'irrégularité du lit rocheux.

Une question se pose alors: pourquoi la stratigraphie serait perturbée à GRIP ou à GISP2, où toutes les données laissent plutôt espérer un écoulement simple à interpréter, alors qu'elle le serait beaucoup moins à Dye 3, où le relief du lit rocheux est important et influence de façon évidente l'écoulement?

Jusqu'à présent, aucune interprétation d'un écoulement n'a pris en compte la forte anisotropie des glaces polaires. A GRIP, les glaces sont isotropes en surface, mais une concentration des axes c

autour de la direction verticale se développe progressivement jusqu'à 2800m de profondeur [Thorsteinsson et al., 1995a]. Entre 2800m et le lit rocheux, il y a une alternance de couches faiblement anisotropes ayant subi une recristallisation rapide (textures à plusieurs maximums), et de couches très fortement anisotropes qui n'ont subi qu'une recristallisation lente (textures à un seul maximum vertical). L'épaisseur de ces couches est aléatoire, et varie de quelques centimètres à quelques dizaines de mètres [Thorsteinsson et al., 1995b]. Des textures similaires sont observées à GISP2. A Dye 3, on trouve aussi un tel développement de texture, mais sans signe de recristallisation par migration [Herron et al., 1985].

Une première possibilité pour expliquer les perturbations dans la stratigraphie des couches profondes de GRIP ou de GISP2 est d'invoquer l'alternance rapide des couches peu anisotropes et fortement anisotropes. En effet, ce fort gradient vertical des propriétés mécaniques induit très probablement des déformations fortement hétérogènes à l'échelle macroscopique. Ce type de structure favorise l'activation des effets de boudinage ou de pliage, et tend donc à perturber la stratigraphie.

Une seconde possibilité consiste à invoquer la rhéologie particulière des glaces froides fortement anisotropes de GRIP. Dans les calottes polaires, la contrainte de cisaillement S_{xz} (où x est l'axe horizontal dans la direction de l'écoulement, et z l'axe vertical) est proportionnelle à la pente de la surface et à la profondeur (à l'ordre zéro de l'approximation de la couche mince [Hutter, 1983]). A GRIP, la pente est nulle; S_{xz} devrait être très faible, et les contraintes axiales devraient donc dominer. Sur la figure 5.17, on se place donc dans des conditions proches de $\psi_s \approx 0^\circ$, c'est à dire exactement dans le domaine où la direction de la vitesse de déformation est très sensible à la direction de la contrainte. Nous avons vu qu'une très faible désorientation de l'axe de symétrie de la texture par rapport à l'axe de symétrie des contraintes, ou qu'une très faible contrainte de cisaillement, était suffisante pour induire des vitesses déformations en cisaillement du même ordre de grandeur que les vitesses de déformations axiales. Etant donné que l'état de contrainte *in-situ* et la forme des textures naturelles sont complexes, il est impossible que les déformations en cisaillement soient négligeables, dans les glaces profondes de GRIP, devant les déformations axiales. Ce résultat est en accord avec les observations directes de la carotte [Alley et al., 1995b]. A cause de l'anisotropie, la ligne de partage des glaces n'est certainement pas une ligne droite verticale comme le montre la figure 5.27a, mais plutôt une ligne dont la position doit être extrêmement sensible à toute modification de la surface, notamment près du lit rocheux où l'anisotropie est plus forte. Les mesures d'inclinométrie futures devraient permettre de vérifier cette hypothèse. Cette propriété ne permet bien sur pas d'expliquer directement la formation d'inversion dans la stratigraphie de GRIP ou de GISP2, mais elle devrait en faciliter grandement la formation.

A Dye 3, par contre, la contrainte de cisaillement S_{xz} domine. Sur la figure 5.11a, la glace se déforme dans les conditions $\psi_s \approx 90^\circ$, c'est à dire dans le domaine où la direction de la vitesse de déformation est très stable. Une perturbation même importante de l'état de contrainte local, par exemple induit par le relief du lit rocheux, sera d'une influence moindre sur les déformations. Ceci sera d'autant plus vrai que l'anisotropie des couches profondes est grande.

On voit donc que le dôme d'une calotte polaire est un endroit très particulier pour l'écoulement, notamment à cause de la forte instabilité dans le comportement mécanique des glaces. Un forage au niveau d'un dôme doit en théorie être plus rentable, car il permet de recueillir des glaces plus vieilles. Cependant, cette instabilité devrait rendre l'écoulement de la glace très difficile à analyser. Il semble donc que le choix d'un dôme comme site de forage ne soit pas idéal.

5.7. CONCLUSION

Ce travail nous a permis de vérifier la validité du modèle VPSC pour le calcul du comportement sous fortes contraintes. Nous avons montré que les glaces de Vostok, Law Dome, et GRIP présentent un comportement instable lorsque la déformation macroscopique est impossible sans une activité non-basale importante. La direction de la vitesse de déformation devient alors extrêmement sensible à la direction de la contrainte appliquée.

L'analyse des états de contrainte et de vitesse de déformation lors des essais mécaniques en laboratoire montre la difficulté d'obtenir de bons résultats pour les glaces fortement anisotropes. Nous avons en particulier montré que les essais de torsion sont mal adaptés aux glaces polaires. Il serait intéressant de mettre au point une machine de cisaillement-compression qui permette de contrôler parfaitement l'état de contrainte appliqué à l'échantillon.

L'influence de la migration des joints de grains sur le comportement mécanique a été estimée. Même lorsque la vitesse de migration est grande, il semble que l'état de contrainte dans le polycristal ne soit guère plus homogène que lorsque cette vitesse est insignifiante. Nos résultats expérimentaux suggèrent cependant un exposant des contraintes inférieur à 3 sous faibles contraintes, autant pour les glaces isotopes qu'anisotropes. Une série d'essais sous de plus faibles contraintes, d'une durée de l'ordre de l'année, serait cependant nécessaire pour conclure de façon plus pertinente.

La très forte anisotropie des glaces devrait influencer de façon significative l'écoulement des glaces dans les calottes polaires. En particulier, au niveau d'un dôme, les glaces sont déformées sous des états de contraintes pour lesquels la direction de la vitesse de déformation est très instable. cette

instabilité peut largement contribuer à la perturbation de la stratigraphie des couches profondes des glaces de GRIP et GISP2.

CHAPITRE 6.

APPLICATION AU CALCUL DU DEVELOPPEMENT DE TEXTURES DANS LES GLACES POLAIRES FROIDES

6.1. INTRODUCTION

Nous ne nous sommes intéressé jusqu'à présent qu'au comportement mécanique *instantané* d'un échantillon polycristallin, c'est à dire au comportement correspondant au stade "permanent" de la déformation (ou fluage secondaire). Cependant, la déformation d'un polycristal modifie sa texture, et donc son comportement. Un réel état stationnaire pour le comportement mécanique ne peut donc être obtenu que lorsque la texture n'évolue plus.

Dans les calottes polaires, la glace s'écoule en partie par déformation plastique sous l'effet de la force de gravité. L'écoulement dépend donc fortement du comportement mécanique de la glace. Cependant, les déformations plastiques induisent des textures de déformations, desquelles dépend le comportement mécanique. Par cette rétroaction, il peut se produire une accélération de l'écoulement si la texture de la glace favorise la déformation par laquelle elle a été créée. Ce type de scénario serait possible en cisaillement simple [Pimienta, 1987], et pourrait introduire une instabilité dans l'écoulement à grande échelle.

Dans ce chapitre, nous allons calculer le développement de textures avec le modèle VPSC, ainsi qu'avec les bornes inférieure (statique) et supérieure (Taylor). Nous comparerons ensuite les textures modélisées avec celles observées dans les glaces profondes des calottes polaires. Nous nous limiterons cependant au cas de glaces pour lesquelles le régime de migration rapide (recristallisation par migration) n'a pas été activé. En effet, les textures obtenues dans de telles conditions sont des textures de recristallisation, et ne peuvent donc pas être simulées avec nos modèles. Nous discuterons de la stabilité des textures de cisaillement simple, et donnerons une première estimation quantitative de l'influence des régimes de grossissement de grains et de recristallisation par rotation sur le développement de textures.

6.2. CALCUL DU DEVELOPPEMENT DE TEXTURES

6.2.1. Résultats

La figure 6.1 montre les textures obtenues en traction uniaxiale selon $y'y$, en compression uniaxiale selon $z'z'$, et en cisaillement simple dans le plan (Oxy) et le sens $x'x'$, pour une déformation équivalente (définie par la relation 3.69) de 0.4. Le polycristal initial contient 200 grains orientés aléatoirement. Le modèle VPSC permet de prendre en compte l'évolution de la forme des grains au cours de la déformation. Cependant, les grains d'un polycristal de glace ne présentent jamais des formes très allongées. Nous avons donc fait tous nos calculs en imposant une forme de grain sphérique, qui n'évolue pas avec la déformation.

Qualitativement, tous les modèles prédisent la même forme de texture. En traction uniaxiale, les axes c se concentrent dans le plan normal à la direction d'extension. En compression uniaxiale, une texture à un seul maximum se développe, où les axes c s'orientent selon la direction de compression. En cisaillement simple, on obtient aussi une texture à un seul maximum, mais la position de ce maximum est intermédiaire entre la normale au plan du cisaillement macroscopique et la direction principale de compression macroscopique. Nous verrons dans les paragraphes suivants que, pour les modèles VPSC et Taylor, l'orientation du maximum n'est pas stable, mais continue à se déplacer avec la déformation.

De grandes différences apparaissent dans la concentration des textures calculées avec les différents modèles, pour une même déformation équivalente. Pour $\epsilon_{eq} = 0.2$, les textures sont extrêmement prononcées avec le modèle statique, mais très peu prononcées avec le modèle de Taylor. Les prédictions du modèle VPSC sont intermédiaires. Il a d'autre part été vérifié que la forme des grains n'influence guère le développement de textures, même pour des très grandes déformations de l'ordre de 10. On trouve des textures légèrement moins prononcées lorsque la forme des grains est réactualisée à chaque pas de calcul.

Les changements d'orientation des axes c dépendent directement de l'activité des systèmes de glissement, présentée sur la figure 6.2.

Pour le modèle statique, l'activité non-basale reste toujours inférieure à 0.01, à cause de la très grande résistance des systèmes prismatiques et pyramidaux. Le modèle de Taylor indique par contre une activité basale faible, toujours inférieure à 0.4. Globalement, les activités ne varient guère au cours de la déformation.

Pour le modèle VPSC, l'activité non-basale augmente brutalement lorsque la déformation équivalente est supérieure à environ 0.3. Pour une déformation équivalente de 1.0, l'activité basale est très faible, toujours inférieure à 0.5. Les états microscopiques calculés ne sont donc probablement pas

réalistes. Cependant, d'après les résultats du chapitre précédent, le comportement mécanique devient instable en traction et en compression uniaxiales lorsque les textures sont suffisamment prononcées. D'après la figure 5.16, l'activité basale est minimale dans ces conditions de déformation, mais une très légère variation de la direction de la contrainte macroscopique ou de la symétrie de la texture a pour conséquence d'augmenter significativement l'activité basale. Les faibles valeurs de l'activité basale en traction et en compression, que l'on observe sur la figure 6.2 pour des déformations supérieures à 0.3, sont donc étroitement liées aux symétries très particulières (symétries de révolution) du chargement et des textures.

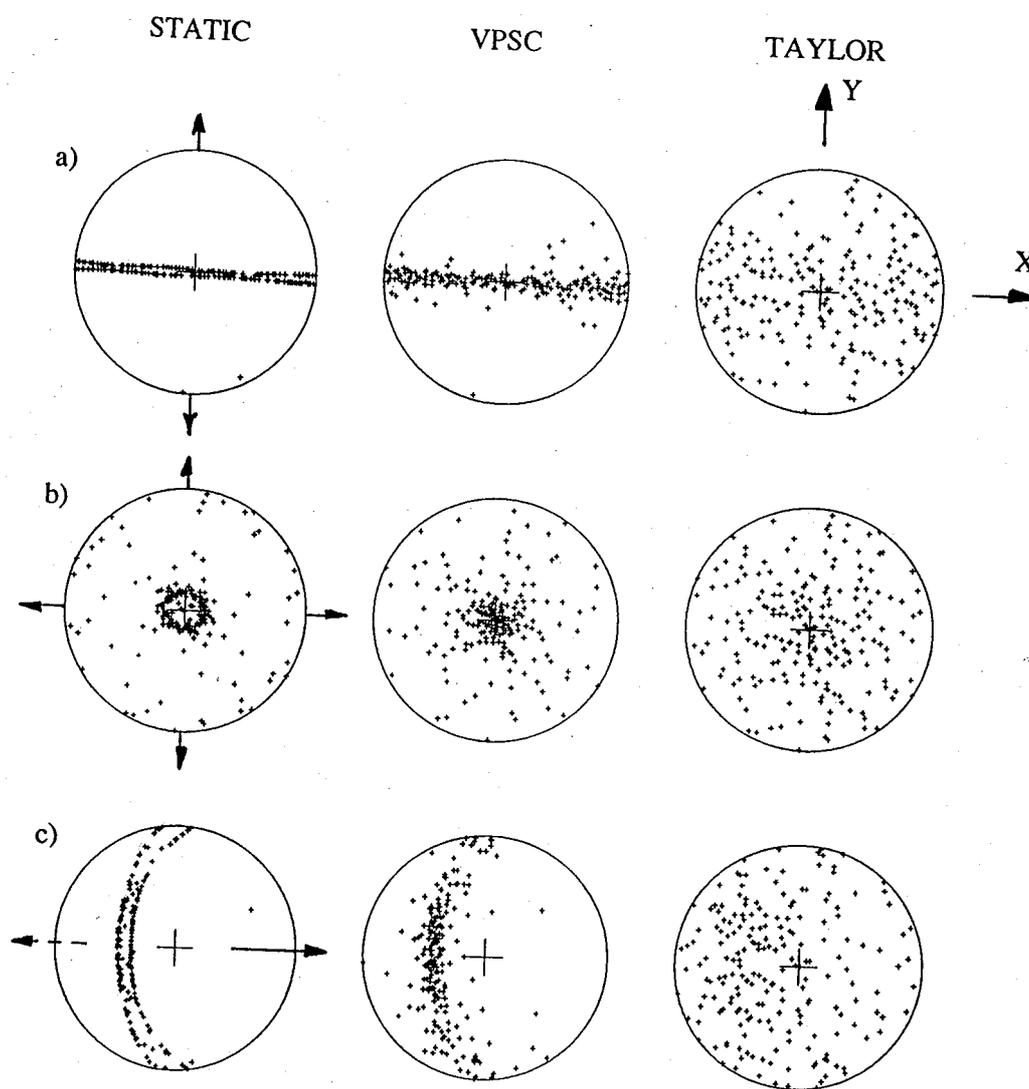


Fig. 6.1. Textures calculées avec les modèles statique, VPSC, et Taylor, en (a) traction uniaxiale; (b) compression uniaxiale; (c) cisaillement simple, pour une déformation équivalente de 0.4. Les flèches indiquent la direction des déformations. Le polycristal initial est isotrope.

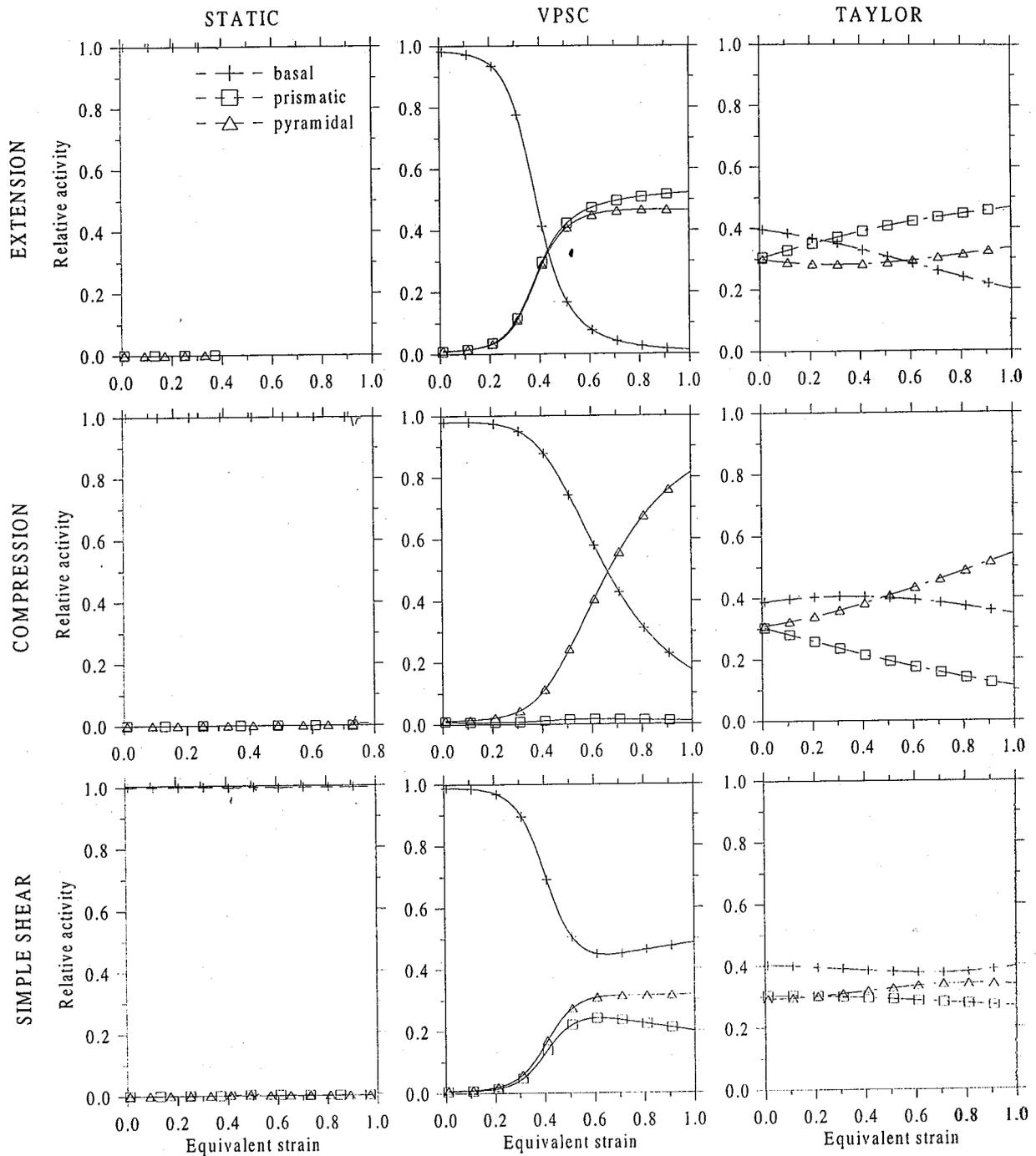


Fig. 6.2. Activités relatives des systèmes de glissement obtenues avec les modèles statique, VPSC, et Taylor, en traction uniaxiale, compression uniaxiale, et cisaillement simple. Le polycristal initial est isotrope.

6.2.2. Influence de l'activité non-basale sur le développement de textures

Le développement de textures est un résultat des glissements microscopiques sur *tous* les systèmes de glissement pris en compte. Dans le modèle VPSC, nous avons vu qu'il est nécessaire d'introduire du glissement non-basal pour reproduire le comportement mécanique de la glace polycristalline. Si les systèmes prismatiques que nous avons choisis semblent avoir une signification physique, la présence d'un glissement pyramidal dans la glace est plus hypothétique. L'activation des systèmes pyramidaux pourrait résulter des erreurs de discrétisation du modèle VPSC ou des hypothèses faites sur les modes de déformation. Il est donc important d'appréhender l'influence du glissement non-basal sur le développement des textures.

En comparant entre eux les résultats des différents modèles, on remarquera qu'une activité non-basale croissante tend à diminuer la vitesse de rotation des axes c , mais ne modifie pas le caractère des textures obtenues. En effet, même si le modèle de Taylor prédit une activité non-basale très importante, la forme des textures obtenues pour une déformation équivalente de 0.4 est qualitativement similaire à celle calculée avec le modèle statique, pour lequel seulement le glissement basal est actif.

D'après la relation 3.61, un glissement γ^s sur le système de glissement s induit une vitesse de rotation plastique \underline{W}^P dont l'axe instantané de rotation est parallèle au plan de glissement et orthogonal au vecteur de Burgers. D'autre part, cette vitesse de rotation plastique représente directement la vitesse de rotation \underline{W}^c des axes c si la vitesse de rotation locale \underline{W}^L est nulle (ce qui est le cas en traction et en compression uniaxiale avec les modèles statique et Taylor).

Pour les 3 systèmes prismatiques, les 3 vecteurs rotation instantanée sont parallèles à l'axe c . Ainsi, le glissement prismatique n'a aucune influence directe sur le développement de texture des axes c .

La géométrie des systèmes pyramidaux que nous avons choisis est plus complexe. Lorsque seulement ces systèmes de glissement sont introduits dans les modèles, les textures de traction et de compression uniaxiales sont "opposées" à celles de la figure 6.1. En traction, les axes c s'orientent selon l'axe de traction; en compression, ils s'orientent orthogonalement à l'axe de compression (figure 6.3).

Ainsi, le glissement sur les plans prismatiques n'influence pas directement le développement de texture des axes c . Par contre, le glissement sur les plans pyramidaux devrait avoir tendance à le ralentir.

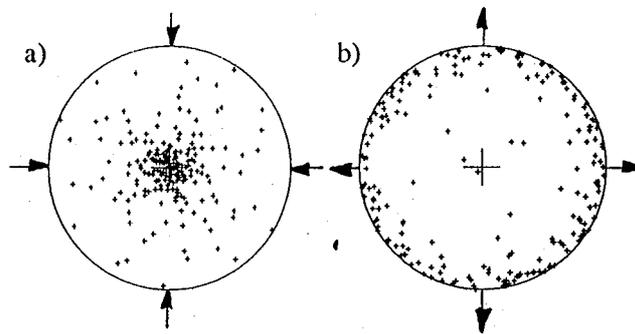


Fig. 6.3. Textures obtenues avec le modèle de Taylor, dans le cas où seulement les systèmes pyramidaux sont pris en compte. (a) traction uniaxiale; (b) compression uniaxiale. Les centres des diagrammes correspondent aux directions de traction et de compression. $\epsilon_{eq} = 0.5$.

6.3. COMPARAISON AVEC LES TEXTURES DE GRIP

Le développement de texture dans les calottes polaires est interprété comme résultant du glissement intracristallin tant que les effets de la recristallisation dynamique ne sont pas significatifs. Ce devrait être le cas, en première approximation, des zones dans lesquelles seuls les régimes de grossissement de grains et de recristallisation par rotation sont actifs.

La carotte de GRIP, d'une longueur de 3029m, a été forée exactement à l'emplacement actuel du dôme de la calotte polaire Groenlandaise. Il est vraisemblable que ce dôme n'ait migré que de quelques dizaines de kilomètres au cours des derniers cycles climatiques [Anandakrishnan et al., 1994; Ritz et al., 1995]. On peut ainsi supposer en première approximation que les glaces de GRIP ont été soumises essentiellement à des contraintes déviatoires de compression verticale. D'autre part, l'observation directe de la carotte permet d'estimer la déformation axiale verticale totale qu'a subie la glace. La carotte de GRIP offre ainsi la possibilité unique de tester le modèle auto-cohérent. Nous comparons dans ce paragraphe le développement de texture modélisé à celui mesuré sur ces glaces polaires, de la surface de la calotte jusqu'à la profondeur de 2800m, profondeur à laquelle apparaissent les premiers signes de recristallisation par migration.

6.3.1. Textures naturelles et déformations *in-situ*.

La figure 6.4 présente un aperçu du développement de texture le long de la carotte de GRIP [Thorsteinsson et al., 1995a et 1995b], ainsi que de la déformation verticale [Dahl-Jensen et al., 1993; S. J. Johnsen, communication personnelle], du profil de température [Johnsen et al., 1995], et de l'échelle de temps [Dansgaard et al., 1993].

L'évolution de la taille des grains est schématiquement représentée sur la figure 6.4a. Entre 100m et 650m de profondeur, la taille de grains moyenne augmente linéairement avec le temps, correspondant au régime de grossissement de grains. Dans l'intervalle 650-2800m, on observe une subdivision des grains par désorientation progressive des sous-joints (recristallisation par rotation). Ce processus semble être responsable de l'arrêt du grossissement de grains à 650m. La transition climatique Holocène-Wisconsin apparaît à une profondeur de 1625m, et est accompagnée d'une variation brutale de la taille des grains. Les glaces de GRIP montrent une anticorrélation entre la taille de grains et la teneur en impuretés solubles, particulièrement dans le bas du Wisconsin ainsi que dans les glaces de l'"Eemien" (dernier interglaciaire) [Thorsteinsson et al., 1995a et 1995b]. La plus forte teneur en impuretés solubles des glaces du Wisconsin pourrait expliquer la variation rapide de la taille de grains à 1625m de profondeur [Alley et al., 1986; Paterson, 1991; Alley et al., 1995c]. Entre 2600m et 2800m, l'augmentation régulière de la taille des grains s'explique par l'augmentation de la température. En dessous de 2800m de profondeur (glaces de l'"Eemien" et du "Pré-Eemien"), les joints de grains prennent des formes très irrégulières, indiquant clairement l'initiation du régime de recristallisation rapide par migration. La température relativement haute dans cette zone ($> -15^{\circ}\text{C}$) est compatible avec ce régime de recristallisation. La texture des glaces profondes, entre 2800m et 3028m (lit rocheux), a été probablement affectée par ce processus de recristallisation rapide, et ne sera donc pas considérée ici.

Les mesures des orientations des axes *c* (figure 6.4b) ont révélé un développement de texture régulier dans la carotte, d'une orientation aléatoire en surface jusqu'à une orientation préférentielle nettement marquée dans les glaces profondes. La texture à un seul maximum vertical est formée à 2200m de profondeur, et persiste jusqu'à 2800m. Aucune variation significative de la texture n'est observée à la transition climatique Holocène-Wisconsin. Les toutes premières mesures d'inclinométrie indiquent que le déplacement horizontal de la glace est faible [Gundestrup, communication personnelle]. Puisque le site de forage est situé au sommet du dôme, la glace de GRIP devrait se déformer essentiellement sous l'effet d'un état de contrainte voisin d'une compression uniaxiale verticale. La forme circulaire des textures est compatible avec la symétrie d'un tel état de contrainte.

L'échelle de temps le long de la carotte de GRIP (figure 6.4e) a été déterminée en comptant le

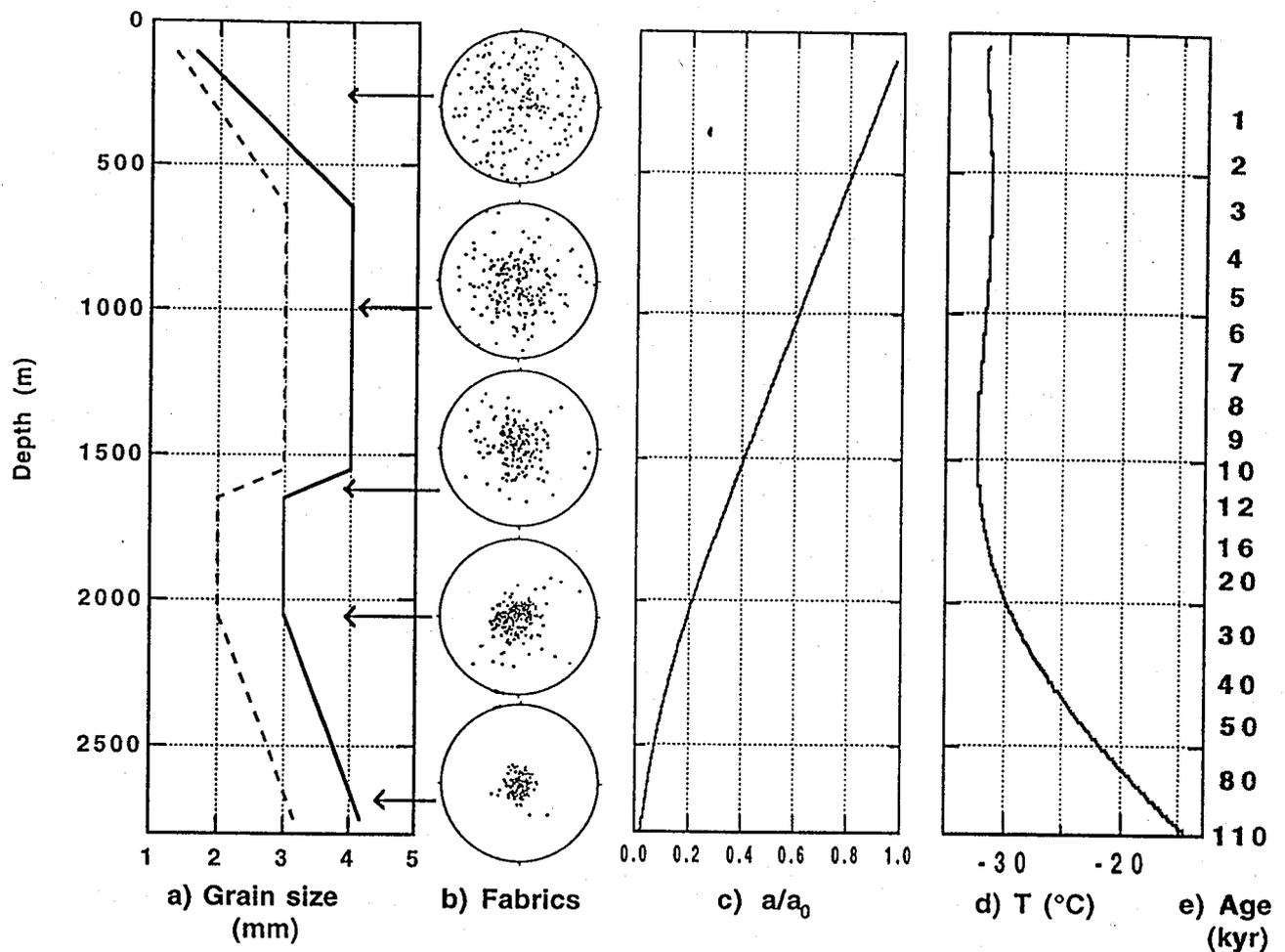


Fig. 6.4. (a) Profil de taille de grains schématique le long de la carotte de GRIP. Le trait plein indique le diamètre horizontal des grains, et le trait pointillé le diamètre vertical [Thrusteinsson et al., 1995b]. (b) Textures à 249.2m, 991.1m, 1625.8m, 2064.2m, et 2696.1m de profondeur. Le centre des diagrammes indique la direction verticale in-situ. (c) Rapport a/a_0 de l'épaisseur actuelle d'une couche annuelle de glace par l'épaisseur de la même couche lorsque celle-ci se trouvait à la surface de la calotte [Dahl-Jensen et al., 1993; S. J. Johnsen, communication personnelle]. (d) Profil de température [Johnsen et al., 1995]. (e) Echelle de temps [Dansgaard et al., 1993].

nombre de couches annuelles dans les glaces de l'Holocène, et à l'aide d'un modèle d'écoulement pour les profondeurs supérieures à 1625m [Dansgaard et al., 1993]. Le modèle d'écoulement utilisé est un modèle simple de type Dansgaard-Johnsen [Dansgaard et Johnsen, 1969]. Les paramètres de ce modèle ont été ajustés pour que l'échelle de temps calculée reproduise l'âge des horizons repères de l'Holocène (éruptions volcaniques, etc...). Ce modèle suppose une forme stationnaire de la surface de la calotte et du lit rocheux (horizontal, altitude constante). La vitesse d'accumulation actuelle (0.23m/an) est censée représenter la vitesse d'accumulation moyenne pendant toute la durée de l'Holocène. La vitesse de déformation axiale verticale est supposée être constante avec la profondeur, depuis la surface jusqu'à une profondeur de 1750m [Dahl-Jensen et al., 1993]. En dessous de 1750m, la vitesse de déformation verticale est supposée décroître linéairement avec la profondeur, pour atteindre une valeur nulle au niveau du lit rocheux. L'amincissement total des couches annuelles, défini par le rapport entre l'épaisseur actuelle "a" d'une couche annuelle sur l'épaisseur "a₀" de la même couche lorsqu'elle était à la surface de la calotte, a aussi été calculé avec ce modèle. Le profil de l'amincissement a/a_0 est présenté sur la figure 6.4c. Ces données permettent de calculer le gradient de déformation axiale verticale H_{zz} que chaque particule de glace a subi depuis sa déposition à la surface de la calotte:

$$(6.1) \quad \frac{a}{a_0} = 1 + H_{zz}$$

où l'axe z/z est l'axe vertical *in-situ*. Ces résultats indiquent que la glace de GRIP a subi un écrasement vertical considérable: 25% à 650m de profondeur, 64% à 1625m, et plus de 90% en dessous de 2400m.

La température de la glace (figure 6.4d) ne varie pas de plus de 0.5°C par rapport à la température de surface actuelle (-32°C) dans les premiers 1800m du trou de forage. En dessous de cette profondeur, la température augmente continuellement jusqu'à -15°C à 2800m de profondeur, et atteint -9°C au niveau du lit rocheux.

6.3.2. Résultats

Nous utilisons les modèles statique, VPSC, et Taylor pour modéliser le développement de texture le long de la carotte de GRIP. Dans nos calculs, le polycristal initial représente la glace de surface, et a donc une texture aléatoire. Les déformations réelles *exactes* des glaces de GRIP sont essentiellement inconnues. Nous ferons les calculs en compression uniaxiale verticale, car une

estimation plus précise des déformations n'est pas disponible actuellement. Les textures modélisées présenteront une symétrie de révolution autour de l'axe z/z. En conséquence, le plan déviatoire Π sera fermé [Canova et al., 1985], et la glace ne subira aucune déformation de cisaillement. Cette hypothèse est incompatible avec les résultats du chapitre précédent, puisque nous avons conclu qu'il est très invraisemblable que les glaces profondes de GRIP ne subissent que des déformations axiales. Nos calculs ne pourront donc donner qu'une estimation des écarts entre les textures naturelles et les textures modélisées.

Les modèles de polycristal permettent de calculer la texture d'un polycristal correspondant à une déformation verticale H_{zz} donnée. La profondeur *in-situ* correspondant à la texture calculée est obtenue en utilisant l'estimation de l'amincissement des couches annuelles a/a_0 (figure 6.4c).

La figure 6.5 montre la texture naturelle d'une glace de GRIP à la profondeur de 991.1m, comparée à celle calculée avec les modèles statique, VPSC, et Taylor, pour une déformation verticale de -0.387, correspondant à la même profondeur. La forme générale de la texture naturelle est bien reproduite. Les axes c s'orientent selon la direction verticale *in-situ*. La concentration des textures modélisées varie énormément d'un modèle à l'autre. A 991.1m de profondeur, la texture naturelle a une concentration intermédiaire entre celles calculées avec les modèles VPSC et Taylor.

Comparons maintenant les concentrations des textures naturelles et modélisées sur l'ensemble des 2800 premiers mètres de la carotte. Pour décrire la concentration *moyenne* des textures, nous introduisons un paramètre statistique, le degré d'orientation R . Soit \mathbf{c}^g un vecteur unitaire parallèle à l'axe c d'un grain g du polycristal. Le sens de ce vecteur est choisi de manière à ce que sa troisième coordonnée (sa cote) soit positive. Le degré d'orientation R est proportionnel la norme de la somme de tous les vecteurs \mathbf{c}^g :

$$(6.2) \quad R = \frac{2}{N} \left\| \sum_{g=1}^N \mathbf{c}^g \right\| - 1$$

où N est le nombre total de grains dans le polycristal. Ce paramètre R est égal à 0 pour une texture aléatoire, et prend la valeur maximale de 1 quand tous les axes c sont exactement parallèles [Wallbrecher, 1978]. Dans le cas général, des valeurs négatives de R sont aussi possibles.

La figure 6.6a indique l'évolution du degré d'orientation R avec la profondeur, pour les glaces naturelles et pour les textures modélisées. La différence entre les concentrations moyennes des textures calculées avec les modèles statique et VPSC ne devient significative seulement lorsque le

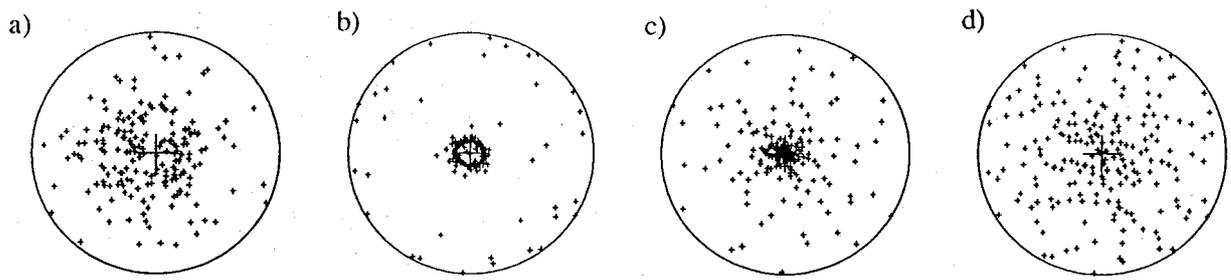


Fig. 6.5. Comparaison de (a) la texture de la glace de GRIP de profondeur de 991.1m [Thorsteinsson et al., 1995b] avec les textures calculées en compression uniaxiale avec les modèles (b) statique, (c) VPSC, et (d) Taylor. La déformation verticale est de 0.387. Le centre des diagrammes indique la direction verticale in-situ.

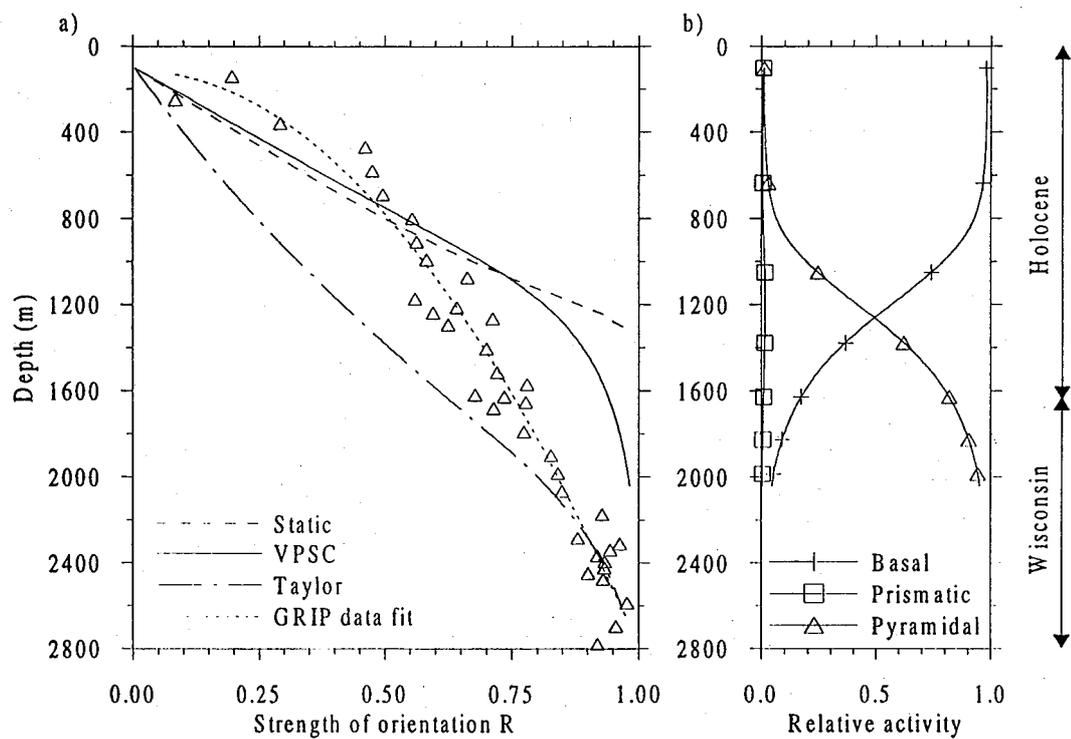


Fig. 6.6. (a) Evolution du degré d'orientation le long de la carotte de GRIP, en fonction de la profondeur. Résultats des modèles statique, VPSC, et Taylor, comparés aux mesures (triangles) de Thorsteinsson et al. [1995b]. (b) Activités relatives des systèmes de glissement, calculées avec le modèle VPSC.

facteur d'orientation est supérieur à 0.8, c'est à dire lorsque les textures sont très concentrées. Ces deux modèles reproduisent bien le degré d'orientation des glaces de GRIP depuis la surface jusqu'à la profondeur de 650m. Cet intervalle de profondeur correspond exactement à la zone complète de grossissement de grains (figure 6.4a), ainsi qu'à la zone pour laquelle le glissement basal calculé avec le modèle VPSC domine largement (figure 6.6b). En dessous de 650m, il apparaît clairement que la vitesse de concentration des textures *in-situ* est plus faible que celles estimées avec les modèles statique et VPSC.

6.3.3. Discussion

Pour des profondeurs supérieures à 2000m, le degré d'orientation des textures de GRIP est estimé au mieux par le modèle de Taylor. Nous avons cependant vu dans les chapitres précédents que ce modèle donne une très mauvaise estimation des états microscopiques, car une bien trop grande activation du glissement non-basal est nécessaire. Le modèle de Taylor doit donc aussi être très mal approprié pour calculer le développement de textures dans les glaces.

Les résultats numériques ont été obtenus avec les valeurs des paramètres déterminées dans le chapitre 4. En particulier, nous avons choisi $n=3$. Dans les calottes polaires, un comportement quasi-newtonien est attendu. Un test de sensibilité indique que les textures modélisées dans les conditions $n=1$ et $n=3$ sont très semblables. La valeur de l'exposant des contraintes ne peut donc pas être invoquée pour expliquer les écarts que nous obtenons.

Les hypothèses inhérentes au modèle d'écoulement de Dansgaard-Johnsen, concernant le profil vertical de la vitesse de déformation verticale, pourrait aussi affecter les résultats, mais seulement en dessous de 1625m. En effet, pour toute la glace de l'Holocène, la déformation verticale a pu être mesurée directement sur la carotte d'après l'épaisseur des couches annuelles. On peut ainsi vérifier que la vitesse de déformation verticale est pratiquement constante jusqu'à 1625m de profondeur.

Des indications de déformations en cisaillement simple (plis) ont été observées dans la carotte de GRIP en dessous de 2483m [Alley et al., 1995b]. D'autre part, les glaces profondes, très anisotropes, doivent subir des déformations en cisaillement importantes, du même ordre que les déformations axiales. Ces déformations ont inévitablement une influence sur le développement de textures, et n'ont pas été prises en compte dans nos calculs. Cependant, les degrés d'orientation mesurés et simulés avec les modèles statique et VPSC commencent à être différents à seulement 650m de profondeur. A cette profondeur, les textures sont encore peu prononcées, et l'anisotropie des

glaces doit être relativement faible. D'autre part, la migration du dôme au cours des cycles climatiques peut induire des déformations de cisaillement dans les glaces de GRIP, mais essentiellement dans les glaces plus profondes que la transition climatique Wisconsin-Holocène (1625m de profondeur). En effet, toute la période de l'Holocène présente un climat stable, ce qui empêche une migration du dôme importante. D'autre part, lors de la transition Wisconsin-Holocène, les glaces actuellement à 1625m de profondeur étaient en surface, et ne subissaient donc que de très faibles déformations. Il est donc peu probable que les déformations en cisaillement aient été très importantes au dessus de 1500m. On ne peut cependant pas complètement écarter l'influence de ces déformations pour expliquer la différence que nous obtenons.

On remarque sur la figure 6.6 que la différence entre les résultats du modèle VPSC et les textures naturelles est importante seulement lorsque l'activité basale est faible. Cette faible valeur de l'activité basale est étroitement liée aux symétries du polycristal et des déformations, mais elle est probablement irréaliste. Ce résultat semble indiquer que des mécanismes de déformation ou d'accommodation autres que le glissement basal doivent intervenir dans les glaces naturelles, au moins pour des profondeurs supérieures à 1000m environ. La grande activité non-basale que l'on obtient à ces profondeurs n'est cependant pas responsable du développement rapide de texture, car elle tend, d'après les résultats du paragraphe précédent, à le ralentir.

Canova et al. [1992] et Canova [1994] comparent d'autre part les résultats du modèle VPSC "1 site" avec ceux du modèle "n sites" dans le cas d'un polycristal biphasé quartz-mica. Les auteurs montrent que la prise en compte des hétérogénéités locales de déformation influence nettement le développement de texture de la phase molle (le quartz). En particulier, les textures finales calculées avec le modèle "n sites" sont moins prononcées. La glace profonde de GRIP pourrait ressembler à un matériau biphasé, si on considère deux populations de grains: (i) ceux qui ne peuvent pas se déformer par glissement basal (axes *c* verticaux), qui constituent la "phase dure", et (ii) ceux qui peuvent se déformer par glissement basal (axes *c* inclinés par rapport à la verticale), qui constituent la "phase molle". L'analogie avec les résultats de Canova et al. montre que les textures que l'on calculerait le long de la carotte de GRIP avec un modèle VPSC "n sites" seraient moins concentrées que celles que nous obtenons ici. On devrait donc obtenir de meilleurs résultats si les déformations microscopiques étaient estimées plus précisément.

D'après Thorsteinsson et al. [1995b], les premiers sous-joints sont observés dans la carotte de GRIP à 380m de profondeur, et apparaissent couramment en dessous de 600m. De nouveaux grains non-déformés sont nucléés par rotation progressive des sous-grains. La fin du grossissement de grain à 650m de profondeur a été attribué à cet effet de polygonisation, qui devrait être significatif.

Ainsi, il semble que la mauvaise estimation des déformations microscopiques puisse expliquer en grande partie les écarts que nous obtenons. En particulier, les effets de la recristallisation par

rotation doivent être importants.

Afin de vérifier cette hypothèse, nous nous proposons de donner une première estimation quantitative des effets du régime de recristallisation par rotation. Nous allons vérifier si ce régime est compatible avec les tailles de grains mesurées, les vitesses de déformations verticales, le développement de texture, et la forme des grains, au moins jusqu'à 1625m de profondeur.

Supposons que les joints de grains continuent à migrer en dessous de 650m de profondeur sous l'effet des forces motrices surfacique (surface du joint) et volumique (énergie de déformation), mais que le grossissement des grains est limité par la nucléation de nouveaux grains résultant de la désorientation progressive des sous-joints (recristallisation par rotation). Les vitesses de migration des joints correspondant aux régimes de grossissement de grains et de recristallisation par rotation devraient être du même ordre de grandeur. La variation de température dans les 1800 premiers mètres du trou de forage de GRIP est inférieure à 0.5°C. La température de la glace peut donc être considérée comme constante avec la profondeur. D'après le modèle de Dansgaard-Johnsen utilisé pour estimer l'échelle de temps, une vitesse de déformation constante depuis la surface jusqu'à 1750m de profondeur semble être une bonne estimation de l'écoulement *in-situ*. Nous pouvons donc considérer, en première approximation, que la vitesse de grossissement de grain est constante pour toute la glace de l'Holocène, et est égale à la valeur obtenue par Thorsteinsson et al. [1995b] entre la surface et 650m de profondeur ($K = 1.2 \times 10^{-16} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$). Avec cette valeur, on obtient une taille de grain constante entre 650m et 1625m si chaque grain se divise en deux tous les 2000 ans.

Lorsque la recristallisation par rotation intervient, la désorientation des sous-joints augmente jusqu'à ce que l'angle critique $2\theta_c$, qui détermine la transition entre un sous-joint et un joint de grain, soit atteint. D'après Poirier [1985], la valeur généralement adoptée pour cet angle critique est de 10° à 15°. Comme l'indique la figure 6.7, une désorientation croissante crée un changement des dimensions du grain. La vitesse de déformation correspondante peut être aisément calculée; nous trouvons qu'elle est inférieure à 4% de la vitesse de déformation verticale ($\approx 3 \times 10^{-12} \text{ s}^{-1}$) estimée à GRIP. La polygonisation ne contribue donc pas significativement à la déformation totale. Ce résultat est en accord avec l'hypothèse initiale, à savoir que la vitesse de déformation verticale est constante jusqu'à 1750m de profondeur.

Nous considérons maintenant un grain de la glace de GRIP à 991.1m de profondeur, dont l'axe *c* forme un angle de 45° avec la direction verticale *in-situ*. Le temps nécessaire à cet axe *c* pour tourner jusqu'à une orientation de 20° par rapport à la direction verticale peut être estimé avec le modèle VPSC. Nous trouvons environ 1800 ans, soit une valeur qui est comparable aux 2000 ans

obtenus ci-dessus. Ce résultat signifie que la recristallisation par rotation n'est pas suffisamment efficace pour devenir le mécanisme dominant de développement de texture, c'est à dire pour produire des textures complètement différentes de celles résultant des déformations par glissement de dislocations. Cependant, la formation de nouveaux grains par désorientation progressive des sous-joints tend à ralentir le développement de textures. De plus, une désorientation critique de 10° à 15° est compatible avec la texture de GRIP la plus prononcée (2586m de profondeur), où tous les axes c sont à l'intérieur d'un cône dont le demi-angle au sommet est d'environ 15° .

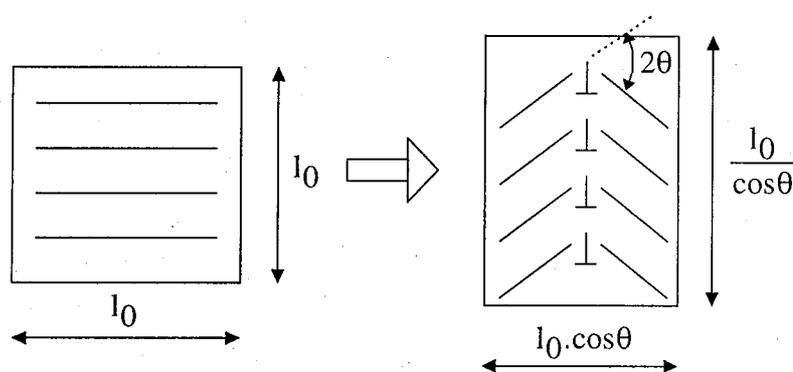


Fig. 6.7. Déformation associée à la rotation progressive d'un sous-joint.

Enfin, la déformation en compression verticale va aplatir les grains initialement sphériques. Au bout de 2000 ans, leur rapport d'aspect sera de 1.4 en moyenne. Le régime de recristallisation par rotation a d'autre part tendance à arrondir la forme des grains. En conséquence, le rapport d'aspect moyen des glaces de GRIP en dessous de 650m devrait être d'environ 1.2. Cette valeur est similaire à celle mesurée sur les lames minces, qui est de 1.32 en moyenne entre 650m et 1625m de profondeur (figure 6.4a).

Ce calcul simple n'est qu'une estimation grossière de l'influence de la recristallisation par rotation sur le développement de texture. Il apparaît cependant que ce régime de recristallisation est complètement compatible avec les textures de GRIP au dessus de 1625m de profondeur, et pourrait donc expliquer la relativement faible vitesse de développement de texture en dessous de 650m. Alley et al. [1995a] aboutissent à une conclusion similaire à partir de l'observation directe de la distribution locale des orientations des axes c dans la carotte de Byrd.

6.3.4. Conclusion

Nous avons montré que les modèles VPSC et statique donnent pour les glaces de GRIP une bonne estimation des textures naturelles dans toute la zone de grossissement de grains. En dessous, les textures naturelles se développent moins vite que les textures modélisées. L'effet sur le développement de texture des déformations en cisaillement, qui devraient apparaître dans les couches profondes, ne peut pas être complètement écarté, mais semble être relativement faible au dessus de 1500m. Les écarts que nous obtenons entre les résultats des modèles et les observations des glaces naturelles semblent être liés à l'estimation grossière des déformations microscopiques. En particulier, l'effet de la recristallisation par rotation, qui est observée à partir de 380m de profondeur, pourrait expliquer ces écarts.

6.4. COMPARAISON AVEC LES TEXTURES DE VOSTOK

Le site de Vostok se situe au milieu de l'Antarctique de l'Est. La température moyenne de la glace est de -56°C en surface, et devrait atteindre le point de fusion au niveau du lit rocheux. L'épaisseur de la glace est de 3700m. Les textures de la carotte de Vostok ont été décrites dans le chapitre 2. Elles présentent une concentration des axes c dans un plan vertical [Lipenkov et al., 1989].

6.4.1. Estimation des déformations *in-situ*

La pente de la surface de la calotte Antarctique étant inférieure à 10^{-3} à Vostok, la contrainte de cisaillement horizontal est encore faible vers 2000m. D'après Lipenkov et al. [1989], la glace de Vostok serait déformée essentiellement par une traction uniaxiale horizontale, au moins pour les profondeurs inférieures à 2083m.

Nous allons comparer les textures simulées avec les textures naturelles de Vostok, pour les profondeurs de 622m et de 2080m. Le régime de grossissement de grains est encore dominant à ces profondeurs [Lipenkov et al., 1989].

La déformation totale peut être estimée si l'on suppose que la vitesse de déformation axiale verticale est constante avec la profondeur, et que l'écoulement est stationnaire. En prenant une vitesse d'accumulation moyenne égale à la moitié de la vitesse d'accumulation présente ($0.23\text{g}\cdot\text{cm}^2\cdot\text{an}^{-1}$), ce qui devrait à peu près correspondre à la vitesse d'accumulation de la dernière période glaciaire, on

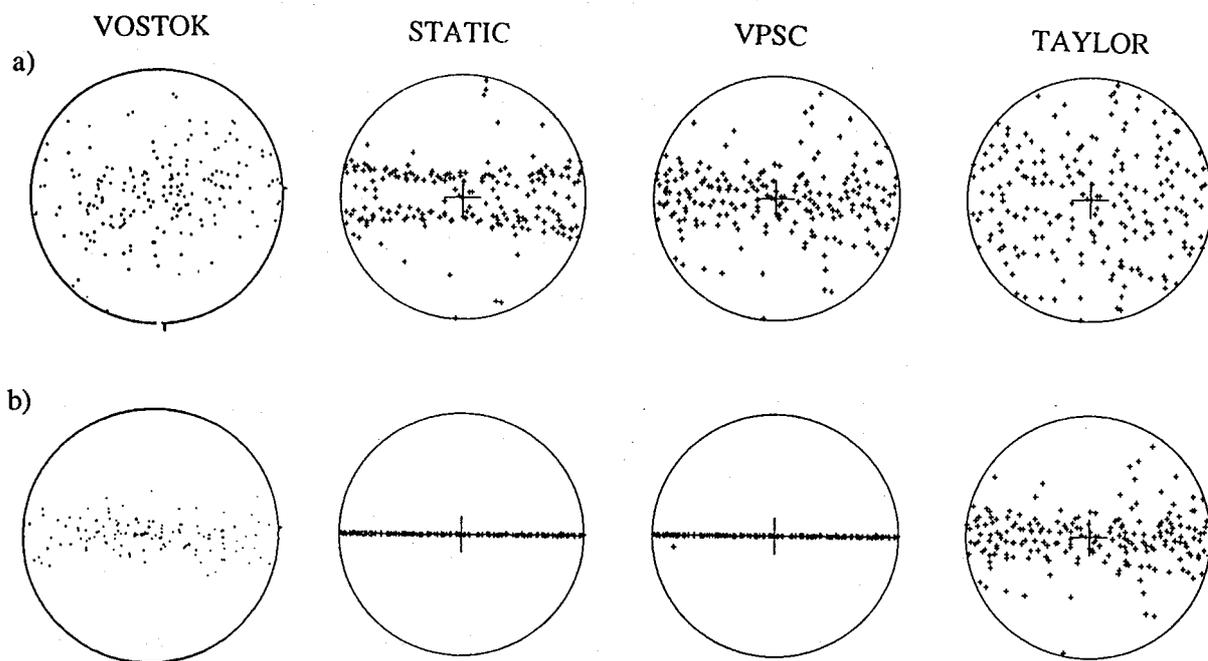


Fig. 6.8. *Comparaison des textures de Vostok [Lipenkov et al., 1989] avec celles calculées avec les modèles statique, VPSC, et Taylor. (a) 622m de profondeur. (b) 2080m de profondeur. Le centre des diagrammes indique la direction verticale in-situ.*

trouve une déformation équivalente de 0.25 à 622m de profondeur, et de 1.0 à 2080m.

La forme des grains peut aussi servir d'indicateur de la déformation totale subie par le matériau. Cependant, lorsque les joints de grains migrent, les grains ont tendance à rester à peu près sphériques, et le rapport d'aspect (rapport du diamètre horizontal du grain par le diamètre vertical) est rarement supérieur à 1.4 dans les glaces polaires. On ne peut donc calculer qu'une borne inférieure pour la déformation. A 2254m apparaît la couche de poussières volcaniques de 3cm d'épaisseur, décrite dans le paragraphe 5.5. La faible taille des grains indique que la vitesse de migration des joints est très faible dans cette couche. Ceci résulte de la très forte teneur en impuretés de cette glace particulière. La forme des grains est tout à fait compatible avec une déformation en traction uniaxiale, et le rapport d'aspect moyen est d'environ 1.9. On en déduit donc que la déformation équivalente à cette profondeur devrait être supérieure à 0.43.

Cette estimation est compatible avec les déformations déduites ci-dessus de la vitesse d'accumulation. Cependant, ces deux méthodes ne permettent d'estimer que très grossièrement la déformation totale. L'incertitude sur le résultat devrait être d'un facteur 2 environ.

6.4.2. Résultats et discussion

Les textures naturelles à 622m et 2080m de profondeur sont indiquées sur la figure 6.8, ainsi que celles calculées en traction uniaxiale avec les modèles statique, VPSC, et Taylor. A 622m, on trouve un assez bon accord entre les résultats du modèle VPSC et la texture de la glace naturelle. A 2080m, les textures calculées avec les modèles statique et VPSC présentent une concentration excessive par rapport à la texture naturelle, qui serait plus proche de la texture calculée par le modèle de Taylor.

Avec le modèle VPSC, le glissement basal est le mode de déformation dominant en traction uniaxiale, mais seulement pour des déformations équivalentes inférieures à 0.25 (figure 6.2), c'est à dire à Vostok pour des profondeurs inférieures à 622m environ. Au delà, l'activité non-basale devient très importante; les déformations microscopiques sont probablement mal estimées.

Comme nous venons de le voir, la grande activation du glissement non-basal en dessous de 622m de profondeur est étroitement liée aux symétries particulières de la déformation en traction uniaxiale. On obtiendrait certainement une activité non-basale moins importante si une histoire de déformation un peu différente était utilisée pour modéliser le développement de texture. Cependant, la "bonne symétrie de révolution" autour de l'axe $y'y$ des textures naturelles indique que les déformations réelles ne sont pas trop différentes d'une traction uniaxiale. La transition nette dans l'activité basale obtenue par le modèle VPSC pour une déformation de 0.25 indique vraisemblablement que des mécanismes de déformation autres que le glissement basal doivent intervenir de manière significative, d'autant plus que ce phénomène se retrouve sur les glaces de GRIP.

D'après Lipenkov et al. [1989], des sous-joints de flexion sont visibles à partir de 900m de profondeur. D'après le modèle VPSC, ces sous-joints apparaissent donc à peu près à la profondeur à partir de laquelle le polycristal ne peut plus se déformer majoritairement par glissement basal.

Par analogie avec les glaces de GRIP, la recristallisation par rotation pourrait expliquer l'écart entre la texture simulée et celle observée à 2080m de profondeur. Les sous-joints se désorientent progressivement jusqu'à une valeur critique de 10° à 15° , empêchant ainsi la formation de textures très prononcées.

6.4.3. Conclusion

Pour les glaces de Vostok, la grande incertitude sur l'histoire des déformations *in-situ* limite la pertinence de la comparaison entre les résultats des modèles et les textures naturelles. Les textures

naturelles sont cependant bien reproduites par le modèle VPSC jusqu'à 622m de profondeur au moins. A 2080m, les textures modélisées sont trop prononcées. La recristallisation par rotation, qui est observée à Vostok à partir de 900m de profondeur, doit jouer un rôle important. Ce processus empêche la formation de textures très concentrées, et permet d'expliquer, comme pour les glaces de GRIP, les écarts que nous obtenons.

6.5. COMPARAISON AVEC LES TEXTURES DE BYRD

6.5.1. Textures naturelles et déformations *in-situ*

A Byrd, la vitesse de déformation verticale est de l'ordre de $2 \times 10^{-12} \text{s}^{-1}$. Cependant, la pente de la surface de la calotte est relativement importante, d'environ 3×10^{-3} . Ainsi, la vitesse de déformation en cisaillement horizontal devrait dépasser $5 \times 10^{-11} \text{s}^{-1}$ pour des profondeurs supérieures à 400m [Lliboutry et Duval, 1985]. Les déformations en cisaillement horizontal doivent donc largement dominer en dessous de 400m. Une borne inférieure pour la déformation cumulée des glaces profondes peut être estimée en supposant que la vitesse de cisaillement moyenne, sur toute l'épaisseur de la calotte est de $5 \times 10^{-11} \text{s}^{-1}$. On trouve que la déformation équivalente à 1500m de profondeur doit être supérieure à 10.

Les textures des glaces de Byrd ont été décrites dans le chapitre 2, et sont présentées sur la figure 2.10b. Pour des profondeurs comprises entre 1000m et 1800m, les axes *c* sont nettement concentrés autour de la direction verticale *in-situ* [Gow et Williamson, 1976]. Le grossissement de grain apparaît jusqu'à une profondeur de 400m. Le processus de recristallisation par rotation, qui est observé jusqu'à 1800m de profondeur, pourrait expliquer la taille de grains constante en dessous de 400m.

6.5.2. Comparaison avec les résultats de simulation

Les textures modélisées pour une déformation équivalente de 0.4 sont qualitativement très différentes des textures naturelles (figure 6.1). En effet, les axes *c* ne s'orientent pas selon la normale au plan de cisaillement macroscopique, mais forment un angle d'environ 30° avec cette normale. Ce type de texture n'a jamais été observé dans les glaces naturelles.

Cette différence est importante au niveau du comportement mécanique. Dans les glaces naturelles, les plans de base sont à peu près parallèles au plan de cisaillement macroscopique, ce qui

induit une faible viscosité de ces glaces en cisaillement simple. Les textures modélisées ne présentent pas cette propriété; au contraire, leur viscosité en cisaillement augmente avec la déformation.

Une idée largement répandue en glaciologie consiste à dire que lors d'une déformation en cisaillement simple, le glissement des dislocations sur les plans de faible résistance (les plans de base) induit une rotation des axes cristallographiques telle que ces plans s'orientent parallèlement au plan de cisaillement macroscopique. Des textures finales favorables à la déformation se développeraient donc. Nos résultats numériques montrent que ce raisonnement intuitif n'est pas juste. En cisaillement simple, les plans de base ne s'orientent pas nécessairement parallèlement au plan de cisaillement macroscopique.

Un résultat tout à fait similaire a été obtenu pour la quartzite [Wenk et al., 1989a], la péridotite [Chastel et al., 1993; Wenk et al., 1991], l'olivine [Ribe et Yu, 1991; Parks et Ahzi, 1990], ainsi que pour un polycristal théorique 2-D possédant un seul système de glissement [Zhang et al., 1994]. Toutes ces études se basent sur des modèles de polycristal pour lesquels soit l'équilibre des contraintes, soit la condition de compatibilité, soit les deux, est vérifié.

6.5.3. Stabilité des textures de cisaillement simple

Dans les modèles statique et Taylor, deux mécanismes sont en compétition pour le développement des textures de cisaillement simple: (i) rotation des axes c vers la direction de compression maximale, due au glissement microscopique, et (ii) entraînement des axes c par la rotation macroscopique (rotation positive autour de $y'y$ dans notre cas). La vitesse de rotation d'un axe c ne dépend donc que de son orientation. Une texture stable n'est obtenue que si ces deux rotations sont exactement opposées. Ainsi, contrairement au cas de la compression et de la traction, l'orientation d'un axe c ne peut être stable que si le grain se déforme.

Dans le modèle VPSC, la vitesse de rotation \underline{W}^e (relation 3.64) intervient aussi dans le calcul du développement de texture. Ce terme dépend de la forme des grains et du tenseur des complaisances macroscopique. La vitesse de rotation d'un axe c dépend donc aussi de la texture du polycristal.

Un calcul numérique pour des déformations supérieures à 1 montre que les textures tracées sur la figure 6.1 ne sont pas toutes stables. Le maximum d'orientation tourne lentement, mais avec une vitesse de rotation qui devient de plus en plus petite au cours de la déformation. L'orientation stable réelle (si elle existe) est alors difficile à déterminer si l'on considère seulement les diagrammes de Schmid.

Pour l'étude de la stabilité des textures de cisaillement, nous reprenons la méthode proposée par Toth et al. [1988] pour les matériaux cubiques. Il s'agit de tracer, dans l'espace d'Euler, la carte des vitesses de rotation des axes c . Une condition nécessaire de stabilité est que cette vitesse soit nulle.

Puisque que nous ne nous intéressons qu'à la texture des axes c , il n'est pas nécessaire de considérer le troisième angle d'Euler. En effet, celui-ci ne donne que des informations sur l'orientation des axes a . Nous considérons donc les angles ϕ et θ (annexe A), représentés aussi sur la figure 6.9. θ indique l'angle entre l'axe $z'z$ et l'axe c .

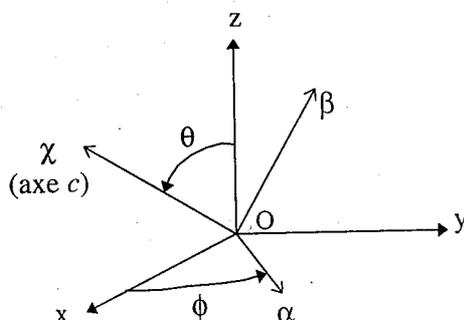


Fig. 6.9. $(Oxyz)$ et $(O\alpha\beta\chi)$ sont respectivement les repères macroscopique et microscopique. L'axe $\chi\chi$ est parallèle à l'axe c , et l'axe $\alpha\alpha$ est dans le plan (Oxy) . Les angles ϕ (rotation autour de $z'z$) et θ (rotation autour de $\alpha'\alpha$) définissent l'orientation de l'axe c .

Nous étudions dans un premier temps la vitesse de rotation des axes c d'un polycristal isotrope, déformé en cisaillement parallèlement au plan (Oxy) , et dans la direction $x'x$ ($\bar{L}_{13} > 0$). En conséquence des symétries du polycristal et de la déformation, une variation de ϕ entre -90° et $+90^\circ$ et de θ entre 0° et 90° est suffisante pour une description complète des vitesses de rotation.

Nous présentons sur la figure 6.10 les résultats sous la forme de courbes isovaleurs. Nous avons calculé, en fonction des angles ϕ et θ , la valeur de la vitesse de rotation totale $\|\underline{W}^c\|/D_{eq}$, ainsi que la vitesse de rotation W_{13}^c/D_{eq} autour de l'axe $y'y$.

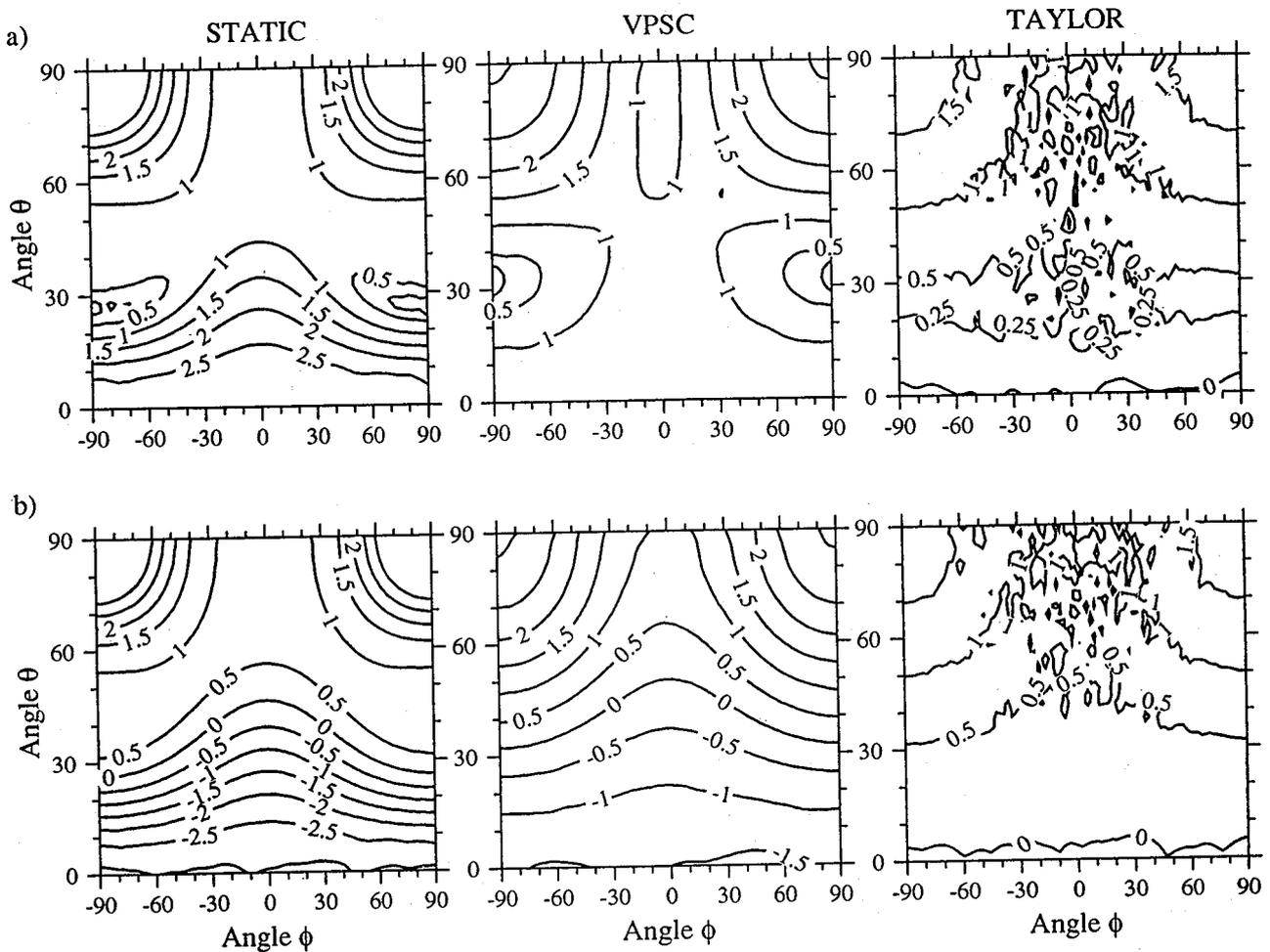


Fig. 6.10. Vitesse de rotation des axes c d'un polycristal isotrope déformé en cisaillement simple parallèlement au plan (Oxy) , dans la direction $y'y$ ($\bar{L}_{13} > 0$). (a) isovaleurs de $\|\underline{W}^c\|/D_{eq}$, avec

$$\|\underline{W}^c\| = \left(W_{12}^c{}^2 + W_{13}^c{}^2 + W_{23}^c{}^2 \right)^{1/2}. \quad (b) \text{ isovaleurs de } W_{13}^c / D_{eq}.$$

Pour le modèle de Taylor, les courbes sont extrêmement irrégulières dans le domaine $-60^\circ < \phi < +60^\circ$, $15^\circ < \theta < 90^\circ$. Ceci est dû au fait que les vitesses de rotation ne sont pas indépendantes de l'orientation des axes a , à cause de la grande activité non-basale. La figure 6.10a indique que la vitesse $\|\underline{W}^c\|/D_{eq}$ n'est nulle que pour $\theta \approx 0^\circ$. On doit donc s'attendre à ce que les axes c s'orientent selon la direction normale au plan de cisaillement macroscopique. L'analyse des

vitesses de rotations W_{13}^c / D_{eq} (figure 6.10b) permet de vérifier la stabilité de cette orientation. Pour le modèle de Taylor, W_{13}^c / D_{eq} est toujours positive, et prend une valeur nulle pour $\theta \approx 0^\circ$. Ce modèle ne prédit donc pas d'orientation stable en cisaillement simple. Si un axe c est légèrement décalé de l'orientation $\theta \approx 0^\circ$, alors il devra subir une rotation de 360° autour de $y'y$ avant de revenir à son orientation initiale.

Le modèle statique indique deux orientations possibles pour lesquelles $\|W^c\| / D_{eq}$ est nulle: $\theta \approx 30^\circ$, $\varphi \approx -90^\circ$, et $\theta \approx 30^\circ$, $\varphi \approx +90^\circ$. D'après l'analyse des signes de W_{13}^c / D_{eq} , tous les grains tendent à s'écarter de l'orientation $\theta \approx 30^\circ$, $\varphi \approx +90^\circ$, pour se rapprocher de $\theta \approx 30^\circ$, $\varphi \approx -90^\circ$. La seconde orientation, qui correspond à celle que l'on observe sur la figure 6.1, est donc stable.

Le modèle VPSC montre un comportement très similaire à celui du modèle statique. Cependant, la vitesse de rotation des axes c dépend aussi de la texture du polycristal. Ainsi, la figure 6.10 indique que si un polycristal *isotrope* est déformé en cisaillement simple, alors les axes c auront tendance à se rapprocher de l'orientation $\theta \approx 30^\circ$, $\varphi \approx -90^\circ$. Cette tendance est valable au moins jusqu'à une déformation équivalente de 0.4, puisque nous observons ce type de texture sur la figure 6.1.

Il peut d'autre part être intéressant de vérifier si, *une fois formées*, les textures à un seul maximum des glaces polaires sont stables avec le modèle VPSC. Nous avons considéré un polycristal, dont la texture présente une symétrie de révolution autour de l'axe vertical $z'z$ (figure 6.11a). Cette texture est censée représenter la texture d'une glace profonde de Byrd; le centre du diagramme de la figure 6.11a correspond à l'axe vertical *in-situ*. Nous avons calculé les vitesses de rotation des axes c $\|W^c\| / D_{eq}$ et W_{13}^c / D_{eq} , lorsque cette glace est déformée par cisaillement simple dans le plan horizontal (Oxy), et dans la direction $y'y$. Les résultats sont présentés sur la figure 6.11. Ils indiquent que le maximum de la texture tourne de l'orientation initiale $\theta = 0^\circ$ à l'orientation $\theta \approx 7^\circ$, $\varphi = -90^\circ$.

Si l'on poursuit le calcul numérique en imposant un gradient de vitesse, c'est à dire avec des déformations axiales nulles, alors la texture n'évolue plus, mais une forte activité pyramidale apparaît. Si l'on impose uniquement une contrainte de cisaillement, alors le polycristal se dilate dans la direction $z'z$, et le maximum d'orientation retourne à la position $\theta \approx 30^\circ$, $\varphi = -90^\circ$. Aucun de ces deux scénarios n'est réaliste pour les glaces polaires.

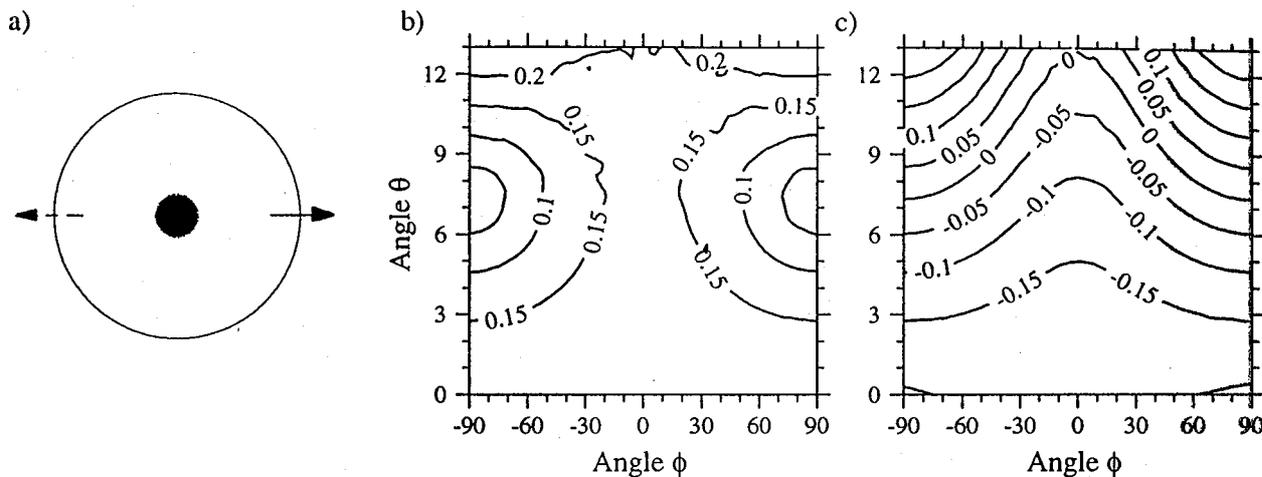


Fig. 6.11. Vitesse de rotation des axes c d'un polycristal anisotrope déformé en cisaillement simple parallèlement au plan (Oxy), dans la direction $y'y$ ($\bar{L}_{13} > 0$). (a) la texture du polycristal initial

6.5.4. Discussion

Les textures à un seul maximum vertical, telles celles de Byrd, sont couramment observées dans les glaces qui sont déformées essentiellement en cisaillement simple (par ex. à Dye 3, Camp Century, Law Dome, D47, ...). Il est donc indéniable que ce type de texture est stable dans les glaces naturelles.

Le modèle statique ne permet pas de reproduire les textures naturelles. Un cisaillement dominant sur un polycristal quelconque va former une texture similaire à celle de la figure 6.1, correspondant à l'orientation stable décrite par la figure 6.10. Avec le modèle VPSC, nous avons vu que l'orientation stable n'est pas absolue, mais qu'elle dépend de la texture du polycristal. Nous avons d'autre part montré que ce modèle ne permet pas de former d'une façon réaliste les textures de cisaillement observées dans les glaces profondes de Byrd.

Une mauvaise estimation des déformations macroscopiques réelles pourrait être invoquée pour expliquer les écarts entre les résultats des modèles et les textures naturelles. A Byrd, les glaces subissent une compression verticale *et* un cisaillement simple horizontal. Cependant, à 1000m de profondeur, la vitesse de déformation verticale est de 2 ordres de grandeur inférieure à la vitesse de

cisaillement. Un test numérique montre que l'addition d'une si faible vitesse de déformation axiale ne modifie pas significativement les textures modélisées.

D'autre part, la contrainte de cisaillement croît linéairement avec la profondeur. En surface, la glace subit essentiellement des déformations axiales. On pourrait donc penser que les textures à un seul maximum vertical sont le résultat d'une compression verticale, puis d'un cisaillement horizontal. A Byrd, les déformations de cisaillement deviennent dominantes à moins de 400m de profondeur. A 400m, la déformation verticale totale n'est seulement que de 0.25 environ, et les textures sont faiblement concentrées. Un test numérique montre que l'on retrouve des textures similaires à celles présentées sur la figure 6.1 si l'on impose un cisaillement horizontal dominant à partir des glaces de Byrd de 400m de profondeur.

Ainsi, l'histoire des déformations ne permet pas d'expliquer les différences que nous obtenons entre les résultats des modèles et les textures naturelles.

A l'aide d'un modèle cinématique, Etchécopar [1977] trouve en cisaillement simple un alignement des plans de glissement microscopiques et du plan de cisaillement macroscopique. Le développement de texture obtenu par cet auteur est très similaire à celui observé en laboratoire par Bouchez et Duval [1982] sur la glace polycristalline. Les textures finales ressemblent à celles des glaces de Byrd. Cependant, Etchécopar n'arrive à un tel résultat qu'en introduisant dans son modèle cinématique un critère de polygonisation. D'autre part, même si les expériences de Bouchez et Duval ont été faites dans des conditions pour lesquelles la recristallisation par migration ne semble pas avoir été très active, l'influence significative d'autres processus de recristallisation ne peut pas être écartée.

A Byrd, des extinctions onduleuses, signe de la présence de sous-joints, sont couramment observées pour des profondeurs supérieures à 400m. Le processus de recristallisation par rotation, associé à la migration des joints de grains, pourrait donc être à l'origine des différences que l'on obtient entre les résultats des modèles et les textures naturelles. La désorientation progressive des sous-grains empêche une trop forte concentration des axes c , comme discuté pour les glaces de GRIP. D'autre part, d'après les résultats du chapitre précédent, les grains bien orientés pour le glissement basal sont moins chargés que les grains mal orientés. D'après Poirier [1985], la taille des sous-grains est inversement proportionnelle à la contrainte appliquée. Les grains mal orientés pour le glissement basal devraient donc se polygoniser plus facilement, contenir des sous-grains plus petits, et emmagasiner une énergie de déformation plus importante que les grains bien orientés. A Byrd, la vitesse de déformation en cisaillement est au moins d'un ordre de grandeur supérieure aux vitesses de déformation axiales à GRIP et à Vostok. L'énergie de déformation est certainement une force motrice non-négligeable pour la migration des joints de grains. Les grains avec un axe c vertical, bien orientés pour le glissement basal, seraient donc dans une orientation favorable au grossissement. On obtiendrait ainsi une sélection préférentielle de grains bien orientés, et une texture à un maximum

vertical.

6.5.5. Conclusion

En cisaillement simple, le modèle statique donne des textures dont les axes c forment un angle d'environ 30° avec la normale au plan de cisaillement macroscopique. Avec le modèle VPSC, cet angle est compris entre 7° et 30° . Ces deux modèles ne permettent pas de reproduire les textures observées dans la carotte de Byrd, où les axes c sont tous orientés autour de la verticale. La recristallisation par rotation apparaît à Byrd pour des profondeurs supérieures à 400m. Ce processus, associé à la migration lente des joints, pourrait induire une sélection préférentielle de grains bien orientés, et expliquer les écarts que nous obtenons.

6.6. CONCLUSION

En déformations axiales, depuis la surface des calottes polaires jusqu'à la profondeur à laquelle des sous-joints apparaissent, les modèles VPSC et statique reproduisent bien le développement des textures naturelles. Plus en profondeur, les textures modélisées sont beaucoup trop prononcées.

En cisaillement simple, les textures naturelles à un maximum vertical ne peuvent pas être reproduites de manière réaliste.

La recristallisation par rotation est certainement un mécanisme important pour le développement de texture dans les glaces polaires. Ce processus est couramment observé dans les glaces profondes, et pourrait expliquer les écarts que nous obtenons. Un calcul simple montre que ce processus est tout à fait compatible avec les textures des glaces de GRIP.

Pour poursuivre ce travail, un premier test consisterait à recommencer ces comparaisons avec un modèle plus élaboré, dans lequel une hétérogénéité locale des déformations est possible. Il serait d'autre part intéressant de développer une procédure expérimentale permettant l'observation en temps réel des mécanismes dominants pour le développement de texture.

Notre étude est cependant limitée par la mauvaise connaissance des déformations réelles *in-situ*. La mesure *in-situ* du champ de vitesse de déformation, dans une région froide et suffisamment vaste d'une calotte polaire, sera indispensable dans le futur pour une comparaison plus précise.

CHAPITRE 7.

CONCLUSION

Le modèle auto-cohérent "1 site", formulé par Molinari et al. [1987] et appliqué par Lebensohn et Tomé [1993] aux matériaux anisotropes, a été utilisé dans ce travail pour calculer le comportement mécanique de la glace polycristalline ainsi que le développement de textures. Les résultats ont été comparés à ceux obtenus à partir des bornes inférieure et supérieure (contraintes uniformes et déformations homogènes dans le polycristal). Ce travail s'inscrit dans le cadre de programmes de modélisation de l'écoulement de la glace dans les calottes polaires; plus spécifiquement, il contribue à la détermination des lois constitutives pour les glaces polaires anisotropes. Le cristal de glace est supposé se déformer par glissement des dislocations dans les plans de base, ainsi que dans les plans prismatiques et pyramidaux. La recristallisation dynamique n'a pas été prise en compte dans cette modélisation.

Moyennant un choix convenable de la résistance des systèmes de glissement, le modèle auto-cohérent reproduit bien le comportement mécanique des glaces isotropes et anisotropes. L'activité des systèmes non-basaux est nécessaire pour reproduire de façon réaliste le comportement macroscopique. Pour un polycristal isotrope, l'activité basale relative est supérieure à 0.98. Pour les glaces anisotropes considérées dans cette étude, l'activité basale est d'environ 0.88 en moyenne. D'après ce modèle, le comportement d'un grain *in-situ* serait tout à fait semblable à celui d'un monocristal isolé. Pour ce qui concerne les glaces fortement anisotropes, le modèle prédit un comportement mécanique instable dès que la déformation du polycristal implique une activité non-basale importante. La direction de la vitesse de déformation devient alors très sensible à la direction de la contrainte appliquée. Ce type de comportement, que l'on retrouve expérimentalement, est susceptible d'introduire une instabilité de l'écoulement de la glace dans le voisinage des dômes des calottes polaires.

Les textures de déformation des glaces polaires sont bien reproduites par le modèle VPSC tant que la recristallisation par rotation n'intervient pas. Lorsque ce régime de recristallisation apparaît, les textures naturelles se développent moins vite que celles déduites de la modélisation. La nucléation orientée et la croissance préférentielle des grains bien orientés pour le glissement basal doivent être associées à la rotation du réseau par glissement de dislocations pour reproduire les textures de cisaillement simple à un maximum observées dans les calottes polaires.

Le modèle de Taylor ne permet pas de reproduire le comportement mécanique de la glace, aussi bien à l'échelle macroscopique qu'à l'échelle microscopique. Le modèle statique permet quant à lui d'obtenir une première approximation du comportement d'un polycristal anisotrope, mais seulement en imposant dans un grain *in-situ* une résistance au glissement basal très supérieure à celle mesurée dans un monocristal isolé.

L'analyse des déformations lors d'essais mécaniques en laboratoire montre la difficulté de réaliser de "bons essais" sur des glaces fortement anisotropes. Nous avons en particulier montré que les essais de torsion sont mal adaptés à l'étude des glaces polaires anisotropes.

D'autre part, une série d'essais mécaniques sous de très faibles contraintes déviatoires a montré la difficulté d'estimer le comportement de la glace pour des vitesses de déformation inférieures à 10^{-10} s^{-1} . Malgré l'incertitude sur les résultats, ce travail indique une sensibilité à la contrainte inférieure à 3 en dessous de 0.2 MPa; un fluage-dislocation quasi-newtonien est attendu aux plus faibles vitesses de déformation. La migration des joints de grains agissant comme mécanisme d'accommodation du glissement intracrystallin doit être considérée pour expliquer ce comportement.

Ce travail a mis en évidence la nécessité de développer les cinq points d'étude suivants:

1- La confrontation de nos résultats de simulation avec ceux de modèles plus élaborés, comme par exemple les modèles aux éléments finis 3-D et VPSC "n sites", permettra d'estimer l'importance des erreurs directement liées à la formulation VPSC "1 site". Une prise en compte des hétérogénéités de déformation à l'échelle du grain serait particulièrement intéressante pour le calcul du développement des textures.

2- L'incorporation dans le modèle auto-cohérent des régimes de grossissement de grains et de recristallisation par rotation est importante pour l'application de ce modèle aux glaces polaires. Ce travail devrait se réaliser en collaboration avec Rudy Wenk (University of California, Berkeley) et Gilles Canova (GPM2, Grenoble).

3- Le calcul du développement de textures dans les glaces des calottes polaires est limité par la mauvaise connaissance des vitesses de déformations *in-situ*. Il est nécessaire de mesurer simultanément, sur un site froid et suffisamment vaste, le champ des vitesses d'écoulement et la cristallographie des glaces profondes de ce site pour appréhender plus précisément la relation entre le développement des textures et l'histoire de déformation.

4- Les essais mécaniques exploitables sont peu nombreux pour des glaces anisotropes. Une série d'essais de compression biaxiale et de compression-cisaillement, sous de fortes contraintes déviatoires, devrait être réalisée. Le modèle auto-cohérent pourra être utilisé pour estimer, avant chaque expérience, la déformation réelle de l'échantillon. Il sera intéressant de se placer dans des conditions de déformation les plus variées possible, de manière à pouvoir tracer, à partir de ces essais, la surface d'écoulement d'un échantillon.

5- Il serait intéressant de quantifier par des mesures expérimentales (diffraction X, γ , ...) le rôle du glissement non-basal, de la montée des dislocations, du glissement intergranulaire, et de la migration des joints de grains dans la déformation des glaces polaires. Grâce à ses caractéristiques spécifiques (anisotropie plastique du monocristal, taille des grains...), et malgré la connaissance encore très imparfaite des modes de déformation, la glace est de plus en plus considérée comme une roche et une céramique "modèle".

ANNEXES

ANNEXE A.

ORIENTATION RELATIVE DE DEUX REFERENTIELS DE L'ESPACE PAR LES ANGLES D'EULER

L'orientation relative de deux repères de l'espace physique est entièrement définie par les trois angles d'Euler φ , θ , et ω . La figure A.1 montre les trois rotations successives qui permettent de passer du repère (O, X_1, Y_1, Z_1) au repère (O, X_2, Y_2, Z_2) :

- 1) la transformation de (O, X_1, Y_1, Z_1) par la rotation d'angle φ autour de (OZ_1) donne (O, x', y', Z_1) ;
- 2) la transformation de (O, x', y', Z_1) par la rotation d'angle θ autour de (Ox') donne (O, x', y'', Z_2) ;
- 3) la transformation de (O, x', y'', Z_2) par la rotation d'angle ω autour de (OZ_2) donne (O, X_2, Y_2, Z_2) .

φ_1
θ
φ_2

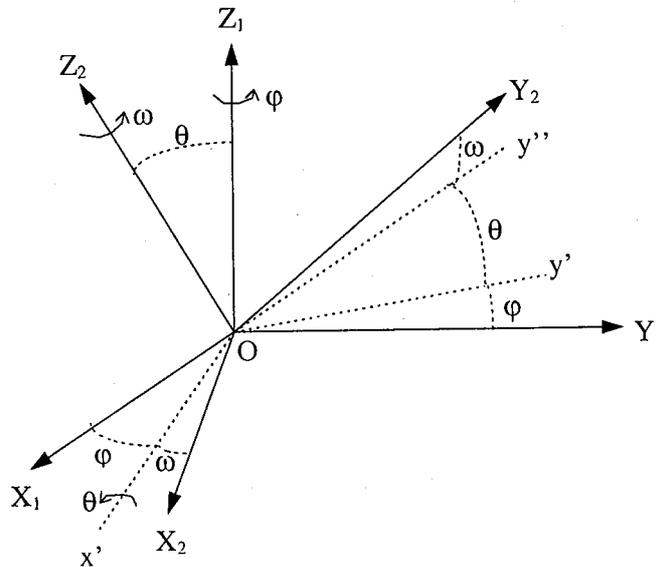


Fig. A.1. Séquence des rotations associées aux angles d'Euler φ , θ , et ω .

La matrice de la transformation Q est donnée par:

$$(A.1) \quad \underline{Q} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\omega - \sin\varphi\cos\theta\sin\omega & \sin\varphi\cos\omega + \cos\varphi\cos\theta\sin\omega & \sin\theta\sin\omega \\ -\cos\varphi\sin\omega - \sin\varphi\cos\theta\cos\omega & -\sin\varphi\sin\omega + \cos\varphi\cos\theta\cos\omega & \sin\theta\cos\omega \\ \sin\varphi\sin\theta & -\cos\varphi\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad \text{--- } \underline{Q} \text{ abr. Euler}$$

Les lignes de \underline{Q} sont les composantes des vecteurs unitaires de (O, X_2, Y_2, Z_2) dans le repère (O, X_1, Y_1, Z_1) . Les relations entre les composantes d'un même vecteur \underline{T} ou tenseur du second ordre \underline{T} , exprimés dans (O, X_1, Y_1, Z_1) et (O, X_2, Y_2, Z_2) , sont:

$$(A.2.a) \quad \underline{T}^{(1)} = \underline{Q}^t \cdot \underline{T}^{(2)}$$

$$T_i^{(1)} = Q_{ji} T_j^{(2)}$$

$$(A.2.b) \quad \underline{T}^{(2)} = \underline{Q} \cdot \underline{T}^{(1)}$$

$$T_i^{(2)} = Q_{ij} T_j^{(1)}$$

$$(A.2.c) \quad \underline{T}^{(1)} = \underline{Q}^t \cdot \underline{T}^{(2)} \cdot \underline{Q}$$

$$T_{ij}^{(1)} = Q_{ki} T_{kl}^{(2)} Q_{lj}$$

$$(A.2.d) \quad \underline{T}^{(2)} = \underline{Q} \cdot \underline{T}^{(1)} \cdot \underline{Q}^t$$

$$T_{ij}^{(2)} = Q_{ik} T_{kl}^{(1)} Q_{jl} = Q_{ik} Q_{jl} T_{ne}$$

$$\begin{aligned} \varphi &\equiv \varphi_1 \\ \theta &\equiv \varphi_2 \\ \omega &\equiv \varphi_3 \end{aligned}$$

ANNEXE B.

EXPRESSION D'UN TENSEUR DU SECOND ORDRE SYMETRIQUE SOUS FORME VECTORIELLE.

Soit \mathbf{T} un tenseur du second ordre.

$$(B.1) \quad \underline{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix}$$

Dans le cas général, les 9 composantes de \mathbf{T} sont indépendantes. Si \mathbf{T} est symétrique:

$$(B.2) \quad T_{ij} = T_{ji}$$

alors seulement 6 composantes sont indépendantes. Dans ce cas, il peut être intéressant d'exprimer \mathbf{T} sous une forme vectorielle \mathbf{T} dans un espace à 6 dimensions tel que les composantes T_m de \mathbf{T} soient indépendantes. Lebensohn [1993] a étendu la transformation proposée par Lequeu et al. [1987]:

$$(B.3) \quad \left\{ \begin{array}{l} T_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(T_{22} - T_{11}) \\ T_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}(2T_{33} - T_{22} - T_{11}) \\ T_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(T_{23} + T_{32}) \\ T_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(T_{31} + T_{13}) \\ T_5 = \frac{1}{\sqrt{2}}(T_{12} + T_{21}) \\ T_6 = \frac{1}{\sqrt{3}}(T_{11} + T_{22} + T_{33}) \end{array} \right.$$

Cette transformation a la propriété de conserver le produit contracté:

$$(B.4) \quad A_{ij} \cdot B_{ij} = A_m \cdot B_m$$

L'inversion du système (B.3) permet d'exprimer, avec la propriété (B.2), les composantes T_{ij} du tenseur du second ordre \mathbf{T} :

$$(B.5) \quad \begin{cases} T_{11} = -\frac{T_1}{\sqrt{2}} - \frac{T_2}{\sqrt{6}} + \frac{T_6}{\sqrt{3}} \\ T_{22} = \frac{T_1}{\sqrt{2}} - \frac{T_2}{\sqrt{6}} + \frac{T_6}{\sqrt{3}} \\ T_{33} = \sqrt{\frac{2}{3}}T_2 + \frac{T_6}{\sqrt{3}} \\ T_{23} = T_{32} = \frac{1}{\sqrt{2}}T_3 \\ T_{31} = T_{13} = \frac{1}{\sqrt{2}}T_4 \\ T_{12} = T_{21} = \frac{1}{\sqrt{2}}T_5 \end{cases}$$

Les deux systèmes (B.3) et (B.5) peuvent se réécrire respectivement:

$$(B.6) \quad T_m = \beta_{mij} T_{ij}$$

$$(B.7) \quad T_{ij} = \alpha_{ijm} T_m$$

où les composantes de α et β sont données par:

$$(B.8) \quad \begin{cases} \alpha_{111} = -\frac{1}{\sqrt{2}} & \alpha_{112} = -\frac{1}{\sqrt{6}} & \alpha_{116} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \alpha_{221} = \frac{1}{\sqrt{2}} & \alpha_{222} = -\frac{1}{\sqrt{6}} & \alpha_{226} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \alpha_{331} = 0 & \alpha_{332} = \sqrt{\frac{2}{3}} & \alpha_{336} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \alpha_{233} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \alpha_{323} \\ \alpha_{314} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \alpha_{134} \\ \alpha_{125} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \alpha_{215} \end{cases}$$

$$(B.9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta_{111} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \beta_{122} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \beta_{211} = -\frac{1}{\sqrt{6}} \quad \beta_{222} = -\frac{1}{\sqrt{6}} \quad \beta_{233} = \sqrt{\frac{2}{3}} \\ \beta_{323} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \beta_{332} \\ \beta_{431} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \beta_{431} \\ \beta_{512} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \beta_{521} \\ \beta_{611} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \beta_{622} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \beta_{633} = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{array} \right.$$

avec les symétries:

$$(B.10) \quad \alpha_{ijm} = \alpha_{jim}$$

$$(B.11) \quad \beta_{mij} = \beta_{mji}$$

Les autres composantes de α et β sont nulles. On peut d'autre part aisément montrer que le produit contracté de α et β est égal au tenseur identité:

$$(B.12) \quad \beta_{mij} \alpha_{ijn} = I_{mn} = \delta_{mn}$$

$$(B.13) \quad \alpha_{ijm} \beta_{mkl} = I_{ijkl} = \frac{1}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$$

Un tenseur du quatrième ordre \mathbf{T} se transforme en tenseur du second ordre \mathbf{T} (et vice-versa) de la manière suivante:

$$(B.14) \quad T_{mn} = \beta_{mij} T_{ijkl} \alpha_{kln}$$

$$(B.15) \quad T_{ijkl} = \alpha_{ijm} T_{mn} \beta_{nkl}$$

Ces deux dernières transformations (B.14) et (B.15) conservent les propriétés de symétrie de \mathbf{T} et de \mathbf{T} . D'autre part, la transformation du tenseur identité est le tenseur identité:

$$(B.16) \quad I_{mn} = \beta_{mij} I_{ijkl} \alpha_{kln}$$

$$(B.17) \quad I_{ijkl} = \alpha_{ijm} I_{mn} \beta_{nkl}$$

Dans le cas où le tenseur \mathbf{T} a une trace nulle:

$$(B.18) \quad \text{tr}(\mathbf{T}) = T_{ii} = 0$$

alors seulement 5 composantes T_{ij} sont indépendantes. Avec la notation vectorielle, nous obtenons $T_6=0$. Dans ce cas, \mathbf{T} peut s'exprimer sous forme vectorielle dans l'espace à 5 dimensions.

ANNEXE C.

RESOLUTION NUMERIQUE D'UN SYSTEME D'EQUATIONS NON-LINEAIRES

La méthode de Newton-Raphson est une méthode numérique efficace de résolution de systèmes d'équations non-linéaires. Elle est décrite en détail dans Press et al. [1986], Bronstein et Semendiaev [1990]. Nous en rappelons ici rapidement le principe, puis nous l'appliquons au calcul des contraintes microscopiques dans un polycristal.

Soit un système de N fonctions f_i non-linéaires des N variables x_i :

$$(C.1) \quad f_i(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N$$

La méthode de Newton-Raphson consiste à écrire un développement de Taylor au premier ordre du système C.1. Le problème se simplifie alors en la résolution du système linéaire suivant, d'inconnues δx_j :

$$(C.2) \quad \alpha_{ij} \delta x_j = \beta_i$$

avec

$$(C.3) \quad \alpha_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x_1, \dots, x_N) \quad \beta_i = -f_i(x_1, \dots, x_N)$$

Une solution de C.1 est obtenue en corrigeant les valeurs de x_i par la solution δx_j , jusqu'à convergence:

$$(C.4) \quad x_i^{\text{nouveau}} = x_i + \delta x_i \quad i = 1, \dots, N$$

Lorsqu'un gradient de vitesse uniforme \bar{L} est imposé à la surface d'un polycristal viscoplastique, le calcul du champ de contrainte microscopique s passe par la résolution d'un système non-linéaire. Seulement 5 composantes du déviateur des contraintes sont indépendantes, et il en est de même pour le tenseur vitesse de déformation dans le cas d'un solide incompressible. Pour la résolution du système non-linéaire, et notamment pour le calcul des α_{ij} , il est commode de réécrire le

système dans l'espace à 5 dimensions (cf. annexe B). On obtient ainsi un système de 5 équations indépendantes à 5 inconnues.

C.1. Modèle statique

Le système d'équations à résoudre, d'inconnues \bar{S}_i , est :

$$(C.5) \quad \bar{D}_i - \left\langle \dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S r_i^s \left| \frac{r_k^s \bar{S}_k}{\tau_o^s} \right|^{n^s-1} \frac{r_i^s \bar{S}_i}{\tau_o^s} \right\rangle = 0$$

On obtient les coefficients suivants pour la résolution numérique:

$$(C.6a) \quad \alpha_{ij} = - \left\langle n^s \dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S \frac{r_i^s r_j^s}{\tau_o^s} \left| \frac{r_k^s \bar{S}_k}{\tau_o^s} \right|^{n^s-1} \right\rangle$$

$$(C.6b) \quad \beta_i = -\bar{D}_i + \left\langle \dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S r_i^s \left| \frac{r_k^s \bar{S}_k}{\tau_o^s} \right|^{n^s-1} \frac{r_i^s \bar{S}_i}{\tau_o^s} \right\rangle$$

C.2. Modèle VPSC

Le système d'équations à résoudre, d'inconnues S_i^g , est:

$$(C.7) \quad \dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S r_i^s \left| \frac{r_k^s S_k^g}{\tau_o^s} \right|^{n^s-1} \frac{r_i^s S_i^g}{\tau_o^s} - \bar{D}_i + \tilde{M}_{ij} (S_j^g - \bar{S}_j) = 0$$

On obtient les coefficients suivants pour la résolution numérique:

$$(C.8a) \quad \alpha_{ij} = n^s \dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S \frac{r_i^s r_j^s}{\tau_o^s} \left| \frac{r_k^s S_k^g}{\tau_o^s} \right|^{n^s-1} + \tilde{M}_{ij}$$

$$(C.8b) \quad \beta_i = -\dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S r_i^s \left| \frac{r_k^s S_k^g}{\tau_0^s} \right|^{n^s-1} \frac{r_l^s S_l^g}{\tau_0^s} + \bar{D}_i - \tilde{M}_{ij} (S_j^g - \bar{S}_j)$$

C.3. Modèle de Taylor

Le système d'équations à résoudre, d'inconnues S_k^g , est:

$$(C.9) \quad \bar{D}_i - \dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S r_i^s \left| \frac{r_k^s S_k^g}{\tau_0^s} \right|^{n^s-1} \frac{r_l^s S_l^g}{\tau_0^s} = 0$$

On obtient les coefficients suivants pour la résolution numérique:

$$(C.10a) \quad \alpha_{ij} = -n^s \dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S \frac{r_i^s r_j^s}{\tau_0^s} \left| \frac{r_k^s S_k^g}{\tau_0^s} \right|^{n^s-1}$$

$$(C.10b) \quad \beta_i = -\bar{D}_i + \dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S r_i^s \left| \frac{r_k^s S_k^g}{\tau_0^s} \right|^{n^s-1} \frac{r_l^s S_l^g}{\tau_0^s}$$

Dans le cas général, un système d'équations non-linéaires n'a pas une solution unique. Dans notre cas, l'unicité de la solution des systèmes C.5, C.7, et C.9 est garantie par la convexité du potentiel microscopique [Hutchinson, 1976].

ANNEXE D.

DEFINITION DE PARAMETRES STATISTIQUES RELATIFS A LA DEFORMATION D'UN POLYCRISTAL

Les modèles de polycristal permettent le calcul du comportement mécanique d'un polycristal à partir de la rhéologie des grains le constituant. Le nombre de ces grains étant important, l'étude de leur comportement lors de la déformation macroscopique nécessite un traitement statistique. Nous utilisons dans ce travail trois paramètres.

1) Un système de glissement s' d'un grain g est considéré comme actif si sa contribution au glissement total dans ce grain est supérieure à 5% de celle du système le plus actif de ce grain, c'est à dire si $\dot{\gamma}^{s'} \geq 0.05 \max_{s \in g}(\dot{\gamma}^s)$. Soit N^g le nombre de systèmes actifs dans le grain g . Le nombre moyen de systèmes actifs (AVERAGE ACTIVE SYSTEMS, ou AVACS) est alors défini par la moyenne des N^g , pondérés par la somme des vitesses de glissement $\dot{\Gamma}^g$ sur le grain g :

$$(D.1) \quad \text{AVACS} = \frac{\langle N^g \dot{\Gamma}^g \rangle}{\langle \dot{\Gamma}^g \rangle} \quad \text{avec} \quad \dot{\Gamma}^g = \sum_{s=1}^S \dot{\gamma}^s, \quad s \in g$$

2) L'activité relative d'une famille de glissement f est définie par le rapport entre le glissement moyen sur tous les systèmes s de f et le glissement moyen total:

$$(D.2) \quad \text{Activité rel. de } f = \frac{\langle \dot{\Gamma}^{g,f} \rangle}{\langle \dot{\Gamma}^g \rangle} \quad \text{avec} \quad \dot{\Gamma}^{g,f} = \sum_s \dot{\gamma}^s, \quad s \in g \text{ et } s \in f$$

3) La déviation standard de la vitesse de déformation (ou de la contrainte) moyenne est défini par la moyenne des écarts à la vitesse de déformation (ou contrainte) moyenne, divisée par la norme de la vitesse de déformation (contrainte) moyenne:

$$(D.3) \quad \text{SD}(D_{ij}) = \frac{\langle (D_{ij}^g - \bar{D}_{ij})^2 \rangle^{1/2}}{(\bar{D} : \bar{D})^{1/2}} \quad \text{SD}(S_{ij}) = \frac{\langle (S_{ij}^g - \bar{S}_{ij})^2 \rangle^{1/2}}{(\bar{S} : \bar{S})^{1/2}}$$

REFERENCES

- Ahmad, S., and R. W. Withworth. 1988. Dislocation motion in ice: a study by synchrotron X-ray topography. *Phil. Mag.*, A57, 5, pp. 749-766.
- Alley, R. B. 1988. Fabrics in polar ice sheets: development and prediction. *Science*, 240, 4851, 493-495.
- Alley, R. B. 1992. Flow-law hypotheses for ice-sheet modeling. *J. Glaciol.*, 38, 129, 245-256.
- Alley, R. B., J. H. Porepezko, and C. R. Bentley. 1986. Grain growth in polar ice II. application. *J. Glaciol.*, 32, 112, 425-433.
- Alley, R. B., A. J. Gow, and D. A. Meese. 1995a. Mapping *c*-axis fabrics to study physical processes in ice. *J. Glaciol.*, 41, 137, 197-203.
- Alley, R. B., A. J. Gow, S. J. Johnsen, J. Kipfstuhl, D. A. Meese, and Th. Thorsteinsson. 1995b. Comparison of deep ice cores. *Nature*, 373, 393-394.
- Alley, R. B., and G. A. Woods. 1995c. Impurity influence on normal grain-growth in the GISP2 ice core. *J. Glaciol.*, soumis.
- Anandaskrishnan, S., R. B. Alley, and E. D. Waddington. 1994. Sensitivity of the ice-divide position in Greenland to climate change. *Geophys. Res. Letters*, 21, 6, 441-444.
- Andermann, I. 1982. Lois du comportement mécanique d'une roche glace anisotrope en régime stationnaire. Thèse de 3^o cycle, Université Scientifique et Médicale de Grenoble, France.
- Azuma, N. and A. Higashi. 1985. Formation processes of ice fabric pattern in ice sheets. *Ann. Glaciol.*, 6, 130-134.
- Azuma, N. 1994. A flow law for anisotropic ice and its application to ice sheets. *Earth Planet. Sci. Letters*, 128, pp. 601-614.
- Azuma, N. 1995. A flow law for anisotropic polycrystalline ice under uniaxial compressive deformation. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 23, 137-147.
- Barber, D. J., H.-R. Wenk, and H. C. Heard. 1994. The plastic deformation of polycrystalline dolomite: comparison of experimental results with theoretical predictions. *Mat. Sci. and Engin.*, A175, pp. 83-104.
- Beaudoin, A. J., P. R. Dawson, K. K. Mathur, U. F. Kocks, and D. A. Korzekwa. 1994. Application of polycrystal plasticity to sheet forming. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 117, pp. 49-70.
- Becker, R., and S. Panchanadeeswaran. 1995. Effects of grain interactions on deformation and local texture in polycrystals. *Acta. metall. mater.*, Vol. 43, No. 7, pp. 2701-2719.
- Bernal, J.D., and R. H. Fowler. 1933. A theory of water and ionic solutions with particular reference to hydrogen and hydroxyl ion. *J. Chem. Phys.*, 1, 515-548.

Bouchez, J. L., and P. Duval. 1982. The fabric of polycrystalline ice deformed in simple shear: experiments in torsion, natural deformation and geometrical interpretation. *Textures and Microstructures*, 5, pp. 171-190.

* Bronstein, I. N., et K. A. Semendiaev. 1990. Aide-mémoire de mathématiques. Eds. Eyrolles.

Budd, W. F., and T. H. Jacka. 1989. A review of ice rheology for ice sheet modelling. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 16, 107-144.

Canova, G. R., U. F. Kocks, C. N. Tomé, and J. J. Jonas. 1985. The yield surface of textured polycrystals. *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 33, No. 4, pp. 371-397.

Canova, G. R. 1986. Relations entre texture, anisotropie, lois de comportement, et instabilités plastiques dans les polycristaux. Thèse, Université de Metz, France.

Canova, G. R., H. R. Wenk, and A. Molinari. 1992. Deformation modelling of multi-phase polycrystals: case of a quartz-mica aggregate. *Acta. metall. mater.*, Vol. 40, No. 7, pp. 1519-1530.

Canova, G. R. 1994. Self-consistent methods: application to the prediction of the deformation texture of polyphase materials. *Mater. Sci. Engin.*, A175, pp. 37-42.

Castelnaud, O., and P. Duval. 1995. Simulations of anisotropy and fabric development in polar ices. *Ann. Glaciol.*, 20, 277-282.

Castelnaud, O., Th. Thorsteinsson, J. Kipfstuhl, P. Duval, G.R. Canova. 1995. Modelling fabric development along the GRIP ice core (Central Greenland). *Ann. Glaciol.*, vol. 23, sous presse.

Castelnaud, O., P. Duval, R. A. Lebensohn, and G. R. Canova. 1995. Viscoplastic modelling of texture development in polycrystalline ice with a self-consistent approach; comparison with bound estimates. *J. Geophys. Res.* (sous presse).

Chastel, Y. B., P. R. Dawson, H.-R. Wenk, and K. Bennett. 1993. Anisotropic convection with implications for the upper mantle. *J. Geophys. Res.*, 98, B10.

Dahl-Jensen, D., and N. S. Gundestrup. 1987. Constitutive properties of ice at Dye 3, Greenland. *International Association of Hydrological Sciences Publication 170*, (Symposium at Vancouver 1987-The Physical Basis of Ice Sheet Modelling), 31-43.

Dahl-Jensen, D., S. J. Johnsen, C. U. Hammer, H. B. Clausen, and J. Jouzel. 1993. Past accumulation rates derived from observed annual layers in the GRIP ice core from Summit, Central Greenland. *Ice in the climate system*, NATO ASI Series, Vol. I 12, W. R. Peltier, ed. Springer-verlag Berlin Heidelberg, 517-532.

Dansgaard W., and S. J. Johnsen. 1969. A flow model and a time scale for the ice core from Camp Century, Greenland. *J. Glaciol.*, 8, 53, 215-223.

Dansgaard, W., H. B. Clausen, N. Gundestrup, S. J. Johnsen, and C. Rygner. 1985. Dating and climatic interpretation of two deep Greenland ice cores. In Langway, C. C., Jr. Oeschger and W. Dansgaard, eds. *Greenland ice core: geophysics, geochemistry, and the environment*. Washington, DC, American Geophysical Union, 71-76. (Geophysical Monograph 33).

- Dansgaard W., S. J. Johnsen, H. B. Clausen, D. Dahl-Jensen, N. S. Gundestrup, C. U. Hammer, C. S. Hvidberg, J. P. Steffensen, A. E. Sveinbjörnsdóttir, J. Jouzel, and G. Bond. 1993. Evidence for general instability of past climate from a 250-kyr ice-core record. *Nature*, 364, 218-220.
- De Botton, G., P. Ponte Castaneda. 1995. Variational estimates for the creep behavior of polycrystals. *Proc. R. Soc. Lond., A*, 448, 121-142.
- Doake, C. S. M., and E. W. Wolff. 1985. Flow law for ice in polar ice sheets. *Nature*, 314, 255-257.
- Duval, P. 1976a. Fluage et recristallisation des glaces polycristallines. Thèse de Docteur d'Etat, Université Scientifique et Médicale de Grenoble, France.
- Duval, P. 1976b. Lois du fluage transitoire ou permanent de la glace polycristalline pour divers états de contrainte. *Ann. Géophysique*, 32, pp. 335-350.
- Duval, P. 1981. Creep and fabrics of polycrystalline ice under shear and compression. *J. Glaciol.*, 27, 95, pp. 129-140.
- Duval, P., and H. Le Gac. 1982. Mechanical behavior of antarctic ice. *Ann. Glaciol.*, 3, 92-95.
- Duval, P., M. F. Ashby, and I. Anderman. 1983. Rate-controlling processes in the creep of polycrystalline ice. *J. Phys. Chem.*, 87, 21, 4066-4074.
- Duval, P., and O. Castelnau. 1995. Dynamic recrystallization of ice in polar ice sheets, *J. Physique IV* (suppl. *J. Phys. III*), C3, 5, 197-205.
- Eshelby, J. D. 1957. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proc. R. Soc. Lond.*, A241, 376-396.
- Etchecopar, A. 1977. A plane kinematic model of progressive deformation in a polycrystalline aggregate. *Tectonophysics*, 39, pp. 121-139.
- Etchecopar, A., and G. Vasseur. 1987. A 3-D kinematic model of fabric development in polycrystalline aggregates: comparisons with experimental and natural examples. *J. Struct. Geol.*, Vol. 9, No. 5/6, pp. 705-717.
- Fujita, S., M. Nakawo, and S. Mae. 1987. Orientation of the 700-m Mizuho core and its strain history. *Proc. NIPR Symp. Polar Meteorology and Glaciology*, 1, 122-131.
- Fukuda, A., T. Hondoh, and A. Higashi. 1987. Dislocation mechanisms of plastic deformation of ice. *J. Physique*, 48, Col. C1, suppl. 3, 163-173.
- Gilormini, P. 1994. Insuffisance de l'extension classique du modèle autocohérent au comportement non linéaire. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 320, IIb, pp. 115-122.
- Gilormini, P. 1995. A critical evaluation for various nonlinear extensions of the self-consistent model. *Proc. IUTAM Symp. on Micromechanics of Plasticity and Damage of Multiphase Materials*. (sous presse).
- Glen, J. W. 1955. The creep of polycrystalline ice. *Proc. R. Soc. London*, A228, 519-538.
- Gow, A. J., and T. Williamson. 1976. Rheological implications of the internal structure and crystal fabrics of the West Antarctic ice sheet as revealed by deep core drilling at Byrd Station. *CRREL Rep.* 76-35.

- Grootes, P. M., M. Stuiver, J. W. C. White, S. Johnsen, and J. Jouzel. 1993. Comparison of oxygen isotope records from the GISP2 and GRIP Greenland ice cores. *Nature*, 366, 552-554.
- Guillopé, M., and J. P. Poirier. 1979. Dynamic recrystallization during creep of single-crystalline halite: an experimental study. *J. Geophys. Res.*, 84, B10, pp. 5557-5567.
- Gundestrup, N. S., and B. L. Hansen. 1984. Bore-hole survey at Dye 3, South Greenland. *J. Glaciol.*, 30, 106, 282-288.
- Gundestrup, N. S., D. Dahl-Jensen, S. J. Johnsen, and A. Rossi. 1993. Bore-hole survey at Dome GRIP 1991. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 21, pp. 399-402.
- Hashin, Z., and S. Shtrikman. 1962. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of polycrystals. *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 10, pp. 343-352.
- Herron, S. L., C. C. Langway, Jr. and K. A. Brugger. 1985. Ultrasonic velocities and crystalline anisotropy in the ice core from Dye 3, Greenland. In Langway, C. C., Jr. Oeschger and W. Dansgaard, eds. *Greenland ice core: geophysics, geochemistry, and the environment*. Washington, DC, American Geophysical Union, 23-31. (Geophysical Monograph 33).
- Higashi, A., A. Fukuda, T. Hondoh, K. Goto, and S. Amakai. 1985. Dynamical dislocation processes in ice crystal. *Proceeding of the Yamada Conference IX on Dislocations in Solids*, edited by Suzuki, T., T. Ninomiya, K. Sumino, and S. Takeuchi, University of Tokyo Press, pp. 511-515.
- Hill, R. 1956. *The mathematical theory of plasticity*. Clarendon press, Oxford.
- Hill, R. 1965. Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. *J. Mech. Phys. Solids*, 13, 89-101.
- Hill, R. 1987. Constitutive dual potentials in classical plasticity. *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 35, No. 1, pp. 23-33.
- Hodge, S. M., D. L. Wright, J. A. Bradley, R. W. Jacobel, N. Skou, and B. Vaughn. 1990. Determination of the surface and bed topography in central Greenland. *J. Glaciol.*, 36, 122, 17-30.
- Hondoh, T., H. Iwamatsu, and S. Mae. 1990. Dislocation mobility for non-basal glide in ice measured by in situ X-ray topography. *Phil. Mag.*, A62, 1, pp. 89-102.
- Hooke, R. LeB. 1981. Flow law for polycrystalline ice glaciers: comparison of theoretical predictions, laboratory data, and field measurements. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 19, 4, 664-672.
- Hutchinson, J. W. 1976. Bounds and self-consistent estimates for creep of polycrystalline materials. *Proc. R. Soc. Lond.*, A348, 101-127.
- Hutchinson, J. W. 1977. Creep and plasticity of hexagonal polycrystals as related to single crystal slip. *Metall. Trans.*, 8A, 9, 1465-1469.
- Hutter, K. 1983. *Theoretical glaciology. Material science of ice and the mechanics of glaciers and ice sheets*. Dordrecht, etc., D. Reidel Publishing Company; Tokyo, Terra Scientific Publishing Company.

- Jacka, T. H. 1984. The time and strain required for development of minimum strain rates in ice. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 8, 261-268.
- Jacka, T. H., and M. Maccagnan. 1984. Ice crystallographic and strain rate changes with strain in compression and extension. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 8, pp. 269-286.
- Jacka, T. H., and W. F. Budd. 1989. Isotropic and anisotropic flow relations for ice dynamics. *Ann. Glaciol.*, 12, 81-84.
- Jacka, T. H., and Li Jun. 1994. The steady-state crystal size of deforming ice. *Ann. Glaciol.*, 20, 13-18.
- Jacobel, R. W., and S. M. Hodge. 1995. Radar internal layers from the Greenland summit. *Geophys. Res. Letters*, 22, 5, 587-590.
- Johnsen, S. J., D. Dahl-Jensen, W. Dansgaard, and N. S. Gundestrup. 1995. Greenland paleotemperatures derived from GRIP bore hole temperature and ice core isotope profiles. *Tellus*, sous presse.
- Kamb, W. B. 1961. The glide direction in ice. *J. Glaciol.*, 3, 30, pp. 1097-1106.
- Kamb, W. B. 1972. Experimental recrystallization of ice under stress. In Heard, H. C., Y. Borg, N. L. Carter, and C. B. Raleigh, eds. *Flow and Fracture of Rocks*, Washington, DC, American Geophysical Union, pp. 211-241, (Geophysical Monograph 16).
- Kocks, U. F. 1970. The relation between polycrystal deformation and single crystal deformation. *Met. Trans.*, 1, pp.1121-1143.
- Kocks, U. F., and H. Chandra. 1982. Slip geometry in partially constrained deformation. *Acta metall.*, Vol. 30, pp695-709.
- La Chapelle, S. de, P. Duval, and B. Baudalet. 1995. Compressive creep of polycrystalline ice containing a liquid phase. *Scripta Metal. Mater.*, 33, 3, 447-450.
- Lebensohn, R. 1993. Deformation plastica de metales policristalinos. modelizacion del desarrollo de textura asociado al trabajo mecanico. Thesis doctoral, Facultad de Ciencias Exactas, Ingenieria y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario, Argentina.
- Lebensohn, R. A., and C. N. Tomé. 1993. A self-consistent anisotropic approach for the simulation of plastic deformation and texture development of polycrystals: application to zirconium alloys. *Acta Metall.*, 41, 2611-2624.
- Lebensohn, R. A., P. V. Sanchez, and A. A. Pochettino. 1994. Modelling texture development of Zirconium alloys at high temperatures. *Scripta Metall. et Mater.*, 30, pp. 481-486.
- Lebensohn, R. A., and C. N. Tomé. 1994. A self-consistent viscoplastic model: prediction of rolling textures of anisotropic polycrystals. *Mat. Sci. and Engin.*, A175, 71-82.
- Leblond, J. B., G. Perrin, P. Suquet. 1994. Exact results and approximate models for porous viscoplastic solids. *Int. J. Plast.*, 10, 3, 213-235.
- Lee, B. J., S. Ahzi, and R. J. Asaro. 1995. On the plasticity of low symmetry crystals lacking five independent slip systems. *Mech. Materials*, 20, pp. 1-8.

- Le Gac, H. 1980. Contribution à la détermination des lois de comportement de la glace polycristalline (anélasticité et plasticité). Thèse de 3^e cycle, Université Scientifique et Médicale de Grenoble, France.
- Lemaitre, J., et J.-L. Chaboche. 1985. *Mécanique des matériaux solides*. Ed. Dunod.
- Lequeu, Ph., P. Gilormini, F. Montheillet, B. Bacroix, and J. J. Jonas. 1987. Yield surfaces for textured polycrystals -I. Crystallographic approach. *Acta metall.*, Vol. 35, No. 2, pp. 439-451.
- Lile, R.C. 1978. The effect of anisotropy on the creep of polycrystalline ice. *J. Glaciol.*, Vol. 21, No. 85, pp. 475-483.
- Lipenkov, V. Ya., N. I. Barkov, P. Duval, and P. Pimienta. 1989. Crystalline texture of the 2083m ice core at Vostok Station, Antarctica. *J. Glaciol.*, 35, 121, 392-398.
- Lipenkov, V. Y., A. N. Salamatin, and P. Duval. 1995. Bubbly ice densification in ice sheets: II. applications. *J. Geophys. Res. B*, submitted.
- Liu, F., I. Baker, and M. Dudley. 1993. Dynamic observations of dislocation generation at grain boundaries in ice. *Phil. Mag. A*, 67, 5, 1261-1276.
- Liu, F., I. Baker, and M. Dudley. 1995. Dislocation-grain boundary interactions in ice crystals. *Phil. Mag. A*, 71, 1, 15-42.
- Lliboutry, L. 1993. Anisotropic, transversely isotropic nonlinear viscosity of rock ice and rheological parameters inferred from homogenization. *Int. J. Plast.*, 9, 619-632.
- Lliboutry, L., and P. Duval. 1985. Various isotropic and anisotropic ices found in glaciers and polar ice caps and their corresponding rheologies. *Annales Geophysicae*, 3, 2, 207-224.
- Mangeny, A. 1996. Modélisation de l'écoulement d'une glace anisotrope dans les calottes polaires. Thèse de l'Université Pierre et Marie Curie (Paris VI).
- Mangeny, A., F. Califano, and O. Castelnau. 1995. Isothermal flow of an anisotropic ice sheet in the vicinity of an ice divide. *J. Geophys. Res. B*, soumis.
- Mathur, K. K., and P. R. Dawson. 1989. On modelling the development of crystallographic texture in bulk forming processes. *Int. J. Plast.*, Vol. 5, pp. 67-94.
- Matsuda, M., and G. Wakahama. 1978. Crystallographic structure of polycrystalline ice. *J. Glaciol.*, 21, 85, 607-620.
- Milsch, H. 1994. Mechanisches Verhalten von Eis längs des Bohrkerns aus dem "Greenland Ice core Project" (GRIP) in Relation zur präferentiellen Gitterorientierung der Eiskristalle. Diplomarbeit, Georg-August-Universität, Göttingen, Allemagne.
- Molinari, A, G. R. Canova, and S. Ahzy. 1987. A self-consistent approach of the large deformation polycrystal viscoplasticity. *Acta metall.*, 35, 12, 2983-2994.
- Molinari, A., and L. S. Tóth. 1994. Tuning a self-consistent viscoplastic model by finite element results- I. modeling. *Acta metall. mater.*, 42, 7, pp.2453-2458.
- Muguruma, J. 1969. Effects of surface condition on the mechanical properties of ice crystals. *Brit. J. Appl. Phys. (J. Phys. D)*, 2, 2, pp.1517-1525.

- Parks, D. M., and S. Ahzi. 1990. Polycrystalline plastic deformation and texture evolution for crystals lacking five independent slip systems. *J. Mech. Phys. Solids*, 38, 5, pp. 701-724.
- Paterson, W. S. B. 1985. Flow law for ice in polar ice sheets. *Nature*, 318, 82-83.
- Paterson, W. S. B. 1991. Why ice-age ice is sometimes soft. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 20, 75-98.
- Paterson, W. S. B. 1994. *The physics of glaciers*, 3rd. ed. Pergamon, Oxford, England.
- Petrenko, V. F. 1993. Structure of ordinary ice Ih. Part I: ideal structure of ice. CRREL rep. 93-25.
- Petrenko, V. F., and W. Whitworth. 1994a. Structure of ordinary ice Ih. Part II: defects in ice. Volume 1: point defects. CRREL rep. 94-4.
- Petrenko, V. F., and W. Whitworth. 1994b. Structure of ordinary ice Ih. Part II: defects in ice. Volume 1: dislocations and plane defects. CRREL rep. 94-12.
- Philippe, M. J., F. Wagner, F. E. Mellab, C. Esling, and J. Wegria. 1994. Modelling of texture evolution for materials of hexagonal symmetry -I. Application to zinc alloys. *Acta metall. mater.*, Vol. 42, No. 1, pp. 239-250.
- Pimienta, P. 1987. Etude du comportement mécanique des glaces polycristallines aux faibles contraintes; applications aux glaces des calottes polaires. Thèse de 3^e cycle, Université Scientifique et Médicale de Grenoble, France.
- Pimienta, P., and P. Duval. 1987. Rate controlling processes in the creep of polar glacier ice. *J. Phys. (Paris)*, 48, Coloq. C1, 243-248. (Supplément au 3.).
- Pimienta, P., P. Duval, and V. Y. Lipenkov. 1987. Mechanical behavior of anisotropic polar ice. International Association of Hydrological Sciences Publication 170, (Symposium at Vancouver 1987-The Physical Basis of Ice Sheet Modelling), 57-66.
- Poirier J. P. 1985. *Creep of crystals*. Cambridge, Cambridge University Press.
- Ponte Castaneda, P. 1991. The effective mechanical properties of nonlinear isotropic composites. *J. Mech. Phys. Solids*, 39, pp. 45-71.
- Prantil, V. C., P. R. Dawson, and Y. B. Chastel. 1995. Comparison of equilibrium-based plasticity models and a Taylor-like hybrid formulation for deformation of constrained crystal systems. *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, 3, pp. 215-234.
- Press, W. H., B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling. 1986. *Numerical Recipes (the art of scientific computing)*. Cambridge University Press.
- Reeh, N., S. J. Johnsen, and D. Dahl-Jensen. 1985. Dating the Dye 3 deep ice core by flow model calculations. In Langway, C. C. , Jr. Oeschger and W. Dansgaard, eds. *Greenland ice core: geophysics, geochemistry, and the environment*. Washington, DC, American Geophysical Union, 57-65. (Geophysical Monograph 33).
- Ribe, N. M., and Y. Yu. 1991. A theory for plastic deformation and textural evolution of olivine polycrystals. *J. Geophys. Res.*, 96, B5, pp. 8325-8335.

- Ritz, C., A. Fabre, and A. Letréguilly. 1995. Can an ice sheet model simulate the present Greenland ice sheet? Consequences on the evolution through the last climatic cycle. *Climate Dynamics*, soumis.
- Russell-Head, D. S., and W. F. Budd. 1979. Ice-flow properties derived from bore-hole shear measurement combined with ice-core studies. *J. Glaciol.*, 24, 90, 117-130.
- Sachs, G. 1928. Zur Ableitung einer Fließbedingung. *Z. Ver. Dtsch. Ing.*, 72, 734-736.
- Sarma, G. B., and P. R. Dawson. 1995. Effects of interactions among crystals on the inhomogeneous deformation of polycrystals. *Acta Met. Mater.*, sous presse.
- Schott, C., E. D. Waddington, and C. F. Raymond. 1992. Predicted time-scale for GISP2 and GRIP boreholes at Summit, Greenland. *J. Glaciol.*, 38, 128, 162-168.
- Shearwood, C., and R. W. Withworth. 1989. X-ray topographic observations of edge dislocation glide on non-basal planes in ice. *J. Glaciol.*, 35, 120, 281-283.
- Shearwood, C., and R. W. Withworth. 1991. The velocity of dislocations in ice. *Phil. Mag. A*, 64, 2, 289-302.
- Shearwood, C., and R. W. Withworth. 1993. Novel processes of dislocation multiplication observed in ice. *Acta metall. mater.*, 41, 1, pp.205-210.
- Shoji, H., and C. C. Langway. 1985. Mechanical properties of fresh ice core from Dye 3, Greenland. *Geophysical Monograph*, 33, American Geophysical Union, Washington DC, 39-48.
- Shoji, H., and C. C. Langway. 1987. Flow velocity profiles and accumulation rates from mechanical tests on ice core samples. *International Association of Hydrological Sciences Publication* 170, (Symposium at Vancouver 1987-The Physical Basis of Ice Sheet Modelling), 67-77..
- Shoji, H., and C. C. Langway. 1988. Flow-law parameters of the Dye 3, Greenland, deep ice core. *Ann. Glaciol.*, 10, 146-150.
- Steinmann, S. 1954. Flow and recrystallization of ice. *Publ. of the I. A. S. H.*, 39, 449-462.
- Suquet, P. 1993. Overall potentials and extremal surfaces of power law or ideally plastic composites. *J. Mech. Phys. Solids*, 41, pp. 981-1002.
- Taylor, G. I. 1938. Plastic strain in metals. *J. Inst. Met.*, 62, 307-324.
- Thorsteinsson, Th., J. Kipfstuhl, H. Eicken, S. J. Johnsen, and K. Fuhrer. 1995a. Crystal size variations in Eemian-age ice from the GRIP ice core, Central Greenland. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 131, 381-394.
- Thorsteinsson, Th., J. Kipfstuhl, and H. Miller. 1995b. Textures and fabrics in the GRIP ice core. *Proceeding of the GRIP/GISP2 symposium held in Wolfboro, NH, September 1995.* (en preparation).
- Tiem, S., M. Berveiller, and G. R. Canova. 1986. Grain shape effects on the slip system activity and on the lattice rotations. *Acta metall.*, Vol. 34, No. 11, pp. 2139-2149.
- Tomé, C., and U. F. Kocks. 1985. The yield surface of h.c.p. crystals. *Acta metall.*, Vol. 33, No. 4, pp. 603-621.

- Tomé, C. N., H.-R. Wenk, G. R. Canova, and U. F. Kocks. 1991. Simulation of texture development in calcite: comparison of polycrystal plasticity theories. *J. Geophys. Res.*, 96, B7, 11865-11875.
- Tóth, L. S., P. Gilormini, and J. J. Jonas. 1988. Effect of rate sensitivity on the stability of torsion textures. *Acta metall.*, 36, 12, 3077-3091.
- Tóth, L. S., A. Molinari, and P. D. Bons. 1994. Self consistent modelling of the creep behavior of mixtures of camphor and octachloropropane. *Mat. Sci. and Engin.*, A175, pp. 231-236.
- Van der Veen, C. J., and I. M. Whillans. 1990. Flow law for glacier: comparison of numerical predictions and field measurements. *J. Glaciol.*, 36, 124, 324-339.
- Van der Veen, C. J., and I. M. Whillans. 1994. Development of fabric in ice. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 22, 171-195.
- Van Houtte, P. 1994. Application of plastic potentials to strain rate sensitive and insensitive anisotropic materials. *Int. J. Plast.*, Vol. 10, No. 7, pp. 719-748.
- Waddington, E. D. 1995. The origin of folding in ice cores. EOS (AGU spring meeting, Baltimore), 76, 17, 177.
- Wallbrecher, E. 1978. Ein Clusterverfahren zur Richtungsstatistischen Analyse Tektonischer Daten. *Geol. Rundsch.*, 67, 840-857.
- Wang, J. N. 1994. Harper-Dorn creep in olivine. *Mat. Sci. and Engin.*, A183, pp. 267-272.
- Wei, Y., and J. P. Dempsey. 1994. The motion of non-basal dislocation in ice crystals. *Phil. Mag.*, A69, 1, pp. 1-10.
- Wenk, H.-R., T. Takeshita, P. Van Houtte, and F. Wagner. 1986. Plastic anisotropy and texture development in calcite polycrystal. *J. Geophys. Res.*, 91, B3, 3861-3869.
- Wenk, H.-R., G. R. Canova, A. Molinari, and H. Mecking. 1989a. Texture development in halite: comparison of Taylor model and self-consistent theory. *Acta Metall.*, 37, 7, 2017-2029.
- Wenk, H.-R., G. R. Canova, A. Molinari, and U. F. Kocks. 1989b. Viscoplastic modelling of texture development in quartzite. *J. Geophys. Res.*, 94, B12, 17895-17906.
- Wenk, H.-R., K. Bennett, G. R. Canova, and A. Molinari. 1991. Modelling plastic deformation of peridotite with the self-consistent theory. *J. Geophys. Res.*, 96, B5, pp. 8337-8349.
- Wilson, C. J. L. 1986. Deformation induced recrystallization of ice: the application of in-situ experiments. *Geophysical Monograph* 36, pp. 213-232.
- Wilson, C. J. L., and Y. Zhang. 1994. Comparison between experiment and computer modelling of plane-strain simple-shear ice deformation. *J. Glaciol.*, Vol. 40, No. 134, pp. 46-55.
- Zhang, Y., B. E. Hobbs, and A. Ord. 1994. A numerical simulation of fabric development in polycrystalline aggregates with one slip system. *J. Struc. Geol.*, 16, 9, pp. 1297-1313.