



**HAL**  
open science

# Condensats de Bose-Einstein de spin 1 : étude expérimentale avec des atomes de sodium dans un piège optique

David Jacob

► **To cite this version:**

David Jacob. Condensats de Bose-Einstein de spin 1 : étude expérimentale avec des atomes de sodium dans un piège optique. Physique Quantique [quant-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2012. Français. NNT: . tel-00730750

**HAL Id: tel-00730750**

**<https://theses.hal.science/tel-00730750>**

Submitted on 11 Sep 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE  
LABORATOIRE KASTLER BROSSEL



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS 6

Spécialité : Physique Quantique

présentée par

**David JACOB**

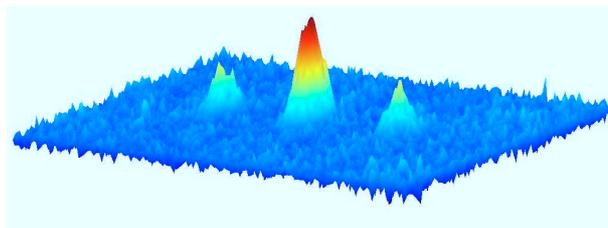
pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

---

Condensats de Bose–Einstein de spin 1 :  
étude expérimentale avec des atomes de sodium  
dans un piège optique

---



*Soutenue le 25 mai 2012*  
devant le jury composé de :

Mme Caroline CHAMPENOIS  
M. Olivier GORCEIX  
M. Noël DIMARCQ  
M. Martin WEITZ  
M. Jean DALIBARD

Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Directeur de Thèse



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1 Condensats de Bose–Einstein avec degré de liberté de spin</b>	<b>15</b>
1.1 Introduction . . . . .	15
1.2 Condensation de Bose–Einstein d’un gaz scalaire dans un piège harmonique . . . . .	16
1.2.1 Rappel sur la transition de Bose–Einstein du gaz sans interaction	16
1.2.2 Gaz avec interactions . . . . .	18
1.2.3 Fraction condensée à température finie . . . . .	19
1.3 Condensats spinoriels . . . . .	22
1.3.1 Description théorique d’un condensat spinoriel à température nulle . . . . .	24
1.3.2 Approximation de champ moyen à température nulle . . . . .	27
1.3.3 Approximation de mode commun . . . . .	29
1.4 Condensation d’un gaz spinoriel . . . . .	31
1.4.1 Condensation en champ nul . . . . .	32
1.4.2 Condensation en présence d’un effet Zeeman . . . . .	36
1.5 Conclusion . . . . .	41
<b>2 Dispositif expérimental pour la réalisation d’un piège magnéto-optique et le chargement d’un piège dipolaire</b>	<b>43</b>
2.1 Description générale de l’expérience . . . . .	43
2.2 Piège magnéto-optique . . . . .	44
2.2.1 Rappel sur l’interaction résonante atome-photon dans une mélasse optique à une dimension . . . . .	45
2.2.2 Force de rappel par effet Zeeman . . . . .	46
2.2.3 Généralisation à trois dimensions et un atome à plusieurs niveaux . . . . .	46
2.2.4 Réalisation expérimentale d’un piège magnéto-optique de sodium . . . . .	47
2.2.5 Laser de refroidissement . . . . .	48
2.2.6 Chargement à l’aide de la désorption assistée par la lumière .	50
2.3 Chargement d’un piège dipolaire croisé à partir du piège magnéto-optique . . . . .	52
2.3.1 Rappel sur le piégeage dipolaire . . . . .	53
2.3.2 Montage expérimental du piège dipolaire croisé . . . . .	55
2.3.3 Optimisation du chargement dans le piège dipolaire croisé . .	62

2.4	Méthodes d'imagerie . . . . .	66
2.4.1	Objectif haute résolution . . . . .	67
2.4.2	Montage expérimental pour l'imagerie . . . . .	69
2.4.3	Imagerie par absorption . . . . .	70
2.4.4	Imagerie par fluorescence . . . . .	74
2.5	Conclusion . . . . .	83
<b>3</b>	<b>Evaporation dans un piège dipolaire optique composite</b>	<b>85</b>
3.1	Rappel sur l'évaporation dans un piège harmonique . . . . .	85
3.2	Évaporation libre et compression et dans le piège dipolaire croisé . . . . .	88
3.3	Evaporation dans le piège croisé seul . . . . .	94
3.4	Evaporation dans un piège composite . . . . .	95
3.4.1	Piège auxiliaire vertical : "dimple" . . . . .	95
3.4.2	Remplissage du piège <i>dimple</i> pendant l'évaporation dans le piège croisé . . . . .	96
3.4.3	Evaporation dans le piège <i>dimple</i> et condensation de Bose-Einstein . . . . .	99
3.5	Réalisation d'un nouveau piège composite . . . . .	102
3.5.1	Piège horizontal décalé vers le rouge . . . . .	103
3.5.2	Condensation dans le piège composite . . . . .	106
3.5.3	Calibration absolue de la détection par absorption . . . . .	112
3.6	Conclusion . . . . .	115
<b>4</b>	<b>Préparation d'un gaz spinoriel avec une magnétisation contrôlée et diagnostic Stern et Gerlach</b>	<b>117</b>
4.1	Contrôle des champs magnétiques . . . . .	118
4.1.1	Dispositif expérimental . . . . .	118
4.1.2	Calibration du champ magnétique à la position des atomes . . . . .	118
4.2	Préparation de l'état de magnétisation du gaz spinoriel . . . . .	122
4.2.1	Dépolarisation à l'aide d'un champ magnétique oscillant . . . . .	123
4.2.2	Purification à l'aide d'une distillation de spin . . . . .	124
4.3	Diagnostic du gaz spinoriel . . . . .	127
4.3.1	Contrôle des champs de compensation pendant la coupure et l'image . . . . .	128
4.3.2	Ralentissement de l'expansion du nuage . . . . .	130
4.3.3	L'ouverture du piège est-elle adiabatique? . . . . .	134
4.3.4	Validité de l'approximation à un seul mode . . . . .	135
4.4	Conclusion . . . . .	136
<b>5</b>	<b>Diagramme de phase d'un condensat spinoriel à basse température</b>	<b>137</b>
5.1	Diagramme de phase du gaz de spin 1 . . . . .	138
5.1.1	Diagramme de phase avec un magnétisation libre . . . . .	138
5.1.2	Contrainte de magnétisation conservée . . . . .	142
5.2	Exploration expérimentale du diagramme de phase . . . . .	143
5.2.1	Equilibrage des populations Zeeman . . . . .	144
5.2.2	Diagramme de phase expérimental . . . . .	147
5.2.3	Comparaison avec la théorie de champ moyen . . . . .	148
5.3	Etude des fluctuations anormales à magnétisation nulle . . . . .	153

---

5.3.1	Description quantique du gaz spinoriel . . . . .	154
5.3.2	Mesure des fluctuations à magnétisation nulle . . . . .	156
5.3.3	Vers une thermométrie de spin . . . . .	156
5.4	Conclusion . . . . .	159
<b>Conclusion et perspectives</b>		<b>161</b>
<b>A Interaction entre un atome de sodium et un champ magnétique constant</b>		<b>165</b>
<b>B Piège horizontal décalé vers le bleu</b>		<b>167</b>
B.1	Montage expérimental . . . . .	167
B.2	Transfert des atomes dans le PB . . . . .	170
<b>C Dispositif expérimental pour le contrôle des champs magnétiques</b>		<b>173</b>
<b>D Diagramme de phase d'un système de spins antiferromagnétiques dans un modèle de Heisenberg</b>		<b>177</b>
<b>E Articles publiés</b>		<b>181</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>207</b>



# Remerciements

Je remercie tout d'abord Paul Indelicato, directeur du Laboratoire Kastler Brossel de l'École Normale Supérieure de Paris, ainsi que Werner Krauth, directeur du département de physique du laboratoire, pour m'avoir fait bénéficier d'un environnement scientifique d'exception pendant ma thèse.

Je tiens ensuite à remercier chaleureusement Jean Dalibard, mon directeur de thèse, qui m'a accueilli dans son équipe et m'a accompagné dans ma recherche. Tout au long de ma thèse, j'ai pu apprécier son immense culture de la physique, ses qualités de pédagogue et la patience dont il a fait preuve. Ses encouragements et ses conseils toujours justes m'ont été d'une aide précieuse pour faire progresser l'analyse des problèmes. Je souhaite également remercier Fabrice Gerbier, responsable du projet sur lequel j'ai travaillé, qui m'a fait découvrir la physique atomique, aussi bien dans ses facettes théoriques qu'expérimentales. Dès mon stage de Master qui a précédé ma thèse, il a su me faire partager sa passion pour les atomes froids, en prenant toujours le temps et le soin de m'expliquer de manière très claire les challenges techniques à relever. Au quotidien, Fabrice Gerbier a communiqué aux membres de l'équipe son enthousiasme pour réaliser de belles expériences, et son énergie pour comprendre les choses dans leur moindre détail.

Je voudrais remercier Caroline Champenois et Olivier Gorceix, membres de mon jury de thèse, pour avoir relu mon manuscrit, et pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux. Je remercie également Martin Weitz et Noël Dimarcq pour avoir accepté de participer à ce jury.

Lorsque j'ai débuté sur le projet, l'équipe était formée par Luigi De Sarlo, post-doc, et Emmanuel Mimoun, doctorant. J'ai pris énormément de plaisir à travailler à leur côté pendant presque trois années et leur suis reconnaissant pour la patience avec laquelle ils m'ont transmis leur savoir, ainsi que pour leur ténacité même dans les moments difficiles. Je n'oublierai jamais leur bonne humeur, leur confiance et leur générosité, qui ont contribué à créer une ambiance de travail très agréable au laboratoire. Notre équipe a été rejointe par Lingxuan Shao et Vincent Corre et plus récemment par Tilman Zibold, qui ont su s'adapter très rapidement, et à qui je fais pleinement confiance pour porter l'expérience vers de nouvelles découvertes. Je leur souhaite bonne chance pour les projets futurs de la manip Sodium.

La bonne ambiance qui a régné au laboratoire est également due à notre proximité avec l'expérience Rubidium. J'ai apprécié de travailler à côté de Marc, Patrick, Tarik, Kenneth, Rémi et Lauriane, avec lesquels nous avons toujours partagé nos

avancées respectives. Je remercie également les autres chercheurs temporaires et permanents qui ont rendu l'environnement scientifique du laboratoire si riche. Je tiens à remercier les personnels des ateliers d'électronique, de mécanique, d'informatique, ainsi que les personnels administratifs pour leur aide dans la construction de mon projet au laboratoire.

Enfin, je souhaite remercier vivement ma famille et mes amis qui m'ont soutenu pendant ces trois années et demi de thèse. Tout d'abord, mon cousin Boris Bergues, qui m'a fait découvrir le monde de la physique expérimentale lors de ma visite à son laboratoire de l'Université de Freiburg (Allemagne). Mes parents, qui pendant ma thèse ont su s'intéresser à mon travail, m'apportant leur soutien. Pour cela, je leur suis très reconnaissant. Mon frère et ma soeur, avec qui j'ai continué de mener des projets musicaux, ce qui m'a permis de consacrer du temps à mon autre passion : la musique. Enfin, je souhaite remercier ma chère Paola, pour son soutien de tous les jours. Grâce à son inventivité et son talent de cuisinière, elle a permis de couronner ma thèse par un superbe buffet dans le jardin ensoleillé du département de physique.

# Introduction

La physique atomique a connu un essor considérable grâce aux techniques de refroidissement et de piégeage d'atomes, travaux couronnés par le prix Nobel en 1997 attribué à S. Chu, C. Cohen-Tannoudji et W.D. Phillips [1, 2, 3]. Le développement de la physique des atomes froids a permis d'ouvrir la voie à l'exploration du comportement ondulatoire des particules. Ce dernier se fait ressentir lorsque l'extension moyenne des paquets d'ondes, donnée par la longueur d'onde thermique de De Broglie, devient de l'ordre de la distance inter-atomique. Dans le cas d'un gaz de bosons dilués, les particules forment alors une onde de matière macroscopique, appelée condensat de Bose–Einstein. En 1995, soixante-dix années après la prédiction théorique de Bose et Einstein [4, 5, 6, 7], les premiers condensats gazeux ont été observés [8, 9], conduisant au prix Nobel en 2001 à E. Cornell, W. Ketterle et C. Wieman [10, 11]. La propriété de cohérence à longue portée a été démontrée grâce à des expériences d'interférométrie atomique [12], similaires à l'expérience des fentes d'Young avec la lumière, ou par la mise au point de lasers à atomes [13], équivalents à un rayonnement de matière cohérent.

L'une des propriétés fondamentales des gaz ultra-froids est la présence d'interactions entre les atomes. Les interactions de basse énergie sont connues pour les atomes alcalins [14], et peuvent être décrites par un seul paramètre : la longueur de diffusion  $a$ . Pour des systèmes suffisamment dilués, comme c'est le cas dans la plupart des expériences d'atomes froids, ces interactions sont faibles et les systèmes étudiés sont bien décrits par des théories de champ moyen. Un grand nombre de phénomènes entrent dans ce cadre, et ont été étudiés expérimentalement, comme la propriété de superfluidité, démontrée à l'aide de condensats de Bose–Einstein en rotation [15, 16] ou la propagation de solitons [17]. Une autre voie a été explorée dans l'étude des condensats de Bose–Einstein en interaction : celle des mélanges de plusieurs espèces, comme le mélange de deux états hyperfins confinés à l'intérieur d'un piège magnétique [18, 19, 20, 21].

Le développement des techniques de piégeage optique pour le confinement de condensats de Bose–Einstein a permis d'explorer un nouveau type de mélange d'espèces : les condensats spinoriels. Dans ces ensembles atomiques, le degré de liberté interne de spin joue un rôle crucial [22, 23, 24, 25] : tous les sous-états Zeeman d'un état hyperfin sont piégés simultanément. Ces systèmes sont riches du fait des interactions entre les différentes espèces de spin et du couplage différent de chaque espèce à un champ magnétique. Dans des systèmes suffisamment grands, ces mécanismes peuvent conduire à des phénomènes remarquables comme la présence de textures de spin [26], l'arrangement en domaines disjoints de spin métastables [27], ou l'effet tun-

nel entre les domaines [28]. Ces expériences témoignent d'un riche couplage entre les degrés de liberté externes et internes de tels gaz. Par ailleurs, les collisions d'échange de spin, amplifiées par la présence d'un condensat de Bose–Einstein, mènent à des phénomènes de mélange de spin [29, 30, 31] ou d'oscillations cohérentes de spin [32, 33]. Tous ces phénomènes sont bien décrits par des théories de champ moyen.

Le degré de contrôle pour la manipulation d'échantillons ultra-froids a permis aux expérimentateurs d'étudier des phénomènes de physique quantique à  $N$  corps qui ne peuvent plus être décrits par des approches de champ moyen [34]. Grâce aux résonances de Feshbach, la force des interactions entre atomes est modulable [35], propriété qui a conduit à la formation de gaz de fermions en interaction forte [36, 37] ou la formation de condensats de Bose–Einstein de molécules [38]. Le développement de techniques de manipulation d'atomes confinés dans des réseaux optiques a permis d'explorer de nouvelles phases quantiques. La transition de phase quantique entre un isolant de Mott et un gaz superfluide a ainsi été observée [39]. Ces techniques ont également conduit à l'observation des nouvelles phases quantiques dans des systèmes de basse dimension : le gaz de Tonks-Girardeau à une dimension [40], la transition Berezinskii–Kosterlitz–Thouless à deux dimensions [41]. Une autre direction prometteuse est la réalisation d'états quantiques présentant des fortes corrélations à  $N$  atomes. Dans des perspectives d'applications métrologiques, ces états sont intéressants pour améliorer la sensibilité des senseurs inertiels et des horloges atomiques [42, 43, 44]. Les corrélations sont utilisées pour réduire les fluctuations quantiques de certaines observables en dessous du bruit quantique standard [45, 46, 47, 48], lesquelles sont accessibles à la mesure. L'utilisation du degré de liberté de spin est particulièrement favorable à la réalisation d'ensembles atomiques fortement corrélés [49, 50].

Le projet “Micro-condensats” du groupe “Atomes Froids” au Laboratoire Kastler Brossel s'inscrit dans ce contexte. Le but de cette expérience est d'étudier la préparation d'états fortement corrélés en spin dans un gaz d'atomes de sodium ultra-froids. De tels états corrélés apparaissent naturellement en basse dimensionnalité, par exemple pour un condensat confiné dans un piège ne contenant qu'un état lié (“0 dimension”), avec un faible nombre d'atomes (de l'ordre d'une centaine). Un état que nous souhaitons réaliser est la superposition cohérente entre deux condensats dans des états de spin différents, ou “chat de Schrödinger” [51, 52]. Ces états quantiques ont été réalisés avec des faibles nombres de photons [53] ou avec des petites assemblées d'ions piégés [54]. Un autre type d'état fortement corrélé est celui des condensats jumeaux, où la moitié des atomes occupe un état interne, l'autre moitié en occupe un autre [55]. Récemment, les groupes de C. Klempt à Hannover et M. S. Chapman à Atlanta sont parvenus à réaliser un troisième type d'états quantiques fortement corrélés [56, 57] : des “états comprimés de spin”. Ceux-ci sont caractérisés par des fluctuations réduites de la magnétisation, différence des populations entre deux états internes. En vue de la réalisation d'expériences de corrélations de spin, le choix de l'atome de sodium s'est avéré favorable en raison de l'intensité des interactions dépendantes du spin, ainsi que de leur nature antiferromagnétique. La production de tels ensembles atomiques, très sensibles à la décohérence, nécessite des conditions expérimentales très bien maîtrisées pour assurer une robustesse suffi-

sante vis-à-vis des perturbations induites par l'environnement. Le diagnostic de ces échantillons fortement corrélés nécessite quant à lui un système d'imagerie capable de mesurer précisément le nombre d'atomes, à un atome près.

L'expérience "Micro-condensats" a débuté en 2006 sous la direction de Fabrice Gerbier et Jean Dalibard, avec le travail de thèse d'Emmanuel Mimoun [58]. Le travail de l'équipe, appuyée par Luigi De Sarlo (post-doc), s'est consacré à la construction d'un système laser tout-solide pour le refroidissement du sodium [59, 60], et d'un dispositif expérimental pour la production tout-optique de condensats mésoscopiques [61]. Depuis mon arrivée dans l'équipe en 2008, nous avons étudié en détail l'étape de refroidissement par évaporation dans une combinaison de pièges optiques, et réalisé nos premiers condensats [62]. Mon travail de thèse s'est poursuivi par la mise en place et la caractérisation d'un système d'imagerie haute résolution pour le diagnostic des échantillons mésoscopiques. Un autre résultat important de ce travail est la construction d'un dispositif expérimental pour le contrôle du degré de liberté interne des atomes, ainsi que la réalisation d'un procédé de diagnostic de la distribution de spins des condensats. Enfin, nous avons entrepris une série d'expériences pour comprendre le comportement du gaz spinoriel à l'équilibre thermodynamique à basse température.

### Plan du mémoire :

Ce mémoire de thèse présente les travaux que j'ai effectués pour la préparation de ma thèse de doctorat. J'ai divisé ce travail en cinq chapitres :

- Le chapitre 1 est consacré aux aspects théoriques de la condensation de Bose-Einstein pour un gaz interaction avec degré de liberté de spin dans un piège harmonique. Après un bref rappel sur la condensation d'un gaz scalaire, nous introduisons les outils théoriques nécessaires à l'étude des condensats spinoriels. Le degré de liberté interne se manifeste par la présence de trois espèces de spin simultanément piégées : les sous-états Zeeman de l'état hyperfin  $F = 1$  du sodium, à savoir les espèces  $m_F = +1, 0, -1$ . Les interactions dépendantes du spin sont caractérisées par des collisions qui conservent la magnétisation de l'échantillon, différence entre le nombre d'atomes dans l'espèce  $m_F = +1$  et dans l'espèce  $m_F = -1$ . Le couplage des atomes de sodium à un champ magnétique conduit à un effet Zeeman, qui se compose, au second ordre, d'une partie linéaire et d'une partie quadratique en champ. En raison de la conservation de la magnétisation, seul l'effet Zeeman quadratique est pertinent pour déterminer l'état du système. Nous décrivons une approche de champ moyen de spin ainsi que l'approximation de mode commun, que nous utiliserons dans les deux derniers chapitres, et par le biais de laquelle on peut découpler les degrés de liberté externes et internes. La fin de ce chapitre est destinée à présenter les résultats d'une étude numérique (non exhaustive) concernant la condensation d'un gaz spinoriel en fonction de la magnétisation et du champ magnétique appliqué. Elle permettra d'expliquer le diagramme de phase à basse température que nous étudierons dans le chapitre 5.

- Le chapitre 2 décrit le dispositif expérimental que nous avons mis en place pour le refroidissement laser du sodium et le chargement d'un piège dipolaire optique. Nous nous concentrerons sur les résultats d'une étude expérimentale sur le chargement d'un piège dipolaire croisé à partir d'atomes pré-refroidis dans un piège magnéto-optique. Nous verrons en particulier l'importance des déplacements lumineux des fréquences des transitions de refroidissement dus à la présence d'un faisceau dipolaire intense. Ce phénomène est à l'origine d'une efficacité limitée du chargement à haute puissance du piège dipolaire. Dans la dernière partie de ce chapitre, nous donnerons un aperçu des différentes méthodes d'imagerie des échantillons atomiques, et effectuerons une analyse des performances de l'imagerie par fluorescence en vue d'une détection à un atome près.
- Dans le chapitre 3, nous traitons du refroidissement par évaporation dans un piège dipolaire composite, formé de la combinaison du piège dipolaire croisé avec un autre faisceau, fortement focalisé. Dans les pièges optiques, une baisse de confinement est inhérent à la baisse de puissance lors d'une rampe d'évaporation. Pour notre expérience, le taux de collisions n'est pas suffisant pour maintenir une thermalisation suffisante lors de l'évaporation, si bien que nous n'atteignons pas la dégénérescence quantique dans le piège croisé seul. Nous avons recours à un "remplissage évaporatif" dans le deuxième piège, beaucoup plus confinant que le piège croisé, qui assure le maintien d'un taux de collision élevé et permet d'atteindre le seuil de condensation de Bose-Einstein. Les nuages ultra-froids réalisés sont des condensats de Bose-Einstein quasi-purs contenant environ  $3 \times 10^3$  atomes.
- Dans le chapitre 4, nous décrivons le contrôle expérimental et le diagnostic du degré de liberté de spin des condensats de Bose-Einstein. Deux techniques nous permettent de manipuler précisément la magnétisation des échantillons. Débutant avec une magnétisation non nulle, la première consiste à démagnétiser les échantillons en appliquant un champ magnétique oscillant, qui induit des transitions entre les états de spin. La deuxième consiste au contraire à augmenter la magnétisation des échantillons en recourant à une distillation de spin. Dans ce chapitre, nous étudions en détail le procédé de diagnostic de l'état interne des condensats, combinaison d'une expérience de Stern et Gerlach, pour séparer spatialement les trois espèces de spin, et d'une ouverture lente du piège, pour ralentir l'expansion des trois nuages.
- Dans le chapitre 5, nous traitons de l'étude du diagramme de phase du gaz spinoriel à basse température. Nous décrivons d'abord de manière théorique le diagramme attendu pour un système dont la magnétisation n'est pas conservée, en mettant en évidence deux types de transitions de phases. Puis nous étudions l'effet de la conservation de la magnétisation sur le diagramme de phase. Nous montrons l'accord satisfaisant de l'exploration expérimentale de ce diagramme de phase avec la théorie de champ moyen dans l'approximation de mode commun. La température finie de l'échantillon a une

---

influence sur l'allure du diagramme. Enfin, nous discutons les résultats d'expériences dans lesquelles nous mesurons des fluctuations anormales des populations relatives du condensat spinoriel, qui apparaissent à faible champ et magnétisation nulle. Celles-ci sont la signature de fluctuations collectives, phénomène générique attendu dans un système de taille finie présentant une brisure spontanée de symétrie à la limite thermodynamique.



# Chapitre 1

## Condensats de Bose–Einstein avec degré de liberté de spin

### 1.1 Introduction

La condensation de Bose–Einstein est le phénomène qui décrit une transition de phase dans laquelle un nombre macroscopique de bosons viennent peupler l'état fondamental d'un piège. Lorsqu'ils condensent dans l'état fondamental, l'ensemble atomique peut être décrit par une fonction d'onde macroscopique unique : une fraction macroscopique des atomes d'un condensat de Bose-Einstein sont dans le même état à une particule. La première formulation de cette transition de phase remonte à 1924, dans des travaux d'Albert Einstein [5, 6, 7], en prolongement de ceux de Bose [4]. Les premières réalisations expérimentales de condensats de Bose-Einstein dans des systèmes à l'état gazeux avec des atomes alcalins ont eu lieu en 1995 dans les groupes de E. Cornell et C. Wieman [8] et W. Ketterle [9].

Pour un condensat polarisé dans un état de spin bien défini, la fonction d'onde macroscopique d'un condensat de Bose-Einstein  $\phi(\mathbf{r})$  (le paramètre d'ordre du système) caractérise les degrés de liberté externes des particules piégées. Lorsque les degrés de liberté internes des atomes ne sont pas contraints par le piège, alors le paramètre d'ordre devient une fonction d'onde multi-composantes ou spinorielle [22, 63]. Dans le cas d'atomes de spin  $F$  confinés dans un piège optique, le paramètre d'ordre associé peut être décrit sous la forme d'un vecteur à  $2F + 1$  composantes :  $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{r}) = (\phi_{-F}(\mathbf{r}), \phi_{-F+1}(\mathbf{r}), \dots, \phi_F(\mathbf{r}))^T$ . Chaque élément du vecteur décrit la fonction d'onde externe des particules se trouvant dans l'un des sous-états de la multiplicité interne.

Dans ce chapitre, nous allons décrire tout d'abord la condensation d'un gaz scalaire de sodium, nous présenterons en particulier le rôle des interactions à température finie. Dans une deuxième partie, nous introduirons les ingrédients nécessaire à la physique particulière des condensats spinoriels. Nous verrons en particulier comment les collisions entre atomes peuvent modifier l'état interne des atomes. Enfin, nous étudierons la transition de Bose-Einstein pour un gaz spinoriel et verrons que cette transition de phase ne survient pas simultanément pour les différentes composantes de spin. Nous montrerons le diagramme de phase en fonction des deux

paramètres du gaz : magnétisation et température.

## 1.2 Condensation de Bose–Einstein d’un gaz scalaire dans un piège harmonique

### 1.2.1 Rappel sur la transition de Bose–Einstein du gaz sans interaction

Nous considérons pour commencer un gaz idéal, un système de  $N$  atomes sans interactions dans un puits harmonique, dont le potentiel s’écrit :  $V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)$ , où  $m$  est la masse d’un atome, et  $\omega_i$  ( $i = x, y, z$ ) les trois fréquences de piégeage. La fonction d’onde de l’état fondamental de ce piège est la solution de l’équation de Schrödinger de plus basse énergie :

$$H(\mathbf{r}, \mathbf{p})\phi = \frac{\mathbf{p}^2}{2m}\phi + V(\mathbf{r})\phi = \epsilon\phi \quad (1.1)$$

où  $\epsilon$  est l’énergie associée à l’état  $\phi(\mathbf{r})$ . L’état fondamental est caractérisé par une fonction d’onde gaussienne à une particule [64] :

$$\phi_c(\mathbf{r}) = \left(\frac{m\bar{\omega}}{\pi\hbar}\right)^{3/4} \exp\left[-\frac{m}{2\hbar}(\omega_x x^2 + \omega_y y^2 + \omega_z z^2)\right], \quad (1.2)$$

qui vérifie la condition de normalisation  $\int |\phi_c(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r} = 1$ , avec  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$  la fréquence moyenne du piège. L’énergie de ce mode est  $\hbar(\omega_x + \omega_y + \omega_z)/2$ . Les autres états propres du hamiltonien ont des énergies

$$\epsilon = (n_x + 1/2)\hbar\omega_x + (n_y + 1/2)\hbar\omega_y + (n_z + 1/2)\hbar\omega_z, \quad (n_x, n_y, n_z) \in \mathbb{N}^3. \quad (1.3)$$

Pour des températures grandes devant l’écart en énergie des niveaux excités, c’est-à-dire  $k_B T \gg \hbar\bar{\omega}$ , on peut déterminer les propriétés du gaz en effectuant une approximation semi-classique, qui considère les atomes comme des particules classiques, à la position  $\mathbf{r}$  et à l’impulsion  $\mathbf{p}$ , d’énergie  $\epsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathbf{p}^2/2m + V(\mathbf{r})$ , évoluant dans un espace des phases classique<sup>1</sup>. La statistique bosonique est prise en compte en écrivant la densité dans l’espace des phases comme une distribution de Bose–Einstein [65] :

$$f_{\text{BE}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \mu)} - 1}. \quad (1.4)$$

avec  $\beta = 1/k_B T$ , et  $\mu$  le potentiel chimique.

En intégrant cette distribution dans l’espace des impulsions, on peut déduire la densité spatiale des atomes dans le piège :

$$n_{\text{th}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2}\left(e^{\beta(\mu - V(\mathbf{r}))}\right). \quad (1.5)$$

---

1. On prend également comme zéro d’énergie l’énergie du mode fondamental  $\hbar(\omega_x + \omega_y + \omega_z)/2$ .

Le nombre d’atomes  $N_{\text{th}}$  dans les états excités du piège, que nous appellerons atomes thermiques dans la suite, s’écrit :

$$N_{\text{th}} = \int n_{\text{th}}(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} = \left( \frac{k_B T}{\hbar\bar{\omega}} \right)^3 g_3(e^{\beta\mu}). \quad (1.6)$$

Dans les deux expressions, la fonction  $g_\alpha$  désigne la fonction de Bose définie par :  $g_\alpha(u) = \sum_{k=0}^{\infty} u^k/k^\alpha$ .  $\Lambda_{\text{dB}} = h/\sqrt{2\pi mk_B T}$  désigne la longueur d’onde thermique de De Broglie. Les relations ci-dessus font également apparaître la quantité  $z = e^{\beta\mu}$ , qu’on appelle fugacité. Cette quantité est bornée à l’intervalle  $[0, 1]$ , c’est-à-dire  $\mu < 0$ . Au-delà, les fonctions  $g_\alpha$  ne sont plus définies.

Nous voyons sur l’équation (1.6) que  $N_{\text{th}}$  est bornée. Si nous abaissons la température du système, il existe une température critique à partir de laquelle les états excités sont saturés. En dessous, on commence à peupler le niveau fondamental du piège de manière macroscopique. Il s’agit de la transition de phase de condensation de Bose–Einstein (CBE), dont la température critique  $T_c^{\text{id}}$  est :

$$T_c^{\text{id}} = \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} \left( \frac{N}{g_3(1)} \right)^{1/3} \simeq \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} \left( \frac{N}{1.202} \right)^{1/3}. \quad (1.7)$$

En continuant de baisser la température en dessous du seuil de condensation, le nombre d’atomes peuplant les états excités diminue, et l’état fondamental accueille un nombre croissant d’atomes  $N_c$ . Nous appelons fraction condensée ( $F_c$ ) le rapport entre le nombre d’atomes condensés  $N_c$  et le nombre total d’atomes  $N$  :

$$F_c = \frac{N_c}{N} = 1 - \left( \frac{T}{T_c^{\text{id}}} \right)^3. \quad (1.8)$$

La fonction d’onde macroscopique associée au condensat est  $\sqrt{N_c}\phi_c(\mathbf{r})$ , avec  $\phi_c(\mathbf{r})$  définie dans (1.2).

Au seuil de condensation de Bose–Einstein, la densité dans l’espace des phases au centre du piège  $\mathcal{D} = n(\mathbf{0})\Lambda_{\text{dB}}^3$  est donnée par :

$$\mathcal{D} = g_{3/2}(1) \simeq 2.612. \quad (1.9)$$

D’après cette expression, nous voyons que cette transition de phase est observable dans des systèmes où la distance inter-particule  $d \sim n(0)^{-1/3}$  est de l’ordre de l’extension moyenne des paquets d’ondes, donnée par  $\Lambda_{\text{dB}}$ . Typiquement, pour des densités de  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$ , les températures critiques sont de l’ordre de  $1 \mu\text{K}$ .

### Effet de taille finie sur la température critique

L’expression du nombre d’atomes peuplant les états excités du piège (1.6) a été obtenue dans la limite thermodynamique  $N \rightarrow +\infty$ . Pour des nombres d’atomes plus faibles, typiquement inférieurs à  $10^5$  comme c’est le cas dans notre expérience, la température critique de condensation est abaissée en dessous de  $T_c^{\text{id}}$ , d’une quantité  $\delta T_c$  [66, 67] :

$$\frac{\delta T_c}{T_c^{\text{id}}} \simeq -0.73 \frac{\omega_\oplus}{\bar{\omega}} N^{-1/3}, \quad (1.10)$$

avec  $\omega_{\oplus}$  la moyenne arithmétique des trois fréquences de piégeage. Si nous considérons un piège isotrope contenant  $N \simeq 10^4$  atomes, le décalage relatif par rapport à la température critique du gaz parfait est  $\delta T_c/T_c \simeq 3 \%$ .

### 1.2.2 Gaz avec interactions

Aux densités spatiales atteintes dans le piège, typiquement  $n \sim 10^{12} - 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ , les interactions entre atomes ne peuvent plus être négligées. Elles modifient les propriétés de la transition de phase, sa température critique, mais aussi la distribution spatiale des atomes. Le potentiel d'interaction entre deux atomes de position  $\mathbf{r}_1$  et  $\mathbf{r}_2$ ,  $V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ , peut être modélisé par un potentiel de contact<sup>2</sup> :

$$V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = g\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (1.11)$$

Ici  $g = 4\pi\hbar^2 a/m$  est la constante d'interaction,  $a$  est la longueur de diffusion en onde S caractéristique d'une collision à deux corps à très basse énergie, et  $\delta$  la distribution de Dirac. Les interactions sont répulsives quand  $a > 0$ , c'est le cas pour l'atome de sodium. Pour  $N$  atomes, on considère qu'ils n'ont que des interactions binaires de type (1.11). Ceci est valable tant que le gaz est suffisamment dilué, avec  $na^3 \ll 1$  [67, 14], ce qui est le cas pour les densités typiques dans les expériences d'atomes froids. Le hamiltonien d'interaction s'écrit alors :

$$H_{\text{int}} = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} V(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j). \quad (1.12)$$

### Equation de Gross–Pitaevskii

En négligeant les corrélations entre atomes, nous pouvons traiter les interactions entre atomes par une théorie de champ moyen. Celle-ci décrit l'interaction ressentie par un atome du condensat comme une moyenne des effets d'interaction avec les  $N - 1$  autres atomes. Dans cette approximation, la fonction d'onde  $\phi_c$  vérifie une équation similaire à l'équation de Schrödinger (1.1) [65, 67], appelée équation de Gross-Pitaevskii. Celle-ci contient un terme non-linéaire proportionnel à  $g$  :

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\mathbf{r}) + gN_c|\phi_c|^2 \right] \phi_c = \mu\phi_c, \quad (1.13)$$

avec la condition de normalisation  $\int |\phi_c(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r} = 1$ . Si  $N_c$  est le nombre d'atomes dans le condensat, la fonction d'onde totale est  $\Psi_c = \sqrt{N_c}\phi_c$ . Le terme d'interaction  $gN_c|\phi_c|^2 = gn_c(\mathbf{r})$  décrit un terme de répulsion en champ moyen du condensat sur lui-même, qui tend à limiter la densité au centre du piège. En règle générale, il n'y a pas de forme analytique simple pour la fonction d'onde  $\phi_c$ . Il est néanmoins possible de résoudre cette équation de manière numérique [67].

À partir de l'équation (1.13), il est possible d'évaluer la contribution à l'énergie totale du condensat de l'énergie cinétique  $E_{\text{cin}}$ , l'énergie potentielle de piégeage  $E_{\text{piège}}$

2. En toute rigueur il faut régulariser la distribution  $\delta(\mathbf{r})$  et utiliser le "pseudo-potentiel" [68].

ainsi que l’énergie d’interaction  $E_{\text{int}}$  :

$$\begin{cases} E_{\text{cin}} = -\frac{\hbar^2}{2m} \int d^3\mathbf{r} \phi_c(\mathbf{r}) \Delta \phi_c(\mathbf{r}) \\ E_{\text{int}} = \frac{1}{2} g N_c \int d^3\mathbf{r} |\phi_c(\mathbf{r})|^4 \\ E_{\text{piège}} = \int d^3\mathbf{r} V(\mathbf{r}) |\phi_c(\mathbf{r})|^2. \end{cases} \quad (1.14)$$

Dans la suite, nous ferons appel au paramètre sans dimension  $\chi$  [67], défini par :

$$\chi = N_c \frac{a}{a_{\text{OH}}} \quad (1.15)$$

où  $a_{\text{OH}} = \sqrt{\hbar/m\bar{\omega}}$  est la taille caractéristique de l’oscillateur harmonique dans l’état fondamental du piège. Pour le mode fondamental du piège gaussien (voir (1.2)), une analyse dimensionnelle mène à une expression simple pour le rapport entre l’énergie d’interaction et l’énergie cinétique :  $E_{\text{int}}/E_{\text{cin}} \sim \chi$ . Ce paramètre indique l’importance de l’énergie d’interaction entre atomes par rapport à leur énergie cinétique.

### Approximation de Thomas-Fermi

Si  $\chi$  est grand devant 1, alors l’énergie d’interaction domine devant l’énergie cinétique, ce qui a pour effet d’élargir le profil de densité spatiale par rapport à l’état fondamental gaussien. Dans ce cas, nous pouvons faire l’approximation de Thomas-Fermi, en négligeant le terme d’énergie cinétique dans l’équation (1.13), ce qui conduit à un profil de forme parabolique :

$$n_c(\mathbf{r}) = |\phi_c(\mathbf{r})|^2 = \frac{\max[\mu - V(\mathbf{r}), 0]}{g}. \quad (1.16)$$

### 1.2.3 Fraction condensée à température finie

Dans la gamme de températures  $T \leq T_c^{\text{id}}$ , deux composantes coexistent dans le piège, une composante condensée dont la fonction d’onde est donnée par la solution de l’équation de Gross–Pitaevskii, et une composante thermique, constituée des atomes peuplant les états excités du piège. Pour le gaz idéal, la fraction d’atomes condensés est simplement reliée à la température par la relation (1.8). La distribution spatiale bimodale est la superposition d’une fonction de Bose saturée pour le nuage thermique (1.5) et une distribution gaussienne (1.2) pour le condensat. Nous introduisons dans cette section un modèle Hartree–Fock qui prend en compte l’effet des interactions à l’intérieur du condensat et de la fraction thermique ainsi que des interactions mutuelles entre les deux composantes.

### Approximation Hartree–Fock

Dans le modèle de Hartree–Fock, nous négligeons les corrélations entre atomes dans la partie thermique, ce qui nous amène à traiter les effets d’interactions par des termes de champ moyen [69, 64]. Les atomes de la fraction thermique peuvent

donc être décrite comme des particules indépendantes qui évoluent dans un potentiel effectif  $V_{\text{eff,th}}(\mathbf{r})$  qui est la somme du potentiel de piégeage  $V(\mathbf{r})$  et du champ moyen réalisé par l’interaction moyenne avec les autres atomes  $2gn(\mathbf{r})$ <sup>3</sup>. Ici,  $n(\mathbf{r})$  désigne la densité totale dans le piège :  $n(\mathbf{r}) = n_c(\mathbf{r}) + n_{\text{th}}(\mathbf{r})$  :

$$V_{\text{eff,th}}(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) + 2g [n_c(\mathbf{r}) + n_{\text{th}}(\mathbf{r})]. \quad (1.17)$$

Dans ce modèle, les atomes du condensat ressentent en plus de la répulsion moyenne  $gn_c(\mathbf{r})$  la répulsion moyenne des atomes thermiques  $2gn_{\text{th}}(\mathbf{r})$  [64]. De la même manière, nous pouvons donner l’expression du potentiel effectif ressenti par les atomes du condensat :

$$V_{\text{eff,c}}(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) + gn_c(\mathbf{r}) + 2gn_{\text{th}}(\mathbf{r}). \quad (1.18)$$

Si nous faisons l’approximation de Thomas-Fermi pour le condensat, ce modèle conduit à un système de deux équation couplées<sup>4</sup> :

$$\begin{cases} n_{\text{th}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2} \left( e^{-[V(\mathbf{r}) - \mu - 2gn(\mathbf{r})]/k_B T} \right) \\ n_c(\mathbf{r}) = \frac{1}{g} \max [\mu - V(\mathbf{r}) - 2gn_{\text{th}}(\mathbf{r}), 0]. \end{cases} \quad (1.19)$$

La conservation du nombre total :  $N = \int d^3\mathbf{r} [n_c(\mathbf{r}) + n_{\text{th}}(\mathbf{r})]$  contraint la valeur du potentiel chimique  $\mu$ .

Nous montrons dans la figure 1.1 un exemple de résolution auto-consistante de ces équations avec un nombre d’atomes  $N = 3300$  dans un piège isotrope de fréquence moyenne  $\bar{\omega} = 2\pi \times 1.1$  kHz. Pour une température  $T$  inférieure à  $T_c^{\text{id}} \simeq 740$  nK, nous représentons les potentiels effectifs de champ moyen ressentis par les atomes de chaque composante (figures 1.1(a,b)). Dans la figure 1.1(c), nous reportons le profil du gaz correspondant.

Nous comparons ces résultats au modèle Hartree–Fock semi-idéal [70], qui néglige le terme  $2gn_{\text{th}}(\mathbf{r})$  dans (1.19). Pour des fractions condensées suffisamment élevées, typiquement au-dessus de 10 %, les potentiels effectifs ressentis par les atomes de chaque composante sont peu affectés par la présence des atomes thermiques (voir figure 1.1(a,b)). Le profil de densité du nuage, que nous représentons dans la figure 1.1(d), est par conséquent très proche de celui du modèle Hartree–Fock complet.

Dans la figure 1.2, nous reportons les valeurs des fractions condensées sur une gamme de température allant de  $0.1T_c^{\text{id}}$  à  $1.1T_c^{\text{id}}$  dans trois modèles : le modèle Hartree–Fock, le modèle semi-idéal, et le modèle du gaz idéal. Nous voyons que les fractions condensées extraites des deux premiers modèles sont notablement inférieures à celle du cas idéal. La différence atteint environ 20 % dans une large gamme de températures. Par ailleurs, les résultats obtenus avec le modèle semi-idéal sont

3. Le facteur 2 provient des termes de “Fock” [68], qui représentent l’échange entre une particule dans le condensat et une autre dans la fraction thermique.

4. Avec l’approximation de Thomas-Fermi, nous négligeons implicitement les effets de taille finie.

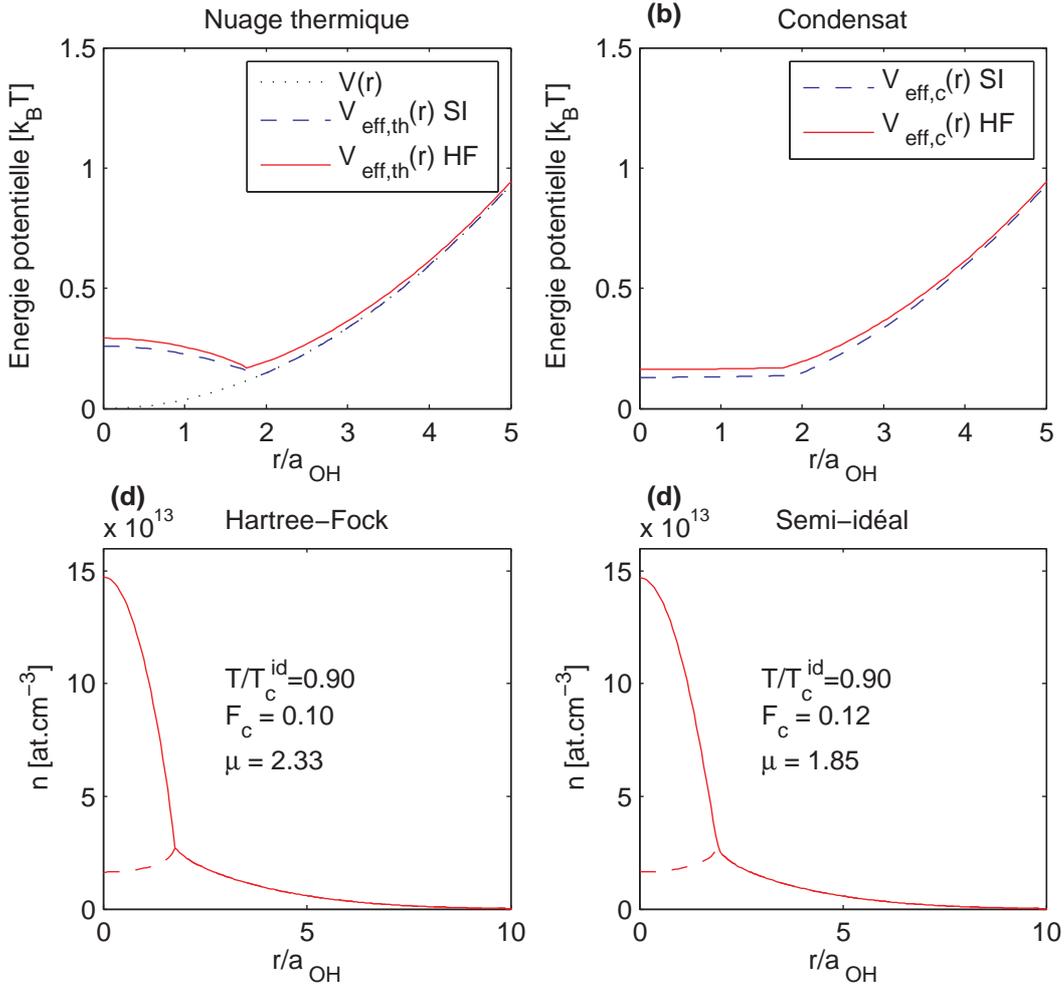


FIGURE 1.1 – (a) Potentiel effectif ressenti par les atomes thermiques dans le modèle Hartree–Fock (ligne rouge), dans le modèle semi-idéal (tirets bleus). Potentiel  $V(\mathbf{r})$  (pointillés noirs). (b) Potentiel effectif ressenti par les atomes condensés dans le modèle Hartree–Fock (ligne rouge), dans le modèle semi-idéal (tirets bleus). (c,d) Profils de densité d’un nuage partiellement condensé, à  $T/T_c^{\text{id}} = 0.9$ , pour les modèles Hartree–Fock complet et semi-idéal. Le potentiel chimique  $\mu$  est donné en échelle de  $\hbar\bar{\omega}$ .

voisins du modèle complet, sauf très près de  $T_c^{\text{id}}$  (voir la sous-figure de 1.2). Nous en déduisons que l’approximation semi-idéale, plus simple à implémenter dans une résolution numérique, est valide dès que la fraction condensée est notable, typiquement 10 %.

Pour des températures voisines de  $T_c^{\text{id}}$ , les interactions sont responsables d’une diminution de la densité du nuage thermique. Une conséquence directe de ce phénomène est la diminution de la température critique en dessous de  $T_c^{\text{id}}$ . La transition survient à une valeur du potentiel chimique positive ( $\mu = 2gn_{\text{th}}(\mathbf{0})$ ), contrairement au cas idéal, où  $\mu = 0$ . Dans le cadre de l’approximation de champ moyen, le décalage de la température critique liée aux interactions  $\delta T_c^{\text{int}}$  peut être calculé analytique-

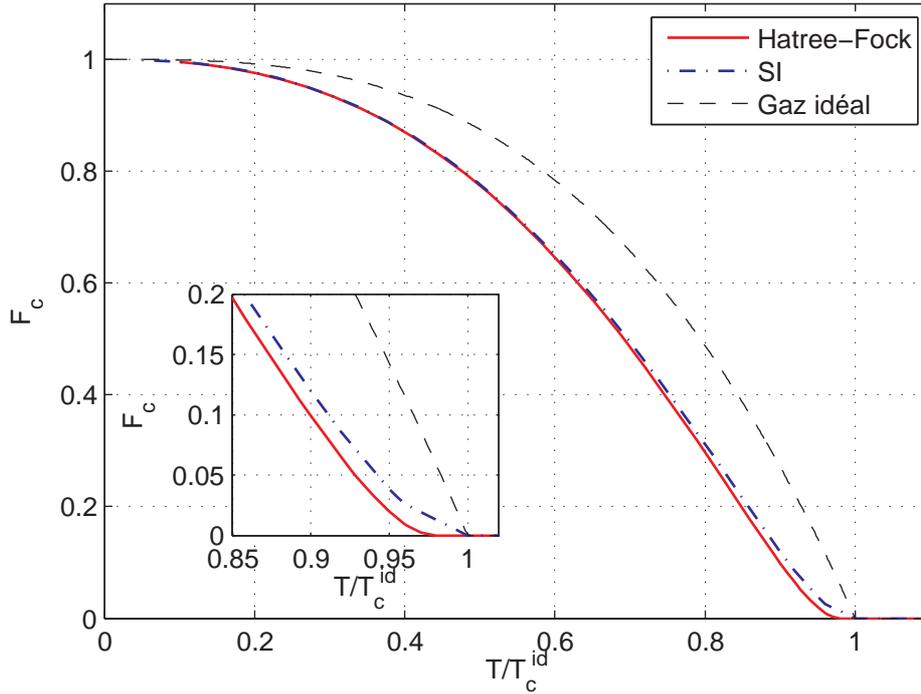


FIGURE 1.2 – Comparaison des fractions condensées pour un gaz sans interactions (ligne tiretée noire) et un gaz en interactions (ligne continue rouge : modèle Hartree–Fock complet, ligne tiretée bleue : modèle semi-idéal), pour  $N = 3300$  atomes de sodium dans un piège de fréquence moyenne  $\bar{\omega} = 2\pi \times 1.1$  kHz.

ment [64] :

$$\frac{\delta T_c^{\text{int}}}{T_c^{\text{id}}} = -1.3 \frac{a}{a_{\text{OH}}} N^{1/6}, \quad (1.20)$$

ce qui revient à environ 2 % pour les mêmes paramètres choisis ici. Ce décalage est comparable au décalage dû à la taille finie du système (voir section 1.10), qui a été négligé dans cette section. Dans le modèle semi-idéal, puisque nous négligeons l’effet d’interaction du nuage thermique, la température critique est identique à celle du cas idéal.

### 1.3 Condensats spinoriels

Lorsque des atomes sont piégés dans un piège optique, le confinement n’est pas dépendant de l’état interne de spin des atomes. Les condensats de Bose-Einstein peuvent alors comporter plusieurs sous-états Zeeman de l’état fondamental hyperfin. Ces ensembles atomiques à plusieurs composantes sont appelés condensats spinoriels. Une nouvelle physique apparaît dans ce type de systèmes, liée à la dynamique des collisions de spin, à leur caractère non-linéaire, et à leur couplage à des champs magnétiques. Les premières expériences réalisées avec des gaz spinoriels [24] ont stimulés les travaux théoriques sur la description et les propriétés de tels systèmes [22, 71, 23]. Les développements de théories sur les condensats spinoriels concernent

différents sujets : l'étude des structures de spin de l'état fondamental [22, 23, 72], la dynamique des collisions cohérentes de spin [29, 30], la formation de domaines de spin [73], la création d'états fortement corrélés [50], mais aussi l'étude thermodynamique du phénomène de condensation [74].

Rappelons tout d'abord la structure des niveaux d'énergie du sodium, représentés schématiquement dans la figure 1.3. Comme les autres alcalins, le couplage spin-orbite scinde le premier niveau électronique excité  $P$  en deux sous-niveaux fins :  $3^2P_{1/2}$  ("raie  $D_1$ ") et  $3^2P_{3/2}$  ("raie  $D_2$ ") qui forment ce qu'on appelle la raie double du sodium (la raie  $D_1$  a une transition autour de  $\lambda_0^{D_1} = 589.8$  nm et la raie  $D_2$  autour de  $\lambda_0^{D_2} = 589.2$  nm). C'est cette dernière que nous utilisons pour le refroidissement laser (voir chapitre 2). Une levée de dégénérescence supplémentaire des niveaux fondamental  $3^2S_{1/2}$  et excité  $3^2P_{3/2}$  est due au couplage hyperfin entre le moment cinétique électronique et le spin du noyau. Celle-ci donne lieu à la structure hyperfine avec différentes valeurs de  $F$ , somme du moment cinétique électronique  $J$  et du spin du noyau  $I$ . À cause du degré de liberté de spin, chaque état hyperfin contient  $2F + 1$  sous-états Zeeman  $m_F = -F, -F + 1, \dots, F$ . Nous considérerons dans la suite un ensemble d'atomes dans l'état interne  $F = 1$  du niveau  $3^2S_{1/2}$ , et les trois espèces de spin  $m_F = +1, 0, -1$ .

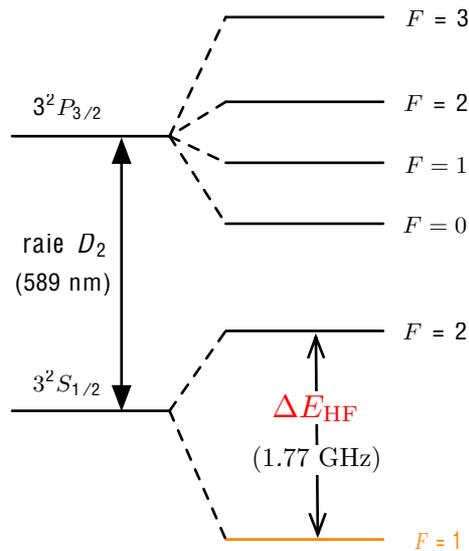


FIGURE 1.3 – Schéma des niveaux hyperfins de la raie  $D_2$  du sodium. L'état fondamental  $F = 1$  est indiqué en orange. La séparation hyperfine  $\Delta E_{\text{HF}}$  est donnée en unité de  $h$ .

Dans cette section, nous allons donner les outils théoriques pour la description des condensats spinoriels. Nous introduirons l'effet des collisions sur le degré de liberté de spin, ce qui nous mènera à l'expression d'un hamiltonien d'interaction de spin, et nous verrons comment le gaz spinoriel se couple à un champ magnétique. Nous donnerons ensuite une formulation de l'approximation de champ moyen appliquée aux fonctions d'ondes de spin qui permet de décrire le système sous la forme d'un paramètre d'ordre vectoriel à 3 composantes, une pour chaque composante de spin

$m_F$ . Cette description de champ moyen servira de cadre pour l'étude du diagramme de phase à basse température que nous réaliserons dans le chapitre 5. À la fin du chapitre présent, nous nous intéresserons à la transition de phase de Bose-Einstein pour un gaz spinoriel et au diagramme de phase en fonction de deux paramètres : la magnétisation du système et sa température. Cette étude pourra servir de point de départ pour des expériences que l'équipe réalisera dans un futur proche.

### 1.3.1 Description théorique d'un condensat spinoriel à température nulle

Nous allons nous intéresser dans cette partie à l'écriture de l'hamiltonien qui régit le comportement d'un gaz spinoriel dans un champ magnétique.

#### Potentiel d'interaction dépendante du spin

Considérons deux atomes de spins  $\mathbf{s}_1$  et  $\mathbf{s}_2$  de la multiplicité  $\{F = 1, m_F\}_{m_F=+1,0,-1}$ , subissant une collision. Le hamiltonien d'interaction entre deux atomes alcalins conserve le moment angulaire total  $\mathbf{s} = \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2$ , à une très bonne approximation [14]. En particulier, si on choisit un axe de quantification pour décrire ce mécanisme, cela implique que la magnétisation  $m_1 + m_2$ , projection des spins sur l'axe de quantification, est conservée lors de la collision. On représente schématiquement les collisions admises dans la figure 1.4. Le spin total  $|\mathbf{s}|$  peut valoir 0, 1 ou 2. Les états correspondants sont symétriques pour  $|\mathbf{s}| = 0, 2$  et antisymétriques pour  $|\mathbf{s}| = 1$  par échange des particules. Puisque la fonction d'onde décrivant les deux particules est symétrique pour une collision en ondes S entre deux bosons, seules les valeurs 0 et 2 sont admises. On note  $a_0$  et  $a_2$  les longueurs de diffusion associées aux collisions d'une paire d'atomes de spin total 0 et 2 respectivement. L'interaction de courte portée entre les deux atomes situés aux points  $\mathbf{r}_1$  et  $\mathbf{r}_2$  de l'espace prend la forme générale [22, 23] :

$$\hat{V}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \frac{4\pi\hbar^2}{3m} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) (a_0 \mathcal{P}_0 + a_2 \mathcal{P}_2) \quad (1.21)$$

où  $\mathcal{P}_S$  est le projecteur sur le sous-espace de moment angulaire total  $S$ . Il se réécrit de la manière suivante [22, 23] :

$$\hat{V}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) [\bar{g}\mathbf{1} + g_s \mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2], \quad (1.22)$$

somme d'un terme d'interaction indépendant du spin proportionnel à  $\bar{g}$  :

$$\bar{g} = \frac{4\pi\hbar^2(a_2 + 2a_0)}{3m} \quad (1.23)$$

et d'un terme dépendant du spin, proportionnel à  $g_s$  :

$$g_s = \frac{4\pi\hbar^2(a_2 - a_0)}{m}. \quad (1.24)$$

Pour les atomes de sodium, nous avons  $a_2 = 2.89$  nm contre  $a_0 = 2.69$  nm [75]. Cela signifie que  $g_s > 0$ , et par conséquent que les interactions de spins favorisent

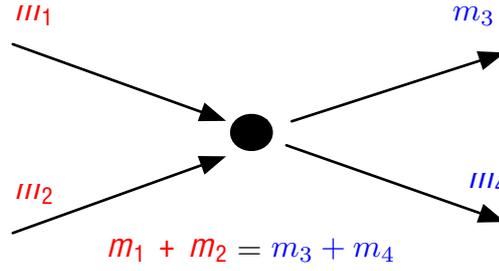


FIGURE 1.4 – Schéma des collisions de spins admises dans un condensat spinoriel. Les valeurs  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  et  $m_4$  correspondent aux projections des spins avant et après collision selon un axe de quantification. La conservation du moment angulaire impose la conservation de la magnétisation lors d’une collision.

l’anti-alignement des spins. C’est pourquoi le sodium est dit “antiferromagnétique”. Au contraire, pour le rubidium on a  $g_s < 0$ , ce qui favorise l’alignement des spins : cette espèce est qualifiée de “ferromagnétique”.

Pour un ensemble à  $N$  atomes, l’hamiltonien d’interaction en seconde quantification peut s’écrire comme la somme d’un terme indépendant du spin et un autre qui agit sur le degré de liberté de spin :  $\hat{H}_{\text{int}} = \bar{H} + \hat{H}_s$ .

$$\bar{H} = \frac{\bar{g}}{2} \int d^3\mathbf{r} \hat{n}^2(\mathbf{r}), \quad \hat{H}_s = \frac{g_s}{2} \int d^3\mathbf{r} \hat{S}^2(\mathbf{r}). \quad (1.25)$$

Dans ces expressions,  $\hat{n}(\mathbf{r})$  est l’opérateur densité :

$$\hat{n}(\mathbf{r}) = \hat{n}_{+1}(\mathbf{r}) + \hat{n}_0(\mathbf{r}) + \hat{n}_{-1}(\mathbf{r}) \quad (1.26)$$

$$= \hat{\Psi}_{+1}^\dagger(\mathbf{r})\hat{\Psi}_{+1}(\mathbf{r}) + \hat{\Psi}_0^\dagger(\mathbf{r})\hat{\Psi}_0(\mathbf{r}) + \hat{\Psi}_{-1}^\dagger(\mathbf{r})\hat{\Psi}_{-1}(\mathbf{r}) \quad (1.27)$$

avec  $(\hat{\Psi}_{+1}^\dagger(\mathbf{r}), \hat{\Psi}_0^\dagger(\mathbf{r}), \hat{\Psi}_{-1}^\dagger(\mathbf{r}))$  les opérateurs champs qui créent respectivement un atome dans l’espèce de spin  $m_F = +1, 0, -1$  au point  $\mathbf{r}$ .

L’expression de l’opérateur de densité de spin total  $\hat{S}$  peut être obtenue en fonction des opérateurs de spin  $\hat{S}_x$ ,  $\hat{S}_y$  et  $\hat{S}_z$ <sup>5</sup> :

$$\begin{cases} \hat{S}_x = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\Psi}_{+1}^\dagger \hat{\Psi}_0 + \hat{\Psi}_{-1}^\dagger \hat{\Psi}_0 + \hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_{+1} + \hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_{-1}) \\ \hat{S}_y = -\frac{i}{\sqrt{2}} (\hat{\Psi}_{+1}^\dagger \hat{\Psi}_0 + \hat{\Psi}_{-1}^\dagger \hat{\Psi}_0 - \hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_{+1} - \hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_{-1}) \\ \hat{S}_z = \hat{\Psi}_{+1}^\dagger \hat{\Psi}_{+1} - \hat{\Psi}_{-1}^\dagger \hat{\Psi}_{-1} = \hat{n}_{+1} - \hat{n}_{-1}. \end{cases} \quad (1.28)$$

Après simplification, on obtient :

$$\hat{S}^2 = \hat{n} + \hat{n}_0 + 2\hat{n}_0(\hat{n}_{+1} + \hat{n}_{-1}) + (\hat{n}_{+1} - \hat{n}_{-1})^2 + 2(\hat{\Psi}_{+1}^\dagger \hat{\Psi}_{-1}^\dagger \hat{\Psi}_0 \hat{\Psi}_0 + \hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_{+1} \hat{\Psi}_{-1}). \quad (1.29)$$

L’ensemble des collisions contenues dans l’hamiltonien dépendant du spin conservent la magnétisation. Nous voyons qu’il y a plusieurs contributions à cet hamiltonien :

5. Nous n’écrivons pas les dépendances spatiales dans ces expressions pour ne pas les surcharger.

des termes de collisions élastiques (les quatre premiers dans l’expression ci-dessus) qui ne changent pas les spins des atomes, et un dernier terme d’échange de spin, qui décrit les collisions  $m_F = 0, m_F = 0 \leftrightarrow m_F = +1, m_F = -1$ .

### Effet d’un champ magnétique

L’interaction d’un alcalin (un électron périphérique) avec un champ magnétique est dérivée dans l’annexe A à partir de la formule de Breit-Rabi [76], et nous écrivons ici directement le résultat. Le hamiltonien d’interaction s’écrit :

$$\hat{h}_{\text{mag}} = p\hat{s}_z + q(\hat{s}_z^2 - 4) \quad (1.30)$$

où  $\hat{s}_z$  est la projection de l’opérateur de spin  $\hat{s}$  suivant  $z$ . Les quantités  $p$  et  $q$  correspondent respectivement aux effets Zeeman linéaires et quadratiques. Elles sont reliées au champ  $B_0$  de la manière suivante :

$$p = g_F\mu_B B_0 = -\frac{\mu_B B_0}{2} \quad (1.31)$$

$$q = \frac{(g_F\mu_B B_0)^2}{\Delta E_{\text{HF}}} = \frac{(\mu_B B_0)^2}{4\Delta E_{\text{HF}}} = q_B B_0^2, \quad (1.32)$$

où  $g_F$  est le facteur de Landé,  $\mu_B$  le magnéton de Bohr, et  $\Delta E_{\text{HF}} = h \times 1.77$  GHz l’énergie de séparation hyperfine (voir figure 1.3). Pour le sodium, nous avons  $g_F = -1/2$ ,  $\mu_B/2 \simeq 700$  kHz.G<sup>-1</sup> et  $q_B \simeq 277$  Hz.G<sup>-2</sup>. Nous représentons dans la figure 1.5 le schéma des niveaux d’énergie des trois sous-états Zeeman, déplacés sous l’effet de l’effet Zeeman. L’effet Zeeman linéaire induit une différence constante entre les trois niveaux, proportionnelle à  $p$ , et l’effet Zeeman quadratique abaisse l’énergie de l’état  $m_F = 0$  par rapport aux deux autres.

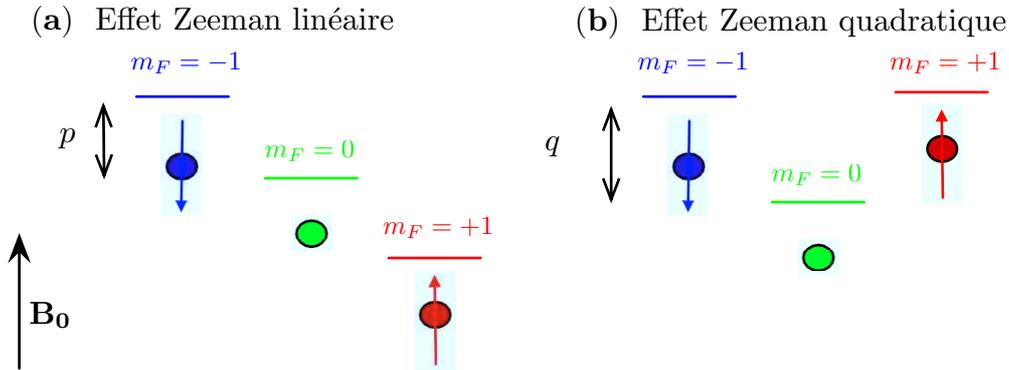


FIGURE 1.5 – Schéma des trois sous-niveaux Zeeman en présence d’un champ magnétique  $\mathbf{B}_0$ . (a) Contribution de l’effet Zeeman linéaire. (b) Contribution de l’effet Zeeman quadratique. Les déplacements des niveaux ne sont pas à la même échelle dans (a) et (b).

Pour un ensemble de  $N$  atomes plongés dans un champ constant d’amplitude  $B_0$ , on peut écrire l’hamiltonien de couplage magnétique sous la forme suivante en seconde quantification :

$$\hat{H}_{\text{mag}} = p(\hat{N}_{+1} - \hat{N}_{-1}) + q(\hat{N}_{+1} + \hat{N}_{-1} - 4\hat{N}). \quad (1.33)$$

où  $\hat{N}_{+1}$ ,  $\hat{N}_0$  et  $\hat{N}_{-1}$  sont les opérateurs de nombre d'atomes dans les trois composantes de spin.

### Hamiltonien total

En combinant l'énergie cinétique, le potentiel de piégeage, les interactions et le couplage au champ magnétique, l'hamiltonien complet du système s'écrit :

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{tot}} = & \sum_{i=\pm 1,0} \int d^3\mathbf{r} \hat{\Psi}_i^\dagger(\mathbf{r}) \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\mathbf{r}) \right) \hat{\Psi}_i(\mathbf{r}) + \frac{\bar{g}}{2} \int d^3\mathbf{r} \hat{n}^2(\mathbf{r}) \\ & + \frac{g_s}{2} \int d^3\mathbf{r} \hat{S}^2(\mathbf{r}) + p(\hat{N}_{+1} - \hat{N}_{-1}) + q(\hat{N}_{+1} + \hat{N}_{-1}). \end{aligned} \quad (1.34)$$

La première ligne désigne la partie de l'hamiltonien qui est indépendante du spin tandis que la deuxième décrit les interactions de spin et le couplage des différents spins au champ magnétique. Nous avons omis le terme  $-4q\hat{N}$ .

Dans la section précédente, nous avons noté que les collisions de spin ne modifient pas la magnétisation totale du système. Cela signifie que  $\hat{M}_z = \hat{N}_{+1} - \hat{N}_{-1}$  est une quantité conservée dans le système. Par conséquent, le terme  $p\hat{M}_z$  n'ajoute qu'une constante à l'hamiltonien et ne contraint pas l'état fondamental. L'état du système ne peut être modifié que par le biais de l'effet Zeeman quadratique. Pour l'état fondamental du hamiltonien, celui-ci tend à éliminer des atomes dans les espèces  $m_F = \pm 1$  et favoriser ceux dans l'espèce  $m_F = 0$ . Il entre en compétition avec les collisions de spins.

### 1.3.2 Approximation de champ moyen à température nulle

Pour la description de l'état fondamental d'un gaz spinoriel, il est nécessaire d'obtenir la fonction d'onde à  $N$ -particules qui minimise l'énergie du système, régie par l'hamiltonien  $\hat{H}_{\text{tot}}$  (voir équation (1.34)). Pour des très faibles températures, lorsque le nombre d'atomes condensés devient macroscopique, l'état fondamental du condensat spinoriel peut être approché par les fonctions d'ondes de champ moyen  $(\phi_{+1}, \phi_0, \phi_{-1})$ , en négligeant les atomes non-condensés. Cette approximation consiste à décrire la fonction d'onde à  $N$  particules  $|\phi\rangle$  comme le produit de  $N$  fonctions d'ondes à 1 particule dans un état de spin donné  $|\phi\rangle$  :

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N!}} \left( a_\phi^\dagger \right)^N |0\rangle. \quad (1.35)$$

L'opérateur  $a_\phi^\dagger$  crée une particule dans l'état de spin  $|\phi\rangle = \phi_{+1}|+1\rangle + \phi_0|0\rangle + \phi_{-1}|-1\rangle$ . Le vecteur  $\phi = (\phi_{+1}, \phi_0, \phi_{-1})$  est normalisé à 1 :  $\int d^3\mathbf{r} \phi^* \cdot \phi = 1$ .

La recherche de l'état fondamental du système revient à trouver le vecteur  $\phi$  qui minimise l'énergie  $\langle \hat{H}_{\text{tot}} \rangle$ , sous la contrainte du nombre d'atomes et de magnétisation constants :

$$N = N \int d^3\mathbf{r} (|\phi_{+1}(\mathbf{r})|^2 + |\phi_0(\mathbf{r})|^2 + |\phi_{-1}(\mathbf{r})|^2) \quad (1.36)$$

$$M_z = N \int d^3\mathbf{r} (|\phi_{+1}(\mathbf{r})|^2 - |\phi_{-1}(\mathbf{r})|^2). \quad (1.37)$$

On introduit deux multiplicateurs de Lagrange,  $\mu$  et  $\eta$ , fixant respectivement le nombre d'atomes et la magnétisation du système. Le premier correspond au potentiel chimique et le deuxième joue le rôle de l'effet Zeeman induit par un champ magnétique effectif. Avec ces contraintes, l'état fondamental minimise l'énergie libre de Gibbs :  $G = \langle \hat{H}_{\text{tot}} \rangle - \mu N - \eta M_z$ . On peut montrer que les fonctions d'ondes de spin de l'état fondamental sont solutions d'un système de trois équations de Gross–Pitaevskii stationnaires couplées [63, 72] :

$$\begin{cases} (\mu + \eta)\phi_{+1} = (\mathcal{H} + p + q + g_s(n_{+1} + n_0 - n_{-1}))\phi_{+1} + g_s N \phi_0^2 \phi_{-1}^* \\ \mu\phi_0 = (\mathcal{H} + g_s(n_{+1} + n_{-1}))\phi_0 + 2g_s N \phi_0^* \phi_{+1} \phi_{-1} \\ (\mu - \eta)\phi_{-1} = (\mathcal{H} - p + q + g_s(n_{-1} + n_0 - n_{+1}))\phi_{-1} + g_s N \phi_0^2 \phi_{+1}^* \end{cases} \quad (1.38)$$

où  $n_i = N|\phi_i|^2$  est la densité spatiale dans la composante  $i$  du condensat spinoriel,  $\mathcal{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\mathbf{r}) + \bar{g}n$  et  $n = n_{+1} + n_0 + n_{-1}$ . Dans ces équations, les termes proportionnels à  $g_s n_i$  correspondent aux interactions inter-espèces moyennes. Ils sont à l'origine de la formation de domaines de spin [26, 73]. Les derniers termes quant à eux représentent les interactions d'échange de spin qui peuvent conduire à des oscillations de spin lorsque le système est hors-équilibre [32, 33, 77].

En raison de l'inséparabilité des degrés de liberté externes et internes, ce système n'a pas de solutions simples. Une résolution numérique peut être effectuée pour obtenir les trois fonctions d'ondes dans l'état fondamental [72, 78].

### Miscibilité des différentes composantes de spin

Nous pouvons mettre en évidence de manière simple le caractère miscible ou immiscible des différents spins à partir de la forme des termes d'interaction des relations (1.38). Considérons un gaz spinoriel à deux composantes  $i$  et  $j$  ( $i, j = +1, 0, -1$ ), de densités uniformes  $n_i, n_j$ , chacune avec  $N$  atomes à l'équilibre dans une boîte de volume  $V$ . Si le gaz résultant est un mélange des deux espèces dans le volume  $V$ , alors l'énergie d'interaction totale du système est :

$$E_{\text{mel}} = \frac{V}{2} (g_{ii} n_i^2 + g_{jj} n_j^2 + 2g_{ij} n_i n_j) = \frac{N^2}{2V} (g_{ii} + g_{jj} + 2g_{ij}) \quad (1.39)$$

où  $g_{ij}$  est la constante d'interaction entre un atome dans  $i$ , l'autre dans  $j$ . Si au contraire les deux composantes sont dans deux phases séparées, de volumes  $V_i$  et  $V_j$  respectivement, alors l'énergie totale d'interaction en champ moyen vaut :

$$E_{\text{sep}} = \frac{1}{2} (g_{ii} n_i^2 V_i + g_{jj} n_j^2 V_j) = \frac{N^2}{2} \left( \frac{g_{ii}}{V_i} + \frac{g_{jj}}{V_j} \right). \quad (1.40)$$

Les volumes  $V_i$  et  $V_j$  sont donnés par la condition que les pressions dans les deux boîtes sont égales :  $g_{ii}n_i^2 = g_{jj}n_j^2$ . Nous voyons que le système favorise énergétiquement la configuration de mélange par rapport à la séparation si :

$$g_{ij} < \sqrt{g_{ii}g_{jj}}. \quad (1.41)$$

Dans la figure 1.6, nous montrons schématiquement les deux configurations possibles pour deux gaz à deux composantes  $+1, 0$  et  $+1, -1$ .

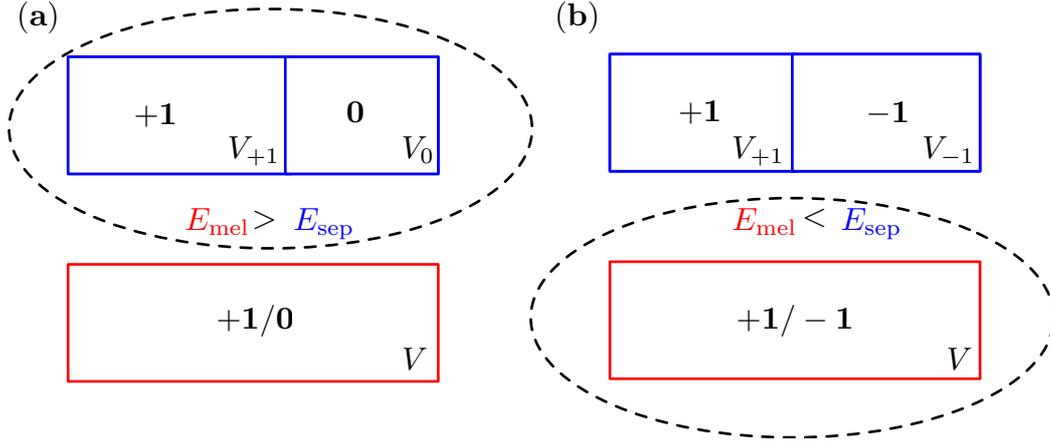


FIGURE 1.6 – Comparaison entre les deux configurations, mélangées et séparées, d’un gaz à deux composantes  $+1, 0$  (a) et  $+1, -1$  (b). Pour  $g_s > 0$ , ce qui est le cas du sodium, les configurations minimisant l’énergie d’interaction sont celles qui sont entourées.

Pour un gaz à deux composantes  $+1, 0$  (figure 1.6(a)), nous avons  $g_{+1,+1} = \bar{g} + g_s$ ,  $g_{0,0} = \bar{g}$  et  $g_{+1,0} = \bar{g} + g_s$ . À cause du caractère antiferromagnétique des interactions ( $g_s > 0$ ), nous déduisons d’après (1.41) que ces deux espèces ne sont pas miscibles. Il en est de même pour les deux espèces  $-1, 0$ . Dans le cas d’un gaz à deux composantes  $+1, -1$  (figure 1.6(b)), nous avons  $g_{-1,-1} = \bar{g} + g_s$  et  $g_{+1,-1} = \bar{g}$ , et concluons d’après (1.41) que ces deux espèces sont miscibles. Dans un système suffisamment grand, les espèces de spin tendent à se séparer en domaines spatialement disjoints [26], certains avec des atomes dans  $m_F = 0$  et d’autres mélangeant les espèces  $m_F = \pm 1$ .

### 1.3.3 Approximation de mode commun

Lorsque le système est suffisamment petit pour que les trois composantes de spins se recouvrent dans le piège, on peut découpler les degrés de liberté internes des degrés de liberté externes, en faisant l’approximation de mode commun [22, 23]. La validité de cette approximation a été étudiée dans plusieurs articles [72, 78]. On peut donner un critère pour estimer la validité de cette approximation. Si la longueur de cicatrisation de spin  $\xi_s$  et la taille du condensat dans le piège sont comparables, alors les trois composantes se recouvrent dans le piège. La longueur  $\xi_s$  définie par :

$$\xi_s = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2mg_s n(\mathbf{0})}} \quad (1.42)$$

caractérise la taille typique sur laquelle la fonction d’onde de spin d’une espèce se “cicatrise” sous l’effet d’une perturbation extérieure, comme par exemple la présence d’une autre espèce de spin non miscible. La longueur  $\xi_s$  représente la taille typique des plus petites domaines de spin formés : la création d’un domaine de spin plus petit que  $\xi_s$  coûte plus d’énergie cinétique que le gain en énergie d’interaction dû au recouvrement.

Dans l’approximation de mode commun, les trois composantes de spin partagent la même fonction d’onde spatiale. Le paramètre d’ordre s’écrit  $|\phi\rangle = |\phi\rangle \otimes |\zeta\rangle$ , produit tensoriel entre une fonction d’onde spatiale commune  $\phi$  et une fonction d’onde de spin à trois composantes  $|\zeta\rangle$ . La fonction d’onde  $\phi$  est solution de l’équation de Gross–Pitaevskii stationnaire :

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\mathbf{r}) + \bar{g}N|\phi|^2 \right] \phi = \mu\phi, \quad (1.43)$$

ce qui revient à négliger les termes d’interactions proportionnels à  $g_s$  dans les équations (1.38). Le degré de liberté de spin lui peut être paramétrisé de la manière suivante, à l’aide de quatre paramètres indépendants  $x, m_z, \Theta, \alpha$  :

$$|\zeta\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{n_{+1}}e^{i\theta_{+1}} \\ \sqrt{n_0}e^{i\theta_0} \\ \sqrt{n_{-1}}e^{i\theta_{-1}} \end{pmatrix} = e^{i\theta_0} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{x+m_z}{2}}e^{i(\Theta+\alpha)} \\ \sqrt{1-x} \\ \sqrt{\frac{x-m_z}{2}}e^{i(\Theta-\alpha)} \end{pmatrix} \quad (1.44)$$

où  $(n_{+1}, n_0, n_{-1})$  représentent les fractions relatives d’atomes dans chaque composante<sup>6</sup>, et  $(\theta_{+1}, \theta_0, \theta_{-1})$  leurs phases respectives. Nous avons introduit la variable  $x = n_{+1} + n_{-1}$ , la magnétisation réduite  $m_z = n_{+1} - n_{-1} = 1 - n_0$ , ainsi que les phases relatives  $\Theta = (\theta_{+1} + \theta_{-1})/2 - \theta_0$  et  $\alpha = (\theta_{+1} - \theta_{-1})/2$ .

À partir de cette paramétrisation, il est possible d’exprimer la fonctionnelle d’énergie de spin par atome, en injectant la fonction d’onde  $|\phi\rangle$  dans l’hamiltonien (1.34), et en ne gardant que les termes qui dépendent du spin :

$$E_{\text{spin}} = U_s \left[ \frac{1}{2}m_z^2 + x(1-x) + \cos(2\Theta)(1-x)\sqrt{x^2 - m_z^2} \right] + qx. \quad (1.45)$$

Dans cette expression,  $U_s$  désigne l’énergie effective de spin par atome, et est reliée à la fonction d’onde spatiale par :

$$U_s = g_s N \int d^3\mathbf{r} |\phi(\mathbf{r})|^4. \quad (1.46)$$

Nous nous intéressons à présent à la minimisation de la fonctionnelle d’énergie (1.45). Dans le cas d’interactions antiferromagnétiques comme c’est le cas du sodium ( $U_s > 0$ ), nous constatons que l’énergie de spin est minimisée pour :

$$\cos(2\Theta) = -1. \quad (1.47)$$

---

6. Nous faisons un léger abus de notation, en utilisant les mêmes variables pour désigner les densités spatiales des composantes de spin (voir équations (1.38)) et les valeurs des populations relatives. Dans le cadre de l’approximation de mode commun,  $n_i$  désigne toujours la population relative.

La minimisation de l'énergie (1.45) en fonction du paramètre  $x$  est relativement simple, nous ne détaillons donc pas les calculs et donnons directement le résultat. Deux phases apparaissent, selon que l'effet Zeeman quadratique est inférieur ou supérieur à  $q_c$ , définit par

$$q_c = U_s(1 - \sqrt{1 - m_z^2}). \quad (1.48)$$

- Si  $q < q_c$ , l'énergie  $E_{\text{spin}}$  est minimale pour  $x = 1$ . L'espèce  $m_F = 0$  est absente et l'espèce  $m_F = -1$  est peuplée autant que la condition de magnétisation constante le permet :  $n_{-1} = n_{+1} - m_z$ . L'état de spin correspondant est :

$$|\zeta\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1+m_z}{2}} e^{-i\phi} \\ 0 \\ -\sqrt{\frac{1-m_z}{2}} e^{i\phi} \end{pmatrix}. \quad (1.49)$$

- Si  $q \geq q_c$ ,  $E_{\text{spin}}$  est minimisée pour  $x = x_0$ , avec  $x_0$  la solution de l'équation

$$(1 - 2x) \left[ \sqrt{x^2 - m_z^2} - x \right] + Q\sqrt{x^2 - m_z^2} = m_z^2. \quad (1.50)$$

L'effet Zeeman quadratique devient suffisamment important pour favoriser l'apparition de l'espèce  $m_F = 0$  malgré l'interaction avec les autres espèces. L'état de spin  $|\zeta\rangle$  correspondant est :

$$|\zeta\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{x_0+m_z}{2}} e^{-i\phi} \\ \sqrt{1-x_0} \\ -\sqrt{\frac{x_0-m_z}{2}} e^{i\phi} \end{pmatrix}. \quad (1.51)$$

Une étude approfondie de l'état fondamental dans l'approximation à un seul mode sera effectuée dans la première section du chapitre 5. Nous comparerons le diagramme de phase et les états caractéristiques avec nos mesures expérimentales.

## 1.4 Condensation d'un gaz spinoriel

Dans cette section, nous allons reprendre le point de vue d'un gaz spinoriel en champ moyen, décrit par les trois équations de Gross–Pitaevskii, et ajouter à ce gaz une composante thermique, avec également trois composantes de spin. Cette section permettra de montrer que les transitions de Bose-Einstein subies par les trois espèces de spin lorsque la température est abaissée n'ont pas lieu simultanément. Pour le gaz idéal, le diagramme de phase  $(m_z, T)$  est caractérisé par un phénomène de double condensation [74]. Intuitivement, ce phénomène se comprend simplement. Supposons avoir à disposition un gaz thermique comportant les trois espèces de spin  $m_F = +1, 0, -1$ , avec une magnétisation positive, et négligeons toutes les interactions intra- et inter-espèces. La densité dans l'espace des phases de la composante la plus peuplée, ici  $m_F = +1$ , est plus grande que les deux autres. En abaissant la

température de ce gaz, celle-ci croîtra donc en premier le seuil de condensation.

En présence d'interactions et d'un champ magnétique constant, le phénomène de condensation est notablement modifié en raison des propriétés de miscibilité des différentes composantes de spin. Dans la suite, nous allons décrire ce phénomène de double condensation pour le gaz idéal, puis montrer des résultats de simulations numériques prenant en compte les interactions et l'effet Zeeman dû à un champ magnétique. Les résultats pourront être utiles pour comme point de départ pour des expériences que nous avons le projet de réaliser dans le futur.

### 1.4.1 Condensation en champ nul

#### Cas du gaz idéal

Nous étudions la condensation d'un gaz idéal de  $N$  atomes d'un gaz, répartis dans les trois composantes Zeeman de populations  $N_{+1}, N_0, N_{-1}$ . Nous supposons la magnétisation  $M_z = N_{+1} - N_{-1} > 0$  constante. La conservation du nombre d'atomes et de la magnétisation conduit à l'introduction de deux multiplicateurs de Lagrange  $\mu$  et  $\eta$  (de la même manière que dans la section 1.3.2) et permet de traiter le problème comme trois gaz idéaux possédant des potentiels chimiques différents. Les espèces  $m_F = \pm 1$  ont un potentiel chimique  $\mu_{\pm 1} = \mu \pm \eta$  et  $\mu_0 = \mu$ . Puisque la magnétisation est positive,  $\eta > 0$ . À des températures élevées, les trois gaz sont non-condensés. Les trois potentiels chimiques sont négatifs, et les populations sont, d'après (1.6), égales à :

$$N_{\text{th},i} = \left( \frac{k_B T}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3 g_3(e^{\beta \mu_i}). \quad (1.52)$$

À mesure que la température est baissée dans le système, les trois potentiels chimiques augmentent, et puisque  $\eta > 0$ , la première espèce qui franchit le seuil est l'espèce  $m_F = +1$ , pour  $\mu_{+1} = 0$ . À ce stade, on a  $\mu = -\eta$  et la température critique que nous appelons  $T_{c1}^{\text{id}}$  est définie par :

$$\begin{cases} N = \left( \frac{k_B T_{c1}^{\text{id}}}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3 [g_3(1) + g_3(e^{\beta \mu}) + g_3(e^{2\beta \mu})] \\ M_z = \left( \frac{k_B T_{c1}^{\text{id}}}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3 [g_3(1) - g_3(e^{2\beta \mu})], \quad \beta = \frac{1}{k_B T_{c1}^{\text{id}}}. \end{cases} \quad (1.53)$$

La dépendance de cette température de condensation avec la magnétisation a été observée expérimentalement avec un gaz de chrome [79].

Pour des températures inférieures à  $T_{c1}^{\text{id}}$ , les deux potentiels chimiques des espèces non condensées valent  $\mu_0 = \mu$  et  $\mu_{-1} = 2\mu$ , si bien que les espèces  $m_F = 0$  et  $m_F = -1$  franchissent le seuil de condensation simultanément. À cette deuxième température critique  $T_{c2}$ , le nuage thermique est équiréparti dans les trois espèces, car  $\mu_{\pm 1} = \mu_0 = 0$  :

$$N_{\text{th}} = N_{\text{th},+1} + N_{\text{th},0} + N_{\text{th},-1} = 3(k_B T_{c2}^{\text{id}} / \hbar \bar{\omega})^3 g_3(1). \quad (1.54)$$

La magnétisation  $M_z$  est donc entièrement absorbée par la fraction condensée dans l'espèce  $m_F = +1$  :  $M_z = N_{c,+1}$ . La conservation du nombre d'atomes conduit à la valeur pour  $T_{c2}^{\text{id}}$  :

$$k_B T_{c2}^{\text{id}} = \hbar\bar{\omega} \left[ \frac{N - M_z}{3g_3(1)} \right]^{1/3}. \quad (1.55)$$

Nous voyons donc qu'un phénomène de double condensation est attendu dans ce système, qui découle directement de la conservation du nombre d'atomes et de la magnétisation dans le système. Pour un système entièrement polarisé, c'est-à-dire avec  $M_z = N$ , nous retrouvons  $T_{c1}^{\text{id}} = T_c^{\text{id}}$  définie dans (1.7), et  $T_{c2}^{\text{id}} = 0$  puisque seul un des trois condensats est présent dans le piège. Au contraire pour un système à magnétisation nulle, nous obtenons  $T_{c1}^{\text{id}} = T_{c2}^{\text{id}} \simeq 0.69T_c^{\text{id}}$  ( $0.69 = 3^{-1/3}$ ), signifiant que les trois espèces condensent simultanément. Nous représentons dans la figure 1.7 les températures critiques  $T_{c1}^{\text{id}}$  et  $T_{c2}^{\text{id}}$  en fonction de la magnétisation du système.

### Cas du gaz en interaction

En présence d'interactions, ce phénomène de double condensation est modifié. Nous pouvons utiliser le modèle Hartree–Fock développé dans [74] pour décrire le rôle des interactions dans le phénomène de condensation. Ce modèle conduit à un système de six équations auto-consistantes pour les trois fonctions d'ondes du condensat  $\phi_{+1}, \phi_0, \phi_{-1}$ , auxquelles nous associons les trois densités  $n_{c,+1} = |\phi_{+1}|^2, n_{c,0} = |\phi_0|^2, n_{c,-1} = |\phi_{-1}|^2$ , et les trois densités des fractions thermiques  $n_{\text{th},+1}, n_{\text{th},0}, n_{\text{th},-1}$ . Nous noterons  $n_i = n_{c,i} + n_{\text{th},i}$  la densité d'atomes dans l'espèce  $i$ ,  $n_c = \sum_i n_{c,i}$  la densité totale des nuages condensés et  $n = \sum_i (n_{c,i} + n_{\text{th},i})$  la densité totale. Les paramètres choisis pour cette étude sont  $N = 3300$  atomes et un piège isotrope de fréquence  $\bar{\omega} = 2\pi \times 1.1$  kHz. Cela correspond à nos paramètres expérimentaux (voir chapitre 5).

Comme pour le modèle Hartree–Fock du gaz scalaire décrit plus haut (voir équations 1.19), nous nous plaçons dans l'approximation Thomas–Fermi pour les fractions condensées<sup>7</sup>. Si nous écrivons  $\theta_i$  les phases des trois fonctions d'ondes de spin, la minimisation de l'énergie de champ moyen de spin à partir du hamiltonien de spin (1.29) conduit à la contrainte suivante d'après les termes d'échanges de spin<sup>8</sup> :  $2\theta_0 - \theta_{+1} - \theta_{-1} = \pi$ . À l'aide de ces phases, et en multipliant les trois équations Gross–Pitaevskii (1.38) par  $\phi_{+1}^*, \phi_0^*, \phi_{-1}^*$  respectivement, nous aboutissons au système dans la théorie Hartree–Fock (HF) :

$$\begin{cases} 0 = (\mathcal{H} - \eta + \bar{g}n_{\text{th},+1} + g_s(n_{+1} + n_0 - n_{-1} + n_{\text{th},+1})) n_{c,+1} - g_s n_{c,0} \sqrt{n_{c,+1} n_{c,-1}} \\ 0 = (\mathcal{H} + \bar{g}n_{\text{th},0} + g_s(n_{+1} + n_{-1})) n_{c,0} - 2g_s n_{c,0} \sqrt{n_{c,+1} n_{c,-1}} \\ 0 = (\mathcal{H} + \eta + \bar{g}n_{\text{th},-1} + g_s(n_{-1} + n_0 - n_{+1} + n_{\text{th},-1})) n_{c,-1} - g_s n_{c,0} \sqrt{n_{c,+1} n_{c,-1}} \end{cases} \quad (1.56)$$

7. Cette approximation simplifie beaucoup le problème, et permet en particulier d'aboutir à des relations fermées pour les densités des condensats, lorsque seule une ou deux espèces sont présentes.

8. Dans la théorie Hartree–Fock, les fluctuations de phase des trois condensats sont négligées, ce qui conduit à fixer la phase  $2\theta_0 - \theta_{+1} - \theta_{-1}$ . Il faudrait faire appel à des théories plus poussées, du type Hartree–Fock–Bogoliubov [80] pour prendre en compte les effets de ces fluctuations.

où  $\mathcal{H} = V(\mathbf{r}) - \mu + \bar{g}n$ .

Les fractions thermiques sont obtenues à partir de distributions de Bose :

$$n_{\text{th},i} = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2}(\exp(-[V_{\text{eff},i}(\mathbf{r}) - \mu - i\eta]/k_B T)) \quad (1.57)$$

où  $V_{\text{eff},i}$  sont les potentiels effectifs ressentis par les atomes de chaque composante thermique :

$$\begin{cases} V_{\text{eff},+1} = V(\mathbf{r}) + \bar{g}(n + n_{+1}) + g_s(2n_{+1} + n_0 - n_{-1}) \\ V_{\text{eff},0} = V(\mathbf{r}) + \bar{g}(n + n_0) + g_s(n_{+1} + n_{-1}) \\ V_{\text{eff},-1} = V(\mathbf{r}) + \bar{g}(n + n_{-1}) + g_s(2n_{-1} + n_0 - n_{+1}). \end{cases} \quad (1.58)$$

D'après la forme générale des termes d'interactions de champ moyen pour les fractions thermiques, nous recourons au même raisonnement que dans la section 1.3.2 pour déterminer le caractère miscible des composantes thermiques de spin. À cause du facteur 2 qui double l'énergie d'interaction des espèces  $m_F = \pm 1$  par rapport au condensat, l'inégalité  $E_{\text{sep}} > E_{\text{mel}}$  est toujours vérifiée. L'immiscibilité entre les espèces  $m_F = 0$  et  $m_F = \pm 1$  ne concerne donc que la partie condensée du gaz [25, 74].

Dans la suite, nous traiterons le problème dans le cadre de approximation semi-idéale (SI), qui néglige l'effet des interactions des trois nuages thermiques [70]. Dans le cas du gaz complètement polarisé pour les paramètres usuels des expériences, cette approximation fournit des valeurs de fractions condensées voisines de celles obtenues dans le modèle Hartree–Fock, sauf pour des températures très proches du seuil de condensation (voir figure 1.2), ainsi qu'un décalage de 2 % de la température critique.

La première transition de Bose-Einstein survient dès que l'une des fonctions de Bose du système est saturée. C'est d'abord le cas pour la distribution thermique de l'espèce  $m_F = +1$ , lorsque  $\mu = -\eta$ . Dans l'approximation semi-idéale, la température critique  $T_{c1}$  est égale à la température critique du gaz idéal  $T_{c1}^{\text{id}}$  (voir équation (1.53)). En dessous de  $T_{c1}$ , le potentiel chimique  $\mu$  vérifie d'après la première équation de (1.56) :

$$\mu = (\bar{g} + g_s)n_{c,+1}(\mathbf{0}) - \eta. \quad (1.59)$$

Le deuxième seuil de condensation peut être trouvé en écrivant à partir des potentiels chimiques des autres espèces les conditions d'existence de condensats dans les espèces  $m_F = 0$  et  $m_F = -1$  :

$$\begin{cases} 0 \text{ condense} \rightarrow \mu = (\bar{g} + g_s)n_{c,+1}(\mathbf{0}) \\ -1 \text{ condense} \rightarrow \mu = (\bar{g} - g_s)n_{c,+1}(\mathbf{0}) + \eta = \bar{g}n_{c,+1}(\mathbf{0}). \end{cases} \quad (1.60)$$

Le potentiel chimique de l'espèce  $m_F = -1$  est plus bas que celui de  $m_F = 0$ , ce qui signifie que  $m_F = -1$  est la deuxième espèce qui condense après  $m_F = +1$  sans que  $m_F = 0$  ne condense. Nous résolvons numériquement le système (1.56,1.57)

pour obtenir la deuxième température critique à différentes magnétisations, et la reportons dans la figure 1.7. En dessous de cette température  $T_{c2}$ , la condition pour assurer l'existence d'un condensat dans l'espèce  $m_F = 0$  s'écrit :

$$\eta = g_s(n_{c,+1}(\mathbf{0}) - n_{c,-1}(\mathbf{0})) = 0, \quad (1.61)$$

ce qui n'est le cas que si  $m_z = 0$ . Ainsi l'espèce  $m_F = 0$  ne condense jamais dès que  $m_z \neq 0$  en présence d'interactions.

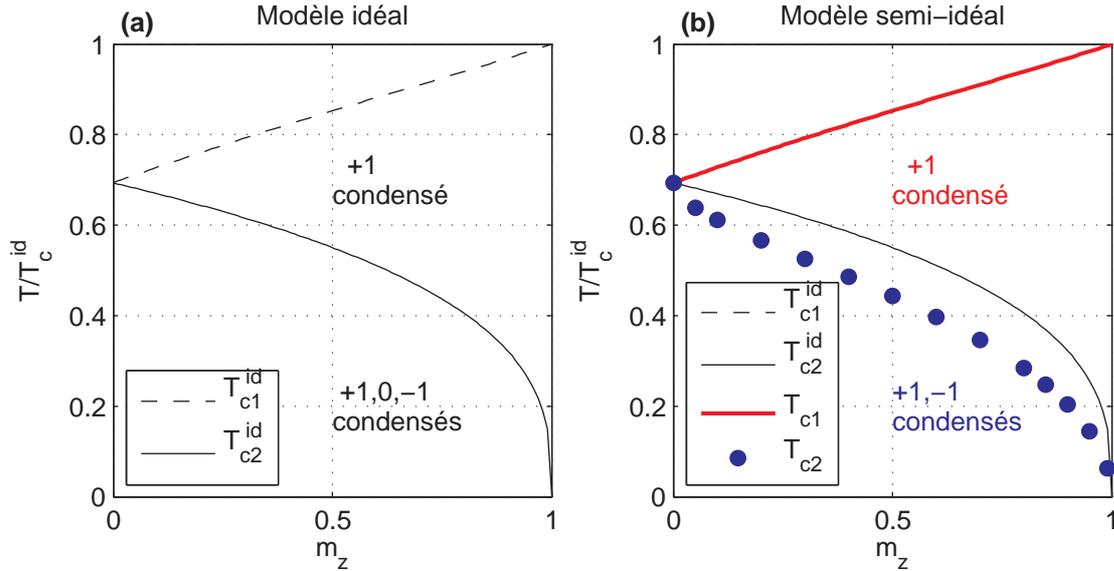


FIGURE 1.7 – Températures critiques de condensation de gaz spinoriels en fonction de la magnétisation  $m_z$ , pour  $N = 3300$  atomes dans un piège de fréquence  $\bar{\omega} = 2\pi \times 1.1$  kHz.  $T_c^{\text{id}}$  désigne la température critique du gaz idéal sans degré de liberté de spin, définie en (1.7). (a) Cas du gaz idéal : l'espèce  $m_F = +1$  condense en premier (ligne bleue tiretée), suivie de la condensation simultanée des deux autres (ligne bleu continue). (b) Modèle semi-idéal : l'espèce  $m_F = +1$  condense en premier (ligne rouge) et seule l'espèce  $m_F = -1$  condense en second, à une température  $T_{c2}$  (ronds bleus).

La deuxième température critique est inférieure à celle du gaz idéal à cause de la présence du condensat dans l'espèce  $m_F = +1$ . Ce décalage est d'autant plus important que la magnétisation est élevée, car le deuxième seuil est franchi avec un condensat de plus en plus peuplé dans  $m_F = +1$ . Pour les paramètres  $N$  et  $\bar{\omega}$  que nous avons choisis, ce décalage atteint environ 10 %. Nous montrons dans la figure 1.8 les fractions condensées des deux espèces en fonction de la température du système, pour une magnétisation  $m_z = 0.5$ . Dans la figure 1.9, nous représentons les profils de densité des différentes composantes de spin pour la même magnétisation, à deux températures différentes : la première au dessus de  $T_{c2}$ , la deuxième au dessous.

Avec l'approximation semi-idéale, il est probable que la deuxième température critique soit légèrement modifiée par rapport au modèle Hartree–Fock complet. D'après la figure 1.9, nous constatons que la densité du condensat dans  $m_F = +1$  est beaucoup plus grande que les densités des trois nuages thermiques lorsque le

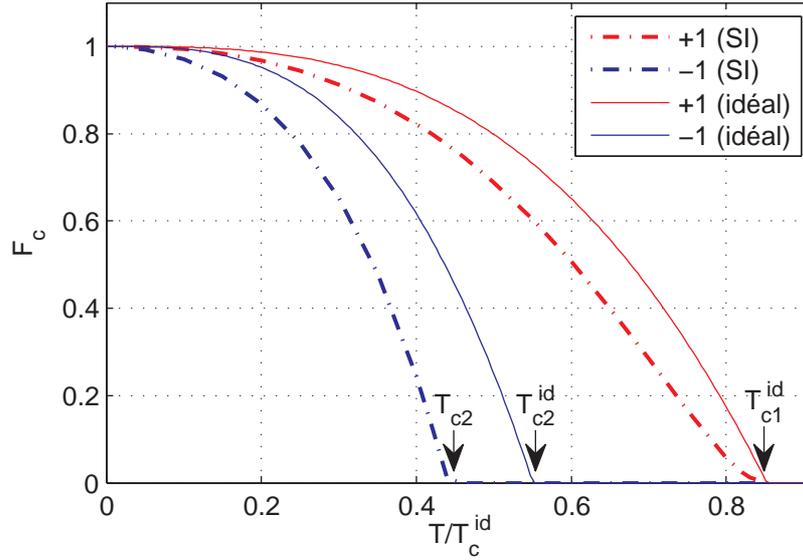


FIGURE 1.8 – Fractions condensées des espèces  $m_F = +1$  et  $m_F = -1$  en fonction de la température réduite  $T/T_c^{\text{id}}$  pour la magnétisation  $m_z = 0.5$ . Les lignes rouges et bleues montrent les fractions condensées dans le cas idéal des espèces  $m_F = +1$  et  $-1/0$  respectivement. Les lignes tiretées rouges et bleues illustrent le cas semi-idéal (SI) pour les  $m_F = +1$  et  $m_F = -1$ .

deuxième seuil est franchi. Nous ne nous attendons donc pas à un décalage de plus de quelques %, du même ordre de grandeur que le décalage de  $T_{c1}$  dans le modèle Hartree–Fock.

Nous concluons que la présence des interactions dépendantes du spin modifie notablement le diagramme de phase  $(m_z, T)$ . Elles sont responsables d’un décalage important du seuil de condensation de l’espèce  $m_F = -1$  et également de l’élimination d’un condensat dans la composante de spin  $m_F = 0$ . Celle-ci est liée à l’immiscibilité de cette composante de spin avec les deux autres  $m_F = \pm 1$ .

### 1.4.2 Condensation en présence d’un effet Zeeman

La présence d’un champ magnétique modifie les potentiels chimiques des trois espèces, comme nous le montrons dans les équations de Gross–Pitaevskii couplées (1.38). Le multiplicateur de Lagrange associé à la conservation de la magnétisation s’ajoute à l’effet Zeeman linéaire  $p$ . Dans la suite nous noterons  $\eta$  la somme du multiplicateur de Lagrange et de  $p$ . Les trois potentiels chimiques valent  $\mu_{\pm 1} = \mu \pm \eta - q$  et  $\mu_0 = \mu$ , avec  $q > 0$  l’effet Zeeman quadratique. Selon les valeurs de  $\eta$  et  $q$ , nous avons deux possibilités pour la première condensation. Si  $\eta > q$  l’espèce  $m_F = +1$  condense en premier, dans le cas contraire c’est l’espèce  $m_F = 0$  qui condense en premier. Nous traitons successivement ces deux cas dans le modèle du gaz idéal.

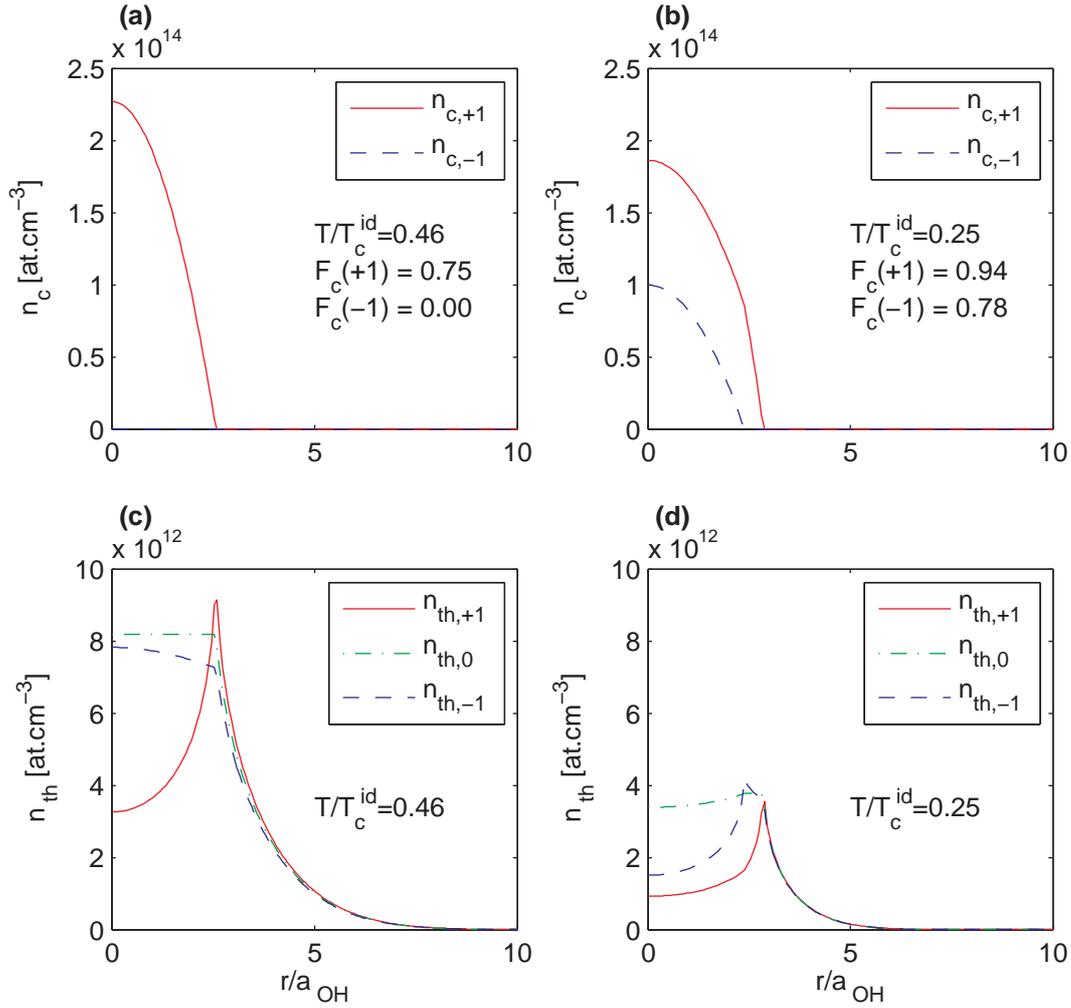


FIGURE 1.9 – Profils de densité des nuages condensés (a,b) et thermiques (c,d) pour deux températures :  $T/T_c^{id} = 0.46$  et  $T/T_c^{id} = 0.25$  respectivement.

### Cas où l'espèce $m_F = +1$ condense en premier

La condition de condensation pour l'espèce  $m_F = +1$  est donnée par  $\mu_{+1} = 0$ , c'est-à-dire  $\mu = q - \eta$ . Les deux autres potentiels chimiques valent  $\mu_0 = q - \eta$  et  $\mu_{-1} = -2\eta$ . Il est possible de remonter à la température critique  $T_{c1}^{id}$  et à la valeur de  $\eta$  par la conservation de  $N$  et  $M_z$  :

$$\begin{cases} N = \left( \frac{k_B T_{c1}^{id}}{\hbar \omega} \right)^3 \left[ g_3(1) + g_3(e^{\beta(q-\eta)}) + g_3(e^{-2\beta\eta}) \right] \\ M_z = \left( \frac{k_B T_{c1}^{id}}{\hbar \omega} \right)^3 \left[ g_3(1) - g_3(e^{-2\beta\eta}) \right], \quad \beta = \frac{1}{k_B T_{c1}^{id}}. \end{cases} \quad (1.62)$$

En abaissant la température en-dessous de  $T_{c1}^{id}$ , nous atteignons la deuxième température critique lorsque  $\mu_0 = 0$ . À ce stade,  $q = \eta$  et  $\mu_{-1} = -2q$ . Cela signifie qu'en présence d'un effet Zeeman quadratique et pour un gaz parfait, l'espèce  $m_F = -1$  ne condense jamais. La deuxième température est donnée par la condition :

$$N - M_z = \left( \frac{k_B T_{c2}^{\text{id}}}{\hbar\bar{\omega}} \right)^3 \left[ g_3(1) + 2g_3(e^{-2\beta q}) \right], \quad \beta = \frac{1}{k_B T_{c2}^{\text{id}}}. \quad (1.63)$$

### Cas où l'espèce $m_F = 0$ condense en premier

Le même raisonnement qu'au dessus mène à la condition pour la première condensation  $T_{c1}^{\text{id}}$ ,

$$\begin{cases} N = \left( \frac{k_B T_{c1}^{\text{id}}}{\hbar\bar{\omega}} \right)^3 \left[ g_3(e^{\beta(\eta-q)}) + g_3(1) + g_3(e^{\beta(-\eta-q)}) \right] \\ M_z = \left( \frac{k_B T_{c1}^{\text{id}}}{\hbar\bar{\omega}} \right)^3 \left[ g_3(e^{\beta(\eta-q)}) - g_3(e^{\beta(-\eta-q)}) \right], \quad \beta = \frac{1}{k_B T_{c1}^{\text{id}}}, \end{cases} \quad (1.64)$$

et pour la deuxième température de condensation :

$$M_z = \left( \frac{k_B T_{c2}^{\text{id}}}{\hbar\bar{\omega}} \right)^3 \left[ g_3(1) - g_3(e^{-2\beta q}) \right], \quad \beta = \frac{1}{k_B T_{c2}^{\text{id}}}. \quad (1.65)$$

La frontière entre ces deux régimes de condensation est donné pour la magnétisation limite  $M_z^*$  :

$$\frac{M_z^*}{N} = \frac{g_3(1) - g_3(e^{-2\beta q})}{2g_3(1) + g_3(e^{-2\beta q})}. \quad (1.66)$$

Lorsque la magnétisation du système est exactement égale à  $M_z^*$ , alors les deux espèces  $m_F = 0$  et  $m_F = +1$  condensent simultanément. Quand l'effet Zeeman devient important devant la température du système, cette magnétisation critique tend vers  $0.5N$ .

Dans le chapitre 5, nous étudierons l'état du gaz spinoriel à basse température sur une gamme de champs magnétiques de quelques centaines de mG. Avec des températures typiques de quelques centaines de nK, nous obtenons une magnétisation limite faible  $M_z^*/N \ll 1$ . Dans la suite, nous nous intéresserons à ce régime particulier de “champs faibles” dans lequel l'espèce  $m_F = +1$  condense en premier. Nous représentons dans la figure 1.10 les deux températures critiques  $T_{c1}^{\text{id}}$  et  $T_{c2}^{\text{id}}$  pour un champ  $B = 250$  mG.

### En présence d'interactions et d'un champ faible

Nous avons recours au même raisonnement que dans la section 1.4.1 pour déterminer les conditions de condensation des trois espèces de spin en présence d'interactions. Pour un champ  $B = 250$  mG, la première espèce qui franchit le seuil de condensation est  $m_F = +1$  dès que  $m_z > M_z^*/N \simeq 2 \times 10^{-3}$ . La température critique  $T_{c1}$  dans le modèle complet Hartree–Fock est obtenue à partir d'une résolution auto-consistante du système 1.57 dans lequel nous avons ajouté l'effet Zeeman quadratique. Nous ajoutons ces températures dans la figure 1.10.

Pour des températures inférieurs à  $T_{c1}^{\text{id}}$ , le potentiel chimique  $\mu$  vérifie :

$$\mu = (\bar{g} + g_s)n_{c,+1}(\mathbf{0}) - \eta + q. \quad (1.67)$$

Le deuxième seuil de condensation peut être trouvé de la même manière qu'en l'absence de champ magnétique :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \text{ condense} \rightarrow \mu = (\bar{g} + g_s)n_{c,+1}(\mathbf{0}) \text{ ou encore } \eta = q \\ -1 \text{ condense} \rightarrow \mu = (\bar{g} - g_s)n_{c,+1}(\mathbf{0}) + \eta + q \text{ ou encore } \eta = g_s n_{c,+1}(\mathbf{0}). \end{array} \right. \quad (1.68)$$

À l'aide d'une résolution numérique des deux systèmes d'équations (1.56,1.57), nous constatons que nous avons  $q \leq g_s n_{c,+1}(\mathbf{0})$  au deuxième seuil de condensation pour les paramètres choisis, ce qui signifie que c'est l'espèce  $m_F = -1$  qui condense en second. Les températures critiques de condensation de l'espèce  $m_F = -1$  sont représentées dans la figure 1.10. En dessous de cette température  $T_{c2}$ , la condition pour assurer l'existence d'un condensat dans l'espèce  $m_F = 0$  est obtenue à l'aide du système (1.56) :

$$q = g_s (\sqrt{n_{c,+1}(\mathbf{0})} - \sqrt{n_{c,-1}(\mathbf{0})})^2. \quad (1.69)$$

Dans le cas où cette condition est vérifiée, nous avons une troisième température critique  $T_{c3}$  en dessous de laquelle l'espèce  $m_F = 0$  condense. Ces températures critiques sont reportées dans la figure 1.10 (triangles verts).

D'après ces résultats, trois régimes particuliers se dessinent. Pour des magnétisations inférieures à  $m_z \simeq 0.4$ , l'espèce  $m_F = +1$  condense en premier, suivie d'une condensation simultanée des espèces  $m_F = 0, -1$  car les deux températures critiques  $T_{c2}$  et  $T_{c3}$  sont voisines. Sur une gamme de magnétisations comprises entre 0.4 et 0.9, la température critique  $T_{c3}$  est inférieure à  $T_{c2}$ , si bien que nous avons une condensation successive des espèces  $m_F = -1$  et  $m_F = 0$ . Au delà de  $m_z \simeq 0.9$ , seules les espèces  $m_F = +1$  et  $m_F = -1$  subsistent à basse température, car la condition (1.69) n'est vérifiée à aucun moment au cours de l'abaissement de la température.

Aux basses températures, nous voyons apparaître deux phases distinctes : une phase à haute magnétisation constituée uniquement d'atomes dans  $m_F = +1, -1$  et une autre à faible magnétisation dans laquelle les trois espèces coexistent. Elles correspondent aux deux phases que nous avons décrites dans la section 1.3.3. Comparons notre modèle avec la magnétisation limite donnée dans l'approximation de mode commun. Pour cela, nous évaluons la quantité  $U_s$  (voir 1.45) à partir de la fonction d'onde dans l'approximation Thomas-Fermi (voir 1.16). Nous obtenons  $U_s \simeq h \times 64$  Hz, et par conséquent une magnétisation critique d'après (1.48) et la valeur du champ ( $B = 250$  mG) :

$$m_z = \sqrt{1 - (1 - q/U_s)^2} \simeq 0.69. \quad (1.70)$$

Cette valeur est plus faible que la magnétisation critique issue du résultat numérique présenté sur la figure 1.10(b). Cela indique que si les condensats ont des tailles différentes, comme il est prévu par le modèle semi-idéal, les trois composants peuvent coexister sur une gamme de magnétisation plus importante que dans

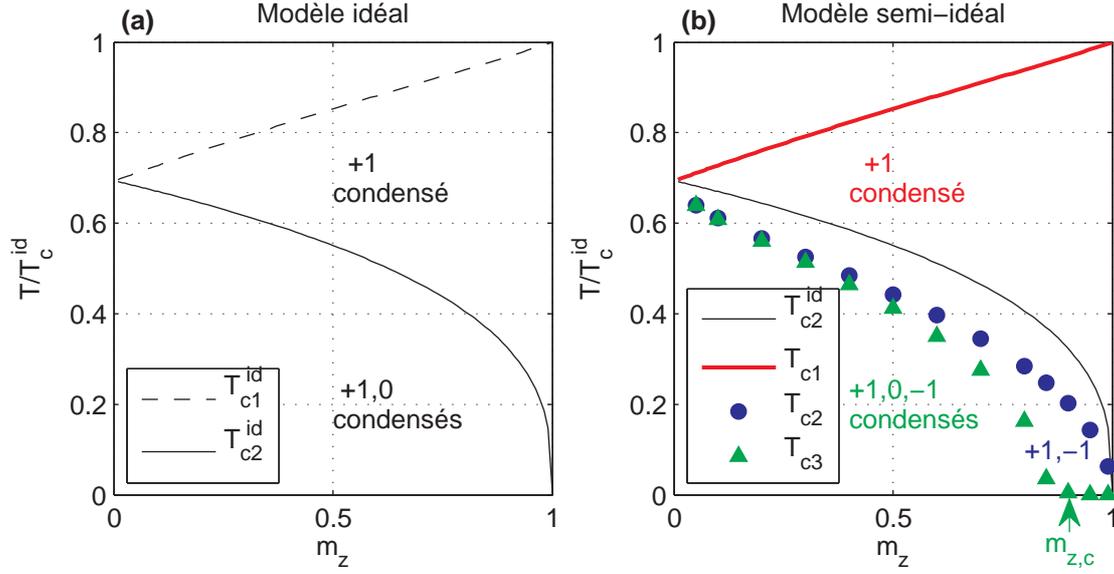


FIGURE 1.10 – Températures critiques de condensation de gaz spinoriels en fonction de la magnétisation  $m_z$ , en présence d’un champ magnétique  $B = 250$  mG. (a) Dans le cas sans interactions, l’espèce  $m_F = +1$  condense en premier (ligne noire tiretée), suivie de la condensation de l’espèce  $m_F = 0$  (ligne noire). (b) Dans le modèle semi-idéal, l’espèce  $m_F = +1$  condense en premier (ligne rouge), suivie de l’espèce  $m_F = -1$  (ronds bleus) et  $m_F = 0$  (et triangles verts). Au delà d’une magnétisation limite, indiquée par  $m_{z,c}$ , l’espèce  $m_F = 0$  ne condense pas.

le cas de condensats à mode unique. À partir de résolutions numériques similaires pour des valeurs du champ magnétique  $B \gtrsim 350$  mG, nous constatons que la phase à basse température dans laquelle l’espèce  $m_F = 0$  est absente disparaît.

Comme pour le modèle Hartree–Fock semi-idéal sans champ magnétique, la présence des interactions dépendantes du spin et d’un champ magnétique affecte notablement le diagramme de phases  $(m_z, T)$  par rapport au cas du gaz idéal. En effet, le champ magnétique favorise l’apparition de l’espèce  $m_F = 0$  au cours du refroidissement du système. Pour le régime de “champs faibles” ( $\beta q \ll 1$ ) que nous avons étudié ci-dessus, le condensat  $m_F = 0$  est énergétiquement favorable à basse température, et apparaît en-dessous d’une magnétisation critique.

Les résultats numériques ont été obtenus avec un modèle approché du modèle Hartree–Fock complet. L’approximation semi-idéale ne prend pas en compte l’effet d’interactions dus aux nuages thermiques, si bien que nous nous attendons à une diminution des trois températures critiques  $T_{c1}, T_{c2}, T_{c3}$ . D’après les résultats du modèle Hartree–Fock complet 1.2, nous attendons une différence d’environ 2 % pour  $T_{c1}$ . Par ailleurs, lorsqu’on atteint les températures  $T_{c2}$  et  $T_{c3}$ , les nuages thermiques sont moins peuplés qu’à  $T_{c1}$ , ce qui conduit probablement à un décalage encore plus faible. L’approximation Thomas–Fermi semble peut-être plus discutable avec les paramètres choisis, en raison du faible nombre d’atomes. Prendre en compte l’énergie cinétique augmenterait beaucoup la complexité du traitement théorique et rallongerait significativement le temps de calcul lié à la résolution numérique du système

(1.38). Une telle résolution serait plus proche de la réalité expérimentale, mais ne changerait probablement pas l'allure générale du diagramme de phase.

## 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons établi le formalisme nécessaire aux chapitres suivants, en particulier les chapitre 4 et 5, dans lesquels nous discuterons de manipulation du degré de liberté de spin, et de l'étude de l'état fondamental de champ moyen dans un piège harmonique. Il nous a permis d'introduire des définitions et notations auxquelles nous allons nous référer dans l'ensemble du manuscrit.

Dans la perspective d'étudier des gaz spinoriels, nous avons mis en évidence plusieurs mécanismes caractéristiques d'un système à trois composantes de spin. La dynamique des collisions de spin assure la conservation de la magnétisation du système, c'est-à-dire la somme de tous les spins ( $m_F = \pm 1, 0$ ) des atomes dans le piège. Cette conservation impose une contrainte sur l'équilibre thermodynamique vers lequel le système évolue. Une autre caractéristique importante du gaz spinoriel est la miscibilité des différentes composantes de spin, qui tend à favoriser un mélange des espèces  $m_F = \pm 1$  et éliminer  $m_F = 0$ . Ce mécanisme entre en compétition avec le couplage au champ magnétique via l'effet Zeeman quadratique qui favorise l'espèce  $m_F = 0$ .

Enfin, avec l'étude du diagramme de phase à température finie avec des conditions similaires à celles de nos expériences, nous avons exploré les différentes transitions de phase de condensation et mis en évidence l'importance des interactions de spin et de l'effet Zeeman quadratique. Des expériences de condensation de gaz spinoriels ont été réalisées avec du chrome [79], et ont permis de mettre en évidence la dépendance de la première température critique avec la magnétisation. Notons que les atomes de chrome possèdent de fortes interactions dipolaires, négligeables pour le sodium, qui conduisent à l'absence de conservation de la magnétisation. Il serait intéressant de confronter les propriétés thermodynamiques des gaz spinoriels à température finie avec les deux types d'atomes (interactions dipolaires ou de contact), afin de déterminer les autres températures critiques de condensation en dessous de  $T_{c1}$ .



# Chapitre 2

## Dispositif expérimental pour la réalisation d'un piège magnéto-optique et le chargement d'un piège dipolaire

L'obtention d'un gaz dégénéré spinoriel de sodium repose sur plusieurs étapes. D'abord, les atomes sont refroidis dans un piège magnéto-optique, puis sont transférés dans un piège dipolaire optique. Ils subissent ensuite une étape de refroidissement évaporatif dans le piège, jusqu'à atteindre le seuil de condensation de Bose–Einstein. L'ensemble de cette procédure expérimentale est décrite dans ce chapitre ainsi que le chapitre 3. Après une description générale de l'expérience, nous nous pencherons dans ce chapitre sur les deux premières étapes : le refroidissement dans un piège magnéto-optique, dont nous rappellerons les mécanismes, ainsi que le transfert des atomes dans un piège dipolaire croisé. L'exposé donnera un aperçu des principaux dispositifs utilisés lors ces deux étapes. Une troisième partie de ce chapitre sera consacrée au dispositif construit pour le diagnostic des échantillons ultra-froids. Nous nous concentrerons en particulier sur les performances de deux méthodes d'imagerie, par absorption et par fluorescence, en vue de l'étude de condensats spinoriels introduits dans le chapitre 1. L'étape de refroidissement évaporatif sera traitée dans le chapitre 3.

### 2.1 Description générale de l'expérience

L'expérience “Micro-condensats” a été conçue pour satisfaire différentes contraintes. La première d'entre elle est la protection contre les champs magnétiques parasites, susceptibles de gêner la stabilité des états quantiques fortement corrélés que nous voulons réaliser. La très grande sensibilité de ces états quantiques à la présence de fluctuations du champ magnétique requiert la réalisation d'un système de blindage magnétique, afin de protéger la chambre de science de l'extérieur. Le montage expérimental doit par conséquent être compact, afin de tenir dans un système de blindage d'une taille de  $\sim 1$  m de diamètre. Ce blindage magnétique n'est pas encore présent sur le montage expérimental actuel.

L'enceinte à vide est fabriquée en titane, qui est un matériau amagnétique (sa susceptibilité magnétique est très faible, de l'ordre de  $10^9$  fois inférieure à celle du fer), pouvant par conséquent difficilement s'aimanter en présence de champs magnétiques ambiants. L'enceinte à vide, à l'intérieur de laquelle a lieu l'expérience proprement dite - on l'appelle aussi "chambre de science" - est usinée à partir d'un seul bloc de titane<sup>1</sup>. Elle est dotée d'une multitude d'accès optiques pour les différents pièges de refroidissement. Les hublots<sup>2</sup> contiennent des fenêtres en silice fondue, traités anti-reflet aux longueurs d'onde 589 nm (pour les faisceaux du piège magnéto-optique et d'imagerie) et 1064 nm (pour les faisceaux des pièges dipolaires). Des hublots CF25 fournissent un accès optique pour les six faisceaux du piège magnéto-optique, les faisceaux d'un laser de piégeage dipolaire, ainsi que pour l'alimentation électrique des *dispensers* de sodium. Deux hublots CF63 permettent l'insertion d'un objectif de microscope de grande ouverture numérique pour l'imagerie des échantillons atomiques avec une haute résolution spatiale.

Il est important de maintenir un vide poussé à l'intérieur de l'enceinte de titane. En effet, les collisions entre les atomes des échantillons ultra-froids et ceux de la vapeur résiduelle conduisent à des pertes d'atomes et limitent ainsi la durée de vie des ces échantillons. Comme nous le montrons dans la figure 2.2, deux pompes sont attachées à l'enceinte : une pompe "getter" (permettant de piéger les gaz résiduels), fixée à une distance d'environ 20 cm de la chambre, et une pompe ionique placée à environ 50 cm. Cette dernière est volontairement éloignée, et sera dans le futur hors du bouclier magnétique, car elle contient un aimant permanent. La pression résiduelle est estimée à environ  $10^{-11}$  mbar [61].

## 2.2 Piège magnéto-optique

Le piège magnéto-optique est une technique de refroidissement atomique permettant d'amener une assemblée d'atomes de quelques centaines de Kelvin à quelques centaines de  $\mu\text{K}$ . Cette méthode de refroidissement s'appuie sur l'interaction résonnante entre un atome entouré par six faisceaux lasers, par le biais d'une force de friction visqueuse (on parle de *mélasse optique*). Le caractère stochastique de cette force est à l'origine d'un chauffage des atomes, entrant en compétition avec la friction, ce qui limite la température à laquelle peuvent être refroidis les atomes. En plus du confinement dans l'espace des impulsions dans une mélasse, on peut ajouter à un confinement spatial à l'aide d'un gradient de champ magnétique. La séparation en énergie des niveaux Zeeman conduit à une force de friction résultante qui dépend de la position des atomes, ce qui se traduit par un mécanisme de rappel linéaire [81]. Dans la suite nous rappelons l'origine du piégeage magnéto-optique dans un modèle simple à une dimension, puis expliquerons comment nous l'avons mis en oeuvre expérimentalement.

1. UK AEA Special Techniques, Oxfordshire, UK.

2. MPF Products Inc., Gray Court, USA.

### 2.2.1 Rappel sur l'interaction résonante atome-photon dans une mélasse optique à une dimension

Pour comprendre l'origine de la force de friction visqueuse ressentie par un atome en mouvement dans un champ lumineux, nous examinons un modèle classique simple. Nous considérons un atome à deux niveaux  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$ , respectivement fondamental et excité, séparés par une énergie  $\hbar\omega_0$ , se déplaçant avec une vitesse  $\mathbf{v}$  dans un champ laser de fréquence  $\omega_L$ . Ce dernier est constitué de deux lasers contre-propageants de vecteurs d'ondes  $\mathbf{k}_L$  et  $-\mathbf{k}_L$  ( $|\mathbf{k}_L| = 2\pi c/\omega_L$ ), et de même intensité  $I$ . Ce modèle uni-dimensionnel est décrit en détail dans [82].

L'interaction de l'atome avec les photons du premier faisceau, de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_L$ , dépend de sa vitesse, par le biais du désaccord en fréquence de la transition atomique par rapport au laser. Par effet Doppler, celui-ci est modifié d'une quantité  $-\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}$  par rapport au désaccord d'un atome immobile  $\delta = \omega_L - \omega_0$ . Le taux de diffusion de photons du premier faisceau laser s'écrit :

$$\Gamma_{\text{diff}}(\mathbf{k}_L) = \frac{\Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + 4 \left( \frac{\delta - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}}{\Gamma} \right)^2 + s_0}. \quad (2.1)$$

Dans cette relation,  $\Gamma$  désigne la largeur naturelle de la transition  $|f\rangle \rightarrow |e\rangle$ ,  $s_0$  désigne le paramètre de saturation à désaccord nul associé à la transition  $|f\rangle \rightarrow |e\rangle$  :  $s_0 = I/I_{\text{sat}}$ .  $I_{\text{sat}}$  est l'intensité de saturation :

$$I_{\text{sat}} = \frac{\hbar\Gamma\omega_0^3}{12\pi c^2}. \quad (2.2)$$

Le laser est désaccordé vers le rouge, c'est-à-dire  $\delta = \omega_L - \omega_0 < 0$ . D'après l'équation (2.1), nous voyons que l'atome diffuse préférentiellement les photons qui se propagent dans le sens opposé à sa vitesse. Pendant le processus de diffusion, un transfert d'impulsion du photon à l'atome a lieu : en absorbant un photon, l'atome gagne une impulsion  $\hbar\mathbf{k}_L$ , et perd la quantité  $\hbar k_L$  dans une direction aléatoire de l'espace en se désexcitant par émission spontanée. Sur un grand nombre de cycles absorption/émission spontanée, la moyenne des contributions au bilan d'impulsion des photons émis spontanément est nulle. En moyenne sur un cycle absorption/émission spontanée, le changement de vitesse (recul) élémentaire de l'atome correspond à  $v_{\text{rec}} = \hbar k_L/m = 2.8 \text{ cm.s}^{-1}$ .

Sous l'hypothèse de faible saturation ( $s_0 \ll 1$ ), on peut ajouter indépendamment les forces de pression de radiation exercées par les deux lasers sur l'atome :

$$\mathbf{F} = \hbar\mathbf{k}_L [\Gamma_{\text{diff}}(\mathbf{k}_L) - \Gamma_{\text{diff}}(-\mathbf{k}_L)]. \quad (2.3)$$

Cette résultante est la force moyenne ressentie par l'atome pendant sa diffusion d'un photon de chaque laser, d'impulsions  $\hbar\mathbf{k}_L$  et  $-\hbar\mathbf{k}_L$ . Pour  $s_0 \ll 1$  et  $|\mathbf{v}| \ll |\delta|/k_L$ , il est possible de développer cette relation autour de  $v = 0$ , ce qui résulte en une force linéaire en  $\mathbf{v}$  :

$$\mathbf{F} = \frac{4\hbar k_L s_0}{(1 + s_0 + 4\frac{\delta^2}{\Gamma^2})^2} \frac{2\delta}{\Gamma} \mathbf{v} = -\alpha \mathbf{v}, \quad (2.4)$$

avec un coefficient de friction  $\alpha > 0$ , c'est-à-dire une force de friction visqueuse. Cette force est responsable d'une dissipation de l'énergie moyenne de l'atome, et donc de son refroidissement. Le calcul de la force  $\mathbf{F}$  dans ce raisonnement semi-classique n'est valable que si la condition dite "de raie large" est valide. Cette condition stipule que le déplacement en fréquence des atomes dû à un événement de recul est faible devant la largeur naturelle :  $k_L v_{\text{rec}} \ll \Gamma$ . Pour le sodium, d'après [83], on a  $k_L v_{\text{rec}} \simeq 3 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$  contre  $\Gamma = 6.2 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ , cette condition est donc bien vérifiée.

Le caractère stochastique des échanges d'impulsions résulte en une marche aléatoire des atomes dans le champ laser. Ce mécanisme est à l'origine d'une diffusion en impulsion des atomes, et donc un chauffage qui entre en compétition avec le refroidissement dû à la friction. Il existe une température minimale à laquelle peuvent être refroidis les atomes, appelée la température Doppler. Elle vaut  $T_{\text{Doppler}} = \hbar\Gamma/2k_B \simeq 225 \mu\text{K}$  pour le sodium. Néanmoins, des mécanismes de refroidissement sub-Doppler peuvent mener à des températures plus faibles [84].

### 2.2.2 Force de rappel par effet Zeeman

À cause de leurs trajectoires de marche aléatoire dans l'espace réel, les atomes s'échappent de la zone d'interaction avec le champ lumineux au bout d'un certain temps. Pour les piéger réellement, il est dès lors nécessaire d'ajouter à la force de friction visqueuse une force de rappel linéaire capable de confiner les atomes spatialement. Dans un gradient de champ magnétique, l'effet Zeeman désaccorde les transitions d'absorption des différents sous-niveaux Zeeman des états hyperfins de façon inhomogène. Cela introduit dans la force résultante  $\mathbf{F}$  un terme proportionnel à la position spatiale  $\mathbf{r}$ . Les atomes subissent une force de rappel proportionnelle à  $\mathbf{r}$ , qui les ramène au centre du piège, et assure leur confinement spatial.

### 2.2.3 Généralisation à trois dimensions et un atome à plusieurs niveaux

Le modèle de piégeage décrit ci-dessus se généralise à trois dimensions. Le piège magnéto-optique (PMO) est construit à partir de la superposition de trois paires de faisceaux contrapropageants dans les trois directions de l'espace [85], et d'une paire de bobines d'axe  $y$  réalisant un champ quadrupolaire autour du croisement des six faisceaux. Ce champ s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{B}(x, y, z) = \frac{b'x}{2}\mathbf{e}_x - b'y\mathbf{e}_y + \frac{b'z}{2}\mathbf{e}_z. \quad (2.5)$$

Le mécanisme de refroidissement à trois dimensions est beaucoup plus complexe que le modèle précédent, en particulier à cause des effets d'interférence des faisceaux au croisement, et des différents états de polarisation du champ. Par ailleurs, le modèle à deux niveaux décrivant la transition optique entre les niveaux fondamental  $S$  (moment cinétique orbital  $l = 0$ ) et excité  $P$  ( $l = 1$ ) est trop simpliste pour décrire le fonctionnement d'un piège magnéto-optique pour des atomes de sodium. Nous représentons dans la figure 2.1 les niveaux hyperfins associés à la raie  $D_2$  du sodium. Pour le sodium, nous utilisons la transition  $|3^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |3^2P_{3/2}, F = 3\rangle$ , qu'on

note en abrégé  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ , comme transition de refroidissement pour le PMO. Les atomes dans le niveau excité peuvent se désexciter par émission spontanée dans les deux niveaux  $|F = 2\rangle$  et  $|F = 1\rangle$ . Puisque ces derniers se trouvent hors résonance par rapport au laser de refroidissement, nous superposons à ce laser un autre laser accordé sur la transition  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ , décalé de  $\simeq 1.7$  GHz, servant à ramener les atomes vers la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ . Ce dernier est appelé “repompeur”.

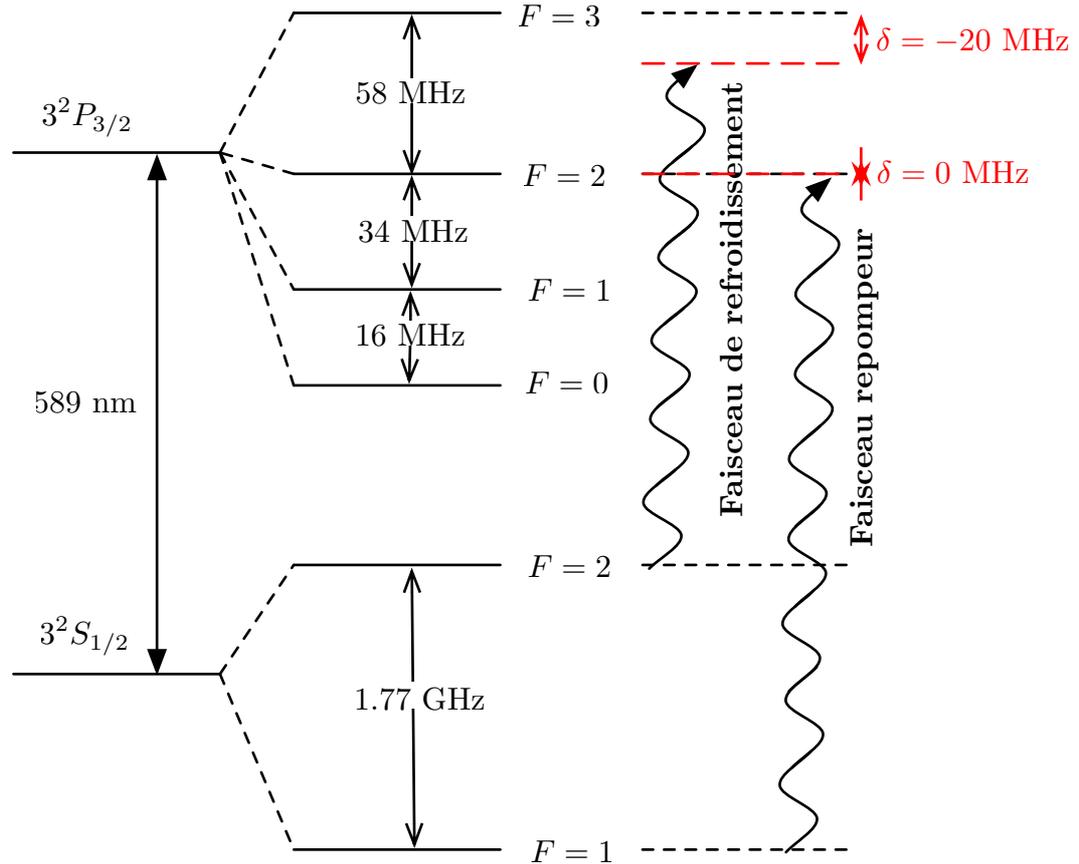


FIGURE 2.1 – Niveaux hyperfins de la raie  $D_2$  du sodium, et transitions (flèches ondulées) utilisées lors du refroidissement laser. Le laser principal est désaccordé de  $\delta = -20$  MHz.

#### 2.2.4 Réalisation expérimentale d’un piège magnéto-optique de sodium

Dans notre expérience, le PMO est réalisé à partir de six faisceaux collimatés à un waist de 11 mm, avec une puissance  $P = 1.8$  mW par faisceau et un désaccord  $\delta = -20$  MHz pour le laser de refroidissement, et  $P = 450 \mu\text{W}$  et désaccord nul pour le laser “repompeur”. Comme nous le voyons dans la figure 2.2, une des paires de faisceaux se propage selon la direction  $y$ , les deux autres se propagent dans deux directions orthogonales dans le plan  $x - z$ . Le gradient de champ magnétique

est pour sa part créé à l'aide de deux bobines d'axe  $y$ , avec  $b' = 12 \text{ G.cm}^{-1}$  (voir équation (2.5)) pour un courant  $I = 100 \text{ A}$  traversant les bobines. L'utilisation de forts courants nécessite un refroidissement à eau. L'ensemble du système à vide et du PMO repose sur un ensemble de plateaux optiques horizontaux et verticaux à plusieurs étages.

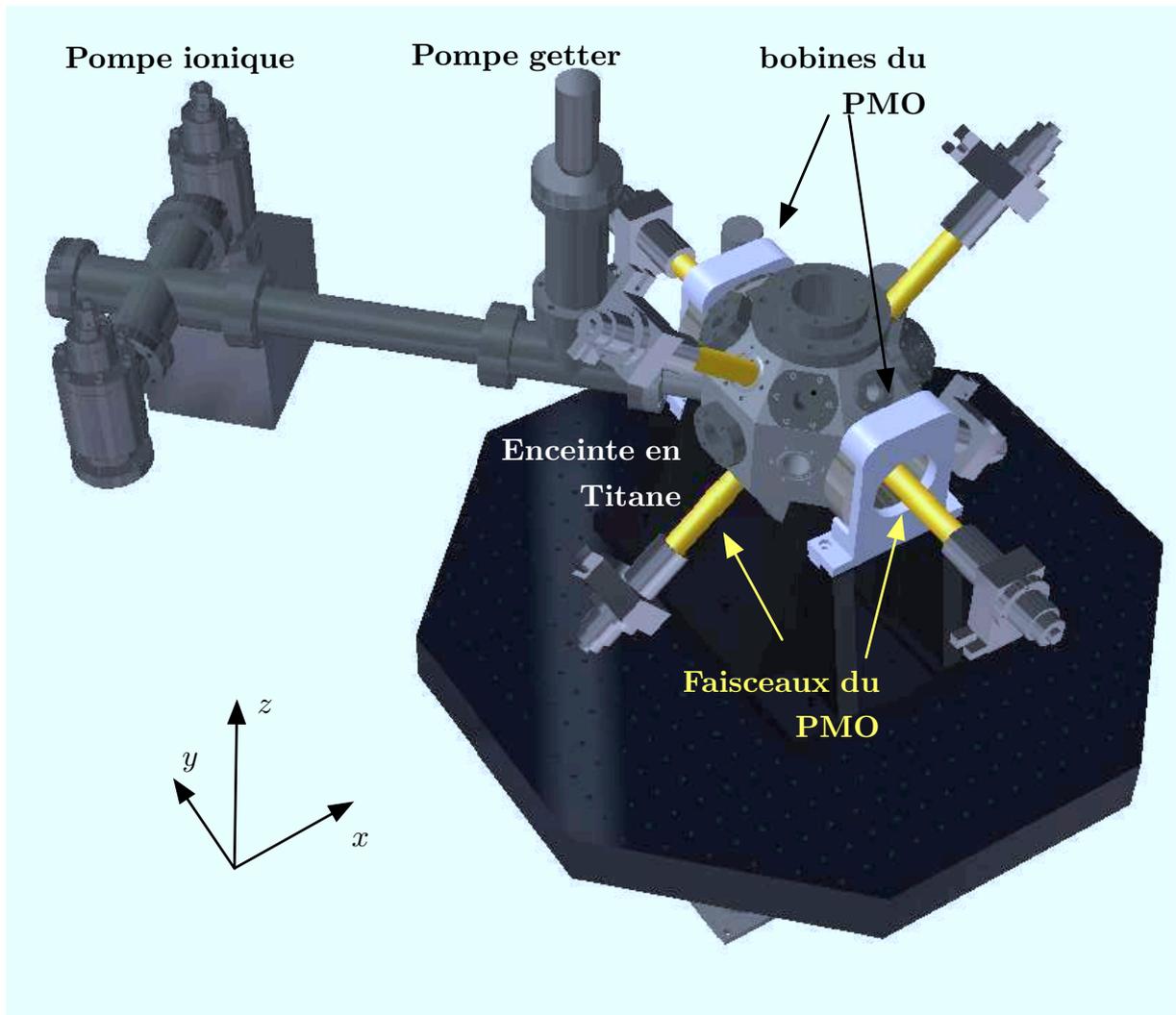


FIGURE 2.2 – Image réalisée à partir du logiciel CATIA des principaux éléments du PMO et du système à vide.

### 2.2.5 Laser de refroidissement

Nous décrivons maintenant la réalisation du système laser nécessaire au piégeage magnéto-optique. Celui-ci a fait l'objet d'une partie importante de la thèse d'Emmanuel Mimoun [58], ainsi que de deux articles publiés par l'équipe [59, 60]. Nous donnons uniquement les propriétés principales de ce système, sans rentrer dans les détails techniques.

### Somme de fréquence dans un cristal non-linéaire

La génération de photons de longueur d'onde  $\lambda_0 = 589$  nm est effectuée par la somme de fréquences dans un cristal non-linéaire de photons de longueurs d'ondes  $\lambda_1 = 1064$  nm et  $\lambda_2 = 1319$  nm :  $c/\lambda_0 = c/\lambda_1 + c/\lambda_2$ . Les photons infrarouges proviennent de deux laser monolithiques YAG<sup>3</sup>, avec des puissances de sortie  $P_{1064} = 1.2$  W et  $P_{1319} = 0.5$  W. Ces deux lasers sont combinés dans un cristal de ppKTP (KTP périodiquement polarisé) à l'intérieur d'une cavité résonante aux deux longueurs d'ondes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Celle-ci augmente la puissance intra-cavité infrarouge, ce qui permet d'augmenter l'efficacité de conversion non-linéaire : au total jusqu'à 90% des photons  $\lambda_2 = 1319$  nm sont convertis en photons visibles [59, 60]. A la sortie de la cavité, la puissance disponible à  $\lambda_0 = 589$  nm est  $P_{589} \simeq 600$  mW. Par ailleurs, le mode de sortie est très proche du mode gaussien ( $M^2 \lesssim 1.02$ ), ce qui permet de le coupler dans une fibre avec une haute efficacité.

### Préparation des lasers de refroidissement, de repompage, de sonde

A la sortie de la cavité, le faisceau est scindé en deux, comme nous le dessinons schématiquement sur la figure 2.3. Une partie génère le faisceau principal du PMO et est accordé sur le rouge de la transition ( $\delta = -20$  MHz) par transmission en double-passage dans un modulateur acousto-optique (MAO)<sup>4</sup>. Cette méthode entraîne une perte due à l'efficacité de diffraction limitée d'un MAO ( $\sim 80\%$  en simple passage), au total  $\sim 60\%$ . L'autre partie génère le laser "repompeur" qui est décalé de 1.7 GHz à l'aide d'un MAO à plus haute fréquence de modulation<sup>5</sup>, avec une efficacité notablement plus faible ( $\sim 15\%$ ). Par ailleurs, nous utilisons la fuite derrière l'un des miroirs de la cavité pour former deux lasers sondes utilisés dans l'imagerie par absorption (voir section 2.4.3). Un dernier faisceau est utilisé pour verrouiller la fréquence du laser sur la transition de refroidissement. Cette partie du montage repose sur un système de spectroscopie à transfert de modulation avec un verrouillage sur une raie de la molécule d'iode, qui présente une raie située à 467 MHz de la transition. L'avantage de la cellule d'iode est qu'elle peut être utilisée à température ambiante, contrairement à une cellule de Na qui doit être chauffée à environ 130 °C.

Une fois les faisceaux de refroidissement et de repompage préparés, ils sont transportés via des fibres optiques vers un répartisseur fibré<sup>6</sup>, qui recombine les deux lasers en un seul faisceau, lui-même séparé en six faisceaux identiques. Les lasers de sonde sont également transportés via des fibres optiques vers la chambre de science. L'ensemble du montage laser décrit dans cette section se trouve sur une table optique séparée de celle sur laquelle a lieu l'expérience avec les atomes. Ainsi nous découplons mécaniquement les deux parties de l'expérience, et parvenons à protéger la chambre de science de toute lumière parasite provenant des lasers du PMO pendant les séquences expérimentales.

---

3. Innolight GmbH, Allemagne.

4. Crystal Technology, USA.

5. Brimrose Corporation, USA.

6. SUK, Hambourg, Allemagne.

La puissance RF qui contrôle la diffraction d'un faisceau par un MAO peut être atténuée fortement en quelques  $\mu\text{s}$ . Cela permet de couper rapidement le faisceau au niveau de la chambre de science. Nous ajoutons sur le trajet de chacun des lasers décrits au dessus un obturateur mécanique (représenté par une ligne tiretée bleue dans la figure 2.3). En effet, les MAO doivent rester allumés la plus grande partie des séquences expérimentales pour les empêcher de refroidir et de perdre en efficacité de diffraction lorsqu'ils sont rallumés. Les obturateurs permettent de continuer à bloquer les faisceaux alors que les MAO sont allumés.

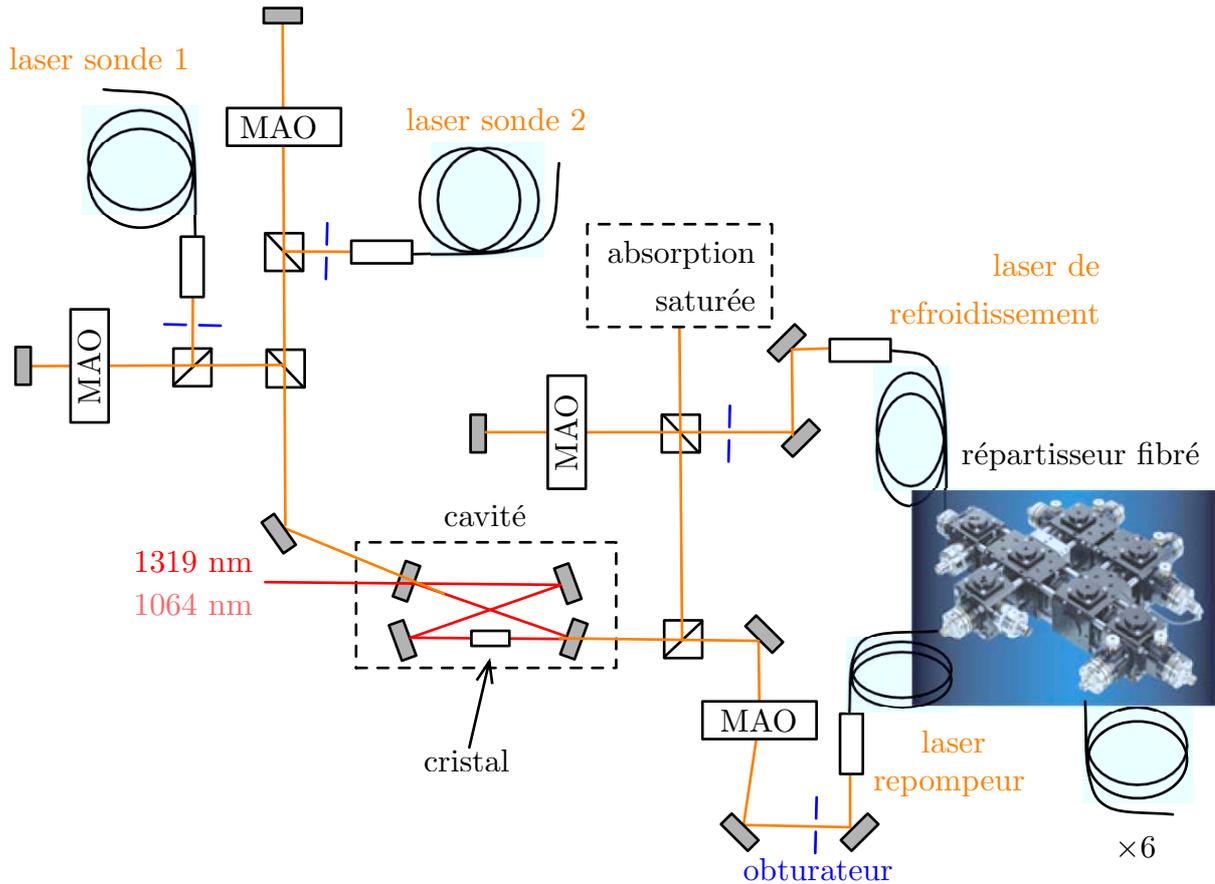


FIGURE 2.3 – Schéma de principe des lasers de refroidissement et de repompage. Les rectangles gris représentent les miroirs. Dans ce schéma nous avons omis les lames d'onde permettant de modifier la polarisation du laser avant un passage à travers un polariseur. La photographie du répartisseur fibré est tirée du site internet du fabricant [[www.sukhamburg.com](http://www.sukhamburg.com)].

### 2.2.6 Chargement à l'aide de la désorption assistée par la lumière

La plupart des expériences d'atomes froids manipulant le sodium<sup>7</sup> chargent un piège magnéto-optique avec des atomes provenant de ralentisseurs Zeeman [86].

7. Par exemple les groupes de C.Raman à Atlanta, USA ; P.D.Lett au NIST Maryland, USA ; W.Ketterle au MIT, USA ; P.Van Der Straten à Utrecht, Pays-bas (liste non-exhaustive).

Cette technique mène à des PMO contenant des nombres d’atomes élevés, de l’ordre de  $10^{10}$ , donc a priori favorables. Néanmoins, les champs magnétiques élevés créés par un ralentisseur Zeeman sont incompatibles avec un blindage magnétique. Nous avons opté pour un autre type de source atomique. Les atomes de sodium proviennent de *dispensers*<sup>8</sup> chauffés par un courant électrique. Dans ces *dispensers*, une réaction de réduction d’un oxide de sodium est activée grâce à la chaleur dégagée par la traversée d’un courant. À cause de la faible pression de vapeur saturante de sodium, ces atomes se collent sur les parois de l’enceinte, restaurant ainsi des conditions d’ultravide une fois les *dispensers* éteints. La restauration du vide initial nécessite quelques secondes, pendant lesquelles les atomes piégés subissent des collisions avec les atomes “chauds” de la vapeur résiduelle. Ce facteur de pertes est rédhibitoire pour la suite de la séquence expérimentale, et il faut par conséquent s’en affranchir.

Une méthode alternative consiste à provoquer la désorption des atomes adsorbés sur les parois de la chambre en les éclairant avec de la lumière ultraviolette. Nous utilisons des diodes électroluminescentes (DELs) de puissance émettant à 370 nm<sup>9</sup>. Avec cette désorption induite par la lumière (en anglais LIAD : “Light-Induced Atomic Desorption”) que notre équipe a étudiée en détail dans [61], la pression partielle de sodium augmente fortement dans la chambre, ce qui rend possible le chargement d’un PMO comportant autant d’atomes qu’en utilisant les *dispensers*. L’avantage de cette méthode réside dans le contrôle quasi-instantané de la pression de sodium dans la chambre, qui chute en moins de 100 ms aussitôt ces DELs éteintes.

Dans l’article [61], l’équipe a étudié la dépendance du taux de chargement ainsi que du nombre d’atomes chargés dans le PMO en fonction du courant traversant les DELs. Avec les paramètres du PMO (donnés dans la section 2.2.4) et deux DELs parcourues par chacune par un courant  $I_{\text{DEL}} = 0.7$  A, nous chargeons un PMO de  $2 \times 10^7$  atomes à une température  $\sim 200$   $\mu\text{K}$ , avec une constante de temps de  $\sim 6$  sec. Une partie de l’article a consisté dans l’étude du retour à la pression résiduelle dans la chambre après extinction de la lumière de désorption. Comme cette partie de notre dispositif expérimental a déjà fait l’objet d’une description détaillée dans le manuscrit de thèse d’Emmanuel Mimoun [58], nous donnerons à titre d’illustration seulement la courbe caractéristique du chargement du PMO en figure 2.4(a). Sur cette courbe, nous représentons les résultats de deux expériences : entre  $t = 0$  s et  $t = 12$  s, nous chargeons le PMO à partir de la pression correspondant à  $I_{\text{DEL}} = 0.7$  A, pour  $t > 12$  s, nous éteignons les DELs mais gardons les faisceaux laser et le champ magnétique allumés. La différence entre la durée de chargement ( $\tau = 6$  s) et la durée de vie du PMO après extinction des DELs ( $\tau = 27$  s) marque le changement de pression de sodium dans la chambre entre les deux parties de l’expériences. Dans la figure 2.4(b), nous montrons le montage d’une paire de DELs sur un hublot de notre chambre. Peu après la publication de notre article traitant de la LIAD, une autre équipe travaillant avec du sodium dans une expérience en cellule de Pyrex a trouvé des résultats similaires aux nôtres [87].

---

8. Alvatec GmbH, Althofen, Autriche.

9. Nichia Corporation, Tokyo, Japon.

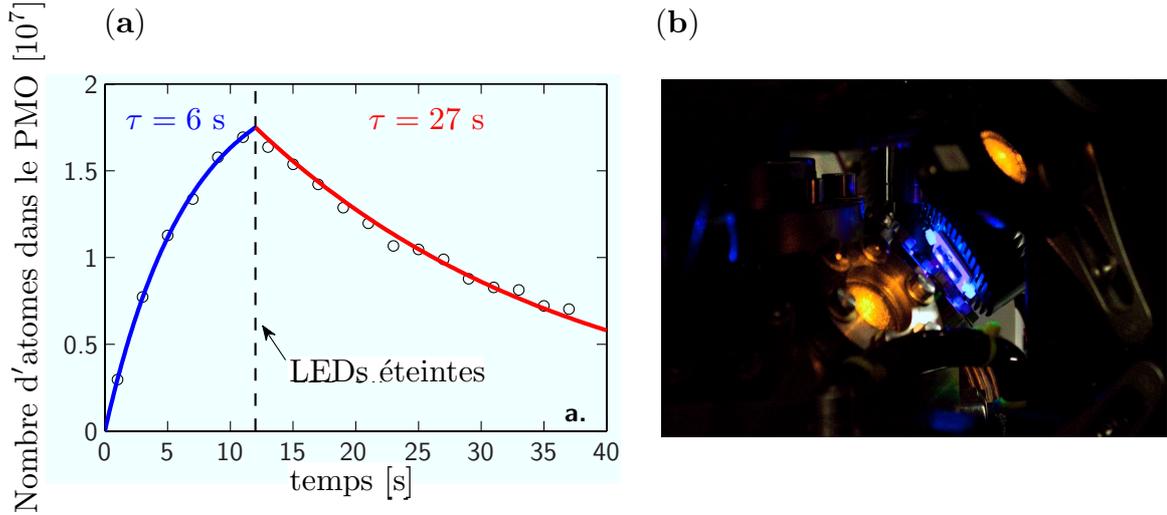


FIGURE 2.4 – (a) Chargement et durée de vie du PMO avec un courant de  $I_{\text{DEL}} = 0.7$  A par DEL. (b) Montage d'une paire de DELs sur la chambre. Pendant les séquences expérimentales, elle est en contact avec le hublot, ce qui n'est pas le cas ici. Nous l'avons montée sur un dissipateur thermique.

La désorption assistée par la lumière représente une méthode efficace pour charger des pièges magnéto-optiques, mais elle dépend fortement des propriétés des surfaces de la cellule, de sa géométrie, ainsi que des performances des pompes à vide. En étudiant la littérature [87, 88, 89, 90], nous remarquons que seules les expériences utilisant des surfaces à base de silice ont pu parvenir à une désorption efficace. Dans notre dispositif expérimental, ce sont les deux brides rentrantes avec des hublots de 5 cm de diamètre chacun qui semblent être les principales surfaces participant à la désorption.

### 2.3 Chargement d'un piège dipolaire croisé à partir du piège magnéto-optique

Les densités atomiques et températures atteintes dans un PMO ne permettent pas d'aboutir à la dégénérescence quantique, c'est-à-dire un point où la densité dans l'espace des phases  $\mathcal{D}$  (voir equation (1.9)) devient de l'ordre de l'unité. Dans un PMO,  $\mathcal{D}$  est plutôt de l'ordre de  $10^{-6} - 10^{-5}$ . Néanmoins, d'autres méthodes expérimentales existent pour piéger des atomes en s'affranchissant des mécanismes de chauffage du PMO. L'une d'entre elles consiste à tirer partie de l'interaction dipolaire d'un atome avec un champ électromagnétique très désaccordé par rapport aux transitions d'absorption. Lorsque le couplage dipolaire est suffisamment fort, l'atome ressent une force dérivant d'un potentiel capable de le confiner spatialement : on parle alors de piégeage dipolaire. Depuis 1980, des expériences de piégeage d'atomes neutres ont été réalisées en utilisant cette interaction [91, 92]. Avec des lasers commerciaux, offrant des puissances de l'ordre de quelques dizaines de W, que l'on focalise à des tailles de quelques dizaines de microns, les profondeurs typiques des

potentiels dipolaires qu'il est possible de réaliser sont de l'ordre de  $\sim k_B \times 1$  mK. Le confinement d'atomes dans un piège dipolaire n'est possible qu'avec des atomes pré-refroidis dans un PMO, pour que l'énergie par atome soit inférieure au potentiel dipolaire. Les atomes peuvent également être confinés à l'aide d'un gradient de champ magnétique [93], via le couplage avec leur moment magnétique. Cependant, deux états de spins opposés ne pouvant pas être piégés simultanément dans de tels pièges, cette solution n'a pas été envisagée dans notre expérience.

Dans cette partie, nous donnerons d'abord l'expression de l'interaction dipolaire entre un atome de sodium et un laser hors-résonant focalisé, en introduisant la notion de *déplacement lumineux* et en montrant la modification de ces déplacements avec l'état hyperfin et magnétique de l'atome. Puis nous en viendrons à la description du montage expérimental et enfin l'optimisation du transfert des atomes du PMO vers le piège dipolaire.

### 2.3.1 Rappel sur le piégeage dipolaire

#### Interaction entre un atome à deux niveaux et un champ lumineux non-résonant

En présence d'un champ laser  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r})e^{-i\omega_L t} + c.c.$  d'amplitude  $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = E_0(\mathbf{r})\mathbf{e}_q$ , de fréquence  $\omega_L$  et polarisé selon  $\mathbf{e}_q$ , l'atome acquiert un moment électrique induit  $\mathbf{D}$ , proportionnel à  $\mathbf{E}$ . Si l'on assimile l'atome à un système quantique à deux niveaux avec une transition d'énergie  $\hbar\omega_0$ , le niveau  $|f\rangle$  (fondamental) correspondant à  $3^2S_{1/2}$ , et  $|e\rangle$  (excité) correspondant à  $3^2P_{3/2}$ , le potentiel d'interaction du dipôle induit avec le champ laser prend la forme suivante [94] :

$$U(r) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left( \frac{\Gamma}{\omega_L - \omega_0} - \frac{\Gamma}{\omega_L + \omega_0} \right) I(r), \quad (2.6)$$

avec  $I(r) = \epsilon_0 c |\mathbf{E}_0(r)|^2$  l'intensité du faisceau laser,  $\epsilon_0$  la permittivité diélectrique du vide, et  $\Gamma$  le taux de désexcitation de  $|e\rangle$  à  $|f\rangle$ . La force dipolaire qui dérive du potentiel  $U(r)$  :  $\mathbf{F}_{\text{dip}} = -\nabla U(r)$  a un caractère attractif ou répulsif qui dépend du signe du désaccord  $\Delta$  :

- si  $\Delta > 0$  (décalage vers le bleu) le piège est répulsif : les atomes sont piégés aux minima d'intensité,
- si  $\Delta < 0$  (décalage vers le rouge) le piège est attractif : les atomes sont piégés aux maxima d'intensité.

#### Emission spontanée résiduelle

Dans le couplage non-résonant d'un atome avec le champ  $\mathbf{E}$ , il demeure possible pour l'atome d'absorber et d'émettre un photon de fréquence  $\omega_L$ . C'est un élément crucial à prendre en compte dans une expérience. En effet, après diffusion élastique d'un photon, on dépose typiquement une énergie de recul par atome dans le système  $E_{\text{rec}} = \hbar^2 k_L^2 / 2m$ , à l'origine du chauffage du nuage piégé. Le taux d'émission

spontanée  $\Gamma_{\text{sp}}$  résiduelle s'exprime de la manière suivante [94] :

$$\Gamma_{\text{sp}} = \frac{\Gamma}{\hbar\Delta}U(r). \quad (2.7)$$

Ainsi, si l'expression 2.6 suggère de choisir des désaccords  $\Delta$  faibles pour augmenter la profondeur du piège ( $U \propto I/\Delta$  dans la limite  $\Delta \ll \omega_0$ ), il est important de prendre en compte le taux de chauffage résiduel intrinsèque au piégeage  $\dot{Q} = E_{\text{rec}}\Gamma_{\text{sp}} \propto I/\Delta^2$  et par conséquent ne pas choisir  $\Delta$  trop faible.

### Déplacements lumineux des états hyperfins

La présence d'un potentiel dipolaire s'interprète également comme un déplacement des niveaux  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  de l'atome - ou effet Stark dynamique. En effet, si l'on adopte le point de vue des *états habillés* [95], la modification d'énergie  $\Delta E$  du mode fondamental dans le système {atome + photons laser} correspond à  $U(r)$ . Lorsque l'on prend en compte l'ensemble des niveaux hyperfins du sodium et des différents états de polarisations du champ  $\mathbf{E}$ , le déplacement d'un niveau  $i$  s'écrit :

$$\Delta E_i = \frac{|\mathbf{E}_0|^2}{\hbar} \sum_j |\langle i|\hat{\mathbf{D}}_q|j\rangle|^2 \left( \frac{1}{\omega_L - \omega_{ij}} - \frac{1}{\omega_L + \omega_{ij}} \right). \quad (2.8)$$

Dans cette relation, nous avons défini  $\hat{\mathbf{D}}_q$  la composante selon  $\mathbf{e}_q$  de l'opérateur dipôle,  $i$  et  $j$  sont les sous-niveaux Zeeman des niveaux hyperfins décrits à l'aide des nombres quantiques  $J$  (moment cinétique orbital),  $F$  (moment cinétique total) et  $M$  (nombre quantique magnétique),  $q$  est lié à la polarisation de la lumière :  $q = 0$  pour une polarisation linéaire,  $q = \pm 1$  pour une polarisation circulaire  $\sigma^\pm$ .  $\omega_{ij}$  désigne la fréquence de transition entre les états  $i$  et  $j$ . D'après le théorème de Wigner-Eckart, l'élément de matrice  $\langle i|\hat{\mathbf{D}}_q|j\rangle$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle i|\hat{\mathbf{D}}_q|j\rangle &= \langle J_i, F_i, M_i|\hat{\mathbf{D}}_q|J_j, F_j, M_j\rangle \\ &= \left| \begin{pmatrix} J_j & 1 & J_i \\ -M_j & q & M_i \end{pmatrix} \right| \times \langle J_i, F_i||\hat{\mathbf{D}}||J_j, F_j\rangle. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Le premier facteur du produit est un coefficient "Wigner-3j" [96] relié au coefficient de Clebsch-Gordan  $\langle J_j, M_j||1, q; J_i, M_i\rangle$  et le deuxième donne l'élément de matrice du dipôle pour la transition considérée. On peut déduire ce dernier du taux de désexcitation  $\Gamma_{ji}$  de  $j$  vers  $i$

$$\Gamma_{ji} = \frac{\omega_{ij}^3}{3\pi\hbar\epsilon_0 c^3} \frac{1}{2J_j + 1} |\langle J_j|\hat{\mathbf{D}}_q|J_i\rangle|^2, \quad (2.10)$$

et à l'aide de l'algèbre du moment cinétique avec le coefficient "Wigner-6j"  $\left\{ \begin{matrix} J_j & 1 & J_i \\ -M_j & q & M_i \end{matrix} \right\}$ .

Au final, l'équation (2.8) s'exprime [97] :

$$\begin{aligned} \Delta E_i &= \frac{3\pi c^2}{2} I(r) \sum_j \left( \frac{\Gamma_{ji}}{\omega_L - \omega_{ij}} - \frac{\Gamma_{ji}}{\omega_L + \omega_{ij}} \right) \\ &\times (2J_j + 1)(2F_j + 1)(2F_i + 1) \\ &\times \left| \left\{ \begin{matrix} J_j & 1 & J_i \\ -M_j & q & M_i \end{matrix} \right\} \right|^2 \times \left| \begin{pmatrix} J_j & 1 & J_i \\ -M_j & q & M_i \end{pmatrix} \right|^2. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Cette expression nous indique que les transitions qu'effectuent les atomes à l'intérieur du PMO se trouvent désaccordées par la présence du piège dipolaire, à la fois dans le niveau fondamental et dans le niveau excité. Par conséquent, le refroidissement des atomes et leur repompage sont affectés par ce potentiel dans les zones de forte intensité. Dans la section 2.3.3, nous donnerons une application numérique dans un modèle simple de ces déplacements, que nous pensons être à l'origine d'une intensité optimale  $I_{\text{opt}}$  pour le chargement dans notre géométrie de piégeage. Avant cela, nous nous intéresserons au facteur  $I(r)$  dans la relation ci-dessus, en décrivant la géométrie de notre piège dipolaire.

### 2.3.2 Montage expérimental du piège dipolaire croisé

Le piège dipolaire résulte de la combinaison de deux faisceaux gaussiens, formant un piège dipolaire croisé (PDC) dans le plan horizontal  $x - y$ . Le faisceau provient d'un laser de puissance 40 W fibré<sup>10</sup> à une longueur d'onde  $\lambda_L = 1070$  nm, et il est replié sur lui-même avec un angle de  $\theta \simeq 45^\circ$ . À leur point de croisement, les deux bras sont placés une lame d'onde  $\lambda/2$ , servant à tourner la polarisation de  $\pi/2$  entre les deux bras et minimiser ainsi leurs interférences.

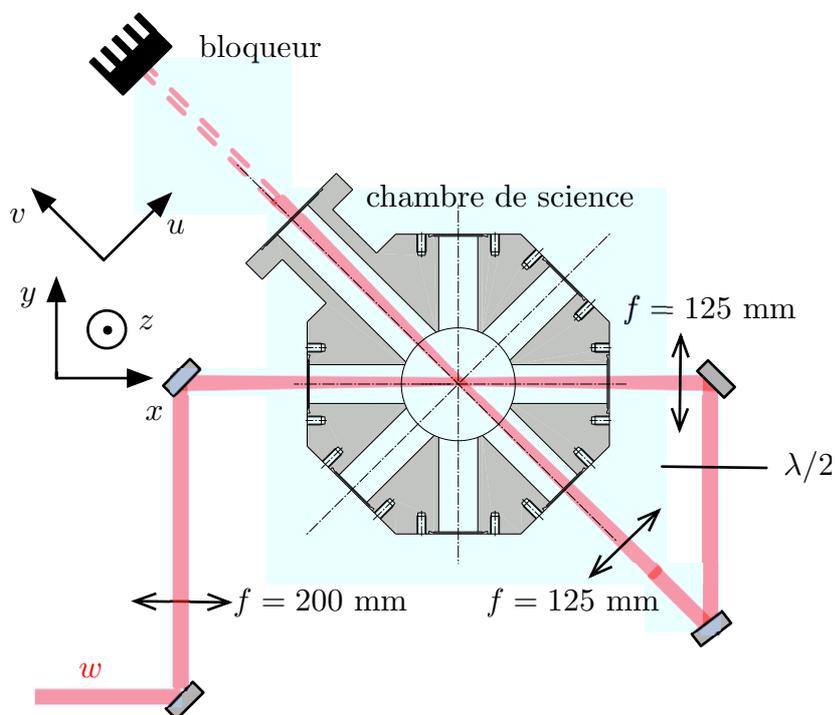


FIGURE 2.5 – Vue de haut du trajet du piège dipolaire dans la chambre de science.

10. IPG Photonics, Oxford, USA.

### Potentiel créé au niveau des atomes

L'intensité créée au niveau des atomes peut être exprimée comme la somme des intensités des deux bras étant donné qu'ils n'interfèrent pas. Nous donnons ci-dessous l'expression du potentiel du PDC, dont le premier bras est aligné selon l'axe  $x$  et le deuxième selon  $v$ , axe tourné de  $\theta = 45^\circ$  par rapport à  $y$  :

$$V_{\text{PDC}}(x, y, z) = -\frac{V_{\text{PDC}}^0}{2} \left[ \frac{e^{-2(y^2+z^2)/w(x)^2}}{(w(x)/w_{\text{PDC}})^2} + \frac{e^{-2(u^2+z^2)/w(v)^2}}{(w(v)/w_{\text{PDC}})^2} \right], \quad (2.12)$$

où  $w(x) = w_{\text{PDC}}\sqrt{1 + x^2/x_R^2}$  et  $x_R$  la distance de Rayleigh associée  $x_R = \pi w_{\text{PDC}}^2/\lambda_L \simeq 5.2$  mm. Nous avons aussi introduit les coordonnées dans le repère tourné de  $\theta$  :  $(u, v) = (x \cos(\theta) + y \sin(\theta), -x \sin(\theta) + y \cos(\theta))$ . Pour l'un des bras de ce piège, la profondeur est  $V_{\text{PDC}}^0/2$ , celle-ci est liée à l'intensité au centre d'un faisceau  $I_0$  grâce à la relation (2.6) :

$$V_{\text{PDC}}^0/2 = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left( \frac{\Gamma}{\omega_L - \omega_0} - \frac{\Gamma}{\omega_L + \omega_0} \right) I_0 \quad (2.13)$$

où  $I_0 = \frac{2P_0}{\pi w_{\text{PDC}}^2}$  est l'intensité au centre du laser et  $P_0$  sa puissance. Ce piège présente une structure géométrique constituée de deux parties très différentes : une partie centrale  $(x, y, z \lesssim w_{\text{PDC}})$  avec une géométrie proche de celle d'un piège isotrope à 3D, et deux bras anisotropes, très confinants dans les directions transverses et peu confinants sur leurs axes propres respectifs. Nous représentons dans la figure 2.6 le potentiel tronqué à trois énergies  $\epsilon = V_{\text{PDC}}^0/4$ ,  $\epsilon = V_{\text{PDC}}^0/2$  et  $\epsilon = V_{\text{PDC}}^0 \times 3/4$ . Il apparaît clairement qu'un atome d'énergie inférieure à  $\epsilon = V_{\text{PDC}}^0/2$  n'explore que la partie centrale du piège, tandis qu'un atome d'énergie supérieure peut explorer les parties allongées des bras.

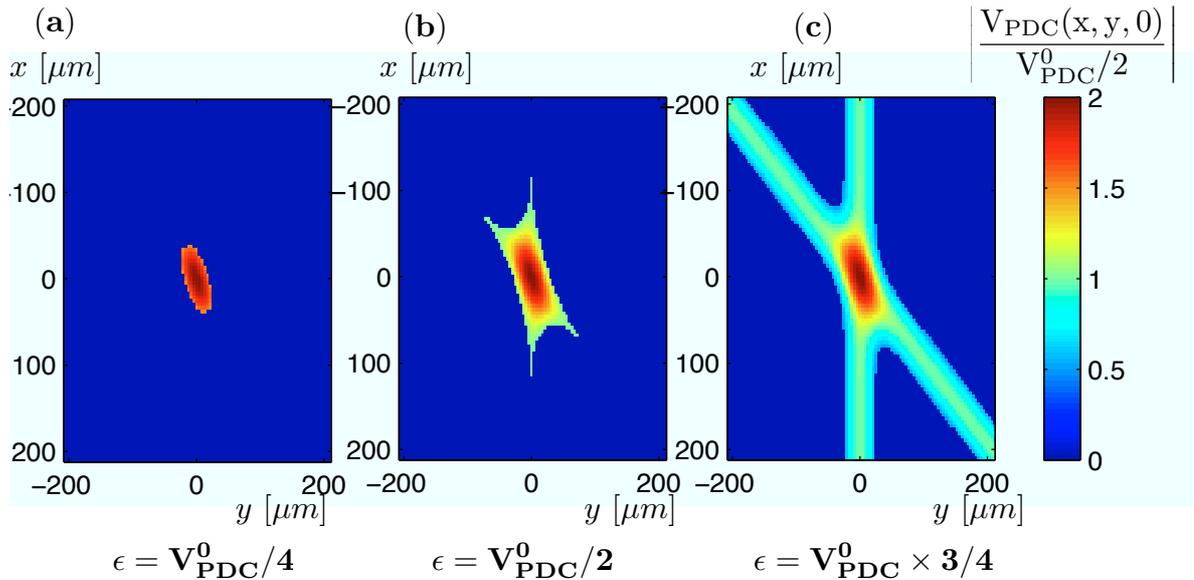


FIGURE 2.6 – Potentiel créé par le piège dipolaire croisé dans le plan  $z = 0$ , tronqué à trois énergies  $\epsilon = V_{\text{PDC}}^0/4$  (a),  $\epsilon = V_{\text{PDC}}^0/2$  (b) et  $\epsilon = V_{\text{PDC}}^0 \times 3/4$  (c).

Lorsqu'un atome explore le fond de la région centrale du potentiel, le puits de potentiel peut être approché par un potentiel harmonique à 3D, avec trois fréquences de piégeage  $\omega^x$ ,  $\omega^y$  et  $\omega^z$  que l'on peut extraire à partir d'un développement limité de l'équation (2.12) :

$$\begin{cases} \omega^x = \sqrt{\frac{2V_{\text{PDC}}^0(1+\cos^2\theta)}{mw_{\text{PDC}}^2}} \\ \omega^y = \sqrt{\frac{2V_{\text{PDC}}^0\sin^2\theta}{mw_{\text{PDC}}^2}} \\ \omega^z = \sqrt{\frac{4V_{\text{PDC}}^0}{mw_{\text{PDC}}^2}}. \end{cases} \quad (2.14)$$

Dans le tableau 3.2, nous donnons les quantités présentées ci-dessus sous forme de tableau, correspondant à une puissance  $P_{\text{PDC}} \simeq 36$  W :

	$w_{\text{PDC}}$ ( $\mu\text{m}$ )	$(\omega^x, \omega^y, \omega^z)/2\pi$ (kHz)	$V_{\text{PDC}}^0/k_{\text{B}}$ (mK)	$\Gamma_{\text{sp}}(\mathbf{0})$ ( $\text{s}^{-1}$ )
PDC	42	(2.5, 4.5, 5.1)	1.2	9

TABLE 2.1 – Caractéristiques du piège dipolaire croisé pour  $P_{\text{PDC}} \simeq 36$  W. Le taux d'émission spontanée est donné au centre du piège.

### Asservissement en intensité

Dans une séquence expérimentale, nous devons être capable de contrôler la puissance laser des faisceaux de piégeage, et également de la moduler au cours du temps, par exemple pendant le refroidissement évaporatif (chapitre 3). C'est pourquoi nous avons besoin d'un contrôle sur l'intensité du laser. Nous disposons pour cela à la fois d'une lame d'onde rotative  $\lambda/2$  montée sur un moteur à courant continu<sup>11</sup> suivie d'un polariseur Glan-Taylor<sup>12</sup>, ainsi que d'une entrée de contrôle analogique sur le courant dans les diodes de pompe du laser. Ces deux modes de modulation fonctionnent chacun avec un propre système d'asservissement. L'ensemble du montage optique et des circuits de contrôle électronique est schématisé sur la figure 2.7.

La lame motorisée placée devant le polariseur permet de moduler la puissance du laser entre deux valeurs,  $P_{\text{max}}$  et  $P_{\text{min}}$ , avec un contraste  $(P_{\text{max}} - P_{\text{min}})/(P_{\text{max}} + P_{\text{min}}) \simeq 99.5$  %, ce qui correspond à une extinction  $P_{\text{min}}/P_{\text{max}}$  de 0.5 %. Le premier mode d'asservissement fonctionne à partir de la rétroaction sur la vitesse du moteur. Nous mesurons le signal d'une photodiode  $V_{\text{signal}}$  placée dans le trajet d'un faisceau provenant d'une fuite derrière l'un des miroirs, dont la puissance est proportionnelle à celle du laser après le polariseur. Un signal d'erreur est dérivé de  $V_{\text{signal}}$  en lui retranchant la valeur de consigne  $V_{\text{consigne}}$  :  $V_{\text{err}} = V_{\text{signal}} - V_{\text{consigne}}$ . Ce dernier est envoyé dans un contrôleur<sup>13</sup> capable de faire tourner le moteur à une vitesse de rotation proportionnelle à  $V_{\text{err}}$ , en lui envoyant un courant  $i_c$ . Le moteur fonctionne

11. OWIS GmbH, Allemagne.

12. Thorlabs, USA.

13. Maxon Motors, Suisse.

alors comme un circuit intégrateur, car il tourne tant que sa position ne réalise pas la condition  $V_{\text{err}} = 0$ . Cette boucle d'asservissement a une bande passante de  $\sim 10$  Hz, et peut être utilisée pour des mouvements lents devant les fréquences de piégeage.

Etant donnée la faible bande passante de cet asservissement, nous superposons à cette première boucle une deuxième boucle agissant directement sur le courant dans les diodes de pompe du laser  $i_{\text{pompe}}$ . Ce contrôle est effectué via un boîtier électronique contenant un circuit proportionnel/intégrateur (PI), avec une bande passante de 50 kHz. La valeur de  $i_{\text{pompe}}$  est proportionnelle à la valeur de la tension  $V_{\text{pompe}}$  en sortie du boîtier. Nous utilisons pour ce circuit le même signal d'erreur que pour le contrôle de la lame. Lorsque ce contrôle est actif, il permet de diminuer le bruit en intensité du laser, qui peut être à l'origine d'un chauffage des atomes piégés [98], en plus du chauffage intrinsèque des atomes piégés par émission spontanée (section 2.3.1). Le courant maximal  $i_{\text{pompe}}$  est obtenu pour  $V_{\text{pompe}} = 10$  V. Le contrôle en courant est limité à une valeur minimale d'environ  $P_{\text{max}}/50$  pour  $V_{\text{pompe}} = 0.2$  V, ce qui empêche d'utiliser cette boucle pour asservir à des valeurs inférieures. Pour ces faibles puissances, nous utilisons la rotation de la lame.

Par ailleurs, nous avons constaté un important bruit en intensité lorsque  $V_{\text{pompe}}$  est trop faible. En boucle ouverte nous avons mesuré pour différentes valeurs de  $V_{\text{pompe}}$ , les fluctuations relatives de puissance [98] :  $\epsilon_0 = \langle (P(t) - P_0)/P_0 \rangle$  où  $P_0$  est la puissance moyenne. Cette quantité est reliée à la densité spectrale de bruit  $S_b$ <sup>14</sup>. Nous représentons dans la figure 2.2(a) plusieurs spectres de bruit  $S_b$  mesurés à différentes valeurs de  $V_{\text{pompe}}$ . Nous constatons que les fluctuations relatives sont d'autant plus importantes que  $V_{\text{pompe}}$  est faible. C'est pourquoi nous avons choisi de n'utiliser le laser qu'à haute puissance, et d'insérer entre la sortie du boîtier de contrôle PI et l'entrée analogique un circuit, représenté dans la figure 2.2(b), permettant de bloquer la tension de contrôle  $V_{\text{pompe}}$  au dessus d'un seuil  $V_{\text{pompe}}^{\text{seuil}}$ .

Le fonctionnement du circuit est basé sur deux diodes, de seuil en tension  $V_S$ , montées tête-bêche au bornes d'un circuit inverseur, qui limitent la tension à ses bornes à l'intervalle  $[-V_S, V_S]$ .  $V_{\text{pompe}}$  est donné par :

$$V_{\text{pompe}} = \frac{R_2}{R_1} V_{\text{PI}}^C + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{\text{ref}}, \quad (2.15)$$

où  $V_{\text{PI}}^C$  désigne la tension  $V_{\text{PI}}$  bornée à l'intervalle  $[-V_S, V_S]$ . En choisissant les résistances  $R_1 = 10$  k $\Omega$  et  $R_2 = 12$  k $\Omega$ , et les tensions  $V_{\text{ref}} = 3.2$  V et  $V_S = 2.4$  V, on peut borner  $V_{\text{pompe}}$  à l'intervalle  $[4.2$  V, 10 V] d'après l'équation (2.15). Dans les régimes de basses puissances, c'est par conséquent la modulation de la puissance par le système {lame rotative+polariseur} qui sera mis à contribution, alors qu'à haute puissance, le contrôle du courant des diodes de pompe sert à la fois pour des modulations rapides ( $\gtrsim 10$  Hz), et des corrections du bruit en puissance. Ce double-asservissement est adapté pour nos rampes de puissance pendant les séquences de refroidissement évaporatif (voir chapitre 3).

---

14. La relation sera explicitée dans la section 3.5.1 au chapitre 3.

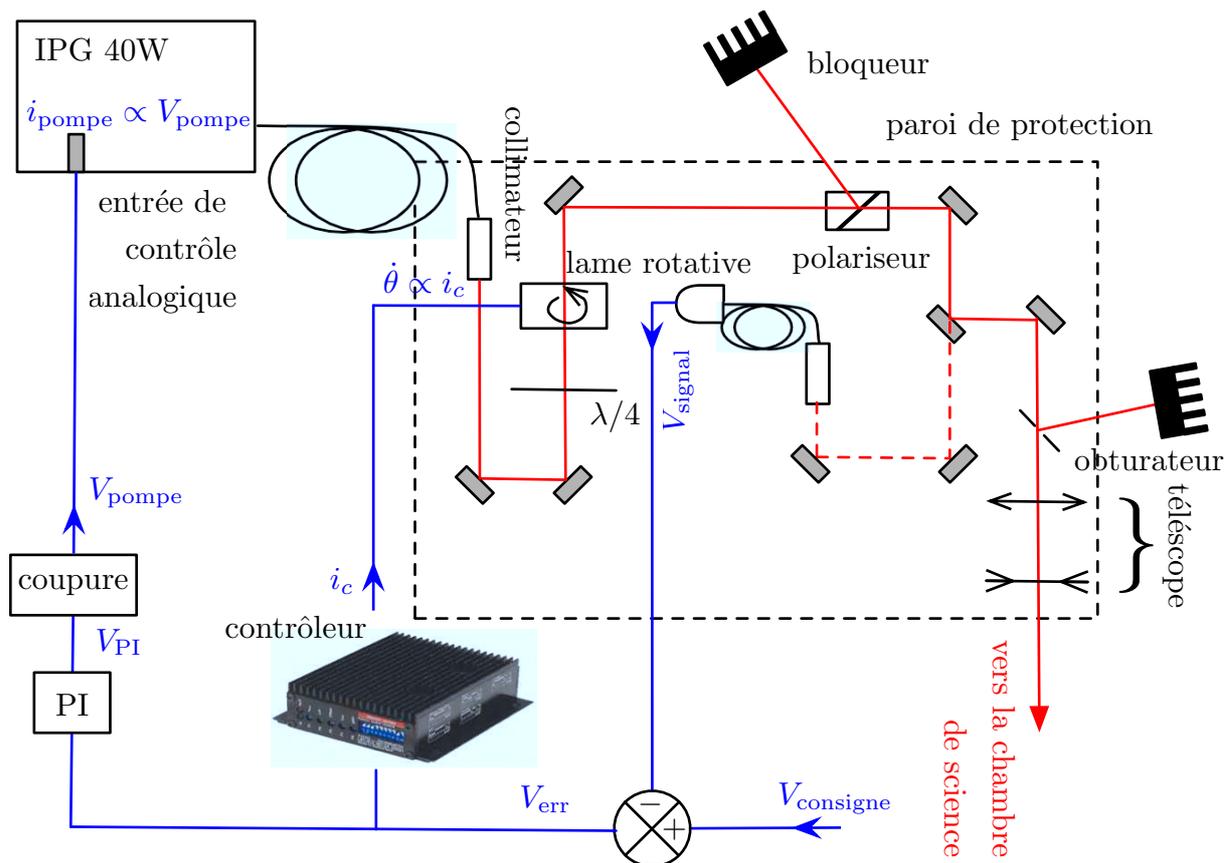


FIGURE 2.7 – Schéma du montage optique, avec en trait plein rouge le trajet du faisceau laser depuis la sortie du collimateur, et du contrôle en puissance, avec en traits bleus les principaux signaux électroniques. La lame d'onde  $\lambda/4$  sert à corriger l'ellipticité de la polarisation en sortie de fibre. L'ensemble du montage optique est monté sur un plateau entouré d'une paroi en aluminium anodisé qui remplit un double rôle : la protection des éléments optiques des mouvements d'air, poussières, variations de température, mais aussi la protection du reste de l'expérience de la lumière infrarouge diffusée dans le montage. Le télescope placé avant la sortie de ce boîtier de protection permet de modifier la taille du faisceau collimaté de  $w \simeq 1.9$  mm à  $w \simeq 1.6$  mm, qui donne  $w_{PDC} \simeq 36$   $\mu\text{m}$  et  $w_{PDC} \simeq 42$   $\mu\text{m}$  respectivement après focalisation.

En plus de l'entrée analogique dans le boîtier de contrôle du laser de puissance, une entrée digitale existe, destinée à éteindre le faisceau et donc le potentiel de piégeage sur les atomes. Nous avons mesuré une extinction de plus de 90 % en moins de  $\tau_{exc} = 10$   $\mu\text{s}$ , comparable à celle d'un modulateur acousto-optique. Nous montrons dans la figure 2.8(a) une courbe d'extinction. Pour l'expansion du nuage après coupure du piège, tout se passe comme si le piège se coupe instantanément. En effet, pour la puissance maximale atteinte dans le PDC, nous avons  $\omega^z = 2\pi \times 5.1$  kHz (voir tableau 3.2), ce qui correspond à  $\omega^z \tau_{exc} \simeq .3 \leq 1$ .

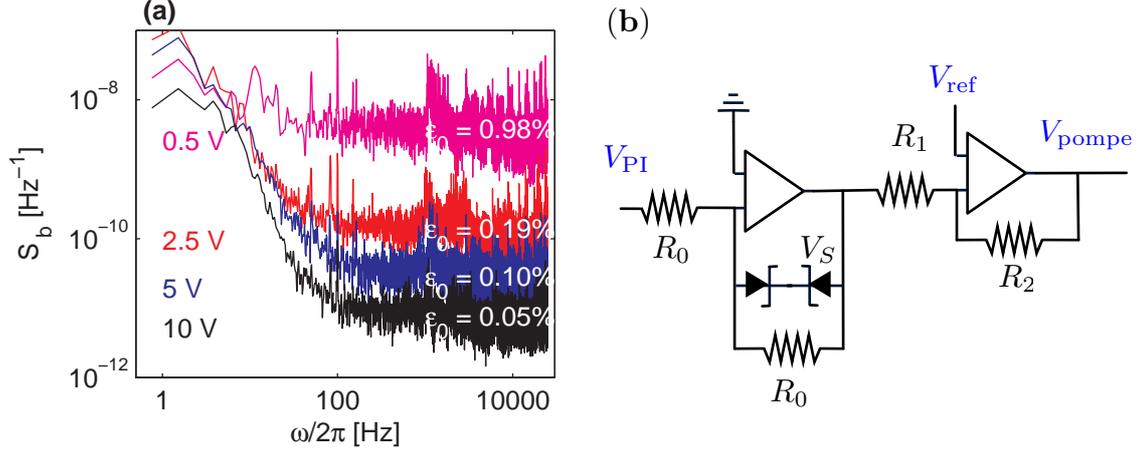


TABLE 2.2 – (a) Spectres de bruit obtenus pour quatre valeurs différentes de  $V_{\text{pompe}}$  : 0.5, 2.5, 5 et 10 V. Les valeurs des fluctuations relatives de puissance sont indiquées en blanc. (b) Circuit de coupure de la tension de commande des diodes de pompe. Ici,  $V_S = 2.4$  V,  $V_{\text{ref}} = 3.2$  V,  $R_0 = 6.8$  k $\Omega$ ,  $R_1 = 10$  k $\Omega$  et  $R_2 = 12$  k $\Omega$ .

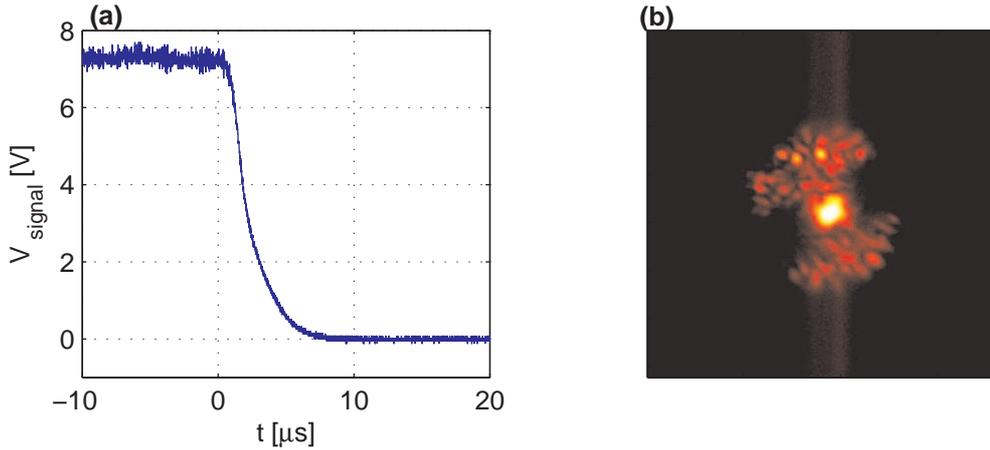


FIGURE 2.8 – (a) Courbe d'extinction PDC après avoir éteint le courant dans les diodes de pompe. (b) Mode en sortie prise sur une caméra après le télescope, à basse puissance ( $P_{\text{PDC}} \simeq 200$  mW). Le centre du profil est saturé sur l'image.

### Filtrage spatial

Le mode spatial du laser en sortie de fibre est constitué d'un faisceau quasi gaussien autour duquel se propage de la lumière résultant de l'émission spontanée du laser dans la gaine de la fibre, comme nous voyons dans la figure 2.8(b) prise après sa focalisation sur une caméra. Nous avons mesuré la contribution de cette lumière incohérente à la puissance totale :  $P_{\text{diff}} \simeq 200$  mW sur le faisceau en sortie pour  $i_{\text{pompe}}$  maximale. Cette lumière incohérente participe tout au plus à un fond de lumière résiduel autour de la zone de piégeage. Nous avons installé avant la photodiode une fibre optique monomode jouant le rôle de filtre spatial. Nous parvenons ainsi à asservir précisément la puissance contenue dans le mode gaussien du faisceau, la quantité qui participe au piégeage effectif des atomes.

### Stabilité de pointé du laser

Une autre caractéristique importante du piège dipolaire est sa stabilité en position. Des effets thermiques, tels que des lentilles thermiques (apparaissant lorsqu'un laser à haute puissance traverse un milieu matériel, le chauffe et modifie son indice de réfraction), peuvent être à l'origine de variations de divergence et de position du faisceau. La stabilité de pointé du laser peut aussi être altérée par des vibrations mécaniques sur la parcours du faisceau. Puisque nous focalisons un faisceau collimaté à  $w_{\text{PDC}} \simeq 42 \mu\text{m}$  sur les atomes, nous sommes sensibles aux variations de pointé du laser au niveau du centre de la chambre de science dès que leur amplitude atteint quelques  $\mu\text{m}$ . Notre géométrie de piégeage croisé double la sensibilité à ces variations. En effet, le point focal du deuxième bras étant l'image du premier à travers un montage 1 : 1 (voir figure 2.5), un mouvement vers le haut du premier bras résulte en un mouvement vers le bas du deuxième de la même quantité. Afin de quantifier ces fluctuations de pointé, nous avons effectué une mesure avec un montage transitoire : nous avons placé en sortie du montage dessiné dans la figure 2.7 une lentille de longue focale  $f = 500 \text{ mm}$  suivie d'une photodiode à quadrants fixée au foyer de la lentille. Ce détecteur nous livre deux signaux proportionnels aux positions verticale et horizontale du laser. Dans la figure 2.9(a), nous reportons l'évolution de la position du laser sur les atomes après l'allumage du laser, en faisant correspondre un mouvement sur le détecteur d'une quantité  $\Delta z^{\text{det}}$  à un mouvement sur les atomes de  $\Delta z = \Delta z^{\text{det}} \times 500/200$ .

Nous pouvons évaluer la variation de la profondeur du piège ainsi que de la fréquence de piégeage  $\omega_z$  lorsque le centre du piège lors du premier passage dans la chambre est décalé de  $\Delta z$  en vertical. Lors du deuxième passage, nous aurons par conséquent un décalage symétrique  $-\Delta z$ . En développant l'équation (2.12) pour  $x = y = 0$  à l'ordre 2 autour de  $z = 0$ , et en supposant  $\Delta z \ll w_{\text{PDC}}$ , on obtient :

$$V_{\text{PDC}}(0, 0, z) \simeq -V_{\text{PDC}}^0 \left( 1 - \frac{2\Delta z^2}{w_{\text{PDC}}^2} \right) - V_{\text{PDC}}^0 \left( 1 - \frac{6\Delta z^2}{w_{\text{PDC}}^2} \right) \frac{z^2}{2w_{\text{PDC}}^2}. \quad (2.16)$$

La hauteur du potentiel  $V_{\text{PDC}}$  ainsi que la fréquence de piégeage verticale sont affectées par ce déplacement. Nous traçons dans la figure 2.9(b) la variation de ces quantités avec  $\Delta z$ .

Nous voyons qu'il est nécessaire d'attendre au moins 2 h avant de pouvoir commencer les expériences. Après cette durée, la position du laser ne change plus significativement par rapport à sa position d'équilibre. Par ailleurs, le calcul (2.16) illustré dans la figure 2.9(b) nous indique la précision, quelques  $\mu\text{m}$ , avec laquelle nous souhaitons aligner les deux bras du pièges l'un sur l'autre. Une variation de  $\Delta z < 5 \mu\text{m}$  n'affecte pas la profondeur et la fréquence de piégeage de plus de 5 %. Pour l'alignement, nous disposons de miroirs motorisés (Agilis, Newport Corporation), qui ont l'avantage d'être très stables dans le temps et d'être commandés à distance, même si leurs mouvements ne sont pas reproductibles.

Récemment nous avons observé d'importantes variations de la position des faisceaux au cours d'une journée, d'amplitude plus grande que  $5 \mu\text{m}$ , que nous imputons à un mauvais réglage de la climatisation dans la salle d'expérience. Des variations

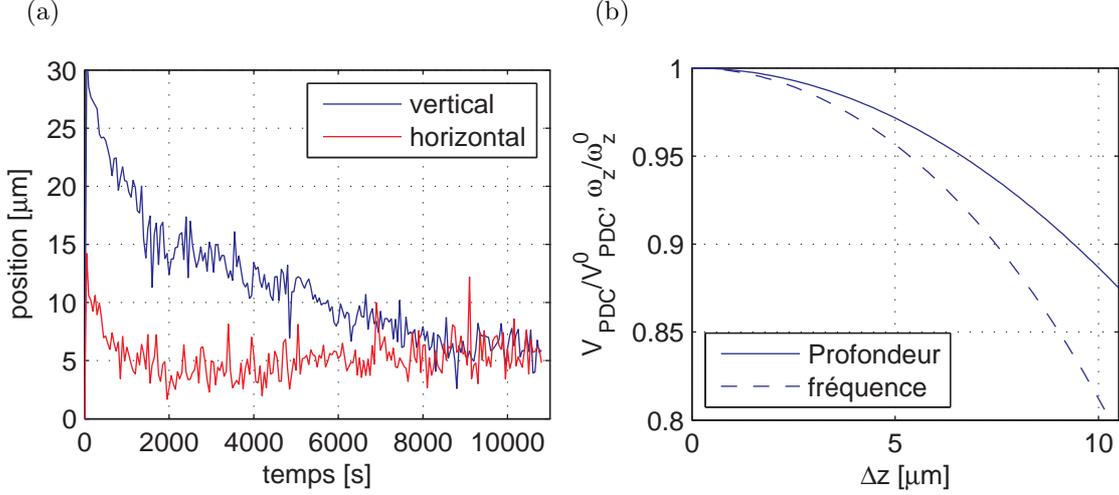


FIGURE 2.9 – (a) Evolution de la position du piège dipolaire après l’allumage du laser de puissance. (b) Evolution de la profondeur  $V_{\text{PDC}}^0$  et de la fréquence  $\omega_z$  à différents décalages  $\Delta z$  de la position du faisceau à son premier passage au centre de la chambre de science.

importantes de température ont été mesurées (quelques degrés) lors des chutes de température extérieure à l’arrivée de l’hiver. Nous sommes actuellement en train de mettre en place un système de contrôle actif en position afin de s’affranchir de telles variations.

### 2.3.3 Optimisation du chargement dans le piège dipolaire croisé

La capture d’atomes refroidis par le PMO d’un piège dipolaire est un problème complexe, car les mécanismes de refroidissement et de pertes peuvent être modifiés en présence du potentiel dipolaire. Ce problème a fait l’objet d’une étude expérimentale approfondie dans [99], nous en rappelons à présent les principaux mécanismes. Le taux de chargement d’atomes dans le PDC est proportionnel au produit de deux termes : la probabilité pour un atome d’être piégé dans le puits de potentiel et le flux atomique dans la région où les faisceaux dipolaires traversent le PMO (que nous désignerons par région de capture dans la suite). Pour le premier terme, considérons un atome en train de traverser la région de capture : si la dissipation d’énergie due au refroidissement laser laisse cet atome avec une énergie inférieure à la profondeur du potentiel, alors il reste piégé. Notons que le refroidissement peut être modifié à cause des déplacements lumineux des niveaux d’énergie des transitions (voir section 2.3.1), d’autant plus que l’intensité du laser est grande. Le deuxième terme est proportionnel à la densité spatiale et la vitesse moyenne des atomes dans le PMO, donc leur température. Nous voyons par conséquent qu’une optimisation de ce taux de chargement - donc de la température et de la densité - est nécessaire. Celle-ci est effectuée par l’intermédiaire de deux phases, l’une appelée “PMO sombre” et l’autre “PMO froid”, réalisées immédiatement après le chargement du PMO, que nous décrivons dans la section suivante.

### Optimisation du refroidissement laser en présence du PDC

Pendant une première phase, appelée “PMO sombre” [100], nous abaissons fortement l’intensité du laser repompeur, de  $I_{\text{rep}} = 300 \mu\text{W}\cdot\text{cm}^{-2}$  à  $I_{\text{rep}} = 10 \mu\text{W}\cdot\text{cm}^{-2}$  par faisceau, tandis que l’intensité du laser de refroidissement reste constante,  $I_{\text{ref}} = 0.9 \text{ mW}\cdot\text{cm}^{-2}$ . Le désaccord du laser est changé de  $\delta = -20 \text{ MHz}$  à  $\delta = -18 \text{ MHz}$  pendant cette phase, celui du ”repompeur” reste constant. Par ailleurs, nous gardons allumé le gradient de champ magnétique. Durant cette phase, qui dure 100 ms, les pertes d’atomes dues aux collisions assistées par la lumière [14] sont diminuées en raison d’un dépeuplement des niveaux excités, ce qui se traduit par une augmentation de la densité dans la zone de capture du PDC [99]. Notons que phénomène de diffusion multiple [101] peut également être à l’œuvre ici et limiter la densité pendant cette phase.

La deuxième phase, appelée “PMO froid”, qui dure 30 ms, permet quant à elle de diminuer la température par des mécanismes de refroidissement sub-Doppler, en désaccordant le laser de refroidissement vers le rouge de la transition, de  $\delta \simeq -2\Gamma$  à  $\delta \simeq -3.8\Gamma$ . Le gradient de champ magnétique est également gardé allumé pendant cette phase. Le choix du désaccord est, comme nous le verrons dans la section suivante, lié aux déplacements lumineux dus au PDC. Après cette phase, la température des atomes est de l’ordre de  $50 \mu\text{K}$ .

À la fin du ”PMO froid”, les lasers de refroidissement et de repompage sont éteints. Nous gardons le laser de refroidissement allumé  $300 \mu\text{s}$  de plus que le laser de repompage, afin de transférer les atomes dans l’état hyperfin  $F = 1$  par dépompage.

### Optimisation de la puissance du PDC

Pendant les deux phases précédemment évoquées, les pertes assistées par la lumière [14] et la diffusion multiple [101] limitent la densité, et donc le nombre d’atomes au centre du piège. Ce sont principalement les bras du PDC qui sont remplis. Pour réaliser l’optimisation de la puissance du PDC pendant la phase de capture, nous devons donc compter le nombre d’atomes présents dans les bras du PDC. Nous réalisons l’expérience suivante : nous gardons la puissance  $P_{\text{PDC}}$  constante durant la capture, et attendons 100 ms après la coupure des faisceaux du PMO. Ainsi il nous est possible de réaliser un diagnostic non perturbé par les atomes résiduels du PMO, tout en garantissant que les mécanismes de thermalisation dans le piège dipolaire n’ont pas notablement affecté la distribution des atomes dans le piège. L’échelle de temps de cette thermalisation, qui sera étudiée dans le chapitre 3, est de l’ordre de 2 s. Après 100 ms, la distribution des atomes dans le piège est essentiellement déterminée par la phase de capture du PMO.

Sur la figure 2.10(a), nous montrons le nombre d’atomes piégés dans les bras du PDC en fonction de la puissance  $P_{\text{PDC}}$ . Pour la puissance  $P_{\text{PDC}} \simeq 15 \text{ W}$ , nous effectuons une deuxième expérience, pour déterminer le désaccord optimal du laser

de refroidissement dans la phase de “PMO froid”. Les résultats de cette expérience sont montrés dans la figure 2.10(b).

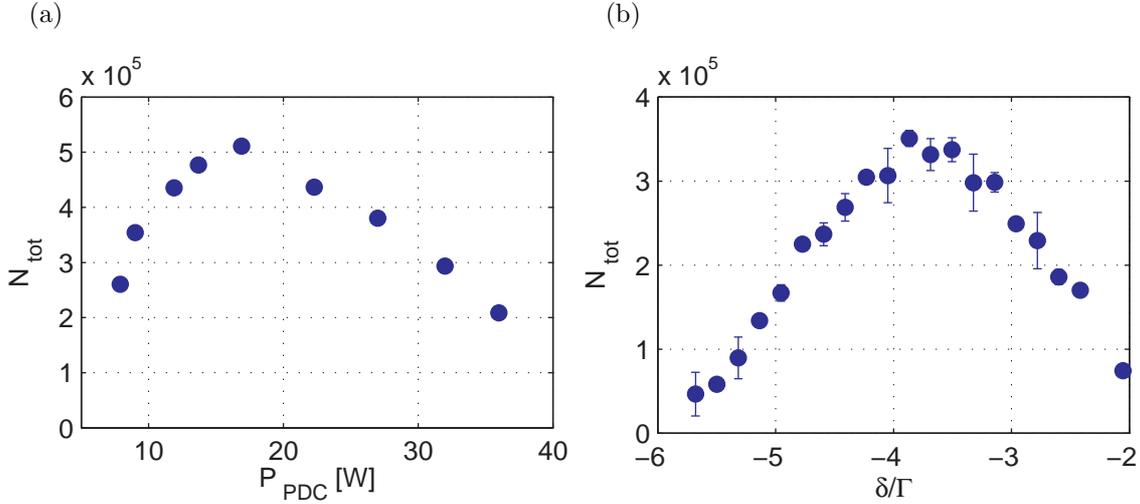


FIGURE 2.10 – (a) Evolution du nombre total d’atomes dans le PDC en fonction de la puissance  $P_{\text{PDC}}$ , pour  $\delta \simeq -3.8\Gamma$ . (b) Evolution du nombre total d’atomes dans le PDC en fonction du désaccord  $\delta$  du faisceau de refroidissement (ces données ont été prises à un temps  $t > 100$  ms, ce qui explique la différence du nombre d’atomes au maximum de la courbe, mais ne change le désaccord optimal.)

D’après ces expériences, nous constatons l’existence d’un optimum, à  $P_{\text{PDC}} \simeq 15$  W du nombre d’atomes chargés dans le piège. L’optimum  $P_{\text{CDT}}^{\text{opt}} = 15$  W correspond à  $I^{\text{opt}} = 5.4 \times 10^5$  W.cm $^{-2}$ . Dans une expérience similaire, dans laquelle nous avons ôté le télescope en sortie du montage (voir figure 2.7) pour obtenir à un faisceau focalisé à  $w'_{\text{CDT}} = 35$   $\mu\text{m}$  sur les atomes, la puissance optimale de chargement est égale à  $P_{\text{CDT}}^{\text{opt}} = 10$  W, correspondant à  $I^{\text{opt}} = 5.2 \times 10^5$  W.cm $^{-2}$ . Nous concluons qu’il existe une intensité limite au delà de laquelle le chargement se dégrade.

L’échec du chargement à plus haute intensité a deux raisons possibles. La première est la difficulté de compenser le déplacement lumineux sur l’ensemble de la région de capture. En effet, si nous désaccordons davantage le laser de refroidissement sur le rouge pour compenser le déplacement lumineux au fond du piège, au-delà de  $-3.8\Gamma$ , le refroidissement peut être meilleur au fond du piège mais perd de son efficacité dans les régions du PMO correspondant à  $x, y, z \gtrsim w_{\text{PDC}}$ . La deuxième raison est le rapprochement du laser de refroidissement avec la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2, m_F = 2\rangle$ . Nous faisons appel aux déplacements lumineux décrits dans la section 2.3.1 pour expliquer ce rapprochement. Considérons un simple modèle d’un atome qui cycle sur la transition de refroidissement dans les sous-niveaux extrémaux de spin, c’est-à-dire  $S22 = |F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow P33 = |F' = 3, m_F = 3\rangle$ , ressentant une force dipolaire exercée par un bras du PDC polarisé  $\pi$  ( $q = 0$ ). Nous allons aussi nous intéresser à la transition  $S22 = |F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow P22 = |F' = 2, m_F = 2\rangle$  qui se trouve dans le rouge de la première. Pour le calcul, nous utilisons la base de données établie par le NIST [102] et considérons les transitions  $3s \rightarrow 3p$ ,  $3p \rightarrow 3d, 4d$  autorisées [97], qui donnent des contributions significatives dans la

somme de l'équation (2.12). Après calcul, nous trouvons les déplacements des niveaux  $S22$ ,  $P33$  et  $P22$  :

$$\begin{cases} \Delta E_{S22}/\hbar I = -10.8 \text{ Hz.cm}^2.\text{W}^{-1} \\ \Delta E_{P33}/\hbar I = -37.4 \text{ Hz.cm}^2.\text{W}^{-1} \\ \Delta E_{P22}/\hbar I = 5.5 \text{ Hz.cm}^2.\text{W}^{-1}. \end{cases} \quad (2.17)$$

Si nous désignons par  $\delta_{33}$  le désaccord total induit par les déplacements lumineux sur la transition  $S22 \rightarrow P33$  et  $\delta_{22}$  celui de la transition  $S22 \rightarrow P22$ , alors nous obtenons :

$$\begin{cases} \delta_{33} = \omega_L - \omega_{33} - \hbar(\Delta E_{P33} - \Delta E_{S22})I = \omega_L - \omega_{33} + \alpha_{33}I = \delta + \alpha_{33}I \\ \delta_{22} = \omega_L - \omega_{22} - \hbar(\Delta E_{P22} - \Delta E_{S22})I = \omega_L - \omega_{22} - \alpha_{22}I \end{cases} \quad (2.18)$$

où  $\omega_L$  est la fréquence du laser de refroidissement  $\omega_{33}$  et  $\omega_{22}$  les fréquences des transitions en absence de lumière hors-résonante. D'après le système (2.17), nous trouvons  $\alpha_{33}/2\pi \simeq 27 \text{ Hz.cm}^2/\text{W}$  et  $\alpha_{22}/2\pi \simeq 16 \text{ Hz.cm}^2/\text{W}$ . Les coefficients  $\alpha_{33}$  et  $\alpha_{22}$  intervenant avec des signes opposés dans les désaccords  $\delta_{33}$  et  $\delta_{22}$ , les deux transitions se rapprochent quand  $I$  augmente, jusqu'à une valeur  $I^{\text{crit}} = 1.3 \times 10^6 \text{ W.cm}^{-2}$  telle que  $\delta_{33} = \delta_{22}$ . À cette valeur  $I^{\text{crit}}$ , correspondant à une puissance  $P_{\text{PDC}}^{\text{crit}} = 37 \text{ W}$ , les atomes peuvent subir un dépompage vers  $|F = 1\rangle$ , ce qui détériore fortement le mécanisme de refroidissement décrit au début du chapitre. Dans la figure 2.11, nous montrons les déplacements lumineux induits par un bras du PDC pour trois puissances différentes,  $P_{\text{PDC}} = 15 \text{ W}$ ,  $P_{\text{PDC}} = 25 \text{ W}$  et  $P_{\text{PDC}} = 35 \text{ W}$ . L'effet de rapprochement des niveaux hyperfins est limitant pour le  $^{23}\text{Na}$ , dont le décalage  $\omega_{33} - \omega_{22}$  est beaucoup plus petit que pour d'autres atomes alcalins plus lourds ( $^{87}\text{Rb}$  and  $^{133}\text{Cs}$ ).

Le modèle explicité ci-dessus est une simplification de la situation réelle dans notre expérience : il existe des atomes dans des états  $m_F$  autres que  $m_F = 2$  dans le PMO, qui auront vraisemblablement des déplacements différents de ceux calculés dans les relations (2.17). La dynamique interne des états Zeeman (populations et cohérences) est un problème compliqué, d'autant que les variations de polarisation des lasers du PMO dans l'espace sont mal connues. Nous n'avons pas cherché à développer une modélisation plus sophistiquée, et optimisons empiriquement la puissance de chargement.

En conclusion, nous avons trouvé un compromis entre la compensation des déplacements lumineux induits par les faisceaux du piège dipolaire et le refroidissement des atomes dans le PMO pendant la phase de capture des atomes. Nous disposons immédiatement après coupure des faisceaux du PMO de  $N_{\text{tot}} \simeq 5 \times 10^5$  atomes dans les bras du piège dipolaire, à une température  $T \simeq 50 \mu\text{K}$ . À la préparation d'un tel échantillon peut désormais s'ajouter une phase supplémentaire de refroidissement par évaporation, que nous décrivons dans le chapitre 4.

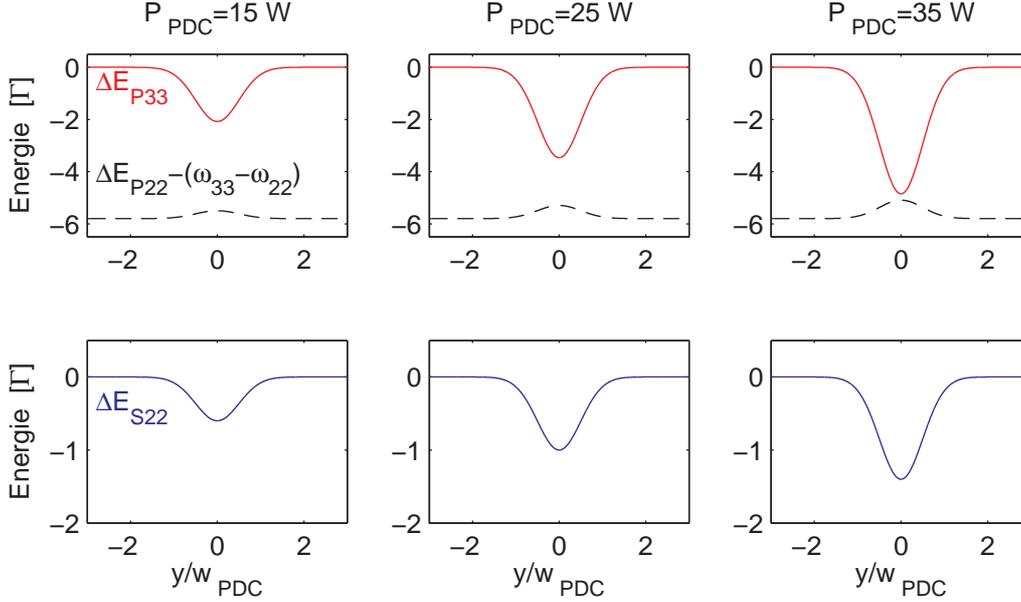


FIGURE 2.11 – Schéma des déplacements lumineux des niveaux  $S22$ ,  $P33$ ,  $P22$  de l'atome interagissant avec un champ laser polarisé  $\pi$ , pour trois puissances  $P_{\text{PDC}} = 15 \text{ W}$ ,  $P_{\text{PDC}} = 25 \text{ W}$  et  $P_{\text{PDC}} = 35 \text{ W}$ . Lorsque cette puissance augmente, les déplacements lumineux des trois niveaux considérés augmentent, et on assiste en particulier à un rapprochement des niveaux  $P33$  et  $P22$ .

## 2.4 Méthodes d'imagerie

La dernière partie de ce chapitre décrit la manière dont nous réalisons le diagnostic des échantillons ultra-froids produits sur l'expérience, valable pour des nuages piégés dans un PMO, comme des atomes chargés dans un piège dipolaire. Pour les échantillons que nous préparons dans l'expérience, les diagnostics doivent s'adapter aux propriétés que nous souhaitons sonder. Différentes techniques expérimentales existent pour ces diagnostics, comme l'imagerie par absorption, par contraste de phase ou par fluorescence.

Dans un piège magnéto-optique, on s'intéresse essentiellement au nombre d'atomes  $N$  et à la température  $T$ , afin de mesurer le taux de chargement ou l'efficacité de refroidissement. Pour des atomes piégés dans un piège dipolaire, nous désirons détecter précisément la structure spatiale du nuage, qui permet en particulier de mesurer l'apparition d'un condensat (voir section 1.2). Une quantité nous permettant de remonter à ces informations est le profil spatial de la densité du nuage atomique. Nous avons mis en œuvre est l'imagerie par absorption pour avoir accès à la distribution spatiale des échantillons produits, soit *in situ*, c'est-à-dire dans le piège (PMO ou piège dipolaire), ou après une expansion balistique - ou temps de vol - après coupure de celui-ci. Cette dernière méthode est adaptée si les structures sont plus petites que la résolution du système d'imagerie.

Pour les expériences que nous voulons réaliser dans le futur, comme la réalisation d'états fortement corrélés en spin, l'information utile réside dans la connaissance pré-

cise (à un atome près) du nombre d'atomes, plus particulièrement dans le nombre d'atomes de chaque espèce de spin d'un condensat spinoriel. Pour ce type de diagnostic, où il devient fondamental de travailler avec un fort rapport signal à bruit, une méthode d'imagerie adaptée est l'imagerie par fluorescence dans une mélasse optique (voir section 2.2.1). Dans ce cas, l'information sur la structure spatiale est rapidement perdue en raison de la diffusion spatiale du nuage pendant son interaction avec la mélasse optique, mais le signal à bruit peut être beaucoup plus important que celui atteint avec la méthode d'absorption.

La construction d'un système d'imagerie capable de réaliser ces deux types de diagnostics s'est révélé primordial pour nos expériences. Le projet de travailler avec des condensats de taille microscopique et avec des faibles nombres d'atomes nous a mené vers la réalisation d'un objectif de microscope à haute résolution spatiale. Nous allons décrire dans cette section le montage expérimental utilisant cet élément et ses performances techniques, ainsi que les mécanismes physiques sous-jacents à ces deux types d'imageries.

### 2.4.1 Objectif haute résolution

L'accès à des structures spatiales microscopiques nécessite un système optique avec une forte ouverture numérique. La taille des hublots des brides rentrantes (en haut et en bas de la chambre de science) a été prévue pour accueillir un objectif de microscope construit sur mesure<sup>15</sup>. La grande ouverture numérique importante ( $NA \simeq 0.33$ ) assure une collection de lumière dans un angle solide important, idéal pour une imagerie par fluorescence. Nous avons effectué plusieurs expériences qui nous ont permis de tester les performances de cet objectif de microscope, et de voir si celles-ci sont en accord avec les spécifications techniques du constructeur.

#### Mesure de la résolution

Nous mesurons la résolution de l'objectif de microscope en imageant une mire de résolution<sup>16</sup> à travers l'objectif de microscope. Chaque motif de la mire représentant une fréquence spatiale  $f$ , il nous est possible de reconstruire la fonction de transfert de modulation de notre objectif, en mesurant les contrastes  $C(f)$  sur une caméra<sup>17</sup> conjuguée à l'infini. En pratique, nous insérons un miroir derrière l'objectif, qui défléchit la lumière et l'envoie sur la caméra placée à environ 1.5 m. Ce contraste est défini de la manière suivante :

$$C(f) = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{S_{\max} + S_{\min}}, \quad (2.19)$$

où  $S_{\max}$  et  $S_{\min}$  sont respectivement le maximum et le minimum du signal d'intensité lumineuse sur l'image du motif. Nous calculons ensuite la fonction de transfert de modulation, déterminé par :  $FTM(f) = C(f)/C(f_0)$ , où  $C(f_0)$  est le contraste du motif le plus grand. Nos mesures nous donnent  $C(f_0 = 36 \text{ mm}^{-1}) \simeq 93 \%$  et

15. CVI Melles-Griot, Albuquerque, USA.

16. 1951 USAF Resolution Test Targets, Thorlabs, USA.

17. Pixis, Princeton Instruments, USA.

$C(228 \text{ mm}^{-1}) \simeq 83 \%$ . Nous traçons dans la figure 2.12(a) cette fonction de transfert FTM pour les motifs allant de 36 à 228  $\text{mm}^{-1}$  (points verts), et montrons en sous-figure le signal d'intensité du plus petit motif.

Nous comparons à présent ces mesures à la fonction de transfert idéale du système, en supposant que la résolution  $a$  de l'objectif de microscope est limitée par la diffraction :  $a = \lambda_0/2\text{NA}$ . Le constructeur a spécifié une ouverture numérique  $\text{NA} = 0.33$ , ce qui donne pour  $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$  une résolution  $a \simeq 800 \text{ nm}$ . Nous modélisons la transmission d'un signal dans l'objectif par la convolution par la fonction de réponse percussionnelle  $h_{\text{RP}}$  suivante [103] :

$$h_{\text{RP}}(r) = \left[ \frac{2J_1(\pi r/a)}{\pi r/a} \right]^2. \quad (2.20)$$

Sur les profils de créneaux convolués par  $h_{\text{RP}}$ , nous calculons les contrastes, et les reportons sur la figure 2.12(a) (ligne tiretée rouge). Nous reportons également la fonction de transfert obtenue avec une résolution moins bonne  $a' = 1.4 \mu\text{m}$  (ligne rouge), qui reproduit mieux nos mesures. Compte tenu du contraste maximal obtenu ( $C(f_0) \simeq 93 \%$ ), par lequel nous normalisons toutes nos mesures, nous pensons qu'il serait utile d'effectuer à nouveau ces mesures, en nous efforçant d'améliorer la valeur de  $C(f_0)$ <sup>18</sup>. Cela permettrait de confirmer ou corriger la valeur de la résolution que nous estimons être proche de  $1.4 \mu\text{m}$ .

### Double rôle de l'objectif

Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, l'expérience se termine avec les atomes capturés dans un piège optique de petite taille ( $w \simeq 8 \mu\text{m}$ ), formé par focalisation d'un faisceau infrarouge à l'aide du même objectif. Par ailleurs, nous souhaitons dans un futur proche ajouter à ce piège un "micro-piège". Il est nécessaire d'avoir une superposition entre le plan objet de l'imagerie et le plan focal du "micro-piège", afin de garantir une bonne mise au point sur le plan où se trouvent les atomes. Pour tester cette superposition, nous avons fait un test de rétro-couplage dans une fibre : deux faisceaux, l'un à 589 nm et l'autre à 1064 nm ont été couplés à travers une fibre, qui a été placée au foyer de l'objectif. Derrière lui, les deux faisceaux collimatés sont rétro-réfléchis pour rentrer de nouveau dans la fibre. En mesurant le rétro-couplage des deux lasers après leur deuxième passage dans la fibre en fonction de la distance  $d_{\text{f-o}}$  de la fibre à l'objectif, nous avons déduit pour chaque longueur d'onde la distance optimale  $d_{\text{f-o}}^{\text{opt}}$  qui maximise la puissance transmise. Le résultat de cette expérience est présenté sur la figure 2.12(b), et montre une différence de  $\simeq 3 \mu\text{m}$  entre les positions optimales aux deux longueurs d'onde. Cette différence est plus petite que la profondeur de champ  $\sim \lambda_0/\text{NA}^2 \simeq 5.4 \mu\text{m}$  à  $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$ , ce qui est satisfaisant pour imager des atomes se trouvant au point focal du micropiège.

---

18. Nous sommes peut-être gênés par une double réflexion sur la mire, qui conduit à la superposition de deux images sur la caméra.

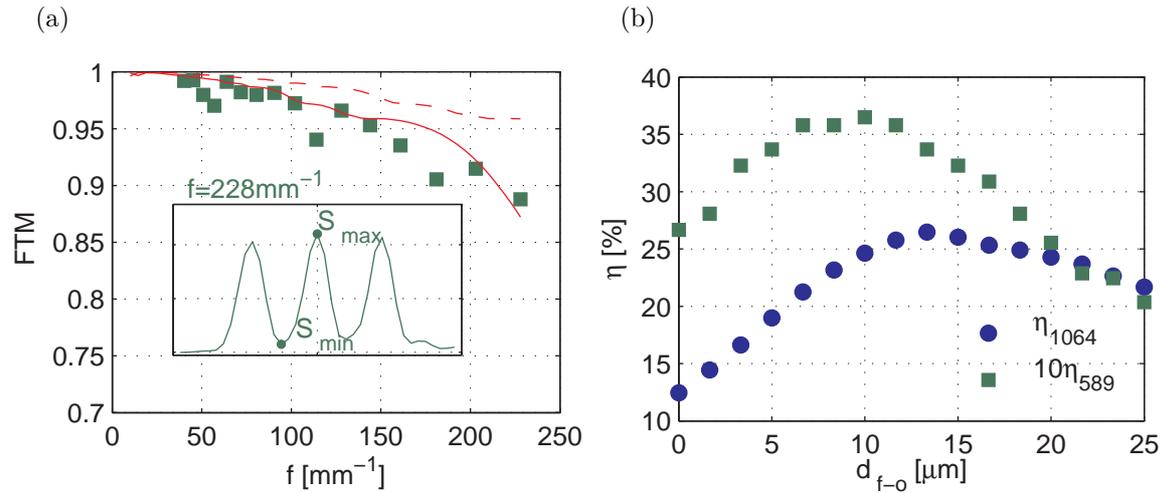


FIGURE 2.12 – (a) Courbe de FTM (points verts) pour les fréquences spatiales des motifs de la mire de résolution. En ligne rouge tiretée, la courbe de FTM pour un objectif idéal limité par la diffraction, avec une résolution  $a = 800 \text{ nm}$ . En ligne rouge pleine, FTM pour un objectif d’une résolution moins bonne :  $a' = 1.4 \mu\text{m}$ . Dans la sous-figure, profil de l’image du motif le plus petit, avec une distance entre deux créneaux de  $4.4 \mu\text{m}$ . (b) Courbe de rétro-couplage dans une fibre optique, pour les deux longueurs d’ondes :  $589 \text{ nm}$  (carrés verts) et  $1064 \text{ nm}$  (ronds bleus). Les valeurs de l’axe horizontal sont décalées d’environ  $5 \text{ cm}$ , la distance de travail de l’objectif.

## 2.4.2 Montage expérimental pour l’imagerie

### Imagerie horizontale

Nous disposons d’un système d’imagerie horizontale par absorption, qui nous permet d’imager le plan atomique  $y - z$ , utilisant l’un des deux lasers sonde (voir schéma de la figure 2.3). Le plan atomique est imagé sur une caméra CCD (“Charge Coupled Device” en anglais)<sup>19</sup>, par l’intermédiaire d’un système de deux lentilles convergentes (de focales  $f_1 = 125 \text{ mm}$  et  $f_2 = 200 \text{ mm}$ ). Nous avons calibré le grandissement  $G_1$  de ce système d’imagerie en réalisant l’expérience suivante : un nuage d’atomes froids est préparé dans le piège optique composite (voir chapitre 3) que l’on éteint à  $t = 0 \text{ ms}$ . Durant le temps de vol qui suit, les atomes tombent sous l’effet de la gravité. La trajectoire que nous montrons dans la figure 2.13 est ajustée par la fonction  $z(t_v) = z_0 + \alpha t_v^2/2$ . Le grandissement  $G_1$  est donné par  $G_1 = \alpha \sigma_{\text{pix}}/g \simeq 1.52$ , avec  $g = 9.81 \mu\text{m}.\text{ms}^{-2}$  l’accélération de la pesanteur et  $\sigma_{\text{pix}} = 6.45 \mu\text{m}$  la taille d’un pixel sur le capteur. Cette valeur est proche de la valeur attendue  $f_2/f_1 = 1.6$ .

### Imagerie verticale

Nous schématisons dans la figure 2.14 les éléments principaux du montage expérimental pour l’imagerie par absorption et par fluorescence : l’objectif de microscope,

19. A102F, Basler, USA.

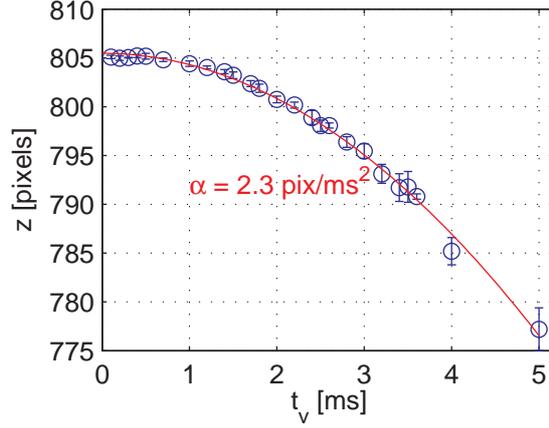


FIGURE 2.13 – Courbe de chute libre des atomes imagée sur l’axe d’imagerie horizontale. La trajectoire est ajustée avec la fonction  $z(t_v) = z_0 + \alpha t_v^2/2$  tracée en rouge.

placé en dessous de la chambre, un miroir dichroïque, pour défléchir la sonde et les photons de fluorescence et transmettre la lumière du micropiège (non dessiné ici), un doublet de lentilles achromatiques ( $f_d = 85$  mm)<sup>20</sup> servant à former une première image intermédiaire, puis une paire de lentilles ( $f_1 = 25.4$  mm et  $f_2 = 100$  mm) pour former l’image finale sur le capteur de la caméra<sup>21</sup>. Au niveau de l’image intermédiaire, nous plaçons une lame de rasoir ainsi qu’un obturateur mécanique dont nous allons détailler les rôles dans la section 2.4.3.

Au total, le système fabrique une image des atomes avec un grandissement  $G \simeq 6$ . Ce grandissement a été calibré sur le système d’imagerie horizontale décrit dans la section précédente, en comparant les tailles de deux nuages imagés simultanément sur les deux axes d’imagerie.

### 2.4.3 Imagerie par absorption

#### Rappel sur l’absorption par un faisceau résonant

Cette méthode d’imagerie repose sur l’interaction résonante atomes/photons décrite au début du chapitre (voir section 2.2.1). Un faisceau sonde décalé d’une quantité  $\delta$  et d’intensité  $I_0$  est envoyé dans la direction  $z$  sur l’échantillon atomique à sonder. Une partie des photons incidents est absorbée puis réémise spontanément dans toutes les directions de l’espace. Dans la direction  $z$ , le défaut dans l’intensité transmise  $I_t$  est relié à la densité atomique  $n(x, y, z)$  par la loi de Beer-Lambert :

$$I_t(x, y) = I_0(x, y)e^{-\sigma_{\text{abs}} \int n(x, y, z) dz} \quad (2.21)$$

La quantité  $\sigma_{\text{abs}}$  est la section efficace d’absorption. Pour un modèle d’atome à deux niveaux, elle est directement reliée à l’expression (2.1) via  $\sigma_0 = 3\lambda_0^2/2\pi$ , la section

20. Thorlabs, USA.

21. Pixis, Princeton Instruments, USA.

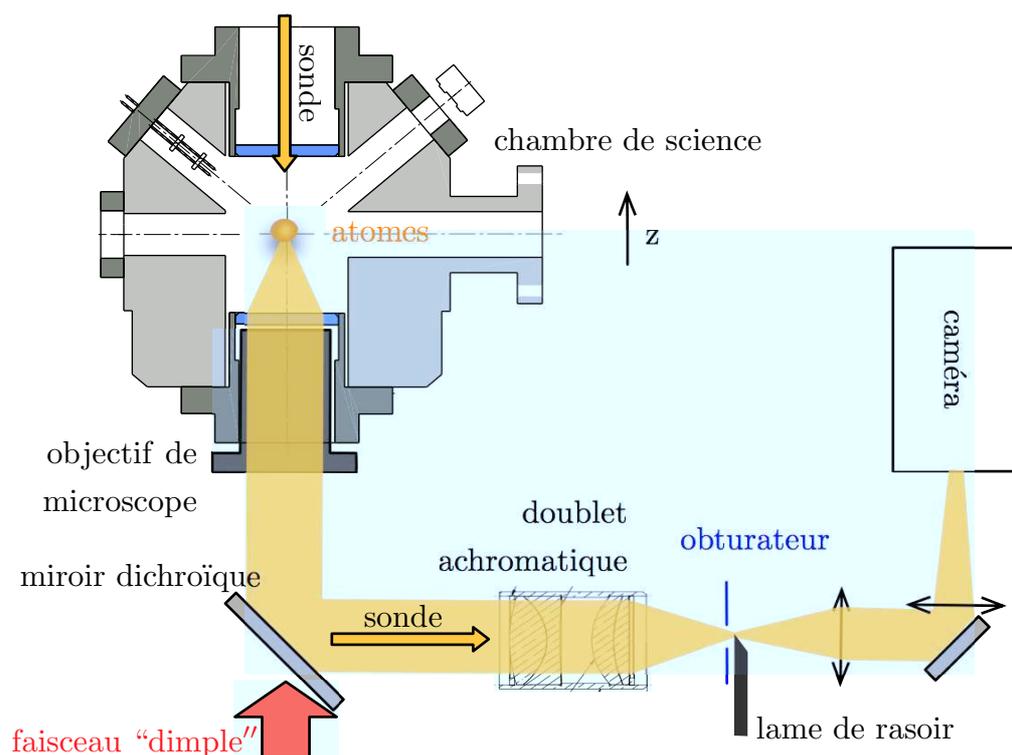


FIGURE 2.14 – Système d'imagerie pour l'absorption en mode "transfert de frame" et la fluorescence. La lumière de fluorescence provenant des atomes est symbolisée par le faisceau jaune dans le schéma. Le trajet de la sonde n'est pas tracé ici mais sa direction est représentée par une flèche.

efficace à résonance :

$$\sigma_{\text{abs}}^{2\text{niv}} = \frac{\sigma_0}{1 + 4 \left(\frac{\delta}{\Gamma}\right)^2}. \quad (2.22)$$

Il est aisé d'extraire la densité intégrée le long de la direction  $z$ , appelée aussi densité optique (DO) :

$$\text{DO}(x, y) = \sigma_{\text{abs}} \int n(x, y, z) dz = -\ln \left[ \frac{I_t(x, y)}{I_0(x, y)} \right]. \quad (2.23)$$

Nous supposons ici que  $\sigma_{\text{abs}} = \alpha \sigma_{\text{abs}}^{2\text{niv}}$ , avec un coefficient  $\alpha$  déterminé expérimentalement, qui prend en compte la correction de la section efficace par rapport celle du modèle d'un atome à deux niveaux. D'après la section 3.5.3, nous obtenons la valeur  $\alpha \simeq 1.15 \pm 0.15$ . La relation (2.23) est correcte dans la limite des faibles saturations,  $s_0 \ll 1$ . En intégrant dans le plan transverse  $x-y$  la distribution obtenue, nous en déduisons le nombre total d'atomes :

$$N_{\text{tot}} = \int \text{DO}(x, y) dx dy / \sigma_{\text{abs}}. \quad (2.24)$$

### Caractéristiques du faisceau sonde

Notre sonde est choisie telle que  $I_0 \ll I_{\text{sat}}$ , c'est-à-dire  $s_0 \ll 1$  et à désaccord nul. Dans la table 2.3, nous résumons les caractéristiques de notre faisceau de sonde.

	$\delta$ (MHz)	$P$ ( $\mu$ W)	$w$ ( $\mu$ m)	$I$ (mW.cm <sup>-2</sup> )	$t_{\text{exp}}$ ( $\mu$ s)
Sonde	0	10	800	1	10

TABLE 2.3 – Caractéristiques du faisceau sonde.

Par ailleurs, la sonde est accordée sur la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$  et polarisée  $\sigma^+$ . Puisque les atomes se trouvent dans l'état fondamental  $|F = 1\rangle$  avant leur diagnostic, nous envoyons un court pulse des faisceaux de repompage pour les ramener dans  $|F = 2\rangle$ . Ensuite, nous prenons deux images consécutives, l'une avec les atomes, proportionnelle à  $I_t(x, y)$ , puis une autre en absence des atomes, proportionnelle à  $I_0(x, y)$ , pour remonter à  $\text{DO}(x, y)$ . Chacune des deux images est prise avec un pulse de sonde d'une durée de  $t_{\text{exp}} = 10 \mu\text{s}$ . Ce temps est choisi de sorte à ne pas induire de chauffage du nuage, et également pour éviter que le décalage par effet Doppler sous l'effet de la diffusion des photons soit trop important. Pour nos caractéristiques, chaque atome diffuse en moyenne :  $N_p = \Gamma s_0 t_{\text{exp}}/2 \simeq 8$  photons<sup>22</sup>. Cela se traduit par un décalage en fréquence  $\delta_{\text{Doppler}} = N_p k_L v_{\text{rec}} \simeq 0.25\Gamma$ , et donc un changement négligeable pour  $\sigma_{\text{abs}}$  (voir relation (2.22)).

### Bruit associé à l'imagerie d'absorption verticale

Les deux images sont espacées typiquement de quelques centaines de ms, pour laisser le temps à la première image d'être lue depuis la caméra CCD et que ce dernier soit réinitialisé pour l'exposition de la deuxième image. Ce temps est long devant les constantes de temps typiques des vibrations mécaniques (quelques  $10^0 - 10^3$  Hz), qui peuvent être à l'origine de fluctuations de positions ou de profil de la sonde. Cela entraîne une mauvaise division des deux profils d'intensité  $I_t(x, y)$  et  $I_0(x, y)$  et l'apparition de franges sur l'image divisée. Si nous notons  $\delta I_t$  la différence d'intensité entre les deux images due à toutes les perturbations extérieures et  $\tilde{I}_t$  l'intensité transmise en absence de perturbations, alors nous avons :

$$I_t = \tilde{I}_t + \delta I_t \quad , \quad \text{DO} = -\ln \left[ \frac{\tilde{I}_t + \delta I_t}{I_0} \right] \simeq \tilde{\text{DO}} + \frac{\delta I_t}{I_0}. \quad (2.25)$$

Cette contribution de bruit sur la densité optique doit être comparée à la limite intrinsèque de bruit imposée par le caractère aléatoire de l'incidence des photons sur la caméra, que nous appelons communément bruit de grenaille. Le niveau de comptage de photons sur la caméra  $S$  répond à une statistique poissonnienne, caractérisée par des fluctuations  $\delta S^{\text{gr}} = \sqrt{S}$ . Dans notre cas, ceci correspond à un bruit supplémentaire égal à  $\delta \text{DO}^{\text{gr}} = \sqrt{2/S}$  [104], les bruits sur les deux images étant décorrélés.

Du bruit supplémentaire peut être apporté par la caméra elle-même, dû par exemple à l'amplification du courant photoélectrique, ou au cours du processus de

<sup>22</sup>. Le nombre de photons diffusés semble faible pour un pompage optique conduisant à une section efficace proche de celle d'un atome à deux niveaux. Nous allons effectuer des mesures supplémentaires pour confirmer le facteur correctif  $\alpha$  sur  $\sigma_{\text{abs}}^{2\text{niv}}$ .

conversion en image numérique. Nous avons choisi d'utiliser une caméra bas-bruit, avec une efficacité quantique égale  $\eta = 0.97$  et sans amplification ( $\simeq 1 e^{-1}/\text{photon}$ ). L'écart-type du bruit dû à la caméra correspond à  $\delta S^{\text{cam}} \simeq 3$  photons par pixel. Avec les caractéristiques du faisceau sonde (voir table 2.3), nous obtenons un niveau de signal  $S \simeq 2500$  par pixel, correspondant à bruit intrinsèque de  $\delta S^{\text{gr}} \simeq 50$ , qui est dominant devant  $\delta S^{\text{cam}}$ . On en déduit le bruit intrinsèque sur la densité optique :  $\delta \text{DO}^{\text{gr}} \simeq 0.03$ . Néanmoins, le bruit total que nous obtenons après division des deux images est plutôt de l'ordre de  $\delta \text{DO} \simeq 0.05$ . Lorsque nous imageons les trois espèces de spin d'un condensat spinoriel, des structures exhibant des densités optiques de cet ordre de grandeur existent. Le rapport signal sur bruit gagne donc à être baissé jusqu'à atteindre  $\delta \text{DO}_{\text{gr}} \simeq 0.03$ . Pour ce faire, nous avons recours à une technique d'imagerie par absorption dite de "transfert de frame" (mode "Kinetics" de la caméra), qui permet de diminuer le temps entre deux images et de réduire le bruit de division.

### Imagerie en mode "transfert de frame"

Cette technique repose sur l'exposition pour la première image d'une partie restreinte (ou "sous-image") du capteur, l'autre restant cachée, puis du décalage de toutes les lignes du capteur de sorte que la première partie se retrouve cachée et la deuxième sous-image puisse être exposée. Le temps d'attente  $\Delta t$  entre les deux expositions est uniquement limité par la vitesse de décalage des lignes et la taille des images. La lecture des registres du capteur est effectué uniquement après que toutes les sous-images aient été exposées. Avec cette méthode, nous parvenons à réduire considérablement le temps entre les deux expositions, de  $\Delta \simeq 300$  ms à  $\Delta t \simeq 4$  ms.

Notre zone utile sur le capteur CCD ne nécessitant que  $170 \times 1024$  pixels sur les  $1024 \times 1024$  disponibles, nous décidons de diviser le capteur en 6 sous-images de tailles égales. En ajoutant une lame de rasoir dans un plan objet secondaire de l'imagerie, nous parvenons à cacher 5/6 du champ de vue du capteur à travers le système d'imagerie, et donc placer cette partie du capteur "dans le noir". Cette partie cachée vers laquelle sont transférées les sous-images n'est donc pas gênée par la lumière parasite. La collection des signaux de sondes  $I_t$  et  $I_0$  est effectuée sur la partie non-cachée du capteur. Idéalement, en souhaitant minimiser la durée  $\Delta t$ , nous devrions exposer les deux sous-images correspondantes consécutivement sur le capteur. Néanmoins, nous remarquons qu'une partie du faisceau sonde éclairant la deuxième sous-image est diffractée par le bord de la lame, résultant en un "débordement" sur la première sous-image. Cet artefact mène à une mauvaise division des deux profils de sonde, avec un gradient sur la densité optique. Afin de résoudre ce problème, nous insérons entre les deux expositions une sous-image "tampon" servant à accueillir la majeure partie de cette lumière diffractée. Le temps de décalage du capteur étant de  $12.2 \mu\text{s}$  par ligne, nous parvenons à  $\Delta t = 2 \times 170 \times 12.2 \times 10^{-3} = 4.15$  ms.

Sur la figure 2.15, nous reproduisons schématiquement les expositions alternées avec les transferts des sous-images sur le capteur, les deux pulses de sonde en fonction du temps, et l'image résultante de cette opération. Pour le calcul de la densité optique, nous faisons le calcul suivant :  $\text{DO} = -\ln(I_2 - I_5)/(I_4 - I_5)$ . Comme nous l'avons expliqué ci-dessus, la sous-image 3 contient la lumière diffractée par la lame

de rasoir donc n'est pas utilisée. Par ailleurs, l'exposition en absence de lumière ne donnant pas lieu à une image totalement noire (le fond est de  $\simeq 650$  électrons, valeur spécifiée par le constructeur), nous retranchons une image de fond, ici la sous-image 5. La sous-image 1 quant à elle est exposée depuis le début de la séquence expérimentale, elle a pour rôle d'accumuler la lumière résiduelle jusqu'à la première exposition "utile". Avec une séquence expérimentale durant typiquement 20 sec, cette accumulation sature rapidement cette sous-image, à cause de la lumière de fluorescence du PMO par exemple. C'est pourquoi nous avons ajouté à côté de la lame de rasoir un obturateur mécanique, qui bloque cette lumière pendant une grande partie de la séquence.

Dans la figure 2.16 nous donnons l'exemple d'un signal de densité optique calculé à partir d'une séquence d'images prises en mode "transfert de frame". Ce signal correspond à un condensat spinoriel de  $N \simeq 3000$  atomes après expansion dans un gradient de champ magnétique, résultant dans la séparation spatiale des trois composantes  $m_F = +1$ ,  $m_F = 0$  et  $m_F = -1$  (ceci sera étudié en détail dans le chapitre 4).

Nous avons vérifié qu'avec cette méthode d'imagerie, le bruit en densité optique ne dépasse pas 0.03, signe que nous sommes limité par le bruit de grenaille photonique. Nous avons évalué l'impact de ce bruit résiduel sur le comptage d'atomes : sur une zone carrée sur le capteur de  $50 \times 50$  pixels, nous avons un bruit résiduel de  $\delta N_{\text{résiduel}} = 0 \pm 50$  atomes. Si l'imagerie par absorption est parfaitement adaptée à la résolution de structures spatiales et le comptage de nombres d'atomes importants ( $N \gtrsim 1000$ ), elle reste donc peu précise pour la détermination de faibles nombres d'atomes ( $N \lesssim 100$ ). En particulier, si nous nous intéressons à l'étude de condensats spinoriels microscopiques fortement corrélés, comme nous l'avons présenté dans la section 5.3.1 du chapitre 1, nous ne pourrions pas utiliser l'imagerie par absorption. C'est pourquoi nous avons développé une méthode alternative d'imagerie, par fluorescence, mieux adaptée pour le comptage de faibles nombres d'atomes.

#### 2.4.4 Imagerie par fluorescence

L'imagerie par fluorescence consiste à détecter les photons émis par les atomes lorsque ceux-ci sont placés dans une mélasse optique. L'interaction a déjà été décrite au début du chapitre, et nous allons à présent nous concentrer sur les quantités pertinentes pour l'imagerie, à savoir le taux de collection de photons dans l'angle solide de l'objectif de microscope, la diffusion du nuage pendant son interaction avec la mélasse, ainsi que le rapport signal à bruit que nous pouvons espérer atteindre.

##### Signal de fluorescence collecté à l'aide une mélasse optique

Le taux de photons diffusés dans une mélasse optique est donné dans l'équation (2.1), et dans la limite des vitesses faibles (ce qui est le cas pour un nuage à une température de l'ordre de quelques  $\mu\text{K}$ ), il vaut :

$$\Gamma_{\text{diff}} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + 4 \left(\frac{\delta}{\Gamma}\right)^2 + s_0}. \quad (2.26)$$

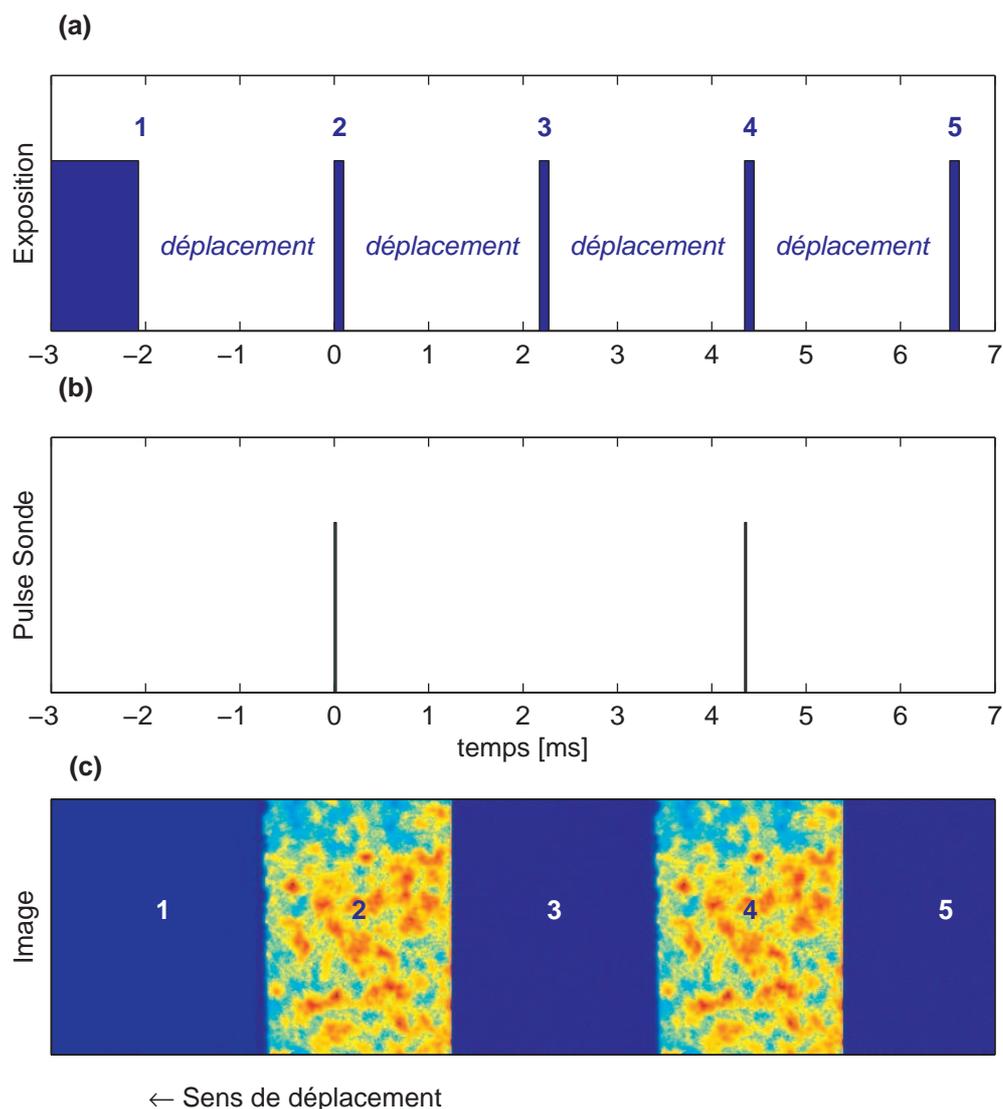


FIGURE 2.15 – En tracé plein nous montrons les périodes d'exposition intercalées par les déplacements des sous-images jusqu'à la 5<sup>ème</sup> (a), les deux pulses de sonde (b), ainsi que l'image qui résulte de cette opération (c). Le temps  $t = 0$  correspond au début du premier pulse de sonde. La sous-image 1 accumule la lumière parasite pendant toute la durée de la séquence, les images 2 et 4 contiennent les signaux utiles pour l'absorption, respectivement  $I_t$  et  $I_0$ , l'image 3 sert à recueillir la lumière diffractée par la lame pendant le deuxième pulse de sonde. L'image 5 contient l'image de fond en absence de lumière, soustraite aux images 2 et 4 pour le calcul de la densité optique.

Dans l'angle solide déterminé par l'ouverture numérique de l'objectif de microscope  $d\Omega \simeq \pi NA^2$ , la fraction de lumière collectée vaut  $d\Omega/4\pi \simeq NA^2/4$ . Il reste à connaître l'efficacité quantique de la caméra  $\eta_q$  ainsi que d'éventuelles pertes sur les composants optiques  $\eta_c$  que nous regroupons sous le paramètre  $\eta = \eta_q \eta_c$ , pour obtenir le nombre de comptes, ou flux de photons  $\Phi_c$  par atome sur le capteur :

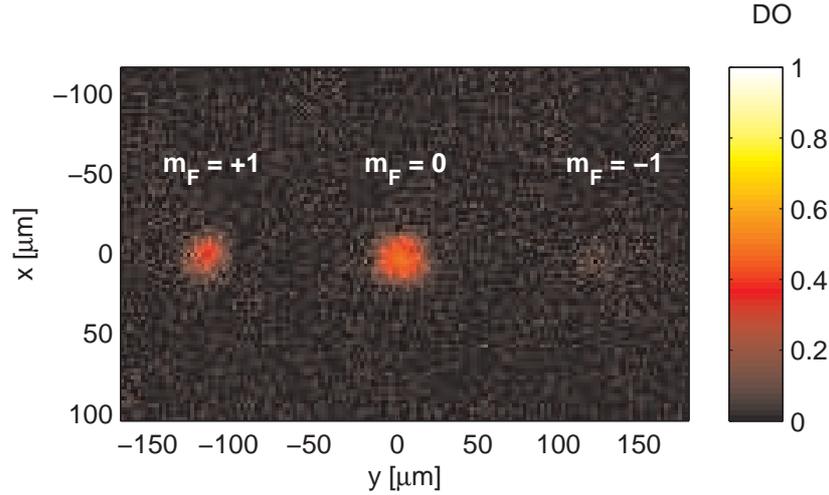


FIGURE 2.16 – Signal de densité optique relatif à un condensat spinoriel de  $N \simeq 3000$  atomes de sodium, calculé à partir d’images prises en mode “transfert de frame”.

$$\Phi_c = \frac{\eta \text{NA}^2 \Gamma_{\text{diff}}}{4} \quad (2.27)$$

L’efficacité de collection mesure la transmission à travers l’ensemble du trajet optique; nous la supposons égale à 1 dans la suite, c’est-à-dire  $\eta = \eta_q = 0.97$ . D’après la relation (2.27), nous voyons que pour avoir un flux important, il est nécessaire de maximiser  $\Gamma_{\text{diff}}$  autant que les puissances des faisceaux le permettent. Avec la puissance maximale disponible dans notre dispositif, nous arrivons à obtenir une puissance de 9.3 mW par faisceau de refroidissement, ce qui au total revient à  $s_0 \simeq 4.9$ . Le signal total  $S$  pour  $N$  atomes, accumulé sur une durée de mélasse  $t_{\text{mel}}$ , vaut :

$$S = N \Phi_c t_{\text{mel}}. \quad (2.28)$$

### Diffusion spatiale des atomes dans une mélasse optique

Un autre aspect de l’interaction du nuage atomique avec la lumière résonante est sa diffusion spatiale. En raison de la marche aléatoire des atomes pendant la durée de la mélasse, le nuage s’étale selon une loi de diffusion. Si nous notons  $\sigma_{0,x}$  et  $\sigma_{0,y}$  les tailles selon  $x$  et  $y$  de l’échantillon à étudier avant le branchement des faisceaux de mélasse, et  $\sigma_x$  et sa taille après diffusion à l’intérieure de la mélasse, nous avons la relation suivante [105] :

$$\sigma_x^2(t_{\text{mel}}) = \sigma_{0,x}^2 + 2D_x t_{\text{mel}}, \quad \sigma_y^2(t_{\text{mel}}) = \sigma_{0,y}^2 + 2D_y t_{\text{mel}}. \quad (2.29)$$

Les coefficients de diffusion spatiale  $D_x$  et  $D_y$  dans les directions  $x$  et  $y$  respectivement dépendent des paramètres  $s_0$  et  $\delta$ . Nous supposons dans la suite que la diffusion est isotrope, c’est-à-dire  $D_x = D_y$ . Nous supposons aussi les tailles  $\sigma_{0,x}$  et  $\sigma_{0,y}$  égales :  $\sigma_{0,x} = \sigma_{0,y} \equiv \sigma_0$ . En effet, le piège optique dans lequel nous réalisons des condensats de Bose–Einstein (voir section 3.4.1) est isotrope dans le plan  $x - y$ . Considérons un nuage, pris à l’instant  $t_{\text{mel}}$ , dont la distribution est bien approchée par une distribution gaussienne de taille  $\sigma(t_{\text{mel}})$  donnée par l’équation

2.29. L'accumulation des photons pendant l'intervalle de temps  $t \in [0, t_{\text{mel}}]$  donne lieu à un signal intégré. En supposant qu'à l'instant  $t_{\text{mel}}$  la distribution de densité intégré selon  $z$  s'écrit :

$$\tilde{n}(x, y, t_{\text{mel}}) = \tilde{n}_0(t_{\text{mel}}) e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{0,x}^2 + 4D_x t_{\text{mel}}} - \frac{y^2}{2\sigma_{0,y}^2 + 4D_y t_{\text{mel}}}}, \quad (2.30)$$

où  $\tilde{n}_0(t_{\text{mel}})$  est le coefficient de normalisation au nombre total d'atomes  $N$ , nous pouvons exprimer le signal total intégré dans le temps de la manière suivante :

$$S(x, y, t_{\text{mel}}) = \Phi_c \int \tilde{n}(x, y, t) dt = \frac{\Phi_c N}{4\pi D_x} \left[ \Gamma\left(0, \frac{x^2 + y^2}{2\sigma_0^2 + 4D_x t_{\text{mel}}}\right) - \Gamma\left(0, \frac{x^2 + y^2}{2\sigma_0^2}\right) \right], \quad (2.31)$$

avec  $\Gamma(0, x) = \int_x^\infty dt e^{-t}/t$ , la fonction gamma-incomplète d'ordre 0 [106].

Nous mesurons le coefficient de diffusion  $D_x$  pour  $s_0 \simeq 4.9$  et différents désaccords  $\delta$ . Dans plusieurs séries d'expériences à  $\delta$  fixé nous prenons des images à trois temps de mélasse  $t_{\text{mel}}$ . Dans la figure 2.17(a,b,c), nous montrons les images provenant de l'une de ces séries, avec un désaccord  $\delta = -3.6\Gamma$ . Chaque image est ajustée avec une distribution (2.31). Le signal de ces trois images est légèrement asymétrique, ce qui probablement lié à une différence entre les forces de pression de radiation exercées par deux lasers contrapropageants. Nous prenons en compte cet effet pour l'ajustement. À partir d'une mesure des positions du centre de masse du nuage pour chaque  $t_{\text{mel}}$ , nous obtenons un couple de vitesses  $(v_x, v_y)$ , que nous incorporons dans la fonction d'ajustement de l'intégrale (2.31) en remplaçant  $x$  par  $x - v_x t$  et  $y$  par  $y - v_y t$ . Dans la figure 2.17(d,e,f), nous présentons les profils expérimentaux selon l'axe  $x = 0$ , ainsi que les ajustements  $S(x, y, t_{\text{mel}})$ . Les coefficients de diffusion  $D_x$  extraits des ajustements sont reportées dans la figure 2.18(a).

Pour les désaccords  $\delta$  au delà de  $-2.7\Gamma$ , les coefficients  $D_x$  sont proches, autour de  $350\hbar/m$ . Notre souci est de minimiser le coefficient de diffusion pour limiter la surface de capteur collectant les photons, tout en ayant un signal important. Au désaccord  $\delta = -2.7\Gamma$ , nous calculons d'après les équations (2.26) et (2.27) que le flux de photons diffusés est  $\Phi_c \simeq 110 \text{ ms}^{-1}$  par atome. Afin de comptabiliser au mieux le signal accumulé sur le capteur, nous devons trouver une zone optimale, suffisamment grande pour comprendre l'ensemble du signal, mais tout de même plus petite que l'aire totale du capteur pour limiter le bruit de détection. Si par exemple nous voulons compter à un atome près la population d'un nuage comprenant une centaine d'atomes, alors une zone comprenant plus de 99% du signal est adaptée. Ceci fixe un seuil sur la taille minimale de la zone à comptabiliser. À l'aide de la distribution du signal (2.31), et en négligeant les vitesses  $v_x, v_y$ , nous calculons la fraction du signal qui se trouve dans un carré de côté  $l$  autour du centre du nuage  $S_l$  :

$$S_l(t_{\text{mel}}) = \int_{-l}^l \int_{-l}^l S(x, y, t_{\text{mel}}) dx dy. \quad (2.32)$$

Nous traçons dans la figure 2.18(b) la quantité  $1 - S_l/S$ , avec  $S$  le signal total ( $S = \Phi_c N t_{\text{mel}}$ ) en fonction de  $l/\sqrt{4D_x t_{\text{mel}}}$ . Cette quantité représente l'erreur relative de comptage lorsqu'on se restreint à un carré de côté  $l$ . Les trois courbes correspondent à trois valeurs différentes du paramètre  $\zeta = \sigma_0^2/2D_x t_{\text{mel}}$ . Numériquement,

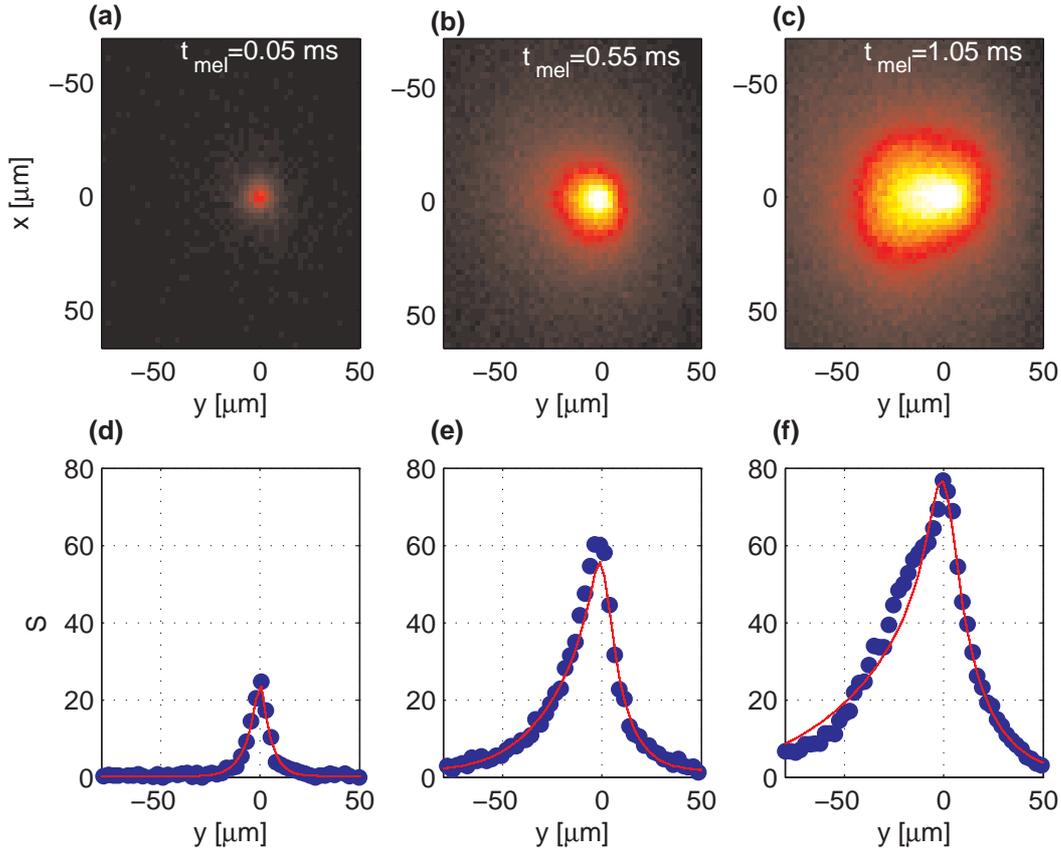


FIGURE 2.17 – (a,b,c) Signaux de fluorescence pour trois temps de mélasse différents  $t_{mel} = 0.05, 0.55$  et  $1.05$  ms. L'échelle de couleurs, du noir au blanc correspond à des signaux compris entre  $S = 0$  et  $S = 60$ . (d,e,f) Profils selon  $y$  avec les ajustements  $S(0, y, t_{mel})$ .

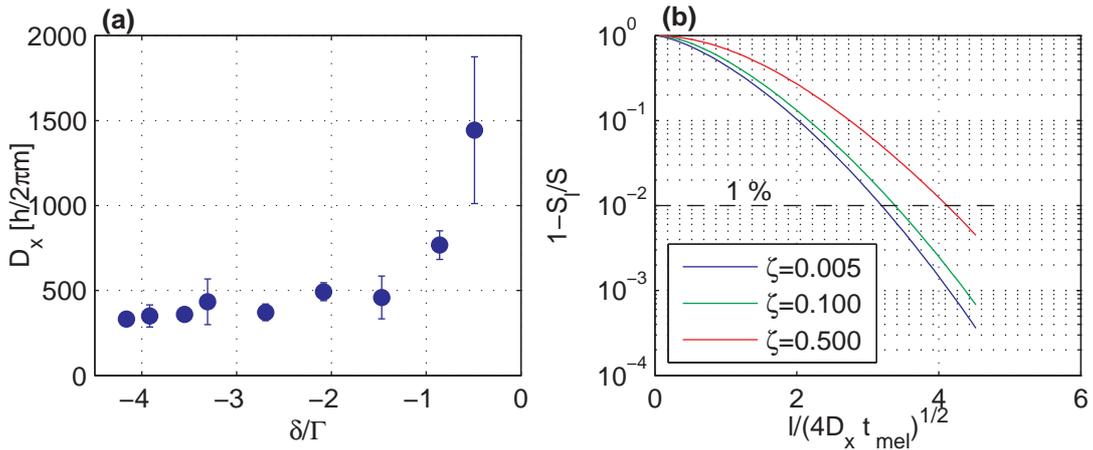


FIGURE 2.18 – (a) Coefficients de diffusion pour différents désaccord de la mélasse. Les barres d'erreurs correspondent à l'écart-type sur les trois valeurs de  $D_x$  extraites de l'ajustement sur les trois images. (b) Erreur relative sur le comptage lorsqu'on se restreint à une zone carrée de taille  $l \times l$  autour du centre du nuage, pour trois valeurs du paramètres  $\zeta = \sigma_0^2/2D_x t_{mel}$ .

nous obtenons le critère suivant : 99 % du signal est compris dans une zone de taille :

$$l_{99} \simeq \tilde{l}(\zeta) \sqrt{4D_x t_{\text{mel}}}, \quad \tilde{l}(\zeta) = 3.22 + 1.74\zeta. \quad (2.33)$$

Sur le capteur lui-même, le grandissement du système d'imagerie  $G$  doit être pris en compte, et le critère s'exprime en nombre de pixels :  $L_{99} = Gl_{99}/l_{\text{pix}}$ , avec  $l_{\text{pix}}$  la taille d'un pixel ( $l_{\text{pix}} = 13 \mu\text{m}$  pour la caméra que nous utilisons).

### Bruit de détection en fluorescence

Nous examinons à présent le bruit par pixel du capteur pendant l'exposition pour comptabiliser le bruit accumulé sur la zone d'intégration de taille  $L_{99}$ . La collection de photons de fluorescence apporte un bruit de détection. Différentes sources de bruit s'ajoutent : le bruit de grenaille photonique, dont nous avons discuté précédemment, ainsi que le bruit de détection dû au capteur lui-même. Si nous supposons que le flux de photons incidents sur la caméra suit une loi poissonnienne, alors le premier s'exprime de manière simple :

$$\delta_{\text{gr}}^2 = S = N\Phi_c t_{\text{mel}}. \quad (2.34)$$

La deuxième source de bruit peut provenir de trois origines différentes : le courant d'obscurité, la lumière parasite et le bruit de lecture. Les variances des deux premières augmentent linéairement avec le temps d'exposition, avec un taux  $\beta$ , tandis que la dernière est constante de variance  $\alpha$ . Au total nous avons, pour un pixel du capteur donné :

$$\delta_{\text{cam}}^2 = \beta t_{\text{mel}} + \alpha. \quad (2.35)$$

Ce bruit intrinsèque peut être quantifié précisément pour notre capteur, en faisant la mesure suivante : nous exposons le capteur pendant la durée  $t_{\text{mel}}$ , après une séquence expérimentale sans atomes (qui est faite par exemple en laissant éteintes les DELs pendant le chargement du PMO). Une trentaine d'images "sombres" sont enregistrées et traitées de la manière suivante :

1. Pour chaque image  $k$ , représenté par une matrice  $f_k(x_i, y_j)$ , nous détectons la présence de pixels "chauds", c'est-à-dire dont le compte dépasse largement le niveau moyen. Un seuil est fixé pour cela, correspondant à  $\hat{f}_k + 5\sigma_k$ , où  $\hat{f}_k$  est moyenne spatiale de la matrice<sup>23</sup>, et  $\sigma_k$  la déviation standard à cette moyenne. Ces événements ne sont pas rares, et correspondent le plus souvent à la collection de rayons cosmiques [107].
2. Les valeurs de ces pixels "chauds" sont modifiées, nous leur affectons la valeur moyenne  $\hat{f}'_k$  calculée en ne tenant pas en compte ces événements "chauds".
3. On calcule ensuite les éléments d'une matrice  $\bar{f}(x_i, y_j)$ , moyenne statistique des matrices  $f'_k(x_i, y_j)$ <sup>24</sup>, ainsi que d'une matrice  $f_\sigma(x_i, y_j)$ , déviation standard des matrices  $f'_k(x_i, y_j)$ .

La matrice  $f_\sigma(x_i, y_j)$  étant homogène, nous associons à l'ensemble des images une déviation standard constante  $\delta_{\text{cam}} = \hat{f}_\sigma$ . Une analyse systématique du fond a

23.  $\hat{f}_k = \Sigma_{i,j} f_k(x_i, y_j) / n_i n_j$ , où  $n_i \times n_j$  est la taille du capteur.

24.  $\bar{f}(x_i, y_j) = \Sigma_k f'_k(x_i, y_j) / K$ , où  $K$  est le nombre d'images.

été effectuée pour différentes durées de mélasse. Les valeurs de  $\delta_{\text{cam}}$  sont montrées sur la figure 2.19(a). Un ajustement avec la relation (2.35) nous donne les valeurs suivantes :  $\beta \simeq 6.4 \text{ ms}^{-1}$  et  $\alpha \simeq 14$ . Parallèlement, nous mesurons le flux de photons incidents sur le capteur en présence de  $N \simeq 10^4$  atomes, en intégrant à différentes durées de mélasse le signal sur le capteur (figure 2.19(b)). Pour cette mesure-ci, nous retranchons aux images les fonds moyennés obtenus pour chaque  $t_{\text{mel}}$  par la procédure décrite précédemment. Nous extrayons la valeur suivante :  $\Phi_c^{\text{mes}} \simeq 120 \text{ ms}^{-1}$  compatible avec le calcul effectué plus haut ( $\Phi_c \simeq 110 \text{ ms}^{-1}$  par atome).

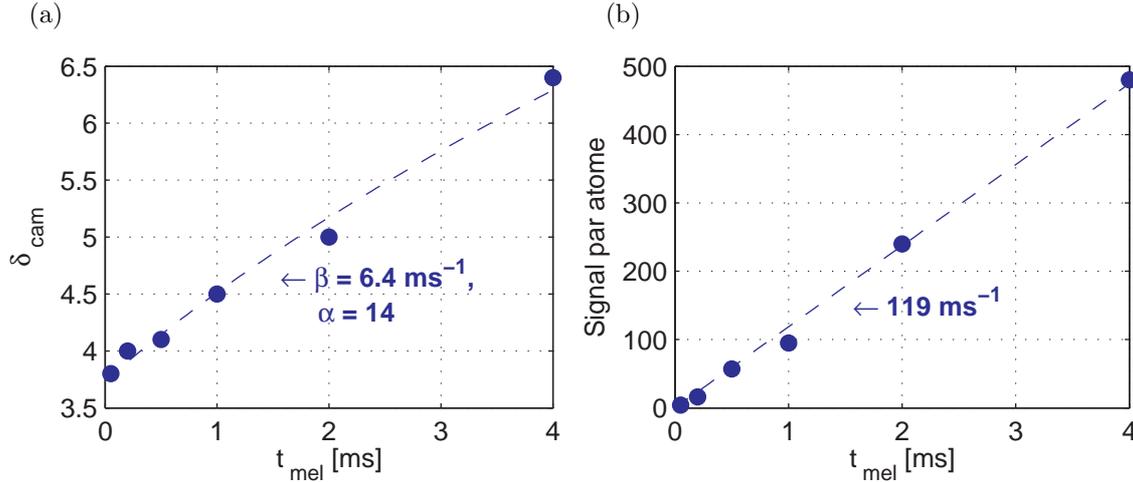


FIGURE 2.19 – (a) Bruit par pixel des images “sombres” (sans atomes) en fonction de la durée de mélasse (b) Signal intégré normalisé au nombre d’atomes.

À présent nous connaissons toutes les valeurs caractéristiques du signal et du bruit associés à l’imagerie par fluorescence, nous pouvons ainsi évaluer un rapport signal à bruit  $\gamma$  pour la détection de  $N$  atomes :

$$\gamma = \frac{S}{\sqrt{\delta_{\text{gr}}^2 + L_{99}^2 \delta_{\text{cam}}^2}}. \quad (2.36)$$

### Une détection à un atome près est-elle possible ?

Nous pouvons maintenant tenter de répondre à la question suivante : pourrions-nous détecter, à un atome près, la population d’un échantillon constitué d’une centaine d’atomes ? Pour cela, nous devons comparer le signal d’un atome au bruit de l’ensemble du signal de fluorescence, c’est-à-dire évaluer la quantité :

$$\gamma_N = \frac{\gamma}{N} = \frac{\Phi_c t_{\text{mel}}}{\sqrt{N \Phi_c t_{\text{mel}} + L_{99}^2(\sigma_0, t_{\text{mel}}) (\beta t_{\text{mel}} + \alpha)}}. \quad (2.37)$$

Pour les conditions d’imagerie actuelles, avec  $l_{\text{pix}}/G \simeq 2 \text{ } \mu\text{m}/\text{pixel}$ ,  $\sigma_0 = 6 \text{ } \mu\text{m}$  et  $D_x = 350\hbar/m$ , nous ne dépassons pas  $\gamma_{100} \simeq 0.6$ . Nous traçons dans la figure 2.20(a) la courbe de  $\gamma_{100}$  en fonction de  $t_{\text{mel}}$  (trait plein bleu). Nous voyons que même à des temps de mélasse importants, le signal de fluorescence d’un atome est bien inférieur au bruit, et il faudrait le signal de 2 atomes pour que le signal

dépasse le bruit. Cela nous donne la précision sur le comptage :  $\simeq 2$  atomes sur 100. Dans la relation (2.37), nous voyons que le terme proportionnel à  $L_{99}$  prend de l'importance aux longues durées de mélasse. Il est possible de modifier le poids de ce terme par deux moyens : le premier consiste à diminuer le grandissement du système, c'est-à-dire de concentrer le signal sur une surface de capteur plus faible, le deuxième consiste à regrouper plusieurs pixels dans un "macro-pixel" de taille plus grande, afin de diminuer le nombre de pixels sur lesquels arrivent les photons (cette dernière méthode est appelée "hardware binning" en anglais). Nous avons vérifié que l'augmentation de bruit due au regroupement de pixels est faible. Sur la même figure 2.20(a), nous traçons l'évolution de  $\gamma_{100}$  en fonction de  $t_{\text{mel}}$  pour différentes tailles de "macro-pixels".

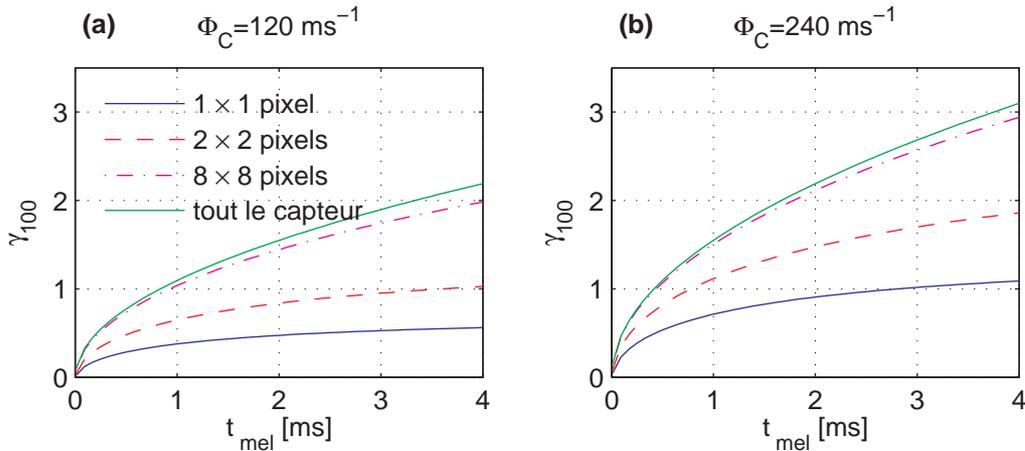


FIGURE 2.20 – (a) Pour  $N = 100$  atomes et  $\Phi_C = 120 \text{ ms}^{-1}$ , évolution de  $\gamma_N$  en fonction de  $t_{\text{mel}}$  pour différentes situations de regroupement en "macro-pixels". (b) Mêmes courbes prises avec la valeur  $\Phi_C = 240 \text{ ms}^{-1}$ .

Nous constatons qu'avec cette méthode de regroupement de pixels,  $\gamma_{100}$  peut atteindre des valeurs plus importantes, et même dépasser 1 pour des temps de mélasse de l'ordre de 1 ms. Par ailleurs, nous pouvons aisément gagner un facteur  $\sim 2$  sur  $\Phi_C$  en diminuant le désaccord  $\delta$  de  $-2.7\Gamma$  à  $-2\Gamma$ . Ainsi, le signal par atome augmente, et nous sommes moins gênés par le bruit de la caméra. Nous montrons dans la figure 2.20(b) les courbes représentant  $\gamma_{100}$  pour les mêmes conditions de regroupement de pixels, avec un flux de photons par atome double  $\Phi_c \simeq 240 \text{ ms}^{-1}$ . Il apparaît ici que dès  $t_{\text{mel}} \simeq 1 \text{ ms}$  pour des "macro-pixels" de taille  $8 \times 8$  pixels ou pour  $t \gtrsim 2 \text{ ms}$  pour des "macro-pixels" de taille  $2 \times 2$ , nous atteignons un niveau de signal à bruit acceptable pour compter la population à un atome près. Les courbes vertes des deux figures 2.20(a) et (b) représentent le cas idéal où tout le signal est concentré sur un pixel de la caméra, des situations proches d'une détection limitée par le bruit de grenaille photonique ( $\gamma_N^{\text{lim}} = \sqrt{\Phi_C t_{\text{mel}}/N}$ ).

Dans la section 5.3.1 du chapitre 1, nous avons décrit la signature d'un état fortement corrélé de spin, avec des fluctuations sub-poissonniennes de la magnétisation. En terme de détection, il importe de compter précisément les populations des deux sous-états Zeeman,  $N_{+1}$  et  $N_{-1}$ . Après la préparation d'un tel échantillon, une expérience de Stern et Gerlach peut être réalisée, et il est possible de séparer spa-

tialement les trois nuages constitués des trois composantes de l'échantillon spinoriel  $m_F = +1$ ,  $m_F = 0$ ,  $m_F = -1$ . Nous étudierons cette expérience en détail dans la section 4.3. Dans la figure 2.21, nous donnons un exemple d'image par fluorescence d'un tel échantillon préparé avec  $N \simeq 3000$  atomes.

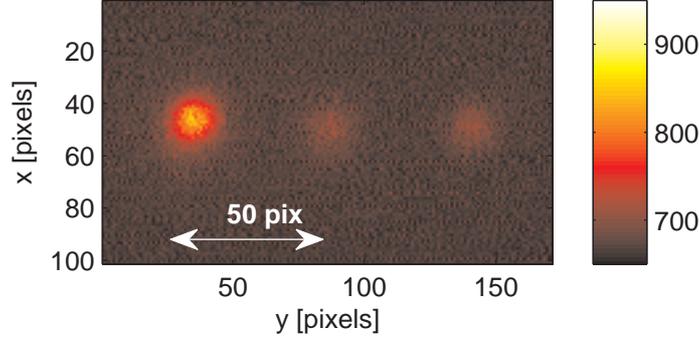


FIGURE 2.21 – Image de fluorescence des trois composantes d'un condensat spinoriel de  $N \simeq 3000$  atomes, après un temps de mélasse  $t_{\text{mel}} = 0.5$  ms. L'échelle de couleur correspond au niveau du signal  $S$  reçu sur le capteur. La séparation entre deux nuages est d'environ 50 pixels.

Nous allons à présent analyser les performances d'un diagnostic de 90 atomes, également répartis dans trois nuages de  $N = 30$  atomes. Pour nous assurer qu'à l'intérieur des trois zones autour des trois nuages nous comptabilisons uniquement le signal de l'une des espèces de spin, nous devons satisfaire à une contrainte de non-recouvrement : les trois zones de comptage doivent avoir comme taille minimale  $l_{99}$  et être disjointes. Considérons un diagnostic effectué à un temps d'expansion libre  $t_{\text{exp}}$  après la coupure du piège. L'expérience de Stern et Gerlach, se traduit par une séparation des trois espèces de spin selon un mouvement accéléré, avec une accélération typique de  $a \simeq 10 \text{ m.s}^{-2}$  (voir figure 4.8). La séparation typique  $\Delta l$  après un temps  $t_{\text{exp}}$  est donc :  $\Delta l(t_{\text{exp}}) = at_{\text{exp}}^2$ . Nous avons également mesuré qu'après une ouverture lente du piège, les trois nuages s'étendent chacun avec une vitesse d'expansion  $v_{\text{exp}} \simeq 1.9 \text{ } \mu\text{m.ms}^{-1}$  (voir figure 4.9). Pour des temps de vol supérieurs à 1 ms, la taille suit la loi d'expansion suivante :  $\sigma_0 \simeq v_{\text{exp}} t_{\text{exp}}$ . À chaque temps  $t_{\text{exp}}$ , la contrainte de non-recouvrement impose une limitation sur la durée de mélasse qui doit vérifier  $l_{99}(\sigma_0, t_{\text{mel}}) \leq \Delta l(t_{\text{exp}})$ . D'après l'équation (2.33) elle s'exprime en fonction du paramètre sans dimension  $\zeta$  :

$$\frac{\tilde{l}(\zeta)}{\sqrt{\zeta}/2} \leq \frac{at_{\text{exp}}}{v_{\text{exp}}}, \quad \text{avec } \tilde{l}(\zeta) = 3.22 + 1.74\zeta, \quad \zeta = \sigma_0^2/2D_x t_{\text{mel}}. \quad (2.38)$$

Ce critère ne dépend pas directement du grandissement de l'imagerie, ce qui pousse vers le choix de gros "macro-pixels". Néanmoins, un regroupement d'un grand nombre de pixels conduit à une réduction de la résolution, qui affecte finalement la détermination du critère pour le choix de  $L_{99}$  : si l'ajout d'une couronne de "macro-pixels" autour d'une zone de taille  $L$  pour atteindre la taille  $L_{99}$  l'agrandit de manière notable si bien que les trois zones se recouvrent, alors nous devons abaisser notre critère en dessous de 99%, ce qui limite à son tour la précision du comptage. Dans la figure 2.22(a), nous représentons les paramètres optimaux  $t_{\text{mel}}^{\text{max}}$  autorisés pour les

différents temps d'expansion  $t_{\text{exp}}$  d'après (2.38), ainsi que les séparations des trois nuages  $\Delta l$ . Nous calculons les niveaux de signal à bruit  $\gamma_{30}$  pour chaque temps de mélasse et les représentons dans la figure 2.22(b).

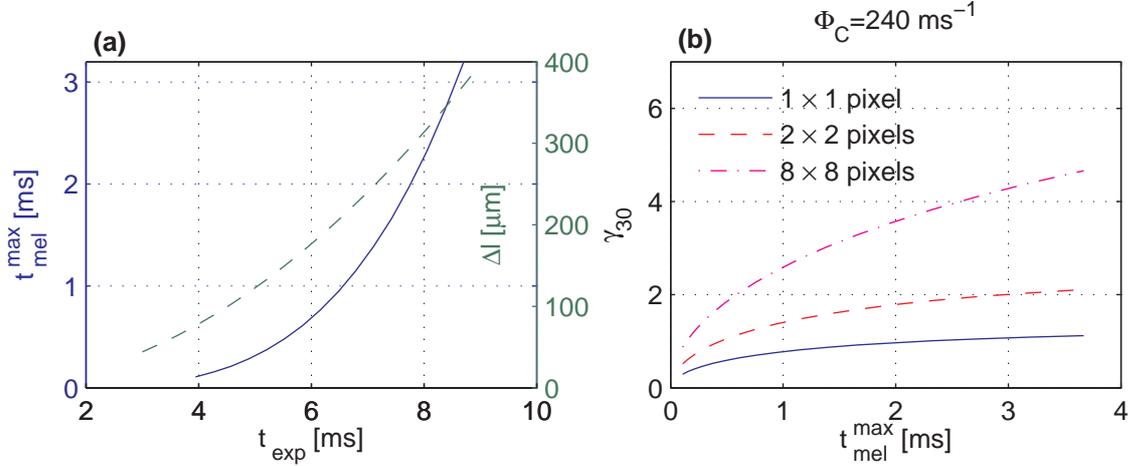


FIGURE 2.22 – (a) Temps de mélasse maximaux  $t_{\text{mel}}^{\text{max}}$  autorisés à chaque temps d'expansion  $t_{\text{exp}}$  pour remplir la condition de non-recouvrement des signaux de fluorescence provenant des trois nuages (courbe bleue pleine). Séparation entre les nuages  $\Delta l$  sous l'effet du gradient de champ magnétique appliqué pendant l'expérience de Stern et Gerlach (tirets verts). (b) Signaux à bruit correspondant aux valeurs de  $t_{\text{mel}}^{\text{max}}$  de la figure (a), pour différentes situations de regroupement de pixels.

Pour des temps d'expansion faibles ( $t_{\text{exp}} < 3$  ms), on ne peut pas remplir la condition (2.38), car les trois nuages ne sont pas suffisamment séparés. Au-delà, nous voyons que plus le temps d'expansion est élevé, plus les mélasses d'imagerie peuvent être longues. Nous constatons qu'il est possible de trouver des valeurs des paramètres  $t_{\text{exp}}$  et du "binning" pour obtenir des signaux à bruit  $\gamma_{30}$  supérieurs à 1. Il existe néanmoins une limitation de cette procédure d'imagerie, due à la séparation des nuages : lorsque  $2 \times \Delta l$  (la distance entre les deux nuages extrêmes) devient de l'ordre de la taille du champ de l'image, autour de 1 mm.

Notons que le seuil  $\gamma_{30} = 1$  n'est pas nécessairement suffisant pour déterminer de façon certaine la présence d'un atome. Un seuil deux à trois fois plus élevé serait probablement mieux adapté. Une analyse statistique plus évoluée serait d'un grand intérêt dans l'optique d'une estimation d'un seuil permettant de compter un atome de manière sûre. Par ailleurs, un gain notable sur  $\Phi_C$  serait bénéfique pour l'augmentation du signal à bruit, si toutefois nous veillons à ne pas augmenter significativement  $D_x$ . Cela est réalisable en diminuant par exemple la taille des faisceaux de mélasse.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit le dispositif expérimental pour la création d'un échantillon atomique de  $5 \times 10^5$  atomes dans un piège dipolaire croisé. Nous

avons mis en évidence l'existence d'une puissance optimale pour le chargement du piège dipolaire, que nous attribuons aux déplacements lumineux induits par le faisceau laser. Nous avons également analysé deux moyens de diagnostic des atomes : les imageries par absorption et par fluorescence, la première davantage adaptée à l'analyse de nuages fortement peuplés ( $N \gtrsim 1000$ ) atomes et la deuxième adaptée au comptage de population pour des faibles nombres d'atomes. Ces deux techniques seront utiles pour la suite de la séquence expérimentale, constituée d'une étape de refroidissement évaporatif dans le piège dipolaire (chapitre 3), et de la préparation de condensats de Bose–Einstein spinoriels avec une magnétisation contrôlée (chapitre 4).

# Chapitre 3

## Evaporation dans un piège dipolaire optique composite

Dans une expérience tout-optique comme la nôtre, l'étape qui suit le chargement d'un piège dipolaire est le refroidissement évaporatif dans ce même piège. Différentes équipes travaillant avec des dispositifs expérimentaux similaires au nôtre sont parvenues à réaliser des condensats de Bose–Einstein (CBE) dans des pièges optiques, avec différentes espèces atomiques : le rubidium  $^{87}\text{Rb}$  [108, 109, 110], le lithium  $^7\text{Li}$  [111], le césium  $^{55}\text{Cs}$  [112] ainsi que le sodium  $^{23}\text{Na}$  [113]. Dans ce chapitre, nous allons montrer la manière que nous avons choisie pour procéder au refroidissement évaporatif. Afin de contourner la perte d'efficacité de l'évaporation dans un piège dipolaire optique, nous avons recours au transfert dans un piège auxiliaire très confinant, dans lequel nous réalisons des CBE avec environ  $10^4$  atomes. Dans ce chapitre, nous rappellerons tout d'abord les mécanismes en œuvre durant ce refroidissement. Dans une deuxième partie, nous diviserons la description de l'évaporation en trois étapes : l'accumulation des atomes au centre du piège dipolaire croisé (PDC), le refroidissement évaporatif dans le PDC seul, et finalement l'évaporation dans le piège composite. Dans une troisième partie, nous présenterons la conception d'un nouveau piège composite. Nous terminerons ce chapitre par l'analyse de la température et du nombre d'atomes dans la partie condensée du nuage.

### 3.1 Rappel sur l'évaporation dans un piège harmonique

Supposons que nous avons  $N$  atomes piégés avec une température  $T$  dans un potentiel de profondeur  $U_0$  (on suppose qu'il est donc tronqué à cette valeur). Les atomes piégés dans ce piège subissent des collisions élastiques qui peuvent donner à certains atomes une énergie suffisante pour franchir la barrière de potentiel de hauteur  $U_0$ . Ces atomes emportent avec eux cette énergie plus grande que l'énergie moyenne, et les atomes restant rethermalisent avec une énergie par atome, et par conséquent une température plus basse. La perte d'atomes par collisions entraîne ainsi un refroidissement du nuage qui reste piégé. La sortie du piège est plus difficile si les atomes sont très froids ou s'il n'y a pas suffisamment d'atomes à disposition pour réaliser des collisions. Le taux de sortie  $\Gamma_{\text{ev}}$  dépend du paramètre  $\eta = U_0/k_B T$ ,

et du taux de collision élastique  $\Gamma_{\text{el}}$  dans le piège. Ce dernier est lui-même relié à la densité  $n_0$  du nuage et de la vitesse moyenne  $\bar{v} = \sqrt{8k_B T/\pi m}$  des atomes, et à la section efficace de collision élastique  $\sigma$ . Le taux d'évaporation, quand  $\eta \gg 1$ , s'écrit [114] :

$$\Gamma_{\text{ev}} \simeq \Gamma_{\text{el}} \eta e^{-\eta} = n_0 \sigma \bar{v} \eta e^{-\eta}. \quad (3.1)$$

Cette relation n'est valable que si les trajectoires des atomes dans le piège sont suffisamment ergodiques. Dans ce cas, la fonction de distribution des atomes  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  (ou densité dans l'espace des phases) dans le piège ne dépend plus que de leur énergie  $\epsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathbf{p}^2/2m + U(\mathbf{r})$  :

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{1}{Z} e^{-\frac{\mathbf{p}^2/2m + U(\mathbf{r})}{k_B T}} \Theta(-\mathbf{p}^2/2m + U_0 - U(\mathbf{r})) \quad (3.2)$$

où  $Z$  est la fonction de partition choisie de manière à ce que  $\int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{p} / (2\pi\hbar)^3 = 1$ , et  $\Theta$  est la fonction de Heavyside. Par ailleurs, nous avons fait l'hypothèse de quasi-équilibre, qui consiste à supposer que le temps caractéristique entre deux collisions est beaucoup plus court que le temps caractéristique d'évaporation  $\tau_{\text{ev}} = 1/\Gamma_{\text{ev}}$ .

À cause du facteur  $e^{-\eta}$  dans l'expression de  $\Gamma_{\text{ev}}$ , nous voyons qu'au cours du refroidissement, avec  $T/U_0$  diminuant, le taux d'évaporation devient rapidement très faible, ce qui implique d'attendre des temps très longs pour refroidir à des basses températures. En pratique, des mécanismes de pertes ont lieu dans le piège, comme les pertes inélastiques, à un et trois corps<sup>1</sup>, qui limitent la durée de vie de l'échantillon piégé. Les pertes à un corps sont liées principalement aux collisions avec les atomes "chauds" de la vapeur résiduelle dans l'enceinte. Les pertes à trois corps viennent de la formation à partir de trois atomes d'une molécule et d'un atome très énergétiques, qui quittent ensemble la zone de piégeage. Ce dernier facteur de pertes est important à haute densité, pour des densités voisines de  $n \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ .

Un moyen de garder  $\eta$  à des valeurs raisonnables (autour de 10 – 12) tout en refroidissant les atomes, est de diminuer la profondeur du potentiel graduellement à mesure que  $T$  diminue. Un autre facteur de pertes vient alors s'ajouter à ces mécanismes : le déversement des atomes dont l'énergie est voisine de  $U_0$  à chaque instant. Si entre les instants  $t$  et  $t + dt$  le potentiel s'abaisse de  $U_0$  à  $dU_0$ , alors le nombre d'atomes perdus pendant cet intervalle est  $dN_{\text{dev}} = \rho(U_0) f(U_0) dU_0$  où  $\rho(\epsilon)$  désigne la densité d'états à l'énergie  $\epsilon$ . Celle-ci est définie de la manière suivante dans l'approximation semi-classique :

$$\rho(\epsilon) = \int \frac{d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} \delta(\epsilon - \mathbf{p}^2/2m - U(\mathbf{r})) = \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \int d^3\mathbf{r} \sqrt{\epsilon - U(\mathbf{r})}. \quad (3.3)$$

Les pertes par déversement sont décrites par un taux  $\Gamma_{\text{dev}}$  :

$$\Gamma_{\text{dev}} = \rho(U_0) f(U_0) \frac{\dot{U}_0}{U_0} \quad (3.4)$$

1. En toute rigueur il y a aussi des pertes à deux corps, liées par exemple à la relaxation dipolaire, mais elles sont négligeables dans notre système.

Des modèles regroupant tous ces mécanismes de pertes, par évaporation, par déversement et par collisions inélastiques, ont été étudié [114, 115]. En négligeant les pertes inélastiques, et en supposant que  $\eta$  reste constant au cours de l'évaporation avec  $\eta \gg 1$ , il est possible d'établir, pendant une rampe menant d'un point  $(N_0, T_0, U_0 = \eta k_B T_0)$  à un point  $(N_1, T_1, U_1 = \eta k_B T_1)$ , les lois d'échelles suivantes [116] :

$$\frac{N_1}{N_0} = \left( \frac{U_1}{U_0} \right)^\alpha, \quad \alpha = \frac{3}{2} \frac{\eta - 4}{\eta^2 - 6\eta + 7}. \quad (3.5)$$

$$\frac{\mathcal{D}_1}{\mathcal{D}_0} = \left( \frac{U_0}{U_1} \right)^\beta, \quad \beta = \frac{3}{2} \frac{\eta^2 - 7\eta + 11}{\eta^2 - 6\eta + 7}. \quad (3.6)$$

En abaissant la profondeur du piège de  $U_0$  à  $U_1$ , le principal objectif pour obtenir une évaporation efficace est d'augmenter notablement la densité dans l'espace des phases :  $\mathcal{D} = N(\hbar\omega/k_B T)^3$  pour un gaz de Boltzmann. Dans [117], les auteurs ont proposé un critère construit à partir du gain dans la densité dans l'espace des phases au cours d'une évaporation. Entre le point de départ  $(N_0, \mathcal{D}_0)$  et d'arrivée  $(N_1, \mathcal{D}_1)$ , ce critère s'écrit :

$$\kappa_{\text{evap}} = -\frac{\ln(\mathcal{D}_1/\mathcal{D}_0)}{\ln(N_1/N_0)} = 1 + 3\frac{\ln(T_1/T_0)}{\ln(N_1/N_0)} - 3\frac{\ln(\omega_1/\omega_0)}{\ln(N_1/N_0)}. \quad (3.7)$$

Le troisième terme de cette somme est lié au changement de courbure du piège au cours de la diminution de la profondeur. La modification de la forme du piège est caractéristique du refroidissement évaporatif dans les pièges dipolaires optiques, au contraire des pièges magnétiques. En utilisant les lois d'échelles (3.5) et l'expression (3.7), nous trouvons pour  $\eta = 10$  :  $\kappa_{\text{ev}} \simeq 8.9$ , ce qui signifie qu'un gain de 6 ordres de grandeur dans l'espace des phases se fait au prix d'une diminution d'un facteur 2 sur le nombre d'atomes.

### Différence entre un piège magnétique et un piège optique

Dans un piège magnétique, profondeur et confinement du potentiel sont indépendants. Il est possible d'atteindre un régime d'emballement, où le taux de collisions élastiques  $\Gamma_{\text{el}}$  et l'efficacité  $\kappa_{\text{evap}}$  augmentent au cours du temps [117]. Ce type de régime n'est pas aisément accessible dans un piège optique, en raison de la baisse de confinement qui accompagne une baisse de la profondeur ( $\omega \propto \sqrt{U_0}$ ). Ainsi, en diminuant  $U_0$ , le piège est "décomprimé", ce qui peut conduire à une baisse du taux de collisions élastique même si  $\kappa_{\text{ev}}$  augmente [118].

Néanmoins, notons que les fréquences de piégeage atteintes dans des pièges magnétiques ne sont pas aussi importantes que celles des pièges optiques, ce qui entraîne un départ d'évaporation avec une taux de collision plus faible. Si le nuage est très peuplé au départ de l'évaporation, le faible taux de collision dans un piège magnétique nécessite un refroidissement lent (de l'ordre de 30 – 60 s typiquement), alors qu'il est généralement plus rapide dans un piège optique (3 – 10 s typiquement).

## 3.2 Évaporation libre et compression et dans le piège dipolaire croisé

Nous avons décrit dans le chapitre 2 la capture d'environ  $5 \times 10^5$  atomes dans les deux bras du piège dipolaire croisé, à une température d'environ  $50 \mu\text{K}$ . Le centre du piège n'est pour sa part que faiblement peuplé. Il apparaît clairement que le taux de collisions dans les bras reste limité, et que nous devons tirer partie d'une accumulation des atomes au point de croisement pour augmenter la densité, donc le taux de collisions. C'est pourquoi, avant de refroidir par évaporation forcée en abaissant la profondeur de potentiel du PDC, nous procédons à une étape d'évaporation libre en gardant la profondeur constante pour remplir la partie centrale du piège. Dans cette section, nous étudions cette phase d'évaporation libre. Avant de donner des résultats expérimentaux, nous décrivons une procédure d'analyse de la distribution atomique dans le piège, afin de compter le nombre d'atomes confinés au croisement des bras du piège  $N_{\otimes}$ .

### Analyse du remplissage du piège

Comment définir une limite entre les atomes se trouvant dans les bras et les atomes se trouvant dans le centre du PDC? Sur la figure 2.6, montrant le potentiel du PDC tronqué à différentes valeurs, en dessous ou au dessus de la profondeur  $|V_{\text{PDC}}^0/2|$ , nous observons que seuls les atomes d'énergie inférieure à  $|V_{\text{PDC}}^0/2|$  explorent la partie centrale. Puisque ce sont ces derniers qui ressentent le potentiel plus confinant et qui participeront le plus à l'évaporation forcée, c'est ce critère énergétique que nous prenons comme définition de  $N_{\otimes}$ , le nombre d'atomes dans le centre :

$$N_{\otimes} = N \left( -V_{\text{PDC}}^0 \leq \epsilon \leq -V_{\text{PDC}}^0/2 \right) = n_0 \Lambda_{\text{dB}}^3 \int_0^{V_{\text{PDC}}^0/2} d\epsilon \rho(\epsilon) e^{-\epsilon/k_{\text{B}}T}, \quad (3.8)$$

où  $\rho(\epsilon)$  est la densité d'états définie dans la relation (3.3) dans laquelle le potentiel du PDC,  $V_{\text{PDC}}^0(\mathbf{r})$ , a remplacé le potentiel  $U(\mathbf{r})$ . À partir de cette quantité, nous définissons le facteur de remplissage du centre du piège,  $\alpha_{\text{PDC}} = N_{\otimes}/N$ , correspondant à la fraction d'atomes dans le centre par rapport à la population totale d'atomes dans le PDC.

Nous mesurons à présent l'évolution de  $\alpha_{\text{PDC}}$  après avoir chargé le PDC à une puissance  $P$  depuis le PMO (voir section 2.3.3). Pour cela, nous réalisons la séquence expérimentale suivante : à  $t = 0$  s, les faisceaux du PMO sont éteints, et les atomes débutent leur évaporation libre dans le PDC. Après un temps  $t$ , le PDC est coupé, les atomes s'étalent en temps de vol pendant une durée  $t_v = 0.1$  ms, puis les faisceaux de mélasse sont allumés pendant une durée  $t_{\text{mel}} = 0.5$  ms et nous récoltons le signal à travers l'objectif de microscope sur la camera comme décrit dans la section 2.4.4. Un exemple de signal de fluorescence est montré dans la figure 3.1, sur laquelle nous reconnaissons les structures caractéristiques du piège : un piège central au niveau duquel deux bras allongés se croisent.

L'imagerie par absorption n'est pas adaptée dans pour ce type d'échantillons atomiques, à cause des densités optiques trop faibles dans les bras du PDC. En effet,

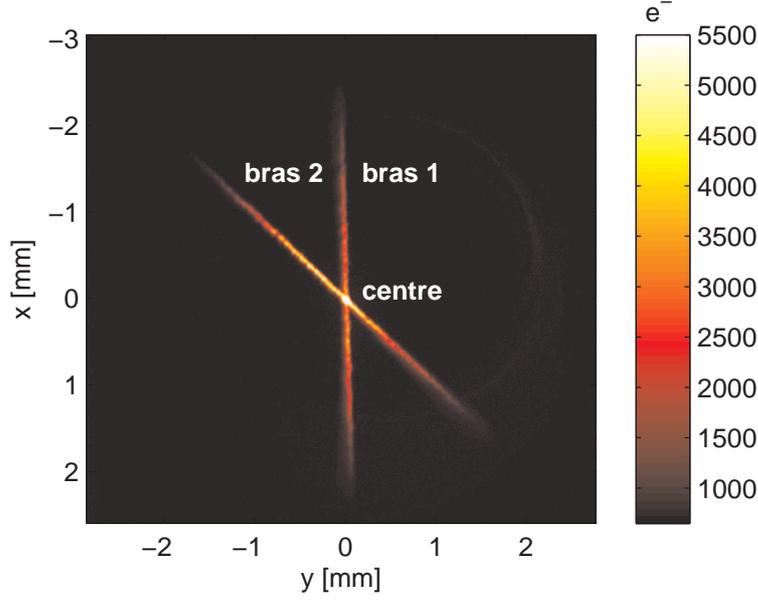


FIGURE 3.1 – Exemple d'image en fluorescence, prise après  $t = 100$  ms dans le PDC à une puissance de  $P \simeq 13.7$  W sur tout le capteur de la camera.

quand nous effectuons une image après temps de vol, les bras exhibent des densités optiques inférieures à 0.1, ce qui est faible par rapport au bruit de l'image.

Le signal de fluorescence obtenu est ajusté à l'aide d'une fonction  $f_{2D}$  à trois distributions gaussiennes : deux d'entre elles pour les bras, et la dernière pour la partie centrale :

$$f_{2D}(x, y) = \sum_{j=1}^3 G(A_j; x_j, y_j; \sigma_{jx}, \sigma_{jy}), \quad (3.9)$$

avec  $G(A, x, y, \sigma_x, \sigma_y) = Ae^{-\frac{1}{2}(x/\sigma_x)^2 - \frac{1}{2}(y/\sigma_y)^2}$ . Ici  $A$  est l'amplitude,  $\sigma_x$  and  $\sigma_y$  les tailles de la distribution selon  $x$  et  $y$ . Les deux première composantes ( $j = 1, 2$ ) modélisent les bras, de telle sorte qu'on a  $\sigma_{1x} \gg \sigma_{1y}$  et  $\sigma_{2x} \gg \sigma_{2y}$ . La troisième composante modélise la partie dense centrale. Avec les conventions de la section 2.3.2, nous avons  $(x_{1,3}, y_{1,3}) = (x, y)$  et  $(x_2, y_2) = (u, v) = (x \cos(\theta) + y \sin(\theta), -x \sin(\theta) + y \cos(\theta))$ . À l'aide d'une image d'absorption d'un échantillon dense ( $DO \gg 0.1$ ), nous trouvons un facteur de calibration absolu du nombre d'atomes pour le signal de fluorescence. Celui-ci nous permet de calculer  $N_1$ ,  $N_2$  et  $N_3$ , les nombres d'atomes dans chaque composante.

Avant d'analyser de façon quantitative nos images, nous devons d'abord valider la procédure d'analyse en nous posant la question suivante : les résultats obtenus par l'ajustement des trois gaussiennes permettent-ils bien d'extraire la quantité  $N_\otimes$  ? Pour cette validation, nous appliquons notre méthode d'ajustement sur des profils de densité simulés de nuages atomiques à l'équilibre thermique dans un piège de puissance  $P = 13.7$  W et  $w = 42 \mu\text{m}$  avec le potentiel  $V_{\text{PDC}}(\mathbf{r})$  donné en (2.12, page 56). Les résultats de cette analyse sont présentés dans la figure 3.2. Dans (a), nous voyons que le nombre d'atomes dans le centre  $N_3$  est proche de  $N_\otimes$ . Cela

valide notre méthode pour estimer le facteur de remplissage  $\alpha_{\text{PDC}} = N_{\otimes}/N$  avec le résultat tiré de l'ajustement multi-composantes :  $\alpha_{\text{mes}} = N_3/(N_1 + N_2 + N_3)$ . Nous extrayons également la température dans les bras et la zone de croisement à l'aide des fréquences du piège (voir (2.14)).

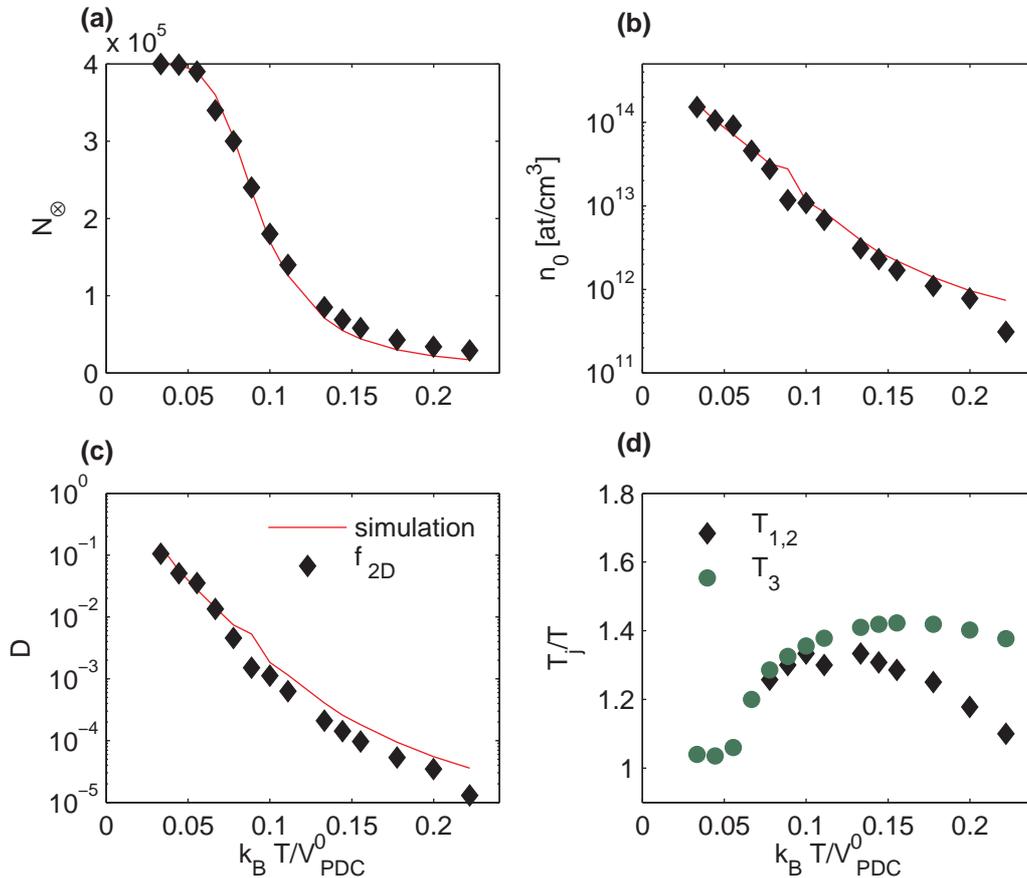


FIGURE 3.2 – Test de la procédure d'ajustement multi-composantes pour l'analyse des images du PDC. Pour (a), (b) et (c), les diamants noirs représentent les résultats de l'ajustement. En (a), le nombre d'atomes au centre du PDC est calculé à partir de la densité d'états et reporté sur la ligne rouge. Pour les lignes dans (b) et (c),  $n_0$  et  $\mathcal{D}$  sont extraites des formules de densité à l'équilibre thermodynamique. En (d), nous comparons les températures extraites de la taille des bras et de la composante centrale avec la température utilisée pour simuler la distribution atomique.

Nous voyons sur la figure 3.2(d) que nous surestimons systématiquement la température  $T_{1,2}$  dans les bras de  $\sim 30\%$ . Cela est dû à la forme non-harmonique du piège, qui se répercute sur un profil de densité radiale plus large que celui correspondant à un piège harmonique de même courbure. Nous avons vérifié que pour un potentiel harmonique tronqué la température trouvée est bien égale à la température  $T$  utilisée pour le profil simulé. Ces résultats sont encourageants pour l'étude quantitative des images expérimentales obtenues lors de l'étape d'évaporation libre des atomes dans le PDC. Nous pouvons utiliser la procédure d'ajustement à trois composantes pour extraire des informations sur  $\alpha_{\text{PDC}}$ , les densités dans le centre et les bras du piège, et la température de l'échantillon.

**Optimisation expérimentale du chargement du piège dipolaire croisé**

Nous montrons à présent les résultats de l'expérience décrite dans la partie précédente, dans laquelle nous étudions l'évolution de  $\alpha_{\text{PDC}}$  et  $N_{\otimes}$  avec le temps d'évaporation libre  $t$ . Les données expérimentales sont ajustées avec la fonction suivante  $\alpha_{\text{PDC}}(t) = a(1 - e^{-t/\tau}) + b$ , modélisant une évolution exponentielle entre deux valeurs  $a$  et  $\alpha_{\infty} = a + b$  avec un temps caractéristique  $\tau$ . Les courbes d'évaporation libre aux valeurs de puissance  $P_{\text{PDC}} = 7.9, 13.7, 22.3$  et  $36$  W (respectivement : carrés bleus, losanges noirs, ronds rouges et triangles verts) sont reportées dans la figure 3.3. Ces puissances sont gardées constantes depuis la phase de capture à partir du PMO (voir section 2.3.3).

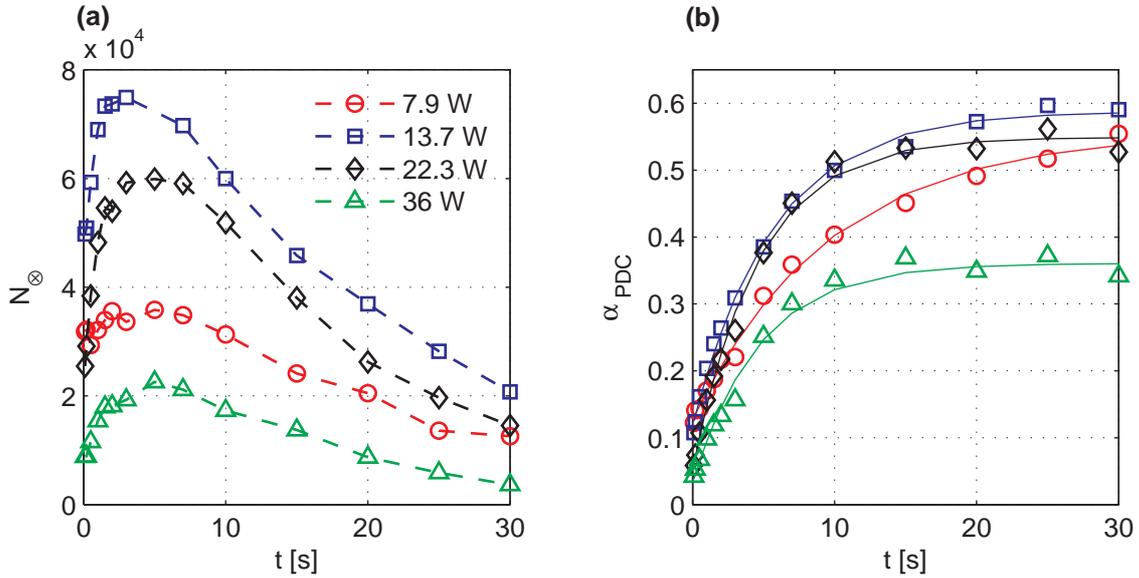


FIGURE 3.3 – (a) Evolution du nombre d’atomes au centre du PDC dans quatre situations de chargement différentes : basse puissance (ronds rouges), haute puissance (triangles verts),  $\sim 1/3$  de la puissance maximale (carrés bleus),  $\sim 2/3$  de la puissance maximale (diamants noirs). (b) Facteur de remplissage  $\alpha = N_{\otimes}/N$  (mêmes symboles), ajustées avec la fonction  $a(1 - e^{-t/\tau}) + b$  (lignes continues).

Les paramètres de chargement  $\tau$  et la valeur asymptotique  $\alpha_{\infty} = a + b$  du facteur de remplissage obtenus par l’ajustement sont montrés dans la figure 3.5 (ronds bleus). Nous constatons qu’il existe une puissance optimale  $P_{\text{PDC}} = 13.7$  W qui maximise le nombre d’atomes au centre  $N_{\otimes}$  et la valeur  $\alpha_{\infty}$ . Cette puissance est voisine de la valeur de  $P_{\text{PDC}}$  trouvé dans l’optimisation du chargement à partir du PMO  $P_{\text{PDC}} = 15$  W (voir section 2.3.3). Nous en concluons que le remplissage du centre est d’autant plus important que le nombre d’atomes total initial est grand. Cela est lié au taux de collision dans les bras, linéaire en densité, qui augmente avec le nombre d’atomes capturés. Nous voyons aussi que le temps caractéristique d’évaporation  $\tau$  diminue avec la puissance du piège (figure 3.5(a)), ce qui semble indiquer que l’augmentation des fréquences du pièges contribue à accélérer la dynamique de remplissage. Ainsi nous concluons qu’il est avantageux de tirer partie à la fois du nombre élevé initial dans le piège à puissance modérée et des fréquences élevées à

des puissances plus importantes.

Nous réalisons une deuxième série d'expériences, dans lesquelles la puissance du piège est gardée constante  $P_{\text{PDC}} = 13.7$  W pendant la phase de "PMO froid" (voir section 2.3.3), et augmentée en 50 ms à une autre valeur immédiatement après avoir éteint les faisceaux du PMO. Dans la figure 3.4, nous représentons deux rampes dont les points d'arrivée sont  $P_{\text{PDC}} = 27$  W et  $P_{\text{PDC}} = 36$  W, que nous comparons à la situation optimale de chargement à puissance constante. Les paramètres  $\tau$  et  $\alpha_\infty$  correspondant à ces expériences sont reportés dans la figure 3.5(a,b)(losanges noirs).

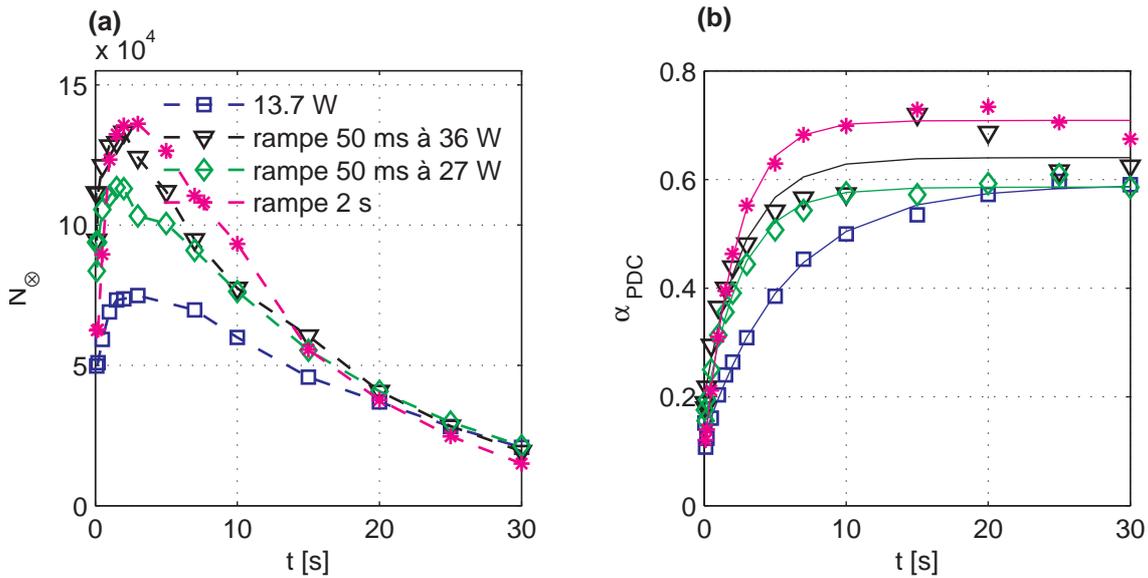


FIGURE 3.4 – (a) Evolution du nombre d'atomes au centre du PDC dans quatre situations de chargement différentes : puissance constante 13.7 W (carrés bleus), rampe en 50 ms à la puissance 27 W (diamants verts), rampe en 50 ms à la puissance maximale (triangles noirs), rampe en 2 s à la puissance maximale (étoiles magenta). (b) Facteur de remplissage  $\alpha = N_\otimes/N$  (mêmes symboles), ajustées avec la fonction  $a(1 - e^{-t/\tau}) + b$  (lignes continues).

Nous constatons que le remplissage du centre du piège augmente avec la puissance finale de la rampe. Cela signifie que le mécanisme de remplissage n'est pas limité par la puissance du piège. En raison des déplacements lumineux induits par le potentiel dipolaire, le refroidissement laser pendant la phase de capture du PMO est moins efficace à haute puissance. Cela explique pourquoi démarrer la phase d'évaporation libre avec un piège profond, comme dans la première série d'expériences, ne conduit pas à un bon remplissage du centre du piège. En comparant ces expériences avec celles effectuées à puissance constante dans la première série, nous constatons qu'une compression du piège conduit à un remplissage plus rapide ( $\simeq 2$  s), dû à l'augmentation des fréquences du piège. La valeur maximale du facteur de remplissage  $\alpha_\infty$  ne semble plus qu'être limitée par la puissance disponible.

Au vu du temps de chargement optimal  $\tau \simeq 2$  s, nous faisons une troisième expérience, en procédant à une rampe linéaire jusqu'à la puissance maximale  $P_{\text{PDC}} =$

36 W en 2 s au lieu de 50 ms. Cette rampe plus lente conduit à un facteur de remplissage légèrement plus grand ( $\alpha_\infty \simeq 0.7$ ), avec environ  $1.4 \times 10^4$  atomes au centre, à une température d'environ  $110 \mu\text{K}$ . Avec cette rampe particulière, représentée dans la figure 3.4 (étoiles magenta), nous obtenons deux fois plus d'atomes qu'en gardant le piège à sa puissance initiale. Il s'agit d'un bon point de départ pour débiter l'étape de refroidissement évaporatif forcé.

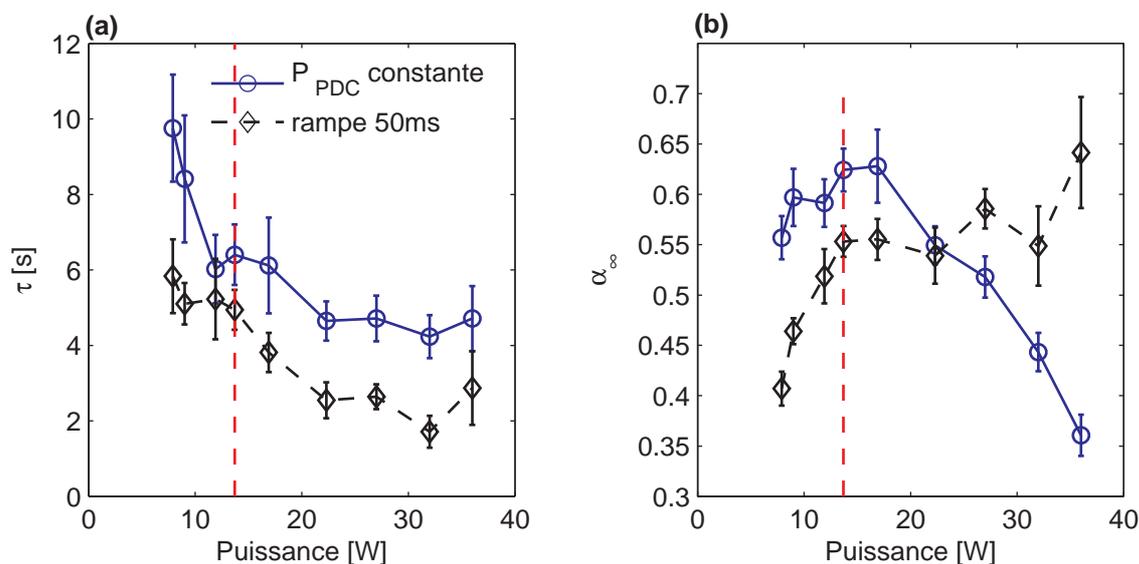


FIGURE 3.5 – (a) temps de remplissage  $\tau$  et (b) fraction de remplissage  $\alpha_\infty$  dans le PDC dans trois situations différentes : la courbe pleine bleue montre les résultats pour l'expérience à puissance constante du piège. La courbe tiretée noire représente les expériences de compression avec une puissance initiale  $P_{\text{PDC}} = 13.7 \text{ W}$  et un rampe en 50 ms à la valeur finale indiquée après avoir éteint les faisceaux de mélasse. Les barres d'erreur correspondent à 90% d'intervalle de confiance autour de  $\tau$  et  $\alpha_\infty$ . Le point magenta représente une compression en 2 s. Pour  $P_{\text{PDC}} = 13.7 \text{ W}$ , les deux courbes devraient se couper car la séquence expérimentale est la même. La différence est probablement liée aux erreurs systématiques entre plusieurs séries expérimentales, pouvant provenir de variations du nombre d'atomes ou de position du PDC. La ligne verticale rouge correspond à la puissance optimale  $P_{\text{PDC}} = 13.7 \text{ W}$  de chargement pendant la phase de “PMO froid”.

### Bilan de la compression

Pour faire le bilan de la compression du piège, nous pouvons évaluer le gain en densité dans l'espace des phases pour la zone centrale du piège entre le début et la fin de la rampe de compression en tenant en compte de l'augmentation de température. Le haut de la rampe est atteint à  $t = 2 \text{ s}$ , et nous attendons encore 200 ms supplémentaires pendant lesquelles le nombre d'atomes  $N_\otimes$  augmente encore légèrement.

Dans ce tableau,  $\bar{\omega}$  désigne la moyenne géométrique des fréquences du piège :  $\bar{\omega} = (\omega^x \omega^y \omega^z)^{1/3}$ . Le gain dans l'espace des phases n'est pas très important, mais

	avant compression	après compression
$N_{\otimes}$	$6 \times 10^4$	$1.4 \times 10^5$
$\bar{\omega}$	$2\pi \times 2.4$ kHz	$2\pi \times 3.8$ kHz
$T$	$60$ $\mu$ K	$110$ $\mu$ K
$\Gamma_{\text{el}}$	$120$ $\text{s}^{-1}$	$645$ $\text{s}^{-1}$
$\mathcal{D}$	$3.4 \times 10^{-4}$	$5.6 \times 10^{-4}$

TABLE 3.1 – Valeurs de  $N_{\otimes}$ ,  $\bar{\omega} = (\omega^x \omega^y \omega^z)^{1/3}$  et  $T$  au centre du piège, avant et après compression. Le taux de collisions élastiques est calculé à partir de la relation 3.1 et la densité dans l'espace des phases est calculée à l'aide de la relation  $\mathcal{D} = N_{\otimes}(\hbar\bar{\omega}/k_B T)^3$ .

nous voyons que le taux de collisions a été multiplié par un facteur 6, ce qui représente une amélioration importante pour débiter la phase de refroidissement forcé<sup>2</sup>. Par ailleurs, partir d'une situation où les bras sont vidés le plus possible est probablement avantageux. En effet, les atomes restant dans les bras peuvent être gênants pendant la phase d'évaporation forcée, car ils constituent un réservoir d'atomes plus énergétiques que les atomes au centre, qui peut freiner le refroidissement des atomes de la partie centrale via des collisions.

### 3.3 Evaporation dans le piège croisé seul

À partir du point de départ atteint après la compression du PDC, nous démarrons une phase de refroidissement évaporatif forcé, pendant laquelle la puissance du piège est baissée de 36 W à 200 mW. Nous avons essayé des rampes de formes fonctionnelles variées : loi de puissance, exponentielle, linéaire par morceaux. Parmi ces formes fonctionnelles, celle qui nous donne le point d'arrivée avec la plus haute densité dans l'espace des phases est une loi de puissance, caractérisée par un temps caractéristique  $\tau_{\text{evap}}$  et un exposant  $\alpha_{\text{evap}}$ . En considérant le début de la rampe d'évaporation forcée comme le nouveau temps  $t = 0$  s, alors la rampe s'écrit :

$$V_{\text{PDC}}(t) = V_{\text{PDC}}^0 (1 + t/\tau_{\text{evap}})^{-\alpha_{\text{evap}}}. \quad (3.10)$$

Expérimentalement, nous avons optimisé les paramètres de cette rampe, et sommes arrivés à la valeur  $\alpha_{\text{evap}} = 1.2$  pour l'exposant de la loi de puissance. Cette valeur est proche de la valeur proposée dans [116] pour la rampe optimale selon le modèle d'évaporation à  $\eta$  constant (voir section 3.1). Pour  $\eta = 10$ , on a :

$$\alpha_{\text{evap}}^{\text{opt}} = 2 \frac{\eta' - 3}{\eta'} \simeq 1.4, \text{ ou on a posé } \eta' = \frac{\eta - 4}{\eta - 5}. \quad (3.11)$$

Le temps  $\tau_{\text{evap}} = 30$  ms a été ajusté pour réaliser une rampe en 2.5 s avec un abaissement de la puissance jusqu'à 0.5 % de la puissance maximale. Lorsque nous appliquons les équations (3.5) dérivant de ce modèle, nous trouvons pour  $U_1/U_0 = 0.5$  %

2. Notons qu'après la compression  $\Gamma_{\text{el}} < \bar{\omega}$ , ce qui montre que nous ne sommes pas dans un régime hydrodynamique, et qu'il serait favorable de charger encore plus d'atomes au centre du piège.

une densité finale dans l'espace des phases  $\mathcal{D}_1 \sim 0.2$ . Expérimentalement, nous sommes parvenus à une densité finale  $\mathcal{D}_1^{\text{exp}} \simeq 5 \times 10^{-3}$  pour une rampe jusqu'à cette valeur en 2.5 s, plus faible que la prédiction du modèle. Cette différence est probablement due aux hypothèses fortes du modèle, notamment l'absence de collisions inélastiques, et la forme harmonique du piège. Les résultats expérimentaux des évolutions de  $N$ ,  $T$  et  $\mathcal{D}$  avec le temps de rampe  $t$  seront présentés dans la section suivante (voir figure 3.10).

Pendant la rampe d'évaporation, nous observons que le taux de collisions s'effondre après  $\sim 1$  s : il devient plus petit que  $10 \text{ s}^{-1}$ , du fait de la forte diminution du confinement du piège, ce qui ne permet pas d'entretenir une thermalisation efficace. Etant encore loin du seuil de condensation de Bose-Einstein ( $\mathcal{D}_{\text{CBE}} = 2.612$ ), nous devons recourir à un autre moyen expérimental pour augmenter l'efficacité de l'évaporation.

Plusieurs solutions ont été trouvées par certains groupes pour contourner le problème. Il est possible par exemple de changer dynamiquement la taille du faisceau en utilisant une lentille mobile, afin de garantir un confinement constant pendant la diminution de la puissance [109], ce qui conserve un fort taux de collision pendant l'évaporation. Un régime d'emballlement peut également être atteint en utilisant un potentiel répulsif indépendant du laser de piégeage. Dans [119], les auteurs ajoutent un gradient de champ magnétique qui abaisse la profondeur du potentiel vu par les atomes tout en gardant un confinement constant. Dans [120] est décrite la mise en place d'un faisceau laser supplémentaire créant un potentiel attractif déplacé du premier qui "tire" les atomes hors de la zone de piégeage, diminuant ainsi la profondeur du potentiel. Ces deux méthodes consistent ainsi à découpler le confinement du potentiel et sa profondeur. Une troisième méthode consiste à transférer les atomes dans un potentiel dipolaire supplémentaire beaucoup plus confinant que le piège principal, appelé *dimple*, qui permet de maintenir un taux de collisions élevé. Cette méthode a été réalisée expérimentalement [112, 121] et également caractérisée de manière théorique [122, 123, 124]. Cette méthode est aussi celle que nous avons choisi de mettre en œuvre sur notre expérience [125], notamment en raison de la simplicité du montage expérimental.

Dans la suite, nous allons décrire la mise en place d'un piège *dimple*, et montrer la procédure de transfert des atomes du PDC dans le piège combiné {PDC+*dimple*}.

## 3.4 Évaporation dans un piège composite

### 3.4.1 Piège auxiliaire vertical : "dimple"

Le piège auxiliaire *dimple* est dérivé d'un laser de puissance  $500 \text{ mW}^3$  à  $1064 \text{ nm}$ . Le faisceau est transmis à travers un modulateur acousto-optique puis une fibre optique. À sa sortie, le faisceau est collimaté par une lentille de focale  $40 \text{ mm}$ , superposé à l'axe vertical de l'imagerie (voir section 2.4.2, figure 2.14) à l'aide d'un

miroir dichroïque, puis focalisé par l'objectif de microscope<sup>4</sup> au point de croisement du PDC

### Potentiel de piégeage

L'expression du potentiel associé à ce piège auxiliaire est la suivante :

$$V_d(x, y, z) = -V_d^0 \frac{e^{-2(x^2+y^2)/w_d^2}}{\sqrt{1 + z^2/z_R^2}}, \quad (3.12)$$

avec  $w_d \simeq 7.7 \mu\text{m}$ ,  $z_R = \pi w_d^2/\lambda_L \simeq 175 \mu\text{m}$ , la distance de Rayleigh associée. Nous avons mesuré la waist sur un montage optique annexe similaire à celui de l'expérience, en plaçant au foyer d'un deuxième objectif de microscope une caméra. Le confinement selon  $z$  est négligeable comparé à celui du PDC. La puissance maximale disponible  $P_d \simeq 150 \text{ mW}$ , les valeurs des fréquences de piégeage et de la profondeur sont reportées dans le tableau ci-dessous :

	$\omega^x/2\pi$ (kHz)	$\omega^y/2\pi$ (kHz)	$\omega^z/2\pi$ (kHz)	$V_d^0/k_B$ ( $\mu\text{K}$ )
dT	7.2	7.2	0.2	84

TABLE 3.2 – Fréquences de piégeage et profondeur à  $P_d \simeq 150 \text{ W}$  pour le piège *dimple*.

Nous montrons dans la figure 3.6 la forme géométrique du piège ainsi que le potentiel selon l'axe  $x$  résultant du croisement des deux pièges, *dimple* et PDC.

### Asservissement en intensité

Pour contrôler la puissance du faisceau laser, nous avons recours à un asservissement similaire à celui du PDC. Une fuite derrière un miroir est focalisée sur une photodiode, dont le signal est utilisé dans un circuit proportionnel-intégrateur pour agir sur l'actuateur de la boucle (la puissance RF du MAO). La bande passante est  $\sim 50 \text{ kHz}$ , et il nous permet de contrôler la puissance du laser entre  $150 \text{ mW}$  et  $\simeq 2 \text{ mW}$ , avec une incertitude d'environ  $0.2 \text{ mW}$ .

### 3.4.2 Remplissage du piège *dimple* pendant l'évaporation dans le piège croisé

Nous allons à présent nous intéresser à l'ajout du potentiel du *dimple* au PDC pendant la rampe d'évaporation. Pour cela, nous faisons l'expérience suivante : nous allumons graduellement le piège *dimple*, en 300 ms, de  $P_d = 2 \text{ mW}$  à  $P_d = 150 \text{ mW}$ , et varions le temps d'arrivée  $t_1$  de cette rampe. À  $t = 1 \text{ s}$ , nous éteignons les deux pièges, et mesurons le nombre d'atomes ainsi que la température du nuage. La séquence est schématisée dans la figure 3.7. Dans le tableau 3.3, nous montrons les

4. Il s'agit du même objectif de microscope que celui utilisé dans l'imagerie horizontale (voir chapitre 2).

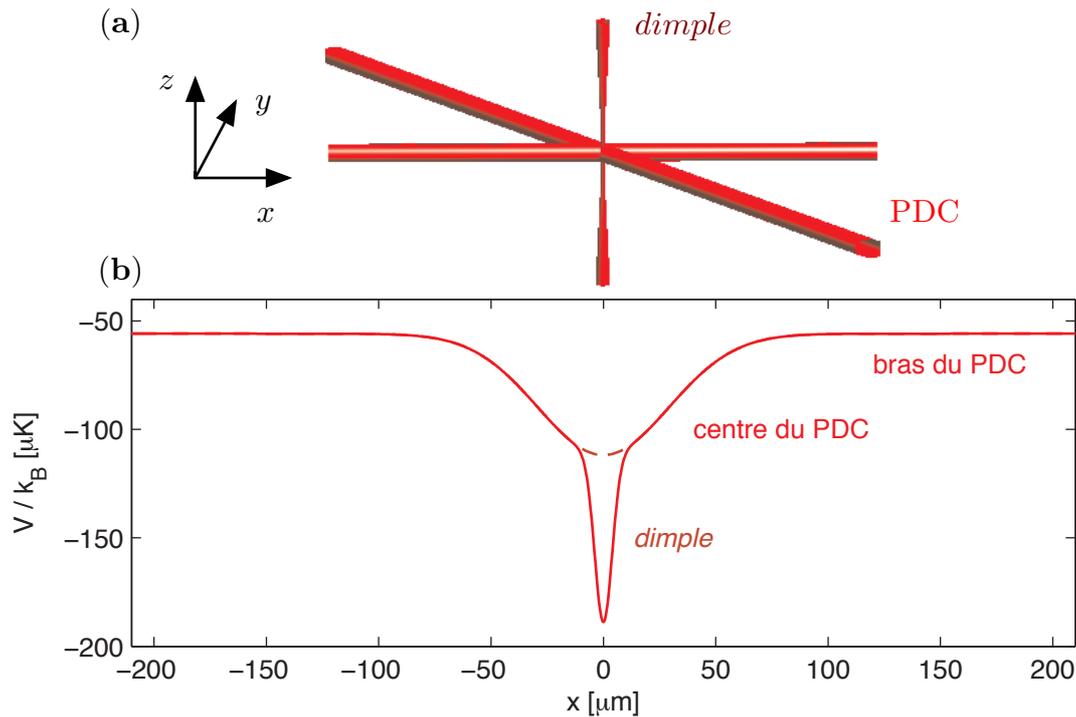


FIGURE 3.6 – (a) Vue schématique de la géométrie de piégeage avec le PDC et le piège *dimple* (b) Profil du potentiel de piégeage dans la direction  $x$ , le long du premier bras, pour  $P_d = 150$  mW et  $P_{\text{PDC}} = 3$  W. Les deux figures ne sont pas à la même échelle : la première s'étend sur 2 mm et la deuxième sur 0.4 mm.

résultats de ces expériences.

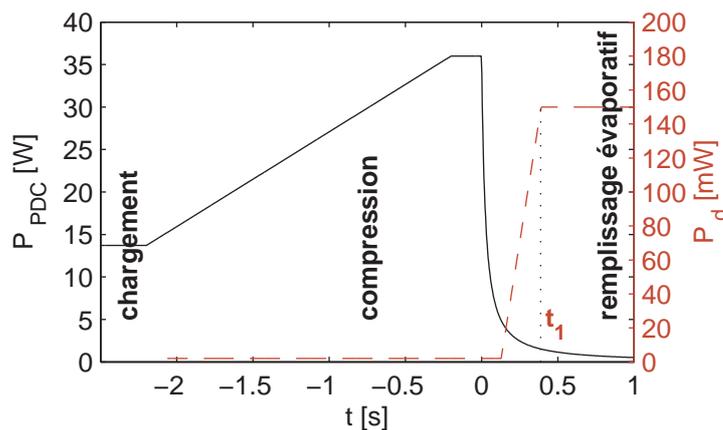


FIGURE 3.7 – Evolution des puissances dans l'expérience d'allumage du *dimple* (tirets rouges) pendant la rampe d'évaporation dans le PDC (ligne noire). Ici, le *dimple* arrive à sa puissance maximale au temps  $t_1 = 300$  ms.

Les atomes comptés correspondent à des atomes confinés dans le potentiel du *dimple*, qui ressentent par conséquent le confinement de ce dernier. Si nous comparons les expériences en présence du piège *dimple* à la situation dans le PDC seul,

$t_1(s)$	$N(\times 10^4)$	$T(\mu\text{K})$	$\mathcal{D}$	$\kappa_{\text{evap}}$
<i>dimple</i> absent	6.4	4	0.005	1.6
0	4.3	6.0	0.25	3.2
0.5	5.1	7.8	0.13	3.2
0.8	3.6	7.9	0.09	2.5
1.3	2.7	9	0.05	1.9

TABLE 3.3 – Comparaison entre différents scénarios de “remplissage évaporatif” dans le piège *dimple*. Le diagnostic est réalisé à  $t = 1$  s, sauf pour  $t_1 = 1.3$  s où il est réalisé à  $t = 1.3$  s.

nous constatons que le nombre d’atomes est légèrement plus bas et la température légèrement supérieure. Néanmoins, grâce à la différence considérable dans les fréquences de piégeage (un facteur  $\simeq 7$ ) entre les deux situations, la densité dans l’espace des phases et le taux de collisions augmentent fortement. Le transfert du PDC vers le *dimple* est très différent d’une compression adiabatique, dans laquelle les atomes deviennent plus confinés au prix d’une augmentation de température,  $T/\bar{\omega}$  restant constant. Nous réalisons ici un “remplissage évaporatif” du piège confinant : au cours de leur évaporation, les atomes ressentent de plus en plus le potentiel du *dimple* et y restent piégés.

Parmi tous les scénarios de branchement du piège *dimple*, la situation dans laquelle il est présent dès le début de la rampe d’évaporation du PDC est la plus favorable, c’est celle qui maximise la densité finale dans l’espace des phases  $\mathcal{D} \simeq 0.25$  ainsi que l’efficacité d’évaporation  $\kappa_{\text{evap}}$ . Dans cette situation, la présence du piège *dimple* assure tout au long de l’évaporation une thermalisation efficace dans le potentiel confinant et un fort taux de collision. C’est pourquoi nous choisissons de l’allumer en même temps que le PDC, et de le garder à une puissance  $P_d = 150$  mW.

Examinons à présent plus en détail le remplissage du *dimple* pendant la première seconde de l’évaporation. Pour cela, nous faisons l’expérience suivante pour différents temps d’évaporation  $t \leq 1$  s : le piège *dimple* est éteint 2.8 ms après le PDC, et nous laissons le nuage s’étendre pendant un temps de vol de 0.2 ms avant de l’imager en absorption. En ajustant le profil avec deux gaussiennes, nous extrayons le rapport  $\alpha_d = N_d/N$ , où  $N_d$  est le nombre d’atomes présent dans le piège *dimple*<sup>5</sup>. Nous montrons dans la figure 3.8 l’évolution du paramètre  $\alpha_d$  entre  $t = 0$  et  $t = 1$  s, ainsi qu’une image obtenue après  $t = 200$  ms du remplissage évaporatif.

De cette expérience, nous déduisons qu’après 700 ms, la totalité des atomes est confinée dans le piège *dimple*. Il est donc légitime pour le calcul de la densité dans l’espace des phases (voir tableau 3.3) de prendre en compte les fréquences de

5. En notant  $t_{v1} = 3$  ms le temps de vol des atomes piégés dans le PDC et  $t_{v2} = 0.2$  ms celui des atomes piégés par le *dimple*,  $\sigma_{\text{PDC}}(t_{v1})$  et  $\sigma_d(t_{v2})$  les tailles des deux distributions pendant l’image, on a [126]  $\frac{\sigma_{\text{PDC}}(t_{v1})}{\sigma_d(t_{v2})} = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{PDC}}^2(0) + k_B T t_{v1}^2/m}{\sigma_d^2(0) + k_B T t_{v2}^2/m}} \simeq \frac{t_{v1}}{t_{v2}} = 15$ . Les tailles initiales des distributions peuvent être négligées car  $\bar{\omega}_{\text{PDC}} t_{v1} \gg 1$  et  $\bar{\omega}_d t_{v2} \gg 1$  au cours du remplissage évaporatif. Les deux composantes sont dès lors bien distinguables sur les images.

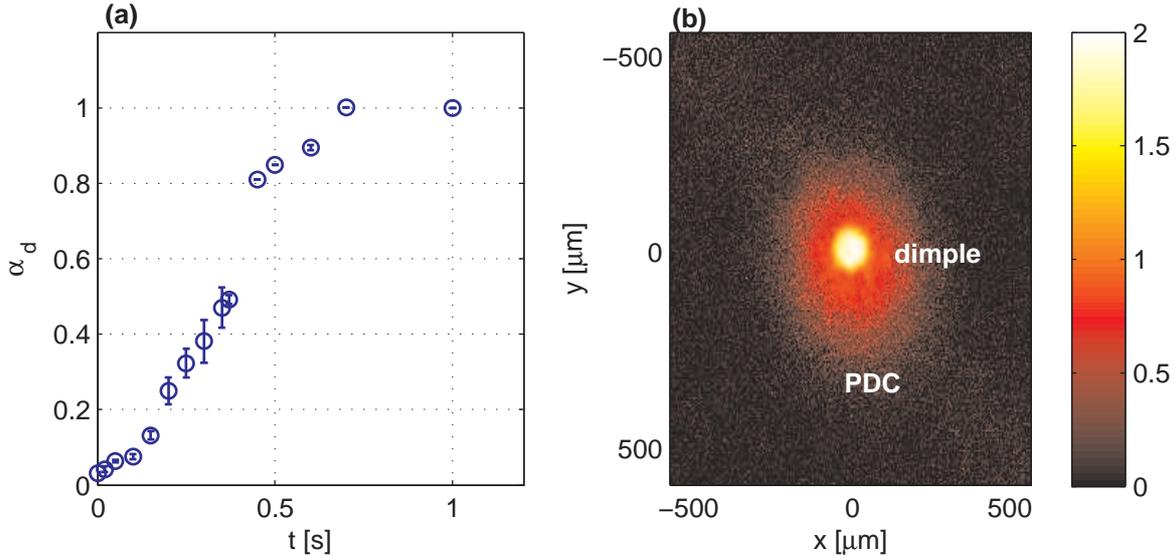


FIGURE 3.8 – Remplissage du piège *dimple* pendant l'évaporation dans le PDC. Nous montrons l'évolution de  $\alpha_d$  au cours de la première seconde (a), ainsi qu'une image en absorption prise à  $t = 200$  ms (b) sur laquelle nous voyons deux composantes : une partie dense, correspondant aux atomes piégés dans le *dimple* et une autre, moins dense, correspondant aux atomes du PDC.

piégeage de ce dernier. Nous disposons à présent de  $\simeq 4 \times 10^4$  atomes à  $T \simeq 6 \mu\text{K}$  dans un piège très confinant, avec une densité dans l'espace des phases  $\mathcal{D} \simeq 0.25$ , qui représente un gain d'un facteur  $\sim 100$  comparé à l'évaporation sans piège *dimple*. Pour aboutir à la dégénérescence quantique, nous poursuivons ce refroidissement en abaissant maintenant la profondeur du piège *dimple*.

### 3.4.3 Évaporation dans le piège *dimple* et condensation de Bose–Einstein

L'évaporation forcée dans le piège *dimple* est effectuée en abaissant entre  $t = 1$  s et  $t = 2.5$  s la puissance du piège selon une loi exponentielle :

$$P_d = P_{d1}e^{-(t-1)/\tau_d} + P_{d2}, \quad (3.13)$$

où  $P_{d1}$  et  $P_{d2}$  sont choisis tels que  $P_d(1 \text{ s}) = 150 \text{ mW}$ ,  $P_d(2.5 \text{ s}) = 6 \text{ mW}$  et  $\tau_d = 0.6 \text{ s}$ . Pendant cette rampe, le piège dipolaire croisé finit sa rampe très lentement, de  $\simeq 500 \text{ mW}$  à  $\simeq 200 \text{ mW}$ . Au vu des fortes fréquences de piégeage radiales du *dimple*, le confinement selon  $x - y$  est entièrement assuré par le piège *dimple*, tandis que le confinement vertical est assuré par le PDC. Sur la figure 3.9, nous représentons schématiquement les rampes d'évaporation des deux pièges, et montrons également les phases qui précèdent.

Au cours de cette rampe, nous mesurons  $N$ ,  $T$ , et calculons  $\mathcal{D}$ , à l'aide des fréquences des deux pièges combinés. Sur la figure 3.10(a,b,c), nous regroupons les résultats de ces mesures (ronds rouges), en les comparant à la rampe dans le PDC seul (étoiles vertes). Peu après le début de la deuxième phase de refroidissement

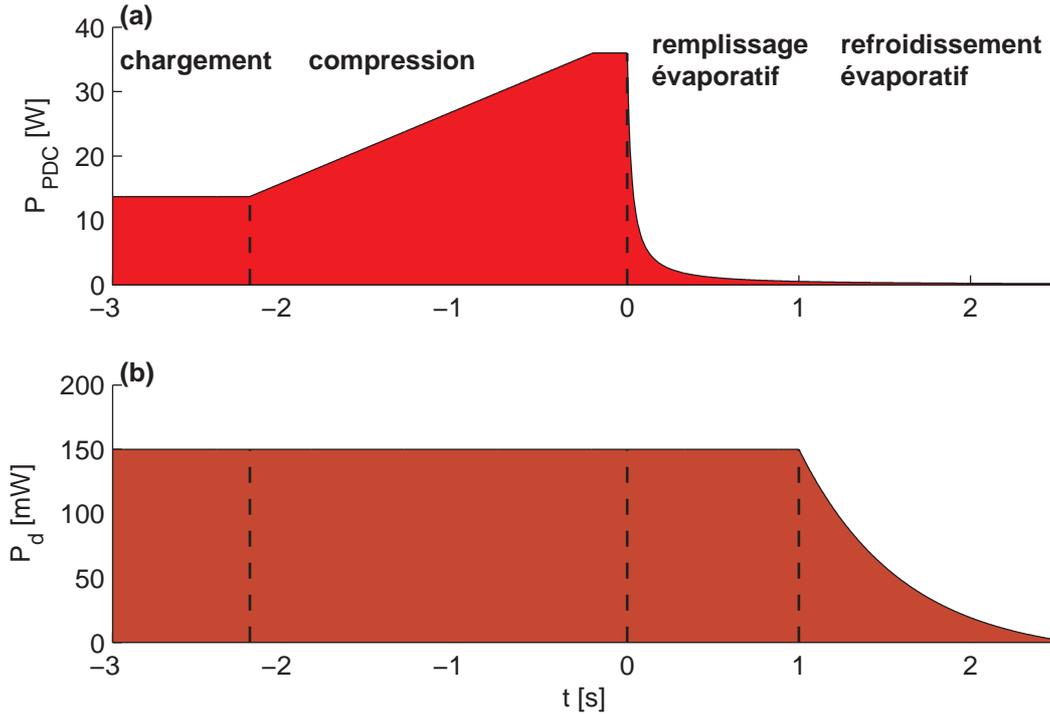


FIGURE 3.9 – Représentation schématique de notre séquence d'évaporation avec le piège composite  $\{\text{PDC} + \text{dimple}\}$ , avec les puissances des deux pièges en fonction du temps  $t$ . Les quatre phases : chargement du PDC, compression et remplissage du centre du PDC, remplissage évaporatif du piège *dimple* et refroidissement évaporatif, sont également indiquées.

évaporatif, environ 0.5 s, nous croisons le seuil de condensation de Bose–Einstein. Si nous abaissons davantage la puissance du piège combiné, une fraction condensée avec un nombre macroscopique d'atomes apparaît.

Nous pouvons quantifier la fraction d'atomes présents dans le condensat en modélisant la distribution par la superposition d'une distribution de Bose avec un potentiel chimique  $\mu = 0$ , représentant un nuage thermique saturé, et d'une distribution de Thomas–Fermi [126], représentant le condensat. Cette distribution bimodale, introduite dans les relations (1.19) page 20, néglige les effets d'interaction mutuelles entre les deux composantes. L'ajustement des profils de densité optique obtenus est effectué à l'aide d'une distribution modèle intégrée selon  $z$  :

$$\tilde{n}_{\text{th}}(x, y) = \frac{\tilde{n}_{\text{th}}(0)}{g_2(1)} g_2 \left[ \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{x}{\sigma_{x,\text{th}}} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\sigma_{y,\text{th}}} \right)^2 \right) \right] \quad (3.14)$$

$$\tilde{n}_c(x, y) = \tilde{n}_c(0) \max \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{x}{\sigma_{x,c}} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\sigma_{y,c}} \right)^2, 0 \right]^{3/2}. \quad (3.15)$$

Puisque les images d'absorption sont prises après temps de vol  $t_v$ , les tailles  $\sigma_{x,\text{th}}$  et  $\sigma_{y,\text{th}}$  reflètent l'expansion balistique du nuage sous l'effet de son énergie cinétique [126]  $\sigma_{i,\text{th}} = \sigma_{i,\text{th}}^0 \sqrt{1 + \omega_i^2 t_v^2}$ . Pour  $\omega_i^2 t_v^2 \gg 1$ , la taille du nuage après temps de vol

détermine directement la température du nuage dans le piège :

$$T \simeq \frac{m\sigma_{i,\text{th}}^2}{k_B t_v^2}. \quad (3.16)$$

L'ajustement avec les paramètres libres  $\tilde{n}_{\text{th}}(0)$ ,  $\tilde{n}_c(0)$ ,  $\sigma_{x,\text{th}}$ ,  $\sigma_{y,\text{th}}$ ,  $\sigma_{x,c}$ ,  $\sigma_{y,c}$  permet d'extraire le nombre d'atomes dans chaque composante et d'en déduire la fraction condensée  $F_c$  (figure 3.10(d)), le rapport entre le nombre d'atomes dans le condensat et le nombre d'atomes total.

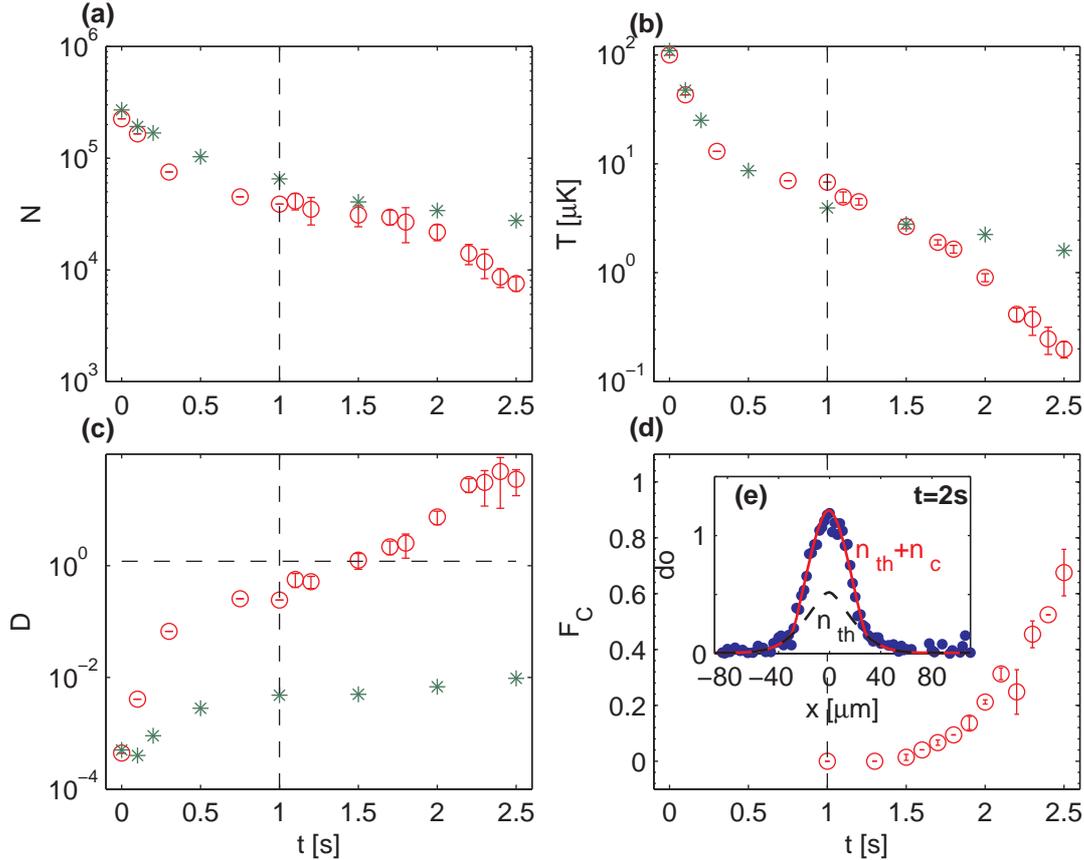


FIGURE 3.10 – Trajectoires de refroidissement évaporatif dans le piège combiné {PDC+*dimple*} (ronds rouges) et dans le PDC seul (étoiles vertes). Nous montrons l'évolution en fonction du temps du nombre d'atomes  $N$  (a), la température  $T$  (b), la densité dans l'espace des phases  $\mathcal{D}$  (c) et la fraction condensée  $F_c$  (d). (e) Coupe selon  $x$  des profils de densité optique d'un nuage en dessous du seuil de condensation à  $t = 2.3$  s, imagé après 1.5 ms de temps de vol. L'ajustement avec le modèle est représenté en ligne rouge, avec en ligne tiretée noire la fraction thermique.

Grâce à l'ajout d'un piège auxiliaire très confinant au PDC, nous sommes parvenus à réaliser des condensats de Bose-Einstein d'environ  $8 \times 10^3$  atomes avec des fractions condensées élevées (jusqu'à 70 %). Dans la perspective de travailler avec des condensats spinoriels, nous souhaiterions purifier davantage les condensats réalisés, quitte à diminuer le nombre d'atomes. Un facteur limitant est l'impossibilité d'abaisser davantage la puissance dans le PDC à la fin de la rampe. Avec

l'extinction du faisceau via le polariseur (voir section 2.3.2), nous ne pouvons pas diminuer la puissance en deçà de  $P_{\text{PDC}} \simeq 200$  mW, ce qui correspond à une profondeur  $V_{\text{PDC}} \simeq k_B \times 6$   $\mu\text{K}$ . En fixant le PDC à cette puissance minimale, nous avons tenté d'abaisser le piège *dimple* par rapport au PDC. Compte tenu de la forte différence de taille des deux pièges, cet abaissement conduit à un déversement des atomes confinés dans le piège *dimple* dans les bras du PDC. Pour ces atomes, le taux de collisions est beaucoup plus faible pour les atomes piégés dans le *dimple*, si bien qu'ils ne s'évaporent pas et empêchent le refroidissement.

Par ailleurs, comme nous l'avons soulevé dans la section 2.3.2, l'asservissement en intensité du PDC à basse puissance est uniquement assuré par un contrôle sur le moteur portant la lame d'onde. Celle-ci ayant une bande passante faible, nous ne sommes pas capables d'éliminer le bruit à des fréquences supérieures à  $\simeq 10$  Hz. Compte tenu des fréquences caractéristiques entrant en jeu dans des systèmes spinoriels (interaction dépendante du spin :  $\sim 50$  Hz, effet Zeeman quadratique :  $10^0 - 10^3$  Hz, etc.), nous souhaitons disposer d'un asservissement de la puissance du piège avec une bande passante plus élevée.

### Remarque sur le changement de taille du faisceau du PDC

L'étude de la compression ainsi que de l'évaporation dans le piège composite {PDC+*dimple*} a été réalisée avec la taille de faisceau  $w_{\text{PDC}} \simeq 42$   $\mu\text{m}$ . Pour des raisons techniques, nous avons dû ôter le télescope en sortie du montage (voir figure 2.7). À présent, le faisceau a une taille  $w_{\text{PDC}} \simeq 35$   $\mu\text{m}$ . Cette nouvelle configuration nous a amené à effectuer deux modifications dans la séquence expérimentale. La première est l'abaissement de la puissance optimale de chargement, de  $P_{\text{PDC}} = 13.7$  W à  $P_{\text{PDC}} = 10$  W. La deuxième est le raccourcissement de la durée de la compression, de 2 s à 1 s. En effet, le remplissage de la partie centrale du PDC est accéléré avec un piège plus petit en raison de l'augmentation du taux de collisions dans les bras. Les phases de remplissage évaporatif et refroidissement dans le *dimple* sont inchangées, et tout ce que nous avons discuté jusqu'ici reste valable.

## 3.5 Réalisation d'un nouveau piège composite

Dans cette partie, nous étudions l'ajout d'un troisième piège dipolaire optique qui a pour rôle de remplacer le PDC à la fin de sa rampe de puissance. Au vu des remarques précédentes, celui-ci doit avoir une profondeur comparable au PDC et doit également être capable de tenir les atomes contre la gravité. Le waist  $w$  du faisceau doit vérifier  $mgw < U$ , ce qui signifie que la chute de potentiel due à la gravité sur la taille du piège est négligeable devant sa profondeur. Idéalement, le piège doit pouvoir confiner un nuage thermique tout comme un nuage fortement dégénéré. Nous aimerions en effet procéder à la condensation de Bose-Einstein à l'intérieur d'un même piège composite, en particulier pour la mesure des températures critiques de condensation pour un gaz spinoriel (voir chapitre 1).

Deux solutions ont été imaginées pour remplacer le PDC : un piège dipolaire désaccordé vers le bleu et un piège dipolaire désaccordé vers le rouge. Nous avons

testé consécutivement ces deux pièges sur notre expérience. Même si nous avons retenu la deuxième solution pour des raisons techniques, en particulier pour les expériences présentées dans les chapitres 4 et 5, nous relatons tout de même les résultats de l'insertion du piège "bleu" dans l'annexe B.

### 3.5.1 Piège horizontal décalé vers le rouge

#### Montage expérimental

Ce piège est conçu à partir d'un laser de puissance 20 W fibré<sup>6</sup> à une longueur d'onde  $\lambda_L = 1070$  nm. N'ayant besoin que de quelques centaines de mW pour ce piège, une grande partie de la puissance de sortie du laser fibré est défléchie via un système {lame d'onde  $\lambda/2$ +polariseur} dans un bloqueur. De manière similaire au piège *dimple*, nous avons placé après le polariseur un MAO pour le contrôle de puissance, ainsi qu'une fibre optique monomode. À la sortie de celle-ci, le faisceau est collimaté par une lentille de focale 100 mm puis focalisé par une lentille de 200 mm, de sorte à fabriquer un faisceau de taille  $w_{PR} \simeq 11 \mu\text{m}$  au niveau des atomes. Nous représentons un schéma du montage expérimental dans la figure 3.11.

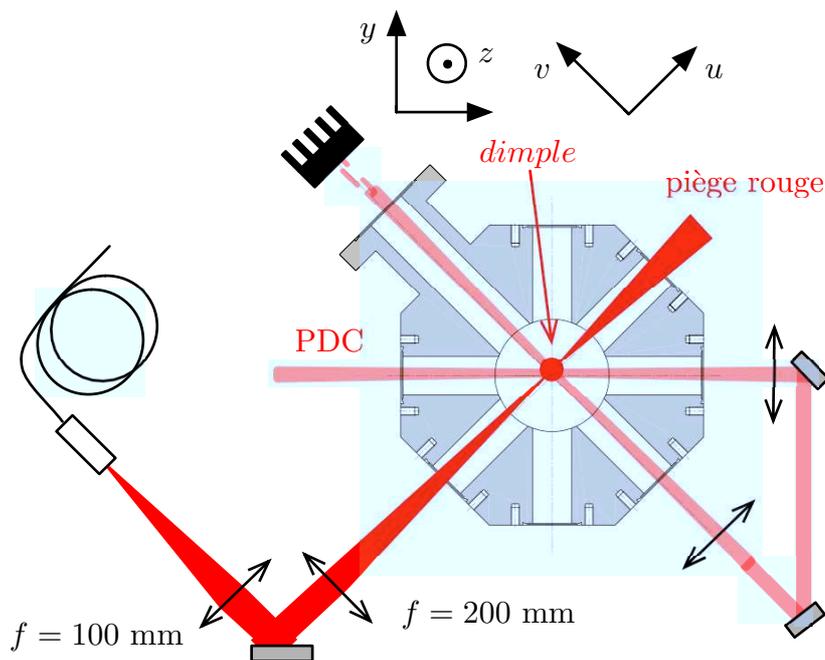


FIGURE 3.11 – Schéma du montage du piège rouge. Il se propage selon  $u$  et croise le PDC et le *dimple* au centre de la chambre.

La puissance est asservie via le MAO à l'aide d'un signal de photodiode placée à la sortie de la chambre de science. L'expression du potentiel associé à ce piège

6. IPG Photonics, USA.

“rouge” (PR) est la suivante :

$$V_{\text{PR}}(u, v, z) = -V_{\text{PR}}^0 \frac{e^{-2(v^2+z^2)/w_{\text{PR}}^2}}{\sqrt{1+u^2/u_R^2}}, \quad (3.17)$$

où  $u_R = \pi w_{\text{PR}}^2 / \lambda_L \simeq 355 \mu\text{m}$  est la longueur de Rayleigh associée à ce faisceau. Lorsque le PR et le *dimple* sont présents sur l’expérience, les fréquences de piégeage résultantes sont une combinaison des fréquences de chaque piège seul. Dans les directions de propagation des deux lasers, nous pouvons négliger le confinement axial de chaque piège ( $w_{\text{d}}^2 \ll u_R^2$  et  $w_{\text{PR}}^2 \ll z_R^2$ ). Au croisement des deux bras du nouveau piège composite, les fréquences de piégeages valent :

$$\omega^u = \sqrt{\frac{4V_{\text{d}}^0}{mw_{\text{d}}^2}}, \quad \omega^v = \sqrt{\frac{4V_{\text{d}}^0}{mw_{\text{d}}^2} + \frac{4V_{\text{PR}}^0}{mw_{\text{PR}}^2}}, \quad \omega^z = \sqrt{\frac{4V_{\text{PR}}^0}{mw_{\text{PR}}^2}}. \quad (3.18)$$

Nous verrons dans la section 3.5.1 une méthode de calibration absolue de ces fréquences de piégeage.

### Séquence de transfert du PDC au PR

Le transfert du piège composite {PDC+*dimple*} au nouveau piège {PR+*dimple*} est effectué après une étape de refroidissement évaporatif dans le *dimple*, autour de  $t = 2$  s. Nous modifions la rampe d’évaporation par rapport à la rampe initiale (voir equation (3.13)) du piège *dimple* ce qui nous permet d’obtenir à  $t = 2$  s un nuage d’environ  $1.2 \times 10^4$  atomes au dessus du seuil de condensation. Cette nouvelle rampe est définie comme suit :

$$P_{\text{d}} = P_{\text{d1}} e^{-(t-1)/\tau_{\text{d}}} + P_{\text{d2}}, \quad (3.19)$$

où  $P_{\text{d1}}$  et  $P_{\text{d2}}$  sont choisis tels que  $P_{\text{d}}(1 \text{ s}) = 150 \text{ mW}$ ,  $P_{\text{d}}(2 \text{ s}) = 64 \text{ mW}$  et  $\tau_{\text{d}} = 0.6 \text{ s}$ . Pendant cette rampe nous allumons le PR à une puissance d’environ 100 mW, et le PDC continue sa rampe de 500 mW à 230 mW. L’évolution temporelle des puissances des trois pièges est représentée schématiquement dans la figure 3.13.

À ce stade nous étudions la reproductibilité de la procédure d’évaporation et de transfert dans le nouveau piège. Si nous éteignons les trois pièges simultanément à  $t = 2$  s, nous obtenons sur une trentaine de réalisations un nuage de  $1.5 \times 10^4$  atomes en moyenne, avec des fluctuations statistiques d’environ 20 %, ce qui est assez élevé comparé aux fluctuations statistiques au début de la rampe d’évaporation (environ 10 % à  $t = 0$  s). Nous avons constaté qu’en éteignant le PDC avant les autres pièges, par exemple à  $t = 1.8$  s, nous gardons le même nombre d’atomes dans le piège, mais avec une meilleure reproductibilité : les fluctuations statistiques ne sont plus que de 10 %. L’augmentation des fluctuations du nombre d’atomes en présence du PDC est probablement lié aux fluctuations de pointé des deux bras du PDC (voir section (2.3.2)). Compte tenu de la différence de longueur entre les trajets optiques des pièges *dimple* et PR ( $\sim 30 \text{ cm}$ ) et du PDC ( $\sim 150 \text{ cm}$ ), c’est ce dernier qui semble être le moins stable spatialement. D’un point de vue pratique, lorsque nous alignons les trois pièges dipolaires, ce sont les bras du PDC que nous devons

corriger la plupart du temps, les autres pièges restent immobiles.

Avec un nuage thermique d'environ  $1.5 \times 10^4$  atomes dans le piège composite, nous pouvons débiter la dernière phase d'évaporation forcée. Avant cela, nous effectuons des mesures pour calibrer les fréquences de piégeage, qui nous seront utiles dans toute la suite de ce manuscrit.

### Calibration des fréquences de piégeage par oscillation paramétrique

Lorsque des atomes sont piégés dans un potentiel harmonique, caractérisé par une fréquence de piégeage  $\nu_p = \omega_p/2\pi$ , ils subissent un chauffage résiduel dû au bruit du laser [98]. Si nous appelons  $\epsilon(t) = (P(t) - P_0)/P_0$  les variations relatives de la puissance du laser, nous pouvons définir une fonction de densité spectrale de bruit  $S_b$  de la manière suivante :

$$S_b(\nu) = 4 \int_0^\infty dt' \cos(\nu t') \langle \epsilon(t) \epsilon(t + t') \rangle. \quad (3.20)$$

où  $t' \rightarrow \langle \epsilon(t) \epsilon(t + t') \rangle$  est la fonction de corrélation de la puissance relative. Le chauffage est caractérisé par une augmentation de l'énergie moyenne avec un taux de chauffage  $\Gamma_c$  qui dépend de  $S_b$  :

$$\Gamma_c = \pi^2 \nu_p^2 S_b(2\nu_p). \quad (3.21)$$

L'idée du chauffage paramétrique est de moduler la puissance du laser à la fréquence  $2\nu_p$ , de telle manière à augmenter la densité spectrale de bruit  $S_b$  à cette fréquence et finalement accentuer le chauffage du nuage. Ce mécanisme s'extrapole à notre piège anisotrope, avec trois fréquences de piégeage différentes  $\nu^u = \omega^u/2\pi$ ,  $\nu^v = \omega^v/2\pi$  et  $\nu^z = \omega^z/2\pi$  (voir relations (3.18)). Le chauffage du nuage sera amplifié si nous ajoutons une modulation à l'une de ces trois fréquences à l'intensité moyenne. En pratique, nous excitons seulement deux des trois directions,  $v$  et  $z$ , en modulant la puissance du PR de  $\simeq 2\%$  pendant 100 ms à différentes fréquences. Nous mesurons ensuite la taille du nuage après un temps de vol de 1.5 ms. Pour obtenir les fréquences de résonance, nous effectuons un ajustement à l'aide de la somme de deux fonctions gaussiennes, dont nous extrayons les centres. Dans la figure 3.12, nous représentons les courbes de résonance pour deux couples de puissances  $P_d$  et  $P_{PR}$  différents.

Répétant l'expérience avec deux couples différents de puissances, nous obtenons des couples de fréquences de piégeage supplémentaires. Ayant mesuré de façon indépendante les puissances des deux pièges, nous ajustons alors les tailles des faisceaux  $w_d$  et  $w_{PR}$  à l'aide des relations 3.18. En supposant avoir une incertitude de  $\simeq 1$  mW sur les puissances, nous obtenons  $w_d \simeq 7.7 \pm 0.1 \mu\text{m}$  et  $w_{PR} \simeq 10.9 \pm 0.1 \mu\text{m}$ . Ce sont les valeurs que nous avons données plus haut dans le chapitre. Ces résultats sont en accord avec des mesures optiques indépendantes sur les faisceaux des deux pièges. Nous avons trouvé, en étudiant l'évolution de la taille du faisceau autour des foyers, un waist minimal de  $8 \pm 1 \mu\text{m}$  pour le piège *dimple* et  $12 \pm 1 \mu\text{m}$  pour le PR.

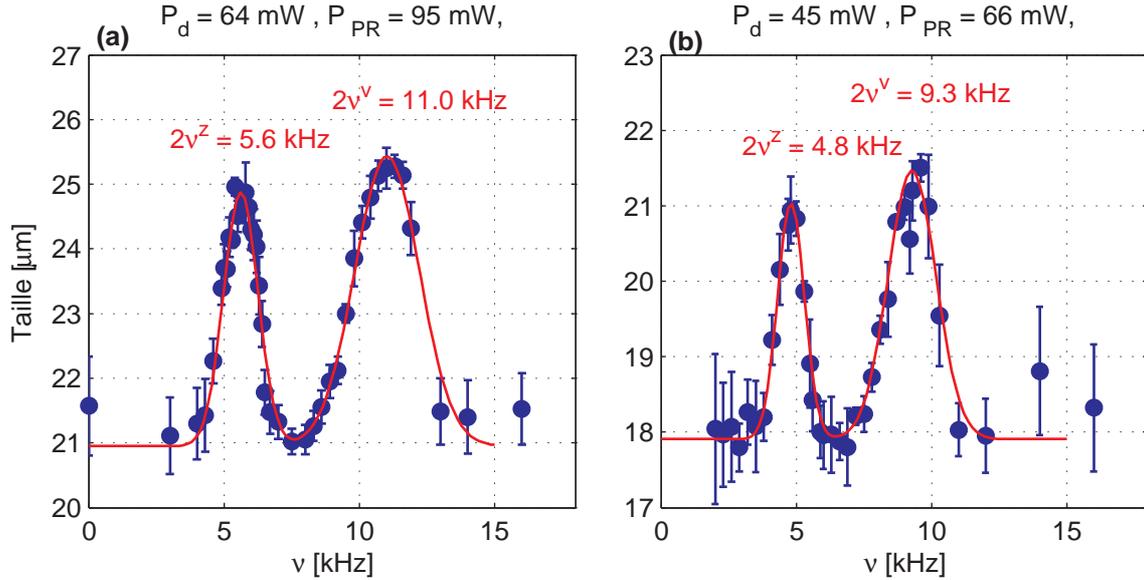


FIGURE 3.12 – Courbes de résonance par chauffage paramétrique dans le piège composite pour deux couples de puissances différents,  $P_d \simeq 64 \text{ mW}$  et  $P_{PR} \simeq 95 \text{ mW}$  (a) et  $P_d \simeq 45 \text{ mW}$  et  $P_{PR} \simeq 66 \text{ mW}$  (b). Les ajustements sont faits avec la somme de deux fonctions gaussiennes, dont les centres sont indiqués en rouge au dessus des courbes de résonances.

### 3.5.2 Condensation dans le piège composite

Avec le point de départ donné plus haut,  $N = 1.5 \times 10^4$  atomes piégés à  $t = 2 \text{ s}$  dans le piège composite, nous démarrons à présent la partie finale de la rampe d'évaporation. Pour cela, nous avons choisi d'abaisser les deux pièges avec la même forme fonctionnelle, une exponentielle de constante de temps  $\tau_2 = 1.5$ , et d'aboutir après  $3 \text{ s}$  au point d'arrivée  $P_d \simeq 5 \text{ mW}$  et  $P_{PR} \simeq 7 \text{ mW}$ . Après la rampe, nous gardons les deux pièges pendant  $200 \text{ ms}$  à leur puissance finale avant de les couper. Pour des raisons de simplicité, nous allons appeler  $t'$  la variable temporelle définie par  $t' = t - 2 \text{ s}$ , pour faire coïncider le début de la dernière portion de rampe avec  $t' = 0$ . Nous donnons dans la figure 3.13 l'évolution des puissances des trois pièges.

Nous décrivons maintenant notre dernière portion d'évaporation. Nous suivons l'évolution du nombre d'atomes  $N$ , de la température  $T$  et de la fraction condensée  $F_c$  de l'échantillon au cours de la rampe d'évaporation. Pour cette expérience, nous avons préalablement préparé un échantillon polarisé au maximum avec  $\simeq 85 \%$  des atomes dans l'état  $m_F = +1^7$ , afin de s'affranchir du mécanisme de double-condensation (voir section 1.4) caractéristique d'un gaz spinoriel. Avant de donner les résultats expérimentaux, nous discutons de la manière d'obtenir les trois quantités ci-dessus.

7. Une telle préparation sera expliquée en détails dans le chapitre 4.

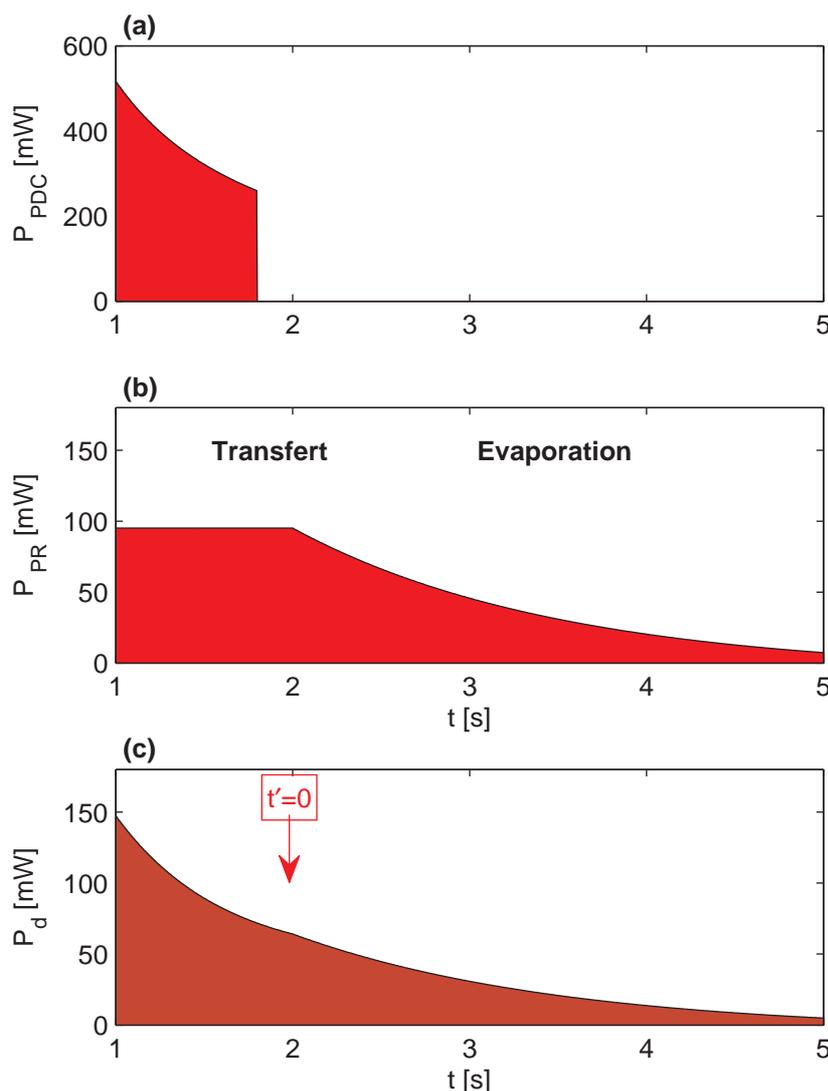


FIGURE 3.13 – Puissances des trois faisceaux lasers : PDC (a), PR (b) et *dimple* (c) au cours du transfert et de l'étape finale de refroidissement évaporatif.

### Sommes-nous capables de mesurer la fraction condensée ?

Le nuage le plus froid dans le piège est réalisé après un temps d'évaporation  $t' = 3$  s dans le piège. À ce stade, nous obtenons un nuage de  $N \simeq 3.3 \times 10^3$  atomes. D'après la calibration des fréquences effectuée ci-dessus, nous calculons une fréquence moyenne  $\bar{\omega} = 2\pi \times 1.1$  kHz, ce qui correspond à une taille d'oscillateur harmonique  $a_{OH} = \sqrt{\hbar/m\bar{\omega}} \simeq 620$  nm. Le paramètre  $\chi$  (voir définition page section 1.2.2) vaut  $\chi = Na/a_{OH} \simeq 15$ . Cette valeur indique que l'approximation Thomas-Fermi que nous utilisons usuellement pour extraire la fraction condensée à partir de l'ajustement avec le modèle (3.15) devient caduque. Cela est confirmé par une simulation numérique de l'équation de Gross-Pitaevskii (voir 1.13)<sup>8</sup>, dont nous ex-

8. Cette résolution numérique est effectuée à l'aide d'une propagation de l'équation de Gross-Pitaevskii dépendante du temps en temps imaginaire. Nous utilisons la méthode de Crank-Nicolson pour résoudre numériquement l'équation obtenue.

trayons les énergies caractéristiques (voir relations (1.14)). Nous trouvons, pour nos paramètres expérimentaux à  $t' = 3$  s, les valeurs regroupées dans le tableau suivant : L'énergie cinétique n'est pas négligeable devant l'énergie d'interaction, ce qui met en

$N$	$\bar{\omega}$	$\mu/\hbar\bar{\omega}$	$E_{\text{cin}}/\hbar\bar{\omega}$	$E_{\text{piège}}/\hbar\bar{\omega}$	$E_{\text{int}}/\hbar\bar{\omega}$
3300	$2\pi \times 1.1$ kHz	4.55	0.33	1.97	1.13

TABLE 3.4 – Énergies caractéristiques extraites de la résolution numérique de l'équation de Gross–Pitaevskii pour un nuage de  $3.3 \times 10^3$  atomes dans un piège de fréquence moyenne  $\bar{\omega} = 2\pi \times 1.1$  kHz.

cause l'application de l'approximation Thomas-Fermi. Dans la figure 3.14, nous comparons le profil de densité optique du nuage, le résultat de la simulation numérique de l'équation de Gross–Pitaevskii, et la distribution obtenue dans l'approximation de Thomas-Fermi (voir 1.16).

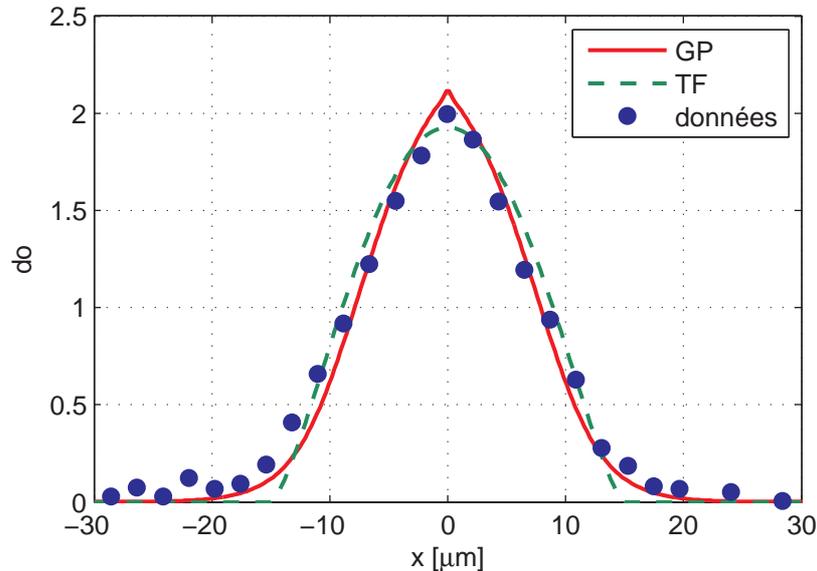


FIGURE 3.14 – Profil selon la direction  $y$ , de la distribution de densité optique simulée grâce à l'équation de Gross–Pitaevskii après un temps de vol  $t_v = 1$  ms (courbe rouge), sans paramètre ajustable, la distribution dans l'approximation Thomas-Fermi (courbe verte). Les points expérimentaux sont les points bleus.

Nous voyons deux différences entre la distribution issue de la résolution numérique et la distribution obtenue avec l'approximation Thomas-Fermi. La première présente des ailes, alors que les bords de la distribution de Thomas-Fermi sont abrupts. D'autre part, la première distribution est plus pointue au centre que la distribution de Thomas-Fermi. Ces deux caractéristiques des ailes et du centre se retrouvent également dans le profil expérimental. Nous déduisons de cette comparaison que les données expérimentales à  $t' = 3$  s semblent en accord qualitatif avec l'existence d'un condensat quasi-pur.

Même si l'approximation Thomas-Fermi n'est pas valable pour nos conditions expérimentales, nous utilisons le modèle bi-modal (3.15) pour détecter le passage de la transition de Bose-Einstein dans notre système. Dans la figure 3.15, nous présentons les ajustements avec le modèle bi-modal des profils d'absorption pour quelques points dans la rampe d'évaporation.

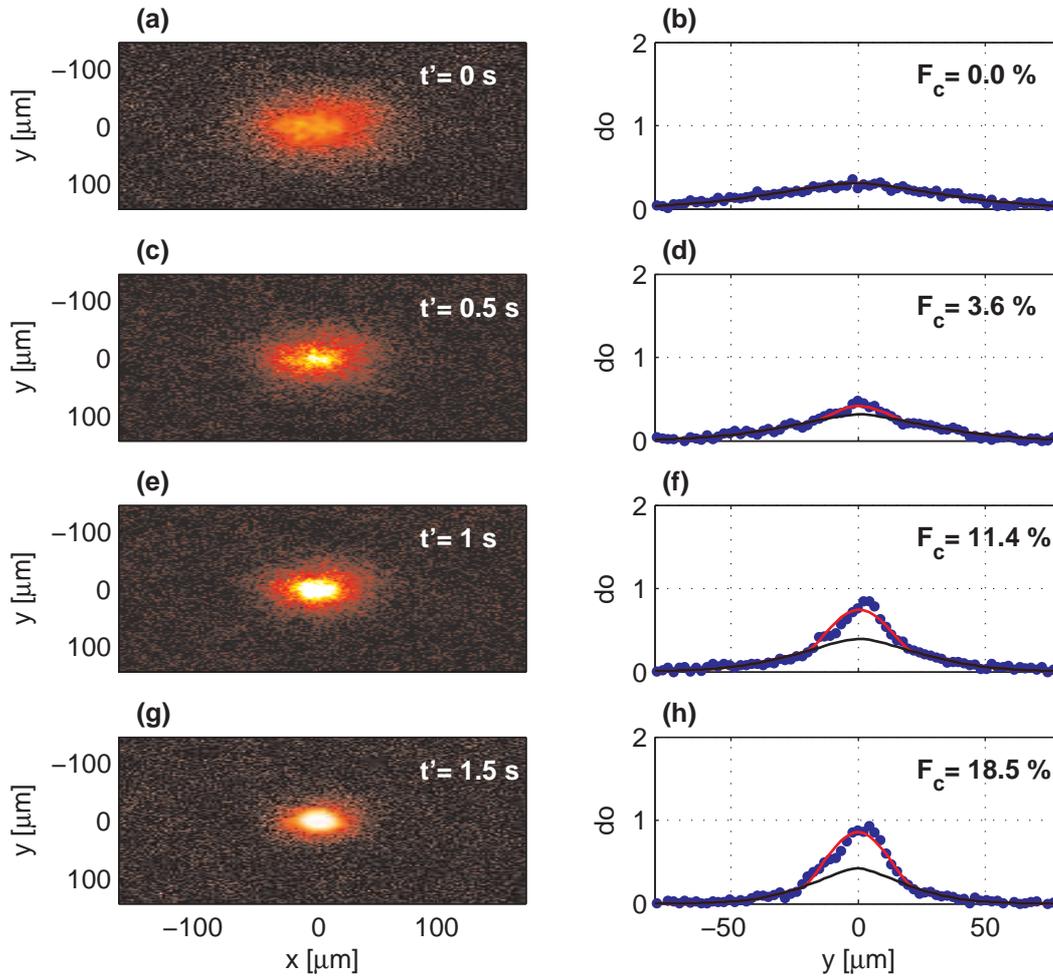


FIGURE 3.15 – Sur la colonne de gauche, profils de densité optique des images d'absorption au cours de la rampe. Les couleurs sombres correspondent à une densité optique nulle, tandis que la couleur la plus claire, le blanc, correspond à  $DO = 0.5$ . Sur la colonne de droite, coupes selon la direction  $y$  du nuage (points bleus), ainsi que les ajustement avec le modèle : distribution de Bose saturée (ligne noire) et parabole de Thomas-Fermi (ligne rouge).

Grâce à la différence des tailles des composantes thermiques et condensées au voisinage de la transition de Bose-Einstein, la distribution bimodale reproduit de manière satisfaisante l'apparition du condensat, même si celle-ci ne reproduit pas la forme pointue du condensat et ses ailes. Le modèle bi-modal reste une bonne méthode pour extraire la fraction condensées au voisinage de la transition, ici pour des temps d'évaporation inférieurs à  $t' = 1.5$  s.

### Ajustement de la température dans les ailes de la distribution

Nous nous posons maintenant la question suivante : le modèle d’ajustement (3.15) est-il adapté à la détermination de la température ? Dans un nuage atomique à deux composantes, l’information sur la température est portée par la fraction thermique. Nous pouvons alors limiter notre analyse à cette composante, en étudiant la distribution des atomes dans les “ailes” de la distribution de Bose. Si de manière formelle, nous pouvons toujours trouver un domaine sur lequel la distribution des atomes thermiques n’est pas affectée par l’interaction avec le condensat, il n’en reste pas moins que le signal en densité optique décroît rapidement dans cette zone et peut devenir dominé par le bruit sur l’image. En pratique, nous devons essayer de trouver une taille optimale  $s$  telle que le signal dans la région définie par  $\sqrt{x^2 + y^2} \geq s$  est suffisamment important pour permettre d’être ajusté avec une distribution de Bose. On pourra alors juger si l’ajustement bi-modal avec le modèle 3.15 est en accord avec un ajustement dans les ailes seulement, même pour un nuage en interaction.

Pour chaque image prise au cours de la rampe, nous avons recours à la procédure d’analyse suivante :

- Nous effectuons un ajustement avec la distribution de Bose à différentes valeurs de  $s$ , dans une région de l’image définie par  $\sqrt{x^2 + y^2} \geq s$ . Les tailles de la distribution sont notées  $\sigma_y^B$  et  $\sigma_x^B$ .
- Pour chaque valeur de  $s$  nous extrayons la densité optique maximale de la distribution ajustée  $DO^B$  dans la région déterminée ci-dessus. Nous notons  $s_{\max}$  la taille maximale au delà de laquelle  $DO^B < 0.03$ <sup>9</sup>.

Dans la figure 3.16, nous montrons les résultats de cette procédure, pour le point dans la rampe d’évaporation à  $t' = 1$  s. Nous constatons qu’avec une zone d’exclusion trop petite (ici  $s \lesssim 20 \mu\text{m}$ ), le poids important de la région centrale (c’est à dire du condensat) par rapport à celui des ailes conduit à des tailles sous-estimées. Nous voyons ensuite que dans un intervalle (ici  $25 \mu\text{m} < s < 44 \mu\text{m}$ ) les tailles obtenues semblent constantes. Afin de quantifier la largeur de ce “plateau”, nous ajustons la courbe  $(s, \sigma(s))$  avec une fonction  $h(s) = A \exp(-s^3/2B^3) + C$ <sup>10</sup>. Nous en déduisons la taille  $s_{99}$  telle que  $|h(s_{99})| = 0.99 \times C$ , c’est à dire que pour  $s > s_{99}$ ,  $h$  ne varie plus que de 1 %. Nous prenons l’intervalle  $[s_{99}, s_{\max}]$  comme définition de ce “plateau”. Pour des zones d’exclusions plus grandes que  $s_{\max}$ , les tailles trouvées n’ont plus de sens en général, en raison de mauvais ajustements. L’existence d’un plateau semble signifier qu’il existe une couronne dans l’image sur laquelle la distribution atomique est bien approchée par des ailes d’une fonction de Bose.

Après avoir déterminé pour quelques images prises au cours de la rampe les paramètres  $s_{99}^B$  et  $s_{\max}$ , nous calculons les valeurs des températures à partir des tailles obtenues sur les plateaux, et les reportons dans la figure 3.17. Pour des images prises à des durées de rampe  $t' < 2$  s, nous pouvons trouver une région pour ajuster

9. Ce critère est empirique : nous avons observé que l’ajustement avec une fonction de Bose sur une image dont le signal est inférieur à 0.03 conduit parfois à des mauvais ajustements, même si le rapport signal à bruit sur la couronne de taille  $s_{\max}$  est supérieur au bruit par pixel (qui est de 0.03 d’après la section 2.4.3) du fait de la moyenne angulaire.

10. Le choix de cette fonction est purement opportuniste.

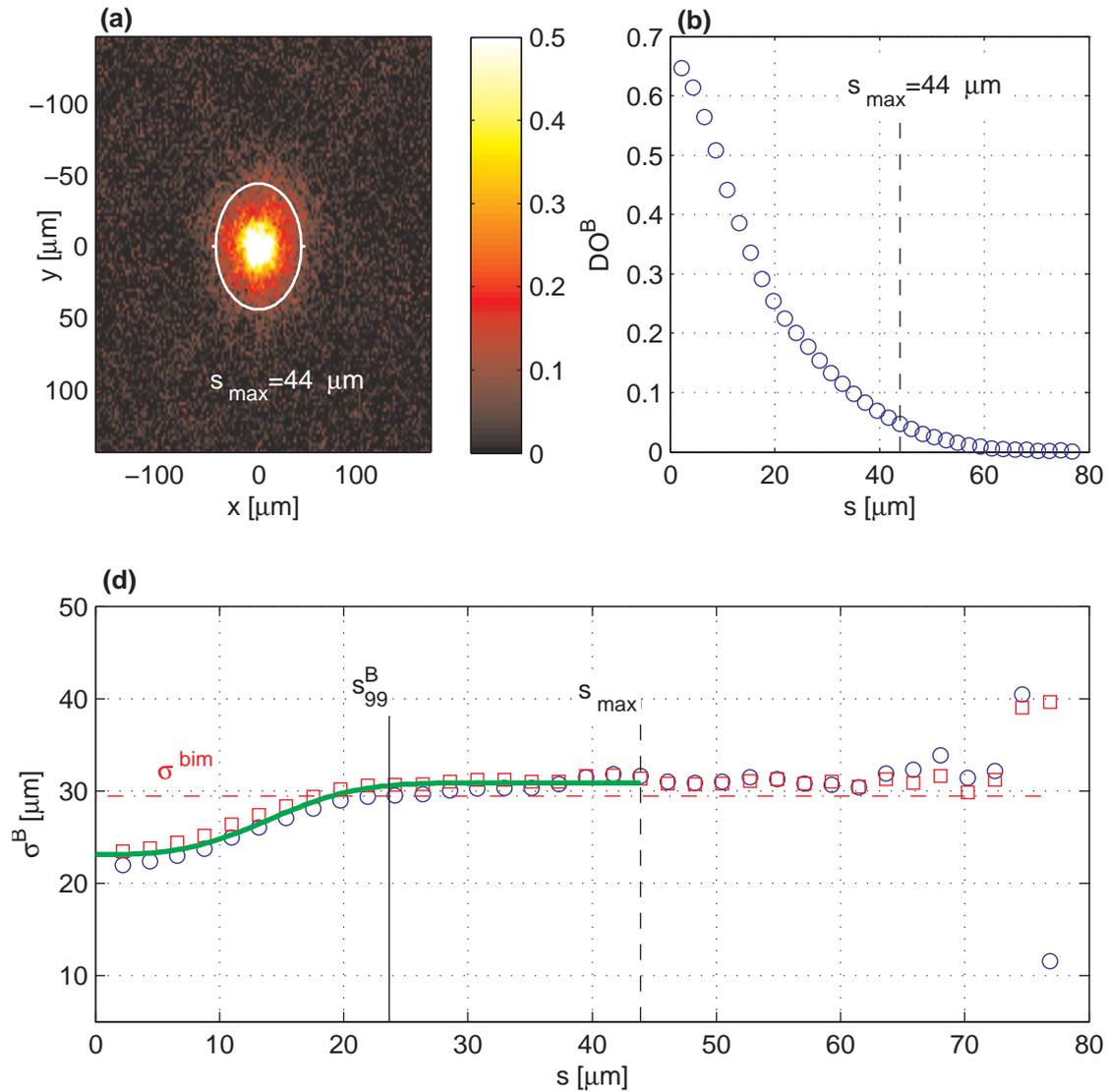


FIGURE 3.16 – (a) image d’absorption obtenue à  $t' = 1$  s. En blanc, le cercle de rayon  $s_{\max} = 42 \mu\text{m}$  représentant la zone au delà de laquelle le signal est inférieur à 0.03. (b) Densités optiques maximales des distributions de Bose ajustées  $DO^B$  dans les zones  $\sqrt{x^2 + y^2} \geq s$ . (c) Tailles dans les directions  $x$  (ronds bleus) et  $y$  (carrés rouges) de la distribution de Bose. Les pointillés rouges indiquent la taille extraite de l’ajustement avec le modèle bi-modal (3.15). La ligne verte indique l’ajustement avec la fonction  $h(s) = A\exp(-s^3/2B^3) + C$ .

les ailes de la distribution, c’est à dire qu’un plateau comme nous avons défini plus haut existe. Nous remarquons que pour ces images, les tailles extraites des deux procédures d’ajustement (distribution de Bose, distribution bimodale) sont voisines, avec des différences de l’ordre de 4 %. À ce stade, seule une simulation numérique d’un gaz partiellement condensé avec la prise en compte des effets d’interaction pourrait discriminer entre les deux méthodes d’analyse. À partir de  $t' = 2$  s, les tailles  $s_{99}^B$  sont plus grandes que  $s_{\max}$ , ce qui signifie que nous ne pouvons pas définir de région pour ajuster les ailes de la distribution, et qu’il est impossible d’extraire une température de ces images.

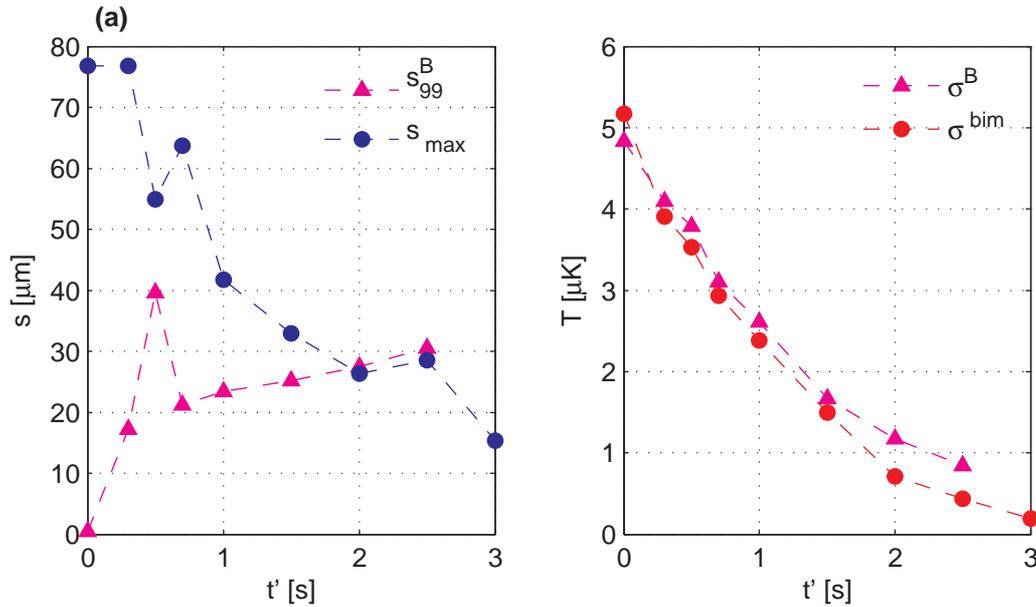


FIGURE 3.17 – (a) Tailles  $s_{99}^B$  (triangles magenta) et  $s_{\text{max}}$  (ronds bleus) pour différentes images prises au cours de la rampe, obtenus par la procédure d’analyse de “plateau”. (b) Températures extraites des tailles des trois distributions-modèles ajustées aux données expérimentales : distribution de Bose sur les ailes (triangles magenta) et distribution bimodale (ronds rouges). Les résultats pour les deux premiers ajustements correspondent à la valeur asymptotique sur le “plateau” (le paramètre  $C$  de la fonction  $h$ ).

En conclusion, nous parvenons à extraire à partir des méthodes d’ajustement la température à 8 % près et estimer la fraction condensée pour des échantillons préparés après une rampe  $t' \lesssim 1.5$  s, ce qui correspond à des températures de l’ordre de 1  $\mu\text{K}$  (voir équation 3.16). Dans la figure 3.18, nous reportons les résultats de l’analyse de  $N$ ,  $T$  et  $F_c$  au cours de la rampe pour les durées de rampe inférieures à  $t' \lesssim 1.5$  s. À des temps supérieurs, la distinction entre le nuage thermique et la fraction condensée n’est plus possible, car l’extension spatiale de la distribution thermique devient inférieure à celle du condensat. Cela empêche d’extraire de manière fiable ces informations.

### 3.5.3 Calibration absolue de la détection par absorption

*Les mesures présentées dans cette partie ont été prises après le rendu du manuscrit, et n’apparaissent donc que dans la version finale de la thèse.*

À partir de ces mesures, il est possible d’extraire la température critique correspondant au seuil de condensation de Bose-Einstein. Pour cela, nous effectuons un ajustement linéaire par deux portions de droites sur la courbe  $(T, F_c)$  autour du point de condensation<sup>11</sup>. À partir de la détermination de la température critique

11. Les températures sont évaluées à l’aide de l’ajustement avec une distribution bimodale.

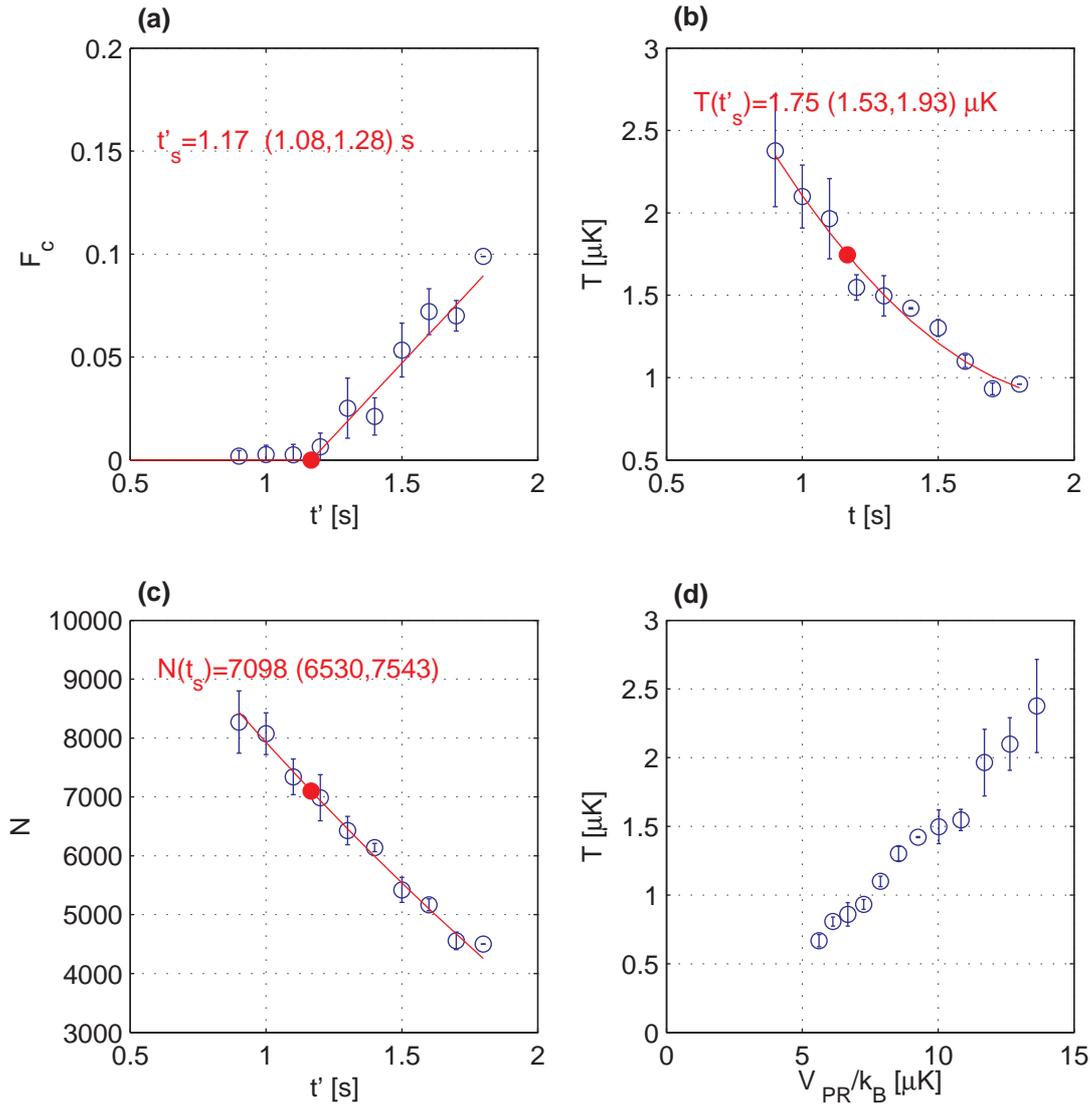


FIGURE 3.18 – (a) Courbe de  $F_c$  en fonction de la durée de la rampe  $t'$  (ronds bleus) et ajustement (ligne rouge) avec deux portions de droites. (b) Température  $T$  en fonction de la durée de la rampe  $t'$  (ronds bleus), et ajustement avec une fonction quadratique (ligne rouge). (c) Nombre d'atomes comptés sur les images en fonction de  $t'$  (ronds bleus), et ajustement avec une fonction quadratique (ligne rouge). (d) Température du nuage en fonction de la profondeur de potentiel du piège rouge  $V_{PR}$ .

nous pouvons remonter au nombre d'atomes dans l'échantillon. Pour cela, il est important de connaître la magnétisation du système. En effet, comme nous l'avons expliqué dans la section 1.2.3, la température critique dépend de l'état de polarisation du système. Dans le cas particulier de la magnétisation nulle, qui est choisie dans l'expérience présente, la distribution des atomes dans les trois états Zeeman est isotrope au seuil de condensation. Par conséquent, la température critique est donnée par l'expression suivante :

$$T_c = T_c^{\text{id}} \left( \frac{1}{3} \right)^{1/3} \left( 1 - 0.73 \frac{\omega_{\oplus}}{\bar{\omega}} \left( \frac{N}{3} \right)^{-1/3} - 1.3 \frac{a}{a_{\text{OH}}} N^{1/6} \right), \quad (3.22)$$

avec  $T_c^{\text{id}}$  la température critique du gaz idéal de  $N$  atomes (voir équation 1.7). Les deux termes correctifs correspondent respectivement aux effets de taille finie (équation (1.10)) et aux effets d'interaction (équation (1.20)). Dans cette relation,  $\bar{\omega}$  est la moyenne géométrique des trois fréquences de piégeage et  $\omega_{\oplus}$  leur moyenne arithmétique, à l'instant auquel le seuil de condensation est franchi. À cause de la magnétisation nulle du système, il y a un coefficient 1/3 dans le pré-facteur ainsi que dans le deuxième terme (voir section 1.4). L'effet des interactions quant à lui ne dépend pas de la magnétisation.

Pour connaître précisément le temps  $t'_s$  au bout duquel nous franchissons le seuil de condensation, nous effectuons un ajustement avec deux portions de droites sur la courbe  $(t', F_c)$ . Cet ajustement nous donne  $t'_s = 117 \pm 9$  ms<sup>12</sup>. En ajustant la courbe  $(t', N)$  avec une fonction quadratique, nous déduisons la température critique :  $T_c = 1.75 \pm 0.20$   $\mu\text{K}$  (voir figure 3.18(b)). Le décalage de  $T_c$  par rapport à la température de condensation du gaz idéal n'est pas négligeable : le décalage dû à la taille finie est de l'ordre de  $\simeq 2$  % tandis que celui dû aux interactions est de  $\simeq 5$  %. Nous calculons ensuite à l'aide de la relation (3.22) le nombre  $N'$  d'atomes au seuil, et le comparons au nombre expérimental d'atomes comptés au seuil dans l'échantillon  $N$ . Ce dernier est obtenu en ajustant la courbe  $(t', N)$  avec une fonction quadratique et en évaluant le résultat au point  $t'_s$  (voir figure 3.18(c)). Le rapport des deux nous donne un facteur de correction global sur le nombre d'atomes dans l'échantillon  $\alpha$ , comme nous l'avons défini dans l'équation (2.23) :  $N' = \alpha N$ . À l'aide des mesures précédentes, nous obtenons :

$$\alpha = 1.60 \pm 0.25. \quad (3.23)$$

*Dans l'ensemble des traitements de données présents dans ce manuscrit, nous utilisons la valeur  $\alpha = 1$ , qui provient de la mesure présentée dans la version préliminaire de la thèse, dans laquelle nous avons conclu que le facteur de calibration était  $\alpha = 1.15 \pm 0.15$ . La raison est que nous détectons systématiquement un nombre d'atomes supérieur à celui qui correspond à l'équilibre thermique à la température mesurée, c'est-à-dire que nous n'étions pas à l'équilibre thermique dans le piège lorsque diagnostic était réalisé. La nouvelle calibration sera incluse dans les données que nous allons publier prochainement, ultérieurement à ce manuscrit.*

De cette expérience, nous pouvons également tenter de déterminer la température finale du nuage à la fin de la rampe, en extrapolant la courbe  $(V_{\text{PR}}, T)$  par une fonction linéaire. Cet ajustement repose sur l'hypothèse que le rapport entre la profondeur du piège et la température est constant au cours de la rampe (le paramètre  $\eta$  défini au début du chapitre). Dans cette hypothèse, nous obtenons  $T(t' = 3 \text{ s}) = 160 \pm 100$   $\mu\text{K}$ .

---

12. Les barres d'erreur correspondent à un intervalle de confiance de 90 % autour des paramètres ajustés.

## 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit la mise en place d'un dispositif expérimental pour l'évaporation dans un piège optique jusqu'à l'obtention d'un gaz dégénéré. La première étape consiste à accumuler les atomes au centre du piège dipolaire. Nous avons vu qu'en chargeant des atomes à une puissance faible à partir du PMO et en l'augmentant ensuite, nous avons réussi à remplir de manière efficace le centre du PDC. Devant l'échec de l'étape d'évaporation forcée dans le PDC seul, nous avons recours à un piège auxiliaire qui permet d'augmenter le taux de collision et par conséquent l'efficacité du refroidissement. La dernière étape pour atteindre la dégénérescence quantique est le transfert des atomes dans un piège composite quasi-isotrope, et permet de produire des condensats de Bose–Einstein quasi-purs contenant environ  $3 \times 10^3$  atomes.



# Chapitre 4

## Préparation d'un gaz spinoriel avec une magnétisation contrôlée et diagnostic Stern et Gerlach

Après avoir étudié le refroidissement par évaporation et la condensation de Bose–Einstein dans un piège optique, nous abordons maintenant le contrôle du degré de liberté interne de spin. À cause du spin, le paramètre d'ordre pour la condensation de Bose–Einstein devient une fonction d'onde à  $2F + 1$  composantes, où  $F$  est la valeur du moment cinétique total [22, 71]. Dans les chapitres précédents, nous avons décrit la préparation d'un échantillon atomique de sodium dans le niveau hyperfin  $F = 1$  de l'état fondamental, et avons par conséquent à notre disposition les trois sous-états Zeeman  $m_F = +1, 0, -1$ , confinés simultanément dans le piège optique. Dans une description de champ moyen de spin et en faisant l'approximation de mode commun (voir sections 1.3.2 et 1.3.3), la description du degré de liberté de spin s'effectue par le biais de trois grandeurs supplémentaires : les populations relatives dans les trois composantes Zeeman  $(n_{+1}, n_0, n_{-1}) = (N_{+1}/N, N_0/N, N_{-1}/N)$ . Ce degré de liberté est défini par rapport à un axe de quantification donné par le champ magnétique local  $\mathbf{B}$ . Les collisions d'échanges de spin introduits dans le chapitre 1 garantissent la conservation de la magnétisation, si bien que la quantité  $m_z = n_{+1} - n_{-1}$  est fixée au cours de l'évaporation dans un piège optique en présence d'un champ magnétique constant. Il existe néanmoins des techniques pour modifier la magnétisation du système, parmi lesquelles la résonance magnétique avec un champ magnétique oscillant qui induit des transitions entre sous-états Zeeman, ou la distillation de spin à l'aide d'un gradient de champ magnétique pendant la phase de refroidissement évaporatif.

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord décrire le dispositif expérimental qui nous permet de contrôler le champ magnétique constant  $\mathbf{B}$  créé au niveau des atomes. Nous présenterons ensuite le procédé pour préparer l'échantillon dans un état de magnétisation donnée. Afin de modifier l'état de polarisation du gaz spinoriel, c'est-à-dire la distribution dans chaque espèce de spin, nous avons recours à deux méthodes différentes. La première utilise le couplage du spin avec un champ oscillant, et conduit à démagnétiser l'échantillon, ce qui se traduit par une distribution équirépartie dans les deux espèces de spin  $m_F = \pm 1$ . La deuxième méthode, une "distillation de spin" [127, 128], permet au contraire de créer un nuage polarisé, avec

une espèce majoritairement peuplée. Enfin, nous décrivons l'expérience de Stern et Gerlach qui constitue notre méthode de diagnostic des gaz spinoriels.

## 4.1 Contrôle des champs magnétiques

### 4.1.1 Dispositif expérimental

Pour le contrôle des champs magnétiques constants, du gradient et du champ oscillant, nous réalisons le montage expérimental décrit dans l'annexe C, dont nous rappelons les éléments principaux ici et que nous schématisons dans la figure 4.1. Trois paires de bobines disposées selon les axes  $x, y, z$  autour de la chambre de science, traversées respectivement par les courants  $i_x, i_y$  et  $i_z$ , permettent de générer un champ constant jusqu'à quelques G au niveau des atomes. Les bobines du gradient du piège magnéto-optique magnétique (voir section 2.2.4) sont mises à contributions pour la distillation de spin et la séparation des espèces de spin pendant l'expérience de Stern et Gerlach, et permettent de réaliser des champs allant jusqu'à  $\sim 12 \text{ G.cm}^{-1}$ . Une dernière bobine est ajoutée pour créer un champ magnétique radiofréquences (RF) entre 100 kHz et quelques MHz, d'amplitude environ 1 mG au niveau des atomes.

### 4.1.2 Calibration du champ magnétique à la position des atomes

Pour connaître la valeur du champ magnétique au niveau des atomes, nous avons recours à une méthode de résonance magnétique, utilisant le couplage entre les atomes de sodium et un champ oscillant. Nous rappelons brièvement les mécanismes de ce couplage avant de le mettre en pratique pour la mesure du champ.

#### Rappel sur l'interaction entre un atome et un champ magnétique oscillant

Considérons le système constitué par un atome dans un champ magnétique constant  $\mathbf{B}_0$  comme introduit dans la section 1.3.1. Les trois sous-états Zeeman de la multiplicité  $F = 1$ ,  $m_F = +1, 0, -1$ , sont décalés deux à deux d'une énergie  $\hbar\omega_0 = h\nu_0 = \mu_B B_0/2$ . On appelle  $\nu_0$  la fréquence de Larmor, qui caractérise la précession du spin autour du champ  $\mathbf{B}_0$ . Pour des champs inférieurs à 1 G, nous pouvons négliger l'effet Zeeman quadratique. Sous l'effet d'un champ oscillant  $\mathbf{B}_1 = B_1 \cos(\omega_{\text{rf}}t)\mathbf{e}_x$ , avec une fréquence  $\omega_{\text{rf}}/2\pi$  voisine de la fréquence de Larmor  $\nu_0$ , il est possible d'induire une transition entre ces trois états. Nous représentons dans la figure 4.2 le schéma des niveaux d'énergie de ce système en présence du champ  $\mathbf{B}_0$ .

En écrivant le champ oscillant sous la forme complexe  $B_1(e^{i\omega_{\text{rf}}t} + e^{-i\omega_{\text{rf}}t})/2$ , l'hamiltonien qui couple le moment magnétique  $\mathbf{m}$  avec le champ radio-fréquence  $B_1\mathbf{e}_x$  s'écrit, dans la base hyperfine  $\{F, m_F\}_{m_F=+1,0,-1}$ , d'après 1.32 :

$$H_{\text{rf}} = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}_1 = \frac{g_F \mu_B B_1}{2\sqrt{2}} (e^{i\omega_{\text{rf}}t} + e^{-i\omega_{\text{rf}}t}) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.1)$$

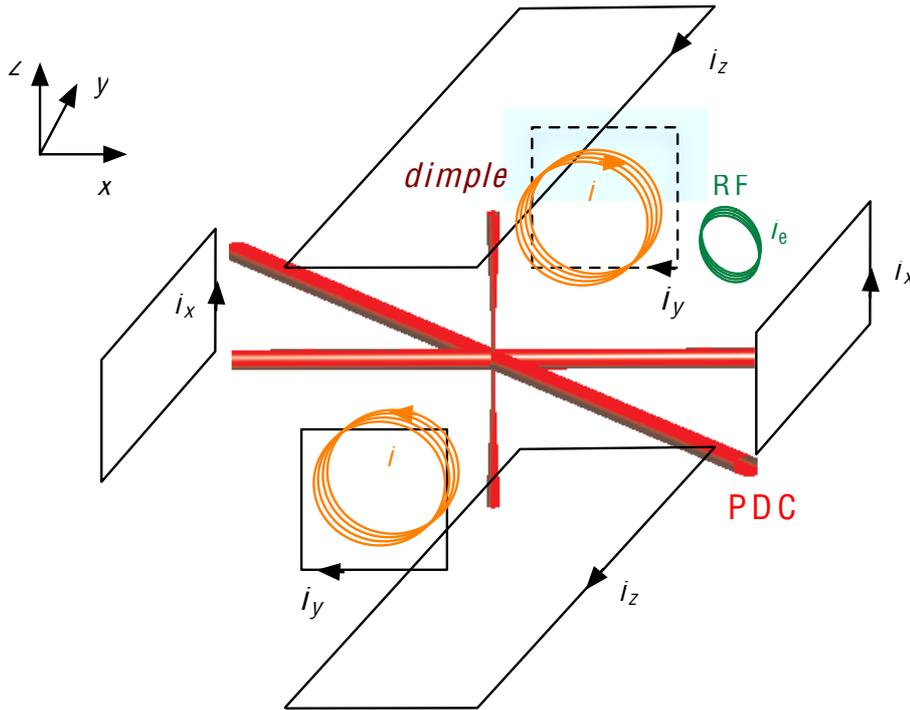


FIGURE 4.1 – Représentation schématique de la géométrie des bobines autour des pièges dipolaires. En rectangles noirs, les trois paires de bobines selon  $x$ ,  $y$  et  $z$ , traversées respectivement par les courants  $i_x$ ,  $i_y$  et  $i_z$ . En orange, la paire de bobines pour le gradient de champ magnétique, parcourue par le courant  $i_\nabla$ . En vert, la bobine pour le champ magnétique radio-fréquence, parcourue par le champ oscillant au courant efficace  $i_{\text{eff}}$ .

$$3^2S_{1/2} \quad F = 1$$

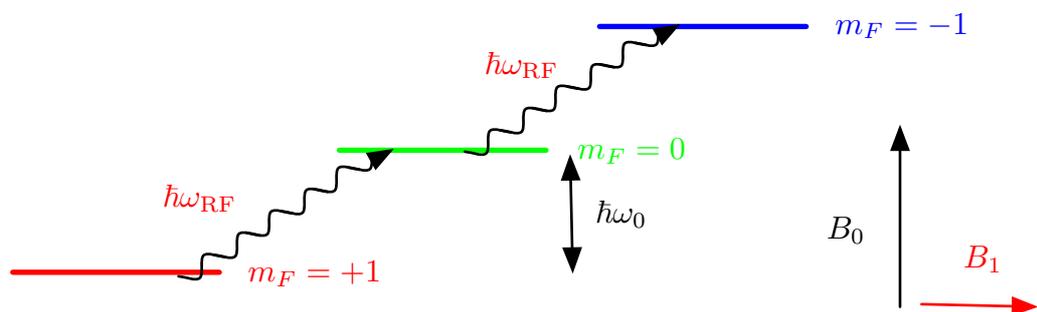


FIGURE 4.2 – Schéma des niveaux d'énergie des trois composantes de spin en présence d'un champ magnétique  $\mathbf{B}_0$ , séparés par l'énergie  $\hbar\omega_0$ . Un champ magnétique  $\mathbf{B}_1$  oscillant à la pulsation  $\omega_{\text{RF}}$  permet d'induire des transitions entre ces états.

Le couplage décrit par cet hamiltonien conduit à des oscillations de Rabi à trois

niveaux [129], caractérisées par  $\Omega$ , la pulsation de Rabi à résonance, proportionnelle à la force du couplage entre le moment magnétique et le champ oscillant :

$$\Omega = \frac{\mu_B B_1}{2\hbar}. \quad (4.2)$$

Une résolution exacte des oscillations de Rabi à trois niveaux est effectuée dans [129], et conduit à des oscillations de pulsation  $\Omega'/2$  pour les populations relatives dans  $m_F = \pm 1$  et  $\Omega'$  pour la population dans  $m_F = 0$ , avec  $\Omega'$  la pulsation de Rabi :

$$\Omega' = \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2}, \quad (4.3)$$

et  $\Delta = \omega_0 - \omega_{\text{rf}}$  le désaccord entre la radio-fréquence et la transition Zeeman. Les amplitudes des probabilités de transition d'un atome d'un état vers un autre sont proportionnelles à  $(\Omega/\Omega')^2$ . La condition de résonance  $\omega = \omega_0$  maximise la probabilité de transition des atomes, et donc le contraste des oscillations de Rabi. Les oscillations de Rabi portent à la fois la signature de l'amplitude du champ radio-fréquences, à travers la fréquences des oscillations, et du champ magnétique constant  $\mathbf{B}_0$ , à travers leur contraste.

L'amplitude du champ oscillant que nous sommes capable d'atteindre au niveau des atomes est de 1 mG (voir annexe C), ce qui correspond à une fréquence de Rabi à résonance  $\Omega/2\pi \simeq 1$  kHz. Expérimentalement, nous n'avons pas pu observer ces oscillations de Rabi. Les populations relatives ont des fluctuations importantes à des temps d'interaction avec le champ RF inférieurs à 1 ms, caractéristiques d'un brouillage dû à la superposition d'oscillations à des fréquences de Rabi différentes. Ce brouillage est lié aux fluctuations du champ magnétique résiduel, de l'ordre de 10 mG<sup>1</sup>, et implique que l'échelle de temps caractéristique pour manipuler l'état interne par oscillation de Rabi doit être inférieur à 1 ms, ce qui serait possible avec un champ  $B_1$  plus élevé. À titre de comparaison, les auteurs de [130] manipulent l'état interne d'un condensat spinoriel en un temps caractéristique de 50  $\mu\text{s}$ .

### Calibration du champ magnétique à la position des atomes

Même si nous ne pouvons pas observer les oscillations de Rabi, nous pouvons utiliser la dépendance de  $\Omega'$  avec le désaccord à un champ donné  $\omega - \omega_0$  (voir équation (4.3)) afin de déterminer la valeur du champ magnétique, proportionnelle à  $\omega_0$ . Nous pouvons tirer parti du fait que la probabilité de transition entre les trois états de spin dépend de  $(\Omega/\Omega')^2$ . Pour des temps d'interaction grands devant le temps de brouillage, le mélange des différentes espèces de spin est maximal autour d'une résonance à  $\omega_{\text{RF}} = \omega_0$ . En pratique, nous nous faisons l'expérience suivante : l'échantillon atomique est plongé dans un champ  $\mathbf{B}_0$  pendant toute la durée de l'évaporation. À  $t' = 300$  ms pendant l'évaporation dans le piège composite, nous stoppons la rampe et gardons le piège allumé pendant 300 ms supplémentaires. À ce stade, le nuage n'est pas encore condensé (voir section 3.5.3), de sorte à garantir que les collisions d'échange de spin sont négligeables. Pendant toute cette durée, longue devant la période de Rabi, nous allumons un champ RF que nous balayons entre deux fréquences  $\nu - \Delta/2$  et  $\nu + \Delta/2$ , avec  $\Delta\nu = 2$  kHz. Sur la figure 4.3,

---

1. Une estimation de ces fluctuations sera effectuée dans la section 4.1.2.

nous représentons les populations relatives des trois espèces de spin  $n_i$  ainsi que la magnétisation  $m_z$  en fonction de la fréquence centrale du champ  $\nu$ .

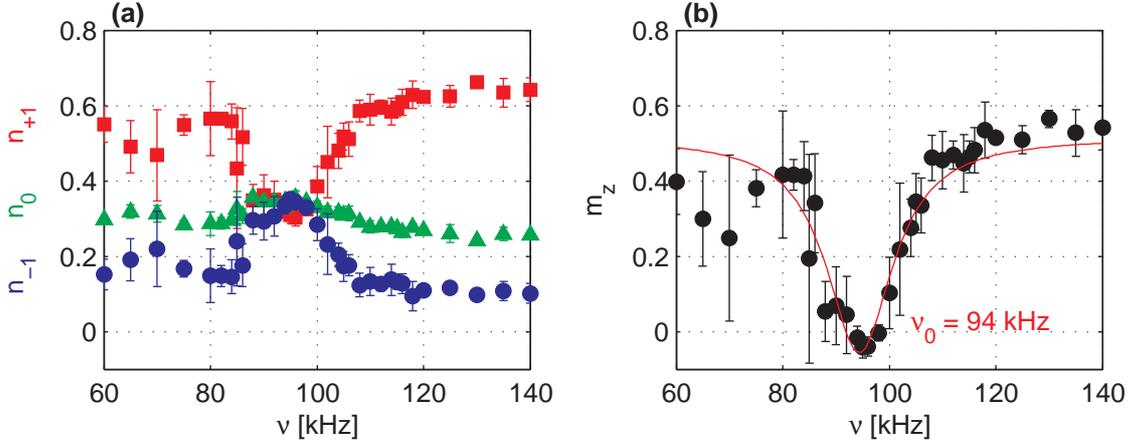


FIGURE 4.3 – (a) Populations relatives des espèces  $m_F = +1$  (carrés rouges),  $m_F = 0$  (triangles verts) et  $m_F = -1$  (ronds bleus) en fonction de la fréquence  $\nu$  du champ  $\mathbf{B}_1$ . (b) magnétisation  $m_z$  en fonction de  $\nu$ . La courbe rouge représente l’ajustement avec une fonction lorentzienne centrée en  $\nu_0$ .

Nous ajustons la courbe de magnétisation avec une fonction lorentzienne (d’après la forme de la relation 4.3), qui donne ici  $\nu_0 = 94$  kHz et une demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\nu_0 = 7$  kHz. Nous en déduisons la valeur du champ magnétique  $B_0 = 2\nu_0/\mu_B = 135$  mG. À la fréquence  $\nu_0$ , l’échantillon est totalement dépolarisé, c’est-à-dire avec une magnétisation nulle. Par ailleurs, puisque le nuage est thermique, nous obtenons un mélange équiréparti :  $n_{+1} \simeq n_0 \simeq n_{-1} \simeq 1/3$ .

En appelant  $\alpha_x, \alpha_y$  et  $\alpha_z$  les caractéristiques champ/courant associées à chaque paire de bobines et  $B_{0,x}, B_{0,y}$  et  $B_{0,z}$  les champs résiduels dans chaque direction de l’espace, nous écrivons la relation suivante entre les courants dans chaque paire de bobines et la fréquence de Larmor attendue :

$$\nu_0 = \frac{\mu_B}{2h} \sqrt{(B_{0,x} + \alpha_x i_x)^2 + (B_{0,y} + \alpha_y i_y)^2 + (B_{0,z} + \alpha_z i_z)^2}. \quad (4.4)$$

À partir des résonances mesurées à différentes valeurs de  $B_0$ , c’est-à-dire pour différents triplets  $i_x, i_y$  et  $i_z$ , nous calibrons les champs créés par les trois paires de bobines ainsi que le champ résiduel en absence de courant. Les valeurs des fréquences de résonances mesurées sont reportées dans la figure 4.4. L’ajustement avec la relation y est superposé (4.4), et les valeurs extraites sont montrées dans le tableau 4.1.

$B_{0,x}$	$\alpha_x$	$B_{0,y}$	$\alpha_y$	$B_{0,z}$	$\alpha_z$
-0.10 G	1.50 G/A	-0.07 G	0.50 G/A	-0.35 G	1.80 G/A

TABLE 4.1 – Calibration des champs créés par les trois paires de bobines.

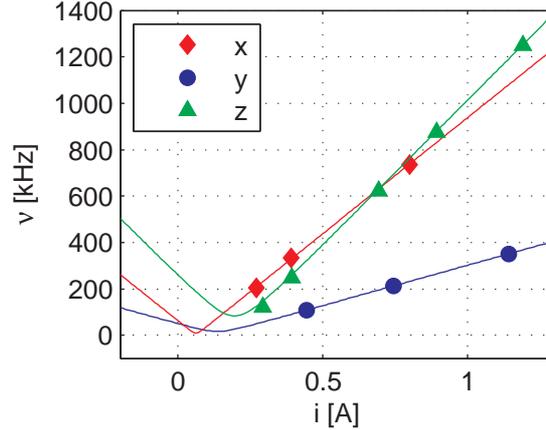


FIGURE 4.4 – En symboles, valeurs des fréquences de résonance obtenues pour des triplets  $(i_x, i_y, i_z)$ . Chaque groupe de points est obtenu en fixant deux des trois courants et en faisant varier le troisième :  $i_x$  (losanges rouges),  $i_y$  (ronds bleus),  $i_z$  (triangles verts). L’ajustement est représenté avec des lignes pleines, avec les mêmes couleurs pour les trois axes.

Dans la relation (4.4), nous supposons que chaque paire de bobine crée un champ dirigé selon son axe, ce qui néglige les défauts géométriques de centrage et d’angles résiduels des bobines. On peut estimer l’effet d’un déplacement  $\delta r$  de l’une des bobines de la première paire par rapport à l’axe  $x$ , en prenant le rayon typique  $R = 5$  cm, la distance au centre de la chambre  $x = 15$  cm. Le champ perpendiculaire à  $x$  créé par la bobine déplacée est donné par [131] :  $\left| \frac{B_{\perp}}{B_x} \right| = \frac{\delta r(x^2 - 2R^2)}{2x(R^2 + x^2)} \sim \beta \delta r$  avec  $\beta \simeq 2.3 \text{ mm}^{-1}$ . Pour des champs de quelques centaines de mG et un déplacement de quelques mm, nous trouvons que le champ a une composante perpendiculaire de quelques mG. Cela nous fournit un ordre de grandeur de l’incertitude sur la direction du champ lorsque nous allumons un courant dans les bobines sur un axe donné.

D’après les demi-largeurs à mi-hauteur des courbes de résonance mesurées plus haut, nous pouvons également estimer une borne supérieure des fluctuations du champ magnétique. Sur l’ensemble des courbes, les demi-largeurs à mi-hauteur des lorentziennes ajustées valent environ  $\Delta\nu \simeq 7$  kHz, ce qui correspond à  $\delta B \simeq 10$  mG.

## 4.2 Préparation de l’état de magnétisation du gaz spinoriel

En l’absence de champ RF, nos échantillons spinoriels ont une polarisation de  $m_z \simeq 0.5$ . La distribution dans les sous-états de  $F = 1$  est le résultat du pompage optique par les six faisceaux lasers pendant la phase de capture dans le piège dipolaire croisé, réalisé en présence d’un gradient de champ magnétique (voir section 2.3.3). Pour la suite de nos expériences, en particulier l’étude du diagramme de phase à basse température (voir chapitre 5), nous souhaitons pouvoir réaliser des condensats spinoriels avec des états de polarisation différents, idéalement allant de  $m_z = 0$

à  $m_z = 1$ . Dans la section précédente, nous avons vu comment l'interaction avec un champ RF tend à dépolariiser l'échantillon. Une méthode consistant à changer d'état de polarisation de spin à l'aide d'une fraction de période d'oscillation de Rabi n'est pas satisfaisante, en raison des fluctuations du champ magnétique. Deux choix s'offrent à nous : soit nous augmentons l'amplitude du champ RF ce qui diminue le temps nécessaire pour modifier la polarisation du nuage, soit nous allongeons le temps d'interaction afin de tirer profit du brouillage pour dépolariiser l'échantillon. Pour implémenter le premier choix, nous devrions construire un circuit d'adaptation d'impédance entre l'amplificateur et la bobine, et optimiser ainsi le courant parcourant la bobine. Nous avons opté pour le deuxième choix, plus rapide à implémenter.

Dans cette section, nous allons d'abord décrire une procédure qui permet de dépolariiser l'échantillon de manière contrôlée, en variant le temps d'interaction avec un champ RF à résonance. Afin d'accéder au contraire à des magnétisations plus élevées, nous avons mis au point une procédure basée sur une distillation de spin, que nous étudierons dans un deuxième temps.

### 4.2.1 Dépolariisation à l'aide d'un champ magnétique oscillant

Nous étudions à présent l'étude du mécanisme de dépolariisation en fonction du temps d'interaction avec le champ RF. Nous effectuons le pulse RF pendant la phase de compression du PDC (voir section 3.2), en imposant un champ homogène  $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_x$  avec une amplitude  $B_0 = 240$  mG, associée à la fréquence de Larmor  $\nu_0 = 168$  kHz. Le champ RF  $B_1 \mathbf{e}_{\mathbf{RF}}$  est allumé 160 ms après le début de l'évaporation libre, c'est-à-dire au début de la compression du piège. Nous introduisons également un décalage inhomogène spatial en ajoutant un gradient de champ magnétique  $b' \simeq 1$  G.cm<sup>-1</sup> (voir équation (2.5)). L'ajout d'un gradient conduit à un déphasage des oscillations de Rabi le long des bras du PDC. Dans la direction  $x$ , le long du premier bras, deux atomes distants de 100  $\mu\text{m}$  (taille caractéristique de la distribution atomique dans les bras) ressentent des champs magnétiques qui diffèrent de 4 mG, correspondant à un décalage inhomogène de l'ordre 3 kHz. En plus du décalage inhomogène, nous balayons la radio-fréquence autour de  $\nu_0$  avec une amplitude de 10 kHz pendant une durée  $\Delta t_{\text{RF}}$ . À cause du décalage spatial et du balayage de la fréquence, les oscillations de Rabi se brouillent dans le nuage. Le mélange des trois espèces de spin est le résultat de ce brouillage ainsi que de celui dû aux fluctuations du champ magnétique ambiant résiduel (environ 7 kHz).

Nous représentons dans la figure 4.5(a,b) l'évolution de la puissance du piège et l'amplitude du gradient dans la phase qui suit le chargement du piège dipolaire. Nous varions la durée du pulse  $\Delta t_{\text{RF}}$ , et faisons le diagnostic de la polarisation du nuage après le transfert et l'évaporation dans le piège composite. Les résultats de cette expérience sont montrés sur la figure 4.5(c,d).

La dépolariisation de l'échantillon est caractérisée par une augmentation des populations  $N_0$   $N_{-1}$  et une diminution de  $N_{+1}$ , avec un nombre total d'atomes constant à 10 % près. Elle est complète après  $\sim 0.7$  s, temps caractéristique du remplissage

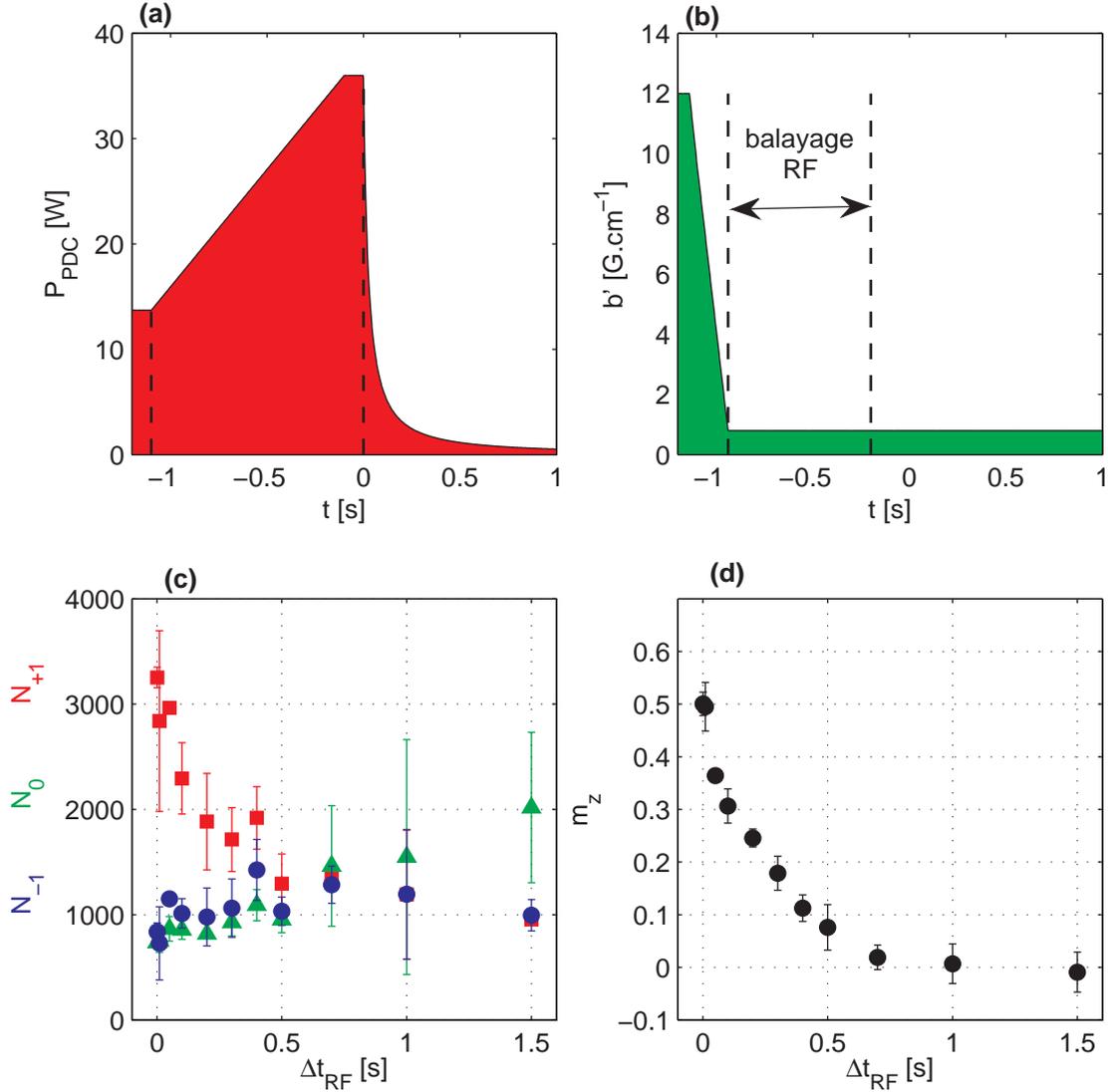


FIGURE 4.5 – (a) Évolution de la puissance du PDC après son chargement du PMO. (b) Évolution de l’amplitude du gradient de champ magnétique pendant la phase de mélange de spin. (c) Populations des espèces  $m_F = +1$  (carrés rouges),  $m_F = 0$  (triangles verts) et  $m_F = -1$  (ronds bleus) en fonction du temps d’interaction  $\Delta t_{\text{RF}}$  avec le champ  $\mathbf{B}_1$ . (d) magnétisation  $m_z$  en fonction de  $\Delta t_{\text{RF}}$ .

du centre du PDC. Les valeurs de magnétisation des échantillons produits sont reproductibles à environ 5 % pour chaque valeur de  $\Delta t_{\text{RF}}$ . Nous concluons que la dépolérisation en présence d’un déphasage inhomogène nous permet de réaliser des états de magnétisation bien contrôlés en dessous de  $m_z \simeq 0.5$ .

## 4.2.2 Purification à l’aide d’une distillation de spin

Pour réaliser des échantillons davantage polarisés, nous avons recours à la technique de distillation de spin [127, 128] pendant la phase d’évaporation forcée. En présence d’un gradient de champ magnétique, la profondeur de potentiel est différente pour chaque espèce de spin, en raison de la force magnétique exercée par le

gradient. Considérons des atomes plongés dans un champ de biais  $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$ , sur lequel s'aligne le moment magnétique. L'ajout d'un gradient de champ magnétique  $\mathbf{B}_\nabla = \frac{b'x}{2} \mathbf{e}_x - b'y \mathbf{e}_y + \frac{b'z}{2} \mathbf{e}_z$  donne lieu à un terme d'interaction atome-champ dépendant de la position, dont dérive une force  $\mathbf{F}$  pour chaque espèce de spin  $m_F$  :

$$\mathbf{F}(m_F) = \frac{\mu_B m_F}{2} \nabla \|\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_\nabla\|. \quad (4.5)$$

Nous négligeons ici l'effet Zeeman quadratique. Cette force se réécrit de la manière suivante :

$$\mathbf{F}(m_F) = \frac{\mu_B m_F}{2 \|\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_\nabla\|} \begin{pmatrix} b'^2 x/4 \\ b'^2 y \\ b' B_0/2 + b'^2 z/4 \end{pmatrix}. \quad (4.6)$$

Pour des positions  $x, y, z \lesssim w_{\text{PDC}} = 35 \mu\text{m}$ , un gradient  $b' \simeq 12 \text{ G.cm}^{-1}$ , et le champ  $B_0$  de l'ordre de 1 G, la force est principalement verticale :

$$\mathbf{F}(m_F) \simeq \frac{\mu_B m_F b'}{4} \mathbf{e}_z \quad (4.7)$$

Nous voyons que cette force agit dans des sens opposés pour les atomes dans  $m_F = \pm 1$  : elle tend à compenser la gravité pour l'espèce +1 tandis qu'elle s'ajoute à la gravité pour l'espèce -1. Les profondeurs de potentiel des trois espèces selon  $z$  sont donc modifiées par le gradient. Nous pouvons évaluer le rapport entre la chute de potentiel due à la présence du gradient et celle due à la gravité :

$$\frac{\Delta V_\nabla}{\Delta V_{\text{grav}}} = \frac{\mu_B b'}{4mg} \quad (4.8)$$

Pour des gradients de l'ordre de  $b' = 12 \text{ G.cm}^{-1}$ , ce rapport est proche de 1. Les déformations des potentiels dues au gradient de champ magnétique ne sont significatives que lorsque le piège dipolaire croisé atteint une profondeur de quelques dizaines de  $\mu\text{K}$ , c'est-à-dire pour des puissances inférieures à 1 W. Ces profondeurs sont atteintes à la fin de l'étape de remplissage évaporatif du PDC dans le *dimple*, autour de  $t = 1 \text{ s}$ . Dans la figure 4.6(a), nous représentons les potentiels de piégeage ressentis par les trois espèces pour un gradient de champ magnétique  $b' = 12 \text{ G.cm}^{-1}$ , et  $P_{\text{PDC}} = 500 \text{ mW}$ . Nous reportons également dans 4.6(b) les résultats d'une expérience, dans laquelle nous avons mesuré la magnétisation d'un échantillon pour différentes valeurs du gradient  $b'$  appliqué pendant la rampe d'évaporation. La valeur du gradient est modifiée immédiatement après la fin de la période de "PMO froid", et gardée constante pendant la compression et l'évaporation commune dans le PDC et le piège *dimple*, jusqu'à  $t = 1.8 \text{ s}$  (au moment du transfert dans le deuxième piège composite).

La magnétisation augmente avec le gradient appliqué, signe que nous évaporons préférentiellement l'espèce  $m_F = -1$ . À cause de la déformation des potentiels, comme nous le montrons dans la figure 4.6(a), la profondeur effective du piège pour l'espèce  $m_F = -1$  est plus faible que celle des deux autres. Les déplacements des centres des trois pièges induits par le gradient sont négligeables devant la taille du

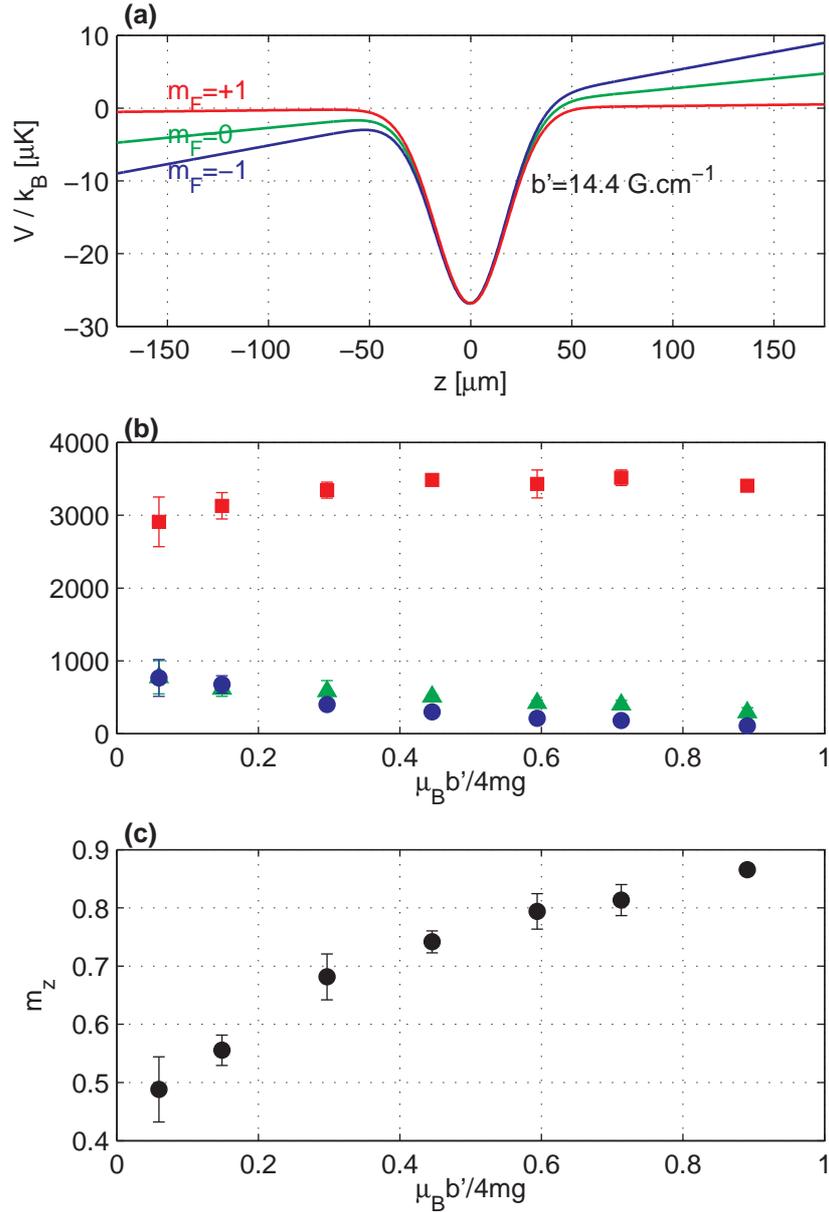


FIGURE 4.6 – (a) Potentiels de piégeage selon  $z$  pour les espèces  $m_F = +1$  (ligne rouge),  $m_F = 0$  (ligne verte),  $m_F = -1$  (ligne bleue), pour un gradient de champ magnétique  $b' = 12 \text{ G.cm}^{-1}$  et une puissance  $P_{\text{PDC}} = 500 \text{ mW}$ . (b) Magnétisation de l'échantillon spinoriel en fonction du gradient de champ appliqué.

piège, si bien que les trois nuages restent en contact thermique tout au long de la rampe d'évaporation. Le paramètre  $\eta = V/k_B T$  (défini dans la section 3.1), est différent pour chaque espèce, ce qui conduit à des taux d'évaporation plus élevés et donc à une évaporation plus rapide pour  $m_F = -1$  et  $m_F = 0$  que  $m_F = +1$ . C'est pourquoi on parle de “distillation de spin”. L'espèce la mieux piégée, ici  $m_F = +1$ , profite du refroidissement sympathique [18] avec les deux autres espèces, et la diminution de la température s'effectue au prix d'une baisse moins importante du nombre d'atomes dans  $m_F = +1$  que pour les autres espèces (voir figure 4.6(b)). Ce processus de distillation nous mène à des échantillons davantage polarisés, jusqu'à

$m_z \simeq 0.85$  (voir figure 4.6(c)).

En conclusion, nous disposons de deux techniques expérimentales pour contrôler la magnétisation des échantillons spinoriel avant leur transfert dans le piège composite  $\{\text{PR}+\text{dimple}\}$ . À l'aide de la distillation de spin, nous aboutissons à un échantillon dont la magnétisation varie entre  $m_z \simeq 0.5$  et  $m_z \simeq 0.85$ , selon l'intensité du gradient, avec une reproductibilité d'environ 5%. À l'aide de l'interaction avec champ radio-fréquence au contraire, nous diminuons la magnétisation du nuage, parvenant à des nuages polarisés entre  $m_z \simeq 0.5$  et  $m_z = 0$ .

### 4.3 Diagnostic du gaz spinoriel

Après avoir préparé les échantillons dans un état de polarisation donné, nous poursuivons l'évaporation en présence d'un champ magnétique constant, dont l'intensité contrôle l'effet Zeeman quadratique. Nous décrivons dans cette section la mise en pratique de l'expérience de Stern et Gerlach, comme outil de diagnostic de nos échantillons. Le principe de cette technique repose sur la séparation spatiale des trois espèces de spin en présence d'un gradient de champ magnétique, que nous réalisons simultanément à une ouverture lente du piège optique. Cette rampe d'atténuation ainsi que les modifications du champ pour l'expérience de Stern et Gerlach sont représentées dans la figure 4.7.

Il est important qu'à chaque instant de la séquence expérimentale un champ magnétique bien défini et non nul soit présent au niveau de l'échantillon, sur lequel les moments magnétiques s'alignent adiabatiquement. Deux modifications importantes du champ magnétique ont lieu pendant la phase de diagnostic, que nous montrons dans la figure 4.7(b,c,d). La première est le basculement du champ directeur de l'évaporation (dans la figure 4.7(b),  $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_x$ ) vers le champ magnétique pour l'expérience de Stern et Gerlach, pour lequel nous allumons à la fois le champ directeur de séparation et le gradient (figure 4.7(c)). La deuxième est le passage à un champ directeur pour l'imagerie (figure 4.7(c)). Ces champs ont été mesurés à l'extérieur de la chambre à l'aide d'un capteur de champ magnétique<sup>2</sup>.

Le suivi du moment magnétique sur le champ directeur est adiabatique si la vitesse de changement d'orientation du champ est faible devant la fréquence de Larmor associée au champ. Pour les valeurs typiques des champs pendant l'expérience de Stern et Gerlach, quelques centaines de mG (donc des fréquences de Larmor de l'ordre de  $10^5$  Hz), et les constantes de temps associées à leur allumage ou extinction, quelques ms, cette condition est bien vérifiée. Pendant ces basculements d'orientation du champ, nous nous efforçons de ne jamais avoir un champ nul, afin d'éviter les inversions de spin de type transitions de Majorana [132].

---

2. Bartington, Oxon, UK.

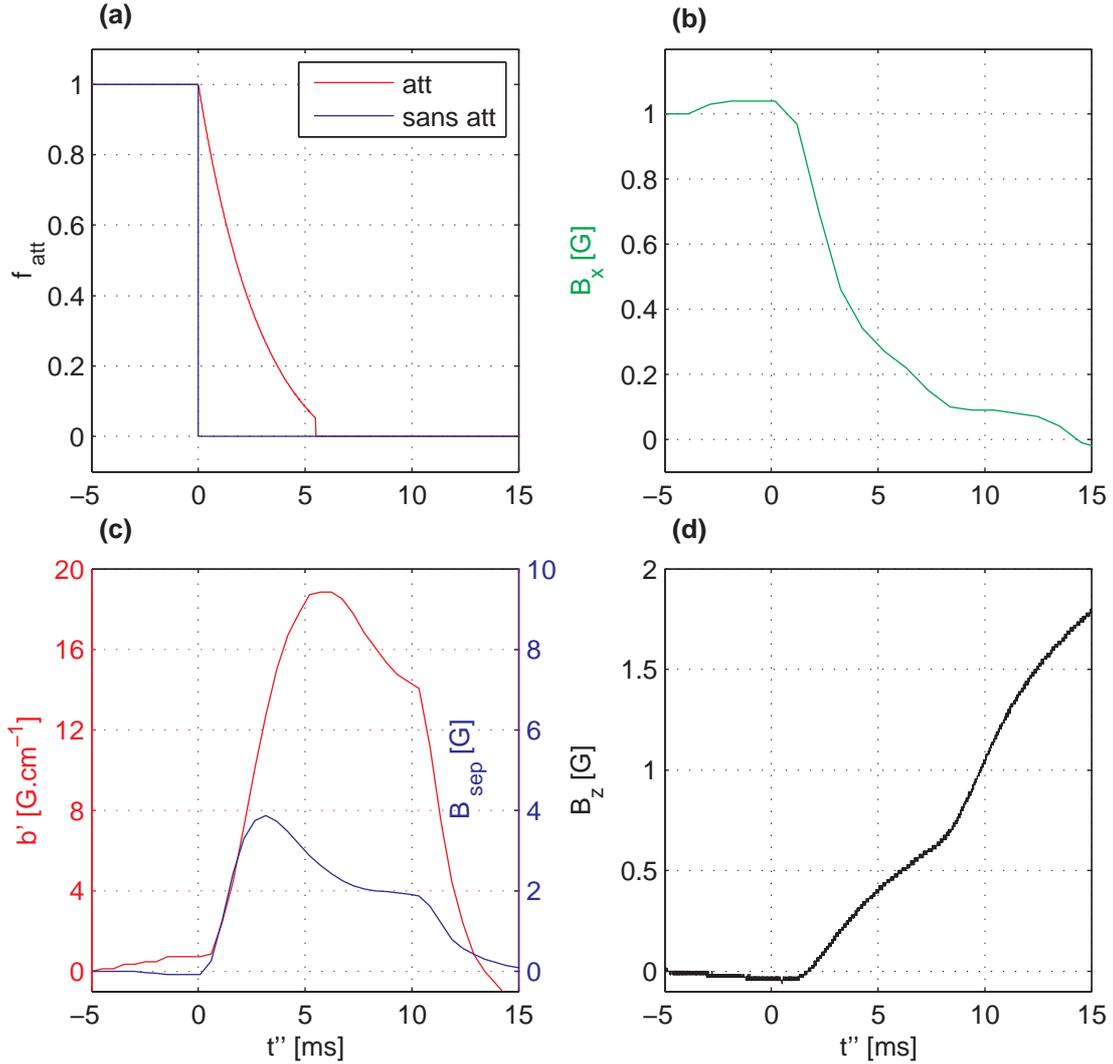


FIGURE 4.7 – (a) Evolution de la puissance du piège dans deux situations : la puissance est coupée instantanément (ligne pointillée bleue), la puissance est éteinte avec la rampe de puissance  $f_{\text{att}}$  de l'équation (4.10). (b) Extinction du champ magnétique directeur de l'évaporation. (c) Allumage du champ directeur selon  $y$  qui dirige la force de séparation des trois espèces de spin pendant l'expérience de Stern et Gerlach ainsi que le gradient pour l'expérience de Stern et Gerlach. (d) Allumage du champ directeur pour l'imagerie.

### 4.3.1 Contrôle des champs de compensation pendant la coupure et l'image

La séparation spatiale des trois espèces de spin du gaz spinoriel est basée sur l'association d'un gradient de champ magnétique avec un champ directeur constant. La force résultante, proportionnelle au gradient  $b'$ , peut être maximisée si le champ directeur est imposé dans la direction  $y$ , l'axe fort du gradient (voir figure 4.1). Nous choisissons pour cela d'allumer un champ  $\mathbf{B}_{\text{sep}} = B_{\text{sep}}\mathbf{e}_y$  simultanément au gradient  $\mathbf{B}_{\nabla}$ , qui crée une force de séparation :

$$\mathbf{F}(m_F) = \frac{\mu_B m_F b'}{2} \mathbf{e}_y. \quad (4.9)$$

Expérimentalement, nous avons mesuré que le champ de séparation et le gradient ne s'allument pas instantanément. Dans la figure 4.7(c), nous traçons l'allumage des champs lorsqu'à  $t'' = 0$  ms, les valeurs de contrôle en courant dans les deux paires sont basculées à  $b'_{\text{cons}} = 14.4 \text{ G.cm}^{-1}$  et à un champ de biais  $B_{\text{sep}} = 2 \text{ G}$ . Nous voyons que le temps caractéristique de montée des champs magnétiques, aussi bien le gradient  $b'$  que le champ directeur  $B_{\text{sep}}$ , est de l'ordre de 5 ms. Après un dépassement de la valeur de consigne, celle-ci n'est atteinte qu'à environ  $t'' = 10$  ms. À partir de l'évolution temporelle de la force magnétique exercée par le gradient, nous pouvons calculer les trajectoires des nuages constitués des atomes dans  $m_F = \pm 1$  lorsque le piège optique est éteint à  $t'' = 0$  s. En notant  $\Delta y$  la séparation des espèces  $\pm 1$  par rapport à l'espèce 0, on le mouvement accéléré suivant :  $\Delta \ddot{y} = F(t)$ . La résolution est reportée dans la figure 4.8 (tirets bleus). Nous constatons qu'une séparation de  $100 \mu\text{m}$  n'est atteinte qu'après  $t'' \simeq 5$  ms. Considérons un nuage à une température de  $1 \mu\text{K}$ , dont la fraction thermique s'étend avec une vitesse  $v_{\text{exp}} = \sqrt{k_B T/m}$ . Après un temps de vol de 5 ms, sa taille sera environ de  $100 \mu\text{m}$ . Dans ces conditions, les trois nuages se recouvrent fortement, rendant la distinction entre les trois nuages difficile.

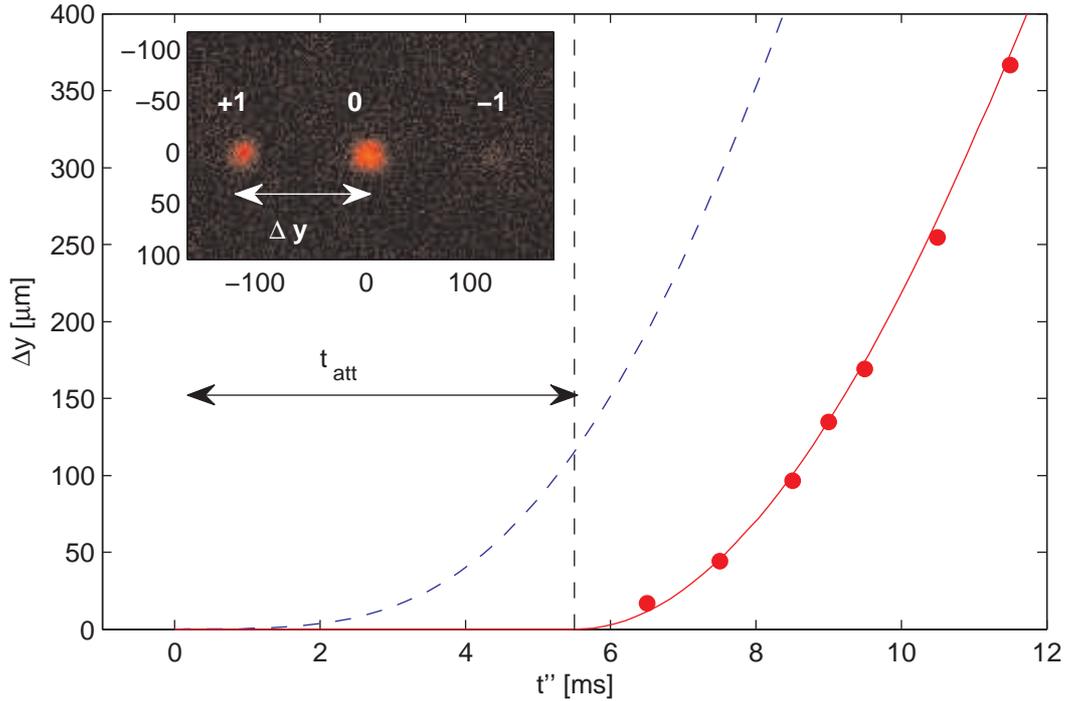


FIGURE 4.8 – Séparation  $\Delta y$  des nuages dans différentes conditions : le piège est coupé à  $t'' = 0$  ms (tirets bleus), la puissance est atténuée pendant  $t_{\text{att}} = 5.5$  ms puis coupée (points expérimentaux et résolution numérique en rouge).

Au vu du temps de montée des champs, nous modifions la manière d'éteindre le piège. Nous ne le coupons plus à  $t'' = 0$  s, mais sa puissance est diminuée jusqu'à

$t'' = 5.5$  ms (nous étudierons cette extinction dans la section suivante) avant de couper le piège. Nous appellerons  $t_{\text{att}}$  la durée de cette atténuation de la puissance. Nous mesurons la séparation des nuages dans ces conditions et reportons la position du nuage +1 dans la figure 4.8(b). Nous la comparons à la trajectoire calculée numériquement avec l'hypothèse que la force  $F(t)$  n'agit qu'après avoir coupé le piège (c'est-à-dire  $F(t) = 0$  pour  $t < t_{\text{att}}$  (ligne rouge)). Le bon accord entre les deux montre que le piège continue à confiner les atomes malgré la force de séparation magnétique, de telle sorte que les atomes sont relâchés du piège au moment où le gradient a atteint sa valeur maximale. Nous constatons qu'un temps de vol de  $t_v = 3$  ms suffit pour atteindre une séparation de  $100 \mu\text{m}$ , alors que nous devrions attendre  $t_v \simeq 5$  ms avec une coupure instantanée du piège.

Une fois la séparation faite entre les trois espèces de spin, un pulse de laser repompeur est appliqué, suivi d'un deuxième pulse de la sonde verticale (voir schéma 2.14), réalisant une image en absorption des trois nuages. Pendant la séparation, nous allumons un champ directeur selon l'axe  $z$  et l'augmentons lorsque le champ de séparation est éteint (voir figure 4.7(d)). Celui-ci est suffisamment important pour imposer le nouvel axe de quantification des atomes et qui est adapté à une sonde polarisée  $\sigma^+$  vis à vis de cet axe (voir section 2.4.3). Nous avons vérifié que l'allumage de ce champ n'affecte pas la séparation des trois nuages, et que l'amplitude du champ n'induit pas de désaccord significatif par rapport à la transition d'imagerie.

### 4.3.2 Ralentissement de l'expansion du nuage

Nous décrivons maintenant le rôle de l'atténuation de puissance du laser pendant la montée des champs magnétiques pour l'expérience de Stern et Gerlach. La première utilité, comme nous l'avons mentionné plus haut, est qu'il continue à confiner les atomes. La deuxième repose sur le ralentissement du nuage pendant le temps de vol comparé à une coupure abrupte. Les deux pièges, le *dimple* et le PR, sont éteints avec une rampe exponentielle de temps caractéristique  $\tau = 3$  ms, et avec une extinction  $\alpha$  égale à 5 % après  $t_{\text{att}} = 5.5$  ms. Les atomes ressentent ainsi des fréquences de piégeage qui diminuent pendant l'atténuation, selon la loi suivante :

$$(\omega^j(t'')/\omega^j)^2 = f_{\text{att}}(t''), \quad f_{\text{att}}(t) = \frac{(1 - \alpha)e^{-t/\tau} + (\alpha - e^{-t_{\text{att}}/\tau})}{1 - e^{-t_{\text{att}}/\tau}} \quad (4.10)$$

où  $\omega^j$  ( $j = u, v, z$ ) sont données par l'équation (3.18). Puisque  $\omega^j t_{\text{att}} \gg 1$ , nous pouvons supposer que le nuage suit adiabatiquement l'ouverture du piège.

L'énergie totale disponible pour l'expansion du nuage  $E_{\text{exp}}$  est donnée par [67] :

$$E_{\text{exp}} = E_{\text{int}} + E_{\text{cin}}, \quad (4.11)$$

où  $E_{\text{int}}$ , l'énergie d'interaction du condensat, et  $E_{\text{cin}}$  son énergie cinétique, définis dans les équations (1.14). Lorsque la fréquence du piège est changée, ces deux contributions sont modifiées, ce qui conduit à une expansion différente du nuage après coupure du piège.

### Un modèle d'expansion du nuage

Comme nous l'avons noté dans la fin du chapitre précédent (section 3.5.3), nous ne pouvons pas négliger l'énergie cinétique dans l'énergie totale du condensat piégé. Pour quantifier l'énergie d'expansion totale, nous faisons appel à un modèle reposant sur un ansatz gaussien de la fonction d'onde dans le piège, proposé par [133]. Celui-ci est mieux adapté que le modèle d'expansion purement Thomas-Fermi [134]. Dans cet article, les auteurs décrivent les propriétés dynamiques d'un condensat dans un piège harmonique dont la fonction d'onde est gaussienne. En appelant  $\sigma_i$ ,  $i = u, v, z$ , les tailles de la distribution de densité atomique dans le piège, c'est-à-dire en posant  $n(u, v, z) \propto \prod_{x=u,v,z} e^{-x^2/2\sigma_x^2}$ , et en introduisant les tailles réduites  $s_i = \sqrt{2}\sigma_i/a_{\text{OH}}$ , les facteurs d'anisotropie du piège  $\lambda_i = \omega^i/\bar{\omega}$  ainsi que le paramètre d'interaction  $P = \sqrt{2/\pi}Na/a_{\text{OH}}$ , on aboutit aux trois équations différentielles couplées suivantes :

$$\frac{\ddot{s}_i}{\bar{\omega}^2} + f_{\text{att}}(t)\lambda_i^2 s_i = \frac{1}{s_i^3} + \frac{P}{s_i^2 s_j s_k}, \quad i = u, v, z, \quad j, k \neq i. \quad (4.12)$$

Le deuxième terme du membre de gauche décrit l'attraction par le potentiel de piégeage, tandis que les deux termes du membre de droite décrivent respectivement la répulsion due à l'énergie cinétique du condensat et la répulsion due aux interactions (car  $P > 0$ ). Les tailles initiales  $s_{i,0}$  du condensat peuvent être déterminées à partir des solutions stationnaires de ce système avec  $f_{\text{att}} = 1$ .

Tout d'abord, nous pouvons vérifier si les énergies caractéristiques du condensat piégé correspondent à nos conditions expérimentales. Nous utilisons pour cela la résolution numérique de l'équation de Gross–Pitaevskii effectuée dans la section 3.5.2. Nous rappelons les valeurs des échelles d'énergies caractéristiques de notre piège composite dans le tableau (voir équations (1.14)) et celles associées à un condensat de forme gaussienne [135], en fonction de la taille  $s_0 = (s_{u,0}s_{v,0}s_{z,0})^{1/3}$  :

$$E_{\text{cin}}^{\text{G}} = \frac{3}{4}\hbar\bar{\omega}\frac{1}{s_0^2}, \quad E_{\text{piège}}^{\text{G}} = \frac{3}{4}\hbar\bar{\omega}s_0^2, \quad E_{\text{int}}^{\text{G}} = \hbar\bar{\omega}\frac{P}{2s_0^3}, \quad \mu = E_{\text{cin}}^{\text{G}} + E_{\text{piège}}^{\text{G}} + 2E_{\text{int}}^{\text{G}}. \quad (4.13)$$

Modèle	$\mu/\hbar\bar{\omega}$	$E_{\text{cin}}/\hbar\bar{\omega}$	$E_{\text{piège}}/\hbar\bar{\omega}$	$E_{\text{int}}/\hbar\bar{\omega}$
GP	4.55	0.33	1.97	1.13
Gaussien	4.77	0.27	2.10	1.20

TABLE 4.2 – Énergies caractéristiques extraites de la résolution numérique de l'équation de Gross–Pitaevskii avant l'ouverture du piège (GP) et de l'ansatz gaussien, pour  $N = 3300$  atomes et  $\bar{\omega} = 2\pi \times 1.1$  kHz.

Puisque les valeurs des énergies caractéristiques dans le piège sont voisines de nos conditions expérimentales, nous vérifions si le modèle d'expansion (4.12) est compatible avec l'expansion expérimentale des nuages. Nous préparons un nuage après une rampe d'évaporation de 3 s, c'est-à-dire avec  $P_{\text{d}} \simeq 5$  mW et  $P_{\text{PR}} \simeq 7$  mW. Dans une première expérience, nous coupons le piège à  $t'' = 0$ , et mesurons à différents temps de vol les tailles des profils obtenus, en les ajustant par une distribution gaussienne, avec des tailles  $\sigma_u$  et  $\sigma_v$ . Dans une deuxième expérience,

nous atténuons la puissance avec la rampe d'atténuation (4.10). Comme les deux fréquences selon les axes  $u$  et  $v$  sont proches, le nuage peut être considéré comme isotrope dans le plan  $u - v$ . Nous reportons dans la figure 4.9(a) les tailles  $\sigma_{\perp} = (\sigma_u \sigma_v)^{1/2}$  obtenues pour les deux expériences. En lignes continues, nous traçons les résultats de la résolution numérique du système (4.12), dans les deux cas : avec et sans atténuation lente du piège.

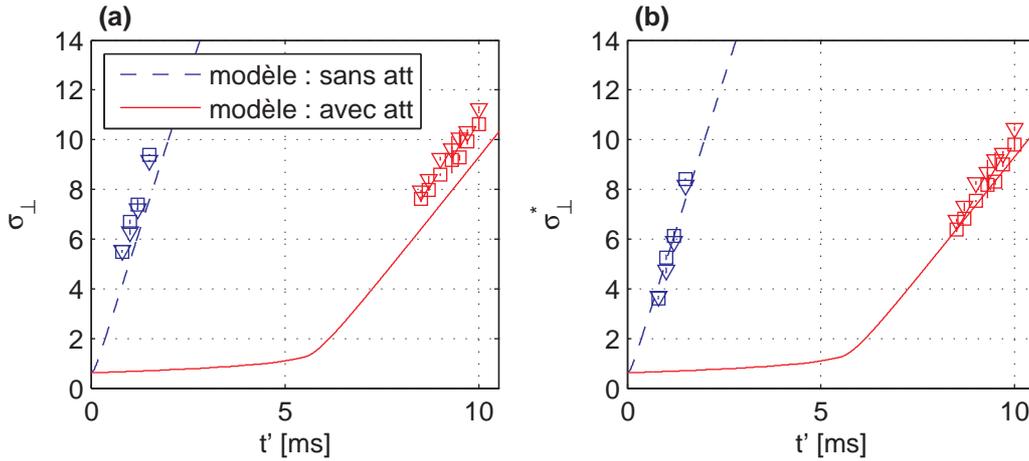


FIGURE 4.9 – Tailles des nuages après temps de vol. En carrés et triangles bleus, tailles expérimentales après coupure instantanée du piège, en carrés et triangles rouges, après la rampe d'atténuation. En lignes pleines et tiretées, résultats de la résolution numérique du modèle (4.12) dans les deux situations. (a) Tailles mesurées (b) Tailles rééchelonnées avec la taille  $\sigma^* = 4 \mu\text{m}$ .

Les points expérimentaux obtenus sont dans chaque cas environ 15 % au dessus des tailles prédites par le modèle (4.12). Les incertitudes sur les paramètres expérimentaux, la connaissance de  $\omega^i$  et du nombre d'atomes  $N$  ne permettent pas d'expliquer une telle différence. Celle-ci semble plutôt provenir d'une surestimation systématique, due à une résolution finie de notre système d'imagerie. Nous pensons en particulier aux aberrations sphériques induites par une lentille de courte focale, qui contribuent à diminuer la résolution. En modélisant la résolution finie du système d'imagerie par une fonction de réponse percussionnelle gaussienne de taille  $\sigma_R$ , les tailles mesurées au niveau de la caméra sont modifiées de la manière suivante :  $\sigma = \sqrt{\sigma^{*2} + \sigma_R^2}$ , où  $\sigma^*$  est la taille réelle de la distribution de densité. Nous ajustons le paramètre  $\sigma_R \simeq 4 \mu\text{m}$  sur les données de la première expérience, et utilisons celui-ci pour rééchelonner l'ensemble des points expérimentaux. Ces tailles  $\sigma^*$  sont tracées dans la figure 4.9(b).

Nous concluons qu'à la résolution du système d'imagerie près, il y a un bon accord entre les courbes d'expansions expérimentales et celles prévues par le modèle (4.12). Ce constant indique que le condensat semble suivre l'ouverture du piège de manière adiabatique.

### Bilan sur l'expansion du nuage

À des temps de vol suffisamment longs, c'est-à-dire  $\bar{\omega}t'' \gg 1$ , l'énergie d'expansion est entièrement transformée en énergie cinétique. Nous pouvons lui associer une vitesse d'expansion  $v_{\text{exp}} = \sqrt{E_{\text{exp}}/m}$ . En nous appuyant sur le modèle d'expansion développé ci-dessus et en supposant que le nuage suit adiabatiquement l'ouverture du piège, nous obtenons le rapport entre les vitesses d'expansion dans les deux situations, coupure instantanée et atténuation :

$$v_{\text{exp}}^{\text{att}}/v_{\text{exp}}^{\text{inst}} \simeq 0.40. \quad (4.14)$$

Nous voyons qu'il est possible de ralentir l'expansion du nuage d'un facteur  $\simeq 2.5$  en diminuant lentement la puissance du piège. Ainsi, nous parvenons à effectuer un diagnostic du gaz spinoriel après une séparation d'une distance plus grande que l'expansion de chacune des trois composantes. Afin d'illustrer cela, nous traçons dans figure 4.10 le rapport entre la séparation des nuages  $\Delta y$  et leurs tailles moyennes tout au long de l'expansion  $\sigma_{\perp}$  prévues par le modèle (4.12). Il apparaît clairement qu'en effectuant une coupure instantanée du piège, il faudrait choisir des temps de vol  $t_v > 5$  ms pour séparer correctement les trois nuages. Or à ces durées-là, la densité optique maximale d'un nuage polarisé peut être estimée à environ 0.05, proche du bruit de détection ( $\delta\text{DO} \simeq 0.03$  par pixel). Des nuages préparés dans des états de polarisation différents seront plus difficilement détectables. En revanche, à l'aide de la rampe d'atténuation de la puissance, nous parvenons à garder des niveaux de signaux à bruit importants pour des nuages parfaitement distinguables les uns des autres, jusqu'à des temps de vols de 5 ms.

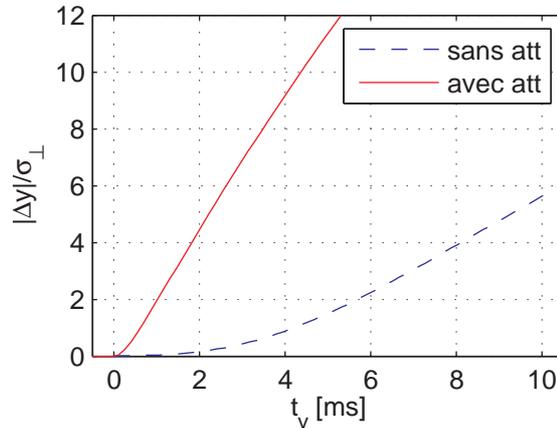


FIGURE 4.10 – Rapport entre la séparation typique des nuages et leur taille pendant l'expérience de Stern et Gerlach, dans les deux situations expérimentales : ouverture instantanée (en bleu) et ouverture lente (en rouge) du piège. L'axe des abscisses représente le temps de vol qui suit la coupure des pièges.

Le modèle d'expansion reproduit bien les données expérimentales pour un condensat quasi-pur comme nous le réalisons à la fin de la rampe d'évaporation. Plus tôt dans la rampe, la présence d'une fraction thermique non-négligeable peut modifier l'expansion du nuage. En effet, elle dépend non seulement des interactions mais aussi

de la température de l'échantillon, conduisant à des distributions plus étalées à mesure que la température augmente. Nous voyons ainsi qu'à séparation constante, la "distinction" des nuages peut diminuer.

### 4.3.3 L'ouverture du piège est-elle adiabatique ?

D'un point de vue formel, changer la raideur d'un piège (en multipliant chaque fréquence par un facteur constant) adiabatiquement, c'est-à-dire lentement devant les fréquences de piégeage, n'affecte pas la densité dans l'espace des phases  $\mathcal{D}$ . La comparaison entre les expériences et la résolution numérique des équations pour les facteurs d'échelles (voir figure 4.9(c)) semble indiquer que le condensat suit adiabatiquement l'ouverture du piège pendant l'atténuation de la puissance. Dès lors que le critère  $\bar{\omega}t_{\text{att}} \gg 1$  reste vrai tout au long de la rampe d'évaporation, nous pensons que le caractère adiabatique de l'ouverture du piège reste valable pour des points plus hauts dans la rampe d'évaporation. Dans cette section, nous vérifions directement cette hypothèse en étudiant la conservation de la fraction condensée pendant l'ouverture du piège. Ayant conclu dans le chapitre précédent que seules les fractions condensées inférieures à 20 % étaient détectables à l'aide de notre système d'imagerie, nous nous intéressons dans cette section qu'au voisinage de la transition de condensation de Bose-Einstein.

Nous réalisons l'expérience suivante : un nuage est préparé avec une magnétisation  $m_z \simeq 0.85$ . Nous évaporons le nuage jusqu'à différents temps de rampe autour de la transition de condensation de Bose-Einstein. Nous mesurons pour chacun de ces temps d'évaporation la fraction condensée dans deux situations : après une coupure instantanée du piège et après une ouverture selon la rampe d'atténuation (4.10). Nous n'appliquons pas de gradient de champ magnétique dans cette expérience. Les nombres d'atomes et fractions condensées mesurées sont reportés dans la figure 4.11.

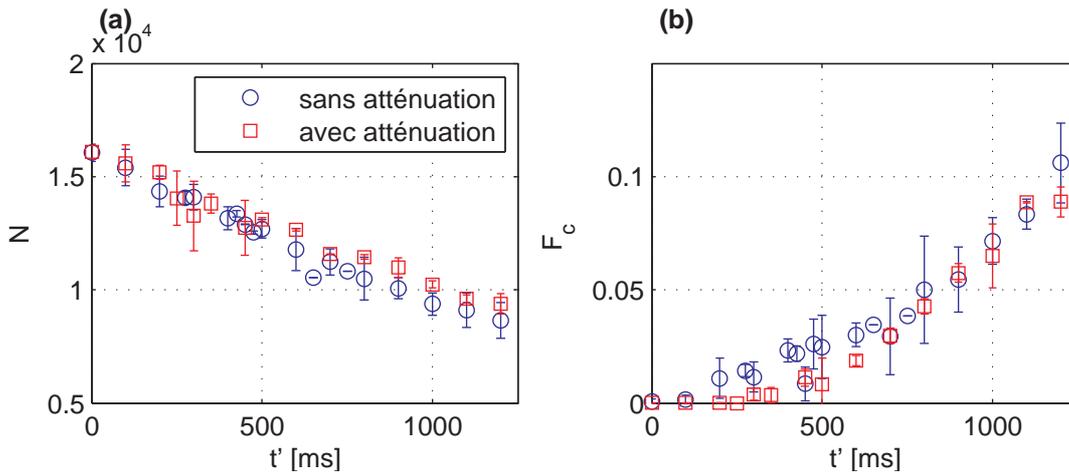


FIGURE 4.11 – (a) Nombre d'atomes et (b) Fraction condensée d'un nuage préparé à  $m_z = 0.85$ , mesurés après une coupure instantanée du piège et un temps de vol  $t_v = 1$  ms (ronds bleus) et après une ouverture lente du piège (carrés rouges).

Nous voyons que les nombres d'atomes et fractions condensées mesurées avec et

sans l'atténuation de la puissance sont compatibles dans les barres d'erreurs expérimentales. Celles-ci sont vraisemblablement liées aux fluctuations statistiques du nombre d'atomes (environ 10 %). Nous en concluons que l'ouverture lente n'affecte pas la fraction condensée et donc la densité dans l'espace des phases, et que le nuage, essentiellement thermique, suit de manière adiabatique l'ouverture du piège. C'est pourquoi nous pouvons utiliser cette atténuation de puissance associée à la séparation par un gradient magnétique pour mesurer des grandeurs thermodynamiques au cours de la condensation, comme les fractions condensées de chacune des trois espèces ou la magnétisation de l'échantillon.

#### 4.3.4 Validité de l'approximation à un seul mode

Dans la section 1.3.3, nous avons introduit l'approximation à un seul mode, dans laquelle nous supposons que les trois espèces de spin sont condensées dans la même fonction d'onde spatiale  $\Phi_c$ . On peut pour cela comparer la taille du nuage dans le piège  $\sigma_0$  d'après le modèle (4.12) et la longueur de cicatrisation de spin  $\xi_S$  (1.42). Nous obtenons :

$$\sigma_0 \simeq 1.7a_{\text{OH}} , \quad \xi_S \simeq 3.2a_{\text{OH}}. \quad (4.15)$$

Ces deux longueurs sont voisines de  $a_{\text{OH}}$ , la taille de l'oscillateur harmonique dans l'état fondamental. Il n'est donc pas possible de créer plusieurs domaines de spin à l'intérieur du piège, car aucune structure plus petite que  $a_{\text{OH}}$  ne peut exister dans le piège.

Nous pouvons confirmer la validité de cette approximation en comparant les distributions des trois espèces de spin après l'expérience de Stern et Gerlach. Préparé avec une magnétisation nulle, nous évaporons un nuage en présence d'un champ magnétique faible jusqu'à l'obtention d'un condensat quasi-pur de  $N \simeq 3300$  atomes. Nous faisons trois réalisations de la même expérience, et reportons les coupes des profils de densité optique moyennés dans la figure 4.12. Le compte des atomes dans chaque composante de spin nous livre les populations relatives  $(n_{+1}, n_0, n_{-1})$ . À l'aide des tailles obtenues à partir du modèle gaussien (4.12) et en prenant en compte la résolution finie de notre système d'imagerie, nous superposons aux profils la distribution gaussienne  $f_G$  pondérée par  $(n_{+1}, n_0, n_{-1})$ .

Nous constatons que les trois composantes de spin, semblent avoir la même distribution spatiale, à un facteur multiplicatif près correspondant aux populations relatives  $(n_{+1}, n_0, n_{-1})$ . Nous pouvons évaluer quantitativement le recouvrement entre les modes spatiaux de deux composantes différentes  $m_F = i$  et  $m_F = j$  ( $i, j = +1, 0, -1$ ),  $f_i$  et  $f_j$  respectivement. Le recouvrement est défini par :

$$\mathcal{R}(i, j) = \int \sqrt{f_i f_j} / \sqrt{\int f_i^2 \int f_j^2}. \quad (4.16)$$

On obtient  $\mathcal{R}(+1, 0) \simeq \mathcal{R}(-1, 0) \simeq \mathcal{R}(-1, +1) \simeq 90$  %, ce qui confirme la validité de l'approximation à un seul mode. Par ailleurs, le recouvrement des modes des trois composantes avec la distribution gaussienne  $f_G$  est proche de 80 %, signe que le modèle d'expansion gaussien décrit de manière satisfaisante l'expansion du nuage.

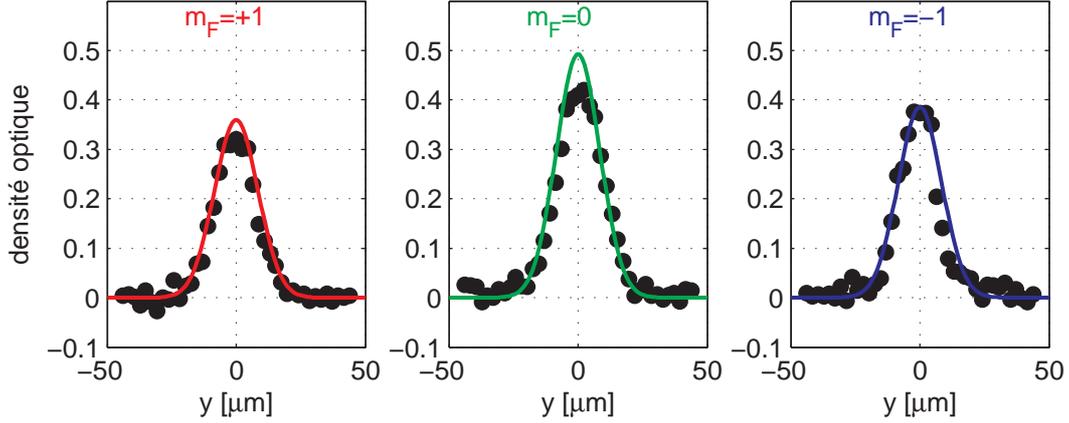


FIGURE 4.12 – Profils de densité optique des trois espèces de spin obtenus avec un condensat quasi-pur de  $N \simeq 3300$  atomes, une magnétisation nulle et un champ magnétique faible. Sur chaque composante, nous superposons le profil extrait de la distribution gaussienne prévue par le modèle (4.12), pondéré par sa population relative ( $n_{+1}, n_0, n_{-1}$ ). Les seuls paramètres ajustables sont les centres de chaque composante.

## 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit le procédé expérimental utilisé pour manipuler le degré de liberté interne du condensat. Pendant la phase de compression du piège dipolaire croisé, nous recourons au mélange des trois espèces de spin avec un couplage radio-fréquence, qui a pour effet de diminuer la magnétisation de l'échantillon. Nous pouvons également tirer profit d'une distillation de spin pendant la phase de refroidissement évaporatif dans le piège dipolaire croisé pour polariser l'échantillon dans l'espèce  $m_F = +1$ , avec une population relative maximale de 85 %. Ces deux techniques permettent d'aboutir à un système possédant une magnétisation fixée et ajustable entre  $m_z = 0$  et  $m_z = 0.85$ , avec une reproductibilité de 5 %, avant le transfert dans le deuxième piège composite. Ainsi, nous disposons d'un système avec degré de liberté de spin contrôlé, que nous pouvons amener de la phase thermique à la phase condensée, en l'évaporant plus ou moins longtemps dans le piège composite. Des expériences relatives à la thermodynamique d'un gaz spinoriel à température finie pourront être réalisées avec ce système, comme la mesure des températures de condensation des trois espèces de spin pour une magnétisation donnée [74]. Par ailleurs, à l'aide d'un gaz spinoriel quasi-pur, nous pouvons également étudier l'état fondamental du système pour une magnétisation donnée [72]. Cette étude fera l'objet du chapitre 5.

Nous avons également décrit la méthode expérimentale développée pour réaliser un diagnostic du gaz spinoriel après l'évaporation dans le piège composite  $\{\text{dimple} + \text{piège rouge}\}$ . Celui-ci repose sur une expérience de Stern et Gerlach, pendant laquelle nous ralentissons adiabatiquement l'expansion du nuage simultanément à la séparation spatiale des trois espèces de spin. Nous parvenons ainsi à obtenir des séparations spatiales suffisantes pour distinguer les trois espèces de spin, et pouvons mesurer précisément la distribution dans les trois espèces.

# Chapitre 5

## Diagramme de phase d'un condensat spinoriel à basse température

Les premières expériences avec des gaz multi-composantes de spin [24, 26, 27, 25] ont porté sur l'étude de l'état fondamental d'un gaz spinoriel dans des systèmes de grande taille, en présence de gradients de champ magnétique. Ces systèmes s'arrangent en domaines séparant les espèces de spin non miscibles entre elles, sous l'effet des interactions dépendantes du spin et du gradient. Des mécanismes de transport de spin par effet tunnel à travers les frontières de ces domaines ont été observés [28]. En plaçant des systèmes spinoriels hors équilibre, des mesures de dynamique cohérente d'échange de spin ont également été réalisées [77, 32, 130, 136], analogues au phénomène d'oscillations Josephson entre deux supraconducteurs faiblement couplés [137]. Des expériences mettant en évidence une transition de phase dans un système antiferromagnétique ont été réalisées [33], en fonction des paramètres de contrôle, la magnétisation et le champ magnétique appliqué. L'étude d'une modification rapide d'un des paramètres de contrôle (par exemple l'effet Zeeman quadratique) pour traverser la transition de phase a fait l'objet de plusieurs expériences [138, 139, 140]. Ces dernières ont permis de caractériser la dynamique de formation de textures de spins.

Nous nous intéressons dans ce chapitre à la mise en évidence des différentes phases magnétiques à l'équilibre thermodynamique. Des prédictions théoriques, notamment dans l'approximation de champ moyen (voir section 1.3.2), décrivent les propriétés à l'équilibre d'un gaz spinoriel en présence d'un champ magnétique [72, 74]. Dans le chapitre 4, nous avons décrit la procédure pour réaliser des condensats spinoriels avec une magnétisation contrôlée avant la dernière phase d'évaporation dans le piège optique composite. Nous disposons ainsi d'un système dans lequel nous pouvons accorder la température et la magnétisation, et que nous pouvons soumettre à un champ magnétique contrôlé dans une gamme de 0 à quelques G.

Dans ce chapitre, nous allons d'abord décrire le diagramme de phase d'un gaz de spin 1 avec une magnétisation arbitraire dans l'espace des paramètres  $(p, q)$ , avec  $p$  et  $q$  respectivement les effets Zeeman linéaire et quadratique. Nous mettrons en évidence les différentes transitions de phase attendues dans un tel système. Nous

étudierons ensuite l'effet de la conservation de la magnétisation due aux collisions de spin (voir chapitre 1) sur le diagramme de phase et déterminerons les modifications induites sur les transitions de phases. Dans une deuxième section, nous allons nous concentrer sur les résultats expérimentaux de l'exploration du diagramme de phase à basse température dans l'espace des paramètres  $(B, m_z)$ , en montrant l'accord avec la théorie de champ moyen à basse température. Dans une troisième section, nous nous pencherons sur les fluctuations anormales des populations relatives du condensat spinoriel, qui apparaissent à faible champ et magnétisation nulle. Celles-ci sont la signature de fluctuations collectives, phénomène générique attendu dans un système de taille finie présentant une brisure spontanée de symétrie à la limite thermodynamique.

## 5.1 Diagramme de phase du gaz de spin 1

### 5.1.1 Diagramme de phase avec un magnétisation libre

Le système spinoriel plongé dans un champ magnétique dirigé selon  $z$  est régi par l'hamiltonien de spin que nous avons écrit dans le chapitre 1, dans l'équation (1.34). Dans l'approximation de mode unique, qui suppose un découplage entre les degrés de liberté externes et internes, cet hamiltonien se réécrit de manière générique à l'aide des opérateurs de spin  $\mathbf{s}_i$  de chaque atome  $i$  :

$$\hat{H} = \frac{U_s}{2N} \sum_{i \neq j}^N \hat{\mathbf{s}}_i \cdot \hat{\mathbf{s}}_j + p \sum_i^N \hat{s}_{i,z} + q \sum_i^N \hat{s}_{i,z}^2. \quad (5.1)$$

Le premier terme correspond au terme d'interaction dépendante du spin, et favorise l'anti-alignement des spins, à cause du signe positif de l'énergie de spin  $U_s$  (voir équation (1.46)). Le deuxième terme décrit l'effet Zeeman linéaire, proportionnel au champ magnétique appliqué  $p = -\mu_B B_0/2$ , qui tend à aligner les spins selon la direction du champ. Le troisième terme correspond à l'effet Zeeman quadratique, d'amplitude  $q = q_B B_0^2$ , qui favorise l'espèce  $m_F = 0$  par rapport aux deux autres espèces  $m_F = \pm 1$ . Il est possible de modifier l'effet Zeeman quadratique, voire même de changer son signe à l'aide d'un couplage avec des micro-ondes mais nous ne faisons pas ici [141].

En champ moyen, nous rappelons la forme que prend la fonctionnelle d'énergie de spin d'un atome dans ce système, obtenu dans la section 1.3.2. Avec la paramétrisation de la fonction d'onde de spin  $(\sqrt{n_{+1}}e^{i\theta_{+1}}, \sqrt{n_0}e^{i\theta_0}, \sqrt{n_{-1}}e^{i\theta_{-1}})^T$ , et pour un système caractérisé par une énergie dépendante du spin  $U_s$ , soumis aux effets Zeeman linéaire  $p$  et quadratique  $q$ , nous avons :

$$\frac{E_{\text{spin}}}{U_s} = \left[ \frac{1}{2} m_z^2 + x(1-x) + \cos(2\Theta)(1-x)\sqrt{x^2 - m_z^2} \right] - Px + Qx, \quad (5.2)$$

où  $Q = q/U_s$  et  $P = -p/U_s$ . Dans cette expression,  $x = n_{+1} + n_{-1} = 1 - n_0$  avec  $n_i$  la fraction d'atomes dans la composante  $m_F = i$ , et  $m_z = n_{+1} - n_{-1}$  est la projection du spin total selon  $z$  :  $m_z = M_z/N$ ,  $\Theta = (\theta_{+1} + \theta_{-1})/2 - \theta_0$ . Nous remarquons immédiatement que quand  $U_s > 0$ , cette énergie est minimisée pour  $\Theta = \pi/2$ .

En absence d'effet Zeeman ( $P = Q = 0$ ), l'énergie  $E_{\text{spin}}$  est minimisée pour  $m_z = 0$  et  $x$  peut prendre toutes les valeurs entre 0 et 1, c'est-à-dire que toutes les solutions telles que  $n_{+1} = n_{-1}$  sont admises. L'état de spin associé vérifie  $\langle \mathbf{S} \rangle = \mathbf{0}$ <sup>1</sup>, et correspond à la famille d'états dits "polaires" introduit par [22]. Chaque élément de cette famille correspond à un état où les atomes sont dans l'état  $m_F = 0$  selon un axe de quantification  $\mathbf{n}$  dans la sphère unité. En coordonnées polaires, cette famille d'états s'écrit de la manière suivante :

$$|\zeta_{\text{pol}}\rangle = \mathcal{R}(\theta, \phi) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta e^{-i\phi} \\ \cos \theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta e^{i\phi} \end{pmatrix}, \quad (5.3)$$

avec  $\mathbf{n}$  l'axe pointant dans la direction  $(\theta, \phi)$ . Le vecteur  $\mathbf{n}$  définit l'"axe directeur nématique" [63, 142], et pointe dans une direction arbitraire de la sphère unité. L'état fondamental correspond à la superposition cohérente de tous ces états, qui est invariant par symétrie dans l'espace de spin.

Plus généralement, le système de spin 1 peut être caractérisé par un paramètre d'ordre nématique de spin [143, 144], un vecteur analogue à l'orientation préférentielle moyenne des molécules dans un cristal liquide [145]<sup>2</sup>. Nous décrivons les trois phases particuliers associées au système [26], en caractérisant pour chacune le paramètre d'ordre nématique et la magnétisation associés. Les phases sont obtenues en minimisant (5.2) à  $P, Q$  donnés, et regroupées dans la figure 5.1. La minimisation est assez élémentaire quoiqu'un peu fastidieuse, nous donnerons par conséquent uniquement les résultats.

- Pour un effet Zeeman tel que

$$\begin{cases} P^2/2 < Q & \text{si } P \leq 1 \\ P < Q + 1/2 & \text{si } P > 1, \end{cases} \quad (5.4)$$

l'énergie  $E_{\text{spin}}$  est minimisée pour  $x = 0$  et  $m_z = 0$ . Toutes les atomes sont dans l'état  $m_F = 0$  par rapport à l'axe  $\mathbf{e}_z$ , avec un spin moyen nul  $\langle \mathbf{S} \rangle = \mathbf{0}$ . Un tel état correspond à un état dit "polaire- $z$ " ( $Pz$ ), c'est-à-dire un état polaire dont l'axe directeur nématique  $\mathbf{n}$  est aligné selon la direction du champ  $\mathbf{e}_z$ <sup>3</sup>. Dans la base hyperfine  $\{F = 1, m_F\}_{m_F=+1,0,-1}$ , cet état s'écrit :

$$|\zeta_{Pz}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5.5)$$

Pour cet état, nous constatons que  $\langle \hat{S}_x^2 \rangle = \langle \hat{S}_y^2 \rangle = 1$  et  $\langle \hat{S}_z^2 \rangle = 0$ . Le vecteur directeur nématique est perpendiculaire au plan dans lequel sont confinées les

---

1. En effet,  $\langle S_x \rangle = 2\sqrt{x(1-x)} \cos(\Theta) \cos(\frac{\theta_{+1}+\theta_{-1}}{2}) = 0$  car  $\Theta = \pi/2$ , de même  $\langle S_x \rangle = 2i\sqrt{x(1-x)} \cos(\Theta) \sin(\frac{\theta_{+1}+\theta_{-1}}{2}) = 0$ , et  $\langle S_z \rangle = m_z = 0$ .

2. Quand  $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$ , ce paramètre d'ordre peut être construit à partir du tenseur nématique d'ordre 2 noté  $\mathcal{N}_{ab}$  [63] :  $\mathcal{N}_{ab} = \frac{1}{2}(\hat{S}_a \hat{S}_b + \hat{S}_b \hat{S}_a)$  où  $a, b = x, y, z$  et  $\hat{S}_a$  l'opérateur de spin dans la direction  $a$  (voir section 1.3).

3. L'état symétrique  $\mathbf{n} = -\mathbf{e}_z$  est identique à un déphasage près.

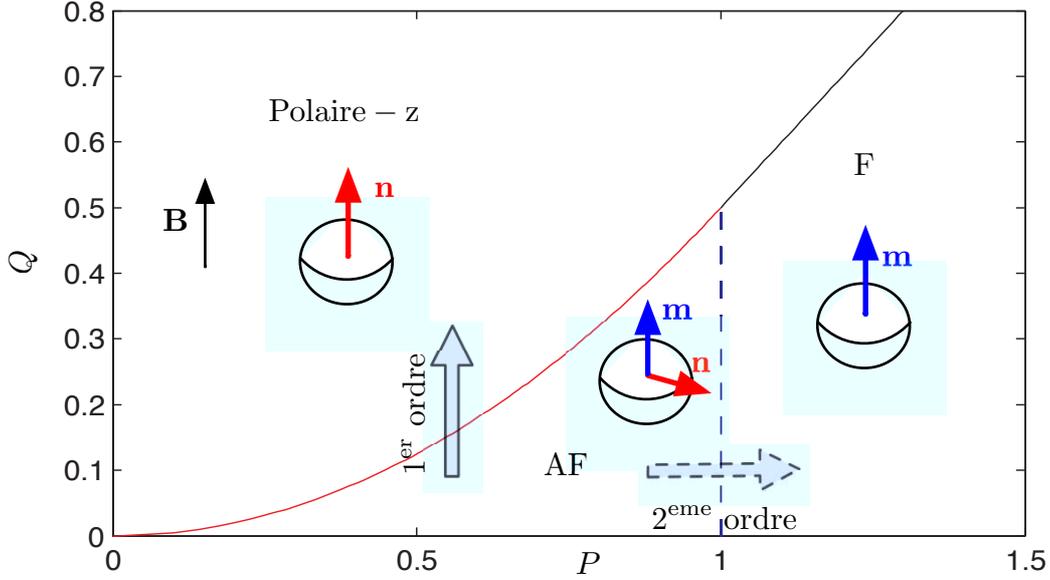


FIGURE 5.1 – Diagramme de phase de l'état fondamental en champ moyen d'un gaz de spin 1 dans un champ magnétique dirigé selon  $\mathbf{e}_z$ . Nous indiquons en lignes continues rouge ( $P^2/2 = Q$ ) et noire ( $P = Q + 1/2$ ) les frontières des phases caractérisées par une discontinuité de la magnétisation, signature d'une transition du premier ordre. La ligne tiretée bleue symbolise la frontière à laquelle on change de phase avec  $m_z$  continue, signature d'une transition de deuxième ordre. Dans chaque sphère, chaque axe  $a$  correspond à un état de spin  $m_F = 0$  selon  $a$ . Pour l'état "polaire- $z$ " (Pz), de magnétisation nulle, l'axe directeur nématique  $\mathbf{n}$  (flèche rouge) est dirigé selon la direction du champ. L'état "antiferromagnétique" (AF) possède à la fois une magnétisation  $\mathbf{m}$  parallèle au champ magnétique (flèche bleue), et un ordre nématique  $\mathbf{n}$  qui lui est perpendiculaire. Pour l'état "ferromagnétique" (F), tous les spins sont égaux à  $m_F = +1$  selon l'axe du champ. La magnétisation est complète, c'est-à-dire  $m_z = 1$ , et l'ordre nématique disparaît.

fluctuations de spin.

- Pour un effet Zeeman tel que

$$P^2/2 > Q \text{ et } P < 1 \quad (5.6)$$

$E_{\text{spin}}$  est minimisée pour  $x = 1$  et  $m_z = P$ . Cet état, appelé "antiferromagnétique" (AF) [63], est caractérisé par une magnétisation longitudinale  $\mathbf{m} = m_z \mathbf{e}_z$  non nulle et  $m_{\perp} = 0$ . L'état de spin  $|\zeta_{\text{AF}}\rangle$  correspondant est :

$$|\zeta_{\text{AF}}\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1+P}{2}} e^{-i\phi} \\ 0 \\ -\sqrt{\frac{1-P}{2}} e^{i\phi} \end{pmatrix}. \quad (5.7)$$

Pour cet état, les fluctuations de spin dans le plan  $x - y$  ne sont plus isotropes :  $\langle \hat{S}_x^2 \rangle \neq \langle \hat{S}_y^2 \rangle$ , si bien que la symétrie par rotation des fluctuations autour du champ magnétique est brisée. Un ordre nématique transverse

subsiste [144] caractérisé par un vecteur  $\mathbf{n}$  qui évolue dans le plan  $x - y$  :  $\mathbf{n} \parallel \cos(\phi)\mathbf{e}_x + \sin(\phi)\mathbf{e}_y$ . Une superposition cohérente de ces états restaure l'isotropie dans le plan  $x - y$ .

Dans cette phase, les interactions dépendantes du spin dominant devant l'effet Zeeman quadratique. À cause du caractère antiferromagnétique des interactions ( $U_s > 0$ ), l'espèce  $m_F = 0$  n'est pas miscible avec les espèces  $m_F = \pm 1$ , alors que ces deux dernières sont miscibles entre elles (voir section 1.3.2). C'est pourquoi l'espèce  $m_F = 0$  tend à être éliminée [25, 146].

- Pour un effet Zeeman tel que

$$P > 1 \text{ et } P > Q + 1/2, \quad (5.8)$$

$E_{\text{spin}}$  est minimisée pour  $x = 1$  et  $m_z = 1$ . Cette phase, dominée par l'effet Zeeman linéaire, correspond à un état polarisé : tous les atomes sont dans l'état  $m_F = +1$ . Cette phase est souvent appelée par abus de langage "ferromagnétique" (F), l'orientation étant imposée par le champ extérieur. L'état de spin  $|\zeta_F\rangle$  correspondant est :

$$|\zeta_F\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5.9)$$

Il n'y a pas d'ordre nématique dans cette phase :  $\mathbf{n} = \mathbf{0}$ .

Dans toutes ces phases, le paramètre d'ordre nématique se trouve dans le plan perpendiculaire à l'axe de magnétisation.

Deux types de transitions de phases ressortent de ce diagramme. Nous les indiquons dans la figure 5.1.

- Si nous fixons  $P$  et augmentons  $Q$ , la magnétisation  $m_z$  reste constante égal à  $P$  (ou 1 selon la valeur de  $P$ ), puis chute abruptement à 0 en passant dans la phase polaire. Pendant la traversé de cette frontière, le paramètre d'ordre  $\mathbf{n}$  bascule abruptement du plan  $x - y$  à l'axe  $\mathbf{e}_z$ . Cette discontinuité s'interprète comme une transition de phase du premier ordre.
- Si nous fixons  $Q$  et augmentons  $P$  en partant de la phase antiferromagnétique, nous passons d'une phase à deux composantes à la phase polarisée avec une variation continue des populations relatives et de la magnétisation  $m_z$  à la frontière  $P = 1$ . La norme du vecteur  $\mathbf{n}$  devient nulle à la frontière. Cette transition est du deuxième ordre.

Il est intéressant de noter que ce système est analogue à un ensemble de spins, de norme 1, placés sur un réseau bipartite et couplés par un terme d'échange de type Heisenberg [147]. Nous décrivons ce système dans l'annexe D et étudions, dans l'approximation de champ moyen, l'orientation moyenne des spins de chaque sous-réseau en fonction du champ magnétique appliqué et de l'anisotropie ionique. Nous

en déduisons l'existence de plusieurs transitions de phase, comme la transition “spin-flop” [148], analogue à la transition de phase du premier ordre du gaz spinoriel décrite précédemment. En particulier, nous mettons en évidence deux paramètres d'ordre, la magnétisation (somme des spins moyens des deux sous-réseaux), et la magnétisation alternée (leur différence), qui sont équivalents à  $\mathbf{m}$  et  $\mathbf{n}$ .

### 5.1.2 Contrainte de magnétisation conservée

Avec la contrainte de conservation de la magnétisation, le terme d'effet Zeeman linéaire devient une constante du problème, et le diagramme de phase se trouve modifié. Sur le diagramme de phase, que nous montrons à nouveau dans la figure 5.2, nous décrivons une trajectoire particulière à magnétisation fixée en partant d'un point  $M$  situé dans la phase “antiferromagnétique”. En partant de  $M$  et en augmentant  $Q$  à magnétisation fixée, nous nous déplaçons selon une ligne verticale  $m_z = P = \text{cste}$  jusqu'à parvenir pour une valeur critique  $Q_c$  à la ligne de transition de phase du premier ordre, au point  $M'$ . Puisque la magnétisation change à cette frontière, nous ne pouvons pas la franchir. Nous restons par conséquent au point  $M'$  appartenant à la ligne de coexistence entre les phases “antiferromagnétique” et “polaire”. Au point  $M'$ , l'état du système devient un mélange entre les deux états caractéristiques des deux phases, ce qui se traduit la coexistence des trois espèces de spins  $m_F = +1, 0, -1$ . Pour  $Q = Q_c$ , la contribution au mélange de l'état polaire est nulle, et en augmentant  $Q$ , sa contribution augmente au détriment de l'état antiferromagnétique. L'espèce  $m_F = 0$  est par conséquent de plus en plus peuplée à mesure que  $Q$  augmente.

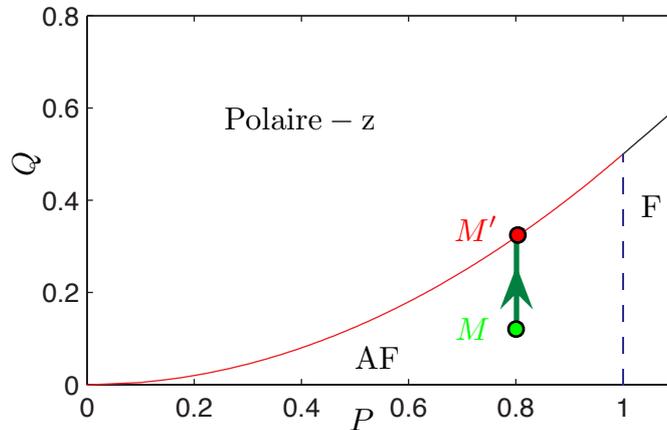


FIGURE 5.2 – Trajectoire à magnétisation fixée dans le diagramme de phase du gaz de spin 1. Nous partons du point  $M$  dans la phase “antiferromagnétique” (AF) et arrivons en augmentant  $Q$  au point  $M'$  sur la ligne de coexistence entre les phases AF et “Polaire-z”. Ce point matérialise une transition de phase du deuxième ordre, caractérisée par l'apparition graduelle de l'espèce  $m_F = 0$ .

La contrainte de conservation de la magnétisation conduit ainsi à une transition du deuxième ordre, entre la phase AF et une phase à trois composantes de spin, caractérisée par l'apparition graduelle de l'espèce  $m_F = 0$ . Les états de spin associés

à chaque phase, qui sont ceux que nous mesurerons dans notre expérience, ont été présentés dans la section 1.3.3. Nous les rappelons ci-dessous :

- Dans la phase “antiferromagnétique”, dans laquelle l’effet Zeeman quadratique vérifie

$$Q \leq Q_c = 1 - \sqrt{1 - m_z^2}, \quad (5.10)$$

l’espèce  $m_F = 0$  est absente. L’espèce  $m_F = -1$  est peuplée autant que la condition de magnétisation constante le permet :  $n_{-1} = n_{+1} - m_z$ . L’état de spin  $|\zeta_{AF}\rangle$ , identique à (5.7), est :

$$|\zeta_{AF}\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1+m_z}{2}} e^{-i\phi} \\ 0 \\ -\sqrt{\frac{1-m_z}{2}} e^{i\phi} \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

- Dans la phase de coexistence, caractérisée par  $Q > Q_c$ ,  $E_{\text{spin}}$  est minimisée pour  $x = x_0$ , avec  $x_0$  la solution de l’équation

$$(1 - 2x) \left[ \sqrt{x^2 - m_z^2} - x \right] + Q \sqrt{x^2 - m_z^2} = m_z^2 \quad (5.12)$$

L’effet Zeeman quadratique devient suffisamment important pour favoriser l’apparition de l’espèce  $m_F = 0$  malgré l’immiscibilité avec les autres espèces. L’état de spin  $|\zeta_3\rangle$  correspondant est :

$$|\zeta_3\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{x_0+m_z}{2}} e^{-i\phi} \\ \sqrt{1 - x_0} \\ -\sqrt{\frac{x_0-m_z}{2}} e^{i\phi} \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

Dans la limite où  $Q \gg 1$ ,  $n_0 \simeq 1 - m_z$ , et la composante  $m_F = -1$  est dépeuplée.  $|\zeta_3\rangle$  a en général  $\mathbf{m} \neq \mathbf{0}$  ( $m_z \neq 0$  et  $m_{\perp} \neq 0$ ) et  $\mathbf{n} \neq \mathbf{0}$ , mais on a toujours  $\mathbf{m} \cdot \mathbf{n} = 0$ .

La conservation de la magnétisation permet de caractériser le diagramme à partir d’un seul paramètre d’ordre, la population relative dans l’espèce  $m_F = 0$  :  $n_0$ . Les deux autres populations relatives sont imposées par les contraintes  $n_{+1} = m_z - n_{-1}$  et  $n_{+1} + n_0 + n_{-1} = 1$ . Dans la figure 5.3, nous représentons les deux phases caractéristiques du système, à deux et trois composantes, ainsi que la séparatrice  $Q_c = 1 - \sqrt{1 - m_z^2}$ , en traçant la valeur de  $n_0$ .

## 5.2 Exploration expérimentale du diagramme de phase

Dans cette section, nous montrons les résultats d’expériences dans lesquelles nous avons mesuré les états de spin en fonction de la magnétisation et du champ magnétique appliqué. Pour comparer notre expérience au diagramme de phase décrit dans la section précédente, nous devons nous assurer que le système est à l’équilibre du point de vue du spin. Avant de montrer le diagramme de phase expérimental, nous étudions d’abord la mise à l’équilibre du système après la rampe d’évaporation dans le piège optique.

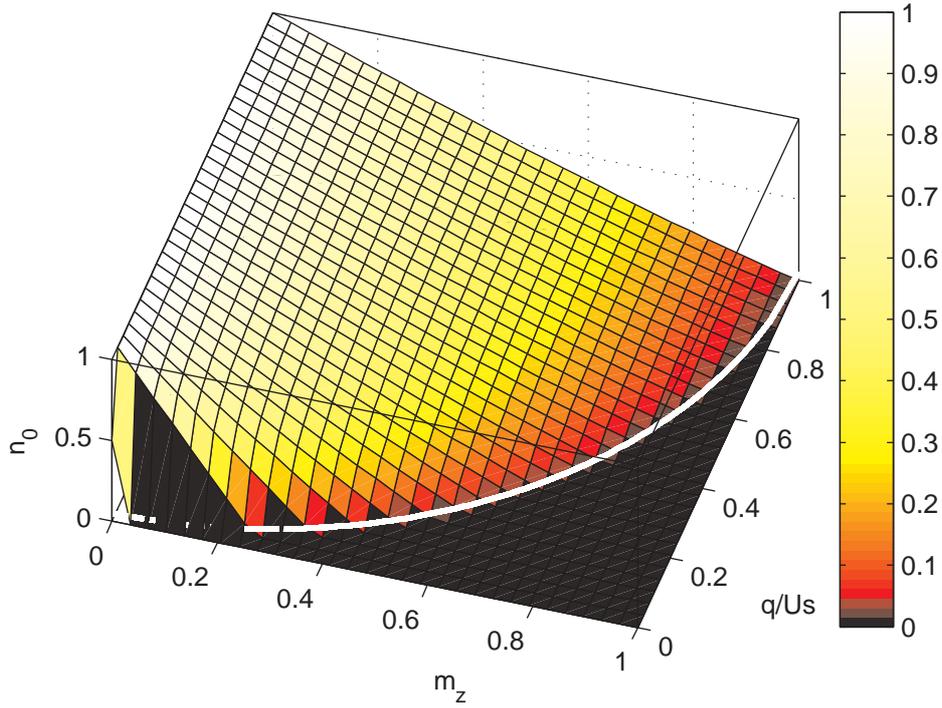


FIGURE 5.3 – Diagramme de phase à magnétisation conservée pour un condensat spinoriel en champ moyen vérifiant l’approximation à un seul mode. Deux phases caractéristiques sont visibles, l’une dans laquelle l’espèce  $m_F = 0$  est absente (plateau sombre en bas à droite) et l’autre dans laquelle les trois espèces coexistent. Les deux phases sont séparées par la courbe  $Q_c = 1 - \sqrt{1 - m_z^2}$ , représentée ici par une ligne épaisse blanche.

### 5.2.1 Equilibrage des populations Zeeman

Avec des champs magnétiques typiques inférieurs à 1 G, l’écart dû à l’énergie Zeeman quadratique est inférieur à  $h \times 300$  Hz, c’est-à-dire  $k_B \times 15$  nK. Cette échelle d’énergie est, tout au long de la rampe d’évaporation, très inférieure à l’énergie thermique des nuages, de l’ordre de quelques centaines de nK (voir section 3.5.3). L’énergie dépendante du spin est elle aussi très inférieure aux énergies thermiques :  $U_s \simeq h \times 90$  Hz. Nous l’avons estimée à l’aide de la définition (1.46), en utilisant la fonction obtenue à partir de la résolution numérique de l’équation de Gross–Pitaevskii avec  $N \simeq 3000$  atomes. La dynamique de spin dans le nuage n’est significative que pour les atomes condensés dans le piège. Dans cette section, nous étudions l’équilibre des populations dans les trois espèces de spin après la préparation dans un état de magnétisation donné (voir section 4.2) dans le piège dipolaire croisé, et leur évaporation dans le deuxième piège composite  $\{dimple+PR\}$ .

Nous allumons le champ magnétique directeur  $\mathbf{B}_{\text{dir}} = B_{\text{dir}} \mathbf{e}_y$  dès le début de l’évaporation<sup>4</sup>. Après un temps d’évaporation  $t' = 3$  s, nous gardons le champ ma-

4. Les groupes qui étudient les propriétés dynamiques des collisions de spin [77, 32, 130, 136, 139] n’allument le champ directeur qu’à la fin de l’évaporation de sorte à amener le système hors

gnétique et le piège composite allumé pendant un temps de maintien  $t_m$  variable. Pendant ce temps, le nuage continue de s'évaporer. Afin d'étudier l'établissement de l'équilibre d'un point de vue du degré de liberté de spin, nous mesurons à différents temps de maintien  $t_m$  la distribution du gaz spinoriel dans les trois espèces. Nous reportons dans les figures 5.4 et 5.5 l'équilibrage des spins pendant les dix premières secondes de maintien, dans deux conditions différentes : magnétisation nulle et champ  $B_{\text{dir}} = 200$  mG, magnétisation  $m_z = 0.5$  et champ  $B_{\text{dir}} = 1$  G respectivement. Sur ces figures, nous représentons les évolutions du nombre d'atomes total  $N$  dans le piège (a), la magnétisation (b) ainsi que les populations relatives dans les composantes  $m_F = 0$  (c) et  $m_F = \pm 1$  (d). Les points expérimentaux pour  $N$  sont ajustés avec une exponentielle de constante de temps  $\tau_N$ , et pour  $n_0$  avec une exponentielle de constante  $\tau_0$ , représentées par une ligne rouge dans (a,c).

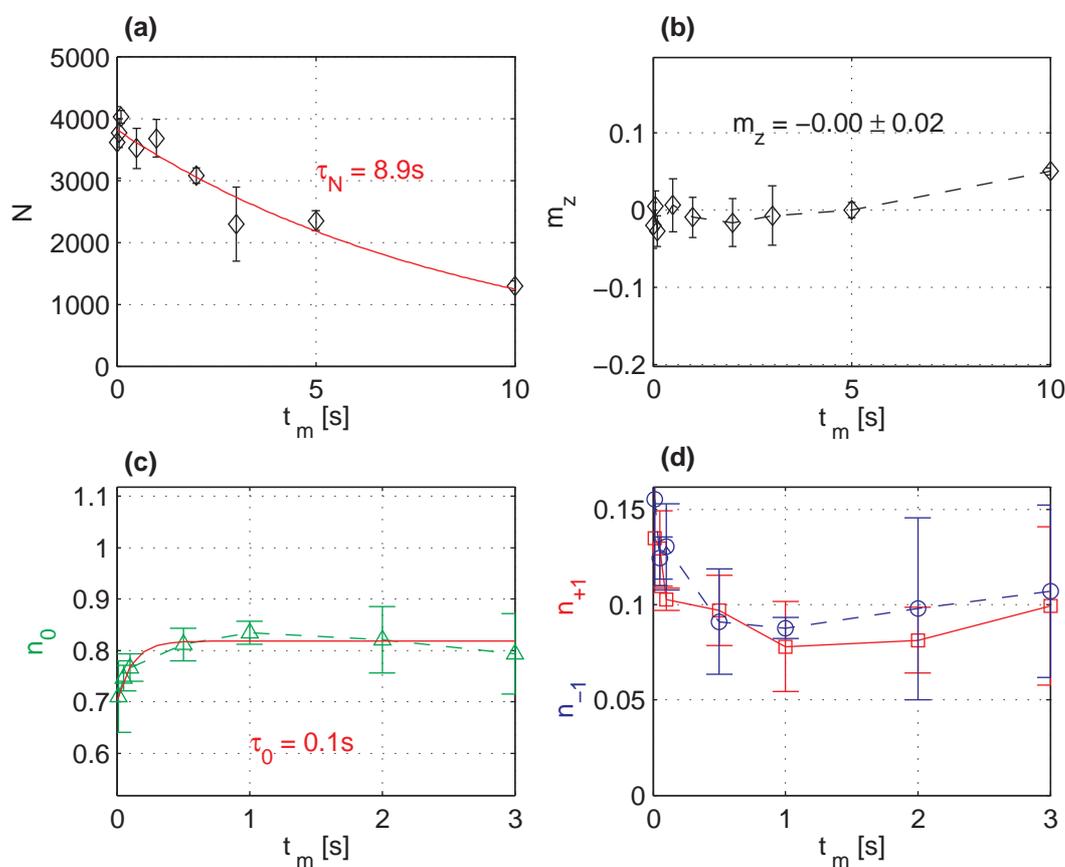


FIGURE 5.4 – Nuage préparé avec une magnétisation nulle et évaporation dans champ directeur  $B_{\text{dir}} = 200$  mG. (a) Nombre d'atomes  $N$  ajusté avec une exponentielle de constante de temps  $\tau_N = 8.9$  s en fonction du temps de maintien dans le piège  $t_m$ . (b) Magnétisation, (c) fraction d'atomes dans la composante de spin  $m_F = 0$ , ajustée avec une exponentielle de constante  $\tau_0 \simeq 0.1$  s, et (d) fractions dans  $m_F = \pm 1$  au cours du maintien dans le piège.

Sur ces figures, nous voyons que le nombre d'atomes total décroît avec un temps caractéristique  $\tau_N \simeq 9$  s, qui correspond à la durée de vie de l'échantillon dans le d'équilibre, et s'intéressent au retour à l'équilibre qui suit dans le système.

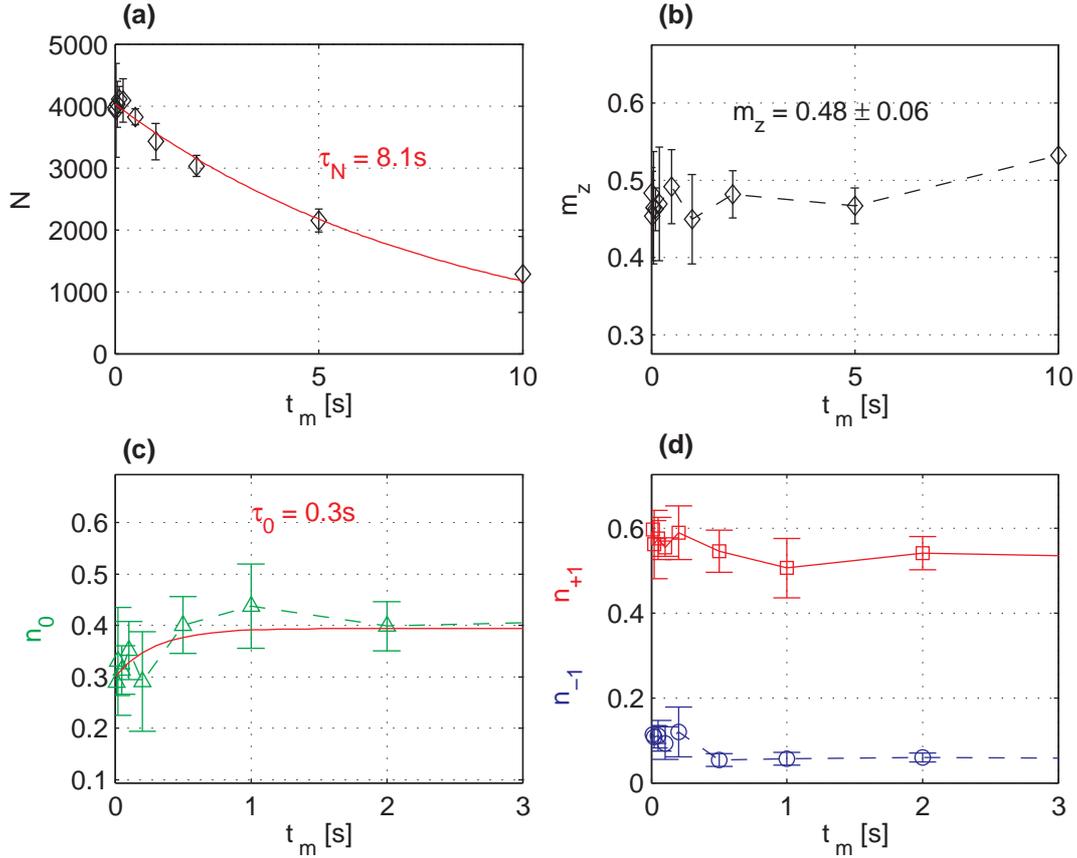


FIGURE 5.5 – Nuage préparé avec une magnétisation  $m_z \simeq 0.5$  et évaporation dans un champ directeur  $B_{\text{dir}} = 1$  G. (a) Nombre d’atomes  $N$  ajusté avec une exponentielle de constante de temps  $\tau_N = 8.1$  s en fonction du temps de maintien dans le piège  $t_m$ . (b) Magnétisation, (c) fraction d’atomes dans la composante de spin  $m_F = 0$ , ajustée avec une exponentielle de constante  $\tau_0 \simeq 0.3$  s, et (d) fractions dans  $m_F = +1$  (ligne continue rouge) et  $m_F = -1$  (ligne tiretée bleue) au cours du maintien dans le piège.

piège. Pendant le maintien dans le piège, nous constatons que la magnétisation reste constante à 5 % près, signe que la dynamique de spin conserve la magnétisation. La population relative  $n_0$  croît avec une constante  $\tau_0 < 1$  s, et atteint un plateau sur lequel elle reste constante à 5 % près. Le même caractère est observé pour d’autres valeurs de  $B_{\text{dir}}$  entre 0 et 1 G et les valeurs de  $m_z$  accessibles dans notre expérience. Nous en concluons que les collisions de spin sont régies par une dynamique rapide devant la durée de vie de l’échantillon. Par conséquent, en choisissant un temps de maintien compris entre 2 s et 5 s, nous sommes assurés de disposer d’un système avec un nombre d’atomes autour de 3000 atomes à l’équilibre du point de vue du spin.

L’équilibrage des espèces de spin avec la constante de temps  $\tau_0$  peut être interprété comme un temps d’amortissement des oscillations de spin [130]. Dans cette expérience, les oscillations sont amorties en un temps caractéristique de quelques centaines de ms, comparable à  $\tau_0$ . Dans notre système, les atomes thermiques des trois

composantes quittent le piège avec le même taux d'évaporation, et les atomes qui s'accumulent dans la partie condensée du nuage subissent des collisions d'échanges du spin, avec un taux de plus en plus important au fur et à mesure du refroidissement. Cela implique que le terme d'interaction dépendante du spin  $U_s$  augmente tout au long de l'évaporation. Nous sommes dans un mécanisme d'équilibrage continu pendant l'évaporation. Remarquons que le temps caractéristique pour atteindre l'équilibre est court devant ceux observés dans l'expérience [130] (quelques secondes). La raison est sans doute liée à la formation de domaines de spin dans l'expérience [130], domaines absents dans notre cas à cause du fort confinement (voir section 4.3.4).

En conclusion, nous disposons d'un système spinoriel vérifiant l'approximation à un seul mode, qui est à l'équilibre du point de vue de son degré de liberté de spin lorsqu'on laisse le gaz quelques secondes dans le piège après évaporation. La longue durée de vie des atomes dans le piège (de l'ordre de 10 s) permet l'exploration du diagramme de phase à l'équilibre prédit par [72].

### 5.2.2 Diagramme de phase expérimental

Dans cette section, nous décrivons les résultats expérimentaux de l'exploration du diagramme de phase présenté ci-dessus. Ayant préparé le système dans un état de magnétisation donnée, nous allons suivre une trajectoire ( $B, m_z = \text{cste}$ ) dans le diagramme de phases afin de mettre en évidence la transition entre les deux domaines, à deux ou trois composantes de spin. La séquence expérimentale consiste en une évaporation en présence d'un champ directeur d'amplitude  $B$ , un maintien dans le piège pendant  $t_m = 3$  s, puis un diagnostic Stern et Gerlach afin de déterminer les populations relatives dans chaque espèce de spin avec des ajustements gaussiens sur les trois distributions. Dans la figure 5.6, nous représentons les résultats expérimentaux pour une magnétisation donnée :  $m_z = 0.48 \pm 0.05$ .

Dans cette figure, nous voyons que tout au long de la série d'expériences, le nombre d'atomes et la magnétisation restent constants, à mieux que 10 % près. La figure (d) fait apparaître les deux phases, l'une dans laquelle l'espèce  $m_F = 0$  est faible et l'autre dans laquelle elle augmente significativement avec le champ. Nous déterminons le champ critique séparant les deux phases en ajustant l'évolution de  $n_0$  par la fonction hyperbolique suivante :

$$f(B) = \alpha + \beta \max \left[ \frac{B^2 - B_c^2}{B^2 - B_c^2 + \Delta B^2}, 0 \right], \quad (5.14)$$

représentée par une ligne rouge dans la figure 5.6(d). Par rapport au diagramme de phase à température nulle, le nombre d'atomes  $n_0$  n'est pas nul en dessous du champ critique. Ceci est lié à la température finie du gaz, qui comporte par conséquent une fraction thermique en plus du condensat. Nous présenterons dans la section suivante un modèle qui prend en compte l'effet de la fraction thermique sur la valeur de  $n_0$  dans chaque phase du diagramme.

À partir d'expériences similaires effectuées à d'autres valeurs de magnétisation, nous avons déterminé les valeurs des champs critiques correspondants. Dans la figure

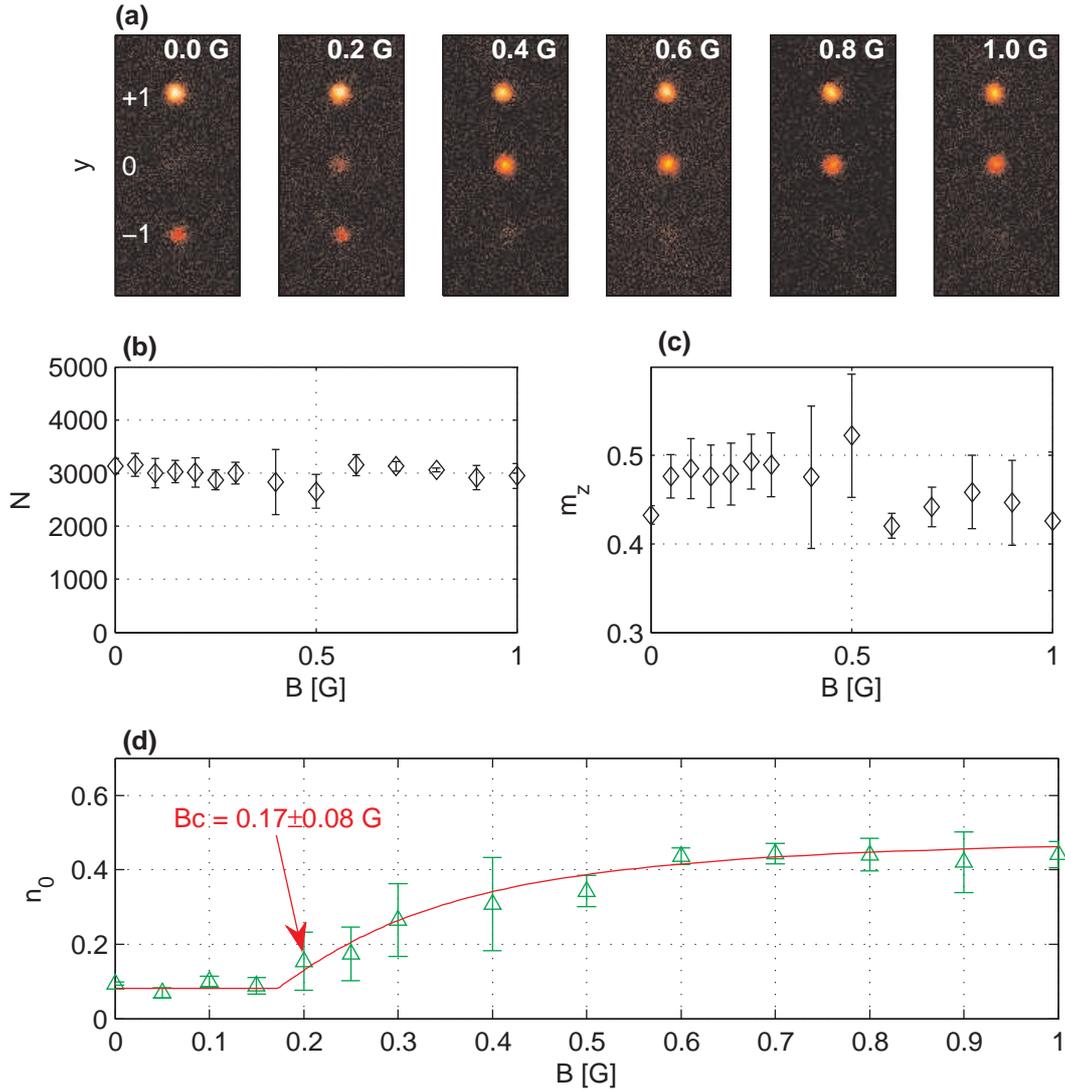


FIGURE 5.6 – (a) Images prises après une expérience de Stern et Gerlach, sur lesquelles nous voyons que l'espèce  $m_F = 0$  est absente pour des champs inférieurs à 0.2 G. (b) Nombre d'atomes  $N$  et (c) magnétisation  $m_z$  en fonction du champ appliqué. (d) Population relative de l'espèce  $m_F = 0$  en fonction du champ  $B$ .

5.7, nous reportons l'ensemble des mesures de  $n_0$  ainsi que les valeurs des champs magnétiques critiques obtenus avec la procédure explicitée ci-dessus. Comme pour le modèle en champ moyen, le diagramme de phase (figure 5.7(a)) présente deux parties distinctes : l'une avec une population  $n_0$  faible et l'autre avec une fraction  $n_0$  plus importante, qui s'approche de 1 vers les faibles valeurs de magnétisation. La comparaison avec la théorie de champ moyen incluant la présence d'une fraction thermique sera détaillée dans la section 5.2.3.

### 5.2.3 Comparaison avec la théorie de champ moyen

Nous souhaitons maintenant confronter l'ensemble du diagramme de phase à la théorie de champ moyen décrite plus haut (voir section 5.1.2) et en particulier la

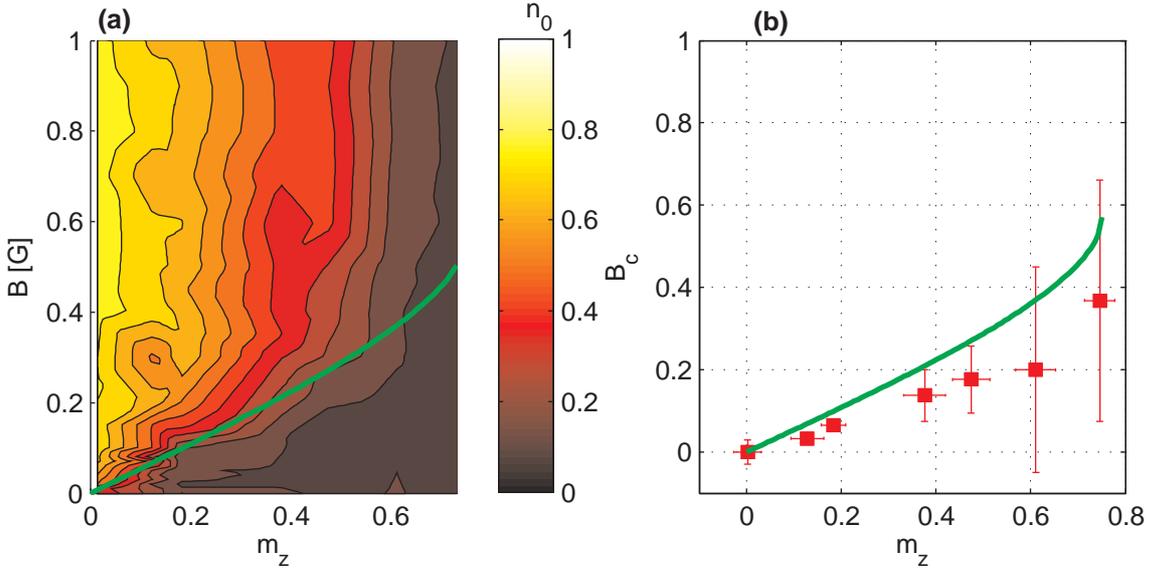


FIGURE 5.7 – (a) Diagramme de phase expérimental, selon les paramètres  $m_z$  et  $B$ , où l'on a représenté la fraction d'atomes dans  $m_F = 0$ . En ligne verte nous traçons le champ critique marquant la transition de phase dans la prédiction de champ moyen (voir équation (5.15)). (b) En carrés rouges, champs critiques obtenus en ajustant les courbes de transition de phase par deux segments de droite. Les barres d'erreurs horizontales correspondent aux fluctuations de  $m_z$ . Les barres d'erreur verticales correspondent à un intervalle de confiance de 68 % autour des paramètres ajustés. En ligne verte, le champ critique théorique prévu par (5.15) avec une fraction thermique  $f' = 0.25$  et  $U_s = h \times 90$  Hz.

valeur du champ critique. Nous devons dès lors prendre en compte la température finie de l'échantillon atomique, qui se traduit par la présence d'une composante thermique en plus du condensat. Aux champs faibles, cette fraction thermique est responsable de la présence d'atomes non condensés dans la composante  $m_F = 0$ . Contrairement aux atomes condensés, les atomes thermiques dans l'espèce  $m_F = 0$  ne sont pas immiscibles avec les autres composantes (voir section 1.4.1).

Dans l'ensemble du diagramme de phase que nous explorons, les champs magnétiques sont tels que  $q = q_B B^2 \lesssim h \times 300$  Hz. Malgré la difficulté d'évaluer la température précisément à la fin de la rampe d'évaporation, l'ordre de grandeur  $T \sim 100$  nK paraît raisonnable (voir section 3.5.3). Avec ces valeurs, nous voyons que le décalage des niveaux par effet Zeeman quadratique est très inférieur à l'énergie thermique  $k_B T$ . Dans un modèle de gaz idéal, dans lequel nous négligeons l'interaction entre le condensat et le nuage thermique, les fractions thermiques des trois composantes de spin sont proches d'une répartition relative 1/3, 1/3, 1/3. Notons  $N'$  le nombre d'atomes thermiques dans l'échantillon,  $N_c$  le nombre d'atomes condensés, et  $f' = N'/(N' + N_c)$  la fraction thermique. On peut montrer qu'en présence d'une fraction thermique, le champ critique est modifié par rapport au cas où les

atomes sont tous condensés (voir équation 5.10) :

$$B_c = \left[ \frac{U_s}{q_B} \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{m_z}{1 - f'} \right)^2} \right) \right]^{1/2}, \quad (5.15)$$

où l'énergie d'interaction dépendante du spin  $U_s$  a été calculé à partir de (1.46). La quantité  $m_z/(1 - f')$  correspond à la magnétisation relative à la fraction condensée du nuage, c'est-à-dire  $(N_{+1c} - N_{-1c})/N_c$ .

Dans ce modèle, les populations  $n_i$  que nous mesurons sont modifiées par rapport au cas idéal à température nulle  $\tilde{n}_i = N_{ic}/N_c$  :

$$n_0 = \frac{N_{0c} + N'/3}{N_c + N'} = (1 - f')\tilde{n}_0 + f'/3, \quad n_{\pm 1} = \frac{1 - n_0 \pm m_z}{2}. \quad (5.16)$$

Dans ces relations,  $\tilde{n}_0$  est extrait de la minimisation de l'énergie de spin (5.2)<sup>5</sup> où nous avons remplacé  $m_z$  par  $m_z/(1 - f')$ . Avec une fraction thermique d'environ  $f' = 0.25$ , nous en déduisons que la population  $n_0$  est d'environ 0.1 à bas champ, ce qui est observé dans l'expérience. À fort champ, la théorie de champ moyen prédit une population :

$$\tilde{n}_{0\infty} = 1 - \frac{m_z}{1 - f'}, \quad (5.17)$$

qui conduit à  $n_{0\infty} = 1 - m_z - 2f'/3$  d'après (5.16).

Dans la figure 5.7, nous reportons les valeurs du champ critique prévus par (5.15) (ligne verte), avec  $f' = 0.25$  et  $U_s \simeq h \times 90$  Hz. Cette valeur a été calculé à partir d'un condensat peuplé de  $3000 \times (1 - f') \times 1.6 \simeq 3600$  atomes<sup>6</sup>. Dans la figure 5.8, nous représentons les données expérimentales concernant l'évolution des trois populations relatives en fonction du champ magnétique appliqué, pour différentes valeurs de  $m_z$ , et y superposons la comparaison avec le modèle (5.16).

À partir des résultats présentés dans les figures 5.7 et 5.8, nous voyons qu'il y a un accord satisfaisant entre les valeurs expérimentales des champs critiques et les valeurs calculées indépendamment avec l'équation (5.15) ainsi qu'entre l'évolution des populations relatives  $n_i$  et le modèle (5.16), malgré les barres d'erreurs importantes observées au voisinage de la transition de phase. Nous concluons que notre système nous a permis de mettre en évidence la transition de phase du deuxième ordre antiferromagnétique, qui se manifeste par une augmentation graduelle de la fraction d'atomes condensés dans l'espèce  $m_F = 0$  au dessus d'un champ critique. En particulier, nous en déduisons que les approximations de champ moyen et de mode spatial unique sont valides sur toute la gamme de  $m_z$ .

---

5. avec  $P = 0$ .

6. Le facteur 1.6 provient d'une nouvelle calibration absolue du nombre d'atomes, à laquelle nous avons davantage confiance qu'à celle effectuée à la fin du chapitre 3. En effet, nous l'avons déterminé à partir d'une mesure de la température critique de condensation, pour un nuage à l'équilibre thermodynamique.

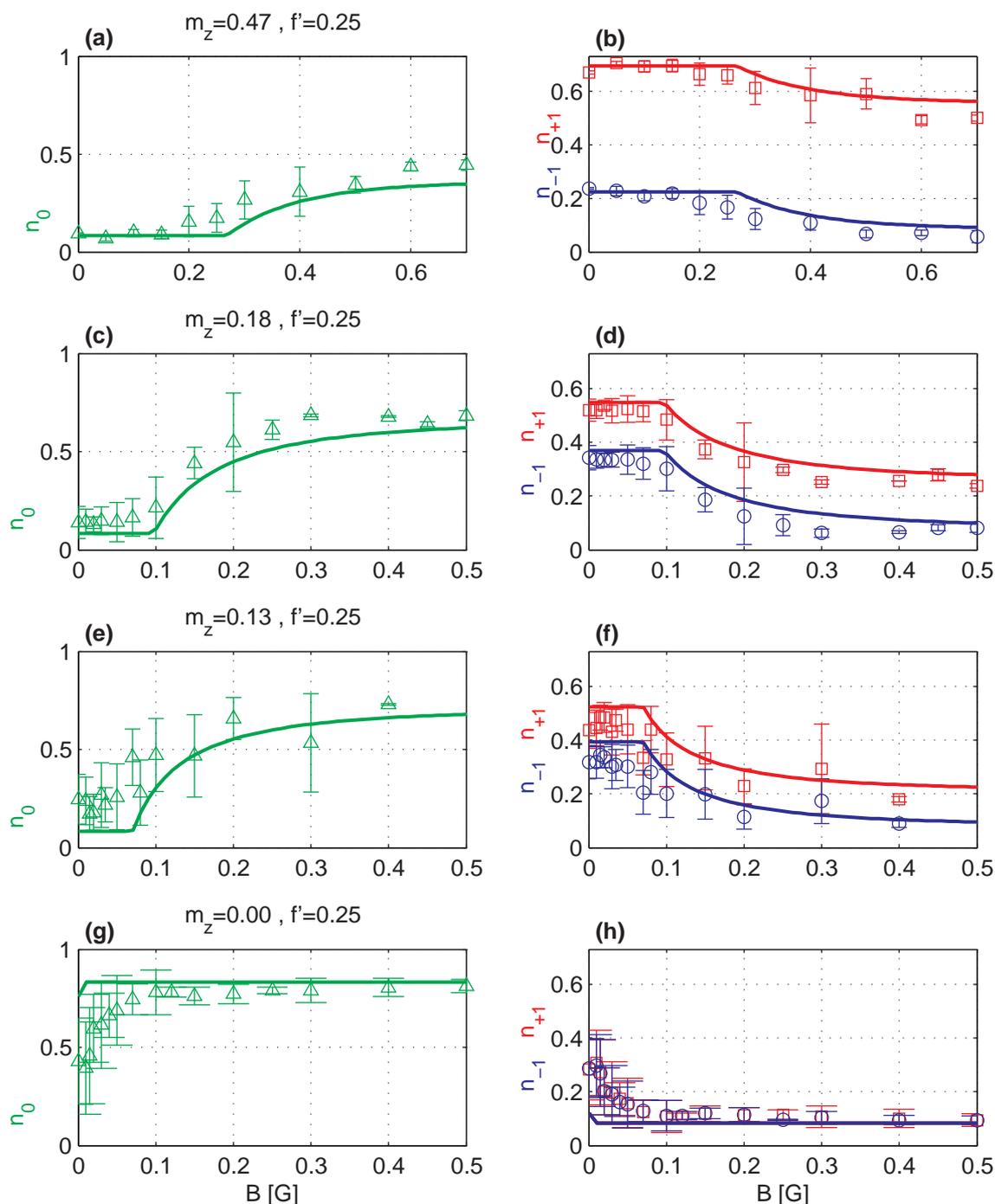


FIGURE 5.8 – Comparaison entre les fractions relatives mesurées expérimentalement et la prédiction théorique (5.16), avec une fraction thermique de 25 %, pour quatre magnétisations différentes : (a)  $m_z = 0.47$ , (b)  $m_z = 0.18$  (c)  $m_z = 0.13$  et (d)  $m_z = 0$ .

*Des mesures supplémentaires vont être entreprises, en prenant en compte la nouvelle calibration du nombre d'atomes établie dans la section 3.5.3, et à un point plus bas dans la rampe d'évaporation, de sorte à diminuer l'effet de la fraction thermique. Les résultats de ces mesures feront également l'objet d'une publication, ultérieure à celle de ce manuscrit de thèse.*

Nous discutons maintenant des barres d'erreurs que nous observons sur les données expérimentales. Outre les fluctuations intrinsèques à magnétisation nulle (figure 5.8(g,h))<sup>7</sup>, elles atteignent 10 % pour certaines valeurs de champ, et peuvent être liées à l'imprécision de la préparation à une magnétisation donnée ou alors aux fluctuations du champ magnétique. À partir de l'estimation des fluctuations du champ magnétique effectuée dans le chapitre précédent, inférieures à 10 mG (voir section 4.1.2), nous pouvons évaluer leur influence sur le diagramme de phase.

- Pour  $q \gg U_s \simeq h \times 45$  Hz, on a  $\delta q/q \simeq 2\delta B/B < 10$  %. L'effet est négligeable, car  $n_0$  est constant dans ce régime.
- Pour  $q \gtrsim q_B B_c^2$ , on peut évaluer la pente de la courbe  $n_0(q)$  pour une magnétisation donnée :  $\frac{\delta n_0}{\delta q} \sim \frac{1-Q_c}{U_s(2+Q_c)}$ . Les fluctuations de champ magnétique conduisent à des fluctuations de l'ordre de 5 % sur  $n_0$ .

Nous concluons de cette évaluation que des fluctuations du champ de l'ordre de 10 mG, qui représentent une borne supérieure des fluctuations présentes dans notre expérience, n'ont pas d'impact significatif sur l'état du système spinoriel que nous étudierons dans cette expérience. Les fluctuations de  $n_0$  semblent être directement reliées aux fluctuations de la magnétisation, de l'ordre de  $\simeq 5$  % (voir figure 5.6(c)). Un meilleur contrôle de leur préparation pourrait améliorer la précision des mesures des champs critiques.

Terminons cette analyse des sources de fluctuations par un commentaire sur la méthode d'analyse des images. Les populations relatives sont extraites de trois ajustements gaussiens sur des images auxquelles nous avons soustrait un fond<sup>8</sup>. Le bruit de détection après soustraction correspond environ à  $\pm 50$  atomes dans une zone comportant  $50 \times 50$  pixels autour des centres des trois nuages, taille typique choisie lors du traitement. Ainsi, le bruit de détection sur la magnétisation ne devrait pas dépasser  $50\sqrt{2}/3000 \simeq 2.5$  %. Il semble par conséquent que les fluctuations de  $m_z$  ne sont pas liées à la détection.

Malgré les améliorations qui peuvent encore être apportées à ces mesures, le diagramme de phase reproduit de manière satisfaisante la théorie de champ moyen. Nos mesures sont en accord avec celles effectuées précédemment dans le groupe de P.D. Lett au NIST [130, 149]. Nous explorons une gamme de magnétisation plus étendue que dans leur expérience, restreinte au domaine  $m_z > 0.5$ . Ce groupe a effectué les mesures dans des conditions légèrement différentes, avec environ  $10^5$  atomes, et une séquence de préparation différente : les échantillons sont préparés polarisés et subissent un pulse Rabi qui modifie leur magnétisation.

7. Elles feront l'objet d'une étude spécifique dans la section suivante.

8. Le fond est ajusté avec un plan incliné sur une zone de l'image excluant les trois nuages.

### 5.3 Etude des fluctuations anormales à magnétisation nulle

En champ moyen, nous avons vu que la transition de phase entre la phase à deux composantes de spin et celle où les trois espèces coexistent se matérialise par un changement continu de la fonction d'onde de spin. À la limite de magnétisation nulle en particulier, l'ajout d'un effet Zeeman quadratique arbitrairement faible devant l'énergie d'interaction de spin suffit à briser la symétrie par rotation de l'état polaire pour aboutir à l'état nématique "polaire-z", c'est-à-dire aligner le spin moyen dans la direction du champ. Comme dans notre expérience le champ n'est jamais strictement nul, l'état polaire est difficile à obtenir, si bien qu'en l'absence d'un champ constant appliqué, nous devrions toujours être dans la phase "polaire-b", avec b une direction qui fluctue d'une réalisation à une autre, alignée sur le champ. En présence d'un champ selon  $z$  supérieur aux fluctuations typiques ( $\sim 10$  mG), nous attendons à retrouver l'état "polaire-z" (Pz), avec  $n_0 \simeq 1$  (plus précisément  $n_0 \simeq 1 - 2f'/3$  en présence d'une fraction thermique  $f'$ ). Nous traçons dans la figure 5.9 la transition à magnétisation nulle, qui fera l'objet d'une étude dans cette section.

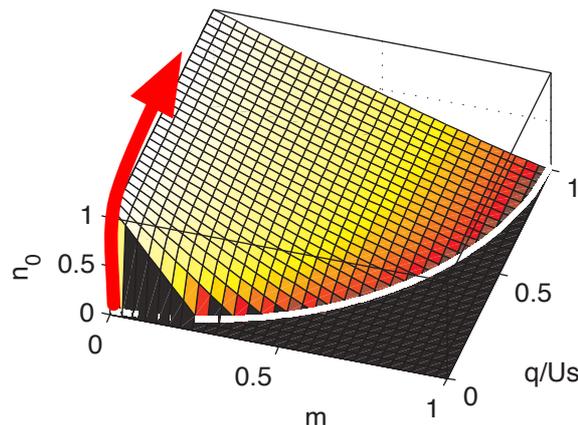


FIGURE 5.9 – Diagramme de phase du gaz spinoriel et représentation schématique de la transition de phase à magnétisation nulle (flèche rouge).

Expérimentalement, nous n'avons pas mesuré l'état Pz pour une magnétisation nulle et des valeurs de champs faibles. Dans la figure 5.8(d), nous observons que la valeur de  $\langle n_0 \rangle$  ne croît que progressivement, sur une gamme d'environ 100 mG, très grande devant les fluctuations du champ. D'autre part, à mesure que nous nous rapprochons du champ nul, les fluctuations de  $n_0$  deviennent super-poissonniennes, bien au delà du bruit de grenaille lié à la mesure  $\Delta n_0 \simeq 1/\sqrt{N} \simeq 10^{-2}$ . Nous nous intéressons dans cette partie à l'étude de ces fluctuations anormales qui ne sont pas décrites par la théorie de champ moyen.

Le désaccord de nos données avec la théorie de champ moyen s'explique par la taille finie de notre système. Avec  $N \simeq 3000$  atomes et à bas champ, les fluctuations induites par les excitations collectives de spin d'origine thermique deviennent importantes, et s'opposent à l'établissement de l'état "polaire-z", comme c'est le cas

dans la description en champ moyen. Dans la limite thermodynamique au contraire, c'est-à-dire quand  $N \rightarrow +\infty$ , un champ magnétique infinitésimal suffit pour briser la symétrie de l'état polaire et projeter le spin collectif selon  $z$  [150, 151]. Plus généralement, la transition de phase se passe sur une plage :

$$\Delta q \sim \frac{k_B T}{N}. \quad (5.18)$$

Nous donnerons une justification de cette relation dans ce qui suit, à partir d'une description purement quantique du gaz spinoriel.

### 5.3.1 Description quantique du gaz spinoriel

#### État fondamental en champ nul

Il est possible de calculer l'état fondamental d'un ensemble de spin sans effectuer d'approximation de champ moyen pour le degré de liberté interne, mais en gardant un découplage complet avec les degrés de libertés externes. En l'absence de champ magnétique, l'hamiltonien prend la forme simple  $\hat{H} = \frac{U_s}{2N} \hat{S}^2$ . Nous introduisons les opérateurs de création d'atomes dans les trois espèces de spin  $\hat{a}_{+1}^\dagger, \hat{a}_0^\dagger, \hat{a}_{-1}^\dagger$ . Une solution simple existe [71, 29, 152, 153], que l'on peut obtenir en remarquant que l'hamiltonien se réécrit de la manière suivante :

$$\hat{H} = \frac{U_s}{2N} (N(N+1) - \hat{A}^\dagger \hat{A}) \quad , \quad \text{où } \hat{A}^\dagger = \hat{a}_0^{\dagger 2} - 2\hat{a}_{+1}^\dagger \hat{a}_{-1}^\dagger. \quad (5.19)$$

L'opérateur  $\hat{A}^\dagger$  crée une paire d'atomes dans l'état singulet :

$$|S=0\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}|0,0\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}(|+1,+1\rangle + |-1,+1\rangle). \quad (5.20)$$

La forme du hamiltonien (5.19) indique que l'état fondamental quantique est un état de spin total nul dans lequel un nombre maximal de paires d'atomes dans l'état singulet est créé. Pour un nombre d'atomes pairs  $N$ , cet état s'écrit :

$$|\Psi\rangle \propto (\hat{A}^\dagger)^{N/2} |0\rangle. \quad (5.21)$$

Le condensat de singulets est caractérisé par les propriétés statistiques suivantes :

$$\langle n_0 \rangle = 1/3 \quad , \quad \Delta n_0 \simeq 0.3 \quad (5.22)$$

ce qui indique que les fluctuations de  $n_0$  sont super-poissoniennes.

#### Spectre des états excités

À champ nul, nous pouvons également obtenir le spectre d'énergie des états excités de spin dans la base des états propres du moment angulaire  $|S, m_s\rangle$ , où  $S$  est le nombre quantique de moment angulaire et  $m_s$  la projection selon l'axe  $z$  [29] :

$$\text{pour } N \text{ pair, } E = \frac{U_s}{2N} S(S+1) \quad , \quad S = 0, 2, \dots, N. \quad (5.23)$$

Nous représentons ce spectre dans la figure 5.10(a), pour  $N = 4$  atomes. Chaque état de spin  $S$  est dégénéré en une multiplicité  $m_s = -S, \dots, +S$ . Les propriétés statistiques 5.22 sont partagées par tous les états de basse énergie, et sont par conséquent conservées pour un système à température faible. À cause de la dépendance en  $\sim U_s/N$  des écarts d'énergie entre niveaux, ils deviennent dégénérés pour  $N \rightarrow +\infty$  avec l'état fondamental.

En présence d'un champ magnétique, les états de spin  $S$  subissent une levée de dégénérescence, avec un écart entre états voisins de  $q$  (voir figure 5.10(b)). Quand  $q \rightarrow \infty$ , l'énergie des états  $m_s = 0$  est fortement abaissée par rapport aux états  $|m_s| > 0$ , et l'état du système de spin tend vers l'état de Fock  $|N_{+1}, N_0, N_{-1}\rangle = |0, N, 0\rangle$ , avec  $\langle n_0 \rangle = 1$  et  $\Delta n_0 \sim 1/\sqrt{N}$ . équivalent à l'état de champ moyen à la limite thermodynamique.

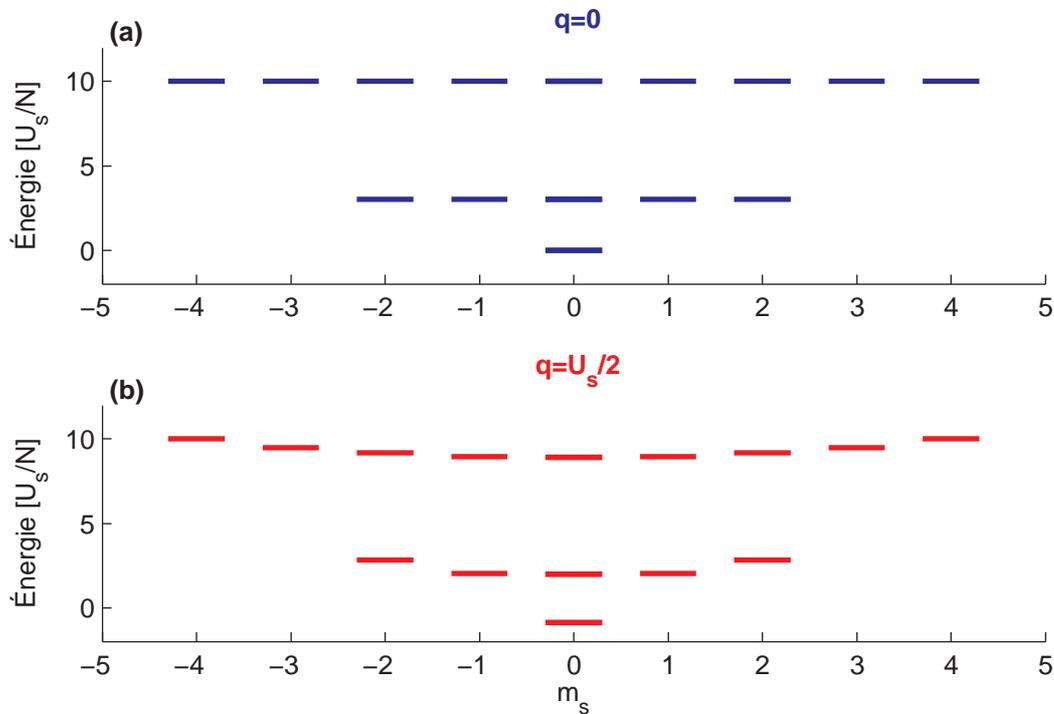


FIGURE 5.10 – Spectre des états dans la base des états propres du moment angulaire  $|S, m_s\rangle$  dans les cas (a)  $q = 0$  et (b)  $q = U_s/2$ , pour  $N = 4$  atomes.

### Relation “fluctuation-dissipation”

À l'équilibre thermodynamique pour un ensemble de  $N$  atomes et caractérisé par une température  $T$ , il est possible de relier la moyenne de l'observable  $\hat{N}_0$  aux fluctuations  $(\Delta N_0)^2 = \langle \hat{N}_0^2 \rangle - \langle \hat{N}_0 \rangle^2$  à une valeur de  $q$  donnée. Si nous écrivons l'hamiltonien du système  $\hat{H} = \hat{H}_0 - q\hat{N}_0$ , on peut écrire la valeur moyenne de l'observable :

$$\langle \hat{N}_0 \rangle = \text{Tr} \left[ \hat{N}_0 \exp(-\beta(\hat{H}_0 - q\hat{N}_0)) \right] / Z, \quad \text{avec } Z = \text{Tr} \left[ \exp(-\beta(\hat{H}_0 - q\hat{N}_0)) \right], \quad (5.24)$$

la fonction de partition canonique. En dérivant  $\langle \hat{N}_0 \rangle$  par rapport à  $q$ , et en divisant la relation par le nombre total d'atomes, il vient<sup>9</sup> :

$$\frac{\partial \langle n_0 \rangle}{\partial q} = \frac{N}{k_B T} (\Delta n_0)^2. \quad (5.25)$$

Cette relation est équivalente à une relation “fluctuation-dissipation”, en remarquant que le premier terme est la susceptibilité à la perturbation représentée ici par l'effet Zeeman quadratique. La forme du coefficient de proportionnalité montre que la plage de champ magnétique sur laquelle les fluctuations anormales sont importantes est d'autant plus grande que le nombre d'atomes est faible. Notre système est donc particulièrement bien adapté pour l'observation de ces fluctuations anormales.

### 5.3.2 Mesure des fluctuations à magnétisation nulle

Les fluctuations anormales sont en théorie observables sur la région du diagramme de phase à faible magnétisation et au voisinage de la transition de phase, donc à des faibles champs ( $B \lesssim 100$  mG). Nous nous concentrerons dans la suite uniquement sur la transition de phase à magnétisation nulle. Pour plusieurs valeurs du champ magnétique, nous effectuons un grand nombre de mesures, typiquement une centaine. Avec ce nombre de réalisations, nous reconstruisons la distribution statistique associée à la variable aléatoire  $n_0$ , et en extrayons les deux premiers moments :  $\langle n_0 \rangle$  et  $\Delta n_0$ . Nous représentons les résultats des mesures à trois champs différents dans la figure 5.11. Nous traçons à la fois les histogrammes des distributions, en subdivisant l'intervalle  $[0, 1]$  en dix classes et en notant  $H$  le nombre de réalisations par classe. Nous représentons également les valeurs des moyennes  $\langle n_0 \rangle_j$  et écart-type  $\Delta n_{0,j}$  calculés à partir des  $j$  premières réalisations. Nous choisissons de prendre un nombre suffisant de mesures jusqu'à ce que le critère suivant soit vérifié :  $\langle n_0 \rangle_j$  et  $\Delta n_{0,j}$  ne varient pas plus que 5 % sur les 10 dernières réalisations.

Sur cette figure, nous voyons que pour des champ faibles, la distribution de l'observable  $n_0$  est répartie de façon homogène sur une grande partie de l'intervalle  $[0, 1]$ . Lorsqu'un champ plus important est présent, la distribution est davantage piquée, et s'approche de la valeur attendue en champ moyen  $n_0 = 1$ . Nous effectuons des mesures de  $\langle n_0 \rangle$  et  $\Delta n_0$  à différents champs compris entre 0 et plusieurs G, puis reportons les valeurs dans la figure 5.12.

### 5.3.3 Vers une thermométrie de spin

La relation fluctuation-dissipation (5.25) suggère une mesure de la température du système de spin à partir de ces données. Pour cela, nous ajustons les courbes expérimentales avec les fonctions suivantes :

$$\langle n_0 \rangle = 1 - c - \frac{a}{1 + q/b}, \quad \Delta n_0 = \left[ \left( \frac{a'}{1 + q/b} \right)^2 + c'^2 \right]^{1/2}, \quad (5.26)$$

---

9. On a négligé le commutateur  $[e^{-\beta \hat{H}_0}, \hat{N}_0]$ .

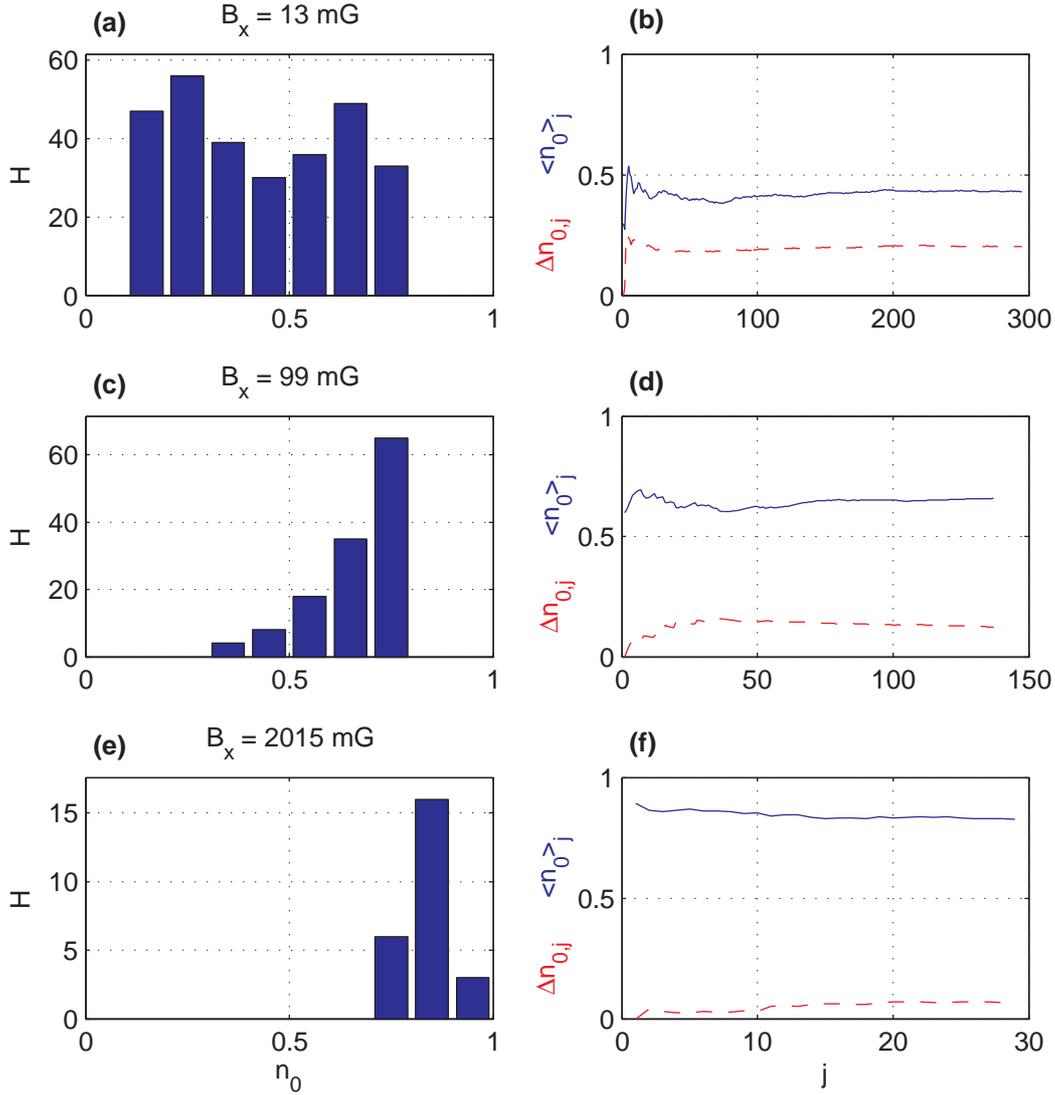


FIGURE 5.11 – Mesures des distributions statistiques de l’observable  $n_0$  sur l’intervalle  $[0, 1]$  ainsi que des deux premiers moments  $\langle n_0 \rangle_j$  et  $\Delta n_{0,j}$  cumulés sur les  $j$  premières réalisations, pour trois champ magnétiques différents : (a,b)  $B_x = 13$  mG, (c,d)  $B_x = 99$  mG (e,f)  $B_x = 2$  G.

et les incorporons dans la figure 5.12. Puisqu’une fraction thermique subsiste en plus du condensat dans chaque composante,  $\langle n_0 \rangle$  ne tend pas vers 1 quand  $q$  devient grand. Le même raisonnement que dans la section 5.2.3 conduit au choix d’inclure une constante qui prend en compte la fraction thermique  $f'$  dans les fonctions d’ajustement. Avec la valeur extraite de l’ajustement, on obtient une fraction thermique  $f' = 3c/2 \simeq 30\%$ , similaire au résultat obtenu dans l’étude sur le diagramme de phases. Dans la limite des forts champs, les fluctuations de  $n_0$  sont fortement réduites. Nous attendons des fluctuations poissoniennes résiduelles des atomes non condensés dans  $m_F = 0$ , de l’ordre de  $\sqrt{f'/3N} < 1\%$ . La valeur résiduelle de  $\Delta n_0 = c' = 5\%$  est due à la précision de la mesure du nombre d’atomes dans chaque composante. En retranchant la contribution  $c'$ , le modèle d’ajustement est compatible avec la relation (5.25). L’information sur la température vient en calcul-

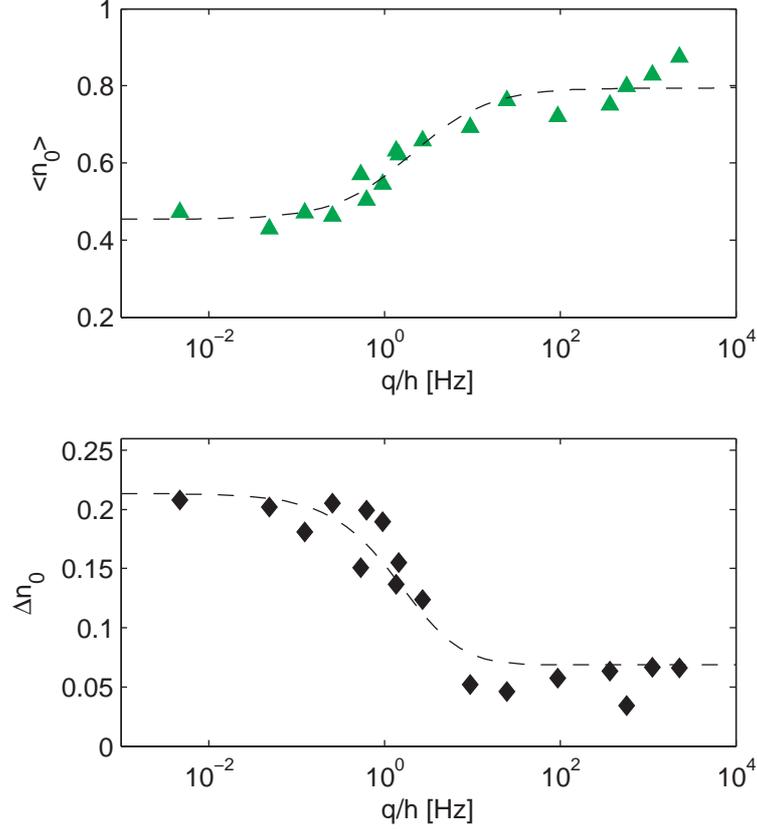


FIGURE 5.12 – (a) Valeur moyenne  $\langle n_0 \rangle$  et (b) fluctuations  $\Delta n_0$  à travers la transition de phase. Les courbes en pointillés représentent l'ajustement avec les deux fonctions (5.26)

lant le rapport entre  $(\Delta n_0)^2$  et  $\partial \langle n_0 \rangle / \partial q$  :

$$\frac{k_B T_{\text{spin}}}{N} = \frac{a'^2 b}{a} \simeq 30 \text{ nK}. \quad (5.27)$$

Dans le chapitre 3, nous avons mesuré des températures cinétiques à partir de la mesure de l'énergie d'expansion des nuages thermiques. Nous avons conclu que nous ne pouvons pas déterminer les températures jusqu'à la fin de la rampe, à cause de l'indiscernabilité des composantes thermiques et condensées sur les profils. Néanmoins, avec une incertitude élevée, nous avons extrapolé les mesures à une valeur située dans l'intervalle  $\sim 100 - 200$  nK. La température cinétique semble donc beaucoup plus élevée que  $T_{\text{spin}}$ . Notre équipe prend actuellement des mesures supplémentaires à des points plus élevés de la rampe d'évaporation. Les résultats préliminaires montrent également un désaccord d'un facteur  $\sim 4 - 5$  entre les températures cinétiques et les températures de spin.

La différence importante entre la températures de spin et la température cinétique que nous voyons à partir de ces résultats préliminaires a plusieurs explications possibles. La première explication pourrait venir d'un mauvaise évaluation des températures cinétiques. En effet, elles sont déterminées après un temps de vol à partir

de la fraction thermique du nuage<sup>10</sup>. Il est fort probable que l'expansion du nuage soit accélérée par la répulsion due à l'interaction avec la fraction condensée. Puisque nous ne prenons pas cet effet en compte, il est possible que nous surestimions la température du nuage. La deuxième origine de ce désaccord pourrait venir d'une surestimation du facteur correctif sur le nombre d'atomes que nous avons déterminé dans la section 3.5.3. Celui-ci se répercute directement sur la température de spin (voir (5.27)). Nous voulons refaire une calibration du nombre d'atomes à magnétisation nulle, en nous assurant que le nuage est à l'équilibre dans le piège. Dans les mesures que nous présentons dans la section 3.5.3, nous gardons les atomes seulement pendant 200 ms dans le piège après la rampe d'évaporation, ce qui n'est peut-être pas suffisant pour atteindre l'équilibre thermodynamique.

Si nous supposons néanmoins que les mesures de températures cinétiques sont fiables, c'est-à-dire que l'énergie d'interaction ne contribue que de manière négligeable à l'expansion du nuage thermique, nous serions face à un système thermodynamique très intéressant. Il est possible que nous ayons un découplage entre d'une part les degrés de libertés externes des particules à la température  $T_{\text{cin}}$  et d'autre part l'ensemble des spins de la fraction condensée, à la température  $T_{\text{spin}}$ . Dans cette hypothèse, il est probable que les deux systèmes soient en faible contact thermique, avec des temps pour atteindre l'équilibre thermique global longs devant la durée typique de l'expérience.

En conclusion de cette section, nous mesurons des propriétés thermodynamiques du gaz spinoriel à l'aide de fluctuations quantiques des populations. Malgré la difficulté liée à la mesure de température pour des nuages fortement condensés, nous semblons nous trouver face à un système riche du point de vue thermodynamique, avec un découplage entre les équilibres des degrés de liberté internes et externes.

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'état fondamental en champ moyen d'un gaz ultra-froid de spin-1, et mis en évidence une transition de phase similaire à la transition "spin-flop" existant dans des solides magnétiques. Cette transition de phase sépare deux domaines dans le diagramme de phases  $(m_z, B)$  : l'un, qu'on appelle "antiferromagnétique", dans lequel les deux espèces  $m_F = +1$  et  $m_F = -1$  sont présentes, et l'autre caractérisé par une coexistence des trois espèces de spin. Dans cette phase atteinte pour ces champs magnétiques suffisamment élevés par rapport aux interactions dépendantes du spin, l'espèce  $m_F = 0$  est favorisée malgré l'immiscibilité de  $m_F = 0$  avec les deux autres. Nous avons effectué des mesures compatibles avec la prédiction de champ moyen et l'existence d'un faible résidu d'atomes thermiques.

Lorsque nous nous approchons de la région de basse magnétisation, des effets quantiques dépassant la théorie de champ moyen apparaissent. En raison de la taille finie de nos échantillons, notre système n'a pas les mêmes propriétés qu'un système

---

10. Notons par ailleurs que ces températures cinétiques ont été mesurées à magnétisation élevée, tandis qu'ici nous effectuons les mesures à  $m_z = 0$ .

à la limite thermodynamique. En particulier, la brisure de symétrie induite par le branchement d'un champ magnétique faible ne conduit pas à l'état de champ moyen polaire où tous les atomes ont un spin nul par rapport à la direction du champ. D'importantes fluctuations des populations de spin tendent à rétablir la symétrie d'invariance par rotation du système qui existe en l'absence de champ. La compétition entre l'établissement du champ moyen et les fluctuations collectives de spin peut nous indiquer la température du système. Ces mesures de thermométrie, comparées avec des mesures complémentaires de températures sont actuellement en cours, et nécessitent encore une meilleure compréhension, car nous observons un désaccord entre les résultats des deux mesures.

Notre gaz quantique, avec son degré de liberté interne, est un système modèle riche qui nous permet de réaliser des expériences de magnétisme quantique, mais aussi des études thermodynamiques. L'une des prochaines expériences que nous souhaitons réaliser avec notre système concerne l'étude du mécanisme de double-condensation de Bose-Einstein que nous avons décrite dans le chapitre (1). Notre dispositif expérimental nous permet d'explorer une large gamme de températures, ainsi que de champs magnétiques et d'états de magnétisation (voir chapitre 4). Ces expériences nous aideront à comprendre les propriétés du système à l'équilibre thermodynamique, ainsi que la manière d'atteindre cet équilibre.

# Conclusion et perspectives

Dans ce mémoire, nous avons décrit l'ensemble des travaux réalisés au cours de ma thèse sur la physique des condensats de Bose–Einstein avec degré de liberté de spin.

Le chapitre 1 a présenté les outils théoriques pour la compréhension des condensats de Bose–Einstein spinoriels. Nous avons décrit de quelle manière les interactions dépendantes du spin antiferromagnétiques, conservant la magnétisation, et l'effet Zeeman quadratique affectent l'état fondamental du système. Une résolution numérique d'un modèle Hartree–Fock pour le gaz spinoriel à température finie a permis de mettre en évidence un phénomène de double ou triple condensation, qui dépendent de la magnétisation et du champ magnétique appliqué. L'immiscibilité des espèces de spin  $m_F = \pm 1$  d'un côté et  $m_F = 0$  de l'autre est responsable de l'absence d'un condensat dans  $m_F = 0$  à champ nul. Néanmoins, en présence d'un champ magnétique non nul, l'apparition de cette composante de spin à l'intérieur de la fraction condensée est favorable, jusqu'à une magnétisation limite. Nous avons observé sur le diagramme de phase  $(m_z, T)$  que deux phases apparaissent dans le système à température faible : l'une à forte magnétisation, avec les deux espèces  $m_F = \pm 1$  seules, et l'autre à faible magnétisation dans laquelle les trois espèces coexistent. Ces résultats numériques pourront servir de guide pour une étude expérimentale dans un futur proche.

Dans le chapitre 2, nous avons décrit le dispositif expérimental pour le piégeage magnéto-optique des atomes de sodium, et nous sommes intéressés à leur chargement dans le piège dipolaire croisé. Nous avons étudié en détail le mécanisme de chargement de ce piège dipolaire, et avons mis en évidence expérimentalement l'existence d'une intensité maximale du laser de piégeage au-delà de laquelle le chargement devient inefficace. Nous avons interprété ce phénomène comme l'effet de déplacements lumineux induits par le faisceau dipolaire sur les différents états hyperfins des états fondamental  $3s$  et excité  $3p$ . En conséquence, nous n'utilisons qu'environ  $1/3$  de la puissance totale disponible pour charger les bras du piège dipolaire, qui contiennent environ  $5 \times 10^5$  atomes après coupure des faisceaux du piège magnéto-optique. Ce chapitre a également permis de présenter les moyens de diagnostic des échantillons ultra-froids. D'un côté nous avons montré qu'avec l'utilisation d'une caméra à “transfert de frame”, nous sommes capables de prendre des images par absorption avec un faible bruit, correspondant à une densité optique de  $0.03/\text{pixel}$ , adapté à la détection de nuages faiblement peuplés. Grâce à un objectif de microscope haute résolution, nous disposons également d'un moyen pour réaliser un comptage du nombre d'atomes de petits ensembles atomiques par fluorescence. Ses

performances doivent encore être améliorées pour pouvoir atteindre une détectivité à un atome près, nécessaire à la détection d'états fortement corrélés, mais les estimations faites dans le chapitre permettent d'être optimiste.

L'étude du refroidissement évaporatif pour atteindre la dégénérescence quantique a fait l'objet du chapitre 3. Dans une première phase d'évaporation libre, nous avons montré que l'augmentation de la puissance du piège dipolaire croisé conduit à un transfert efficace des atomes vers la zone de croisement des deux bras. La compression du piège fournit un échantillon d'environ  $1.5 \times 10^5$  atomes à une température d'environ  $100 \mu\text{K}$ . Le taux de collision élastique après compression est plus élevé que si le piège est gardé à la même puissance, d'un facteur  $\simeq 5$ . La deuxième phase d'évaporation forcée est réalisée en trois étapes : d'abord le "remplissage évaporatif" du piège auxiliaire *dimple*, permettant de gagner un facteur 100 sur la densité dans l'espace des phases par rapport à l'évaporation dans le piège croisé seul, puis l'étape d'évaporation forcée dans le *dimple* lui-même. Pour des raisons techniques, le piège auxiliaire est lui-même formé de deux faisceaux croisés. Après le transfert du nuage dans le nouveau piège composite, nous terminons par une dernière étape d'évaporation forcée et aboutissons à des condensats quasi-purs d'environ  $3 \times 10^3$  atomes. L'efficacité du mécanisme de "remplissage évaporatif" décrit dans ce chapitre suggère son application pour la réalisation de condensats avec des faibles nombres d'atomes dans un micro-piège optique [154, 155, 156], dans lequel nous souhaitons réaliser des états fortement corrélés en spin.

Dans le chapitre 4, nous avons présenté les techniques expérimentales pour contrôler précisément la magnétisation des gaz spinoriels. Une première méthode, utilisant l'interaction avec un champ magnétique oscillant, permet de démagnétiser les échantillons. Une deuxième méthode s'appuie sur la distillation de spin à l'aide d'un gradient de champ magnétique pour augmenter la proportion d'atomes dans l'espèce  $m_F = +1$  au détriment des deux autres, ce qui a pour effet d'augmenter la magnétisation. Nous avons montré que nous sommes capables de produire des gaz spinoriels avec une magnétisation relative allant de 0 à 0.85, avec une reproductibilité de  $\pm 5\%$ . Nous avons également décrit le diagnostic des gaz spinoriels. À l'aide d'une expérience de Stern et Gerlach et une ouverture lente du piège composite, que les atomes suivent quasi-adiabatiquement, nous parvenons à séparer les trois composantes de spin d'une distance suffisamment importante devant l'expansion de chacun des nuages. Nous disposons ainsi d'une méthode de diagnostic permettant d'extraire pour différentes profondeurs du piège, différentes valeurs du champ magnétique et de la magnétisation, la fraction d'atomes dans chaque composante de spin.

Le chapitre 5 s'est appuyé sur cette méthode de diagnostic pour explorer le diagramme de phase à basse température du gaz spinoriel en fonction des paramètres  $(m_z, B)$ . Nous avons montré que les mesures sont en accord avec une théorie de champ moyen qui repose sur l'approximation de mode commun. Nous disposons donc d'un système dont les degrés de liberté externes et internes sont découplés, point de départ favorable à la réalisation d'états fortement corrélés en spin. Nous avons également observé des fluctuations anormales des populations relatives de

spin, manifestation de fluctuations collectives de spin dues à taille finie du système. La plage de champ magnétique sur laquelle sont observées ces fluctuations est reliée à la température et au nombre d'atomes, ce qui suggère l'utilisation de ces mesures pour extraire la température. Face au désaccord entre la température extraite de ces mesures et la température cinétique, nous sommes actuellement en train de réaliser des expériences complémentaires pour corriger ou confirmer les mesures, mais ces résultats semblent indiquer l'existence de deux systèmes quasi-découplés dévoilant des propriétés thermodynamiques intéressantes.

Les mesures expérimentales présentées dans le dernier chapitre sont encourageantes pour la poursuite de l'exploration des propriétés thermodynamiques du gaz spinoriel. Les mécanismes d'équilibrage entre les degrés de liberté externes et internes ou le phénomène de double ou triple condensation lors du refroidissement sont les prochains sujets que l'équipe "Micro-condensats" va approfondir. L'étape suivante est la mise en place d'un micro-piège, capable de contenir un condensat spinoriel faiblement peuplé et dont on contrôle précisément le nombre d'atomes. Ce système pourra être utilisé pour la production d'états fortement corrélés en spin comme des états de type "chat de Schrödinger" [51] ou des états jumeaux de Fock [55]. Dans cette perspective, la production de condensats de Bose-Einstein de quelques milliers d'atomes dont le degré de liberté interne est bien contrôlé est un point de départ prometteur.



# Annexe A

## Interaction entre un atome de sodium et un champ magnétique constant

Considérons un atome plongé dans un champ magnétique  $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$ . L'axe  $\mathbf{e}_z$  fixe l'axe de quantification du moment magnétique. L'hamiltonien restreint à l'état fondamental électronique  $^3S_{1/2}$  s'écrit [157] :

$$\hat{H} = A_{\text{HF}} \hat{\mathbf{I}} \cdot \hat{\mathbf{s}} + \frac{\mu_B}{2} (g_S \hat{\mathbf{s}} + g_I \hat{\mathbf{I}}) \cdot \mathbf{B}_0, \quad (\text{A.1})$$

où  $A_{\text{HF}}$  est le coefficient de séparation hyperfine,  $\hat{\mathbf{I}}$  et  $\hat{\mathbf{s}}$  les opérateurs moment cinétique de spin du noyau et de l'électron respectivement,  $\mu_B$  le magnéton de Bohr, et  $g_I$  et  $g_S$  et les facteurs gyromagnétiques du noyau et de l'électron respectivement. Il est possible de diagonaliser cet hamiltonien, ce qui donne lieu aux valeurs propres suivantes, selon la formule de Breit–Rabi [76] :

$$\begin{cases} E_{+1} = \Delta E_{\text{HF}} \left[ -\frac{1}{8} - \frac{1}{2} \sqrt{1 + x + x^2} \right] + g_I \mu_B B_0 \\ E_0 = \Delta E_{\text{HF}} \left[ -\frac{1}{8} - \frac{1}{2} \sqrt{1 + x^2} \right] \\ E_{-1} = \Delta E_{\text{HF}} \left[ -\frac{1}{8} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - x + x^2} \right] - g_I \mu_B B_0, \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

où  $\Delta E_{\text{HF}} = A_{\text{HF}}/(I+1/2) = h \times 1.77$  GHz [157] est l'énergie de séparation hyperfine à champ nul, et :

$$x = (g_S - g_I) \mu_B B_0 / \Delta E_{\text{HF}} \quad (\text{A.3})$$

est le rapport entre l'énergie d'interaction magnétique et l'énergie de séparation hyperfine. Pour des champs faibles, c'est-à-dire  $x \ll 1$ , il est possible de développer ces trois expressions au deuxième ordre en  $x$  pour  $E_{\pm 1,0}$ . Le terme  $g_I \mu_B B_0$  est quand à lui négligeable devant le terme  $\Delta E_{\text{HF}} x$  car  $g_I \ll g_S \simeq 2$  [83]. Usuellement, on introduit le facteur de Landé  $g_F = -1/2$  pour caractériser le couplage magnétique. Après développement, on obtient :

$$\begin{cases} E_{+1} \simeq -\frac{5}{8}\Delta E_{\text{HF}} + g_F \frac{\mu_B B_0}{2} - 3 \frac{(g_F \mu_B B_0)^2}{\Delta E_{\text{HF}}} \\ E_0 \simeq -\frac{5}{8}\Delta E_{\text{HF}} - 4 \frac{(g_F \mu_B B_0)^2}{\Delta E_{\text{HF}}} \\ E_{-1} \simeq -\frac{5}{8}\Delta E_{\text{HF}} - g_F \frac{\mu_B B_0}{2} - 3 \frac{(g_F \mu_B B_0)^2}{\Delta E_{\text{HF}}}. \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Les termes d'ordre 1 en  $B_0$  correspondent à l'effet Zeeman linéaire tandis que les termes d'ordre 2 correspondent à l'effet Zeeman quadratique. On peut introduire deux quantités  $p$  et  $q$  définies par :

$$p = \frac{E_{-1} - E_{+1}}{2} = g_F \mu_B B_0 = -\frac{\mu_B B_0}{2} \quad (\text{A.5})$$

$$q = \frac{E_{+1} + E_{-1} - 2E_0}{2} = \frac{(g_F \mu_B B_0)^2}{\Delta E_{\text{HF}}} = \frac{(\mu_B B_0)^2}{4\Delta E_{\text{HF}}} = q_B B_0^2. \quad (\text{A.6})$$

Pour le sodium, nous avons  $\mu_B/2 \simeq 700 \text{ kHz.G}^{-1}$  et  $q_B \simeq 277 \text{ Hz.G}^{-2}$ . L'hamiltonien de couplage d'un atome au champ magnétique prend d'après les relations (A.4) la forme simple :

$$\hat{h}_{\text{mag}} = p\hat{s}_z + q(\hat{s}_z^2 - 4), \quad (\text{A.7})$$

où  $\hat{s}_z$  est la projection de l'opérateur de spin  $\hat{s}$  suivant  $z$ . Pour un ensemble de  $N$  atomes, on en déduit l'hamiltonien suivant :

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{mag}} &= p \int d^3\mathbf{r} (\hat{n}_{+1}(\mathbf{r}) - \hat{n}_{-1}(\mathbf{r})) - q \int d^3\mathbf{r} (3\hat{n}_{+1}(\mathbf{r}) + 3\hat{n}_{-1}(\mathbf{r}) + 4\hat{n}_0(\mathbf{r})) \\ &= p(\hat{N}_{+1} - \hat{N}_{-1}) + q(\hat{N}_{+1} + \hat{N}_{-1} - 4\hat{N}). \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

où  $\hat{N}_{+1}$ ,  $\hat{N}_0$  et  $\hat{N}_{-1}$  sont les opérateurs de nombre d'atomes dans les trois composantes de spin.

# Annexe B

## Piège horizontal décalé vers le bleu

Dans cette annexe, nous étudions un piège pouvant remplacer le PDC, constitué de deux plans lumineux désaccordé vers le bleu de la transition atomique. Nous l'appelons “piège bleu” (PB). Au vu du caractère répulsif de cette lumière (voir section 2.3.1) les atomes peuvent être piégés dans le plan sombre entre ces deux plans. L'avantage de ce type de pièges réside dans le piégeage d'atomes dans une zone de faible luminosité, réduisant le chauffage par émission spontanée. Ce piège sera probablement mis en place dans de futures expériences associé avec un “micro-piège”.

### B.1 Montage expérimental

Le faisceau de piégeage dérive d'un laser doublé Nd :YAG à  $\lambda_L \simeq 532$  nm, ayant pour puissance maximale de sortie  $6 \text{ W}^1$ . De la même manière que le piège *dimple*, nous l'injectons, après passage dans un MAO, dans une fibre optique monomode pour la longueur d'onde  $\lambda_L = 532$  nm. À sa sortie, le faisceau est collimaté, subit un grandissement dans la direction  $z$ , puis traverse un composant optique appelée “lame de phase”<sup>2</sup>, qui imprime sur le faisceau une phase  $\Phi$ . Cette phase dépend de l'épaisseur en chaque point de la lame  $d(v, z)$ , conduisant à un déphasage :  $\Phi(v, z) = 2\pi n_r d(v, z)/\lambda_L$ , où  $n_r$  est l'indice de réfraction de la lame. Après sa traversée de la lame de phase, le faisceau est focalisé par une lentille au point de croisement du PDC et du *dimple*. L'axe de propagation de ce faisceau, avec les conventions d'orientation de la chambre de science (voir figure 2.5) est  $u$ . Nous appelons  $\boldsymbol{\rho}_0 = (v_0, z_0)$  les coordonnées dans le plan de la lame de phase et  $\boldsymbol{\rho} = (v, z)$  dans le plan focal, et  $u$  la coordonnée selon l'axe de propagation. Dans la figure B.1(a), nous représentons schématiquement le montage expérimental.

La lame de phase, appelée aussi lame à “marche de phase”, est caractérisée par le déphasage suivant :

$$\Phi(v_0, z_0) = \begin{cases} 0 & \text{si } z \geq 0 \\ \pi & \text{sinon.} \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Considérons une onde incidente collimatée (pas de dépendance en  $u$ ), se propageant selon  $u$ , avec la fréquence  $\omega_L$  :  $E_i(u, v_0, z_0) = E_0(v_0, z_0)e^{i(k_L u - \omega_L t)}$  ( $k_L =$

---

1. Verdi, Coherent Inc., USA.

2. SILIOS Technologies, Marseille, France.

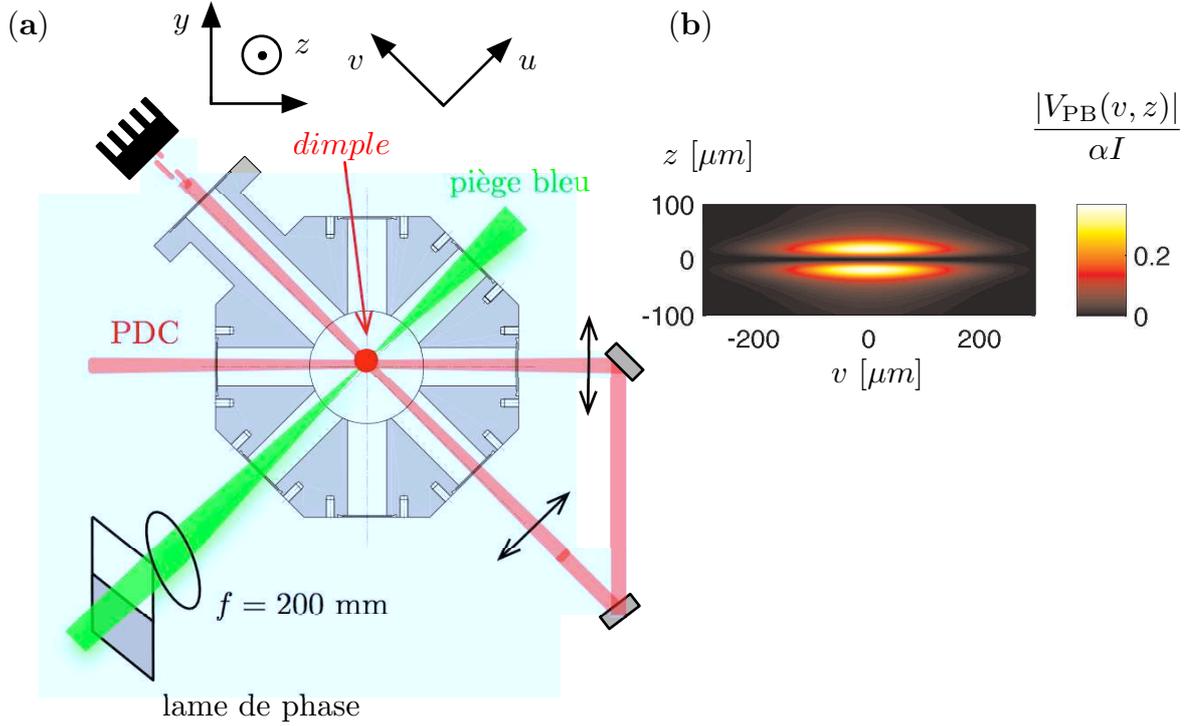


FIGURE B.1 – (a) Schéma du montage du piège horizontal désaccordé vers le bleu, avec la lame à marche de phase  $\pi$ . (b) Profil de l'intensité normalisée sur le plan des atomes, avec  $w_z = 20 \mu\text{m}$  et  $w_v = 200 \mu\text{m}$ . Le maximum d'intensité correspond à  $\simeq 0.37I$  où  $I$  est l'intensité du faisceau en l'absence de lame de phase.

$2\pi c/\omega_L$ ). Le faisceau est gaussien, avec des tailles  $w_{0v}$  et  $w_{0z}$ . Le champ scalaire, d'amplitude  $E_0$ , s'écrit :

$$E_0(v_0, z_0) = E_0 e^{-v_0^2/w_{0v}^2} e^{-z_0^2/w_{0z}^2}. \quad (\text{B.2})$$

Après transmission par la lame, nous aurons un champ transmis  $E_t(u, v_0, z_0) = E_{t,\perp}(v_0, z_0) e^{i(ku - \omega_L t)}$  tel que :

$$E_{t,\perp}(v_0, z_0) = E_0(v_0, z_0) e^{i\Phi(x,y)} \quad (\text{B.3})$$

$$= \begin{cases} E_0(v_0, z_0) & \text{si } z \geq 0 \\ -E_0(v_0, z_0) & \text{sinon.} \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

Juste après la lame, la lentille focalise le faisceau transmis. Dans le plan focal, l'optique de Fourier nous indique que la lentille réalise la transformée de Fourier du champ transmis :

$$E(v, z) = \frac{e^{-ik_L(v^2+z^2)/2f}}{\lambda_L f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_{t,\perp}(v_0, z_0) e^{ik_L v v_0/f} e^{ik_L z z_0/f} dv_0 dz_0 \quad (\text{B.5})$$

$$= \frac{2E}{\sqrt{\pi}} e^{-v^2/w_v^2} \int_0^{\infty} \sin\left(\frac{2xz}{w_z}\right) e^{-x^2} dx, \quad (\text{B.6})$$

où  $w_v = \frac{\lambda_L f}{\pi w_{0v}}$ ,  $w_z = \frac{\lambda_L f}{\pi w_{0z}}$ , et  $E^2 w_v w_z = E_0^2 w_{0v} w_{0z}$  par conservation de la puissance. Notons  $P$  la puissance disponible que nous pouvons focaliser sur les atomes,  $w_v$  et

$w_z$  les tailles du faisceau dans les directions  $v$  et  $z$  respectivement. Nous définissons  $I$  comme l'intensité du laser au centre du faisceau absence de lame de phase :

$$I = \frac{2P}{\pi w_v w_z}. \quad (\text{B.7})$$

Avec la convention  $I = E^2$  pour le champ électrique, le potentiel de piégeage associé à ce champ se calcule immédiatement :

$$V_{\text{PB}}(v, z) = \alpha I(v, z) = \alpha E^2(v, z) = \frac{4\alpha I}{\pi} e^{-2v^2/w_v^2} \left[ \int_0^\infty \sin\left(\frac{2xz}{w_z}\right) e^{-x^2} dx \right]^2, \quad (\text{B.8})$$

avec  $\alpha$ , la polarisabilité atomique à la longueur d'onde  $\lambda_L$ , définie dans la relation (2.6). Ce potentiel est représenté dans la figure B.1(b), normalisé à  $\alpha I$  (le potentiel en absence de lame). Nous voyons d'après cette relation que le potentiel est nul dans le plan  $z = 0$ . Le piège est confinant selon  $z$ . Dans le plan  $u - v$ , c'est le piège *dimple* qui assure le confinement. Au voisinage de  $z = 0$ , nous pouvons développer cette expression, ce qui donne au premier ordre :

$$V_{\text{PB}}(v, z) \simeq \frac{4\alpha I}{\pi} e^{-2v^2/w_v^2} \left(\frac{z}{w_z}\right)^2. \quad (\text{B.9})$$

Nous en déduisons la fréquence de piégeage  $\omega_z$ , calculée de telle manière à ce que  $\frac{1}{2}m(\omega^z)^2 z^2 = U(v, z)$  au voisinage de  $z = 0$  :

$$\omega^z = \sqrt{\frac{8\alpha I_0}{\pi m w_z^2}}. \quad (\text{B.10})$$

L'autre direction  $v$  n'a pas de minimum, ce n'est pas une direction piégeante. Selon  $z$ , nous pouvons trouver numériquement la valeur maximale de la fonction  $z \rightarrow U(0, z)$ . Cette valeur est atteinte pour  $z' = 0.92w_z$ , et vaut :

$$U_0 \simeq 0.37\alpha I_0. \quad (\text{B.11})$$

Dans le tableau B.1, nous donnons les caractéristiques de notre piège réalisé avec une puissance  $P = 1$  W.

longueur d'onde	$\lambda_L$	532 nm
polarisabilité atomique	$\alpha$	$2.43 \times 10^{-36} \text{ m}^2 \cdot \text{s}$
taille horizontale	$w_v$	200 $\mu\text{m}$
taille verticale	$w_z$	20 $\mu\text{m}$
Hauteur du potentiel	$V_{\text{PB}}^0/k_B$	10.4 $\mu\text{K}$
fréquence de piégeage	$\omega_{\text{PB}}^z$	1.3 kHz

TABLE B.1 – Caractéristiques du PB, pour  $P = 1$  W.

Malgré la puissance disponible à la sortie du laser (environ 6 W), nous ne sommes pas parvenus à coupler plus que 600 mW dans la fibre optique, en utilisant 2.5 W.

L'efficacité du MAO étant d'environ 80 %, le faible couplage a deux origines possibles : le coupleur de fibre ou alors la fibre elle-même<sup>3</sup>. Dans le premier cas, il s'agirait d'une détérioration des surfaces traversées par le faisceau, à cause des intensités élevées (environ 2 W focalisés sur quelques  $\mu\text{m}$  à l'entrée de la fibre). Lors de la recherche de l'injection maximale dans la fibre, le faisceau est transitoirement focalisé en dehors du centre du cœur de la fibre, ce qui peut entraîner un chauffage local à proximité du cœur. L'injection optimale atteinte peut donc être différente de l'injection quand la fibre est "froide". Dans l'autre cas, nous serions limités par le phénomène de diffusion Brillouin sur des phonons à l'intérieur de la fibre.

Pendant les journées d'expériences avec le laser "bleu", nous avons systématiquement observé une baisse de l'efficacité de couplage sur des périodes de quelques heures, ce qui nous a forcé à réaligner l'injection de la fibre régulièrement. Une amélioration possible est l'utilisation de fibres à cristaux photoniques. Une autre amélioration consiste à trouver l'injection optimale dans la fibre optique lorsque celle-ci a atteint l'équilibre thermique associée au cycle expérimental. En pratique, cela se traduit par une recherche du couplage optimal à l'aide d'un faisceau allumé et éteint de la même manière que lors de son utilisation sur l'expérience. L'équipe travaillant avec le rubidium au LKB a mis au moins cette technique, qui fonctionne à présent de manière fiable. Elle est parvenue à obtenir un faisceau de puissance  $\sim 1$  W en sortie de fibre de façon reproductible pour ses expériences. Une telle procédure permet d'éviter les effets thermiques à long terme.

## B.2 Transfert des atomes dans le PB

Les profondeurs atteintes avec le PB, de l'ordre de  $\sim 10$   $\mu\text{K}$  deviennent de l'ordre de la profondeur du piège dipolaire croisé lorsque ce dernier a une puissance de  $\sim 300$  mW, ce qui arrive autour de  $t \simeq 2$  s dans la rampe donnée par l'équation (3.10). À ce stade, le nuage est déjà condensé avec  $F_c \simeq 20$  % (voir figure 3.10(d)), ce qui ne permet pas de transférer des atomes au-dessus du seuil de condensation.

Afin de caractériser le transfert des atomes d'un piège à l'autre, nous effectuons deux expériences. La première consiste à ajouter progressivement le potentiel du PB, en 200 ms jusqu'au temps  $t_2$  au cours de la rampe d'évaporation dans le piège {PDC+*dimple*}, d'une puissance de 10 mW à la puissance maximale 600 mW. Ensuite, nous coupons le PDC et laissons le nuage atteindre l'équilibre thermique dans le nouveau piège composite. Après 1 s, nous éteignons les deux pièges et prenons sur une image par absorption du plan vertical  $y - z$  du nuage. Les images pour les temps  $t_2 = 1.5, 1.8, 2$  s sont montrées dans les figures B.2(a,c,e) respectivement. Pour chacune des situations, la profondeur du piège *dimple* est différente. Nous représentons également les potentiels selon l'axe  $z$  dans les trois situations.

Les images obtenues nous indiquent que le transfert d'un nuage trop chaud, et par conséquent d'extension spatiale plus élevée, résulte dans le remplissage d'un

---

3. Tous les deux réalisés par le même constructeur : SUK, Hambourg, Allemagne.

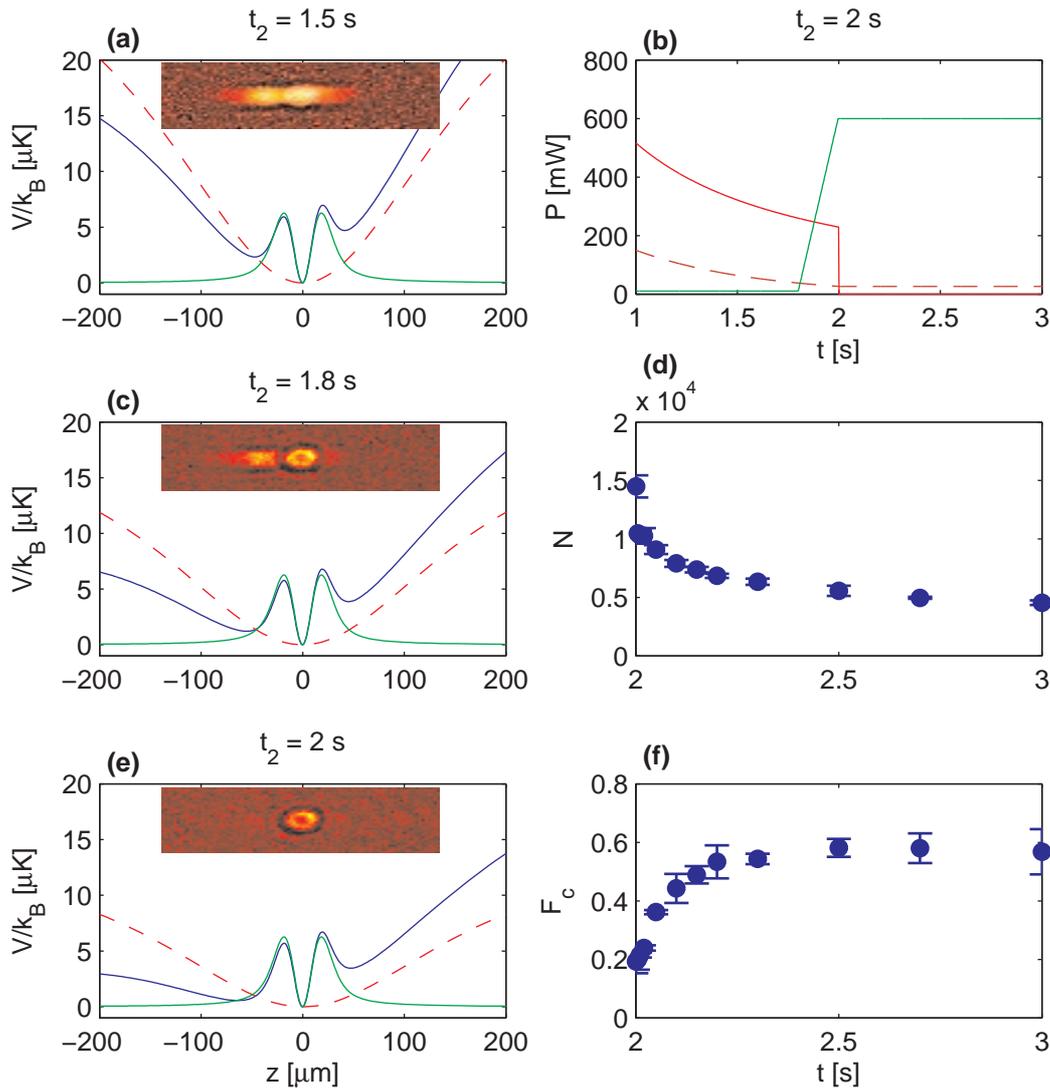


FIGURE B.2 – (a,c,e) Potentiels de piégeage du PB (ligne verte), du piège *dimple* (ligne tiretée rouge) et du piège composite total en prenant en compte la gravité (ligne bleu). Pour les trois situations  $t_2 = 1.5$  s (a),  $t_2 = 1.8$  s (c) et  $t_2 = 2$  s (e), nous montrons l’image par absorption du nuage après être tenu pendant 1 s dans le piège composite. (b) Séquence expérimentale avec les évolutions temporelles des puissances des trois pièges, dans la situation  $t_2 = 2$  s. (d) Evolution temporelle du nombre d’atomes dans le piège composite. (f) Evolution temporelle de la fraction condensée du nuage.

potentiel secondaire dû au potentiel attractif du piège *dimple* dans la direction  $z$ . Le PB n’est pas suffisamment profond pour piéger l’ensemble du nuage, et le nuage est seulement “coupé” en deux parties par le lobe inférieur répulsif du PB tout en restant tenu par le *dimple* contre la gravité. Pour  $t_2 = 2$  s, le nuage transféré dans le piège composite est plus froid, il explore donc une partie plus profonde du potentiel du PB et ne s’étend pas dans le potentiel secondaire. Nous concluons que c’est à ce temps-ci dans la rampe d’évaporation qu’il est opportun de transférer les atomes vers le deuxième piège composite.

La deuxième expérience consiste à étudier l'équilibre du nuage dans le piège composite après transfert à  $t_2 = 2$  s. Nous mesurons, entre  $t = 2$  s et  $t = 3$  s l'évolution du nombre d'atomes  $N$  et de la fraction condensée  $F_c$  du nuage. La représentation schématique de la séquence expérimentale est donné dans la figure B.2(b), tandis que les résultats sont donnés dans les figures B.2(d,f). Le nombre d'atomes décroît rapidement pour atteindre environ  $5 \times 10^3$  atomes après 1 s. La chute initiale correspond au déversement d'une partie des atomes hors du piège par la baisse brutale de la profondeur de potentiel lorsque nous coupons le PDC. En effet, si nous supposons que les atomes s'échappent dans la direction dans laquelle la barrière de potentiel est la plus faible (une profondeur effective), nous faisons le constat suivant :

- Pour  $t \lesssim 2$  s, la barrière en  $z$  vaut  $V_{\text{PDC}} + V_{\text{PB}} \simeq k_B \times 14 \mu\text{K}$  alors qu'elle vaut  $V_d \simeq k_B \times 15 \mu\text{K}$  dans le plan  $x - y$ . Les barrières étant proches, la profondeur effective est d'environ  $15 \mu\text{K}$ .
- Pour  $t > 2$  s, la barrière en  $z$  ne vaut plus que  $V_{\text{PB}} \simeq k_B \times 6 \mu\text{K}$  tandis que les barrières dans le plan  $x - y$  restent inchangées. La barrière effective n'est plus que de  $6 \mu\text{K}$ .

Pendant le déversement des atomes, le nuage refroidit et le condensat se purifie, jusqu'à atteindre une fraction condensée d'environ 60 % (à l'aide d'un ajustement bi-modal avec les distributions de l'équation 3.15). D'après cette expérience, nous concluons qu'il est possible de préparer un nuage ultra-froid avec une fraction condensée élevée dans le piège composite  $\{\text{PB} + \text{dimple}\}$ . Néanmoins, la profondeur faible du PB ( $\simeq k_B \times 6 \mu\text{K}$ ) nous empêche de préparer un nuage avec des fractions condensées inférieures, en particulier nous ne sommes pas capables de produire un nuage au dessus du seuil de condensation. Des améliorations techniques permettant d'augmenter la puissance du laser en sortie de fibre doivent être réalisées afin de pouvoir utiliser ce piège composite pendant la dernière étape de refroidissement, et suivre en particulier le croisement du seuil de condensation. Idéalement, nous souhaiterions disposer de puissances deux à trois fois plus élevées.

# Annexe C

## Dispositif expérimental pour le contrôle des champs magnétiques

Pour le contrôle des champs magnétiques utiles aux expériences décrites dans les chapitres 4 et 5, nous avons réalisé le montage expérimental décrit dans cette annexe.

Nous avons disposé trois paires de bobines, selon les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ , placées autour de la chambre de science. Elles nous permettent de compenser le champ magnétique ambiant et de réaliser des champ constants dans les trois directions de l'espace pendant la séquence expérimentale. Nous représentons schématiquement le montage expérimental de ces bobines dans la figure C.1. Chacune des paires de bobines est rattachée à une ou deux alimentations en courant de deux types différents. Les alimentations de premier type<sup>1</sup> sont pilotées en courant via une entrée de contrôle analogique, tandis que les alimentations de deuxième type<sup>2</sup> le sont via des connexions GPIB. Le contrôle des voies analogiques et digitales de notre séquence expérimentale est réalisé à l'aide d'un châssis électronique<sup>3</sup> avec une horloge interne, extérieur à l'ordinateur de contrôle. Les voies GPIB sont quant à elles gérées directement par l'horloge interne de l'ordinateur de contrôle. Ce découplage entre les voies analogiques et les voies GPIB a le désavantage de ne pas permettre de synchronisation entre les deux modes de contrôle à mieux que 100 ms près. Si nous souhaitons effectuer des changements rapides de champ magnétique (typiquement  $\sim 1$  ms) comme pendant la séquence de diagnostic (section 4.3) nous sommes forcés d'utiliser les alimentations de premier type, alors que pour créer des champs magnétiques constants pendant toutes la séquence expérimentale, le contrôle par GPIB est suffisant. La paire de bobines d'axe  $x$  est alimentée par une source de courant du premier type délivrant jusqu'à 2 A. Les deux autres paires reçoivent la somme des courants délivrées par deux sources montées en parallèle : dans l'un des bras nous montons une source de premier type délivrant jusqu'à 10 A en série avec un circuit interrupteur, et dans l'autre bras la source de deuxième type, délivrant jusqu'à 2 A. Nous pouvons ainsi moduler rapidement le courant qui parcourt les deux paires selon  $y$  et  $z$ .

---

1. Delta Elektronika B.V., Pays-Bas.

2. Agilent Technologies, USA.

3. National Instruments Corporation, USA.

À l'aide d'une sonde de champ magnétique<sup>4</sup>, nous avons mesuré l'échelle de temps caractéristique à l'allumage du champ lorsque nous fermons l'interrupteur : il est de l'ordre de 10 ms. Ce temps est probablement limité par la présence de courants résiduels de Foucault induits dans les autres bobines ainsi que les joints cuivres des hublots de la chambre de science. On peut évaluer les temps de décroissance de ces courants en calculant le temps de diffusion magnétique  $\tau_M$  :  $\tau_M \sim \mu_0 \sigma_{\text{Cu}} d^2$ , avec  $\mu_0$  la permittivité magnétique du vide,  $\sigma_{\text{Cu}} = 59.6 \text{ S.m}^{-1}$  la conductivité du cuivre, et  $d \sim 3 \text{ cm}$  le diamètre des joints. On trouve  $\tau_M \sim 50 \text{ ms}$  pour les joints, compatible avec nos mesures.

Les bobines du gradient du piège magnéto-optique ont un rôle important à jouer dans les manipulations de spin. Elles sont en particulier mises à contribution pour la séparation des espèces de spin (voir section 4.3). Ces bobines sont pilotées par une alimentation<sup>5</sup> délivrant jusqu'à 200 A. Un circuit électronique comportant un transistor MOSFET de puissance permet d'allumer ou de couper le courant dans les bobines rapidement (en moins que 1 ms). L'allumage ou l'extinction du champ magnétique est limité lui aussi à 10 ms, probablement à cause des courants de Foucault.

Nous ajoutons au montage une bobine pour créer un champ oscillant radiofréquences (RF) entre 100 kHz et quelques MHz. Cette dernière bobine est constituée et  $N = 12$  tours, mesure 2.5 cm de rayon, et est placée à  $d \simeq 10 \text{ cm}$  du centre de la chambre. Elle est disposée selon un axe  $\mathbf{e}_{\text{RF}} = \sin \phi \cos \theta \mathbf{e}_x + \sin \phi \sin \theta \mathbf{e}_y - \cos \theta \mathbf{e}_z$ , avec  $\phi = 40^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ , et génère à basse fréquence un champ perpendiculaire à son plan. Ainsi, les atomes dont le spin est aligné sur l'un des trois axes  $x, y$  ou  $z$  ressentent un champ de polarisation elliptique. Le courant qui traverse la bobine est fourni par un système {générateur de signaux périodiques<sup>6</sup>+amplificateur RF 100 W<sup>7</sup>} que nous représentons également dans la figure C.1. Nous pouvons évaluer l'ordre de grandeur des valeurs typiques de la fréquence de Rabi (voir équation (4.3)) que nous attendons avec le dispositif décrit dans la partie précédente. Nous déterminons l'amplitude du champ magnétique  $B_1$  créée par la bobine en mesurant le courant à l'aide d'une résistance  $1 \Omega$  placée en série avec la bobine. À  $\nu = 500 \text{ kHz}$ , nous mesurons  $i_{\text{eff}} = 60 \text{ mA}$ , ce qui correspond à un champ magnétique efficace au centre de la chambre :

$$\mathbf{B}_{1\text{eff}} = \frac{\mu_0 N i_{\text{eff}}}{2} \frac{R^2}{(R^2 + d^2)^{3/2}} \mathbf{e}_{\text{RF}} \simeq 2.6 \text{ mG}. \quad (\text{C.1})$$

Nous utilisons ici une formule de la magnétostatique car notre système a une taille très inférieure à la longueur d'onde :  $d \ll \lambda_{\text{RF}} \simeq 600 \text{ m}$ . Ayant choisi l'axe  $x$  comme champ de quantification, celle du champ  $\mathbf{B}_0$ , les photons polarisés  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  proviennent de la décomposition  $\mathbf{B}_1$  dans le plan  $y-z$  sur une base de polarisations circulaires. Le champ effectif servant à coupler les trois états de spin est donc plus faible, d'un facteur  $\sin \phi \sin \theta \simeq 1/2$ , soit environ 1 mG dans selon l'axe  $\mathbf{e}_x$ . Ce champ correspond à une fréquence de Rabi à résonance d'environ 1 kHz.

---

4. Bartington Instruments, UK.

5. Delta Elektronika B.V., Pays-Bas.

6. Agilent Technologies, USA.

7. modèle 2100L, Electronics & Innovation, USA.

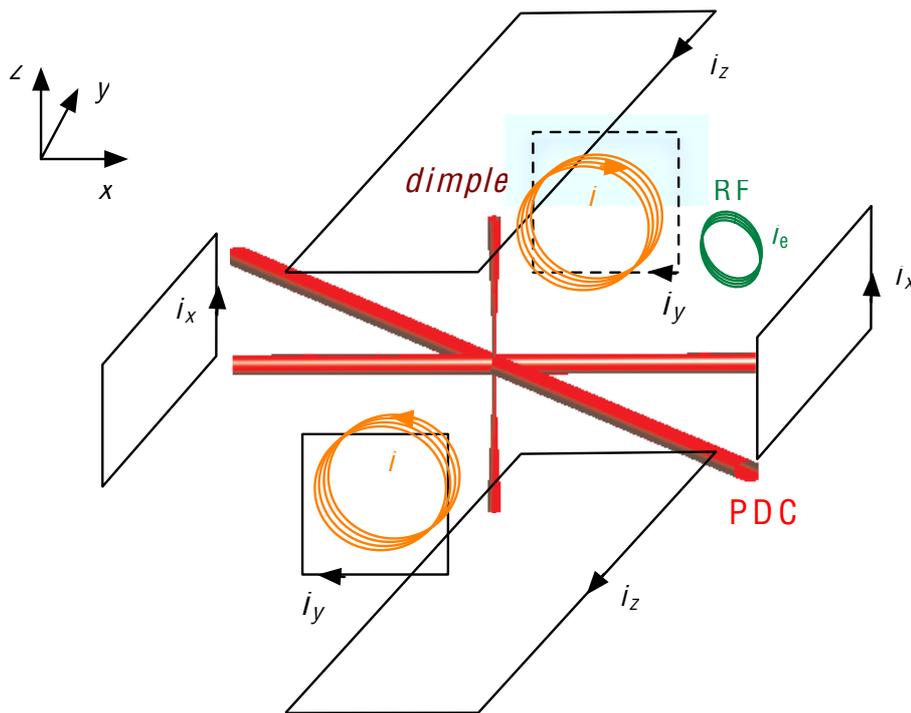


FIGURE C.1 – Représentation schématique de la géométrie des bobines autour des pièges dipolaires. En rectangles noirs, les trois paires de bobines selon  $x$ ,  $y$  et  $z$ , traversées respectivement par les courants  $i_x$ ,  $i_y$  et  $i_z$ . En orange, la paire de bobines pour le gradient de champ magnétique, parcourue par le courant  $i_{\nabla}$ . En vert, la bobine pour le champ magnétique radio-fréquence, parcourue par le champ oscillant au courant efficace  $i_{\text{eff}}$ .



# Annexe D

## Diagramme de phase d'un système de spins antiferromagnétiques dans un modèle de Heisenberg

Ce modèle est construit pour l'étude des propriétés magnétiques d'un système d'électrons ou ions en interaction placés sur les noeuds d'un réseau cristallin. Les forces électrostatiques entre ions se résument à des termes d'échanges de spin entre les plus  $z$  plus proches voisins, d'amplitude  $J$ . Nous considérerons dans la suite un cas particulier d'un modèle de Heisenberg, celui d'un réseau bipartite, constitué de deux sous-réseaux  $A$  et  $B$  identiques contenant chacun  $N$  spins. Nous plongeons le système dans un champ magnétique  $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$  isotrope, auquel les spins se couplent. Les spins ressentent également anisotropie ionique uniaxiale  $D$  dirigée dans le même sens que le champ  $\mathbf{B}_0$ . En prenant en compte ces trois termes, nous pouvons écrire l'hamiltonien de Heisenberg, analogue à (5.1), qui régit cet ensemble de spins :

$$H_h = J \sum_{\langle i,j \rangle} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j - \mu B_0 \sum_i S_{i,z} - D \sum_i S_{i,z}^2, \quad (\text{D.1})$$

avec  $\langle i, j \rangle$  le couple ( $i \neq j$ ) tel que  $j$  appartient au plus proches voisins de  $i$ ,  $\mathbf{S}_i$  le spin total du site  $i$ , et  $S_{i,z}$  sa projection selon l'axe  $z$ . On a  $|\mathbf{S}_i| = 1$ .

L'approximation de champ moyen, consiste à négliger les fluctuations quadratiques des spins [147]. On introduit les deux vecteurs  $\langle \mathbf{S} \rangle_A$  et  $\langle \mathbf{S} \rangle_B$ , spins moyens sur chaque sous-réseau. En calculant l'énergie moyenne par site, nous aboutissons à :

$$\frac{E_{\text{spin}}}{2N} = Jz \langle \mathbf{S} \rangle_A \cdot \langle \mathbf{S} \rangle_B - \frac{\mu B_0}{2} (\langle S_z \rangle_A + \langle S_z \rangle_B) - \frac{D}{2} (\langle S_z \rangle_A^2 + \langle S_z \rangle_B^2). \quad (\text{D.2})$$

En magnétisme, on fait appel à deux paramètres d'ordres obtenus à partir de  $\langle \mathbf{S} \rangle_A$  et  $\langle \mathbf{S} \rangle_B$ , la magnétisation moyenne par site  $\mathbf{m} = (\langle \mathbf{S} \rangle_A + \langle \mathbf{S} \rangle_B)/2$ , et la magnétisation alternée par site  $\mathbf{m}_a = (\langle \mathbf{S} \rangle_A - \langle \mathbf{S} \rangle_B)/2$ . L'énergie moyenne par site se réécrit à partir de ces deux quantités :

$$\frac{E_{\text{spin}}}{2N} = Jz(\mathbf{m}^2 - \mathbf{m}_a^2) - \mu B_0 m_z - D(m_z^2 + m_{a,z}^2). \quad (\text{D.3})$$

où  $m_z = \mathbf{m} \cdot \mathbf{e}_z$  et  $m_{a,z} = \mathbf{m}_a \cdot \mathbf{e}_z$ . Lorsqu'on cherche les valeurs des paramètres d'ordre qui minimisent l'énergie, nous voyons apparaître trois phases, que nous représentons dans la figure D.1(a), en indiquant les orientations des spins moyens.

- À des champs magnétiques faibles, tels que :

$$\mu B_0 < \begin{cases} \sqrt{4D(2Jz - D)} & \text{si } D \leq 2Jz \\ 2Jz & \text{sinon,} \end{cases} \quad (\text{D.4})$$

le terme d'interaction favorise l'antialignement des spins moyens des deux sous-réseaux, c'est-à-dire  $\mathbf{m} = \mathbf{0}$  et  $\mathbf{m}_a = \mathbf{e}_z$ , ce qui correspond à l'état de Néel antiferromagnétique. L'anisotropie ionique favorise l'orientation des spins selon l'axe  $z$  si  $D > 0$  (anisotropie "easy-axis") ou dans le plan  $x - y$  si  $D < 0$  (anisotropie "easy-plane").

- À des champs magnétiques tels que :

$$\sqrt{4D(2Jz - D)} < \mu B_0 < 2(2Jz - D) \text{ et } D < 2Jz, \quad (\text{D.5})$$

les spins  $A$  et  $B$  s'orientent de sorte à réaliser une magnétisation non nulle selon  $z$  et nulle dans le plan  $x - y$  :  $\mathbf{m} = m\mathbf{e}_z$ . Ils forment un angle  $\theta$  avec  $z$  vérifiant  $\cos \theta = m_z = \mu B_0 / 2(2Jz - D)$ . Dans cette phase, appelée "spin-flop" [158], la magnétisation alternée est non-nulle  $\mathbf{m}_a = \sin(\theta)\mathbf{e}_\perp$ , où  $\mathbf{e}_\perp$  est un vecteur dans le plan  $x - y$ .

- Pour des champs magnétiques plus élevés, tels que

$$\mu B_0 > \begin{cases} 2(2Jz - D) & \text{si } D \leq 2Jz \\ 2Jz & \text{sinon,} \end{cases} \quad (\text{D.6})$$

les spins des sous-réseaux  $A$  et  $B$  s'orientent le long du champ magnétique, avec  $\mathbf{m} = \mathbf{e}_z$  et  $\mathbf{m}_a = \mathbf{0}$ . Cette phase est appelée "ferromagnétique" (ou encore "spin-flip").

Pour des anisotropies faibles, nous constatons qu'en augmentant l'amplitude du champ magnétique nous traversons d'abord une transition de phase de l'état de Néel à l'état "spin-flop", caractérisée par un saut abrupte du paramètre d'ordre  $\mathbf{m}$ , de  $\mathbf{0}$  à une valeur non nulle. En raison de la discontinuité de  $\mathbf{m}$ , cette transition est du premier ordre. En augmentant davantage le champ, nous traversons la deuxième transition de phase, appelée transition "ferromagnétique". Celle-ci est du deuxième ordre, car les deux paramètres d'ordre y varient continûment. Pour des anisotropies plus élevées, on passe direction de la phase de Néel à la phase "ferromagnétique".

De manière formelle, l'analogie entre ce modèle et le système de spin 1 dans la section 5.1.1 apparaît dans la similitude entre le paramètre d'ordre nématique  $\mathbf{n}$  d'un

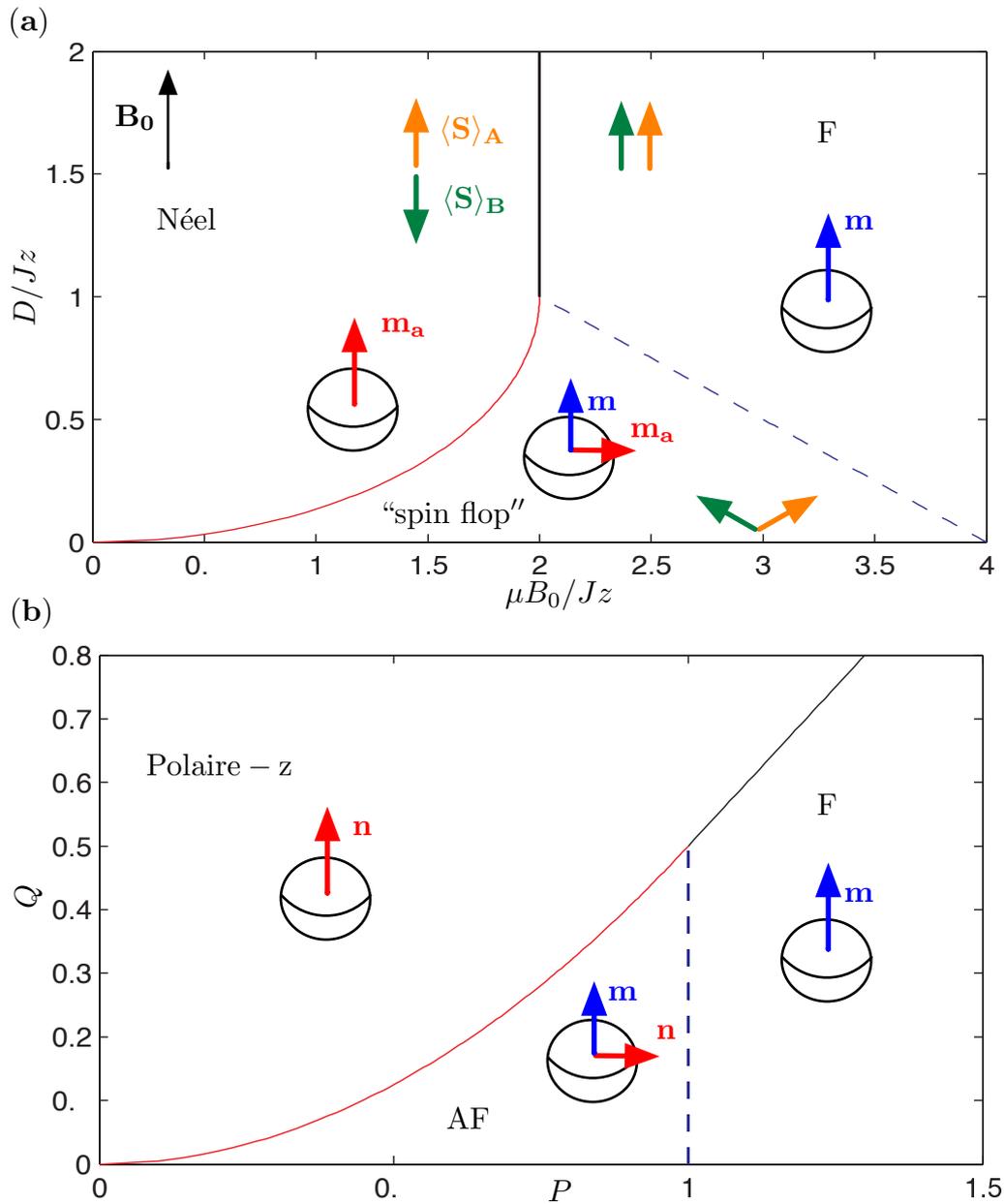


FIGURE D.1 – Comparaison entre les diagrammes de phase de l'état fondamental du (a) système de spins antiferromagnétiques sur un réseau bipartite et (b) du gaz de spin 1, dans un champ magnétique dirigé selon  $e_z$ . Les orientations des spins moyens dans chaque sous-réseau sont représentés par deux flèches, orange et verte. Pour l'état de Néel/Polaire-z, de magnétisation nulle, la magnétisation alternée/l'axe directeur nématique (flèche rouge) est dirigé selon la direction du champ. L'état "spin-flop"/"antiferromagnétique" possède à la fois une magnétisation  $m$  parallèle au champ magnétique (flèche bleue), et une magnétisation alternée/ordre nématique  $n$  qui lui est perpendiculaire. Pour l'état "ferromagnétique" (F), la magnétisation est complète, c'est-à-dire  $m_z = 1$ , et la magnétisation alternée/l'ordre nématique disparaît.

côté et la magnétisation alternée  $m_a$  de l'autre. Nous rappelons dans la figure D.1(b) le diagramme de phase de l'état fondamental du gaz spinoriel en présence d'un effet

Zeeman linéaire ( $P$ ) et quadratique ( $Q$ ). La phase “polaire- $z$ ” du gaz spinoriel et la phase de Néel du réseau d’aimants ont en commun un paramètre d’ordre (directeur nématique  $\mathbf{n}$  ou magnétisation alternée  $\mathbf{m}_a$ ) dirigé selon  $\mathbf{e}_z$ . Les vecteurs  $\mathbf{n}$  et  $\mathbf{m}_a$  basculent dans le plan  $x - y$  lorsque  $Q$  et  $D$  respectivement diminuent, signe d’une transition de phase du premier ordre. L’ordre de Néel/nématique disparaît dans la phase “ferromagnétique”.

# Annexe E

## Articles publiés

- **Fast production of ultracold sodium gases using light-induced desorption and optical trapping**

E. Mimoun, L. De Sarlo, D. Jacob, J. Dalibard, F. Gerbier, *Phys. Rev. A* 81, 2 (2010) 023631

- **Production of Sodium Bose–Einstein condensates in an optical dimple trap**

D. Jacob, E. Mimoun, L. De Sarlo, M. Weitz, J. Dalibard, F. Gerbier, *New Journal of Physics* 13 (2011) 065022

**Fast production of ultracold sodium gases using light-induced desorption and optical trapping**Emmanuel Mimoun,<sup>\*</sup> Luigi De Sarlo, David Jacob, Jean Dalibard, and Fabrice Gerbier<sup>†</sup>*Laboratoire Kastler Brossel, ENS, UPMC, CNRS, 24 rue Lhomond, FR-75005 Paris, France*

(Received 27 November 2009; published 26 February 2010)

In this article we report on the production of a Bose-Einstein condensate (BEC) of  $^{23}\text{Na}$  using light-induced desorption as an atomic source. We load about  $2 \times 10^7$  atoms in a magneto-optical trap (MOT) from this source with a  $\sim 6$  s loading time constant. The MOT lifetime can be kept around 27 s by turning off the desorbing light after loading. We show that the pressure drops down by a factor of 40 in less than 100 ms after the extinction of the desorbing light, restoring the low background pressure for evaporation. Using this technique, a BEC with  $10^4$  atoms is produced after a 6 s evaporation in an optical dipole trap.

DOI: [10.1103/PhysRevA.81.023631](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.81.023631)

PACS number(s): 67.85.Hj, 68.43.Tj, 37.10.De

**I. INTRODUCTION**

Na is one of the first atomic species that was brought to quantum degeneracy [1]. Among the alkali metals it allows the production of the largest Bose-Einstein condensates (BEC's) with atom numbers  $>10^8$  [2,3]. This is, in part, due to the efficiency of laser cooling, but also to favorable collisional properties (large elastic cross section, low inelastic losses). These properties allow efficient evaporative cooling to Bose-Einstein condensation [2], as well as the production of large degenerate Fermi gases (e.g.,  $^6\text{Li}$ ) when the Na cloud is used as a buffer gas for sympathetic cooling [4]. Na also has antiferromagnetic spin-dependent interactions [5,6], which can lead to complex entangled spin states [7]. Such spin states are particularly sensitive to stray magnetic fields [8–10], so that they are expected to survive only in a quiet magnetic environment provided by magnetic shielding. Hence their study, which is the main motivation behind this work, requires the optimization of the production of cold Na gases in a compact setup compatible with such shielding.

A typical ultracold gas experiment can be decomposed into three successive steps: a source delivering hot atoms to the vacuum chamber, a magneto-optical trap (MOT) capturing atoms from the source and precooling them, and a conservative trap loaded from the MOT where evaporative cooling is performed to reach quantum degeneracy. The MOT is common to all experimental setups, which differ in the first and last steps. The atom source can be an atomic beam produced by a Zeeman slower [11,12] or a residual vapor that exists in the ultra-high vacuum (UHV) chamber due to a nearby atomic reservoir [13,14] or atomic dispensers [15–17], for example. The conservative trap can be either a magnetic trap for spin-polarized atoms, or an optical dipole trap for unpolarized mixtures. All practical implementations must solve an intrinsic quandary: On the one hand, the atom flux in the MOT region must be large enough for efficient loading and on the other hand, it has to be low enough that collisions with the background vapor do not hinder evaporative cooling in the conservative trap. This was solved in various ways, either by spatially separating the MOT capture region and

the evaporative cooling region or by modulating the atomic density in time (the Zeeman slower technique, combined with a controllable beam block, is an example of the latter solution).

To reduce the complexity and size of the apparatus, the second solution seems more favorable provided that one is able to truly switch on and off the vapor pressure in the UHV chamber. Atomic dispensers, which allow the release of an alkali vapor by thermally activating the reduction of an inert alkali metal oxide, were introduced for this purpose in connection with atom chips experiments [15–17]. Unfortunately, dispensers are unsuitable to modulate the pressure inside the chamber with time constants below 1 s due to their thermal cycle [15]. This forces one to work at a “compromise” pressure, which allows one to reach BEC thanks to the high collision rates obtained in atomic chips [16,17], but limits the sample lifetime.

A promising technique to rapidly modulate the atomic pressure is light-induced atomic desorption (LIAD) [18,19], a phenomenon analogous to the photoelectric effect in which an adsorbed atom is released from an illuminated surface by absorbing a photon. LIAD was initially observed in coated Na cells and subsequently studied for different atomic species and several substrates [18,20–25]. Its usefulness as a source for quantum gases experiments was demonstrated for Rb [17,19,26–28] and K [29,30].

To our knowledge, all the experimental groups that were able so far to produce a Na BEC relied on a Zeeman slower to load the MOT [1,3,31–33]. Furthermore, with the exception of Ref. [33] where evaporative cooling is done in an optical trap, these experiments used magnetic trapping. When considering only the MOT loading step, which is less restrictive than evaporative cooling in terms of acceptable pressure, several alternatives were demonstrated [14,34,35], but are difficult to operate under UHV conditions. Loading from Na dispensers was also demonstrated [36], but not under conditions suitable for achieving BEC. Only very recently a group reported the use of LIAD for loading a Na MOT [37]. In that work, the atomic pressure drops after the extinction of the desorbing light to a level (lifetime  $\sim 8$  s) that can be compatible with evaporative cooling.

Here we report the experimental realization of an ultracold Na gas in a single UHV chamber, where LIAD is used to increase the Na pressure for MOT loading and where the atoms are captured in an optical dipole trap for evaporative cooling.

<sup>\*</sup>emmanuel.mimoun@ens.fr<sup>†</sup>fabrice.gerbier@lkb.ens.fr

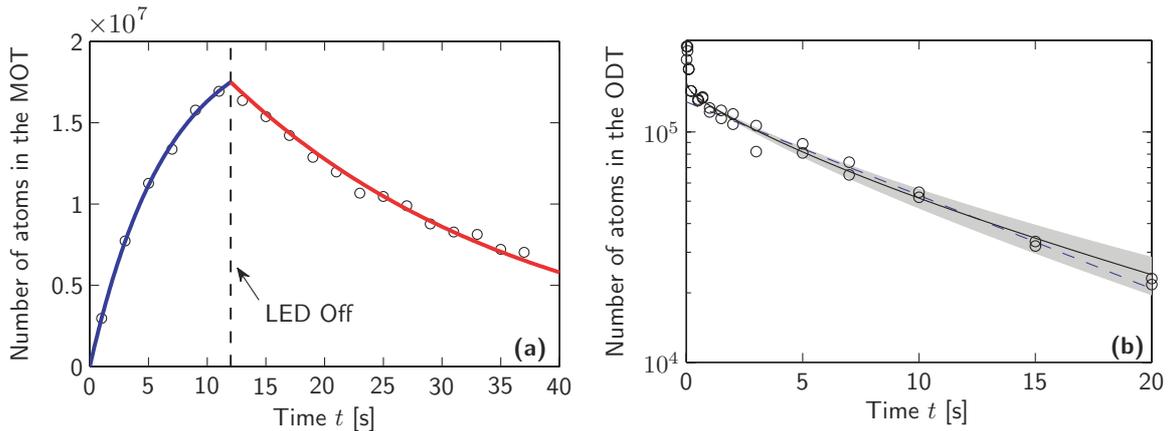


FIG. 1. (Color online) (a): MOT loading and decay dynamics. The MOT is loaded using LIAD at maximum power for 12 s. The desorbing light is then turned off. We find  $1/e$  time constants of  $\tau_{\text{ON}} = 6.5 \pm 0.5$  s and  $\tau_{\text{OFF}} = 27 \pm 1.5$  s for the loading and decay, respectively, and an asymptotic number of atoms  $N_{\text{st}} = 2.1 \times 10^7$  atoms. (b): Decay of the number of atoms held in the optical dipole trap (ODT). A simple exponential fit yields a decay time  $\tau_{\text{ODT}} = 10.7 \pm 1$  s (dashed blue line) for the data corresponding to  $t > 200$  ms. A model including three-body losses with the rate measured in Ref. [38] was used to fit a one-body collision rate  $\tau_{\text{1B}} = 17 \pm 3$  s for the same data (solid black line, 95% confidence bound in gray), see Sec. III B for details.

We achieve [see Fig. 1(a)] a loading of the MOT with a time constant  $\sim 6$  s with LIAD on a subsequent lifetime of the MOT of  $\sim 27$  s with LIAD off and a lifetime in the dipole trap with a time constant  $\sim 11$  s. The latter is partially limited by evaporation and inelastic collisions between trapped atoms. In our setup, the ratio between the partial pressures of Na when LIAD is switched on and off is  $\eta \simeq 40$ . The delay for observing this pressure drop after the switching off of LIAD is less than 100 ms. This allows us to quickly switch from MOT loading to evaporative cooling. Under these conditions, we observe BEC's containing  $\sim 10^4$  atoms after a 6 s evaporation. The article is organized as follows. In Sec. II, we describe our experimental setup. We present the experimental results on MOT loading using LIAD in Sec. III. We compare our results to other experiments in Sec. IV.

## II. EXPERIMENTAL SETUP

### A. Vacuum system

The UHV system is built around a custom-made chamber equipped with several viewports allowing wide optical access. The chamber is made from Ti (for reasons discussed in the following) machined to a surface roughness specified lower than 700 nm by the manufacturer (UK AEA Special Techniques, Oxfordshire, UK). The viewports are made from fused-silica windows vacuum brazed to Ti flanges (MPF Products Inc., Gray Court, SC, USA). The chamber inner volume is about 0.3 liter. The chamber is connected with CF40 tubing to a getter pump located approximately 20 cm away from its center and to a 20 l/s ion pump located approximately 50 cm away. After 10 days baking at 200° C to establish UHV, the residual pressure is well below the sensitivity of the ion pump current controller (limited to a few  $10^{-9}$  mbar). For all experiments reported in this article, the pressure near the ion pump stays below the detection threshold of the controller. We estimate the effective pumping speed of the ion pump to be  $\sim 4$  l/s in the UHV chamber.

We have two means to increase the partial pressure of Na: atomic dispensers and light-induced atomic desorption. Atomic dispensers are formed by a powder of alkali oxide, which is chemically inert at room temperature. A gas of alkali atoms is released from such devices by activating a chemical reaction with the heat generated by an electric current (typically a few amperes) running through the metallic envelope containing the powder. The dispensers used in our experiment (Alvatec GmbH, Althofen, Austria) are run at a relatively low current ( $< 4$  A) to avoid the release of large Na loads into the chamber. A pair of such dispensers is mounted using standard vacuum connectors and a custom CF25 electrical feedthrough (MPF Products Inc., Gray Court, SC, USA) at a distance of about 4 cm from the center of the chamber. In the first six months after baking out the chamber, the dispensers were flashed about an hour long at 3.6 A twice a week. We then found that flashing them for a couple of hours about once every two months was sufficient to maintain a constant number of atoms in the MOT, using LIAD to desorb the atoms from the viewports. Turning on dispensers less often allows one to maintain a background pressure at a lower and more constant level.

As an illumination source for LIAD, we use light-emitting diodes (LED's) emitting near 370–390 nm (models NCSU033A and NCSU034A from Nichia Corporation, Tokyo, Japan). Each LED is supplied in a small surface-mount chip and emits around 350 mW of light power. We mount them in pairs on appropriate heat sinks. For the reported experiments, we use two such pairs of LED's placed around the vacuum chamber. We supply these LED's with a current ranging from 0 to 1.5 A (maximum current). We verified that the optical power is proportional to the current in this range.

A sketch of the relevant section of the chamber interior is shown in Fig. 2(a). Two re-entrant flanges supporting large CF63 windows are mounted vertically. The atomic dispensers are mounted close to the viewports using CF25 electrical feedthroughs. The UV LED's used for desorption

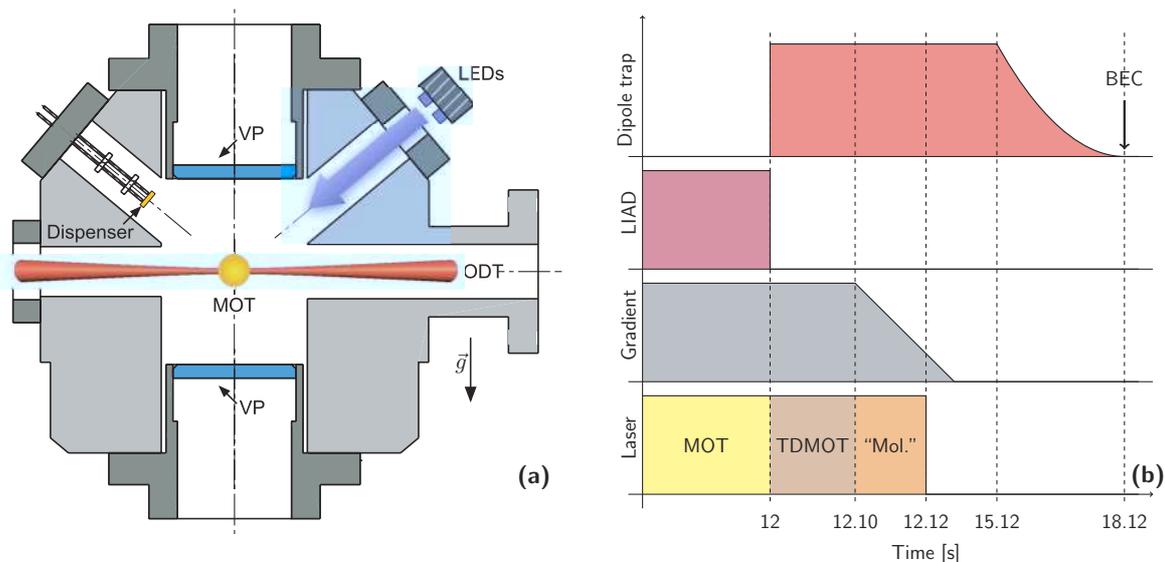


FIG. 2. (Color online) (a): Sketch of the UHV chamber showing the location of one of the pairs of LED's with respect to the MOT and the reentrant viewports (VP), as well as the path of one of the ODT arms. (b): Time sequence of the experiment. We show from the top down the power of the ODT, the current in the LED's, the magnetic gradient of MOT coils and the different cooling phases. TDMOT stands for Temporal Dark MOT and "Mol." for "optical molasses" (see Sec. II C).

are mounted in front of two CF25 viewports. In our case the illuminated surface is partly Ti and partly a few hundred nanometers-thick layer of alternating  $\text{TiO}_2$  and  $\text{SiO}_2$ , which constitutes the antireflection coating of our viewports (Duane Mallory, manager of MPF products, private communication, 2009). By changing the position of the UV LED's, we can experimentally verify that the main contribution to desorption comes from the viewports and not from the Ti surface. In previous experiments, we also successfully used LIAD to load a MOT in a glass cell (Vycor glass without antireflection coating) with similar characteristics as in the present UHV chamber. Attempts made using a 316L stainless steel chamber with small (CF16) viewports failed. In both cases, Na MOT's were also directly loaded from the dispensers.

### B. Magneto-optical trap

We operate the MOT using the all-solid-state laser system described in Refs. [39,40]. The laser is locked on the Na  $D_2$  line using modulation transfer spectroscopy on an iodine cell. We lock on the iodine P38 (15-2) line, which is located 467 MHz above the Na  $D_2$  resonance frequency<sup>1</sup>. The output of the laser is split into two parts. The first part is used to form the main MOT beam and the second to form the repumping beam after passing through a 1.7 GHz acousto-optical modulator (Brimrose Corporation of America, Sparks, MD, USA). Both beams are delivered to the experiment using single-mode optical fibers. The parameters of the MOT and repumper beams are summarized in Table I. The MOT is formed using a pair of anti-Helmholtz coils producing a gradient  $\sim 15$  G/cm on axis.

Three sets of Helmholtz coils are also available to compensate for residual fields during the molasses phase. Typically, we find that only the vertical residual field is significant, with a magnitude compatible with that of the Earth's field. We do not observe a significant effect of the magnetic field produced by the dispensers on the MOT when they are fed with current.

### C. Optical dipole trap

The optical dipole trap (ODT) is produced using a 20 W fiber laser (IPG Photonics, Oxford, MA, USA). The laser emits in multiple longitudinal modes and is polarized linearly. We control the beam intensity using a rotating waveplate followed by a Glan-Taylor polarizer and switch off the laser beam using a fast ( $\sim 1$  ms switch-off time) mechanical shutter (Uniblitz, Rochester, NY, USA). This system allows for a stable modulation between 0.5% and 100% of the laser power within a 60 Hz bandwidth. The ODT is in a crossed configuration where the beam is folded onto itself with a  $45^\circ$  angle in the horizontal plane. We took care to make the polarizations of the two arms orthogonal to better than  $1^\circ$ . When this was not the case, large heating was observed, presumably due to the fluctuating optical lattices resulting from the interferences between identical frequency components with fluctuating relative phases present in each beam. The useful powers on the atoms are around 14 and 12 W for the first and second arms, respectively<sup>2</sup>. We focus the first arm to a  $1/e^2$  size of  $w_1 \approx 30 \mu\text{m}$  and the second arm to  $w_2 \approx 22 \mu\text{m}$ , which corresponds to a depth  $V_0 \approx 700 \mu\text{K}$  for the crossed dipole trap.

<sup>1</sup>This solution was proposed by Christian Sanner, W. Ketterle's group, MIT.

<sup>2</sup>This difference is mainly attributed to imperfections of the antireflection coatings of the windows, which were apparently damaged during the chamber bakeout.

TABLE I. Summary of MOT laser parameters. The waist is the  $1/e^2$  radius of the beam. Laser powers are given per MOT arm and frequency detunings from the  $3S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 3P_{3/2}, F' = 3$  transition for the MOT beams and the  $3S_{1/2}, F = 1 \rightarrow 3P_{3/2}, F' = 2$  transition for the repumping beams.

Beam	Waist	MOT detuning	MOT power	TDMOT detuning	TDMOT power	Molasses detuning	Molasses power
MOT	11 mm	-20 MHz	1.8 mW	-18 MHz	1.8 mW	-36 MHz	2.4 mW
Repumper	11 mm	0 MHz	450 $\mu$ W	0 MHz	8 $\mu$ W	0 MHz	8 $\mu$ W

For efficient loading of the ODT from the MOT, it is essential to reduce the repumper power by a factor of 50 from its value in the MOT capture phase [41]. This decreases the steady-state population in the electronic excited state  $3P_{3/2}$  and increases the spatial density thanks to the reduction of light-induced collisions. We refer to this procedure as “temporal dark MOT” (TDMOT) in the following. In our experiment, the ODT is switched on at the beginning of this phase, which lasts for about a hundred milliseconds. It is followed by a 20 ms “pseudo-optical molasses” phase similar to the one described in Ref. [33], where the MOT detuning is increased to 36 MHz and the magnetic gradient is ramped down slowly to zero [see Fig. 2(b)]. During this phase, sub-Doppler cooling helps reduce the temperature. The repumping light is then switched off 1 ms before the end of the molasses phase so that all the atoms are optically pumped to the  $F = 1$  state. We do not perform any Zeeman pumping on the atoms so that they can be in any state of the  $F = 1$  Zeeman manifold.

#### D. All-optical evaporation

Starting from about  $2 \times 10^5$  atoms in the crossed ODT, we let the atoms evaporate freely for 3 s, reaching a phase-space density (PSD) of  $\sim 10^{-2}$  (accounting for a factor of 1/3 due to the spin degree of freedom, assuming equipartition in the  $F = 1$  manifold) [42], with  $1.5 \times 10^5$  atoms at 80  $\mu$ K. We then start ramping down the power of the ODT laser to 1% of its original value in 3 s, following a power-law decay as discussed in Ref. [43]. The cloud is then transferred in an auxiliary optical trap that can be turned off fast ( $\sim 1 \mu$ s) using an acousto-optic modulator for time-of-flight imaging. We complete the evaporation ramp to reach Bose-Einstein condensation around 1  $\mu$ K. With further evaporation, we can produce quasipure BEC’s containing  $10^4$  atoms. The total sequence lasts 18 s, including 12 s of MOT loading.

#### E. Diagnostics

We infer the properties of the trapped atoms from absorption images. We use two absorption axes, one copropagating with the first arm of the ODT, the other vertical. We use low-intensity circularly polarized probe light on resonance with the  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  transition. A repumping pulse of  $\sim 300 \mu$ s is applied to pump all the atoms in the  $F = 2$  state before the imaging pulse of  $\sim 30 \mu$ s. The shadow of the atomic cloud is imaged on charge-coupled devices (CCD) cameras and the inferred density distribution fitted to a Gaussian profile. We measure the number of atoms from the area under the Gaussian, using a scattering cross section  $\sigma_{\text{abs}} = 3\lambda_0^2/2\pi$ , where  $\lambda_0 \approx 589$  nm is the resonant

wavelength. We checked that the absorption by the atomic cloud is peaked around the atomic transition frequency with a 10 MHz width close to its natural linewidth and that a linearly polarized probe is absorbed about twice as less, as expected from the square of the Clebsch-Gordan coefficients for the relevant optical transitions. For experiments reported in Sec. III C, a photodiode monitoring the MOT fluorescence is also used.

### III. MAGNETO-OPTICAL TRAPPING OF SODIUM ATOMS USING LIGHT-INDUCED DESORPTION

#### A. Loading the magneto-optical trap

We first characterize the loading dynamics of the MOT as a function of illumination. We model the loading dynamics by the equation

$$\dot{N} = R - \frac{N}{\tau_{\text{MOT}}}. \quad (1)$$

Here,  $N(t)$  is the number of atoms in the MOT at time  $t$ ,  $R$  is the MOT loading rate, and the term  $N/\tau_{\text{MOT}}$  accounts for losses due to the collisions with the background gas<sup>3</sup>. We assume that  $R$  is proportional to the partial pressure of Na in the chamber  $P_{\text{Na}}$ , while  $\tau_{\text{MOT}}^{-1}$  is proportional to the sum of  $P_{\text{Na}}$  and of the residual pressure of each contaminant  $i$  present in the vacuum chamber weighted by the relevant collision cross sections  $\sigma_{\text{Na}-i}$ . We thus write

$$R \approx aP_{\text{Na}}, \quad \frac{1}{\tau_{\text{MOT}}} \approx bP_{\text{Na}} + \frac{1}{\tau_0}. \quad (2)$$

We take  $a$ ,  $b$ , and  $\tau_0$  independent of  $N$  and of the illumination, which is a simplifying assumption but describes our data well. Equation (1) then leads to an exponential loading with  $1/e$  time constant  $\tau_{\text{MOT}}$  toward a steady-state atom number

$$N_{\text{st}} = R\tau_{\text{MOT}} \approx \frac{aP_{\text{Na}}}{bP_{\text{Na}} + \frac{1}{\tau_0}}. \quad (3)$$

A typical loading is shown in Fig. 1(a) (first 12 s), with  $N_{\text{st}} = 2.1 \times 10^7$  atoms,  $\tau_{\text{MOT}} = 6.5 \pm 0.5$  s and  $R = 3 \times 10^6$  s<sup>-1</sup>.

A first assessment of the efficiency of the loading of the MOT from LIAD can be achieved by recording the parameters of the MOT as a function of the LED’s current. These measurements are reported in Fig. (3). The loading rate  $R$

<sup>3</sup>We also tried to model the influence of light-assisted inelastic collisions on MOT loading by adding a term  $-\beta N^2$  to the loading equation [14]. A fit to the data consistently returned  $\beta = 0$  for all loading curves we examined, so we neglect this term in our analysis.

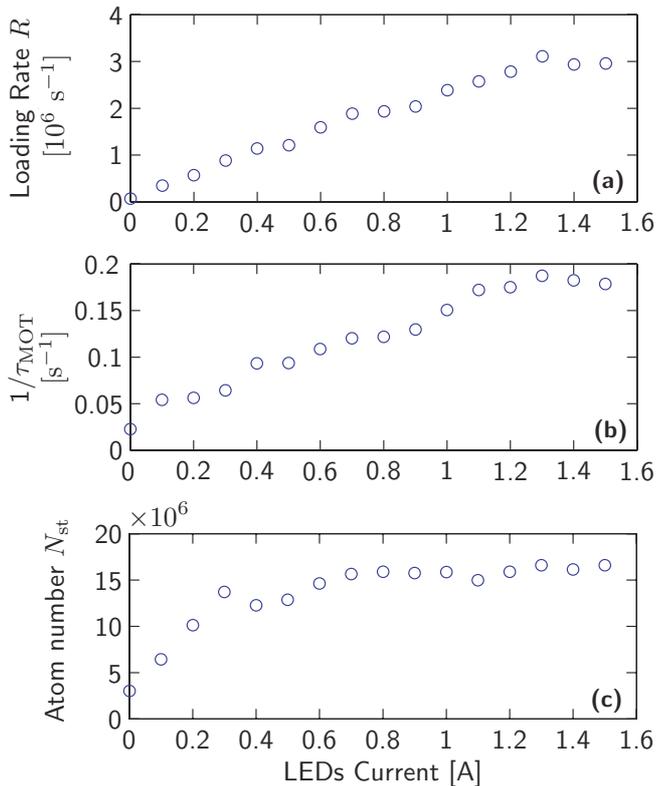


FIG. 3. (Color online) (a): Loading rate  $R$  of the MOT; (b): Inverse of the loading time constant  $1/\tau_{\text{MOT}}$ ; (c): Steady-state atom number  $N_{\text{st}}$  for various LED currents. Statistical error bars are smaller than the dots and not shown.

[Fig. 3(a)] is an increasing function of the currents in the LED's, showing a growing pressure of Na in the chamber. We also observe a decrease of the loading times [Fig. 3(b)] and an increase of the steady-state atom numbers [Fig. 3(c)] when the LED's current increases.

Equation (3) implies that when the loading time is dominated by the Na partial pressure, the steady-state atom number becomes independent of  $P_{\text{Na}}$  and therefore of the current in the LED's. This is what we observe in Fig. 3(c) for the highest LED currents. We find  $R = 3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  when the current in the LED's is maximal. When the LED's are off, the loading rate drops to  $R = 8 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ . This means that the pressure of Na with the light switched on is increased by a factor  $\eta = 40$  with respect to the background pressure. This factor can be recovered with a relatively good approximation from the value of the MOT lifetime, as we show now. Note first that obtaining an absolute calibration of the pressure is by no means easy in our system, which does not include a UHV gauge. When LIAD is off, we expect that  $P_{\text{Na}}^{\text{off}}$  is comparable to the saturated vapor pressure at room temperature  $P_{\text{Na}}^{\text{sat}} = 2 \times 10^{-11} \text{ mbar}$ , with a coefficient that depends on the details of the coverage of the surfaces under vacuum with Na atoms. In the presence of LIAD, we can infer the value of the pressure from the loading time of the MOT  $\tau_{\text{MOT}}$  by using the relation  $\tau_{\text{MOT}}^{-1} \simeq n\sigma v$ , where  $n$  is the Na density in the background vapor,  $\sigma$  is the collision cross section between a trapped atom and an atom from the vapor, and  $v \simeq (k_{\text{B}}T/m)^{1/2}$  is the average thermal

velocity (with  $T$  the room temperature and  $m$  the mass of an atom). We assume a typical value  $\sigma = 10^{-12} \text{ cm}^2$  [34], neglecting its energy dependence. The value  $\tau_{\text{MOT}} = 5 \text{ s}$  obtained in the presence of LIAD at full power corresponds to a pressure  $P_{\text{Na}}^{\text{on}} \simeq 10P_{\text{Na}}^{\text{sat}}$ . Given the crude assumptions behind our estimate and the fact that the velocity of atoms desorbed by LIAD is not fully thermal [18], this result is in reasonable agreement with  $\eta = 40$ . A final consistency check amounts to calculating the loading rate expected in our MOT from a vapor in equilibrium at room temperature ( $T = 295 \text{ K}$ ). We use the result  $R = 0.5(P_{\text{Na}}^{\text{on}}/k_{\text{B}}T)V^{2/3}v_{\text{cap}}^4(m/2k_{\text{B}}T)^{3/2}$  from Ref. [13], where  $V \simeq 1 \text{ cm}^3$  is the MOT volume and  $v_{\text{cap}}$  the capture velocity. From a one-dimensional semiclassical analysis for our MOT parameters, we deduce  $v_{\text{cap}} \simeq 35 \text{ m s}^{-1}$ , which leads finally to  $R = 4 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ , in good agreement with the experimental finding. This suggests that the velocity distribution is almost thermal (i.e., the vapor released via LIAD quickly equilibrates with the walls of the chamber).

### B. Lifetime in the dipole trap

Results from the previous section demonstrate that LIAD is an efficient way to increase the partial pressure of Na in the vacuum chamber. Moreover, LIAD has the important property that it can be controlled on a short time scale. This is a crucial feature for BEC experiments in which evaporation takes place in the same chamber as the MOT. In this case it is mandatory that the increased pressure during MOT loading be transient and that the background pressure be recovered fast enough to preserve the lifetime of the atoms in the ODT. We infer this lifetime by plotting the number of atoms  $N$  in the trap as a function of time [see Fig. 1(b)]. After a fast initial decay for the first 200 ms, reflecting free evaporation from the ODT [44], we find that  $N$  decreases over a much longer time scale. A fit of the decay of  $N$  for  $t > 200 \text{ ms}$  by an exponential function  $\exp(-t/\tau_{\text{ODT}})$  gives  $\tau_{\text{ODT}} = 10.7 \pm 1 \text{ s}$ .

The apparent discrepancy between the lifetime in the ODT ( $\sim 11 \text{ s}$ ) and the lifetime in the MOT ( $\sim 27 \text{ s}$ ) can be better understood by analyzing the loss mechanisms in the ODT. We performed numerical simulations of the evaporation in the ODT. The simulations simplify the trap geometry to a truncated harmonic trap, but account for one-body and three-body collisions [45], which are significant due to the high density in the trap ( $\sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ). The rate for these collisions  $L_{3\text{B}} = 2 \times 10^{-30} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$  was measured in Ref. [38] for the  $F = 1$ ,  $m_{\text{F}} = -1$  state and we use this value for all Zeeman states. We derive from these simulations a value for the one-body lifetime due to background collisions  $\tau_{1\text{B}} = 17 \pm 3 \text{ s}$ . The corresponding result for the atom decay is shown by the solid (black) line in Fig. 1(b). This shows that three-body collisions play a significant role in the ODT so that the effective decay time  $\tau_{\text{ODT}}$  is systematically shorter than the one-body decay time  $\tau_{1\text{B}}$  and is essentially limited by these collisions. We use for simplicity the fitted  $\tau_{\text{ODT}}$  to analyze the data in the following. The dependence of the lifetime on the background pressure is not qualitatively changed, while this parameter is easier to fit and is model independent. We attribute the residual discrepancy between  $\tau_{1\text{B}}$  and  $\tau_{\text{MOT}}$  to the largely different depths of the ODT and the MOT, which

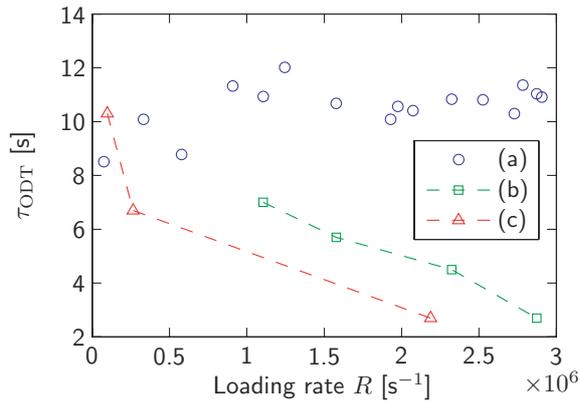


FIG. 4. (Color online) MOT loading rate  $R$  plotted against  $1/\tau_{ODT}$ , where  $\tau_{ODT}$  is the lifetime in the dipole trap, for experimental situations (a): LIAD on for MOT loading, off for dipole trapping; (b): LIAD on for both; (c): no LIAD, dispensers on for both. Case (a) corresponds to a dipole trap lifetime independent of the MOT loading rate, whereas they are inversely related in cases (b) and (c).

makes collisions more likely to eject atoms from the former than from the latter.

To determine the effect of LIAD loading on the ODT, we perform lifetime measurements in the ODT for three different cases. In the first case (a), our standard sequence, the LED's are turned on during the loading of the MOT and then turned off when the atoms are loaded in the ODT. In the second case (b), the MOT is loaded just as in the first sequence, but the LED's remain on while the atoms are kept in the ODT, keeping the pressure at the same level as in the MOT loading phase. In the third case (c), LIAD is not used and the pressure of Na is increased using the Na dispensers continuously, during both MOT and ODT phases. The different cases are compared by looking at  $\tau_{ODT}$  plotted against  $R$  in Fig. (4). In case (a),  $\tau_{ODT}$  is independent of  $R$ , implying that one can load the MOT at high loading rates without deteriorating the lifetime in the ODT. In cases (b) and (c), the behavior is qualitatively different:  $\tau_{ODT}$  decreases when the pressure increases and a higher loading rate corresponds to a lower lifetime in the ODT. One can also notice that, for a given MOT loading rate,  $\tau_{ODT}$  is significantly larger using LIAD than using the dispensers. A probable explanation is that the dispensers are releasing other compounds than Na in the UHV chamber when heated, while LIAD is more selective and does not modify the partial pressures of other bodies in a significant way.

### C. Time evolution of pressure

The results presented so far show that the Na partial pressure rapidly drops back to its background level when the LED's are turned off. This process appears to be fast enough so that the lifetime in the ODT is not diminished. To confirm this result and determine the time scale of the decrease in pressure, we perform two measurements on the loading of the MOT. First, the MOT is loaded with LIAD for the first 12 s, then the LED's are turned off and the decay of the number of atoms in the MOT is recorded [see Fig. 1(a)]. By fitting the loading and decay phases by two exponentials, we find  $1/e$  time constants  $\tau_{ON} = 6.5 \pm 0.5$  s and  $\tau_{OFF} = 27 \pm 1.5$  s with and without LIAD,

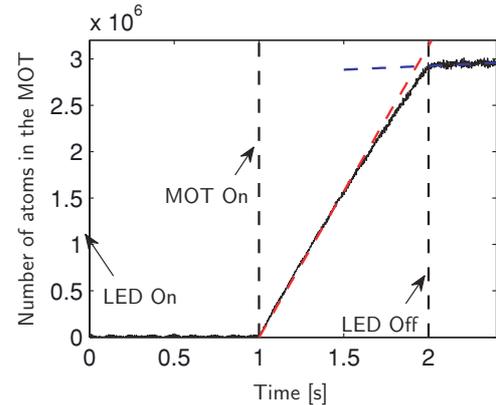


FIG. 5. (Color online) Evolution of the loading of the MOT after extinction of the LED's: the MOT is loaded for 1 s then the LED's are turned off. The loading rate shown as a red (blue) dashed line is  $3 \times 10^6$   $s^{-1}$  ( $8 \times 10^4$   $s^{-1}$ ) when the LED's are on (off).

respectively. Given that  $\tau_{OFF}$  is compatible with the loading time of a MOT without LIAD shown in Fig. (3), it appears that the pressure goes back to the background value on a time scale, which is small compared to  $\tau_{ON}$ . To characterize more accurately how fast this process goes, a second measurement is performed on a shorter time scale, using fluorescence light emitted from the atoms of the MOT to measure the small number of atoms at the very beginning of the loading. We first load the MOT using LIAD for 1 s, then turn off the LED's keeping the MOT light on. We observe on Fig. (5) a sudden change in slope, with a loading rate going from  $3 \times 10^6$   $s^{-1}$  to  $8 \times 10^4$   $s^{-1}$  [i.e., we recover the same factor  $\eta \sim 40$  as previously found see Fig. 3(a)]. This change happens with a characteristic time shorter than 100 ms, an upper bound limited by the sensitivity of the fluorescence measurement.

## IV. DISCUSSION

A figure of merit to evaluate the performance of LIAD for preparation of ultracold gases is how low the background pressure in the region of the MOT drops once the desorbing light is turned off. This depends *a priori* not only on the physics of LIAD, but also on technical details such as the effective pumping speed. The different experimental results available in the literature for UHV systems are summarized in Table II. The large variations of the reported loading rates can be easily explained with the different parameters of the MOT, in particular with the beam size, which impacts the capture velocity. The data about the MOT lifetime depend mainly on the atomic species and on the pressure in the vacuum chamber. The decay of the pressure after turning off the desorbing light reported in this work is among the fastest reported in the literature, while the lifetime of the MOT after this extinction is among the longest. Such a slow MOT decay is reported also in Refs. [27,46], which are unsurprisingly two other cases in which evaporation takes place in the same spatial region as the one where the MOT is loaded. We find a pressure decay time that is much faster than the other time scales of our experiment, comparable to Refs. [46,47]. Our observations are compatible with the scenario where almost all Na atoms stick to the surfaces of the vacuum system after a few bounces when

TABLE II. Summary of available data on LIAD for the preparation of a MOT (including this work). Reported data are best figures in terms of atomic flux. MOT lifetime is measured after switching off the desorbing light. Pressure decay time is defined as the time required for the pressure to drop at one tenth of its value during the loading of the MOT. The column labeled “Conservative trap” indicates the type of confinement used after the MOT phase. When the trap is realized in the same location as the MOT, we indicate the decay-time constant due to collisions with the background gas. SS is Stainless Steel, PDMS is polydimethylsiloxane.

Atomic species	Desorbing surface	MOT loading rate	MOT lifetime	Pressure decay	Conservative trap	Reference
<sup>23</sup> Na	TiO <sub>2</sub> + SiO <sub>2</sub>	$3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$	27 s	<100 ms	dipole, >11 s	this work
<sup>87</sup> Rb	Pyrex	$\sim 10^6 \text{ s}^{-1}$	$\sim 5 \text{ s}$		microchip, >4 s	[17]
<sup>87</sup> Rb	SS	$8 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$		$\sim 100 \text{ s}$	none	[19]
<sup>87</sup> Rb	PDMS	$2.0 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$\sim 10 \text{ s}$		none	[26]
<sup>87</sup> Rb	quartz + Pyrex	$\sim 10^6 \text{ s}^{-1}$	$\sim 30 \text{ s}$	$\ll 30 \text{ s}$	microchip, >5 s	[27]
<sup>87</sup> Rb	Vycor	$1.2 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$\sim 3 \text{ s}$	$\sim 2 \text{ s}$	magnetic	[30]
<sup>40</sup> K	Vycor	$8 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$	$\sim 1 \text{ s}$		magnetic	[30]
<sup>87</sup> Rb	Pyrex	$3 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$\sim 24 \text{ s}$	$\sim 100 \text{ ms}$	microchip, >9 s	[46]
<sup>40</sup> K	Pyrex	$\sim 10^5 \text{ s}^{-1}$			microchip, >9 s	[46]
<sup>23</sup> Na	Pyrex	$4.5 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$	10 s		none	[37]
<sup>133</sup> Cs	Quartz	$4 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$	9.2 s	70 ms	none	[47]

LIAD is turned off. In the opposite limit where the equilibrium pressure remains large for a long time (longer than 1 s), the lifetime is limited by the capacity of the pumping system to restore a low background pressure. This may explain the large variations observed in different experiments.

## V. CONCLUSION

In conclusion, we demonstrate an efficient route to Bose-Einstein condensation of Na in a compact single-chamber setup, with no source of magnetic fields except for the transitory gradient used for the MOT. The MOT is loaded by LIAD, with a steady-state number of atoms of about  $2 \times 10^7$ . Its lifetime remains in the order of 30 s, enough to produce a BEC, thanks to the rapid decrease of the partial pressure of Na when the desorbing light is switched off.

The experimental setup described in this work is aimed at rapidly producing small BEC’s in a single-chamber vacuum system. However, relaxing some of the technical constraints imposed on the design of our apparatus may allow the use of this technique for producing larger BEC’s and degenerate Fermi gases via sympathetic cooling. Since we use only 20% of the available power of our solid-state laser, one can double the size of the MOT beams keeping the intensity constant and expect at least an improvement of a factor of 4 in the number of atoms in the MOT<sup>4</sup>. Another very significant gain can be

obtained by upgrading the ODT. Since the density in our ODT is limited by inelastic collisions, increasing the trap frequency will probably not be the best option. Enlarging the size of the ODT beams, while keeping the confinement constant will probably be a better route to larger BEC’s by allowing to capture a higher fraction of atoms from the MOT. This can be done by using more powerful fiber lasers than the one we use, which are commercially available. With these technical improvements the experimental techniques reported in this work can allow the production of degenerate Fermi gases with atom numbers comparable to what has already been obtained on atom chips [28].

## ACKNOWLEDGMENTS

We wish to thank the members of the “Bose-Einstein condensates” and “Fermi gases” groups at LKB, as well as J. Reichel and J. H. Thywissen for helpful discussions, and W. L. Kruithof for experimental assistance. L.D.S. acknowledges financial support from the seventh framework program of the EU, Grant No. 236240. D.J. acknowledges financial support by DGA, Contract No. 2008/450. This work was supported by ANR (“Gascor” project), IFRAF, by the European Union (MIDAS STREP project), and DARPA (OLE project). Laboratoire Kastler Brossel is a *Unité mixte de recherche* (UMR n° 8552) of CNRS, ENS, and UPMC.

- [1] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).  
 [2] E. Streed, A. Chikkatur, T. Gustavson, M. Boyd, Y. Torii, D. Schneble, G. Campbell, D. Pritchard, and W. Ketterle, *Rev. Sci. Instrum.* **77**, 023106 (2006).

- [3] K. M. R. van der Stam, E. D. van Ooijen, R. Meppelink, J. M. Vogels, and P. van der Straten, *Rev. Sci. Instrum.* **78**, 013102 (2007).  
 [4] Z. Hadzibabic, S. Gupta, C. A. Stan, C. H. Schunck, M. W. Zwierlein, K. Dieckmann, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 160401 (2003).  
 [5] T. Ohmi and K. Machida, *J. Phys. Soc. Jpn.* **67**, 1822 (1998).  
 [6] W. Ketterle, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 1131 (2002).  
 [7] C. K. Law, H. Pu, and N. P. Bigelow, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5257 (1998).

<sup>4</sup>In the present apparatus, the beam size is limited by the aperture of the viewports.

- [8] T. L. Ho and S. K. Yip, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4031 (2000).
- [9] Y. Castin and C. Herzog, *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. 4* **2**, 419 (2001).
- [10] S. Ashhab and A. J. Leggett, *Phys. Rev. A* **65**, 023604 (2002).
- [11] W. D. Phillips and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 596 (1982).
- [12] T. E. Barrett, S. W. Dapore-Schwartz, M. D. Ray, and G. P. Lafyatis, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3483 (1991).
- [13] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1571 (1990).
- [14] M. Prentiss, A. Cable, J. E. Bjorkholm, S. Chu, E. L. Raab, and D. E. Pritchard, *Opt. Lett.* **13**, 452 (1988).
- [15] J. Fortagh, A. Grossmann, T. W. Hänsch, and C. Zimmermann, *J. Appl. Phys.* **84**, 6499 (1998).
- [16] H. Ott, J. Fortagh, G. Schlotterbeck, A. Grossmann, and C. Zimmermann, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 230401 (2001).
- [17] W. Hänsel, P. Hommelhoff, T. W. Hänsch, and J. Reichel, *Nature (London)* **413**, 498 (2001).
- [18] A. Gozzini, F. Mango, J. H. Xu, G. Alzetta, F. Maccarrone, and R. A. Bernheim, *Nuovo Cimento* **15**, 709 (1993).
- [19] B. P. Anderson and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. A* **63**, 023404 (2001).
- [20] M. Meucci, E. Mariotti, P. Bicchi, C. Marinelli, and L. Moi, *Europhys. Lett.* **25**, 639 (1994).
- [21] J. H. Xu, A. Gozzini, F. Mango, and G. Alzetta, and R. A. Bernheim, *Phys. Rev. A* **54**, 3146 (1996).
- [22] S. N. Atutov, V. Biancalana, P. Bicchi, C. Marinelli, E. Mariotti, M. Meucci, A. Nagel, K. A. Nasyrov, S. Rachini, and L. Moi, *Phys. Rev. A* **60**, 4693 (1999).
- [23] E. B. Alexandrov, M. V. Balabas, D. Budker, D. English, D. F. Kimball, C. H. Li, and V. V. Yashchuk, *Phys. Rev. A* **66**, 042903 (2002).
- [24] T. Karaulanov, M. T. Graf, D. English, S. M. Rochester, Y. J. Rosen, K. Tsigtukin, D. Budker, E. B. Alexandrov, M. V. Balabas, D. F. Jackson Kimball, F. A. Narducci, S. Pustelny, and V. V. Yashchuk, *Phys. Rev. A* **79**, 012902 (2009).
- [25] A. Bogi, C. Marinelli, A. Burchianti, E. Mariotti, L. Moi, S. Gozzini, L. Marmugi, and A. Lucchesini, *Opt. Lett.* **34**, 2643 (2009).
- [26] S. N. Atutov, R. Calabrese, V. Guidi, B. Mai, A. G. Rudavets, E. Scansani, L. Tomassetti, V. Biancalana, A. Burchianti, C. Marinelli, E. Mariotti, L. Moi, and S. Veronesi, *Phys. Rev. A* **67**, 053401 (2003).
- [27] S. Du, M. B. Squires, Y. Imai, L. Czaia, R. A. Saravanan, V. Bright, J. Reichel, T. W. Hänsch, and D. Z. Anderson, *Phys. Rev. A* **70**, 053606 (2004).
- [28] S. Aubin, M. Extavour, S. Myrskog, L. LeBlanc, J. Estève, S. Singh, P. Scrutton, D. McKay, R. McKenzie, I. Leroux, A. Stummer, and J. Thywissen, *J. Low Temp. Phys.* **140**, 377 (2005).
- [29] S. Aubin, S. Myrskog, M. H. T. Extavour, L. J. LeBlanc, D. McKay, A. Stummer, and J. H. Thywissen, *Nat. Phys.* **2**, 384 (2006).
- [30] C. Klempt, T. van Zoest, T. Henninger, O. Topic, E. Rasel, W. Ertmer, and J. Arlt, *Phys. Rev. A* **73**, 013410 (2006).
- [31] L. V. Hau, B. D. Busch, C. Liu, Z. Dutton, M. M. Burns, and J. A. Golovchenko, *Phys. Rev. A* **58**, R54 (1998).
- [32] D. S. Naik and C. Raman, *Phys. Rev. A* **71**, 033617 (2005).
- [33] R. Dumke, M. Johanning, E. Gomez, J. D. Weinstein, K. M. Jones, and P. D. Lett, *New J. Phys.* **8**, 64 (2006).
- [34] A. Cable, M. Prentiss, and N. P. Bigelow, *Opt. Lett.* **15**, 507 (1990).
- [35] D. Milori, M. T. de Araujo, I. Guedes, S. C. Zilio, and V. S. Bagnato, *Braz. J. Phys.* **27**, 80 (1997).
- [36] R. Muhammad, J. Ramirez-Serrano, K. Magalhães, R. Paivaa, R. Shiozaki, J. Weiner, and V. Bagnato, *Opt. Commun.* **281**, 4926 (2008).
- [37] G. Telles, T. Ishikawa, M. Gibbs, and C. Raman, e-print arXiv:0911.0957.
- [38] A. Görlitz, T. L. Gustavson, A. E. Leanhardt, R. Löw, A. P. Chikkatur, S. Gupta, S. Inouye, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 090401 (2003).
- [39] E. Mimoun, L. De Sarlo, J.-J. Zondy, J. Dalibard, and F. Gerbier, *Opt. Express* **16**, 18684 (2008).
- [40] E. Mimoun, L. De Sarlo, J.-J. Zondy, J. Dalibard, and F. Gerbier, *Appl. Phys. B* (to be published), doi:10.1007/s00340-009-3844-x, e-print arXiv:0908.0279.
- [41] S. J. M. Kuppens, K. L. Corwin, K. W. Miller, T. E. Chupp, and C. E. Wieman, *Phys. Rev. A* **62**, 013406 (2000).
- [42] M. S. Chang, C. D. Hamley, M. D. Barrett, J. A. Sauer, K. M. Fortier, W. Zhang, L. You, and M. S. Chapman, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 140403 (2004).
- [43] K. M. O'Hara, M. E. Gehm, S. R. Granade, and J. E. Thomas, *Phys. Rev. A* **64**, 051403(R) (2001).
- [44] M. D. Barrett, J. A. Sauer, and M. S. Chapman, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 010404 (2001).
- [45] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996).
- [46] M. H. T. Extavour, L. J. LeBlanc, T. Schumm, B. Cieslak, S. Myrskog, A. Stummer, S. Aubin, and J. H. Thywissen, in *At. Phys. 20*, in *Proceedings of the XX International Conference on Atomic Physics* (Springer, New York, 2006).
- [47] P. Zhang, G. Li, Y. C. Zhang, Y. Guo, J. Wang, and T. Zhang, *Phys. Rev. A* **80**, 053420 (2009).

## Production of sodium Bose–Einstein condensates in an optical dimple trap

D Jacob<sup>1,3</sup>, E Mimoun<sup>1</sup>, L De Sarlo<sup>1</sup>, M Weitz<sup>2</sup>, J Dalibard<sup>1</sup>  
and F Gerbier<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire Kastler Brossel, ENS, UPMC-Paris 6, CNRS, 24 rue Lhomond, 75005 Paris, France

<sup>2</sup> Institut für Angewandte Physik, Universität Bonn, Wegelerstr. 8, 53115 Bonn, Germany

E-mail: [david.jacob@lkb.ens.fr](mailto:david.jacob@lkb.ens.fr)

*New Journal of Physics* **13** (2011) 065022 (16pp)

Received 1 April 2011

Published 28 June 2011

Online at <http://www.njp.org/>

doi:10.1088/1367-2630/13/6/065022

**Abstract.** We report on the realization of a sodium Bose–Einstein condensate (BEC) in a combined red-detuned optical dipole trap formed by two beams crossing in a horizontal plane and a third, tightly focused dimple trap (dT) propagating vertically. We produce a BEC in three main steps: loading of the crossed dipole trap from laser-cooled atoms, an intermediate evaporative cooling stage that results in efficient loading of the auxiliary dT, and a final evaporative cooling stage in the dT. Our protocol is implemented in a compact setup and allows us to reach quantum degeneracy even with relatively modest initial atom numbers and available laser power.

<sup>3</sup> Author to whom any correspondence should be addressed.

**Contents**

<b>1. Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2. Experimental setup</b>	<b>3</b>
2.1. Laser cooling . . . . .	3
2.2. Trapping laser configuration . . . . .	4
2.3. Imaging . . . . .	5
<b>3. Loading and free evaporation in the crossed dipole trap (CDT)</b>	<b>6</b>
3.1. Dipole trap loading dynamics . . . . .	6
3.2. Optimization of CDT loading . . . . .	7
<b>4. Two-stage evaporation</b>	<b>10</b>
4.1. Evaporation in the CDT alone . . . . .	10
4.2. Evaporation in the dimple trap . . . . .	10
<b>5. Conclusion and prospects</b>	<b>12</b>
<b>Acknowledgments</b>	<b>13</b>
<b>Appendix A. Analysis of CDT images</b>	<b>13</b>
<b>References</b>	<b>15</b>

**1. Introduction**

The preparation of degenerate atomic quantum gases is interesting from both a fundamental and an applied point of view. On the one hand, the unprecedented level of control on these systems allows one to study quantum many-body phenomena in the absence of perturbing effects unavoidable in solid-state systems [1]. On the other hand, degenerate gases are a promising starting point to reliably produce highly entangled states, which could pave the way for a new generation of atom-based quantum sensors (see [2, 3] and references therein).

In view of the sensitivity of these strongly correlated states to the perturbations caused by magnetic field fluctuations, experimental schemes in which evaporative cooling is performed without the use of external magnetic fields are particularly interesting. These so-called ‘all-optical evaporation’ schemes rely on far off-resonant optical dipole traps. They have been developed by several groups to produce Bose–Einstein condensates (BECs) of various atomic species, in particular alkali atoms (Rb [4–6], Li [7], Cs [8] and Na [9]). In such all-optical setups, the trapping potential is almost independent of the internal state, opening the route to the study of spinor condensates [10].

Experiments relying on all-optical setups are based on a common experimental scheme: laser-cooled atoms are first loaded into an optical dipole trap and then evaporatively cooled by lowering the trapping laser intensity and thus the trap depth. In this paper, we discuss how to optimize these two steps for producing an all-optical BEC of sodium atoms, starting with relatively modest atom numbers and laser powers.

The first issue, dealing with the transfer from the magneto-optical trap (MOT) to the optical dipole trap, has extensively been studied (see e.g. [11]). Laser cooling forces and light-assisted losses can be strongly modified by the presence of the dipole trap potential. The size and depth of the trapping potential have to be adapted to the size, density and temperature of the MOT. A convenient configuration is a laser trap consisting of two crossed Gaussian beams [12], as

in our experiment. The loading of the trap then occurs in two steps: atoms are first captured in both arms of the trap and then start filling the crossing region by ‘free evaporation’ once the near-resonant cooling beams have been turned off [4]. We will describe our procedure to optimize the atom number  $N$  in the crossing region and the temperature  $T$  at the end of the free evaporation to obtain a high phase-space density  $\mathcal{D}$  and a large collision rate  $\gamma_{\text{coll}}$ . We recall that  $\mathcal{D} = N(\hbar\omega/k_{\text{B}}T)^3$  and  $\gamma_{\text{coll}} \propto N/\omega^3T$  for a Boltzmann gas in a harmonic trap, with  $\hbar$  being the Planck constant,  $k_{\text{B}}$  the Boltzmann constant and  $\omega$  the average trapping frequency. For a given beam size, we find that the optimal trap depths for loading and free evaporation differ. We suggest that trap-induced light shifts on the cooling transition is the physical mechanism underlying this observation.

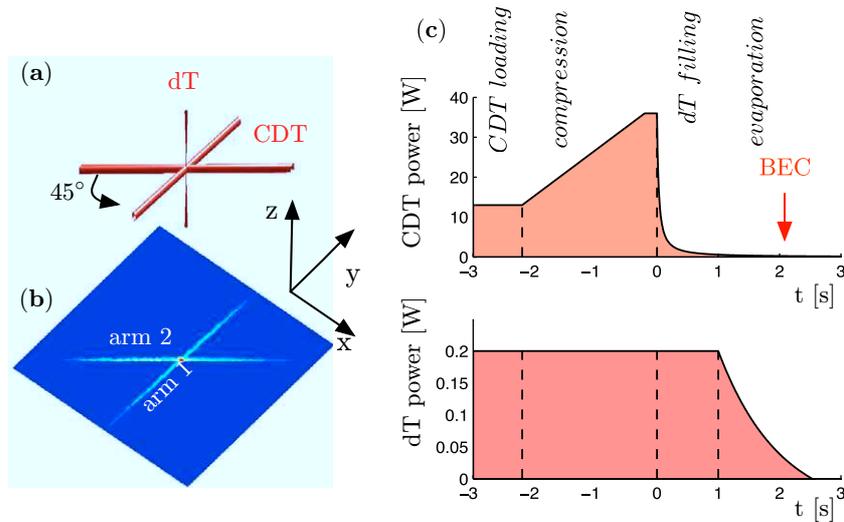
The second issue is related to the efficiency of evaporative cooling. In this respect, optical traps differ in several aspects from magnetic traps. In magnetic traps, evaporative cooling takes place in the so-called runaway regime, where the elastic collision rate  $\gamma_{\text{coll}}$  and evaporation efficiency stay constant or even increase with time [13]. In optical traps, this regime is not easily reachable because the trap depth and trap confinement both increase with the trapping laser power. In practice, decreasing the trap depth to force evaporation results in a looser confinement, so that the collision rate can decrease even if the phase-space density increases. Solutions involving modification of the trapping potential have been demonstrated to resolve this issue. For example, a dynamical change in the beam size using a zoom lens allows one to maintain constant confinement while reducing the trap depth [5], thus preserving a high collision rate during evaporation. Runaway evaporation in an optical trap can also be obtained by using an additional expelling potential independent of the trapping laser (gravity or ‘pulling’ laser) in order to decouple trap confinement and potential depth [14, 15]. A third solution, based on the addition of a tighter ‘dimple’ potential [8, 16], has been realized and characterized theoretically [17–19]. This solution, which is the one investigated in this paper, leads to a two-step evaporation sequence: after the loading of a larger trap, atoms are first transferred by cooling into the ‘dimple’ trap (dT) and then further cooled down in this trap. The major advantages of this technique are its relative technical simplicity (as compared, for instance, with a ‘zoom-lens’ method), the increase in phase-space density during the transfer and the high efficiency of the second evaporation step due to the high confinement in the ‘dT’. Here we describe the first application of this technique to  $^{23}\text{Na}$ . Starting with  $3 \times 10^5$  trapped atoms, a BEC of  $\sim 10^4$   $^{23}\text{Na}$  atoms is produced after  $\sim 2$  s evaporation time.

This paper is organized as follows. In section 2, we give an overview of our experimental setup. In section 3, we investigate the loading of a dipole trap from a MOT of sodium atoms and study how the compression of the trap after the atom capture improves the initial conditions for evaporative cooling. We then present, in section 4, how evaporative cooling works in the presence of the auxiliary dT, detailing its filling dynamics, and the last evaporative cooling stage to reach Bose–Einstein condensation.

## 2. Experimental setup

### 2.1. Laser cooling

Our experiment starts with a sodium MOT capturing approximately  $10^7$  atoms in 10 s from a vapor whose pressure is modulated using light-induced atomic desorption [20]. After the MOT is formed, a far off-resonant dipole trap is switched on (see section 2.2). The detunings and



**Figure 1.** (a) Sketch of the laser geometry showing the CDT propagating in the horizontal plane and the dT propagating vertically. (b) Fluorescence image of atoms trapped in the CDT, taken after a short time-of-flight. The thermal equilibrium state in such a potential has a characteristic spatial structure: two elongated ‘arms’ and a denser crossing region. (c) Evolution of the powers of the CDT and the dT during the sequence. The first step corresponds to the loading of the CDT from a ‘cold-MOT’ phase, followed by a compression that helps to fill the central trapping region. The next step consists in evaporatively cooling the CDT and results in the filling of the dT. The last step is evaporative cooling in the dT, which leads to Bose–Einstein condensation.

powers of both the cooling (tuned to  $3S_{1/2}$ ,  $F = 2 \rightarrow 3P_{3/2}$ ,  $F' = 3$  transition) and repumping (tuned to the  $3S_{1/2}$ ,  $F = 1 \rightarrow 3P_{3/2}$ ,  $F' = 2$  transition) lasers are modified in order to optimize the trap loading. During a first ‘dark MOT’ phase [21], we lower the power of the repumping laser in about 100 ms, from  $I_{\text{rep}} = 300$  to  $10 \mu\text{W cm}^{-2}$  per beam while keeping the magnetic gradient on. This reduces the loss rate due to light-induced collisions by limiting the population of excited states [11]. We keep the cooling laser intensity at the same value as that for MOT loading,  $I_{\text{cool}} = 0.9 \text{ mW cm}^{-2}$  per beam, which corresponds to one sixth of the saturation intensity ( $I_{\text{sat}} = 6.3 \text{ mW cm}^{-2}$ ). During this ‘dark MOT’ phase, both the spatial density in the dipole trap and the temperature increase. We then apply a 30 ms-long ‘cold MOT’ phase, where the cooling beam detuning is shifted from  $\delta_{\text{cool}} \approx -\Gamma$  to  $\delta_{\text{cool}} \approx -3.8\Gamma$  ( $\Gamma/2\pi \approx 10 \text{ MHz}$  is the natural linewidth). The temperature of the atoms after this cooling sequence is around  $50 \mu\text{K}$ .

## 2.2. Trapping laser configuration

The far off-resonant dipole trap results from the combination of three beams, two forming a crossed dipole trap (CDT) in the horizontal  $x$ – $y$  plane and a tightly focused one propagating vertically along the  $z$ -axis (see figure 1(a)), which we refer to as the dT. The CDT is derived from a 40 W fiber laser (IPG Photonics) at 1070 nm. This trap is formed by folding the beam onto itself at an angle  $\theta \simeq 45^\circ$  in the horizontal plane. At the crossing point, both arms have a waist  $w_{\text{CDT}} \approx 42 \mu\text{m}$ . We control the laser power using a motorized rotating waveplate (OWIS

**Table 1.** Trapping frequencies and trap depths at  $P_{\text{CDT}} \approx 36 \text{ W}$  and  $P_{\text{dT}} \approx 200 \text{ mW}$  for the CDT and dT, respectively.

Dipole trap	$\omega^x/2\pi$ (kHz)	$\omega^y/2\pi$ (kHz)	$\omega^z/2\pi$ (kHz)	$V_0/k_B$ (mK)
CDT	2.5	4.5	5.1	1.2
dT	3.7	3.7	0.021	0.10

GmbH), followed by a Glan–Taylor polarizer (bandwidth  $\sim 10 \text{ Hz}$ ) and a control input on the current in the laser pump diodes (bandwidth  $\sim 50 \text{ kHz}$ ). The waveplate is used for the coarse reduction of laser power by changing the amount of light transmitted by the polarizer, whereas the current control is used at the end of the evaporation ramp (low laser powers) and for fast servo-control of the intensity to reduce fluctuations. Combining both servo loops, we can control the laser power from its maximal value ( $P_{\text{CDT}} \approx 36 \text{ W}$ ) down to  $\approx 100 \text{ mW}$ . We can switch off the trapping potential to an extinction level greater than 90% in less than  $10 \mu\text{s}$  using the laser current input. We use motorized mirrors (Agilis, Newport Corporation) for alignment. Special care is taken to ensure the orthogonality of the polarization of both arms, realized by the insertion of a  $\lambda/2$  waveplate that is positioned with a precision  $\lesssim 0.5^\circ$ . A misalignment of only  $1^\circ$  results in measurable heating of the sample [20].

The auxiliary dT is produced using a 500 mW laser (Mephisto-S, InnoLight GmbH) at 1064 nm. As sketched in figure 1(a), the beam propagates vertically and crosses the CDT with a waist of  $w_{\text{dT}} \approx 8 \mu\text{m}$ . The laser beam is transmitted through a single-mode optical fiber and focused to a waist size  $w_{\text{dT}}$  using a custom-made microscope objective (CVI Melles Griot,  $\text{NA} \gtrsim 0.3$ ). An acousto-optic modulator placed before the fiber allows us to control the intensity and to quickly switch off the dT beam.

To fix the notation that will be used in the following, we give here the expressions for the dipole trap potentials. The expression for the CDT potential is given by

$$V_{\text{CDT}}(x, y, z) = -\frac{V_{\text{CDT}}^0}{2} \left[ \frac{e^{-2(x^2+z^2)/w(y)^2}}{(w(y)/w_{\text{CDT}})^2} + \frac{e^{-2(u^2+z^2)/w(v)^2}}{(w(v)/w_{\text{CDT}})^2} \right], \quad (1)$$

with  $w(y) = w_{\text{CDT}} \sqrt{1 + y^2/y_R^2}$  and with  $y_R$  the Rayleigh length being  $y_R = \pi w_{\text{CDT}}^2/\lambda \approx 5.2 \text{ mm}$ . We have also introduced the rotated coordinates:  $(u, v) = (x \cos(\theta) + y \sin(\theta), -x \sin(\theta) + y \cos(\theta))$ . The expression for the dT potential is given by

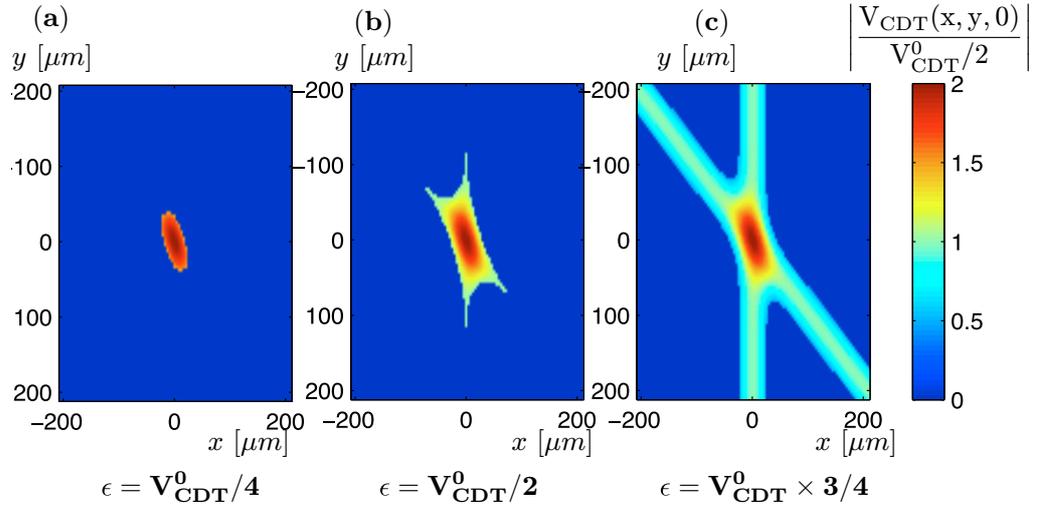
$$V_{\text{dT}}(x, y, z) = -V_{\text{dT}}^0 e^{-2(x^2+y^2)/w_{\text{dT}}^2}, \quad (2)$$

neglecting the confinement of the dT along the  $z$ -axis, always negligible compared with the vertical confinement of the CDT. Typical trapping frequencies and potential depths are given in table 1.

In figure 1(c) is schematically presented the temporal evolution of the powers of the two lasers during the experimental sequence. This time evolution is optimized for loading and evaporation, as explained in sections 3 and 4.

### 2.3. Imaging

We monitor the time evolution of the trapped cloud using both fluorescence imaging and absorption imaging [22]. Fluorescence light is captured by the same high-numerical-aperture



**Figure 2.** CDT potential in the  $z = 0$  plane, truncated at an energy  $\epsilon = V_{\text{CDT}}^0/4$  (a),  $\epsilon = V_{\text{CDT}}^0/2$  (b) and  $\epsilon = V_{\text{CDT}}^0 \times 3/4$  (c).

microscope used to focus the dT. The photons are collected on a low-noise charge-coupled device camera (PIXIS, Princeton Instruments). In figure 1(b), we show a typical fluorescence image. We typically observe the atoms after a time-of-flight of  $t_{\text{ToF}} = 0.1$  ms during a short pulse ( $t_{\text{mol}} = 50 \mu\text{s}$ ) performed with the six cooling and repumping beams.

Absorption images are recorded with a vertically propagating resonant probe beam, which is well suited for the analysis of the central denser part of the trapped cloud but is not very precise for the arms of the CDT. Indeed, the regions corresponding to the CDT arms display low optical densities ( $< 0.1$ ) only slightly above the noise level ( $\sim 0.04$ , limited by residual fringes on the background). Atom counting in the arms of the CDT is thus more accurate using fluorescence images.

### 3. Loading and free evaporation in the crossed dipole trap (CDT)

#### 3.1. Dipole trap loading dynamics

We can distinguish two stages in the dynamics of the trap loading. At first, during the MOT/CDT overlap period, atoms are captured mainly in the arms of the CDT without a notable enhancement of the density in the crossing region. In the second phase that follows the extinction of the MOT beams, which we call ‘free evaporation’, the hottest atoms leave the arms and the remaining ones fill the crossing region through thermalization. The quantity of interest is the number of atoms in the central region  $N_C$ , which corresponds approximately to the number of atoms with an energy ranging between  $-V_{\text{CDT}}^0$  and  $-V_{\text{CDT}}^0/2$  (as defined in equation (1)). We show in figure 2 the potential  $V_{\text{CDT}}$  in the  $z = 0$  plane, truncated at three different energy levels. One can see that atoms having energies lower than  $V_{\text{CDT}}^0/2$  explore only the central region, as expected. This dense part is the relevant component that matters for further evaporative cooling.

Although both the trapping lasers (CDT and dT) are turned on simultaneously, the CDT is much deeper than the dT, the latter playing a negligible role during this initial stage. In this section, we discuss auxiliary experiments where the dT is absent.

In order to understand the loading dynamics during the first stage, we give a brief overview of the relevant mechanisms (see [11] for a detailed analysis). The loading rate of atoms in the CDT is proportional to the probability of an atom being trapped by the dipole potential and to the atomic flux in the CDT/MOT overlap region. The first term corresponds to the damping of the velocity of an atom when it crosses one arm of the CDT, leading to a reduction in its total energy below the CDT potential depth. The second term is proportional to the spatial density and the average velocity of the atoms in the MOT and thus depends on the temperature of the atoms. The relevant parameters for optimizing the loading rate, namely the atomic density and the temperature, can be adjusted by the ‘dark MOT’ and ‘cold MOT’ phases (see section 2.1). The presence of the dipole potential changes locally the cooling properties, due to the light shifts induced by the CDT laser beams. During this phase, atom accumulation in the trap crossing region is limited by light-assisted inelastic collisions, such as radiative escape.

In the second stage, after the MOT light is extinguished, the trapped atoms thermalize and the sample cools down by evaporative cooling (at a fixed potential depth). Atoms concentrate in the crossing region and the phase-space density shows a substantial increase as compared with the MOT [4].

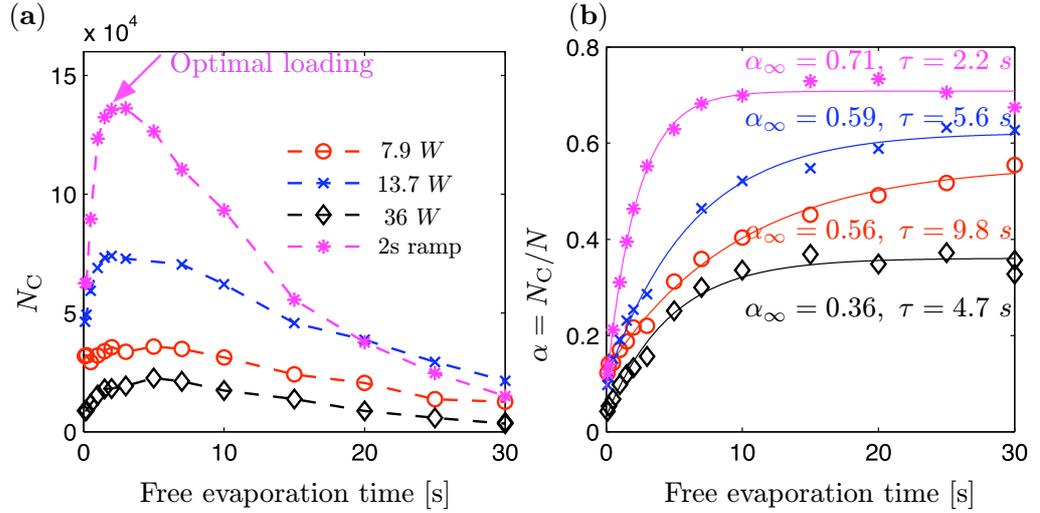
We have experimentally tested CDT configurations with different beam sizes  $w_{\text{CDT}}$  (from 30 to 50  $\mu\text{m}$ ). A larger beam size helps to trap more atoms during the capture stage due to a higher overlap volume. However, at a given available power, larger beams imply a weakening of the trap stiffness, which in turn penalizes the thermalization after capture. The data presented in this paper were taken with a beam waist of  $w_{\text{CDT}} \approx 42 \mu\text{m}$ . We obtain very similar results in the case of  $w_{\text{CDT}} \approx 35 \mu\text{m}$ , but with different optimal powers at each stage. In the next subsection, we will concentrate on the optimization of the laser power to find the optimal trap depth for filling the central region.

### 3.2. Optimization of CDT loading

In order to characterize the filling dynamics of the crossing region, we define the filling factor  $\alpha = N_{\text{C}}/N$  as the fraction of atoms in this region relative to the total number of atoms in the dipole trap. Images such as that in figure 1(b) are processed with a multi-component fitting routine that extracts the temperature, the density, the total atom number  $N$  and the number of atoms  $N_{\text{C}}$ . Details of the fitting procedure are presented in appendix A. The results of the optimization of the CDT power are presented in figure 3, where we plot the evolution of the atom number  $N_{\text{C}}$  and the filling factor  $\alpha$  with time. We fit the function  $\alpha(t) = a(1 - e^{-t/\tau}) + b$  to our data.

We look first at a situation in which ‘free evaporation’ occurs at constant CDT power, keeping the same power during the free evaporation phase as during the capture stage. We report in figure 3 the evolution of  $N_{\text{C}}$  and  $\alpha$  with time for three different powers ( $P_{\text{CDT}} = 7.9, 13.7$  and 36 W). The values of the loading time  $\tau$  and the asymptotic value  $\alpha_{\infty} = a + b$  of the filling factor obtained from the fit are shown in figure 4. We find an optimal power  $P_{\text{CDT}} = 13.7$  W that maximizes both the number of atoms  $N_{\text{C}}$  and the stationary filling fraction  $\alpha_{\infty}$ .

In a second set of experiments, the CDT is kept at constant  $P_{\text{CDT}} = 13.7$  W during the ‘cold MOT’ phase, and ramped up in 50 ms to another value just after switching off the resonant lasers. As shown in figure 4, ramping up the power to the maximum available power results in quicker loading of the central region ( $\simeq 2$  s) and a better filling ratio ( $\alpha_{\infty} \simeq 0.6$ ), the best values being



**Figure 3.** Evolution of the atom number in the center of the CDT (a) and the loading ratio  $\alpha = N_C/N$  (b) in four different loading situations: low power (circles), highest power (diamonds),  $\sim 1/3$  of maximum power (crosses) and ramping up in 2 s after loading at low power (stars). The loading ratio  $\alpha(t)$  is fitted with the function  $a(1 - e^{-t/\tau}) + b$ . The results of the fit  $\tau$  and  $\alpha_\infty = a + b$  are indicated in (b).

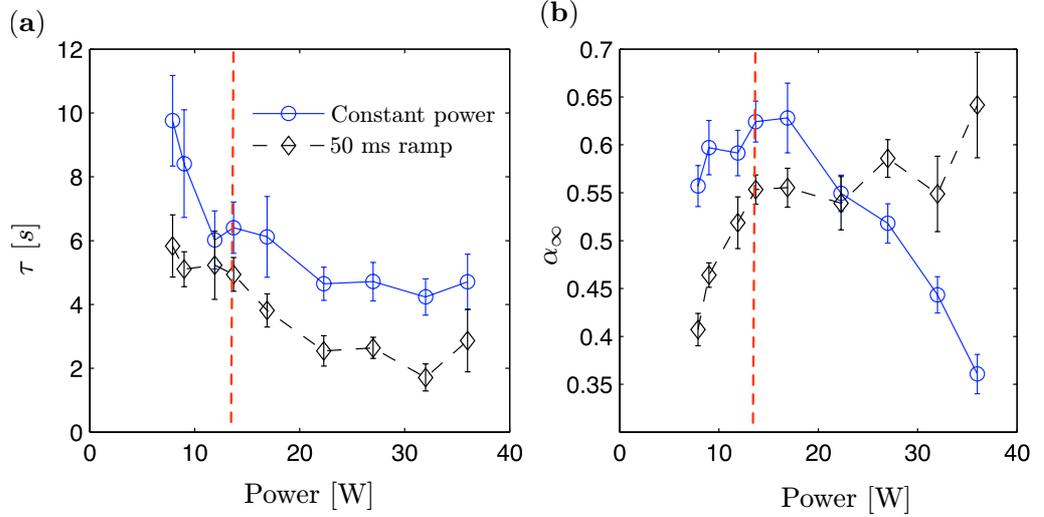
apparently limited by the available laser power. A slower, linear power ramp to  $P_{\text{CDT}} = 36$  W in 2 s (also shown in figure 3) leads to a slightly better loading ratio ( $\alpha_\infty \simeq 0.7$ ) and a slightly lower temperature, which altogether results in a higher number of atoms (about twice as many atoms in the center of the CDT, as compared with the loading at constant  $P_{\text{CDT}} = 13.7$  W). This particular ramp provides the best starting point we could achieve for the evaporative cooling stage.

The results of the two series of experiments show the existence of an optimal power  $P_{\text{CDT}}^{\text{opt}} = 13.7$  W for the loading of the atoms during the period in which the MOT and CDT are simultaneously present. We interpret this observation in the following way. The CDT laser exerts different light shifts on the various hyperfine states in the ground ( $3s$ ) and excited ( $3p$ ) manifolds. These differential light shifts can perturb the laser cooling dynamics in the CDT region and thus degrade the capture efficiency. For instance, if we take the  $|g\rangle = |F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |e_3\rangle = |F' = 3, m_F = 3\rangle$  transition and a  $\pi$ -polarized CDT laser, we find that near the trap bottom, the laser detuning changes according to

$$\delta_{33} = \omega_L - \omega_{33} + \alpha_{33}I, \quad (3)$$

with  $\omega_L$  being the cooling laser frequency,  $\omega_{33}$  the ‘bare’ transition frequency and  $I = 2P_{\text{CDT}}/\pi w_{\text{CDT}}^2$  the intensity of the CDT laser<sup>4</sup>. For sodium, we find that  $\alpha_{33}/2\pi \approx 27$  Hz cm<sup>2</sup> W<sup>-1</sup>. For our optimal cooling beam detuning  $\delta_{\text{cool}} = \omega_L - \omega_{33} \approx -3.8\Gamma$

<sup>4</sup> For the calculation we use the data from the NIST atomic spectra database [23] and consider the  $3s \rightarrow 3p$ ,  $3p \rightarrow 3d$ ,  $4d$  transitions (see also [24]).



**Figure 4.** (a) Filling time  $\tau$  and (b) center filling fraction  $\alpha_\infty$  for CDT in two different situations: the solid curve shows the results of the experiments where the CDT laser is held at any time at the same power. The dashed curve denotes the compression experiments where the power starts at  $P_{\text{CDT}} = 13.7 \text{ W}$  in the ‘cold MOT’ phase and is ramped up in 50 ms to the final value indicated after switching off the molasses beams. The error bars correspond to 90% confidence bounds on the fit coefficients  $\tau$  and  $\alpha_\infty$ . For  $P_{\text{CDT}} = 13.7 \text{ W}$ , both curves should intersect as the experimental sequence is the same. The observed difference indicates systematic variations between different experimental runs, probably due to dipole trap pointing fluctuations and total atom number variations. The vertical dashed line corresponds to the optimal power  $P_{\text{CDT}} = 13.7 \text{ W}$  for the ‘cold MOT’ phase.

(see section 2.1), we find that the detuning on the cooling transition vanishes when  $I \approx |\delta_{\text{cool}}|/\alpha_{33} \approx 1.4 \times 10^6 \text{ W cm}^{-2}$ . Experimentally, the optimum  $P_{\text{CDT}}^{\text{opt}} = 13.7 \text{ W}$  corresponds to  $I^{\text{opt}} = 4.7 \times 10^5 \text{ W cm}^{-2}$ , close to the value calculated above, and a change of detuning from  $-3.8\Gamma$  to  $\delta_{33} \approx -2.5\Gamma$ . We reached a very similar optimum in another set of experiments with  $w'_{\text{CDT}} = 35 \mu\text{m}$ , where we found an optimum power  $P_{\text{CDT}}^{\text{opt}} = 10 \text{ W}$  corresponding to  $I^{\text{opt}} = 5.2 \times 10^5 \text{ W cm}^{-2}$  and a comparable final detuning  $\delta_{33} \approx -2.4\Gamma$ .

One could think that tuning the cooling beam frequency further than  $-3.8\Gamma$  on the red side of the  $|g\rangle \rightarrow |e_3\rangle$  transition could help to mitigate the effect, thus increasing the optimal power and ultimately the number of atoms captured. However, two separate effects work against this strategy. Firstly, this compensation is efficient only near the trap bottom and not across the whole trapping region. Secondly, it brings the MOT beams closer to resonance with neighboring transitions that can shift in opposite ways. For example, the  $|g\rangle = |F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |e_2\rangle = |F' = 2, m_F = 2\rangle$  transition has an intensity dependence  $\delta_{22} = \omega_L - \omega_{22} - \alpha_{22}I$ , with  $\omega_{22}$  being the corresponding frequency and  $\alpha_{22}/2\pi \approx 16 \text{ Hz cm}^2 \text{ W}^{-1}$ . The latter effect is limiting for  $^{23}\text{Na}$ , which has a hyperfine structure splitting  $\omega_{33} - \omega_{22}$  much smaller than heavier alkalis ( $^{87}\text{Rb}$  and  $^{133}\text{Cs}$ ).

## 4. Two-stage evaporation

### 4.1. Evaporation in the CDT alone

As pointed out in the introduction, lowering the laser intensity to reduce the trap depth for evaporation is inevitably accompanied by a reduction in trap stiffness (near the trap bottom, the trap frequency  $\omega$  is proportional to  $\sqrt{P/w}$ ), unlike in magnetic traps, where the depth and confinement are independent. The resulting decrease in density and collision rate can make the cooling due to evaporation stop at low laser power, and this is precisely what is observed in our experiment. For a harmonic trap, the classical phase-space density is given by  $\mathcal{D} = N(\hbar\bar{\omega}/k_B T)^3$ , where  $\bar{\omega}$  stands for the mean trapping frequency. In a simple model where the evaporation parameter  $\eta = V_0^{\text{CDT}}/k_B T$  is assumed to be constant and where losses are neglected, the gain in phase-space density when the trap depth is lowered from  $V_0^{\text{CDT}}$  to  $V_0^{\text{CDT}}/r$  ( $r > 1$  is the reduction factor) is given by [25]

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_0 r^\beta, \quad \beta = \frac{3\eta^2 - 7\eta + 11}{2\eta^2 - 6\eta + 7}. \quad (4)$$

The starting point in our experiment (about  $3 \times 10^5$  atoms at  $T \simeq 100 \mu\text{K}$ ) corresponds to  $\eta \approx 10$  and a phase-space density  $\mathcal{D}_0 \sim 10^{-4}$ . According to equation (4), evaporating with a reduction factor  $r = 200$  leads to a final phase-space density of  $\sim 0.2$ . In our experiment, the laser power is ramped down during evaporation according to

$$V_{\text{CDT}}(t) = V_{\text{CDT}}^0 (1 + t/\tau_{\text{evap}})^{-\alpha_{\text{evap}}}, \quad (5)$$

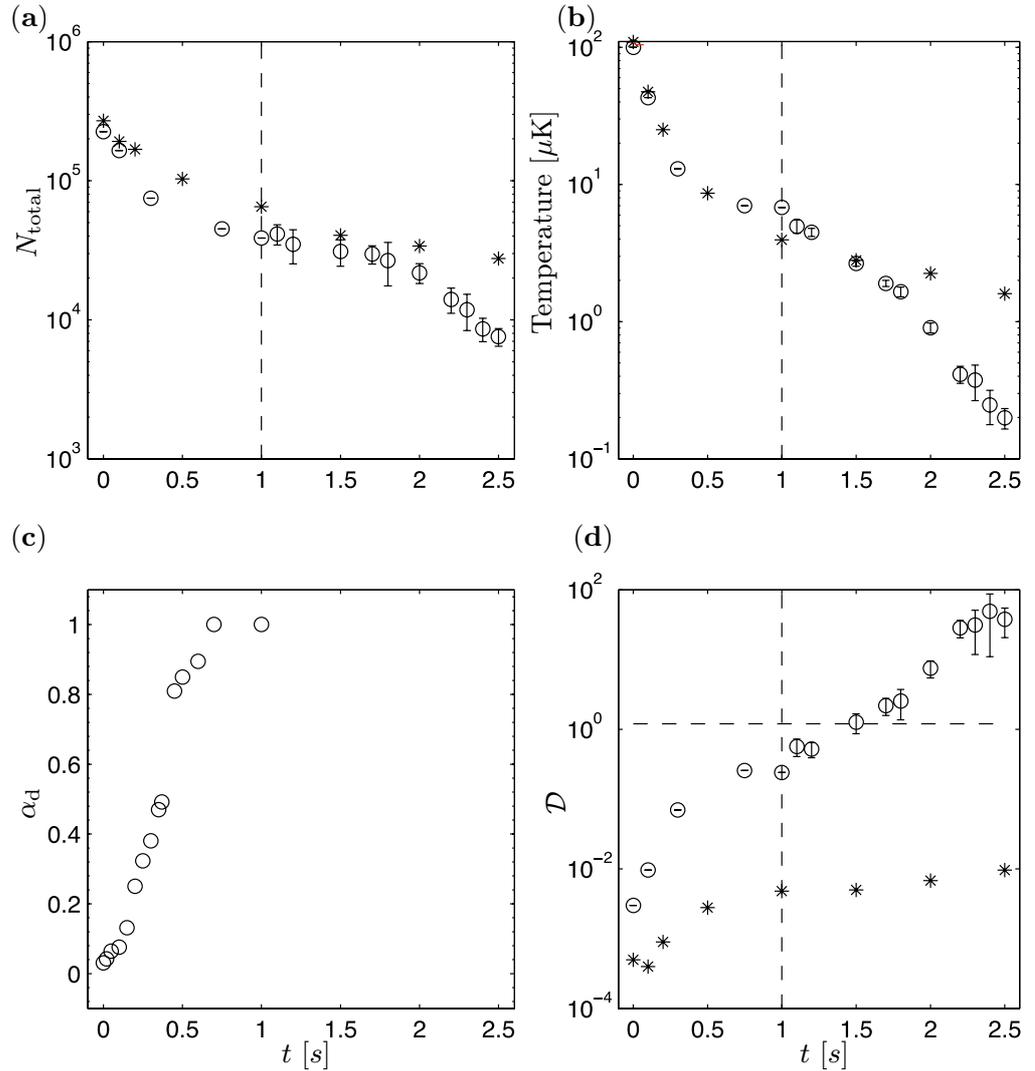
where the parameters  $\tau_{\text{evap}} = 30$  ms and  $\alpha_{\text{evap}} = 1.2$  were optimized empirically. Even after optimization we have not been able to achieve a final phase-space density greater than  $\sim 10^{-2}$  in the CDT alone<sup>5</sup>. We also observe that the collision rate after  $\sim 1$  s is lower than that after  $10$  s<sup>-1</sup> and that evaporative cooling stops near this point. Such a collision rate is too low to maintain efficient thermalization and sustain the cooling process.

### 4.2. Evaporation in the dimple trap

The decrease in evaporation efficiency mentioned in the previous subsection is caused by the relation between trap depth and confinement strength inherent in optical traps. To circumvent the decrease in evaporation efficiency mentioned in the previous subsection, one needs independent control of the trap depth and of the confinement strength. To achieve this aim, we have added a tight ‘dimple’ to the initial trap [8, 20, 26, 27]. We turn on the auxiliary dT together with the main CDT, but keep it at the constant power  $P_{\text{dT}} = 200$  mW during the CDT ramp<sup>6</sup>. With the ‘dimple’ addition, the atoms feel a more and more confining potential as they cool, in stark contrast to the situation in the CDT alone. In our experiment, we take advantage of the dissipative nature of evaporative cooling to fill such a dT. As the atoms in the CDT are evaporatively cooled, they get progressively trapped in the stiffer potential, which results in a substantial increase in spatial density [8, 18]. Since the temperature remains the same, this translates into a huge boost in the phase-space density. This is markedly different from an

<sup>5</sup> The measured phase-space density is lower than the prediction of equation (4). This should be attributed to the crudeness of the model underlying this equation. In particular, three-body losses, which are important at the densities present in the CDT, are not accounted for.

<sup>6</sup> Keeping the dT power high causes no modification for the CDT loading and compression.



**Figure 5.** Evaporative cooling trajectories in the combined trap (CDT and dT) (circles) and in the CDT alone (stars). We show the time evolution of the atom number  $N$  (a), temperature  $T$  (b), dimple filling  $\alpha_d$  (c) and phase-space density  $\mathcal{D}$  (d).

adiabatic trap compression which increases spatial density but leaves the phase-space density unchanged [28]. After 1 s evaporation in the CDT, the dT power is reduced to provide the final stage of evaporative cooling (see figure 1(c)).

The plots in figure 5 summarize the evaporation dynamics. We show the atom number  $N$ , temperature  $T$ , dT filling  $\alpha_d = N_d/N$ , where  $N_d$  is the number of atoms present in the dT, and phase-space density  $\mathcal{D}$  during the ramp, compared with the evaporation without dT<sup>7</sup>.

<sup>7</sup> The measurement of  $\alpha_d$  is made in the following way: the dT laser is switched off 2.8 ms after the CDT laser, and we let the cloud expand during time-of-flight  $t_{\text{ToF}} = 0.2$  ms before taking an absorption image. At this time, atoms released from the CDT have expanded in the  $x$ - $y$  plane more than those released from the dT, which is appropriate for counting each component.

From figure 5(c), we observe that almost all atoms accumulate rapidly (within a few hundred of ms) in the dT. At this stage, the atoms are essentially trapped by the dT in the  $x$ - $y$  plane and by the weaker CDT in the  $z$ -direction. We therefore call this stage ‘evaporative filling’. At the end of it, we obtain a cold sodium gas with high phase-space density and collision rate ( $\gamma_{\text{coll}} \approx 2 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ ), well suited to start a second evaporative cooling stage.

The difference in trapping frequency between the cases with and without dT leads to an increase of about 100 in phase-space density at  $t = 1$  s. We quantify the evaporation efficiency  $\kappa_{\text{evap}}$  from the starting point  $(N_0, \mathcal{D}_0)$  to  $(N_1, \mathcal{D}_1)$ , using the definition given in [13]:

$$\kappa_{\text{evap}} = -\frac{\ln(\mathcal{D}_1/\mathcal{D}_0)}{\ln(N_1/N_0)}. \quad (6)$$

Typical values in magnetic traps are  $\kappa_{\text{evap}} \sim 1$ –2. In our experiment, we obtain much better evaporation efficiencies with the use of the dT ( $\kappa_{\text{evap}}^{\text{dT}} \simeq 3.5$ ) than without ( $\kappa_{\text{evap}}^{\text{CDT}} \simeq 1.6$ ).<sup>8</sup>

We pursue the evaporation by reducing the dT depth, with an exponential ramp from  $P_{\text{dT}} = 200$  to 2 mW in 1.5 s, with a time constant  $\tau_{\text{dT}} = 0.6$  s. This results in a phase-space density increase and a crossing of the BEC threshold after  $\sim 1$  s ramping, with  $\simeq 2 \times 10^4$  atoms at  $T \simeq 1 \mu\text{K}$ . At the end of this ramp, we obtain an almost pure BEC with  $\simeq 10^4$  atoms.

Finally, we note that the dT is used here in quite a different way compared to the experiment reported in [26, 27]. In these works, the authors studied an adiabatic process, in which the gain in phase-space density is obtained isentropically by modifying the trap potential shape [29]. In the present work, the entropy is reduced by evaporative cooling as the transfer between the CDT and the dT proceeds.

## 5. Conclusion and prospects

We have demonstrated a method to achieve Bose–Einstein condensation of  $^{23}\text{Na}$  in an all-optical experimental setup. We have shown the importance of adapting the trapping potential to the MOT cooling dynamics for optimizing the capture in the arms of the crossed trap. In the free evaporation step that follows, an increase in trap depth leads to a fast transfer of atoms from the arms to the central region, providing thus a dense sample. We have also described the implementation of a two-step evaporation stage using a tightly focused ‘dT’. ‘Evaporative filling’ of the dT occurs at almost the same atom number and temperature as in the CDT alone. As a result, the phase-space density increases as  $(\bar{\omega}_{\text{dT}}/\bar{\omega}_{\text{CDT}})^3$ , where  $\bar{\omega}_{\text{dT}}$  is the dT average frequency and  $\bar{\omega}_{\text{CDT}}$  the CDT average frequency at low power. Experimentally this corresponds to a large gain in phase-space density, of  $\sim 100$ . After a final evaporation stage in the dT, we are able to obtain almost pure BECs containing  $\sim 10^4$  atoms.

The efficient ‘evaporative filling’ of the dT suggests to generalize the scheme by adding a second, even smaller dT to shorten the time to reach Bose–Einstein condensation. Such a scheme with imbricated evaporative cooling steps (like the layers of an ‘atomic matryoshka’) can be taken into consideration if the aim is the production of BECs with small atom number, confined in a microscopic potential [30–32].

<sup>8</sup> We have found experimentally that turning on the dT at a later stage during the evaporation ramp still results in a boost in phase-space density. However, the cooling is not as efficient, so that the final phase-space density and the evaporation efficiency are both slightly worse.

## Acknowledgments

We thank Lingxuan Shao and Wilbert Kruithof for assistance with experiments. DJ acknowledges financial support from DGA (contract no. 2008/450). LDS acknowledges financial support from the EU IEF (grant no. 236240). This work was supported by IFRAF, the EU (MIDAS STREP project) and DARPA (OLE project). Laboratoire Kastler Brossel is a Unité Mixte de Recherche (UMR no. 8552) of CNRS, ENS and UPMC.

## Appendix A. Analysis of CDT images

A figure of merit for the loading in the CDT is the number of atoms in the crossing region of the trap, as mainly these atoms will participate in evaporative cooling. We will take the ratio between the atoms in this region and the atoms in the arms as an indicator of the loading efficiency. We fit the atomic density profiles with a sum of three Gaussians, two of them fitting the arms region and the last one fitting the central region,

$$f_{2D}(x, y) = \sum_{j=1}^3 G(A_j; x_j, y_j; \sigma_{jx}, \sigma_{jy}), \quad (\text{A.1})$$

with  $G(A, x, y, \sigma_x, \sigma_y) = Ae^{-1/2(x/\sigma_x)^2 - 1/2(y/\sigma_y)^2}$ . Here  $A$  is the amplitude and  $\sigma_x$  and  $\sigma_y$  are the sizes of the distribution along the directions  $x$  and  $y$ . The first two components 1, 2 model the arms so that  $\sigma_{1y} \gg \sigma_{1x}$  and  $\sigma_{2y} \gg \sigma_{2x}$ . The third component models the denser crossing region. The second arm propagates with an angle  $\theta$ :  $(x_2, y_2) = (x_1 \cos(\theta) + y_1 \sin(\theta), -x_1 \sin(\theta) + y_1 \cos(\theta))$ . Each arm is supposed to be radially symmetric; the size in the  $z$ -direction is therefore taken as equal to the radial size in the  $(x, y)$  plane. From the sizes and the calibration of the total fluorescence counts on the CCD with the atom number measured from an absorption image, we infer the atom number in each of the components  $N_1$ ,  $N_2$  and  $N_3$ .

In order to evaluate how well equation (A.1) can fit the density profile, we perform the fit on a computed density profile of an atomic cloud at thermal equilibrium in a CDT potential  $U(\mathbf{r}) = V_{\text{CDT}}(\mathbf{r})$  (see equation (1)), for  $P_{\text{CDT}} = 13.7$  W and  $w_{\text{CDT}} = 42 \mu\text{m}$ . For a classical gas, the phase-space density  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  is given by

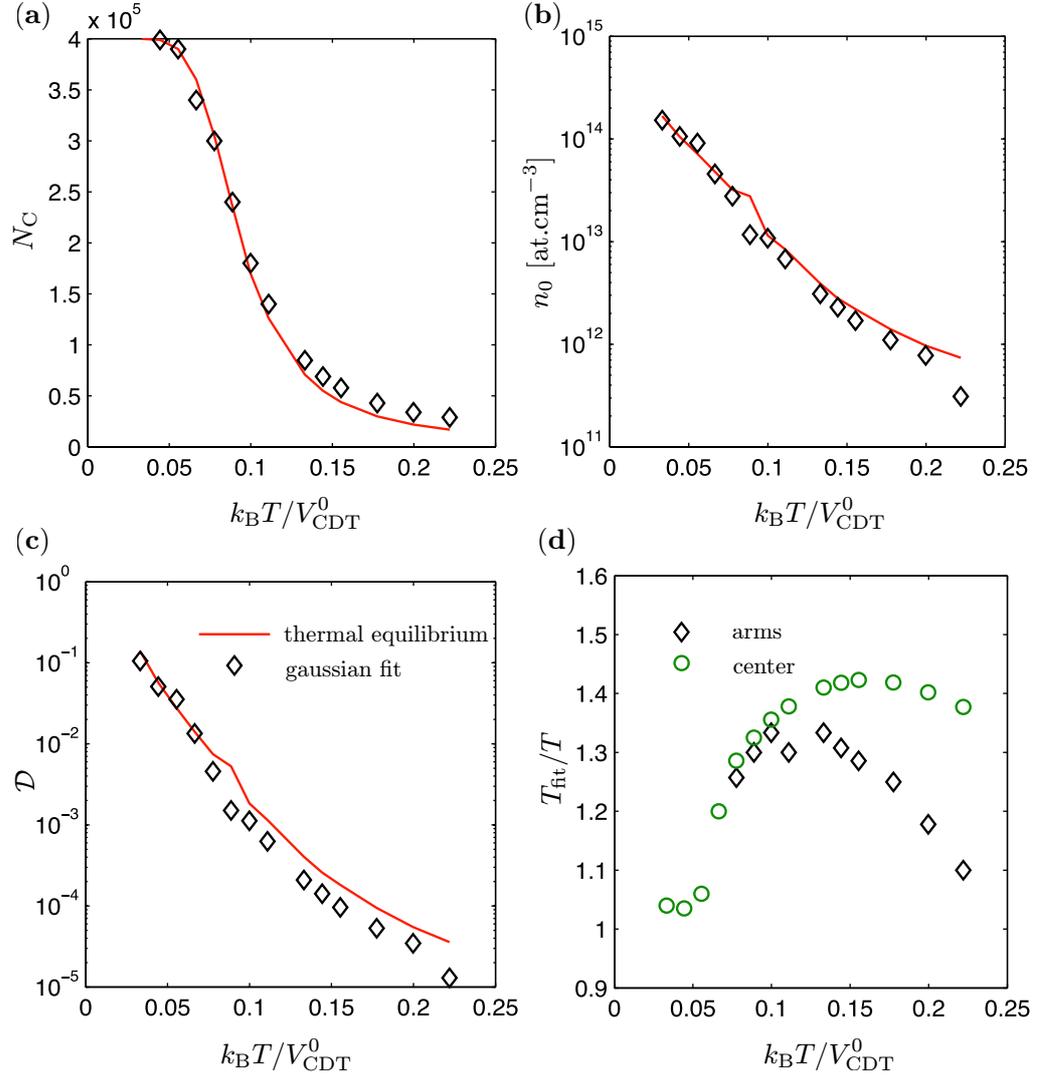
$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{1}{Z} e^{-[p^2/2M + U(\mathbf{r})]/k_B T} \Theta(-p^2/2M - U(\mathbf{r})) \quad (\text{A.2})$$

with  $Z$  being the partition function chosen such that  $\int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \frac{d^3 \mathbf{r} d^3 \mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} = 1$ , and  $\Theta$  the Heaviside step function. An integration of  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  along the imaging direction  $z$  yields a two-dimensional (2D) profile  $n_{2D}^{\text{sim}}(x, y)$ ,

$$n_{2D}^{\text{sim}}(x, y) = \int dz \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} = \int dz e^{-U(\mathbf{r})/k_B T} \Gamma_{\text{inc}}\left(\frac{U(\mathbf{r})}{k_B T}, \frac{3}{2}\right), \quad (\text{A.3})$$

where  $\Gamma_{\text{inc}}$  is the incomplete gamma function. We also calculate the density of states  $\rho(\epsilon)$  (with  $-V_{\text{CDT}}^0 < \epsilon < 0$ ),

$$\rho(\epsilon) = \int \frac{d^3 \mathbf{r} d^3 \mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} \delta(\epsilon - p^2/2M - U(\mathbf{r})) = \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \int d\mathbf{r} \sqrt{\epsilon - U(\mathbf{r})}. \quad (\text{A.4})$$



**Figure A.1.** Test of the multicomponent fitting routine used to analyze CDT images. For (a), (b) and (c), black diamonds show the result from the fit. In (a), the center atom number is calculated from the density of states and shown as a solid line. For the solid lines in (b) and (c),  $n_0$  and  $\mathcal{D}$  are taken from the formulae at thermal equilibrium. In (d), the temperatures extracted from the size of the arms and the size of the central component are compared with the ones used to compute the distribution.

This can be used to determine the number of atoms  $N_C$  that have an energy between  $-V_{\text{CDT}}^0$  and  $-V_{\text{CDT}}^0/2$ ,

$$N_C = N(-V_{\text{CDT}}^0 \leq \epsilon \leq -V_{\text{CDT}}^0/2) = n_0 \Lambda_{\text{dB}}^3 \int_0^{V_{\text{CDT}}^0/2} d\epsilon \rho(\epsilon) e^{-\epsilon/k_B T}, \quad (\text{A.5})$$

with  $n_0$  being the density in the center of the trap, and  $\Lambda_{\text{dB}} = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$  the thermal de Broglie wavelength. We take  $N_C$  as an estimate of the number of atoms in the central region. Equations (A.4) and (A.5) are evaluated numerically using Monte-Carlo integration.

We apply to the simulated profiles  $n_{2D}^{\text{sim}}$  the same fitting routine as that used for the experimental images. In figure A.1, we compare the fit output with the parameters used in the simulation.

As one can see, the number of atoms in the center is found to be very close to  $N_C$ . This validates our method to estimate the loading ratio  $\alpha = N_C/N_{\text{tot}}$  with the result from the fit  $N_3/(N_1 + N_2 + N_3)$ . Note, however, that the procedure systematically overestimates the temperature in the arms by  $\sim 30\%$ . This is due to the Gaussian shape of the trap that leads to a radial density profile that is wider than the profile created by a harmonic trap with the same curvature. We checked that, for a truncated harmonic trap, the fitted temperature is equal to the temperature  $T$  obtained for the simulated profile (equation (A.3)).

## References

- [1] Bloch I, Dalibard J and Zwerger W 2008 Many-body physics with ultracold gases *Rev. Mod. Phys.* **80** 885–964
- [2] Bouyer P and Kasevich M A 1997 Heisenberg-limited spectroscopy with degenerate Bose–Einstein gases *Phys. Rev. A* **56** R1083–R1086
- [3] Gross C, Zibold T, Nicklas E, Estève J and Oberthaler M K 2010 Nonlinear atom interferometer surpasses classical precision limit. *Nature* **464** 1165–9
- [4] Barrett M D, Sauer J A and Chapman M S 2001 All-optical formation of an atomic Bose–Einstein condensate *Phys. Rev. Lett.* **87** 010404
- [5] Kinoshita T, Wenger T and Weiss D S 2005 All-optical Bose–Einstein condensation using a compressible crossed dipole trap *Phys. Rev. A* **71** 011602
- [6] Cennini G, Ritt G, Geckeler C and Weitz M 2003 Bose–Einstein condensation in a CO<sub>2</sub>-laser optical dipole trap *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **77** 773–9
- [7] Granade S R, Gehm M E, O’Hara K M and Thomas J E 2002 All-optical production of a degenerate Fermi gas *Phys. Rev. Lett.* **88** 120405
- [8] Weber T, Herbig J, Mark M, Nägerl H-C and Grimm R 2003 Bose–Einstein condensation of cesium *Science* **299** 232–5
- [9] Dumke R, Johanning M, Gomez E, Weinstein J D, Jones K M and Lett P D 2006 All-optical generation and photoassociative probing of sodium Bose–Einstein condensates *New J. Phys.* **8** 64
- [10] Stenger J, Inouye S, Stamper-Kurn D M, Miesner H J, Chikkatur A P and Ketterle W 1998 Spin domains in ground-state Bose–Einstein condensates *Nature* **396** 345–8
- [11] Kuppens S J M, Corwin K L, Miller K W, Chupp T E and Wieman C E 2000 Loading an optical dipole trap *Phys. Rev. A* **62** 013406
- [12] Adams C S, Lee H J, Davidson N, Kasevich M and Chu S 1995 Evaporative cooling in a crossed dipole trap *Phys. Rev. Lett.* **74** 3577–80
- [13] Ketterle W, Van Druten N J, Bederson B and Walther H 1996 *Evaporative Cooling of Trapped Atoms* vol 37 (New York: Academic) pp 181–236
- [14] Hung C-L, Zhang X, Gemelke N and Chin C 2008 Accelerating evaporative cooling of atoms into Bose–Einstein condensation in optical traps *Phys. Rev. A* **78** 011604
- [15] Clément J F, Brantut J P, Robert-de Saint-Vincent M, Nyman R A, Aspect A, Bourdel T and Bouyer P 2009 All-optical runaway evaporation to Bose–Einstein condensation *Phys. Rev. A* **79** 061406
- [16] Lin Y J, Perry A R, Compton R L, Spielman I B and Porto J V 2009 Rapid production of <sup>87</sup>Rb Bose–Einstein condensates in a combined magnetic and optical potential *Phys. Rev. A* **79** 063631
- [17] Ma Z-Y, Thomas A M, Foot C J and Cornish S L 2003 The evaporative cooling of a gas of caesium atoms in the hydrodynamic regime *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **36** 3533
- [18] Ma Z-Y, Foot C J and Cornish S L 2004 Optimized evaporative cooling using a dimple potential: an efficient route to Bose–Einstein condensation *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **37** 3187

- [19] Comparat D, Fioretti A, Stern G, Dimova E, Laburthe B Tolra and Pillet P 2006 Optimized production of large Bose–Einstein condensates *Phys. Rev. A* **73** 043410
- [20] Mimoun E, De Sarlo L, Jacob D, Dalibard J and Gerbier F 2010 Fast production of ultracold sodium gases using light-induced desorption and optical trapping *Phys. Rev. A* **81** 8
- [21] Ketterle W, Davis K B, Joffe M A, Martin A and Pritchard D E 1993 High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap *Phys. Rev. Lett.* **70** 2253–6
- [22] Kaiser R, Westbrook C, David F, Stamper-Kurn D and Ketterle W 2001 *Spinor Condensates and Light Scattering from Bose–Einstein Condensates* vol 72 (Berlin: Springer) pp 139–217
- [23] Ralchenko Yu, Kramida A E, Reader J and the NIST ASD Team 2010 *NIST Atomic Spectra Database (Version 4.0)*
- [24] Viering K 2006 Spatially resolved single atom detection of neutral atoms *Master’s Thesis* University of Texas, Austin
- [25] O’Hara K M, Gehm M E, Granade S R and Thomas J E 2001 Scaling laws for evaporative cooling in time-dependent optical traps *Phys. Rev. A* **64** 051403(R)
- [26] Stamper-Kurn D M, Miesner H J, Chikkatur A P, Inouye S, Stenger J and Ketterle W 1998 Reversible formation of a Bose–Einstein condensate *Phys. Rev. Lett.* **81** 2194–7
- [27] Garrett M C, Ratnapala A, van Ooijen E D, Vale C J, Weegink K, Schnelle S K, Vainio O, Heckenberg N R, Rubinsztein-Dunlop H and Davis M J 2011 Growth dynamics of a Bose–Einstein condensate in a dimple trap without cooling *Phys. Rev. A* **83** 013630
- [28] Ketterle W and Pritchard D E 1992 Atom cooling by time-dependent potentials *Phys. Rev. A* **46** 4051–4
- [29] Pinkse P W H, Mosk A, Weidemüller M, Reynolds M W, Hijmans T W and Walraven J T M 1997 Adiabatically changing the phase-space density of a trapped Bose gas *Phys. Rev. Lett.* **78** 990–3
- [30] Kolomeisky E B, Straley J P and Kalas R M 2004 Ground-state properties of artificial bosonic atoms, Bose interaction blockade, and the single-atom pipette *Phys. Rev. A* **69** 063401
- [31] Chuu C S, Schreck F, Meyrath T P, Hanssen J L, Price G N and Raizen M G 2005 Direct observation of sub-Poissonian number statistics in a degenerate Bose gas *Phys. Rev. Lett.* **95** 260403
- [32] Dudarev A M, Raizen M G and Niu Q 2007 Quantum many-body culling: production of a definite number of ground-state atoms in a Bose–Einstein condensate *Phys. Rev. Lett.* **98** 063001



# Bibliographie

- [1] C. Cohen-Tannoudji. Nobel lecture : Manipulating atoms with photons. *Rev. Mod. Phys.*, 70(3) :707–719, Jul 1998. 9
- [2] W. D. Phillips. Nobel lecture : Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 70(3) :721–741, Jul 1998. 9
- [3] S. Chu. Nobel lecture : The manipulation of neutral particles. *Rev. Mod. Phys.*, 70(3) :685–706, Jul 1998. 9
- [4] S. Bose. Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei*, 26 :178–181, 1924. 10.1007/BF01327326. 9, 15
- [5] A. Einstein. Quantentheorie des Einatomigen idealen Gases. *Königliche Preußische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, pages 261–267, 1924. 9, 15
- [6] A. Einstein. Quantentheorie des Einatomigen idealen Gases, Zweite Abhandlung. *Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, pages 3–14, 1925. 9, 15
- [7] A. Einstein. Zur Quantentheorie des idealen Gases. *Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, pages 18–25, 1925. 9, 15
- [8] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Observation of Bose–Einstein condensation in a dilute atomic vapor. *Science*, 269(5221) :198–201, 1995. 9, 15
- [9] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle. Bose–Einstein condensation in a gas of Sodium atoms. *Physical Review Letters*, 75(22) :3969–3973, 11 1995. 9, 15
- [10] E. A. Cornell and C. E. Wieman. Nobel lecture : Bose–Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments. *Rev. Mod. Phys.*, 74(3) :875–893, Aug 2002. 9
- [11] W. Ketterle. Nobel lecture : When atoms behave as waves : Bose–Einstein condensation and the atom laser. *Rev. Mod. Phys.*, 74(4) :1131–1151, Nov 2002. 9
- [12] M.R. Andrews, C.G. Townsend, H.-J. Miesner, D.S. Durfee, D.M. Kurn, and W. Ketterle. Observation of interference between two Bose condensates. *Science*, 275 :637–641, 1997. 9
- [13] A.P. Chikkatur, Y. Shin, A.E. Leanhardt, D.Kielbinski, E.Tsikata, T.L. Gustavson, D.E. Pritchard, , and W. Ketterle. A continuous source of Bose–Einstein condensed atoms. *Science*, 296, 2002. 9

- [14] J. Weiner, V. S. Bagnato, S. Zilio, and P. S. Julienne. Experiments and theory in cold and ultracold collisions. *Reviews of Modern Physics*, 71(1) :1–85, 01 1999. 9, 18, 24, 63
- [15] M. R. Matthews, B. P. Anderson, P. C. Haljan, D. S. Hall, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Vortices in a Bose–Einstein condensate. *Physical Review Letters*, 83(13) :2498–2501, 09 1999. 9
- [16] K. W. Madison, F. Chevy, W. Wohlleben, and J. Dalibard. Vortex formation in a stirred Bose–Einstein condensate. *Physical Review Letters*, 84(5) :806–809, 01 2000. 9
- [17] J. Denschlag, J. E. Simsarian, D. L. Feder, Charles W. Clark, L. A. Collins, J. Cubizolles, L. Deng, E. W. Hagley, K. Helmerson, W. P. Reinhardt, S. L. Rolston, B. I. Schneider, and W. D. Phillips. Generating solitons by phase engineering of a Bose–Einstein condensate. *Science*, 287(5450) :97–101, 2000. 9
- [18] C. J. Myatt, E. A. Burt, R. W. Ghrist, E. A. Cornell, and C. E. Wieman. Production of two overlapping Bose–Einstein condensates by sympathetic cooling. *Physical Review Letters*, 78(4) :586–589, 01 1997. 9, 126
- [19] D. S. Hall, M. R. Matthews, J. R. Ensher, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Dynamics of component separation in a binary mixture of Bose–Einstein condensates. *Physical Review Letters*, 81(8) :1539–1542, 08 1998. 9
- [20] D. S. Hall, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Measurements of relative phase in two-component Bose–Einstein condensates. *Physical Review Letters*, 81(8) :1543–1546, 08 1998. 9
- [21] A. Sinatra, P. O. Fedichev, Y. Castin, J. Dalibard, and G. V. Shlyapnikov. Dynamics of two interacting Bose–Einstein condensates. *Physical Review Letters*, 82(2) :251–254, 01 1999. 9
- [22] T.-L. Ho. Spinor Bose condensates in optical traps. *Physical Review Letters*, 81(4) :742–745, 07 1998. 9, 15, 22, 23, 24, 29, 117, 139
- [23] T. Ohmi and K. Machida. Bose–Einstein condensation with internal degrees of freedom in alkali atom gases. *Journal of the Physical Society of Japan*, 67(6) :1822–1825, 1998. 9, 22, 23, 24, 29
- [24] D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, A. P. Chikkatur, S. Inouye, H. J. Miesner, J. Stenger, and W. Ketterle. Optical confinement of a Bose–Einstein condensate. *Physical Review Letters*, 80(10) :2027–2030, 03 1998. 9, 22, 137
- [25] R. Kaiser, C. Westbrook, F. David, D. Stamper-Kurn, and W. Ketterle. *Spinor Condensates and Light Scattering from Bose–Einstein Condensates*, volume 72, pages 139–217. Springer Berlin / Heidelberg, 2001. 9, 34, 137, 141
- [26] J. Stenger, S. Inouye, D. M. Stamper-Kurn, H. J. Miesner, A. P. Chikkatur, and W. Ketterle. Spin domains in ground-state Bose–Einstein condensates. *Nature*, 396(6709) :345–348, 1998. 9, 28, 29, 137, 139
- [27] H. J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, and W. Ketterle. Observation of metastable states in spinor Bose–Einstein condensates. *Physical Review Letters*, 82(11) :2228–2231, 03 1999. 9, 137

- [28] D. M. Stamper-Kurn, H. J. Miesner, A. P. Chikkatur, S. Inouye, J. Stenger, and W. Ketterle. Quantum tunneling across spin domains in a Bose–Einstein condensate. *Physical Review Letters*, 83(4) :661–665, 07 1999. 10, 137
- [29] C. K. Law, H. Pu, and N. P. Bigelow. Quantum spins mixing in spinor Bose–Einstein condensates. *Physical Review Letters*, 81(24) :5257–5261, 12 1998. 10, 23, 154
- [30] H. Pu, C. K. Law, S. Raghavan, J. H. Eberly, and N. P. Bigelow. Spin-mixing dynamics of a spinor Bose–Einstein condensate. *Physical Review A*, 60(2) :1463–1470, 08 1999. 10, 23
- [31] W. Zhang, D. L. Zhou, M. S. Chang, M. S. Chapman, and L. You. Coherent spin mixing dynamics in a spin-1 atomic condensate. *Physical Review A*, 72(1) :013602–, 07 2005. 10
- [32] M.-S. Chang, Q. Qin, W. Zhang, L. You, and M. S. Chapman. Coherent spinor dynamics in a spin-1 Bose condensate. *Nat Phys*, 1(2) :111–116, 11 2005. 10, 28, 137, 144
- [33] Y. Liu, S. Jung, S. E. Maxwell, L. D. Turner, E. Tiesinga, and P. D. Lett. Quantum phase transitions and continuous observation of spinor dynamics in an antiferromagnetic condensate. *Physical Review Letters*, 102(12) :125301–, 03 2009. 10, 28, 137
- [34] I. Bloch, J. Dalibard, and W. Zwerger. Many-body physics with ultracold gases. *Reviews of Modern Physics*, 80(3) :885–964, 2008. 10
- [35] Ph. Courteille, R. S. Freeland, D. J. Heinzen, F. A. van Abeelen, and B. J. Verhaar. Observation of a feshbach resonance in cold atom scattering. *Physical Review Letters*, 81(1) :69–72, 07 1998. 10
- [36] K. M. O’Hara, S. L. Hemmer, M. E. Gehm, S. R. Granade, and J. E. Thomas. Observation of a strongly interacting degenerate fermi gas of atoms. *Science*, 298(5601) :2179–2182, 2002. 10
- [37] T. Bourdel, J. Cubizolles, L. Khaykovich, K. M. F. Magalhães, S. J. J. M. F. Kokkelmans, G. V. Shlyapnikov, and C. Salomon. Measurement of the interaction energy near a feshbach resonance in a  $^6\text{Li}$  fermi gas. *Physical Review Letters*, 91(2) :020402–, 07 2003. 10
- [38] S. Jochim, M. Bartenstein, A. Altmeyer, G. Hendl, S. Riedl, C. Chin, J. Hecker Denschlag, and R. Grimm. Bose–Einstein condensation of molecules. *Science*, 302(5653) :2101–2103, 2003. 10
- [39] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hansch, and I. Bloch. Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms. *Nature*, 415(6867) :39–44, 01 2002. 10
- [40] B. Paredes, A. Widera, V. Murg, O. Mandel, S. Folling, I. Cirac, G. V. Shlyapnikov, T. W. Hansch, and I. Bloch. Tonks–Girardeau gas of ultracold atoms in an optical lattice. *Nature*, 429(6989) :277–281, 05 2004. 10
- [41] Z. Hadzibabic, P. Kruger, M. Cheneau, B. Battelier, and J. Dalibard. Berezinskii–Kosterlitz–Thouless crossover in a trapped atomic gas. *Nature*, 441(7097) :1118–1121, 06 2006. 10

- [42] P. Bouyer and M. A. Kasevich. Heisenberg-limited spectroscopy with degenerate Bose–Einstein gases. *Physical Review A*, 56(2), 1997. 10
- [43] C. Gross, T. Zibold, E. Nicklas, J. Estève, and M. K. Oberthaler. Non-linear atom interferometer surpasses classical precision limit. *Nature*, 464(7292) :1165–1169, 2010. 10
- [44] J. Grond, U. Hohenester, I. Mazets, and J. Schmiedmayer. Atom interferometry with trapped Bose–Einstein condensates : impact of atom–atom interactions. *New Journal of Physics*, 12(6), 2010. 10
- [45] J. Esteve, C. Gross, A. Weller, S. Giovanazzi, and M. K. Oberthaler. Squeezing and entanglement in a Bose–Einstein condensate. *Nature*, 455(7217) :1216–1219, 10 2008. 10
- [46] K. Maussang, G. E. Marti, T. Schneider, P. Treutlein, Y. Li, A. Sinatra, R. Long, J. Estève, and J. Reichel. Enhanced and reduced atom number fluctuations in a bec splitter. *Physical Review Letters*, 105(8) :080403–, 08 2010. 10
- [47] M. F. Riedel, P. Böhi, Y. Li, T. W. Hänsch, A. Sinatra, and P. Treutlein. Atom-chip-based generation of entanglement for quantum metrology. *Nature*, 464(7292) :1170–1173, 04 2010. 10
- [48] A. Sinatra, E. Witkowska, J. C. Dornstetter, Yun Li, and Y. Castin. Limit of spin squeezing in finite-temperature Bose–Einstein condensates. *Physical Review Letters*, 107(6) :060404–, 08 2011. 10
- [49] A. Sorensen, L. M. Duan, J. I. Cirac, and P. Zoller. Many-particle entanglement with Bose–Einstein condensates. *Nature*, 409(6816) :63–66, 01 2001. 10
- [50] L. M. Duan, J. I. Cirac, and P. Zoller. Quantum entanglement in spinor Bose–Einstein condensates. *Physical Review A*, 65(3) :033619–, 02 2002. 10, 23
- [51] A. Micheli, D. Jaksch, J. I. Cirac, and P. Zoller. Many-particle entanglement in two-component Bose–Einstein condensates. *Physical Review A*, 67(1) :013607–, 01 2003. 10, 163
- [52] A. Sinatra and Y. Castin. Phase dynamics of Bose–Einstein condensates : Losses versus revivals. *Eur. Phys. J. D*, 4(3) :247–260, 1998. 10
- [53] A. Auffeves, P. Maioli, T. Meunier, S. Gleyzes, G. Nogues, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Entanglement of a mesoscopic field with an atom induced by photon graininess in a cavity. *Physical Review Letters*, 91(23) :230405–, 12 2003. 10
- [54] D. Leibfried, E. Knill, S. Seidelin, J. Britton, R. B. Blakestad, J. Chiaverini, D. B. Hume, W. M. Itano, J. D. Jost, C. Langer, R. Ozeri, R. Reichle, and D. J. Wineland. Creation of a six-atom “Schrödinger cat” state. *Nature*, 438(7068) :639–642, 12 2005. 10
- [55] J. A. Dunningham, K. Burnett, and Stephen M. Barnett. Interferometry below the standard quantum limit with Bose–Einstein condensates. *Physical Review Letters*, 89(15) :150401–, 09 2002. 10, 163

- [56] B. Lücke, M. Scherer, J. Kruse, L. Pezzé, F. Deuretzbacher, P. Hyllus, O. Topic, J. Peise, W. Ertmer, J. Arlt, L. Santos, A. Smerzi, and C. Klempt. Twin matter waves for interferometry beyond the classical limit. *Science*, 334(6057) :773–776, 11 2011. 10
- [57] Eva M. Bookjans, Christopher D. Hamley, and Michael S. Chapman. Strong quantum spin correlations observed in atomic spin mixing. *Physical Review Letters*, 107(21) :210406–, 11 2011. 10
- [58] E. Mimoun. *Condensat de Bose–Einstein de Sodium dans un piège mésoscopique*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2010. 11, 48, 51
- [59] E. Mimoun, L. De Sarlo, J.-J. Zondy, J. Dalibard, and F. Gerbier. Sum-frequency generation of 589 nm light with near-unit efficiency. *Opt. Express*, 16(23) :18684–18691, 11 2008/11/10. 11, 48, 49
- [60] E. Mimoun, L. De Sarlo, J.-J. Zondy, J. Dalibard, and F. Gerbier. Solid-state laser system for laser cooling of Sodium. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 99 :31–40, 2010. 10.1007/s00340-009-3844-x. 11, 48, 49
- [61] E. Mimoun, L. De Sarlo, D. Jacob, J. Dalibard, and F. Gerbier. Fast production of ultracold Sodium gases using light-induced desorption and optical trapping. *Physical Review A*, 81(2) :8, 2010. 11, 44, 51
- [62] D. Jacob, E. Mimoun, L. De Sarlo, M. Weitz, J. Dalibard, and F. Gerbier. Production of Sodium Bose–Einstein condensates in an optical dimple trap. Submitted to New Journal of Physics, 2011. 11
- [63] M. Ueda and Y. Kawaguchi. Spinor Bose–Einstein condensates. arXiv :1001.2072v2. 15, 28, 139, 140
- [64] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari. Thermodynamics of a trapped Bose-condensed gas. *Journal of Low Temperature Physics*, 109 :309–355, 1997. 10.1007/s10909-005-0089-x. 16, 19, 20, 22
- [65] L. Pitaevskii and S. Stringari. *Bose–Einstein-Condensation*. Oxford University Press, USA, 2003. 16, 18
- [66] W. Ketterle and N. J. van Druten. Bose–Einstein condensation of a finite number of particles trapped in one or three dimensions. *Physical Review A*, 54(1) :656–660, 07 1996. 17
- [67] Franco Dalfovo, Stefano Giorgini, Lev P. Pitaevskii, and Sandro Stringari. Theory of Bose–Einstein condensation in trapped gases. *Reviews of Modern Physics*, 71(3) :463–512, 04 1999. 17, 18, 19, 130
- [68] C. J. Pethick and H. Smith. *Bose–Einstein Condensation in Dilute Gases*. Cambridge University Press, 2001. 18, 20
- [69] V. V. Goldman, I. F. Silvera, and A. J. Leggett. Atomic hydrogen in an inhomogeneous magnetic field : Density profile and Bose–Einstein condensation. *Physical Review B*, 24(5) :2870–2873, 09 1981. 19
- [70] M. Naraschewski and D. M. Stamper-Kurn. Analytical description of a trapped semi-ideal Bose gas at finite temperature. *Physical Review A*, 58(3) :2423–2426, 09 1998. 20, 34

- [71] T.-L. Ho and S. K. Yip. Fragmented and single condensate ground states of spin-1 Bose gas. *Physical Review Letters*, 84(18) :4031–4034, 05 2000. 22, 117, 154
- [72] W. Zhang, S. Yi, and L. You. Mean field ground state of a spin-1 condensate in a magnetic field. *New Journal of Physics*, 5(1), 2003. 23, 28, 29, 136, 137, 147
- [73] T. Isoshima, K. Machida, and T. Ohmi. Spin-domain formation in spinor Bose–Einstein condensation. *Physical Review A*, 60(6) :4857–4863, 12 1999. 23, 28
- [74] W. Zhang, S. Yi, and L. You. Bose–Einstein condensation of trapped interacting spin-1 atoms. *Physical Review A*, 70(4) :043611–, 10 2004. 23, 31, 33, 34, 136, 137
- [75] S. Knoop, T. Schuster, R. Scelle, A. Trautmann, J. Appmeier, M. K. Oberthaler, E. Tiesinga, and E. Tiemann. Feshbach spectroscopy and analysis of the interaction potentials of ultracold Sodium. *Physical Review A*, 83(4) :042704–, 04 2011. 24
- [76] G. Breit and I. I. Rabi. Measurement of nuclear spin. *Physical Review*, 38(11) :2082–2083, 12 1931. 26, 165
- [77] M. S. Chang, C. D. Hamley, M. D. Barrett, J. A. Sauer, K. M. Fortier, W. Zhang, L. You, and M. S. Chapman. Observation of spinor dynamics in optically trapped  $^{87}\text{Rb}$  Bose–Einstein condensates. *Physical Review Letters*, 92(14) :140403–, 04 2004. 28, 137, 144
- [78] S. Yi, Ö. E. Müstecaplıoğlu, C. P. Sun, and L. You. Single-mode approximation in a spinor-1 atomic condensate. *Physical Review A*, 66(1) :011601–, 07 2002. 28, 29
- [79] B. Pasquiou, E. Marechal, L. Vernac, O. Gorceix, and B. Laburthe-Tolra. Thermodynamics of a Bose–Einstein condensate with free magnetization. *arXiv :1110.0786v1*, 2011. 32, 41
- [80] T. Isoshima, T. Ohmi, and K. Machida. Double phase transitions in magnetized spinor Bose–Einstein condensation. *Journal of the Physical Society of Japan*, 69(12) :3864–3869, 2000. 33
- [81] E. L. Raab, M. Prentiss, Alex Cable, Steven Chu, and D. E. Pritchard. Trapping of neutral Sodium atoms with radiation pressure. *Physical Review Letters*, 59(23) :2631–2634, 12 1987/12/07/. 44
- [82] H. J. Metcalf and P. van der Straten. Laser cooling and trapping of atoms. *J. Opt. Soc. Am. B*, 20(5) :887–908, 05 2003/05/01. 45
- [83] D.A. Steck. Sodium d line data. Technical report, Los Alamos National Laboratory, May 2000. 46, 165
- [84] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11) :2023–2045, 11 1989/11/01. 46
- [85] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable, and A. Ashkin. Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure. *Physical Review Letters*, 55(1) :48–51, 07 1985/07/01/. 46

- [86] W. D. Phillips and H. J. Metcalf. Laser deceleration of an atomic beam. *Physical Review Letters*, 48(9) :596–599, 03 1982/03/01/. 50
- [87] G. Telles, T. Ishikawa, M. Gibbs, and C. Raman. Light-induced atomic desorption for loading a Sodium magneto-optical trap. *Physical Review A*, 81(3) :032710–, 03 2010. 51, 52
- [88] S. Du, M. B. Squires, Y. Imai, L. Czaia, R. A. Saravanan, V. Bright, J. Reichel, T. W. Hänsch, and D. Z. Anderson. Atom-chip Bose–Einstein condensation in a portable vacuum cell. *Physical Review A*, 70(5) :053606–, 11 2004. 52
- [89] C. Klempt, T. van Zoest, T. Henninger, O. Topic, E. Rasel, W. Ertmer, and J. Arlt. Ultraviolet light-induced atom desorption for large Rubidium and Potassium magneto-optical traps. *Physical Review A*, 73(1) :013410–, 01 2006. 52
- [90] B. P. Anderson and M. A. Kasevich. Loading a vapor-cell magneto-optic trap using light-induced atom desorption. *Physical Review A*, 63(2) :023404–, 01 2001. 52
- [91] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, and A. Cable. Experimental observation of optically trapped atoms. *Physical Review Letters*, 57(3) :314–317, 07 1986/07/21/. 52
- [92] J. D. Miller, R. A. Cline, and D. J. Heinzen. Far-off-resonance optical trapping of atoms. *Physical Review A*, 47(6) :R4567–R4570, 06 1993. 52
- [93] A. L. Migdall, J. V. Prodan, W. D. Phillips, T. H. Bergeman, and H. J. Metcalf. First observation of magnetically trapped neutral atoms. *Physical Review Letters*, 54(24) :2596–2599, 06 1985. 53
- [94] R. Grimm, M. Weidemüller, Y. B. Ovchinnikov, B. Bederson, and H. Walther. *Optical Dipole Traps for Neutral Atoms*, volume Volume 42, pages 95–170. Academic Press, 2000. 53, 54
- [95] C. Cohen-Tannoudji. Piégeage non dissipatif d’atomes neutres : considérations générales, 1996. Cours au Collège de France. 54
- [96] A. Messiah. *Quantum Mechanics, Vol. 2.*, pages 1061–1066. Amsterdam, Netherlands : North-Holland, 1962. 54
- [97] K. Viering. Spatially resolved single atom detection of neutral atoms. Master’s thesis, University of Texas at Austin, 2006. 54, 64
- [98] T. A. Savard, K. M. O’Hara, and J. E. Thomas. Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps. *Physical Review A*, 56(2) :R1095–R1098, 08 1997. 58, 105
- [99] S. J. M. Kuppens, K. L. Corwin, K. W. Miller, T. E. Chupp, and C. E. Wieman. Loading an optical dipole trap. *Physical Review A*, 62(1), 2000. 62, 63
- [100] W. Ketterle, B. Davis, Kendall, M. A. Joffe, A. Martin, and D. E. Pritchard. High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap. *Physical Review Letters*, 70(15), 1993. 63
- [101] C. G. Townsend, N. H. Edwards, C. J. Cooper, K. P. Zetie, C. J. Foot, A. M. Steane, P. Szriftgiser, H. Perrin, and J. Dalibard. Phase-space density in the magneto-optical trap. *Physical Review A*, 52(2) :1423–1440, 08 1995. 63

- [102] Y. Ralchenko, A.E. Kramida, J. Reader, and NIST ASD Team. NIST atomic spectra database (version 4.0), 2010. 64
- [103] G. Charrier. *Manuel d'optique*. Hermes, 1997. 68
- [104] M. Pappa, P. C. Condylis, G. O. Konstantinidis, V. Bolpasi, A. Lazoudis, O. Morizot, D. Sahagun, M. Baker, and W. von Klitzing. Ultra-sensitive atom imaging for matter-wave optics. *New Journal of Physics*, 13(11), 2011. 72
- [105] T. W. Hodapp, C. Gerz, C. Furtlehner, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, and J. Dalibard. Three-dimensional spatial diffusion in optical molasses. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 60 :135–143, 1995. 10.1007/BF01135855. 76
- [106] M. Abramowitz and I.A. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover, New York, 1972. 77
- [107] <http://www.princetoninstruments.com/>. 79
- [108] M. D. Barrett, J. A. Sauer, and M. S. Chapman. All-optical formation of an atomic Bose–Einstein condensate. *Physical Review Letters*, 87(1), 2001. 85
- [109] T. Kinoshita, T. Wenger, and D. S. Weiss. All-optical Bose–Einstein condensation using a compressible crossed dipole trap. *Physical Review A*, 71(1), 2005. 85, 95
- [110] G. Cennini, G. Ritt, C. Geckeler, and M. Weitz. Bose–Einstein condensation in a CO<sub>2</sub>-laser optical dipole trap. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 77(8) :773–779, 2003. 85
- [111] S. R. Granade, M. E. Gehm, K. M. O’Hara, and J. E. Thomas. All-optical production of a degenerate Fermi gas. *Physical Review Letters*, 88(12), 2002. 85
- [112] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H.-C. Nägerl, and R. Grimm. Bose–Einstein condensation of Cesium. *Science*, 299(5604) :232–235, 2003. 85, 95
- [113] R. Dumke, M. Johanning, E. Gomez, J. D. Weinstein, K. M. Jones, and P. D. Lett. All-optical generation and photoassociative probing of Sodium Bose–Einstein condensates. *New Journal of Physics*, 8(5) :64, 2006. 85
- [114] C. Cohen-Tannoudji. Piègeage non dissipatif et refroidissement évaporatif. Cours au Collège de France, 1996. 86, 87
- [115] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, and J. T. M. Walraven. Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas. *Physical Review A*, 53(1) :381–389, 01 1996. 87
- [116] K. M. O’Hara, M. E. Gehm, S. R. Granade, and J. E. Thomas. Scaling laws for evaporative cooling in time-dependent optical traps. *Physical Review A*, 64(5), 2001. 87, 94
- [117] W. Ketterle, N. J. Van Druten, B. Bederson, and H. Walther. *Evaporative Cooling of Trapped Atoms*, volume 37, pages 181–236. Academic Press, 1996. 87
- [118] C. S. Adams, H. J. Lee, N. Davidson, M. Kasevich, and S. Chu. Evaporative cooling in a crossed dipole trap. *Physical Review Letters*, 74(18) :3577–3580, 05 1995. 87

- [119] C.-L. Hung, X. Zhang, N. Gemelke, and C. Chin. Accelerating evaporative cooling of atoms into Bose–Einstein condensation in optical traps. *Physical Review A*, 78(1), 2008. 95
- [120] J. F. Clément, J. P. Brantut, M. Robert-de Saint-Vincent, R. A. Nyman, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer. All-optical runaway evaporation to Bose–Einstein condensation. *Physical Review A*, 79(6), 2009. 95
- [121] Y. J. Lin, A. R. Perry, R. L. Compton, I. B. Spielman, and J. V. Porto. Rapid production of  $^{87}\text{Rb}$  Bose–Einstein condensates in a combined magnetic and optical potential. *Physical Review A*, 79(6), 2009. 95
- [122] Z.-Y. Ma, A. M. Thomas, C. J. Foot, and S. L. Cornish. The evaporative cooling of a gas of Caesium atoms in the hydrodynamic regime. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 36(16) :3533, 2003. 95
- [123] Z.-Y. Ma, C. J. Foot, and S. L. Cornish. Optimized evaporative cooling using a dimple potential : an efficient route to Bose–Einstein condensation. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 37(15) :3187, 2004. 95
- [124] D. Comparat, A. Fioretti, G. Stern, E. Dimova, B. Laburthe Tolra, and P. Pillet. Optimized production of large Bose–Einstein condensates. *Physical Review A*, 73(4), 2006. 95
- [125] D. Jacob, E. Mimoun, L. De Sarlo, M. Weitz, J. Dalibard, and F. Gerbier. Production of Sodium Bose–Einstein condensates in an optical dimple trap. *New Journal of Physics*, 13(6), 2011. 95
- [126] W. Ketterle, D. S. Durfee, and D. M. Stamper-Kurn. Making, probing and understanding Bose–Einstein condensates. *Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi”*, 1999. 98, 100
- [127] G. Cennini, G. Ritt, C. Geckeler, and M. Weitz. All-optical realization of an atom laser. *Physical Review Letters*, 91(24) :240408–, 12 2003. 117, 124
- [128] A. Couvert, M. Jeppesen, T. Kawalec, G. Reinaudi, R. Mathevet, and D. Guéry-Odelin. A quasi-monomode guided atom laser from an all-optical Einstein condensate. *EPL (Europhysics Letters)*, 83(5) :50001, 2008. 117, 124
- [129] Murray Sargent III and P. Horwitz. Three-level Rabi flopping. *Physical Review A*, 13(5) :1962–1964, 05 1976. 120
- [130] A. T. Black, E. Gomez, L. D. Turner, S. Jung, and P. D. Lett. Spinor dynamics in an antiferromagnetic spin-1 condensate. *Physical Review Letters*, 99(7), 2007. 120, 137, 144, 146, 147, 152
- [131] J. D. Jackson. *Classical electrodynamics, Third edition*. John Wiley And Sons, Inc., 1999. 122
- [132] T. Bergeman, G. Erez, and H. J. Metcalf. Magnetostatic trapping fields for neutral atoms. *Physical Review A*, 35(4) :1535–1546, 02 1987. 127
- [133] V. M. Pérez-García, H. Michinel, J. I. Cirac, M. Lewenstein, and P. Zoller. Dynamics of Bose–Einstein condensates : Variational solutions of the Gross–Pitaevskii equations. *Physical Review A*, 56(2) :1424–1432, 08 1997. 131
- [134] Y. Castin and R. Dum. Bose–Einstein condensates in time dependent traps. *Physical Review Letters*, 77(27) :5315–5319, 12 1996. 131

- [135] C. Cohen-Tannoudji. Structure du condensat dans un piège harmonique. Cours au Collège de France, 1998. 131
- [136] J. Kronjäger, C. Becker, P. Navez, K. Bongs, and K. Sengstock. Magnetically tuned spin dynamics resonance. *Physical Review Letters*, 97(11) :110404–, 09 2006. 137, 144
- [137] A. Barone and G. Paterno. *Physics and Applications of the Josephson Effect*, chapter 4. Wiley, New York, 1982. 137
- [138] L. E. Sadler, J. M. Higbie, S. R. Leslie, M. Vengalattore, and D. M. Stamper-Kurn. Spontaneous symmetry breaking in a quenched ferromagnetic spinor Bose–Einstein condensate. *Nature*, 443(7109) :312–315, 09 2006. 137
- [139] J. Guzman, G. B. Jo, A. N. Wenz, K. W. Murch, C. K. Thomas, and D. M. Stamper-Kurn. Long-time-scale dynamics of spin textures in a degenerate  $F=1$   $^{87}\text{Rb}$  spinor Bose gas. *Physical Review A*, 84(6) :063625–, 12 2011. 137, 144
- [140] E. M. Bookjans, A. Vinit, and C. Raman. Quantum phase transition in an antiferromagnetic spinor Bose–Einstein condensate. *Physical Review Letters*, 107(19) :195306–, 11 2011. 137
- [141] F. Gerbier, A. Widera, S. Fölling, O. Mandel, and I. Bloch. Resonant control of spin dynamics in ultracold quantum gases by microwave dressing. *Physical Review A*, 73(4) :041602–, 04 2006. 138
- [142] M.-C. Chung and S. Yip. Cooling into the spin-nematic state for a spin-1 Bose gas in an optical lattice. *Physical Review A*, 79(5) :053617–, 05 2009. 139
- [143] A. Imambekov, M. Lukin, and E. Demler. Spin-exchange interactions of spin-one bosons in optical lattices : Singlet, nematic, and dimerized phases. *Physical Review A*, 68(6) :063602–, 12 2003. 139
- [144] F. Zhou, M. Snoek, J. Wiemer, and I. Affleck. Magnetically stabilized nematic order : Three-dimensional bipartite optical lattices. *Physical Review B*, 70(18) :184434–, 11 2004. 139, 141
- [145] P.G. Pierre-Gilles de Gennes Pierre-Gilles de Gennes Pierre-Gilles de Gennes de Gennes. *The Physics of Liquid Crystals*. Clarendon Press, Oxford, 1974. 139
- [146] B. D. Esry, C. H. Greene, James P. Burke, Jr., and J. L. Bohn. Hartree–Fock theory for double condensates. *Physical Review Letters*, 78(19) :3594–3597, 05 1997. 141
- [147] L.-P. Lévy. *Magnétisme et Supraconductivité*. EDP Sciences, 1997. 141, 177
- [148] A. N. Bogdanov, A. V. Zhuravlev, and U. K. Röbber. Spin-flop transition in uniaxial antiferromagnets : Magnetic phases, reorientation effects, and multi-domain states. *Physical Review B*, 75(9) :094425–, 03 2007. 142
- [149] Y. Liu, E. Gomez, S. E. Maxwell, L. D. Turner, E. Tiesinga, and P. D. Lett. Number fluctuations and energy dissipation in Sodium spinor condensates. *Physical Review Letters*, 102(22) :225301–, 06 2009. 152
- [150] J. van Wezel. Quantum dynamics in the thermodynamic limit. *Physical Review B*, 78(5) :054301–, 08 2008. 154

- 
- [151] J. van Wezel and J. van den Brink. Spontaneous symmetry breaking in quantum mechanics. *Am. J. Phys.*, 75 :635–638, 2007. 154
- [152] M. Koashi and M. Ueda. Exact eigenstates and magnetic response of spin-1 and spin-2 Bose–Einstein condensates. *Physical Review Letters*, 84(6) :1066–1069, 02 2000. 154
- [153] Y. Castin and C. Herzog. Bose–Einstein condensates in symmetry breaking states, 2001. 154
- [154] C. S. Chuu, F. Schreck, T. P. Meyrath, J. L. Hanssen, G. N. Price, and M. G. Raizen. Direct observation of sub-poissonian number statistics in a degenerate Bose gas. *Physical Review Letters*, 95(26), 2005. 162
- [155] E. B. Kolomeisky, J. P. Straley, and R. M. Kalas. Ground-state properties of artificial bosonic atoms, Bose interaction blockade, and the single-atom pipette. *Physical Review A*, 69(6), 2004. 162
- [156] A. M. Dudarev, M. G. Raizen, and Qian Niu. Quantum many-body culling : Production of a definite number of ground-state atoms in a Bose–Einstein condensate. *Physical Review Letters*, 98(6), 2007. 162
- [157] E. Arimondo, M. Inguscio, and P. Violino. Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms. *Reviews of Modern Physics*, 49(1) :31–75, 01 1977. 165
- [158] J. Ubbink, J. A. Poulis, H. J. Gerritsen, and C. J. Gorter. Antiferromagnetic resonance in copper chloride. *Physica*, 19(1–12) :928–934, 1953. 178

