Amélioration du comportement cinématique des machines par l'optimisation des trajets d'usinage 5 axes

Cedric Castagnetti

▶ **To cite this version:**

Cedric Castagnetti. Amélioration du comportement cinématique des machines par l'optimisation des trajets d'usinage 5 axes. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2008. Français. NNT : 2008CLF21878 . tel-00731128

HAL Id: tel-00731128

https://theses.hal.science/tel-00731128

Submitted on 12 Sep 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° ordre : 1878
EDSPIC : 418

Université BLAISE PASCAL – Clermont II
Ecole Doctorale
Sciences pour l'Ingénieur de Clermont Ferrand

Thèse

Présentée
pour obtenir le grade de :

Docteur d'Université

Spécialité : Génie Mécanique

par

Cédric CASTAGNETTI

Amélioration du comportement cinématique des machines par l'optimisation des trajets d'usinage 5 axes

Soutenue publiquement le 18 novembre 2008 devant le jury :

M. Jean-Yves HASCOET	Professeur des Univ., Ecole Centrale de Nantes	Président
Mme Claire LARTIGUE	Professeur des Univ., IUT de Cachan	Rapporteur
M. Walter RUBIO	Professeur des Univ., Université Paul Sabatier	Rapporteur
M. Bruno TACCI	Ingénieur, Dassault Systèmes Provence	Examinateur
M. Pascal RAY	Professeur des Univ., IFMA	Directeur de thèse
M. Emmanuel DUC	Professeur des Univ., IFMA	Codirecteur de thèse

Laboratoire de Mécanique et Ingénieries
Institut Français de Mécanique Avancée et Université Blaise Pascal

Remerciements

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire la direction de Monsieur le Professeur Pascal Ray ont été effectués au LaMI (Laboratoire de Mécanique et Ingénieries) de l'Institut Français de Mécanique Avancée et de l'Université Blaise Pascal, dans le cadre de la fédération de recherche TIMS (Technologies pour l'information, la Mobilité et la Sûreté).

Je souhaite remercier, en premier lieu, l'ensemble des membres du jury d'avoir accepter d'évaluer ce travail. Je remercie particulièrement Monsieur le professeur Jean-Yves Hascoët de m'avoir fait l'honneur de présider ce jury et pour ces conseils avisés.

Je remercie Madame le professeur Claire Lartigue et Monsieur le professeur Walter Rubio d'avoir bien voulu rapporter sur ce mémoire. Je les remercie aussi pour leurs remarques et questionnement utiles à la finalisation de ces travaux.

Je tiens à remercier également Monsieur Bruno Tacci pour sa participation au jury en qualité d'expert au niveau industriel. J'espère avoir apporté des idées de développement originales qui seront utilisées et appliquées auprès des professionnels de la fabrication.

J'exprime ma sincère gratitude à Monsieur le professeur Pascal Ray pour avoir accepter de diriger cette thèse malgré les délais très courts lors de la constitution du dossier.

Je remercie encore plus particulièrement mon « chef » Monsieur le professeur Emmanuel Duc pour sa confiance, son encadrement, sa joie de vivre, et tous les apports personnels qu'il m'a apporté en dehors de ces travaux. Je ne le remercie pas pour l'épuisement de mon forfait SMS mais je le remercie pour le contenu de ses messages. Je pense vivement que nous aurons d'autres collaborations dans l'avenir.

Je remercie également le personnel administratif et technique de l'IFMA et du LaMI pour l'aide agréable qu'ils ont su m'apporter tout au long de ces trois années.

J'adresse enfin mes remerciements à tous mes collègues doctorants ou enseignants et encore plus vivement à ceux qui sont devenus des amis à part entière. Je remercie donc mes collègues de bureau, Hélène et Tony, pour m'avoir accueilli et m'avoir finalement laissé le

bureau. Merci encore à Tony pour savoir refaire une distribution cassée ainsi que pour toutes ses « patchaques ». Merci à tous ceux de la salle du fond, Pascal, Antoine, Miguel, Thomas, Pierre, François, Jean-Denis, pour les repas mouvementés du midi et aussi ceux du soir. Merci à Tony, Patrice, Claude et Manu pour ces bons moments de chambrage en salle de pause.

Je souhaite enfin bon courage à la relève.

Table des matières

REMERCIEMENTS **1**

TABLE DES MATIERES **3**

TABLE DES ILLUSTRATIONS **7**

INDEX DES TABLEAUX **11**

INTRODUCTION **13**

CHAPITRE 1 : PROBLEMATIQUES ACTUELLES DE L'USINAGE A 5 AXES **17**

1. DEFINITION DE L'USINAGE A 5 AXES 17
2. MACHINES D'USINAGE A 5 AXES 19
   - 2.1. Typologie 19
   - 2.2. Aspects technologiques 21
   - 2.3. Courses et espace de travail 22
3. COMPORTEMENT CINEMATIQUE DES MACHINES A 5 AXES 24
   - 3.1. Transformation cinématique inverse 25
   - 3.2. Espaces de solution 27
   - 3.3. Singularité géométrique 28
4. MISE EN ŒUVRE DES MACHINES D'USINAGE A 5 AXES 31
   - 4.1. Programmation & FAO 31
   - 4.2. Calculs de trajets en usinage en bout 32
   - 4.3. Calcul de trajets en usinage par le flanc 34
   - 4.4. Le positionnement de l'outil 35

CHAPITRE 2 : AMELIORATION DES TRAJECTOIRES D'USINAGE 5 AXES **39**

1. POINT DE VUE GEOMETRIQUE 40
   - 1.1. Calculs de trajets en évitement de collisions 40
   - 1.2. Méthode par décomposition de l'espace 40
   - 1.3. Evitement des interférences 46
2. POINT DE VUE CINEMATIQUE 49
3. POINT DE VUE MACHINE 54

3.1. Problématiques de la coupe 55
3.2. Problématiques de post processeurs 56
4. CONCLUSION 60

CHAPITRE 3 : CONCEPT DU DOMAINE D'ORIENTATION ADMISSIBLE 63
1. CONTRAINDRE L'ORIENTATION AFIN DE GARANTIR LA QUALITE 63
2. DEFINITION DU DOA 64
2.1. Utilisation du repère pièce local pour la modélisation 64
2.2. Utilisation du repère global 65
3. TRANSFORMATION DU DOA DANS LE REPERE DE LA MACHINE 67
3.1. Transformation dans le cas général 69
4. PERTE DE PRECISION DU MODELE 70
5. PROBLEMATIQUE DES POINTS DE SINGULARITE 75
5.1. Méthode de résolution du modèle à 4 points 78
5.2. Construction du trajet 81
6. ENRICHISSEMENT DU MODELE 83
6.1. Passage du modèle de 4 à 16 points 83
6.2. Cas des points de singularité pour le modèle 16 points 84
7. REPRESENTATION 3D DE L'ORIENTATION DE L'AXE OUTIL 85
8. CONCLUSION 86

CHAPITRE 4 : OPTIMISATION DE TRAJETS A 5 AXES UTILISANT LA METHODE DU DOA 87
1. VALIDATION DE L'HYPOTHESE DE TRAVAIL 87
2. APPROXIMATION POLYNOMIALE DU TRAJET CALCULE DANS LE REPERE MACHINE 90
2.1. Présentation 90
2.2. Première méthode : lissage des deux axes rotatifs 91
2.3. Deuxième méthode : lissage de l'axe le moins dynamique 91
2.4. Evaluation expérimentale de l'influence du lissage 93
2.5. Conclusion sur l'effet du lissage 97
3. METHODE D'OPTIMISATION SOUS CONTRAINTES 97
3.1. Définition de la fonction objectif 98
3.2. Minimisation de la distance entre deux points successifs 99
3.3. Influence des paramètres d'optimisation 99
3.4. Ecriture de la fonction contrainte 102
3.5. Comparaison des modèles 104

4. METHODES ALTERNATIVES 104
4.1. Méthode par déformation incrémentale localisée 104
4.2. Méthode par interpolation Bspline 108
5. OPTIMISATION QUADRATIQUE 112
6. COMPARAISON DES METHODES 113
6.1. Critères de comparaison 113
6.2. Analyse des résultats 113
7. CONCLUSION 118

CHAPITRE 5 : APPLICATION A DES PIECES INDUSTRIELLES 121
1. PRESENTATION DU LOGICIEL PROTOTYPE 121
2. GENERATION DE TRAJETS HORS COLLISIONS 123
2.1. Description des pièces 123
2.2. Problématiques associées 124
2.3. Analyse des résultats 125
2.4. Bilan 127
3. OPTIMISATION DE TRAJETS D'USINAGE EN FLANC 127
3.1. Description des pièces de test 127
3.2. Analyse des résultats 129
3.3. Bilan 132
4. OPTIMISATION DE TRAJETS D'USINAGE EN BOUT OUTIL 133
4.1. Description et problématique de la pièce 133
4.2. Analyse des résultats 133
4.3. Bilan 136

CONCLUSION 137

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES 141

Table des illustrations

Figure 1 : Exemple de machines de type RRTTT et de type RTTTR 20
Figure 2 : Orientation d'un outil 21
Figure 3 : Réduction de l'espace de travail, cas des machines à tête orientable 23
Figure 4 : Réduction de l'espace de travail 23
Figure 5 : Déplacement linéaire dans le repère machine / dans le repère pièce [illustration Siemens] 26
Figure 6 : Expression d'un trajet linéaire dans le repère pièce et transformation dans le repère machine 26
Figure 7 : Plusieurs configurations d'axes possibles pour une même orientation de l'outil par rapport à la pièce 27
Figure 8 : Discontinuité géométrique au premier point du trajet 5 axes 29
Figure 9 : Génération d'un point perturbant près d'une singularité [Tournier06] 30
Figure 10 : Usinage en bout, usinage sur le flanc 31
Figure 11 : Usinage en bout, apparition d'interférence pour les surfaces concaves 33
Figure 12 : Mise en position et orientation des outils en 5 axes [Tournier01] 33
Figure 13 : Usinage en bout, évolution de la hauteur de crête 34
Figure 14 : Trajets d'usinage sur le flanc 34
Figure 15 : Rotation autour du centre outil 36
Figure 16 : Rotation de l'outil suivant le point fixe choisi 37
Figure 17 : Erreur sur la surface dans le cas de l'usinage en flanc 37
Figure 18 : Exemples d'usinage hors collision : finition d'un conduit et usinage d'aubes 40
Figure 19 : Définition des zones accessibles pour les deux angles [Wang07] 41
Figure 20 : Cartographie du trajet complet et méthode de raccordement [Wang07] 41
Figure 21 : Trajet outil obtenu dans le repère pièce [Wang07] 42
Figure 22 : Définition d'un octree [Ding04] 42
Figure 23 : Association d'une surface de type spline et de son équivalent en octree [Ding04] 43
Figure 24 : Détection de collision par balayage de plan [Tang07] 43
Figure 25 : Recherche de l'angle d'inclinaison optimal [Lauwers03] 44
Figure 26 : Concept des méthodes dites C-space [Morishige97] 44
Figure 27 : Définition de la zone collision sur l'outil [Monies04] 45

Figure 28 : Exemple de cônes de visibilité dans une poche [Balasubramaniam03] 46
Figure 29 : Détection des collisions et des interférences [Jun03] 46
Figure 30 : Réorientation de l'outil afin d'éliminer les interférences [Rao00] 47
Figure 31 : Optimisation en 3 temps du positionnement de l'outil [Menzel04] 48
Figure 32 : Rotation de l'outil diminuant l'erreur au contact [Senatore07] 49
Figure 33 : Polygones de vitesse définis par la cinématique machine [Kim02] 50
Figure 34 : Modélisation de la flexion outil suivant la direction d'usinage [Feng00] 51
Figure 35 : Répartition des axes outils avec la méthode des quaternions [Ho03] 52
Figure 36 : Interpolation polynomiale à 5 axes [Langeron04] 52
Figure 37 : Comparaison de formats d'interpolation [Duc02] 53
Figure 38 : Graphe des vitesses, accélérations et jerk en fonction du temps [Lavernhe08] 54
Figure 39 : Amélioration de l'état de surface par optimisation de l'angle d'inclinaison [Lauwers03] 55
Figure 40 : Graphe des orientations possibles [Munlin04] 56
Figure 41 : Déformation du trajet outil autour du cône de singularité [Affouard04] 57
Figure 42 : Modification du trajet afin d'éviter le voisinage du point de singularité [Tournier06] 57
Figure 43 : Méthode de reconstruction sur les consignes articulaires [Sorby06] 58
Figure 44 : Stratégie post-processeur de retrait de l'outil [Jung02] 59
Figure 45 : Génération du DOA à partir des contraintes d'angle 65
Figure 46 : DOA exprimé dans le repère pièce local et global 66
Figure 47 : Obtention du DOAP par projection dans (O, i, j) 66
Figure 48 : Algorithme de construction du DOA [Castagnetti08] 67
Figure 49 : Flux classique et avec optimisation de la CFAO 68
Figure 50 : Transformation du DOAP en DOAM dans le cas général 69
Figure 51 : Représentation de la transformation DOAP -> DOAM par projection sur la sphère TCI 71
Figure 52 : Transformation d'un secteur angulaire en une bande rectangulaire 72
Figure 53 : Transformation d'un polygone à 4 points quelconque approchant un secteur 73
Figure 54 : Vérification de la précision pour le DOAP et pour le DOAM 73
Figure 55 : Transformation d'un DOAP en forme de rectangle long 74
Figure 56 : Transformation d'un DOAP de petite taille 75
Figure 57 : Orientation de la machine dans les deux sous espaces de solution 76
Figure 58 : Cas des singularités : transformation dans les deux sous espaces 77
Figure 59 : Transformation du DOAP dans le cas d'une singularité 77
Figure 60 : Transformées de figures géométriques classiques 78

Figure 61 : Transformées de figures géométriques classiques avec le DOAM 4 points..... 78
Figure 62 : Transformation du DOAP avec des segments radiaux 79
Figure 63 : Points caractéristiques du DOA dans le repère machine 80
Figure 64 : Transformation des points caractéristiques pour definer le DOAM 81
Figure 65 : DAOP réellement admissible dans le cas d'une singularité 81
Figure 66 : Choix du décalage en fonction de la position du point initial..... 82
Figure 67 : Comparaison des modèles de 4 à 16 points sur un exemple..... 83
Figure 68 : Transformation du modèle à 16 points 84
Figure 69 : Représentation du DOA en chaque point pour l'optimisation..... 85
Figure 70 : Coordonnées vectorielles de l'axe outil dans les trois cas..... 88
Figure 71 : Consignes angulaires de l'axe outil dans les trois cas 89
Figure 72 : Trajet dans la FAO des deux derniers cas..... 89
Figure 73 : Lissage des deux axes de rotations [Castagnetti07]..... 91
Figure 74 : Lisser l'axe le moins dynamique [Castagnetti07]..... 92
Figure 75 : Position originale et calculée pour l'axe A [Castagnetti07] 92
Figure 76 : Géométrie d'une pièce d'essai 93
Figure 77 : Vitesses des axes rotatifs et erreurs sur la pièce après lissage..... 95
Figure 78 : Vitesses des axes rotatifs relevées sur la HURON KX15..... 96
Figure 79 : Erreur normale obtenue pour différents couples de valeurs 96
Figure 80 : Influence de la minimisation de la distance sur un trajet non contraint..... 99
Figure 81 : Consignes générées pour l'axe C avec différentes valeurs de Kc, Kd..... 100
Figure 82 : Ecriture des contraintes du modèle 4 points 102
Figure 83 : Définition de la distance du modèle 16 points..... 103
Figure 84 : Algorithme associé à la méthode des petites déformations 105
Figure 85 : Illustration de la méthode après 100 itérations. 106
Figure 86 : Evolution des consignes à différents niveaux du calcul 107
Figure 87 : Définition des points caractéristiques 109
Figure 88 : Méthodes d'interpolation envisagées..... 109
Figure 89 : interpolation Bspline 3D après déplacement des pôles..... 110
Figure 90 : Consignes obtenues avec les différentes méthodes..... 114
Figure 91 : Représentation des différents résultats dans le DOA 3D..... 116
Figure 92 : Consignes obtenues par les quatre méthodes..... 118
Figure 93 : Affichage du parcours d'usinage et des consignes 121
Figure 94 : Génération du DOA dans le repère machine et dans le repère pièce..... 122
Figure 95 : Optimisation avec affichage en temps réel et résultat dans le DOA..... 122

Figure 96 : Choix des méthodes d'optimisation et résultat de la méthode d'interpolation ... 123
Figure 97 : Evitement de forme par la méthode du DOA [Castagnetti08] 124
Figure 98 : Représentation des DOA 3D associés aux pièces S et P 124
Figure 99 : Trajets rapportés dans le repère pièce pour les deux tests 125
Figure 100 : Consignes des axes de rotation pour les deux trajets originaux et optimisés [Castagnetti08bis] 126
Figure 101 : Pièce F 128
Figure 102 : Pièce R 128
Figure 103 : Erreurs calculées entre les trajets initial et optimisé 129
Figure 104 : Consignes machines mesurées pour la pièce "S". 130
Figure 105 : Relevé de positions et vitesses pour les cinq trajets 132
Figure 106 : Trajets outil sur une pièce de type rouet 133
Figure 107 : Consignes d'orientation pour les 5 trajets originaux et optimisés 134
Figure 108 : Trajet outil rapporté dans le repère pièce 134
Figure 109 : Différence entre les modèles 4 et 16 points pour les grands DOA 135

Index des tableaux

Tableau 1 : Trois différents processus de fabrication 18
Tableau 2 : Transformation cinématique inverse [Tournier06] 25
Tableau 3 : Résultats de la première optimisation 94
Tableau 4 : Amélioration en vitesse pour certains couples. 96
Tableau 5 : Relevé des différentes consignes obtenues sur l'axe C 101
Tableau 6 : Relevé des différentes consignes obtenues sur l'axe A 101
Tableau 7 : Evaluation des critères de performance pour les différentes méthodes 115
Tableau 8 : Evaluation des critères de performance pour le deuxième cas 117
Tableau 9 : Temps d'usinage des différents trajets 127
Tableau 10 : Temps d'usinage des parcours pour la pièce F 129
Tableau 11 : Temps d'usinage des différents trajets 130
Tableau 12 : Valeurs de critères de distance sur l'axe A 131

Introduction

Le monde industriel en général et de la fabrication des machines outils en particulier a connu ces dernières années de nombreuses évolutions, liées à l'apparition de nouveaux besoins. En particulier, la qualité attendue et la complexité des pièces croient. En parallèle, le monde de consommation tel que nous le voyons aujourd'hui impose des coûts de production réduits. Ces deux grands facteurs sont à l'origine de l'utilisation de l'usinage multi-axes et de la progression de l'Usinage Grande Vitesse.

Initialement, l'usinage multi-axes permet de diminuer le nombre de posages sur les pièces comprenant de multiples usinages. L'élimination des changements de montage d'usinage a permis une réduction majeure des coûts et du temps de production. De plus, les erreurs et dispersions induites par le changement de posage sont aussi diminuées et la qualité améliorée. Le triptyque coût - qualité- délai progresse ainsi dans sa globalité.

Outre l'utilisation du multi-axes en « 5 axes positionnés », l'usinage en 5 axes continus a permis l'usinage de surfaces gauches pour les pièces de type turbines par exemple. L'orientation continue de l'axe de l'outil par rapport à la surface et à l'environnement d'usinage permet d'usiner des formes beaucoup plus complexes et donc de produire des pièces répondant mieux au cahier des charges fonctionnelles.

De plus, la technologie des machines s'est aussi fortement améliorée, en particulier au niveau de la commande numérique et des axes d'entraînement. Les axes de translation et de rotation sont beaucoup plus dynamiques notamment avec l'utilisation des moteurs couples. Les outils coupants ayant suivi la même dynamique, l'UGV a connu une forte évolution, permettant de diminuer les temps de production de façon radicale.

Ainsi l'industrie présente un large éventail de machines qu'elles soient flexibles ou spécifiques, de petites ou grandes dimensions, UGV ou non, à 3 axes, 5 axes ou plus. Cependant, si les moyens de production ont évolué, les méthodes de fabrication et le processus de programmation évoluent moins rapidement au niveau industriel. En particulier, la programmation est souvent abordée dans un environnement de FAO, sans que les caractéristiques cinématiques de la machine soient prises en compte. Les stratégies d'usinage

ont peu évolué, seules quelques spécificités ont été ajoutées pour l'UGV pour améliorer la vitesse de parcours et contrôler l'engagement de la fraise. De même, en usinage à 5 axes, l'orientation de l'axe de l'outil par rapport à la pièce est seulement calculée dans un souci de précision ou de contrôle de qualité sans tenir compte du comportement cinématique de la machine qui ne peut atteindre la vitesse programmée. En effet, les outils de FAO actuels sont basés sur une modélisation géométrique et une résolution algorithmique du problème de calcul des trajectoires d'usinage, qui permet à la fois un calcul rapide, robuste et précis, sans pour autant optimiser la vitesse de parcours. Ainsi, pour le monde industriel, la recherche de gains de performances passe par le seul développement technologique des machines. Cependant, renouveler un parc machine coûte cher, alors qu'il est plus aisé de faire évoluer les méthodes de fabrication.

Scientifiquement, de nombreux travaux de recherche se sont intéressés à l'amélioration des performances des machines par la modification des stratégies ou des trajets d'usinage. Souvent les travaux concernent une stratégie d'usinage particulière, adaptée à un cas type de pièce (usinage de poches, usinage par le flanc, etc.). Nos travaux vont dans ce sens tout en étant plus généraux. Ils ont pour objectif d'améliorer le comportement des machines outils multi-axes à grande vitesse par la modification des trajectoires sous contrôle de la qualité des pièces. Ainsi les critères industriels coût – qualité – délai sont toujours pris en compte. Nous souhaitons en particulier agir sur l'amplitude des mouvements des axes de rotation soit sur l'orientation de l'axe outil qui est un facteur important de ralentissement de la trajectoire.

Ainsi le but de cette thèse est de proposer une méthode permettant l'optimisation ou la génération de trajets outils améliorant le comportement cinématique de machines à 5 axes, en considérant que le respect des exigences géométriques doit être complètement intégré à la méthode afin d'assurer la qualité des pièces produites.

Afin de présenter cette méthode, nous allons étudier la problématique générale de l'usinage 5 axes. Le chapitre 2 s'intéresse aux travaux de la communauté scientifique concernant les améliorations de la performance des machines. Ceux-ci peuvent passer par la modification des trajets que ce soit sur la position ou l'orientation de l'outil ou bien grâce à d'autres moyens tels que le format d'interpolation des trajectoires. La conclusion de ce chapitre nous permet de préciser notre problématique scientifique.

L'aspect contrôle de la qualité étant très important dans ces travaux, le chapitre 3 s'intéresse à la définition d'un modèle de contraintes géométriques permettant d'utiliser au

mieux l'espace d'orientation de l'outil, lors du lissage des trajectoires. Ce concept appelé Domaine d'Orientation Admissible est une méthode originale permettant d'exprimer les contraintes dans les deux repères d'expression de la trajectoire : le repère pièce et le repère machine.

Le chapitre 4 tend à présenter des méthodes d'optimisation des trajets utilisant ce concept. L'objectif premier de ces méthodes est une réduction du temps d'usinage. En effet, si le comportement cinématique est amélioré, le premier effet visible est l'augmentation de la vitesse d'avance effective de l'outil et donc la réduction du temps d'usinage. La vitesse de parcours de la trajectoire est directement associée à la géométrie de celle-ci : sa longueur, l'évolution de sa courbure et son interprétation par le directeur de commande numérique. Plusieurs méthodes de lissage sont donc présentées et confrontées selon des critères de performance.

Le chapitre 5 s'intéresse alors à l'expérimentation sur machine des méthodes les plus pertinentes, et notamment de l'optimisation sous contraintes. Différents cas de test permettent d'en évaluer la performance. Les résultats sont analysés afin de critiquer la méthode et d'en quantifier les avantages.

Une conclusion générale dresse le bilan de ces travaux et propose plusieurs perspectives de recherche.

Chapitre 1 : Problématiques actuelles de l'usinage à 5 axes

1. Définition de l'usinage à 5 axes

L'usinage à 5 axes est un cas particulier de l'usinage sur machine outil à commande numérique. Il introduit une problématique particulièrement complexe, qui a été la source de nombreux travaux de recherche ([Duc07], [Hascoet98])

L'usinage à 5 axes permet d'orienter l'axe de l'outil par rapport à la pièce, dans le but :

- d'atteindre des surfaces inaccessibles ou d'éviter des collisions entre l'outil, le porte outil et la broche d'une part et la pièce et le montage d'usinage d'autre part ; cela concerne par exemple l'usinage des turbines ou des rouets ([Lee07], [You97]);
- de changer d'outil pour augmenter la productivité ; le remplacement d'un outil hémisphérique par un outil torique ou cylindrique permet de réduire le nombre de passes ; cela concerne l'usinage des ailes, des pales, des matrices d'emboutissage ou l'usinage des poches de pièces de structures aéronautiques [Hosseinkhani07];
- d'orienter la partie active de l'outil par rapport au point de contact avec la surface à usiner de manière à contrôler la vitesse de coupe ou l'usure de l'arête de l'outil ; cela peut être utile pour usiner certains matériaux difficiles.

Pour orienter l'outil par rapport à la pièce, il est donc nécessaire d'équiper les machines d'usinage de deux axes de rotation supplémentaires ; la troisième rotation, rotation propre de l'outil, étant induite par la rotation de la broche. On considère ainsi que l'usinage est effectué en 5 axes positionnés quand les axes de rotation restent fixes pendant l'opération d'usinage et en 5 axes continus quand ils évoluent tout au long de la trajectoire.

L'orientation de l'outil par rapport à la pièce offre une plus grande accessibilité à l'outil. Mais elle induit aussi des contraintes qui peuvent réduire le domaine d'application de l'usinage à 5 axes. En effet, contrairement à l'usinage à 3 axes, il n'existe pas une exacte identité entre l'espace de la tâche qui définit l'espace dans lequel l'outil se déplace et l'espace articulaire qui définit l'espace dans lequel les axes de la machine se déplacent [Merlet97].

Cette caractéristique peut alors poser des problèmes tout au long du processus de fabrication, du choix de la machine à sa mise en œuvre, via la programmation.

Le procédé d'usinage à 5 axes comprend quatre activités principales : La première concerne la conception de la pièce à fabriquer (étape 1). Elle est généralement réalisée sur un logiciel de CAO afin de respecter les contraintes de conception.

La seconde activité concerne le calcul du trajet outil (étape 2). Il est construit en fonction de la stratégie d'usinage choisie, qui définit les caractéristiques géométriques nécessaires pour réaliser les surfaces. Des paramètres comme le choix de la machine outil, le nombre d'axes, le type d'usinage : usinage en bout ou par le flanc et le niveau de qualité attendu sont choisis en plus de la géométrie de la pièce et de l'outil [Bernard03]. Le trajet outil calculé tient aussi compte du format d'interpolation afin de pouvoir être interprété par la commande numérique.

La troisième activité est la traduction par le post processeur du programme APT (norme ISO 3592) en un programme ISO (norme ISO 6983), afin de pouvoir être lu et compris par la commande numérique. Elle concerne aussi le calcul des consignes articulaires par application de la transformation cinématique inverse (Définie au paragraphe 3.1). Cette étape peut être scindée en deux activités : le calcul des consignes des axes de rotation (étape 3a) et le calcul des consignes des axes de translation (étape 3b).

La dernière activité concerne la réalisation de la pièce sur la machine par le mouvement généré de l'outil (étape 4). La commande numérique contrôle la machine, en particulier la lecture du programme, le calcul en temps réel des positions à atteindre et les consignes de vitesse pour chaque axe motorisé de la structure.

	Processus 1	**Processus 2**	**Processus 3**
Etape 1	CAO	CAO	CAO
Etape 2	FAO	FAO	FAO
Etape 3a	Post-processeur	Post-processeur	CN
Etape 3b	Post-processeur	CN	CN
Etape 4	CN	CN	CN

Tableau 1 : Trois différents processus de fabrication

La transformation cinématique inverse peut être effectuée par un post-processeur ou par la commande numérique, suivant le niveau de performance de la commande numérique. Le tableau précédent présente les différentes solutions possibles.

Trois processus sont envisageables pour le calcul de chaque étape. Les commandes numériques actuelles ont les ressources pour calculer la transformation cinématique inverse en temps réel. Dans ce cas, l'ajout d'un post-processeur dans la chaîne peut être perturbant, puisqu'il conduit ses propres calculs géométriques. Par contre, son utilisation permet d'enrichir la stratégie de choix des solutions de la transformation cinématique inverse. Actuellement, il semble que le processus 2 soit le plus performant.

La chaîne numérique joue aussi un rôle fondamental dans la précision des usinages, car elle inclut la transformation cinématique inverse. Quelle que soit la solution retenue, il est nécessaire de procéder à une identification très précise de la position des axes de rotation sur la machine outil pour renseigner soit les paramètres du post-processeur, soit les registres de la commande numérique. Comme le nombre d'axes est plus important, il n'est pas toujours simple d'associer un défaut sur la pièce à une erreur de réglage ou d'identification. De plus, comme les machines évoluent géométriquement dans le temps, il convient de procéder à une ré-identification périodique.

Il est important de constater que ce processus est complètement dédié au contrôle des erreurs entre l'outil et la surface à usiner d'une part et entre l'enveloppe du trajet et la surface à usiner d'autre part, pour garantir le respect des tolérances attendues sur la pièce fabriquée. En effet, même si le trajet outil produit des ralentissements de la machine pendant l'usinage, la précision est privilégiée par rapport au comportement cinématique de la machine. Autrement dit, la qualité prime sur la productivité. Généralement, un gain de productivité implique une baisse de la qualité.

2. Machines d'usinage à 5 axes

2.1. Typologie

D'un point de vue cinématique, Bohez présente une étude des structures des machines outil 5 axes [Bohez02]. Trois types de machines outil sont généralement utilisées, suivant l'architecture et la position relative des axes de translation (T) et des axes de rotation (R) (Figure 1) :

- cas 1) Machine outil de type RRTTT. Les axes de rotation orientent la pièce dans l'espace articulaire.
- cas 2) Machine outil de type TTTRR. Les axes de rotation orientent l'axe de l'outil dans l'espace articulaire.
- cas 3) Machine outil de type RTTTR. Les axes de rotation orientent l'axe de l'outil et la pièce dans l'espace articulaire.

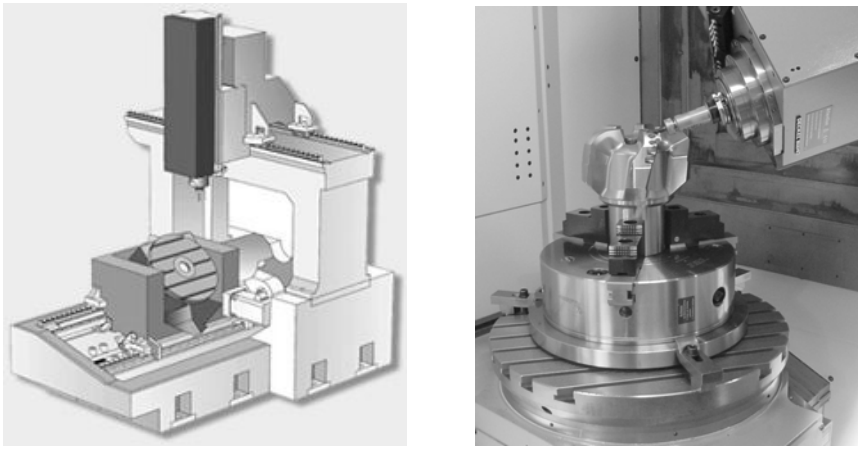


Figure 1 : Exemple de machines de type RRTTT et de type RTTTR

Généralement, le choix entre ces architectures est surtout lié à un problème de masses embarquées et de tailles des pièces. Pour des raisons d'inertie, on cherche à minimiser les masses embarquées ou à déplacer des masses constantes de manière à ne pas perturber le comportement des asservissements. Ainsi, les usinages de grandes pièces sont plutôt réalisés sur des machines de type TTTRR, alors que les pièces médicales et les petits moules sont réalisés sur des machines de type RRTTT. Mais le choix du type de machine n'est pas anodin, car il induit des contraintes importantes sur l'espace de travail et sur la programmation des axes.

Au niveau de l'architecture, une machine à 5 axes repose déjà sur une architecture de machines à 3 axes, pour laquelle les axes X, Y, Z sont définis conformément à la norme NF ISO 841. En particulier, l'axe Z désigne l'axe de la broche, orienté dans une position de référence. Pour orienter l'axe de l'outil dans l'espace de travail, on utilise dans la majorité des cas des structures de type ACZYX / BCZYX dans le cas 1) ou XYZCA / XYZCB dans le cas 2) et CXYZB / CXYZA / AXYZB dans le cas 3). Ainsi, l'orientation est souvent réalisée par un axe dit d'inclinaison (axe A ou B autour de X ou de Y) et par un axe dit de pivotement

(axe C autour de Z). Il est mécaniquement plus simple de construire une tête de type AC avec une rotation autour de l'axe Z de la broche plutôt qu'une tête de type AB.

De plus, la solution AC offre une plus grande plage d'orientation que la solution AB. La Figure 2 représente l'orientation d'un outil et les composantes i, j et k du vecteur directeur de l'axe exprimé dans le repère de programmation. Pour orienter l'axe de l'outil, l'axe C tourne autour de Z pour amener l'axe de rotation A perpendiculaire au plan contenant l'axe Z et l'axe outil recherché. Puis l'axe A incline l'outil pour atteindre la position recherchée.

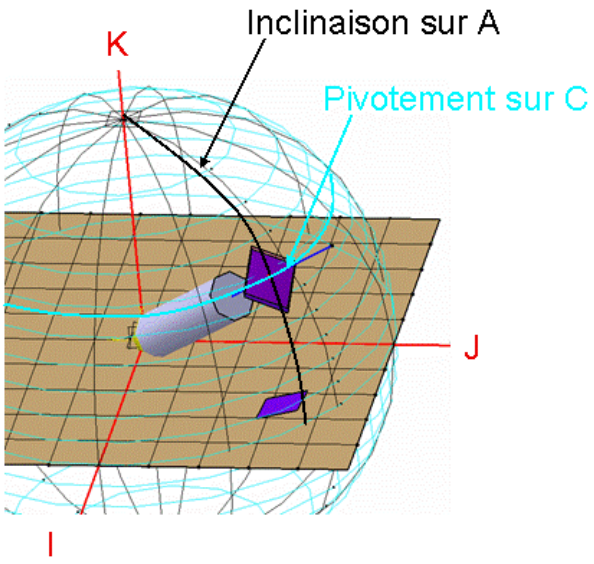


Figure 2 : Orientation d'un outil

Ces axes de rotation sont eux aussi sources de problèmes, les paragraphes suivants s'attachent à présenter les problématiques qui leur sont liées.

2.2. Aspects technologiques

Dans un premier temps, une machine à 5 axes est conçue de manière identique à une machine à 3 axes. Il s'agit ainsi d'un ensemble d'axes de déplacement, comprenant une motorisation, une transmission de mouvement et un système de mesure, qui sont fixés sur un bâti. En UGV, l'augmentation des accélérations et des vitesses d'avance induit une augmentation des efforts d'inertie. Ainsi, le bâti est dimensionné à la fois pour résister à ces efforts et accroitre le plus possible la fréquence propre de vibration de la structure [Bouzgarrou01]. Suivant la taille de la machine et la dynamique attendue, les axes de translation sont construits soit à partir de vis à bille soit directement avec des moteurs linéaires.

Les axes de rotation sont ajoutés à la structure. Ils comportent aussi une motorisation, une transmission de mouvement pouvant être un système roue et vis sans fin et un système de mesure. Suivant la structure de la machine, ils doivent mettre en mouvement des masses plus ou moins importantes, ce qui peut les rendre peu rapides.

Pour améliorer la précision et la rapidité des axes de rotation, l'évolution a consisté à éliminer les systèmes de transmission de mouvement pour obtenir des entraînements directs. Ces entrainements suppriment ainsi des liaisons superflues et ce sont des codeurs qui font une mesure directe des mouvements. De même, l'utilisation de moteurs couple permet enfin de construire de nouveaux axes de rotation possédant de meilleures caractéristiques d'accélération et de jerk. De tels axes motorisés peuvent suivre plus facilement les axes de translation. La vitesse d'avance relative de l'outil par rapport à la pièce est plus grande. L'influence des ralentissements est réduite, du fait d'une plus grande accélération. Il est alors possible de produire un mouvement relatif de l'outil par rapport à la pièce ayant une vitesse supérieure à 5 m /min en 5 axes continus UGV.

2.3. Courses et espace de travail

L'étude des machines à 5 axes continus montre que l'analyse des courses utiles et la définition de l'espace de travail est nettement moins triviale que pour les machines à 3 axes. La première considération concerne les courses des axes de rotation. L'axe d'inclinaison de la pièce (A ou B) joue directement sur l'accessibilité des surfaces. Plus l'amplitude est importante et plus le nombre de surfaces accessibles est grand. Ainsi une valeur minimale de l'axe A inférieure à -120° permet d'orienter l'axe de l'outil de 30° au dessous du plan de la table de la machine, pour usiner des surfaces en contre-dépouille, par exemple. Il est donc évident qu'une grande course d'orientation permet d'usiner une plus grande variété de pièces. Généralement, dans le cas des machines TTTRR, l'angle A ou B varie de -180/-190° à +180/+190°.Pour les machines RRTTT, il varie de +20/+30° à -100/-130°. Ainsi, il faut remarquer qu'une même pièce n'est pas forcément usinable sur les deux typologies de machine.

Mais les courses des axes de translation peuvent aussi poser des difficultés lors de la mise en fabrication d'une pièce. Du fait des distances entre les axes de rotation ou de la longueur de la jauge de l'outil, le changement d'orientation de l'outil par rapport à la pièce engendre des mouvements de correction sur les axes de translation qui réduisent la course utile de chaque axe de translation.

La Figure 3 illustre ce fait pour une machine à 5 axes sur tête. Pour pouvoir accéder aux surfaces latérales, la course de l'axe Y doit tenir compte de la distance entre la pointe outil et l'axe de rotation. Le rapport entre la longueur de la pièce et la course de l'axe Y est donc nettement réduit par rapport à celui obtenu en usinage à 3 axes.

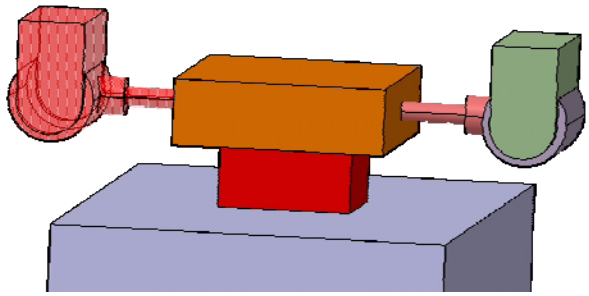


Figure 3 : Réduction de l'espace de travail, cas des machines à tête orientable

Par conséquent, pour valider l'adaptation d'une machine à l'usinage d'une pièce, il est fondamental de prendre en compte le posage de la pièce et la géométrie de la machine. La Figure 4 illustre le type de problèmes rencontrés. Considérons l'usinage de la pièce orange posée sur la table de la machine. Si on cherche à usiner la surface latérale de la pièce, il faut incliner la pièce et la descente de l'outil peut induire une collision entre la table et le nez de broche. Il est alors nécessaire de décaler la pièce par rapport à la table en utilisant une rehausse. Celle-ci induit alors un déplacement de la pièce selon l'axe Y. Une hauteur de rehausse trop importante repousse la broche en Y- jusqu'à atteindre la limite de course.

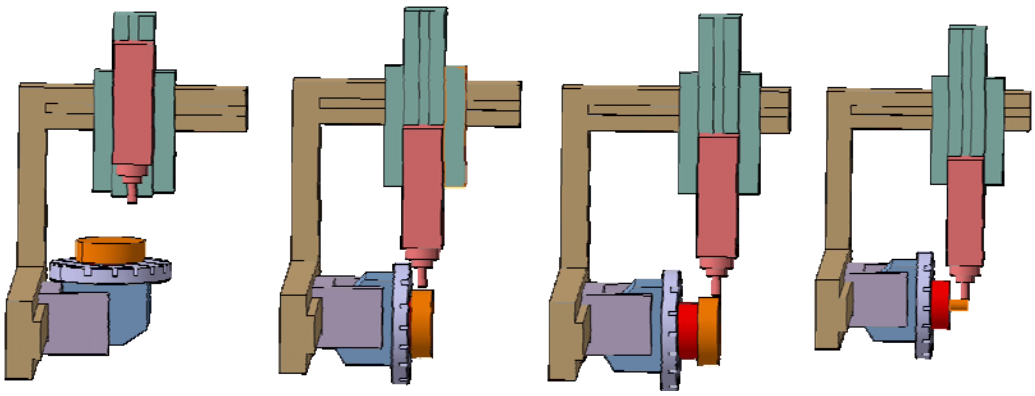


Figure 4 : Réduction de l'espace de travail

De même cette rehausse peut repousser la broche à la limite de course en Z+, lorsque la table pivote à l'horizontal. La figure montre aussi que la course limite Z- peut être atteinte si le diamètre de la pièce est faible. Ainsi, la configuration peut imposer d'utiliser des outils de

grande longueur. Dans le cas traité, le diamètre trop important de la table est un inconvénient et non un avantage comme en usinage à 3 axes.

En conclusion, structurellement, les machines à 5 axes offrent une plus grande plage d'utilisation que les machines à 3 axes, mais cela ne se traduit pas par le fait que toute pièce est fabricable sur une machine à 5 axes. Contrairement à l'usinage à 3 axes, l'adaptation de la machine à la pièce n'est pas uniquement liée aux courses maximales. L'étude précise du posage de la pièce et de l'orientation de l'outil par rapport à la pièce durant l'usinage est plus conséquente qu'en usinage à 3 axes. De plus, cette étude est cruciale pour le choix de la machine. Cette problématique est un frein au développement des machines à 5 axes car elle peut induire un risque économique et impose une préparation de la fabrication beaucoup plus fine qu'en usinage à 3 axes.

3. Comportement cinématique des machines à 5 axes

Le comportement cinématique de la machine outil joue un rôle prépondérant en usinage à 5 axes continus. Il n'est pas aussi facilement modélisable que celui d'une machine à 3 axes. Pour cette dernière, la consigne de vitesse de chaque axe est obtenue par projection de la vitesse d'avance programmée sur chacun des axes. Les trois axes présentent un comportement similaire en termes de vitesse, accélération et jerk. Par contre, en usinage à 5 axes, l'orientation de l'outil relativement à la pièce produit des mouvements des axes rotatifs et des mouvements de correction des axes de translation, afin de contrôler la position relative du point piloté de l'outil par rapport à la pièce.

La différence de performance entre les axes de translation et de rotation est problématique pour le calcul des lois de vitesse de chaque axe. La commande numérique pilote un mouvement synchronisé de tous les axes, bien que les caractéristiques individuelles d'accélération et de jerk soient différentes. En effet, tous les axes doivent partir et arriver au même instant, même si les accélérations sont différentes. Par conséquent, l'axe le moins dynamique ralentit les autres et donc le mouvement global. Cet axe (de rotation ou de translation) est qualifié de menant, car il atteint ses performances maximales en jerk, accélération ou vitesse sur une portion de trajectoire. Un axe de rotation peut être menant si sa performance est faible, un axe de translation peut être menant si le mouvement de correction est de trop grande amplitude. L'axe menant ralentit donc l'usinage et ne permet pas de respecter l'avance à la dent programmée. Il est donc nécessaire de lisser le mouvement des axes pour réduire la sollicitation de l'axe menant, c'est-à-dire les variations de jerk ou

d'accélération. Réduire la longueur du trajet parcouru par l'axe menant est un aussi un facteur de gain.

3.1. Transformation cinématique inverse

Le comportement spécifique de l'usinage à 5 axes peut être mieux compris en étudiant la transformation cinématique inverse utilisée pour le calcul des coordonnées à 5 axes : X, Y, Z, A et C [Affouard04]. Celles-ci sont exprimées dans l'espace machine à partir des coordonnées du point piloté de l'outil (x, y, z) et de l'axe de l'outil (i, j, k) exprimées dans le repère pièce. Par exemple, Affouard et Lavernhe présentent la transformation cinématique inverse pour une machine RRTTT (CAXYZ) ([Affouard04bis], [Lavernhe06]).

<table>
<tr><th></th><th>i < 0</th><th>i = 0</th><th>i > 0</th></tr>
<tr><td rowspan="2">j < 0</td><td colspan="3">$A_1 = \text{acos}(k)$ $C_1 = -\text{atan}(i/j)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$A_2 = -\text{acos}(k)$ $C_2 = -\text{atan}(i/j) + \pi$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">j = 0</td><td>$A_1 = \text{acos}(k)$ $C_1 = -\pi/2$</td><td rowspan="2">A = 0
C non défini</td><td>$A_1 = \text{acos}(k)$ $C_1 = \pi/2$</td></tr>
<tr><td>$A_2 = \text{acos}(k)$ $C_2 = \pi/2$</td><td>$A_2 = \text{acos}(k)$ $C_2 = -\pi/2$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">j > 0</td><td colspan="3">$A_1 = \text{acos}(k)$ $C_1 = -\text{atan}(i/j) + \pi$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$A_2 = -\text{acos}(k)$ $C_2 = -\text{atan}(i/j)$</td></tr>
</table>

Solution: Espace 1 : A > 0 Espace 2 : A < 0

Tableau 2 : Transformation cinématique inverse [Tournier06]

Dans une première étape, les axes A et C sont calculés à partir des valeurs de i, j et k. Puis les coordonnées X, Y et Z sont calculées en fonction de x, y, z, A et C et des paramètres géométriques de la machine, de manière à corriger la position de l'outil par rapport à la surface.

L'étude des équations proposées amène plusieurs remarques. La première concerne la précision d'identification des paramètres géométriques de la machine, c'est à dire la position mesurée des axes de rotation dans le repère de la machine. Si ces positions ne sont pas précisément identifiées, alors la commande numérique calcule des mouvements de correction des axes de translation incorrects, qui engendrent une interférence entre l'outil et la pièce et donc des marques. L'identification des paramètres est effectuée dans le cadre de la métrologie de la machine par le constructeur de celle-ci.

La deuxième remarque concerne le concept d'interpolation linéaire. Au vu des équations précédentes, on ne peut pas effectuer un trajet linéaire à la fois pour le déplacement de l'outil par rapport à la pièce et à la fois pour le déplacement de l'outil par rapport à la machine, lors d'un changement d'orientation de l'axe de l'outil (Figure 5). Pour produire un mouvement linéaire de l'outil par rapport à la pièce dans le repère machine, il est nécessaire de subdiviser le mouvement et d'appliquer la transformation cinématique inverse en chaque point.

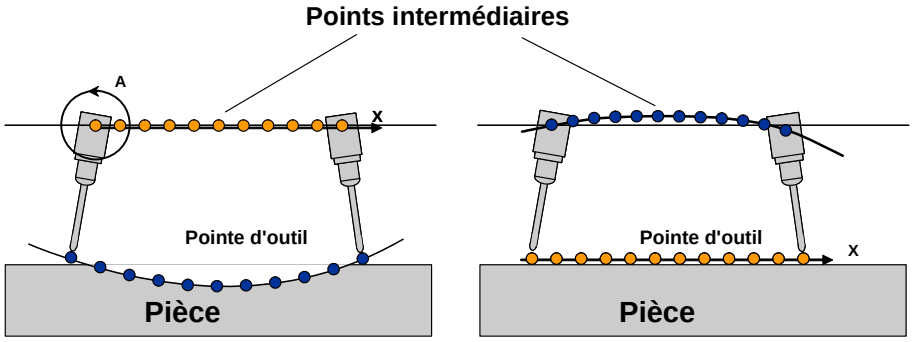


Figure 5 : Déplacement linéaire dans le repère machine / dans le repère pièce [illustration Siemens]

La subdivision de ces mouvements permet en outre de respecter une tolérance de linéarisation du trajet, caractérisant la précision de l'usinage. La Figure 6 montre qu'un trajet linéaire dans le repère de la pièce présente une géométrie complexe dans le repère de la machine. Les mouvements et les vitesses des axes de translation sont donc plus complexes à calculer et à contrôler.

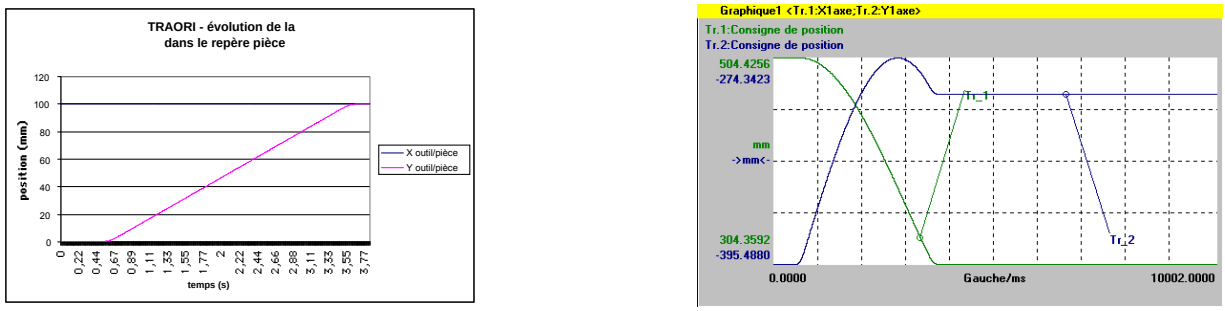


Figure 6 : Expression d'un trajet linéaire dans le repère pièce et transformation dans le repère machine

La troisième remarque concerne les problèmes mathématiques associés. En effet, le Tableau 2 montre qu'il y a d'une part deux domaines de solution et d'autre part un cas non défini appelé point de singularité. Ces points engendrent des discontinuités géométriques sur les consignes mettant en défaut le comportement cinématique de la machine. Les paragraphes suivants s'intéressent à ces deux problématiques.

3.2. Espaces de solution

Selon les courses des axes de rotation, il existe plusieurs solutions (A,C) pour orienter l'axe de l'outil par rapport à la pièce, d'une part car les fonctions trigonométriques sont périodiques et d'autre part car deux configurations des axes de rotation peuvent aboutir à la même orientation de l'outil par rapport à la pièce.

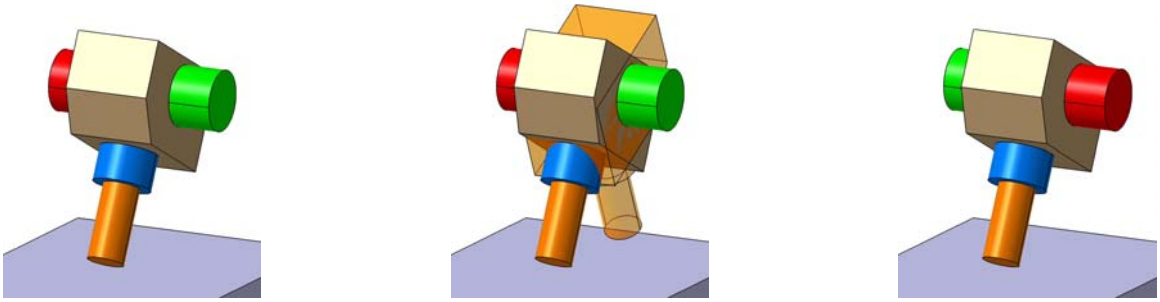


Figure 7 : Plusieurs configurations d'axes possibles pour une même orientation de l'outil par rapport à la pièce

Il existe donc deux espaces de solution, un pour l'axe A positif et un pour l'axe A négatif. Soit un axe machine A ayant des courses du type [-120° ; 30°], l'espace de travail peut être partagé en deux portions. Sur la portion [-30° ; 30°], il existe au moins deux solutions d'orientation A et de pivotement C qui permettent d'orienter l'outil par rapport à la pièce : (A1, C1) et (-A1, C1+180°), comme le montre la Figure 7. Le calcul du trajet peut donc choisir la solution qui minimise par exemple le déplacement de l'axe C, pour réduire le temps d'usinage et éviter des marques sur la pièce.

Par contre, sur la portion [-120° ; -30°], il n'existe qu'une solution. Ainsi, dans le cours du mouvement l'orientation de l'outil peut passer de +30° à -31° avec une rotation de 180° du plateau. Ce mouvement engendre une perte de temps significative et peut marquer la pièce, suivant le point piloté de l'outil et si l'identification des paramètres géométriques de la machine n'est pas très précise. Ce phénomène peut rendre la machine inutilisable pour un usinage donné.

En ce qui concerne l'axe de pivotement C, le problème est différent suivant si l'axe peut tourner infiniment ou non. Généralement, lorsque le pivotement est situé sur la tête, la course de l'axe est limitée à environ [-190° ; 190°]. Ainsi, dans le cours du mouvement, il se peut que l'axe atteigne une limite articulaire et doive effectuer quasiment un tour complet pour reprendre le mouvement. Sans détection préalable, ce mouvement peut engendrer des marques

sur la pièce. Le trajet doit donc être adapté pour provoquer un dégagement de l'outil, avant la rotation.

Ces équations sont donc sources de phénomènes à prendre en compte lors du choix de solutions afin d'éviter un mauvais comportement de la machine. Il reste toutefois un phénomène plus difficile à résoudre et nécessitant souvent des algorithmes supplémentaires. Cette dernière remarque porte sur le cas des singularités géométriques qui interviennent dans le calcul de la consigne de l'axe C. Ces singularités peuvent générer des mouvements perturbants expliqués au paragraphe suivant.

3.3. Singularité géométrique

3.3.1. Définition

Les équations du Tableau 2 montre que le calcul aboutit à une indéterminée lorsque i=0 et j=0, c'est-à-dire lorsque l'axe de l'outil est parallèle à l'axe de rotation de broche et donc à l'axe de rotation de C. Cette position est une singularité géométrique et il existe une infinité de positions de C permettant de l'atteindre, puisqu'il suffit que A=0 ou B=0 ([Affouard04bis], [Tournier06]).

3.3.2. Anticipation des mouvements

Au niveau du post-processeur, cette infinité de solutions pour l'axe C provoque des discontinuités géométriques. En effet, si les premiers points d'un trajet ont un axe outil vertical par rapport au repère pièce, c'est-à-dire parallèle à l'axe Z, alors tous ces points présentent une singularité. Le post-processeur, ayant une infinité de choix, prend généralement la dernière valeur connue de la position de l'axe C. Il s'agit soit d'une valeur quelconque provenant de l'opération précédente soit de la valeur C=0 si l'usinage débute.

La discontinuité apparait alors au premier point ayant un axe outil non parallèle à l'axe Z, sur l'axe C. En effet, comme le montre le schéma d'orientation de la Figure 2, alors que l'axe A représente l'inclinaison de l'outil par rapport à la verticale, c'est la direction dans laquelle l'outil s'incline qui engendre la position de l'axe C. Ce phénomène est difficilement identifiable dans le repère pièce, puisqu'il y a une continuité dans l'orientation des axes outils.

La Figure 8 illustre ce problème. Le premier point différent de l'axe Z (point ①) donne donc un petit déplacement sur l'axe A mais peut provoquer un grand déplacement sur l'axe C dont la valeur dépend de l'orientation du trajet par rapport au trièdre d'usinage.

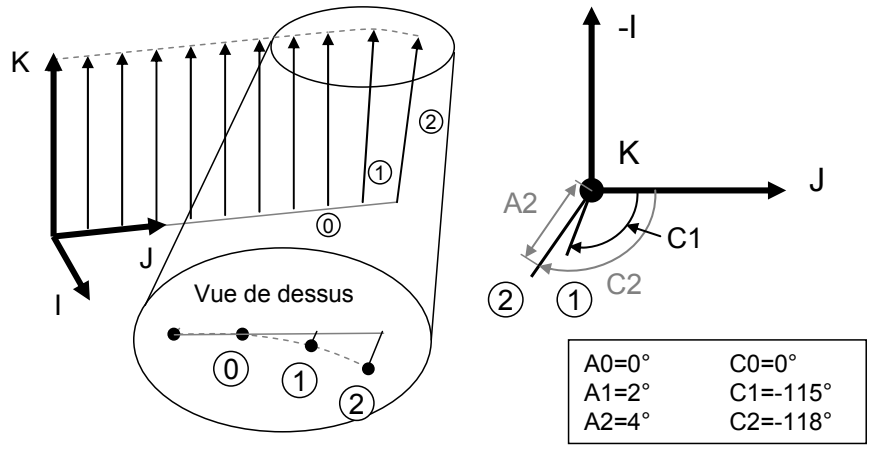


Figure 8 : Discontinuité géométrique au premier point du trajet 5 axes

Dans cet exemple, quelques points présentent un axe outil vertical. Pour éviter ce problème, une première solution consiste à anticiper le point 1 et à donner à tous les points précédents un angle C de -115°. Ainsi, le mouvement de grande amplitude de l'axe C apparait juste avant le début de l'opération lors du positionnement hors matière. Une deuxième solution consiste à répartir la variation de l'axe C sur les points précédents, pour réduire l'amplitude du mouvement de l'axe. De plus, ces points sont généralement des points d'approche qui sont calculés hors matière. Cette deuxième possibilité n'est valable que si le nombre de points d'approche est élevé.

Ce problème d'anticipation peut aussi exister au milieu du trajet pour les machines à rotation sur tête par exemple. Si plusieurs points ont un axe outil parallèle à Z avant un changement d'orientation de la tête, ceux-ci peuvent être utilisés pour anticiper le changement de rotation sur l'axe de rotation C.

Ce besoin d'anticipation n'a pas son équivalent en fin d'usinage. En effet, à la fin d'une opération pendant la stratégie de retrait par exemple, le post processeur reprend généralement la dernière valeur de l'axe C pour les points de singularités afin d'éviter les mouvements perturbants que générerait une coordonnée nulle.

3.3.3. Génération de mouvements perturbants

Les singularités géométriques présentent un autre inconvénient pendant l'usinage. Autant il est simple de détecter le cas i=0, j=0, k=1, autant il est plus complexe de traiter le cas quand i et j sont très petits mais non nuls. En effet, selon la précision de lecture du programme et de calcul de la chaîne numérique, les composantes i et j sont calculées à 1^{e-6} près. Dans ce cas, le problème peut engendrer des mouvements désordonnés de l'axe C qui risquent de marquer les

pièces et augmenter le temps d'usinage. Ceci est toujours dû au calcul de la consigne de l'axe C. Celui-ci représentant la direction d'inclinaison de l'outil, si l'axe outil n'est pas parfaitement vertical, mais orienté de quelques millièmes de degré, c'est la direction de l'orientation qui donne la valeur de l'axe C. La Figure 9 illustre le cas d'un tel point qui est proche du point non défini (I=0, J=0) mais pas confondu avec lui. Comme le montre les droites iso-valeurs représentant l'axe C, ce point générera un mouvement perturbant, la position sur l'axe C étant d'approximativement 50°.

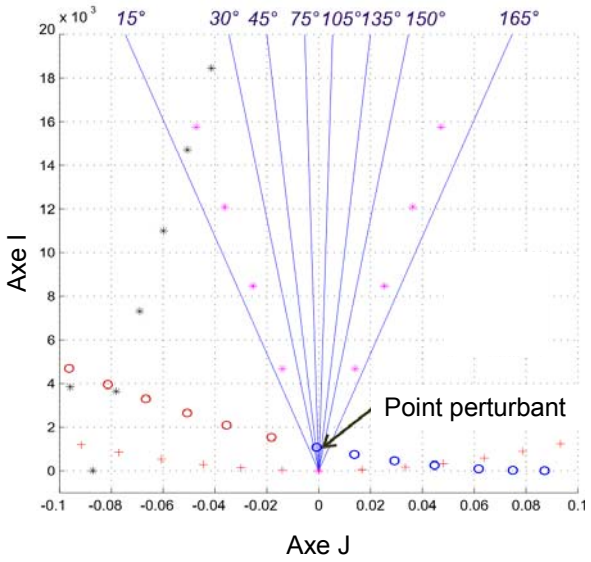


Figure 9 : Génération d'un point perturbant près d'une singularité [Tournier06]

Cette consigne de position peut donc prendre n'importe quelle valeur comprise entre 0° et 180° dans le cas général. Le problème est donc basé sur le même phénomène que pour l'anticipation mais n'a pas systématiquement lieu. Si le passage des j positifs vers les j négatifs se fait en passant par l'origine du repère, les axes outils sont bien répartis et le phénomène n'est pas présent. C'est donc l'évolution de l'orientation qui est déterminante.

Les singularités géométriques sont donc problématiques pour le post processeur et donc pour l'usinage, qu'elles soient situées en début ou au milieu de l'usinage. Elles sont à l'origine de plusieurs travaux de recherche présentés au chapitre 2.

4. Mise en œuvre des machines d'usinage à 5 axes

4.1. Programmation & FAO

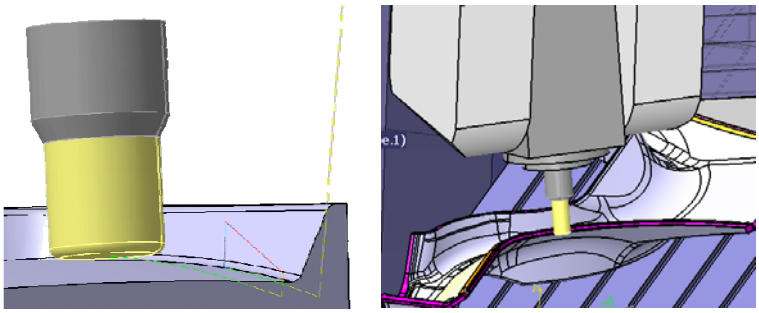


Figure 10 : Usinage en bout, usinage sur le flanc

La programmation d'usinage à 5 axes est beaucoup moins simple que pour l'usinage à 3 axes. Outre les problèmes d'ergonomie, l'usinage à 5 axes pose deux problèmes fondamentaux supplémentaires :

- le calcul de la position d'un outil en 5 axes est mathématiquement plus complexe qu'en usinage à 3 axes. En particulier, la précision de calcul de l'orientation de l'outil est à la fois une exigence mais aussi une difficulté importante comme nous l'avons vu précédemment;
- l'adéquation entre le trajet calculé et la machine est un facteur clé dans la performance du processus. Le directeur de commande numérique est moins apte à lisser la trajectoire. Le trajet est directement perturbant pour la machine.

Le calcul du trajet en usinage à 5 axes a pour but de calculer un enchainement de positions du point piloté et d'axes de l'outil, tangent à la surface à usiner selon la stratégie choisie [Choi98]. Par rapport à l'usinage à 3 axes, le calcul est plus complexe car le calcul de l'orientation de l'axe de l'outil est souvent lié au calcul de la normale à la surface. Or il n'est pas simple d'acquérir mathématiquement la normale sur une surface en tout point. Notamment, le calcul peut être impossible sur les arêtes qui sont des points de discontinuité en tangence. De même, l'utilisation d'une surface maillée par des facettes triangulaires n'est pas recommandée, car la normale évolue abruptement d'une facette à l'autre.

Un autre problème se situe au niveau du contournement des surfaces. En usinage à 3 axes, les surfaces sont considérées comme démoulables. Cette caractéristique simplifie le calcul du trajet puisqu'on peut corriger le trajet vers le haut dans la direction de démoulage,

dite direction de vue, sans risquer de produire des collisions avec les éléments de l'usinage. Cet artifice permet de traiter des incongruités géométriques situées sur les surfaces. Or l'usinage de surfaces non démoulables peut être abordé en usinage à 5 axes, ce qui interdit le recours à cette solution. Dans ce cas, le traitement du trajet impose un raccordement continu au moins en courbure des surfaces.

Comme la méthode la plus efficace pour produire un trajet fluide au niveau de la machine est de calculer un trajet fluide en FAO, cela impose une excellente géométrie des surfaces en CAO. C'est pourquoi, le calcul de trajets d'usinage à 5 axes a longtemps été l'apanage des logiciels de FAO « haut de gamme ». Par conséquent, en usinage à 5 axes, il faut considérer que la qualité du calcul du trajet est un facteur prépondérant pour la productivité et la qualité de la pièce usinée.

Pour toutes ces raisons, nous considérons que la programmation de trajectoires d'usinage à 5 axes est un élément clé de la performance du processus global. Cependant, son efficacité peut toujours être augmentée avec certaines optimisations, comme celles présentées au chapitre 2 dans la suite de ce mémoire.

4.2. Calculs de trajets en usinage en bout

L'usinage à 5 axes en bout est une alternative à l'usinage à 3 axes pour la fabrication de pièces de forme complexe tendue. Traditionnellement, l'usinage de telles pièces est obtenu par le balayage de la surface avec un outil hémisphérique. La distance entre passes programmée permet de contrôler la hauteur de crête restante. Le recours à l'usinage à 5 axes permet de remplacer l'outil hémisphérique par un outil cylindrique ou torique. L'axe de l'outil est alors orienté par rapport à la normale à la surface au point de contact dans le sens de l'avance en évitant l'apparition d'une interférence entre l'arrière de l'outil et la pièce si celle-ci est concave (Figure 11). Dans ce cas, en programmant un dépinçage de quelques dixièmes de degré, la trace laissée par l'outil est beaucoup plus « plane » que la trace laissée par un outil hémisphérique.

Le paramétrage de l'orientation de l'outil est nécessaire à son positionnement par rapport à la surface (Figure 12). A chaque position de l'outil est associé un repère local dont l'origine est le point de contact, et les deux directions principales sont la normale à la surface n et la direction d'avance f. Dans un premier temps, l'outil est orienté, pour que son axe soit colinéaire à la normale. On applique ensuite deux rotations pour orienter l'axe dans la direction choisie. Les rotations peuvent être différentes selon la méthode. Ainsi les deux

rotations utilisées sont Ωt autour du vecteur t, perpendiculaire aux vecteurs d'avance et normal à la surface et Ωn autour du vecteur n normal à la surface ([Choi93], [Lee97], [Tournier01]). Mais dans les logiciels de FAO classiques, la première rotation est Ωt autour de t (détalonnage) puis Ωf autour de la direction d'avance f (inclinaison) [Rubio98].

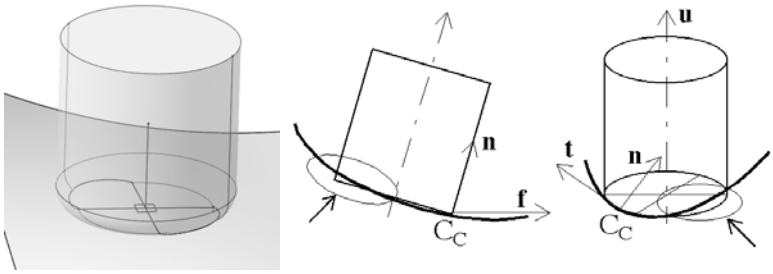


Figure 11 : Usinage en bout, apparition d'interférence pour les surfaces concaves

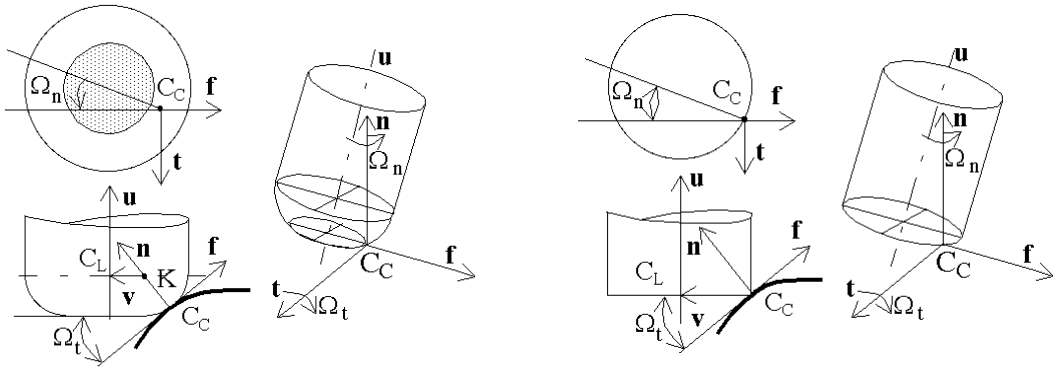


Figure 12 : Mise en position et orientation des outils en 5 axes [Tournier01]

La Figure 13 montre l'évolution de la distance entre passes pour une hauteur de crête donnée. Avec un outil hémisphérique, la distance est constante, quelle que soit l'orientation de l'outil [Tournier05]. Avec un outil torique la distance évolue, et la Figure 13 montre que l'on peut obtenir un pas nettement plus important lorsque l'angle de dépinçage est faible du fait de la forme de la trace générée (à droite sur la figure).

Néanmoins, il faut remarquer que ce gain potentiel peut être réduit lorsque la pièce est concave à cause des risques d'interférence ([Chiou02], [Chiou02bis], [Du05]). De plus, la forme laissée par l'outil peut engendrer un volume de crête à polir nettement plus important et ne pas être acceptée pour des raisons esthétiques ou visuelles.

Ainsi l'usinage à 5 axes en bout avec un outil torique de diamètre important peut amener des gains de productivité pour un niveau de qualité donné, si le comportement cinématique de la machine autorise un mouvement fluide de tous les axes ensembles. Il faut néanmoins faire

attention à la géométrie générale de la pièce qui peut imposer d'ajouter des reprises d'usinage coûteuses en temps et dégradant la qualité.

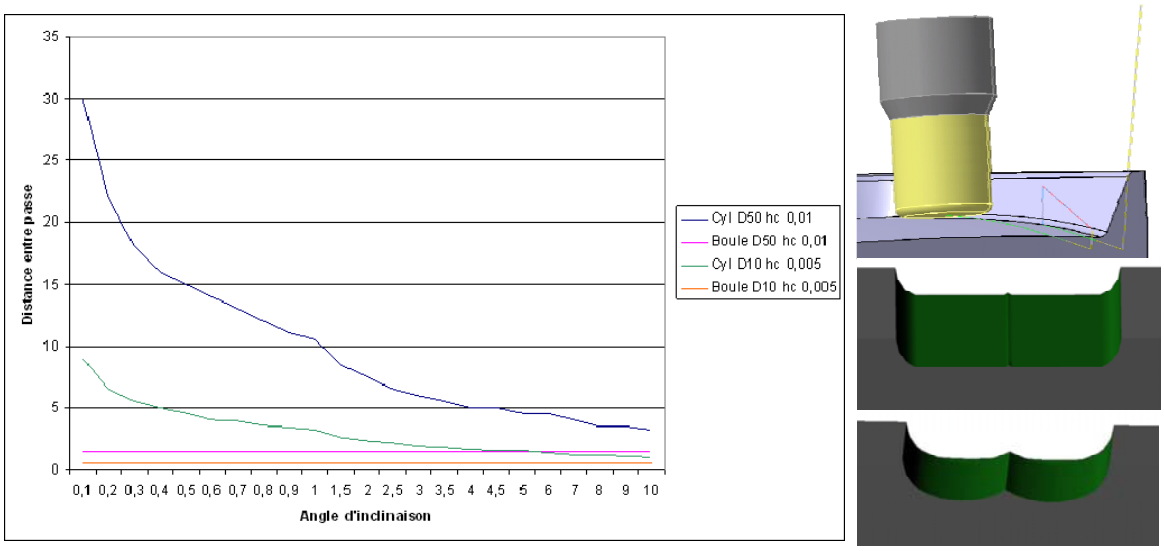


Figure 13 : Usinage en bout, évolution de la hauteur de crête

4.3. Calcul de trajets en usinage par le flanc

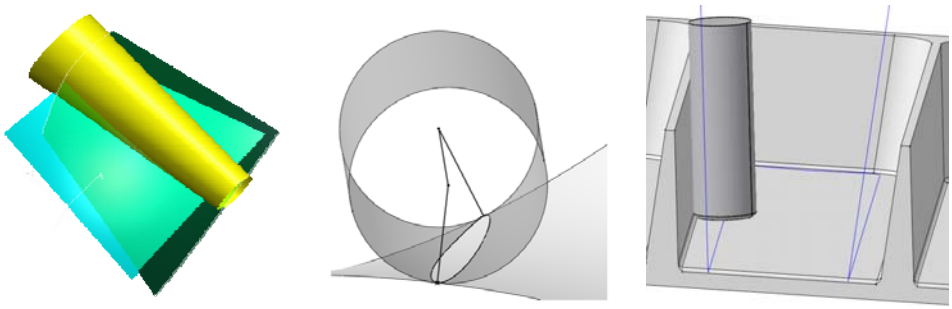


Figure 14 : Trajets d'usinage sur le flanc

L'usinage sur le flanc est une méthode classique d'usinage à 5 axes. On la retrouve dans le cadre de l'usinage de deux pièces caractéristiques :

- les pièces de structure pour l'aviation. L'objectif est d'usiner des poches dont les parois sont des surfaces réglées développables. L'objectif est d'évider le plus rapidement la poche en évitant les amorces de rupture qui peuvent fragiliser les pièces. La précision attendue n'est pas très importante et l'usinage par le flanc est retenu pour le gain en productivité.
- les surfaces des pales équipant les aubes, pompes et les rouets. Dans ce cas, les surfaces ne sont pas nécessairement développables, la qualité de la surface usinée est

prédominante pour la performance de la machine. Il est donc nécessaire de contrôler précisément la position relative de l'outil par rapport à la surface. Ici aussi, l'usinage en flanc est retenu pour sa productivité.

Ainsi, l'objectif de l'usinage par le flanc est de remplacer un balayage avec un outil hémisphérique utilisant un pas faible par une ou quelques passes avec un outil cylindrique ou torique tangent à la surface. Deux problèmes mathématiques se posent lors du calcul. Le premier concerne le contrôle de la distance entre l'outil et la surface. En effet, seules les surfaces réglées développables peuvent assurer un contact linéique parfait entre l'outil et la surface. La figure précédente montre que les autres surfaces, notamment les surfaces réglées non développables peuvent engendrer soit une interférence entre l'outil et la surface, soit laisser de la matière (Figure 14). Différents travaux présentent des méthodes pour contrôler la position relative entre la surface et l'outil. Les premiers travaux sont dédiés au calcul du trajet en positionnant l'outil tangent à la surface à partir d'un ensemble de points ([Redonnet98], [Gray03], [Gray05]). Mais de nouveaux travaux prennent en compte la surface enveloppe produite par un mouvement local ou global de l'outil ([Senatore05], [Lartigue03]). Le second problème concerne la fluidité de la trajectoire le long de la surface. Calculer une position tangente précise de l'outil peut engendrer un mouvement erratique le long de la passe. Si la surface n'est pas régulière, le problème est alors de choisir un compromis entre la fluidité de la trajectoire et la précision du calcul [Lartigue03].

4.4. Le positionnement de l'outil

La qualité est la contrainte la plus importante en usinage. L'orientation de l'outil doit être contrôlée pour garantir une bonne qualité tout au long de l'usinage. Suivant le type d'usinage à 5 axes, qu'il soit en bout ou en flanc, les conséquences d'une modification d'orientation de l'axe outil sont différentes du point de vue de la qualité de la surface usinée. En effet, une classification de trois types d'interférences, entre la pièce et l'outil suivant le type d'usinage, peut être établie.

4.4.1. Usinage en bout avec outil hémisphérique

Dans le cas de l'usinage en bout, deux cas peuvent se distinguer. Le premier concerne l'utilisation d'un outil hémisphérique dont l'utilisation présente moins de contraintes. Un changement d'orientation de l'axe outil par rapport au centre outil ne modifie pas le contact outil / matière. La hauteur de crête n'est donc pas modifiée. Cela provient de la forme

sphérique du bout de l'outil qui est invariante par rotation autour de son centre. L'orientation est donc libre à condition de pas coucher l'outil sur la surface, avec un angle de détalonnage proche de 90° par exemple. C'est donc le cas le plus simple ou une grande modification de l'orientation est acceptable.

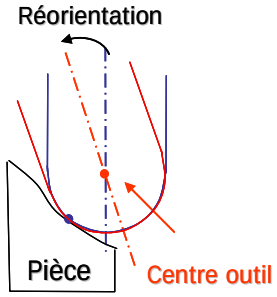


Figure 15 : Rotation autour du centre outil

Par contre, si la rotation se fait par rapport au bout outil, l'outil sphérique perd sa propriété d'invariance et l'apparition d'interférences peut se produire comme dans le cas suivant.

4.4.2. Usinage en bout avec outil torique ou cylindrique

Le second concerne l'utilisation d'un outil torique. Dans ce cas, une modification de l'orientation est beaucoup plus contraignante. Dans les logiciels de FAO, le point piloté est généralement le bout outil. Si l'orientation de l'axe outil est modifiée, la rotation s'effectue donc autour de ce point et par conséquent, la zone de contact outil /matière est changée. En effet, la largeur coupée et par conséquent la hauteur de crête est modifiée, ce qui peut provoquer un défaut d'aspect sur la pièce.

Une correction peut être apportée pour éliminer les interférences entre l'outil et la matière. Le point piloté doit être recalculé pour que la rotation due au changement d'orientation se fasse par rapport au point de contact ou par rapport au centre du rayon de coin de la fraise (Figure 16). Ce dernier est obtenu par l'intersection du cercle du tore et du plan contenant le point de contact et l'axe de l'outil. Dans le premier cas, l'interférence est faible. Dans le second cas, il n'y a aucune interférence comme dans le cas de l'outil hémisphérique. Ceci nécessite donc une étape de calcul supplémentaire dans le processus d'optimisation de l'orientation de l'axe outil.

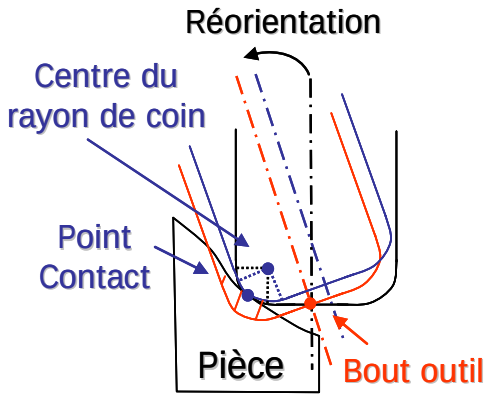


Figure 16 : Rotation de l'outil suivant le point fixe choisi

L'amplitude de modification de l'orientation outil est donc plus faible qu'avec un outil hémisphérique. De plus, une correction numérique doit être mise en place afin de corriger la position du point piloté dans le but de garantir la qualité de la pièce.

4.4.3. Usinage en flanc avec un outil quelconque

Dans le cas de l'usinage en flanc, l'amplitude d'évolution de l'axe outil est encore plus restreinte. Si l'outil s'écarte trop de la surface à usiner de profil, l'erreur de position sur la surface sera directement proportionnelle.

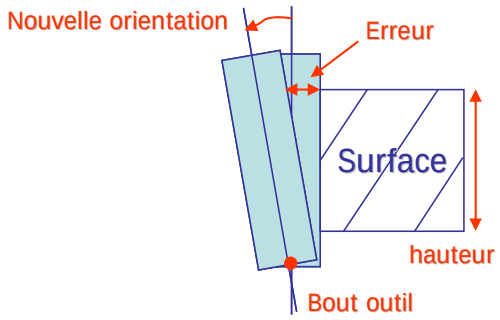


Figure 17 : Erreur sur la surface dans le cas de l'usinage en flanc

L'amplitude d'évolution de l'orientation outil étant très restreinte, de nombreuses méthodes ont été publiées pour garantir le meilleur positionnement par rapport à la surface, comme le positionnement bitangent [Bedi03] ou tritangent [Menzel04], la méthode de l'enveloppe [Senatore05] ou bien la modification d'un trajet 5 axes en flanc [Lartigue03]. Li propose une méthode de calcul des erreurs en flanc [Li05]. L'objectif de ces méthodes est d'obtenir la meilleure précision sur la pièce usinée. La prise en compte des erreurs de position et l'augmentation de la précision font partie d'une optique générale de la communauté à améliorer la scène d'usinage

Ce chapitre montre donc les problématiques associées à l'usinage à 5 axes qu'elles soient liées à la machine, à la commande, ou l'interaction outil/matière. De nombreuses méthodes ont été mises en place afin d'améliorer le comportement géométrique et cinématique de la machine outil. Le chapitre suivant s'intéresse aux travaux de recherche visant à répondre à ces problématiques.

Chapitre 2 : Amélioration des trajectoires d'usinage 5 axes

Ce chapitre a pour objectif d'analyser les travaux de la communauté scientifique portant sur l'amélioration des trajets d'usinage 5 axes par la modification ou l'optimisation de l'orientation de l'axe outil.

La communauté s'est intéressée à tous les aspects de l'usinage à 5 axes tels que :

- l'optimisation de la position ([Marciniak87], [Choi93], [Mahbubur97], [Lee98], [Rao00bis], [Yoon03]),
- les stratégies d'usinage ([Dragomatz97], [Duc98]),
- les erreurs identifiables sur la machine ([Bohez02bis], [Lamikiz07]),
- la qualité de l'état de surface ([Suresh94], [Lee96], [Tournier01], [Feng02]),
- l'influence des hautes vitesses d'avance ([Qiu97], [Heisel99], [Pateloup03]).

L'orientation de l'axe outil intéresse en général les chercheurs pour l'évitement de collision ou d'interférences mais peu pour l'amélioration du comportement cinématique bien qu'il existe quelques travaux intéressants.

Le premier chapitre présente toutes les problématiques liées à l'orientation de l'outil par rapport à la pièce, que ce soit au niveau du contact de l'outil, des axes machines ou bien encore de la transformation cinématique inverse. Ces travaux sont séparés en trois parties décrivant chacune un point de vue différent. Le premier étant purement géométrique porte sur l'évitement des collisions de l'outil avec la scène d'usinage ou des interférences entre l'outil et la pièce. Le second porte sur l'amélioration du comportement cinématique de la machine par différentes méthodes. Le dernier se concentre sur la résolution des problématiques machine.

1. Point de vue géométrique

1.1. Calculs de trajets en évitement de collisions

L'orientation de l'outil est généralement calculée pour répondre à des problèmes de coupe, afin d'obtenir la hauteur de crête souhaitée ou une largeur de coupe donnée. Cependant elle sert aussi à éviter des collisions avec certaines formes de la pièce ou avec le montage d'usinage, c'est-à-dire les brides, l'étau ou bien encore les palettes. Dans ce cas là, ce n'est plus la forme coupée sur la pièce qui prime mais l'accessibilité de l'opération d'usinage.

Actuellement, l'usinage à 5 axes est essentiellement utilisé pour usiner des surfaces en 5 axes positionnés et pour éviter les collisions en 5 axes continus, comme l'illustre la Figure 18. Ces deux méthodes d'usinage sont directement dérivées des méthodes d'usinage à 3 axes. Elles ne posent donc pas de problèmes de calcul de trajectoires. Dans le cas de l'évitement de collision, l'objectif est de définir une évolution de l'axe de l'outil hors collision. Le problème se situe alors au niveau des fonctionnalités du logiciel qui permet de calculer une telle évolution. C'est donc un problème d'interface et de fonctionnalité, et non un problème de calcul de trajectoires. Ainsi, selon la fonctionnalité des logiciels, un usinage satisfaisant peut être envisagé ou non.

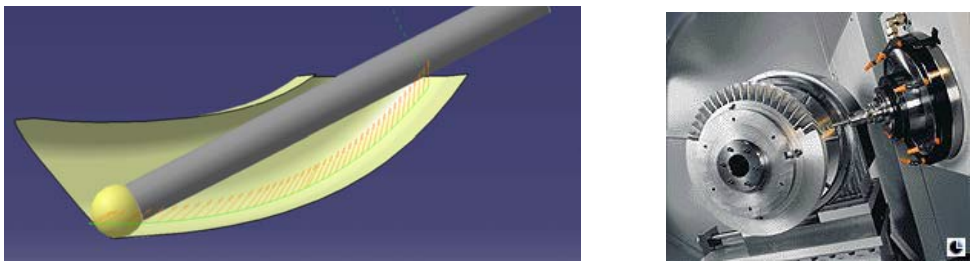


Figure 18 : Exemples d'usinage hors collision : finition d'un conduit et usinage d'aubes

1.2. Méthode par décomposition de l'espace

L'optimisation de l'orientation dans le cas de l'évitement de collision permet d'assurer la continuité d'un trajet et de ne pas générer de mouvements brusques et de fortes amplitudes lors des évitements. Les travaux de Wang proposent d'optimiser l'orientation de l'outil vis-à-vis des collisions [Wang07].

L'algorithme proposé définit les zones accessibles ou non par l'axe de l'outil selon deux angles définis dans le repère pièce. Ces deux angles sont très proches des angles machines A et C par leur définition mais appartiennent au repère pièce (Figure 19-a). Ensuite, une

décomposition de l'espace est effectuée sur les angles et une cartographie des zones accessibles par l'axe outil est dressée (Figure 19-b). L'ensemble des cartographies de chaque point permet de dresser la carte des orientations accessibles pour le trajet complet.

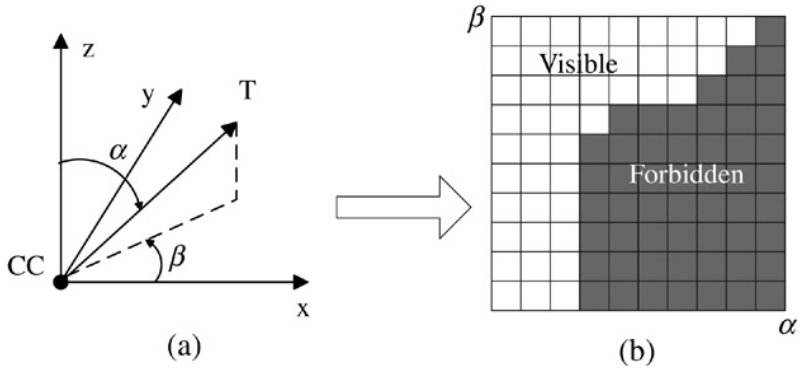


Figure 19 : Définition des zones accessibles pour les deux angles [Wang07]

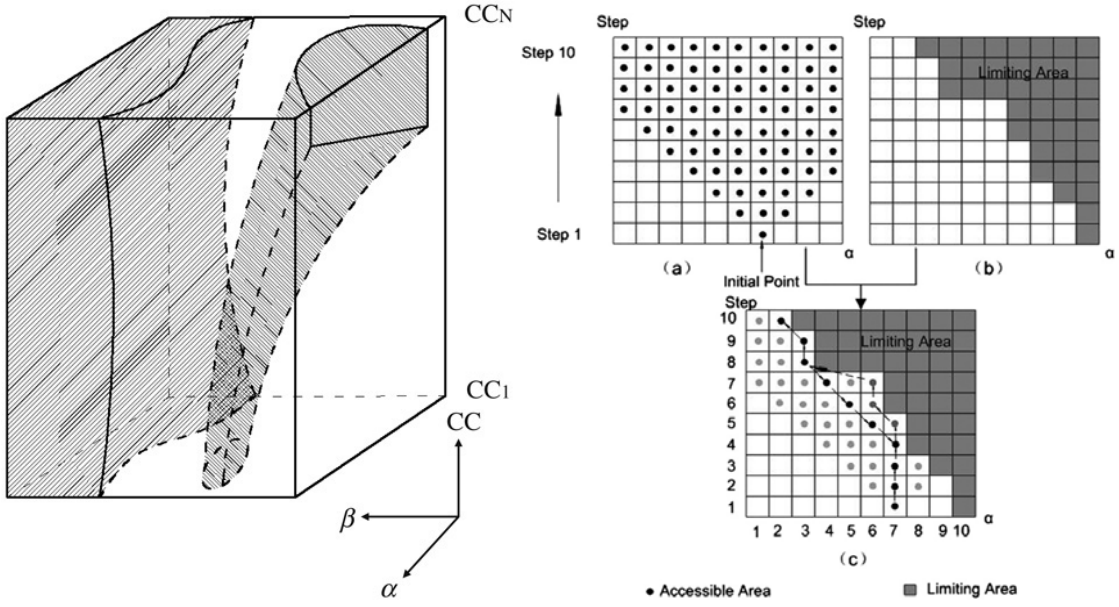


Figure 20 : Cartographie du trajet complet et méthode de raccordement [Wang07]

Un raccord est effectué entre les zones où l'axe est modifié afin de garantir la continuité de l'orientation sur le trajet. Ce raccord est calculé à partir de la cartographie globale en trois dimensions (Figure 20 - gauche). Pour chaque angle, on obtient une carte des zones accessibles pour chaque point du trajet, et on peut ainsi définir un trajet de raccord entre deux positions. La Figure 20-c illustre ce raccord en prenant le chemin le plus court entre les orientations de départ et de fin.

La Figure 21 montre alors le trajet obtenu dans le repère pièce grâce à cette méthode. Ici, le raccord est purement géométrique et le comportement cinématique de la machine n'est pas

pris en compte. Toutefois, le changement d'orientation est amélioré afin de ne pas créer de mouvements discontinus. De plus, la décomposition par « cases » oblige à choisir un pas de travail et ne permet donc pas de définir une orientation aussi précise que la machine le permettrait.

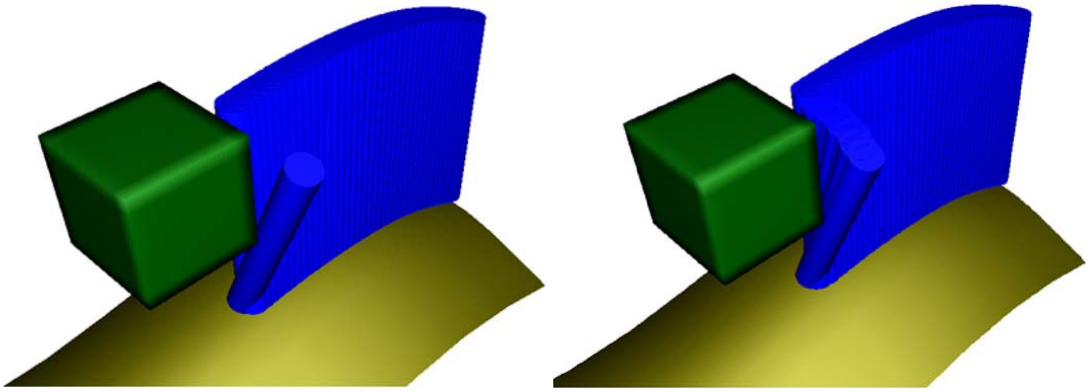


Figure 21 : Trajet outil obtenu dans le repère pièce [Wang07]

Cette méthode de décomposition de l'espace est largement utilisée dans la littérature. Dans cet exemple, les collisions avec l'environnement de l'usinage sont modélisées. Ding aborde les problèmes de collisions avec la surface à usiner qui sont obtenues par la décomposition de celle-ci à l'aide d'octree [Ding04]. Un octree est un pixel à trois dimensions permettant de définir si tout l'octree est en interférence complète ou seulement en partie. On peut alors obtenir une décomposition plus fine grâce à une arborescence comme le montre la Figure 22-b. Le niveau d'arborescence monte jusqu'à ce que les sous-octree ne soient plus que dans un état binaire, c'est-à-dire qu'il y ait interférence complète ou non-interférence.

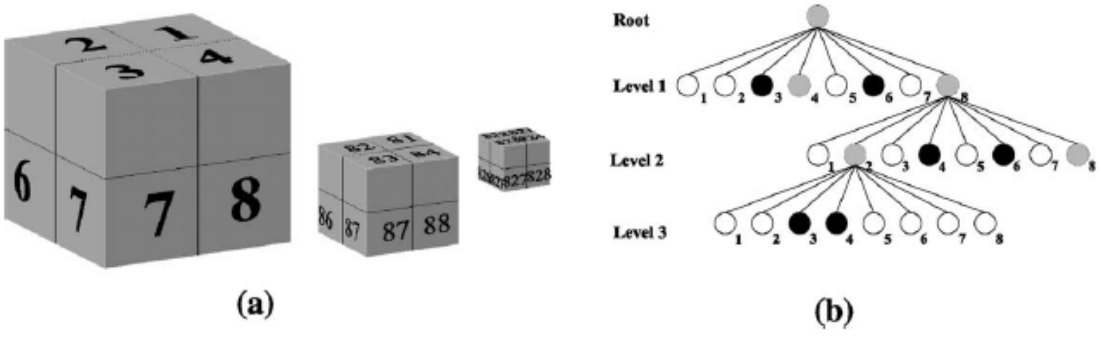


Figure 22 : Définition d'un octree [Ding04]

La méthode de Ding permet alors de calculer s'il y a collision au non avec la surface pour une orientation de l'outil donnée. Il n'y a pas recalcul de l'orientation car il s'agit seulement d'une vérification mais d'autres travaux permettent une optimisation de l'orientation.

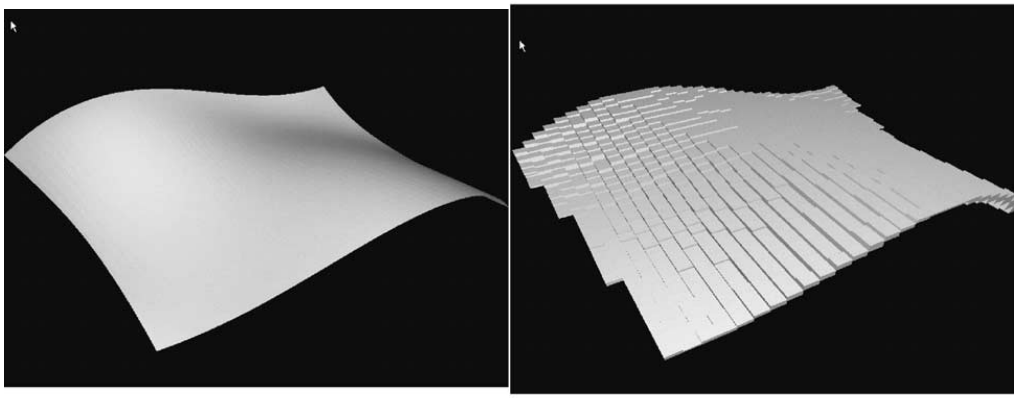


Figure 23 : Association d'une surface de type spline et de son équivalent en octree [Ding04]

Une autre méthode plus récente utilise la modélisation des éléments de la scène d'usinage par des plans afin de simplifier le calcul et augmenter la rapidité du traitement [Tang07].

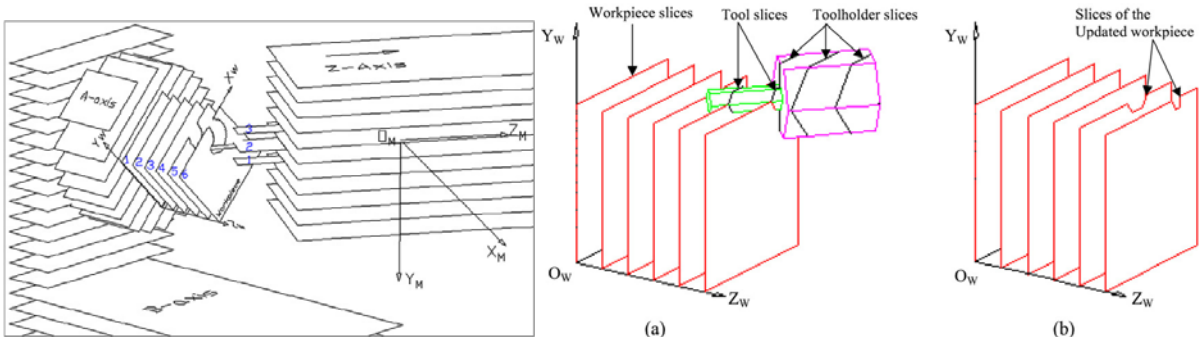


Figure 24 : Détection de collision par balayage de plan [Tang07]

Comme le montre la Figure 24, les éléments de la machine sont modélisés par plan afin de détecter les collisions. La pièce est quant à elle mise à jour après le passage de l'outil afin de modéliser l'enlèvement de matière. Ici ce sont les rotations machines qui sont considérées car c'est le repère machine qui est considéré.

1.2.1. Méthode sans décomposition

Les méthodes par décomposition se veulent plus rapides mais moins précises. D'autres recherches utilisent des algorithmes qui ne décomposent pas l'espace mais définissent des frontières réelles. Par exemple, Lauwers met en place une méthode permettant de changer l'angle de détalonnage et l'angle de rotation autour de la verticale afin d'éviter une zone de collision plus précise [Lauwers03]. Les angles habituellement utilisés en FAO induisent un changement du point de contact lors de la modification de l'angle d'inclinaison latérale. Ce

phénomène n'existe plus avec les angles utilisés par Lauwers car l'outil tourne en restant sur le point de contact au lieu de basculer par rapport à celui-ci. Il met en œuvre deux algorithmes de recherche de l'angle de détalonnage optimal (Figure 25). Le premier permet de trouver l'orientation hors-collision la plus proche, et le second permet d'obtenir une orientation hors collision avec une déviation plus lisse entre les différentes positions. Pour cela, en chaque point est définie une zone de recherche du point suivant (θmax sur la figure). Ce deuxième algorithme nécessite plus d'itérations mais a pour but de moins dégrader le comportement cinématique de la machine.

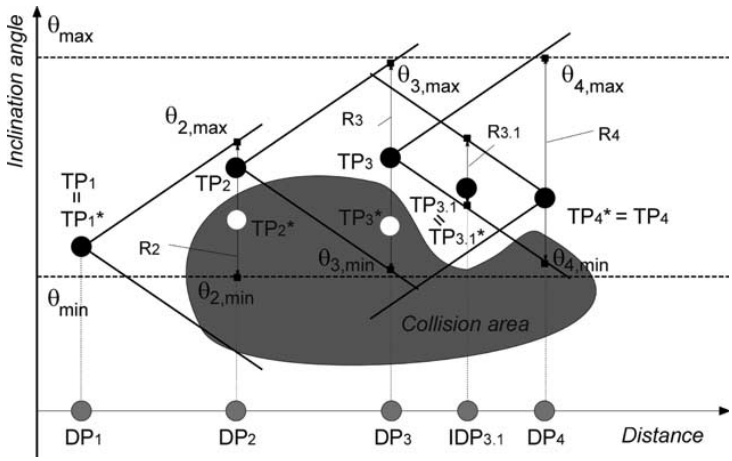


Figure 25 : Recherche de l'angle d'inclinaison optimal [Lauwers03]

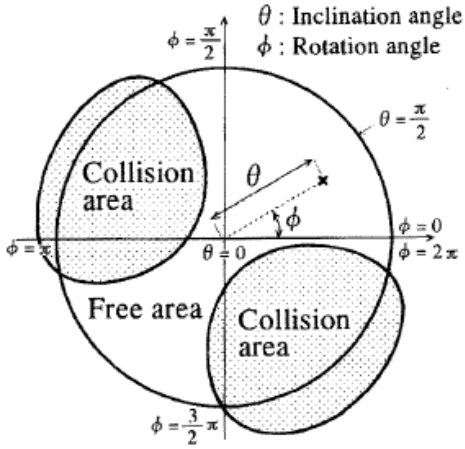


Figure 26 : Concept des méthodes dites C-space [Morishige97]

Toutes ces applications utilisant 2 angles pour modéliser les zones accessibles ou non se basent sur le concept du C-space. Morishige utilise cette méthode afin de modéliser aussi les zones de collision sur un diagramme représentant sur deux axes les valeurs des angles

d'orientation de l'axe outil [Morishige97]. Dans tous les cas, ces angles sont définis dans le repère pièce et les axes machines ne sont pas considérés.

Monies définit complètement la zone de collision de manière très précise sur l'outil [Monies01]. Tous les points de la zone servent alors l'algorithme de correction de l'orientation de l'outil afin de se sortir de cette zone. Il faut pour cela modéliser toutes les surfaces de la pièce comme des fonctions paramétriques de deux coordonnées. La zone de collision est définie comme l'intersection de ces surfaces et du volume de l'outil.

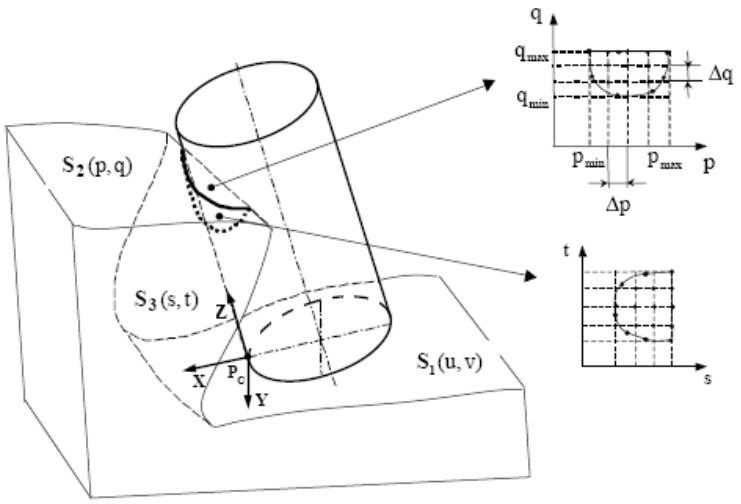


Figure 27 : Définition de la zone collision sur l'outil [Monies04]

1.2.2. Les cônes de visibilités

Les méthodes précédentes définissent les zones où il y a collision, une autre approche consiste à modéliser les zones accessibles. Guérin utilise pour cela les cônes de visibilité, afin de modéliser pour chaque point d'une surface l'ensemble des directions selon lesquelles l'outil peut accéder au point sans collision avec le reste de la pièce [Guerin94].

Balasubramaniam utilise aussi les cônes de visibilité afin d'optimiser l'orientation dans les zones possibles. Son algorithme comprend trois critères d'optimisation : obtenir une largeur coupée la plus constante afin de générer une hauteur de crête contrôlée, ne pas faire varier trop brusquement l'inclinaison de l'outil afin de ne pas solliciter dynamiquement la machine et enfin tenter de conserver un dépinçage constant sur la pièce pour ne pas engager la partie centrale de l'outil dont la vitesse de rotation est nulle. Cependant, les visibilités ne peuvent garantir directement qu'il n'y ait pas de collisions. En effet, les frontières des cônes sont obtenues en considérant que le point est accessible pour une droite d'épaisseur nulle. Il

faut ajouter à cette méthode une détection de collision pour tenir compte du diamètre de l'outil.

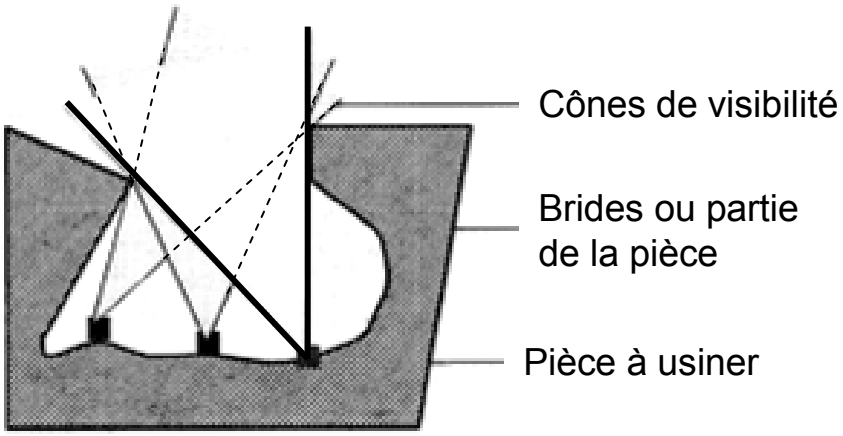


Figure 28 : Exemple de cônes de visibilité dans une poche [Balasubramaniam03]

1.3. Evitement des interférences

1.3.1. Usinage en bout de surfaces gauches

Hormis les collisions, un effet problématique du 5 axes est la génération d'interférences entre l'outil et la surface théorique à usiner. Ces interférences aussi appelées talonnage de l'outil apparaissent lorsque l'outil coupe trop de matière dans une zone de la pièce en raison d'une orientation non adaptée à la forme locale de la pièce. De nombreux travaux se sont intéressés à la détection de ces zones ([Lee95], [Ho01]) ainsi qu'à la correction soit de l'orientation ([Lee97], [Rao00], [Fan07]) soit de la position du point piloté de l'outil ([Choi89], [Li94]).

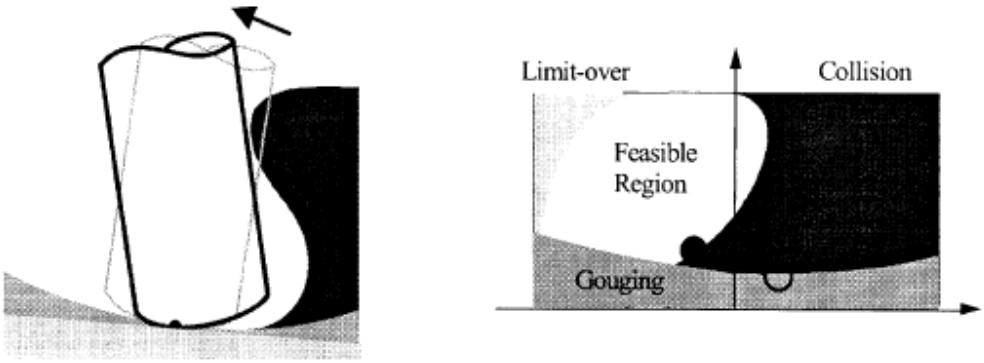


Figure 29 : Détection des collisions et des interférences [Jun03]

Certaines méthodes utilisent les mêmes algorithmes que pour les collisions. Par exemple, Jun utilise le même diagramme que Wang afin de décrire les zones interdites en fonction des deux angles d'orientation de l'outil [Jun03]. Sur la Figure 29, les zones sont distinguées suivant si elles proviennent d'une détection de collision ou d'interférence.

La détection passe aussi par la modélisation de la surface. Il faut réaliser un maillage de la pièce afin d'obtenir les normales à la surface en chaque triangle du maillage [Li94]. Une modélisation de l'outil doit aussi être réalisée, généralement par des ellipses représentant la trace laissée par un outil torique ayant une orientation quelconque.

La Figure 30 montre l'effet de la correction qui supprime l'excédent de matière enlevée sur la surface de la pièce.

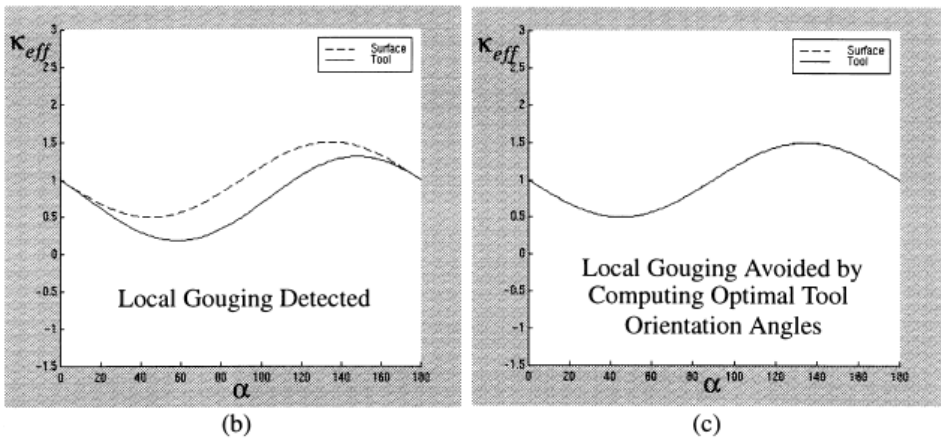


Figure 30 : Réorientation de l'outil afin d'éliminer les interférences [Rao00]

Lors d'un calcul d'évitement de collision, le changement d'orientation peut générer des interférences en particulier si l'outil tourne autour du point piloté de l'outil au lieu du point de contact avec la surface. De la même façon, un évitement d'interférence peut générer une collision avec la scène d'usinage, mais l'amplitude de déplacement est généralement moins importante.

1.3.2. Interférences dans le cas de l'usinage par le flanc

Le positionnement de l'outil sur une surface usinée par le flanc est effectué grâce aux axes de rotation. Les travaux de la communauté s'intéressent donc à l'optimisation de l'orientation de l'axe outil afin d'obtenir un positionnement plus précis et limitant ainsi les interférences avec la matière.

Dans cet objectif, Menzel propose un algorithme en trois étapes illustré par la Figure 31. La première étape consiste au positionnement bitangent de l'outil sur la surface. Ce positionnement garantit le contact de l'outil sur les deux courbes limites de la surface. Mais comme le montre l'étape 1 de la figure, l'erreur est maximale au centre de la surface.

Avec l'étape 2, la position de l'outil est changée de telle sorte que les deux points de contacts soient ramenés au tiers de la ligne de contact suivant le paramètre w. Ceci a pour premier effet de répartir l'erreur de part et d'autre de la surface. Ainsi, la partie centrale est trop coupée, ce qui produit une erreur négative, et les deux bords limites de la surface ne sont pas atteints par l'outil, générant une erreur positive.

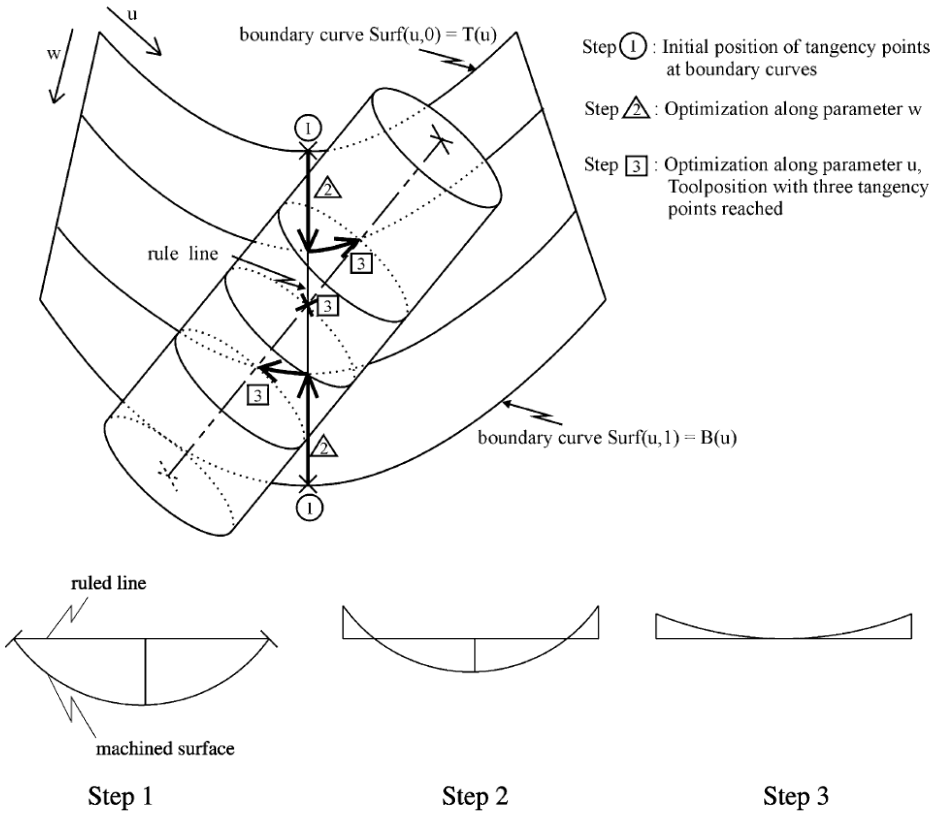


Figure 31 : Optimisation en 3 temps du positionnement de l'outil [Menzel04]

L'étape 3 modifie encore l'orientation de l'outil afin que les points de contact soient déplacés selon le paramètre u de part et d'autre de la ligne de contact initiale. L'erreur négative est alors annulée, seuls les bords de la surface ont un restant de matière qui peut être inclus dans la tolérance de fabrication.

De la même façon, Senatore propose de corriger l'orientation de l'outil par une rotation définie par la Figure 32 afin de supprimer les interférences entre l'outil et la matière

[Senatore07]. Cette rotation permet de mettre en contact l'enveloppe de l'outil avec la surface à usiner.

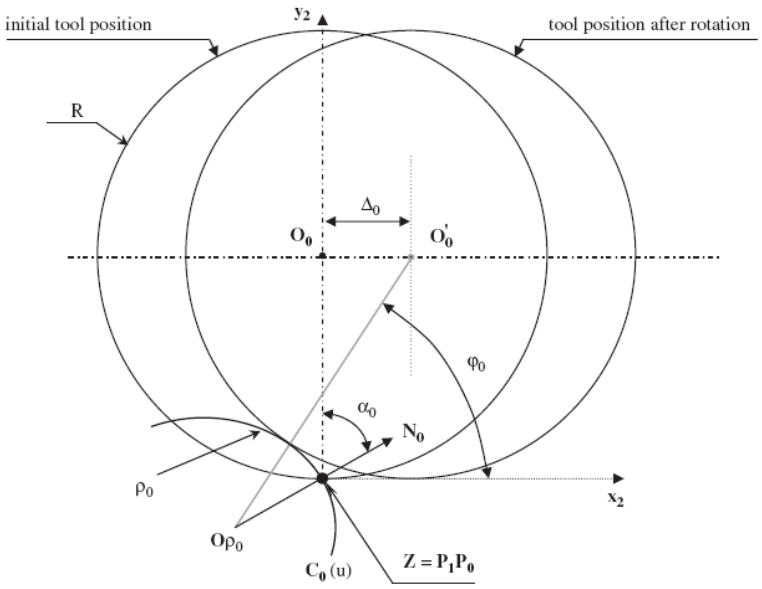


Figure 32 : Rotation de l'outil diminuant l'erreur au contact [Senatore07]

Nous pourrions aussi citer les recherches de [Bedi03] et [Chu08]. Toutes les méthodes de ce type essayent d'annuler les interférences par déplacement de l'outil. Il n'y a généralement qu'une solution possible pour l'algorithme, laissant ainsi peu de solutions pour l'optimisation du comportement cinématique. En effet, changer l'orientation de l'outil en chaque point, afin d'obtenir le meilleur positionnement, peut générer des oscillations au niveau des consignes des axes de rotation. Ces oscillations provoquent alors des ralentissements pénalisant le temps d'usinage de la surface. Un compromis entre précision et vitesse d'exécution doit être fait. La partie suivante s'intéresse aux recherches portant sur l'amélioration du comportement cinématique de la machine.

2. Point de vue cinématique

L'amélioration de comportement cinématique de la machine fait surtout l'objet de recherches concernant la réduction du temps d'usinage et donc l'augmentation de la vitesse d'avance de l'outil. De nombreux travaux se sont intéressés à l'amélioration de performance des interpolateurs de commande numérique ([Farouki96], [Farouki98], [Lo98], [Lo99], [Farouki00], [Nam04], [Timar05]) afin de mieux traiter les trajets obtenus dans la FAO. En effet, celle-ci est généralement découplée de la FAO et s'adapte au mieux aux trajets à suivre. Un autre point de vue considère que les trajets peuvent être améliorés afin de faciliter le rôle

du directeur de commande de la machine outil. C'est de ce point de vue que nous nous plaçons. Ainsi cette partie s'attache à analyser certains axes de recherche concourants au même objectif.

En usinage à 3 axes, l'optimisation des trajets est plus simple qu'en 5 axes et consiste souvent en un réagencement des points de parcours. Pateloup montre que, dans le cadre de l'usinage des poches, la modification des trajectoires dans une tolérance donnée permet de réduire le temps d'usinage ([Pateloup04], [Pateloup05]). Cette modification passe par l'adjonction de portions de courbe Bspline dans les parties anguleuses de la trajectoire. Ainsi les passages difficiles ne se font plus à vitesse nulle.

Mais en 5 axes, il est difficile d'améliorer globalement le trajet sans séparer la position et l'orientation de l'outil et par conséquent les axes de translation et les axes de rotation. Le même traitement qu'en 3 axes peut être fait sur la position du point piloté de l'outil en 5 axes, mais il faut identifier si l'orientation ne sera pas un facteur néfaste sur la vitesse d'exécution du trajet.

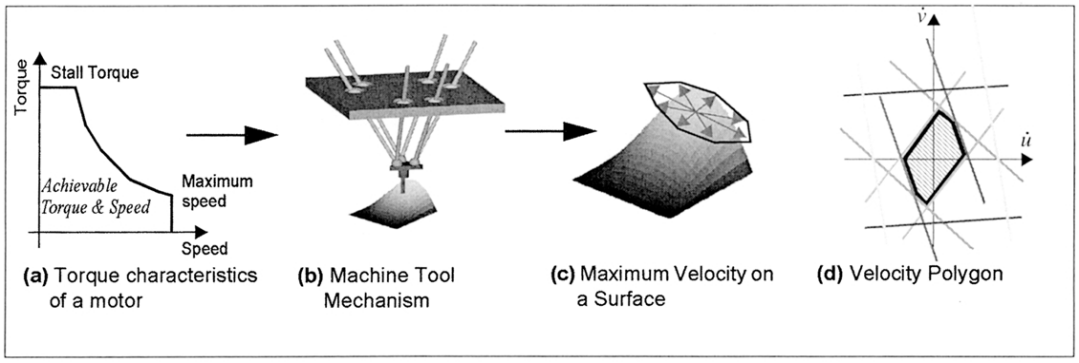


Figure 33 : Polygones de vitesse définis par la cinématique machine [Kim02]

Dans cette optique, Kim propose d'usiner selon les lignes de vitesse d'avance maximale. Sa méthode définit en tout point de la surface, un polygone de vitesse indiquant les directions selon lesquelles le trajet d'usinage serait le plus rapide vis-à-vis de la cinématique machine et des caractéristiques des axes (Figure 33). Cette méthode peut être utilisée pour générer un trajet outil sur le champ de vecteurs ainsi représenté par les polygones. L'inconvénient est qu'il faut connaitre précisément la machine utilisée et mettre en place la méthode dans le système de FAO.

Feng conduit une étude similaire mais en considérant une direction globale sur le trajet [Feng00]. De plus, il prend en compte d'autres phénomènes liés à la coupe comme la flexion de l'outil suivant la direction d'usinage afin de ne pas dépasser les seuils requis (en pointillés

sur la Figure 34) en augmentant la vitesse d'avance. Il dresse ainsi un graphique représentant la flexion outil en fonction de l'angle α (direction d'usinage). Ceci permet de choisir la direction minimisant les efforts sur l'outil.

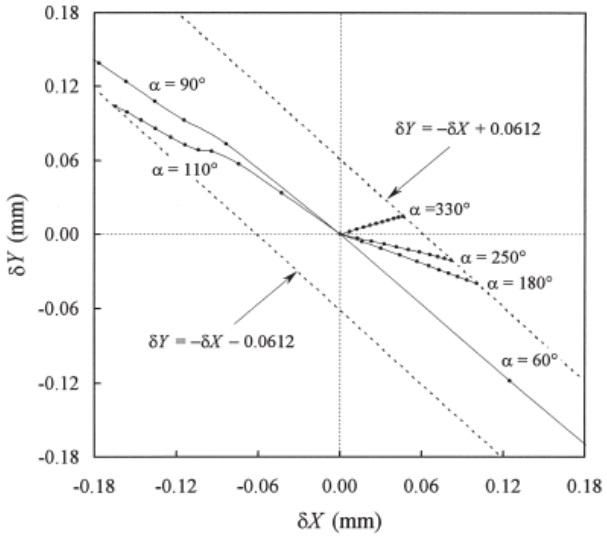


Figure 34 : Modélisation de la flexion outil suivant la direction d'usinage [Feng00]

So propose de changer la répartition des points du trajet afin d'augmenter la vitesse de passage [So07]. Cette répartition tient compte des caractéristiques de la machine puisqu'elle se base sur les directions dans lesquelles les axes machines se déplacent le plus rapidement. De même, Anotaipaiboon utilise des trajets basés sur des courbes s'adaptant à la surface à usiner [Anotaipaiboon07].

Tout comme l'enchainement des positions de l'outil, l'enchainement de son orientation joue un rôle important sur le comportement cinématique de la machine. En effet, obtenir des oscillations sur les consignes de position des axes de rotation peut fortement ralentir la machine. Certains travaux se sont donc intéressés à l'optimisation de l'orientation de l'axe outil.

Ho propose un lissage de l'orientation par la méthode des quaternions [Ho03]. Il couple sa méthode à une correction de la position pour garantir la qualité et la rapidité d'usinage. L'algorithme utilisé pour le lissage de l'orientation définit, aux endroits caractéristiques de la surface, l'orientation de l'axe outil afin qu'il n'y ait pas de collisions ou d'interférences. Les axes outils ainsi définis sont ensuite reliés par une méthode d'interpolation des vecteurs. Cette méthode des quaternions garantit la même vitesse de rotation entre les deux vecteurs. Cet algorithme est opéré dans le repère pièce et le lissage ainsi obtenu n'est pas effectué sur les

consignes articulaires de la machine mais sur les coordonnées angulaires du repère pièce (i,j,k).

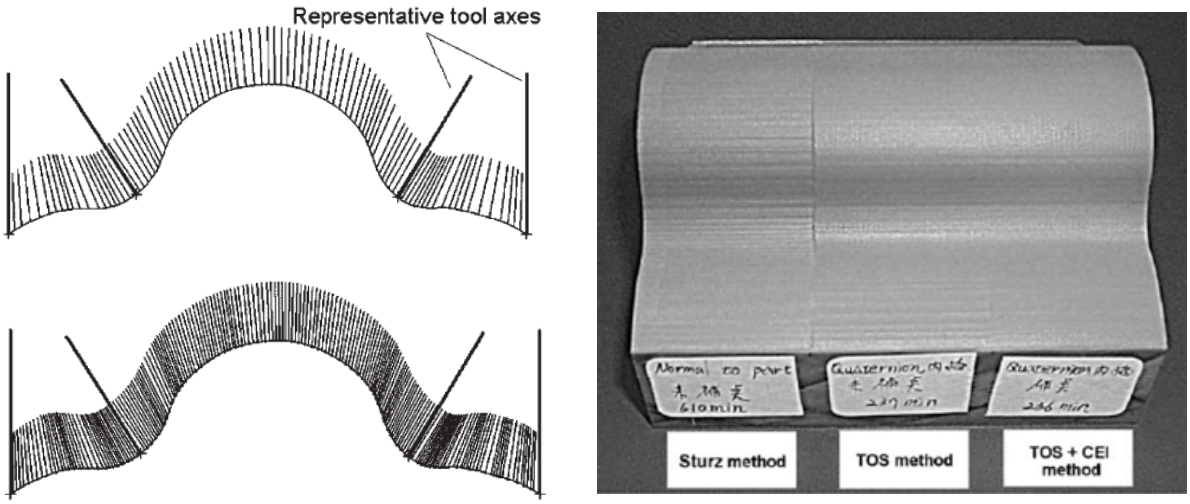


Figure 35 : Répartition des axes outils avec la méthode des quaternions [Ho03]

Le contrôle de la répartition et de la continuité de l'orientation de l'outil est donc une notion importante à prendre en compte. Une autre manière d'effectuer ce contrôle est le changement du format d'interpolation. L'utilisation de courbes polynomiales permet au directeur de commande numérique actuel de piloter la machine plus rapidement qu'avec une interpolation linéaire ([Cheng02], [Duc02], [Langeron04], [Muller04]). De plus, discrétiser une trajectoire par des points de passage implique une perte d'informations au niveau de la géométrie. Le but de cette méthode est donc de réduire le temps d'usinage en garantissant la continuité du trajet ainsi qu'une meilleure précision sur la surface usinée.

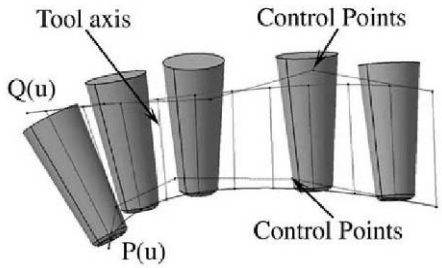


Figure 36 : Interpolation polynomiale à 5 axes [Langeron04]

La modification du format d'interpolation et le calcul du trajet de l'outil utilisent des courbes Bsplines (Figure 36). La continuité de ces courbes permet d'assurer une accélération continue sans ralentissements. Langeron propose une méthode pour le calcul du trajet outil, décrit par deux courbes Bspline utilisant la même paramétrisation [Langeron04]. Sur la Figure

36, la première courbe P(u) définit le trajet du point piloté de l'outil, alors que la seconde courbe Q(u) définit le trajet d'un point appartenant à l'axe outil. La commande numérique interprète ce type de courbes et la discrétise en utilisant la période d'interpolation (environ 12 ms), pour obtenir les coordonnées du point piloté et les composantes du vecteur reliant P(u) à Q(u). Comme ces courbes ont un degré égal à 3, l'accélération du mouvement est continue. Erkorkmaz montre que les discontinuités sont sources de vibrations à hautes fréquences, qui peuvent exciter les modes propres de la structure de la machine [Erkorkmaz01]. L'utilisation de courbes polynomiales est donc une solution à ces oscillations. Des essais réels montrent que le temps d'usinage peut être fortement réduit sans pour autant augmenter les erreurs de position. Mais le trajet calculé dans le repère pièce peut toujours engendrer des discontinuités et des ralentissements dans l'espace machine.

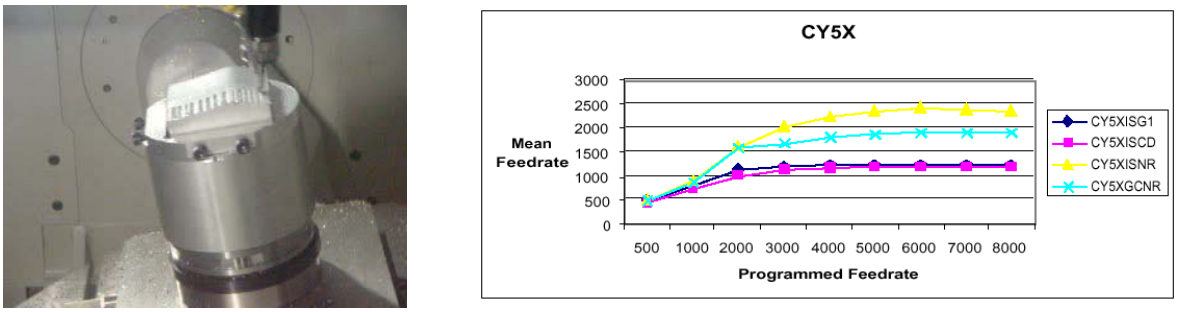


Figure 37 : Comparaison de formats d'interpolation [Duc02]

La Figure 37 illustre le gain en temps d'usinage obtenu avec ce type de format d'interpolation (suffixe NR), par rapport à l'interpolation linéaire usuelle (suffixe G1) ou lissée par la commande numérique (suffixe CD). Plus on augmente la vitesse d'avance et plus la différence entre les formats d'interpolation est importante. Les différents formats atteignent une vitesse moyenne maximale fonction de la machine, de la commande numérique et du trajet calculé. Une interpolation polynomiale permet dans certains cas de multiplier par deux la vitesse moyenne de parcours.

Dans la même optique, Fleisig propose une interpolation de l'orientation par une spline sphérique et de la position par une spline reparamétrée [Fleisig01]. Altintas présente une reparamétrisation de la courbe afin d'obtenir en temps réel un trajet ayant un profil de vitesse fluide [Altintas03]. La reparamétrisation des courbes splines permet entre autre de minimiser sur chaque axe de translation et de rotation les vitesses, accélérations et saut de jerk entre les points ([Erkorkmaz01], [Sencer08]). Ceci permet de ne pas atteindre les caractéristiques maximales des axes de la machine et ainsi de ne pas ralentir le processus.

La recherche de l'axe menant et la diminution de ses sollicitations est une méthode d'amélioration du comportement de la machine (Figure 38). Lavernhe la met en place afin de définir quelle est la meilleure orientation de l'outil pour l'usinage d'une surface gauche ([Lavernhe06bis], [Lavernhe08]). A chaque point de passage de l'outil, les vitesses, accélérations et jerk de chaque axe machine sont calculés afin de vérifier quels axes dépassent les caractéristiques maximales de la machine.

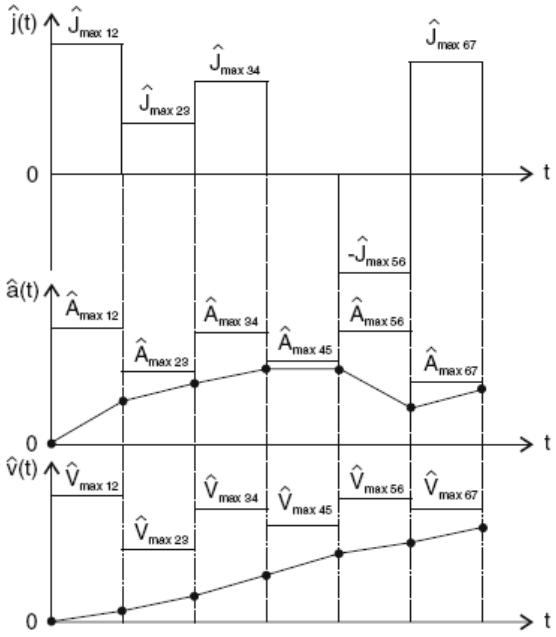


Figure 38 : Graphe des vitesses, accélérations et jerk en fonction du temps [Lavernhe08]

Cette méthode est plus proche de la machine que celles présentées précédemment dont l'algorithme se déroule généralement dans le repère pièce. En effet, les modifications se font dans le repère pièce et subissent donc après traitement la transformation cinématique inverse. L'effet des différents lissages peut alors être altéré par cette transformation. De plus, d'autres problèmes apparaissent seulement dans le repère machine, et ne peuvent donc pas être résolus par les différentes optimisations analysées. D'autres travaux de recherche concernent donc plus particulièrement les problématiques liées à la machine outil ou à son environnement. Ceux-ci sont présentés dans la partie suivante.

3. Point de vue machine

Certaines problématiques directement liées à la machine pourraient être qualifiées de géométrique mais sont plus remarquables pendant l'usinage qu'au niveau du traitement FAO.

Leurs répercutions sur l'usinage et sur la qualité des pièces nous les font donc traiter dans un paragraphe distinct.

3.1. Problématiques de la coupe

Les premières problématiques étudiées ici sont celles de la coupe. En effet, l'orientation de l'outil influe sur celle-ci et a engendré des travaux de recherche dans le but d'améliorer le processus d'enlèvement de matière. Par exemple, Lauwers a pour objectif hormis d'éviter la collision d'améliorer l'état de surface de la pièce. Son optimisation présentée au 1.1 permet d'optimiser l'angle d'inclinaison afin d'obtenir le meilleur taux d'enlèvement de matière et ainsi diminuer la hauteur de crête (Figure 39). Cette optimisation ne peut avoir lieu lors d'un évitement de collision puisque les angles de rotation servent au dégagement.

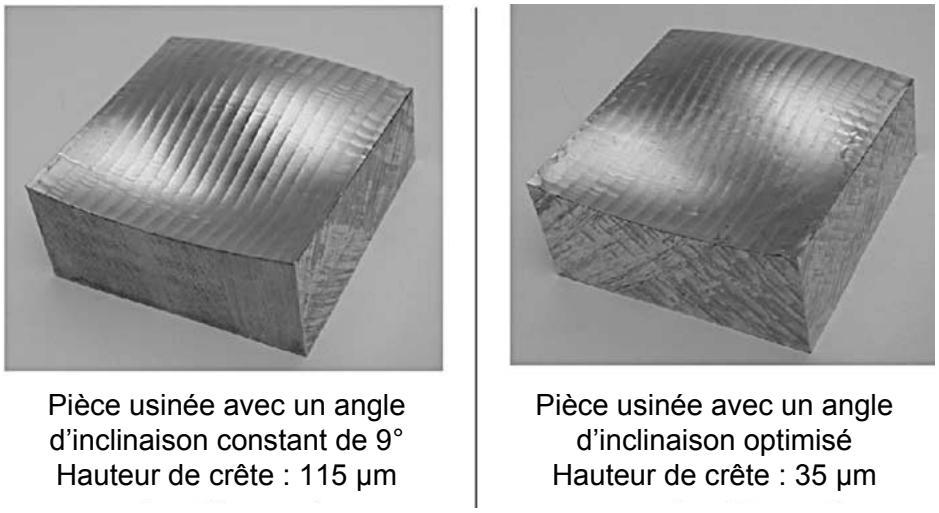


Figure 39 : Amélioration de l'état de surface par optimisation de l'angle d'inclinaison [Lauwers03]

Kruth optimise aussi l'inclinaison de l'outil afin d'obtenir une surface qui améliore plusieurs critères tels que la rugosité, la hauteur de crête ou encore le coût d'utilisation machine [Kruth94].

De la même façon, Gilles et Lopez de Lacalle s'intéressent tous deux à la flexion de l'outil pendant l'usinage ([Gilles07], [Lacalle07]). Cependant, les deux méthodes sont différentes. Lopez de Lacalle définit pour une orientation donnée le trajet outil minimisant la flexion d'outil, alors que Gilles détermine l'orientation qui minimise l'effort transversal sur l'outil. La première permet de définir la bonne orientation en suivant un trajet imposé. La seconde permet de définir le parcours outil pour une orientation donnée, mais changer le trajet

sans changer l'orientation revient à changer la largeur coupée et donc à ne pas maitriser l'état de surface réalisé.

3.2. Problématiques de post processeurs

La problématique principale liée au calcul des coordonnées articulaires est l'évitement des mouvements perturbants dus aux singularités géométriques. Plusieurs travaux ont analysé cette problématique et mené à des méthodes préventives ou curatives.

Par exemple, Munlin développe un algorithme permettant de définir tous les couples d'angles possibles comme illustré sur la Figure 40 et de choisir le trajet le plus court [Munlin04]. Ainsi, il évite des mouvements de rotation du plateau non souhaités auprès des points de singularités.

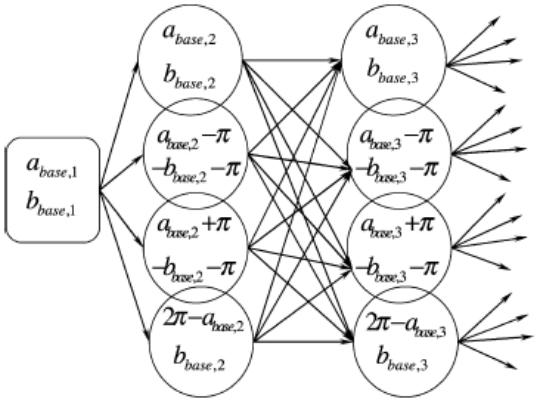


Figure 40 : Graphe des orientations possibles [Munlin04]

Afin d'éviter les mouvements perturbants du plateau, Affouard propose de modéliser une zone de singularité et de déformer le trajet outil afin de le contourner [Affouard04]. Ce cône représente la zone dans laquelle une orientation provoquerait des mouvements non souhaités. Cette modification est permise grâce au format d'interpolation choisi et présenté précédemment. Les courbes Bsplines permettent ainsi de garantir la continuité du trajet tout en autorisant localement la déformation du trajet outil (Figure 41).

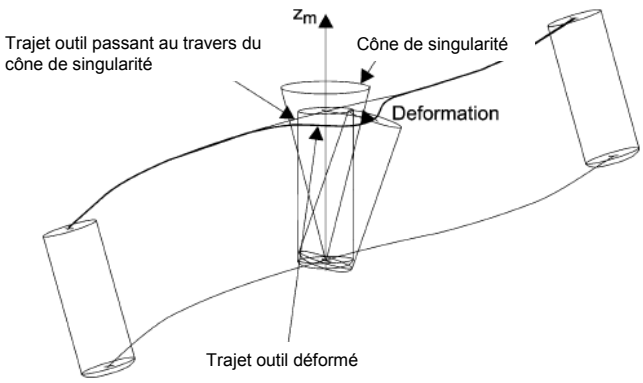


Figure 41 : Déformation du trajet outil autour du cône de singularité [Affouard04]

Le but de cette méthode est donc de s'éloigner du point de singularité. Une autre solution consiste à passer par le point de singularité car ce sont les points au voisinage qui sont problématiques [Tournier06]. Ainsi, Tournier analyse la position des points proches de la singularité dans le repère (i,j). On remarque sur le trajet bleu de la Figure 42 que le point proche de l'origine génère une position de l'axe C à 50° environ. Ce trajet est alors corrigé dans cette zone afin de donner le trajet rouge n'ayant pas de points à l'intérieur de la zone perturbante. Sur la figure de droite, on remarque alors que la consigne de position de l'axe C ne présente plus de mouvement aberrant.

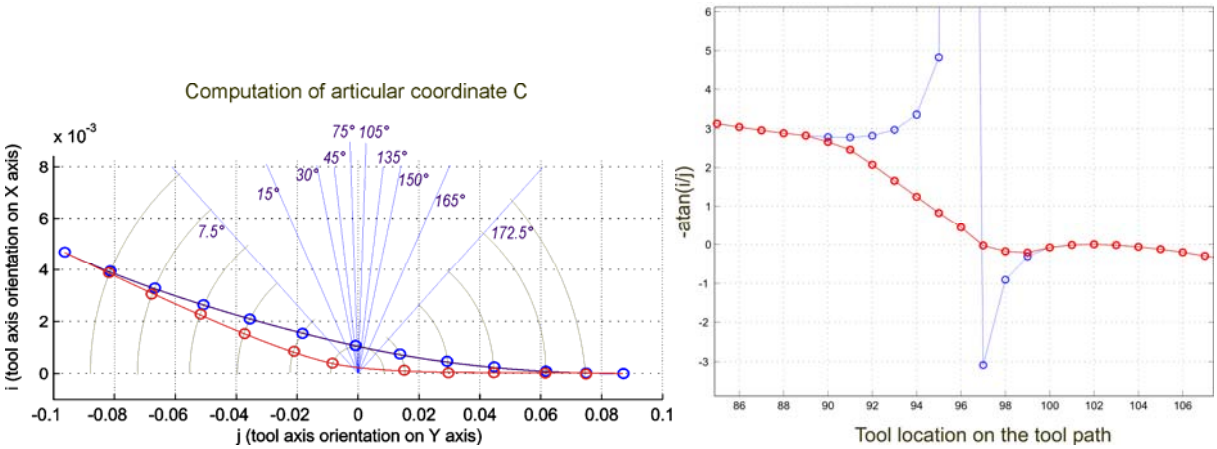


Figure 42 : Modification du trajet afin d'éviter le voisinage du point de singularité [Tournier06]

Ces méthodes agissent dans le repère pièce, c'est à dire le repère utilisé par la FAO pour effectuer le calcul du trajet, afin de corriger ces problèmes avant le traitement du post-processeur. D'autres travaux effectuent une correction après le post-processeur, c'est-à-dire qu'ils agissent directement sur les consignes articulaires. Il s'agit plus particulièrement de résoudre le problème des retournements au changement de configuration de la machine.

De cette façon, Sorby propose d'éliminer ces perturbations en coupant les consignes articulaires autour du ou des points de singularités [Sorby06]. Un algorithme est ensuite utilisé pour joindre les deux morceaux ainsi séparés avec une droite pour les consignes de rotation et une courbe pour celles de translation. La Figure 43-b montre la suppression des points perturbants et la Figure 43-d l'algorithme de reconstruction. La consigne de l'axe d'inclinaison B est donc mise à zéro tandis que le changement de configuration sur l'axe C s'effectue sur plusieurs points afin de ne pas trop solliciter la machine. Garder l'axe B à zéro permet de réduire les marques sur la pièce pendant le retournement. La consigne de l'axe de translation X est donc corrigée afin de conserver sa position lors du changement de configuration.

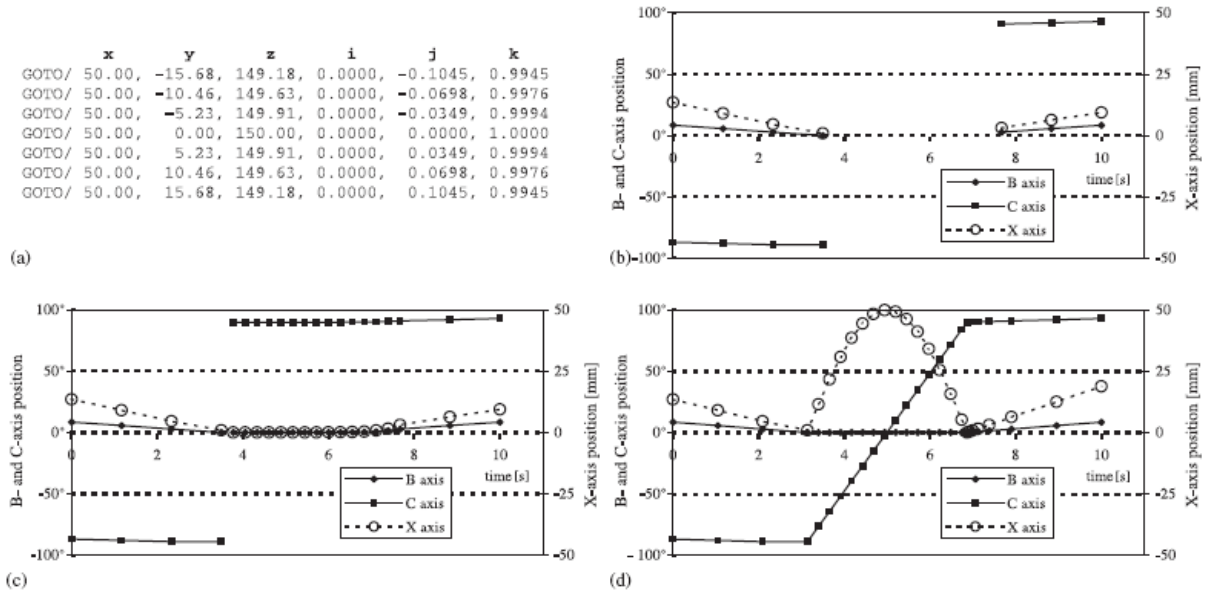


Figure 43 : Méthode de reconstruction sur les consignes articulaires [Sorby06]

Toutefois la machine utilisée dans cette exemple produit un retournement avec l'axe B en position d'origine. Sur les machines de type AC le changement de configuration intervient lorsque la position maximale de A est atteinte soit généralement entre 20° et 30°. Si le retournement se produit alors que la consigne A n'est pas nulle, le risque de marquer la pièce est très important. Il faut généralement mettre en place des stratégies au niveau du post-processeur.

Jung propose une méthode de retrait de l'outil suivant son axe avant le retournement [Jung02]. La méthode illustrée sur la Figure 44 se déroule en cinq étapes :

- retrait de l'outil selon son axe,

- changement de configuration des axes de rotation, c'est-à-dire changement de signe sur l'axe d'inclinaison (A ou B), et demi-tour du plateau rotatif,
- déplacement de l'outil dans le plan XY (machine) pour revenir à sa position programmée sur la pièce,
- descente de l'outil selon son axe.

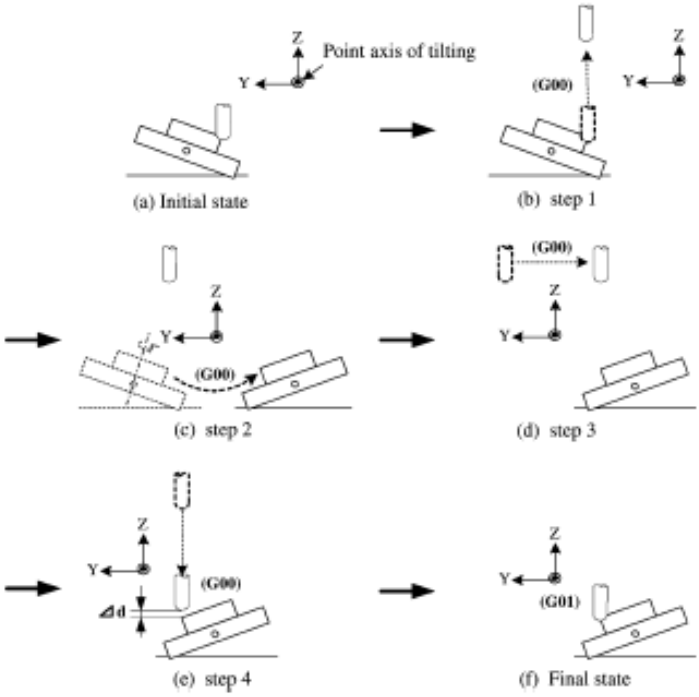


Figure 44 : Stratégie post-processeur de retrait de l'outil [Jung02]

Cependant, cette méthode de résolution peut être source de problèmes de collision suivant le mode de programmation de la machine. Généralement en usinage à 5 axes continus le mode RTCP de la machine est activé afin de garder les consignes de position du repère pièce. Lors du retrait de l'axe outil et de son retour, il faut être vigilant par rapport à ce mode. En effet, si la machine est de type berceau, le mode RTCP doit être désactivé afin de déplacer l'outil selon l'axe Z de la machine et non celui du repère pièce.

Par contre, s'il s'agit d'une machine avec rotation sur la tête, il faut conserver le mode RTCP afin de sortir selon l'axe outil et non l'axe Z du repère pièce. Ces stratégies de retrait sont donc plus aptes à être effectuées par le post-processeur puisque celui-ci est généralement dédié à la machine. Il semble qu'il est plus simple de traiter directement les consignes articulaires afin d'obtenir le résultat souhaité, sans passer une étape supplémentaire de transformation.

On peut aussi noter qu'il est possible d'éviter ces problèmes de singularités en changeant la pose de la pièce sur le montage d'usinage, ce qui a pour effet de modifier les courses atteintes sur les axes et la position des points de singularités sur la pièce ([Cano04], [Anotaipaiboon06]).

4. Conclusion

La génération de trajectoires actuelle n'est donc plus seulement basée sur la précision des trajets mais aussi développée dans un souci d'amélioration des temps d'usinage. Les travaux présentés précédemment montrent des avancées scientifiques dans ce domaine. Ce travail de thèse s'inscrit donc dans cette continuité et en particulier celle des travaux de Affouard et Pateloup [Affouard04], [Pateloup05]. D'après leurs analyses, la recherche d'un trajet optimal passe par l'optimisation du comportement cinématique de la machine outil. Affouard propose ainsi le déroulement d'une méthode de résolution [Affouard04bis] basée sur la modification de l'orientation de l'outil tout en contraignant celle-ci dans un domaine particulier.

Contrairement aux optimisations précédentes, notre point du vue principal est d'agir directement sur les consignes articulaires afin d'obtenir plus de performance sur la machine. Notre approche consiste donc à effectuer une optimisation de l'orientation de l'axe outil dans le repère de travail de la machine. Ceci correspond donc à lisser les évolutions des consignes de position des axes rotatifs, car ils sont généralement la source de ralentissements. *L'hypothèse forte de nos travaux est donc que l'efficacité d'un lissage est meilleure s'il est réalisé dans l'espace de la machine et pour les actionneurs de la machine, plutôt que dans l'espace pièce, qui nécessite une étape supplémentaire de transformation géométrique inverse*. Cette hypothèse est mise en avant tout au long de ce mémoire. En complément, il faut prendre en compte les contraintes géométriques liées au repère pièce.

En effet, cette proposition de modification de l'orientation outil impose le contrôle de l'erreur induite par l'évolution de l'orientation. Dans sa proposition de résolution, Affouard évoque une transformation du trajet modifié dans le repère pièce afin de pouvoir contrôler le respect des contraintes géométriques. Un non respect implique alors un rejet de la solution. L'objectif de nos travaux est de parvenir à une méthode donnant un résultat direct qui ne supporterait pas un nombre d'itérations excessif.

En effet, le processus de fabrication actuel met en relation deux concepts qui ont été développées séparément. D'un côté, les logiciels de FAO permettent de calculer des trajets outils sans connaissance de la machine utilisée. Les seules contraintes sont alors la précision

du trajet et la robustesse du calcul. De l'autre côté, la machine outil doit réaliser l'usinage souhaité sans avoir connaissance de la géométrie de la pièce. Ainsi, celle-ci doit respecter au mieux les ordres reçus, sans pouvoir tenter d'apporter des améliorations de performance en fonction de l'évolution de la précision de la trajectoire.

Le but de nos travaux est donc de proposer une méthode globale qui permette d'optimiser ou de générer un trajet outil prenant en compte le comportement cinématique de la machine, et pour le trajet de pouvoir être optimisé dans le repère machine en ayant les informations nécessaires sur les contraintes géométriques sans la nécessité d'une itération supplémentaire de vérification de celles-ci.

Dans cette optique, une transformation des contraintes géométriques du repère pièce vers le repère machine est proposée afin d'utiliser une résolution par optimisation sous contraintes ne nécessitant pas un temps de calcul trop important. Une fois les informations sur les contraintes transformées dans le repère machine, l'optimisation du trajet outil est possible. Comme l'ont défini Affouard et Pateloup, une résolution par optimisation sous contraintes permet d'améliorer le comportement cinématique de la machine en utilisant dans la fonction objectif, des critères de minimisation de distance, de maximisation de courbure ou de diminution d'oscillations. D'autres méthodes de résolution peuvent aussi être proposées mais en conservant cette notion de transfert des contraintes dans l'algorithme d'optimisation.

Nous souhaitons donc proposer une méthode reprenant ces deux objectifs principaux :

- Optimiser le comportement de la machine outil en modifiant l'orientation de l'axe outil dans le repère machine tout au long du trajet.
- Garantir le respect des contraintes géométriques préalablement définies dans le repère pièce et transformées dans le repère machine.

L'originalité de cette méthode est donc la proposition d'un modèle d'expression des contraintes géométriques, le Domaine d'Orientation Admissible. Ce modèle est très similaire aux cônes de visibilité présentées dans les travaux étudiant l'évitement de collision ou d'interférence. Par contre, il présente l'avantage de ne pas subir de décomposition mais modélise la frontière réelle du domaine. L'apport principal de nos travaux est la transformation de ces contraintes dans le repère machine afin d'y réaliser une optimisation sous contraintes. Cette optimisation ou toute autre méthode utilisant le modèle de contrainte défini par le DOA peut alors agir directement sur les consignes des axes en contrôlant les contraintes définies par l'utilisateur.

Le chapitre suivant s'intéresse à la définition du modèle de contrainte, et le chapitre 4 propose des méthodes de résolution du premier objectif visant à améliorer le comportement cinématique de la machine par la modification de l'orientation de l'axe outil.

Chapitre 3 : Concept du Domaine d'Orientation Admissible

Le but de ce chapitre est de présenter le concept du DOA [Castagnetti08], sa définition, ses propriétés et l'algorithme de transformation qu'il subit afin d'être exprimé dans les repères utilisés par nos méthodes d'optimisation.

1. Contraindre l'orientation afin de garantir la qualité

Comme il a été vu au chapitre précédent, l'orientation de l'axe de l'outil influence la qualité de la surface usinée, que ce soit en usinage en flanc ou en usinage en bout. Il est en général possible de définir l'axe outil dans un domaine dont la taille et la forme varie avec le type d'usinage. L'objectif de ce chapitre est de modéliser ce domaine admissible pour l'orientation de l'axe outil. La définition de ce modèle permet de définir les contraintes d'orientation de notre problème d'optimisation du trajet outil vis-à-vis du comportement de la machine.

En effet, le trajet optimisé doit appartenir à un domaine permettant de définir et de respecter les contraintes géométriques d'orientation définies par l'utilisateur ou par l'usinage en lui-même. Cette restriction garantit la qualité de la pièce usinée puisqu'elle respecte les exigences exprimées au préalable sur l'orientation de l'outil.

Cependant, le processus de fabrication passe par plusieurs étapes qui ne sont pas nécessairement établies dans le même repère de travail. Par conséquence, le modèle que nous souhaitons mettre en place doit avoir la propriété d'être exprimé et transformé dans tous les repères utilisés par le processus. En effet, il est plus aisé et rapide d'exprimer les contraintes définies dans tous les repères plutôt que de transformer les variables d'optimisation dans le seul repère où seraient exprimées les contraintes. La 3ème partie de ce chapitre s'intéresse donc à la transformation de ce domaine dans les autres repères et notamment celui de notre hypothèse de travail : le repère machine.

La partie suivante présente le modèle appelé Domaine d'Orientation Admissible ou DOA et la façon dont il est défini afin de s'adapter au mieux aux contraintes géométriques d'usinage.

2. Définition du DOA

Le DOA est un modèle géométrique servant à définir les orientations possibles de l'axe outil en un point du parcours. Sa forme doit donc s'adapter de la meilleure façon à la définition des contraintes géométriques généralement retenues pour la définition de l'orientation de l'axe outil. Celles-ci sont généralement exprimées dans le repère pièce. Le modèle est donc créé dans le repère pièce, repère de travail de la FAO.

Cependant deux repères particuliers sont utilisables, le repère lié à la pièce globale ou un repère local le long de la trajectoire. En effet, les contraintes géométriques sont souvent exprimées sur la trajectoire et non sur la pièce sauf dans le cas des collisions par exemple. Dans ce cas, l'utilisation du repère pièce local est la plus pertinente.

2.1. Utilisation du repère pièce local pour la modélisation

Le repère local curviligne $(s,\vec{t},\vec{n},\vec{z})$ qui utilise une base locale de Frenet le long de l'abscisse curviligne « s » du trajet permet de représenter simplement les contraintes classiques d'usinage. Celles-ci peuvent être la conséquence d'un calcul d'évitement de collision avec le montage d'usinage ou avec les formes complexes d'une surface gauche. Si l'utilisateur les définit, il fixe un domaine par rapport aux contraintes de la coupe ou aux erreurs sur la pièce en fonction de l'outil. Suivant le type d'usinage, les contraintes sont différentes.

En effet, en usinage en bout, l'orientation de l'axe outil est définie par rapport à la coupe de l'outil ou au type de surface. Le domaine est donc défini par rapport à des angles de détalonnage et d'inclinaison limites, ainsi l'orientation peut varier dans ce domaine. Cette possibilité est déjà employée dans les logiciels de FAO actuels.

Dans le cas de l'usinage en flanc, l'axe de l'outil définit l'orientation de la génératrice de la surface usinée, et n'a donc pas une variation admissible élevée. Il faut donc définir une tolérance admissible par rapport au trajet de référence. Ainsi dans le repère local, la définition des erreurs tangentielles et normales admissibles en chaque point du trajet est directe.

Celles-ci peuvent être considérées comme équivalentes aux variations d'angles de détalonnage et d'inclinaison pour l'usinage en bout. Ainsi, dans les deux cas, le DOA est exprimé comme une pyramide à base rectangulaire définissant toutes les orientations admissibles de l'axe de l'outil, le point fixe étant conservé. Ce point fixe est généralement le point piloté de l'outil. Il s'agit dans les cas classiques soit de l'extrémité de l'outil soit d'un point caractéristique de l'outil. Dans le cas d'une correction de la position, notamment pour l'usinage en bout avec un outil torique, c'est le point de contact avec la surface qui est choisi.

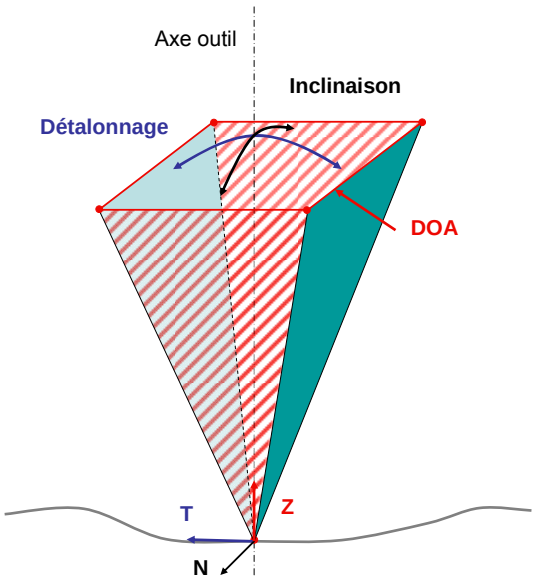


Figure 45 : Génération du DOA à partir des contraintes d'angle

La Figure 45 représente alors ce modèle pyramidal à base rectangulaire dont le sommet est le point fixe. Dans le cas de l'usinage en bout, l'angle du sommet de la pyramide dépend donc des angles d'inclinaison et de détalonnage, pour l'usinage en flanc, ce sont les dimensions de la base qui représentent les erreurs tangentielles et normales admissibles. Dans l'autre repère utilisé, c'est-à-dire le repère pièce global, le modèle reprend la même forme pyramidale.

2.2. Utilisation du repère global

En effet, s'il n'y a pas de contraintes précises sur l'orientation de l'outil, mais un domaine global ou bien seulement des contraintes par rapport aux collisions possibles avec la pièce ou son environnement, le repère pièce $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est utilisé comme pour la définition du trajet outil (Figure 46).

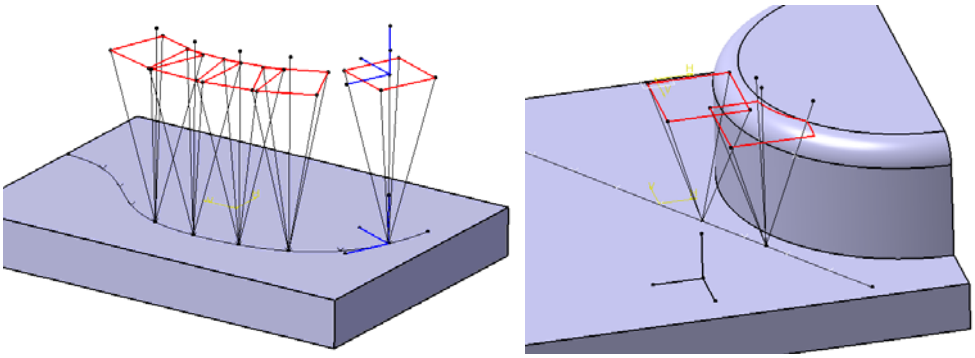


Figure 46 : DOA exprimé dans le repère pièce local et global

Dans les deux cas, ce sont les bords de la pyramide qui servent à définir le DOA exprimé dans le repère pièce appelé dans la suite le DOAP. En effet, les angles d'outil étant généralement exprimés dans le repère d'orientation $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ parallèle au repère pièce $(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$, les arêtes de la pyramide sont projetées dans le plan $(O,\vec{i},\vec{j})$. Pour cela, l'axe représentant l'arête doit être normé et le quadrilatère représentant le DOAP est obtenu (Figure 47). Celui-ci est donc décrit par quatre points ayant pour coordonnées les couples (i_1, j_1), (i_2, j_2), (i_3, j_3) et (i_4, j_4) avec $-1<i_n<1$ et $-1<j_n<1$.

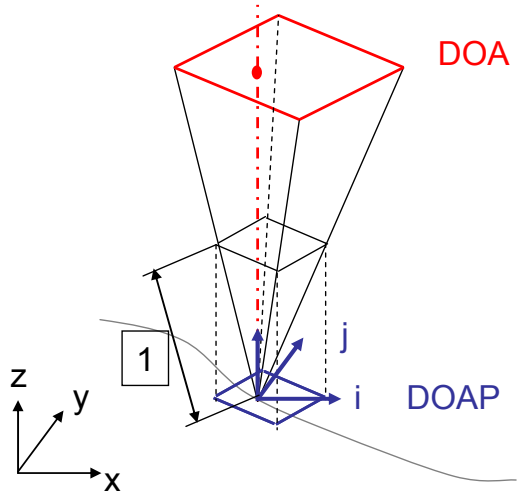


Figure 47 : Obtention du DOAP par projection dans (O, i, j)

C'est finalement dans le repère global que les coordonnées du DOA sont décrites car les coordonnées des points du trajet, de l'orientation de l'axe outil via les cosinus directeurs de l'axe outil et du DOA doivent être toutes exprimées dans le repère usuel. Ainsi, si le repère $(s,\vec{t},\vec{n},\vec{z})$ est utilisé pour la création, alors les coordonnées des limites du DOA doivent être recalculées dans le repère pièce global. Le DOA est donc défini ou calculé dans le repère

pièce, il faut ensuite le transformer dans l'espace articulaire de la machine afin de connaitre le domaine accessible pour les consignes des axes rotatifs.

3. Transformation du DOA dans le repère de la machine

Comme le montre l'algorithme de la Figure 48, le DOA passe par plusieurs étapes de définition et de transformation. En effet, au niveau de la conception du trajet outil dans la CFAO, l'utilisateur utilise le repère pièce et sait exprimer le besoin fonctionnel lié à l'orientation de l'axe outil. Par contre, il est difficile en 5 axes d'imaginer quels sont les mouvements de la machine pour réaliser l'usinage. Il est alors compliqué de prédire la transformation du DOAP dans le repère machine (DOAM). Celle-ci est nécessaire car elle permet de suivre l'hypothèse de départ (p60) visant à optimiser directement les consignes des axes.

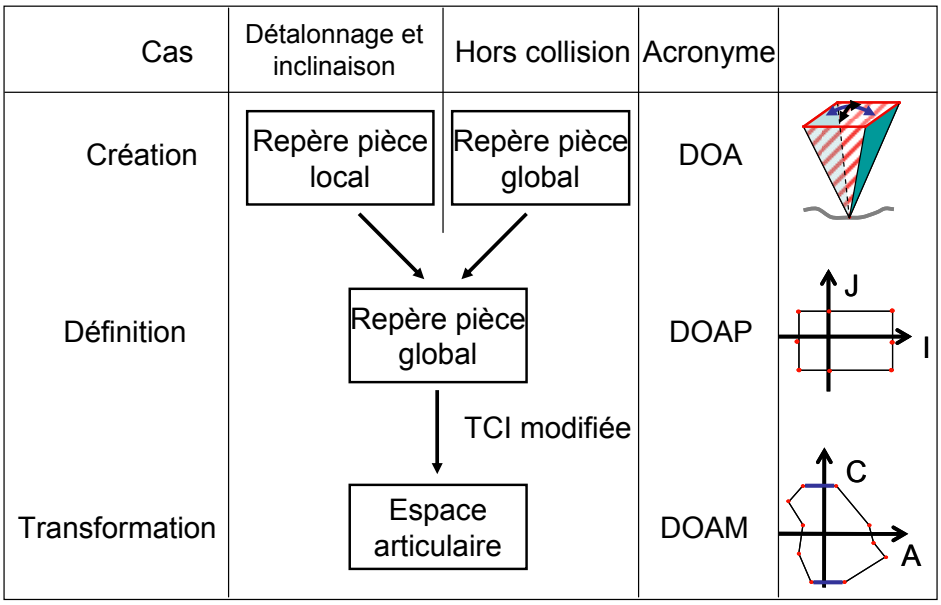


Figure 48 : Algorithme de construction du DOA [Castagnetti08]

Le premier avantage est d'obtenir une seule étape de calcul. Une fois le DOAM calculé, les algorithmes qui agissent sur les coordonnées articulaires des axes de la machine utilisent les contraintes exprimées par le DOAM dans le même repère, ce qui produit un gain de temps sur le calcul puisque les étapes de transformation inverse ne sont pas nécessaires. Le deuxième avantage permet de garder le processus unidirectionnel habituel de la CFAO. En effet, celui-ci ne permet pas d'obtenir de retour d'informations, c'est-à-dire que le flux des données passe de la CAO à la machine étape par étape. Notre méthode illustrée sur la Figure 49 n'ajoute alors qu'une couche permettant d'obtenir les contraintes d'orientations et d'en

tenir compte pour l'optimisation. Cette couche suit le flux classique en amenant des informations complémentaires mais garde le comportement « en boucle ouverte » du phénomène.

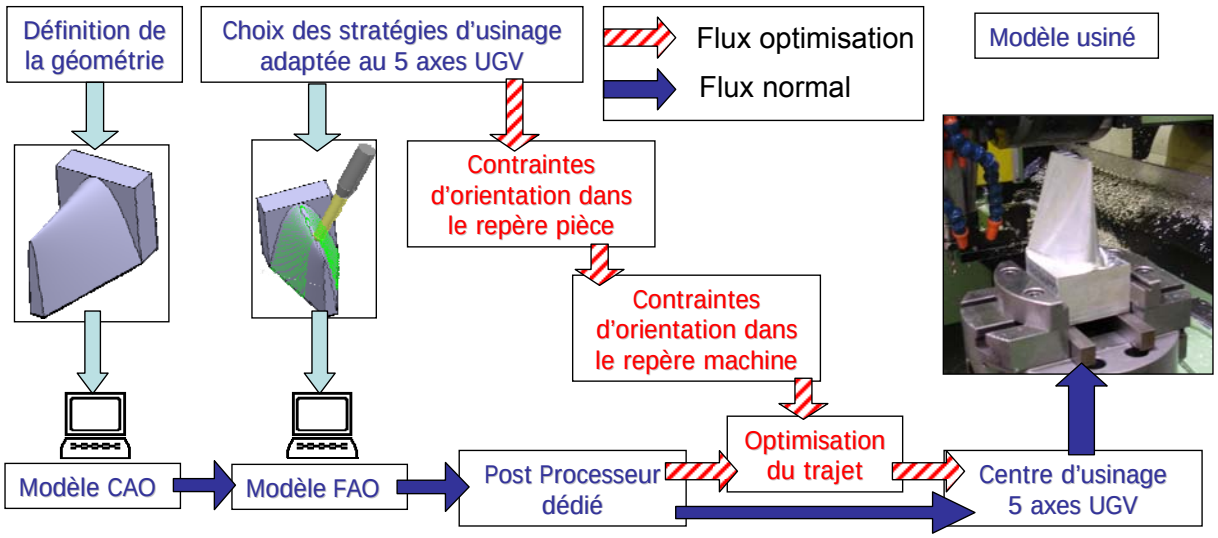


Figure 49 : Flux classique et avec optimisation de la CFAO

Comme nous souhaitons effectuer le lissage de l'orientation des axes outil d'un trajet ou générer une évolution lisse de cette orientation directement dans l'espace articulaire, le DOA doit être traduit dans ce repère afin d'importer dans le processus d'optimisation les contraintes géométriques définies dans le repère pièce. La transformation géométrique du domaine doit donc être calculée pour effectuer le passage d'un repère à l'autre. Suivant la cinématique de la machine, l'espace articulaire des axes rotatifs peut être $(O,\vec{a},\vec{b})$, $(O,\vec{b},\vec{c})$, $(O,\vec{a},\vec{c})$. Dans la suite du document, nous traitons le cas d'une cinématique AC. La transformation principale est donc le passage du DOA à l'espace articulaire $(O,\vec{a},\vec{c})$ qui nécessite l'utilisation de la Transformation Cinématique Inverse (TCI). Or cette transformation fait appel à une procédure de choix entre les deux sous espaces de solution de la TCI. De plus, dans certains cas, elle n'est pas suffisante puisqu'elle permet de ne transformer qu'un point et pas forcement un domaine. Une méthode de calcul adaptée doit être mise en place afin d'éviter les problèmes de changement d'espace de solution du domaine ou du trajet optimisé. Le mouvement de la machine ne peut subir aucune discontinuité due à un changement d'espace de solution sous peine de provoquer des marques sur la pièce. La partie suivante s'intéresse à la définition des étapes de calcul.

3.1. Transformation dans le cas général

Pour ne pas utiliser la procédure de choix d'un post processeur classique, un test est effectué sur l'orientation du trajet original pour connaitre l'espace de solution auquel il appartient. En effet, un point du DOAP peut avoir une coordonnée de signe opposée aux trois autres points et générer alors quatre points n'appartenant pas au même espace de solution. Il faut donc éviter ce problème en se basant sur le trajet de départ. Les coordonnées articulaires du DOAM sont alors calculées avec les formules classiques dans cet espace à partir des couples (A_1, C_1), (A_2, C_2), (A_3, C_3) et (A_4, C_4) représentant les points limites du DOA. Ceux-ci ayant donc pour coordonnées (A_n, C_n) n $\in$[1,4] sont calculés à partir des coordonnées originales de l'axe outil (A_0, C_0) du trajet outil à optimiser. Cette transformation permet donc de passer d'un quadrilatère formant le DOAP à un autre quadrilatère représentant le DOAM comme illustré sur la Figure 50. Cette figure montre la transformée réelle du DOAP dans les deux sous espaces de solution et le modèle du DOAM retenu dans un seul domaine.

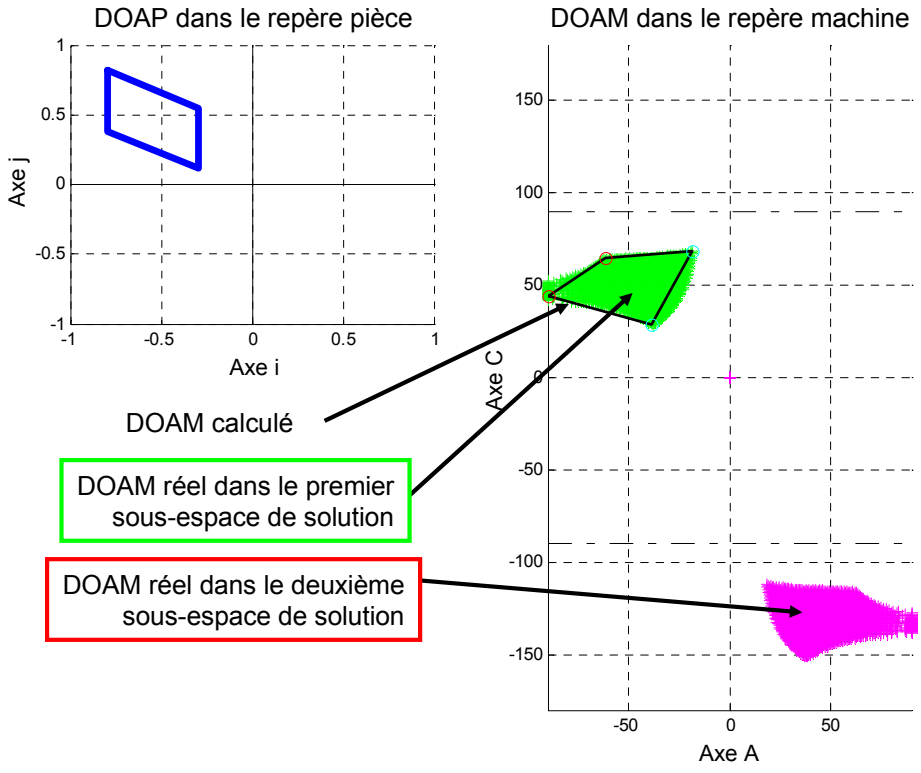


Figure 50 : Transformation du DOAP en DOAM dans le cas général

Cependant, cette transformation présente quelques inconvénients à prendre en compte :

- La transformée du DOAP complet n'est pas une surface délimitée par un polygone du fait de la non linéarité des équations de la transformation cinématique inverse (Figure 50).
- Tout comme pour un post-processeur classique, lorsque le domaine englobe ou est proche d'un point de singularité géométrique, le résultat de la transformée des quatre points (A_n, C_n) donne un polygone croisé ne représentant pas le domaine réel.

Ces deux points sont analysés dans les deux parties suivantes.

4. Perte de précision du modèle

Le modèle à quatre points pour le DOAM a été initialement choisi puisque le DOAP a lui-même quatre points de définition compte-tenu des contraintes géométriques utilisées. La transformation des quatre points (i_n, j_n) donne directement les quatre points (A_n, C_n). De plus, il faut noter que la forme du DOAM a été adaptée à l'optimisation utilisée par la suite (Chap 4). En effet, le but de la méthode est de proposer un trajet lisse respectant des contraintes de précision. Il est donc nécessaire que la modélisation de l'espace de solution puisse être adaptée à l'optimisation.

Dans ce cadre, il apparait pertinent de choisir le DOAM construit à partir de 4 points. En effet, même si ce domaine peut engendrer des pertes de précision, il reste simple et réduit le risque d'obtenir des polygones concaves inutilisables par la méthode d'optimisation retenue. Il convient donc d'analyser le degré d'adéquation modèle face à la transformée réelle du DOAP. Pour cela, il faut se placer dans le cas où les singularités géométriques n'influent pas sur le comportement. Dans ce cas là, le modèle est calculé par transformation cinématique inverse des points limites du DOAP soient les couples (i_1, j_1), (i_2, j_2), (i_3, j_3) et (i_4, j_4). Cette transformation peut être illustrée par une succession de projections, d'abord sur le plan $(O,\vec{i},\vec{j})$ pour le DOAP puis sur une sphère pour le DOAM.

La Figure 51 montre ces projections pour deux exemples. Le premier à gauche et celui au milieu montrent que la projection d'un DOA carré sur l'outil se traduit par un parallélogramme dans le plan $(O,\vec{i},\vec{j})$. Ce parallélogramme représente donc le DOAP. Ensuite pour obtenir le DOAM, il suffit de projeter ce parallélogramme sur la sphère. Cette sphère de rayon 1, baptisée sphère TCI, centrée au point 0, représente les positions des axes de rotation A et C. La longitude symbolise la position sur l'axe C puisque les méridiens sont radiaux par rapport à l'axe Z. La latitude symbolise alors la position sur l'axe A avec pour

zéro le haut de la sphère. On obtient alors la transformation adéquate donnant par exemple si i=0, j=1, k=0, la position de l'axe A à 90°.

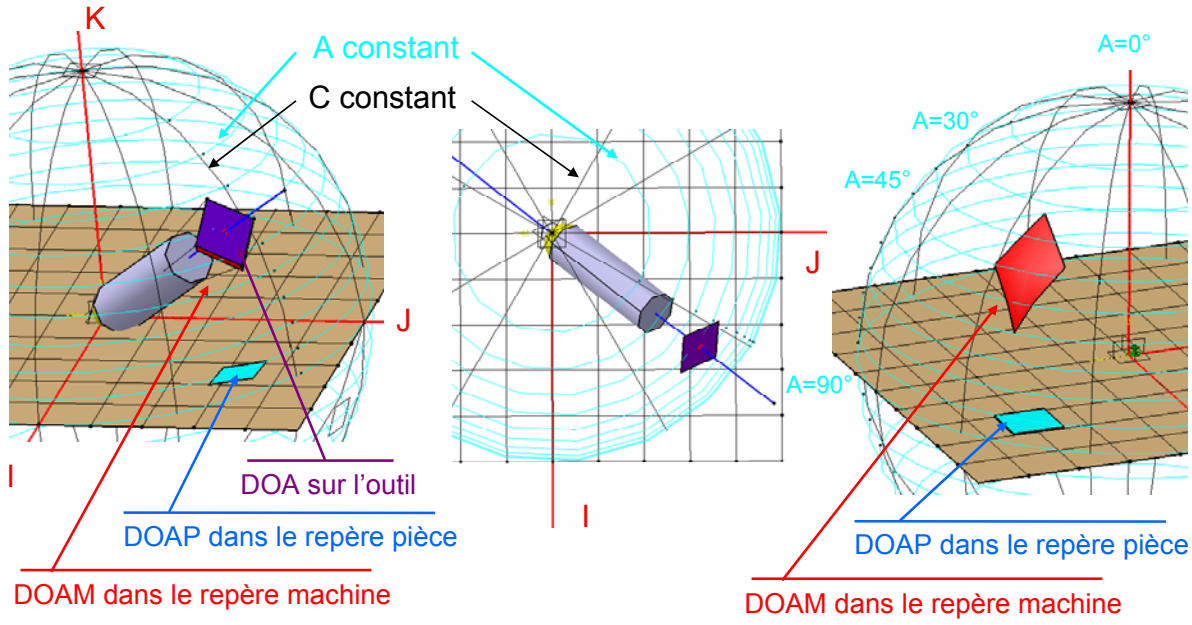


Figure 51 : Représentation de la transformation DOAP -> DOAM par projection sur la sphère TCI

Par cette projection, le parallélogramme se transforme en quadrilatère ayant les segments frontières incurvés vers l'intérieur. Sur la partie de droite, où l'outil n'est pas représenté, on remarque que la transformation d'un rectangle parallèle aux axes du plan $(O,\vec{i},\vec{j})$ donne de la même façon un quadrilatère aux frontières courbées par projection sur la sphère. Ces segments courbés sont donc la raison des pertes de précisions s'ils s'écartent trop des droites du DOAM calculé à partir de quatre points. Le risque est alors un DOAM trop différent du DOAM réel. S'il est plus petit, alors toutes les orientations théoriquement autorisées ne pourront être envisagées dans l'optimisation. Au contraire, s'il est plus grand ou ne couvrant pas la zone réelle, alors des orientations non permises pourront être atteintes et l'erreur sur la pièce pourra être plus grande que ce qui est toléré par les contraintes géométriques préalablement définies.

La sphère TCI permet d'illustrer la transformation d'une zone rectangulaire en une zone courbée. De la même façon, si on passe du DOAM au DOAP une zone rectangulaire se transforme en un secteur de disque. Donc pour obtenir une zone rectangulaire pour le DOAM, il vaut mieux partir d'un DOAP approchant un secteur angulaire centré sur l'origine. La Figure 52 illustre cette transformation en détail. On remarque bien qu'un secteur angulaire peut parcourir tout un sous espace de solution, dans notre cas il s'agit des A positifs. Si le

secteur angulaire fait un tour complet, alors toutes les positions de C sont utilisées. La distance du centre au secteur angulaire est liée à la distance du zéro et de la limite inférieure de la bande sur l'axe A. De même, si le secteur a une épaisseur qui atteint la zone limite, due à l'équation $i^2 + j^2 + k^2 = 1$, alors toutes les positions de A (de 0 à 90°) sont parcourues. Il faut noter que la variation sur A n'est pas linéaire, donc la limite pour le secteur n'est pas atteinte à la même vitesse que pour la bande rectangulaire.

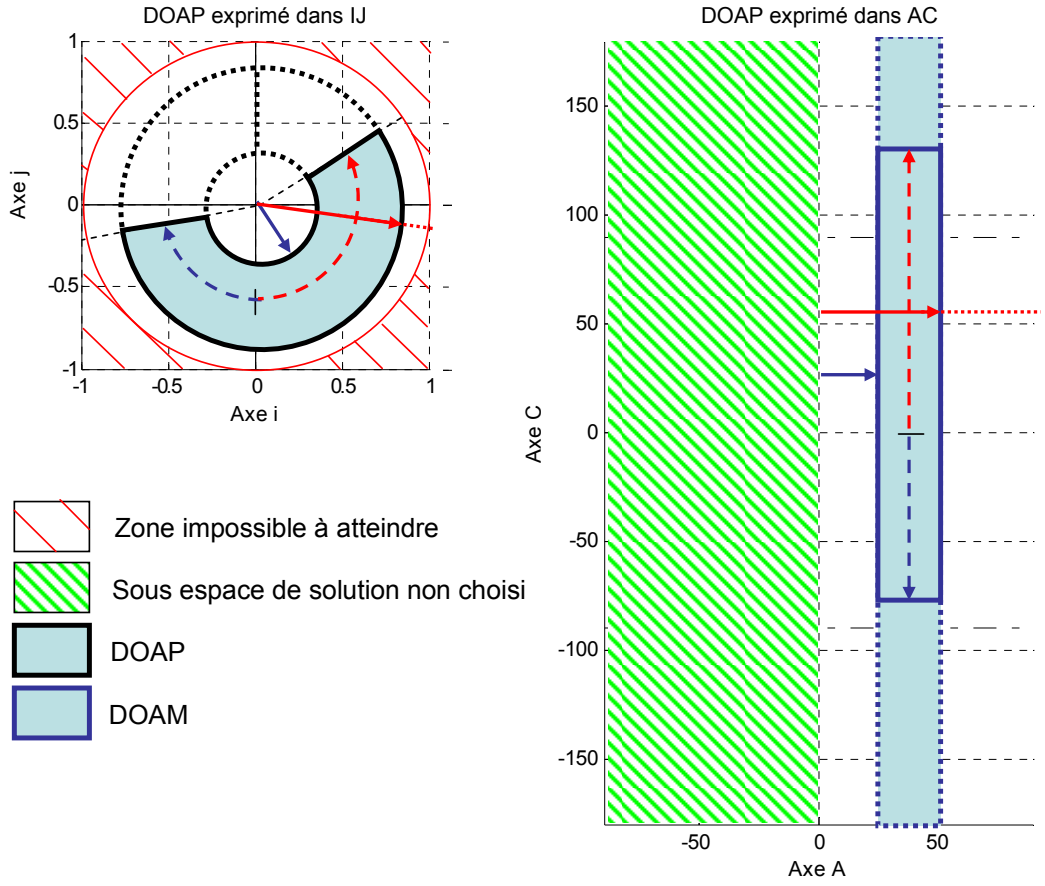


Figure 52 : Transformation d'un secteur angulaire en une bande rectangulaire

Ainsi, une fois que le mécanisme de transformation des domaines est pris en compte, il est plus simple de comprendre les pertes de précision sur le calcul du DOAM. Un DOAP approchant d'un secteur angulaire permet de minimiser ces risques. Des dimensions petites et une forme compacte permettent ainsi d'obtenir un modèle en adéquation avec la réalité du domaine.

Par exemple, sur la Figure 53, en utilisant un DOAP, même de dimensions assez grandes, qui s'approche d'un secteur angulaire, la différence entre le DOAM modélisé et le DOAM

réel correspondant au DOAP est assez faible. Dans ce cas là, un algorithme de calcul d'aires permet de quantifier la perte sur le DOAM à 6.8% et à un dépassement de 18.37%.

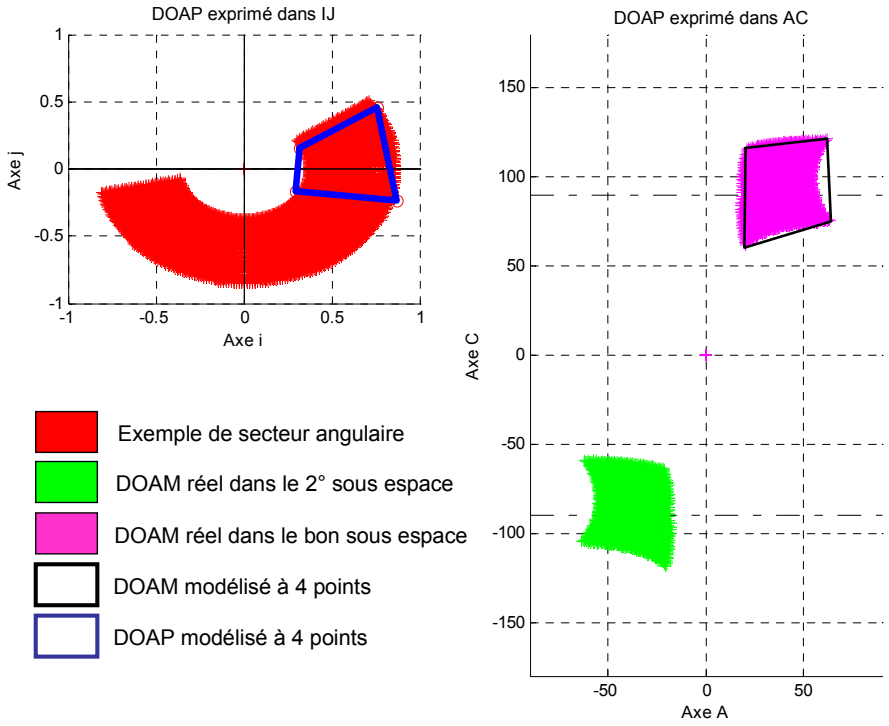


Figure 53 : Transformation d'un polygone à 4 points quelconque approchant un secteur

Afin de calculer les domaines réels dans le repère pièce ou dans le repère machine, on remplit le polygone avec une grille de points qui sont transformés par les mêmes équations que pour les points limites. La grille transformée nous donne alors le domaine réel sous forme d'un nuage de points. L'algorithme de comparaison des surfaces utilise ces nuages de points et calcule le polygone englobant afin de pouvoir déterminer l'aire intérieure.

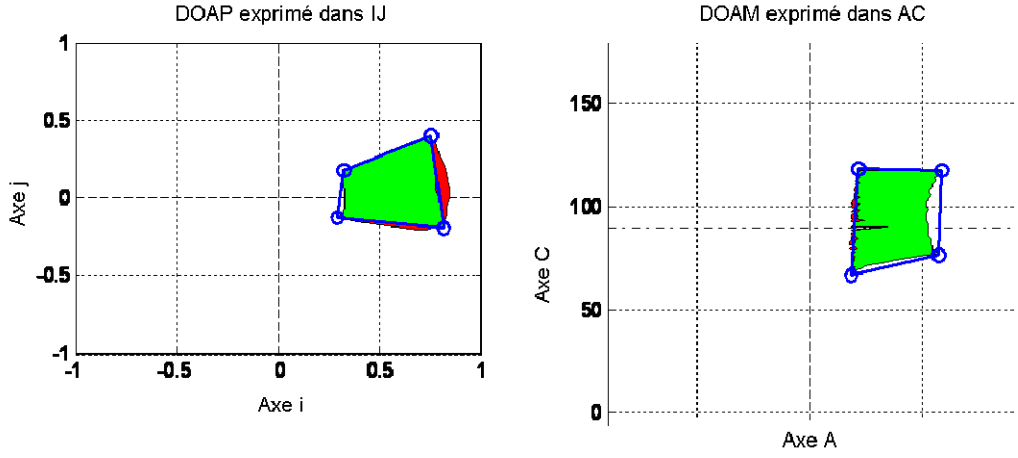


Figure 54 : Vérification de la précision pour le DOAP et pour le DOAM

Sur la Figure 54 est représenté le DOAP réellement atteignable. Celui-ci est le transformé du DOAM modélisé à quatre points. Il est plus logique de quantifier les erreurs dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ puisque les erreurs sur la pièce seront mesurées dans le repère pièce. Dans l'exemple de la figure, la perte quantifiée sur le DOAP est de 4.6% et le dépassement (en rouge sur la figure) est de presque 12%. Ces valeurs sont représentatives de l'adéquation du modèle mais l'important n'est pas le pourcentage de surface mais l'erreur générée sur la surface par ce manque de précision. Sur cette forme, l'erreur due à la précision n'est pas élevée, par contre pour d'autres formes, le modèle montre ses limites. Prenons le cas d'un DOAP rectangulaire de forme allongée, c'est-à-dire ayant la longueur très supérieure à la largeur. Les limites du DOAM modélisé étant courbées, le modèle ne couvre plus le DOAM réel, et le DOAP réellement pris en compte peut alors ne plus être en adéquation avec le DOAP modélisé, ce qui a une influence conséquente sur l'erreur. La Figure 55 illustre ce phénomène. Dans cet exemple, si on remonte aux angles de la pyramide ayant généré le DOAP, on passe d'un angle de d'inclinaison maxi de 60° à un angle de 78°, qui peut être assez néfaste dans le cas d'évitement de collisions par exemple.

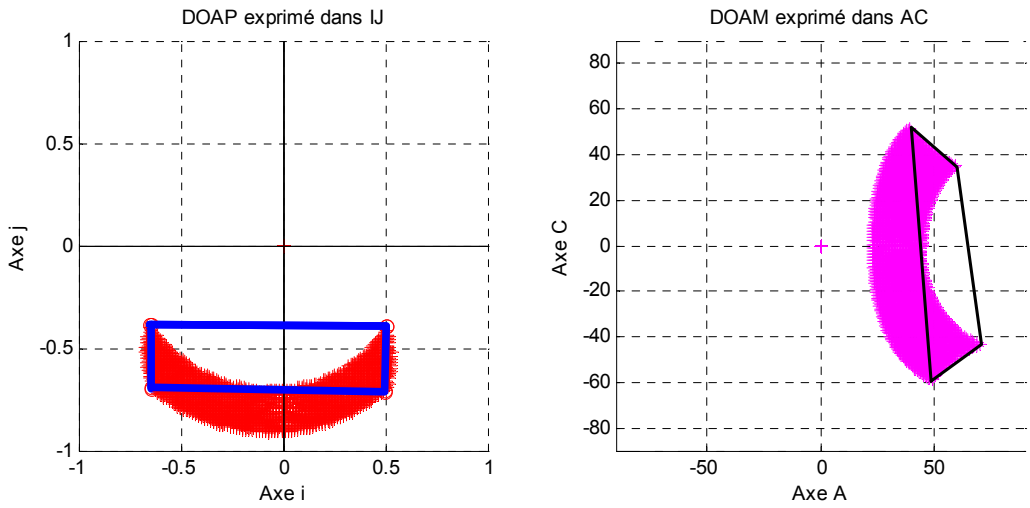


Figure 55 : Transformation d'un DOAP en forme de rectangle long

Il faut noter que ce problème n'existe que pour les DOA de forme allongée qui sont généralement créés par une opération de type usinage en bout. Dans ces opérations, on n'utilise qu'un outil de forme hémisphérique piloté par le centre, donc une modification d'orientation plus grande ne gêne pas forcément la qualité de la surface. On peut donc essayer de tenir compte de ce manque de précision pour définir un DOA plus petit. En revanche, en usinage en flanc, il faut absolument respecter le DOA car un défaut d'orientation génère un défaut de surface directement proportionnel. Mais, dans ce type d'usinage, les DOA sont

beaucoup plus petits du fait des contraintes géométriques plus restrictives. En effet, le défaut toléré sur la surface usinée est généralement très faible. Du fait de leur petite taille, l'effet des bords arrondis se fait très peu ressentir et la précision est très bonne. La Figure 56 montre que le DOAM associé à un DOAP de petite taille garde une précision convenable, l'erreur étant d'approximativement de moins d'un degré sur le domaine dans le repère machine.

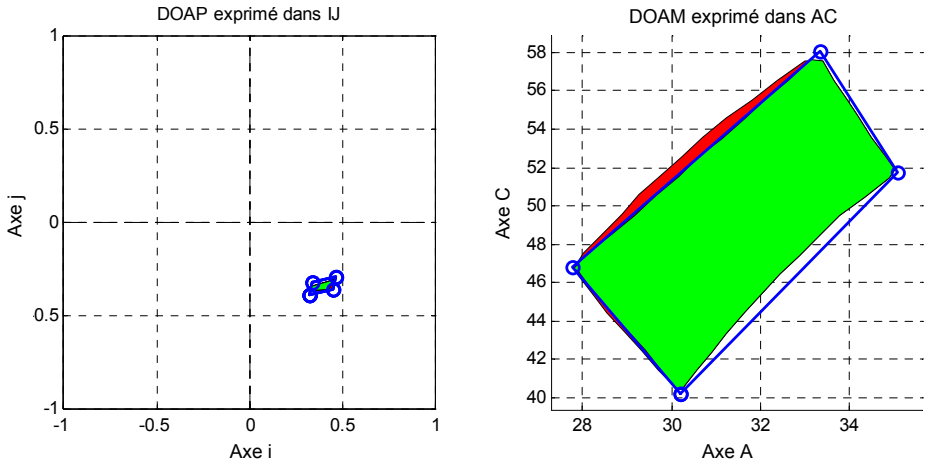


Figure 56 : Transformation d'un DOAP de petite taille

Le modèle peut être considéré comme acceptable dans le cas des usinages en flanc. Par contre, pour les usinages en bout, il faut prendre en compte les risques de déviation du domaine. Une vérification visuelle est donc nécessaire. Grâce à cela, on peut minimiser les défauts du modèle à quatre points. Ce nombre de points étant contraint par l'algorithme d'optimisation utilisé plus loin dans ce mémoire, ce modèle est tout d'abord conservé pour les essais mais on peut néanmoins tenter de déterminer quel serait le nombre de points idéal pour obtenir le bon ratio précision / temps de calcul. Toutefois, nous nous sommes placés ici dans le cas ou l'on évite les singularités géométriques, c'est-à-dire quand le point O n'est pas contenu dans le DOAP. Ce point est source de problèmes au niveau de la transformation du domaine que nous allons étudier dans la partie suivante.

5. Problématique des points de singularité

Lorsque le DOA de forme pyramidale contient l'axe k (0,0,1), le domaine se situe sur les deux sous-espaces de solution de la transformation cinématique inverse. En effet, d'un coté, c'est le domaine des A positifs et de l'autre, c'est le domaine des A négatifs. Dans le cas général, l'hypothèse de devoir rester dans le même sous espace de solution que le point original a été émise, or le trajet peut changer de sous espace à un moment donné. Dans ce cas

là, le DOA est défini par un polygone contenant l'axe k et doit alors garantir la possibilité de passage d'un sous espace à l'autre, sans détériorer ni la continuité ni la lissité de la courbe. La Figure 57 illustre le fait que si la pyramide du DOA est de part et d'autre de l'axe vertical, elle englobe alors les deux sous espaces. En utilisant un seul sous espace, le passage d'un coté à l'autre de la pyramide entraine un retournement du plateau C, ce qui génère des marques sur la pièce néfastes à sa qualité.

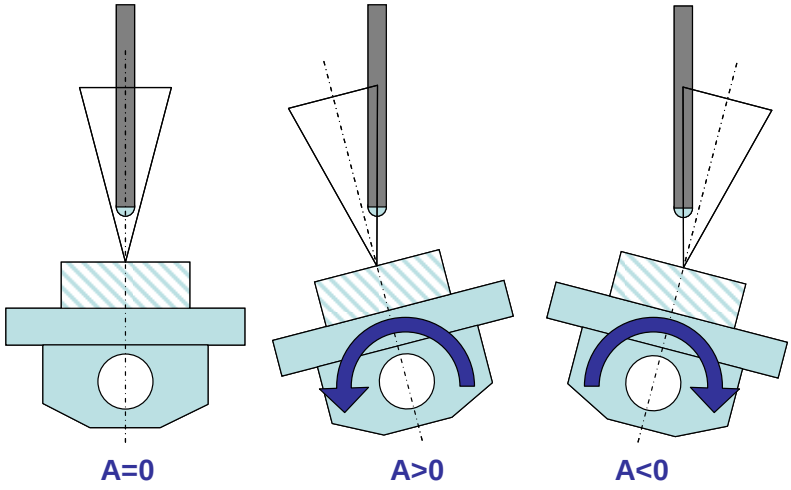


Figure 57 : Orientation de la machine dans les deux sous espaces de solution

En utilisant la transformation classique, il faut tenir compte des deux espaces de solution ce qui laisse néanmoins apparaitre d'autres problèmes. La Figure 58 illustre le résultat obtenu en transformant deux fois le DOAP, une fois dans le domaine A>0 et une fois dans le domaine A<0. En conservant un DOAM englobant les deux le DOAP serait donc décrit deux fois. Il est donc calculé en ne prenant en compte qu'un déplacement angulaire minimal de l'axe C par rapport à la position verticale, c'est-à-dire en évoluant de ±90°. Le DOAM réel ne varie donc, dans le cas des singularités, que sur une plage de 180° pour l'axe C puisque la coordonnée A peut être positive ou négative. Dans le cas général, il peut être sur une plage de 360°, la coordonnée A ne pouvant être que positive ou négative. Les deux sous espaces étant utilisés, toutes les directions sont bien considérées. On remarque par contre que le polygone associé à un domaine est « plat » et inexploitable.

La Figure 59 montre le DOAM obtenu en considérant les deux sous espaces. Sur celui-ci, la zone formée par les points 1,2,3,4,5 appartient au domaine de solution où A est positif, alors que la zone formée par les points 1,8,7,6,5 appartient à l'autre. Ces deux zones doivent être réunies dans l'espace articulaire afin de garantir la continuité du passage entre les deux domaines pendant l'usinage.

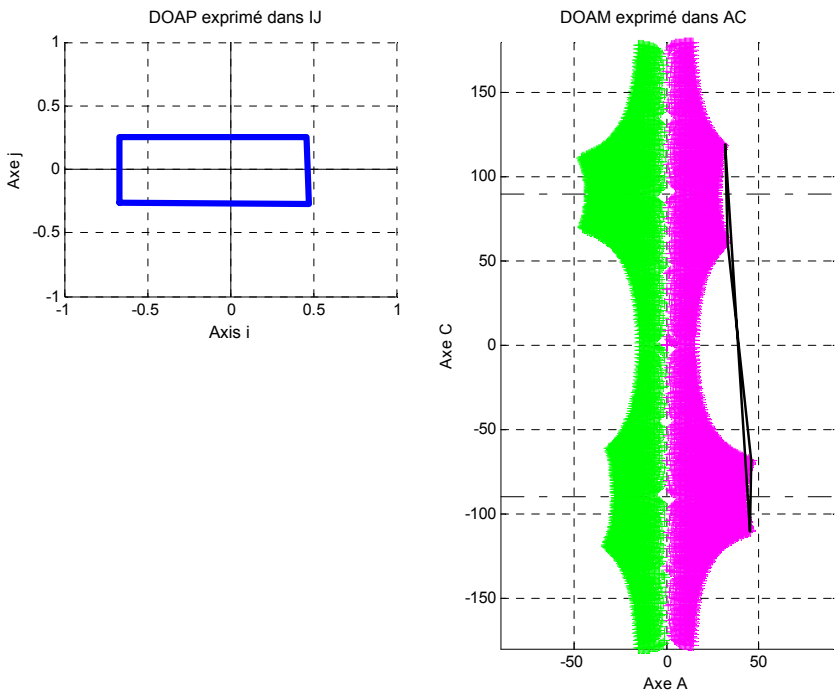


Figure 58 : Cas des singularités : transformation dans les deux sous espaces

Ainsi, les points 1 et 5 localisés sur la frontière entre les deux zones sont calculés dans les deux espaces de solution. Dans le cas contraire, une zone du domaine n'est pas prise en compte. De plus, les points du DOAP ne peuvent être transformés dans un ordre suivant leur répartition autour du polygone, sous peine d'obtenir un polygone croisé pour le DOAM. Les deux demi-DOAP doivent donc être transformés en sens inverse et réunis. On obtient alors le polygone englobant du DOAM réel avec la suite 1,2,3,4,5',1',8,7,6,5.

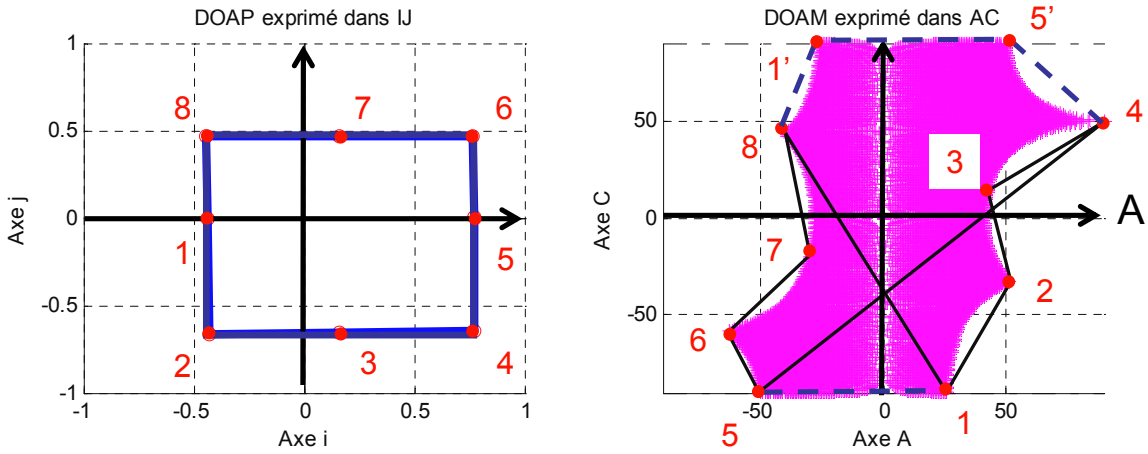


Figure 59 : Transformation du DOAP dans le cas d'une singularité

Le modèle considéré ici utilise 8 points, cela permet d'être plus précis. Mais avec seulement quatre points transformés, il est plus difficile d'obtenir un modèle en adéquation avec le réel. Il est donc nécessaire de mettre en place une méthode permettant de couvrir la plus grande partie du DOAM avec seulement quatre points. L'analyse des transformées des formes géométriques classiques permet d'identifier le type de forme que le DOAM réel peut représenter. La Figure 60 montre que les formes anguleuses produisent des pics alors que les formes arrondies sont généralement aussi arrondies. Elle illustre aussi la transformation des quadrilatères en forme quelconque sur la deuxième ligne.

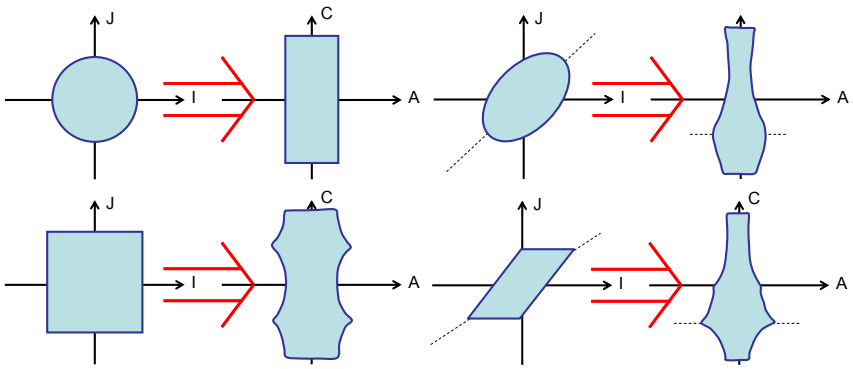


Figure 60 : Transformées de figures géométriques classiques

L'idée est de trouver le quadrilatère le plus grand inscrit dans le DOAM réel. Pour ne pas saturer le temps de calcul, il n'est pas possible de calculer le DOAM réel et de déterminer ensuite le quadrilatère. L'objectif est de calculer ce quadrilatère inscrit à partir du DOAP. La méthode de résolution est présentée dans la partie suivante.

5.1. Méthode de résolution du modèle à 4 points

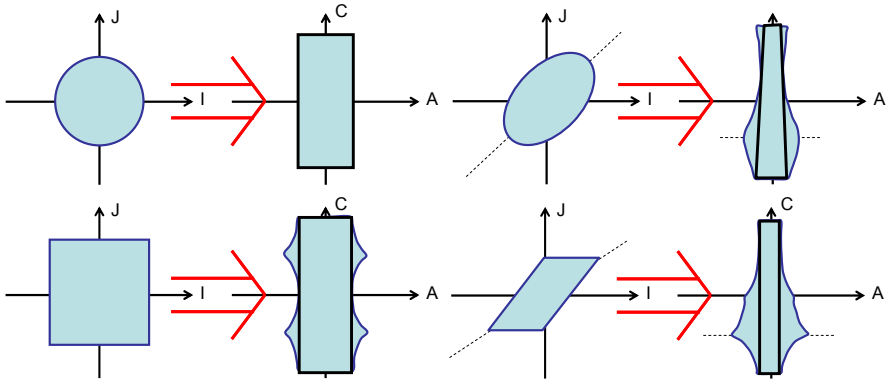


Figure 61 : Transformées de figures géométriques classiques avec le DOAM 4 points

Pour pouvoir déterminer ce quadrilatère, il faut trouver les points caractéristiques et leur transformée dans le DOAP. Afin de pouvoir couvrir toutes les directions dans le DOAP, le quadrilatère doit suivre la contrainte d'envelopper toutes les positions de C, donc de varier de -90° à +90° (modulo 180°). La Figure 61 reprend les figures géométriques précédemment obtenues et représente le quadrilatère le plus grand inscrit dans le DOAM réel.

Les points caractéristiques permettant de déterminer ce quadrilatère se situent donc sur les bords du DOAM réel. Nous allons étudier dans la suite comment identifier ces points à partir du DOAP compte tenu de la construction du DOAM réel. Prenons le cas d'un DOAP quelconque avec quelques points particuliers d'un seul sous espace.

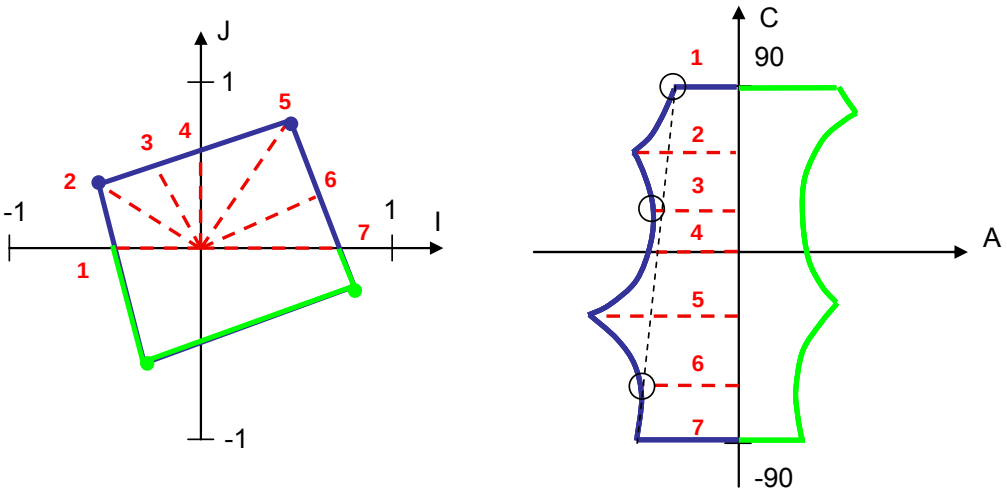


Figure 62 : Transformation du DOAP avec des segments radiaux

La Figure 62 illustre la transformée de ces points dans le repère de la machine. Pour construire le bord du DOAM réel, les segments radiaux partant du centre O et atteignant les limites du DOAP sont transformés en segments horizontaux représentant la position de l'axe C. En effet, ce sont leurs orientations qui définissent la consigne de l'axe C. Leur longueur détermine la limite sur l'axe A. Les points 1, 3 et 6 permettent de définir une droite tangente avec la frontière courbe du DOAM réel. Cette droite permet de construire le modèle à 4 points du DOAM. Ces points correspondent aux segments de plus petite longueur. Partant de cette constatation, une méthode basée sur la recherche de ces points et sur leur transformation a été mise en place.

Cette méthode détermine les coordonnées des points caractéristiques suivants :

- les points correspondant à la projection orthogonale du centre O sur les segments du DOAP (points 2 et 3 sur la Figure 63),

- les intersections des segments du DOAP et de l'axe i (points 1 et 4 sur la Figure 63).

Il faut noter que pour une machine de structure différente (AB ou BC), ces points caractéristiques ne seront plus les mêmes. Par exemple, pour une structure BC, ce n'est plus l'intersection avec l'axe i qui est prise en compte mais l'axe j. La Figure 63 montre pour un des deux sous-espaces de solution ces quatre points et leur transformée dans le repère $(O,\vec{a},\vec{c})$. On constate que ces points se situent sur des minimums locaux de la courbe représentant le bord du DOAM réel. Pour définir la droite limite, il suffit donc de déterminer les deux points dont la distance à l'axe C dans le DOAM est la plus petite. Ces points dans le DOAP ont la plus petite distance au point O.

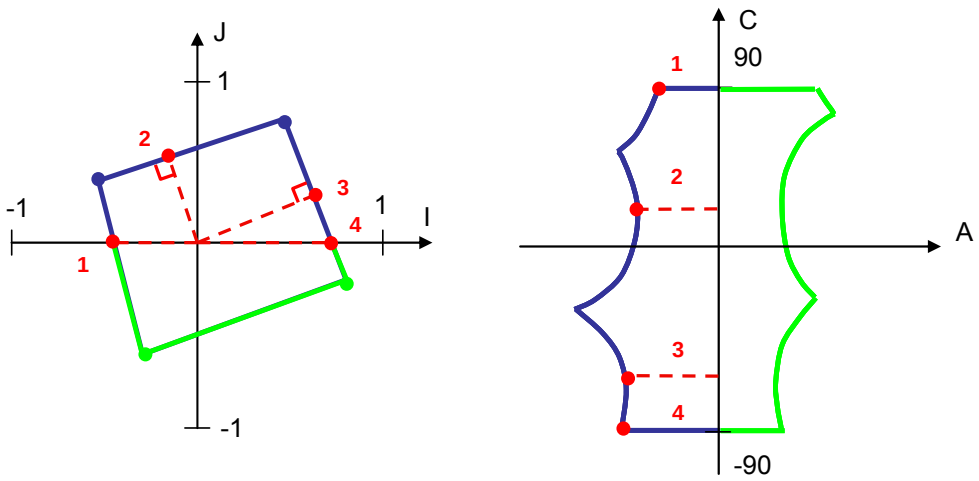


Figure 63 : Points caractéristiques du DOA dans le repère machine

Parmi les quatre points (1,2,3,4), un point caractéristique est déterminé par quartier du repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. Autrement dit, nous déterminons lequel des points 1 ou 2 est à la plus petite distance au centre O et de même pour 3 et 4. La Figure 64 montre les points résultants par quartier dans notre exemple. A partir de ces points, on peut construire les deux segments de droite définissant les bords du DOAM à 4 points. Ces segments rejoignent les droites C=90° et C=-90° même si les points minimaux ne sont pas situés sur celles-ci. Ainsi, les 4 segments forment le modèle du DOAM dans le cas des singularités géométriques.

Avec un tel modèle, les pertes de précision sont inévitables. Le DOAM réel n'est pas complètement accessible et par conséquent, le DOAP non plus. Cependant, la garantie d'avoir un DOAM balayant toutes les directions de C permet à l'axe outil de balayer toutes les directions dans le DOAP même si l'amplitude de mouvement est réduite. L'exemple

précédent produit une perte de 31% en termes de surface couverte par le DOAP réellement admissible.

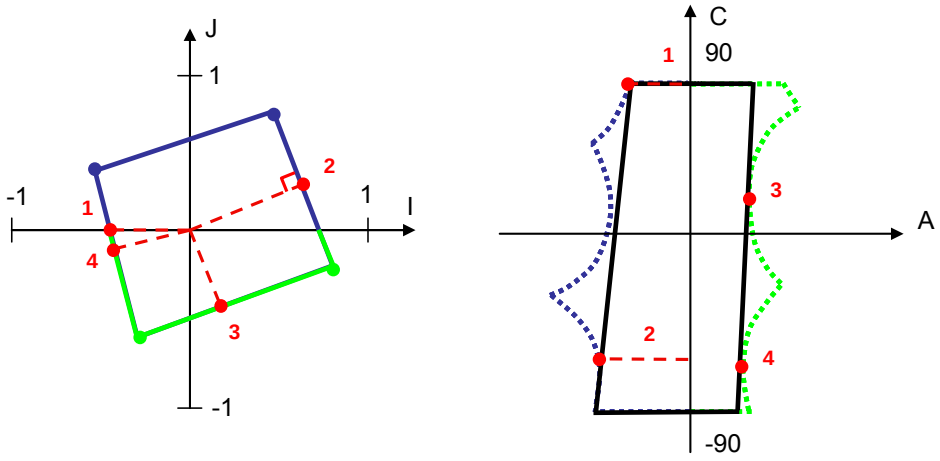


Figure 64 : Transformation des points caractéristiques pour definer le DOAM

La Figure 65 montre deux autres exemples où le DOAM à 4 points est retransformé dans le repère pièce pour quantifier la perte de précision.

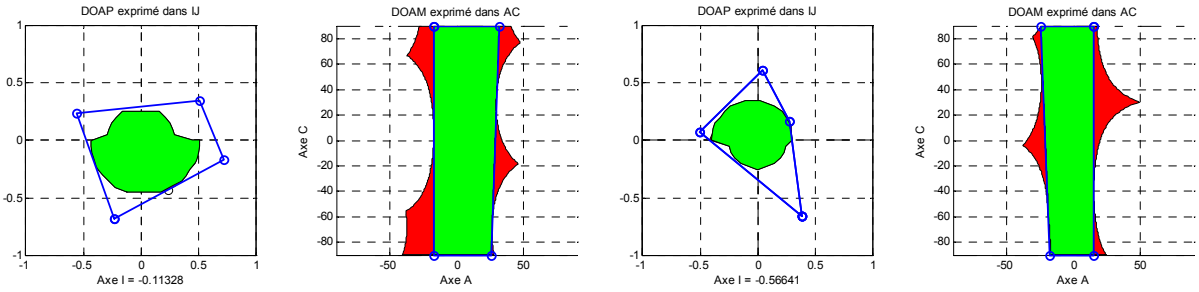


Figure 65 : DAOP réellement admissible dans le cas d'une singularité

Dans ces cas là, la perte peut être plus grande, dépassant les 50% notamment dans le cas où l'un des sommets du DOAP est très éloigné du centre et forme un angle vif aussi bien dans le repère pièce que dans le repère machine. Toutefois, le DOAP est obtenu en projetant un rectangle ayant subi des rotations dans le plan (i, j), donc ce type de forme a peu de risque d'être obtenu lors du calcul automatique du trajet et du DOA associé sauf dans le cas de trajets où le détalonnage donné à l'outil est proche de 90°.

5.2. Construction du trajet

Les équations de la TCI ou la méthode présentée précédemment calculent les points sur une plage de 360° centrée sur zéro. Or les coordonnées associées au trajet initial peuvent sortir de cette plage notamment pour assurer la continuité du mouvement dans la machine. Par

conséquent, la coordonnée C du trajet outil n'est pas située dans l'intervalle [-180°, 180°] mais [-180°, 180°] modulo 360°.

Dans le cas général, cela n'a pas beaucoup de conséquences, puisqu'il suffit de vérifier la position du trajet original servant à la définition du DOA, et de décaler le DOAM dans le même intervalle. Toutefois, dans le cas des singularités géométriques, l'intervalle est réduit à [-90°, 90°] ce qui génère quelques difficultés. Ainsi, les domaines sont décalés de modulo 180° et il convient de corriger le signe de la coordonnée A suivant le décalage à appliquer. La Figure 66 présente les valeurs de correction à effectuer sur le calcul des coordonnées suivant l'orientation du trajet initial. Dans le cas général, la coordonnée A est inchangée, seule la position du plateau tournant C doit être décalée. Dans le cas particulier des singularités géométriques, un demi-tour du plateau C change le signe de la coordonnée A, qui doit donc être corrigée.

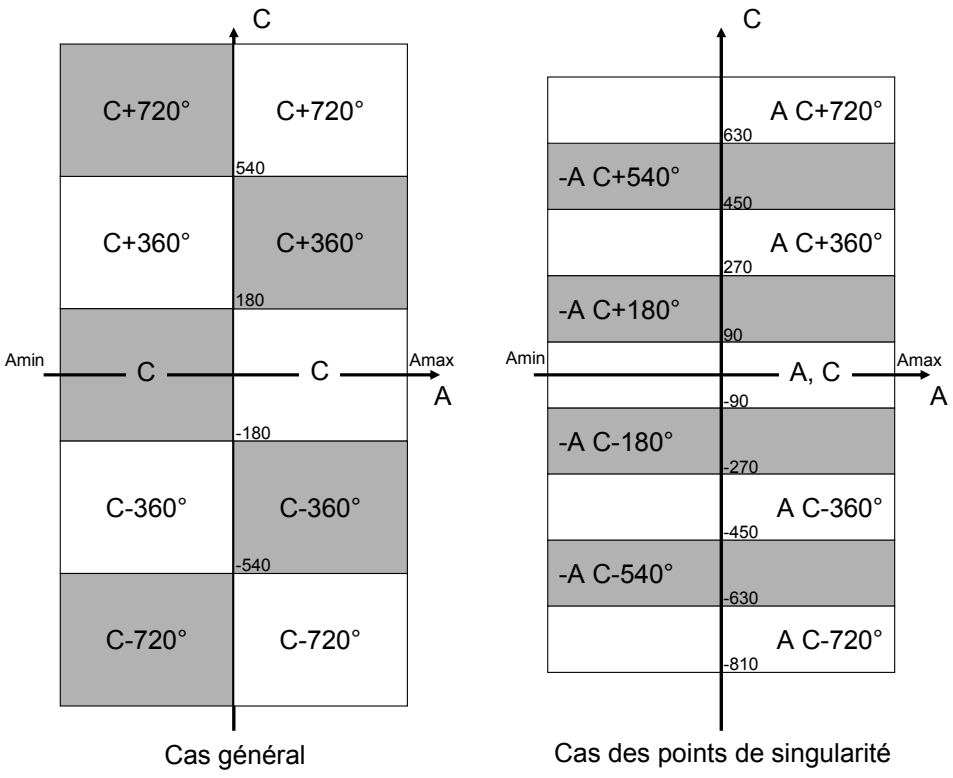


Figure 66 : Choix du décalage en fonction de la position du point initial

En résumé, si le DOAM est dans un intervalle [-90°, 90°] modulo 360, il faut rajouter le modulo à la coordonnée en C et s'il doit être dans un intervalle [-90°, 90°] modulo 360 + 180, alors les couples (A_1, C_1), (A_2, C_2), (A_3, C_3) et (A_4, C_4) deviennent (-A_1, C_1+modulo+180), (-A_2, C_2 +modulo+180), (-A_3, C_3 +modulo+180) et (-A_4, C_4 +modulo+180). Le trajet est ainsi recalé sur le trajet initial post-processé.

Les paragraphes précédents ont montré que le modèle 4 points pouvait atteindre ses limites dans certains cas, notamment celui des singularités géométriques. Les premiers essais ont montré que pour certains trajets, une mauvaise précision du modèle ne permettait pas d'aboutir à une solution en ce qui concerne l'optimisation présentée au chapitre 4. Il est possible d'envisager la définition d'un modèle plus précis permettant d'éviter les problèmes liés à la perte de précision.

6. Enrichissement du modèle

Pour des considérations algorithmiques, le modèle choisi a longtemps été le modèle 4 points. Le procédé d'optimisation permet d'utiliser un modèle plus précis exprimé sous plusieurs formes différentes. Nous pouvons donc disposer de deux modèles, l'original à 4 points et le modèle enrichi à 16 points.

6.1. Passage du modèle de 4 à 16 points

Plus le nombre de points du DOAM est grand, plus le modèle est précis, en revanche le temps de calcul pour transformer tous les points augmente. Le modèle de construction du DOAP est inchangé et conserve la forme d'un quadrilatère. La Figure 67 illustre l'augmentation de la précision avec le nombre de points.

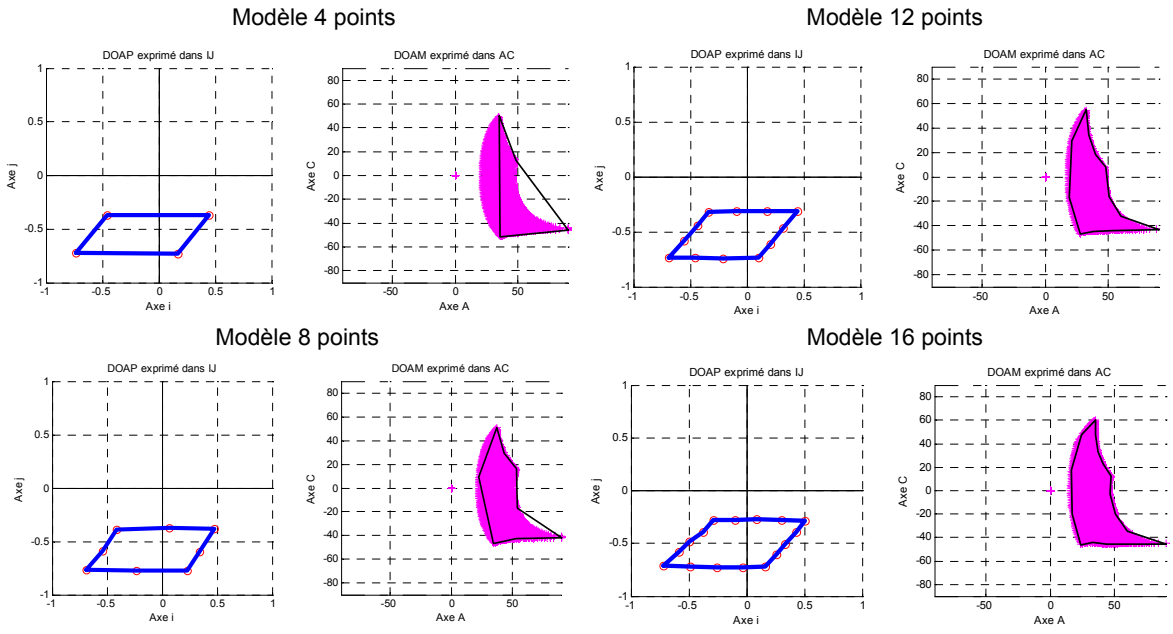


Figure 67 : Comparaison des modèles de 4 à 16 points sur un exemple

On remarque sur cette figure qu'à partir de 12 points l'adéquation du modèle est suffisante car le DOAP n'est jamais de forme trop complexe. Toutefois, le modèle 16 points

est adopté car il faut ajouter 4 points dans le cas des singularités géométriques comme expliqué dans le paragraphe suivant. Les 16 points sont équitablement répartis sur les segments ce qui donne 5 points par segment, les sommets étant commun. Le DOAM est alors constitué des 16 points transformés dans le repère pièce comme pour le modèle à 4 points. Ceci a pour but de limiter voire annuler les pertes de précision du modèle.

6.2. Cas des points de singularité pour le modèle 16 points

Dans le cas des singularités, le modèle enrichi est initialement construit sur 12 points. Comme dans le cas précédent chaque segment du quadrilatère a donc 4 points équitablement répartis. De la même façon que pour le modèle à 4 points, la transformation de ces points donne un polygone croisé. Le croisement du polygone intervient au niveau des points les plus proches de l'axe i, or cet axe définit la limite entre les deux sous espaces.

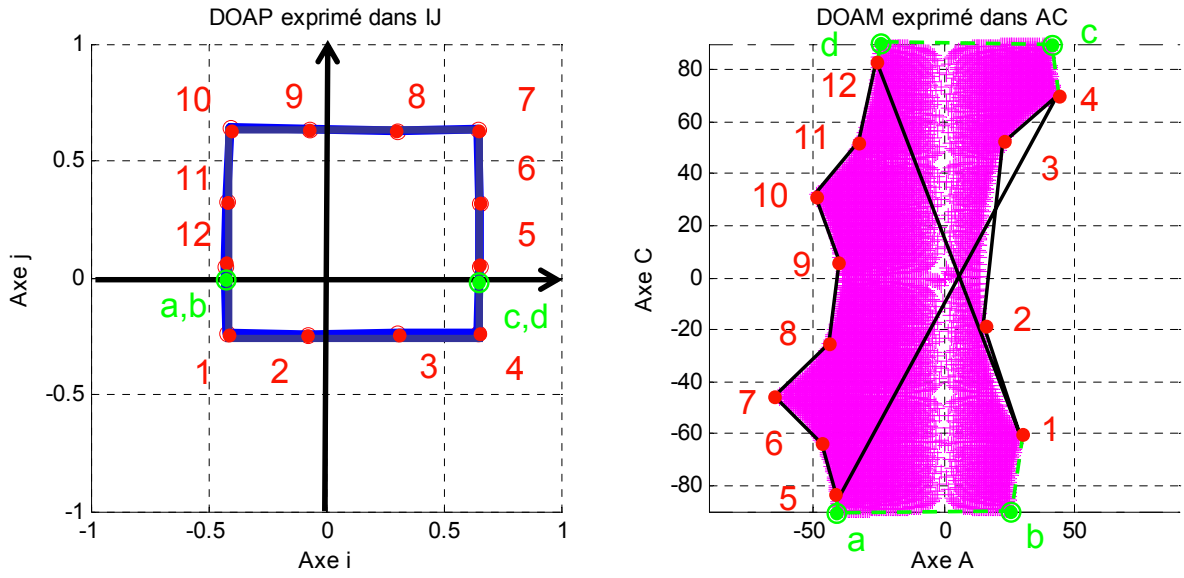


Figure 68 : Transformation du modèle à 16 points

Partant des constatations de la transformation de la Figure 59 (Paragraphe 5), 4 points (a,b,c,d) sont rajoutés sur l'axe i. Deux points sont confondus avec les deux autres (a,b et c,d) afin d'obtenir quatre points distincts dans le DOAM, soit deux points dans chaque sous-espace (a, d et c, b).

Comme le montre la Figure 68, ces quatre points permettent d'obtenir un DOAM variant sur la plage entière des positions de C soit 180°. La transformation du DOAP à 12 points génère donc un DOAM à 16 points, de même dimension que dans le cas général. Le modèle enrichi est alors recalé de la même façon que le modèle 4 à points.

7. Représentation 3D de l'orientation de l'axe outil

Les méthodes de résolution du problème d'optimisation, présentées dans le chapitre suivant, utilisent le concept du DOA représenté dans un repère particulier. L'idée est d'utiliser un repère ayant sur un axe tous les points du trajet représentés par leur abscisse curviligne, et sur les autres axes les coordonnées articulaires des axes rotatifs. Les deux axes rotatifs ne sont pas indépendants et doivent être traités ensemble. Comme le montrent la forme et l'orientation quelconque des DOAM, on ne peut définir la contrainte sur chaque coordonnée A ou C. En effet, la limite maximale sur A dépend de la position de l'axe C et vice-versa.

Le DOAM permet donc de traiter les deux variables en même temps en délimitant le domaine par un polygone fermé. Dans ce repère, doit donc figurer le DOAM de chaque point afin de pouvoir exprimer la contrainte de l'optimisation pour la génération globale du trajet dans le repère machine.

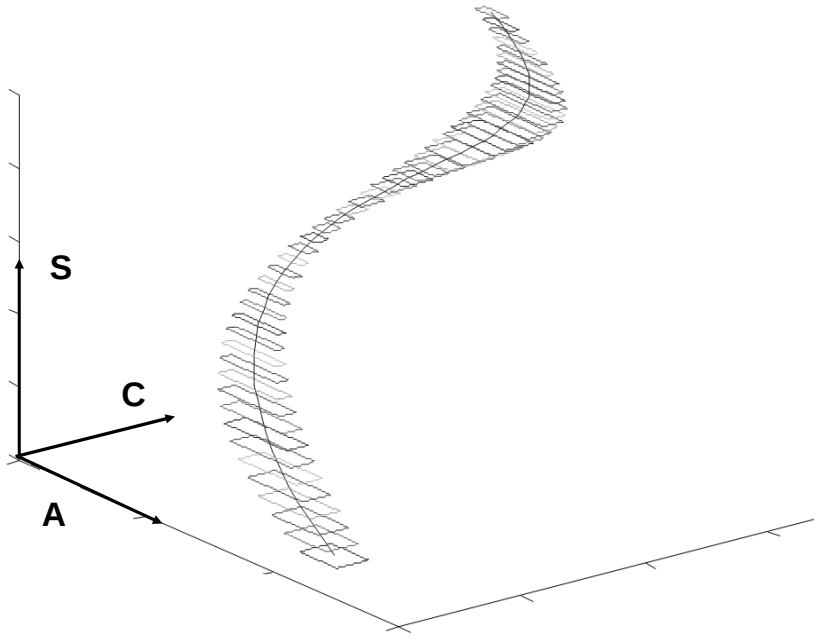


Figure 69 : Représentation du DOA en chaque point pour l'optimisation

Le repère choisi est donc le repère $(\vec{a},\vec{c},\vec{s})$ qui permet de visualiser sur l'axe s la succession des DOAM en chaque point. La Figure 69 montre le tube formé par cet empilement. Grâce à cette représentation, l'optimisation consiste donc à générer dans ce tube une évolution de l'orientation minimisant les perturbations pendant l'usinage.

8. Conclusion

La contrainte d'appartenir au tube est utilisée par nos méthodes calculatoires ou d'optimisation ayant pour l'objectif d'améliorer le comportement cinématique de la machine. Cependant, on peut imaginer que d'autres utilisations puissent voir le jour notamment dans les recherches se basant sur la détermination de domaines qu'ils soient d'accessibilité, de flexion minimum de l'outil, de non-interférences ([Wang07], [Menzel04], [Gilles07]). Le nombre de points du modèle peut donc évoluer selon l'utilisation et le type de contraintes géométriques que l'on souhaite transformer dans le repère pièce en vue d'une optimisation.

Ce chapitre s'est donc intéressé à la présentation du concept de Domaine d'Orientation Admissible. Les différents paragraphes ont permis d'étudier sa définition et de présenter en détails les algorithmes de construction des deux modèles associés. Les deux modèles permettent d'obtenir deux niveaux de précision avec un temps de calcul différent. Dans le cas des singularités géométriques, il s'avère même que le modèle enrichi soit plus rapide à calculer du fait de calculs plus simple que pour le modèle à 4 points. Le modèle originel à 4 points conserve tout de même toute son utilité afin de réduire le temps de calcul des optimisations.

Le chapitre suivant présente ces quelques méthodes de résolution utilisant ce concept original.

Chapitre 4 : Optimisation de trajets à 5 axes utilisant la méthode du DOA

L'objectif de ce chapitre est de présenter et d'analyser les méthodes de résolution du problème d'optimisation des trajets à 5 axes vis-à-vis du comportement de la machine. Le premier paragraphe permet de valider l'hypothèse de travail définie au chapitre 1 p60. La première analyse reprend plus en détail la campagne d'essais effectuée avec une méthode d'approximation polynomiale qui démontre l'effet du lissage et la nécessité de modéliser les contraintes pour garantir l'erreur.

Puis, l'optimisation sous contrainte est définie et analysée afin de trouver la fonctionnelle la plus efficace. Cette méthode utilise le concept du DOA afin de garantir le respect des contraintes géométriques.

Enfin, d'autres méthodes algorithmiques sont analysées dans le but d'éviter de recourir à l'utilisation d'un processus d'optimisation parfois lourd en temps de calcul. La première méthode propose une déformation locale du trajet alors que la seconde propose une interpolation polynomiale sur le trajet global. Une dernière partie tend à comparer ses méthodes par rapport à des critères de temps et de précision. Tout au long de ce chapitre, les algorithmes présentés sont définis pour des machines 5 axes ayant les axes A et C comme axes de rotations montés sur un berceau et un plateau rotatif. Mais toutes les méthodes peuvent être transposées à des machines AB ou BC que ce soit sur tête ou sur berceau.

1. Validation de l'hypothèse de travail

Ce premier paragraphe est dédié à la validation de l'hypothèse de travail. L'objectif est de montrer qu'il est plus intéressant de travailler sur les consignes du repère machine que sur les coordonnées dans le repère pièce. Pour cela, un essai est mis en place. Il consiste à relier deux points ayant des orientations différentes.

Le premier point a pour consignes A=-45, C=-70 et le dernier point A=-5, C=10. Les deux orientations sont reliées par une quarantaine de points dont l'orientation peut varier selon trois méthodes :

- premier cas : variation linéaire dans le repère pièce,
- deuxième cas : variation linéaire dans le repère pièce par la FAO,
- troisième cas : variation linéaire dans le repère machine.

La Figure 70 illustre l'évolution des coordonnées vectorielles de l'axe outil et la Figure 71 les consignes des axes rotatifs de la machine.

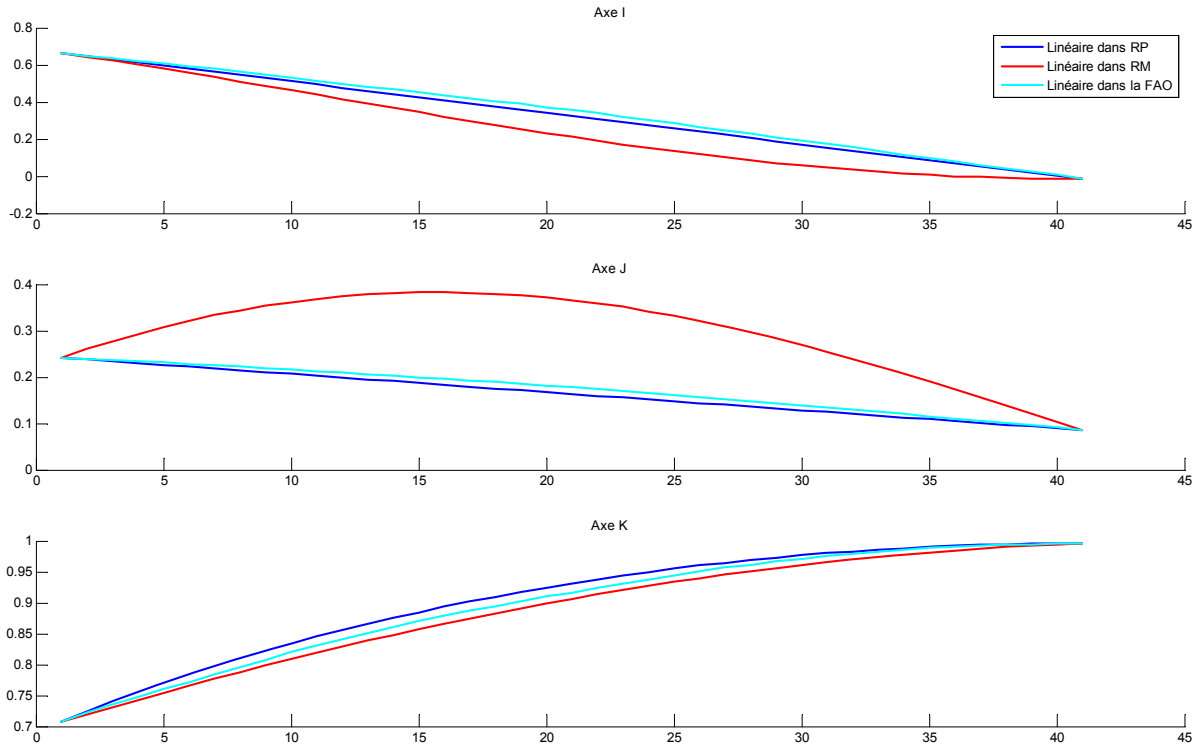


Figure 70 : Coordonnées vectorielles de l'axe outil dans les trois cas

Dans le premier cas, les deux points sont reliés par des droites sur les coordonnées I et J. Dans le deuxième cas, les orientations des deux points sont reliées par une méthode d'interpolation des deux axes outils dans le logiciel de FAO. Cette méthode est très proche de la première, seul l'algorithme de calcul de la FAO produit cette différence. Dans le troisième cas, ce sont les coordonnées articulaires qui sont reliées par une variation linéaire.

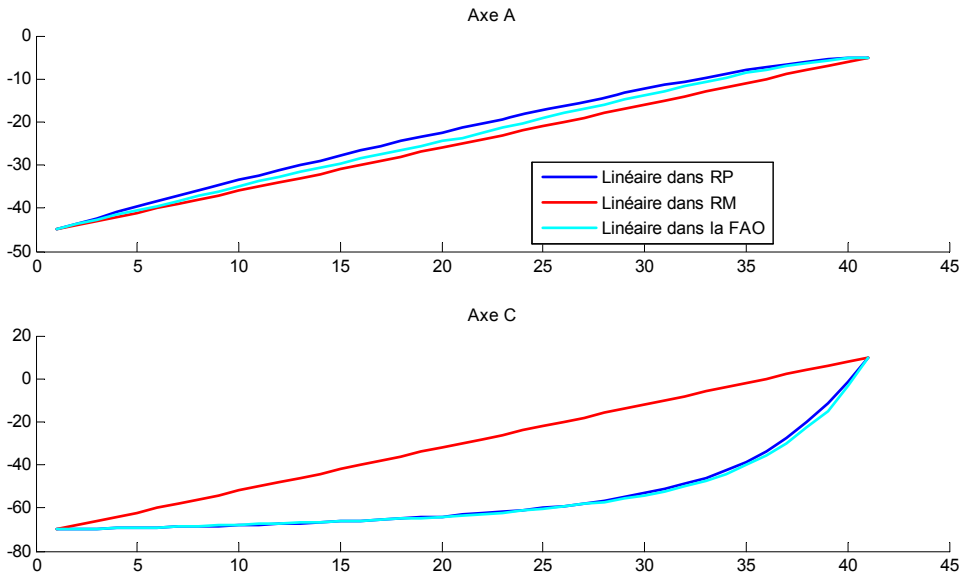


Figure 71 : Consignes angulaires de l'axe outil dans les trois cas

La Figure 72 montre le rendu du trajet dans le repère pièce pour les méthodes 2 et 3. On remarque que les trajets ont bien les mêmes extrémités, seule la variation de l'axe outil entre les deux est différente. Toutefois, les trajets sont assez proches l'un de l'autre. Il est à noter que la forme du trajet de la méthode 3 dépend de la position du trajet par rapport au repère d'usinage, ce qui n'est pas le cas de la méthode 2. Sur des petites variations d'orientation, les résultats seraient encore plus proches or dans ce test, l'amplitude de mouvement entre les orientations de départ et d'arrivée est relativement élevée.

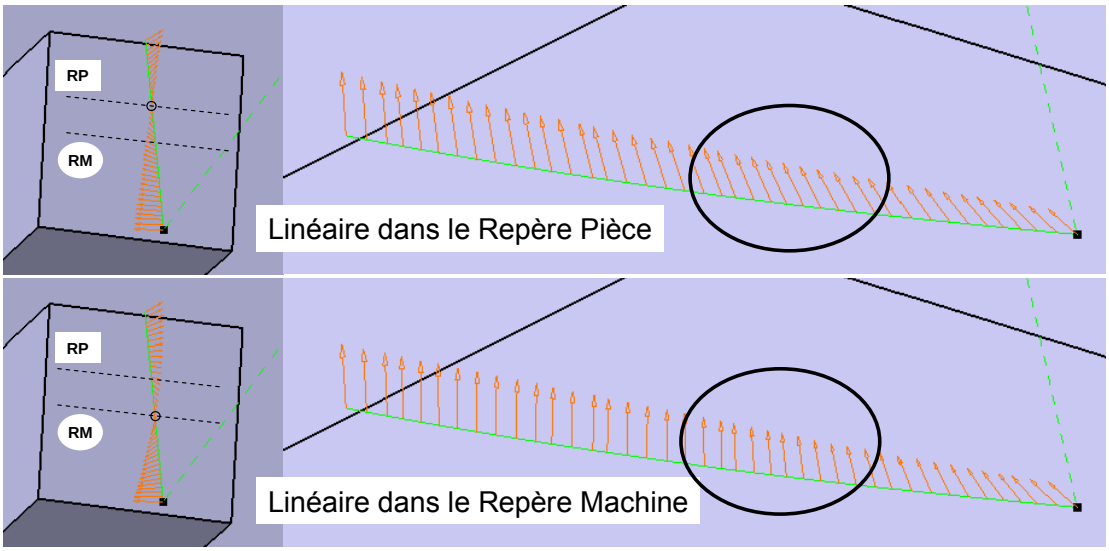


Figure 72 : Trajet dans la FAO des deux derniers cas.

Les trois cas sont testés sur une machine 5 axes en ne mettant en mouvement que les axes de rotation de la machine. Au contraire de la Figure 72, la position de l'outil ne change pas au cours du temps. Le trajet défini dans le logiciel de FAO sert juste à représenter la succession des positions. Les temps de parcours dans les trois cas sont respectivement de : 3.5s, 3.3s, 2s. Dans les trois cas, la distance à parcourir par les axes est la même puisqu'on relie les mêmes orientations aux extrémités, cependant la consigne de vitesse n'est pas la même. Dans les deux premières méthodes, l'axe C se déplace doucement pour finalement aller plus vite sur la fin. La troisième méthode permet un déplacement à vitesse constante sur les axes.

Il est donc logique que la troisième méthode soit la plus rapide, ce qui vérifie notre hypothèse de lisser les consignes des axes rotatifs de la machine plutôt que les coordonnées de l'orientation de l'axe outil dans le repère pièce.

2. Approximation polynomiale du trajet calculé dans le repère machine

2.1. Présentation

La première méthode présentée fait appel à une approximation polynomiale et se base sur notre l'hypothèse de travail (p60). Le principe général est d'approximer les courbes de consigne de position des deux axes rotatifs par une courbe polynomiale de degré connu car elles peuvent être bruitées. Avoir une courbe calculée sur la base d'un polynôme permet de garantir la continuité de la courbe et de ses deux premières dérivées, et assurer la lissité de la courbe.

Pour chaque consigne d'axe à lisser, la courbe d'évolution de la consigne de position de l'axe en fonction de l'abscisse curviligne le long du trajet est approximée par une courbe polynomiale de degré choisi. Le degré de la courbe d'approximation influe sur la qualité et sur le temps d'usinage. En effet, suivant la forme de l'évolution, une courbe d'approximation de degré faible a des pouvoirs lissants élevés mais génère plus d'erreur par rapport à la position originale. Au contraire, une courbe de degré élevé lisse moins le comportement de l'axe mais assure une meilleure approximation de la consigne originale.

Seules les consignes d'orientation du trajet initial sont donc lissées. Celles-ci sont modifiées indépendamment l'une de l'autre selon deux méthodes présentées dans les paragraphes suivants. Les deux méthodes reprennent toutes les deux le même schéma de construction c'est-à-dire en extrayant les coordonnées des axes rotatifs du trajet 5 axes qui

sont ensuite modifiées par approximation puis réintroduites dans le trajet. La courbe de position dans l'espace du point piloté de l'outil reste inchangée, seule l'orientation de l'axe de l'outil est modifiée.

2.2. Première méthode : lissage des deux axes rotatifs

Dans le premier algorithme, les courbes des deux axes rotatifs sont approximées par une courbe polynomiale. Ces deux courbes peuvent avoir un degré différent suivant le trajet outil analysé. La valeur du degré permet d'approximer la courbe au mieux et les deux axes rotatifs n'ont pas forcément les mêmes évolutions. La Figure 73 schématise l'algorithme de reconstruction du trajet où les consignes d'orientation lissées sont ajoutées aux consignes de position.

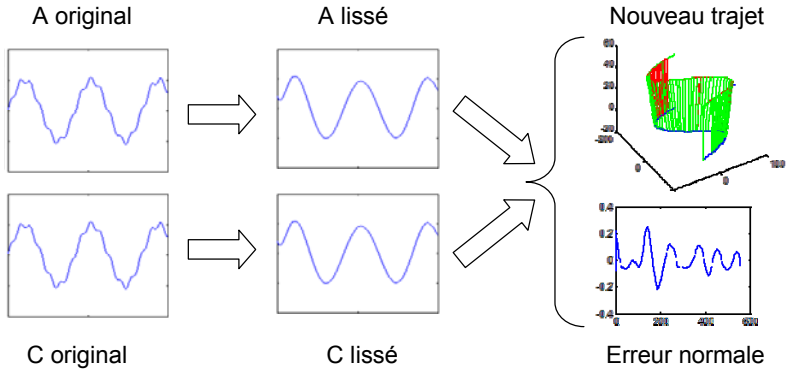


Figure 73 : Lissage des deux axes de rotations [Castagnetti07]

Une fois le nouveau trajet obtenu, l'erreur par rapport au trajet initial est calculée. Celle-ci est séparée entre l'erreur tangentielle et l'erreur normale qui sont toutes deux calculées dans une base locale de Frenet là où elles sont maximales sur la surface, c'est-à-dire au plus loin du point piloté de l'outil. L'outil tournant autour de son point piloté par la modification d'orientation, l'erreur dépend de la hauteur coupée sur la surface

2.3. Deuxième méthode : lissage de l'axe le moins dynamique

Pour la deuxième optimisation illustrée sur la Figure 74, l'erreur est prise en compte comme contrainte. Etant donné que l'axe de rotation C est moins dynamique que l'axe A, le lissage est effectué seulement sur la courbe de position de l'axe C comme pour l'optimisation précédente pour améliorer le comportement cinématique de la machine.

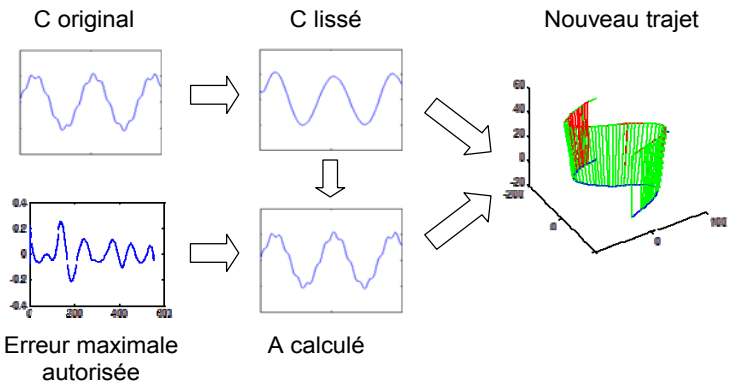


Figure 74 : Lisser l'axe le moins dynamique [Castagnetti07]

Ensuite, pour chaque point du parcours, la position de l'axe A est calculée sous la contrainte d'obtenir une erreur normale minimale, à partir de la nouvelle position de l'axe C. Comme précédemment, cette erreur est calculée à partir d'une base locale de Frenet dans le repère pièce et détermine la meilleure position pour l'axe A.

En effet, comme la valeur de position de l'axe C est modifiée, une nouvelle consigne de l'angle A peut être calculée dans l'espace machine afin d'approcher l'axe outil calculé de sa position originale (Figure 75). Une fois les nouvelles positions de C calculées, pour chaque point du trajet, l'erreur normale est calculée pour différentes positions de l'axe A. Ces positions sont définies dans une plage de travail définie pour ne pas générer des mouvements trop grands et pour pouvoir compenser suffisamment l'erreur. La plage choisie pour les applications est de ±15°.

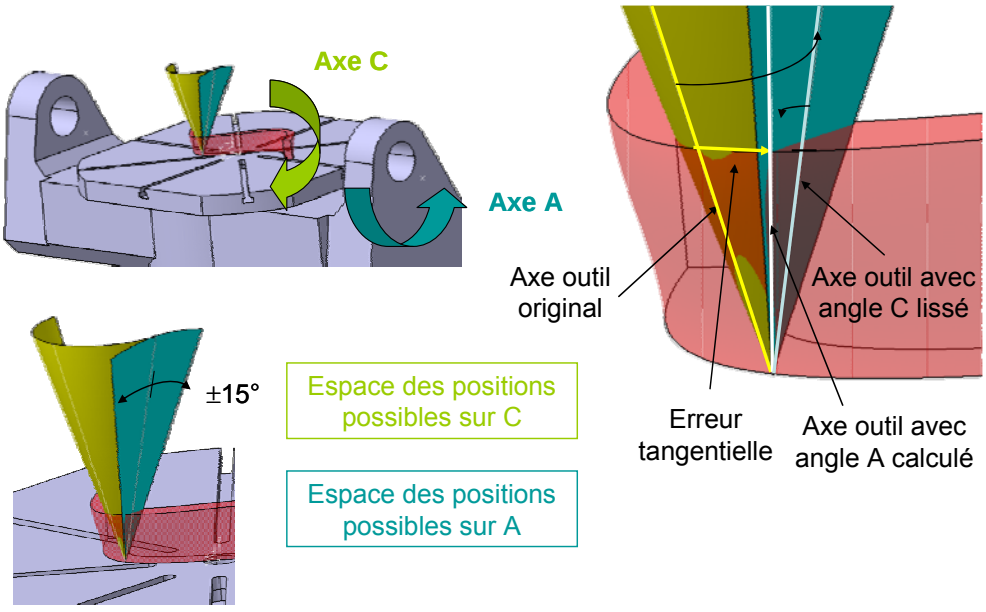


Figure 75 : Position originale et calculée pour l'axe A [Castagnetti07]

Le point correspondant à l'erreur minimale est donc retenu comme nouvelle position pour l'axe A. L'angle A est donc calculé pour compenser la modification de l'angle C vis-à-vis de l'erreur normale. La nouvelle orientation est ajoutée à la position du point piloté de l'outil.

L'objectif de cette optimisation est ainsi d'obtenir une variation de position la plus lisse possible pour l'axe le moins dynamique sur la machine outil, tout en limitant les écarts par rapport au trajet.

2.4. Evaluation expérimentale de l'influence du lissage

Afin de valider les effets d'une modification de l'orientation de l'axe outil d'un trajet 5 axes, ces deux optimisations sont mises en œuvre sur une pièce d'essai. Nous utilisons une pièce usinée en flanc et une machine outil à 5 axes HURON KX15. Cette pièce est construite par une surface gauche représentée en foncé sur la Figure 76, qui est construite à partir de deux courbes Bspline. La surface en forme de S possède un angle de torsion de 17 degrés. L'opération est effectuée en une seule passe, sur toute la hauteur soit 50 mm.

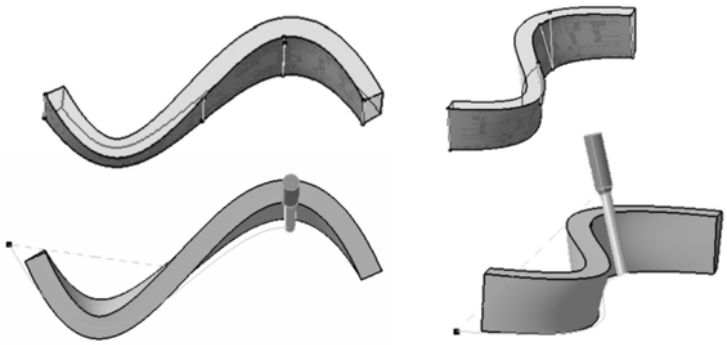


Figure 76 : Géométrie d'une pièce d'essai

La machine outil KX15 possède des axes de rotations peu dynamiques. De plus, l'axe C du plateau tournant est le plus contraignant, il ralentit donc les autres axes qui sont synchronisés. Les valeurs de temps et les courbes de vitesses sont obtenues par le mode oscilloscope de la commande numérique Siemens 840D de la HURON.

2.4.1. Première campagne d'essais

La première méthode est testée en utilisant le même degré pour les courbes polynomiales approximant la position des axes A et C. Dans les tableaux présentés ci dessous, le terme A4C8 indique que la courbe polynomiale approximant l'axe A est de degré 4 et celle sur l'axe

C est de degré 8. En utilisant le même degré, le comportement de la machine est amélioré mais l'erreur normale sur le haut de la surface est trop importante pour garantir la qualité de la pièce fabriquée. La Figure 78 montre que les axes de rotation sont moins sollicités pour des courbes de degré faible.

Degrés	Vitesse d'avance	Temps d'usinage	Amélioration	Erreur normale
Original	4 m/min	10,7s	Référence	Réf
Original	10 m/min	10,44s	Référence	Réf
A4C4	4 m/min	6,67s	37,6%	±1 mm
A12C12	4 m/min	7,2s	34,3%	±0,2 mm
A4C4	10 m/min	5,35s	48,7%	±1 mm
A12C12	10 m/min	6,01s	42,4%	±0,2 mm

Tableau 3 : Résultats de la première optimisation

En fait, comme le montre le Tableau 3, avec un degré égal à 4, le temps d'usinage peut être réduit d'environ 50% par rapport à l'original avec une vitesse d'avance de 10m/min.

Néanmoins, cette amélioration est surtout due à la suppression d'une singularité présente sur le trajet original par le lissage. Cette singularité crée dans le repère machine des mouvements non souhaités qui ralentissent fortement la machine. Cela se traduit par une oscillation de forte amplitude sur la consigne de l'axe C. Avec le lissage, cette oscillation est lissée par l'approximation et le passage de singularité se fait sans discontinuité. Ainsi le ralentissement est évité et le temps d'usinage fortement raccourci.

Cependant, l'erreur normale maximale sur un point du parcours est proche du millimètre, ce qui n'est pas acceptable. Si le degré est augmenté, le temps d'usinage est augmenté et l'erreur diminue. L'exemple montre qu'avec un degré 12, l'erreur est divisée environ par cinq. Néanmoins, elle est encore trop importante pour un usinage de type flanc. La deuxième méthode est donc testée dans le paragraphe suivant.

2.4.2. Deuxième campagne d'essais

Dans cette campagne d'essais, l'axe C est lissé par des courbes polynomiales de degré différent. Trois valeurs sont choisies : 4, 8, 12 tandis que l'axe A est calculé en chaque point pour garantir l'erreur normale minimale en tout point. Comme prévu, le trajet outil optimisé

avec une courbe de degré faible pour C génère moins de sollicitations sur le plateau tournant. En effet, plus le degré est faible, plus les amplitudes des variations d'accélération sont faibles. Mais le temps d'usinage n'est pas assez réduit dans cette campagne. En fait, le lissage de C rend l'axe A menant, les variations de l'axe A ne sont alors pas assez lissées pour améliorer significativement le comportement de la machine (Figure 77).

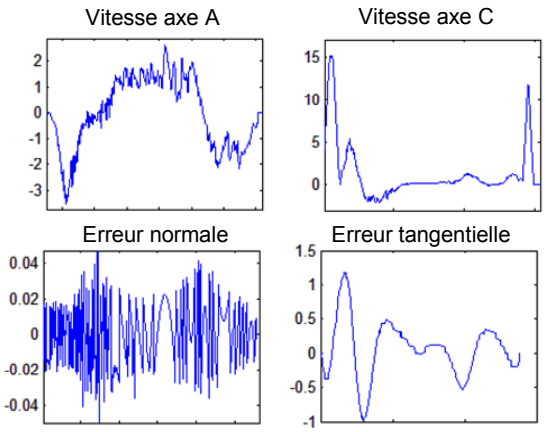


Figure 77 : Vitesses des axes rotatifs et erreurs sur la pièce après lissage

La Figure 77 montre aussi que le calcul de la deuxième méthode garantit une erreur normale inférieure à 40 µm pour tous les points et jusqu'à 20 µm pour une certaine partie. Suivant la forme de la consigne, elle peut même être encore moindre. Elle est aussi fonction de la hauteur coupée. Cette valeur d'erreur est plus acceptable que dans la première méthode en considérant le gain en temps de l'optimisation. Ces résultats montrent que les deux axes rotatifs doivent être optimisés avec des degrés différents. L'axe le moins dynamique doit être approximé par une courbe de degré faible, pour diminuer les sollicitations sur l'axe. L'autre axe doit donc aussi être lissé afin de ne pas nuire à l'efficacité du premier lissage. De plus, le degré de la courbe doit être assez élevé pour assurer une certaine précision.

2.4.3. Troisième campagne d'essais

Une série d'essais est donc mise en place afin de déterminer quel couple de degrés des courbes approximantes est le plus intéressant pour l'amélioration du trajet outil vis-à-vis du comportement de la machine outil. Les couples de valeur sont donc calculés en augmentant la valeur des degrés jusqu'à ce que l'erreur normale maximale désirée soit obtenue. La Figure 78 montre un relevé de vitesses suivant différents couples de valeurs. Plus le degré est faible, plus les consignes sont lisses et plus on atteint les vitesses maximales sur de longues périodes. L'effet du lissage des positions a bien un effet positif sur les vitesses.

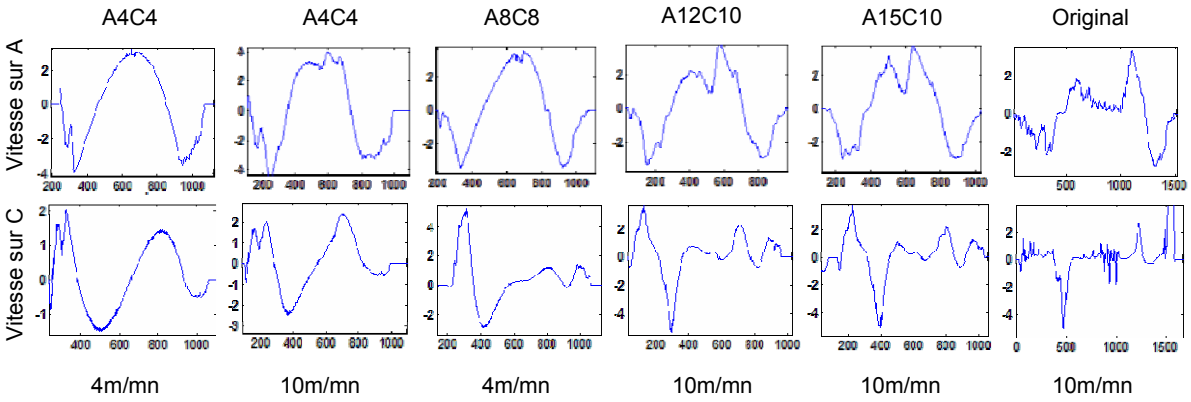


Figure 78 : Vitesses des axes rotatifs relevées sur la HURON KX15

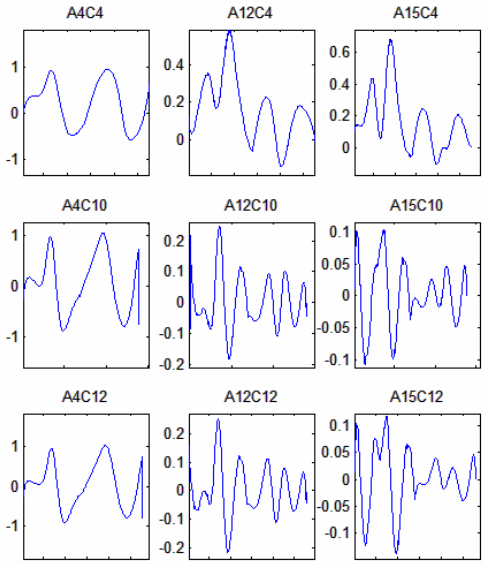


Figure 79 : Erreur normale obtenue pour différents couples de valeurs

Degrés	Vitesse d'avance	Temps d'usinage	Amélioration	Erreur normale
Original	10 m/min	10,44s	Référence	Réf
A4C4	4 m/min	6,67s	37,6%	±1 mm
A12C10	10 m/min	7,7s	26%	±0,2 mm
A12C12	10 m/min	7,2s	30.7%	±0,2 mm
A15C10	10 m/min	7,36s	29,2%	±0,1 mm

Tableau 4 : Amélioration en vitesse pour certains couples.

La Figure 79 montre que l'erreur diminue avec l'augmentation du degré que ce soit sur la consigne A ou la consigne C. Passée une certaine valeur, l'effet n'est plus significatif. Ainsi,

le couple optimal en termes de précision est : degré pour A = 15 et degré pour C = 10. Avec ce réglage, l'erreur normale en haut de la surface, soit 50 mm, est inférieure à 0.1 mm. Le temps d'usinage est réduit de 30% (Tableau 4). Ces résultats illustrent bien qu'un compromis est nécessaire entre la recherche d'un comportement souple et celle de la précision des surfaces usinées.

2.5. Conclusion sur l'effet du lissage

Les méthodes de lissage présentées et testées ici illustrent l'intérêt que l'on doit porter au lissage de l'orientation de l'axe outil dans un trajet 5 axes. En effet, s'attacher à faciliter le suivi de l'orientation de l'outil en lissant directement l'évolution des consignes de position articulaire des axes rotatifs est une méthode qui apporte des résultats prometteurs sur la réduction du temps d'usinage. De plus, des effets complémentaires sur la résolution des problèmes de singularité peuvent être apportés.

Concernant le contrôle ou même la vérification des erreurs dans des tolérances souhaitées, il est évident que cette méthode n'est pas appropriée même si dans certains cas, la valeur de l'erreur pourrait être acceptable. Le contrôle de l'erreur doit donc être plus approfondi, et une méthode couplant le lissage des axes rotatifs dans le repère machine au respect des contraintes géométriques au contrôle de l'orientation doit être mise en place.

Pour cela, le concept du Domaine d'Orientation Admissible est utilisé dans les méthodes présentées ci-dessous. Ces méthodes utilisent aussi le lissage de l'évolution de l'orientation de l'axe outil dans le repère machine mais sous différentes formes. L'optimisation sous contrainte semble être plus pertinente grâce à la possibilité de définir la fonctionnelle souhaitée.

3. Méthode d'optimisation sous contraintes

Une optimisation de type minimisation sous contraintes permet d'obtenir un trajet correspondant au minimum de la fonctionnelle utilisée et de garantir le respect des contraintes imposées. Notre méthode cherche donc à minimiser les caractéristiques de lissage d'une courbe définie par la fonction objectif tout en respectant l'appartenance au DOA. En utilisant un algorithme d'optimisation, le trajet obtenu doit être le trajet optimal ; seul le risque d'obtention des minimums locaux peut empêcher d'obtenir le meilleur résultat.

Le trajet est représenté en trois dimensions dans le repère particulier du DOA. La courbe à lisser représente les consignes des axes de rotation tout au long du trajet. Cette

représentation permet d'illustrer le problème d'optimisation de la courbe 3D de variation de l'orientation de l'axe outil par l'obtention d'une courbe particulière. Cette courbe doit appartenir au domaine formé par l'empilement des DOA associés à chaque point du trajet outil. Le trajet original doit également appartenir à ce domaine en forme de tube. Enfin, la courbe optimisée doit aussi présenter des caractéristiques géométriques permettant d'améliorer le comportement cinématique de la machine.

Les paragraphes suivants s'attachent à définir ces caractéristiques par la formalisation de la fonctionnelle et des contraintes. Une expérimentation est menée afin d'établir le meilleur équilibre entre l'influence de ces caractéristiques géométriques.

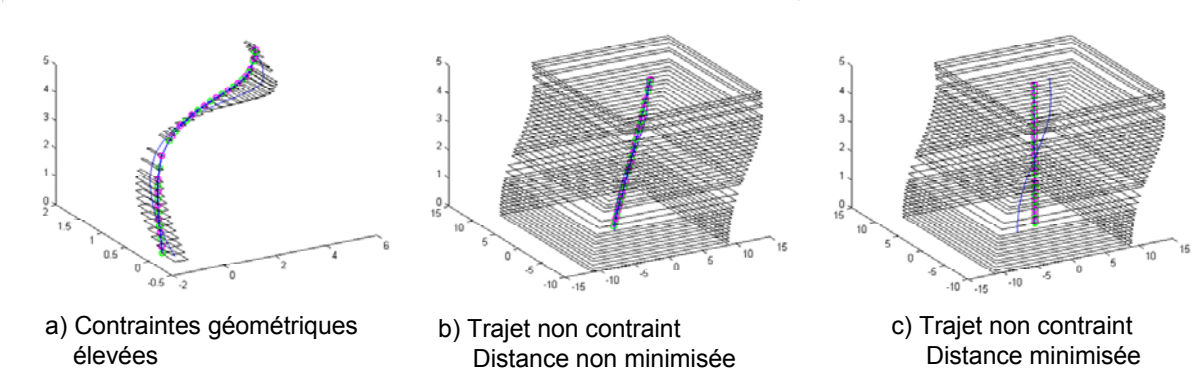
3.1. Définition de la fonction objectif

L'objectif de la fonctionnelle est de définir les caractéristiques de la courbe que l'on souhaite minimiser. Cette optimisation doit améliorer le comportement cinématique de la machine. La courbe optimisée représente les consignes des axes de rotation sur les deux premières coordonnées, la troisième coordonnée représente l'abscisse curviligne. Il faut donc lisser la première et la deuxième coordonnée par rapport à la troisième. La courbe doit alors être optimisée dans le plan (A,S) et dans le plan (C,S). Afin d'améliorer le comportement de la machine et augmenter sa vitesse, il faut lisser les consignes, c'est-à-dire minimiser la courbure du trajet soit la dérivée seconde dans les plans d'étude, pour réduire l'amplitude du mouvement. On obtient ainsi des mouvements minimaux. Cela a pour effet de limiter les pics d'accélération ou de vitesse ainsi que les oscillations qui sont généralement facteur de ralentissement. La minimisation s'écrit donc selon l'équation suivante :

$$\min_i \left[\sum_i \left(\left(\frac{\partial^2 A_i}{\partial S_i{}^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 C_i}{\partial S_i{}^2} \right)^2 \right), \in (DOA) \right] \qquad (1)$$

On obtient ainsi un lissage des deux coordonnées articulaires des axes rotatifs (Figure 80-a).

3.2. Minimisation de la distance entre deux points successifs



a) Contraintes géométriques élevées

b) Trajet non contraint
Distance non minimisée

c) Trajet non contraint
Distance minimisée

Figure 80 : Influence de la minimisation de la distance sur un trajet non contraint

La Figure 80-b présente le résultat de cette optimisation dans le cas d'un DOA non contraignant. La courbe résultant de cette optimisation est une ligne droite qui n'est pas forcément verticale dans l'espace à trois dimensions. Du point de vue de l'usinage, il résulte que le trajet obtenu est un trajet 5 axes dont l'évolution des axes rotatifs est linéaire le long du trajet. Or, un trajet ayant des axes outils parallèles entre eux, c'est-à-dire n'engendrant aucun mouvement des axes de rotation de la machine est possible et plus performant pour la machine puisque seuls les axes de translation sont en mouvement. La Figure 80-c présente cette solution dont la représentation est une droite verticale, où les coordonnées articulaires A et C sont donc constantes tout au long du trajet. Pour cela, il faut ajouter, dans l'optimisation précédente, un critère de minimisation de la distance entre les points de coordonnées (A_i, C_i, S_i). La fonctionnelle devient alors l'équation (2) :

$$\min_i \left[\sum_i \left(\left(\frac{\partial^2 A_i}{\partial {S_i}^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 C_i}{\partial {S_i}^2} \right)^2 + (A_{i+1} - A_i)^2 + (C_{i+1} - C_i)^2 \right), \in (DOA) \right] \quad (2)$$

3.3. Influence des paramètres d'optimisation

L'objectif de cette analyse est de déterminer lequel des deux paramètres : la courbure ou la distance minimale est le facteur le plus important dans l'optimisation. Le fait d'avoir une courbure minimale et continue permet de conserver les consignes de vitesse, accélération et jerk en dessous des seuils maximaux des axes. Minimiser la distance entre deux points, c'est-à-dire l'écart angulaire entre deux orientations de l'outil, permet de gagner du temps en minimisant les déplacements, mais le parcours le moins long ou le plus lisse n'est pas

forcément le plus rapide à parcourir. Pour cette analyse, deux coefficients sont définis : Kc relatif à la courbure et Kd relatif à la distance, l'équation (3) devient alors :

$$\min_i \left[\sum_i \left(Kc \cdot \left(\left(\frac{\partial^2 A_i}{\partial S_i^{\,2}} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 C_i}{\partial S_i^{\,2}} \right)^2 \right) + Kd \cdot ((A_{i+1} - A_i)^2 + (C_{i+1} - C_i)^2) \right), \in (DOA) \right] \qquad (3)$$

3.3.1. Choix des paramètres sur un cas simple à deux dimensions

Cette première approche a pour but de déterminer sur un cas simple comment choisir Kc et Kd. Le test concerne l'optimisation d'une seule consigne d'axe en fonction de l'abscisse curviligne avec une contrainte de mini-maxi. La Figure 81 montre les contraintes utilisées : deux contraintes basses (ronds noirs) sur la position maximale, et une contrainte haute (rond gris), sur la position minimale. Sur cette figure, le test est effectué sur l'axe C qui a une amplitude de fonctionnement généralement importante dans les trajets 5 axes. Ainsi, le test est effectué sur une plage de 180°. La plage utilisée pour le test de l'axe A est de seulement 30°. L'évolution de la consigne doit donc être lisse, minimiser la distance et respecter la contrainte.

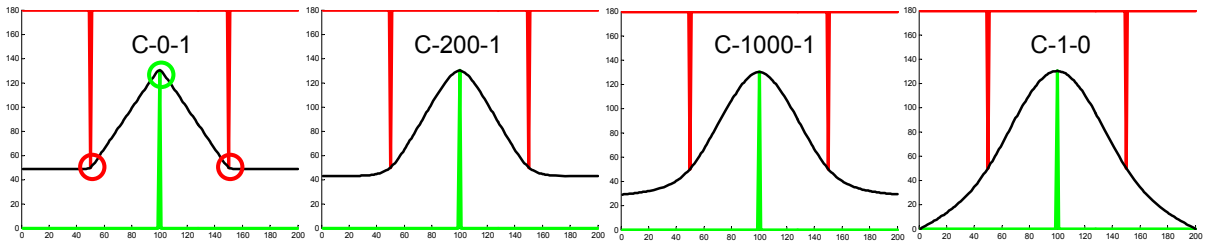


Figure 81 : Consignes générées pour l'axe C avec différentes valeurs de Kc, Kd

Comme la valeur de la somme des dérivées secondes est beaucoup plus faible que la somme des distances entre les points, le coefficient Kc est choisi plus grand que Kd. Plusieurs valeurs de couple de coefficient (C-Kc-Kd) permettent de tester l'influence sur la machine. Ainsi, le couple (C-0-1) représente une minimisation de la distance seulement, tandis que le couple (C-1-0) représente une minimisation de la courbure seulement. Des valeurs intermédiaires répartissent l'influence de la distance et de la courbure. On obtient alors différentes formes de consigne tracées sur la Figure 81.

Le relevé des temps d'usinage en fonction du couple de coefficients est également dressé pour la consigne A et les résultats sont présentés dans le Tableau 5 pour C et le Tableau 6 pour A.

On remarque que minimiser seulement la distance ou la courbure ne donne pas le meilleur résultat en terme de rapidité. L'optimal est obtenu grâce à un compromis entre les deux. Le temps de parcours minimal est atteint lorsque les deux sommes ont le même ordre de grandeur grâce au coefficient appliqué. On obtient une différence de plus de 20% entre les valeurs maxi et la valeur optimale.

Kc	Kd	Somme finale	Somme d²C	Somme Ci+1 - Ci	Temps de parcours
0	1	455	3.84	455	8.86 s
1	1	457.7	2.08	455.6	9.0 s
10	1	467	0.69	460	8.5 s
100	1	500	0.26	473	6.98 s
200	1	523.6	0.22	480	6.67 s
500	1	581	0.17	493	6.77 s
1000	**1**	**662.2**	**0.15**	**509**	**6.54 s**
10000	1	1704	0.11	601	7.19 s
100000	1	11610	0.11	604	6.6 s
1	0	0.11	0.11	604	7.65 s

Tableau 5 : Relevé des différentes consignes obtenues sur l'axe C

Kc	Kd	Somme finale	Somme d²A	Somme $A_{i+1} - A_i$	Temps de parcours
0	1	203.06	0.06	203	5.34 s
1	1	203.04	0.04	203	5.21 s
100	1	203.7	0.004	203.3	4.36 s
200	**1**	**204.1**	**0.0034**	**203.4**	**4.21 s**
500	1	204.9	0.0027	203.6	4.26 s
1000	1	206.24	0.0023	203.8	4.27 s
100000	1	344	0.0013	207	4.71 s
1	0	0.0013	0.0013	207	4.7 s

Tableau 6 : Relevé des différentes consignes obtenues sur l'axe A

De cette constatation, la minimisation est donc normée, ce qui donne l'équation (3), A0 et C0 représentant les coordonnées des axes de rotation du trajet initial.

$$\min_i \left[\sum_i \left(\frac{\left(\frac{\partial^2 A_i}{\partial S_i^2}\right)^2}{\left(\frac{\partial^2 A0_i}{\partial S_i^2}\right)^2} + \frac{\left(\frac{\partial^2 C_i}{\partial S_i^2}\right)^2}{\left(\frac{\partial^2 C0_i}{\partial S_i^2}\right)^2} + \frac{(A_{i+1} - A_i)^2}{(A0_{i+1} - A0_i)^2} + \frac{(C_{i+1} - C_i)^2}{(C0_{i+1} - C0_i)^2} \right), \in (DOA) \right] \quad (3)$$

La fonction objectif de notre méthode d'optimisation est donc définie. Les contraintes d'appartenance au DOA sont définies de deux façons différentes suivant le modèle utilisé.

3.4. Ecriture de la fonction contrainte

La fonction d'optimisation utilisée dans Matlab ® permet d'utiliser plusieurs formats afin de définir les contraintes du problème. Les parties suivantes détaillent les formats utilisés selon le modèle du DOA choisi.

3.4.1. Modèle du DOA à 4 points

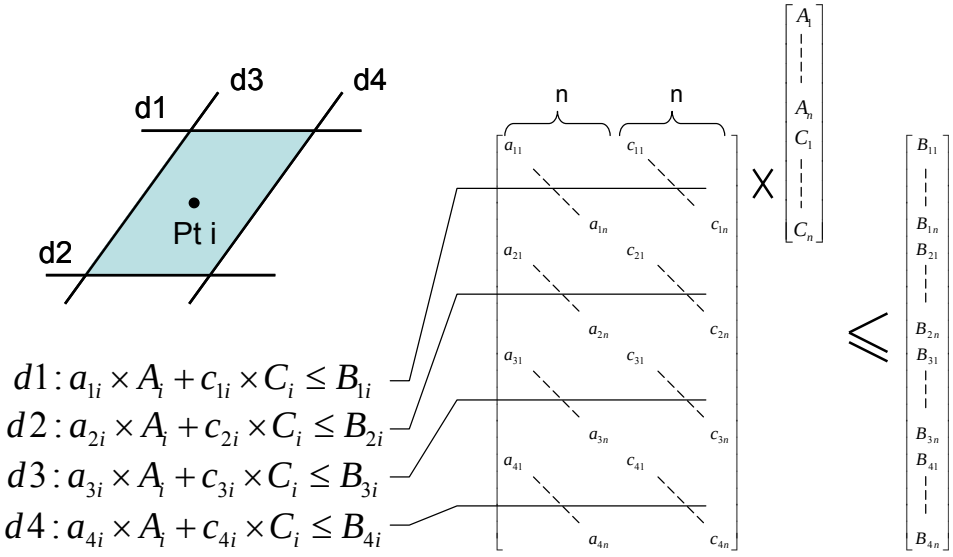


Figure 82 : Ecriture des contraintes du modèle 4 points

Le modèle à 4 points permet d'utiliser des contraintes linéaires à prendre en compte dans la fonction d'optimisation. Les quatre points permettent de créer quatre droites. Ainsi un point à l'intérieur du polygone formé par les quatre droites est solution d'un système de quatre inégalités formant un système linéaire. La Figure 82 illustre comment ce système s'écrit sous forme matricielle $A \bullet x \leq B$. Pour un trajet de n points, x est un vecteur de longueur 2n comprenant les n coordonnées de l'axe A et les n coordonnées de l'axe C. Pour chaque point

du trajet, il y a quatre inéquations, ainsi A est une matrice de dimension 4n x 2n et B est un vecteur de longueur 4n.

Ce format a l'avantage de rendre l'optimisation plus rapide grâce au système d'inéquations linéaires.

3.4.2. Modèle enrichi à 16 points

Le modèle enrichi à 16 points ne peut être défini par des équations de droite de part sa forme pouvant être concave comme l'illustre le domaine hachuré de la Figure 83. Le problème d'optimisation fait alors appel à une fonction non linéaire définissant l'appartenance au domaine. Le système de contraintes est défini par l'équation $C(x) \leq 0$, la fonction C(x) étant une fonction non linéaire définissant la distance du point candidat aux frontières du DOA correspondant.

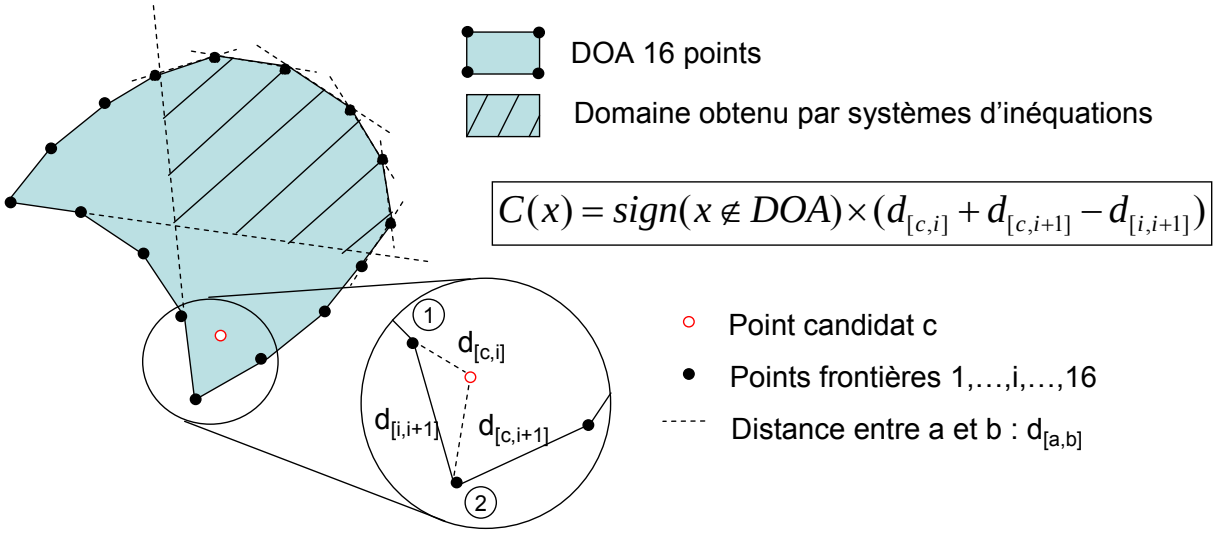


Figure 83 : Définition de la distance du modèle 16 points

Cette distance est choisie négative à l'intérieur du DOA et positive à l'extérieur afin de répondre à l'inéquation ci-dessus. La frontière étant définie par des points, un modèle simplifié de calcul de distance est utilisé. Ainsi on calcule la distance aux deux points consécutifs de la frontière les plus proches (P_i, P_{i+1}) par la fonction :

$$C(x) = sign(x \notin DOA) \times \left(\|P_i - x\| + \|P_{i+1} - x\| - \|P_i - P_{i+1}\| \right) \quad (4)$$

Ce modèle donne une image non linéaire de la distance mais permet d'obtenir une distance nulle sur le bord et donc de modéliser le franchissement de la frontière entre deux points avec un calcul rapide et simple. Le calcul d'une distance classique oblige à passer par le calcul de la perpendiculaire et du point d'intersection.

3.5. Comparaison des modèles

Le modèle à 16 points permet de réduire voire d'annuler la perte de précision comparé au modèle 4 points. Ce problème de précision engendre le risque de ne pas obtenir le résultat optimal. L'optimisation permet de trouver un résultat appartenant au domaine même si le point de départ du calcul ne respecte pas les contraintes. Toutefois, si le nombre de points hors du DOA est trop grand, l'optimisation peut échouer.

Concernant le temps de calcul, le modèle à 4 points est nettement plus rapide pendant l'optimisation. Le système linéaire permet de calculer plus rapidement le respect des contraintes. Par contre, le calcul du DOA est généralement plus rapide pour le modèle enrichi car dans les cas des singularités, le modèle 4 points est prédit par une méthode plus complexe. Le choix de la complexité du modèle doit donc être le résultat d'un compromis entre la rapidité du calcul qui est déjà conséquent et la garantie de la précision du modèle. Néanmoins quel que soit le choix du modèle, l'inconvénient de cette méthode réside dans la durée du calcul qui n'est pas comparable avec le temps de calcul d'un trajet outil rencontré dans la majorité des logiciels de CFAO.

4. Méthodes alternatives

Le principal défaut de l'optimisation sous contrainte étant le temps de calcul pour certains trajets, des méthodes alternatives basées sur un calcul heuristique ont été mises en place. Ces méthodes sont présentées et analysées dans les parties suivantes. Celles-ci présentent des avantages et des inconvénients par rapport à l'optimisation.

4.1. Méthode par déformation incrémentale localisée

Cette méthode reprend l'objectif de l'optimisation, c'est-à-dire qu'elle utilise la même fonctionnelle. Son but est d'approcher l'objectif incrémentalement de façon calculatoire sans faire appel à un procédé d'optimisation. Cette méthode a donc pour but d'obtenir le même résultat qu'avec l'optimisation et de pouvoir être intégrée à un logiciel ne bénéficiant pas de fonction d'optimisation sous contraintes.

4.1.1. Principe

La courbe 3D représentant l'orientation de l'axe outil le long du trajet est parcourue par l'algorithme présenté Figure 84. A chaque point, la coordonnée A est augmentée et diminuée d'un pas dépendant de la taille du DOA. Si l'un des deux points rend la fonctionnelle plus

petite et que le trajet complet est toujours à l'intérieur du DOA, alors la coordonnée garde cette valeur. La même procédure est effectuée pour la coordonnée C puis l'algorithme passe au point suivant. Le trajet complet est parcouru en zigzag, c'est-à-dire du début à la fin puis de la fin au début et ainsi de suite afin d'équilibrer la déformation. Le résultat est obtenu lorsqu'aucun point n'améliore la fonctionnelle ou que les déformations engendrent le non respect des contraintes.

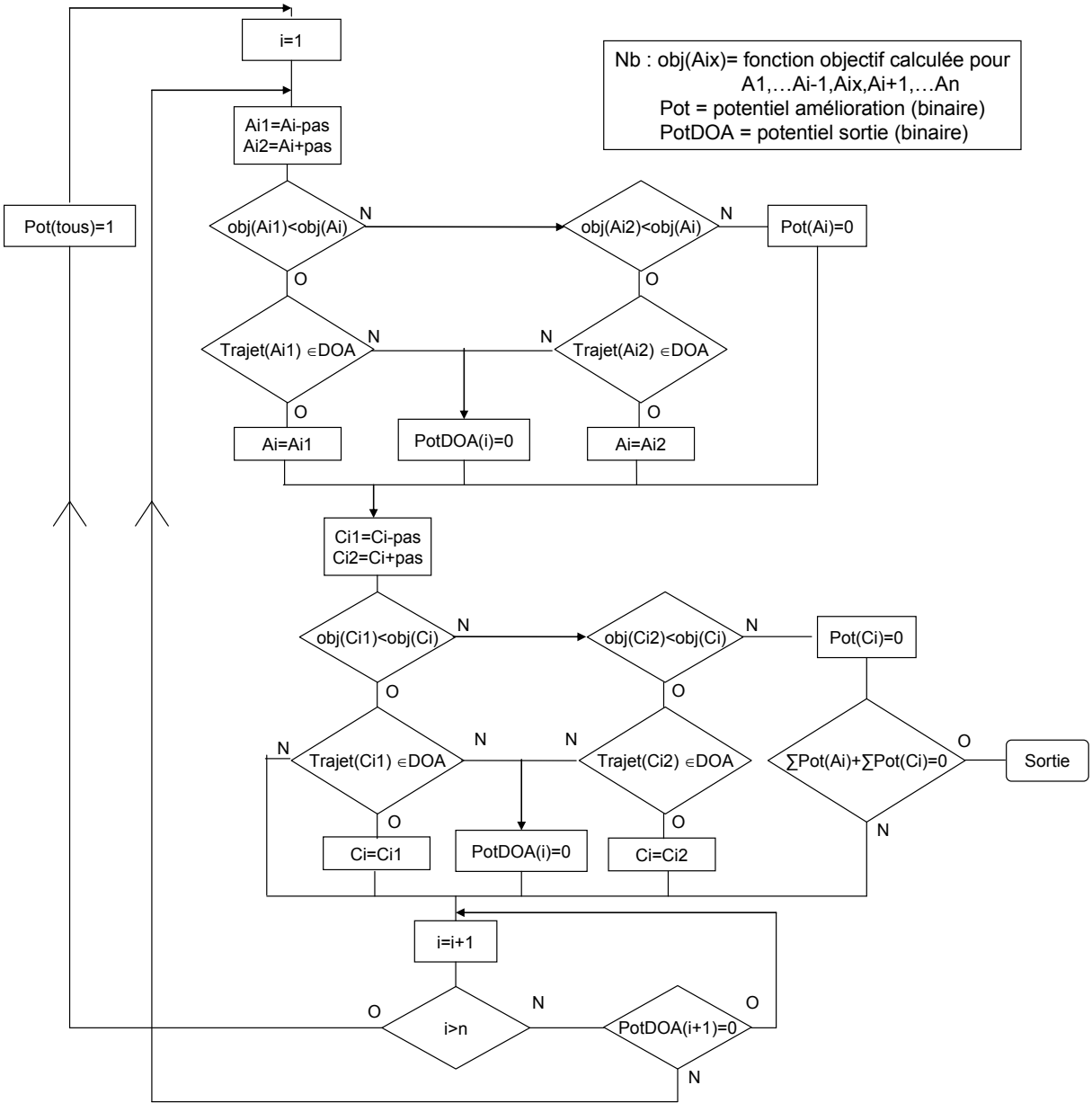


Figure 84 : Algorithme associé à la méthode des petites déformations

L'algorithme illustré ci-dessus est modifié en ajoutant un pas évolutif ce qui permet au départ de se déplacer avec un grand pas, et si le potentiel du point est annulé, le pas est diminué. La boucle se termine lorsque le pas en chaque point a atteint une valeur minimale ou

si la solution est atteinte. La Figure 85 représente les consignes obtenues en cours de calcul. Les zones rouges représentent la position de la courbe aux itérations précédentes. Le potentiel en chaque point est représenté par les rectangles de fond bleu et le pas par la courbe verte. On remarque dans cet exemple que le potentiel est nul sur les points de départ et de fin qui étant sur une droite n'amélioreraient pas la courbure de la courbe en étant déplacés d'un pas de calcul. Il est également à noter que dans les angles que forme l'évolution de la consigne A, le pas de déplacement est plus élevé que sur les autres points. Ces angles vifs augmentent le calcul de la fonctionnelle dans sa partie courbure, ainsi la méthode est plus efficace dans ces zones.

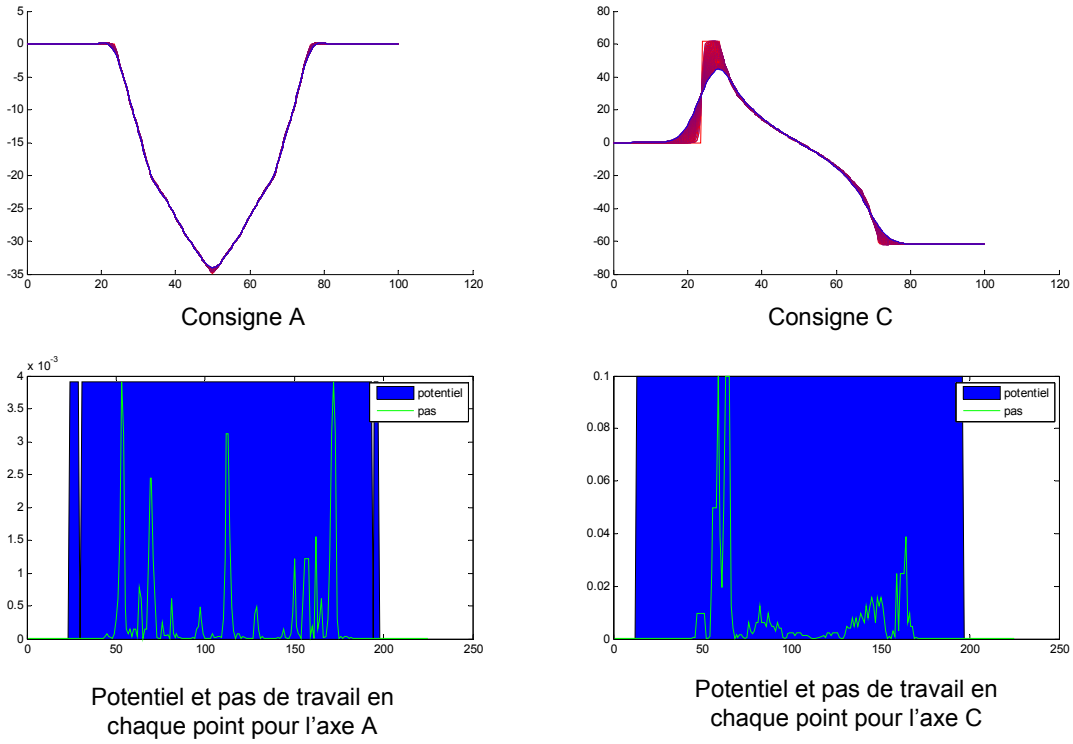


Figure 85 : Illustration de la méthode après 100 itérations.

L'avantage de cette fonction est que l'on peut atteindre le même résultat sans fonction d'optimisation, mais il est vite restreint par le temps de calcul. En effet, dans le cas où l'optimisation redresse une courbe dans un DOA large en quelques itérations, cet algorithme nécessite énormément d'itérations pour arriver au même résultat. Le temps de calcul qui est déjà un point négatif de l'optimisation sous contrainte s'avère être encore plus pénalisant avec cette méthode.

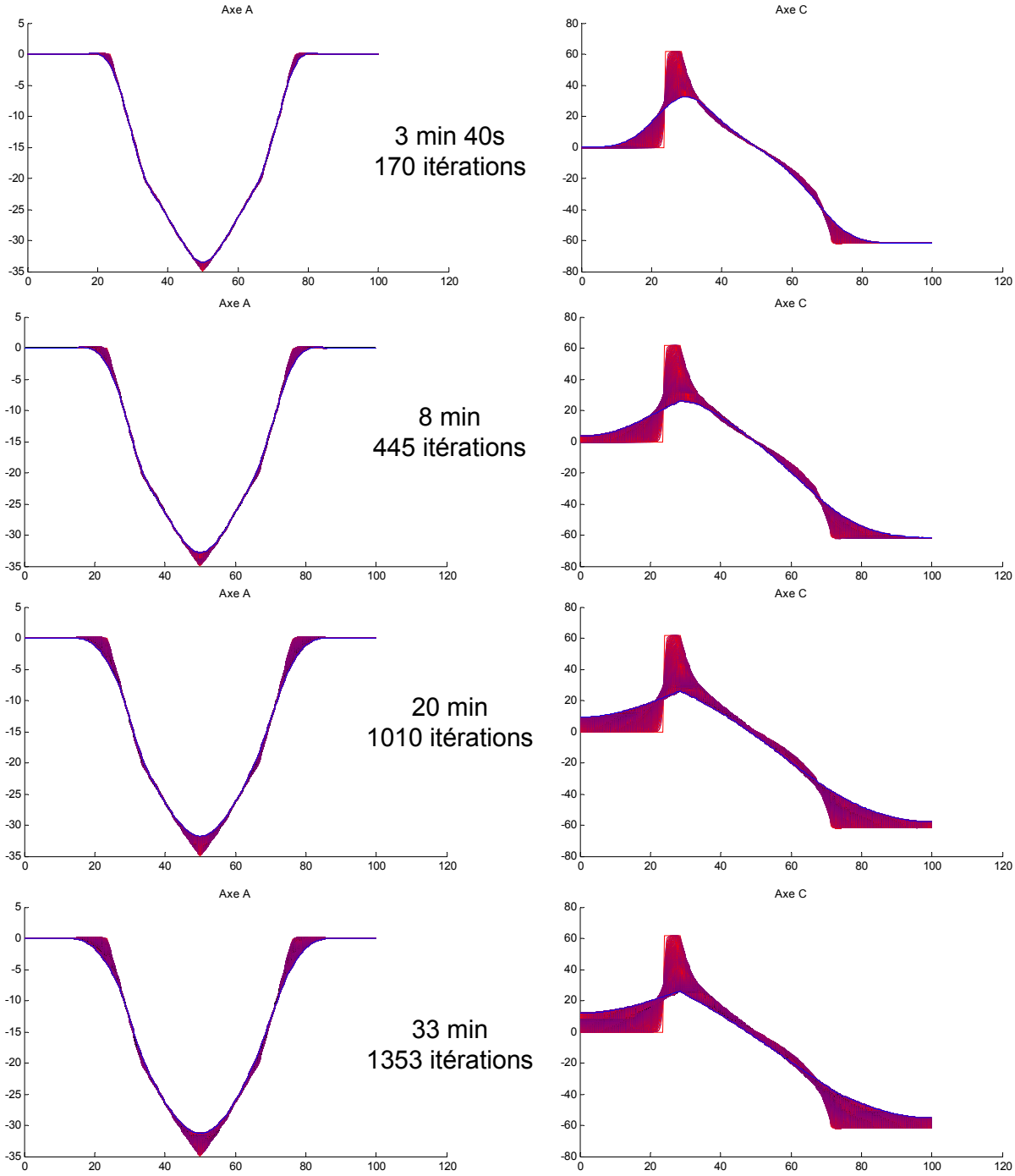


Figure 86 : Evolution des consignes à différents niveaux du calcul

La Figure 86 montre différents états de la solution à différents stades du calcul. Ainsi, on remarque que la consigne de l'axe A est fortement lissée après trente minutes de calcul mais que la consigne de l'axe C qui peut être redressé à l'horizontal au début du programme nécessite un temps de calcul très important pour arriver à la solution. Ce trajet correspondant à une pièce de test est présenté en détail dans le chapitre 5.

Cette méthode trouve donc plus son intérêt dans le cas des usinages où l'orientation est très contrainte, c'est-à-dire où le DOA est proche du trajet original.

4.2. Méthode par interpolation Bspline

La méthode par interpolation utilise le principe de l'interpolation par une courbe Bspline à trois dimensions. Le principe est équivalent au lissage présenté précédemment puisque la courbe des consignes est approximée par une courbe polynomiale. Cependant le contrôle du respect des contraintes est bien présent dans cette méthode. En effet, l'interpolation est appliquée sur la courbe 3D et non sur les consignes de chaque axe indépendamment l'une de l'autre. Ainsi, l'évolution des deux axes de rotation est lissée tout en vérifiant l'appartenance des nouveaux points au DOA.

Afin de rendre le lissage le plus optimal, il faut interpoler le moins de points possible. Or plus le nombre de points interpolés est petit et plus le risque de sortir du DOA est grand. L'utilisation de cette méthode passe donc par une étape de détermination des points caractéristiques de la courbe à interpoler. Ensuite, soit ces points sont interpolés afin d'obtenir une courbe lisse, soit ces points sont modifiés afin d'être les plus alignés possible puis sont interpolés. La deuxième solution permet de profiter au mieux de l'espace admissible. Les parties suivantes s'intéressent à ces différentes étapes.

4.2.1. Détermination des points principaux

La méthode de détermination des points caractéristiques illustrée Figure 87 utilise un calcul simple de distance. Le point de départ est une courbe verticale située à l'origine du repère. Les distances de chaque point de la droite au trajet initial sont calculées. Le point correspondant à la distance maximale au trajet est ramené sur le trajet initial. Le premier et le dernier point de la droite ont les mêmes coordonnées que les points ayant été déplacés les plus proches. Ainsi pour la première itération, c'est toute la droite qui est déplacée. La droite devient alors une ligne brisée au fur et à mesure du déplacement des points.

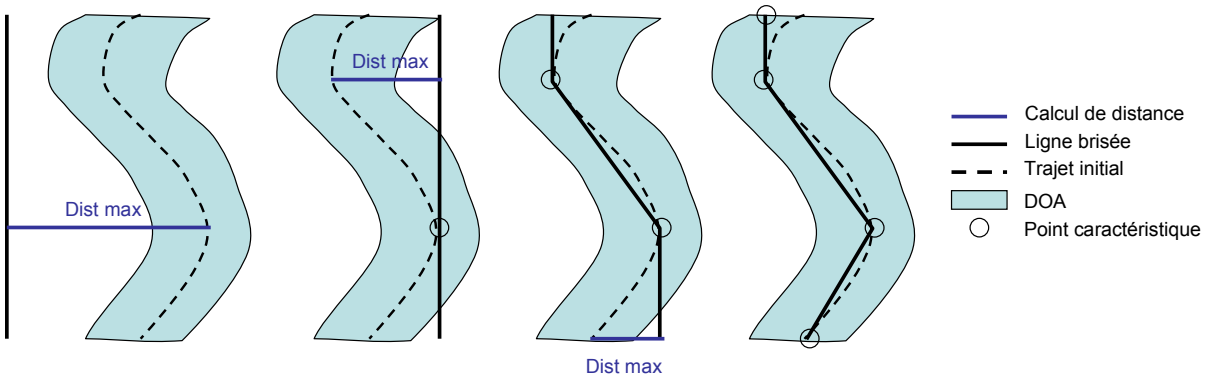


Figure 87 : Définition des points caractéristiques

Tant que tous les points de la ligne brisée ne sont pas dans le tube formé par les DOA, un nouveau point est déplacé jusqu'à l'obtention de tous les points caractéristiques. Le premier et le dernier point de la ligne brisée sont enfin considérés comme points caractéristiques même sans avoir été préalablement déplacés. Tous les points caractéristiques sont alors utilisés pour l'interpolation polynomiale.

4.2.2. Interpolation polynomiale du trajet

Une fois les points caractéristiques déterminés, plusieurs solutions peuvent être envisagées :

- les points caractéristiques sont interpolés (Figure 88-a)
- les points caractéristiques sont utilisés comme pôles de la courbe Bspline (Figure 88-b)
- les points caractéristiques sont déplacés afin de redresser la ligne brisée jusqu'à atteindre la limite du domaine, puis utilisés comme pôles de la courbe (Figure 88-c)

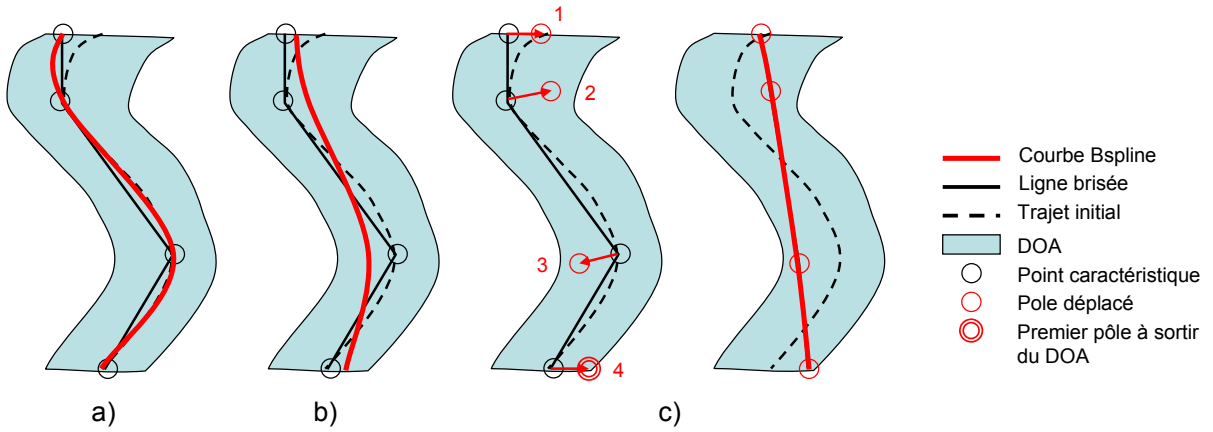


Figure 88 : Méthodes d'interpolation envisagées

La première méthode d'interpolation est une méthode s'apparentant à la méthode de lissage par approximation de courbe polynomiale. En effet, la courbe Bspline tend à s'approcher du trajet initial mais fait bénéficier la méthode des propriétés de continuité des courbes Bspline. Cependant, cette méthode ne profite pas de la taille du domaine admissible pour optimiser la courbe.

La deuxième méthode s'avère plus efficace en termes de minimisation de courbure. En effet, l'utilisation des points caractéristiques en tant que pôles de la courbe permet de tendre la courbe dans les parties concaves de la ligne brisée. Bien qu'une courbe lisse soit obtenue rapidement, elle n'est pas encore suffisamment proche de l'optimal.

La troisième méthode permet d'aller plus loin dans la recherche de l'optimal. Sur la courbe 3D, des vecteurs de déplacement sont calculés aux points de rupture de la ligne brisée. Par exemple, le vecteur de déplacement Di calculé en un point i vaut :

$$Di = \begin{pmatrix} \overrightarrow{A_i A_{i+1}} + \overrightarrow{A_i A_{i-1}} \\ \overrightarrow{C_i C_{i+1}} + \overrightarrow{C_i C_{i-1}} \\ \vec{0} \end{pmatrix}$$

Les points extrémités sont déplacés dans leur plan S=0 (respectivement S=S_{max}) vers le projeté du point suivant (respectivement précédent) sur leur plan puisque un des deux vecteurs de la somme est nulle.

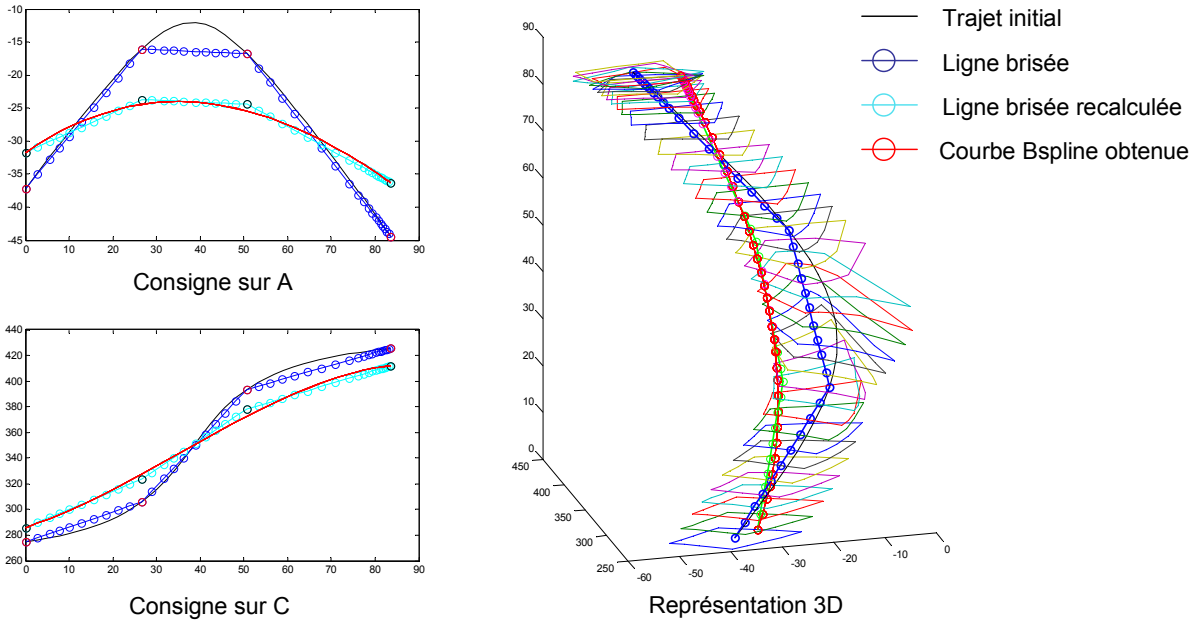


Figure 89 : interpolation Bspline 3D après déplacement des pôles

Il est à noter que tous les vecteurs de déplacement voient leur troisième coordonnée nulle afin de conserver les points dans leur DOA respectif définis à S constant. De même, les propriétés de calcul des courbes Bspline permettent facilement de calculer les points de la nouvelle courbe Bspline aux mêmes abscisses curvilignes que le trajet original afin de vérifier l'appartenance des points au DOA.

Les pôles sont alors déplacés par une boucle de calcul. Tant que l'un des points ne sort pas du DOA, les pôles sont translatés d'un pas donné selon les vecteurs de déplacement. Dès qu'un point de la courbe atteint ou dépasse les limites du DOA, les points calculés à l'itération précédente définissent la nouvelle courbe. La Figure 89 illustre les différentes états de cette méthode et les consignes obtenues sur les deux axes de rotation. Sur le trajet initial sont déterminés les points caractéristiques, ceux-ci sont déplacés puis utilisés pour construire la courbe Bspline appartenant au DOA.

Le modèle enrichi à 16 points est adopté ici pour une meilleure précision car le temps de calcul pour la vérification de l'appartenance d'un point à un polygone est immédiate. Cette méthode permet d'obtenir rapidement une courbe continue et diminuant la courbure de la courbe.

Toutefois, les problèmes de bord aux points extrémités existent toujours. Dans le cas de courbes utilisant de nombreux points caractéristiques, des risques d'oscillation peuvent apparaître. Là où l'optimisation permet d'obtenir des consignes constantes au début ou en fin de programme, c'est-à-dire des portions de trajet réalisées en 3 axes, le calcul par Bspline impose des trajets en 5 axes continus tout au long du trajet outil. En effet, il faut plusieurs conditions de tangence et de courbure pour obtenir une partie droite sur une courbe Bspline.

La propriété de déplacement local d'une courbe Bspline construite par arcs n'est pas utilisée ici. Il serait sûrement intéressant de continuer à déplacer les pôles après qu'un point de la courbe soit sorti du DOA. En effet, les pôles éloignés de ce point, c'est-à-dire n'ayant aucune influence sur l'arc où est présent le point, pourraient encore être déplacés afin d'optimiser localement la courbure de la courbe Bspline. Cette méthode présente un grand potentiel pour l'amélioration des trajets, cependant, il est difficile de généraliser des méthodes de déplacement des points vu le nombre de cas particuliers qui peuvent être engendrés par la forme du DOA. En effet, au contraire de l'optimisation, il est difficile de quantifier s'il vaut mieux déplacer tel ou tel pôle en limite du DOA par rapport à la courbure globale de la

Bspline. Recalculer la fonctionnelle à chaque itération reviendrait pratiquement à la méthode d'optimisation.

L'inconvénient de cette méthode est qu'elle peut ne pas présenter de solution. En effet, si le DOA est très serré, les points caractéristiques ne suffisent pas forcément pour interpoler une courbe Bspline à l'intérieur du DOA. Il faut alors considérer comme point caractéristique tous les points qui ne sont plus dans le DOA à la première interpolation. Cependant tous ne sont pas nécessaires, il faudrait alors mettre en place une méthode permettant d'ajouter le minimum de points supplémentaires permettant la génération de la courbe Bspline.

5. Optimisation quadratique

Afin de résoudre un problème d'optimisation plus rapidement, une autre méthode est de résoudre un système quadratique. Pour cela, la minimisation de la fonctionnelle doit être écrite sous la forme suivante : $\underset{x}{Min}\left(\frac{1}{2}x^T Hx + f^T x\right)$.

La résolution d'un tel problème se fait beaucoup plus rapidement, et il n'est pas nécessaire de préciser un point de départ pour les variables. Ainsi, le point de départ n'a pas d'influence sur la solution finale.

Néanmoins, la fonctionnelle définie au paragraphe 2.3 est assez complexe et difficile à écrire sous cette forme. Même si cela est possible, la matrice H obtenue n'est pas symétrique, ce qui empêche la bonne résolution du système. L'utilisation d'un modèle simplifié de la fonctionnelle permet en revanche d'obtenir des résultats approchants. Ainsi un modèle simple est obtenu par la fonction :

$$\sum_i A_i \times \left[\left(A_i - A_{i-1}\right) - \left(A_{i+1} - A_i\right)\right] + \sum_i C_i \times \left[\left(C_i - C_{i-1}\right) - \left(C_{i+1} - C_i\right)\right] \quad (5)$$

Ce qui donne en matriciel :

$$H = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 2 & -1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 2 & -1 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } f = 0$$

Cette méthode donne un résultat qui ne minimise pas la distance et qui s'approche de trop peu de la fonctionnelle souhaitée. Par contre, le résultat est quasi immédiat dans les cas

simples. Le concept du DOA pouvant être utilisé pour d'autre type de problème différent de la minimisation du temps d'usinage, cette méthode reste envisageable dans le cas d'un problème où le système peut s'écrire sous forme quadratique.

6. Comparaison des méthodes

6.1. Critères de comparaison

Pour qualifier les méthodes d'optimisation, il faut définir des critères de performance afin de pouvoir les comparer entre elles. Ces points de comparaison permettent d'établir une classification. Les critères retenus sont présentés dans les paragraphes suivants.

Les critères les plus pertinents sont les caractéristiques exprimées par la fonctionnelle. En effet, c'est elle qui définit l'objectif à atteindre en termes de lissage de trajet. La fonctionnelle est utilisée par deux des quatre méthodes mais peut être évaluée en fonction des consignes obtenues par les autres méthodes. Elle permet donc d'évaluer les méthodes sur les caractéristiques de courbure et de distance parcourue des consignes calculées.

La distance parcourue est directement liée au temps d'usinage qui constitue le plus important critère de performance puisqu'il est au cœur des problématiques industrielles. Le temps d'usinage sur la machine est proportionnel au coût d'utilisation de la machine donc la réduction du temps de parcours des trajets outils est une des préoccupations principales.

Il est intéressant de pouvoir comparer ces deux critères puisque l'analyse simple effectuée au paragraphe 2.2 prouve que le trajet le plus rapide n'est ni celui qui minimise la courbure ni celui qui minimise la distance.

De la même façon, un critère de performance concernant l'utilisation du DOA peut être défini. En effet, le DOA est un modèle de contraintes mais le domaine autorisé peut être vu comme un avantage dont il faut tirer partie plutôt que comme une contrainte. Ainsi, ce critère est un critère visuel visant à définir un « taux » d'utilisation du DOA. Il permet notamment de déterminer si le trajet utilise la forme complexe du DOA à son avantage. C'est un critère subjectif qui n'est pas calculatoire mais qui est nécessaire.

6.2. Analyse des résultats

Ces critères sont évalués par deux cas test. Le premier est tiré d'une pièce test qui est analysée au chapitre 5. Le DOA associé au trajet est agrandi par rapport au besoin réel afin de quantifier les performances des méthodes. Celui-ci est très large en début et fin de parcours et

plus contraint au centre du trajet. Le deuxième trajet est un usinage en bout dont l'orientation évolue. Le DOA associé, qui modélise une contrainte d'environ ±5° dans les deux directions, présente une courbure qui augmente vers la fin du trajet.

6.2.1. Premier test

Trois méthodes sont appliquées à ce trajet, la méthode incrémentale présentant un temps de calcul très supérieur aux autres. La Figure 90 représente les consignes des axes rotatifs obtenues par les différentes méthodes : optimisation, interpolation et optimisation quadratique (QP). On remarque que le trajet original présente sur l'axe C un mouvement brusque et de forte amplitude du à la non anticipation du premier mouvement de C par le post-processeur. Ce test permet donc d'évaluer les méthodes par rapport à leur aptitude à combler les lacunes du post-processeur existant.

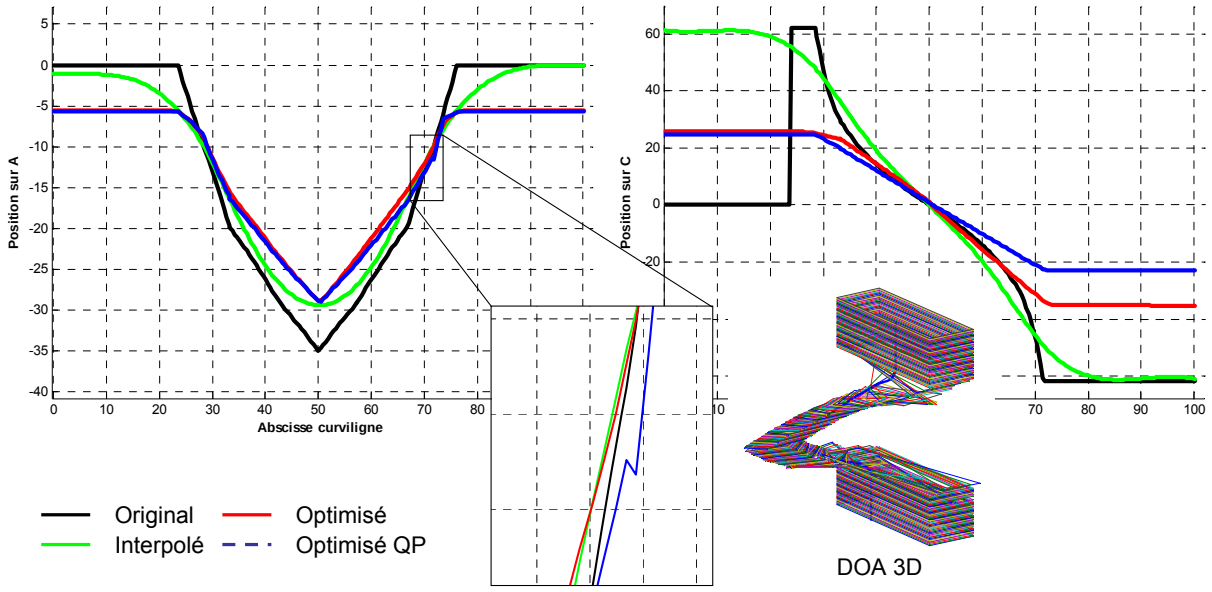


Figure 90 : Consignes obtenues avec les différentes méthodes

Les valeurs des critères définis par la fonction objectif sont regroupées dans le Tableau 7. Le taux d'occupation du DOA étant un critère visuel, il est noté qualitativement dans le Tableau 7. On peut constater qu'en terme de courbure, c'est la méthode par interpolation Bspline qui permet d'obtenir des consignes plus douces, cependant elle ne profite pas de la forme du DOA et obtient donc un déplacement de plus grande amplitude sur les axes rotatifs. Cela s'explique par la définition des points caractéristiques qui sont pris sur le trajet initial. Même si la méthode permet d'éviter une consigne de C à zéro sur les premiers points, elle est

conditionnée par les points suivants et ne permet donc pas d'obtenir une consigne anticipant les positions de l'axe C suivant.

La possibilité de décalage des pôles est vite contrainte par la frontière du DOA au centre de la consigne de l'axe A. Ce test montre donc que cette méthode nécessiterait d'être modifiée au profit d'un décalage plus local des pôles. En effet, le décalage cesse lorsque le premier point de la courbe touche la frontière, il faudrait toujours permettre le décalage des pôles qui n'ont pas d'influence sur ce point.

Méthode	Interpolation	Optimisation	Optimisation QP
Temps de calcul	**8 s**	8 min	10 s
Somme des courbures sur A	**0.052**	0.37	10.9
Somme des courbures sur C	**0.00058**	0.014	0.03
Somme des distances sur A	2.52	**1.94**	2.3
Somme des distances sur C	1.41	0.48	**0.282**
Taux d'occupation du DOA	**-**	++	**+++**
Temps d'usinage (original 10.5 s)	**8.25 s**	10.64 s	11.11 s

Tableau 7 : Evaluation des critères de performance pour les différentes méthodes

La méthode d'optimisation quadratique est notée QP dans les tableaux. Ceci provient du nom de la fonction employée dans Matlab ®, « QuadProg ». On remarque que celle-ci profite mieux des limites du DOA que l'optimisation classique notamment pour la coordonnée C en fin de programme, ce qui réduit la distance parcourue par cet axe. Sur le reste du parcours, même si les consignes semblent équivalentes, les valeurs prouvent que l'optimisation classique est plus performante par rapport au critère de courbure. En effet, un zoom sur la coordonnée A, illustré sur la figure, montre un point de rebroussement qui casse la lissité de la courbe. La coordonnée C obtenue par l'optimisation classique présente aussi une évolution plus douce lors de la première pente que celle de l'optimisation quadratique.

Néanmoins, l'évaluation des temps d'usinage montre que c'est la méthode d'interpolation qui est la plus rapide. Même si elle fait parcourir une plus grande distance aux axes, elle reste plus rapide grâce à la continuité de sa courbe. De plus, dans ce cas, les mouvements machines de l'optimisation subissent des ralentissements. L'algorithme d'optimisation a laissé des micro-oscillations sur les consignes ce qui ralentit les axes machine et justifie la différence des résultats pour la somme des courbures entre

l'interpolation et l'optimisation. Le même trajet, présenté au chapitre 5 avec un DOA plus contraint ne présente pas cette anomalie. L'optimisation est la plus rapide.

6.2.2. Deuxième test

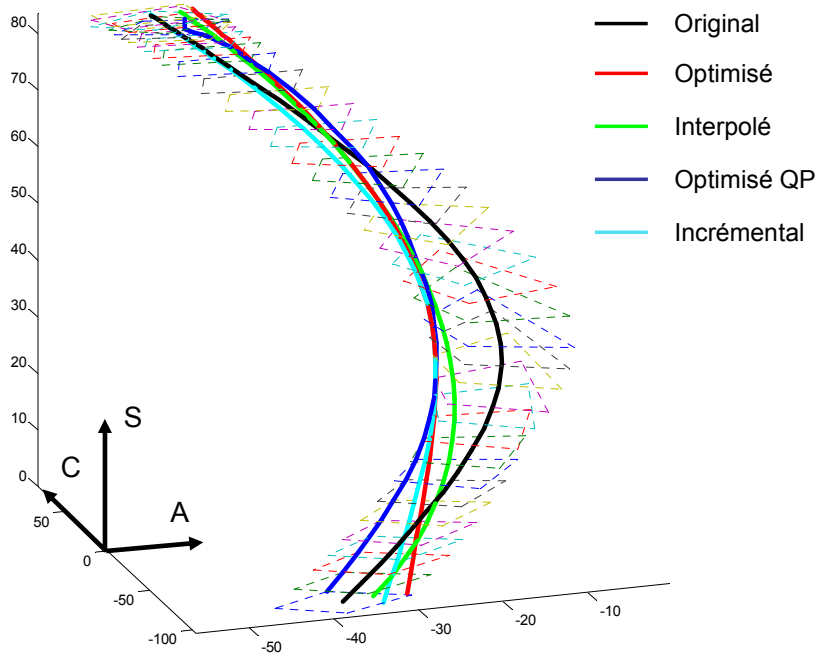


Figure 91 : Représentation des différents résultats dans le DOA 3D

Une analyse équivalente peut être menée sur ce trajet dont le DOA est représenté par la Figure 91. Celle-ci représente aussi les courbes obtenues par les différentes méthodes. Toutes appartiennent entièrement au DOA ce qui garantit le respect des contraintes du repère pièce. Malgré un temps de calcul toujours trop important la méthode incrémental est testée et comparée avec les autres méthodes. Cela permet entre autres de vérifier que le même objectif est atteint pour la méthode d'optimisation.

La Figure 91 permet d'évaluer le critère du taux d'utilisation du DOA. La méthode la plus performante dans le cas précédent, c'est-à-dire l'optimisation quadratique est la moins efficace ici. En effet, comme toutes les méthodes, elle diminue bien la courbure de la courbe 3D en se rapprochant au plus près de la frontière du DOA. Cependant, au début du trajet, elle conserve une certaine courbure qui l'écarte du trajet optimal. De ce fait les sommes des courbures pour cette méthode sont bien supérieures à celles des autres méthodes. Toutes les valeurs des critères à évaluer sont présentées dans le Tableau 8.

La méthode incrémentale est la plus pénalisante au niveau temps de calcul mais elle obtient presque les mêmes résultats que l'optimisation. La différence majeure entre les deux méthodes provient du vecteur de déplacement des points entre 2 itérations. Pour l'optimisation, ce vecteur est calculé alors que dans le cas de la méthode incrémentale, si les pas de déplacement sur A et C sont égaux, la modification des points agit autant sur A que sur C. Ainsi, comme l'illustre la Figure 91, au départ du trajet, l'optimisation permet d'utiliser tout le DOA en déplaçant le point dans le coin du quadrilatère, alors que la méthode incrémental se déplace selon le vecteur $\overrightarrow{A-C}$ et atteint le bord. Une fois celui-ci atteint, pour pouvoir se déplacer dans le coin, il faut faire un retour en arrière sur A, ce qui nuit à la fonctionnelle et n'est donc pas autorisé.

Méthode	**Incrémentale**	**Interpolation**	**Optimisation 4 points**	**Optimisation 16 points**	**Optimisation QP**
Temps de calcul	3 heures	**< 1 s**	6 s	4 min	**< 1 s**
Somme des courbures sur A	0.25	0.33	**0.17**	0.19	514.5
Somme des courbures sur C	**0.036**	0.32	**0.03**	**0.032**	49.6
Somme des distances sur A	0.49	0.478	**0.29**	0.33	0.57
Somme des distances sur C	0.78	0.757	0.72	0.71	**0.55**
Taux d'occupation du DOA	++	+	**+++**	**+++**	-
Temps d'usinage (original 6.52 s)	5.46 s	5.44 s	**5.02 s**	5.05 s	7.3 s
Gain de temps	16.25 %	16.56 %	**23 %**	22.5 %	- 8 %

Tableau 8 : Evaluation des critères de performance pour le deuxième cas

De la même façon, la méthode par interpolation Bspline ne profite pas du domaine complet et est donc moins performante sur les critères de courbure et de distance. Seule l'optimisation permet de profiter au mieux du DOA et de minimiser la fonctionnelle. La Figure 92 montre sur la consigne de l'axe A que c'est l'optimisation qui redresse le plus la courbe. On obtient une variation linéaire des deux consignes sur la première moitié du trajet. L'utilisation du modèle enrichi n'est pas nécessaire ici puisque le temps de calcul est fortement augmenté pour n'obtenir aucun gain sur la fonctionnelle.

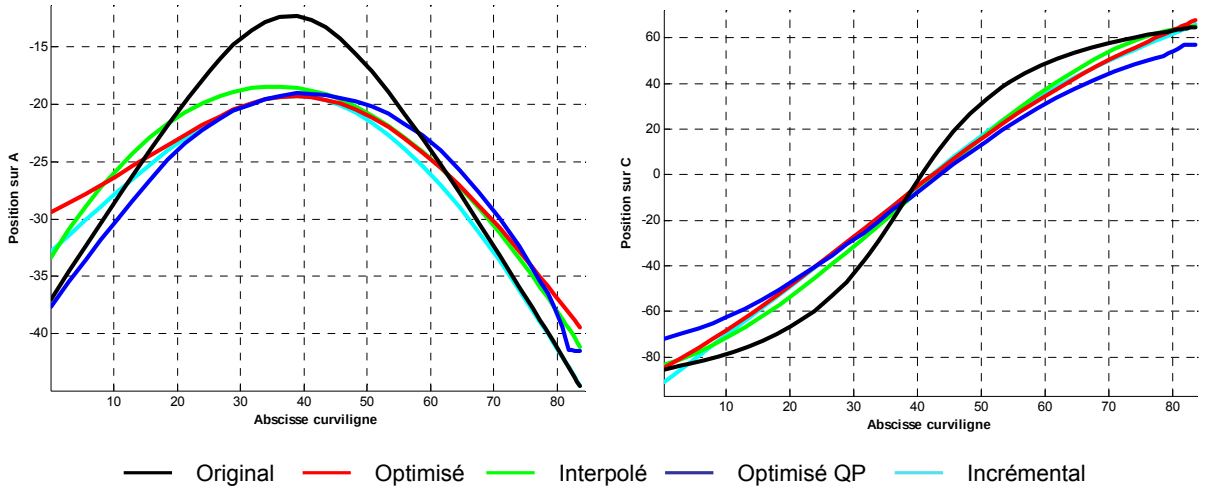


Figure 92 : Consignes obtenues par les quatre méthodes

Enfin, les différences de temps d'usinage sont ici prédictibles avec les valeurs des critères de performance. Dans ce test, l'optimisation est logiquement la plus efficace avec 23 % de gain. Comme il y a moins de points à traiter que dans le cas précédent (41 au lieu de 225), l'algorithme peut converger vers une solution plus fine. La solution incrémentale obtient un résultat équivalent à celui de l'interpolation qui est proche de la solution optimale. Toutes les méthodes permettent d'obtenir un trajet plus rapide d'au moins 15 % sauf l'optimisation quadratique dont la valeur des critères de courbure est bien en dessus des autres.

7. Conclusion

Les méthodes présentées précédemment tendent à résoudre notre problème d'amélioration du comportement de la machine d'usinage. Différentes approches ont été proposées, allant d'une simple approximation à une optimisation sous contraintes plus complète. La première méthode a permis de valider l'hypothèse de travail précisant qu'agir directement sur les consignes de la machine améliore son comportement. La méthode la plus aboutie est l'optimisation qui permet de minimiser une fonctionnelle précise et répondant à notre problème. Toutefois, cette méthode n'est pas dépourvue de difficultés, comme un temps de calcul souvent trop long pour les longs trajets, quel que soit le modèle de contraintes choisi.

Afin de répondre à ce problème de temps de calcul, plusieurs autres méthodes ont été proposées. Après analyse, il en ressort que l'optimisation est la méthode la plus pertinente par rapports à nos critères de performance et donc par rapport à nos besoins. Elle permet de tirer

partie de la forme du DOA et peut s'adapter à une machine différente en jouant sur les coefficients afin de privilégier la longueur ou la courbure de la consigne.

Cependant, la méthode d'interpolation obtient toujours des résultats proches de l'optimisation même si elle ne profite pas de la forme du DOA. Elle mériterait d'être développée avec des algorithmes plus complexes, afin de s'approcher encore de l'optimal. Ses propriétés intrinsèques de continuité et de lissité lui confèrent un pouvoir lissant qui pourrait être encore plus exploité.

Le chapitre suivant s'attache à appliquer l'optimisation sous contrainte à des pièces réelles et d'analyser les résultats.

Chapitre 5 : Application à des pièces industrielles

Ce chapitre s'intéresse à l'expérimentation de nos méthodes sur des pièces plus complexes et en particulier à la méthode d'optimisation étudiée au chapitre 4. Chaque pièce est présentée et analysée par rapport à la méthode choisie. Afin de pouvoir tester les méthodes plus facilement et plus rapidement, un logiciel prototype a été créé. Il permet d'utiliser toujours la même fonction pour tous les tests et ainsi d'appréhender sa robustesse. Le logiciel est présenté dans le paragraphe suivant.

1. Présentation du logiciel prototype

Le logiciel prototype a d'abord été créé afin de visualiser les parcours et analyser les consignes de position, vitesse et accélération de chaque axe. Il est conçu sous Matlab ® avec le module de création d'applications graphiques. Le passage de la version 1.0 à la version 2.0 est apparu avec les premières applications sur le lissage des trajectoires et l'intégration de la méthode de l'approximation par courbe polynomiale. La version 3.0 intègre la gestion du DOA 4 points, la méthode incrémentale et l'optimisation. La version 4.0 intègre la représentation des pièces, le DOA enrichi à 16 points et les autres méthodes.

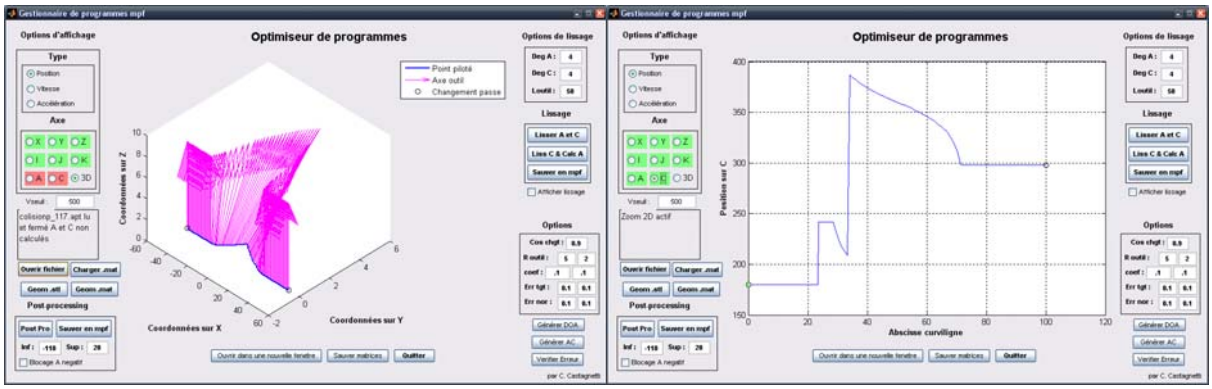


Figure 93 : Affichage du parcours d'usinage et des consignes

Le logiciel regroupe donc tous ces modules. La Figure 93 illustre son utilisation première à savoir la représentation en trois dimensions du trajet outil avec le vecteur représentant l'axe

outil. Elle illustre aussi la représentation des consignes articulaires de tous les axes après calcul de celles des axes rotatifs (post-processing). En effet, chaque axe peut être analysé en termes de position, vitesse et accélération.

Le concept du DOA est pleinement intégré au prototype avec les deux modèles 4 et 16 points. La Figure 94 illustre l'obtention du DOA en forme de tube dans le repère particulier à trois dimensions et sur la pièce avec la représentation de la pyramide définie en chaque point. Cette représentation permet de vérifier la cohérence du DOA avec la pièce dans le cas de génération de trajectoire sans collisions par exemple. Dans le repère particulier, même s'il est difficile de se rendre compte de l'effet sur le trajet sur la pièce, il est facile de prédire dans quelles zones la courbe optimisée va être située.

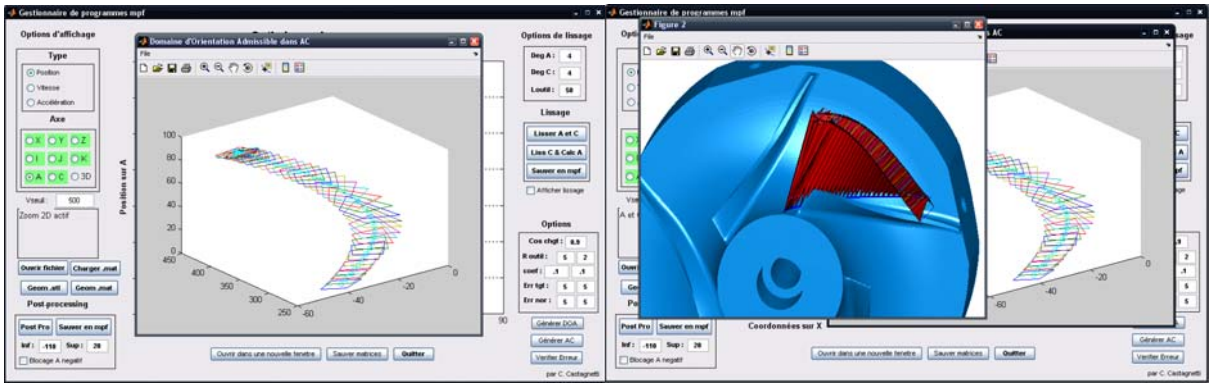


Figure 94 : Génération du DOA dans le repère machine et dans le repère pièce

La Figure 95 représente l'obtention de cette courbe avec la visualisation de l'optimisation en temps réel tout d'abord puis par le tracé de la courbe optimisée dans le DOA. L'affichage des consignes articulaires peut alors tracer les consignes originales et optimisées de chaque axe afin de vérifier l'efficacité de la méthode.

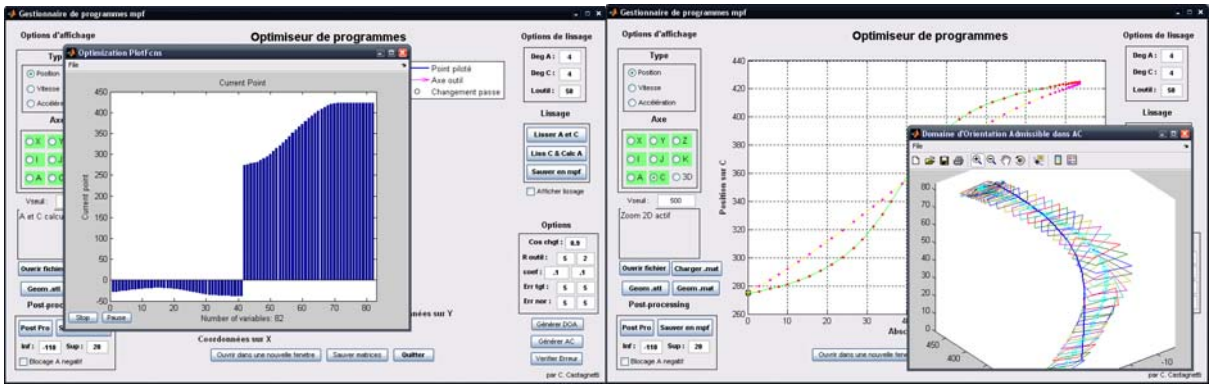


Figure 95 : Optimisation avec affichage en temps réel et résultat dans le DOA

La dernière version du logiciel contient les méthodes alternatives et permet via un menu de choisir laquelle doit être appliquée au trajet initial. La Figure 96 représente le résultat de la méthode d'interpolation polynomiale avec les consignes de chaque axe de rotation et la courbe 3D Bspline calculée dans le DOA.

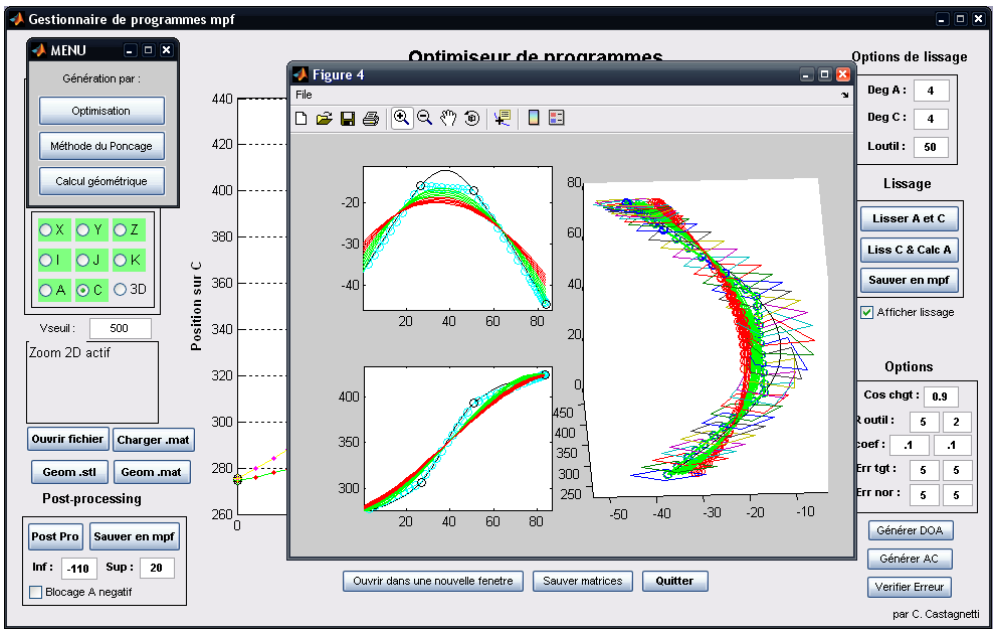


Figure 96 : Choix des méthodes d'optimisation et résultat de la méthode d'interpolation

Une fois le résultat obtenu, le logiciel permet de générer le programme directement lisible par la machine afin de pouvoir procéder aux tests. Il permet aussi de vérifier l'erreur dans le repère pièce avec la différenciation entre erreur normale et erreur tangentielle.

Les parties suivantes s'intéressent à l'application de ces méthodes sur des pièces de test ou industrielles et à leur analyse.

2. Génération de trajets hors collisions

2.1. Description des pièces

Les deux pièces étudiées dans ce paragraphe ont pour rôle de tester la méthode dans le cas de la génération de trajectoires hors collisions. En effet, le DOA permet de définir la zone accessible par l'axe outil, et en complément la zone non accessible. Le DOA permet donc de déterminer la zone à éviter, pour des raisons de collision par exemple. La première pièce permet d'éviter une sphère avec le bout outil se déplaçant sur un plan (Pièce S). La deuxième modélise l'évitement d'un parallélépipède au dessus une surface gauche (Pièce P). La Figure 97 illustre les deux pièces avec le DOA associé représenté dans le repère pièce.

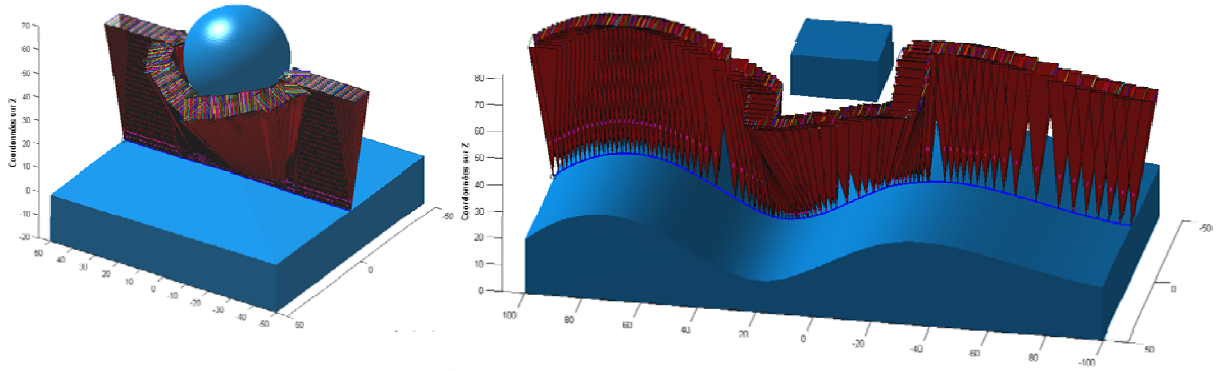


Figure 97 : Evitement de forme par la méthode du DOA [Castagnetti08]

2.2. Problématiques associées

Les trajets initiaux sont rapidement obtenus en définissant des axes d'interpolation autour de la sphère et du parallélépipède. Les trajets outils présentent alors des angles vifs et ne sont pas optimaux vis-à-vis du comportement machine. Le DOA, représenté sur la Figure 97, est disposé autour de la forme à éviter et assez large pour obtenir un trajet lisse. Dans le cas de ce test, le DOA n'est pas trop grand afin de ne pas obtenir un trajet en 5 axes positionnés qui passerait à coté de l'obstacle du début à la fin. Cette solution serait la meilleure pour la machine mais ne permettrait pas de faire le test d'évitement.

La pièce S avec l'obstacle sphérique est celle présentée au chapitre 4. Dans ce chapitre, le DOA est plus resserré du coté de la sphère afin d'éviter rigoureusement toute collision. Le DOA obtenu en utilisant le modèle 4 points est représenté sur la gauche de la Figure 98. La figure de droite représente son équivalent pour la Pièce P.

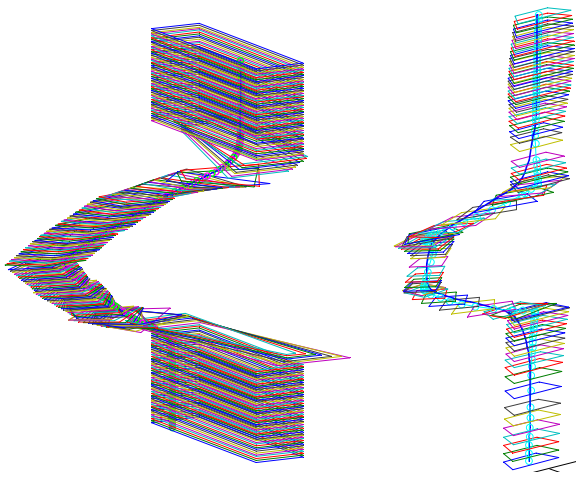


Figure 98 : Représentation des DOA 3D associés aux pièces S et P

2.3. Analyse des résultats

L'optimisation est menée sur les deux pièces et les trajets obtenus dans le repère pièce sont représenté par la Figure 99. Dans les deux cas, il n'y a pas collision avec l'obstacle grâce au respect du DOA. Sur la pièce avec obstacle sphérique, le trajet n'est plus aussi facettisé que pour l'original. Pour la pièce P, les changements de direction se font plus en douceur.

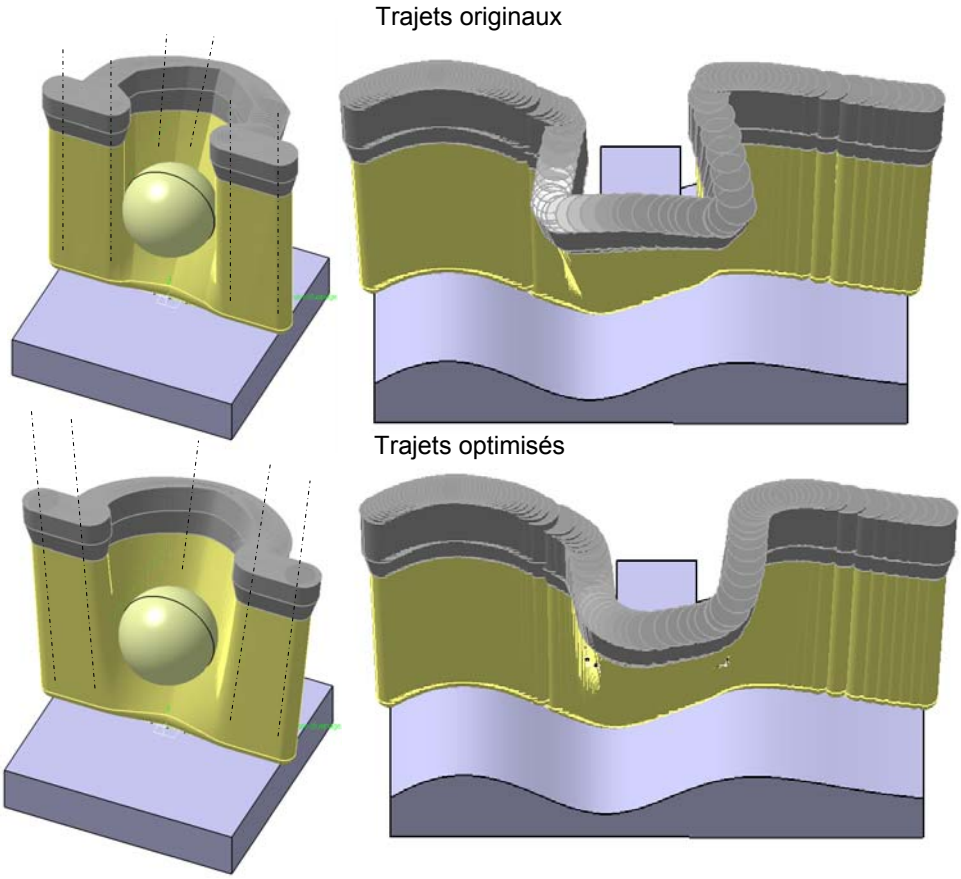


Figure 99 : Trajets rapportés dans le repère pièce pour les deux tests

Pour la première pièce, on remarque un retour en arrière du mouvement de l'outil à l'approche de la sphère. Ce retour n'est pas présent sur les consignes d'orientations représentées sur la Figure 99. Ceci illustre le premier avantage de cette méthode. En effet, la difficulté de créer un trajet outil, qui ne nuise pas au comportement machine, est liée au repère dans lequel il est visualisé. Dans le repère de la FAO, l'utilisateur identifierait le trajet comme inadéquate à cause de ce mouvement d'outil, or d'après les consignes générées sur la machine, il n'y a pas de rebroussement sur les axes et donc pas de ralentissements. L'intérêt de cette méthode réside dans l'obtention d'un trajet optimal pour la machine en ne précisant qu'une zone admissible pour l'orientation. Cette méthode peut donc parfaitement être utilisée pour la génération de trajectoire en plus de l'optimisation de trajets existants.

La Figure 99 montre aussi que l'évolution des consignes est plus douce. Ceci semble normal puisque les trajets initiaux sont créés rapidement par de l'interpolation entre quelques positions. L'intérêt de la méthode ne réside pas dans le fait de permettre à la machine de suivre le trajet plus rapidement mais dans le fait d'obtenir rapidement un trajet d'évitement lisse qui améliore le comportement de la machine. Obtenir un tel trajet dans un logiciel de FAO classique passe par la création d'une surface gauche servant d'appui pour l'outil. Cependant, il est difficile de choisir les caractéristiques à donner à cette courbe pour obtenir le comportement optimal de la machine. Cette méthode permet d'obtenir le trajet sans support en ne définissant qu'une zone admissible.

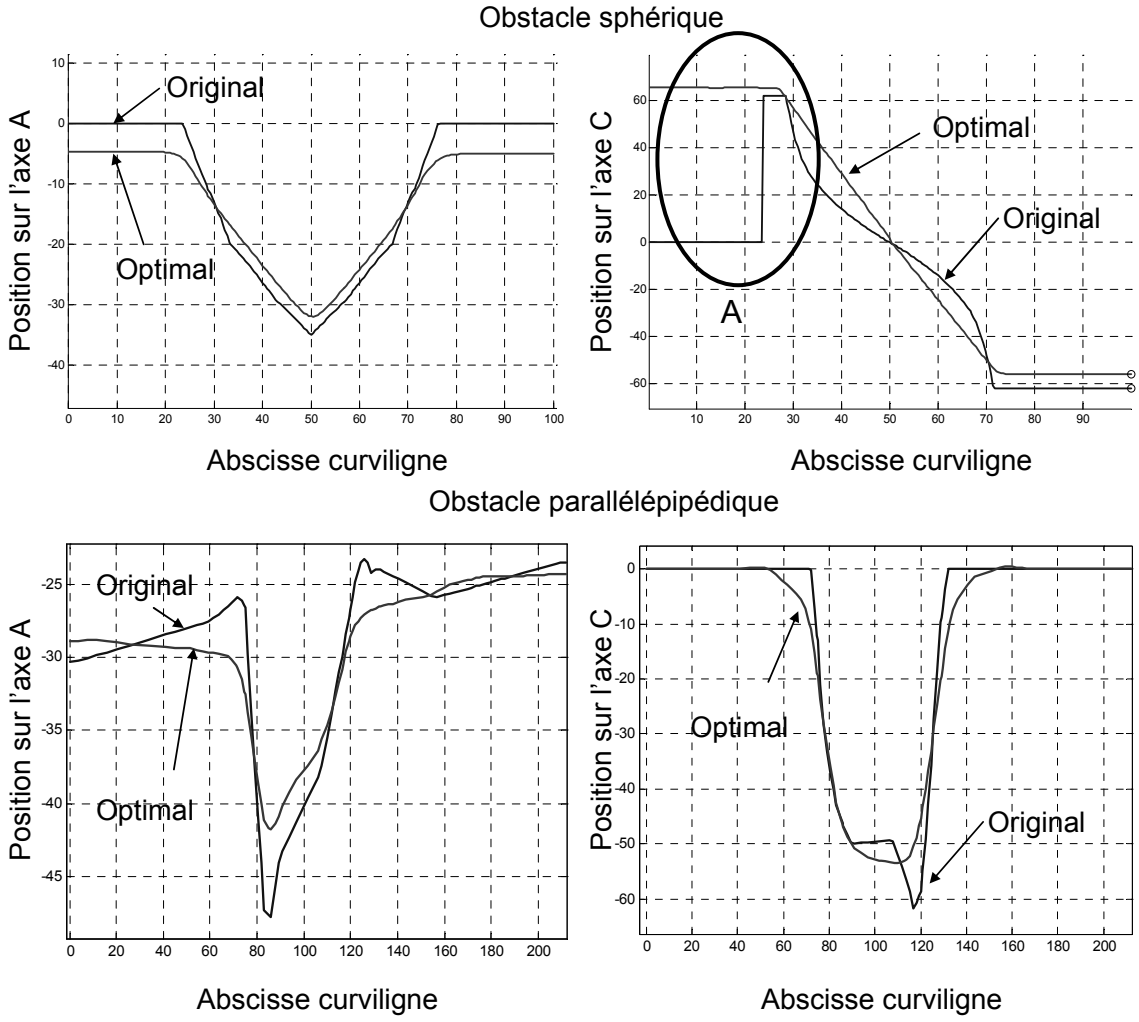


Figure 100 : Consignes des axes de rotation pour les deux trajets originaux et optimisés [Castagnetti08bis]

Sur la Figure 100, le point détail A illustre un autre avantage de la méthode, à savoir l'anticipation des mouvements. Ce problème de post-processeur expliqué au chapitre 1 est ici résolu. En effet, le trajet initial commence avec des axes outils verticaux, ce qui génère des

singularités géométriques, et le post processeur conserve la position initiale pour le plateau C, soit C=0. La machine passe en 5 axes continus avec une consigne d'environ 60° sur C (Détail A). L'optimisation, agissant directement sur les consignes d'axes, permet d'anticiper ce changement et le trajet résultant commence avec une consigne sur C de 60° environ.

2.4. Bilan

Ces pièces ont permis de mettre en avant deux avantages de la méthode. Le premier est l'intérêt de travailler dans le repère machine afin de ne pas éliminer un trajet viable qui ne semble pas efficace dans le repère pièce. Le deuxième est l'anticipation de l'axe C en début d'opération. L'objectif principal d'atteindre un temps d'usinage plus faible est aussi atteint puisque le gain est de presque 20% comme le montre le Tableau 9. Cependant, il faut noter que les trajets initiaux ne sont pas adaptés à l'usinage à cause de leurs changements de direction rapides.

	Vitesse d'avance	Original	Optimisé
Obstacle sphérique	10 m/min	10.15 s	8.02 s
Obstacle parallélépipédique	10 m/min	10.48 s	9.09 s

Tableau 9 : Temps d'usinage des différents trajets

Ces pièces permettent de montrer l'adaptabilité de la méthode aux différentes formes d'obstacle. Le seul point faible est le besoin de passer par un trajet initial afin de créer le DOA automatiquement. Une amélioration majeure de la méthode serait de pouvoir définir un DOA manuellement lorsque la zone admissible est la même en chaque point du trajet. Dans le cas contraire, le logiciel de FAO doit permettre de générer automatiquement le DOA en laissant une possibilité de modification ponctuelle par exemple.

3. Optimisation de trajets d'usinage en flanc

3.1. Description des pièces de test

La première pièce test est celle utilisée au chapitre 4 pour démontrer l'effet du lissage. Pour rappel, c'est une surface en forme de S d'une hauteur de 50 mm avec un angle de torsion de 17° et présentant un point de singularité en son centre (Figure 101). Elle est nommée pièce F.

La seconde pièce (pièce R) est aussi un ruban plus long mais avec un angle de torsion proche de 40° et ne présente pas de perturbations au voisinage des points de singularité. La Figure 102 représente cette pièce avec le DOA créé en chaque point du parcours.

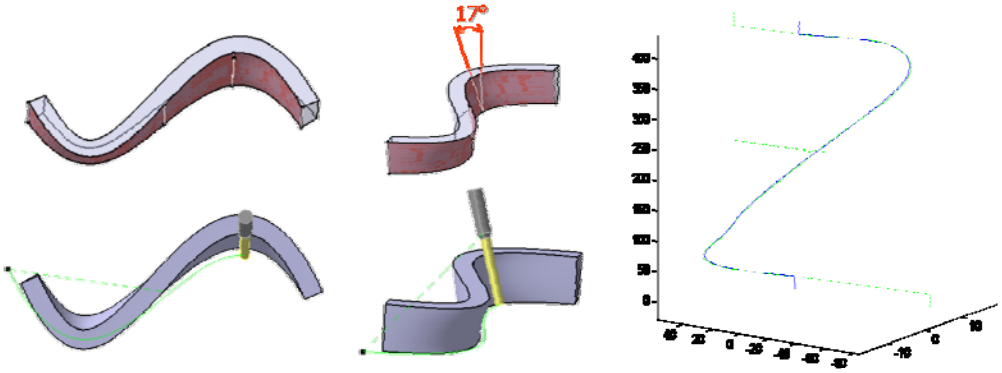


Figure 101 : Pièce F

L'usinage en flanc ne supporte pas de grandes modifications de l'orientation de l'axe outil sous peine de vite dégrader la surface usinée. L'étude du lissage prouve qu'il améliore le temps d'usinage mais engendre une erreur trop importante sur la pièce. L'utilisation de la méthode du DOA doit permettre de contrôler cette erreur. La valeur de la tolérance est de ±0.1 mm.

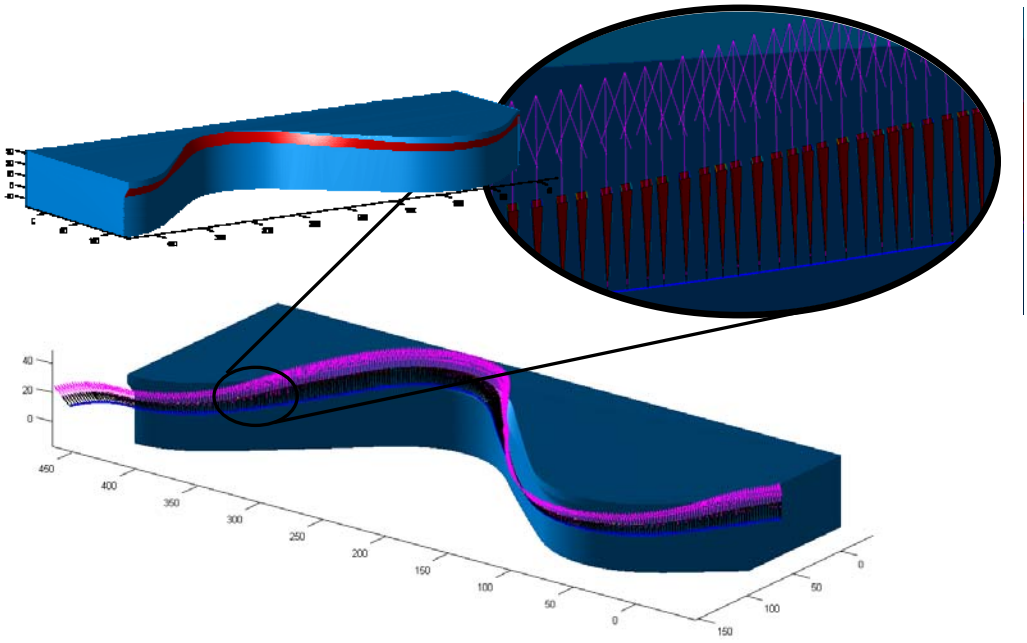


Figure 102 : Pièce R

La pièce R est utilisée pour analyser l'influence de l'erreur sur le gain en temps d'usinage. Ne pas avoir de singularité géométrique permet d'étudier plus précisément le gain

sans influence des problématiques liées au post-processeur. La surface usinée a une hauteur plus petite, ne mesurant que 12 mm.

3.2. Analyse des résultats

Les résultats présentés dans le Tableau 10 montrent que l'optimisation engendre une réduction du temps d'usinage aussi importante que le lissage. Cette réduction est essentiellement due à la singularité géométrique située au centre de la pièce. Concernant le respect de l'erreur admissible sur la surface usinée, point négatif du lissage par approximation de courbes polynomiales, la Figure 103 montre que le défaut autorisé est presque respecté.

	Vitesse d'avance	Original	Lissé	Optimisé
KX15 IFMA	10 m/min	17.67 s	10.79 s	10.83 s
Verne IRCCyN [Martin06]	10 m/min	7.83 s	4.77 s	4.50 s

Tableau 10 : Temps d'usinage des parcours pour la pièce F

L'erreur normale est contenue dans la tolérance ±0.1mm sauf au début du programme où le défaut monte jusqu'à 0.15mm. Cette erreur doit provenir du manque de précision du modèle 4 points. L'erreur tangentielle est inférieure à 0.2 mm mais cela a une influence moindre sur le défaut.

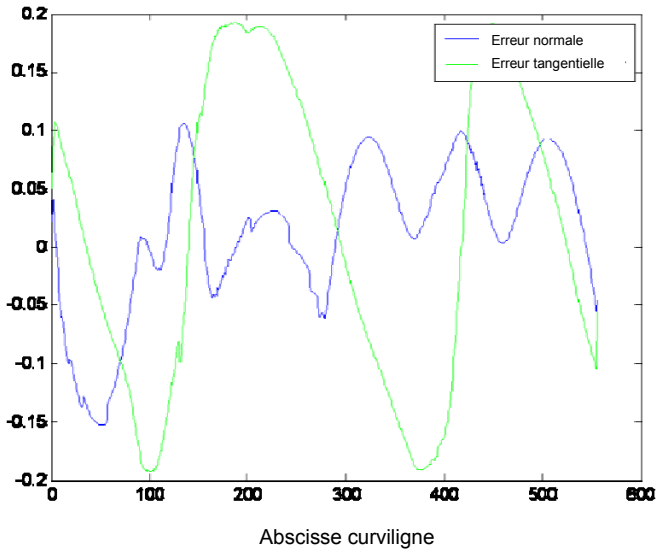


Figure 103 : Erreurs calculées entre les trajets initial et optimisé

La Figure 104 représente les consignes de position et de vitesse mesurées par le contrôleur numérique de la machine. Le temps d'usinage diffère d'environ 40% entre le trajet

original et les deux trajets améliorés. On remarque que la singularité géométrique qui engendre un grand mouvement sur l'axe C au milieu du trajet, provoque une perte de temps conséquente sur le temps total. Concernant l'axe A, le trajet lissé permet d'atteindre les vitesses les plus élevées. Le trajet optimisé se place entre les trajets original et lissé mais la consigne atteint la vitesse maximum sur une plus longue période. Pour l'axe C, le trajet lissé semble moins perturber la consigne de vitesse mais les consignes sont équivalentes en amplitude pour les trajets améliorés.

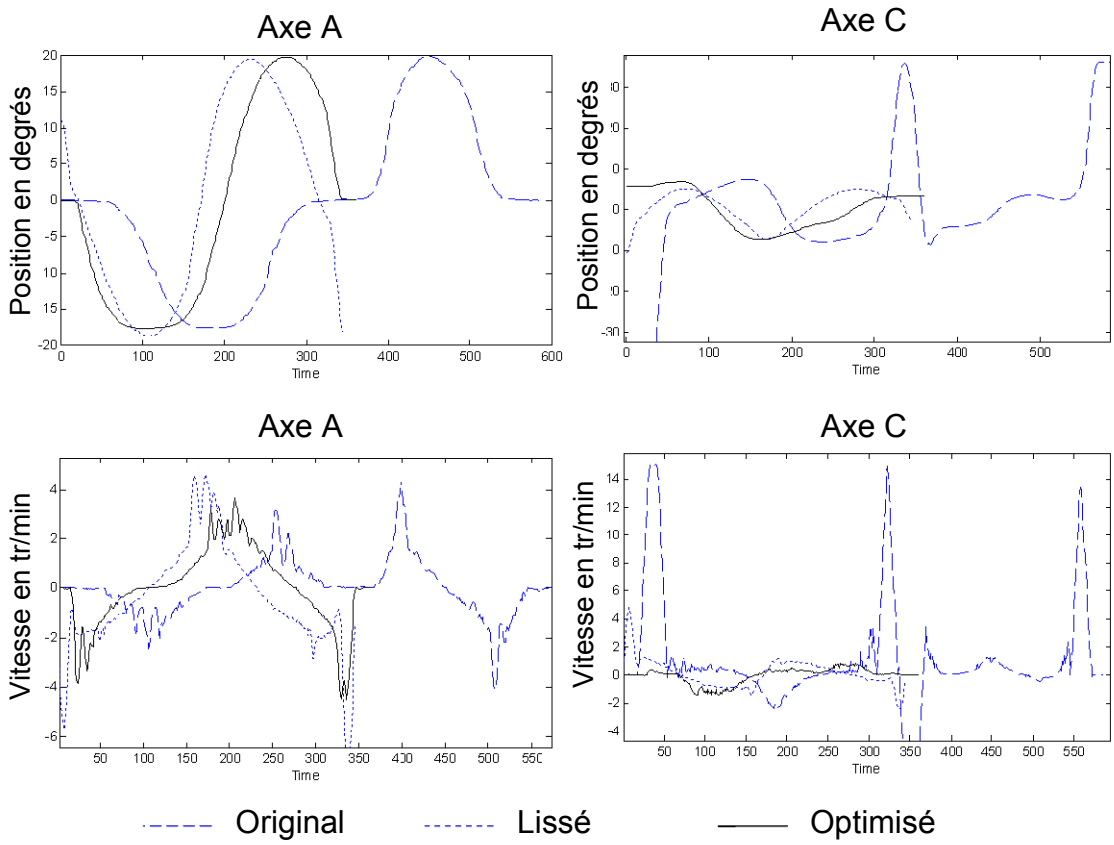


Figure 104 : Consignes machines mesurées pour la pièce "S".

	Original	Optimisé	Optimisé	Optimisé	Optimisé
Défaut admissible	0mm	± 0.1mm	± 0.2mm	± 0.3mm	± 0.4mm
Temps d'usinage	24.47 s	23.45 s	22.42 s	21.7 s	21.4 s
Gain	0%	4.16 %	8.37 %	11.32 %	12.56 %

Tableau 11 : Temps d'usinage des différents trajets

La seconde pièce est optimisée pour différentes tailles du DOA. Quatre valeurs sont testées : ±0.1mm, ±0.2mm, ±0.3mm, ±0.4mm afin d'étudier l'influence de la taille de zone admissible sur le temps d'usinage. Des mesures sont réalisées sur le centre de fraisage KX15 de l'IFMA et présentées dans le Tableau 11.

Les relevés de mesure montrent que la taille du DOA a une influence majeure sur la réduction du temps d'usinage. Plus le défaut admissible est élevé, plus le gain est important. L'optimisation permet aux évolutions de consignes de profiter de la forme du DOA pour être plus performantes vis-à-vis de la machine. On peut penser que la réduction de la distance entre points est responsable de cette réduction. En effet, dans les zones de changement de sens de déplacement des consignes, en particulier pour l'axe A, l'augmentation de la taille du domaine diminue l'amplitude maximale à atteindre. Pour les quatre trajets optimisés, le Tableau 12 montre les réductions sur des caractéristiques des différents trajets par rapport au critère de distance sur l'axe A.

	Original	Optimisé	Optimisé	Optimisé	Optimisé
Défaut admissible	0mm	± 0.1mm	± 0.2mm	± 0.3mm	± 0.4mm
Gain	0%	4.16 %	8.37 %	11.32 %	12.56 %
$\sum(\Delta A_i)^2$	0%	4%	9%	14 %	19 %
$Max(A_i)$-$min(A_i)$ (C2)	0%	2.68 %	5.50 %	8.48 %	11.56 %

Tableau 12 : Valeurs de critères de distance sur l'axe A.

Si on observe la distance à parcourir entre deux extremums de la consigne de position de l'axe A, soit le critère C2 de la Figure 105, la réduction sur cette distance n'atteint pas tout à fait la réduction sur le temps d'usinage.

Par contre, sur la somme totale de distance à parcourir approchée par la somme $\sum(\Delta A_i)^2$, la réduction dépasse celle atteinte. On peut donc légitimement penser que la réduction de la distance a une forte influence sur la réduction du temps.

Toutefois, on remarque aussi sur le zoom de la Figure 105 que la vitesse maximale de l'axe C est atteinte plus longtemps pour les trajets où le gain est le plus important. Le trajet original n'atteint pas cette consigne de 15 tr/min. De même la consigne de vitesse du trajet le plus rapide est beaucoup lisse que celle du trajet original qui oscille fortement.

L'augmentation de vitesse sur C a donc aussi un rôle et la réduction n'est pas totalement due à la réduction de distance sur l'axe A.

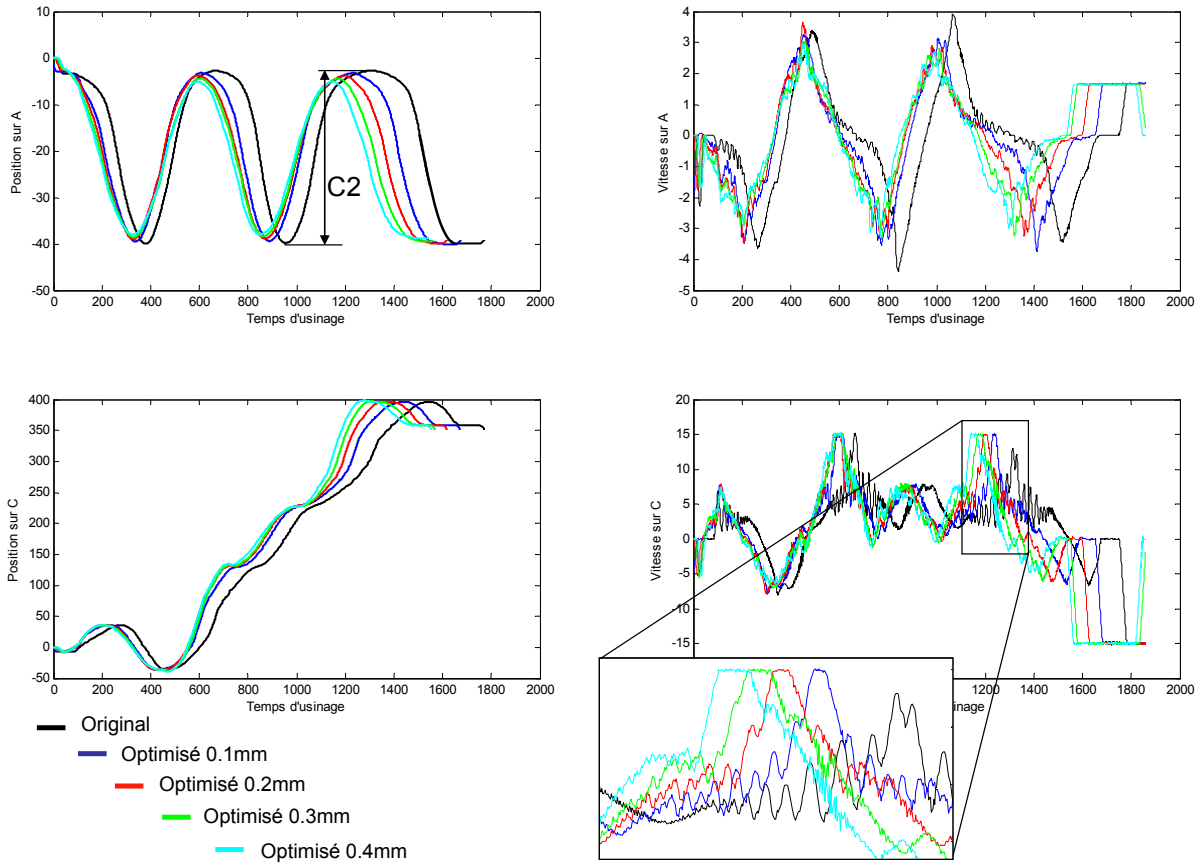


Figure 105 : Relevé de positions et vitesses pour les cinq trajets

3.3. Bilan

La première pièce a permis de montrer que l'optimisation permettait d'obtenir des résultats aussi performants que le lissage par approximation de courbes polynomiales. Le respect des contraintes est garanti par le concept du DOA qui est au cœur de la méthode. La deuxième pièce a permis de montrer que la réduction du temps d'usinage n'est pas seulement due à la suppression des mouvements générés par la singularité géométrique. Par contre, la possibilité de réduction du temps d'usinage et donc du coût de la pièce est directement liée à la taille de défaut admissible soit à la qualité de la pièce. Redéfinir les caractéristiques de la pièce par rapport au besoin fonctionnel peut donc permettre de baisser le temps d'usinage d'environ 10%.

4. Optimisation de trajets d'usinage en bout outil

4.1. Description et problématique de la pièce

La pièce utilisée ici est une pièce de réception approchant un rouet. Elle doit permettre d'analyser l'influence de la taille du DOA sur le résultat de l'optimisation. La Figure 106 illustre les trajets soumis à l'optimisation. L'usinage concerne la surface du rouet entre deux pales. Seulement cinq trajets sont calculés. Le premier le plus proche de la pale est le plus contraint ce qui engendre un DOA de petite taille. Le trajet est effectué en 5 axes continus. Le trajet suivant est contraint avec un DOA de plus grande taille puisqu'il est plus distant du bord de la pâle générant les contraintes. Les trajets suivants sont beaucoup moins contraints, le DOA étant de plus grande taille puisque les contraintes géométriques le permettent.

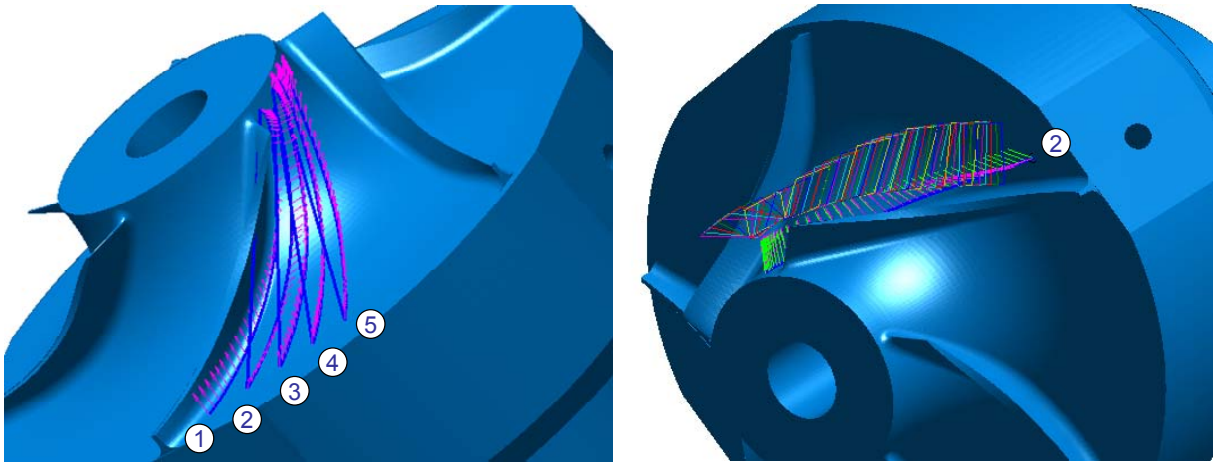


Figure 106 : Trajets outil sur une pièce de type rouet

4.2. Analyse des résultats

Cet essai permet d'obtenir des trajets 3 axes quand la contrainte est très faible et des trajets 5 axes la où elle est forte. L'analyse des consignes montre cet apport majeur de la méthode.

La Figure 107 représente les consignes originales pour les cinq trajets et les consignes optimisées. La consigne ① très contrainte par la présence de la pale ne subit quasiment aucun changement. La consigne ② évolue toujours en 5 axes continus mais ne présente plus de changement de sens de déplacement sur l'axe A. Ceci permet de diminuer le temps d'usinage puisqu'il n'y a pas chute de la vitesse. Enfin les trajets ③, ④ et ⑤ sont réalisés en 3 axes puisque les contraintes l'autorisent. En considérant le trajet global, c'est-à-dire en ajoutant les

passes, la méthode permet donc de passer du 5 axes au 3 axes lorsque les contraintes définies par l'utilisateur sont moins exigeantes.

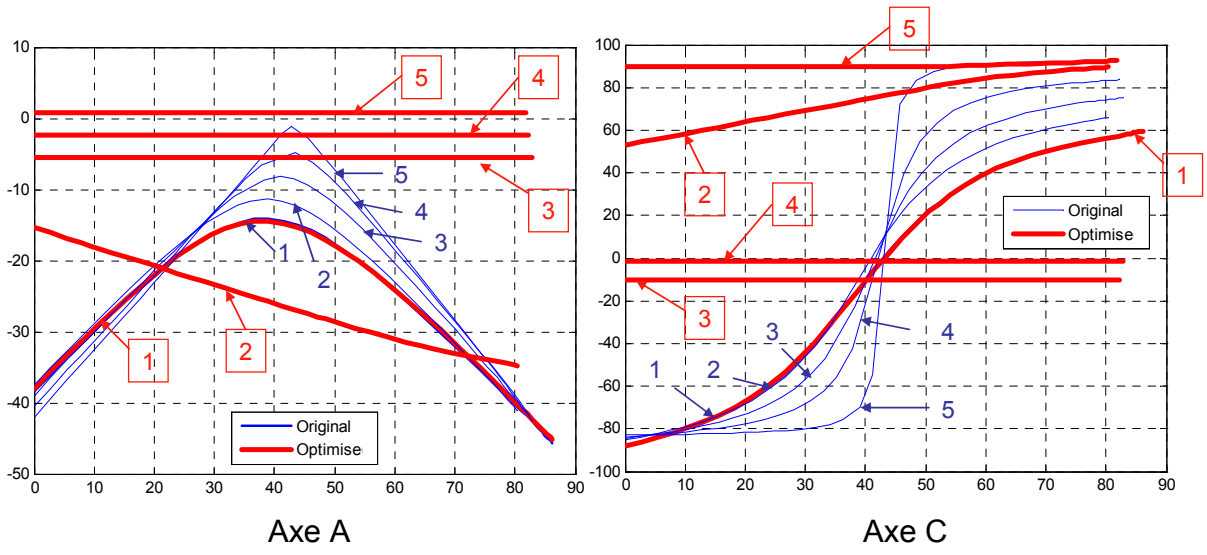


Figure 107 : Consignes d'orientation pour les 5 trajets originaux et optimisés

La Figure 108 illustre les trajets outils dans le repère pièce. Les passes ③, ④ et ⑤ en 3 axes semblent assez équivalents alors que la passe ② n'a pas les mêmes points de départ et d'arrivée que les autres passes.

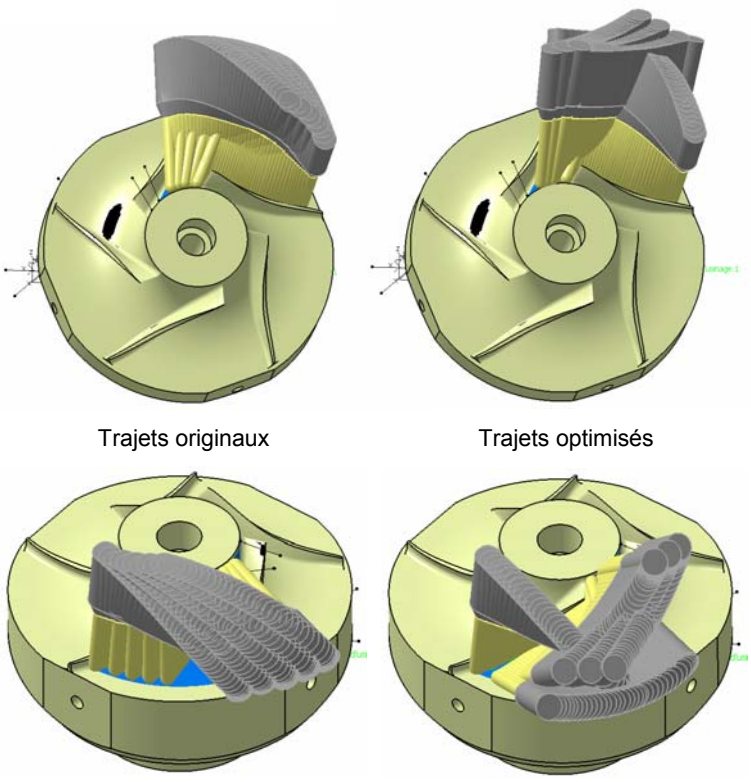


Figure 108 : Trajet outil rapporté dans le repère pièce

Une problématique à résoudre reste donc la connexion des passes de l'opération. En effet, entre la fin d'une passe et le début de la suivante, il y a parfois des écarts de position conséquents qui augmenteraient le temps d'usinage si les passes étaient ajoutées bout à bout. Deux solutions sont alors possibles, soit l'opération est globalement optimisée, et chaque passe a une influence sur la précédente et la suivante, soit le DOA est resserré au début et à la fin de chaque passe pour éviter les grands déplacements hors matière. Dans les deux cas, le résultat est équivalent puisque les extrémités des passes ajoutent des contraintes et ne permettent pas à l'optimisation de profiter de la forme du DOA sur la passe.

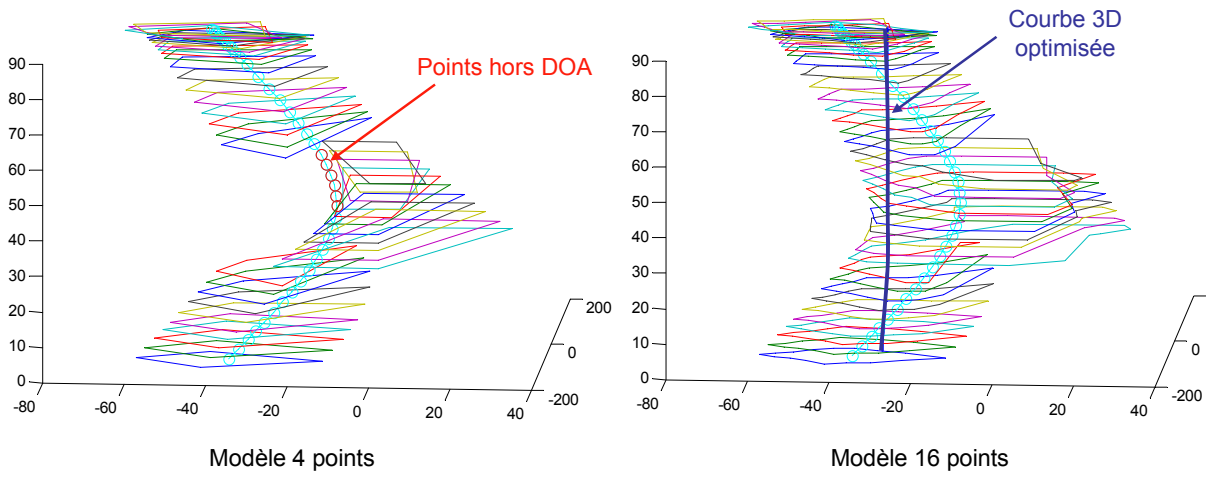


Figure 109 : Différence entre les modèles 4 et 16 points pour les grands DOA

Cette pièce permet d'illustrer le problème des grands DOA. En effet, pour les passes au centre de la pièce, un DOA de grande taille oblige l'algorithme à calculer le modèle dans le cas des singularités géométriques où la précision du modèle 4 points est moindre. La Figure 109 illustre cette perte ainsi que le passage au modèle enrichi qui devient obligatoire. En effet, la perte de précision est telle que le modèle 4 points n'inclut pas complètement le trajet original et l'algorithme d'optimisation ne peut pas donner de solution valide. Le modèle enrichi permet alors d'obtenir une solution valide même si le temps de calcul est augmenté. On remarque aussi que dans le cas général (premiers et derniers points) les deux modèles sont assez équivalents.

4.3. Bilan

Cette dernière pièce montre l'intérêt de la méthode grâce à sa propriété de passer d'un usinage 3 axes à un usinage 5 axes lorsque les contraintes l'imposent. Elle permet aussi de montrer l'utilité de passer au modèle 16 points dans certains cas. Toutefois, il reste quelques points à améliorer comme la gestion des trajets multi-passes.

Conclusion

Ce mémoire de thèse expose en cinq chapitres les travaux visant à définir une méthode d'amélioration du comportement des machines outils multi-axes par la déformation des trajectoires d'usinage. Comme toute déformation des trajets outils peut altérer la qualité des surfaces usinées, la définition et le contrôle des contraintes géométriques sont alors fondamentaux. Le concept du Domaine d'Orientation Admissible proposé dans ce mémoire semble répondre à ce besoin.

En effet, ce concept permet de modéliser les contraintes géométriques dans les deux repères utilisés dans le processus complet de la CFAO : le repère pièce et le repère machine. Cette particularité constitue l'originalité du modèle dont on peut tirer plusieurs avantages. Connaissant les contraintes dans le repère pièce, les méthodes d'amélioration du comportement permettent de modifier directement les consignes de position de la machine afin d'obtenir une meilleure efficacité. Aussi, l'utilisation du repère particulier associé au DOA permet de générer une seule courbe représentant l'orientation des deux axes de rotation de la machine. L'originalité de l'approche repose ainsi à la fois sur la modélisation géométrique inédite du DOA, qui permet d'exprimer les exigences fonctionnelles et à la fois sur la méthode de résolution du problème d'optimisation du trajet d'usinage. Le DOA propose un modèle original de l'espace d'orientation de l'outil toléré par les spécifications géométriques dans le repère pièce et dans le repère machine. L'étude montre que la définition de la forme du DOA et du nombre de points utilisés influe à la fois sur la rapidité du calcul et sur la performance du lissage.

Ainsi, le modèle géométrique du DOA peut être défini selon deux niveaux d'exigence, décrits au chapitre 3. Le premier est un modèle permettant une exécution plus rapide de l'algorithme d'optimisation, alors que le second est un modèle enrichi, garantissant une meilleure précision dans la définition des contraintes géométriques. Les algorithmes de calcul du DOA en chaque point du trajet ont été présentés pour des modèles à quatre ou seize points. Le nombre de points peut aussi être redéfini, si on envisage l'utilisation du modèle selon un autre objectif.

En effet, la méthode présentée ici n'est pas spécifiquement dédiée à l'amélioration du comportement cinématique de la machine. Elle peut être adaptée aux calculs de trajet minimisant la flexion d'outil par exemple. Dans ce cas, les modèles utilisés sont peut être plus facilement exploitables avec un DOA à huit ou douze points. L'adaptabilité de la méthode constitue donc un atout supplémentaire permettant d'augmenter le nombre d'applications en usinage à 5 axes. Le concept du DOA est ainsi un concept géométrique adapté à la spécification de toute exigence fonctionnelle, cinématique ou mécanique liée à l'orientation de l'outil par rapport à la pièce. Il est alors possible d'envisager de nouveaux travaux plus classiques portant sur la modélisation de ces phénomènes, de manière à élargir le champ d'application. Ce concept introduit aussi une évolution dans la formalisation du calcul des trajets d'usinage et dans leur appropriation par le programmeur. En effet, il permet de considérer que tout trajet inscrit dans le DOA est fonctionnellement, cinématiquement ou mécaniquement admissible. Cette idée est fondamentale, puisqu'elle offre au programmeur une autre appropriation sémantique du trajet plus basée sur l'expression du besoin que sur le calcul en lui-même.

Toutefois, cette méthode est particulièrement dédiée à la modélisation des contraintes géométriques dans le but d'optimiser le comportement de la machine tout en contrôlant la qualité de la surface usinée. Le chapitre 4 s'attache à présenter et confronter les méthodes d'optimisation des trajectoires associées. Plusieurs algorithmes sont étudiés afin d'améliorer le comportement cinématique de la machine, alors que plusieurs indicateurs sont proposés afin de quantifier les gains. L'indicateur le plus simple à mesurer et le plus représentatif est le temps d'usinage qui tend à être réduit par les méthodes mises en place.

Parmi les méthodes proposées, deux semblent plus performantes conformément aux critères proposés : l'interpolation par courbe Bspline et l'optimisation. Nos travaux se sont particulièrement axés sur l'optimisation, car elle apporte une évolution conceptuelle originale. Néanmoins, cette méthode itérative doit gagner en rapidité pour être pleinement efficace. C'est pourquoi, nous avons aussi étudié une méthode basée sur l'interpolation Bspline qui est par nature beaucoup plus rapide. Des travaux complémentaires devraient permettre d'améliorer ses résultats. En effet, les essais montrent que cette méthode engendre des vitesses d'avance plus rapides même si la consigne calculée ne minimise pas l'amplitude des déplacements. Une des perspectives de ces travaux de thèse serait donc d'améliorer cette méthode heuristique. Pour cela, il faut notamment veiller à obtenir une courbe de consigne sans ondulation et profitant au mieux de la forme du DOA. Une première piste de recherche

serait les courbes Beta-splines qui sont définies par deux caractéristiques supplémentaires : la longueur et la courbure [Cerrolaza00]. Ces caractéristiques peuvent être définies pour une courbe en trois dimensions comme il nous est nécessaire d'obtenir dans le DOA. Elles se rapprochent fortement des paramètres que l'on cherche à optimiser dans notre algorithme d'optimisation présenté au chapitre 4 : évolution de la courbure et longueur du trajet. En effet, ces courbes permettent une modification locale comme les Bsplines, il est alors envisageable de modifier localement la courbure et la longueur de la trajectoire pour optimiser le taux d'occupation du DOA. [Wagner95]. De plus, les propriétés intrinsèques de ces courbes engendrent une plus grande rapidité d'exécution des mouvements de la machine. On peut ainsi envisager de coupler l'utilisation de ces courbes et un algorithme d'optimisation, pour réduire le nombre de variables de travail et obtenir un résultat plus rapide.

Au cours de ces travaux, l'optimisation a été particulièrement étudiée du fait de son couplage naturel avec le concept du DOA. En effet, celui-ci modélise un espace admissible conformément aux exigences fonctionnelles. Il convient alors de chercher le trajet optimal contenu dans cet espace, qui optimise l'occupation de l'espace et surtout une fonctionnelle modélisant le comportement cinématique de la machine. L'équation de la fonctionnelle utilisée nous garantit une optimisation des caractéristiques intéressantes de la courbe : longueur et évolution de la courbure.

Comme le montre le chapitre 5, l'optimisation permet d'obtenir des résultats probants tant au niveau de la réduction du temps d'usinage qu'à l'élimination de problèmes de post processeur. En effet, le calcul des consignes de positions directement dans le repère machine, permet d'éliminer automatiquement les mouvements perturbants dus aux singularités géométriques. De même, le calcul engendre automatiquement des mouvements anticipés des axes de rotation. Enfin, l'optimisation tend à redresser les consignes et donc à minimiser les amplitudes. La méthode permet aussi d'unir les deux mondes disjoints de l'usinage 3 et 5 axes, car le trajet calculé recourt à l'usinage 5 axes uniquement si les contraintes fonctionnelles l'exigent, de manière à profiter au mieux des performances de la machine. La réduction potentielle du temps d'usinage sur les programmes générés est fonction de l'espace admissible et donc du niveau d'exigence de qualité. De nouveaux travaux devront en démontrer la pertinence par la prise en compte globale de trajets multi passes intégrant les mouvements de liaison.

Ce mémoire s'est attaché à présenter la méthode globale d'optimisation comprenant la modélisation des contraintes dans le DOA et la résolution du problème d'optimisation.

Cependant, il reste à intégrer une problématique annexe qui concerne le recalcul du point piloté, sous effet d'évolution de l'axe de l'outil. En effet, lorsque l'orientation de l'outil évolue, des erreurs de position peuvent engendrer des marques sur la surface suivant le point piloté. Ce mémoire s'est essentiellement consacré à l'utilisation d'outils hémisphériques, qui annulent cette erreur. Il est alors nécessaire de proposer un modèle géométrique enrichi pour tenir compte de toutes les géométries d'outils. Des premiers tests portant sur le recalcul du point piloté dans le cas des outils toriques ont été effectués avec des résultats assez satisfaisants, mais cela impose une modélisation géométrique supplémentaire du contact entre l'outil et la surface. La résolution de ce problème ouvre une nouvelle voie dans l'expression du besoin fonctionnel, le calcul des trajets d'usinage et l'usinage 5 axes.

En effet, le modèle du DOA permet à la fois de formaliser géométriquement le besoin fonctionnel amont et de le communiquer vers l'aval au niveau du calcul effectif du trajet sur une machine donnée. Couplé à une modélisation adaptée de la surface de contact locale entre l'outil et la pièce, il permet alors de proposer une nouvelle structure pour le processus de fabrication. Dans ce cas, le système de FAO amont sur ordinateur devient un outil d'expression du besoin de fabrication et de choix de stratégies. Les modèles associés permettent de simuler la trajectoire et d'évaluer à la fois sa robustesse et sa performance. Le système procède au calcul d'une trajectoire candidate, au calcul du DOA et des surfaces de contact. Ces informations sont communiquées au système de FAO aval sur commande numérique qui utilise au mieux les ressources de la machine outil utilisée pour calculer le trajet cinématiquement optimal respectant les contraintes de fabrication imposées.

Pour l'utilisateur, ces améliorations sont intégrées dans le logiciel de FAO et deviennent transparentes. Son rôle n'est plus de définir la trajectoire mais le domaine géométrique dans lequel elle doit être contenue. La définition se fait soit de façon automatique par des considérations fonctionnelles soit manuellement par la désignation de polygones. Ainsi, le programmeur évolue d'une mission de définition d'un trajet géométrique vers une mission d'expression et de contrôle d'un besoin fonctionnel. Le respect de l'exact besoin fonctionnel et l'optimisation du comportement des machines constituent alors nécessairement des facteurs de gain en coût de production.

Références bibliographiques

[Affouard04] A. Affouard, E. Duc, C. Lartigue, J.M. Langeron, P. Bourdet – *Avoiding 5-axis singularities using tool path* deformation – International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2004, 44, pp 415-425

[Affouard04bis] A. Affouard – *Intégration du comportement cinématique des machines-outils lors du calcul de trajectoires d'usinage : Résolution du problème de singularité géométrique en usinage à 5 axes* – Thèse de doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2004

[Altintas03] Y. Altintas, K. Erkokmaz – *Feedrate optimization for spline interpolation in high speed machine tools* – Annals of the CIRP, 2003, 52(1), pp 297-302

[Anotaipaiboon06] W. Anotaipaiboon, S.S. Makhanov, E.L.J. Bohez – *Optimal setup for five-axis machining* – International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2006, 46(9), pp 964-977

[Anotaipaiboon07] W. Anotaipaiboon, S.S. Makhanov – *Curvilinear space-filling curves for five-axis machining* – Computer-Aided Design, 2008, 40, pp 350–367

[Balasubramaniam03] M. Balasubramaniam, S.E. Sarma, K. Marciniak – *Collision-free finishing tool paths from visibility data* – Computer Aided Design, 2003, 35(4), pp 359-374

[Bedi03] S. Bedi, S. Mann, C. Menzel – *Flank milling with flat end milling cutters* – Computer Aided Design, 2003, 35, pp 293-300

[Bernard03] A. Bernard – *La fabrication Assistée par Ordinateur* – Hermès, 2003, ISBN : 2-7462-0618-8. E. Duc – *Chapitre 5 : génération de trajectoires d'usinage* – 68 pages.

[Bohez02] E. Bohez – *Five-axis milling machine tool kinematic chain design and analysis* – International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2002, 42, pp 505-520

[Bohez02bis] E. Bohez – *Compensating for systematic errors in 5-axis NC machining* – Computer Aided Design, 2002, 34, pp 391-403

[Bouzgarrou01] B.C Bouzgarrou – *Conception et modélisation d'une machine-outil à architecture hybride pour l'UTGV* – Thèse de doctorat de l'université Blaise Pascal, 2001

[Cano04] T. Cano – *Etude du comportement cinématique des Machines Outils à Usinage Grande Vitesse 5 axes sérielles* – Mémoire de DEA, Institut Français de Mécanique Avancée – Université Blaise Pascal Clermont II, 2004

[Castagnetti07] C. Castagnetti, E. Duc, P. Ray – *Influence of optimised tool paths on machine tool behaviour* – Sixth International Conference on High Speed Machining, 21-22 mars 2007, San Sebastian, Espagne

[Castagnetti08] C. Castagnetti, E. Duc, P. Ray – *The Domain of Admissible Orientation concept: A new method for five axis tool path optimisation* – Computer Aided Design, 2008, doi:10.1016/j.cad.2008.07.002

[Castagnetti08bis] C. Castagnetti, E. Duc, P. Ray – *Optimisation de trajets outils 5 axes utilisant le concept du Domaine d'Orientation Admissible* – Assises UGV, juin 2008, Nantes

[Cerrolaza00] M. Cerrolaza, W. Annicchiarico, M. Martinez – Optimisation of 2D boundary element models using β-splines and genetic algorithms – Engineering Analysis with Boundary Elements, 2000, 24, pp 427-440

[Cheng02] M.Y. Cheng, M.C. Tsai, J.C. Kuo – *Real-time NURBS command generators for CNC servo controllers* – International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2002, 42, pp 801-813

[Chiou02] C.J. Chiou, Y.S. Lee – *A machining potential field approach to tool path generation for multi-axis sculptured surface machining* – Computer Aided Design, 2002, 34(5), pp 357-371

[Chiou02bis] C.J. Chiou, Y.S. Lee – *Swept surface determination for five-axis numerical control machining* – International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2002, 42(14), pp 1497-1507

[Choi89] B.K. Choi, C.S. Jun – *Ball-end cutter interference avoidance in NC machining of sculptured surfaces* – Computer Aided Design, 1989, 21(6), pp 371-378

[Choi93] B.K. Choi, J.W. Park, C.S. Jun – *Cutter location optimization in 5-axis surface machining* – Computer Aided Design, 1993, 25(6), pp 377-385

[Choi98] B.K. Choi, R.B. Jerard – *Sculptured surface machining* – ISBN : 0-412-78020-8, 1996

[Chu08] C.H. Chu, W.N. Huang, Y.Y. Hsu – *Machining accuracy improvement in five-axis flank milling of ruled surfaces* – International Journal of Machine Tools & Manufacture,2008, 48, pp 914-921

[Ding04] S.Ding, M.A. Mannan, A.N. Poo – *Oriented bounding box and octree based global interference detection in 5-axis machining of free-form surfaces* – Computer Aided Design, 2004, 36(13), pp 1281-1294

[Dragomatz97] D. Dragomatz. S. Mann – *A classified bibliography of literature on NC milling path generation* – Computer Aided Design, 1997, 29(3), pp 239-247

[Du05] S. Du, T. Surmann, O. Webber, K. Weinert – *Formulating swept profiles for five-axis tool motions* – International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2005, 45(7-8), pp 849-861

[Duc98] E. Duc – *Usinage de formes gauches, Contribution à l'amélioration de la qualité des trajectoires d'usinage* – Thèse de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1998

[Duc02] E. Duc, C. Lartigue, P. Bourdet – *Utilisation de l'interpolation polynomiale pour l'UGV, Cas de l'usinage à 5 axes* – 2èmes Assises Machine et Usinage à Grande Vitesse, Lille, France, 13-14 mars, 2002

[Duc07] E. Duc – *Intégration géométrique du processus de fabrication des pièces usinées* – Habilitation à Diriger les Recherches, Université Blaise Pascal, 2007

[Erkorkmaz01] K. Erkorkmaz, Y. Altintas – *High speed CNC systel design. Part I : jerk limited trajectory generation and quintic spline interpolation* – International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2001, 41(9), pp 1323-1345

[Fan07] J. Fan, A. Ball – *Quadric method for cutter orientation in five-axis sculptured surface machining* – International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2008, 48 ,pp 788–801

[Farouki96] R.T. Farouki, S. Shah – *Real time CNC interpolators for Pythagorean-hodograph curves* – Computer Aided Design, 1996, 13, pp 583-600

[Farouki98] R.T. Farouki, J. Manjunathaiah, G.F, Yuan – *Variable-feedrate interpolators for constant material removal rates along Pythagorean-hodograph curves* – Computer Aided Design, 1998, 30, pp 631-640

[Farouki00] R.T. Farouki, Y.F. Tsai, C.S. Wilson – *Physical constraint on feedrates and feed acceleration along curved tool paths* – Computer Aided Design, 2000, 17, pp 337-359

[Feng00] H.Y. Feng, N. Su – *Integrated tool path and feed rate optimisation for the finishing machining of 3D plane surfaces* – International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2000, 40, pp 1557-1572

[Feng02] H.Y. Feng, H. Li – *Constant scallop-height tool path generation for three-axis sculptured surface machining* – Computer Aided Design, 2002, 34, pp 647-654

[Fleisig01] R.V. Fleisig, A.D. Spence – *A constant feed and reduced angular acceleration interpolation algorithm for multi-axis machining* – Computer Aided Design, 2001, 33, pp 1-15

[Gilles07] P. Gilles, F. Monies, W. Rubio – *Optimum orientation of a torus milling cutter: Method to balance the transversal cutting force* – International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2007, 47, pp 2263-2272

[Gray03] P. Gray, S. Bedi, F. Ismail – *Rolling ball method for 5-axis surface machining* – Computer-Aided Design, 2003, 35, pp 347-357

[Gray05] P. Gray, S. Bedi, F. Ismail – *Arc-intersect method for 5-axis tool positioning* – Computer-Aided Design, 2005, 37(7), pp 663-674

[Guerin94] F. Guerin – *Usinage de surfaces complexes, génération de trajectoires hors collision* – Thèse de doctorat de l'Université de Nantes, 1994

[Hascoet98] J.Y. Hascoet – *Optimisation du Processus de Fabrication en Ingénierie Concourante* – Habilitation à Diriger les Recherches, Université de Nantes et Ecole Centrale de Nantes, 1998

[Heisel99] U. Heisel, A. Feinauer – *Dynamic influence on workpiece quality in high speed milling* – Annals of the CIRP, Manufacturing Technology, 1999, 48(1), pp 321-324

[Ho01] S. Ho, S. Sarma, Y. Adachi – *Real-time interference analysis between a tool and an environment* – Computer Aided Design, 2001, 33(13), pp 935-947

[Ho03] M.C. Ho, Y.R. Hwang, C.H. Hu – *Five-axis tool orientation smoothing using quaternion interpolation algorithm* – International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2003, 43(12), pp 1259-1267

[Hosseinkhani07] Y. Hosseinkhani, J. Akbari, A. Vafaeesefat – *Penetration–elimination method for five-axis CNC machining of sculptured surfaces* – International Journal of Machine Tools & Manufacture,2007, 47, pp 1625–1635

[Jun03] C.S. Jun; K. Cha, Y.S. Lee – *Optimizing tool orientation for 5-axis machining by configuration-space search method* – Computer Aided Design, 2003, 35, pp 549-566

[Jung02] Y.H. Jung, D.W. Lee, J.S. Kim, H.S. Mok – *NC post-processor for 5-axis milling machine of table-rotating/tilting type* – Journal of Materials Processing Technology, 2002, 130-131, pp 641-646

[Kim02] T. Kim, S.E. Sarma – *Toolpath generation along directions of maximum kinematic performance; a first cut at machine-optimal pa*ths – Computer Aided Design, 2002, 34, pp 453-468

[Kruth94] J.P. Kruth, P. Klewais – *Optimisation and dynamic adaptation of the cutter inclination during five-axis milling of sculptured surfaces*- CIRP Annals, 1994, 43(1), pp 443-448

[Lacalle07] L.N. Lopez de Lacalle, A. Lamikiz, J.A. Sanchez, M.A. Salgado – *Toolpath selection based on the minimum deflection cutting forces in the programming of complex surfaces milling* – International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2007, 47, pp 388-400

[Lamikiz07] A. Lamikiz, L.N. López de Lacalle, O. Ocerin, D. Díez, E. Maidagan – *The Denavit and Hartenberg approach applied to evaluate the consequences in the tool tip position of geometrical errors in five-axis milling centres* – International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2008, 37(1-2), pp 122-139

[Langeron04] J.M. Langeron, E. Duc, C. Lartigue. P. Bourdet – *A new format for 5 axis tool path computation using Bspline curves* – Computer Aided Design, 2004, 36(12), pp 1219-1229

[Lartigue03] C. Lartigue, E. Duc, A. Affouard – *Tool path deformation in 5-axis flank milling using envelope surface* – Computer Aided Design, 2003, 35, pp 375-382

[Lauwers03] B. Lauwers, P. Dejonghe, J.P. Kruth – *Optimal and collision free tool posture in five-axis machining through the tight integration of tool path*

generation and machine simulation – Computer Aided Design, 2003, 34(5), pp 421-432

[Lavernhe06] S. Lavernhe – *Prise en compte des contraintes associées au couple MO-CN en génération de trajectoires 5 axes UGV* – Thèse de doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2006

[Lavernhe06bis] S. Lavernhe, C. Tournier, C. Lartigue – *Model for performance prediction in muti-axis machining* – CIRP 2nd international conference on High Performance Cutting, Vancouver, Canada, Juin 2006

[Lavernhe08] S. Lavernhe, C. Tournier, C. Lartigue – *Kinematical performance prediction in multi-axis machining for process planning optimization* – International Journal of Advanced Manufacturing Technologies, 2008, 37, pp 534-544

[Lee95] Y.S. Lee, T.C. Chang – *2-Phase approach to global tool interference avoidance in 5-axis machinin*g – Computer Aided Design, 1995, 27(10), pp 715-729

[Lee96] Y.S. Lee, T.C. Chang – *Machined surface error analysis for 5-axis machining* – International Journal of Production Research, 1996, 34(1), pp 111-135

[Lee97] Y.S. Lee – *Admissible tool orientation control of gouging avoidance for 5-axis complex surface machining* – Computer Aided Design, 1997, 29(7), pp 507-521

[Lee98] Y.S. Lee – *Mathematical modelling using different endmills and tool placement problem for 4- and 5-axis NC complex surface machining* – International Journal of Production Research, 1998, 36, pp 785-814

[Lee07] J.N. Lee, R.S. Lee – *Interference-free toolpath generation using enveloping element for five-axis machining of spatial cam* – Journal of Materials Processing Technology, 2007, 187–188, pp 10-13

[Li94] S. Li, R.B. Jerard – *5-axis machining of sculptured surfaces with flat-end cutter* – Computer Aided Design, 1994, 26(3), pp 165-178

[Li05] C. Li, S. Mann and S. Bedi. – *Error measurements for flank milling* – Computer-Aided Design, 2005, 37(14), pp 1459-1468

[Lo98] C.C. Lo – *A new approach to CNC tool path generation* – Computer Aided Design, 1998, 30, pp 649-655

[Lo99] C.C. Lo – *Real-time generation and control of cutter path for 5-axis CNC machining* – International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1999, 39, pp 471-488

[Mahbubur97] R.M.D. Mahbubur, J. Heikkala, K. Lappalainen, J.A. Karjalainen – *Positioning accuracy improvement in five-axis milling by post processing* – International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1997, 37(2), pp 223-236

[Marciniak87] K. Marciniak – *Influence of surface shape on admissible tool positions in 5-axis face milling* – Computer Aided Design, 1987, 19(5), pp 223-236

[Martin06] Y. S. Martin, M. Gimenez, M. Rauch, J.Y. Hascoet - *A new 5-axes hybrid architecture machining center* - In 5th Chemnitzer Parallel kinematic Seminar, Chemnitz, Avril 2006, p. 657-676

[Menzel04] C. Menzel, S. Bedi and S. Mann – *Triple tangent flank milling of ruled surfaces* – Computer Aided Design, 2004, 36(3), pp 289-296

[Merlet97] J.P. Merlet – *Les robots parallèles* – Hermès, Paris, 1997

[Monies01] F. Monies – *Positionement hors interference pour l'usinage en bout et en roulant de formes gauches* – Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse, 2001

[Monies04] F. Monies, M. Mousseigne, J.M. Redonnet, W. Rubio – *Determining a collision-free domain for the tool in five-axis machining* – International Journal of Production Research, 2004, 42(21), pp 4513-4530

[Morishige97] K. Morishige, K. Kase, Y. Takeuchi – *Collision-free tool path generation using dimensional C-Space for 5-axis control Machining* – The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1997, 13, pp 393-400

[Muller04] M. Muller, G. Erds, P. Xirouchakis – *High accuracy spline interpolation for 5-axis machining* – Computer Aided Design, 2004, 36(13), pp 1379-1393

[Munlin04] M. Munlin, S.S. Makhanov, E.L.J. Bohez – *Optimization of rotations of a five-axis milling machine near stationary points* – Computer Aided Design, 2004, 36(12), pp 1117-1128

[Nam04] S.H. Nam, M.Y. Yang – *A study on a generalised parametric interpolator with real-time jerk-limited accelerations* – Computer Aided Design, 2004, 36, pp 27-36

[Pateloup03] V. Pateloup, E. Duc, C. Lartigue, P. Ray – *Pocketing optimization for HSM : Geometry tool path and interpolation mode influence on dynamic machine tool behaviour* – Machine Engineering, 2003, 3(1-2), pp 127-138

[Pateloup04] V. Pateloup, E. Duc, P. Ray – *Corner optimization for pocket machining* – International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2004, 44, pp 1343-1353

[Pateloup05] V. Pateloup – *Amélioration du comportement cinématique des machines outils UGV, Application au calcul de trajets d'évidement de poches* – Thèse de doctorat de l'Université Blaise Pascal Clermont II, 2005

[Qiu97] H. Qiu, K. Cheng, Y. Li – *Optimal circular arc interpolation for NC tool path generation in curve contour manufacturing* – Computer Aided Design, 1997, 29, pp 751-760

[Rao00] A. Rao, R. Sarma – *On local gouging in five-axis sculptured surface machining using flat-end tools* – Computer Aided Design, 2000, 32, pp 409-420

[Rao00bis] N. Rao, F. Ismail, S. Bedi – *Integrated tool positioning and tool path planning for five-axis machining of sculptured surfaces* – International Journal of Production Research, 2000, 38, pp2709-2724

[Redonnet98] J.M. Redonnet, G. Dessein, W. Rubio – *Side milling of ruled surfaces - Optimum positioning of the milling cutter and calculation of interferences* –

The international Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1998, 14(7), 459-465

[Rubio98] W. Rubio, P. Lagarrigue, G. Dessein, F. Pastor – *Calculation of tool path for a torus mill on free-form surfaces five-axis machines with detection and elimination of interference* – The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1998, 14(1), pp 13-20.

[Senatore05] J. Senatore, F. Monies, J-M. Redonnet W. Rubio – *Analysis of improved positioning in five-axis ruled surface milling using envelope surface* – Computer Aided Design, 2005, 37(10), pp 989-998

[Senatore07] J. Senatore, F. Monies, J-M. Redonnet, W. Rubio – *Improved positioning for side milling of ruled surfaces: Analysis ofthe rotation axis's influence on machining error* – International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2007, 47, pp 934–945

[Sencer08] B. Sencer, Y. Altintas, E. Croft – *Feed optimization for five-axis CNC machine tools with drive constraints* – International Journal of Machine Tools & Manufacture,2008, 48, pp733–745

[So07] B.S. So, Y.H. Jung, T.R. Kurfess, S.M. Hwang – *5-Axis machining speed enhancement by step length optimization* – Journal of Materials Processing Technology, 2007, 187-188 pp 2-5

[Sorby06] K. Sorby – *Inverse kinematics of five-axis machines near singular configurations* – International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2006, 47(2), pp 299-306

[Suresh94] K. Suresh, D.C.H. Yang – *Constant scallop-height machining of free-form surfaces* – Journal of Engineering for Industry, 1994, 116(2), pp 253-259

[Tang07] Tang, E.L.J. Bohez, P. Koomsap – *The sweep plane algorithm for global collision detection with workpiece geometry update for 5-axis NC machining* – Computer-Aided Design, 2007, 39(11), pp1012-1024

[Timar05] S.D. Timar, R.D. Farouki, T.S. Smith, C.L. Boyadjieff – *Algorithms for time-optimal control of CNC machines along cured tool paths* – Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2005, 21(1), pp37-53

[Tournier01] C. Tournier – *Contribution à la conception des formes complexes : La surface d'usinage en fraisage à 5 axes isocrête* – Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2001

[Tournier05] C. Tournier, E. Duc – *Iso-scallop tool path generation in 5-axis milling* – The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2005, 25(9-10), pp 867-875

[Tournier06] C. Tournier, C. Castagnetti, S. Lavernhe, F. Avellan – *Tool path generation and post-processor issues in 5 axis HSM of hydro turbine blades* – 5th International Conference on HSM, 2006, Metz, France

[Wagner95] P.H. Wagner, X. Luo, K.A. Stelson – *Smoothing curvature and torsion with spring splines* – Computer Aided Design, 1995, 27(8), pp 615-626

[Wang07] N. Wang and K. Tang – *Automatic generation of gouge-free and angular-velocity-compliant five-axis tool path* – Computer-Aided Design, 2007, 39(10), pp 841-852

[You97] C.F. You, C.H. Chu – *Tool-path verification in five-axis machining of sculptured surfaces* – International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1997, 18, pp 148-255

[Yoon03] J.H. Yoon, H. Pottmann, Y.S. Lee – *Locally optimal cutting positions for 5-axis sculptured surface machining* – Computer Aided Design, 2003, 35(1), pp 69-81

Amélioration du comportement cinématique des machines par l'optimisation des trajets d'usinage 5 axes

Le couplage précision – vitesse est une problématique importante de l'usinage à 5 axes. Le respect de la précision impose à la machine de ralentir. De plus, le calcul du trajet ne prend pas en compte le comportement de la machine et induit aussi des ralentissements.

Ces travaux de thèse visent deux objectifs :

- Optimiser le comportement de la machine outil en modifiant l'orientation de l'axe outil dans le repère machine.
- Garantir le respect des contraintes géométriques fonctionnelles sur l'orientation de l'axe outil.

Une méthode d'optimisation sous contrainte est proposée. La fonction objectif utilise un modèle simplifié du comportement de la machine. Le concept du Domaine d'Orientation Admissible est alors défini pour contraindre l'orientation de l'outil dans le repère pièce puis dans le repère machine afin d'y réaliser l'optimisation.
La méthode d'optimisation est comparée à des méthodes alternatives selon des critères de rapidité de calcul et de performance.

Improvement of the machine tool kinematical behaviour by optimising 5 axis tool paths

The precision – speed coupling is a major problematic for 5 axis milling. The precision respect generally compels the machine to slowdown. Moreover, the tool axis orientation algorithm does not consider the machine tool behaviour.

These thesis works aim at two objectives:

- Optimise the machine tool behaviour by modifying the tool axis orientation in the machine coordinate system.
- Guarantee the geometrical constraints respect of the tool axis orientation.

An optimisation under constraints is proposed. The objective function uses a simplified model of the machine tool behaviour. The Domain of Admissible Orientation concept is then defined to constrain the tool axis orientation in the part coordinate system then in the machine coordinate system for the optimisation to be achieved.
The optimisation method is compared to alternative methods using criteria of computation speed and efficiency.