



HAL
open science

Imagerie sismique du Vésuve

Emmanuel Auger

► **To cite this version:**

Emmanuel Auger. Imagerie sismique du Vésuve. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Nice Sophia Antipolis, 2000. Français. NNT: . tel-00715724

HAL Id: tel-00715724

<https://theses.hal.science/tel-00715724>

Submitted on 9 Jul 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ecole doctorale Sciences Fondamentales et Appliquées
UMR Géosciences Azur : 250 Av. A. Einstein, Sophia-Antipolis I, 06560 Valbonne

et

Dipartimento di Scienze Fisiche, Università di Napoli : via Cinthia, 80126 Naples, Italie.

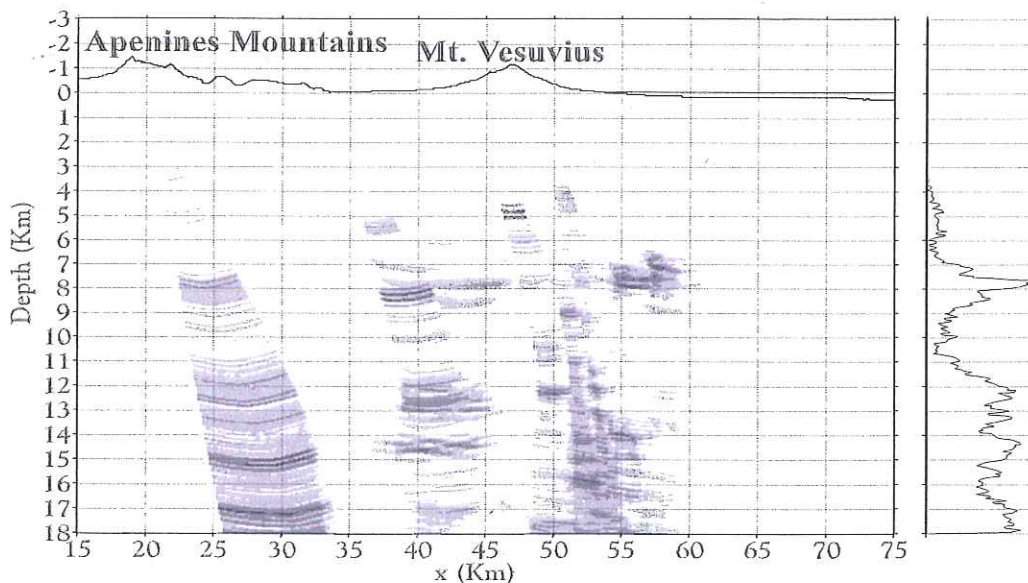
THESE

présentée pour obtenir le titre de
Docteur en Sciences
Mention : Sciences de l'Univers
Spécialité : Sismologie

Par
Emmanuel AUGER



IMAGERIE SISMIQUE DU VESUVE



Soutenue le 20 novembre 2000 devant le jury composé de :
Jean VIRIEUX Co-Directeur de thèse
Aldo ZOLLO Co-Directeur de thèse
Gilles LAMBARE Rapporteur
Dominique GIBERT Rapporteur
Paolo GASPARINI Examineur
Emmanuel TRIC Examineur

A 14h00, à Sophia-Antipolis



Remerciements

Merci beaucoup à Jean Virieux de m'avoir consacré tant de temps, et donné tant d'idées. Merci pour les soirées passées à débogger le code de différences finies, les journées à revoir l'article GJI, à résoudre les problèmes informatiques, à lire et relire ce manuscrit, et, plus généralement, à suivre l'évolution de mon travail le long de ces années. Merci pour les petites phrases en apparence mystérieuses qui m'ont ouvert des horizons ("Il faut utiliser la réciprocité des fonctions de Green" "Oui mais le signal peut subir des changements de forme"). Merci de m'avoir laissé libre sans trop me laisser errer.

Merci à Aldo Zollo et à Paolo Gasparini d'avoir mené à bien, rapport final compris (?), l'organisation du projet de tomographie du Vésuve. Merci de m'avoir trouvé le financement, et, notamment, d'avoir repêché *in extremis* mon dossier de bourse CEE. Tout ma reconnaissance vénale va à la communauté européenne, qui m'a (grassement) financé au début de la thèse. Je dois un merci proportionné (2/3) au *Dipartimento di Scienze Fisiche*. Merci à vous, Mme Cutillo, de diriger l'intendance de ce département avec autant d'efficacité et de ... rigueur. *A contrario*, je dois au secrétariat du *Dipartimento di Geofisica* de m'avoir révélé les aspects les plus pittoresques de la fonction publique en Italie.

A Nice, merci à Reine Saighi et à Isabelle Lapassat de m'avoir aidé dans les petites et grandes tâches de secrétariat. Merci aussi à Suzanne Mifsud pour ses précieux articles, et à Caroline Ramel qui a été à mes côtés quand, thésard-en-fin-de-thèse-qui-doit-rendre-son-manuscrit-pour-avant-hier, j'étais aux prises avec les ordinateurs et les imprimantes récalcitrantes. Merci également à Anne pour les nombreuses fois où on a parlé de sismologie et de l'Italie, et qui m'a gentiment proposé de relire cette prose.

Merci à toi, Alessandra, qui a égayé mes premiers séjours à Sophia. Merci à toi, Barbara, qui a fait de même pendant les derniers. Je n'oublie ni Raffaella l'expatriée, ni Bernhard au goût si sûr en fait de voitures. Ciao à Jean-Michel, Jean-Matthieu et Olivier.

Ma thèse a aussi été la découverte de Naples. Merci donc à vous tous du *Laboratorio di Sismologia*, je serais plus pauvre sans vous. Merci à toi, Rosaria! Merci aussi à Antonella à la gestuelle si expressive, bien précieuse quand on débarque en Italie avec 20 leçons d'Assimil ("Quando piove, si prende l'ombrello"). Merci à la belle Raffaella, à Gigi aux pêches miraculeuses, à Antonio qui brandit bien haut l'étendard de la Napolitanité en chansons. Merci aussi à Luca, à Gaetano l'as des équations différentielles, à Vincenzo "o' Casertano", et à toi Zaccaria *detto il fetentino*, dont j'admire décontraction et sens de l'humour. Merci à Diana, championne toute catégorie de l'ordre et de la propreté, ainsi qu'à Paolo, Gianni, Guido et Mariella. Un petit bonjour à la communauté française. Marie-lyse, je sais que les thèses sont meilleures en Guadeloupe, aussi n'es-tu pas obligée de relire celle-ci une deuxième fois. Merci d'avoir si consciencieusement épluché le premier manuscrit. A propos de fautes d'orthographe, un clin d'oeil à toi, André: ton niveau de français me rassure sur le mien... Bonjour aussi à Stefan, aux recettes culinaires d'avant-garde, et à la trompette tonitruante qui a si bien salué notre grande victoire aux championnats d'Europe.

Enfin merci à vous qui allez lire ces lignes.

Les ondes réfléchies sont porteuses d'informations sur la position, la forme et la nature des discontinuités géologiques qui en sont à l'origine. La migration quantitative par Rais+Born permet en une seule étape de fournir une image en profondeur des discontinuités, et d'estimer l'ampleur du contraste de propriétés sismiques dont ces dernières sont le siège. Du point de vue théorique, nous montrons comment analyser conjointement les ondes réfléchies PP et converties PS, et optimiser les sommations en fréquences nécessaires à la prise en compte de l'atténuation anélastique.

La stricte application de la migration par Rais+Born à des données synthétiques, calculées dans les conditions opérationnelles de la tomographie du Vésuve donne des résultats imparfaits : l'amplitude des signaux réfléchis n'est plus celle prévue par la diffraction, dû aux grands angles d'incidence et aux forts contrastes par rapport au modèle de vitesse de référence. Ces obstacles peuvent être surmontés par une technique alternative d'analyse des amplitudes basée non plus sur le principe du point diffractant, mais sur celui du point réfléchissant : des variations d'amplitude des phases réfléchies on déduit, indépendamment du signal source inconnu, les variations du coefficient de réflexion avec l'angle d'incidence. Ensuite, on interprète ces dernières en termes de contraste de vitesse à l'interface.

Une campagne de sismique active effectuée dans le Golfe de Naples (Mareves97), offre l'occasion d'appliquer cette technique afin de mieux cerner les propriétés d'un réflecteur situé dans la croûte moyenne sous le Vésuve. Après la construction d'un modèle de vitesse global issu de l'analyse des temps de première arrivée, nous en donnons une image bidimensionnelle par une technique *ad hoc* de sommation en diffraction, impliquant l'optimisation progressive du modèle de vitesse : L'interface apparaît plane, horizontale, à environ 8 Km de profondeur, et s'étend latéralement sur au moins sur 35 Km. La migration de données synthétiques confirme la présence de fortes phases PS converties en profondeur, et leur image migrée, fort stable par rapport aux imperfections du modèle de vitesse, fournit une excellente contrainte sur l'extension latérale du réflecteur.

Dans un deuxième temps, l'analyse du rapport entre l'amplitude de l'onde convertie PS et celle de la première arrivée montre, indépendamment de l'amplitude de la source et des conditions de propagation au voisinage du récepteur, que le coefficient de conversion de P à S à l'interface est pratiquement constant entre 50 et 80 degrés d'incidence. Cela n'est compatible qu'avec une très basse vitesse des ondes S dans le milieu sous-jacent ($V_s < 1$ Km/s). Cette conclusion est confortée par la migration de données synthétiques, qui montrent par ailleurs que la vitesse des ondes P est, selon toute vraisemblance, très basse elle aussi ($V_p \simeq 2.5$ Km/s).

Abstract

Reflected waves carry information about the position, shape and physical properties of the geological discontinuities that originate them. The Ray+Born preserved amplitude migration gives, in a single step, an in-depth image of the discontinuities, and an estimate of the associated contrast in seismic properties. From the theoretical point of view, we show that a slight assumption on the S velocity field allows the simultaneous inversion of PP reflected and PS converted waves, and the optimization of the summations in the frequency space involved when anelastic attenuation is accounted for.

The strict application of the Ray+Born migration on synthetics associated with a real experiment on Vesuvius leads to imperfect results: The amplitude of reflection events cannot be described by diffraction laws at wide angle when the expected velocity contrasts are large with respect to the available background velocity model. A way around this obstacle is an alternative analysis of the wave amplitudes, based on the reflective point, and no more on the scatterer, that also interprets *relative* changes in amplitude to avoid the estimation of the source amplitude.

This technique is applied to investigate a mid-crust reflector under Mt. Vesuvius, with the data of an active seismic experiment performed in the Bay of Naples (Mareves97). With a global velocity model built through the analysis of first arrival times, we apply an empirical migration based on diffraction summation to draw a 2D image of the reflector. It appears flat, horizontal, at the depth of 8 Km b.s.l, and extends at least 35 Km laterally. The migration of synthetics confirm that the waves that mainly contribute to the interface image are PS converted at depth, and that their migration is strikingly stable with respect to the imperfections of the velocity model, thereby constraining the minimum lateral extension of the reflector, and its low mean dip.

In a second time, with this geometrical model of the interface, we compare the PS and first arrival amplitudes to estimate the conversion coefficient variations with angle, independently of the source amplitude and local effects in the vicinity of the receivers. These variations are found very slow, and imply that the S-wave velocity is very low in the underlying medium ($V_s < 1$ Km/s). The migration of synthetics support this conclusion, and further constrain the P wave velocity, bound to be very low as well ($V_p \simeq 2.5$ Km/s).

Table des matières

| | |
|--|-----------|
| Table des figures | 6 |
| Introduction générale | 11 |
| partie 1. La migration basée sur le modèle des points diffractant de Born | 12 |
| Introduction à la partie théorique | 13 |
| Chapitre 1. Modélisation du champ diffracté par Rais+Born. | 17 |
| 1.1. Introduction | 17 |
| 1.2. L'atténuation anélastique des ondes | 18 |
| 1.2.1. Différents types d'atténuation | 18 |
| 1.2.2. Prise en compte de l'atténuation intrinsèque | 18 |
| 1.3. Calcul des fonctions de Green dans un milieu viscoélastique lisse | 20 |
| 1.3.1. Définition des fonctions de Green | 20 |
| 1.3.2. L'approximation haute fréquence et la théorie des rais | 21 |
| 1.4. Linéarisation des fonctions de Green | 23 |
| 1.5. Les différents modes de diffraction | 25 |
| 1.5.1. La diffraction PP | 26 |
| 1.6. Conclusion | 28 |
| 1.6.1. Les sources explosives | 28 |
| Chapitre 2. Le problème inverse par optimisation | 30 |
| 2.1. L'optimisation au sens des moindres carrés | 30 |
| 2.2. Application à l'inversion du champ diffracté | 32 |
| 2.2.1. Calcul analytique du Gradient | 33 |
| 2.2.2. Diagonalisation analytique du Hessien | 33 |
| 2.2.3. La formule d'inversion | 37 |
| 2.3. Mise en pratique de la technique d'imagerie | 38 |
| 2.3.1. Inversion de la vitesse P à l'aide des ondes PP | 38 |
| 2.3.2. Une technique de sommation en fréquence optimisée | 40 |
| Chapitre 3. Reformulation du problème de l'imagerie quantitative | 43 |
| 3.1. Migrations de synthétiques en configuration Tomoves96 | 43 |
| 3.1.1. La migration quantitative Born+rais | 43 |
| 3.1.1.1. Une mauvaise image de migration | 43 |
| 3.1.1.2. Comparaison des amplitudes de diffraction et de réflexion | 44 |
| 3.1.2. Une méthode empirique d'imagerie cinématique | 48 |
| 3.2. Déterminer les contrastes sismiques | 50 |
| 3.2.1. Le modèle de terre convolutif | 52 |
| 3.2.2. Mesure des variations du coefficient complexe de réflexion | 53 |
| 3.3. Illustration avec le cas synthétique simple d'une section CDP | 54 |
| 3.3.1. Algorithme de recherche de la coïncidence | 54 |
| 3.3.2. Recherche du contraste de vitesse | 57 |

| | |
|--|-----|
| Conclusion : une stratégie d'imagerie des interfaces | 60 |
| partie 2. La tomographie du Vésuve | 62 |
| Introduction : état de l'art de la tomographie du Vésuve | 63 |
| | 64 |
| Chapitre 4. Imagerie du réflecteur "LALA" dans la croûte moyenne du Vésuve | 66 |
| 4.1. L'expérience de sismique active Mareves, présentation des données | 66 |
| 4.2. Analyse préliminaire des données, identification des phases LALA | 68 |
| 4.3. Définition d'un macro-modèle de vitesse des ondes P | 71 |
| 4.4. Image du réflecteur LALA par sommation en diffraction | 73 |
| 4.4.1. Image d'une seule section | 73 |
| 4.4.2. De la somme de diffractant au réflecteur continu | 76 |
| 4.4.3. Une image globale du réflecteur | 77 |
| 4.4.4. Corrections du modèle de vitesse de référence | 77 |
| 4.4.4.1. Rôle du rapport V_p/V_s | 78 |
| 4.4.4.2. Rôle des sédiments marins | 79 |
| 4.5. Étude de la fiabilité de l'image obtenue par migration de données simulées | 81 |
| 4.5.1. Vérification de l'origine des phases LALA | 82 |
| 4.5.2. Sensibilité de l'image au modèle de vitesse | 83 |
| 4.6. Conclusion | 85 |
| Chapitre 5. Détermination du contraste de vitesse | 87 |
| 5.1. Introduction | 87 |
| 5.2. Variations du coefficient de conversion PS expérimental | 87 |
| 5.2.1. Comment s'affranchir du signal source | 88 |
| 5.2.2. Les mesures | 91 |
| 5.3. Comparaison du coefficient de conversion expérimental et théorique | 97 |
| 5.3.1. Recherche systématique du meilleur modèle | 97 |
| 5.3.2. Étude de la résolution | 98 |
| 5.4. Quel type de contraste fournit une image migrée proche de celle des données ? | 101 |
| 5.5. Conclusion et discussion | 101 |
| Conclusion : conséquences volcanologiques | 103 |
| Conclusion générale | 105 |
| Bibliographie | 107 |
| Annexes | 110 |
| Annexe A. Détection de réflecteurs par sélection des isochrones de diffraction | 111 |
| A.1. Propriétés géométriques des isochrones de réflexion | 111 |
| A.2. Continuité de l'interface : Formulation du problème d'optimisation | 113 |
| Annexe B. Stabilité des isochrones PP et PS | 115 |
| Annexe C. Modélisation par différences finies en configuration réciproque | 117 |
| C.1. Généralités sur les différences finies en temps | 117 |
| C.1.1. Introduction | 117 |
| C.1.2. Le point de départ : Discrétisation des équations | 117 |
| C.1.3. Conditions aux limites : surface libre et bords absorbants | 118 |
| C.1.4. L'atténuation anélastique | 119 |

| | |
|---|-----|
| C.2. Calcul en configuration réciproque | 119 |
| C.2.1. De la non réciprocity entre sources explosives et récepteurs | 119 |
| C.2.2. Reconstitution d'une source explosive réciproque | 119 |
| Annexe D. Théorie des rais | 125 |
| D.1. Introduction | 125 |
| D.2. L'hypothèse fondamentale | 125 |
| D.2.1. Résolution de l'équation de l'élastodynamique | 125 |
| D.3. La propagation du rai | 127 |
| D.3.1. Déplacements de particules | 128 |
| D.3.2. L'équation de transport | 128 |
| D.3.3. La divergence sphérique | 129 |
| Index | 131 |

Table des figures

| | | |
|-------|---|----|
| 0.0.1 | Résumé des méthodes inverses analysant les phases réfléchies. | 13 |
| 1.1.1 | The velocity medium is split into two components : A smooth velocity field in which waves propagate by transmission, and rough inhomogeneities that scatter the incoming wavefield. | 17 |
| 1.2.1 | Seismic attenuation in function of time and distance of a monochromatic plane wave. | 19 |
| 1.5.1 | The amplitude of an incident wave of type P, and diffracted as P, depends most of all on the angle between the rays arriving from the receiver and from the source. | 26 |
| 1.5.2 | Diffraction pattern associated to each parameter describing the medium, in the case of the PP diffraction in an elastic medium. | 27 |
| 1.6.1 | Illustration of the Born modelling. We assume a point-like perturbation of density at depth, and compute the PP diffracted wavefield. The amplitude of the ground displacement that is measured depends both on the geometrical spreading and on the diffraction pattern of the perturbation. | 29 |
| 2.2.1 | Local approximation of the Hessian. | 35 |
| 2.2.2 | In a given diffractor pass a number of isochrones equal to the number of source receiver pairs multiplied by the number of types of diffracted waves. For the Hessian to be accurate, the the gradients of these isochrones should span all the directions. We represent the isochrones and their gradients associated to PP and PSV waves for two different receivers and a single source. | 36 |
| 2.3.1 | Acquisition geometry for the modelling of the Rays+Born data. | 38 |
| 2.3.2 | Migration image of the Vp parameter after the first iteration with PP waves. | 39 |
| 2.3.3 | 1D velocity profile resulting from the summation along the horizontal axis of the 2d migration image (gray dashed curve). To be compared with the original perturbation, and the original perturbation low-pass filtered up to the maximum spatial frequency of the source signal (black curves). | 39 |
| 2.3.4 | Initial RAY+BORN data, and residues after the first iteration. The two data sets are plotted with the same clip. | 40 |
| 2.3.5 | Reorganisation of a sum involving exponential terms such as 2.3.1. Only one in every m exponential is computed, the others are extrapolated. | 41 |
| 3.1.1 | Acquisition system and interface geometry used to generate the synthetics that we will migrate. | 44 |
| 3.1.2 | Synthetics for the second shot in the configuration of the Tomoves96 A profile (fig. 3.1.1). | 45 |
| 3.1.3 | A : Born quantitative migration of the PP and PS phases for the parameter Vs. Note that the amplitude recovered is not constant over the interface. B : Position of impact points on the interface and incidence angle. | 46 |

| | | |
|-------|---|----|
| 3.1.4 | Acquisition system for the comparison of the seismograms computed by Rays+Born and Rays+reflection coefficient. | 47 |
| 3.1.5 | Seismograms computed by Rays+Born and Rays+coefficient of reflection ([Zelt and Smith, 1992]). | 48 |
| 3.1.6 | Comparison between the Born and reflected amplitudes. The two sets of measures have been normalized in such a way as to make the two first samples match. | 49 |
| 3.1.7 | Comparison between the Born and reflected amplitudes when the velocity contrast is very low. The two sets of measures have been normalized in such a way as to make the two first samples match. This figure is to be compared with the case of a high velocity contrast , figure 3.1.6. | 50 |
| 3.1.8 | Empirical kinematic migration in the configuration of the profile A of Tomoves96 (figure 3.1.4). To be compared with the quantitative Rays+Born migration of figure 3.1.3A. | 51 |
| 3.1.9 | In virtue of Fermat's principle the propagation time of a reflected wave emitted at s and registrated at r is the minimum of $t(s, x, r) = t(s, x) + t(x, s)$ where x spans all the reflector. This allows to compute the reflection time as well as the position of the impact point. | 52 |
| 3.2.1 | On the seismic section under study, the wavelet of the reflected phase is extracted on a reference trace. Then, we have to find the same phase on all the other traces. For a given oscultation trace, a time window is made to run over all the trace's length. At coincidence time the Fourier spectrum of the oscultation trace is proportional to that of reference wavelet. | 53 |
| 3.3.1 | Earth model and acquisition system used for the computation of a CMP gather. We modelled only the reflected phase with a program based on the theory of ray, computing arrival times, spherical divergences and possibly complex reflexion coefficients in elastic media ([Farra, 1990]). Note the phase reversal around 25 degrees of incidence, and the critical reflexion at 30 degrees. | 55 |
| 3.3.2 | After the coincidence research we obtain the experimental values of the variations of the complex reflexion coefficient (circles). The crosses represent the same quantities associated to the best model of the underlying velocities, as inferred by the comparison between experimental and theoretical data computed assuming a large number of underlying velocities (see Fig. 3.3.3) | 57 |
| 3.3.3 | Isovalues of the misfit function between the theoretical and experimental variations of the reflection coefficient. The minimum is reached for the true values of the underlying velocities. Note that the valley close to the minimum is elongated in the V_p direction, meaning that the resolution is less on that parameter. | 58 |
| 4.1.1 | Map of the Vesuvius area, and acquisition systems of the three active seismic experiments. | 66 |
| 4.1.2 | Station AP1 for the shots of profile F. Each trace is normalized to one. | 67 |
| 4.1.3 | Station PLC for the shots of profile F. Each trace is normalized to one. | 68 |
| 4.1.4 | Station OTT for the shots on profile F. Each trace is normalized to one. | 69 |
| 4.2.1 | NMO PP correction applied to the vertical component of the ground velocity at AP1. The parameters are $v = 6Km/s$ and $h = 10Km$, chosen in accordance with the results of Zollo et al. (1996). Note the arrival of a phase | |

- at roughly the expected reduced time (3.33 s) . This indicates that there should be a PP reflector at a depth of more or less 10 Km. 70
- 4.2.2 Horizontal ground velocity at the common receiver gather AP1 and PLC (see map 4.1.1) for the shots of profile F. A cinemactical NMO correction is applied that shifts each trace in time, and should align the PS phase impinging upon a 10 Km deep interface buried in a constant velocity medium with $V_p=6$ km/s and $V_p/V_s=1.73$. The alignment time is 4.5 s. 71
- 4.3.1 Reference velocity model for the migration of the data gathered on profile F (see map 4.1.1). 72
- 4.3.2 Modeling of the interface between carbonates and volcanic deposits at sea. The interface is modified by trial and error until the computed arrival times [Podvin and Lecomte, 1991](smooth curves) lie approximatively between the t_1 and t_2 observed times (rugged curves). The gap between t_1 and t_2 represent the uncertainty on the observed arrival times. Two stations on the volcano are used : PDG (gray rays and arrival times), and OTT (in black). 74
- 4.4.1 Migration at a single station, with a single seismogram (panel A), and the whole section (panels B,C and D). The isochrones dip are filtered on panel C and D. For panel D the colour palette conceals all but the highest frequencies. 75
- 4.4.2 Rays traced for the PS phase at station PLC, assuming a 8.2 Km deep interface, which corresponds to the maximum of amplitude in the migration image. 76
- 4.4.3 Rays traced for the PP phase at station AP1, assuming a 8 Km deep interface, which corresponds to the maximum of amplitude in the migration image. 77
- 4.4.4 How to put together the independently migrated images of more stations. First, each single image is normalized to a common value (plots A, B and C). Then, at each point of the global image (plot D), is represented the maximum of the normalized amplitude found at that point on the single images. This is equivalent to looking by transparency at all the piled up single images. How 78
- 4.4.5 PP and PS migration performed on all the CRG along profile F. An independent migration is performed for the two types of waves on each CRG, interpreting the horizontal component as PS, and the vertical one as P-P. The resulting image is then normalized to 100. The image below is built considering, at each point, the maximum (and not the sum) of the partial images. Next to each bright spot is indicated the type of wave and the CRG at which the corresponding wave impinging on the LALA reflector was recorded. The V_p/V_s ratio is assumed 1.73. 79
- 4.4.6 Same migrations as before, but the V_p/V_s ratio is assumed 1.80. The inconsistency in the positions of the separately migrated phases is reduced. 80
- 4.4.7 Same migration as before, V_p/V_s is 1.80, but we assume that velocities in the marine sediments have a higher velocity than the one of our velocity model. This introduces a constant time-delay for PP and PS phases, lowering the PP images more then the PS images. In this way we obtain a consistent global image, and a clear, elongated, horizontal pattern appears. Note that even if we used PP and PS arrivals measured in AP1 to tune the velocities, the correction has led, independently, to a good focalisation of energy for the stations on Vesuvius (OTT, TRE and PDG). 81

- 4.5.1 Migration on synthetic data computed in the velocity model described page 72, thus without LALA interface. The slight increase of energy at depth 10 Km is the image of reflections on the model's base. 82
- 4.5.2 Migration on synthetic data computed in the velocity model described page 72, and adding an interface at depth 7.9 Km, at which P-wave velocity decreases from 6.5 Km/s to 2 Km/s. 83
- 4.5.3 Migration performed perturbing a high frequency feature of the background velocity model. The volcanic/carbonatic interface is approximated with its interpolation as a straight line (dashed line). Apart from that the model is the one described page 72. Note that the PS migration is very stable against small time delays. The northernmost spot corresponds to the PS migration of the AP1 section : Its position is remained almost unchanged (compare with fig. 4.5.2). 84
- 4.5.4 PP and PS images of the section AP1 when a high frequency feature of the background velocity model is perturbed. Note that the PS image (the northernmost segment) remains focused, while the PP image is smeared. This is due to the higher sensitivity to small time delays of the PP images at wide angle, discussed in the annex B. 85
- 4.5.5 Migration of simulated data in a background velocity medium different with different low frequency properties from the one used for the computation of the data. The vertical velocity gradient in the limestone (see velocity model page 72) is set to 0.03 s^{-1} instead of 0.05. 86
- 5.2.1 Notations used to modelize the amplitude of the first arrival (PA) and PS at station OTT. 89
- 5.2.2 Rays of the PS converted at the LALA interface, and the first arrival. The path of both waves is identical under the sources, till they arrive at the carbonates. 91
- 5.2.3 Possible correlation between the amplitudes of the PA and PS measured in OTT and PDG (A), and the shape of the interface between carbonates and volcanic sediments at sea (B). 92
- 5.2.4 Measurement of the first arrival (PA) amplitude on the CRG OTT. The amplitude picked is the peak amplitude of the wavelet. 93
- 5.2.5 Measurement of the P to S converted (PS) amplitude on the CRG OTT. The amplitude picked is the peak amplitude of the wavelet. The phase was identified with the help of the migrated image obtained in the last chapter. 94
- 5.2.6 Measurement of the P to S converted (PS) amplitude on the CRG PDG. The amplitude picked is the peak amplitude of the wavelet. The phase could not be identified without ambiguity along the whole section. 95
- 5.2.7 On the first panel, measurement of PS and PA for station OTT. The raw curves have to be smoothed by a moving average technique before the ratio can be computed. On the second panel are represented the *raw* PS vs PA for the stations OTT and TRE. We note that the curves, albeit very noisy on the first panel, appear very consistent. 96
- 5.3.1 Variations of the conversion coefficient for a selection of velocities in the lower medium. The density contrast is supposed to be zero. Also represented the experimental curves associated to the stations OTT and PDG, and the 10% confidence interval. Finally, in black dash, the curve corresponding to the best model $V_p=5.8 \text{ Km/s}$ and $V_s=0.25 \text{ Km/s}$. 98

| | | |
|-------|---|-----|
| 5.3.2 | On panel A is represented the minimum relative error that has to be allowed on the data for each model to be compatible. A 7.6 % error has to be allowed on data so as the best model ($V_p=5.8$, $V_s=0.25$ Km/s) to be compatible. On panel B are plotted the uncertainty on the two parameters as a function of the relative error allowed on the data. | 99 |
| 5.3.3 | Resolution study when assuming a non zero density contrast. The assumed density (2.35 g/cm ³) of the underlying medium is that of Flyschoid sediments found at that depth in the area. | 100 |
| 5.4.1 | Migration images for the real data (panel A), and for data simulated assuming different velocity contrasts across the interface (panels B, C and D). Note that only a strong velocity decrease can generate a PS wave at AP1 as intense as on the real data. | 102 |
| A.1.1 | In any given point I2 of an interface, all the isochrones of the phases reflected or converted in that point share a common tangent, which is the one of the interface at that point. B : If a point I2 pertains to the interface we can expect more isochrones in I2 to have the same gradient direction. If a point M is not on any interface, it is unlikely that more isochrones will have the same gradient direction in M. The Isochrone Angular Consistency function (IAC) will have a low value for all directions in M. On the contrary, in I2, it will exhibit a sharp peak for the directions corresponding to the isochrones of the reflected and converted phases in I2. | 112 |
| A.2.1 | The integral of the IAC function will have a low value when the trial interface is different from the real interface. | 114 |
| B.0.1 | In virtue of Snell's law, the gradient of the isochrone of a reflected or converted phase is normal to the interface. It is the sum of the slownesses of the incoming and outgoing wave. | 115 |
| C.1.1 | Staggered grid discretisation : All physical quantities are not computed in the same points. | 118 |
| C.2.1 | Model used to test the reciprocity of explosive sources. | 120 |
| C.2.2 | Calculation of the gradient of the Green function on the staggered grid. | 122 |
| C.2.3 | Model used to test the reconstitution of an explosive source from the reciprocal Green functions. | 123 |
| C.2.4 | Comparison between the ground velocity in R for an explosion in S (black curves), and the reciprocal. | 124 |
| D.1.1 | Rays are perpendicular to the wavefronts. In the high frequency approximation, the source signal is transmitted without distortion from the source to the receiver. | 126 |
| D.3.1 | In any point a Frénet reference frame can be defined. | 128 |
| D.3.2 | Volume enclosed between two paraxial rays and two successive wavefronts. | 129 |

Introduction générale

A la suite d'un tremblement de terre ou d'une explosion, des ondes élastiques sont générées, se propagent dans la terre, et peuvent être mesurées en tout point de la surface terrestre. Parmi toutes les ondes arrivant au dispositif de mesure, certaines ont interagi avec les hétérogénéités du milieu de propagation. En particulier, toutes celles qui sont arrivées à une zone de contact entre de deux types de roches différents ont subi des phénomènes de conversion et de réflexion, qui, éventuellement, les ont déviées et renvoyées vers le dispositif de mesure.

Pour le sismologue, l'intérêt des ondes réfléchies est que leur analyse permet potentiellement d'identifier et de positionner en profondeur les limites des corps géologiques. De plus, dans le cadre des expériences de sismique active courantes où les instruments de mesure aussi bien que les sources d'énergie sismique sont disposés en surface, les phases réfléchies sont porteuses d'information sur la structure profonde du milieu exploré, alors que l'analyse des premières arrivées ne fournit, elle, que des modèles relativement superficiels. Enfin, l'étude des variations d'amplitude d'une phase réfléchie peut renseigner sur les propriétés sismiques du milieu sous-jacent et, donc, de bien contraindre sa lithologie. De ce point de vue, des progrès méthodologiques récents ont permis l'application, dans le cadre de la recherche pétrolière, de techniques dites de migration quantitative qui, simultanément, donnent une image des réflecteurs dans le milieu, et déterminent les contrastes des propriétés sismiques en jeu.

Notre objectif est de les transposer à la tomographie sismique du Vésuve qui, dans le cadre du projet européen multidisciplinaire Tomoves, a donné lieu depuis 1994 à trois expériences de sismique active dans la zone du Vésuve. La première partie de cette thèse a donc pour but de vérifier théoriquement l'applicabilité de la migration quantitative par Rais+Born dans le contexte d'une expérience à terre à grands offsets. Le résultat imparfait nous amène à élaborer une stratégie de migration différente, qui implique de retrouver d'abord la forme et la profondeur de l'interface, puis de déterminer le contraste de vitesse associé. La méthode que nous proposons permet d'aller au-delà de certaines limites de la migration par Rais+Born, en tenant compte des phénomènes non linéaires se produisant aux grands angles d'incidence en présence de forts contrastes de vitesse.

Dans la seconde partie de cette thèse nous appliquons ces techniques pour imager une interface dans la croûte moyenne du Vésuve, précédemment détectée par [Zollo A., 1996]. Siège probable d'une très forte diminution de la vitesse des ondes S, elle devrait marquer la transition du socle calcaire à un matériau à haute température et, donc, jouer un rôle fondamental dans le système d'alimentation en magma du volcan. Notre but sera d'abord d'en déterminer forme et profondeur en tirant profit d'un jeu de données plus vaste que celui utilisé par [Zollo A., 1996]. De ce point de vue, le résultat le plus frappant concerne son extension géographique, au moins 35 Km. Par la suite, l'analyse quantitative de la forme d'onde nous permettra de quantifier les vitesses sismiques dans le milieu sous-jacent. La vitesse des ondes S, inférieure à 1Km/s, confirme par là-même la présence de matériau à haute température, peut-être en fusion partielle.

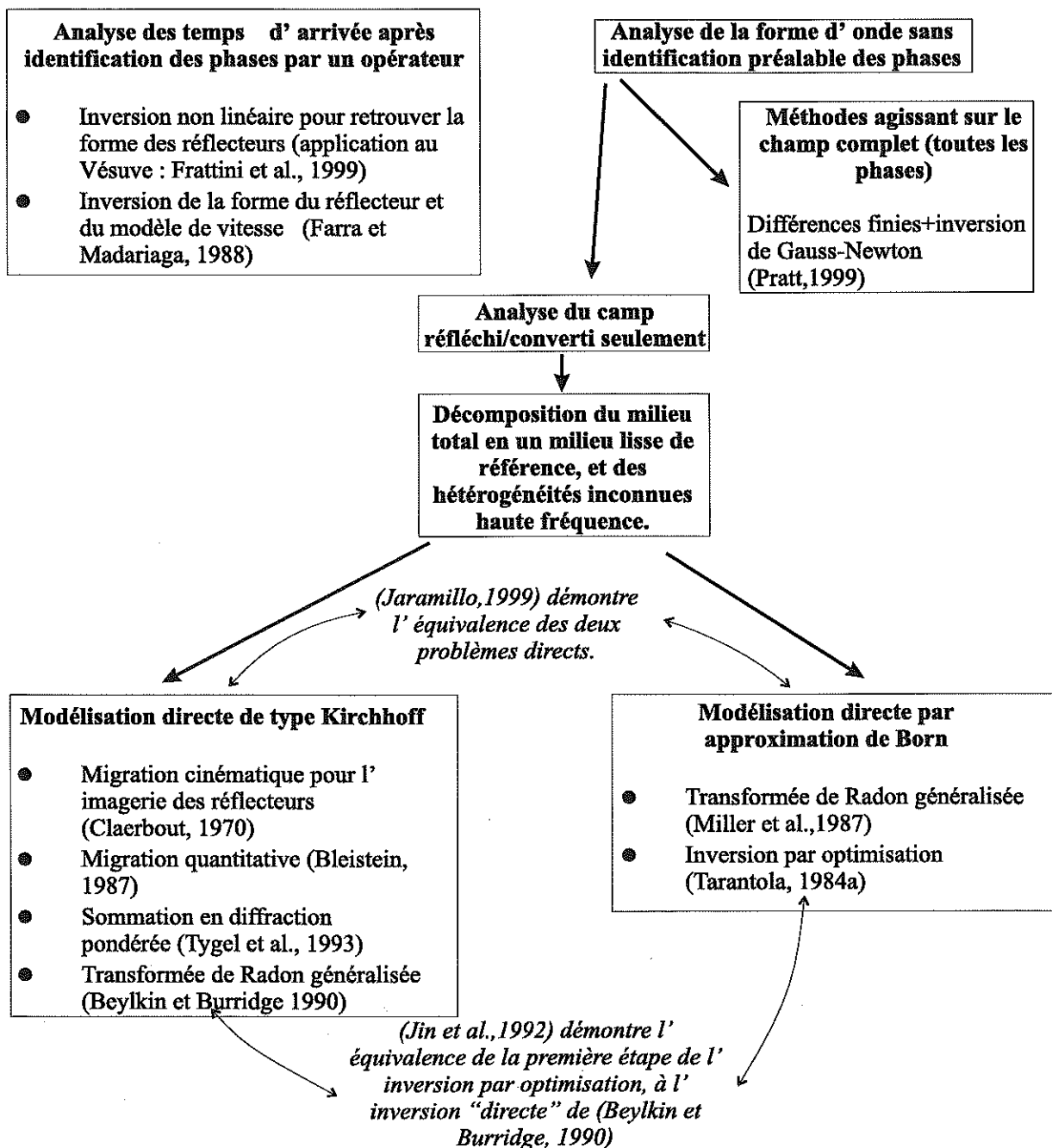
Première partie

**La migration basée sur le modèle des points
diffractant de Born**

Introduction à la partie théorique

Il existe un grand nombre de procédures d'analyse des phases réfléchies, dont le but commun est de déterminer les caractéristiques des interfaces présentes dans la structure explorée. Nous allons en donner un bref panoramique (figure 0.0.1). Une première classe de méthodes inverses

FIG. 0.0.1 – Résumé des méthodes inverses analysant les phases réfléchies.



comprend celles qui requièrent l'identification préalable des phases associées à une interface donnée. Cette identification faite, les temps d'arrivée peuvent être mesurés par un opérateur, puis inversés par le biais de méthodes d'optimisation locales ou semi-globales pour retrouver la forme de l'interface et le modèle de vitesse [Farra and Madariaga, 1988]. Le point faible de ces méthodes est l'identification fiable des phases réfléchies. Si celle-ci est en général possible pour les données de sismique pétrolière à la fois denses et de haute qualité, elle s'est révélée délicate dans le cadre de la tomographie du Vésuve, où les données sont moins denses, le milieu de propagation hautement hétérogène, et les interfaces de forme complexe.

Par conséquent, pour notre étude, les méthodes qui semblent le mieux adaptées sont celles qui opèrent directement sur les données brutes, ou faiblement traitées, prenant en compte la forme d'onde complète et non seulement le temps d'arrivée. Dans ce cadre, une deuxième distinction s'impose suivant que le problème direct, moteur de la procédure d'inversion, calcule le champ complet ou seulement les ondes réfléchies ou converties. Dans la première catégorie citons la méthode développée par Pratt (voir [Pratt, 1999] pour la théorie, et [Pratt and Shipp, 1999] pour l'application), qui repose sur la modélisation du champ visco-acoustique complet par le biais des différences finies. L'inversion est placée dans le cadre de l'optimisation d'un modèle tomographique de départ. Le choix du formalisme en fréquence permet la prise en compte de l'atténuation anélastique et d'un nombre important de sources et de récepteurs à un coût numérique contenu. Mais le principal avantage est qu'il autorise à procéder successivement à l'inversion de fréquences de plus en plus hautes, réduisant ainsi la nature fortement non linéaire du problème. La puissance de la méthode tient dans la possibilité d'interpréter tous les types d'ondes (première arrivée, réfléchies...), ainsi que les phénomènes complexes de superposition de phases coïncidentes. Cela est dû à l'utilisation d'un problème direct calculant le champ complet. Cet avantage se paie en termes de ressources informatiques, en particulier dans l'optique de l'application à des milieux tridimensionnels de taille réelle. C'est pourquoi beaucoup d'inversions ont été bâties autour de méthodes de modélisation directe asymptotiques en fréquence, comme le tracé de rais, qui fournissent une image partielle de la propagation des ondes, mais à un coût informatique abordable.

Nous envisageons donc maintenant les méthodes reposant sur la prise en compte exclusive du champ réfléchi haute fréquence [Gray, 1997]. Elles reposent sur la décomposition en deux termes des fonctions décrivant les propriétés sismiques du milieu : Un modèle de vitesse de fond basse fréquence, et un deuxième contenant les discontinuités décrivant, entre autres, les interfaces entre corps géologiques. Cette deuxième composante du modèle de vitesse total constitue l'inconnue du problème, tandis que le modèle de vitesse lisse de fond est supposé connu. Dans la modélisation directe, son rôle est de propager le champ incident depuis la source jusqu'à une hétérogénéité, puis de celle-ci jusqu'au récepteur ; dans le problème inverse, il est responsable du bon positionnement des discontinuités. On comprend donc que la définition d'un modèle de vitesse fiable est un préalable crucial à l'analyse des phases réfléchies. Traditionnellement, on l'obtient par l'analyse de vitesse [Yilmaz, 1987], qui présente le défaut d'être basée sur le concept 1D de collection en points milieux communs (CMP). Les progrès méthodologiques et la disponibilité de plus grandes ressources informatiques permettent maintenant de prendre en compte des milieux de plus en plus complexes. Ainsi, quand le pointé des premières arrivées est disponible, on peut recourir à la tomographie par inversion non linéaire des premières arrivées (voir [Zollo et al., 2000] pour une application au Vésuve). On peut aussi interpréter la forme d'onde complète des phases réfléchies, et chercher de façon non linéaire le modèle de vitesse qui en donne l'image migrée la plus cohérente ([Jin and Madariaga, 1994b] et [Jin and Madariaga, 1993]).

La propagation dans le milieu lisse de référence se fait en régime haute fréquence, et peut donc être prise en compte au moyen des fonctions de Green asymptotiques de l'équation d'onde. Ces dernières sont efficacement calculées grâce à la théorie de rais, entre autres.

Deux grandes familles de problèmes directs se distinguent par l'effet sur le signal incident qu'elles attribuent aux discontinuités. L'une est basée sur la modélisation de Kirchhoff, l'autre sur l'approximation de Born. Dans le premier cas, le calcul est fondé sur la propagation du champ au moyen de l'équation d'onde, le réflecteur intervenant comme condition au contour où le champ d'onde et sa dérivée sont continus. L'approximation de Born, elle, repose sur un moyen bien différent de prendre en compte le réflecteur : il est considéré comme une somme de points diffractants indépendant. En fait, formellement, les deux méthodes sont équivalentes [Jaramillo and Bleistein, 1999] : Elles consistent toutes les deux à exprimer le champ mesuré au moyen d'une intégrale pondérée de la fonction décrivant les discontinuités le long d'une certaine certaine trajectoire dans le milieu. Cette trajectoire, appelée isochrone, est l'ensemble de tous les points tels que le temps de propagation de la source jusqu'au point, puis du point jusqu'à la source, soit égal au temps d'arrivée de l'onde. La seule différence entre ces deux approches, en pratique, est le coefficient multiplicatif s'appliquant au champ incident lors de son interaction avec la discontinuité : dans le cas de la modélisation de type Kirchhoff il s'agit du coefficient de réflexion spéculaire, alors que dans le cadre de l'approximation de Born il s'agit du coefficient de diffraction, valable seulement en toute rigueur pour de faibles contrastes de vitesse.

A partir de ces moteurs du problème direct, plusieurs types de méthodes inverses ont été développées. Certaines sont des techniques de migration, dont le seul but est de fournir une image des discontinuités en y focalisant par rétropropagation le champ mesuré. Nous ne citerons ici que les méthodes d'inversion, dont l'ambition est non seulement d'identifier et de positionner les interfaces, mais aussi d'estimer le contraste de propriétés sismiques dont elles sont le siège.

Suivant les travaux de Beylkin, [Bleistein, 1987] montre comment faire en sorte que l'amplitude associée à un point de l'image du réflecteur soit égale au coefficient de réflexion subie par l'onde à l'impact en ce point. Les angles d'incidence pouvant être eux aussi calculés, il en découle la possibilité de déterminer le contraste de vitesse acoustique par étude des variations d'amplitude en fonction de l'angle d'incidence (AVA). Les idées de Bleistein sont étendues par [Tygel et al., 1993], qui propose de sommer le champ observé le long d'isochrones de diffraction, en pondérant plusieurs fois de manière différente. Les ratios entre les images en profondeur obtenues pour différents poids judicieusement choisis permettent de retrouver de façon stable et numériquement efficace les grandeurs indispensables à l'AVA, comme les angles de réflexion, les points d'impact, les divergences sphériques, et, bien sur, les coefficients de réflexion. Enfin [Beylkin and Burridge, 1990] montrent que la Transformation de Radon Généralisée (TRG) peut s'appliquer aussi bien à la modélisation de type Kirchhoff qu'à l'approximation de Born, dans le cas élastique, pour un dispositif d'acquisition quelconque et des ondes réfléchies PP et converties PS.

L'approximation de Born est utilisée dans [Miller et al., 1987] qui se base sur la Transformation de Radon Généralisée (TRG) pour l'inversion. La transformée inverse de Radon, dans sa forme originelle, permet de reconstruire la valeur d'une fonction f en x , à partir des intégrales de cette fonction le long de toutes les trajectoires rectilignes (en 2D) possibles passant par x . Dans l'étude de [Miller et al., 1987], les isochrones sont considérées localement comme des segments de droite au voisinage du point à imager, x . L'intégrale le long de chaque isochrone passant par x , dûment pondérée, est égale à une donnée. Ensuite, par analogie avec la transformation inverse de Radon, il suffit de recombinaison l'ensemble des données liées à un point à imager pour y estimer la valeur de la fonction de discontinuité. En résumé, comme dans [Beylkin and Burridge, 1990], le principe général est d'établir une relation linéaire bijective approximative entre les données et le modèle, puis de l'inverser "directement".

Au contraire, la dernière classe de méthodes inverses repose sur l'amélioration itérative d'un modèle de départ, le modèle de vitesse lisse de fond [Tarantola, 1984a]. Le principe est de minimiser progressivement le désaccord (misfit) entre les données réelles et les données

synthétiques calculées dans le modèle courant. Le choix de la norme l_2 comme critère quantitatif de ressemblance entre les deux jeux de données permet de définir les opérateurs Gradient et Hessien qui, appliqués de façon répétitive aux données résiduelles permettent de s'approcher progressivement du minimum de la fonction coût.

Au delà des différences de principe existant entre les méthodes d'optimisation et les inversions directes basées sur la TRG, [Jin et al., 1992] montre qu'en adoptant l'approximation de Born pour le problème direct et une pondération adéquate, la première étape de sa procédure est formellement équivalente à celle de [Beylkin and Burridge, 1990].

Le cahier des charges de la tomographie du Vésuve nous a conduit à choisir l'inversion par optimisation basée sur l'approximation de Born et la théorie des rais. En effet, cette procédure, dite migration par Born+Rais, présente des avantages pratiques : Relative légèreté en termes de calcul, géométrie quelconque du système d'acquisition, modélisation élastique trois composantes, et prise en compte possible de l'atténuation anélastique aussi bien dans le milieu de référence que dans les hétérogénéités.

Dans les deux prochains chapitres nous illustrerons la théorie du problème direct et du problème inverse. Le troisième chapitre sera consacré en premier lieu à en vérifier l'applicabilité, sur des synthétiques, dans les conditions particulières de la tomographie du Vésuve. Ceci nous amènera à reformuler la stratégie de migration, qui consistera à retrouver en deux étapes successives la forme de l'interface, par une méthode de migration empirique, puis le contraste de vitesse. Ce dernier sera déterminé grâce à une technique respectant les conditions opérationnelles de la tomographie du Vésuve, à savoir grands angles d' incidence, forts contrastes de vitesse, et signal source inconnu.

CHAPITRE 1

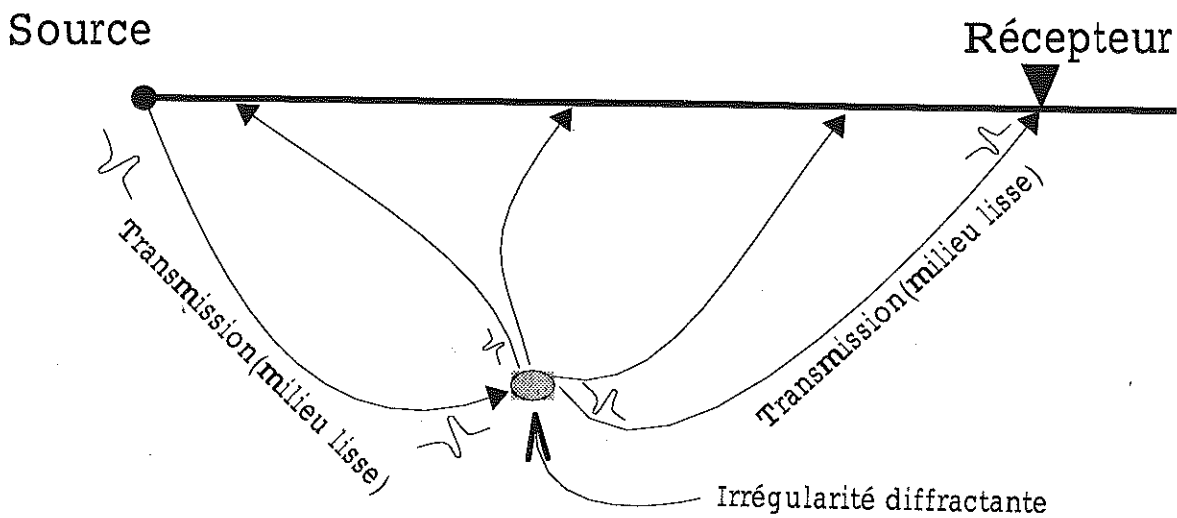
Modélisation du champ diffracté par Rais+Born.

1.1. Introduction

L'approximation de Born permet de modéliser le champ diffracté produit par l'interaction entre le signal émis par la source et les hétérogénéités présentes dans le milieu. L'hypothèse fondamentale est que le milieu réel peut se diviser en deux composantes : En premier lieu, un milieu de référence lisse, décrit par des fonctions de l'espace lentement variables, dans lequel le signal qui se propage a une longueur d'onde courte en regard des variations spatiales des propriétés physiques du milieu. Dans ce premier milieu les ondes voyagent donc par *transmission*, et les fonctions de Green de l'équation de l'élastodynamique permettent de rendre compte des transformations subies par le signal source au cours de sa propagation. Les théories haute fréquence du type tracé de rais sont à même de calculer efficacement les grandeurs caractéristiques des ondes, c'est à dire leur temps d'arrivée, leur amplitude, et la direction du mouvement de particules qu'elles entraînent. La seconde composante du milieu total est constituée d'irrégularités de petites dimensions par rapport à la longueur d'onde du champ incident. Ces irrégularités *diffractent* l'onde incidente. Comme nous le verrons, l'approximation de Born permet alors de calculer la contribution aux données de cette partie haute fréquence, en ne faisant intervenir que des quantités associées à la propagation dans le milieu lisse.

Des progrès ont été fait dans la prise en compte de milieux de référence de plus en plus réalistes. En particulier les travaux de Mosher visent à calculer les fonctions de Green dans un milieu réaliste comprenant des interfaces. D'une manière générale, le modèle de référence peut contenir des hautes fréquences, mais il est indispensable qu'il contienne *toutes* les basses fréquences, puisque ces dernières sont responsables de la propagation des ondes, et donc, dans la phase successive d'inversion, du bon positionnement des interfaces. Au contraire, les hautes

FIG. 1.1.1 – The velocity medium is split into two components : A smooth velocity field in which waves propagate by transmission, and rough inhomogeneities that scatter the incoming wavefield.



fréquences du modèle de référence influencent plutôt l'amplitude du signal, et donc l'amplitude des contrastes sismiques retrouvés.

Dans cette étude, notre but est d'imager des discontinuités de grande étendue. Aussi, nous les considérons en première approximation comme la somme de diffractant ponctuels et indépendants les uns des autres. Cette hypothèse se fonde sur le principe de Huygens qui veut que chaque point atteint par une onde se comporte comme une source ponctuelle secondaire, de sorte que le front d'onde à l'instant suivant est la somme de toutes les contributions élémentaires.

Enfin, plusieurs études ont montré que l'atténuation anélastique des roches devrait nécessairement être incluse pour rendre compte finement de la forme d'onde des signaux enregistrés ([Nowack and Matheny, 1997] par exemple). Or, l'objet de notre étude est un volcan actif, à l'intérieur duquel les phénomènes d'atténuation des ondes ne doivent pas être négligeables. Récemment, le formalisme d'inversion dans le cadre de l'approximation de Born a été étendu aux milieux anélastiques [Ribodetti, 1998].

Après une brève discussion sur l'atténuation, nous montrons comment les fonctions de Green décrivent la propagation dans le milieu lisse. Par la suite le champ diffracté par les irrégularités est obtenu en les linéarisant.

1.2. L'atténuation anélastique des ondes

1.2.1. Différents types d'atténuation. L'amplitude des signaux sismiques subit l'influence de trois phénomènes différents, regroupés sous le terme générique d'atténuation :

- Le premier rend compte de la décroissance de l'amplitude lorsque le point d'observation s'éloigne de la source. Cet effet, appelé divergence sphérique, découle de la conservation de l'énergie émise au point source le long d'une surface (dans le cas d'un milieu à trois dimensions) de plus en plus grande, au fur et à mesure que le front d'onde s'étend. Mathématiquement, cet effet se calcule en résolvant l'équation de transport (voir l'annexe D sur la théorie des rais).
- Une seconde cause de diminution de l'amplitude observée est la diffraction ou la réflexion du signal source par des discontinuités du milieu, qui dévient l'énergie dans d'autres directions que celle de l'observateur. Cela se traduit par la disparition de certaines phases (celles qui sont réfléchies vers l'extérieur), ou par l'allongement du paquet d'onde lorsque des diffractions multiples se produisent. En tout état de cause cette forme d'atténuation, dite extrinsèque, n'implique pas de diminution de l'énergie mécanique totale dans le volume échantillonné.
- Enfin, il existe l'atténuation dite intrinsèque qui correspond à la conversion d'énergie mécanique en chaleur. Cet effet se produit lorsque le milieu n'est pas parfaitement élastique, c'est à dire lorsqu'il répond avec retard et partiellement à la contrainte qui lui est appliquée. La déformation ϵ s'obtient alors grâce à une relation de convolution entre la contrainte σ qui en est à l'origine et une fonction de montée $s(t)$:

$$(1.2.1) \quad \epsilon(t) = s(t) *_t \sigma(t)$$

Dans le cas d'un milieu parfaitement élastique la réponse s'effectue instantanément, et s est un pic de Dirac centré en zéro.

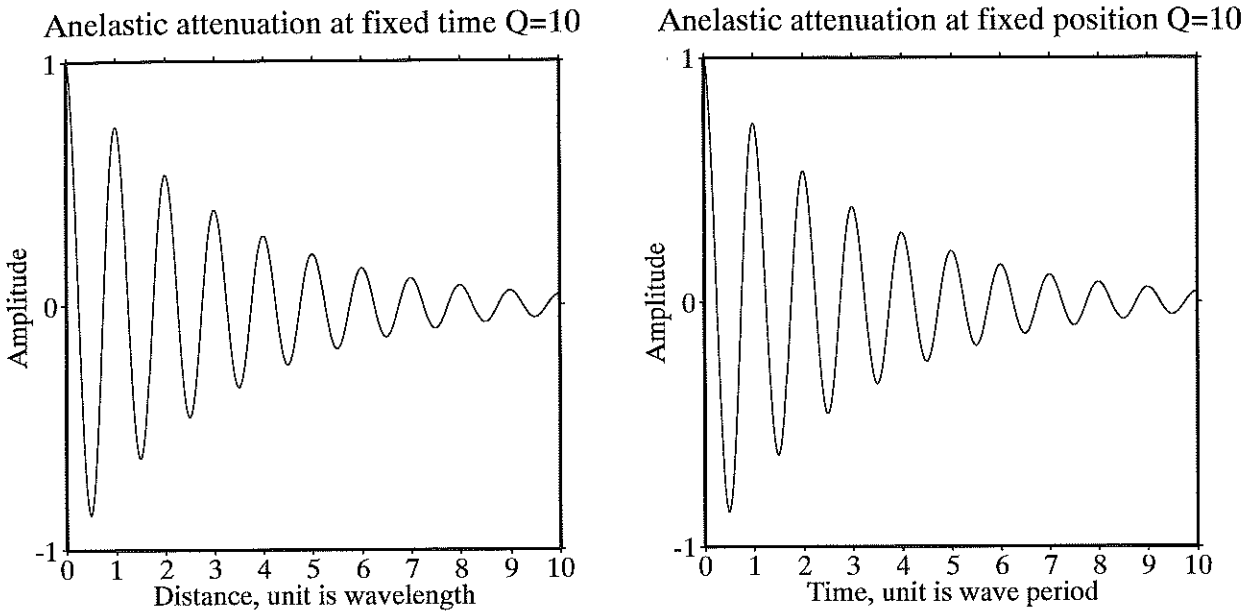
1.2.2. Prise en compte de l'atténuation intrinsèque. En vertu du principe de correspondance, l'atténuation anélastique peut être décrite par les équations fondamentales régissant la propagation dans des milieux élastiques, mais en ajoutant des parties imaginaires aux coefficients élastiques :

$$\hat{\lambda} = \lambda_R + i\lambda_I \text{ et } \hat{\mu} = \mu_R + i\mu_I$$

Le tenseur élastique se décompose lui aussi en deux parties réelle et imaginaire :

$$\hat{C}_{ijkl} = C_{ijkl}^R + iC_{ijkl}^I$$

FIG. 1.2.1 – Seismic attenuation in function of time and distance of a monochromatic plane wave.



Les ondes planes, solutions de l'équation d'onde, ont donc la forme suivante :

$$u(x, t) = e^{i\omega \frac{x}{\hat{v}}}$$

où $\hat{V} = V_R + iV_I$ est une vitesse complexe dont la partie réelle est liée au temps de propagation, et la partie complexe à l'atténuation. Définissons le facteur de qualité Q comme la moitié du rapport entre ces deux parties :

$$Q = \frac{1}{2} \frac{V_R}{V_I}$$

Ce facteur est d'autant plus petit que le milieu est atténuant. En supposant par ailleurs que l'atténuation est faible, et donc Q grand, l'onde plane se décompose en un terme oscillant et un terme atténuant :

$$u(x, t) = e^{i\omega \frac{x}{\hat{v}}} \simeq e^{i\omega \frac{x}{V_R}} e^{-\omega \frac{x}{2V_R Q}}$$

Le dernier terme de cette équation montre que l'amplitude de l'onde diminue exponentiellement avec la distance parcourue et le temps écoulé, et que la quantité d'énergie perdue au cours de chaque cycle est proportionnelle à l'énergie totale (voir fig. 1.2.1) :

– Observons une onde monochromatique décroissant sur une distance égale à une longueur d'onde λ , ce qui correspond à un cycle complet. La diminution d'amplitude est :

$$A_1 = A_0 e^{-\omega \frac{\lambda}{2V_R Q}} = A_0 e^{-\omega \frac{V_R T}{2V_R Q}} = A_0 e^{-\frac{\pi}{Q}} \simeq A_0 \left(1 - \frac{\pi}{Q}\right)$$

On en déduit que :

$$\frac{\Delta A}{A} = -\frac{\pi}{Q}$$

– Dans le cas d'une onde stationnaire qui décroît avec le temps, observée pendant une durée T :

$$A_1 = A_0 e^{-\omega \frac{T}{2Q}} = A_0 e^{-\frac{\pi}{Q}} \simeq A_0 \left(1 - \frac{\pi}{Q}\right)$$

Nous obtenons de même :

$$\frac{\Delta A}{A} = -\frac{\pi}{Q}$$

Sachant que pour les processus élastiques où la contrainte et la déformation sont proportionnelles, l'énergie élastique E varie comme le carré de l'amplitude nous retrouvons :

$$\frac{\Delta E}{E} = 2 \frac{\Delta A}{A} = -\frac{2\pi}{Q}$$

Ce qui est la définition classique du facteur de qualité d'un système oscillant.

1.3. Calcul des fonctions de Green dans un milieu viscoélastique lisse

Après ce bref aperçu de l'atténuation anélastique, nous allons nous consacrer à l'étude des fonctions de Green, dont l'utilité est de propager le champs incident dans le milieu lisse de la source au point diffractant, puis de celui-ci jusqu'au récepteur.

1.3.1. Définition des fonctions de Green. L'équation de l'élastodynamique relie le déplacement $u_k(r, t)$ observé au point r dans la direction k , au champ de force $S_i(s, t)$ exercé par la source dans la direction i aux points s , à travers les propriétés élastiques (éventuellement atténuantes) du milieu représentées par le tenseur élastique complexe \hat{C}_{ijkl} [Aki and Richards, 1980]. Cette équation s'écrit :

$$(1.3.1) \quad \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_i = S_i(s, t) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\hat{C}_{ijkl} \frac{\partial}{\partial x_l} u_k \right)$$

En appliquant la transformée de Fourier aux deux membres de cette dernière équation, nous obtenons son équivalent dans l'espace des fréquences, à savoir :

$$(1.3.2) \quad -\rho \omega^2 u_i(r, \omega) = S_i(s, \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\hat{C}_{ijkl} \frac{\partial}{\partial x_l} u_k(r, \omega) \right)$$

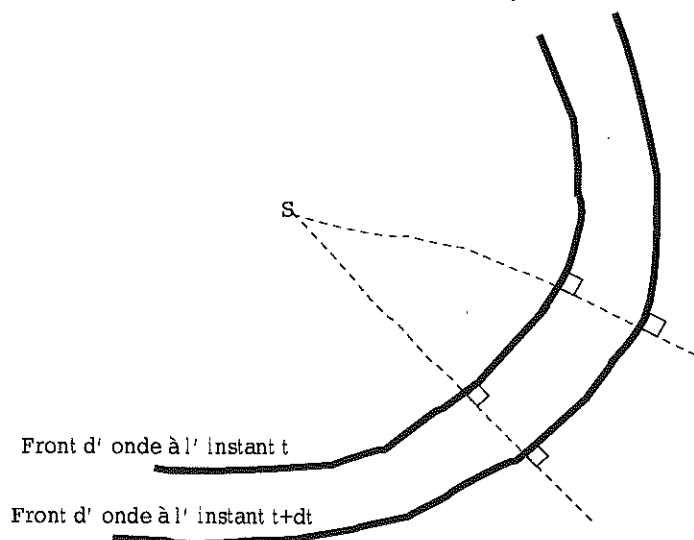
Les fonctions de Green $G_{ni}(r, s, t)$ sont les solutions de ces équations lorsque la source est une force impulsionnelle, ponctuelle, le long de la direction n . Elles servent à séparer ce qui est propre à la source ($S_i(s, t)$) de l'effet des propriétés du milieu de propagation décrites par le tenseur d'élasticité \hat{C}_{ijkl} . Ainsi, toute solution de l'équation (1.3.1) pour une source complexe se calcule facilement par convolution de cette dernière avec la fonction de Green du milieu, de telle sorte que le déplacement observé dans la direction i s'écrit :

$$u_i(r, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \int_V ds S_n(s, \tau) G_{ni}(r, s, t - \tau)$$

Dans l'espace des fréquence cela revient à :

$$(1.3.3) \quad u_i(r, \omega) = \int_V ds S_n(s, \omega) G_{ni}(r, s, \omega)$$

In any point, the ray is normal to the wavefront.



1.3.2. L'approximation haute fréquence et la théorie des rais. L'approximation haute fréquence consiste à ne prendre en compte que les composantes de plus haute fréquence des fonctions de Green. Ceci est justifié lorsque les variations spatiales des propriétés du milieu sont plus lentes que celles du signal. Dans de telles conditions, ce dernier se propage par transmission, sans diffraction ni diffusion. De plus, le champ se décompose en ondes de cisaillement qui génèrent des déplacements de particules perpendiculairement à la direction de propagation, et en ondes de compression qui induisent un mouvement de particules longitudinal. Dans un milieu haute fréquence, et, en particulier, dans un milieu homogène, ces deux modes de propagation évoluent indépendamment, et aucune conversion n'est possible de l'un à autre tant qu'aucune discontinuité du milieu n'est rencontrée [Aki and Richards, 1980, page 70].

Il existe plusieurs méthodes de calcul asymptotique à haute fréquence dont les avantages principaux sont la rapidité du calcul, et la facilité d'interprétation physique des résultats, puisque chaque phase est traitée indépendamment et reste à tout moment identifiable. Parmi ces techniques citons la théorie des rais que nous développons en annexe page 125. Les rais sont définis, dans un milieu quelconque - pas forcément lisse - comme des trajectoires perpendiculaires en tout point au front d'onde (figure 1.3.2). Ils définissent ainsi le parcours le plus rapide entre deux points du milieu pour un champ de vitesse donné. En revanche, ils ne correspondent au trajet de transport de l'énergie que dans un milieu à haute fréquence, ce qui nous ramène à leur définition dans le cadre de l'optique géométrique.

Ces rais sont porteurs de trois informations pour chaque type t d'onde P ou SV :

- Le temps de propagation T^t depuis la source jusqu'au point. Il se calcule en intégrant le long du trajet du rai des incréments élémentaires de temps :

$$T^t = \int_{\text{parcours}} \frac{dl}{V^t}$$

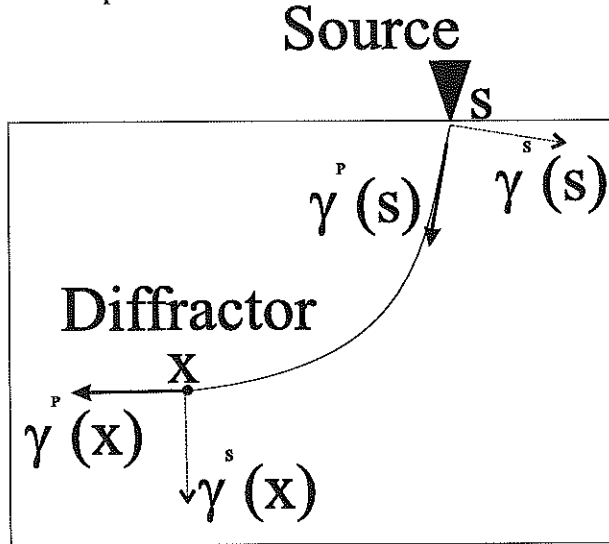
Dans le cas où le milieu est faiblement anélastique un temps complexe \hat{T}^t peut rendre compte de l'atténuation subie par le rai :

$$\hat{T}^t = \int_{\text{parcours}} \frac{dl}{V_R^t} + i \int_{\text{parcours}} \frac{dl}{2Q^t V_R^t}$$

La partie imaginaire du temps de propagation est en général appelée t^* :

$$t^* = \int_{\text{parcours}} \frac{dl}{2Q^t V_R^t}$$

- L'amplitude de l'onde au point d'observation, A^t . Elle diminue avec la distance à la source en raison de l'expansion géométrique de l'onde.
- La direction du mouvement des particules créé par le passage de l'onde de type t est donnée en tout point par le vecteur unitaire γ^t . On notera $\gamma_k^t(x)$ la composante k de ce vecteur au point du milieu x , et $\gamma_q^t(s)$ la composante q de ce vecteur à la source en s . Les ondes P génèrent un déplacement dans direction du rai, et les ondes de type S un déplacement normal au rai.



Munis de ces définitions, nous pouvons écrire la fonction de Green associée à une onde de type t (P ou S), pour un parcours depuis le point source s jusqu'à l'observateur situé en x ([Forgues, 1996, page 92], [Aki and Richards, 1980, page 74]). Rappelons qu'elle exprime le mouvement dans la direction k observé au point x , du à une force appliquée en s dans la direction q :

$$(1.3.4) \quad G_{qk}^t(x, s, \omega) = d(\omega) \gamma_k^t(x) \gamma_q^t(s) A^t(s, x) e^{i\omega T^t(s, x)} e^{-\omega t^{*t}(s, x)}$$

Où $d(\omega)$ est un facteur de normalisation qui sert à faire correspondre la solution asymptotique des fonctions de Green et la solution exacte dans le cas d'un milieu homogène. Pour un milieu de propagation à trois dimensions on a $d(\omega) = 1$, et $d^2(\omega) = 1/i\omega$ dans le cas bidimensionnel. Le terme $e^{-\omega t^{*t}(s, x)}$, lui, représente la diminution d'amplitude due à l'atténuation anélastique subie par l'onde au cours de son trajet entre la source et le point du milieu.

Le rôle du vecteur $\gamma^t(x)$ est d'indiquer la direction du mouvement de particule au point d'observation x . Le même vecteur au point source $\gamma^t(s)$ sert, lui, à prendre en compte la directivité de la source particulière qu'est une force impulsionnelle exercée dans une direction spécifique. A titre d'illustration, imaginons une force appliquée le long de la direction f , de composantes f_q , et d'amplitude variable $S(\omega)$. Le mouvement $D_k(x, \omega)$ du sol qu'elle induit en x , suivant la direction k possède la forme suivante, vue la définition 1.3.3 de la fonction de Green et son expression 1.3.4 :

$$(1.3.5) \quad D_k(x, \omega) = d(\omega) S(\omega) \gamma_k^t(x) A^t(s, x) e^{i\omega T^t(s, x)} e^{-\omega t^{*t}(s, x)} \cdot \sum_q \gamma_q^t(s) f_q$$

Le produit scalaire entre la direction du mouvement de particule à la source et la direction de la force, $\sum_q \gamma_q^t(s) f_q = \gamma^t(s) \cdot f$, définit la directivité de la force en fonction du type t de l'onde. On

voit comme l'énergie perçue en x pour une onde de type P sera maximum si la force s'exerce à la source dans la direction du rai. Au contraire, pour une onde S, l'énergie sera nulle dans ce cas, et maximale si la force est appliquée dans une direction normale au rai.

1.4. Linéarisation des fonctions de Green

Le calcul des fonctions de Green effectué précédemment nous permet de propager le signal depuis la source jusqu'à un diffracteur, puis de celui-ci jusqu'au récepteur (voir figure 1.1.1). Il nous reste à décrire les transformations subies au passage par le diffracteur. Ce point diffractant est décrit mathématiquement par une perturbation locale des paramètres physiques du milieu, et son effet sur les données est modélisé par une fonction de Green. L'expression de cette dernière ne fait intervenir que des grandeurs liées à la propagation dans le milieu lisse.

Écrivons la décomposition du milieu total en un milieu de référence lisse et un milieu perturbatif composé d'irrégularités de faible amplitude :

$$(1.4.1) \quad \rho = \rho^0 + \delta\rho \text{ et } \hat{C}_{ijkl} = \hat{C}_{ijkl}^0 + \delta\hat{C}_{ijkl}$$

Dans l'expression précédente, comme dans toutes celles qui suivent, la densité et les coefficients élastiques sont des fonctions de l'espace. On décomposera également le mouvement total en deux termes, à savoir :

$$(1.4.2) \quad u_i(x, \omega) = u_i^0(x, \omega) + \delta u_i(x, \omega)$$

En introduisant les termes (1.4.1) dans l'équation fondamentale de l'élasticité (1.3.2), il vient :

$$(1.4.3) \quad -\rho^0 \omega^2 u_i(x, \omega) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\hat{C}_{ijkl}^0 \frac{\partial}{\partial x_l} u_k(x, \omega) \right) = \Phi_i(x, \omega)$$

En comparant cette formule à l'équation 1.3.2, il apparaît que le champ total se propage dans le milieu lisse de référence, mais qu'il est généré par un nouveau terme de source $\Phi_i(x, \omega)$, qui comprend à la fois la source principale $S_i(s, \omega)$, et l'interaction du champ incident avec les irrégularités du milieu :

$$(1.4.4) \quad \Phi_i(x, \omega) = S_i(x, \omega) + \omega^2 \delta\rho u_i^0(x, \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\delta\hat{C}_{ijkl} \frac{\partial}{\partial x_l} u_k^0(x, \omega) \right)$$

$$(1.4.5) \quad + \omega^2 \delta\rho \delta u_i(x, \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\delta\hat{C}_{ijkl} \frac{\partial}{\partial x_l} \delta u_k(x, \omega) \right)$$

L'approximation de Born consiste à négliger les termes de second degré qui décrivent les diffractions multiples, en supposant que la perturbation est d'amplitude suffisamment faible pour que cela soit justifié. Comme pour toute solution de l'équation de l'élastodynamique (cf. équation 1.3.3), le déplacement total le long de la direction p , $u_p(r, \omega)$, s'obtient par convolution de la fonction de Green et du signal source $\Phi_i(x, \omega)$:

$$u_p(r, \omega) = \int dx \sum_i G_{ip}(r, x, \omega) \Phi_i(x, \omega)$$

Si on remplace le terme de source total $\Phi_i(x, \omega)$ par l'expression que nous en avons déduit précédemment (équation 1.4.5), on obtient :

$$\begin{aligned} u_p(r, \omega) &= \int dx \sum_i G_{ip}^0(r, x, \omega) S_i(x, \omega) \\ &+ \int dx \sum_i G_{ip}^0(r, x, \omega) \{ [\delta\hat{C}_{ijkl}^0 u_{k,l}^0(x, \omega)]_{,j} + \omega^2 \delta\rho u_i^0(x, \omega) \} \end{aligned}$$

Le membre de droite de la première équation est égal à $u_i^0(r, \omega)$, le déplacement induit par la source dans le milieu non perturbé. Par conséquent, compte tenu de la décomposition faite en 1.4.2, la perturbation du déplacement s'écrit :

$$\delta u_p(r, \omega) = \int dx \sum_i G_{ip}^0(r, x, \omega) \{ [\delta \hat{C}_{ijkl}^0 u_{k,l}^0(x, \omega)]_{,j} + \omega^2 \delta \rho u_i^0(x, \omega) \}$$

Intégrons par partie le premier terme du membre de droite de l'équation précédente :

$$\int dx \sum_i G_{ip}^0(r, x, \omega) \{ [\delta \hat{C}_{ijkl}^0 u_{k,l}^0(x, \omega)]_{,j} = - \int dx \sum \{ G_{ip}^0(r, x, \omega) \}_{,j} \delta \hat{C}_{ijkl}^0 u_{k,l}^0(x, \omega) \\ + [G_{ip}^0(r, x, \omega) \delta \hat{C}_{ijkl}^0 u_{k,l}^0(x, \omega)]_S$$

où S est le contour d'intégration. Nous le choisissons tel que la perturbation y soit nulle, de manière à annuler le terme entre crochets. Il vient :

$$(1.4.6) \quad \delta u_p(r, \omega) = \int dx \sum_i [\omega^2 G_{ip}^0(r, x, \omega) \delta \rho u_i^0(x, \omega) - \{ G_{ip}^0(r, x, \omega) \}_{,j} \delta \hat{C}_{ijkl}^0 u_{k,l}^0(x, \omega)]$$

Le déplacement dans le milieu lisse, exprimé à l'aide de sa fonction de Green, s'écrit :

$$u_i^0(x, \omega) = \int ds \sum_q G_{qi}^0(x, s, \omega) S_q(s, \omega) \text{ et } u_k^0(x, \omega) = \int ds \sum_q G_{qk}^0(x, s, \omega) S_q(s, \omega)$$

Expression que nous introduisons dans l'équation 1.4.6 :

$$\delta u_p(r, \omega) = \int dx \sum_i [\omega^2 G_{ip}^0(r, x, \omega) \delta \rho \int ds \sum_q G_{qi}^0(x, s, \omega) S_q(s, \omega)] \\ - \int dx \sum_i [\{ G_{ip}^0(r, x, \omega) \}_{,j} \delta \hat{C}_{ijkl}^0 \{ \int ds \sum_q G_{qk}^0(x, s, \omega) S_q(s, \omega) \}_{,l}]$$

En intervertissant l'ordre d'intégration sur s et x , ainsi que l'ordre de sommation sur i et q , on a :

$$\delta u_p(r, \omega) = \int ds \sum_q S_q(s, \omega) \left[\int dx \sum_i \{ \omega^2 G_{ip}^0(r, x, \omega) \delta \rho G_{qi}^0(x, s, \omega) \right. \\ \left. - \delta \hat{C}_{ijkl}^0 \{ G_{ip}^0(r, x, \omega) \}_{,j} \{ G_{qk}^0(x, s, \omega) \}_{,l} \right]$$

Or l'expression de la perturbation du déplacement en fonction du terme de source et de sa fonction de Green est, par définition :

$$\delta u_p(r, \omega) = \int ds \sum_q S_q(s, \omega) \delta G_{qp}(r, s, \omega)$$

On en déduit, par identification des deux équations précédentes :

$$(1.4.7) \quad \delta G_{qp}(r, s, \omega) = \int dx \sum_i \{ \omega^2 G_{ip}^0(r, x, \omega) \delta \rho G_{qi}^0(x, s, \omega) \}$$

$$(1.4.8) \quad - \delta \hat{C}_{ijkl}^0 \{ G_{ip}^0(r, x, \omega) \}_{,j} \{ G_{qk}^0(x, s, \omega) \}_{,l}$$

Cette intégrale est appelée *intégrale de Born*. Elle établit une relation linéaire entre la perturbation haute fréquence des paramètres élastiques du milieu et l'effet que cette dernière a sur les données. Dans son expression interviennent exclusivement les fonctions de Green associées à la propagation dans le milieu lisse de référence. Elle décrit exhaustivement la propagation du signal depuis la source jusqu'au récepteur en prenant en compte son interaction avec un seul diffracteur, les diffractions multiples devant être négligées.

1.5. Les différents modes de diffraction

Il nous reste à expliciter les fonctions de Green du milieu de référence présentes dans l'intégrale de Born (1.4.8). Rappelons qu'elles décrivent la propagation d'ondes dans un milieu lisse par hypothèse, et que, par conséquent, il est justifié d'en faire un calcul haute fréquence. En reprenant l'équation 1.3.4, chaque fonction de Green peut s'écrire :

$$G_{qk}^0(x, s, \omega) = d(\omega) \gamma_k^t(x) \gamma_q^t(s) A^t(s, x) e^{i\omega T^t(s, x)} e^{-\omega t^{*t}(s, x)}$$

Considérons les dérivations apparaissant dans l'intégrale de Born (équation 1.4.8) :

$$\frac{\partial G_{qk}^0(x, s, \omega)}{\partial x_l} = d(\omega) \gamma_q^t(s) \frac{\partial}{\partial x_l} (\gamma_k^t(x) A^t(s, x) e^{i\omega(T^t(s, x) + it^{*t}(s, x))})$$

Les trois quantités à dériver donnent lieu à trois termes contenant des dérivées. Donc, en notant $\frac{\partial}{\partial x_l} = \nabla_l$:

$$\begin{aligned} \nabla_l (\gamma_k^t(x) A^t(x, s) e^{i\omega T^t(x, s)} e^{-\omega t^{*t}(x, s)}) &= i\omega A(x, s) \gamma_k^t(x) \nabla_l (T^t(x, s) + it^{*t}(x, s)) e^{i\omega T^t(x, s)} e^{-\omega t^{*t}(x, s)} \\ &+ \nabla_l (A^t(x, s)) \gamma_k^t(x) e^{i\omega T^t(x, s)} e^{-\omega t^{*t}(x, s)} \\ &+ A^t(s, x) \nabla_l (\gamma_k^t(x)) e^{i\omega T^t(x, s)} e^{-\omega t^{*t}(x, s)} \end{aligned}$$

L'approximation haute fréquence justifie de ne prendre en compte que le terme en ω . Nous en déduisons que :

$$(1.5.1) \quad \nabla_l G_{qk}^0(x, s, \omega) = i\omega \nabla_l (T^t(x, s) + it^{*t}(x, s)) G_{qk}^0(x, s, \omega)$$

Par commodité de notation, introduisons le temps complexe $\hat{T}^t(x, s) = T^t(x, s) + it^{*t}(x, s)$. L'expression de chaque dérivée de la fonction de Green fait intervenir la fonction elle-même, et le gradient du temps de parcours au point d'observation :

$$\nabla_l G_{kq}^0(x, s, \omega) = i\omega \nabla_l \hat{T}^t(x, s) G_{kq}^0(x, s, \omega)$$

Nous pouvons réécrire l'intégrale de Born 1.4.8 de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \delta G_{qp}(r, s, \omega) &= \int dx \sum_i \omega^2 \{ \delta \rho G_{ip}^0(r, x, \omega) G_{qi}^0(x, s, \omega) \\ &+ \delta \hat{C}_{ijkl}^0 \nabla_j \hat{T}^t(r, x) \nabla_l \hat{T}^t(x, s) G_{ip}^0(r, x, \omega) G_{qk}^0(x, s, \omega) \} \end{aligned}$$

En factorisant, on a :

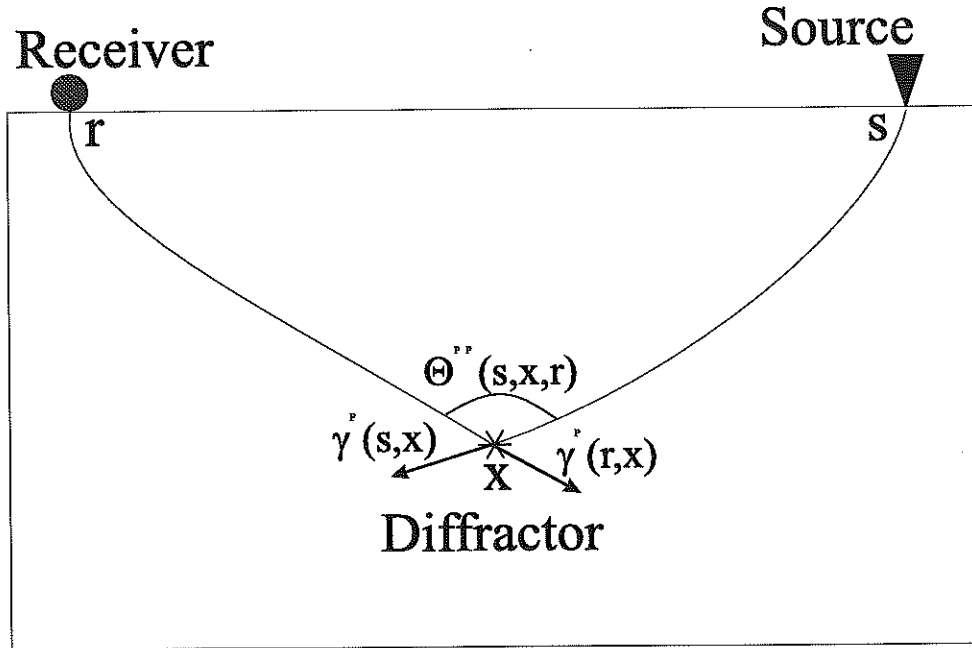
$$\delta G_{qp}(r, s, \omega) = \int dx \sum_i \omega^2 \{ \delta \rho \delta_{ik} + \delta \hat{C}_{ijkl}^0 \nabla_j \hat{T}^t(r, x) \nabla_l \hat{T}^t(x, s) \} G_{ip}^0(r, x, \omega) G_{qk}^0(x, s, \omega)$$

La réciprocité des fonctions de Green implique par ailleurs que $G_{ip}^0(r, x, \omega) = G_{pi}^0(x, r, \omega)$, on peut donc reformuler l'intégrale précédente, et obtenir :

$$\delta G_{qp}(r, s, \omega) = \int dx \sum_i \omega^2 \{ \delta \rho \delta_{ik} + \delta \hat{C}_{ijkl}^0 \nabla_j \hat{T}^t(r, x) \nabla_l \hat{T}^t(x, s) \} G_{pi}^0(x, r, \omega) G_{qk}^0(x, s, \omega)$$

Il nous reste maintenant à insérer dans cette équation les expressions des fonctions de Green telles que nous les avons calculées en (1.3.4). Chacune peut être de type P, SV et, dans le cadre des expériences de sismique active de la tomographie du Vésuve, seules des sources explosives d'ondes P ont été utilisées. Nous ne considérerons par la suite que les modes de diffraction PP et PSV, et ne développerons que le cas de la diffraction PP à titre d'exemple. Le lecteur intéressé pourra consulter [Tarantola, 1986] pour le traitement exhaustif du cas élastique, et [Ribodetti and Virieux, 1997] pour le cas anélastique.

FIG. 1.5.1 – The amplitude of an incident wave of type P, and diffracted as P, depends most of all on the angle between the rays arriving from the receiver and from the source.



1.5.1. La diffraction PP. Reprenons l'expression de l'intégrale en insérant les termes de fonction de Green 1.3.4, en notant que l'onde incidente et l'onde réfléchie sont toutes les deux de type P.

$$\delta G_{qp}(r, s, \omega) = \int dx \sum_i \omega^2 \{ \delta_{ik} \delta \rho + \delta \hat{C}_{ijkl}^0 \nabla_j \hat{T}^P(r, x) \nabla_l \hat{T}^P(x, s) \} \\ d^2(\omega) \gamma_p^P(r) \gamma_i^P(r, x) \gamma_k^P(s, x) \gamma_q^P(s) A^P(r, x) A^P(x, s) e^{i\omega \hat{T}^P(r, x)} e^{i\omega \hat{T}^P(x, s)}$$

Définissons la divergence sphérique totale subie par l'onde au cours de son trajet entre la source et le diffractant, puis entre ce dernier et le récepteur :

$$A(r, x, s) = A^P(r, x) A^P(x, s)$$

De même, le temps de parcours complexe total est :

$$\hat{T}(r, x, s) = \hat{T}^P(r, x) + \hat{T}^P(x, s)$$

Dans un espace à deux dimensions, $d^2(\omega) = 1/i\omega$, il s'en suit que :

$$\delta G_{qp}(r, s, \omega) = \int dx \sum_i i\omega \{ \delta_{ik} \delta \rho + \delta \hat{C}_{ijkl}^0 \nabla_j \hat{T}^P(r, x) \nabla_l \hat{T}^P(x, s) \} \\ \gamma_p^P(r) \gamma_i^P(r, x) \gamma_k^P(s, x) \gamma_q^P(s) A(r, x, s) e^{i\omega \hat{T}(r, x, s)}$$

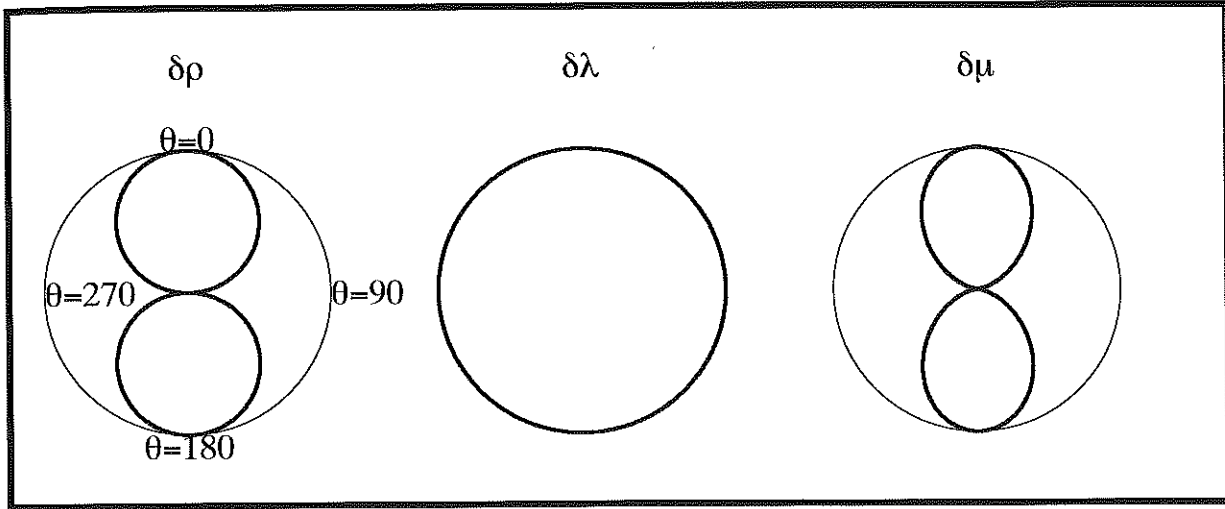
Calculons maintenant la contribution spécifique de la perturbation en densité :

$$\delta G_{qp}(r, s, \omega) | \delta \rho = i\omega \gamma_p^P(r) \gamma_q^P(s) \int dx \sum_i \gamma_i^P(r, x) \gamma_i^P(s, x) A(r, x, s) e^{i\omega \hat{T}(r, x, s)} \delta \rho$$

Le produit scalaire des vecteurs portant les rais arrivant de la station et de la source est égal, par définition, au cosinus de l'angle de diffraction : $\sum_i \gamma_i^P(r, x) \gamma_i^P(s, x) = \cos(\Theta^{PP})$ (voir fig. 1.5.1). Nous constatons ainsi que l'amplitude de la diffraction créée par une anomalie en densité ne dépend que de cet angle.

Pour finir, intéressons-nous aux deux autres paramètres complétant notre description du milieu, λ et μ . Pour cela plaçons nous dans un milieu isotrope atténuant dont le tenseur élastique s'écrit :

FIG. 1.5.2 – Diffraction pattern associated to each parameter describing the medium, in the case of the PP diffraction in an elastic medium.



$$\hat{C}_{ijkl} = \delta\hat{\lambda}\delta_{ij}\delta_{kl} + \delta\hat{\mu}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$$

En particulier la contribution de $\delta\hat{\lambda}$ est :

$$\delta G_{qp}(r, s, \omega) \Big|_{\delta\hat{\lambda}} = i\omega V_P^2 \gamma_p^P(r) \gamma_q^P(s) \int dx \sum_i (\delta_{ij}\delta_{kl}) \gamma_i^P(r, x) \gamma_k^P(s, x) \nabla_j \hat{T}^P(r, x) \nabla_l \hat{T}^P(x, s) A(r, x, s) e^{i\omega \hat{T}(r, x, s)} \delta\hat{\lambda}$$

Or, pour une conversion PP, les directions de mouvement de particules sont celles des rais, que ce soit pour l'onde incidente ou celle réfléchie. Autrement dit :

$$\gamma_i^P(r, x) = V_P \nabla_i \hat{T}^P(r, x)$$

Donc :

$$\begin{aligned} \delta G_{qp}(r, s, \omega) \Big|_{\delta\hat{\lambda}} &= i\omega V_P^2 \gamma_p^P(r) \gamma_q^P(s) \int dx \sum_i (\delta_{ij}\delta_{kl}) \nabla_i T^P \nabla_k T^P \nabla_j \hat{T}^P \nabla_l \hat{T}^P A(r, x, s) e^{i\omega \hat{T}(r, x, s)} \delta\hat{\lambda} \\ &= i\omega V_P^2 \gamma_p^P(r) \gamma_q^P(s) \int dx (\nabla T^P \cdot \nabla \hat{T}^P) (\nabla T^P \cdot \nabla \hat{T}^P) A(r, x, s) e^{i\omega \hat{T}(r, x, s)} \delta\hat{\lambda} \end{aligned}$$

Remarquons que dans le cas où le milieu lisse n'est pas atténuant, l'amplitude diffractée ne dépend pas de l'angle de diffraction :

$$\delta G_{qp}(r, s, \omega) \Big|_{\delta\hat{\lambda}} = i\omega \frac{1}{V_P^2} \gamma_p^P(r) \gamma_q^P(s) \int dx A(r, x, s) e^{i\omega \hat{T}(r, x, s)} \delta\hat{\lambda}$$

Enfin, en ce qui concerne la contribution de $\delta\hat{\mu}$:

$$\delta G_{qp}(r, s, \omega) \Big|_{\delta\hat{\mu}} = i\omega V_P^2 \gamma_p^P(r) \gamma_q^P(s) \int dx [(\nabla T^P \cdot \nabla T^P) (\nabla \hat{T}^P \cdot \nabla \hat{T}^P) + (\nabla T^P \cdot \nabla \hat{T}^P) (\nabla T^P \cdot \nabla \hat{T}^P)] A(r, x, s) e^{i\omega \hat{T}(r, x, s)} \delta\hat{\mu}$$

Dans le cas d'un milieu parfaitement élastique, l'amplitude diffractée varie en fonction du carré du sinus de l'angle de diffraction. Nous avons illustré sur la figure 1.5.2 la contribution à la diffraction PP des trois paramètres $\delta\hat{\mu}$, $\delta\hat{\lambda}$ et $\delta\rho$, pour le cas élastique.

1.6. Conclusion

En résumé, nous pouvons calculer la contribution à chacun des deux modes de diffraction -PP, PS- des perturbations des trois paramètres décrivant le milieu, λ , μ et ρ . Ces contributions dépendent principalement de l'angle entre les rais arrivant de la source et partant au récepteur au point du milieu considéré. Leur amplitude varie linéairement en fonction de l'amplitude de la perturbation, à travers un coefficient de proportionnalité appelé diagramme de diffraction. Les six coefficients (3 paramètres pour deux modes de diffraction) peuvent s'écrire de façon compacte à l'aide d'une matrice :

$$\hat{W}_{tm}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \hat{W}_{PP,\lambda} & \hat{W}_{PP,\mu} & \hat{W}_{PP,\rho} \\ \hat{W}_{PS,\lambda} & \hat{W}_{PS,\mu} & \hat{W}_{PS,\rho} \end{pmatrix}(\mathbf{x})$$

Les divergences sphériques, les différences de phases dues au temps de parcours, les directions de mouvement de particule à la source et au récepteur peuvent être condensées en une matrice de deux colonnes et d'une ligne :

$$(1.6.1) \quad E_{qpt}(r, x, s) = (\gamma_p^P(r)\gamma_q^P(s)A^{PP}e^{i\omega\hat{T}^{PP}}, \gamma_p^S(r)\gamma_q^S(s)A^{PSV}e^{i\omega\hat{T}^{PSV}})(r, x, s)$$

où l'indice q indique la direction dans laquelle s'exerce la force ponctuelle à la source, p précise la direction du mouvement au récepteur, et t le mode de diffraction, PP ou PS. Munis de ces notations nous pouvons écrire le champ diffracté total sous forme de produit matriciel :

$$(1.6.2) \quad \delta G_{qp}(r, s, \omega) = i\omega \int dx \sum_t^{\text{ondes parametres}} \sum_m E_{qpt}(r, x, s) \hat{W}_{tm}(r, x, s) \delta \hat{P}_m(x)$$

ou, de manière plus compacte :

$$(1.6.3) \quad \delta G(r, s, \omega) = i\omega \int dx E(r, x, s) \hat{W}(r, x, s) \delta \hat{P}(x)$$

Cette relation permet de calculer la fonction de Green du champ diffracté total moyennant une intégrale pondérée sur les perturbations du milieu. Le poids appliqué en chaque point sert en premier lieu à rendre compte de la divergence sphérique et de l'éventuelle atténuation anélastique subie par l'onde au cours de son trajet dans le milieu lisse, et, en second lieu, à modéliser l'efficacité de chaque mode de diffraction suivant le paramètre physique perturbé.

1.6.1. Les sources explosives. Les sources que nous avons à prendre en compte ne sont pas des forces impulsionnelles dans une direction fixe, mais des explosions ne générant que des ondes P. Nous les supposons par ailleurs isotropes. Là réside la différence principale avec la fonction de Green, qui dépend explicitement de la direction d'excitation à travers le vecteur $\gamma(s)$ indiquant la direction du mouvement de particule à la source. L'équation 1.3.5 montre comment ce terme régit la directivité de la source. Ces considérations faites, on peut obtenir simplement le déplacement δD_p observé en r dans la direction p du à une explosion en s , en supprimant dans les expressions 1.6.2 et 1.6.1 le vecteur $\gamma(s)$, de composantes $\gamma_q(s)$. On obtient ainsi, pour une source d'amplitude $S(\omega)$:

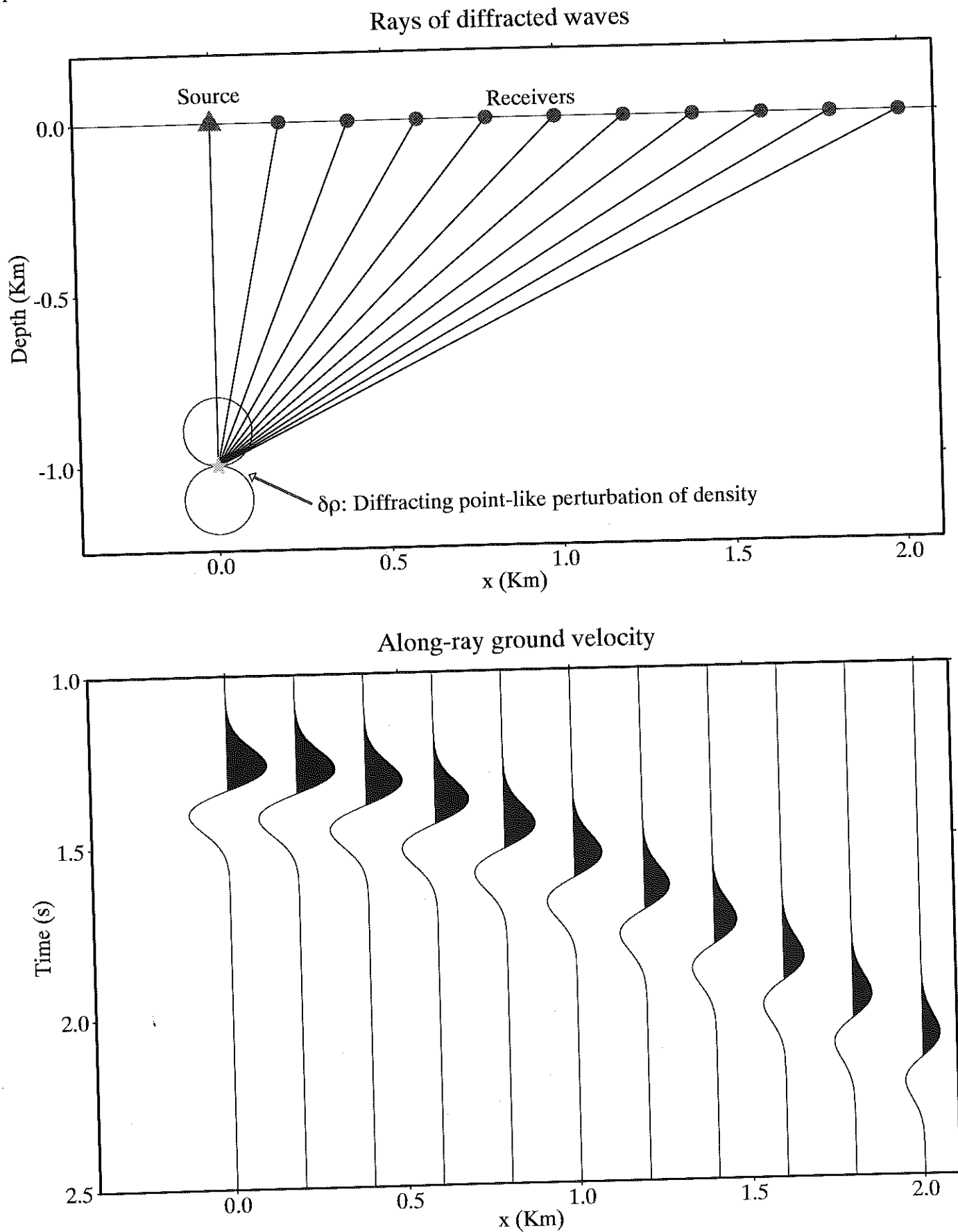
$$(1.6.4) \quad \delta D_p(r, s, \omega) = S(\omega) i\omega \int dx \sum_t^{\text{ondes parametres}} \sum_m E_{pt}(r, x, s) \hat{W}_{tm}(r, x, s) \delta \hat{P}_m(x)$$

Avec :

$$(1.6.5) \quad E_{pt}(r, x, s) = (\gamma_p^P(r)A^{PP}e^{i\omega\hat{T}^{PP}}, \gamma_p^S(r)A^{PS}e^{i\omega\hat{T}^{PS}})(r, x, s)$$

Nous illustrons le calcul du champ diffracté par approximation de Born sur la figure 1.6.1, pour un diffractant représenté par une perturbation de la densité.

FIG. 1.6.1 – Illustration of the Born modelling. We assume a point-like perturbation of density at depth, and compute the PP diffracted wavefield. The amplitude of the ground displacement that is measured depends both on the geometrical spreading and on the diffraction pattern of the perturbation.



Le problème inverse par optimisation

Dans la partie précédente nous avons mis en oeuvre une technique permettant de calculer l'effet sur les données de perturbations hautes fréquences du modèle de référence. Nous avons vu que celles-ci sont le siège de diffractions du champ incident, qui, lui, se propage dans un milieu lisse, et que l'amplitude des ondes diffractées est proportionnelle à celle des perturbations.

Nous devons maintenant faire le cheminement inverse : A partir du le champ diffracté observé, il s'agit de positionner en profondeur les perturbations qui en sont à l'origine, et d'en déterminer l'amplitude. A cette fin, nous nous plaçons dans le cadre de l'inversion par optimisation, qui consiste à apporter des modifications successives à un modèle de départ, en général le milieu lisse de fond. Le processus se base sur la minimisation d'une fonction décrivant le désaccord ("misfit") entre les données expérimentales et celles calculées avec le modèle courant. En adoptant la norme l_2 comme fonction coût, nous pouvons définir deux opérateurs qui, appliqués à la différence entre les données expérimentales et calculées, modifient les paramètres de façon à s'approcher du minimum. Le premier opérateur, appelé Gradient, donne grossièrement la direction dans l'espace des paramètres le long de laquelle il faut se déplacer, tandis que le second, le Hessien, mesure la distance à parcourir, et apporte une correction de direction en fonction du degré de courbure de la fonction coût. Les méthodes d'inversion par optimisation, fort répandues en géophysique, furent introduites dans l'inversion de données sismiques par [Tarantola, 1984b], d'abord pour le cas acoustique, puis pour le cas élastique [Tarantola, 1986].

Dans ce chapitre, nous présentons d'abord la technique d'optimisation par moindres carrés dans sa formulation générale. Ensuite, nous développons le formalisme nécessaire à appliquer cette technique à l'inversion du champ diffracté comme il est calculé au chapitre précédent.

2.1. L'optimisation au sens des moindres carrés

Dans le cas qui nous intéresse les données sont les trois composantes l du déplacement du sol, représenté dans l'espace des fréquences ω , mesuré aux positions r des récepteurs et associé aux sources situées en s . Nous supposons de plus que les données brutes ont été déconvoluées, l'inversion s'appliquera donc à la réponse impulsionnelle du milieu à une explosion. La description du milieu comprend trois fonctions complexes de la position x dans l'espace, par exemple la vitesse des ondes P, la vitesse des ondes S et la densité. La partie imaginaire de ces quantités rend compte des propriétés anélastiques du milieu. Qui dit optimisation dit recherche d'un modèle dans lequel les données calculées soient aussi proches que possible des données observées. Par conséquent, il est indispensable de définir la distance entre deux jeux de données D_1 et D_2 , ce qui passe par le choix d'un produit scalaire :

$$\langle D_1 | D_2 \rangle_{\mathcal{D}} = \sum_l \sum_{s,r} \int_{\Omega} d\omega D_1^*(r, s, \omega, l) D_2(r, s, \omega, l)$$

ou l'indice l désigne les directions de mesure des ondes au récepteur. Du produit scalaire découle la distance entre D_1 et D_2 :

$$\frac{1}{2} \langle D_2 - D_1 | D_2 - D_1 \rangle_{\mathcal{D}} = \|D_2 - D_1\|^2$$

Nous nous munissons de même d'un produit scalaire dans l'espace des modèles :

$$(2.1.1) \quad \langle P_1 | P_2 \rangle_M = \sum_i \int_V dx P_1(x, i) P_2(x, i)$$

Dans cette dernière équation, i indique les différents paramètres physiques caractérisant le milieu. Supposons que nous disposons d'un opérateur \mathcal{OP} qui, agissant sur tout modèle P , permet le calcul des données associées D :

$$D = \mathcal{OP}(P)$$

Maintenant, reprenons la décomposition du modèle faite dans la partie précédente en un modèle lisse et une perturbation haute fréquence :

$$P = P_0 + \delta P$$

S'il est possible de linéariser l'opérateur \mathcal{OP} en \mathcal{OPL} autour du modèle de référence P_0 nous avons :

$$\mathcal{OP}(P_0 + \delta P) = \mathcal{OP}(P_0) + \mathcal{OPL}(\delta P)$$

Dans le cas qui nous intéresse, la relation \mathcal{OP} , appliquée à P_0 , est l'opérateur de calcul de la réponse impulsionnelle du milieu à une explosion, mis en pratique grâce à la théorie des rais. \mathcal{OPL} , qui s'applique à δP , la partie irrégulière du modèle, est l'opérateur linéaire de Born donnant la réponse impulsionnelle des diffractants.

La procédure d'inversion commence par le calcul des *résidus*, c'est à dire de la différence δD entre les données réelles D_{obs} et celles calculées à l'aide du modèle lisse de départ :

$$(2.1.2) \quad \delta D = D_{obs} - \mathcal{OP}(P_0)$$

L'inversion est guidée par la nécessité de minimiser la fonction coût C , définie comme le carré de la norme des résidus :

$$C(P_0 + \delta P) = \|D_{obs} - \mathcal{OP}(P_0 + \delta P)\|^2$$

Ce qui devient, en incluant la linéarisation faite en 2.1.2 :

$$C(P_0 + \delta P) = \frac{1}{2} \langle \delta D - \mathcal{OPL}(\delta P) | \delta D - \mathcal{OPL}(\delta P) \rangle_D$$

Si nous développons cette expression, nous obtenons :

$$\begin{aligned} C(P_0 + \delta P) &= \frac{1}{2} \langle \delta D | \delta D \rangle_D - \frac{1}{2} \langle \delta D | \mathcal{OPL}(\delta P) \rangle_D \\ &\quad - \frac{1}{2} \langle \mathcal{OPL}(\delta P) | \delta D \rangle_D + \frac{1}{2} \langle \mathcal{OPL}(\delta P) | \mathcal{OPL}(\delta P) \rangle_D \end{aligned}$$

En négligeant les termes du second degré, et en introduisant l'opérateur adjoint \mathcal{OPL}^t de \mathcal{OPL} défini comme suit :

$$\langle \mathcal{OPL}(\delta P) | \delta D \rangle_D = \langle \delta P | \mathcal{OPL}^t(\delta D) \rangle_M$$

Il vient :

$$(2.1.3) \quad C(P_0 + \delta P) = C(P_0) - \langle \delta P | \mathcal{OPL}^t(\delta D) \rangle_M + \frac{1}{2} \langle \delta P | \mathcal{OPL}^t \mathcal{OPL}(\delta P) \rangle_M$$

Par ailleurs, nous pouvons effectuer un développement de la fonction coût autour du modèle de référence :

$$(2.1.4) \quad C(P_0 + \delta P) = C(P_0) + \left. \frac{\partial C}{\partial P} \right|_{P_0} \delta P + \frac{1}{2} \delta P^t \left. \frac{\partial^2 C}{\partial P^2} \right|_{P_0} \delta P + O(\delta P^3)$$

La dérivée de Fréchet de C au point $P_0 + \delta P$ doit s'annuler si nous voulons que la fonction coût soit minimum en ce point :

$$\left. \frac{\partial C}{\partial P} \right|_{P_0 + \delta P} = \left. \frac{\partial C}{\partial P} \right|_{P_0} + \delta P^t \left. \frac{\partial^2 C}{\partial P^2} \right|_{P_0} = 0$$

Nous en déduisons la valeur de la correction :

$$(2.1.5) \quad \delta P = - \left(\left. \frac{\partial^2 C}{\partial P^2} \right|_{P_0} \right)^{-1} \left. \frac{\partial C}{\partial P} \right|_{P_0} = -H^{-1} \text{GRAD}$$

où nous avons introduit deux nouveaux opérateurs :

Le Hessien :

$$H = \left. \frac{\partial^2 C}{\partial P^2} \right|_{P_0}$$

Et le Gradient :

$$\text{GRAD} = \left. \frac{\partial C}{\partial P} \right|_{P_0}$$

Pour les expliciter, il ne nous reste plus qu'à identifier les expressions (2.1.3) et (2.1.4) :

$$H = \left. \frac{\partial^2 C}{\partial P^2} \right|_{P_0} = \mathcal{OPL}^t \mathcal{OPL}$$

$$\text{GRAD} = \left. \frac{\partial C}{\partial P} \right|_{P_0} = \mathcal{OPL}^t (\delta D)$$

L'équation 2.1.5 nous permet d'explicitier la correction à apporter aux paramètres du modèle :

$$(2.1.6) \quad \delta P = -H^{-1} \text{GRAD} = -[\mathcal{OPL}^t \mathcal{OPL}]^{-1} \mathcal{OPL}^t (D_{obs} - OP(P_0))$$

Nous disposons maintenant d'une expression analytique permettant de corriger le modèle de façon à s'approcher du minimum. Une fois trouvée la nouvelle position dans l'espace des paramètres, il est possible d'y recalculer les opérateurs Hessien et Gradient, et d'ajourner de nouveau le modèle. Ce processus, dit algorithme quasi newtonien, s'arrête quand la fonction coût atteint une valeur seuil, ou quand les déplacements dans l'espace des paramètres deviennent infimes.

2.2. Application à l'inversion du champ diffracté

La difficulté majeure à l'application pratique de la formule 2.1.6 est l'inversion du Hessien dans l'équation (2.1.6), puisque, discrétisé, il est représenté par une matrice de très grandes dimensions. [Jin et al., 1992] proposent de résoudre le problème en introduisant un facteur de pondération Q de la fonction coût telle que le Hessien devienne diagonal. Dans ce but, ils redéfinissent le produit scalaire entre deux données

$$(2.2.1) \quad \langle D_1 | Q | D_2 \rangle_D = \sum_l \int_{\Omega} d\omega D_1^*(r, s, \omega, l) Q D_2(r, s, \omega, l)$$

puis la fonction coût et le Hessien :

$$C(P_0 + \delta P) = \frac{1}{2} \langle \delta D - \mathcal{OPL}(\delta P) | Q | \delta D - \mathcal{OPL}(\delta P) \rangle_D$$

$$H = \mathcal{OPL}^t Q \mathcal{OPL}$$

de telle sorte que la perturbation s'écrit :

$$(2.2.2) \quad \delta P = -[\mathcal{OPL}^t Q \mathcal{OPL}]^{-1} \mathcal{OPL}^t Q (D_{obs} - \mathcal{OP}(P_0))$$

La relation inverse (2.2.2) est générale, valable pour tout opérateur \mathcal{OP} linéarisé. Il nous faut la réécrire pour le cas particulier où \mathcal{OP} , appliqué à P_0 , est l'opérateur de calcul de la réponse impulsionnelle à une explosion du milieu lisse de référence, et \mathcal{OPL} l'opérateur linéaire de Born donnant la réponse de la partie irrégulière du modèle δP . Pour cela, nous nous appuyons sur la modélisation directe effectuée au chapitre précédent, les équations 1.6.4 et 1.6.5 définissant la réponse impulsionnelle à une explosion ponctuelle :

$$(2.2.3) \quad \delta D_l(r, s, \omega) = i\omega \int dx \sum_t^{\text{ondes}} \gamma_l^t(r) A^t(r, x, s) e^{i\omega \hat{T}^t(r, x, s)} \sum_m^{\text{parametres}} \hat{W}_{tm}(r, x, s) \delta \hat{P}_m(x)$$

Pour alléger au maximum l'écriture des formules, nous n'explicitons plus systématiquement les variables ou indices dont dépendent les quantités physiques.

2.2.1. Calcul analytique du Gradient. Commençons par le calcul du Gradient, $\mathcal{OPL}^t Q (\delta D)$, en nous servant de la définition de l'opérateur conjugué et du nouveau produit scalaire entre deux données introduit en 2.2.1 :

$$(2.2.4) \quad \langle \mathcal{OPL}(\delta P) | Q | \delta D \rangle_D = \langle \delta P | \mathcal{OPL}^t(\delta D) \rangle_M$$

D'après la définition du produit scalaire dans l'espace des modèles 2.1.1 nous avons d'une part :

$$(2.2.5) \quad \langle \delta P | \mathcal{OPL}^t(\delta D) \rangle_M = \sum_m \int dx \delta \hat{P}_m^* (\mathcal{OPL}^t(\delta D))_m$$

Et, d'autre part, pour le produit scalaire entre deux données pondérées par la fonction Q :

$$\langle \mathcal{OPL}(\delta P) | \delta D \rangle_D = \sum_l \sum_{s,r} \int d\omega [\mathcal{OPL}(\delta P)]_l^* Q \delta D_l$$

Compte tenu de l'expression 2.2.3 de la réponse impulsionnelle de la perturbation δP , on a :

$$\langle \mathcal{OPL}(\delta P) | \delta D \rangle_D = \sum_l \sum_{s,r} \int d\omega i\omega \int dx \sum_t \gamma_l^t(r) A^t e^{-i\omega \hat{T}^{*t}} \sum_m \hat{W}_{tm}^* \delta \hat{P}_m^* Q \delta D_l$$

Nous pouvons intervertir l'ordre de sommation, et écrire :

$$\langle \mathcal{OPL}(\delta P) | \delta D \rangle_D = \sum_m \int dx \delta \hat{P}_m^* \sum_t \sum_l \sum_{s,r} \int d\omega i\omega \gamma_l^t(r) A^t e^{-i\omega \hat{T}^{*t}} \hat{W}_{tm}^* Q \delta D_l$$

Il en découle, par identification avec 2.2.5 :

$$(2.2.6) \quad GRAD_m = (\mathcal{OPL}^t(\delta D))_m = \sum_t \sum_l \sum_{s,r} \int d\omega i\omega \gamma_l^t(r) A^t e^{-i\omega \hat{T}^{*t}} \hat{W}_{tm}^* Q \delta D_l$$

2.2.2. Diagonalisation analytique du Hessian. Intéressons nous maintenant au Hessian, dont la définition est :

$$H = \mathcal{OPL}^t Q \mathcal{OPL}$$

Pour l'expliciter, appliquons-le au vecteur δP :

$$H(\delta P) = (\mathcal{OPL}^t Q \mathcal{OPL})(\delta P) = \mathcal{OPL}^t Q (\mathcal{OPL}(\delta P)) = GRAD(\mathcal{OPL}(\delta P))$$

Donc, en reprenant l'expression 2.2.6 du gradient :

$$(H\delta P)_m(x) = \sum_t \sum_l \sum_{s,r} \int d\omega i\omega \gamma_l^t(r) A^t e^{-i\omega \hat{T}^{*t}} \hat{W}_{tm}^* Q [\mathcal{OPL}(\delta P)]_l$$

Et en remplaçant $\mathcal{OPL}(\delta P)$ par son expression 2.2.3, on obtient :

$$(H\delta P)_m(x) = \sum_t \sum_l \sum_{s,r} \int d\omega i\omega \gamma_l^t(r) A^t e^{-i\omega \hat{T}^{*t}} \hat{W}_{tm}^* Q i\omega \int dx' \sum_{t'} \gamma_l^{t'}(r) A^{t'} e^{i\omega \hat{T}^{t'}} \sum_{m'} \hat{W}_{t'm'} \delta \hat{P}_{m'}$$

Regroupons les différents termes selon leur type, et isolons la somme sur les composantes l du mouvement du sol à la station :

$$\begin{aligned} (H\delta P)_p(x) &= \sum_{t,t'} \sum_l \sum_{m'} \sum_{s,r} \int dx' \int d\omega \omega^2 \gamma_l^t(r) \gamma_l^{t'}(r) A^t A^{t'} e^{i\omega(\hat{T}^{t'} - \hat{T}^{*t})} \hat{W}_{tm}^* \hat{W}_{t'm'} Q \delta \hat{P}_{m'} \\ (2.2.8) \quad &= \sum_{t,t'} \sum_{m'} \sum_{s,r} \int dx' \int d\omega \omega^2 A^t A^{t'} e^{i\omega(\hat{T}^{t'} - \hat{T}^{*t})} \hat{W}_{tm}^* \hat{W}_{t'm'} Q \delta \hat{P}_{m'} \sum_l \gamma_l^t(r) \gamma_l^{t'}(r) \end{aligned}$$

Puis, concentrons-nous sur le produit scalaire des deux vecteurs indiquant la direction du mouvement de particule à la station :

$$(2.2.9) \quad \sum_l \gamma_l^t(r, x, s) \gamma_l^{t'}(r, x', s)$$

Rappelons que $\gamma_l^t(r, x, s)$ est la composante l du vecteur portant la direction du mouvement de particule créé par l'onde de type t , à son arrivée au récepteur r , partie en s puis diffractée en x . Il faut maintenant noter un fait important. Imaginons que les données soient dues à un unique diffracteur situé en x' . Il est par conséquent nécessaire que le processus d'imagerie retropropage un maximum d'énergie en ce point, et très peu partout ailleurs. Dans l'équation 2.2.8, cela nécessite que l'intégrale soit nulle, ou, du moins, faible, sauf au voisinage de x' . Autrement dit, le Hessien doit être aussi diagonal que possible, bien qu'il ne le soit jamais complètement en pratique, à cause de la largeur finie de la source en fréquence, et de la couverture limitée offerte par le système d'acquisition ([Chavent and Plessix, 1999]). Nous limiterons donc l'intégration sur x' dans la relation intégrale 2.2.8 à un voisinage du point d'osculation x . Dans cette limite, les rais arrivant en r proviennent pratiquement du même point (voir figure 2.2.1).

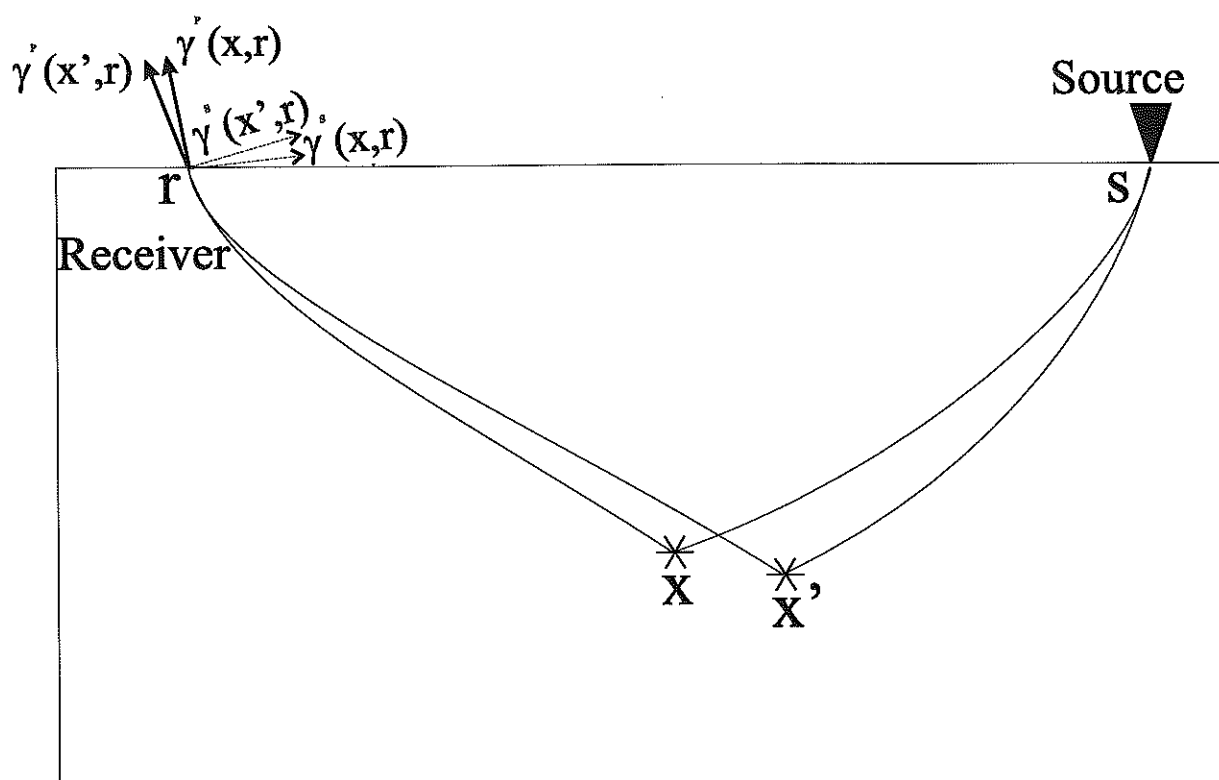
Supposons par ailleurs qu'à la station les ondes S arrivent de la même direction que les ondes P. Ceci est approximativement vérifié lorsque le gradient vertical de vitesse en surface est particulièrement élevé et qu'il "redresse" toutes les ondes, une situation assez commune en pratique. Ceci est vrai, aussi, lorsque le rapport V_p/V_s est supposé constant, chose fréquente quand on ne dispose que d'un modèle de vitesse pour les ondes P. Pourquoi devons-nous supposer commune la direction d'arrivée de toutes les ondes diffractées ? Parce que si les ondes diffractées sont de nature différente, une P et une S, alors le produit scalaire 2.2.9 est nul. En effet, les rais arrivant presque de la même direction, les mouvements de particule sont orthogonaux (figure 2.2.1). Par contre, si les deux ondes diffractées sont toutes deux de type P ou S, alors le produit scalaire en question est égal approximativement à l'unité. En résumé on a :

$$\sum_l \gamma_l^t(r, x, s) \gamma_l^{t'}(r, x', s) = \delta_{tt'}$$

Ce qui nous permet de simplifier la relation 2.2.8 :

$$(2.2.10) \quad (H\delta P)_m(x) = - \sum_t \sum_{m'} \sum_{s,r} \int dx' \int d\omega \omega^2 A^t A^{t'} e^{i\omega(\hat{T}^t - \hat{T}^{*t})} \hat{W}_{tm}^* \hat{W}_{tm'} Q \delta \hat{P}_{m'}$$

FIG. 2.2.1 – Local approximation of the Hessian.



A ce stade de l'analyse, il est plus pratique d'incorporer l'atténuation anélastique décrite par la partie imaginaire du temps de propagation à la divergence sphérique totale. Notons $\hat{T}^t(r, x, s) = T^t(r, x, s) + it^{*t}(r, x, s)$. La perte d'amplitude totale s'écrit alors de la façon suivante :

$$A_{tot}^t(r, x, s) = A^t(r, x, s) \cdot e^{-\omega t^{*t}(r, x, s)}$$

Nous pouvons réécrire la relation 2.2.10, en isolant l'intégrale sur la fréquence :

$$(2.2.11) \quad (H\delta P)_m(x) = - \sum_t \sum_{m'} \sum_{s,r} \int dx' A_{tot}^t A_{tot}^t \hat{W}_{tm}^* \hat{W}_{tm'} \delta \hat{P}_{m'} \int d\omega \omega^2 Q e^{i\omega(T^t - T^t)}$$

L'approximation locale du Hessian permet d'autres approximations :

$$A_{tot}^t(r, x, s) \cdot A_{tot}^t(r, x', s) \simeq (A_{tot}^t(r, x, s))^2 \text{ et } \hat{W}_{tm}^*(x) \hat{W}_{tm'}(x') \simeq \hat{W}_{tm}^*(x) \hat{W}_{tm'}(x)$$

Si nous effectuons un développement de Taylor au premier ordre du temps réel de propagation, on a :

$$T^t(x') \simeq T^t(x) + \nabla_x T^t(r, x, s) \cdot (x' - x)$$

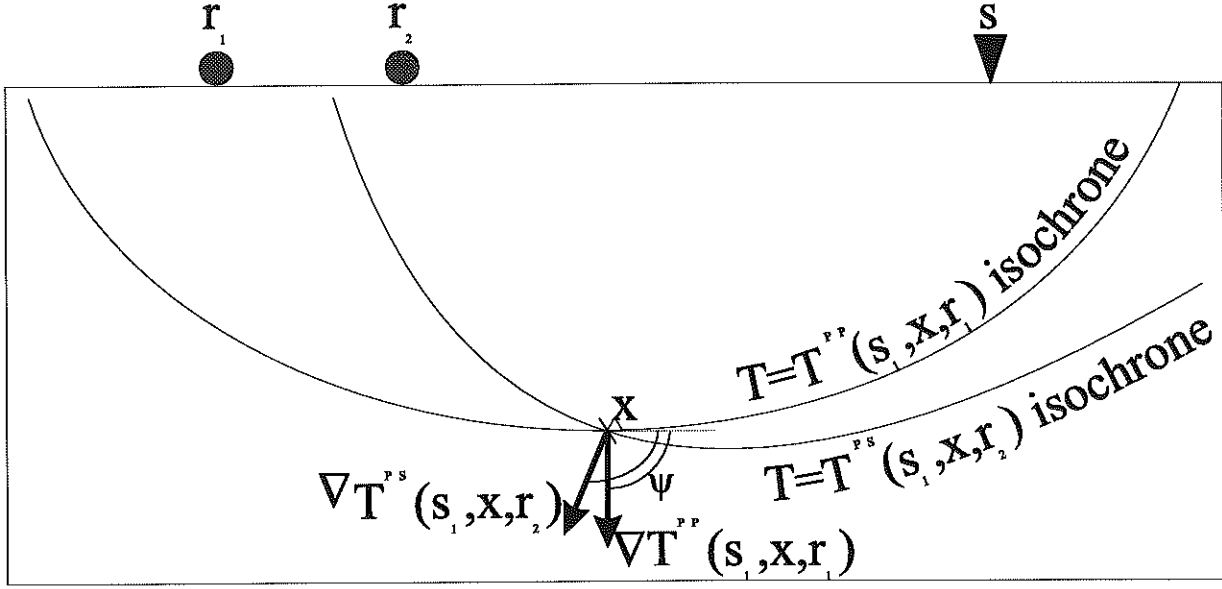
L'exponentielle oscillante devient alors :

$$e^{i\omega(T^t(x') - T^t(x))} \simeq e^{i\omega(\nabla_x T^t(r, x, s) \cdot (x' - x))}$$

En insérant ces approximations dans l'intégrale 2.2.11, on obtient :

$$(2.2.12) \quad (H\delta P)_m(x) = - \sum_t \sum_{m'} \sum_{s,r} \int dx' (A_{tot}^t(x))^2 \hat{W}_{tm}^*(x) \hat{W}_{tm'}(x) \delta \hat{P}_{m'}(x') \int d\omega Q \omega^2 e^{i\omega(\nabla_x T^t(r, x, s) \cdot (x' - x))}$$

FIG. 2.2.2 – In a given diffractor pass a number of isochrones equal to the number of source receiver pairs multiplied by the number of types of diffracted waves. For the Hessian to be accurate, the the gradients of these isochrones should span all the directions. We represent the isochrones and their gradients associated to PP and PSV waves for two different receivers and a single source.



Ce qui peut s'écrire aussi :

$$(2.2.13) \quad (H\delta P)_m(x) = \sum_{m'} \int dx' h_{mm'}(x, x') \delta \hat{P}_{m'}(x')$$

Avec :

$$(2.2.14) \quad h_{mm'}(x, x') = - \sum_t \sum_{s,r} (A_{tot}^t(x))^2 \hat{W}_{tm}^*(x) \hat{W}_{tm'}(x) \int d\omega Q \omega^2 e^{i\omega(\nabla_x T^t(r,x,s) \cdot (x'-x))}$$

Conformément à l'approximation locale du Hessien que nous avons déjà faite plus haut, nous limitons l'intégration sur x' à un intervalle restreint autour de x , le point en lequel l'opérateur est calculé. De plus, l'innovation principale introduite par [Jin et al., 1992] est de montrer qu'un choix judicieux du facteur de pondération Q permet de diagonaliser analytiquement le Hessien. Le principe est d'observer une analogie entre l'expression 2.2.14 et celle d'un pic de Dirac en coordonnées cylindriques :

$$(2.2.15) \quad \delta(x' - x) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} |k| e^{ik \cdot (x' - x)} d\psi dk$$

En définissant $k = \omega(\nabla_x T^t(r, x, s))$. La somme discrète sur les sources et les récepteurs de l'expression 2.2.14 est transformée en une intégrale continue sur l'angle ψ qui définit la direction du vecteur k (figure 2.2.2). On obtient alors, en ajustant le facteur de pondération Q :

$$(2.2.16) \quad h_{mm'}(x, x') = - \sum_t \sum_{s,r} \hat{W}_{tm}^*(x) \hat{W}_{tm'}(x) \delta(x' - x)$$

Cette expression simple permet une inversion analytique du Hessien. Le point critique est le calcul du facteur de pondération local Q , qui doit mettre en relation la distribution des sources et des récepteurs, et l'échantillonnage de l'angle ψ qui en découle. La diagonalisation sera d'autant meilleure que cet échantillonnage est complet, le cas idéal étant d'avoir un dispositif d'acquisition entourant complètement le point à imager. Notons que les problèmes de couverture limitée du dispositif d'acquisition se posent exactement dans les mêmes termes pour les inversions basées sur la Transformée de Radon Généralisée, un autre argument tendant à prouver l'équivalence substantielle de cette méthode et de l'inversion par optimisation. Signalons qu'une discussion particulièrement instructive sur la dégradation de l'image quand s'appauvrit le système d'acquisition est fournie dans [Miller et al., 1987]. Le calcul pratique de Q s'effectue différemment pour chaque type de système d'acquisition. On pourra voir [Ribodetti, 1998] pour un dispositif d'acquisition de laboratoire entourant complètement la cible, et [Clochard, 1998] pour des dispositifs 3D de sismique pétrolière.

En insérant 2.2.16 dans l'expression 2.2.14, on aboutit au calcul complet du Hessien appliqué à la perturbation des paramètres :

$$(2.2.17) \quad (H\delta P)_m(x) = - \sum_t \sum_{m'} \sum_{s,r} \hat{W}_{tm}^*(x) \hat{W}_{tm'}(x) \delta \hat{P}_{m'}(x)$$

2.2.3. La formule d'inversion. En introduisant dans 2.2.2 les expressions complètes 2.2.17 et 2.2.6 du Hessien et du gradient, nous arrivons à la formule complète d'inversion :

$$(2.2.18) \quad \delta P_m(x) = - \sum_{m'} [H^{-1}(x)]_{mm'} \sum_t \sum_l \sum_{s,r} \int i\omega d\omega \gamma_l^t(r) A^t e^{-i\omega \hat{T}^{*t}} \hat{W}_{tm}^* Q \delta D_t$$

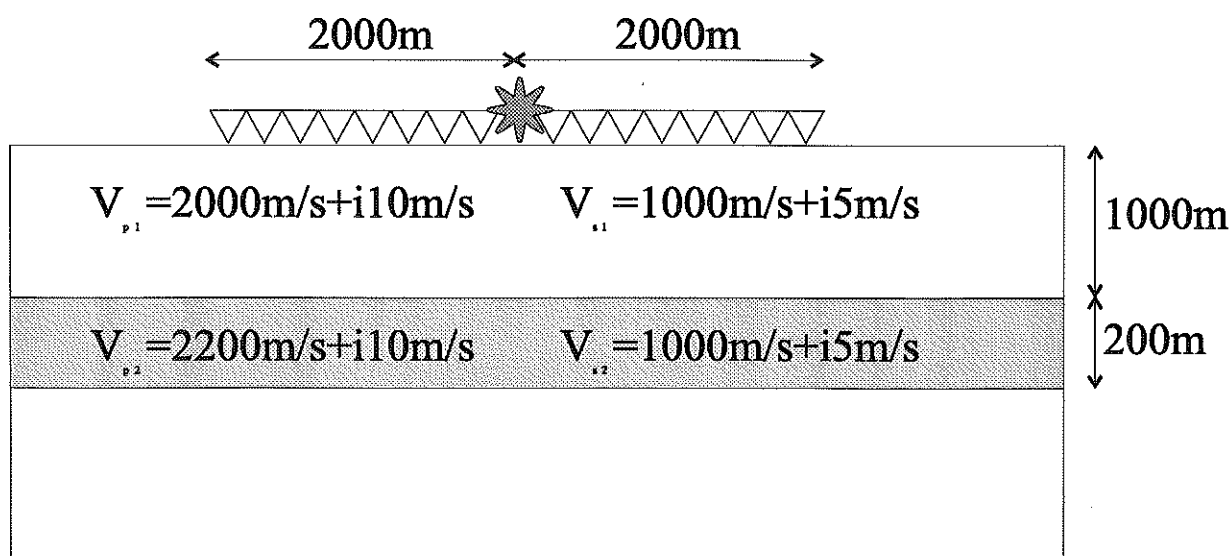
Les indices m et m' indiquent les paramètres physiques décrivant le milieu, l les directions du mouvement du sol enregistré, t le type d'onde diffractée -PP ou PSV-et s, r les sources et les récepteurs. Le facteur de pondération Q est choisi de façon à diagonaliser le Hessien, et dépend du système d'acquisition.

Nous avons obtenu une formule permettant de déduire les corrections à apporter aux paramètres physiques en chaque point du milieu en fonction des données résiduelles. Cette correction augmente linéairement avec l'amplitude des résidus, et son expression ne fait intervenir que des quantités relatives à la propagation dans le milieu lisse de référence. Ces dernières peuvent être calculées une fois pour toutes avant la migration proprement dite, et stockées en mémoire. De ce point de vue, la nécessité de calculer non seulement les temps de parcours, mais aussi les divergences sphériques, les atténuations anélastiques et les angles de décollage rend le tracé de fronts d'ondes particulièrement attrayant [Lambaré et al., 1996].

Nous avons développé un calcul *local* du Hessien, dont la justification physique est que si un seul diffractant a contribué aux données, alors le processus de migration devrait concentrer un maximum d'énergie en ce point. Cette approximation, alliée à l'application d'un facteur de pondération ad hoc, permet de diagonaliser approximativement le Hessien. Dès lors son inversion devient immédiate et analytique, au lieu d'impliquer l'inversion numérique de matrices comptant autant de lignes et de colonnes qu'il y a de points dans le milieu.

La relative légèreté du calcul des opérateurs Hessien et Gradient permet de mettre en oeuvre un processus à itération : Une première correction est apportée aux paramètres moyennant l'application de la formule 2.2.18. Dans le nouveau modèle ainsi obtenu, on recalcule le Gradient, et une nouvelle application du Hessien -qui, lui, n'a pas besoin d'être ajourné- donne une seconde correction. Le processus peut-être répété jusqu'à ce que les données résiduelles deviennent arbitrairement petites. La méthode a été appliquée à des milieux tridimensionnels de taille réelle [Thierry et al., 1999a].

FIG. 2.3.1 – Acquisition geometry for the modelling of the Rays+Born data.



2.3. Mise en pratique de la technique d'imagerie

Pour illustrer la technique d'inversion à laquelle nous avons abouti au paragraphe précédent, nous l'appliquons à des données synthétiques calculées par approximation Rais+Born. Nous considérons un milieu bidimensionnel homogène de vitesse P $V_p=2000\text{m/s}$, de vitesse S $V_s=1000\text{m/s}$ et de facteur d'atténuation $Q=10$. A une profondeur de 1000m est immergé un banc mince d'épaisseur égale à 200m , où la vitesse P est légèrement supérieure à celle du milieu de fond, à savoir $V_p=2200\text{m/s}$. La vitesse S et le facteur d'atténuation dans le banc sont ceux du milieu de fond (figure 2.3.1). La fréquence maximale de la source est fixée à 10Hz , fréquence typique des données de la tomographie du Vésuve, et nous avons modélisé les données pour un tir et 51 récepteurs répartis entre 0 et 2000m de part et d'autre de la source. L'angle maximal d'incidence est de 63 degrés.

2.3.1. Inversion de la vitesse P à l'aide des ondes PP. L'image obtenue de la perturbation en V_p à l'issue de la première itération est représentée en figure 2.3.2. On constate en premier lieu que les contours de l'interface sont assez bien retrouvés dans la partie centrale de l'image, entre -1000 et $+1000\text{m}$, ce qui correspond aux points de réflexions des deux récepteurs les plus extérieurs. On voit aussi apparaître les sourires de diffraction au bord et au centre du barreau, qui sont dus à l'étendue finie du dispositif d'acquisition.

Le modèle étant invariant par translation latérale, on peut simuler l'effet de plusieurs sources disposées en surface en sommant simplement le long de l'axe horizontal l'image obtenue pour une seule source. On obtient ainsi un profil de vitesse en profondeur (figure 2.3.3). On remarque que la perturbation recouverte est nettement plus lisse que la perturbation initiale. En fait, cette dernière nous apparaît filtrée par la bande passante limitée du signal source. Il est impossible de retrouver les fréquences de la perturbation initiale plus hautes que celles présentes dans le signal source. Aussi, nous devons comparer le résultat de l'inversion à la perturbation initiale filtrée passe-bas jusqu'à la plus haute fréquence spatiale du signal source, c'est-à-dire $1/200\text{m}^{-1}$. Cela montre que 90% environ de ce qui est possible de retrouver de la perturbation initiale est atteint dès la première itération. Cette perturbation retrouvée permet de calculer de nouvelles données Rais+Born, à comparer aux données initiales. Les deux jeux de données devraient être d'autant plus proches que la perturbation retrouvée est proche de la perturbation initiale. Sur la figure 2.3.4 nous représentons les données initiales (panneau A), et, sur le panneau B, la différence entre les données initiales et celles calculées à partir de la perturbation retrouvée à

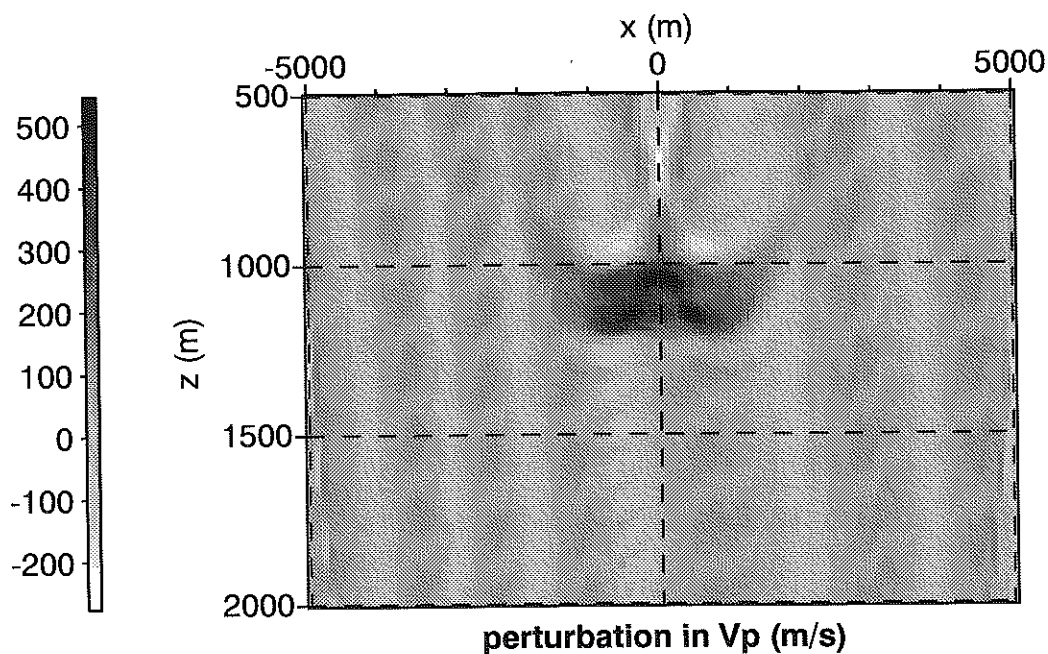
FIG. 2.3.2 – Migration image of the V_p parameter after the first iteration with PP waves.

FIG. 2.3.3 – 1D velocity profile resulting from the summation along the horizontal axis of the 2d migration image (gray dashed curve). To be compared with the original perturbation, and the original perturbation low-pass filtered up to the maximum spatial frequency of the source signal (black curves).

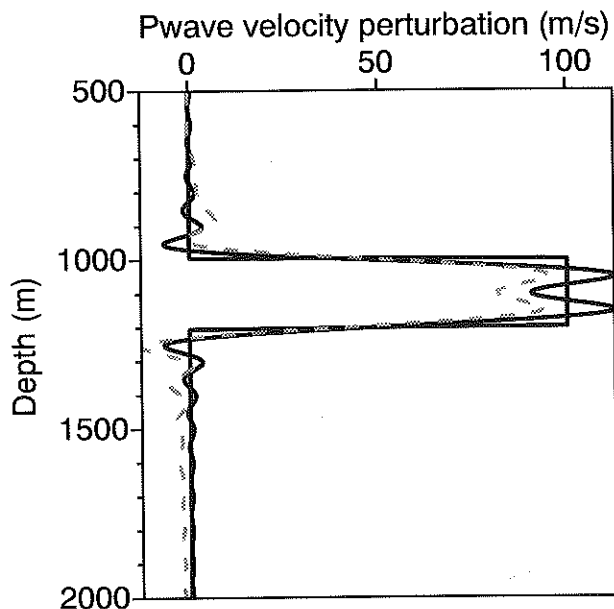
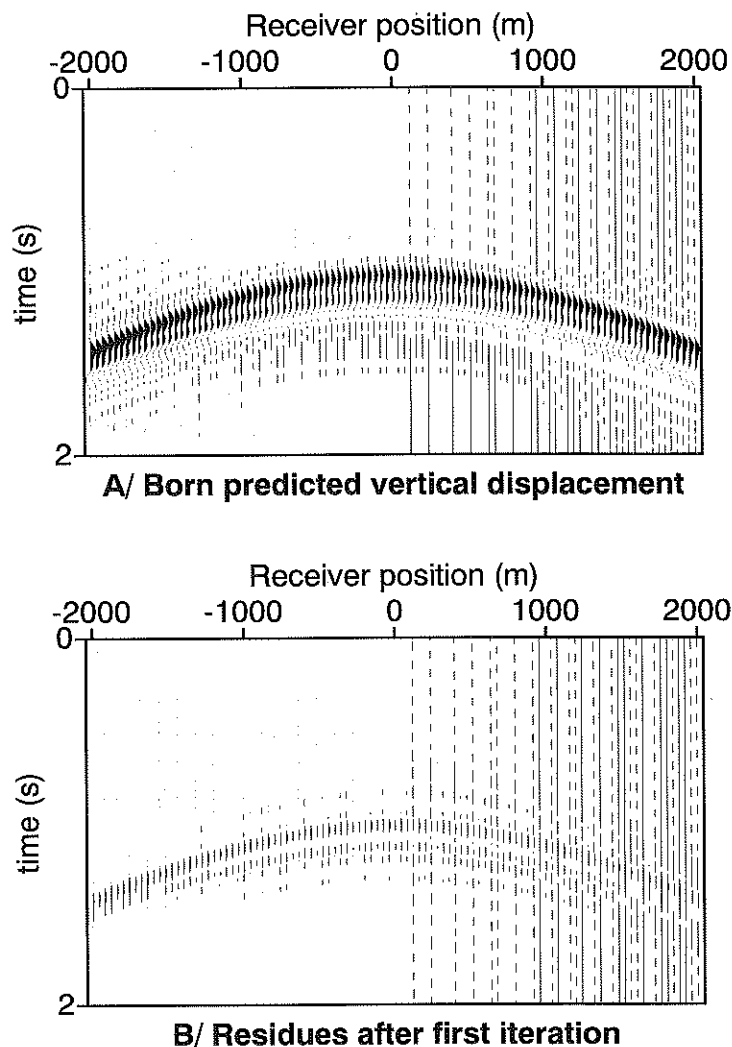


FIG. 2.3.4 – Initial RAY+BORN data, and residues after the first iteration. The two data sets are plotted with the same clip.



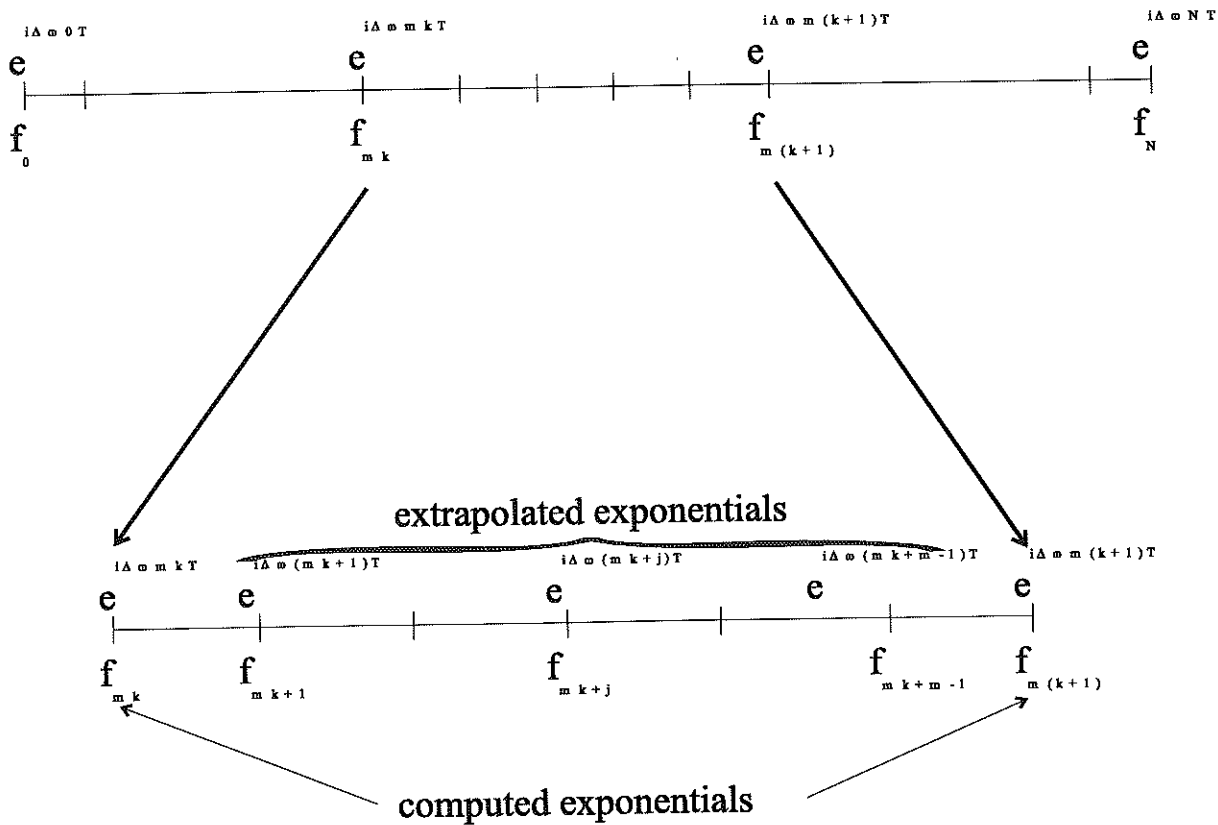
l'issue de la première itération. On notera que les résidus sont très faibles, ce qui rend inutile de poursuivre le processus itératif.

2.3.2. Une technique de sommation en fréquence optimisée. La migration de Born dans des milieux atténuant nécessitent d'utiliser une formulation en fréquence de la formule d'imagerie (formule 2.2.18). Cela implique en pratique de calculer de nombreux termes exponentiels dont les arguments sont discrétisés en fréquence. Or l'exponentielle est une des fonctions les plus longues à calculer, et les temps de calcul peuvent devenir prohibitifs, surtout dans l'optique de l'application à des milieux tridimensionnels. Le nombre N de fréquences à prendre en compte est typiquement de l'ordre de la centaine ou du millier. Nous allons montrer comment une simple réorganisation de la somme permet de ne calculer effectivement que $\sqrt{2N}$ exponentielles, sans aucune approximation.

Le problème est de calculer la somme S suivante :

$$(2.3.1) \quad S = \Delta\omega \sum_{t=0}^N e^{i t \Delta\omega T} f_t$$

FIG. 2.3.5 – Reorganisation of a sum involving exponential terms such as 2.3.1. Only one in every m exponential is computed, the others are extrapolated.



où $\Delta\omega$ représente le pas de discrétisation en fréquence, i est le nombre complexe de phase $\frac{\pi}{2}$ et de module 1, T est un temps éventuellement complexe, et f une fonction quelconque (réelle ou complexe), dépendant de la fréquence par l'intermédiaire de l'indice l . Nous allons faire en sorte de ne calculer que $M = \text{int}(\frac{N}{m})$ exponentielles à intervalle régulier de longueur m , où m est un facteur de décimation. Les $m - 1$ exponentielles comprises entre deux exponentielles calculées sont extrapolées, comme l'illustre la figure 2.3.5. Il s'en suit que la somme 2.3.1 devient :

$$S = \Delta\omega \left\{ \sum_{k=0}^M (e^{imk\Delta\omega T} f_{mk} + \sum_{j=1}^{m-1} e^{i(mk+j)\Delta\omega T} f_{mk+j}) + \sum_{k=(M+1)m}^N e^{ik\Delta\omega T} f_k \right\}$$

Le point clef est le calcul des exponentielles extrapolées :

$$e^{i(mk+j)\Delta\omega T} f_{mk+j} = e^{ij\Delta\omega T} e^{imk\Delta\omega T} f_{mk+j} = a_j e^{imk\Delta\omega T} f_{mk+j}$$

où il est important de noter que le terme $a_j = e^{ij\Delta\omega T}$ est commun à tous les termes extrapolés de rang j , et qu'il ne dépend pas de la position mk de l'exponentielle qu'il sert à extrapoler. Ces $m - 1$ facteurs peuvent donc être calculés avant d'effectuer la sommation proprement dite et conservés en mémoire. Nous pouvons ainsi reformuler la somme S comme suit :

$$S = \Delta\omega \left\{ \sum_{k=0}^M e^{imk\Delta\omega T} (f_{mk} + \sum_{j=1}^{m-1} a_j f_{mk+j}) + \sum_{k=(m+1)M+1}^N e^{ik\Delta\omega T} f_k \right\}$$

L'avantage est que le nombre total d'exponentielles à calculer est de l'ordre de $\frac{N}{m} + m$ au lieu de N . Le pas de décimation optimal m correspond au minimum de la fonction $\frac{N}{x} + x$ soit $m = \sqrt{N}$. Le nombre minimum d'exponentielles à calculer est donc $N_{min} = 2\sqrt{N}$. Les temps

de calculs des termes exponentiels sont donc divisés par $\frac{\sqrt{N}}{2}$. Pour $N=100$ le gain est donc d'un facteur 5, et de 15.8 pour 1000 fréquences.

En outre, il peut s'avérer nécessaire d'effectuer n sommes faisant intervenir les mêmes exponentielles, mais avec n fonctions f différentes. Dans ce cas, il convient de ne calculer les facteurs d'extrapolations a_j qu'une seule fois. Ainsi le nombre effectif d'exponentielles sera $n\frac{N}{m} + m$, et le pas de décimation optimal $m = \sqrt{nN}$. Le facteur de gain sera égal à $\frac{\sqrt{nN}}{2}$. Dans le cas qui nous intéresse, la sommation est à effectuer deux fois pour les deux composantes du mouvement et nous gagnons un facteur 7 pour 100 fréquences, et 22 pour 1000 fréquences. Enfin, ces opérations de sommation d'exponentielles sont à effectuer deux fois à chaque itération, une première fois dans le calcul du gradient, puis une deuxième dans le calcul des données associées à la perturbation des paramètres. Le gain de temps total est donc d'un facteur d'environ 14 pour 100 fréquences, et 44 pour 1000 fréquences.

Reformulation du problème de l'imagerie quantitative

La tomographie du Vésuve doit s'effectuer dans des conditions à priori défavorables à l'application de la migration par Born+Rais. Tout d'abord, en ce qui concerne l'expérience à terre Tomoves 96, la densité du système d'acquisition est relativement faible par rapport à la masse de données que la sismique pétrolière utilise en général. De plus, nous nous sommes intéressés à des interfaces relativement superficielles, si bien que les angles d'incidence sont souvent élevés. Or les diagrammes de diffraction qui régissent l'amplitude des signaux modélisés par Born+rais sont d'autant plus différents des coefficients de réflexion que l'angle est grand. Enfin, la migration Born+rais donnent des résultats optimaux lorsque l'on a disposition un modèle de vitesse de départ qui inclue les basses fréquences des discontinuités que l'on cherche [Thierry et al., 1999b]. Pour l'analyse des données Mareves que nous ferons dans la partie expérimentale de cette thèse (chapitre 4), nous ne disposons, au contraire, que d'un modèle à vitesse constante dans la zone cible.

Aussi, nous consacrons le début de ce chapitre à vérifier l'applicabilité de la migration Born+Rais dans les conditions de l'expérience Tomoves96. Dans cette optique, nous effectuons la migration de données synthétiques calculées dans le système d'acquisition réel. Au vu de l'imperfection des résultats, nous appliquons une technique empirique de migration cinématique permettant une meilleure identification du réflecteur. Dans une deuxième partie, en vue de déterminer le contraste des propriétés sismiques à une interface dont on connaît forme et profondeur, nous illustrons les aspects théoriques d'une technique qui permet de déterminer les contrastes sismiques aux interfaces en respectant le cahier des charges de la tomographie du Vésuve : grands angles, grands contrastes de vitesse et signal source inconnu. Cette technique sera mise en pratique lors de l'analyse des données réelles de la tomographie du Vésuve.

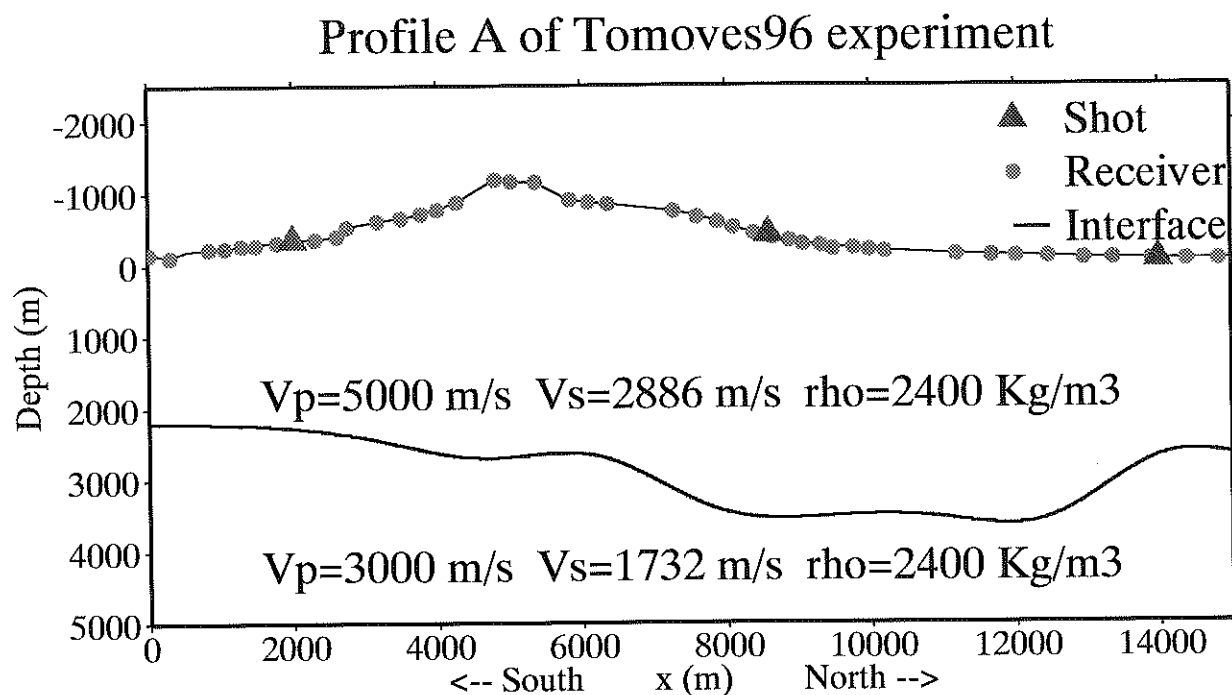
3.1. Migrations de synthétiques en configuration Tomoves96

La figure 3.1.1 montre le dispositif d'acquisition du profil A de Tomoves96. La forme du réflecteur est le résultat de l'étude de [Frattini et al., 1999] sur l'interface entre dépôts volcaniques et sédiments calcaires. Le milieu de propagation est parfaitement élastique, et le contraste de vitesse a été choisi de façon à générer à la fois des réfléchies PP et des converties PS. Sur la figure 3.1.2 nous montrons les synthétiques obtenus par résolution de l'équation de l'élastodynamique 2D par différences finies (voir annexe C).

3.1.1. La migration quantitative Born+rais. Nous n'avons pas déconvolué les sismogrammes synthétiques par le signal source utilisé dans la modélisation par différences finies. Toutefois ce signal est le même pour les trois tirs. De plus, le contraste des propriétés sismiques à l'interface étant constant, nous nous attendons à obtenir par la migration par Born+rais une image d'amplitude constante le long de toute l'interface. Cette amplitude devrait être égale au contraste de vitesse multiplié par un facteur d'échelle lié à l'amplitude de la source.

3.1.1.1. Une mauvaise image de migration. Nous effectuons l'inversion du paramètre V_s par migration des ondes PP et PS. Ce choix est dicté par le fait que, dans le cadre de la modélisation par points diffractant, les ondes PS ne contribuent pas au paramètre V_p . L'image obtenue est représentée sur la figure 3.1.3A. On note d'abord que l'amplitude retrouvée n'est pas constante, et, pire encore, que dans la zone centrale entre 8000 et 12000 m l'interface se

FIG. 3.1.1 – Acquisition system and interface geometry used to generate the synthetics that we will migrate.



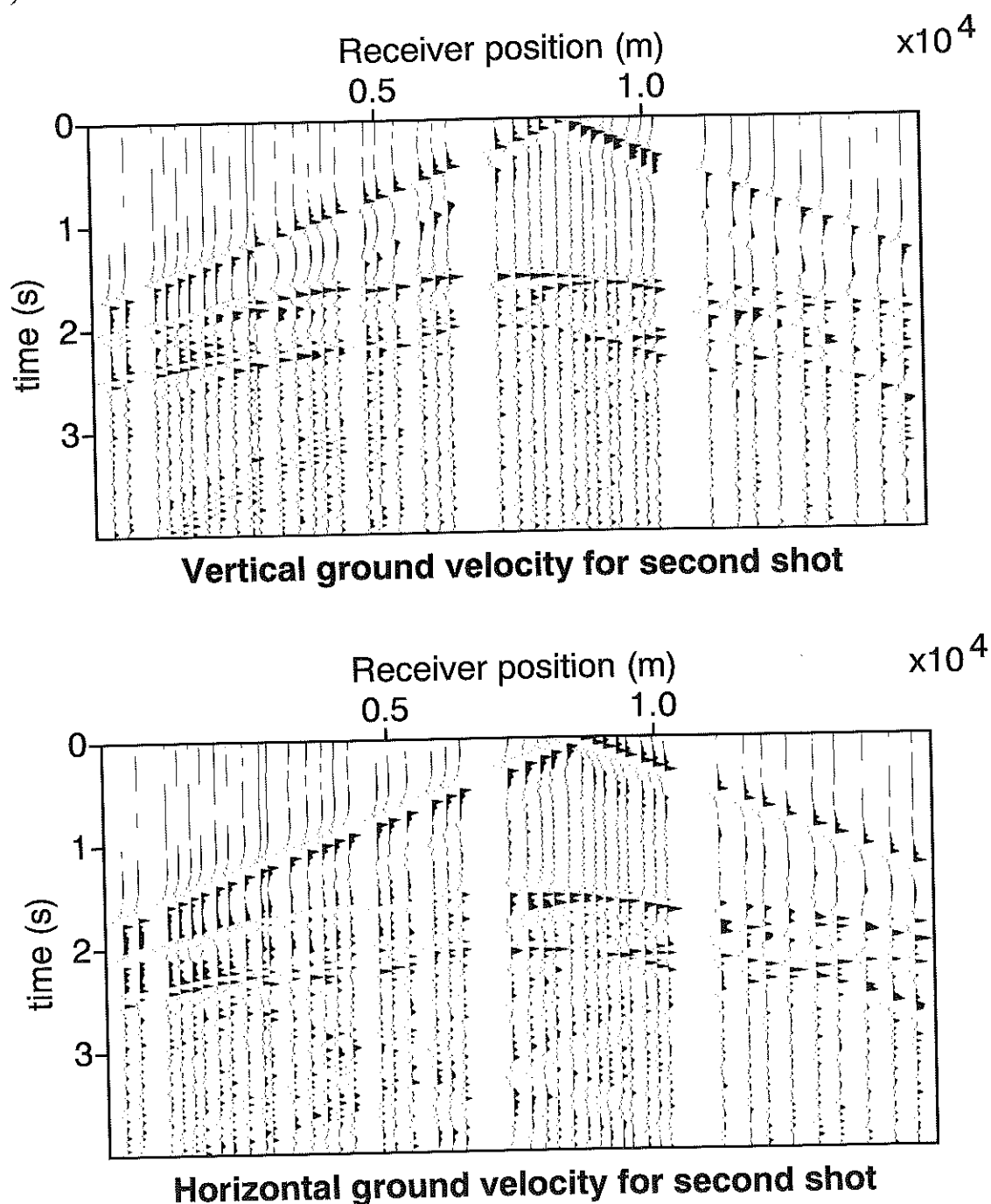
distingue difficilement. Il semblerait même que la perturbation y soit de signe différent. La migration quantitative échoue donc dans ses deux fonctions : Identifier l'interface et estimer le contraste de vitesse. Les raisons de cet échec sont probablement les conditions particulièrement défavorables d'application, que nous allons décrire plus en détail.

Tout d'abord, la figure 3.1.3B montre la distribution des points d'impact des ondes réfléchies et converties sur l'interface. La première remarque qui s'impose est que l'amplitude de l'image augmente en général là où les points d'impact sont les plus nombreux. Il semble donc que la migration par Rais+Born soit sensible à l'irrégularité de l'échantillonnage de l'interface. Un deuxième commentaire concerne la redondance d'information à disposition : Nous comptons 375 impacts d'ondes PP et 286 d'ondes PS, soit, en moyenne, 0.044 point d'impact par mètre linéaire d'interface. Ce taux de redondance est probablement trop faible pour assurer un bon calcul du Hessien (cf. paragraphe 2.2.2). A titre de comparaison, les inversions de [Thierry et al., 1999b] sur le modèle de Marmousi sont effectuées avec 240 sources et 96 récepteurs, pour une interface longue de 7000 m, ce qui implique en moyenne 3.3 impacts/m.

Une autre source d'erreurs pourrait être les grands angles d'incidence en jeu. La figure 3.1.3B montre qu'ils sont répartis entre 0 et 70 degrés. Or on considère habituellement que l'approximation de Born n'est valide que jusque vers 50 degrés, et pour des contrastes de vitesse faibles. Aussi, il nous semble intéressant de comparer les amplitudes prévues par Born à celle calculées en prenant en compte les coefficients de réflexion, pour un large éventail d'angles d'incidence

3.1.1.2. Comparaison des amplitudes de diffraction et de réflexion. Il existe au moins deux moyens de modéliser l'effet d'un réflecteur. Dans le cadre de la modélisation en diffraction par Rais+Born chaque point constituant le milieu sous jacent est considéré comme un point diffractant qui renvoie le signal incident modulé par un coefficient de diffraction. L'effet total du réflecteur est la somme des effets des diffractant individuels, et il est proportionnel à la différence de vitesse entre les deux milieux. Un autre moyen de prendre en compte l'interface est par un coefficient de réflexion qui, lui, dépend de façon non linéaire (aux grands angles d'incidence surtout) du contraste de vitesse.

FIG. 3.1.2 – Synthetics for the second shot in the configuration of the Tomoves96 A profile (fig. 3.1.1).



Pour comparer quantitativement ces deux méthodes, nous les utilisons pour simuler deux jeux de sismogrammes dans un milieu de vitesse présentant les mêmes contrastes que dans l'exemple précédent (figure 3.1.4), et avec un dispositif d'acquisition choisi de façon à ce que l'angle d'incidence varie de zéro à 70 degrés. Les traces ont été modélisées d'une part par approximation de Born, et d'autre part par tracé de rais et application du coefficient de réflexion grâce au programme de Zelt [Zelt and Smith, 1992]. Les sismogrammes sont représentés sur la figure 3.1.5.

Nous avons effectué la mesure de l'amplitude de la phase réfléchie sur chaque trace, et l'avons divisée par le sinus de l'angle d'arrivée à la station, de manière à comparer des quantités indépendantes de la direction de mesure. De plus, le programme de Zelt prend en compte des

FIG. 3.1.3 – A : Born quantitative migration of the PP and PS phases for the parameter V_s . Note that the amplitude recovered is not constant over the interface. B : Position of impact points on the interface and incidence angle.

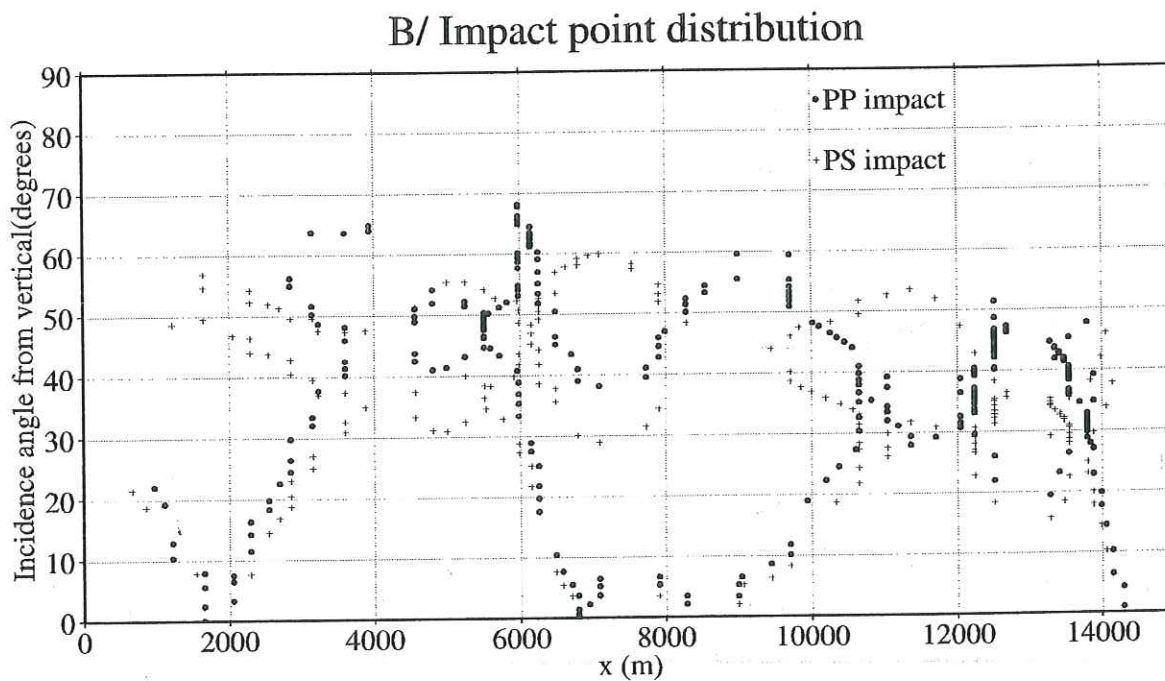
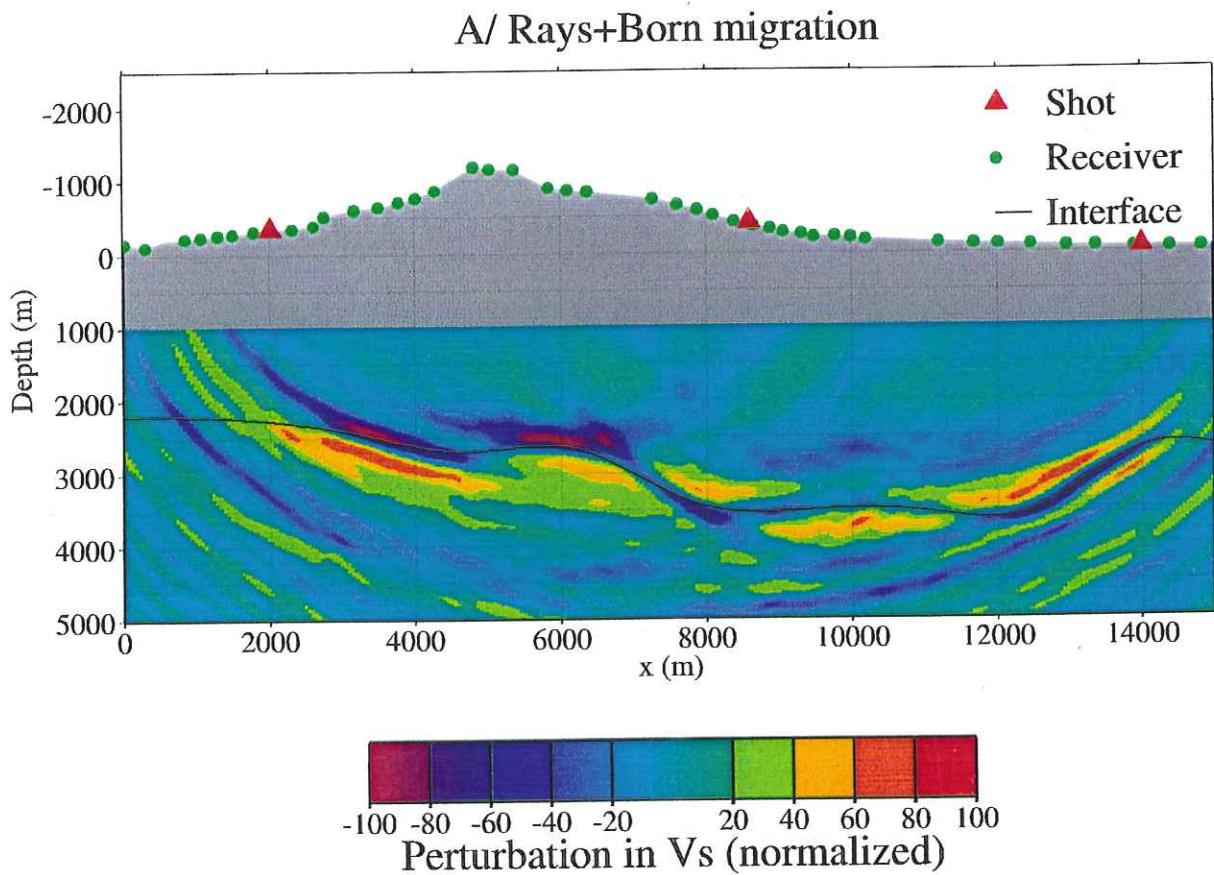
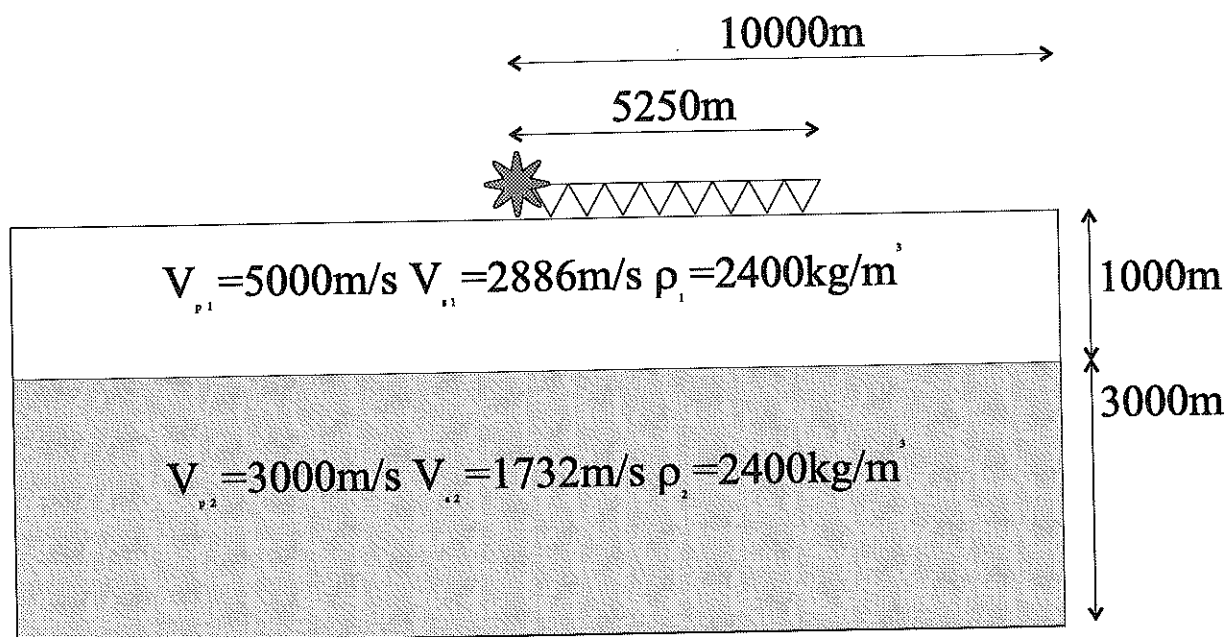


FIG. 3.1.4 – Acquisition system for the comparison of the seismograms computed by Rays+Born and Rays+reflection coefficient.



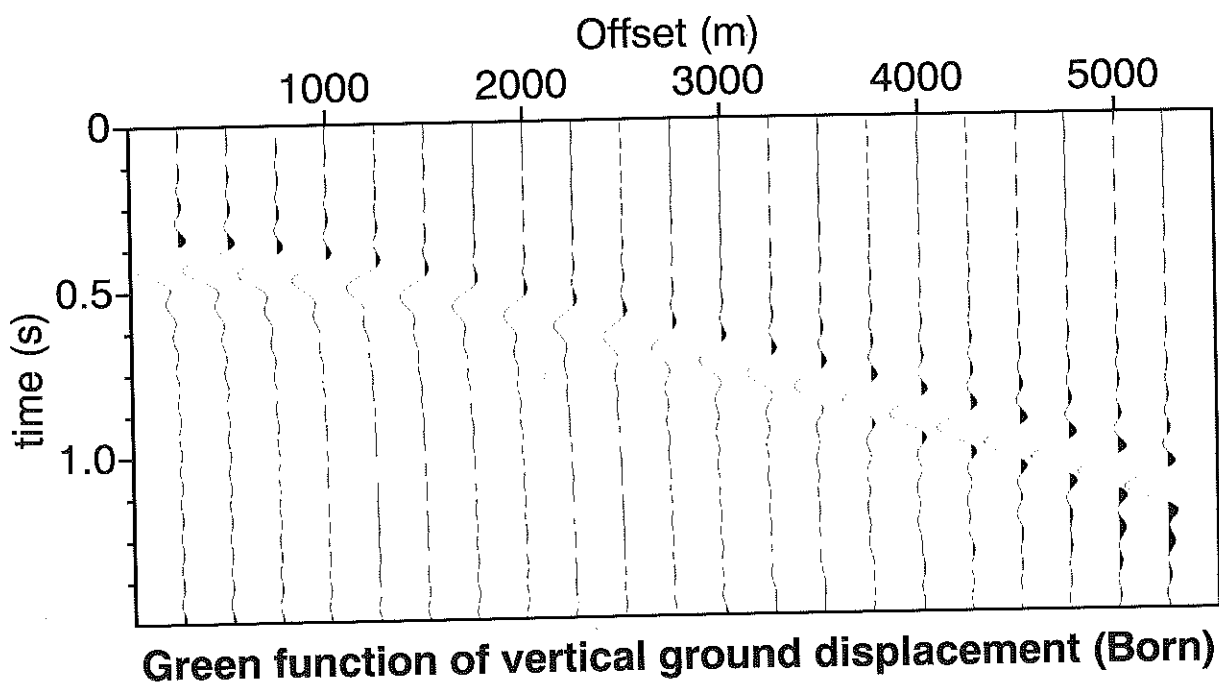
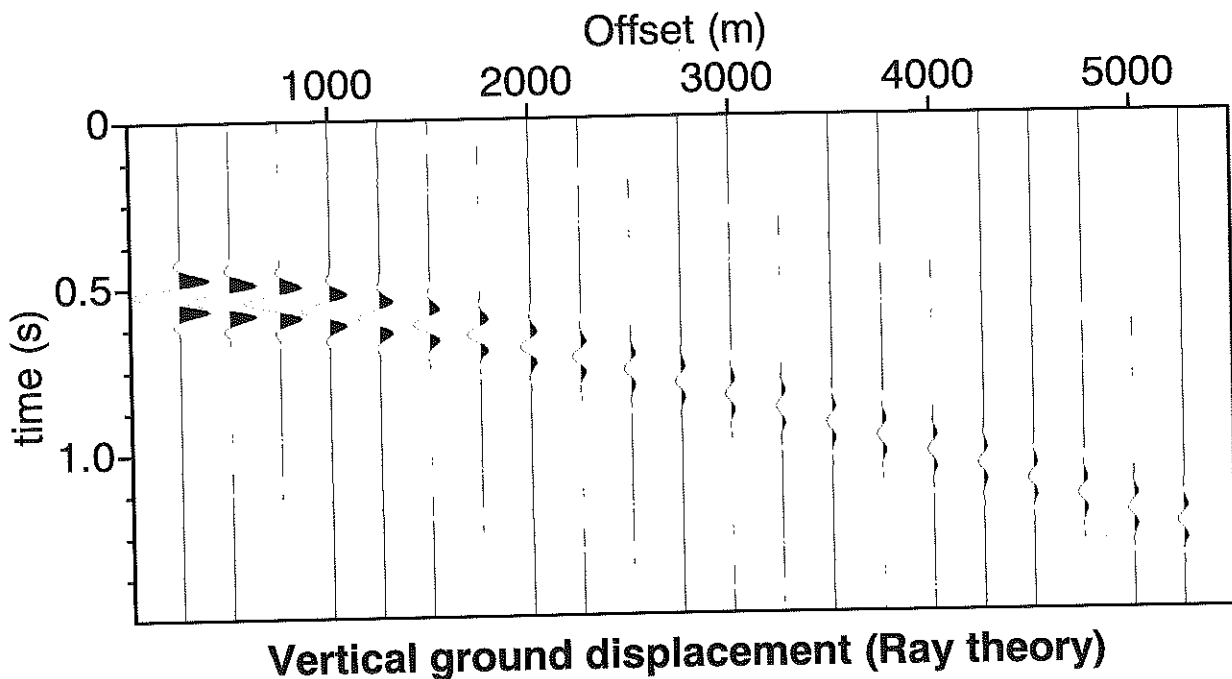
amplitudes 2.5D. Nous les avons donc multipliées par la racine carrée de la distance parcourue, pour obtenir des amplitudes 2D, cohérentes avec celles de notre programme de modélisation par Rais+Born. Enfin, de dernier fournit des fonctions de Green, et le programme de Zelt des déplacements pour une certaine source. Là encore, nous n'avons pas effectué de déconvolution, nous comparerons seulement les variations normalisées des deux types d'amplitudes. Sur la figure 3.1.6 nous avons représentés les deux jeux de mesures, normalisées de façon à faire coïncider les deux premiers échantillons. On note que la forme des courbes est relativement similaire, mais que les écarts augmentent très rapidement avec l'angle d'incidence, jusqu'à atteindre 300% pour une incidence de 70 degrés.

Les deux types d'approximation sont adaptées à la modélisation de corps géologiques différents. Ainsi, les bancs minces devraient être décrits plus fidèlement par Born puisque l'onde incidente a une longueur d'onde plus grande que celle de l'obstacle. Au contraire, le comportement de l'interface entre deux corps épais devrait se rapprocher de plus en plus des coefficients de réflexion au fur et à mesure qu'augmente le contraste de vitesse. En effet, dans ce cas, les interactions multiples entre points diffractant, que l'approximation de Born néglige, deviennent prépondérante. Cet effet est accentué aux grands angles d'incidence : Intuitivement, plus l'onde arrive à l'interface avec une incidence rasante, plus augmente l'épaisseur de diffracteurs avec lesquels elle interagit. A titre d'exemple de ce phénomène nous refaisons la même comparaison entre amplitudes Rais+Born et Rais+Réflexion dans le cas d'un faible contraste de vitesse (100 m/s), sur la figure 3.1.7. On voit que les deux types de modélisation sont nettement plus proches que dans le cas du fort contraste de vitesse, jusqu'à des angles élevés.

Dans le cadre de la tomographie du Vésuve nous nous attendons à la fois à de grands angles d'incidence, et à de forts contrastes de vitesse. De ce fait, la différences entre les amplitudes de réflexion et de diffraction que nous constatons sur la figure 3.1.6 explique le mauvais résultat de la migration (figure 3.1.3A).

Il nous faut donc reprendre le problème de la migration quantitative. La solution que nous avons trouvée, et que nous appliquerons dans la partie expérimentale de cette thèse, implique de scinder le processus d'imagerie, dont le seul but sera désormais de retrouver forme et profondeur

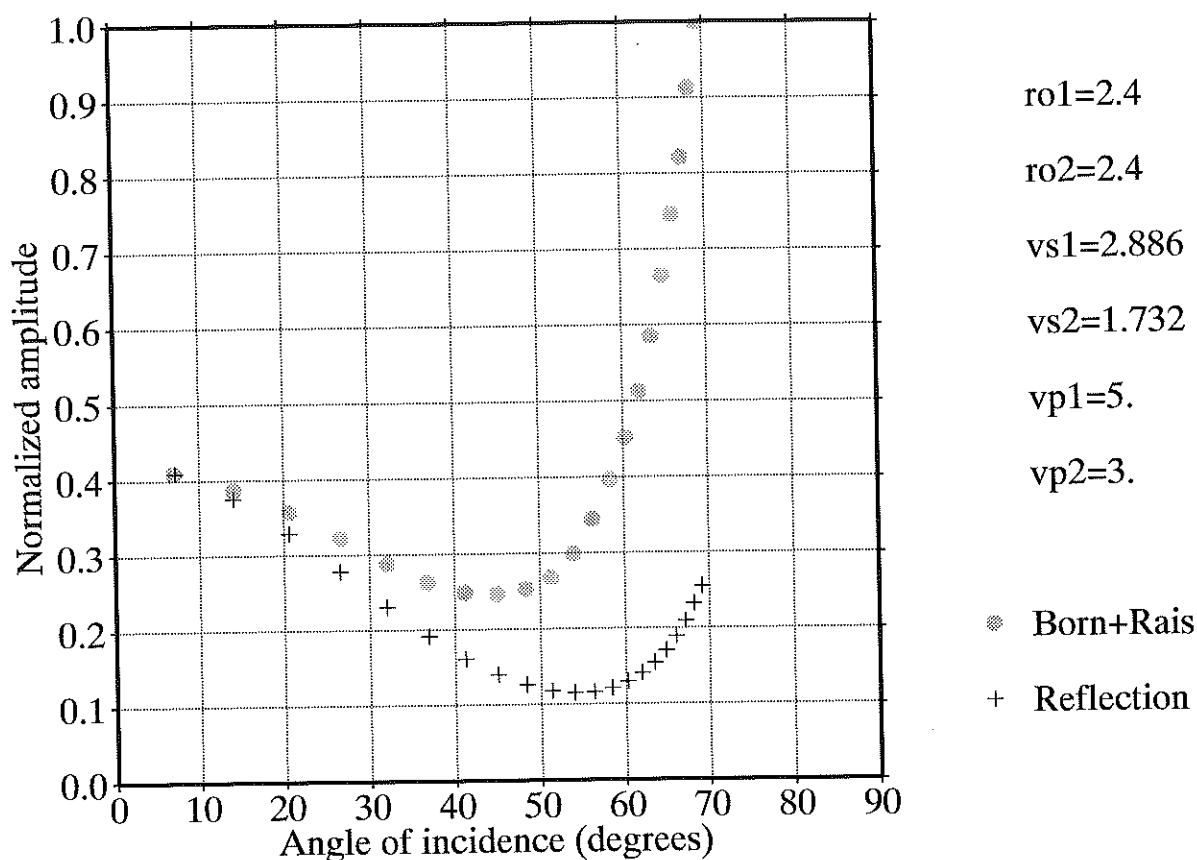
FIG. 3.1.5 – Seismograms computed by Rays+Born and Rays+coefficient of reflection ([Zelt and Smith, 1992]).



de l'interface, de la détermination du contraste de vitesse, qui sera effectuée dans un deuxième temps.

3.1.2. Une méthode empirique d'imagerie cinématique. Après plusieurs essais nous avons obtenus la meilleure image migrée en normalisant à un le déplacement du sol enregistré en chaque station, pour chaque tir. En revanche, la migration ne comprend plus aucune correction de divergence sphérique. De plus, nous avons supprimé le calcul du Hessien et de la matrice de rayonnement. De sorte que, en chaque point de l'image, nous sommes l'amplitude (normalisée) des deux types d'ondes observées au récepteur courant. Par ailleurs nous sommes la

FIG. 3.1.6 – Comparison between the Born and reflected amplitudes. The two sets of measures have been normalized in such a way as to make the two first samples match.



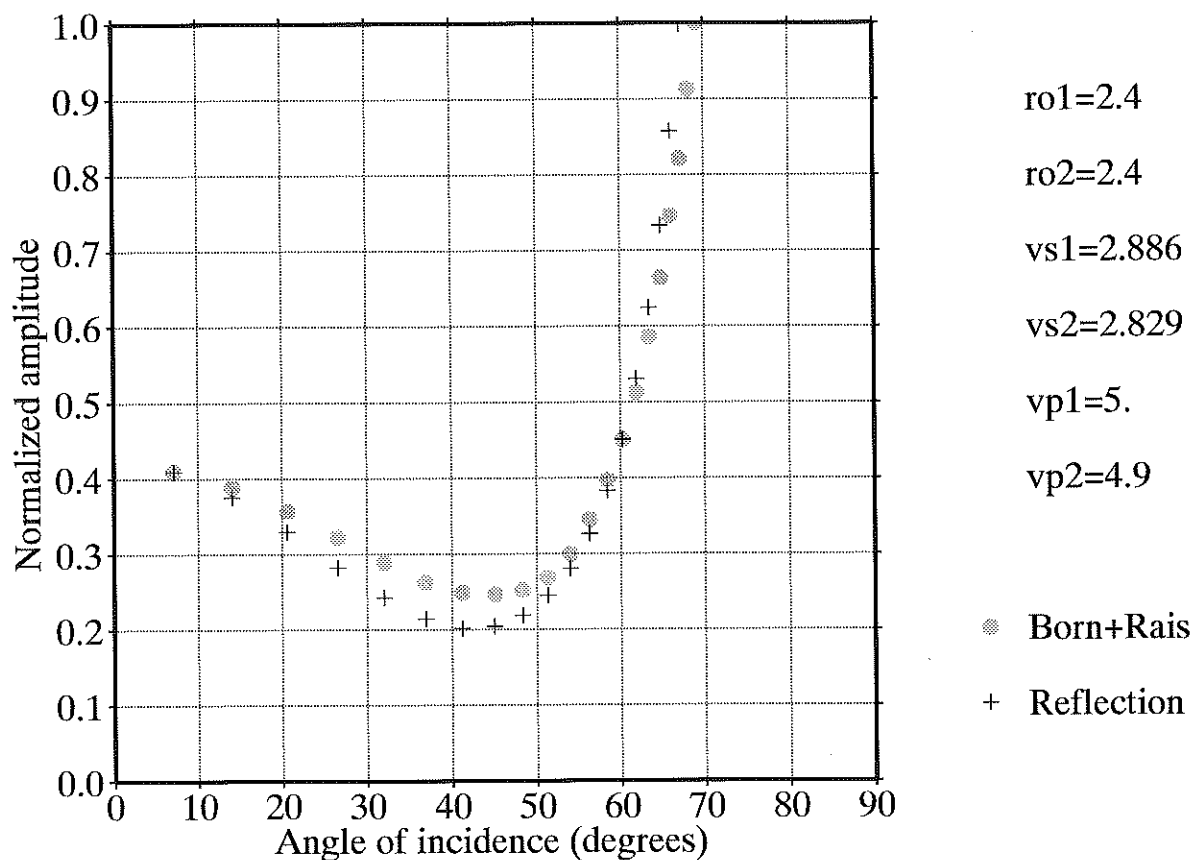
valeur absolue de ces quantités, et non leur valeur signée. Cela est nécessaire pour l'application aux données réelles, quand les imperfections du modèle de vitesse peuvent produire de légers déphasages, et des interférences destructives. On note que l'image obtenue par cette technique (figure 3.1.8) est de bien meilleure qualité que celle issue de la migration quantitative (figure 3.1.3A). L'interface est clairement identifiable sur pratiquement toute sa longueur, et son épaisseur est beaucoup plus faible.

Bien que nous ayons abandonné l'aspect quantitatif de la migration, il n'en reste pas moins que notre technique est encore basée sur l'idée du point diffractant. En effet nous obtenons l'intensité d'un point M de l'image en sommant, pour tous les récepteurs R et toutes les sources S, les amplitudes observées en R à un temps égal au temps de parcours double depuis S jusqu'à M, puis de M à R. Le principe qui justifie une telle procédure est que chaque point M se comporte comme un diffractant et, excité par la source, renvoie de l'énergie dans toutes les directions, et à tous les récepteurs.

Dès que nous obtenons une image de l'interface par cette sommation en diffraction, il convient par contre de passer d'une modélisation par points diffractant, à une modélisation par réflecteur, en tant qu'objet continu et étendu. La différence fondamentale est que pour une source donnée un point du réflecteur ne renvoie d'énergie qu'à un seul réflecteur, celui pour lequel la loi de Snell-Descartes est vérifiée à l'interface. De façon réciproque une phase réfléchie observée en un récepteur est due à un seul point d'impact de l'interface.

A partir de la forme de l'interface que nous avons retrouvé par la migration en diffraction, comment est-il possible de déterminer le ou les points d'impact pour un couple source-récepteur donné? Nous avons à disposition les temps de diffraction de chaque point du réflecteur. En vertu du principe de Fermat le temps de parcours total entre la source, le réflecteur et le récepteur est

FIG. 3.1.7 – Comparison between the Born and reflected amplitudes when the velocity contrast is very low. The two sets of measures have been normalized in such a way as to make the two first samples match. This figure is to be compared with the case of a high velocity contrast, figure 3.1.6.



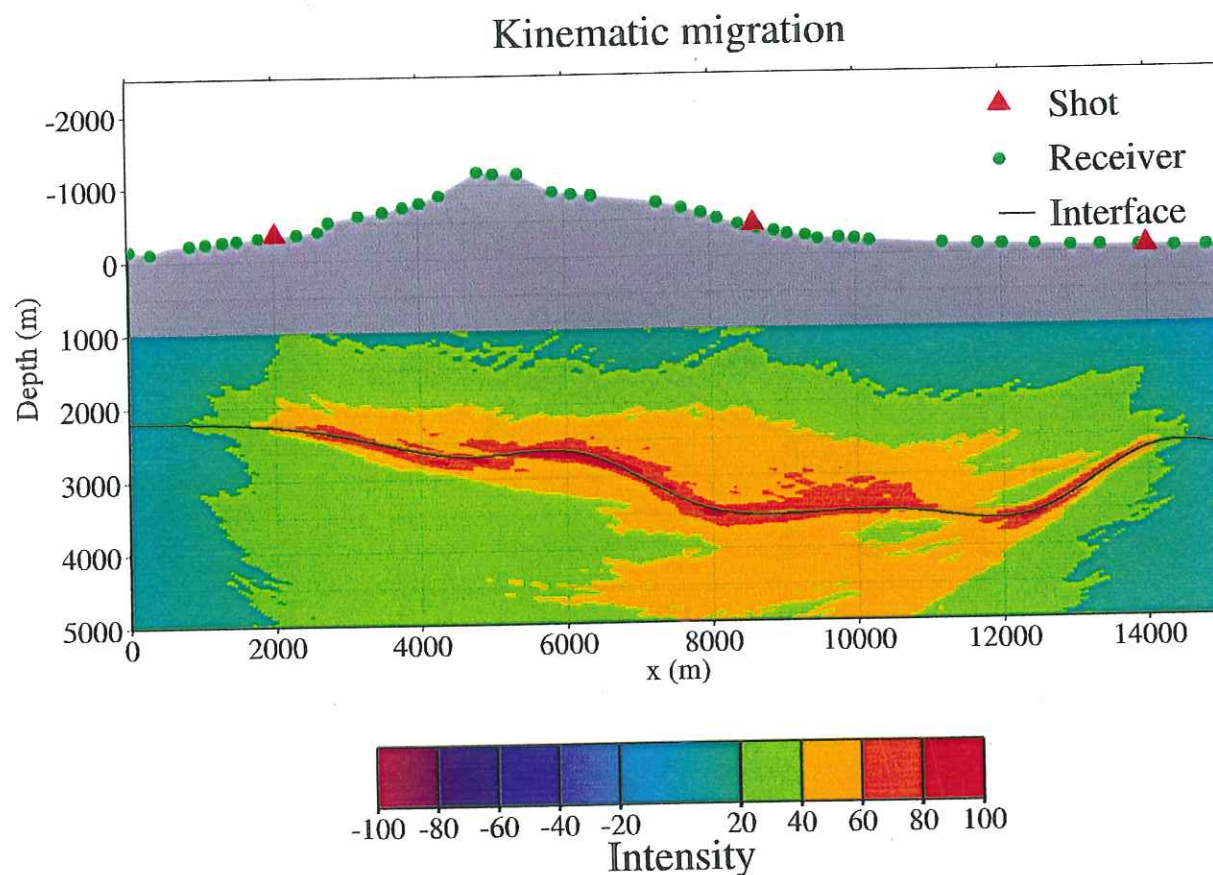
stationnaire. Il s'en suit que les points d'impact sont les lieux des extrema du temps de parcours total en fonction de la position du point sur le réflecteur (figure 3.1.9). Quand le réflecteur est irrégulier, il peut y avoir plusieurs impacts par couple de source et de récepteur. Dans le cas de l'interface que nous avons identifiée (figure 3.1.8), il y a en moyenne deux impacts pour chaque couple et chaque type d'onde. Une fois que le ou les points d'impact sont déterminés, il est possible de calculer l'angle d'incidence correspondant, représenté sur la figure 3.1.3B.

3.2. Déterminer les contrastes sismiques

Une fois qu'on a identifié et correctement positionné un réflecteur en profondeur il est généralement capital de déterminer les caractéristiques sismiques du milieu sous-jacent. Nous proposons une technique d'AVA (Amplitude Versus Angle), permettant de retrouver les contrastes sismiques sans poser aucune limite ni sur l'amplitude du contraste, ni sur les angles d'incidence, et qui ne nécessite pas de connaître le signal source.

Le principe est d'utiliser les résultats d'une migration cinématique faite auparavant pour déterminer le point d'impact, l'angle d'incidence, et la divergence sphérique subie par chaque événement réfléchi. Si nous isolons tous les événements relatif à un même point d'impact, et corrigeons les effets des divergences sphériques, nous obtenons un échantillonnage des variations du coefficient de réflexion (ou de conversion, ou les deux), en fonction de l'angle d'incidence. Or ces variations dépendent fortement des propriétés sismiques du milieu sous-jacent. Par conséquent, en comparant ces variations à celles prévues par la théorie, nous pouvons contraindre

FIG. 3.1.8 – Empirical kinematic migration in the configuration of the profile A of Tomoves96 (figure 3.1.4). To be compared with the quantitative Rays+Born migration of figure 3.1.3A.



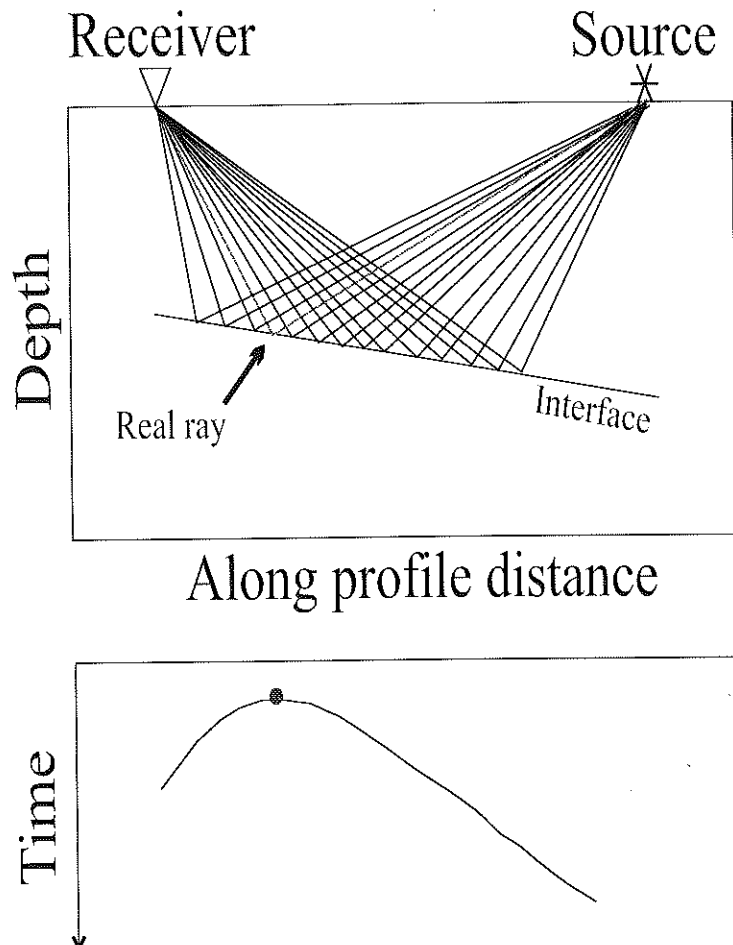
efficacement les contrastes de vitesse et de densité. Le point clef est que nous proposons d'étudier les *variations* de l'amplitude de trace en trace, ce qui nous permet de nous affranchir du signal source. Par contre, en procédant ainsi, nous n'avons accès qu'aux variations du coefficient de réflexion, et non à sa valeur.

En fait, le concept d'amplitude n'est pas suffisant pour prendre en compte la complexité des phénomènes pouvant se produire à l'interface. En particulier, au delà de l'angle critique, apparaît un coefficient de réflexion complexe qui change la forme du signal source. Dans ces conditions, il devient absurde de comparer, par exemple, l'amplitude de pic des ondelettes réfléchies à l'intérieur d'une section sismique à point de réflexion commun. Il est nécessaire, au contraire, de mesurer puis d'étudier les variations du coefficient complexe de réflexion, sachant que, dans de nombreux cas, les variations de phase sont plus riches d'informations sur le milieu sous-jacent que les variations d'amplitude. Pour cela, il faut réussir à reconnaître dans la section des phases produites par la même source, mais modulées (au sens de la convolution) par un coefficient complexe. A cette fin, nous travaillerons dans le domaine de Fourier où les phases de ce type ont un même spectre d'amplitude, ce qui permet de les identifier.

Notons que la prise en compte d'un coefficient complexe à l'interface devient un enjeu de plus en plus important en sismique pétrolière, puisque les réservoirs sont souvent surmontés de roches anisotropiques ([de Hoop M., 1999]), ce qui introduit des variations notables de la phase du coefficient de réflexion [Carcione, 1999].

Nous donnerons tout d'abord un bref aperçu de la méthode, pour ensuite illustrer de façon détaillée l'analyse d'une section synthétique à point d'impact commun.

FIG. 3.1.9 – In virtue of Fermat's principle the propagation time of a reflected wave emitted at s and registrated at r is the minimum of $t(s, x, r) = t(s, x) + t(x, r)$ where x spans all the reflector. This allows to compute the reflection time as well as the position of the impact point.



3.2.1. Le modèle de terre convolutif. Le mouvement du sol enregistré lors d'une expérience de sismique active ou à la suite d'un tremblement de terre résulte de l'interaction entre le signal source et les propriétés sismiques de la terre. Mathématiquement cela peut se traduire par une relation de convolution que nous choisissons d'écrire dans l'espace de Fourier [Yilmaz, 1987] :

$$D(\omega) = terre(\omega) \cdot s(\omega)$$

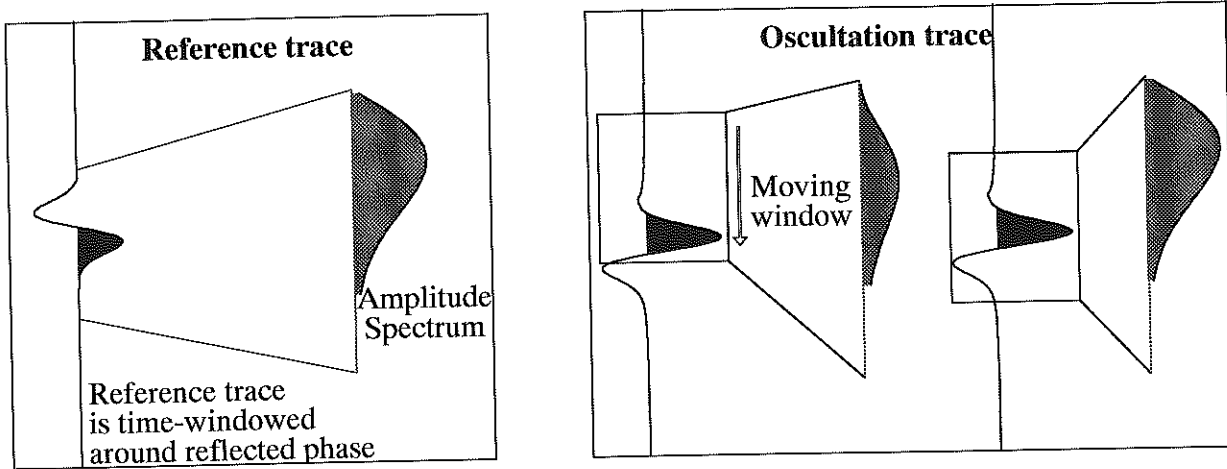
Dans cette équation $D(\omega)$ est la mesure : la vitesse ou le déplacement du sol à un récepteur. $terre(\omega)$ est définie comme la réponse impulsive de la terre, c'est à dire $D(\omega)$ quand la source est un pic de Dirac localisé en un seul point. $s(\omega)$, enfin, décrit la forme complète de la source, dans le temps et dans l'espace. Dans ce qui suit, nous considérerons le cas d'une source ponctuelle d'ondes P.

Intéressons-nous aux ondes réfléchies. Celles-ci sont caractérisées par un temps d'arrivée T , une divergence sphérique div , et un coefficient de réflexion \hat{R} . Pour un événement i , nous noterons :

$$D_i(\omega) = \hat{R}_i \cdot div_i \cdot e^{i\omega T_i} \cdot s(\omega)$$

où l'accent circonflexe du coefficient de réflexion signifie qu'il s'agit d'une quantité complexe.

FIG. 3.2.1 – On the seismic section under study, the wavelet of the reflected phase is extracted on a reference trace. Then, we have to find the same phase on all the other traces. For a given osculation trace, a time window is made to run over all the trace's length. At coincidence time the Fourier spectrum of the osculation trace is proportional to that of reference wavelet.



3.2.2. Mesure des variations du coefficient complexe de réflexion. Notre but est de relier les variations de forme et d'amplitude observées entre deux évènements aux variations du coefficient de réflexion. Nous introduisons donc une phase de référence i_0 , qui, dans la pratique, correspondra à une phase particulièrement claire. Nous cherchons un moyen de mesurer les variations des autres phases par rapport à cette phase de référence. Comparons donc deux phases réfléchies i et i_0 :

$$D_i(\omega) = \hat{R}_i \cdot \text{div}_i \cdot e^{i\omega T_i} \cdot s(\omega) \text{ et } D_{i_0}(\omega) = \hat{R}_{i_0} \cdot \text{div}_{i_0} \cdot e^{i\omega T_{i_0}} \cdot s(\omega)$$

Le temps d'arrivée de la phase i_0 de référence est connu, vu que nous avons pu l'isoler. La première nécessité est de retrouver la phase réfléchie sur toutes les autres traces de la section. Dans cette optique, divisons les deux équations précédentes par les termes oscillant, et par les divergences sphériques que nous supposons connues grâce à une migration faite au préalable, il vient :

$$(3.2.1) \quad D_i(\omega) / \text{div}_i \cdot s(\omega) \cdot e^{-i\omega T_i} = \hat{R}_i \cdot s(\omega) \text{ et } D_{i_0}(\omega) / \text{div}_{i_0} \cdot e^{-i\omega T_{i_0}} = \hat{R}_{i_0} \cdot s(\omega)$$

On déduit en divisant membre à membre les deux équations précédentes :

$$(3.2.2) \quad \frac{D_i(\omega) / \text{div}_i}{D_{i_0}(\omega) / \text{div}_{i_0}} \cdot e^{i\omega(T_{i_0} - T_i)} = \frac{\hat{R}_i}{\hat{R}_{i_0}} = \hat{d}_i$$

Si nous faisons varier T_i , à priori inconnu, entre le temps de début et de fin de la trace, nous voyons qu'au temps de coïncidence, c'est à dire au moment où il est égal au temps d'arrivée de la réfléchie, les spectres complexes en fréquence de la trace de référence et de la trace d'osculation, corrigés des divergences sphériques et du terme oscillant, sont *proportionnels*. Le coefficient de proportionnalité, rapport entre les deux coefficients de réflexion, est noté \hat{d}_i . C'est sur ce principe que se fondera notre algorithme de recherche de la coïncidence, décrit au paragraphe 3.3.1, et illustré sur la figure 3.2.1 .

De plus nous voyons que l'avantage de considérer le rapport de deux phases est que le signal source est pris en compte *implicitement* : De fait, le terme $s(\omega)$, disparaît dans l'équation 3.2.2. Notons que dans des expériences de sismique active il est toujours difficile, voire impossible, de connaître précisément la forme et l'amplitude du signal émis par la source.

Enfin, l'équation 3.2.2 montre que le coefficient complexe de proportionnalité est égal à la variation relative du coefficient de réflexion entre la trace de référence et la trace d'oscultation. En poursuivant la recherche de coïncidence sur la section entière nous obtenons $Ntraces$ variations similaires :

$$\hat{d}_i = \frac{\hat{R}_i}{\hat{R}_{i_0}} \quad i \in \{1, \dots, Ntraces\}$$

Pour éliminer la dépendance en \hat{R}_{i_0} de nos mesures, nous considérerons dorénavant des quantités normalisées par leur somme. Cela revient à ne s'intéresser qu'à leurs variations, et non plus à leurs valeurs absolues :

$$(3.2.3) \quad \bar{d}_i = \frac{\hat{d}_i}{\sum_i^{Ntraces} \hat{d}_i} = \frac{\hat{R}_i / \hat{R}_{i_0}}{\sum_i^{Ntraces} (\hat{R}_i / \hat{R}_{i_0})} = \bar{\hat{R}}_i$$

L'expression précédente montre comment il est possible de déduire les variations relatives du coefficient de réflexion ($\bar{\hat{R}}_i$), à partir des variations de forme et d'amplitude de la phase mesurée (\hat{d}_i). D'autre part, nous pouvons calculer théoriquement ces variations théoriques pour un milieu sous-jacent donné. Comparer les courbes théoriques et expérimentales permet de contraindre efficacement le contraste des propriétés sismiques.

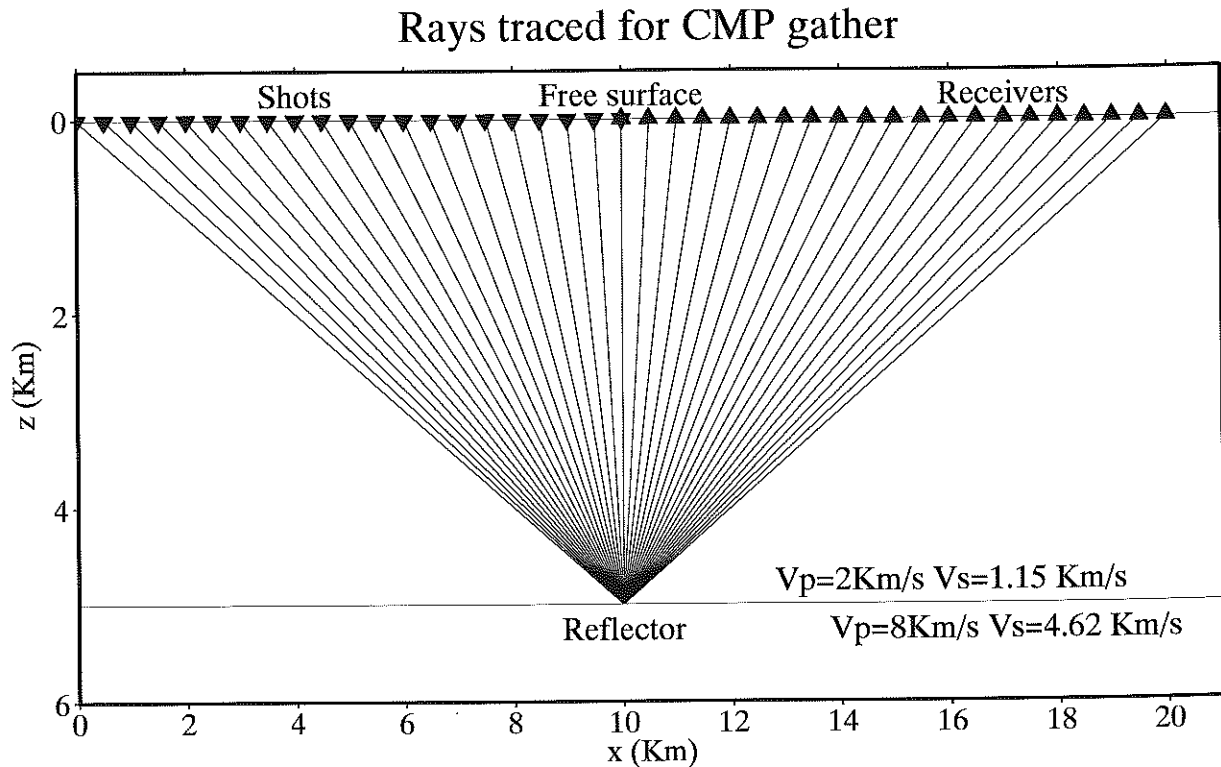
3.3. Illustration avec le cas synthétique simple d'une section CDP

Pour illustrer le fonctionnement de notre méthode, nous l'appliquons au cas synthétique d'une section CDP comprenant 21 tirs (Fig. 3.3.1). Dans un milieu homogène est immergé un réflecteur plat, siège d'un très fort contraste de vitesse qui provoque des variations importantes dans la forme des ondelettes de la phase réfléchie. On notera en particulier l'effet de la réflexion critique pour une incidence de trente degrés, et le renversement de phase à 25 degrés. Les temps de propagation, divergences sphériques et coefficients de réflexion complexes sont calculés au moyen du tracé de rais ([Farra, 1990]). Les sismogrammes sont ensuite obtenus par convolution avec un unique signal source.

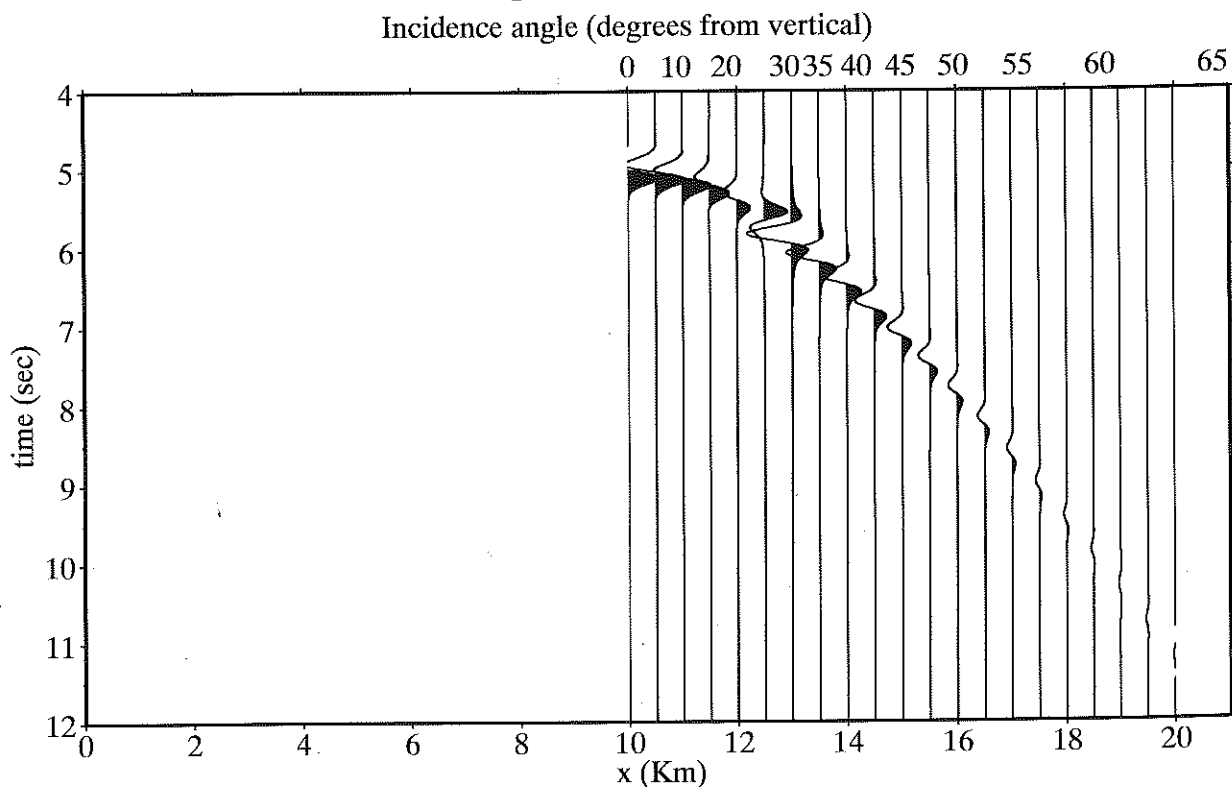
3.3.1. Algorithme de recherche de la coïncidence. L'analyse commence par l'identification et l'extraction de l'ondelette réfléchie sur une trace de référence, qui, dans une application réelle, devrait être la plus claire de la section. Comme nous l'avons dit précédemment, nous supposons qu'un algorithme de migration a déjà été appliqué de façon à positionner le réflecteur. Par conséquent, nous pouvons calculer les angles d'incidence et les divergences sphériques correspondant à chaque couple source-récepteur. Notons que la position du réflecteur permet aussi d'identifier la phase réfléchie grossièrement, mais pas de prédire les temps exacts d'arrivée. En effet, les algorithmes de migration rétropropagent et focalisent les *pics d'amplitudes* des ondelettes. De ce fait, la position des maxima d'énergie est toujours légèrement différente de celle du réflecteur, du à la durée qui s'écoule entre l'arrivée de la phase et son pic d'amplitude. De plus, comme le montre le panneau de données de la figure 3.3.1, cette durée n'est pas constante d'une trace à l'autre !

Aussi, notre première tâche consiste à rechercher le temps d'arrivée précis de la phase réfléchie dans toute la section à partir de l'ondelette de référence. Comme nous l'avons dit précédemment, nous considérons chaque trace i séparément, et faisons coulisser une fenêtre temporelle dont la longueur correspond à la durée de l'ondelette de référence. Lorsque la fenêtre coïncide avec la phase réfléchie, le spectre de l'ondelette et celui de la portion la trace i comprise à l'intérieur de la fenêtre sont proportionnels (Fig. 3.2.1). Les positions successives de la fenêtre sont identifiées par l'indice j , qui prend successivement toutes les valeurs depuis 1 jusqu'au nombre d'échantillons dans la trace. Nous allons donc formuler le problème comme la recherche du

FIG. 3.3.1 – Earth model and acquisition system used for the computation of a CMP gather. We modelled only the reflected phase with a program based on the theory of ray, computing arrival times, spherical divergences and possibly complex reflexion coefficients in elastic media ([Farra, 1990]). Note the phase reversal around 25 degrees of incidence, and the critical reflexion at 30 degrees.



Vertical component of ground velocity



minimum d'une fonction $Misfit_j$, qui s'annule lorsque le spectre de l'ondelette, $ond(\omega)$, est proportionnel au spectre de la j^{eme} fenêtre de la trace i , $fen_i^j(\omega)$:

$$Misfit_j = \sum_{\omega} \left\| \rho \cdot e^{i\theta} \cdot e^{i\omega t} \cdot e^{\omega\tau} \cdot ond(\omega) - fen_i^j(\omega) \right\|^2$$

Lorsque le minimum est atteint nous avons $\rho \cdot e^{i\theta} = \hat{d}_i$, où ρ et θ sont respectivement le module et la phase du rapport complexe entre l'ondelette réfléchiée sur la trace de référence et sur la trace courante i (voir équation 3.2.2).

Le rôle du paramètre t et à relier au caractère discrétisé des données discrétisées à disposition, qui implique que nous ne pouvons déplacer la fenêtre j que par multiples du pas de discrétisation en temps dt . Si le retard entre l'ondelette de référence et la phase sur la trace d'oscillation n'est pas multiple de dt , il s'en suit une imparfaite minimisation de la fonction coût, et une erreur sur le coefficient de proportionnalité. En pratique, pour chaque déplacement de la fenêtre d'un pas en temps il est nécessaire d'effectuer une recherche du minimum en faisant varier t entre $-dt$ et $+dt$.

Par ailleurs, comme nous basons l'analyse sur les spectres en fréquence il peut se révéler nécessaire de tenir compte de l'atténuation anélastique. C'est le rôle du paramètre τ , qui mesure le différentiel d'atténuation entre l'ondelette de référence et celle de la réfléchiée sur la trace courante.

La dérivation par rapport à chacun des paramètres inconnus de la fonction coût donne plusieurs conditions utilisables pour mettre en pratique le calcul. Pour t et θ on a ainsi

$$\frac{\partial Misfit}{\partial t} = 0 \Leftrightarrow I \left[\sum_{\omega} (-\rho e^{i\theta} e^{i\omega t} e^{\omega\tau} ond(\omega) \overline{fen_i^j(\omega)}) \right] = 0$$

$$\frac{\partial Misfit}{\partial \theta} = 0 \Leftrightarrow I \left[\sum_{\omega} \omega (-\rho e^{i\theta} e^{i\omega t} e^{\omega\tau} ond(\omega) \overline{fen_i^j(\omega)}) \right] = 0$$

où $I(c)$, $R(c)$ et \bar{c} , dénotent respectivement la partie imaginaire, la partie réelle et le conjugué d'un nombre complexe c . Ces deux conditions permettent d'en formuler une troisième, ne faisant intervenir que le paramètre t :

$$R \left[\left(\sum_{\omega} \omega (-e^{-i\omega t} \overline{ond(\omega)} \overline{fen_i^j(\omega)}) \right) \left(\sum_{\omega} (e^{i\omega t} ond(\omega) \overline{fen_i^j(\omega)}) \right) \right] = 0$$

Cette équation doit être résolue numériquement. Aussi, on envisagera successivement un grand nombre de valeurs de t entre $-dt$ et $+dt$, et l'on retiendra celle pour laquelle l'équation précédente est la mieux vérifiée. La valeur de θ se déduit analytiquement de celle de t , à partir de l'équation suivante :

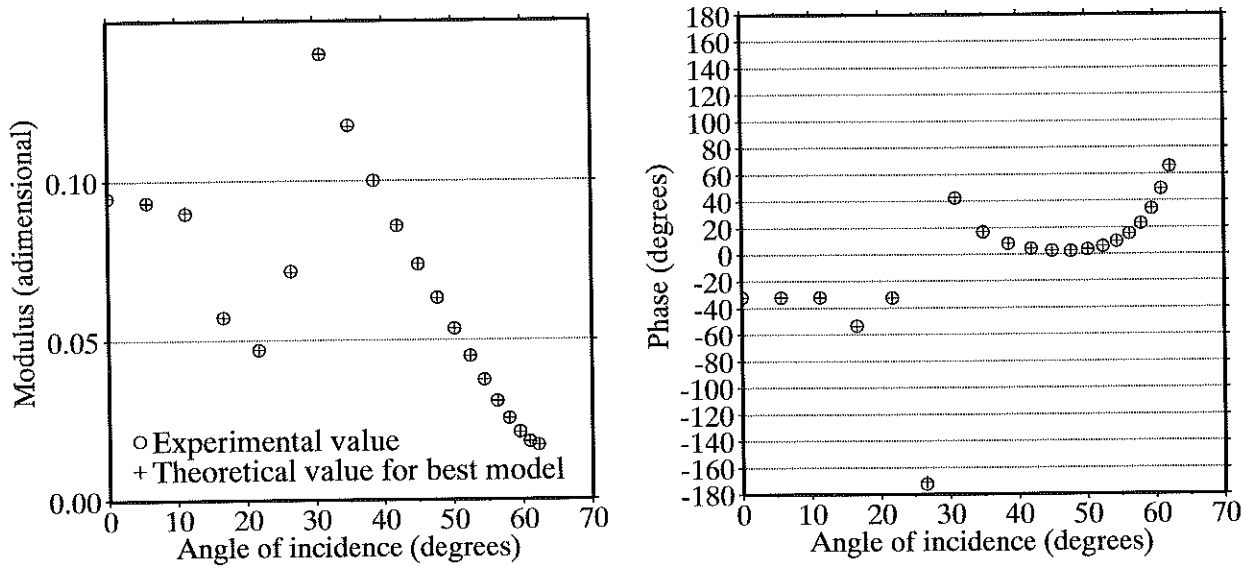
$$e^{2i\theta} = \frac{\sum_{\omega} \omega (e^{i\omega t} \overline{ond(\omega)} \overline{fen_i^j(\omega)})}{\sum_{\omega} \omega (e^{i\omega t} ond(\omega) \overline{fen_i^j(\omega)})}$$

De manière analogue, pour le paramètre d'atténuation anélastique τ on cherchera la solution numérique de l'équation :

$$\frac{\sum_{\omega} e^{\omega\tau} R(e^{i\theta} e^{i\omega t} e^{\omega\tau} ond(\omega) \overline{fen_i^j(\omega)})}{\sum_{\omega} e^{2\omega\tau} \|ond(\omega)\|^2} = \frac{\sum_{\omega} \omega e^{\omega\tau} R(e^{i\theta} e^{i\omega t} e^{\omega\tau} ond(\omega) \overline{fen_i^j(\omega)})}{\sum_{\omega} \omega e^{2\omega\tau} \|ond(\omega)\|^2}$$

FIG. 3.3.2 – After the coincidence research we obtain the experimental values of the variations of the complex reflexion coefficient (circles). The crosses represent the same quantities associated to the best model of the underlying velocities, as inferred by the comparison between experimental and theoretical data computed assuming a large number of underlying velocities (see Fig. 3.3.3)

Normalized to mean value complex reflection coefficient



Et on déduira finalement le module ρ du coefficient de proportionnalité à travers la relation :

$$\rho = \frac{\sum_{\omega} \omega e^{\omega\tau} R(e^{i\theta} e^{i\omega t} e^{\omega\tau} \overline{ond(\omega)} \overline{fen_i^j(\omega)})}{\sum_{\omega} \omega e^{2\omega\tau} \|ond(\omega)\|^2}$$

Lorsque la position en t, θ, τ, ρ du minimum de la fonction misfit est déterminée on a $\hat{d}_i = \rho \cdot e^{i\theta}$. En effectuant la même analyse pour toutes les traces, et en normalisant les \hat{d}_i à leur somme (équation 3.2.3), on aboutit aux variations normalisées du coefficient de réflexion en fonction de l'angle, représentées sur la figure 3.3.2.

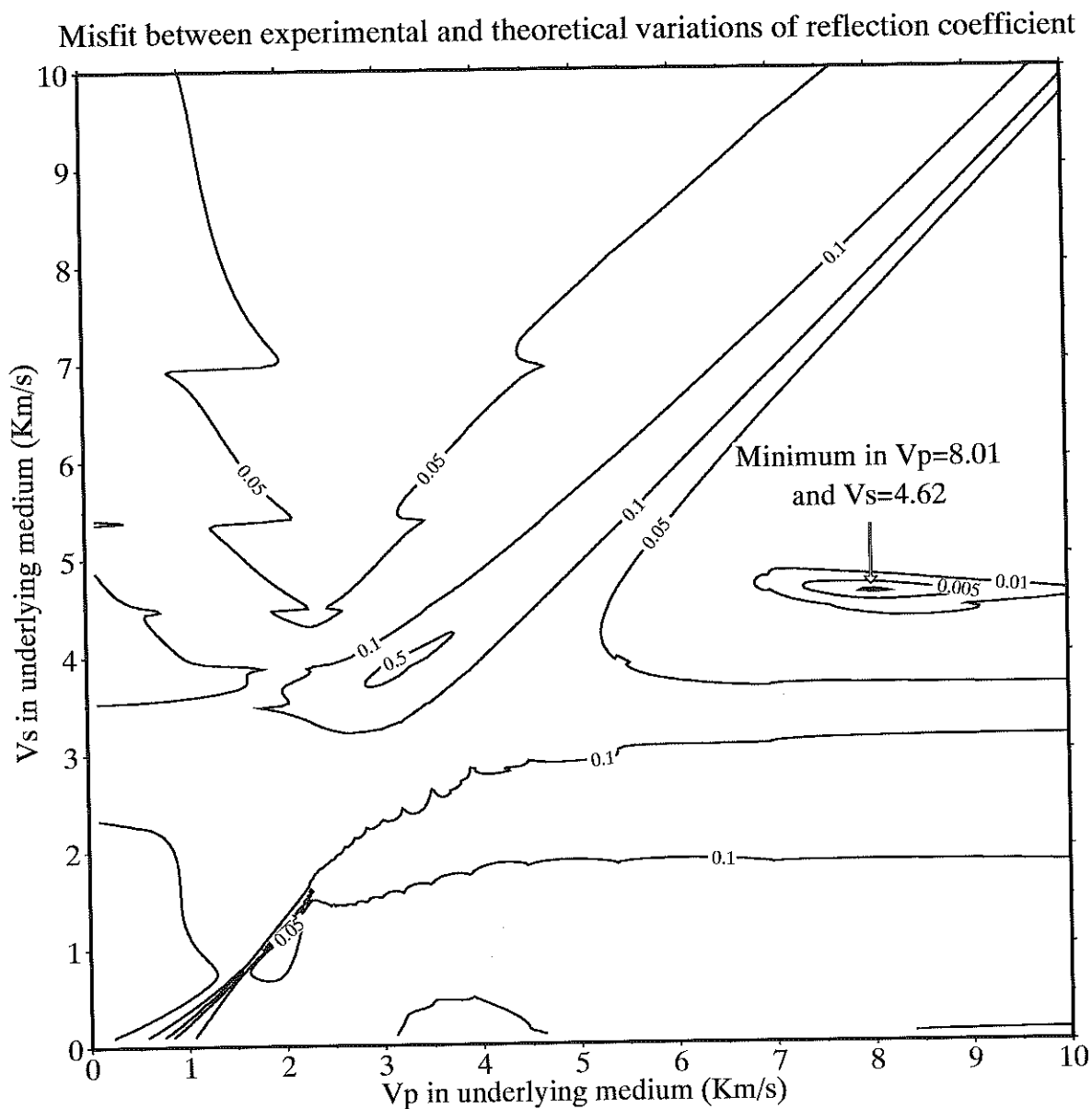
Dans le paragraphe suivant nous déterminerons le contraste de vitesse qui explique le mieux ces variations observées.

3.3.2. Recherche du contraste de vitesse. Pour déterminer les propriétés sismiques du milieu sous-jacent, nous nous appuyons sur la possibilité de calculer analytiquement les coefficients de réflexion en fonction de l'angle. Pour le cas élastique isotrope on se référera à [Aki and Richards, 1980], et à [Carcione, 1997] pour des milieux isotropes transverses et viscoélastiques. L'idée est de calculer les variations théoriques du coefficient de réflexion pour un grand nombre de vitesses et de densités du milieu sous jacent, puis de retenir celles pour lesquelles l'accord avec les données expérimentales est le meilleur. Cet accord est quantifié par la fonction coût suivante :

$$C = \sum_j^{\text{angles}} \left\| \hat{d}_j - \frac{\widehat{Rtheo}_j}{\sum_i^{\text{angles}} \widehat{Rtheo}_i} \right\|^2$$

où \hat{d}_j sont les coefficients de proportionnalité expérimentaux, et \widehat{Rtheo}_j les coefficients de réflexion théoriques. Nous comparons ici des quantités normalisées par leur somme, suivant

FIG. 3.3.3 – Isovalues of the misfit function between the theoretical and experimental variations of the reflection coefficient. The minimum is reached for the true values of the underlying velocities. Note that the valley close to the minimum is elongated in the V_p direction, meaning that the resolution is less on that parameter.



l'équation 3.2.3. A chaque couple source-récepteur est associé un angle d'incidence à l'interface grâce à une migration cinématique faite auparavant.

Nous avons calculé systématiquement la fonction coût pour V_p et V_s compris entre 0 et 10 Km/s, et nous avons représenté les résultats obtenus dans la figure 3.3.3. Le minimum est atteint pour les vraies valeurs des vitesses du milieu sous-jacent, au pas de discrétisation près (0.02 Km/s). On notera que la vallée contenant le minimum est allongée dans la direction de V_p , ce qui signifie que ce paramètre est moins résolu que V_s . Pour qui est habitué à l'inversion linéarisée de Born, ce résultat est un peu surprenant, puisque ce type d'analyse appliqué à des ondes PP ne résout que la vitesse des ondes P ([Jin, 1999]). En fait, cela provient de la prise en compte du comportement non linéaire du phénomène de réflexion, ainsi que de ses effets sur la forme d'onde. Ainsi, nous arrivons à un résultat juste, alors que, à notre connaissance, les techniques d'AVA actuellement employées n'aboutissent qu'à un résultat approximatif, même appliquées

à des données synthétiques. En particulier, on pourra comparer les courbes de variations du coefficient de réflexion 3.3.2, à celles issues de la sommation en diffraction à pondération multiple proposée par [Tygel et al.,] (figure 7). Notre méthode retrouve la variation du coefficient de réflexion exacte quel que soit l'angle d'incidence, alors que celle de [Tygel et al.,] a une précision de l'ordre de 90% jusqu'à l'angle critique, et d'environ 70% au delà.

Toutefois les données que nous avons utilisé sont non seulement synthétiques, mais aussi idéales. En effet elles sont calculées dans le même cadre théorique que celui sur lequel repose notre méthode, à savoir le modèle de terre convolutif et l'approximation haute fréquence. D'autres essais seront nécessaires pour appliquer la méthode d'abord à des données synthétiques plus complètes (obtenues par différences finies), puis aux données réelles.

Dans la deuxième partie de cette thèse nous mettrons en pratique le principe général d'étudier les variations relatives du coefficient de réflexion, afin de contraindre les contrastes sismiques en prenant en compte de façon implicite des effets difficiles à modéliser, tels l'amplitude du signal source.

Conclusion : une stratégie d'imagerie des interfaces

La première partie de notre travail théorique a été essentiellement de tester l'applicabilité de la migration quantitative Rais+Born dans les conditions de la tomographie du Vésuve. En effet, la question se posait si cette technique d'imagerie à amplitude préservée qui, jusqu'à maintenant, a été mise en oeuvre dans le cadre sismique marine, pourrait surmonter deux obstacles : Celui des grands angles d'incidence typiques d'une expérience à terre, et celui des forts contrastes de vitesse par rapport au modèle de référence.

La réponse est que l'application stricte de la modélisation par Rais+Born ne permet pas de retrouver les contrastes de vitesse, et échoue même partiellement à imager l'interface. Nous montrons qu'il s'agit là d'un problème de fond, dû au fait de considérer un objet étendu, tel un réflecteur, comme une somme de points diffractant indépendants. En fait, quand augmentent les angles d'incidence et l'amplitude des contrastes, les interactions mutuelles entre les points du réflecteur ne peuvent plus être négligées. Un des moyens de contourner cet obstacle peut être de limiter le jeu de données à disposition, en ne sélectionnant que les traces de faibles offset. Dans le cas de l'expérience de sismique Tomoves, la faible densité du dispositif d'acquisition ne permet pas d'avoir recours à une telle solution.

Aussi, il nous faut reformuler la stratégie d'imagerie des interfaces. Elle comprend, dans le cadre de la migration quantitative par Born+Rais, deux étapes : la première d'élaboration d'un modèle de vitesse, et la seconde au cours de laquelle on détermine à la fois la forme de l'interface et le contraste d'impédance. Dans les cas où l'approximation Born+Rais perd sa validité, nous proposons au contraire de séparer le processus d'imagerie des discontinuités de celui de la mesure des contrastes sismiques. Notre schéma d'inversion comporte donc deux étapes après la détermination du modèle de vitesse :

Dans un premier temps, l'approximation de Rais+Born est encore utilisée, mais dans son aspect cinématique uniquement : on fait l'hypothèse d'un milieu constitué de points diffractant, ce qui permet d'utiliser des techniques empiriques de migration par sommation en diffraction. La migration n'est plus à amplitude préservée, et l'intensité des images n'est plus interprétable en termes de contraste de vitesse. Toutefois, les avantages sur d'autres méthodes, par exemple l'inversion basée sur les différences finies de [Pratt, 1999], sont la légèreté des calculs mis en oeuvre, et la *robustesse*. Ce dernier aspect est d'une importance particulière : au cours du premier chapitre de la partie expérimentale, nous montrerons que même un modèle de vitesse imparfait permet une focalisation suffisante des données réelles pour distinguer les interfaces. Un dernier atout est la simplicité du concept d'isochrone sur lequel sont basées ces techniques de migration : elles permettent une bonne compréhension du processus de construction de l'image, que l'on peut suivre et contrôler pas à pas, en ajoutant peu à peu des données. L'imagerie d'une interface du Vésuve, au prochain chapitre, sera grandement facilitée par le fait de pouvoir vérifier la qualité de l'image fournie par chaque sous-ensemble de données. De plus, sur ce concept d'isochrone, nous avons développé en annexe A une technique de filtrage des données, dont nous espérons qu'elle facilitera l'interprétation des données bruitées. Notons enfin que ce type de migration cinématique (par opposition à quantitative) basée sur Rais+Born, permet de corriger le modèle de vitesse au cours du processus d'imagerie des interfaces. Le principe est que le meilleur modèle de référence est celui qui focalise le mieux les ondes réfléchies. Nous

l'appliquerons empiriquement à la tomographie du Vésuve, d'autres l'ont fait de manière plus systématique avec des données denses ([Jin and Madariaga, 1994a], [Ryzhikov G., 2000]).

La seconde étape de notre schéma de migration comporte la mesure des contrastes de vitesse. Grâce à la forme maintenant connue de l'interface, on peut déterminer les phases que chaque point du réflecteur a réfléchies ou converties. Ensuite, l'étude des variations de leur amplitude avec l'angle d'incidence permet de contraindre efficacement le contraste de vitesse. A cette fin, nous avons imaginé une méthode d'analyse basée non plus sur le concept de point diffractant, mais sur celui de surface réfléchissante. Quantitativement, cela implique que l'énergie ré-émise par les discontinuités du milieu n'est plus régie par un coefficient de diffraction, mais par un coefficient de réflexion. Comme ce dernier peut prendre des valeurs complexes, les variations brutales de forme et d'amplitude que peuvent subir les phases réfléchies à grand angle sont prises en compte exactement. Il en découle que la présence de forts contrastes et de grands angles d' incidence devient un atout, parce qu'elle permet de contraindre plus précisément les contrastes de vitesse. Enfin, la méthode d'analyse que nous proposons permet de contourner un problème commun aux techniques de migration quantitative : celui de ne pas connaître le signal source, dont l'amplitude se répercute sur l'intensité de l'image migrée. En effet, nous proposons d'étudier les variations *normalisées* de l'amplitude des phases réfléchies ou converties. Par ce biais, l'analyse est indépendante de la forme et de l'intensité des trains d'ondes émis par les sources, pourvu que ces dernières soient reproductibles. En fait, lors de l'application au cas réel de la tomographie du Vésuve, nous montrerons comment utiliser à notre avantage certaines conditions géométriques bien spécifiques pour prendre en compte la diversité des sources et des récepteurs.

Cette stratégie d'imagerie en trois étapes, élaboration d'un modèle de vitesse, détermination de la forme de l'interface, et analyse du contraste de vitesses, est celle que nous suivrons pas-à-pas au cours de la partie expérimentale de cette thèse, consacrée à l'étude d'un réflecteur dans la croûte moyenne du Vésuve.

Deuxième partie

La tomographie du Vésuve

Introduction : état de l'art de la tomographie du Vésuve

Ce travail s'inscrit dans le cadre d'un programme d'étude du Vésuve par le biais de la tomographie sismique. Depuis 1994, trois expériences de sismique active ont été effectuées par des équipes de chercheurs européens et américains (figure quatre4.1.1). La première (Tomoves94) consista essentiellement en une étude de faisabilité, qui montra que, malgré la complexité géologique du milieu et le haut niveau de bruit sismique ambiant, il était possible d'extraire des données des informations utiles sur la structure du volcan. De sorte que, deux années plus tard, eut lieu une deuxième expérience (Tomoves96) de plus grande envergure : 16 tirs d'explosifs furent effectués dans une zone couvrant approximativement 900 Km² autour du Vésuve, et quelques 150 capteurs enregistrèrent le passage des ondes sismiques le long de quatre profils s'entrecroisant au niveau du cône, et disposés à 45 degrés les uns de autres. Enfin, la possibilité d'imager la structure profonde du volcan fut offerte par la campagne Mareves97, au cours de laquelle le navire océanographique Nadir effectua un dense maillage de tirs dans tout le golfe de Naples, le signal sismique ainsi émis étant par contre mesuré à terre, à l'aide d'une vingtaine de stations temporaires.

L'exploitation des données a été centrée essentiellement sur l'interprétation des phases plus précoces, la première arrivée et la réfléchie à l'interface entre sédiments calcaires et dépôts volcaniques. Ainsi, sur les données de Tomoves94, l'analyse $\tau - p$ des temps de première arrivée aboutit à un premier modèle de vitesse des ondes P à une dimension [De Matteis et al., 1997]. Grâce à ce premier modèle les tremblements de terre locaux sont relocalisés et le milieu de vitesse affiné par la méthode de Thurber [Zollo A., 1998]. Le premier élément d'intérêt plus particulièrement volcanologique ainsi mis en évidence est une zone à haute vitesse, située à basse profondeur à la verticale du cône. [Trigila R., 2000] l'interprète comme un bloc de magma dégazé. Les données de Tomoves96 permettent de poursuivre l'exploration de la structure du volcan en 3 dimensions. Les méthodes mises en oeuvre effectuent l'analyse des temps de première arrivée sur des profils bidimensionnels, mais les modèles de vitesse issus des quatre profils sont interpolés sur une grille 3D [Lomax et al., 2000]. La technique proposée par [Zollo et al., 2000] repose sur le tracé des rais pour le calcul des temps de parcours. Les vitesses du milieu sont représentées dans l'espace de Fourier, les paramètres inconnus étant les coefficients de la transformée. Ces paramètres sont retrouvés grâce à l'application de l'algorithme génétique. La deuxième méthode d'analyse des temps de première arrivée est décrite dans [Herrero A., 1999]. Elle se base sur le calcul du temps de parcours par le biais des différences finies de l'équation de l'Eikonal [Podvin and Lecomte, 1991], alliées à un algorithme semi-global de parcours de l'espace des paramètres.

Les deux techniques aboutissent à une image pseudo tridimensionnelle du Vésuve jusqu'à une profondeur d'environ 4km. L'interface entre sédiments calcaires et dépôts volcaniques s'y manifeste comme un gradient lisse, et délimite une structure de type Graben tout autour du volcan. Cette interface est aussi l'objet des travaux de [Simini, 1999] qui en effectue la cartographie en mer par analyse des temps des premières arrivées enregistrées au cours de la campagne Mareves97. En vertu du principe de réciprocité les nombreux tirs sont considérés comme des récepteurs, et les récepteurs réels, à terre, comme des sources, ce qui permet l'emploi de techniques d'analyse de réseau. Enfin, cette interface est également étudiée par le biais des phases réfléchies PP qu'elle génère. [Amand, 1997] utilise la méthode d'inversion du recuit simulé pour retrouver la forme du réflecteur, et faire ainsi correspondre les temps observés et calculés. [Frattini, 1998],[Frattini et al., 1999] adapte tout d'abord des techniques de traitement des données issues de la sismique classique, afin de faciliter l'identification des phases réfléchies.

L'inversion des temps ainsi mesurés se fait ensuite par le biais de la méthode du Simplex. Notons que, dans les deux méthodes citées, le point critique est l'identification fiable des phases réfléchies à l'interface recherchée. Elle est rendue délicate par la complexité du milieu qui induit un grand nombre de phases sur les sections et par le haut niveau de bruit.

En ce qui concerne la structure profonde, l'interface de Mohorovic est étudiée par [De franco et al., 1999] avec les données de Mareves97. Les auteurs notent une remontée de celle-ci dans la zone centrale à la verticale du volcan. De plus l'interface paraît "feuilletée", ce qui semble indiquer la présence de plusieurs discontinuités successives. Ces résultats ont complété les travaux de [Bertrand, 2000], qui propose une analyse de la forme d'onde des télé-séismes enregistrés dans la zone du Vésuve pendant la période allant de juin à septembre 1996. Le principe est d'interpréter le retard entre les ondes transmises P et SV à l'interface étudiée. Ce retard est mesuré par la déconvolution de la composante horizontale des enregistrements par leur composante verticale (fonctions récepteur). L'auteur conclut que le Moho présente un pendage dans la direction nord-est dans la région, en accord avec l'étude de [De franco et al., 1999].

Actuellement, la zone la moins étudiée du Vésuve est celle des profondeurs intermédiaires, entre 4 et 25 km. Pourtant l'analyse des composantes horizontales des enregistrements de Tomoves94 révèle l'arrivée d'une phase tardive de forte amplitude, baptisée LALA (Large Amplitude Late Arrival). [Zollo et al., 1996], l'interprètent comme une phase convertie PS dans la croûte supérieure, à une profondeur approximative de 10 Km. Les auteurs effectuent une analyse de l'amplitude observée de la phase, en simulant le champs complet dans un milieu homogène 2D limité par une interface à 10 Km. En envisageant successivement plusieurs contrastes de vitesse, et en comparant les données aux synthétiques, ils montrent que seul un fort abaissement de la vitesse des ondes P à cette interface justifie l'amplitude de la LALA. Ils concluent donc que le milieu sous-jacent doit être constitué de matériau partiellement fondu à haute température, et qu'il pourrait constituer le système profond d'alimentation en magma du Vésuve.

Dans le but d'élaborer des scénarios d'éruption crédibles, et, plus généralement, pour mieux comprendre la dynamique du volcan, il est donc capital de recueillir le maximum d'informations sur cette interface, et tel est l'objectif de la partie expérimentale de cette thèse. Comme nous l'avons montré au chapitre 3, nous n'avons pu appliquer la migration quantitative Rais+Born à cause des forts contrastes de vitesse et des grands angles d'incidence en jeu. Nous avons donc traité l'un après l'autre le problème d'imager le réflecteur et celui de mesurer les contrastes de vitesse. Ainsi, le chapitre 5 sera consacré à déterminer la forme et la profondeur du réflecteur LALA, par une technique de migration cinématique des phases réfléchies et converties. A cette fin, nous avons aujourd'hui à disposition un jeu de données, celui de Mareves97, de meilleure qualité et couvrant une aire plus importante que celles de Tomoves94 analysées dans [Zollo et al., 1996]. De plus, grâce aux progrès effectués depuis dans la connaissance de la partie superficielle du volcan, nous disposons d'un modèle de vitesse relativement fiable, incluant notamment l'interface entre le socle calcaire et les dépôts volcaniques.

Enfin, le chapitre 5 aura pour but de déterminer les propriétés sismiques du milieu sous-jacent. Cela passe par l'analyse quantitative des variations d'amplitude des phases PS, selon une technique dont les principes de base ont été décrits dans la partie 3.2 du chapitre 3. Cette technique a permis de prendre en compte de façon implicite les variations du signal source et les effets locaux de propagation au voisinage des sources et des récepteurs.

Imagerie du réflecteur "LALA" dans la croûte moyenne du Vésuve

Notre objectif dans ce chapitre sera d'imager le réflecteur LALA à partir des données de la campagne de sismique active Mareves97. Après une brève présentation des données, nous effectuons une analyse préliminaire des traces, qui met en évidence l'arrivée de phases réfléchies et converties à moyenne profondeur. La deuxième étape consiste à définir un modèle de vitesse pour les ondes P valable pour toute la zone concernée. A ce titre, trois expériences de sismique active ont permis au groupe Tomoves [Gasparini and Group, 1998] de connaître plus en détail la structure superficielle du volcan. Dans ce modèle de vitesse, nous effectuons la migration cinématique par étapes successives. A chacune de ces étapes, nous corrigeons le modèle de vitesse, jusqu'à obtenir une bonne focalisation des phases réfléchies et converties. Enfin, dans la dernière partie de ce chapitre, nous validons la procédure d'imagerie et la forme de l'interface obtenue en migrant des données synthétiques.

4.1. L'expérience de sismique active Mareves, présentation des données

La campagne de sismique active Mareves, effectuée en février 1997, fut conçue de façon à aboutir à une image sismique d'une large zone autour du Vésuve, couvrant les Champs Phlégréens au Nord-Ouest jusqu'à la péninsule de Sorrente au Sud-Est (carte ci-dessous). Qui plus est, les grandes dimensions du dispositif d'acquisition - la distance source-récepteur atteignant 90 Km- permirent d'explorer les structures profondes, jusqu'à l'interface de Mohorovic#. Les enregistrements du mouvement du sol se firent en 16 sites à terre, par un nombre de stations

FIG. 4.1.1 – Map of the Vesuvius area, and acquisition systems of the three active seismic experiments.

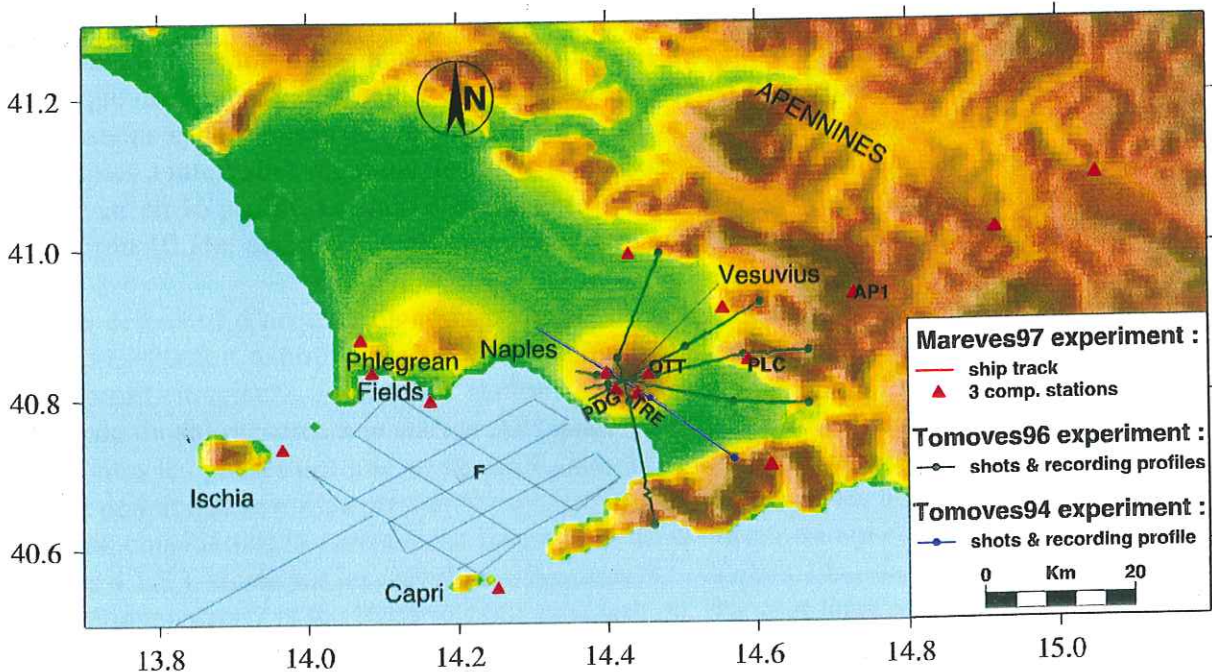
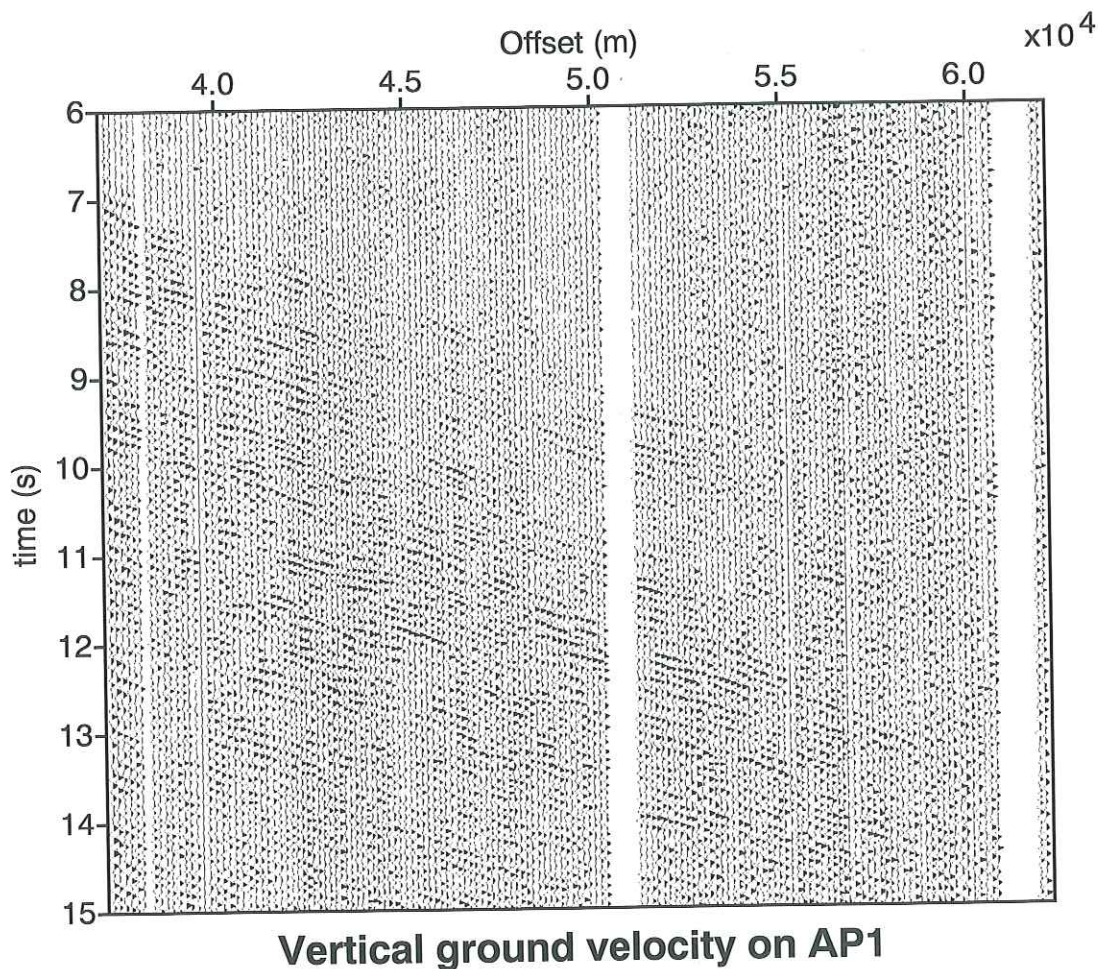


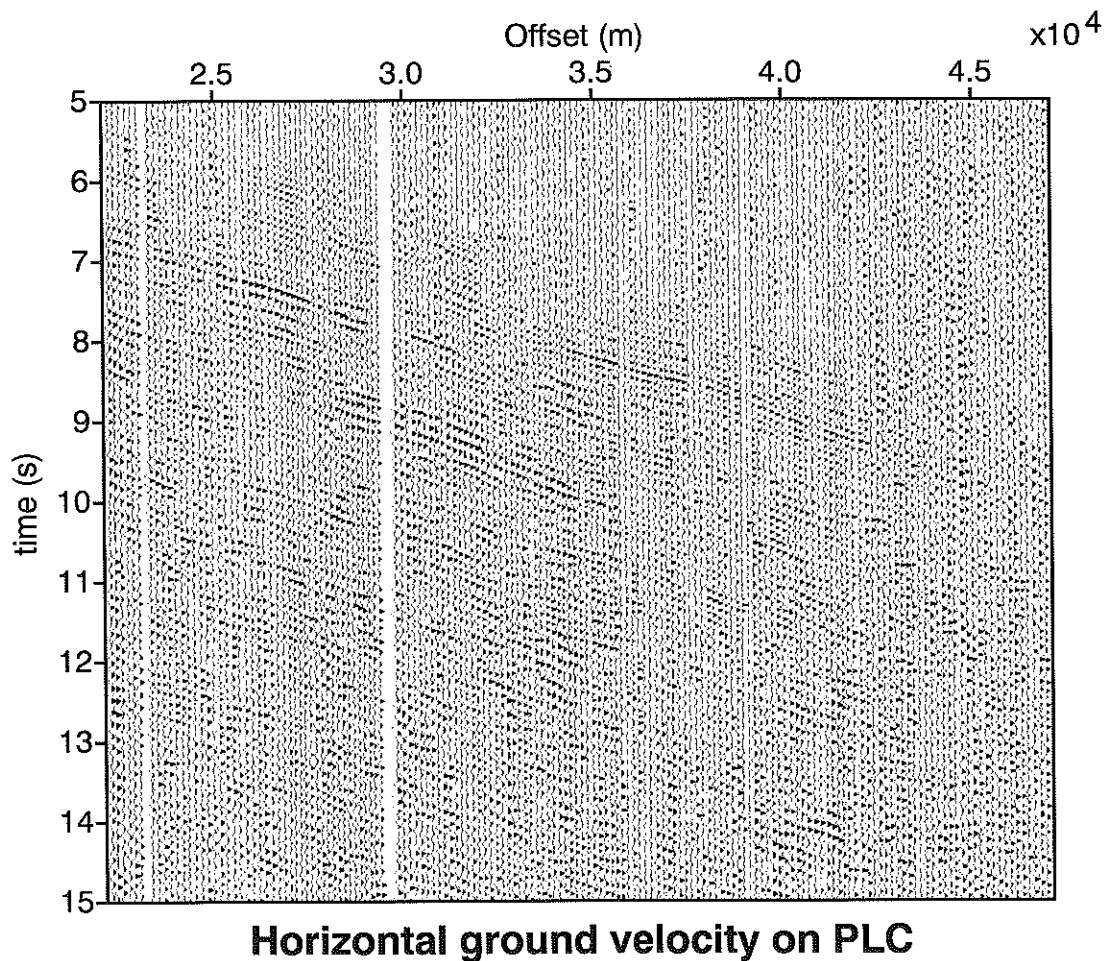
FIG. 4.1.2 – Station AP1 for the shots of profile F. Each trace is normalized to one.



mobiles courte bande trois composantes allant de un à trois sur chaque site, afin de permettre une augmentation du rapport signal sur bruit par sommation. En outre, l'observatoire du Vésuve mis à disposition les données recueillies par son réseau permanent. La source d'énergie sismique fut fournie par le navire océanographique "NADIR" armé par l'IFREMER. Équipé de huit canons synchronisés de type "Bolt" de 16 litres, il effectua environ 1800 tirs dans le golfe de Naples à intervalles réguliers de 150 mètres. Son parcours total, long de presque 300 Km, fut subdivisé en 16 profils. Le train d'ondes émis par les canons présentait une fréquence moyenne d'environ 10 Hz, et fut assez puissant pour être enregistré jusqu'à une distance d'environ 90 Km.

Le dispositif d'acquisition étant composé de nombreux tirs et de peu de stations, le mode de représentation naturel est celui de la collection à récepteur commun, incluant tous les tirs d'un profil enregistrés à une seule station. Ainsi, sur la figure 4.1.2 nous présentons la vitesse verticale du sol mesurée à la station AP1 pour les tirs du profil F. La première observation est que toutes les phases ont une pente pratiquement égale, correspondant à la vitesse de 6 Km/s. On en déduit que le milieu devrait être *grosso modo* homogène. En nous rapprochant de la zone des tirs, considérons la composante horizontale de la vitesse du sol enregistrée à la station PLC (figure 4.1.3), située sur les premiers affleurements calcaires. On notera l'arrivée de phases très énergétiques vers 7 et 8s. Nous verrons plus tard qu'elle sont liées à la présence de l'interface LALA. Enfin, nous présentons en figure 4.1.4, la composante verticale du mouvement du sol

FIG. 4.1.3 – Station PLC for the shots of profile F. Each trace is normalized to one.



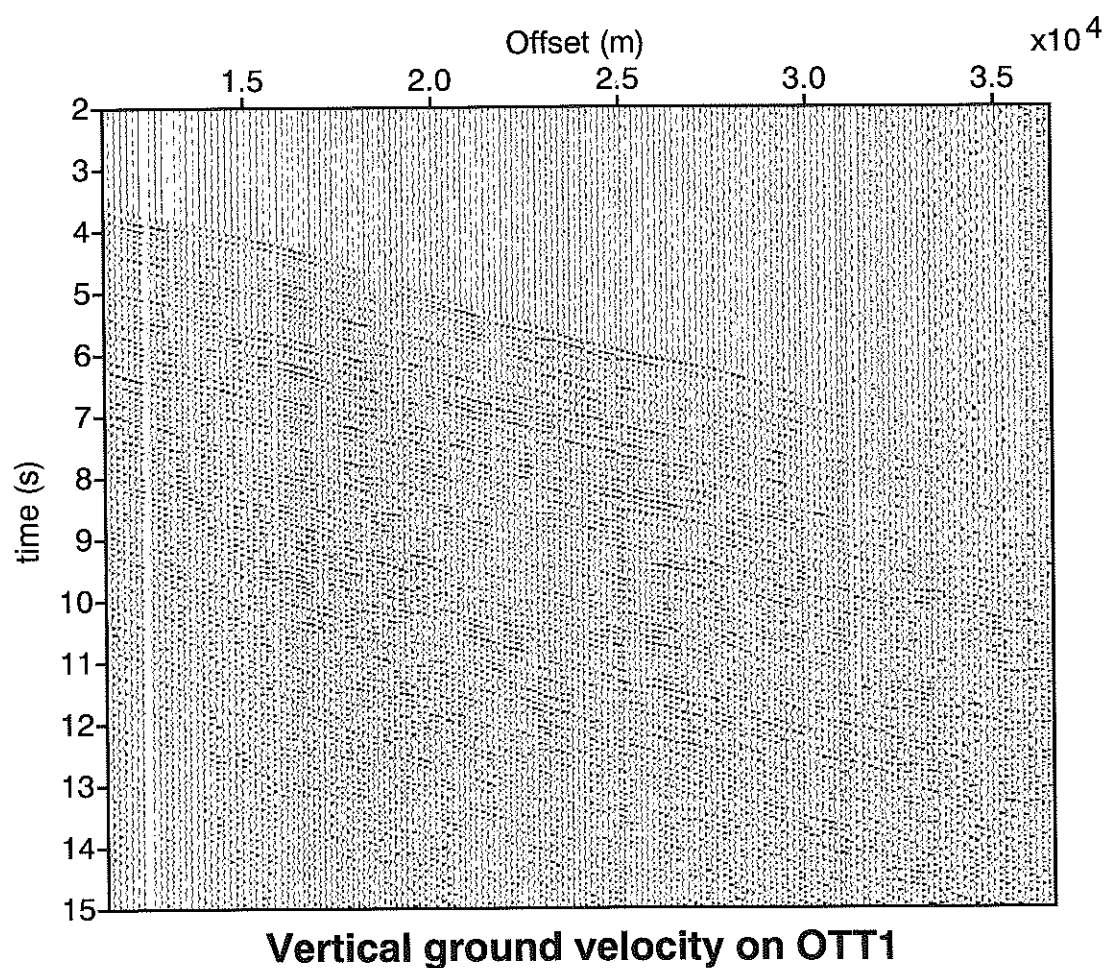
à la station OTT, située sur les flancs du volcan, pour les mêmes tirs du profil F. On notera tout d'abord l'abondance de phases qui rend difficile leur identification, et témoigne de réverbérations dans la structure superficielle du Vésuve. La comparaison avec la station AP1 (fig. 4.1.2) amène un commentaire : les pentes des phases sont plus forte sur la section OTT, ce qui implique des vitesses de propagation plus basses dans l'édifice volcanique.

4.2. Analyse préliminaire des données, identification des phases LALA

En premier lieu nous cherchons sur notre jeu de données des phases pouvant correspondre au réflecteur LALA tel qu'il est décrit dans les travaux effectués sur les données de l'expérience à terre Tomoves94 [Zollo A., 1996]. Pour ce faire, nous avons appliqué une correction de type NMO (Normal Move-Out) statique qui permet de déterminer la profondeur h d'une interface immergée dans un milieu à vitesse constante $v = \frac{1}{p}$, en se basant sur la forme de la phase réfléchi ou convertie qu'elle génère. Écrivons son temps d'arrivée à la station située à une distance x de la source :

$$t(x) = \frac{1}{V} \sqrt{(2h)^2 + x^2}$$

FIG. 4.1.4 – Station OTT for the shots on profile F. Each trace is normalized to one.



A chaque temps d'arrivée ajoutons la correction NMO ainsi définie :

$$dt_{NMO}(x) = -\frac{1}{V} \sqrt{(2h)^2 + x^2} + \frac{2h}{V}$$

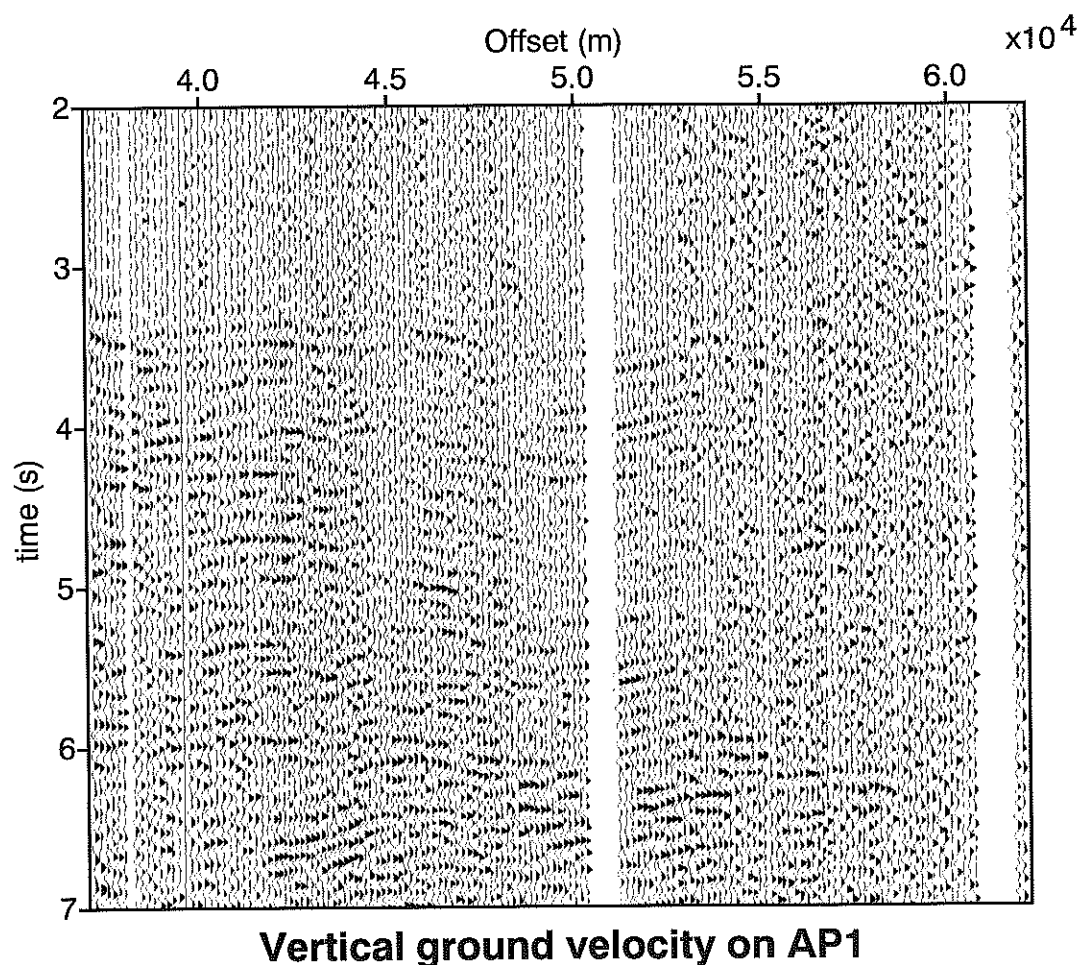
nous obtenons le temps corrigé :

$$t_{NMO}(x) = t(x) + dt_{NMO}(x) = \frac{2h}{V}$$

Ce temps est constant, et égal au temps de réflexion à offset nul. Par conséquent, si nous appliquons la correction NMO à toutes les traces d'une section avec des paramètres justes de vitesse et de profondeur de l'interface, nous obtiendrons l'alignement de la phase réfléchie. Nous appliquons d'abord cette correction à la composante verticale de la vitesse du sol enregistrée en AP1 (figure 4.2.1). Nous avons utilisé $v = 6 \text{ km/s}$ comme vitesse de réduction, puisque cette valeur correspond à la pente des phases observées précédemment. La profondeur retenue est $h = 10 \text{ Km}$, comme le suggèrent Zollo et al. (1996). Nous observons une arrivée à un temps réduit proche de celui attendu (3.33 s). Toutefois, cette phase se distingue difficilement de la première arrivée, aussi nous ne pouvons pas savoir avec certitude s'il s'agit d'une phase réfléchie à très grand angle, ou de la première arrivée.

Dans un milieu à vitesse constante il est possible de calculer la correction NMO correspondant aux phases converties PS. Nous l'appliquons aux sections formées de la vitesse horizontale

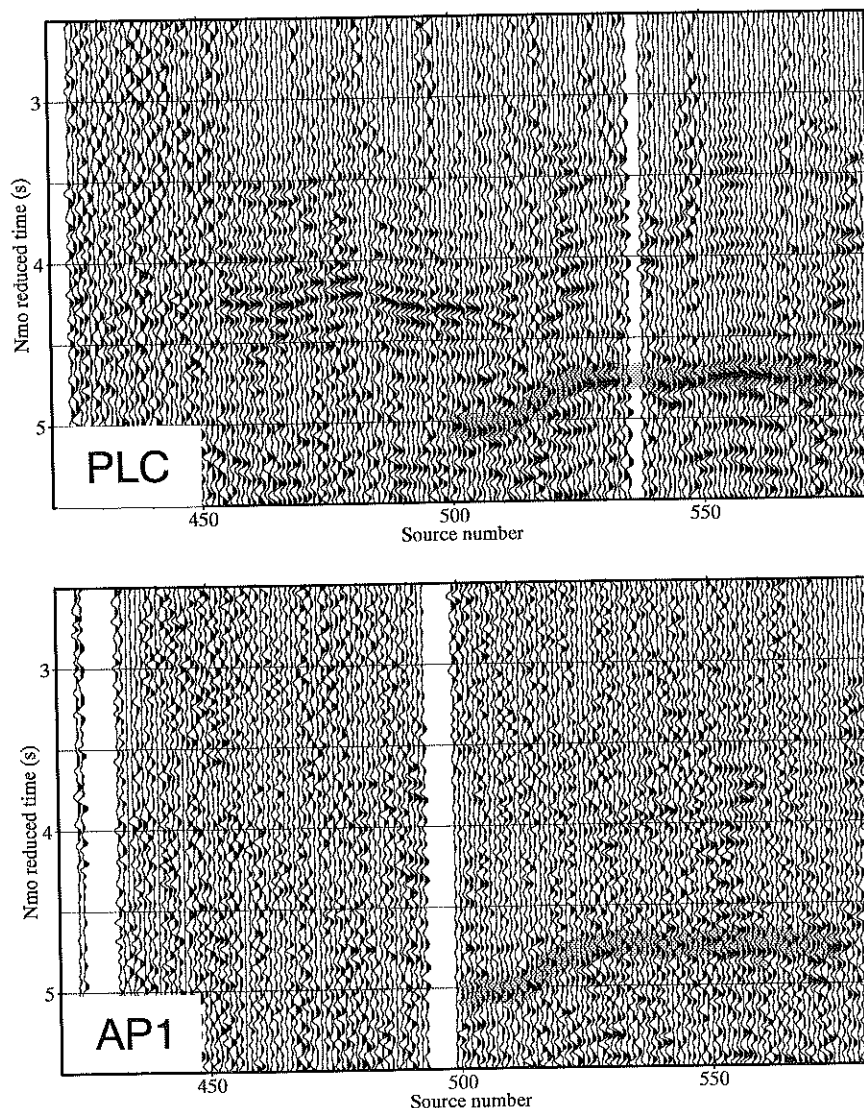
FIG. 4.2.1 – NMO PP correction applied to the vertical component of the ground velocity at AP1. The parameters are $v = 6\text{Km/s}$ and $h = 10\text{Km}$, chosen in accordance with the results of Zollo et al. (1996). Note the arrival of a phase at roughly the expected reduced time (3.33 s). This indicates that there should be a PP reflector at a depth of more or less 10 Km.



du sol mesurée en AP1 et PLC, pour les tirs du profil F (figure 4.2.2). Nous considérons les mêmes valeurs de vitesse et de profondeur de l'interface que celles données dans le paragraphe précédent, le temps de conversion à offset nul devenant 4.5s. On note sur la section PLC une phase particulièrement énergétique qui s'aligne plus ou moins au temps prévu. Nous l'avons surlignée en gris et reporté la même bande grise sur la section AP1, afin de montrer que sur cette seconde station, située à 16 Km de la première, une autre phase arrive aux mêmes temps réduits. Or les temps réduits dépendent de la profondeur de l'interface et de la vitesse de propagation. Par conséquent il semble que l'interface est à profondeur plus ou moins constante, et que le milieu est pratiquement homogène.

Une deuxième observation intéressante est que les *déviations* des temps d'arrivée par rapport aux temps réduits sont, elles aussi, les mêmes pour les deux stations. Par conséquent elles ne peuvent être dues à des irrégularités dans la géométrie de l'interface, puisque les points d'impact des phases converties sont différents pour les deux stations. Ces déviations des temps d'arrivée doivent donc être attribuées à des inhomogénéités du milieu de propagation. Et, étant

FIG. 4.2.2 – Horizontal ground velocity at the common receiver gather AP1 and PLC (see map 4.1.1) for the shots of profile F. A cinemactical NMO correction is applied that shifts each trace in time, and should align the PS phase impinging upon a 10 Km deep interface buried in a constant velocity medium with $V_p=6$ km/s and $V_p/V_s=1.73$. The alignment time is 4.5 s.



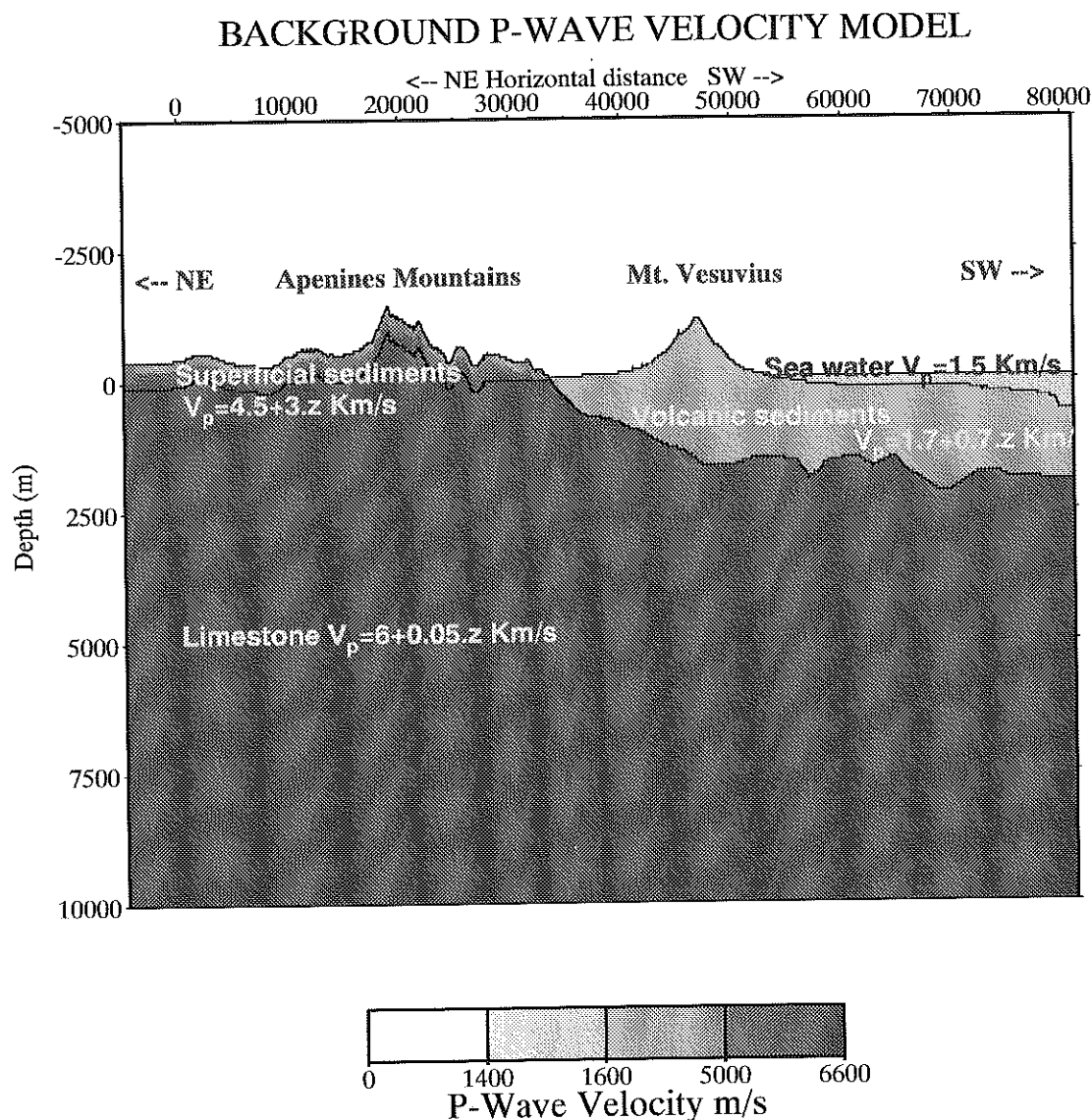
égales aux deux stations, elles sont le signe d'inhomogénéités dans la partie du modèle de vitesse commune aux ondes arrivant à PLC et AP1 : autrement dit dans la zone à la verticale des sources en mer.

De cette analyse sommaire des données nous pouvons tirer trois informations importantes : la première est qu'il semble bien exister des phases PS converties en profondeur. Les deux autres concernent le milieu de vitesse de référence que nous devons construire avant toute migration : il devra d'une part tenir compte des interfaces créant les réverbérations observées dans la structure du Vésuve. D'autre part, si nous pouvons nous contenter d'une vitesse constante ou d'un léger gradient dans le calcaire où les ondes effectuent la plus grande part de leur trajet, il est par contre nécessaire que la zone des sources soit décrite plus finement afin de prendre en compte les variations haute fréquence des temps d'arrivée.

4.3. Définition d'un macro-modèle de vitesse des ondes P

Dans la figure 4.3.1 nous représentons le modèle de vitesse de référence que nous utiliserons

FIG. 4.3.1 – Reference velocity model for the migration of the data gathered on profile F (see map 4.1.1).



pour les migrations. Il est composé de trois corps différents, les sédiments calcaires formant le socle du volcan, les dépôts volcaniques, et l'eau marine. Au calcaire profond, en accord avec les résultats du paragraphe précédent, nous avons attribué une vitesse pratiquement constante de 6 km/s, légèrement modulée par un gradient vertical constant de 0.05 s^{-1} , une valeur moyenne pour la croûte supérieure dans cette région. Dans la zone des contreforts apenins où les calcaires affleurent, nous nous attendons à trouver des vitesses plus basses en surface à cause des phénomènes de karsisme. Aussi nous avons attribuée une vitesse bien inférieure de 4.5 km/s et un fort gradient vertical (3 s^{-1}) à une couche superficielle d'épaisseur égale à 500m. Faute de modèle tomographique couvrant la zone entière nous avons choisi d'attribuer une même vitesse de départ de 1.7 km/s, et un même gradient vertical de 0.7 s^{-1} à la couche de matériaux volcaniques en mer et à terre. Ces valeurs ont été choisies de façon à être représentatives des vitesses issues de la tomographie des premières arrivées, effectuée sur les données de 1996 dans la zone centrale du volcan [Zollo et al., 2000], [Herrero A., 1999]. Enfin, la couche d'eau est prise en compte précisément puisque le Nadir enregistrait en continu la bathymétrie.

Comme nous l'avons fait remarquer auparavant, un soin spécial doit être apporté à la modélisation de l'interface entre dépôts volcaniques et sédiments marins à la verticale des sources,

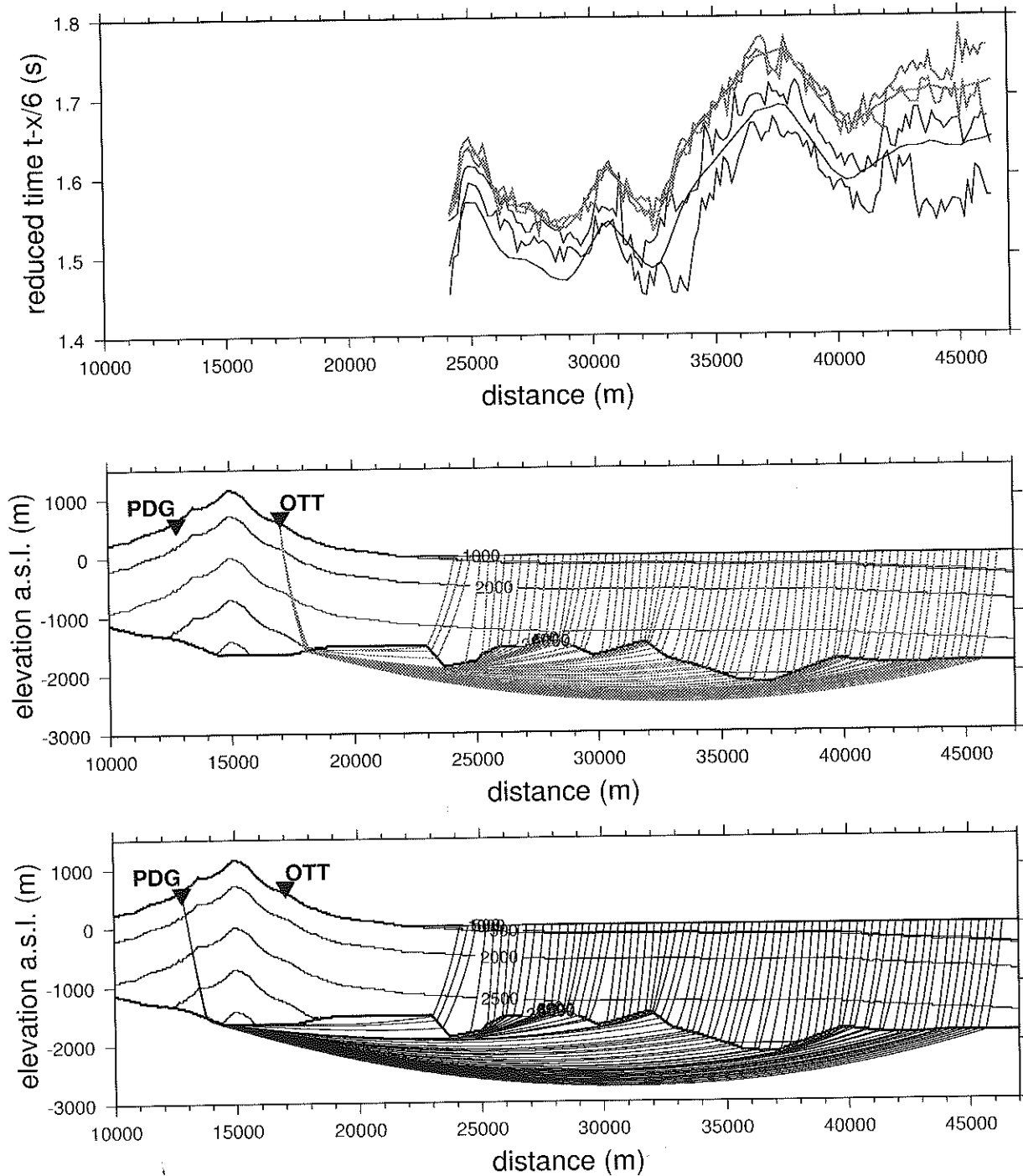
étant donné que sa forme est responsable des variations haute fréquence des temps d'arrivée des phases réfléchies. L'analyse des premières arrivées montre que ces dernières subissent les mêmes retards. En effet, il s'agit de phases réfractées qui voyagent le long de l'interface volcanique/calcaire, les variations de profondeur de l'interface induisent donc des retards ou des avances relatifs des temps d'arrivée. Ceci permet de procéder à une modélisation par essai et erreur de l'interface (figure 4.3.2) (Latorre, communication personnelle). En pratique, elle est tout d'abord subdivisée en segments de droite, dont on déplace ensuite les extrémités jusqu'à faire correspondre les temps d'arrivées théoriques et expérimentaux. Les temps théoriques sont calculés par un programme basée sur la discrétisation de l'équation de l'eikonal ([Podvin and Lecomte, 1991]), qui permet la propagation de la première arrivée dans des milieux hautement hétérogènes.

4.4. Image du réflecteur LALA par sommation en diffraction

Grâce à notre macro-modèle de vitesse, nous pouvons commencer à migrer les données. Plutôt que d'inclure immédiatement toutes les mesures disponibles sur le profil F, il est utile de détailler le processus d'imagerie à une seule station.

4.4.1. Image d'une seule section. Nous nous intéressons tout d'abord aux données enregistrées à la station PLC pour les tirs du profil F, puisque que l'analyse préliminaire de ces données (paragraphe 4.2) y avait mis en évidence une forte phase PS. La figure 4.4.1 illustre comment nous obtenons une image pour une seule station suivant le principe de la migration cinématique par sommation en diffraction déjà utilisée au chapitre 3. Dans ce cadre, chaque échantillon de chaque trace génère dans le milieu une isochrone, définie comme le lieu des points tels que le temps de parcours depuis la source jusqu'au point, puis du point jusqu'au récepteur soit égal au temps auquel l'échantillon est mesuré. A tous les points de l'isochrone nous sommons la valeur absolue de l'échantillon. Notons que, dans l'idéal, on voudrait sommer sa valeur signée, afin de créer des interférences destructives et d'augmenter ainsi le rapport signal sur bruit. Dans la pratique, cela est inconcevable car les erreurs sur le modèle de vitesse induisent une mauvaise focalisation. Le panneau A de la figure 4.4.1 montre l'image obtenue avec une seule trace. La forme des isochrones est clairement visible. Les plus foncées correspondent à des pics de la trace, associés à l'arrivée de phases plus puissantes. Le tracé des isochrones est ensuite répété pour l'ensemble des traces de la section, et nous obtenons ainsi le panneau 4.4.1B. Maintenant nous pouvons voir une forme se détacher nettement du fond : Elle est l'image de la phase particulièrement puissante observée sur la section PLC de la figure 4.2.2. Les isochrones des phases réfléchies ou converties ont la propriété géométrique d'être tangentes au réflecteur au point d'impact. Par conséquent, les pentes des isochrones sont égales aux pentes des réflecteurs. L'image du panneau 4.4.1B est donc irréaliste, puisqu'elle présente des parties pratiquement verticales. De plus, l'analyse préliminaire des données (paragraphe 4.2) indique que l'interface devrait être relativement horizontale. Aussi nous appliquons un filtre en pendage entre 80 et 110 degrés, qui ne laisse apparaître que les parties presque plates de l'interface (panneau 4.4.1C). Comme on le voit l'image de la phase PS se limite alors à un petit segment de droite. On verra au paragraphe suivant que la grande distance d'observation comparée à la profondeur de l'interface, implique que tous les points d'impact de la phase, les seuls points du réflecteur qu'elle puisse imager, sont circonscrits dans une zone restreinte. Prendre en compte une seconde station apportera donc un deuxième segment dans l'image. Il sera ainsi facile de vérifier que le filtre en pendage n'est pas trop restrictif en calculant la pente définie par les deux segments. Ajoutons que cette pente observée ne dépend que des données et du modèle de vitesse, et non du filtre en pendage, qui ne sert, en fin de compte, qu'à rendre plus claire l'image obtenue. La quatrième opération que nous effectuons est de choisir une palette de gris ne laissant apparaître que les intensités les plus fortes (panneau 4.4.1D), de façon à n'avoir que l'image des phases les plus puissantes.

FIG. 4.3.2 – Modeling of the interface between carbonates and volcanic deposits at sea. The interface is modified by trial and error until the computed arrival times [Podvin and Lecomte, 1991] (smooth curves) lie approximately between the t_1 and t_2 observed times (rugged curves). The gap between t_1 and t_2 represent the uncertainty on the observed arrival times. Two stations on the volcano are used : PDG (gray rays and arrival times), and OTT (in black).



by courtesy of Diana Latorre

FIG. 4.4.1 – Migration at a single station, with a single seismogram (panel A), and the whole section (panels B,C and D). The isochrones dip are filtered on panel C and D. For panel D the colour palette conceals all but the highest frequencies.

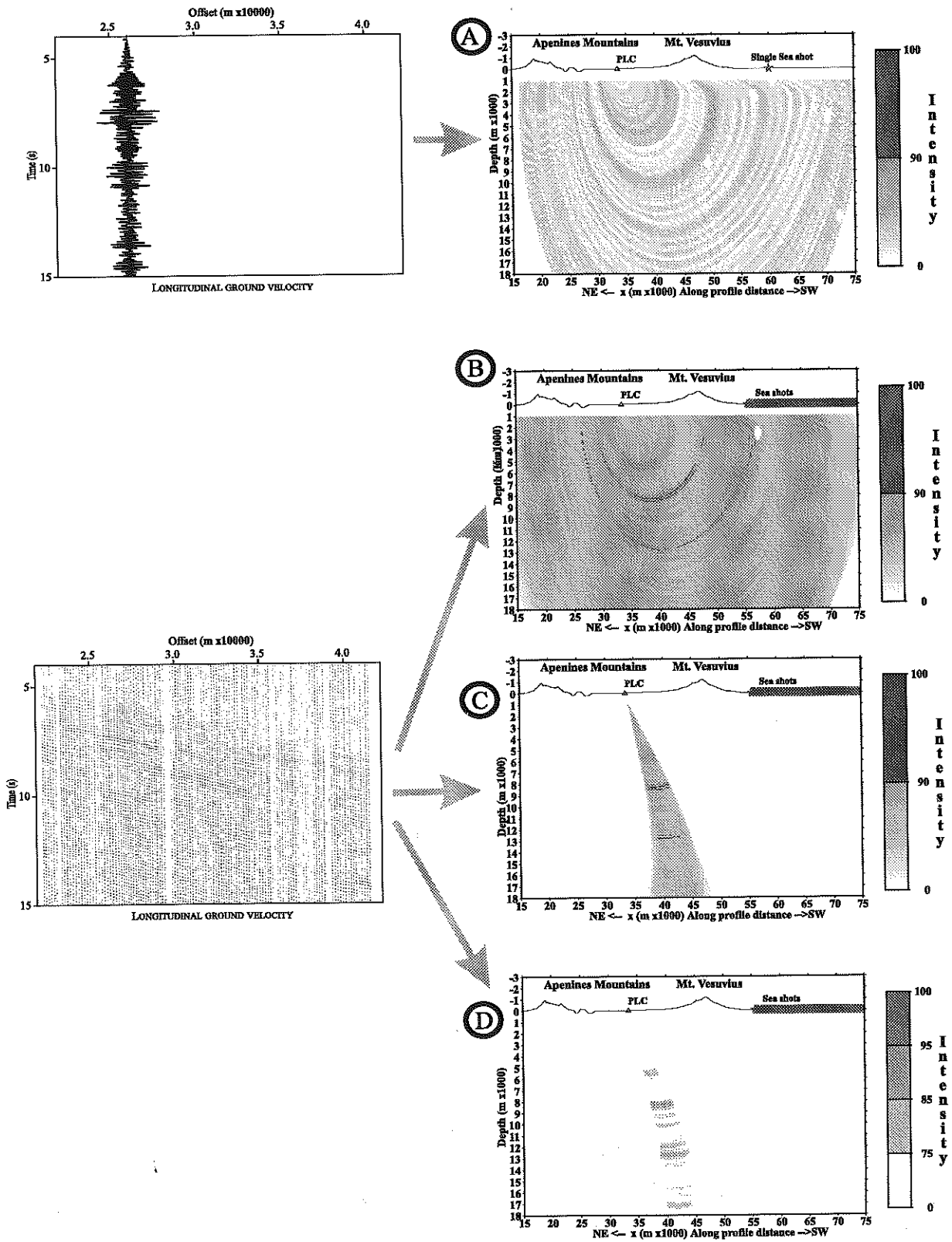
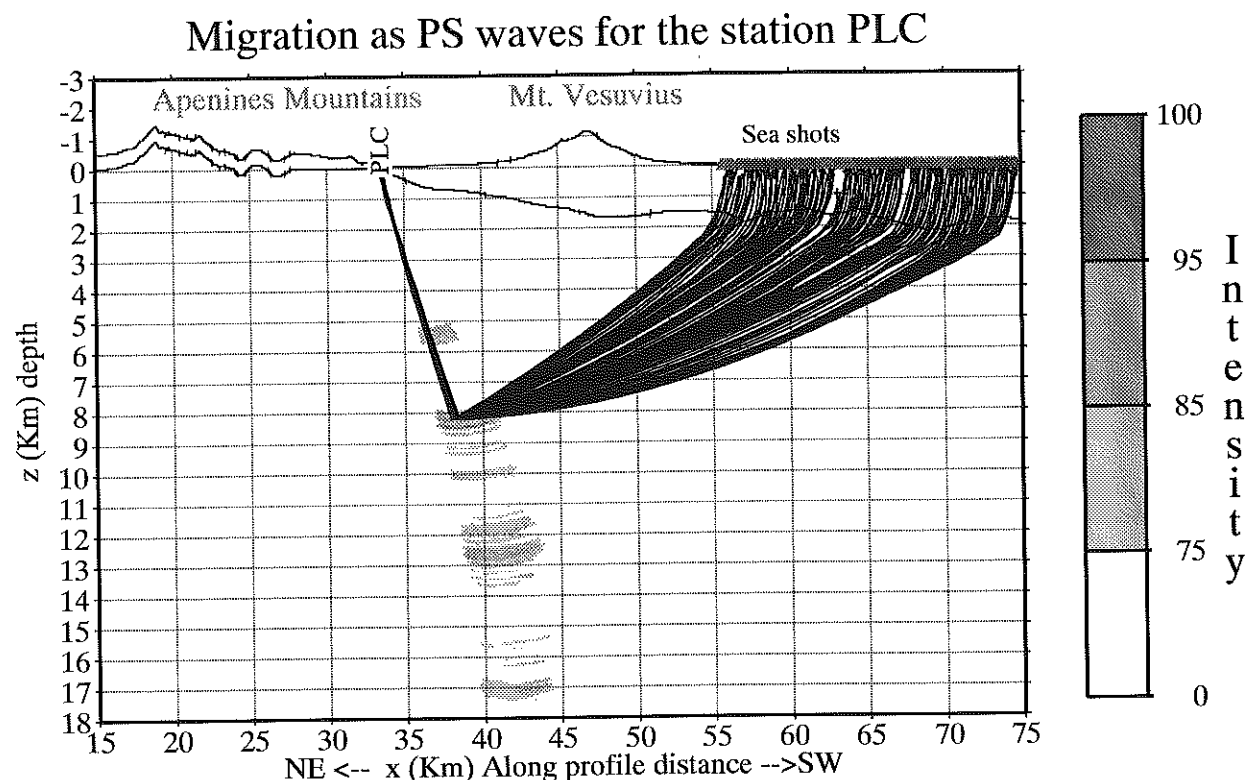


FIG. 4.4.2 – Rays traced for the PS phase at station PLC, assuming a 8.2 Km deep interface, which corresponds to the maximum of amplitude in the migration image.

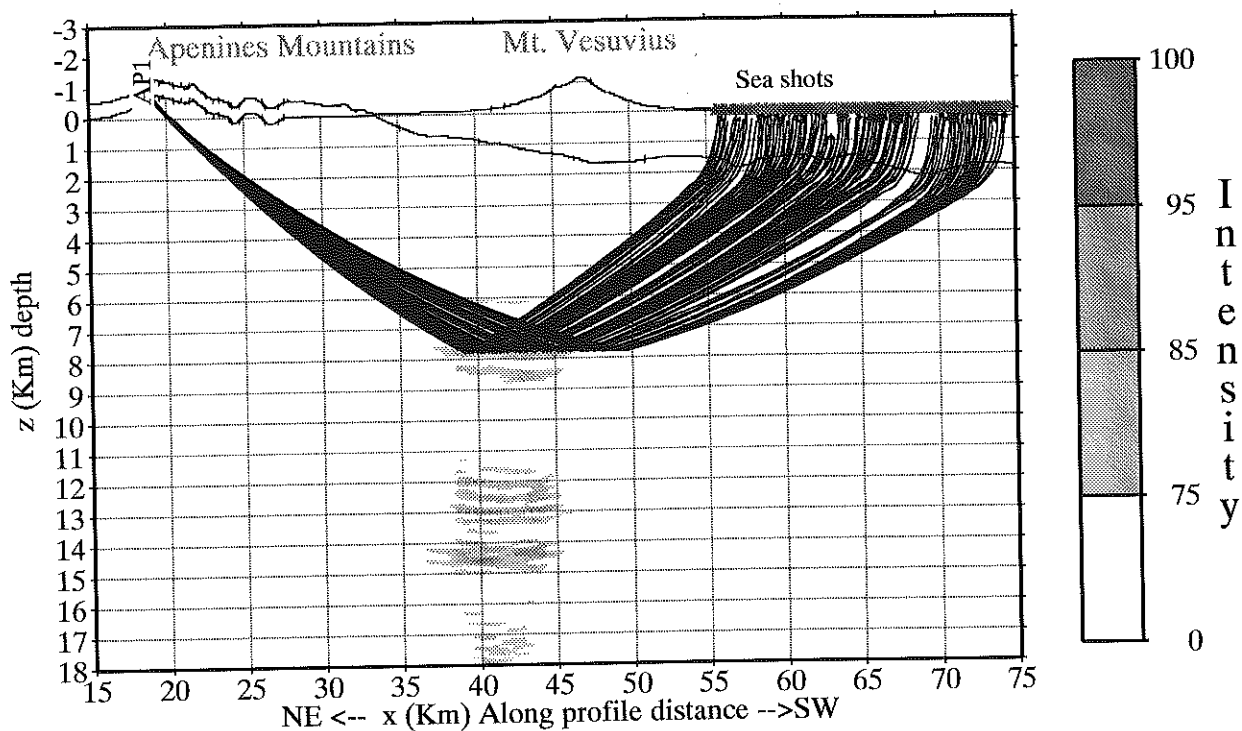


4.4.2. De la somme de diffractant au réflecteur continu. Suivant le principe décrit dans la partie 3.1.2 du chapitre 3, nous pouvons utiliser l'image obtenue par une migration basée sur l'idée de point diffractant, pour introduire le réflecteur en tant qu'objet continu. Cela consiste, en pratique, à choisir manuellement une courbe passant par les maxima d'énergie de l'image migrée. Il devient alors possible d'associer à chaque arrivée réfléchie son unique point d'impact à l'interface, et de calculer le temps de propagation, l'angle d'incidence et la divergence sphérique correspondant. Ces informations sont indispensables à l'étude quantitative des amplitudes servant à déterminer le contraste de vitesse, que nous ferons au chapitre 5.

Pour l'heure, ce qui nous intéresse plus particulièrement est la possibilité de tracer les rais des phases réfléchies, afin de mieux comprendre leur propagation dans le milieu. Dans ce but, nous avons développé un algorithme de tracé de rais à rebours dont le principe est de partir d'un point du milieu et de remonter jusqu'à un point en surface, en suivant toujours le plus fort gradient de temps. En lançant deux fois le tracé de rais, d'abord du point d'impact vers la source, puis du point d'impact vers le récepteur, nous obtenons les deux tronçons du rai réfléchi (ou converti). La figure 4.4.2 montre les rais PS tracés en supposant une interface horizontale à 8.2 km de profondeur, là où se situait le maximum d'amplitude dans le quatrième panneau de la figure 4.4.1. On remarque une propriété intéressante des ondes PS : bien que le dispositif d'acquisition s'étende sur presque 20 Km, tous les points d'impact sont circonscrits à une zone de moins d'un kilomètre de large ! Du point de vue de la migration, cela comporte à la fois un avantage et un inconvénient : l'avantage est que la migration concentre une grande quantité d'énergie en un seul point, créant ainsi une image fortement contrastée, comme nous l'avons déjà vu sur la figure 4.4.1. La contrepartie, bien sûr, est que chaque station ne fournit qu'une information ponctuelle, laissant inexploité la plupart de l'interface.

Au contraire, les ondes PP donnent une image plus ample de l'interface. A titre de comparaison, nous montrons les rais de la phase PP détectée à la station AP1 (figure 4.4.3). On

FIG. 4.4.3 – Rays traced for the PP phase at station AP1, assuming a 8 Km deep interface, which corresponds to the maximum of amplitude in the migration image.



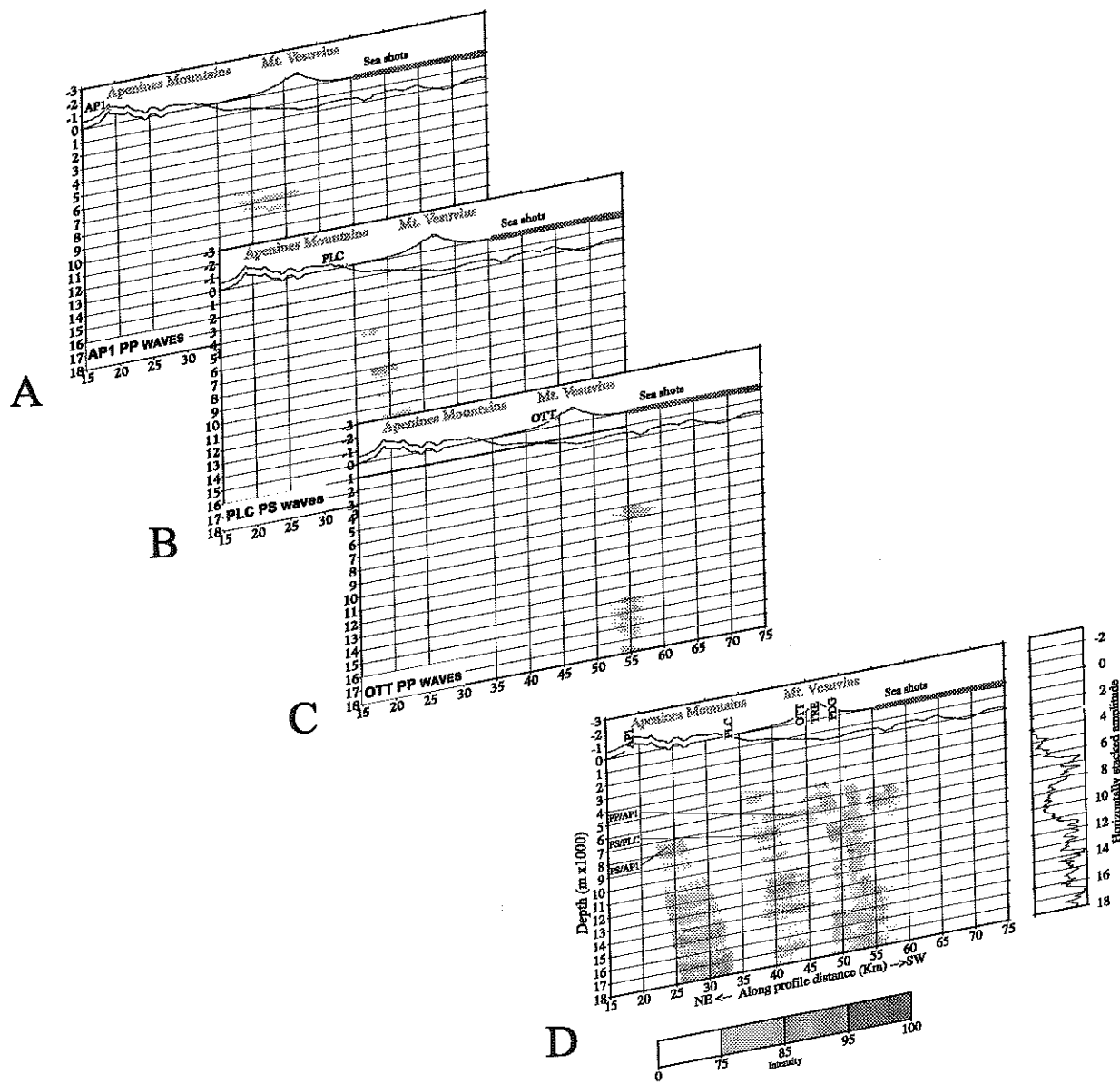
notera que, dans ce cas, les points d'impact sont répartis sur une distance égale à la moitié de l'extension du dispositif source.

4.4.3. Une image globale du réflecteur. Pour obtenir une image globale de l'interface il nous faut rassembler toute les informations disponibles le long de la ligne. Classiquement cela se fait en sommant brutalement les images de toutes les sources, pour tous les récepteurs et les deux types de phase PP et PS. Dans notre cas c'est impensable car la densité d'énergie migrée par point du milieu est trop variable : L'image d'une phase PS, pour les raisons exposées plus haut, masquerait totalement l'image des phases PP. Aussi, nous effectuons séparément chaque migration et normalisons à 100 chacune des images obtenues. Nous construisons l'image globale en sélectionnant en chaque point le maximum de chaque image partielle, et non la somme (figure 4.4.4). Ceci est équivalent à imprimer chaque image partielle sur un transparent, à les superposer, et à les regarder par transparence. La figure 4.4.5 représente l'image ainsi obtenue à partir des migrations de AP1 comme PP, PLC comme PS et OTT, TRE et PDG comme PP et PS. Ces images partielles ont été sélectionnées pour leur clarté. Nous avons étiqueté les images des phases PP sur AP1 et PS sur PLC et AP1. Par ailleurs, nous avons représenté, à droite, l'intensité de l'image globale sommée le long de droites horizontales.

Ne disposant pas d'un modèle de vitesse des ondes S, nous avons considéré un rapport V_p/V_s constant égal à 1.73. L'image obtenue (figure 4.4.5) présente une incohérence : à l'abscisse 40 Km, l'interface semble être vue à des profondeurs différentes par la migration PS de PLC et par la migration PP de AP1. Plutôt que de conclure à la présence de deux réflecteurs, il nous semble plus raisonnable d'y voir une conséquence des imperfections de notre modèle de vitesse, qui ne réussit pas à focaliser l'énergie. Dans le paragraphe suivant, notre tâche sera d'apporter des corrections au modèle de vitesse afin d'obtenir une image de l'interface plus claire et plus cohérente du point de vue géométrique.

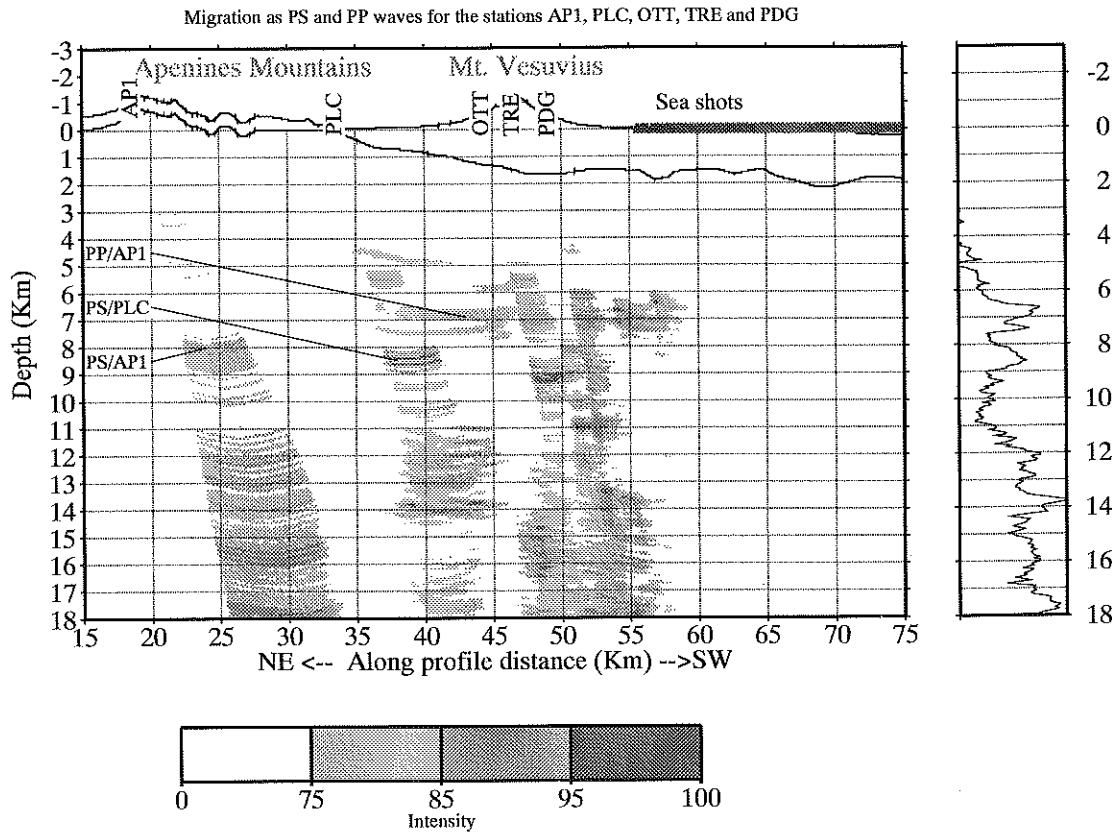
4.4.4. Corrections du modèle de vitesse de référence.

FIG. 4.4.4 – How to put together the independently migrated images of more stations. First, each single image is normalized to a common value (plots A, B and C). Then, at each point of the global image (plot D), is represented the maximum of the normalized amplitude found at that point on the single images. This is equivalent to looking by transparency at all the piled up single images. How



4.4.4.1. *Rôle du rapport V_p/V_s .* La figure 4.4.6 montre l'image globale de migration obtenue en faisant l'hypothèse d'un rapport V_p/V_s égal à 1.8. On constate que les images des phases PP n'ont pas changé de place, alors que les images des phases PS se sont déplacées vers le haut. Ceci s'explique par le fait que la vitesse des ondes S a diminué, et que, donc, les phases PS ont eu le temps d'atteindre une moindre profondeur. Le déplacement vers le haut de l'image PS de PLC a pour effet de réduire l'incohérence géométrique mentionnée plus haut, sans toutefois la faire complètement disparaître. Augmenter davantage le rapport V_p/V_s serait peu raisonnable du point de vue géologique. De plus, 1.8 est la valeur qui s'est révélée optimale pour la relocalisation des tremblements de terre locaux (A. Lomax, communication personnelle). Aussi devons-nous corriger une autre partie du modèle de vitesse.

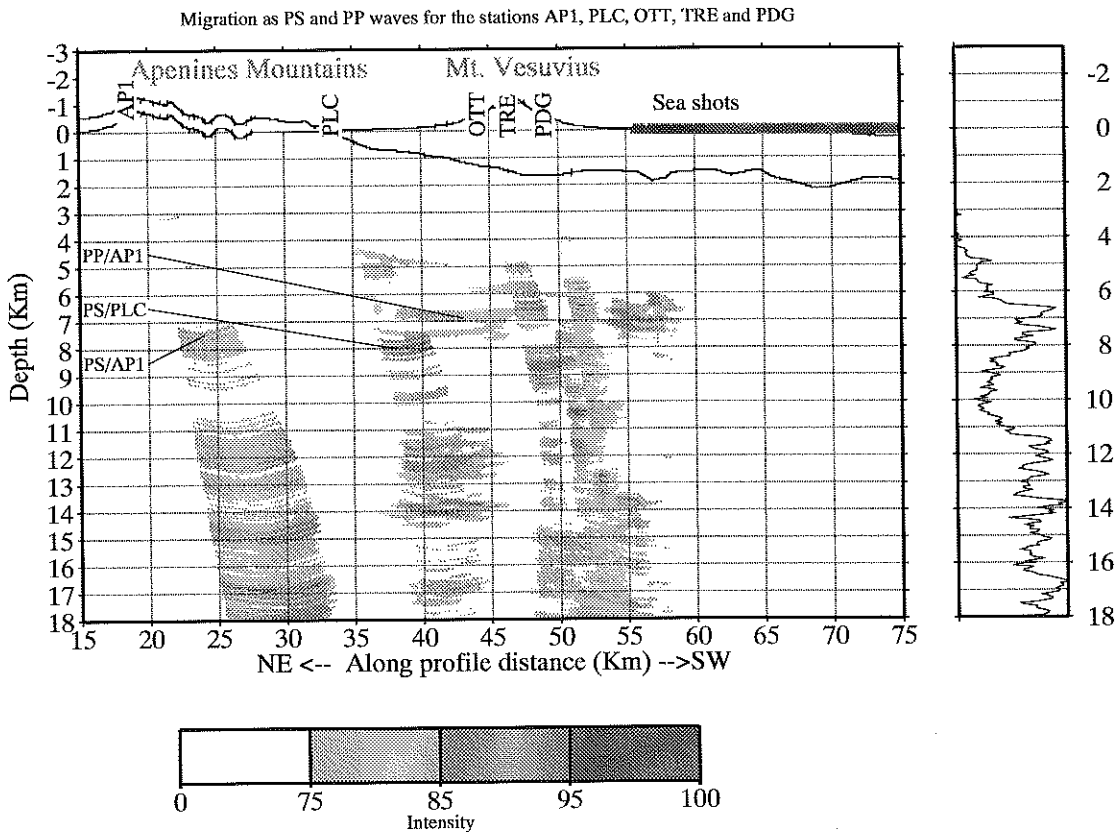
FIG. 4.4.5 – PP and PS migration performed on all the CRG along profile F. An independent migration is performed for the two types of waves on each CRG, interpreting the horizontal component as PS, and the vertical one as P-P. The resulting image is then normalized to 100. The image below is built considering, at each point, the maximum (and not the sum) of the partial images. Next to each bright spot is indicated the type of wave and the CRG at which the corresponding wave impinging on the LALA reflector was recorded. The V_p/V_s ratio is assumed 1.73.



4.4.4.2. *Rôle des sédiments marins.* Commençons par une remarque préliminaire : si nous appliquons à toutes les phases un petit retard constant, alors toutes leurs images se déplacent vers le bas. Toutefois, les images PP se déplacent nettement plus que les images PS, parce que les isochrones PP sont très sensibles aux perturbations en temps à grand angle (voir annexe B). Par conséquent, il existe un retard qui portera au même niveau les images de la phase PP de AP1 et celle de la phase PS de PLC. Nous présentons sur la figure 4.4.7 l'image obtenue en appliquant un retard de 0.075 s à toutes les phases. Ce retard peut se justifier par des vitesses dans les sédiments marins supérieures de 8% à celles de notre modèle de référence. Cette hypothèse est raisonnable, car, dans cette zone, le modèle de vitesse est en fait extrapolé à partir de vitesses représentatives du modèle tomographique dans la zone centrale du volcan (figure 4.3.1), et est donc relativement peu sûr.

Il est courant au cours d'un processus de migration de corriger le modèle de vitesse afin d'obtenir une bonne image. En fait, la qualité de l'image migrée peut même être utilisée comme critère pour améliorer le modèle de vitesse de référence ([Jin and Madariaga, 1994a], [Ryzhikov G., 2000]). Toutefois cela ne peut se faire que lorsque la redondance des données est élevée, et que chaque point du réflecteur est vu par plusieurs stations ou types de phase différents. Au contraire, dans notre cas, les images partielles ne se chevauchent pratiquement pas, le facteur de redondance est au plus de deux.

FIG. 4.4.6 – Same migrations as before, but the V_p/V_s ratio is assumed 1.80. The inconsistency in the positions of the separately migrated phases is reduced.

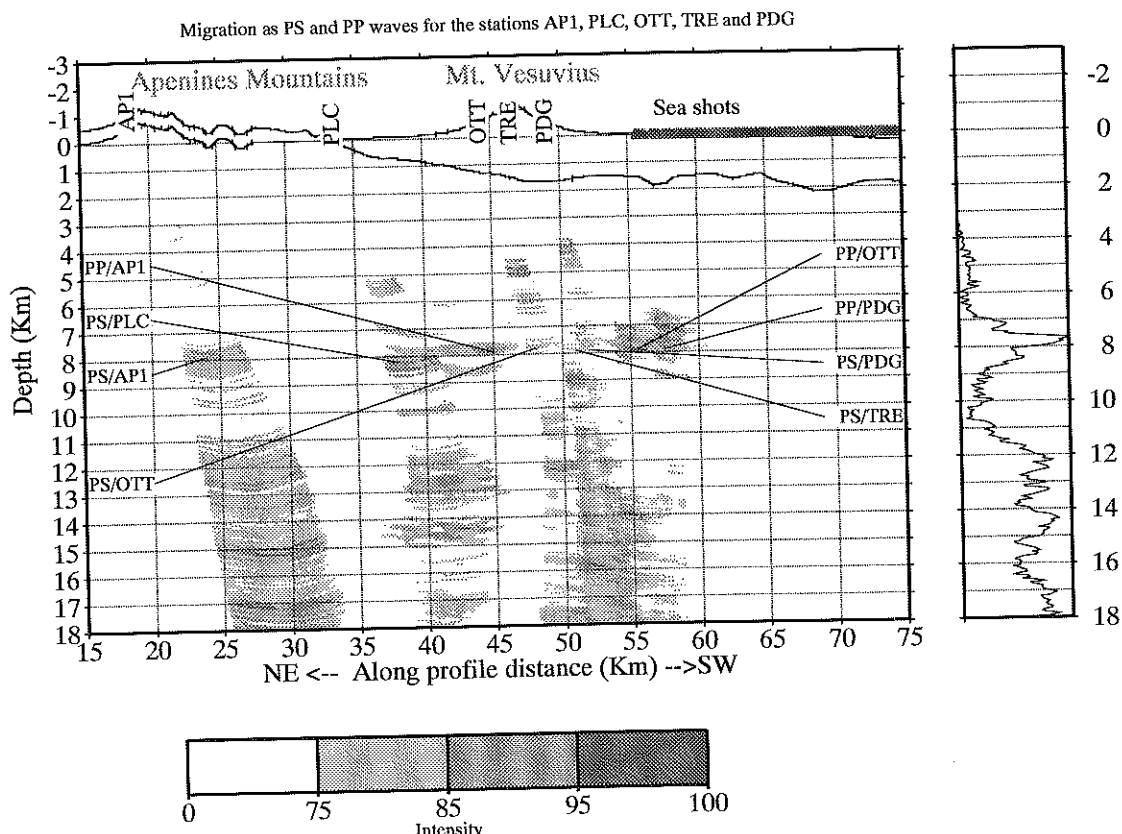


Grâce à cette correction nous voyons clairement apparaître sur l'image migrée (figure 4.4.7) une forme allongée, plate et horizontale qui s'étend sur plus de 40 km de part et d'autre du cône du Vésuve. Ce qui est particulièrement frappant est que nous nous sommes basés sur les images de phase enregistrées uniquement sur les contrefort des Apenins pour calculer la correction au modèle de vitesse, et que son effet a été d'aligner également les phases PP et PS détectées sur le volcan. Notons enfin le maximum d'amplitude que présente la somme horizontale des amplitudes pour une profondeur d'environ 8 km. L'étroitesse du pic associé au réflecteur indique la bonne focalisation de l'énergie réfléchi. Au contraire, la somme des phases postérieures, migrées plus en profondeur, compose un unique bloc basse fréquence, ne laissant apparaître aucune forme saillante. Remarquons d'ailleurs que la partie de l'image de migration située en dessous de l'interface n'est pas directement interprétable : qui dit interface dit changement de vitesse, changement de vitesse dont nous n'avons pas tenu compte dans le modèle de vitesse. Cela implique que les ondes sont mal rétropropagées au-delà de 8 km. Dans la partie supérieure de l'image, les pics d'énergie n'ont aucune forme cohérente. Il est donc probable qu'il s'agisse de phases superficielles mal interprétées plutôt que d'une autre interface. En fait, nous verrons au paragraphe 4.5.1, grâce à la migration des données simulées dans le modèle de référence, que la tâche située en $x=47500$ et $z=5000$, issue de la migration PS des données de la station OTT, est l'interprétation en tant que PS d'une réverbération dans l'édifice volcanique.

En résumé, tout se passe donc comme s'il y avait un unique réflecteur horizontal à 8 km de profondeur, continu sur presque 40 km de part et d'autre du volcan, que nous illuminions en différents endroits, correspondant chacun à un type de phase et à une station particulière.

Dans la fin de ce chapitre, nous nous attacherons à étayer cette affirmation en migrant des données simulées.

FIG. 4.4.7 – Same migration as before, V_p/V_s is 1.80, but we assume that velocities in the marine sediments have a higher velocity than the one of our velocity model. This introduces a constant time-delay for PP and PS phases, lowering the PP images more than the PS images. In this way we obtain a consistent global image, and a clear, elongated, horizontal pattern appears. Note that even if we used PP and PS arrivals measured in AP1 to tune the velocities, the correction has led, independently, to a good focalisation of energy for the stations on Vesuvius (OTT, TRE and PDG).

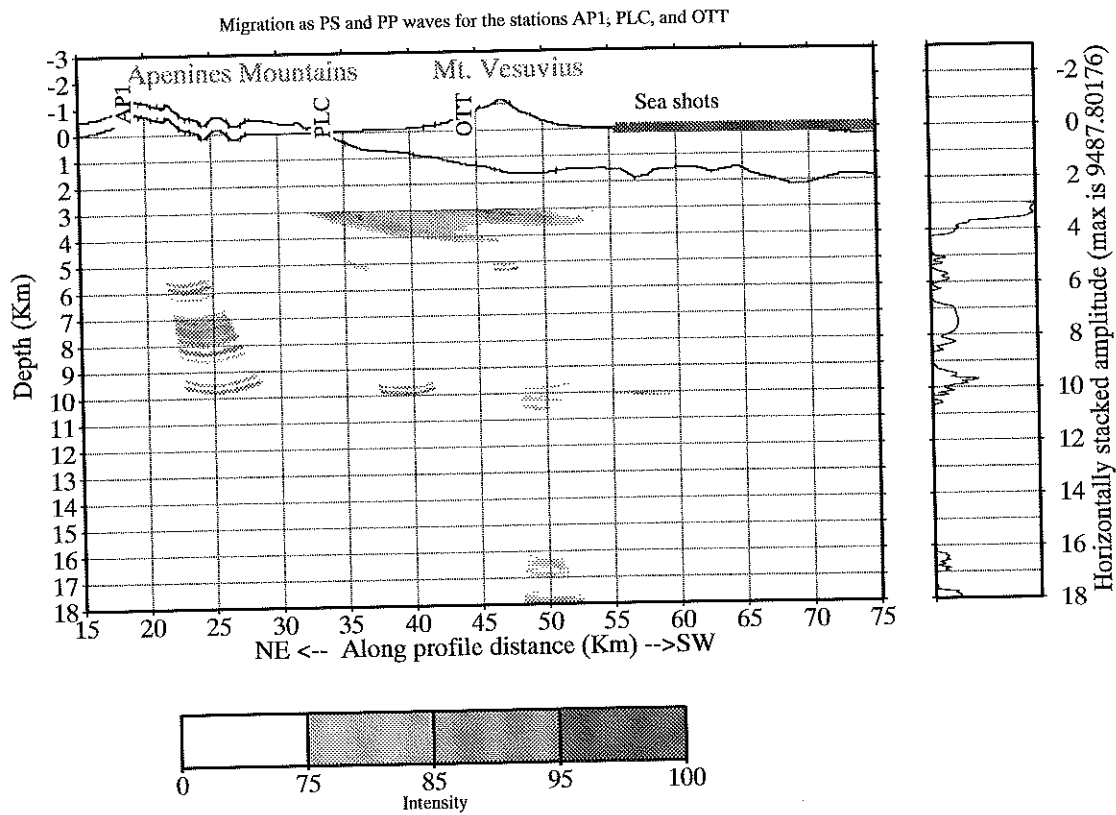


4.5. Étude de la fiabilité de l'image obtenue par migration de données simulées

Notre problème est d'évaluer le degré de fiabilité de l'image que nous avons obtenue à ce stade de l'étude. En premier lieu, il est nécessaire de s'assurer que les images que nous avons identifiées comme la migration de phases PP ou PS générées en profondeur, ne sont pas simplement une mauvaise interprétation d'ondes liées à la structure superficielle du volcan. De ce point de vue, la bonne prise en compte de l'interface entre sédiments calcaires et dépôts volcaniques revêt une importance critique à cause des réverbérations qu'elle induit. D'autre part, nous savons notre modèle de vitesse imparfait, il nous faut donc estimer la sensibilité de l'image à la justesse du modèle de vitesse. Pour ce faire, nous calculerons des données dans un modèle, et les migrerons dans un modèle différent.

Pour simuler des données, nous avons choisi une technique basée sur la résolution de l'équation de l'élastodynamique par différences finies, parce qu'elle effectue automatiquement la modélisation de tous les types d'ondes, et calcule leur amplitude en plus de leur temps d'arrivée. On obtient ainsi des sismogrammes synthétiques ayant un degré de complexité proche de celui des données. Toutefois, le prix à payer est la lourdeur du calcul à mettre en pratique, puisque, vue la dimension imposante du modèle ($60 \times 10 \text{ Km}^2$) la simulation de chaque tir prend 4 heures sur un Cray. Il est donc impensable de répéter le calcul 130 fois, comme le voudrait le nombre de sources. Par conséquent, nous avons mis au point une technique permettant de calculer le

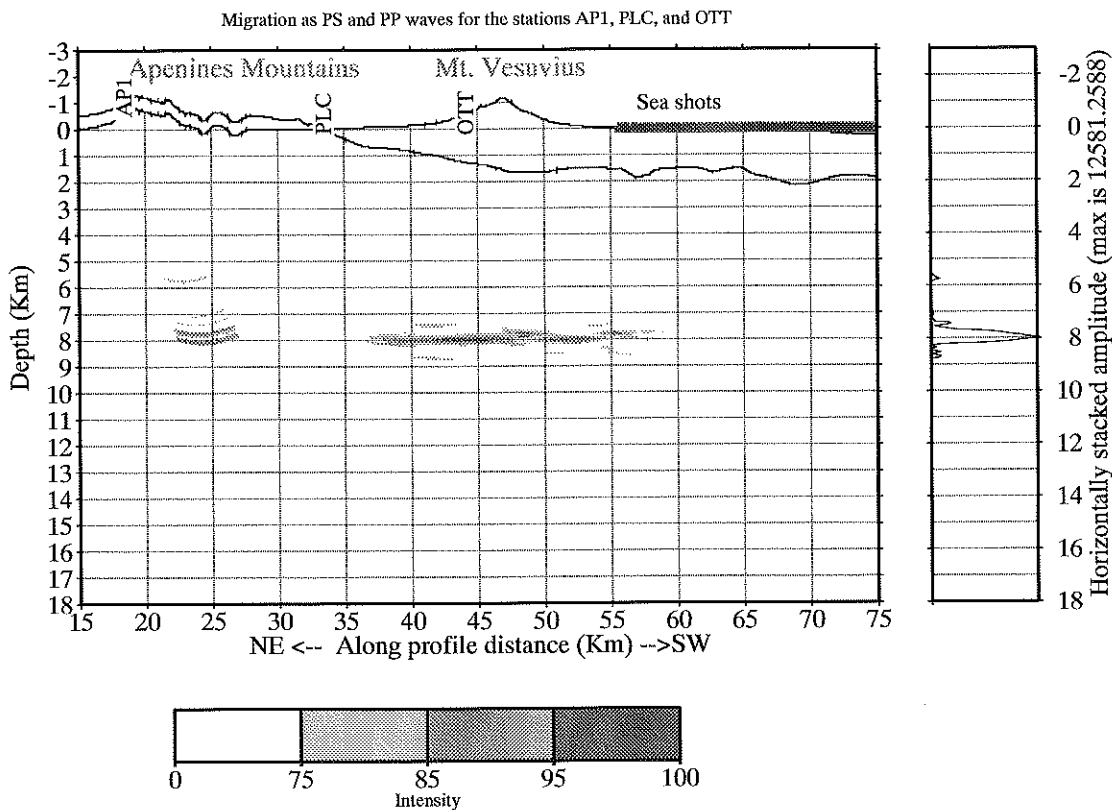
FIG. 4.5.1 – Migration on synthetic data computed in the velocity model described page 72, thus without LALA interface. The slight increase of energy at depth 10 Km is the image of reflections on the model's base.



champ réel à partir de celui généré par des tirs fictifs effectués aux récepteurs réels, et mesuré aux sources réelles par des récepteurs fictifs. Cette technique, que nous décrivons plus en détail dans l'annexe C, se base sur la réciprocity des fonctions de Green de l'équation d'onde, et permet de se ramener à un nombre de simulations égal à deux fois le nombre de récepteurs réels.

4.5.1. Vérification de l'origine des phases LALA. En premier lieu nous cherchons à vérifier que les phases qui contribuent à l'image du réflecteur (figure 4.4.7) ne sont pas générées par la structure superficielle. A cette fin, nous calculons des synthétiques dans le modèle de référence (figure 4.3.1), qui ne comprend pas l'interface LALA, puis nous migrons les sismogrammes obtenus en suivant exactement la même procédure que pour les données. L'image ainsi obtenue est représentée sur la figure 4.5.1. Le pic d'énergie à 10km de profondeur est dû aux réflexions parasites sur le fond du modèle des différences finies. A part cela, aucune forme régulière n'apparaît. En particulier, la forme allongée vue sur l'image des données (figure 4.4.7), que nous avons identifiée comme interface LALA, est absente. Cela tend à montrer que cette forme n'est l'image d'aucune des ondes que nous venons de modéliser avec les différences finies. En particulier, ce n'est l'image ni des réverbérations dans la couche de sédiments volcaniques, ni des réflexions multiples dans les sédiments marins. Il semble donc qu'il s'agisse bien de l'image de phases générées en profondeur. De plus, notons un détail fort intéressant : la tâche en $x=47500$ $z=5000$ est présente au même endroit sur l'image des données (figure 4.4.7) que sur celle des synthétiques (figure 4.5.1). Il s'agit de l'interprétation en tant que PS d'une phase réfléchie de la section OTT de synthétiques. Nous en déduisons que la couche volcanique est somme toute bien modélisée puisque l'image de cette phase se trouve au même endroit sur l'image des synthétiques et sur celle des données.

FIG. 4.5.2 – Migration on synthetic data computed in the velocity model described page 72, and adding an interface at depth 7.9 Km, at which P-wave velocity decreases from 6.5 Km/s to 2 Km/s.

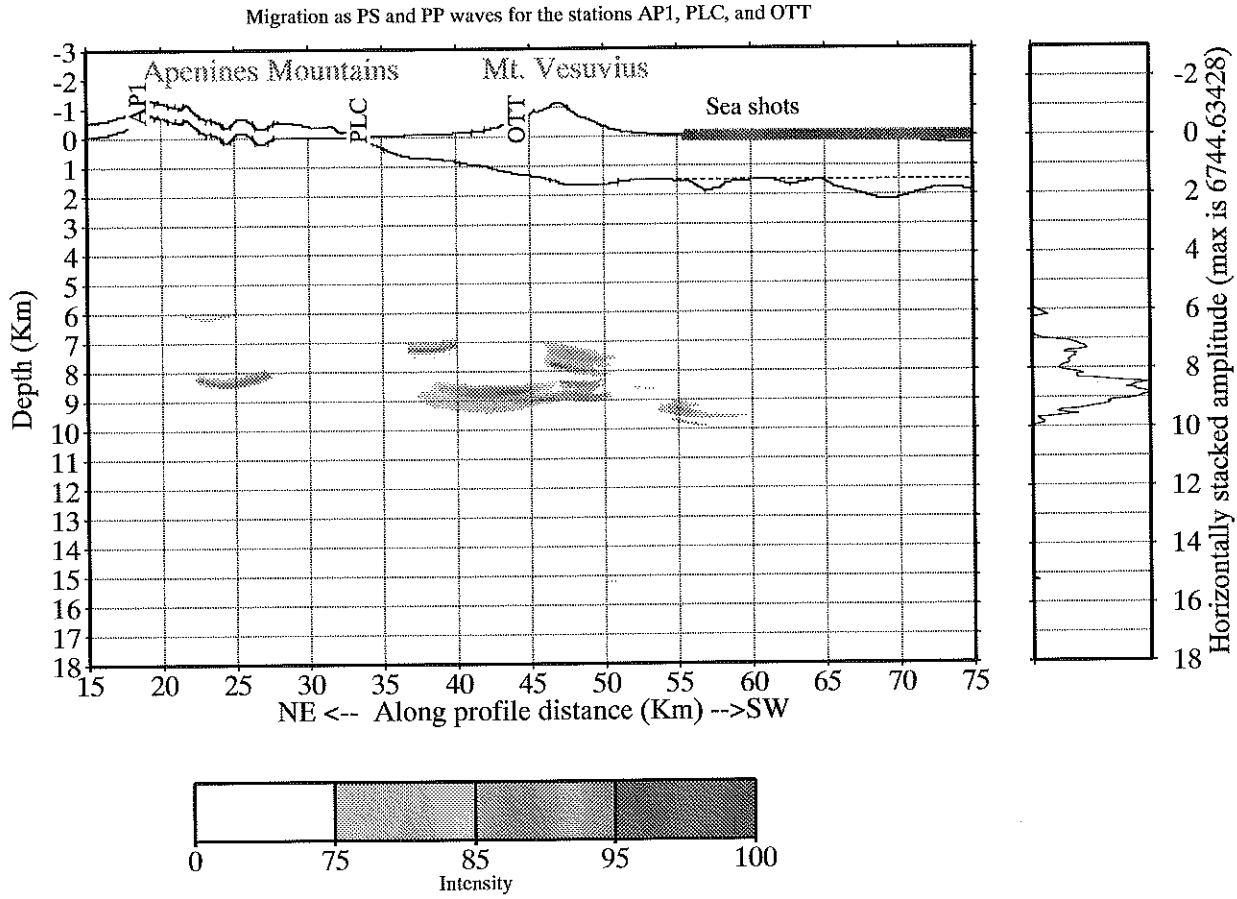


4.5.2. Sensibilité de l'image au modèle de vitesse. Le modèle de vitesse que nous utilisons est imparfait. Il est donc important d'évaluer la sensibilité de l'image finale de migration à la fidélité du modèle de vitesse. Dans ce but, nous calculons des synthétiques dans un modèle de vitesse incluant l'interface LALA, et les migrons. Ensuite nous migrons les mêmes synthétiques *mais en changeant légèrement le modèle de vitesse de référence*. Ainsi, nous pourrions comparer les images obtenues avec un modèle juste et avec un modèle perturbé.

Le modèle d'interface LALA choisi pour le calcul des synthétiques consiste en un abaissement brutal de 6.5 à 2 Km/s de la vitesse des ondes P à une profondeur de 7.9 Km, le rapport V_p/V_s restant inchangé de part et d'autre du réflecteur. Physiquement cela pourrait représenter la transition du milieu calcaire à une couche de roches magmatiques beaucoup plus lentes. L'image de migration obtenue avec le modèle de vitesse de référence est représentée sur la figure 4.5.2. Comme on le voit, la focalisation est excellente, on ne voit pratiquement qu'une barre à la place de l'interface, et la sommation horizontale présente un pic aigu pour la profondeur du réflecteur. L'image des phases non liées à l'interface disparaît presque complètement.

Migrons maintenant les mêmes synthétiques en perturbant les hautes fréquences du modèle de vitesse : l'interface entre sédiments calcaires et dépôts volcaniques en mer est interpolée par un segment de droite. La migration faite pour les trois stations (figure 4.5.3) montre que l'image de l'interface est élargie, défocalisée, sans pour autant qu'en soit changée la profondeur moyenne. Toutefois, on observe que l'image PS de la station la plus lointaine API est restée pratiquement telle quelle, en $x=25000$ et $z=7900$. Pour mieux comprendre ce phénomène, nous présentons en figure 4.5.4 les images PP et PS de cette seule station. La tâche centrale est l'image PP (voir le tracé de rais figure 4.4.3), et le segment au NE l'image PS. On constate que la perturbation du modèle de référence a un effet bien plus fort sur la migration PP que sur la

FIG. 4.5.3 – Migration performed perturbing a high frequency feature of the background velocity model. The volcanic/carbonatic interface is approximated with its interpolation as a straight line (dashed line). Apart from that the model is the one described page 72. Note that the PS migration is very stable against small time delays. The northernmost spot corresponds to the PS migration of the AP1 section : Its position is remained almost unchanged (compare with fig. 4.5.2).

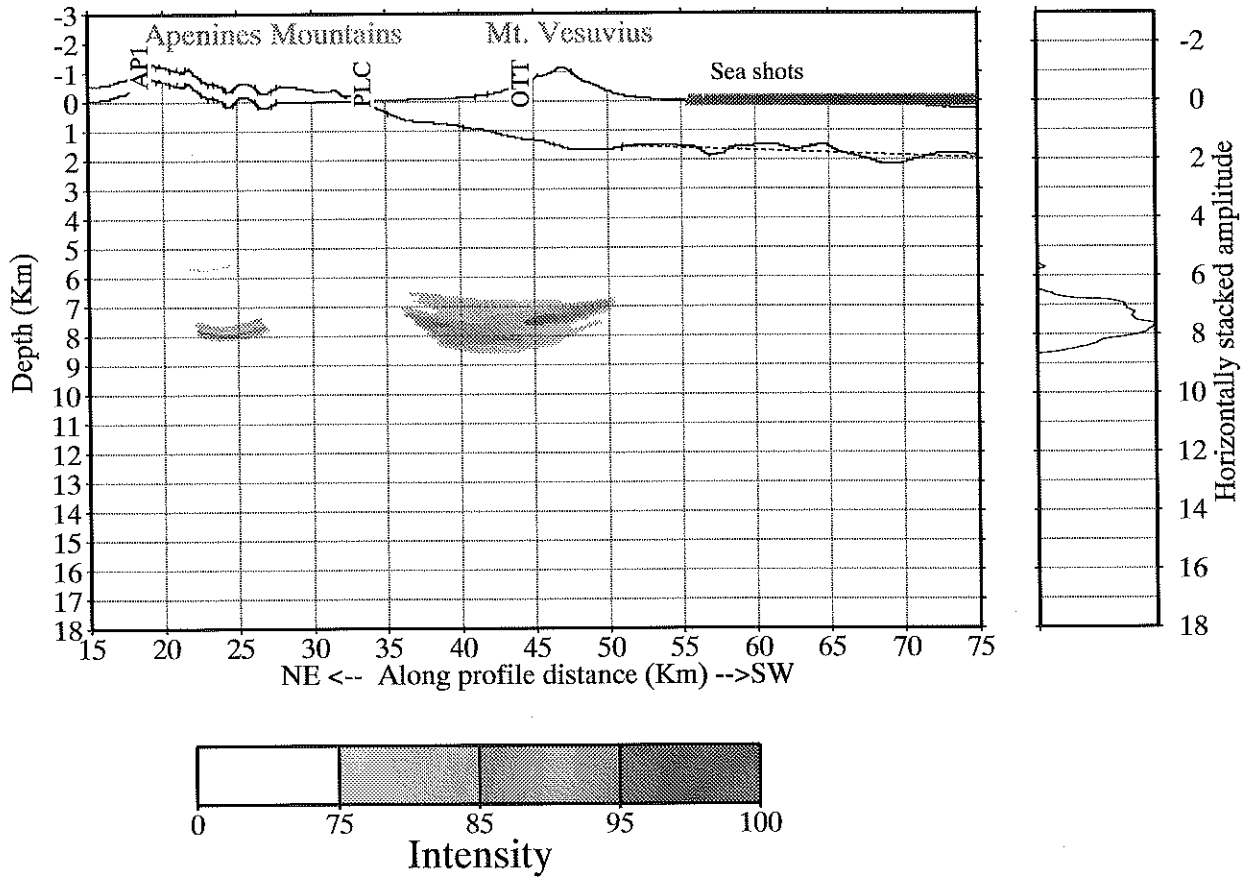


migration PS. Ceci est dû à la sensibilité différente des deux types de phases à des perturbations en temps, comme nous le montrons en annexe B.

Enfin, voyons l'influence de changements des caractéristiques basse fréquence du modèle de vitesse : Effectuons la migration du jeu de synthétiques dans un milieu de vitesse où le calcaire a un gradient constant de vitesse de 0.03 au lieu de 0.05 s^{-1} . Comme le montre la figure 4.5.5, l'effet de cette modification est d'épaissir l'image de l'interface d'une part, et de la déplacer vers le haut d'autre part. En changeant le gradient de vitesse, nous avons fortement perturbé les temps de propagation, et, de fait, l'image de l'interface s'en trouve fortement affectée : Elle a perdu en cohérence latérale, chaque image partielle est séparée des autres. Par comparaison entre les deux images 4.5.3 et 4.5.5, on s'aperçoit que les basses fréquences du modèle de vitesse ont le rôle de rétropropager les phases, et, donc, de positionner leur image dans le milieu. Au contraire, les hautes fréquences sont responsables du degré de focalisation de chaque image.

Nous concluons que la migration nous fournit une image de l'interface vue à travers le prisme déformant d'un modèle de vitesse imparfait. Celui-ci intervient tant au niveau de la netteté de l'image de chaque phase, qu'au niveau de leur position respective dans le milieu. Nous montrons que l'effet des perturbations n'est jamais tel qu'il fait disparaître l'image de l'interface. Celle-ci demeure parfaitement identifiable, et à une position relativement exacte. Ces

FIG. 4.5.4 – PP and PS images of the section AP1 when a high frequency feature of the background velocity model is perturbed. Note that the PS image (the northernmost segment) remains focused, while the PP image is smeared. This is due to the higher sensitivity to small time delays of the PP images at wide angle, discussed in the annex B.



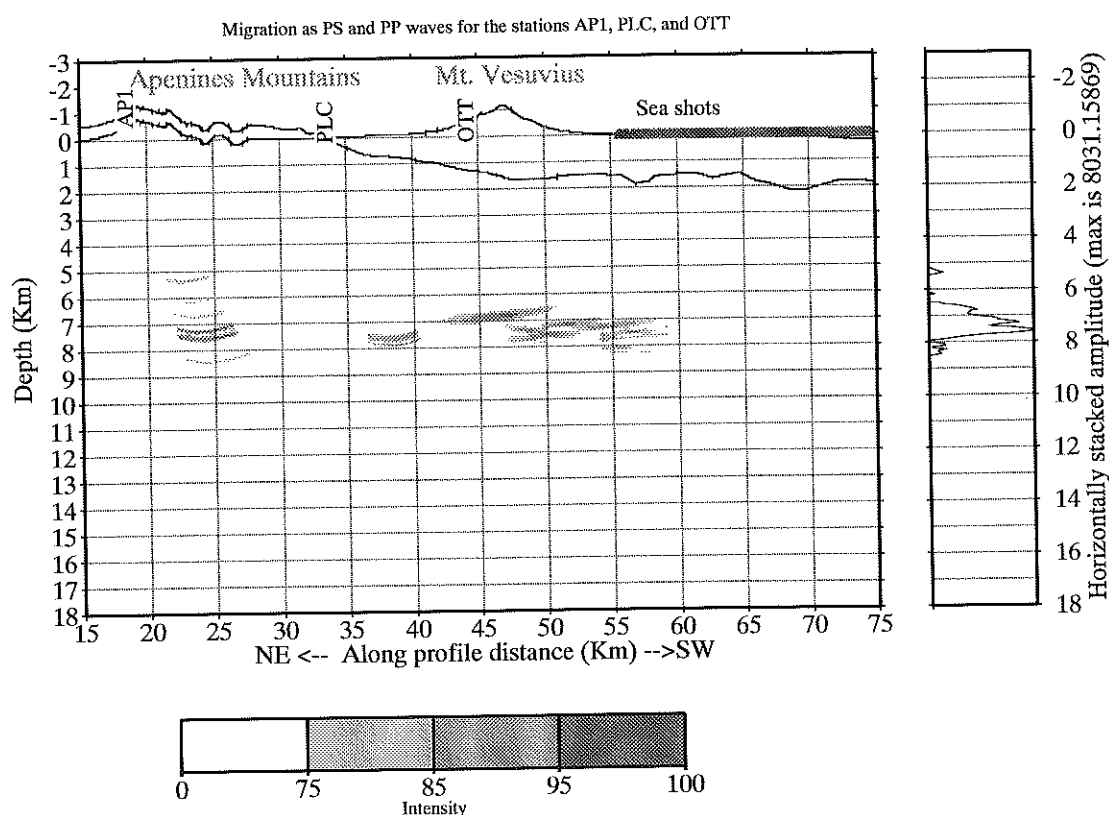
observations justifient d'utiliser pour la migration des données réelles un modèle de référence que nous savons être imparfait.

4.6. Conclusion

L'analyse sommaire des données met en évidence des phases PP et PS réfléchies à une interface de moyenne profondeur -la LALA-, et souligne la grande inhomogénéité des vitesses de propagation dans la zone plus superficielle du milieu de propagation. Par conséquent, nous avons utilisé un modèle de vitesse incluant tous les éléments connus de la structure du volcan. Dans la zone centrale de l'édifice volcanique, ce modèle est construit de façon à être représentatif des modèles de vitesse issus de la tomographie des premières arrivées. En mer, la géométrie de l'interface entre sédiments calcaires et dépôts volcaniques est déterminée par une méthode d'essai erreur, de manière à faire correspondre les temps observés et calculés de la première arrivée sur deux stations situées sur le volcan.

Les premières migrations montrent toutefois que le modèle de vitesse doit être adapté pour obtenir une image claire et continue de l'interface. Le premier paramètre à changer est le rapport V_p/V_s pour lequel nous avons retenu la valeur 1.8, qui est aussi la valeur optimale pour la relocalisation des tremblements de terre locaux (Lomax, communication personnelle). Par la suite, il s'est révélé nécessaire d'augmenter de 8% les vitesses dans les sédiments marins. Ces corrections faites, le réflecteur apparaît dans l'image de migration comme une forme allongée,

FIG. 4.5.5 – Migration of simulated data in a background velocity medium different with different low frequency properties from the one used for the computation of the data. The vertical velocity gradient in the limestone (see velocity model page 72) is set to 0.03 s^{-1} instead of 0.05 .



plate, à environ 8km de profondeur, continue sur plus de 30 km de part et d'autre du cône du volcan. La bonne focalisation de l'énergie rend ce résultat robuste. De plus, nous montrons que les phases PS sont migrées en profondeur en un point proche de la station où elles sont observées. Par conséquent, l'extension minimale de l'interface est bien délimitée par la position des stations auxquelles une phase PS est observée. Des tests synthétiques indiquent que, selon toute probabilité, les phases contribuant à l'image de la LALA sont bien générées en profondeur, et qu'elles ne sont pas dues à la structure superficielle. De plus, les migrations de synthétiques avec des modèles de vitesse perturbés montrent que le processus d'imagerie est stable : les imperfections du modèle de vitesse peuvent défocaliser l'image de l'interface, voire en modifier légèrement la profondeur, mais cette dernière reste tout à fait identifiable et à une position relativement constante. Il semble donc que la faible pente de l'interface (moins d'un km sur 30 km) soit une caractéristique fiable de notre image. Par contre, la profondeur et d'éventuelles rugosités haute fréquences sont plus sujettes aux imperfections du modèle de vitesse, et ne peuvent être déterminées avec précision.

CHAPITRE 5

Détermination du contraste de vitesse

5.1. Introduction

Du point de vue volcanologique, il est capital de savoir si l'interface que nous avons imagée au cours du chapitre précédent est liée d'une façon ou d'une autre à l'activité volcanique. En particulier il nous faut déterminer si le milieu sous-jacent est composé de matériau en fusion partielle, auquel cas il pourrait constituer la source profonde d'alimentation du volcan. Des données sismiques à disposition, nous pouvons espérer déduire le contraste de vitesse à l'interface, et éventuellement, le contraste de densité. Ces grandeurs devraient nous permettre de distinguer entre une roche de type magma, caractérisée par des vitesses de propagation très basses, et les autres roches de type "solide" présentes en profondeur dans la région.

Dans le cadre des méthodes non linéaires, on détermine en général le contraste de vitesse en étudiant les variations du coefficient de réflexion avec l'angle d'incidence. Ce coefficient est extrait des données en analysant les variations d'amplitude d'une phase réfléchie à l'interface. Les méthodes classiques d'étude des variations de l'amplitude en fonction de l'angle (AVA, Amplitude Versus Angle) requièrent de connaître le signal source, parce que leur principe est de déterminer puis d'analyser *la valeur* du coefficient de réflexion. Les difficultés pratiques à reconstituer le signal source à partir de l'enregistrement des microphones situés à côté des canons nous ont conduit à choisir une autre voie, décrite en détail dans le chapitre 3, qui permet de reconstituer *les variations* du coefficient de réflexion avec l'angle, en s'affranchissant de l'amplitude et de la forme de la source.

Dans la première partie de ce chapitre, nous montrons de plus que la géométrie particulière du dispositif d'acquisition et du milieu de propagation permet de reconstruire les variations du coefficient de conversion par la mesure de deux phases, la PS et la première arrivée. Dans un deuxième temps, nous construisons les courbes théoriques de variation de ce coefficient pour un très grand nombre de modèles de vitesse du milieu sous-jacent. La comparaison entre les courbes théoriques et expérimentales nous permet dans un troisième temps de déterminer les modèles plus cohérents avec les observations. Enfin, nous migrons plusieurs jeux de synthétiques calculés avec des contrastes de vitesse différent, et nous vérifions que les modèles plus probables du point de vue de l'analyse du coefficient de réflexion sont aussi ceux qui donnent les images de migration plus proches de celle des données.

5.2. Variations du coefficient de conversion PS expérimental

Au cours du chapitre précédent nous avons montré que les ondes PS fournissent une image de migration fiable, essentiellement parce qu'elle sont relativement insensibles aux imperfections du modèle de vitesse de référence. De plus, et ce point est crucial, pour une collection à récepteur commun, tous les points d'impact sont concentrés en une zone très restreinte. Cela implique que l'analyse du coefficient de conversion à une seule station ne sera pas perturbée par d'éventuelles variations latérales des propriétés du milieu sous-jacent. Enfin, dans notre jeu de données deux ou trois sections comportent une phase PS claire et relativement continue. C'est donc sur ce type d'ondes que nous basons l'analyse quantitative.

Nous représentons sur la figure 5.2.5 le mouvement horizontal du sol à la station OTT, sans normaliser trace par trace. On s'aperçoit que la section est composée de bandes verticales, à l'intérieur desquelles l'amplitude est alternativement plus faible ou plus forte sur toute la

longueur des traces, indépendamment des phases. Comme il s'agit d'une collection à récepteur commun, cela implique que la quantité d'énergie sismique introduite dans le milieu par les sources varie considérablement le long du profil. Il peut s'agir de variations de puissance des canons à air, ou d'une inégale efficacité de la transmission du signal sismique entre la mer et les sédiments sous-jacent. Quoiqu'il en soit, on se rend compte que l'amplitude de la phase PS observée sur une trace dépend non seulement du coefficient de conversion que nous cherchons à déterminer, mais aussi du signal source. Par signal source, nous entendons l'effet complet qui résulte de l'interaction entre l'onde issue du canon et le milieu superficiel. Un tel effet est pratiquement impossible à modéliser car, d'une part, la structure superficielle n'est pas connue parfaitement, notamment du point de vue de ses propriétés anélastiques, et parce que, d'autre part, il est fort complexe de reconstituer le signal total en champ lointain émis par huit canons.

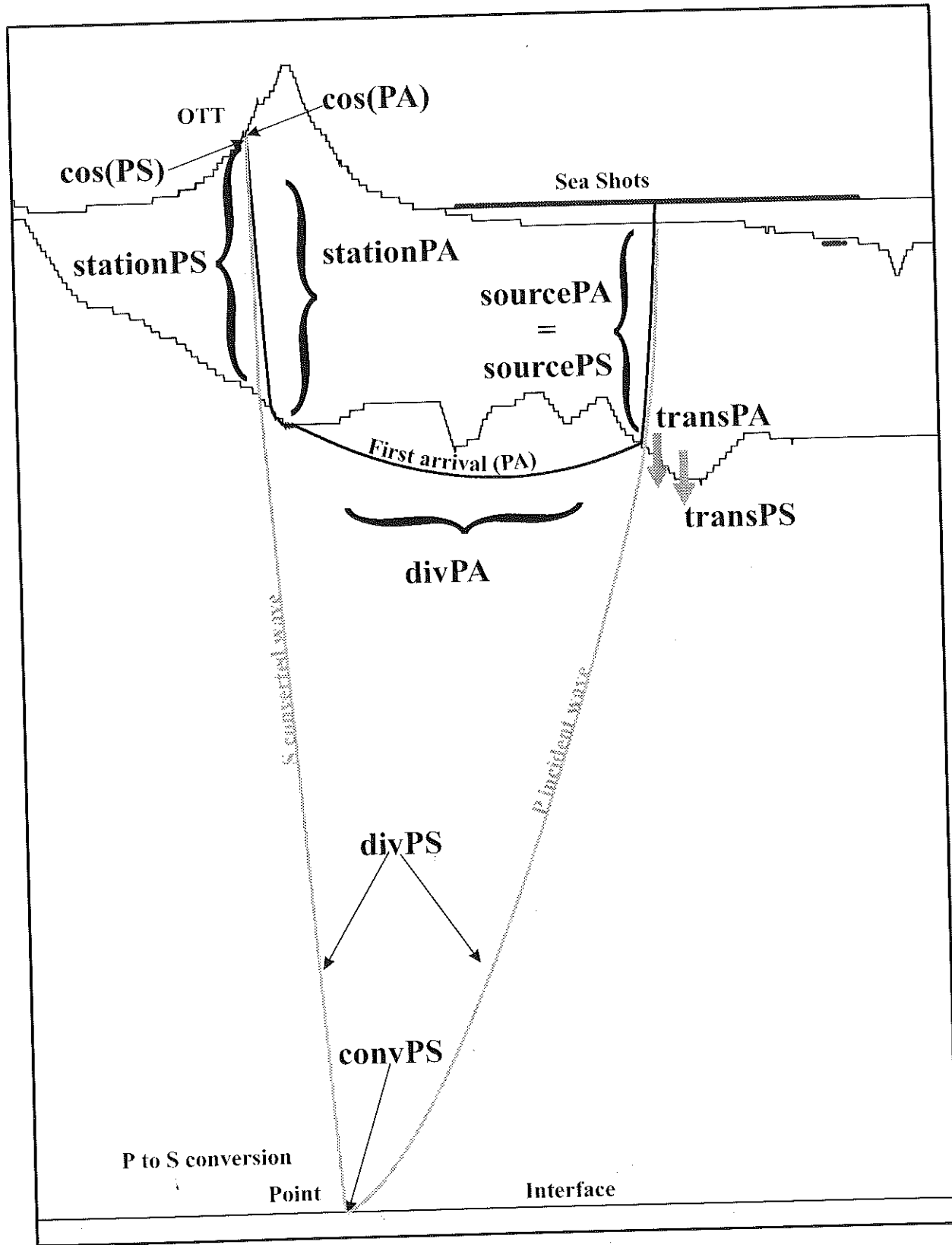
5.2.1. Comment s'affranchir du signal source. Aussi nous choisissons d'étudier les variations relatives de deux phases observées à une même station : la première arrivée (PA) et la convertie PS. Le principe est qu'elles ont toutes deux subi les mêmes effets de source. Par conséquent, les variations de leur rapport devraient être indépendantes de la source, et pouvoir être directement reliées aux variations du coefficient de conversion. Mais, pour appliquer cette analyse, nous avons donc besoin de stations auxquelles ces deux types de phase soient clairement identifiables. Dans ces conditions, le choix se restreint à deux stations situées sur les flancs du volcan OTT et PDG (voir carte 4.1.1).

Modélisons tout d'abord l'amplitude observée de la PS à une unique station, en nous aidant du croquis 5.2.1 et de la formule générale :

$$(5.2.1) \quad PS = \cos(PS) \cdot stationPS \cdot sourcePS \cdot transPS \cdot divPS \cdot convPS$$

Le terme $\cos(PS)$ est le cosinus de l'angle entre le rai S arrivant à la station et la verticale. Il effectue la projection du mouvement du sol à la station le long de la direction d'observation. En effet nous choisissons de mesurer l'amplitude des ondes PS sur la composante horizontale des sections, qui, pour cette phase, présentent le rapport signal/bruit le plus favorable, et, au contraire, de pointer la première arrivée sur la composante verticale. Le terme scalaire $sourcePS$ représente l'effet de source global, c'est à dire le rapport entre l'amplitude du signal émis par les canons, et l'amplitude de l'onde à son arrivée à l'interface entre sédiments calcaires et dépôts volcaniques en mer. Il inclut donc l'atténuation anélastique subie dans les sédiments marins. De plus, au passage à l'interface avec le socle calcaire, le coefficient de transmission $transPS$ s'applique à l'onde descendante. Le terme $stationPS$ est le rapport entre l'amplitude de l'onde S à son arrivée à l'interface calcaires/volcaniques sous le volcan, et la grandeur mesurée à la station. Elle comprend donc le coefficient de transmission à la remontée, et l'atténuation anélastique dans les dépôts volcaniques. De plus, nous choisissons d'y inclure la constante électrodynamique, parce que, comme nous le verrons plus tard, le terme $stationPS$ disparaît des équations. Par ce biais, la mesure des variations du coefficient de conversion devient indépendante des éventuelles erreurs de tarage des senseurs. Par ailleurs, $divPS$ représente la divergence sphérique subie par l'onde convertie, d'abord comme P, puis comme S, dans les sédiments calcaires. Soulignons que les termes $stationPS$ et $sourcePS$, d'après leurs définition, englobent les effets de propagation dans la couche des dépôts volcaniques. Par conséquent la divergence sphérique $divPS$ ne se réfère qu'au parcours dans les sédiments calcaires, et pourra donc être calculée analytiquement pour une vitesse constante de 6km/s (le gradient vertical de 0.05 s^{-1} sera négligé). Enfin, le dernier terme $convPS$ est celui qui présente le plus d'intérêt pour nous, puisqu'il s'agit du coefficient de conversion de P à S à l'interface que nous cherchons à déterminer.

FIG. 5.2.1 – Notations used to modelize the amplitude of the first arrival (PA) and PS at station OTT.



De la même manière, nous modélisons la première arrivée PA :

$$(5.2.2) \quad PA = \cos(PA).stationPA.sourcePA.transPA.divPA$$

En divisant membre à membre les deux équations 5.2.1 et 5.2.2, nous obtenons le rapport des deux phases, dans lequel, à priori, chaque terme dépend du numéro d'explosion ep :

$$(5.2.3) \quad \frac{PS}{PA}(ep) = \frac{\cos(PS)(ep).divPS(ep).sourcePS(ep).transPS(ep).stationPS(ep)}{\cos(PA)(ep).divPA(ep).sourcePA(ep).transPA(ep).stationPA(ep)}.convPS(ep)$$

Le tracé de rais pour les deux phases, sur la figure 5.2.2, nous montre tout d'abord que de nombreux termes ne varient pas de source en source. On voit que, quelle que soit la source, les rais de la PS sont pratiquement identiques entre l'interface calcaire/volcanique et la station. Par conséquent les termes $\cos(PS)$ et $stationPS$ sont indépendants de ep . Nous pouvons faire la même observation pour les coefficients de la première arrivée, $\cos(PA)$ et $stationPA$. Nous faisons par ailleurs l'hypothèse que $transPA$ et $transPS$ sont eux aussi indépendants de ep . Cela revient à supposer que la géométrie de l'interface entre sédiments calcaires et dépôts volcaniques en mer est assez régulière pour ne pas créer de fortes variations des coefficients de transmission. Nous vérifions cette hypothèse en montrant que l'amplitude des ondes n'est pas corrélée aux variations de l'interface (figure 5.2.3)

Ensuite on notera que, pour chaque source, les ondes PA et PS suivent approximativement le même trajet dans les sédiments marins au départ de la source, on posera $sourcePS(ep) = sourcePA(ep)$. Ce passage est fondamental puisqu'il nous permet d'éliminer les effets de source de l'expression du rapport d'amplitude des deux phases :

$$\frac{PS}{PA}(ep) = \frac{\cos(PS).divPS(ep).transPS.stationPS}{\cos(PA).divPA(ep).transPA.stationPA}.convPS(ep)$$

Dans cette dernière expression, nous avons supprimé la dépendance en ep de nombreux termes, en accord avec ce qui précède. Isolons maintenant le coefficient de conversion :

$$(5.2.4) \quad convPS(ep) = \frac{\cos(PA).stationPA.transPA}{\cos(PS).stationPS.transPS} \cdot \frac{divPA(ep)}{divPS(ep)} \cdot \frac{PS}{PA}(ep)$$

Cette expression comporte encore des termes difficilement mesurables comme l'effet de $station$, ou dépendant fortement du milieu de vitesse superficiel comme les cosinus des directions d'arrivée à la station, $\cos(PA)$ et $\cos(PS)$. Notons toutefois qu'ils ne dépendent pas de la source. On peut donc obtenir une expression plus facilement exploitable en considérant les *variations normalisées du coefficient de conversion* :

$$(5.2.5) \quad \overline{convPS(ep)} = \frac{convPS(ep)}{\sum_{ep=1}^{N_{sources}} convPS(ep)}$$

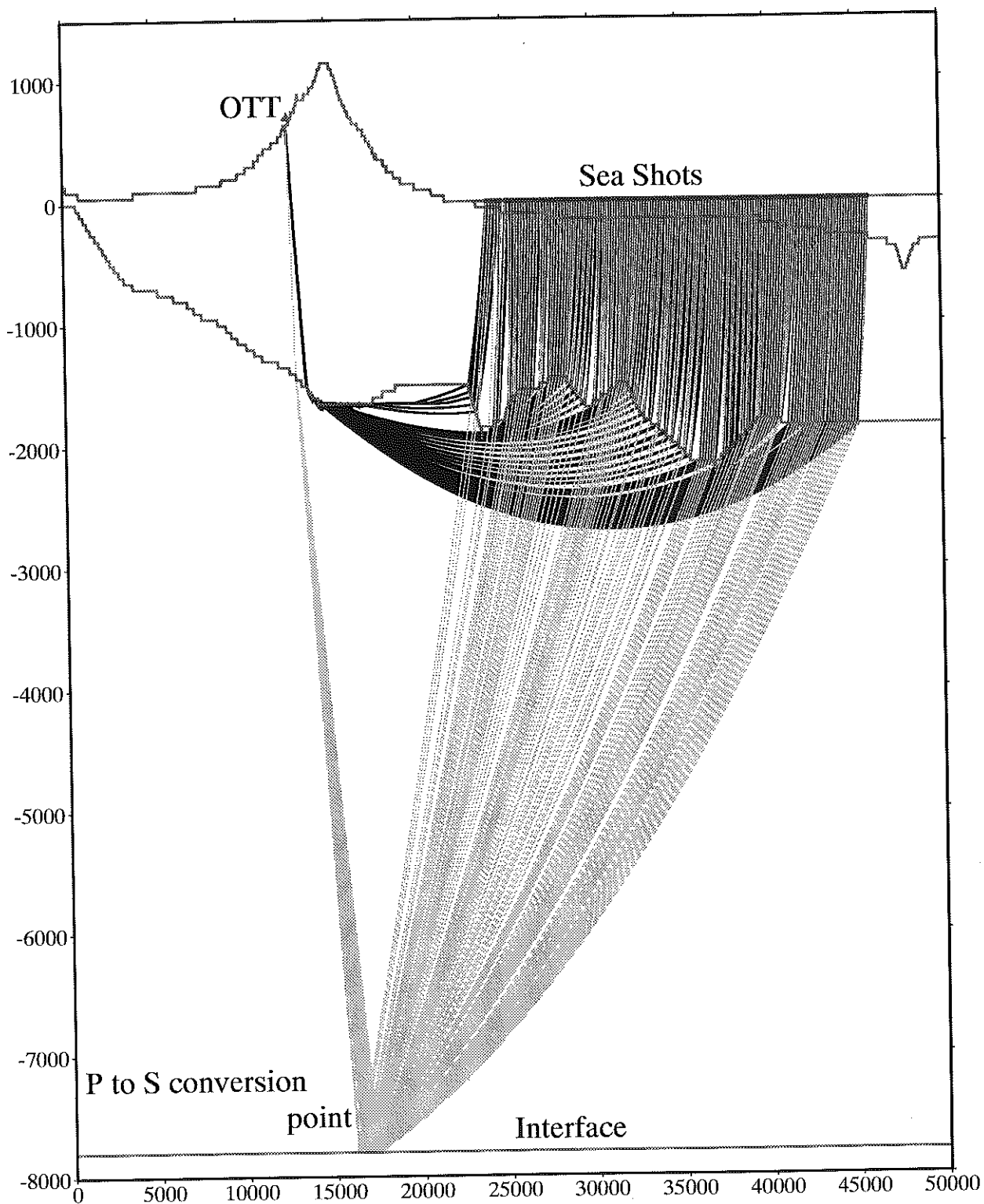
En insérant l'expression du coefficient de conversion expérimental 5.2.4 dans l'équation précédente, puis en simplifiant, on a :

$$(5.2.6) \quad \overline{convPS(ep)} = \frac{\frac{\cos(PA).stationPA.transPA}{\cos(PS).stationPS.transPS} \cdot \frac{divPA(ep)}{divPS(ep)} \cdot \frac{PS}{PA}(ep)}{\sum_{ep=1}^{N_{sources}} \frac{\cos(PA).stationPA.transPA}{\cos(PS).stationPS.transPS} \cdot \frac{divPA(ep)}{divPS(ep)} \cdot \frac{PS}{PA}(ep)}$$

$$(5.2.7) \quad = \frac{\frac{divPA(ep)}{divPS(ep)} \cdot \frac{PS}{PA}(ep)}{\sum_{ep=1}^{N_{sources}} \frac{divPA(ep)}{divPS(ep)} \cdot \frac{PS}{PA}(ep)}$$

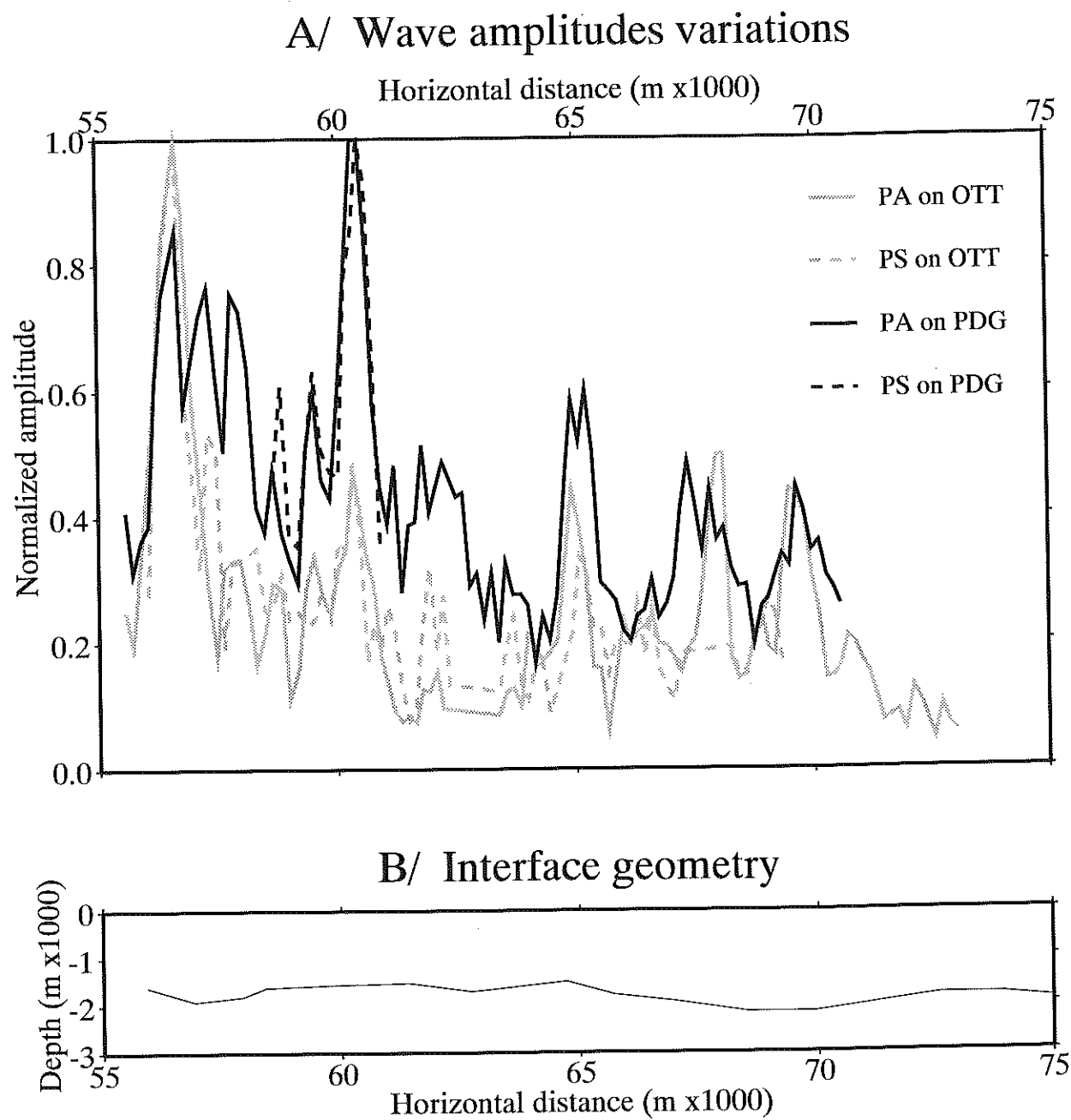
Avec l'expression 5.2.7 nous avons relié les variations du coefficient de conversion au rapport PS/PA mesuré expérimentalement, et au rapport des divergences sphériques qui peuvent être calculées analytiquement, parce qu'elles se réfèrent à un milieu pratiquement homogène.

FIG. 5.2.2 – Rays of the PS converted at the LALA interface, and the first arrival. The path of both waves is identical under the sources, till they arrive at the carbonates.



5.2.2. Les mesures. Nous présentons les mesures de la PA et de la PS pour la station OTT sur les figures 5.2.4 et 5.2.5, et de la PS pour la station PDG sur la figure 5.2.6. L'identification des phases est permise par la migration faite au chapitre précédent. Par ailleurs, la forme de l'interface permet d'associer à chaque source l'angle d'incidence de l'onde P à l'interface, suivant le principe décrit au paragraphe 3.1.2. L'amplitude mesurée est l'amplitude de pic de

FIG. 5.2.3 – Possible correlation between the amplitudes of the PA and PS measured in OTT and PDG (A), and the shape of the interface between carbonates and volcanic sediments at sea (B).



l'ondelette de la phase. Notons que si la mesure de la PA se fait facilement, il est parfois difficile d'identifier la PS. Ainsi, pour la section PDG, nous n'avons pu la mesurer qu'à quelques sources seulement. La figure 5.2.7A résume les mesures faites de la PA et de la PS à la station OTT. Les courbes brutes ont dû être lissées moyennant une technique de moyenne glissante avant d'en calculer le rapport. On notera que ce dernier reste pratiquement constant, sur toute la section, égal à 2. Le graphique 5.2.7B représente l'amplitude brute de la PS en fonction de celle de la PA, pour les deux stations. La cohérence des courbes est frappante, les mesures se répartissant de part et d'autre d'une droite d'équation $PS = 2 * PA$, ce qui confirme la valeur du rapport du graphe précédent. De plus les courbes de OTT et PDG ont une même pente, ce qui implique un même rapport PS/PA, bien qu'elles illuminent deux points différents de l'interface.

FIG. 5.2.4 – Measurement of the first arrival (PA) amplitude on the CRG OTT. The amplitude picked is the peak amplitude of the wavelet.

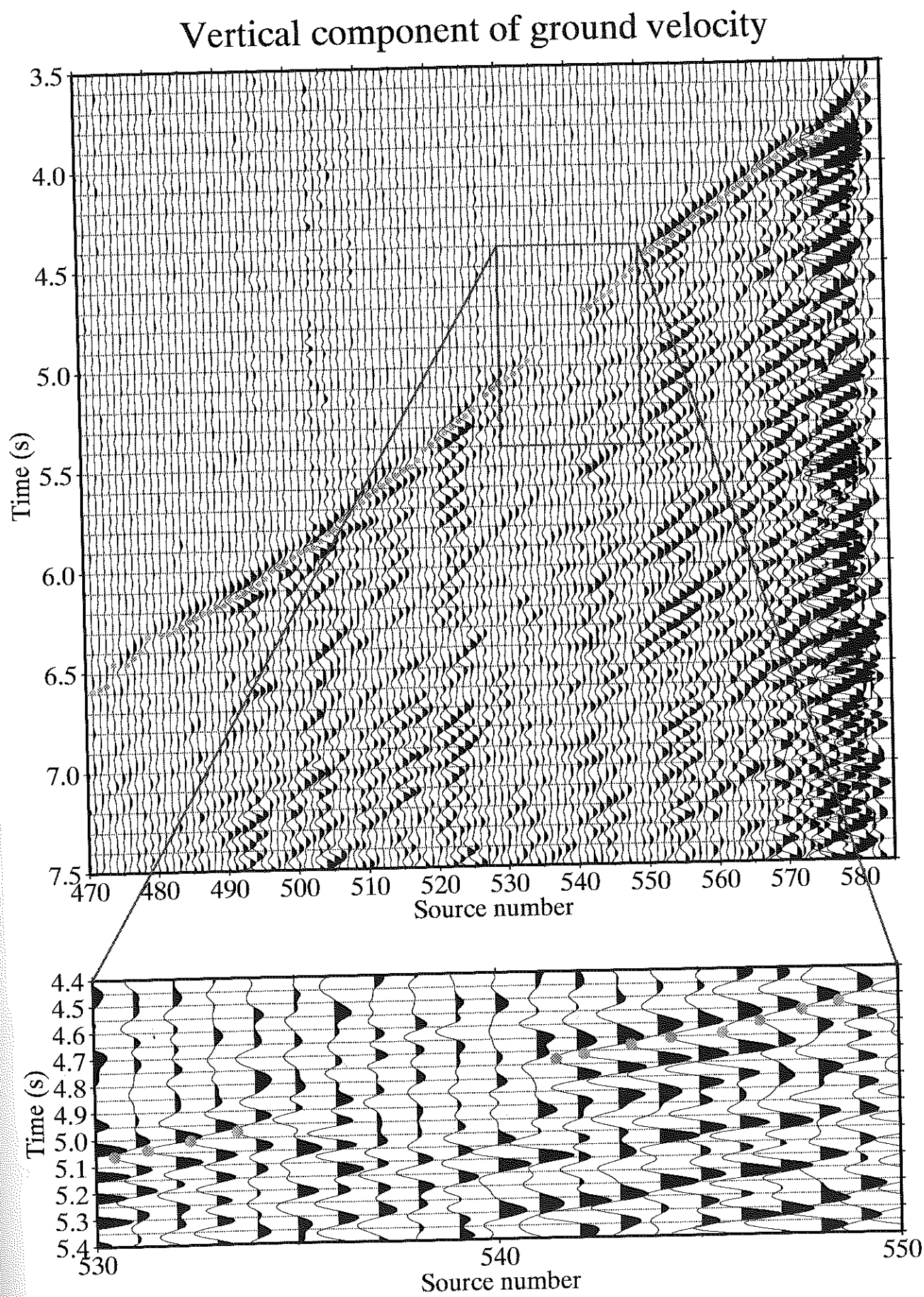


FIG. 5.2.5 – Measurement of the P to S converted (PS) amplitude on the CRG OTT. The amplitude picked is the peak amplitude of the wavelet. The phase was identified with the help of the migrated image obtained in the last chapter.

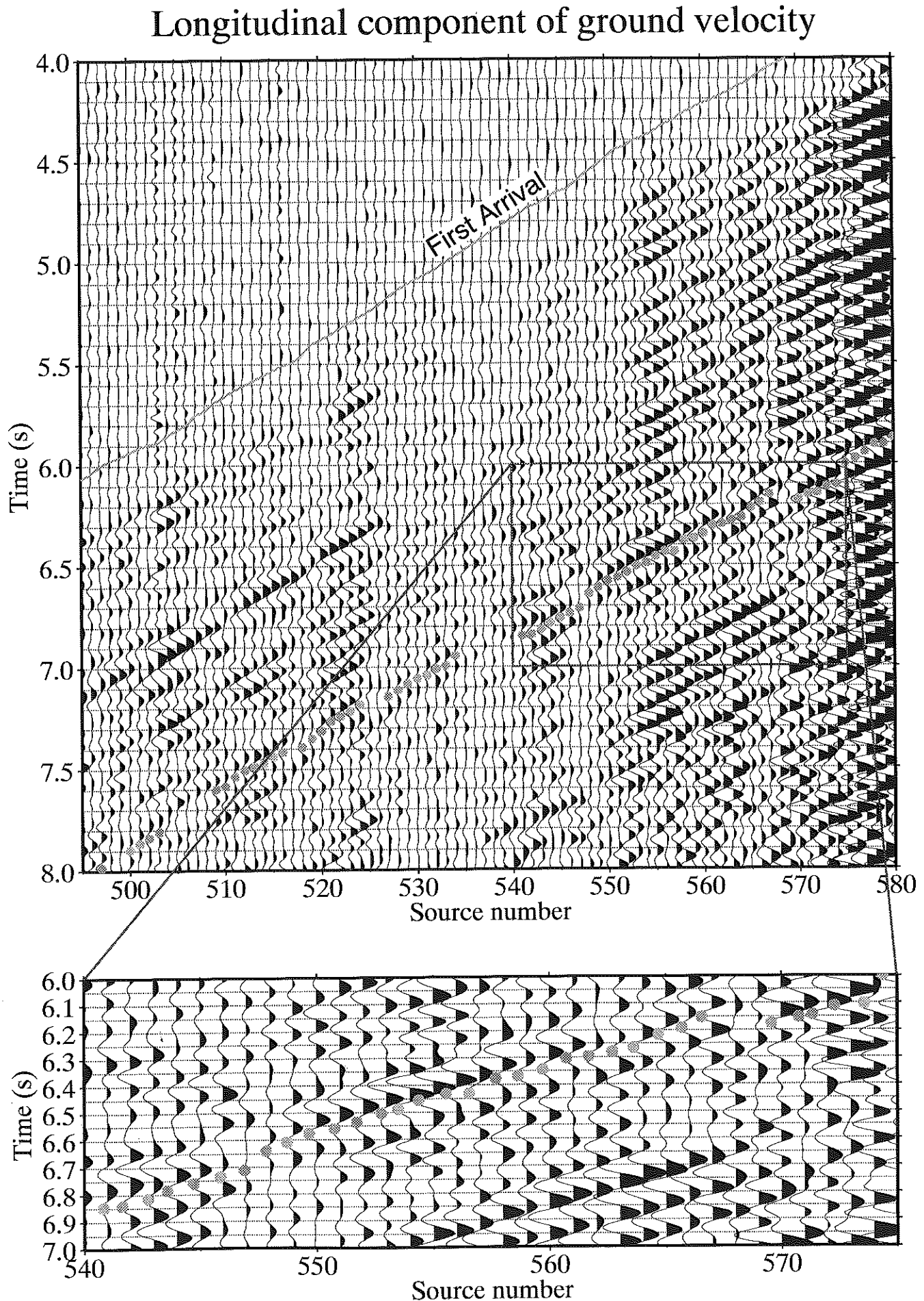


FIG. 5.2.6 – Measurement of the P to S converted (PS) amplitude on the CRG PDG. The amplitude picked is the peak amplitude of the wavelet. The phase could not be identified without ambiguity along the whole section.

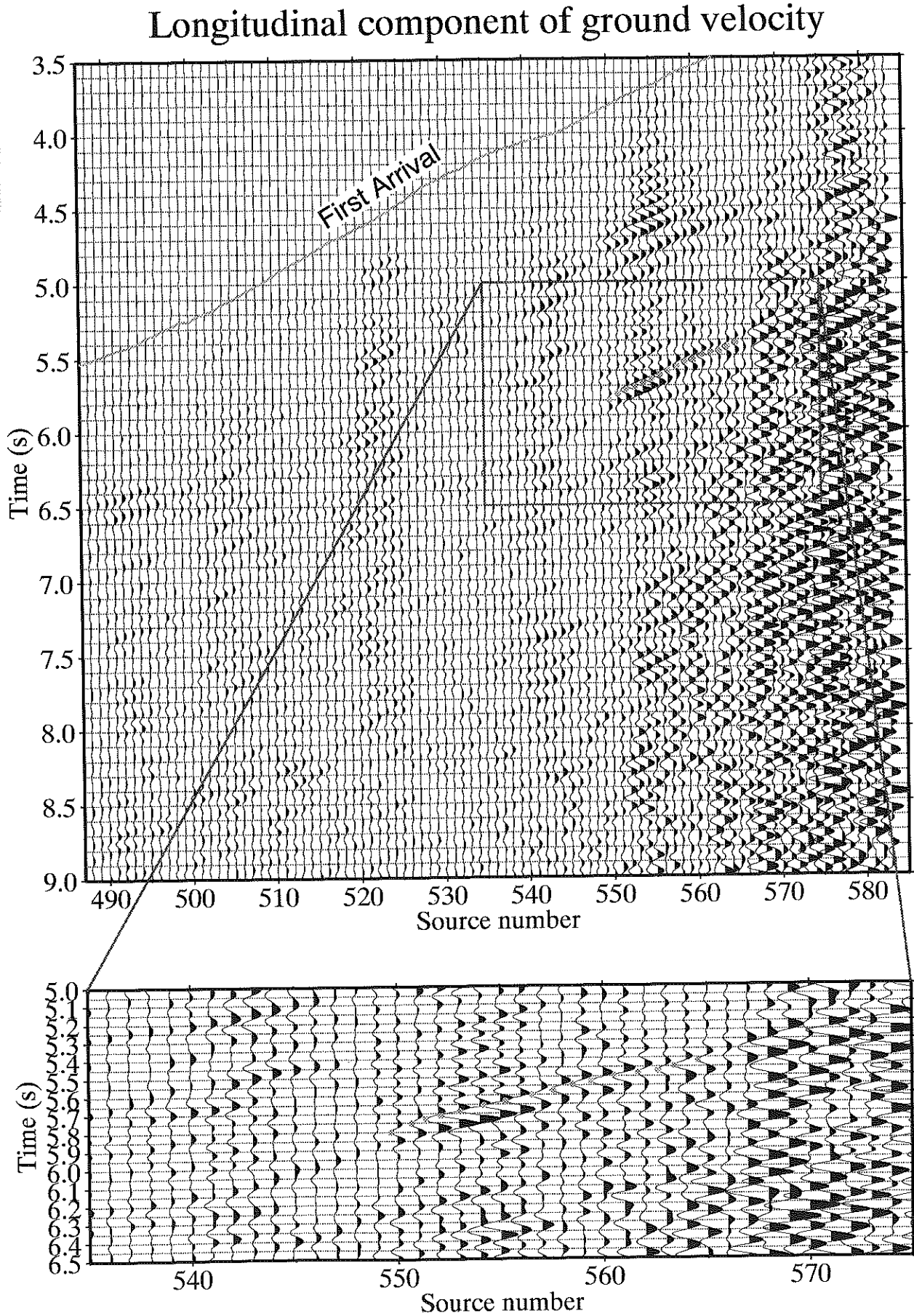
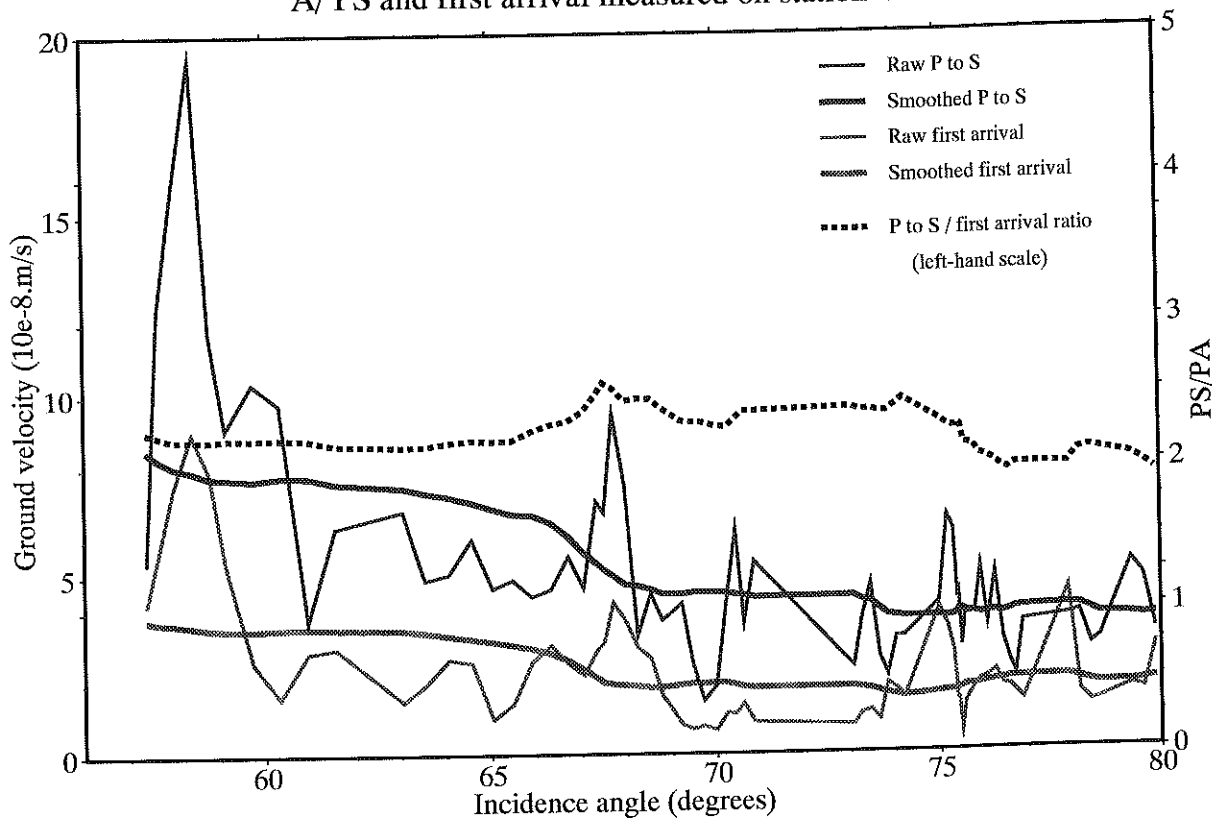
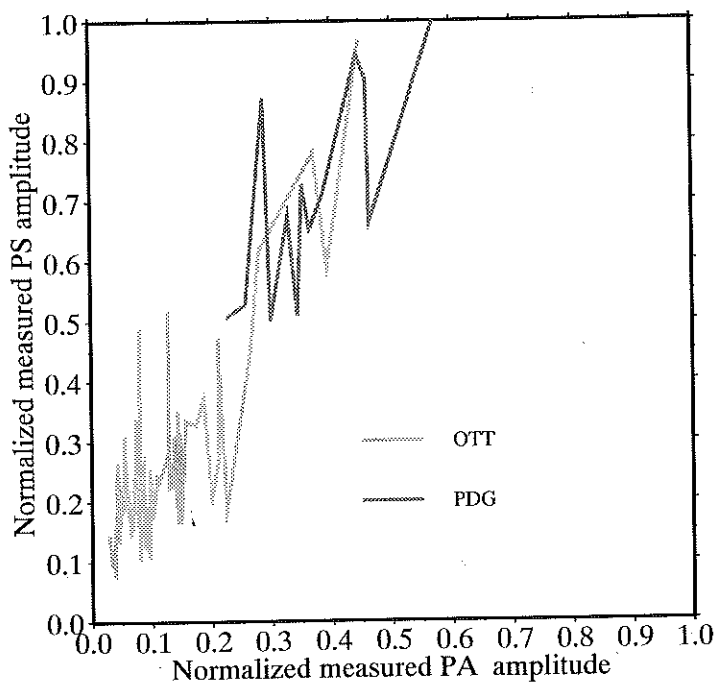


FIG. 5.2.7 – On the first panel, measurement of PS and PA for station OTT. The raw curves have to be smoothed by a moving average technique before the ratio can be computed. On the second panel are represented the *raw* PS vs PA for the stations OTT and TRE. We note that the curves, albeit very noisy on the first panel, appear very consistent.

A/ PS and first arrival measured on station OTT



B/ P to S vs first arrival for stations PDG and OTT



Cela indique que les hétérogénéités latérales sont faibles. Aussi, dans la suite, nous traiterons conjointement les deux stations, comme si les points d'impact étaient uniques.

5.3. Comparaison du coefficient de conversion expérimental et théorique

Il nous reste à résoudre un problème inverse : La question est maintenant de savoir quelles sont les propriétés du milieu sous-jacent les plus compatibles avec les variations expérimentales du coefficient de conversion. Pour ce faire, nous nous appuyons sur la possibilité de calculer les coefficients de conversion théoriques. Citons [Aki and Richards, 1980] pour le cas élastique isotrope, et [Carcione, 1997] pour des milieux isotropes transverses et viscoélastiques. Dans un premier temps, nous déterminerons le meilleur modèle en envisageant successivement toutes les possibilités physiquement raisonnables pour V_p et V_s , et en considérant nul le contraste de densité. Ceci correspond à l'hypothèse que le milieu sous-jacent est constitué de magma en équilibre lithostatique. Dans un deuxième temps l'analyse de résolution montrera que le résultat est en fait relativement indépendant de la densité du milieu sous-jacent.

5.3.1. Recherche systématique du meilleur modèle. Pour déterminer si un modèle est plus compatible qu'un autre avec les données, il nous faut nous munir d'un critère de ressemblance entre les courbes expérimentale et théorique des variations du coefficient de conversion. Nous choisissons comme critère la somme du carré des distances entre chaque point. Celui-ci atteindra son minimum pour le contraste de vitesse créant les variations du coefficient théorique les plus proches des mesures expérimentales :

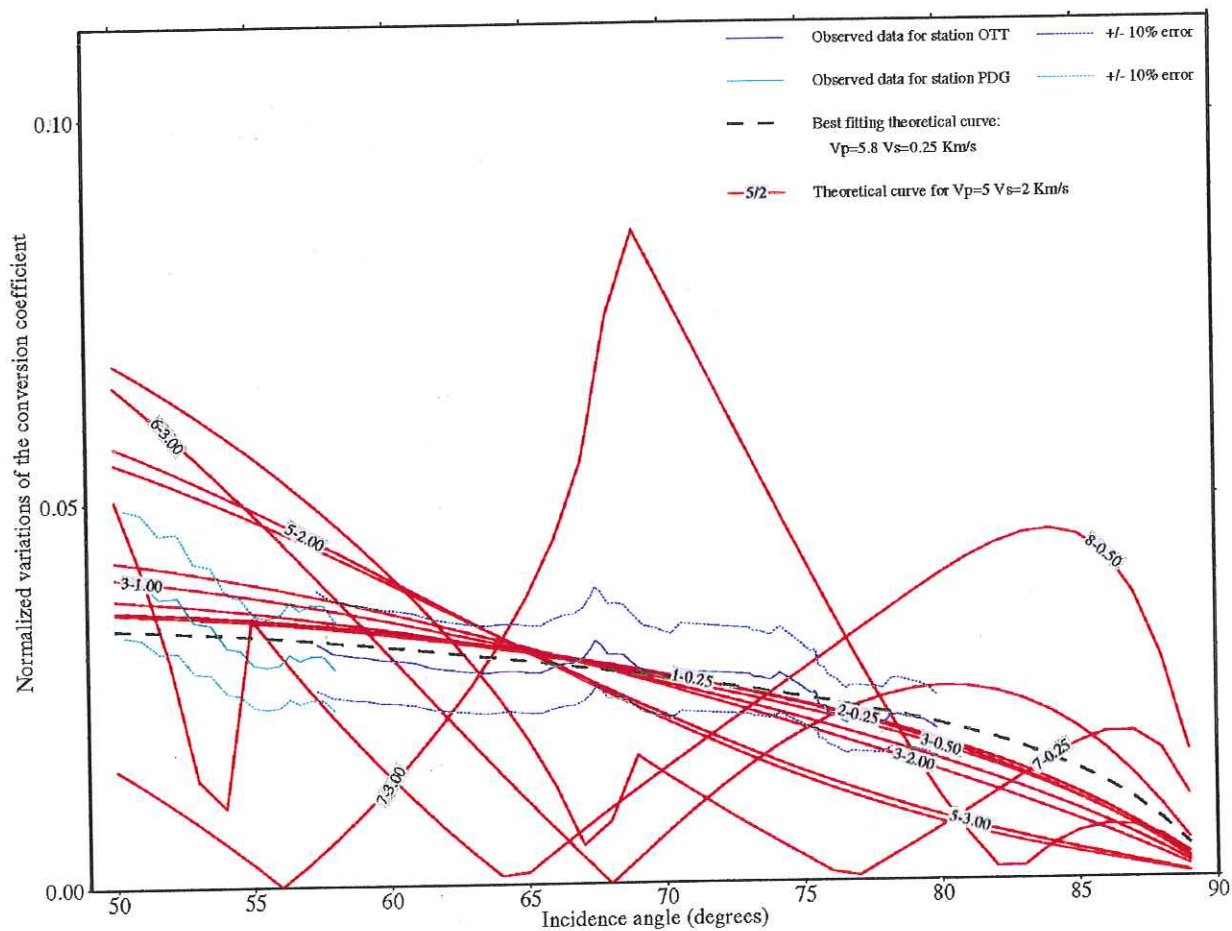
$$(5.3.1) \quad C = \sum_{\text{angle}=\text{angle min}}^{\text{angle max}} (\overline{\text{convPS}(\text{angle})} - \overline{\text{convtheo}(\text{angle})})^2$$

Dans cette dernière expression, $\overline{\text{convtheo}(\text{angle})}$ désigne les variations angulaires du coefficient de conversion théorique, calculé dans le modèle d'essai de milieu sous-jacent, et normalisé comme dans 5.2.5. A chaque numéro d'explosion ep nous avons associé l'angle d'incidence correspondant, de sorte que l'intervalle angulaire couvert par les deux stations s'étend de 50° à 80° . Nous avons ensuite calculé le critère de ressemblance pour tous les modèles tels que V_p et V_s soient compris entre 0 et 10 km/s, en supposant nul le contraste de densité. Le minimum est atteint pour $V_p=5.8$ Km/s et $V_s=0.25$ Km/s.

La figure 5.3.1 est un abaque résumant les variations des coefficients de conversion théoriques pour une sélection de modèles de milieu sous-jacent, incluant le meilleur modèle. Sont aussi reportées les courbes expérimentales relatives aux stations OTT et PDG, bordée chacune par deux courbes correspondant à un intervalle d'erreur relative de 10%. La première observation à faire est que tous les modèles où V_p est supposé plus grand que dans le milieu de référence présentent un pic dans les variations du coefficient de conversion. Ce pic, large de plusieurs degrés, correspond au passage par un angle critique. D'aussi brusques augmentations ne sont pas observées sur les courbes expérimentales, mais cela est dû au lissage effectué sur les mesures de PS et PA avant le calcul du rapport. Si nous reprenons les données brutes sur la figure 5.2.7A, la présence d'une conversion critique se manifesterait par une brusque augmentation de la valeur de PS, PA restant relativement constante. Or on voit que les pics de la courbe de PS restent corrélés à des pics de PA, et correspondent donc très probablement à des effets de source. En conséquence, il semble que la vitesse des ondes P diminue au passage à l'interface. Notons que l'intervalle angulaire couvert par les mesures joue un rôle déterminant : Il est assez large pour inclure les angles critiques de tous les modèles où V_p augmente à l'interface. Ce n'est que dans ces conditions que nous pouvons conclure que le contraste de vitesse P est négatif.

En observant la figure 5.3.1, nous voyons que ce qui fait la caractéristique principale du meilleur modèle et des courbes théoriques est *la lenteur de leur variations*. Cette observation

FIG. 5.3.1 – Variations of the conversion coefficient for a selection of velocities in the lower medium. The density contrast is supposed to be zero. Also represented the experimental curves associated to the stations OTT and PDG, and the 10% confidence interval. Finally, in black dash, the curve corresponding to the best model $V_p=5.8$ Km/s and $V_s=0.25$ Km/s.



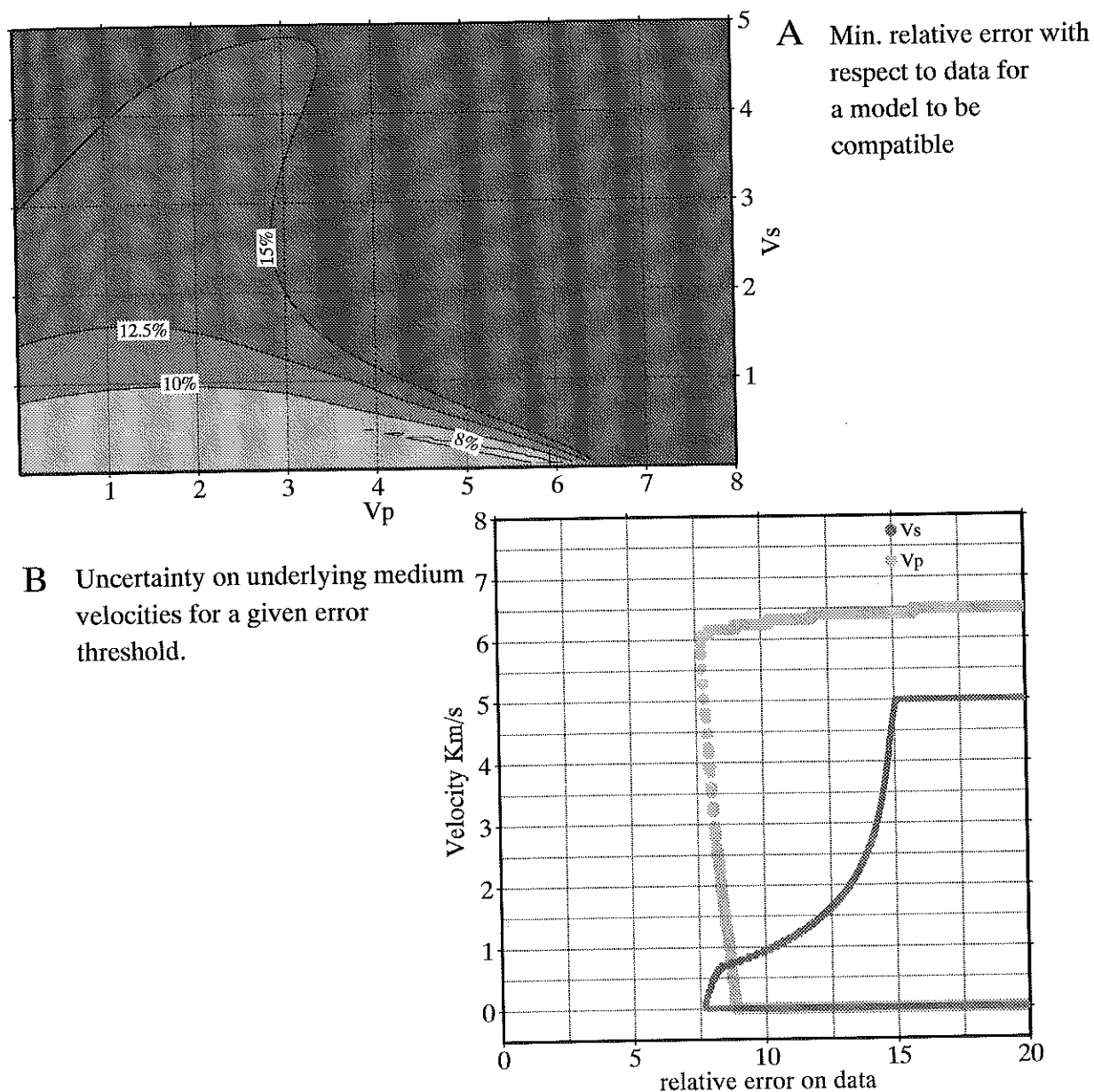
permet d'écarter un grand nombre de modèles générant des variations rapides du coefficient de conversion, et associés à des valeurs grandes ou moyennes de V_s . Cette faible variation du coefficient de conversion expérimentale est la conséquence directe de la valeur pratiquement constante que nous avons trouvée pour le rapport PS/PA (figure 5.2.7A). La courbure des variations du coefficient de conversion expérimental est due presque exclusivement à la variation du rapport des divergences sphériques (équation 5.2.7). En conclusion, nous dirons que les modèles compatibles avec les données sont caractérisés par une très faible valeur de V_s , alors que la seule contrainte sur V_p est qu'elle est plus faible dans le milieu sous-jacent que dans le milieu supérieur.

5.3.2. Étude de la résolution. Est-il possible d'affiner la conclusion faite plus haut ? Par exemple, un modèle pour lequel $V_s=2$ km/s est-il compatible ? Cela pose la question de l'erreur qui entache les données, et de l'incertitude qui en découle sur le résultat. Plus l'erreur admise sur les données est grande, plus le nombre de modèles compatibles augmente.

Nous dirons que la mesure du rapport PS/PA est affectée d'une erreur e si la vraie valeur r peut être comprise entre :

$$(1 - e) \cdot \frac{PS}{PA} \leq r \leq (1 + e) \cdot \frac{PS}{PA}$$

FIG. 5.3.2 – On panel A is represented the minimum relative error that has to be allowed on the data for each model to be compatible. A 7.6 % error has to be allowed on data so as the best model ($V_p=5.8$, $V_s=0.25$ Km/s) to be compatible. On panel B are plotted the uncertainty on the two parameters as a function of the relative error allowed on the data.



Si toutes les mesures du rapport $\frac{PS}{PA}$ pour un jeu de données sont affectées de la même erreur, il s'en suit une erreur plus grande sur ses variations normalisées :

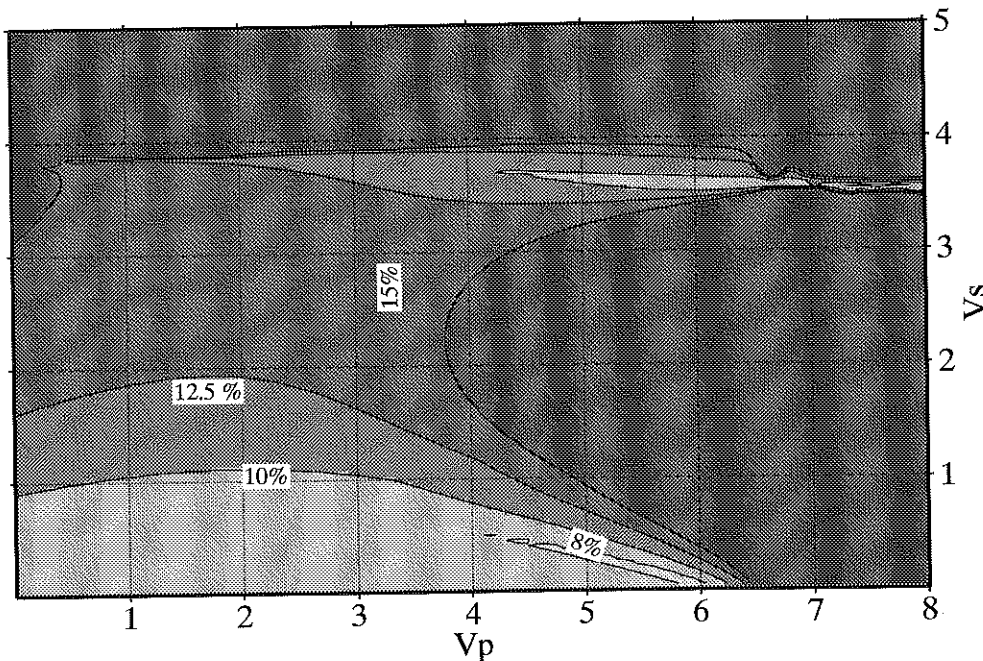
$$(5.3.2) \quad \frac{(1-e)}{(1+e)} \cdot \frac{\overline{PS}}{\overline{PA}} \leq \frac{\overline{PS}}{\overline{PA}} \leq \frac{(1+e)}{(1-e)} \cdot \frac{\overline{PS}}{\overline{PA}}$$

A titre d'exemple, nous avons représenté sur la figure 5.3.1 les courbes délimitant un seuil d'erreur de 10% pour les données de OTT et de PDG.

Dans ce cadre, un modèle sera dit compatible avec les données moyennant une erreur e , si toutes les valeurs des variations normalisées de son coefficient de conversion sont comprises à l'intérieur de l'intervalle défini par l'inégalité 5.3.2.

Sur la figure 5.3.2A nous représentons la valeur de l'erreur relative e minimum qu'il faut

FIG. 5.3.3 – Resolution study when assuming a non zero density contrast. The assumed density (2.35 g/cm^3) of the underlying medium is that of Flyschoid sediments found at that depth in the area.



attribuer aux données pour qu'un modèle deviennent compatible. On voit de nouveau qu'il est impossible de résoudre V_p . Nous pouvons seulement dire qu'elle est inférieure à la vitesse P du milieu supérieur. Au contraire, les contraintes sur V_s sont nettement plus fortes. Cela est montré de façon légèrement différente sur la figure 5.3.2B, qui représente l'incertitude V_p et V_s en fonction du seuil d'erreur.

Plaçons-nous maintenant dans le cadre d'une étude probabiliste. Considérons un modèle M qui devient compatible pour une erreur $e(M)$, puis faisons varier e entre 0 et 1, valeur à laquelle tous les modèles sont acceptés en vertu de l'inégalité 5.3.2. Le modèle sera rejeté une proportion $e(M)$ de fois sur le nombre total d'essai. Sa probabilité d'être rejeté est donc $e(M)$, est sa probabilité d'être accepté est $1 - e(M)$. Les isolignes de la figure 5.3.2A peuvent donc se traduire immédiatement en termes de probabilité. Par exemple l'isoligne du seuil d'erreur de 10% englobe tous les modèles dont la probabilité est supérieure à 90%.

Nous concluons que la vitesse des ondes P diminue au passage à l'interface, et que la probabilité que V_s soit inférieure à 1 km/s dans le milieu sous-jacent est supérieure à 90%.

Il nous reste à vérifier les conséquences de l'hypothèse de contraste nul en densité que nous avons faite. Pour cela, nous effectuons l'analyse de résolution en supposant maintenant que la densité est celle d'un flysch que l'on trouve dans la région à la profondeur de l'interface (2.35 g/cm^3 , au lieu de 2.5 g/cm^3 dans le calcaire du milieu supérieur). Le résultat (figure 5.3.3) montre que les modèles de probabilité maximum sont semblables aux basses vitesses à ceux du cas précédent. En revanche d'autres modèles probables apparaissent pour des vitesses moyennes. Nous ne les retiendrons pas pour deux raisons : La première est qu'ils sont associés à des contrastes de vitesse S minimales, pouvant difficilement générer des ondes converties aussi fortes que celles observées sur les données. La deuxième raison est qu'en faisant l'hypothèse d'un rapport V_p/V_s moyen de 1.73, la vitesse des ondes P serait de 7.7 km/s, une valeur bien trop élevée à ces profondeurs dans la région.

5.4. Quel type de contraste fournit une image migrée proche de celle des données ?

Dans cette partie notre intention est d'essayer de valider et de compléter les résultats précédents par une méthode indépendante. Pour cela, nous calculons trois jeux de synthétiques correspondant à trois types de contraste de vitesse à l'interface : Un contraste légèrement positif ($V_p=7.5$ Km/s), un contraste moyennement négatif ($V_p=4.5$ Km/s) et un contraste très fortement négatif ($V_p=2$ Km/s). Le rapport V_p/V_s , dans les trois cas, est fixé à 1.8. Nous comparons ensuite les trois images de migration à celle obtenue à partir des données, en figure 5.4.1. Les trois images de synthétiques montrent une bonne focalisation de l'énergie à l'interface. Toutefois, notons que seule l'image migrée correspondant au contraste très fortement négatif présente une image PS de AP1 (la plus au nord-est) dans l'axe de l'interface, comme sur l'image des données réelles. Dans les autres cas, la phase PS enregistrée à cette station a une amplitude trop faible par rapport aux autres phases de la même section, et ce qui apparaît dans l'image est l'interprétation PS de la première arrivée, migrée à une profondeur inférieure à celle de l'interface. Ajoutons que l'hypothèse $V_p=2$ km/s, $V_p/V_s=1.8$ et $V_s=1.11$ km/s est parfaitement compatible avec les résultats du paragraphe précédent puisqu'elle correspond à une probabilité d'environ 90 % (figure 5.3.2A).

L'intérêt de cette vérification est de reposer sur le calcul effectif -à travers les différences finies- du coefficient de conversion complet, alors que la méthode exposée précédemment se basait exclusivement sur l'étude de ses variations. Les deux techniques sont donc, de ce point de vue, complémentaires, et la deuxième permet de diminuer les incertitudes sur V_p des résultats de la première. L'étude des variations du coefficient de conversion indique que V_s devrait être très faible, inférieure à 1 Km/s, et l'analyse qualitative des images de migrations de synthétiques calculés pour plusieurs milieux sous-jacent montre que V_p devrait être relativement faible elle aussi, à savoir plus ou moins 2 km/s.

Notons cependant que notre analyse de résolution ne prend en compte que l'erreur sur les données. Les imperfections du modèle de vitesse pourraient aussi induire des erreurs dans les vitesses estimées. D'abord parce que c'est sur le modèle de vitesse que repose l'identification des phases PS sur lesquelles nous basons l'analyse quantitative, mais aussi parce que les angles d'incidence que nous avons associés à chaque source dépendent de la vitesse dans la couche calcaire. Par exemple, si nous attribuissions un gradient de vitesse vertical plus faible au socle calcaire, les rais incident se redresseraient, et les angles d'incidence diminueraient. Ajoutons toutefois que ce phénomène serait partiellement compensé par la remontée de l'interface qui, elle, contribuerait à faire ré-augmenter les angles.

5.5. Conclusion et discussion

Nous estimons les vitesses V_p et V_s du milieu sous jacent en étudiant la variation angulaire relative du coefficient de conversion de P à S à l'interface. Cette variation est déterminée en étudiant le rapport entre l'amplitude de la phase convertie et celle de la première arrivée, de telle manière qu'il n'est nécessaire de connaître ni le signal source, ni la qualité du couplage entre le récepteur et l'onde incidence. Plus généralement, le résultat est indépendant des effets de propagation locaux à la source et au récepteur, et des éventuelles erreurs de tarage des instruments. La géométrie particulière de l'expérience et du milieu de propagation autorise un grand nombre de simplifications, si bien que seules les divergences sphériques dans le calcaire doivent être calculées.

Le rapport entre la phase convertie de P à S et la première arrivée montre que le coefficient de conversion varie très lentement, ce qui implique que V_s doit être très faible. A ce titre, l'analyse de résolution montre qu'à 90% V_s est inférieure à 1 km/s. En ce qui concerne la vitesse des ondes P, les mesures sont disponibles dans un intervalle angulaire assez vaste pour que nous détectons toute conversion critique éventuelle. Comme les pics de la phase PS sont corrélés à des pics de la première arrivée, ils sont dus très probablement à un effet de source, et non à

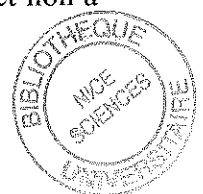
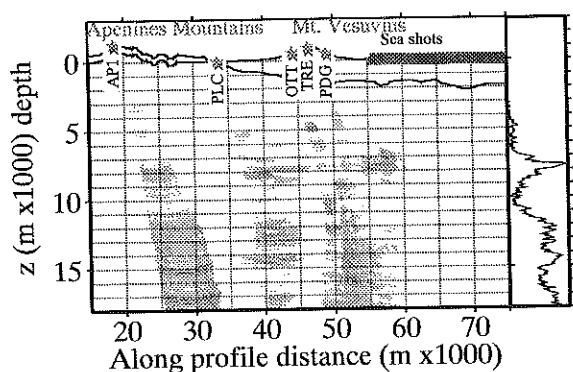


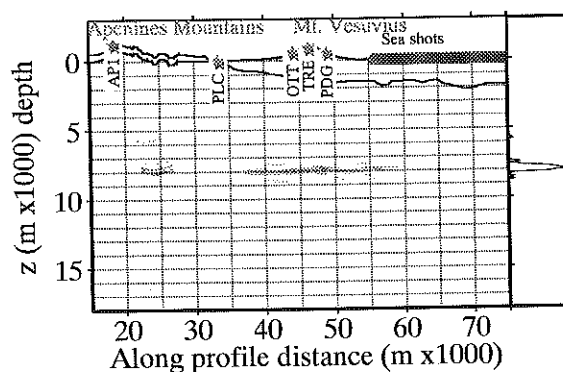
FIG. 5.4.1 – Migration images for the real data (panel A), and for data simulated assuming different velocity contrasts across the interface (panels B, C and D). Note that only a strong velocity decrease can generate a PS wave at AP1 as intense as on the real data.

A Migration on data



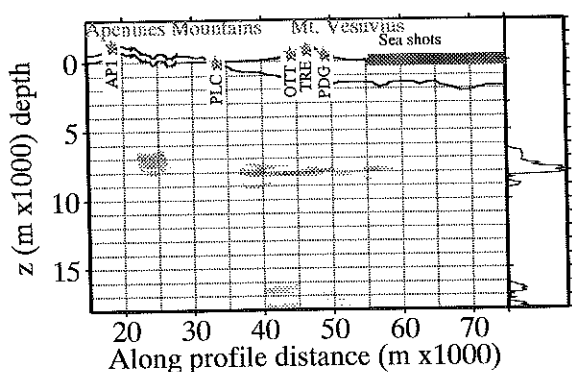
B Migration on Synthetics

Strong velocity decrease assumed



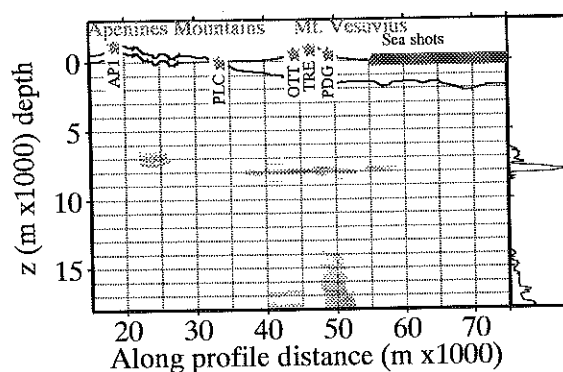
C Migration on Synthetics

Weak velocity increase assumed

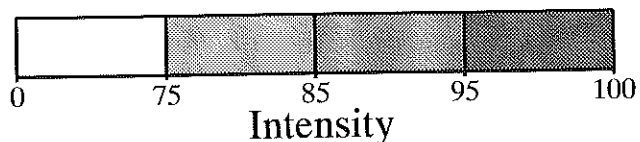


D Migration on Synthetics

Medium velocity decrease assumed



- * On land recording station
- * Sea airgun shot



une conversion critique. Cela implique que le contraste en vitesse P est négatif. Cette analyse est confirmée et affinée en migrant plusieurs jeux de synthétiques et en comparant leur image à celles des données. Il en ressort que le cas $V_p=2\text{Km/s}$ et $V_s=1.1\text{ Km/s}$ est celui qui permet d'avoir une amplitude relative de la phase PS en AP1 la plus compatible avec celle qu'elle a sur les données. Cet argument semi-qualitatif suggère que la vitesse P est très basse elle aussi.

Conclusion : conséquences volcanologiques

Au cours du chapitre 4 nous avons imagé une discontinuité dans la croûte supérieure du Vésuve, à partir des ondes réfléchies PP et converties PS qu'elle génère. Elle nous apparaît ainsi plane, horizontale, à environ 8 Km de profondeur, et s'étendant au moins 15 Km de part et d'autre du volcan. La migration de données synthétiques calculées par différences finies a permis d'établir que les phases qui contribuent le plus à l'image de l'interface sont bien des PS converties en profondeur. De la même façon, on a vérifié la stabilité du processus d'imagerie avec un modèle de vitesse imparfait. De ce point de vue, l'image des phases PS à grand angle s'est révélée remarquablement peu influencée par les perturbations du modèle de vitesse, et on a vu comment elle concentre une grande quantité d'énergie migrée en une zone restreinte du réflecteur. Pour ces deux raisons, les converties PS sont d'une aide précieuse dans l'analyse de données bruitées et à couverture partielle. Leurs images délimitent l'extension latérale minimum de l'interface -35 Km, ainsi que sa pente moyenne, très faible. Au contraire, la profondeur moyenne -8Km- et d'éventuelles rugosités haute fréquence sont plus sujettes aux imprécisions du modèle de vitesse.

Dans le dernier chapitre nous avons montré que le rapport d'amplitude entre la convertie PS et la première arrivée, mesurées en deux stations, indique que le coefficient de conversion de P à S à l'interface est pratiquement constant entre 50 et 80 degrés d'incidence. Cela n'est compatible qu'avec une vitesse des ondes S très faible dans le milieu sous-jacent, inférieure à 1 Km/s. Au sujet de la vitesse P, cette analyse indique seulement qu'elle devrait diminuer au passage à l'interface. La comparaison des migrations des données à celles de synthétiques confirme et complète ces résultats : Elle montre que la valeur $V_p=2\text{Km/s}$ est plus cohérente que $V_p=4.5\text{ Km/s}$.

Les très basses vitesses et la forme pratiquement horizontale de l'interface suggèrent la présence d'une strate de magma ou de matériau à haute température à 8 km sous le Vésuve. Cette hypothèse est cohérente avec au moins deux autres observations géophysiques : D'une part une couche de haute conductivité à environ 7 Km de profondeur, détectée par analyse des variations du champ magnéto-tellurique [Di Maio et al., 1998]. D'autre part la profondeur de coupure des tremblements de terre, située entre 6 et 8Km d'après [De Natale G., 1998], et, plus récemment, [Lomax et al., 2000].

Par ailleurs, la détection et l'analyse de phases converties et réfléchies sur des données de sismique passive, ont porté plusieurs auteurs à des conclusions semblables pour d'autres systèmes volcaniques. Sur le volcan Nikko-Shirane, [Matsumoto and Hasegawa, 1996] suggèrent l'existence d'un réflecteur de forme conique dont la profondeur varie de 8 à 15 Km. De plus, l'analyse des amplitudes de la phase S-S par rapport à celle de la S directe les porte à conclure à un contraste de vitesse très fortement négatif. Ils mettent en relation la présence de cette discontinuité à la zone de coupure des tremblements de terre, située entre 3 et 5 Km plus haut. De même, [Stroujkova and Malin, 2000] aboutissent à des conclusions semblables -un réflecteur à 7.6 Km, un fort contraste de vitesse- dans la zone de Casa Diablo de la caldera de Long Valley. Enfin, [Kiyoshi, 1999] effectue la synthèse de nombreuses observations faites au Japon, et avance l'hypothèse que l'épaisseur de la couche sismogénique, et la présence d'un réflecteur S profond, soient liés par l'intermédiaire d'anomalies de température. En conclusion,

l'interface LALA dans la croûte moyenne du Vésuve pourrait ne pas marquer un changement chimique des roches, mais une transition d'un état physique à un autre.

Conclusion générale

Ce travail a eu pour thème la migration quantitative des phases réfléchies et converties. Dans la partie théorique, nous adoptons pour le problème direct l'approximation de Born dont le principe est essentiellement de considérer les discontinuités comme une somme de points diffractant simples. Le problème inverse est formulé dans le cadre des méthodes d'optimisation itératives par moindres carrés. Ainsi sont définis deux opérateurs linéaires, le Hessien et le Gradient, qui, à chaque itération, sont appliqués aux données résiduelles de manière à corriger le modèle courant. La force de la méthode tient essentiellement à la légèreté des calculs mis en oeuvre : Le choix d'un facteur de pondération ad hoc pour diagonaliser le Hessien analytiquement y est pour beaucoup. La méthode a été perfectionnée successivement par de nombreux auteurs, notre contribution est de montrer qu'il est possible de migrer les ondes PP et PS simultanément, sans identification préalable des phases, moyennant une hypothèse peu restrictive sur le champ de vitesse S . Par ailleurs nous présentons un moyen d'optimiser les sommations en fréquence qui apparaissent lorsque la migration est effectuée dans des milieux atténuants.

Toutefois cette technique de migration dite "Born+rais" donne des résultats imparfait dans les conditions expérimentales des expériences de tomographie du Vésuve. Dans ce cadre, les grands angles d'incidence et les forts contrastes de vitesse induisent des phénomènes non linéaires de réflexion qui ne suivent plus les lois de comportement de la diffraction simple. Dès que l'on sort du domaine des petits angles, et des petits contrastes de vitesse, l'interaction mutuelle entre les points de la discontinuité n'est plus négligeable. Le second écueil est d'ordre pratique : il est souvent difficile, voire impossible, de connaître le signal source, dont l'amplitude se répercute dans l'image migrée.

Aussi, nous proposons une stratégie d'imagerie des discontinuités en deux temps. Une fois déterminé le modèle de vitesse, des techniques plus ou moins empiriques de migration par sommation en diffraction permettent de positionner l'interface. Dans un deuxième temps, la forme retrouvée permet de passer d'une modélisation par points diffractant à une modélisation par surface réfléchissante. Dans ce cadre, nous développons une méthode de mesure des contrastes de vitesse qui tient compte des effets pleinement non linéaires des phénomènes de réflexion ou de conversion, et reste valide quels que soient les contrastes de vitesse et les angles d'incidence. Le principe en est d'analyser les variations d'amplitude et de forme de la phase réfléchie ou convertie, et d'en déduire les variations du coefficient de réflexion avec l'angle d'incidence. Ensuite, les variations du coefficient de réflexion sont exploitées pour contraindre les vitesses du milieu inférieur, de telle sorte que, sur des données synthétiques, nous aboutissons à un résultat exact. Bien que l'illustration synthétique ne comporte que des réfléchies PP, il est immédiat de transposer aux converties PSV ou PSH, voire à un cas mixte. Du point de vue pratique, cette méthode présente l'avantage par rapport aux autres techniques d'AVA de ne pas requérir la connaissance du signal source. Nous devons par contre supposer que tous les récepteurs et toutes les sources sont reproductibles. En fait, lors de l'application au cas réel de la tomographie du Vésuve, nous montrons comment utiliser à notre avantage certaines conditions géométriques bien spécifiques pour prendre en compte la diversité des sources et des récepteurs.

Ces travaux théoriques sont ensuite appliqués à l'imagerie d'une interface de la croûte supérieure du Vésuve, puis à la détermination des propriétés sismiques du milieu sous-jacent. Pour ce faire, nous disposons des données d'une expérience de sismique active comprenant de

nombreux tirs en mer, et des enregistrements trois composantes à terre. Après la définition d'un macromodèle de vitesse issu en partie de la tomographie des premières arrivées, nous effectuons une migration purement cinématique, qui nous fournit une image bidimensionnelle du réflecteur. Ce dernier apparaît plat, à 8 Km de profondeur, et s'étend sur une distance totale de 30 Km de part et d'autre du volcan.

Nous utilisons systématiquement la migration de données synthétiques afin d'estimer la validité de notre modèle d'interface. De ce point de vue, le test le plus important est celui qui montre que l'image retrouvée n'est pas une mauvaise interprétation de phases superficielles. Ces dernières, au contraire, produisent les pics d'énergie présent sur l'image des données au dessus de l'interface. On en déduit qu'il n'existe aucune autre discontinuité entre celle que nous avons imagée à 8 km, et l'interface entre sédiments calcaires et dépôts volcaniques. Dans un autre domaine, la migration de synthétiques révèle que l'image des phases PS observées à grand angle est remarquablement stable par rapport aux imprécisions du modèle de vitesse. Il s'en suit que la longueur minimum de l'interface est bien contrainte, puisque les converties PS qu'elle génère sont observées en cinq stations disséminées le long du profil. La profondeur, elle, est plus incertaine, car fort dépendante du modèle de vitesse.

Après avoir imagé l'interface, nous nous consacrons à déterminer le contraste de vitesse. Reprenant les idées théoriques développées auparavant, nous mesurons en deux stations la convertie PS et la première arrivée, et déduisons de leur rapport les variations du coefficient de conversion à l'interface. L'étude simultanée des variations de la première arrivée et de la PS permet la prise en compte *implicite* de nombreux phénomènes difficiles à modéliser : les effets locaux de propagation aux sources et aux récepteurs, entre autres. De sorte que, outre les mesures des deux phases, il n'est nécessaire de calculer que les divergences sphériques des deux ondes dans les sédiments calcaires, où la vitesse est pratiquement constante. Dans un deuxième temps, les variations du coefficient de conversion sont interprétées en termes de propriétés sismiques du milieu sous-jacent. Il en découle que la vitesse des ondes S est bien contrainte, et devrait être inférieure à 1 Km/s. En revanche la seule information fiable disponible sur la vitesse des ondes P est qu'elle est inférieure à celle du milieu supérieur. Aussi, pour mieux contraindre ce paramètre, nous effectuons la migration de synthétiques dans plusieurs cas de contrastes de vitesse. La comparaison avec l'image des données montre qu'une valeur très basse de V_p (2 Km/s) est plus cohérente qu'une valeur moyenne (4.5 Km/s).

Tout porte donc à la conclusion que l'interface marque le passage à un milieu composé de roches à haute température, voire partiellement fondues : Les vitesses sismiques extrêmement basses, le fait que le réflecteur soit plat. Cette possibilité est en accord avec les résultats d'autres analyses géophysiques : En particulier l'inversion du champ magnéto tellurique qui révèle une anomalie de résistivité à 7 Km sous le volcan, et la profondeur de coupure des tremblements de terre, entre 6 et 8 Km. Enfin, au moins trois auteurs ont détecté des réflecteurs de ce genre dans des milieux volcaniques, une des interprétations possibles étant qu'il s'agisse d'anomalies de température, et non de discontinuités chimiques.

Bibliographie

- [Aki and Richards, 1980] Aki, K. and Richards, P. (1980). *Quantitative Seismology : Theory and methods*. Freeman, San Francisco.
- [Amand, 1997] Amand, P. (1997). *Inversion non-linéaire des données sismiques*. PhD thesis, Université de Nice Sophia-Antipolis.
- [Bertrand, 2000] Bertrand, E. (2000). *Sismologie large bande : Des ondes de volume aux structures de la croûte supérieure*. PhD thesis, Université de Nice Sophia-Antipolis.
- [Beylkin and Burridge, 1990] Beylkin, G. and Burridge, R. (1990). Linearized inverse scattering problems in acoustics and elasticity. *Wave motion*, 12 :15–52.
- [Bleistein, 1987] Bleistein, N. (1987). On the imaging of reflectors in the Earth. *Geophysics*, 52(7) :931–942.
- [Carcione, 1997] Carcione, J. M. (1997). Reflection and transmission of qp-qs plane waves at a plane boundary between viscoelastic transverse isotropic media. *Geophys. J. Int.*, 129 :669–680.
- [Carcione, 1999] Carcione, J. M. (1999). Effects of vector attenuation on avo of offshore reflections. *Geophysics*, 64(3) :815–819.
- [Cerveny and Hron, 1980] Cerveny, V. and Hron, F. (1980). The ray series method and dynamic ray tracing system for three-dimensional inhomogeneous media. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 70(1) :47–77.
- [Chavent and Plessix, 1999] Chavent, G. and Plessix, R. (1999). An optimal true-amplitude least-squares prestack depth-migration operator. *Geophysics*, 64(2) :508–515.
- [Clochard, 1998] Clochard, V. (1998). *Migration élastique quantitative. Application à la sismique de puits 3D*. PhD thesis, Université de Nice Sophia-Antipolis.
- [De franco et al., 1999] De franco, R., G., C., R., T., G., B., and R., B. (1999). Shallow and deep structures from active seismic and gravity data wwwwapplication to the mt. vesuvius volcano(italy). *XXIV IUGG 1999 Meeting, Birmingham, Abstract*.
- [de Hoop M., 1999] de Hoop M., Spencer C., B. R. (1999). The resolving power of seismic amplitude datawww an anisotropic inversion/migration approach. *Geophysics*, 64 :852–873.
- [De Matteis et al., 1997] De Matteis, R., Zollo, A., and Virieux, J. (1997). P-wave arrival time inversion by using the $\tau - p$ method : application to mt. vesuvius volcano. *Geophys. Res. Lett.*, 24 :515–518.
- [De Natale G., 1998] De Natale G., Capuano P., T. C. Z. A. (1998). Seismicity at somma-vesuvius and its implications for tomographyof the volcano. *Journal of volcanology and geothermal Research*, 82.
- [Di Maio et al., 1998] Di Maio, R., Mauriello, P., Patella, D., Petrillo, Z., Piscitelli, S., and Siniscalchi, A. (1998). Electric an electromagnetic outline of the mt. somma-vesuvius structural setting. *J. Volc. Geotherm. Res.*, 82,1-4 :219–238.
- [Farra, 1990] Farra, V. (1990). Amplitude computation in heterogeneous media by ray perturbation theory : a finite element approach. *Geophys. J. Int.*, 103 :341–354.
- [Farra and Madariaga, 1988] Farra, V. and Madariaga, R. (1988). Non-linear reflection tomography. *Geophysical Journal*, 95 :135–147.
- [Forgues, 1996] Forgues, E. (1996). *Inversion linearisée multi-paramètres via la théorie des rais*. PhD thesis, Institut Français du Pétrole - Institut de Physique du Globe.
- [Frattoni, 1998] Frattoni, M. (1998). *Inversione non lineare di fasi riflesse : Un'applicazione alla tomografia del Vesuvio*. PhD thesis, Università Federico II di Napoli.
- [Frattoni et al., 1999] Frattoni, M., Zollo, A., and Virieux, J. (1999). 2-d reflector geometry by non linear inversion of p to p and p to s arrival times : application to mt. vesuvius active seismic data (tomoves96). European Geophysical Society annual meeting.
- [Gasparini and Group, 1998] Gasparini, P. and Group, T. W. (1998). Tomoves : A project of seismic investigation of mt.vesuvius. *EOS, Transactions, AGU*, 79,19 :229–231.

- [Graves, 1996] Graves, R. W. (1996). Simulating seismic wave propagation in 3d, elastic media using staggered-grid finite differences. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 86 :1091–1106.
- [Gray, 1997] Gray, S. H. (1997). True-amplitude seismic migration: a comparison of three approaches. *Geophysics*, 62 :929–936.
- [Herrero A., 1999] Herrero A., Zollo A., V. J. (1999). 2-d non linear first arrival time inversion applied to mt. vesuvius active seismic data (tomoves96). European Geophysical Society annual meeting.
- [Jaramillo and Bleistein, 1999] Jaramillo, H. and Bleistein, N. (1999). The link of kirchhoff migration and demigration to kirchhoff and born modeling. *Geophysics*, 64(6) :1793–1805.
- [Jin, 1999] Jin, S. (1999). Characterizing reservoir by using jointly p- and s-wave avo analysis. In *Annual Meeting Abstracts*, pages 687–690. Society Of Exploration Geophysicists.
- [Jin and Madariaga, 1993] Jin, S. and Madariaga, R. (1993). Background velocity inversion with a genetic algorithm. *Geophysical research Letters*, pages 93–96.
- [Jin and Madariaga, 1994a] Jin, S. and Madariaga, R. (1994a). Nonlinear velocity inversion by a two-step Monte Carlo. *Geophysics*, 59(4) :577–590.
- [Jin and Madariaga, 1994b] Jin, S. and Madariaga, R. (1994b). Nonlinear velocity inversion by a two-step monte carlo method. *Geophysics*, 59(04) :577–590.
- [Jin et al., 1992] Jin, S., Madariaga, R., Virieux, J., and Lambaré, G. (1992). Two-dimensional asymptotic iterative elastic inversion. *Geophys. J. Int.*, 108 :575–588.
- [Kiyoshi, 1999] Kiyoshi, I. (1999). Seismogenic layer, reflective lower crust, surface heat flow and large inland earthquakes. *Tectonophysics*, 306 :423–433.
- [Lambaré et al., 1996] Lambaré, G., Lucio, P. S., and Hanyga, A. (1996). Two-dimensional multivalued traveltimes and amplitude maps by uniform sampling of ray field. *Geophys. J. Int.*, 125 :584–598.
- [Levander, 1988] Levander, A. R. (1988). Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. *Geophysics*, 53 :1425–1436.
- [Lomax et al., 2000] Lomax, A., Zollo, A., Capuano, P., and Virieux, J. (2000). A 3d velocity model for earthquake location under the vesuvius volcano. European Geophysical Society annual meeting.
- [Matsumoto and Hasegawa, 1996] Matsumoto, S. and Hasegawa, A. (1996). Distinct s wave reflector in the mid-crust beneath nikko-shirane volcano in the northeastern japan arc. *J. Geophys. Res.*, 101 :3067–3083.
- [Miller et al., 1987] Miller, D., Oristaglio, M., and Beylkin, G. (1987). A new slant on seismic imaging : Migration and integral geometry. *Geophysics*, 52(7) :943–964.
- [Nowack and Matheny, 1997] Nowack, R. and Matheny, M. (1997). Inversion of seismic attributes for velocity and attenuation structure. *Geophys. J. Int.*, 128 :689–700.
- [Podvin and Lecomte, 1991] Podvin, P. and Lecomte, I. (1991). Finite difference computation of traveltimes in very contrasted velocity model : a massively parallel approach and its associated tools. *Geophys. J. Int.*, 105 :271–284.
- [Pratt, 1999] Pratt, R. G. (1999). Seismic waveform inversion in the frequency domain, part 1 : Theory and verification in a physical scale model. *Geophysics*, 64(3) :888–901.
- [Pratt and Shipp, 1999] Pratt, R. G. and Shipp, R. M. (1999). Seismic waveform inversion in the frequency domain, part 2 : Fault delineation in sediments using crosshole data. *Geophysics*, 64(3) :902–914.
- [Ribodetti, 1998] Ribodetti, A. (1998). *Imagerie sismique haute résolution pour les milieux dissipatifs*. PhD thesis, Université de Nice Sophia-Antipolis.
- [Ribodetti and Virieux, 1997] Ribodetti, A. and Virieux, J. (1997). *Asymptotic theory for imaging the attenuation factors Q_P and Q_S* , volume LNP 486. Springer Verlag, Lectures Notes in Physics, Inverse Problems of Wave Propagation and Diffraction, Chavent G. and Sabatier P. Eds.
- [Ryzhikov G., 2000] Ryzhikov G., B. M. (2000). 3d nonlinear inversion by entropy image contrast optimization. *Geophysics on line manuscript*.
- [Simini, 1999] Simini, M. (1999). *Modellazione del fronte d' onda da una analisi di aray sismici : Un' applicazione all' area Vesuviana*. PhD thesis, Università Federico II di Napoli.
- [Stroujkova and Malin, 2000] Stroujkova, A. F. and Malin, P. E. (2000). A magma mass beneath casa diablo? further evidence from reflected seismic waves. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 90(2) :500–511.
- [Tarantola, 1984a] Tarantola, A. (1984a). Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, 49(8) :1259–1266.

- [Tarantola, 1984b] Tarantola, A. (1984b). Linearized inversion of seismic reflection data. *Geophysical Prospecting*, 32 :998–1015.
- [Tarantola, 1986] Tarantola, A. (1986). A strategy for non linear inversion of seismic reflection data. *Geophysics*, 51(10) :1893–1903.
- [Thierry et al., 1999a] Thierry, P., Lambaré, G., Podvin, P., and Noble, M. (1999a). 3-D preserved amplitude pres-tack depth migration on a workstation. *Geophysics*, 64 :222–229.
- [Thierry et al., 1999b] Thierry, P., Operto, S., and Lambaré, G. (1999b). Fast 2D ray-born inversion/migration in complex media. *Geophysics*, 64 :162–181.
- [Trigila R., 2000] Trigila R., De Natale G., D. D. T. C. (2000). Melt quenching within magma chambers after explosive or mixed eruptions : The example of somma-vesuvius. European Geophysical Society annual meeting.
- [Tygel et al.,] Tygel, M., Santos, T. L., and Schleicher, J.
- [Tygel et al., 1993] Tygel, M., Schleicher, J., Hubral, P., and Hanitzsch, C. (1993). Multiple weights in diffraction stack migration. *Geophysics*, 59(12).
- [Virieux, 1984] Virieux, J. (1984). Sh wave propagation in heterogeneous media, velocity-stress finite difference method. *Geophysics*, 49 :1259–1266.
- [Virieux, 1986] Virieux, J. (1986). P-SV wave propagation in heterogeneous media, velocity-stress finite difference method. *Geophysics*, 51 :889–901.
- [Virieux, 1996] Virieux, J. (1996). *Seismic modelling of the earth structure*. Istituto Nazionale di Geofisica, Editrice Compositori, Bologna, IT.
- [Yilmaz, 1987] Yilmaz, O. (1987). *Seismic data processing*. Society of Exploration Geophysicists.
- [Zelt and Smith, 1992] Zelt, C. and Smith, R. B. (1992). Seismic travelttime inversion for 2-d crustal velocity structure. *Geophys. J. Int.*, 108 :16–34.
- [Zollo et al., 2000] Zollo, A., de Matteis, R., Auria, L. D., and Virieux, J. (2000). *A 2-D non linear method for travel time tomography : Application to Mt. Vesuvius active seismic data*. Eds. G. Ekstroemand A. Morelli.
- [Zollo et al., 1996] Zollo, A., Gasparini, P., Virieux, J., Le Meur, H., De Natale, G., Biella, G., Boschi, E., Capuano, P., De Franco, R., Dell'Aversana, P., De Matteis, R., Guerra, I., Iannaccone, G., Mirabile, L., and G., V. (1996). Seismic evidence for a low velocity zone in the upper crust beneath mt vesuvius. *Science*, 274,5287 :592–594.
- [Zollo A., 1998] Zollo A., Gasparini P., V. J. B. G. B. E. C. P. d. F. R. D. A. P. d. M. R. D. N. G. I. G. G. I. L. M. H. M. L. (1998). An image of mt. vesuvius obtained by 2d seismic tomography. *Journal of volcanology and geothermal Research*, 82 :161–173.
- [Zollo A., 1996] Zollo A., Gasparini P., V. J. L. M. H. D. N. G. B. G. B. E. C. P. d. F. R. D. A. P. d. M. R. G. I. I. G. M. L. V. G. (1996). Seismic evidence for a low velocity zone in the upper crust beneath mount vesuvius. *Journal of volcanology and geothermal Research*, 274 :592–594.

Annexes

ANNEXE A

Détection de réflecteurs par sélection des isochrones de diffraction

La stratégie de migration que nous avons définie au chapitre 3 comprend une première étape ayant pour but d'imager l'interface. Pour l'exemple synthétique dans la configuration Tomoves96 (chapitre 3, figure 3.1.8), ainsi que pour l'application aux données de l'expérience Mareves97 (chapitre 4, figure 4.4.4), des techniques empiriques de migration par sommation en diffraction se sont avérées efficaces.

Par contre, nous n'avons pas réussi à imager l'interface entre dépôts volcaniques et sédiments calcaires avec les données de l'expérience Tomoves96 : L'image de migration ne présente aucune focalisation. En effet, pour cette application, les handicaps s'accumulent : Les données sont fortement bruitées, relativement disparates si l'on compare avec le dispositif d'acquisition de Mareves97 (chapitre 4), et l'interface est probablement fortement irrégulière - on pourra voir à ce sujet le résultat de [Frattini et al., 1999] sur la figure 3.1.1.

Aussi, nous avons développé une méthode de filtrage des isochrones de diffraction, dont nous espérons qu'elle permettra d'imager les réflecteurs dans les conditions difficiles auxquelles nous faisons allusion. Faute de temps, nous n'avons pas pu porter à terme la mise au point de cette technique, nous nous contentons donc d'en exposer théoriquement les grandes lignes dans ce bref chapitre.

Le principe fondamental est d'utiliser, pour filtrer les données, une propriété géométrique locale des isochrones de réflexion, et une propriété géométrique globale du réflecteur. En un point donné, la propriété locale peut être utilisée pour sélectionner, parmi toutes les isochrones générées par le dispositif d'acquisition, un ou deux groupes correspondant chacun à une direction plus probable du réflecteur en ce point. La propriété globale de l'interface que nous mettons à profit est sa continuité, qui implique qu'en deux points proches les directions des tangentes doivent être similaires. L'idée est donc d'essayer successivement un grand nombre de modèles de réflecteur, et de ne garder que celui qui, en moyenne, est le mieux en accord avec les directions locales des isochrones.

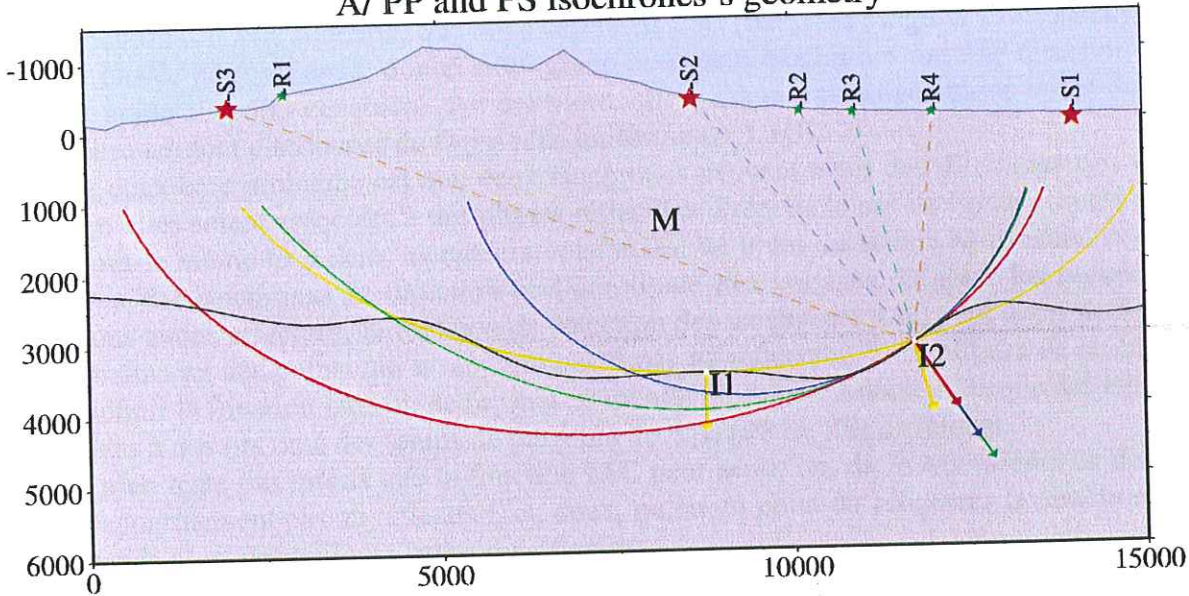
A.1. Propriétés géométriques des isochrones de réflexion

Le théorème de Fermat, ou la loi de Snell-Descartes, implique qu'au point d'impact avec l'interface l'isochrone de la phase réfléchie ou convertie soit parallèle à l'interface. Donc, en un point I2 de l'interface, toutes les isochrones des phases réfléchies ou converties en I2 auront une tangente commune, égale à celle du réflecteur, à priori inconnu (figure A.1.1A). On peut donc imaginer d'étudier en chaque point du milieu la distribution angulaire des isochrones. En un point I2 appartenant à l'interface nous devrions observer que plusieurs isochrones ont des directions très proches (figure A.1.1B). Le nombre de ces isochrones aux directions semblables est égal à la redondance que permet en ce point le dispositif d'acquisition. Au contraire, en un point M qui n'est pas situé sur le réflecteur, il ne devrait pas y avoir de superposition d'isochrones.

Cette propriété peut être utilisée à deux fins. En premier lieu, distinguer les points I2 appartenant à l'interface des autres points du milieu M. Deuxièmement, elle devrait nous permettre, en I2, de ne prendre en compte que les quelques isochrones associées à une phase réfléchie ou convertie en ce point. C'est important, car une des causes des résultats imparfaits que peut donner la migration par sommation en diffraction, est justement qu'en un point donné on somme

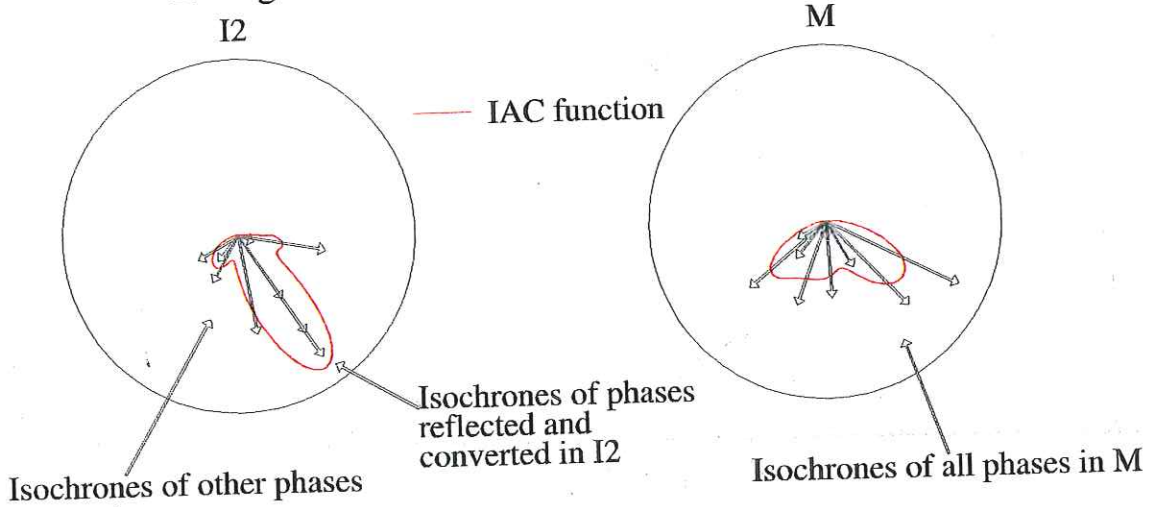
FIG. A.1.1 – In any given point I2 of an interface, all the isochrones of the phases reflected or converted in that point share a common tangent, which is the one of the interface at that point.
 B : If a point I2 pertains to the interface we can expect more isochrones in I2 to have the same gradient direction. If a point M is not on any interface, it is unlikely that more isochrones will have the same gradient direction in M. The Isochrone Angular Consistency function (IAC) will have a low value for all directions in M. On the contrary, in I2, it will exhibit a sharp peak for the directions corresponding to the isochrones of the reflected and converted phases in I2.

A/ PP and PS isochrones's geometry



- S3--> I2 --> R4 P-P isochrone
- S3--> I2 --> R3 P-S isochrone
- S2--> I2 --> R2 P-P isochrone
- S1--> I1 --> R1 P-P isochrone
- Interface
- - - Rays
- Gradient of isochrone
- * Receiver ★ Shot

B/ Angular distribution of isochrones' gradients



toutes les isochrones indistinctement. Si une ou plusieurs de ces isochrones sont liées à une phase de forte amplitude qui n'est pas une réfléchie (par exemple l'onde directe), l'amplitude retrouvée au point courant est irrémédiablement faussée.

Ces considérations théoriques se heurtent dans la pratique à deux écueils : Tout d'abord deux points d'impact ne sont presque jamais superposés, parce que le dispositif d'acquisition est discontinu. Cela implique qu'en un point du réflecteur les isochrones des phases réfléchies en des points voisins n'ont pas exactement la même direction. Le filtre sur la direction des isochrones ne doit donc pas être trop sélectif. Pour cette raison, nous définissons, en tout point du milieu, une fonction dépendant de l'angle qui mesure le degré de regroupement des directions des isochrones. Cette fonction, que nous baptisons IAC (Isochron Angular Consistency), a une valeur élevée pour un angle donné si un grand nombre d'isochrones ont une direction voisine de cet angle au point considéré. Au contraire, elle gardera une valeur basse si les directions d'isochrones sont distribuées de façon plus uniforme (A.1.1B).

Le deuxième problème est que deux isochrones peuvent avoir des directions très voisines sans qu'elles soient associées à des phases réfléchies. Prenons le cas de l'onde directe enregistrée pour le même tir à deux récepteurs voisins. En un point du milieu M lointain, cette onde générera des isochrones de direction et d'amplitude très voisines. D'après les premiers tests que nous avons effectués, la fonction de sélection des isochrones IAC peut avoir de fortes valeurs même en des points qui n'appartiennent pas au réflecteur. Pour réduire ce problème on peut définir la fonction IAC on de façon à ce qu'elle ne compare entre elles que des isochrones associées à des tirs ou à des temps de parcours de type (PP ou PS) différents.

Il n'en reste pas moins que la fonction IAC peut avoir, un, de fortes valeurs en des points qui n'appartiennent pas au réflecteur, et, deux, qu'en un point du réflecteur la direction la plus privilégiée n'est pas toujours celles du réflecteur.

Aussi, nous sommes amenés à introduire une deuxième condition qui est celle de la continuité du réflecteur. Cette continuité implique une continuité (au moins par morceaux, nous supposons) des directions de tangente.

A.2. Continuité de l'interface : Formulation du problème d'optimisation

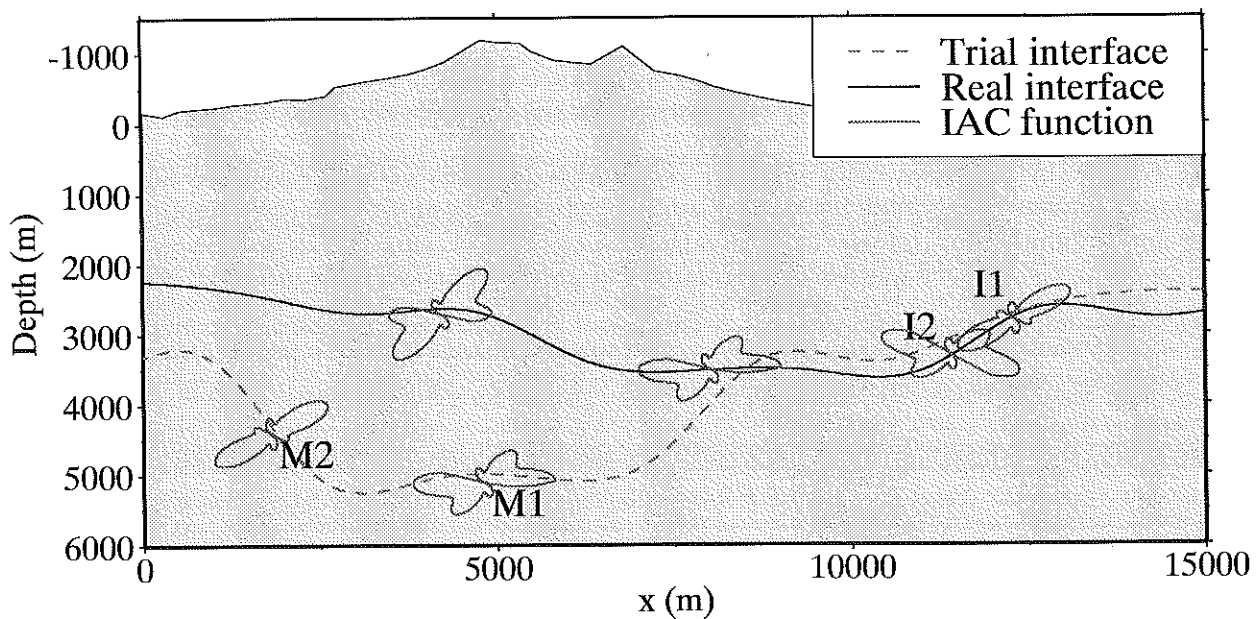
La continuité des directions de tangente le long de l'interface peut être exploitée afin de compenser l'imperfection des informations locales fournies par la fonction IAC. Évaluons cette dernière en deux points du réflecteur $I1$ et $I2$ proches l'un de l'autre (figure A.2.1). Supposons que deux directions soient particulièrement privilégiées en $I1$: 140 et 30 degrés. Supposons de plus qu'en $I2$ les directions plus probables soient 120 et 35 degrés. La continuité du réflecteur permet d'affirmer que sa direction dans cette portion est de 30/35 degrés. Même dans le cas où la fonction IAC ne présente pas un maximum absolu pour ces directions aux deux points considérés.

De façon plus générale, nous pouvons tester un modèle d'interface en sommant le long de tous ces points la fonction IAC. L'idée est que cette intégrale a une valeur maximale pour un modèle d'essai proche de la forme du réflecteur réel. Quand, par contre, on envisage un modèle éloigné de la réalité, la sommation n'est pas constructive (points $M2$, $M1$ et $I1$ du modèle d'essai sur la figure A.2.1).

Du point de vue algorithmique, il est nécessaire de paramétriser l'interface par une fonction $r(s)$, s étant un paramètre réel d'avancement, et r un vecteur décrivant la position du point correspondant à s . En tout point de l'interface la direction de tangente est donnée par $\Theta(s)$. La qualité C du modèle d'interface sera définie par :

$$C = \int_{interface} IAC(r(s), \Theta(s))$$

FIG. A.2.1 – The integral of the IAC function will have a low value when the trial interface is different from the real interface.



Le problème est donc maintenant de trouver le meilleur modèle, celui de facteur C plus élevé, en envisageant successivement un grand nombre de modèles d'essai. Il s'agit d'un problème d'optimisation, quelques tests synthétiques devraient permettre de déterminer si la fonction coût est relativement régulière. Dans ce cas des algorithmes de recherche local de type Simplex pourraient suffire. Si, au contraire, elle présente de nombreux minima secondaires, il sera nécessaire d'utiliser des méthodes de recherche globale comme l'algorithme génétique ou celui de Monte-Carlo.

ANNEXE B

Stabilité des isochrones PP et PS

Nous allons voir pourquoi la position des images PP est nettement plus sensible à des petits changements du temps de propagation que celle des images PS. En nous aidant de la figure B.0.1, considérons l'isochrone de la phase réfléchie P-P, définie comme l'ensemble des points x_0 tels que le temps de parcours de la source au point x_0 , puis du point x_0 au récepteur soit égal à une constante T_0 , par exemple le temps auquel est observée la phase réfléchie :

$$T_{PP}(s, x_0, r) = T_0$$

Imaginons que le temps de propagation soit perturbé d'une quantité égale à dt . Quel est le nouveau lieu des points $x_0 + \delta x$? Ces points sont solution de l'équation :

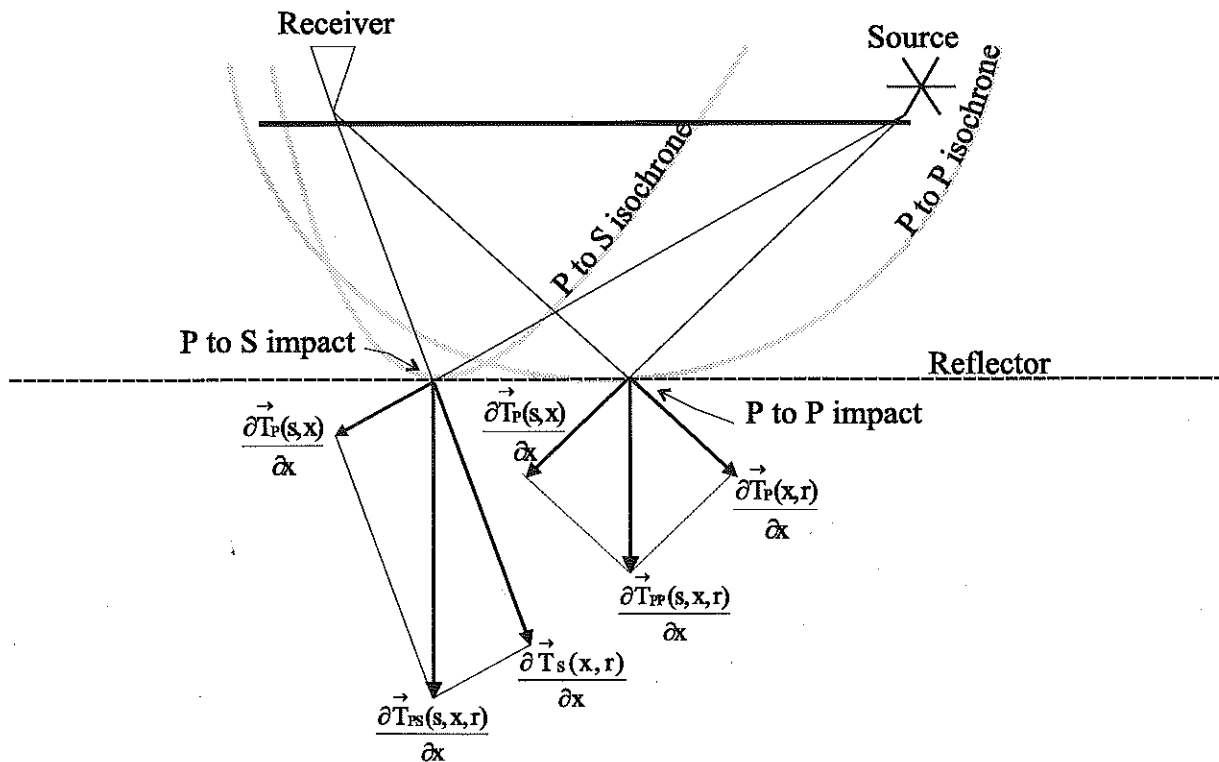
$$T_{PP}(s, x_0 + \delta x, r) = T_0 + \delta t$$

Un développement au premier ordre amène :

$$T_{PP}(s, x_0, r) + \delta x \cdot \frac{\partial T_{PP}(s, x_0, r)}{\partial x} \simeq T_0 + \delta t$$

Donc :

FIG. B.0.1 – In virtue of Snell's law, the gradient of the isochrone of a reflected or converted phase is normal to the interface. It is the sum of the slownesses of the incoming and outgoing wave.



$$(B.0.1) \quad \delta x \simeq \delta t / \frac{\partial T_{PP}(s, x_0, r)}{\partial x}$$

Or le gradient total de l'isochrone se décompose en deux contributions, correspondant à l'onde incidente et à l'onde réfléchie :

$$\frac{\partial T_{PP}(s, x, r)}{\partial x} = \frac{\partial T_P(s, x)}{\partial x} + \frac{\partial T_P(x, r)}{\partial x}$$

Nous reconnaissons dans le terme de droite respectivement le vecteur lenteur de l'onde incidente en x , puis celle de l'onde réfléchie. Sur la figure B.0.1, nous voyons qu'à grand offset l'angle entre les deux vecteurs lenteurs tend à s'ouvrir de plus en plus, de sorte que leur somme tend à s'annuler puisque ces deux vecteurs ont la même norme. Compte tenu de l'équation B.0.1, ceci implique qu'une faible perturbation temporelle suffit à déplacer considérablement l'isochrone, et donc, l'image de migration.

Considérons maintenant le cas d'une phase PS, on a, d'une part :

$$\delta x \simeq \delta t / \frac{\partial T_{PS}(s, x_0, r)}{\partial x}$$

Et, d'autre part, la somme sur les vecteurs lenteurs :

$$\frac{\partial T_{PP}(s, x, r)}{\partial x} = \frac{\partial T_P(s, x)}{\partial x} + \frac{\partial T_S(x, r)}{\partial x}$$

Le fait important est que les deux vecteurs lenteur n'ont pas la même norme. La lenteur de l'onde partant vers le récepteur est toujours plus grande, d'un facteur égal au rapport V_p/V_s . Par conséquent, à grand angle, le rai incident tend à devenir rasant comme dans le cas de la PP. Par contre, le vecteur lenteur émergent tend vers une direction fixe telle que le sinus de l'angle avec la verticale soit égal à l'inverse du rapport V_p/V_s . De sorte que, à grand angle, la somme n'est jamais nulle. Pour un déplacement δx vertical nous avons :

$$\delta x \simeq \delta t / \left(\frac{V_p/V_s}{V_p} \cdot \cos\left(a \sin\left(\frac{1}{V_p/V_s}\right)\right) \right)$$

Pour fixer les idées on a, dans notre cas, $\delta x \simeq \delta t / (0.25s \cdot Km^{-1})$. Ainsi, le décalage de 0.025s seconde introduit au paragraphe 4.4.4.2 a eu pour effet de déplacer l'image PS d'environ 0.1 Km. En comparant les images avant (figure 4.4.6) et après (fig. 4.4.7) la correction on s'aperçoit que l'image PP de AP1, elle, est descendue de 1km.

Cela montre que la migration de phases PS, outre à concentrer l'énergie en une zone restreinte, a aussi l'avantage d'être relativement stable par rapport aux perturbations en temps, ce qui implique que de petites erreurs du modèle de vitesse ne produisent pas de défocalisation.

ANNEXE C

Modélisation par différences finies en configuration réciproque

C.1. Généralités sur les différences finies en temps

C.1.1. Introduction. Le principe dit des "Différences finies" consiste en la discrétisation en temps et en espace de l'équation de l'élastodynamique. La propagation du champs depuis un point à un instant donné jusqu'à un autre point et un instant ultérieur se fait par "bonds" successifs et de longueur et de durée finies. Cette procédure a pour avantages principaux de donner accès au champs complet, et non seulement aux temps d'arrivée, pour des ondes de tout type, même celles qui sont en général hors de portée d'autres modes de calcul, comme les ondes de surface, les ondes réfractées et diffractées. Le second avantage est qu'aucune restriction n'est imposée au milieu de propagation, il peut être irrégulier et comporter des interfaces. Troisième point fort, la surface libre, si elle est plane, se prend facilement en compte, permettant une description fidèle des ondes de surface. Une topographie irrégulière peut aussi se prendre en compte, mais au prix de quelques approximations. Enfin, dernier avantage et non des moindres, la possibilité de considérer des sources très diverses, depuis l'explosion ponctuelle à la distribution de dislocation le long d'une surface de faille.

C.1.2. Le point de départ : Discrétisation des équations. Notre but est de résoudre l'équation de l'élastodynamique :

$$(C.1.1) \quad \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = S_i + \frac{\partial \tau_{x_i x_j}}{\partial x_j}$$

Où u_i est le déplacement observé dans la direction i , S_i la force de volume appliquée dans la même direction, et $\tau_{x_i x_j}$ est la contrainte exercée dans la direction i , sur la facette du cube unitaire perpendiculaire à l'axe j .

Il nous faut aussi prendre en compte la réponse élastique du milieu, exprimée par la loi de Hooke :

$$(C.1.2) \quad \begin{aligned} \tau_{xx} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \tau_{zz} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \tau_{xz} &= \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

La première étape est de troquer le système d'ordre deux constitué des équations (C.1.1) et (C.1.2) contre un système d'ordre un en considérant non plus le déplacement u_i mais la vitesse $v_i = \frac{\partial u_i}{\partial t}$:

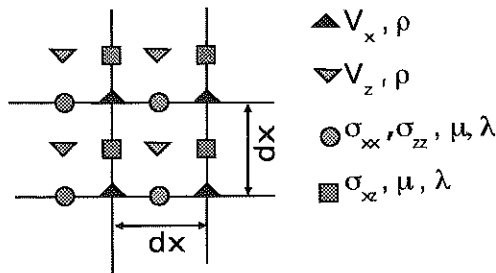
$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = S_i + \frac{\partial \tau_{x_i x_j}}{\partial x_j}$$

et

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial t} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial t} &= \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

Cette opération permet de ne pas avoir à calculer lors de la discrétisation les dérivées spatiales de la densité et des paramètres de Lamé. Ainsi les interfaces ou la surface libre, siège de discontinuités du milieu de propagation, sont-elles prises en compte sans problème.

FIG. C.1.1 – Staggered grid discretisation : All physical quantities are not computed in the same points.



Les équations sont discrétisées en effectuant le développement de Taylor de chaque fonction à l'ordre deux ([Virieux, 1984] et [Virieux, 1986]), ou à l'ordre quatre [Levander, 1988]. L'originalité de la méthode est que toutes les quantités physiques ne sont calculées ni aux mêmes points, ni aux mêmes moments (cf figure C.1.1). Ainsi le calcul de la vitesse à l'instant $t + dt$ et au point x fait intervenir la vitesse à l'instant t et au point x et les contraintes à l'instant $t - \frac{1}{2}dt$ et aux points $x - \frac{1}{2}dx$ et $x + \frac{1}{2}dx$. L'emploi de ces grilles décalées (staggered grid) a pour avantage par rapport aux méthodes classiques une moindre dispersion numérique, et le fait que cette dernière ne dépende plus du coefficient de Poisson. Il est ainsi possible de modéliser le parcours des ondes dans l'eau, chose capitale en sismique marine. Nous venons de voir que la discrétisation des équations permet la propagation du champ d'onde de proche en proche en temps et en espace. Il reste à considérer les conditions aux limites, c'est à dire modéliser la source et les bords du modèle.

C.1.3. Conditions aux limites : surface libre et bords absorbants. En pratique la taille des modèles doit rester finie, et si l'on n'y prend garde ses bords se comportent comme des parois réfléchissantes. La technique utilisée consiste à ajouter au modèle réel des zones latérales d'absorption. Dans ces dernières, en considérant que les ondes arrivent avec une incidence normale, il est possible de les décomposer en un champ se déplaçant vers l'extérieur, et un autre vers l'intérieur. Les ondes subissent une première atténuation par application d'un coefficient multiplicatif inférieur à un à chaque mise à jour de la vitesse. Puis, sur le fond de la zone atténuante, est sommé au champ incident un champ réfléchi de même amplitude mais de signe opposé.

Prendre en compte une surface libre plane se fait naturellement en posant comme condition la nullité des composantes verticales des contraintes. Telle condition est vérifiée en imposant à la contrainte juste au dessus de la surface libre d'être égale mais de signe opposé à celle juste en dessous. Des contraintes ainsi calculées on déduit ensuite les vitesses comme en tout autre point.

Une topographie irrégulière requiert un traitement plus sophistiqué. Il serait possible de calculer en tout point de la surface libre sa normale, puis d'imposer l'annulement des contraintes dans sa direction. Malheureusement cela requiert une rotation du système de coordonnées, et un surcoût rédhibitoire en terme de temps de calcul.

L'autre approche, dite de la formulation en terme de vide (*vacuum formulation*), consiste à annuler la densité du milieu au dessus de la surface libre. Dans l'approximation d'ordre quatre,

ceci provoque des instabilités liées au fait que la densité intervient au dénominateur des équations discrétisées. Nous choisissons, à l'instar de [Graves, 1996], d'amener progressivement la densité à zéro au fur et à mesure qu'augmente la distance à la surface libre. Ceci peut toutefois introduire des distorsions dans les ondes de surface, ce qui n'a pas d'incidence sur notre problème qui est de modéliser principalement les ondes réfléchies.

C.1.4. L'atténuation anélastique. Une modélisation fine de la propagation des ondes dans la structure du Vésuve passe par la prise en compte du caractère atténuant des roches volcaniques altérées en surface, et surtout du matériau à haute température probablement présent en profondeur, que nous nous attendons notamment à trouver en deçà de l'interface à 9 Km de profondeur mise en évidence par l'analyse des données Mareves97.

[Graves, 1996] proposent de prendre en compte le facteur Q de qualité que nous avons défini au chapitre deux, mais seulement pour une fréquence de référence, ce qui revient en définitive à diviser le champs de vitesse à chaque nouvelle itération temporelle par une fonction restant inchangée au cours du temps. Cette méthode mise en pratique dans le code à disposition de l'auteur est inadaptée dans le cas où la bande de fréquence à prendre en compte (entre 1 et 10 Hz), est plus étendue.

C.2. Calcul en configuration réciproque

Ce problème se pose pour vérifier la validité des modèles d'interface issus de la migration des données du profil F de la campagne Mareves. Nous sommes confrontés au problème de simuler environ 150 sources dont les signaux sont mesurés à moins de cinq de récepteurs. La taille imposante du modèle en jeu -80 Km d'extension latérale, 10 Km de profondeur, et 10000 itérations temporelles- est telle que chaque simulation dure une dizaine d'heure. La modélisation complète nécessiterait donc ... deux mois ! La réponse intuitive est d'échanger les sources et les récepteurs, mais ceci est faux pour le champ complet créé par des explosions, comme nous le montrerons. La réciprocité entre sources et récepteurs n'est vérifiée en toute rigueur que pour les fonctions de Green. Une fois ces dernières obtenues, au prix de deux simulations pour chaque récepteur réel, le signal émis par une explosion aux sources réelles peut se reconstituer. Ainsi le nombre total de simulations nécessaires passe de 150 à une dizaine.

C.2.1. De la non réciprocité entre sources explosives et récepteurs. Cette partie a pour but de démontrer que le signal mesuré en un point r dû à une source explosive en s , est différent du signal mesuré en s créé par une explosion en r . Considérons le modèle de la figure C.2.1. Outre les ondes directes, l'interface marquant le passage d'un milieu rapide à un milieu lent génère des converties PS.

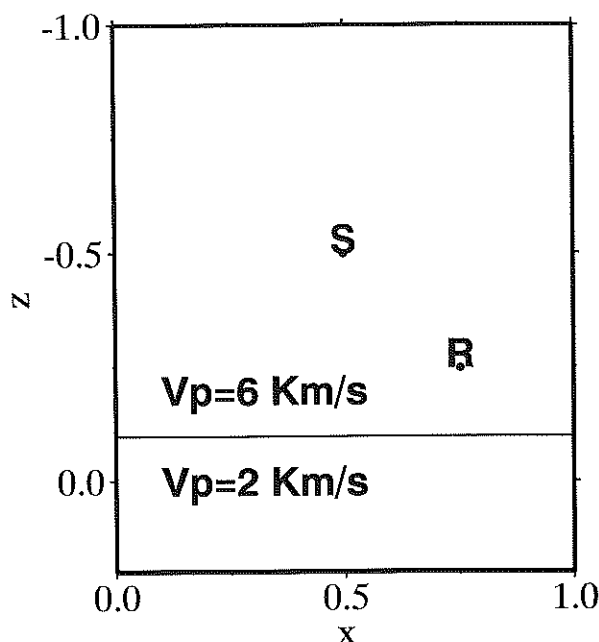
Dans un premier temps le récepteur est placé au point R, et l'explosion est déclenchée en S, puis le dispositif est interverti. Comme on le voit sur la figure C.2.1, il n'y a pas de réciprocité entre la source et le récepteur, aucune opération simple appliquée aux données réciproques ne permet de déduire les données directes.

C.2.2. Reconstitution d'une source explosive réciproque. Si les sources explosives ne sont pas réciproques, les fonctions de Green, elles, le sont [Aki and Richards, 1980, page 28]. Soit $G_{nm}(r, s, t)$ la vitesse du sol mesurée en r selon la direction m , due à une force appliquée en s dans la direction n . La relation de réciprocité s'écrit :

$$G_{nm}(r, s, t) = G_{mn}(s, r, t)$$

Supposons que l'on soit arrivé à calculer les quatre fonctions de Green correspondant aux deux directions possibles d'excitation, et aux deux directions de mesure, pour une source en r et un récepteur en s . La réciprocité nous donne immédiatement les fonctions de Green de la source en s pour le récepteur en r .

FIG. C.2.1 – Model used to test the reciprocity of explosive sources.



Il nous reste, à partir de ces dernières, à reconstituer le mouvement du sol en r produit par une *explosion* en s , et non une force ponctuelle. Cela est possible en considérant le gradient des fonctions de Green, et en introduisant le moment de la source [Aki and Richards, 1980, page 53]. Soit $u_n(r)$ le mouvement du sol observé en r selon la direction n , et $M_{pq}(s)$ le tenseur de la source en s , on a (la source est ponctuelle) :

$$u_n(r, t) = M_{pq}(s) G_{pn,q}(r, s, t)$$

Pour une source explosive et isotrope le tenseur des moment est un delta de Dirac diagonal. Il s'en suit :

$$u_n(r, t) \propto \sum_q G_{qn,q}(r, s, t) \propto \sum_q G_{nq,q}(s, r, t)$$

En résumé, pour connaître le mouvement créé en r , dans la direction n , par une explosion en s , il faut appliquer une force en r dans la direction n , et sommer les deux composantes du gradient selon s du mouvement en s .

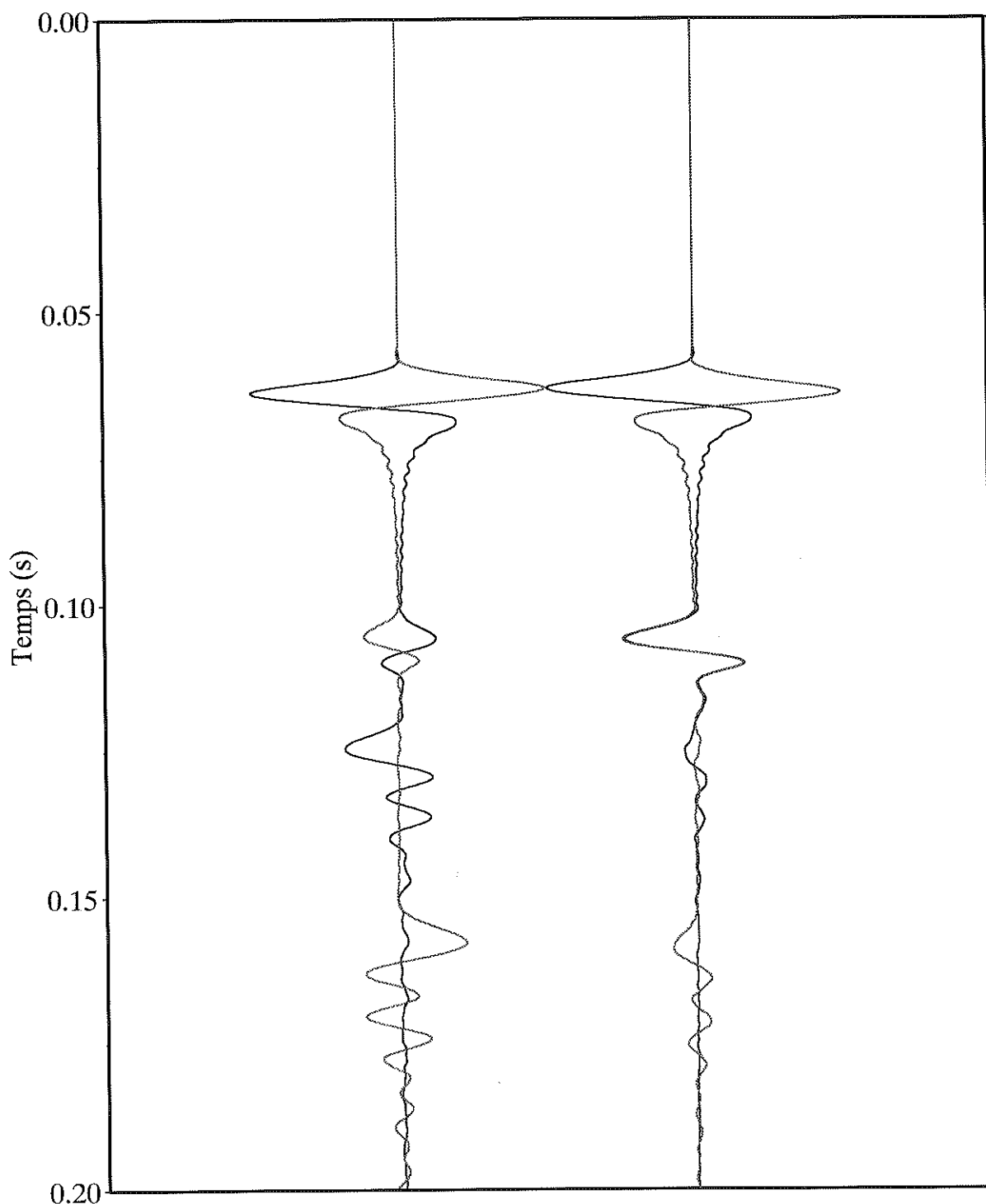
Comment calculer en pratique les gradients des fonctions de Green ? Nous appliquons une force successivement selon x puis y au point r (qui est un récepteur réel et une source pour les simulations), et effectuons une approximation à l'ordre 2 pour le calcul du gradient de la fonction de Green au point s comme l'illustre la figure C.2.2. Soit (i_0, j_0) les indices de grille correspondant à la position s et supposons que l'excitation en r se fasse selon la direction n , on a approximativement :

$$\frac{\partial G_{nx}(r, s)}{\partial x_s} = \frac{1}{dl} (V_x(i_0, j_0) - V_x(i_0 - 1, j_0)) \text{ et } \frac{\partial G_{ny}y(r, s)}{\partial y_s} = \frac{1}{dl} (V_y(i_0, j_0 + 1) - V_y(i_0, j_0))$$

Pour vérifier la validité de la procédure nous utilisons un modèle légèrement différent du précédent (figure C.2.3), dans lequel la source et le récepteur ne sont pas disposés à 45 degrés l'un de l'autre. Les résultats sont exposés sur la figure C.2.4. La première observation qui s'impose est que la reconstitution à partir des fonctions de Green reproduit presque exactement les résultats de la simulation directe. Toutefois deux artefacts sont introduits : L'un, bénin, est un bruit haute fréquence qu'on peut facilement éliminer par filtrage en fréquence ; l'autre plus gênant

Comparison of the signal registered in R for an explosion in S (black curves), and the signal registered in S for an explosion in S.

Composantes horizontale et verticale de la vitesse



est un résidu d'onde S apparaissant à la source réciproque. Les tentatives d'en venir à bout en employant une approximation d'ordre quatre pour le calcul du gradient des fonctions de Green n'ont pas abouti.

FIG. C.2.2 – Calculation of the gradient of the Green function on the staggered grid.

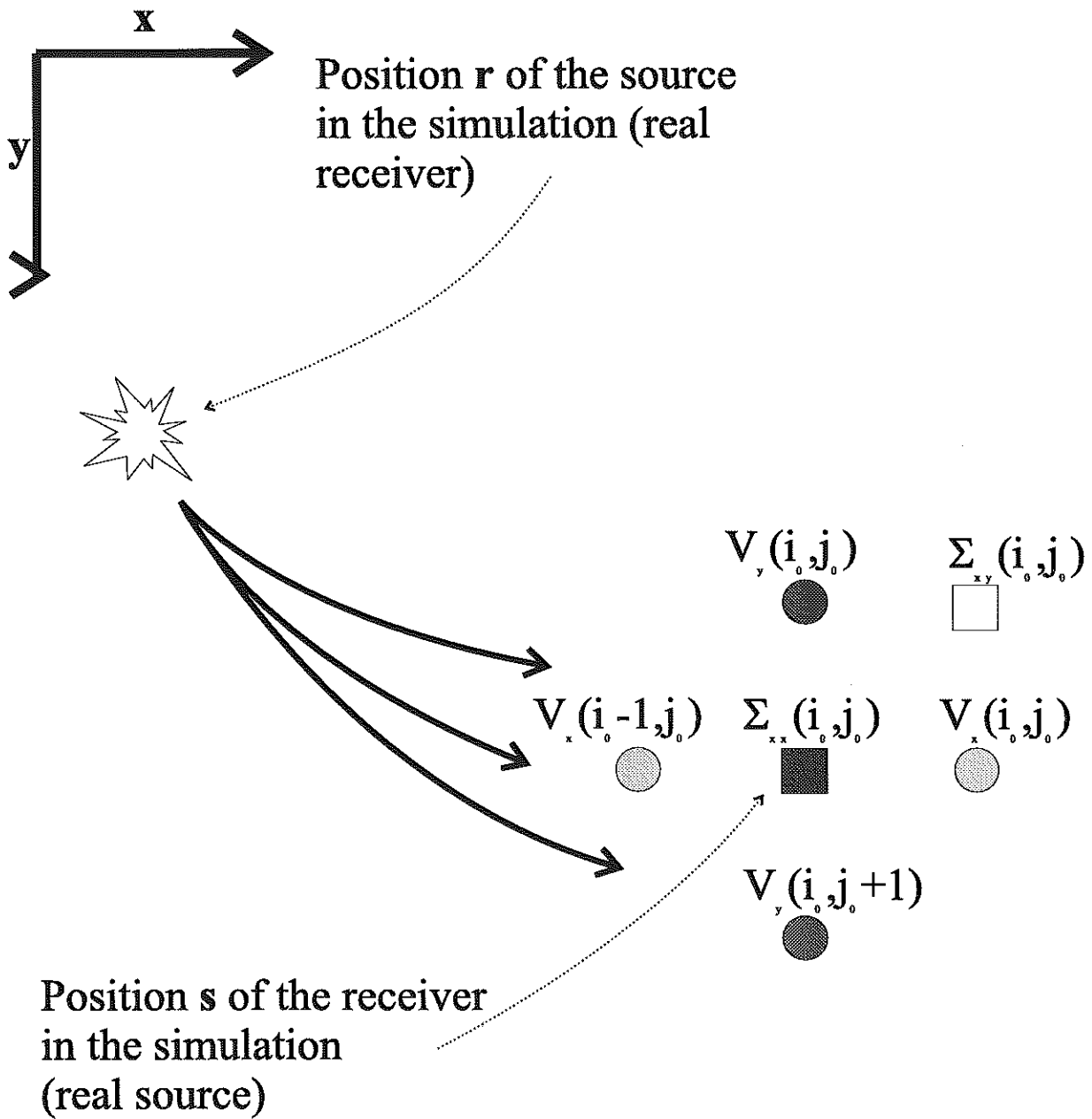


FIG. C.2.3 – Model used to test the reconstitution of an explosive source from the reciprocal Green functions.

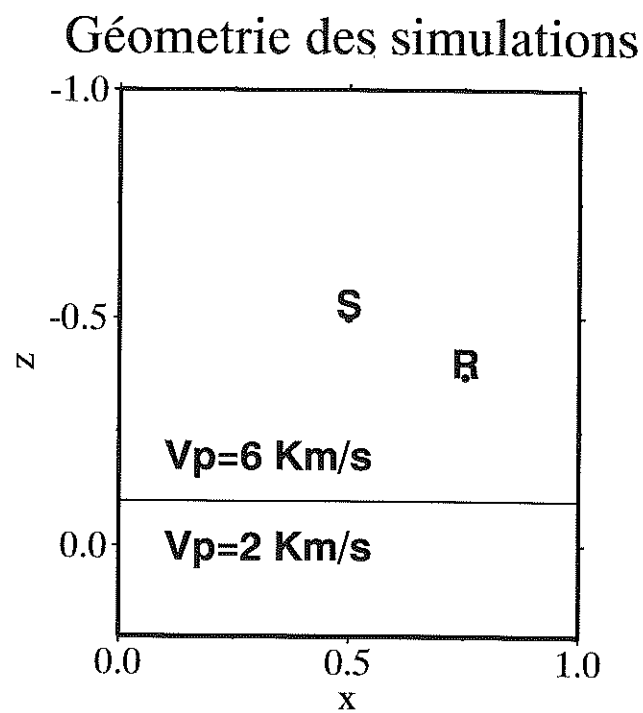
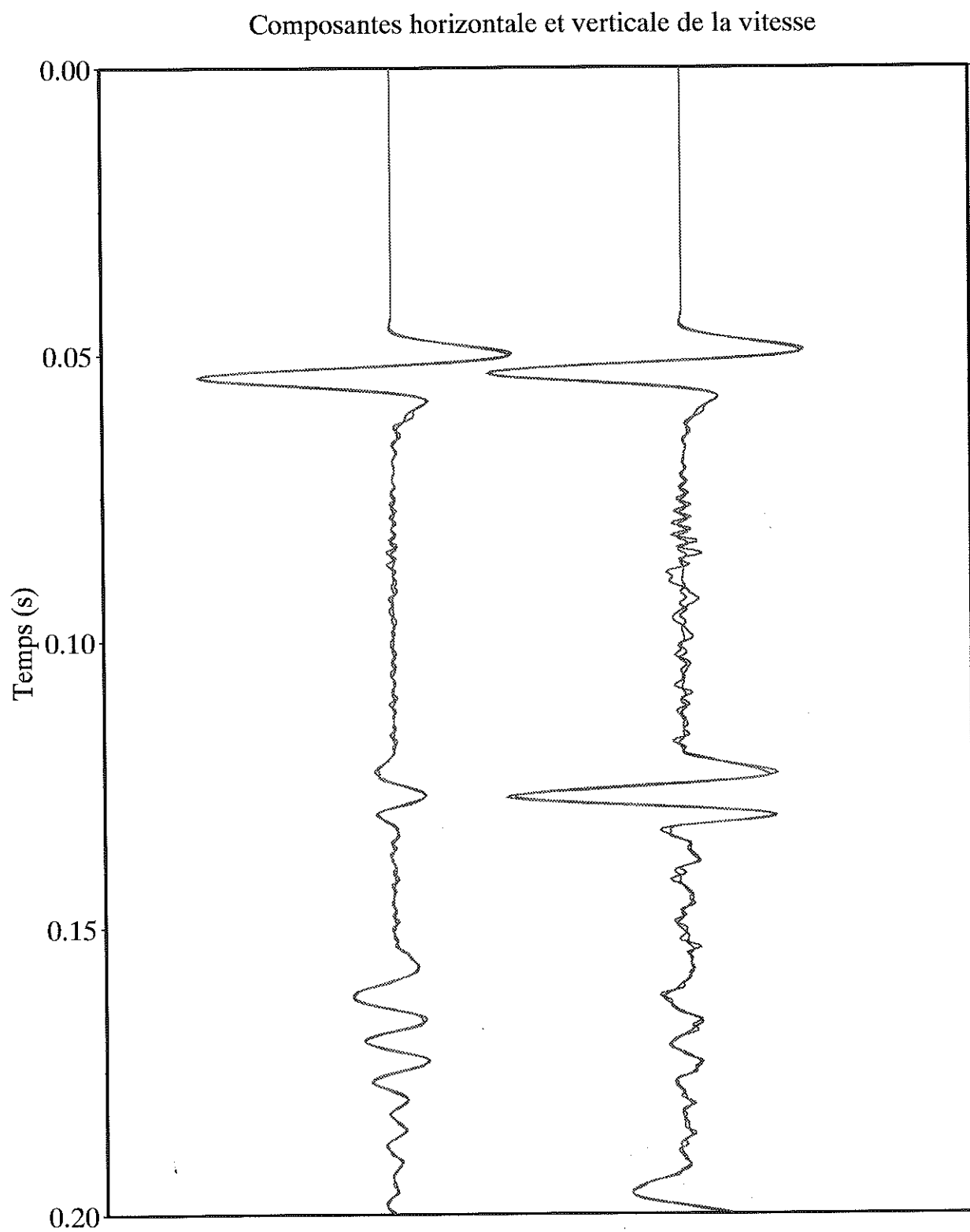


FIG. C.2.4 – Comparison between the ground velocity in R for an explosion in S (black curves), and the reciprocal.



ANNEXE D

Théorie des rais

D.1. Introduction

La théorie des rais est largement employée en sismologie pour deux raisons : La première est sa rapidité de calcul par rapport aux méthodes de champs complet comme les différences finies. La seconde est la facilité d'interprétation des résultats qu'elle donne, puisque chaque phase est propagée indépendamment, et reste donc clairement identifiable. Au contraire, les différences finies obligent à recourir aux instantanés du champs (*snapshots*) pour suivre les phases au cours de leur propagation, tandis que d'autres méthodes, notamment celles qui passent par une décomposition en fréquence du champs, les mêlent irrémédiablement.

Les rais sont définis comme des trajectoires perpendiculaires en tout point au front d'onde (voir figure D.1.1), et ce quel que soit le milieu de propagation. Ils sont porteurs de trois informations permettant de construire la fonction de Green du milieu : La première est une information de *temps d'arrivée* de l'onde considérée au point d'observation, qui est l'intégrale, le long du parcours du rai, du temps de trajet élémentaire. Ceci est valable aussi pour des milieux irréguliers et peut se démontrer de deux façons :

- Grâce au principe, local, de Huygens qui veut que chaque point atteint par une onde se comporte comme une source secondaire, et que le front d'onde à l'instant suivant soit la somme de toutes les contributions élémentaires. Ce principe mène directement à l'équation l'Eikonal.
- Grâce au principe, global, de Fermat qui dit que le rai est le plus court chemin permettant de relier la source au point d'observation.

La deuxième information est la direction du mouvement de particule déclenché par le passage de l'onde, et se déduit de la direction du rai.

La troisième information est la décroissance de l'amplitude de l'onde liée à l'expansion et à la déformation du front d'onde. Et c'est seulement dans des milieux haute fréquence non atténuant que les rais correspondent aux flux d'énergie, et que le signal source est transmis sans déformation de la source au récepteur (figure D.1.1).

D.2. L'hypothèse fondamentale

D.2.1. Résolution de l'équation de l'élastodynamique. Rappelons la forme de l'équation fondamentale de l'élastodynamique dans une région où le terme de source est nul :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i(x, t)}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(C_{ijkl}(x) \frac{\partial}{\partial x_l} u_k(x, t) \right) = 0$$

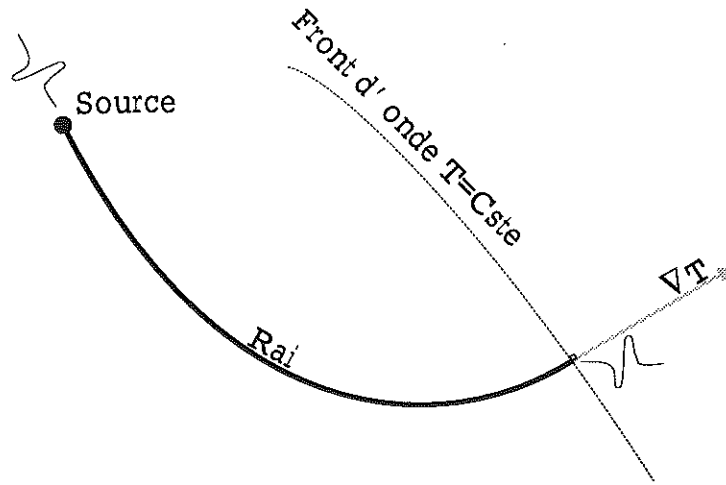
Dans l'espace des fréquences :

$$(D.2.1) \quad \rho \omega^2 u_i(x, \omega) + (C_{ijkl}(x) u_{k,l}(x, \omega))_{,j} = 0$$

Dans un milieu à trois dimensions homogène de vitesse c , la solution de l'équation est de la forme :

$$(D.2.2) \quad u(r, \omega) = \frac{1}{4\pi r} e^{i\omega T} = \frac{1}{4\pi r} e^{i\omega \frac{r}{c}}$$

FIG. D.1.1 – Rais are perpendicular to the wavefronts. In the high frequency approximation, the source signal is transmitted without distortion from the source to the receiver.



Où le terme exponentiel fortement oscillant contient l'information de temps de propagation et sert à localiser le front d'onde, alors que le facteur $\frac{1}{4\pi r}$ régit l'amplitude. Par extension, nous cherchons des solutions du cas inhomogène de même forme :

$$(D.2.3) \quad u(x, \omega) = d(\omega)S(\omega)A(\omega, x)e^{i\omega T(x)}$$

Avec un terme d'amplitude lentement oscillant que nous écrivons :

$$(D.2.4) \quad A(x, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A^{(n)}(x)}{(-i\omega)^n}$$

Dans (D.2.3) $S(\omega)$ a le rôle de transmettre la forme du signal source, alors que $d(\omega)$ est un facteur de normalisation associé à la dimension du milieu. Celui-ci s'obtient en comparant la solution analytique (D.2.2) avec la solution de forme (D.2.3) et (D.2.4) mais calculée dans un milieu homogène. Dans un espace à deux dimensions :

$$d(\omega) = \frac{1}{\sqrt{-i\omega}}$$

Introduisons cette expression du déplacement dans (D.2.1) :

$$d(\omega)S(\omega) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(-i\omega)^n} (\omega^2 A_i^{(n)}(x) + (C_{ijkl}(x)(A_k^{(n)} e^{i\omega T(x)})_{,l})_{,j}) \right\} = 0$$

Divisons par $d(\omega)S(\omega)e^{i\omega T(x)}$, effectuons les dérivations et ordonnons par puissance de $-i\omega$:

$$(D.2.5) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(-i\omega)^n} \left\{ \begin{aligned} &\omega^2 (\rho A_i^{(n)} - C_{ijkl} A_k^{(n)} T_{,j}(x) T_{,l}(x)) \\ &+ i\omega (C_{ijkl} A_{k,l}^{(n)} T_{,j}(x) + (C_{ijkl} A_k^{(n)} T_{,l})_{,j}) \\ &+ (C_{ijkl} A_{k,l}^{(n)})_{,j} \end{aligned} \right\}$$

Cette dernière égalité doit être vérifiée quelle que soit ω . On en déduit la nullité de tous les termes de même degré, donc en particulier pour le terme en ω^2 :

$$(D.2.6) \quad (\delta_{ik} - \frac{\mu}{\rho} T_{,j} T_{,j} - \frac{\lambda + \mu}{\rho} T_{,i} T_{,k}) A_k^{(0)} = 0$$

Soit encore en notation vectorielle :

$$(D.2.7) \quad A - \frac{\mu}{\rho}(\nabla T)^2 A - \frac{\lambda + \mu}{\rho} \nabla T (\nabla T \cdot A) = 0$$

Où nous avons fait l'hypothèse d'un milieu isotrope pour pouvoir exprimer le tenseur de l'élastodynamique en fonction des paramètres de Lamé. L'équation (D.2.6) correspond à un système linéaire qui accepte des solutions $A_k^{(0)}$ non nulles si et seulement si son déterminant est égal à zéro :

$$\det(\delta_{ik} - \frac{\mu}{\rho} T_{,j} T_{,j} - \frac{\lambda + \mu}{\rho} T_{,i} T_{,k}) = 0$$

Cette dernière expression se factorise (Voir [Cerveny and Hron, 1980, page 53]) et donne :

$$(D.2.8) \quad ((\nabla T)^2 - \frac{\rho}{\mu})^2 ((\nabla T)^2 - \frac{\rho}{\lambda + 2\mu}) = 0$$

Cette équation, dite de l'Eikonal, gouverne les *temps de trajet*, et montre qu'ils existe trois types d'ondes se propageant : Une à la vitesse $\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ (l'onde P), et deux à la vitesse $\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ (les ondes S). Les vecteurs propres associés à la valeur propre double β , qui portent la direction du mouvement provoqué par les ondes S, sont perpendiculaires au vecteur propre de α , et donc à la direction du déplacement induit par l'onde P.

D.3. La propagation du rai

Soit s la coordonnée curviligne le long du rai, dont nous définissons la trajectoire par la fonction $x(s)$. Le vecteur unitaire t tangent au rai, est donc lui aussi perpendiculaire au front d'onde et colinéaire au vecteur ∇T :

$$t = \frac{dx}{ds} = v(x) \nabla_x T(x)$$

Puisque le gradient commande directement la direction du rai, voyons son évolution en fonction de s :

$$\frac{d\nabla T}{ds} = \sum_i \frac{dx_i}{ds} \frac{d}{dx_i} \nabla T = \left(\frac{dx}{ds} \cdot \nabla \right) \nabla T = (v \nabla T \cdot \nabla) \nabla T = v \nabla T (\nabla \cdot \nabla T) = \frac{v}{2} \nabla (\nabla T)^2$$

Donc :

$$\frac{d\nabla T}{ds} = \frac{v}{2} \nabla \left(\frac{1}{v} \right)^2 = \nabla \left(\frac{1}{v} \right)$$

Cette dernière quantité est liée à la courbure du rai, en effet :

$$(D.3.1) \quad \nabla \left(\frac{1}{v} \right) = t \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{v} \right) + \frac{1}{v} \frac{dt}{ds}$$

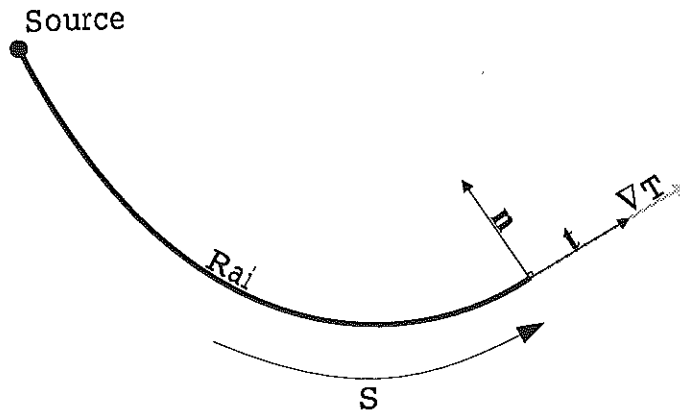
Or la courbure dans un repère de Frénet est définie par :

$$\frac{dt}{ds} = Kn$$

Donc en prenant le produit scalaire par n de l'équation (D.3.1), nous obtenons :

$$K = vn \cdot \nabla \left(\frac{1}{v} \right) = -n \cdot \frac{\nabla v}{v}$$

FIG. D.3.1 – In any point a Frénet reference frame can be defined.



Autrement dit le rai se courbe dans la direction normale opposée à l'augmentation de vitesse. En résumé nous avons trois équations valables localement, qui permettent de propager le rai de proche en proche :

$$(D.3.2) \quad \frac{dx}{ds} = v(x)\nabla T \quad \text{et} \quad (\nabla T)^2 = \frac{1}{v^2}$$

La première décrit l'évolution de la tangente au rai, et la seconde celle de la courbure. Un changement de variable $p = \nabla T$, permet d'avoir :

$$(D.3.3) \quad \frac{dx}{ds} = v(x)p \quad \text{avec} \quad (p)^2 = \frac{1}{v^2}$$

Ces dernières équations que nous avons obtenu grâce à des lois locales peuvent aussi être déduites de principes variationnels globaux basés sur le théorème de Fermat, qui veut que le rai soit la trajectoire la plus rapide entre la source et l'observateur ([Virieux, 1996, page 266], par exemple).

D.3.1. Déplacements de particules. La direction du mouvement de particules associés à chacune des trois ondes s'obtient en faisant le produit vectoriel (\times) puis scalaire (\cdot) de l'équation (D.2.7) par le vecteur ∇T , par définition tangent au rai. Ainsi il vient :

$$\nabla T \cdot A(1 - \alpha^2(\nabla T)^2) = 0 \quad \text{et} \quad \nabla T \times A(1 - \beta^2(\nabla T)^2) = 0$$

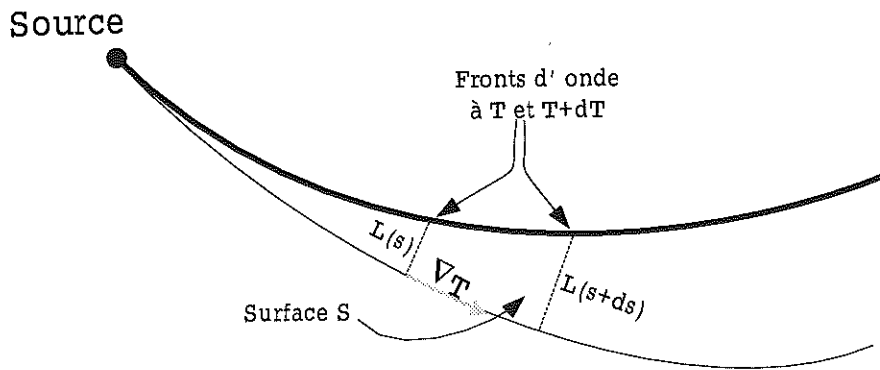
Aussi nous en déduisons que les ondes P se déplaçant à la vitesse α sont telles que $\nabla T \times A = 0$, et donc induisent un mouvement longitudinal. En revanche, l'amplitude des ondes S de vitesse β doivent respecter $\nabla T \times A = 0$, ce qui implique que le déplacement des particules se fait dans le plan orthogonal au rai.

Il est à noter que jusqu'à maintenant, pour décrire la cinématique du rai et la direction du mouvement de particules nous n'avons pas eu besoin de l'approximation haute fréquence, aussi les résultats sont ils valables pour tous les milieux.

D.3.2. L'équation de transport. Maintenant intéressons-nous au terme en $-i\omega$ dans l'équation (D.2.5), il met en jeu à la fois $A_i^{(0)}$ et $A_i^{(1)}$:

$$(D.3.4) \quad C_{ijkl}A_{k,l}^{(0)}T_{,j} + (C_{ijkl}A_k^{(0)}T_{,l})_{,j} + \rho A_i^{(1)} - C_{ijkl}A_k^{(1)}T_{,l}T_{,j} = 0$$

FIG. D.3.2 – Volume inclosed between two paraxial rays and two successive wavefronts.



Nous faisons maintenant intervenir l'approximation haute fréquence en ne prenant que le terme d'ordre zéro dans la série composant l'amplitude :

$$(D.3.5) \quad A(x, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A^{(n)}(x)}{(-i\omega)^n} \simeq A^{(0)}(x)$$

L'équation (D.3.4) devient alors l'équation de transport, qui gère les flux d'énergie à travers le milieu :

$$(D.3.6) \quad C_{ijkl} A_{k,l}^{(0)} T_{,j} + (C_{ijkl} A_k^{(0)} T_{,l})_{,j} = 0$$

D.3.3. La divergence sphérique. Intéressons nous aux ondes P et effectuons le produit scalaire de chaque membre de l'équation de transport (D.3.6) par ∇T , nous obtenons après factorisation :

$$(D.3.7) \quad \frac{dA}{dT} + \frac{A}{2} \left(\alpha^2 \nabla^2 T + \frac{1}{\rho \alpha^2} \frac{d(\rho \alpha^2)}{dT} \right) = 0$$

Une expression similaire s'obtient pour les ondes S en multipliant vectoriellement chaque membre de l'équation de transport par ∇T . Le reste du développement est analogue. A ce point, nous devons calculer $\nabla^2 T$. Pour intégrons cette quantité sur la surface S délimitée par les fronts d'ondes T et T+dt, et un rai infiniment voisins au rai principal (figure D.3.2). Appliquons le théorème de la divergence dans un espace à deux dimensions, permettant de passer d'une intégrale de surface à une intégrale le long de son contour :

$$(D.3.8) \quad \int_C \int_S \text{div}(\nabla T) dS = \int_C \nabla T \cdot n dl = \int_C \frac{1}{\alpha} t \cdot n dl$$

Où n est un vecteur en tout point perpendiculaire au contour qui enclose la surface S. Or, par définition, les rai sont tangents au vecteur ∇T , par conséquent l'intégrale D.3.8 est non nulle seulement sur les portions de fronts d'ondes :

$$\int_C \frac{1}{\alpha} t \cdot n dl = \frac{\delta L(s+ds)}{\alpha(s+ds)} - \frac{\delta L(s)}{\alpha(s)} = ds \frac{d}{ds} \left(\frac{\delta L(s)}{\alpha(s)} \right)$$

En reprenant l'équation D.3.8, et avec $dS = ds \delta L$, on obtient par identification :

$$\nabla^2 T = \frac{1}{\delta L} \frac{d}{ds} \left(\frac{\delta L}{\alpha} \right)$$

Il est important de remarquer une chose : En vertu de la décomposition haute fréquence que nous avons faite du champs se propageant

$$(D.3.9) \quad \begin{aligned} u(x, \omega) &= d(\omega)S(\omega)A(\omega, x)e^{i\omega T(x)} \\ \text{et } A(\omega) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A^{(n)}(x)}{(-i\omega)^n} \simeq A^{(0)}(x) \\ \text{donc } u(x, \omega) &\simeq d(\omega)S(\omega)e^{i\omega T(x)}A^{(0)}(x) \end{aligned}$$

Nous avons que le seul terme d'amplitude conservé $A^{(0)}(x)$, est parallèle à u , donc à ∇T , ce qui implique que son flux à travers le tube de rai est nul sur les parois parallèles au rai. Autrement dit l'énergie ne voyage que dans la direction du rai, et ils n'y a pas de déperditions latérales. Par contre, si nous avons pris en compte des termes d'ordre supérieur dans la série de Taylor, certains ne seraient pas parallèles à ∇T , et provoqueraient donc une fuite d'énergie sur les côtés du tube de rai.

Définissons la divergence sphérique le rapport entre la surface élémentaire à l'origine et celle en un point quelconque

$$J(s_0, s) = \frac{\delta L}{\delta L_0}$$

Comme nous venons de le faire remarquer le flux de l'énergie ne se fait que sur des sections orthogonales au rai. Par conséquent le rapport entre l'énergie est la longueur du front d'onde reste constante au cours de l'avancement du rai. Ainsi la divergence sphérique est une mesure de la dilution de l'énergie au fur et à mesure que le front d'onde s'étend.

Continuons la résolution de l'équation (D.3.7), et cherchons à exprimer le Laplacien du temps de propagation en faisant intervenir la divergence sphérique :

$$\nabla^2 T = \frac{1}{\delta S} \frac{d}{ds} \left(\frac{\delta S}{\alpha} \right) = \frac{\delta S_0}{\delta S} \frac{d}{ds} \left(\frac{\delta S}{\alpha \delta S_0} \right) = \frac{1}{J} \frac{dT}{ds} \frac{d}{dT} \left(\frac{J}{\alpha} \right) = \frac{1}{J\alpha} \frac{d}{dT} \left(\frac{J}{\alpha} \right)$$

Donc (D.3.7) devient :

$$\frac{dA}{dT} + \frac{A}{2} \left(\alpha^2 \frac{1}{J\alpha} \frac{d}{dT} \left(\frac{J}{\alpha} \right) + \frac{1}{\rho\alpha^2} \frac{d(\rho\alpha^2)}{dT} \right) = 0$$

Ce que nous multiplions par $\frac{2}{A}$ pour obtenir :

$$\frac{2}{A} \frac{dA}{dT} + \left(\frac{\alpha}{J} \frac{d}{dT} \left(\frac{J}{\alpha} \right) + \frac{1}{\rho\alpha^2} \frac{d(\rho\alpha^2)}{dT} \right) = 0$$

Cette dernière expression s'intègre facilement de $T(s_0)$ à $T(s)$, pour obtenir :

$$A = A_0 \sqrt{\frac{J_0 \alpha_0 \rho_0}{J \alpha \rho}}$$



Résumé

La migration quantitative par Rais+Born interprète la forme d'onde des phases réfléchies pour imager et quantifier les contrastes sismiques qui en sont à l'origine. Mais la non linéarité des phénomènes de réflexion dans les conditions expérimentales atypiques de la tomographie du Vésuve battent en breche la modélisation par points diffractants. Nous proposons donc une inversion basée sur le concept de surface réfléchissante, qui tolère les grands angles d'incidence, les forts contrastes de vitesse, et tient compte implicitement du signal source inconnu. Le principe est d'extraire des données les variations relatives du coefficient de réflexion avec l'angle d'incidence, puis de les interpréter en termes de contraste de vitesse.

Appliquer cette technique à un réflecteur à moyenne profondeur sous le Vésuve implique d'en déterminer d'abord la géométrie 2D, par migration cinématique des données à disposition (campagne de sismique active Mareves) : il apparaît horizontal, à 8 Km de profondeur, s'étend sur plus de 35 Km, et génère de fortes phases converties PS, dont la nature est confirmée par des tests synthétiques. Leur migration s'avère peu influencée par les imperfections du modèle de vitesse, et échantillonne densément une zone très restreinte de l'interface. Aussi, l'analyse quantitative est-elle basée sur ces phases: La comparaison de leur amplitude à celle de la première arrivée permet, en ne modélisant ni le signal source, ni les effets de propagation locaux aux récepteurs, de contraindre les propriétés du milieu sous-jacent: Les vitesses sismiques y sont très basses ($V_s < 1$ Km/s).

SEISMIC IMAGING OF VESUVIUS

Abstract

The Ray+Born quantitative migration interprets the reflected phases waveform to image and quantify the associated seismic contrasts. But in the unusual experimental conditions of the Tomography of Vesuvius non linear reflection effects occur, that cannot be modeled by single scatterers, as assumed by Born approximation. We propose an analysis based on the concept of reflecting surface that fully accounts for wide-angle, large velocity contrasts critical reflections. It consists in the extraction in the data of the variations of reflection coefficient variations, and its interpretation in terms of the seismic properties contrast, taking into account implicitly the unknown source signal.

To investigate the properties of a mid-crust reflector beneath the Mt. Vesuvius Volcano (Southern Italy), this technique is applied to an active seismic data set gathered in the Bay of Naples. In a first step, the 2D interface geometry is retrieved through kinematic migration, and background velocity model optimization : It appears flat, horizontal, at 8Km depth, and extends at least 35 Km horizontally. The migration of finite differences synthetics confirms that it generates strong P to S conversions, that, through migration, collapse in a very narrow zone of the interface, without undergoing any noticeable defocusing when the background velocity model is imperfect. The amplitude ratio between the PS and first arrival can be related to the variations with angle of the conversion coefficient, independantly of the unknown source signal and local propagation effects near the receivers. This very slowly varying conversion coefficient is compatible with very low velocities in the underlying medium ($V_s < 1$ Km/s).

Mots clés

Migration quantitative; imagerie, inversion, Rais+Born, coefficient de réflexion, atténuation anélastique, déconvolution, couche basse vitesse, Vésuve, conversion, phases S.

Laboratoires

UMR Géosciences Azur, Nice, et Dipartimento di Scienze Fisiche, Université de Naples, Italie.

Mention : Sciences de l'Univers. **Spécialité :** Sismologie.