



**HAL**  
open science

# Contribution à l'identification et la prise en compte du comportement en traction des BFUP à l'échelle de la structure

Florent Baby

► **To cite this version:**

Florent Baby. Contribution à l'identification et la prise en compte du comportement en traction des BFUP à l'échelle de la structure. Autre. Université Paris-Est, 2012. Français. NNT : 2012PEST1021 . tel-00702129

**HAL Id: tel-00702129**

**<https://theses.hal.science/tel-00702129>**

Submitted on 29 May 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**MEMOIRE DE THESE DE DOCTORAT**

Présenté pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université Paris-Est**

Spécialité : Structures et Matériaux

Par

**Florent BABY**

*Contribution à l'identification et la prise en compte  
du comportement en traction des BFUP à l'échelle de  
la structure*

Thèse préparée à l'Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de  
l'Aménagement et des Réseaux (IFSTTAR), soutenue en séance publique le 5 mars 2012,  
devant le jury composé de :

|                          |   |                           |
|--------------------------|---|---------------------------|
| Pr. Bruno Massicotte     | <i>Ecole Polytechnique de Montréal, Canada</i>          | <i>Rapporteur</i>         |
| Pr. Aurelio Muttoni      | <i>Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse</i> | <i>Rapporteur</i>         |
| Pr. Marco di Prisco      | <i>Politecnico di Milano, Italie</i>                    | <i>Examineur</i>          |
| Bernard Fouré            | <i>Consultant</i>                                       | <i>Examineur</i>          |
| Dr. Benjamin Graybeal    | <i>Turner-Fairbank Highway Research Center, USA</i>     | <i>Examineur</i>          |
| Dr. François Toutlemonde | <i>UPE-IFSTTAR</i>                                      | <i>Directeur de thèse</i> |



## REMERCIEMENTS

---

*Cette thèse a été réalisée à l'IFSTTAR - Paris, au sein du Département Structures et Ouvrages d'Art. Je tiens à remercier François Toutlemonde, alors en charge de la Plate-Forme d'Essais des Structures à mon arrivée, de m'avoir accueilli au sein de l'unité et d'avoir encadré et dirigé ces travaux de thèse. Ses nombreux conseils avisés, son appui scientifique ainsi que sa relecture du manuscrit m'ont été d'une aide précieuse.*

*Je tiens également à remercier Marco di Prisco, Bernard Fouré, Benjamin Graybeal, Bruno Massicotte et Aurélio Muttoni d'avoir accepté de faire partie du jury. Je suis honoré qu'ils aient accepté de consacrer leur temps et leur expertise à ces travaux.*

*Par ailleurs, les travaux effectués dans le cadre de cette thèse ont pu être réalisés grâce à l'aide de nombreuses personnes, que j'aimerais remercier ici.*

*Mes remerciements vont tout d'abord à Bruno Godart, chef du Département Structures et Ouvrages d'Art, pour son soutien et les moyens mis à ma disposition.*

*Je souhaite ensuite remercier très sincèrement Pierre Marchand, actuellement en charge de la Plate-Forme d'Essais des Structures, qui bien que n'ayant pas le titre de conseiller d'études, a pris très souvent de son temps pour m'apporter aide et conseils lors des différentes étapes de ma thèse. En outre, sa virtuosité dans l'utilisation des macros Excel m'a permis de gagner un temps précieux.*

*Les travaux de cette thèse réalisés à "l'échelle du matériau" étaient inscrits dans le cadre d'une collaboration entre l'IFSTTAR et le TFHRC. J'aimerais remercier tous ceux qui ont contribué à ce que mon séjour à Washington DC se déroule dans de bonnes conditions :*

*Antoine Averseng, Abdelmename Hedhli, Patrick Hebert, Patrick Mallejacq, Jihan Noizet, Sylvie Proeschel, Henri Van Damme.*

*Je suis particulièrement reconnaissant à Benjamin Graybeal pour m'avoir accueilli au sein de son équipe pendant quatre mois et y avoir facilité mon intégration.*

*Les travaux effectués à " l'échelle de la structure" se sont déroulés dans le cadre d'un partenariat LCPC-Lafarge-Eiffage ; j'aimerais de ce fait remercier les intervenants ayant participé à ce projet commun :*

*Sandrine Chanut, Dominique Corvez, Emmanuel Gérard, Laurence Jacques, Philippe Lussou, Gérard Molines, Jacques Resplendino, René-Gérard Salé, Alain Simon, Thierry Thibaux pour leur implication dans ce partenariat.*

*Cette étude se déployait autour d'un programme expérimental relativement lourd, qui a pu être réalisé grâce à l'implication technique de nombreux collègues. Je tiens à les remercier ici :*

- *Sur la Plate-Forme d'Essais des Structures : Joël Billo, Marc Estivin, Jean-Claude Renaud, Céline Bazin, Cyril Massotte, Romain Lapeyrere (ainsi que Ludovic Lauvin et François-Xavier Barin, qui ont pris part au début de l'étude). Merci d'avoir dessiné, réalisé le montage d'essai, étalonné, instrumenté, rodé, scié ... et cassé ces poutres dont le premier exemplaire a été réservé à M. Ropars. Merci de m'avoir fait profiter de vos compétences indubitables ! Un merci particulier à Joël qui a bien*



*voulu se lever à 4h pendant trois semaines lors du coulage des poutres dans le grand Nord européen, et qui avec JC m'a appris à peu près tout ce que je connais sur les équipements de la dalle et à Romain pour être un élève doué et attentif ! Merci également à Renaud-Pierre Martin pour la gestion des plannings...*

- *Dans les autres unités de l'IFSTAR, pour leur appui technique : Sandrine Ramanich, Claude Boulay (pour leur aide à la caractérisation des matériaux et la formation aux nombreuses presses du département "Matériaux"), François Martineau et Franck Guirado (pour leur aide au sciage des morceaux de poutres), Jérôme Demoncheaux et Angélique Guilloux (pour la caractérisation des aciers) et Hugues Delahousse (pour les photos et ses magnifiques numérisations de calques).*
- *Au Turner-Fairbank Highway Research Center : Matt, Gary et Linfeng.*

*Je souhaite également remercier Mohammed Atrach, stagiaire que j'ai eu plaisir à encadrer et qui m'a beaucoup apporté pour la programmation de l'approche analytique en "contrainte – déformation".*

*Pierre Rossi, lors de nos nombreuses discussions, de par sa verve narrative et ses grandes qualités scientifiques, a élargi ma compréhension du matériau BFUP.*

*Mais toutes ces prouesses techniques ne seraient rien sans un magnifique soutien administratif... donc un grand merci à Valérie Fournier (la reine du chitramissu) et Minh Orcési pour leur gentillesse, leur disponibilité et leur serviabilité, ainsi qu'à Henriette Blazejewski.*

*Je tiens à remercier toute l'équipe pour les très bons moments que j'ai pu passer à leurs côtés. Donc Val, Jojo, Marc, Marc Léonard, JC, Othman, RP, Raph (la reine des gâteaux vraiment étranges), Fée, Céline, Josy, Romain, Cyril M., Cyril D., Steph, Minh, André, Véronique, Bruno, Franziska, Lucas... merci !*

*Merci à Marc Quiertant pour son soutien et ses nombreux conseils d'ancien combattant.*

*Un merci particulier à Othman pour son aide dans la modélisation aux éléments finis et pour sa bonne humeur quotidienne. J'espère que les bons moments passés ensemble seront encore nombreux.*

*Enfin, un grand merci à mes parents, ma grand-mère, ma soeur, mon beau-frère, ma famille proche, ma belle-famille, à Rémi et à mes amis pour m'avoir soutenu dans les moments difficiles ...*

*Et pour finir, évidemment, un énorme merci à ma ptite femme sans qui je ne serai absolument rien. Outre sa compétence à mettre en forme un fichier word qui ne ressemble à pas grand chose, son soutien, sa patience et ses conseils m'ont permis de mieux vivre ces années dans la grisaille parisienne.*

## RESUME

---

Les Bétons Fibrés à Ultra hautes Performances (BFUP), développés depuis le milieu des années 1990, se caractérisent par une résistance en compression bien supérieure à celle des BTHP actuellement couverts par la normalisation, une excellente durabilité et l'emploi d'un assez fort taux de fibres métalliques modifiant le recours habituel aux armatures. Ils sont notamment marqués par une résistance à la traction élevée. Cependant, selon le pourcentage volumique et le(s) type(s) de fibres initialement prévus dans la formulation et l'orientation réelle des fibres dans la structure vis-à-vis des directions principales de traction, leur comportement en traction peut être adoucissant ou écrouissant. Ces deux comportements nécessitent une approche différente pour assurer la sécurité du dimensionnement.

Dans un premier temps, des méthodes de caractérisation du comportement en traction des BFUP ont été mises au point de manière à déterminer quel comportement va se mettre en place pour un BFUP et un élément structurel donné, en s'appuyant sur l'essai de flexion quatre points réalisé sur éprouvette non-entallée. Cet essai nécessite l'utilisation d'une analyse inverse afin d'obtenir la loi de comportement « contrainte-déformation » (dans le cas d'un BFUP écrouissant en traction directe) ou « contrainte-ouverture de fissure » (dans le cas d'un BFUP adoucissant en traction directe). Les résultats obtenus dépendant des hypothèses prises en compte dans l'analyse inverse, on s'est donc attaché à développer des méthodes d'analyse limitant le nombre d'hypothèses de façon à établir une loi de comportement en traction la plus réaliste possible.

La configuration de l'essai de flexion quatre points pouvant entraîner des artefacts, elle nécessite un raccordement avec l'essai de traction directe. Pour valider ce raccordement, une méthode d'essai permettant de tester des corps d'épreuve de dimensions identiques en flexion et en traction directe a été mise au point.

Les résultats de l'analyse inverse des essais de flexion ont été comparés à ceux des essais de traction directe. La comparaison a été réalisée dans le cadre d'une campagne expérimentale portant sur différentes tailles de prisme et mettant en oeuvre deux BFUP différents. Elle a notamment permis de démontrer la robustesse des méthodes d'analyse proposées en particulier vis-à-vis de la cohérence de la discrimination écrouissant/adoucissant à partir du relevé de fissures sur chaque éprouvette.

Dans un second temps, des méthodes de calcul adaptées à une approche type « contrainte – ouverture de fissure » ou « contrainte – déformation » ont été testées ou développées afin de prédire la résistance ou le comportement des poutres en BFUP soumises à des sollicitations concomitantes de flexion et d'effort tranchant. Cette configuration de sollicitation fait en effet intervenir de façon critique le comportement en traction du matériau. Pour valider ces méthodes de calculs, onze poutres en BFUP armé ou précontraint, avec ou sans armatures transversales et avec ou sans fibres (métalliques ou organiques) ont été testées sous une configuration de flexion conduisant à une rupture par effort tranchant.

La caractérisation simultanée du comportement mécanique des BFUP à l'échelle du matériau en prenant en compte l'orientation réelle des fibres au sein des poutres, qui constitue une originalité de ce programme, s'est avérée particulièrement importante pour constater l'interaction entre le matériau, la géométrie de la structure et le procédé de mise en oeuvre du BFUP sur l'orientation des fibres.

Les méthodes d'analyse des essais de flexion quatre points mises au point ont permis d'évaluer quantitativement l'influence de la structure (orientation réelle des fibres, influence

d'une éventuelle précontrainte ou de la géométrie de la structure) sur les paramètres caractérisant le comportement en traction du BFUP, notamment la déformation correspondant à la localisation de la fissure et marquant la fin du comportement global « pseudo-plastique ». Les conditions de synergie d'éventuelles armatures transversales et du BFUP vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant, ont pu être mises en évidence.

Les résultats de ces essais, complétés par ceux de la littérature, ont également permis de valider des propositions de type réglementaire permettant de vérifier la résistance à l'effort tranchant des poutres (ELU) et le contrôle de la fissuration diagonale (ELS).

Pour étendre l'analyse, la capacité de l'approche en « contrainte – ouverture de fissure » à prédire la résistance de poutres soumises à des sollicitations concomitantes de flexion et d'effort tranchant a été testée. L'approche en « contrainte – déformation » a également été appliquée, contribuant au développement et à la validation de méthodes élastoplastiques adaptées aux BFUP.

*Mots clés* : BFUP, comportement en traction, loi contrainte – déformation, loi contrainte – ouverture de fissure, multifissuration, multimacrofissuration, localisation, traction directe, flexion quatre points, cisaillement, résistance à l'effort tranchant, poutres en BFUP armé, poutres en BFUP précontraint, armatures transversales, ELS, ELU.

## ABSTRACT

---

Ultra High Performance Fiber Reinforced Concrete (UHPFRC), developed since 1990, are characterized by a compressive strength much higher than Very High Performance Concrete (VHPC) currently considered by standardisation, an excellent durability and the use of relatively high content of fibers. In particular, their tensile strength is quite important. Nevertheless, depending on fibers ratio and fibers types forecasted in the initial mix design and the real orientation of fibers in the structure compared with the main tensile directions, UHPFRC can exhibit either strain-softening or strain-hardening tensile behaviour. Each considered behaviour needs specific approaches in order to ensure a safe design.

In a first time, characterization methods of UHPFRC tensile behaviour have been developed in order to determine which type of behaviour will occur considering a given UHPFRC and structure. These methods are based on the four point bending test. An inverse analysis of the results of this experimental method permits to deduce the “stress – strain” relationship (in the case of hardening UHPFRC) or “stress – crack opening” relationship (in the case of softening UHPFRC). The results depend on assumptions assumed during the inverse analysis. Thus, we have developed analysis methods which minimize the number of hypothesis in order to predict the most realistic behaviour law.

The four point bending test configuration can involve artefacts. A comparison with direct tensile test is then necessary. In order to conduct this comparison, a direct tensile test method has been developed. It permits to use specimens with the same cross-section for direct traction and for the four point bending configuration.

The results obtained from four point bending tests associated with the inverse analysis have been compared to those obtained with direct tensile tests. This comparison has been achieved using results of an experimental campaign considering different specimens sizes and two UHPFRC. Such comparison allows to highlight the effectiveness of the proposed method and particularly, its capability to deduce a strain-hardening or strain-softening behaviour of the material from observed crack patterns.

In a second time, calculation methods adapted for « stress – crack opening » or « stress – strain » approaches have been tested or developed in order to predict the ultimate capacity or behaviour of UHPFRC beams submitted to a coupled shear and bending loading. Indeed, for this loading configuration, the tensile behaviour of the material is a main parameter. In order to validate the proposed calculation methods, eleven beams made of reinforced or prestressed UHPFRC, with or without stirrups and with or without fibers (metalics organics) have been tested in bending conducting to shear failure.

The concomitant characterization of the UHPFRC mechanical behaviour at the “material scale”, taking into account the real orientation of fibers within the beams, constitutes an originality of this program. It has been useful to analyze the interaction between material, structure configuration and casting method on the orientation of fibers.

Moreover, developed analysis methods of four point bending tests have been used to evaluate the influence of the structure (real orientation of fibres, influence of an eventual prestress or the structure configuration) on the parameters characterizing the tensile behaviour of the UHPFRC, in particular the strain corresponding to the localization of a critical crack.

The conditions of additional contribution of UHPFRC and eventual stirrups in the shear capacity of the beam have been described.

The results of these tests, completed with those reported in the literature, have been used to validate design rules for the diagonal crack development (SLS) and the ultimate shear strength (ULS).

In order to extend the analysis, the approach based on the “stress – crack opening” relationship has been tested in order to predict the shear capacity of beams. The approach based on “stress – strain” relationship has also been applied, participating to the development and the validation of elastoplastic methods adapted to UHPFRC.

Keywords: UHPFRC, UHPC, behaviour under traction, “stress – strain” relationship, “stress – crack opening” relationship, multiplecracking, multiplemacrocracking, localization, direct tensile tests, four points bending tests, shear strength, beams made of reinforced UHPFRC, beams made of prestressed UHPFRC, stirrups, SLS, ULS.

# TABLE DES MATIERES

---

|   |            |
|---|------------|
| <b>INTRODUCTION.....</b>  | <b>11</b>  |
| CONTEXTE GENERAL.....   | 11         |
| OBJECTIFS DU TRAVAIL DE THESE.....  | 12         |
| MODALITES DES TRAVAUX EXPERIMENTAUX.....  | 12         |
| PORTEE DE CETTE CONTRIBUTION.....   | 13         |
| ORGANISATION GENERALE DU MANUSCRIT.....   | 13         |
| <b>CHAPITRE 1 ETAT DE L'ART.....</b>  | <b>15</b>  |
| 1.1 LES BETONS FIBRES A ULTRA HAUTES PERFORMANCES.....                              | 17         |
| 1.1.1 GENERALITES.....  | 17         |
| 1.1.2 COMPOSITION DES BFUP.....   | 18         |
| 1.1.3 CARACTERISTIQUES MECANIQUES DES BFUP.....                                     | 19         |
| 1.1.3.1 COMPORTEMENT EN COMPRESSION DES BFUP.....                                   | 19         |
| 1.1.3.2 COMPORTEMENT EN TRACTION DES BFUP.....                                      | 21         |
| 1.1.4 RECOMMANDATIONS ET REGLES DE CALCUL.....                                      | 24         |
| 1.1.5 REALISATION DE STRUCTURES EN BFUP.....  | 25         |
| 1.2 CARACTERISATION DU COMPORTEMENT EN TRACTION.....                                | 27         |
| 1.2.1 CLASSIFICATION DU COMPORTEMENT DES BETONS FIBRES.....                         | 27         |
| 1.2.2 ESSAIS DE CARACTERISATION DU COMPORTEMENT EN TRACTION DES BETONS FIBRES.....  | 30         |
| 1.2.2.1 ESSAIS DE TRACTION DIRECTE.....   | 31         |
| 1.2.2.2 METHODES D'ESSAI INDIRECTES SUR EPROUVETTES ENTAILLEES.....                 | 34         |
| 1.2.2.3 METHODES D'ESSAI INDIRECTES SUR EPROUVETTES NON-ENTAILLEES.....             | 45         |
| 1.2.3 CONCLUSIONS.....  | 72         |
| 1.3 COMPORTEMENT A L'EFFORT TRANCHANT.....  | 73         |
| 1.3.1 POUTRES EN BETON ARME OU PRECONTRAIT.....                                     | 73         |
| 1.3.1.1 GENERALITES.....  | 73         |
| 1.3.1.2 FACTEURS INFLUENÇANT LE COMPORTEMENT DES POUTRES A L'EFFORT TRANCHANT.....  | 77         |
| 1.3.1.3 EVALUATION DE LA RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT.....                       | 83         |
| 1.3.1.4 CONCLUSION.....   | 104        |
| 1.3.2 POUTRES EN BETON DE FIBRES METALLIQUES.....                                   | 105        |
| 1.3.2.1 COMPORTEMENT EXPERIMENTAL.....  | 105        |
| 1.3.2.2 EVALUATION DE LA RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT.....                       | 106        |
| 1.3.2.3 CONCLUSION.....   | 121        |
| 1.3.3 POUTRES EN BETON FIBRE A ULTRA HAUTES PERFORMANCES.....                       | 121        |
| 1.3.3.1 COMPORTEMENT EXPERIMENTAL.....  | 121        |
| 1.3.3.2 EVALUATION DE LA RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT.....                       | 128        |
| 1.3.3.3 DISCUSSION.....   | 134        |
| 1.3.4 CONCLUSIONS.....  | 135        |
| <b>CHAPITRE 2 CARACTERISATION DU COMPORTEMENT POST-FISSURATION EN TRACTION.....</b> | <b>137</b> |
| 2.1 INTRODUCTION.....   | 139        |
| 2.2 CAMPAGNE EXPERIMENTALE.....   | 140        |
| 2.3 METHODE DIRECTE : ESSAIS DE TRACTION DIRECTE.....                               | 146        |
| 2.3.1 PRINCIPE DE LA METHODE.....   | 146        |
| 2.3.1.1 ESSAIS PRECURSEURS ET PHASE DE DEVELOPPEMENT.....                           | 147        |
| 2.3.1.2 METHODE APPLIQUEE LORS DE LA CAMPAGNE EXPERIMENTALE.....                    | 160        |
| 2.3.2 RESULTATS EXPERIMENTAUX.....  | 165        |
| 2.3.2.1 DEPOUILLEMENT DES RESULTATS.....  | 165        |
| 2.3.2.2 COMPORTEMENT ELASTIQUE.....   | 174        |
| 2.3.2.3 COMPORTEMENT POST-FISSURATION.....  | 177        |
| 2.3.2.4 CONCLUSION.....   | 179        |
| 2.4 METHODE INDIRECTE : ESSAIS DE FLEXION QUATRE POINTS.....                        | 179        |
| 2.4.1 DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL.....                                   | 180        |
| 2.4.1.1 DISPOSITIF GENERAL DES ESSAIS ET ASSERVISSEMENT.....                        | 180        |
| 2.4.1.2 INSTRUMENTATION DES CORPS D'EPREUVE.....                                    | 182        |
| 2.4.1.3 DEROULEMENT DES ESSAIS.....   | 183        |

|   |  |            |
|---|--|------------|
| 2.4.2   | PRINCIPE DES METHODES D'ANALYSE.....   | 184        |
| 2.4.2.1   | BFUP PRESENTANT UNE MULTIFISSURATION FINE ET FAIBLEMENT ESPACEE .....                                      | 184        |
| 2.4.2.2   | BFUP PRESENTANT UNE MULTI MACROFISSURATION .....   | 194        |
| 2.4.2.3   | DEMARCHE ADOPTEE POUR LE TRAITEMENT DES RESULTATS EXPERIMENTAUX .....                                      | 200        |
| 2.4.3   | RESULTATS EXPERIMENTAUX .....  | 200        |
| 2.4.3.1   | COMPORTEMENT ELASTIQUE (LIMITE DE LINEARITE ET MODULE D'YOUNG) .....                                       | 215        |
| 2.4.3.2   | COMPORTEMENT POST-FISSURATION .....  | 221        |
| 2.5   | CONFRONTATION DES RESULTATS ANALYSES ISSUS DES ESSAIS DE TRACTION DIRECTE ET DE FLEXION QUATRE POINTS..... | 268        |
| 2.5.1   | TYPE DE COMPORTEMENT POST-FISSURATION ET COMPORTEMENT ELASTIQUE .....                                      | 268        |
| 2.5.1.1   | TYPE DE COMPORTEMENT POST-FISSURATION.....   | 268        |
| 2.5.1.2   | COMPORTEMENT ELASTIQUE (LIMITE DE LINEARITE ET MODULE D'YOUNG) .....                                       | 269        |
| 2.5.2   | COMPARAISON POUR LES BFUP ECROUISSANTS EN TRACTION DIRECTE.....  | 272        |
| 2.5.3   | COMPARAISON POUR LES BFUP ADOUCISSANTS EN TRACTION DIRECTE .....   | 285        |
| 2.6   | CONCLUSIONS .....  | 287        |
| <b>CHAPITRE 3 COMPORTEMENT A L'EFFORT TRANCHANT DES POUTRES EN BFUP .....</b> |  | <b>291</b> |
| 3.1   | INTRODUCTION .....   | 293        |
| 3.2   | DESCRIPTION DE LA CAMPAGNE EXPERIMENTALE.....  | 294        |
| 3.2.1   | CARACTERISTIQUES ET DIMENSIONNEMENT DES CORPS D'EPREUVE.....   | 294        |
| 3.2.1.1   | CARACTERISTIQUES DES CORPS D'EPREUVE .....   | 294        |
| 3.2.1.2   | VERIFICATIONS DU DIMENSIONNEMENT PAR RAPPORT A L'OBJECTIF DE RUPTURE PAR EFFORT TRANCHANT .....            | 296        |
| 3.2.2   | FABRICATION DES POUTRES.....   | 298        |
| 3.2.3   | DISPOSITIF D'ESSAI ET INSTRUMENTATION DES CORPS D'EPREUVE.....   | 305        |
| 3.2.3.1   | DISPOSITIF GENERAL DES ESSAIS ET ASSERVISSEMENT.....   | 305        |
| 3.2.3.2   | PROGRAMME DE CHARGEMENT.....   | 306        |
| 3.2.3.3   | INSTRUMENTATION DES CORPS D'EPREUVE .....  | 308        |
| 3.3   | RESULTATS EXPERIMENTAUX.....   | 313        |
| 3.3.1   | CARACTERISATION DES DIFFERENTS MATERIAUX .....   | 313        |
| 3.3.1.1   | COMPORTEMENT MECANIQUE DES BFUP OU BUHP.....   | 313        |
| 3.3.1.2   | CARACTERISATION MECANIQUE DES ARMATURES PASSIVES ET ACTIVES .....  | 344        |
| 3.3.2   | COMPORTEMENT GLOBAL DES POUTRES .....  | 357        |
| 3.3.2.1   | POUTRES PRECONTRAINTES.....  | 357        |
| 3.3.2.2   | POUTRES ARMEES.....  | 367        |
| 3.3.2.3   | SYNTHESE.....  | 377        |
| 3.4   | ANALYSE PAR LA CONFRONTATION DES RESULTATS AVEC DIFFERENTS MODELES DE CALCUL .....                         | 378        |
| 3.4.1   | FISSURATION DIAGONALE D'EFFORT TRANCHANT .....   | 378        |
| 3.4.1.1   | ANALYSE DES ESSAIS VIS-A-VIS DE LA FISSURATION DIAGONALE.....  | 378        |
| 3.4.1.2   | COMPARAISON AVEC D'AUTRES CAMPAGNES EXPERIMENTALES.....  | 390        |
| 3.4.2   | RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT : APPROCHE « CONTRAINTE – OUVERTURE DE FISSURE » .....                     | 395        |
| 3.4.2.1   | METHODES TESTEES : HYPOTHESES PRISES EN COMPTE POUR LES CALCULS.....                                       | 395        |
| 3.4.2.2   | COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET LES DIFFERENTES PREVISIONS .....                          | 403        |
| 3.4.3   | RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT : APPROCHE « CONTRAINTE – DEFORMATION » .....                              | 408        |
| 3.4.3.1   | APPROCHE ANALYTIQUE .....  | 408        |
| 3.4.3.2   | MODELISATION NUMERIQUE : APPROCHE CONTINUE.....  | 426        |
| 3.5   | CONCLUSIONS .....  | 438        |
| <b>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES .....</b>                              |  | <b>441</b> |
| <b>RÉFÉRENCES.....</b>  |  | <b>445</b> |
| <b>ANNEXES.....</b>   |  | <b>469</b> |
|   | ANNEXE 1 PLANS DES PLAQUES D'ALUMINIUM UTILISEES POUR LES ESSAIS DE TRACTION DIRECTE .....                 | 470        |
|   | ANNEXE 2 TRACTION DIRECTE : COURBES "CONTRAINTE-DEFORMATION" ET RELEVÉ DE FISSURES.....                    | 476        |
|   | ANNEXE 3 EVALUATION DE L'ERREUR LIEE A LA MESURE DE LA DEFORMATION EN FACE INFÉRIEURE .....                | 481        |
|   | ANNEXE 4 PERTES DE PRECONTRAINTE INDUITES PAR LA RELAXATION DES TORONS.....                                | 484        |
|   | ANNEXE 5 DETERMINATION EXPERIMENTALE DE L'EFFORT DE FISSURATION DIAGONALE .....                            | 488        |
|   | ANNEXE 6 PRINCIPE D'EXPLOITATION DES MESURES « BRUTES » DES ROSETTES .....                                 | 503        |
|   | ANNEXE 7 ESSAIS A L'EFFORT TRANCHANT : ENSEMBLE DES MESURES REALISEES .....                                | 507        |
|   | ANNEXE 8 DETAILS SUR LE CRITERE DE WILLAM-WARNKE A TROIS PARAMETRES.....                                   | 520        |

# INTRODUCTION

## Contexte général

Les Bétons Fibrés à Ultra hautes Performances (BFUP) sont des matériaux développés depuis le milieu des années 1990 (Richard et Cheyrezy, 1995). Ils se caractérisent par une résistance en compression cinq à dix fois supérieure à celle des bétons ordinaires, une excellente durabilité et l'emploi d'un assez fort taux de fibres métalliques modifiant le recours habituel aux armatures. Les BFUP permettent ainsi de concevoir des structures très allégées, économes en matière pour des applications aussi variées que des passerelles élancées, des ponts routiers, des bâtiments audacieux ...

Ces applications peuvent être issues d'une optimisation des éléments de structure de conception courante [poutre ITE® (Hajar et al., 2010), dalle nervurée du projet MIKTI (Toutlemonde, 2007)] ou le fruit d'une recherche de formes structurales adaptées aux propriétés mécaniques spécifiques des BFUP. Dans les deux cas, il est indispensable d'évaluer de manière précise ces caractéristiques mécaniques à l'échelle du matériau mais aussi à l'échelle de la structure.

Les BFUP sont notamment marqués par une résistance à la traction de la matrice cimentaire élevée en comparaison avec les bétons ordinaires. De plus le taux relativement important de fibres confère à ces matériaux un comportement pseudo-ductile en traction. Celui-ci, selon le pourcentage volumique et le(s) type(s) de fibres initialement prévus dans la formulation et l'orientation réelle des fibres dans la structure vis-à-vis des directions principales de traction, peut être adoucissant ou écrouissant (Behloul, 1996). Dans le premier cas, une fois la résistance de la matrice atteinte, une ou plusieurs macro-fissures se développent avec une ouverture et un espacement qui dépendent notamment de la hauteur et de la géométrie de la structure, de la présence éventuelle de renforcements traditionnels, etc. Une approche utilisant une loi de comportement en traction « contrainte-ouverture de fissure » est alors nécessaire pour évaluer correctement la résistance d'une structure. Ce type d'approche est couramment utilisé pour les Bétons de Fibres Métalliques (BFM) « ordinaires » (AFREM, 1995 ; RILEM TC162-TDF, 2002a, 2003 ; *fib*, 2010a, 2010b). Dans le cas d'un comportement écrouissant, une multi-microfissuration apparaît, entraînant alors une absence de localisation de l'endommagement et donc l'apparition d'une déformation irréversible répartie que l'on qualifie de « pseudo-plastique », pendant une phase suffisamment significative avant localisation sous forme de macro-fissures. Une approche utilisant une loi de comportement en traction « contrainte-déformation » semble alors plus judicieuse et plus proche de la « réalité physique » pour décrire correctement le comportement de la structure.

Les deux comportements étant relativement différents et justifiant une approche différente pour assurer la sécurité du dimensionnement, il est utile dans un premier temps de déterminer lequel va se mettre en place pour un BFUP et un élément structurel donné. Cette identification du comportement en traction du BFUP doit notamment prendre en compte l'orientation réelle des fibres à l'intérieur de la structure.

Dans un second temps, il est nécessaire de développer des méthodes de calcul permettant de prédire le plus fidèlement possible la résistance ou le comportement de la structure vis-à-vis de la sollicitation considérée, en assurant la cohérence entre les deux approches et lors de la « transition » que constitue, le cas échéant, la localisation de macrofissures.



## Objectifs du travail de thèse

L'objectif de cette thèse est de contribuer à une approche que l'on peut qualifier de générale vis-à-vis du comportement structurel des BFUP afin de valoriser leur capacité pseudo-plastique en traction de façon effective, du fonctionnement local du matériau au comportement de la structure.

Cela consiste dans un premier temps à déterminer le type de comportement en traction du BFUP en prenant en compte l'orientation réelle des fibres au sein de la structure. Pour cela des méthodes de caractérisation, adaptables à des éléments prélevés au sein d'un élément structural, ont été mises au point de manière à identifier le caractère écrouissant ou adoucissant du BFUP. Ces méthodes qui se basent sur des essais de traction directe ou indirecte (essais de flexion quatre points) doivent ainsi permettre d'obtenir des lois « contrainte-déformation » (dans le cas écrouissant) ou « contrainte-ouverture de fissure » (dans le cas adoucissant).

Dans un second temps, selon le type d'approche retenue pour modéliser le comportement du BFUP (en lien avec les essais de caractérisation effectués) en « contrainte-déformation » ou « contrainte-ouverture de fissure », différentes méthodes de calcul ont été testées ou développées afin de prédire le comportement et la résistance de poutres soumises à des sollicitations concomitantes de flexion et d'effort tranchant. Ces méthodes ont été comparées aux résultats expérimentaux obtenus sur des poutres en BFUP armé précontraint, avec ou sans armatures transversales, testées à l'effort tranchant. Parallèlement, à partir de ces résultats expérimentaux et d'une étude bibliographique, l'Etat Limite de Service (ELS) vis-à-vis du cisaillement des poutres en BFUP a été étudié de manière à proposer des règles de calcul permettant de contrôler la fissuration à l'ELS.

## Modalités des travaux expérimentaux

Les apports expérimentaux de cette thèse se sont inscrits dans le cadre de deux études partenariales qui se situent chacune à une échelle différente :

- La première se situe à l'échelle du matériau. Dans le cadre d'une collaboration entre l'Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux (IFSTTAR, ex-Laboratoire Central des Ponts et Chaussées) et le Turner Fairbank Highway Research Center (TFHRC, centre de recherche de la Federal Highway Administration aux USA), des méthodes de caractérisation du comportement en traction des BFUP ont été mises au point à partir d'essais de traction directe et indirecte sur éprouvettes non-entaillées. Ces méthodes doivent pouvoir s'adapter à des éléments prélevés au sein d'une structure.
- La seconde se place à l'échelle de la structure. Dans le cadre de la mise à jour des recommandations françaises (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP et des discussions internationales concomitantes, des essais de flexion conduisant à un mécanisme de ruine par effort tranchant ont été menés sur des poutres en BFUP armé ou précontraint, avec ou sans armatures transversales. Des prismes ont été sciés dans les directions principales de manière à caractériser, à travers l'approche des recommandations françaises, l'orientation réelle des fibres à l'intérieur des poutres.

Pour être représentatif vis-à-vis de différents BFUP présents sur le marché, les deux campagnes expérimentales menées dans cette thèse ont concerné deux types de BFUP dont la formulation et la cure après prise sont significativement différentes.

## Portée de cette contribution

Au-delà des apports de données expérimentales issues de ces deux programmes, dont l'originalité est de confronter de façon complète sur des matériaux cohérents, la traction directe et la flexion quatre points, mais également la résistance à l'effort tranchant et la caractérisation « contrainte – ouverture de fissure » locale, l'analyse conduite dans ce travail de thèse vient en appui de plusieurs questions opérationnelles :

- Validité d'une caractérisation du matériau en flexion quatre points affranchie d'hypothèses de dépouillement discutables.
- Justification des poutres en BFUP à l'effort tranchant aussi bien à l'Etat Limite Ultime (ELU) qu'à l'Etat Limite de Service (ELS).

L'actualisation en cours, des recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP a pu s'inspirer de ces travaux.

Par ailleurs, la méthodologie de caractérisation des prismes en traction directe, qui a été mise au point pour ce travail, semble prometteuse et pourrait faire l'objet de compléments de mise au point métrologique.

La cohérence entre le comportement « contrainte – déformation » identifié et la vérification des structures passe par le développement de modèles analytiques ou aux éléments finis, dont il a été fait usage pour l'analyse des essais sur poutres.

Le travail présenté comporte donc, selon ces différents aspects, un degré d'aboutissement variable. Il est néanmoins apparu important et éclairant d'associer les différents points de vue (expérimental, numérique et analytique) de cette contribution dans le présent mémoire.

## Organisation générale du manuscrit

Le manuscrit de thèse s'articule de la manière suivante :

- La première partie intitulée « Etat de l'Art » rappelle tout d'abord un certain nombre de généralités sur les BFUP.  
Les différentes méthodes existantes de caractérisation du comportement en traction des bétons fibrés et des BFUP sont ensuite détaillées. Les avantages et les inconvénients de chacune de ces méthodes sont analysés en lien avec la possibilité de les utiliser pour caractériser le comportement en traction des BFUP à l'échelle de la structure.  
Les différents mécanismes intervenant dans le comportement à l'effort tranchant et l'évaluation du rôle que peuvent jouer les fibres au sein d'un béton fibré ordinaire ou d'un BFUP sont ensuite passés en revue à partir notamment de l'abondante littérature concernant le comportement à l'effort tranchant des poutres en béton armé et/ou précontraint.  
Les objectifs de cette thèse sont alors précisés en fonction des limites et des défauts des connaissances et méthodes existantes.
- Dans le deuxième chapitre, les méthodes de caractérisation du comportement en traction des BFUP mises au point à partir d'essais de traction directe et d'essais de flexion quatre points sont détaillées. Celles-ci ont été testées au travers d'une campagne expérimentale portant notamment sur deux tailles de prismes et sur deux BFUP différents, traités ou non thermiquement.
- Le troisième chapitre présente les essais d'effort tranchant réalisés sur des poutres en BFUP armé ou précontraint, avec ou sans étriers. Un certain nombre de prismes ont

été prélevés dans les directions principales de manière à caractériser l'orientation réelle des fibres à partir de l'approche des recommandations françaises. Bien que celle-ci ne permette pas d'exploiter les propriétés caractéristiques d'un BFUP écrouissant, deux approches sont étudiées notamment celle en « contrainte-déformation » afin de prédire la résistance ou le comportement à l'effort tranchant des poutres en BFUP armé ou précontraint. Les méthodes de conception et de justification de l'ingénieur peuvent alors être évaluées et améliorées.

- Une conclusion générale résume les principaux acquis de ce travail et propose des perspectives pour en compléter l'exploitation.
- Huit annexes fournissent des informations complémentaires ponctuelles sur différents aspects du travail.

# Chapitre 1

## ETAT DE L'ART

### SOMMAIRE

---

|            |   |     |
|------------|---|-----|
| <b>1.1</b> | <b>LES BETONS FIBRES A ULTRA HAUTES PERFORMANCES</b>                              | 17  |
| 1.1.1      | GENERALITES   | 17  |
| 1.1.2      | COMPOSITION DES BFUP  | 18  |
| 1.1.3      | CARACTERISTIQUES MECANQUES DES BFUP   | 19  |
| 1.1.3.1    | COMPORTEMENT EN COMPRESSION DES BFUP  | 19  |
| 1.1.3.2    | COMPORTEMENT EN TRACTION DES BFUP   | 21  |
| 1.1.4      | RECOMMANDATIONS ET REGLES DE CALCUL   | 24  |
| 1.1.5      | REALISATION DE STRUCTURES EN BFUP   | 25  |
| <b>1.2</b> | <b>CARACTERISATION DU COMPORTEMENT EN TRACTION</b>                                | 27  |
| 1.2.1      | CLASSIFICATION DU COMPORTEMENT DES BETONS FIBRES                                  | 27  |
| 1.2.2      | ESSAIS EXISTANTS DE CARACTERISATION DU COMPORTEMENT EN TRACTION DES BETONS FIBRES | 30  |
| 1.2.2.1    | ESSAIS DE TRACTION DIRECTE  | 31  |
| 1.2.2.2    | METHODES D'ESSAI INDIRECTES SUR EPROUVETTE ENTAILLEE                              | 34  |
| 1.2.2.3    | METHODES D'ESSAI INDIRECTES SUR EPROUVETTES NON-ENTAILLEES                        | 45  |
| 1.2.3      | CONCLUSIONS   | 72  |
| <b>1.3</b> | <b>COMPORTEMENT A L'EFFORT TRANCHANT</b>  | 73  |
| 1.3.1      | POUTRES EN BETON ARME OU PRECONTRAIT  | 73  |
| 1.3.1.1    | GENERALITES   | 73  |
| 1.3.1.2    | FACTEURS INFLUENÇANT LE COMPORTEMENT DES POUTRES A L'EFFORT TRANCHANT             | 77  |
| 1.3.1.3    | EVALUATION DE LA RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT                                  | 83  |
| 1.3.1.4    | CONCLUSION  | 104 |
| 1.3.2      | POUTRES EN BETON DE FIBRES METALLIQUES  | 105 |
| 1.3.2.1    | COMPORTEMENT EXPERIMENTAL   | 105 |
| 1.3.2.2    | EVALUATION DE LA RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT                                  | 106 |
| 1.3.2.3    | CONCLUSION  | 121 |
| 1.3.3      | POUTRES EN BETON FIBRE A ULTRA HAUTES PERFORMANCES                                | 121 |
| 1.3.3.1    | COMPORTEMENT EXPERIMENTAL   | 121 |
| 1.3.3.2    | EVALUATION DE LA RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT                                  | 128 |
| 1.3.3.3    | DISCUSSION  | 134 |
| 1.3.4      | CONCLUSIONS   | 135 |



## 1.1 LES BETONS FIBRES A ULTRA HAUTES PERFORMANCES

### 1.1.1 GENERALITES

La recherche d'une résistance en compression élevée ( $f_c > 60$  MPa) pour la réalisation de structures élancées justifie souvent à elle seule le recours aux Bétons à Hautes Performances (BHP). En effet, elle permet au concepteur d'optimiser la taille et le poids des ouvrages grâce à la diminution de l'épaisseur des éléments. Toutefois, une haute résistance en compression n'est pas le seul intérêt des bétons à hautes performances. Ainsi, par rapport aux bétons « classiques », les BHP apportent les améliorations suivantes :

- meilleure durabilité intrinsèque du matériau,
- fluage réduit en particulier pour les BHP avec fumée de silice,
- possible fluidité de ces bétons qui limite considérablement les accidents de bétonnage,
- rigueur de formulation qui impose un suivi de fabrication rassurant pour le maître d'œuvre.

Les bétons fibrés à ultra hautes performances (BFUP) se distinguent des bétons à hautes et très hautes performances (AFGC-Sétra, 2002) :

- par leur résistance en compression, supérieure à 150 MPa,
- par l'emploi systématique de fibres, qui assurent la non-fragilité du matériau et modifient le recours classique aux armatures passives,
- par leur fort dosage en liant et la sélection dont les granulats font l'objet.

La présence de fibres dans le béton améliore la ductilité en agissant sur le processus de fissuration à deux échelles : à l'échelle du matériau (augmentation de la résistance à la traction) et à l'échelle de la structure (augmentation de la capacité portante et de la ductilité).

Les BFUP actuellement disponibles sur la marché notamment en France, sont : le BSI® développé par Eiffage (Thibaux, 2010a), les différentes gammes du Ductal® (Batoz et Behloul, 2010) incluant le BPR (Béton de Poudres Réactives) issu du programme de recherche entre Bouygues, Lafarge et Rhodia, et le BCV® de Vinci (Delauzun et al., 2010). Des développements ont eu lieu ou sont en cours chez la plupart des cimentiers mais aussi dans certains laboratoires comme :

- l'IFSTTAR (ex-LCPC) avec le CEMTEC- multiscale® (Rossi et al., 2005). Ce matériau a été utilisé pour la réparation de dalles de ponts routiers (Brühwiler et al., 2005 ; Brühwiler et Denarié, 2008).
- l'Université de Kassel en Allemagne avec le M1Q, B3Q BFUHP (Fehling et al., 2005).
- l'Université de Delft aux Pays-Bas avec l'Hybrid-fibre concrete (Markovic, 2006).
- l'Université de Cardiff au Royaume-Uni avec le CARDIFRC (Stiel et al., 2004).
- l'Université de Michigan (Wille et al., 2011).
- le Centre d'Etudes et de Recherche de l'Industrie du Béton [CERIB] (Toutlemonde, 2010)

Parallèlement aux BFUP, d'autres matériaux présentant certaines caractéristiques communes aux BFUP ont été développés comme les High Performance Fibre Reinforced Cement Composites [HPFRCC] (JSCE, 2008). Ces matériaux tels que l'ECC (Li et Leung, 92 ; Fischer and Li, 2007) sont caractérisés par une grande ductilité en traction mais avec des

performances en termes de résistance à la compression et à la traction et de durabilité inférieures à celles des BFUP ( $f_c \leq 80$  MPa).

### 1.1.2 COMPOSITION DES BFUP

La formulation des bétons à hautes performances repose sur un ou plusieurs des critères suivants :

- réduction de la taille des granulats pour améliorer l'homogénéité du mélange afin d'éviter un ensemble d'inclusions rigides qui sont des défauts vis-à-vis du comportement mécanique et qui constituent des points de concentration de contraintes.
- augmentation du volume de pâte (ciment et additions réactives),
- optimisation de la distribution granulométrique des poudres et granulats,
- réduction du rapport Eau/Liant (E/L) à une valeur inférieure à 0,4,
- éventuellement amélioration de la microstructure par traitement thermique après prise,
- ajout de fibres pour augmenter la capacité de déformation et la résistance à la fissuration,
- amélioration de la limite élastique par l'emploi de micro-fibres métalliques.

Ainsi, on peut distinguer différentes gammes de BHP (Toutlemonde, 2004):

- gamme des BHP ( $f_{c-cara} = 50$  à 80 MPa) BHP sans ultrafines utilisant des superplastifiants pour une réduction du rapport Eau/Ciment (E/C) [E/C = 0,35 à 0,4],
- gamme des BTHP ( $f_{c-cara} = 60$  à 100 MPa) BTHP avec ultrafines (fumée de silice notamment) et superplastifiants pour une défloculation (E/C = 0,27 à 0,35),
- gamme des BTHP ( $f_{c-cara} = 100$  à 180 MPa) BTHP avec ultrafines ainsi qu'une optimisation granulaire poussée et un choix particulier des granulats (E/C = 0,2 à 0,3),
- gamme des BUHP ( $f_{c-cara} = 180$  à 250 MPa) BUHP avec ultrafines ainsi qu'un choix des matériaux et une limitation des hétérogénéités (E/C = 0,17 à 0,25). Traitement thermique éventuel après la prise du matériau.

En ce qui concerne les bétons de fibres métalliques « classiques » (BFM), ceux-ci se caractérisent par une gamme de résistance en compression qui s'étend de 30 MPa à 100 MPa et un pourcentage volumique de fibres compris entre 0,4 % et 1,5 % (rarement plus de 1 %). Pour ces bétons, les fibres ont un rôle de reprise partielle d'efforts secondaires : ferrailage minimum, contrôle de l'ouverture des fissures de retrait empêché.

Les BFUP se distinguent donc :

- des BUHP par l'emploi de fibres,
- des BFM par une matrice cimentaire nettement améliorée et un pourcentage de fibres plus élevé (supérieur à 2 %).

Ainsi, pour fixer les idées, les compositions du BSI® (Hajar et al., 2004a) et du Ductal®-FM (Graybeal, 2006a) sont présentées dans le Tableau 1-1 . Les formulations commerciales évoluent. Ainsi le pourcentage volumique de fibres du BSI® est désormais égal à 2,5 %.

Tableau 1-1 Composition du BSI® (Hajar et al., 2004a) et du Ductal®-FM (Graybeal, 2006a) (pour 1m<sup>3</sup>)

|  |                           | Ductal®-FM | BSI® |
|--|---------------------------|------------|------|
| Premix<br>(kg)   | Agrégats (0-6 mm)         | -          | 1072 |
|  | Ciment Portland           | 712        | 1114 |
|  | Sable Fin (0,15 – 0,6 mm) | 1020       | -    |
|  | Fumée de Silice           | 231        | 169  |
|  | Quartz                    | 211        | -    |
| Adjuvants<br>(Superplastifiant, accélérateur...)<br>(kg) |                           | 60,7       | 40   |
| Eau ajoutée<br>(kg)                                      |                           | 109        | 209  |
| Fibres métalliques<br>(kg)                               |                           | 156        | 234  |
| Rapport E/C  |                           | 0,20       | 0,19 |
| Pourcentage volumique de fibres<br>(%)                   |                           | 2          | 3    |

Les formulations utilisées en usine et/ou sur chantier tendent à se stabiliser malgré certaines évolutions liées à la diversification géographique des emplois.

### 1.1.3 CARACTERISTIQUES MECANIQUES DES BFUP

Les propriétés mécaniques des BFUP présentent un intérêt fondamental pour le comportement structural. On passe en revue la situation de base qui concerne les poutres sollicitées par un moment de flexion et un effort tranchant. Le comportement en compression uniaxiale et en compression avec une déformation transversale de traction concomitante est décrit dans un premier temps. Ensuite, le comportement en traction uniaxiale est détaillé, en particulier l'aspect multifissurant des BFUP pseudo-écrouissants et l'aspect monofissurant des BFUP adoucissants.

#### 1.1.3.1 COMPORTEMENT EN COMPRESSION DES BFUP

Le comportement en compression uniaxiale des BFUP se caractérise par :

- une résistance en compression comprise entre 150 MPa et 250 MPa ;
- un module élevé compris entre 45 GPa et 65 GPa. La variation des modules entre les différents BFUP dépend essentiellement de la rigidité des granulats utilisés ;
- une évolution limitée de la linéarité jusqu'à un niveau de contrainte proche de la résistance maximale (85-90 %).

Une fois la contrainte ultime atteinte, comme pour tous les bétons, la déformation n'est plus homogène au sein de l'éprouvette testée et la décroissance de l'effort observée après le pic correspond à un effet de structure. Cette décroissance peut d'ailleurs être particulièrement brutale et dispersée si le taux de fibres est inférieur au pourcentage minimum de fibres préconisé (Fouré, 2010). L'allure des courbes est donc relativement dispersée entre les auteurs. Cette dispersion est liée à une différence de comportement notamment selon le



volume de fibres du matériau testé mais également à une différence des protocoles d'essais et des moyens de mesure utilisés. Les tests réalisés par (Behloul, 1996) sur du BPR® révèlent l'existence d'un plateau une fois le pic d'effort atteint, suivi d'une chute de contrainte qui se stabilise sous la forme d'un second plateau à environ un tiers de la contrainte ultime, qui continue jusqu'à une déformation de l'ordre de 2% (voir Figure 1-1). Les essais de (Jungwirth et Muttoni, 2004 ; Jungwirth, 2006) sur du BSI® indiquent une diminution de contrainte brusque après le pic de l'ordre de 10%, suivie par un comportement progressivement adoucissant (voir Figure 1-1). Enfin les tests menés par (Fehling et al., 2005) (voir Figure 1-1) montrent un comportement adoucissant après le pic caractérisé par une inversion de pente.

En ce qui concerne le coefficient de Poisson, celui-ci varie entre 0,17 et 0,22 selon les BFUP.

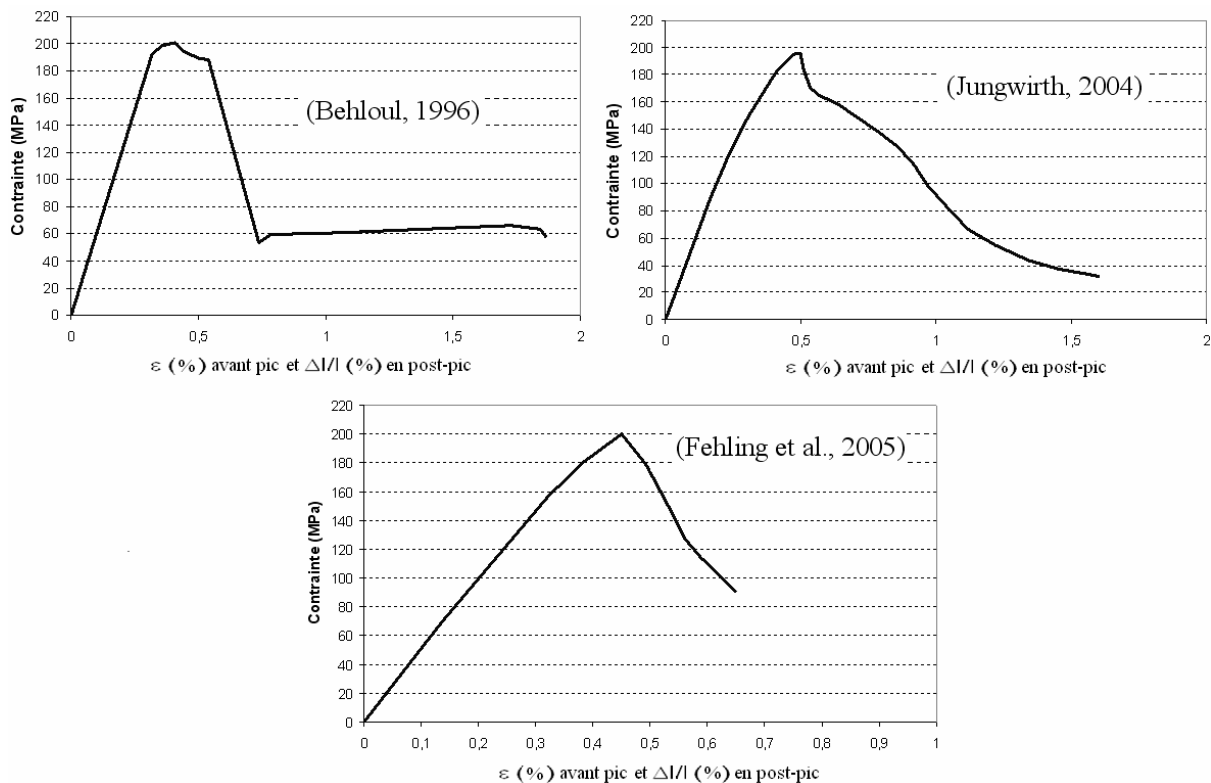


Figure 1-1 Comportement « contrainte-déformation » pour différents BFUP

La connaissance du comportement en compression uniaxiale d'un béton (et donc d'un BFUP) est nécessaire au dimensionnement des structures en béton. Néanmoins une modélisation réaliste du comportement de ces structures doit prendre en compte l'existence éventuelle d'un état de contraintes et de déformations multi-axiales. Une attention particulière peut être apportée au cas de la compression avec une déformation transversale de traction concomitante. Outre les éléments de type plaques et coques qui sont fréquemment soumis à ce genre d'état bi-axial, les poutres sollicitées par un moment de flexion et un effort tranchant sont également assujetties à cet état biaxial.

Dans le cas des bétons ordinaires, un grand nombre d'études ont été réalisées de manière à apprécier l'évolution de la loi de comportement « contrainte-déformation » en compression en fonction de la déformation induite par une traction transversale (Kupfer et al., 1969 ; Robinson et Demorieux, 1977 ; Vecchio et Collins, 1986 ; Belarbi et Hsu, 1995 ; Fehling et al., 2011). En ce qui concerne les BFUP, le nombre de résultats expérimentaux est nettement moins important. Des essais ont été réalisés sur des plaques en Ductal®-FM (avec 2% de

volume de fibres métalliques) non traité thermiquement par (D'Alessandro et al., 2010). (Fehling et al., 2008) ont testé des plaques en BFUP (avec 1% de volume de fibres métalliques) avec armatures passives et en BUHP avec armatures passives. A partir de ces résultats, les auteurs en déduisent une évolution de la résistance en compression du BFUP en fonction de la déformation transversale concomitante (voir Figure 1-2). Cette évolution est notamment comparée à celle d'un béton ordinaire et d'un béton fibré.

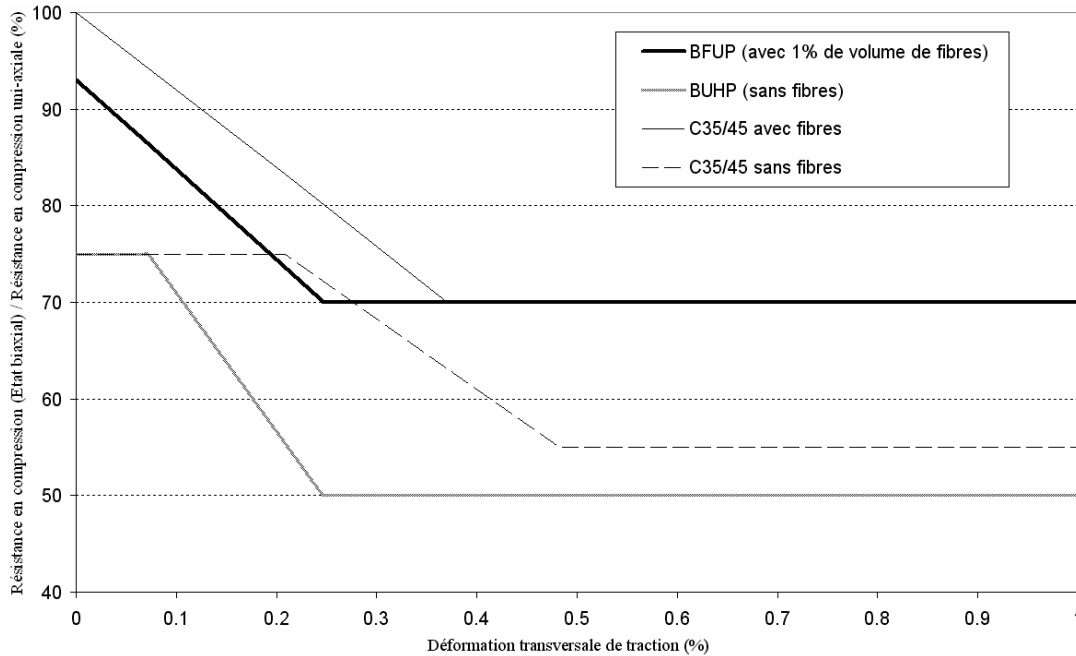


Figure 1-2 Evolution de la résistance en compression des bétons, BUHP, bétons fibrés et BFUP (Fehling et al., 2008)

En raison du retrait empêché au niveau des armatures passives, la résistance en compression pour une déformation transversale nulle est inférieure à celle obtenue pour un essai de compression uni-axiale sur cylindres. Ce phénomène est moins marqué pour les bétons fibrés grâce à l'action des fibres pontant les micro-fissures de retrait.

En ce qui concerne la rupture de pente initiant un plateau pour une valeur de la déformation transversale comprise entre 0,25 % et 0,5 % selon les bétons, celle-ci correspond à la perte de résistance par engrènement. Une fois que celui-ci est perdu, les efforts sont repris par la structure par l'intermédiaire d'un réseau de bielles comprimées.

Ces résultats montrent l'effet bénéfique des fibres. Toutefois le faible pourcentage volumique de fibres utilisé (1 %) ne permet pas de conclure sur le comportement des BFUP avec un pourcentage de fibres plus élevé ( $\geq 2$  %) notamment sur la valeur de la déformation transversale correspondant à une perte de l'effet d'engrènement. En effet, avec un pourcentage de fibres plus important, pour une déformation transversale donnée, les fissures seront moins ouvertes en particulier dans la phase de multi-fissuration.

### 1.1.3.2 COMPORTEMENT EN TRACTION DES BFUP

Les fibres ajoutées à la matrice cimentaire s'efforcent de conférer aux BFUP un comportement pseudo-ductile en traction. C'est en général l'objectif fixé pour les BFM « ordinaires » mais un comportement pseudo-écrouissant n'est atteint que pour la gamme des HPFRCC (type ECC) et des BFUP suffisamment dosés.

Pour de nombreux BFUP, le comportement post-fissuration en traction directe est donc composé de deux phases successives.

La première phase est caractérisée par :

- Une fluctuation de la contrainte avec une tendance décroissante de la courbe «Contrainte-Déplacement relatif». La contrainte post-fissuration est supérieure à la contrainte de première fissuration.
- Une multi-fissuration avec un réseau homogène de micro-fissures faiblement espacées dont l'ouverture n'excède pas quelques dizaines de micromètres.

Cette multi-fissuration engendre une absence de localisation de l'endommagement et donc la possibilité de décrire ces déformations irréversibles permanentes sous la forme d'une déformation plastique (Jungwirth et Muttoni, 2004 ; Boulay et al., 2004) : voir Figure 1-3. Cette déformation est communément qualifiée de « pseudo-plastique » ou « pseudo-écrouissante » (Spasojević, 2008) car le mécanisme physique (répartition homogène de la fissuration et donc de l'endommagement) diffère de l'écoulement plastique ou écrouissant d'un acier. Cette déformation « pseudo-plastique » ou « pseudo-écrouissante » est indépendante de la base de mesure à partir de laquelle elle est déterminée.

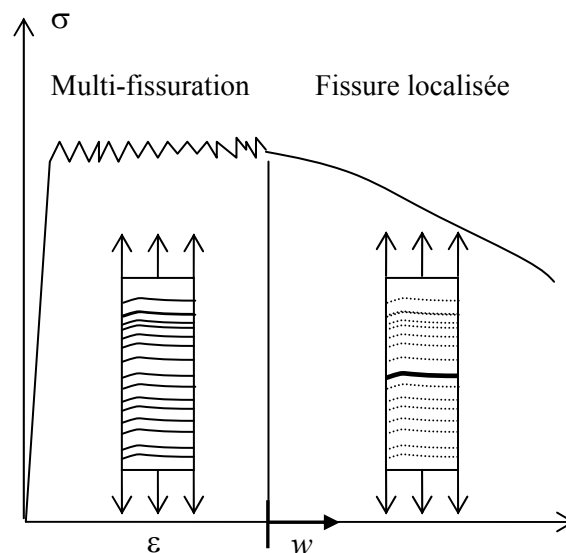


Figure 1-3 Comportement idéalisé en traction directe d'un BFUP multi-fissurant

Cette phase de multi-fissuration s'explique par la quantité relativement importante de fibres rigides (volume généralement supérieur à 2 %) associée à une très bonne adhérence entre les fibres et la matrice très compacte (grâce notamment à un rapport E/C faible entraînant une structuration différente des hydrates) qui permet aux fibres de transmettre un effort supérieur à l'effort de première fissuration. Ensuite la mise en place de la multi-fissuration s'explique par une interaction entre la contrainte reprise par les fibres au niveau d'une fissure et la distribution des défauts matriciels au sein de l'éprouvette considérée (Li et Leung, 1992 ; Fischer et Li, 2007) : voir Figure 1-4.

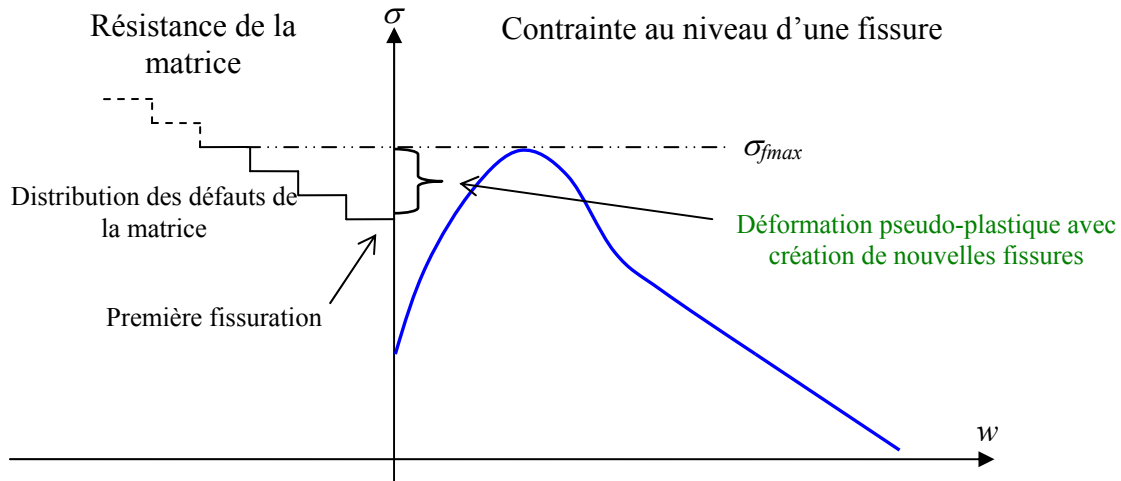


Figure 1-4 Lien entre la distribution des défauts de la matrice au sein de l'éprouvette testée et l'évolution de la contrainte reprise par les fibres (au niveau d'une fissure) en fonction de l'ouverture de la fissure (Fischer et Li, 2007)

La formation de la multi-fissuration se stabilise lorsque tous les défauts potentiels de la matrice ont été activés pour un niveau de contrainte égal à la contrainte maximale reprise par les fibres ( $\sigma_{fmax}$ ) au niveau d'une fissure. Ensuite l'éventuelle augmentation de la déformation « pseudo-écrouissante » est essentiellement due à l'ouverture des différentes fissures préalablement formées (Fischer et Li, 2007).

Lorsque la contrainte appliquée dépasse la contrainte maximale reprise par une section fissurée particulière, une fissure se localise, marquant la fin de la phase « pseudo-plastique » et le début d'une phase adoucissante caractérisée par l'ouverture de la fissure localisée (avec glissement des fibres à l'intérieur de la matrice) et le déchargement du reste de l'éprouvette (voir Figure 1-3). A partir de ce stade on ne peut donc plus considérer la déformation comme homogène et il faut interpréter le déplacement relatif principalement comme une ouverture de fissure.

Ce comportement global en traction est rencontré selon les BFUP dans le cas d'une répartition isotrope ou favorable des fibres vis-à-vis de la direction de l'effort de traction. Néanmoins dans le cas d'une mauvaise orientation plus ou moins importante des fibres vis-à-vis de la direction de l'effort de traction ou d'un volume de fibres insuffisant au regard de la capacité d'adhérence entre les fibres et la matrice et de la contrainte de première fissuration à reprendre, certains BFUP peuvent présenter un comportement adoucissant en traction directe avec localisation d'une fissure dès la résistance de la matrice atteinte (Behloul, 1996) : voir Figure 1-5.

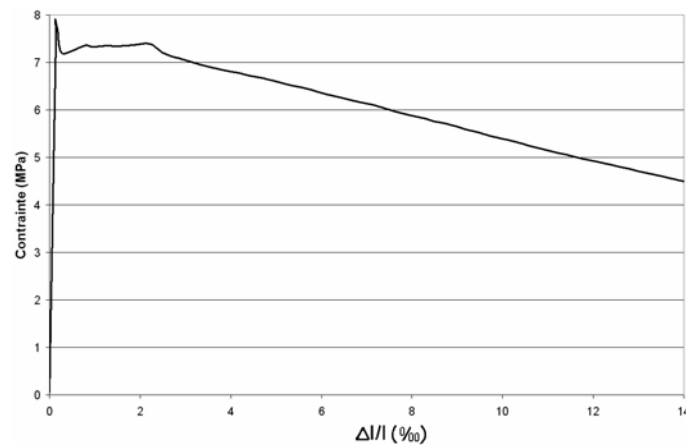


Figure 1-5 Comportement en traction directe d'un BFUP adoucissant (Boulay et al., 1997)

Contrairement aux BFM « ordinaires » qui ont un comportement systématiquement adoucissant en traction directe (en raison du faible pourcentage de fibres), pour une gâchée et une taille d'éprouvettes données, selon la méthode de mise en place au sein du coffrage, le comportement du BFUP vis-à-vis de la traction peut donc être « pseudo-écrouissant » ou adoucissant.

#### 1.1.4 RECOMMANDATIONS ET REGLES DE CALCUL

Une fois les propriétés mécaniques fondamentales du BFUP identifiées, il est nécessaire d'avoir à sa disposition des méthodes de calcul permettant de prédire le plus fidèlement possible la résistance ou le comportement de la structure vis-à-vis de la sollicitation considérée. Les premières recommandations « complètes » datent de 2002 avec les recommandations françaises (AFGC-Sétra, 2002). Celles-ci se basent sur l'ancien règlement français pour les éléments en béton précontraint (BPEL, 1999) et sur les recommandations (AFREM, 1995) sur les bétons fibrés. Les règles de calcul sont basées sur une approche « contrainte-ouverture de fissure » en considérant une fissure localisée. Une mise à jour de ces recommandations au format de l'Eurocode 2 est en cours (Resplendino, 2010).

Avant l'édition de ces recommandations, des règles de calcul avaient été mises au point pour le dimensionnement des poutres en Ductal®-FM précontraint notamment par (Gowripalan et Gilbert, 2000) et aussi pour la qualification d'une couverture de bâtiment en BPR (Clément et Toutlemonde, 1999).

On peut également citer les recommandations japonaises (JSCE, 2006) sur les BFUP qui s'inspirent fortement des recommandations françaises (AFGC-Sétra, 2002).

Les recommandations RILEM (RILEM TC162-TDF, 2002a, 2003) et le Code Modèle *fib* 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a, 2010b) ont été préparées dans le cadre d'un dimensionnement d'une structure en béton fibré « ordinaire ». Le groupe de travail 8.6 de la *fib* a pour objectif de mettre en place des recommandations internationales sur les BFUP.

L'ensemble de ces recommandations utilisant une approche en « contrainte – ouverture de fissure » ne prennent pas en compte les caractéristiques particulières des BFUP éventuellement « pseudo-écrouissants » en traction. Cela peut amener dans certains cas à un dimensionnement trop sécuritaire ne permettant pas de profiter entièrement des capacités des BFUP. Il est donc utile de développer une méthode globale afin de couvrir de manière sûre et efficace l'ensemble de la gamme des BFUP.

### 1.1.5 REALISATION DE STRUCTURES EN BFUP

Le développement des premières règles de calcul et des premières recommandations a permis de dimensionner et construire un certain nombre d'applications structurelles.

Le premier ouvrage réalisé en BFUP est la passerelle piétonne de Sherbrooke au Canada (Behloul et al., 1999) [voir Figure 1-6]. Cette structure en BPR® précontraint a été inaugurée en 1997. En parallèle, des applications industrielles ont vu le jour avec l'utilisation de poutres en BPR® et en BSI® (entre 1997 et 1998) lors de la rénovation d'un aéroréfrigérant de la centrale nucléaire de Cattenom (Birelli et al., 1998).



Figure 1-6 Passerelle de Sherbrooke au Canada réalisée en 1997 (Behloul et al., 1999)

Les premiers ponts routiers en BFUP ont été réalisés en France en 2001. Il s'agit des ouvrages de Bourg-lès-Valence qui sont constitués de poutres en BSI® précontraint avec une géométrie en  $\pi$  (Hajar et al., 2004a).

Depuis, d'autres ponts et passerelles en BFUP ont été construits en France et ailleurs dans le monde (Toutlemonde et Resplendino, 2010), on peut notamment citer :

- en France :
  - pont routier de *Saint Pierre La Cour* en Ductal®-FM en 2005 (Hanoteau et al., 2006);
  - pont de *la Chabotte* (PS34) en BCV® en 2007 (Resplendino et al., 2007) ;
  - pont *Pinel* à Rouen en BSI®Ceracem en 2007 (Chanut et al., 2007) ;
  - « passerelle des Anges » en Ductal®-FM en 2008 (Mazzacane et al., 2010);
- ailleurs dans le monde :
  - passerelle de *Seonyu* à Séoul en Ductal®-FM (Behloul et al., 2004) ;
  - cinq ponts en Ductal®-FM aux USA [dont deux où le BFUP est utilisé pour connecter des éléments préfabriqués] (Graybeal, 2010a) avec le premier « Mars Hill bridge » mis en service en 2006 (Bierwagen et McDonald, 2005);
  - pont de *Shepherds* en Australie ainsi qu'une série de passerelles piétonnes en Nouvelle-Zélande (Rebentrost et Wight, 2010) dont la première « Papatoetoe » fut inaugurée en 2006 ;
  - plus de 12 ponts et passerelles au Japon dont les ouvrages conçus pour l'extension de l'aéroport d'Haneda à Tokyo (Tanaka et al., 2010). La première passerelle réalisée fut « Sakata Mirai » en 2002 (Tanaka et al., 2002) [voir Figure 1-7] ;
  - passerelle Gärtnersplatz en Allemagne inaugurée en 2007 (Fehling et al., 2008).





Figure 1-7 Passerelle Sakata-Mirai au Japon inaugurée en 2002

Les caractéristiques mécaniques très élevées des BFUP ont également permis la réalisation d'un certain nombre d'ouvrages exceptionnels comme l'auvent de la barrière de péage du Viaduc de Millau en BSI@Ceracem (Hajar et al., 2004b) [voir Figure 1-8].

Les BFUP ont également été utilisés en réparation (Thibaux, 2010b ; Ono, 2010) mais aussi, dans le cadre d'un projet de recherche, en renforcement vis-à-vis des sollicitations sismiques d'ouvrages existants (Massicotte et Boucher-Proulx, 2010).



Figure 1-8 Barrière de péage du Viaduc de Millau en France

L'ensemble de ces structures montre les possibilités offertes par les BFUP notamment d'un point de vue architectural. Elles ont en commun une véritable modification du recours classique aux armatures passives notamment pour la résistance à l'effort tranchant (et donc vis-à-vis des contraintes principales de traction) qui est uniquement assurée par le BFUP. On comprend alors l'importance de bien appréhender le comportement en traction à l'échelle de la structure de ces matériaux afin de concevoir de manière sûre et efficace.

Dans certains cas, notamment les structures précontraintes, vis-à-vis des sollicitations combinées d'effort tranchant, de torsion et de diffusion des efforts de précontrainte, l'emploi du BFUP seul (sans armatures passives) n'est pas suffisant pour assurer à la fois la résistance ultime nécessaire et un design économiquement concurrentiel par rapport aux solutions

classiques. Le recours à des armatures transversales que l'on peut qualifier d'appoint est alors adopté (exemple du pont *de la Chabotte*). Toutefois la synergie de la contribution du BFUP et des étriers vis-à-vis de l'effort tranchant se pose.

La résistance ultime peut donc être pénalisante, mais les vérifications à l'ELS sont également primordiales pour la conception notamment des parties des structures soumises à des contraintes principales de traction importantes et où seul le BFUP contribue à reprendre les efforts. Ainsi les dimensions des âmes des poutres en BFUP armé ou précontraint peuvent être issues de la vérification du cisaillement à l'ELS. Il est donc judicieux d'avoir des règles de calcul efficace vis-à-vis de cette problématique car le gain de matière dans les structures en BFUP est un vrai enjeu (Marchand, 2010).

## 1.2 CARACTERISATION DU COMPORTEMENT EN TRACTION

Un autre point commun à l'ensemble des applications décrites ci-dessus est la forme souvent complexe des sections. L'orientation réelle des fibres au sein de ces structures est difficile à prévoir et il est donc indispensable d'avoir à sa disposition des méthodes permettant de caractériser de manière efficace le comportement en traction des BFUP dans les directions principales de traction.

### 1.2.1 CLASSIFICATION DU COMPORTEMENT DES BETONS FIBRES

Afin de caractériser le comportement en traction des BFUP, il est intéressant de situer le comportement des ces matériaux par rapport aux autres bétons fibrés existants.

En traction directe, le comportement d'un béton fibré peut être :

- soit « pseudo-écrouissant » avec le développement d'une multifissuration et la possibilité de décrire ces déformations irréversibles permanentes sous la forme d'une déformation plastique,
- soit adoucissant avec le développement d'une seule macrofissure et la nécessité de décrire cet allongement sous la forme d'une ouverture de fissure.

Néanmoins, très souvent, les efforts réellement effectifs sont plus complexes et les sections sollicitées se trouvent à la fois comprimées et tendues suivant les directions.

Une classification des différents bétons fibrés selon leur comportement en traction directe et en flexion (sur éprouvette non entaillée) a donc été proposée par (Naaman et Reinhardt, 2006) : voir Figure 1-9.



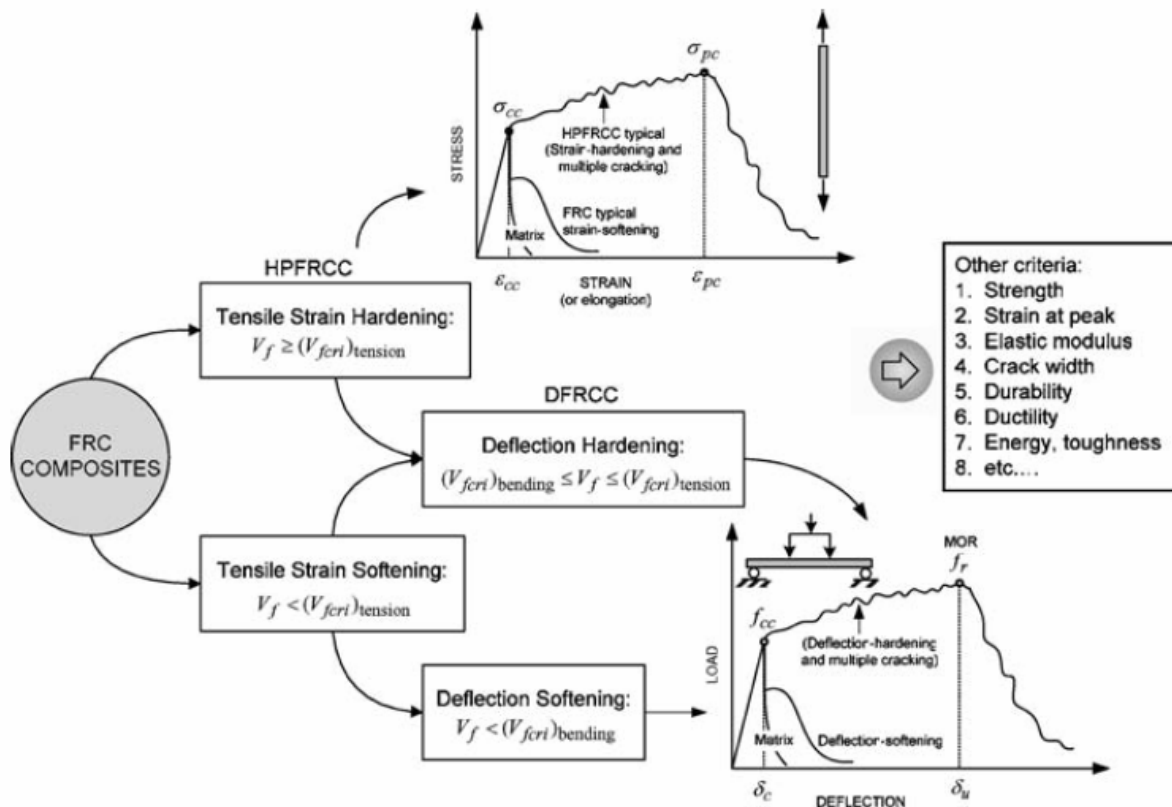


Figure 1-9 Classification des différents bétons fibrés existants en fonction de leur comportement en traction directe et en flexion (Naaman et Reinhardt, 2006)

Un béton fibré adoucissant en traction directe, selon sa résistance résiduelle post-fissuration, peut être adoucissant ou écouissant en flexion (en considérant une éprouvette non entaillée). A l'inverse un béton fibré écouissant en traction directe est forcément écouissant en flexion. La classe des bétons fibrés adoucissants en traction directe ainsi qu'en flexion couvre un large spectre comprenant par exemple les bétons munis de fibres uniquement pour le contrôle des fissures de retrait plastique, ou les bétons de fibres utilisés pour les dallages industriels. Les bétons ayant un comportement adoucissant en traction mais écouissant en flexion [Deflection Fibre Reinforced Cement Composites ou DFRCC selon (Naaman et Rheinardt, 2006)] peuvent notamment être utilisées pour des applications structurelles où la flexion est prédominante. Enfin les bétons écouissants en traction simple peuvent être utiles pour les structures devant résister aux chocs (Toutlemonde et al., 1998) ou aux explosions (Ngo et al., 2005 ; Barnett et al., 2010) ainsi que les structures soumises à des sollicitations sismiques (Sogabe et al., 2008 ; Toutlemonde et Resplendino, 2010).

Afin de couvrir l'ensemble de la gamme des BFUP, il est nécessaire de considérer la classe des bétons écouissants en traction directe mais également des bétons adoucissants en traction directe et écouissants en flexion. En effet le comportement post-fissuration d'un béton fibré dépend en particulier du pourcentage de fibres introduites, de la qualité de l'interface entre les fibres et la matrice et de l'orientation des fibres vis-à-vis de la direction de l'effort de traction. Ainsi pour une gâchée et une taille d'éprouvettes données, selon la méthode de mise en place du BFUP au sein du coffrage, le comportement du matériau vis-à-vis de la traction peut être écouissant ou adoucissant. Toutefois, à l'exception d'une orientation fortement préférentielle des fibres dans une direction ou un plan perpendiculaire à la direction de l'effort de traction, les BFUP ayant un comportement adoucissant en traction directe possèdent une résistance

post-fissuration suffisante pour assurer un caractère écouissant en flexion. C'est le sens de la règle de non-fragilité imposée par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002).

La différence entre un BFUP écouissant et un BFUP adoucissant (même faiblement adoucissant) est relativement importante non pas forcément en terme de résistance maximale mais en terme de comportement mécanique. Un BFUP écouissant testé en traction directe présente une première phase de multi-fissuration avant la localisation d'une seule fissure (voir Figure 1-10). Au contraire un BFUP adoucissant est caractérisé par la formation d'une seule fissure une fois la résistance de la matrice atteinte (voir Figure 1-11). Ainsi dans le cas du BFUP écouissant, il est plus judicieux de raisonner en déformation (que l'on qualifie de « pseudo-plastique ») et qui n'est pas soumise à un éventuel effet d'échelle) jusqu'à la localisation d'une fissure alors que dans le cas du BFUP adoucissant, la notion d'ouverture de fissure est indispensable pour décrire l'ensemble du comportement post-fissuration du matériau considéré.

Dans le cadre d'un essai de flexion sur une éprouvette non-entaillée, la différence de comportement entre les deux BFUP est également marquée, malgré le caractère écouissant en flexion des deux matériaux. Dans le cas d'un BFUP écouissant, entre la perte de linéarité et la résistance maximale, une multifissuration se met en place et la localisation d'une ou plusieurs fissures intervient uniquement à proximité de l'effort maximal (Rossi et al., 2005): voir Figure 1-10. Dans le cas d'un BFUP adoucissant, avant d'atteindre la résistance maximale, plusieurs macro-fissures espacées d'une distance comprise entre une demie et une fois la hauteur de l'éprouvette se forment. Ces macro-fissures [que l'on peut qualifier de structurales (Behloul, 1996) et soumises à un éventuel effet d'échelle] sont encadrées par une fissuration diffuse sur une distance proche de la longueur des fibres due à l'effet local de pontage des fibres (Behloul, 1996) : voir Figure 1-11.

Il est important de noter que ces notions de comportement écouissant ou adoucissant sont associées à la fois au matériau et à la direction de sollicitation par rapport à l'éprouvette moulée ou ayant été prélevée dans la structure. Il est donc important de caractériser le comportement du BFUP à partir d'un élément témoin (épreuve de convenance) comme le préconisent les recommandations (AFGC-Sétra, 2002). Cette approche est aussi valable pour les bétons fibrés « ordinaires » (Toutlemonde, 2003 ; Zerbino et al., 2012).

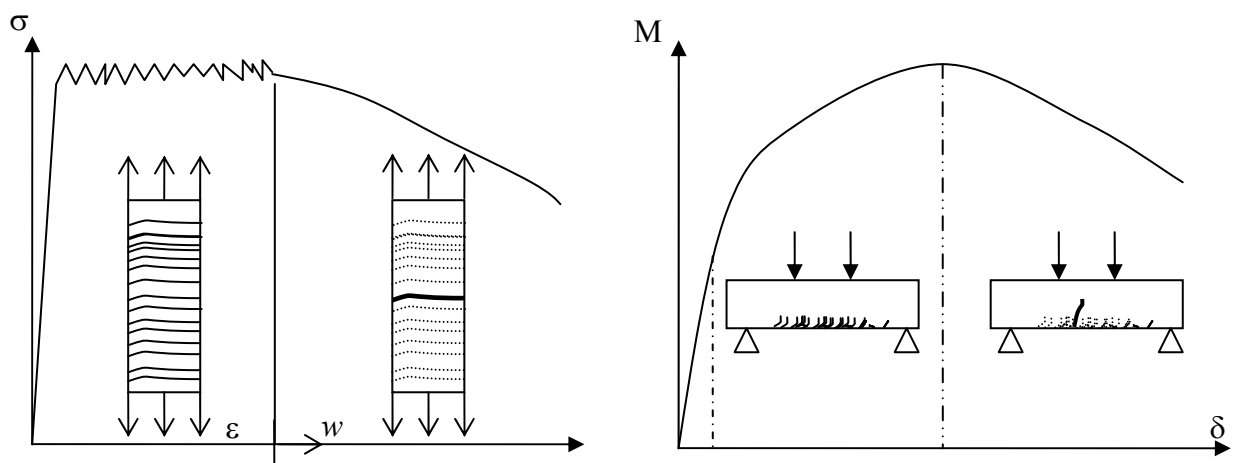


Figure 1-10 Comportement d'un béton fibré écouissant en traction directe et en flexion (éprouvette non-entaillée)

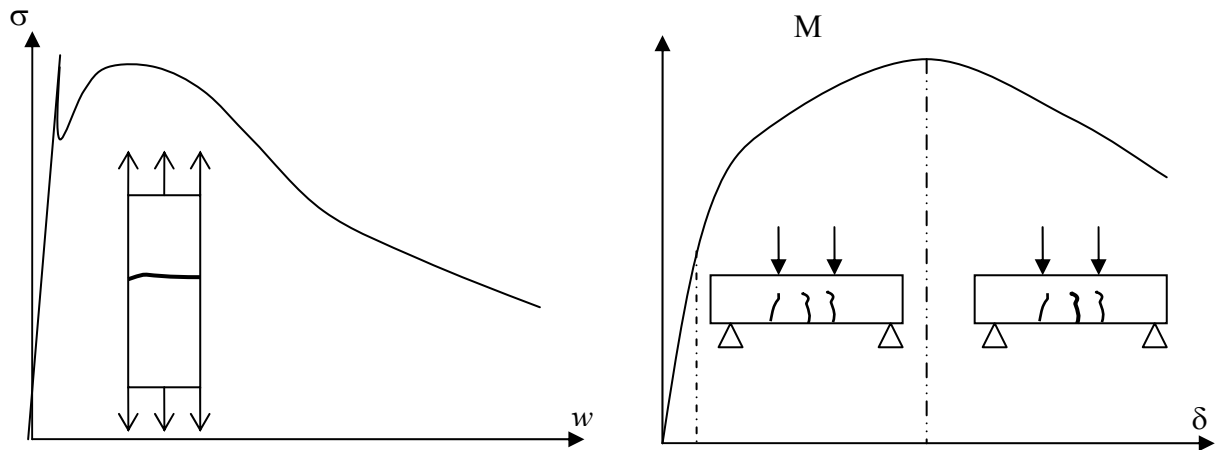


Figure 1-11 Comportement d'un béton fibré adoucissant en traction directe et écouissant en flexion (épreuve non-entaillée)

Malgré le volume relativement important de fibres par rapport aux bétons fibrés « ordinaires » et la qualité de la matrice cimentaire qui caractérisent les BFUP, il est difficile d'assurer un caractère écouissant de ces matériaux à l'intérieur d'une structure réelle, vis-à-vis de l'ensemble des directions principales de traction. Il est donc nécessaire de caractériser les BFUP vis-à-vis de chaque application structurelle à l'aide d'outils de caractérisation qui permettent d'identifier correctement dans la direction principale étudiée le comportement écouissant ou non du matériau, et de donner selon le cas une loi de comportement « Contrainte-Déformation » ou/puis « Contrainte-Ouverture de fissure ».

Il est donc utile d'identifier les différentes méthodes existantes de caractérisation du comportement post-fissuration en traction des bétons fibrés (écouissants ou adoucissants) et d'estimer leur pertinence vis-à-vis d'une caractérisation du comportement en traction des BFUP à partir d'éprouvettes prélevées au sein d'une structure.

### 1.2.2 ESSAIS DE CARACTERISATION DU COMPORTEMENT EN TRACTION DES BETONS FIBRES

Les différents essais de caractérisation du comportement en traction des bétons fibrés peuvent être classés en quatre catégories :

- méthode d'essai de traction directe sur éprouvette non-entaillée
- méthode d'essai de traction directe sur éprouvette entaillée
- méthode d'essai indirecte sur éprouvette non-entaillée
- méthode d'essai indirecte sur éprouvette entaillée

Les méthodes d'essai indirectes sont caractérisées par un champ de contraintes non-homogène et nécessitent parfois l'utilisation d'une analyse inverse complexe afin d'obtenir une loi « Contrainte-Déformation » ou « Contrainte-Ouverture de fissure ».

Le recours à des éprouvettes entaillées est notamment motivé par le souci de prédéfinir la zone de rupture et d'essayer de reproduire le mécanisme de section fissurée avec une fissure unique.

### 1.2.2.1 ESSAIS DE TRACTION DIRECTE

Les principaux points différenciant les nombreuses méthodes d'essai de traction directe existantes (Casanova, 1995 ; Behloul, 1996 ; Kanakubo, 2006) se résument au(x) :

- choix d'une entaille ou non qui est également lié au choix d'une section variable ou non,
- choix de la forme de l'éprouvette : cylindre, prisme ou diabolo,
- moyens de fixation de l'éprouvette à la machine d'essais hydraulique : serrage, collage, utilisation de barres de scellement,
- choix ou non d'une rotule aux extrémités.

Le choix de la forme cylindrique ou prismatique de l'éprouvette (en considérant une section similaire) a un effet limité sur les résultats (Behloul, 1996).

L'influence du moyen de fixation de l'éprouvette à la machine d'essais dépend des précautions prises pour limiter une concentration de contrainte au niveau de la fixation ainsi que de la présence ou non d'une rotule aux extrémités. Ainsi le recours au serrage peut entraîner une flexion initiale dans l'éprouvette en l'absence de rotule à l'une des deux extrémités. Toutefois après fissuration, cette flexion disparaît ou se réduit fortement.

Une bonne homogénéité de l'effort transmis à l'éprouvette peut être obtenue en utilisant des casques, collés, de même diamètre que l'éprouvette cylindrique testée et d'une longueur suffisante pour transmettre une contrainte uniforme à l'éprouvette (AFREM, 1995). De plus ces casques doivent être constitués d'un alliage en aluminium ayant un rapport Module / Coefficient de Poisson proche du béton de manière à diminuer l'écart des déformations transversales et éviter un éventuel cisaillement de la colle (Rossi et al., 1994).

Toutes ces dispositions sont héritées des problèmes identiques rencontrés pour les bétons ordinaires et les BFM. Néanmoins ces aspects sont particulièrement critiques pour les BFUP car la résistance locale de ces matériaux est importante par rapport aux propriétés de la colle.

Néanmoins, malgré les différentes précautions mises en œuvre, il n'est pas rare que la fissure critique se situe au niveau des extrémités. Afin d'éviter ce phénomène, deux solutions sont envisageables :

- utiliser une éprouvette de section variable avec une réduction suffisante au niveau de la zone médiane (Lim et al., 1987a ; Dwarakanath et Nagaraj, 1991 ; Behloul, 1996 ; Kanda et Li, 1999 ; Boulay et al., 2004 ; Jungwirth et Muttoni, 2005 ; Kanakubo, 2006 ; JSCE, 2008 ; Frettlöhr et Reineck, 2010 ; Wille et al., 2011 ; Tailhan et al., 2012 ; Park et al., 2012)
- entailler l'éprouvette dans la section médiane (Harrouche, 1989 ; Kosa et Naaman, 1990 ; Stang, 1991 ; Casanova, 1995 ; RILEM TC 162-TDF, 2001 ; Pereira et al., 2010)

Le recours à une entaille, incompatible avec une approche « contrainte-déformation », permet de prédéfinir la zone de rupture. La géométrie de cette entaille (profondeur, taille) doit être calibrée de manière à assurer la création d'un seul plan de rupture tout en conservant une aire suffisante vis-à-vis de la représentativité de l'essai (Casanova, 1995 ; Pereira et al., 2010). De plus le choix de la section de ruine entraîne une surestimation de la résistance post-fissuration que l'on peut qualifier de « statistique ». En effet, la section choisie n'est pas forcément la plus faible initialement (avant la réalisation de l'entaille).

L'utilisation d'une éprouvette de section variable permet d'obtenir un champ de contrainte homogène au niveau de la zone médiane à condition que la géométrie de l'éprouvette soit correctement choisie. Ainsi il n'est pas rare que la fissure localise au niveau d'une des deux extrémités de la zone de section constante.

Les principales difficultés liées à l'utilisation d'une éprouvette non-entaillée résident dans la mesure exacte de l'ouverture de la fissure critique rendue complexe par le phénomène de « snap back » (déchargement du reste du matériau qui conduit à une diminution du déplacement total mesuré) et dans la prise en compte d'un faciès de rupture éventuellement « chahuté » qui rend difficile l'interprétation en termes de contrainte équivalente.

Le choix d'utiliser ou non une rotule aux extrémités peut influencer de manière importante les résultats (Behloul, 1996). En effet la présence d'une rotule permet dans un premier temps d'éviter une éventuelle flexion due aux défauts de rectitude de l'éprouvette. Néanmoins au moment de la fissuration de l'éprouvette, celle-ci engendre une flexion qui est amplifiée par la rotule (Hordijk et al., 1987 ; Harrouche, 1989). De plus la présence d'une rotule aux extrémités change la réponse du béton fibré testé. En effet, dans le cas d'une éprouvette non-entaillée avec des conditions d'appui libres en rotation, le chemin de fissuration n'est pas imposé. La première fissure créée va alors chercher les zones de moindre résistance aboutissant ainsi à un faciès de fissure complexe. Au contraire dans le cas d'une éprouvette avec des conditions d'appui rigides, le cheminement de la fissure est imposé et l'ensemble de la section transversale est concerné vis-à-vis du comportement en traction (Behloul, 1996).

Il semble donc plus judicieux de choisir des extrémités rigides.

### **Application à la caractérisation des BFUP**

Un certain nombre d'études ont porté sur la caractérisation du comportement en traction uniaxiale des BFUP (Behloul, 1996 ; Sercombe, 1997 ; Boulay et al., 2004 ; Jungwirth et Muttoni, 2005 ; Frettlöhr et Reineck, 2010 ; Wille et al., 2011 ; Tailhan et al., 2012 ; Park et al., 2012). Néanmoins, avant d'estimer la meilleure configuration d'essai de traction directe à

adopter pour caractériser le comportement de ces matériaux, il est nécessaire de s'interroger sur la pertinence ou non d'une entaille au niveau de l'éprouvette.

Outre la surestimation de résistance que l'on peut qualifier de « statistique » due au fait que l'on pré-détermine la section de rupture, cette entaille peut changer la réponse en traction d'un BFUP. Dans le cas d'un BFUP faiblement adoucissant (cas relativement courant au regard des différents BFUP présents sur le marché), toutes les sections d'une même éprouvette ne sont pas forcément adoucissantes. La réponse d'une éprouvette entaillée pourrait donc être écrouissante même pour un BFUP adoucissant. De plus, dans le cas d'un BFUP écrouissant, le recours à une entaille ne permet pas de déterminer les différents paramètres qui caractérisent le comportement écrouissant du matériau notamment sa capacité de déformation. Il est donc plus judicieux d'utiliser une éprouvette non-entaillée pour caractériser le comportement en traction d'un BFUP. Néanmoins, l'influence du phénomène de « snap back » devra être prise en compte.

Dans le cadre d'une caractérisation en traction du BFUP à l'échelle de la structure qui vise à prendre en compte l'orientation réelle des fibres, il est nécessaire que la méthode de caractérisation puisse s'adapter à des éléments prélevés. Ces derniers ont la plupart du temps une forme géométrique de section constante. Le choix d'une éprouvette de section variable avec une réduction au niveau de la zone médiane n'est donc pas toujours possible ou du moins nécessite une opération d'usinage complexe et onéreuse.

Le choix du moyen de fixation de l'éprouvette à la machine d'essais, dépend d'un certain nombre de paramètres. Toutefois le collage et le serrage présentent chacun des avantages et des inconvénients que l'on peut qualifier de généraux :

- Le serrage permet de réaliser des essais de traction directe de manière relativement rapide. Néanmoins, lorsqu'il est associé à des extrémités rigides (qui sont à privilégier), il peut induire une flexion initiale dans l'éprouvette due aux défauts de rectitude de cette dernière. Cette flexion s'atténue fortement après fissuration.
- Le collage présente l'intérêt de n'induire aucune flexion parasite initialement. Toutefois sa mise en œuvre est relativement longue ce qui limite en pratique le nombre d'essais, rendant difficile ou onéreux un éventuel traitement statistique.

La méthode parfaite permettant de tester une éprouvette de béton fibré en traction directe avec un minimum d'artefacts expérimentaux dans un temps raisonnable n'existe donc pas. Néanmoins il est possible de tirer certaines conclusions des remarques précédentes. En vue d'une caractérisation du comportement en traction des BFUP, il semble important :

- de ne pas entailler l'éprouvette utilisée de manière à obtenir, dans le cas d'un BFUP écrouissant, l'ensemble des paramètres caractérisant le comportement en traction du matériau,
- de faire en sorte que la méthode d'essai soit applicable à des éprouvettes de section constante de manière à pouvoir tester des éléments prélevés au sein d'une structure,
- d'avoir à disposition une méthode de caractérisation permettant des essais relativement rapides de manière à pouvoir tester au moins six éprouvettes (nombre requis par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) pour la caractérisation du comportement en traction des BFUP) par jour. En effet, les résultats pouvant être fortement dispersés notamment lorsque les corps d'épreuve sont des éprouvettes prélevées, il est nécessaire d'avoir la possibilité d'effectuer un traitement statistique des résultats obtenus.

### 1.2.2.2 METHODES D'ESSAI INDIRECTES SUR EPROUVETTES ENTAILLEES

Les tests sur éprouvettes entaillées ne permettent pas d'obtenir les paramètres caractérisant le comportement en traction d'un béton fibré écrouissant. Cependant, compte-tenu du fait que la plupart des bétons fibrés « ordinaires » ne sont pas écrouissants à coup sûr en traction, un grand nombre de méthodes d'essai indirectes utilisent des spécimens entaillés pour évaluer leur comportement en traction (RILEM TC 162-TDF, 2002b, 2003 ; EN 14651, 2007 ; *fib*, 2010a ; Di Prisco et al., 2010a) ce qui a été étendu au cas des BFUP (AFGC-Sétra, 2002). On détaille l'état de l'art sur ces méthodes, d'autant plus que certaines d'entre elles seront utilisées par la suite. En effet, les essais de flexion sur poutres en BFUP armé ou précontraint conduisant à un mécanisme de ruine par effort tranchant ont été menés dans le cadre de la mise à jour des recommandations (AFGC-Sétra, 2002). Ces résultats expérimentaux seront également comparés aux prévisions données par les recommandations RILEM (RILEM TC 162-TDF, 2003) et le Code Modèle *fib* 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a, 2010b).

Trois types de méthodes d'essai indirectes existent :

- Flexion trois points sur prisme entaillé (AFGC-Sétra, 2002 ; RILEM TC 162-TDF, 2002b, 2003 ; EN 14651, 2007 ; *fib*, 2010a).
- Flexion quatre points sur prisme entaillé (CEN, 2003).
- Essai de fendage sur éprouvette doublement taillée en V et doublement entaillée [Double-edge wedge splitting test] (Di Prisco et al., 2010a).

#### **Essai de fendage sur éprouvette doublement taillée en V et doublement entaillée [Double-edge wedge splitting test (DEWST)] (Di Prisco et al., 2010a)**

Cette méthode d'essai peut être considérée comme indirecte car le champ de contrainte à l'intérieur de l'éprouvette n'est pas homogène (voir Figure 1-12) engendrant ainsi un effet structurel.

Le principe de l'essai est similaire à celui d'un essai de fendage. Toutefois la présence des deux entailles permet de supprimer la composante verticale de compression et donc l'état de contrainte biaxiale qui perturbe la réponse du béton fibré testé en améliorant notamment l'ancrage des fibres (Di Prisco et al., 2010a).

Les résultats d'essais s'expriment sous la forme d'une courbe « contrainte – ouverture de fissure ». Cette contrainte est directement liée à la composante horizontale  $F_{sp}$  de l'effort appliqué (voir Figure 1-12). Afin de connaître avec précision cette composante, il est nécessaire d'effectuer une calibration permettant d'identifier le coefficient de frottement exact entre le cylindre d'acier appliquant l'effort et le matériau intermédiaire solidaire de l'éprouvette. Les meilleurs résultats sont ainsi obtenus en utilisant du graphite comme lubrifiant, les efforts horizontaux représentant alors 89 % de la charge totale appliquée.



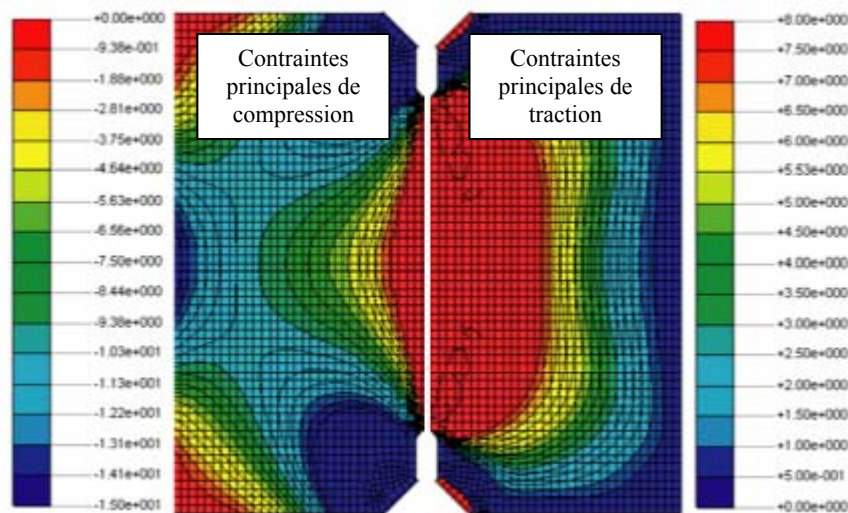
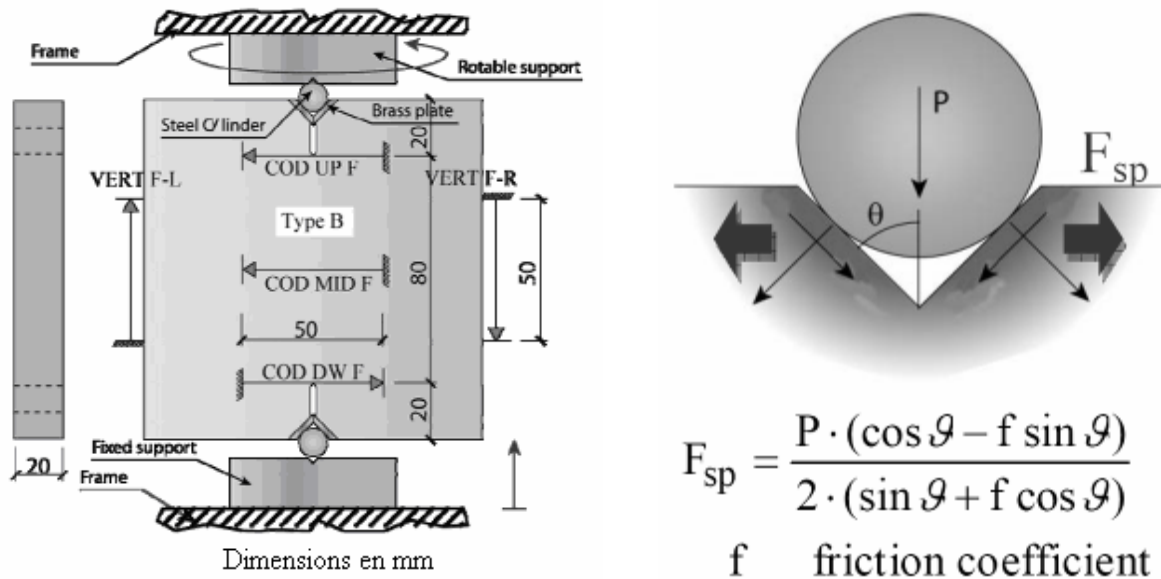


Figure 1-12 Essai de fendage sur éprouvette doublement taillée en V et doublement entaillée : éprouvette prélevée à partir d'une plaque de 20 mm d'épaisseur (Di Prisco et al., 2010a).

Cette méthode d'essai dont la mise en œuvre s'apparente à celle d'un essai de compression (l'asservissement devant néanmoins porter sur le déplacement du vérin) peut facilement s'adapter à une caractérisation d'éléments prélevés à l'intérieur d'une structure. Néanmoins cette méthode surestime la résistance résiduelle post-fissuration du béton fibré testé, en raison d'un effet structurel. Celui-ci a été évalué à partir d'une modélisation aux éléments finis (EF) de l'essai ne prenant pas en compte la composante verticale de l'effort appliqué due aux frottements (Di Prisco et al., 2010a). La courbe « contrainte-ouverture de fissure » obtenue avec l'essai DEWST est comparée avec la loi de comportement en traction intrinsèque du matériau testé (voir Figure 1-13). La surestimation de la résistance post-fissuration est non-négligeable. Toutefois il semble possible de revenir à la loi intrinsèque par un processus d'analyse inverse qui reste à développer.



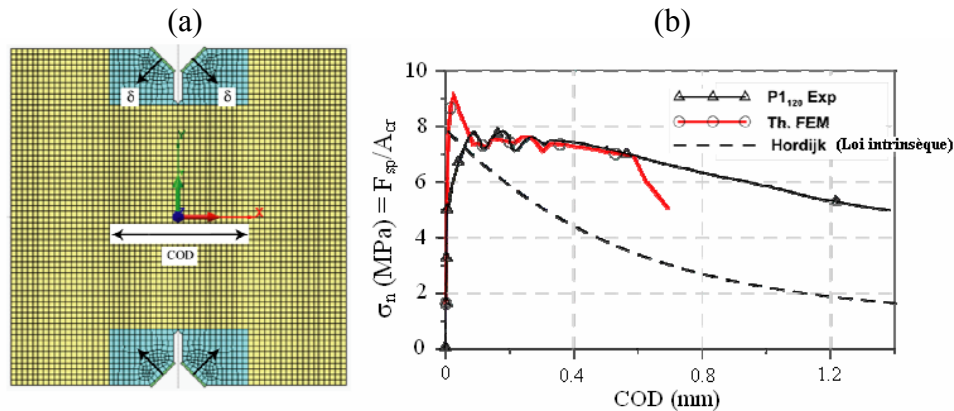


Figure 1-13 Modélisation EF de l'essai DEWST : (a) maillage adopté ; (b) résultats de la modélisation : comparaison entre le résultat de l'essai et la loi intrinsèque du matériau (Di Prisco et al., 2010a)

### Application à la caractérisation des BFUP

Les essais visant à développer la méthode DEWST ont été réalisés sur des corps d'éprouve en béton fibré à très hautes performances :  $f_{cmoyen} = 143$  MPa et la teneur massique des fibres métalliques ( $L_f = 13$  mm et  $\Phi_f = 0,16$  mm) est égale à  $100$  kg/m<sup>3</sup>. Cette méthode pourrait donc s'adapter à la caractérisation en traction des BFUP à partir d'une éprouvette entaillée.

Néanmoins, en dehors de ce qui a déjà été mentionné au sujet de l'utilisation d'une éprouvette entaillée dans le cadre d'une caractérisation en traction des BFUP, certaines limites liées aux caractéristiques mécaniques de ces matériaux peuvent apparaître. Dans le cas d'un BFUP avec un pourcentage volumique de fibres supérieur à celui du béton fibré très haute performance utilisé dans les essais de développement, il pourrait être compliqué d'obtenir un plan de fissure unique en raison du bon ancrage des fibres dans la matrice cimentaire.

### Flexion trois et quatre points sur prisme entaillé

Les essais de flexion trois points ou quatre points sur prisme entaillé sont couramment utilisés en raison notamment de leur simplicité de mise en œuvre. L'essai de flexion trois points est souvent privilégié car l'obtention d'un plan de rupture unique est plus aisée dans cette configuration. Ainsi, afin de caractériser le comportement post-fissuration des BFM ou des BFUP, un certain nombre de recommandations ont adopté l'essai de flexion trois points sur prisme entaillé (avec différentes dimensions selon les règlements), notamment:

- Les recommandations AFGC sur les BFUP (AFGC-Sétra, 2002).
- Les recommandations RILEM sur les BFM (RILEM TC 162-TDF, 2002b, 2003).
- Le Code Modèle *fib* 2010 dans sa version provisoire (EN 14651, 2007 ; *fib*, 2010a)

Le Code Modèle *fib* 2010 dans sa version provisoire (EN 14651, 2007 ; *fib*, 2010a) et les recommandations (RILEM TC 162-TDF, 2002b) utilisent un protocole d'essai similaire. Les caractéristiques géométriques des prismes ainsi que la procédure à suivre sont décrits précisément dans la norme (EN 14651, 2007) qui fige les dimensions du corps d'éprouve et les recommandations (RILEM TC 162-TDF, 2002b) : voir également Figure 1-14. Il est possible de mesurer directement le déplacement au bord de la fissure (CMOD pour Crack Mouth Opening Displacement) [voir Figure 1-14] ou de déduire ce déplacement à partir de la mesure de la flèche à mi-portée. Dans ce dernier cas, l'équation reliant la flèche à l'ouverture de fissure est la suivante :

$$\delta = 0,85 \cdot \text{CMOD} + 0,04, \text{ avec } \delta \text{ (flèche à mi-portée) et CMOD en mm.}$$

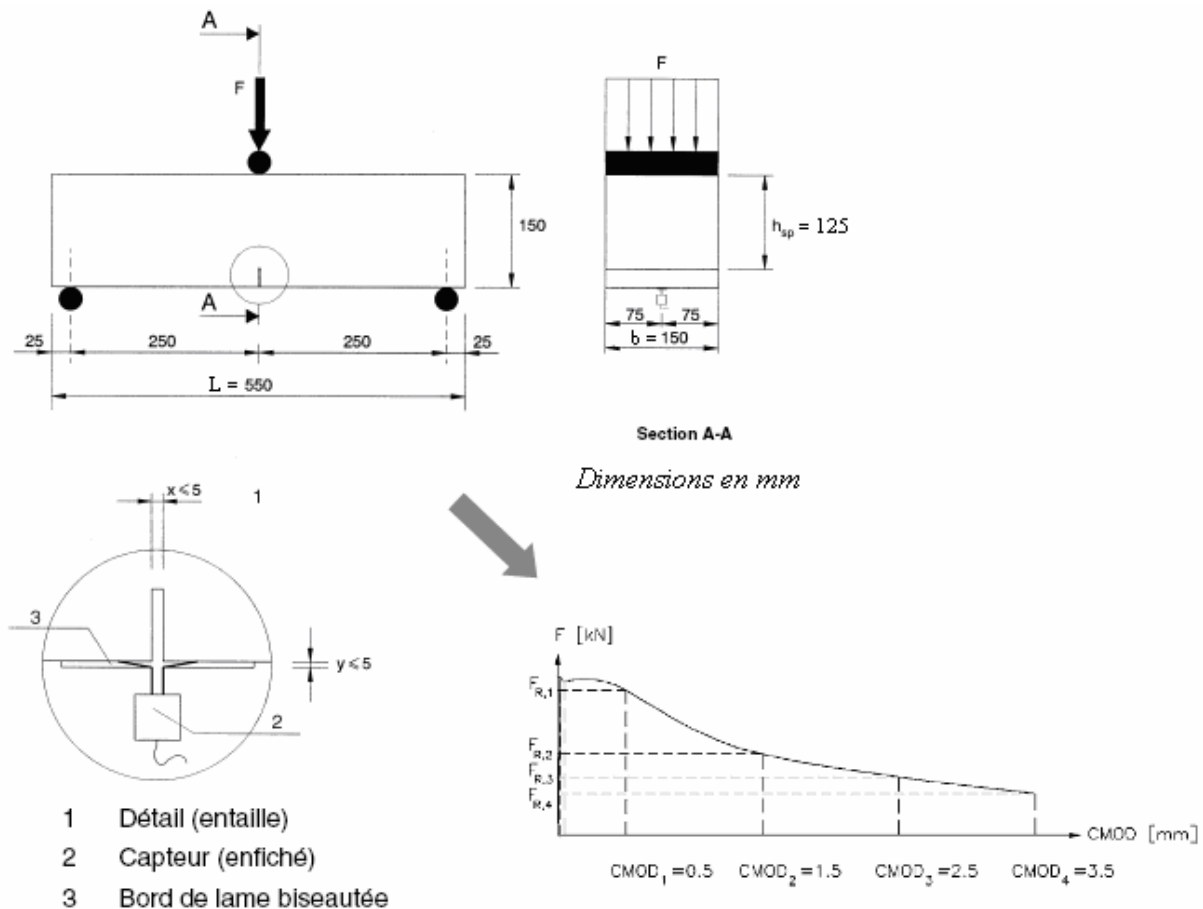


Figure 1-14 Caractérisation du comportement post-fissuration en traction d'un béton fibré : Essai de flexion 3 points sur prisme 15cm\*15cm\*55cm entaillé (EN 14651, 2007)

Les dimensions des prismes proposés par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sont fonction de la taille des fibres ( $L_f$  = longueur des fibres) :

- $L_f < 15$  mm: 7cm\*7cm\*28cm,
- $15 \text{ mm} < L_f < 20$  mm: 10cm\*10cm\*40cm,
- $20 \text{ mm} < L_f < 25$  mm: 14cm\*14cm\*56cm,
- $25 \text{ mm} < L_f$  : la largeur doit être supérieure à  $5 \cdot L_f$  et la hauteur du prisme doit également être supérieure à  $5 \cdot L_f$  ou égale à l'épaisseur de la structure si celle-ci est connue (longueur =  $4 \cdot$  hauteur).

Le protocole de l'essai est décrit en détails dans l'annexe 2 des recommandations (AFGC-Sétra, 2002). Une entaille est réalisée en section centrale, du côté de la face tendue (face coffrée) lors de l'essai de flexion. La profondeur de l'entaille est égale à 10 % de la hauteur du prisme, afin de permettre une localisation efficace de la fissure en minimisant les risques d'une fissuration hors entaille. La largeur de l'entaille doit être de l'ordre de 2 mm. Un capteur pontant l'entaille est fixé sur le prisme. Ce capteur est fixé par l'intermédiaire de plots collés de part et d'autre de l'entaille. Les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) donnent également la possibilité de ne pas mesurer directement l'ouverture de la fissure mais de l'estimer à partir de la flèche à mi-portée. Connaissant la flèche  $\delta_0$  qui correspond à la fin du domaine élastique, l'ouverture de la fissure ( $w$ ) est alors déterminée par la relation suivante :

$$w = \frac{4}{3} \cdot 0,9 \cdot (\delta - \delta_0), \text{ avec } \delta \text{ la flèche mesurée.}$$

Cette expression est issue de l'hypothèse d'un mécanisme de rotule parfaite au droit de la fissure, affectée d'un coefficient correcteur qui prend en compte le fait que la fissure ne traverse pas totalement la section. Il est important de noter que les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) n'autorisent cette approche basée sur la mesure de la flèche « qu'en toute dernière issue, compte tenu de la diversité des réponses d'un matériau à l'autre ».

Avant de détailler les différentes analyses inverses développées afin de déterminer la loi « contrainte-ouverture de fissure », on rappelle les différentes manières de modéliser les sections fissurées en flexion :

- approche continue : répartition linéaire des déformations (au niveau de la fissure également),
- approche discrète : la fissure est modélisée explicitement.

En ce qui concerne l'approche continue, la théorie des poutres est appliquée en considérant que le profil des déformations est linéaire. Cette approche continue nécessite d'avoir une loi de comportement « contrainte-déformation » en traction. Ainsi il est nécessaire de passer d'une ouverture de fissure à une déformation, en utilisant une longueur caractéristique  $L_c$ . Cette longueur caractéristique dépend d'un certain nombre de paramètres liés à la structure et au matériau considéré, notamment la hauteur de l'élément, l'espacement des fissures, le type de fibres ... (Massicotte, 2008).

L'approche discrète modélise explicitement la fissure. Certains modèles considèrent la section fissurée comme une rotule non-linéaire. Ainsi la section fissurée est analysée séparément du reste de la structure qui est supposé se comporter de manière élastique. De manière à relier la rotule au reste de la structure, les sections correspondant aux extrémités de la rotule sont supposées rester planes et soumises aux mêmes sollicitations que la rotule (RILEM TC 162-TDF, 2002a). Différents modèles de rotule non-linéaire ont été développés. Ceux-ci diffèrent principalement par les hypothèses cinématiques prises en compte :

- l'ouverture de la fissure varie linéairement sur la hauteur fissurée (surface de la fissure considérée comme plane) et l'angle d'ouverture de la fissure est égal à l'intégrale des déformations angulaires (courbures) le long de la rotule (Casanova, 1995 ; Pedersen, 1996) ;
- la surface de la fissure n'est pas considérée comme plane : la déformation du plan de la fissure dépend de la loi « contrainte-ouverture de fissure », de l'intégrale des déformations angulaire le long de la rotule et de la hauteur fissurée (Stang et Olesen, 1998 ; Olesen, 2001).

D'autres modèles se basent sur la théorie de la mécanique de la rupture (Maalej et Li, 1994a ; Zhang et Stang, 1998). Ceux-ci utilisent le principe de superposition en considérant l'ouverture de fissure  $w$  comme la somme de :

- l'ouverture de fissure du prisme soumis aux efforts extérieurs en ne prenant pas en compte la force de pontage exercée par les fibres
- l'ouverture de la fissure (considérée comme négative au sens algébrique) en considérant uniquement les efforts de pontage des fibres.

Les recommandations (RILEM TC 162-TDF, 2003) utilisent l'essai de flexion trois points sur prisme entaillé afin d'obtenir une loi « contrainte-déformation » issue d'une analyse inverse simplifiée. Cette approche considère une longueur caractéristique  $L_c$  (décrite dans la partie « Recommandations et règles de calcul ») unique et indépendante des différents paramètres géométriques de l'élément structural. Toutefois l'effet d'échelle est pris en compte à travers des coefficients dépendant de la hauteur de la structure considérée et minorant la résistance post-fissuration obtenue avec l'essai de flexion trois points sur prisme entaillé (voir Figure 1-15).

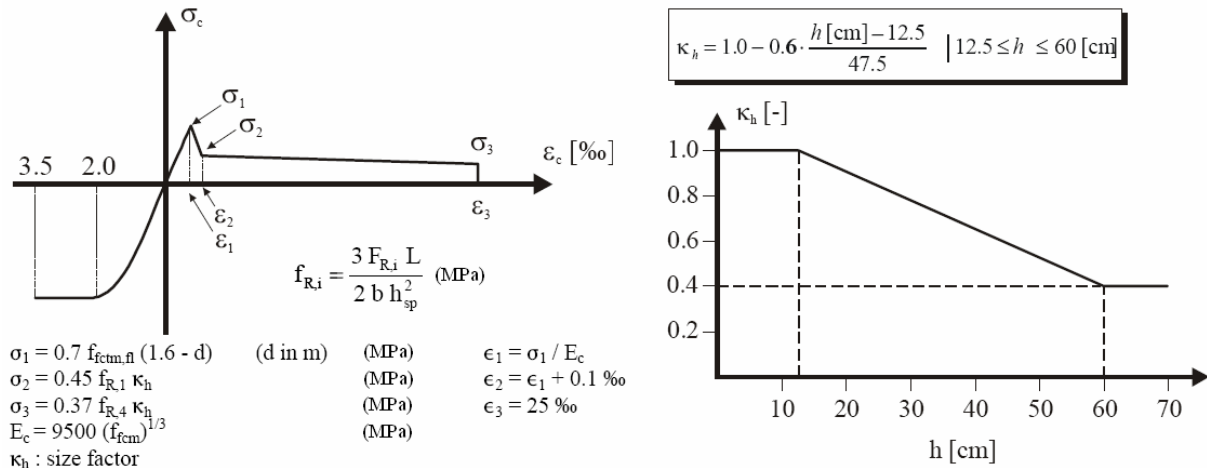


Figure 1-15 Loi « contrainte – déformation » et facteur d'échelle  $K_h$  (RILEM TC 162-TDF, 2003)

Le Code Modèle *fib* 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a) utilise une analyse inverse simplifiée se basant sur une approche continue. Toutefois, contrairement aux recommandations (RILEM TC 162-TDF, 2003), la longueur caractéristique  $L_c$  n'est pas considérée comme unique. Celle-ci est prise égale à la hauteur de la structure considérée (dans le cas d'un béton fibré sans armatures conventionnelles). Cette analyse inverse, utilisée dans la suite de ce travail lors de la comparaison des résultats expérimentaux sur les poutres en BFUP armé ou précontraint avec les prévisions du Code Modèle *fib* 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a), est détaillée ci-dessous.

#### Draft Model Code 2010 (*fib*, 2010a)

A partir des courbes « Effort - CMOD », le Code Modèle *fib* 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a) propose une analyse inverse simplifiée supposant des lois « contrainte-ouverture de fissure » bilinéaires (Figure 1-16).

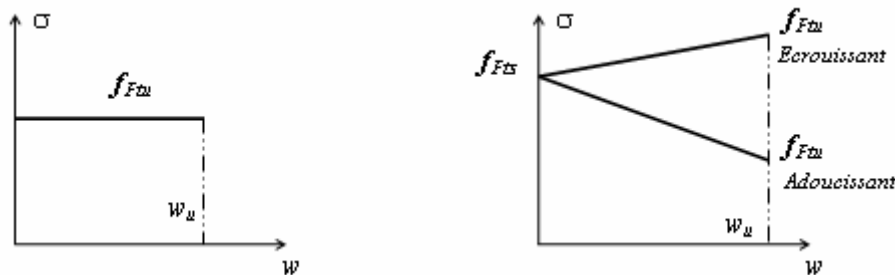


Figure 1-16 Lois bilinéaires adoptées par le Draft Model Code 2010

Aussi bien pour des lois de type « adoucissant » qu'« écrouissant »,  $f_{Fts}$  correspond à la résistance à l'Etat Limite de Service (ELS) et  $f_{Ftu}$  à l'Etat Limite Ultime (ELU).

$f_{Fts}$  est déterminée à partir de la contrainte équivalente de flexion  $f_{Rl}$  correspondant à une ouverture de fissure égale à 0,5 mm (voir Figure 1-14) :

$$f_{Rl} = \frac{3 \cdot F_{Rl} \cdot l}{2 \cdot b \cdot h_{sp}^2}$$

Dans cette formule :

- $F_{Rl}$  est l'effort correspondant à une ouverture de fissure égale à 0,5 mm
- $l$  est la portée de l'essai de flexion 3 points

- $b$  est la largeur du prisme
- $h_{sp}$  est la hauteur du prisme dont on déduit la profondeur de l'entaille

La contrainte  $f_{Fts}$  est déterminée à partir de l'équilibre de la section en considérant une distribution linéaire des contraintes de compression et un comportement élastoplastique parfait de la partie tendue (Figure 1-17) :

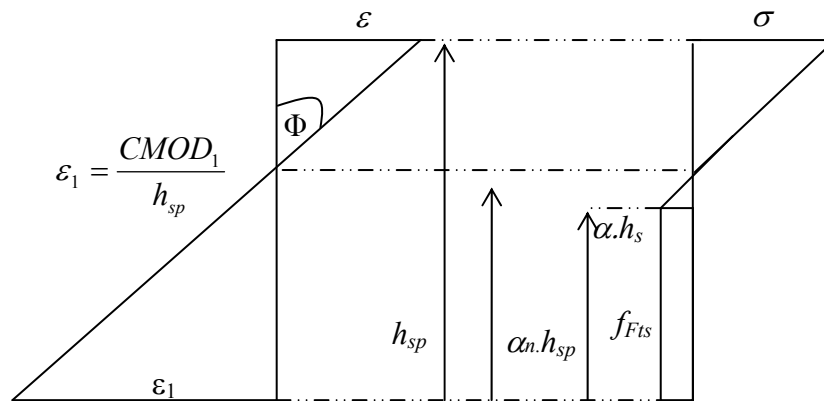


Figure 1-17 Hypothèses sur la répartition des contraintes au niveau de la section étudiée : calcul de  $f_{Fts}$

Le profil des déformations au niveau de la section fissurée est considéré comme linéaire (approche continue) et la déformation en fibre inférieure est supposée égale à  $\epsilon_1 = \frac{CMOD_1}{h_{sp}}$ .

Ainsi  $f_{Fts}$  est prise égale à  $0,45 \cdot f_{R1}$  pour  $h_{sp} = 125$  mm par le Code Modèle *fib* 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a).

L'influence de la variabilité du module selon les bétons de fibres testés sur la relation entre  $f_{Fts}$  et  $f_{R1}$  est considérée comme négligeable.

La contrainte  $f_{Ftu}$  correspondant à une ouverture de fissure  $w_u$  est déterminée à partir de la courbe linéaire « contrainte-ouverture de fissure » représentant le comportement post-fissuration du béton fibré testé (voir Figure 1-18).

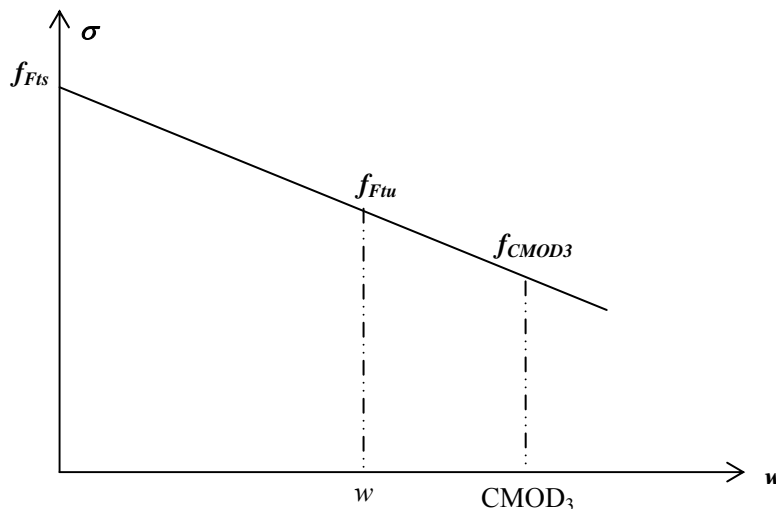


Figure 1-18 Courbe linéaire « *contrainte-ouverture de fissure* » représentant le comportement post-fissuration adoucissant du béton fibré testé [Code Modèle *fib* 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a)].

La contrainte  $f_{CMOD3}$  correspondant à une ouverture de fissure égale à 2,5 mm (voir Figure 1-14) est déterminée à partir d'un équilibre de section en considérant que la résultante des contraintes de compression s'applique sur la fibre supérieure du prisme et que le comportement de la partie tendue est linéaire (voir Figure 1-19).

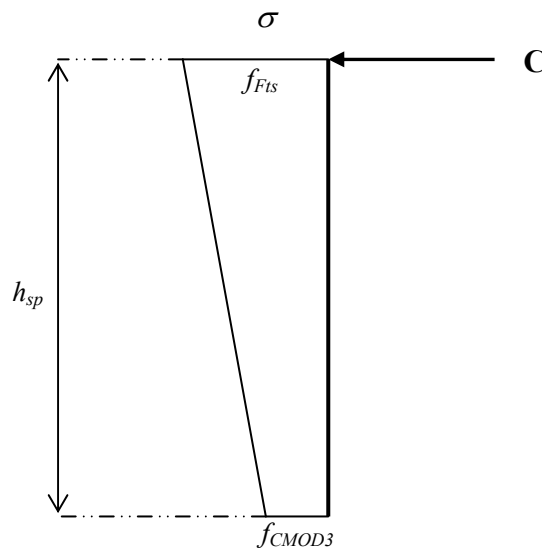


Figure 1-19 Hypothèses sur la répartition des contraintes au niveau de la section étudiée : calcul de  $f_{CMOD3}$ .

Ainsi  $f_{CMOD3}$  est prise égale à  $0,5 \cdot f_{R3} - 0,2 \cdot f_{R1}$  pour  $h_{sp} = 125$  mm par le Code Modèle *fib* 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a), avec :

- $f_{R1}$  : contrainte équivalente de flexion correspondant à une ouverture de fissure égale à 0,5 mm
- $f_{R3}$  : contrainte équivalente de flexion correspondant à une ouverture de fissure égale à 2,5 mm

#### **Recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP**

L'analyse inverse associée aux résultats d'essais se base sur une approche discrète avec une modélisation de la section fissurée sous forme d'une rotule non-linéaire. Cette analyse nécessite un processus itératif mais permet d'obtenir une loi « contrainte-ouverture de fissure » point par point sans faire d'hypothèses sur la distribution des contraintes au niveau de la section étudiée.

Cette analyse inverse est utilisée dans la suite de ce mémoire, lors de la caractérisation du comportement en traction des BFUP pour les essais de flexion conduisant à un mécanisme de ruine par effort tranchant sur les poutres en BFUP armé ou précontraint. Elle est donc détaillée ci-dessous.

La section fissurée est constituée d'une partie non-fissurée dont le comportement est élastique linéaire et d'une partie fissurée dont la distribution des contraintes dépend du comportement post-fissuration du matériau testé (voir Figure 1-20).

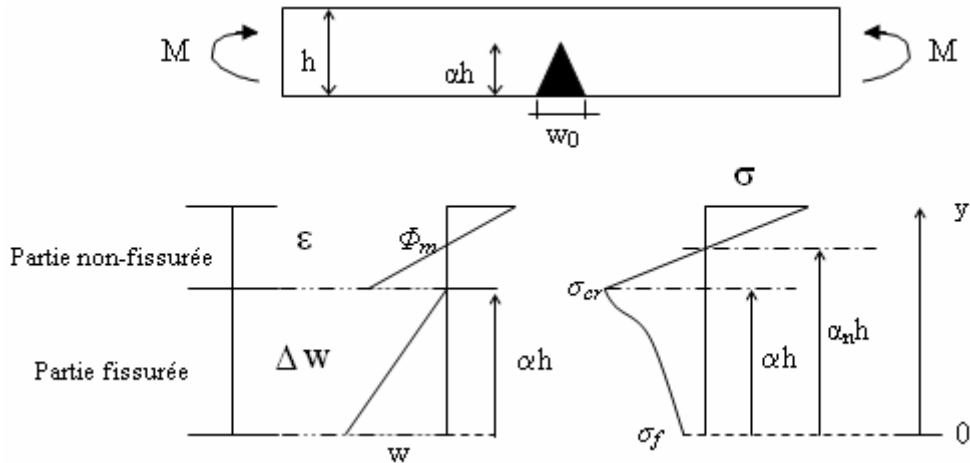


Figure 1-20 Représentation de la section fissurée du prisme en flexion

L'équilibre de la section permet d'écrire les équations suivantes :

$$N_c = \frac{E \cdot \phi_m \cdot b \cdot h^2}{2} \cdot \left[ (1 - \alpha_n)^2 - (\alpha - \alpha_n)^2 \right], \quad N_f = \int_0^{\alpha h} \sigma_f(y) \cdot b \cdot dy, \quad \text{avec :}$$

- $N_c + N_f = 0$  (Equilibre Effort Normal)
- $b$  : largeur du prisme
- $E$  : module du matériau considéré

$$M_c = \frac{E \cdot \phi_m \cdot b \cdot h^3}{3} \cdot \left[ (1 - \alpha_n)^3 - (\alpha - \alpha_n)^3 \right] + \alpha_n \cdot h \cdot N_c, \quad M_f = \int_0^{\alpha h} \sigma_f(y) \cdot y \cdot b \cdot dy, \quad \text{avec :}$$

$$M_c + M_f = M_{\text{expérimental}}$$

La position de l'axe neutre est donnée par :  $f_{ij} = E \cdot \phi_m \cdot h \cdot (\alpha - \alpha_n)$ , avec  $f_{ij}$  la résistance en traction de la matrice.

L'ouverture de fissure  $w$  à la hauteur  $y$  s'exprime en fonction de l'ouverture de fissure  $w_0$  en fibre inférieure de la manière suivante :

$$\frac{w}{w_0} = \frac{\alpha \cdot h - y}{\alpha \cdot h} \quad \text{d'où} \quad y = \alpha \cdot h \cdot \left( 1 - \frac{w}{w_0} \right) : \quad \text{pour } y = 0, w = w_0 \text{ et pour } y = \alpha \cdot h, w = 0$$

Ainsi en effectuant un changement de variable, l'effort normal ainsi que le moment repris par la zone fissurée peuvent s'écrire :

$$N_f = \frac{\alpha \cdot h \cdot b}{w_0} \cdot \int_0^{w_0} \sigma_f(w) \cdot dw \quad \text{et} \quad M_f = \alpha \cdot h \cdot N_f - \frac{(\alpha \cdot h)^2 \cdot b}{w_0} \cdot \int_0^{w_0} \sigma_f(w) \cdot w \cdot dw$$

Les inconnues du système sont donc:  $\sigma_f$ ,  $\Phi$ ,  $\alpha$  et  $\alpha_n$ . Or seules trois équations sont disponibles à ce stade:

- $N_c + N_f = 0$  (Equilibre Effort Normal)
- $M_c + M_f = M_{\text{expérimental}}$
- $f_{ij} = E \cdot \phi_m \cdot h \cdot (\alpha - \alpha_n)$

Une équation cinématique est donc utilisée de manière à relier l'ouverture de la fissure à la courbure de la partie non-fissurée. Deux hypothèses sont formulées (Casanova, 1995):

- la courbure varie paraboliquement entre la fissure et la zone de flexion élastique
- la zone perturbée s'étend de chaque côté de la fissure sur une distance égale à la hauteur fissurée  $\alpha h$  (cela revient à considérer que la longueur de la rotule non-linéaire est égale à  $2 \cdot \alpha h$ ). La longueur de cette zone a été déterminée à partir d'une étude par éléments finis (Casanova, 1995).

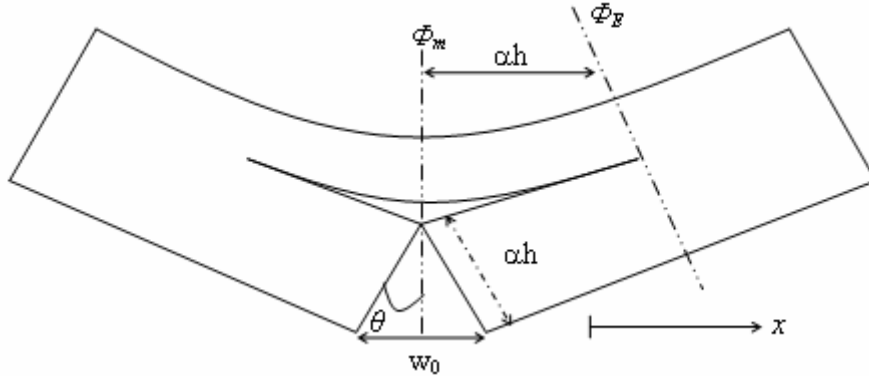


Figure 1-21 Schéma de la zone autour de la fissure

Ainsi la courbure le long de la zone perturbée s'exprime de la manière suivante :

$$\phi = \phi_m - \frac{2}{\alpha \cdot h} \times (\phi_m - \phi_E) \times x + \frac{1}{(\alpha \cdot h)^2} \times (\phi_m - \phi_E) \times x^2, \text{ avec } \phi_E = \frac{M}{E \cdot I} \text{ et } I \text{ l'inertie du prisme}$$

L'angle d'ouverture  $\theta$  de la fissure est défini par les deux expressions suivantes :

$$\theta = \frac{w_0}{2 \times \alpha \cdot h} \text{ et } \theta = \int_0^{\alpha h} \phi(x) dx = \frac{\phi_m + 2 \cdot \phi_e}{3} \times \alpha \cdot h$$

Ainsi l'équation cinématique reliant l'ouverture de la fissure et la courbure de la partie non-fissurée s'écrit :

$$w_0 = 2 \times \frac{(\alpha \cdot h)^2}{3} \times (\phi_m + 2 \cdot \phi_e)$$

L'ensemble des équations étant explicité, il est possible de réaliser une analyse inverse en écrivant les équations de manière incrémentale. On considère alors deux états de chargement successifs  $i$  et  $i+1$ . Entre ces deux états, l'ouverture de fissure va évoluer de  $w_i$  à  $w_{i+1}$  et la contrainte correspondante de  $\sigma_{fi}$  à  $\sigma_{fi+1}$  (avec une nouvelle position de l'axe neutre et une nouvelle courbure de la zone non-fissurée) :

$$N_{fi} = \frac{\alpha_i \cdot h \cdot b}{w_i} \cdot \int_0^{w_i} \sigma_f(w) \cdot dw \text{ et } M_{fi} = \alpha_i \cdot h \cdot N_{fi} - \frac{(\alpha_i \cdot h)^2 \cdot b}{w_i} \cdot \int_0^{w_i} \sigma_f(w) \cdot w \cdot dw \text{ à l'état de}$$

chargement  $i$ .

$$N_{fi+1} = \frac{\alpha_{i+1} \cdot h \cdot b}{w_{i+1}} \cdot \int_0^{w_{i+1}} \sigma_f(w) \cdot dw \text{ et } M_{fi+1} = \alpha_{i+1} \cdot h \cdot N_{fi+1} - \frac{(\alpha_{i+1} \cdot h)^2 \cdot b}{w_{i+1}} \cdot \int_0^{w_{i+1}} \sigma_f(w) \cdot w \cdot dw \text{ à}$$

l'état de chargement  $i+1$ .



Ce procédé constitue une discrétisation de la courbe expérimentale « M-w ». En adoptant un échantillonnage suffisamment fin, l'intégrale des contraintes peut être exprimée à l'aide d'une intégrale trapézoïdale :

$$N_{f_{i+1}} = \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i} \cdot \frac{w_i}{w_{i+1}} \cdot N_{f_i} + \alpha_{i+1} \cdot b \cdot h \cdot \left( \frac{\sigma_{f_i} + \sigma_{f_{i+1}}}{2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{w_i}{w_{i+1}} \right)$$

$$M_{f_{i+1}} = \left( \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i} \cdot \frac{w_i}{w_{i+1}} \right)^2 \cdot M_{f_i} + \alpha_{i+1} \cdot h \cdot N_{f_{i+1}} \cdot \left( 1 - \frac{w_i}{w_{i+1}} \right) - \frac{(\alpha_{i+1} \cdot h)^2 \cdot b}{2} \cdot \left( 1 - \frac{w_i}{w_{i+1}} \right)^2 \cdot \sigma_{f_{i+1}}^2$$

En considérant que l'ensemble des variables de l'état  $i$  est connu, il est possible d'obtenir les inconnues de l'état  $i+1$ .

Ainsi une loi «  $\sigma$ -w » est déterminée à partir de la courbe expérimentale « M-w ».

Une autre analyse inverse « point par point » sans hypothèses sur l'allure de la courbe « contrainte-ouverture de fissure » a été développée par (Zhang et al., 2010 ; Zhang et Ju, 2011) pour caractériser le comportement « contrainte-ouverture de fissure » des bétons fibrés à partir d'essais de flexion trois points sur prisme entaillé. Cette analyse, qui se base sur une approche discrète, utilise le principe de superposition en considérant l'ouverture de fissure  $w$  comme la somme de :

- l'ouverture de fissure du prisme soumis aux efforts extérieurs en ne prenant pas en compte la force de pontage exercée par les fibres, d'une part,
- l'ouverture de la fissure en considérant uniquement les efforts de pontage des fibres, d'autre part. Ce deuxième terme est considéré comme négatif au sens algébrique.

### ***Remarques sur les essais de flexion trois points***

Les essais de flexion trois points sur prisme entaillé présentent l'avantage d'être faciles à mettre en œuvre et peuvent s'adapter facilement à la caractérisation d'éléments prélevés à l'intérieur d'une structure. Néanmoins ces essais ont certaines limites :

- Le profil de la fissure peut être complexe alors que les analyses inverses utilisées pour obtenir la loi « contrainte-ouverture de fissure » supposent un profil linéaire de la fissure.
- Les essais de flexion sur prismes en béton fibré sont souvent caractérisés par un écart-type important (Minelli et Plizzari, 2010a). Celui-ci peut s'expliquer en partie par un effet de gradient. Ainsi lors d'un essai de flexion sur prisme entaillé, la part de résistance apportée par les fibres en fond d'entaille est supérieure à celle apportée par les fibres proches de l'axe neutre en raison d'un bras de levier interne plus important. Par rapport à un essai de traction directe sur éprouvette entaillée, la zone testée peut être considérée comme réduite dans le cas d'un essai de flexion. Ceci entraîne un effet d'échelle que l'on peut qualifier de « statistique » se traduisant par une résistance moyenne plus élevée et un écart-type également plus important.

### ***Application à la caractérisation des BFUP***

En dehors de ce qui a déjà été mentionné au sujet de l'utilisation d'une éprouvette entaillée dans le cadre d'une caractérisation en traction des BFUP, certaines limites liées aux caractéristiques mécaniques de ces matériaux, peuvent s'ajouter à celles décrites précédemment. La principale difficulté réside notamment dans l'obtention d'un plan de rupture unique. Ainsi, il n'est pas rare que plusieurs fissures se créent à proximité de l'entaille (Graybeal, 2006a) en raison du bon ancrage des fibres dans la matrice cimentaire. La présence

de plusieurs fissures a pour conséquence de surestimer l'ouverture réelle des fissures et d'invalider les éventuelles hypothèses cinématiques utilisées.

En ce qui concerne l'analyse inverse associée aux essais de flexion trois points, en raison de la multiplicité du comportement en traction des BFUP, il est préférable d'utiliser une méthode inverse « point par point » qui évite de supposer l'allure de la courbe « contrainte-ouverture de fissure ». Ces considérations sont discutées à frais nouveaux dans la suite de ce mémoire en lien avec les essais réalisés et la cohérence recherchée des déterminations directe et indirecte.

### *1.2.2.3 METHODES D'ESSAI INDIRECTES SUR EPROUVETTES NON-ENTAILLEES*

Les méthodes d'essai indirectes sur éprouvettes non-entailées les plus couramment utilisés pour caractériser le comportement en traction des bétons fibrés sont :

- les essais sur dalles non-entailées
- la flexion quatre points sur prisme non-entailé

#### **Essais sur dalles non-entailées**

L'intérêt des essais sur panneaux (ou dalles) est d'augmenter la surface de rupture permettant ainsi de réduire les écarts-type qui peuvent être particulièrement importants pour les essais de caractérisation en traction des bétons fibrés réalisés sur presse, mais nettement moins grands à l'échelle de la structure notamment pour les éléments hyperstatiques (Minelli et Plizzari, 2010a). En effet pour les structures ayant un haut degré de redondance telles que les dalles ou les planchers, une redistribution des contraintes est effective entraînant de larges zones de rupture. Ainsi le comportement de ces structures peut être gouverné par les valeurs moyennes des caractéristiques mécaniques du béton fibré (Minelli et Plizzari, 2010a). De plus, en comparaison des prismes ou cylindres, l'orientation des fibres à l'intérieur des panneaux (ou plaques) est nettement plus représentative de l'orientation réelle des fibres à l'intérieur d'une dalle.

En ce qui concerne la configuration des essais sur panneaux, celle-ci doit permettre d'obtenir un schéma de fissuration prévisible et répétable. L'essai normalisé (ASTM, 2004) sur une dalle circulaire sur trois appuis, de géométrie standard, permet d'obtenir le schéma de fissuration attendu avec une bonne répétitivité (Tran et al., 2005). Ainsi à partir de la théorie des lignes de rupture (Figure 1-22) et d'une approche cinématique, il est possible d'obtenir analytiquement la courbe « effort-flèche au centre » (Marti et al., 1999 ; Tran et al., 2005 ; Nour et al., 2011). L'obtention d'une loi « contrainte-ouverture de fissure » à partir de la courbe « effort-flèche au centre » nécessite une analyse inverse. Celle-ci a été réalisée de manière simplifiée par (Minelli et Plizzari, 2010b) à partir d'une variante de l'essai normalisé (ASTM, 2004).

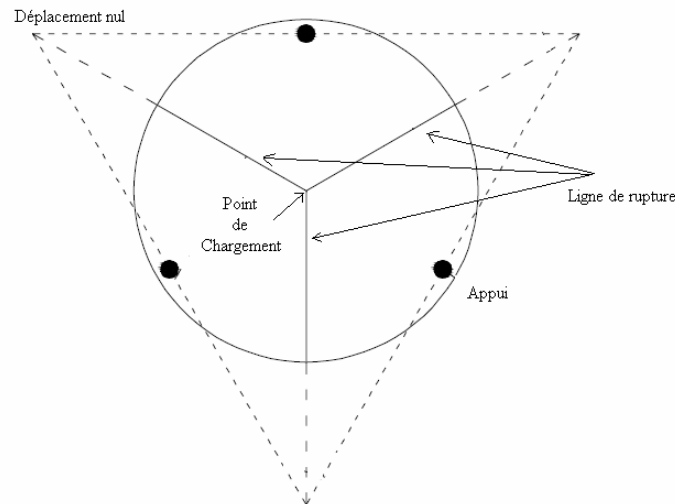


Figure 1-22 Lignes de rupture (avec des angles similaires) pour un essai type (ASTM, 2004)

En comparaison notamment avec les essais de flexion sur prismes ou les essais de traction directe, les tests sur dalles permettent de caractériser le béton fibré dans une configuration plus proche des structures telles que les planchers (Rossi, 1998). Ces essais sont donc à favoriser dans le cadre d'une application structurelle du type dalle notamment. Néanmoins certaines difficultés rencontrées avec les essais de flexion sur prismes persistent notamment le profil des fissures qui peut être complexe alors que les modélisations utilisées supposent un profil linéaire de la fissure.

Les essais sur dalles ne sont pas adaptables facilement à la caractérisation d'éléments prélevés à l'intérieur d'une structure.

#### **Application à la caractérisation des BFUP**

La principale difficulté dans la caractérisation du comportement en traction d'un BFUP à partir d'essais sur dalles non-entailées est la prise en compte d'une éventuelle première phase de multi-fissuration au niveau des différentes lignes de rupture qui peut complexifier les hypothèses cinématiques à considérer.

#### **Flexion quatre points sur prismes non-entailés**

Les essais de traction directe et les essais de flexion quatre points sur éprouvettes non-entailées permettent de distinguer trois catégories de bétons fibrés :

- les bétons fibrés écouissants en traction directe caractérisés par la mise en place d'une multi-fissuration fine et faiblement espacée (de l'ordre de  $\frac{3}{4} * L_f$ ) en traction directe et en flexion (Parant, 2003) ;
- les bétons fibrés adoucissants en traction directe et écouissants en flexion caractérisés par la création d'une multi-macro fissuration (espacée d'environ une demie fois à une fois la hauteur de l'éprouvette) en flexion (Behloul, 1996) ;
- les bétons fibrés adoucissants en traction directe et en flexion caractérisés par la création d'une seule fissure en flexion.

Pour une orientation des fibres et une direction de sollicitation en traction données, bien qu'un béton adoucissant en traction directe puisse être écouissant en flexion, celui-ci n'aura pas le même comportement en flexion qu'un béton écouissant en traction directe, qui sera caractérisé par la mise en place d'une multi-fissuration. A partir d'un essai de flexion quatre points sur un prisme en béton fibré, selon le schéma de fissuration obtenu, il est donc normalement possible de déterminer si le matériau considéré est écouissant ou adoucissant en

traction directe. L'essai de flexion quatre points dont la mise en œuvre est relativement aisée peut donc représenter une alternative à l'essai de traction directe. La suite de ce mémoire détaillera les conditions de validité de cette alternative. Aussi il est utile de détailler les différentes méthodes et approches mises au point pour modéliser le comportement en flexion des bétons fibrés (adoucissants ou écrouissants en traction directe) et obtenir selon les cas une courbe « contrainte-ouverture de fissure » ou « contrainte-déformation » à partir d'un essai de flexion quatre points.

### ***Bétons fibrés adoucissants en traction directe et en flexion caractérisés par la création d'une seule fissure en flexion***

Dans le cas des bétons fibrés adoucissants en traction directe et en flexion caractérisés par la création d'une seule fissure en flexion, la structure fonctionne comme une rotule non-linéaire entre deux blocs élastiques. Cette configuration est relativement similaire aux essais de flexion trois points sur prismes entaillés. Il est ainsi possible d'utiliser les différentes analyses inverses décrites dans la partie précédente pour obtenir la loi « contrainte-ouverture de fissure » du matériau testé. Toutefois, dans le cas d'une caractérisation à partir de la courbe « effort-flèche », il est nécessaire de prendre en compte la position réelle de la fissure dans la zone de moment constant (Dinh et al., 2010). Dans le cas d'une mesure directe de l'ouverture de la fissure à l'aide d'un extensomètre placé en fibre inférieure, l'influence du phénomène de « snap back » (déchargement du reste du matériau qui conduit à une diminution du déplacement total mesuré) doit être prise en compte (Casanova, 1995).

#### **Application à la caractérisation des BFUP**

A l'exception d'une orientation fortement préférentielle des fibres dans une direction ou un plan perpendiculaire à la direction de l'effort de traction, les BFUP possèdent une résistance post-fissuration suffisante pour assurer un caractère écrouissant et multi-macrofissurant en flexion.

### ***Bétons fibrés adoucissants en traction directe et écrouissants en flexion caractérisés par la création d'une multi-macro fissuration en flexion***

Dans le cas des bétons fibrés adoucissants en traction directe et écrouissants en flexion avec la mise en place d'une multi-macrofissuration, soit le fonctionnement de la structure fléchie peut être assimilé à une succession de rotules non-linéaires entre deux blocs élastiques (approche discrète), soit la fissure peut être supposée répartie (approche continue).

Dans le cas d'une approche continue, il est nécessaire de normer l'ouverture de fissure par une longueur caractéristique  $L_c$ . Cette longueur a souvent été prise égale à l'espacement moyen des fissures  $s_{moyen}$ . Ainsi la structure présentant un réseau de fissures espacées de  $s_{moyen}$  est considérée comme une structure homogène avec un champ de contrainte et de déformation équivalent. La déformation longitudinale moyenne est obtenue en divisant l'ouverture de fissure par l'espacement moyen  $s_{moyen}$  (voir Figure 1-23) :

$L = n_{fissures} \cdot s_{moyen}$  et  $\Delta L \approx w \cdot n_{fissures}$ , en négligeant les déformations entre les fissures et en considérant que toutes les fissures ont une ouverture similaire

$$\text{Ainsi : } \frac{\Delta L}{L} \approx \frac{w \cdot n_{fissures}}{n_{fissures} \cdot s_{moyen}} \approx \frac{w}{s_{moyen}} .$$

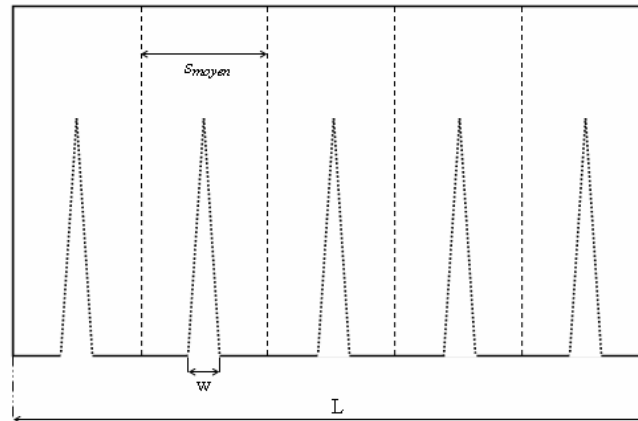


Figure 1-23 Béton fibré multi-macrofissurant en flexion

Afin de modéliser le comportement en flexion de poutres armées constituées d'un béton fibré haute performance avec une matrice SIFCON® (Slurry Infiltrated Fibre Concrete) et ayant constaté que l'espacement moyen des fissures était égal à la hauteur fissurée, (Naaman et al., 1993) a considéré la hauteur de la poutre comme longueur caractéristique  $L_c$ .

(Behloul, 1996) s'est basé sur une approche similaire pour modéliser le comportement en flexion du BPR®. En effet le comportement en flexion de ce matériau est caractérisé par la création de plusieurs macro-fissures espacées d'une distance comprise entre une demi et une fois la hauteur de l'éprouvette. Ces macro-fissures sont encadrées par une fissuration diffuse sur une distance inférieure à la longueur des fibres due à l'effet local de pontage des fibres. A partir de ce constat, (Behloul, 1996) a effectué une étude statistique sur l'espacement moyen des fissures en étudiant deux hauteurs différentes d'éprouvettes tout en conservant la même géométrie et la même configuration de chargement. Les résultats obtenus ont permis de déterminer une moyenne égale à 0,6 fois la hauteur de l'élément considéré avec un écart type proche de 0,3 fois la hauteur.

Ainsi pour (Behloul, 1996) :  $\varepsilon = \frac{w}{0,6 \cdot h}$ , avec  $h$  la hauteur de l'éprouvette.

Cette approche continue est valable jusqu'à ce qu'une des fissures localise et que le reste de l'éprouvette se décharge. Une approche discrète est alors nécessaire afin de modéliser la suite du comportement « effort-flèche » du matériau testé en flexion.

Les recommandations françaises (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP utilisent une relation similaire à celle de (Behloul, 1996) :  $\varepsilon = \frac{w}{(2/3) \cdot h}$ . Celle-ci provient d'une calibration visant à

obtenir une cohérence entre une approche continue et l'approche discrète adoptée par les recommandations (AFREM, 1995) sur les BFM. Cette calibration a été réalisée à partir de sections rectangulaires ou en T avec un éventuel effort normal concomitant (Fouré, 2007 ; Marchand, 2008).

Dans le cas des structures en béton fibré avec armatures passives traditionnelles, (De Montaignac et al., 2012) proposent la relation suivante :  $\varepsilon = \frac{w}{L_c}$ , avec  $L_c = \min(s_{moyen}; h)$ .

Celle-ci a été validée par une campagne expérimentale portant sur onze poutres de section rectangulaire ou en T (avec différentes hauteurs) en béton armé, béton fibré avec et sans armatures conventionnelles ( $f_{cm} \approx 54$  MPa).

Dans le cas d'une approche discrète, par rapport au cas d'une mono-fissuration, il est nécessaire de changer certaines hypothèses afin de prendre en compte la multi-macrofissuration. Pour les approches utilisant une rotule non-linéaire, la multi-macrofissuration est notamment prise en compte en modifiant la longueur de la rotule.

Ainsi, dans le cas des dalles en béton fibré avec armatures conventionnelles, (Massicotte et al., 2004 ; Massicotte, 2008), en se basant sur l'approche de (Casanova, 1995), proposent une nouvelle équation cinématique en formulant deux hypothèses :

- la courbure varie paraboliquement entre la fissure et la zone de flexion élastique,
- la zone perturbée s'étend sur une distance égale au minimum de la demi-hauteur et de l'espacement moyen des fissures. Cette hypothèse a été validée dans le cas des dalles à partir d'un programme de recherche réalisé à l'Ecole Polytechnique de Montréal depuis 1997.

$$w_0 = \frac{\alpha \cdot h}{3} \times L_c \times (\phi_m + 2 \cdot \phi_e), \text{ avec } L_c = \text{Min} \left( \frac{h}{2}; s_{moyen} \right)$$

Jusqu'à la localisation d'une fissure, il est nécessaire de considérer une succession de rotules non-linéaires afin de modéliser le comportement « effort-flèche » du matériau testé.

#### Application à la caractérisation des BFUP

Dans le cadre d'une caractérisation du comportement en traction d'un BFUP à partir d'un essai de flexion quatre points, la présence d'une multi-macrofissuration complexifie donc :

- L'analyse inverse réalisée à partir de la courbe « effort-flèche au centre ». En effet, dans le cas d'une approche continue, celle-ci est valable uniquement jusqu'à la localisation d'une fissure. Une fois cette étape franchie, il est nécessaire de considérer la mise en place d'une rotule non-linéaire de manière à évaluer correctement l'incidence de l'ouverture de la fissure sur la flèche. Toutefois une partie du reste de l'éprouvette étant fissurée, l'estimation de la flèche au centre est rendue difficile. Dans le cas d'une approche discrète, il est nécessaire de prendre en compte une succession de rotules non-linéaires jusqu'à la localisation d'une fissure. Une fois la fissure localisée, les difficultés sont similaires à celles décrites précédemment.
- La mesure directe de l'ouverture de la fissure. L'utilisation d'un seul extensomètre dans la zone de moment constant entraîne le risque de mesurer plusieurs macro-fissures. A cela se rajoute la présence éventuelle de micro-fissures à proximité des macro-fissures et le phénomène de snap-back à prendre en considération.

La caractérisation en traction d'un BFUP adoucissant en traction directe à partir d'un essai de flexion quatre points est donc rendue difficile par la multi-macrofissuration. Néanmoins, en comparaison avec un essai sur éprouvette entaillée, cette configuration d'essais permet de retranscrire plus fidèlement le comportement réel des BFUP à l'intérieur d'une structure et évite la concentration artificielle des contraintes en fond de fissure, dont la prise en compte quantitative pose problème. Il est donc intéressant de développer des méthodes de traitement permettant de caractériser le comportement en traction des BFUP à partir d'un essai de flexion quatre points sur éprouvettes non-entaillées. Cette caractérisation pourrait alors s'effectuer à partir d'essais sur prismes coulés ou prélevés au sein d'une structure.

Les conséquences d'un éventuel effet d'échelle et d'un effet de gradient lié aux essais de flexion doivent alors être quantifiées et prises en compte afin de caractériser de manière sûre le matériau testé.

### ***Bétons fibrés écouissants en traction directe caractérisés par la mise en place d'une multi-fissuration en traction directe et en flexion***

Les bétons fibrés écouissants en traction directe (et donc en flexion) sont caractérisés par la mise en place d'une multi-fissuration avec un réseau homogène de micro-fissures faiblement espacées dont l'ouverture n'excède pas quelques dizaines de micromètres. Ainsi, avant la localisation d'une fissure, l'approche continue en « contrainte-déformation » est tout à fait justifiée pour modéliser le comportement de ces matériaux en traction directe et donc en flexion.

Un certain nombre de méthodes ont donc été développées afin d'obtenir la loi «contrainte-déformation » des bétons écouissants en traction directe à partir d'un essai de flexion quatre points. Ces méthodes divergent au niveau de la configuration des essais (tailles des éprouvettes, instrumentation mise en oeuvre...) et de l'analyse inverse associée aux résultats expérimentaux.

Ainsi on peut distinguer deux types de méthodes de caractérisation :

- celles basées sur la mesure directe de la déformation en fibre inférieure (dans la zone de moment constant)
- celles utilisant la mesure de la flèche pour déterminer notamment la déformation en fibre inférieure

#### **Méthode de caractérisation basées sur la mesure de la déformation**

##### ***Méthode du Japan Concrete Institute (JCI, 2005 ; Kanakubo, 2006)***

Cette méthode est basée sur la mesure de l'effort appliqué et de la courbure au niveau de la zone de moment constant. La taille des éprouvettes 10cm\*10cm\*40cm est standardisée. La mesure de la courbure est obtenue à partir de deux capteurs de déplacement LVDTs (Linear Variation Differential Transducers) montés en extensomètres placés respectivement à 1,5 cm et 8,5 cm de la fibre inférieure du prisme (voir Figure 1-24).

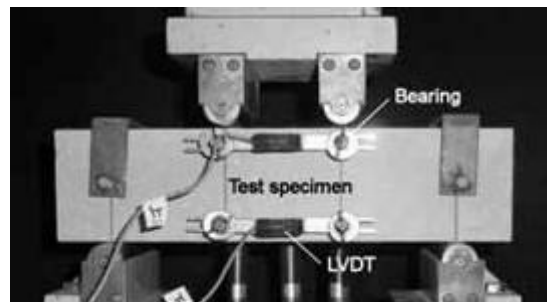


Figure 1-24 Configuration de l'essai de flexion quatre points (JCI, 2005) : mesure de la courbure dans la zone de moment constant



L'analyse inverse associée aux résultats expérimentaux, qui nécessite uniquement le moment maximum et la courbure correspondante, est une approche simplifiée (voir Figure 1-25). La localisation de la fissure est supposée être concomitante à l'effort maximal enregistré.

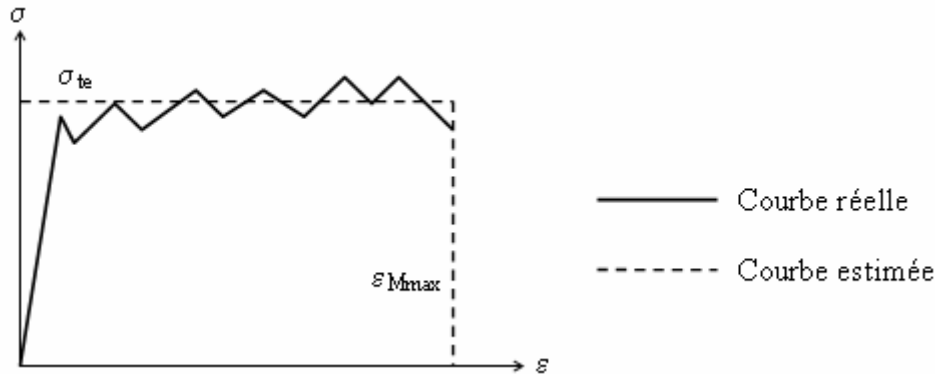


Figure 1-25 Comparaison entre la courbe « contrainte-déformation » réelle et celle obtenue avec l'analyse inverse simplifiée de (JCI, 2005)

L'approche utilisée postule certaines hypothèses sur la distribution des contraintes au niveau du moment maximal (voir Figure 1-26):

- la distribution des contraintes est linéaire dans la zone comprimée
- la distribution des contraintes est constante dans la zone tendue

Le module du béton est considéré comme connu (déterminé à partir d'un essai de compression).

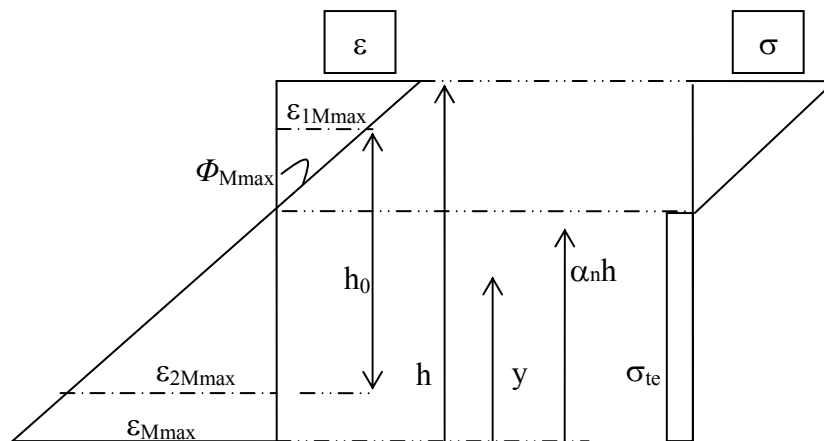


Figure 1-26 Distribution des déformations et des contraintes correspondant au moment maximal (JCI, 2005)

La méthode est basée sur l'équilibre de la section pour un effort correspondant au moment maximal (voir Figure 1-26) :

$$M_{\max} = b \cdot \phi_{M_{\max}} \cdot E \cdot (1 - \alpha_n)^3 \cdot \frac{1}{3} \cdot h^3 + \frac{1}{2} \cdot b \cdot \alpha_n^2 \cdot h^2 \cdot \sigma_{te}$$

$$\sigma_{te} \cdot \alpha_n h - \phi_{M_{\max}} \cdot E \cdot (1 - \alpha_n)^2 \cdot h^2 = 0$$



Ainsi, à partir de ces équations ( $M_{\max}$  et  $\phi_{M_{\max}}$  étant les données fournies par l'expérience), il est possible de déterminer la contrainte de traction  $\sigma_{te}$  et la déformation en fibre inférieure  $\varepsilon_{M_{\max}}$  :

$$\varepsilon_{M_{\max}} = \phi_{M_{\max}} \cdot \alpha_n h \text{ et } \sigma_{te} = \frac{E \cdot \phi_{M_{\max}} \cdot h^2 \cdot (1 - \alpha_n)^2}{\alpha_n h}, \text{ avec :}$$

- $\alpha_n$  (hauteur tendue relative) solution de l'équation  $\alpha_n^3 - 3 \cdot \alpha_n + m^* = 0$ ,  
avec  $m^* = 2 - \frac{6 \cdot M_{\max}}{E \cdot \phi_u \cdot b \cdot h^3}$
- $b$  la largeur du prisme
- $\phi_{M_{\max}}$  déterminée de la manière suivante :  $\phi_{M_{\max}} = \frac{(\varepsilon_{2M_{\max}} - \varepsilon_{1M_{\max}})}{h_0}$ , avec  $h_0$  la distance entre les deux extensomètres.

*Remarques sur la méthode du Japan Concrete Institute (JCI, 2005 ; Kanakubo, 2006)*

Cette analyse inverse simplifiée présente l'intérêt d'être rapide à mettre en œuvre et ne nécessite aucun processus itératif.

Toutefois, l'hypothèse d'une distribution constante des contraintes dans la zone tendue entraîne une surestimation de la résistance en traction du matériau testé, comme le montre la Figure 1-27.

En considérant les hypothèses de la Figure 1-27, le moment  $M_{\max}$  est supérieur au moment  $M'_{\max}$ . En effet, lorsque la déformation en fibre inférieure est égale  $\varepsilon_{fin}$ , dans le cas d'un profil écrouissant, la contrainte en fibre inférieure dont le bras de levier interne est maximal correspond à la contrainte maximale en traction.

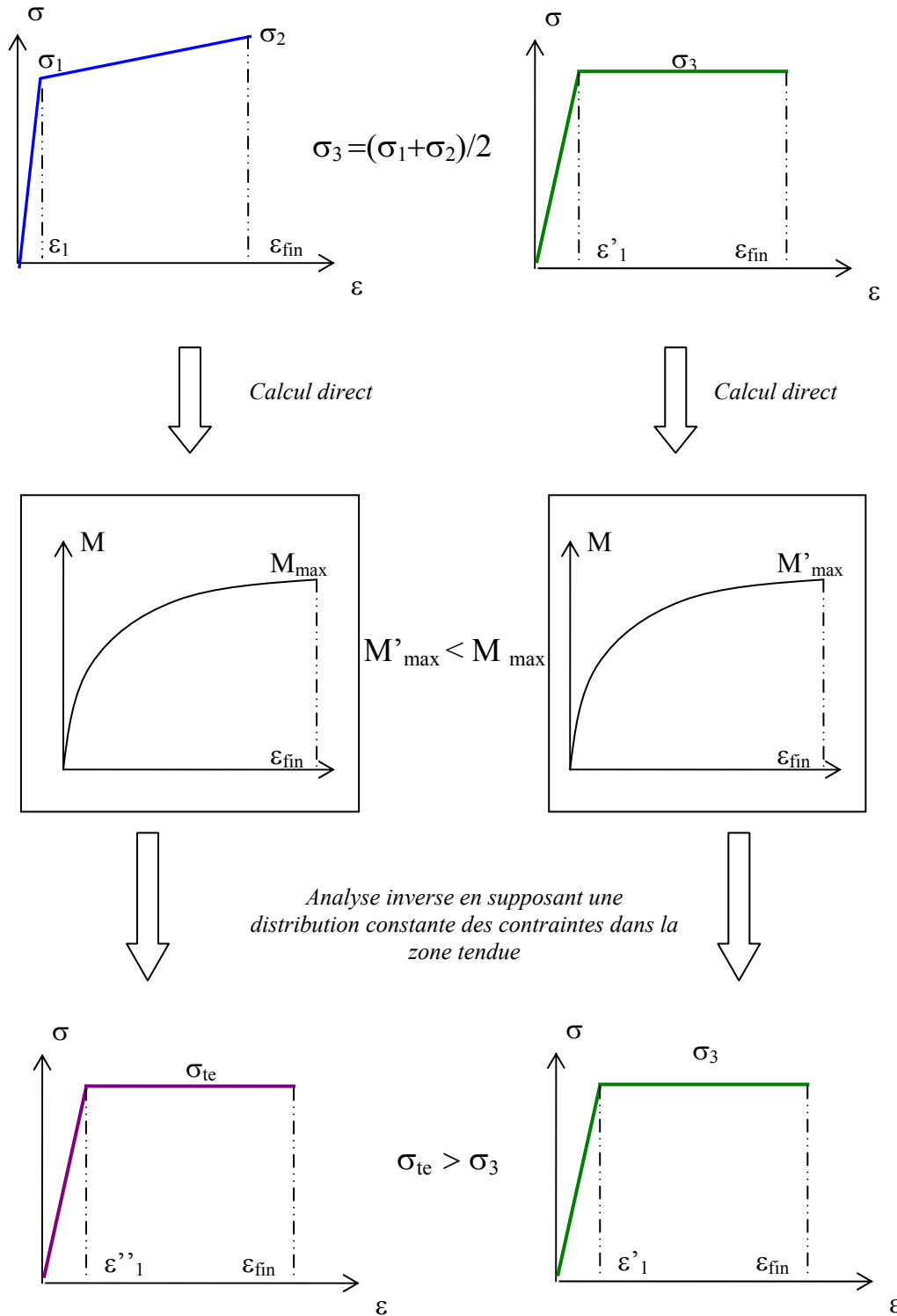


Figure 1-27 Surestimation de la résistance en traction entraînée par l'hypothèse d'une distribution constante des contraintes dans la zone tendue

La localisation de la fissure est considérée correspondre au moment maximal. Or cette localisation peut intervenir avant le pic d'effort. En effet l'initiation d'un comportement adoucissant en fibre inférieure s'accompagne d'une augmentation de la hauteur tendue et donc du bras de levier interne. Ainsi, dans le cas d'un comportement faiblement adoucissant,

le moment repris par la section fissurée après localisation peut être légèrement supérieur à celui correspondant à la localisation.

L'hypothèse d'une localisation de la fissure concomitante à l'effort maximal peut donc entraîner une surestimation de la capacité de déformation du matériau testé.

Cette méthode de caractérisation à partir de la courbe « Moment-Courbure » permet de déduire une courbe « contrainte-déformation » simplifiée en utilisant un faible nombre d'hypothèses. Toutefois, l'instrumentation de la plupart des essais de flexion quatre points réalisés (normalisés ou non), est constituée d'une mesure de l'effort appliqué et de la flèche à mi-portée. Ainsi un certain nombre d'approches ont été développées afin de déterminer la courbe « contrainte-déformation » à partir de la courbe « effort-flèche ». Ces méthodes se distinguent les unes des autres notamment par le nombre et le type d'hypothèses qu'elles considèrent. Nous présenterons donc, dans un premier temps, les approches nécessitant le moins d'hypothèses puis nous détaillerons les méthodes simplifiées.

### Méthodes de caractérisation basées sur la mesure de la flèche

#### *Méthode « point par point » de (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011)*

Cette méthode qui est basée sur la mesure de l'effort appliqué et de la flèche à mi-portée permet d'obtenir une loi « contrainte-déformation » point par point à partir d'un essai de flexion quatre points. Cette analyse inverse a été mise au point dans le cadre de la caractérisation du comportement en traction des BFUP dans une configuration « plaque-mince » au sens des recommandations (AFGC-Sétra, 2002) : la hauteur de la structure considérée doit être inférieure à  $3 \cdot L_f$  avec  $L_f$  la longueur des fibres.

En considérant que la relation existante entre la courbure et la flèche pour un matériau élastique reste raisonnablement valable pour un comportement non-linéaire, la courbe expérimentale « moment-flèche » est convertie en courbe « moment-courbure ».

La courbure est supposée constante dans la zone de moment constant et la flèche induite par les déformations d'effort tranchant est négligée. La relation suivante est donc déduite (voir Figure 1-28):

$$\delta = \frac{P \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I} \times \left( \frac{3a}{L} - \frac{4a^3}{L^3} \right) = \frac{23}{216} \cdot \phi \cdot L^2, \text{ avec } \phi = \frac{P \cdot a}{E \cdot I}$$

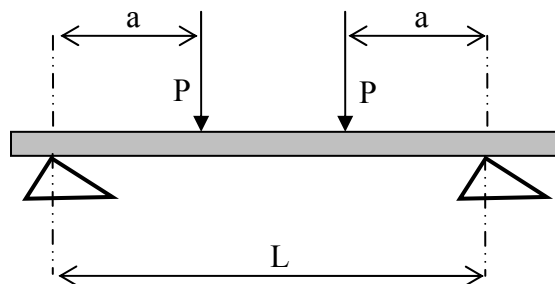


Figure 1-28 Configuration de l'essai de flexion quatre points

En considérant l'équilibre de la section, il est alors possible de déterminer une loi de comportement « contrainte-déformation » point par point à partir de la courbe « moment-courbure ». Le profil des contraintes dans la zone comprimée est supposé linéaire (hypothèse réaliste au regard du comportement en compression simple des BFUP). En ce qui concerne la forme de la courbe « contrainte-déformation » caractérisant le comportement en traction du

matériau testé, aucune hypothèse n'est considérée (voir Figure 1-29). La localisation de la fissure est supposée concomitante à l'effort maximal.

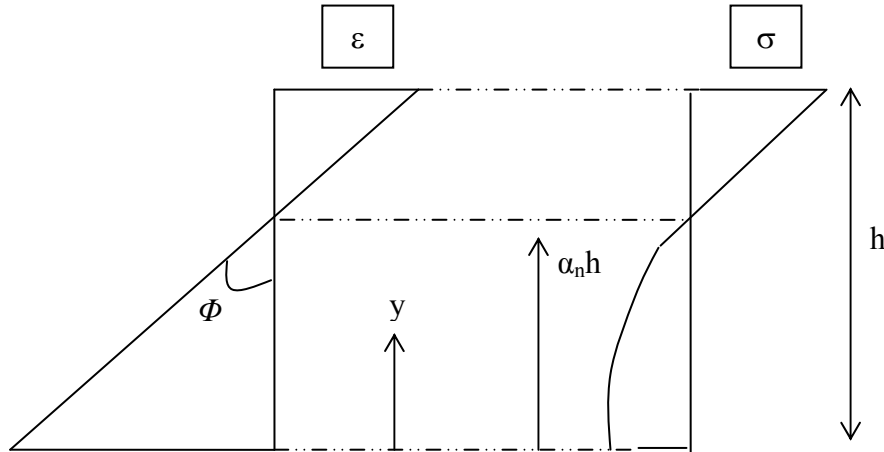


Figure 1-29 Distribution des déformations et des contraintes au niveau de la section étudiée

Dans la zone comprimée :

$$N_c = \int_{\alpha_n h}^h b \cdot \sigma_c(y) \cdot dy = -b \cdot E \cdot \phi \cdot \int_{\alpha_n h}^h (y - \alpha_n h) \cdot dy = -b \cdot E \cdot \phi \cdot (\alpha_n - 1)^2 \cdot \frac{h^2}{2}$$

$$M_c = \int_{\alpha_n h}^h b \cdot \sigma_c(y) \cdot y \cdot dy = -b \cdot E \cdot \phi \cdot (2 + \alpha_n^3 - 3\alpha_n) \cdot \frac{h^3}{6},$$

avec:  $b$  : largeur du prisme

$h$  : hauteur du prisme

$\alpha_n h$ : hauteur tendue du prisme

$E$  : module d'Young

$\Phi$ : courbure de la section étudiée

Dans la zone tendue :

$$N_t = \int_0^{\alpha_n h} b \cdot \sigma_t(\varepsilon_t(y)) \cdot dy \text{ et } M_t = \int_0^{\alpha_n h} b \cdot \sigma_t(\varepsilon_t(y)) \cdot y \cdot dy, \text{ avec } \varepsilon_t = \varepsilon_t(y) = \phi \cdot (\alpha_n h - y)$$

Le changement de variable suivant est effectué:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_t(y) = \phi \cdot (\alpha_n h - y) \text{ d'où } y = \alpha_n h - \frac{\varepsilon_t}{\phi}$$

Pour  $y = 0$ ,  $\varepsilon_t = \varepsilon_{tf}$  : déformation en fibre inférieure

Pour  $y = \alpha_n h$ ,  $\varepsilon_t = 0$  : axe neutre

D'où:

$$N_t = b \cdot \int_0^{\varepsilon_{tf}} \frac{\sigma_t(\varepsilon_t)}{\phi} \cdot d\varepsilon \text{ et } M_t = b \cdot \int_0^{\varepsilon_{tf}} \sigma_t(\varepsilon_t) \cdot \left( \frac{\alpha_n h}{\phi} - \frac{\varepsilon_t}{\phi^2} \right) \cdot d\varepsilon = \alpha_n h \cdot N_t - b \cdot \int_0^{\varepsilon_{tf}} \frac{\sigma_t(\varepsilon_t) \cdot \varepsilon_t}{\phi^2} \cdot d\varepsilon$$

L'ensemble des équations étant explicité, il est possible de réécrire celles-ci en considérant deux états de chargement successifs  $i$  et  $i+1$ . Entre ces deux états, la déformation en fibre inférieure va évoluer de  $\varepsilon_{tf,i}$  à  $\varepsilon_{tf,i+1}$  et la contrainte correspondante de  $\sigma_{t,i}$  à  $\sigma_{t,i+1}$  (avec une nouvelle position de l'axe neutre et une nouvelle courbure) :

$$N_{t,i} = b \cdot \int_0^{\varepsilon_{f,i}} \frac{\sigma_t(\varepsilon_t)}{\phi_i} \cdot d\varepsilon \quad \text{et} \quad M_{t,i} = \alpha_{n,i} h \cdot N_{t,i} - b \cdot \int_0^{\varepsilon_{f,i}} \sigma_t(\varepsilon_t) \cdot \left( \frac{\varepsilon_t}{\phi_i^2} \right) \cdot d\varepsilon \quad \text{à l'étape de chargement } i$$

$$N_{t,i+1} = b \cdot \int_0^{\varepsilon_{f,i+1}} \frac{\sigma_t(\varepsilon_t)}{\phi_{i+1}} \cdot d\varepsilon \quad \text{et} \quad M_{t,i+1} = \alpha_{n,i+1} h \cdot N_{t,i+1} - b \cdot \int_0^{\varepsilon_{f,i+1}} \sigma_t(\varepsilon_t) \cdot \left( \frac{\varepsilon_t}{\phi_{i+1}^2} \right) \cdot d\varepsilon \quad \text{à l'étape de chargement } i+1$$

$$N_{t,i+1} = b \cdot \int_0^{\varepsilon_{f,i+1}} \frac{\sigma_t(\varepsilon_t)}{\phi_{i+1}} \cdot d\varepsilon + b \cdot \int_{\varepsilon_{f,i}}^{\varepsilon_{f,i+1}} \frac{\sigma_t(\varepsilon_t)}{\phi_{i+1}} \cdot d\varepsilon = \frac{\phi_i}{\phi_{i+1}} \cdot N_{t,i} + b \cdot \int_{\varepsilon_{f,i}}^{\varepsilon_{f,i+1}} \frac{\sigma_t(\varepsilon_t)}{\phi_{i+1}} \cdot d\varepsilon$$

$$M_{t,i+1} = \alpha_{n,i+1} h \cdot N_{t,i+1} - b \cdot \int_0^{\varepsilon_{f,i+1}} \sigma_t(\varepsilon_t) \cdot \left( \frac{\varepsilon_t}{\phi_{i+1}^2} \right) \cdot d\varepsilon - b \cdot \int_{\varepsilon_{f,i}}^{\varepsilon_{f,i+1}} \sigma_t(\varepsilon_t) \cdot \left( \frac{\varepsilon_t}{\phi_{i+1}^2} \right) \cdot d\varepsilon$$

$$M_{t,i+1} = \alpha_{n,i+1} h \cdot N_{t,i+1} + \frac{\phi_i^2}{\phi_{i+1}^2} \cdot (M_{t,i} - \alpha_{n,i} h \cdot N_{t,i}) - b \cdot \int_{\varepsilon_{f,i}}^{\varepsilon_{f,i+1}} \sigma_t(\varepsilon_t) \cdot \left( \frac{\varepsilon_t}{\phi_{i+1}^2} \right) \cdot d\varepsilon$$

La discrétisation effectuée est considérée comme suffisamment fine pour exprimer l'intégrale des contraintes par la méthode des trapèzes:

$$\int_{\varepsilon_{f,i}}^{\varepsilon_{f,i+1}} \frac{\sigma_t(\varepsilon_t)}{\phi_{i+1}} \cdot d\varepsilon = \frac{1}{\phi_{i+1}} \cdot \frac{\sigma_{t,i+1} + \sigma_{t,i}}{2} \cdot (\varepsilon_{f,i+1} - \varepsilon_{f,i})$$

$$\int_{\varepsilon_{f,i}}^{\varepsilon_{f,i+1}} \frac{\sigma_t(\varepsilon_t) \cdot \varepsilon_t}{\phi_{i+1}^2} \cdot d\varepsilon = \frac{1}{\phi_{i+1}^2} \cdot \frac{\sigma_{t,i+1} \cdot \varepsilon_{f,i+1} + \sigma_{t,i} \cdot \varepsilon_{f,i}}{2} \cdot (\varepsilon_{f,i+1} - \varepsilon_{f,i})$$

Ainsi  $N_{t,i+1}$  et  $M_{t,i+1}$  se réécrivent:

$$N_{t,i+1} = \frac{\phi_i}{\phi_{i+1}} \cdot N_{t,i} + b \cdot \frac{1}{\phi_{i+1}} \cdot \frac{\sigma_{t,i+1} + \sigma_{t,i}}{2} \cdot (\varepsilon_{f,i+1} - \varepsilon_{f,i})$$

$$M_{t,i+1} = \alpha_{n,i+1} h \cdot N_{t,i+1} + \frac{\phi_i^2}{\phi_{i+1}^2} \cdot (M_{t,i} - \alpha_{n,i} h \cdot N_{t,i}) - b \cdot \frac{1}{\phi_{i+1}^2} \cdot \frac{\sigma_{t,i+1} \cdot \varepsilon_{f,i+1} + \sigma_{t,i} \cdot \varepsilon_{f,i}}{2} \cdot (\varepsilon_{f,i+1} - \varepsilon_{f,i})$$

Les équations d'équilibre permettent d'écrire pour chaque étape de chargement :

$$N_{ci} + N_{ti} = 0 \quad \text{et} \quad M_{ci} + M_{ti} = M_{i-\text{experimental}}$$

$$\text{De plus, } \phi_i = \phi_{i-\text{experimental}} = \frac{216}{23} \cdot \frac{\delta_i}{L^2} \cdot$$

Ainsi, en considérant que l'ensemble des paramètres à l'état  $i$  sont connus, la résolution de ce problème inverse consiste à déterminer  $\alpha_{n,i+1}$  et  $\sigma_{t,i+1}$  afin de respecter les équations d'équilibre. A partir de la courbe « moment-flèche au centre », cette méthode permet donc d'obtenir une loi de comportement en traction « contrainte-déformation » point par point.

*Remarques sur la méthode « point par point » de (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011)*

L'extrapolation au domaine non-linéaire de la relation existant entre la courbure et la flèche pour un matériau élastique entraîne une surestimation de la flèche par rapport à celle obtenue à partir d'un calcul réel (double intégration de la courbure) [voir Figure 1-30]. Ainsi pour une flèche donnée, l'hypothèse prise en compte entraîne une sous-estimation de la courbure et donc une sous-estimation de la déformation en fibre inférieure et une surestimation de la résistance en traction.

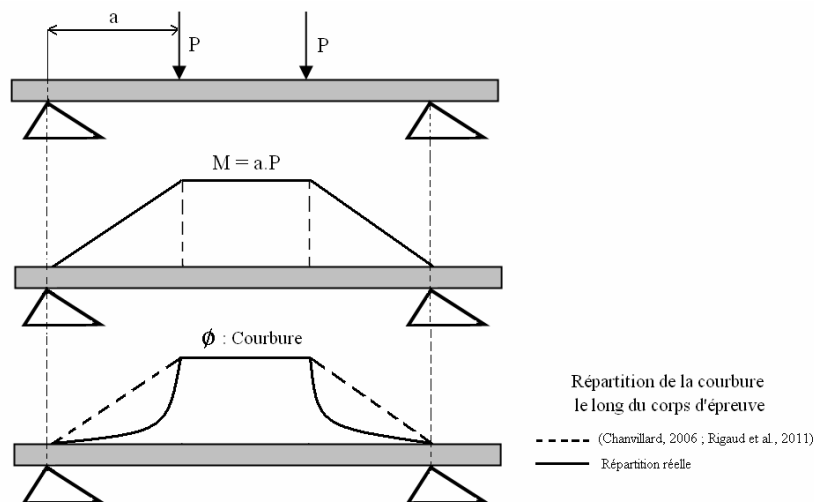


Figure 1-30 Répartition de la courbure le long d'un corps d'éprouve testé en flexion quatre points : répartition réelle et hypothèse de (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011)

Afin de quantifier ces écarts, dans des conditions expérimentales typiques et pour une gamme représentative de matériaux BFUP, il a été procédé aux calculs suivants :

- 1<sup>ère</sup> étape : une courbe « moment-courbure » est générée à partir d'un calcul direct (la géométrie du prisme, la configuration de l'essai quatre points ainsi que les lois de comportement du matériau sont supposées connues). Le profil des contraintes dans la zone comprimée est supposé linéaire.
- 2<sup>ème</sup> étape : une courbe « moment-flèche » est déduite à partir de la courbe « moment-courbure » et d'un calcul réel de la flèche (double intégration de la courbure). La courbure est considérée comme constante dans la zone de moment constant et les déformations d'effort tranchant sont négligées.
- 3<sup>ème</sup> étape : une loi « contrainte-déformation » est déterminée avec la méthode (Chanvillard, 2006) à partir de la courbe « moment-flèche » obtenue lors de l'étape précédente.
- 4<sup>ème</sup> étape : la loi de comportement « contrainte-déformation » obtenue avec l'analyse inverse est comparée à celle de départ, utilisée lors de la première étape.

Cette procédure est appliquée en considérant les paramètres géométriques suivants :

- Largeur du prisme :  $b = 5,1$  cm (2 inches)
- Hauteur du prisme :  $h = 5,1$  cm (2 inches)
- Essai de flexion quatre points
  - Portée d'effort tranchant :  $a = 7,6$  cm (3 inches)

- Portée totale :  $L = 22,9$  cm (9 inches)

En ce qui concerne la loi de comportement en traction, elle a été choisie de manière à décrire la gamme des caractéristiques mécaniques des matériaux testés. La forme de cette loi de comportement « contrainte-déformation » a été choisie comme bilinéaire. L'échelle des valeurs choisies correspond à une gamme élargie de BFUP vis-à-vis du comportement en traction (voir Tableau 1-2).

Tableau 1-2 Etude paramétrique : Echelles des valeurs choisies vis-à-vis du comportement en traction

| Paramètres         | Comportement en traction du matériau |                           |                          |                      |
|--------------------|--------------------------------------|---------------------------|--------------------------|----------------------|
|                    | Limite de linéarité (MPa)            | Résistance maximale (MPa) | Déformation maximale (%) | Module d'Young (GPa) |
| Echelle de valeurs | 6 - 14                               | 6 - 14                    | 0,1 – 1,4                | 50 - 60              |

Trente six calculs ont été réalisés en faisant varier les paramètres indépendamment par pas de :

- 4 MPa pour la limite de linéarité,
- 4 MPa pour la résistance maximale,
- 7 % pour la déformation maximale,
- 10 GPa pour le module d'Young.

Un exemple est présenté de la Figure 1-31 à la Figure 1-34 à partir d'un matériau fictif avec les caractéristiques suivantes : module d'Young = 50 GPa, perte de linéarité = 6 MPa, résistance maximale = 10 MPa et déformation ultime = 1 %.

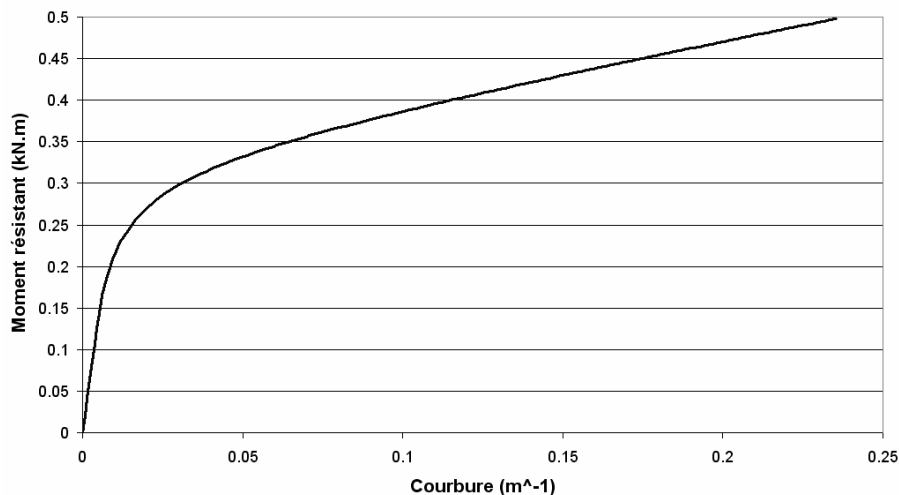


Figure 1-31 Courbe « Moment résistant – courbure » obtenue à partir d'un calcul direct

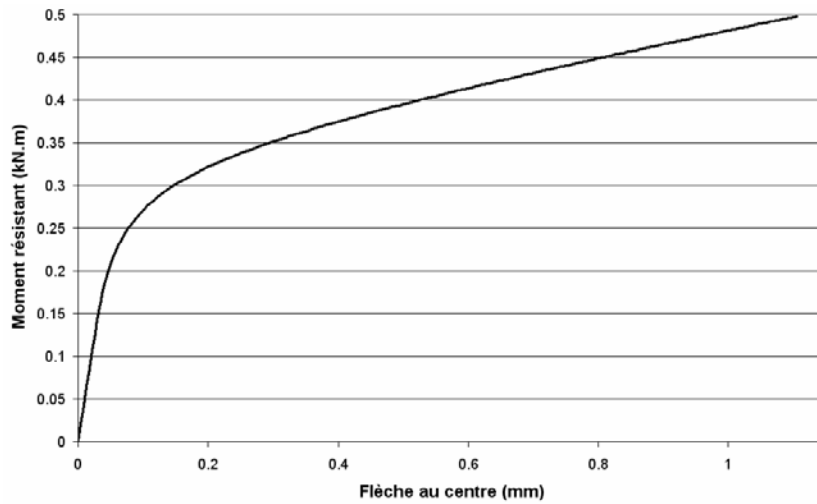


Figure 1-32 Courbe « Moment résistant – flèche » obtenue à partir d'un calcul « réel » (double intégration de la courbure)

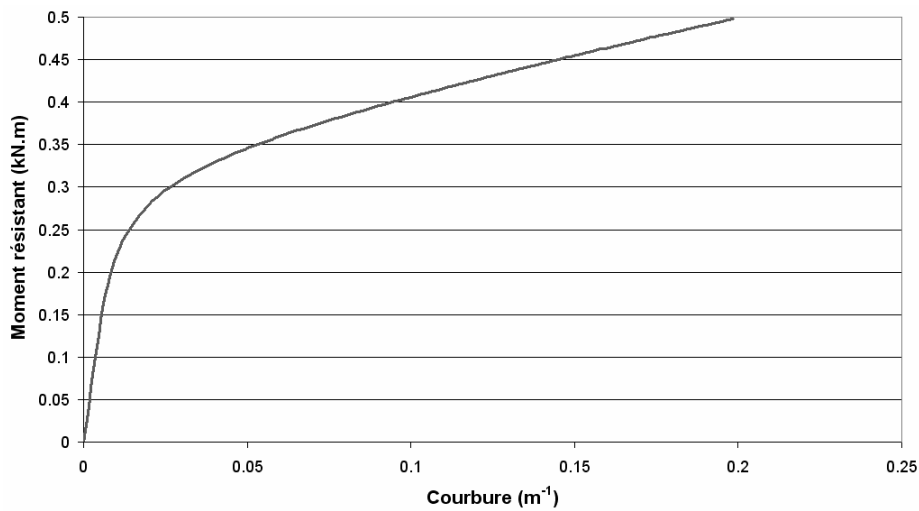


Figure 1-33 Courbe « Moment résistant – courbure » obtenue à partir de la relation utilisée par (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011)

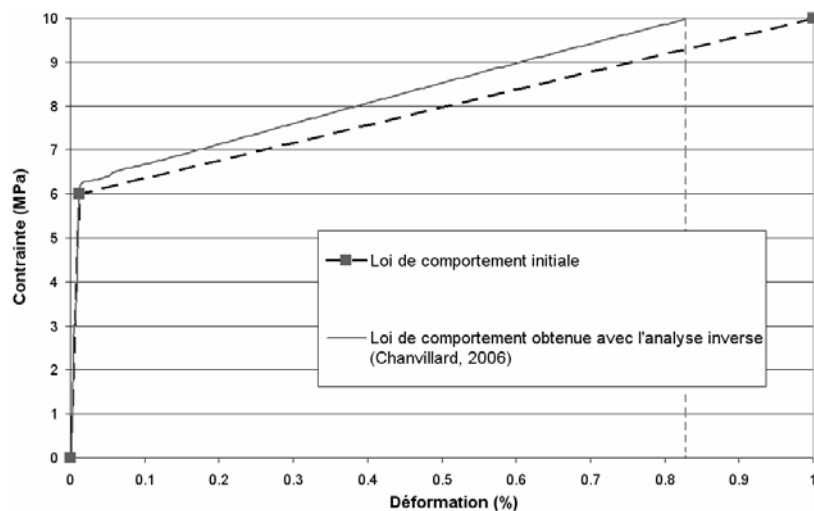


Figure 1-34 Comparaison entre la loi de comportement initiale et celle obtenue avec l'analyse inverse



Pour cet exemple, la surestimation de la contrainte en traction au niveau de la courbe « contrainte-déformation » est égale à 6 % en moyenne et la sous-estimation de la capacité de déformation est proche de 17 %.

En prenant en compte l'ensemble des résultats de l'étude paramétrique (36 cas considérés au total), la surestimation de la résistance en traction, est en moyenne égale à 5 %. La sous-estimation de la capacité de déformation, est égale à 20 % en moyenne (avec un minimum de l'ordre de 12 % et un maximum proche de 30 %).

Ainsi l'impact de l'hypothèse utilisée pour lier la courbure à la flèche est faible vis-à-vis de l'estimation de la résistance en traction mais il n'est pas négligeable en ce qui concerne la détermination de la déformation correspondant au moment maximal.

**Modèle de (Ostergaard et al., 2005) à partir de rotules**

Cette méthode qui est basée sur la mesure de l'effort appliqué et de la flèche à mi-portée permet d'obtenir une loi « contrainte-déformation » bilinéaire à partir d'un essai de flexion quatre points. Elle est basée sur les travaux de (Maalej et Li, 1994b) portant sur le comportement en flexion du matériau ECC (Li et Leung, 1992), écouvrissant en traction directe. Le comportement « contrainte-déformation » est supposé bilinéaire en traction et en compression (voir Figure 1-35). (Ostergaard et al., 2005) prennent en compte l'influence d'une éventuelle localisation de fissure(s) et donc du comportement adoucissant du matériau testé (à partir d'une relation bilinéaire « contrainte-ouverture de fissure ») sur la courbe « moment-flèche » avant le pic d'effort (voir Figure 1-35).

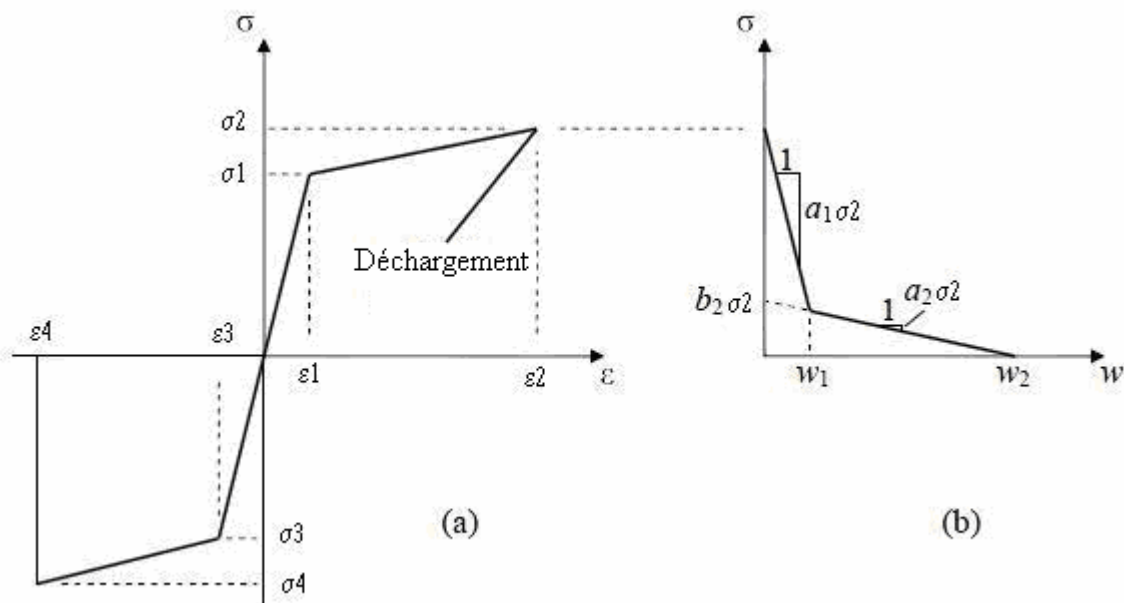


Figure 1-35 Hypothèses associées au modèle de (Ostergaard et al., 2005). (a) Comportement idéalisé écouvrissant «  $\sigma$ - $\epsilon$  » en traction et en compression avant localisation d'une fissure, (b) Comportement idéalisé adoucissant «  $\sigma$ - $w$  » post-localisation

La méthode de (Ostergaard et al., 2005) utilise la notion de rotule non-linéaire décrite par (Olesen, 2001). La Figure 1-36 présente les caractéristiques de la rotule avec notamment la distribution des contraintes.

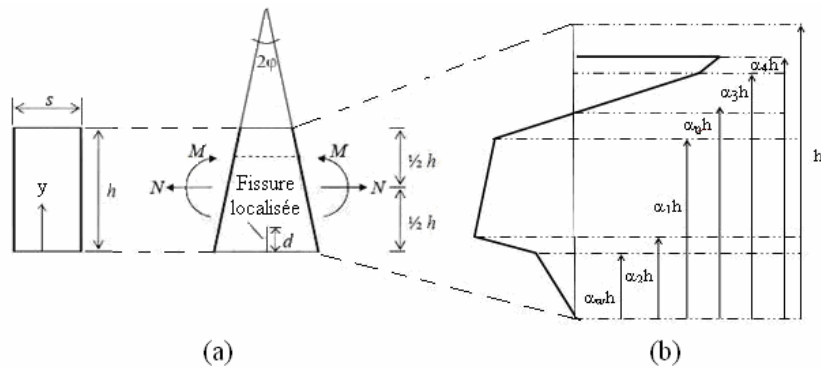


Figure 1-36 (a) Géométrie et chargement de la rotule (b) Hypothèses sur la distribution des contraintes au niveau de la rotule lorsqu'une rupture en compression et une localisation de fissure sont apparues

Ce modèle de rotule est alors intégré dans une représentation du corps d'épreuve soumis à une configuration d'essai de flexion quatre points. La localisation de la fissure est fixée. Celle-ci est obtenue à partir d'un repérage sur le prisme testé. Le comportement en compression et en traction (parties écrouissante et adoucissante) étant considéré comme connu, la seule inconnue restante est la largeur « s » de la rotule. Celle-ci a été calibrée à partir d'une modélisation aux éléments finis.

Les paramètres géométriques et relatifs au matériau choisis par (Ostergaard et al., 2005) sont les suivants :

- Largeur du prisme :  $b = 10$  cm,
- Hauteur du prisme :  $h = 10$  cm ou 50 cm ou 100 cm,
- Essai de flexion quatre points
  - Portée d'effort tranchant :  $a = 12,5$  cm
  - Portée totale :  $L = 50$  cm
- Loi de comportement du matériau :
  - $\sigma_1 = 4$  MPa et  $\varepsilon_1 = 0,18$  mm/m
  - $\sigma_2 = 6$  MPa et  $\varepsilon_2 = 20$  mm/m
  - $a_1 = 0,0833$  mm<sup>-1</sup> et  $w_2 = L_f / 2 = 6$  mm avec  $L_f = 12$  mm
  - Les valeurs des caractéristiques mécaniques en compression sont prises suffisamment grandes pour assurer une rupture en traction (en fibre inférieure).

Les résultats les plus performants de la comparaison entre la modélisation EF et le modèle de rotule sont obtenus pour une largeur de la rotule « s » égale à 0,9h.

A partir de ce modèle, il est donc possible de déterminer la courbe « effort-flèche » d'un prisme testé en flexion quatre points. Afin de déterminer une loi « contrainte-déformation », une analyse inverse est réalisée en ajustant par la méthode des moindres carrés les prédictions du modèle sur les résultats expérimentaux :

$$\min_{(\sigma_1, \sigma_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2)} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\hat{P}_i - P_i}{P_i} \right)^2, \text{ avec}$$

- $\hat{P}_i$  l'effort obtenu par le modèle pour une flèche donnée

- $P_i$  l'effort expérimental correspondant à la flèche donnée

Le comportement en compression du matériau testé est considéré comme connu et une analyse paramétrique (portant sur plusieurs tailles de prismes) a été effectuée par (Ostergaard et al., 2005) de manière à évaluer l'influence du comportement adoucissant «  $\sigma-w$  » du matériau sur les résultats de l'analyse inverse. Selon la hauteur des prismes considérés, celui-ci a un impact plus ou moins limité sur la loi « contrainte-déformation » obtenue. Ainsi pour des poutres de hauteur inférieure à 10 cm et supérieure à 1 m, la connaissance de la loi «  $\sigma-w$  » est nécessaire afin d'éviter des erreurs sur la capacité de déformation du matériau (qui peuvent aller jusqu'à 30 %). Entre 0,1 m et 1 m, l'erreur n'excède pas 5 %.

*Remarques sur la méthode de (Ostergaard et al., 2005)*

Le nombre important de paramètres nécessaires au modèle de (Ostergaard et al., 2005) notamment au niveau du comportement adoucissant du matériau, ne permet pas d'assurer une unicité de la solution lorsqu'une analyse inverse est menée. Cette absence d'unicité de la solution est réellement pénalisante dans le cas des structures de faible hauteur (inférieure à 10 cm) ou au contraire de grande hauteur (supérieure à 100 cm).

*Méthode de (Qian et Li, 2007, 2008)*

Cette méthode qui est basée sur la mesure de l'effort appliqué et du déplacement vérin, a été développée comme un outil utilisable dans le cadre du contrôle qualité des bétons fibrés écrouissants en traction directe type ECC (Li et Leung, 1992).

*Construction de la première courbe enveloppe*

Dans un premier temps, à partir d'une étude paramétrique, un ensemble de courbes est tracé. Celles-ci relient, lorsque le moment est maximal, la déformation en fibre inférieure (dans la zone de moment constant) à la flèche au niveau des points d'application de l'effort qui est considérée égale au déplacement du vérin (une prise en compte de la souplesse du système d'essais ainsi que du tassement sur appuis étant nécessaire). Ainsi à partir du déplacement du vérin correspondant à l'effort maximal, il est possible grâce à ces courbes d'obtenir la capacité de déformation du matériau testé.

L'étude paramétrique est basée sur les travaux de (Maalej et Li, 1994b) portant sur le comportement en flexion du matériau ECC, écrouissant en traction directe. Le comportement « contrainte-déformation » est supposé bilinéaire en traction et en compression (voir Figure 1-37).

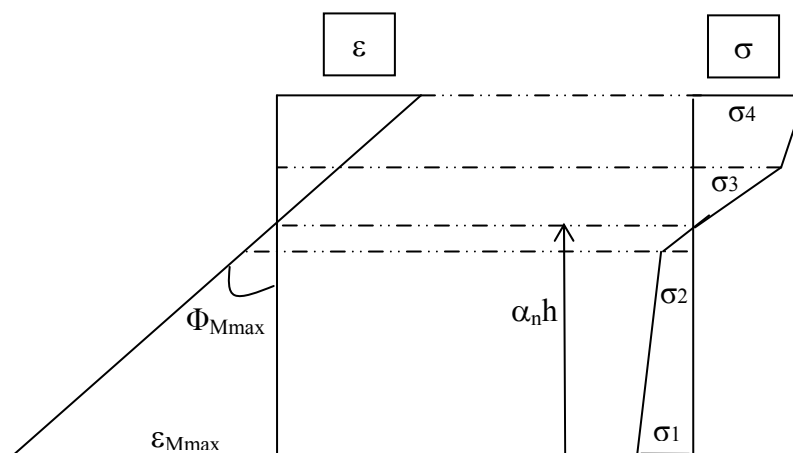


Figure 1-37 Hypothèses sur la distribution des déformations et des contraintes dans la section à l'effort maximal (Première courbe enveloppe)

A partir des équations d'équilibre, le comportement « contrainte-déformation » étant considéré comme connu, il est possible de tracer la courbe « Moment-déformation en fibre inférieure » pour une section de prisme donnée. Afin d'obtenir la courbe « Moment-flèche », il est nécessaire d'établir une relation entre la courbure et la flèche au niveau des points d'application de l'effort. Celle-ci est obtenue en considérant de manière similaire à (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011) que la relation existant entre la courbure et la flèche dans le domaine élastique reste raisonnablement valable pour un comportement non-linéaire. Dans le cas d'un essai de flexion quatre points (voir Figure 1-28), la flèche au niveau des points d'applications de l'effort est égale à :

$$\delta = \frac{15 \cdot P \cdot a \cdot L^2}{162 \cdot E \cdot I}, \text{ avec } \phi = \frac{P \cdot a}{E \cdot I} \text{ d'où } \delta = \frac{15 \cdot \phi \cdot L^2}{162} \approx 0.1 \cdot \phi \cdot L^2$$

La déformation due à l'effort tranchant est négligée et la courbure est considérée comme constante dans la zone de moment constant.

Ainsi à partir de cette dernière relation, il est possible d'obtenir la courbe « Moment-flèche » pour une configuration d'essais et une géométrie de prisme données. Une étude paramétrique a alors été conduite de manière à apprécier l'influence des propriétés mécaniques du matériau (valeurs paramétriques) sur la réponse en flexion de ce dernier (Qian et Li, 2007). Cette étude a porté sur une configuration d'essais et une géométrie d'éprouvette fixées. L'ensemble des résultats montre l'existence d'une relation linéaire entre la déformation en fibre inférieure (dans la zone de moment constant) et la flèche, toutes deux correspondant au moment maximal. La totalité des courbes linéaires obtenues à partir de l'étude paramétrique est présentée Figure 1-38. Ainsi, pour un béton écrouissant en traction directe testé en flexion, la flèche au niveau des points d'application de la force correspondant à l'effort maximal est principalement influencée par la capacité de déformation du matériau (pour une configuration d'essais et une géométrie d'éprouvettes données).

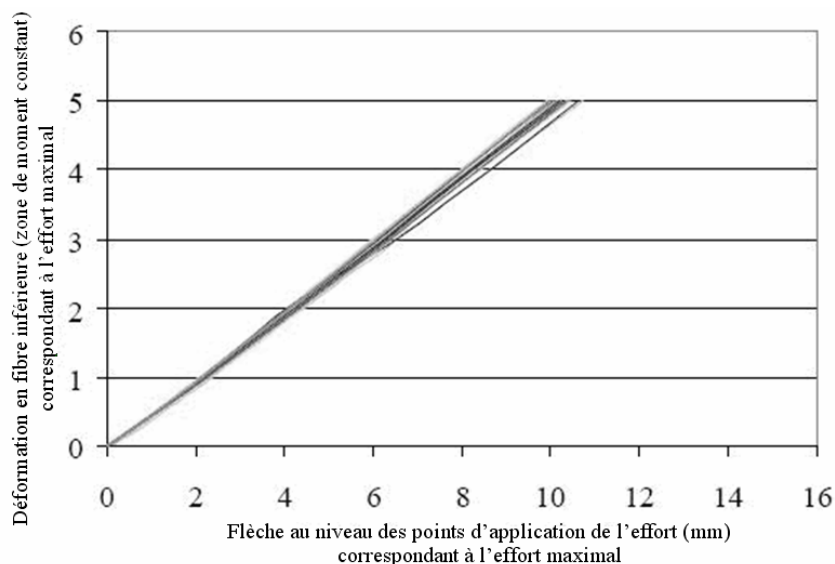


Figure 1-38 Courbes « déformation en fibre inférieure-flèche au niveau des points d'application de l'effort » obtenues à partir d'une étude paramétrique (Qian et Li, 2007): dimensions du prisme = 5,1cm\*7,6cm\*35,6cm, portée = 30,5 cm et distance entre rouleaux supérieurs = 10,2 cm

A partir de ces courbes, (Qian et Li, 2007) définissent une « courbe enveloppe » permettant de donner une estimation haute et une estimation basse de la capacité de déformation, en prenant en compte notamment l'écart type obtenu sur le déplacement du vérin correspondant à l'effort maximal (voir Figure 1-39).

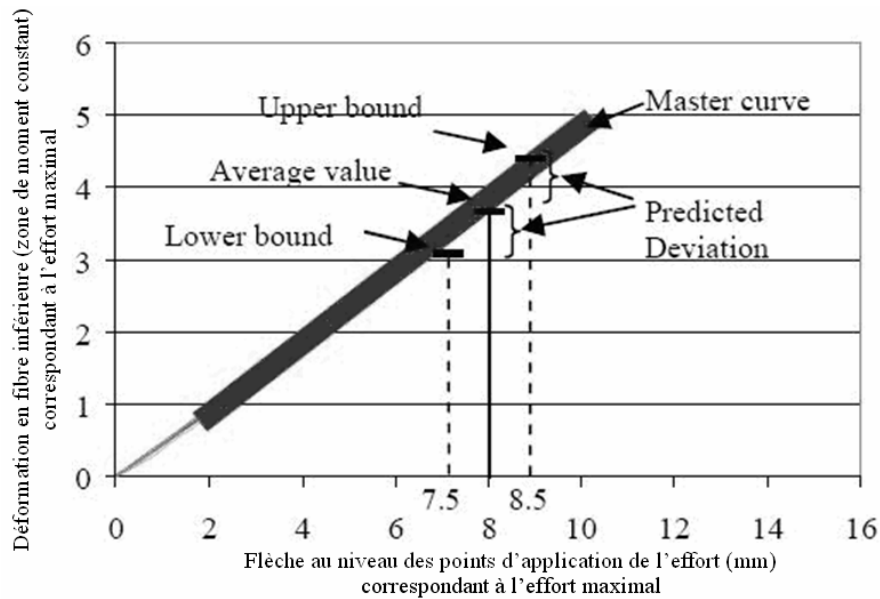


Figure 1-39 Courbe enveloppe « déformation en fibre inférieure-flèche au niveau des points d'application de l'effort » (Qian et Li, 2007): dimensions du prisme = 5,1\*7,6\*35,6 cm, portée = 30,5 cm et distance entre rouleaux supérieurs = 10,2 cm

Ainsi pour chaque géométrie d'éprouvettes et chaque configuration d'essais de flexion quatre points, une courbe enveloppe doit être déterminée. Celle-ci permet, à partir de la valeur de déplacement du vérin correspondant à l'effort maximal (une prise en compte de la souplesse du système d'essais ainsi que du tassement sur appuis étant nécessaire), de déterminer la capacité de déformation du béton fibré dans sa partie écrouissante. La localisation de la fissure est considérée correspondre au moment maximum.

#### *Remarques sur la construction de la première courbe enveloppe*

L'extrapolation au domaine non-linéaire de la relation existant entre la courbure et la flèche pour un matériau élastique, entraîne une surestimation de la flèche par rapport à celle obtenue à partir d'un calcul réel (double intégration de la courbure). Ainsi pour une flèche donnée, l'hypothèse prise en compte entraîne une sous-estimation de la courbure et donc une sous-estimation de la déformation en fibre inférieure et une surestimation de la résistance en traction.

*Construction de la seconde courbe enveloppe*

Dans un second temps, à partir d'une autre étude paramétrique, une seconde courbe enveloppe est tracée. Celle-ci relie le rapport « Contrainte Equivalente Maximum(CEM)/ $\sigma_{te}$  » (voir Figure 1-40) à la déformation en fibre inférieure correspondant à l'effort maximal. Cette nouvelle étude paramétrique est basée sur un modèle simplifié par rapport au précédent :

- La contrainte limite de linéarité en traction est considérée égale à la contrainte maximale en traction :  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{te}$  (comportement parfaitement plastique).
- La distribution des contraintes dans la partie comprimée est supposée linéaire.

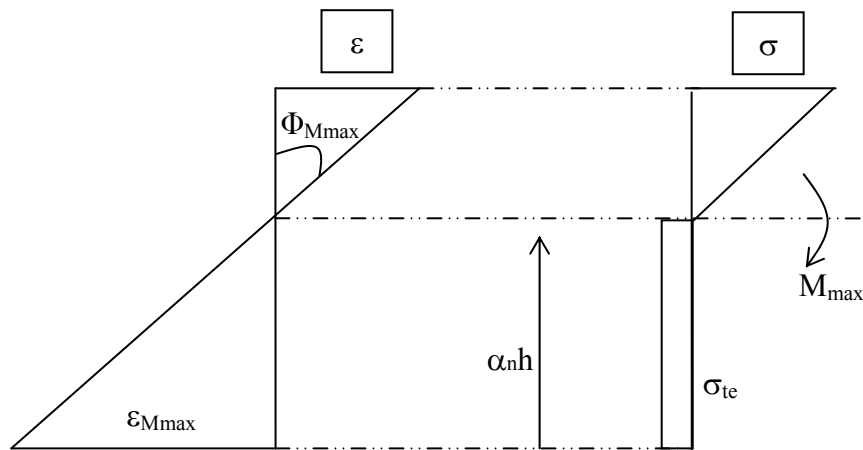


Figure 1-40 Hypothèses sur la distribution des déformations et des contraintes dans la section à l'effort maximal (Seconde courbe enveloppe)

La totalité des courbes obtenues à partir de l'étude paramétrique menée par (Qian et Li, 2008) est présentée Figure 1-41. Les auteurs définissent alors une « courbe enveloppe » permettant de donner une estimation haute et une estimation basse du rapport « Contrainte Equivalente Maximum(CEM)/ $\sigma_{te}$  ».

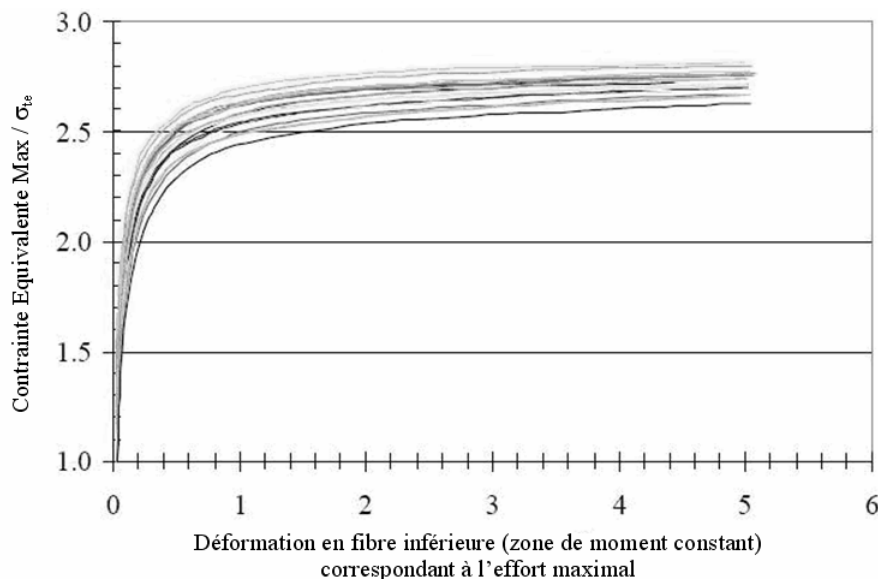


Figure 1-41 Courbes «Contrainte Equivalente Maximum/ $\sigma_{te}$  - déformation en fibre inférieure» obtenue à partir d'une étude paramétrique (Qian et Li, 2008): dimensions du prisme =  $5,1*7,6*35,6$  cm, portée = 30,5 cm et distance entre rouleaux supérieurs = 10,2 cm

*Remarques sur la construction de la seconde courbe enveloppe*

Afin de comprendre la forme des courbes obtenues à partir de la seconde étude paramétrique, il est nécessaire de déterminer l'expression du rapport Contrainte Equivalente Maximum(CEM)/ $\sigma_{te}$ . Suivant les équations d'équilibre, les relations suivantes sont déduites :

$$M_{\max} = b \cdot \phi_{M_{\max}} \cdot E \cdot (1 - \alpha_n)^3 \cdot \frac{1}{3} \cdot h^3 + \frac{1}{2} \cdot b \cdot \alpha_n^2 \cdot h^2 \cdot \sigma_{te}$$

$$\sigma_{te} \cdot \alpha_n h - \phi_{M_{\max}} \cdot E \cdot (1 - \alpha_n)^2 \cdot h^2 = 0$$

Ainsi il est possible de déterminer l'expression de la contrainte efficace  $\sigma_{te}$  et la contrainte équivalente maximale :

$$\sigma_{te} = \frac{E \cdot \phi_{M_{\max}} \cdot h^2 \cdot (1 - \alpha_n)^2}{\alpha_n h}$$

$$\text{Contrainte Equivalente Max} = \frac{6M_{\max}}{b \cdot h^2} = 2 \cdot E \cdot h \cdot \phi_{M_{\max}} \cdot (1 - \alpha_n)^3 + 3 \cdot \sigma_{te} \cdot \alpha_n^2$$

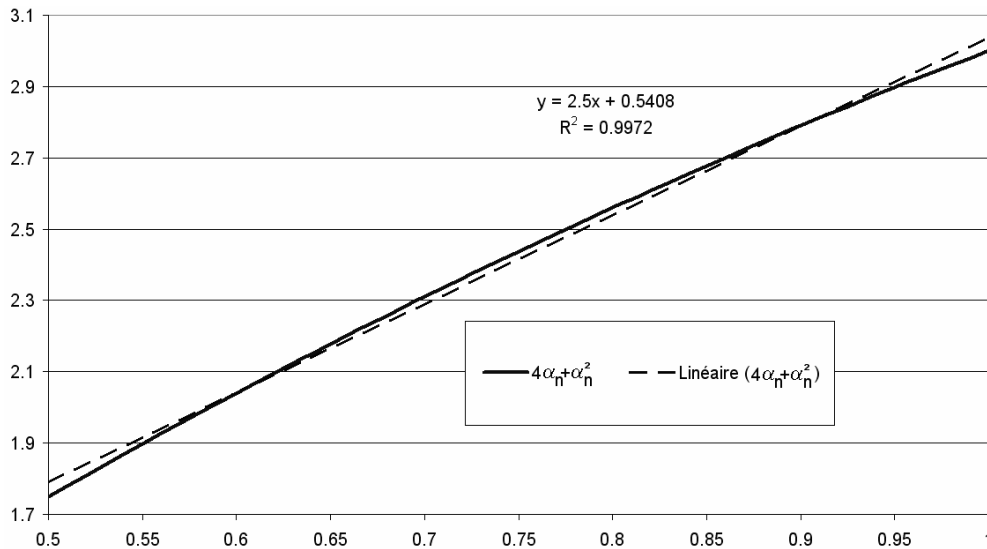
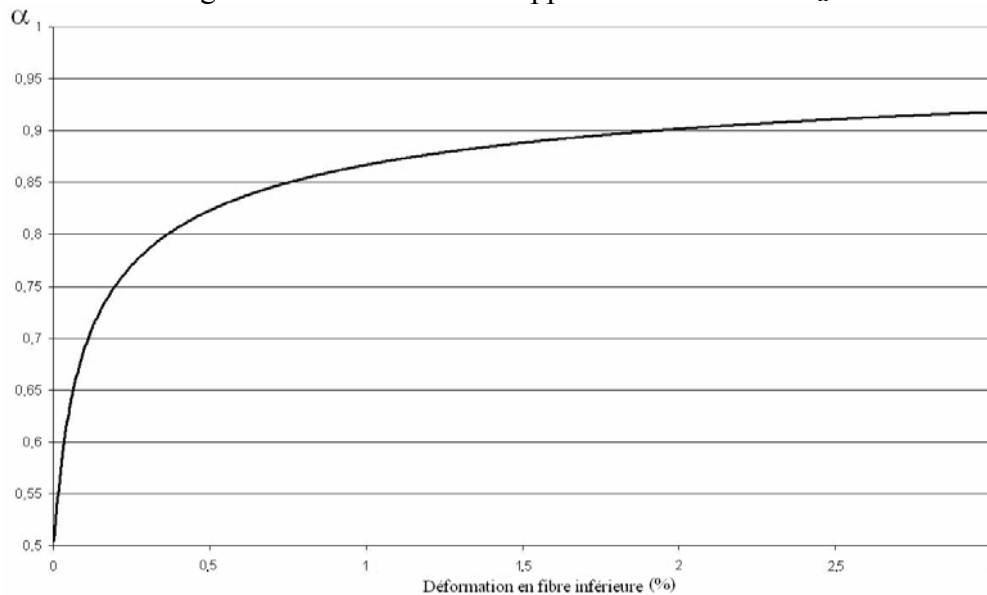
Le rapport Contrainte Equivalente Maximum/ $\sigma_{te}$  est donc égal à :

$$\frac{\text{Contrainte Equivalente Max}}{\sigma_{te}} = 4\alpha_n - \alpha_n^2$$

Il est intéressant de noter que pour  $\alpha_n$  égal à 0,5, le rapport Contrainte Equivalente Maximum(CEM)/ $\sigma_{te}$  vaut 1,75. Or, ce rapport devrait être égal à 1 car pour  $\alpha_n$  égal à 0,5, le comportement du matériau est élastique. Cette incohérence s'explique par le schéma simplificateur adopté (distribution constante des contraintes dans la zone tendue) qui entraîne des erreurs non négligeables pour de faibles hauteurs relatives tendues et donc pour de faibles déformations en fibre inférieure.

L'évolution du rapport Contrainte Equivalente Maximum (CEM)/ $\sigma_{te}$  en fonction de  $\alpha_n$  est représentée Figure 1-42. Cette évolution est quasi-linéaire. Ainsi, la forme de la courbe «Contrainte Equivalente Maximum/ $\sigma_{te}$  - déformation en fibre inférieure» est similaire à celle de la courbe « $\alpha_n$ - déformation en fibre inférieure ». Cette courbe est représentée pour l'exemple suivant :

- largeur du prisme  $b = 5,1$  cm ;
- hauteur du prisme  $h = 5,1$  cm ;
- module d'Young  $E = 50\,000$  MPa ;
- comportement linéaire en compression
- comportement en traction élastoplastique parfait avec  $\sigma_{\text{plastic}} = 6$  MPa et la déformation maximale égale à 3 % (matériau type ECC).

Figure 1-42 Evolution du rapport en fonction de  $\alpha_n$ Figure 1-43 “ $\alpha_n$  – déformation en fibre inférieure” (section du prisme: 5,1\*5,1 cm - comportement en traction élastoplastique parfait avec  $\sigma_{\text{plastic}} = 6$  MPa)

Dans une première phase, la hauteur relative tendue  $\alpha_n$  croît de manière relativement importante, pour tendre vers un plateau dans un second temps. Ainsi la dépendance de  $\alpha_n$  et donc du rapport Contrainte Equivalente Maximum (CEM)/ $\sigma_{te}$  vis-à-vis de la déformation en fibre inférieure diminue au fur et à mesure que celle-ci croît.

*Processus global de la méthode de (Qian et Li, 2008)*

A partir de deux études paramétriques différentes, avec deux modélisations analytiques différentes du comportement en flexion des bétons écrouissant en traction directe, deux courbes enveloppes (avec leurs courbes « maîtresse ») sont déterminées :

- Déformation en fibre inférieure en fonction de la flèche au niveau des points d'application de l'effort.
- Rapport Contrainte Equivalente Maximum (CEM)/ $\sigma_{te}$  en fonction de la déformation en fibre inférieure



En utilisant le processus décrit Figure 1-44, la méthode développée par (Qian et Li, 2007, 2008) permet d'obtenir une courbe « contrainte-déformation » simplifiée.

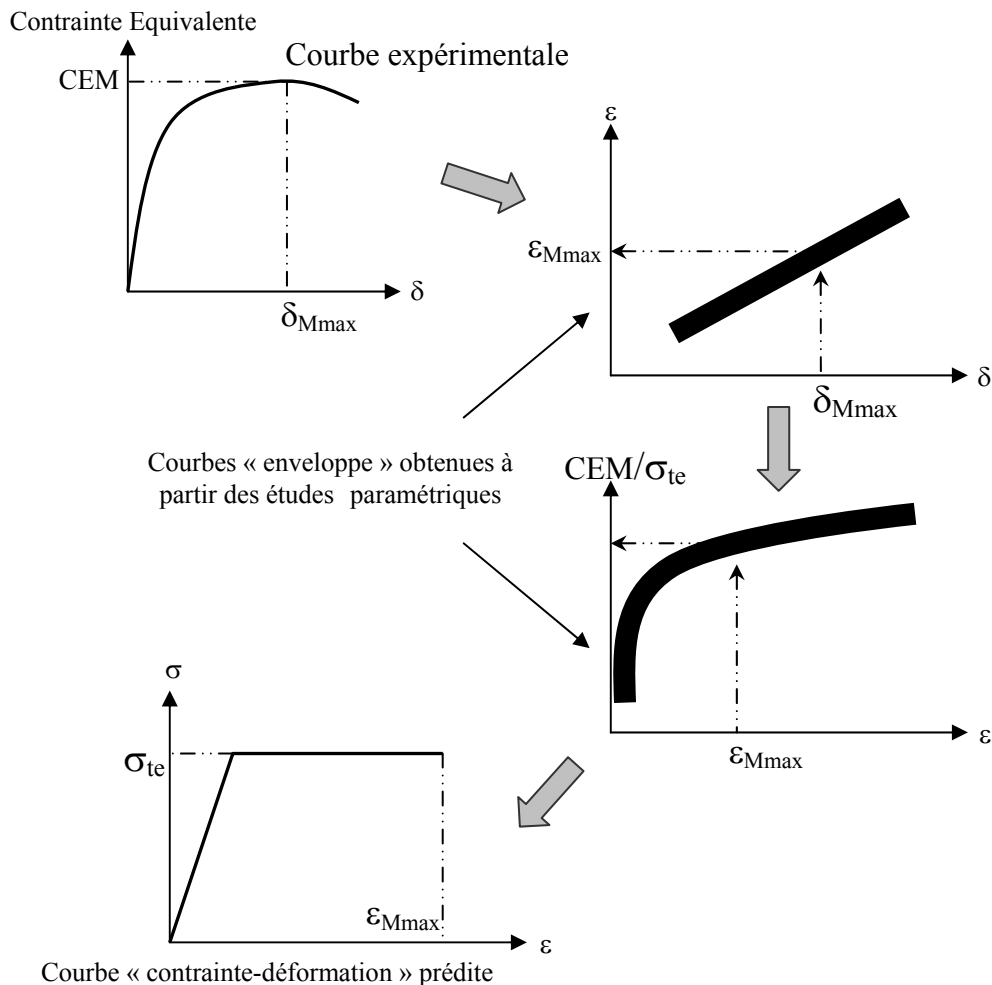


Figure 1-44 Processus global de la méthode de (Qian et Li, 2008)

*Remarques sur la méthode de (Qian et Li, 2007, 2008)*

Cette méthode ayant été développée dans le cadre d'un contrôle qualité permet d'obtenir une loi « contrainte-déformation » simplifiée et ne nécessite aucun calcul de la part de l'utilisateur (les courbes « enveloppe » ayant été déterminées préalablement). Néanmoins elle présente plusieurs limites :

- l'hypothèse d'une distribution constante des contraintes dans la zone tendue entraîne une surestimation de la résistance en traction ;
- la relation choisie pour relier la courbure à la flèche engendre une sous-estimation de la déformation en fibre inférieure et une surestimation de la résistance en traction ;
- l'hypothèse d'une localisation de la fissure concomitante à l'effort maximal peut entraîner une surestimation de la capacité de déformation du matériau testé.

**Recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP : configuration « plaque mince »**

Cette méthode qui est basée sur la mesure de l'effort appliqué et de la flèche à mi-portée, permet d'obtenir une loi « contrainte-déformation » simplifiée à partir d'un essai de flexion quatre points.

A partir de l'ensemble des courbes « moment-flèche » obtenues, les éléments nécessaires à l'analyse inverse sont déterminés :

- Le moment maximal de la courbe « moment-flèche » moyenne ( $M^{\max}_{\text{exp-moyenne}}$ ) et caractéristique ( $M^{\max}_{\text{exp-cara}}$ ).
- La contrainte limite de linéarité moyenne ( $f_{ij\text{-moyenne}}$ ) et caractéristique ( $f_{ij\text{-cara}}$ ).
- Le module d'Young moyen E.

L'analyse inverse est basée sur l'équilibre d'une section en supposant une allure bilinéaire de la courbe « contrainte-déformation » en traction (voir Figure 1-45 et Figure 1-46).

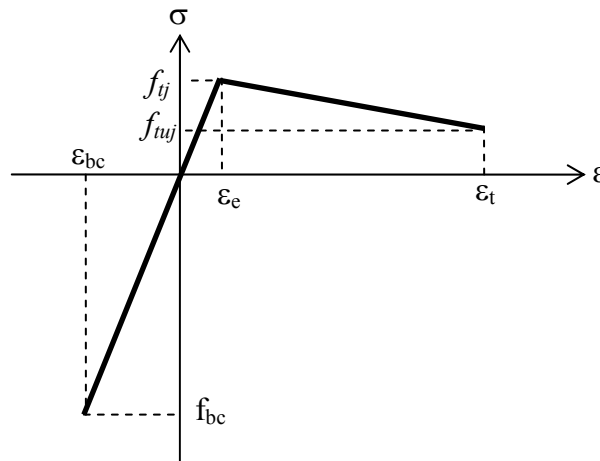


Figure 1-45 Hypothèses sur le comportement en traction et en compression du matériau testé

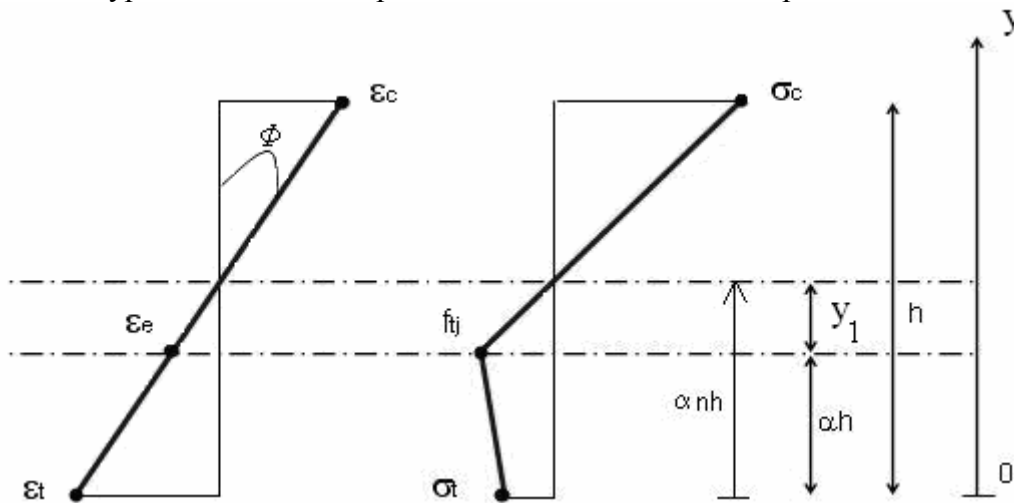


Figure 1-46 Distribution des déformations et des contraintes au niveau de la section étudiée

La déformation ultime en traction  $\epsilon_t$  est prise par hypothèse égale à 1 %.

Dans la partie fissurée de la section, le profil de contraintes est défini par :

$$\sigma_f(y) = f_{ij} + \frac{f_{tuj} - f_{ij}}{\epsilon_t - \epsilon_e} \cdot \phi \cdot (\alpha \cdot h - y) = f_{ij} + K \cdot \phi \cdot (\alpha \cdot h - y), \text{ avec } K = \frac{f_{tuj} - f_{ij}}{\epsilon_t - \epsilon_e} \text{ et E le module}$$

d'Young.

Dans la partie non fissurée, le profil de contraintes est défini par :

$$\sigma_b(y) = f_{ij} - E \cdot \phi \cdot (y - \alpha h)$$

L'équilibre des efforts normaux permet alors de déterminer la hauteur fissurée en fonction de la courbure  $\phi$  :

$$\alpha = \frac{E - \sqrt{\frac{2 \cdot (K + E)}{\phi \cdot h} \cdot f_{ij} - K \cdot E}}{E + K}$$

Le moment résistant peut lui aussi s'exprimer en fonction de la courbure :

$$M_{total} = f_{ij} \cdot \frac{h^2}{2} - K \cdot \phi \cdot \frac{(\alpha \cdot h)^3}{6} - E \cdot \phi \cdot \left( \frac{\alpha^3 - 3 \cdot \alpha + 2}{6} \right) \cdot h^3$$

A partir des équations précédentes, il est ainsi possible d'obtenir le seul paramètre inconnu :  $f_{tuj}$ . Les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) proposent une méthode de résolution consistant à tracer la courbe  $Mr(\phi)/\phi$ , pour chaque valeur de  $f_{tuj}$ , en faisant varier  $\phi$  de  $\phi_0 = \frac{f_{ij}}{E \cdot h}$  jusqu'à la valeur engendrant le moment maximum. L'itération sur  $f_{tuj}$  est poursuivie jusqu'à l'obtention d'un moment maximum égal à la valeur expérimentale  $M^{max}_{exp}$ .

*Remarques sur la méthode des recommandations (AFGC-Sétra, 2002)*

Cette méthode permet d'obtenir une loi « contrainte-déformation » simplifiée. Toutefois le résultat est fortement dépendant de la valeur de limite de linéarité  $f_{ij}$ .

De plus, l'hypothèse d'une déformation ultime en traction égale à 10 mm/m peut dans certains cas surestimer la capacité de déformation du matériau testé. Cela se traduit alors par une valeur de  $f_{tuj}$  dénuée de signification physique, voire éventuellement négative (Toutlemonde, 2007).

(Simon, 2010) propose une modification de la méthode afin d'éviter des valeurs non-réalistes de  $f_{tuj}$ . Une fois  $f_{tuj}$  déterminée, la valeur ultime  $\varepsilon_t$  de la déformation en fibre inférieure (prise initialement égale à 10 mm/m) est corrigée de manière à respecter le profil des déformations :

$$\varepsilon_t = \frac{\varepsilon_e}{y_1} \times \alpha_n \cdot h, \text{ avec } y_1 = \frac{f_{ij}}{E \cdot \phi}$$

La valeur de  $\varepsilon_t$  obtenue permet de fixer une limite de validité à la courbe déterminée lors de la première étape (voir Figure 1-47).

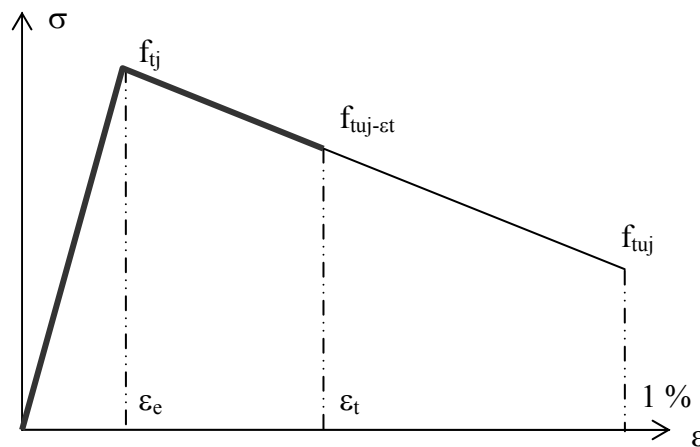


Figure 1-47 Courbe « contrainte-déformation » obtenue à partir de la modification proposée par (Simon, 2010) de la méthode (AFGC-Sétra, 2002)

Ainsi selon la valeur de  $f_{ij}$  prise en compte, la valeur de la déformation ultime peut varier de manière importante.

### Synthèse des méthodes de caractérisation à partir d'un essai de flexion quatre points pour les bétons fibrés écouissants en traction directe

Le Tableau 1-3 présente les avantages et inconvénients des différentes méthodes décrites précédemment :

Tableau 1-3 Synthèse des différentes méthodes permettant d'obtenir une loi « contrainte-déformation » à partir d'un essai de flexion quatre points sur éprouvette non entaillée

| Méthode d'analyse inverse                 | Avantages   | Inconvénients/Limites   |
|---|---|---|
| (JCI, 2005; Kanakubo, 2006)               | - Simplicité du post-traitement (pas d'itérations nécessaires).   | - Loi "contrainte-déformation" simplifiée.<br>- Surestimation de la résistance en traction.<br>- Mesure nécessaire de la courbure dans la zone de moment constant.  |
| (Qian et Li, 2007, 2008)                  | - Simplicité du post-traitement (aucun calcul à réaliser).  | - Loi "contrainte-déformation" simplifiée.<br>- Surestimation de la résistance en traction.<br>- Sous-estimation de la déformation correspondant au pic d'effort.<br>- Courbes « enveloppe » à établir pour chaque géométrie de prisme et chaque configuration d'essai. |
| (Ostergaard et al., 2005)                 | - Loi "contrainte-déformation" point par point<br>- Prise en compte de l'influence de la localisation d'une fissure avant le pic d'effort | - Difficulté du post-traitement : implémentation du modèle de rotule.<br>- Nécessité d'identifier visuellement la position de la (ou des) fissure(s) localisée(s) à partir des observations expérimentales.   |
| (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011) | - Loi "contrainte-déformation" point par point.   | - Post-traitement : processus itératif pour chaque étape de chargement.<br>- Faible surestimation de la résistance en traction.<br>- Sous-estimation de la déformation correspondant au pic d'effort.   |
| (AFGC-Sétra, 2002)                        | - Simplicité du post-traitement un seul processus itératif.   | - Loi "contrainte-déformation" simplifiée.<br>- Dépendance du résultat vis-à-vis de la contrainte limite de linéarité.  |

Les différentes hypothèses utilisées notamment pour faciliter le traitement des résultats entraînent un certain nombre d'artefacts au niveau de la loi « contrainte-déformation »

obtenue. Ces artefacts peuvent se cumuler (surestimation de la résistance en traction en raison de l'hypothèse d'une distribution constante des contraintes dans la zone tendue et de la relation choisie pour relier la courbure à la flèche) ou légèrement se compenser (sous-estimation de la capacité de déformation due à la relation choisie pour relier la courbure à la flèche qui peut éventuellement être minorée par la surestimation de la capacité de déformation due à l'hypothèse d'une localisation de la fissure concomitante à l'effort maximal).

Il est donc nécessaire de développer une méthode de caractérisation d'un BFUP écrouissant en traction directe à partir d'un essai de flexion quatre points qui permette de donner une loi « contrainte-déformation » le plus réaliste possible (en lien avec la configuration de l'essai). Cela nécessite de réduire le nombre d'hypothèses utilisées.

### 1.2.3 CONCLUSIONS

Les différentes méthodes existantes de caractérisation du comportement post-fissuration en traction des bétons fibrés (écrouissant ou adoucissant) ont été classées de la manière suivante :

- méthodes d'essai de traction directe sur éprouvette non-entaillée
- méthodes d'essai de traction directe sur éprouvette entaillée
- méthodes d'essai indirectes sur éprouvette non-entaillée
- méthodes d'essai indirectes sur éprouvette entaillée

Dans le cadre d'une caractérisation du comportement en traction des BFUP, il a été mis en évidence les difficultés liées à l'utilisation d'éprouvettes entaillées. Outre la surestimation de résistance que l'on peut qualifier de « statistique » due au choix de la section de rupture, il n'est pas possible d'identifier rigoureusement l'aspect écrouissant ou non du matériau testé. De plus, dans le cas d'un BFUP écrouissant, le recours à un élément entaillé ne permet pas de déterminer certains paramètres caractérisant le comportement pseudo-écrouissant du matériau testé notamment la déformation correspondant à la localisation de la fissure. Il paraît donc préférable d'utiliser une éprouvette non-entaillée pour caractériser le comportement en traction d'un BFUP.

Bien qu'un essai de traction directe soit à privilégier en raison du caractère directement intrinsèque de l'information obtenue, celui-ci est rarement utilisé dans la pratique. Ceci s'explique par une mise en œuvre relativement complexe, délicate et coûteuse en temps.

En ce qui concerne les méthodes d'essai indirectes, l'essai de flexion quatre points sur éprouvette non-entaillée semble pertinent dans le cadre d'une caractérisation du comportement en traction des BFUP (en dehors d'une application structurelle du type dalle notamment). Néanmoins cet essai nécessite l'utilisation d'une analyse inverse afin d'obtenir la loi de comportement « contrainte-déformation » (dans le cas d'un BFUP écrouissant en traction directe) ou « contrainte-ouverture de fissure » (dans le cas d'un BFUP adoucissant en traction directe). Les résultats obtenus sont dépendants des hypothèses prises en compte dans la méthode d'analyse inverse. Ces hypothèses peuvent donc entraîner un certain nombre d'artefacts sur la loi « contrainte-déformation » ou « contrainte-ouverture de fissure » déterminée.

Ainsi en vue d'une caractérisation du comportement en traction des BFUP au sein d'une structure et pour fiabiliser l'emploi sûr de ces matériaux dans les ouvrages, la revue bibliographique effectuée montre qu'il apparaît nécessaire de développer une ou plusieurs méthodes de caractérisation à partir d'essais sur prismes non-entaillés en précisant leur domaine d'emploi, et les relations éventuelles permettant de les raccorder entre elles. Ces méthodes doivent permettre d'obtenir une loi « contrainte-déformation » (dans le cas d'un

BFUP écrouissant ou dans la phase de comportement où le BFUP peut effectivement être considéré comme tel) ou « contrainte-ouverture de fissure » (dans le cas d'un BFUP adoucissant) le plus réaliste possible.

*In fine*, la ou les méthodes préconisées doivent rendre compte du fonctionnement du BFUP soumis à des contraintes de traction dans les structures (traction, flexion, ou cisaillement se traduisant par des tractions principales inclinées), d'une façon telle que les effets d'échelle, les artefacts d'orientation, et la dispersion soient clairement identifiables dans le processus qui relie l'identification de la propriété matérielle critique pour le calcul, à la performance structurale attendue.

### 1.3 COMPORTEMENT A L'EFFORT TRANCHANT

La contribution du BFUP tendu à la résistance à l'effort tranchant des structures fait partie des performances clés pour l'économie et l'efficacité de nombre d'ouvrages en BFUP. Ainsi l'application d'une méthode de caractérisation fiable du BFUP tendu, au-delà de son application directe pour la vérification vis-à-vis des sollicitations normales (traction, flexion) trouve son intérêt ultérieur principal dans la vérification des sollicitations tangentes notamment d'effort tranchant dans les poutres.

Afin de bien comprendre les mécanismes intervenant dans le comportement à l'effort tranchant, et d'évaluer le rôle que peuvent jouer les fibres, il est important de tirer les leçons de l'abondante littérature concernant le comportement à l'effort tranchant des poutres en béton armé et/ou précontraint.

Dans cette thèse, nous nous intéresserons uniquement au comportement à l'effort tranchant des poutres. Même si des analogies existent (Fouré, 2008 ; Muttoni et Fernandez Ruiz, 2010), l'analyse de la résistance des dalles vis-à-vis des sollicitations d'effort tranchant et de poinçonnement n'est pas considérée.

#### 1.3.1 POUTRES EN BETON ARME OU PRECONTRAIT

##### 1.3.1.1 GENERALITES

### Introduction

Une poutre en béton armé sous l'action d'un moment fléchissant  $M$ , subit simultanément un effort tranchant  $V = dM / dS$  ( $S$  : abscisse curviligne), qui produit des contraintes de cisaillement  $\tau$  (dites aussi « contraintes tangentielles »).

Pour le béton, les contraintes de cisaillement ne constituent généralement ni un critère de rupture, ni un critère de fissuration (qui sont plus souvent exprimées en fonction de contraintes principales de traction). Par contre, la présence de contraintes tangentielles modifie la valeur et la direction des contraintes principales de traction et de compression. Considérant une poutre rectangulaire soumise à une charge uniformément répartie (voir Figure 1-48): au début du chargement, son comportement est élastique. Ainsi dans l'état non fissuré, les trajectoires des contraintes principales sont ( $\sigma_1$  : contrainte principale de traction et  $\sigma_2$  : contrainte principale de compression):

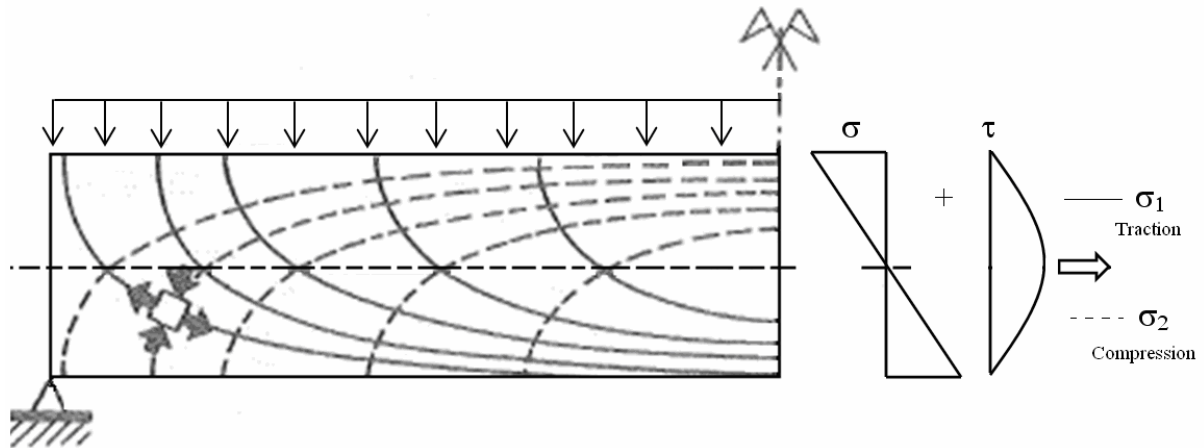


Figure 1-48 Trajectoires des contraintes principales dans l'état non fissuré (sous chargement uniformément réparti)

La résistance à la traction du béton  $f_{ty}$  étant faible par rapport à sa résistance en compression  $f_c$ , les sections sont généralement considérées comme étant fissurées. Les trajectoires des contraintes principales ont alors l'allure suivante (voir Figure 1-49) :

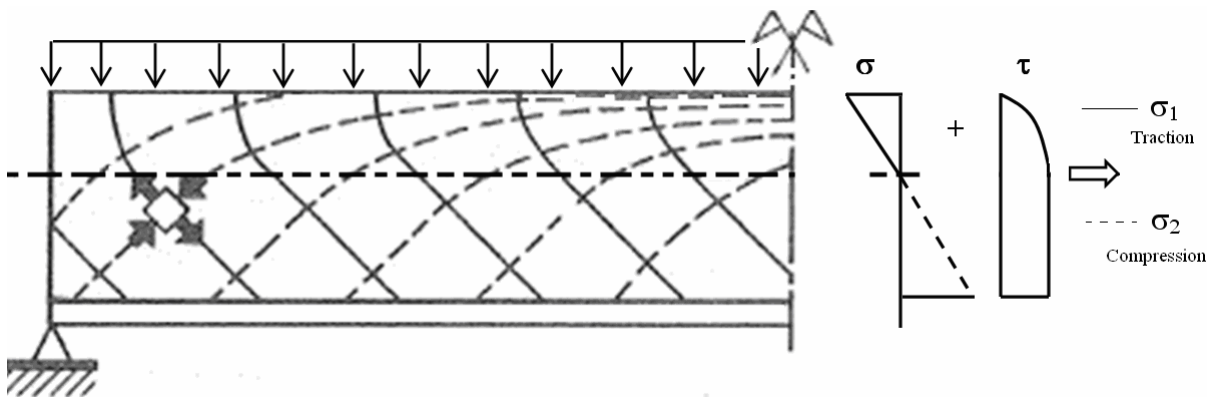


Figure 1-49 Trajectoires des contraintes principales dans l'état fissuré (sous chargement uniformément réparti)

### Etat homogène, non fissuré

Dans le cas de contraintes planes (ce qui représente relativement bien le cas des poutres), les contraintes principales dépendent à la fois des contraintes normales et des contraintes tangentielles :

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

L'angle  $\theta$  entre la direction de  $\sigma_2$  et l'axe de la poutre vaut :

$$\tan 2\theta = \frac{2 \cdot \tau}{\sigma_x - \sigma_y}, \text{ avec :}$$

$$\tau(y) = \frac{V \cdot S(y)}{I \cdot b(y)}$$

Où :  $y$  = ordonnée perpendiculaire à l'axe neutre (celui-ci étant pris pour origine),

$\tau(y)$  = contrainte tangentielle à l'ordonnée  $y$ ,

$V$  = effort tranchant,



$S(y) = \int y \cdot dA_c$  = moment statique, par rapport à l'axe neutre, de la partie de la section située au-delà de l'ordonnée  $y$ ,

$I = \int y^2 \cdot dA_c$  = moment d'inertie de la section,

$b(y)$  = largeur de la section à l'ordonnée  $y$ .

La répartition du cisaillement  $\tau$  sur la hauteur d'une âme dépend donc de la géométrie de la section.

### Etat fissuré

Lorsque la contrainte principale de traction atteint la résistance du béton, une ou plusieurs fissures apparaissent. L'évolution du champ de contraintes dans les zones soumises à l'effort tranchant est alors fortement non linéaire. Les éléments structuraux sont considérés comme fissurés. La fissuration d'une poutre soumise à une flexion trois points a l'allure suivante (voir Figure 1-50):

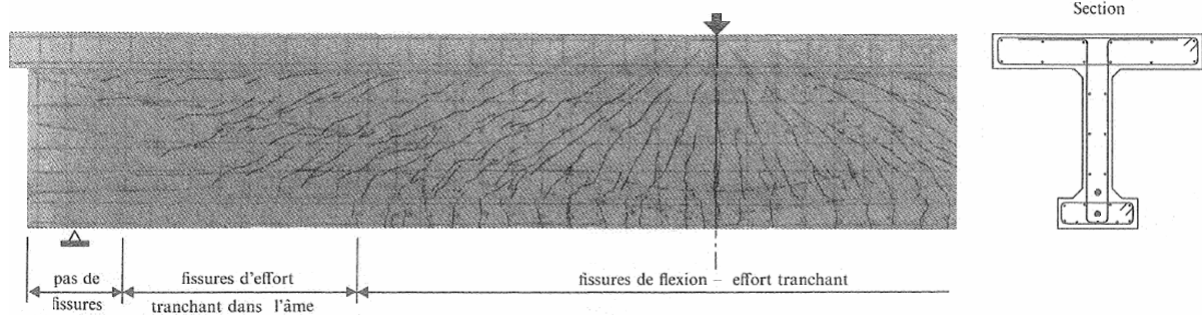


Figure 1-50 Fissuration d'une poutre sur appuis simples : flexion trois points (Leonhardt, 1971)

Les fissures dues au moment de flexion, perpendiculaires à l'axe de la poutre, sont contrôlées par les armatures longitudinales en partie basse et la zone du béton comprimé.

En présence d'effort tranchant, des fissures diagonales apparaissent indépendamment ou dans le prolongement des fissures de flexion. Les causes de rupture diagonale ne sont qu'en partie dues aux effets de cisaillement. Il y a donc combinaison de la traction diagonale due à l'effort tranchant et du transfert vers l'appui de la force de compression.

La résistance à l'effort tranchant d'une structure fissurée en béton armé ou précontraint est assurée par différents mécanismes (voir Figure 1-51 et Figure 1-52):

- Effort repris par le béton comprimé ( $V_{bc}$ ) [cas b de la Figure 1-52]. Dans un élément non fissuré, l'effort tranchant est repris par l'intermédiaire des contraintes principales de traction et de compression, comme le montre la Figure 1-48 (cas a de la Figure 1-52). Dans le cas d'une structure fissurée, cet état de contraintes reste valide dans la zone comprimée non fissurée. L'intégration des contraintes de cisaillement sur la hauteur de la zone comprimée permet d'aboutir à une composante d'effort tranchant ( $V_{bc}$ ). Cette composante est souvent présentée comme étant la « contribution du béton » à la résistance à l'effort tranchant.
- Effort d'engrènement à travers les fissures ( $V_{be}$ ) [cas c de la Figure 1-52]. Ce mécanisme étudié notamment par (Gambarova, 1981 ; Walraven, 1981 ; Millard et Johnson, 1984) fait intervenir plusieurs paramètres dont la contrainte de cisaillement à l'interface, la contrainte normale, l'ouverture de la fissure diagonale ainsi que le glissement entre les deux surfaces de la fissure.



- Effort dû à la contrainte résiduelle du béton au niveau des fissures ( $V_{bt}$ ) [cas e de la Figure 1-52]. Lorsqu'une fissure apparaît, la séparation des deux zones concernées par la fissure n'est pas complète. Ainsi de petits éléments « pontent » la fissure et continuent de transmettre une force de traction. Cet effort dû à la contrainte résiduelle du béton est significatif pour de petites ouvertures de fissures comprises entre 0,05 mm et 0,15 mm (ASCE-ACI, 1998). Ainsi, (Reineck, 1991a) a montré que la résistance vis-à-vis de l'effort tranchant apportée par ce mécanisme était significative dans le cas des éléments (sans armatures transversales) ayant une hauteur faible (inférieure à 10 cm) pour lesquels les fissures de flexion et de traction diagonale sont peu ouvertes.
- Effort de goujon des armatures longitudinales ( $V_{al}$ ) [cas d de la Figure 1-52]. Le développement de ce mécanisme étudié notamment par (Bauman, 1968) est limité par la résistance en traction du béton supportant le « goujon » (Muttoni et Fernandez Ruiz, 2008).
- Effort transmis par effet d'arc [cas f et g de la Figure 1-52]. Pour de faibles rapports portée d'effort tranchant ( $a$ ) / hauteur utile ( $d$ ) [ $a/d$ ], l'influence du mécanisme d'arc-tirant peut être significatif (Kani, 1964). Toutefois ce mécanisme peut être fragilisé par le développement de fissures inclinées (qui naissent la plupart du temps de fissures de flexion) à travers la bielle de compression limitant ainsi sa résistance. Un mécanisme alternatif consistant en une bielle « coudée » a donc été proposé par (Muttoni, 1989) [voir Figure 1-53]. En réalité, les deux mécanismes co-existent. L'arc-tirant résiste grâce à l'engrènement présent au niveau des fissures et le mécanisme de la bielle coudée est directement lié à la résistance en traction du béton (Muttoni et Fernandez Ruiz, 2008).
- Effort repris par les éventuelles armatures transversales ou étriers ( $V_{at}$ ).

La prédominance d'un des mécanismes par rapport aux autres dépend d'un certain nombre de paramètres géométriques (rapport  $a/d$ , taux, répartition et type d'armatures longitudinales et transversales, géométrie de la section ...) ou relatifs au matériau (résistance en compression, résistance en traction du béton...). Néanmoins, certaines considérations générales peuvent être précisées. Ainsi, contrairement à la résistance apportée par l'engrènement au niveau des fissures diagonales, les mécanismes liés au béton comprimé (non fissuré) ou à l'effet de goujon des armatures longitudinales deviennent de moins en moins significatifs au fur et à mesure que le phénomène de fissuration se développe. En effet ces mécanismes dépendent directement de la résistance en traction du béton.

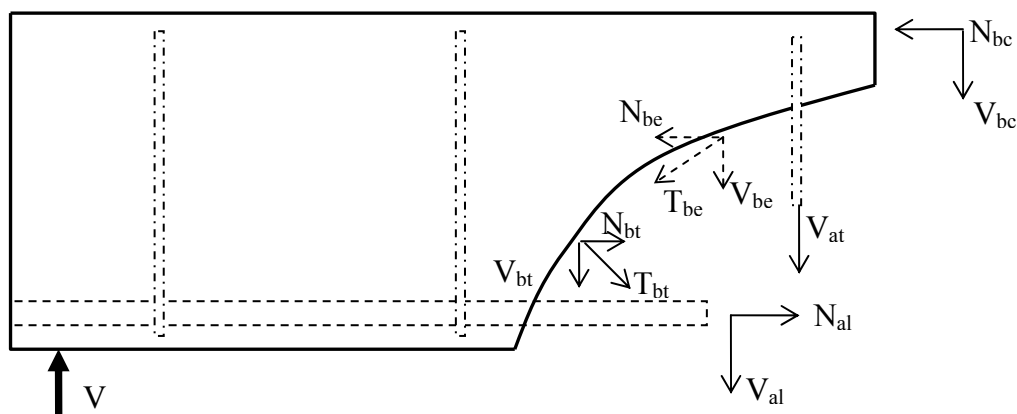


Figure 1-51 Forces internes au travers d'une fissure inclinée (poutre avec armatures transversales)

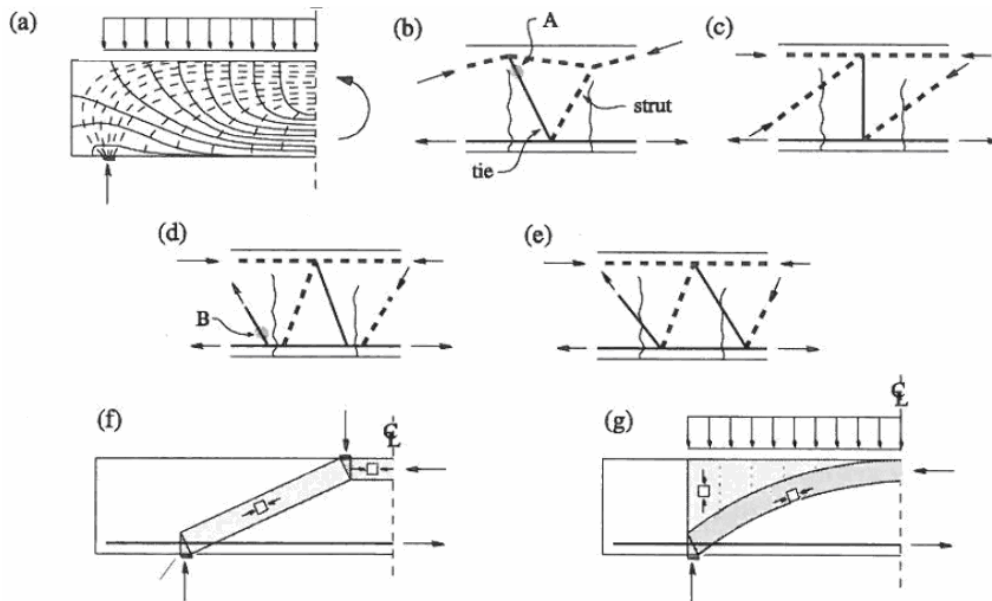


Figure 1-52 Différents mécanismes de résistance à l'effort tranchant [éléments sans armatures transversales] (Muttoni et Fernandez Ruiz, 2010) : (a) état non fissuré, (b) effort repris par le béton comprimé, (c) mécanisme d'engrènement, (d) effet de goujon des armatures longitudinales, (e) résistance due à la contrainte résiduelle du béton, (f) effet d'arc dans le cas d'un chargement ponctuel et (g) effet d'arc dans le cas d'un chargement réparti

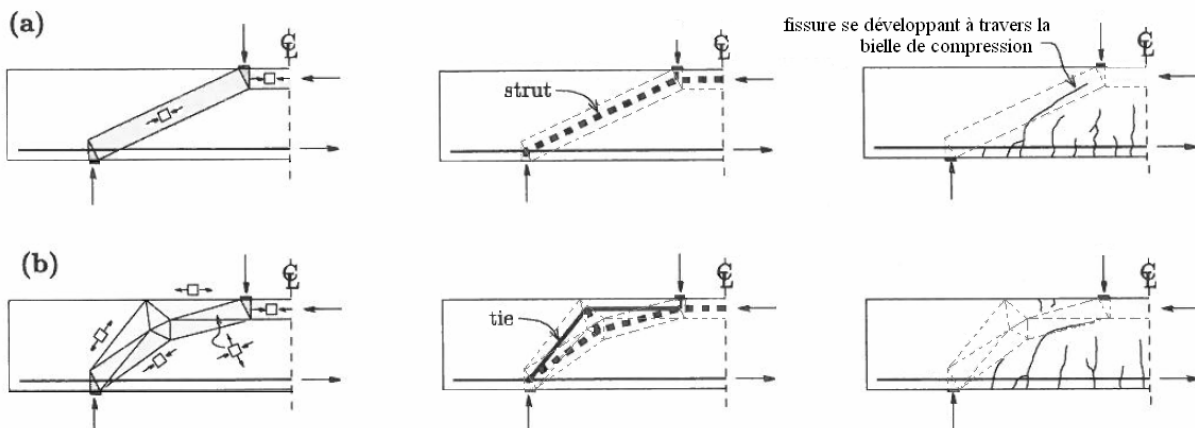


Figure 1-53 Champs de contraintes et modèles bielles-tirants : (a) arc-tirant (bielle de compression droite) ; (b) bielle de compression « coudée » (Muttoni et Fernandez Ruiz, 2008)

### 1.3.1.2 FACTEURS INFLUENÇANT LE COMPORTEMENT DES POUTRES A L'EFFORT TRANCHANT

Les différents mécanismes de résistance à l'effort tranchant sont liés à un certain nombre de paramètres. Ainsi suivant le type ou la valeur de ces paramètres, un mécanisme peut avoir une influence prédominante par rapport aux autres. Il est donc important d'identifier ces différents paramètres et d'évaluer leur influence vis-à-vis de la fissuration et de la résistance ultime à l'effort tranchant.

**Rapport « portée d'effort tranchant / hauteur utile » ( $a/d$ )**

L'influence de ce paramètre a notamment été étudiée par (Leonhardt et Walther, 1962) et (Kani, 1966). Ainsi (Kani, 1966) a décrit le comportement des poutres sans armatures transversales vis-à-vis de l'effort tranchant à partir du diagramme «  $M_u/M_{fl} - a/d$  » avec  $M_u$  le moment de résistance ultime de la poutre,  $M_{fl}$  le moment résistant en flexion pure (voir Figure 1-54 et Figure 1-55). Ce diagramme, appelé « vallée de Kani », est caractérisé par quatre zones selon le mode de rupture :

- Zone I : rupture par fendage transversal du point de chargement au point d'appui.
- Zone II : rupture par effort tranchant. L'effet d'arc est dominant. Le chargement peut augmenter malgré le développement de la première fissure inclinée.
- Zone III : rupture par effort tranchant. Cette rupture est concomitante à la localisation des déformations au niveau d'une fissure inclinée limitant ainsi la résistance de la bielle de compression résistant à l'effort tranchant.
- Zone IV : rupture par flexion.

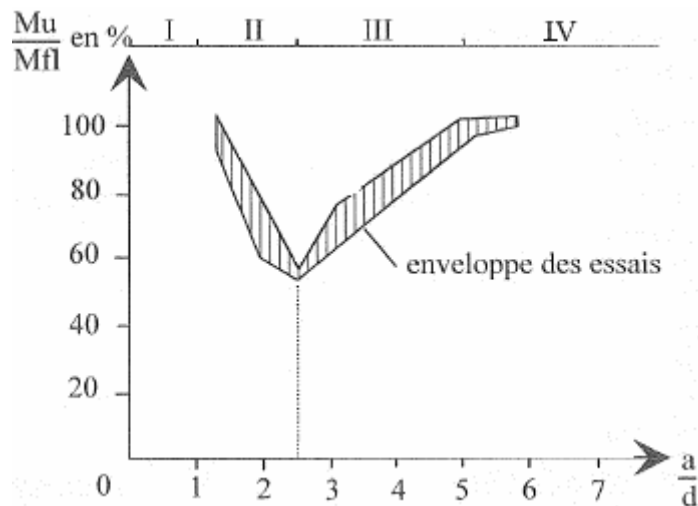


Figure 1-54 Diagramme ( $M_u/M_{fl}$ )-(a/d) ou « vallée de Kani » [poutre rectangulaire 15x30 cm,  $f_{cmoyen} = 28$  MPa, taux d'armatures longitudinales  $\rho_l = 2,8$  %] (Kani, 1966)

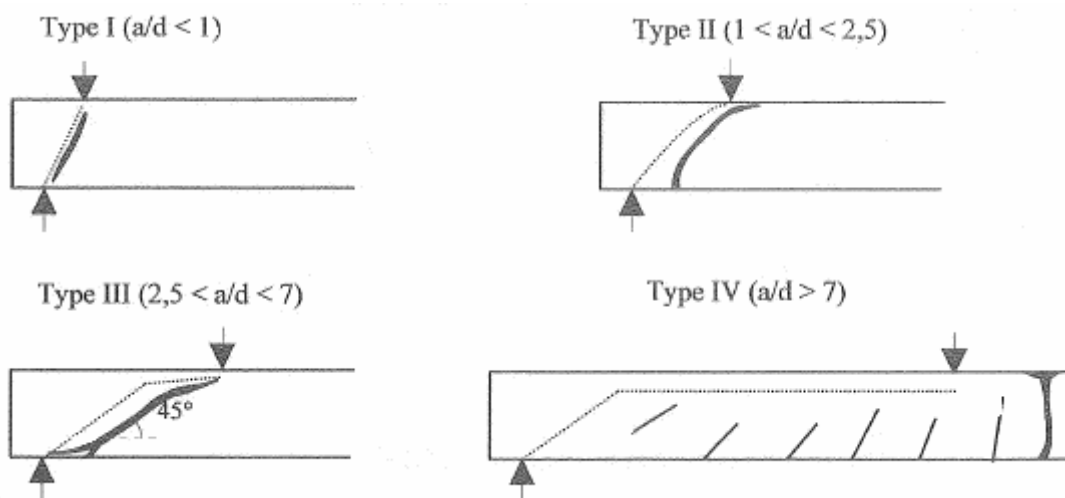


Figure 1-55 Modes de rupture en fonction du rapport  $a/d$  (Kotsovos, 1983)

### Influence de la hauteur de l'âme (effet d'échelle)

Depuis les essais « pionniers » de (Kani, 1967) et (Bhal, 1968), un effet d'échelle significatif sur la résistance à l'effort tranchant des poutres en béton armé sans armatures transversales a été démontré expérimentalement notamment par (Iguro et al., 1985 ; Bazant et Kazemi, 1991 ; Walraven et Lehwalter, 1994 ; Angelakos et al., 2001 ; Fujita et al., 2003). La raison de cet effet d'échelle est principalement due à l'existence de fissures inclinées plus larges (plus ouvertes) dans le cas des poutres de plus grande hauteur. L'explication et la modélisation de l'influence de ces fissures plus ouvertes vis-à-vis de la perte de la résistance à l'effort tranchant varient selon les auteurs.

A partir de la théorie de la mécanique à la rupture, (Bazant et Kim, 1984) considèrent que cet effet d'échelle est dû à la libération de l'énergie élastique associée à une redistribution des contraintes liée à la propagation de la fissuration. Ainsi (Bazant et Kim, 1984) proposent de prendre en compte l'effet d'échelle vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant des poutres en béton armé sans armatures transversales avec la loi suivante :

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 + \frac{d}{d_0}}}, \text{ avec :}$$

- $\tau_0$  et  $d_0$  : paramètres identifiés à une échelle de référence, dépendant uniquement de la géométrie de la structure considérée.

D'autres auteurs notamment (Taylor, 1972) considèrent que la conséquence principale de l'existence de fissures plus ouvertes dans les structures plus hautes est une diminution de l'effet d'engrènement (capacité à transmettre des contraintes de cisaillement au niveau des fissures). Cette réduction de l'effet d'engrènement entraîne alors une perte de résistance vis-à-vis de l'effort tranchant.

Enfin pour certains auteurs notamment (Walraven et Lehwalter, 1994), la problématique de l'effet d'échelle est liée au comportement adoucissant du béton et non à l'effet d'engrènement.

### Armatures longitudinales

Une augmentation du pourcentage volumique d'armatures longitudinales permet d'accroître, suivant la valeur du rapport  $a/d$ , la résistance à l'effort tranchant (voir Figure 1-56). Outre « l'effet de goujon » décrit précédemment, les armatures longitudinales retardent l'ouverture des fissures de flexion (à partir desquelles naissent souvent les fissures inclinées) permettant ainsi :

- D'augmenter l'effet d'engrènement au niveau des fissures inclinées.
- De prolonger l'intégrité de la zone comprimée en retardant le propagation des fissures.

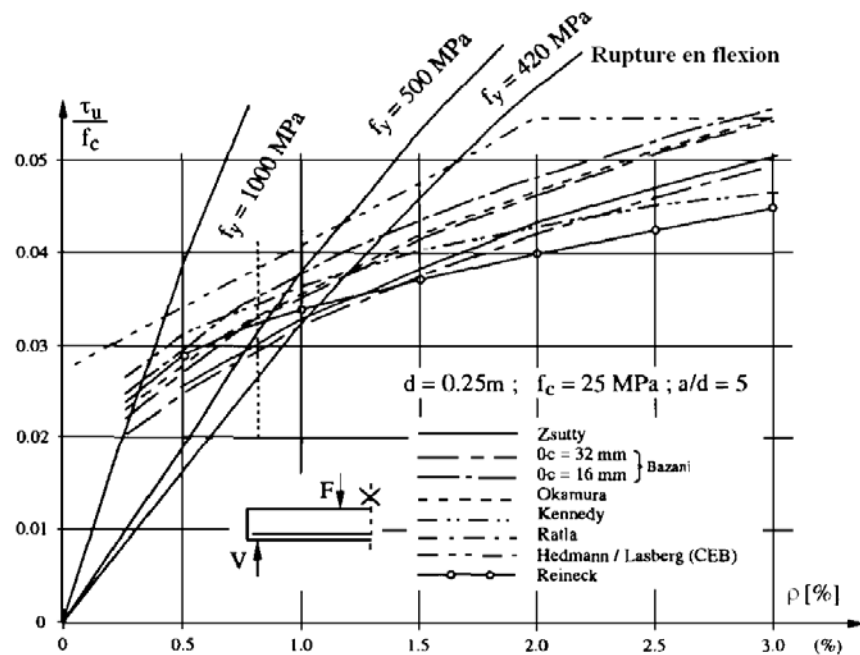


Figure 1-56 Evolution du rapport  $\tau_u/f_c$  ( $\tau_u$  : contrainte de cisaillement à l'état ultime) en fonction du pourcentage volumique d'armatures longitudinales  $\rho$  (poutres en béton armé sans armatures transversales) selon différents modèles (Reineck, 1991c)

En ce qui concerne la répartition des armatures longitudinales, « l'effet de goujon » devient plus significatif lorsque les armatures sont placées à différentes hauteurs. De plus, à pourcentage égal, l'utilisation d'armatures de petit diamètre permet d'accroître la résistance vis-à-vis de l'effort tranchant en améliorant l'adhérence acier-béton (Leonhardt, 1964).

Le taux d'armatures longitudinales peut également influencer l'effort correspondant à l'apparition d'une fissuration inclinée. En effet, dans le cas des poutres armées, les fissures de flexion apparaissent avant les fissures diagonales. Et cette fissuration de flexion influence le développement des fissures d'effort tranchant, en réduisant les sections résistantes. Or la fissuration de flexion est notamment fortement dépendante du taux d'armatures longitudinales dont l'efficacité est elle-même perturbée par le retrait endogène et de dessiccation.

### Armatures transversales

Lorsque la contrainte principale de traction dans l'âme de la poutre atteint la résistance en traction du béton, une fissure oblique apparaît. Ainsi, après la première redistribution des efforts intérieurs, la fissure continue à se propager jusqu'à croiser les armatures transversales. De ce fait, une partie de l'effort tranchant est équilibrée par les étriers et/ou épingles. Les armatures transversales ont donc une action quantitative vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant : celle-ci augmente avec la section des armatures d'âme.

Mais cette action est également qualitative car les armatures d'âme modifient notamment le mode de rupture et la fissuration. L'ouverture et le nombre de fissures d'effort tranchant sont contrôlés par les étriers. Ainsi le mécanisme de rupture et le comportement après fissuration des structures avec armatures transversales sont relativement différents de celles sans armatures d'âme. La résistance vis-à-vis de l'effort tranchant est notamment amenée par une combinaison d'un champ de compression (bielles) et de tirants (étriers).

Par ailleurs les armatures transversales améliorent la capacité portante de la membrure comprimée (par limitation de la propagation de la fissure dans cette zone) et des armatures longitudinales (rôle de confinement des étriers).

L'apport des armatures transversales est effectif au dessus d'un certain seuil en terme de pourcentage (Johnson et Ramirez, 1989 ; Krauthammer, 1992 ; Yoon et al., 1996) et d'espacement minimal (notamment pour assurer le pontage de toutes les fissures diagonales). Cet apport est cependant limité par la résistance en compression du béton [bielles et membrure comprimée] (Roller et Russel, 1990 ; Ahmad et al., 1995).

En outre les armatures transversales (lorsque celles-ci sont en quantité suffisante) permettent de diminuer l'effet d'échelle. Ainsi les essais de (Kuchma et al., 1997) et (Frosch, 2000) ont montré que l'effet d'échelle n'était pas significatif pour les poutres renforcées d'étriers ou pour les poutres sans armatures transversales mais avec des armatures longitudinales réparties sur toute la hauteur.

### **Influence de la résistance du béton**

De nombreuses études ont été menées de manière à évaluer l'influence de l'augmentation des performances mécaniques du béton sur le comportement des poutres à l'effort tranchant. Certains résultats ont notamment été résumés par (CEB, 1989 ; CEB, 1995 ; Duthinh et Carino, 1996 ; Fouré, 1996 ; Toutlemonde et al., 2003).

Dans le cas des Bétons à Hautes Performances (BHP), les meilleures caractéristiques mécaniques de ces bétons ainsi qu'une meilleure adhérence de la liaison armature-BHP sont les principaux paramètres pouvant entraîner une modification du comportement. L'influence des performances mécaniques du béton sur la résistance ultime à l'effort tranchant dépend des paramètres géométriques, du taux de renforcement longitudinal et transversal. Dans le cas des poutres en BHP avec et sans armatures transversales, (Mphonde, 1988 ; König et al., 1993) ont montré que la contribution de l'effet d'engrènement à la résistance à l'effort tranchant est quasiment inexistante. Néanmoins, la contribution de l'effet de goujon, pour les poutres munies d'armatures transversales, augmente considérablement lorsque la résistance du béton passe de 21 MPa à 90 MPa. Cette augmentation de la participation de l'effet de goujon est nettement moins importante dans le cas des poutres sans étriers.

Vis-à-vis de l'effort correspondant à l'apparition d'une fissuration inclinée, il est important de noter que la résistance en traction, contrairement à la résistance en compression, augmente de manière moins sensible lors du passage d'un Béton Ordinaire (BO) à un BHP (Fouré, 1996 ; Toutlemonde, 2003).

Concernant le réseau de fissures diagonales, peu d'études font référence à l'évolution de l'espacement et des ouvertures des fissures. Pour (Collins et Mitchell, 1991), l'espacement moyen entre les fissures diagonales dépend principalement de paramètres géométriques (espacement entre les armatures, diamètres, enrobage...). Ceci semble être confirmé par les résultats d'essais de (Bernardi, 2001) qui traduisent une absence d'évolution de l'espacement moyen des fissures diagonales malgré l'augmentation des caractéristiques mécaniques.

### **Influence de la forme de la section**

Lorsqu'une poutre est armée transversalement, l'efficacité d'une table de compression vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant est nettement améliorée. En effet les armatures d'âme permettent d'empêcher la propagation des fissures au niveau de la membrure comprimée : les fissures diagonales sont alors confinées par la table de compression et la poutre résiste par un mécanisme de treillis (avec une efficacité optimale des armatures transversales). De plus, la résistance vis-à-vis de l'effort tranchant augmente également en raison d'une capacité supérieure de reprise de la table de compression (effort repris par le béton comprimé).

Afin d'éviter une rupture prématurée de la table de compression ou du talon, il est nécessaire de disposer des armatures de couture entre les membrures et l'âme. En effet, dans la table de compression d'une poutre en T, les efforts tangents sont maximums à la jonction membrure-âme : cet effet se retrouve dans toutes les poutres de section non convexe, par apparition d'un effort rasant (Calgaro et Virlogeux, 1994).

### Effet de la précontrainte

Un effort axial de compression ou de traction exerce une influence respectivement positive et négative sur le comportement d'un élément de béton vis-à-vis de l'effort tranchant. Ainsi l'effort correspondant à l'apparition d'une fissuration inclinée est accru ou diminué selon le signe de l'effort axial appliqué (voir Figure 1-57).

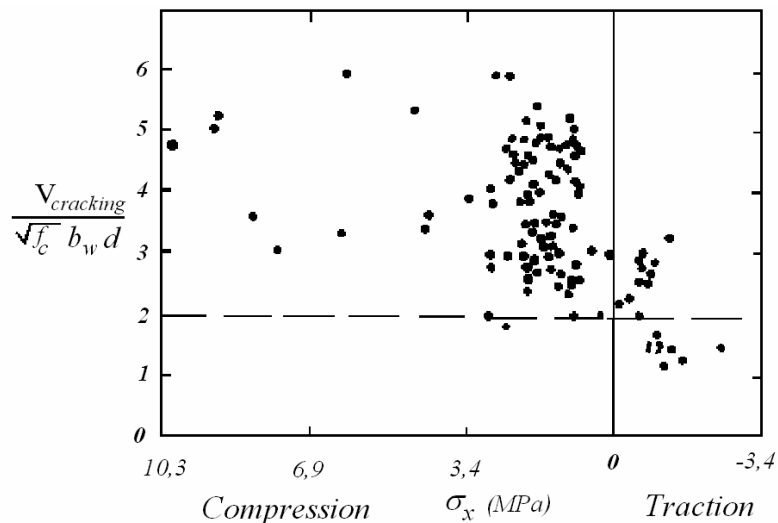


Figure 1-57 Effet de la contrainte axiale sur l'effort tranchant de fissuration diagonale  $V_{cracking}$  (MacGregor, 1997)

L'effort normal de compression induit une fissuration diagonale plus inclinée permettant ainsi de réduire les contraintes au niveau des armatures transversales, pour une valeur d'effort tranchant donnée (voir Figure 1-58).

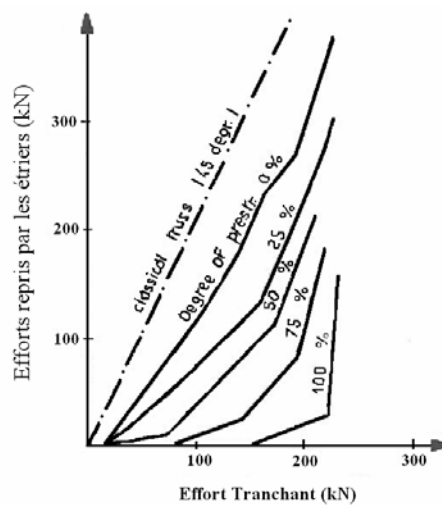


Figure 1-58 Influence du degré de précontrainte sur l'effort des armatures transversales (Thürlimann et al., 1978)



Les essais de (Walraven et Mercks, 1983) ont montré qu'une diminution de l'effort axial de compression entraînait une activation plus précoce des étriers. Néanmoins, après la plastification des armatures transversales, une réserve importante de résistance a été observée quel que soit le degré de précontrainte.

Dans le cas de la précontrainte par post-tension, les câbles inclinés apportent une résistance supplémentaire vis-à-vis de l'effort tranchant.

### Mode de chargement

La plupart des essais à l'effort tranchant réalisés sur des poutres sont des essais sous charges concentrées avec une configuration de flexion trois ou quatre points. Dans le cas des essais sous charges réparties, (Robinson, 1962) a montré que le comportement à l'effort tranchant est identique à celui obtenu pour des essais sous charges concentrées. Toutefois, bien que le comportement soit similaire pour les deux modes de chargement, les tests avec des charges concentrées sont plus sévères si l'on considère les sections critiques.

En ce qui concerne les actions cycliques, celles-ci ont un impact important sur le comportement vis-à-vis de l'effort tranchant, en particulier sur les problématiques d'adhérence des armatures et la propagation des fissures (Tassios et Yannopoulos, 1981 ; CEB, 1988 ; Williams et al., 1997).

#### 1.3.1.3 EVALUATION DE LA RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT

Comme nous le verrons dans les parties suivantes, les poutres en BFM armé et/ou précontraint longitudinalement se comportent globalement comme les poutres en béton armé ou précontraint classique, les fibres agissant comme un renforcement transversal. Ainsi nous nous intéresserons principalement aux modèles permettant de décrire la résistance à l'effort tranchant des poutres armées et/ou précontraintes avec armatures transversales (avec un pourcentage supérieur au seuil d'efficacité).

### Treillis de Ritter et Mörsch

A la fin du 19<sup>ème</sup> siècle, (Ritter, 1899) et (Mörsch, 1908) ont établi un modèle très simple, dit « analogie du treillis », qui est à la base d'un grand nombre de normes et de méthodes de calcul. Ce modèle est constitué par des membrures supérieure et inférieure, des bielles comprimées à 45° et des tirants transversaux formés par des étriers verticaux ou obliques. Ce modèle de treillis est simple mais il présente l'avantage d'être statiquement déterminé (voir Figure 1-59).

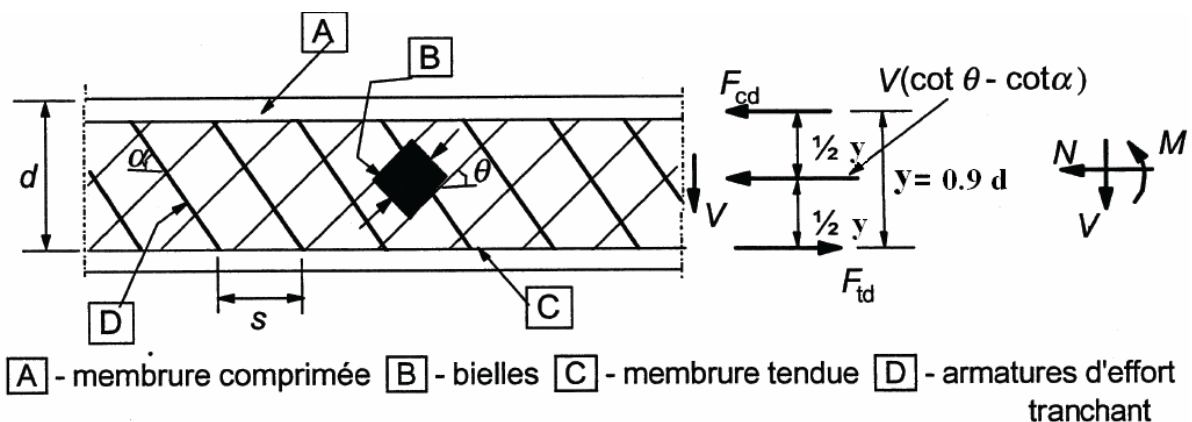


Figure 1-59 Modèle du treillis simple avec étriers obliques [ $\theta = 45^\circ$ ] (Eurocode 2, 2005)



L'équilibre est assuré par la présence d'armatures transversales qui reprennent des efforts de traction axiaux. Les armatures longitudinales et la membrure comprimée assurent le transfert des efforts et la cohésion du treillis.

Considérons le treillis de Ritter-Mörsch en négligeant l'hyperstaticité interne (nœuds non parfaits, excentricités dans les bielles de béton comprimées, effet de goujon des barres d'armatures, engrenement des granulats dans les fissures) :

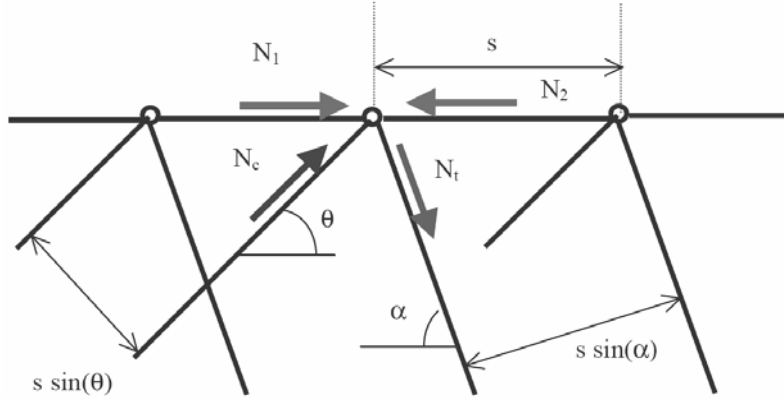


Figure 1-60 Forces s'exerçant sur l'un des nœuds du treillis de Ritter-Mörsch ( $\theta = 45^\circ$ )

L'équilibre en projection horizontale et verticale du nœud de la Figure 1-60 permet d'écrire :

$$N_1 - N_2 + N_c \cdot \cos(\theta) + N_t \cdot \cos(\alpha) = 0 \text{ et } N_c \cdot \sin(\theta) - N_t \cdot \sin(\alpha) = 0$$

Or :  $N_2 - N_1 = \Delta N = \Delta M / y$

De plus, à partir de l'équation  $\frac{dM}{dx}(x) = V(x)$ , on déduit :  $\frac{\Delta M}{\Delta x} = V$ , avec  $\Delta x = s$

D'où :  $N_2 - N_1 = \frac{V \cdot s}{y}$

La résolution des équations de l'équilibre décrit précédemment donne :

$$N_c = \frac{V}{[\cos(\theta) \cdot \sin(\alpha) + \sin(\theta) \cdot \cos(\alpha)]} \cdot \frac{s}{y} \cdot \sin(\alpha)$$

$$N_t = \frac{V}{[\sin(\theta) \cdot \cos(\alpha) + \cos(\theta) \cdot \sin(\alpha)]} \cdot \frac{s}{y} \cdot \sin(\theta)$$

Or  $N_t = A_{st} \cdot \sigma_{sw}$ , avec  $A_{st}$  la section d'armatures transversales et  $\sigma_{sw}$  la contrainte dans les armatures transversales, d'où :

$$\sigma_{sw} = \frac{V}{[\cot \text{an}(\alpha) + \cot \text{an}(\theta)] \cdot \sin(\alpha)} \cdot \frac{s}{A_{st} \cdot y} \leq f_y, \text{ avec } f_y, \text{ la limite d'élasticité des armatures transversales.}$$

Et  $N_c = b_w \times s \cdot \sin(\theta) \times \sigma_{cw}$ , avec  $b_w$  la largeur de l'âme et  $\sigma_{cw}$  la contrainte dans la bielle de béton comprimée, d'où :

$$\sigma_{cw} = \frac{1 + \cot \text{an}^2(\theta)}{[\cot \text{an}(\theta) + \cot \text{an}(\alpha)]} \cdot \frac{V}{b_w \cdot y}$$

Ainsi, dans le cadre du treillis de Ritter-Mörsch ( $\theta = 45^\circ$ ) avec des armatures transversales droites ( $\alpha = 90^\circ$ ), les équations deviennent :

$$\sigma_{sw} = V \cdot \frac{s}{A_{st} \cdot y} \leq f_y \text{ et } \sigma_{cw} = \frac{2 \cdot V}{b_w \cdot y}$$

Dans le cas d'armatures inclinées à  $\alpha = 45^\circ$  :

$$\sigma_{sw} = \frac{V}{\sqrt{2}} \cdot \frac{s}{A_{st} \cdot y} \leq f_y \text{ et } \sigma_{cw} = \frac{V}{b_w \cdot y}$$

L'utilisation d'armatures inclinées semble donc permettre de diminuer nettement les contraintes dans les armatures transversales et les bielles de compression. Néanmoins, en pratique, cette solution apparaît comme étant difficile à mettre en œuvre. Les armatures inclinées sont donc utilisées uniquement dans des cas spécifiques.

#### **Limites du treillis de Ritter-Mörsch :**

Par rapport à la théorie du treillis classique de Ritter-Mörsch, les essais ont montré qu'en réalité :

- La résultante de l'effort de compression dans la membrure comprimée peut être inclinée.
- L'inclinaison des bielles de compression peut être inférieure à  $45^\circ$ .

Ainsi il apparaît que le treillis de Ritter-Mörsch surestime les contraintes dans les armatures transversales. De plus d'autres effets décrits précédemment, participent également à la résistance vis-à-vis de l'effort tranchant :

- Effet de goujon des armatures longitudinales ;
- Engrenement dans les fissures diagonales ;
- Effort dû à la contrainte résiduelle du béton au niveau des fissures ;
- Rigidité en flexion des bielles encastrées dans la membrure comprimée ;
- Le béton en traction entre les fissures inclinées participe à la reprise de l'effort tranchant en présence d'étriers inclinés et peu espacés.

#### **Adaptation plastique : mécanisme du treillis avec inclinaison variable des bielles :**

Par extension du modèle du treillis de Ritter-Mörsch, l'inclinaison des bielles de compression peut être inférieure à  $45^\circ$ . En effet il a été observé qu'après plastification des armatures transversales la capacité portante de la structure peut encore augmenter par diminution de l'angle  $\theta$ , jusqu'à ce que la résistance limite des bielles soit atteinte (voir Figure 1-61). Ce schéma de rupture basé sur la notion d'adaptation plastique a été étudié notamment par (Muttoni, 1989) et adopté par l'Eurocode 2 et le Code Modèle 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a, 2010b) [niveau d'approximation II développé notamment par (Sigrist, 1995)].

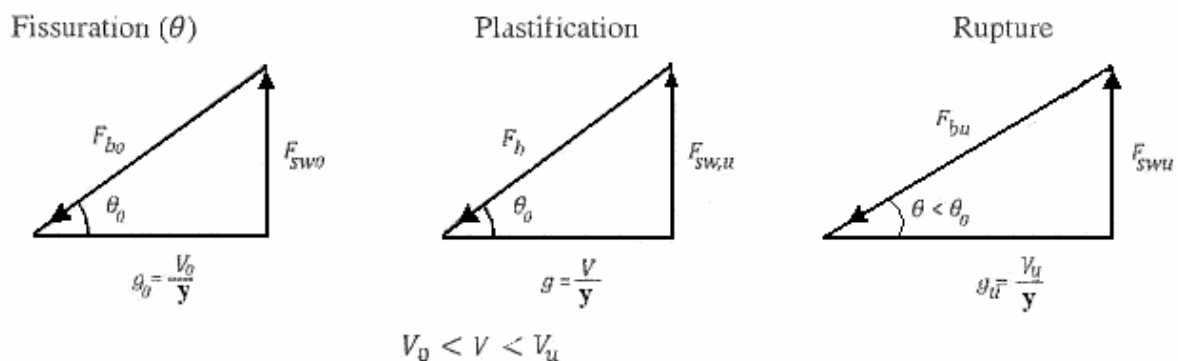


Figure 1-61 Adaptation plastique vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant

Nous reprenons ci-après les mêmes notations que dans la partie précédente (sans considérer le cas des armatures transversales inclinées). Soit  $\theta$  l'inclinaison des bielles de béton. Ainsi, les contraintes du béton des bielles et des armatures d'âme ont pour expression :

$$\sigma_{sw} = V \cdot \tan(\theta) \cdot \frac{s}{A_{st} \cdot y} \text{ et } \sigma_{cw} = \frac{1 + \cot^2(\theta)}{\cot(\theta)} \cdot \frac{V}{b_w \cdot y}$$

En notant  $\tau_w = \frac{V}{b_w \cdot y}$  (contrainte tangentielle dans l'âme) et  $\rho_w = \frac{A_{st}}{b_w \cdot s}$  (taux d'armatures transversales) :

$$\sigma_{sw} = \frac{\tau_w}{\rho_w} \cdot \tan(\theta) \text{ et } \sigma_{cw} = \tau_w \cdot \frac{1 + \cot^2(\theta)}{\cot(\theta)}$$

Les valeurs limites pour ces contraintes sont :

- $f_{cl}$  : résistance en compression pour le béton des bielles
- $f_y$  : limite d'élasticité pour l'acier

Les moments d'encastrement n'ont pas d'effet sur la compression moyenne des bielles, mais ils influent sur leur résistance. Par rapport à la compression simple du modèle de Ritter-Mörsch, la réduction de résistance est due à un état de contraintes complexe : compression parallèle aux fissures, traction oblique dans la direction des armatures d'âme due à l'adhérence de celle-ci et flexion due aux encastresments. Pour prendre en compte cette diminution de résistance, le paramètre  $f_c$  est affecté d'un coefficient réducteur  $\nu$  dont l'expression est issue d'un certain nombre de résultats d'essais expérimentaux :

$$f_{cl} = \nu \cdot f_c$$

L'expression de  $\nu$  donnée par l'Eurocode 2 est la suivante :

$$\nu = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_c}{200}\right) \text{ pour } f_c \leq 100 \text{ MPa}$$

L'expression de  $\nu$  donnée par le Code Modèle 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a, 2010b) est la suivante :

$$\nu = 0,6 \cdot \left(\frac{30}{f_c}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Une formulation équivalente a été proposée pour les BHP par (Fouré, 1996) dans le cadre de l'extension du domaine d'application des règlements de calcul (BAEL, 1991) et (BPEL, 1991) aux bétons à hautes performances ( $f_c \leq 80$  MPa) :

$$\nu = 2,9 \cdot \left(\frac{1}{f_c}\right)^{\frac{1}{3}}$$

La contrainte agissante ultime  $\tau_w$  doit donc satisfaire les deux conditions suivantes :

- $\tau_w \leq f_{cl} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$  (1)
- $\tau_w \leq \rho_w \cdot f_y \cdot \cot \theta$  (2)

Il peut être intéressant de représenter graphiquement les deux inégalités précédentes (voir Figure 1-62). Ainsi dans le système d'axes  $(\tau_w, \theta)$ , la relation d'égalité (1) est caractérisée par

une courbe d'allure parabolique alors que la seconde relation est représentée par une famille de courbes paramétrées en  $\rho_w$ , passant toutes par le point ( $\theta = 90^\circ$ ,  $\tau_w = 0$ ) et ayant comme asymptote l'axe  $\tau_w$ .

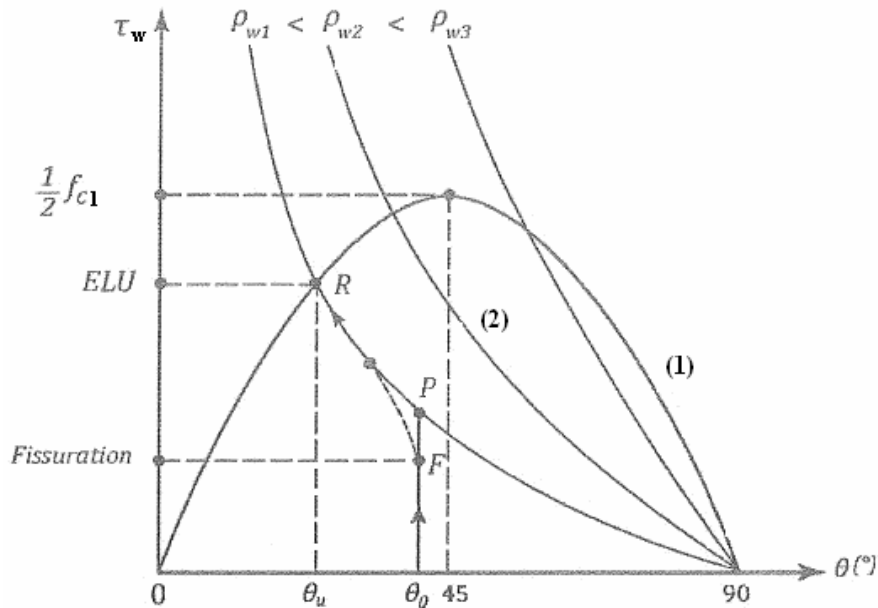


Figure 1-62 Adaptation plastique : Représentation graphique des deux conditions sur  $\tau_w$  (Fouré et Maouche, 1999 ; Fouré, 2000 ; Carbonell et Perchat, 2008)

Les courbes ainsi tracées permettent de bien appréhender le schéma de rupture décrit par le modèle du treillis avec inclinaison des bielles variable. Pour une poutre avec un taux d'armatures longitudinales  $\rho_w$  fixé, au fur et à mesure que l'effort tranchant augmente, la fissuration apparaît en F puis survient la plastification en P ; on suit alors la courbe représentant l'inégalité (2) dans le sens des  $\theta$  décroissant, jusqu'à atteindre la rupture en R par écrasement des bielles de béton.

En termes de dimensionnement, le projeteur est en principe totalement libre du choix de l'angle des bielles  $\theta$ , à condition que ce dernier respecte l'inégalité suivante :

- $22^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$  pour l'Eurocode 2
- $20^\circ + 10.000 \cdot \varepsilon_x \leq \theta \leq 45^\circ$  pour le Code Modèle 2010 dans sa version provisoire (fib, 2010a, 2010b) [niveau d'approximation II], avec  $\varepsilon_x$  la déformation longitudinale à mi-hauteur de la structure calculée à partir d'une analyse de section (en ignorant le phénomène de tension-stiffening).

### **Modèles empiriques basés sur l'équilibre du treillis**

L'analogie du treillis de Ritter-Mörsch conduit, pour une bielle inclinée d'un angle  $\theta$  et un taux de renforcement transversal  $\rho_w$ , à la répartition des contraintes suivantes :

$$\sigma_{sw} = \frac{1}{[\cot \alpha + \cot \theta] \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{\tau_w}{\rho_w} \quad \text{et} \quad \sigma_{cw} = \frac{1 + \cot^2 \theta}{[\cot \theta + \cot \alpha]} \cdot \tau_w$$

Il a été constaté expérimentalement que cette approche surestime la valeur des contraintes dans les armatures transversales. Ainsi, plusieurs procédures de dimensionnement et de

méthodes de calcul, considèrent qu'une part  $\tau_0$  est reprise par la structure à travers les différents mécanismes décrits précédemment, les étriers n'équilibrant que la part  $\tau_w - \tau_0$ . La part reprise par la structure est obtenue de manière empirique. Quelques modèles permettant de calculer  $V_c = \tau_0 / (b_w \cdot y)$  (appelée couramment « contribution du béton ») sont présentés par la suite.

#### **Modèle de l'(ACI 318-08, 2011)**

$V_c = 0.17 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$  dans le cas du béton armé lorsque aucun effort normal n'est appliqué, avec  $b_w$  la largeur de l'âme et  $d$  la hauteur utile.

La forme de la dépendance en  $f'_c$  est similaire à celle des anciens règlements de calcul français [(BAEL, 1999) et (BPEL, 1999)] étendus aux cas des BHP ( $f_c \leq 80$  MPa). En effet, les essais d'effort tranchant sur poutres sans armatures transversales de (Mphonde et Frantz, 1984 ; Hallgren, 1994) montrent que, toutes choses égales par ailleurs, la résistance à l'effort tranchant croît moins vite que  $f_{ij}$  et plutôt en  $\sqrt{f'_c}$  quand la résistance en compression du béton croît. Ceci provient en partie du caractère plus « lisse » des fissures dans le domaine des bétons à hautes performances, qui diminue l'effet d'engrènement (Fouré, 1996).

#### **Modèle de (Zsutty, 1968)**

$V_c = \left(2,5 \cdot \frac{d}{a}\right) \cdot 2,1746 \cdot \left(f'_c \cdot \rho_l \cdot \frac{d}{a}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d$ , avec  $\rho_l$  le taux d'armatures longitudinales.

Le terme d'effet d'échelle ( $2,5 \cdot d/a$ ) devient égal à 1 lorsque la portée relative d'effort tranchant  $a/d$  est supérieure ou égale à 2,5.

#### **Modèle de (Kordina et Blume, 1985)**

$V_c = \frac{7}{8} \cdot b_w \cdot d \cdot \sqrt{\frac{f'_c / 0,82}{10}} \cdot \sqrt[3]{\rho_l} \cdot \sqrt[4]{0,1 \cdot d} \cdot f(\lambda_s)$ , avec :

-  $\lambda_s = a/d$  : portée d'effort tranchant et  $f(\lambda_s)$  se détermine de la manière suivante :

$$\lambda_s \leq 2 \rightarrow f(\lambda_s) = 6 - 2,2 \cdot \lambda_s$$

$$2 \leq \lambda_s \leq 3,5 \rightarrow f(\lambda_s) = 0,795 + 0,293 \cdot (3,5 - \lambda_s)^{5/2}$$

$$\lambda_s \geq 3,5 \rightarrow f(\lambda_s) = 0,9 - 0,03 \cdot \lambda_s$$

L'utilisation d'une racine cubique pour quantifier l'apport des armatures longitudinales traduit une saturation liée à une rupture en compression ou à une rupture précoce des cadres.

Le facteur prenant en compte la hauteur utile  $d$  traduit un effet d'échelle.

**Modèle de (Bažant et Sun, 1987)**

La relation proposée par (Bažant et Sun, 1987) tient compte d'un certain nombre de mécanismes notamment l'effet d'engrènement, l'effet d'arc et l'effet d'échelle :

$$V_c = \left[ 0,54 \cdot \sqrt[3]{\rho_l} \cdot \left( \sqrt{f_c} + 249 \cdot \sqrt{\frac{\rho_l}{(a/d)^5}} \right) \cdot \frac{1 + \sqrt{\frac{5,08}{d_a}}}{\sqrt{1 + \frac{d}{25 \cdot d_a}}} \right] \times b_w \cdot d, \text{ avec } d_a \text{ le diamètre du plus}$$

gros granulats.

**Modèle de (Kim et al., 1993)**

Pour (Kim et al., 1993), la part d'effort tranchant équilibrée par la structure est due à la participation du béton non fissuré, à l'effet de goujon des armatures longitudinales et à l'effet d'engrènement au niveau des fissures inclinées (l'influence de la portée relative d'effort tranchant est également prise en compte). Ainsi en modifiant la loi d'effet d'échelle de (Bažant et Sun, 1987), les auteurs proposent la relation suivante :

$$V_c = \left[ 4 \cdot f_c^{\frac{1}{3}} \cdot \rho_l^{\frac{2}{5}} \cdot \left( 0,4 + \frac{d}{a} \right) \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 + 0,008 \cdot d}} + 0,15 \right) \right] \cdot b_w \cdot d \text{ pour } a/d \geq 2,5$$

$$V_c = \left[ 9,6 \cdot f_c^{\frac{\alpha}{3}} \cdot \rho_l^{\frac{2}{5}} \cdot \left( \frac{d}{a} \right)^{1,2} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 + 0,008 \cdot d}} + 0,15 \right) \right] \cdot b_w \cdot d \text{ pour } a/d < 2,5, \text{ avec}$$

$$\alpha = 1,32 - 0,008 \cdot (a/d)^4$$

La contribution des armatures transversales est en général issue de l'analogie du treillis de Ritter-Mörsch et donc prise égale à :

$$V_s = \frac{A_{st}}{s} \cdot f_y \cdot y \cdot \cot(\theta), \text{ avec } y \text{ variant entre } 0,85 \cdot d \text{ et } d.$$

Néanmoins certains auteurs comme (Kordina, 1985) et (Russo et Puleri, 1997) expriment la contribution des étriers par l'intermédiaire de coefficients d'efficacité qui peuvent dépendre notamment de la résistance du béton, du pourcentage d'armatures longitudinales, de la hauteur utile et de la portée relative d'effort tranchant.

Les modèles empiriques décrits dans cette partie donnent des résultats plus ou moins satisfaisants selon le degré de prise en compte des différents mécanismes de résistance vis-à-vis de l'effort tranchant.

## Modèles « physiques »

Contrairement aux modèles précédents qui prennent en compte uniquement les équations d'équilibre, les méthodes « physiques » visent à satisfaire à la fois les équations d'équilibre mais aussi les conditions géométriques ainsi que l'ensemble des lois de comportement des matériaux.

### *Théories des champs de contraintes*

Parmi les analyses basées sur les champs de contraintes, la méthode intitulée Modified Compression Field Theory (MCFT) mise au point par (Vecchio et Collins, 1986) est la plus couramment utilisée. Elle est notamment à la base des règles canadiennes (CAN/CSA, 2004), (AASHTO, 2010) et du Code Modèle 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a, 2010b) pour les questions d'effort tranchant. Elle est susceptible d'intégrer des améliorations et des compléments qui seront proposés au chapitre 3 afin de prendre en compte les particularités des BFUP, c'est pourquoi il en est fait ci-après une description relativement détaillée.

### *Modified Compression Field Theory (MCFT)*

La méthode d'analyse basée sur la MCFT permet de décrire le comportement d'une structure armée et/ou précontrainte soumise à des contraintes bi-axiales  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$  ainsi qu'à une contrainte de cisaillement  $\tau$ . Dans le cas d'une poutre en flexion soumise à un effort tranchant concomitant, il est possible à partir de cette méthode de prédire le diagramme « Effort-Flèche ».

En ce qui concerne les équations d'équilibre, les conditions géométriques et les lois de comportement des différents matériaux, deux niveaux d'échelle sont considérés :

- Une échelle « moyenne » où les contraintes et les déformations prises en compte sont des contraintes et des déformations « moyennes » avec une longueur de base comprenant plusieurs fissures diagonales (voir Figure 1-63)
- Une échelle « locale » au niveau d'une fissure diagonale

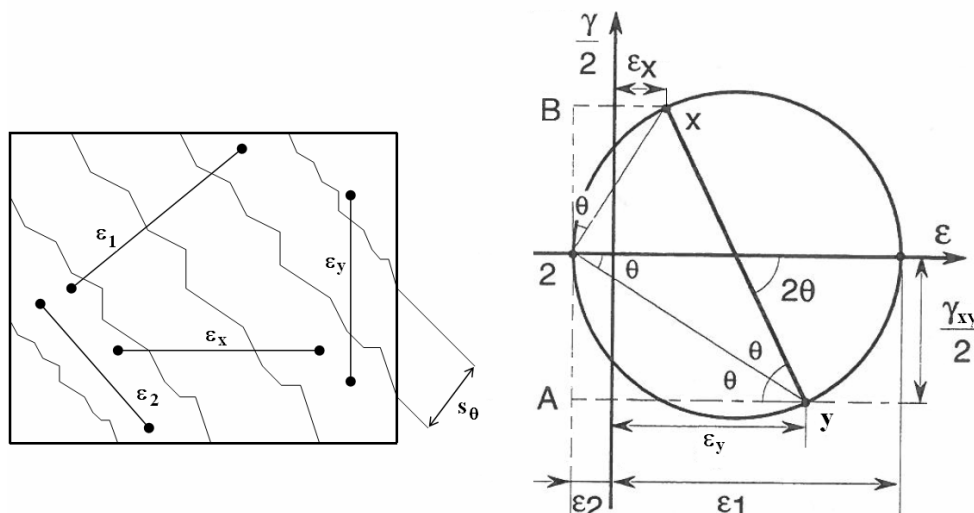


Figure 1-63 Notion de déformations « moyennes » (à gauche) et représentation des déformations à l'aide du cercle de Mohr (à droite) (Collins et Mitchell, 1991)

Afin de diminuer le nombre d'inconnues et de faciliter la résolution du problème, la direction des contraintes principales et celle des déformations principales sont considérées comme identiques. Cette hypothèse simplificatrice a été justifiée par des mesures expérimentales

menées sur des panneaux en béton armé et/ou précontraint (Vecchio et Collins, 1986) qui montrent que les directions des contraintes et des déformations principales sont parallèles avec un écart maximal de l'ordre de  $\pm 10^\circ$ .

L'origine de chacune des 15 équations nécessaires au modèle est détaillée dans la suite de cette partie.

- Equations d'équilibre :

*Contraintes moyennes :*

La Figure 1-64 est utilisée pour établir les équations d'équilibre. L'effort tranchant au niveau de la section étudiée est repris par les contraintes principales de compression  $\sigma_2$  et de traction  $\sigma_1$ . Les contraintes moyennes sont considérées.

A partir du cercle de Mohr présenté Figure 1-64 (c) :

Au niveau du triangle At1 :  $A1 = \tau \cdot \tan(\theta)$

Au niveau du triangle At2 :  $A2 = \tau \cdot \cot \text{an}(\theta)$ , ainsi la première équation d'équilibre faisant intervenir les contraintes moyennes est déduite (Equilibre-ContrainteMoyenne-1 : E-CM-1):

$$(E-CM-1) \quad \sigma_1 + \sigma_2 = A1 + A2 = \tau \cdot (\tan(\theta) + \cot \text{an}(\theta)), \text{ avec } \tau = \frac{V}{b_w \cdot y} = \frac{V}{b_w \cdot j \cdot d}$$

La compression et la traction diagonale dans le béton transfèrent des efforts verticaux aux étriers (voir Figure 1-64 b):

$$A_{st} \cdot \sigma_{sw} = (\sigma_2 \cdot \sin^2(\theta) - \sigma_1 \cdot \cos^2(\theta)) \times b_w \cdot s$$

A partir de (E-CM-1) et de l'équation précédente :

$$\tau = \frac{\sigma_1}{\tan(\theta) + \cot \text{an}(\theta)} + \frac{1}{\tan(\theta) + \cot \text{an}(\theta)} \cdot \left( \frac{A_{st} \cdot \sigma_{sw}}{b_w \cdot s} + \sigma_1 \cdot \cos^2(\theta) \right) \cdot \frac{1}{\sin^2(\theta)}$$

$$V = \tau \cdot b_w \cdot jd = \frac{A_{st} \cdot \sigma_{sw} \cdot b_w \cdot jd}{b_w \cdot s} \cdot \frac{\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)}{(\tan(\theta) + \cot \text{an}(\theta)) \cdot \sin^2(\theta)} + \frac{\sigma_1 \cdot b_w \cdot jd}{\tan(\theta) + \cot \text{an}(\theta)} \cdot (1 + \cot \text{an}^2(\theta))$$

$$V = \frac{A_{st} \cdot \sigma_{sw}}{s} \cdot jd \cdot \frac{\cot \text{an}^2(\theta) + 1}{\tan(\theta) + \cot \text{an}(\theta)} + \sigma_1 \cdot \frac{\tan(\theta) + \cot \text{an}(\theta)}{\tan(\theta) \cdot (\tan(\theta) + \cot \text{an}(\theta))} \cdot b_w \cdot jd$$

$$V = \frac{A_{st} \cdot \sigma_{sw}}{s} \cdot jd \cdot \frac{\tan(\theta) + \cot \text{an}(\theta)}{\tan(\theta) \cdot (\tan(\theta) + \cot \text{an}(\theta))} + \sigma_1 \cdot b_w \cdot jd \cdot \cot \text{an}(\theta)$$

$$V = \frac{A_{st} \cdot \sigma_{sw}}{s} \cdot jd \cdot \cot \text{an}(\theta) + \sigma_1 \cdot b_w \cdot jd \cdot \cot \text{an}(\theta)$$

$$(E-CM-2) \quad \tau = \rho_w \cdot \sigma_{sw} \cdot \cot \text{an}(\theta) + \sigma_1 \cdot \cot \text{an}(\theta)$$



Ainsi la contribution des armatures transversales est basée sur l'analogie du treillis avec une inclinaison  $\theta$  des bielles de compression alors que la contribution du béton est due aux contraintes principales de traction présentes dans la zone de fissures diagonales.

La composante horizontale de la compression et la traction diagonale dans le béton est équilibrée par la traction dans les armatures longitudinales, ainsi :

$$A_{sl} \cdot \sigma_{sl} = (\sigma_2 \cdot \cos^2(\theta) - \sigma_1 \cdot \sin^2(\theta)) \times b_w \cdot jd$$

A partir de (E-CM-1) et de l'équation précédente, la troisième équation d'équilibre faisant intervenir les contraintes moyennes est déduite :

$$(E-CM-3) \quad \tau = \rho_l \cdot \sigma_{sl} \cdot \tan(\theta) + \sigma_1 \cdot \tan(\theta)$$

*Contraintes au niveau des fissures :*

Le schéma réel de fissuration diagonale est très souvent complexe. Celui-ci est donc idéalisé sous la forme d'une série de fissures parallèles inclinées d'un angle  $\theta$ . La Figure 1-65 est utilisée pour établir les équations d'équilibre.

Pour de faibles valeurs de cisaillement, les efforts de traction sont transmis à travers les fissures par une augmentation locale des contraintes dans les étriers. Lorsque les étriers atteignent leur limite d'élasticité, l'augmentation de l'effort tranchant se traduit par des contraintes locales de cisaillement  $\tau_{ci}$  au niveau des fissures. Les deux états de contraintes, au niveau des fissures et entre les fissures, doivent être équivalents (voir Figure 1-65), ainsi pour la composante verticale :

$$A_{st} \cdot \sigma_{sw} \cdot \left( \frac{jd}{s \cdot \tan(\theta)} \right) + \sigma_1 \cdot \frac{b_w \cdot jd}{\sin(\theta)} \cdot \cos(\theta) = A_{st} \cdot f_y \cdot \left( \frac{jd}{s \cdot \tan(\theta)} \right) + \tau_{ci} \cdot b_w \cdot jd, \text{ d'où l'on}$$

obtient l'équation d'équilibre au niveau des fissures (Equilibre-ContrainteFissures : E-CF) :

$$(E-CF) \quad \sigma_1 = \tau_{ci} \cdot \tan(\theta) + \frac{A_{st}}{b_w \cdot s} \cdot (f_y - \sigma_{sw})$$

L'équilibre horizontal permet d'obtenir une limite vis-à-vis de la contrainte principale en traction afin d'éviter la plastification de l'armature longitudinale traversant la fissure :

$$A_{sl} \cdot f_y \geq A_{sl} \cdot \sigma_{sl} + \sigma_1 \cdot b_w \cdot d + \left( \sigma_1 - \frac{A_{st}}{b_w \cdot s} \cdot (f_y - \sigma_{sw}) \right) \cdot b_w \cdot jd \cdot \cot^2(\theta)$$

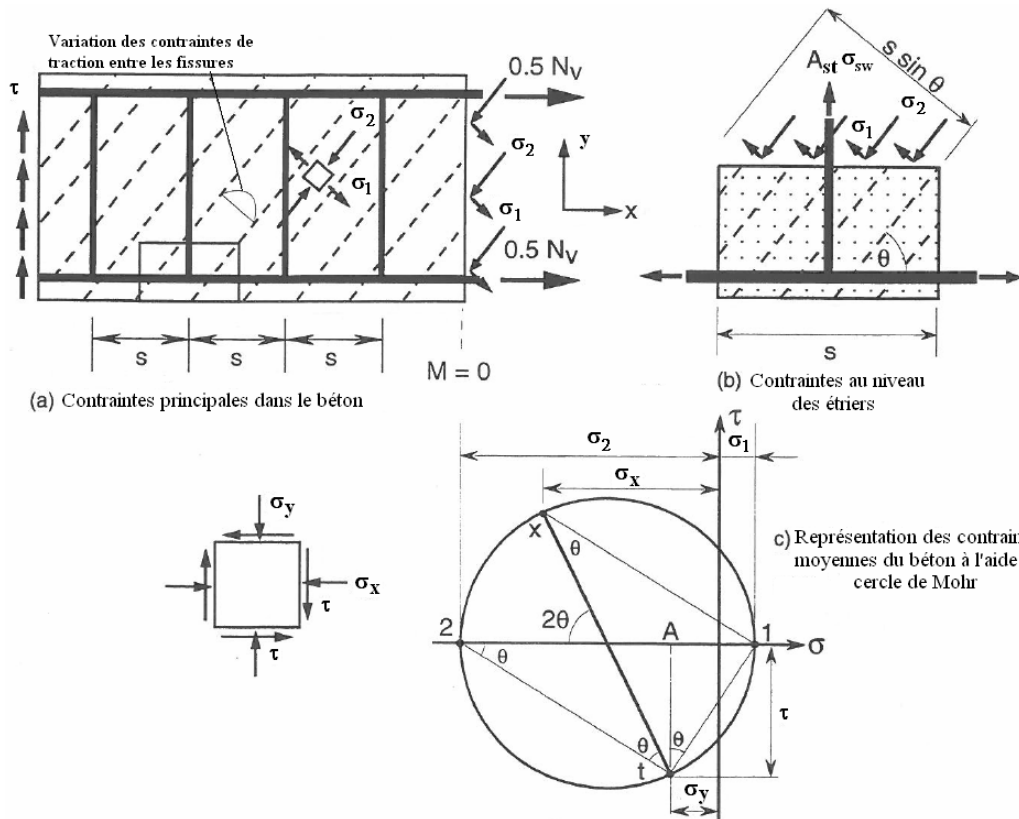


Figure 1-64 Conditions d'équilibre considérées par la MCFT (Collins et Mitchell, 1991)

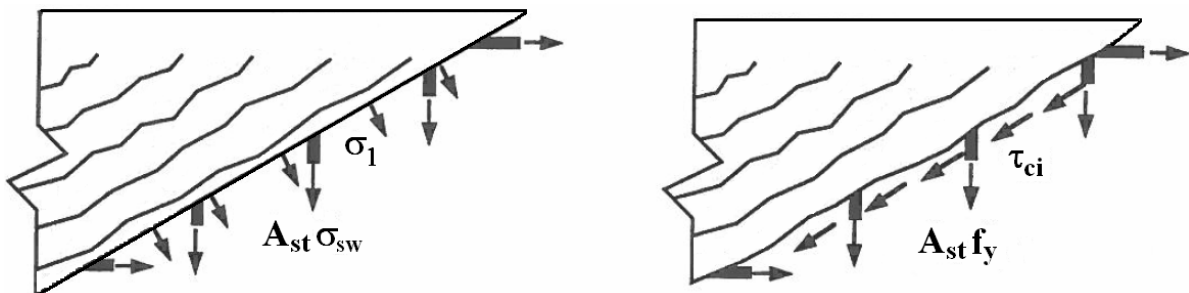


Figure 1-65 Transmission des efforts à travers les fissures diagonales (Collins et Mitchell, 1991)

- Lois de comportement des matériaux :

*Contrainte de cisaillement au niveau des fissures diagonales :*

La capacité de l'interface des fissures diagonales à transmettre une contrainte de cisaillement  $\tau_{ci}$  dépend notamment de leur ouverture  $w$ . (Vecchio et Collins, 1986) proposent la limite suivante (Matériaux-ContrainteCisaillement : M-CS) :

$$(M-CS) \quad \tau_{ci} \leq \frac{0,18 \cdot \sqrt{f'_c}}{0,31 + \frac{24 \cdot w}{a_g + 16}}, \text{ avec } a_g \text{ le diamètre du plus gros granulats (en mm)}$$

Cette équation est basée sur les résultats des essais de (Walraven, 1981) menés sur des bétons ayant une résistance en compression sur cube comprise entre 13 MPa et 59 MPa.

*Lois « contrainte-déformation » pour le béton :*

Le béton présent dans l'âme de la structure considérée n'est pas seulement comprimé dans la direction principale n°2 mais il est également tendu dans la direction n°1 (voir Figure 1-64 a). (Vecchio et Collins, 1982) ont testé des panneaux en béton armé sollicités par des contraintes bi-axiales et ont trouvé que la contrainte principale de compression  $\sigma_2$  était dépendante à la fois de la déformation principale  $\varepsilon_2$  mais aussi de la déformation principale concomitante de traction  $\varepsilon_1$ . La loi proposée par (Vecchio et Collins, 1982) est la suivante (M-BétonCompression : M-BC) :

$$(M-BC) \quad \sigma_2 = \sigma_{2\max} \cdot \left[ 2 \cdot \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_c} \right) - \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_c} \right)^2 \right], \text{ avec } \sigma_{2\max} = \frac{f'_c}{0,8 + 170 \cdot \varepsilon_1} \leq f'_c$$

En ce qui concerne la loi de comportement en traction «  $\sigma_1$ - $\varepsilon_1$  », à partir des résultats expérimentaux sur des panneaux en béton armé de (Vecchio et Collins, 1986), (Collins et Mitchell, 1991) proposent la relation suivante (M-BétonTraction-1 : M-BT) :

$$(M-BT-1) \quad \text{Si } \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{ij}, \text{ alors } \sigma_1 = E_c \cdot \varepsilon_1 \text{ et si } \varepsilon_1 > \varepsilon_{ij}, \text{ alors } \sigma_1 = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot f_{ij}}{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_1}}, \text{ avec}$$

- $\varepsilon_{ij}, f_{ij}$  : déformation et contrainte correspondant à la fissuration du béton
- $\alpha_1, \alpha_2$  : facteurs prenant en compte l'ancrage des armatures (HA ou lisses) et le type de chargement (cyclique, soutenu...)

Pour un chargement important, la déformation moyenne  $\varepsilon_y$  dans les étriers dépasse la déformation correspondant à la plastification des armatures transversales. Ainsi dans l'équation (E-CF), il est possible d'égaliser  $\sigma_{sw}$  et  $f_y$ , d'où :

$$\sigma_1 = \tau_{ci} \cdot \tan(\theta)$$

Ainsi, à partir de l'équation (M-CS) :

$$(M-BT-2) \quad \sigma_1 \leq \frac{0,18 \cdot \sqrt{f'_c}}{0,31 + \frac{24 \cdot w}{a_g + 16}} \cdot \tan(\theta)$$

La loi de comportement «  $\sigma_1-\varepsilon_1$  » obtenue est présentée Figure 1-66.

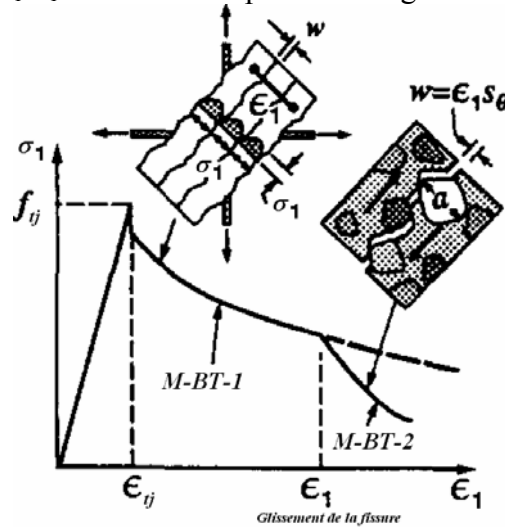


Figure 1-66 Loi de comportement en traction «  $\sigma_1-\varepsilon_1$  » du béton fissuré

Lois « contrainte-déformation » pour les armatures :

Pour les armatures transversales (Matériaux-Armatures Transversales : M-AT) et longitudinales (Matériaux-Armatures Longitudinales : M-AL), la loi « contrainte-déformation » adoptée est une loi élasto-plastique parfaite :

$$(M-AT) \quad \sigma_{sw} = E_s \cdot \varepsilon_y \leq f_y \text{ pour les armatures transversales}$$

$$(M-AL) \quad \sigma_{sl} = E_s \cdot \varepsilon_x \leq f_y \text{ pour les armatures longitudinales}$$

- Conditions géométriques :

*Espacement et ouverture des fissures :*

La relation proposée pour estimer la contrainte de cisaillement  $\tau_{ci}$  nécessite la connaissance de l'ouverture des fissures diagonales  $w$ . Celle-ci peut être estimée à partir de la déformation principale de traction  $\varepsilon_1$  et de l'espacement moyen  $s_{m\theta}$  des fissures diagonales (Géométries-Ouverture Fissure : G-OF) :

$$(G-OF) \quad w = s_{m\theta} \cdot \varepsilon_1$$

L'espacement des fissures inclinées dépend du contrôle de la fissuration par les armatures transversales et longitudinales. Ainsi l'espacement moyen  $s_{m\theta}$  (voir Figure 1-67) des fissures diagonales peut être exprimé à partir de l'espacement moyen dans la direction horizontale  $s_{mx}$  et verticale  $s_{my}$  (Géométries-Espacement Fissures : G-EF) :

$$(G-EF) \quad s_{m\theta} = \frac{1}{\frac{\sin(\theta)}{s_{mx}} + \frac{\cos(\theta)}{s_{my}}}$$

L'espace moyen des fissures dans les directions horizontale et verticale peut notamment être estimé à partir des recommandations du Model Code 1990 (voir Figure 1-68) :

$$s_{mx} = 2 \cdot \left( c_x + \frac{s_x}{10} \right) + 0,25 \cdot k_1 \cdot \frac{d_{bx}}{\rho_x} \text{ et } s_{my} = 2 \cdot \left( c_y + \frac{s}{10} \right) + 0,25 \cdot k_1 \cdot \frac{d_{by}}{\rho_w}, \text{ avec :}$$

- $d_b$  : diamètre des armatures
- $c$  : distance jusqu'aux armatures
- $\rho_x = A_{sl}/A_c$
- $k_1$  est égale à 0,4 pour les armatures HA et 0,8 pour les armatures lisses

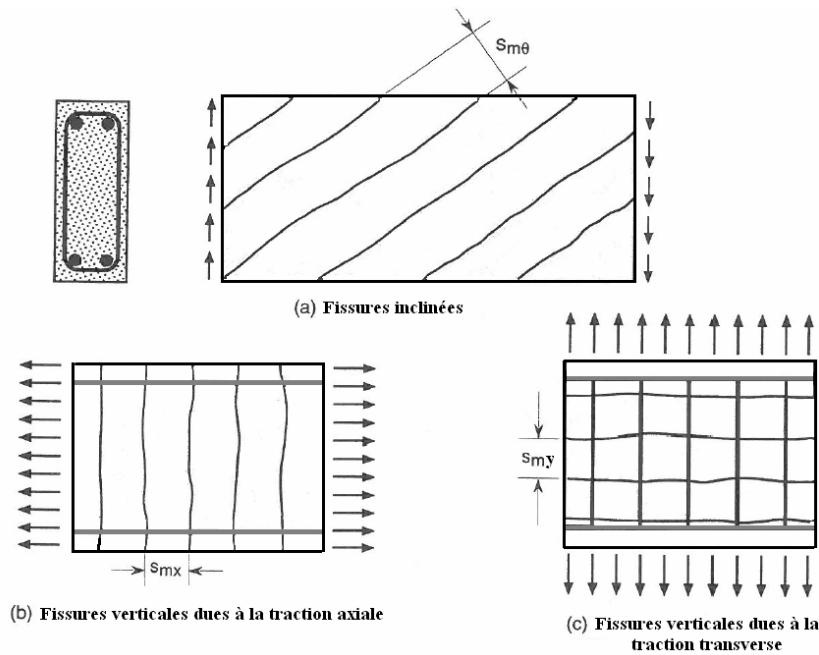


Figure 1-67 Estimation de l'espace moyen des fissures inclinées (Collins et Mitchell, 1991)

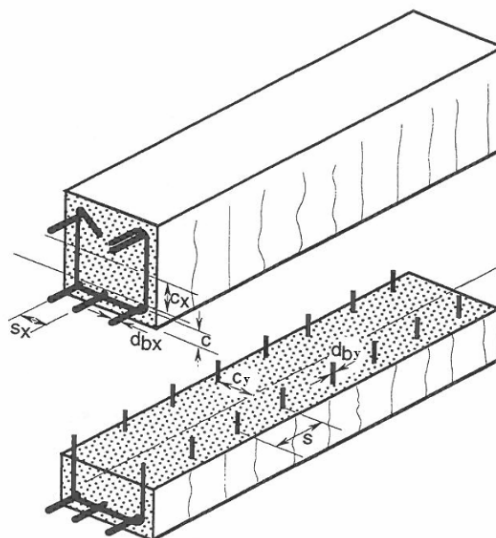


Figure 1-68 Paramètres influençant l'espace moyen des fissures (Collins et Mitchell, 1991)

*Compatibilité des déformations :*

La Figure 1-63 est utilisée pour établir les équations d'équilibre. Les déformations moyennes sont considérées. A partir du cercle de Mohr présenté dans cette figure :

Au niveau du triangle 2Bx (Géométries-CompatibilitéDéformations-1 : G-CD-1)

$$(G-CD-1) \quad \gamma_{xy} = 2 \cdot (\varepsilon_x - \varepsilon_2) \cdot \cot \alpha(\theta)$$

Au niveau du triangle 2Ay :  $\gamma_{xy} = 2 \cdot (\varepsilon_y - \varepsilon_2) \cdot \tan(\theta)$ , ainsi la deuxième équation de compatibilité de déformation est déduite (Géométries-CompatibilitéDéformations-2 : G-CD-2) :

$$(G-CD-2) \quad \tan^2(\theta) = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_2}{\varepsilon_y - \varepsilon_2}$$

La troisième équation de compatibilité est obtenue grâce au premier invariant du tenseur des déformations (Géométries-CompatibilitéDéformations-3 : G-CD-3) :

$$(G-CD-3) \quad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_x + \varepsilon_y$$

Les équations précédentes (équilibre, conditions géométriques, loi de comportement des matériaux) constituent une solution complète pour déterminer la résistance à l'effort tranchant d'une structure armée ou précontrainte.

Initialement la méthode d'analyse MCFT mise au point par (Vecchio et Collins, 1986) a été développée pour des chargements axiaux et d'effort tranchant. Cette méthode a été étendue au cas des chargements axiaux, d'effort tranchant et de flexion (correspondant aux sollicitations des poutres) notamment par (Collins et Mitchell, 1991), (Nakamura et Higai, 1995) et (Kachi et al., 2006).

Les essais réalisés notamment par (Gabrielsson, 1993 ; Collins et al., 1996 ; Yamada et Krauthammer, 1997) ont montré que la méthode MCFT permet de décrire correctement le comportement à l'effort tranchant des structures en béton armé mais elle a légèrement tendance à surestimer la résistance.

Les recommandations du Code Modèle 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a, 2010b) vis-à-vis de l'effort tranchant sont en partie basées sur la méthode MCFT. Les niveaux d'approximation I et III basés notamment sur les travaux de (Bentz et Collins, 2006 ; Bentz et al., 2006) sont issus d'une simplification plus ou moins importante de l'analyse complète de la MCFT :

- Niveau d'approximation I du Code Modèle 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a, 2010b) :

$$V_{Rd} = V_c + V_s, \text{ avec :}$$

$$V_c = k_v \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot y, \text{ avec } k_v = \begin{cases} = \frac{200}{(1000 + 1,3 \cdot y)} & \text{si } \rho_w = 0 \\ = 0,15 & \text{si } \rho_w \geq 0,08 \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{f_y} \end{cases}$$

$$V_s = \frac{A_{st}}{s} \cdot y \cdot f_y \cdot (\cot \alpha(\theta) + \cot \alpha(\alpha)) \cdot \sin(\alpha), \text{ avec } \theta = 36^\circ$$

- Niveau d'approximation III du Code Modèle 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a, 2010b) :

$$V_{Rd} = V_c + V_s, \text{ avec}$$

$$V_c = k_v \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot y, \text{ avec } k_v = \begin{cases} = \frac{0,4}{(1+1500 \cdot \varepsilon_x)} \cdot \frac{1300}{1000 + 0,7 \cdot k_{ag} \cdot y} & \text{si } \rho_w = 0 \\ = \frac{0,4}{(1+1500 \cdot \varepsilon_x)} & \text{si } \rho_w \geq 0,08 \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{f_y} \end{cases} \text{ avec,}$$

- $\varepsilon_x$  est la déformation longitudinale à mi-hauteur de la structure calculée à partir d'une analyse de section (en ignorant le phénomène de tension-stiffening).
- $K_{ag}$  est un coefficient prenant en compte la rugosité des fissures :

$$k_{ag} = \frac{48}{16 + a_g} \geq 1,15$$

$$V_s = \frac{A_{st}}{s} \cdot y \cdot f_y \cdot (\cot \alpha + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha, \text{ avec } \theta = 29^\circ + 7000 \cdot \varepsilon_x$$

Dans le cas des poutres armées et/ou précontraintes sans armatures transversales, l'effort tranchant résistant déterminé à partir de la MCFT correspond à un effort pour lequel l'effet d'engrènement au niveau d'une fissure diagonale n'est plus suffisant. Cela se traduit donc par l'ouverture d'une fissure inclinée critique. Cette notion de fissure diagonale critique a également été développée par (Muttoni, 2003 ; Muttoni et Fernandez Ruiz, 2008) pour déterminer notamment la résistance à l'effort tranchant des poutres armées et/ou précontraintes sans étriers : Critical Shear Crack Theory (CSCT).

La méthode CSCT (tout comme la MCFT) est basée sur la notion de localisation des déformations se traduisant par l'ouverture d'une fissure critique d'effort tranchant. Cette méthode prend en compte la rugosité des lèvres des fissures de manière à appréhender leur capacité à transmettre des efforts grâce à l'effet d'engrènement. Ainsi (Muttoni et Fernandez Ruiz, 2008) proposent la formulation suivante pour déterminer l'effort tranchant résistant des poutres sans armatures transversales :

$$V_u = b_w \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \cdot f(w, d_g)$$

L'ouverture de la fissure critique  $w$  est supposée proportionnelle à une déformation  $\varepsilon$  de référence (définie pour une section et une hauteur donnée) et à la hauteur utile  $d$  :

$$w \propto \varepsilon \cdot d$$

A partir de cette hypothèse, (Muttoni, 2003) propose un critère de rupture définissant la résistance à l'effort tranchant maximal :

$$V_u = b_w \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{1/3}{1 + 120 \cdot \frac{\varepsilon \cdot d}{a_{g0} + a_g}} \quad (a_{g0} = 16 \text{ mm})$$

*Rotating-Angle Softened-Truss Model (RA-STM)*

D'autres méthodes basées sur les champs de contraintes permettant d'analyser le comportement des structures en béton armé (et/ou précontraint) vis-à-vis de l'effort tranchant ont été développées notamment le Rotating-Angle Softened-Truss Model (RA-STM) de l'Université de Houston (Hsu 1993 ; Belarbi et Hsu 1994, 1995 ; Pang et Hsu 1995).

Comme la méthode d'analyse MCFT, le Rotating-Angle Softened-Truss Model suppose que la direction des contraintes principales et des déformations principales sont égales. Typiquement, l'angle  $\theta$  des bielles de compression diminue lorsque l'effort tranchant augmente. Toutefois (Pang et Hsu, 1995) limite l'application de ce modèle aux cas où l'amplitude de variation de l'angle  $\theta$  est inférieure à  $12^\circ$  par rapport à l'angle initial. Pour les cas où l'amplitude de variation est plus importante, les auteurs recommandent d'utiliser le Fixed-Angle Softened Truss Model (Pang and Hsu, 1996) [l'angle est  $\theta$  alors fixé à la valeur correspondant à l'apparition de la première fissure de traction diagonale].

Les différences principales entre la méthode MCFT et le RA-STM résident principalement dans les lois de comportement des matériaux pris en compte. De plus, au lieu de considérer deux types d'échelle (échelle globale et échelle « locale » au niveau d'une fissure diagonale), le RA-STM considère uniquement des contraintes et déformations moyennes. Ainsi, à la place de vérifier l'état de contraintes au niveau d'une fissure, le RA-STM ajuste les lois « contraintes moyennes – déformations moyennes » des armatures de manière à prendre en compte la possibilité d'une plastification locale de celles-ci au niveau d'une fissure.

Les lois matériaux utilisées dans le RA-STM sont les suivantes :

- Lois « contrainte-déformation » pour le béton :

$$* \sigma_2 = \xi_{\sigma 0} \cdot f'_c \cdot \left[ 2 \cdot \frac{\varepsilon_2}{\xi_{\varepsilon 0} \cdot \varepsilon'_c} - \left( \frac{\varepsilon_2}{\xi_{\varepsilon 0} \cdot \varepsilon'_c} \right)^2 \right] \text{ si } \frac{\varepsilon_2}{\xi_{\varepsilon 0} \cdot \varepsilon'_c} \leq 1$$

$$\sigma_2 = \xi_{\sigma 0} \cdot f'_c \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\varepsilon_2 / \xi_{\varepsilon 0} \cdot \varepsilon'_c - 1}{2 / \xi_{\varepsilon 0} - 1} \right)^2 \right] \text{ si } \frac{\varepsilon_2}{\xi_{\varepsilon 0} \cdot \varepsilon'_c} > 1, \text{ avec :}$$

$$- \xi_{\sigma 0} = \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_1}} \text{ et } \xi_{\varepsilon 0} = \frac{0,9}{\sqrt{1 + 500 \cdot \varepsilon_1}} \text{ pour des chargements « proportional »}$$

(proportionnels)

$$- \xi_{\sigma 0} = \frac{0,9}{\sqrt{1 + 250 \cdot \varepsilon_1}} \text{ et } \xi_{\varepsilon 0} = 1 \text{ pour des chargements « sequential »}$$

(successivement suivant les directions orthogonales)

$$* \sigma_1 = \frac{0,31 \cdot \sqrt{f'_c}}{(12,500 \cdot \varepsilon_1)^{0,4}} \text{ (après fissuration)}$$

- Lois « contrainte-déformation » pour les armatures :

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \text{ si } \varepsilon_s \leq \varepsilon_n$$



$$\sigma_s = f_y \cdot \left[ (0,91 - 2 \cdot B) + (0,02 + 0,25 \cdot B) \cdot \frac{E_s}{f_y} \cdot \varepsilon_s \right] \times \left[ 1 - \frac{2 - \alpha_2 / 45}{1,000 \cdot \rho} \right] \text{ si } \varepsilon_s > \varepsilon_n, \text{ avec :}$$

- $\varepsilon_n = \frac{f_y}{E_s} \cdot (0,93 - 2 \cdot B) \cdot \left[ 1 - \frac{2 - \alpha_2 / 45}{1,000 \cdot \rho} \right]$  et  $B = \left( \frac{f_{tj}}{f_y} \right)^{1,5} \cdot \frac{1}{\rho}$
- $\rho$  étant le taux de ferrailage longitudinal et  $\alpha_2$  l'angle entre la première fissure de traction diagonale et l'armature longitudinale.

La Figure 1-69 présente les lois « contrainte-déformation » pour les aciers utilisées dans RA-STM pour un taux d'armatures longitudinales  $\rho_{sl} = 0,02$  et un taux d'armatures transversales  $\rho_{sw} = 0,005$ .

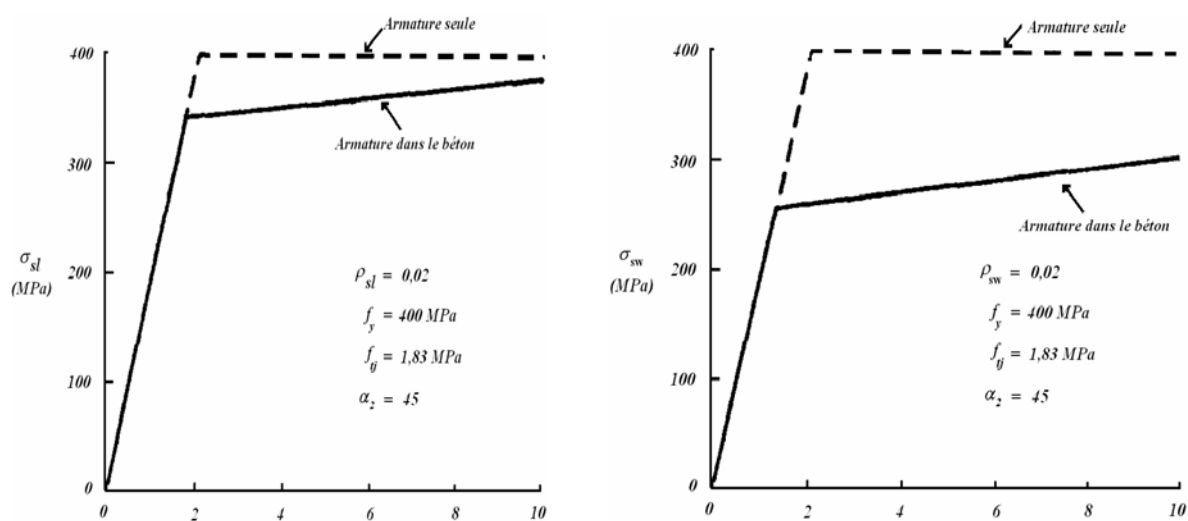


Figure 1-69 Lois « contrainte-déformation » pour les aciers utilisées dans RA-STM pour un taux d'armatures longitudinales  $\rho_{sl} = 0,02$  (à gauche) et un taux d'armatures transversales  $\rho_{sw} = 0,005$  (à droite)

D'autres théories basées sur les champs de contraintes ont été développées notamment la méthode d'analyse Generalized Stress Field Approach (GSFA) de (Sigrist et Hackbarth, 2010a, 2010b ; Sigrist, 2011). Cette méthode basée sur les équations d'équilibre limite l'inclinaison des bielles et considère la compatibilité des déformations en déterminant une résistance effective du béton en compression.

***Théories basées sur le treillis avec prise en compte de l'engrènement au niveau des fissures***

Contrairement aux méthodes d'analyse basées sur les champs de contraintes, les modèles de treillis avec une prise en compte de l'effet d'engrènement au niveau des fissures (voir Figure 1-70) ne supposent pas que la direction des contraintes principales et des déformations principales soient égales. Ainsi, il est nécessaire de supposer initialement l'inclinaison et l'espacement des fissures.

Les conditions géométriques (compatibilité des déformations...) ainsi que l'ensemble des lois de comportement des matériaux sont considérées.

Un certain nombre de modèles ont été développés notamment par (Kupfer et al., 1983 ; Kupfer et Bulicek, 1991 ; Dei Poli et al., 1987 ; Di Prisco et Gambarova, 1995 ; Reineck, 1982, 1991b). Le modèle de (Reineck, 1982, 1991b), montrant une transition claire entre les éléments structuraux non renforcés transversalement et ceux avec étriers, est détaillé ci-après.

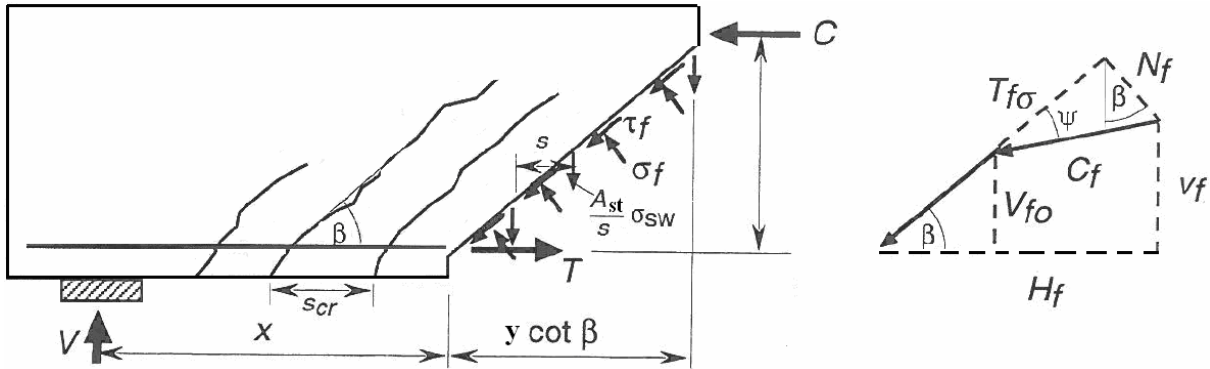


Figure 1-70 Représentation des efforts agissants au niveau des fissures inclinées [poutre armée transversalement] (Reineck, 1991b)

- Equations d'équilibre :

La principale fonction du béton entre les fissures diagonales est d'agir comme les bielles d'un treillis formé notamment par les armatures transversales (Mörsch, 1920, 1922). Néanmoins, les forces d'engrènement présentes au niveau des fissures entraînent l'existence d'un état de contraintes biaxial avec une direction des contraintes principales de compression plus inclinée que les fissures diagonales (voir Figure 1-71).

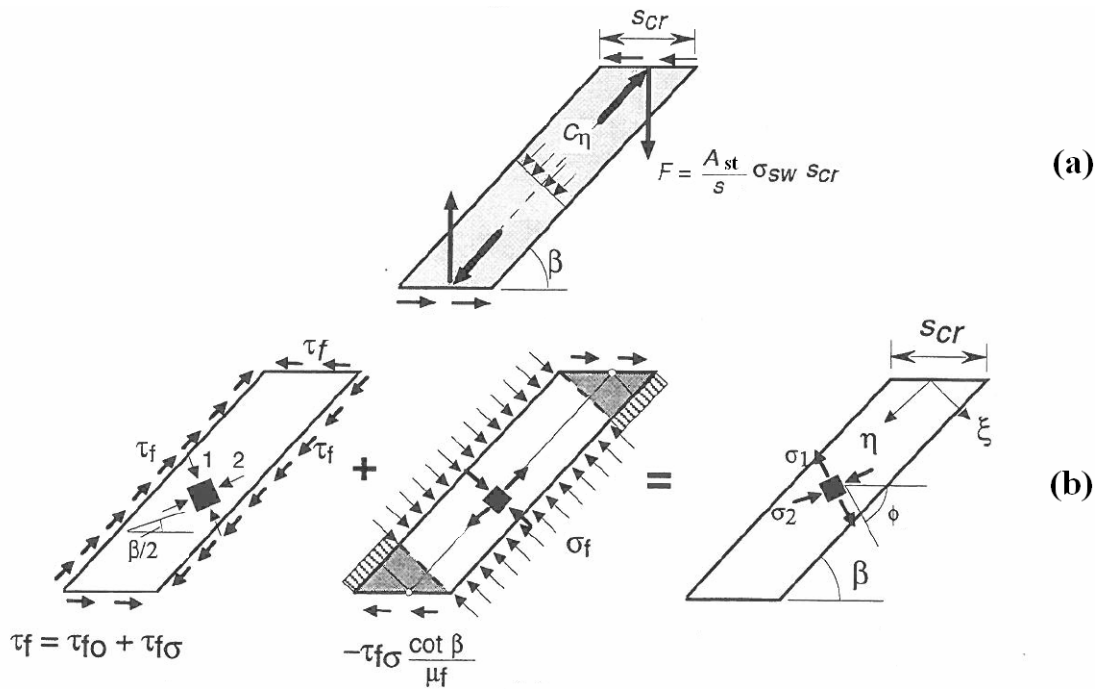


Figure 1-71 Participation du béton vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant : (a) contribution à la formation du treillis « classique »; (b) Etat de contraintes biaxial dû aux efforts d'engrènement (Kupfer et al., 1983 ; Reineck, 1991b)

L'effort tranchant résistant  $V$  est la somme d'une composante reprise par les armatures transversales  $V_s$  et d'une composante  $V_c$  due aux effets d'engrènement au niveau des fissures inclinées d'un angle  $\beta$  :

$$V = V_c + V_s, \text{ avec :}$$

$$V_s = \frac{A_{st}}{s} \cdot \sigma_{sw} \cdot y \cdot \cot \text{an}(\beta) \text{ et } V_c = b_w \cdot y \times \left[ \tau_{f0} + \tau_{f\sigma} \cdot \left( 1 - \frac{\cot \text{an}(\beta)}{\mu_f} \right) \right], \text{ avec :}$$

- $\beta$  : angle d'inclinaison des fissures
- $\tau_f = \tau_{f0} + \tau_{f\sigma} = \tau_{f0} + \mu_f \cdot \sigma_f$  :
  - $\tau_{f0}$  : terme cohésif de l'effort d'engrènement
  - $\tau_{f\sigma}$  : frottement dû à l'effort d'engrènement
  - $\mu_f$  : coefficient de frottement « béton-béton » :  $\mu_f = \cot \text{an}(\psi) = 1,7$ . Cette valeur est issue des travaux de (Walraven, 1981).

En considérant uniquement le treillis décrit Figure 1-71a formé par les bielles de compression et les étriers, les équations d'équilibre s'écrivent de la manière suivante :

$$C_\eta = b_w \cdot s_{cr} \cdot \sin(\beta) \cdot \sigma_\eta = \frac{A_{st}}{s} \cdot \sigma_{sw} \cdot \frac{s_{cr}}{\sin(\beta)} \text{ d'où : } \sigma_\eta = \rho_w \cdot \sigma_{sw} \cdot \frac{1}{\sin^2(\beta)}$$

$$\sigma_\xi = \tau_{\xi\eta} = 0, \text{ avec :}$$

- $C_\eta$  : force des bielles de compression
- $\sigma_\eta$  : contrainte des bielles de compression
- $s_{cr}$  : espacement (horizontal) des fissures inclinées

En ce qui concerne l'état de contraintes dans les bielles dû à l'effort d'engrènement (voir Figure 1-71b), l'effet induit par les contraintes de cisaillement  $\tau_f$  et l'effet dû aux contraintes  $\sigma_f$  normales au plan des fissures inclinées sont traités séparément.

- Etat de contraintes dû à  $\tau_f$  :

La contrainte de cisaillement  $\tau_f$  entraîne un état de contrainte biaxial dans les bielles avec la direction principale de compression inclinée d'un angle  $\beta/2$  :

$$\sigma_\xi = 0 ; \sigma_\eta = \frac{2 \cdot \tau_f}{\tan(\beta)} \text{ et } \tau_{\xi\eta} = \tau_f$$

- Etat de contraintes dû à  $\sigma_f$  :

$$\sigma_\xi = \sigma_f = \frac{\tau_{f\sigma}}{\mu_f} ; \sigma_\eta = \tau_{f\sigma} \cdot \frac{\cot \text{an}^2(\beta)}{\mu_f} \text{ et } \tau_{\xi\eta} = 0$$

La superposition des deux effets entraîne un état de contrainte biaxial ( $\sigma_1, \sigma_2$ ), avec :

$$\tan(\Phi) = \frac{\tau_{\xi\eta}}{\sigma_1 \cdot \sigma_\eta}$$

L'état de contraintes dans les bielles de béton est donc caractérisé par un état biaxial avec une direction des contraintes principales de compression plus inclinée que les fissures (en raison de l'effet d'engrènement).

Cet état de contraintes est donc la conséquence de la superposition de deux cheminements de contraintes décrits notamment par (Schlaich et al., 1987) et précédemment par (Reineck, 1982):

- L'analogie du treillis « classique » formé notamment par des bielles de compression en béton et des armatures transversales (tirants).
- L'analogie d'un treillis comprenant notamment des bielles de compression en béton et des tirants en béton (voir Figure 1-72).

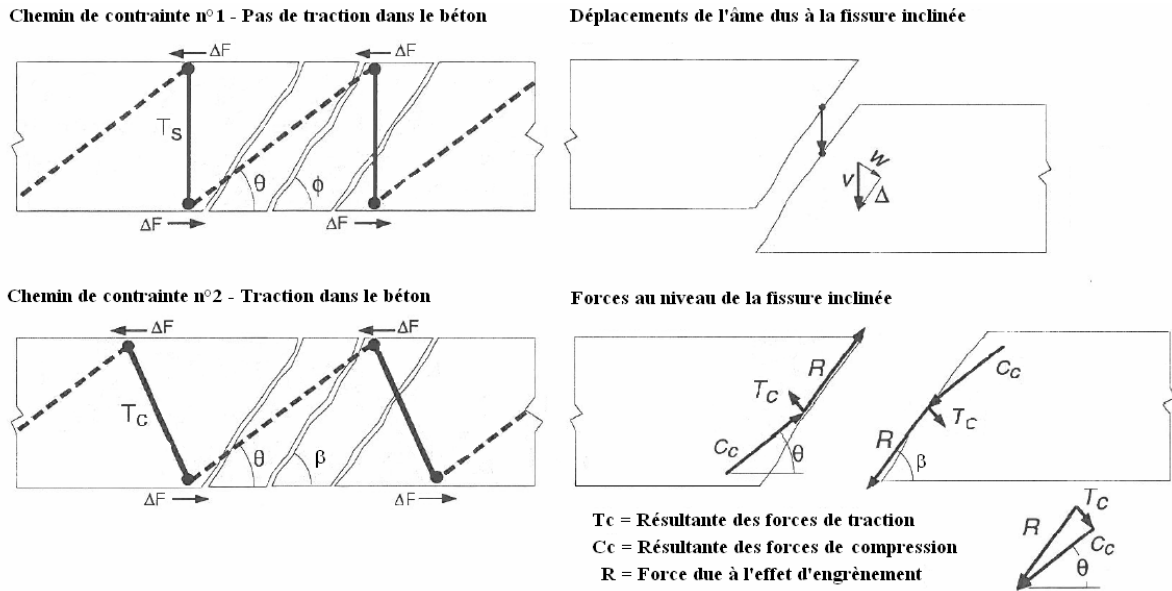


Figure 1-72 Cheminement de contraintes à l'intérieur d'une poutre soumise à une sollicitation d'effort tranchant (Schlaich et al., 1987)

La contribution du béton est donc considérée comme étant due à l'effort d'engrènement présent au niveau des fissures inclinées. Cette contribution peut être modélisée par l'analogie d'un treillis avec des tirants en béton. Ce treillis est utilisé par (Reineck, 1989, 1991a) pour déterminer la résistance à l'effort tranchant des poutres sans armatures transversales. Ainsi le modèle de Reineck permet d'établir une transition claire entre les éléments structuraux avec et sans étriers.

- Conditions géométriques :

*Compatibilité des déformations :*

La déformation longitudinale  $\varepsilon_x$  au milieu de l'âme est égale à :

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_{sl} - \varepsilon_{cx}}{2}, \text{ avec :}$$

- $\varepsilon_{sl}$  : déformation dans les armatures longitudinales ;
- $\varepsilon_{cx}$  : déformation longitudinale au niveau du talon supérieur (comprimé).

La déformation verticale  $\varepsilon_y$  est égale à la déformation des étriers  $\varepsilon_{sw}$  :  $\varepsilon_y = \varepsilon_{sw}$

La déformation de cisaillement s'exprime de la manière suivante :

$$\gamma_{xy} = \frac{\varepsilon_x}{\tan(\beta)} + \frac{\varepsilon_{cw}}{\sin(\beta) \cdot \cos(\beta)} + \varepsilon_{sw} \cdot \tan(\beta), \text{ avec } \varepsilon_{cw} \text{ la déformation des bielles de compression}$$

*Ouvertures et déplacements tangentiels des fissures inclinées :*

L'ouverture des fissures inclinées  $w$  et leur déplacement tangentiel  $\Delta$  au milieu de l'âme sont égaux à :

$$\frac{w}{s_{cr}} = (\varepsilon_x + \varepsilon_{sw} + \varepsilon_{cw}) \cdot \sin(\beta) + \frac{\varepsilon_{sl} + \varepsilon_{cx}}{2} \cdot \frac{s_{cr}}{y} \cdot \cos(\beta)$$

$$\frac{\Delta}{s_{cr}} = -\varepsilon_x \cdot \cos(\beta) + (\varepsilon_{sw} + \varepsilon_{cw}) \cdot \frac{\sin^2(\beta)}{\cos(\beta)} + \frac{\varepsilon_{sl} + \varepsilon_{cx}}{2} \cdot \frac{s_{cr}}{y} \cdot \sin(\beta) - 2,4 \cdot \frac{\tau_f}{E} \cdot \sin(\beta)$$

- Lois de comportement des matériaux :

*Contrainte de cisaillement au niveau des fissures diagonales :*

La capacité de l'interface des fissures diagonales à transmettre une contrainte de cisaillement  $\tau_f$  dépend notamment de leur ouverture  $w$  et de leur déplacement tangentiel  $\Delta$ :

$$\frac{\tau_f}{f_c} = \frac{\tau_{f0}}{f_c} \cdot \frac{\Delta - 0,24 \cdot w}{0,096 \cdot w + 0,01}$$

-  $\tau_{f0}$  étant la valeur limite de cisaillement à l'interface des fissures inclinées sans contrainte  $\sigma_f$  normale au plan des fissures :

$$\tau_{f0} = 0,45 \cdot \frac{f_t}{f_c} \cdot \left(1 - \frac{w}{0,9}\right), \text{ avec } f_t \text{ la résistance en traction du béton}$$

Cette équation est basée sur les résultats des essais expérimentaux de (Walraven, 1981).

*Lois « contrainte-déformation » pour le béton :*

Les bielles de compression en béton se comportent de manière élastique :

$$\varepsilon_{cw} = \varepsilon_\eta = \frac{\sigma_\eta - 0,2 \cdot \sigma_\xi}{E}$$

La résistance des bielles est limitée à  $0,8 \cdot f_c$ .

A l'aide de l'ensemble des équations détaillées précédemment, la réponse d'un élément soumis à une sollicitation mixte flexion-effort tranchant peut être décrite complètement jusqu'à la rupture.

La comparaison de ce modèle aux résultats expérimentaux montre que les valeurs obtenues par le calcul sont conservatives en raison de la non prise en compte du phénomène de tension stiffening au niveau de l'estimation de la déformation des étriers (Duthinh et Carino, 1996).

**1.3.1.4 CONCLUSION**

Il est possible de se rendre compte, d'après les travaux de recherche mentionnés précédemment et le caractère encore peu stabilisé et complexe des modèles de calcul, qu'il est relativement difficile d'évaluer l'influence de la résistance du béton sur le comportement à l'effort tranchant. Celui-ci dépend en effet de paramètres géométriques qui conditionnent fortement les mécanismes de fissuration et donc la ruine. Toutefois le développement de modèles « physiques » a permis de mieux appréhender le rôle du béton vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant en particulier par l'engrènement au niveau des fissures inclinées.

Les armatures transversales, quant à elles reprennent directement une part de l'effort tranchant. Elles ont aussi un rôle fondamental vis-à-vis de la propagation des fissures. L'introduction des fibres sera donc réellement efficace si, d'une part, elles participent directement à la reprise de l'effort tranchant au travers des fissures inclinées et si, d'autre part, elles améliorent la capacité portante des membrures (due à une limitation de la propagation des fissures dans ces zones) et des armatures longitudinales (rôle de confinement).

### 1.3.2 POUTRES EN BETON DE FIBRES METALLIQUES

#### 1.3.2.1 COMPORTEMENT EXPERIMENTAL

A partir des connaissances acquises en béton armé et précontraint, les nombreux essais sur des poutres en Béton de Fibres Métalliques (BFM) armé et/ou précontraint (Batson et al., 1972 ; Swamy et Bahia, 1985 ; Mansur et al., 1986 ; Narayanan et Darwish, 1987 ; Lim et al., 1987b ; Li et al., 1992 ; Khaloo et Kim, 1997 ; Imam et al., 1997 ; Casanova et al., 1997 ; Khuntia et al., 1999 ; Lim et Oh, 1999 ; Noghabai, 2000 ; Minelli et al., 2007 ; Dinh et al., 2010) ont permis d'évaluer les principaux facteurs influençant la résistance des poutres en BFM vis-à-vis de l'effort tranchant :

- Le comportement en traction du matériau. Ainsi pour le béton de fibres métalliques (BFM), les paramètres concernés sont : la quantité de fibres, leur forme, leurs dimensions ainsi que la matrice cimentaire (caractéristiques mécaniques propres et adhérence avec les fibres).
- Le rapport a/d qui influence la répartition des contraintes, le mode de rupture et donc la capacité portante de la poutre.
- Le taux d'armatures longitudinales  $\rho_l$ .
- La hauteur et la géométrie de la structure (rectangulaire, en I, en T).

Pour l'influence du comportement en traction du matériau, on peut noter les tendances suivantes : la capacité résistante vis-à-vis de l'effort tranchant des poutres en BFM augmente avec la quantité de fibres (il est toutefois important de noter que pour une matrice cimentaire donnée, il existe un dosage optimal de fibres vis-à-vis du comportement post-fissuration), les qualités d'ancrage des fibres et la résistance en compression.

Afin de quantifier l'apport des fibres, les essais de caractérisation qui se limitent à la détermination de la valeur du pic, sans étude du mode de fissuration et des ouvertures, ne permettent pas une analyse objective du comportement (Casanova, 1995).

Les poutres renforcées d'armatures transversales traditionnelles ou de fibres ont un comportement similaire. Ainsi, lorsque la contrainte résiduelle post-fissuration  $\sigma_p$  du BFM est proche de la valeur du produit  $\rho_w f_y$  (avec  $f_y$  la limite d'élasticité des étriers et  $\rho_w$  le taux d'armatures transversales), les résistances ultimes vis-à-vis de l'effort tranchant sont du même ordre (Lim et al., 1987b).

Le rapport a/d joue sur l'apport des fibres : plus ce rapport est faible, plus l'action des fibres est efficace (Mansur et al., 1986 ; Narayanan et Darwish, 1987). En effet, lorsque le rapport a/d est faible, l'effort de compression est directement transmis du point de chargement vers l'appui. En présence de fibres, l'état de contraintes favorise alors la multifissuration retardant ainsi la localisation de la fissure.

L'apport des fibres et celui des armatures longitudinales semblent jouer dans le même sens. En effet, d'un côté, plus le taux d'armatures longitudinales est important, plus l'ouverture normale de la fissure et son déplacement tangentiel sont limités : ceci accroît l'efficacité des fibres (qui diminue lorsque l'ouverture de fissure grandit). De l'autre côté, les fibres améliorent l'effet de goujon des filants en retardant la propagation des fissures parallèlement aux armatures longitudinales (Swamy et Bahia, 1985).

Concernant l'influence de la hauteur vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant des poutres en BFM, les essais de (Minelli et al., 2007) ont montré la capacité des fibres à diminuer de manière significative l'effet d'échelle grâce à un contrôle efficace des fissures inclinées.

Pour ce qui est de la géométrie de la poutre, dans le cas d'une poutre en T ou en I, les fibres semblent augmenter l'efficacité de la table de compression en pontant la fissure au niveau de la jonction âme - membrure supérieure évitant ainsi une propagation de la fissure dans la table de compression.

Lorsqu'il y a présence de fibres et d'armatures transversales, les contributions respectives de chaque type de renforcement semblent s'ajouter. Toutefois, si le taux d'armatures transversales augmente, ces dernières semblent reprendre une partie plus importante de l'effort tranchant, au détriment des fibres (Swamy et al., 1993). Ce phénomène peut s'expliquer par des ouvertures de fissure plus importantes à l'état ultime et donc une moindre efficacité des fibres.

La question d'une expression réglementaire additive qui a l'avantage de la simplicité, nécessite donc une application restreinte à un domaine probablement limité.

### 1.3.2.2 EVALUATION DE LA RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT

Le comportement vis-à-vis de l'effort tranchant des poutres renforcées de fibres métalliques est similaire à celui des poutres avec armatures transversales. Ainsi de nombreuses méthodes de dimensionnement (Mansur et al., 1986 ; Narayanan et Darwish, 1987 ; AFREM, 1995 ; Khuntia et al., 1999 ; RILEM TC 162-TDF, 2003 ; Dinh, 2009 ; Dinh et al., 2011) se basent sur l'équilibre de blocs au niveau d'une fissure diagonale.

Les différences entre ces méthodes de calcul proviennent essentiellement de :

- l'estimation de la part reprise par la structure ;
- l'évaluation de l'apport des fibres déterminé expérimentalement ou approximé (par le calcul) en fonction de l'essai de caractérisation choisi.

Néanmoins d'autres lois (Craig, 1984 ; Sharma, 1986 ; *fib*, 2010a, 2010b ; Foster, 2010) visant à estimer la résistance à l'effort tranchant des poutres en BFM considèrent que l'apport des fibres peut se traduire par une amélioration de la part reprise par la structure, terme alors abusivement appelé « contribution du béton ». En effet, aux contraintes résiduelles présentes au niveau des fissures diagonales, s'ajoute une participation des fibres vis-à-vis d'autres mécanismes résistant à l'effort tranchant :

- augmentation du confinement vis-à-vis de l'engrènement ;
- augmentation de la résistance de la partie supérieure de la poutre assujettie à des efforts de compression et de cisaillement (résultante inclinée des contraintes de compression participant ainsi à la résistance vis-à-vis de l'effort tranchant) ;
- augmentation de « l'effet de goujon » apporté par les armatures longitudinales.

Ces méthodes intègrent donc directement l'influence des fibres dans le terme couramment appelé « terme béton »  $V_c$  sans considérer une contribution additive des fibres vis-à-vis de l'effort tranchant.

L'ensemble de ces méthodes peuvent être considérées comme empiriques notamment en ce qui concerne l'évaluation de la part reprise par la structure. Ainsi, certains modèles « physiques » prenant en compte les équations d'équilibre mais aussi les conditions géométriques et l'ensemble des lois de comportement des matériaux ont également été développés (Minelli et Plizzari, 2010c).



### Méthodes empiriques intégrant l'apport des fibres dans le « terme béton » $V_c$

A partir de résultats expérimentaux issus de tests à l'effort tranchant accompagnés d'une caractérisation en traction des BFM à l'aide d'essais de fendage ou de flexion (détermination du module de rupture), des méthodes de calcul empiriques ont été avancées par certains auteurs. On peut notamment citer :

(Craig, 1984) :

$$V_u = 0,294 \cdot f_{spfc} \cdot b_w \cdot d \text{ ou } V_u = 0,264 \cdot f_r \cdot b_w \cdot d, \text{ avec :}$$

- $f_{spfc}$  la contrainte de traction obtenue par fendage
- $f_r$  le module de rupture du BFM
- $b_w$  l'épaisseur minimale de l'âme au niveau des aciers tendus
- $d$  la hauteur utile de la poutre

Le domaine de validité du rapport  $f_r/f_{spfc}$  que ces formulations présupposent est limité aux BFM.

(Sharma, 1986) :

$$V_u = k \cdot f_{spfc} \cdot \left(\frac{d}{a}\right)^{0,25}, \text{ avec :}$$

- $k = 2/3$
- $a/d$  : portée d'effort tranchant / hauteur utile
- $f_{spfc}$  contrainte de traction obtenue par un essai de fendage. Si celle-ci n'est pas connue, les auteurs proposent de l'approximer de la manière suivante :  
 $f_{spfc} = 0,79 \cdot \sqrt{f_c}$  avec  $f_c$  la résistance en compression du béton fibré.

Cette formule, contrairement à la première, prend en compte l'influence de la portée d'effort tranchant relative  $a/d$ . Toutefois une étude menée par (Kwak et al., 2002) a montré que cette méthode de dimensionnement n'était pas conservative pour des rapports  $a/d$  élevés.

Ces méthodes montrent qu'il existe une corrélation entre la résistance en traction par fendage (ou module de rupture) et la résistance à l'effort tranchant des poutres testées. Toutefois l'effet d'échelle (notamment la valeur de l'ouverture de fissure à l'état ultime) n'est pas pris en compte, ce qui limite leur domaine de validité.

#### Code Modèle 2010 dans sa version provisoire (fib, 2010a, 2010b)

Une formulation plus complète mise au point par (Minelli, 2005 ; Minelli et Plizzari, 2006) est proposée par le Code Modèle 2010 dans sa version provisoire (fib, 2010a, 2010b). Cette méthode considère la loi « contrainte-ouverture de fissure » obtenue à partir d'essais de flexion trois points sur prisme entaillé associée à une analyse inverse simplifiée (voir chapitre 1). L'ouverture de fissure ultime est supposée égale à 1,5 mm. A partir de ces considérations, l'équation donnée par l'Eurocode 2 définissant l'effort tranchant résistant d'une poutre armée ou précontrainte sans armatures transversales est modifiée de manière à prendre en compte la résistance apportée par les fibres :

$$V_F = \left( 0,18 \cdot k \cdot \left[ 100 \cdot \rho_l \cdot \left( 1 + 7,5 \cdot \frac{f_{Ftu}}{f_{ij}} \right) \cdot f_c \right]^{\frac{1}{3}} + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot b_w \cdot d, \text{ avec :}$$



- $k$  le facteur prenant en compte l'effet d'échelle :  $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$
- $d$  la hauteur utile
- $\rho_l$  le taux d'armatures longitudinales :  $\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d}$
- $f_{Ftu}$  la résistance résiduelle en traction du béton fibré considéré correspondant à une ouverture de fissure  $w_u$  égale à 1,5 mm.
- $f_{ij}$  la résistance en traction de la matrice
- $f_c$  la résistance en compression du béton fibré
- $\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \leq 0,2 \cdot f_c$  la contrainte moyenne correspondant à un effort axial  $N_{Ed}$  apporté par le chargement ou une éventuelle précontrainte
- $b_w$  la largeur de l'âme

Lorsque le béton fibré est renforcé par des armatures transversales traditionnelles, le terme  $V_F$  décrit précédemment est complété de façon additive par la participation des étriers à la résistance à l'effort tranchant :

$$V_u = V_F + V_S, \text{ avec :}$$

$$- V_S = \frac{A_{st}}{s} \cdot y \cdot f_y \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha$$

L'angle  $\theta$  des bielles comprimées correspond à l'angle des contraintes principales (par rapport à l'axe de la poutre) au niveau du centre de gravité, lors de l'apparition de la première fissure diagonale.

L'angle  $\alpha$  correspond à l'inclinaison des étriers par rapport à l'axe de la poutre.

La Figure 1-73 montre la comparaison de cette méthode aux résultats expérimentaux obtenus pour soixante poutres en BFM armé et/ou précontraint (RILEM TC 162-TDF, 2003 ; Minelli, 2005). Les prédictions comparées à celles du modèle (RILEM TC 162-TDF, 2003) semblent relativement satisfaisantes pour l'ensemble des poutres. Les écarts les plus importants concernent les poutres en BFM à hautes performances et les poutres précontraintes.

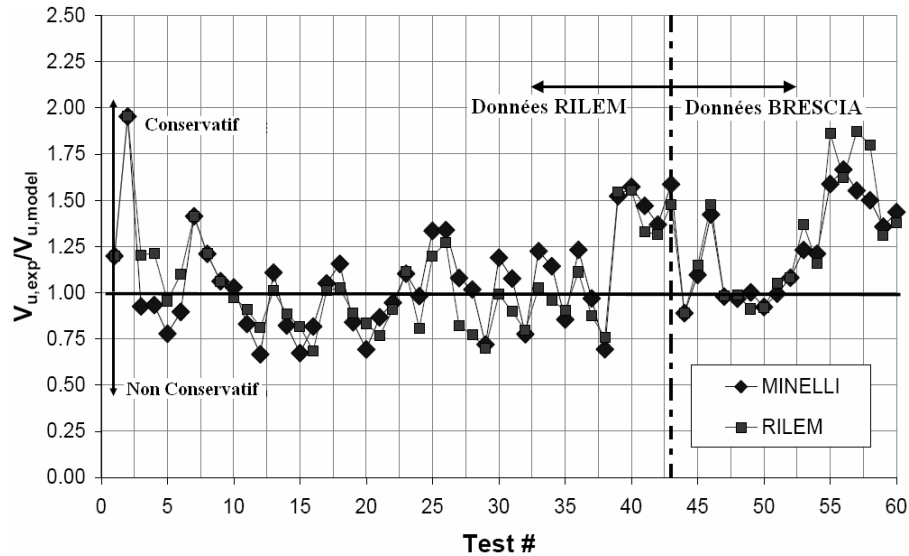


Figure 1-73 Comparaison des modèles (RILEM TC 162-TDF, 2003) et Draft Model Code 2010 à partir d'une base de données expérimentales comprenant les résultats obtenus sur soixante poutres (Minelli et Plizzari, 2006)

La formulation du Draft Model Code 2010 a été reprise par (Foster, 2010) en utilisant le Variable Engagement Model [VEM] (Voo et Foster, 2003, 2004 ; Foster, et al., 2006) pour estimer la valeur de  $f_{Ftu}$ . Le VEM permet de déterminer de manière analytique la loi de comportement en traction « contrainte-ouverture de fissure » d'un BFM à partir d'un certain nombre de paramètres :

$$f_{Ft} = K_f \cdot \frac{L_f}{D_f} \cdot V_f \cdot \tau_b, \text{ avec :}$$

$$- K_f = \frac{1}{\pi} \cdot \cot \text{an} \left( \frac{w}{\alpha_l \cdot L_f} \right) \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot w}{L_f} \right)^2 \text{ coefficient global moyen d'orientation}$$

dépendant notamment de l'ouverture de fissure  $w$  :

- $\alpha_l$  est un coefficient de sollicitation des fibres. Il a été calibré à partir d'un grand nombre de résultats d'essais de traction directe sur BFM en supposant une adhérence uniforme le long de la fibre (Voo et Foster, 2003). Dans le cas des fibres droites et des fibres à crochets, l'expression suivante de  $\alpha_l$  peut être utilisée :

$$\alpha_l = \frac{1}{3,5} \cdot \frac{D_f}{L_f}$$

- Le « déchaussement » est supposé pour la totalité des fibres (aucune rupture n'est envisagée). Ainsi la longueur des fibres  $L_f$  ne doit pas être supérieure à la longueur  $L_{crit}$  suivante :

$$L_f < L_{crit} = \frac{D_f \cdot \sigma_{fu}}{2 \cdot \tau_b}, \text{ avec } \sigma_{fu} \text{ la résistance en traction de la fibre}$$

- $L_f$ : longueur des fibres
- $D_f$ : diamètre des fibres
- $V_f$ : pourcentage volumique des fibres
- $\tau_b$  est la contrainte d'adhérence fibre/matrice :

$\tau_b = k_b \cdot \sqrt{f_c}$  en supposant une adhérence uniforme le long de la fibre, avec :

- $k_b = 0,8$  pour les fibres à crochets (indentées) en acier
- $k_b = 0,6$  pour les fibres ondulées en acier
- $k_b = 0,4$  pour les fibres droites et lisses en acier

Il est possible de réécrire la contrainte de traction  $f_{Ft}$  donnée par le VEM de manière à faire apparaître la notion de facteur libre F :

$$f_{Ft} = K_f \cdot F \cdot 0,8 \cdot \sqrt{f_c}, \text{ avec :}$$

-  $F = \frac{L_f}{D_f} \cdot V_f \cdot \eta$ , avec :

- $\eta$  : facteur d'efficacité qui est égal à 0,5 pour les fibres droites et lisses, 0,75 pour les fibres ondulées et 1 pour les fibres à crochets (indentées).

La contrainte de traction post-fissuration d'un BFM peut donc être estimée à partir d'une formulation simple :

$$f_{Ft} = K_f \cdot F \cdot \tau_{bf}, \text{ avec :}$$

- $K_f$  le coefficient d'orientation des fibres
- F le facteur libre
- $\tau_{bf}$  la contrainte d'adhérence fibre-matrice moyenne

La complexité du phénomène d'adhérence-glissement des fibres dans la matrice cimentaire a notamment été étudiée en détails par (Naaman et Shah, 1976 ; Shah, 1988 ; Namur et al., 1988 ; Naaman et Najm, 1991 ; Naaman et al. 1991a,b ; Chanvillard, 1993).

L'approche de (Foster, 2010) utilisant la formulation du Draft Model Code 2010 et le VEM a été comparée à une base de données expérimentales comprenant 186 résultats sur des poutres en BFM (voir Figure 1-74). L'approche est particulièrement conservatrice pour de faibles rapports a/d.

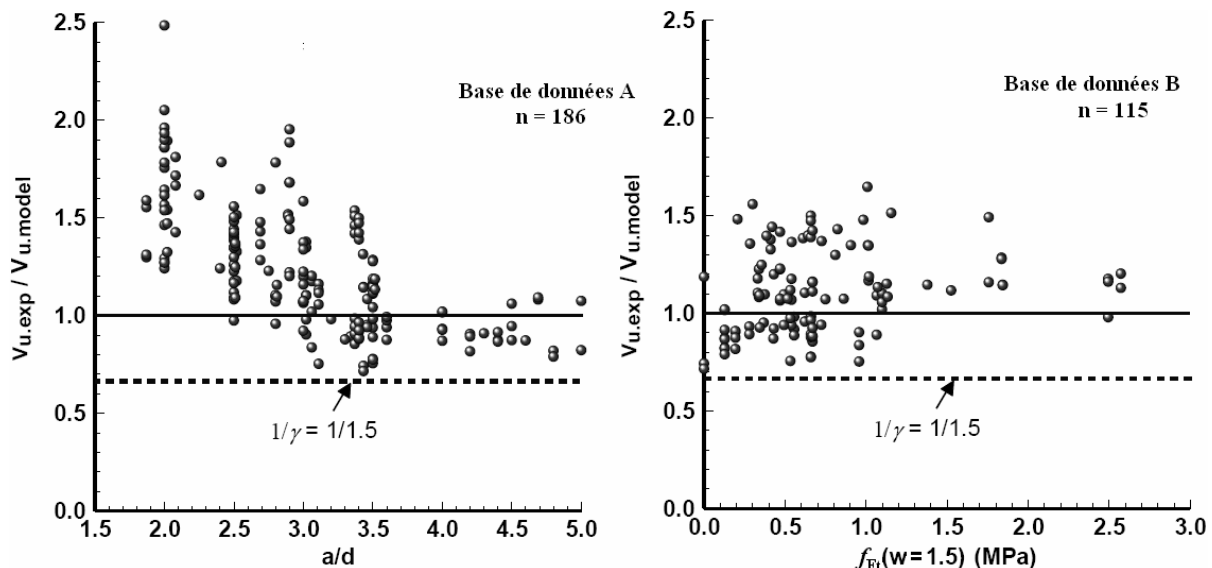


Figure 1-74 Comparaison de l'approche de (Foster, 2010) à partir d'une base de données expérimentales comprenant les résultats obtenus sur 186 poutres en BFM [A] et 115 poutres [B : les cas où  $a/d < 2,5$  ou  $L_f/b_w < 2$  ou  $f_c > 70\text{MPa}$  son exclus] (Foster, 2010)

### Méthodes empiriques « additives »

En ce qui concerne les méthodes empiriques « additives », il est possible de distinguer :

- Les méthodes utilisant la loi « contrainte-ouverture de fissure » obtenue expérimentalement afin d'estimer la part reprise par les fibres à la capacité résistante à l'effort tranchant. Cette loi est déduite d'essais de traction directe ou d'essais de flexion trois points sur prisme entaillé associés à une analyse inverse simplifiée.
- Les méthodes tentant d'estimer la résistance en traction uniaxiale des BFM après fissuration à partir d'un certain nombre de paramètres.

Parmi les formulations prenant en compte la loi expérimentale « contrainte-ouverture de fissure » pour estimer la résistance apportée par les fibres vis-à-vis de l'effort tranchant, on peut notamment citer :

#### (Mansur et al., 1986)

Les auteurs considèrent l'équilibre des forces au niveau d'une fissure diagonale :

$V_u = V_c + V_F$  où  $V_F$  représente la part liée au renforcement de l'âme et  $V_c$  englobe les contributions internes à la structure :

$$- V_c = \left( 0,16 \cdot \sqrt{f_c} + 17,2 \cdot \frac{\rho_l \cdot V \cdot d}{M} \right) \times b_w \cdot d \leq 0,29 \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d, \text{ avec :}$$

$$- \text{ Si } \frac{a}{d} \leq 2 : \frac{M}{V} = \frac{M_{\max}}{V} - \frac{a}{d}$$

$$- \text{ Si } \frac{a}{d} > 2 : \frac{M}{V} = \frac{M_{\max}}{V} - d$$

- $V_F = \sigma_p \cdot b_w \cdot d$  où  $\sigma_p$  est la contrainte résiduelle obtenue par un essai de traction uniaxiale

L'effort repris par les fibres s'apparente à l'effort apporté par les armatures transversales dans le cas du béton armé. Ainsi on a l'équation d'équivalence (BFM - armatures d'âme) suivante :

$$\sigma_p = \rho_w \cdot f_y$$

La valeur de la contrainte résiduelle  $\sigma_p$  est obtenue à partir d'un essai de traction directe qui n'est pas piloté en fonction de l'ouverture de fissure. Cela entraîne une rupture brutale suivie d'un palier d'effort. Ainsi on peut se demander si le comportement post-fissuration n'est pas altéré par cette brusque ouverture. De plus, la valeur de  $\sigma_p$  correspond à une ouverture de fissure égale à 60  $\mu\text{m}$  : cette dernière est-elle pertinente vis-à-vis de l'ouverture correspondante à l'effort tranchant résistant ultime lors des essais ?

#### (RILEM TC 162-TDF, 2003)

En ce qui concerne la résistance à l'effort tranchant, les recommandations RILEM considèrent une contribution additive de la structure, des fibres et d'éventuels étriers. Le terme « structure » est semblable à celui donné par l'Eurocode 2 pour les poutres armées ou précontraintes sans armatures transversales :

$$V_u = V_c + V_F + V_S, \text{ avec :}$$

- $V_c = \left( 0,12 \cdot k \cdot [100 \cdot \rho_l \cdot f_c]^{\frac{1}{3}} + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot b_w \cdot d$
- $V_F = 0,7 \cdot k_f \cdot k_l \cdot \tau_f \cdot b_w \cdot d$ , avec :
  - $b_w$  la largeur de l'âme
  - $d$  la hauteur utile de la poutre
  - $k_f = 1 + n \cdot \left( \frac{h_f}{b_w} \right) \cdot \left( \frac{h_f}{d} \right) \leq 1,5$  facteur permettant de prendre en compte la contribution de la table de compression dans le cas des poutres en Té avec :
    - $h_f$  : épaisseur de la membrure supérieure
    - $n = \frac{b_f - b_w}{h_f} \leq \min \left( \frac{3 \cdot b_w}{h_f}; 3 \right)$  avec  $b_f$  la largeur (mm) de la membrure supérieure
  - $k_l = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$  est la même expression que dans l'Eurocode 2 pour tenir compte de l'effet d'échelle
  - $\tau_f = 0,12 \cdot f_{Rk,4}$  avec  $f_{Rk,4}$  la contrainte équivalente de flexion (issue des essais de flexion trois points sur prismes 15cm\*15cm\*55cm) correspondant à une ouverture de fissure de 3,5 mm.
- $V_S = \frac{A_{st}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_y \cdot (1 + \cot \alpha) \sin \alpha$

L'angle des bielles comprimées est considéré égal à 45°.

La comparaison de cette méthode, menée notamment par (Minelli et et Plizzari, 2006), aux résultats expérimentaux obtenus pour soixante poutres en BFM armé et/ou précontraint (RILEM TC 162-TDF, 2003 ; Minelli, 2005) montre que la formulation proposée par la RILEM semble plus satisfaisante dans le cas des poutres de faibles dimensions par rapport aux poutres de grande hauteur.

**(Dinh, 2009 ; Dinh et al., 2011)**

L'approche développée par (Dinh, 2009 ; Dinh et al., 2011) considère une contribution additive de l'effort repris par le béton comprimé et de l'effort repris par les fibres au niveau d'une fissure inclinée (voir Figure 1-75) :

$$V_u = V_c + V_F, \text{ avec :}$$

- $V_c = 0,11 \cdot f_c \cdot \alpha_1 \cdot c \cdot b_w$ . Cette formulation est issue d'une simplification du critère de rupture développé par (Bresler et Pister, 1958) en supposant une distribution constante des contraintes de compression (égale à  $0,85 \cdot f_c$ ) sur une hauteur  $\alpha_1 \cdot c$  avec  $c$  la hauteur comprimée.
- $V_F = \sigma_{fu} \cdot b_w \cdot (d - c) \cdot \cot \text{an}(\beta)$  avec :
  - $\beta$  : l'angle d'inclinaison de la fissure critique
  - $\sigma_{fu}$  : la contrainte moyenne de traction au niveau de la fissure inclinée pour une ouverture de fissure  $w = 0,05 \cdot L_f$  (la valeur de  $0,05 \cdot L_f$  est issue de résultats expérimentaux). Cette contrainte est déduite d'une caractérisation du BFM à partir d'essais de flexion 4 points sur prisme non entaillé dont les

dimensions sont données par la norme (ASTM, 2006). La contrainte  $\sigma_{fu}$  est déterminée en tenant compte des simplifications suivantes :

- La flèche au centre est uniquement influencée par l'ouverture de la fissure unique, supposée être située à mi-portée.
- La hauteur comprimée est supposée égale à  $0,1 \cdot h$ .
- De manière à prendre en compte la différence de comportement du BFM au sein du prisme ASTM C1609 par rapport à celui du matériau au sein de la poutre réelle (orientation des fibres...), un facteur arbitraire égal à 0,8 est choisi.

On obtient  $\sigma_{fu} = \frac{2 \cdot M_{\delta=\delta_{cr}}}{0,9 \cdot b \cdot h^2}$ , avec  $\delta_{cr}$  la flèche correspondant à une

ouverture de fissure égale à  $w = 0,05 \cdot L_f$  :  $\delta_{cr} = L_f / 24$ .

La hauteur comprimée  $c$  est obtenue par une analyse de section au niveau du point Q de la Figure 1-75 en considérant une distribution constante des contraintes de compression (égale à  $0,85 \cdot f_c$ ) sur une hauteur, en négligeant les contraintes reprises par le béton tendu et en supposant les armatures longitudinales plastifiées. De plus le paramètre  $\alpha_1$  est pris égal à :

- $\alpha_1 = 0,85$  pour  $f_c \leq 28$  MPa
- $\alpha_1 = \frac{0,85 - 0,65}{55 - 28} \cdot (28 - f_c) + 0,85$  pour  $28 < f_c < 55$  MPa
- $\alpha_1 = 0,65$  pour  $f_c \geq 55$  MPa

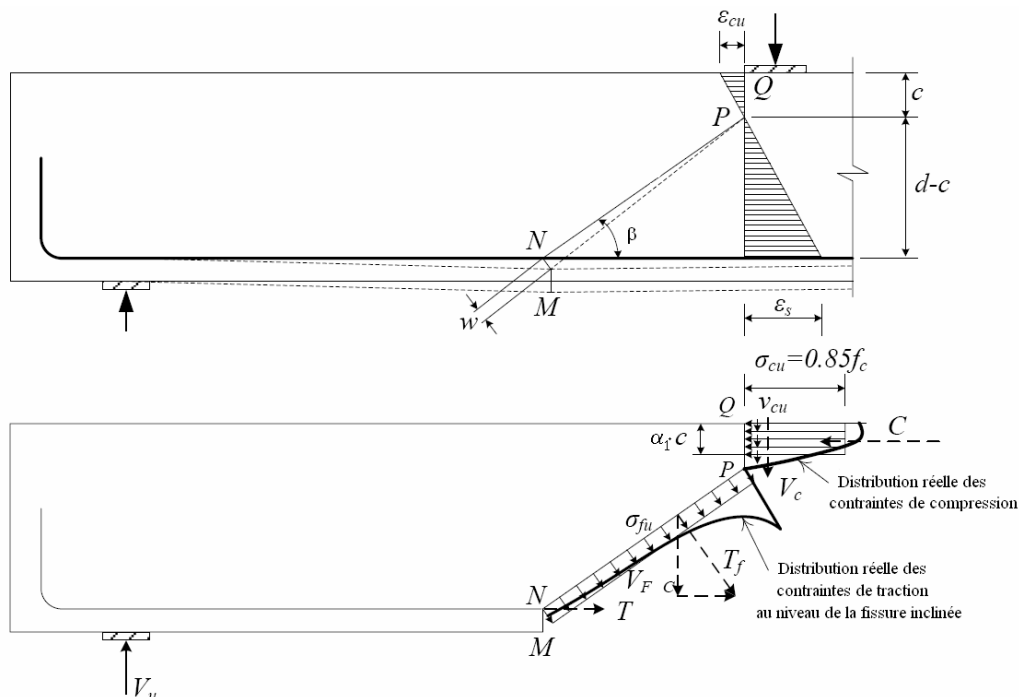


Figure 1-75 Distribution supposée des contraintes au niveau de la fissure diagonale critique (Dinh, 2009)

#### (AFREM, 1995)

Contrairement aux modèles précédents, le calcul de la résistance à l'effort tranchant des recommandations (AFREM, 1995) sur les BFM, qui est basée sur les travaux de (Casanova, 1995), ne postule pas une ouverture de fissure ultime. L'ouverture de fissure prise en compte pour calculer la contribution des fibres vis-à-vis de l'effort tranchant est déterminée à partir du moment de flexion concomitant à l'effort tranchant. Cette approche considère une

contribution additive de la structure, des fibres et d'éventuels étriers à la résistance à l'effort tranchant :

$$V_u = V_c + V_F + V_s, \text{ avec :}$$

-  $V_F = S \cdot \sigma_p$ , avec :

-  $\sigma_p = \frac{1}{w_u} \times \int_0^{w_u} \sigma(w) \cdot dw$  avec :

- $\sigma(w)$  la contrainte de traction post-fissuration correspondant à une ouverture de fissure  $w$ ,
- $w_u$  est l'ouverture de fissure ultime sur la fibre extrême, sous le moment agissant dans la section.
- $S = 0.9 \cdot b_w \cdot d$ , dans le cas d'une section rectangulaire ou en T
- $S = 0.8 \cdot (0.9 \cdot d)^2$ , dans le cas d'une section circulaire

D'autres méthodes (Narayanan et Darwish, 1987 ; Khuntia et al., 1999) tentent d'estimer la résistance en traction uniaxiale des BFM après fissuration à partir d'un certain nombre de paramètres décrits précédemment, notamment :

- $F$  : le « facteur libre » :  $F = \frac{L_f}{D_f} \cdot V_f \cdot \eta$ ,
- $\tau_{bf}$  : la contrainte d'adhérence moyenne fibre-matrice,
- $K_f$  : coefficient d'orientation des fibres

Les méthodes de calcul que l'on peut trouver dans la littérature diffèrent entre elles, en fonction de l'approximation faite de la contrainte d'adhérence des fibres, du coefficient d'orientation mais aussi par rapport à la prise en compte de la part liée à la structure. Ainsi, on peut notamment citer les auteurs suivants :

**(Narayanan et Darwish, 1987)**

Les auteurs analysent l'équilibre des forces au niveau d'une fissure diagonale. L'effort tranchant ultime est exprimé de la manière suivante :

$$V_u = V_c + V_F = e \times \left( A' \cdot f_{spfc} + B' \cdot \rho_l \cdot \frac{d}{a} \right) \times b_w \cdot d + \sigma_p \cdot b_w \cdot d, \text{ avec :}$$

- $f_{spfc}$ : contrainte de traction obtenue par fendage
- $B'$  est égale à 80 MPa
- $e$  est un paramètre permettant de prendre en compte l'effet d'arc-tirant pour de faibles rapports  $a/d$  :
  - $e = 1$  si  $a/d > 2,8$
  - $e = 2,8 \cdot d/a$  si  $a/d \leq 2,8$
- $\sigma_p = 0,41 \cdot \tau_{bf} \cdot F$  où  $\tau_{bf}$  est l'adhérence fibre-matrice moyenne et  $F$  le facteur fibre. Le coefficient d'orientation globale des fibres est pris égal à 0,41.

**(Khuntia et al., 1999)**

En considérant que la résistance en traction du béton dépend de la résistance en compression  $f_c$  de la manière suivante :  $f_t = 0,33 \cdot \sqrt{f_c}$ , les auteurs déterminent la contrainte d'adhérence moyenne fibre-matrice :

$$\tau_{bf} = 2 \cdot f_t = 0,66 \cdot \sqrt{f_c}$$

Ainsi, la contrainte résiduelle post-fissuration  $\sigma_p$  est prise égale à :

$$\sigma_p = 0,41 \cdot \tau_{bf} \cdot F = 0,27 \cdot F \cdot \sqrt{f_c}$$

L'effort tranchant résistant ultime est exprimé à partir de l'effort repris par la structure et par les fibres :

$$V_u = V_c + V_F, \text{ avec :}$$

- $V_c = 0,167 \cdot e \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d$  où  $e$  est un facteur permettant de prendre en compte l'effet d'arc-tirant pour les faibles rapports  $a/d$  :
  - $e = 1$  pour  $a/d \geq 2,5$
  - $e = 2,5 \cdot \frac{d}{a}$  pour  $a/d < 2,5$
- $V_F = 0,9 \cdot b_w \cdot d \cdot \sigma_p = 0,25 \cdot F \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d$

**Modèles « physiques »**

Tous les modèles décrits précédemment se basent sur une approche d'analyse limite. Les formulations proposées permettent uniquement de déterminer la résistance ultime à l'effort tranchant. Néanmoins certains modèles ont été développés de manière à décrire l'ensemble du comportement à l'effort tranchant d'une poutre en BFM. Ainsi, ces approches « physiques » prennent en compte les équations d'équilibre mais aussi les conditions géométriques et l'ensemble des lois de comportement des matériaux.

(Minelli et Plizzari, 2010c) proposent une modification du modèle MCFT simplifié (SMCFT) développé par (Bentz et al., 2006) afin de prendre en compte l'apport des fibres vis-à-vis du comportement à l'effort tranchant des poutres en BFM.

En accord avec le modèle SMCFT, les hypothèses suivantes sont adoptées :

- La contrainte verticale  $\sigma_y$  dans le béton est négligée. Cette hypothèse est valable dans les zones distantes des points de chargement ou d'appuis.
- Le BFM est supposé avoir un comportement adoucissant en traction. Ce dernier est modélisé par une loi parfaitement plastique. Ainsi le seul paramètre à prendre en compte est la résistance résiduelle en traction du béton fibré  $f_{Ftu}$ .
- Dans le cas des poutres en BFM avec armatures transversales, à l'effort tranchant ultime, les étriers sont supposés avoir atteint leur limite de plastification :

$$\sigma_{sw-crack} = \sigma_{sw} = f_y$$



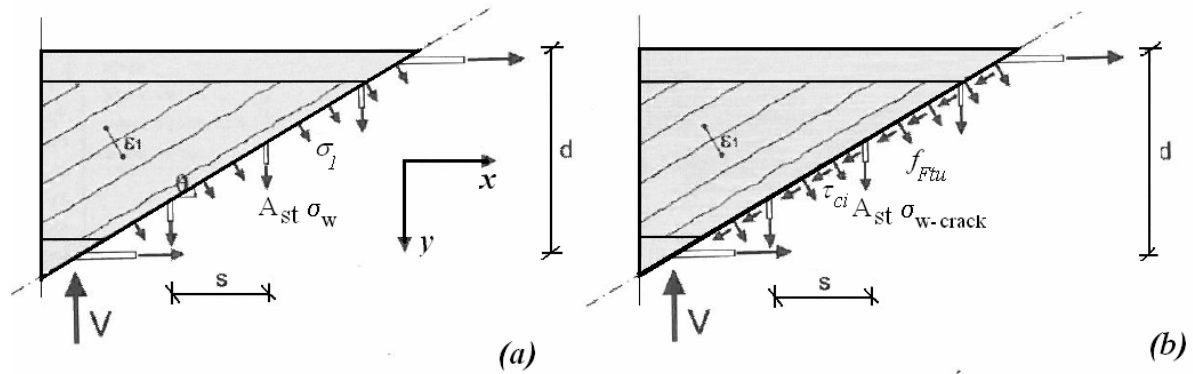


Figure 1-76 Transmission des efforts à travers les fissures diagonales [poutres en BFM avec étriers] (Minelli et Plizzari, 2010c)

### Equations d'équilibre

#### Contraintes moyennes :

Dans le cas du béton armé et/ou précontraint, les équations d'équilibre faisant intervenir les contraintes moyennes s'écrivent de la manière suivante :

$$(E-CM-1) \quad \sigma_1 + \sigma_2 = A1 + A2 = \tau \cdot (\tan(\theta) + \cot \text{an}(\theta)), \text{ avec } \tau = \frac{V}{b_w \cdot y} = \frac{V}{b_w \cdot j \cdot d}$$

$$(E-CM-2) \quad \tau = \rho_w \cdot \sigma_{sw} \cdot \cot \text{an}(\theta) + \sigma_1 \cdot \cot \text{an}(\theta)$$

$$(E-CM-3) \quad \tau = \rho_l \cdot \sigma_{sl} \cdot \tan(\theta) + \sigma_1 \cdot \tan(\theta)$$

Ces équations restent identiques dans le cas du BFM armé et/ou précontraint.

Pour des structures en BFM sans armatures transversales :  $\rho_w = 0$  d'où :

$$\tau = \sigma_1 \cdot \cot \text{an}(\theta) \text{ et } \sigma_2 = \sigma_1 \cdot \cot \text{an}^2(\theta)$$

#### Contraintes au niveau des fissures inclinées :

Dans le cas du béton armé et/ou précontraint, les équations d'équilibre au niveau des fissures inclinées s'écrivent de la manière suivante :

$$(E-CF) \quad \sigma_1 = \tau_{ci} \cdot \tan(\theta) + \frac{A_{st}}{b_w \cdot s} \cdot (f_y - \sigma_{sw})$$

Dans le cas du BFM, il est nécessaire d'ajouter la contribution des fibres pontant la fissure inclinée. De plus, les étriers sont supposés avoir atteint leur limite élastique, ainsi l'équation devient :

$$(E-CF-FRC) \quad \sigma_1 = \tau_{ci} \cdot \tan(\theta) + f_{Ftu}$$

L'équation (E-CM-2) peut alors se réécrire de la manière suivante :

$$\tau = (\rho_w \cdot f_y + f_{Ftu}) \cdot \cot \text{an}(\theta) + \tau_{ci}$$

Ainsi la résistance à l'effort tranchant peut être exprimée par la contribution additive d'un terme « béton » et des armatures transversales :

$$\tau = (\rho_w \cdot f_y) \cdot \cot \text{an}(\theta) + k_{v-FRC} \cdot \sqrt{f_c}, \text{ avec :}$$

- $k_{v-FRC}$  coefficient prenant en compte la contribution du béton et des fibres

Dans le cas d'une structure en BFM sans armatures transversales, l'équation se simplifie :

$$\tau = k_{v-FRC} \cdot \sqrt{f_c}$$

### Lois de comportement des matériaux

*Contrainte de cisaillement au niveau des fissures diagonales :*

Dans le cas du béton armé et/ou précontraint, (Vecchio et Collins, 1986) proposent la limite suivante (Matériaux-ContrainteCisaillement : M-CS) :

$$(M-CS) \quad \tau_{ci} \leq \frac{0,18 \cdot \sqrt{f_c'}}{0,31 + \frac{24 \cdot w}{a_g + 16}}, \text{ avec } a_g \text{ le diamètre du plus gros granulat (en mm)}$$

(Minelli et Plizzari, 2010c) proposent de garder cette relation pour le BFM. Cela revient à considérer que l'influence des fibres (notamment l'effet de goujon) sur la contrainte tangentielle au niveau des fissures est négligeable. Des essais expérimentaux doivent être réalisés de manière à confirmer cette hypothèse.

Ainsi le coefficient  $k_{v-FRC}$  est limité par l'expression ci-dessous :

$$k_{v-FRC} \leq \frac{f_{Flu} \cdot \cot \alpha(\theta)}{\sqrt{f_c}} + \frac{0,18}{0,31 + \frac{24 \cdot w}{a_g + 16}} = k_{v-FRC-max}$$

*Lois « contrainte-déformation » pour le béton :*

Dans le cas du béton armé et/ou précontraint, la loi proposée par l'approche MCFT pour modéliser le comportement en compression du béton soumis à un état de contraintes biaxial ( $\sigma_2, \sigma_1$ ) est :

$$(M-BC) \quad \sigma_2 = \sigma_{2max} \cdot \left[ 2 \cdot \left( \frac{\varepsilon_2'}{\varepsilon_c'} \right) - \left( \frac{\varepsilon_2'}{\varepsilon_c'} \right)^2 \right], \text{ avec } \sigma_{2max} = \frac{f_c'}{0,8 + 170 \cdot \varepsilon_1} \leq f_c'$$

Dans le cas d'une structure en BFM sans armatures transversales, (Minelli et Plizzari, 2010c) supposent que les contraintes principales de compression sont faibles. Ainsi une relation linéaire entre  $\sigma_2$  et  $\varepsilon_2$  est supposée :

$$\sigma_2 = E_c \cdot \varepsilon_2, \text{ avec } E_c = 4950 \cdot \sqrt{f_c}$$

Dans le cas du béton armé et/ou précontraint, la loi proposée par l'approche MCFT pour modéliser le comportement en traction du béton soumis à un état de contraintes biaxial ( $\sigma_2, \sigma_1$ ) est :

$$(M-BT-1) \quad \text{Si } \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{ij}, \text{ alors } \sigma_1 = E_c \cdot \varepsilon_1 \text{ et si } \varepsilon_1 > \varepsilon_{ij}, \text{ alors } \sigma_1 = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot f_{ij}}{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_1}}, \text{ avec}$$

- $\varepsilon_{ij}, f_{ij}$  : déformation et contrainte correspondant à la fissuration du béton
- $\alpha_1, \alpha_2$  : facteurs prenant en compte l'ancrage des armatures (HA ou lisses) et le type de chargement (cyclique, soutenu...)

Cette relation peut être simplifiée sous la forme suivante :

$$\sigma_1 = \frac{0,33 \cdot \sqrt{f_c}}{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_1}}$$

En se basant sur des essais de tirants en BFM armé (avec différentes sections, différents taux de renforcement, différents types et volumes de fibres) menés à l'Université de Brescia (Minelli et al., 2010), (Minelli et Plizzari, 2010c) proposent l'adaptation suivante aux cas des BFM (voir Figure 1-77):

$$\sigma_1 = f_{Ftu} + \frac{0,33 \cdot \sqrt{f_c} - f_{Ftu}}{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_1}}$$

-  $f_{Ftu}$  est pris égal à  $0,5 \cdot f_{tj}$  (voir Figure 1-77).

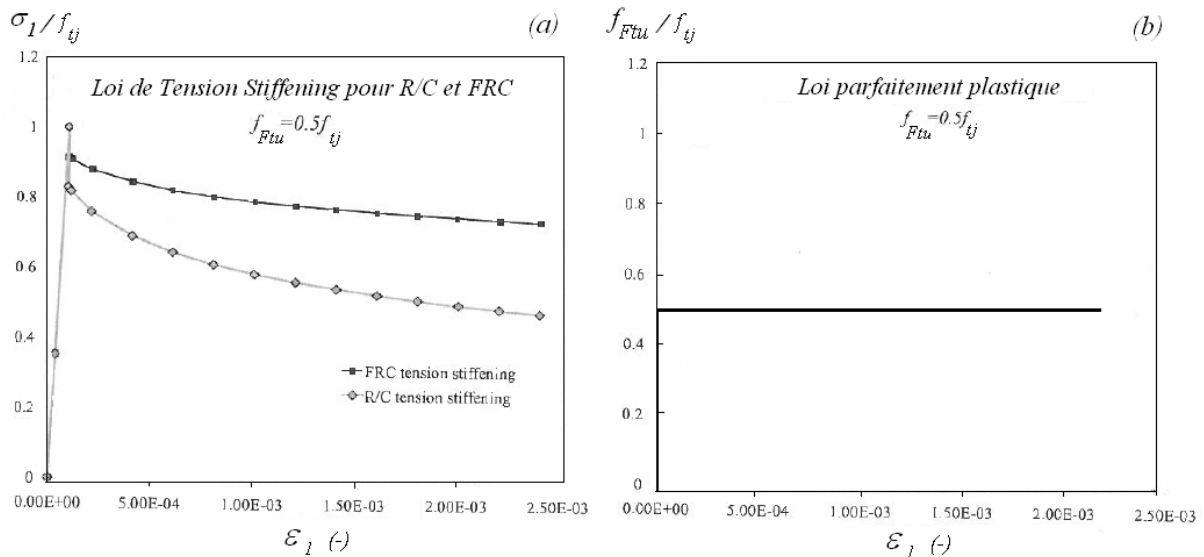


Figure 1-77 Loi de tension stiffening pour le BFM proposée par (Minelli et Plizzari, 2010c) à partir de la loi de (Vecchio et Collins, 1986) pour le béton armé (a) ; Loi de comportement en traction du BFM supposée parfaitement plastique (b)

Ainsi le coefficient  $k_{v-FRC}$  est donné par l'expression ci-dessous :

$$k_{v-FRC} = \left( f_{Ftu} + \frac{0,33 \cdot \sqrt{f_c} - f_{Ftu}}{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_1}} \right) \cdot \frac{\cot \text{an}(\theta)}{\sqrt{f_c}}$$

Dans le cas des structures en BFM sans armatures transversales, l'effort tranchant maximal est obtenu lorsque  $k_{v-FRC}$  est égal à  $k_{v-FRC-max}$ . En égalisant les deux expressions, il est possible de déduire l'angle  $\theta$  des bielles de compression :

$$\cot \text{an}(\theta) = \frac{0,18}{0,31 + \frac{24 \cdot w}{a_g + 16}} \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_1}}{0,33 \cdot \sqrt{f_c} - f_{Ftu}} = \frac{\tau_{ci-max}}{f_{tj} - f_{Ftu}} \cdot (1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_1})$$

Il est important de noter que dans ce modèle l'angle des bielles de compression est affecté par la résistance résiduelle en traction du BFM.

*Lois « contrainte-déformation » pour les armatures :*

Pour les armatures longitudinales la loi « contrainte-déformation » adoptée est une loi élasto-plastique parfaite :

$$(M-AL) \quad \sigma_{sl} = E_s \cdot \varepsilon_x \leq f_y \text{ pour les armatures longitudinales}$$

### Conditions géométriques

*Espacement et ouverture des fissures :*

L'ouverture des fissures diagonales  $w$  est estimée à partir de la déformation principale de traction  $\varepsilon_1$  et de l'espacement moyen  $s_{m\theta}$  des fissures diagonales :

$$(G-OF) \quad w = s_{m\theta} \cdot \varepsilon_1, \text{ avec :}$$

$$(G-EF) \quad s_{m\theta} = \frac{1}{\frac{\sin(\theta)}{s_{mx}} + \frac{\cos(\theta)}{s_{my}}}$$

Par souci de simplification,  $s_{mx}$  peut être pris égal à la distance verticale entre les armatures alignées selon l'axe horizontal  $x$  (Bentz et al., 2006). L'espacement moyen  $s_{my}$  est considéré égal à la distance horizontale entre les armatures alignées selon l'axe vertical  $y$  (Bentz et al., 2006).

Dans le cas de structures sans armatures transversales  $s_{my} \approx \infty$  d'où :

$$w = s_{m\theta} \cdot \varepsilon_1 = \frac{s_{mx}}{\sin(\theta)} \cdot \varepsilon_1$$

Cette relation est proposée dans le cas des structures en BFM sans armatures transversales en modifiant le terme  $s_{mx}$  pour prendre en compte l'apport des fibres vis-à-vis de l'espacement des fissures.

La modification adoptée est celle proposée par (Moffat, 2001) avec une adaptation afin d'utiliser la notion de résistance résiduelle en traction du BFM  $f_{Ftu}$  :

$$s_{mx-FRC} = s_{mx} \cdot \left( 1 - \frac{f_{Ftu}}{f_{ij}} \right)$$

*Compatibilité des déformations :*

La compatibilité des déformations amène à l'expression des trois équations suivantes :

$$(G-CD-1) \quad \gamma_{xy} = 2 \cdot (\varepsilon_x - \varepsilon_2) \cdot \cot \text{an}(\theta)$$

$$(G-CD-2) \quad \tan^2(\theta) = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_2}{\varepsilon_y - \varepsilon_2}$$

$$(G-CD-3) \quad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_x + \varepsilon_y$$

Ces équations restent identiques dans le cas du BFM armé et/ou précontraint.

A partir des équations (G-CD-2) et (G-CD-3), il est possible d'exprimer la déformation principale de traction  $\varepsilon_1$  en fonction de la déformation principale de compression  $\varepsilon_2$ , de la déformation longitudinale  $\varepsilon_x$  et de l'angle des bielles de compression  $\theta$  :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x \cdot (1 + \cot \text{an}^2(\theta)) + \varepsilon_2 \cdot \cot \text{an}^2(\theta)$$

Or  $\sigma_2 = \sigma_1 \cdot \cot \text{an}^2(\theta)$  ;  $\sigma_2 = E_c \cdot \varepsilon_2$  et  $\sigma_1 = f_{Ftu} + \frac{0,33 \cdot \sqrt{f_c} - f_{Ftu}}{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_1}}$ , d'où :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x \cdot (1 + \cot \text{an}^2(\theta)) + \frac{\sigma_1 \cdot \cot \text{an}^4(\theta)}{E_c} = \varepsilon_x \cdot (1 + \cot \text{an}^2(\theta)) + \frac{\left( f_{Ftu} + \frac{0,33 \cdot \sqrt{f_c} - f_{Ftu}}{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_1}} \right) \cdot \cot \text{an}^4(\theta)}{E_c}$$

Les équations précédentes (équilibre, conditions géométriques et lois de comportement des matériaux) constituent une solution complète pour déterminer la résistance à l'effort tranchant d'une structure en BFM.

Dans le cas des structures en BFM sans armatures transversales, le système d'équations se simplifie. (Minelli et Plizzari, 2010c) propose la résolution présentée en Figure 1-78.

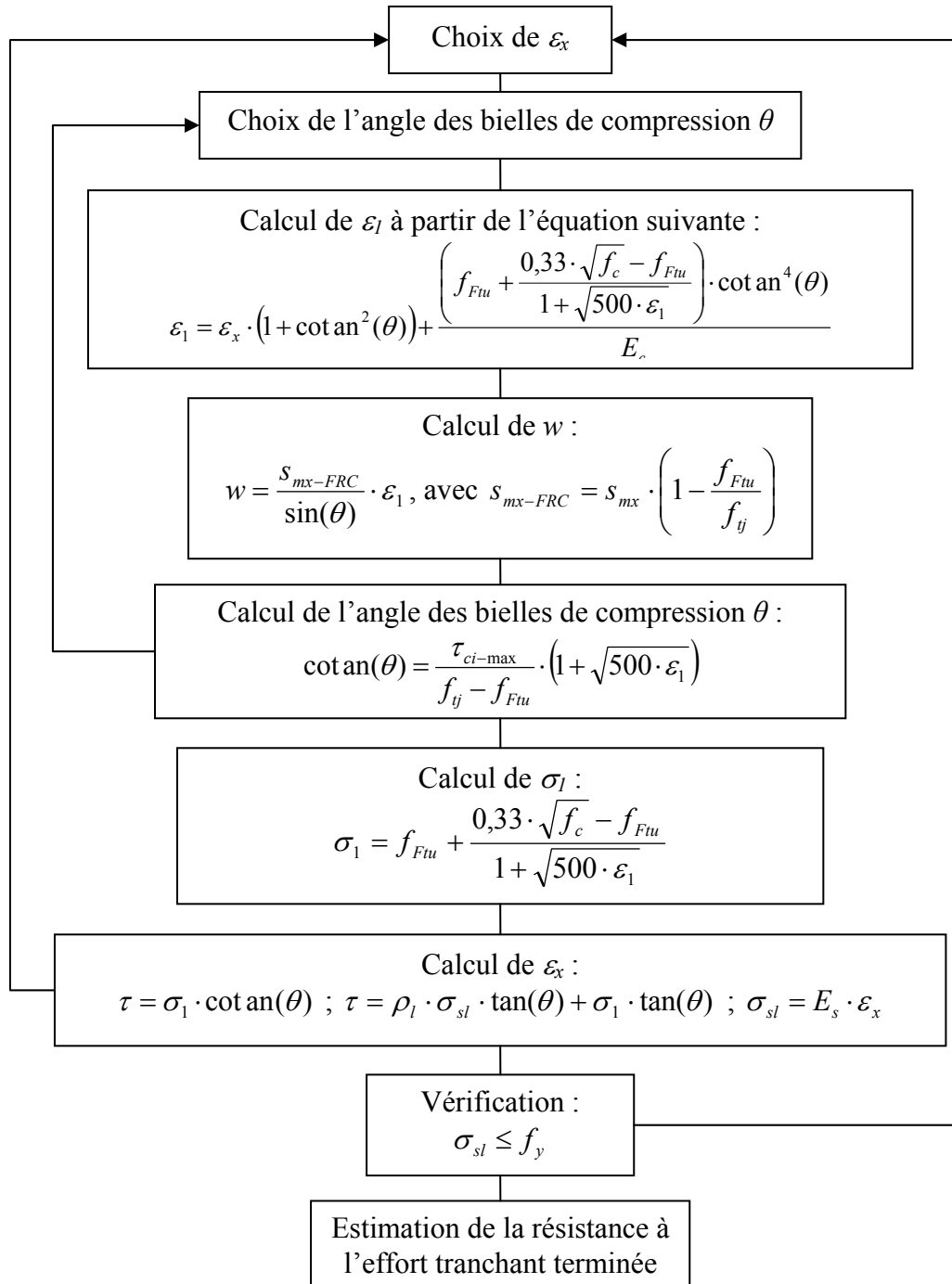


Figure 1-78 Résolution du modèle MCFT simplifié (SMCFT) et modifié afin de prendre en compte l'apport des fibres vis-à-vis du comportement à l'effort tranchant des poutres en BFM (Minelli et Plizzari, 2010c)

Il est difficile d'estimer l'efficacité de ce modèle car il n'a pas encore été confronté à des résultats expérimentaux. Toutefois il permet une analyse rationnelle du comportement à l'effort tranchant des poutres en BFM.

### 1.3.2.3 CONCLUSION

Une poutre en BFM armé et/ou précontraint semble se comporter comme une poutre en béton armé et/ou précontraint avec armatures transversales. En effet les fibres reprennent directement une partie de l'effort tranchant et elles améliorent également la capacité portante de la structure.

En comparaison avec les modèles utilisant la résistance en traction par fendage ou le module de rupture, les approches d'analyse limite basées sur l'équilibre des forces au niveau d'une fissure inclinée semblent plus proches des mécanismes réels se mettant en place au moment de la ruine de la structure. Les modèles « physiques » prenant en compte les équations d'équilibre mais aussi les conditions géométriques et l'ensemble des lois de comportement des matériaux sont assez rares. Ils nécessitent une validation expérimentale plus complète.

La contrainte résiduelle post-fissuration en traction est l'un des paramètres essentiels aux approches d'analyse limite ou aux modèles physiques : il intègre un grand nombre de paramètres influant sur le comportement des BFM. Pour cette raison, une bonne estimation de l'ouverture de la fissure critique au moment de la ruine est fondamentale.

Très peu de modèles prennent en compte l'orientation réelle des fibres au sein de la structure. Or cette question est importante vis-à-vis du comportement à l'effort tranchant, notamment lorsque les sections sont complexes avec un risque fort de ne pas obtenir une distribution isotrope des fibres au niveau des zones directement intéressées par l'effort tranchant. La problématique de l'orientation réelle des fibres au sein de la structure devient donc particulièrement sensible dans le cas des BFUP en raison notamment de la rhéologie du matériau et de la forme complexe des sections dimensionnées.

## 1.3.3 POUTRES EN BETON FIBRE A ULTRA HAUTES PERFORMANCES

### 1.3.3.1 COMPORTEMENT EXPERIMENTAL

Un certain nombre d'essais expérimentaux portant sur le comportement à l'effort tranchant des poutres en BFUP armé et/ou précontraint ont été réalisés. Néanmoins ce nombre étant relativement faible, on s'est également intéressé aux BTHP fibrés. Le Tableau 1-4 est une synthèse de ces différentes études.

Au niveau des caractéristiques principales des matériaux cimentaires, les résistances en compression et le volume de fibres sont compris respectivement entre 122 MPa et 225 MPa et entre 0,8 % et 3 %. Le comportement en traction est rarement caractérisé de manière à obtenir une loi « contrainte – ouverture de fissure » ou « contrainte – déformation ». De plus l'identification de l'orientation réelle des fibres au sein des poutres n'est jamais réalisée.

Ces essais ont néanmoins permis de montrer que les principaux facteurs influençant la résistance des poutres en BFM vis-à-vis de l'effort tranchant sont communs aux BFUP.

L'action des fibres semble d'autant plus importante que le rapport  $a/d$  est faible (voir Figure 1-79). En effet l'état de contraintes favorise la multifissuration retardant ainsi la localisation de la fissure.

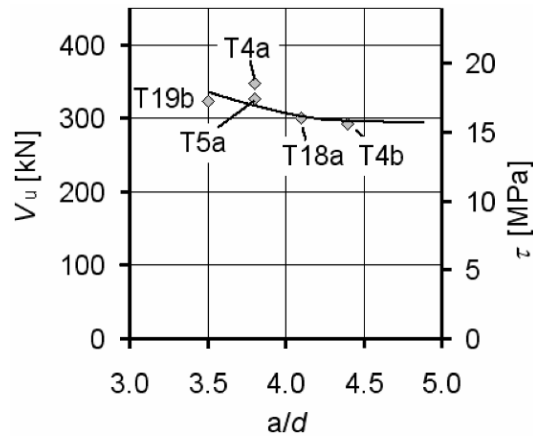


Figure 1-79 Evolution de la résistance à l'effort tranchant de poutres en BFUP ( $V_f = 0,9\%$ ) précontraint en fonction de la portée d'effort tranchant relative  $[a/d]$  (Bertram et Hegger, 2010)

En ce qui concerne l'apport du renforcement longitudinal vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant, celui-ci semble similaire au cas des BFM : plus le taux d'armatures longitudinales est important, plus la résistance à l'effort tranchant est grande (voir Figure 1-80). Les armatures longitudinales permettent de retarder la localisation d'une fissure critique en aidant le processus de multifissuration diagonale. De plus les fibres améliorent l'effet de goujon des filants en retardant la propagation des fissures parallèlement aux armatures longitudinales. Toutefois il est important de remarquer que le nombre d'études faisant varier le taux de renforcement longitudinal est très faible. Les résultats de (Xia et al., 2011) seraient donc à confirmer par des essais supplémentaires.

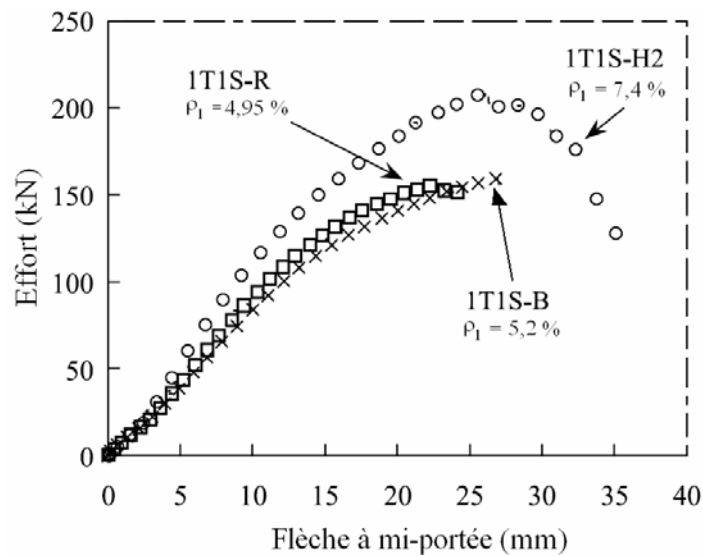


Figure 1-80 Diagramme « Effort – Flèche à mi-portée » pour trois poutres en BFUP armé (section en T) avec un taux de renforcement longitudinal différent (Xia et al., 2011)

Comme on peut s'y attendre, la résistance à l'effort tranchant augmente avec le dosage en fibres et la résistance en compression. Les fibres ont un apport vis-à-vis de la résistance ultime mais aussi vis-à-vis du processus de fissuration. L'augmentation du pourcentage volumique de fibres entraîne à l'échelle de la structure un schéma de fissuration marqué par des fissures plus fines et resserrées (voir les résultats des poutres sans étriers de la Figure 1-81). Ceci a notamment pour conséquence de retarder la localisation d'une fissure critique. Néanmoins l'apport des fibres est fortement influencé par l'orientation réelle des fibres au sein de la poutre. La forme de la section, le mode de coulage ainsi que la rhéologie du matériau ont un impact fort sur la contribution des fibres. En ce qui concerne les BFM, la plupart des tests ont été réalisés sur des poutres rectangulaires avec des âmes relativement larges (en comparaison notamment avec la longueur des fibres) où l'orientation des fibres peut être considérée comme isotrope au niveau des fissures inclinées. Au contraire, dans le cas des BFUP, la question de l'orientation réelle des fibres est particulièrement sensible en raison du volume important de fibres, de la forme complexe des sections dimensionnées et du caractère autoplaçant du matériau.

Ainsi, pour une matrice cimentaire relativement similaire, il est possible d'obtenir de moins bons résultats à l'échelle de la structure avec un volume de fibres plus important en raison de la mise en œuvre (Sato et al., 2008) : voir les résultats (notamment le schéma de fissuration) des poutres avec étriers de la Figure 1-81.

L'influence du taux de précontrainte sur la résistance à l'effort tranchant des poutres en BFUP a été abordée par (Voo et al., 2006 ; Bertram et Hegger, 2008). Le nombre d'essais avec une variation du taux de précontrainte est assez faible. Néanmoins comme pour le béton précontraint classique ou le BFM, l'ajout de contraintes normales de compression dans l'âme semble avoir une influence positive vis-à-vis du comportement à l'effort tranchant du BFUP (voir Figure 1-82). Cela s'explique notamment par :

- Une efficacité accrue des fibres pontant les fissures inclinées. En effet la contrainte normale de compression amenée par la précontrainte permet d'améliorer l'ancrage des fibres.
- Une inclinaison plus marquée des fissures qui augmente la contribution des fibres tout comme celle des armatures transversales (analogie du treillis).

Ces deux remarques sont communes aux BFM et aux BFUP. Néanmoins dans le cas des BFUP, une inclinaison plus importante des fissures peut entraîner un effet bénéfique supérieur. En effet, de par la forme des sections dimensionnées ( $b_w$  faible) et le caractère autoplaçant des BFUP, il est souvent observé au niveau de l'âme une orientation préférentielle des fibres dans le sens vertical. Ainsi plus la fissure est inclinée plus l'efficacité des fibres pontant cette fissure sera importante.



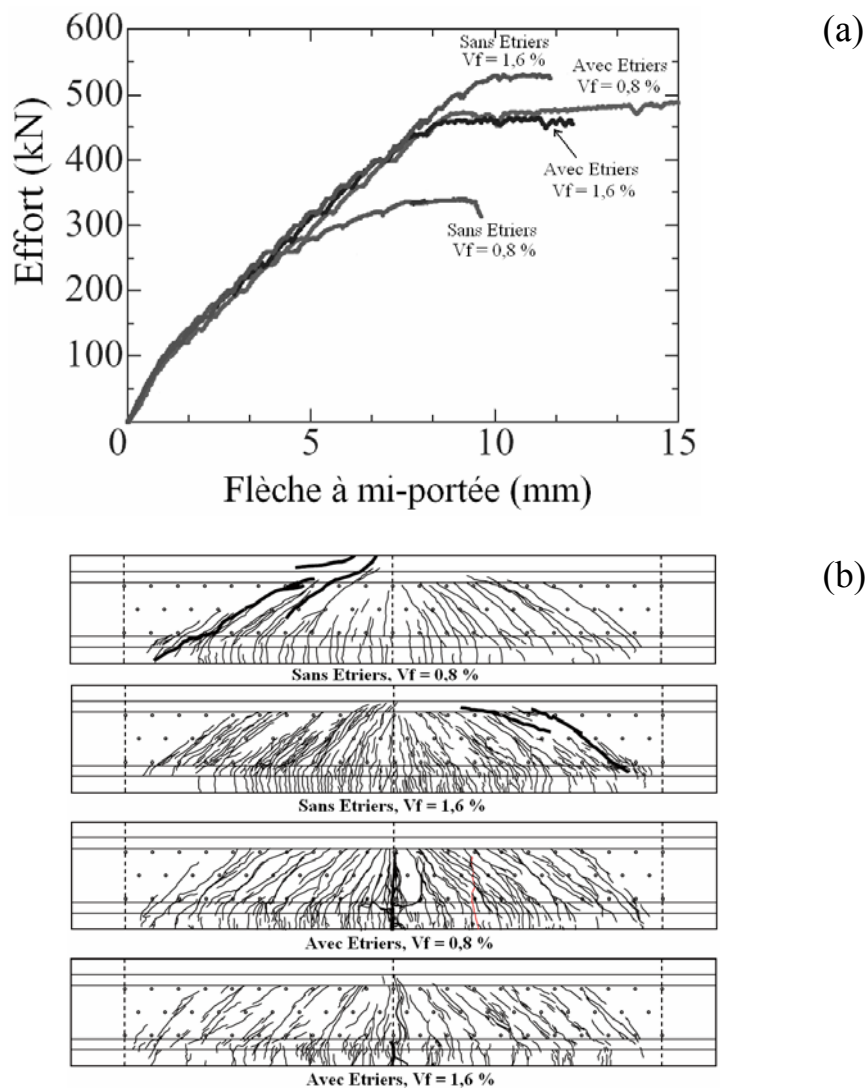


Figure 1-81 Résultats d'essais à l'effort tranchant sur des poutres avec et sans armatures transversales et avec un volume de fibres différent ( $V_f = 0,8\%$  ou  $1,6\%$ ) [(Sato et al., 2008)]:  
 (a) Diagrammes « Effort – Flèche à mi-portée » ; (b) Schémas de fissuration

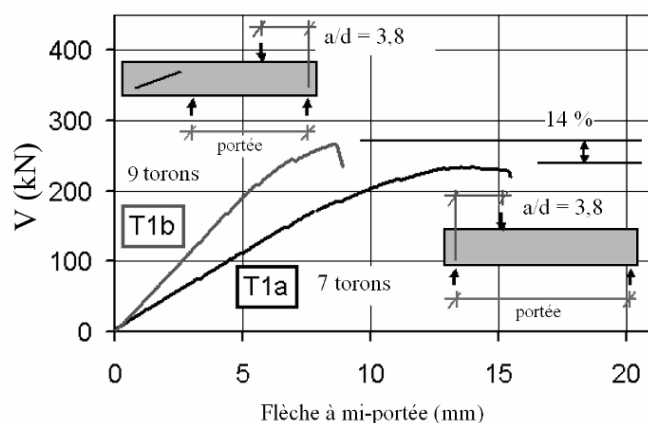


Figure 1-82 Diagramme « Effort Tranchant – Flèche à mi-portée » pour deux poutres en BFUP ( $V_f = 0,9\%$ ) avec un taux de précontrainte différent (Bertram et Hegger, 2008)

Les essais réalisés sur des poutres en BFUP avec armatures transversales ne permettent pas de conclure complètement sur le cumul de la participation des armatures et des fibres à la résistance à l'effort tranchant ultime. En effet l'interprétation des résultats est rendue difficile en raison :

- de fréquentes ruptures en flexion (Sato et al., 2008 ; Crane, 2010) ;
- d'une mauvaise orientation des fibres dont la mise en place peut être gênée par la présence des cadres d'effort tranchant (Sato et al., 2008) ;
- d'un espacement trop important des cadres se traduisant par l'existence d'une fissure de ruine entre les étriers (Crane, 2010) : voir Figure 1-83.

En ce qui concerne l'influence de la hauteur vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant des poutres en BFUP, aucune campagne expérimentale n'a étudié ce paramètre. Dans le cas d'un BFUP durcissant en traction directe, le matériau ayant un caractère élastoplastique, l'effet d'échelle devrait être très faible. Dans le cas d'un BFUP adoucissant en traction directe, deux phénomènes peuvent s'opposer :

- La présence d'un volume relativement important de fibres permet de contrôler efficacement l'ouverture des fissures.
- Dans le cas d'une fissuration plus ouverte, en comparaison avec les BFM qui gardent une certaine résistance en traction pour de grandes ouvertures de fissures (en raison d'une longueur de fibres plus importante), la résistance post-fissuration des BFUP décline assez rapidement avec l'ouverture des fissures.

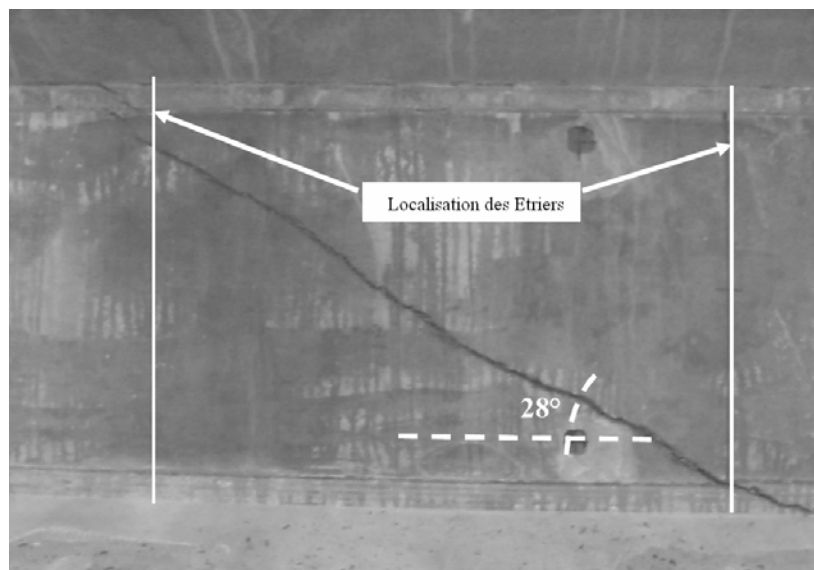


Figure 1-83 Rupture par traction diagonale : fissure critique localisée entre deux armatures transversales (Crane, 2010)

Tableau 1-4 Synthèse des études expérimentales portant sur le comportement à l'effort tranchant des poutres en BFUP armé et/ou précontraint

| Auteur, Date                  | Caractéristiques générales des corps d'épreuve                                 | Paramètres des essais expérimentaux   | Contrainte normale au niveau du centre de gravité | Résistance en compression du matériau | Caractérisation du comportement en traction du matériau  | Matériau Utilisé | Rupture   |
|-------------------------------|--|---|---|---------------------------------------|--|------------------|-----------|
| (Schaller, 1997)              | 2 poutres en I armées<br>Largeur de l'âme = 5 cm<br>Hauteur = 30 cm            | * Fibres lisses : $V_f = 2\%$<br>* $a/d = 3,07$<br>* $A_f/b_wd = 7,9\%$                                   | $\sigma_x = 0$ MPa                                | 225 MPa                               | ---  | BPR®             | 100 % T*  |
| (Bolusset, 1997)              | 1 poutre en I précontrainte<br>Largeur de l'âme = 5 cm<br>Hauteur = 24 cm      | * Fibres lisses : $V_f = 2\%$<br>* $a/d = 3,22$<br>* $A_f/b_wd = 3\%$                                     | $\sigma_x = 11,45$ MPa                            | 200 MPa                               | ---  | BPR®             | 100 % T   |
| (Naudin et Toutlemonde, 1999) | 1 poutre en I précontrainte<br>Largeur de l'âme = 5 cm<br>Hauteur = 24 cm      | * Fibres lisses : $V_f = 3\%$<br>* $a/d = 2,5$<br>* $A_f/b_wd = 3\%$                                      | $\sigma_x = 11,45$ MPa                            | 191 MPa                               | ---  | BSI®             | 100 % FT* |
| (Hegger et al., 2004)         | 1 poutre en I précontrainte<br>Largeur de l'âme = 7 cm<br>Hauteur = 30 cm      | * Fibres lisses : $V_f = 2,5\%$<br>* $a/d = 5$<br>* $A_f/b_wd = 6,59\%$                                   | $\sigma_x = 22,3$ MPa                             | 202 MPa<br>(sur cube)                 | Essais de flexion trois points sur prismes 4cm*4cm*16cm<br>$f_r = 52,2$ MPa  | ---              | 100 % T   |
| (Graybeal, 2006b)             | 3 poutres en I précontraintes<br>Largeur de l'âme = 15,6 cm<br>Hauteur = 91 cm | * Fibres lisses : $V_f = 2\%$<br>* $2,28 \leq a/d \leq 2,85$<br>* $A_f/b_wd = 1,9\%$                      | $\sigma_x = 8,5$ MPa                              | 193 MPa                               | ---  | Ductal®-FM       | 100 % T   |
| (Voo et al., 2006)            | 7 poutres en I précontraintes<br>Largeur de l'âme = 5 cm<br>Hauteur = 65 cm    | * Fibres lisses et/ou avec crochets :<br>$V_f = 1,25$ ou $2,5\%$<br>* $a/d = 3,3$<br>* $A_f/b_wd = 5,7\%$ | $\sigma_x =$ MPa                                  | 149 à 171 MPa                         | Essais de fendage sur cylindre 10cm*20cm :<br>$18 \text{ MPa} \leq f_{sep/c} \leq 23,5 \text{ MPa}$<br>Essais de flexion 3pts sur prismes 10*10*40 entaillés<br>$15 \text{ MPa} \leq f_{fl} \leq 30 \text{ MPa}$ | ---              | 100 % T   |

| Auteur, Date              | Caractéristiques générales des corps d'épreuve  | Paramètres des essais expérimentaux   | Contrainte normale au niveau du centre de gravité      | Résistance en compression du matériau | Caractérisation du comportement en traction   | Matériau Utilisé | Rupture          |
|---------------------------|---|---|--|---------------------------------------|---|------------------|------------------|
| (Sato et al., 2008)       | 4 poutres en I armées<br>Largeur de l'âme = 5 cm<br>Hauteur = 40 cm   | * Fibres lisses :<br>$V_f = 0,8$ ou $1,6$ %<br>* $a/d = 2,78$<br>* $A_l/b_{wd} = 5,5\%$<br>* $A_{st}/b_{wd} = 0$ ou $1,3\%$ | $\sigma_x = 0$ MPa                                     | 147 MPa                               | Essais de traction directe sur éprouvette de section variable non entaillée :<br>$5,5 \text{ MPa} \leq f_{tu} \leq 9 \text{ MPa}$             | ---              | 50 % T<br>50 % F |
| (Bertram et Hegger, 2008) | 5 poutres en I précontraintes<br>Largeur de l'âme = 6 cm<br>Hauteur = 40 cm   | * Fibres lisses:<br>$V_f = 0,9$ ou $2,5\%$<br>* $a/d = 3,8$ ou $4,4$<br>* $A_l/b_{wd} = 4,7\%$                              | $20,2 \text{ MPa} \leq \sigma_x \leq 23,9 \text{ MPa}$ | 151 à 183 MPa<br>(sur cube)           | Essais de flexion trois points sur prismes $4\text{cm} \times 4\text{cm} \times 16\text{cm}$<br>$19 \text{ MPa} \leq f_r \leq 24 \text{ MPa}$ | ---              | 100 % T          |
| (Degen, 2009)             | 2 poutres en I précontraintes<br>Largeur de l'âme = 11,4 cm<br>Hauteur = 107 cm   | * Fibres lisses : $V_f = 2\%$<br>* $a/d = 3,2$ ou $6$<br>* $A_l/b_{wd} = 5,8 \%$  | $\sigma_x = 20,9$ MPa                                  | 170 MPa<br>(sur cube)                 | Essais de flexion quatre points sur prismes $4 \times 4 \times 16$ :<br>Perte de linéarité = 8 MPa  | Ductal®-FM       | 50 % T           |
| (Crane, 2010)             | 6 poutres en I précontraintes<br>Largeur de l'âme = 9,9 cm<br>Hauteur (avec table de compression en BHP) = 104,9 cm<br>Hauteur (sans table de compression en BHP) = 83,6 cm | * Fibres lisses : $V_f = 2\%$<br>* $a/d = 2,2$ ou $2,3$<br>* $A_l/b_{wd} = 2,5 \%$<br>* $0 \leq A_{st}/b_{wd} \leq 0,83 \%$ | $\sigma_x = 22$ MPa                                    | 211 MPa                               | ---   | Ductal®-FM       | 33 % T<br>67 % F |
| (Voo et al., 2010)        | 8 poutres en I précontraintes<br>Largeur de l'âme = 5 cm<br>Hauteur = 65 cm   | * Fibres lisses:<br>$V_f = 1\%$ ou $1,5\%$<br>* $1,8 \leq a/d \leq 4,5$<br>* $A_l/b_{wd} = 2,77 \%$                         | $\sigma_x = 19,2$ MPa                                  | 122 à 140 MPa                         | Essais de flexion quatre points sur prismes $10 \times 10 \times 40$ :<br>$13 \text{ MPa} \leq f_{f4pts} \leq 20 \text{ MPa}$                 | ---              | 100 % T          |
| (Bertram et Hegger, 2010) | 4 poutres en I précontraintes<br>Largeur de l'âme = 6 cm<br>Hauteur = 40 cm   | * Fibres lisses : $V_f = 0,9\%$<br>* $a/d = 3,5$ ou $3,8$<br>* $A_l/b_{wd} = 4,7\%$   | $\sigma_x = 23,9$ MPa                                  | 174 à 179 MPa<br>(sur cube)           | Essais de flexion trois points sur prismes $4\text{cm} \times 4\text{cm} \times 16\text{cm}$<br>$20 \text{ MPa} \leq f_r \leq 24 \text{ MPa}$ | ---              | 100 % T          |
| (Xia et al., 2011)        | 6 poutres en T armées (avec entretoises)<br>Largeur de l'âme = 5,1 cm<br>Hauteur = 12,7 cm  | * Fibres lisses : $V_f = 2\%$<br>* $a/d = 2,7$<br>* $4,95\% \leq A_l/b_{wd} \leq 7,44\%$                                    | $\sigma_x = 0$ MPa                                     | 193 MPa                               | Essais de traction directe sur éprouvette de section variable non entaillée :<br>$f_{tu} = 10 \text{ MPa}$                                    | Ductal®-FM       | 100 % T          |

\* T = Traction diagonale ; FT = Flexion Tranchant ; F = Flexion

**1.3.3.2 EVALUATION DE LA RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT**

Les BFUP étant assez récents, il n'existe pas beaucoup de règlements de calcul qui permettent de dimensionner des structures en prenant en compte les capacités particulières de ces matériaux. Ainsi on peut citer deux recommandations :

- Recommandations françaises de l'AFGC-Sétra sur les BFUP (AFGC-Sétra, 2002)
- Recommandations japonaises du JSCE sur les BFUP (JSCE, 2006)

Il peut également être intéressant dans une certaine mesure de considérer les recommandations japonaises (JSCE, 2008) sur les bétons fibrés hautes performances multifissurants : High Performance Fiber Reinforced Cement Composites with Multiple Fine Cracks (HPFRCC). En effet ces matériaux sont caractérisés par une grande ductilité en traction mais avec des performances en termes de résistance à la compression et à la traction inférieures à celles des BFUP.

**Recommandations (AFGC-Sétra, 2002)**

Afin de caractériser le comportement en traction des bétons fibrés, les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP se basent sur les résultats d'essais de flexion 3 points sur prismes entaillés associés à une analyse inverse point par point ainsi que sur les résultats d'essais de flexion 4 points sur prismes non entaillés afin de déterminer la résistance à la traction de la matrice.

En ce qui concerne la résistance à l'effort tranchant, les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP extrapolent les règles de calcul des recommandations (AFREM, 1995) sur les BFM. Ainsi celles-ci considèrent une contribution additive de la structure, des fibres et d'éventuels étriers. L'ouverture de fissure prise en compte pour calculer la contribution des fibres est déterminée à partir du moment de flexion concomitant à l'effort tranchant. De plus les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) prennent en compte l'orientation réelle des fibres au sein de la structure par l'intermédiaire d'un coefficient K.

$$V_u = V_c + V_F + V_s, \text{ avec :}$$

*Contribution de la structure :*

- $V_c = 0.21 \cdot k \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d$  dans le cas du BFUP armé
- $V_c = 0.24 \cdot k \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot z$  dans le cas du BFUP précontraint, avec :
  - $z$  est le bras de levier élastique
  - $k = 1 + \frac{3 \cdot \sigma_{cm}}{f_{tj}}$  dans le cas d'une compression
  - $k = 1 - \frac{0.7 \cdot \sigma_{tm}}{f_{tj}}$  dans le cas d'une traction

*Contribution des fibres :*

- $V_F = \frac{S \cdot \sigma_p}{\tan \theta}$ , avec :
  - $\sigma_p = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{w_{lim}} \times \int_0^{w_{lim}} \sigma(w) dw$  avec  $w_{lim} = \max(w_u ; 0,3 \text{ mm})$  et  $w_u = l_c \cdot \varepsilon_u$
  - $\sigma(w)$  est la contrainte de traction post-fissuration correspondant à une ouverture de fissure  $w$ ,

- $w_u$  est l'ouverture de fissure ultime sur la fibre extrême, sous le moment agissant dans la section ( $l_c$  : longueur caractéristique :  $l_c = 2/3 \cdot h$ )
- $S = 0.9 \cdot b_0 \cdot d$ , dans le cas d'une section rectangulaire ou en T é
- $S = 0.8 \cdot (0.9 \cdot d)^2$ , dans le cas d'une section circulaire
- $K$  est le coefficient d'orientation global.

*Contribution d'éventuelles armatures transversales :*

- $V_s = 0.9 \cdot d \cdot \frac{A_{st}}{s} \cdot f_y$  ou  $V_s = z \cdot \frac{A_{st}}{s} \cdot f_y \cdot \frac{1}{\tan \theta}$ , avec :
  - $z$  est le bras de levier élastique
  - $A_{st}$  est la section d'armatures transversales
  - $s$  est l'espacement des étriers
  - $\theta$  est l'angle des bielles de compression à l'état ultime :  $\tan(2 \cdot \theta) = \frac{2 \cdot \tau_u}{\sigma_x}$

Les recommandations (JSCE, 2006) sur les BFUP s'inspirent très fortement des recommandations (AFGC-Sétra, 2002) vis-à-vis de l'estimation de la résistance ultime à l'effort tranchant. Les principales différences concernent la non prise en compte du coefficient d'orientation globale  $K$  pour la détermination de la contribution des fibres et l'absence de la participation éventuelle d'armatures transversales. En effet les recommandations (JSCE, 2006) sur les BFUP déconseillent l'utilisation d'étriers pour les raisons suivantes :

- Le retrait empêché au niveau des armatures transversales peut entraîner une fissuration.
- Afin d'assurer de bonnes conditions de bétonnage (notamment pour la mise en place des fibres), il est nécessaire de laisser un certain espace entre les armatures et le coffrage (et les armatures entre elles). Ainsi l'utilisation d'étriers peut empêcher de dimensionner de manière optimale les structures en BFUP.

### **Recommandations (JSCE, 2008) sur les HPFRCC**

La loi de comportement en traction du matériau est obtenue à partir d'un essai de traction directe sur éprouvette non entaillée (voir Figure 1-84).

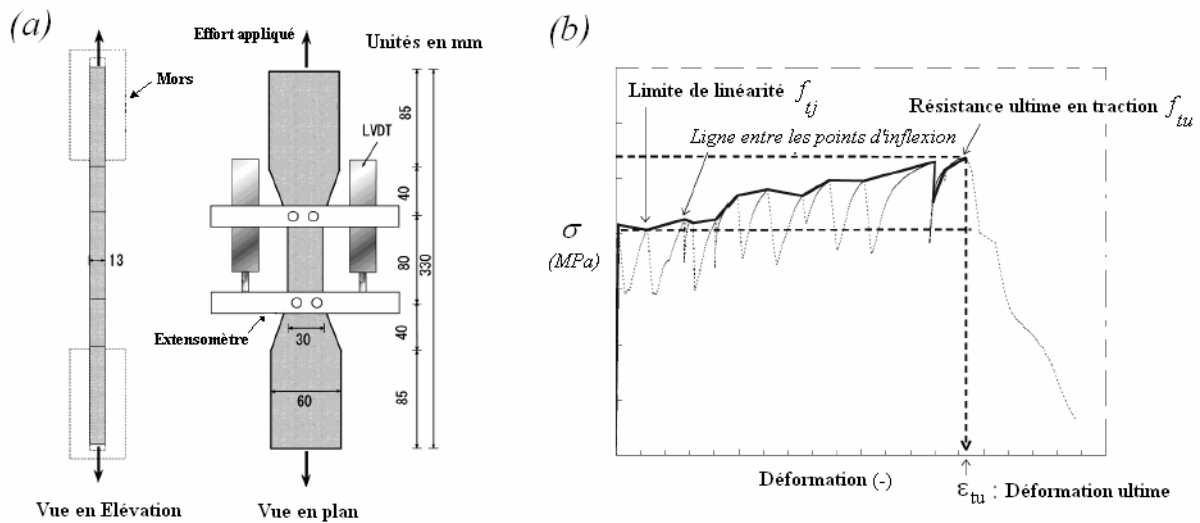


Figure 1-84 (a) : Dispositif expérimental de l'essai de traction directe sur éprouvette non entaillée (de section variable) ; (b) : Comportement en traction du HPRCC : définition de la limite de linéarité  $f_{tj}$  et de la résistance en traction ultime  $f_{tu}$ .

L'effort tranchant résistant est exprimé à partir de la contribution additive de la structure, des fibres, des armatures transversales et d'éventuels câbles de précontrainte inclinés :

$$V_u = V_c + V_s + V_F + V_{ped}, \text{ avec :}$$

Contribution de la structure :

- $V_c = \beta_d \cdot \beta_p \cdot \beta_n \cdot f_{vcd} \cdot b_w \cdot d$ , avec :
  - $f_{vcd} = 0.7 \cdot 0.2 \cdot \sqrt[3]{f_c} \leq 0.5 (N/mm^2)$
  - $\beta_d = \sqrt[4]{\frac{1}{d}} \leq 1.5$  : facteur prenant en compte l'effet d'échelle
  - $\beta_p = \sqrt[3]{100 \cdot \rho_l} \leq 1.5$  : facteur traduisant la contribution des armatures longitudinales vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant.
  - $\beta_n = 1 + \frac{M_0}{M_d} \leq 2 (N_d \geq 0)$
  - $\beta_n = 1 + \frac{2 \cdot M_0}{M_d} > 0 (N_d < 0)$
  - $M_d$  est le moment de flexion concomitant

Contribution des armatures transversales :

- $V_s = \frac{A_{st}}{s} \cdot z \cdot f_y$  dans le cas d'armatures droites
  - $A_{st}$  est la section d'armatures transversales
  - $s$  est l'espacement des étriers
  - $f_y$  est la limite d'élasticité des armatures transversales
  - $z$  est la distance entre la résultante des contraintes de compression et le centre des armatures longitudinales de traction ( $z \approx d/1,15$ )

*Contribution des fibres :*

$$V_F = f_{ij} \cdot b_w \cdot z$$

- $z$  est la distance entre la résultante des contraintes de compression et le centre de gravité des armatures longitudinales tendues ( $z \approx d/1,15$ )

*Contribution d'éventuelles armatures de précontraintes inclinées :*

$$V_{Ped} = P_{ed} \cdot \sin \alpha_p$$

- $P_{ed}$  est la force de précontrainte
- $\alpha_p$  est l'angle des torons de précontrainte avec l'axe de la structure

Ces recommandations considèrent que les bielles de compression sont inclinées à 45° (dans le cas du béton armé ou précontraint).

Parallèlement à ces recommandations, d'autres modèles ont été développés par certains auteurs. On peut notamment citer les travaux de (Voo et al., 2006, 2010) basés sur le Variable Engagement Model [VEM] (Voo et Foster, 2003, 2004 ; Foster, et al., 2006) ainsi que ceux de (Degen, 2009) inspirés de la méthode MCFT.

### **(Voo et al., 2006, 2010) : CSM-VEM approach**

L'approche de (Voo et al., 2006, 2010) consiste à combiner :

- Le Variable Engagement Model (VEM) permettant de déterminer de manière analytique la loi de comportement en traction « contrainte-ouverture de fissure » d'un BFM ou d'un BFUP.
- La méthode Crack Sliding Model (CSM) développée par (Zhang, 1994, 1997) permettant d'estimer la résistance à l'effort tranchant des poutres sans armatures transversales.

Le Variable Engagement Model (VEM) a été décrit précédemment. Ainsi la contrainte résiduelle de traction  $f_{tf}$  est égale à :

$$f_{tf} = K_f \cdot \frac{L_f}{D_f} \cdot V_f \cdot \tau_b, \text{ avec :}$$

$$- K_f = \frac{1}{\pi} \cdot \cot \left( \frac{w}{\alpha_l \cdot L_f} \right) \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot w}{L_f} \right)^2, \text{ avec :}$$

$$- \alpha_l = \frac{1}{3,5} \cdot \frac{D_f}{L_f} \text{ dans le cas des fibres droites et des fibres à crochets.}$$

- La longueur des fibres  $L_f$  ne doit pas être supérieure à la longueur  $L_{crit}$  suivante :

$$L_f < L_{crit} = \frac{D_f \cdot \sigma_{fu}}{2 \cdot \tau_b}, \text{ avec } \sigma_{fu} \text{ la résistance en traction de la fibre}$$

- $D_f$ : diamètre des fibres
- $V_f$ : pourcentage volumique des fibres
- $\tau_b$  est la contrainte d'adhérence fibre/matrice :



$\tau_b = k_b \cdot \sqrt{f_c}$  en supposant une adhérence uniforme le long de la fibre, avec :

- $k_b = 0,8$  pour les fibres à crochets (indentées) en acier
- $k_b = 0,6$  pour les fibres ondulées en acier
- $k_b = 0,4$  pour les fibres droites et lisses en acier

La méthode Crack Sliding Model (CSM) se base sur l'approche plastique développée par (Nielsen, 1963, 1967). Selon le CSM, la fissuration du béton introduit une ligne de « rupture-glissement » qui se traduit par un mécanisme de ruine en raison d'un épuisement de la résistance au glissement. Dans le cas de poutres en béton armé et/ou précontraint, de section rectangulaire et chargées selon une configuration de flexion trois ou quatre points, la résistance ultime à l'effort tranchant s'exprime de la manière suivante (voir Figure 1-85a):

$$V_u = \frac{1}{2} \cdot f_c^* \cdot b_w \cdot h \cdot \left( \sqrt{1 + \left( \frac{x}{h} \right)^2} - \frac{x}{h} \right), \text{ avec :}$$

- $f_c^*$  la résistance en compression effective du béton
  - $f_c^* = v_c \cdot f_c$  avec  $v_c = 0,8$  pour les BFUP (Voo et al., 2006)
- $x$  la projection horizontale de la ligne de rupture (voir Figure 1-85)

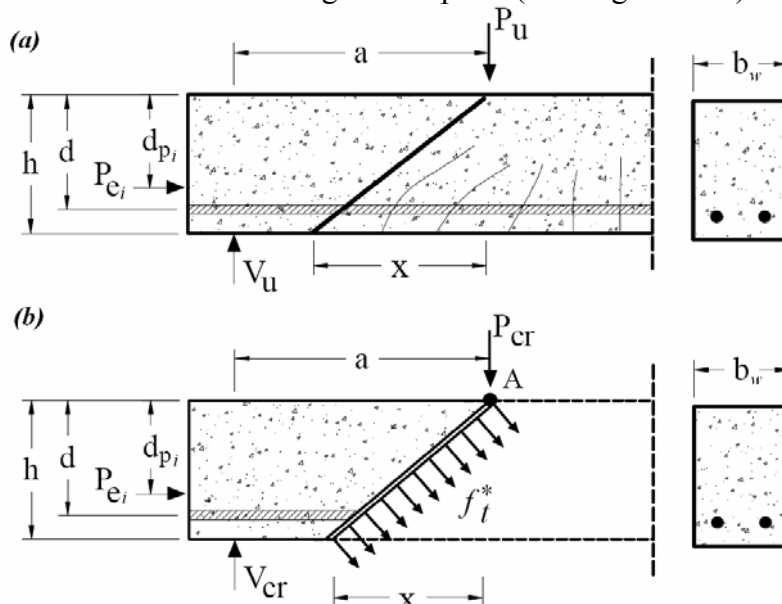


Figure 1-85 Poutre rectangulaire sur deux appuis : (a) ligne de rupture ; (b) chargement  $P_{cr}$  correspondant au développement complet de la fissure diagonale (Voo et al., 2006)

La détermination du point de départ de la fissure critique est obtenue en égalant l'effort tranchant ultime  $V_u$  et l'effort de cisaillement présent le long de la ligne de rupture  $V_{cr}$ . La résistance de la fissure inclinée  $V_{cr}$  est définie comme l'effort tranchant correspondant au développement complet de la fissure diagonale en considérant une contrainte effective de traction  $f_t^*$  uniforme le long de la fissure.

Dans le cas d'une poutre en flexion trois points,  $V_{cr}$  est déterminé en considérant le moment agissant à l'extrémité de la fissure (point A sur la Figure 1-85b) :

$$M_{cr-A} = V_{cr} \cdot a = \frac{1}{2} \cdot f_t^* \cdot b_w \cdot (h^2 + x^2) + \sum P_{ei} \cdot d_{pi}, \text{ avec :}$$

- $a$  : la portée d'effort tranchant
- $f_t^*$  la résistance en traction effective du béton
  - $f_t^* = v_t \cdot f_{tf-max}$  avec  $v_t = 0,8$  pour les BFUP (Voo et al., 2006)

- $f_{tf-max}$  est pris égale au maximum de la résistance en traction résiduelle  $f_{tf}$ :

$$f_{tf} = K_f \cdot \frac{L_f}{D_f} \cdot V_f \cdot \tau_b$$

- Le facteur d'efficacité de la résistance en traction  $v_t$  permet de prendre en compte le fait que l'ouverture de la fissure diagonale au moment de la ruine est souvent supérieure à l'ouverture correspondant à la résistance en traction maximale du BFUP. La valeur de 0,8 est ainsi issue d'une calibration à partir notamment d'observations expérimentales sur l'ouverture de la fissure concomitante à la rupture.
- $d_{pi}$  est la distance par rapport à la fibre supérieure de la force de précontrainte effective  $P_{ei}$  du niveau  $i$ .

Ainsi l'équation permettant d'obtenir la valeur de  $x$  s'écrit :

$$V_u = V_{cr} ; f_c^* \cdot \left( \sqrt{1 + \left( \frac{x}{h} \right)^2} - \frac{x}{h} \right) = f_t^* \cdot \frac{h^2 + x^2}{a \cdot h} + \frac{2 \cdot \sum P_{ei} \cdot d_{pi}}{a \cdot b_w \cdot h} \text{ avec } 0 \leq x \leq a$$

(Voo et al., 2010) ont testé cette approche sur une vingtaine de résultats expérimentaux dont ceux de (Hegger et al., 2004 ; Bertram et Hegger, 2008). La corrélation entre les prédictions du modèle et l'effort tranchant ultime obtenu expérimentalement semble bonne (voir Figure 1-86).

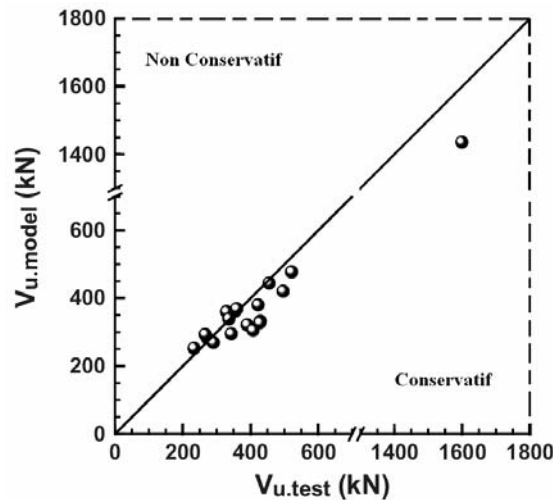


Figure 1-86 Comparaison entre les prédictions de l'approche CSM-VEM et les résultats expérimentaux (Voo et al., 2010)

### (Degen, 2009)

L'approche de (Degen, 2009) visant à modéliser le comportement à l'effort tranchant des poutres en BFUP sans armatures transversales se base sur la méthode MCFT. Contrairement à l'analyse de (Minelli et Plizzari, 2010c) pour les poutres en BFM, (Degen, 2009) ne considère pas une contribution additive du béton et des fibres. L'action des fibres est intégrée dans le terme « béton » ou « BFUP ». En outre, seule l'échelle « moyenne » est prise en compte. Le BFUP est considéré comme étant multifissurant. Ainsi son comportement en traction peut être modélisé par une loi « contrainte – déformation ».

L'approche de (Degen, 2009) permet de prendre en compte le caractère multi-fissurant et pseudo-écrouissant de certains BFUP. Néanmoins, le modèle utilise une loi « matériau »

reliant la contrainte de cisaillement  $\tau$  à la déformation de cisaillement  $\gamma_{xy}$  qui a été validée à partir des résultats expérimentaux sur lesquels le modèle est testé :

$$\gamma_{xy} = \begin{cases} \frac{\tau}{G} & \text{si } \tau \leq \tau_{cr} \\ \gamma_{max} - \sqrt{\frac{(\tau_{max} - \tau) \cdot \left(\gamma_{max} - \frac{\tau_{cr}}{G}\right)^2}{\tau_{max} - \tau_{cr}}} & \text{si } \tau > \tau_{cr} \end{cases}, \text{ avec :}$$

- G : module de cisaillement
- $\tau_{cr} = 15,9$  MPa
- $\tau_{max} = 24,1$  MPa
- $\gamma_{max} = 0,01$

Cette loi nécessite donc d'être comparée à d'autres résultats d'essais à l'effort tranchant sur poutres en BFUP afin d'être ou non validée.

### 1.3.3.3 DISCUSSION

En comparaison avec les poutres en BFM, le comportement à l'effort tranchant des poutres en BFUP se caractérise par une fissuration beaucoup plus fine et dense, en particulier lorsque le volume de fibres est relativement important ( $V_f \geq 2\%$ ).

En raison notamment de la rhéologie du matériau et de la forme complexe des sections dimensionnées, la question de l'orientation réelle des fibres au sein de la structure est particulièrement sensible dans le cas des BFUP. Il semble donc important de caractériser cette orientation des fibres lors de chaque campagne expérimentale. Cette étape n'a jamais été réalisée dans les différentes études disponibles dans la littérature.

Les essais réalisés sur des poutres en BFUP avec armatures transversales ne permettent pas de conclure complètement sur le cumul de la participation des armatures et des fibres à la résistance à l'effort tranchant ultime.

L'estimation de la résistance ultime à l'effort tranchant des poutres en BFUP est souvent basée sur une approche en « contrainte – ouverture de fissure ». Néanmoins, certains modèles plus ou moins aboutis ont été développés de manière à prendre en compte le caractère multifissurant et écrouissant en traction qui peut caractériser certains BFUP selon le volume de fibres utilisé, la qualité de la matrice cimentaire et l'orientation réelle des fibres.

Les formulations de justification de la résistance à l'effort tranchant des poutres en BFUP :

- se situent dans la continuité des approches développées pour les BFM mais le besoin de validation de l'apport des fibres est accru,
- se situent potentiellement dans la continuité des formules mises au point pour les BHP mais il y a un manque important de données dans la gamme des bétons avec une résistance en compression moyenne comprise entre 110 MPa et 180 MPa, ce qui intervient à la fois sur la résistance des bielles et la contribution de la structure.

L'approche de (Casanova, 1995) reprise par les recommandations (AFREM, 1995) sur les BFM, qui a montré son intérêt pour les BFM « ordinaires », n'a pas été validée pour les BFUP en particulier pour la possibilité de cumul fibres et armatures transversales.

### 1.3.4 CONCLUSIONS

Le contrôle de la fissuration diagonale d'une structure en béton armé et/ou précontraint entre dans le cadre de la vérification de son aptitude au service et garantit que la fissuration reste en deçà des limites préjudiciables à un fonctionnement normal de l'ouvrage. De même la vérification à l'effort tranchant à l'état limite ultime permet de se prémunir d'une rupture fragile qui aurait des conséquences dramatiques pour la structure. Le dimensionnement vis-à-vis de l'effort tranchant est donc une problématique primordiale pour la sécurité d'un ouvrage. Celle-ci devient encore plus sensible dans le cas des structures en BFUP car très souvent, seul le BFUP est utilisé pour résister aux sollicitations tangentes. En outre cette vérification peut être critique vis-à-vis du dimensionnement des âmes près des appuis comme le montre le cas du pont Pinel (De Matteis et al., 2008).

L'état de l'art résumé dans ce chapitre, indique que les essais de flexion menés sur des poutres en BFUP ou BTHP fibré conduisant à un mécanisme de ruine par effort tranchant ont été très rarement associés à une caractérisation du comportement en traction du matériau cimentaire. A cela s'ajoute une absence systématique de l'identification de l'orientation réelle des fibres au sein de la structure. Or cette problématique est essentielle dans le cas des structures en BFUP de par la rhéologie du matériau et la forme complexe des sections dimensionnées. Il est alors difficile d'évaluer la contribution réelle du BFUP vis-à-vis de l'effort tranchant. Seule une étude complète du comportement en traction du BFUP avec l'obtention d'une loi « contrainte-déformation » (dans le cas d'un BFUP écrouissant) ou « contrainte-ouverture de fissure » (dans le cas d'un BFUP adoucissant) associée à une identification de l'orientation réelle des fibres au sein de la structure peut permettre d'évaluer la participation réelle du BFUP vis-à-vis de la reprise de l'effort tranchant.

Dans le cas d'une association du BFUP et d'armatures transversales pour résister aux sollicitations tangentes, les essais réalisés jusqu'ici sur des poutres en BFUP avec étriers ne permettent pas de conclure complètement sur le cumul de la participation des armatures et des fibres à la résistance à l'effort tranchant ultime.

A partir de ces considérations, il est donc apparu nécessaire de mener des essais de flexion conduisant à une rupture à l'effort tranchant sur des poutres en BFUP armé et/ou précontraint avec ou sans armatures transversales associées, combinés à une caractérisation des propriétés mécaniques des différents matériaux utilisés, et à une identification de l'orientation réelle des fibres au sein de la structure. L'étude du comportement en traction du BFUP à l'échelle du matériau a bien entendu été conduite en cohérence avec les méthodes mises au point lors de cette thèse pour pallier les limites des méthodes existantes, et décrites dans le chapitre 2.

Les résultats expérimentaux obtenus ont été confrontés aux modèles existants et aux formules de justification destinées à couvrir les structures en BFUP. Ils ont également été confrontés à des méthodes de calcul développées lors de cette thèse permettant de prendre en compte les spécificités des BFUP en particulier vis-à-vis de leur comportement en traction.



# Chapitre 2

## CARACTERISATION DU COMPORTEMENT POST-FISSURATION EN TRACTION

### SOMMAIRE

---

|            |  |     |
|------------|--|-----|
| <b>2.1</b> | <b>INTRODUCTION</b> .....  | 139 |
| <b>2.2</b> | <b>CAMPAGNE EXPERIMENTALE</b> .....  | 140 |
| <b>2.3</b> | <b>METHODE DIRECTE : ESSAIS DE TRACTION DIRECTE</b> .....  | 146 |
| 2.3.1      | PRINCIPE DE LA METHODE .....   | 146 |
| 2.3.1.1    | ESSAIS PRECURSEURS ET PHASE DE DEVELOPPEMENT .....   | 147 |
| 2.3.1.2    | METHODE APPLIQUEE LORS DE LA CAMPAGNE EXPERIMENTALE .....  | 160 |
| 2.3.2      | RESULTATS EXPERIMENTAUX .....  | 165 |
| 2.3.2.1    | DEPOUILLEMENT DES RESULTATS .....  | 165 |
| 2.3.2.2    | COMPORTEMENT ELASTIQUE .....   | 174 |
| 2.3.2.3    | COMPORTEMENT POST-FISSURATION .....  | 177 |
| 2.3.2.4    | CONCLUSION .....   | 179 |
| <b>2.4</b> | <b>METHODE INDIRECTE : ESSAIS DE FLEXION QUATRE POINTS</b> .....   | 179 |
| 2.4.1      | DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL .....   | 180 |
| 2.4.1.1    | DISPOSITIF GENERAL DES ESSAIS ET ASSERVISSEMENT .....  | 180 |
| 2.4.1.2    | INSTRUMENTATION DES CORPS D'EPREUVE .....  | 182 |
| 2.4.1.3    | DEROULEMENT DES ESSAIS .....   | 183 |
| 2.4.2      | PRINCIPE DES METHODES D'ANALYSE .....  | 184 |
| 2.4.2.1    | BFUP PRESENTANT UNE MULTIFISSURATION FINE ET FAIBLEMENT ESPACEE .....  | 184 |
| 2.4.2.2    | BFUP PRESENTANT UNE MULTI MACROFISSURATION .....   | 194 |
| 2.4.2.3    | DEMARCHE ADOPTEE POUR LE TRAITEMENT DES RESULTATS EXPERIMENTAUX .....  | 200 |
| 2.4.3      | RESULTATS EXPERIMENTAUX .....  | 200 |
| 2.4.3.1    | COMPORTEMENT ELASTIQUE (LIMITE DE LINEARITE ET MODULE D'YOUNG) .....   | 215 |
| 2.4.3.2    | COMPORTEMENT POST-FISSURATION .....  | 221 |
| <b>2.5</b> | <b>CONFRONTATION DES RESULTATS ANALYSES ISSUS DES ESSAIS DE TRACTION DIRECTE ET DE FLEXION QUATRE POINTS</b> ..... | 268 |
| 2.5.1      | TYPE DE COMPORTEMENT POST-FISSURATION ET COMPORTEMENT ELASTIQUE .....  | 268 |
| 2.5.1.1    | TYPE DE COMPORTEMENT POST-FISSURATION .....  | 268 |
| 2.5.1.2    | COMPORTEMENT ELASTIQUE (LIMITE DE LINEARITE ET MODULE D'YOUNG) .....   | 269 |
| 2.5.2      | COMPARAISON POUR LES BFUP ECROUISSANTS EN TRACTION DIRECTE .....   | 272 |
| 2.5.3      | COMPARAISON POUR LES BFUP ADOUCISSANTS EN TRACTION DIRECTE .....   | 285 |
| <b>2.6</b> | <b>CONCLUSIONS</b> .....   | 287 |



## 2.1 INTRODUCTION

L'étude bibliographique des méthodes de caractérisation du comportement en traction des BFUP a mis en évidence la nécessité de mieux investiguer la réponse d'éléments non-entaillés, moulés ou prélevés dans la structure, afin de maîtriser quantitativement de façon plus précise le lien entre les courbes de comportement obtenues, sous sollicitation directe ou indirecte, et la possibilité d'en déduire une donnée de calcul fiable et représentative.

Dans le cadre d'une collaboration entre l'IFSTTAR et le TFHRC (Turner Fairbank Highway Research Center, centre de recherche de la FHWA, situé près de Washington aux USA), des travaux ont été entrepris de manière à développer des méthodes de caractérisation dont le cahier des charges est le suivant :

- Identification du comportement adoucissant ou écrouissant en traction du BFUP testé. Les éprouvettes utilisées ne doivent donc pas être entaillées.
- Obtention d'une loi « contrainte-déformation » (dans le cas d'un BFUP écrouissant) ou « contrainte-ouverture de fissure » (dans le cas d'un BFUP adoucissant). Cette loi doit être déterminée en réduisant le nombre d'hypothèses prises en compte de manière à éviter un artefact trop important dû au traitement des résultats.
- Adaptation à des éléments prélevés au sein d'une structure (donc le plus souvent de section constante).
- Exécution rapide des essais de manière à s'adapter à un contexte opérationnel.

L'essai de flexion quatre points sur éprouvette non-entaillée est répandu et accepté dans le cadre de la caractérisation du comportement en traction des BFUP (sauf peut-être pour des applications structurelles induisant par la géométrie une structuration trop spécifique du renfort fibré). Néanmoins cet essai nécessite l'utilisation d'une analyse inverse afin d'obtenir la loi de comportement « contrainte-déformation » (dans le cas d'un BFUP écrouissant en traction directe) ou « contrainte-ouverture de fissure » (dans le cas d'un BFUP adoucissant en traction directe). Les résultats obtenus sont dépendants des hypothèses prises en compte dans cette analyse inverse. Ces hypothèses peuvent donc entraîner un certain nombre d'artefacts sur la loi « contrainte-déformation » ou « contrainte-ouverture de fissure » déterminée. On s'est donc attaché à développer des méthodes d'analyse qui permettent de donner une loi de comportement en traction la plus réaliste possible (en lien avec la configuration de l'essai). Cela nécessite de réduire le nombre d'hypothèses utilisées.

La configuration de l'essai de flexion quatre points peut également entraîner une surestimation de la capacité du comportement des BFUP en traction en raison d'un effet de gradient : la zone la plus sollicitée est celle où l'orientation des fibres est la plus favorable. Il est donc nécessaire d'évaluer l'impact de ces artefacts sur la réponse en traction des BFUP.

Pour valider ce raccordement, une méthode d'essai de traction directe a été mise au point de manière à pouvoir tester des corps d'épreuve de dimensions identiques en flexion et en traction directe. La méthode de traction directe mise en œuvre s'inspire des essais de caractérisation de prismes en acier tels que définis par la norme (ASTM E8, 2009). Cette norme étant fréquemment utilisée aux Etats-Unis, l'équipement nécessaire pour réaliser les essais est relativement standard. La méthode consiste à tester des prismes de section variable à l'aide d'une machine d'essais munie de mors hydrauliques. Ces derniers assurent le développement de contraintes unidirectionnelles dans l'éprouvette en évitant notamment toute rotation aux extrémités du prisme.



L'approche générale adoptée est résumée Figure 2-1. Les résultats obtenus à partir des essais de flexion, après application de l'analyse inverse associée, ont été comparés à ceux des essais de traction directe. Cette comparaison a été réalisée au travers d'une campagne expérimentale portant sur différentes tailles de prisme et deux BFUP différents.

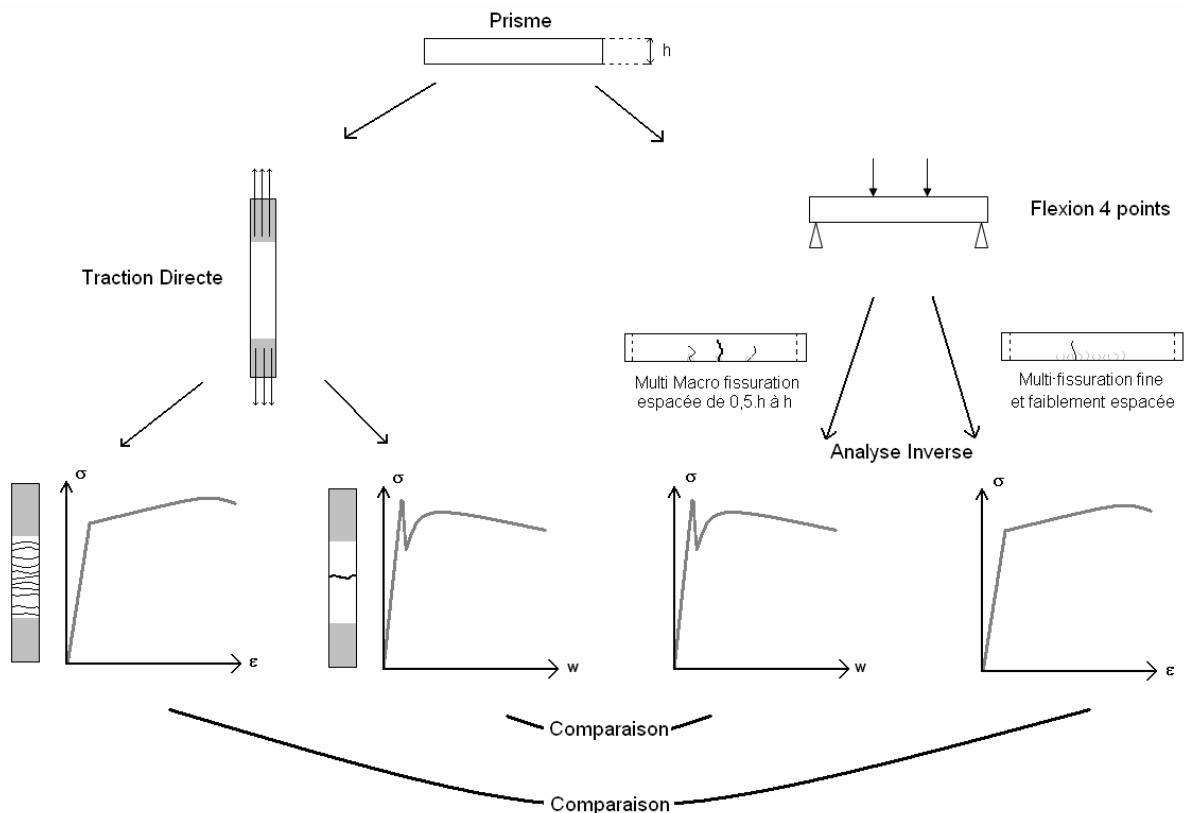


Figure 2-1 Approche générale adoptée pour évaluer la pertinence des essais de flexion quatre points associés aux analyses inverses proposées afin de caractériser le comportement en traction des BFUP

Sur la base de cette investigation, l'ambition était de consolider la méthodologie de caractérisation du comportement d'un BFUP [en contribuant à mieux asseoir les méthodes proposées lors de la révision des recommandations (AFGC-Sétra, 2002)], en limitant les hypothèses ad hoc, et en s'assurant de la pertinence des données de calcul obtenues vis-à-vis du fonctionnement de structures (notamment dimensionnées de façon critique par la vérification à l'effort tranchant).

## 2.2 CAMPAGNE EXPERIMENTALE

Le Tableau 2-1 présente une synthèse des différents essais réalisés pour chaque gâchée de BFUP. En plus des essais de traction directe et de flexion quatre points sur prismes non entaillés, des essais de compression et de fendage ont été réalisés sur des cylindres 76,2mm\*152,4mm et 110mm\*220mm.

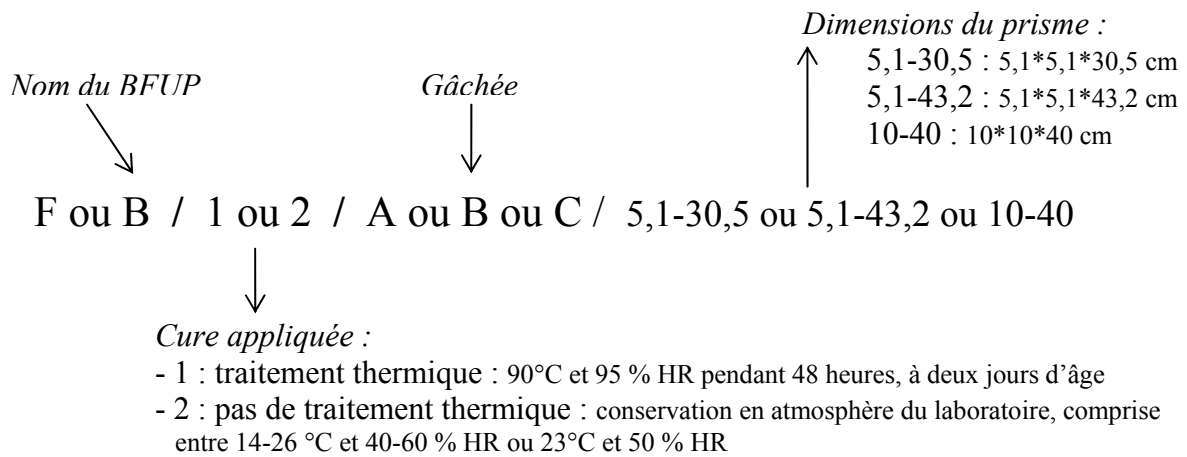
Tableau 2-1 Synthèse des différents essais effectués pour chaque gâchée de BFUP

| Gâchée | BFUP | Pourcentage volumique de fibres d'acier (%) | Cure appliquée  | Traction Directe Prisme 50,8*50,8*304,8 mm | Traction Directe Prisme 50,8*50,8*431,8 mm | Flexion 4 points Prisme 50,8*50,8*304,8 mm | Flexion 4 points Prisme 50,8*50,8*431,8 mm | Flexion 4 points Prisme 100*100*400 mm | Compression sur cylindres | Fendage sur cylindres |
|--------|------|---|---|--|--|--|--|--|---------------------------|-----------------------|
| F1A    | F    | 2   | 90°C<br>95 % HR<br>pendant 48 heures<br>puis Lab <sup>1</sup> | X  | X  | X  | X  |  | X<br>(76,2mm*152,4mm)     | X<br>(76,2mm*152,4mm) |
| F1B    | F    | 2   | 90°C<br>95 % HR<br>pendant 48 heures<br>puis Lab <sup>1</sup> | X  |  | X  | X  |  | X<br>(76,2mm*152,4mm)     | X<br>(76,2mm*152,4mm) |
| F2A    | F    | 2   | Lab <sup>1</sup><br>23 °C<br>50 % HR                          | X  | X  | X  | X  |  | X<br>(76,2mm*152,4mm)     | X<br>(76,2mm*152,4mm) |
| F1C    | F    | 2,5   | 90°C<br>95 % HR<br>pendant 48 heures<br>puis Lab <sup>1</sup> | X  | X  | X  | X  |  | X<br>(76,2mm*152,4mm)     | X<br>(76,2mm*152,4mm) |
| B2A    | B    | 2,5   | Lab <sup>2</sup><br>14-26 °C<br>40-60 % HR                    | X  |  | X  | X  | X                                      | X<br>(110mm*220mm)        | X<br>(110mm*220mm)    |
| B2B    | B    | 2,5   | Lab <sup>2</sup><br>14-26 °C<br>40-60 % HR                    |  |  |  |  | X                                      | X                         |                       |

Lab<sup>1</sup> : 23 °C et 50 % HR

Lab<sup>2</sup> : 14 - 26 °C et 40 - 60 % HR

La dénomination de chaque groupe de prismes est définie de la manière suivante :



La composition de chaque BFUP est présentée ci-dessous :

Tableau 2-2 Composition des BFUP étudiés lors de la campagne expérimentale

| Materiaux                                 | BFUP « F-2% »<br>kg/m <sup>3</sup> | BFUP « F-2,5% »<br>kg/m <sup>3</sup> | BFUP « B »<br>kg/m <sup>3</sup> |
|---|------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------|
| Premix (F ou B)                           | 2195                               | 2161                                 | 2296                            |
| Superplastifiant                          | 30                                 | 29                                   | 50                              |
| Fibres d'acier<br>(13 mm – $\Phi$ 0,2 mm) | 156                                | 195                                  | 0                               |
| Fibres d'acier<br>(20 mm – $\Phi$ 0,3 mm) | 0                                  | 0                                    | 195                             |
| Eau                                       | 130                                | 128                                  | 190                             |

Le premix du BFUP « F » est caractérisé par un diamètre du plus gros granulat de l'ordre de 0,8 mm alors que celui du BFUP « B » est proche de 8 mm. Le BFUP « F » contient des fibres de longueur 13 mm et de diamètre 0,2 mm alors que les fibres du BFUP « B » ont une longueur de 20 mm et un diamètre de 0,3 mm.

Les éprouvettes en BFUP « F » ont été coulées au TFHRC. Les éprouvettes en BFUP « B » ont été fabriquées en France (par la société commercialisant ce BFUP) puis envoyées au TFHRC où l'ensemble des essais expérimentaux ont été réalisés (à l'exception de ceux sur les éprouvettes en « B2B »). La campagne expérimentale s'est étalée sur une période de deux mois, chaque éprouvette étant âgée d'au moins deux mois et demi.

Les essais sur les éprouvettes en « B2B » (compression et flexion quatre points) ont été réalisés à l'IFSTTAR, huit mois après la fabrication des corps d'épreuve.

Pour les essais de traction directe et les essais de flexion quatre points, trois tailles de prisme ont été étudiées :

- 50,8mm\*50,8mm\*304,8mm (traction directe et flexion 4 points)
- 50,8mm\*50,8mm\*431,8mm (traction directe et flexion 4 points)
- 100mm \*100mm\*400mm (flexion 4 points)

La section 50,8mm\*50,8mm résulte d'un compromis entre la volonté de tester des prismes de taille suffisante afin d'éviter une orientation préférentielle des fibres trop importante, et l'espacement maximal des mors qui est égal à 67 mm (pour les essais de traction directe). Ainsi, dans le cas du BFUP « F », cette taille de prisme correspond à une configuration de type élément épais au sens des recommandations françaises sur les BFUP (AFGC-Sétra, 2002) : hauteur supérieure à cinq fois la longueur des fibres. Néanmoins, dans le cas du BFUP « B », ces dimensions correspondent à une configuration de type élément mince (AFGC-Sétra, 2002). Une section plus importante (100mm\*100mm) a donc été ajoutée pour la caractérisation du comportement en traction du BFUP « B » à partir des essais de flexion quatre points.

L'utilisation de deux tailles différentes de prisme pour une même section (50,8mm\*50,8mm) a été principalement motivée par la volonté :

- d'étudier l'effet de la longueur testée sur la réponse en traction du BFUP considéré ;
- dans le cas des essais de traction directe, d'appréhender l'influence de la longueur de l'éprouvette sur son comportement notamment au moment du serrage des mors.

De plus dans le cas des essais de flexion quatre points, l'utilisation d'un prisme plus long avec une portée d'effort tranchant et une zone de moment constant plus importante, permet de réduire l'influence des déformations d'effort tranchant sur le comportement global de l'éprouvette. L'impact des points d'application de l'effort est également réduit au centre du prisme. Les configurations des essais de flexion quatre points sont les suivantes :

- Prisme de dimensions 50,8mm\*50,8mm\*304,8mm : distance entre les rouleaux supérieurs égale à 76,2 mm avec une portée totale de 228,6 mm.
- Prisme de dimensions 50,8mm\*50,8mm\*431,8mm : distance entre les rouleaux supérieurs égale à 101,6 mm avec une portée totale de 355,6 mm.
- Prisme de dimensions 100mm\*100mm\*400mm (essais TFHRC) : distance entre les rouleaux supérieurs égale à 101,6 mm avec une portée totale de 304,8 mm.
- Prisme de dimensions 100mm\*100mm\*400mm (essais IFSTTAR : uniquement pour B2B) : distance entre les rouleaux supérieurs égale à 100 mm avec une portée totale de 300 mm.

Les prismes ont tous été fabriqués de la même manière en déversant le matériau frais d'une faible hauteur depuis un sceau en déplaçant horizontalement le point de déversement afin d'accompagner l'écoulement du BFUP en restant toujours en arrière du front d'avancement du flux dans le moule.

Pour les essais de compression et de fendage sur cylindres, deux tailles d'éprouvettes ont été utilisées :

- 76,2mm\*152,4mm pour le BFUP « F »
- 110mm\*220mm pour le BFUP « B »

Les essais de compression sont pilotés en force avec une vitesse de chargement égale à :

- 1 MPa/sec pour les essais réalisés au TFHRC.
- 0,5 MPa/sec pour les essais réalisés à l'IFSTTAR (uniquement pour B2B).

La déformation au centre de l'éprouvette est mesurée tout au long de l'essai à partir d'un extensomètre (composé de trois LVDT's disposés à 120° l'un des autres) avec une longueur de base égale à :

- 50,8 mm pour les cylindres 76,2mm\*152,4mm (essais TFHRC).
- 101,6 mm pour les cylindres 110mm\*220mm (essais TFHRC).
- 110 mm pour les cylindres 110mm\*220mm (essais IFSTTAR : uniquement pour B2B).

Le module est déterminé à partir d’une interpolation linéaire sur la courbe « contrainte-déformation » pour un intervalle compris entre 10 % et 30 % de la résistance maximale. Le résultat des essais de compression pour chaque gâchée sont les suivants :

Tableau 2-3 Résultats des essais de compression sur cylindres pour chaque gâchée

| Gâchée | Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> ) | Résistance moyenne en compression (MPa) | Résistance caractéristique en compression (MPa) | Module d’Young (GPa) |
|--------|--------------------------------------|---|---|----------------------|
| F1A    | 2570                                 | 220                                     | 205   | 61,0                 |
| F1B    | 2568                                 | 231                                     | 217   | 61,9                 |
| F2A    | 2545                                 | 192                                     | 188   | 62,8                 |
| F1C    | 2569                                 | 212                                     | 197   | 60,3                 |
| B2A    | 2690                                 | 213                                     | 207   | 63,9                 |
| B2B    | 2694                                 | 194                                     | 190   | 60,2                 |

La valeur caractéristique de résistance en compression est obtenue en soustrayant à la valeur moyenne l’écart type correspondant affecté du coefficient de Student égal à 2,015 (correspondant au fractile 5% pour un échantillon de six éprouvettes). Pour chaque gâchée, trois cylindres ont été utilisés pour déterminer le module d’Young.

Les valeurs de module obtenues lors des essais réalisés au TFHRC sont un peu plus élevées (autour de 9 %) que les valeurs habituellement rencontrées pour ces BFUP lorsqu’ils sont testés à l’IFSTTAR. Ceci pourrait s’expliquer par une différence de conditions de stockage, les éprouvettes du TFHRC étant maintenues dans un environnement ambiant plus humide.

Les essais de fendage ont été réalisés en suivant le déplacement transversal de l’éprouvette à l’aide de deux LVDT’s (Graybeal, 2006a, 2006c). Il est alors possible de détecter la contrainte correspondant à la perte de linéarité (voir Figure 2-2).

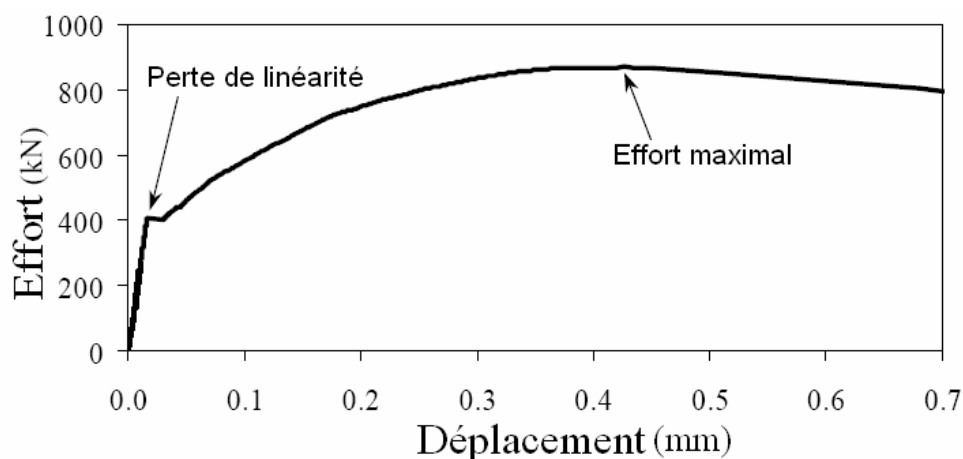


Figure 2-2 Courbe « effort-déplacement transversal » obtenue lors d’un essai de fendage (Graybeal, 2006a)

Les résultats pour les essais de fendage pour chaque gâchée sont les suivants :

Tableau 2-4 Résultats des essais de fendage sur cylindres pour chaque gâchée

| Gâchée | Contrainte moyenne correspondant à la perte de linéarité (MPa) | Contrainte correspondant à la perte de linéarité : Ecart-Type (MPa) | Contrainte moyenne correspondant à l'effort maximal (MPa) | Contrainte correspondant à l'effort maximal : Ecart-Type (MPa) |
|--------|--|---|---|--|
| F1A    | 9,5  | 0,8   | 23,9  | 2,3  |
| F1B    | 9,8  | 0,7   | 22,2  | 2,8  |
| F2A    | 5,0  | 0,9   | 20,9  | 0,1  |
| F1C    | 11,2   | 1,3   | 24,0  | 1,1  |
| B2A    | 7,5  | 0,8   | 27,1  | 2,1  |
| B2B    | -  | -   | -   | -  |

La valeur de la contrainte correspondant à l'effort maximal n'est pas vraiment exploitable en raison de l'état de contrainte biaxiale qui perturbe la réponse du béton fibré testé en améliorant notamment l'ancrage des fibres (Rossi, 1998).

La valeur de la contrainte moyenne correspondant à la perte de linéarité pour la gâchée B2A est relativement faible. Cela pourrait s'expliquer par des conditions de conservation différentes par rapport aux BFUP F1A, B2C et F2A mais également par la difficulté pour cette gâchée à déterminer de façon précise, sur la courbe « Effort appliqué – Déplacement latéral », la perte de linéarité (voir Figure 2-3).

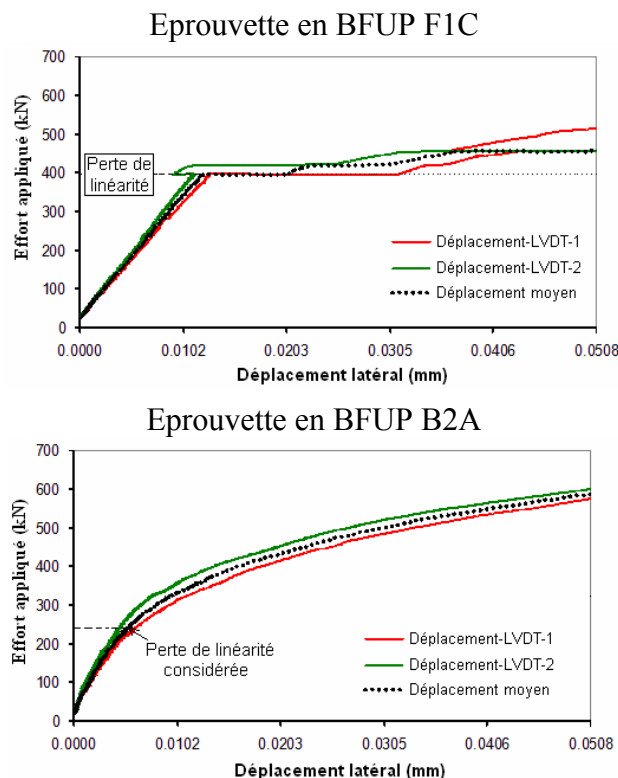


Figure 2-3 Courbes « Effort appliqué – Déplacement latéral » issues des essais de fendage sur cylindres 76,2mm\*152,4mm pour le BFUP F1C et 110mm\*220mm pour le BFUP B2A

## 2.3 METHODE DIRECTE : ESSAIS DE TRACTION DIRECTE

La caractérisation en traction directe constitue théoriquement le « juge de paix » pour fournir sans traitement ou hypothèse discutable une loi de comportement directement utilisable pour le calcul. Compte tenu de la volonté de réaliser des essais sur des corps d'épreuve de même géométrie en traction et en flexion, et des difficultés liées aux essais avec collage, une procédure particulière a été utilisée.

### 2.3.1 PRINCIPE DE LA METHODE

Cette méthode de traction directe s'inspire des méthodes de caractérisation de l'acier notamment celle donnée par la norme (ASTM E8, 2009). Des prismes en acier de section variable sont testés en traction directe à l'aide d'une machine d'essais munis de mors hydrauliques. Comme nous l'avons vu précédemment, un certain nombre d'études ont utilisé un principe similaire pour caractériser le comportement en traction de bétons fibrés (Kanda et Li, 1999 ; JSCE, 2008 ; Pereira et al., 2010). Toutefois ces essais ont été menés sur des éprouvettes de section variable ou entaillées. Or dans le cadre d'une comparaison avec des essais de flexion quatre points sur prismes non entaillés, il est nécessaire que la méthode d'essai soit compatible avec des éprouvettes de section constante non entaillées. (Qian et Li, 2007) font référence à des essais de traction directe sur dalles minces (76,2mm\*12,7mm\*304,8mm) non-entaillées de section constante réalisés dans le but de caractériser le comportement en traction de matériaux du type ECC. Ces essais avaient été menés à l'aide d'une presse munie de mors hydrauliques. Afin de faciliter la fixation des éprouvettes, l'une des faces en contact avec les mors étant probablement une face non coffrée au moment de la fabrication des corps d'épreuve, des plaques d'aluminium avaient été collées aux extrémités (voir Figure 2-4).

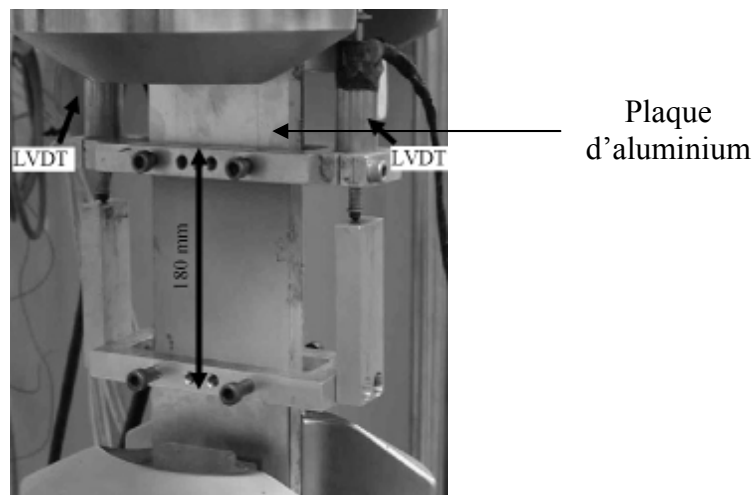


Figure 2-4 Essais de traction directe sur dalles minces en bétons fibrés du type ECC (Qian et Li, 2007)

Les résultats obtenus semblent satisfaisants, toutefois plusieurs questions se posent :

- L'utilisation de plaques d'aluminium de section constante risque d'engendrer des concentrations de contraintes au niveau de la jonction entre les zones avec et sans plaques.
- L'extensomètre utilisé (composé seulement de deux LVDTs) ne permet pas d'identifier une éventuelle flexion induite par le serrage des mors.

- La taille des corps d'épreuves (notamment la faible épaisseur) entraîne une orientation bidimensionnelle des fibres.

Un certain nombre d'adaptations doivent donc être mises en place pour respecter le cahier des charges prévu initialement.

### 2.3.1.1 ESSAIS PRECURSEURS ET PHASE DE DEVELOPPEMENT

Les premiers essais ont été réalisés au TFHRC sur des éprouvettes prismatiques prélevées à l'intérieur d'une poutre préalablement testée en flexion (Graybeal, 2010b). Ces prismes de section constante (25,4mm\*50,8mm\*304,8mm), non-entaillés, ont été testés en traction directe à l'aide d'une machine d'essais de capacité 500 kN munie de mors hydrauliques dont l'espacement maximal est égal à 50,8 mm (voir Figure 2-5). Ces essais ont permis de mettre en évidence une concentration de contraintes au niveau des éléments de fixation du prisme qui s'est traduite par une rupture quasi-systématique de l'éprouvette à proximité d'un des mors.



Figure 2-5 Essais de traction directe sur prismes sciés (Graybeal, 2010b)

Il est donc nécessaire de réduire cette concentration de contraintes de manière à ce que la longueur testée soit chargée de manière relativement homogène. Le recours à une éprouvette de section variable [très fréquent dans le cadre d'une caractérisation à partir d'éprouvettes moulées (Behloul, 1996 ; Jungwirth et Muttoni, 2005)] n'étant pas considéré comme satisfaisant dans l'optique de tester des éléments prélevés au sein d'une structure, il a donc été décidé d'utiliser des plaques d'aluminium de manière à réduire la concentration de contraintes à proximité des mors. Ces plaques sont collées aux deux extrémités de l'éprouvette à l'aide d'une colle très rigide de manière à assurer un bon transfert des efforts. L'aluminium présente



un rapport « Module d'Young / Coefficient de Poisson » proche du béton ce qui permet de diminuer l'écart des déformations transversales et ainsi de limiter le cisaillement dans la colle (Toutlemonde, 1994).

La réduction de contraintes au niveau des mors grâce aux plaques d'aluminium peut être quantifiée de la manière suivante :

- Section de BFUP sans plaques d'aluminium : l'effort normal  $N$  repris par cette section est égale à :

$$N = A_c \cdot E_c \cdot \varepsilon_c = A_c \cdot \sigma_c, \text{ avec :}$$

- $A_c$  la section de BFUP
- $E_c$  le module de BFUP
- $\varepsilon_c$  la déformation du BFUP au niveau de la section sans plaques d'aluminium
- $\sigma_c$  la contrainte du BFUP au niveau de la section sans plaques d'aluminium

- Section de BFUP avec plaques d'aluminium : l'adhérence entre le BFUP et l'aluminium étant considérée comme parfaite, l'effort normal  $N$  repris par cette section est égal à :

$$N = A_c \cdot \sigma_{cl} + A_l \cdot \sigma_l = A_c \cdot E_c \cdot \varepsilon_{cl} + A_l \cdot E_l \cdot \varepsilon_{cl} = A_c \cdot E_c \cdot \varepsilon_{cl} \times (1 + \rho_l \cdot \alpha_l) = A_c \cdot \sigma_{cl} \cdot (1 + \rho_l \cdot \alpha_l)$$

- $A_l$  est la section d'aluminium
- $\rho_l = \frac{A_l}{A_c}$
- $E_l$  est le module de l'aluminium
- $\alpha_l = \frac{E_l}{E_c}$
- $\sigma_l$  est la contrainte de l'aluminium au niveau de la section avec plaques d'aluminium
- $\varepsilon_{cl}$  est la déformation du BFUP et de l'aluminium au niveau de la section avec plaques d'aluminium
- $\sigma_{cl}$  est la contrainte du BFUP au niveau de la section avec plaques d'aluminium

L'effort normal étant constant tout au long de l'éprouvette :

$$N = A_c \cdot \sigma_c = A_c \cdot \sigma_{cl} \cdot (1 + \rho_l \cdot \alpha_l)$$

$$\text{d'où } \sigma_{cl} = \frac{1}{1 + \rho_l \cdot \alpha_l} \cdot \sigma_c$$

En considérant un module de l'aluminium égal à 70 GPa et un module du BFUP égal à 55 GPa, la réduction des contraintes du BFUP au niveau de la section avec plaques d'aluminium est de l'ordre de:

- 25 % pour une section de 50,8mm\*50,8mm de BFUP et deux plaques d'aluminium 6,3mm\*50,8mm.
- 20 % pour une section de 50,8mm\*50,8mm de BFUP et deux plaques d'aluminium 4,8mm\*50,8mm.

- 15 % pour une section de 50,8mm\*50,8mm de BFUP et deux plaques d'aluminium 3,2mm\*50,8mm.

Néanmoins, dans le cas d'une plaque droite (sans décroissance de l'épaisseur), le changement brutal de contraintes à l'intérieur du BFUP peut entraîner une localisation de la fissure de ruine au niveau de la jonction entre les zones avec et sans plaques.

Ainsi, plusieurs épaisseurs (6,35 mm, 4,76 mm et 3,18 mm) et types de plaques ont été testés (voir Figure 2-6):

- Plaque droite avec une épaisseur constante
- Plaque « biseautée » à une extrémité, avec une épaisseur constante
- Plaque droite avec une décroissance linéaire de l'épaisseur à une extrémité
- Plaque droite avec une décroissance circulaire de l'épaisseur à une extrémité

Les plans de l'ensemble des plaques testées sont présentés en annexe 1.

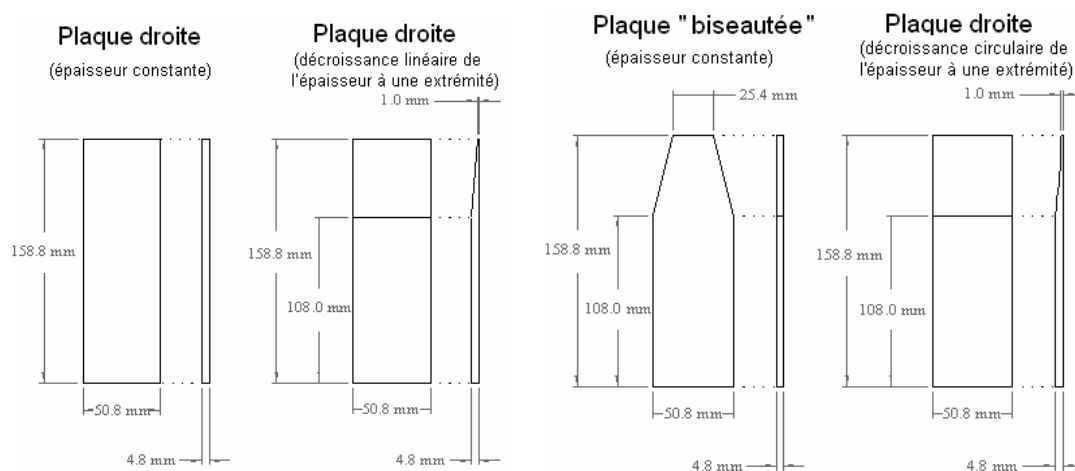


Figure 2-6 Essais de traction directe : différents types de plaques d'aluminium pour les prismes de dimensions 50,8mm\*50,8mm\*431,8mm (épaisseur = 4,8 mm)

Afin de choisir la géométrie optimale des plaques d'aluminium, deux études successives ont été menées :

- Une étude numérique de manière à appréhender l'apport de chaque plaque considérée vis-à-vis de la réduction des concentrations de contraintes.
- Une étude expérimentale afin de confirmer les résultats numériques.

Les résultats des études numériques menées avec le logiciel CESAR-LCPC, portant sur les prismes de dimensions 50,8mm\*50,8mm\*431,8mm sont présentés ci-dessous. Pour des raisons de symétrie et de gain de temps de calcul, seule la moitié de l'éprouvette est modélisée. L'interface entre le prisme en BFUP et les plaques d'aluminium est considérée comme parfaitement adhérente. Le comportement des deux matériaux étudiés est supposé élastique. L'objectif de cette étude numérique est ainsi d'évaluer la répartition des contraintes avant la première fissuration. Les caractéristiques mécaniques choisies pour chaque matériau sont les suivantes :

- BFUP : module d'Young  $E = 55$  GPa et coefficient de Poisson  $\nu = 0,19$ .
- Aluminium : module d'Young  $E = 70$  GPa et coefficient de Poisson  $\nu = 0,35$ .

L'action des mors sur l'éprouvette est modélisée par une force axiale (serrage des mors) et un effort surfacique (action du vérin) répartis de manière uniforme au niveau de la zone concernée par le serrage des mors.

La répartition des contraintes dans la zone concernée par l'action des mors est représentée Figure 2-7 et Figure 2-8 dans le cas d'une éprouvette avec et sans plaques d'aluminium. Les plaques permettent de diminuer l'amplitude de la concentration des contraintes. Pour une contrainte de référence égale à 10 MPa, la valeur de pointe est égale à 15,7 MPa pour le prisme sans plaques et 12 MPa pour l'éprouvette avec plaques d'aluminium. Ces plaques permettent également de réduire la zone de concentration avec l'obtention assez rapide (en termes de distance) d'un champ de contraintes relativement homogène ( $\Delta\sigma / \sigma_{ref} < 0,05$ ).

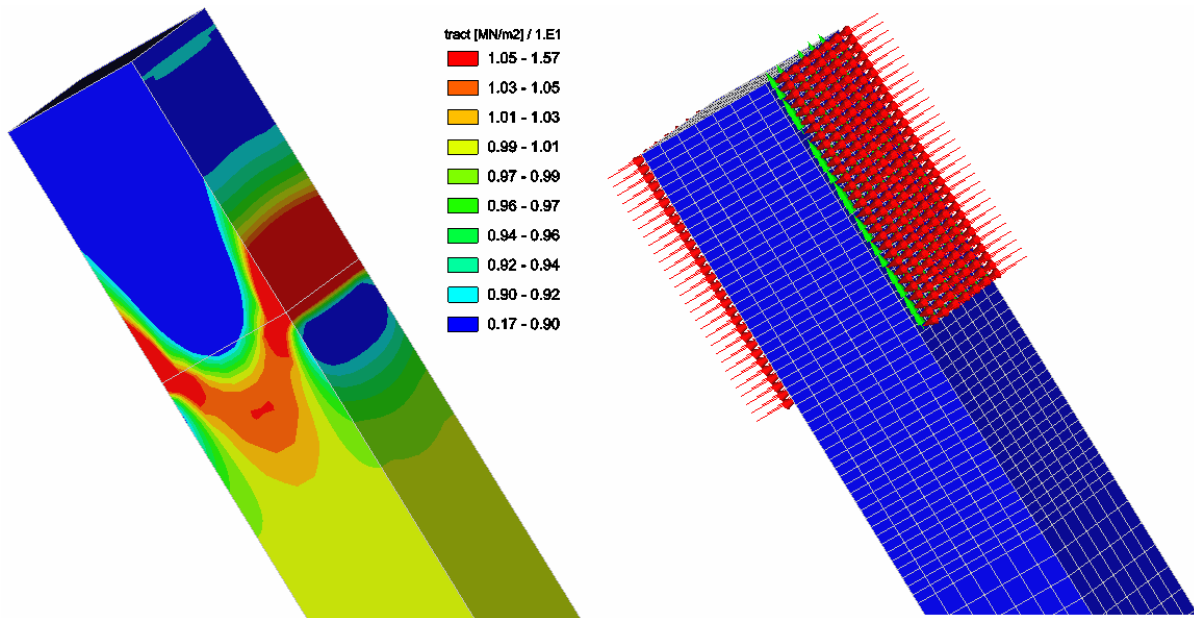


Figure 2-7 Eprouvette sans plaques d'aluminium : répartition des contraintes au niveau de la zone concernée par le serrage des mors (contrainte dans la section courante du prisme  $\sigma_{ref} = 10$  MPa)

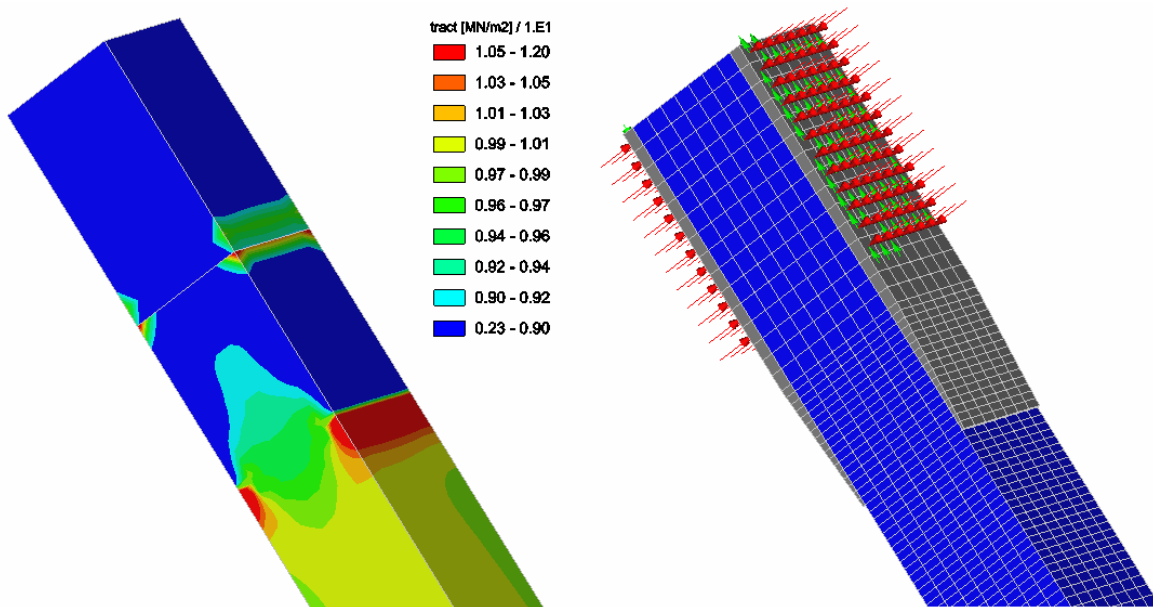


Figure 2-8 Eprouvette avec plaques d'aluminium d'épaisseur 0,48 cm (droite avec une décroissance linéaire de l'épaisseur) : répartition des contraintes au niveau de la zone concernée par le serrage des mors (contrainte dans la section courante du prisme  $\sigma_{ref} = 10$  MPa)

Afin de comparer les différentes solutions entre elles, l'évolution des contraintes le long d'une des deux faces concernées par le serrage des mors ou par le collage des plaques d'aluminium est tracée pour chaque cas étudié (voir Figure 2-9 à Figure 2-12).

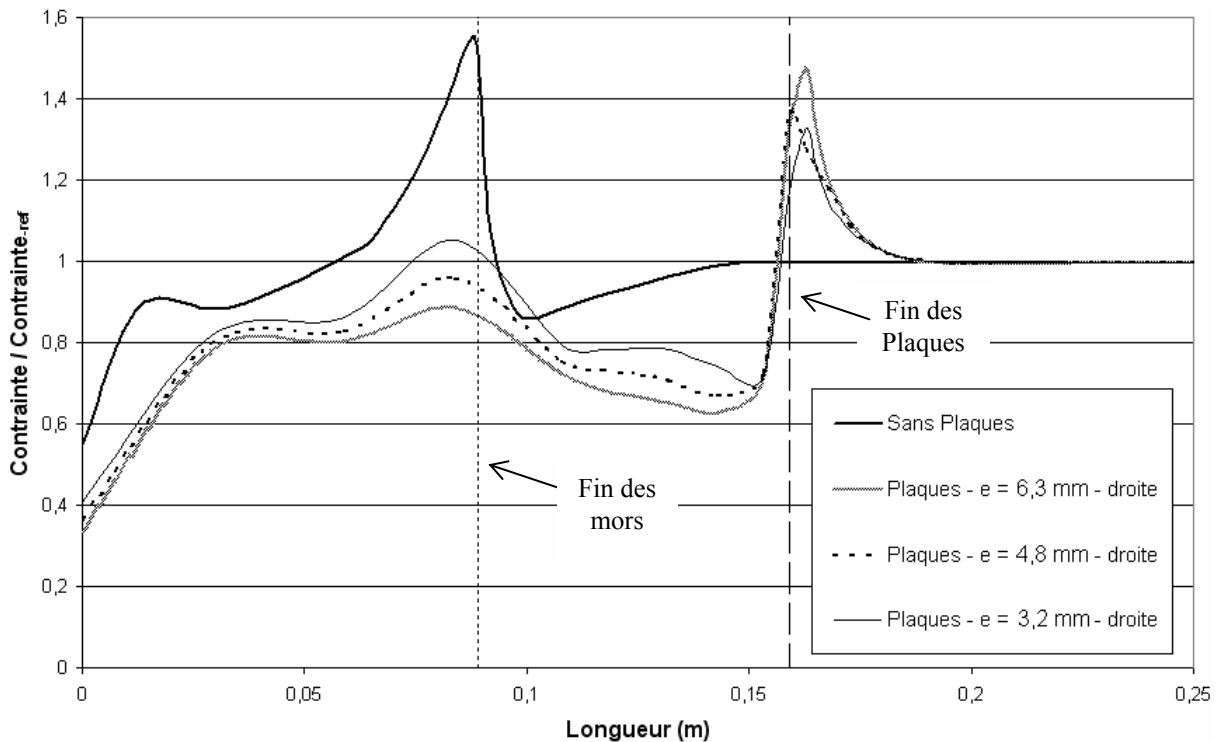


Figure 2-9 Evolution des contraintes le long d'une des deux faces concernée par le serrage des mors ou le collage des plaques d'aluminium : plaques d'aluminium de section droite

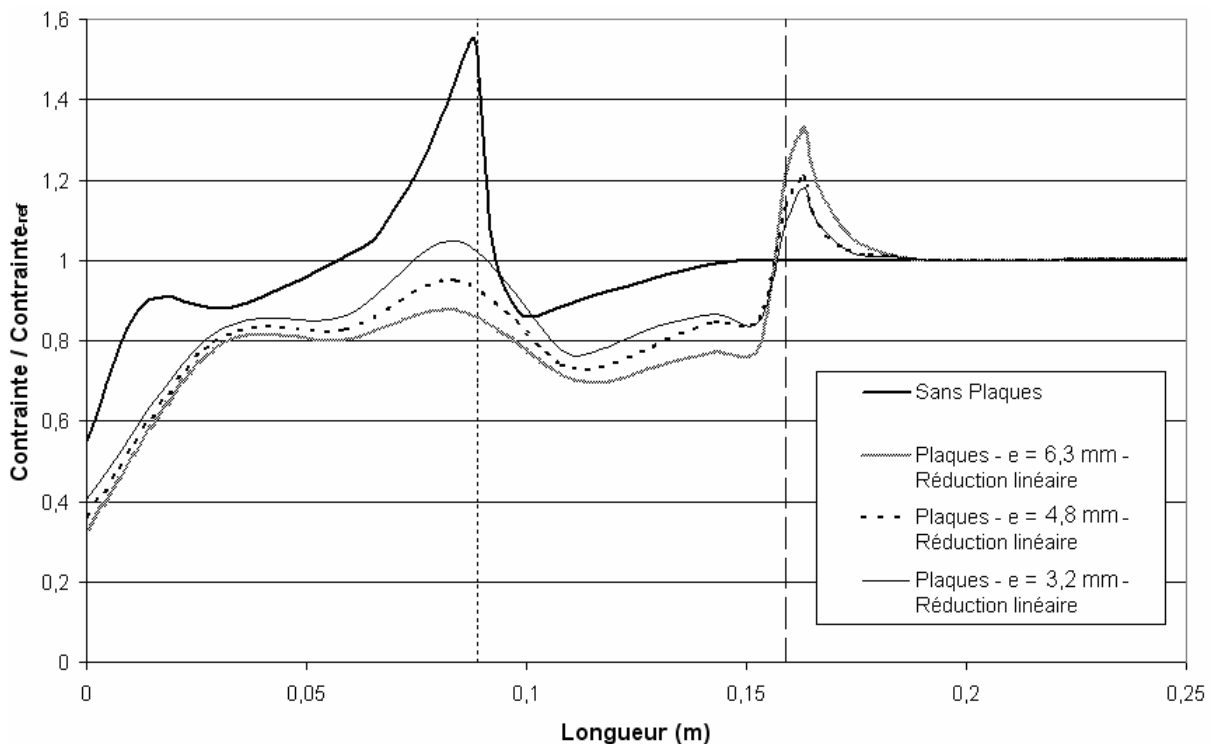


Figure 2-10 Evolution des contraintes le long d'une des deux faces concernée par le serrage des mors ou le collage des plaques d'aluminium : plaques d'aluminium avec une réduction linéaire de l'épaisseur

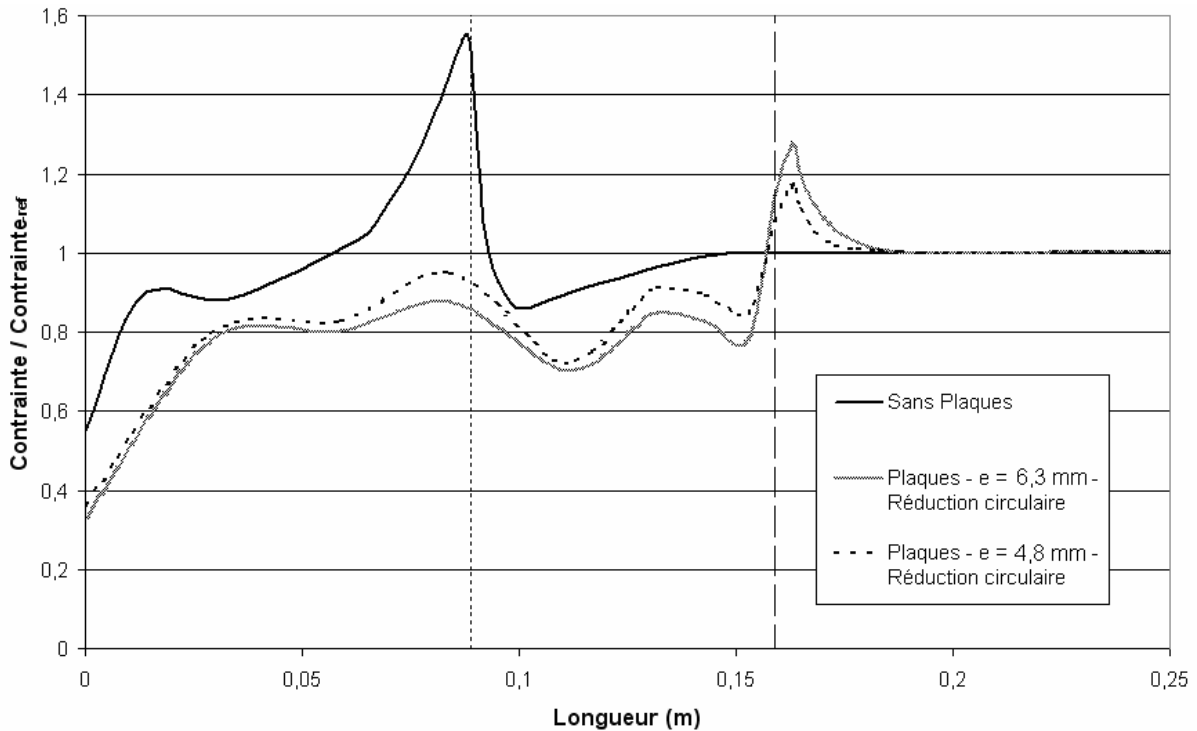


Figure 2-11 Evolution des contraintes le long d'une des deux faces concernée par le serrage des mors ou le collage des plaques d'aluminium : plaques d'aluminium avec une réduction circulaire de l'épaisseur

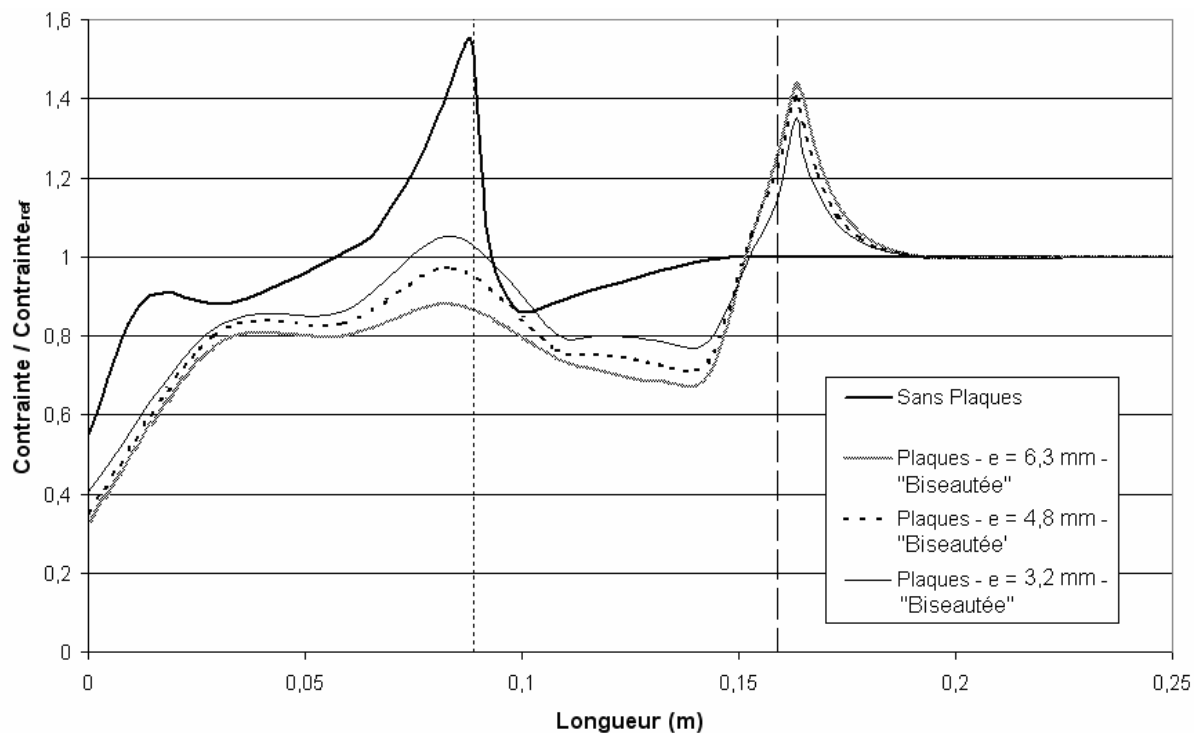


Figure 2-12 Evolution des contraintes le long d'une des deux faces concernée par le serrage des mors ou le collage des plaques d'aluminium : plaques d'aluminium biseautées

Les meilleurs résultats sont obtenus avec les plaques d'épaisseur 4,8 mm et 3,2 mm ayant une réduction linéaire ou circulaire de cette épaisseur à l'une des deux extrémités. En effet, la concentration de contraintes dont l'amplitude ne dépasse pas 20 % de la contrainte de

référence ( $\sigma_{ref}$ ) s'étend sur une zone très limitée. Toutefois la réduction de contraintes au niveau de la fin de la zone de serrage peut ne pas être suffisante dans le cas des plaques d'épaisseur 3,2 mm.

Les plaques droites ou biseautées entraînent une concentration de contraintes trop importante à la fin de la zone de renforcement.

Il est nécessaire de confirmer cette étude numérique par des résultats expérimentaux. L'ensemble des essais réalisés lors de la phase de développement sont présentés dans le Tableau 2-5 et le Tableau 2-6. Ces essais ont été effectués sur des prismes en BFUP « F » traité thermiquement, avec une teneur volumique en fibres de 2 %. Ces éprouvettes avaient été fabriquées lors de coulages antérieurs à ceux réalisés pour la campagne expérimentale présentée dans ce chapitre.

Afin d'obtenir la déformation du BFUP au cours des essais, il a été nécessaire de mettre en place un extensomètre ayant une longueur de base proche de celle de la zone entre les deux paires de plaques d'aluminium fixées à chaque extrémité de l'éprouvette. Cet extensomètre devrait permettre d'identifier une éventuelle flexion vis-à-vis des deux principaux axes d'inertie transversaux (voir Figure 2-13).

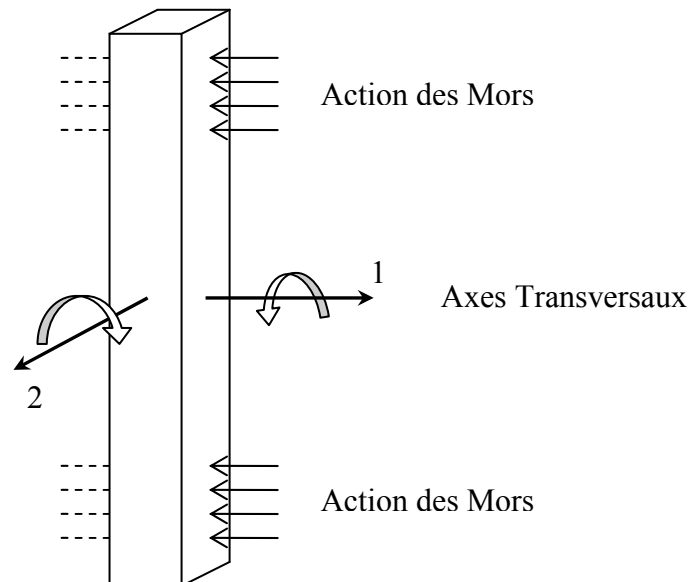


Figure 2-13 Schéma de principe de l'essai de traction directe et définition des axes de flexion parasite éventuelle

Un extensomètre composé de quatre LVDTs et quatre vis de fixation sur l'éprouvette a donc été mis au point (voir Figure 2-14). Celui-ci s'inspire des extensomètres utilisés pour la mesure de la déformation lors d'un essai de compression sur cylindre. Il possède plusieurs entretoises de différentes longueurs afin de pouvoir varier sa longueur de base.

La base de mesure est choisie de manière à ne pas prendre en compte la zone présentant une concentration de contraintes. Six millimètres après la fin de la zone de renforcement, l'amplitude et l'étendue de cette concentration de contraintes sont fortement réduites.

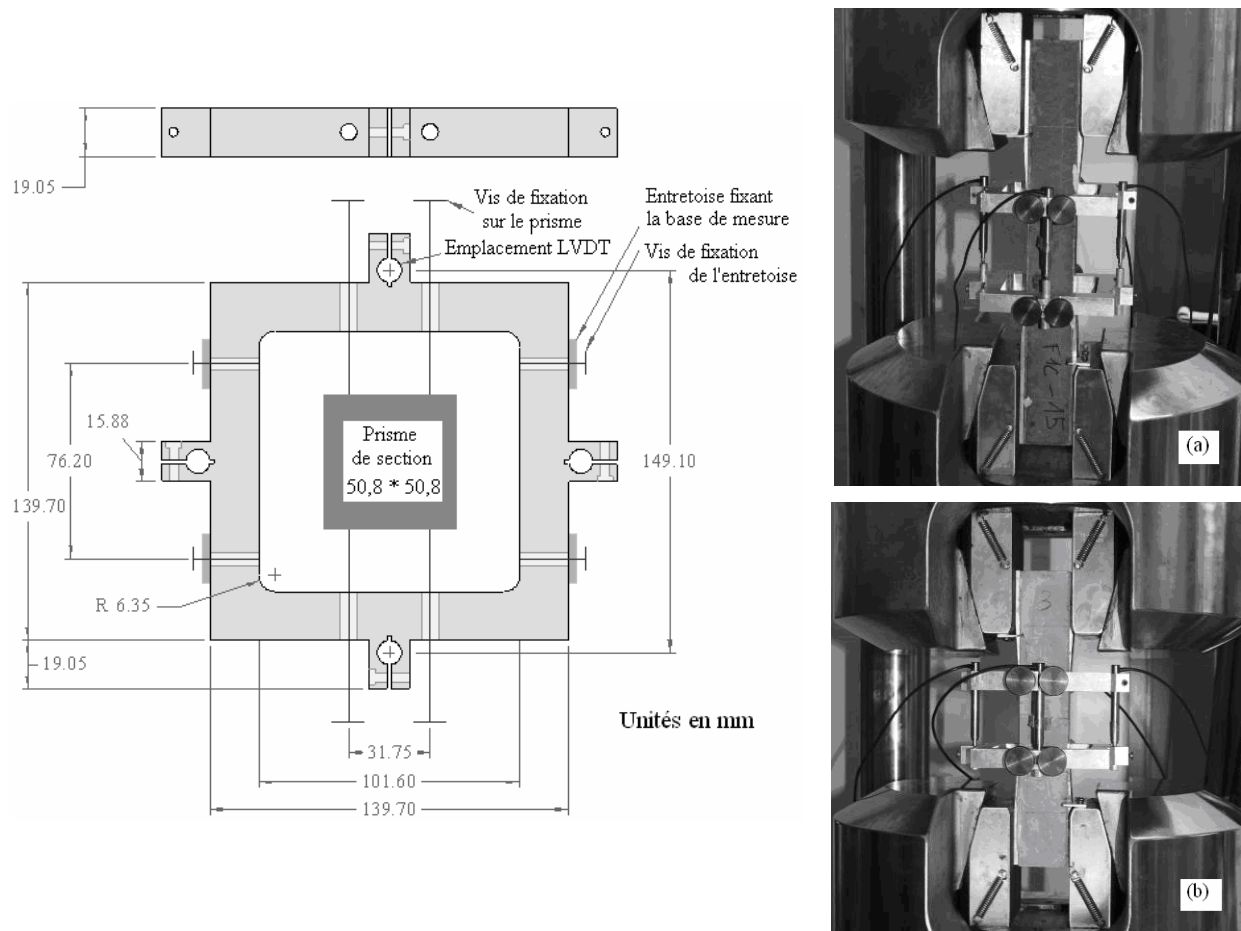


Figure 2-14 Extensomètre utilisé lors des essais de traction directe : (a) prisme long : 50,8mm\*50,8mm\*431,8mm et (b) prisme court : 50,8mm\*50,8mm\*304,8mm

Tableau 2-5 Récapitulatif des tests lors de la phase de développement de l'essai de traction directe (1<sup>ère</sup> partie)

| Test # | Gâchée | Longueur du Prisme (mm) | Longueur de base de l'extensomètre (mm) | Longueur serrée par les mors (mm) |                 | Type de plaque d'aluminium | Dimensions des plaques d'aluminium (mm) |                          |                          |                            | Localisation de la fissure de ruine par rapport à la longueur de base de l'extensomètre | Remarques  |
|--------|--------|-------------------------|---|-----------------------------------|-----------------|----------------------------|---|--------------------------|--------------------------|----------------------------|---|--|
|        |        |                         |   | Extrémité Haute                   | Extrémité Basse |                            | Epaisseur                               | Longueur Extrémité Haute | Longueur Extrémité basse | Distance entre les plaques |   |  |
| 1      | A1     | 304,8                   | 50,8                                    | 82,6                              | 63,5            | Sans                       | -                                       | -                        | -                        | -                          | En-dehors   | Fissuration limitée  |
| 2      |        | 304,8                   | 76,2                                    | 76,2                              | 63,5            | Sans                       | -                                       | -                        | -                        | -                          | Dedans  | Fissuration limitée – Fissure de ruine à proximité d'un des mors     |
| 3      |        | 304,8                   | -                                       | 120,7                             | 95,3            | Sans                       | -                                       | -                        | -                        | -                          | En-dehors   | Fissuration limitée  |
| 4      | A2     | 431,8                   | 203,2                                   | 69,9                              | 69,9            | Sans                       | -                                       | -                        | -                        | -                          | En-dehors   | Fissuration limitée  |
| 5      | A3     | 431,8                   | 203,2                                   | 57,2                              | 50,8            | Droit                      | 6,35                                    | 118,1                    | 98,0                     | 215,9                      | En-dehors   | Fissuration limitée  |
| 6      |        | 431,8                   | 152,4                                   | 57,2                              | 50,8            | Droit                      | 6,35                                    | 168,9                    | 98,0                     | 165,1                      | Dedans  | Fissuration limitée – Fissure de ruine à proximité d'une des plaques |
| 7      |        | 304,8                   | 76,2                                    | 44,5                              | 44,5            | Droit                      | 6,35                                    | 108,0                    | 108,0                    | 88,9                       | Dedans  | Multi-fissuration homogène   |
| 8      | A4     | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | Droit                      | 3,18                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | Dedans  | Fissuration limitée  |
| 9      |        | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | «Biseautée»                | 3,18                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | En-dehors   | Fissuration limitée – Fissure de ruine à proximité d'un des mors     |
| 10     |        | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | Droit                      | 4,76                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | Dedans  | Fissuration limitée – Fissure de ruine à proximité d'une des plaques |
| 11     |        | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | «Biseautée»                | 4,76                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | En-dehors   | Fissuration limitée  |
| 12     |        | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | Linéaire                   | 4,76                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | Dedans  | Multi-fissuration homogène   |
| 13     |        | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | Circulaire                 | 4,76                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | Dedans  | Multi-fissuration homogène   |
| 14     | A5     | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | Droit                      | 6,35                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | Dedans  | Fissuration limitée – Fissure de ruine à proximité d'une des plaques |
| 15     |        | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | «Biseautée»                | 6,35                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | En-dehors   | Fissuration limitée  |
| 16     |        | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | Linéaire                   | 6,35                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | Dedans  | Multi-fissuration homogène   |
| 17     |        | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | Circulaire                 | 6,35                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | En-dehors   | Multi-fissuration homogène   |



Tableau 2-6 Récapitulatif des tests lors de la phase de développement de l'essai de traction directe (2<sup>ème</sup> partie)

| Test # | Gâchée | Longueur du Prisme (mm) | Longueur de base de l'extensomètre (mm) | Longueur serrée par les mors (mm) |                 | Type de plaque d'aluminium | Dimensions des plaques d'aluminium (mm) |                          |                          |                            | Localisation de la fissure de ruine par rapport à la longueur de base de l'extensomètre | Remarques  |
|--------|--------|-------------------------|---|-----------------------------------|-----------------|----------------------------|---|--------------------------|--------------------------|----------------------------|---|--|
|        |        |                         |   | Extrémité Haute                   | Extrémité Basse |                            | Epaisseur                               | Longueur Extrémité Haute | Longueur Extrémité basse | Distance entre les plaques |   |  |
| 18     | A6     | 304,8                   | 76,2                                    | 57,1                              | 57,1            | Linéaire                   | 4,76                                    | 108,0                    | 108,0                    | 88,9                       | En-dehors   | Multi-fissuration homogène   |
| 19     |        | 304,8                   | 76,2                                    | 57,1                              | 57,1            | Linéaire                   | 4,76                                    | 108,0                    | 108,0                    | 88,9                       | Dedans  | Multi-fissuration homogène   |
| 20     |        | 304,8                   | 76,2                                    | 57,1                              | 57,1            | Linéaire                   | 4,76                                    | 108,0                    | 108,0                    | 88,9                       | Dedans  | Multi-fissuration homogène   |
| 21     | A7     | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | Linéaire                   | 4,76                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | Dedans  | Fissuration limitée  |
| 22     |        | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | Linéaire                   | 4,76                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | Dedans  | Fissuration limitée - Fissure de ruine à proximité d'une des plaques |
| 23     |        | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | Linéaire                   | 4,76                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | Dedans  | Multi-fissuration homogène   |
| 24     |        | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | Linéaire                   | 4,76                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | Dedans  | Multi-fissuration homogène   |
| 25     |        | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | Linéaire                   | 4,76                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | Dedans  | Multi-fissuration homogène   |
| 26     |        | 431,8                   | 101,6                                   | 88,9                              | 88,9            | Linéaire                   | 4,76                                    | 158,8                    | 158,8                    | 114,3                      | Dedans  | Multi-fissuration homogène   |

Les essais réalisés ont permis de confirmer l'utilité d'une décroissance linéaire ou circulaire de l'épaisseur des plaques d'aluminium afin d'assurer un champ de contrainte relativement homogène le long de la zone correspondant à la longueur de base de l'extensomètre. Ainsi, lorsque des plaques droites (sans diminution de l'épaisseur) ou « biseautées » sont mises en place, la fissure de ruine est simplement transférée vers l'une des jonctions entre les zones avec et sans plaques.

Une diminution linéaire de l'épaisseur a été privilégiée car l'usinage des plaques correspondantes est facilité en comparaison de celui des plaques avec une décroissance circulaire.

En ce qui concerne la valeur de l'épaisseur des plaques, celles de 4,8 mm ont été choisies car elles assurent une réduction plus significative des contraintes du BFUP au niveau des mors par rapport aux plaques de 3,8 mm d'épaisseur.

Des essais de répétabilité ont donc été effectués avec les dimensions et configurations de plaques retenues (essais n°18 à 26). Ces tests qui ont porté sur deux tailles différentes de prisme, ont permis de montrer la faisabilité de cette méthode d'essais de traction directe. Néanmoins, pour deux éprouvettes sur les huit testées, la fissure de ruine s'est localisée à proximité d'une des deux jonctions entre les zones avec et sans plaques. Cette méthode dont la mise en œuvre est relativement rapide peut donc présenter un nombre non négligeable de résultats non exploitables. Il sera donc probablement nécessaire d'augmenter le nombre d'essais à réaliser.

L'enregistrement des déformations mesurées par l'extensomètre avant le serrage des mors a permis de mettre en évidence une flexion du prisme induite par ce serrage. Cette flexion est due aux défauts de rectitude de l'éprouvette et à l'absence d'une rotule à l'une des deux extrémités. Cette absence de rotule est un choix volontaire car celle-ci amplifie la flexion créée par la fissuration. Au contraire, pour cet essai de traction directe, les deux extrémités étant encastrées, le gradient de déformation induit par le serrage des mors continue de diminuer après l'apparition de la première fissure. Ceci est notamment visible en traçant pour chaque LVDT le rapport de son signal à la valeur moyenne, en fonction de cette déformation moyenne (voir Figure 2-15). Dans le cas présenté et de manière générale, l'écart se stabilise à moins de 20 % au-delà de la première fissuration (apparue vers 0,3 mm/m pour le cas de la Figure 2-15).

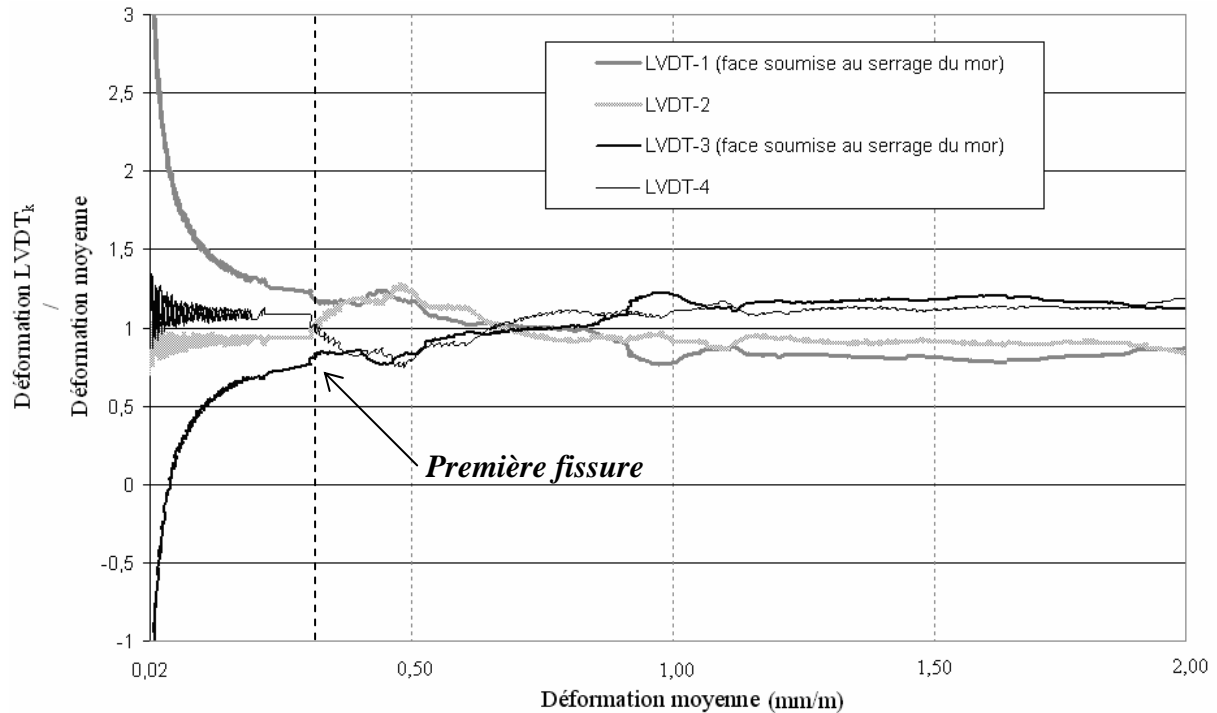


Figure 2-15 Rapport « Déformation LVDT<sub>k</sub> / Déformation moyenne » en fonction de la déformation moyenne (Test n°19- Gâchée A6)

On veut vérifier que le gradient de déformation induit par le serrage des mors reste constant le long de la zone testée. Dans le cas contraire, une flexion d'intensité variable se superposerait à la traction imposée, certaines sections seraient plus sollicitées que d'autres entraînant alors une prédisposition éventuelle de la surface de rupture.

Pour faire cette vérification, lors des tests n°23 (prisme long : 50,8mm\*50,8mm\*431,8mm) et n°20 (prisme court : 50,8mm\*50,8mm\*304,8mm), deux jauges (longueur de grille : 30 mm) ont été collées sur les deux faces soumises au serrage des mors et à la flexion concomitante (voir Figure 2-16). Sur chaque face, au moment du serrage des mors, les déformations mesurées par les jauges sont quasiment égales (voir Tableau 2-7), ce qui traduit une certaine homogénéité du gradient de déformation.

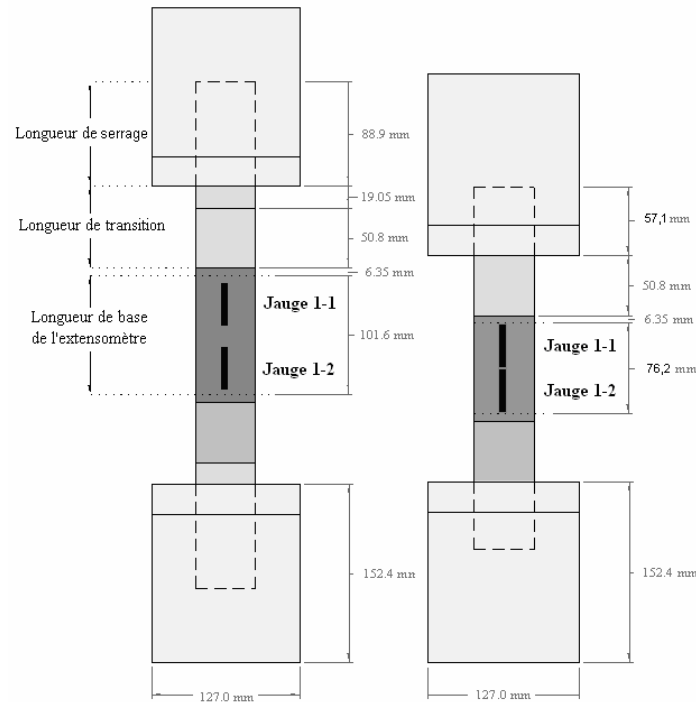


Figure 2-16 Gradient de déformation concomitant au serrage des mors : disposition des jauges  
 Prisme long : 50,8mm\*50,8mm\*431,8mm ; Face 1 (à gauche) ; Prisme court :  
 50,8mm\*50,8mm\*304,8mm ; Face 1 (à droite)

Tableau 2-7 Homogénéité du gradient de déformation induit par le serrage des mors

| Test N° | Dimensions du prisme | Déformations mesurées par les jauges après serrage de mors ( $\mu\text{m}/\text{m}$ ) |           |                                      |           |
|---------|----------------------|---|-----------|--------------------------------------|-----------|
|         |                      | Face 1 (soumise au serrage des mors)  |           | Face 3 (soumise au serrage des mors) |           |
|         |                      | Jauge 1-1   | Jauge 1-2 | Jauge 3-1                            | Jauge 3-2 |
| 20      | 50,8*50,8*304,8 mm   | -125  | -119      | 125                                  | 116       |
| 23      | 50,8*50,8*431,8 mm   | -60   | -57       | -67                                  | -60       |

## Conclusions

La méthode d'essai mise au point, notamment quant au dispositif d'accrochage de l'éprouvette, permet de tester en traction directe des prismes de section constante non entaillés. Elle est donc intéressante vis-à-vis d'une comparaison avec des essais de flexion quatre points. Néanmoins, pour que cette comparaison soit fiable, il est important que la flexion parasite soit faible lors des essais de traction directe. Le gradient de déformation appliqué initialement par le serrage des mors diminue après l'apparition de la première fissure. L'amplitude de la flexion concomitante reste alors limitée. Il est donc effectivement possible de considérer que la partie non linéaire de la réponse du BFUP lors de cet essai décrit le comportement post-fissuration du matériau en traction directe.

La partie élastique est perturbée de manière plus importante par le gradient de déformation existant initialement. Il sera donc nécessaire de réaliser un post-traitement particulier pour obtenir les caractéristiques du comportement élastique.

Outre la flexion initiée par le serrage des mors, une autre difficulté liée à cet essai est le nombre non négligeable de résultats qui ne sont pas exploitables (la fissure de ruine étant

localisée à proximité d'une des deux jonctions entre les zones avec et sans plaques). Toutefois, dans le cadre d'une caractérisation du comportement en traction des BFUP, il n'est pas rare que les essais de traction directe menés sur des éprouvettes non entaillées soient marqués par un nombre relativement important de résultats qui ne peuvent pas être pris en compte (Behloul, 1996 ; Boulay et al., 2003). Ainsi les essais réalisés sur des éprouvettes de section variable sont souvent marqués par une localisation de la fissure critique au niveau de la naissance de la courbure.

La méthode d'essai mise en œuvre ici et détaillée dans ce qui suit pour ce qui concerne les mesures et leur traitement, présente l'intérêt d'être facile et rapide. Cependant, pour être applicable en dehors d'un cadre de recherche, elle devrait faire l'objet d'une qualification complète avec notamment des essais croisés et un raccordement avec des essais utilisant d'autres protocoles.

### 2.3.1.2 METHODE APPLIQUEE LORS DE LA CAMPAGNE EXPERIMENTALE

#### Protocole d'essai

La configuration et les dimensions des plaques d'aluminium finalement choisies sont rappelées ci-dessous. Deux tailles de prismes étant testées, deux géométries de plaques sont à prendre en compte.

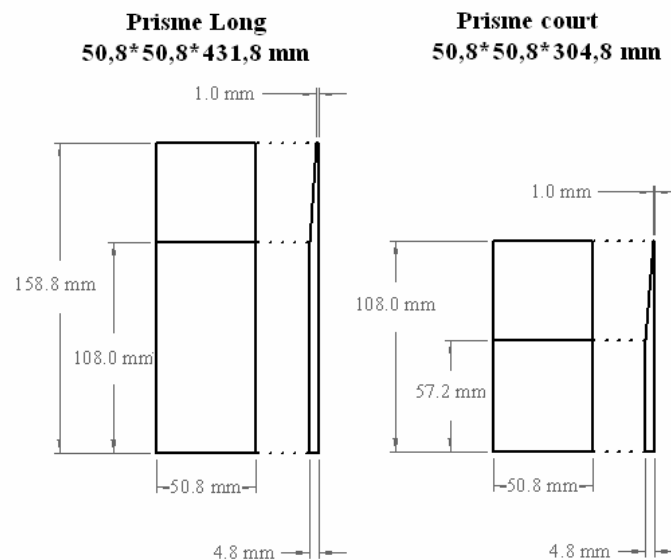


Figure 2-17 Dimensions des plaques d'aluminium utilisées lors de la campagne expérimentale pour les essais sur prismes longs et prismes courts

Les essais de traction directe de la campagne expérimentale sur les différents BFUP (colonnes 5 et 6 du Tableau 2-1 ci-avant) suivent la configuration présentée Figure 2-16. L'ensemble des tests de cette campagne ont été réalisés à l'aide d'une machine d'essais de capacité 1000 kN munie de mors hydrauliques dont l'espacement maximal est égal à 67 mm.

Pour chaque essai, la procédure comprend les étapes suivantes :

- Préparation des éprouvettes :

- Préparation des surfaces concernées par le collage des plaques d'aluminium et du prisme à l'aide de papier de verre et d'acétone (ponçage et dégraissage).
  - Collage des quatre plaques d'aluminium à l'aide d'une colle Epoxy à haute rigidité. Les plaques sont maintenues à l'aide de pinces métalliques pendant une durée d'au moins 18 heures de manière à obtenir pour la colle les caractéristiques mécaniques stabilisées optimales.
- Déroulement des essais :
- Installation de l'extensomètre sur l'éprouvette.
  - Asservissement à partir du déplacement du vérin.
  - Mise en place du prisme : serrage du mors supérieur après s'être assuré que la longueur de serrage est celle prévue initialement (57 mm pour les prismes courts et 89 mm pour les prismes longs).
  - Ajustement de l'extensomètre (les entretoises sont enlevées).
  - Ajustement du positionnement du mors inférieur de manière à avoir la bonne longueur de serrage.
  - Démarrage de l'acquisition des données (avec une fréquence de 5 Hz) correspondant à six voies de mesure (déplacements mesurés par les quatre LVDTs, déplacement du vérin et force appliquée par celui-ci).
  - Basculement de l'asservissement en force de manière à éviter l'introduction d'une force axiale au sein de l'éprouvette au moment du serrage du mors inférieur.
  - Serrage du mors inférieur.
  - Basculement de l'asservissement portant désormais sur le déplacement du vérin. La vitesse de chargement est égale à 0,1 mm/min.
  - Une première rampe en compression est réalisée jusqu'à une contrainte de -7 MPa dans l'éprouvette (préchargement en compression en vue de la détermination du module d'Young).
  - Une rampe en traction est initiée. Celle-ci est arrêtée lorsque le déplacement moyen des LVDTs est égal à 5 mm ou lorsque la fissure localise à l'extérieur de la base de mesure de l'extensomètre.
  - Le mors inférieur puis le mors supérieur sont relâchés. Les entretoises sont remises en place et l'extensomètre est enlevé.
  - Un relevé de fissures est effectué en utilisant une solution d'alcool dénaturé afin de mieux identifier les différentes fissures.
  - Les plaques d'aluminium ne sont pas récupérées, elles sont à usage unique.

### **Détermination des paramètres caractérisant le comportement en traction des BFUP**

Le traitement des résultats doit être effectué en fonction du type de réponse que l'on peut obtenir lors d'un essai de traction directe sur une éprouvette en BFUP (en supposant que la fissure critique localise dans la base de mesure de l'extensomètre) : Figure 2-18.

Dans le cas d'un BFUP écrouissant (Figure 2-18a et Figure 2-18b), la contrainte reprise par la section fissurée est supérieure à la contrainte correspondant à la première fissure. La déformation apparente augmente au fur et à mesure que de nouvelles fissures se créent, les fissures existantes continuant de s'ouvrir. Deux scénarios sont alors possibles :

- Une fissure critique se localise (une section fissurée ayant atteint sa résistance maximale) avant que l'ensemble des fissures potentielles se soient créées (Figure 2-18a).
- L'ensemble des fissures potentielles sont créées. La multi-fissuration est alors saturée et l'augmentation de la déformation apparente est due uniquement à l'accroissement de l'ouverture des différentes fissures (Fischer et Li, 2007 ; Kabele, 2007) : voir Figure 2-18b.

Dans le cas d'un BFUP adoucissant (Figure 2-18c), la contrainte reprise par la section fissurée est inférieure à la contrainte correspondant à la première fissure. Ainsi une seule fissure se crée.

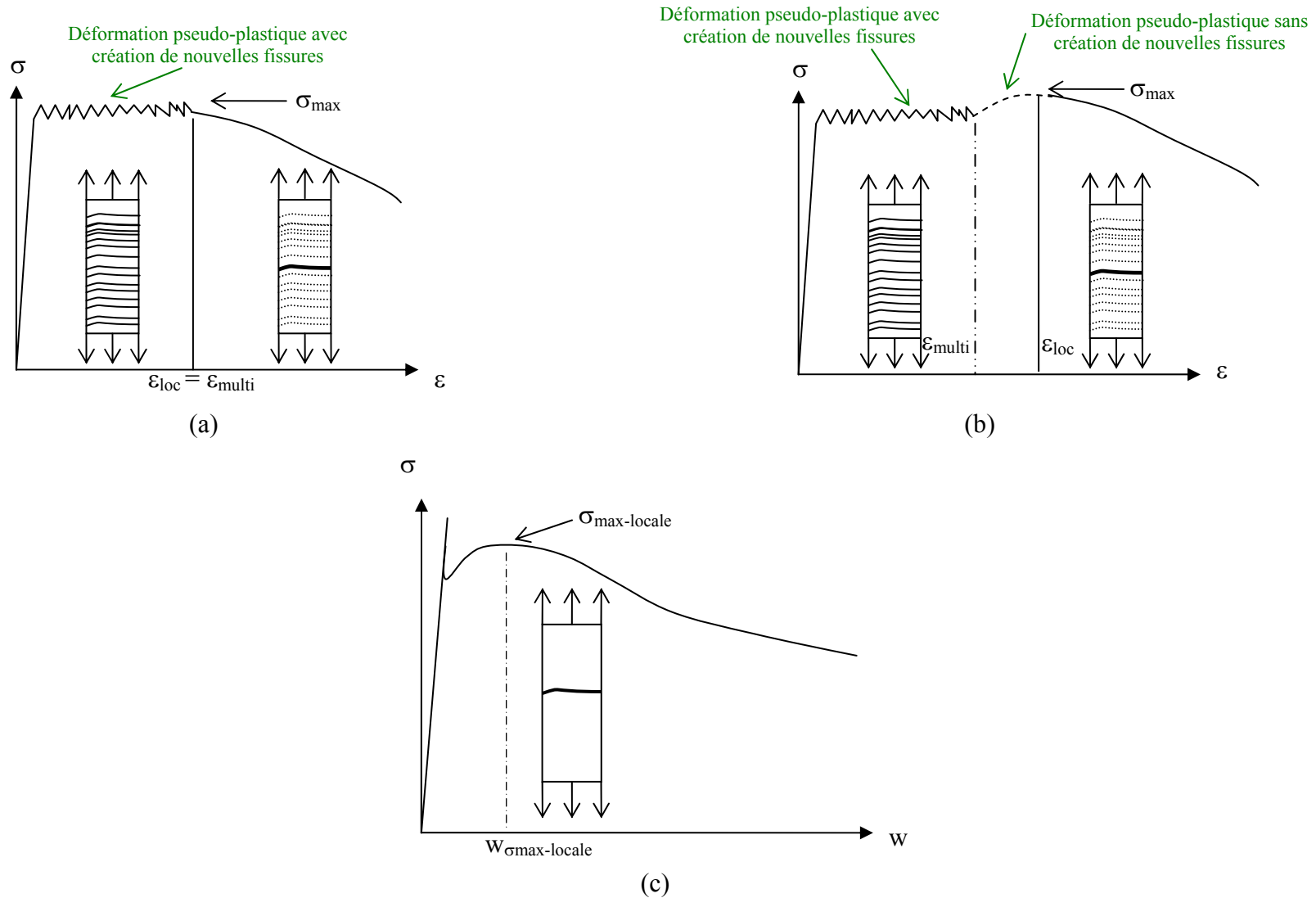


Figure 2-18 Comportement en traction directe d'un BFUP écouissant [(a) sans saturation de la multi-fissuration, (b) avec saturation de la multi-fissuration ] et d'un BFUP adoucissant (c).



Plusieurs paramètres peuvent donc être déterminés de manière à analyser la réponse en traction du BFUP testé :

- Jusqu'à la perte de linéarité :
  - Module d'Young : celui-ci est déterminé à partir de la rampe en compression comprise entre 0 et - 7 MPa. On préconise ce choix dans la mesure où la détermination du module à partir de la rampe en traction est rendue difficile en raison d'une grande disparité au niveau de la contrainte moyenne correspondant à la perte de linéarité. Aussi la plage disponible en traction pour déterminer le module d'Young ne serait pas régulière d'un essai à l'autre.
  - Contrainte moyenne correspondant à la perte de linéarité. Cette contrainte est obtenue en divisant l'effort appliqué au moment de la perte de linéarité par la section du prisme testé.
  - Contrainte maximale de traction au moment de la perte de linéarité : contrainte au niveau de la face initialement tendue lors du serrage des mors. Celle-ci est obtenue à partir des déformations mesurées par les LVDT-1 et 3 et du module d'Young préalablement déterminé.
  
- Après la perte de linéarité dans le cas d'un BFUP écrouissant:
  - Déformation moyenne (issue du déplacement moyen des quatre LVDTs) correspondant à la fin de la phase de multi-fissuration avec création de nouvelles fissures  $\varepsilon_{\text{multi}}$ . Dans certains cas, cette déformation peut correspondre à la localisation d'une fissure marquant la fin de la phase écrouissante.  
L'identification de la fin de la phase de multi-fissuration est effectuée à partir de la courbe «  $\sigma$ - $\varepsilon$  ». Elle correspond à une absence de sauts de contraintes (malgré une tendance écrouissante qui demeure) caractéristiques de la formation de nouvelles fissures.
  - Déformation moyenne (issue du déplacement moyen des quatre LVDTs) correspondant à la fin de la phase d'extension des différentes fissures (sans création de nouvelles fissures)  $\varepsilon_{\text{loc}}$ . Cette déformation marque la localisation d'une fissure de ruine. Dans certains cas,  $\varepsilon_{\text{loc}}$  peut correspondre à  $\varepsilon_{\text{multi}}$ .
  - Contrainte moyenne durant la phase de multi-fissuration. Cette contrainte donne une information sur la résistance moyenne de la matrice cimentaire que l'on peut comparer à la contrainte (moyenne et maximale) correspondant à l'apparition d'une non-linéarité.
  - Contrainte correspondant à l'intersection de la droite élastique reconstruite («  $E \cdot \varepsilon - \varepsilon$  ») et de la droite issue de la régression linéaire de la courbe «  $\sigma$ - $\varepsilon$  » lors de la phase de multi-fissuration (voir Figure 2-19). La valeur de cette contrainte peut être considérée comme la valeur de limite de linéarité (reconstruite).
  - Contrainte maximale correspondant à la résistance maximale en traction du BFUP testé ( $\sigma_{\text{max}}$ ).

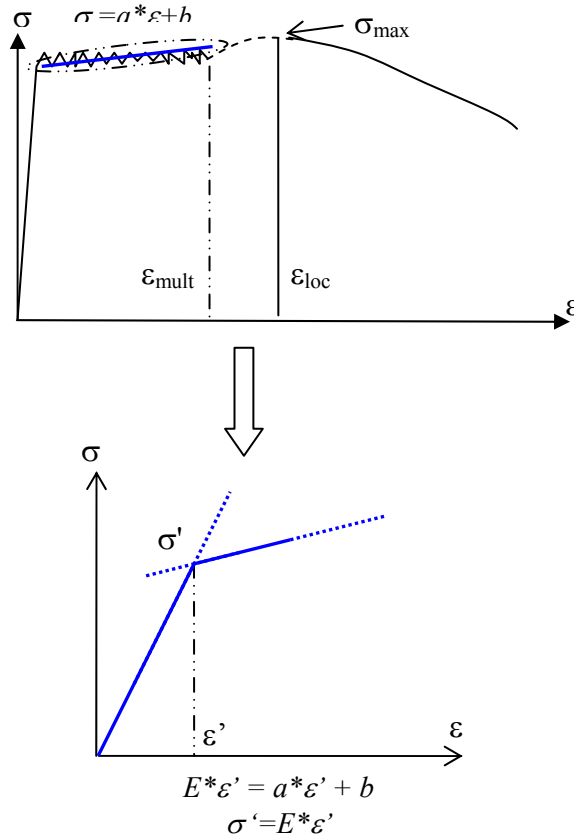


Figure 2-19 BFUP écrouissant : Détermination de la contrainte correspondant à l'intersection de la droite élastique et de la droite issue de la régression linéaire de la courbe « $\sigma$ - $\varepsilon$ » lors de la phase de multi-fissuration

- Après la perte de linéarité dans le cas d'un BFUP adoucissant :
  - Contrainte maximale locale correspondant à la résistance maximale éventuelle après la perte de linéarité ( $\sigma_{\max\text{-locale}}$ ).
  - Ouverture de fissure correspondant à la résistance maximale éventuelle post-fissuration ( $w_{\sigma\text{-max-locale}}$ ).

## 2.3.2 RESULTATS EXPERIMENTAUX

### 2.3.2.1 DEPOUILLEMENT DES RESULTATS

L'ensemble des courbes « contrainte-déformation » ainsi que le relevé de fissures pour chaque groupe de prismes est présenté en Annexe 2.

La détermination de la contrainte nécessite de rapporter l'effort mesuré à une surface « active ». Or cette surface de rupture intervient quantitativement vis-à-vis de l'énergie dissipée lors de la propagation de fissure. Ainsi, lorsque la rupture se produit selon un cône, l'énergie totale dissipée au cours de l'essai est généralement plus faible, pour un même nombre de fibres, que pour une surface régulière (Casanova, 1995).

Cette surface de rupture est d'autant plus difficile à appréhender que l'éprouvette n'est pas entaillée. Conventionnellement on en restera donc à une définition simple et le terme contrainte désignera donc le rapport « Effort mesuré / Section droite nominale du prisme ».

Un résultat marquant de cette campagne expérimentale est le nombre non négligeable d'éprouvettes pour lesquelles la localisation de la fissure critique a eu lieu en dehors de la base de mesure de l'extensomètre (Tableau 2-8). Ces prismes ne peuvent pas être pris en compte dans l'analyse des résultats. Le pourcentage de prismes dont la localisation de la fissure critique s'est située en dehors de la longueur de base de l'extensomètre est en moyenne égal à 28 % avec, pour les configurations F1A\_5,1-30,5 et F1B\_5,1-30,5, un maximum de 50 %.

Tableau 2-8 Nombre d'éprouvettes dont la fissure critique s'est située en dehors de la base de mesure de l'éprouvette.

|              | Prismes testés | Prismes avec une localisation de la fissure dans la base de mesure de l'extensomètre | Prismes avec une localisation de la fissure en-dehors de la base de mesure de l'extensomètre |             |
|--------------|----------------|--|--|-------------|
|              | Nombre         | Nombre   | Nombre   | Pourcentage |
| B2A_5,1-30,5 | 6              | 4  | 2  | 33 %        |
| F1A_5,1-30,5 | 6              | 3  | 3  | 50 %        |
| F1A_5,1-43,2 | 5              | 3  | 2  | 40 %        |
| F1B_5,1-30,5 | 6              | 3  | 3  | 50 %        |
| F2A_5,1-30,5 | 6              | 4  | 2  | 33 %        |
| F2A_5,1-43,2 | 5              | 4  | 1  | 20 %        |
| F1C_5,1-30,5 | 6              | 6  | 0  | 0 %         |
| F1C_5,1-43,2 | 3              | 3  | 0  | 0 %         |

Le Tableau 2-9 présente les déformations induites par le serrage des mors  $\varepsilon_{\text{serrage-traction}}$  et  $\varepsilon_{\text{serrage-comp}}$  (au niveau d'une des deux faces concernées par le serrage) pour chaque éprouvette dont le résultat a été pris en compte dans l'analyse (localisation de la fissure critique dans la longueur de base de l'extensomètre). L'excentrement des LVDTs est corrigé suivant le schéma de la Figure 2-20:

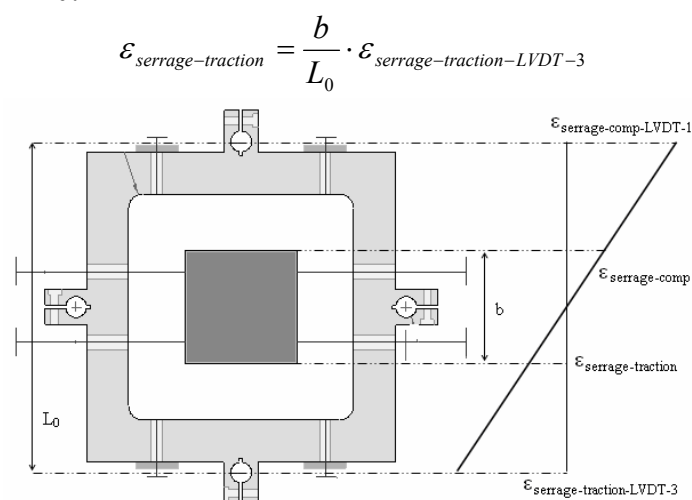


Figure 2-20 Prise en compte de l'excentrement des LVDTs pour la détermination des déformations induites par le serrage des mors

Tableau 2-9 Déformations induites par le serrage des mors  $\varepsilon_{\text{serrage-traction}}$  et  $\varepsilon_{\text{serrage-comp}}$  (au niveau d'une des deux faces concernées par le serrage des mors)

| Groupe       | Eprouvette | $\varepsilon_{\text{serrage-traction}}$ (mm/m) |         |            | $\varepsilon_{\text{serrage-comp}}$ (mm/m) |         |            |
|--------------|------------|--|---------|------------|--|---------|------------|
|              |            | Valeurs  | Moyenne | Ecart-Type | Valeurs                                    | Moyenne | Ecart-Type |
| B2A_5,1-30,5 | Prisme-2   | 0,022  | 0,066   | 0,062      | -0,019                                     | -0,065  | 0,06       |
|              | Prisme-3   | 0,010  |         |            | -0,012                                     |         |            |
|              | Prisme-4   | 0,085  |         |            | -0,089                                     |         |            |
|              | Prisme-6   | 0,145  |         |            | -0,139                                     |         |            |
| F1A_5,1-30,5 | Prisme-2   | 0,150  | 0,094   | 0,049      | -0,147                                     | -0,069  | 0,047      |
|              | Prisme-4   | 0,076  |         |            | -0,079                                     |         |            |
|              | Prisme-6   | 0,057  |         |            | -0,058                                     |         |            |
| F1A_5,1-43,2 | Prisme-1   | 0,055  | 0,061   | 0,009      | -0,061                                     | -0,065  | 0,009      |
|              | Prisme-3   | 0,058  |         |            | -0,058                                     |         |            |
|              | Prisme-4   | 0,071  |         |            | -0,075                                     |         |            |
| F1B_5,1-30,5 | Prisme-1   | 0,038  | 0,029   | 0,009      | -0,040                                     | -0,03   | 0,01       |
|              | Prisme-2   | 0,021  |         |            | -0,020                                     |         |            |
|              | Prisme-3   | 0,029  |         |            | -0,029                                     |         |            |
| F2A_5,1-30,5 | Prisme-3   | 0,061  | 0,084   | 0,056      | -0,061                                     | -0,087  | 0,054      |
|              | Prisme-4   | 0,105  |         |            | -0,103                                     |         |            |
|              | Prisme-5   | 0,150  |         |            | -0,154                                     |         |            |
|              | Prisme-6   | 0,020  |         |            | -0,028                                     |         |            |
| F2A_5,1-43,2 | Prisme-1   | 0,051  | 0,072   | 0,035      | -0,051                                     | -0,071  | 0,035      |
|              | Prisme-2   | 0,110  |         |            | -0,108                                     |         |            |
|              | Prisme-3   | 0,093  |         |            | -0,092                                     |         |            |
|              | Prisme-4   | 0,035  |         |            | -0,034                                     |         |            |
| F1C_5,1-30,5 | Prisme-1   | 0,019  | 0,055   | 0,048      | -0,018                                     | -0,055  | 0,048      |
|              | Prisme-2   | 0,120  |         |            | -0,124                                     |         |            |
|              | Prisme-3   | 0,029  |         |            | -0,028                                     |         |            |
|              | Prisme-4   | 0,113  |         |            | -0,109                                     |         |            |
|              | Prisme-5   | 0,019  |         |            | -0,022                                     |         |            |
|              | Prisme-6   | 0,029  |         |            | -0,028                                     |         |            |
| F1C_5,1-43,2 | Prisme-1   | 0,008  | 0,024   | 0,019      | -0,009                                     | -0,023  | 0,018      |
|              | Prisme-2   | 0,045  |         |            | -0,043                                     |         |            |
|              | Prisme-3   | 0,018  |         |            | -0,018                                     |         |            |

Les déformations induites par le serrage des mors sont comprises en moyenne (pour un même groupe d'éprouvettes) entre 24  $\mu\text{m/m}$  (F1C\_5,1-43,2) et 94  $\mu\text{m/m}$  (F1A\_5,1-30,5).

La flexion due au serrage des mors a tendance à être moins importante dans les prismes longs. En effet le serrage des éprouvettes est similaire à une déformation imposée. Ainsi plus l'éprouvette est souple moins les contraintes engendrées par la flexion sont élevées. En ce qui concerne les prismes coulés, il est nécessaire de trouver un compromis sur la longueur des prismes utilisés afin de réduire la flexion initiale induite par le serrage des mors tout en évitant une orientation préférentielle des fibres trop importante.

Compte tenu de son incidence quantitative qui peut représenter 5 % à 50 % de la déformation moyenne à la limite de linéarité, il est important d'identifier l'influence de la flexion initiale sur la réponse en traction du BFUP testé. Cette flexion initiale a pour conséquence l'existence d'un gradient de déformation et donc de contrainte au moment de la perte de linéarité. Celle-ci va alors éventuellement être initiée au niveau de la face la plus tendue concernée par le serrage des mors. Plus la flexion initiale est importante, plus l'écart entre la contrainte au niveau de la face la plus tendue et la contrainte moyenne est élevé.

Cet écart de contrainte aura alors pour conséquences :

- D'éventuellement sélectionner la face d'initiation de la première fissure.
- De rendre difficile la détermination de la contrainte de perte de linéarité (au niveau de la face la plus tendue) en raison notamment de l'apparition d'un effet d'échelle similaire (en termes de phénomènes physiques) à celui d'un essai de flexion mais avec une amplitude inférieure.
- De perturber la réponse en traction d'un BFUP adoucissant (outre la sélection éventuelle de la face d'initiation de la première fissure). En raison du gradient de déformation, la création de plusieurs macro-fissures (avec un schéma similaire à celui d'un essai de flexion) au moment de la perte de linéarité est envisageable. Néanmoins le gradient de déformation étant nettement moins marqué, le risque reste limité. Ceci montre la nécessité d'associer aux résultats obtenus pour chaque essai le relevé de fissure(s) (consciencieusement établi) correspondant.

Dans le cas du groupe d'éprouvettes F2A\_5,1-30,5, deux comportements différents ont été identifiés selon les prismes. Ainsi sur les quatre essais exploitables (localisation de la fissure critique dans la longueur de base de l'extensomètre), deux prismes (éprouvette n° 4 et n° 5) ont montré un caractère écrouissant et les deux autres (éprouvette n° 3 et n° 6) ont été caractérisés par la création d'une seule fissure principale avec un comportement adoucissant. Cette différence de comportement pourrait être due à une flexion initiale bien plus importante dans le cas des prismes n° 4 et n° 5 (0,105 mm/m et 0,150 mm/m contre 0,061 mm/m et 0,020 mm/m). Ainsi la flexion résiduelle après l'apparition de la première fissure (non négligeable dans le cas des éprouvettes n° 4 et n° 5) a pu entraîner l'apparence d'un comportement en traction écrouissant avec la création de plusieurs fissures. Il semble donc nécessaire de ne pas prendre en compte le résultat des prismes pour lesquels le gradient de déformation initial est trop important. La limite de  $\varepsilon_{\text{serrage-traction}} = 0,1$  mm/m a donc été choisie de manière à éliminer les prismes dont la flexion initiale a pu perturber la réponse en traction du BFUP testé, tout en gardant un nombre raisonnable de résultats.

Tableau 2-10 Exploitation des résultats expérimentaux : nombre d'éprouvettes dont le résultat peut être pris en compte

|              | Nombre de prismes testés | Nombre de prismes dont le résultat ne peut pas être pris en compte | Pourcentage d'éprouvettes dont le résultat n'est pas exploitable |
|--------------|--------------------------|--|--|
| B2A_5,1-30,5 | 6                        | 3  | 50 %   |
| F1A_5,1-30,5 | 6                        | 4  | 66 %   |
| F1A_5,1-43,2 | 5                        | 2  | 40 %   |
| F1B_5,1-30,5 | 6                        | 3  | 50 %   |
| F2A_5,1-30,5 | 6                        | 4  | 66 %   |
| F2A_5,1-43,2 | 5                        | 2  | 40 %   |
| F1C_5,1-30,5 | 6                        | 2  | 33 %   |
| F1C_5,1-43,2 | 3                        | 0  | 0 %  |

Le pourcentage de prismes dont le résultat ne peut pas être pris en compte est finalement en moyenne égal à 43 % avec un maximum de 66 %. Ainsi, afin de s'assurer un traitement statistique similaire à celui demandé par les recommandations (AFGC, 2002) sur les BFUP (six éprouvettes par gâchée), il serait judicieux de doubler le nombre d'éprouvettes à tester : au moins 12 prismes pour chaque campagne d'essais. La mise en œuvre de ces essais étant

relativement rapide, l'augmentation du nombre de tests à réaliser n'est pas rédhibitoire. Dans le cadre d'une caractérisation à partir d'éléments prélevés, il sera nécessaire d'améliorer le protocole de l'essai (amélioration du contrôle géométrique des moules et prismes, rattrapage par la colle avec l'utilisation d'un gabarit...), de manière à diminuer le nombre de résultats non exploitables.

Une fois mis à l'écart les résultats des prismes dont le résultat ne peut pas être pris en compte, il est possible de tracer une courbe moyenne et une courbe caractéristique « contrainte-déformation » pour les BFUP écrouissants ou « contrainte-ouverture de fissure » pour les BFUP adoucissants (voir Figure 2-22 à Figure 2-26).

Dans le cas des BFUP adoucissants, l'ouverture de fissure est déterminée à partir du déplacement moyen mesuré par les quatre LVDTs en considérant les hypothèses suivantes:

- Une fois le pic d'effort atteint, l'extensomètre mesure l'écartement des deux moitiés de l'éprouvette. Bien que la fissure principale soit prépondérante, des fissures locales peuvent apparaître à proximité de celle-ci en raison de l'ancrage des fibres. Néanmoins ces fissures restent marginales par leur nombre et par leur ouverture. Le déplacement moyen mesuré qui traduit un cumul d'ouvertures de fissures (et des déformations entre fissures) est assimilé à une ouverture de fissure unique.
- La mesure de l'ouverture de fissure est réalisée sur une longueur de base  $L_b$ . Celle-ci intègre donc des déformations élastiques. Ces déformations sont soustraites de l'ouverture mesurée en considérant un déchargement élastique du matériau non concerné par la fissure (RILEM, 2001) : voir Figure 2-21.

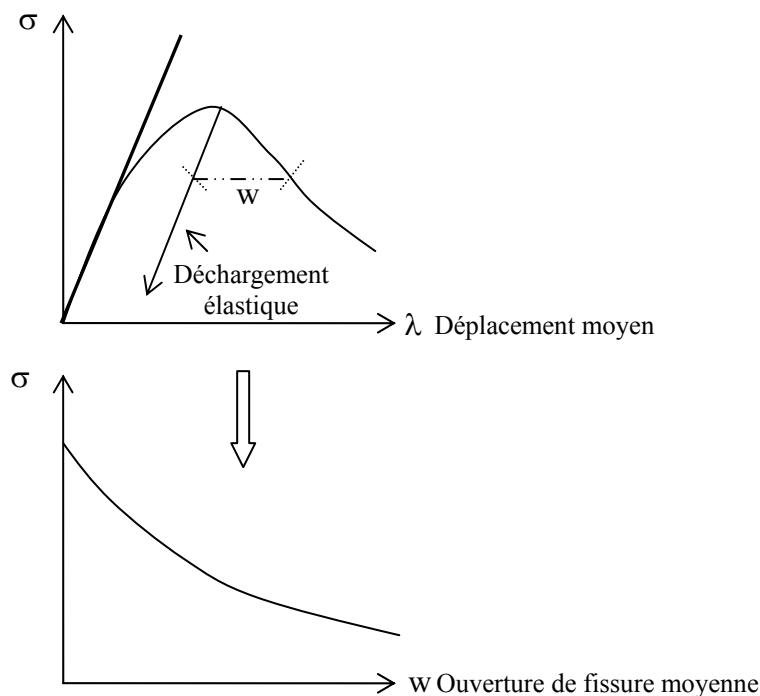


Figure 2-21 BFUP adoucissant en traction : détermination de la courbe « contrainte-ouverture de fissure moyenne » à partir de la courbe « contrainte-déplacement moyen »

La courbe moyenne est construite à partir d'un échantillonnage des données réalisé avec un pas constant de 0,01 mm/m sur la mesure de la déformation et de 0,003 mm sur la mesure de l'ouverture de fissure. La courbe caractéristique « point par point » est obtenue en soustrayant à la valeur moyenne l'écart type correspondant affecté du coefficient de Student correspondant au fractile 5 %. Pour les groupes d'éprouvettes dont seuls deux résultats peuvent être pris compte, un traitement statistique n'étant pas réalisable, seule la courbe moyenne est tracée.

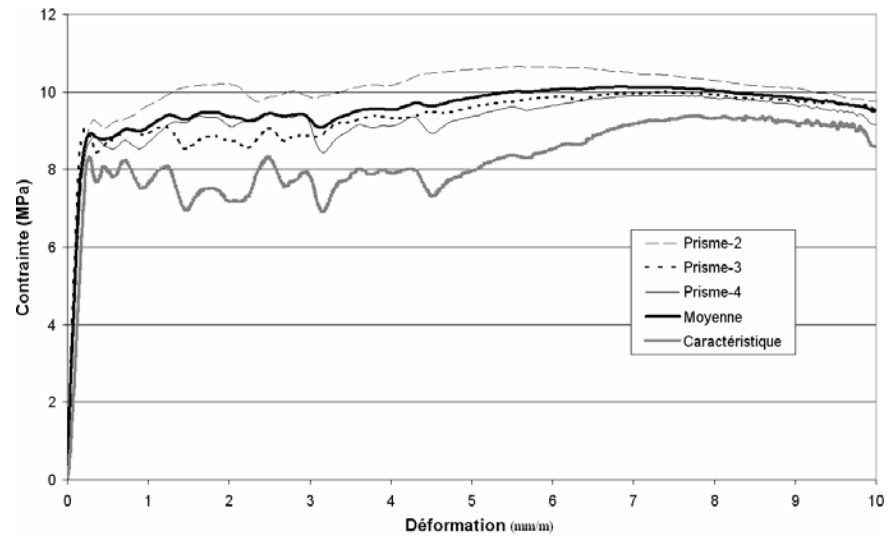


Figure 2-22 Courbe « contrainte-déformation » pour le groupe de prisms B2A\_5,1-30,5

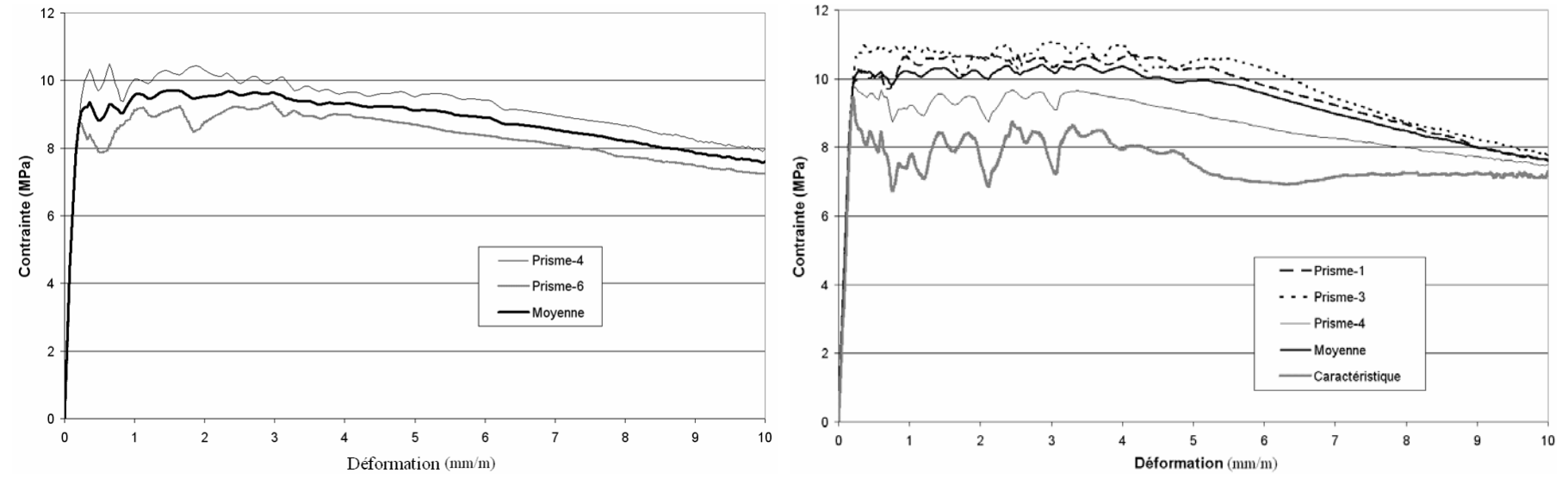


Figure 2-23 Courbe « contrainte-déformation » pour les groupes de prisms F1A\_5,1-30,5 (à gauche) et F1A\_5,1-43,2 (à droite)



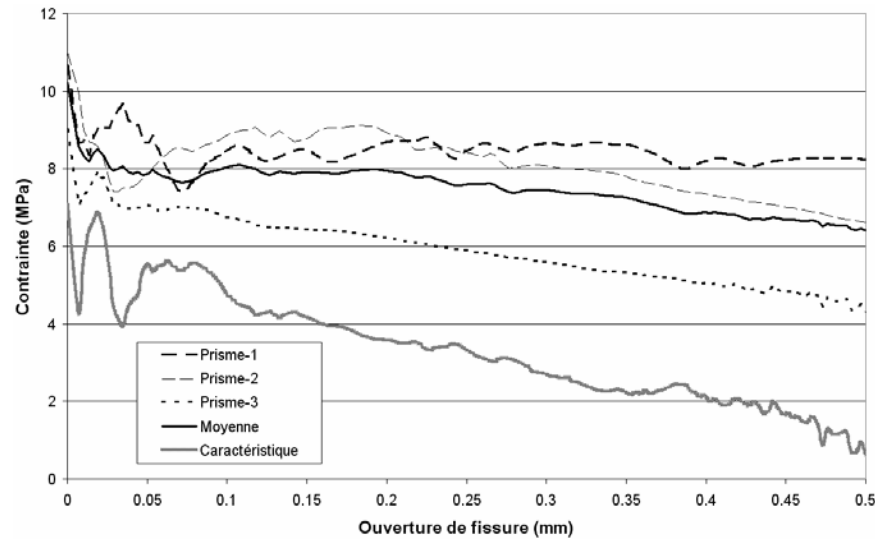


Figure 2-24 Courbe « contrainte-ouverture de fissure » pour le groupe de prismes F1B\_5,1-30,5

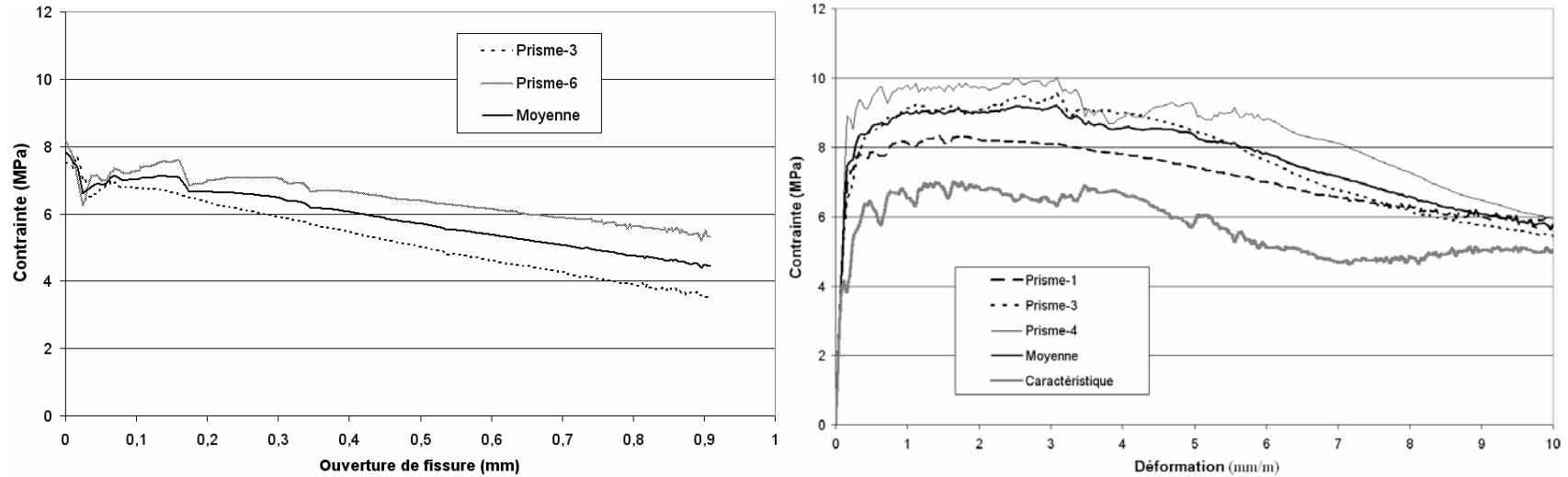


Figure 2-25 Courbe « contrainte-ouverture de fissure » (à gauche) pour le groupe F2A\_5,1-30,5 et « contrainte-déformation » (à droite) pour le groupe de prismes F2A\_5,1-43,2

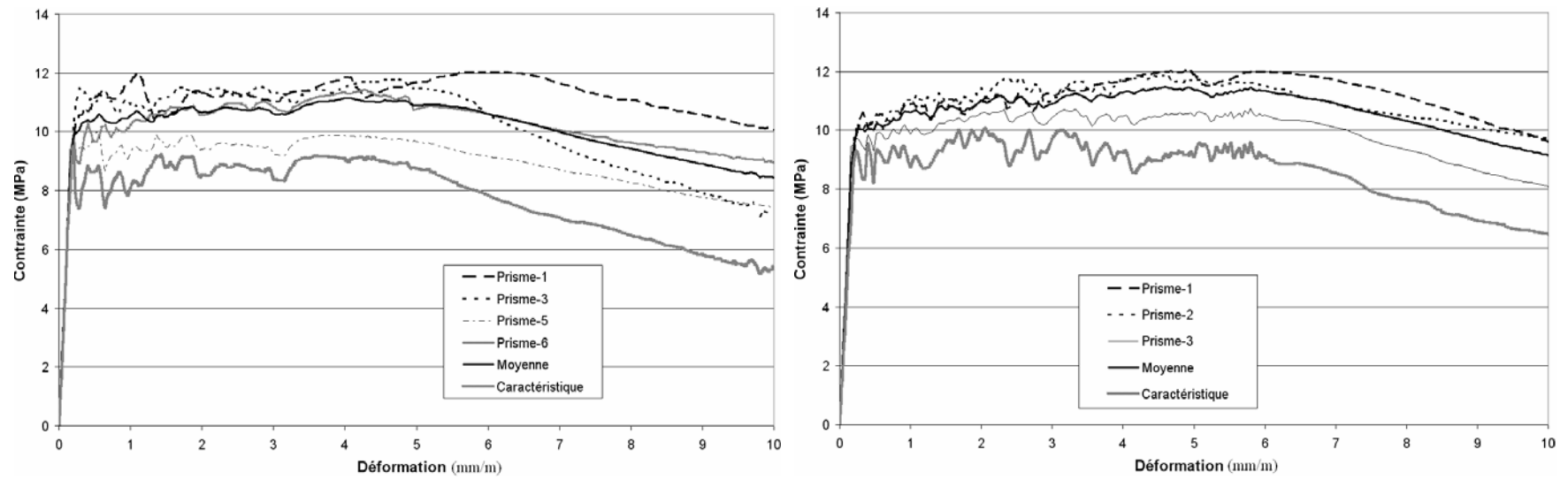


Figure 2-26 Courbe « contrainte-déformation » pour les groupes de prismes F1C\_5,1-30,5 (à gauche) et F1C\_5,1-43,2 (à droite)

### 2.3.2.2 COMPORTEMENT ELASTIQUE

Le Tableau 2-11 présente les valeurs de module d'Young pour chaque éprouvette ainsi que le module moyen pour chaque groupe de prismes.

Tableau 2-11 Valeurs des modules d'Young déterminés à partir de la rampe en compression comprise entre 0 et – 7 MPa

| Groupe       | Eprouvette | Module d'Young (GPa) |         |            |
|--------------|------------|----------------------|---------|------------|
|              |            | Valeurs              | Moyenne | Ecart-Type |
| B2A_5,1-30,5 | Prisme-2   | 60,3                 | 60,8    | 1,4        |
|              | Prisme-3   | 62,4                 |         |            |
|              | Prisme-4   | 59,7                 |         |            |
| F1A_5,1-30,5 | Prisme-4   | 54,0                 | 54,5    | 0,7        |
|              | Prisme-6   | 55,0                 |         |            |
| F1A_5,1-43,2 | Prisme-1   | 55,2                 | 55,6    | 0,3        |
|              | Prisme-3   | 55,8                 |         |            |
|              | Prisme-4   | 55,8                 |         |            |
| F1B_5,1-30,5 | Prisme-1   | 57,8                 | 57,8    | 0,2        |
|              | Prisme-2   | 57,6                 |         |            |
|              | Prisme-3   | 58,0                 |         |            |
| F2A_5,1-30,5 | Prisme-3   | 55,0                 | 54,7    | 0,4        |
|              | Prisme-6   | 54,4                 |         |            |
| F2A_5,1-43,2 | Prisme-1   | 55,0                 | 56,6    | 1,4        |
|              | Prisme-3   | 57,1                 |         |            |
|              | Prisme-4   | 57,6                 |         |            |
| F1C_5,1-30,5 | Prisme-1   | 56,5                 | 56,4    | 1,2        |
|              | Prisme-3   | 55,0                 |         |            |
|              | Prisme-5   | 56,1                 |         |            |
|              | Prisme-6   | 57,8                 |         |            |
| F1C_5,1-43,2 | Prisme-1   | 53,6                 | 54,6    | 0,9        |
|              | Prisme-2   | 55,4                 |         |            |
|              | Prisme-3   | 54,7                 |         |            |

Les valeurs de module d'Young issues de ces essais sur prismes sont inférieures en moyenne de 8 % à celle obtenues lors des essais de compression sur cylindres 110mm\*220mm ou 76,2mm\*152,4mm (Tableau 2-3). Ceci pourrait s'expliquer par une différence des conditions de stockage entre les prismes et les cylindres. En effet, contrairement aux cylindres, les prismes ont été sortis de la chambre de stockage (où l'environnement ambiant est de 23°C et 50 % d'humidité relative) un certain temps (en moyenne deux semaines) avant le début des essais de traction directe (en vue d'une préparation sereine des différentes éprouvettes : mesure précise des dimensions, ponçage, dégraissage, collage des plaques aluminium, temps de durcissement de la colle). Ainsi les cylindres ont été maintenus dans une ambiance plus humide que les prismes.

Concernant les contraintes correspondant à l'apparition d'une non linéarité, le Tableau 2-12 présente les valeurs de la contrainte moyenne (obtenue en divisant l'effort appliqué au moment de la perte de linéarité par la section du prisme testé) et de la contrainte maximale (au niveau de la face initialement tendue lors du serrage des mors et qui reste la face la plus tendue au début de l'essai) pour chaque éprouvette.

Tableau 2-12 Contrainte moyenne et contrainte maximale correspondant à la perte de linéarité pour chaque éprouvette

|              |            | Contrainte moyenne<br>correspondant à la perte de linéarité<br>[ $F_{\text{perte de linéarité}} / \text{Section du prisme}$ ]<br>(MPa) |         |            | Contrainte maximale<br>correspondant à la perte de linéarité<br>[Contrainte au niveau de la face<br>initialement tendue lors du serrage des mors]<br>(MPa) |         |            |
|--------------|------------|--|---------|------------|--|---------|------------|
| Groupe       | Éprouvette | Valeurs  | Moyenne | Ecart-Type | Valeurs  | Moyenne | Ecart-Type |
| B2A_5,1-30,5 | Prisme-2   | 7,97   | 6,46    | 1,97       | 9,20   | 8,63    | 0,91       |
|              | Prisme-3   | 7,18   |         |            | 7,58   |         |            |
|              | Prisme-4   | 4,24   |         |            | 9,11   |         |            |
| F1A_5,1-30,5 | Prisme-4   | 7,75   | 8,52    | 1,09       | 11,78  | 12,06   | 0,39       |
|              | Prisme-6   | 9,29   |         |            | 12,33  |         |            |
| F1A_5,1-43,2 | Prisme-1   | 10,23  | 10,20   | 0,43       | 13,24  | 13,68   | 0,58       |
|              | Prisme-3   | 10,61  |         |            | 13,46  |         |            |
|              | Prisme-4   | 9,75   |         |            | 14,34  |         |            |
| F1B_5,1-30,5 | Prisme-1   | 11,02  | 10,29   | 1,13       | 11,88  | 11,21   | 0,65       |
|              | Prisme-2   | 10,87  |         |            | 11,18  |         |            |
|              | Prisme-3   | 8,99   |         |            | 10,58  |         |            |
| F2A_5,1-30,5 | Prisme-3   | 7,71   | 7,74    | 0,04       | 10,91  | 9,86    | 1,48       |
|              | Prisme-6   | 7,77   |         |            | 8,81   |         |            |
| F2A_5,1-43,2 | Prisme-1   | 7,01   | 7,44    | 1,44       | 8,65   | 10,30   | 1,48       |
|              | Prisme-3   | 6,27   |         |            | 11,49  |         |            |
|              | Prisme-4   | 9,05   |         |            | 10,77  |         |            |
| F1C_5,1-30,5 | Prisme-1   | 8,52   | 9,67    | 0,87       | 9,46   | 10,60   | 0,86       |
|              | Prisme-3   | 10,64  |         |            | 11,55  |         |            |
|              | Prisme-5   | 9,85   |         |            | 10,71  |         |            |
|              | Prisme-6   | 9,67   |         |            | 10,69  |         |            |
| F1C_5,1-43,2 | Prisme-1   | 9,41   | 9,35    | 0,09       | 9,81   | 10,00   | 0,18       |
|              | Prisme-2   | 9,25   |         |            | 10,16  |         |            |
|              | Prisme-3   | 9,39   |         |            | 9,99   |         |            |

L'écart entre les contraintes moyennes et maximales correspondant à la perte de linéarité est en moyenne égal à 20 % avec un maximum proche de 30 %. Plus cet écart est élevé plus le risque d'un choix de la face d'initiation de la première fissure est important.

Le gradient de contraintes présent au moment de la perte de linéarité rend difficile la détermination de la valeur limite « intrinsèque » attendue. En effet la contrainte maximale qui dans un matériau fragile homogène serait la valeur à retenir, peut être marquée par un effet d'échelle (ou de gradient) qui a tendance à surestimer la contrainte correspondant à la perte de linéarité.

Afin d'identifier la limite de linéarité « intrinsèque », il semble donc nécessaire de s'intéresser à la phase de multi-fissuration (dans le cas des BFUP écrouissants) puisque celle-ci n'est pas affectée par un gradient de déformation important. En effet la phase de multi-fissuration dépend du pourcentage volumique de fibres ainsi que de leurs caractéristiques mécaniques et géométriques mais aussi de la qualité de la matrice cimentaire. Ainsi, chaque nouvelle fissure correspond à l'atteinte de la résistance en traction de la matrice cimentaire (ou plus exactement du composite matrice-fibres) pour une section particulière. La contrainte moyenne durant la phase de multi-fissuration donne donc une information sur la résistance moyenne de la matrice cimentaire. Et la valeur de la contrainte correspondant à l'intersection de la droite élastique reconstruite («  $E^* \varepsilon - \varepsilon$  ») et de la droite issue de la régression linéaire de la courbe «  $\sigma - \varepsilon$  » lors de la phase de multi-fissuration (voir Figure 2-19 et Tableau 2-13) peut être considérée comme un bon estimateur de la valeur de limite de linéarité (reconstruite). Ce

dépouillement des essais de traction directe permet d'obtenir des informations sur la fin du comportement élastique des BFUP testés malgré l'existence d'un gradient de déformation initial. Les valeurs obtenues par ce traitement sont récapitulées au Tableau 2-13.

Dans le cas des BFUP adoucissants (F1B\_5,1-30,5 et F2A\_5,1-30,5), la valeur de perte de linéarité peut être assimilée à la résistance maximale post-fissuration.

Tableau 2-13 Contrainte moyenne durant la phase de multi-fissuration et contrainte maximale correspondant à la résistance maximale en traction pour chaque éprouvette

|              |            | Contrainte moyenne durant la phase de multi-fissuration (MPa) |         |            | Contrainte correspondant à l'intersection des droites « $E^*\varepsilon-\varepsilon$ » et Linéaire (« $\sigma-\varepsilon$ ») durant la phase de multi-fissuration (MPa) |         |            |
|--------------|------------|---|---------|------------|--|---------|------------|
| Groupe       | Eprouvette | Valeurs   | Moyenne | Ecart-Type | Valeurs  | Moyenne | Ecart-Type |
| B2A_5,1-30,5 | Prisme-2   | 9,89  | 9,30    | 0,52       | 9,49   | 9,01    | 0,43       |
|              | Prisme-3   | 8,93  |         |            | 8,67   |         |            |
|              | Prisme-4   | 9,07  |         |            | 8,87   |         |            |
| F1A_5,1-30,5 | Prisme-4   | 10,08   | 9,50    | 0,83       | 9,81   | 9,18    | 0,89       |
|              | Prisme-6   | 8,91  |         |            | 8,55   |         |            |
| F1A_5,1-43,2 | Prisme-1   | 10,51   | 10,20   | 0,76       | 10,31  | 10,10   | 0,78       |
|              | Prisme-3   | 10,75   |         |            | 10,75  |         |            |
|              | Prisme-4   | 9,33  |         |            | 9,24   |         |            |
| F1B_5,1-30,5 | Prisme-1   | -   | -       | -          | -  | -       | -          |
|              | Prisme-2   | -   |         |            | -  |         |            |
|              | Prisme-3   | -   |         |            | -  |         |            |
| F2A_5,1-30,5 | Prisme-3   | -   | -       | -          | -  | -       | -          |
|              | Prisme-6   | -   |         |            | -  |         |            |
| F2A_5,1-43,2 | Prisme-1   | 8,10  | 8,97    | 0,83       | 7,75   | 8,69    | 0,98       |
|              | Prisme-3   | 9,05  |         |            | 8,61   |         |            |
|              | Prisme-4   | 9,76  |         |            | 9,70   |         |            |
| F1C_5,1-30,5 | Prisme-1   | 11,26   | 10,66   | 0,79       | 10,98  | 10,37   | 0,77       |
|              | Prisme-3   | 11,24   |         |            | 11,04  |         |            |
|              | Prisme-5   | 9,59  |         |            | 9,49   |         |            |
|              | Prisme-6   | 10,56   |         |            | 9,96   |         |            |
| F1C_5,1-43,2 | Prisme-1   | 10,90   | 10,78   | 0,44       | 10,41  | 10,28   | 0,34       |
|              | Prisme-2   | 11,14   |         |            | 10,53  |         |            |
|              | Prisme-3   | 10,29   |         |            | 9,89   |         |            |

Pour les groupes de prismes B2A\_5,1-30,5, F1C\_5,1-30,5 et F1C\_5,1-43,2, la contrainte moyenne durant la phase de multi-fissuration est proche de la contrainte maximale lors de la perte de linéarité. Cela pourrait signifier une absence d'effet d'échelle (ou de gradient) dans cette configuration.

La valeur de la contrainte correspondant à l'intersection de la droite élastique reconstruite («  $E^*\varepsilon-\varepsilon$  ») et de la droite issue de la régression linéaire de la courbe «  $\sigma-\varepsilon$  » lors de la phase de multi-fissuration semble une estimation robuste (légèrement plus conservatrice que la valeur de la contrainte moyenne durant la phase de multi-fissuration) de la limite de linéarité.

### 2.3.2.3 COMPORTEMENT POST-FISSURATION

Le Tableau 2-14 présente les valeurs de la contrainte maximale post-fissuration pour les BFUP écrouissants (voir Figure 2-18) et la contrainte maximale locale post-fissuration dans le cas des BFUP adoucissants (voir Figure 2-18).

Il est important de constater que les résistances en traction obtenues (comprises entre 7 MPa et 12 MPa) sont tout à fait cohérentes avec les valeurs usuellement rencontrées pour ce type de matériaux.

Pour une même gâchée, les prismes longs (50,8mm\*50,8mm\*431,8mm) présentent une meilleure résistance en traction que les prismes courts (50,8mm\*50,8mm\*304,8mm) : voir également Figure 2-23, Figure 2-25 et Figure 2-26. La longueur testée étant plus importante pour les prismes longs (101,6 mm contre 76,2 mm), ce résultat pourrait s'expliquer par une meilleure orientation des fibres dans le cas des éprouvettes de dimensions 50,8mm\*50,8mm\*431,8mm. Toutefois, en comparant les résultats des gâchées F1A (2 % de fibres) et F1C (2,5 % de fibres) ayant une matrice cimentaire et une cure après prise similaire, il semble que lorsque le pourcentage volumique de fibres est plus important, l'écart entre les prismes courts et longs s'atténue.

Tableau 2-14 Contrainte maximale post-fissuration pour chaque éprouvette

| Groupe       | Eprouvette | BFUP écrouissant<br>Contrainte maximale<br>post-fissuration<br>$\sigma_{\max}$<br>(MPa) |         |            | BFUP adoucissant<br>Contrainte maximale locale<br>post-fissuration<br>$\sigma_{\max\text{-locale}}$<br>(MPa) |         |            |
|--------------|------------|---|---------|------------|--|---------|------------|
|              |            | Valeurs   | Moyenne | Ecart-Type | Valeurs  | Moyenne | Ecart-Type |
| B2A_5,1-30,5 | Prisme-2   | 10,65   | 10,19   | 0,40       | -  | -       | -          |
|              | Prisme-3   | 10,00   |         |            |  |         |            |
|              | Prisme-4   | 9,92  |         |            |  |         |            |
| F1A_5,1-30,5 | Prisme-4   | 10,44   | 9,89    | 0,78       | -  | -       | -          |
|              | Prisme-6   | 9,34  |         |            |  |         |            |
| F1A_5,1-43,2 | Prisme-1   | 10,72   | 10,53   | 0,68       | -  | -       | -          |
|              | Prisme-3   | 11,09   |         |            |  |         |            |
|              | Prisme-4   | 9,77  |         |            |  |         |            |
| F1B_5,1-30,5 | Prisme-1   | -   | -       | -          | 9,67   | 8,69    | 0,90       |
|              | Prisme-2   |   |         |            | 8,50   |         |            |
|              | Prisme-3   |   |         |            | 7,90   |         |            |
| F2A_5,1-30,5 | Prisme-3   | -   | -       | -          | 6,93   | 7,26    | 0,46       |
|              | Prisme-6   |   |         |            | 7,58   |         |            |
| F2A_5,1-43,2 | Prisme-1   | 8,32  | 9,27    | 0,90       | -  | -       | -          |
|              | Prisme-3   | 9,39  |         |            |  |         |            |
|              | Prisme-4   | 10,11   |         |            |  |         |            |
| F1C_5,1-30,5 | Prisme-1   | 12,04   | 11,30   | 0,97       | -  | -       | -          |
|              | Prisme-3   | 11,79   |         |            |  |         |            |
|              | Prisme-5   | 9,89  |         |            |  |         |            |
|              | Prisme-6   | 11,46   |         |            |  |         |            |
| F1C_5,1-43,2 | Prisme-1   | 12,07   | 11,57   | 0,71       | -  | -       | -          |
|              | Prisme-2   | 11,88   |         |            |  |         |            |
|              | Prisme-3   | 10,75   |         |            |  |         |            |

La déformation caractérisant la fin de la phase de multi-fissuration est supposée correspondre à la fin des fluctuations de contraintes malgré une tendance écrouissante qui demeure. La déformation marquant la localisation de la fissure est supposée correspondre à la contrainte maximale enregistrée. Le Tableau 2-15 donne les valeurs de ces déformations pour chaque éprouvette ayant présenté un caractère écrouissant en traction.

Pour les groupes de prismes F1A\_5,1-30,5, F1A\_5,1-43,2 et F2A\_5,1-43,2, la fin de la phase de multi-fissuration correspond à la localisation de la fissure et donc à la contrainte maximale. En effet on observe une décroissance de l'effort sans phase stabilisée préalable. Pour ces éprouvettes, il semble donc qu'il n'y ait pas eu saturation de la multi-fissuration, alors que de nouvelles fissures auraient pu se créer si la résistance de la section fissurée critique avait été supérieure. Cette absence de saturation peut être le signe d'une dépendance des résultats vis-à-vis de la base de mesure. Pour une longueur testée plus importante, la déformation correspondant à la localisation de la fissure pourrait être inférieure.

Les déformations concomitantes à la contrainte maximale sont particulièrement élevées pour le groupe d'éprouvettes B2A\_5,1-30,5. Cela s'explique en partie par une meilleure orientation des fibres due à leur longueur 1,7 fois supérieure à celle des fibres du matériau F.

Tableau 2-15 Déformations moyennes correspondant à la fin de la phase de multi-fissuration et à la localisation de la fissure critique pour chaque éprouvette

|              |            | Déformation moyenne correspondant à la fin de la phase de multi-fissuration |         |            | Déformation moyenne correspondant à la localisation de la fissure |         |            |
|--------------|------------|---|---------|------------|---|---------|------------|
|              |            | $\varepsilon_{\text{multi}}$ (mm/m)   |         |            | $\varepsilon_{\text{loc}}$ (mm/m)                                 |         |            |
| Groupe       | Eprouvette | Valeurs   | Moyenne | Ecart-Type | Valeurs   | Moyenne | Ecart-Type |
| B2A_5,1-30,5 | Prisme-2   | 4,12  | 4,16    | 0,14       | 5,6   | 6,73    | 0,99       |
|              | Prisme-3   | 4,04  |         |            | 7,4   |         |            |
|              | Prisme-4   | 4,32  |         |            | 7,2   |         |            |
| F1A_5,1-30,5 | Prisme-4   | 1,92  | 2,44    | 0,74       | 1,92  | 2,44    | 0,74       |
|              | Prisme-6   | 2,96  |         |            | 3,92  |         |            |
| F1A_5,1-43,2 | Prisme-1   | 2,92  | 2,72    | 0,28       | 4,08  | 3,88    | 0,28       |
|              | Prisme-3   | 2,40  |         |            | 4,00  |         |            |
|              | Prisme-4   | 2,84  |         |            | 3,56  |         |            |
| F1B_5,1-30,5 | Prisme-1   | -   | -       | -          | -   | -       | -          |
|              | Prisme-2   | -   | -       | -          | -   | -       | -          |
|              | Prisme-3   | -   | -       | -          | -   | -       | -          |
| F2A_5,1-30,5 | Prisme-3   | -   | -       | -          | -   | -       | -          |
|              | Prisme-6   | -   | -       | -          | -   | -       | -          |
| F2A_5,1-43,2 | Prisme-1   | 2,08  | 2,92    | 0,73       | 2,08  | 2,92    | 0,73       |
|              | Prisme-3   | 3,32  |         |            | 3,32  |         |            |
|              | Prisme-4   | 3,36  |         |            | 3,36  |         |            |
| F1C_5,1-30,5 | Prisme-1   | 4,08  | 3,59    | 0,44       | 5,84  | 4,72    | 0,84       |
|              | Prisme-3   | 3,84  |         |            | 4,80  |         |            |
|              | Prisme-5   | 3,2   |         |            | 3,88  |         |            |
|              | Prisme-6   | 3,24  |         |            | 4,36  |         |            |
| F1C_5,1-43,2 | Prisme-1   | 3,48  | 3,77    | 0,28       | 4,96  | 5,13    | 0,60       |
|              | Prisme-2   | 3,80  |         |            | 4,64  |         |            |
|              | Prisme-3   | 4,04  |         |            | 5,80  |         |            |

### 2.3.2.4 CONCLUSION

La méthode d'essais de traction directe décrite ici a été mise au point à partir d'une phase de développement comprenant une étude numérique et une campagne expérimentale dans un contexte où on voulait tester en traction directe les même corps d'épreuve que dans les essais indirects conventionnels de flexion. Cette phase de développement a permis de justifier l'emploi de plaques d'aluminium avec une section variable afin de réduire fortement l'amplitude et l'étendue des concentrations de contraintes et donc d'éviter une localisation systématique de la fissure critique au niveau des mors. Ainsi il s'est avéré possible d'utiliser des prismes en BFUP de section constante pour une caractérisation en traction directe. Néanmoins, pour que cette caractérisation soit pertinente, il est important que la flexion parasite soit faible. Le gradient de déformation appliqué initialement par le serrage des mors continue de diminuer même après l'apparition de la première fissure. L'amplitude de la flexion concomitante reste alors limitée. Il est donc possible de considérer que la partie non linéaire de la réponse du BFUP lors de cet essai décrit effectivement le comportement post-fissuration du matériau en traction directe. La partie élastique est perturbée de manière plus importante par le gradient de déformation existant initialement. Un traitement spécifique des résultats est donc nécessaire afin de pouvoir estimer de façon robuste la limite de linéarité supposée intrinsèque. Celle-ci est approchée en déterminant la contrainte correspondant à l'intersection de la droite élastique reconstruite («  $E \cdot \varepsilon - \varepsilon$  ») et de la droite issue de la régression linéaire de la courbe «  $\sigma - \varepsilon$  » lors de la phase de multi-fissuration.

Dans le cadre de cette étude, cette méthode d'essai de traction directe nous a donc permis d'obtenir une caractérisation expérimentale considérée comme fiable des différents BFUP testés. Ces résultats de référence (la sollicitation de traction étant directe) seront utiles pour évaluer la pertinence de l'essai de flexion quatre points vis-à-vis d'une caractérisation du comportement en traction des BFUP.

En vue d'une utilisation opérationnelle plus large, la principale limite de cet essai réside dans le nombre important de résultats non exploitables, en raison d'une localisation de la fissure critique en dehors de la base de mesure de l'extensomètre, ou d'une flexion initiale trop importante. Pour pallier à ces difficultés, il est envisageable d'augmenter le nombre de prismes à tester. Compte tenu de la facilité de mise en œuvre de l'essai considéré, cette augmentation du nombre d'éprouvettes peut ne pas être rédhibitoire. Une autre solution serait d'améliorer le procédé de mise en œuvre des plaques d'aluminium sur les prismes de manière à assurer une rectitude des corps d'épreuves plus systématique.

## 2.4 METHODE INDIRECTE : ESSAIS DE FLEXION QUATRE POINTS

Compte tenu des difficultés persistantes pour réaliser des essais de traction directe, et de la pratique répandue des essais de flexion, notre programme expérimental s'est attaché à la réalisation soignée de tels essais, et à leur interprétation fiabilisée sur des corps d'épreuve identiques à ceux testés en traction directe.

Dans le cadre d'un essai de flexion sur une éprouvette non-entaillée, la différence de comportement entre un BFUP écrouissant et un BFUP adoucissant en traction directe est marquée, malgré le caractère écrouissant en flexion des deux matériaux. Dans le cas d'un BFUP écrouissant, une multi-fissuration fine et faiblement espacée (espace entre fissures visibles de l'ordre de  $3/4 \cdot L_f$ ) se met en place et la localisation d'une ou plusieurs fissures



intervient uniquement à proximité de l'effort maximal. Dans le cas d'un BFUP adoucissant, avant d'atteindre la résistance maximale, plusieurs macro-fissures espacées d'une distance comprise entre une demi-hauteur et une fois la hauteur de l'éprouvette se forment. Ces macro-fissures que l'on peut qualifier de structurelles sont encadrées par une fissuration diffuse sur une distance inférieure à la longueur des fibres due à l'effet local de pontage des fibres (Behloul, 1996).

A partir du relevé de fissures effectué sur chaque éprouvette, il est donc possible d'associer une présomption du caractère écrouissant ou adoucissant en traction directe du BFUP testé (voir Figure 2-1). A ces observations doivent être associées des méthodes d'analyse permettant de déterminer suivant les cas une loi de comportement en traction « contrainte-déformation » ou « contrainte-ouverture de fissure ».

Le travail décrit dans cette section a consisté à appliquer cette méthodologie notamment aux huit groupes de corps d'épreuve en BFUP caractérisés en traction directe, et à vérifier la cohérence des informations quantitatives qui en sont déduites.

## 2.4.1 DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

### 2.4.1.1 DISPOSITIF GENERAL DES ESSAIS ET ASSERVISSEMENT

Les configurations des essais de flexion quatre points sont les suivantes :

- Prisme de dimensions 50,8mm\*50,8mm\*304,8mm : distance entre les rouleaux supérieurs égale à 76,2 mm avec une portée totale de 228,6 mm.
- Prisme de dimensions 50,8mm\*50,8mm\*431,8mm : distance entre les rouleaux supérieurs égale à 101,6 mm avec une portée totale de 355,6 mm.
- Prisme de dimensions 100mm\*100mm\*400mm : distance entre les rouleaux supérieurs égale à 101,6 mm (bâti de flexion du TFHRC) ou 100 mm (bâti de flexion de l'IFSTTAR) avec une portée totale de 304,8 mm (TFHRC) ou 300 mm (IFSTTAR).

Tous les essais ont été effectués au TFHRC à l'exception de ceux sur les éprouvettes en « B2B ». Ces derniers (compression et flexion quatre points) ont été réalisés à l'IFSTTAR.

Il est important de détailler le dispositif expérimental utilisé pour les essais de flexion quatre points car celui-ci peut avoir un impact important sur les résultats, en particulier le type de rouleaux utilisés. En effet, tout frottement présent au niveau des appuis entraîne l'existence d'un effort normal au sein de l'éprouvette et donc un frettage de celle-ci. (Wille et Parra-Montesinos, 2012) ont réalisé des essais de flexion sur des prismes en BFUP avec différents types de supports. L'utilisation d'appuis fixes (avec un frottement important) entraîne une augmentation de la résistance en flexion comprise entre 30 % et 60 % par rapport aux résultats obtenus avec des rouleaux libres de se translater (frottement limité), à cause de l'effort horizontal parasite.

Pour les essais de flexion quatre points menés au TFHRC, chaque rouleau est libre de se translater dans l'axe du prisme permettant ainsi d'éviter un éventuel frettage de l'éprouvette. Comme le montre la Figure 2-27, les deux rouleaux supérieurs sont connectés par l'intermédiaire d'une poutre en acier qui est elle-même reliée à une rotule assurant tout au long de l'essai le contact de chaque point d'application de l'effort au prisme. Cet assemblage doit être installé sur l'éprouvette avant le chargement (voir Figure 2-28).

L'influence du poids de ce bloc supérieur et de l'éprouvette est prise en compte à travers un post-traitement analytique. Le Tableau 2-16 donne les contraintes en fibre inférieure à mi-portée engendrées par le poids du prisme et de l'assemblage.

Tableau 2-16 Contrainte en fibre inférieure à mi-portée engendrée par le poids du prisme et du bloc supérieur

| Configuration             | Contrainte initiale (avant chargement) en fibre inférieure à mi-portée (MPa) |
|---------------------------|--|
| Prisme 50,8*50,8*304,8 mm | 0,47   |
| Prisme 50,8*50,8*431,8 mm | 0,82   |
| Prisme 100*100*400 mm     | 0,10   |

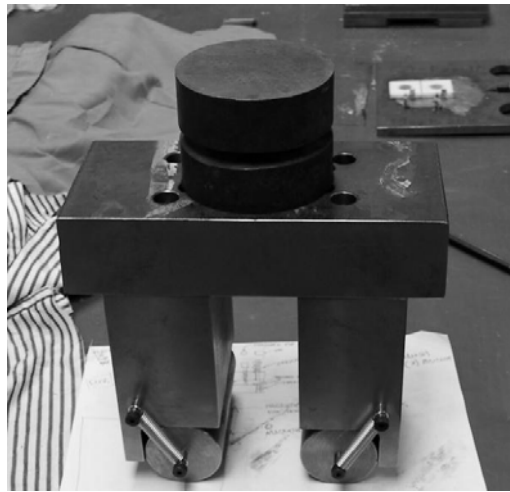


Figure 2-27 Bloc supérieur constitué des deux rouleaux connectés par une poutre rectangulaire en acier elle-même reliée à une rotule (TFHRC)

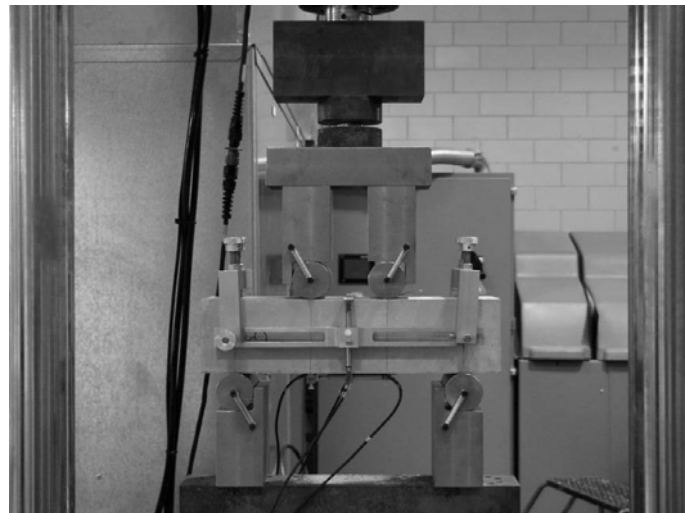


Figure 2-28 Montage expérimental des essais de flexion quatre points sur prisme de dimensions 100mm\*100mm\*400mm (TFHRC)

Concernant les essais de flexion quatre points menés à l'IFSTTAR sur des prismes 100\*100\*400 mm (groupe d'éprouvettes B2B\_10-40), trois des quatre rouleaux sont libres de leur rotation. Les deux rouleaux supérieurs du bâti de flexion sont solidaires de la traverse de la presse hydraulique par l'intermédiaire d'une rotule assurant tout au long de l'essai le contact de chaque point d'application de l'effort à l'éprouvette. La distance entre les deux rouleaux supérieurs est égale à 100 mm avec une portée totale de 300 mm.

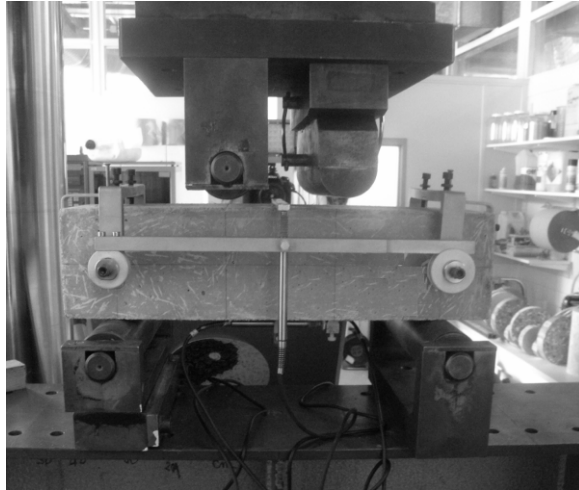


Figure 2-29 Dispositif expérimental pour les essais de flexion quatre points menés à l'IFSTTAR sur des prismes 100mm\*100mm\*400mm (groupe d'éprouvettes B2B\_10-40)

L'asservissement de chaque essai porte sur le déplacement du vérin à une vitesse de chargement de 0,25 mm/min donnée par les recommandations (AFGC, 2002) sur les BFUP.

#### *2.4.1.2 INSTRUMENTATION DES CORPS D'EPREUVE*

Pour mesurer la flèche à mi-portée, les prismes sont instrumentés par deux capteurs de déplacement LVDT à l'aide d'un extensomètre [similaire à celui recommandé par la norme (ASTM C1018, 1997)] fixé sur l'éprouvette et n'intégrant pas de ce fait les tassements d'appuis.

Dans la zone de moment constant, la mesure de la déformation, ou des ouvertures de fissures, en fibre inférieure, est assurée par deux extensomètres décalés utilisant des plots collés sur l'éprouvette et des capteurs de déplacement LVDT (voir Figure 2-30). L'utilisation d'extensomètres décalés permet d'identifier la localisation de la fissure comme explicité ci-après. Le Tableau 2-17 donne les longueurs de base de mesure des extensomètres pour chaque configuration d'essais.

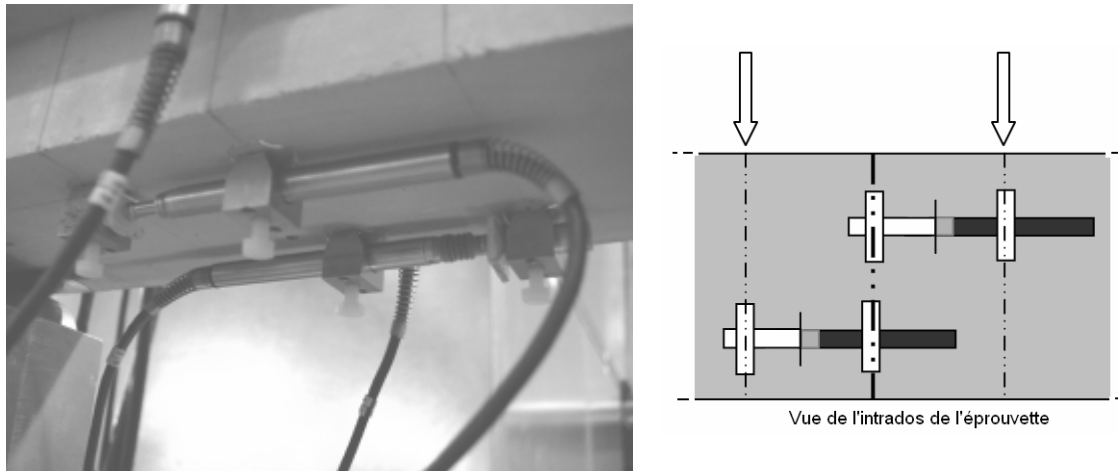


Figure 2-30 Utilisation de deux extensomètres décalés afin d'identifier la localisation de la fissure

Tableau 2-17 Longueur des bases de mesure des extensomètres utilisés pour mesurer la déformation ou les ouvertures de fissures en face inférieure

| Configuration             | Longueur des bases de mesure des extensomètres (mm) |
|---------------------------|---|
| Prisme 50,8*50,8*304,8 mm | 38,1  |
| Prisme 50,8*50,8*431,8 mm | 50,8  |
| Prisme 100*100*400 mm     | 50,8  |

Les essais supplémentaires menés à l'IFSTTAR ayant également pour but de tester comparativement la méthode de (JCI, 2005 ; Kanakubo, 2006), deux LVDTs montés en extensomètres (longueur de base égale à 100 mm) sont placés respectivement à 15 mm et 85 mm de la face inférieure du prisme en plus de l'instrumentation utilisée lors des essais de flexion menés au TFHRC (mesure de la déformation en fibre inférieure et mesure de la flèche).

L'effort appliqué a été mesuré à l'aide d'un capteur de force d'une capacité de 300 kN au TFHRC et 500 kN à l'IFSTTAR.

Lors de chaque essai, l'acquisition des données s'est effectuée de manière automatique à une fréquence de 5 Hz.

### 2.4.1.3 DEROULEMENT DES ESSAIS

Pour chaque essai, on réalise successivement les étapes suivantes :

1. Le prisme est centré sur le bâti de flexion après avoir été tourné d'un quart de tour par rapport au sens de coulage.
2. Le bloc supérieur (avec les deux rouleaux) est mis en place.
3. L'instrumentation est installée (capteurs LVDT, extensomètre pour la mesure de la flèche), les plots des extensomètres et la plaque de renvoi pour la mesure de la flèche ayant été préalablement collés.
4. L'acquisition des données expérimentales est démarrée avec une fréquence de 5 Hz.
5. L'asservissement de la presse porte sur le déplacement du vérin à une vitesse d'approche de 1 mm/min.

6. Lorsque la contrainte en fibre inférieure dans la zone de moment constant est égale à 0,25 MPa (en excluant l'influence du poids du prisme et du bloc supérieur), la vitesse de chargement passe à 0,25 mm/min.
7. Le test est arrêté lorsqu'une flèche de 2 mm est atteinte pour les prismes de dimensions 50,8mm\*50,8mm\*304,8mm et 100mm\*100mm\*400mm et 3 mm pour les éprouvettes de dimensions 50,8mm\*50,8mm\*431,8mm. Ces valeurs de flèche assurent le dépassement de l'effort maximal.

## 2.4.2 PRINCIPE DES METHODES D'ANALYSE

### 2.4.2.1 BFUP PRESENTANT UNE MULTIFISSURATION FINE ET FAIBLEMENT ESPACEE

Dans le cas d'un BFUP écrouissant en traction directe, lors d'un essai de flexion sur une éprouvette non-entaillée, une multi-fissuration se met en place. Cette multi-fissuration se traduit par une absence de localisation macroscopique de l'endommagement et donc l'apparence d'une déformation plastique (Rossi et al., 2005). Ainsi il est possible d'utiliser une loi « contrainte-déformation » afin de caractériser le comportement en traction du matériau considéré.

Comme l'atteste la littérature, deux types de méthodes de caractérisation peuvent être distinguées :

- celles basées sur la mesure directe de la déformation en fibre inférieure (dans la zone de moment constant),
- celles utilisant la mesure de la flèche pour déterminer notamment la déformation en fibre inférieure.

Les méthodes existantes utilisent un certain nombre d'hypothèses afin de faciliter le traitement des résultats. Néanmoins ces hypothèses entraînent des artefacts au niveau de la loi « contrainte-déformation » obtenue.

Deux méthodes de caractérisation basées respectivement sur la mesure de la déformation en fibre inférieure et sur la mesure de la flèche au centre de l'éprouvette, ont été développées. Pour s'affranchir des limites des méthodes existantes, les traitements mises au point utilisent un nombre réduit d'hypothèses et permettent d'obtenir une loi « contrainte-déformation » continue (« point par point »).

### **Analyse basée sur la mesure de la déformation en fibre inférieure**

Cette méthode s'inspire de l'analyse de (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011) menée sur des plaques minces en BFUP. Néanmoins contrairement à (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011), la déformation en fibre inférieure est directement mesurée et non déduite de la mesure de la flèche au centre. En effet la relation choisie par (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011) pour relier la courbure à la flèche engendre une sous-estimation de la déformation en fibre inférieure et une légère surestimation de la résistance en traction.

### ***Détermination de la localisation de la fissure (limite de validité du traitement « $\sigma$ - $\epsilon$ »)***

Les deux extensomètres décalés (voir Figure 2-30) permettent d'identifier la localisation de la fissure à partir de la détection d'un raccourcissement mesuré par l'un des deux LVDTs. En effet toutes les méthodes élaborées précédemment (AFGC-Sétra, 2002 ; JCI, 2005 ; Ostergaard et al., 2005 ; Kanakubo, 2006 ; Chanvillard, 2006 ; Qian et Li, 2007, 2008 ; Rigaud et al., 2011) permettant d'accéder à une loi « contrainte-déformation » à partir d'un essai de flexion, supposent que la localisation de la fissure correspond à l'effort maximal. Or cette localisation peut intervenir avant le pic d'effort. En effet l'initiation d'un comportement

adoucissant en fibre inférieure s'accompagne d'une augmentation de la hauteur tendue et donc du bras de levier interne. Ainsi, dans le cas d'un comportement local faiblement adoucissant, le moment repris par la section fissurée après localisation peut être légèrement supérieur à celui correspondant à la localisation. L'hypothèse d'une localisation de la fissure concomitante à l'effort maximal peut donc entraîner une surestimation de la capacité de déformation du matériau testé.

L'identification de la localisation de la fissure s'effectue à partir des courbes représentant l'évolution de la déformation mesurée par chaque extensomètre en fonction de la déformation moyenne (voir Figure 2-31).

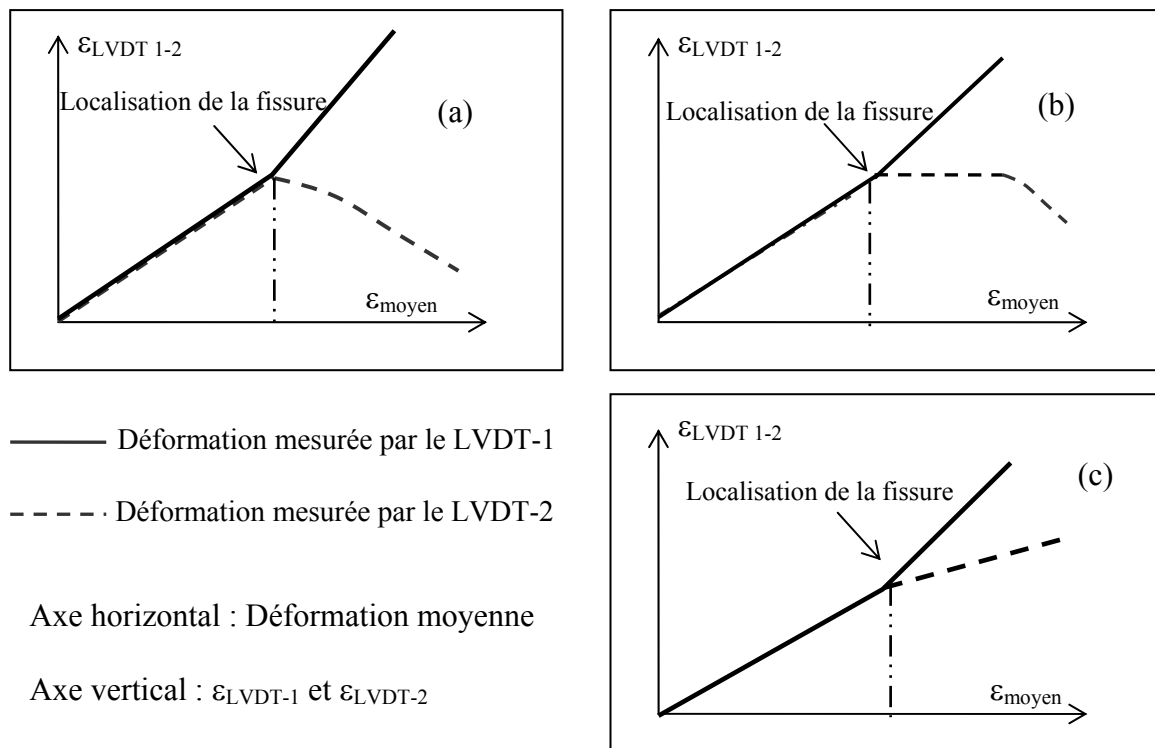


Figure 2-31 Méthode proposée pour identifier la localisation de la fissure à partir du raccourcissement mesuré par l'un des deux LVDTs

Cas « a » :

La localisation de la fissure se caractérise par une branche descendante correspondant au déchargement pour l'un des deux extensomètres.

Cas « b » :

Trois phases peuvent être distinguées :

- Première phase : augmentation de la déformation enregistrée par les deux LVDTs.
- Deuxième phase : un des deux déplacements mesurés arrête de croître.
- Troisième phase : une branche descendante apparaît correspondant au déchargement pour l'un des deux extensomètres.

Pour ces éprouvettes, la courbe « Moment – Déformation moyenne en face inférieure » est marquée par une longue phase présentant une faible augmentation de l'effort avant d'atteindre le moment maximal. Durant cette étape, le déplacement mesuré par l'un des deux LVDTs arrête de croître mais ne diminue pas. Cette phase pourrait être expliquée par une faible diminution de la contrainte au niveau de la fissure « localisée » combinée avec la configuration de flexion permettant une faible augmentation de l'effort.

*Cas « c » :*

Pour certaines éprouvettes, il n'est pas possible de détecter un raccourcissement pour l'un des deux LVDTs. En effet deux fissures peuvent localiser avant qu'une seule fissure critique se développe, ou bien encore la fissure localisée peut être interceptée par les deux extensomètres. Dans ce cas, la localisation de la fissure est considérée correspondre à l'effort maximal.

Avant la localisation de la fissure, une différence de pente entre les deux courbes «  $\epsilon_{LVDT-1} - \epsilon_{moyen}$  » et «  $\epsilon_{LVDT-2} - \epsilon_{moyen}$  » (voir Figure 2-32) peut être observée dans certains cas. Cela signifie que l'endommagement n'est pas homogène dans la zone de moment constant. Ce phénomène peut ainsi entraîner une dépendance de la déformation mesurée (correspondant à la localisation de la fissure), vis-à-vis de la longueur de base de la mesure.

La déformation qui a été considérée dans ce cas est la déformation moyenne [Moyenne ( $\epsilon_{LVDT-1}, \epsilon_{LVDT-2}$ )]. Néanmoins, afin d'évaluer le domaine de validité de l'approche proposée, il sera intéressant de comparer cette déformation moyenne  $\epsilon_{moyen}$  marquant la fin de la phase de multi-fissuration au minimum des deux déformations mesurées [ $\text{Min}(\epsilon_{LVDT-1}, \epsilon_{LVDT-2})$ ].

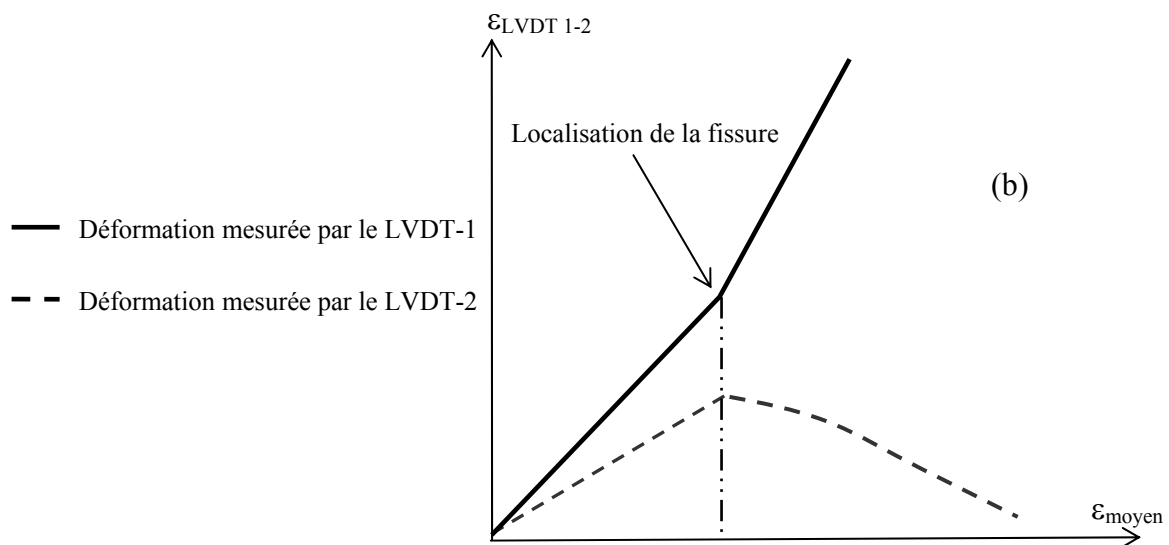


Figure 2-32 Différence de pente entre les deux courbes «  $\epsilon_{LVDT-1} - \epsilon_{moyen}$  » et «  $\epsilon_{LVDT-2} - \epsilon_{moyen}$  » avant la localisation de la fissure

### **Analyse inverse « point par point »**

La courbe « Moment – Déformation moyenne en face inférieure » est convertie en courbe « contrainte-déformation » à partir d'une analyse inverse similaire à celle de (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011).

Le profil des contraintes dans la zone comprimée est supposé linéaire (hypothèse réaliste au regard du comportement en compression simple des BFUP) : voir Figure 2-33. En ce qui concerne la forme de la courbe « contrainte-déformation » caractérisant le comportement en traction du matériau testé, aucune hypothèse n'est considérée.

Le profil des déformations est considéré comme linéaire, cette hypothèse semble réaliste au regard du comportement en traction écrouissant et multifissurant du matériau testé. Néanmoins cette hypothèse mériterait d'être validée notamment en utilisant l'extensométrie par analyse d'images.



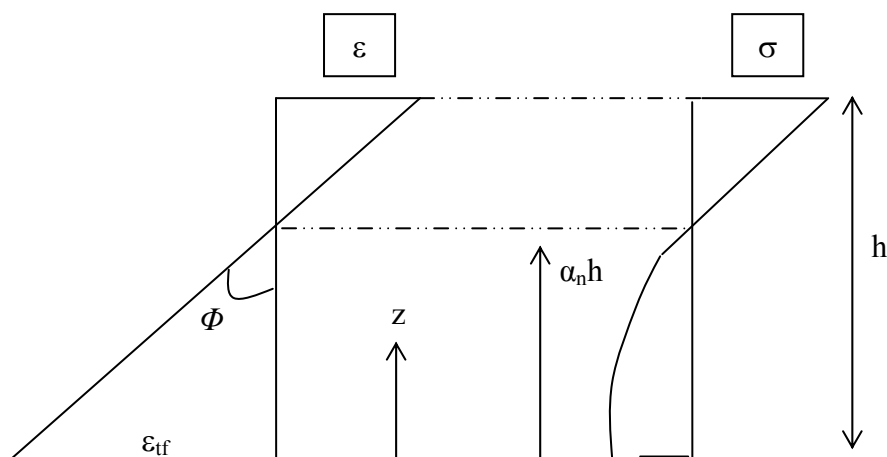


Figure 2-33 Distribution des déformations et des contraintes au niveau de la section étudiée

La courbe « contrainte-déformation » caractérisant le comportement en traction du matériau considéré est calculée de façon discrète. L'ensemble des équations sont écrites de façon incrémentale en considérant deux états de chargement successifs  $i$  et  $i+1$  (approche similaire aux Recommandations AFGC-Sétra sur les BFUP pour l'analyse inverse en «  $\sigma$ - $w$  »). Entre ces deux états, la déformation en fibre inférieure va évoluer de  $\varepsilon_{tf,i}$  à  $\varepsilon_{tf,i+1}$  et la contrainte correspondante de  $\sigma_{t,i}$  à  $\sigma_{t,i+1}$  (avec une nouvelle position de l'axe neutre et une nouvelle courbure). Ainsi, en considérant que l'ensemble des paramètres à l'état  $i$  sont connus, la résolution de ce problème inverse consiste à déterminer  $\alpha_{n,i+1}$  et  $\sigma_{t,i+1}$  afin de respecter les équations d'équilibre.

#### *Prise en compte de l'excentrement des capteurs LVDTs*

Cette méthode inverse est appliquée en corrigeant la surestimation de la déformation en face inférieure mesurée par les capteurs LVDTs en intrados. En effet, l'excentrement de ces capteurs par rapport à la face inférieure entraîne une surestimation de la déformation (voir Figure 2-34).

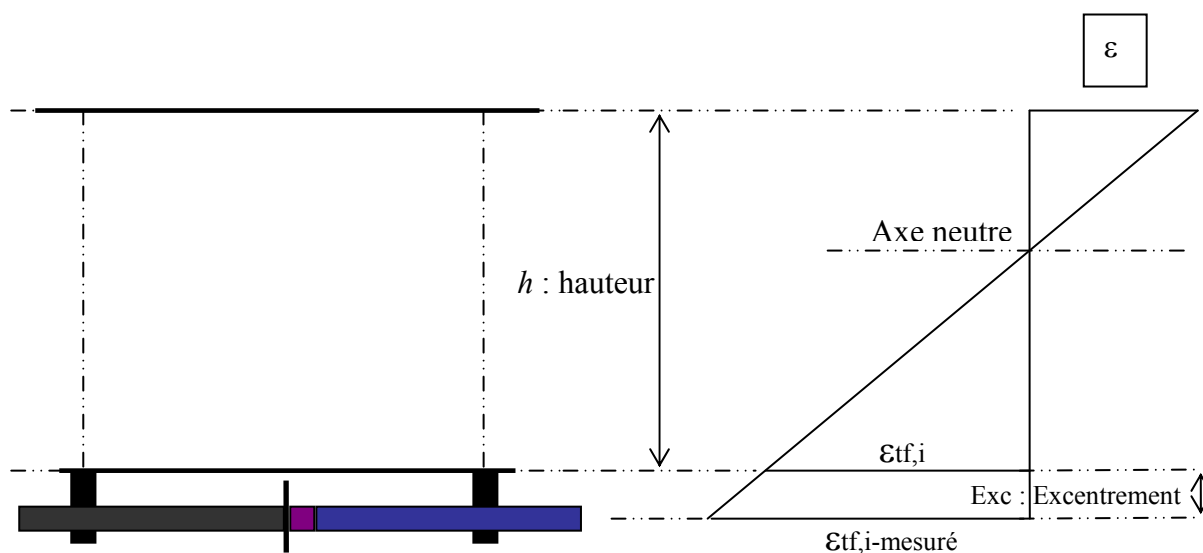


Figure 2-34 Surestimation de la déformation mesurée en raison de l'excentrement des capteurs par rapport à la face inférieure du prisme



La déformation mesurée est corrigée de la manière suivante :

$$\varepsilon_{f,i} = \frac{\alpha_{ni} \cdot h}{\alpha_{ni} \cdot h + Exc} \times \varepsilon_{f,i-mesurée}$$

Un autre artefact de la mesure de la déformation en fibre inférieure est lié à un effet géométrique dû à la courbure des corps d'épreuve et à la rigidité du montage des extensomètres. L'erreur engendrée par cet artefact ne dépasse toutefois pas 1,5 % (par rapport aux configurations d'essai et d'instrumentation utilisées lors de l'étude expérimentale). Une analyse détaillée de l'évaluation de cette erreur est présentée en Annexe 3.

### Stabilisation de la convergence

Puisque l'analyse inverse réalisée procède en quelque sorte à une dérivée de la courbe « Moment – Déformation moyenne en face inférieure », une oscillation de la relation « contrainte-déformation » est souvent observée. Afin de stabiliser ce phénomène, un procédé similaire à celui utilisé pour l'analyse inverse en «  $\sigma$ -w » des Recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP, est adopté. Celui-ci consiste à corriger la contrainte de l'itération  $i$  après avoir calculé l'itération  $i+1$  en effectuant la moyenne mobile suivante :

$$\sigma_{t,i} = \left(2 \cdot \sigma_{t,i} + \sigma_{t,i+1}\right) \times \frac{1}{3}$$

### Première étape de validation de l'analyse inverse « point par point »

Avant de confronter cette méthode inverse à des résultats expérimentaux, une première étape de validation est menée à l'aide d'un cas simple consistant à générer une courbe « Moment – Déformation en face inférieure » à partir d'un calcul direct puis vérifier que le résultat obtenu avec l'analyse inverse est similaire à la loi « contrainte-déformation » utilisée pour ce calcul direct.

Les valeurs suivantes sont choisies de manière à fixer les différents paramètres :

- Largeur du prisme :  $b = 100$  mm.
- Hauteur du prisme :  $h = 100$  mm.
- Module d'Young :  $E = 64\,400$  MPa
- Loi de comportement en traction du BFUP élastoplastique parfait :  
 $\sigma_{plastic} = 10$  MPa avec  $\varepsilon_{lim} = 3$  mm/m (voir Figure 2-35).

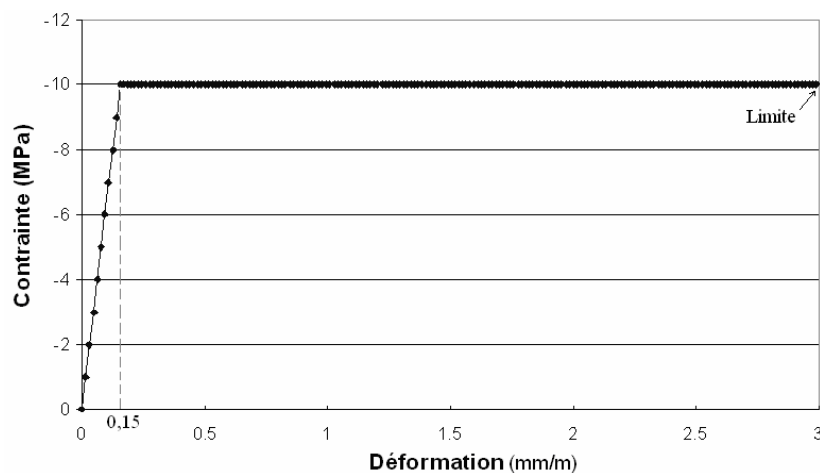


Figure 2-35 Loi de comportement « contrainte-déformation » en traction utilisée pour le calcul direct

Le calcul direct permet d'obtenir la courbe « Moment-Déformation en face inférieure » suivante :

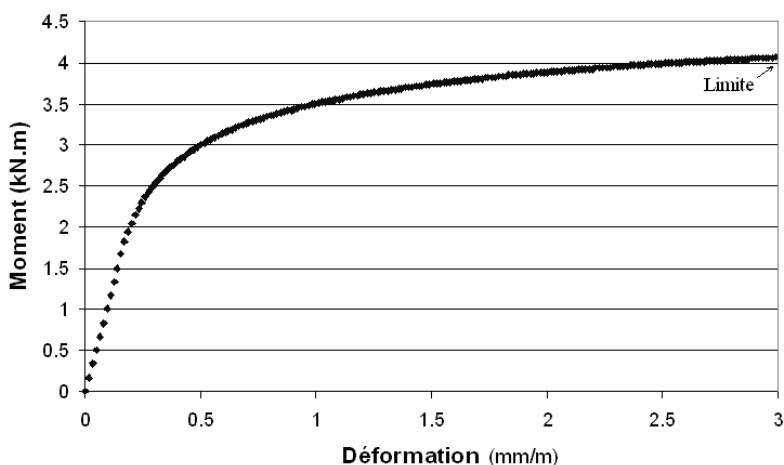


Figure 2-36 Courbe « Moment – Déformation en face inférieure » issue du calcul direct

L'analyse inverse « point par point » est appliquée à cette courbe. Le résultat obtenu est le suivant :

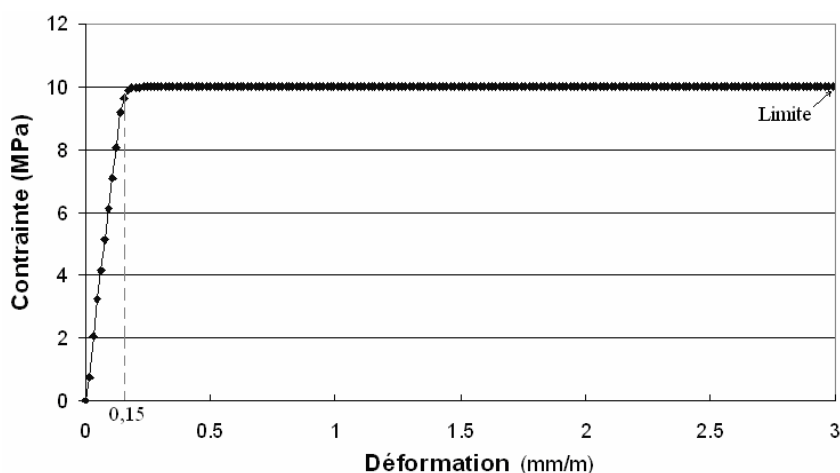


Figure 2-37 Relation « contrainte-déformation » issue de l'analyse inverse

Les deux lois de comportement « contrainte-déformation » (Figure 2-35 et Figure 2-37) sont bien similaires.

Cette méthode inverse permet donc d'obtenir une loi de comportement continue (point par point) « contrainte-déformation » à partir d'un essai de flexion quatre points sur prisme non-entaillé avec une détection expérimentale de la localisation de la fissure. La mesure de la déformation en face inférieure permet notamment de s'affranchir des hypothèses utilisées par (Chanvillard, 2006 ; Qian et Li, 2007, 2008 ; Rigaud et al., 2011) pour convertir la flèche en courbure.

Néanmoins dans la plupart des essais de flexion quatre points utilisés par les laboratoires, outre l'effort appliqué, la seule donnée expérimentale mesurée est la flèche au centre. On s'est donc efforcé de développer une analyse inverse permettant d'obtenir une relation « contrainte-déformation » à partir de la courbe expérimentale « Moment – Flèche au centre » et nécessitant un nombre réduit d'hypothèses.

**Analyse basée sur la mesure de la flèche au centre de l'éprouvette***Principe de la méthode*

Afin d'éviter l'hypothèse simplificatrice utilisée par (Chanvillard, 2006 ; Qian et Li, 2007, 2008 ; Rigaud et al., 2011) permettant de convertir la flèche en courbure dans la zone de moment constant, on a eu recours à une première analyse inverse donnant la courbure à partir d'un calcul réel de la flèche par double intégration de la courbure. Le procédé itératif présenté Figure 2-38 est utilisé.

Jusqu'à la localisation, la courbure est considérée comme constante dans la zone de moment constant et les déformations d'effort tranchant sont négligées. L'intégration numérique de la courbure s'effectue à partir de la méthode des trapèzes avec un intervalle égale à 0,005 fois la portée de l'essai de flexion quatre points.

Initiation du processus itératif :

$$\Phi_0 = 0 \text{ et } M_0 = 0 \text{ kN.m}$$

$\Phi_1$  et  $M_1$  sont obtenus à partir de la théorie des poutres en considérant le matériau élastique.

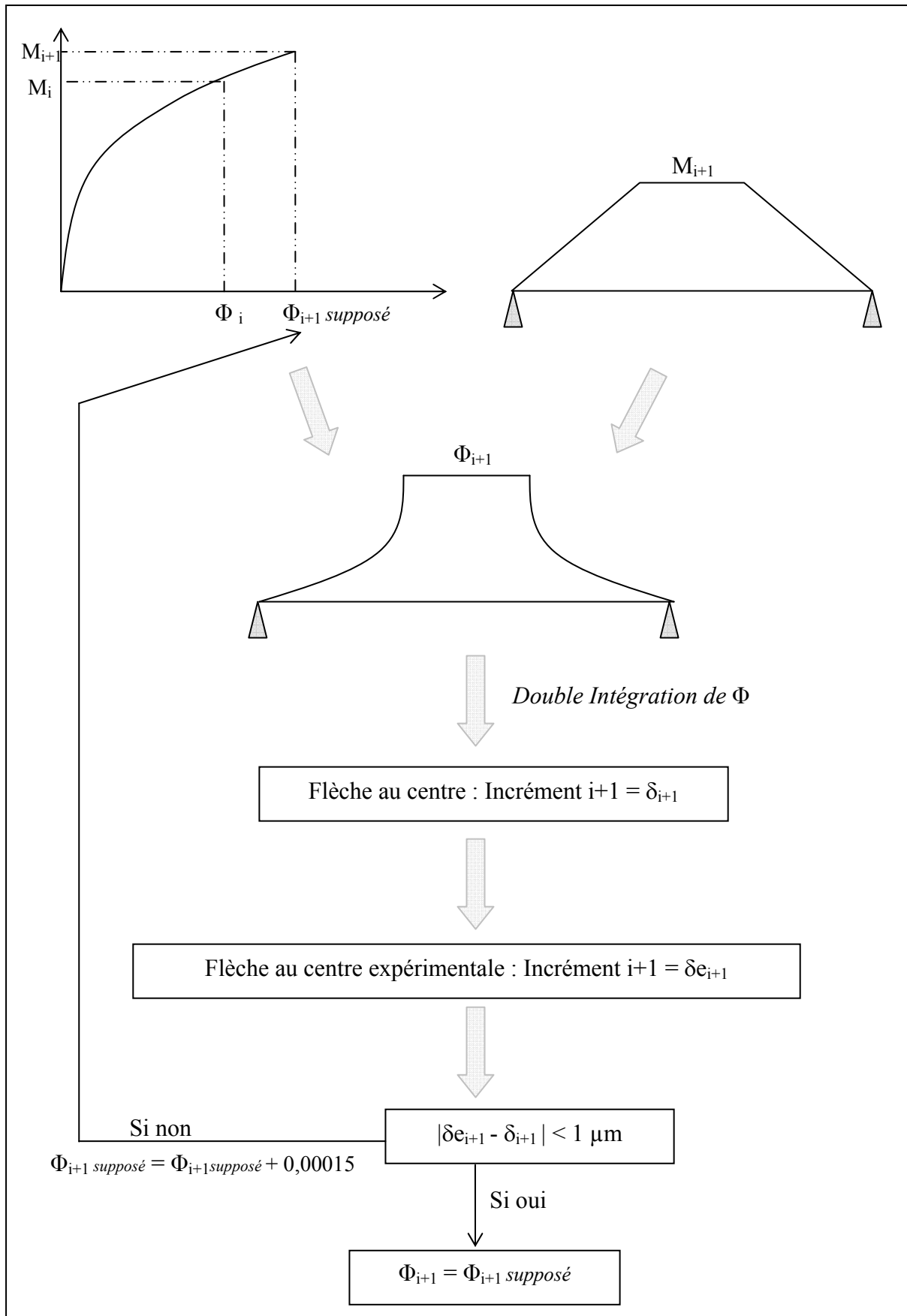


Figure 2-38 Méthode inverse à partir de la courbe « Moment - Flèche au centre » : algorithme de la première analyse inverse

Cette première analyse inverse permet de convertir la courbe « Moment – Flèche au centre » en relation « Moment – Courbure dans la zone de moment constant ».

La validation de cette analyse inverse est établie à l'aide d'un cas simple consistant à générer dans un premier temps une courbe « Moment – Flèche au centre » à partir d'un calcul direct (double intégration de la courbure) puis vérifier que le résultat obtenu avec l'analyse inverse est similaire à la relation « Moment – Courbure dans la zone de moment constant » utilisée pour ce calcul direct (voir Figure 2-39 à Figure 2-43).

Les valeurs suivantes ont été choisies de manière à fixer les différents paramètres :

Largeur du prisme :  $b = 50,8$  mm.

Hauteur du prisme :  $h = 50,8$  mm.

Flexion quatre points :

Portée d'effort tranchant  $a = 76,2$  mm.

Portée totale  $L = 228,6$  mm.

Module d'Young :  $E = 60\,000$  MPa

Loi de comportement en traction du BFUP élastoplastique parfait :

$\sigma_{plastic} = 6$  MPa avec  $\varepsilon_{lim} = 4$  mm/m (voir Figure 2-39).

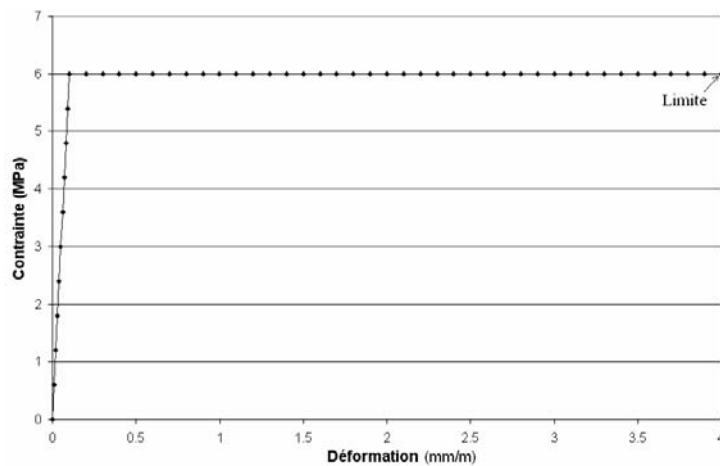


Figure 2-39 Loi de comportement « contrainte-déformation » en traction utilisée pour le calcul direct (Validation de l'analyse inverse utilisant la courbe « Moment – Flèche au centre »)

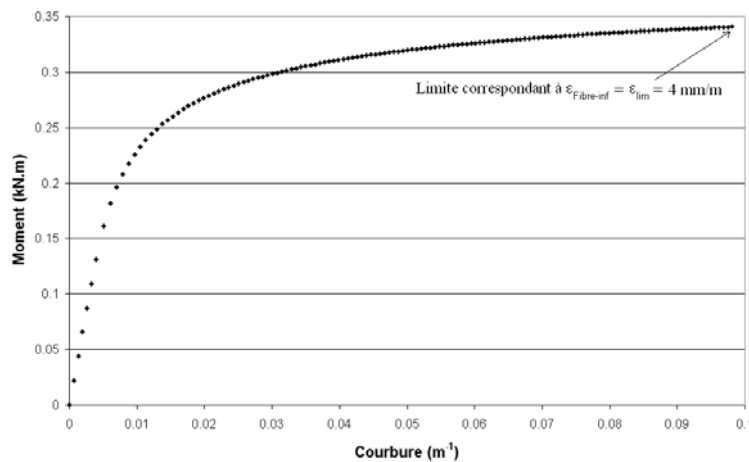


Figure 2-40 Courbe « Moment – Courbure dans la zone de moment constant » issue du calcul direct (Validation de l'analyse inverse utilisant la courbe « Moment – Flèche au centre »)

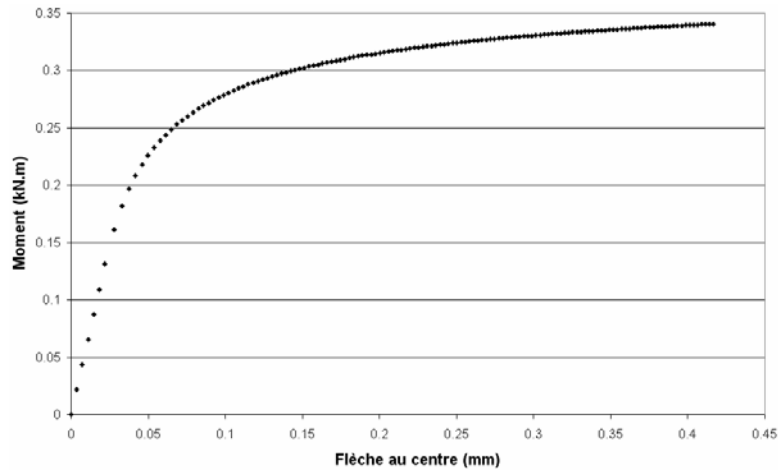


Figure 2-41 Courbe « Moment – Flèche au centre » obtenue à partir du calcul réel de la flèche : double intégration de la courbure (Validation de l'analyse inverse utilisant la courbe « Moment – Flèche au centre »)

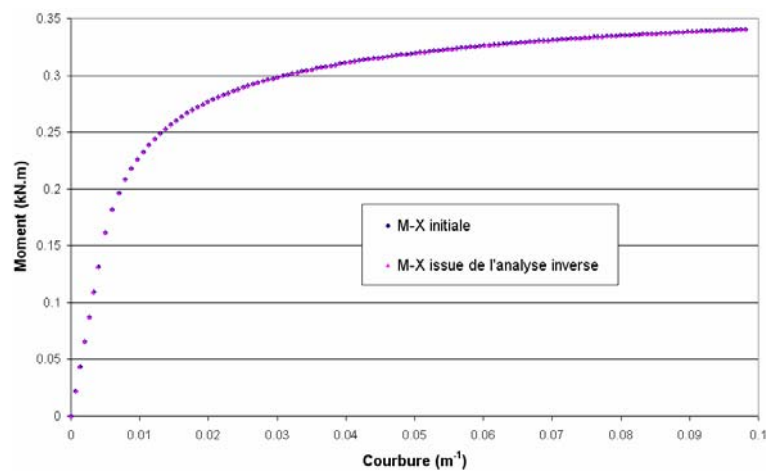


Figure 2-42 Comparaison de la courbe « Moment – Courbure dans la zone de moment constant » issue de l'analyse inverse avec la courbe utilisée initialement (Validation de l'analyse inverse utilisant la courbe « Moment – Flèche au centre »)

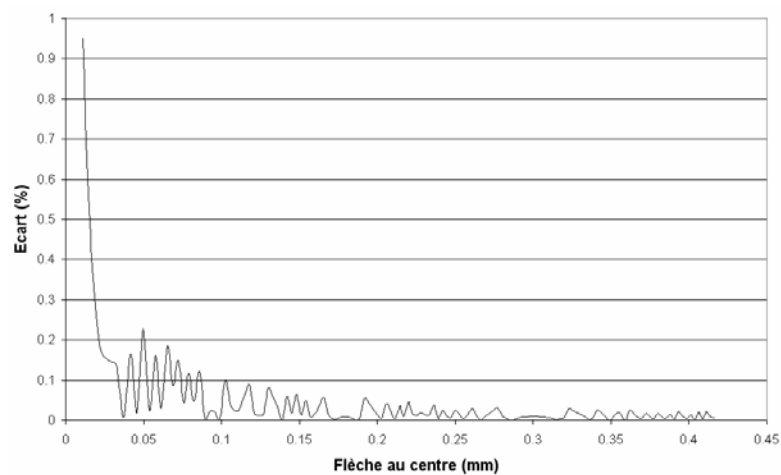


Figure 2-43 Ecart exprimé en pourcentage entre les deux courbures (après calcul direct et avec l'analyse inverse) en fonction de la flèche au centre (Validation de l'analyse inverse utilisant la courbe « Moment – Flèche au centre »)

L'écart entre les deux courbures reste toujours inférieur à 1% et décroît très vite en dessous de 0,2 %.

Une fois la courbe « Moment – Courbure dans la zone de moment constant » obtenue, l'approche utilisée par (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011) est appliquée. Faute de disposer d'une autre information directement associée au champ des déformations, la localisation de la fissure est supposée correspondre au moment maximal.

Le processus global de cette méthode inverse est présenté Figure 2-44.

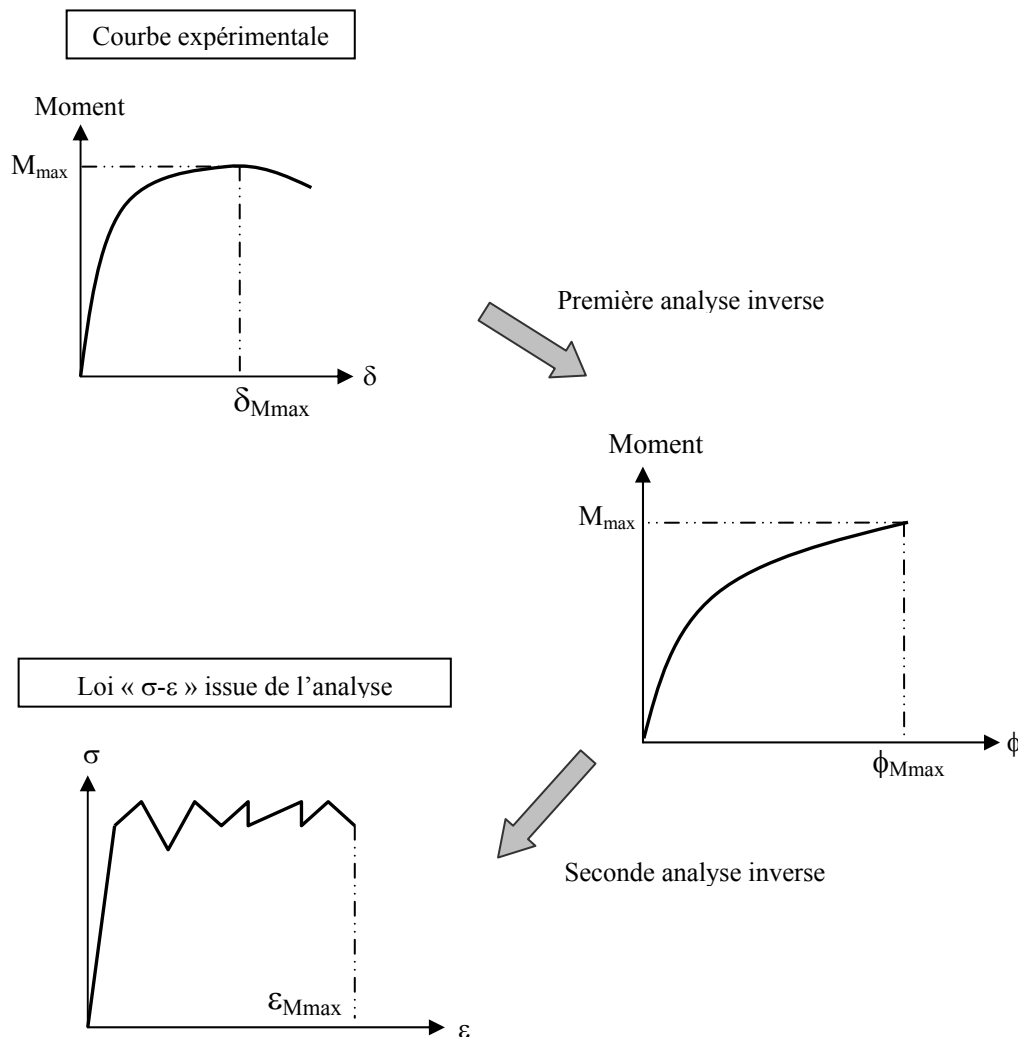


Figure 2-44 Processus global de la méthode inverse basée sur la mesure de la flèche au centre de l'éprouvette

Cette méthode inverse permet donc d'obtenir une relation continue (point par point) « contrainte-déformation » à partir de la courbe expérimentale « Moment – Flèche au centre » en réduisant le nombre d'hypothèses utilisées. Contrairement à la méthode précédente basée sur la mesure de la déformation en face inférieure, la localisation de la fissure n'est pas déterminée expérimentalement mais supposée concomitante à l'effort maximal.

#### 2.4.2.2 BFUP PRESENTANT UNE MULTI MACROFISSURATION

Dans le cas d'un BFUP adoucissant en traction directe, lors d'un essai de flexion sur une éprouvette non-entaillée, avant d'atteindre la résistance maximale, plusieurs macro-fissures

espacées d'une distance comprise entre une demie et une fois la hauteur de l'éprouvette se forment. Ainsi, quelle que soit l'approche de calcul adoptée (discrète ou continue), l'information mécanique pertinente consiste à connaître la loi « contrainte - ouverture de fissure » en traction afin de modéliser le comportement en flexion de ces matériaux.

La plupart des méthodes de caractérisation permettant d'obtenir la loi « contrainte – ouverture de fissure » d'un béton fibré à partir d'un essai de flexion utilisent des prismes entaillés ou supposent une mono-fissuration dans le cas d'essais de flexion sur éprouvettes non-entaillées (hypothèse réaliste pour les bétons fibrés classiques). Pour caractériser les BFUP adoucissants en traction directe à partir d'un essai de flexion sur éprouvette non-entaillée, il est donc nécessaire d'adapter les analyses existantes, de manière à prendre en compte la multi-macrofissuration. Deux analyses basées respectivement sur la mesure de l'ouverture des fissures en fibre inférieure et sur la mesure de la flèche au centre de l'éprouvette, sont donc proposées.

### Analyse basée sur la mesure de l'ouverture des fissures en fibre inférieure

Cette méthode utilise une instrumentation identique à celle mise en place dans le cas des BFUP écrouissants en traction directe (voir Figure 2-30) de manière à ne pas changer le protocole expérimental selon le comportement en traction du matériau testé dont on ne peut pas préjuger à l'avance. Néanmoins, l'espacement des macro fissures étant généralement compris entre une demie et une fois la hauteur de l'éprouvette, l'utilisation de seulement deux extensomètres lorsque la zone de moment constant est supérieure à une fois la hauteur du prisme présente le risque d'un pontage de plusieurs fissures de la part de chaque LVDT, notamment celui mesurant l'ouverture de la fissure localisée que l'on peut qualifier de critique. Dans ce dernier cas, le résultat de l'éprouvette n'est pas pris en compte.

Pour l'exploitation des données expérimentales, seul le déplacement mesuré par l'extensomètre pontant la fissure de ruine est considéré. Ce déplacement est converti en ouverture de fissure en adoptant certaines hypothèses :

- Le déplacement correspondant à la limite du domaine linéaire (apparition de la fissure) est retranché.
- Bien que la fissure principale soit prépondérante, des fissures locales peuvent apparaître à proximité de celle-ci en raison de l'ancrage des fibres. Néanmoins ces fissures restent marginales par leur nombre et par leur ouverture. Ainsi celles-ci sont négligées et le déplacement moyen mesuré est assimilé à une ouverture de fissure unique.
- La mesure de l'ouverture de fissure est réalisée sur une longueur de base  $L_b$ . Celle-ci intègre donc des déformations élastiques. Ces déformations sont soustraites de l'ouverture mesurée en considérant un déchargement élastique du matériau non concerné par la fissure.
- L'excentrement des capteurs par rapport à la face inférieure entraîne une surestimation de l'ouverture de fissure qui est corrigée, lors de l'analyse inverse, de façon similaire à la correction faite sur la déformation en fibre inférieure (voir Figure

$$2-34) : w_{0,i} = \frac{\alpha_i \cdot h}{\alpha_i \cdot h + Exc} \times w_{0,i-mesurée}, \text{ avec } \alpha_i \text{ la hauteur fissurée.}$$

L'instrumentation mise en place permet donc d'obtenir une courbe « Moment – Ouverture de fissure ». Une analyse inverse doit alors être appliquée de manière à déduire la loi de comportement « contrainte – ouverture de fissure ». L'utilisation du modèle de rotule non-linéaire de (Casanova, 1995) adoptée par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP (pour la détermination d'une loi « contrainte-ouverture de fissure » à partir d'un essai de flexion trois points sur prisme entaillé) a été choisie. Toutefois, afin de prendre en compte



la multi-macrofissuration, une adaptation inspirée de celle proposée par (Massicotte et al, 2004) dans le cas des dalles en béton de fibres avec armatures passives, est apportée :

- la zone perturbée est considérée s'étendre sur une distance égale à l'espacement moyen des fissures  $s_{\text{moyen-fissure-critique}}$  (cela revient à considérer que la longueur de la rotule non-linéaire est égale à  $s_{\text{moyen-fissure-critique}}$ ).

Ainsi l'équation cinématique reliant l'ouverture de la fissure et la courbure de la partie non-fissurée devient :

$$w_0 = \frac{\alpha \cdot h}{3} \times s_{\text{moyen-fissure-critique}} \times (\phi_m + 2 \cdot \phi_e)$$

L'espacement moyen des fissures autour de la fissure de ruine est déterminé à partir du relevé de fissuration effectué sur chaque éprouvette (voir Figure 2-45). Cet espacement moyen est exprimé d'une manière similaire à celle de (Behloul, 1996) en fonction de la hauteur du prisme testé.

Lors de l'analyse des résultats de la campagne expérimentale, l'hypothèse initialement adoptée par (Casanova, 1995) considérant que la longueur de la rotule non-linéaire est égale à deux fois la hauteur fissurée, sera également testée.

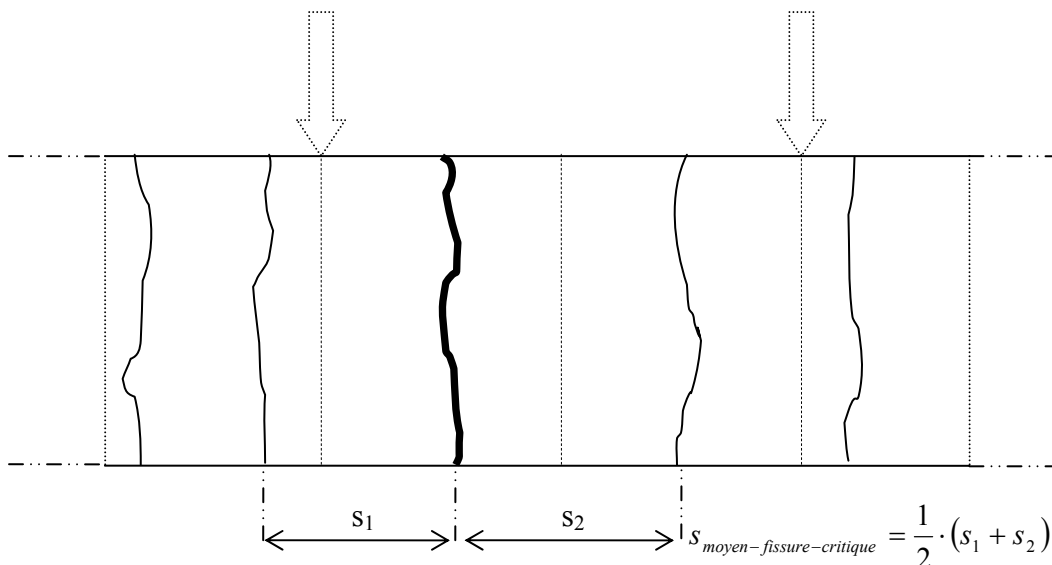


Figure 2-45 Méthode basée sur la mesure de l'ouverture de fissure : détermination de l'espacement moyen des fissures autour de la fissure de ruine (vue de l'intrados de l'éprouvette)

Cette méthode inverse permet donc d'obtenir une loi de comportement point par point « contrainte – ouverture de fissure » à partir d'un essai de flexion quatre points sur prisme non-entaillé avec une mesure directe de l'ouverture de fissure.

Néanmoins dans la plupart des essais de flexion quatre points utilisés par les laboratoires, outre l'effort appliqué, la seule donnée expérimentale mesurée est la flèche au centre. On a donc également développé une analyse inverse permettant d'obtenir une relation « contrainte – ouverture de fissure » à partir de la courbe expérimentale « Moment – Flèche au centre ».

### Analyse basée sur la mesure de la flèche au centre de l'éprouvette

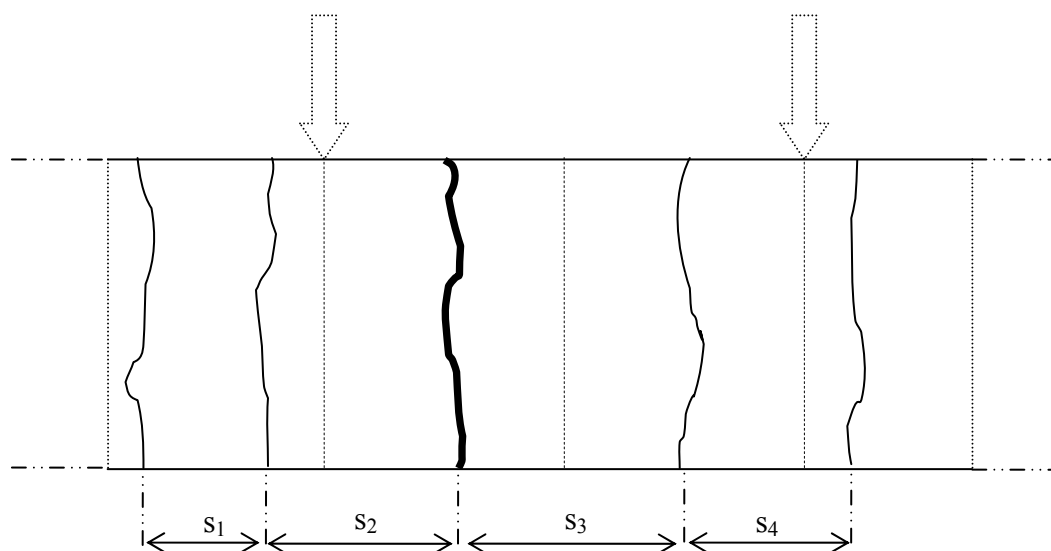
La méthode inverse basée sur la courbe expérimentale « Moment – Flèche au centre » nécessite de décomposer en deux phases le comportement post-fissuration en flexion du BFUP testé :

- Entre la perte de linéarité et le moment maximal : phase de multi-macrofissuration.
- Après l'effort maximum : localisation d'une fissure critique avec déchargement du reste du matériau.

Lors de la première phase (entre la perte de linéarité et le moment maximal), toutes les macrofissures créées sont supposées avoir une ouverture identique.

L'utilisation d'une approche discrète afin de modéliser le comportement « Moment – Flèche au centre » du matériau testé est rendue complexe en raison de la multi-macrofissuration. Ainsi lors de cette première phase, une approche continue similaire à celle de (Naaman et al., 1993) et (Behloul, 1996) est privilégiée. Comme mentionné précédemment, dans le cas d'une approche continue, il est nécessaire de normer l'ouverture de fissure par une longueur caractéristique  $L_c$ . Cette longueur est prise égale à l'espacement moyen des fissures  $s_{moyen}$ .

Cet espacement moyen des fissures est déterminé à partir du relevé de fissuration effectué sur chaque éprouvette (voir Figure 2-46). Il est exprimé là encore d'une manière similaire à celle de (Behloul, 1996) en fonction de la hauteur du prisme testé.



$$s_{moyen} = \frac{1}{k-1} \cdot \sum_{i=1}^{k-1} s_i, \text{ avec } k \text{ le nombre de fissures}$$

Figure 2-46 Méthode basée sur la mesure de la flèche au centre : détermination de l'espacement moyen des fissures  $s_{moyen}$  y compris en dehors de la zone de moment constant (vue de l'intrados de l'éprouvette)

La courbe « Moment – Flèche au centre » est donc convertie en loi « contrainte – déformation » à partir de la méthode inverse utilisée dans le cas des BFUP écrouissant en traction directe décrite précédemment. La loi « contrainte – ouverture de fissure » est ensuite déduite grâce à l'équation suivante :

$$w = \varepsilon \cdot s_{moyen}$$

Lors de la seconde phase (après l'effort maximal), une seule fissure concentre l'augmentation d'ouverture. Une approche discrète est alors privilégiée. Le modèle de rotule non-linéaire utilisé pour la méthode décrite ci-avant, basée sur la mesure de l'ouverture de fissure, est adopté. La zone perturbée est considérée s'étendre sur une distance égale à l'espacement moyen des fissures  $S_{\text{moyen-fissure-critique}}$ . Toutefois, afin de résoudre le problème inverse, il est nécessaire d'obtenir une équation supplémentaire qui relie l'ouverture de la fissure localisée à la flèche au centre.

En faisant l'hypothèse de l'apparition d'une seule rotule non-linéaire, la flèche est la somme d'un terme élastique dû à la courbure de la zone non perturbée et d'un terme lié à la rotation au niveau de la fissure (voir Figure 2-47).

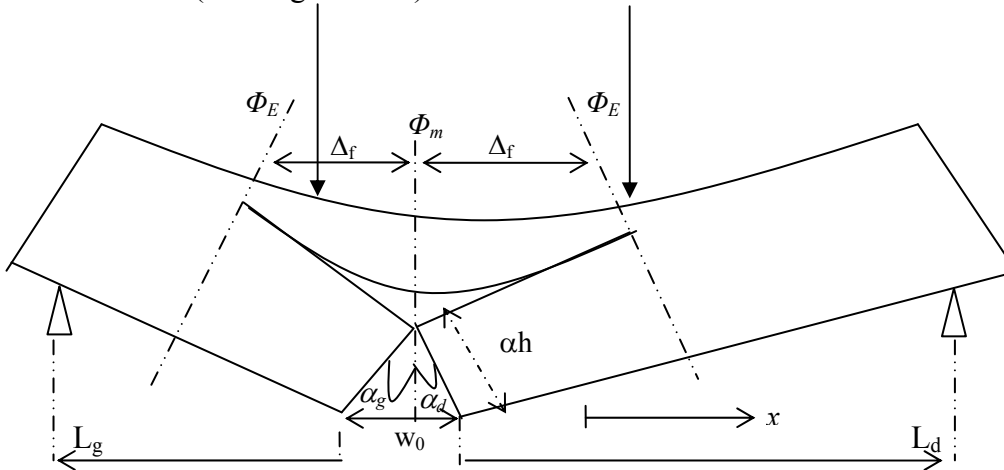


Figure 2-47 Schéma de la fissure critique dont l'emplacement n'est pas centré

Ainsi il est possible d'écrire les différentes équations permettant de relier l'ouverture de la fissure à la flèche au centre :

- $\alpha_d - \alpha_g = 2\theta = \frac{w_0}{\alpha \cdot h}$
- Flèche au niveau de la fissure  $f_{\text{fissure}}$  :  $f_{\text{fissure}} = \alpha_d \cdot L_d + \int_{\Delta_f}^{\Delta_f + x_d} \int_{\Delta_f}^{\Delta_f + x_d} \phi_E(u) \cdot du \cdot dx_d$
- Flèche au centre :  $f_{\text{centre}} = f_{\text{fissure}} - \int_0^{\frac{L}{2}} \int_0^x \phi(u) \cdot du \cdot dx$

Bien que ces équations permettent de retranscrire assez fidèlement la réalité (à l'exception de la non prise en compte des autres fissures existantes qui se referment), leur résolution numérique est assez lourde (mais néanmoins possible) compte tenu des différents cas possibles selon le positionnement de la fissure critique et de l'espacement moyen des fissures

$S_{\text{moyen-fissure-critique}}$ .

Des hypothèses simplificatrices sont donc adoptées de manière à obtenir une relation directe entre l'ouverture de la fissure critique et la flèche au centre :

- Les déformations élastiques sont négligées.
- La fissure est supposée s'étendre sur toute la hauteur de l'éprouvette.
- La fissure est considérée comme une rotule entre deux corps parfaitement rigides (voir Figure 2-48).

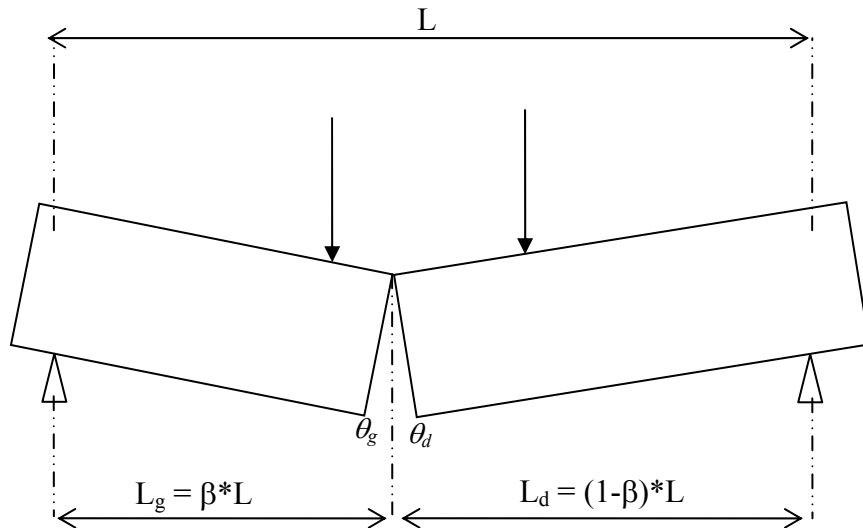


Figure 2-48 Schéma simplifié de la fissure critique dont l'emplacement n'est pas centré

Il est alors possible d'écrire les différentes équations permettant de relier l'ouverture de la fissure à la flèche au centre :

- $\theta_g = \tan \theta_g = \frac{f_{fissure}}{\beta \cdot L}$  et  $\theta_d = \tan \theta_d = \frac{f_{fissure}}{(1-\beta) \cdot L}$
- $f_{centre} = \frac{L/2}{(1-\beta) \cdot L} \cdot f_{fissure} = \frac{1}{2 \cdot (1-\beta)} \cdot f_{fissure}$
- $w_0 = (\theta_g + \theta_d) \cdot h = f_{fissure} \cdot \left( \frac{1}{\beta \cdot L} + \frac{1}{(1-\beta) \cdot L} \right) \cdot h = \frac{2}{\beta \cdot L} \cdot f_{centre} \cdot h$

La relation directe entre l'ouverture de la fissure et la flèche au centre qui sera utilisée par la suite est la suivante :

$$w_0 = \frac{2}{\beta \cdot L} \cdot f_{centre} \cdot h$$

### 2.4.2.3 DEMARCHE ADOPTEE POUR LE TRAITEMENT DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

Au total c'est cette méthodologie complète d'analyse des résultats d'essais de flexion quatre points qui a été appliquée au programme expérimental décrit en 2.2, les lois de comportement obtenues pouvant être confrontées à la caractérisation en traction directe, et les hypothèses associées aux différentes méthodes (déformation associée à la localisation, multifissuration...) pouvant être confrontées directement aux informations expérimentales.

La démarche adoptée pour l'exploitation des essais de flexion quatre points sur prismes non entaillés, qui correspond à la méthodologie développée et décrite en 2.4.2.1 et 2.4.2.2 ci-avant, est résumée Figure 2-49.

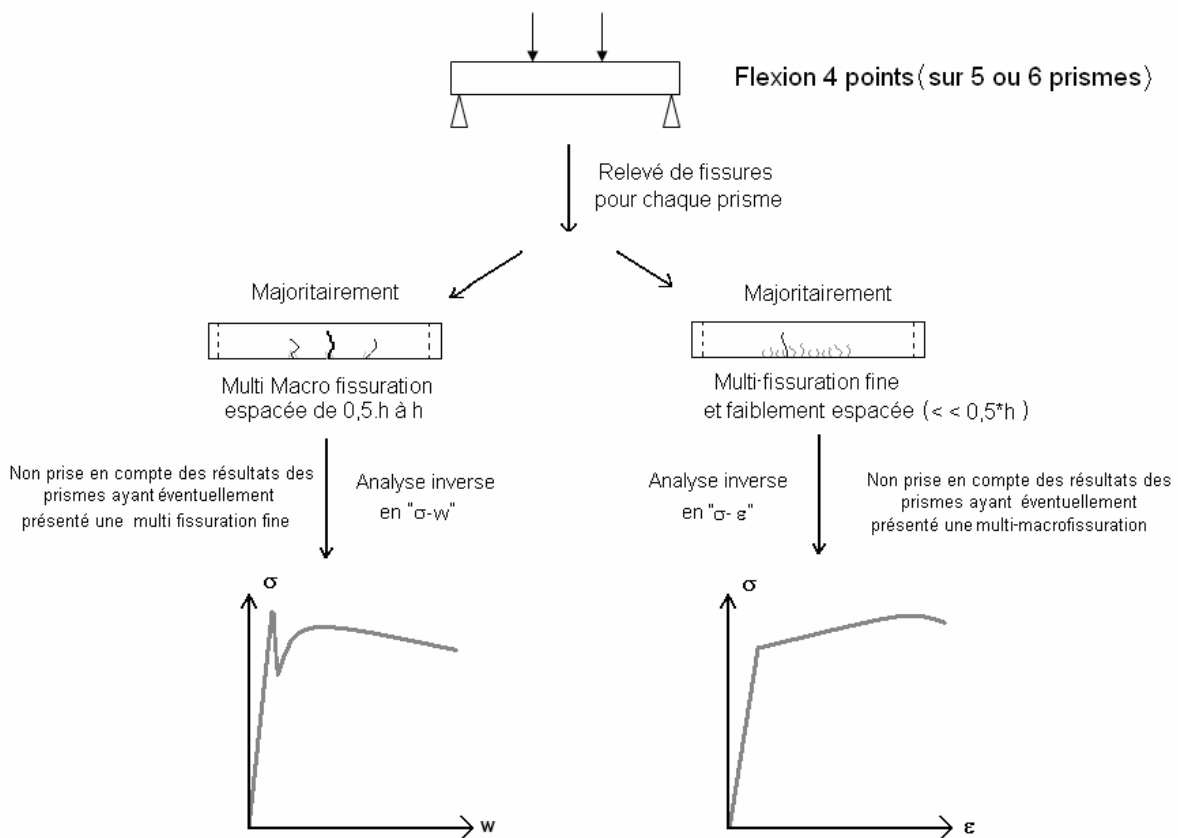


Figure 2-49 Démarche adoptée pour exploiter les résultats obtenus à partir des essais de flexion quatre points sur prismes non entaillés

### 2.4.3 RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les résultats expérimentaux issus des essais de flexion quatre points sont présentés de la Figure 2-50 à la Figure 2-75. Pour chaque groupe d'éprouvettes, trois types de données sont détaillées :

- La courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre ».
- La courbe « Contrainte Equivalente – Déformation en face inférieure mesurée » (la déformation mesurée est la moyenne des mesures des deux extensomètres).
- Le relevé de fissures au niveau de la face inférieure.

Les courbes brutes « Force – Déformation en face inférieure mesurée » et « Force – Flèche au centre » sont normalisées par rapport aux dimensions exactes des éprouvettes (mesurées à

l'aide d'un pied à coulisse) en courbes « Contrainte Equivalente – Déformation en face inférieure mesurée » et « Contrainte Equivalente – Flèche au centre », la relation Moment – Contrainte étant issue de l'extrapolation de la formule de Résistance des Matériaux [ $\sigma = (M.v) / I$ ] en conservant les propriétés géométriques initiales pour le calcul de l'inertie I.

Les résultats quantitatifs issus de ces essais selon la méthodologie d'analyse proposée sont détaillés en 2.4.3.1 (comportement élastique) et 2.4.3.2 (comportement post-fissuration).

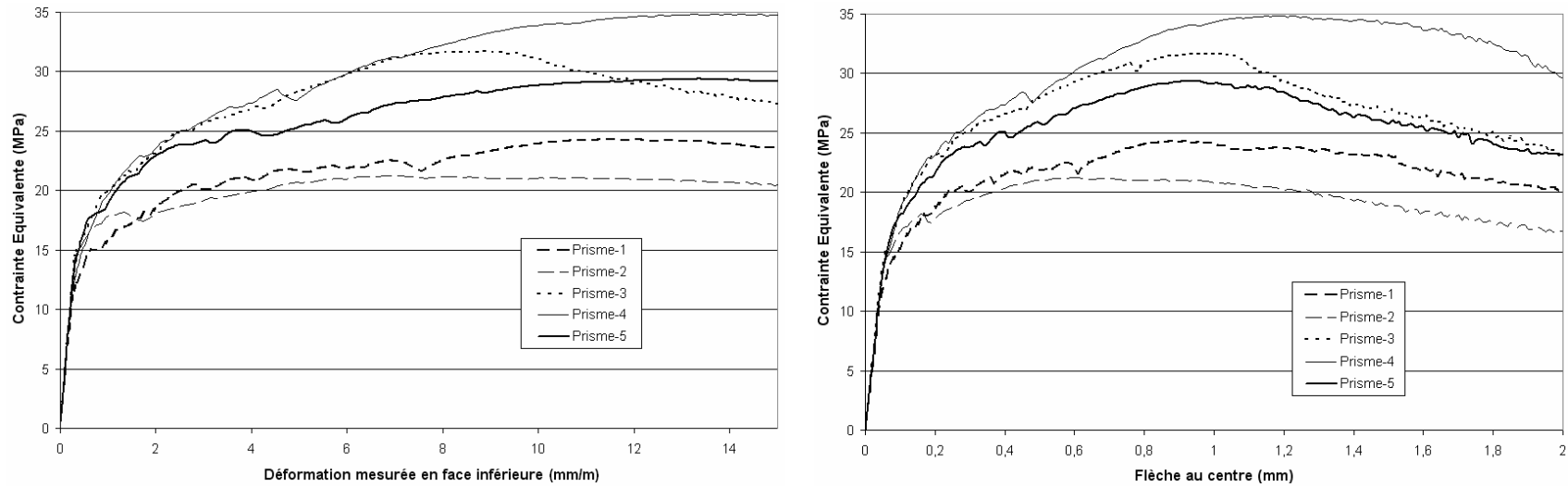
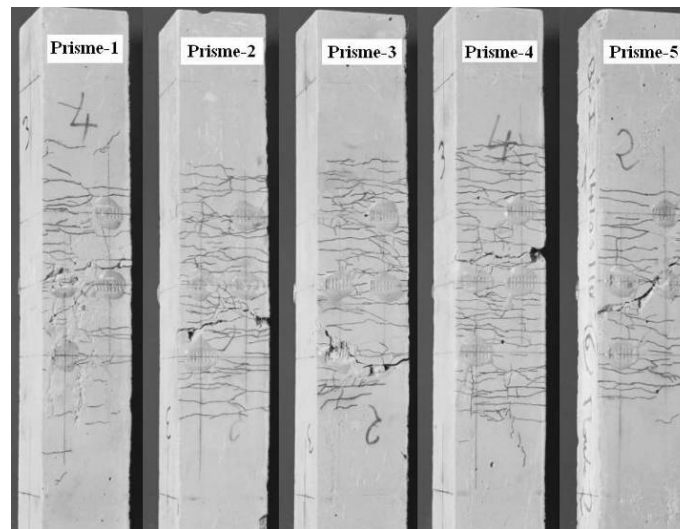


Figure 2-50 Groupe d'éprouvettes B2A\_5,1-30,5 : Courbe « Contrainte Equivalente – Déformation mesurée en face inférieure » (à gauche) et Courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » (à droite)



Multi fissuration fine et faiblement espacée ( $\leq \frac{3}{4} * L_f$ ) pour l'ensemble des prismes

Figure 2-51 Groupe d'éprouvettes B2A\_5,1-30,5 : Relevé de fissures en face inférieure du prisme

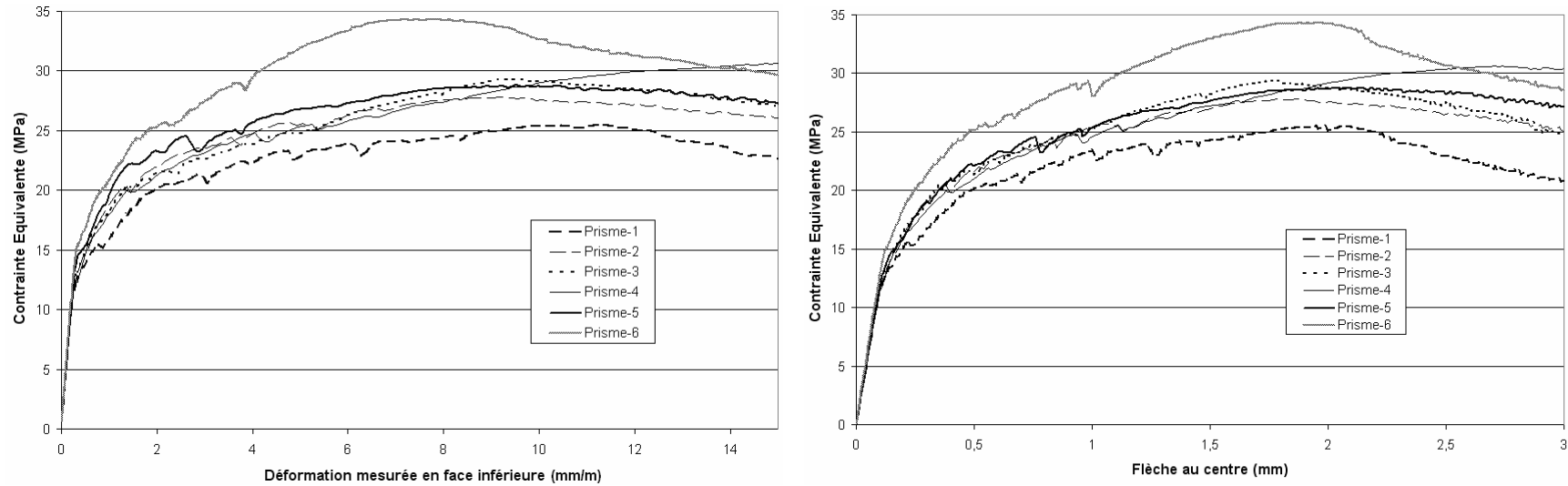


Figure 2-52 Groupe d'éprouvettes B2A\_5,1-43,2 : Courbe « Contrainte Equivalente – Déformation mesurée en face inférieure » (à gauche) et Courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » (à droite)

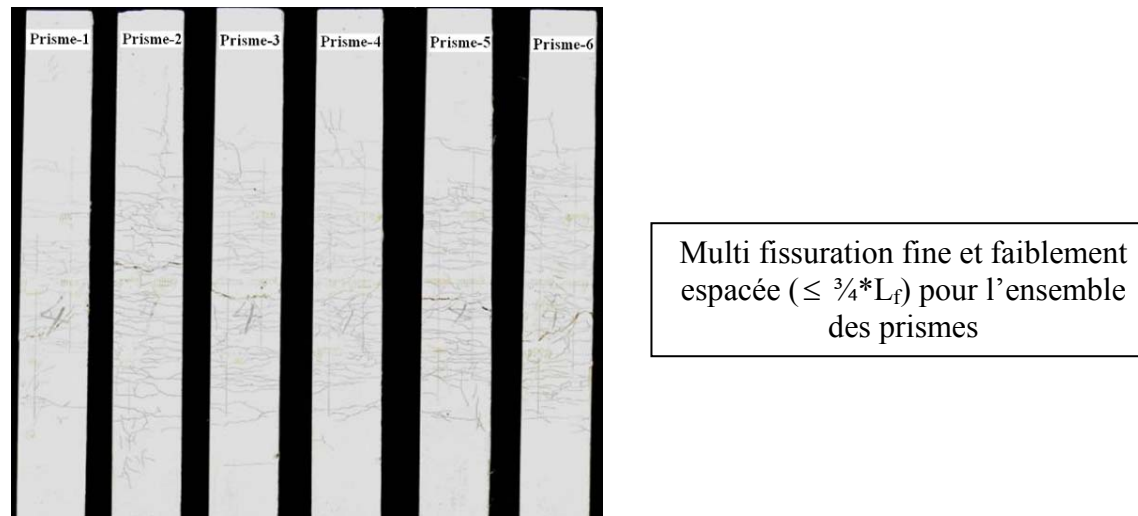


Figure 2-53 Groupe d'éprouvettes B2A\_5,1-43,2 : Relevé de fissures en face inférieure du prisme



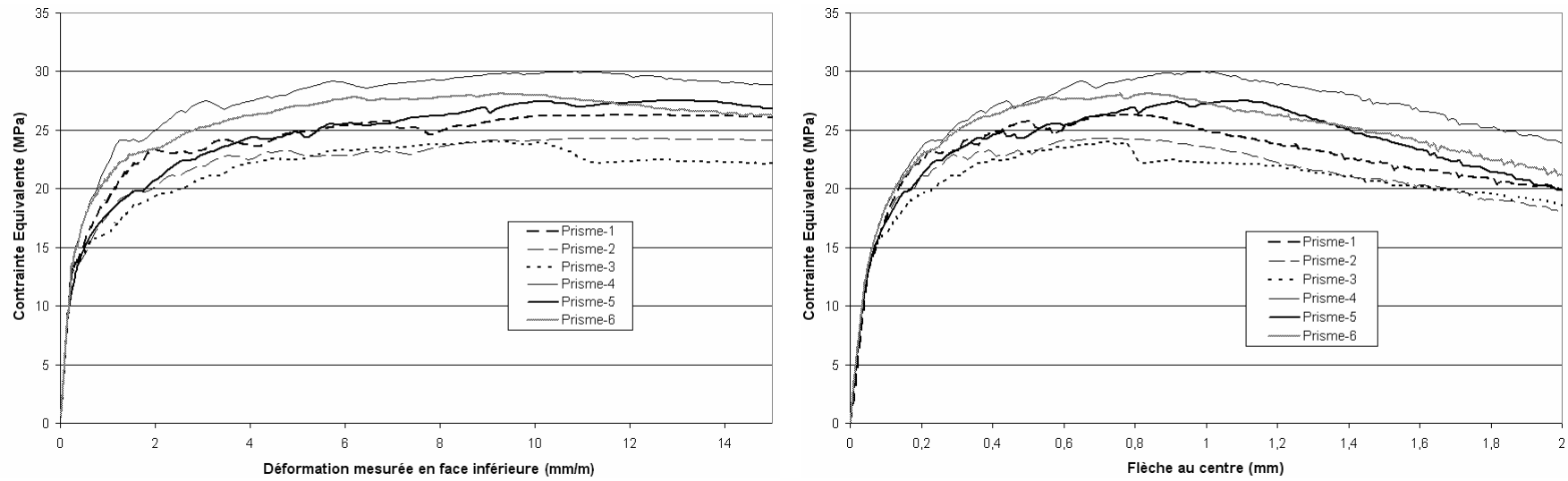
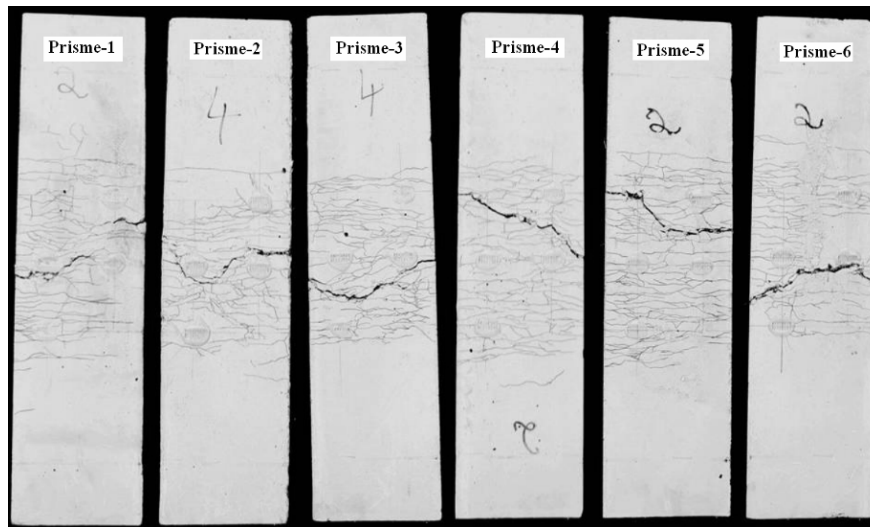


Figure 2-54 Groupe d'éprouvettes B2A\_10-40 : Courbe « Contrainte Equivalente – Déformation mesurée en face inférieure » (à gauche) et Courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » (à droite)



Multi fissuration fine et faiblement espacée ( $\leq \frac{3}{4} * L_f$ ) pour l'ensemble des prismes

Figure 2-55 Groupe d'éprouvettes B2A\_10-40 : Relevé de fissures en face inférieure du prisme

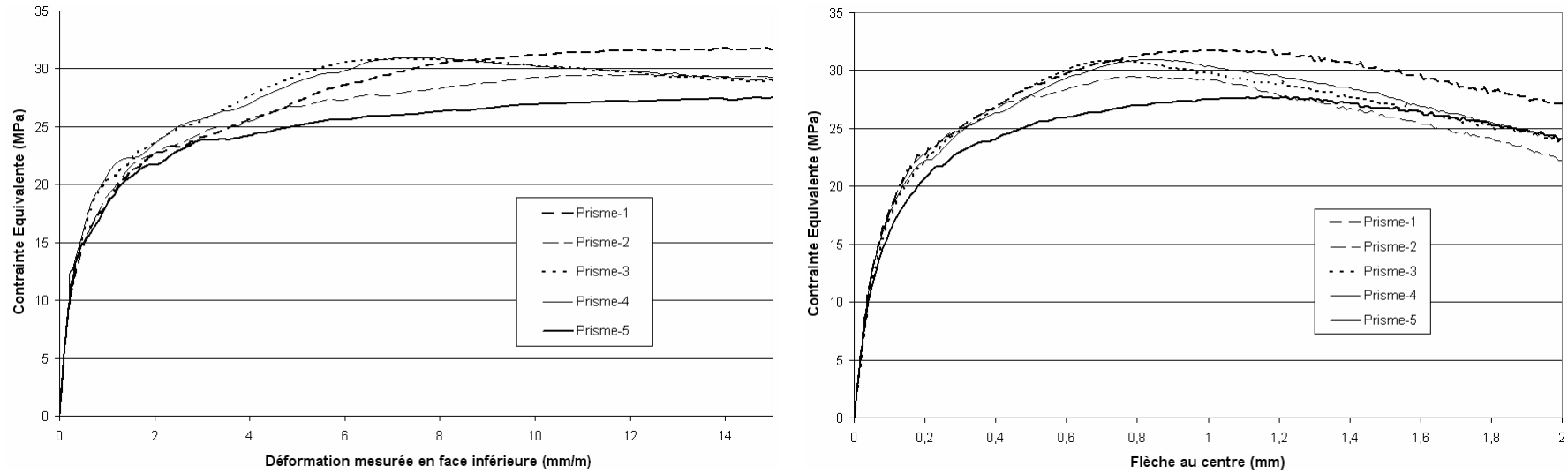
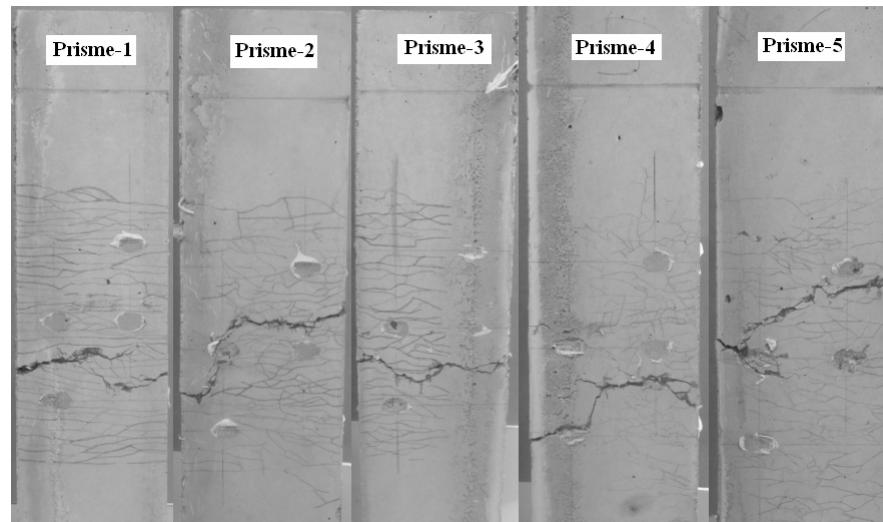


Figure 2-56 Groupe d'éprouvettes B2B\_10-40 : Courbe « Contrainte Equivalente – Déformation mesurée en face inférieure » (à gauche) et Courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » (à droite)



Multi fissuration fine et faiblement espacée ( $\leq \frac{3}{4} * L_f$ ) pour l'ensemble des prismes

Figure 2-57 Groupe d'éprouvettes B2B\_10-40 : Relevé de fissures en face inférieure du prisme

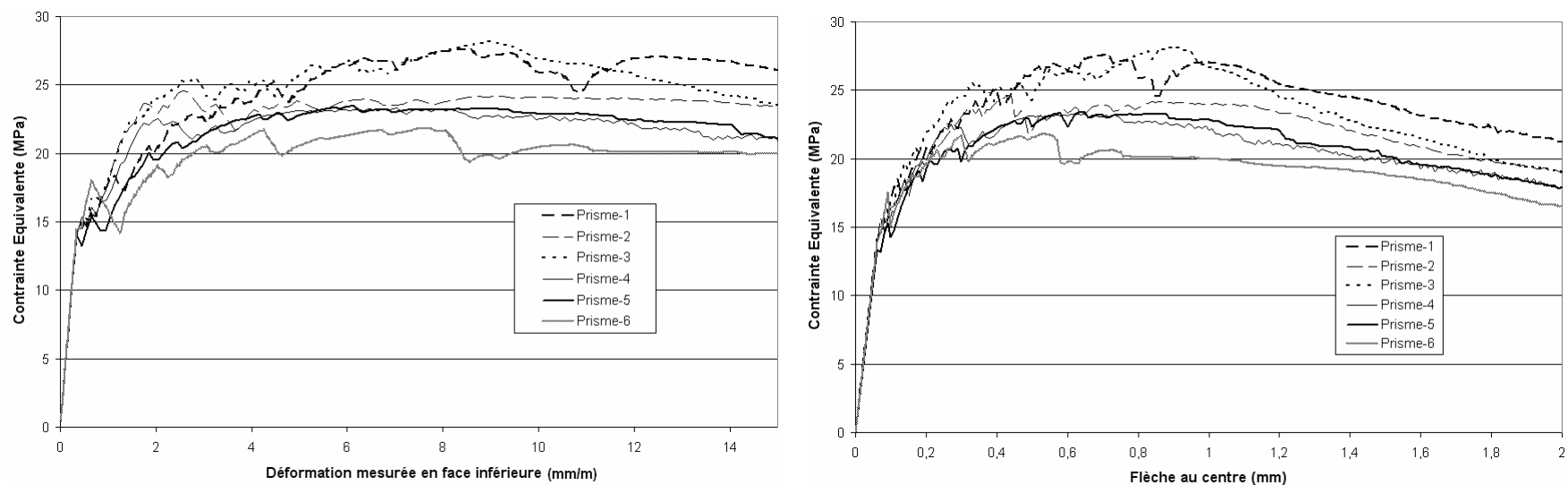
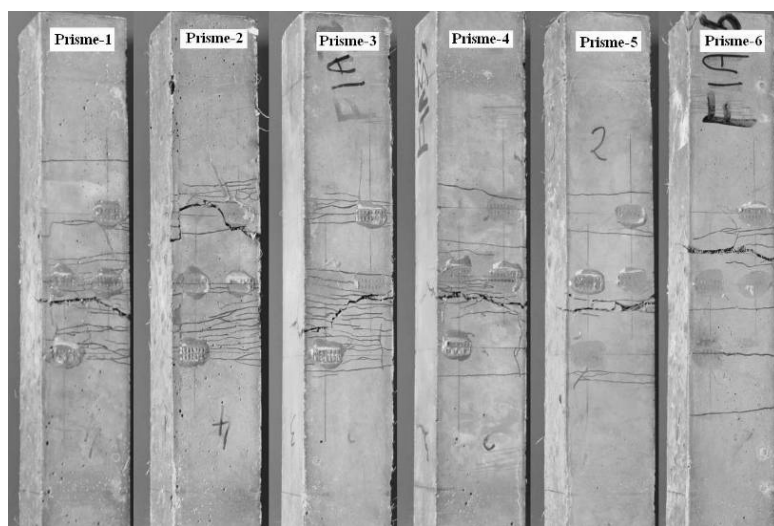


Figure 2-58 Groupe d'éprouvettes F1A\_5,1-30,5 : Courbe « Contrainte Equivalente – Déformation mesurée en face inférieure » (à gauche) et Courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » (à droite)



Multi fissuration fine et faiblement espacée :  
 Prismes n° 1, 2 et 3  
 Multi macrofissuration espacée de  $0,5 \cdot h$  à  $h$  :  
 Prismes n° 4, 5 et 6

Figure 2-59 Groupe d'éprouvettes F1A\_5,1-30,5 : Relevé de fissures en face inférieure du prisme

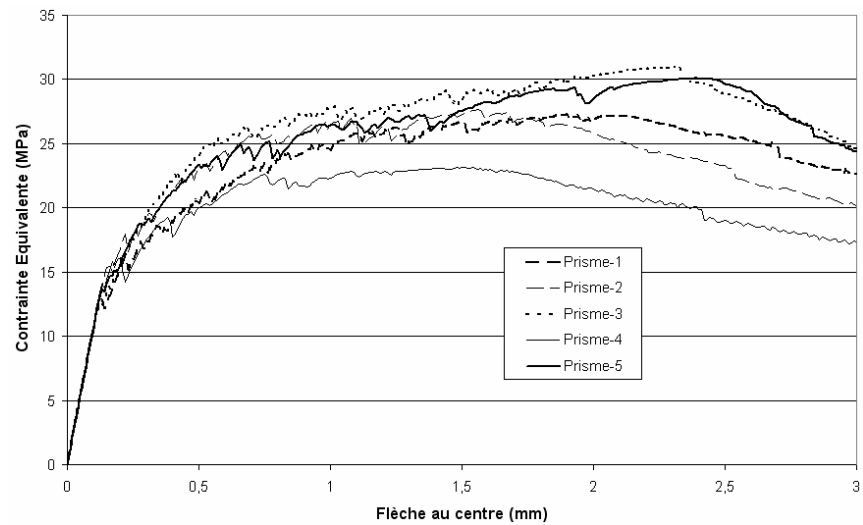
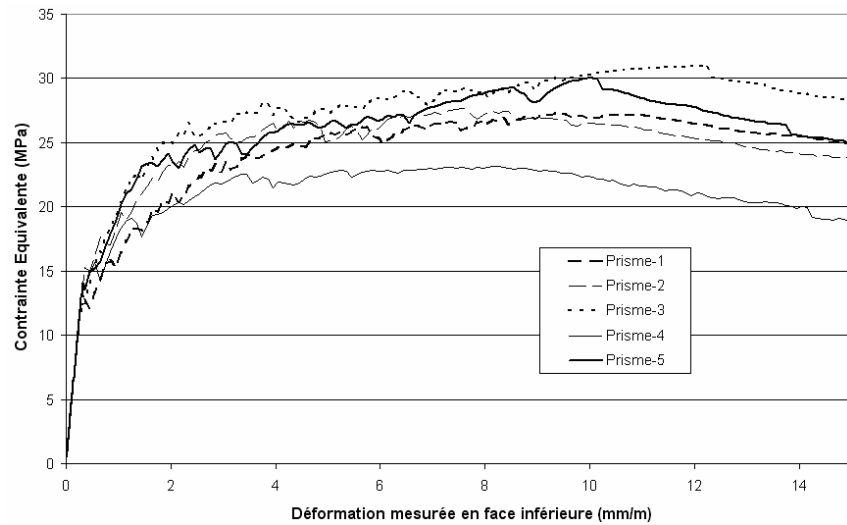
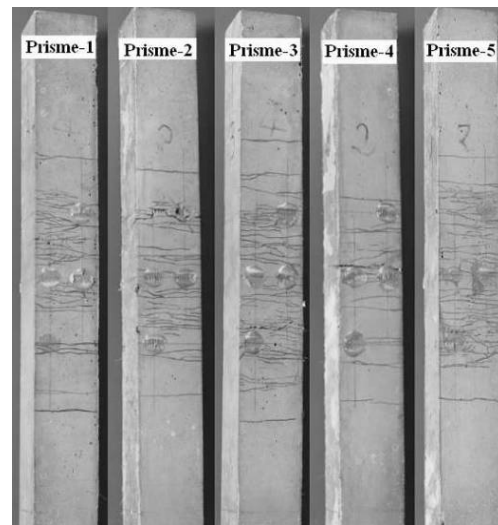


Figure 2-60 Groupe d'éprouvettes F1A\_5,1-43,2 : Courbe « Contrainte Equivalente – Déformation mesurée en face inférieure » (à gauche) et Courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » (à droite)



Multi fissuration fine et faiblement espacée ( $\leq \frac{3}{4} * L_f$ ) pour l'ensemble des prismes

Figure 2-61 Groupe d'éprouvettes F1A\_5,1-43,2 : Relevé de fissures en face inférieure du prisme

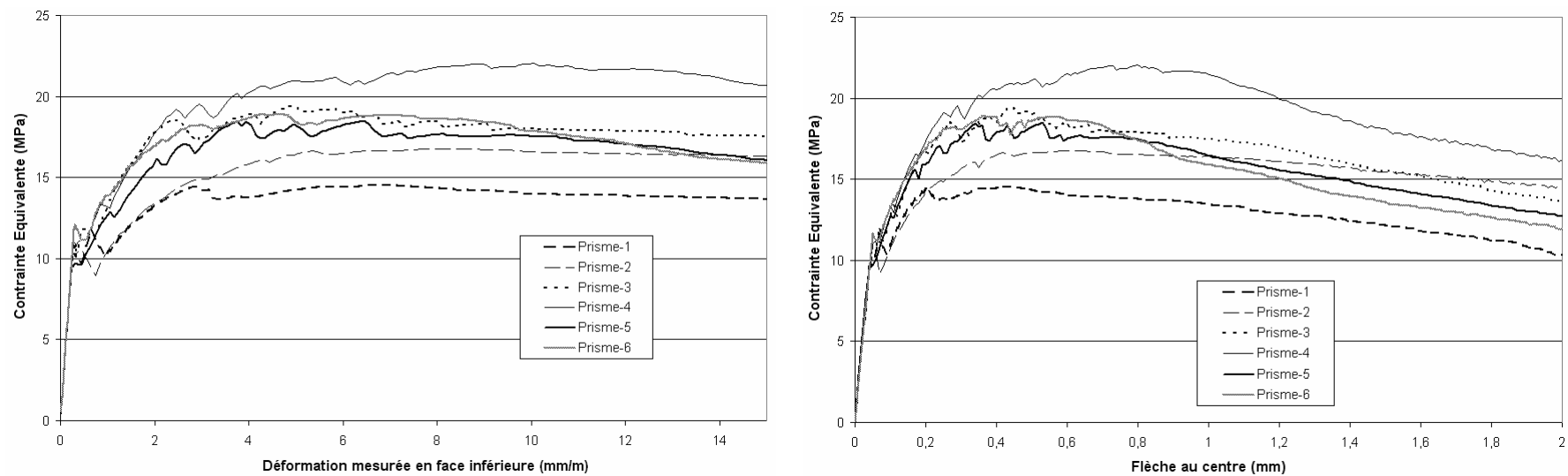
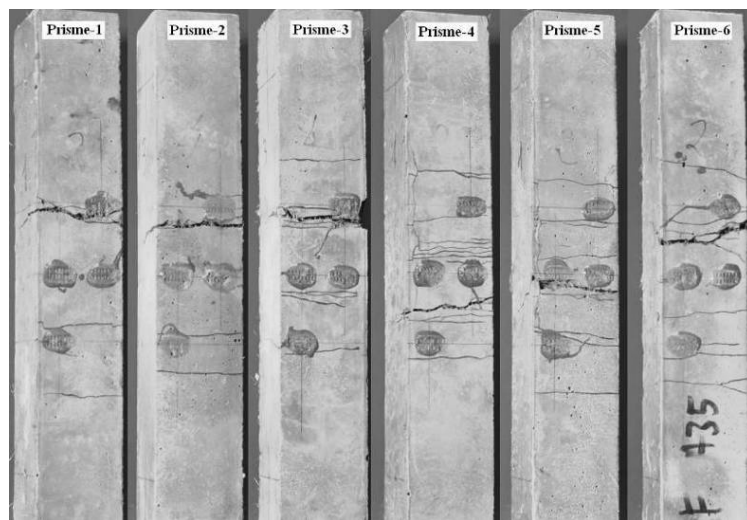


Figure 2-62 Groupe d'éprouvettes F2A\_5,1-30,5 : Courbe « Contrainte Equivalente – Déformation mesurée en face inférieure » (à gauche) et Courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » (à droite)



Multi macrofissuration espacée de  $0,5 \cdot h$  à  $h$  pour l'ensemble des prismes

Figure 2-63 Groupe d'éprouvettes F2A\_5,1-30,5 : Relevé de fissures en face inférieure du prisme

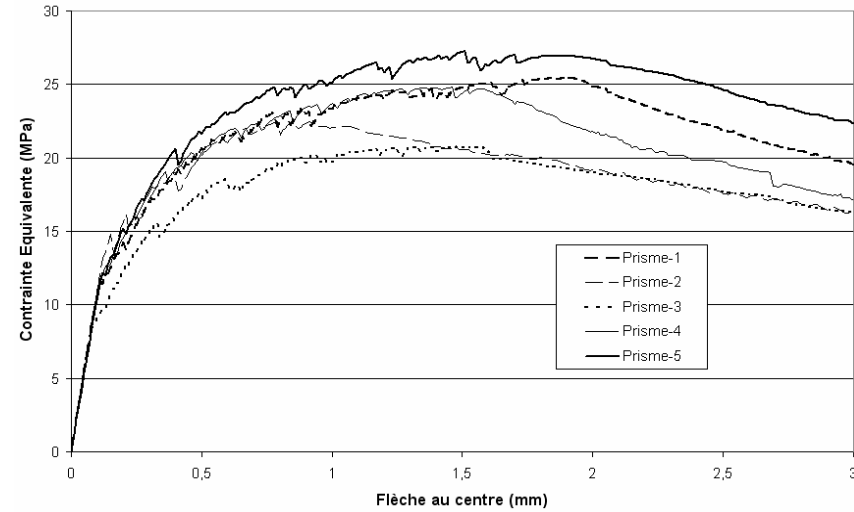
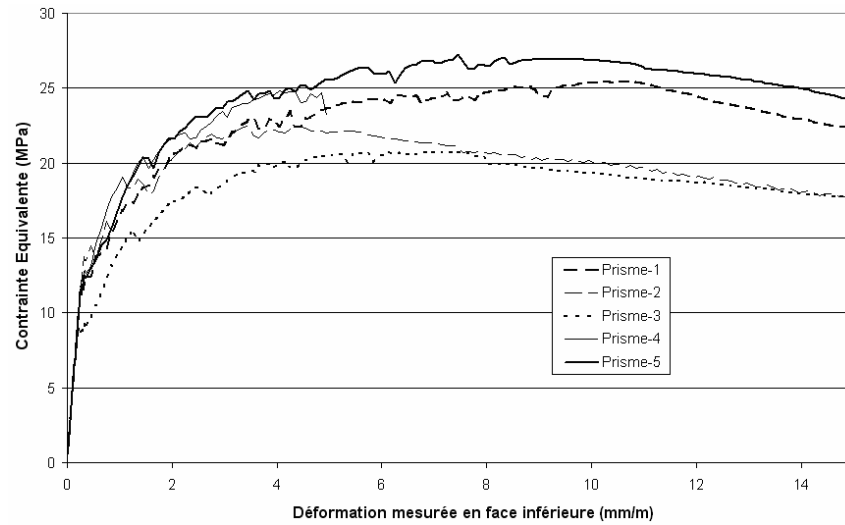
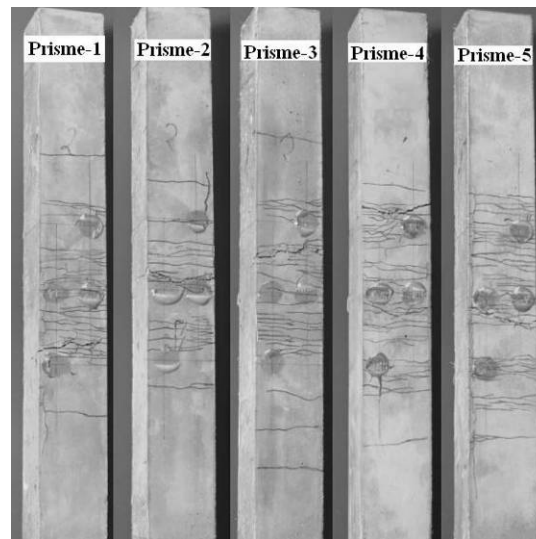


Figure 2-64 Groupe d'éprouvettes F2A\_5,1-43,2 : Courbe « Contrainte Equivalente – Déformation mesurée en face inférieure » (à gauche) et Courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » (à droite)



Multi fissuration fine et faiblement espacée ( $\leq \frac{3}{4} * L_f$ ) pour l'ensemble des prismes

Figure 2-65 Groupe d'éprouvettes F2A\_5,1-43,2 : Relevé de fissures en face inférieure du prisme

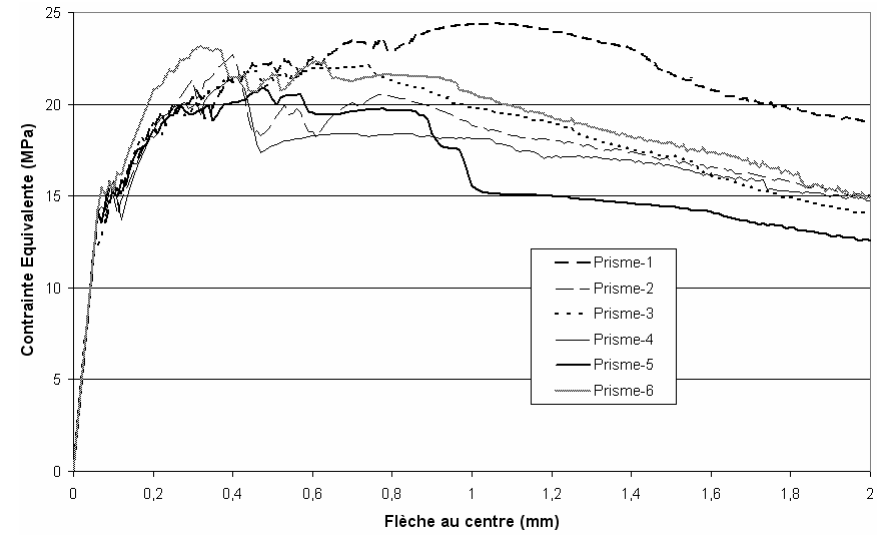
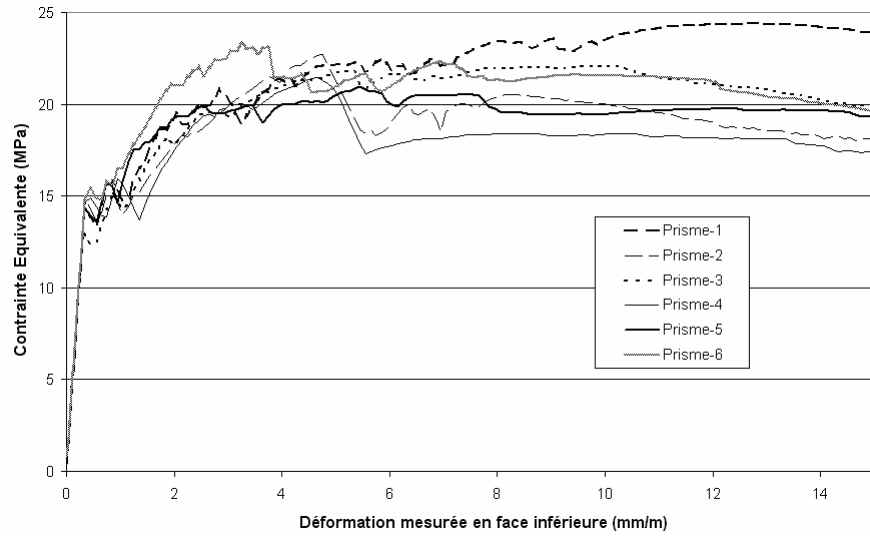
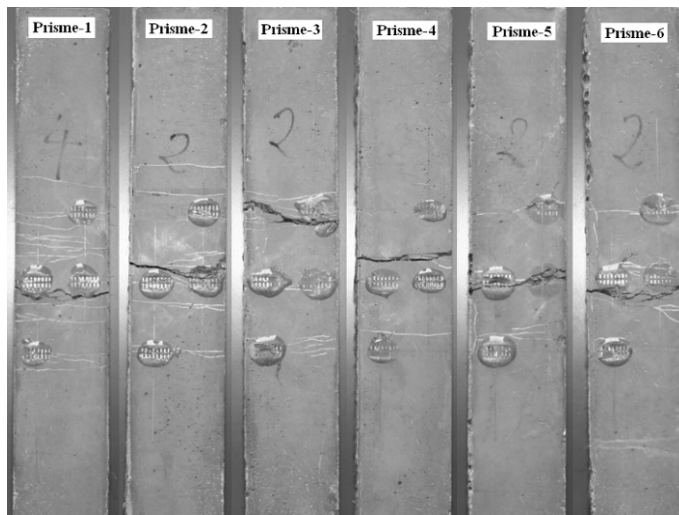


Figure 2-66 Groupe d'éprouvettes F1B\_5,1-30,5 : Courbe « Contrainte Equivalente – Déformation mesurée en face inférieure » (à gauche) et Courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » (à droite)



Multi fissuration fine et faiblement espacée :  
Prisme n° 1  
Multi macrofissuration espacée de  $0,5 \cdot h$  à  $h$  :  
Prismes n° 2, 3, 4, 5 et 6

Figure 2-67 Groupe d'éprouvettes F1B\_5,1-30,5 : Relevé de fissures en face inférieure du prisme

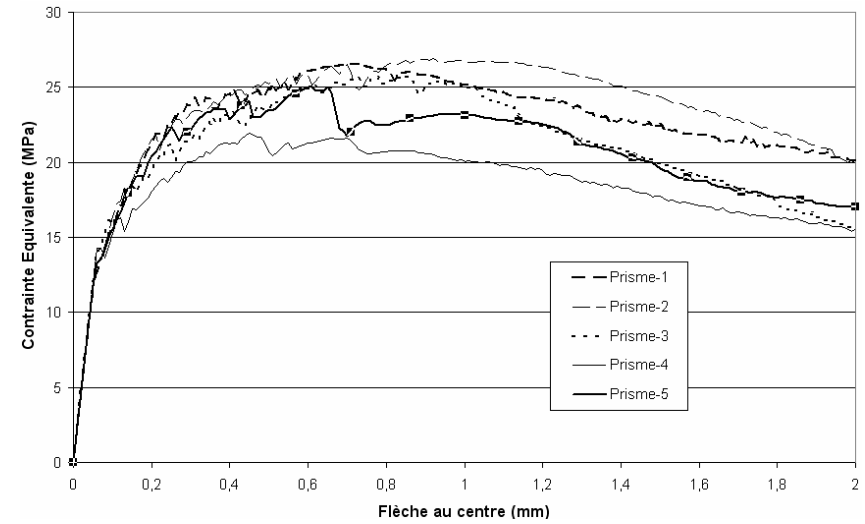
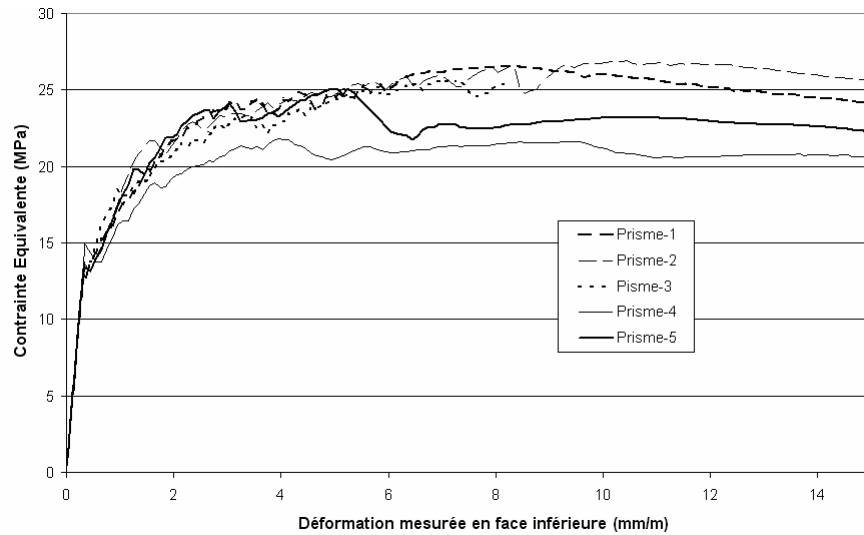
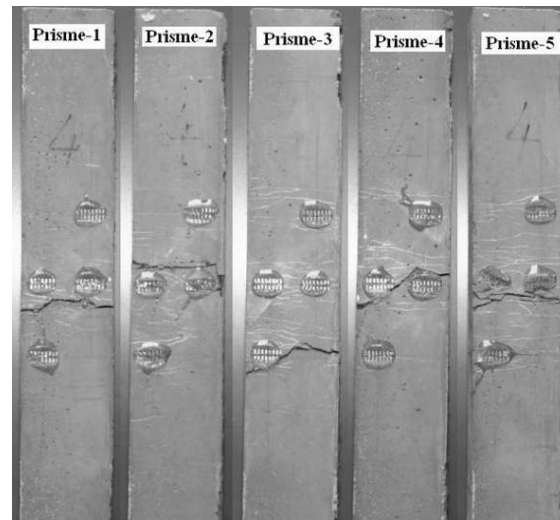


Figure 2-68 Groupe d'éprouvettes F1B\_5,1-30,5\_43,2-scié : Courbe « Contrainte Equivalente – Déformation mesurée en face inférieure » (à gauche) et Courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » (à droite)



Multi fissuration fine et faiblement espacée :  
 Prismes n° 2, 3, 4 et 5  
 Multi macrofissuration espacée de  $0,5 \cdot h$  à  $h$  :  
 Prisme n° 1

Figure 2-69 Groupe d'éprouvettes F1B\_5,1-30,5\_43,2-scié : Relevé de fissures en face inférieure du prisme



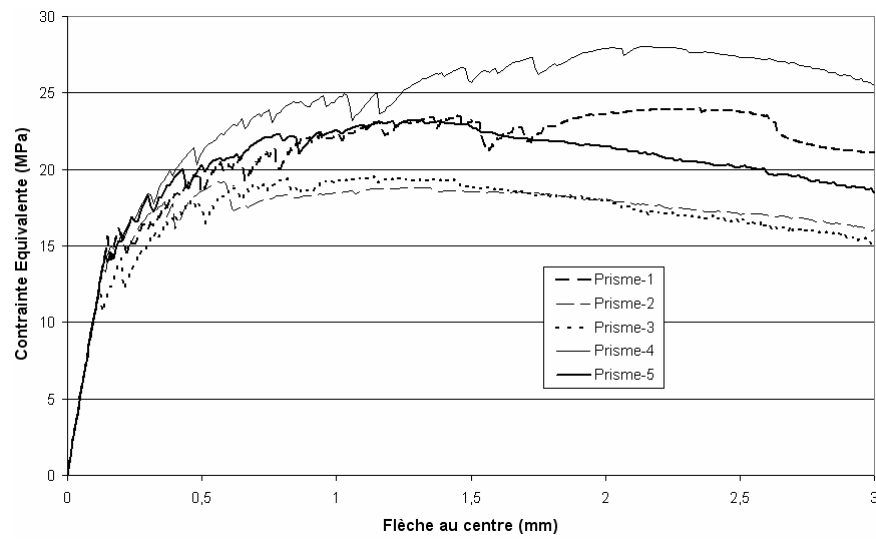
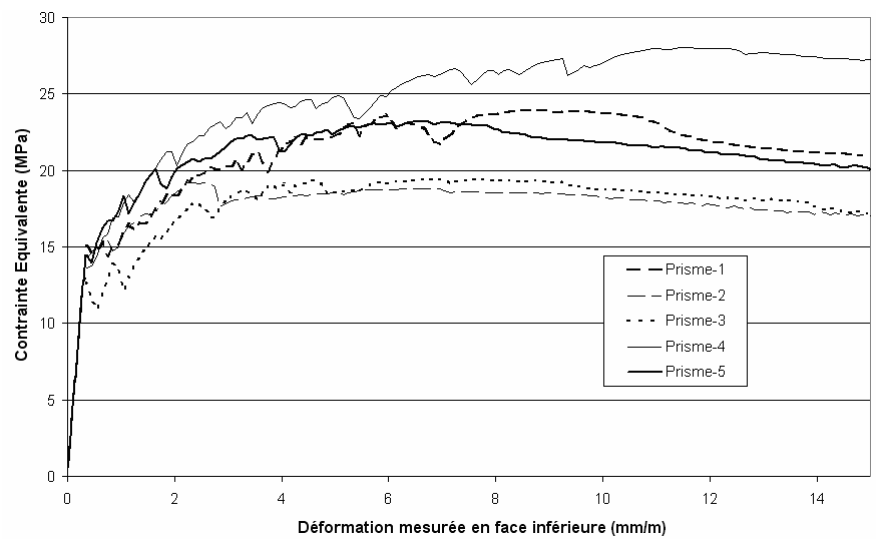
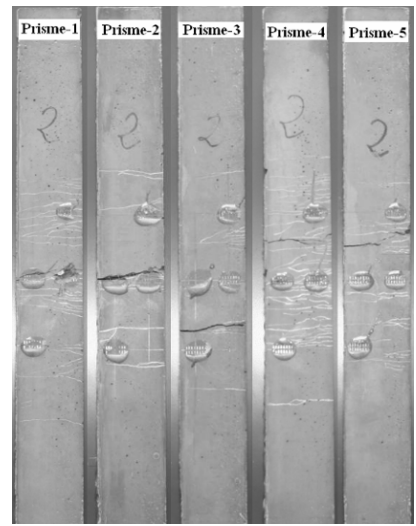


Figure 2-70 Groupe d'éprouvettes F1B\_5,1-43,2 : Courbe « Contrainte Equivalente – Déformation mesurée en face inférieure » (à gauche) et Courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » (à droite)



Multi fissuration fine et faiblement espacée :  
 Prismes n° 1 et 4  
 Multi macrofissuration espacée de  $0,5 \cdot h$  à  $h$  :  
 Prismes n° 2, 3 et 5

Figure 2-71 Groupe d'éprouvettes F1B\_5,1-43,2 : Relevé de fissures en face inférieure du prisme

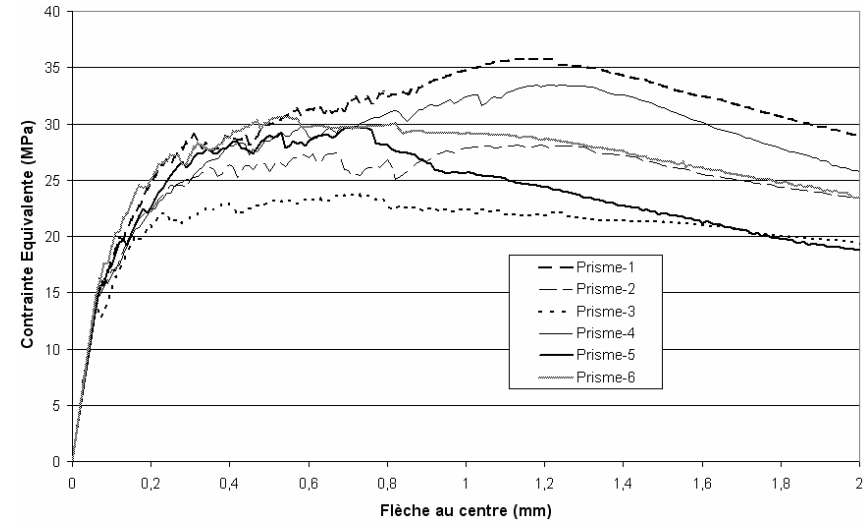
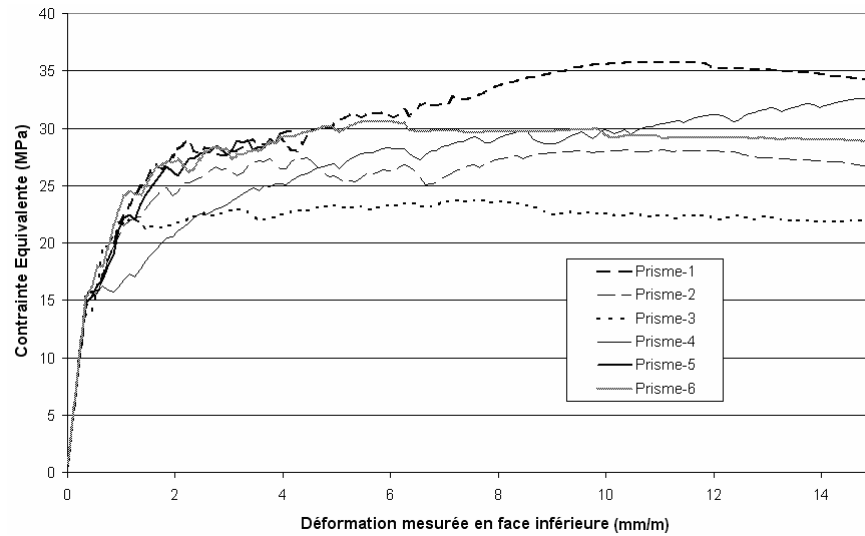
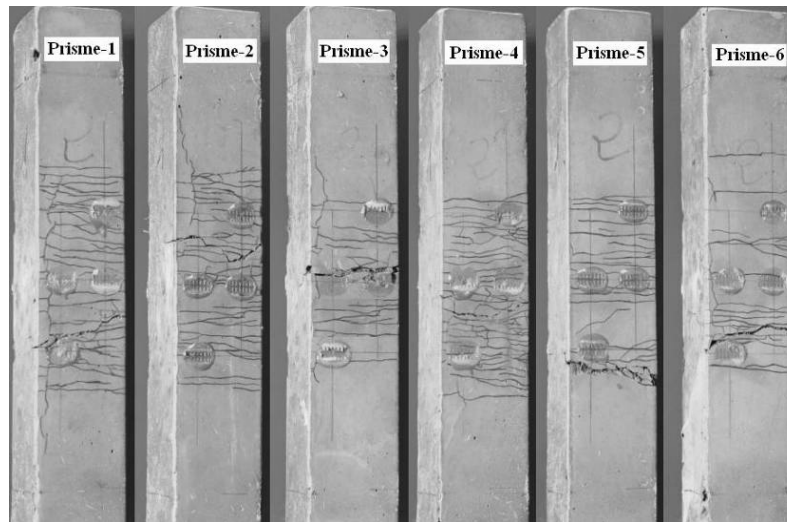


Figure 2-72 Groupe d'éprouvettes F1C\_5,1-30,5 : Courbe « Contrainte Equivalente – Déformation mesurée en face inférieure » (à gauche) et Courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » (à droite)



Multi fissuration fine et faiblement espacée ( $\leq \frac{3}{4} * L_f$ ) pour l'ensemble des prismes

Figure 2-73 Groupe d'éprouvettes F1C\_5,1-30,5 : Relevé de fissures en face inférieure du prisme

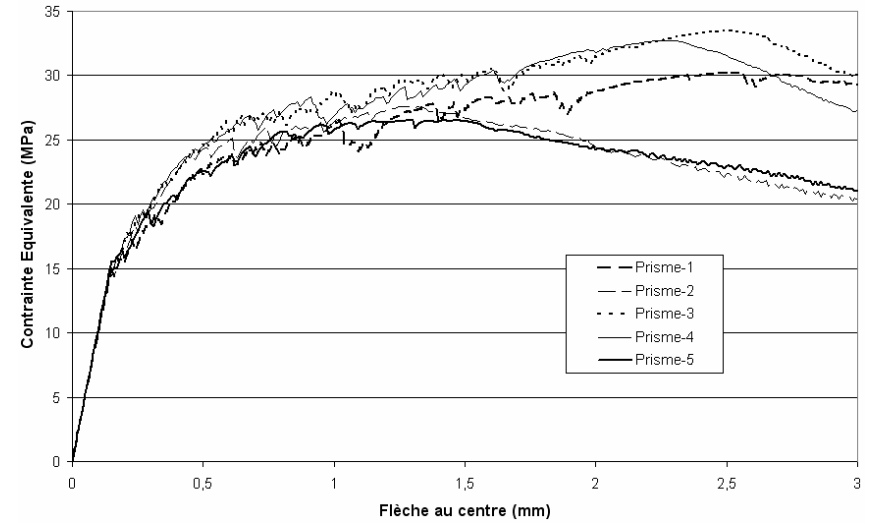
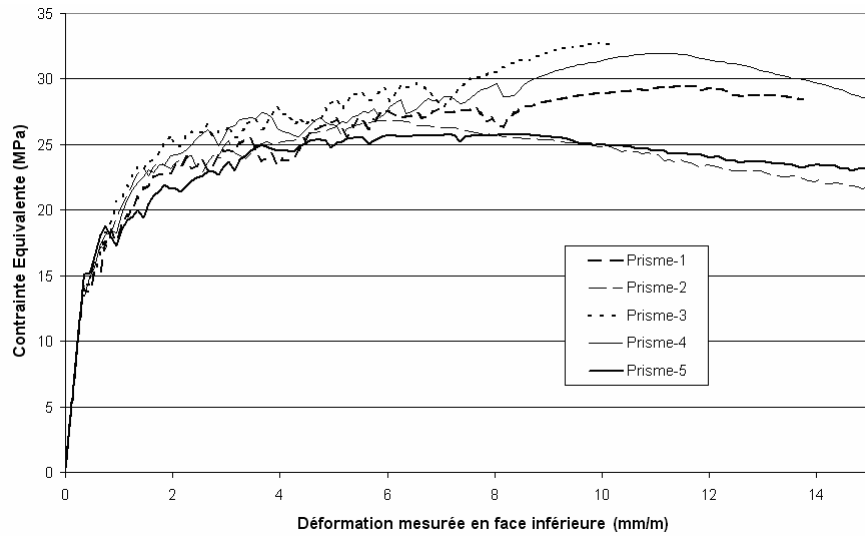
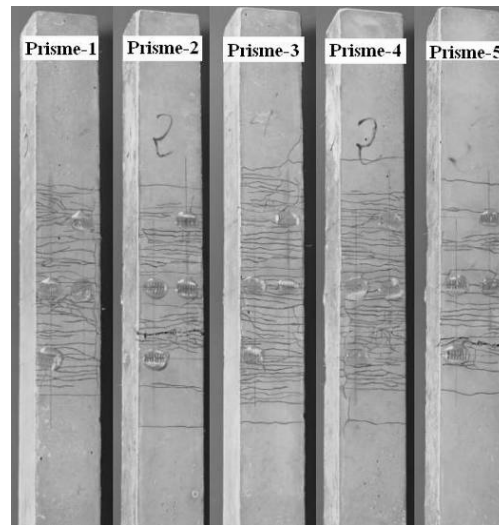


Figure 2-74 Groupe d'éprouvettes F1C\_5,1-43,2 : Courbe « Contrainte Equivalente – Déformation mesurée en face inférieure » (à gauche) et Courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » (à droite)



Multi fissuration fine et faiblement espacée ( $\leq \frac{3}{4} * L_f$ ) pour l'ensemble des prismes

Figure 2-75 Groupe d'éprouvettes F1C\_5,1-43,2 : Relevé de fissures en face inférieure du prisme

### 2.4.3.1 COMPORTEMENT ELASTIQUE (LIMITE DE LINEARITE ET MODULE D'YOUNG)

Avant d'appréhender le comportement post-fissuration des différents matériaux, on s'intéresse aux différentes caractéristiques du comportement élastique pour chaque groupe d'éprouvettes.

Le module d'Young et la limite de linéarité peuvent être déterminés à partir des courbes « Contrainte Equivalente – Déformation en face inférieure mesurée » et « Contrainte Equivalente – Flèche au centre ».

Ainsi pour chaque courbe, les inflexions d'ordonnée  $\Delta CE$  sont repérées visuellement ( $\Delta$  Contrainte Equivalente) puis les enregistrements correspondant à l'intervalle  $[\Delta CE/3 ; 2\Delta CE/3]$  sont linéarisés. Chaque droite ainsi obtenue permet de calculer un module E à partir de la pente élastique. En prolongeant ces droites au-delà de  $\Delta CE$ , pour chaque groupe d'éprouvettes, les six ou cinq contraintes correspondant à la perte de linéarité sont relevées (voir Figure 2-76 et Figure 2-77).

On rappelle que la surestimation de la déformation mesurée en raison de l'excentrement des capteurs LVDTs par rapport à la face inférieure est corrigée de la manière suivante :

$$\varepsilon_{yf} = \frac{0,5 \cdot h}{0,5 \cdot h + Exc} \times \varepsilon_{yf\text{-mesurée}}, \text{ en tenant compte d'un excentrement } Exc = 7 \text{ mm}$$

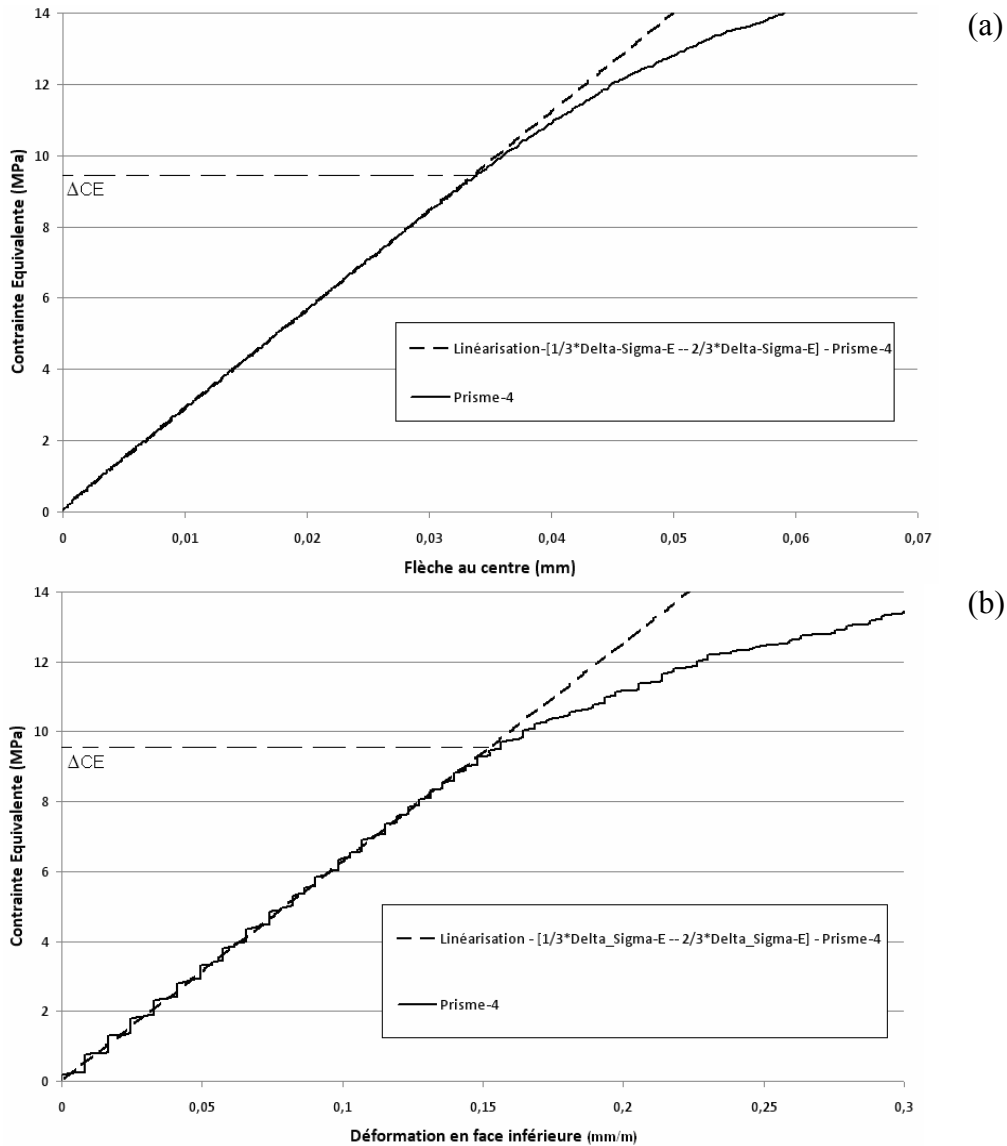


Figure 2-76 Groupe d'éprouvettes B2A\_5,1-30,5 : Prisme 4 : (a) Diagramme « Contraite Equivalente – Flèche au centre » (zoom pour une flèche maximale de 0,07 mm) - (b) Diagramme « Contraite Equivalente – Déformation en face inférieure » (zoom pour une déformation maximale de 0,3 mm/m)

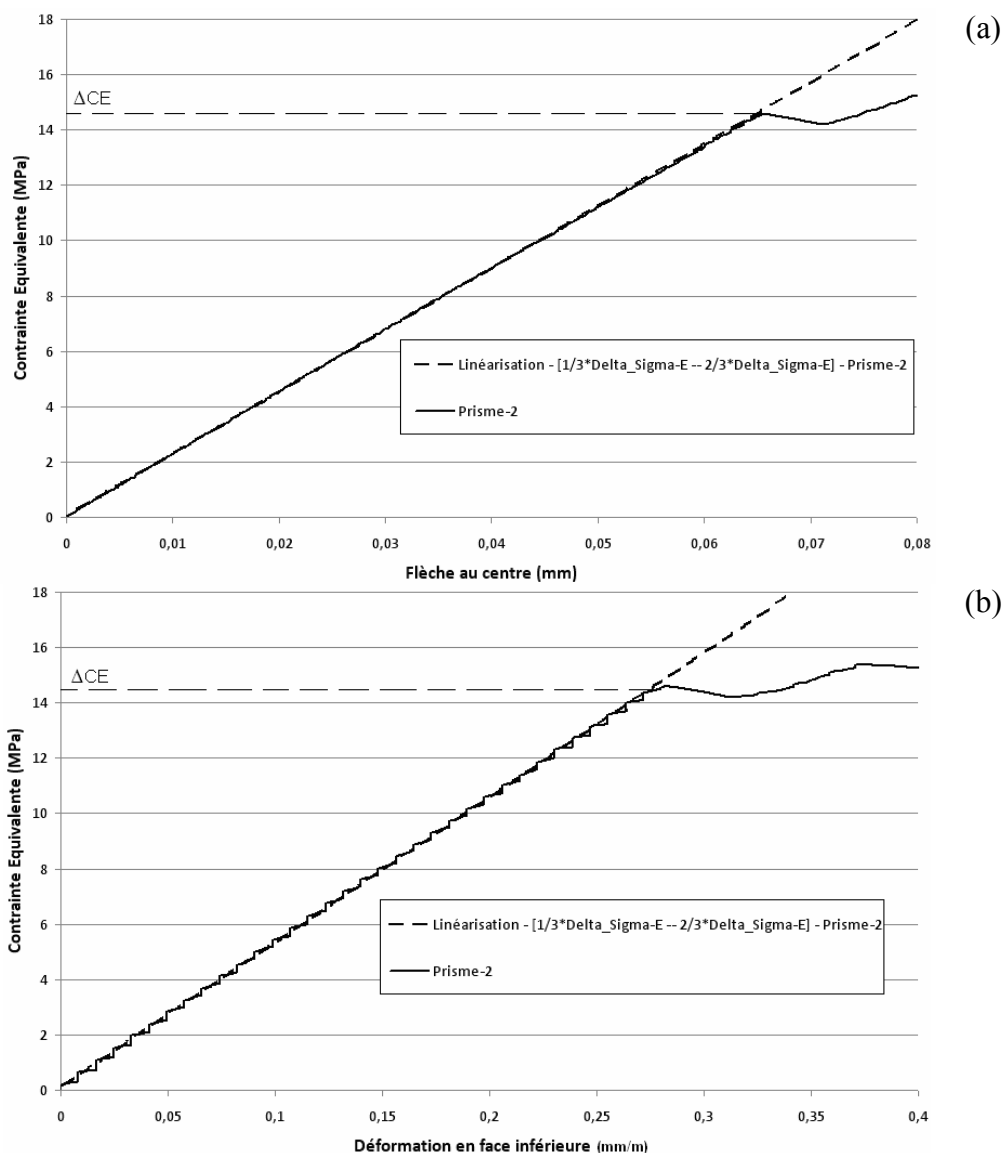


Figure 2-77 Groupe d'éprouvettes F1C\_5,1-30,5 : Prisme 4 : (a) Diagramme « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » (zoom pour une flèche maximale de 0,08 mm) - (b) Diagramme « Contrainte Equivalente – Déformation en face inférieure » (zoom pour une déformation maximale de 0,4 mm/m)

Les valeurs de perte de linéarité ainsi déterminées pour chaque groupe d'éprouvettes sont données dans le Tableau 2-18. Les valeurs caractéristiques sont obtenues en soustrayant à la valeur moyenne l'écart type correspondant affecté du coefficient de Student égal à 2,015 dans le cas où six prismes sont pris en compte et 2,132 dans le cas où seulement cinq résultats sont disponibles.

Tableau 2-18 Essais de flexion quatre points : limite de linéarité pour chaque groupe d'éprouvettes

| Groupes                | Contrainte de perte de linéarité<br>« CE – Flèche au centre »<br>(MPa) |                 | Contrainte de perte de linéarité<br>« CE – Déformation en face inférieure »<br>(MPa) |                 |
|------------------------|--|-----------------|--|-----------------|
|                        | Moyenne  | Caractéristique | Moyenne  | Caractéristique |
| B2A_5,1-30,5           | 10,8   | 9,0             | 10,4   | 8,2             |
| B2A_5,1-43,2           | 11,2   | 9,8             | 11,9   | 10,4            |
| B2A_10-40              | 11,5   | 9,0             | 11,0   | 8,5             |
| B2B_10-40              | 8,5  | 7,9             | 8,4  | 7,9             |
| F1A_5,1-30,5           | 14,9   | 13,6            | 14,8   | 13,6            |
| F1A_5,1-43,2           | 13,5   | 10,1            | 13,5   | 10,6            |
| F1B_5,1-30,5           | 14,5   | 12,2            | 14,3   | 11,8            |
| F1B_5,1-30,5_43,2-scié | 13,1   | 11,6            | 13,2   | 11,1            |
| F1B_5,1-43,2           | 14,2   | 12,1            | 14,2   | 12,1            |
| F2A_5,1-30,5           | 10,3   | 8,2             | 10,1   | 8,2             |
| F2A_5,1-43,2           | 10,4   | 7,1             | 11,5   | 7,7             |
| F1C_5,1-30,5           | 15,2   | 13,9            | 15,0   | 12,9            |
| F1C_5,1-43,2           | 14,8   | 13,5            | 14,6   | 12,6            |

L'utilisation des courbes « Contrainte Equivalente – Déformation en face inférieure » ou « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » pour déterminer la valeur de la perte de linéarité donne des résultats semblables. L'écart moyen entre les deux analyses est inférieur à 3 %.

Pour une même gâchée, la comparaison des résultats entre les prismes courts (50,8mm\*50,8mm\*304,8mm) et les prismes longs (50,8mm\*50,8mm\*431,8mm) peut être rendue complexe en raison de l'existence de deux phénomènes dont les effets s'opposent :

- Une longueur supérieure de l'éprouvette entraîne une orientation préférentielle des fibres plus importante. Or les fibres peuvent contribuer à augmenter la limite de linéarité. En supposant une adhérence parfaite des fibres avant la limite de linéarité, il est possible de considérer une section homogénéisée. Ainsi la limite de linéarité peut s'exprimer de la manière suivante :

$$A_c \cdot \text{Limite de linéarité} = (A_c - \psi \cdot V_f \cdot A_c) \cdot E_c \cdot \varepsilon_{tcm} + A_c \cdot \psi \cdot V_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{tcm}, \text{ d'où}$$

$$\text{Limite de linéarité} = \left( (1 - \psi \cdot V_f) \cdot E_c + \psi \cdot V_f \cdot E_f \right) \cdot \varepsilon_{tcm}, \text{ d'où}$$

$$\text{Limite de linéarité} = \left( (1 - \psi \cdot V_f) \cdot E_c + \psi \cdot V_f \cdot E_f \right) \cdot \frac{f_{tcm}}{E_c}, \text{ d'où}$$

$$\text{Limite de linéarité} = f_{tcm} \cdot \left( 1 + \psi \cdot V_f \cdot \left( \frac{E_f}{E_c} - 1 \right) \right), \text{ avec:}$$

- $A_c$  la section du prisme,
- $f_{tcm}$  la résistance de la matrice cimentaire (sans fibres),
- $\varepsilon_{tcm}$  déformation correspondant à la résistance de la matrice cimentaire,
- $\psi$  le coefficient d'orientation des fibres,
- $E_c$  le module d'Young de la matrice cimentaire et  $E_f$  est le module d'Young des fibres,
- $V_f$  est le pourcentage volumique des fibres.

Ainsi la valeur de la limite de linéarité augmente avec le coefficient d'orientation des fibres. Néanmoins l'influence de cette orientation est relativement minime car l'augmentation de la limite de linéarité est d'environ 2 % lorsque le coefficient d'orientation passe de 0,5 à 1.

- Dans la configuration des essais de flexion quatre points adoptée, la longueur de la zone de moment constant pour les prismes longs (101,6 mm) est supérieure à celle des prismes courts (76,2 mm). Ainsi il existe un effet « d'échelle » ou « de longueur » que l'on peut qualifier de statistique qui entraîne une valeur de limite de linéarité inférieure dans le cas des prismes longs. Là encore, l'influence de ce facteur est sans doute relativement faible, car dans les deux cas la longueur « de test » est supérieure à  $9 \cdot D_{\max}$  avec  $D_{\max}$  le diamètre du plus gros granulat.

Les valeurs de module d'Young pour chaque groupe d'éprouvettes sont données dans le Tableau 2-19.

Tableau 2-19 Essais de flexion quatre points : module d'Young moyen pour chaque groupe d'éprouvettes

| Groupe d'éprouvettes   | Module d'Young moyen<br>« CE – Flèche au centre »<br>(GPa) | Module d'Young moyen<br>« CE – Déformation en face inférieure »<br>(GPa) |
|------------------------|--|--|
| B2A_5,1-30,5           | 59,5   | 60,1   |
| B2A_5,1-43,2           | 60,1   | 60,2   |
| B2A_10-40              | 55,3   | 63,5   |
| B2B_10-40              | 52,7   | 59,7   |
| F1A_5,1-30,5           | 50,2   | 52,4   |
| F1A_5,1-43,2           | 54,1   | 55,2   |
| F1B_5,1-30,5           | 51,0   | 53,3   |
| F1B_5,1-30,5_43,2-scié | 51,5   | 52,9   |
| F1B_5,1-43,2           | 53,1   | 54,2   |
| F2A_5,1-30,5           | 50,5   | 51,2   |
| F2A_5,1-43,2           | 54,7   | 55,0   |
| F1C_5,1-30,5           | 51,3   | 54,3   |
| F1C_5,1-43,2           | 52,7   | 54,0   |

L'analyse portant sur la courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » et celle utilisant la courbe « Contrainte Equivalente – Déformation en face inférieure » permettent d'obtenir des valeurs de module d'Young similaires à l'exception des groupes d'éprouvettes dont les dimensions sont 100mm\*100mm\*400mm. Pour ces prismes, la différence entre les deux approches est de l'ordre de 12 %. Cet écart peut s'expliquer par un faible rapport « portée d'effort tranchant / hauteur de l'éprouvette » en comparaison des autres configurations d'essais de flexion quatre points. Ainsi pour ces groupes d'éprouvettes, la flèche élastique due aux déformations d'effort tranchant n'est pas complètement négligeable.

En effet, dans le cas des prismes 100mm\*100mm\*400mm (voir Figure 2-78), en considérant un comportement élastique linéaire :



La flèche due à l'effort tranchant est égale à :

$$f_T = \frac{V}{b \cdot h \cdot G} \cdot h, \text{ d'où :}$$

$$f_T = (1 + \nu) \cdot \frac{F}{b \cdot E}, \text{ avec :}$$

- V : effort tranchant (F/2 dans notre cas),
- b largeur du prisme,
- h hauteur du prisme
- G : module de cisaillement :  $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$
- E module d'Young du BFUP
- $\nu$  Coefficient de poisson

La flèche due au moment de flexion est égale à :

$$f_F = \frac{23}{216} \cdot \chi \cdot (3 \cdot h)^2, \text{ avec } \chi \text{ la courbure dans la zone de moment constant, d'où :}$$

$$f_F = 5,75 \cdot \frac{F}{b \cdot E}$$

D'où la flèche totale est égale à :

$$f = f_T + f_F = (5,75 + 1 + \nu) \cdot \frac{F}{b \cdot E}$$

En supposant un coefficient de Poisson égal à 0,2, la flèche due à l'effort tranchant représente 17 % de la flèche totale. L'écart obtenu pour les prismes 100mm\*100mm\*400mm entre les deux méthodes de détermination du module d'Young, à partir de l'effort appliqué et de la flèche ou de la déformation en face inférieure, est donc cohérent.

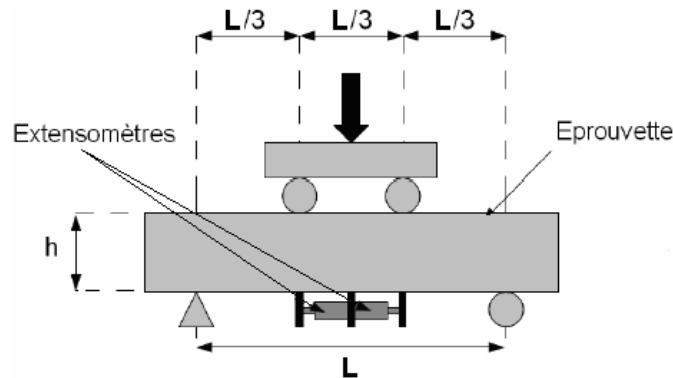


Figure 2-78 Schéma de l'essai de flexion pour les prismes 100mm\*100mm\*400mm

### 2.4.3.2 COMPORTEMENT POST-FISSURATION

Les résultats expérimentaux (notamment le relevé de fissures effectué pour chaque éprouvette) permettent de distinguer :

- les groupes de prismes marqués par une multi-fissuration fine et faiblement espacée qui résultent normalement d'un comportement écrouissant en traction directe,
- les groupes d'éprouvettes présentant une multi-macrofissuration (espacée d'une distance proche de  $0,5.h$  à  $h$ ) qui résultent normalement d'un comportement adoucissant en traction directe.

Il est important de noter que l'ensemble des prismes testés ont présenté un caractère écrouissant en flexion.

Le Tableau 2-20 donne une première synthèse issue des observations réalisées à partir du relevé de fissures.

Tableau 2-20 Type de comportement pour chaque groupe de prismes déduit du relevé de fissures effectué pour l'ensemble des éprouvettes

| Groupes                | Nombre de prismes testés | Nombre de prismes présentant une multi-fissuration fine | Nombre de prismes présentant une multi-macrofissuration | Type d'approche retenue                             |                                  |
|------------------------|--------------------------|---|---|---|----------------------------------|
|                        |                          |   |   | « $\sigma - \varepsilon$ »<br>/<br>« $\sigma - w$ » | Nombre de prismes pris en compte |
| B2A_5,1-30,5           | 5                        | 5   | -   | « $\sigma - \varepsilon$ »                          | 5                                |
| B2A_5,1-43,2           | 6                        | 6   | -   | « $\sigma - \varepsilon$ »                          | 6                                |
| B2A_10-40              | 6                        | 6   | -   | « $\sigma - \varepsilon$ »                          | 6                                |
| B2B_10-40              | 5                        | 5   | -   | « $\sigma - \varepsilon$ »                          | 5                                |
| F1A_5,1-30,5           | 6                        | 3   | 3   | « $\sigma - \varepsilon$ »<br>/<br>« $\sigma - w$ » | 3<br>/<br>3                      |
| F1A_5,1-43,2           | 5                        | 5   | -   | « $\sigma - \varepsilon$ »                          | 5                                |
| F1B_5,1-30,5           | 6                        | 1   | 5   | « $\sigma - w$ »                                    | 4                                |
| F1B_5,1-30,5_43,2-scié | 5                        | 4   | 1   | « $\sigma - \varepsilon$ »                          | 4                                |
| F1B_5,1-43,2           | 5                        | 2   | 3   | « $\sigma - w$ »                                    | 3                                |
| F2A_5,1-30,5           | 6                        | -   | 6   | « $\sigma - w$ »                                    | 5                                |
| F2A_5,1-43,2           | 5                        | 5   | -   | « $\sigma - \varepsilon$ »                          | 5                                |
| F1C_5,1-30,5           | 6                        | 6   | -   | « $\sigma - \varepsilon$ »                          | 6                                |
| F1C_5,1-43,2           | 5                        | 5   | -   | « $\sigma - \varepsilon$ »                          | 5                                |

Pour les groupes d'éprouvettes F1B\_5,1-30,5 et F2A\_5,1-30,5, le résultat d'un prisme ayant présenté une multi-macrofissuration n'a pas été pris en compte car l'extensomètre permettant de mesurer l'ouverture de la fissure de ruine pontait deux macro-fissures.

Pour un même matériau, le comportement peut être différent selon les gâchées. Cela souligne l'importance de la mise en œuvre des BFUP vis-à-vis de leurs caractéristiques mécaniques. L'influence de l'orientation préférentielle des fibres est particulièrement visible dans la comparaison des résultats obtenus avec les prismes courts et les prismes longs pour le matériau F avec 2% de volume de fibres. Bien que la longueur de moment constant soit plus grande pour les prismes longs, ceux-ci contrairement aux prismes courts ont présenté dans la plupart des cas (à l'exception du groupe d'éprouvettes F1B\_5,1-43,2) une multi-fissuration fine.

Comme indiqué Figure 2-49, les résultats expérimentaux des groupes d'éprouvettes présentant une multi-fissuration fine ont été traités avec une approche en « contrainte-déformation » et ceux des groupes de prismes marqués par une multi-macrofissuration ont été exploités de manière à obtenir une loi de comportement en traction « contrainte-ouverture de fissure ».

## **BFUP présentant une multifissuration**

### *Application de la méthodologie proposée et d'analyses simplifiées existantes*

Les résultats des groupes d'éprouvettes en B2A, B2B, F1A et F1C mais également F1B\_5,1-30,5\_43,2-scié, et F2A\_5,1-30,5, ont été exploités pour obtenir des courbes de comportement supposées intrinsèques soit en exploitant la mesure des extensomètres (déformation en fibre inférieure), soit en exploitant la seule mesure de la flèche. Ces résultats issus des méthodes dont on peut qualifier le traitement de « point par point » ont été confrontés avec ceux des méthodes simplifiées de (JCI, 2005 ; Kanakubo, 2006) et (Qian et Li, 2007, 2008). La méthode donnée par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP n'a pas été retenue car les résultats obtenus dépendent trop fortement de la valeur de la contrainte correspondant à la perte de linéarité. Or cette valeur est soumise à un effet d'échelle (Chanvillard et Rigaud, 2003; Frettlöhr et Reineck, 2010) qui rend difficile sa détermination. La méthode de (JCI, 2005) et (Kanakubo, 2006) nécessite l'utilisation de prismes de dimensions 100mm\*100mm\*400mm qui ne peuvent pas être utilisées dans le cadre d'une comparaison avec les essais de traction directe décrits dans la partie précédente. Une éventuelle adaptation aurait pu être apportée afin de rendre la méthode compatible avec les prismes de dimensions 50,8mm\*50,8mm\*304,8mm et 50,8mm\*50,8mm\*431,8mm. Néanmoins la présence du dispositif de mesure de la flèche au centre rend difficile la mise en place de l'extensomètre de la partie supérieure. La méthode de (Qian et Li, 2007, 2008) qui nécessite uniquement la mesure de la flèche (en plus de l'effort appliqué) a donc été privilégiée. Toutefois la méthode de (JCI, 2005) et (Kanakubo, 2006) a été testée sur des prismes en BFUP B de dimensions 100mm\*100mm\*400mm au travers d'une campagne expérimentale supplémentaire réalisée à l'IFSTTAR. Ces essais correspondent au groupe d'éprouvettes B2B\_10-40.

Pour la méthode de (Qian et Li, 2007, 2008), à partir de deux études paramétriques différentes, avec deux modélisations analytiques différentes du comportement en flexion des bétons écrouissant en traction directe, deux courbes enveloppes sont déterminées :

- Déformation en face inférieure en fonction de la flèche au niveau des points d'application de l'effort.
- Rapport Contrainte Equivalente Maximum (CEM)/ $\sigma_{te}$  en fonction de la déformation en fibre inférieure

Ensuite le processus présenté Figure 1-44 est appliqué de manière à obtenir une courbe « contrainte-déformation » simplifiée.

Dans le cadre de cette étude, un certain nombre d'adaptations ont été apportées à la méthode de (Qian et Li, 2007, 2008) :

- Compte tenu des mesures disponibles, la flèche au centre de l'éprouvette a été substituée dans l'analyse à la flèche au niveau des points d'application de l'effort. Ainsi la première courbe enveloppe construite relie la déformation en fibre inférieure à la flèche à mi-portée.
- En plus des courbes enveloppes « Déformation en face inférieure – Flèche à mi-portée » obtenues à partir de l'hypothèse simplificatrice permettant de passer de la flèche à la courbure dans la zone de moment constant, d'autres courbes enveloppes « Déformation en face inférieure – Flèche à mi-portée » ont été construites à partir d'une double intégration de la courbure.
- Le profil des contraintes dans la zone comprimée a été supposé linéaire : hypothèse réaliste au regard du comportement en compression simple des BFUP.
- De manière à éviter un trop grand nombre de comparaisons, pour chaque courbe enveloppe, seule la courbe moyenne a été considérée.

Ainsi, huit courbes enveloppes ont été tracées au total :

- Une courbe enveloppe « Déformation en face inférieure – Flèche à mi-portée » obtenue à partir de l'hypothèse simplificatrice permettant de passer de la flèche à la courbure pour chaque configuration d'essais de flexion quatre points (trois au total).
- Une courbe enveloppe « Déformation en face inférieure – Flèche à mi-portée » obtenue à partir d'un calcul réel de la flèche (double intégration de la courbure) pour chaque configuration d'essais de flexion quatre points.
- Une courbe enveloppe « Rapport Contrainte Equivalente Maximum (CEM)/ $\sigma_{te}$  - Déformation en face inférieure » pour chaque section de prismes (deux au total).

En ce qui concerne les études paramétriques permettant de construire les courbes enveloppes, l'étendue de valeurs de chaque paramètre a été réduite et concentrée sur des valeurs communément rencontrées pour les BFUP (voir Tableau 2-21 et Tableau 2-22).

Tableau 2-21 Etude paramétrique utilisée pour la construction des courbes enveloppes  
« Déformation en face inférieure – Flèche à mi-portée » [méthode de (Qian et Li, 2007, 2008)]

|                     | Paramètres caractérisant le comportement mécanique du matériau étudié |                                       |  |                      |
|---------------------|---|---------------------------------------|--|----------------------|
|                     | Contrainte de traction correspondant à la perte de linéarité (MPa)    | Contrainte maximale en traction (MPa) | Capacité de déformation en traction (mm/m) | Module d'Young (GPa) |
| Etendue des valeurs | 6 - 12  | 6 - 14                                | 0,5 – 14                                   | 50 - 65              |

Tableau 2-22 Etude paramétrique utilisée pour la construction des courbes enveloppes  
« Rapport Contrainte Equivalente Maximum (CEM)/ $\sigma_{te}$  - Déformation en face inférieure »  
[méthode de (Qian et Li, 2007, 2008)]

|                     | Paramètres caractérisant le comportement mécanique du matériau étudié |  |                      |
|---------------------|---|--|----------------------|
|                     | $\sigma_{te}$ (MPa)   | Capacité de déformation en traction (mm/m) | Module d'Young (GPa) |
| Etendue des valeurs | 6 - 14  | 0,5 – 14                                   | 50 - 65              |

Pour chaque courbe enveloppe « Déformation en face inférieure – Flèche à mi-portée », à partir de l'étude paramétrique, cent vingt six cas sont considérés et dix-huit droites sont construites de manière à tracer la courbe enveloppe et donc la courbe moyenne (voir Figure 2-79 à Figure 2-81 et Tableau 2-23).

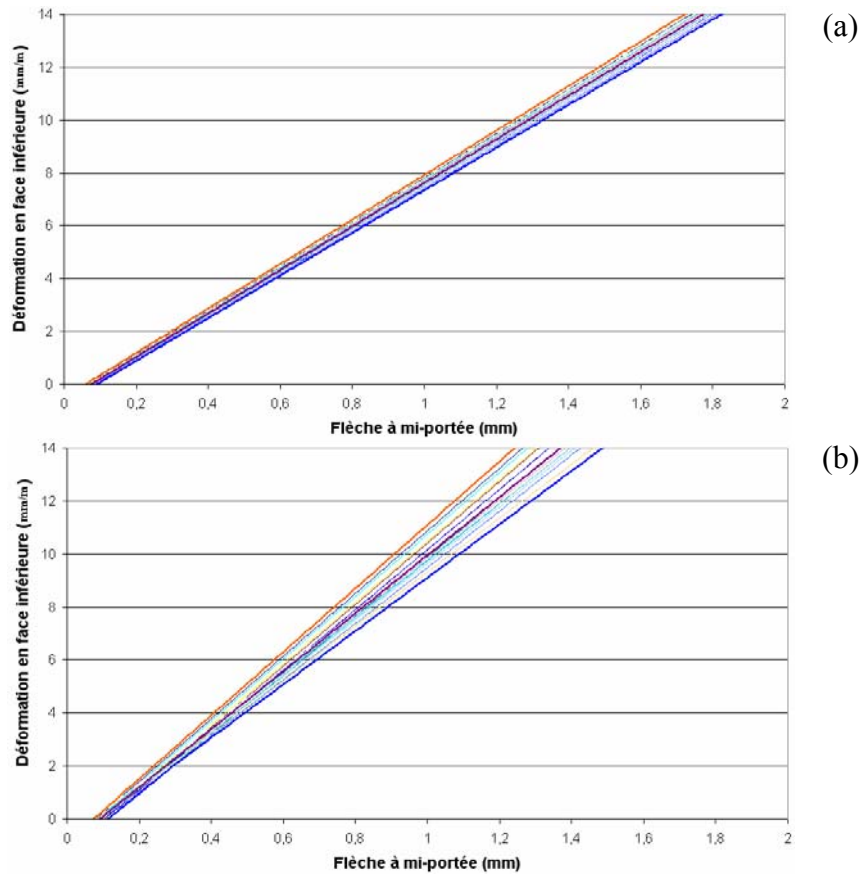


Figure 2-79 Courbes enveloppe « Déformation en face inférieure – Flèche à mi-portée » : (a) hypothèse simplificatrice pour passer de la flèche à la courbure -- (b) calcul réel de la flèche (Configuration de l'essai de flexion pour les prismes de dimensions 50,8\*50,8\*304,8 mm)

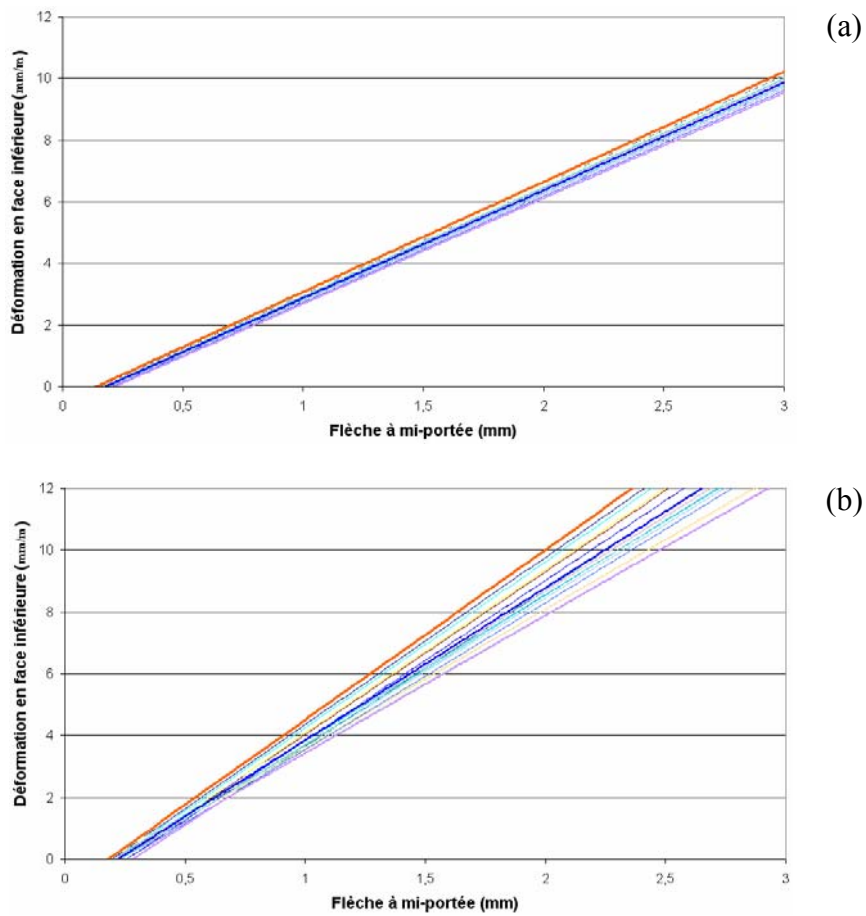


Figure 2-80 Courbes enveloppe « Déformation en face inférieure – Flèche à mi-portée » : (a) hypothèse simplificatrice pour passer de la flèche à la courbure -- (b) calcul réel de la flèche (Configuration de l'essai de flexion pour les prismes de dimensions 50,8\*50,8\*431,8 mm)

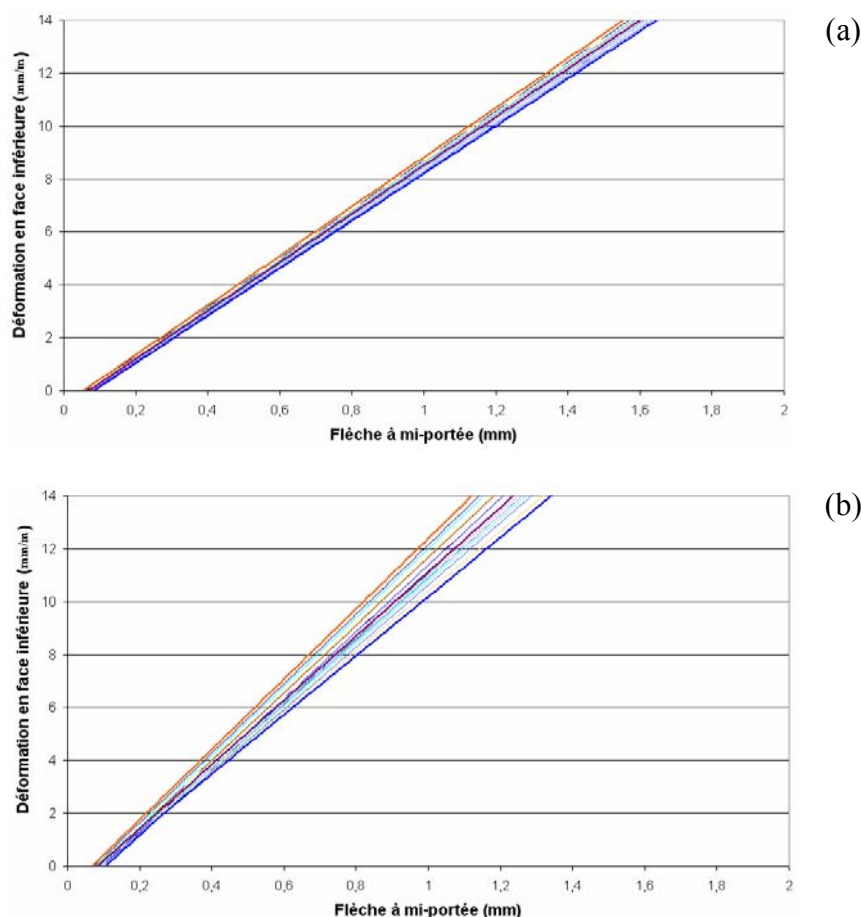


Figure 2-81 Courbes enveloppe « Déformation en face inférieure – Flèche à mi-portée » : (a) hypothèse simplificatrice pour passer de la flèche à la courbure -- (b) calcul réel de la flèche (Configuration de l'essai de flexion pour les prismes de dimensions 100\*100\*400 mm)

Tableau 2-23 Equations des courbes enveloppe « Déformation en face inférieure – Flèche à mi-portée » : (a) hypothèse simplificatrice pour passer de la flèche à la courbure -- (b) calcul réel de la flèche

| $\varepsilon$ (mm/m) et $\delta$ (mm) |     | Courbe moyenne                      | Courbe max                          | Courbe min                          |
|---------------------------------------|-----|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| Prisme 50,8*50,8*304,8 mm             | (a) | $\varepsilon = 8,24*\delta - 0,62$  | $\varepsilon = 8,42*\delta - 0,5$   | $\varepsilon = 8,08*\delta - 0,74$  |
|                                       | (b) | $\varepsilon = 10,94*\delta - 0,98$ | $\varepsilon = 11,97*\delta - 0,86$ | $\varepsilon = 10,1*\delta - 1,02$  |
| Prisme 50,8*50,8*431,8 mm             | (a) | $\varepsilon = 3,5*\delta - 0,62$   | $\varepsilon = 3,57*\delta - 0,5$   | $\varepsilon = 3,43*\delta - 0,74$  |
|                                       | (b) | $\varepsilon = 4,93*\delta - 1,08$  | $\varepsilon = 5,49*\delta - 0,97$  | $\varepsilon = 4,52*\delta - 1,17$  |
| Prisme 100*100*400 mm                 | (a) | $\varepsilon = 9,13*\delta - 0,62$  | $\varepsilon = 9,33*\delta - 0,5$   | $\varepsilon = 8,95*\delta - 0,74$  |
|                                       | (b) | $\varepsilon = 12,13*\delta - 1$    | $\varepsilon = 13,28*\delta - 0,88$ | $\varepsilon = 11,19*\delta - 1,03$ |

L'ensemble des droites obtenues à partir de l'étude paramétrique est compris dans un fuseau enveloppe dont l'épaisseur augmente avec la capacité de déformation (et la flèche). Lorsqu'un calcul rigoureux de la flèche est effectué (double intégration de la courbure), l'augmentation de l'épaisseur est plus marquée.

La comparaison des courbes moyenne obtenues avec et sans l'hypothèse simplificatrice pour passer de la flèche à la courbure dans la zone de moment constant, donne un écart moyen proche 30 %.



Pour chaque courbe enveloppe « Rapport Contrainte Equivalente Maximum (CEM)/ $\sigma_{te}$  - Déformation en face inférieure », à partir de l'étude paramétrique, quatre-vingt-dix cas ont été considérés et dix droites ont été construites de manière à tracer la courbe enveloppe et donc la courbe moyenne (voir Figure 2-82 à Figure 2-83 et Tableau 2-24).

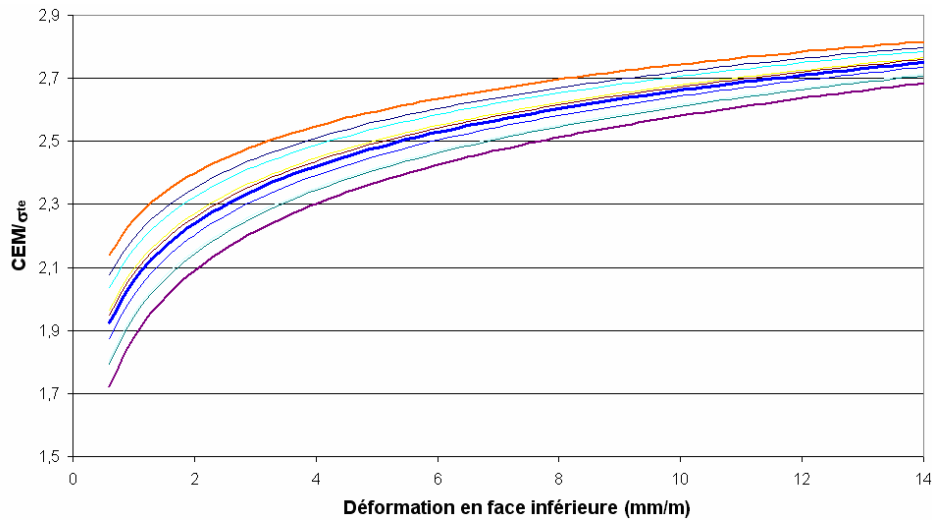


Figure 2-82 Courbe enveloppe « Rapport Contrainte Equivalente Maximum (CEM)/ $\sigma_{te}$  - Déformation en face inférieure » : prisme de section 50,8\*50,8 mm

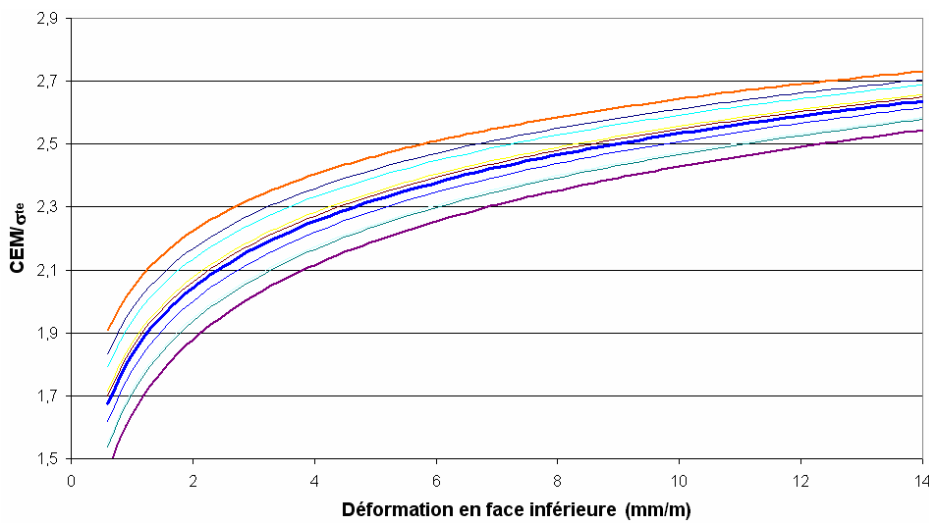


Figure 2-83 Courbe enveloppe « Rapport Contrainte Equivalente Maximum (CEM)/ $\sigma_{te}$  - Déformation en face inférieure » : prisme de section 100\*100 mm

Tableau 2-24 Equations des courbes enveloppe « Rapport Contrainte Equivalente Maximum (CEM)/ $\sigma_{te}$  - Déformation en face inférieure »

| $\sigma$ (MPa) et $\varepsilon$ (mm/m) | CEM / $\sigma_{te}$                  |                                      |                                      |
|--|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
|  | Courbe Moyenne                       | Courbe Max                           | Courbe min                           |
| Prisme 50,8*50,8 mm                    | $0.2625 * \ln(\varepsilon) - 2.0572$ | $0.2147 * \ln(\varepsilon) - 2.2499$ | $0.3053 * \ln(\varepsilon) - 1.8779$ |
| Prisme 100*100 mm                      | $0.3056 * \ln(\varepsilon) - 1.8301$ | $0.2617 * \ln(\varepsilon) - 2.0406$ | $0.3419 * \ln(\varepsilon) - 1.6417$ |

### **Méthodes de construction des courbes**

Pour chaque groupe d'éprouvettes ayant présenté une multi-fissuration fine, cohérente avec un comportement écrouissant en traction directe, cinq méthodes permettant d'obtenir une loi de comportement « contrainte-déformation » en traction ont donc pu être confrontées :

- Trois méthodes que l'on peut qualifier de « point par point » :
  - Méthode inverse (proposée en 2.4.2 ci-avant) basée sur la mesure de la déformation en fibre inférieure nommée « Mesure – Déformation face inférieure ».
  - Méthode inverse (proposée en 2.4.2 ci-avant) basée sur la mesure de la flèche au centre nommée « Mesure – Flèche au centre ».
  - Méthode inverse de (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011) basée sur la mesure de la flèche au centre.
- Deux méthodes que l'on peut qualifier de « simplifiées » car elles postulent une forme idéalisée simple de la loi «  $\sigma$ - $\varepsilon$  » :
  - Méthode inverse de (Qian et Li, 2007, 2008), cette méthode ayant été adaptée de manière à pouvoir utiliser la mesure de la flèche au centre (et non le déplacement du vérin).
  - Méthode inverse de (Qian et Li, 2007, 2008) avec un calcul réel de la flèche au centre (double intégration de la courbure), méthode désignée ci-après « (Qian et Li, 2007, 2008) – modifiée ».

Pour le groupe d'éprouvettes B2B\_10-40, la méthode de (JCI, 2005) et (Kanakubo, 2006) basée sur la mesure de la courbure dans la zone de moment constant, a également été testée.

Il a été considéré que la confrontation des méthodes de traitement à partir de chaque courbe d'essai n'était pas directement pertinente au regard de l'objectif consistant à caractériser un matériau en vue du calcul de structure.

Aussi s'est-on attaché à exploiter les méthodes d'analyse pour en tirer des lois moyennes et caractéristiques. Les détails de traitement associés à cet enjeu de prise en compte de la variation à partir d'un petit nombre de courbes sont présentés ci-après.

### **Courbes moyennes**

#### **Méthodes « point par point »**

En ce qui concerne les courbes moyennes, deux types de loi de comportement « contrainte – déformation » sont construits à partir des résultats bruts obtenus avec les méthodes inverses « point par point » :

- Courbe échantillonnée obtenue à partir d'une interpolation polynomiale du troisième degré avec un intervalle de 300  $\mu\text{m/m}$ . Cet intervalle permet d'avoir un lissage qui élimine les valeurs aberrantes tout en gardant l'essentiel de la forme de la courbe initiale.
- Courbe bilinéaire obtenue en utilisant une interpolation linéaire de la partie post-fissuration de la courbe brute.

Le schéma de la Figure 2-84 présente le processus global utilisé pour construire les différentes courbes.

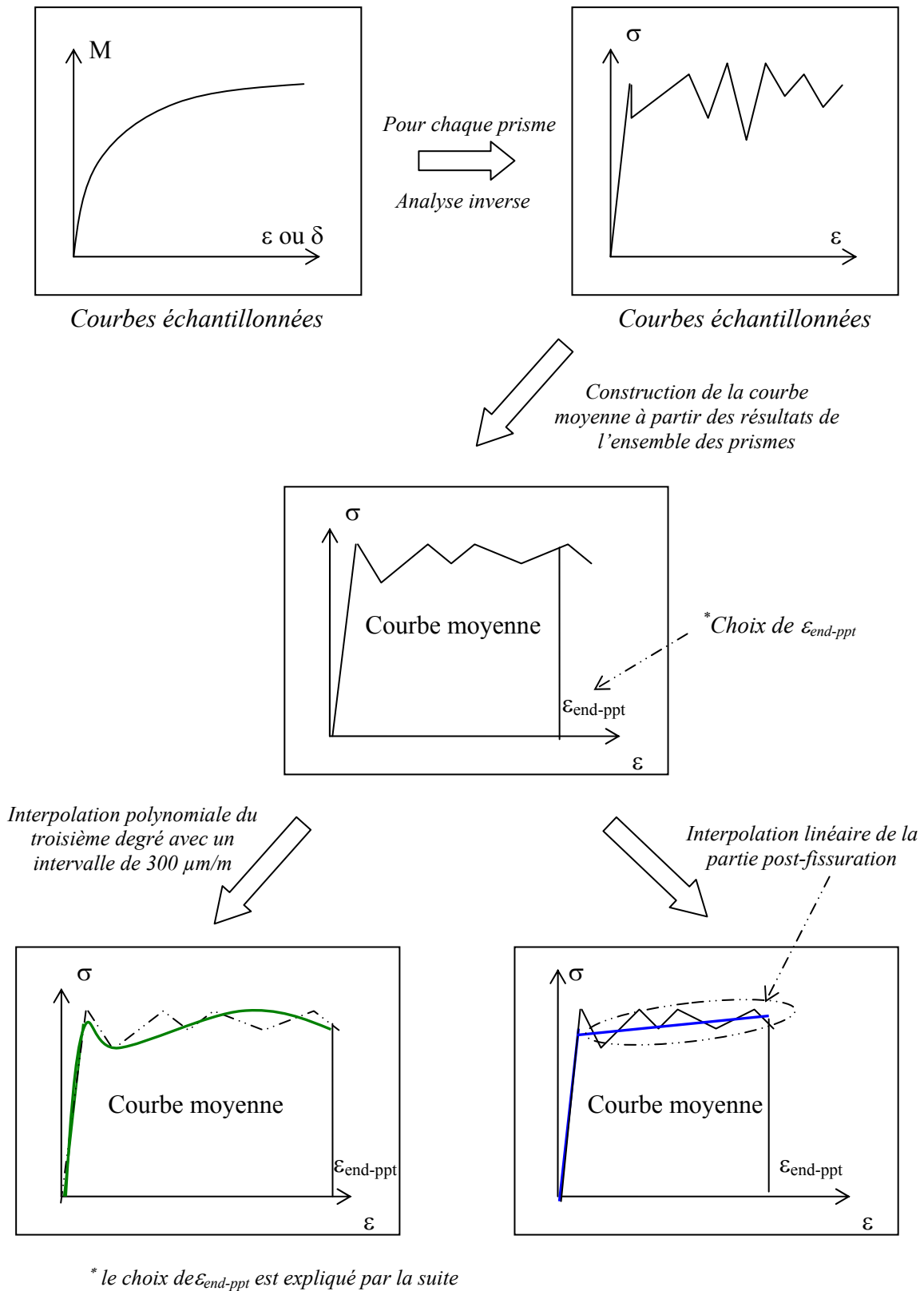


Figure 2-84 Méthodes inverses « point par point » : processus global de la construction des courbes moyennes « contrainte - déformation » pour chaque groupe d'éprouvettes

La déformation  $\varepsilon_{\text{end-ppt}}$  marquant la fin du comportement écrouissant et multi-fissurant du matériau testé est considérée égale au minimum des deux déformations suivantes ( $\varepsilon_{\text{end1}}$ ,  $\varepsilon_{\text{end2}}$ ):

- Pour chaque groupe d'éprouvettes d'effectif  $n$  :

$$\varepsilon_{\text{end1}} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n \varepsilon_{\text{Prisme-k}}$$

- Sachant que pour l'éprouvette  $k$ ,  $\varepsilon_{\text{Prisme-k}}$  est la déformation (notée  $\varepsilon_{\text{loc}}$  ci-avant) correspondant au maximum de la contrainte équivalente (au niveau de la courbe « Contrainte Equivalente – Déformation en fibre inférieure ou Flèche au centre ») ou à l'identification d'un raccourcissement pour l'un des deux extensomètres utilisés (dans le cas de la méthode « Mesure – Déformation face inférieure »)
- Pour chaque groupe d'éprouvettes,  $\varepsilon_{\text{end2}}$  est la déformation correspondant à une diminution irréversible de la contrainte au niveau de la courbe « contrainte – déformation ». En effet l'initiation d'un comportement adoucissant en fibre inférieure s'accompagne d'une augmentation de la hauteur tendue et donc du bras de levier interne. Ainsi, dans le cas d'un comportement faiblement adoucissant, le moment repris par la section fissurée après localisation peut être légèrement supérieur à celui correspondant à la localisation.

Il est intéressant de noter que le processus consistant à appliquer l'analyse inverse aux courbes moyennes « Contrainte Equivalente – Déformation en face inférieure » ou « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » donne des résultats similaires à celui détaillé à la Figure 2-84 (en prenant en compte la même déformation finale  $\varepsilon_{\text{end-ppt}}$ ). Cette observation est uniquement valable pour les courbes moyennes.

Pour construire les courbes bilinéaires dans le cadre d'une restitution simplifiée de l'analyse point par point réalisée selon la Figure 2-84, les étapes suivies sont illustrées sur la Figure 2-85. En particulier, si la phase post-fissuration présente en moyenne une tendance adoucissante, la courbe finale est idéalisée avec un palier plastique.

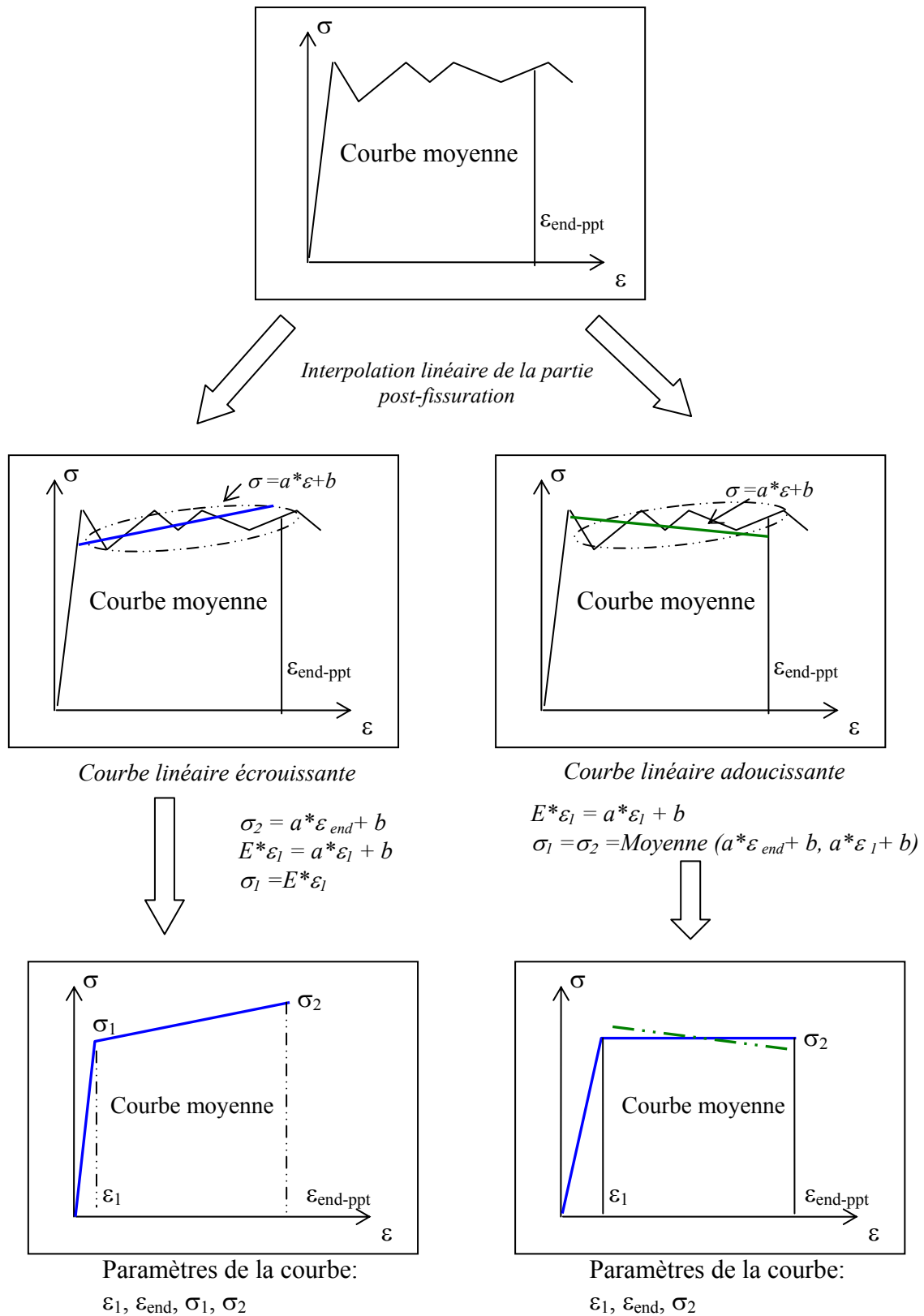


Figure 2-85 Méthodes inverses « point par point » : construction des courbes moyennes bilinéaires « contrainte - déformation » pour chaque groupe d'éprouvettes

**Méthodes simplifiées**

En ce qui concerne les courbes moyennes obtenues avec les analyses inverses simplifiées [(Qian et Li, 2007, 2008), « (Qian et Li, 2007, 2008) – modifiée », (JCI, 2005) et (Kanakubo, 2006)], le schéma de la Figure 2-86 explique le processus adopté pour construire ces courbes moyennes.

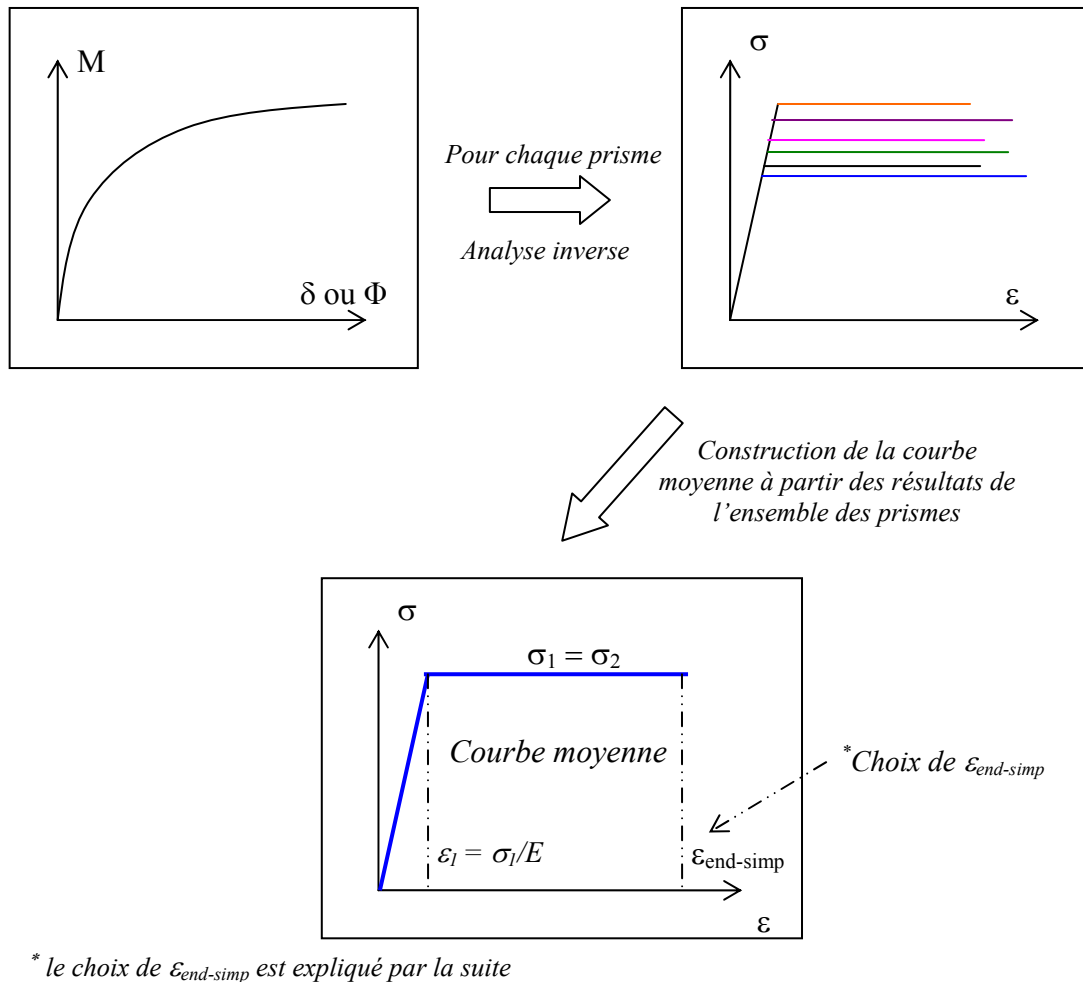


Figure 2-86 Méthodes inverses simplifiées : construction des courbes moyennes bilinéaires « contrainte - déformation » pour chaque groupe d'éprouvettes

Pour chaque groupe d'éprouvettes d'effectif  $n$ ,  $\varepsilon_{end-simp} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{l=1}^n \varepsilon_{Prisme-l}$ ,  $\varepsilon_{Prisme-l}$  étant la déformation limite identifiée avec la courbe moyenne de la courbe enveloppe « Déformation en face inférieure – Flèche à mi-portée ».

**Courbes caractéristiques**

**Méthodes « point par point »**

Pour faciliter l'analyse, et compte tenu du caractère volontairement simple pour le dimensionnement des courbes caractéristiques, seules les lois « contrainte – déformation » bilinéaires ont été traitées pour obtenir des courbes caractéristiques. Différentes méthodes peuvent être utilisées pour créer ces courbes caractéristiques :

- Méthode basée sur l'énergie de rupture adaptée aux matériaux écouissants ou multi-fissurants (Wille et Naaman, 2010).
- Méthode dont le traitement statistique consiste à déterminer une courbe caractéristique « point par point » à partir de la valeur moyenne et de l'écart type des contraintes pour une valeur de déformation donnée.

L'énergie de rupture  $G_f$  est définie comme la quantité de travail  $W$  nécessaire pour générer une fissure dont les deux surfaces sont complètement séparées. La détermination de cette énergie de rupture dans le cas des bétons écouissants en traction directe est décrite par (Wille et Naaman, 2010). Il est nécessaire de distinguer l'énergie dissipée durant la phase écouissante (avec multi-fissuration)  $G_{fA,n}$  et l'énergie dissipée durant la phase adoucissante (après localisation d'une fissure critique)  $G_{fB}$  (voir Figure 2-87).

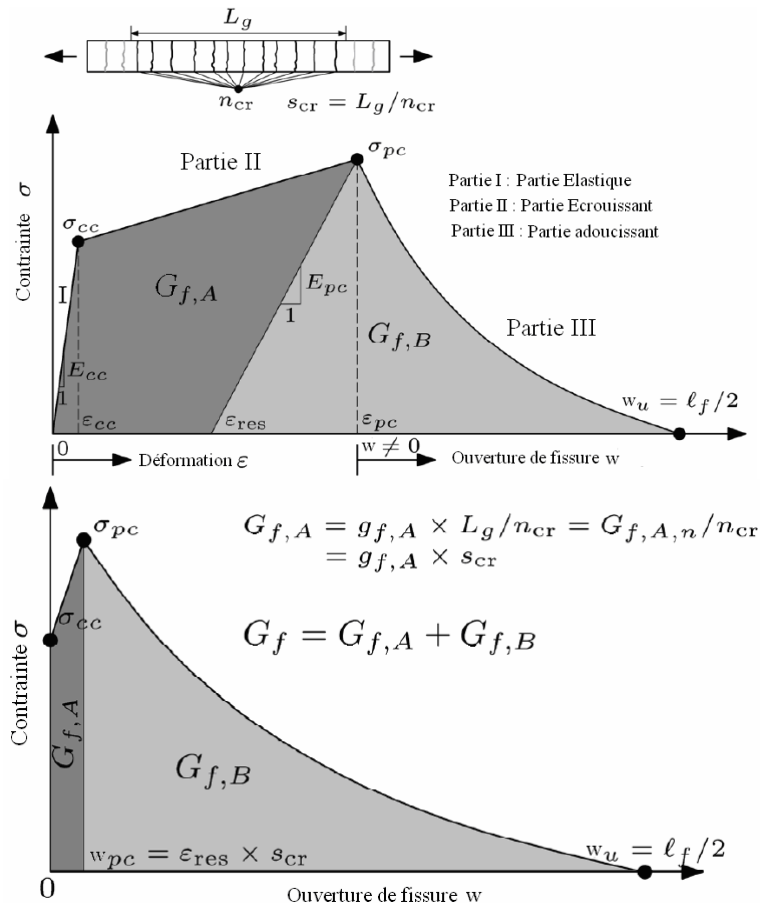


Figure 2-87 Définition de l'énergie de rupture dans le cas des bétons écouissants en traction directe (Wille et Naaman, 2010)

L'énergie par unité de surface  $G_{fA,n}$  dissipée durant la phase écouissante et multi-fissurante dépend de la longueur de base  $L_g$  de l'extensomètre utilisé pour mesurer la déformation. Cette

énergie par unité de surface représente l'énergie nécessaire pour générer  $n_{cr}$  fissures avec une fissure permanente notée  $w_{pc}$ . La localisation de la fissure critique est supposée être concomitante au maximum de résistance en traction. Ainsi l'énergie dissipée durant la phase adoucissante  $G_{fB}$  représente l'énergie de surface nécessaire pour ouvrir la fissure localisée débutant avec une ouverture résiduelle égale à  $w_{pc}$ . Celle-ci est déterminée à partir de la déformation résiduelle qui dépend notamment de  $(\sigma_{pc}, \varepsilon_{pc})$  et de la rigidité  $E_{pc}$  au moment de la résistance maximale en traction.

Les deux énergies peuvent être exprimées avec les équations suivantes :

$$G_{f,A} = \left[ \int_0^{\varepsilon_{pc}} \sigma(\varepsilon) \cdot d\varepsilon - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_{pc}^2}{E_{pc}} \right] \times \frac{L_g}{n_{cr}} = \frac{G_{f,A,n}}{n_{cr}},$$

$$G_{f,B} = \int_{w_{pc}}^{w_u} \sigma(w) \cdot w, \text{ avec } w_{pc} = \varepsilon_{res} \cdot s_{cr} = \left( \varepsilon_{pc} - \frac{\sigma_{pc}}{E_{pc}} \right) \times \frac{L_g}{n_{cr}}.$$

L'énergie de rupture nécessaire pour générer une fissure dont les deux surfaces sont complètement séparées est égale à :

$$G_f = G_{f,A} + G_{f,B}$$

$G_{fA,n}$  peut être employée pour construire la courbe « contrainte – déformation » caractéristique en supposant que cette énergie par unité de surface suit la loi statistique de Student et en utilisant donc la valeur caractéristique de  $G_{fA,n}^*$  :

$$G_{fA,n}^* = G_{fA,n}^{Moyenne} - k(n) \cdot s, \text{ avec:}$$

- $s$  = écart type sur l'énergie
- $k(n)$  = coefficient de Student dépendant notamment du nombre d'éprouvettes testées

La courbe caractéristique est alors obtenue en appliquant à la courbe « contrainte – déformation » moyenne une affinité de rapport  $G_{fA,n}^* / G_{fA,n}^{Moyenne}$  parallèlement à l'axe vertical.

En utilisant cette méthode, la déformation correspondant à la localisation de la fissure (et donc à la fin de la phase de multi-fissuration) est la même pour la courbe moyenne et la courbe caractéristique. Ainsi, d'un point de vue statistique, la réelle ductilité du matériau peut être surestimée. Cette méthode n'a donc pas été retenue pour construire les courbes caractéristiques « contrainte – déformation ».

L'autre méthode (qui a été adoptée ici) permettant d'obtenir une loi de comportement « contrainte – déformation » caractéristique consiste à déterminer pour chaque intervalle de flèche (ou de déformation en fibre inférieure) la valeur moyenne du moment de flexion ou de la contrainte de traction, et l'écart type. La courbe caractéristique « point par point » est alors obtenue en soustrayant à la valeur moyenne l'écart type associé affecté du coefficient de Student correspondant au fractile 5 %. Le schéma de la Figure 2-88 présente les différentes options qui peuvent être choisies pour construire les lois caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires.



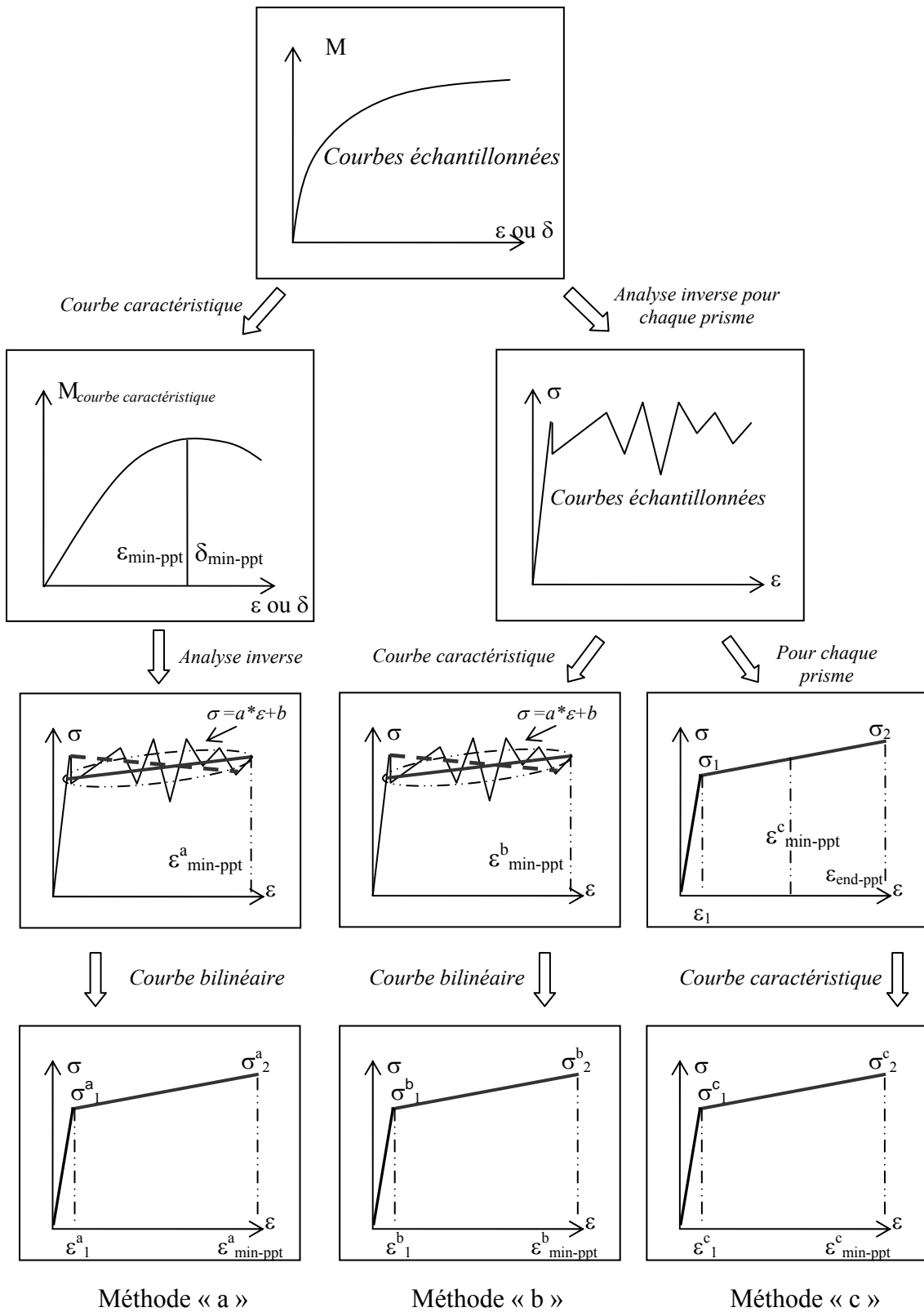


Figure 2-88 Méthodes inverses « point par point » : différentes options pour obtenir la loi « contrainte – déformation » bilinéaire caractéristique

Pour chaque prisme, la déformation  $\varepsilon_{\text{end-ppt}}^c$  (associée à la méthode « c ») pour la courbe « contrainte – déformation » en traction est égale au minimum des déformations suivantes :

- la déformation correspondant au maximum de la contrainte équivalente (au niveau de la courbe « Contrainte Equivalente – Déformation en fibre inférieure ou Flèche au centre »),
- la déformation correspondant à l'identification d'un raccourcissement pour l'un des deux extensomètres utilisés (dans le cas de la méthode « Mesure – Déformation face inférieure »),
- la déformation correspondant à une diminution irréversible de la contrainte au niveau de la courbe « contrainte – déformation ».

Pour chaque groupe d'éprouvettes d'effectif  $n$ ,  $\varepsilon_{\min}^b = \varepsilon_{\min}^c = \text{Min}_{n=1}^n (\varepsilon_{\text{prisme}-m})$ ,

- $\varepsilon_{\text{Prisme}-m}$  étant égale au minimum des déformations suivantes pour le prisme  $m$ :
  - Déformation correspondant au maximum de la contrainte équivalente (au niveau de la courbe « Contrainte Equivalente – Déformation en fibre inférieure ou Flèche au centre »).
  - Déformation correspondant à l'identification d'un raccourcissement pour l'un des deux extensomètres utilisés (dans le cas de la méthode « Mesure – Déformation face inférieure »).
  - Déformation correspondant à une diminution irréversible de la contrainte au niveau de la courbe « contrainte – déformation ».

Pour chaque groupe d'éprouvettes d'effectif  $n$ ,  $\varepsilon_{\min}^a$  (méthode « a ») est égale au minimum des déformations suivantes :

- $\text{Min}_{p=1}^n (\varepsilon_{\text{prisme}-p})$ ,
  - $\varepsilon_{\text{Prisme}-p}$  étant égale au minimum des déformations suivantes pour le prisme  $p$  :
    - Déformation correspondant au maximum de la contrainte équivalente (au niveau de la courbe « Contrainte Equivalente – Déformation en fibre inférieure ou Flèche au centre »).
    - Déformation correspondant à l'identification d'un raccourcissement pour l'un des deux extensomètres utilisés (dans le cas de la méthode « Mesure – Déformation face inférieure »).
- Déformation correspondant à une diminution irréversible de la contrainte au niveau de la courbe « contrainte – déformation » obtenue à partir de l'analyse inverse de la courbe caractéristique « Contrainte Equivalente – Déformation en fibre inférieure ou Flèche au centre ».

Il est intéressant de noter que dans l'ensemble des cas testés dans cette étude, l'écart entre  $\varepsilon_{\min}^a$  et  $\varepsilon_{\min}^{b \text{ ou } c}$  est faible (inférieur à 0,15 mm/m).

Afin d'évaluer les trois méthodes permettant de construire la loi « contrainte – déformation » caractéristique, celles-ci ont été testées pour l'ensemble des groupes d'éprouvettes (ayant présenté un comportement multi-fissurant) avec l'analyse inverse « Mesure – Déformation face inférieure ». La comparaison est réalisée en considérant les écarts suivants (écarts relatifs associés à la contrainte moyenne post-fissuration) :

$$A - B = \frac{(\sigma_2^a - \sigma_2^b) + (\sigma_1^a - \sigma_1^b)}{\sigma_2^a + \sigma_1^a} \times 100 \text{ en } \%$$

$$C - B = \frac{(\sigma_2^c - \sigma_2^b) + (\sigma_1^c - \sigma_1^b)}{\sigma_2^c + \sigma_1^c} \times 100 \text{ en \%}$$

Ces écarts sont présentés sur la Figure 2-89 pour chaque groupe de prisme considéré.

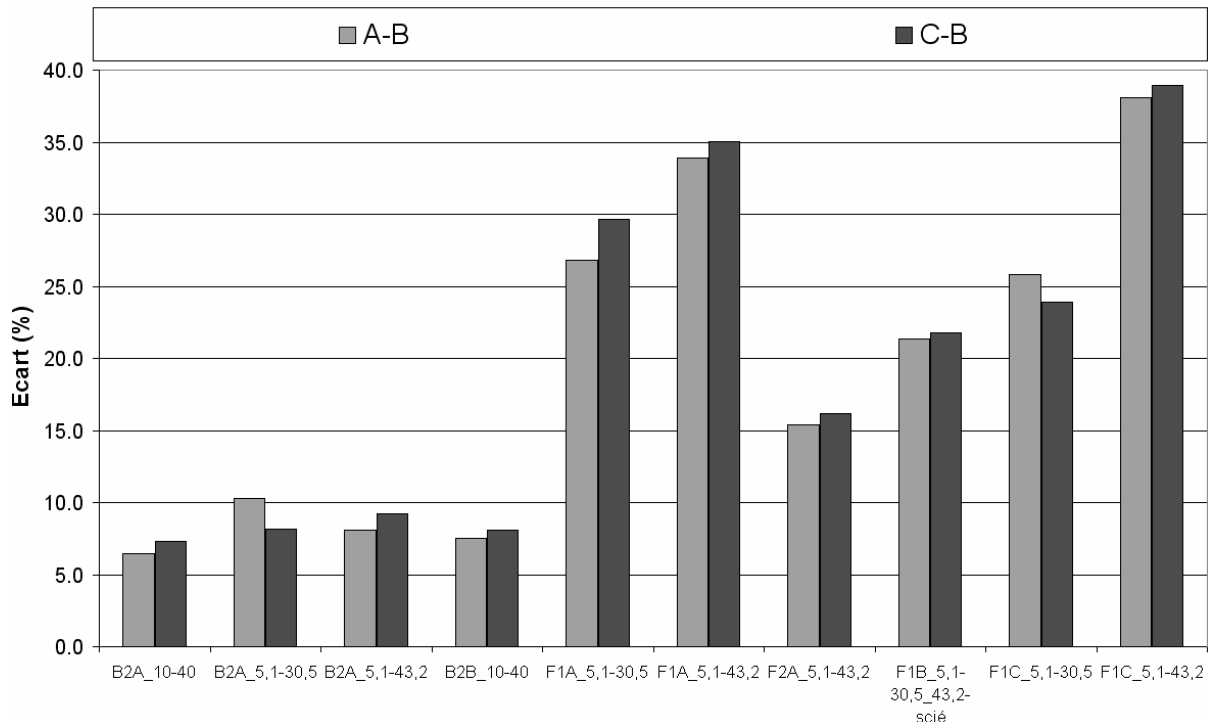


Figure 2-89 Ecarts pour chaque groupe d'éprouvettes considéré entre les différentes options possibles pour construire les courbes caractéristiques bilinéaires (Analyse Inverse « Mesure – Déformation face inférieure »)

Les écarts A – B et C – B sont en moyenne égaux à 20 % avec un maximum proche de 40 %. Dans la mesure où la description des résultats expérimentaux est discrète, les méthodes inverses « point par point » mettant en œuvre une sorte de dérivée de la courbe des moments, leurs résultats sont sensibles à une variation relativement brutale de la courbe « Contrainte Equivalente – Déformation en fibre inférieure ou Flèche au centre ». Ainsi les analyses inverses « point par point » semblent accentuer l'écart type en terme de contrainte pour une déformation donnée, particulièrement pour les groupes d'éprouvettes dont les courbes brutes sont assez « chahutées ».

Afin d'éviter ce phénomène, il est préférable d'utiliser la méthode « a » qui donne des résultats similaires à la méthode « c » : l'écart moyen entre les deux options est égal à 2 % avec un maximum proche de 4 %. De plus la méthode « a » est la plus rapide à mettre en œuvre. Celle-ci a donc été adoptée pour construire les courbes « contrainte – déformation » caractéristiques à partir des analyses inverses « point par point ».

**Méthodes simplifiées**

Pour traiter les courbes obtenues avec les méthodes inverses simplifiées, le schéma de la Figure 2-90 détaille les différentes options possibles pour la construction de courbes caractéristiques.

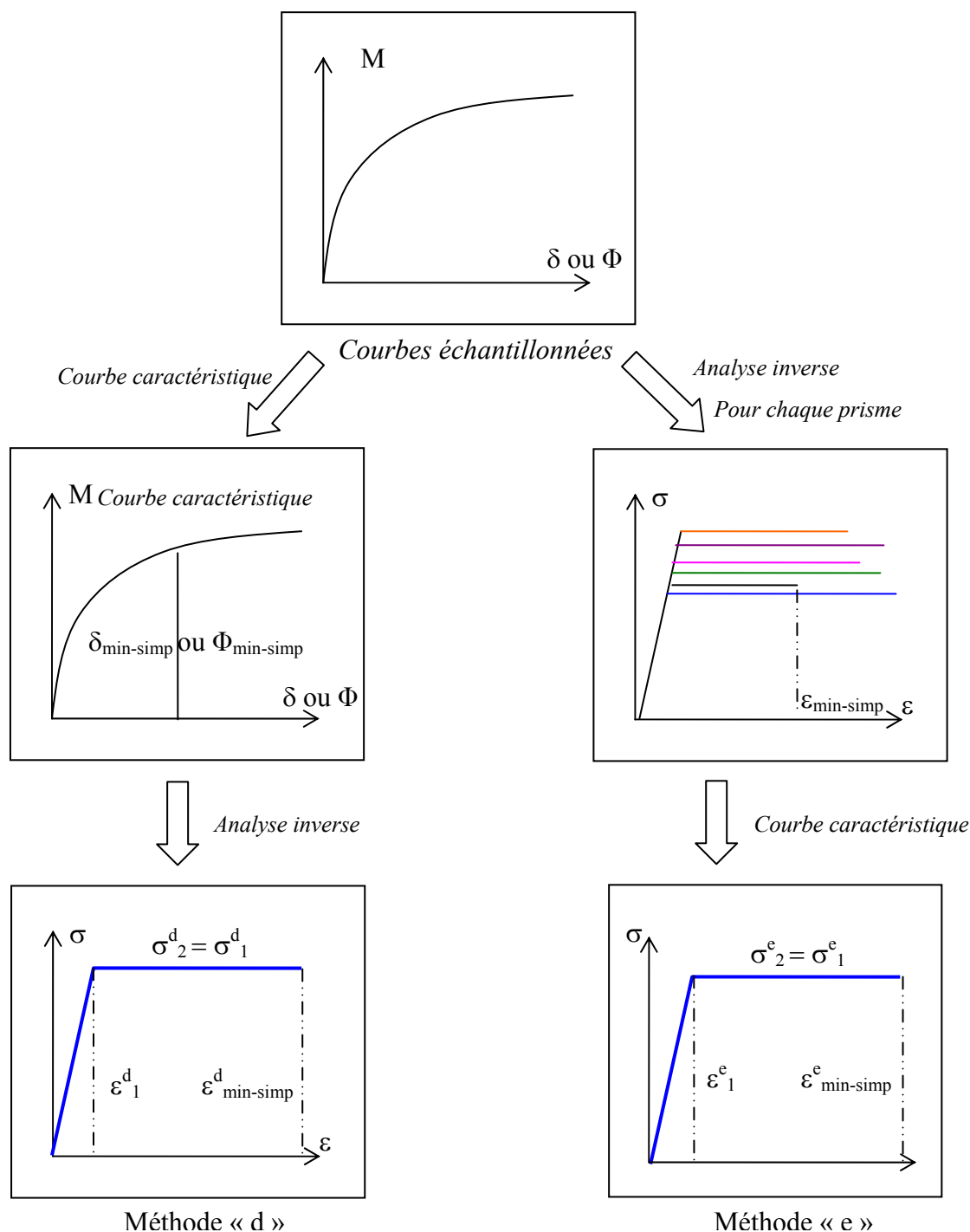


Figure 2-90 Méthodes inverses simplifiées : différentes options pour obtenir la loi « contrainte – déformation » caractéristique

Les options « d » et « e » sont respectivement similaires aux méthodes « a » et « c ». Une comparaison entre les deux méthodes a été réalisée pour l'ensemble des groupes de prismes

ayant présenté un comportement multi-fissurant : l'écart moyen est égal à 2,5 % avec un maximum proche de 7 %. La méthode « d » a été adoptée de manière à avoir un procédé similaire pour les analyses inverses « point par point » et les méthodes simplifiées.

### ***Résultats des différentes analyses inverses***

On récapitule à ce stade l'exploitation des résultats expérimentaux de flexion quatre points sur prismes non entaillés, permettant de déterminer un comportement intrinsèque « contrainte – déformation » en traction selon les différentes méthodes présentées.

Pour chaque groupe d'éprouvettes ayant présenté un comportement multi-fissurant, trois graphes sont présentés (voir Figure 2-91 à Figure 2-110):

- Courbes moyennes échantillonnées avec une interpolation polynomiale du troisième degré (intervalle égal à 300  $\mu\text{m}/\text{m}$ ).
- Courbes moyennes bilinéaires (voir également Tableau 2-25).
- Courbes caractéristiques bilinéaires (voir également Tableau 2-26).

Pour les courbes bilinéaires moyennes obtenues avec l'analyse inverse « Mesure – Déformation face inférieure », la déformation moyenne  $\varepsilon_{\text{min-LVDT}}$  (issu des résultats de l'ensemble des prismes d'un même groupe) correspondant à la mesure minimale des deux extensomètres au moment de la localisation d'une fissure, est également mentionnée en plus de la déformation  $\varepsilon_{\text{end-ppt}}$ .

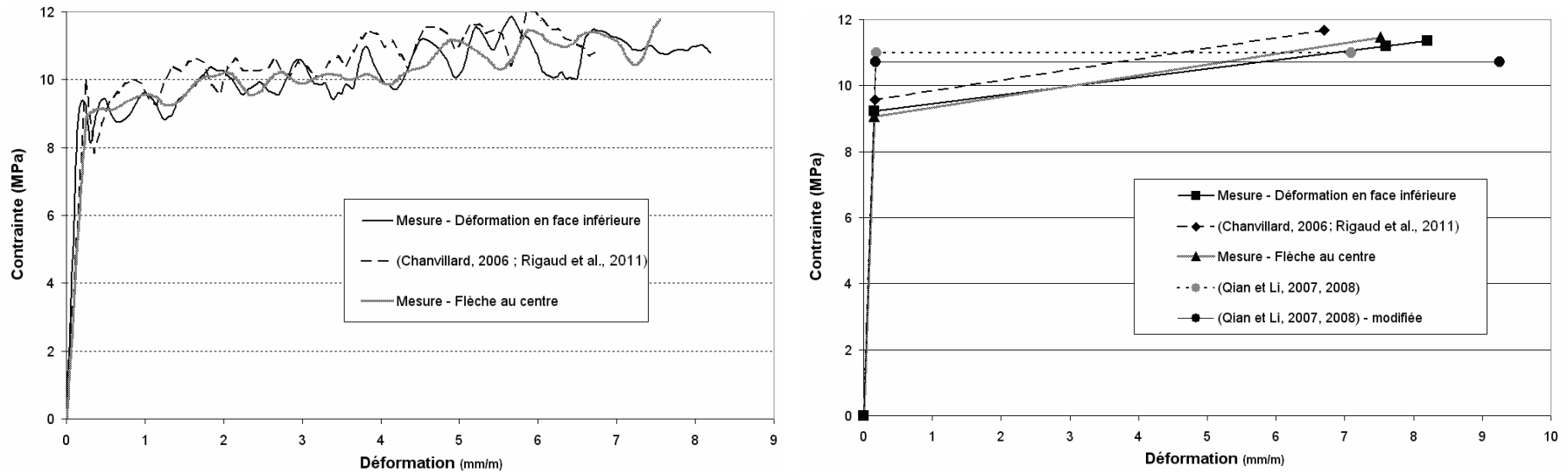


Figure 2-91 B2A\_5,1-30,5 : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes analyses inverses (A gauche : courbe échantillonnée avec une interpolation polynomiale du troisième degré ; A droite : courbe bilinéaire)

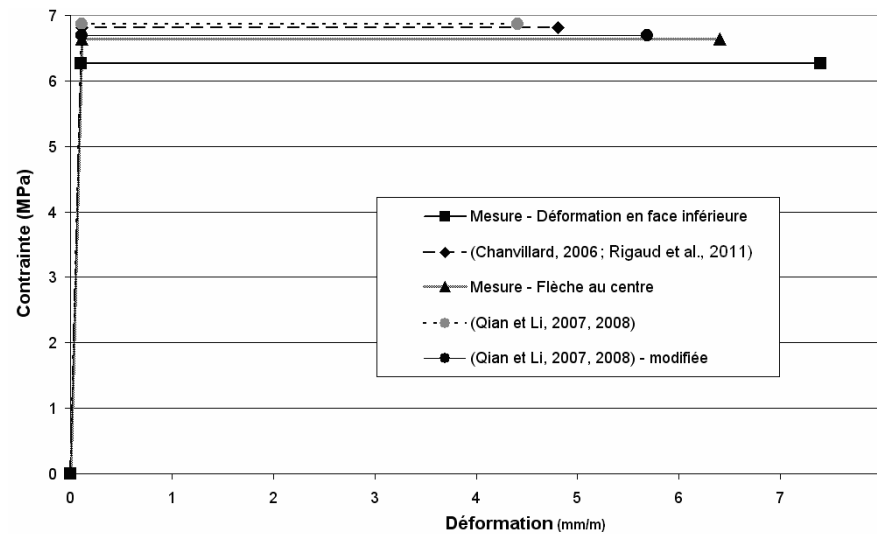


Figure 2-92 B2A\_5,1-30,5 : Courbes caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires obtenues à partir des différentes analyses inverses

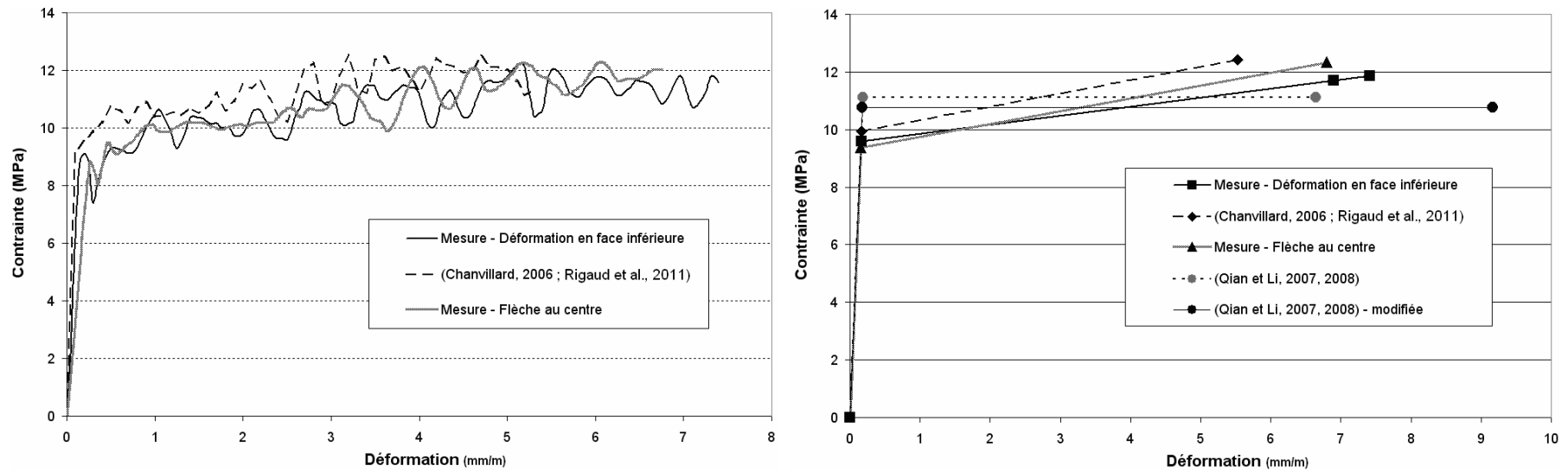


Figure 2-93 B2A\_5,1-43,2 : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes analyses inverses (A gauche : courbe échantillonnée avec une interpolation polynomiale du troisième degré ; A droite : courbe bilinéaire)

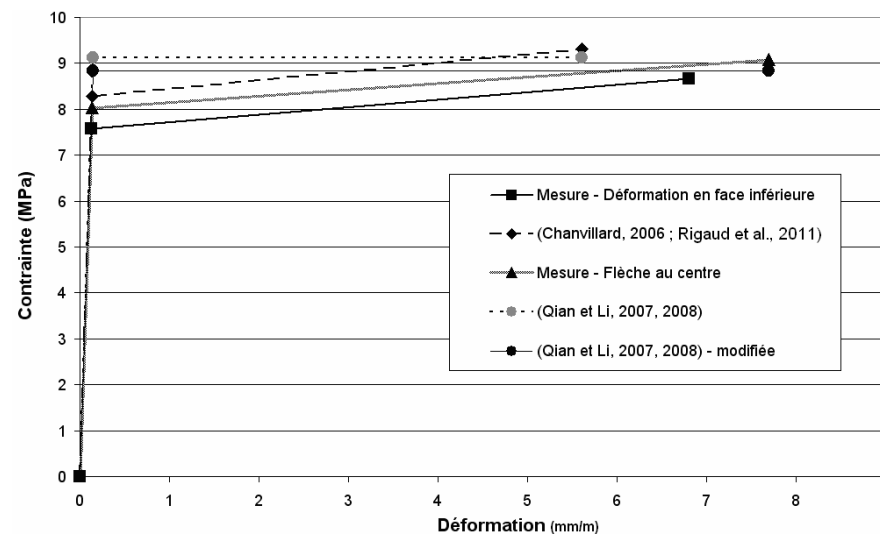


Figure 2-94 B2A\_5,1-43,2 : Courbes caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires obtenues à partir des différentes analyses inverses

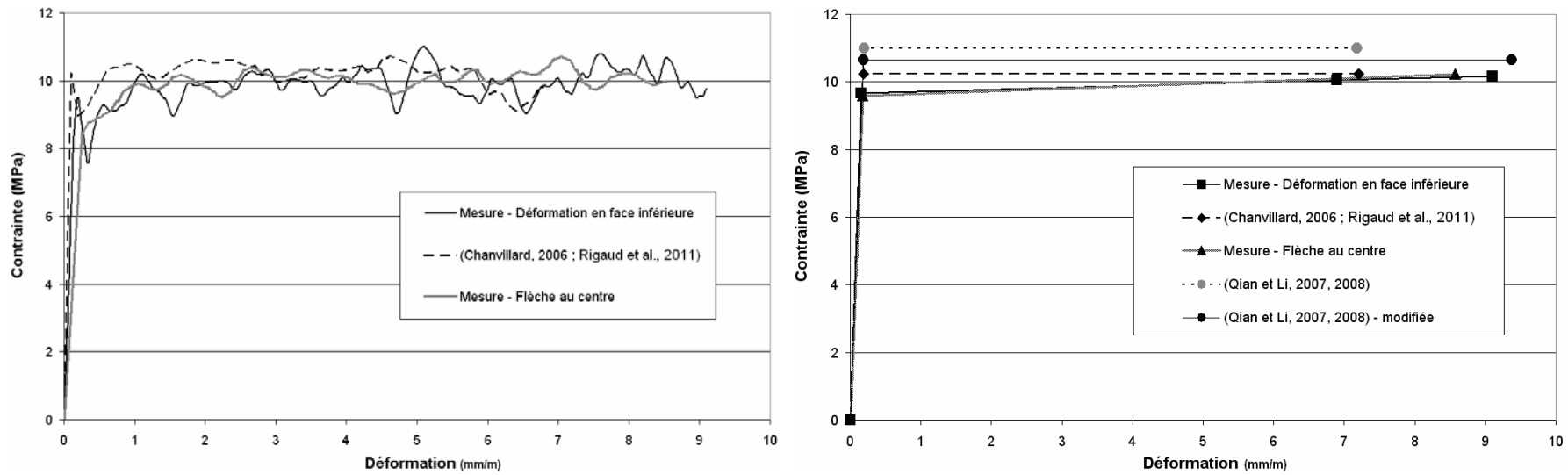


Figure 2-95 B2A\_10-40 : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes analyses inverses (A gauche : courbe échantillonnée avec une interpolation polynomiale du troisième degré ; A droite : courbe bilinéaire)

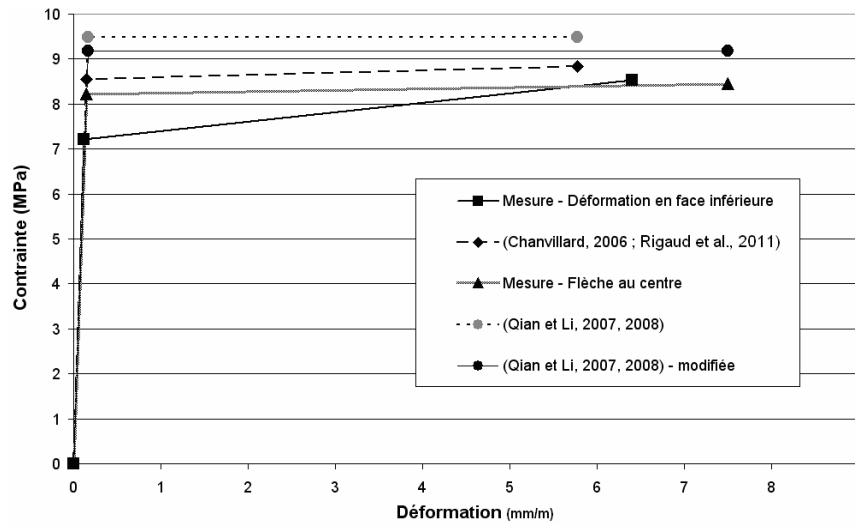


Figure 2-96 B2A\_10-40 : Courbes caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires obtenues à partir des différentes analyses inverses



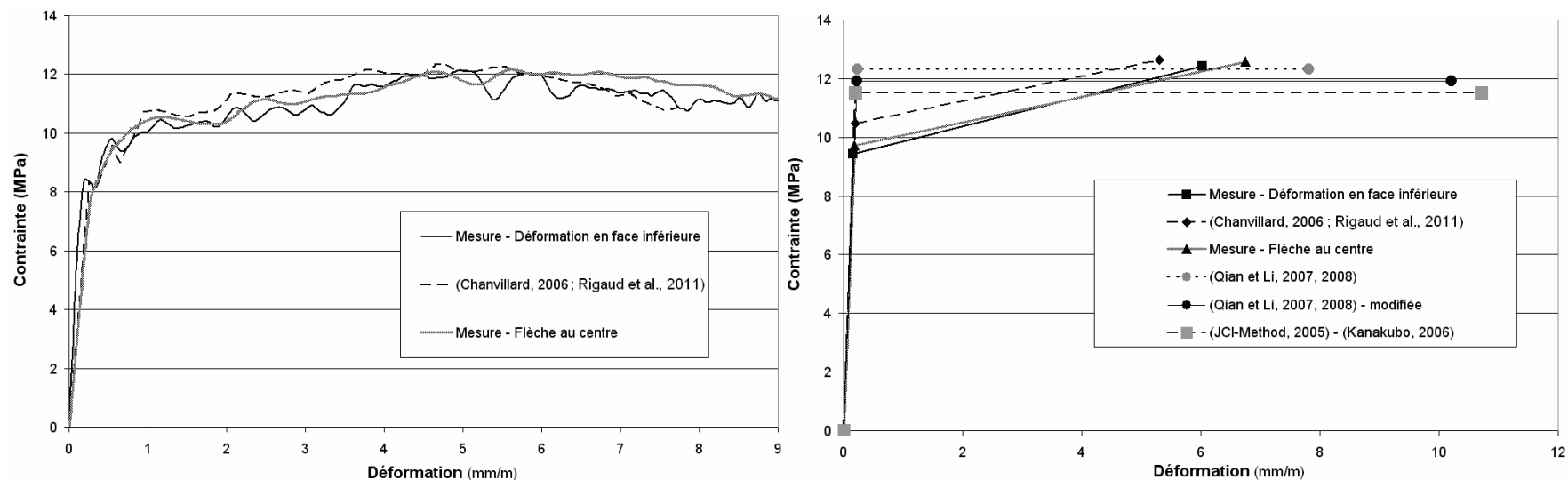


Figure 2-97 B2B\_10-40 : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes analyses inverses (A gauche : courbe échantillonnée avec une interpolation polynomiale du troisième degré ; A droite : courbe bilinéaire)

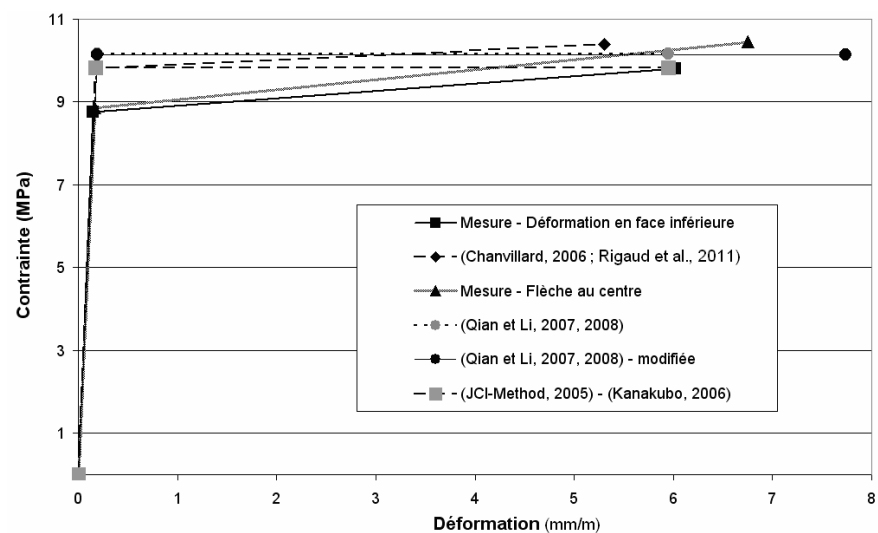


Figure 2-98 B2B\_10-40 : Courbes caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires obtenues à partir des différentes analyses inverses

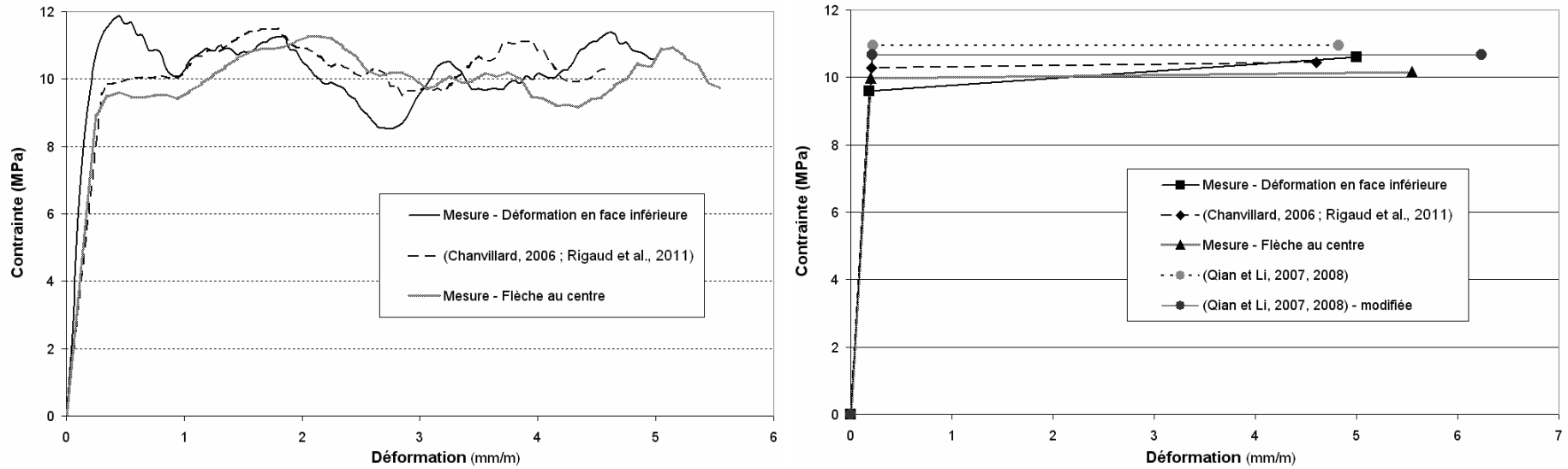


Figure 2-99 F1A\_5,1-30,5 : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes analyses inverses (A gauche : courbe échantillonnée avec une interpolation polynomiale du troisième degré ; A droite : courbe bilinéaire)

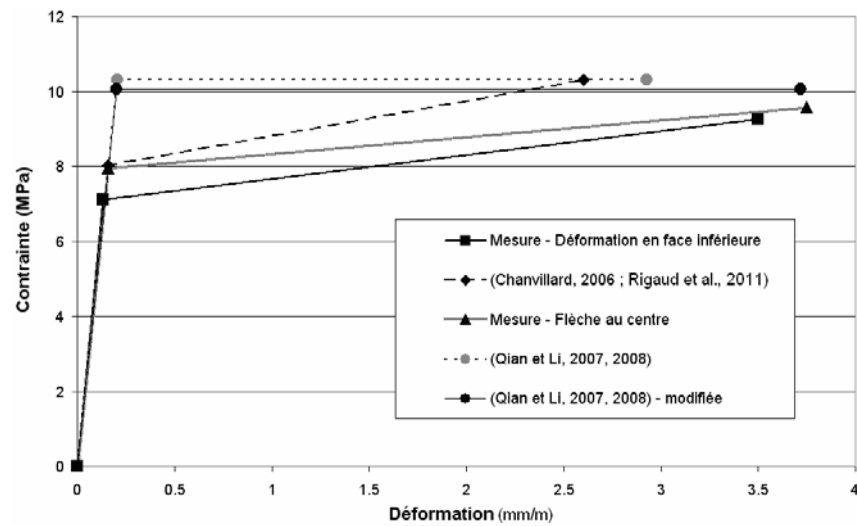


Figure 2-100 F1A\_5,1-30,5 : Courbes caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires obtenues à partir des différentes analyses inverses

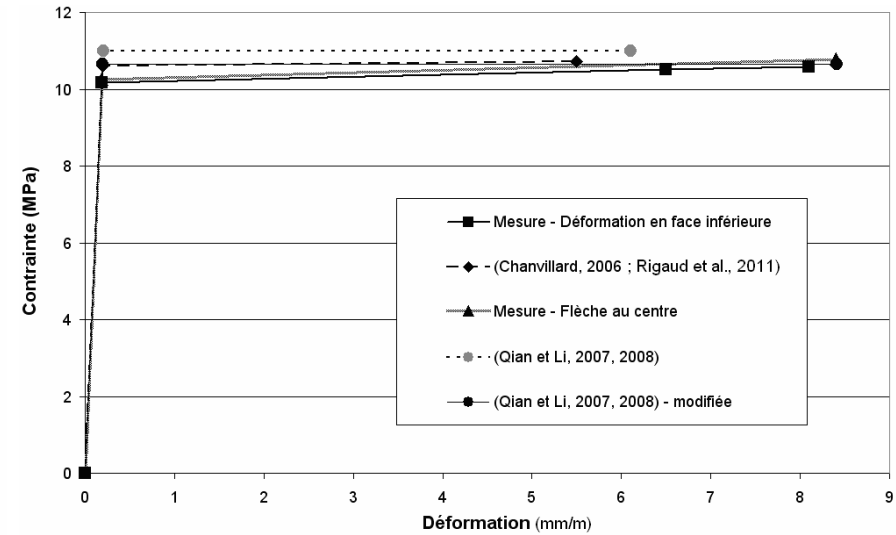
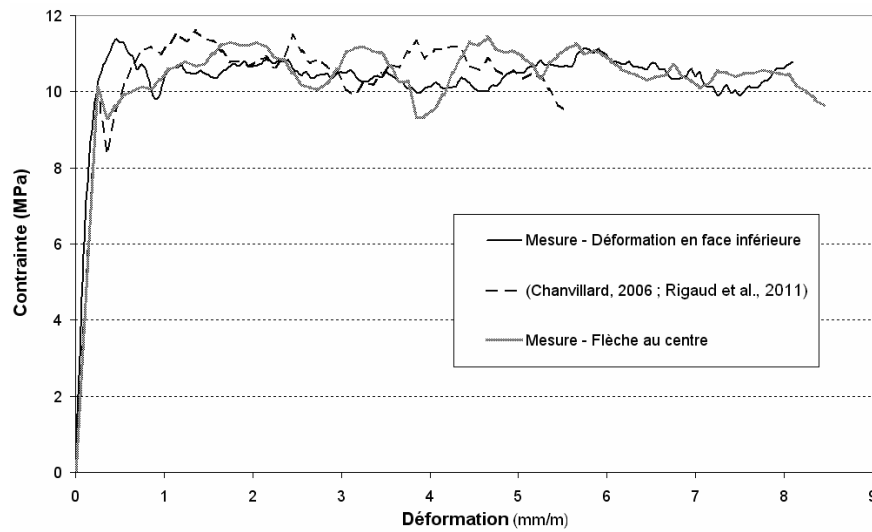


Figure 2-101 F1A\_5,1-43,2 : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes analyses inverses (A gauche : courbe échantillonnée avec une interpolation polynomiale du troisième degré ; A droite : courbe bilinéaire)

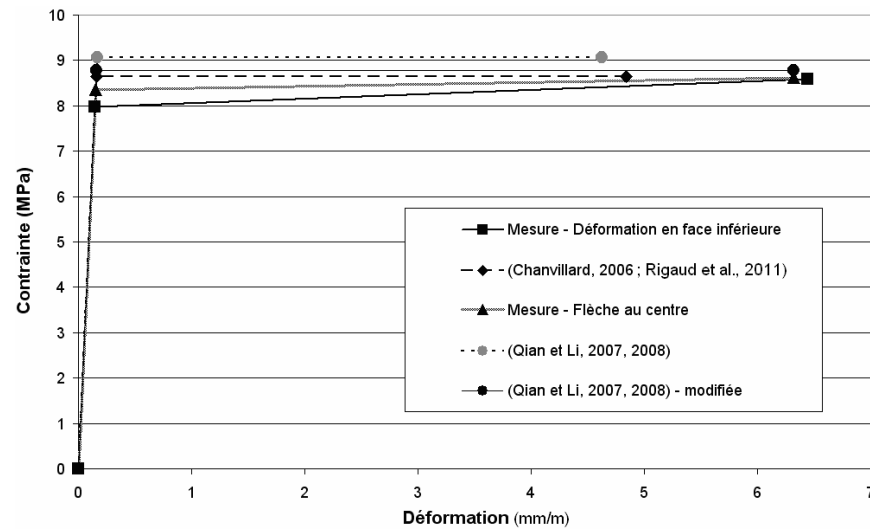


Figure 2-102 F1A\_5,1-43,2 : Courbes caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires obtenues à partir des différentes analyses inverses

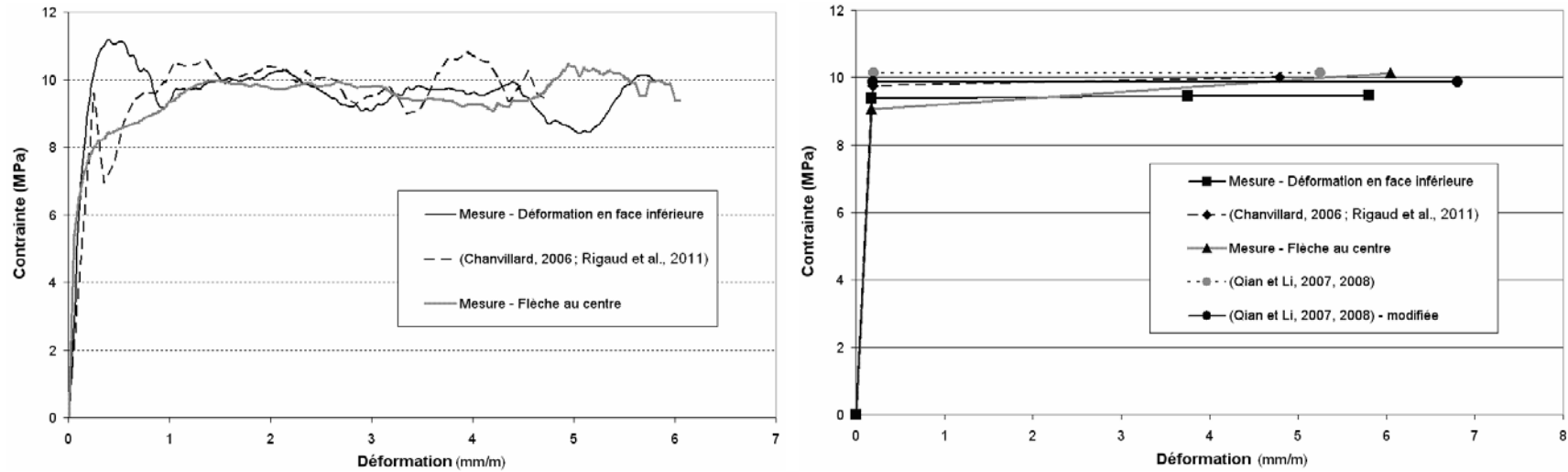


Figure 2-103 F1B\_5,1-30,5\_43,2-scié : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes analyses inverses (A gauche : courbe échantillonnée avec une interpolation polynomiale du troisième degré ; A droite : courbe bilinéaire)

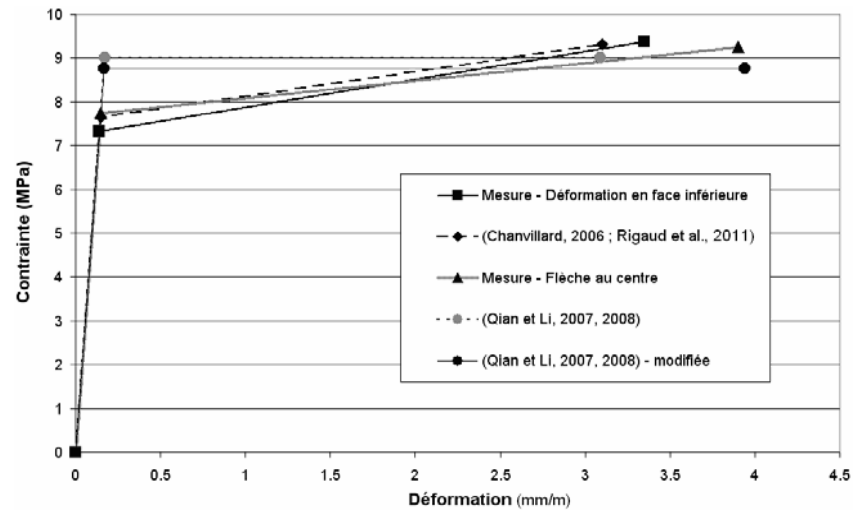


Figure 2-104 F1B\_5,1-30,5\_43,2-scié : Courbes caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires obtenues à partir des différentes analyses inverses

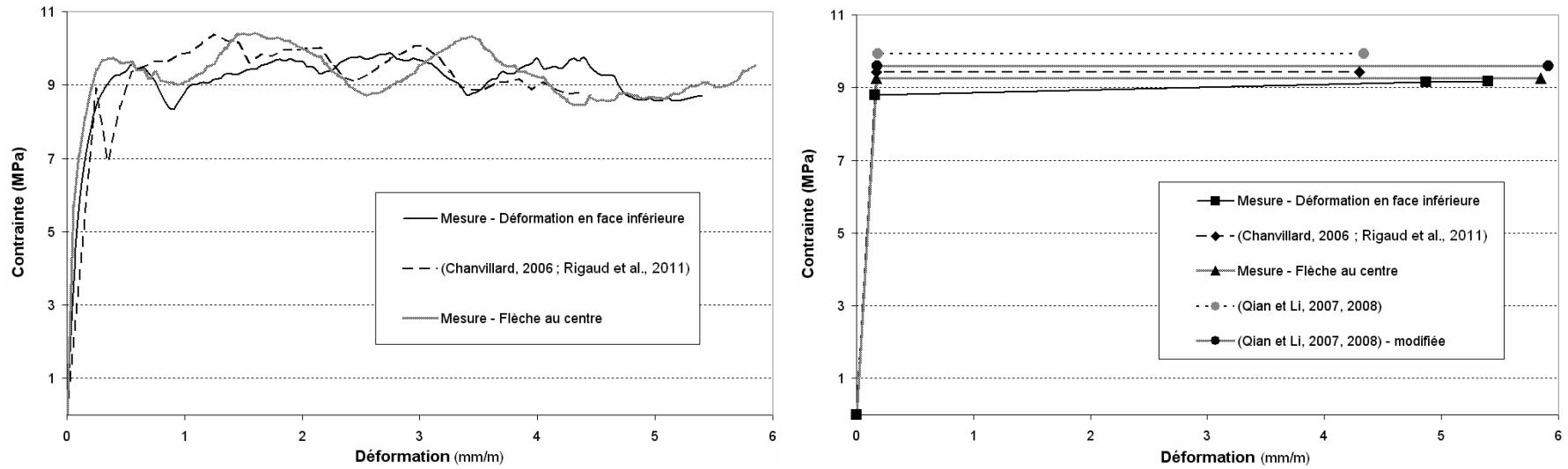


Figure 2-105 F2A\_5,1-43,2 : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes analyses inverses (A gauche : courbe échantillonnée avec une interpolation polynomiale du troisième degré ; A droite : courbe bilinéaire)

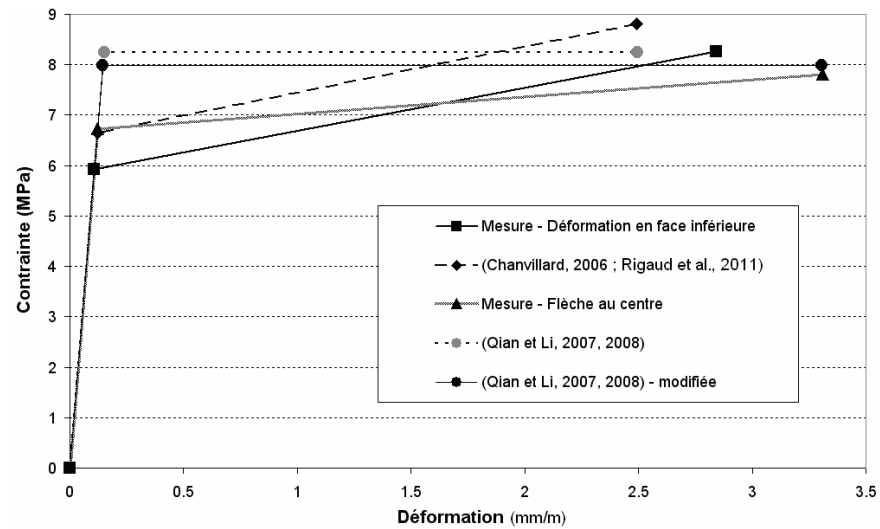


Figure 2-106 F2A\_5,1-43,2 : Courbes caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires obtenues à partir des différentes analyses inverses

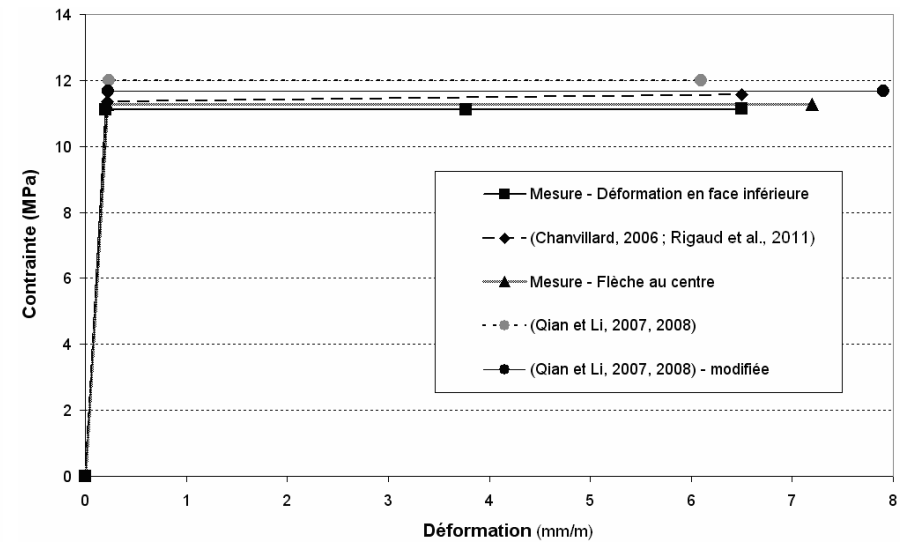
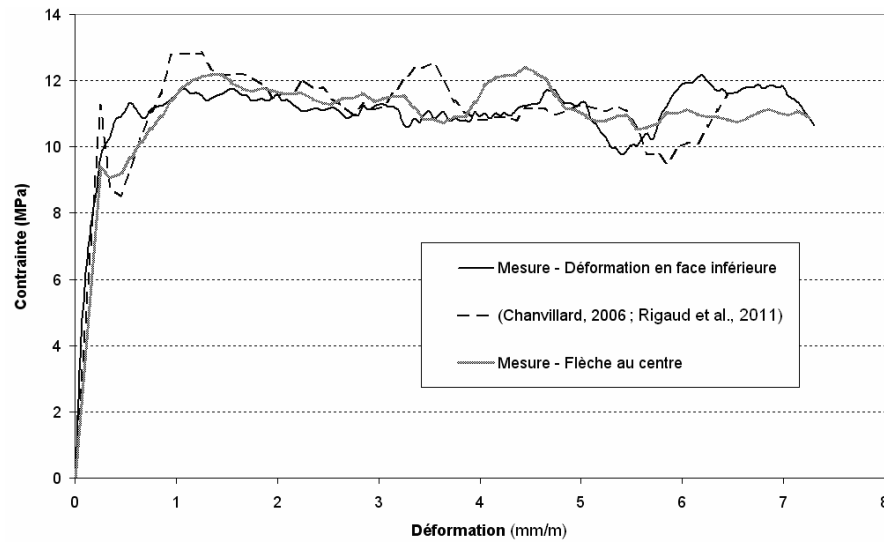


Figure 2-107 F1C\_5,1-30,5 : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes analyses inverses (A gauche : courbe échantillonnée avec une interpolation polynomiale du troisième degré ; A droite : courbe bilinéaire)

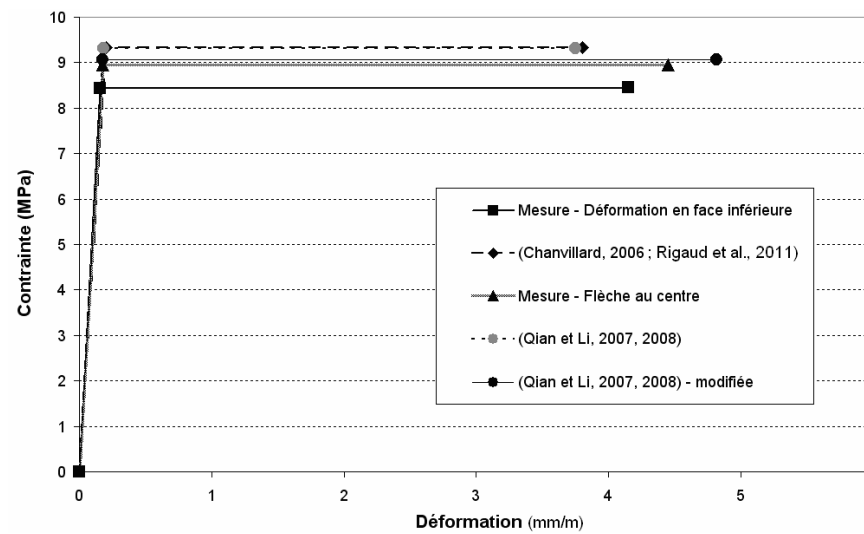


Figure 2-108 F1C\_5,1-30,5 : Courbes caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires obtenues à partir des différentes analyses inverses

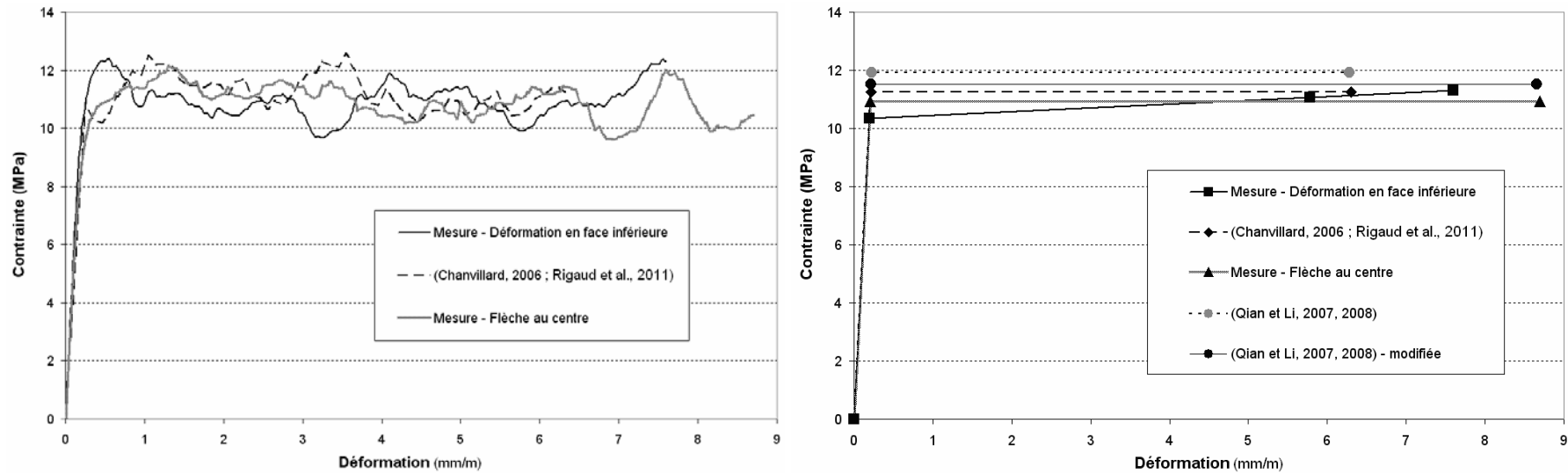


Figure 2-109 F1C\_5,1-43,2 : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes analyses inverses (A gauche : courbe échantillonnée avec une interpolation polynomiale du troisième degré ; A droite : courbe bilinéaire)

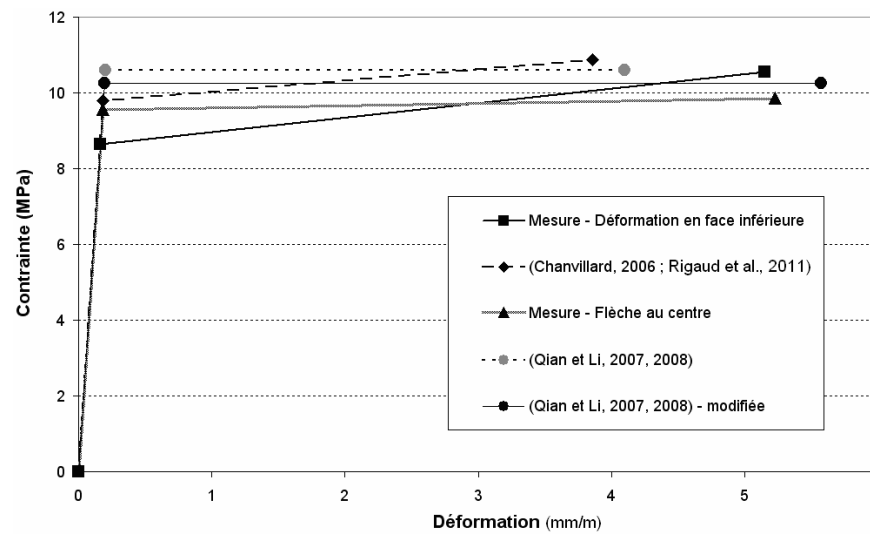


Figure 2-110 F1C\_5,1-43,2 : Courbes caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires obtenues à partir des différentes analyses inverses

Tableau 2-25 Paramètres des courbes bilinéaires moyennes pour chaque groupe d'éprouvettes et pour chaque méthode d'analyse inverse

|  |                                     | B2A<br>5,1-30,5 | B2A<br>5,1-43,2 | B2A<br>10-40 | B2B<br>10-40 | F1A<br>5,1-30,5 | F1A<br>5,1-43,2 | F1B<br>5,1-30,5_43,2<br>-scié | F2A<br>5,1-43,2 | F1C<br>5,1-30,5 | F1C<br>5,1-43,2 |
|--|-------------------------------------|-----------------|-----------------|--------------|--------------|-----------------|-----------------|-------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| « Mesure –Déformation en face inférieure » | $\sigma_1$ (MPa)                    | 9,2             | 9,6             | 9,7          | 9,4          | 9,6             | 10,2            | 9,4                           | 8,8             | 11,1            | 10,4            |
|  | $\sigma_2$ (MPa)                    | 11,4            | 11,9            | 10,2         | 12,4         | 10,6            | 10,6            | 9,5                           | 9,2             | 11,1            | 11,3            |
|  | $\epsilon_1$ (mm/m)                 | 0,153           | 0,159           | 0,152        | 0,157        | 0,185           | 0,184           | 0,178                         | 0,160           | 0,203           | 0,192           |
|  | $\epsilon_{\text{min-LVDT}}$ (mm/m) | 7,6             | 6,9             | 6,9          |              |                 | 6,5             | 3,7                           | 4,9             | 3,8             | 5,8             |
|  | $\epsilon_{\text{end-ppt}}$ (mm/m)  | 8,2             | 7,4             | 9,10         | 6            | 5,0             | 8,0             | 5,8                           | 5,4             | 6,5             | 7,6             |
| (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011)  | $\sigma_1$ (MPa)                    | 9,6             | 9,9             | 10,2         | 10,5         | 10,3            | 10,6            | 9,8                           | 9,4             | 11,3            | 11,2            |
|  | $\sigma_2$ (MPa)                    | 11,7            | 12,4            | 10,2         | 12,6         | 10,4            | 10,7            | 10,0                          | 9,4             | 11,6            | 11,2            |
|  | $\epsilon_1$ (mm/m)                 | 0,161           | 0,165           | 0,184        | 0,199        | 0,205           | 0,196           | 0,190                         | 0,172           | 0,220           | 0,213           |
|  | $\epsilon_{\text{end-ppt}}$ (mm/m)  | 6,7             | 5,5             | 7,2          | 5,3          | 4,6             | 5,5             | 4,8                           | 4,3             | 6,5             | 6,3             |
| « Mesure – Flèche au centre »              | $\sigma_1$ (MPa)                    | 9,1             | 9,4             | 9,6          | 9,7          | 10,0            | 10,3            | 9,1                           | 9,3             | 11,3            | 10,9            |
|  | $\sigma_2$ (MPa)                    | 11,5            | 12,3            | 10,2         | 12,6         | 10,2            | 10,8            | 10,1                          | 9,3             | 11,3            | 10,9            |
|  | $\epsilon_1$ (mm/m)                 | 0,151           | 0,156           | 0,173        | 0,184        | 0,199           | 0,190           | 0,176                         | 0,169           | 0,219           | 0,208           |
|  | $\epsilon_{\text{end-ppt}}$ (mm/m)  | 7,5             | 6,8             | 8,6          | 6,8          | 5,6             | 8,4             | 6,1                           | 5,9             | 7,2             | 8,7             |
| (Qian et Li, 2007, 2008)                   | $\sigma_1$ (MPa)                    | 11,0            | 11,1            | 11,0         | 12,3         | 11,0            | 11,0            | 10,1                          | 9,9             | 12              | 11,9            |
|  | $\sigma_2$ (MPa)                    | 11,0            | 11,1            | 11,0         | 12,3         | 11,0            | 11,0            | 10,1                          | 9,9             | 12              | 11,9            |
|  | $\epsilon_1$ (mm/m)                 | 0,185           | 0,185           | 0,199        | 0,233        | 0,218           | 0,203           | 0,197                         | 0,181           | 0,233           | 0,226           |
|  | $\epsilon_{\text{end-simp}}$ (mm/m) | 7,1             | 6,6             | 7,2          | 7,8          | 4,8             | 6,1             | 5,3                           | 4,3             | 6,1             | 6,3             |
| (Qian et Li, 2007, 2008) - modifiée        | $\sigma_1$ (MPa)                    | 10,7            | 10,8            | 10,6         | 11,9         | 10,7            | 10,6            | 9,9                           | 9,6             | 11,7            | 11,5            |
|  | $\sigma_2$ (MPa)                    | 10,7            | 10,8            | 10,6         | 11,9         | 10,7            | 10,6            | 9,9                           | 9,6             | 11,7            | 11,5            |
|  | $\epsilon_1$ (mm/m)                 | 0,180           | 0,179           | 0,192        | 0,226        | 0,212           | 0,197           | 0,192                         | 0,176           | 0,227           | 0,219           |
|  | $\epsilon_{\text{end-simp}}$ (mm/m) | 9,3             | 9,2             | 9,4          | 10,2         | 6,2             | 8,4             | 6,8                           | 5,9             | 7,9             | 8,7             |
| (JCI, 2005) et<br>(Kanakubo, 2006)         | $\sigma_1$ (MPa)                    | -               | -               | -            | 11,5         | -               | -               | -                             | -               | -               | -               |
|  | $\sigma_2$ (MPa)                    | -               | -               | -            | 11,5         | -               | -               | -                             | -               | -               | -               |
|  | $\epsilon_1$ (mm/m)                 | -               | -               | -            | 0,193        | -               | -               | -                             | -               | -               | -               |
|  | $\epsilon_{\text{end-simp}}$ (mm/m) | -               | -               | -            | 10,7         | -               | -               | -                             | -               | -               | -               |



Tableau 2-26 Paramètres des courbes bilinéaires caractéristiques pour chaque groupe d'éprouvettes et pour chaque méthode d'analyse inverse

|   |  | B2A<br>5,1-30,5 | B2A<br>5,1-43,2 | B2A<br>10-40 | B2B<br>10-40 | F1A<br>5,1-30,5 | F1A<br>5,1-43,2 | F1B<br>5,1-30,5_43,2<br>scié | F2A<br>5,1-43,2 | F1C<br>5,1-30,5 | F1C<br>5,1-43,2 |
|---|--|-----------------|-----------------|--------------|--------------|-----------------|-----------------|------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| « Mesure – Déformation en face inférieure » | $\sigma_1^a$ (MPa)                       | 6,3             | 7,6             | 7,2          | 8,8          | 7,1             | 8,0             | 7,3                          | 5,9             | 8,4             | 8,7             |
|   | $\sigma_1^a$ (MPa)                       | 6,3             | 8,7             | 8,5          | 9,8          | 9,3             | 8,6             | 9,4                          | 8,3             | 8,5             | 10,5            |
|   | $\varepsilon_1^a$ (mm/m)                 | 0,104           | 0,126           | 0,114        | 0,147        | 0,115           | 0,144           | 0,139                        | 0,108           | 0,154           | 0,160           |
|   | $\varepsilon_{\text{min-ppt}}^a$ (mm/m)  | 7,40            | 6,80            | 6,40         | 6            | 3,50            | 6,44            | 3,35                         | 2,84            | 4,15            | 5,15            |
| (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011)   | $\sigma_1^a$ (MPa)                       | 6,8             | 8,3             | 8,5          | 9,8          | 8,0             | 8,6             | 7,6                          | 6,7             | 9,3             | 9,8             |
|   | $\sigma_1^a$ (MPa)                       | 6,8             | 9,3             | 8,8          | 10,4         | 10,3            | 8,6             | 9,3                          | 8,8             | 9,3             | 10,9            |
|   | $\varepsilon_1^a$ (mm/m)                 | 0,114           | 0,138           | 0,154        | 0,186        | 0,159           | 0,160           | 0,149                        | 0,122           | 0,201           | 0,186           |
|   | $\varepsilon_{\text{min-ppt}}^a$ (mm/m)  | 4,8             | 5,6             | 5,8          | 5,3          | 2,6             | 4,8             | 3,1                          | 2,5             | 3,8             | 3,9             |
| « Mesure – Flèche au centre »               | $\sigma_1^a$ (MPa)                       | 6,6             | 8,0             | 8,2          | 8,9          | 7,9             | 8,4             | 7,8                          | 6,7             | 9,0             | 9,6             |
|   | $\sigma_1^a$ (MPa)                       | 6,6             | 9,1             | 8,5          | 10,5         | 9,6             | 8,6             | 9,3                          | 7,8             | 9,0             | 9,9             |
|   | $\varepsilon_1^a$ (mm/m)                 | 0,110           | 0,133           | 0,148        | 0,168        | 0,158           | 0,154           | 0,151                        | 0,123           | 0,174           | 0,182           |
|   | $\varepsilon_{\text{min-ppt}}^a$ (mm/m)  | 6,4             | 7,7             | 7,5          | 6,7          | 3,8             | 6,3             | 3,9                          | 3,3             | 4,5             | 5,2             |
| (Qian et Li, 2007, 2008)                    | $\sigma_1^d$ (MPa)                       | 6,9             | 9,1             | 9,5          | 10,2         | 10,3            | 9,1             | 9,0                          | 8,2             | 9,3             | 10,5            |
|   | $\sigma_1^d$ (MPa)                       | 6,9             | 9,1             | 9,5          | 10,2         | 10,3            | 9,1             | 9,0                          | 8,2             | 9,3             | 10,5            |
|   | $\varepsilon_1^d$ (mm/m)                 | 0,115           | 0,152           | 0,172        | 0,193        | 0,205           | 0,168           | 0,175                        | 0,151           | 0,181           | 0,200           |
|   | $\varepsilon_{\text{min-simp}}^d$ (mm/m) | 4,4             | 5,6             | 5,8          | 6            | 2,9             | 4,6             | 3,1                          | 2,5             | 3,8             | 3,9             |
| (Qian et Li, 2007, 2008) - modifiée         | $\sigma_1^d$ (MPa)                       | 6,7             | 8,8             | 9,2          | 10,1         | 10,0            | 8,8             | 8,8                          | 8,0             | 9,1             | 10,2            |
|   | $\sigma_1^d$ (MPa)                       | 6,7             | 8,8             | 9,2          | 10,1         | 10,0            | 8,8             | 8,8                          | 8,0             | 9,1             | 10,2            |
|   | $\varepsilon_1^d$ (mm/m)                 | 0,112           | 0,147           | 0,167        | 0,192        | 0,200           | 0,162           | 0,170                        | 0,146           | 0,176           | 0,193           |
|   | $\varepsilon_{\text{min-simp}}^d$ (mm/m) | 5,7             | 7,7             | 7,5          | 7,7          | 3,7             | 6,3             | 3,9                          | 3,3             | 4,8             | 5,2             |
| (JCI, 2005) et<br>(Kanakubo, 2006)          | $\sigma_1^d$ (MPa)                       | -               | -               | -            | 9,8          | -               | -               | -                            | -               | -               | -               |
|   | $\sigma_1^d$ (MPa)                       | -               | -               | -            | 9,8          | -               | -               | -                            | -               | -               | -               |
|   | $\varepsilon_1^d$ (mm/m)                 | -               | -               | -            | 0,164        | -               | -               | -                            | -               | -               | -               |
|   | $\varepsilon_{\text{min-simp}}^d$ (mm/m) | -               | -               | -            | 6            | -               | -               | -                            | -               | -               | -               |

L'analyse « Mesure - Déformation en face inférieure » est choisie comme méthode de référence car c'est elle qui nécessite le moins d'hypothèses préalables, entraînant ainsi en théorie moins d'artefacts. Toutes les comparaisons sont donc menées par référence aux résultats de cette analyse.

Pour les méthodes « point par point », en considérant la contrainte moyenne de la partie post-fissuration des courbes bilinéaires  $[(\sigma_1 + \sigma_2)/2]$ , la surestimation moyenne de la résistance en traction (pour l'ensemble des groupes d'éprouvettes ayant présenté un caractère multi-fissurant) due à la relation adoptée pour relier la courbure à la flèche, est égale à :

- 4 % avec un maximum proche de 6 % pour les courbes moyennes
- 7,5 % avec un maximum proche de 11 % pour les courbes caractéristiques

En termes de capacité de déformation, la sous-estimation moyenne de la déformation correspondant à la fin de la phase de multi-fissuration obtenue avec la méthode inverse de (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011) est égale à :

- 17 % avec un maximum proche de 32 % pour les courbes moyennes
- 18 % avec un maximum proche de 35 % pour les courbes caractéristiques

Ces résultats confirment les conclusions de l'étude paramétrique décrite dans le chapitre 1. L'impact de l'hypothèse utilisée pour lier la courbure à la flèche est faible vis-à-vis de l'estimation de la résistance en traction mais il n'est pas négligeable en ce qui concerne la détermination de la déformation correspondant au moment maximal.

En appliquant une approche similaire, il est possible de comparer les deux méthodes inverses proposées « Mesure – Déformation en face inférieure » et « Mesure – Flèche au centre ». Pour l'estimation de la résistance en traction :

- la moyenne des valeurs absolues des écarts est égale à 1,2 % avec un maximum proche de 2,9 % pour les courbes moyennes,
- la moyenne des valeurs absolues des écarts est égale à 4 % avec un maximum proche de 6,7 % pour les courbes caractéristiques.

En termes de capacité de déformation, la moyenne des valeurs absolues des écarts entre les deux méthodes est égale à :

- 7,7 % avec un maximum proche de 12,6 % pour les courbes moyennes
- 9,8 % avec un maximum proche de 15,6 % pour les courbes caractéristiques

Contrairement à la méthode inverse de (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011), aucune tendance particulière visant à une surestimation ou une sous-estimation de la capacité de déformation n'a été identifiée. Ainsi il semble possible de déterminer sans biais la loi « contrainte – déformation » des BFUP dans une configuration de flexion quatre points en utilisant une analyse inverse basée sur un calcul « réel » de la flèche (double intégration de la courbure).

Concernant les méthodes inverses simplifiées, la surestimation moyenne de la résistance en traction (pour l'ensemble des groupes d'éprouvettes ayant présenté un caractère multi-fissurant) est égale à :

- Courbes moyennes : 7,7 % avec un maximum proche de 12 % pour la méthode de (Qian et Li, 2007, 2008) et 5 % avec un maximum proche de 8 % pour la méthode de (Qian et Li, 2007, 2008) – modifiée.
- Courbes caractéristiques : 11,4 % avec un maximum proche de 21 % pour la méthode de (Qian et Li, 2007, 2008) et 8,9 % avec un maximum proche de 19 % pour la méthode de (Qian et Li, 2007, 2008) – modifiée.

Bien que la méthode de (Qian et Li, 2007, 2008) et celle de (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011) utilisent une relation similaire pour lier la courbure à la flèche, la surestimation de la résistance en traction est plus importante dans le cas de la méthode de (Qian et Li, 2007, 2008) en raison de l'hypothèse d'une distribution constante des contraintes dans la zone tendue.

En termes de capacité de déformation, l'écart moyen est égal à :

- Courbes moyennes : 16 % avec un maximum proche de 30 % pour la méthode de (Qian et Li, 2007, 2008) et 15 % avec un maximum proche de 40 % pour la méthode de (Qian et Li, 2007, 2008) – modifiée.
- Courbes caractéristiques : 17 % avec un maximum proche de 41 % pour la méthode de (Qian et Li, 2007, 2008) et 12 % avec un maximum proche de 30 % pour la méthode de (Qian et Li, 2007, 2008) – modifiée.

Contrairement à la méthode de (Qian et Li, 2007, 2008) – modifiée, l'analyse inverse de (Qian et Li, 2007, 2008) sous-estime de manière quasi systématique la capacité de déformation. La seule exception concerne le groupe d'éprouvettes B2B\_10-40 qui est caractérisé par un écart important entre la déformation correspondant au maximum de la contrainte équivalente (au niveau de la courbe « Contrainte Equivalente – Déformation en fibre inférieure ou Flèche au centre ») et la déformation correspondant à une diminution irréversible de la contrainte au niveau de la courbe « contrainte – déformation ». En effet l'initiation d'un comportement adoucissant en fibre inférieure s'accompagne d'une augmentation de la hauteur tendue et donc du bras de levier interne. Ainsi, dans le cas d'un comportement faiblement adoucissant, le moment repris par la section fissurée après localisation peut être légèrement supérieur à celui correspondant à la localisation.

L'exemple du groupe de prismes B2B\_10-40 montre l'intérêt d'utiliser une méthode « point par point » vis-à-vis de l'identification de la localisation de la fissure.

Bien que la méthode de (Qian et Li, 2007, 2008) et celle de (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011) utilisent une relation similaire pour lier la courbure à la flèche, la sous-estimation de la capacité de déformation est plus importante dans le cas de la méthode de (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011) car, au niveau de la détermination correspondant à la fin de la phase de multi-fissuration, celle-ci prend en compte une éventuelle diminution irréversible de la contrainte en fibre inférieure avant d'atteindre le maximum de la contrainte équivalente. Pour cette même raison, en termes de capacité de déformation, l'écart avec la méthode « Mesure - Déformation en face inférieure » est plus important dans le cas de la méthode simplifiée (Qian et Li, 2007, 2008) – modifiée en comparaison avec l'analyse proposée « Mesure – Flèche au centre ».

Les Tableau 2-27 et Tableau 2-28 résument les avantages et inconvénients de chaque méthode inverse testée.

On a considéré que la description « point par point » était un avantage par fidélité au comportement expérimental obtenu, permettant une meilleure exploitation des performances du matériau. On a également considéré que la capacité à repérer fidèlement la localisation était un gage de sûreté dans l'emploi de la méthode.

Tableau 2-27 Synthèse des différentes méthodes inverses testées

| “point par point”<br>/<br>méthodes simplifiées | Méthodes d’analyse<br>inverse             | Avantages  | Inconvénients  |
|--|---|--|--|
| Méthodes “point par point”                     | “Mesure – Déformation en face inférieure” | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Loi « contrainte – déformation » point par point</li> <li>- Capacité d’identifier une éventuelle diminution de la contrainte en fibre inférieure avant d’atteindre le chargement maximal</li> <li>- Détermination expérimentale de la localisation de la fissure</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Post traitement : itérations nécessaires pour chaque point « Contrainte Equivalente – Déformation en face inférieure mesurée »</li> </ul>   |
|  | (Chanvillard, 2006)                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Loi « contrainte – déformation » point par point</li> <li>- Capacité d’identifier une éventuelle diminution de la contrainte en fibre inférieure avant d’atteindre le chargement maximal</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Post traitement : itérations nécessaires pour chaque point « Contrainte Equivalente – Flèche au centre »</li> <li>- Légère surestimation de la résistance en traction</li> <li>- Sous-estimation de la capacité de déformation</li> </ul> |
|  | « Mesure – Flèche au centre »             | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Loi « contrainte – déformation » point par point</li> <li>- Capacité d’identifier une éventuelle diminution de la contrainte en fibre inférieure avant d’atteindre le chargement maximal</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Deux analyses inverses nécessaires</li> <li>- Itérations nécessaires pour chaque point des courbes « Flèche au centre – Courbure » et « Contrainte Equivalente – Courbure »</li> </ul>  |

Tableau 2-28 Synthèse des différentes méthodes inverses testées (suite)

| “point par point”<br>/<br>méthodes simplifiées | Méthodes d’analyse<br>inverse       | Avantages  | Inconvénients   |
|--|-------------------------------------|--|---|
| Méthodes simplifiées                           | (Qian et Li, 2007, 2008)            | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Simplicité du post-traitement (pas d’itérations, pas de calculs)</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Courbes « enveloppes » à construire pour chaque taille d’éprouvettes et chaque configuration d’essais</li> <li>- Légère surestimation de la résistance en traction</li> <li>- Sous-estimation de la capacité de déformation</li> <li>- Incapacité d’identifier une éventuelle diminution de la contrainte en fibre inférieure avant d’atteindre le chargement maximal</li> </ul> |
|  | (Qian et Li, 2007, 2008) - modifiée | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Simplicité du post-traitement (pas d’itérations, pas de calculs)</li> <li>- Estimation de la capacité réelle de déformation lorsque la localisation de la fissure intervient au niveau du chargement maximal</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Courbes « enveloppes » à construire pour chaque taille d’éprouvettes et chaque configuration d’essais</li> <li>- Légère surestimation de la résistance en traction</li> <li>- Incapacité d’identifier une éventuelle diminution de la contrainte en fibre inférieure avant d’atteindre le chargement maximal</li> </ul>  |
|  | (JCI, 2005 ; Kanakubo, 2006)        | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Simplicité du post-traitement (pas d’itérations)</li> <li>- Estimation de la capacité réelle de déformation lorsque la localisation de la fissure intervient au niveau du chargement maximal</li> </ul>                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Légère surestimation de la résistance en traction</li> <li>- Incapacité d’identifier une éventuelle diminution de la contrainte en fibre inférieure avant d’atteindre le chargement maximal</li> </ul>   |

### BFUP présentant une multi macrofissuration

Quatre groupes d'éprouvettes ont présenté en flexion un comportement avec multi-macrofissuration (Tableau 2-20). La méthodologie d'exploitation des résultats présentée en Figure 2-49 leur a été appliquée afin d'obtenir une courbe « contrainte – ouverture de fissure » supposée intrinsèque. La confrontation des différentes variantes dans ce processus d'analyse inverse est détaillée ci-après.

#### Détails sur les différents paramètres intervenant dans les méthodes inverses

Pour chaque groupe d'éprouvettes ayant présenté une multi-macrofissuration, le Tableau 2-29 donne les valeurs des rapports  $s_{\text{moyen}} / h$  (avec  $h$  la hauteur du prisme) [voir Figure 2-45] et  $s_{\text{moyen-fissure-critique}} / h$  (voir Figure 2-46) pour chaque prisme.

Tableau 2-29 Valeurs des rapports  $s_{\text{moyen}}/h$  et  $s_{\text{moyen-fissure-critique}}/h$  pour chaque éprouvette

| Groupe d'éprouvettes | Prisme n°  | $\frac{s_{\text{moyen}}}{h}$ | Moyenne                      | $\frac{s_{\text{moyen-fissure-critique}}}{h}$ | Moyenne                                       |
|----------------------|------------|------------------------------|------------------------------|---|---|
|                      |            |                              | $\frac{s_{\text{moyen}}}{h}$ |   | $\frac{s_{\text{moyen-fissure-critique}}}{h}$ |
| F1A_5,1-30,5         | Prisme n°4 | 0,48                         | 0,56                         | 0,49  | 0,61  |
|                      | Prisme n°5 | 0,63                         |                              | 0,73  |   |
|                      | Prisme n°6 | 0,58                         |                              | 0,62  |   |
| F1B_5,1-30,5         | Prisme n°2 | 0,49                         | 0,67                         | 0,50  | 0,67  |
|                      | Prisme n°3 | 0,70                         |                              | 0,70  |   |
|                      | Prisme n°4 | 0,79                         |                              | 0,79  |   |
|                      | Prisme n°6 | 0,68                         |                              | 0,68  |   |
| F1B_5,1-43,2         | Prisme n°2 | 0,60                         | 0,63                         | 0,72  | 0,67  |
|                      | Prisme n°3 | 0,78                         |                              | 0,73  |   |
|                      | Prisme n°5 | 0,52                         |                              | 0,53  |   |
| F2A_5,1-30,5         | Prisme n°1 | 0,65                         | 0,68                         | 0,78  | 0,73  |
|                      | Prisme n°2 | 0,80                         |                              | 0,80  |   |
|                      | Prisme n°3 | 0,70                         |                              | 0,73  |   |
|                      | Prisme n°4 | 0,50                         |                              | 0,57  |   |
|                      | Prisme n°6 | 0,77                         |                              | 0,77  |   |

Les valeurs moyennes obtenues sont similaires à celles de (Behloul, 1996) [0,6 fois la hauteur en moyenne] issues d'une étude statistique sur l'espacement moyen des fissures étudié avec deux hauteurs différentes d'éprouvettes en BPR®. Elles sont également cohérentes avec  $L_c$  égale à  $2/3 \cdot h$  proposée par (AFGC-Sétra, 2002).

Afin de tester la pertinence d'une approche continue jusqu'au maximum de chargement (utilisée pour la méthode inverse basée sur la courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » que l'on nomme « Mesure – Flèche au centre – Ouverture de fissure »), on compare la flèche correspondant à un raccourcissement pour l'un des deux LVDTs et la flèche correspondant au moment maximal (voir Tableau 2-30). On rappelle que pour chaque prisme, l'essai est arrêté lorsque la flèche au centre est égale à 2 mm pour les prismes de longueur 304,8 mm et 3 mm pour ceux dont la longueur est égale à 431,8 mm.

Tableau 2-30 Comparaison entre la flèche correspondant au raccourcissement de l'un des deux extensomètres et la flèche correspondant au chargement maximal

| Groupe d'éprouvettes | Prisme n°  | Flèche correspondant au raccourcissement de l'un des deux LVDTs (mm) | Flèche correspondant au moment maximal (mm) |
|----------------------|------------|--|---|
| F1A_5,1-30,5         | Prisme n°4 | 0,26   | 0,65  |
|                      | Prisme n°5 | 0,29   | 0,64  |
|                      | Prisme n°6 | 0,3  | 0,54  |
| F1B_5,1-30,5         | Prisme n°2 | 0,39   | 0,4   |
|                      | Prisme n°3 | 0,72   | 0,72  |
|                      | Prisme n°4 | 0,38   | 0,41  |
|                      | Prisme n°6 | 0,32   | 0,32  |
| F1B_5,1-43,2         | Prisme n°2 | 0,55   | 0,55  |
|                      | Prisme n°3 | 1,12   | 1,14  |
|                      | Prisme n°5 | 1,27   | 1,28  |
| F2A_5,1-30,5         | Prisme n°1 | 0,22   | 0,44  |
|                      | Prisme n°2 | 0,34   | 0,59  |
|                      | Prisme n°3 | 0,44   | 0,44  |
|                      | Prisme n°4 | 0,78   | 0,8   |
|                      | Prisme n°6 | 0,39   | 0,39  |

Dans la majorité des cas, le moment maximal correspond à la localisation d'une fissure critique. Par rapport à ce paramètre, l'approche continue jusqu'au chargement maximal semble pertinente. Toutefois, pour certains prismes (notamment ceux du groupe d'éprouvettes F1A\_5,1-30,5), la localisation de la fissure peut précéder le moment maximal de manière relativement importante. Cela signifie que dans certains cas, lorsque le BFUP est faiblement adoucissant, l'augmentation de la hauteur tendue et donc du bras de levier interne sont suffisants pour permettre de reprendre un moment supérieur au moment correspondant à la localisation de la fissure. Pour ces cas, l'utilisation de l'approche continue risque d'entraîner une sous-estimation de l'ouverture de fissure et donc une légère surestimation de la résistance en traction.

Pour appliquer la méthode inverse basée sur la courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre », une fois le chargement maximal atteint et la fissure critique localisée, une relation directe entre l'ouverture de la fissure et la valeur de la flèche au centre a été établie. La mesure de l'ouverture de la fissure critique à l'aide d'un extensomètre nous permet de vérifier la justesse de cette relation. Le Tableau 2-31 donne les valeurs absolues des écarts entre la valeur mesurée de l'ouverture de la fissure et celle évaluée à partir de la relation adoptée (voir également Figure 2-111). On note que l'excentrement des capteurs par rapport à la face inférieure entraîne une surestimation de l'ouverture de fissure qui a été corrigée lors de l'analyse inverse :

$$w_{0,i} = \frac{\alpha_i \cdot h}{\alpha_i \cdot h + Exc} \times w_{0,i-mesurée}, \text{ avec } \alpha_i \text{ la hauteur fissurée.}$$

Les résultats présentés au Tableau 2-31 correspondent :

- Aux ouvertures de fissures corrigées, diminuées de l'ouverture de fissure (corrigée) concomitante au chargement maximal :

$$W_{Après-M \max\_corrigée} = W_{\_corrigée} - W_{M \max\_corrigée} .$$

- Aux flèches au centre diminuées de la flèche concomitante au chargement maximal :

$$\delta_{centre-Après-M \max} = \delta_{centre} - \delta_{centre-M \max} .$$

Le Tableau 2-32 donne les valeurs du paramètre  $\beta$  définissant la position de l'ouverture de fissure pour chaque prisme (voir Figure 2-48). Ce paramètre est nécessaire pour déterminer l'ouverture de la fissure critique à partir de la mesure de la flèche au centre.



Tableau 2-31 Valeurs absolues des écarts entre l'ouverture de fissure estimée à partir de la flèche au centre et l'ouverture mesurée

| Groupe d'éprouvettes | Prisme n°  | Valeur absolue de l'écart entre l'ouverture de fissure estimée et l'ouverture mesurée<br>Moyenne (%) | Valeur absolue de l'écart entre l'ouverture de fissure estimée et l'ouverture mesurée<br>Maximum (%) |
|----------------------|------------|--|--|
| F1A_5,1-30,5         | Prisme n°4 | 2,7  | 9,8  |
|                      | Prisme n°5 | 2,5  | 11,0   |
|                      | Prisme n°6 | 4,4  | 32,0   |
| F1B_5,1-30,5         | Prisme n°2 | 10,8   | 54,4   |
|                      | Prisme n°3 | 1,3  | 11,2   |
|                      | Prisme n°4 | 5,5  | 22,0   |
|                      | Prisme n°6 | 17,7   | 90,1   |
| F1B_5,1-43,2         | Prisme n°2 | 3,5  | 22,1   |
|                      | Prisme n°3 | 4,3  | 13,7   |
|                      | Prisme n°5 | 8,9  | 36,0   |
| F2A_5,1-30,5         | Prisme n°1 | 3,1  | 5,5  |
|                      | Prisme n°2 | 12,1   | 15,3   |
|                      | Prisme n°3 | 1,2  | 33,7   |
|                      | Prisme n°4 | 4,8  | 17,6   |
|                      | Prisme n°6 | 5,9  | 29,8   |

Tableau 2-32 Valeurs du paramètre définissant la position de la fissure critique pour chaque éprouvette

| Groupe d'éprouvettes | Prisme n°  | Valeur du paramètre $\beta$ définissant la position de la fissure critique |
|----------------------|------------|--|
| F1A_5,1-30,5         | Prisme n°4 | 0,45   |
|                      | Prisme n°5 | 0,45   |
|                      | Prisme n°6 | 0,42   |
| F1B_5,1-30,5         | Prisme n°2 | 0,46   |
|                      | Prisme n°3 | 0,35   |
|                      | Prisme n°4 | 0,45   |
|                      | Prisme n°6 | 0,47   |
| F1B_5,1-43,2         | Prisme n°2 | 0,48   |
|                      | Prisme n°3 | 0,41   |
|                      | Prisme n°5 | 0,45   |
| F2A_5,1-30,5         | Prisme n°1 | 0,37   |
|                      | Prisme n°2 | 0,38   |
|                      | Prisme n°3 | 0,36   |
|                      | Prisme n°4 | 0,41   |
|                      | Prisme n°6 | 0,39   |

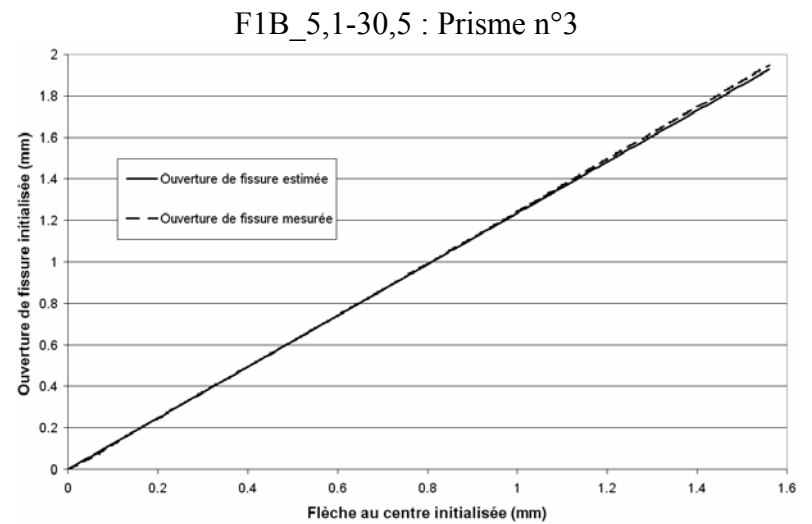
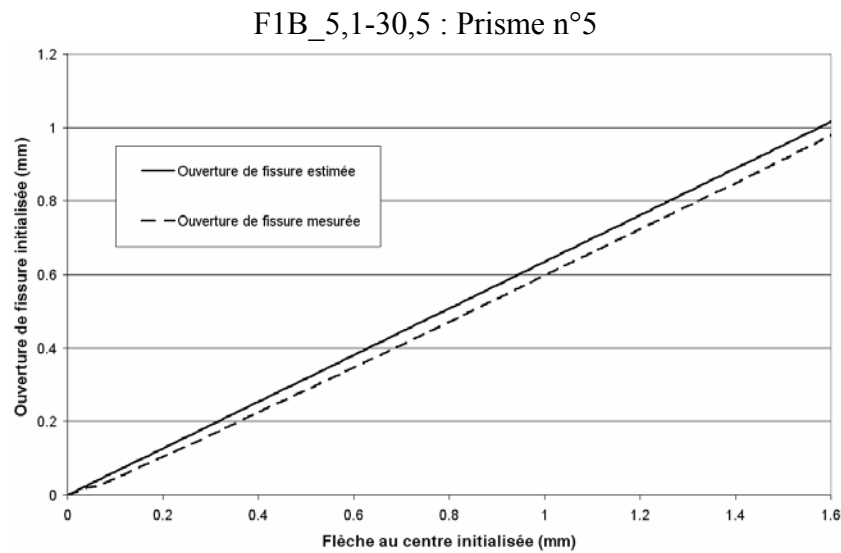
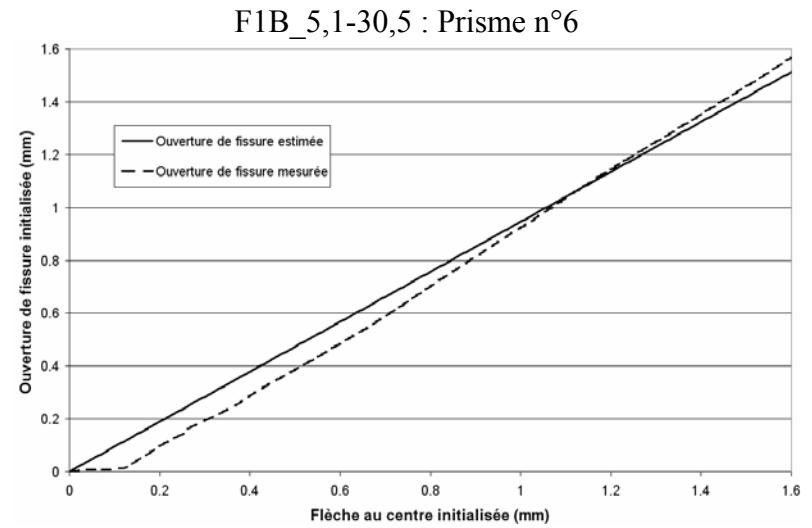
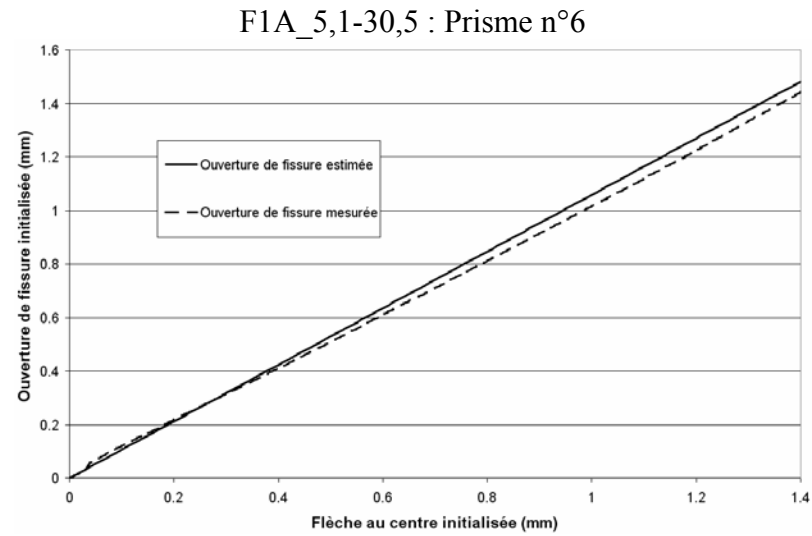


Figure 2-111 Comparaison entre l'ouverture de fissure estimée et l'ouverture de fissure mesurée en fonction de l'évolution de la flèche au centre initialisée

Dans la majorité des cas, la moyenne des valeurs absolues des écarts entre l'ouverture de fissure estimée et l'ouverture mesurée est inférieure à 10 %. Cela montre l'efficacité de la relation adoptée pour relier l'ouverture de la fissure critique et la flèche au centre. Au niveau de la fissure localisée (une fois l'effort maximal dépassé) la hauteur fissurée est très proche de la hauteur du prisme.

L'écart maximal est souvent élevé (supérieur à 20 %). En effet il correspond la plupart du temps à de faibles ouvertures de fissures initialisées. Ainsi, bien que la différence entre les deux ouvertures soit faible, l'écart relatif peut être relativement grand.

### *Résultats des différentes analyses inverses*

Pour chaque groupe d'éprouvettes ayant présenté un comportement multi-macrofissurant, soit F1A\_5,1-30,5 (partiellement), F1B\_5,1-30,5, F1B\_5,1-43,2 et F2A\_5,1-30,5, trois graphiques sont présentés (voir Figure 2-112 à Figure 2-119):

- Pour chaque prisme, les courbes « contrainte – ouverture de fissure » obtenues à partir de l'analyse inverse que l'on nomme « Mesure – Ouverture de fissure » utilisant la mesure des extensomètres placés en fibre inférieure. Les courbes moyennes et caractéristiques sont également détaillées.
- Pour chaque prisme, les courbes « contrainte – ouverture de fissure » obtenues à partir de l'analyse inverse « Mesure – Flèche au centre – Ouverture de fissure » utilisant la mesure de la flèche au centre. Les courbes moyennes et caractéristiques sont également détaillées.
- Pour chaque groupe d'éprouvettes, les courbes moyennes et caractéristiques obtenues avec les deux analyses inverses.

En comparaison de la méthode « Mesure – Ouverture de fissure », la courbe moyenne obtenue en adoptant l'hypothèse de (Casanova, 1995) est également tracée. Cette hypothèse considère que la zone perturbée s'étend sur une distance égale à deux fois la hauteur fissurée (et non sur une distance égale à l'espacement moyen des fissures  $S_{\text{moyen-fissure-critique}}$ ).

Chaque courbe « contrainte – ouverture de fissure » est échantillonnée et lissée à partir d'une interpolation polynomiale du troisième degré avec un intervalle de 0,025 mm.

Les courbes caractéristiques « point par point » sont obtenues en soustrayant à la valeur moyenne de contrainte l'écart type associé affecté du coefficient de Student correspondant au fractile 5%. Les courbes caractéristiques « brutes » étant relativement « chahutées », elles sont lissées à partir d'une interpolation linéaire avec un intervalle de 0,025 mm. Cet intervalle permet d'avoir un lissage qui élimine les valeurs aberrantes tout en gardant l'essentiel de la forme de la courbe initiale.

Pour chaque groupe d'éprouvettes, l'ouverture maximale de fissure bornant les graphiques correspond à la plus petite valeur d'ouverture de fissure concomitante à une flèche de 2 mm pour les prismes de 304,8 mm de long et 3 mm pour les prismes de 431,8 mm de long.

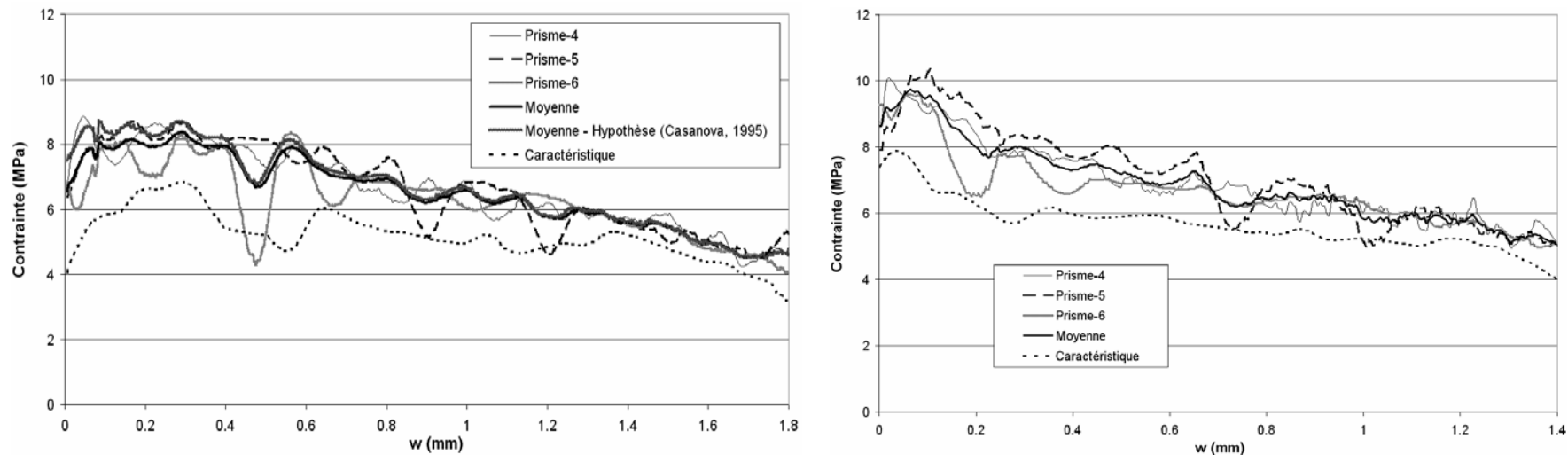


Figure 2-112 F1A\_5,1-30,5 : Courbes « contrainte – ouverture de fissure » obtenues à partir des différentes analyses inverses (A gauche : « Mesure – Ouverture de fissure » ; A droite : « Mesure – Flèche au centre – Ouverture de fissure »)

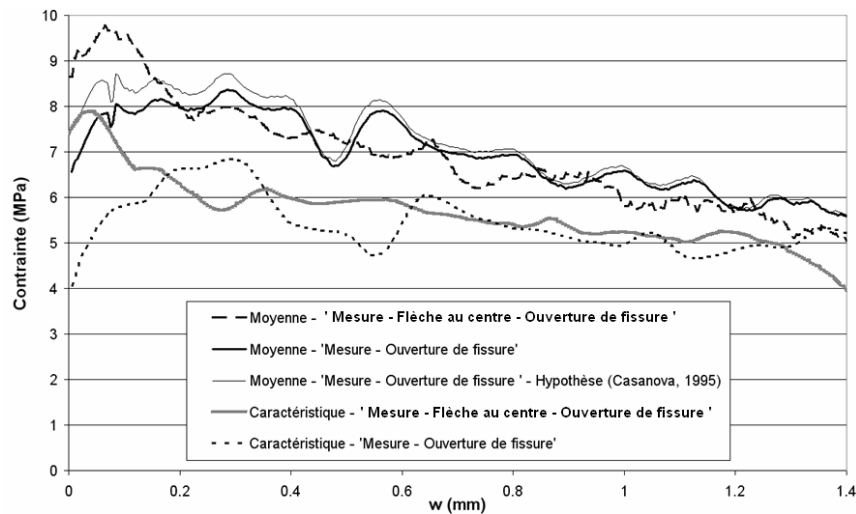


Figure 2-113 F1A\_5,1-30,5 : Courbes « contrainte – ouverture de fissure » moyennes et caractéristiques obtenues à partir des deux analyses inverses

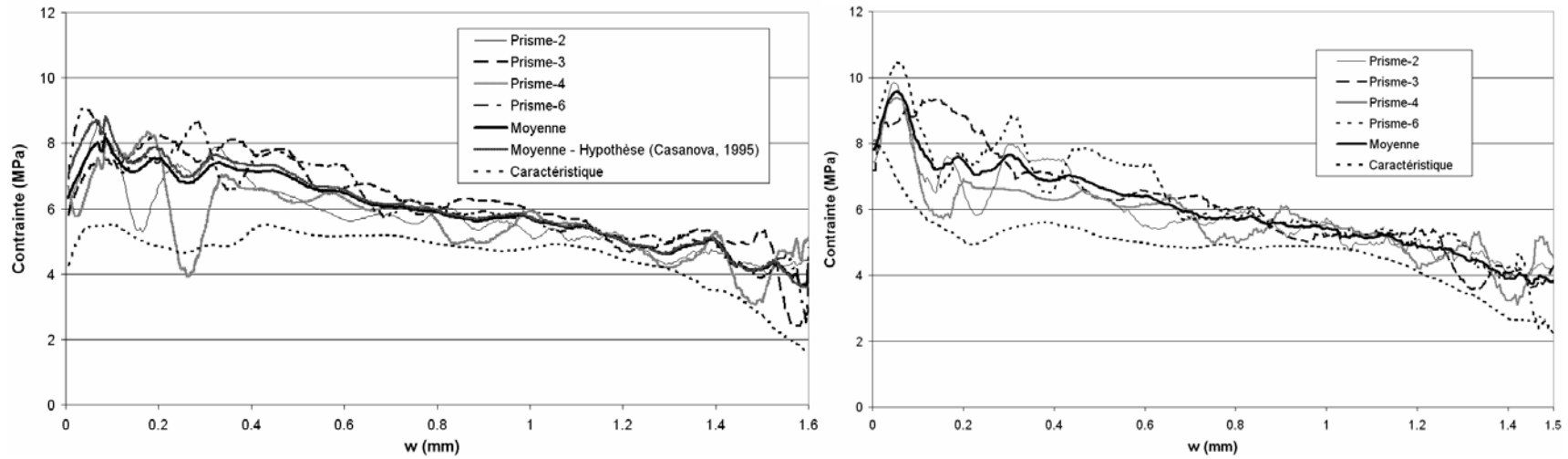


Figure 2-114 F1B\_5,1-30,5 : Courbes « contrainte – ouverture de fissure » obtenues à partir des différentes analyses inverses (A gauche : « Mesure – Ouverture de fissure » ; A droite : « Mesure – Flèche au centre – Ouverture de fissure »)

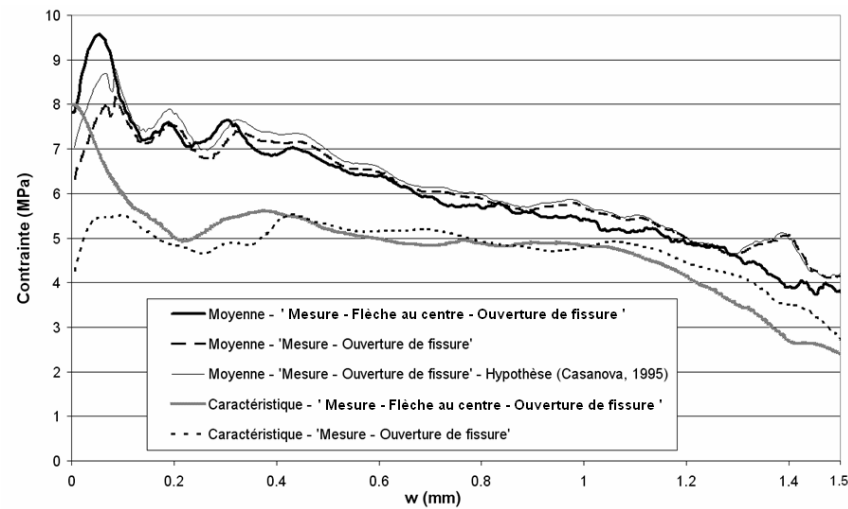


Figure 2-115 F1B\_5,1-30,5 : Courbes « contrainte – ouverture de fissure » moyennes et caractéristiques obtenues à partir des deux analyses inverses

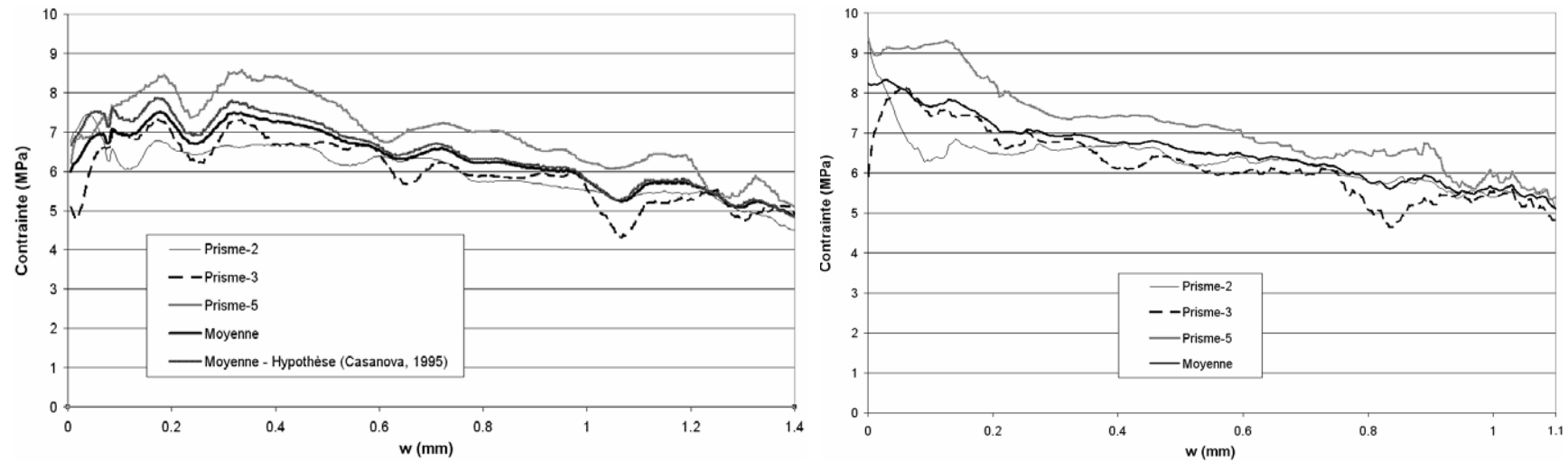


Figure 2-116 F1B\_5,1-43,2 : Courbes « contrainte – ouverture de fissure » obtenues à partir des différentes analyses inverses (A gauche : « Mesure – Ouverture de fissure » ; A droite : « Mesure – Flèche au centre – Ouverture de fissure »)

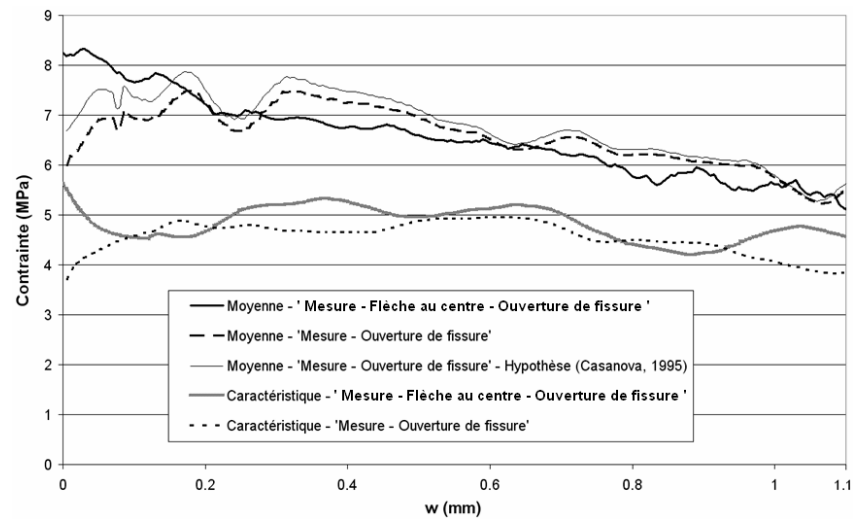


Figure 2-117 F1B\_5,1-43,2 : Courbes « contrainte – ouverture de fissure » moyennes et caractéristiques obtenues à partir des deux analyses inverses

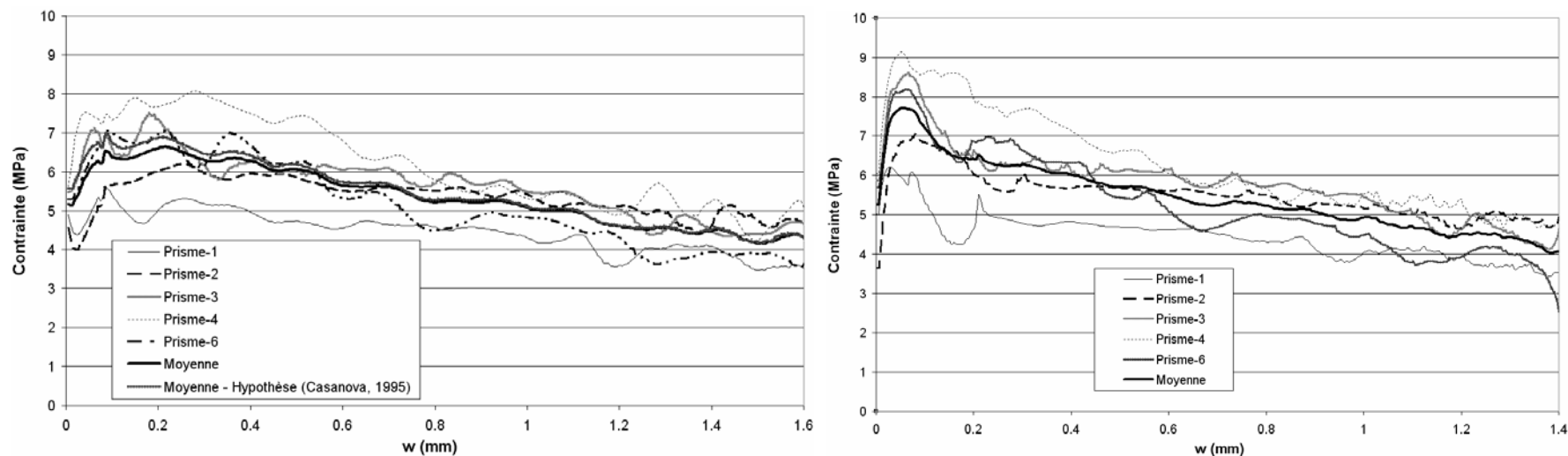


Figure 2-118 F2A\_5,1-30,5 : Courbes « contrainte – ouverture de fissure » obtenues à partir des différentes analyses inverses (A gauche : « Mesure – Ouverture de fissure » ; A droite : « Mesure – Flèche au centre – Ouverture de fissure »)

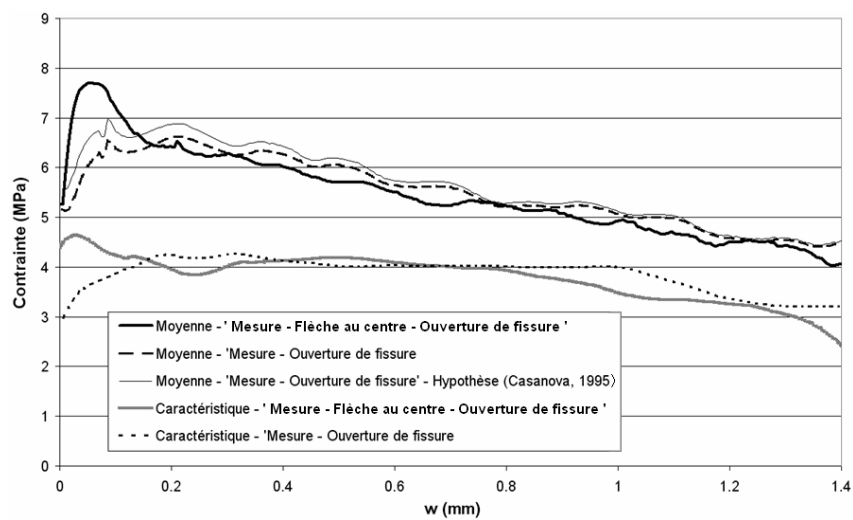


Figure 2-119 F2A\_5,1-30,5 : Courbes « contrainte – ouverture de fissure » moyennes et caractéristiques obtenues à partir des deux analyses inverses

L'analyse « Mesure - Ouverture de fissure » est choisie comme méthode de référence car c'est elle qui nécessite le moins d'hypothèses préalables, entraînant ainsi en théorie moins d'artefacts. De plus, l'impact de l'hypothèse principale, portant sur l'étendue de la zone perturbée autour de la fissure (espacement moyen des fissures  $s_{\text{moyen-fissure-critique}}$  ou deux fois la hauteur fissurée), reste relativement faible (inférieur à 10 %) jusqu'à une ouverture de fissure de l'ordre de 0,2 mm et quasiment négligeable au-delà. En effet l'équation cinématique utilisée dans l'analyse inverse s'exprime de la manière suivante :

$$w_0 = \frac{\alpha \cdot h}{3} \times L_c \times (\phi_m + 2 \cdot \phi_e), \text{ avec } L_c = s_{\text{moyen-fissure-critique}} \text{ ou } 2 \cdot \alpha \cdot h \text{ (Casanova, 1995)}$$

Ainsi il est possible d'exprimer la courbure au niveau de la zone non fissurée  $\phi_m$  en fonction notamment de l'ouverture de fissure et de la longueur caractéristique  $L_c$  :

$$\phi_m = w_0 \times \frac{3}{L_c} \times \frac{1}{\alpha \cdot h} - 2 \cdot \phi_e$$

Pour de faibles ouvertures de fissures, le paramètre  $L_c$  a donc une certaine influence. Plus cette longueur est importante ( $2 \cdot \alpha \cdot h > s_{\text{moyen-fissure-critique}}$ ), plus la courbure  $\phi_m$  est faible et la contrainte de traction doit être élevée pour reprendre le moment sollicitant.

Pour des ouvertures de fissure plus importantes, le paramètre  $w_0$  devient prépondérant et l'étendue de la zone perturbée autour de la fissure n'affecte que très peu les résultats de l'analyse inverse.

La fiabilité de la méthode « Mesure – Flèche au centre – Ouverture de fissure » est donc évaluée à partir des comparaisons menées par référence aux résultats de l'analyse « Mesure - Ouverture de fissure ».

L'approche continue utilisée dans la méthode « Mesure – Flèche au centre – Ouverture de fissure » jusqu'à l'atteinte du chargement maximal semble avoir deux conséquences principales :

- Sous-estimation de l'ouverture de fissure.
- Surestimation de la résistance en traction.

En effet, lors de la phase de multi-macrofissuration, l'hypothèse d'un développement similaire de chaque fissure semble trouver certaines limites. Dans un certain nombre de cas, dès la phase de multi-macrofissuration, une fissure (qui deviendra la fissure de ruine une fois le moment maximal atteint) semble se développer de manière plus importante. Bien que la section du prisme correspondante ait une résistance en traction plus faible, celle-ci est compensée par une hauteur fissurée plus importante et donc un bras de levier interne plus grand.

Pour ce qui est de la surestimation de la résistance en traction, celle-ci est due à :

- La sous-estimation de l'ouverture de fissure qui implique une valeur plus faible de la courbure et donc une résistance en traction plus élevée pour un moment sollicitant donné.
- L'approche continue en « contrainte – déformation » avec  $\varepsilon = \frac{w_0}{s_{\text{moyen}}}$  et  $s_{\text{moyen}}$  de

l'ordre de  $2/3 \cdot h$  pour l'ensemble des groupes d'éprouvettes. Cette approche, quasi identique à celle donnée par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP, donne des résultats similaires à la méthode discrète de (Casanova, 1995) avec une étendue de la zone perturbée autour de la fissure égale à  $2 \cdot \alpha \cdot h$ .

Durant la phase de multi-macrofissuration, les deux causes cumulées entraînent une surestimation de la résistance en traction de l'ordre de 15 % en moyenne.



Une fois le moment maximal atteint avec le développement d'une fissure de ruine, les résultats obtenus avec les deux analyses inverses semblent confirmer l'efficacité de la relation adoptée pour relier l'ouverture de la fissure à la flèche au centre (voir Figure 2-111).

## 2.5 CONFRONTATION DES RESULTATS ANALYSES ISSUS DES ESSAIS DE TRACTION DIRECTE ET DE FLEXION QUATRE POINTS

### 2.5.1 TYPE DE COMPORTEMENT POST-FISSURATION ET COMPORTEMENT ELASTIQUE

#### 2.5.1.1 TYPE DE COMPORTEMENT POST-FISSURATION

Le Tableau 2-33 présente une synthèse des résultats obtenus avec les essais de traction directe et de flexion quatre points vis-à-vis de l'identification du comportement (écrouissant ou adoucissant) en traction des BFUP testés.

Tableau 2-33 Synthèses des résultats des essais de traction directe et de flexion quatre points vis-à-vis de l'identification du type comportement en traction des BFUP testés

| Groupes                | Essais de Traction Directe |                           |                                  | Essais de Flexion Quatre Points |                           |                                  |
|------------------------|----------------------------|---------------------------|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------|----------------------------------|
|                        | Nombre de prismes testés   | Ecrouissant / Adoucissant | Nombre de prismes pris en compte | Nombre de prismes testés        | Ecrouissant / Adoucissant | Nombre de prismes pris en compte |
| B2A_5,1-30,5           | 6                          | Ecrouissant               | 3                                | 5                               | Ecrouissant               | 5                                |
| B2A_5,1-43,2           | -                          | -                         | -                                | 6                               | Ecrouissant               | 6                                |
| B2A_10-40              | -                          | -                         | -                                | 6                               | Ecrouissant               | 6                                |
| B2B_10-40              | -                          | -                         | -                                | 5                               | Ecrouissant               | 5                                |
| F1A_5,1-30,5           | 6                          | Ecrouissant               | 2                                | 6                               | Ecrouissant / Adoucissant | 3 / 3                            |
| F1A_5,1-43,2           | 5                          | Ecrouissant               | 3                                | 5                               | Ecrouissant               | 5                                |
| F1B_5,1-30,5           | 6                          | Adoucissant               | 3                                | 6                               | Adoucissant               | 4                                |
| F1B_5,1-30,5_43,2-scié | -                          | -                         | -                                | 5                               | Ecrouissant               | 4                                |
| F1B_5,1-43,2           | -                          | -                         | -                                | 5                               | Adoucissant               | 3                                |
| F2A_5,1-30,5           | 6                          | Adoucissant               | 2                                | 6                               | Adoucissant               | 5                                |
| F2A_5,1-43,2           | 5                          | Ecrouissant               | 3                                | 5                               | Ecrouissant               | 5                                |
| F1C_5,1-30,5           | 6                          | Ecrouissant               | 4                                | 6                               | Ecrouissant               | 6                                |
| F1C_5,1-43,2           | 3                          | Ecrouissant               | 3                                | 5                               | Ecrouissant               | 5                                |

Pour l'ensemble des groupes de prismes testés, la démarche adoptée pour les essais de flexion quatre points avec une identification du comportement en traction du BFUP à partir notamment du relevé de fissures, semble permettre de retrouver le signe de l'écrouissage tel qu'identifié en traction directe. Cette analyse doit tout de même être remise dans le contexte de cette étude. Ainsi il convient de prendre garde au nombre de résultats pris en compte pour chaque groupe d'éprouvettes. Celui-ci diffère selon les groupes, surtout pour les essais de traction directe.

Pour les deux types d'essais, avec les analyses des résultats choisies, il semble donc nécessaire d'augmenter le nombre de prismes à tester initialement afin d'accroître le panel de résultats exploitables et de réaliser ainsi une véritable étude statistique.

### *2.5.1.2 COMPORTEMENT ELASTIQUE (LIMITE DE LINEARITE ET MODULE D'YOUNG)*

Le Tableau 2-34 présente les valeurs de certaines contraintes utiles à la détermination de limite de linéarité.

Pour les essais de traction directe, dans le cas d'un BFUP écrouissant, les contraintes de limite de linéarité obtenues à partir des essais de traction directe correspondant à la contrainte moyenne et à l'intersection des droites «  $E \cdot \varepsilon - \varepsilon$  » et Linéaire («  $\sigma - \varepsilon$  ») durant la phase de multi-fissuration ont été retenues, car elles ne sont pas perturbées par la flexion initiale amenée par le serrage des mors. Elles constituent donc une base de comparaison pertinente. Pour les BFUP ayant présenté un caractère adoucissant, soit F1B\_5,1-30,5 et F2A\_5,1-30,5, la contrainte maximale locale post-fissuration  $\sigma_{\max\text{-locale}}$  constitue une borne inférieure à la valeur de limite de linéarité.

Pour les essais de flexion quatre points, afin de conforter la détermination de la limite de linéarité, on a associé à la limite de linéarité moyenne obtenue à partir de la courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre », selon le protocole donné par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) [sans affectation du coefficient d'échelle] :

- dans le cas d'un BFUP multifissurant traduisant un comportement écrouissant, la contrainte  $\sigma_1^a$  issue de la courbe moyenne bilinéaire obtenue à partir de la méthode « Mesure – Déformation en face inférieure »
- dans le cas d'un BFUP multimacrofissurant traduisant un comportement adoucissant, la contrainte maximale (post-fissuration) de la courbe moyenne obtenue à partir de la méthode « Mesure - Ouverture de fissure »

Tableau 2-34 Valeurs de contraintes utiles à la détermination de la limite de linéarité (traction directe et flexion quatre points)

| Groupes d'éprouvettes  | Traction Directe  |  | Flexion 4 Points  |   |  |
|------------------------|---|--|---|---|--|
|                        | BFUP multifissurant<br>Contrainte correspondant à l'intersection des droites « E*ε-ε » et Linéaire (« σ-ε ») durant la phase de multi-fissuration (MPa) | BFUP monofissurant :<br>Contrainte maximale locale post-fissuration<br>$\sigma_{\max\text{-locale}}$ (MPa) | Limite de linéarité moyenne obtenue à partir de la courbe « CE – Flèche au centre » selon le protocole donné par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) (sans affectation du coefficient d'échelle) (MPa) | BFUP multifissurant<br>Contrainte $\sigma_1^a$ issue de la courbe moyenne bilinéaire obtenue à partir de la méthode « Mesure – Déformation en face inférieure » (MPa) | BFUP multi-macrofissurant<br>Contrainte maximale de la courbe moyenne obtenue à partir de la méthode « Mesure - Ouverture de fissure » (MPa) |
| B2A_5,1-30,5           | 9,0   | -  | 10,8  | 9,2   | -  |
| B2A_5,1-43,2           | -   | -  | 11,2  | 9,6   | -  |
| B2A_10-40              | -   | -  | 11,5  | 9,7   | -  |
| B2B_10-40              | -   | -  | 8,5   | 9,4   | -  |
| F1A_5,1-30,5           | 9,2   | -  | 14,9  | 9,6   | 8,3  |
| F1A_5,1-43,2           | 10,1  | -  | 13,5  | 10,2  | -  |
| F1B_5,1-30,5           | -   | 8,7  | 14,5  | -   | 8,1  |
| F1B_5,1-30,5_43,2-scié | -   | -  | 13,1  | 9,4   | -  |
| F1B_5,1-43,2           | -   | -  | 14,2  | -   | 7,4  |
| F2A_5,1-30,5           | -   | 7,3  | 10,3  | -   | 6,7  |
| F2A_5,1-43,2           | 8,7   | -  | 10,4  | 8,8   | -  |
| F1C_5,1-30,5           | 10,4  | -  | 15,2  | 11,1  | -  |
| F1C_5,1-43,2           | 10,3  | -  | 14,8  | 10,4  | -  |

En se basant sur la confrontation des résultats de la traction directe et de la flexion quatre points, il est possible de constater que, pour les groupes d'éprouvettes B2A\_5,1-30,5 et F2A\_5,1-30,5, l'effet de « gradient » (ou effet « d'échelle ») lié à la flexion semble relativement faible. En revanche, celui-ci est assez important pour les groupes de prismes F1A\_5,1-30,5, F1A\_5,1-43,2, F1C\_5,1-30,5 et F1C\_5,1-43,2. Plusieurs raisons peuvent être avancées pour expliquer ce phénomène :

- Les BFUP des groupes d'éprouvettes B2A\_5,1-30,5 et F2A\_5,1-30,5 ne sont pas traités thermiquement et le décoffrage des prismes est réalisé moins de 48 heures après le coulage. Aucune protection vis-à-vis du retrait de dessiccation n'est appliquée (ces conditions de décoffrage sont similaires à ce qui est réalisé sur chantier). Or 48 heures après la fabrication des corps d'épreuve, l'hydratation est incomplète et les prismes sont assujettis à un retrait de dessiccation provoquant des autocontraintes qui se traduisent notamment par des contraintes de traction en « peau ». Dans une configuration d'essais de flexion quatre points, cette « peau » subit les contraintes les plus importantes. Ces autocontraintes pourraient donc expliquer la différence des résultats entre les BFUP traités thermiquement et ceux qui ne le sont pas.
- Une autre explication pourrait être liée à la notion de ductilité au moment de la première fissuration. L'effet « d'échelle » n'existe pas pour les matériaux homogènes parfaitement fragiles ou pour ceux qui au contraire ont un comportement plastique. Ainsi pour certains matériaux, la phase de transition au moment de la première fissuration avec l'activation des fibres pourrait présenter un caractère plus ou moins fragile et donc pourrait être plus ou moins assujettie à un effet d'échelle. Il est important de rester prudent avec cette explication purement qualitative. La confirmer nécessiterait de mener une étude expérimentale spécifique en faisant varier plusieurs paramètres dont la hauteur des corps d'épreuves et les conditions de cure notamment. Ces essais devraient être comparés à des essais de traction directe. Ce type de travail a déjà été effectué de manière plus ou moins complète pour les bétons fibrés « classiques » mais les conclusions ne sont pas forcément applicables aux BFUP.

D'un point de vue opérationnel en vue de l'obtention de valeurs de calcul, dans le cas d'une identification de la limite de linéarité à partir d'un essai de flexion quatre points, il semble pertinent :

- Dans le cas d'un BFUP multifissurant, de considérer la contrainte correspondant à l'intersection de la droite élastique reconstruite («  $E^* \varepsilon - \tilde{\varepsilon}$  ») et de la droite issue de la régression linéaire de la courbe «  $\sigma - \varepsilon$  ».
- Dans le cas d'un BFUP multimacrofissurant, de considérer la contrainte post-fissuration maximale obtenue à partir des méthodes d'analyse proposées.

Le Tableau 2-35 présente les valeurs de module d'Young obtenues à partir des essais de traction directe et des essais de flexion quatre points pour chaque groupe d'éprouvettes.

Tableau 2-35 Modules d'Young issus des essais de traction directe et de flexion quatre points pour chaque groupe de prismes

| Groupes                | Module d'Young moyen obtenu à partir des essais de traction directe (GPa) | Module moyen obtenu à partir des essais de flexion quatre points (GPa) |   |
|------------------------|---|--|---|
|                        |   | « CE – Flèche au centre »  | « CE – Déformation en face inférieure » |
| B2A_5,1-30,5           | 61,2  | 59,5   | 60,1                                    |
| B2A_5,1-43,2           | -   | 60,1   | 60,2                                    |
| B2A_10-40              | -   | 55,3   | 63,5                                    |
| B2B_10-40              | -   | 52,7   | 59,7                                    |
| F1A_5,1-30,5           | 54,5  | 50,2   | 52,4                                    |
| F1A_5,1-43,2           | 55,6  | 54,1   | 55,2                                    |
| F1B_5,1-30,5           | 57,8  | 51,0   | 53,3                                    |
| F1B_5,1-30,5_43,2-scié | -   | 51,5   | 52,9                                    |
| F1B_5,1-43,2           | -   | 53,1   | 54,2                                    |
| F2A_5,1-30,5           | 54,7  | 50,5   | 51,2                                    |
| F2A_5,1-43,2           | 56,6  | 54,7   | 55,0                                    |
| F1C_5,1-30,5           | 56,9  | 51,3   | 54,3                                    |
| F1C_5,1-43,2           | 54,6  | 52,7   | 54,0                                    |

Les modules obtenus à partir des essais de traction directe sont légèrement supérieurs à ceux issus des essais de flexion quatre points. Cela pourrait être expliqué par les différentes approximations liées au processus de détermination du module d'Young pour la traction directe et la flexion quatre points. Toutefois l'écart moyen de 3,5 % (avec un maximum proche de 8 %) reste relativement faible.

Dans ce qui suit, on poursuit la comparaison en comparant les courbes « contrainte – déformation » ou « contrainte – ouverture de fissure » obtenues avec les essais de traction directe et de flexion quatre points.

### 2.5.2 COMPARAISON POUR LES BFUP ECROUISSANTS EN TRACTION DIRECTE

Pour chaque groupe d'éprouvettes ayant présenté une multi-fissuration fine, trois graphiques sont présentés (voir Figure 2-120 à Figure 2-130):

- Courbes « contrainte – déformation » moyennes obtenues avec les essais de traction directe et flexion quatre points (les résultats des trois méthodes « point par point » sont détaillés). Les courbes moyennes issues des analyses inverses, ont été construites à partir d'un échantillonnage obtenu à partir d'une interpolation polynomiale du troisième degré avec un intervalle de 300  $\mu\text{m}/\text{m}$ .
- Courbes bilinéaires « contrainte – déformation » moyennes (voir également
- Tableau 2-36) obtenues avec les essais de traction directe et de flexion quatre points (les résultats des trois méthodes « point par point » et des deux méthodes simplifiées sont détaillés).
- Courbes bilinéaires « contrainte – déformation » caractéristiques (voir également
- Tableau 2-37) obtenues avec les essais de traction directe et de flexion quatre points (les résultats des trois méthodes « point par point » et des deux méthodes simplifiées sont détaillés).

La méthode de construction des courbes bilinéaires (moyennes et caractéristiques) obtenues à partir des essais de flexion quatre points a été expliquée précédemment. En ce qui concerne les courbes bilinéaires issues des essais de traction directe, celles-ci ont été construites avec des méthodes similaires à celles utilisées pour les résultats des analyses inverses « point par point » (méthode « a » pour la courbe caractéristique).

Pour les courbes bilinéaires moyennes, la déformation  $\varepsilon_{\text{end-TD}}$  marquant la fin du comportement écrouissant et multi-fissurant du matériau testé en traction directe est considérée égale au minimum des deux déformations suivantes ( $\varepsilon_{\text{end1-TD}}$ ,  $\varepsilon_{\text{end2-TD}}$ ):

- Pour chaque groupe d'éprouvettes d'effectif  $n$ ,

$$\varepsilon_{\text{end1-TD}} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{q=1}^n \varepsilon_{\text{Prisme-q}},$$

- sachant que pour l'éprouvette  $q$ ,  $\varepsilon_{\text{Prisme-q}}$  est la déformation correspondant au maximum de la résistance en traction.
- Pour chaque groupe d'éprouvettes,  $\varepsilon_{\text{end2-TD}}$  est la déformation correspondant au maximum de la courbe moyenne « contrainte – déformation » continue (ou « point par point »).

Pour les courbes bilinéaires caractéristiques, la déformation est considérée égale à  $\varepsilon_{\text{min-TD}} = \text{Min}_{r=1}^n (\varepsilon_{\text{prisme-r}})$ , où  $\varepsilon_{\text{prisme-r}}$  est la déformation correspondant au maximum de la résistance en traction pour l'éprouvette  $r$ .

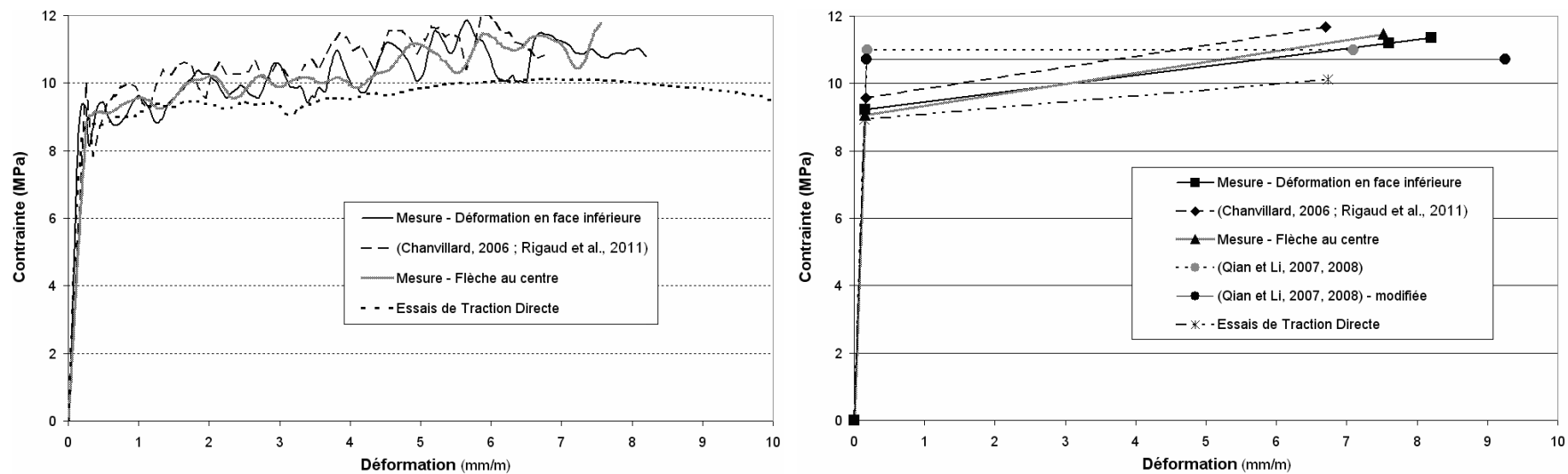


Figure 2-120 B2A\_5,1-30,5 : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes méthodes d’essais (A gauche : courbes « point par point » ; A droite : courbes bilinéaires)

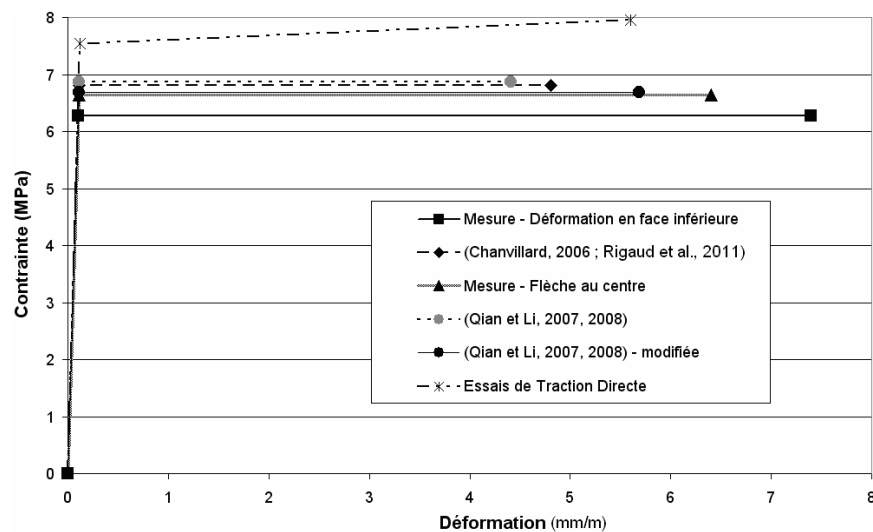


Figure 2-121 B2A\_5,1-30,5 : Courbes caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires obtenues à partir des différentes méthodes d’essais

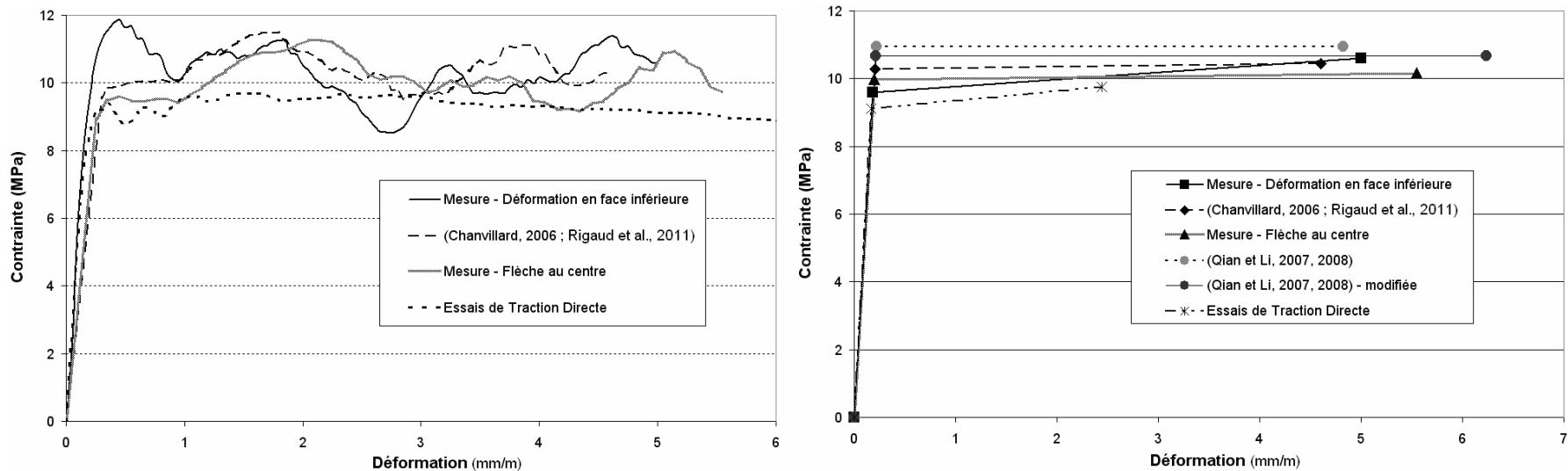


Figure 2-122 F1A\_5,1-30,5 : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes méthodes d’essais (A gauche : courbes « point par point » ; A droite : courbes bilinéaires)

Remarque : Pas de valeurs caractéristiques en raison d’un trop faible nombre de résultats dans le cas des essais de traction directe (voir Figure 2-100)



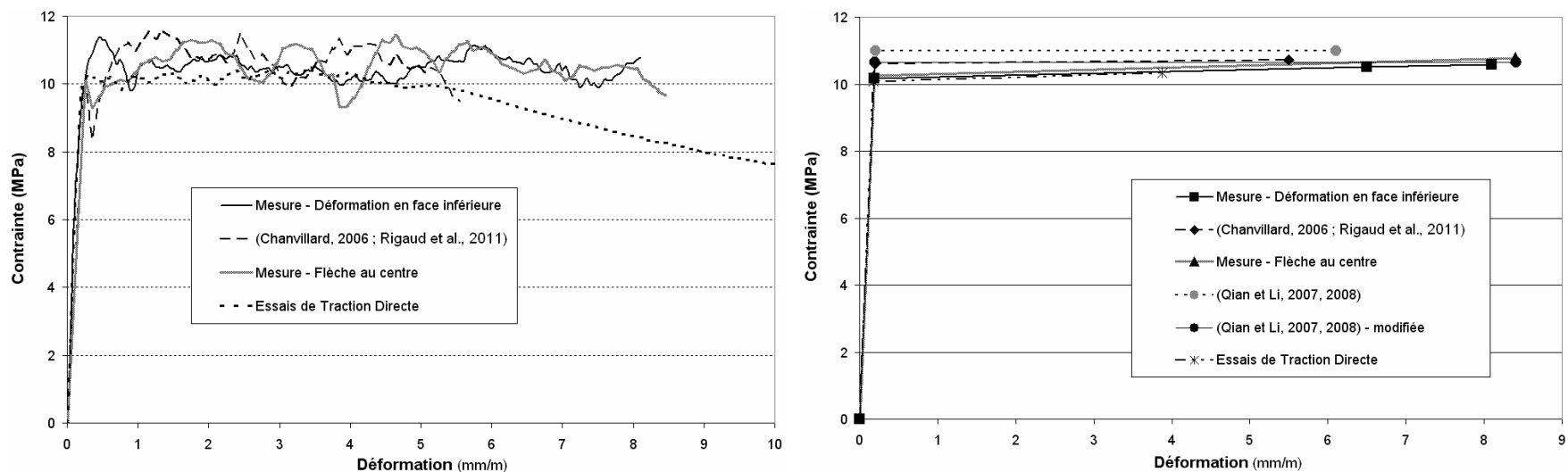


Figure 2-123 F1A\_5,1-43,2 : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes méthodes d’essais (A gauche : courbes « point par point » ; A droite : courbes bilinéaires)

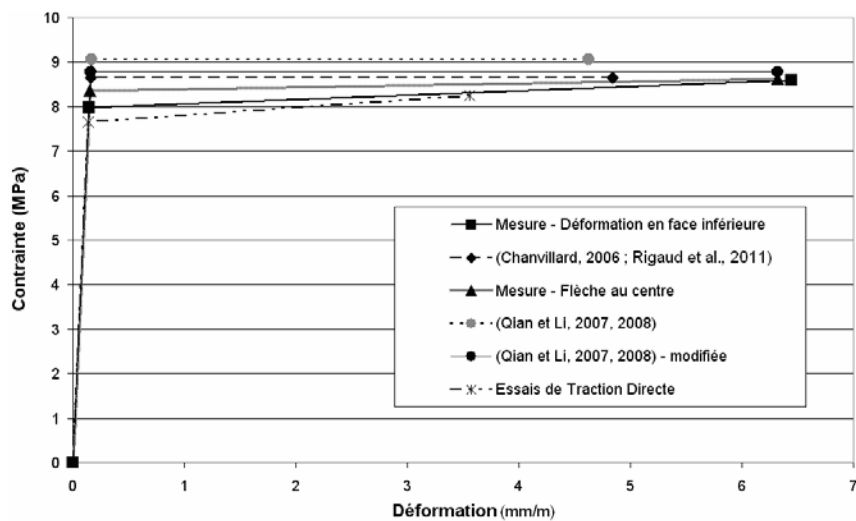


Figure 2-124 F1A\_5,1-43,2 : Courbes caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires obtenues à partir des différentes méthodes d’essais

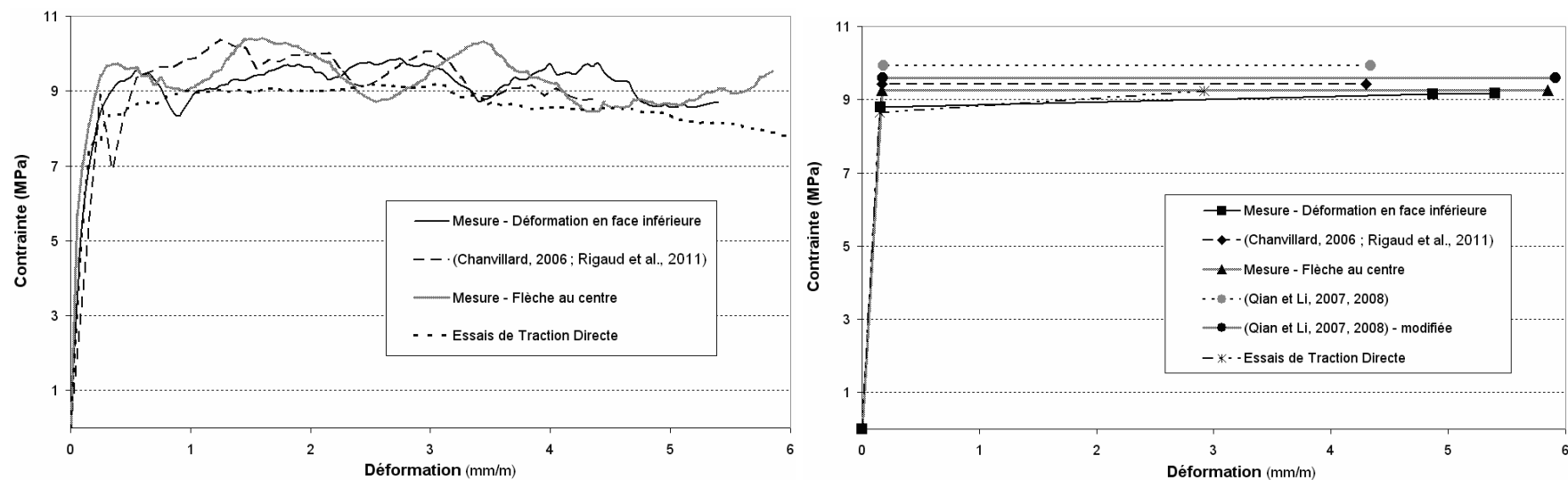


Figure 2-125 F2A\_5,1-43,2 : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes méthodes d’essais (A gauche : courbes « point par point » ; A droite : courbes bilinéaires)

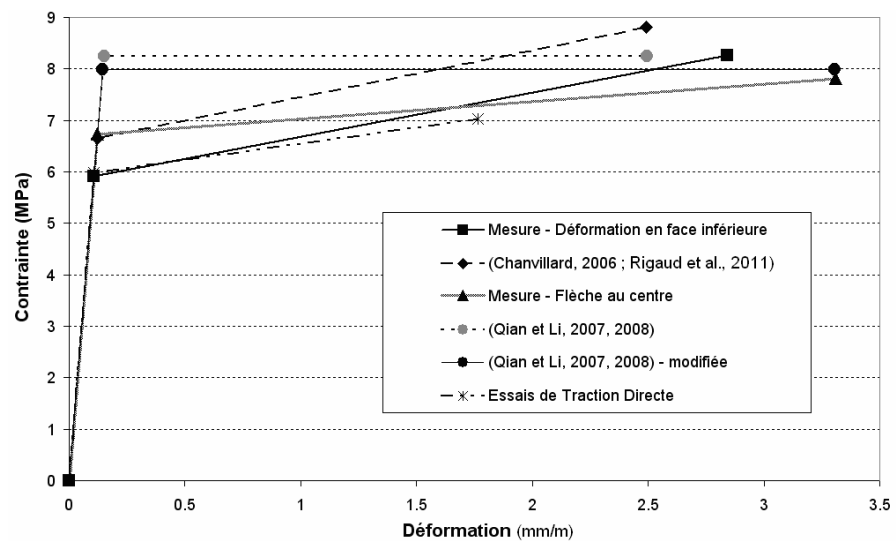


Figure 2-126 F2A\_5,1-43,2 : Courbes caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires obtenues à partir des différentes méthodes d’essais

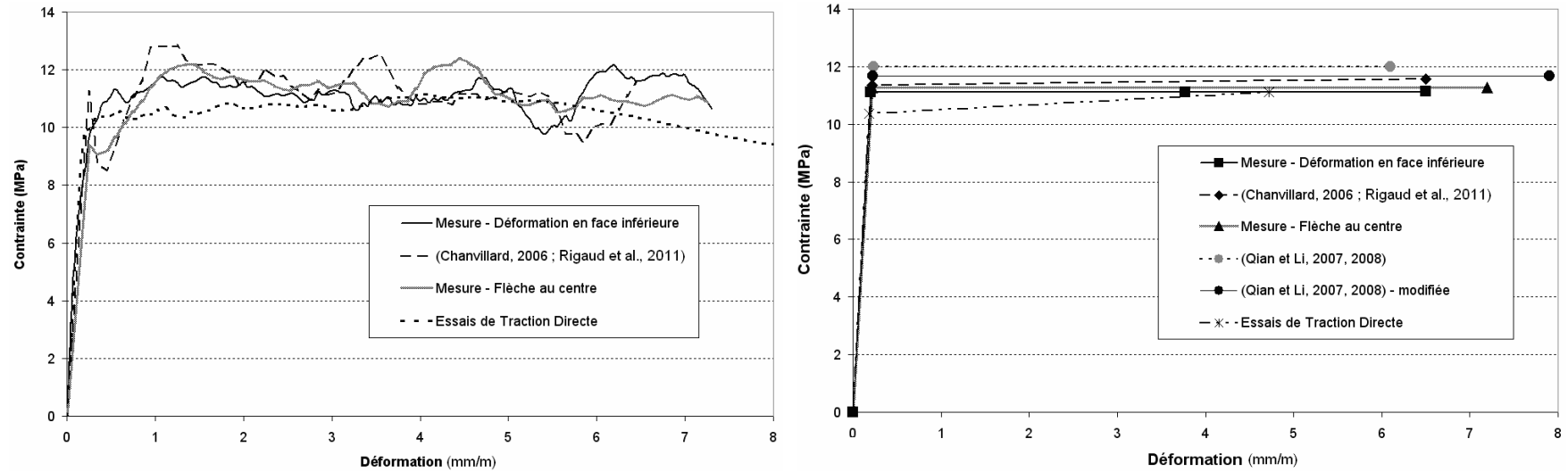


Figure 2-127 F1C\_5,1-30,5 : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes méthodes d’essais (A gauche : courbes « point par point » ; A droite : courbes bilinéaires)

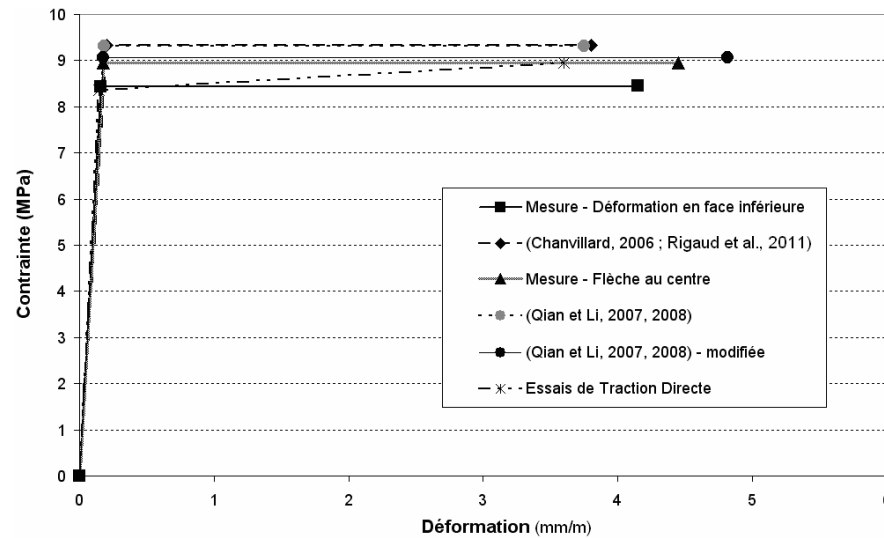


Figure 2-128 F1C\_5,1-30,5 : Courbes caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires obtenues à partir des différentes méthodes d’essais

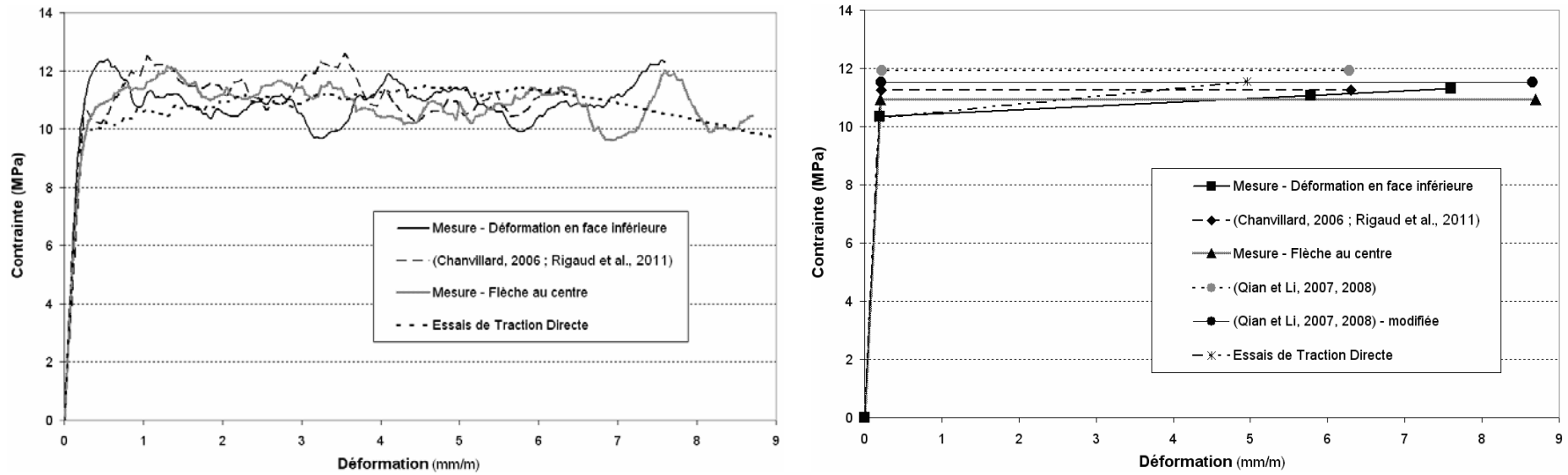


Figure 2-129 F1C\_5,1-43,2 : Courbes moyennes « contrainte – déformation » obtenues à partir des différentes méthodes d’essais (A gauche : courbes « point par point » ; A droite : courbes bilinéaires)

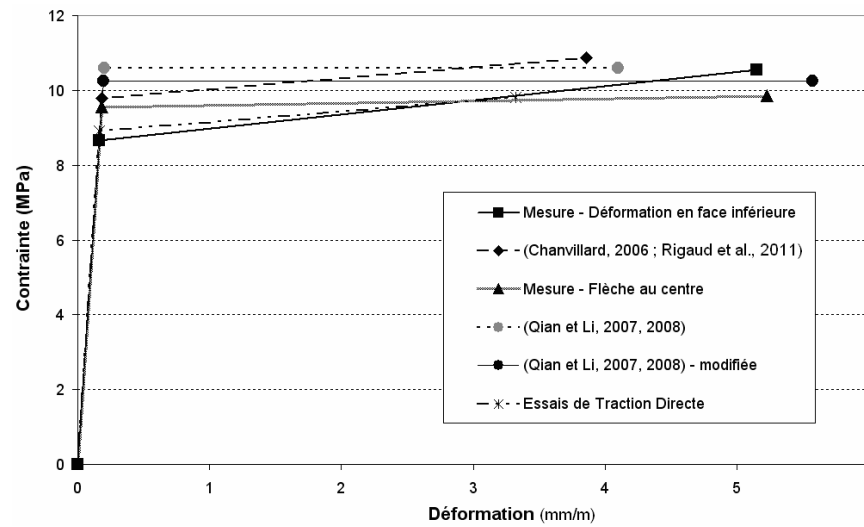


Figure 2-130 F1C\_5,1-43,2 : Courbes caractéristiques « contrainte – déformation » bilinéaires obtenues à partir des différentes méthodes d’essais

Tableau 2-36 Paramètres des courbes bilinéaires moyennes pour chaque groupe d'éprouvettes et pour chaque type d'essais

|   |                                     | B2A<br>5,1-30,5 | F1A<br>5,1-30,5 | F1A<br>5,1-43,2 | F2A<br>5,1-43,2 | F1C<br>5,1-30,5 | F1C<br>5,1-43,2 |
|---|-------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Traction Directe                            | $\sigma_1$ (MPa)                    | 8,9             | 9,1             | 10,1            | 8,6             | 10,4            | 10,3            |
|   | $\sigma_2$ (MPa)                    | 10,1            | 9,7             | 10,3            | 9,2             | 11,1            | 11,5            |
|   | $\epsilon_1$ (mm/m)                 | 0,146           | 0,167           | 0,181           | 0,153           | 0,182           | 0,188           |
|   | $\epsilon_{\text{end-TD}}$ (mm/m)   | 6,7             | 2,5             | 3,9             | 2,9             | 4,7             | 5,0             |
| « Mesure – Déformation en face inférieure » | $\sigma_1$ (MPa)                    | 9,2             | 9,6             | 10,2            | 8,8             | 11,1            | 10,4            |
|   | $\sigma_2$ (MPa)                    | 11,4            | 10,6            | 10,6            | 9,2             | 11,1            | 11,3            |
|   | $\epsilon_1$ (mm/m)                 | 0,153           | 0,185           | 0,184           | 0,160           | 0,203           | 0,192           |
|   | $\epsilon_{\text{min-LVDT}}$ (mm/m) | 7,6             |                 | 6,5             | 4,9             | 3,8             | 5,8             |
|   | $\epsilon_{\text{end-ppt}}$ (mm/m)  | 8,2             | 5,0             | 8,0             | 5,4             | 6,5             | 7,6             |
| (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011)   | $\sigma_1$ (MPa)                    | 9,6             | 10,3            | 10,6            | 9,4             | 11,3            | 11,2            |
|   | $\sigma_2$ (MPa)                    | 11,7            | 10,4            | 10,7            | 9,4             | 11,6            | 11,2            |
|   | $\epsilon_1$ (mm/m)                 | 0,161           | 0,205           | 0,196           | 0,172           | 0,220           | 0,213           |
|   | $\epsilon_{\text{end-ppt}}$ (mm/m)  | 6,7             | 4,6             | 5,5             | 4,3             | 6,5             | 6,3             |
| « Mesure – Flèche au centre »               | $\sigma_1$ (MPa)                    | 9,1             | 10,0            | 10,3            | 9,3             | 11,3            | 10,9            |
|   | $\sigma_2$ (MPa)                    | 11,5            | 10,2            | 10,8            | 9,3             | 11,3            | 10,9            |
|   | $\epsilon_1$ (mm/m)                 | 0,151           | 0,199           | 0,190           | 0,169           | 0,219           | 0,208           |
|   | $\epsilon_{\text{end-ppt}}$ (mm/m)  | 7,5             | 5,6             | 8,4             | 5,9             | 7,2             | 8,7             |
| (Qian et Li, 2007, 2008)                    | $\sigma_1$ (MPa)                    | 11,0            | 11,0            | 11,0            | 9,9             | 12              | 11,9            |
|   | $\sigma_2$ (MPa)                    | 11,0            | 11,0            | 11,0            | 9,9             | 12              | 11,9            |
|   | $\epsilon_1$ (mm/m)                 | 0,185           | 0,218           | 0,203           | 0,181           | 0,233           | 0,226           |
|   | $\epsilon_{\text{end-simp}}$ (mm/m) | 7,1             | 4,8             | 6,1             | 4,3             | 6,1             | 6,3             |
| (Qian et Li, 2007, 2008) - modifiée         | $\sigma_1$ (MPa)                    | 10,7            | 10,7            | 10,6            | 9,6             | 11,7            | 11,5            |
|   | $\sigma_2$ (MPa)                    | 10,7            | 10,7            | 10,6            | 9,6             | 11,7            | 11,5            |
|   | $\epsilon_1$ (mm/m)                 | 0,180           | 0,212           | 0,197           | 0,176           | 0,227           | 0,219           |
|   | $\epsilon_{\text{end-simp}}$ (mm/m) | 9,3             | 6,2             | 8,4             | 5,9             | 7,9             | 8,7             |

Tableau 2-37 Paramètres des courbes bilinéaires caractéristiques pour chaque groupe d'éprouvettes et pour chaque type d'essais

|   |  | B2A<br>5,1-30,5 | F1A<br>5,1-30,5 | F1A<br>5,1-43,2 | F2A<br>5,1-43,2 | F1C<br>5,1-30,5 | F1C<br>5,1-43,2 |
|---|--|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Traction Directe                            | $\sigma^a_1$ (MPa)                       | 7,5             | -               | 7,6             | 6,0             | 8,4             | 8,9             |
|   | $\sigma^a_2$ (MPa)                       | 8,0             | -               | 8,3             | 7,0             | 9,0             | 9,8             |
|   | $\varepsilon^a_1$ (mm/m)                 | 0,123           | -               | 0,138           | 0,106           | 0,147           | 0,163           |
|   | $\varepsilon^a_{\text{min-TD}}$ (mm/m)   | 5,6             | -               | 3,6             | 1,8             | 3,6             | 3,3             |
| « Mesure – Déformation en face inférieure » | $\sigma^a_1$ (MPa)                       | 6,3             | 7,1             | 8,0             | 5,9             | 8,4             | 8,7             |
|   | $\sigma^a_2$ (MPa)                       | 6,3             | 9,3             | 8,6             | 8,3             | 8,5             | 10,5            |
|   | $\varepsilon^a_1$ (mm/m)                 | 0,104           | 0,115           | 0,144           | 0,108           | 0,154           | 0,160           |
|   | $\varepsilon^a_{\text{min-ppt}}$ (mm/m)  | 7,4             | 3,5             | 6,4             | 2,9             | 4,1             | 5,1             |
| (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011)   | $\sigma^a_1$ (MPa)                       | 6,8             | 8,0             | 8,6             | 6,7             | 9,3             | 9,8             |
|   | $\sigma^a_2$ (MPa)                       | 6,8             | 10,3            | 8,6             | 8,8             | 9,3             | 10,9            |
|   | $\varepsilon^a_1$ (mm/m)                 | 0,114           | 0,159           | 0,160           | 0,122           | 0,201           | 0,186           |
|   | $\varepsilon^a_{\text{min-ppt}}$ (mm/m)  | 4,8             | 2,6             | 4,8             | 2,5             | 3,8             | 3,9             |
| « Mesure – Flèche au centre »               | $\sigma^a_1$ (MPa)                       | 6,6             | 7,9             | 8,4             | 6,7             | 9,0             | 9,6             |
|   | $\sigma^a_2$ (MPa)                       | 6,6             | 9,6             | 8,6             | 7,8             | 9,0             | 9,9             |
|   | $\varepsilon^a_1$ (mm/m)                 | 0,110           | 0,158           | 0,154           | 0,123           | 0,174           | 0,182           |
|   | $\varepsilon^a_{\text{min-ppt}}$ (mm/m)  | 6,4             | 3,8             | 6,3             | 3,3             | 4,5             | 5,2             |
| (Qian et Li, 2007, 2008)                    | $\sigma^d_1$ (MPa)                       | 6,9             | 10,3            | 9,1             | 8,2             | 9,3             | 10,5            |
|   | $\sigma^d_2$ (MPa)                       | 6,9             | 10,3            | 9,1             | 8,2             | 9,3             | 10,5            |
|   | $\varepsilon^d_1$ (mm/m)                 | 0,115           | 0,205           | 0,168           | 0,151           | 0,181           | 0,200           |
|   | $\varepsilon^d_{\text{min-simp}}$ (mm/m) | 4,4             | 2,9             | 4,6             | 2,5             | 3,8             | 3,9             |
| (Qian et Li, 2007, 2008) - modifiée         | $\sigma^d_1$ (MPa)                       | 6,7             | 10,0            | 8,8             | 8,0             | 9,1             | 10,2            |
|   | $\sigma^d_2$ (MPa)                       | 6,7             | 10,0            | 8,8             | 8,0             | 9,1             | 10,2            |
|   | $\varepsilon^d_1$ (mm/m)                 | 0,112           | 0,200           | 0,162           | 0,146           | 0,176           | 0,193           |
|   | $\varepsilon^d_{\text{min-simp}}$ (mm/m) | 5,7             | 3,7             | 6,3             | 3,3             | 4,8             | 5,2             |

Les Tableau 2-38 et Tableau 2-39 donnent une synthèse de la comparaison des résultats obtenus avec les essais de traction directe et de flexion quatre points (associés aux différentes méthodes d'analyse inverse).

Tableau 2-38 Comparaison avec les résultats des essais de traction directe des paramètres des courbes moyennes obtenues avec chaque analyse inverse testée

|                  |   |                  | Résistance en traction | Capacité de déformation |
|------------------|---|------------------|------------------------|-------------------------|
| Courbes moyennes | « Mesure – Déformation en face inférieure » | Tendance globale | Surestimation          | Surestimation           |
|                  |   | Ecart moyen      | + 3,5 %                | + 38 %                  |
|                  |   | Ecart Max        | + 7,8 %                | + 51 %                  |
|                  |   | Ecart Min        | - 0,5 %                | + 18 %                  |
|                  | (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011)   | Tendance globale | Surestimation          | Surestimation           |
|                  |   | Ecart moyen      | + 6,4 %                | + 26 %                  |
|                  |   | Ecart Max        | + 10,8 %               | + 46 %                  |
|                  |   | Ecart Min        | + 2,7 %                | + 0 %                   |
|                  | « Mesure – Flèche au centre »               | Tendance globale | Surestimation          | Surestimation           |
|                  |   | Ecart moyen      | + 4,5 %                | + 41 %                  |
|                  |   | Ecart Max        | + 7,8 %                | + 55 %                  |
|                  |   | Ecart Min        | + 0,0 %                | + 11 %                  |
|                  | (Qian et Li, 2007, 2008)                    | Tendance globale | Surestimation          | Surestimation           |
|                  |   | Ecart moyen      | + 10,7 %               | + 28 %                  |
|                  |   | Ecart Max        | + 14,5 %               | + 48 %                  |
|                  |   | Ecart Min        | + 7,3 %                | + 6 %                   |
|                  | (Qian et Li, 2007, 2008) - modifiée         | Tendance globale | Surestimation          | Surestimation           |
|                  |   | Ecart moyen      | + 8,0 %                | + 46 %                  |
|                  |   | Ecart Max        | + 12,1 %               | + 60 %                  |
|                  |   | Ecart Min        | + 3,8 %                | + 28 %                  |

Tableau 2-39 Comparaison avec les résultats des essais de traction directe des paramètres des courbes caractéristiques obtenues avec chaque analyse inverse testée

|                          |   |                  | Résistance en traction | Capacité de déformation |
|--------------------------|---|------------------|------------------------|-------------------------|
| Courbes caractéristiques | « Mesure – Déformation en face inférieure » | Tendance globale | Pas de tendance        | Surestimation           |
|                          |   | Ecart moyen      | - 2,1%                 | + 31 %                  |
|                          |   | Ecart Max        | + 8,5 %                | + 44 %                  |
|                          |   | Ecart Min        | - 23 %                 | + 12 %                  |
|                          | (Chanvillard, 2006 ; Rigaud et al., 2011)   | Tendance globale | Surestimation          | Surestimation           |
|                          |   | Ecart moyen      | + 5,2 %                | + 11 %                  |
|                          |   | Ecart Max        | + 16,1 %               | + 28 %                  |
|                          |   | Ecart Min        | - 14 %                 | - 17 %                  |
|                          | « Mesure – Flèche au centre »               | Tendance globale | Pas de tendance        | Surestimation           |
|                          |   | Ecart moyen      | + 1,4 %                | + 31 %                  |
|                          |   | Ecart Max        | + 10,3 %               | + 45 %                  |
|                          |   | Ecart Min        | - 17,4 %               | + 13 %                  |
|                          | (Qian et Li, 2007, 2008)                    | Tendance globale | Surestimation          | Surestimation           |
|                          |   | Ecart moyen      | + 7,7 %                | + 9 %                   |
|                          |   | Ecart Max        | + 20,7 %               | + 28 %                  |
|                          |   | Ecart Min        | - 12,3 %               | - 27 %                  |
|                          | (Qian et Li, 2007, 2008) - modifiée         | Tendance globale | Surestimation          | Surestimation           |
|                          |   | Ecart moyen      | + 5,1 %                | + 30 %                  |
|                          |   | Ecart Max        | + 18,8 %               | + 45 %                  |
|                          |   | Ecart Min        | - 15,7 %               | + 2 %                   |

La résistance en traction à partir d'essais de flexion quatre points, est estimée avec un biais extrêmement faible lorsqu'un minimum d'hypothèses sont faites sur la loi « contrainte – déformation » du matériau.

La comparaison des résultats des essais de traction directe et de flexion quatre points amène à des conclusions différentes ou nuancées lorsqu'il s'agit des courbes moyennes et des courbes caractéristiques. Cette observation peut s'expliquer en partie par un « effet d'échelle » que l'on peut qualifier de « statistique ». En effet le volume de matériau en traction est inférieur lors des essais de flexion quatre points en comparaison avec les essais de traction directe. Ainsi, en moyenne les résultats sont meilleurs pour les tests de flexion, mais l'impact d'un éventuel défaut (au niveau de la matrice cimentaire ou de la distribution des fibres) est plus important et la dispersion est donc plus grande. La résistance caractéristique en traction estimée à partir des essais de flexion peut donc être inférieure à celle issue des essais de traction directe dans certains cas.

Dans le contexte de cette étude, il convient de prendre garde au nombre de résultats pris en compte pour chaque groupe d'éprouvettes. Celui-ci diffère selon les groupes, surtout pour les essais de traction directe. Bien que la construction des courbes caractéristiques prenne en



compte le nombre de résultats effectifs à travers le coefficient de Student correspondant au fractile 5%, il pourrait être utile d'effectuer une nouvelle campagne d'essais avec un nombre initial de corps d'épreuve plus important dans le cas de la traction directe afin d'avoir, au final, un nombre de résultats exploitables identiques (ou quasiment identiques) pour la flexion quatre points et la traction directe.

Toutefois, de manière générale, on observe une bonne cohérence avec les résultats de la traction directe en résistance vis-à-vis de la traction tant en moyenne qu'en écart-type lorsqu'un minimum d'hypothèses sont faites sur la loi « contrainte – déformation » du matériau.

Les méthodes utilisant une relation directe pour déduire la courbure dans la zone de moment constant à partir de la flèche au centre, surestiment moins la capacité de déformation par rapport aux deux méthodes proposées notamment celle mesurant la déformation en fibre inférieure. Ceci s'explique par la co-existence de deux effets contradictoires :

- La configuration de l'essai de flexion quatre points entraîne une surestimation de la capacité de déformation car la zone la plus sollicitée est celle où l'orientation des fibres est la plus favorable. Ce phénomène a déjà été observé par (Tailhan et al., 2004 ; Tailhan et al., 2012) avec le CEMTECmultiscale®. La déformation moyenne correspondant à la fin de la phase écrouissante (et la localisation d'une fissure) est égale à 2,5 mm/m lors des essais de traction directe alors que la déformation moyenne mesurée lors des essais de flexion quatre points est proche de 5 mm/m. Une des pistes pour réduire l'impact de cet artefact lié à la configuration des essais de flexion est d'utiliser des prismes de plus grande hauteur afin de réduire l'influence du gradient de déformation. Ainsi, dans le cas d'une identification du comportement en traction du BFUP à l'échelle de la structure à l'aide de prismes sciés dans plusieurs directions, il est préférable de prélever des éprouvettes relativement hautes (l'épaisseur étant souvent fixée par la géométrie de la structure). Toutefois, il semble nécessaire d'étudier l'artefact lié à l'effet de gradient présent dans les essais de flexion sur des prismes prélevés ayant une orientation isotrope des fibres de manière homogène. En termes de capacité de déformation, l'impact de l'effet de gradient devrait être moins important.
- Comme il a été expliqué précédemment, l'utilisation d'une relation directe pour exprimer la courbure dans la zone de moment constant en fonction de la flèche au centre entraîne une sous-estimation de cette courbure et donc de la déformation en fibre inférieure.

Pour la méthode « Mesure – Déformation en face inférieure », l'écart moyen entre les déformations  $\epsilon_{\text{min-LVDT}}$  et  $\epsilon_{\text{end-ppt}}$  est égal à 20 % avec un maximum de 41 % pour le groupe d'éprouvettes F1C\_5,1-30,5. Lorsque cet écart est trop important, cela signifie que l'endommagement n'est pas homogène dans la zone de moment constant, traduisant ainsi une dépendance de la capacité de déformation en fonction de la longueur de base de la mesure. Pour étudier ce point bien spécifique, il est nécessaire de mener une étude expérimentale sur des prismes de dimensions similaires en faisant varier uniquement la longueur de la zone de moment constant ainsi que la portée de l'essai de flexion. Dans cette étude, les prismes courts et les prismes longs sont caractérisés par des orientations des fibres différentes, avec une orientation préférentielle le long de l'axe du prisme plus marquée dans le cas des éprouvettes longues (comme indiqué dans la section 2.3.2.3), ce qui ne permet pas de conclure.

En résumé, l'utilisation de méthodes inverses utilisant un minimum d'hypothèses simplificatrices permet d'obtenir une loi « contrainte – déformation » avec un minimum

d'artefacts liés à la méthode de dépouillement. Ces méthodes offrent la possibilité de comparer de manière précise les lois « contrainte – déformation » obtenues avec les essais de traction directe et de flexion quatre points et d'identifier ainsi les différences liées au type de méthode de caractérisation. Elles permettent ainsi de tirer certaines conclusions générales :

- On obtient à partir de la traction directe et de la flexion quatre points, en particulier lorsque la mesure en fibre inférieure est mesurée, une courbe « maîtresse » similaire et représentative du comportement en traction du BFUP testé.
- Si on exploite la flèche en utilisant une relation directe pour déduire la courbure dans la zone de moment constant à partir de cette flèche et surtout si on fait une hypothèse bilinéaire de la courbe « contrainte – déformation », on surestime la résistance en traction.
- L'écart entre la détermination du comportement en traction des BFUP à partir d'un essai de traction directe et de flexion quatre points porte principalement sur la capacité de déformation ( $\epsilon_{\text{end}}$ ). Dans un essai de traction directe, la localisation d'une fissure critique est plus précoce de 30 % environ. Pour le dimensionnement, plusieurs options sont possibles :
  1. Soit on fait un abattement sur la déformation finale ( $\epsilon_{\text{end}}$ ) issue de la flexion quatre points.
  2. Soit on garantit un fonctionnement en flexion ou en flexion-compression.
  3. Soit on prolonge dans les deux cas par une loi « contrainte – ouverture de fissure » localisée.
- La mise au point de ces méthodes de caractérisation « contrainte – déformation » conforte la possibilité d'un calcul « pseudo-plastique » déjà appliqué à certains BFUP (Spasojevic, 2008).

### 2.5.3 COMPARAISON POUR LES BFUP ADOUCISSANTS EN TRACTION DIRECTE

Pour les deux groupes d'éprouvettes F1B\_5,1-30,5 et F2A\_5,1-30,5 ayant été caractérisés par un comportement adoucissant lors des essais de traction directe, les courbes moyennes « contrainte – ouverture de fissure » suivantes sont présentées en Figure 2-131 (F1B\_5,1-30,5) et Figure 2-132 (F2A\_5,1-30,5):

- Courbe moyenne « contrainte – ouverture de fissure » issue des essais de traction directe.
- Courbe moyenne « contrainte – ouverture de fissure » obtenue à partir des essais de flexion quatre points associés à l'analyse inverse « Mesure – Ouverture de fissure ».
- Courbe moyenne « contrainte – ouverture de fissure » obtenue à partir des essais de flexion quatre points associés à l'analyse inverse « Mesure – Ouverture de fissure » avec l'hypothèse cinématique de (Casanova, 1995).
- Courbe moyenne « contrainte – ouverture de fissure » obtenue à partir des essais de flexion quatre points associés à l'analyse inverse « Estimation – Ouverture de fissure ».

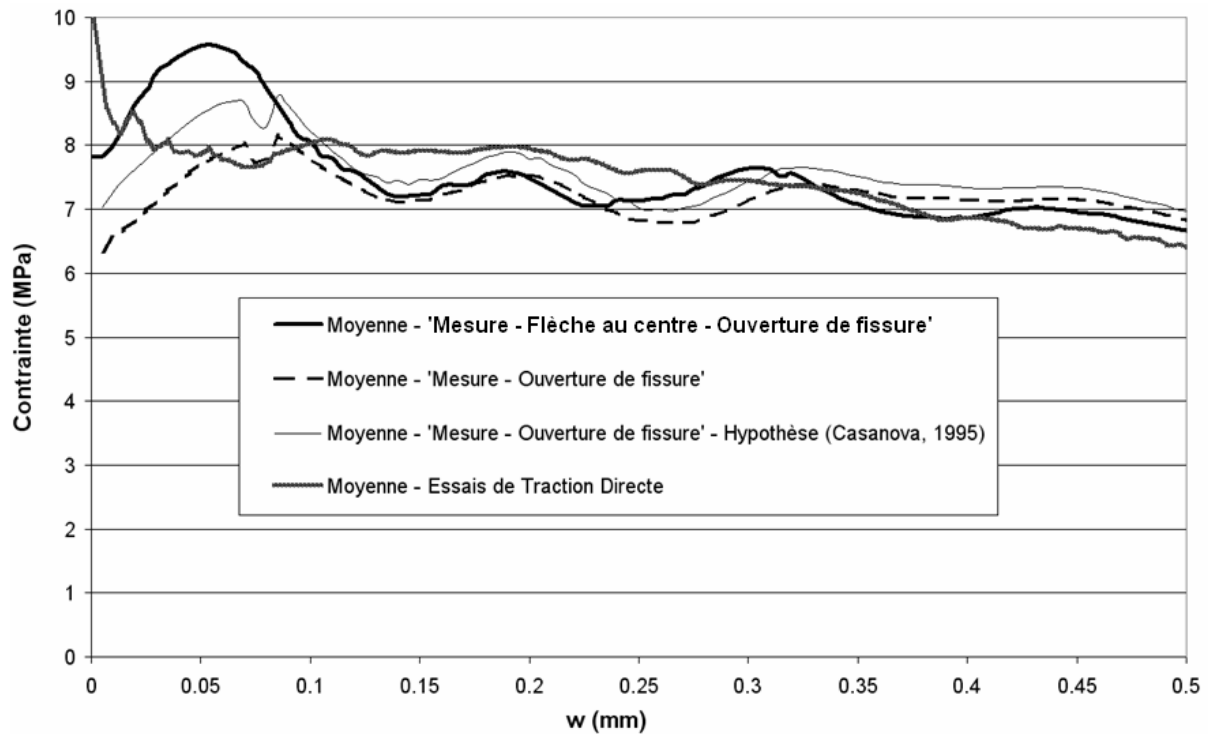


Figure 2-131 F1B\_5,1-30,5 : Comparaison des différentes courbes moyennes « contrainte – ouverture de fissure » obtenues à partir des essais de traction directe et de flexion quatre points

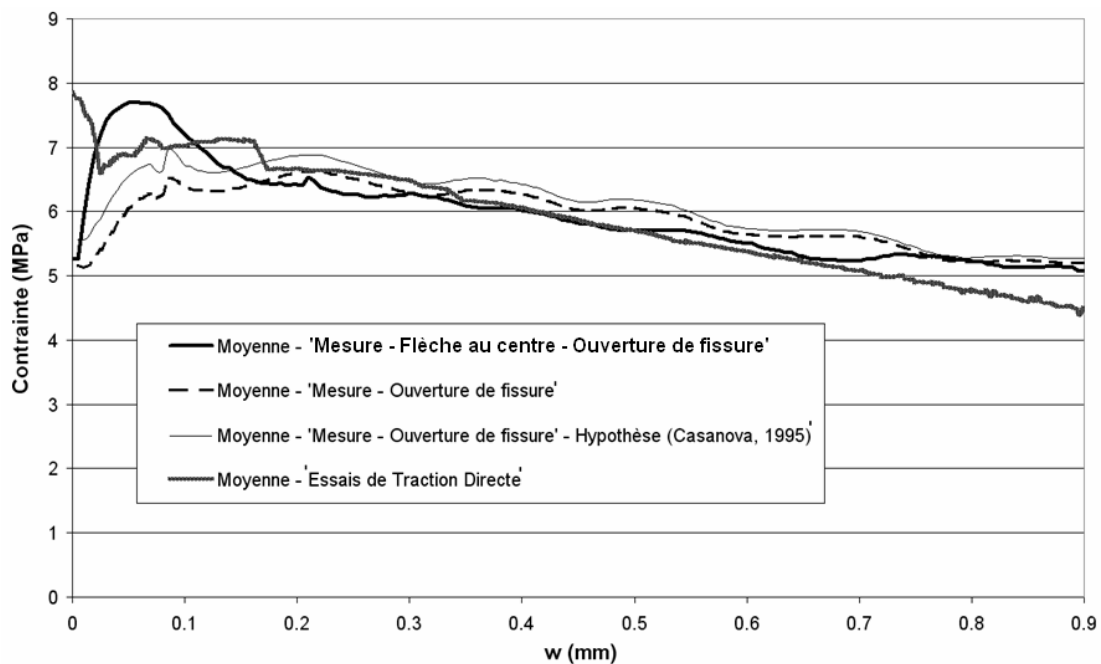


Figure 2-132 F2A\_5,1-30,5 : Comparaison des différentes courbes moyennes « contrainte – ouverture de fissure » obtenues à partir des essais de traction directe et de flexion quatre points

Concernant l'obtention d'une loi « contrainte – ouverture de fissure » à partir d'essais de flexion quatre points, l'approche utilisant la mesure de l'ouverture de fissure semble efficace. La moyenne des valeurs absolues des écarts avec les résultats de traction directe est égale à 6 % pour le groupe d'éprouvettes F1B\_5,1-30,5 et 7,5 % pour le groupe de prismes F2A\_5,1-

30,5. Au niveau de l'équation cinématique à adopter, l'hypothèse d'une étendue de la zone perturbée autour de la fissure égale à l'espacement moyen des fissures  $S_{moyen-fissure-critique}$  semble plus réaliste. Un des moyens de mieux appréhender ce qui se passe autour des fissures serait d'utiliser l'analyse d'images afin d'avoir une mesure continue de la déformation. L'emploi de fibres optiques noyées peut également être une option.

Cette comparaison doit être remise dans le contexte de l'étude vis-à-vis du nombre de résultats pris en compte pour chaque groupe d'éprouvettes. Le nombre de résultats exploitables pour les essais de traction directe est relativement faible. Il semblerait donc intéressant d'initier une étude expérimentale complémentaire avec un nombre initial de corps d'épreuves plus important pour les essais de traction directe afin d'avoir, au final, un nombre de résultats exploitables identiques (ou quasiment identiques) pour la flexion quatre points et la traction directe. De manière à assurer un comportement adoucissant en traction directe, il pourrait être utile d'étudier des BFUP similaires mais avec un pourcentage de fibres métalliques moins important. Ce pourcentage devrait toutefois être suffisant pour assurer un comportement écrouissant et multi-macrofissurant en flexion.

Pour la méthode « Mesure – Flèche au centre – Ouverture de fissure », l'approche continue utilisée dans un premier temps (jusqu'au moment maximal) sous-estime l'ouverture de fissure et surestime donc la résistance en traction. La comparaison des résultats avec ceux issus des essais de traction directe semble confirmer cette conclusion. Lors d'un essai de flexion quatre points sur un matériau adoucissant en traction directe et écrouissant en flexion, malgré l'existence d'une multi macro-fissuration, il semble que la fissure qui deviendra critique se développe de manière plus importante avant même d'atteindre le chargement maximum. Là encore, l'analyse d'images pourrait apporter de précieux renseignements.

En résumé, à partir d'une ouverture de fissure d'environ 0,2 mm, quelle que soit la méthode d'exploitation des résultats des essais de flexion quatre points utilisée (à partir de la mesure de l'ouverture de fissure ou de la flèche au centre), on obtient une courbe « maîtresse » similaire à celle issue des essais de traction directe et représentative du comportement en traction du BFUP testé.

## 2.6 CONCLUSIONS

La méthode d'essais de traction directe mise au point à partir d'une phase de développement comprenant une étude numérique et une campagne expérimentale, permet d'utiliser un prisme en BFUP de section constante pour obtenir une caractérisation du matériau en traction directe. Ceci est particulièrement intéressant pour tester des corps d'épreuve de dimensions identiques en flexion et en traction directe. Néanmoins le nombre de résultats non exploitables en raison d'une localisation de la fissure critique en dehors de la base de mesure de l'extensomètre ou d'une flexion initiale trop prononcée est important. Pour pallier à cette difficulté, dans un objectif de développement opérationnel de la méthode, il serait nécessaire d'augmenter le nombre de prismes à tester. Compte tenu de la facilité de mise en œuvre de l'essai considéré, cette augmentation du nombre d'éprouvettes peut ne pas être rédhibitoire. Une solution complémentaire pour pallier à la limite de cet essai serait d'améliorer le procédé de mise en œuvre des plaques d'aluminium sur les prismes de manière à assurer une rectitude des corps d'épreuves plus systématique, et limiter la flexion parasite.

Dans le cadre de nos travaux, toutefois, cette méthode nous a permis d'obtenir une base de résultats expérimentaux fiables. Ces résultats pris comme référence (la sollicitation de traction s'exerçant de façon peu variable sur l'ensemble de la section et pour un volume de matière

important) ont permis d'évaluer la pertinence de l'essai de flexion quatre points et de la méthode d'analyse associée vis-à-vis d'une caractérisation du comportement en traction des BFUP.

En effet l'essai de flexion quatre points sur éprouvette non-entallée reste incontournable en raison de la simplicité de sa mise en oeuvre. Néanmoins, dans la plupart des cas, les BFUP ont un comportement écrouissant en flexion. Il est donc difficile, à partir de ce type de tests, d'évaluer « à vue » le caractère écrouissant ou adoucissant en traction de ces matériaux. De plus l'essai de flexion nécessite l'utilisation d'une analyse inverse afin d'obtenir la loi de comportement en traction. Les résultats obtenus sont dépendants des hypothèses prises en compte au niveau de cette analyse inverse. Ces hypothèses peuvent donc entraîner un certain nombre d'artefacts sur la loi « contrainte-déformation » ou « contrainte-ouverture de fissure » déterminée.

Des méthodes d'analyse, se basant notamment sur un relevé de fissures de chaque éprouvette, ont été mises au point. Elles permettent, dans un premier temps, d'identifier le caractère écrouissant ou adoucissant en traction directe du BFUP testé, puis d'obtenir, selon le cas, une loi de comportement « contrainte – déformation » ou « contrainte – ouverture de fissure ». A chaque fois, deux méthodes d'analyse inverses sont proposées :

- l'une utilisant la mesure de deux extensomètres placés en fibre inférieure de manière décalée,
- l'autre se basant sur la mesure de la flèche au centre, à partir de laquelle la déformation ou l'ouverture de fissure en face inférieure est estimée.

Dans le cas d'un BFUP écrouissant, ces méthodes ont été comparées à des approches simplifiées montrant l'importance de diminuer le nombre d'hypothèses initiales sur la loi « contrainte – déformation » du matériau de manière à obtenir un résultat fiable. L'ensemble de ces comparaisons ont été menées en considérant à la fois les courbes moyennes mais aussi les courbes caractéristiques. A cette occasion une procédure de traitement pour obtenir une loi « contrainte – déformation » de calcul caractéristique a été proposée. De façon à limiter une dispersion artificielle liée au traitement numérique, il est recommandé d'appliquer l'analyse inverse à la courbe expérimentale caractéristique déterminée préalablement (méthode « a » en référence à la Figure 2-88).

Dans le cas d'un BFUP adoucissant, lorsqu'une approche discrète est utilisée, l'équation cinématique nécessaire à la résolution du problème inverse semble avoir un effet limité sur les résultats obtenus, rendant l'analyse proposée relativement robuste. Lorsqu'une approche continue est utilisée, l'ouverture de fissure estimée à partir de la mesure de la flèche au centre est sous-estimée.

L'ensemble de ces méthodes ont ensuite été comparées aux résultats obtenus avec les essais de traction directe. Cette comparaison a notamment permis de mettre en évidence la robustesse des méthodes d'analyse proposées notamment vis-à-vis de la cohérence de la discrimination écrouissant/adoucissant à partir du relevé de fissures sur chaque éprouvette.

Les méthodes proposées éclairent la cohérence entre les différentes déterminations du comportement en traction des BFUP. Elles mettent en évidence les artefacts des méthodes simplifiées ou reposant sur des hypothèses simplificatrices. Elles conduisent à considérer la réalisation d'essais de flexion quatre points comme une alternative fiable à la traction directe, sous réserve :

- de l'instrumentation appropriée,
- de l'utilisation des méthodes d'analyse préconisées,
- dans le cas d'un BFUP multifissurant,
  1. d'une correction de la capacité de déformation  $\varepsilon_{\text{end}}$  (de l'ordre de – 30 %) pour obtenir une loi de calcul des pièces tendues traduisant le fait que

- l'essai de flexion retarde la localisation macroscopique d'une fissure critique,
2. ou d'un complément de la loi « contrainte – déformation » par une loi « contrainte – ouverture de fissure ».

A ce stade les écarts associés à un essai où ne serait mesurée que la flèche ont été identifiés, de même que ceux associés à des hypothèses simplificatrices sur la forme de la loi. Si ces écarts devaient donner lieu à recommander des coefficients correcteurs, il conviendrait de les calibrer avec plus de précision sur un panel de résultats plus large.

Pour permettre ou faciliter un développement opérationnel de l'essai de traction directe et limiter la flexion parasite, il serait nécessaire :

- d'améliorer le procédé de mise en œuvre des plaques d'aluminium sur les prismes pour assurer une meilleure rectitude des corps d'épreuve,
- de qualifier la méthode sur des éléments prélevés,
- d'associer l'analyse d'images aux essais afin de bien appréhender de manière continue le phénomène de fissuration dans le cas d'un BFUP écrouissant ou adoucissant testé en traction directe,
- de réaliser une analyse métrologique complète (risque d'erreur/de déchet, incertitudes...)

Pour qualifier plus complètement la méthode de flexion quatre points recommandée, il serait utile, en s'appuyant sur l'expérience associée à cet essai pour l'ensemble des matériaux cimentaires fibrés :

- de qualifier la méthode sur des éléments prélevés. Il pourra notamment être intéressant d'étudier l'effet de gradient sur la capacité de déformation pour des prismes prélevés caractérisés par une orientation des fibres homogène et isotrope,
- d'associer l'analyse d'images aux essais afin de bien appréhender de manière continue le phénomène de fissuration dans le cas d'un BFUP écrouissant ou adoucissant testé en flexion,
- de réaliser des essais de flexion sur des prismes de dimensions similaires en faisant varier uniquement la longueur de la zone de moment constant ainsi que la portée de l'essai de flexion afin d'estimer la dépendance de la capacité de déformation en fonction de la longueur de base de la mesure.

La cohérence de la détermination obtenue permet en tout état de cause d'avoir une donnée fiable pour le calcul de structure, lorsque le comportement en traction intervient de façon directe ou indirecte.



# Chapitre 3

## COMPORTEMENT A L'EFFORT TRANCHANT DES POUTRES EN BFUP

### SOMMAIRE

---

|            |  |     |
|------------|--|-----|
| <b>3.1</b> | <b>INTRODUCTION</b> .....  | 293 |
| <b>3.2</b> | <b>DESCRIPTION DE LA CAMPAGNE EXPERIMENTALE</b> .....  | 294 |
| 3.2.1      | <i>CARACTERISTIQUES ET DIMENSIONNEMENT DES CORPS D'EPREUVE</i> .....                                     | 294 |
| 3.2.1.1    | <i>CARACTERISTIQUES DES CORPS D'EPREUVE</i> .....  | 294 |
| 3.2.1.2    | <i>VERIFICATIONS DU DIMENSIONNEMENT PAR RAPPORT A L'OBJECTIF DE RUPTURE PAR EFFORT<br/>TRANCHANT</i> 296 |     |
| 3.2.2      | <i>FABRICATION DES POUTRES</i> .....   | 298 |
| 3.2.3      | <i>DISPOSITIF D'ESSAI ET INSTRUMENTATION DES CORPS D'EPREUVE</i> .....                                   | 305 |
| 3.2.3.1    | <i>DISPOSITIF GENERAL DES ESSAIS ET ASSERVISSEMENT</i> .....   | 305 |
| 3.2.3.2    | <i>PROGRAMME DE CHARGEMENT</i> .....   | 306 |
| 3.2.3.3    | <i>INSTRUMENTATION DES CORPS D'EPREUVE</i> .....   | 308 |
| <b>3.3</b> | <b>RESULTATS EXPERIMENTAUX</b> .....   | 313 |
| 3.3.1      | <i>CARACTERISATION DES DIFFERENTS MATERIAUX</i> .....  | 313 |
| 3.3.1.1    | <i>COMPORTEMENT MECANIQUE DES BFUP OU BUHP</i> .....   | 313 |
| 3.3.1.2    | <i>CARACTERISATION MECANIQUE DES ARMATURES PASSIVES ET ACTIVES</i> .....                                 | 344 |
| 3.3.2      | <i>COMPORTEMENT GLOBAL DES POUTRES</i> .....   | 357 |
| 3.3.2.1    | <i>POUTRES PRECONTRAINTEES</i> .....   | 357 |
| 3.3.2.2    | <i>POUTRES ARMEES</i> .....  | 367 |
| 3.3.2.3    | <i>SYNTHESE</i> .....  | 377 |
| <b>3.4</b> | <b>ANALYSE PAR LA CONFRONTATION DES RESULTATS AVEC DIFFERENTS MODELES DE CALCUL</b> .....                | 378 |
| 3.4.1      | <i>FISSURATION DIAGONALE D'EFFORT TRANCHANT</i> .....  | 378 |
| 3.4.1.1    | <i>ANALYSE DES ESSAIS VIS-A-VIS DE LA FISSURATION DIAGONALE</i> .....                                    | 378 |
| 3.4.1.2    | <i>COMPARAISON AVEC D'AUTRES CAMPAGNES EXPERIMENTALES</i> .....  | 390 |
| 3.4.2      | <i>RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT : APPROCHE « CONTRAINTE – OUVERTURE DE<br/>FISSURE »</i> .....        | 395 |
| 3.4.2.1    | <i>METHODES TESTEES : HYPOTHESES PRISES EN COMPTE POUR LES CALCULS</i> .....                             | 395 |
| 3.4.2.2    | <i>COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET LES DIFFERENTES PREVISIONS</i> .....                 | 403 |
| 3.4.3      | <i>RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT : APPROCHE « CONTRAINTE – DEFORMATION »</i> ..                        | 408 |
| 3.4.3.1    | <i>APPROCHE ANALYTIQUE</i> .....   | 408 |
| 3.4.3.2    | <i>MODELISATION NUMERIQUE : APPROCHE CONTINUE</i> .....  | 426 |
| <b>3.5</b> | <b>CONCLUSIONS</b> .....   | 438 |





### 3.1 INTRODUCTION

Le comportement en traction des BFUP constitue une de leurs caractéristiques majeures, qui modifie le recours aux armatures classiques. En particulier les pièces fléchies de portée relativement faible peuvent se dispenser totalement d'armatures. Dans cette situation de fonctionnement, l'extrapolation du comportement le plus souvent identifié également en traction par flexion n'est pas considérée comme un problème critique. Par ailleurs, les applications structurelles importantes associent souvent les BFUP à une précontrainte, d'autant plus efficace que la capacité en compression de ces matériaux est élevée.

De ce fait le comportement en traction des BFUP intervient souvent de façon critique non pas, ou pas uniquement, dans la justification vis-à-vis des sollicitations normales, mais dans la justification des sollicitations tangentes où les fibres contribuent souvent seules, au sein du BFUP, à la reprise des efforts de traction.

Le cas du comportement des poutres à l'effort tranchant est particulièrement illustratif de cette situation. L'amélioration de la caractérisation du BFUP en traction doit permettre de rendre plus efficace et plus fiable la prise en compte de la contribution du matériau dans le fonctionnement structurel, favorisant une valorisation rationnelle et sûre.

Le contexte du dimensionnement à l'effort tranchant des poutres en béton armé, BFM et BFUP rappelé au chapitre 1 méritait clairement d'investiguer à frais nouveaux la question, afin d'orienter efficacement les dispositions d'ingénierie en cours de discussion au moment où ce travail a été initié.

Un programme expérimental a donc été mis au point à l'IFSTTAR (ex LCPC) en liaison avec le groupe AFGC-BFUP, et en particulier dans le cadre d'un partenariat LCPC-Lafarge-Eiffage, afin notamment :

- De quantifier l'apport des fibres et d'éventuelles armatures transversales de manière à vérifier la synergie des deux renforcements vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant.
- De caractériser le processus de fissuration d'une poutre en BFUP armé ou précontraint soumise à une sollicitation mixte Flexion-Tranchant afin d'en permettre la prévision.

Ce programme devait également permettre d'éclairer l'évolution éventuelle des recommandations (AFGC-Sétra, 2002) dans le cadre de discussions internationales (*fib* T.G. 8.6). Il se démarque des essais décrits dans le chapitre 1 en particulier par la caractérisation complète des matériaux, permettant seule un calibrage efficace des méthodes de calcul.

Les cinq configurations choisies pour les essais d'effort tranchant sur les poutres BFUP sont les suivantes :

- Poutres en BFUP précontraint sans armatures transversales.
- Poutres en BFUP précontraint avec armatures transversales.
- Poutres en BFUP armé longitudinalement sans armatures transversales.
- Poutres en BFUP armé longitudinalement avec armatures transversales.
- Poutres en BUHP (BFUP sans fibres) ou BFUP avec fibres organiques, armé longitudinalement, sans armatures transversales.

Pour chaque configuration, deux matériaux sont considérés : BFUP-B et BFUP-F. Dans le cas des poutres en BUHP ou en BFUP avec fibres organiques, la dénomination est la suivante : BFUP-B-NF et BFUP-F-OF.

## 3.2 DESCRIPTION DE LA CAMPAGNE EXPERIMENTALE

### 3.2.1 CARACTERISTIQUES ET DIMENSIONNEMENT DES CORPS D'EPREUVE

La géométrie des corps d'épreuve ainsi que leur ferrailage longitudinal et transversal résultent d'un compromis entre différents objectifs :

- Rupture par effort tranchant entraînant l'utilisation d'une âme amincie.
- Une géométrie ainsi qu'un taux d'armatures passives et de précontrainte réalistes par rapport aux poutres en BFUP conçues habituellement. Ainsi la section des corps d'épreuve est inspirée des poutres utilisées pour la rénovation de l'aéroréfrigérant de la centrale nucléaire de Cattenom (Bolusset, 1997 ; Birelli et al., 1998 ; Naudin et Toutlemonde, 1999).
- Contribution significative d'éventuelles armatures transversales (aux alentours de 20 % de l'effort tranchant ultime).
- Pour des raisons logistiques, l'effort maximal à appliquer était limité à 2000 kN. Ceci a notamment entraîné le recours à des corps d'épreuve de faible hauteur.

#### 3.2.1.1 CARACTERISTIQUES DES CORPS D'EPREUVE

Afin de conserver un mécanisme de treillis et d'éviter une trop grande influence de l'effet d'arc, le rapport  $a/d$  (avec  $a$  : portée de l'effort tranchant et  $d$  : hauteur utile de la poutre) a été choisi égal à 2,5. On se situe donc a priori dans le domaine sécuritaire pour minimiser l'effort tranchant résistant (Kani, 1966). Toutes les poutres ont une géométrie similaire afin de faciliter la comparaison des résultats entre les différents corps d'épreuve (voir Figure 3-1 et Figure 3-2) :

- Section en I dissymétrique
- Hauteur utile  $d$  égale à 30,5 cm
- Longueur de 3 m

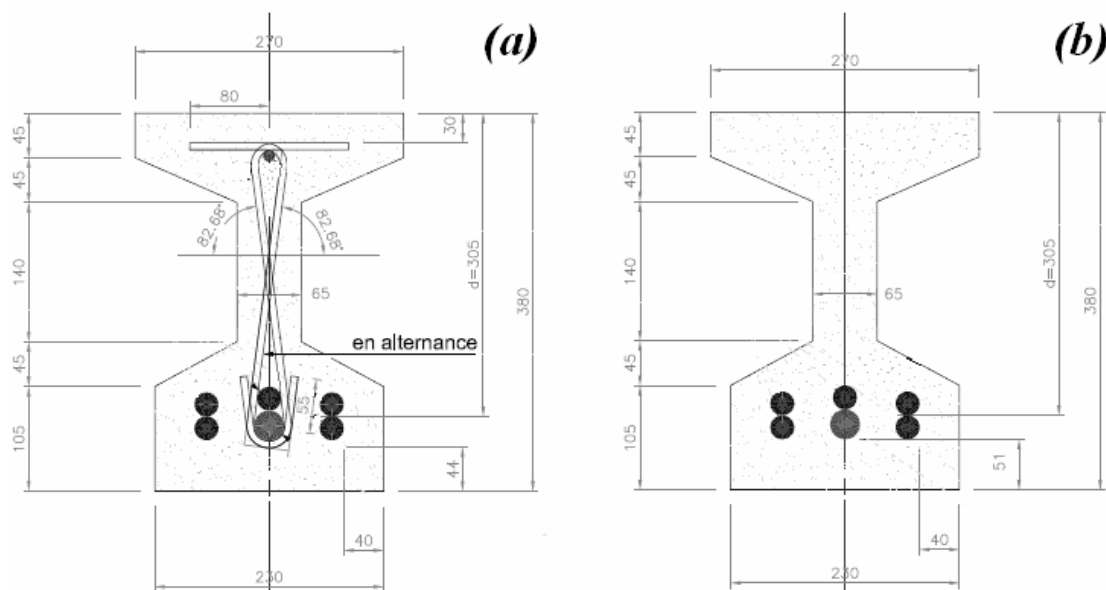


Figure 3-1 Section des poutres armées (dimensions en mm) : (a) poutres avec armatures transversales ; (b) poutres non armées transversalement (Armatures longitudinales : 5 HA20 et 1 HA25, Armatures transversales : 1 HA 6 tous les 7,5 cm).

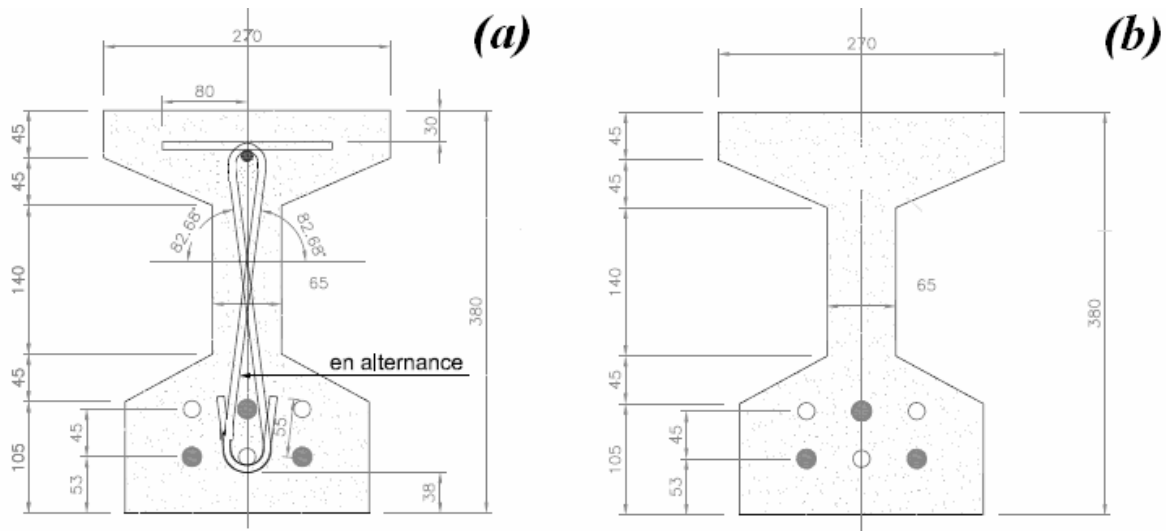


Figure 3-2 Section des poutres précontraintes (dimensions en mm) : (a) poutres avec armatures transversales ; (b) poutres non armées transversalement (Armatures longitudinales : 6 torons T15S, Armatures transversales : 1 HA 6 tous les 7,5 cm).

Le ferrailage a été déterminé afin de garder un enrobage égal à 3 cm (soit  $1,5 \cdot L_f$ ). Pour l'âme de la poutre, les armatures transversales sont disposées de manière à ce qu'il y ait sur un des côtés de l'armature au moins 3 cm entre celle-ci et l'extrémité de l'âme (avec une distance minimale de  $2 \text{ cm} = L_f$ ). Les armatures transversales sont donc disposées en X avec un espacement de 7,5 cm. L'espacement des brins verticaux est inférieur à  $0,9 \cdot d$  en raison d'une hauteur relativement réduite de l'âme.

Le taux d'armatures longitudinales  $\rho_l (A_l/b_w \cdot d)$  est égal à 10,4 % dans le cas des poutres armées. Par rapport au faible nombre d'essais à l'effort tranchant sur des poutres en BFUP armé que l'on peut trouver dans la littérature (Schaller, 1997 ; Sato et al., 2008 ; Xia et al., 2011), ce taux d'armatures longitudinales est relativement élevé. Ceci s'explique par une volonté d'assurer une rupture par effort tranchant ou au moins d'atteindre un effort proche de l'effort tranchant résistant [ce qui n'est pas toujours le cas dans l'étude de (Sato et al., 2008)] et par la présence d'armatures transversales [qui sont absentes dans les études de (Schaller, 1997) et (Xia et al., 2011)] contribuant à la résistance à l'effort tranchant. Le taux d'armatures longitudinales dans le cas des poutres précontraintes est égal à 4,5 %. Celui-ci se situe dans la moyenne (4,52 %) de l'ensemble des essais à l'effort tranchant sur poutres en BFUP précontraint que l'on peut trouver dans la littérature. Le taux d'éventuelles armatures transversales  $\rho_t$  est égal à 0,14 % dans le cas des poutres armées et précontraintes.

Les torons ne sont tendus qu'à 170 kN pour éviter une fissuration du béton lors de la mise en précontrainte (résistance requise en traction de 5 MPa et en compression de 40 MPa).

Vis-à-vis de la diffusion de l'effort de précontrainte, trois torons sont gainés sur une longueur de 10 cm pour éviter une fissuration du béton sous l'effet d'éclatement. La longueur d'encorbellement (longueur après appui) est égale à 50 cm, elle a été déterminée de manière à ce que la diffusion ne perturbe pas la zone de sollicitation de la poutre.

La longueur maximale d'ancrage nécessaire pour les armatures HA longitudinales (l'ancrage étant droit) est de 30 cm (section 8.4 de l'Eurocode 2) : celle-ci est inférieure à la longueur d'encorbellement nécessaire pour les poutres précontraintes. Une longueur identique pour toutes les poutres a néanmoins été gardée dans la perspective de prélever des prismes à chaque extrémité des corps d'épreuve. Cette longueur dépend de plusieurs paramètres :

- La portée d'effort tranchant  $a$  :  $a/d = 2,5$  ( $d = 0,305$ ) d'où  $a = 0,76 \text{ m}$
- La longueur d'ancrage et de diffusion pour les poutrelles précontraintes:  $l_r = 50 \text{ cm}$ .

- La longueur de la zone de moment constant permettant une instrumentation dans une zone non perturbée par la diffusion des charges appliquées :  $l_{centre} = 48 \text{ cm}$ .  
D'où, dans le cas d'un essai de flexion quatre points, la longueur de la poutre est égale à  $l_p = 2*a + 2*l_r + l_{centre} = 3 \text{ m}$  pour une portée de 2 m.  
Le schéma de principe de l'essai est décrit Figure 3-3.

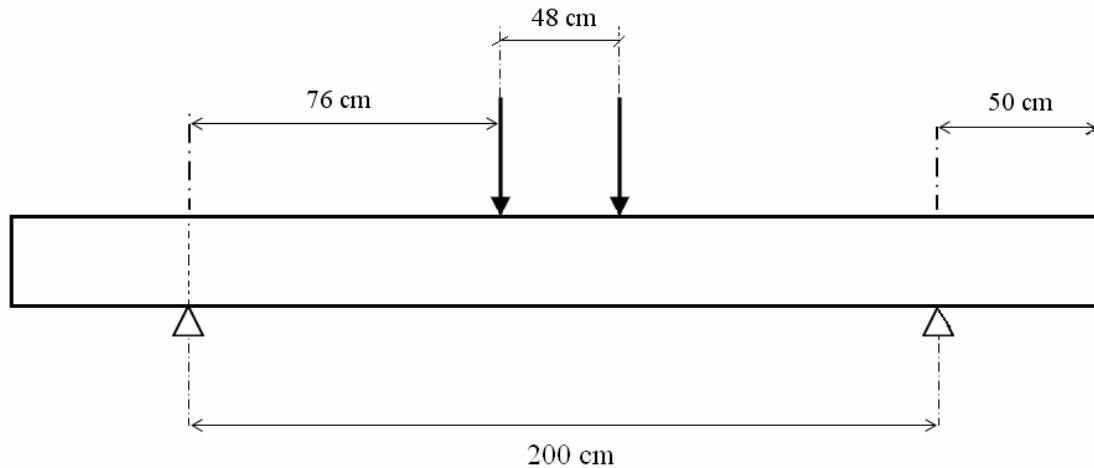


Figure 3-3 Schéma de principe des essais à l'effort tranchant réalisés à l'IFSTTAR

### 3.2.1.2 VERIFICATIONS DU DIMENSIONNEMENT PAR RAPPORT A L'OBJECTIF DE RUPTURE PAR EFFORT TRANCHANT

Les différents coefficients de sécurité ne sont pas pris en compte que ce soit en flexion et pour l'effort tranchant.

Pour le calcul du moment résistant, l'apport du béton tendu ainsi que la participation d'un éventuel acier comprimé ne sont pas considérés. Un diagramme triangulaire est supposé pour la contribution du béton comprimé [ $f_c = 200 \text{ MPa}$  et  $E_c = 65 \text{ GPa}$  (BFUP-B) ou  $50 \text{ GPa}$  (BFUP-F)].

Pour le calcul de l'effort tranchant, l'approche des recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP considérant une contribution additive de la structure, des fibres et d'éventuelles armatures transversales est choisie.

En ce qui concerne la participation du béton (ou de la structure) vis-à-vis de l'effort tranchant, la formule des recommandations (AFGC-Sétra, 2002) semble sécuritaire. La formulation de (Kordina et Blume, 1985) est adoptée. Les résultats expérimentaux obtenus sur les poutres armées en BPR® du projet BHP 2000 semblent montrer une bonne efficacité de cette formule (Schaller, 1997).

La contrainte résiduelle reprise par les fibres métalliques  $\sigma_p$  dans le cas du béton armé et du béton précontraint est prise égale  $10 \text{ MPa}$  ( $w_{lim} = 0,3 \text{ mm}$ ). Cette valeur est une moyenne des données de référence inscrites dans l'annexe 7 des recommandations (AFGC-Sétra, 2002).

Dans le cas du BFUP avec fibres organiques, la contrainte résiduelle est issue du rapport suivant :

$$\frac{\text{Max}(\text{"Contrainte Equivalent de Flexion - Flèche"})_{\text{Formulation-Fibres-Organiques}}}{\text{Max}(\text{"Contrainte Equivalent de Flexion - Flèche"})_{\text{Formulation-Fibres-Métalliques}}} = \frac{23}{30} = 0,77$$

$$\sigma_{p\text{-fibres-organiques}} = 0,77 * 10 = 7,7 \text{ MPa}$$

Les courbes moyennes « Contrainte Equivalente de Flexion – Flèche » sont obtenues à partir d’essais de flexion quatre points. Les maximum des ces courbes moyennes sont fournies par le fabricant du BFUP concerné.

Le coefficient d’orientation K est pris égal à 1.

Les bielles sont supposées inclinées de 45° pour les poutres armées et de 32° pour les poutres précontraintes (valeur de l’inclinaison des contraintes principales de compression au niveau du centre de gravité au moment de l’apparition d’une fissuration diagonale). Les pertes de tension des câbles et la contrainte limite de linéarité du BFUP sont prises respectivement égales à 25 % et 8,5 MPa.

Les pertes réelles estimées de précontrainte ( $\approx 25\%$ ) sont prises en compte dans les cas défavorables à la résistance à l’effort tranchant et une valeur minimale de 10 % est considérée dans les cas favorables.

En ce qui concerne le comportement des armatures passives ou actives, celui-ci est considéré comme élastoplastique parfait avec :

- Armatures passives :  $f_y = \begin{cases} 600 \text{ MPa dans les cas défavorables (effort tranchant...)} \\ 550 \text{ MPa dans les cas favorables (moment résistant...)} \end{cases}$
- Armatures de précontrainte :  $f_y = 1675 \text{ MPa}$

Le Tableau 3-1 présente une synthèse des vérifications effectuées pour chaque configuration par rapport à l’objectif de rupture par effort tranchant.

Tableau 3-1 Résultats du dimensionnement pour chaque type de poutre en BFUP armé ou précontraint

| Type de poutre                                 | Armatures actives | Armatures HA longitudinales                         | Armatures HA transversales | Moment résistant ultime (kN.m) | Effort tranchant résistant ultime (kN) | Portée d'effort tranchant relative ( $a/d$ ) maximale pour assurer une rupture à l'effort tranchant |
|--|-------------------|---|----------------------------|--------------------------------|--|---|
| BFUP précontraint sans armatures transversales | Fibre inf : 6T15S | -   | -                          | 426                            | 450                                    | 3,1   |
| BFUP précontraint avec armatures transversales | Fibre inf: 6T15S  | Fibre sup: 1 HA 10                                  | 1 HA 6<br>$s = 7,5$ cm     | 426                            | 558                                    | 2,5   |
| BFUP armé sans armatures transversales         | -                 | Fibre inf: 1 HA 25<br>5 HA 20                       | -                          | 330                            | 355                                    | 3,0   |
| BFUP armé avec armatures transversales         | -                 | Fibre inf: 1 HA 25<br>5 HA 20<br>Fibre sup: 1 HA 10 | 1 HA 6<br>$s = 7,5$ cm     | 330                            | 418                                    | 2,6   |
| BUHP armé sans armatures transversales         | -                 | Fibre inf: 1 HA 25<br>5 HA 20                       | -                          | 330                            | 177                                    | 6,1   |
| BFUP (FO) armé sans armatures transversales    | -                 | Fibre inf: 1 HA 25<br>5 HA 20                       | -                          | 330                            | 314                                    | 3,4   |

La géométrie des corps d'épreuve ainsi que leur ferrailage longitudinal et transversal devraient assurer une rupture par effort tranchant. Néanmoins, pour les poutres en BFUP armé ou précontraint avec armatures transversales, la marge semble relativement mince.

### 3.2.2 FABRICATION DES POUTRES

La fabrication des poutres en BFUP, qui s'est effectuée à l'usine de préfabrication de Hurks à Veldhoven (Pays-Bas), était initialement prévue en deux phases :

- 1ère étape : 1<sup>er</sup> Octobre 2008 : coulage de la poutre en BFUP-B-NF et des quatre corps d'épreuve en BFUP-B (voir Figure 3-4a).
- 2ème étape : 8 Octobre 2008 : coulage de la poutre en BFUP-F-OF et des quatre corps d'épreuve en BFUP-F (voir Figure 3-4b).

La poutre précontrainte en BFUP-B avec armatures transversales ayant été considérée comme non recevable, un autre coulage a été programmé le 15 Octobre 2008 afin de réaliser une nouvelle fabrication des deux corps d'épreuve précontraints [BFUP-B(2)].

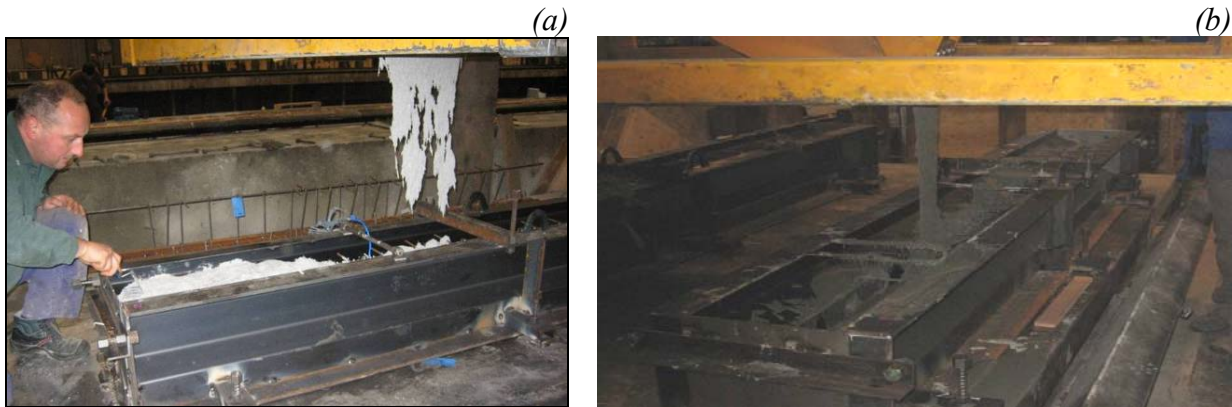


Figure 3-4 Mise en place du BFUP-B (a) et du BFUP-F (b) pour la configuration : poutre armée longitudinalement et transversalement.

Les BFUP étudiés lors de cette campagne expérimentale sont similaires à ceux utilisés lors des essais de flexion quatre points et de traction directe décrits dans le chapitre 2. Ainsi la composition des BFUP est détaillée au Tableau 3-2.



Tableau 3-2 Composition des BFUP étudiés lors des essais effort tranchant

| Materiaux  |   | BFUP B  | BFUP B(2) | BFUP B-NF*   | BFUP F  | BFUP F-OF  |
|--|---|---|-----------|--|---|--|
| Premix   |   | 2296 kg/m <sup>3</sup>  |           | 2355 kg/m <sup>3</sup>   | 2167 kg/m <sup>3</sup>  | 2037 kg/m <sup>3</sup>   |
| Superplastifiant                                       |   | 50 kg/m <sup>3</sup>  |           | 51 kg/m <sup>3</sup>   | 30 kg/m <sup>3</sup>  | 28 kg/m <sup>3</sup>   |
| Accélérateur   |   | -   |           | -  | 26 kg/m <sup>3</sup>  | 24,5 kg/m <sup>3</sup>   |
| Fibres d'acier<br>(13 mm – 0,2 mm)                     |   | -   |           | -  | 156 kg/m <sup>3</sup>   | -  |
| Fibres d'acier<br>(20 mm – 0,3 mm)                     |   | 195 kg/m <sup>3</sup>   |           | -  | -   | -  |
| Fibres organiques<br>(informations<br>confidentielles) |   | -   |           | -  | -   | 54,5 kg/m <sup>3</sup>   |
| Eau  |   | 190 kg/m <sup>3</sup>   |           | 195 kg/m <sup>3</sup>  | 124 kg/m <sup>3</sup>   | 151 kg/m <sup>3</sup>  |
| V <sub>f</sub> (%)                                     |   | 2,5   |           | -  | 2   | 4,7  |
| Cure appliquée   |   | Après décoffrage :<br>Extérieur<br>puis Lab<br>14-26 °C<br>40-60 % HR |           | Après<br>décoffrage :<br>Extérieur<br>puis Lab<br>14-26 °C<br>40-60 % HR | Après<br>décoffrage :<br>90°C<br>100 % HR<br>pendant 48<br>heures<br>puis Extérieur<br>puis Lab | Après<br>décoffrage :<br>Extérieur<br>puis Lab<br>14-26 °C<br>40-60 % HR |
| Essais d'étalement<br>statiques                        | Cône ASTM C230<br>Avant l'ajout des<br>fibres | -   |           | -  | 240 mm  | 270 mm   |
|  | Cône ASTM C230<br>A la fin du malaxage        | -   |           | -  | 265 mm  | -  |
|  | Cône DIN<br>A la fin du malaxage              | 635 mm  | 630 mm    | 765 mm   | -   | -  |

\*La matrice cimentaire du BFUP-B-NF est identique à celle du BFUP-B

Le premix du BFUP « F » est caractérisé par un diamètre du plus gros granulat de l'ordre de 0,8 mm alors que celui du BFUP « B » est proche de 8 mm. Le BFUP « F » contient des fibres métalliques de longueur 13 mm et de diamètre 0,2 mm alors que celles du BFUP « B » ont une longueur de 20 mm et un diamètre de 0,3 mm.

Les BFUP ou BUHP étudiés ici sont des matériaux pratiquement autoplaçants. Néanmoins lors du coulage des corps d'épreuve en BFUP-B et B(2), les coffrages ont été vibrés afin d'aider la mise en place du béton.

---

Pour chaque gâchée du BFUP-B et BFUP-B-NF, les éprouvettes de caractérisation suivantes ont été coulées :

- 9 cylindres 110mm\*220mm afin d'obtenir le module d'Young  $E_c$  et la résistance en compression  $f_c$  au moment des tests sur les poutres (essais réalisés à l'IFSTTAR)
- 6 prismes 70mm\*70mm\*280mm afin d'obtenir la limite de linéarité en traction  $f_{ij}$  au moment des tests sur les poutres à l'aide d'un essai de flexion quatre points (essais réalisés à l'IFSTTAR).

Pour chaque gâchée du BFUP-F et BFUP-F-OF, les éprouvettes de caractérisation suivantes ont été coulées :

- 9 cylindres 110mm\*220mm afin d'obtenir  $E_c$  et  $f_c$  au moment des tests sur les poutres (essais réalisés à l'IFSTTAR).
- 6 cylindres 70mm\*140mm afin d'obtenir  $E_c$  et  $f_c$  à 28 jours (essais réalisés par la société commercialisant le BFUP-F).
- 6 prismes 70mm\*70mm\*280mm afin d'obtenir  $f_{ij}$  au moment des tests sur les poutres à l'aide d'un essai de flexion quatre points (essais réalisés à l'IFSTTAR).
- 6 prismes 70mm\*70mm\*280mm afin d'obtenir  $f_{ij}$  à 28 jours à l'aide d'un essai de flexion quatre points (essais réalisés par la société commercialisant le BFUP-F).

La dénomination des douze poutres à tester est présentée au Tableau 3-3.

Tableau 3-3 Dénomination des poutres selon le BFUP et les renforcements utilisés

| Nom du Corps d'épreuve | BFUP   |           |           |        |           | HA Longitudinal | Torons de Précontrainte | HA Transversal |
|------------------------|--------|-----------|-----------|--------|-----------|-----------------|-------------------------|----------------|
|                        | BFUP-B | BFUP B(2) | BFUP-B NF | BFUP-F | BFUP-F OF |                 |                         |                |
| BFUP-B PC-NS*          | X      |           |           |        |           |                 | X                       |                |
| BFUP-F PC-NS*          |        |           |           | X      |           |                 | X                       |                |
| BFUPB(2) PC-NS*        |        | X         |           |        |           |                 | X                       |                |
| BFUP-B PC-WS*          | X      |           |           |        |           |                 | X                       | X              |
| BFUPB(2) PC-WS*        |        | X         |           |        |           |                 | X                       | X              |
| BFUP-F PC-WS*          |        |           |           | X      |           |                 | X                       | X              |
| BFUP-B RC-NS*          | X      |           |           |        |           | X               |                         |                |
| BFUP-F RC-NS*          |        |           | X         |        |           | X               |                         |                |
| BFUP-B RC-WS*          | X      |           |           |        |           | X               |                         | X              |
| BFUP-F RC-WS*          | X      |           |           |        |           | X               |                         | X              |
| BFUP-B NF-RC-NS*       |        |           | X         |        |           | X               |                         |                |
| BFUP-F OF-RC-NS*       |        |           |           |        | X         | X               |                         |                |

\* PC : Prestressed Concrete -- RC : Reinforced Concrete,  
 NS : No Stirrups -- WS : With Stirrups,  
 NF : No fibers -- OF : Organic Fibers.

La poutre BFUP-B-PC-WS est mentionnée dans le tableau ci-dessus. Toutefois ce corps d'épreuve n'a pas été testé en raison de son mauvais état général.

La tension initiale des câbles a été contrôlée à l'aide d'un peson, les deux poutres précontraintes pour chaque matériau étant mises en tension à l'aide d'un seul banc de précontrainte. Les tensions enregistrées sur chaque toron sont présentées Figure 3-5 pour chaque BFUP.

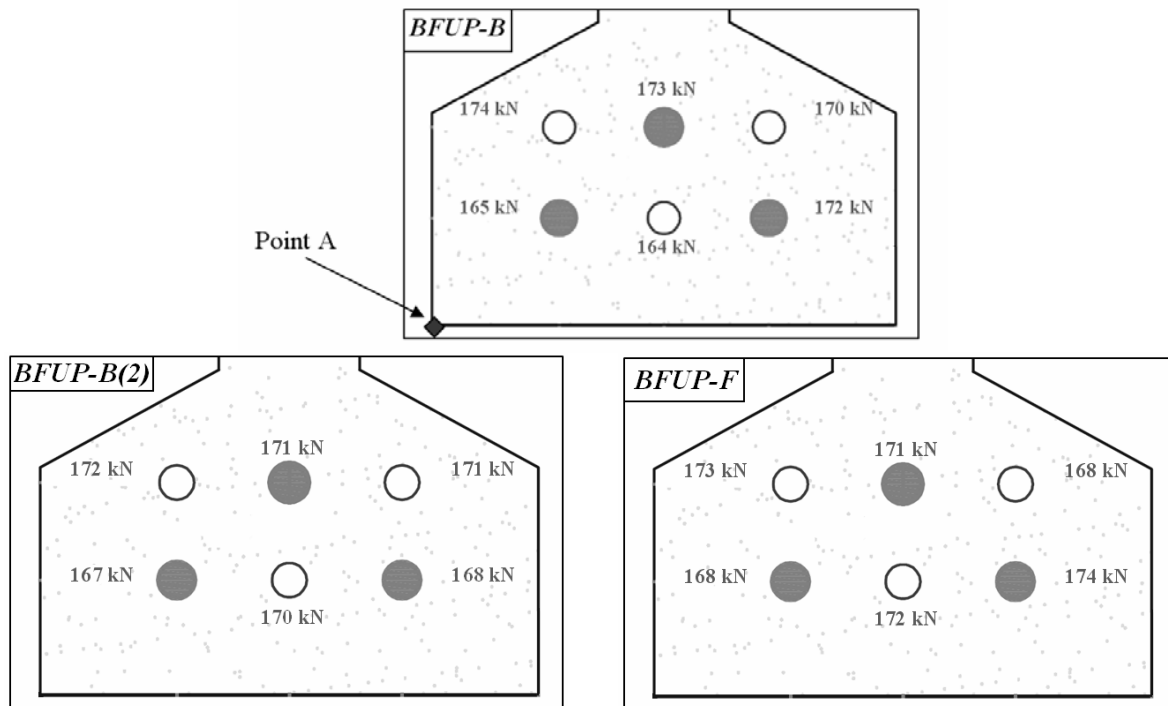


Figure 3-5 Mesure de la tension des torons pour chaque poutre précontrainte

D'où un effort normal initial de (effort normal initial prévu : 1,020 MN) :

- 1,018 MN pour les poutres précontraintes en BFUP-B
- 1,019 MN pour les poutres précontraintes en BFUP-B(2)
- 1,026 MN pour les poutres précontraintes en BFUP-F

Position résultante de l'effort de précontrainte [en prenant l'angle A du talon des poutres comme origine du repère ( $x = 0$  et  $y = 0$ )] :

- $x = 115,15$  mm et  $y = 75,85$  mm pour les poutres précontraintes en BFUP-B.
- $x = 115,05$  mm et  $y = 75,46$  mm pour les poutres précontraintes en BFUP-B(2)
- $x = 115,00$  mm et  $y = 75,70$  mm pour les poutres précontraintes en BFUP-F

La position initialement prévue est la suivante :  $x = 115$  mm et  $y = 75,5$  mm.

L'écart entre les positions est donc très faible : inférieur à 0,5 %.

La résistance nécessaire pour détendre les torons était de 110 MPa sur cube (100 MPa sur cylindre). Cette résistance a été atteinte 24 heures après le coulage pour les poutres en BFUP-B et BFUP-B(2) et 48 heures après le coulage pour les poutres en BFUP-F. Pour chaque matériau, une fois les poutres mises en précontrainte, elles ont été décoffrées ainsi que les cylindres et prismes d'accompagnement.

Après leur décoffrage, les poutres en BFUP-F ainsi que les éprouvettes associées ont été placées dans un caisson en bois avec un capitonnage en polystyrène pour subir un traitement thermique qui a débuté 50 heures après le coulage (voir Figure 3-6). Celui-ci a été réalisé par diffusion de vapeur d'eau à l'intérieur du caisson grâce à deux tuyaux se situant chacun d'un côté du caisson. Le traitement thermique a été automatiquement arrêté 48 heures après son démarrage. Le caisson en bois est resté fermé jusqu'au lendemain pour éviter aux poutres de subir un choc thermique.

Le traitement thermique initialement prévu consistait à placer les éprouvettes et les corps d'épreuve à 90°C et 90 % d'humidité relative pendant 48 heures. La température a été contrôlée par l'entreprise de préfabrication à l'intérieur du caisson ainsi que dans les poutres

BFUP-B-PC-NS et BFUP-B-RC-NS (voir Figure 3-7). Pour le degré d'humidité, aucune mesure n'a été effectuée mais on peut considérer de par les moyens utilisés (tuyaux de vapeur d'eau) que celui-ci est autour de 100 %.



Figure 3-6 Dispositif pour le traitement thermique des poutres en BFUP-F

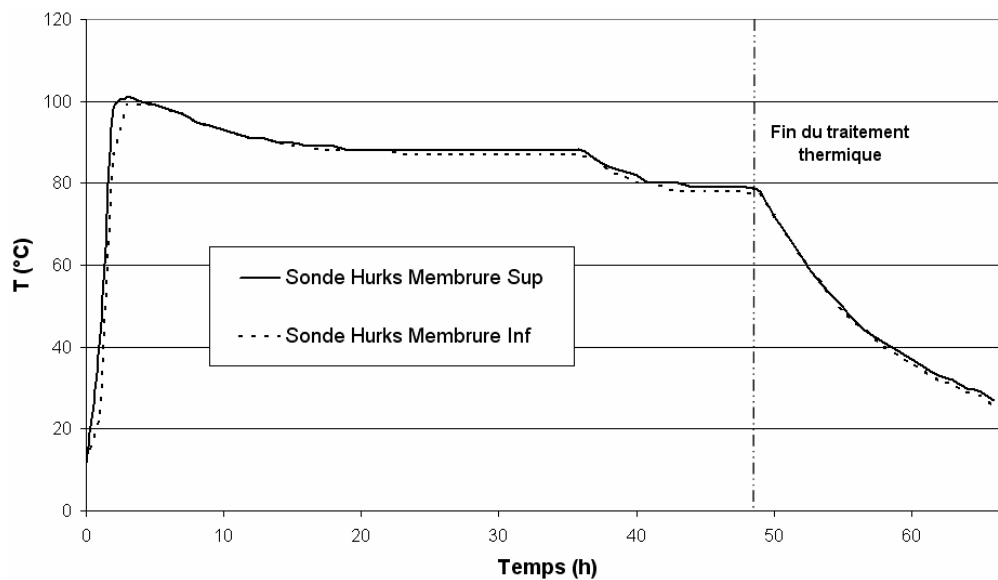


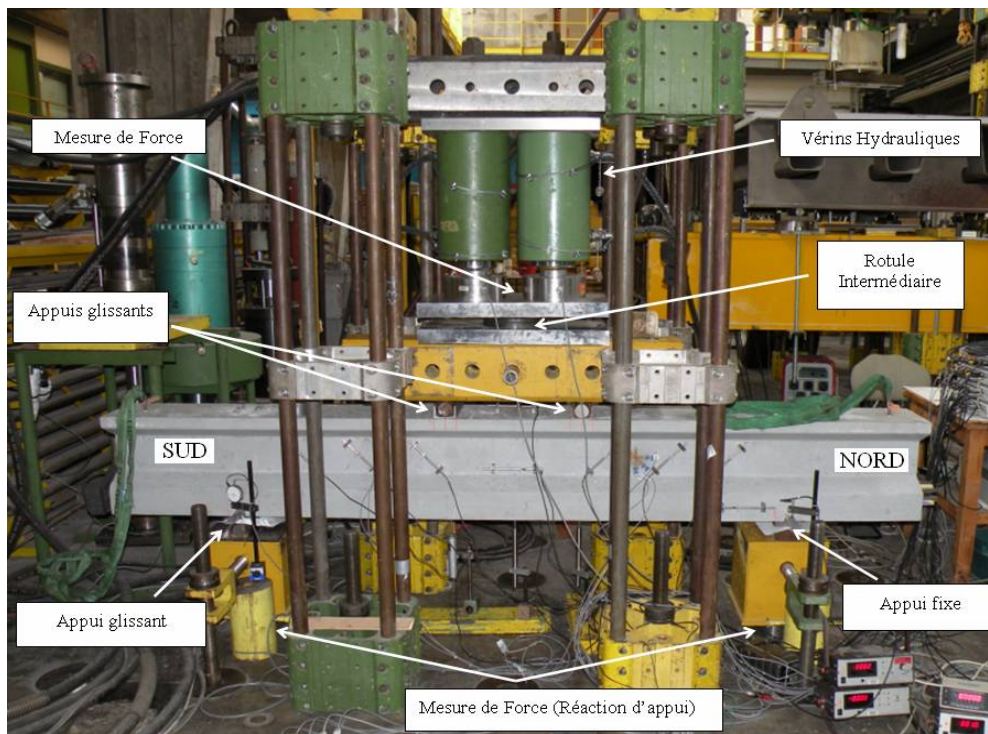
Figure 3-7 Evolution de la température à l'intérieur de la poutre BFUP-F-PC-NS lors du traitement thermique



### 3.2.3 DISPOSITIF D'ESSAI ET INSTRUMENTATION DES CORPS D'EPREUVE

#### 3.2.3.1 DISPOSITIF GENERAL DES ESSAIS ET ASSERVISSEMENT

Le montage complet des essais est représenté Figure 3-8. La capacité de chaque vérin est de 1000 kN d'où un effort maximal possible de 2000 kN (effort maximal prévu par le dimensionnement : 1120 kN).



(a)



(b)

Figure 3-8 (a) Vue générale du montage côté Est (Poutre BFUB-B(2)-PC-WS) ; (b) Détail des points d'application de l'effort côté Est (Poutre BFUP-F-RC-NS)

En début d'essai la grandeur contrôlée par l'asservissement est la pression d'huile dans les vérins (pilotage en force). Le montage en parallèle des vérins permet, par une vanne de distribution en sortie d'un multiplicateur de pression en entrée duquel se fait l'asservissement, d'obtenir une même pression au niveau des deux pistons.

Après dépassement du domaine linéaire, l'asservissement porte sur le déplacement du multiplicateur de pression qui est proportionnel à la flèche de la poutre.

### 3.2.3.2 PROGRAMME DE CHARGEMENT

#### **Poutres précontraintes**

L'approche des vérins sur les corps d'épreuve a été effectuée avec pilotage en déplacement jusqu'à une charge de 10 kN.

Quatre cycles de chargement ont ensuite été réalisés :

- $1^{er}$  cycle (asservissement en force) : chargement de 10 kN à 200 kN (40% de  $F_{nonlinéarité}$  de calcul) et redescente à 10 kN (10% de  $F_{nonlinéarité}$  de calcul) : voir Tableau 3-4.
- $2^{ème}$  cycle (asservissement en force) : chargement de 50 kN à 450 kN (90 % de  $F_{nonlinéarité}$  de calcul) et redescente à 150 kN.
- $3^{ème}$  cycle (asservissement en déplacement) : chargement de 150 kN à 550 kN (110 % de  $F_{nonlinéarité}$  de calcul) avec un palier à 400 kN et 500 kN puis redescente jusqu'à 450 kN.
- $4^{ème}$  cycle (asservissement en déplacement) : chargement de 450 kN jusqu'à la rupture effective avec un palier tous les 50 kN.

### Poutres armées

L'approche des vérins sur les corps d'épreuve a été effectuée avec pilotage en déplacement jusqu'à une charge de 10 kN.

Pour les poutres en BFUP avec et sans armatures transversales, trois cycles de chargement ont ensuite été réalisés :

- $1^{er}$  cycle (asservissement en force) : chargement de 10 kN à 100 kN (80% de  $F_{nonlinéarité}$  de calcul) et redescente à 40 kN (30% de  $F_{nonlinéarité}$  de calcul) : voir Tableau 3-4.
- $2^{ème}$  cycle (asservissement en déplacement) : chargement de 40 kN à 400 kN égale à  $\frac{F_{nonlinéarité} + F_{rupture}}{2}$  de calcul et redescente à 250 kN : voir Tableau 3-4.
- $3^{ème}$  cycle (asservissement en déplacement) : chargement de 250 kN jusqu'à la rupture effective avec un palier tous les 50 kN.

En ce qui concerne la poutre BFUP-F-OF-RC-NS, les étapes de son chargement ont été les suivantes :

- $1^{er}$  cycle (asservissement en force) : chargement de 10 kN à 100 kN (80% de  $F_{nonlinéarité}$  de calcul) et redescente à 40 kN (30% de  $F_{nonlinéarité}$  de calcul) : voir Tableau 3-4.
- $2^{ème}$  cycle (asservissement en déplacement) : chargement de 40 kN à 250 kN égale à  $\frac{F_{rupture}}{2}$  et redescente à 150 kN : voir Tableau 3-4.
- $3^{ème}$  cycle (asservissement en déplacement) : chargement de 150 kN jusqu'à la rupture effective avec un palier tous les 50 kN.

Pour ce qui est de la poutre BFUP-B-NF-RC-NS, deux cycles de chargement ont été effectués :

- $1^{er}$  cycle (asservissement en force) : chargement de 0 à 100 kN (80% de  $F_{nonlinéarité}$  de calcul) et redescente à 40 kN (30% de  $F_{nonlinéarité}$  de calcul) : voir Tableau 3-4.
- $2^{ème}$  cycle : (asservissement en déplacement) : chargement de 40 kN jusqu'à la rupture effective avec un palier tous les 30 kN : voir Tableau 3-4.



Tableau 3-4 Efforts de calcul cumulés des deux vérins pour atteindre une non linéarité ( $F_{\text{nonlinéarité-calcul}}$ ) et la rupture ( $F_{\text{rupture-calcul}}$ ) pour chaque poutre

| Nom du Corps d'épreuve | $F_{\text{nonlinéarité-calcul}}$ (kN) | Cause de la perte de linéarité  | $F_{\text{rupture-calcul}}$ (kN) |
|------------------------|---------------------------------------|---|----------------------------------|
| BFUP-B PC-NS           | 490                                   | Atteinte de $f_{ij}$ par traction diagonale au niveau du centre de gravité (dans la zone d'effort tranchant constant) | 900                              |
| BFUP-F PC-NS           | 490                                   | Atteinte de $f_{ij}$ par traction diagonale au niveau du centre de gravité  | 900                              |
| BFUPB(2) PC-NS         | 490                                   | Atteinte de $f_{ij}$ par traction diagonale au niveau du centre de gravité  | 900                              |
| BFUPB(2) PC-WS         | 490                                   | Atteinte de $f_{ij}$ par traction diagonale au niveau du centre de gravité  | 1116                             |
| BFUP-F PC-WS           | 490                                   | Atteinte de $f_{ij}$ par traction diagonale au niveau du centre de gravité  | 1116                             |
| BFUP-B RC-NS           | 126                                   | Atteinte de $f_{ij}$ par traction par flexion au niveau de la fibre inférieure (dans la zone de moment constant)      | 710                              |
| BFUP-F RC-NS           | 126                                   | Atteinte de $f_{ij}$ par traction par flexion au niveau de la fibre inférieure  | 710                              |
| BFUP-B RC-WS           | 126                                   | Atteinte de $f_{ij}$ par traction par flexion au niveau de la fibre inférieure  | 836                              |
| BFUP-F RC-WS           | 126                                   | Atteinte de $f_{ij}$ par traction par flexion au niveau de la fibre inférieure  | 836                              |
| BFUP-B NF-RC-NS        | 126                                   | Atteinte de $f_{ij}$ par traction par flexion au niveau de la fibre inférieure  | 354                              |
| BFUP-F OF-RC-NS        | 126                                   | Atteinte de $f_{ij}$ par traction par flexion au niveau de la fibre inférieure  | 628                              |

\* Hypothèses de calcul : 15 % de pertes de précontrainte et  $f_{ij} = 8$  MPa

Les essais de flexion visant à un mécanisme de ruine par effort tranchant ont été menés sur les onze corps d'épreuve entre le 3 Juillet 2009 et le 24 Septembre 2009.

### 3.2.3.3 INSTRUMENTATION DES CORPS D'EPREUVE

L'instrumentation commune à chaque poutre comprend (voir Figure 3-9) :

- Un manomètre mesurant la pression d'huile envoyée aux vérins (précision 0,5 bar).
- Quatre capteurs de force (capacité 1000 kN avec une incertitude élargie inférieure à 1 kN) : deux placés sous chaque point de chargement et deux sous chaque appui.
- Trois capteurs de déplacement de type LVDT (course de  $\pm 25$  mm avec une incertitude élargie inférieure à 150  $\mu\text{m}$ ) pour mesurer la flèche à mi-portée et à l'aplomb des deux points de chargement (voir Figure 3-10a).
- Deux capteurs de déplacement de type LVDT (course supérieure à  $\pm 2$  mm) à l'aplomb des deux appuis pour mesurer le tassement sur appui (voir Figure 3-10a).

- Six capteurs de déplacement de type LVDT disposés à 45° dans la portée d'effort tranchant montés en extensomètre (voir Figure 3-10b) : base de 130 mm (avec une incertitude aux alentours de 20  $\mu\text{m}$ ) et course de  $\pm 2,5$  mm (avec une incertitude élargie inférieure à 10  $\mu\text{m}$ ).
- Trois extensomètres horizontaux (fibre supérieure, moyenne et inférieure) constitués de capteurs LVDT placés en section centrale (voir Figure 3-10b) : base de 150 mm (avec une incertitude aux alentours de 20  $\mu\text{m}$ ) et course de  $\pm 2$  mm avec une incertitude élargie inférieure à 15  $\mu\text{m}$ .
- Un capteur de déplacement de type LVDT placé horizontalement sur la fibre inférieure pour identifier notamment la plastification éventuelle des aciers longitudinaux (voir Figure 3-10c) : base de 150 mm (avec une incertitude aux alentours de 20  $\mu\text{m}$ ) et course de  $\pm 2$  mm avec une incertitude élargie inférieure à 15  $\mu\text{m}$ .
- Deux rosettes (longueur de grille : 60 mm) collées dans la portée d'effort tranchant (voir Figure 3-10c).

Une seule face des poutres est instrumentée (côté Est). Le côté Ouest est réservé aux photos et relevés de fissuration.

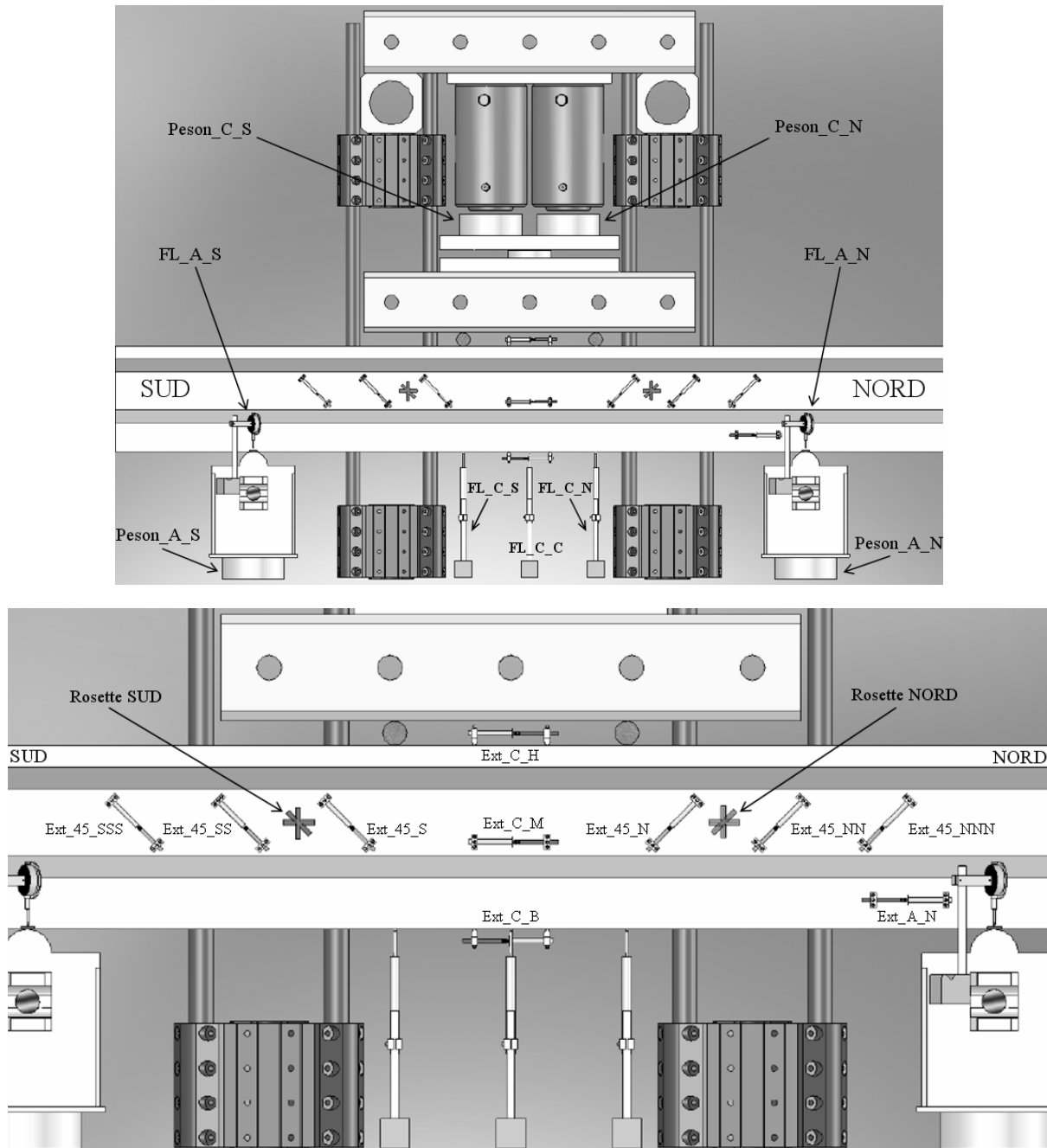


Figure 3-9 Plan de l'instrumentation commune à chaque poutre (dénominations de chaque capteur)

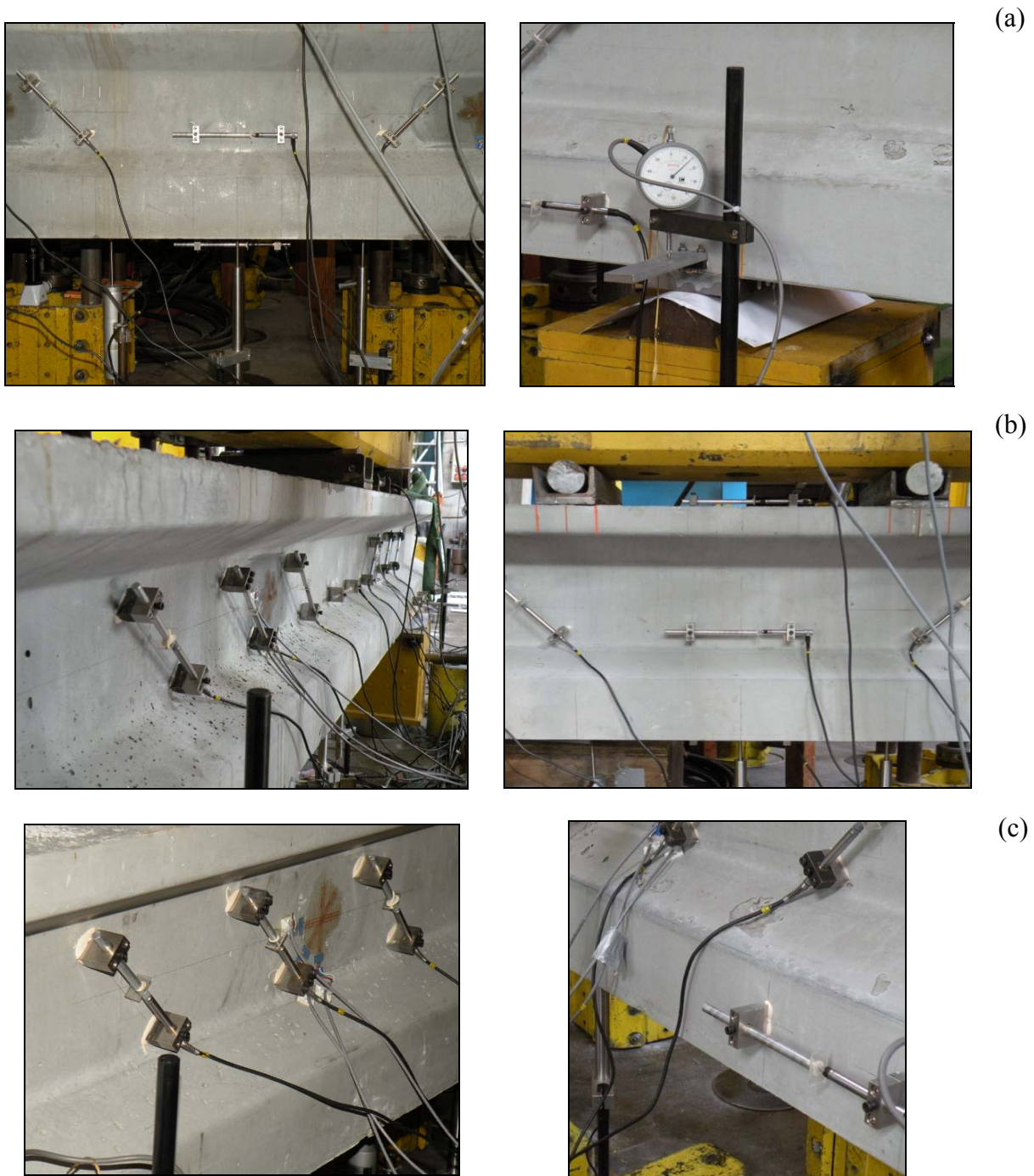


Figure 3-10 (a) : Capteurs de flèche au centre de la poutre (à gauche) et capteur de déplacement à l'aplomb d'un des appuis ; (b) : Capteurs disposés à  $45^\circ$  dans la portée d'effort tranchant (à gauche) et extensomètres en section centrale (à droite) ; (c) : Rosette collée dans la portée d'effort tranchant à mi-hauteur de l'âme (à gauche) et extensomètres en section centrale (à droite)

Pour certains corps d'épreuve, une instrumentation noyée a été mise en place :

- Poutre BFUP-B-RC-WS : huit jauges (longueur de grille : 5 mm) collées sur les armatures transversales (au milieu de l'âme) : quatre dans chaque portée d'effort tranchant (voir Figure 3-11). Seules les quatre jauges situées dans la portée d'effort tranchant Sud ont pu être interrogées en raison d'un sectionnement de certains fils lors du transport des poutres.
- Poutre BFUP-F-RC-WS : huit jauges (longueur de grille : 5 mm) collées sur les armatures transversales (au milieu de l'âme) : quatre dans chaque portée d'effort tranchant (voir Figure 3-11).
- Poutre BFUP-F-RC-NS : trois jauges (longueur de grille : 5 mm) collées sur les armatures longitudinales : une au centre de la poutre et une à proximité de chaque appui.

L'acquisition de l'ensemble des mesures a été effectuée automatiquement au cours des essais (fréquence d'acquisition : 1 Hz).

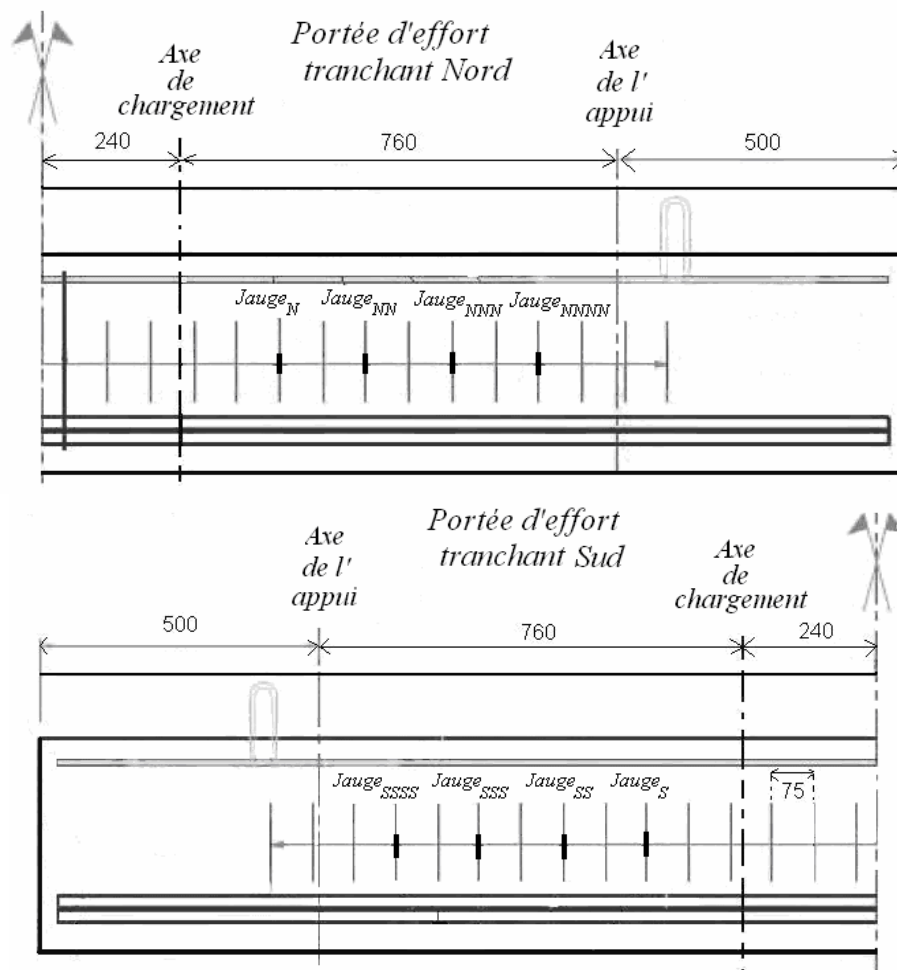


Figure 3-11 Position des armatures transversales instrumentées (dimensions en mm) : Poutres BFUP-B-RC-WS et BFUP-F-RC-WS

### 3.3 RESULTATS EXPERIMENTAUX

#### 3.3.1 CARACTERISATION DES DIFFERENTS MATERIAUX

Afin de bien appréhender le comportement des poutres testées et d'estimer leur résistance théorique, il est nécessaire de connaître les propriétés mécaniques des différents matériaux utilisés.

##### 3.3.1.1 COMPORTEMENT MECANIQUE DES BFUP OU BUHP

Pour chaque BFUP, les essais de caractérisation réalisés ont été les suivants :

- Essais de compression et détermination du module d'Young et du coefficient de Poisson à partir d'éprouvettes cylindriques 110mm\*220mm.
- Essais de flexion quatre points sur éprouvettes moulées 70mm\*70mm\*280mm non entaillées afin de déterminer la résistance de la matrice et le comportement post-fissuration du BFUP en traction.
- Essais de flexion trois points sur éprouvettes 70mm\*70mm\*280mm entaillées qui ont été prélevées aux abouts des poutres afin de déterminer le comportement post-fissuration en traction du BFUP vis-à-vis d'une approche « contrainte-ouverture de fissure » et d'identifier l'orientation des fibres à l'intérieur de la structure.

#### Résultats des essais de compression

Trois types d'essais de compression ont été réalisés :

- Essais sur cubes de 100mm d'arête à 28 jours afin de disposer d'une série de caractéristiques normalisées.
- Essais sur cylindres 70mm\*140mm à 28 jours pour le BFUP-F et le BFUP-F-OF.
- Essais sur cylindres 110mm\*220mm réalisés du 10 Octobre 2009 au 12 Octobre 2009 soit près d'un an après la fabrication des corps d'épreuve. Les propriétés mécaniques sont alors considérées comme stabilisées et représentatives des BFUP (ou BUHP) des différentes poutres lors de leur chargement (entre le 3 Juillet 2009 et le 24 Septembre 2009).

Les résultats des essais de compression pour chaque gâchée sont présentés Tableau 3-5.

Tableau 3-5 Résistance à la compression en MPa des différentes gâchées de BFUP (ou BUHP) utilisées

|              | Essais sur cubes<br>100mm*100mm à 28 jours |                   |                  | Essais sur cylindres<br>70mm*140mm à 28 jours |                   |                  | Essais sur cylindres<br>110mm*220mm à 1 an     |                   |                  |
|--------------|--|-------------------|------------------|---|-------------------|------------------|--|-------------------|------------------|
|              | Cure<br>appliquée                          | Valeur<br>Moyenne | Valeur<br>Carac. | Cure<br>appliquée                             | Valeur<br>Moyenne | Valeur<br>Carac. | Cure<br>appliquée                              | Valeur<br>Moyenne | Valeur<br>Carac. |
| BFUP<br>B    | Eau à<br>20°C                              | 193               | 185              | -   | -                 | -                | Lab<br>14°C –<br>26°C<br>0% -<br>60% HR<br>%HR | <b>203</b>        | 195              |
| BFUP<br>B(2) |  | 202               | 195              | -   | -                 | -                |  | <b>202</b>        | 193              |
| BFUP<br>B-NF |  | 170               | 168              | -   | -                 | -                |  | <b>187</b>        | 181              |
| BFUP<br>F    |  | 212               | 207              | 90°C<br>100%<br>HR<br>pendant<br>48 heures    | 197               | 192              |  | <b>205</b>        | 194              |
| BFUP<br>F-OF |  | 149               | 142              | 20°C<br>100% HR                               | 133               | 126              |  | <b>157</b>        | 151              |



La valeur caractéristique est obtenue en soustrayant à la valeur moyenne l'écart type correspondant affecté du coefficient de Student égal à 2,015 (correspondant au fractile 5% pour un échantillon de six éprouvettes) ou 2,92 (correspondant au fractile 5% pour un échantillon de trois éprouvettes).

Pour chaque gâchée, trois des six cylindres 110mm\*220mm ont préalablement été utilisés pour déterminer le module d'élasticité et le coefficient de Poisson du BFUP correspondant (voir Tableau 3-6 et Tableau 3-7).

Tableau 3-6 Module d'élasticité E en GPa (obtenu sur cylindres 110mm\*220mm) des différentes gâchées de BFUP (ou BUHP) utilisées

|           | Cylindre n°1 (GPa) | Cylindre n°2 (GPa) | Cylindre n°3 (GPa) | Valeur moyenne (GPa) | Ecart - Type (GPa) |
|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|--------------------|
| BFUP-B    | 61,6               | 60,3               | 60,1               | <b>60,7</b>          | 0,8                |
| BFUP-B(2) | 60,7               | 60,3               | 61,2               | <b>60,8</b>          | 0,4                |
| BFUP-B-NF | 58,6               | 58,8               | 58,4               | <b>58,6</b>          | 0,2                |
| BFUP-F    | 56,1               | 56,0               | 55,9               | <b>56,0</b>          | 0,1                |
| BFUP-F-OF | 46,2               | 46,5               | 46,7               | <b>46,5</b>          | 0,2                |

Tableau 3-7 Coefficient de Poisson (obtenu sur cylindres 110mm\*220mm) des différentes gâchées de BFUP utilisées

|           | Cylindre n°1 | Cylindre n°2 | Cylindre n°3 | Valeur moyenne | Ecart - Type |
|-----------|--------------|--------------|--------------|----------------|--------------|
| BFUP-B    | 0,231        | 0,225        | 0,221        | <b>0,221</b>   | 0,005        |
| BFUP-B(2) | 0,223        | 0,217        | 0,219        | <b>0,220</b>   | 0,003        |
| BFUP-B-NF | 0,216        | 0,211        | 0,221        | <b>0,216</b>   | 0,005        |
| BFUP-F    | 0,185        | 0,185        | 0,184        | <b>0,185</b>   | 0,001        |
| BFUP-F-OF | 0,189        | 0,192        | 0,189        | <b>0,190</b>   | 0,002        |

Pour chaque paramètre caractérisant le comportement en compression des BFUP (résistance ultime, module d'Young et coefficient de Poisson), les valeurs à prendre en compte en vue d'une confrontation des résultats expérimentaux avec différents modèles de calcul sont les valeurs moyennes déterminées à partir des tests effectués du 10 Octobre 2009 au 12 Octobre 2009. En effet, ces essais de compression permettent d'identifier les propriétés mécaniques représentatives des BFUP (ou BUHP) des différentes poutres, lors de leur chargement (valeurs en gras dans le Tableau 3-5, Tableau 3-6 et le Tableau 3-7).

### Résultats des essais de flexion 4 points sur prismes 70mm\*70mm\*280mm

Pour chaque gâchée, six prismes moulés 70mm\*70mm\*280mm ont été testés en flexion quatre points (voir Figure 3-12a). Dans le cas du BFUP-B et du BFUP-B(2), la taille des éprouvettes ne correspond pas aux dimensions conseillées par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002). En effet les dimensions transversales de ces prismes étant inférieures à cinq fois la longueur des fibres, une orientation préférentielle des fibres s'ajoute à celle liée à la mise en œuvre du BFUP dans les moules. Néanmoins cette taille a été choisie dans l'optique d'une comparaison avec les essais sur prismes sciés à l'intérieur des poutres qui ont des dimensions proches de celles de ces éprouvettes 70mm\*70mm\*280mm, l'épaisseur de l'âme étant de 65 mm.

Le pilotage de l'essai a porté sur le déplacement du vérin (vitesse de chargement égale à 0,25 mm/min). Les prismes ont été équipés de deux capteurs de déplacement LVDT (course :  $\pm 2,5$  mm) permettant le suivi de la flèche à mi-portée à l'aide d'un extensomètre fixé sur l'éprouvette et n'intégrant pas de ce fait les tassements d'appuis (voir Figure 3-12b). Un extensomètre d'une longueur de base égale à 6 cm a également été mis en place sur la face tendue dans la zone de moment constant. Cette instrumentation correspond à une version antérieure de la méthode de caractérisation du comportement en traction des BFUP à partir d'un essai de flexion quatre points présentée au chapitre 2.

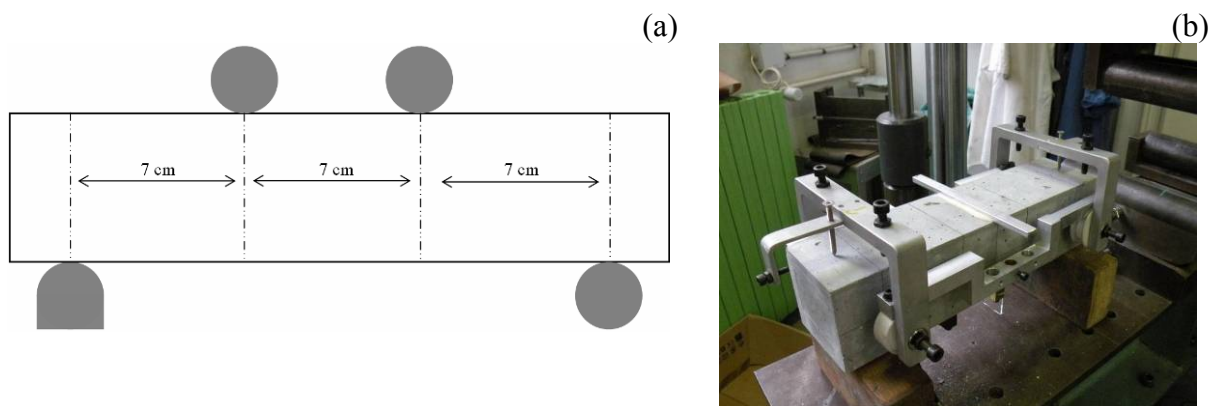


Figure 3-12 Schéma du montage de l'essai de flexion 4 points sur prisme non entaillé (a) ; Base de l'extensomètre utilisé pour mesurer la flèche à mi-portée (b)

Les essais ont été arrêtés lorsque la flèche mesurée (moyenne des deux déplacements donnés par les capteurs LVDT) dépassait 2 mm.

Les courbes brutes « Force – Flèche au centre » ont été normalisées, par rapport aux dimensions exactes des éprouvettes, en courbes « Contrainte Equivalente – Flèche au centre ». Les données ont ensuite été échantillonnées permettant une étude statistique (courbes moyenne et caractéristique). L'échantillonnage a été réalisé avec un pas constant de 0,01 mm sur la mesure de la flèche. Le traitement statistique a consisté à déterminer à chaque niveau de flèche la valeur moyenne de la contrainte équivalente (des six corps d'épreuve) ainsi que l'écart type. La courbe caractéristique « point par point » est alors obtenue en soustrayant à la valeur moyenne l'écart type correspondant affecté du coefficient de Student égal à 2,015 (correspondant au fractile 5 %).

Les essais de flexion quatre points ont été réalisés durant le mois de Novembre 2009 soit près d'un an après la fabrication des corps d'épreuve. Les conditions de conservation des prismes ont été similaires à celles des poutres. On considère que les propriétés mécaniques sont



stabilisées et représentatives des BFUP (ou BUHP) des différentes poutres, lors de leur chargement (entre le 3 Juillet 2009 et le 24 Septembre 2009).

La comparaison avec les prismes sciés porte donc exclusivement sur l'influence de l'orientation des fibres associée à la mise en œuvre.

Pour les BFUP-F et BFUP-F-OF, des essais de flexion quatre points à 28 jours sur prismes 70mm\*70mm\*280mm avaient également été réalisés par la société commercialisant ces matériaux.

L'ensemble des résultats sont présentés de la Figure 3-13 à la Figure 3-16 ainsi qu'au Tableau 3-8.

Pour chaque gâchée, afin de vérifier si un résultat est statistiquement aberrant, le test de Dixon a été réalisé en comparant le maximum de contrainte équivalente des différentes éprouvettes. Dans le cas où «  $r_{10}$  » est supérieur à 0,56 (valeur correspondant à un rejet d'un fractile 5 %), le résultat du prisme concerné n'est pas pris en compte. La nouvelle courbe caractéristique est alors construite en utilisant un coefficient de Student égal à 2,132 (correspondant au fractile 5 % pour un panel de cinq essais). Cette procédure a entraîné le rejet d'un résultat pour les séries d'essais suivantes :

- Essais de flexion quatre points réalisés 1 an après le coulage des poutres sur les prismes en BFUP-B(2).
- Essais de flexion quatre points réalisés 1 an après le coulage des poutres sur les prismes en BFUP-B-NF.
- Essais de flexion quatre points à 28 jours sur les prismes en BFUP-F.

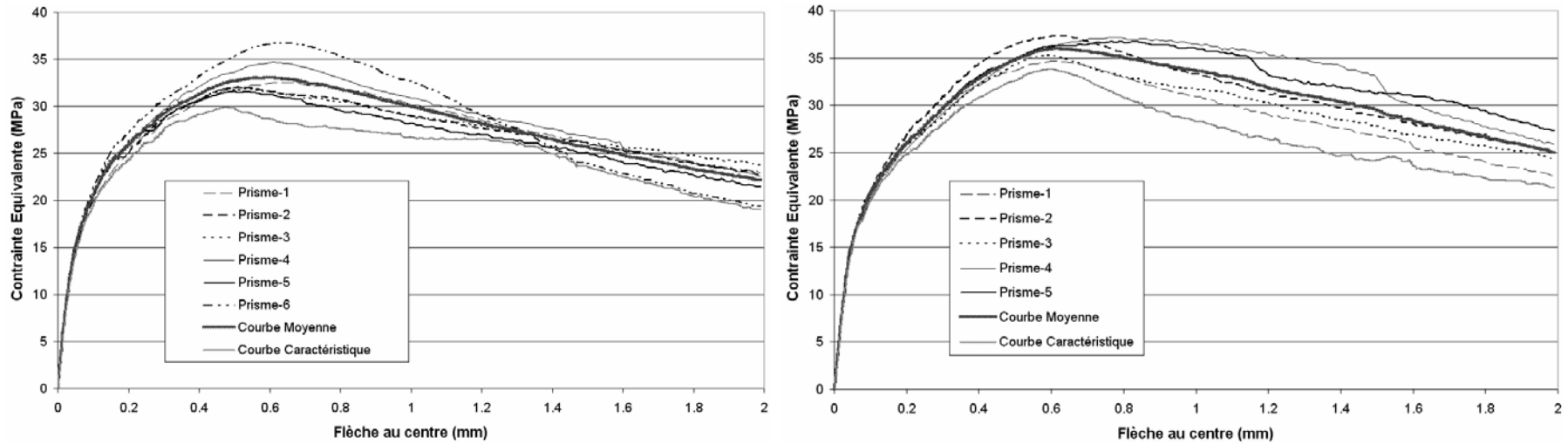


Figure 3-13 Essais de flexion quatre points réalisés à l'IFSTTAR 1 an après le coulage des poutres : Courbes « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » pour le BFUP-B (à gauche) et le BFUP-B(2) (à droite)

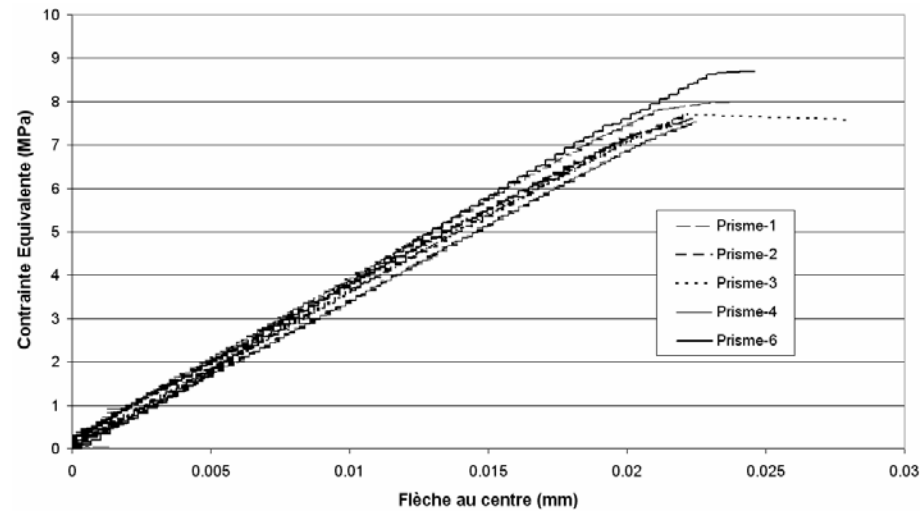


Figure 3-14 Essais de flexion quatre points réalisés à l'IFSTTAR 1 an après le coulage des poutres: Courbes « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » pour le BFUP-B-NF

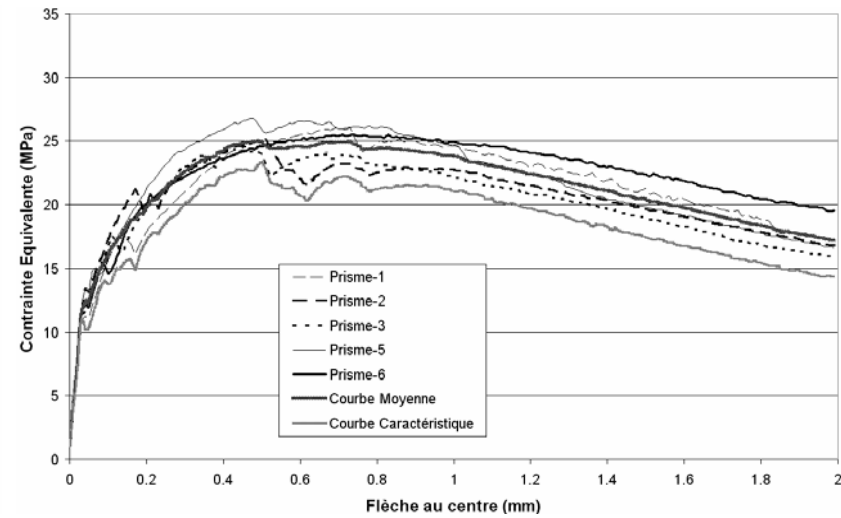
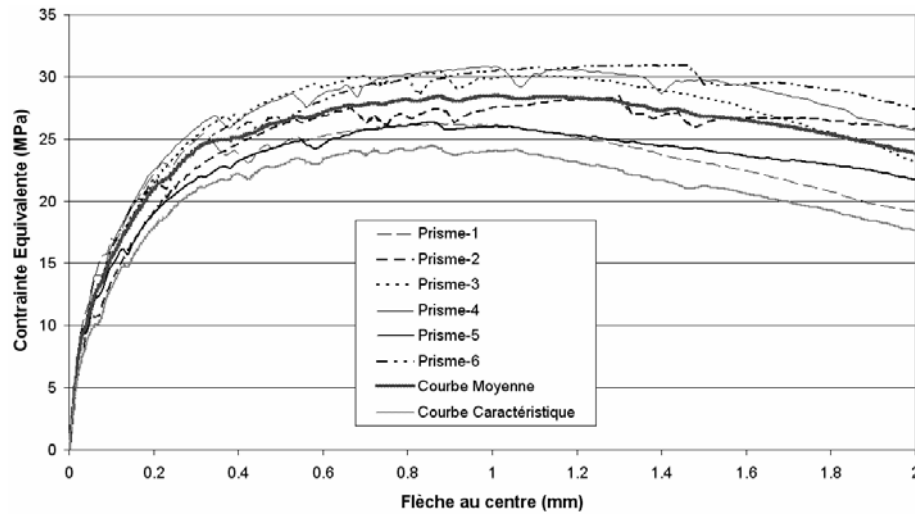


Figure 3-15 Essais de flexion quatre points : Courbes « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » pour le BFUP-F testé par l'IFSTTAR à 1 an (à gauche) et le BFUP-F testé à 28 jours par le fabricant (à droite)

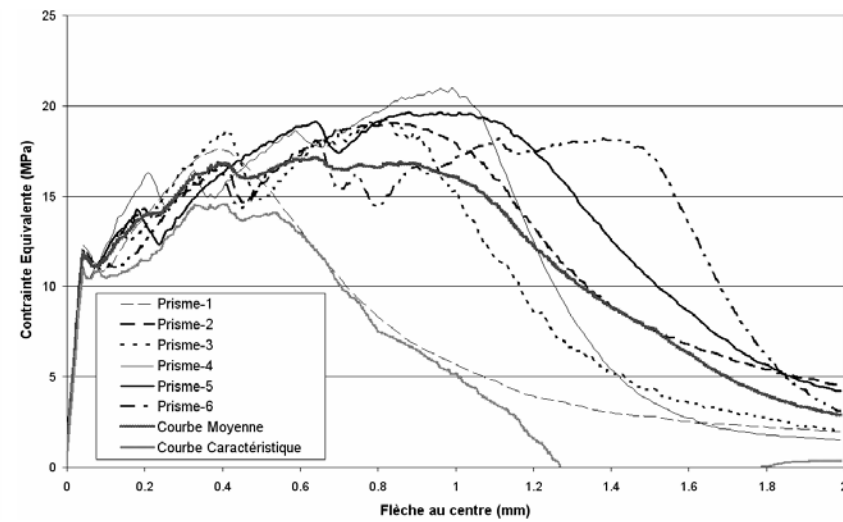
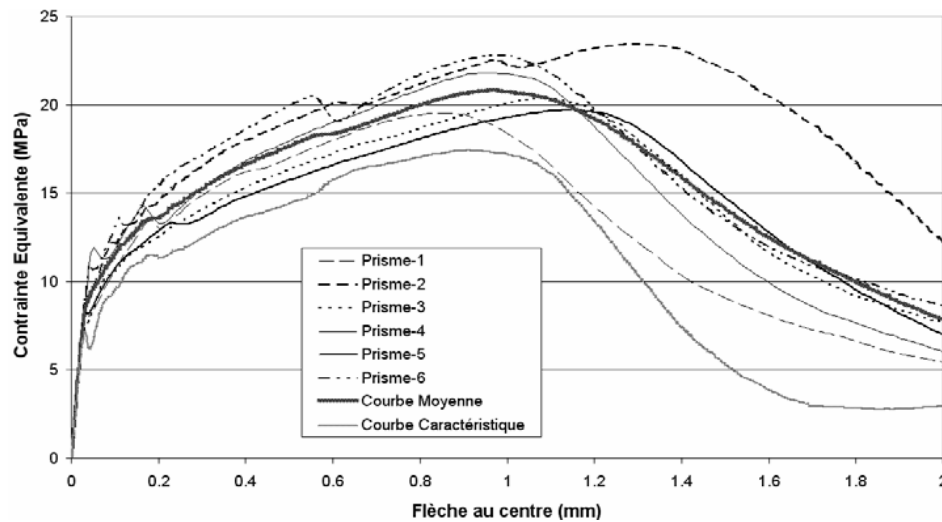


Figure 3-16 Essais de flexion quatre points : Courbes « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » pour le BFUP-F-OF testé par l'IFSTTAR à 1 an (à gauche) et le BFUP-F-OF testé à 28 jours par le fabricant (à droite)

Tableau 3-8 Essais de flexion quatre points : Maximum des courbes moyennes et caractéristiques pour chaque gâchée (contrainte équivalente)

|              | Age au moment des essais | Cure appliquée   | Max Prisme n°1 (MPa) | Max Prisme n°2 (MPa) | Max Prisme n°3 (MPa) | Max Prisme n°4 (MPa) | Max Prisme n°5 (MPa) | Max Prisme n°6 (MPa) | Max de la courbe moyenne (MPa) | Max de la courbe caractéristique (MPa) |
|--------------|--------------------------|--|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|--------------------------------|--|
| BFUP-B       | 375 jours                | Lab<br>14°C – 26°C<br>40% - 60%<br>HR                  | 32,6                 | 32,0                 | 31,9                 | 34,6                 | 31,6                 | 36,8                 | 33,0                           | 29,8                                   |
| BFUP-B(2)    | 375 jours                | Lab<br>14°C – 26°C<br>40% - 60%<br>HR                  | 34,7                 | 37,3                 | 35,3                 | 37,2                 | 36,7                 | -                    | 36,0                           | 33,8                                   |
| BFUP-B<br>NF | 375 jours                | Lab<br>14°C – 26°C<br>40% - 60%<br>HR                  | 7,9                  | 7,6                  | 7,7                  | 7,5                  | -                    | 8,7                  | -                              | -                                      |
| BFUP-F       | 375 jours                | 90°C 100%<br>HR<br>pendant 48<br>heures<br>puis<br>Lab | 26,2                 | 28,4                 | 30,4                 | 30,9                 | 26,4                 | 31,0                 | 28,5                           | 24,4                                   |
|              | 28 jours                 | 90°C 100%<br>HR pendant<br>48 heures                   | 26,1                 | 25,2                 | 24,6                 | -                    | 26,8                 | 25,5                 | 24,3                           | 20,4                                   |
| BFUP<br>B-OF | 375 jours                | Lab<br>14°C – 26°C<br>40% - 60%<br>HR                  | 19,5                 | 23,5                 | 20,4                 | 21,8                 | 19,7                 | 22,8                 | 20,8                           | 17,4                                   |
|              | 28 jours                 | 20°C<br>100%HR   | 17,6                 | 19,2                 | 19,3                 | 21,0                 | 19,7                 | 18,2                 | 17,1                           | 14,6                                   |

Vis-à-vis de la contrainte équivalente maximale des courbes moyennes et caractéristiques, les résultats obtenus avec le BFUP-B sont meilleurs que ceux du BFUP-F. Cela s'explique par un volume de fibres plus important mais aussi par une orientation préférentielle des fibres plus marquée dans le cas du BFUP-B en raison d'une longueur de fibres plus grande.

L'écart entre le BFUP-B et le BFUP-B(2) est relativement faible (inférieur à 10 %) en ce qui concerne la contrainte équivalente maximale de la courbe moyenne. La comparaison des résultats de ces deux BFUP avec le BFUP-B-NF permet de mettre en avant l'apport important des fibres vis-à-vis de la résistance en flexion. L'augmentation de résistance est supérieure à 300 %.

Pour les BFUP-F et BFUP-F-OF, la comparaison des résultats obtenus à 28 jours et à 375 jours est rendue difficile par l'utilisation d'un montage expérimental différent. Toutefois une augmentation de la contrainte équivalente maximale de l'ordre de 15 % est constatée pour les deux BFUP. Cette augmentation similaire de résistance est étonnante car le BFUP-F a été traité thermiquement. Or ce traitement thermique accélère fortement le développement de la maturité du béton. Une augmentation plus marquée (similaire à celle obtenue pour les essais de compression) dans le cas du BFUP-F-OF était donc attendue.

Selon les recommandations (AFGC-Sétra, 2002), l'objectif des essais de flexion quatre points est d'obtenir la limite de linéarité  $f_{ij}$ . Ainsi pour chaque courbe, on repère visuellement les inflexions  $\Delta CE$  ( $\Delta$  Contrainte Equivalente) puis on linéarise les enregistrements correspondant à l'intervalle  $[\Delta CE/3 ; 2\Delta CE/3]$ . Chaque droite ainsi obtenue permet de calculer un module E à partir de la pente élastique (en retranchant la part apportée par les déformations d'effort tranchant). En prolongeant ces droites au-delà de  $\Delta CE$ , on relève pour chaque gâchée les six ou cinq contraintes correspondant à la perte de linéarité (voir Figure 3-17).

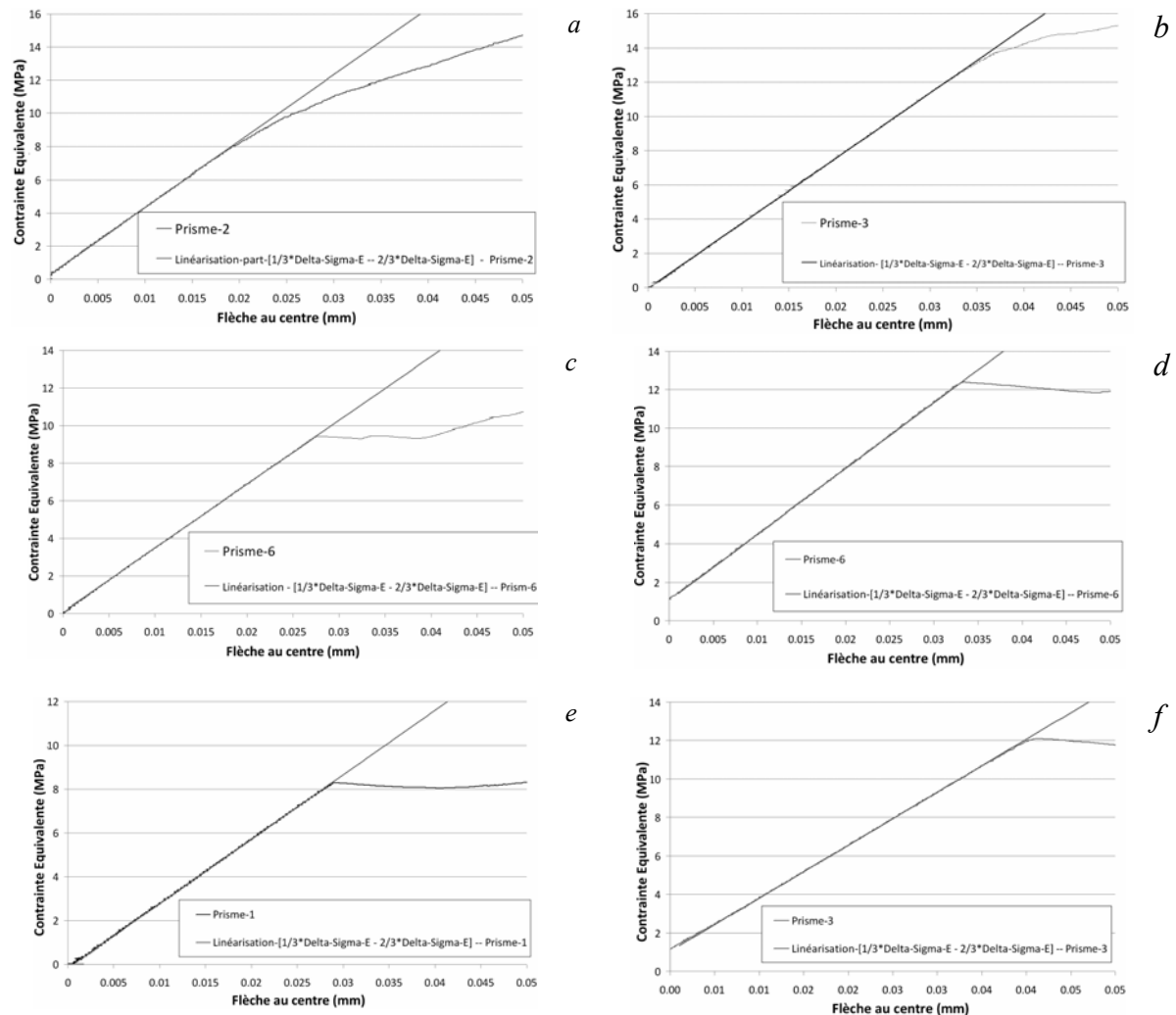


Figure 3-17 Diagramme « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » : zoom pour une flèche maximale de 0,05 mm : (a) BFUP-B à 375 jours ; (b) BFUP-B(2) à 375 jours ; (c) BFUP-F à 375 jours ; (d) BFUP-F à 28 jours ; (e) BFUP-F-OF à 375 jours ; (f) BFUP-F-OF à 28 jours

Selon les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP, pour obtenir une estimation de la limite de linéarité « intrinsèque » de calcul  $f_{ij-2}$ , il est nécessaire de corriger de l'effet d'échelle (ou effet de gradient) la contrainte  $f_{ij-1}$  correspondant à la limite de linéarité « brute » de la courbe « Effort – Flèche au centre » (voir Tableau 3-9). L'approche retenue par les recommandations correspond à celle du code de calcul des structures CEB-FIP :

$$f_{ij-2} = f_{ij-1} \times \frac{2 \cdot (h/h_0)^{0,7}}{1 + 2 \cdot (h/h_0)^{0,7}}, \text{ avec } h_0 = 100 \text{ mm}$$

Les limites de linéarité obtenues pour chaque BFUP après la correction de l'effet d'échelle sont particulièrement basses par rapport aux valeurs habituelles caractérisant ces matériaux. Un certain nombre d'explications peuvent être avancées :

- Pour les groupes d'éprouvettes testées à 375 jours, les conditions de cure sont similaires à celles des poutres. Ainsi aucune protection vis-à-vis du retrait de dessiccation n'est appliquée après le décoffrage. Il est donc possible que les prismes soient assujettis à un retrait de dessiccation provoquant des autocontraintes qui se traduisent notamment par des contraintes de traction en « peau ». Or, dans une configuration d'essais de flexion quatre points, cette « peau » subit les contraintes

les plus importantes. Ces autocontraintes pourraient expliquer en partie les valeurs particulièrement basses de perte de linéarité en traction. Cette hypothèse semble justifiée par les résultats des essais à 28 jours effectués pour les BFUP-F et BFUP-F-OF. Bien que les tests aient été réalisés sur des bâtis de flexion différents, la diminution de l'ordre de 15 % pour la limite de linéarité entre le 28<sup>ème</sup> et le 375<sup>ème</sup> jour après la fabrication des corps d'épreuve peut être prise en compte. En effet celle-ci ne va pas dans le même sens que l'évolution observée pour le comportement post-fissuration ( $CE_{\max-375\text{jours}} > CE_{\max-28\text{jours}}$ ). Dans le cas d'un BFUP traité thermiquement, l'effet d'un éventuel retrait de dessiccation semble ne pas être à exclure lorsque les essais sont effectués à long terme.

- Dans le cadre d'essais de flexion quatre points sur des éprouvettes en BFUP-B et BFUP-F, des valeurs perte de linéarité particulièrement basses ont déjà été observées lors du projet MIKTI (Toutlemonde, 2007). Des dalles d'une épaisseur de 50 mm et d'une largeur de 200 mm ont été testées en flexion quatre points symétrique avec une portée de 420 mm et une distance entre points d'application de la charge de 140 mm. Les essais ont eu lieu près d'un an après la fabrication des plaques, aucune protection vis-à-vis de la dessiccation n'ayant été appliquée. Pour le BFUP-B, la contrainte moyenne de perte de linéarité était égale à 9,8 MPa et 9,3 MPa pour le BFUP-F (traité thermiquement).
- Il est également légitime de s'interroger sur l'existence d'un éventuel effet d'échelle. En effet celui-ci est directement lié à la notion de fragilité (ou de ductilité) du matériau testé. Pour les matériaux comme l'acier dont le comportement est élasto-plastique, il n'y a pas d'effet d'échelle ou de gradient. Ainsi dans le cas d'un BFUP multi-fissurant avec un comportement en traction pseudo écrouissant, il n'est pas étonnant d'obtenir une absence d'effet d'échelle vis-à-vis de la perte de linéarité.

Concernant les limites de linéarité des deux gâchées du BFUP-B, un écart de l'ordre de 30 % est constaté ( $f_{tj\text{-moyen-1-BFUP-B}} = 9,2 \text{ MPa}$  et  $f_{tj\text{-moyen-1-BFUP-B(2)}} = 12,8 \text{ MPa}$ ). Une telle différence est étonnante car celle-ci ne se retrouve pas avec la même intensité au niveau des résultats caractérisant le comportement post-fissuration ( $Max_{\text{courbe-moyenne-BFUP-B}} = 33 \text{ MPa}$  et  $Max_{\text{courbe-moyenne-BFUP-B(2)}} = 36 \text{ MPa}$  d'où un écart inférieur à 10 %).

Cet écart important dans le domaine de linéarité pourrait s'expliquer par un retrait de dessiccation moindre des éprouvettes en BFUP-B-B(2). En effet, les prismes ont été entreposés dans des caisses (une pour chaque matériau) dans les mêmes conditions de stockage que les poutres. Les éprouvettes correspondant aux deux gâchées du BFUP-B étaient donc dans le même conteneur, les prismes en BFUP-B(2) se situant au fond de la caisse.

Tableau 3-9 Module et contraintes de limite de linéarité en traction (avec et sans correction de l'effet d'échelle) issus des essais de flexion quatre points sur prismes 70mm\*70mm\*280mm

|            | Age au moment de l'essai | Cure appliquée                                 | Module en (GPa) | Ecart-Type (GPa) | Limite de linéarité moyenne $f_{ij\text{-moyen-1}}$ (MPa) | Limite de linéarité caractéristique $f_{ij\text{-cara-1}}$ (MPa) | Limite de linéarité moyenne corrigée de l'effet d'échelle selon (AFGC-Sétra, 2002) $f_{ij\text{-moyen-2}}$ (MPa) | Limite de linéarité caractéristique corrigée de l'effet d'échelle selon (AFGC-Sétra, 2002) $f_{ij\text{-cara-2}}$ (MPa) |
|------------|--------------------------|--|-----------------|------------------|---|--|--|---|
| BFUP-B     | 375 jours                | Lab :<br>14°C – 26°C<br>0% - 60% HR            | 54,4            | 1,2              | 9,2   | 7,4  | 5,6  | 4,5   |
| BFUP B(2)  | 375 jours                | Lab :<br>14°C – 26°C<br>40% - 60% HR           | 53,4            | 0,7              | 12,8  | 11,4   | 7,8  | 7,0   |
| BFUP B-NF  | 375 jours                | Lab :<br>14°C – 26°C<br>40% - 60% HR           | 50,1            | 0,9              | 7,9   | 6,9  | -  | -   |
| BFUP-F     | 375 jours                | 90°C -100%HR<br>pendant 48 heures<br>Puis Lab  | 49,2            | 1,3              | 9,8   | 9,0  | 6,0  | 5,5   |
|            | 28 jours                 | 90°C - 100%HR<br>pendant 48 heures<br>Puis Lab | 48,3            | 1,1              | 12,7  | 10,7   | 7,7  | 6,5   |
| BFUP-F -OF | 375 jours                | Lab :<br>14°C – 26°C<br>40% - 60%HR            | 40,7            | 1,4              | 9,0   | 6,1  | 5,5  | 3,7   |
|            | 28 jours                 | 20°C<br>100%HR                                 | 39,6            | 0,8              | 11,8  | 10,5   | 7,2  | 6,4   |



Les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP utilisent les résultats des essais de flexion quatre points uniquement pour déterminer la contrainte de perte de linéarité à partir de la courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre ». Comme il a été vu au chapitre 2, il est pertinent d'exploiter l'ensemble de cette courbe afin d'obtenir le comportement post-fissuration du BFUP. Ce dernier pourra notamment conforter l'identification de la limite de linéarité.

Avant d'établir une loi « contrainte-ouverture de fissure » ou « contrainte-déformation », il est nécessaire d'étudier le schéma de fissuration des prismes pour chaque gâchée (voir Figure 3-18 à Figure 3-21).

Les éprouvettes en BFUP-B et B(2) présentent une fissuration fine et resserrée traduisant un comportement multifissurant. Vis-à-vis de la caractérisation à partir d'essais de flexion quatre points sur prismes 70mm\*70mm\*280mm moulés, le comportement post-fissuration en traction des BFUP-B et B(2) peut être considéré comme pseudo-plastique. Une approche « contrainte-déformation » semble donc justifiée.

La fissuration des éprouvettes en BFUP-F et F-OF est caractérisée par plusieurs macro-fissures espacées d'une distance comprise entre 0,4 fois et 0,9 fois la hauteur du prisme. Vis-à-vis de la caractérisation à partir d'essais de flexion quatre points sur prismes 70mm\*70mm\*280mm moulés, le comportement post-fissuration en traction des BFUP-F et F-OF peut être considéré comme multi-macrofissurant. Une approche « contrainte-ouverture de fissure » semble donc justifiée.

Afin d'obtenir les lois « contrainte – déformation » ou « contrainte – ouverture de fissure », les méthodes présentées au chapitre 2 sont appliquées.

Concernant les lois «  $\sigma$ - $\varepsilon$  », l'utilisation d'un seul extensomètre ne permet pas de repérer la localisation de la fissure de manière expérimentale (à partir du raccourcissement élastique enregistré par l'un des deux LVDTs). La déformation  $\varepsilon_{\text{end-ppt}}$  marquant la fin du comportement écrouissant et multi-fissurant a donc été considérée égale au minimum des deux déformations suivantes ( $\varepsilon_{\text{end1}}$ ,  $\varepsilon_{\text{end2}}$ ):

- Pour chaque groupe d'éprouvettes d'effectif  $n$ ,  $\varepsilon_{\text{end1}} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n \varepsilon_{\text{Prisme-k}}$ ,  $\varepsilon_{\text{Prisme-k}}$  étant pour l'éprouvette k la déformation correspondant au maximum de la contrainte équivalente (au niveau de la courbe « Contrainte Equivalente – Déformation en fibre inférieure ou Flèche au centre »).
- Pour chaque groupe d'éprouvettes,  $\varepsilon_{\text{end2}}$  est la déformation correspondant à une diminution irréversible de la contrainte au niveau de la courbe moyenne « contrainte – déformation ».

Dans le cas du BFUP-F et F-OF, le recours à un seul extensomètre ne permet pas de considérer le déplacement enregistré par le LVDT comme l'ouverture de la fissure critique. En effet l'extensomètre ponté plusieurs fissures. Seule l'analyse inverse à partir de la courbe « Contrainte Equivalente – Flèche au centre » a donc pu être appliquée. Les résultats de cette exploitation sont présentés Figure 3-18 à Figure 3-21.

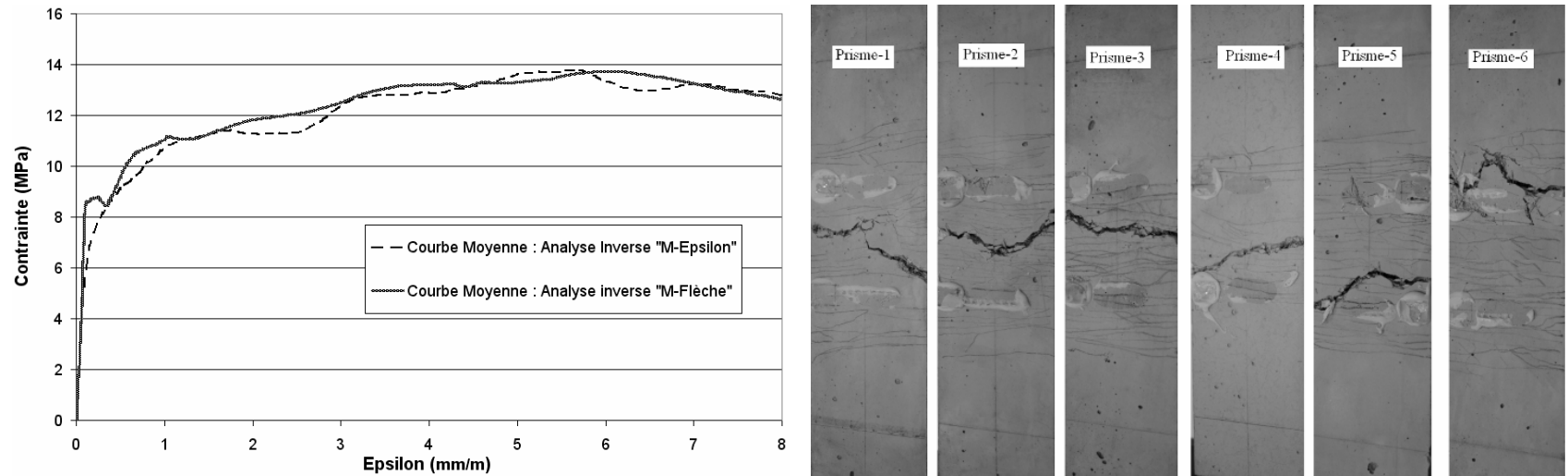


Figure 3-18 BFUP-B : Courbe moyenne « contrainte – déformation » obtenue à partir de l’analyse inverse (à gauche) ; Relevé de fissures en face inférieure des prismes (à droite)

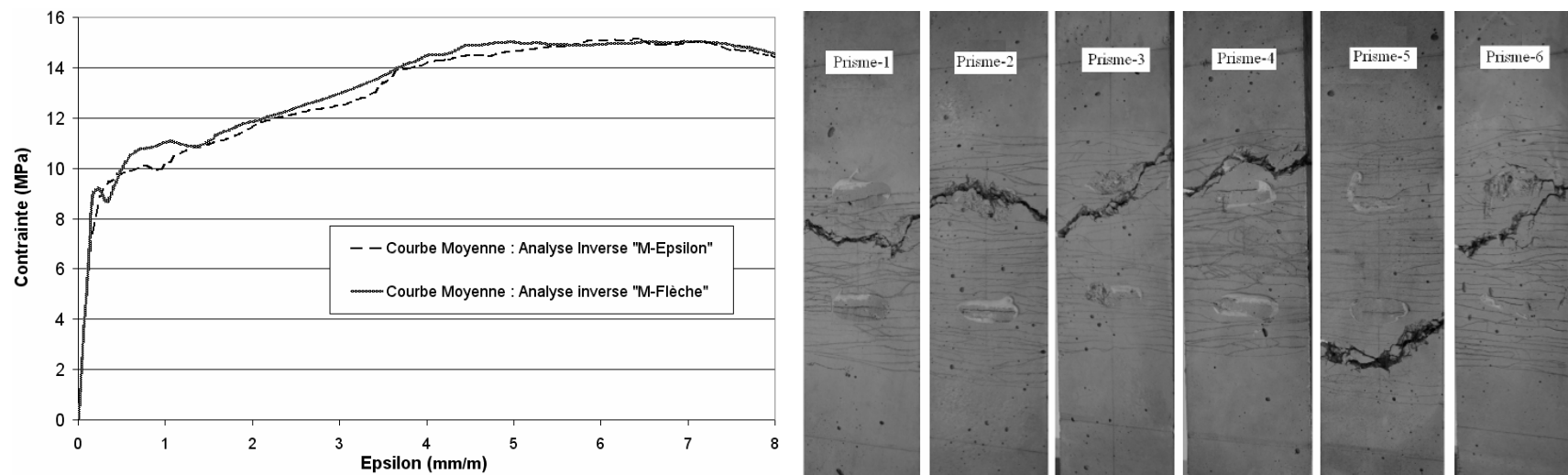


Figure 3-19 BFUP-B(2) : Courbe moyenne « contrainte – déformation » obtenue à partir de l’analyse inverse (à gauche) ; Relevé de fissures en face inférieure des prismes (à droite)

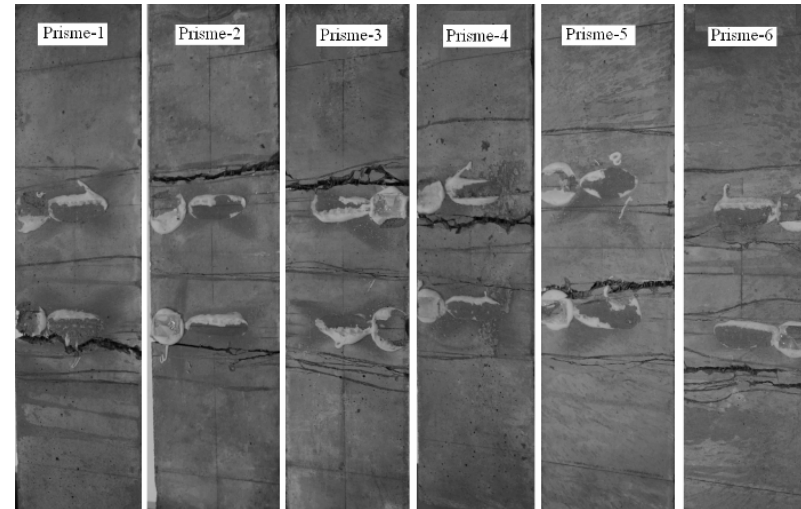
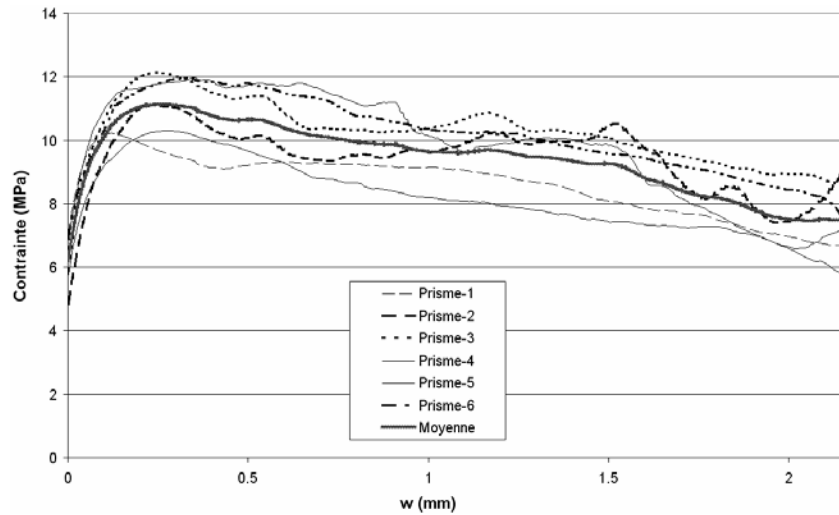


Figure 3-20 BFUP-F : Courbe moyenne « contrainte – ouverture » obtenue à partir de l’analyse inverse (à gauche) ; Relevé de fissures en face inférieure des prismes (à droite)

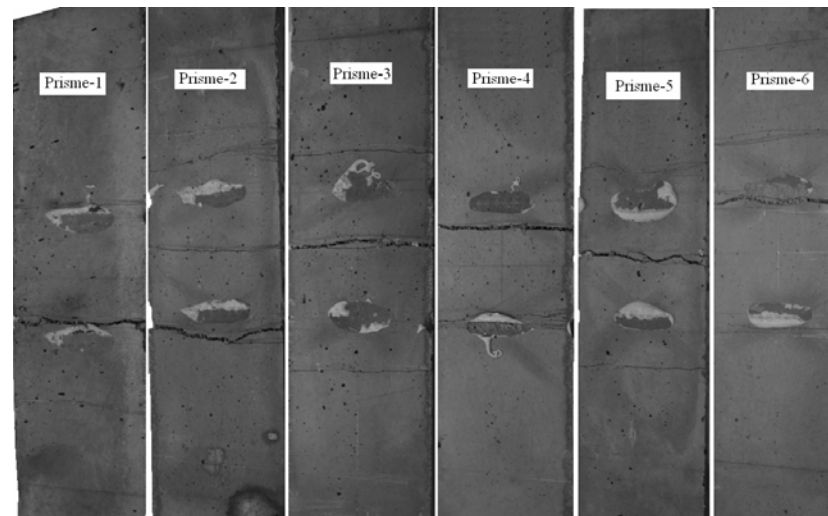
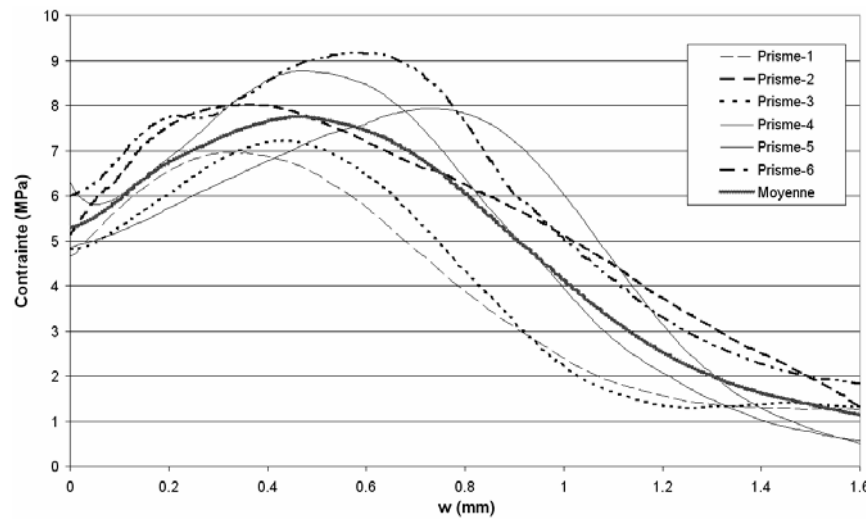


Figure 3-21 BFUP-F-OFF : Courbe moyenne « contrainte – ouverture » obtenue à partir de l’analyse inverse (à gauche) ; Relevé de fissures en face inférieure des prismes (à droite)

Dans le cas des BFUP écrouissants dans cette configuration d'essais, afin de conforter la détermination de la limite de linéarité, on a déterminé la contrainte correspondant à l'intersection de la droite élastique reconstruite («  $E^* \varepsilon - \tilde{\varepsilon}$  ») et de la droite issue de la régression linéaire de la courbe «  $\sigma - \varepsilon$  » lors de la phase post-fissuration. On obtient alors en moyenne :

- BFUP-B : 9,5 MPa
- BFUP-B(2) : 9,4 MPa

Les valeurs obtenues sont quasiment identiques pour les deux gâchées du BFUP-B et tendent à confirmer la valeur expérimentale non affectée du « coefficient d'échelle ».

Dans le cas des BFUP adoucissants, il est intéressant de comparer la résistance maximale post-fissuration obtenue après analyse inverse à la valeur de perte de linéarité obtenue avec et sans correction de l'effet d'échelle :

- BFUP-F : la résistance maximale post-fissuration est égale à 11,1 MPa.
- BFUP-F-OF : la résistance maximale post-fissuration est égale à 7,7 MPa.

Vis-à-vis de la contrainte limite de linéarité, il semble donc judicieux de prendre en compte les résultats des essais de flexion quatre points sans corriger ces derniers de l'effet d'échelle.

Les valeurs de limite de linéarité que nous retiendrons par la suite sont données dans le Tableau 3-10. Les valeurs à prendre en compte en vue d'une confrontation des résultats expérimentaux avec différents modèles de calcul sont les valeurs moyennes déterminées à partir des tests effectués durant le mois de Novembre 2009. En effet, ces essais de flexion quatre points permettent d'identifier les propriétés mécaniques représentatives des BFUP (ou BUHP) des différentes poutres, lors de leur chargement.

Tableau 3-10 Contraintes limite de linéarité à prendre en compte pour la comparaison avec différentes méthodes de calcul

|                                | BFUP-B | BFUP-B(2) | BFUP-B-NF | BFUP-F | BFUP-F-OF |
|--------------------------------|--------|-----------|-----------|--------|-----------|
| $f_{ij\text{-moyen}}$<br>(MPa) | 9,5    | 9,4       | 7,9       | 9,8    | 9,0       |

Grâce aux méthodes d'analyse présentées dans le chapitre 2, les essais de flexion quatre points sur prismes moulés non entaillés ont donc permis de déterminer le comportement en traction des différents BFUP à l'échelle du matériau. Ces données seront utilisées pour évaluer la contribution du comportement en traction des BFUP à la résistance des poutres (en dehors de l'influence de l'orientation réelle des fibres étudiée grâce aux essais de flexion trois points sur prismes sciés et entaillés). De plus, grâce à ces essais, il a été possible d'évaluer de manière relativement fiable la contrainte limite de linéarité. Ceci sera utile lors de l'analyse des essais à l'effort tranchant vis-à-vis de l'apparition de la fissuration (voir section 3.4.1 ci-après).

### Résultats des essais de flexion 3 points sur prismes sciés entaillés

Le comportement en traction du BFUP identifié sur prismes moulés ne rend évidemment pas compte de l'effet de l'orientation des fibres dans la structure, nécessaire à une prise en compte probante et sûre (Toutlemonde, 2003 ; AFGC-Sétra, 2002 ; Simon, 2010). Il est donc important d'associer à l'analyse des essais sur structures, des tests sur des éléments prélevés. Dans la logique de la méthodologie de justification préconisée par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002), ces tests correspondent à la détermination du coefficient K réalisée lors de l'épreuve de convenance, et dont la valeur est nécessaire à la détermination de la loi

constitutive de calcul. En raison d'un manque de place disponible pour scier des prismes à l'intérieur des différentes poutres, il n'a pas été possible de réaliser à la fois des essais de flexion quatre points sur éprouvettes non-entaillées et des tests de flexion trois points sur prismes entaillés. Cette étude s'inscrivant dans la mise à jour des recommandations (AFGC-Sétra, 2002) qui adoptent une approche en « contrainte-ouverture de fissure », les essais de flexion trois points ont été privilégiés. Cette méthode ne permet pas d'obtenir les propriétés caractéristiques d'un BFUP écrouissant mais elle reste utile pour identifier une éventuelle orientation préférentielle des fibres dans une direction. De plus, on peut imaginer que les coefficients d'orientation obtenus pourront s'appliquer à la loi de comportement « contrainte-déformation ».

### ***Détermination du coefficient d'orientation des fibres***

Un certain nombre de prismes ont donc été sciés aux abouts des poutres. Les inclinaisons choisies pour les différents matériaux sont :

- 0°, 45°, 90° pour le BFUP-F (voir Figure 3-22b)
- 0°, 45°, 60°, 90° pour le BFUP-B [prélèvements dans les corps d'épreuve en BFUP-B et BFUP-B(2)] : voir Figure 3-22a. Une inclinaison supplémentaire a pu être étudiée en raison d'un plus grand nombre de poutres.
- 0°, 45° pour le BFUP-B-OF (voir Figure 3-22c) : une seule poutre disponible.

Les inclinaisons choisies permettent d'évaluer de manière générale l'orientation des fibres dans le plan (x, y) des poutres. Le domaine directement intéressant vis-à-vis des fissures à l'effort tranchant se situe entre 45° et 65°. C'est pour cela qu'une inclinaison à 60° a été rajoutée dans le cas des BFUP-B et B(2).

Aucun prisme n'a été scié dans le corps d'épreuve en BFUP-B-NF. Le matériau est considéré comme s'étant mis en place de manière homogène dans la poutre.

A l'exception du BFUP-F-OF, pour chaque inclinaison considérée, six prismes 70mm\*65mm\*L (L > 260 mm) ont été sciés aux abouts de certaines poutres, entaillés (hauteur non entaillée = 61,5 mm) et testés en flexion trois points. Le pilotage de l'essai a porté sur le déplacement du vérin (vitesse de chargement = 0,25 mm/min).

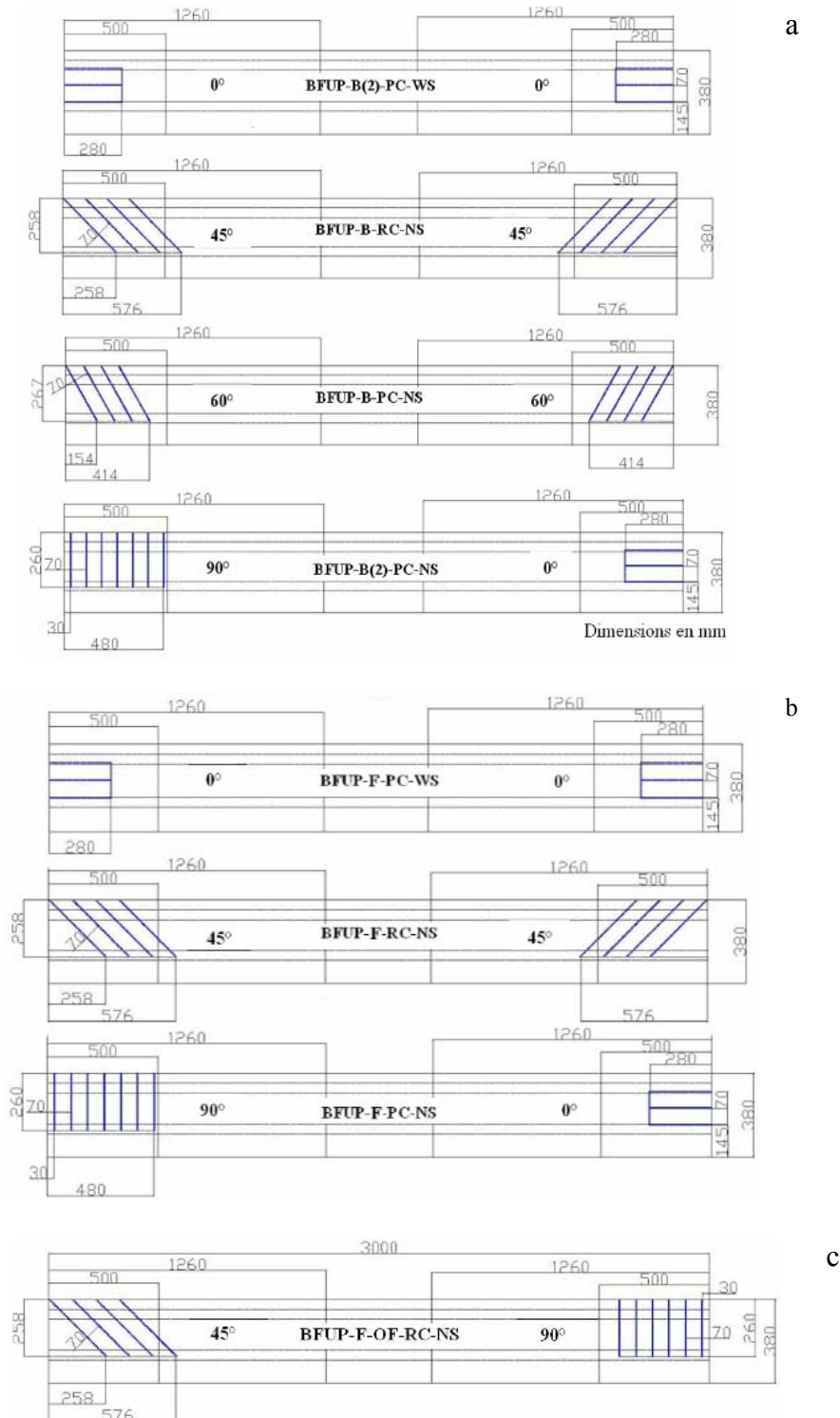


Figure 3-22 Schéma d'extraction des prismes : (a) 0°, 45°, 60°, 90° pour le matériau BFUP-[B-B(2)] ; (b) 0°, 45°, 90° pour le matériau BFUP-F ; (c) 45°, 90° pour le matériau BFUP-F-OF

Les résultats des essais de flexion trois points sur prismes sciés sont présentés pour chaque matériau : voir Figure 3-24 à Figure 3-26. Pour chaque gâchée, afin de vérifier si un résultat est statistiquement aberrant, le test de Dixon a été réalisé en comparant le maximum de contrainte équivalente des différentes éprouvettes. Dans le cas où «  $r_{10}$  » est supérieur à 0,56

(valeur correspondant à un rejet d'un fractile 5 %), le résultat du prisme concerné n'est pas pris en compte. De plus lorsque la localisation de la fissure s'est produite en dehors de la zone entaillée, la courbe « Contrainte Equivalente – Ouverture de fissure mesurée » obtenue n'est pas considérée.

Les résultats obtenus montrent une orientation préférentielle des fibres (au niveau de l'âme des poutres) dans la direction horizontale pour les BFUP-B-B(2) et verticale pour le BFUP-F. Ces résultats expérimentaux sont confirmés par l'analyse visuelle des sections entaillées (voir Figure 3-23).



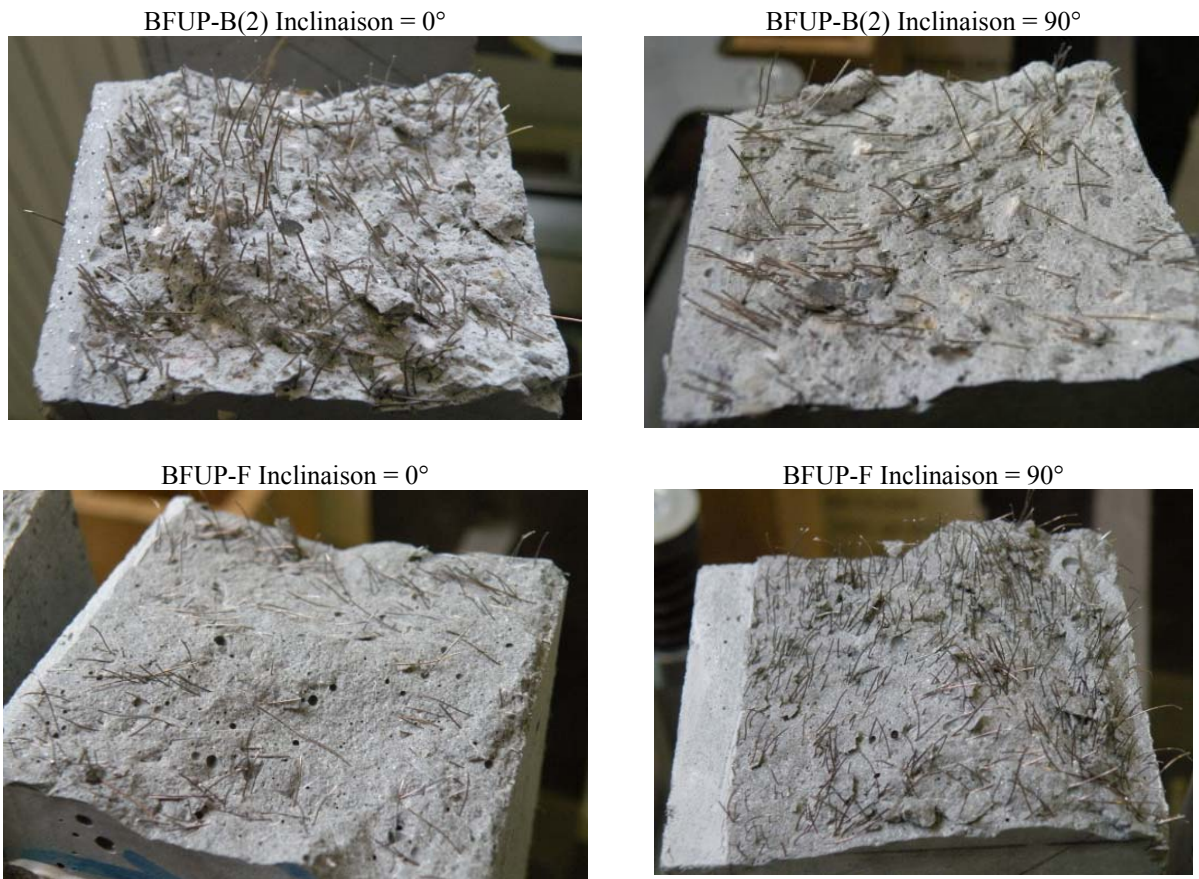


Figure 3-23 Photos des sections entaillées pour les BFUP-B(2) et BFUP-F (inclinaison égale à  $0^\circ$  ou  $90^\circ$ ) une fois l'essai de flexion trois points réalisé

Dans le cas du BFUP-F, l'orientation préférentielle des fibres dans la direction verticale s'explique par le caractère autoplaçant du matériau et la forme en I de la section des poutres. En effet, la viscosité de la matrice cimentaire joue un rôle primordial en s'opposant à la rotation des fibres (Martinie et al., 2010). Ainsi ces fibres, bien qu'étant moins longues que dans un BFM classique, suivent les différentes lignes de courant en raison d'une matrice plus visqueuse. L'orientation préférentielle dans le sens horizontal pour les BFUP-B et B(2) est plus étonnante et pourrait s'expliquer par la vibration du coffrage utilisée lors du coulage des corps d'épreuve. En effet la vibration et la nécessité de forcer l'écoulement du matériau favorise les courants horizontaux.

Bien que le nombre de prismes disponibles ait été insuffisant pour caractériser de manière relativement complète l'orientation des fibres du BFUP-F-OF à l'intérieur de la structure, les résultats semblent montrer une orientation isotrope. Cela s'explique par le volume important de fibres organiques.

Il est important de noter que seule l'orientation dans le plan (x, y) a été étudiée. En effet celle-ci influence directement la résistance à l'effort tranchant. La connaissance de l'orientation tridimensionnelle des fibres à l'intérieur de l'âme présenterait un intérêt limité à l'exception d'une éventuelle rupture par fendage dans les zones très comprimées.



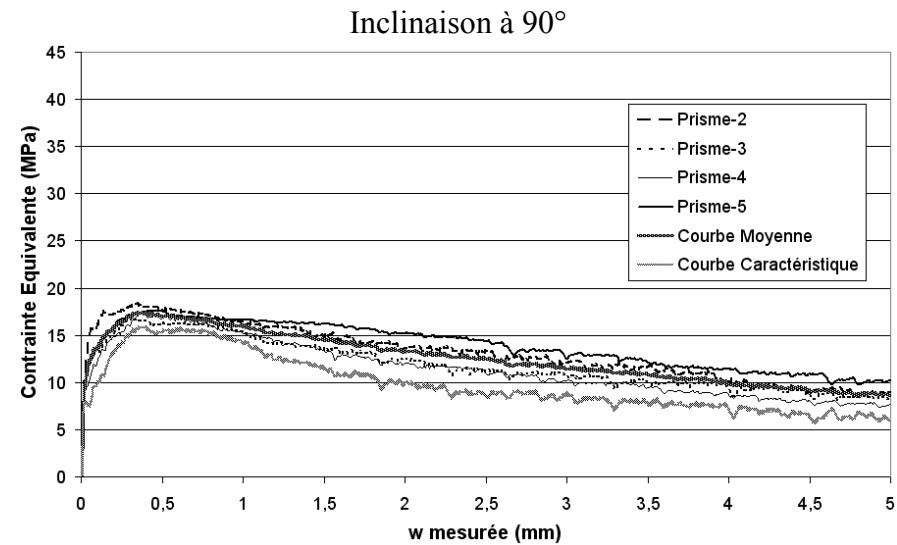
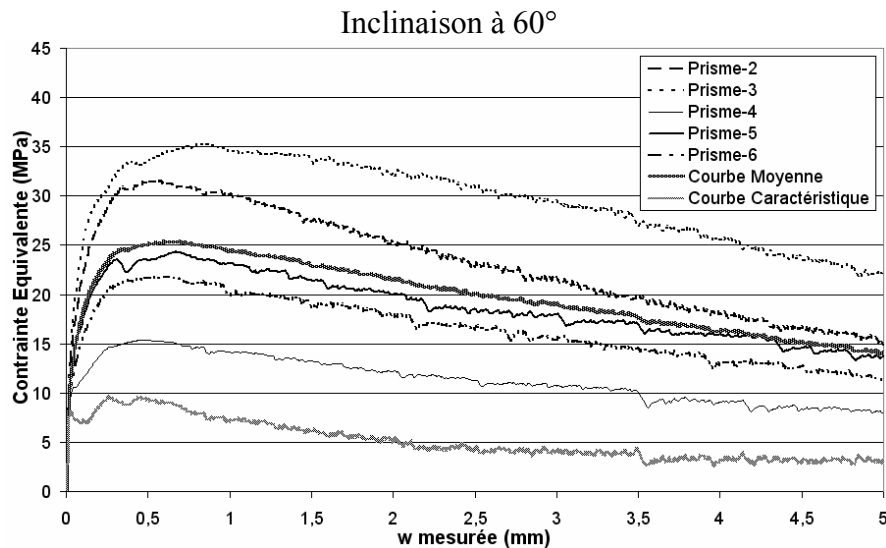
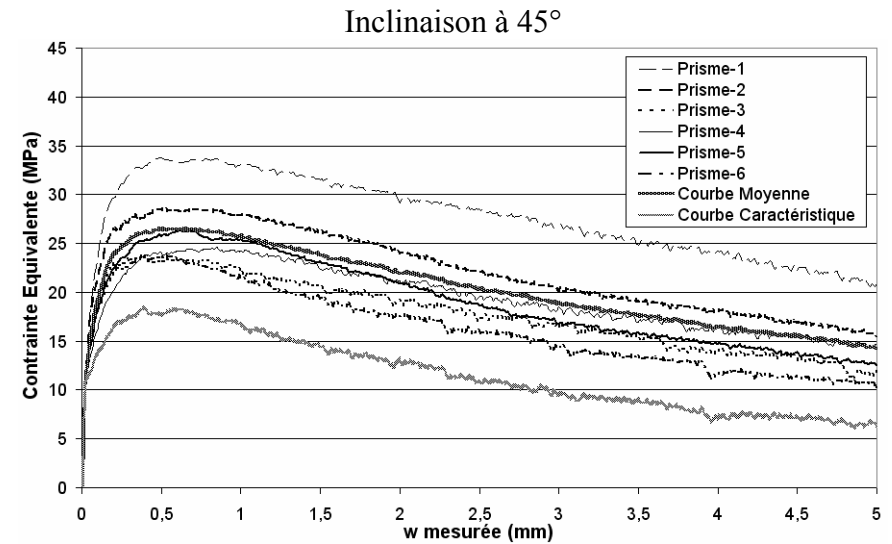
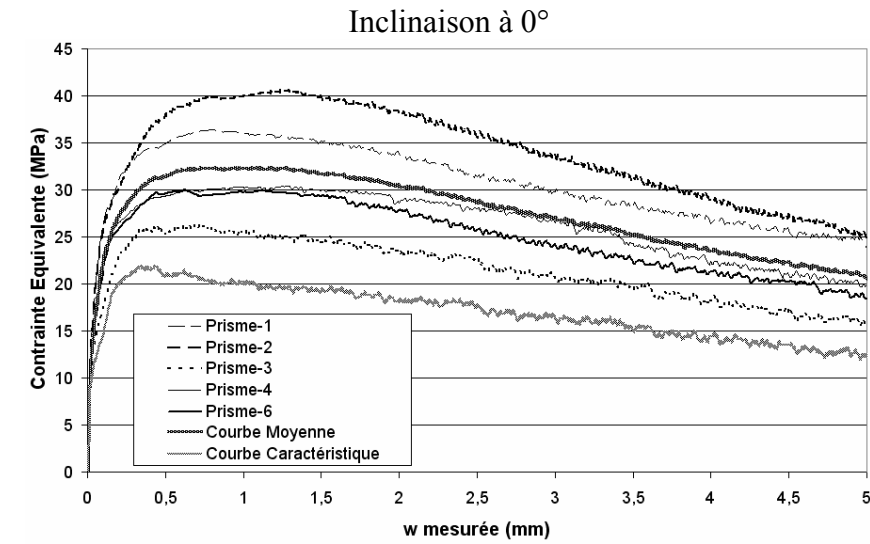


Figure 3-24 BFUP-[B-B(2)] : Courbe « Contrainte Equivalente – Ouverture de fissure mesurée ». Essais de flexion trois points sur prismes sciés avec une inclinaison égale à 0°, 45°, 60° et 90°.

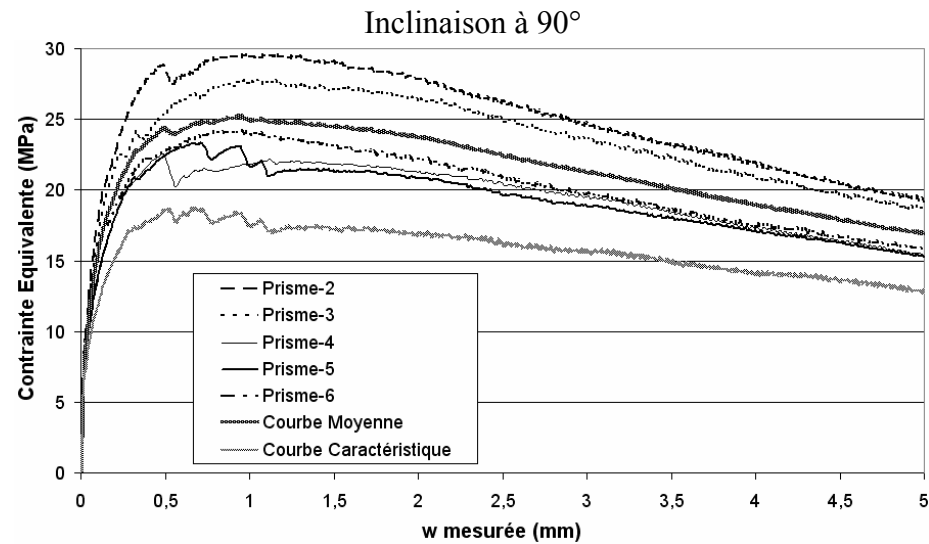
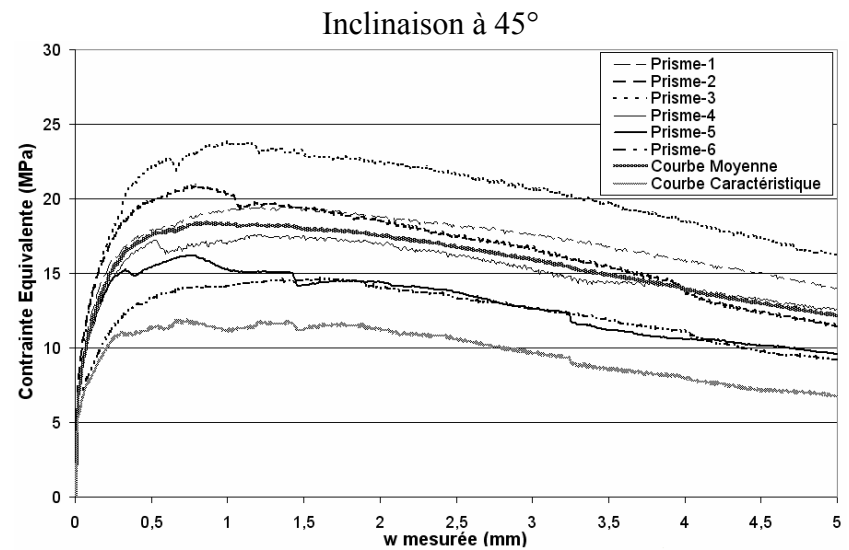
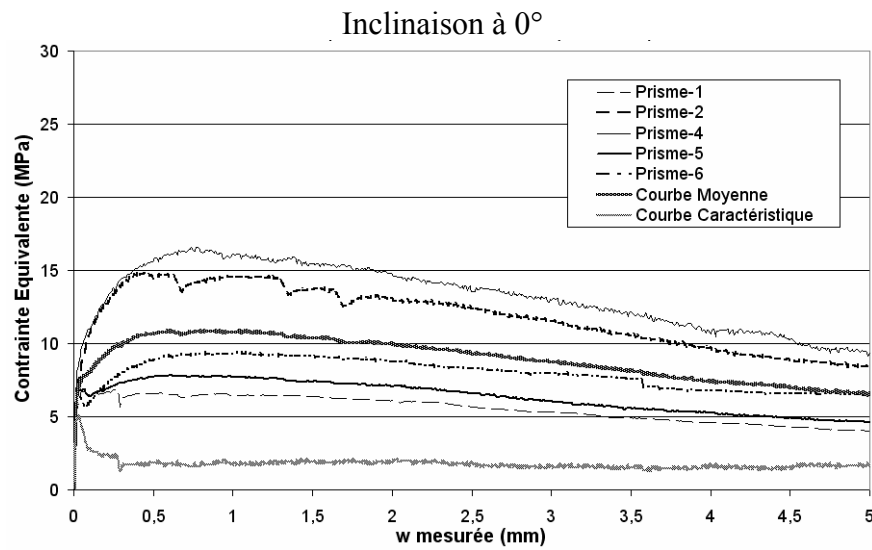


Figure 3-25 BFUP-F : Courbe « Contrainte Equivalente – Ouverture de fissure mesurée ». Essais de flexion trois points sur prismes sciés avec une inclinaison égale à 0°, 45° et 90°.

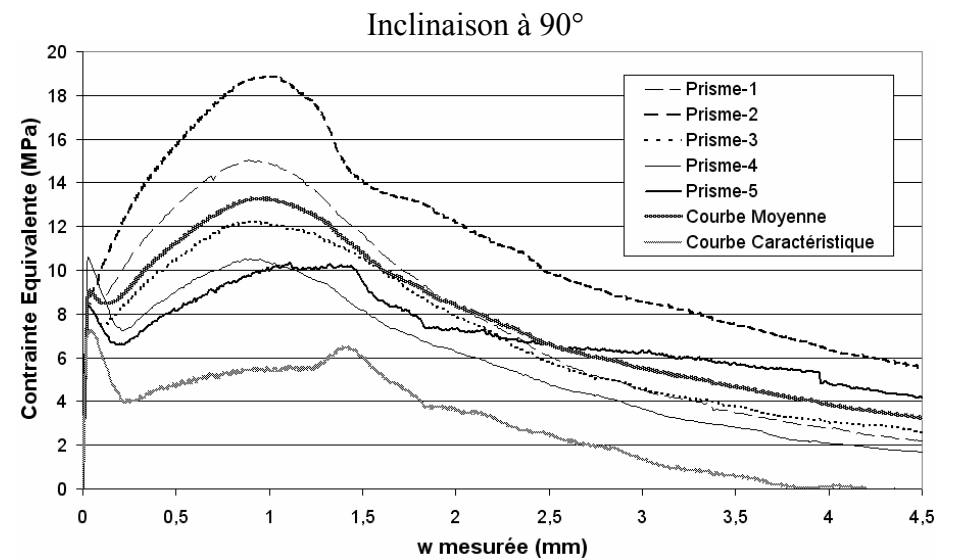
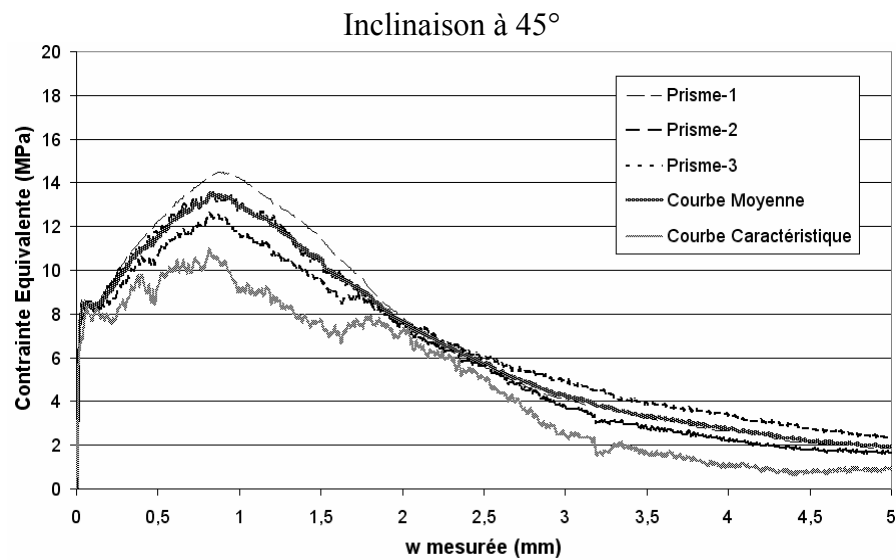


Figure 3-26 BFUP-F-OF : Courbe « Contrainte Equivalente – Ouverture de fissure mesurée ». Essais de flexion trois points sur prismes sciés avec une inclinaison égale à 45° et 90°.

A partir des courbes moyennes « Contrainte Equivalente ( $CE$ ) – Ouverture de fissure mesurée ( $w$ ) » correspondant aux inclinaisons  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $90^\circ$ , une courbe moyenne (voir Figure 3-27) est construite afin de déterminer un coefficient d'orientation selon chaque direction (AFGC-Sétra, 2002). Ce coefficient est calculé à partir des contraintes équivalentes maximales dans les orientations considérées par rapport à la contrainte équivalente maximale relative à la courbe de comportement moyenne (voir Tableau 3-11).

$$\text{Coefficient Orientation } 0^\circ = \frac{\text{Max}("CE - w"-0^\circ)}{\text{Max}[\text{Moyenne}("CE - w"-0^\circ; "CE - w"-45^\circ; "CE - w"-90^\circ)]}$$

$$\text{Coefficient Orientation } 45^\circ = \frac{\text{Max}("CE - w"-45^\circ)}{\text{Max}[\text{Moyenne}("CE - w"-0^\circ; "CE - w"-45^\circ; "CE - w"-90^\circ)]}$$

$$\text{Coefficient Orientation } 60^\circ = \frac{\text{Max}("CE - w"-60^\circ)}{\text{Max}[\text{Moyenne}("CE - w"-0^\circ; "CE - w"-45^\circ; "CE - w"-90^\circ)]}$$

$$\text{Coefficient Orientation } 90^\circ = \frac{\text{Max}("CE - w"-90^\circ)}{\text{Max}[\text{Moyenne}("CE - w"-0^\circ; "CE - w"-45^\circ; "CE - w"-90^\circ)]}$$

Tableau 3-11 Coefficient d'orientation selon chaque inclinaison par rapport à l'axe de la poutre

| Matériau       | Inclinaison | Gâchée de référence | Nombre de prismes pris en compte | Max de la courbe moyenne à l'inclinaison $x^\circ$ (MPa) | Max de la courbe moyenne (MPa) | Coefficient d'orientation correspondant |
|----------------|-------------|---------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|---|
| BFUP-B<br>B(2) | $0^\circ$   | BFUP<br>B-(2)       | 5                                | 32,3   | 25,1                           | 0,78                                    |
|                | $45^\circ$  | BFUP-B              | 6                                | 26,5   | 25,1                           | 0,95                                    |
|                | $60^\circ$  | BFUP-B              | 5                                | 25,4   | 25,1                           | 0,99                                    |
|                | $90^\circ$  | BFUP<br>B-(2)       | 4                                | 17,4   | 5,1                            | 1,45                                    |
| BFUP-F         | $0^\circ$   | BFUP-F              | 5                                | 10,9   | 8,1                            | 1,67                                    |
|                | $45^\circ$  | BFUP-F              | 6                                | 18,4   | 18,1                           | 0,99                                    |
|                | $90^\circ$  | BFUP-F              | 5                                | 25,2   | 18,1                           | 0,72                                    |
| BFUP<br>F-OF   | $45^\circ$  | BFUP<br>F-OF        | 3                                | 13,5   | -                              | -                                       |
|                | $90^\circ$  | BFUP<br>F-OF        | 5                                | 13,3   | -                              | -                                       |

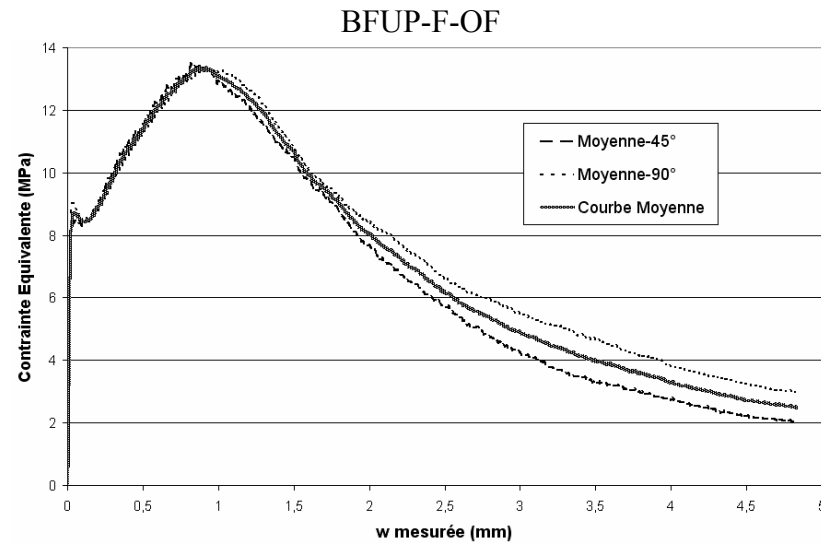
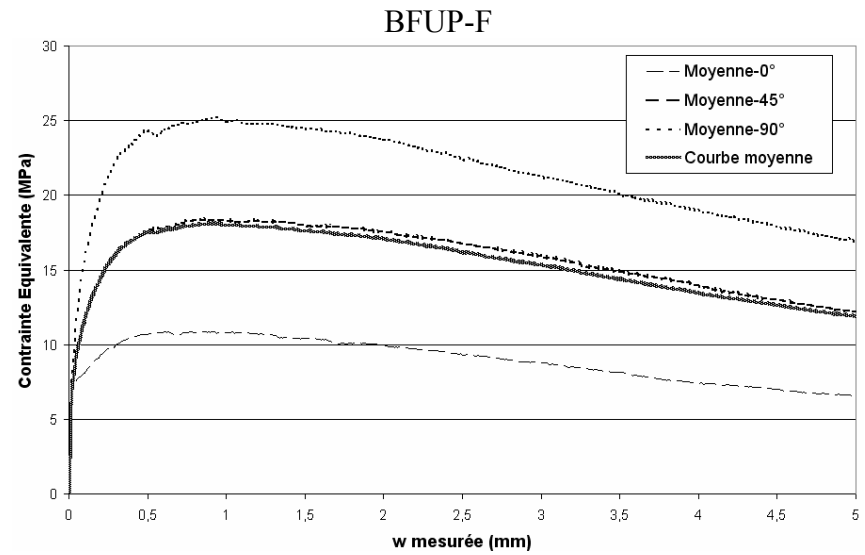
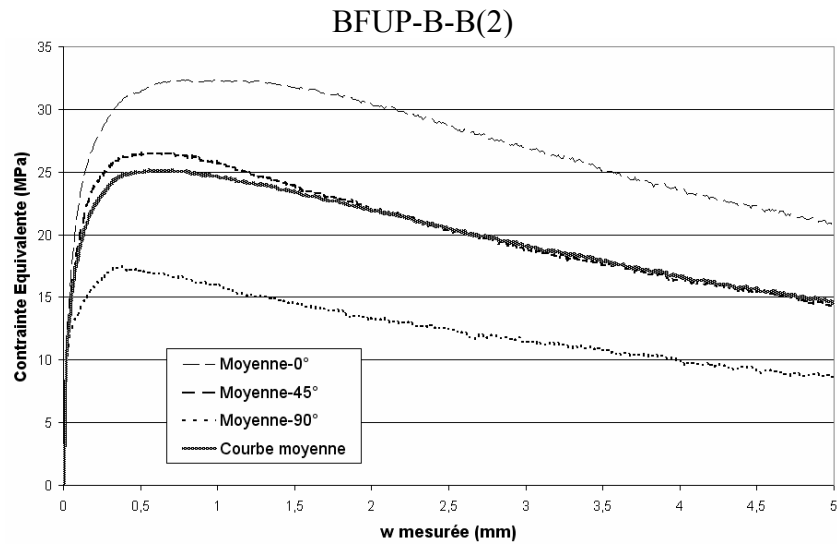


Figure 3-27 Courbes « Contrainte Equivalente – Ouverture de fissure » issues des essais de flexion 3 points sur prismes sciés avec une inclinaison égale à 0°, 45° et 90° (BFUP-B-B(2) et BFUP-F) et 45°, 90° (BFUP-F-OF) : courbe moyenne correspondante

En effectuant une extrapolation linéaire entre les différents points obtenus expérimentalement, il est possible de tracer l'évolution du coefficient d'orientation en fonction de l'inclinaison par rapport à l'axe de la poutre (voir Figure 3-28).

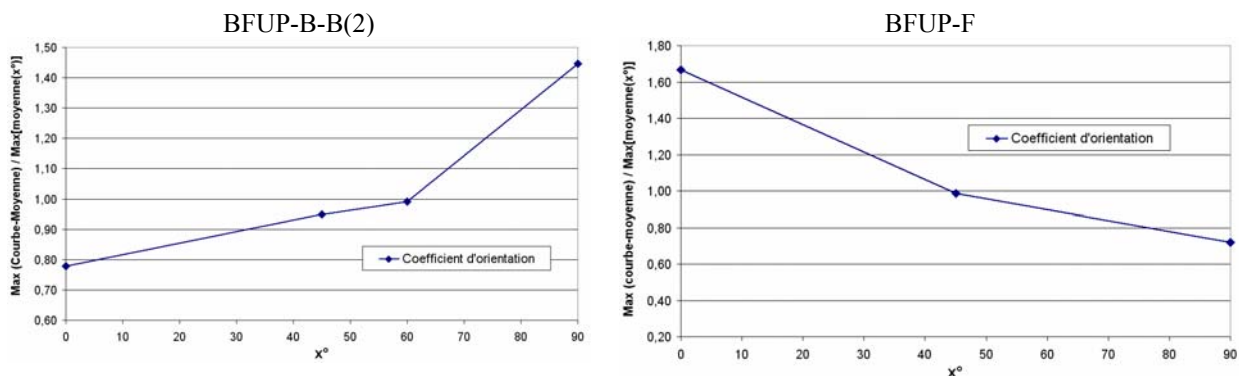


Figure 3-28 Evolution du coefficient d'orientation en fonction de l'inclinaison par rapport à l'axe de la poutre

Afin d'évaluer la pertinence d'une extrapolation linéaire entre les différents points expérimentaux, les courbes obtenues pour les matériaux BFUP-B, B(2) et BFUP-F sont comparées avec celles issues d'essais sur une matrice BPR® renforcée par 2 % de fibres. Les tests effectués par (Behloul, 1996) avaient en effet eu pour objectif d'étudier l'effet de l'orientation des fibres sur le comportement mécanique du matériau.

Une plaque en BPR® de dimensions 400mm\*25mm\*400mm avait été fabriquée. Le matériau avait été mis en place au travers d'une grille unidirectionnelle orientant les fibres avec une vibration continue sur table vibrante. Les séparateurs, d'épaisseur 0,5 mm, étaient espacés de 12 mm. Après cure, cette plaque avait été découpée en éprouvettes prismatiques 40mm\*25mm\*200mm suivant cinq directions (voir Figure 3-29). Ce protocole expérimental avait pour objectif d'approcher une orientation 1D des fibres.

Les éprouvettes avaient été testées en flexion 4 points (avec un enregistrement de l'effort et de la flèche à mi-portée). La portée était de 15 cm et la zone de moment constant était égale à 5 cm. La Figure 3-30 présente un exemple de courbe « Contrainte Equivalente – Flèche » pour chaque direction.

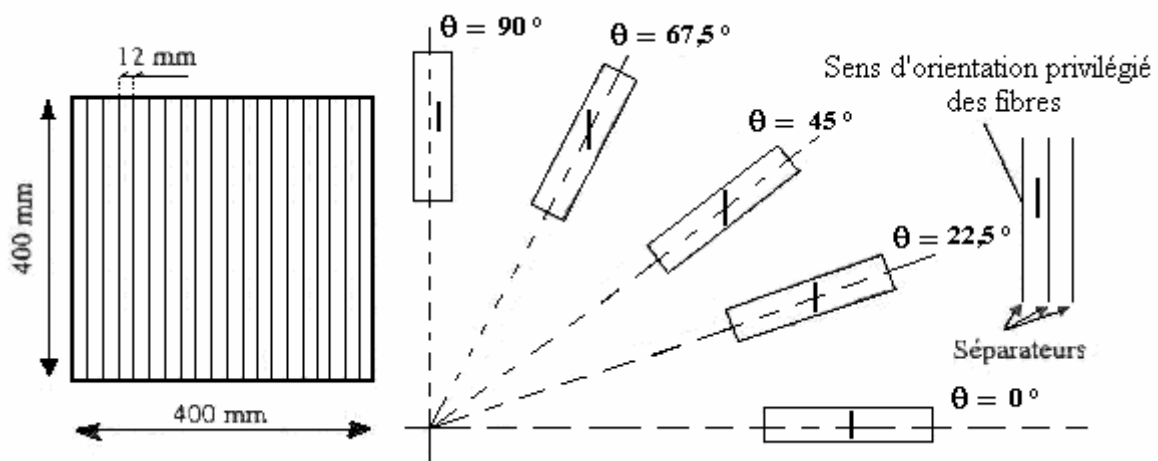


Figure 3-29 Grille de coulage et sens de découpage des éprouvettes en BPR® 2% (Behloul, 1996)

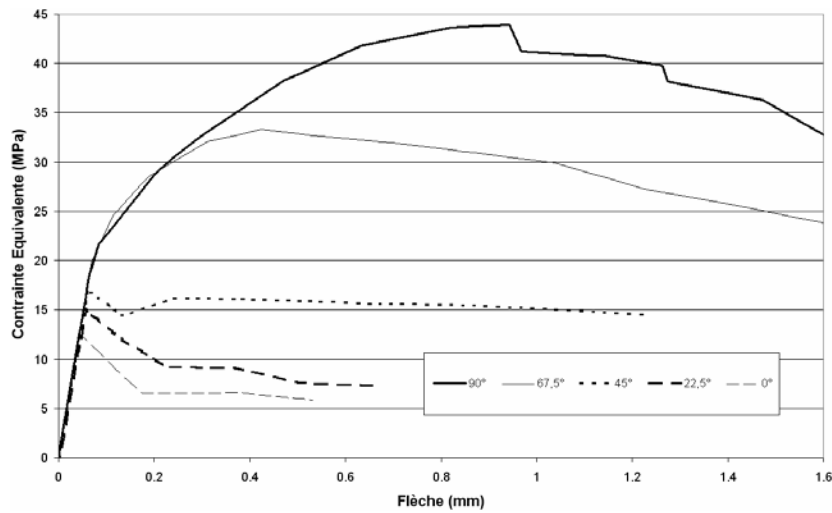


Figure 3-30 Courbes « Contrainte Equivalente – Flèche » pour les éprouvettes correspondant aux différents angles de prélèvement (Behloul, 1996)

(Behloul, 1996) a déduit ainsi une évolution de la contrainte équivalente post-fissuration en fonction de l'angle de prélèvement. On détermine la moyenne de l'ensemble des valeurs obtenues afin de déterminer un coefficient d'orientation selon chaque direction. Cette évolution du coefficient d'orientation en fonction de l'angle de prélèvement est ensuite comparée aux évolutions obtenues pour les poutres en BFUP-B-B(2) et BFUP-F (voir Figure 3-31).

$$\text{Coefficient Orientation } x^\circ = \frac{CE - \text{Post fissuration} - x^\circ}{\text{Moyenne}(CE - \text{Post fissuration} - 0^\circ - 22,5^\circ - 45^\circ - 67,5^\circ - 90^\circ)}$$

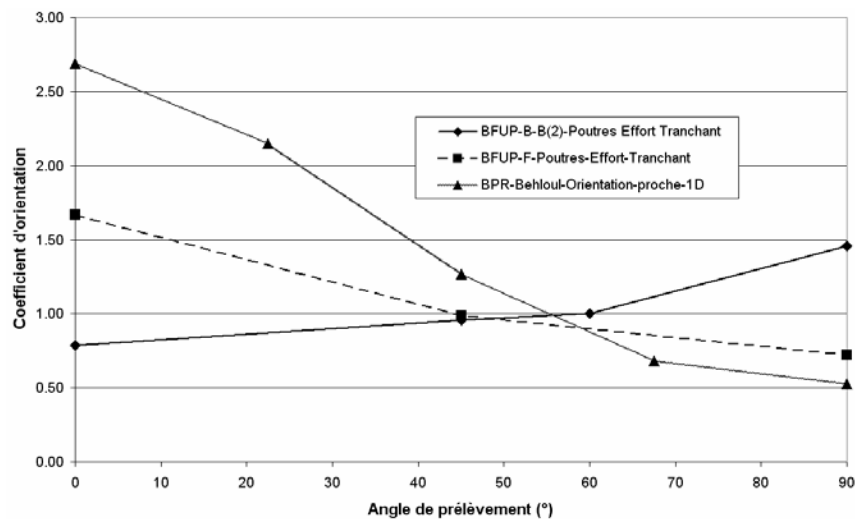


Figure 3-31 Evolution du coefficient d'orientation en fonction de l'angle de prélèvement pour les matériaux BFUP-B-B(2) et BFUP-F pour les essais effort tranchant et pour la plaque d'orientation 1D de (Behloul, 1996)

L'approche utilisée ici pour déterminer le coefficient d'orientation n'est pas exactement la même que celle décrite dans le cas des poutres en BFUP-B-B(2) et BFUP-F. Toutefois cette comparaison qui est uniquement qualitative permet de montrer que l'orientation des fibres à l'intérieur de l'âme des poutres n'a pas été unidirectionnelle. Ainsi une extrapolation linéaire entre chaque point expérimental n'entraîne pas une erreur importante.

Le coefficient d'orientation maximal est égal à 1,45 pour le BFUP-B et 1,67 pour le BFUP-F. Il y a donc eu une orientation forte dans une direction. Concernant les directions intéressantes vis-à-vis de l'effort tranchant, les coefficients d'orientation se situent entre 0,9 et 1. Les hypothèses d'extrapolation ont donc un impact limité.

Le Tableau 3-12 présente la comparaison du maximum des courbes moyennes issues des essais de flexion trois points sur éprouvettes sciées et entaillées (pour chaque direction étudiée) avec le maximum des courbes moyennes obtenues avec les essais de flexion quatre points sur prismes moulés non entaillés.

Tableau 3-12 Comparaison des résultats obtenus pour les essais de flexion quatre points sur prismes moulés non entaillés avec ceux issus des tests de flexion trois points sur éprouvettes sciées et entaillées

| Matériau    | Essais de flexion trois points sur prismes sciés et entaillés |                     |                                  |  | Essais de flexion quatre points sur prismes moulés non entaillés | Rapport Max courbe moyenne (4pts moulés non entaillés) / Max courbe moyenne (3pts sciés entaillés) |
|-------------|---|---------------------|----------------------------------|--|--|--|
|             | Inclinaison   | Gâchée de référence | Nombre de prismes pris en compte | Max de la courbe moyenne à l'inclinaison $x^\circ$ (MPa) | Max de la courbe moyenne (MPa)                                   |  |
| BFUP-B B(2) | 0°  | BFUP B-(2)          | 5                                | 32,3   | 36   | 1,11   |
|             | 45°   | BFUP-B              | 6                                | 26,5   | 33   | 1,25   |
|             | 60°   | BFUP-B              | 5                                | 25,4   | 33   | 1,30   |
|             | 90°   | BFUP B-(2)          | 4                                | 17,4   | 36   | 2,07   |
| BFUP-F      | 0°  | BFUP-F              | 5                                | 10,9   | 28,5   | 2,61   |
|             | 45°   | BFUP-F              | 6                                | 18,4   | 28,5   | 1,55   |
|             | 90°   | BFUP-F              | 5                                | 25,2   | 28,5   | 1,13   |
| BFUP F-OF   | 45°   | BFUP F-OF           | 3                                | 13,5   | 20,8   | 1,54   |
|             | 90°   | BFUP F-OF           | 5                                | 13,3   | 20,8   | 1,56   |

La comparaison des résultats obtenus sur les prismes prélevés au sein des poutres puis entaillés et testés en flexion trois points avec ceux issus des essais de flexion quatre points sur prismes (non entaillés) coulés, permet de mettre en évidence une forte orientation préférentielle des fibres dans le cas des prismes coulés. La nécessité de prendre en compte l'orientation réelle des fibres au sein de la structure est donc primordiale.



### **Etablissement de la loi « Contrainte - Ouverture de fissure » de référence pour chaque BFUP**

Pour chaque BFUP, la courbe de référence « Contrainte – Ouverture de fissure » est obtenue à partir de la courbe « Contrainte Equivalente – Ouverture de fissure mesurée » moyenne issue des courbes moyennes « Contrainte Equivalente – Ouverture de fissure mesurée » correspondant aux prismes entaillés testés en flexion trois points d'inclinaisons 0°, 45° et 90°. Cette courbe de référence sera la loi de comportement en traction « contrainte – ouverture de fissure » du BFUP étudié que l'on utilisera lors de la comparaison avec différentes méthodes de calcul et à laquelle on appliquera le coefficient d'orientation selon l'angle des bielles considéré.

Pour chaque matériau, la courbe « Contrainte Equivalente – Ouverture de fissure mesurée » moyenne est « lissée » à partir d'une interpolation polynomiale du 3<sup>ème</sup> degré avec un pas constant de 0,01 mm. Cette courbe fait ensuite l'objet d'une correction afin de tenir compte de la déformation élastique mesurée par le capteur pontant l'entaille. Ainsi, on détecte dans un premier temps la limite de linéarité et le déplacement mesuré (par le capteur en intrados) correspondant  $w_{ij}$  et dans un second temps, on procède à un décalage de  $w_{ij}$  par rapport à l'origine de l'ouverture de fissure.

La méthode inverse décrite dans les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) est alors appliquée en corrigeant la surestimation de l'ouverture de fissure mesurée par le capteur en intrados. En effet, l'excentrement du capteur par rapport au fond de l'entaille entraîne une surestimation de l'ouverture de fissure (voir Figure 3-32).

L'ouverture de fissure mesurée est corrigée de la manière suivante :

$$w_{réelle} = \frac{\alpha_i \cdot h}{\alpha_i \cdot h + Exc} \times w_{mesurée}$$

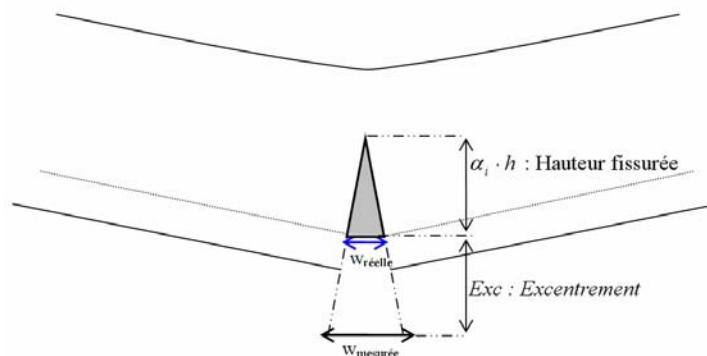


Figure 3-32 Surestimation de l'ouverture de fissure en raison de l'excentrement du capteur par rapport au fond d'entaille

La connaissance de la hauteur fissurée  $\alpha_i h$  est nécessaire pour remonter à l'ouverture réelle de la fissure. Aussi la correction de l'ouverture de fissure mesurée est intégrée au processus d'analyse inverse qui permet d'établir la loi « Contrainte - Ouverture de fissure ».

Les courbes « Contrainte - Ouverture de fissure » de référence ainsi obtenues sont présentées pour chaque BFUP (voir Figure 3-33 à Figure 3-35). Ces courbes sont ensuite corrigées vis-à-vis de la perte de linéarité. La présence de l'entaille dans l'essai de flexion trois points engendre une concentration de contrainte qui a pour conséquence de perturber la réponse de la matrice cimentaire. On choisit donc de retenir la valeur de la contrainte limite de linéarité

retenue issue des essais de flexion quatre points sur prismes non entaillés ( $f_{ij\text{-moyen}}$ ). Les courbes sont également lissées afin de faciliter leur utilisation pour les calculs (voir Figure 3-33 à Figure 3-35). Lorsque la contrainte limite de linéarité dépasse la contrainte résiduelle post-fissuration, la loi « contrainte-ouverture de fissure » est écrêtée au niveau de la contrainte résiduelle maximum.

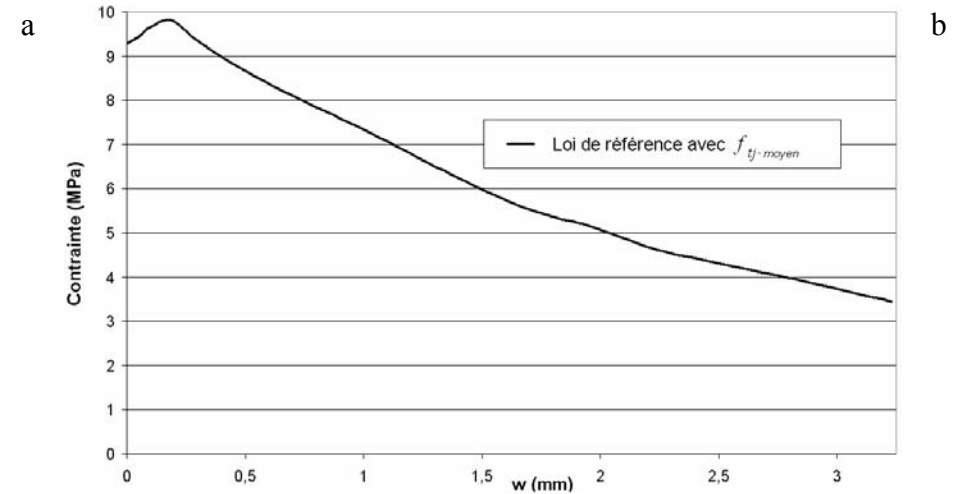
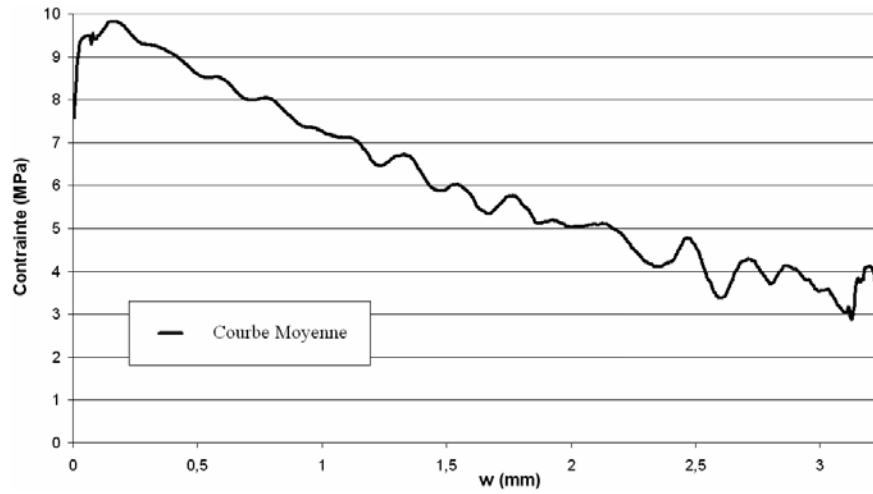


Figure 3-33 BFUP-B-B(2) : (a) Courbe « Contrainte – Ouverture de fissure » obtenue avec l’analyse inverse ; (b) Loi « Contrainte – Ouverture de fissure » de référence avec  $f_{tj\text{-moyen}}$

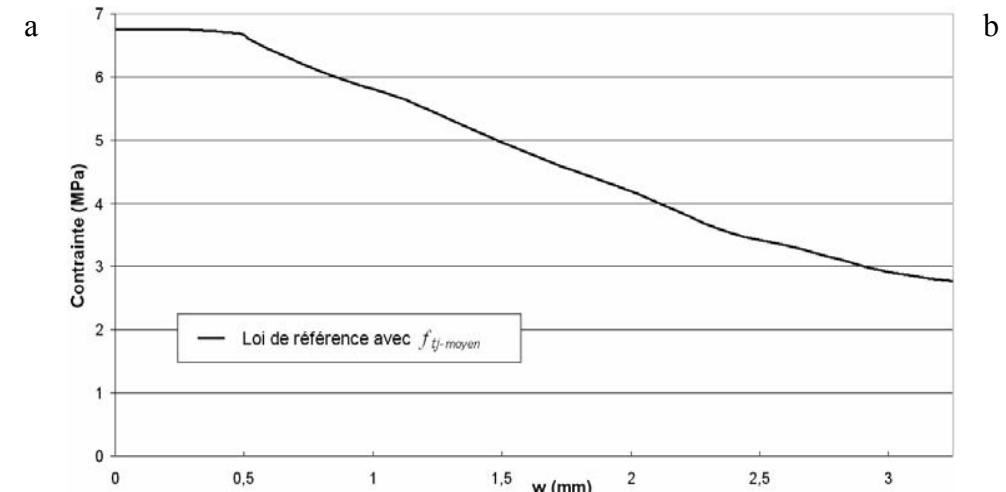
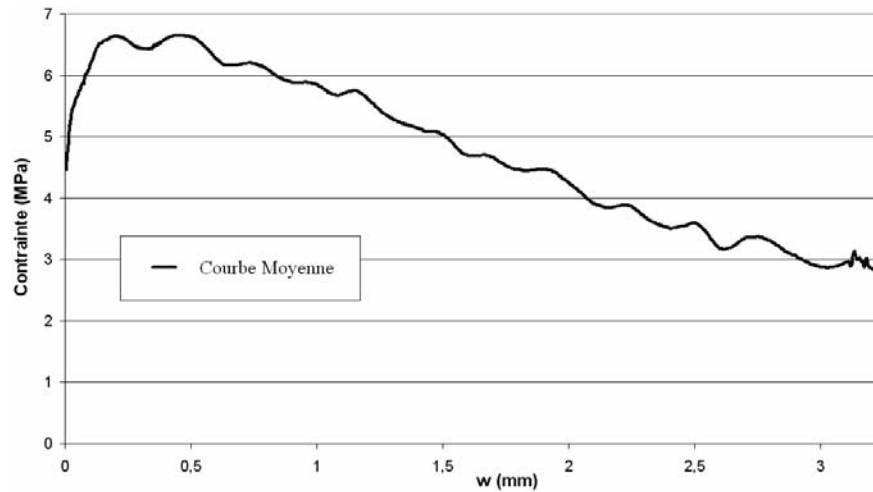


Figure 3-34 BFUP-F : (a) Courbe « Contrainte – Ouverture de fissure » obtenue avec l’analyse inverse ; (b) Loi « Contrainte – Ouverture de fissure » de référence avec  $f_{tj\text{-moyen}}$

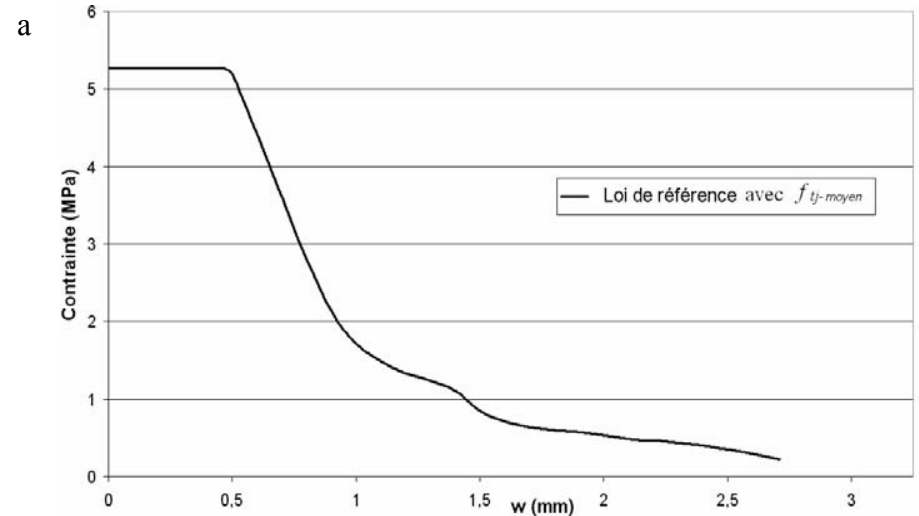
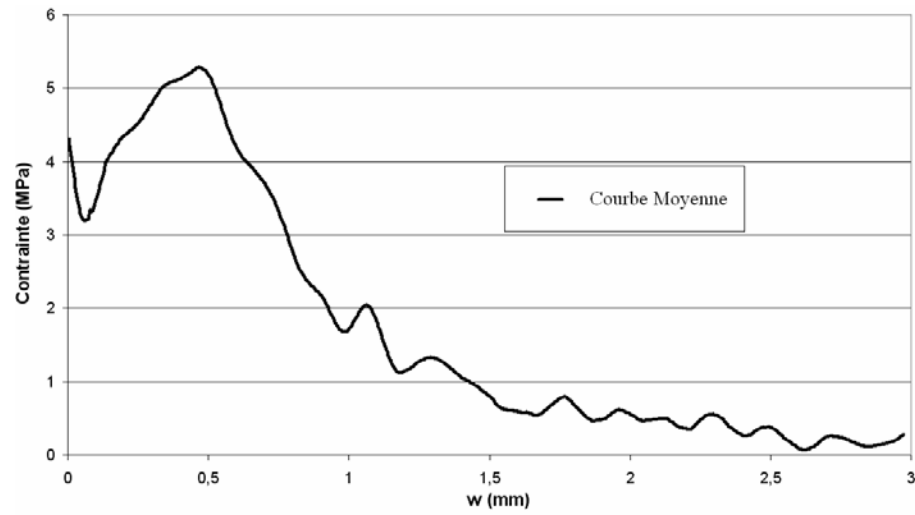


Figure 3-35 BFUP-F-OF : (a) Courbe « Contrainte – Ouverture de fissure » obtenue avec l’analyse inverse ; (b) Loi « Contrainte – Ouverture de fissure » de référence avec  $f_{tj-moyen}$

En considérant la caractérisation du comportement en traction des BFUP étudiés à partir des résultats d'essais de flexion trois points sur prismes entaillés, il apparaît que les BFUP-BetB(2) ont une résistance post-fissuration supérieure à celle du BFUP-F. Dans l'échelle des inclinaisons directement intéressantes pour le comportement à l'effort tranchant, notamment en BFUP précontraint, l'orientation préférentielle des fibres du BFUP-F est plus favorable mais sa résistance post-fissuration (déterminée à partir d'éprouvettes entaillées) reste inférieure à celle des BFUP-B-B(2). Cela s'explique par un volume de fibres initial plus important dans le cas du BFUP-B.

La configuration des poutres précontraintes devrait favoriser le BFUP-F car l'inclinaison des premières fissures diagonales sera inférieure à 45°.

Au total, cette caractérisation du comportement mécanique des BFUP à l'échelle du matériau en prenant en compte l'orientation réelle des fibres au sein des poutres a permis de souligner un certain nombre de points :

- Interaction entre le matériau, la géométrie de la structure et le procédé de mise en œuvre du BFUP sur l'orientation des fibres. Ainsi, pour le BFUP-B et le BFUP-F, la direction d'orientation préférentielle des fibres n'a pas été la même. Et dans le cas du BFUP-F-OF, l'orientation des fibres organiques semble avoir été isotrope.
- L'intérêt des méthodes d'analyse des essais de flexion quatre points détaillées dans le chapitre 2 vis-à-vis de la détermination de la contrainte limite de linéarité.
- L'importance quantitative de tenir compte du passage prisme coulé au prisme prélevé au sein de la structure étudiée.
- L'intérêt de connaître quantitativement la distribution spatiale du comportement en traction des BFUP à partir de la distribution spatiale du coefficient d'orientation obtenu à partir d'essais de flexion sur prismes effectivement prélevés dans un élément structurel représentatif.

### 3.3.1.2 CARACTERISATION MECANIQUE DES ARMATURES PASSIVES ET ACTIVES

Les armatures passives et actives utilisées lors de la fabrication des différents corps d'épreuves ont été caractérisées. La loi «  $\sigma - \varepsilon$  » a pu être déterminée pour chaque type d'armatures par les résultats suivants :

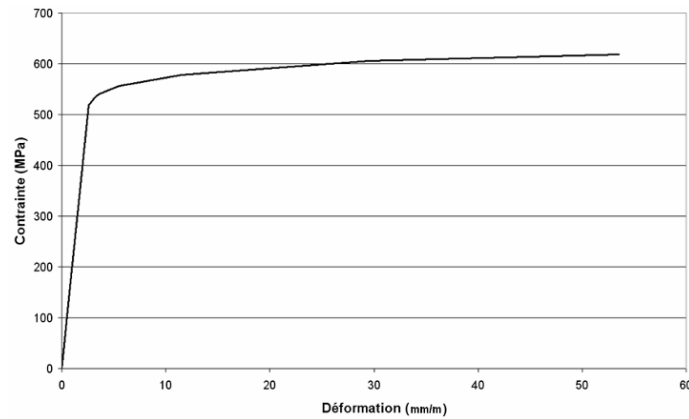
- Aciers de précontrainte : essais de contrôle réalisés par le préfabricant sur le lot de torons utilisé lors de la fabrication des poutres.
- Aciers HA longitudinaux : essais de traction directe réalisés par l'IFSTTAR sur le lot d'armatures utilisées lors de la fabrication des poutres.
- Aciers HA transversaux : essais de traction directe réalisés par l'IFSTTAR sur le lot d'épingles utilisées lors de la fabrication des poutres.

### Caractérisation de la loi de comportement des aciers HA longitudinaux

A partir des essais de traction directe réalisés par l'IFSTTAR sur le lot d'armatures longitudinales (HA20) utilisées lors de la fabrication des poutres, la loi de comportement mécanique «  $\sigma - \varepsilon$  » est tracée (voir Tableau 3-13 et Figure 3-36) :

Tableau 3-13 Caractéristiques de la loi «  $\sigma - \varepsilon$  » des aciers HA20

|                           |         |      |
|---------------------------|---------|------|
| Module =                  | 199 000 | MPa  |
| $\sigma$ à 0,2 % =        | 551     | MPa  |
| $\sigma$ à rupture =      | 618     | MPa  |
| $\varepsilon$ à rupture = | 53      | mm/m |

Figure 3-36 Loi de comportement «  $\sigma$ - $\varepsilon$  » des aciers HA20

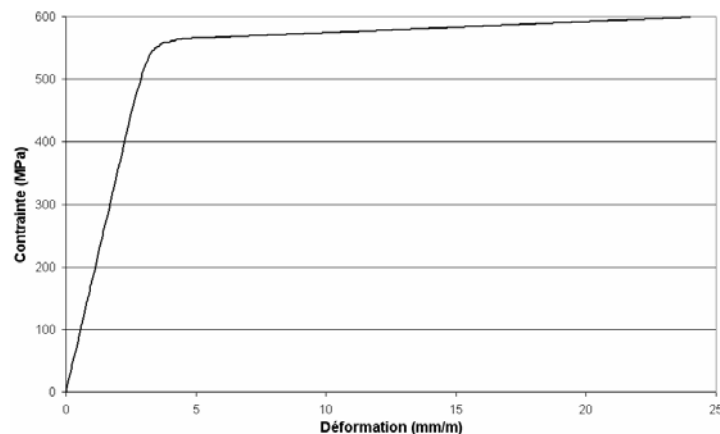
Le comportement des aciers HA25 est considéré identique à celui des HA20.

### Caractérisation de la loi de comportement des aciers HA transversaux

A partir des essais de traction directe réalisés par l'IFSTTAR sur le lot d'épingles utilisées lors de la fabrication des poutres, la loi de comportement mécanique «  $\sigma$ - $\varepsilon$  » des armatures transversales est tracée (voir Tableau 3-14 et Figure 3-37) :

Tableau 3-14 Caractéristiques de la loi «  $\sigma$ - $\varepsilon$  » des aciers HA transversaux

|                           |         |      |
|---------------------------|---------|------|
| Module =                  | 177 400 | MPa  |
| $\sigma$ à 0,2 % =        | 566     | MPa  |
| $\sigma$ à rupture =      | 598     | MPa  |
| $\varepsilon$ à rupture = | 24      | mm/m |

Figure 3-37 Loi de comportement «  $\sigma$ - $\varepsilon$  » des armatures HA6 transversales

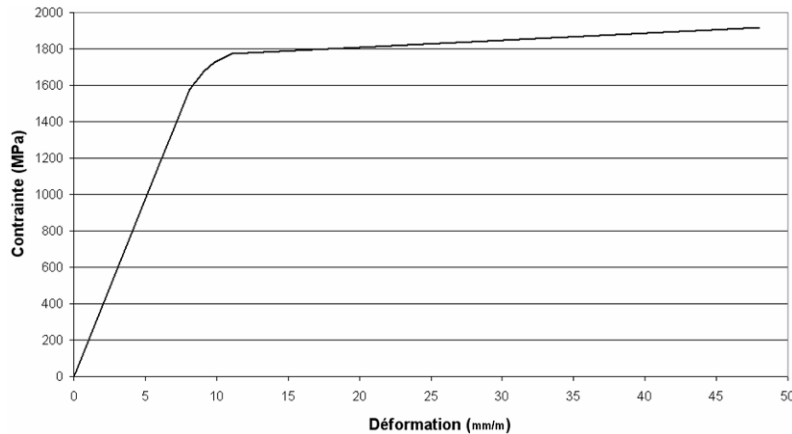
Le module de l'acier constituant les épingles, obtenu à partir des essais de caractérisation, est relativement faible et peut s'expliquer par l'incertitude sur la section nominale de l'armature.

### Caractérisation de la loi de comportement des aciers de précontrainte

A partir des essais de contrôle réalisés par le préfabricant sur le lot de torons utilisé lors de la fabrication des poutres, la loi de comportement mécanique «  $\sigma$ - $\varepsilon$  » des aciers de précontrainte peut être tracée (voir Tableau 3-15 et Figure 3-38).

Tableau 3-15 Caractéristiques de la loi «  $\sigma$ - $\varepsilon$  » des aciers de précontrainte

|                           |         |      |
|---------------------------|---------|------|
| Module =                  | 195 000 | MPa  |
| $\sigma$ à 0,1 % =        | 728     | MPa  |
| $\sigma$ à 0,2 % =        | 1772    | MPa  |
| $\sigma$ à rupture =      | 1918    | MPa  |
| $\varepsilon$ à rupture = | 48      | mm/m |

Figure 3-38 Loi de comportement «  $\sigma$ - $\varepsilon$  » des aciers de précontrainte

### Evaluation des pertes de tension des aciers de précontrainte

Afin d'estimer la perte de tension subie par les câbles de précontrainte, une instrumentation spécifique a été mise en place avant et après le coulage des corps d'épreuve (voir Figure 3-39 et Figure 3-40). En raison de certaines contraintes logistiques, cette instrumentation a été installée sur une seule poutre par matériau (BFUP-B et BFUP-F) en considérant que les pertes étaient similaires pour les deux poutres précontraintes composées d'un même BFUP.

A chaque extrémité de la poutre considérée, une serviette humide a été enroulée autour des torons afin d'éviter une déformation thermique des câbles due à la variation de température à l'intérieur de la poutre (l'acier étant fortement conducteur de chaleur).

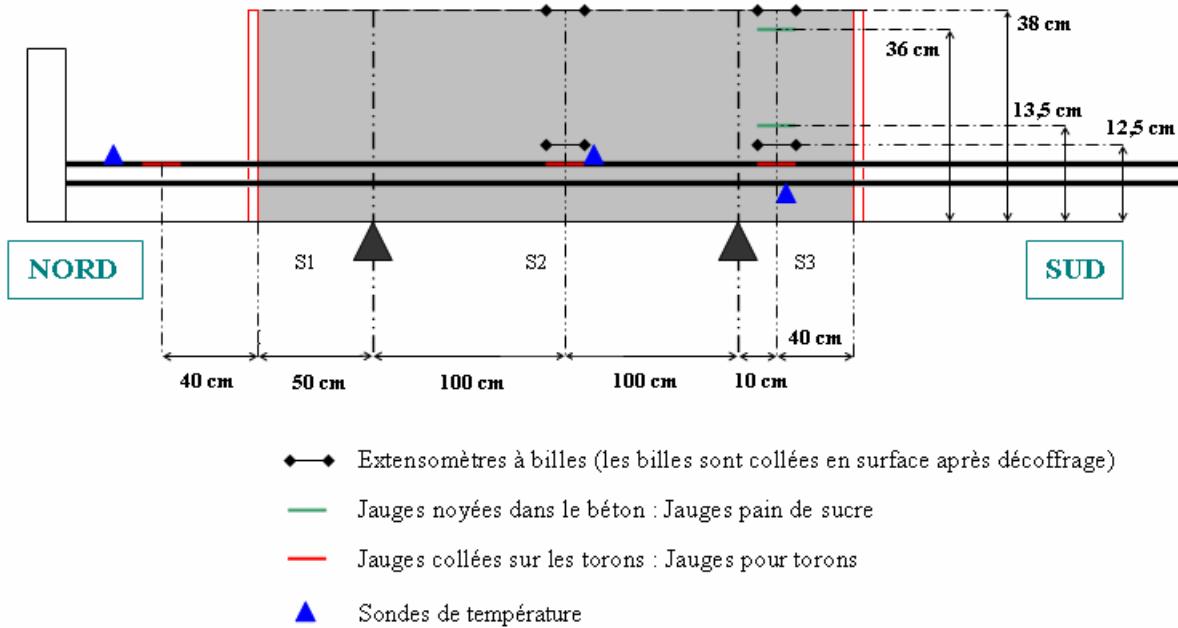


Figure 3-39 Schéma de principe de l'instrumentation spécifique mise en place pour estimer les pertes de tension des câbles de précontrainte



Figure 3-40 Instrumentation de la poutre BFUP-F-PC-NS afin d'estimer les pertes de précontrainte

Afin de quantifier la totalité des pertes de précontrainte, il est nécessaire de décomposer les trois étapes au cours desquelles une perte de tension des câbles est effective :

- Avant la mise en précontrainte des poutres : effet des retraits thermique, endogène et de dessiccation ainsi que de la relaxation des câbles.
- Mise en précontrainte des corps d'épreuve : raccourcissement élastique instantané des câbles.
- Après mise en précontrainte des poutres : effets combinés du retrait endogène, de dessiccation, du fluage ainsi que de la relaxation des câbles.

Entre la mise en tension des câbles et la mise en précontrainte des poutres, le matériau BFUP subit un retrait de différentes origines (endogène, thermique et de dessiccation). Ce retrait est effectif vis-à-vis de la perte de tension des câbles après la prise mécanique du BFUP. Ainsi le BFUP commence à entraîner les torons qui se raccourcissent à l'intérieur de la poutre et qui



s'allongent à l'extérieur du corps d'épreuve. Jusqu'à la mise en précontrainte, la perte de tension des câbles (en dehors des pertes dues à la relaxation des torons) est estimée avec le seul enregistrement des jauges collées sur les câbles. Ces données sont recoupées avec celles apportées par les jauges noyées dans le BFUP. Une fois la mise en précontrainte réalisée, les poutrelles sont mises en stock, il n'est alors plus possible d'interroger les jauges. Les extensomètres à billes (billes qui sont collées sur les poutrelles après le décoffrage) permettent d'apprécier les déformations dues au retrait et fluage et d'en déduire les pertes, moyennant des hypothèses sur la relaxation.

**Avant la mise en précontrainte**

Avant la mise en précontrainte, les déformations enregistrées par les différentes jauges pour les poutres BFUP-B-PC-NS et BFUP-F-PC-NS sont représentées sur la Figure 3-41 .

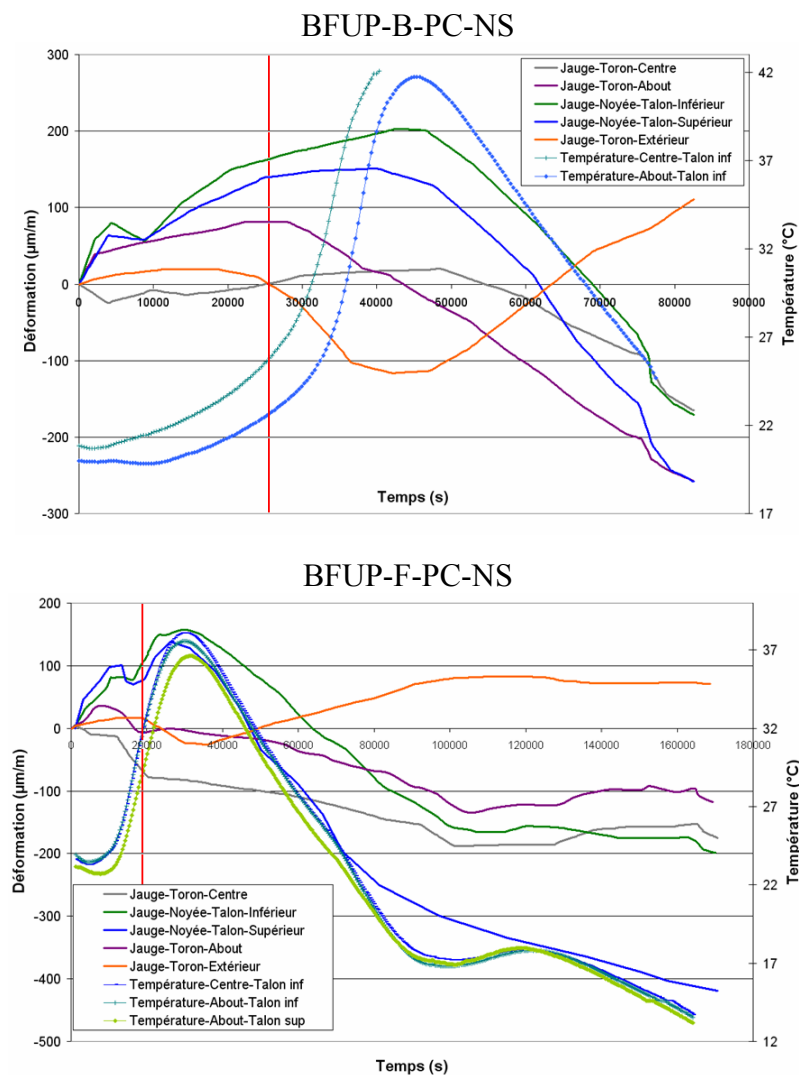


Figure 3-41 Evolution des déformations enregistrées par les différentes jauges avant la mise en précontrainte (Poutres BFUP-B-PC-NS et BFUP-F-PC-NS)

Le zéro des jauges et des sondes de températures est réalisé après la mise en tension des armatures de précontrainte.

La sonde de température au centre de la poutre en BFUP-B dans le talon inférieur a cessé de fonctionner au bout d'environ 11 heures entraînant une interruption de la courbe de température correspondante.

Dans l'échelle des températures mesurées, les jauges collées sur torons peuvent être considérées comme autocompensées ainsi leur mesure est indépendante du phénomène de dilatation thermique.

Les déformations des jauges collées sur les torons, enregistrées juste avant la mise en précontrainte sont détaillées dans le Tableau 3-16.

Tableau 3-16 Déformations mesurées par les jauges sur torons avant la mise en précontrainte (poutres BFUP-B-PC-NS et BFUP-F-PC-NS)

|              | $\varepsilon_{\text{jauge toron - centre}}$<br>( $\mu\text{m/m}$ ) | $\varepsilon_{\text{jauge toron - about}}$<br>( $\mu\text{m/m}$ ) | $\varepsilon_{\text{jauge toron - extérieur}}$<br>( $\mu\text{m/m}$ ) |
|--------------|--|---|---|
| BFUP-B-PC-NS | -175   | -256  | 110   |
| BFUP-F-PC-NS | -172   | -118  | 71  |

L'écart entre les résultats des deux jauges collées sur le toron central supérieur au centre et à l'about de la poutre ne va pas dans le même sens pour les deux matériaux. Il est donc difficile d'expliquer cette différence. Vis-à-vis de la perte de précontrainte, une déformation moyenne est donc prise en compte:

$$\varepsilon_{\text{poutre}} = (\varepsilon_{\text{jauge toron - centre}} + \varepsilon_{\text{jauge toron - about}})/2$$

L'intégrale des déformations mesurées le long du câble est égale au déplacement relatif des deux extrémités. Si ces dernières sont parfaitement encastrées, ce déplacement est nul. Le schéma du banc de précontrainte est représenté Figure 3-42 (pour la fabrication des poutres précontraintes d'une même gâchée).

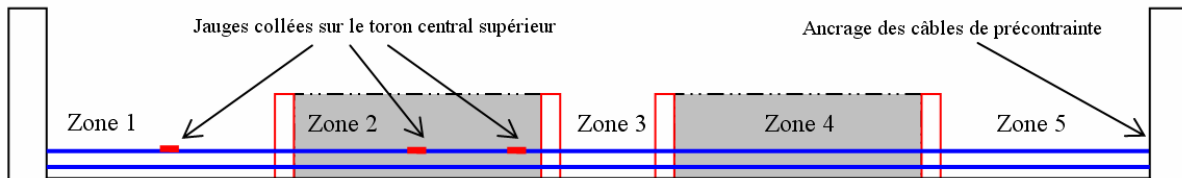


Figure 3-42 Schéma du banc de précontrainte avec l'instrumentation mise en place sur les torons

Ainsi le déplacement relatif total des deux extrémités  $\Delta l$  est égal à :

$$\Delta l = \varepsilon_{\text{Zone-1}} \cdot l_{\text{Zone-1}} + \varepsilon_{\text{Zone-2}} \cdot l_{\text{Zone-2}} + \varepsilon_{\text{Zone-3}} \cdot l_{\text{Zone-3}} + \varepsilon_{\text{Zone-4}} \cdot l_{\text{Zone-4}} + \varepsilon_{\text{Zone-5}} \cdot l_{\text{Zone-5}}$$

La longueur de la zone-1 est similaire à celle de la zone-5, celle de la zone-2 est égale à celle de la zone-4. En considérant que les conditions d'ancrage sont similaires aux deux extrémités, il est possible d'écrire :

$$\Delta l = 2 \cdot \varepsilon_{\text{Zone-1}} \cdot l_{\text{Zone-1}} + 2 \cdot \varepsilon_{\text{Zone-2}} \cdot l_{\text{Zone-2}} + \varepsilon_{\text{Zone-3}} \cdot l_{\text{Zone-3}}$$

En l'absence de données expérimentales au sujet de la surtension des câbles dans la zone située entre les deux poutres (Zone 3), il n'est pas possible de remonter au déplacement des deux extrémités des torons.

Il est toutefois intéressant de remarquer que le rapport  $\frac{1/2 \cdot (\varepsilon_{\text{jauge-toron-centre}} + \varepsilon_{\text{jauge-toron-about}})}{-\varepsilon_{\text{jauge-toron-extérieur}}}$

est proche pour les deux matériaux : 1,96 pour la poutre BFUP-B et 2,04 pour la poutre BFUP-F. Ainsi la poutre se raccourcit deux fois plus que l'acier ne se tend à l'extérieur (dans

les zones 1 et 5). Cela s'explique notamment par une longueur de la partie extérieure des torons plus importante que la longueur des poutres.

Pour les jauges noyées dans le BFUP, leur exploitation nécessite d'effectuer certaines hypothèses. En effet avant la prise mécanique du BFUP, celui-ci n'adhère pas totalement à la jauge (ainsi qu'aux câbles de précontrainte) et ne l'entraîne donc pas totalement. Cette incertitude nous amène donc à ne pas prendre en compte les déformations mesurées avant la prise mécanique effective du BFUP. Cette dernière est considérée comme atteinte lorsque la mesure de la jauge collée sur la partie extérieure du toron évolue sensiblement. Cet instant caractéristique est représenté par un trait rouge sur la Figure 3-41. Ainsi à partir de ce moment, les données apportées par les jauges noyées sont prises en compte (voir Figure 3-43):

$$\epsilon_{\text{jauge noyée - effectif}} = \epsilon_{\text{jauge noyée}} - \epsilon_{\text{jauge noyée - prise mécanique}}$$

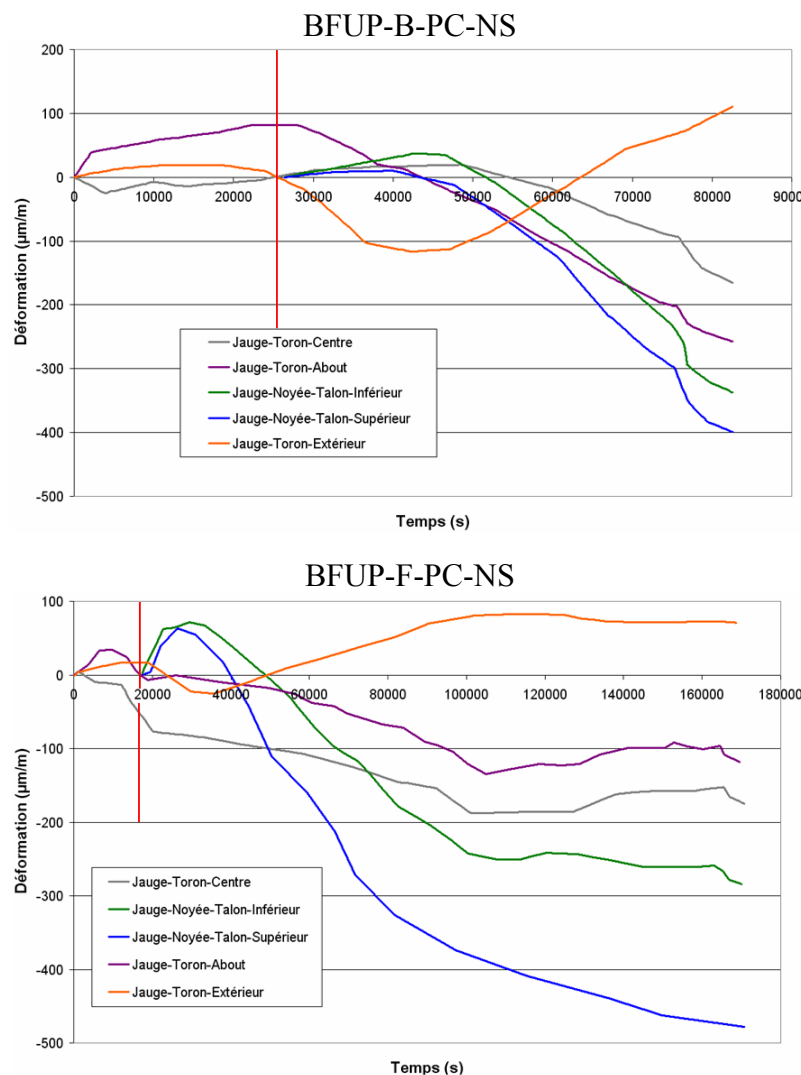


Figure 3-43 Evolution des déformations mesurées par les différentes jauges après traitement des données apportées par les jauges noyées (Poutres BFUP-B-PC-NS et BFUP-F-PC-NS)

La prise mécanique considérée coïncide avec une élévation moyenne de température de l'ordre de  $7^{\circ}\text{C}$  pour la poutre BFUP-B-PC-NS et  $9^{\circ}\text{C}$  pour la poutre BFUP-F-PC-NS. Dans l'échelle des températures mesurées, les jauges noyées peuvent être considérées comme autocompensées ainsi leur mesure est indépendante du phénomène de dilatation thermique.

Les déformations enregistrées par les jauges noyées dans le BFUP avant la mise en précontrainte sont détaillées dans le Tableau 3-17.

Tableau 3-17 Déformations mesurées par les jauges noyées dans le BFUP avant la mise en précontrainte (poutres BFUP-B-PC-NS et BFUP-F-PC-NS)

|              | $\epsilon_{\text{jauge noyée - talon sup}}$<br>( $\mu\text{m/m}$ ) | $\epsilon_{\text{jauge noyée - talon inf}}$<br>( $\mu\text{m/m}$ ) |
|--------------|--|--|
| BFUP-B-PC-NS | - 403  | -324   |
| BFUP-F-PC-NS | - 471  | - 295  |

Pour une même section, les déformations enregistrées ne sont pas homogènes, le retrait a été plus important dans la table. En effet le retrait de dessiccation est plus grand à mesure que l'on se rapproche de la surface libre (non coffrée).

En supposant un profil linéaire des déformations mesurées par les jauges noyées, il est possible de comparer les données apportées par ces jauges avec celles issues de la jauge collée à l'about du toron central supérieur (voir Figure 3-44). L'écart entre la valeur mesurée par la jauge collée sur le toron et la valeur extrapolée à partir d'un profil linéaire est de l'ordre de 17 % pour la poutre BFUP-B-PC-NS et 55 % pour la poutre BFUP-F-PC-NS. Ainsi, entre le moment considéré comme coïncidant avec la prise mécanique et la mise en précontrainte, il apparaît que l'adhérence « câble de précontrainte - BFUP » n'a pas été complète, au moins dans un premier temps. Cet écart pourrait également s'expliquer par un empêchement du retrait dans le talon compte tenu du frottement sur le coffrage et les armatures.

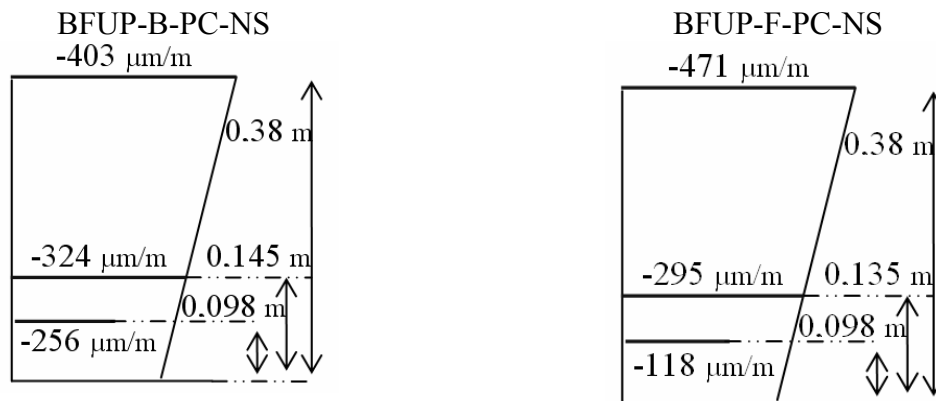


Figure 3-44 Comparaison des déformations mesurées par les jauges sur torons et les jauges noyées (poutres BFUP-B-PC-NS et BFUP-F-PC-NS)

### A la mise en précontrainte

Au moment de la mise en précontrainte, la force de précontrainte  $P_{\text{torons extérieurs}}$  appliquée sur la poutre est égale à la force contenue dans les torons à l'extérieur de la poutre (les pertes par relaxation des câbles cumulées entre la mise en tension des câbles et la mise en précontrainte sont négligées dans ce calcul):

$$P_{\text{torons extérieurs}} = A_p * \sigma_p = A_p * (\sigma_{\text{initiale}} + E_p * \epsilon_{\text{jauge-ext}})$$

- Poutre BFUP-B-PC-NS :

$$P_{\text{torons extérieurs}} = (149,94 * 10^{-6}) * (1131 + 195000 * 110 * 10^{-6}) = 0,1728 \text{ MN} = 172,8 \text{ kN}$$

- Poutre BFUP-F-PC-NS :

$$P_{\text{torons extérieurs}} = (149,94 * 10^{-6}) * (1143 + 195000 * 57 * 10^{-6}) = 0,173 \text{ MN} = 173,5 \text{ kN}$$

Le raccourcissement élastique instantané dans la poutre à une distance  $y$  du centre de gravité est alors égal à (en considérant une adhérence parfaite entre le BFUP et les torons):

$$\varepsilon_{ins\ tan\ \tan\ \acute{e}} = \frac{1}{E_b} \times \left( \frac{P - A_p \cdot E_p \cdot \varepsilon_{ins\ tan\ \tan\ \acute{e}}}{A_b} + ((P - E_p \cdot \varepsilon_{ins\ tan\ \tan\ \acute{e}}) \cdot e_0 + M_{pp}) \cdot \frac{y}{I} \right), \text{ avec}$$

- $e_0$  : l'excentricité des câbles de précontrainte
- $P = 6 * P_{torons\ extérieurs}$
- $M_{pp}$  : moment dû au poids propre de la poutre
- $I$  : inertie nette du corps d'épreuve
- $A_b$  : section nette du corps d'épreuve
- $E_p$  : module des torons
- $E_b$  : module du BFUP

Grâce à cette équation et aux mesures des différentes jauges (jauges sur torons et jauges noyées), il est possible de déterminer le module d'Young du BFUP aux endroits où sont positionnées les jauges (voir Tableau 3-18).

Tableau 3-18 Evaluation du raccourcissement élastique des torons au moment de la mise en précontrainte à partir des données expérimentales (poutres BFUP-B-PC-NS et BFUP-F-PC-NS)

|              | Âge du BFUP au moment de la mise en précontrainte des poutres (heures) | Module moyen à la mise en précontrainte résultant de l'ensemble des déformations mesurées par les jauges sur torons ainsi que les jauges noyées (GPa) | Raccourcissement élastique calculé à partir du Module moyen et de $P_{torons\ extérieurs}$ ( $\mu\text{m/m}$ ) |                   |
|--------------|--|---|--|-------------------|
|              |  |   | Torons supérieurs  | Torons inférieurs |
| BFUP-B PC-NS | 24   | 49,3  | -504   | -605              |
| BFUP-F PC-NS | 47   | 48,5  | -515   | -615              |

### *Après la mise en précontrainte*

Les déformations mesurées par les extensomètres à bille entre la date de décoffrage des poutres et le jour des essais sont détaillées dans le Tableau 3-19.

Tableau 3-19 Déformations mesurées par les extensomètres à bille après la mise en précontrainte (poutres BFUP-B-PC-NS et BFUP-F-PC-NS)

|              | $\mathcal{E}_{extenso\ bille - talon\ sup}$ ( $\mu\text{m/m}$ ) | $\mathcal{E}_{extenso\ bille - talon\ inf}$ ( $\mu\text{m/m}$ ) |
|--------------|---|---|
| BFUP-B-PC-NS | -508  | -898  |
| BFUP-F-PC-NS | -350  | -1001   |

A partir des informations données par les extensomètres à billes et en supposant un profil linéaire des déformations (Navier-Bernoulli), il est possible de déterminer les déformations des torons après la mise en précontrainte (voir Figure 3-45 et Tableau 3-20).

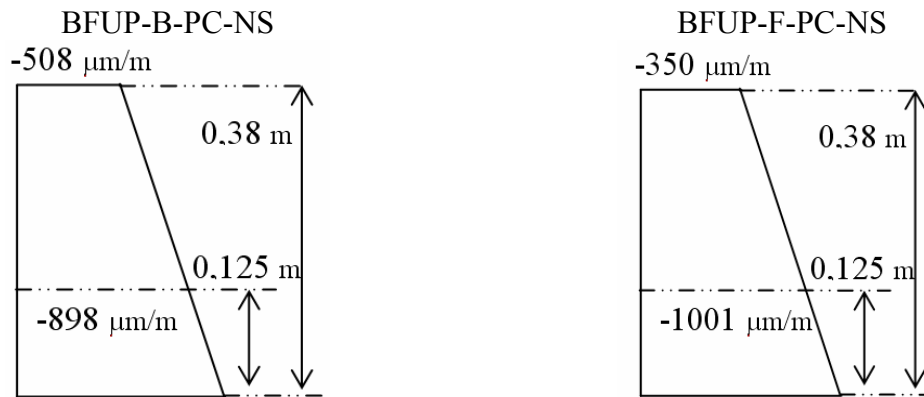


Figure 3-45 Estimation des déformations des torons après la mise en précontrainte en supposant un profil linéaire des déformations

Tableau 3-20 Déformations calculées (à partir des profils de déformation de la Figure 3-45) au niveau des torons après la mise en précontrainte (poutres BFUP-B-PC-NS et BFUP-F-PC-NS)

|              | $\epsilon_{\text{toron supérieur}}$<br>( $\mu\text{m/m}$ ) | $\epsilon_{\text{toron inférieur}}$<br>( $\mu\text{m/m}$ ) |
|--------------|--|--|
| BFUP-B-PC-NS | - 939  | -1008  |
| BFUP-F-PC-NS | - 1070   | - 1185   |

### Pertes dues à la relaxation

Les pertes par relaxation sont données dans le Tableau 3-21 et sont estimées à partir de l'expression donnée par l'Eurocode 2 (partie 3.3.2) :

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 0,66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9,1\mu} \cdot \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}, \text{ avec :}$$

- $\Delta\sigma_{pr}$  est la valeur absolue des pertes de précontrainte par relaxation
- $\sigma_{pi}$  est la contrainte initiale
- $t$  est le temps après la mise en tension (en heures)
- $\mu = \frac{\sigma_{pi}}{f_{pk}}$  avec  $f_{pk}$  valeur caractéristique de la résistance en traction de l'acier de précontrainte.
- $\rho_{1000}$  est la valeur de la perte par relaxation (en %), 1000 heures après la mise en tension, à une température moyenne de 20°C.

L'évaluation complète des pertes par relaxation pour les poutres BFUP-B-PC-NS et BFUP-F-PC-NS est présentée en Annexe 4.

Tableau 3-21 Pertes par relaxation estimées avant et après la mise en précontrainte

|              | $\Delta\sigma_{pr}$<br>Avant la mise en précontrainte<br>(MPa) | $\Delta\sigma_{pr}$<br>Après la mise en précontrainte<br>(MPa) |
|--------------|--|--|
| BFUP-B-PC-NS | 2,0  | 2,7  |
| BFUP-F-PC-NS | 2,0  | 14.2   |

Les pertes par relaxation représentent un faible pourcentage du total des pertes (inférieur à 10 % des pertes totales). Ainsi les différentes hypothèses formulées pour le calcul des pertes par relaxation ont un impact limité.

### **Pertes totales**

A partir des mesures, des hypothèses et des calculs décrits précédemment, l'ensemble des pertes peut être estimé (voir Tableau 3-22):

$$\Delta\sigma_p = E_p \cdot (\varepsilon_{avant-Précontrainte} + \varepsilon_{raccourcissement-élastique} + \varepsilon_{après-précontrainte}) + \Delta\sigma_{pr}, \text{ avec :}$$

- $\Delta\sigma_{pr}$  est la perte due à la relaxation
- $E_p$  est le module des torons de précontrainte (égal à 195 GPa)

Tableau 3-22 Pertes totales estimées pour les poutres BFUP-B-PC-NS et BFUP-F-PC-NS

|              | $\Delta\sigma_p$<br>Torons supérieurs<br>(MPa) | $\Delta\sigma_p$<br>Torons inférieurs<br>(MPa) |
|--------------|--|--|
| BFUP-B-PC-NS | 328  | 361  |
| BFUP-F-PC-NS | 354  | 395  |

D'où la contrainte estimée dans les torons supérieurs et inférieurs est égale à 803 MPa et 770 MPa pour la poutre BFUP-B-PC-NS et 789 MPa et 748 MPa pour la poutre BFUP-F-PC-NS.

La contrainte normale  $\sigma_x$  au niveau du centre de gravité de la section homogénéisée (en prenant en compte les caractéristiques de la section nette) est égale à :

- 12,55 MPa contre 18,05 MPa avant les pertes de précontrainte pour la poutre BFUP-B-PC-NS. Ainsi le pourcentage de pertes est égal à 30,5 %.
- 12,30 MPa contre 18,29 MPa avant les pertes de précontrainte pour la poutre BFUP-F-PC-NS. Ainsi le pourcentage de pertes est égal à 32,8 %.

Le pourcentage important des pertes de précontrainte s'explique par une tension initiale des torons relativement faible.

### **Confrontation des résultats issus des données expérimentales avec un calcul simplifié des pertes de précontrainte**

Afin d'estimer la pertinence de ces estimations déduites des mesures, ces dernières sont comparées à un calcul simplifié de pertes de précontrainte.

Les hypothèses utilisées pour cette estimation sont les suivantes :

- Torons de précontrainte :

Tension initiale des torons = 1133 MPa (torons T15S)

Module des torons = 195 GPa

Valeur de la résistance en traction de l'acier de précontrainte = 1918 MPa

- BFUP :

Module du béton au moment de la mise en précontrainte = 49 GPa (valeur confirmée par les mesures)

Module du béton pris en compte pour le calcul des pertes différées = 55 GPa

Élévation moyenne de la température au moment de la prise mécanique du BFUP = 8 °C

(L'élévation maximale mesurée par les sondes de température est de l'ordre de 21°C)

Coefficient de dilatation thermique = 11,5 µm/m/°C

Retrait endogène du BFUP = 550 µm/m

Retrait de dessiccation du BFUP = 150 µm/m

Coefficient de fluage au moment des essais, pour une mise en charge du BFUP ayant une maturité correspondant à une résistance en compression égale à 110 MPa :  $\phi(t, t_0) = 1$

Toron de classe 2

$\rho_{1000} = 2,5 \%$

*Estimation des pertes de tension avant la mise en précontrainte des poutres :*

Pertes dues au retrait :

Retrait = 150 µm/m d'où une perte de tension égale à 29,3 MPa

Pertes dues à la dilatation thermique :

Élévation de température prise en compte = 8 °C d'où une perte de tension égale à 18 MPa

Pertes par recul d'ancrage :

Aucune perte par recul d'ancrage n'est considérée car celle-ci est corrigée lors de la mise en tension des câbles (plusieurs mises en tension successives ont été réalisées de manière à obtenir la tension initiale souhaitée)

Au total on évalue donc une perte de tension avant la mise en précontrainte égale à 47,3 MPa d'où une tension des câbles avant la mise en précontrainte égale à 1086 MPa.

*Estimation des pertes de tension lors de la mise en précontrainte des poutres :*

Module du béton au moment de la mise en précontrainte = 49 GPa

Module des torons = 195 GPa

$$\Delta\sigma_{ins\ tan\ tan\ é} = \left( \frac{P}{A_b} + (P \cdot z_{cp} + M_{pp}) \frac{z}{I} \right)$$

$$P = P_{torons-ext} = P_{initiale} + A_p \cdot \Delta\sigma_{perte-avant-mise-précontrainte}$$

Ainsi la perte de tension dans les câbles est égale à 111 MPa

La tension des câbles après la mise en précontrainte est égale à 975 MPa

*Estimation des pertes de tension entre la mise en précontrainte et les tests sur les poutres (formule 5.46 de l'Eurocode 2):*

$$\Delta\sigma_{pertes-différées} = \frac{\varepsilon_{retrait} \cdot E_p + 0,8 \cdot \Delta\sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_c} \cdot \phi(t, t_0) \cdot \sigma_c}{1 + \frac{E_p}{E_c} \cdot \frac{A_p}{A_c} \cdot \left( 1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot y_{cp}^2 \right) \cdot [1 + 0,8 \cdot \phi(t, t_0)]}$$



- $\Delta\sigma_{\text{pertes-différées}}$  est la valeur absolue de la variation de contrainte dans les armatures à l'instant  $t$ , du fait du fluage, du retrait et de la relaxation après la mise en précontrainte des corps d'épreuve
- $\varepsilon_{\text{retrait}}$  est la valeur estimée du retrait, comme indiqué en 3.1.4(6), en valeur absolue
- $E_p$  est le module d'élasticité de l'acier de précontrainte, voir 3.3.6 (2)
- $E_c$  est le module d'élasticité du béton (Tableau 3.1)
- $\Delta\sigma_{\text{pr}}$  est la valeur absolue de la variation de contrainte dans les armatures à l'instant  $t$ , du fait de la relaxation.
- $\phi(t, t_0)$  est le coefficient de fluage à l'instant  $t$ , pour une charge appliquée à l'instant  $t_0$
- $\sigma_c$  est la contrainte dans le béton au voisinage des armatures, due au poids propre et à la force de précontrainte initiale.
- $A_p$  est l'aire de la section de toutes les armatures de précontrainte
- $A_c$  est l'aire de la section droite du béton
- $I_c$  est le moment d'inertie de la section de béton
- $y_{\text{cp}}$  est la distance entre le centre de gravité de la section de béton et les armatures de précontrainte

Les données utilisées pour ce calcul sont les suivantes :

- $\varepsilon_{\text{retrait}} = 700 - 150 = 550 \text{ } \mu\text{m/m}$
- $\frac{\Delta\sigma_{\text{pr}}}{\sigma_{\text{après-prec}}} = 0,66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9,1\mu} \cdot \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}$ , avec :
  - $\sigma_{\text{après-prec}} = 975 \text{ MPa}$
  - $t = 6700 \text{ heures}$
  - $\mu = \frac{\sigma_{\text{après-prec}}}{f_{pk}}$  avec  $f_{pk} = 1918 \text{ MPa}$
  - $\rho_{1000} = 2,5 \%$
- $\phi(t, t_0) = 1$
- $E_c = 55\,000 \text{ MPa}$
- $A_c = 595,75 \text{ cm}^2$
- $I_c = 99400 \text{ cm}^4$
- $\sigma_c = 25,3 \text{ MPa}$
- $y_{\text{cp}} = 0,1086 \text{ m}$

$$\text{d'où : } \Delta\sigma_{\text{pertes-différées}} = 172 \text{ Mpa}$$

Ainsi  $\sigma_{\text{final}} = 803 \text{ MPa}$  d'où un pourcentage de pertes totales égale à 29 %.

Le calcul simplifié des pertes de précontrainte donne un résultat raisonnablement proche de l'évaluation qui en a été faite sur la base des mesures.

Dans l'analyse des résultats d'essais sur poutres précontraintes, on pourra donc retenir la détermination expérimentale de la tension dans les câbles (voir Tableau 3-23).

Tableau 3-23 Tension dans les câbles au moment des essais sur les poutres précontraintes

|              | Contrainte estimée des torons supérieurs (MPa) | Contrainte estimée des torons inférieurs (MPa) |
|--------------|--|--|
| BFUP-B-PC-NS | 803  | 770  |
| BFUP-F-PC-NS | 789  | 748  |

### 3.3.2 COMPORTEMENT GLOBAL DES POUTRES

#### 3.3.2.1 POUTRES PRECONTRAINTEES

##### Description des résultats expérimentaux

Les courbes « Effort-Flèche » de l'ensemble des poutres précontraintes sont présentées Figure 3-46 et Figure 3-47.

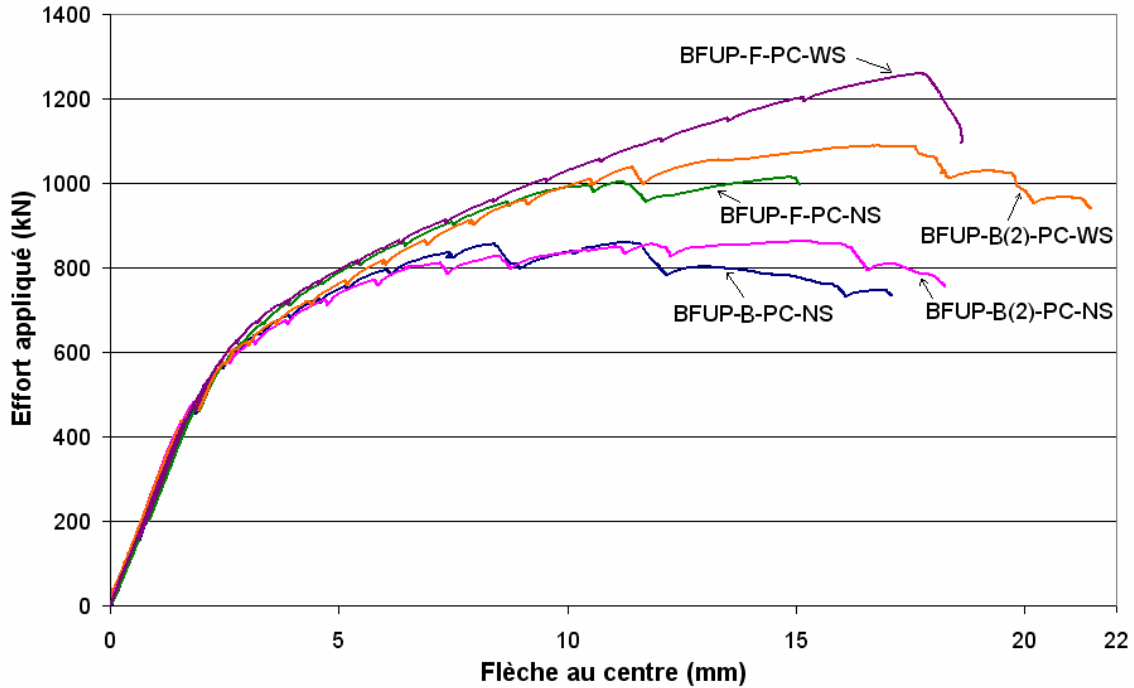


Figure 3-46 Courbes « Effort appliqué - Flèche au centre » pour chaque poutre précontrainte

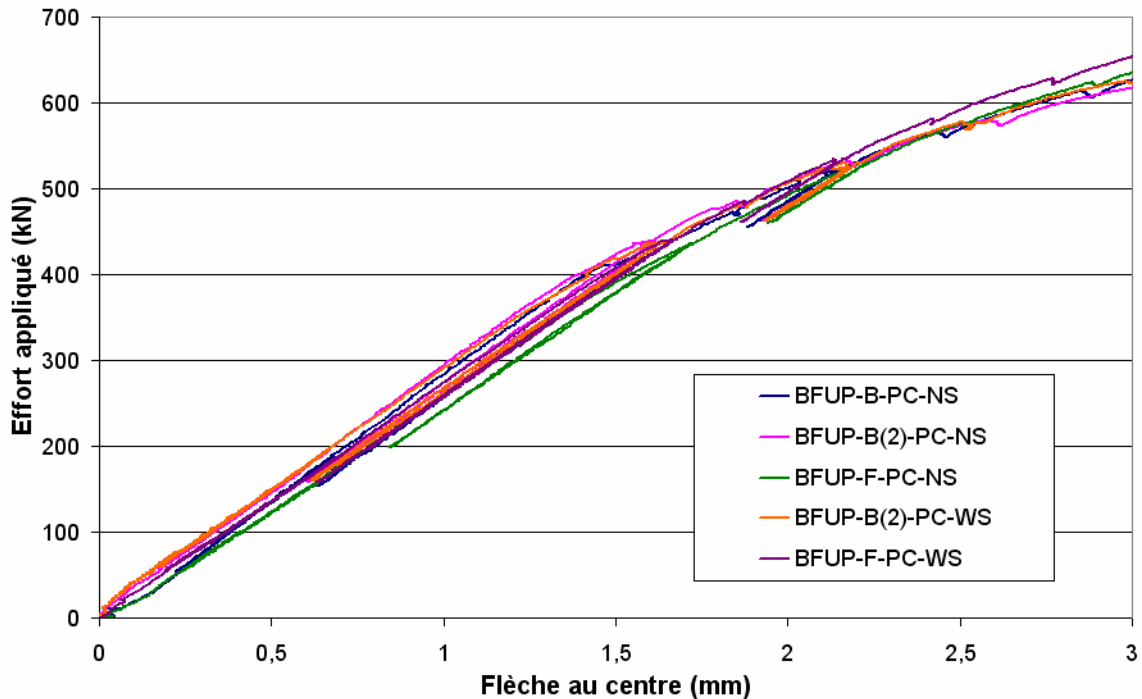


Figure 3-47 Courbes « Effort appliqué - Flèche au centre » pour chaque poutre précontrainte (zoom pour une flèche comprise entre 0 et 3 mm)

La flèche réelle au niveau des deux points d'application de l'effort ainsi qu'au centre de la poutre est obtenue en retranchant du déplacement mesuré par les capteurs  $FL\_C\_C$ ,  $FL\_C\_N$  et  $FL\_C\_S$ , le tassement au niveau des appuis (mesuré par les capteurs  $FL\_A\_N$  et  $FL\_A\_S$ ). Ce tassement n'étant pas parfaitement symétrique, une extrapolation linéaire est réalisée entre les deux appuis (voir Figure 3-48).

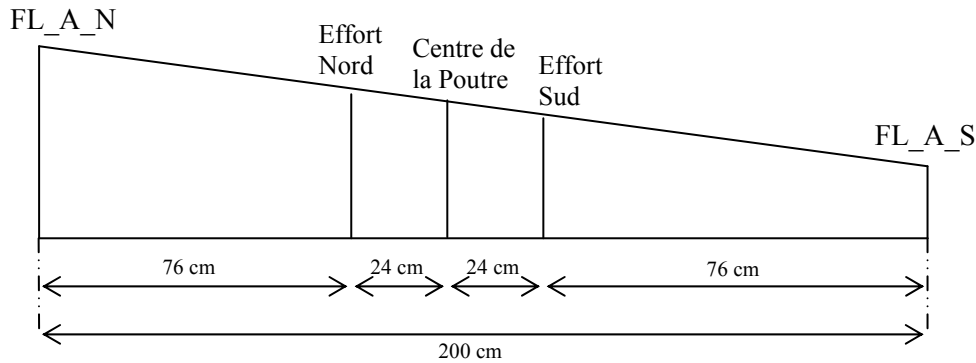


Figure 3-48 Détermination de la flèche : prise en compte du tassement sur appui (extrapolation linéaire entre les deux appuis)

Les efforts maximaux mesurés ainsi que le type de rupture observé sont précisés dans le Tableau 3-24 pour chaque corps d'épreuve précontraint (voir également Figure 3-49).

Tableau 3-24 Effort maximal appliqué et type de rupture pour chaque poutre précontrainte

| Corps d'épreuve | Effort Maximal Appliqué (kN) | Type de rupture    |
|-----------------|------------------------------|--------------------|
| BFUP-B-PC-NS    | 860                          | Traction diagonale |
| BFUP-B(2)-PC-NS | 862                          | Traction diagonale |
| BFUP-F-PC-NS    | 1014                         | Traction diagonale |
| BFUP-B(2)-PC-WS | 1088                         | Traction diagonale |
| BFUP-F-PC-WS    | 1259                         | Traction diagonale |

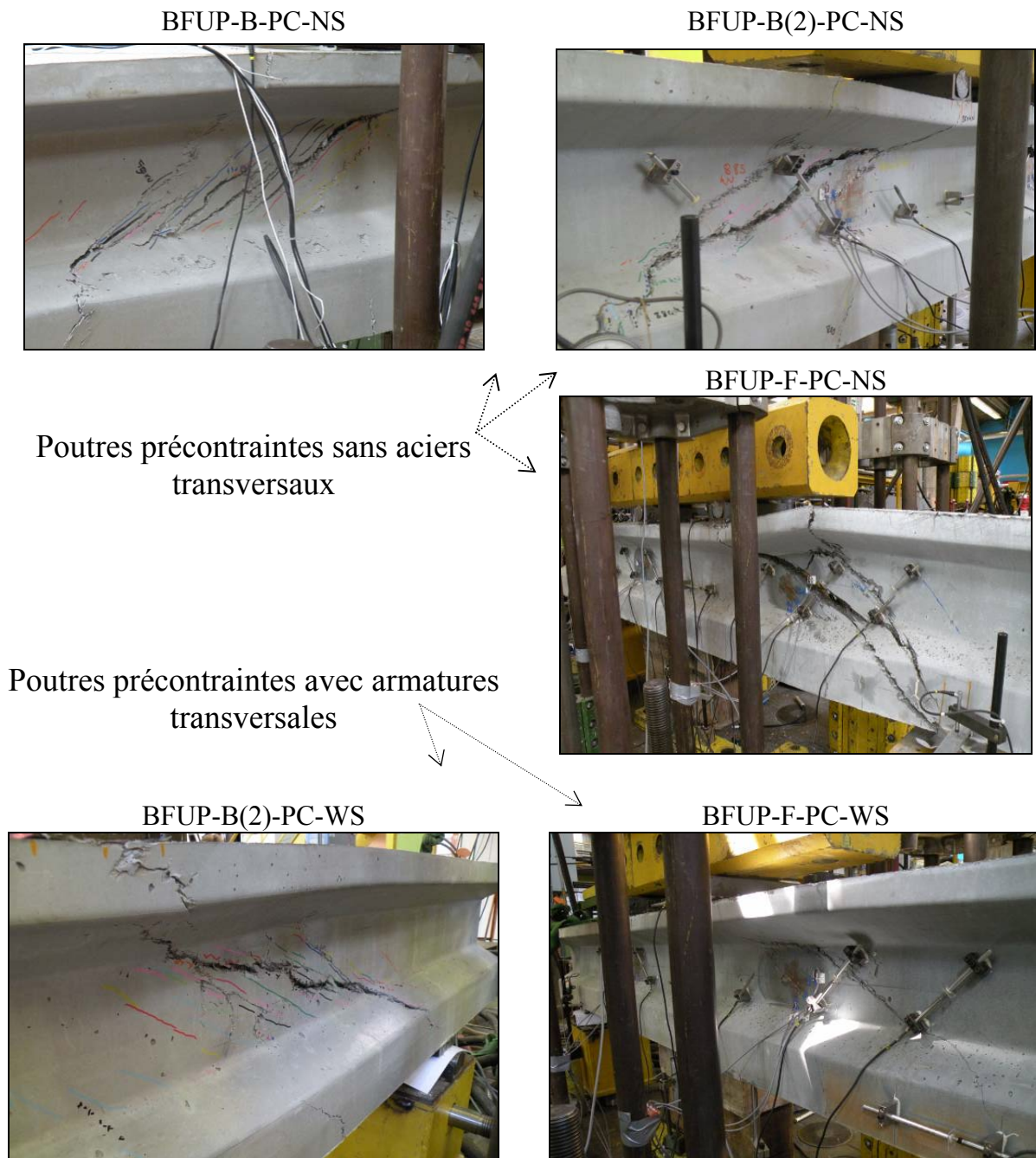


Figure 3-49 Fissures de ruine pour chaque poutre précontrainte

Le comportement général « idéalisé » des poutres précontraintes (issu des différentes observations réalisées lors de cette campagne expérimentale) dans la portée d'effort tranchant jusqu'à la localisation d'une fissure diagonale, est décomposé en plusieurs étapes : voir Figure 3-50. L'ensemble de ces étapes est représenté sur les courbes « Effort-Flèche » pour chaque corps d'épreuve précontraint (voir Figure 3-53).

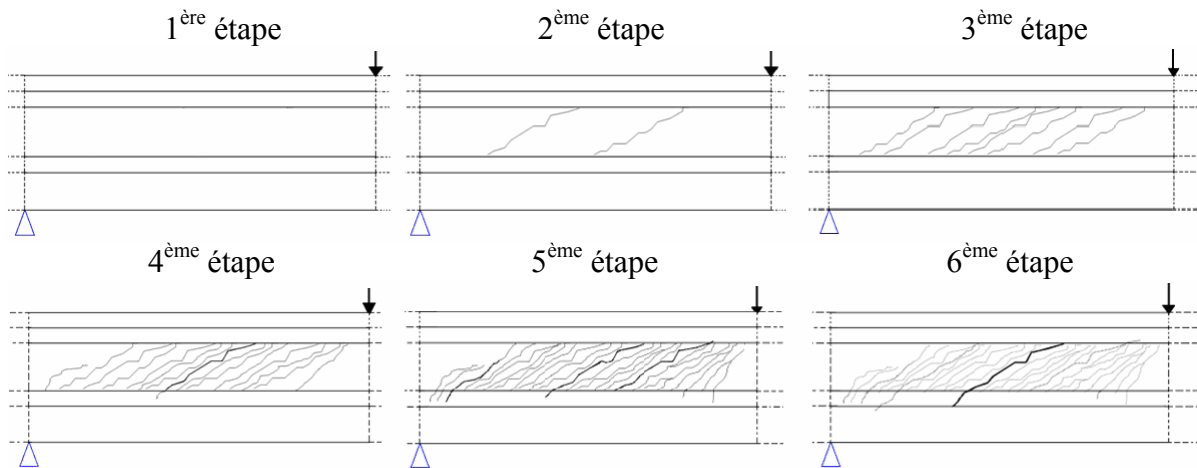


Figure 3-50 Comportement général des poutres précontraintes entre l'apparition de la première fissure diagonale et la localisation d'une fissure critique

- *1<sup>ère</sup> étape* : Le comportement est élastique linéaire. Au niveau des différents capteurs, aucune non-linéarité n'est détectée.
- *2<sup>ème</sup> étape* : Les premières fissures diagonales apparaissent lorsque la contrainte principale de traction atteint la limite de linéarité du matériau (en traction). Ceci a lieu en théorie d'abord au centre de gravité, soit près du milieu de l'âme. L'apparition de la fissuration diagonale s'est en fait produite pour de faibles valeurs de contraintes principales de traction (notamment pour les poutres en BFUP-F), probablement en raison de l'existence d'autocontraintes liées au phénomène de retrait. Ces premières fissures diagonales restent confinées dans l'âme : elles ne traversent ni la table supérieure ni le gousset inférieur. Le début de cette deuxième étape est considéré correspondre à la détection d'une non-linéarité au niveau des différents capteurs placés sur l'âme des poutres (extensomètres à 45° et rosettes). La détermination de cet effort est détaillée à l'Annexe 5 pour chaque poutre.
- *3<sup>ème</sup> étape* : Tout comme lors d'un essai de traction directe sur un élément en BFUP multi-fissurant, au fur et à mesure que l'effort croît, de nouvelles fissures apparaissent, parallèles aux premières, augmentant ainsi la déformation apparente (appelée déformation « pseudo-plastique ») dans la direction normale aux fissures. Ces fissures qui ont une ouverture très faible (bien inférieure à 50  $\mu\text{m}$ ) et qui restent confinées dans l'âme sont difficiles à détecter à l'œil nu sans un mouillage de la zone considérée (voir un exemple sur la Figure 3-51).



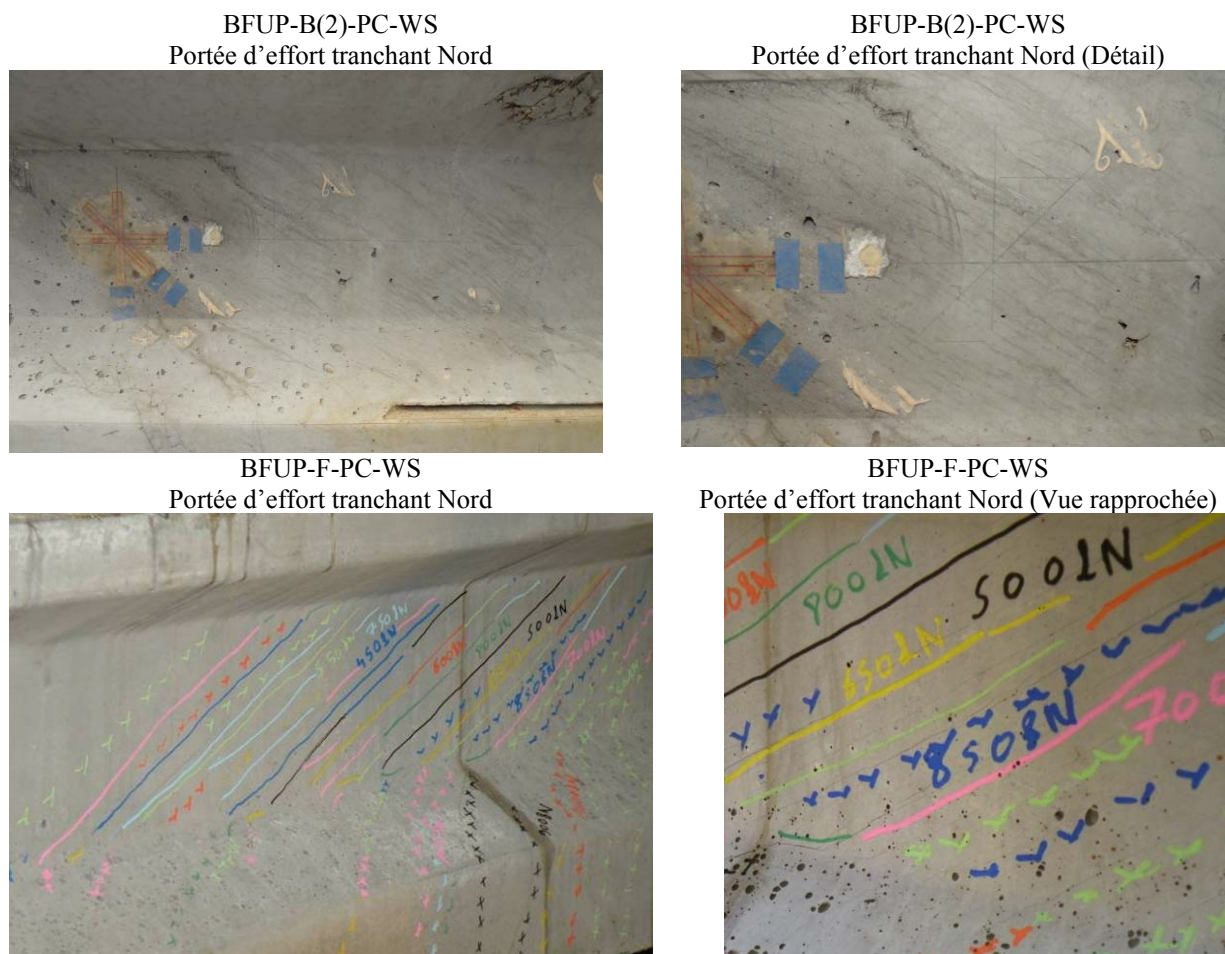


Figure 3-51 Exemples de multifissuration diagonale : poutres BFUP-B(2)-PC-WS et BFUP-F-PC-WS

- *4<sup>ème</sup> étape* : Une ou plusieurs fissures commencent à s'ouvrir de manière plus prononcée que les autres. Au niveau de cette (ou de ces) fissure(s), le BFUP a donc probablement un comportement adoucissant. Toutefois il n'y a pas localisation structurelle critique de l'endommagement puisque d'autres fissures continuent à se créer dans l'âme, dans la portée d'effort tranchant. En effet, contrairement à un tirant en BFUP seul dont l'endommagement est localisé aussitôt qu'une des sections présente un comportement adoucissant, la section diagonale de la poutre présentant un caractère adoucissant peut continuer à résister à une contrainte principale de traction similaire aux sections voisines en augmentant la surface fissurée ou par le biais d'autres mécanismes comme l'engrènement. Au niveau de cette (ou de ces) section(s), la fissure diagonale se prolonge alors dans le gousset inférieur. Dans la configuration géométrique des poutres testées (avec un talon inférieur ainsi qu'une table de compression relativement larges), le BFUP seul peut donc avoir un comportement localement adoucissant alors que la poutre garde dans son ensemble un comportement global « pseudo-plastique », tout du moins sans localisation d'une fissure. Dans le cas des poutres avec armatures transversales, ce phénomène peut être encore plus important car les armatures transversales (avant leur plastification) peuvent augmenter localement leur contribution à la résistance à l'effort tranchant. Ainsi localement, les épingles peuvent présenter un écoulement supérieur à l'écoulement global (ou moyen). Ce phénomène a notamment été constaté par (Redaelli, 2009) dans le cas de tirants en BFUP avec armatures passives. Bien que le comportement

des tirants soit globalement pseudo-plastique, certaines sections ont pu présenter un caractère adoucissant avec un écoulement des aciers plus importants que dans les autres sections.

Le début de cette quatrième étape est de façon arbitraire considéré correspondre à une ouverture maximale des fissures diagonales supérieures à 50  $\mu\text{m}$  environ (limite de détection visuelle). La mesure de l'ouverture de fissure ayant été effectuée à l'aide d'une loupe micro-graduée à chaque palier de chargement, la valeur de l'effort choisi correspond au dernier palier pour lequel l'ouverture maximale des fissures diagonales a été mesurée inférieure à 0,1 mm.

- 5<sup>ème</sup> étape : Le nombre de fissures continue d'augmenter avec une répartition relativement homogène. Au niveau des sections diagonales présentant dès l'étape précédente un comportement adoucissant, la fissure continue de s'ouvrir et de se prolonger notamment dans le gousset inférieur. De nouvelles sections diagonales avec un comportement adoucissant peuvent éventuellement apparaître.
- 6<sup>ème</sup> étape : Une fissure s'ouvre de manière préférentielle entraînant la fermeture (partielle) des autres fissures présentes dans la même portée d'effort tranchant. L'effort de localisation d'une fissure critique est identifié à partir des extensomètres placés à 45° sur l'âme des poutres. On considère qu'il y a localisation lorsqu'un raccourcissement est mesuré par l'un des LVDTs (voir un exemple sur la Figure 3-52).

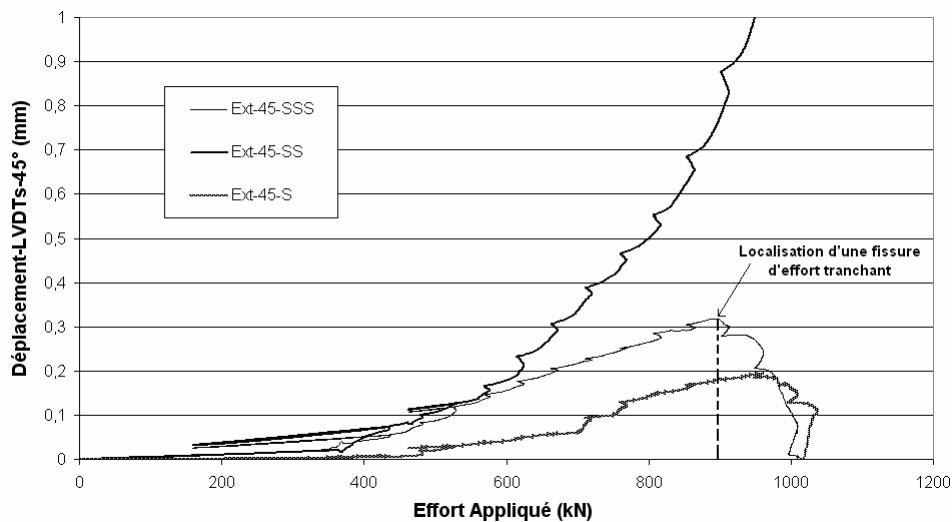


Figure 3-52 Exemple de détermination de l'effort de localisation d'une fissure diagonale (poutre BFUP-B(2)-PC-WS)

Le Tableau 3-25 récapitule les efforts correspondant à la détection d'une non-linéarité (à partir des différents capteurs mis en place), au dernier palier pour lequel l'ouverture maximale des fissures diagonales est inférieure à 0,1 mm (début de la 4<sup>ème</sup> étape) ainsi que les efforts entraînant la localisation d'une fissure critique (début de la 6<sup>ème</sup> étape) et les efforts maximaux pour chaque corps d'épreuve précontraint.

Tableau 3-25 Pour chaque poutre précontrainte : efforts correspondant à la détection d'une non-linéarité, à une ouverture maximale de fissure supérieure 50  $\mu\text{m}$ , à la localisation d'une fissure diagonale et maximaux.

| Corps d'épreuve | Effort correspondant à la détection d'une non-linéarité (début de la 2 <sup>ème</sup> étape) (kN) | Effort correspondant à $w_{\text{max}} > 50\mu\text{m}$ (début de la 4 <sup>ème</sup> étape) (kN) | Effort de localisation d'une fissure diagonale (début de la 6 <sup>ème</sup> étape) (kN) | Effort maximal (kN) |
|-----------------|---|---|--|---------------------|
| BFUP-B-PC-NS    | 376   | 473   | 718  | 860                 |
| BFUP-B(2)-PC-NS | 398   | 484   | 734  | 862                 |
| BFUP-F-PC-NS    | 251   | 770   | 991  | 1014                |
| BFUP-B(2)-PC-WS | 352   | 716   | 900  | 1088                |
| BFUP-F-PC-WS    | 255   | 1053  | 1259   | 1259                |

Une fois la fissure critique localisée, le comportement des corps d'épreuve a été relativement différent. Les poutres en BFUP-BetB(2) ont présenté une réserve de résistance importante jusqu'à atteindre l'effort tranchant ultime. Au contraire, pour les corps d'épreuve en BFUP-F, la localisation de la fissure critique correspond de manière presque immédiate à la ruine de la structure.



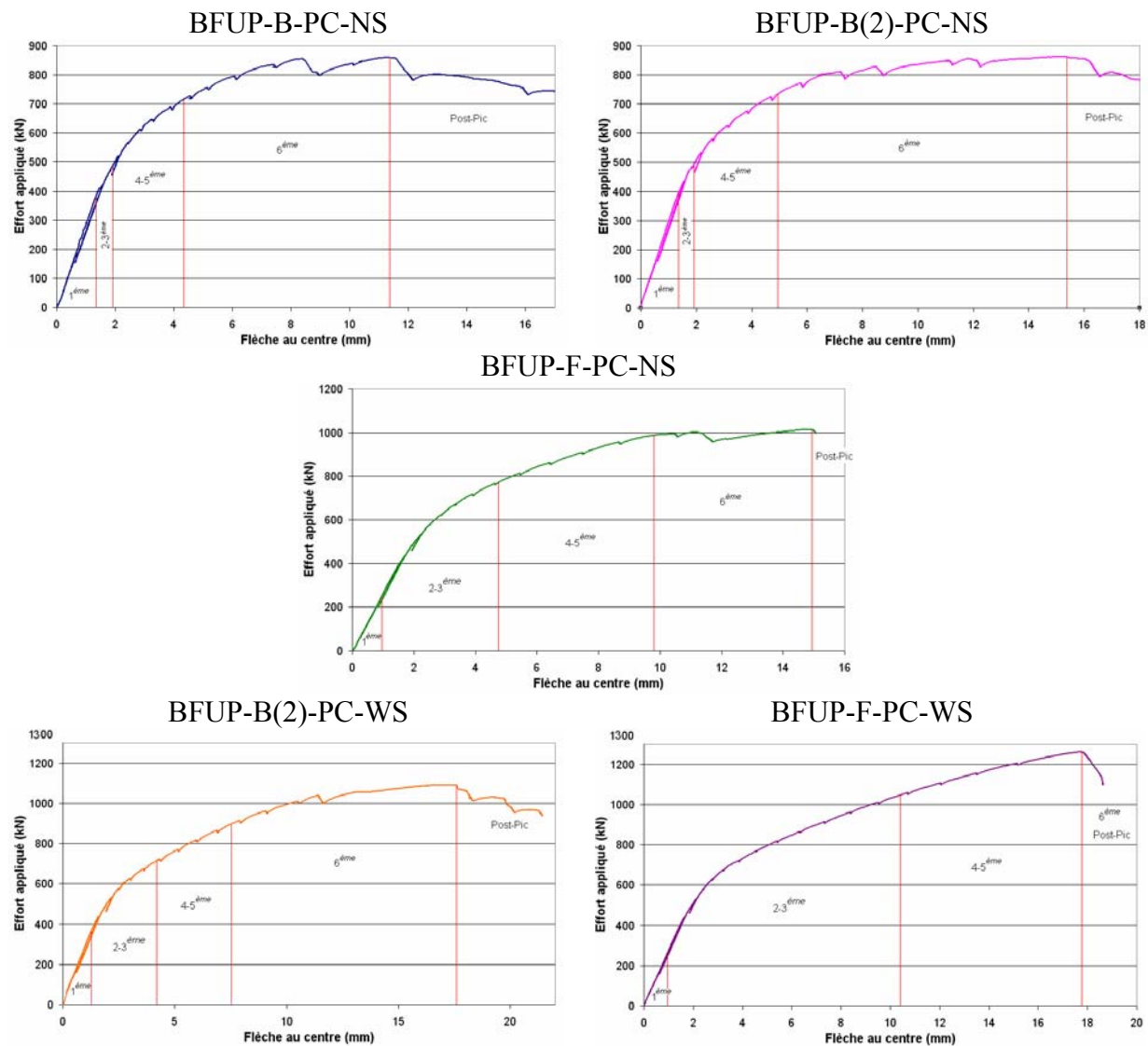


Figure 3-53 Représentation des différentes étapes de fissuration sur les courbes « Effort-Flèche » pour chaque poutre précontrainte

Pour tous les corps d'épreuve, les premières fissures de flexion sont apparues dans la zone de moment constant pour un effort proche de 680 kN.

### Discussion

La réponse des corps d'épreuve s'est traduite par une multifissuration diagonale avant la localisation d'une fissure d'effort tranchant critique. Cette première observation est particulièrement intéressante car elle met en évidence une influence de la structure (indépendamment de l'orientation des fibres) sur le comportement en traction des BFUP. En effet, dans le cas du BFUP-F, après la caractérisation du comportement mécanique du matériau en prenant notamment en compte l'orientation réelle des fibres, un comportement adoucissant en traction était attendu. Or une multifissuration fine et faiblement espacée (espacements entre fissures inférieures à  $\frac{3}{4} * L_f$ ) a été observée sur les deux corps d'épreuve précontraints en BFUP-F. L'impact de la géométrie et du fonctionnement mécanique de la structure sur le comportement du BFUP peut s'expliquer par la précontrainte qui améliore l'ancrage des fibres pontant les fissures mais aussi par la forme de la section transversale de la

poutre. En effet la présence d'une table de compression et d'un talon inférieur assez larges permet de confiner les fissures diagonales dans l'âme, retardant ainsi leur développement. L'approche consistant à déterminer le caractère écrouissant ou adoucissant en traction du BFUP dans la structure, à partir d'essais à l'échelle du matériau (en prenant en compte l'orientation réelle des fibres au sein de la structure), peut donc être relativement sécuritaire lorsqu'elle ne prend pas en compte l'influence positive d'un confinement structural.

Vis-à-vis de la caractérisation du comportement en traction des BFUP étudiés à partir d'essais de flexion trois points sur prismes entaillés, les BFUP-B et B(2) ont une résistance post-fissuration supérieure à celle du BFUP-F. Or, par rapport aux corps d'épreuve en BFUP-BetB(2), les poutres en BFUP-F :

- ont une résistance à l'effort tranchant ultime plus importante (de l'ordre de 14 %),
- sont caractérisées par un effort de localisation d'une fissure diagonale supérieur d'environ 28 %.

Ce constat est particulièrement intéressant car il montre l'importance d'un autre paramètre influençant la résistance à l'effort tranchant que la contrainte post-fissuration en traction : la déformation correspondant à la localisation de la fissure et marquant la fin du comportement global « pseudo-plastique ». Ainsi dans le cas des poutres précontraintes en BFUP-F, le matériau aidé par la configuration géométrique des poutres (talon supérieur et inférieur larges) et par la précontrainte favorisant l'ancrage des fibres et surtout entraînant une inclinaison des fissures initiales inférieure à  $45^\circ$  (inclinaison favorable en comparaison de l'orientation préférentielle des fibres dans le sens vertical) a présenté une déformation de localisation bien supérieure à celle des BFUP-BetB(2).

A ce stade, seule une analyse qualitative du rôle de la capacité de déformation en traction des BFUP sur la résistance à l'effort tranchant des poutres, est possible. Cette analyse sera complétée par une étude quantitative lors de la confrontation des résultats expérimentaux avec un modèle de calcul basé sur une approche en « contrainte – déformation ».

Bien que les deux corps d'épreuve aient été fabriqués avec deux gâchées différentes, les poutres BFUP-B-PC-NS et BFUP-B(2)-PC-NS ont un comportement à l'effort tranchant proche. L'orientation des fibres au niveau de l'âme semble donc avoir été similaire. Cela s'explique par un même processus de mise en place du matériau pour les deux coulages.

Dans le cas des poutres en BFUP-F, l'apport des armatures transversales (de l'ordre de 250 kN) identifié par différence entre les poutres avec et sans épingles, est quasi-identique vis-à-vis de l'effort de localisation et de l'effort maximal. Celui-ci correspond à la contribution théorique des épingles (en considérant une contrainte dans les aciers transversaux proche de 600 MPa) pour une inclinaison des fissures égales à  $27^\circ$  (inclinaison proche des premières fissures ainsi que de la fissure de ruine). Au contraire dans le cas des poutres en BFUP-B et B(2), la contribution des étriers est moins importante pour l'effort de localisation (de l'ordre de 175 kN) en comparaison de l'effort ultime (225 kN). L'apport théorique des armatures transversales soumises à une contrainte de 600 MPa associée à un état plastifié est égal à :

- 180 kN pour une inclinaison des fissures égale à  $35^\circ$  (inclinaison des premières fissures diagonales pour la poutre BFUP-B(2)-PC-WS).
- 246 kN pour une inclinaison de  $27^\circ$  (inclinaison des premières fissures diagonales pour la poutre BFUP-F-PC-WS).

Dans le cas du BFUP-B-B(2), la différence entre ces deux stades de la contribution des épingles (vis-à-vis de l'effort de localisation et de l'effort maximal) pourrait donc s'expliquer par une inclinaison différente des fissures lors de la phase de multi-fissuration et au moment

de la ruine. En effet dans le cas d'un BFUP écrouissant testé en traction directe, la première fissure se forme perpendiculairement à l'effort exercé alors que la fissure de localisation présente un faciès gauche avec une tendance à suivre la direction dans laquelle les fibres se sont orientées préférentiellement (Bayard, 2001). Ainsi, pour les poutres en BFUP-BetB(2), la fissure de ruine a tendance à s'orienter de manière horizontale aux jonctions de l'âme avec la table et le talon (voir Figure 3-49) entraînant ainsi une augmentation de la contribution d'éventuelles épingles.

Pour les deux poutres précontraintes avec armatures transversales, la contrainte des épingles semble ne pas avoir trop évolué entre l'effort de localisation et l'effort maximal, celle-ci se situant autour de 600 MPa. Il semblerait donc que les étriers aient plastifié avant qu'une fissure critique se localise au sens du fonctionnement global de la structure. Cela pourrait s'expliquer par une capacité de déformation importante des BFUP en traction grâce à l'influence positive de la structure. Ces considérations pourront être confirmées ou infirmées avec l'analyse des essais sur poutres en BFUP armé avec et sans armatures transversales. En effet, les jauges collées sur les épingles peuvent donner de précieuses informations sur l'évolution des contraintes dans les armatures transversales au cours des essais.

Pour l'ensemble des corps d'épreuve précontraints, une fois l'effort maximal atteint, la fissure diagonale localisée a continué de s'ouvrir et les poutres ont commencé à fonctionner selon un mécanisme de poutre-échelle avec un faible taux de renforts transversaux (la part des fibres vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant continuant de diminuer). La portée d'effort tranchant relative étant assez faible, un mécanisme d'arc s'est alors mis en place, devenant prépondérant.

### 3.3.2.2 POUTRES ARMEES

#### Description des résultats expérimentaux

Les courbes « Effort-Flèche » de l'ensemble des poutres armées sont présentées Figure 3-54 à Figure 3-56.

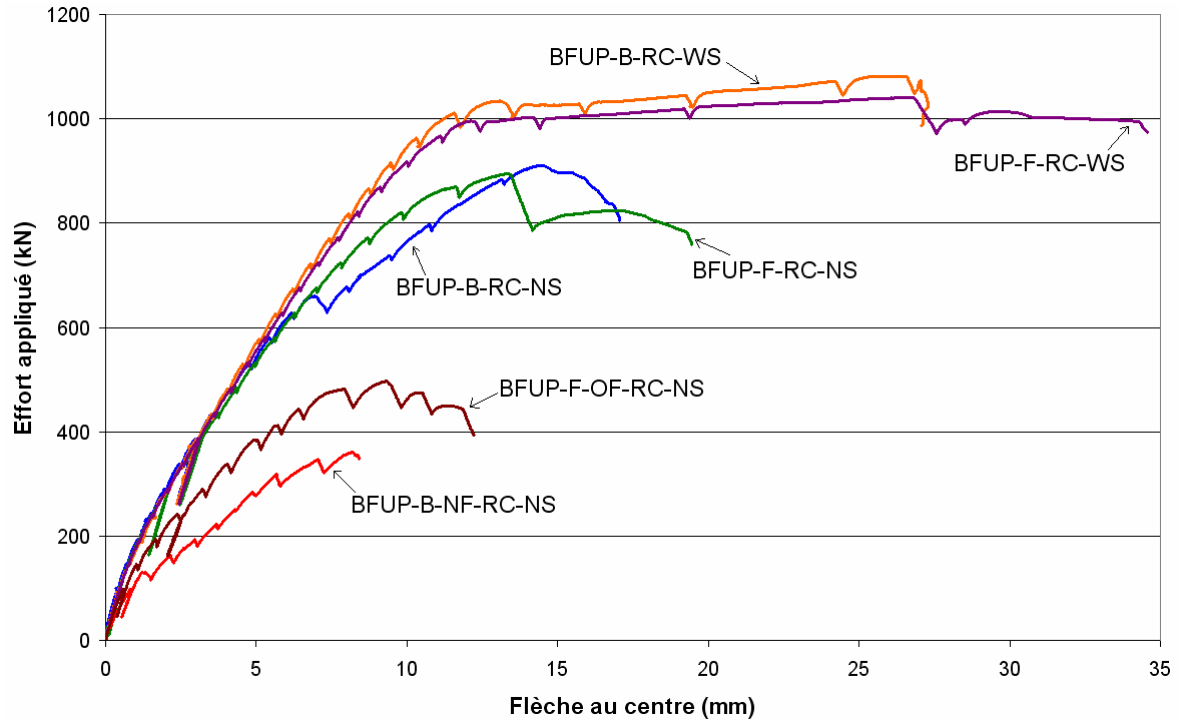


Figure 3-54 Courbes « Effort appliqué - Flèche au centre » pour chaque poutre armée

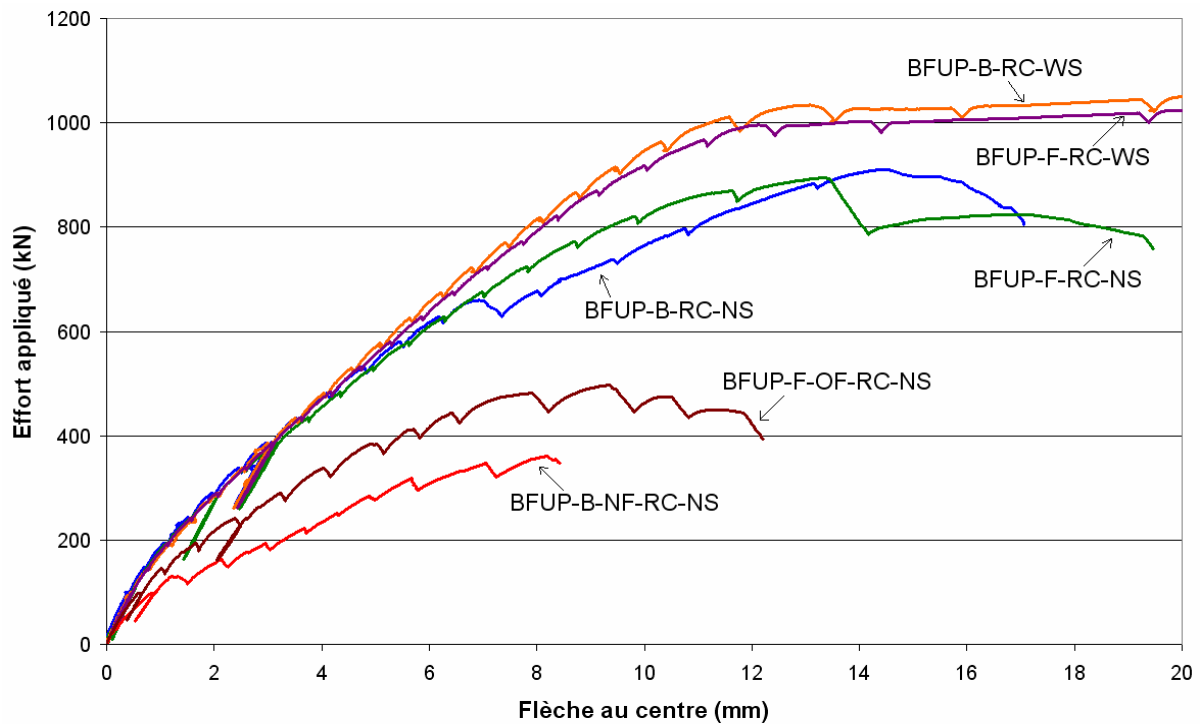


Figure 3-55 Courbes « Effort appliqué - Flèche au centre » pour chaque poutre armée (zoom pour une flèche comprise entre 0 et 20 mm)

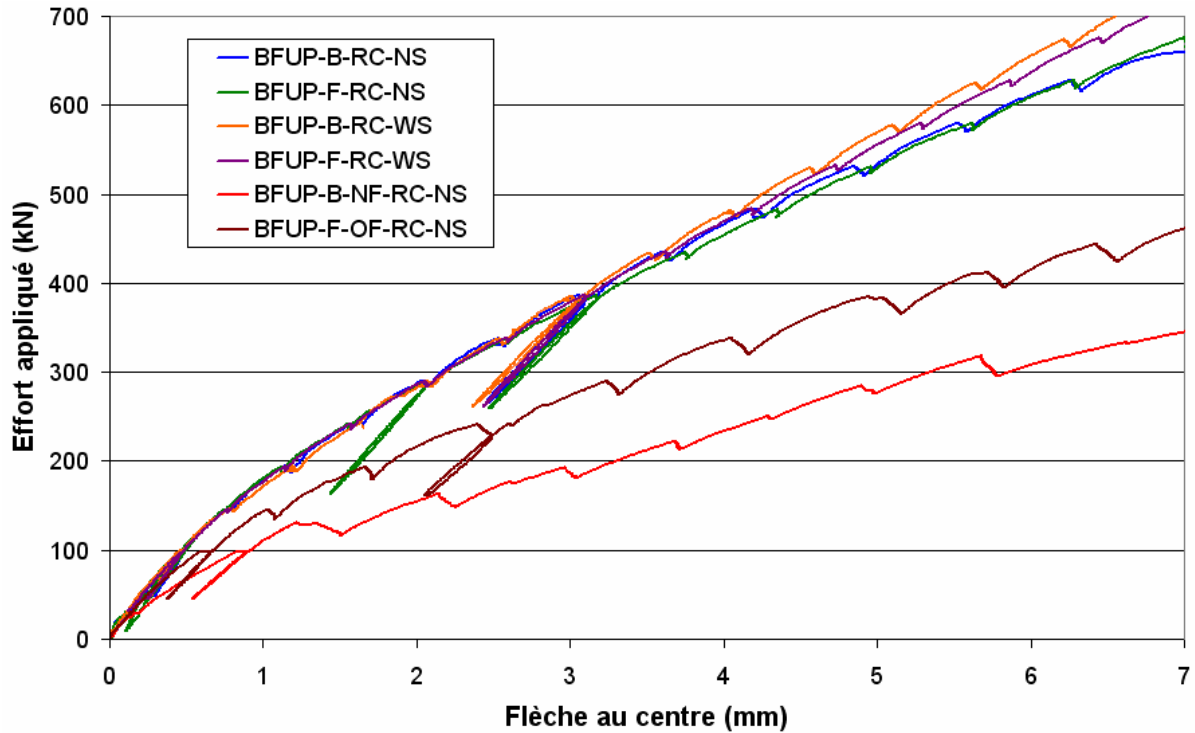


Figure 3-56 Courbes « Effort appliqué - Flèche au centre » pour chaque poutre armée (zoom pour une flèche comprise entre 0 et 7 mm)

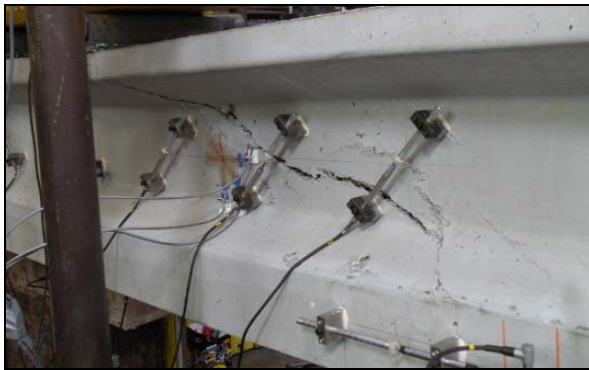
Les efforts maximaux mesurés ainsi que le type de rupture observé sont précisés dans le Tableau 3-26 pour chaque corps d'épreuve armé (voir également Figure 3-57).

Tableau 3-26 Effort maximal appliqué et type de rupture pour chaque poutre armée

| Corps d'épreuve | Effort Maximal appliqué (kN) | Type de rupture  |
|-----------------|------------------------------|--|
| BFUP-B-RC-NS    | 909                          | Traction diagonale   |
| BFUP-F-RC-NS    | 895                          | Traction diagonale   |
| BFUP-B-RC-WS    | 1082                         | Flexion<br>(ouverture maximale des fissures diagonales > 2mm)    |
| BFUP-F-RC-WS    | 1041                         | Flexion<br>(ouverture maximale des fissures diagonales > 1,5 mm) |
| BFUP-B-NF-RC-NS | 361                          | Traction diagonale   |
| BFUP-F-OF-RC-NS | 497                          | Traction diagonale   |



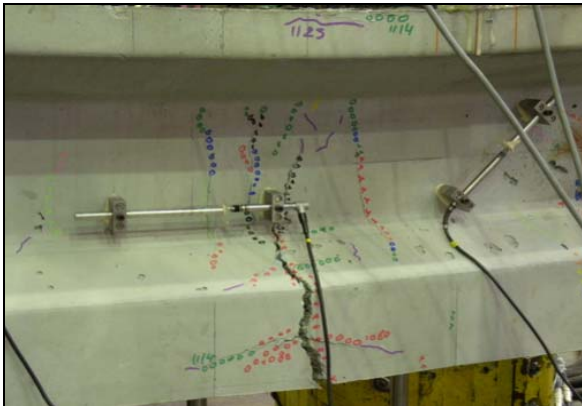
BFUP-B-RC-NS



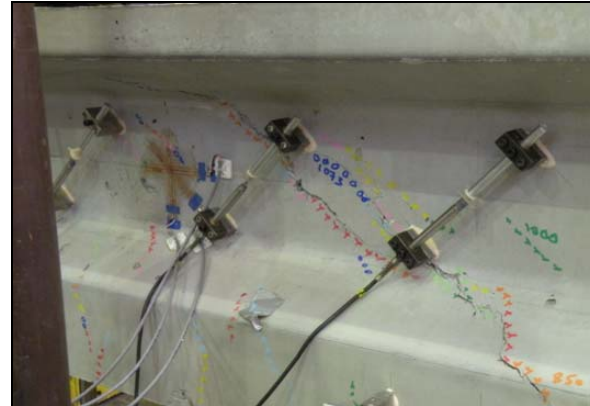
BFUP-F-RC-NS



BFUP-B-RC-WS



BFUP-B-RC-WS



BFUP-F-RC-WS



BFUP-F-RC-WS



BFUP-B-NF-RC-NS



BFUP-F-OF-RC-NS



Figure 3-57 Fissures de ruine pour chaque poutre armée

Le comportement général « idéalisé » des poutres armées en BFUP (issu des différentes observations réalisées lors de cette campagne expérimentale, en particulier dans la portée d'effort tranchant jusqu'à la localisation d'une fissure diagonale) est décomposé en plusieurs étapes : voir Figure 3-58. L'ensemble de ces étapes est représenté sur les courbes « Effort-Flèche » pour chaque corps d'épreuve armé concerné (voir Figure 3-61). Pour les poutres armées en BUHP ou BFUP-F-OF, on adopte une description de leur comportement à partir des mêmes étapes, les phases de multifissuration fine et faiblement espacée n'étant pas observées pour ces deux corps d'épreuve.

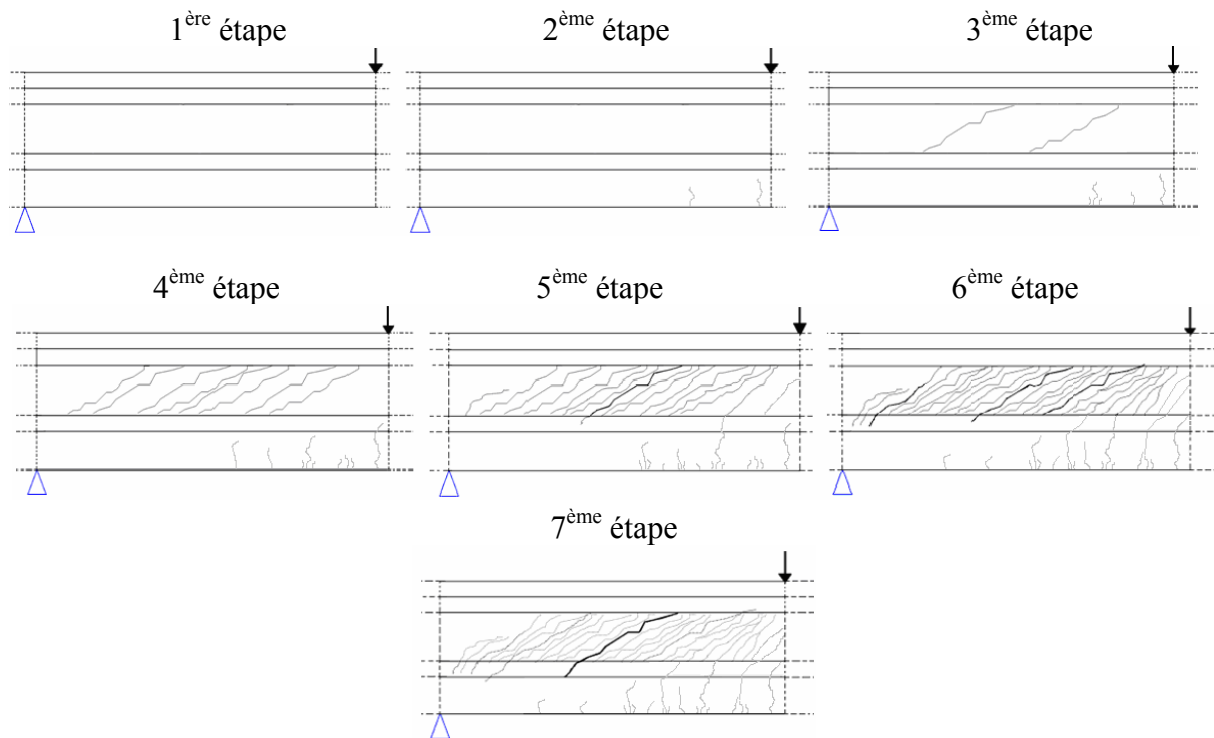


Figure 3-58 Comportement général des poutres armées en BFUP entre l'apparition des premières fissures et la localisation d'une fissure diagonale critique

- 1<sup>ère</sup> étape : Le comportement est élastique linéaire. Au niveau des différents capteurs placés sur les deux portées d'effort tranchant, aucune non-linéarité n'est détectée.
- 2<sup>ème</sup> étape : Les premières fissures verticales de flexion apparaissent dans la portée d'effort tranchant à proximité de la zone d'application de l'effort. Le début de cette deuxième étape est considéré correspondre à la détection d'une non-linéarité au niveau des capteurs placés dans les deux zones d'effort tranchant constant et non-nul. La détermination de cet effort est détaillée à l'Annexe 5 pour chaque poutre.
- 3<sup>ème</sup> étape : Les premières fissures diagonales apparaissent dans la portée d'effort tranchant. Ces premières fissures diagonales restent confinées dans l'âme : elles ne traversent ni la table supérieure ni le gousset inférieur. Le début de cette troisième étape est difficile à quantifier en termes d'effort. En effet, les premières fissures de flexion précèdent les fissures diagonales. Ces premières fissures verticales se créent dans la zone de moment constant mais également dans la portée d'effort tranchant à proximité de la zone de moment constant. Ainsi ces fissures de flexion peuvent être interceptées par certains extensomètres à 45° et par les rosettes. L'identification de la création de fissures diagonales est donc relativement complexe (Elzanaty et al, 1986 ; Sato et Kawakane, 2008). Il est alors nécessaire de recouper les



informations apportées par les différentes mesures pour évaluer au mieux l'effort correspondant à l'apparition de fissures diagonales. La détermination de cet effort est détaillée à l'Annexe 5 pour chaque poutre.

- *4<sup>ème</sup> étape* : Tout comme lors des essais sur les poutres précontraintes, au fur et à mesure que l'effort croît, de nouvelles fissures apparaissent, parallèles aux premières, augmentant ainsi la déformation apparente (appelée déformation « pseudo-plastique ») dans la direction normale aux fissures. Ces fissures qui ont une ouverture très faible (bien inférieures à 50  $\mu\text{m}$ ) et qui restent confinées dans l'âme sont difficiles à détecter à l'œil nu sans un mouillage de la zone considérée (voir un exemple sur la Figure 3-59).

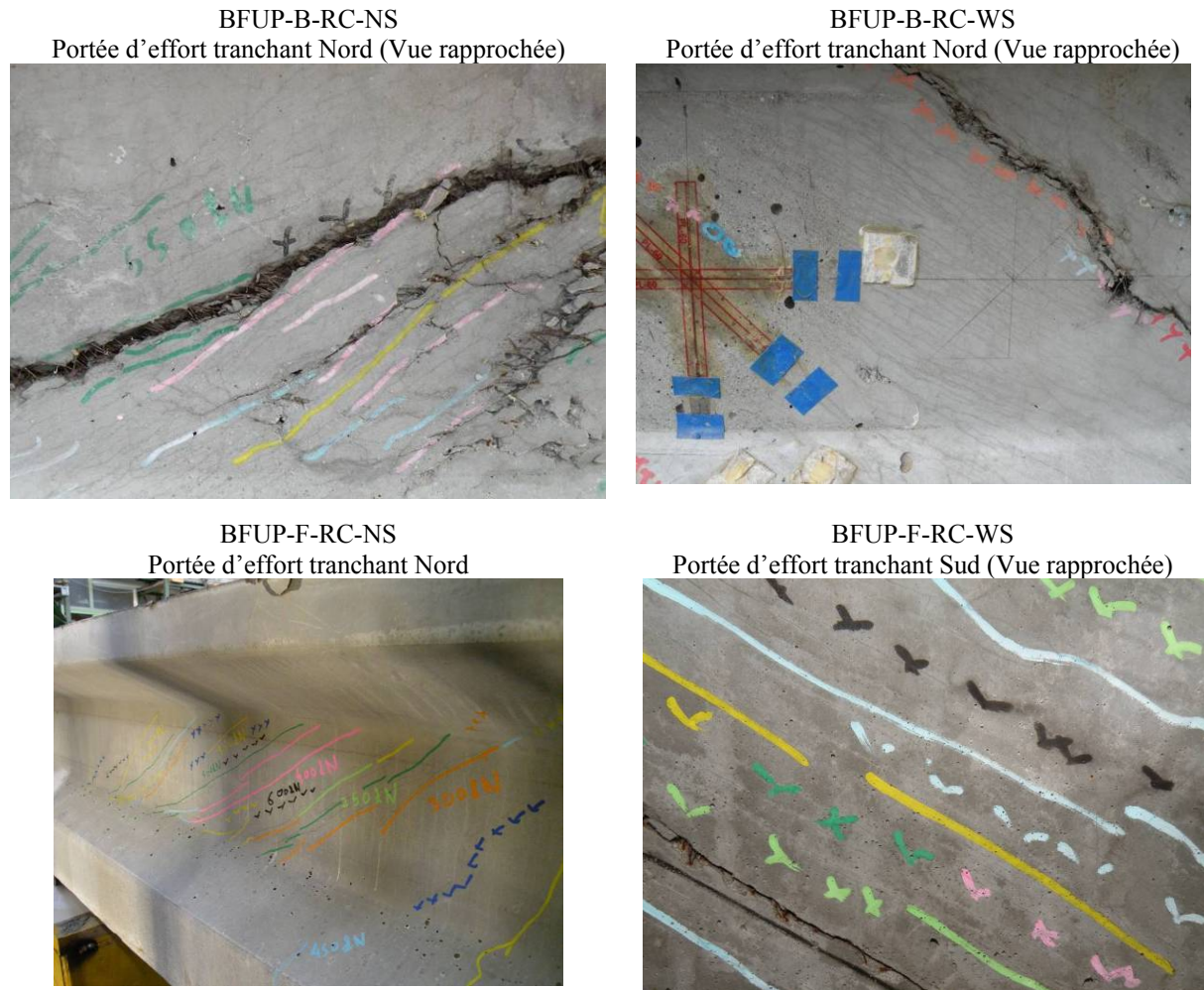


Figure 3-59 Exemples de multifissuration diagonale : poutres BFUP-B-RC-NS, BFUP-F-RC-NS, BFUP-B-RC-WS et BFUP-F-RC-WS

- *5<sup>ème</sup> étape* : Une ou plusieurs fissures commencent à s'ouvrir de manière plus prononcée que les autres. Au niveau de cette (ou de ces) fissure(s), le BFUP a donc probablement un comportement adoucissant. Toutefois il n'y a pas localisation de l'endommagement puisque d'autres fissures continuent à se créer dans l'âme, dans la portée d'effort tranchant. La fissuration de flexion continue de se développer dans la zone de moment constant ainsi que dans la portée d'effort tranchant. Certaines fissures verticales commencent à se propager dans l'âme en suivant les directions des contraintes principales de compression.

Le début de cette étape est considérée correspondre à une ouverture maximale des fissures diagonales supérieure à 50  $\mu\text{m}$  (limite de détection visuelle). La mesure de l'ouverture de



fissure ayant été effectuée à l'aide d'une loupe micro-graduée à chaque palier de chargement, la valeur de l'effort choisi correspond au dernier palier pour lequel l'ouverture maximale des fissures diagonales a été mesurée inférieure à 0,1 mm.

- 6<sup>ème</sup> étape : Le nombre de fissures continue d'augmenter avec une répartition relativement homogène. Au niveau des sections diagonales ayant présenté un comportement adoucissant dès l'étape précédente, la fissure continue de s'ouvrir et de se prolonger notamment dans le gousset inférieur. De nouvelles sections diagonales avec un comportement adoucissant peuvent éventuellement apparaître. En raison d'un grand nombre de fissures diagonales dans la portée d'effort tranchant, diminuant la résistance des sections correspondantes vis-à-vis de la flexion, des fissures verticales apparaissent dans le talon inférieur à proximité des appuis.
- 7<sup>ème</sup> étape : Une fissure s'ouvre de manière préférentielle entraînant la fermeture (partielle) des autres fissures présentes dans la même portée d'effort tranchant. L'effort de localisation d'une fissure critique à l'échelle de la structure est identifié à partir des extensomètres placés à 45° sur l'âme des poutres. La localisation est considérée correspondre au moment où un raccourcissement est mesuré par l'un des LVDTs (voir un exemple sur la Figure 3-60).

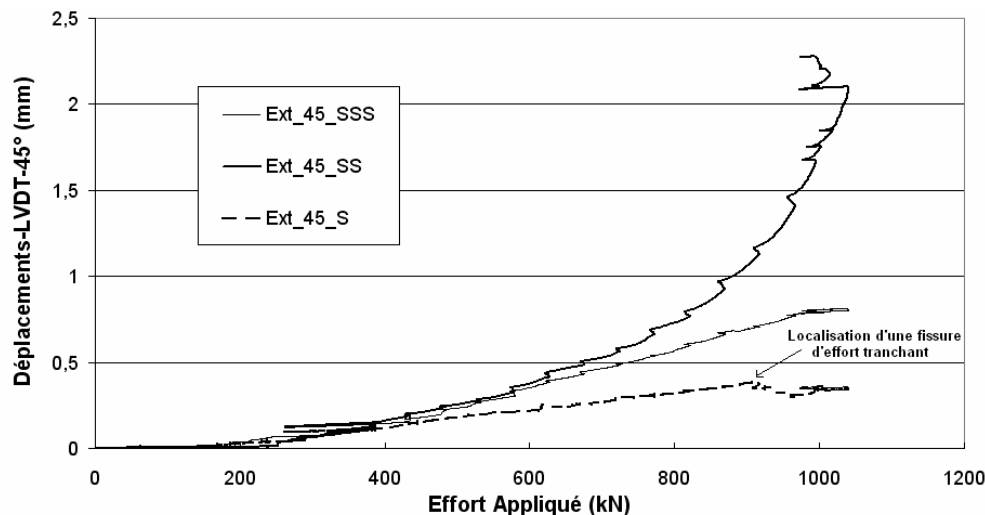


Figure 3-60 Exemple de détermination de l'effort de localisation d'une fissure diagonale (poutre BFUP-F-RC-WS)

Le Tableau 3-27 récapitule les efforts correspondant à la détection d'une non-linéarité (début de la 2<sup>ème</sup> étape), à l'apparition d'une fissuration diagonale (début de la 3<sup>ème</sup> étape), au dernier palier pour lequel l'ouverture maximale des fissures diagonales est inférieure à 0,1 mm (début de la 5<sup>ème</sup> étape) ainsi que les efforts entraînant la localisation d'une fissure critique (début de la 7<sup>ème</sup> étape) et les efforts maximaux pour chaque corps d'épreuve armé.

Tableau 3-27 Pour chaque poutre armée : efforts correspondant à la détection d'une non-linéarité, à l'apparition d'une fissuration diagonale, à une ouverture maximale de fissure supérieure  $50 \mu\text{m}$ , à la localisation d'une fissure diagonale et maximaux

| Corps d'épreuve    | Effort correspondant à l'apparition d'une non-linéarité (début de la 2 <sup>ème</sup> étape) (kN) | Effort correspondant à l'apparition d'une fissuration diagonale (début de la 3 <sup>ème</sup> étape) (kN) | Effort correspondant à $w_{\text{max}} > 50\mu\text{m}$ (début de la 5 <sup>ème</sup> étape) (kN) | Effort de localisation d'une fissure diagonale (début de la 7 <sup>ème</sup> étape) (kN) | Effort maximal (kN) |
|--------------------|---|---|---|--|---------------------|
| BFUP-B<br>RC-NS    | 130   | 194   | 529   | 657  | 909                 |
| BFUP-F<br>RC-NS    | 115   | 180   | 528   | 812  | 895                 |
| BFUP-B<br>RC-WS    | 130   | 192   | 530   | 950  | 1082                |
| BFUP-F<br>RC-WS    | 95  | 172   | 531   | 916  | 1041                |
| BFUP-B<br>NF-RC-NS | 50  | 124   | 128   | 131  | 361                 |
| BFUP-F<br>OF-RC-NS | 100   | 140   | 194   | 495  | 497                 |

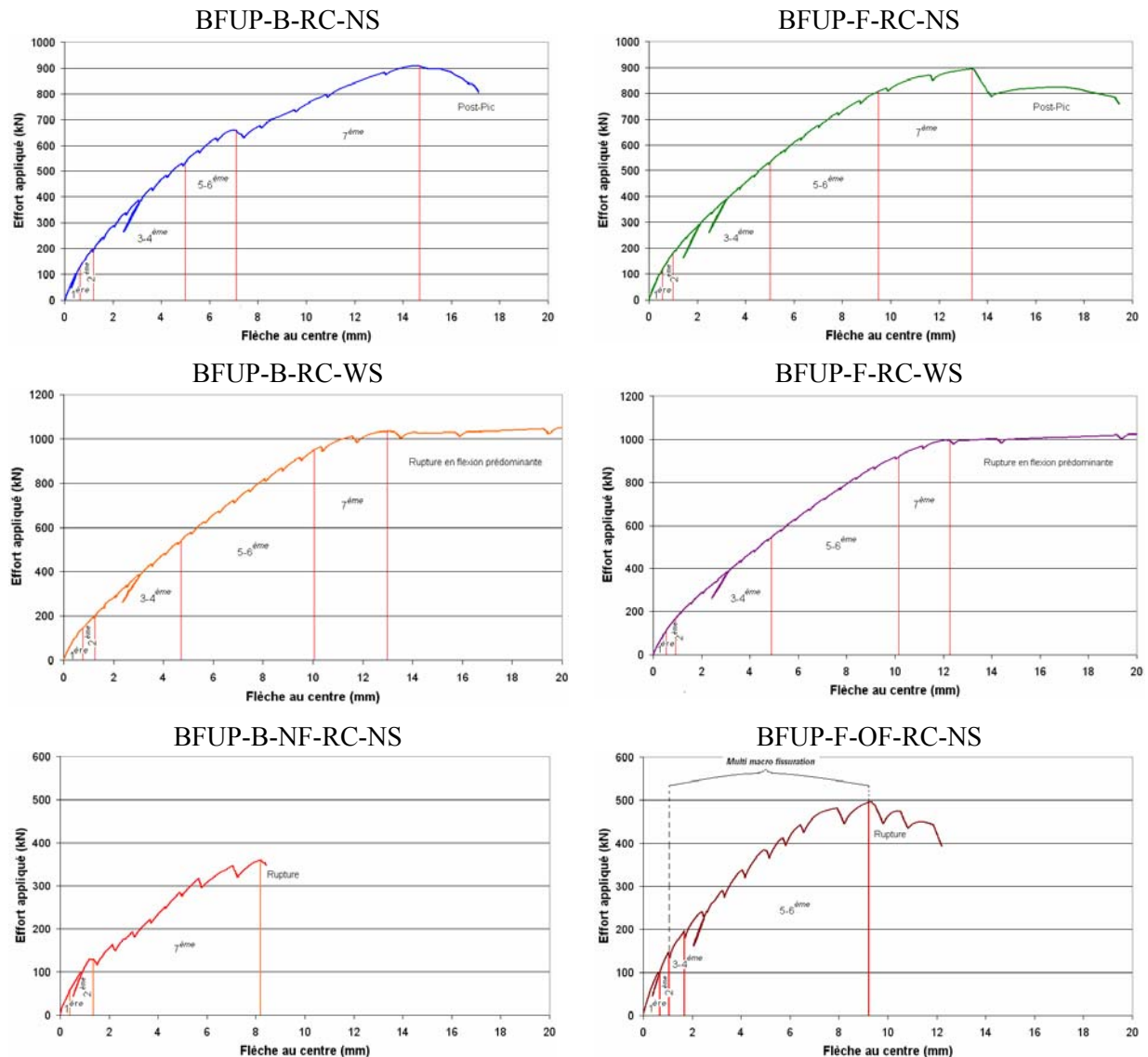


Figure 3-61 Représentation des différentes étapes de fissuration sur les courbes « Effort-Flèche » pour chaque poutre en BFUP (avec fibres métalliques) armé

## Discussion

Bien que la ruine des poutres BFUP-B-RC-WS et BFUP-F-RC-NS soit intervenue par une rupture en flexion (écrasement de la partie supérieure en compression), la réponse de tous les corps d'épreuve en BFUP (avec fibres métalliques) armé a été caractérisée par l'apparition d'une multifissuration diagonale avant la localisation d'une fissure d'effort tranchant (étapes 6 et 7). L'influence de la structure et notamment la configuration géométrique des poutres (talons inférieur et supérieur larges) sur le comportement en traction du BFUP est effective : le comportement multi-fissurant du BFUP-F observé également sur poutre armée, ne s'explique donc pas uniquement par l'apport d'une éventuelle précontrainte. Le fort taux d'armatures longitudinales participe grandement à la limitation de l'ouverture des fissures. Néanmoins, il est important noter que celui-ci n'est pas forcément aussi important dans une structure « classique » en BFUP.

Dans le cas du BFUP-F-OF, une multifissuration fine et faiblement espacée n'a pas été observée. Le schéma de fissuration est marqué par une multi-macrofissuration avec des fissures diagonales qui ont présenté assez rapidement une ouverture relativement importante.

Ce comportement est caractéristique d'un BFUP adoucissant en traction. Il semble donc que l'influence de la structure n'ait pas été suffisante pour assurer un fonctionnement pseudo-plastique dans l'âme pour le BFUP-F-OF. Cela s'explique par un confinement des fissures d'effort tranchant au niveau du talon inférieur moins important en raison d'une efficacité moindre des fibres.

La poutre BFUP-B-RC-NS est caractérisée par un effort de localisation particulièrement bas. En effet, pour un effort de 657 kN, une fissure franche s'est formée dans la portée d'effort tranchant Nord avec une ouverture maximale comprise entre 1 mm et 2 mm. Cette fissure s'est propagée le long du talon puis l'a traversé. L'apparition de cette fissure a été marquée par un changement de pente sur la courbe « Effort Appliqué – Flèche au centre ». Le développement important et soudain de cette fissure s'explique sûrement par une zone de faiblesse au niveau de l'âme et du gousset inférieur. Néanmoins, malgré cette fissure d'effort tranchant très ouverte, la réserve de résistance a été importante. Cela montre la contribution importante de la structure vis-à-vis de l'effort tranchant, qui s'ajoute à la participation directe des fibres et qui compense la diminution de cette contribution au fur et à mesure que les fissures diagonales s'ouvrent. Cette résistance importante de la structure vis-à-vis de l'effort tranchant s'explique par une hauteur relativement limitée des corps d'épreuve, un taux d'armatures important et la présence d'une table de compression assez large par rapport à l'âme.

Afin d'étudier la participation des armatures transversales vis-à-vis du comportement à l'effort tranchant, des jauges ont été collées sur certaines épingles. Ainsi il est possible de suivre l'évolution de leur contrainte au cours de l'essai (voir Figure 3-62 à Figure 3-64).

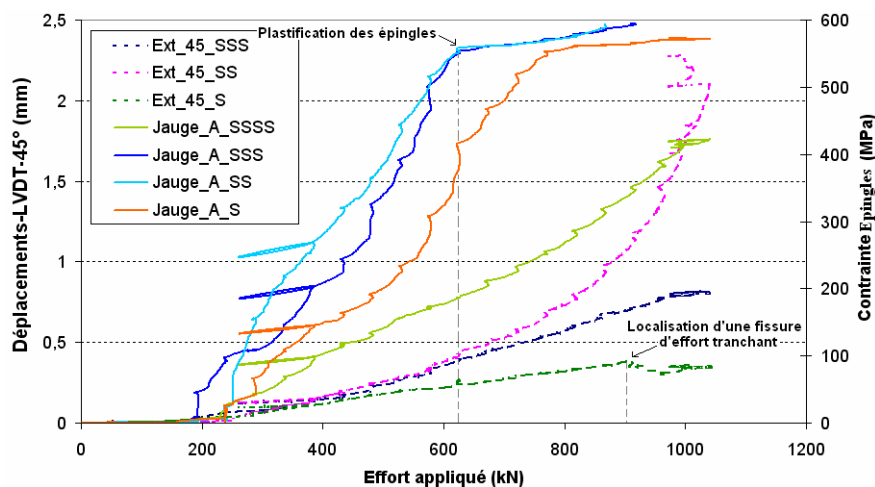


Figure 3-62 Poutre BFUP-F-RC-WS : évolution au cours de l'essai de la contrainte des armatures transversales ainsi que du déplacement mesuré par les LVDTs disposés à 45° sur l'âme (portée d'effort tranchant Sud).

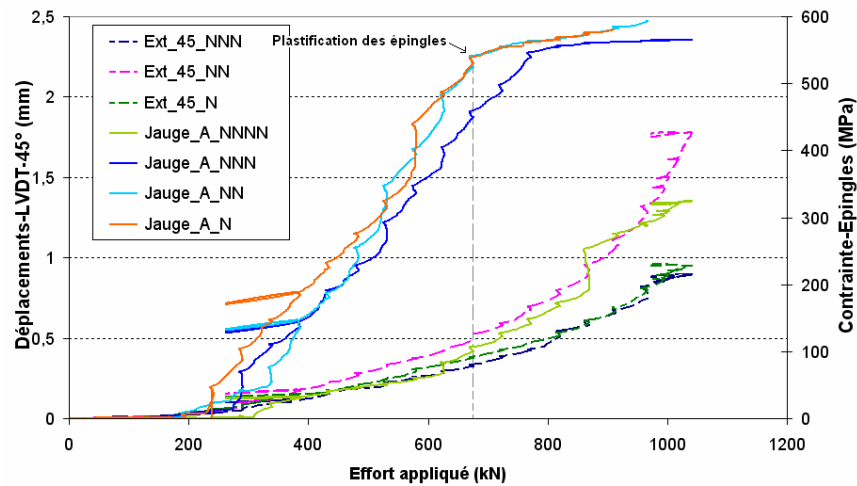


Figure 3-63 Poutre BFUP-F-RC-WS : évolution au cours de l'essai de la contrainte des armatures transversales ainsi que du déplacement mesuré par les LVDTs disposés à 45° sur l'âme (portée d'effort tranchant Nord)

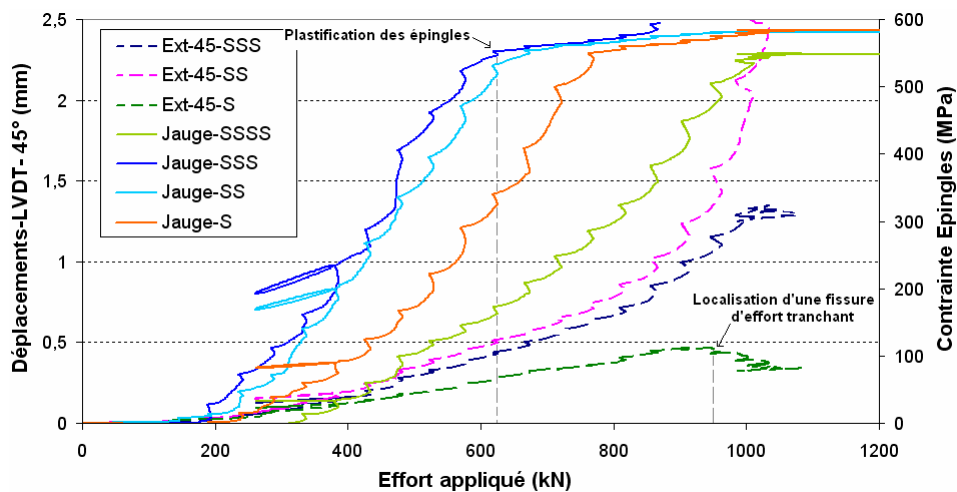


Figure 3-64 Poutre BFUP-B-RC-WS : évolution au cours de l'essai de la contrainte des armatures transversales ainsi que du déplacement mesuré par les LVDTs disposés à 45° sur l'âme (portée d'effort tranchant Sud).

La localisation de la fissure d'effort tranchant critique pour la structure intervient bien après la plastification des premières épingles. Cela confirme les considérations émises lors de l'analyse des essais sur les poutres en BFUP précontraint. La localisation d'une fissure critique d'effort tranchant semble donc uniquement guidée par la capacité de déformation du BFUP.

Dans le cas d'un BFUP multi-fissurant, l'additivité des contributions du BFUP et d'éventuelles armatures transversales semble donc possible dans la mesure où la déformation correspondant à la fin du comportement écrouissant du BFUP (dans la direction principale de traction) est compatible avec une déformation verticale supérieure à la déformation de plastification des étriers ou épingles.

Pour les poutres BFUP-B-RC-NS, BFUP-F-RC-NS et BFUP-F-OF-RC-NS, une fois l'effort maximal atteint, la fissure diagonale localisée a continué de s'ouvrir et les poutres ont commencé à fonctionner selon un mécanisme de poutre-échelle avec un faible taux de renforts transversaux (la part des fibres vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant continuant de

diminuer). La portée d'effort tranchant relative étant assez faible et le taux d'armatures longitudinales élevé, un mécanisme d'arc s'est alors mis en place, devenant prépondérant.

La rupture du corps d'épreuve BFUP-B-NF-RC-NS est sans doute intervenue par une rupture d'ancrage des armatures longitudinales à proximité de l'appui. En effet, l'effet de goujon exercé par les filants a entraîné des contraintes de traction importantes dans le béton. Cette rupture, étant intervenue malgré une longueur d'ancrage importante des aciers longitudinaux, souligne l'influence des fibres vis-à-vis de l'ancrage des armatures HA.

### 3.3.2.3 SYNTHÈSE

L'analyse des essais à l'effort tranchant sur différentes poutres en BFUP (ou BUHP) armées ou précontraintes, avec ou sans fibres métalliques (ou organiques) et avec ou sans armatures transversales, a permis de mieux appréhender le comportement du BFUP vis-à-vis d'une sollicitation mixte flexion-tranchant à l'échelle de la structure.

Bien que les efforts de rupture aient été supérieurs aux valeurs prévues par le dimensionnement, le comportement des poutres a été conforme aux attentes avec une rupture par traction diagonale dans la majorité des cas. Une multi-fissuration fine et faiblement espacée a été observée pour l'ensemble des corps d'épreuves en BFUP avec fibres métalliques.

L'absence de fibres dans le cas de la poutre BFUP-B-NF-RC-NS a entraîné une rupture particulièrement fragile.

Bien que les deux corps d'épreuve aient été fabriqués avec deux gâchées différentes, les poutres BFUP-B-PC-NS et BFUP-B(2)-PC-NS ont eu un comportement à l'effort tranchant proche. L'orientation des fibres au niveau de l'âme semble donc avoir été similaire.

L'association à ces essais d'une campagne de caractérisation du comportement en traction des BFUP à partir d'éléments moulés ou prélevés montre qualitativement que l'influence de la structure (orientation réelle des fibres, influence d'une éventuelle précontrainte ou de la géométrie de la structure) sur le comportement en traction du BFUP peut être déterminante pour la résistance à l'effort tranchant à l'échelle de la poutre. A ce stade, cette analyse qualitative de l'impact de la structure sur le comportement en traction des BFUP s'est notamment basée sur les méthodes de caractérisation décrites au chapitre 2 permettant d'identifier le caractère écrouissant ou adoucissant du BFUP à l'échelle du « matériau » et sur l'observation du développement de la fissuration au cours des différents essais sur poutres.

L'identification de l'orientation réelle des fibres au sein de la structure à partir d'essais de flexion sur prismes sciés dans plusieurs directions a également été utile pour mieux comprendre qualitativement les résultats obtenus notamment pour les poutres précontraintes. Ainsi la différence de résistance entre les poutres en BFUP-B-B(2) et en BFUP-F a pu être expliquée. L'analyse des résultats obtenus sur les poutres précontraintes a également permis de montrer l'importance d'un autre paramètre influençant la résistance à l'effort tranchant que la contrainte post-fissuration en traction : la déformation correspondant à la localisation de la fissure et marquant la fin du comportement global « pseudo-plastique ».

Concernant la synergie d'éventuelles armatures transversales et du BFUP vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant, le suivi de la déformation de plusieurs épingles au cours des essais sur poutres armées longitudinalement et transversalement a permis de mettre en évidence, dans le cas d'un BFUP multi-fissurant, que l'additivité des deux contributions était possible dans la mesure où la déformation correspondant à la fin du comportement écrouissant

du BFUP (dans la direction principale de traction) était compatible avec une déformation verticale supérieure à la déformation de plastification des armatures transversales.

Au-delà de cette première analyse, l'obtention de résultats détaillés et fiables à l'échelle de la structure associée à une caractérisation complète des matériaux, peut être mise à profit pour qualifier les modèles quantitatifs de prévision du comportement.

### 3.4 ANALYSE PAR LA CONFRONTATION DES RESULTATS AVEC DIFFERENTS MODELES DE CALCUL

#### 3.4.1 FISSURATION DIAGONALE D'EFFORT TRANCHANT

L'Etat Limite de Service (ELS) vis-à-vis du cisaillement peut être considéré par référence à deux situations :

- Etat de non-linéarité « local » : apparition d'une première fissure diagonale très peu ouverte n'influençant pas le comportement global de la structure. Cet état pourrait correspondre à une vérification sous charge fréquente.
- Etat de non-linéarité que l'on peut qualifier de « global » : ouverture des fissures diagonales de l'ordre de 0,1 mm, dont l'influence pourrait être significative sur le fonctionnement structurel et engager la durabilité en environnement agressif, même s'il a été montré expérimentalement qu'une ouverture de fissure de cet ordre permettait une éventuelle cicatrisation en présence d'eau (Vernet, 2000 ; Parant, 2003). Ainsi la question de la durabilité pourrait être moins problématique si ces fissures n'étaient pas soumises à une charge continue (ou fréquente) empêchant leur cicatrisation. Cet état serait donc admissible pour des structures non exposées à un chargement répété et correspondrait à une vérification sous charge caractéristique.

Il est important de noter que l'état de non-linéarité « global » ne fait pas intervenir uniquement la résistance de la matrice mais avant tout l'orientation des fibres à l'intérieur de la structure. Ainsi dans le cas d'une mauvaise orientation des fibres dans la direction des contraintes principales de traction, il est tout à fait possible que la fissure s'ouvre au-delà de 0,1 mm dès que la résistance de la matrice est atteinte, notamment pour des éléments de grande hauteur. La question de l'orientation des fibres est toutefois prise en compte à travers l'affectation du coefficient d'orientation à la loi « contrainte – déformation » ou « contrainte – ouverture de fissure ».

##### 3.4.1.1 ANALYSE DES ESSAIS VIS-A-VIS DE LA FISSURATION DIAGONALE

#### Synthèse des résultats

Les différentes valeurs de chargement retenues correspondant à l'apparition d'une fissure diagonale (identifiées à partir des différents capteurs mis en place sur les corps d'épreuve ou par une détection visuelle) sont récapitulées dans le Tableau 3-28.

Les valeurs d'effort total correspondant à une ouverture maximale de fissure diagonale de l'ordre de 0,1 mm sont également mentionnées. La mesure de l'ouverture de fissure ayant été effectuée à l'aide d'une loupe micro-graduée à chaque palier de chargement, la valeur de l'effort choisi correspond au dernier palier pour lequel l'ouverture maximale des fissures diagonales est inférieure à 0,1 mm.

Dans ce tableau, la contrainte principale de traction a été calculée au centre de gravité de la section homogénéisée, situé dans l'âme à 3 cm au dessus de la transition âme-gousset inférieur, en conservant l'hypothèse d'un fonctionnement élastique.

L'écart entre l'effort correspondant à l'apparition d'une non-linéarité au niveau des capteurs mis en place sur l'âme des corps d'épreuve et l'effort correspondant à une détection visuelle des fissures est en moyenne égal à 25 % dans le cas des poutres précontraintes et 19 % pour les poutres en BFUP (avec fibres métalliques) armé. Cette différence est relativement importante et peut être accentuée par le fait que le relevé de fissures a été effectué par paliers et non de manière continue.



Tableau 3-28 Synthèses des efforts correspondants au développement de la fissuration diagonale

| Corps d'épreuve        |                 | Apparition d'une fissuration diagonale<br>Identification à partir des différents capteurs mis en place sur les corps d'épreuve<br>(ELS fréquent) |   | Détection visuelle des premières fissures diagonales<br>(Etat intermédiaire) |   | Ouverture maximale des fissures diagonales de l'ordre de 0,1 mm<br>(ELS caractéristique) |   | Limite de linéarité<br>(MPa) |
|------------------------|-----------------|--|---|--|---|--|---|------------------------------|
|                        |                 | Effort<br>(kN)   | Contrainte principale de traction<br>(centre de gravité)<br>(MPa) | Effort<br>(kN)   | Contrainte principale de traction<br>(centre de gravité)<br>(MPa) | Effort<br>(kN)   | Contrainte principale de traction<br>(centre de gravité)<br>(MPa) |                              |
| Poutres précontraintes | BFUP-B-PC-NS    | 376  | 5,8   | 420  | 6,9   | 473  | 8,2   | 9,5                          |
|                        | BFUP-B(2)-PC-NS | 398  | 6,3   | 440  | 7,3   | 484  | 8,4   | 9,4                          |
|                        | BFUP-F-PC-NS    | 251  | 3,1   | 440  | 7,4   | 770  | 15,9  | 9,8                          |
|                        | BFUP-B(2)-PC-WS | 352  | 5,3   | 436  | 7,2   | 716  | 14,4  | 9,4                          |
|                        | BFUP-F-PC-WS    | 255  | 3,2   | 438  | 7,4   | 1053   | 23,4  | 9,8                          |
| Poutres armées         | BFUP-B-RC-NS    | 194  | 5,4   | 240  | 6,6   | 529  | 14,6  | 9,5                          |
|                        | BFUP-F-RC-NS    | 180  | 5,0   | 240  | 6,6   | 528  | 14,6  | 9,8                          |
|                        | BFUP-B-RC-WS    | 192  | 5,3   | 240  | 6,6   | 530  | 14,6  | 9,5                          |
|                        | BFUP-F-RC-WS    | 172  | 4,8   | 192  | 5,3   | 531  | 14,7  | 9,8                          |
|                        | BFUP-B-NF-RC-NS | 124  | 3,4   | 128  | 3,5   | 128  | 3,5   | 7,9                          |
|                        | BFUP-F-OF-RC-NS | 140  | 3,8   | 144  | 4,0   | 194  | 5,4   | 9,0                          |

La valeur de la contrainte principale de traction au niveau du centre de gravité, correspondant à la détection d'une non-linéarité des mesures des capteurs mis en place sur l'âme des poutres, est particulièrement faible dans le cas des poutres précontraintes en BFUP-F (en comparaison avec la limite de linéarité identifiée à l'échelle du « matériau »). Ainsi un écart d'environ 30 % est observé entre les poutres précontraintes en BFUP-B et BFUP-F. Cette différence est nettement moins marquée (inférieure à 10 %) dans le cas des poutres armées.

Ceci pourrait être expliqué par l'existence d'autocontraintes plus importantes dans le cas des corps d'épreuve en BFUP-F. Ces autocontraintes ont alors des conséquences directes dans le cas des poutres précontraintes, l'apparition de la fissuration diagonale précédant la fissuration de flexion. Dans le cas des poutres armées, les premières fissures verticales dues au moment fléchissant se créent avant les fissures d'effort tranchant, libérant les autocontraintes avec le développement d'un nouvel équilibre.

### Valeurs limites à l'ELS : expression testées

L'approche choisie ici est une approche globale traitant le cas des poutres précontraintes et des poutres armées avec le même formalisme dont les trois paramètres sont la résistance en compression  $f_c$ , la limite de linéarité  $f_{ij}$  et la contrainte de compression au niveau du centre de gravité apportée par la précontrainte,  $\sigma_x$ .

Les formules existantes ou adaptées qui sont confrontées aux résultats expérimentaux sont présentées ci-dessous. L'ensemble de ces formules sont basées sur une approche en contraintes principales ou sur la représentation de l'état de contrainte ( $\sigma_x$ ,  $\tau$ ) dans le plan de Mohr. Les contraintes principales sollicitantes  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  ainsi que la contrainte de cisaillement  $\tau$  sont déterminées à partir d'un calcul élastique.

### Recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP [formule adaptée du (BPEL, 1999)] :

$$\tau \leq \tau_{\text{lim}} = \text{MIN} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{0.25 \cdot f_{ij} \cdot \left( f_{ij} + \frac{2}{3} \cdot \sigma_x \right)} \\ \sqrt{2 \cdot \frac{f_{ij}}{f_c} \cdot (0.6 \cdot f_{cj} - \sigma_x) \cdot \left( f_{ij} + \frac{2}{3} \cdot \sigma_x \right)} \end{array} \right.$$

### Recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP (formule adaptée) :

$$\tau \leq \tau_{\text{lim}} = \text{MIN} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{0.35 \cdot f_{ij} \cdot \left( f_{ij} + \frac{2}{3} \cdot \sigma_x \right)} \\ \sqrt{2 \cdot \frac{f_{ij}}{f_c} \cdot (0.6 \cdot f_{cj} - \sigma_x) \cdot \left( f_{ij} + \frac{2}{3} \cdot \sigma_x \right)} \end{array} \right.$$

### EC2 (Annexe QQ) :

La plus petite contrainte principale  $\sigma_1$  est comparée à  $f_{ctb}$  avec :

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad \text{et} \quad f_{ctb} = \left(1 - 0.8 \cdot \frac{\sigma_3}{f_c}\right) \cdot f_{ij} \quad \text{avec} \quad \sigma_3 = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

Cette vérification peut également s'écrire :

$$\tau \leq \tau_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{5 \cdot f_c \cdot f_{tj} \cdot (f_{tj} + \sigma_x) \cdot (5 \cdot f_c - 4 \cdot \sigma_x)}{(5 \cdot f_c + 4 \cdot f_{tj})^2}}$$

### EC2 (Annexe QQ) adaptée

- 1<sup>ère</sup> option :

La plus petite contrainte principale  $\sigma_1$  est comparée à  $f_{ctb}$  avec :

$$f_{ctb} = \left(1 - 2.4 \times \frac{\sigma_3}{f_c}\right) \times \frac{f_{tj}}{1.85} \quad (\text{EC2} - f_{tj}/1.85 \text{ et } f_c/3)$$

- 2<sup>ème</sup> option :

La plus petite contrainte principale  $\sigma_1$  est comparée à  $f_{ctb}$  avec :

$$f_{ctb} = \left(1 - 2.4 \times \frac{\sigma_3}{f_c}\right) \times \frac{f_{tj}}{1.5} \quad (\text{EC2} - f_{tj}/1.5 \text{ et } f_c/3)$$

Ces adaptations sont issues d'une comparaison de l'évolution de  $\tau_{\text{lim}}$  en fonction de  $\sigma_x$  (en considérant des valeurs « standards » de  $f_c$  et  $f_{tj}$ ) donnée par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) et par l'EC2 (Marchand, 2007 ; Baby et Marchand, 2010) : voir Figure 3-65.

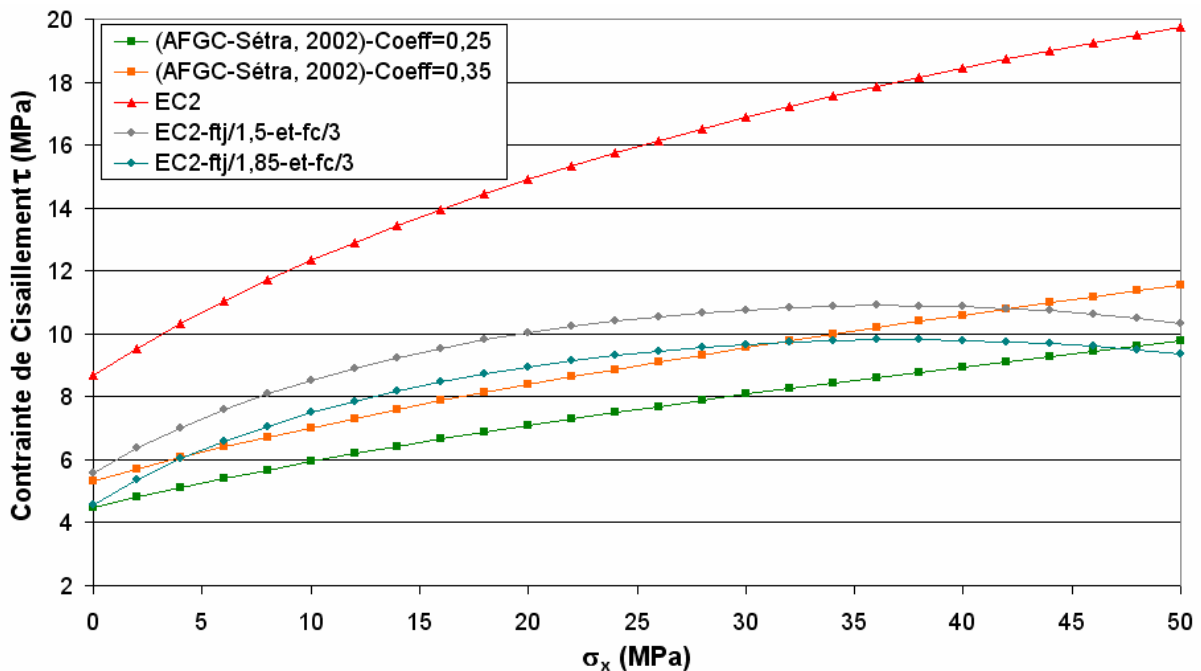


Figure 3-65 Contrainte de cisaillement de début de fissuration diagonale en fonction de la contrainte normale moyenne ( $f_c = 190$  MPa et  $f_{tj} = 9$  MPa)

### Confrontation des résultats expérimentaux avec les différentes prévisions

La comparaison des résultats obtenus lors de cette campagne expérimentale avec les différentes expressions détaillées ci-dessus est présentée de la Figure 3-66 à la Figure 3-68 ainsi que dans les Tableau 3-29 à Tableau 3-31 pour chaque effort caractérisant le développement de la fissuration diagonale :

- Apparition d'une fissuration diagonale (identification à partir des différents capteurs mis en place sur les corps d'épreuve).
- Apparition d'une fissuration diagonale (détection visuelle).
- Effort correspondant à une ouverture maximale des fissures diagonales aux alentours de 0,1 mm.

Les graphiques représentent le cisaillement limite déduit des essais, en fonction de la valeur limite prévue par la formule considérée.

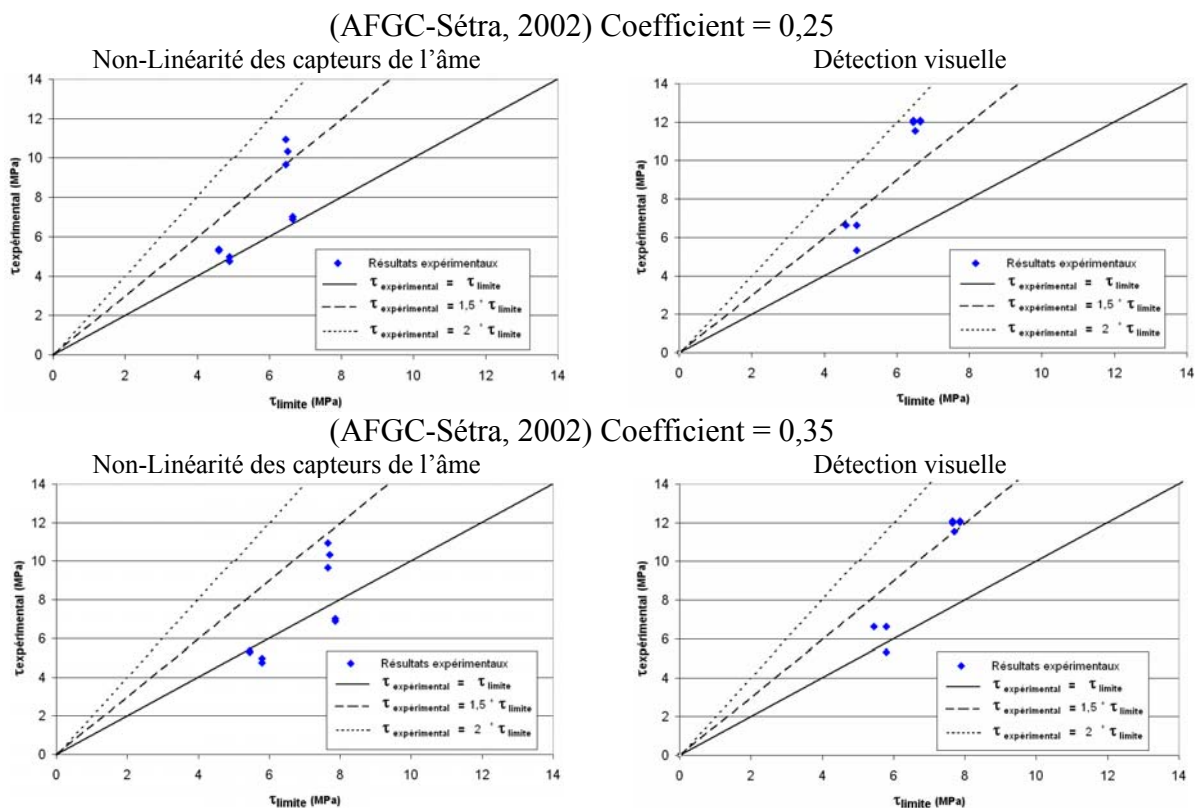


Figure 3-66 Apparition d'une fissuration diagonale (identification à partir des différents capteurs mis en place sur les corps d'épreuve) : Contrainte de cisaillement expérimentale en fonction de la contrainte de cisaillement limite issue des expressions (modifiées ou non) des recommandations (AFGC-Sétra, 2002)

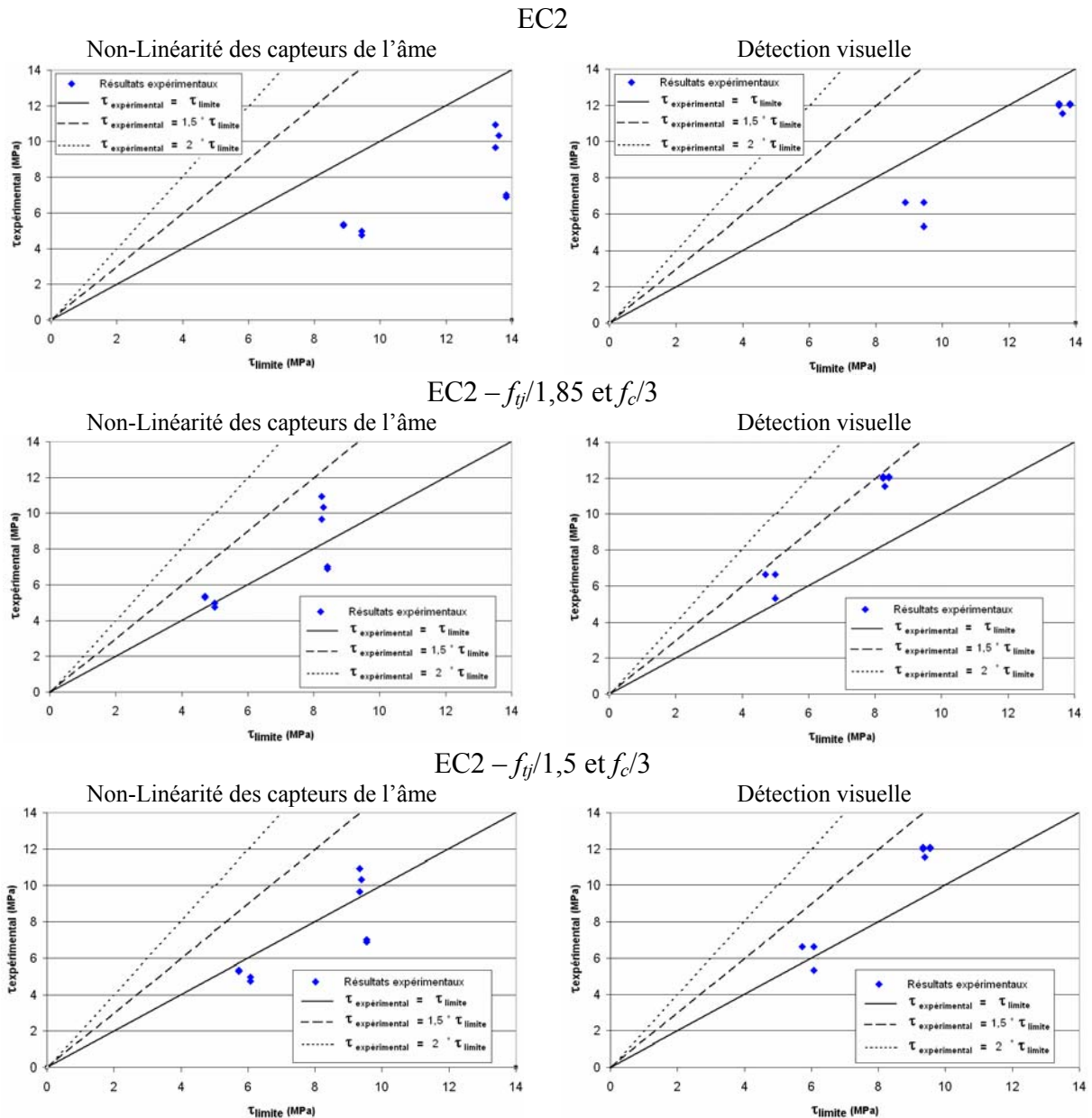


Figure 3-67 Apparition d'une fissuration diagonale (détection visuelle) : Contrainte de cisaillement expérimentale en fonction de la contrainte de cisaillement limite issue des différentes expressions (modifiées ou non) de l'EC2

Les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sont conservatives dans la quasi-totalité des cas. La formule de l'EC2 sans adaptation est non conservative dans une majorité de cas. Ainsi l'approche relativement directe en contraintes principales (proche de celle de l'EC2) semble ne pas être sécuritaire. Dans le cas du BFUP précontraint, cela pourrait s'expliquer par l'influence du retrait (endogène et de dessiccation) qui entraînerait des autocontraintes à l'intérieur des structures considérées. Dans le cas du BFUP armé, la fissuration diagonale intervenant la plupart du temps après la fissuration de flexion, l'ensemble des paramètres influençant l'apparition et le développement des fissures verticales ont un impact sur l'effort correspondant à la création des fissures diagonales.

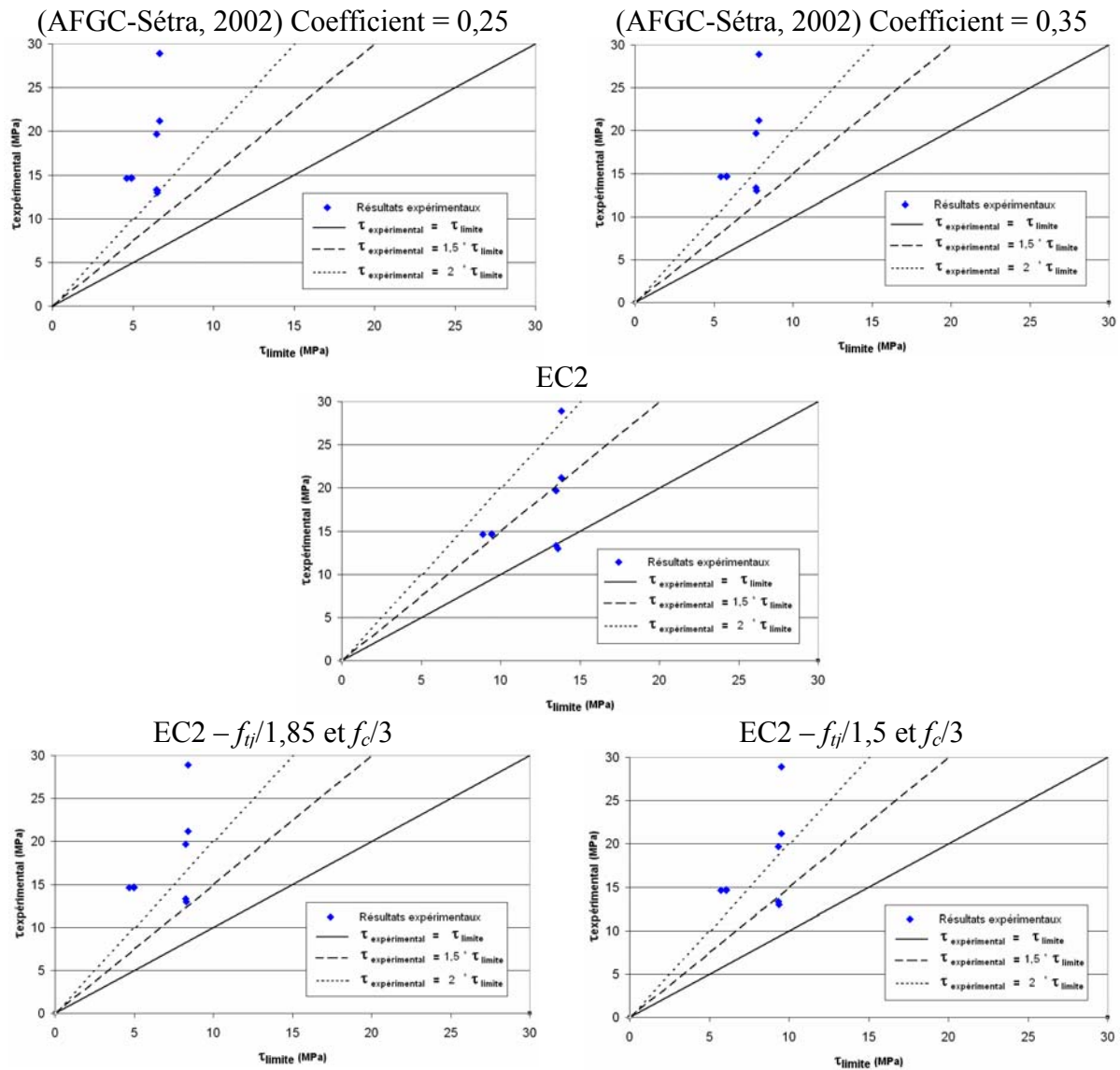


Figure 3-68 Ouverture maximale des fissures diagonales de l'ordre de 0,1 mm : Contrainte de cisaillement expérimentale en fonction de la contrainte de cisaillement limite issue des différentes expressions testées

Vis-à-vis de l'effort correspondant à une ouverture maximale des fissures diagonales de l'ordre de 0,1 mm, l'ensemble des expressions testées sont sécuritaires. Néanmoins, comme il s'agit d'une vérification de l'ELS « global », celle-ci est effectuée sous combinaison de sollicitation caractéristique. Il est donc important de considérer la courbe «  $\tau_{limite} = 1,5 * \tau_{expérimental}$  » comme référence. Dans ces conditions, seules l'expression des recommandations (AFGC-Sétra, 2002) avec un coefficient égal à 0,25 ou 0,35 et l'expression de l'EC2 avec  $f_{tj}/1,85$  semblent suffisamment sécuritaires. La formule EC2 adaptée en considérant  $f_{tj}/1,85$  présente l'avantage d'avoir le même formalisme que l'Eurocode 2 (Annexe QQ).

Néanmoins il est important de rappeler que l'état de non-linéarité « global » ne fait pas intervenir uniquement la résistance de la matrice mais avant tout l'orientation des fibres à l'intérieur de la structure. Ainsi dans le cas d'une mauvaise orientation des fibres dans la direction des contraintes principales de traction, il est tout à fait possible que la fissure s'ouvre au-delà de 0,1 mm dès que la résistance de la matrice est atteinte, notamment pour des éléments de grande hauteur. Il est donc important de confronter cette formulation à un panel d'essais plus grand (avec la prise en compte de poutres de grande hauteur notamment) afin de déterminer de manière raisonnable la marge de sécurité offerte par cette expression.

Tableau 3-29 Apparition d'une fissuration diagonale (identification à partir des différents capteurs mis en place sur les corps d'épreuve) :  
synthèse des résultats

| Corps d'épreuve    | (AFGC-Sétra, 2002)<br>Coefficient = 0,25<br>Rapport<br>Expérimental/Théorique |       |      | (AFGC-Sétra, 2002)<br>Coefficient = 0,35<br>Rapport<br>Expérimental/Théorique |      |       | EC2<br>Rapport<br>Expérimental/Théorique |      |      | EC2<br>$f_{ij}/1,85$ et $f_c/3$<br>Rapport<br>Expérimental/Théorique |      |      | EC2<br>$f_{ij}/1,5$ et $f_c/3$<br>Rapport<br>Expérimental/Théorique |       |      |      |      |       |      |      |      |
|--------------------|---|-------|------|---|------|-------|--|------|------|--|------|------|---|-------|------|------|------|-------|------|------|------|
|                    |   | Moyen | Min  | Max   |      | Moyen | Min                                      | Max  |      | Moyen  | Min  | Max  |   | Moyen | Min  | Max  |      | Moyen | Min  | Max  |      |
| BFUP-B<br>PC-NS    | 1,59  | 1,37  | 1,04 | 1,69  | 1,34 | 1,16  | 0,88                                     | 1,43 | 0,76 | 0,66   | 0,50 | 0,81 | 1,25  | 1,08  | 0,82 | 1,33 | 1,10 | 0,95  | 0,72 | 1,17 |      |
| BFUP-B(2)<br>PC-NS | 1,69  |       |      |   | 1,43 |       |  |      | 0,81 |  |      |      | 1,33  |       |      |      | 1,17 |       |      |      |      |
| BFUP-F<br>PC-NS    | 1,04  |       |      |   | 0,88 |       |  |      | 0,50 |  |      |      | 0,82  |       |      |      | 0,72 |       |      |      | 0,95 |
| BFUP-B(2)<br>PC-WS | 1,50  |       |      |   | 1,27 |       |  |      | 0,72 |  |      |      | 1,17  |       |      |      | 1,04 |       |      |      |      |
| BFUP-F<br>PC-WS    | 1,06  |       |      |   | 0,89 |       |  |      | 0,51 |  |      |      | 0,83  |       |      |      | 0,74 |       |      |      |      |
| BFUP-B<br>RC-NS    | 1,17  | 1,08  | 0,97 | 1,17  | 0,98 | 0,91  | 0,82                                     | 0,98 | 0,60 | 0,56   | 0,50 | 0,60 | 1,14  | 1,06  | 0,95 | 1,14 | 0,94 | 0,87  | 0,78 | 0,94 |      |
| BFUP-F<br>RC-NS    | 1,02  |       |      |   | 0,86 |       |  |      | 0,53 |  |      |      | 1,00  |       |      |      | 0,82 |       |      |      |      |
| BFUP-B<br>RC-WS    | 1,15  |       |      |   | 0,97 |       |  |      | 0,60 |  |      |      | 1,13  |       |      |      | 0,93 |       |      |      |      |
| BFUP-F<br>RC-WS    | 0,97  |       |      |   | 0,82 |       |  |      | 0,50 |  |      |      | 0,95  |       |      |      | 0,78 |       |      |      |      |
| BFUP-B<br>NF-RC-NS | 0,85  | -     | -    | -   | 0,72 | -     | -  | -    | 0,44 | -  | -    | -    | 0,83  | -     | -    | -    | 0,68 | -     | -    | -    |      |
| BFUP-F<br>OF-RC-NS | 0,84  | -     | -    | -   | 0,71 | -     | -  | -    | 0,44 | -  | -    | -    | 0,84  | -     | -    | -    | 0,69 | -     | -    | -    |      |



Tableau 3-30 Apparition d'une fissuration diagonale (détection visuelle) : synthèse des résultats

| Corps d'épreuve    | (AFGC-Sétra, 2002)<br>Coefficient = 0,25<br>Rapport<br>Expérimental/Théorique |       |      | (AFGC-Sétra, 2002)<br>Coefficient = 0,35<br>Rapport<br>Expérimental/Théorique |      |       | EC2<br>Rapport<br>Expérimental/Théorique |      |      | EC2<br>$f_{ij}/1,85$ et $f_c/3$<br>Rapport<br>Expérimental/Théorique |      |      | EC2<br>$f_{ij}/1,5$ et $f_c/3$<br>Rapport<br>Expérimental/Théorique |       |      |      |      |       |      |      |
|--------------------|---|-------|------|---|------|-------|--|------|------|--|------|------|---|-------|------|------|------|-------|------|------|
|                    |   | Moyen | Min  | Max   |      | Moyen | Min                                      | Max  |      | Moyen  | Min  | Max  |   | Moyen | Min  | Max  |      | Moyen | Min  | Max  |
| BFUP-B<br>PC-NS    | 1,77  | 1,83  | 1,77 | 1,87  | 1,50 | 1,54  | 1,50                                     | 1,58 | 0,85 | 0,88   | 0,85 | 0,90 | 1,39  | 1,44  | 1,39 | 1,47 | 1,23 | 1,27  | 1,23 | 1,30 |
| BFUP-B(2)<br>PC-NS | 1,87  |       |      |   | 1,58 |       |  |      | 0,90 |  |      |      | 1,47  |       |      |      | 1,30 |       |      |      |
| BFUP-F<br>PC-NS    | 1,82  |       |      |   | 1,54 |       |  |      | 0,87 |  |      |      | 1,44  |       |      |      | 1,27 |       |      |      |
| BFUP-B(2)<br>PC-WS | 1,85  |       |      |   | 1,57 |       |  |      | 0,89 |  |      |      | 1,45  |       |      |      | 1,28 |       |      |      |
| BFUP-F<br>PC-WS    | 1,81  |       |      |   | 1,53 |       |  |      | 0,87 |  |      |      | 1,43  |       |      |      | 1,26 |       |      |      |
| BFUP-B<br>RC-NS    | 1,44  | 1,33  | 1,08 | 1,44  | 1,22 | 1,12  | 0,92                                     | 1,22 | 0,75 | 0,69   | 0,56 | 0,75 | 1,41  | 1,30  | 1,06 | 1,41 | 1,16 | 1,07  | 0,88 | 1,16 |
| BFUP-F<br>RC-NS    | 1,35  |       |      |   | 1,15 |       |  |      | 0,70 |  |      |      | 1,33  |       |      |      | 1,09 |       |      |      |
| BFUP-B<br>RC-WS    | 1,44  |       |      |   | 1,22 |       |  |      | 0,75 |  |      |      | 1,41  |       |      |      | 1,16 |       |      |      |
| BFUP-F<br>RC-WS    | 1,08  |       |      |   | 0,92 |       |  |      | 0,56 |  |      |      | 1,06  |       |      |      | 0,88 |       |      |      |
| BFUP-B<br>NF-RC-NS | 0,90  | -     | -    | -   | 0,76 | -     | -  | -    | 0,46 | -  | -    | -    | 0,87  | -     | -    | -    | 0,72 | -     | -    | -    |
| BFUP-F<br>OF-RC-NS | 0,89  | -     | -    | -   | 0,75 | -     | -  | -    | 0,46 | -  | -    | -    | 0,88  | -     | -    | -    | 0,73 | -     | -    | -    |

Tableau 3-31 Ouverture maximale des fissures diagonales aux alentours de 0,1 mm : synthèse des résultats

| Corps d'épreuve    | (AFGC-Sétra, 2002)<br>Coefficient = 0,25<br>Rapport<br>Expérimental/Théorique |       |      | (AFGC-Sétra, 2002)<br>Coefficient = 0,35<br>Rapport<br>Expérimental/Théorique |      |       | EC2<br>Rapport<br>Expérimental/Théorique |      |      | EC2<br>$f_{ij}/1,85$ et $f_c/3$<br>Rapport<br>Expérimental/Théorique |      |      | EC2<br>$f_{ij}/1,5$ et $f_c/3$<br>Rapport<br>Expérimental/Théorique |       |      |      |      |       |      |      |
|--------------------|---|-------|------|---|------|-------|--|------|------|--|------|------|---|-------|------|------|------|-------|------|------|
|                    |   | Moyen | Min  | Max   |      | Moyen | Min                                      | Max  |      | Moyen  | Min  | Max  |   | Moyen | Min  | Max  |      | Moyen | Min  | Max  |
| BFUP-B<br>PC-NS    | 2,00  | 2,93  | 2,00 | 4,36  | 1,69 | 2,48  | 1,69                                     | 3,68 | 0,96 | 1,40   | 0,96 | 2,09 | 1,57  | 2,31  | 1,57 | 3,44 | 1,38 | 2,04  | 1,38 | 3,04 |
| BFUP-B(2)<br>PC-NS | 2,06  |       |      |   | 1,74 |       |  |      | 0,99 |  |      |      | 1,61  |       |      |      |      |       |      |      |
| BFUP-F<br>PC-NS    | 3,19  |       |      |   | 2,69 |       |  |      | 1,53 |  |      |      | 2,52  |       |      |      |      |       |      |      |
| BFUP-B(2)<br>PC-WS | 3,05  |       |      |   | 2,57 |       |  |      | 1,46 |  |      |      | 2,39  |       |      |      |      |       |      |      |
| BFUP-F<br>PC-WS    | 4,36  |       |      |   | 3,68 |       |  |      | 2,09 |  |      |      | 3,44  |       |      |      |      |       |      |      |
| BFUP-B<br>RC-NS    | 3,18  | 3,08  | 2,98 | 3,18  | 2,68 | 2,61  | 2,52                                     | 2,69 | 1,65 | 1,60   | 1,55 | 1,65 | 3,11  | 3,03  | 2,93 | 3,12 | 2,56 | 2,49  | 2,41 | 2,56 |
| BFUP-F<br>RC-NS    | 2,98  |       |      |   | 2,52 |       |  |      | 1,55 |  |      |      | 2,93  |       |      |      |      |       |      |      |
| BFUP-B<br>RC-WS    | 3,18  |       |      |   | 2,69 |       |  |      | 1,65 |  |      |      | 3,12  |       |      |      |      |       |      |      |
| BFUP-F<br>RC-WS    | 3,00  |       |      |   | 2,53 |       |  |      | 1,56 |  |      |      | 2,94  |       |      |      |      |       |      |      |
| BFUP-B<br>NF-RC-NS | 0,90  | -     | -    | -   | 0,76 | -     | -  | -    | 0,46 | -  | -    | -    | 0,87  | -     | -    | -    | 0,72 | -     | -    | -    |
| BFUP-F<br>OF-RC-NS | 1,20  | -     | -    | -   | 1,01 | -     | -  | -    | 0,63 | -  | -    | -    | 1,19  | -     | -    | -    | 0,98 | -     | -    | -    |

### **3.4.1.2 COMPARAISON AVEC D'AUTRES CAMPAGNES EXPERIMENTALES**

Contrairement à la vérification à l'Etat Limite Ultime (ELU) pour lequel l'orientation des fibres à l'intérieur de la structure est primordiale et très rarement identifiée dans les différentes campagnes expérimentales que l'on peut trouver dans la littérature, la vérification à l'ELS (état de non-linéarité locale) fait principalement intervenir la limite de linéarité locale que l'on peut a priori considérer comme relativement homogène à l'échelle de la structure. Ainsi, moyennant quelques hypothèses plausibles, il est possible de prendre en compte d'autres résultats expérimentaux malgré l'absence d'une réelle identification du comportement post-fissuration en traction du matériau.

Dans le cas de l'état de non-linéarité globale, il est cependant difficile de trouver dans la littérature un suivi régulier de l'ouverture des fissures diagonales. Cet état ne sera donc pas étudié dans cette partie.

#### **Détails sur les campagnes expérimentales considérées**

Lors de la comparaison des résultats expérimentaux avec les prévisions des différentes expressions testées, seuls les résultats issus d'essais à l'effort tranchant sur des corps d'épreuve en BFUP sont pris en compte (voir Tableau 3-32 et Tableau 3-33):  $f_c \geq 150$  MPa et  $V_f > 1,5$  %.

Ce choix a été effectué afin d'assurer une homogénéité suffisante des résultats expérimentaux vis-à-vis des caractéristiques mécaniques des matériaux.

Lorsque la limite de linéarité n'est pas identifiée, une valeur forfaitaire de 9 MPa a été choisie. En effet la grande majorité des essais pris en compte pour cette comparaison ont été réalisés sur des poutres en Ductal®-FM, BPR® ou BSI®. La valeur de 9 MPa est cohérente par rapport aux limites de linéarité habituellement identifiées pour ces matériaux industriels.

Pour les poutres précontraintes, lorsque la perte de tension des câbles n'est pas mentionnée par l'auteur, une perte forfaitaire de 25 % a été considérée. Cette valeur représente une moyenne des pertes calculées ou déterminées expérimentalement pour les différentes campagnes expérimentales d'essais prises en compte dans cette comparaison.

Tableau 3-32 Cisaillement à l'ELS : Détails sur les campagnes expérimentales considérées

| Auteur, Date        | Caractéristiques générales des corps d'épreuve                                 | Paramètres des essais expérimentaux  | Contrainte normale au niveau du centre de gravité | Résistance en compression du matériau | Caractérisation du comportement en traction du matériau   | Matériau Utilisé | Moyen de détection de l'apparition des fissures diagonales |
|---------------------|--|--|---|---------------------------------------|---|------------------|--|
| (Schaller, 1997)    | 2 poutres en I armées<br>Largeur de l'âme = 5 cm<br>Hauteur = 30 cm            | * Fibres lisses : $V_f = 2\%$<br>* $a/d = 3,07$<br>* $A_l/b_{wd} = 7,9\%$  | $\sigma_x = 0$ MPa                                | 225 MPa                               | ---   | BPR®             | Détection visuelle   |
| (Naudin, 1999)      | 1 poutre en I précontrainte<br>Largeur de l'âme = 5 cm<br>Hauteur = 24 cm      | * Fibres lisses : $V_f = 3\%$<br>* $a/d = 2,5$<br>* $A_l/b_{wd} = 3\%$   | $\sigma_x = 11,45$ MPa                            | 191 MPa                               | ---   | BSI®             | Détection visuelle   |
| (Bolusset, 1999)    | 1 poutre en I précontrainte<br>Largeur de l'âme = 5 cm<br>Hauteur = 24 cm      | * Fibres lisses : $V_f = 2\%$<br>* $a/d = 3,22$<br>* $A_l/b_{wd} = 3\%$  | $\sigma_x = 11,45$ MPa                            | 200 MPa                               | ---   | BPR®             | Détection visuelle   |
| (Graybeal, 2006b)   | 2 poutres en I précontraintes<br>Largeur de l'âme = 15,6 cm<br>Hauteur = 91 cm | * Fibres lisses : $V_f = 2\%$<br>* $2,28 \leq a/d \leq 2,85$<br>* $A_l/b_{wd} = 1,9\%$                             | $\sigma_x = 8,5$ MPa                              | 193 MPa                               | ---   | Ductal®-FM       | Détection visuelle   |
| (Sato et al., 2008) | 2 poutres en I armées<br>Largeur de l'âme = 5 cm<br>Hauteur = 40 cm            | * Fibres lisses :<br>$V_f = 1,6\%$<br>* $a/d = 2,78$<br>* $A_l/b_{wd} = 5,5\%$<br>* $A_{st}/b_{wd} = 0$ ou $1,3\%$ | $\sigma_x = 0$ MPa                                | 147 MPa                               | Essais de traction directe sur éprouvette de section variable non entaillée :<br>$f_{ij} = 7,5$ MPa | ---              | Détection visuelle   |

Tableau 3-33 Cisaillement à l'ELS : Détails sur les campagnes expérimentales considérées (suite)

| Auteur, Date              | Caractéristiques générales des corps d'épreuve   | Paramètres des essais expérimentaux   | Contrainte normale au niveau du centre de gravité                          | Résistance en compression du matériau | Caractérisation du comportement en traction du matériau  | Matériau Utilisé | Moyen de détection de l'apparition des fissures diagonales   |
|---------------------------|--|---|--|---------------------------------------|--|------------------|--|
| (Bertram et Hegger, 2008) | 1 poutre en I précontrainte<br>Largeur de l'âme = 6 cm<br>Hauteur = 40 cm                                      | * Fibres lisses:<br>$V_f = 2,5\%$<br>* $a/d = 3,8$<br>* $A_l/b_{wd} = 4,7\%$  | $\sigma_x = 22,6$ MPa  | 170 MPa<br>(sur cube)                 | Essais de flexion trois points<br>sur prismes $4*4*16$ cm<br>$f_r = 22,1$ MPa                                      | ---              | Détection d'une non-linéarité sur la courbe « effort-flèche » confirmée par une détection visuelle |
| (Degen, 2009)             | 2 poutres en I précontraintes<br>Largeur de l'âme = 11,4 cm<br>Hauteur = 107 cm                                | * Fibres lisses : $V_f = 2\%$<br>* $a/d = 3,2$ ou $6$<br>* $A_l/b_{wd} = 5,8 \%$  | $\sigma_x = 20,9$ MPa  | 170 MPa<br>(sur cube)                 | Essais de flexion quatre points<br>sur prismes $4*4*16$ cm :<br>Limite de linéarité = 8 MPa                        | Ductal®-FM       | Détection d'une non-linéarité des mesures des rosettes collées sur l'âme des poutres               |
| (Baby et al., 2010, 2012) | 9 poutres en I<br>Largeur de l'âme = 6,5 cm<br>Hauteur = 38 cm<br>5 poutres précontraintes<br>4 poutres armées | * Fibres lisses:<br>$V_f = 2\%$ ou $2,5\%$<br>* $a/d = 2,5$<br>* $A_l/b_{wd} = 4,5\%$<br>(précontraint)<br>* $A_l/b_{wd} = 10,4\%$ (armé)<br>* $A_{st}/b_{wd} = 0$ ou $0,14 \%$ | $\sigma_x = 0$ MPa<br>Ou<br>12,30 MPa<br>$\leq \sigma_x \leq$<br>12,55 MPa | 203 MPa<br>$\leq f_c \leq$<br>205 MPa | Essais de flexion quatre points<br>sur prismes $7*7*28$ cm :<br>$9,4$ MPa $\leq$ Perte de linéarité $\leq 9,8$ MPa | ---              | Détection d'une non-linéarité des mesures des capteurs mis en place sur l'âme des poutres          |

### Confrontation des résultats expérimentaux avec les différentes prévisions

La comparaison des résultats obtenus lors des campagnes expérimentales considérées avec les différentes prévisions des expressions testées est présentée sur la Figure 3-69, les graphiques présentant en ordonnée la valeur expérimentale limite et en abscisse la valeur calculée.

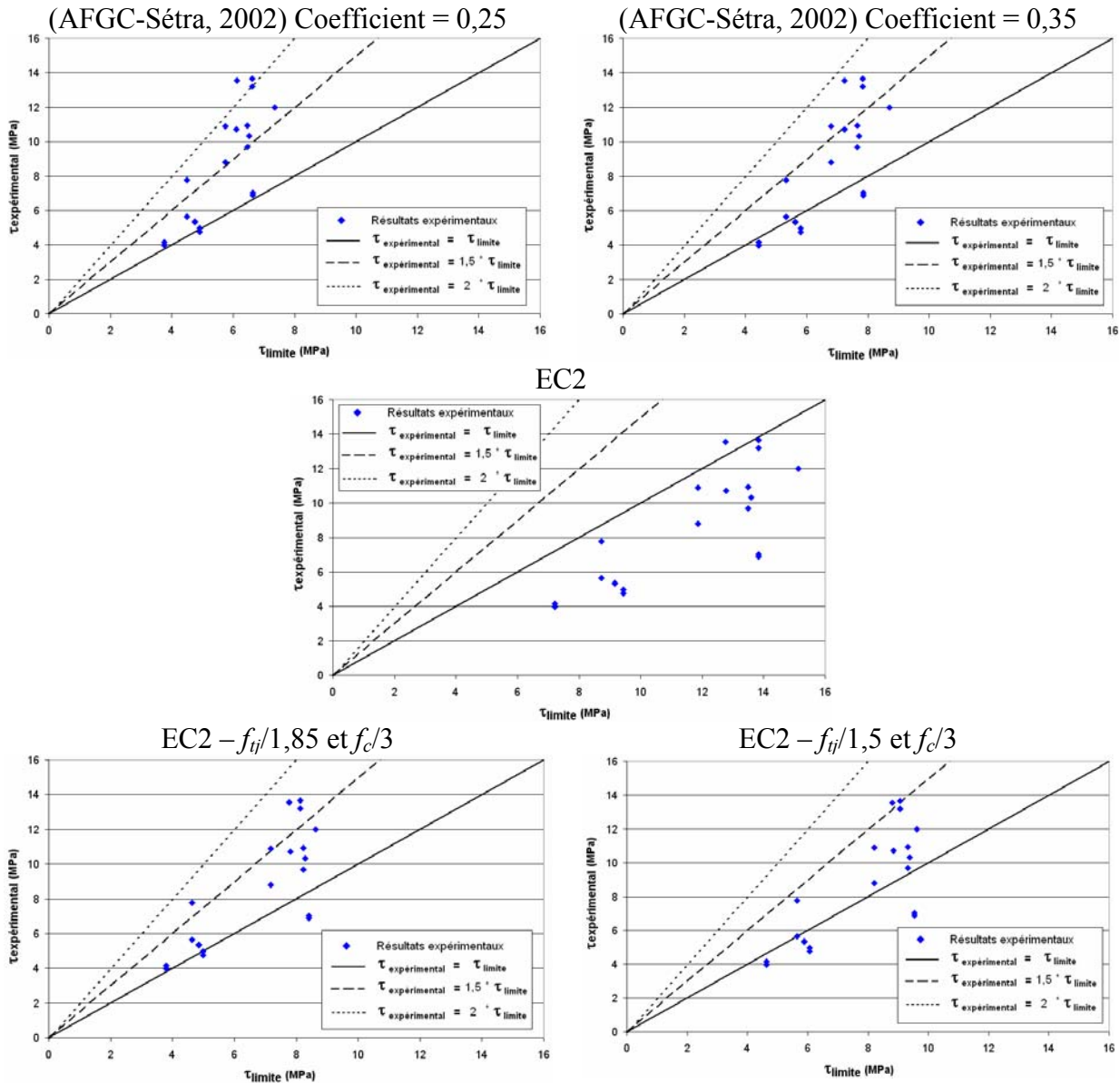


Figure 3-69 Apparition d'une fissuration diagonale : contrainte de cisaillement expérimentale en fonction de la contrainte de cisaillement limite issue des différentes expressions testées

Dans le cas des poutres précontraintes à âme mince, la fissuration diagonale se crée souvent avant la fissuration de flexion. Ainsi cette dernière ne perturbe pas le processus d'apparition des fissures d'effort tranchant qui est principalement influencé par le taux de précontrainte (en dehors de l'existence éventuelle d'auto-contraintes dues notamment aux déformations de retrait).

Dans le cas des poutres armées, les fissures de flexion apparaissent avant les fissures diagonales. Et cette fissuration de flexion influence le développement des fissures d'effort tranchant, en réduisant les sections résistantes. Or la fissuration de flexion est notamment

fortement dépendante du taux d'armatures longitudinales dont l'efficacité est elle-même perturbée par le retrait endogène et de dessiccation. A cela se rajoute l'effet d'échelle avec l'existence de fissures plus larges lorsque les structures sont plus hautes. Ainsi l'apparition des fissures diagonales dans le cas des structures armées est dépendante d'un certain nombre de paramètres. Pour le béton armé classique ou BHP armé, des formulations ont été mises au point par certains auteurs de manière à prendre en compte une partie ou l'ensemble de ces paramètres (Zink, 2000 ; Fujita et al, 2003 ; Sato et Kawakane, 2008). Dans le cas des poutres armées en BFUP, le manque de données expérimentales ne permet pas de pousser l'analyse aussi loin. Néanmoins l'approche globale choisie ici, traitant le cas des poutres précontraintes et des poutres armées avec le même formalisme, permet de tirer certaines conclusions.

Quelles que soient les caractéristiques mécaniques des BFUP que l'on considère, les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sont conservatives dans la quasi-totalité des cas. Dans le cas du BFUP armé sans effort normal extérieur ( $\sigma_x = 0$  MPa), seules la formule de l'EC2 modifiée en considérant  $f_{tj}/1,85$  et  $f_c/3$  et les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) semblent suffisamment sécuritaires.

La formule EC2 sans adaptation est non conservative dans une majorité de cas. Cela peut s'expliquer notamment par l'absence de prise en compte d'éventuels effets dus au retrait qui entraînent l'existence d'autocontraintes dans la structure.

La formule EC2 adaptée en considérant  $f_{tj}/1,85$  et  $f_c/3$  présente les avantages suivants :

- Même formalisme que l'Eurocode 2 (Annexe QQ)
- Dans le cas du BFUP armé sans effort normal extérieur ( $\sigma_x = 0$  MPa), la contrainte de cisaillement limite est suffisamment conservative et similaire à celle prescrite par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002).
- Dans l'échelle des contraintes normales usuellement rencontrées ( $< 30$  MPa), la formule semble raisonnablement conservative tout en ayant un gain moyen de l'ordre de 18 % sur la contrainte de cisaillement limite par rapport aux recommandations (AFGC-Sétra, 2002) : voir Figure 3-65.
- Dans le cas des fortes contraintes normales ( $> 30$  MPa), la contrainte de cisaillement limite semble suffisamment sécuritaire pour prendre en compte l'absence de données expérimentales à ce niveau de contraintes : voir Figure 3-65.

En résumé, l'expression de l'EC2 avec  $f_{tj}/1,85$  et  $f_c/3$  semble une option raisonnable pour la vérification de l'ELS au cisaillement sous combinaison de sollicitations fréquente (ELS « local »).

Dans le cas de l'ELS « global » (vérification sous combinaison caractéristique), l'expression de l'EC2 avec  $f_{tj}/1,5$  et  $f_c/3$  pourrait être utilisée. Néanmoins, de par l'influence directe de l'orientation des fibres sur le développement de la fissuration, et le faible nombre d'essais auxquels les prévisions de cette formulation peuvent être confrontées (avec l'absence de poutres de grande hauteur), il est nécessaire de réaliser des analyses supplémentaires afin de définir de manière rigoureuse la marge de sécurité offerte par cette expression.

Par la suite, dans le cadre d'un calcul à l'ELU ou de la détermination du comportement global des poutres, selon le type d'approche retenue pour modéliser le comportement du BFUP (en lien avec les essais de caractérisation effectués et les résultats expérimentaux obtenus sur les poutres) en « contrainte-déformation » ou « contrainte-ouverture de fissure », différentes méthodes de calcul sont testées ou développées afin de prédire la résistance ou le comportement de poutres soumises à des sollicitations concomitantes de flexion et d'effort tranchant. Ces méthodes sont comparées aux résultats expérimentaux obtenus.

### 3.4.2 RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT : APPROCHE « CONTRAINTE – OUVERTURE DE FISSURE »

Les méthodes testées ou développées ici se basent sur une approche de type « analyse limite » : on se place au stade de la rupture de la structure. En effet, l'utilisation d'un modèle « physique » similaire à celui développé par (Minelli et Plizzari, 2010c) se heurte au manque de données expérimentales notamment sur la contrainte tangentielle (liée à l'engrènement) au niveau des fissures.

#### 3.4.2.1 METHODES TESTEES : HYPOTHESES PRISES EN COMPTE POUR LES CALCULS

Parmi les nombreuses formulations développées notamment pour les BFM, les modèles choisis sont ceux proposés par les différentes recommandations existantes :

- Code Modèle 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a, 2010b) : recommandations pour le dimensionnement des structures en BFM.
- (RILEM TC 162-TDF, 2003) : recommandations pour le dimensionnement des structures en BFM (méthode «  $\sigma$ - $\varepsilon$  »).
- Recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP.

Toutes ces méthodes ont été décrites en détails dans le chapitre 1.

Pour les trois modèles, les résultats pris en compte pour déterminer la résistance apportée par les fibres vis-à-vis de l'effort tranchant (et de la flexion) sont ceux obtenus avec les essais de flexion trois points sur les prismes entaillés et préalablement prélevés aux abouts des poutres.

#### Code Modèle 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a, 2010b)

Dans le cadre de cette étude expérimentale, les prismes prélevés aux abouts des poutres, entaillés et testés en flexion trois points afin de caractériser le comportement en traction des BFUP ont des dimensions (7cm\*7cm\*28cm) inférieures à ceux préconisés par le Code Modèle 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a, 2010b) ainsi que par les recommandations RILEM (15cm\*15cm\*55cm). Ces dimensions réduites sont adaptées aux BFUP au regard de la taille des granulats présents (< 8 mm) ainsi que des dimensions des fibres utilisées ( $L_f$  compris entre 13 et 20 mm). Toutefois, dans l'optique d'une comparaison des différentes prescriptions vis-à-vis de l'effort tranchant, ces dimensions réduites nécessitent certaines adaptations notamment pour l'analyse inverse simplifiée utilisée par le Draft Model Code 2010. Ainsi les résultats de cette analyse inverse simplifiée appliquée aux courbes de référence « Contrainte Equivalente – Ouverture de fissure » sont donnés dans le Tableau 3-34 pour chaque BFUP. Une comparaison avec les résultats de l'analyse inverse point par point des recommandations (AFGC-Sétra, 2002) est également présentée sur la Figure 3-70.

Tableau 3-34 Résultats de l'analyse inverse simplifiée du Draft Model Code 2010 pour chaque BFUP

|  | BFUP-B-B(2) | BFUP-F | BFUP-F-OF |
|--|-------------|--------|-----------|
| $f_{Fts}$ (MPa)                        | 9,4         | 6,7    | 4,9       |
| $f_{Ftu}$ (MPa)<br>pour $w_u = 1,5$ mm | 6,1         | 4,8    | 1,5       |
| $f_{CMOD3}$ (MPa)                      | 3,8         | 3,6    | -0,7      |



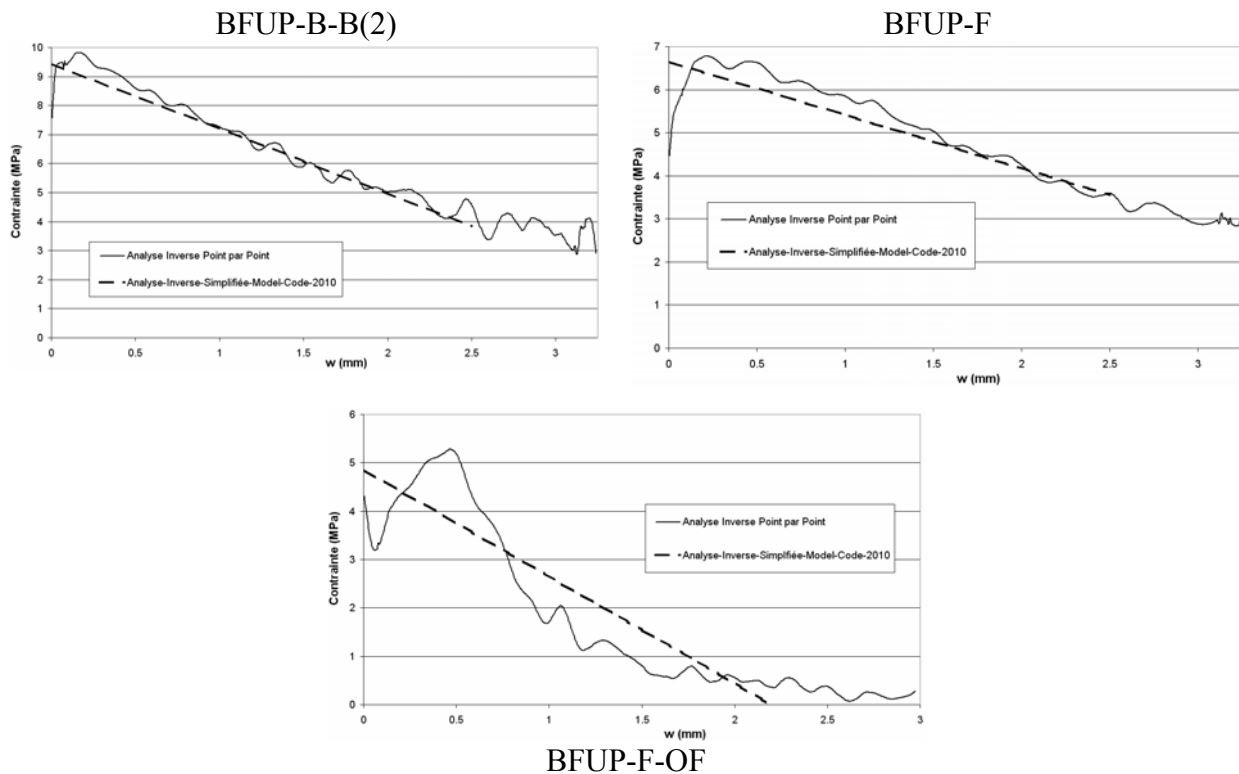


Figure 3-70 Comparaison pour chaque BFUP des résultats de l'analyse inverse point par point des recommandations (AFGC-Sétra, 2002) et de l'analyse inverse simplifiée du Draft Model Code 2010

Le calcul de l'effort tranchant résistant nécessite de connaître la limite de linéarité en traction. Les valeurs retenues sont celles données dans le Tableau 3-10.

Concernant la participation d'éventuelles armatures transversales à la résistance à l'effort tranchant, l'angle  $\theta_{ij}$  des bielles comprimées correspond à l'angle des contraintes principales (vis-à-vis de l'axe de la poutre) au niveau du centre de gravité lors de l'apparition de la première fissure diagonale. Celle-ci est considérée se créer lorsque la contrainte principale de traction atteint la résistance à la traction de la matrice.

### Recommandations (RILEM TC 162-TDF, 2003)

La détermination de la contribution des fibres à la résistance à l'effort tranchant selon les Recommandations RILEM nécessite de connaître la contrainte équivalente de flexion  $f_{Rk,4}$  (issue des essais de flexion trois points sur prismes 15cm\*15cm\*55cm) correspondant à une ouverture de fissure de 3,5 mm. Or les courbes «  $\sigma-w$  » de référence obtenues à partir des essais de flexion trois points sur prismes sciés s'arrêtent à 3,25 mm pour les BFUP-B-B(2) et BFUP-F et 3 mm pour le BFUP-F-OF. Aussi, dans le calcul de la contribution des fibres à la résistance à l'effort tranchant, la contrainte équivalente qui a été considérée correspond à une ouverture de fissure égale à 3,25 mm pour les BFUP-B-B(2) et BFUP-F et 3 mm pour les BFUP-F-OF.

La contribution des fibres à la résistance à l'effort tranchant fait également intervenir un facteur permettant de prendre en compte la contribution de la table de compression dans le cas des poutres en T :

- $k_f = 1 + n \cdot \left(\frac{h_f}{b_w}\right) \cdot \left(\frac{h_f}{d}\right) \leq 1,5$ , avec :
  - $h_f$  : épaisseur de la membrure supérieure
  - $n = \frac{b_f - b_w}{h_f} \leq \frac{3 \cdot b_w}{h_f}$  et 3 avec  $b_f$  la largeur de la membrure supérieure (en mm)

La formule générale de la contribution des fibres s'écrit de la manière suivante :

$$- V_F = 0,7 \cdot k_f \cdot k_l \cdot \tau_f \cdot b_w \cdot d$$

Ainsi en détaillant le facteur  $k_f$ , on obtient :

$$V_F = 0,7 \cdot \left[ 1 + \frac{b_f - b_w}{h_f} \cdot \left(\frac{h_f}{b_w}\right) \cdot \left(\frac{h_f}{d}\right) \right] \cdot k_l \cdot \tau_f \cdot b_w \cdot d = 0,7 \cdot k_l \cdot [b_w \cdot d + (b_f - b_w) \cdot h_f] \cdot \tau_f$$

L'apport de la table de compression peut donc s'exprimer en fonction de son aire à laquelle est retranchée la partie se trouvant dans la continuité de l'âme :  $(b_f - b_w) \cdot h_f$  pour une table de compression rectangulaire. Dans le cas des poutres étudiées, la table de compression comporte un gousset. Ainsi l'aire prise en compte dans le calcul (appelée  $A_{ct}$ ) est représentée dans le schéma de la Figure 3-71.

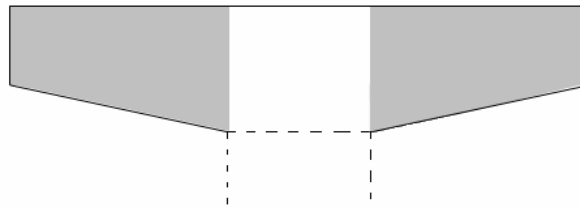


Figure 3-71 Schéma de la table de compression des poutres étudiées : la surface grisée correspond à l'aire  $A_{ct}$  prise en compte pour le calcul

La participation des fibres à la résistance à l'effort tranchant peut s'écrire de la manière suivante :

$$V_{Fd} = 0,7 \cdot k_l \cdot \left[ 1 + \frac{A_{ct}}{b_w \cdot d} \right] \cdot \tau_f \cdot b_w \cdot d$$

Néanmoins,  $1 + \frac{A_{ct}}{b_w \cdot d}$  étant supérieur à 1,5 : la valeur de 1,5 est retenue pour le facteur  $k_f$ .

### Recommandations (AFGC-Sétra, 2002)

Les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP considèrent que l'ouverture de fissure à prendre en compte pour calculer la contribution des fibres à l'effort tranchant est déterminée à partir du moment de flexion concomitant à l'effort tranchant. Ainsi dans le cadre de notre étude, deux options sont possibles :

- L'ouverture de fissure ultime est déterminée à partir de la courbe « M-w » calculée et du moment correspondant à l'effort tranchant ultime obtenu expérimentalement (voir Figure 3-72).

- Les résultats expérimentaux ne sont pas pris en compte dans les calculs, et l'ouverture de fissure ultime doit être déterminée grâce à un processus itératif (voir Figure 3-73).

Les deux options ont été étudiées afin de quantifier leur écart.

La contrainte résiduelle en traction  $\sigma_p$  est déterminée à partir de la loi «  $\sigma-w$  » de référence et de l'expression suivante :

- $$\sigma_p = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{w_{lim}} \times \int_0^{w_{lim}} \sigma_{ref}(w) \cdot dw$$
 avec  $w_{lim} = \max(w_u ; w_{max})$  et  $w_u = l_c \cdot \varepsilon_u$ 
  - $\sigma_{ref}(w)$  la contrainte de traction post-fissuration correspondant à une ouverture de fissure  $w$ .
  - $w_u$  est l'ouverture de fissure ultime sur la fibre extrême, sous le moment agissant dans la section.
  - $w_{max}$  est l'ouverture de fissure correspondant au début de diminution de la contrainte de traction post-fissuration.

Pour prendre en compte l'orientation réelle des fibres à l'intérieur de la structure, la contrainte résiduelle en traction  $\sigma_p$  déterminée à partir de la loi «  $\sigma-w$  » de référence est affectée d'un « coefficient d'orientation » variant en fonction de l'angle des bielles de compression :

- Poutres armées : Coefficient d'orientation = Coefficient d'orientation-45°
- Poutres précontraintes : Coefficient d'orientation = Coefficient d'orientation- $\theta$  avec  $\theta$  l'inclinaison des bielles de compression

L'évolution de la valeur de ce coefficient en fonction de l'inclinaison par rapport à l'axe de la poutre est détaillée Figure 3-28 pour les BFUP-B-B(2) et BFUP-F. Dans les directions réalistes des bielles de compression, ce coefficient est compris entre 0,92 et 0,99 pour les deux BFUP avec fibres métalliques.

Dans le cadre d'un dimensionnement, les Recommandations (AFGC-Sétra, 2002) suggèrent d'utiliser la plus mauvaise des valeurs moyennes, soit 1,45 pour les BFUP-B-B(2) et 1,67 pour le BFUP-F, ce qui fournirait ici une marge importante.

La courbe « M-w » a été déterminée à partir de la loi «  $\sigma-w$  » de référence sans tenir compte du coefficient d'orientation correspondant à une inclinaison de 0° par rapport à l'axe de la poutre. En effet, les prismes sciés ont été prélevés au niveau de l'âme des poutres à l'intérieur de laquelle l'orientation des fibres selon l'axe des corps d'épreuve est sans doute sensiblement différente du talon inférieur qui représente la zone de réelle efficacité des fibres vis-à-vis de la flexion. Ainsi la loi «  $\sigma-w$  » de référence représentant une orientation moyenne a été préférée.

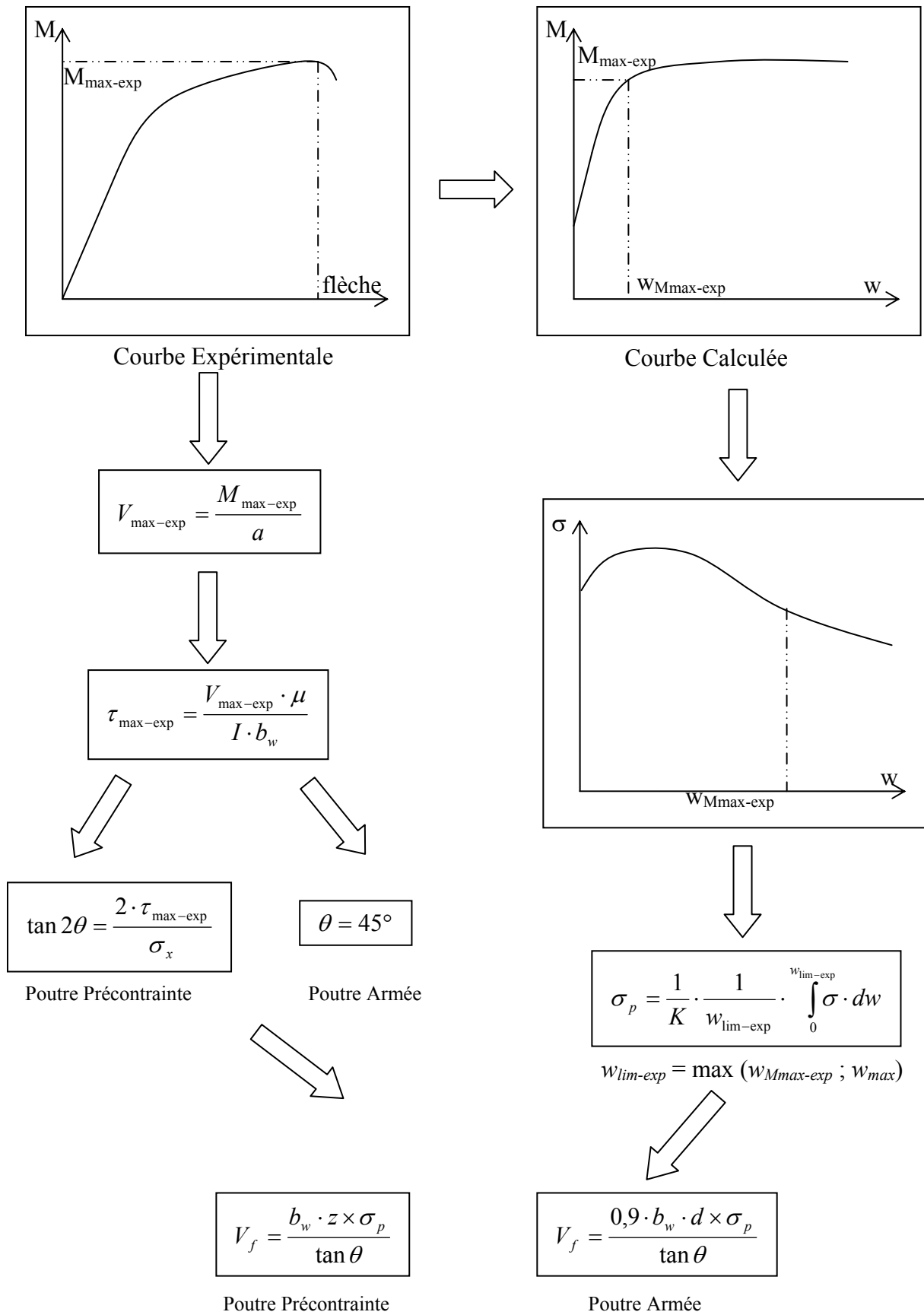


Figure 3-72 Détermination de la participation des fibres selon les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) (Résultats expérimentaux pris en compte)

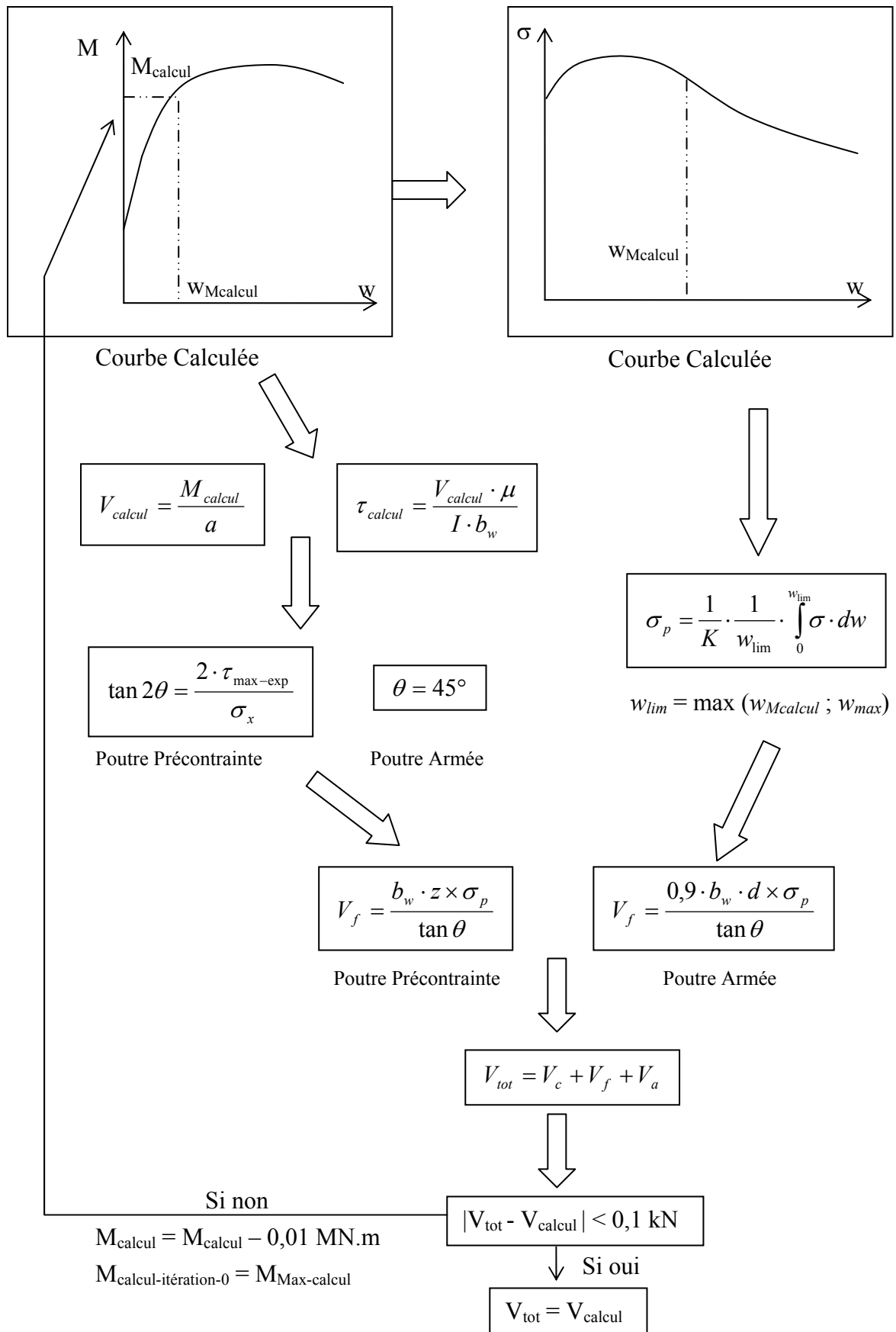


Figure 3-73 Détermination de la participation des fibres selon les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) (Résultats expérimentaux non pris en compte – procédure itérative)

### Modèle adapté aux poutres en I ou en II

Dans le cas des poutres rectangulaires, la formulation adoptée par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP déterminant la part apportée par les fibres à partir d'une rupture de type « flexion-tranchant » semble tout à fait pertinente. En effet, pour ce genre de section, la fissure qui provoque la rupture par effort tranchant est dans la plupart des cas liée à une fissure de flexion. Néanmoins, dans le cas des poutres avec une âme mince (poutre en I ou en II), la répartition de l'ouverture de fissure est différente. Celle-ci se trouve souvent confinée au niveau du talon et de la table de compression. De plus la fissure de ruine peut avoir tendance à se propager horizontalement le long de la table de compression et dans certains cas le long du talon (Hegger et al, 2004 ; Voo et al, 2006, 2010 ; Crane, 2010) lorsque celui-ci est large avec un taux de renforcement longitudinal élevé et avec une pente de gousset relativement horizontale.

On propose donc ici d'adapter les formules (AFGC-Sétra, 2002) pour déterminer la contribution des fibres à la résistance à l'effort tranchant en se basant sur l'observation du profil de la fissure critique (localisée) lorsque celle-ci commence à se développer. Ce choix est motivé par le fait que plus la fissure localisée se développe, plus l'incertitude vis-à-vis de son profil exact est importante. De plus, au fur et à mesure que la fissure localisée s'ouvre, une contribution de la « structure » compense une éventuelle diminution de la participation des fibres et peut dans certains cas devenir prépondérante. Or cette contribution de la « structure » dépend d'un certain nombre de paramètres dont il est difficile d'évaluer la participation exacte. Le schéma proposé ne correspond donc pas au profil de la fissure au moment de la ruine mais il permet d'avoir une approche relativement claire dans laquelle la participation des fibres, qui est la plus simple à évaluer, est dominante.

A ce stade de localisation, la fissure est confinée au niveau de la table de compression et des armatures longitudinales (voir Figure 3-74). L'ouverture maximale se situe au niveau du centre de gravité (zone de cisaillement maximal dans l'état non fissuré). Dans le cas où le talon est très large avec une pente du gousset quasi horizontale, il est préférable de considérer que la fissure est confinée au niveau du talon (celle-ci risquant fortement de se propager horizontalement). La valeur de l'ouverture maximale de la fissure (au niveau du centre de gravité), est déterminée en évaluant à partir du profil de fissure considéré, la contribution maximale des fibres vis-à-vis de l'effort tranchant. Celle-ci est obtenue pour une ouverture maximale égale à  $w_{max}$  : ouverture de fissure correspondant au début de diminution de la contrainte de traction post-fissuration.

L'inclinaison de la fissure est déterminée à partir de l'angle  $\theta_{ij}$  correspondant à l'angle des contraintes principales de compression (vis-à-vis de l'axe de la poutre) au niveau du centre de gravité, lors de l'apparition de la première fissure diagonale. Une éventuelle diminution de l'inclinaison des fissures relative à la diminution de l'angle des bielles de compression (liée à l'effet d'engrènement au niveau des fissures) n'est pas prise en compte. Comme il a été vu précédemment, l'approche simple en contraintes principales (similaire à celle de l'EC2) pour déterminer l'effort de fissuration diagonale a tendance à largement surestimer cet effort. Néanmoins, dans le cadre de ce calcul, cette approche nous place du côté de la sécurité, l'angle des bielles de compression déterminé étant plus grand.

Pour prendre en compte l'orientation réelle des fibres à l'intérieur de la structure, une approche similaire à celle adoptée par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) est reprise.

La contrainte résiduelle en traction  $\sigma_p$  déterminée à partir de la loi «  $\sigma-w$  » de référence est affectée d'un « coefficient d'orientation » variant en fonction de l'angle de la fissure:

- Poutres armées : Coefficient d'orientation = Coefficient d'orientation-45°
- Poutres précontraintes : Coefficient d'orientation = Coefficient d'orientation- $\beta$

Dans le cadre d'un dimensionnement, une approche équivalente à celle des recommandations (AFGC-Sétra, 2002) consistant à prendre en compte la plus mauvaise des valeurs moyennes du « coefficient d'orientation » devrait être privilégiée. Ce choix est fait de manière à assurer une sécurité suffisante vis-à-vis de l'impact de l'orientation des fibres à l'échelle de la structure.

A cette part de résistance à l'effort tranchant apportée par les fibres sont ajoutées une contribution « de la structure » ainsi qu'une participation d'éventuels étriers.

Vis-à-vis du profil de fissuration pris en compte, la contribution de la structure à la résistance à l'effort tranchant est principalement due à l'effort repris par le béton comprimé ainsi qu'à l'effet d'engrènement. La fissure diagonale étant confinée au niveau des armatures, l'effet de goujon n'est pas prépondérant à ce stade. Il a été choisi de ne pas prendre en compte une forte contribution de la « structure » car le schéma adopté correspond au début du développement de la fissure critique (qui deviendra la fissure de ruine).

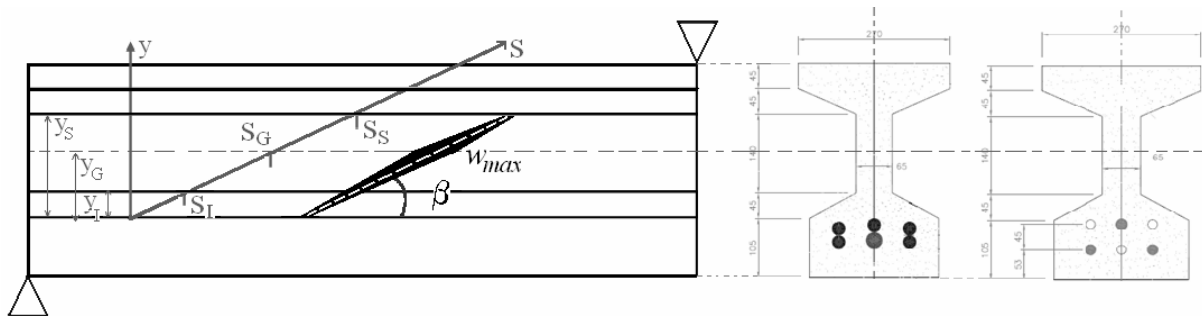


Figure 3-74 Profil de la fissure localisée pris en compte dans le modèle proposé

Au total la résistance à l'effort tranchant  $V_u$  est exprimée de la manière suivante :

$$V_u = V_c + V_F + V_s, \text{ avec :}$$

Contribution de la structure [identique à celle des recommandations (AFGC-Sétra, 2002)] :

- $V_c = 0.21 \cdot k \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d$  dans le cas du BFUP armé
- $V_c = 0.24 \cdot k \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot z$  dans le cas du BFUP précontraint, avec :
  - $z$  le bras de levier élastique
  - $k = 1 + \frac{3 \cdot \sigma_{cm}}{f_{ij}}$  dans le cas d'une compression moyenne dans la section
  - $k = 1 - \frac{0.7 \cdot \sigma_{tm}}{f_{ij}}$  dans le cas d'une traction moyenne dans la section

Contribution d'éventuelles armatures transversales :

- $V_s = 0.9 \cdot d \cdot \frac{A_{st}}{s} \cdot f_y$  ou  $V_s = z \cdot \frac{A_{st}}{s} \cdot f_y \cdot \frac{1}{\tan \beta}$ , avec :
  - $z$  le bras de levier élastique
  - $A_{st}$  la section d'armatures transversales

- $s$  l'espacement des armatures transversales
- $\beta = \theta_{ij}$  l'angle des bielles de compression lors de l'apparition de la première

fissure diagonale :  $\tan(2 \cdot \theta_{ij}) = \frac{2 \cdot \tau_{ij}}{\sigma_x}$ , avec

- $\tau_{ij}$  : Contrainte de cisaillement (issue d'un calcul élastique) correspondant à l'apparition de la première fissure diagonale. Celle-ci est considérée se créer lorsque la contrainte principale de traction (au niveau du centre gravité) atteint la contrainte limite de linéarité  $f_{tj\text{-moyen}}$  (voir Tableau 3-10).

*Contribution des fibres :*

- $V_F = V_{F-\beta} \cdot \frac{1}{K(\beta)} \cdot \cos(\beta)$ , avec :

$$- V_{F-\beta} = \int_0^{S_I} \sigma_f(s) \cdot b(s) \cdot ds + \int_{S_I}^{S_G} \sigma_f(s) \cdot b \cdot ds + \int_{S_G}^{S_S} \sigma_f(s) \cdot b \cdot ds \quad (\text{voir Figure 3-74}), \text{ avec :}$$

pour  $s \in [0 ; S_I]$ ,  $b(y) = \frac{b_0 - b_I}{y_I} \cdot y + b_I$  et  $y = s \cdot \sin \beta$  ( $b_I$  est la largeur du talon)

Les changements de variable suivants sont réalisés:

- pour  $s \in [0 ; S_I]$ ,  $s = S_G \cdot \frac{w}{w_{\max}}$ , ainsi pour  $s = 0$ ,  $w = 0$  et pour  $s = S_I$ ,  $w = \frac{S_I}{S_G} \cdot w_{\max}$
- pour  $s \in [S_I ; S_G]$ ,  $s = S_G \cdot \frac{w}{w_{\max}}$ , ainsi pour  $s = S_I$ ,  $w = \frac{S_I}{S_G} \cdot w_{\max}$  et pour  $s = S_G$ ,  $w = w_{\max}$
- pour  $s \in [S_G ; S_S]$ ,  $\frac{S_S - s}{S_S - S_G} = \frac{w}{w_{\max}}$ , ainsi pour  $s = S_G$ ,  $w = w_{\max}$  et pour  $s = S_S$ ,  $w = 0$

Il est alors possible de déduire la contribution des fibres à la résistance à l'effort tranchant en fonction notamment de l'ouverture de fissure maximale au niveau du centre de gravité :

$$V_F = \left[ \begin{array}{l} \left( \int_{\frac{y_I \cdot w_{\max}}{y_G}}^{w_{\max}} \sigma_f(w) \cdot dw \right) \cdot b_0 \cdot \frac{y_G}{w_{\max}} + \left( \int_0^{w_{\max}} \sigma_f(w) \cdot dw \right) \cdot b_0 \cdot \frac{y_S - y_G}{w_{\max}} + \\ \left( \int_0^{\frac{y_I \cdot w_{\max}}{y_G}} \sigma_f(w) \cdot w \cdot dw \right) \cdot \frac{b_0 - b_I}{y_I} \cdot \frac{y_G^2}{w_{\max}^2} + \left( \int_{\frac{y_I \cdot w_{\max}}{y_G}}^{w_{\max}} \sigma_f(w) \cdot dw \right) \cdot b_I \cdot \frac{y_G}{w_{\max}} \end{array} \right] \times \frac{1}{K(\beta)} \times \cot \alpha n \beta$$

### 3.4.2.2 COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET LES DIFFERENTES PREVISIONS

La comparaison des différentes prévisions avec les résultats expérimentaux est présentée au Tableau 3-35 ainsi que sur la Figure 3-75. Au niveau de la variabilité de la marge de sécurité des différents modèles, celle-ci peut être appréhendée sous forme d'écart-type (même si cela n'a pas vraiment de sens statistique ici puisqu'aucun corps d'épreuve n'est similaire à l'autre) mais également sous forme d'écart absolu ( $\text{Max}_{\text{exp/théorique}} - \text{Min}_{\text{exp/théorique}}$ ) : voir Tableau 3-36.



Cette confrontation porte uniquement sur les essais du présent programme de thèse. En effet, dans la majorité des cas, les essais à l'effort tranchant réalisés sur des poutres en BFUP n'ont pas été associés à une étude du comportement post-fissuration du BFUP à l'échelle du « matériau ». En l'absence de lois de comportement en traction « contrainte-ouverture de fissure », il est difficile de mener la comparaison « Expérimental / Prévisions théoriques ».

Concernant la contribution des armatures transversales à la résistance à l'effort tranchant, l'influence (très faible) de l'angle des épingles avec l'axe vertical des poutres, est prise en compte.

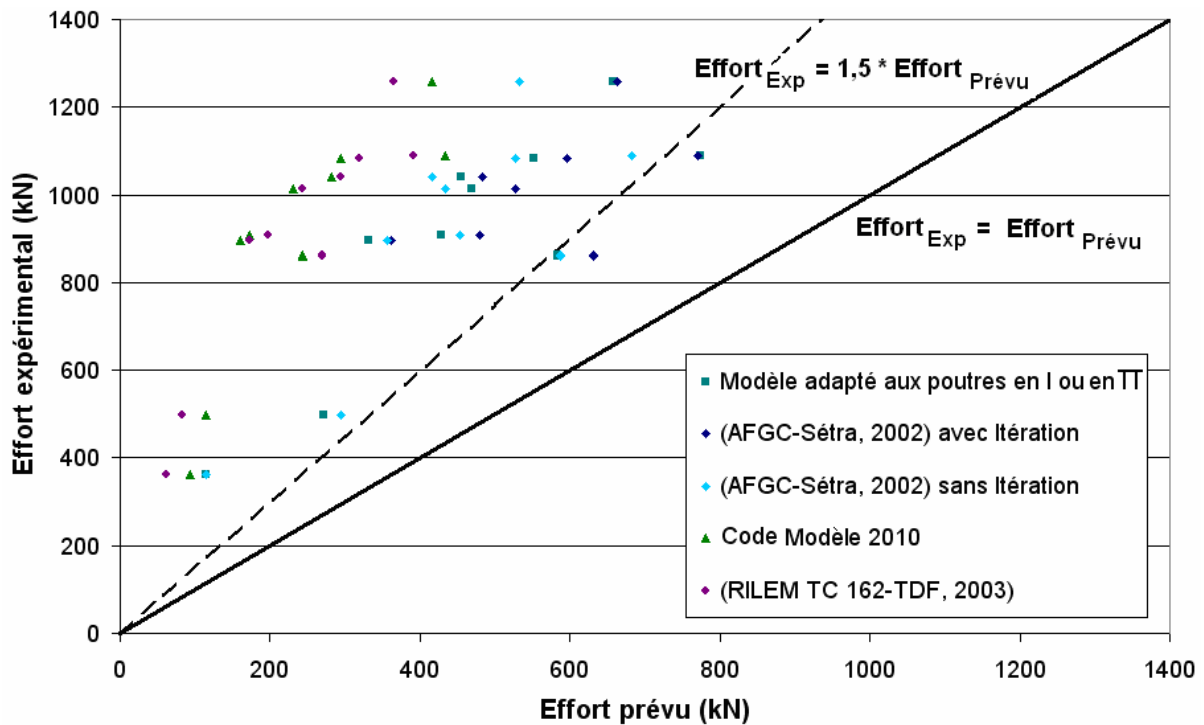


Figure 3-75 Effort maximal obtenu expérimentalement en fonction de l'effort prévu, pour chaque formulation de résistance à l'effort tranchant et chaque corps d'épreuve.

Les résultats des prévisions (AFGC-Sétra, 2002) sans itération pour les corps d'épreuve BFUP-B-RC-WS et BFUP-F-RC-WS sont marqués en rouge dans le Tableau 3-35 car ils correspondent à une rupture en flexion. En effet le moment de rupture obtenu expérimentalement dépasse le moment résistant prévu par le calcul des recommandations. Les résistances prédites sont donc des valeurs par défaut. Les autres résultats concernant ces corps d'épreuve correspondent à une rupture d'effort tranchant car ils ne dépendent pas des résultats expérimentaux.

Tableau 3-35 Comparaisons entre les résultats expérimentaux et les différentes prévisions : Rapports « Effort Maximum Expérimental / Effort Prévu »

|                        |                 | Rapport<br><i>Effort Maximum Expérimental</i><br>/<br><i>Effort Prévu</i><br>pour chaque corps d'épreuve |                 |                |                  |            | Rapport moyen<br><i>Effort Maximum Expérimental</i><br>/<br><i>Effort Prévu</i> |                 |                |                  |            | Rapports maximum et minimum<br><i>Effort Maximum Expérimental</i><br>/<br><i>Effort Prévu</i> |                      |                      |                      |                      |
|------------------------|-----------------|--|-----------------|----------------|------------------|------------|---|-----------------|----------------|------------------|------------|---|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|                        |                 | Modèle adapté poutres en I   | AFGC-Sétra 2002 |                | Code Modèle 2010 | RILEM 2003 | Modèle adapté poutres en I  | AFGC-Sétra 2002 |                | Code Modèle 2010 | RILEM 2003 | Modèle adapté poutres en I  | AFGC-Sétra 2002      |                      | Code Modèle 2010     | RILEM 2003           |
|                        |                 |  | Avec Itération  | Sans Itération |                  |            |   | Avec Itération  | Sans Itération |                  |            |   | Avec Itération       | Sans Itération       |                      |                      |
| Poutres précontraintes | BFUP-B PC-NS    | 1,48   | 1,36            | 1,47           | 3,52             | 3,19       | 1,69  | 1,59            | 1,85           | 3,40             | 3,36       | Max 2,16<br>Min 1,41  | Max 1,92<br>Min 1,36 | Max 2,37<br>Min 1,47 | Max 4,39<br>Min 2,51 | Max 4,17<br>Min 2,78 |
|                        | BFUP-B(2) PC-NS | 1,48   | 1,36            | 1,47           | 3,53             | 3,19       |   |                 |                |                  |            |   |                      |                      |                      |                      |
|                        | BFUP-F PC-NS    | 2,16   | 1,92            | 2,34           | 4,39             | 4,17       |   |                 |                |                  |            |   |                      |                      |                      |                      |
|                        | BFUP-B(2) PC-WS | 1,41   | 1,41            | 1,59           | 2,51             | 2,78       |   |                 |                |                  |            |   |                      |                      |                      |                      |
|                        | BFUP-F PC-WS    | 1,92   | 1,90            | 2,37           | 3,02             | 3,45       |   |                 |                |                  |            |   |                      |                      |                      |                      |
| Poutres armées         | BFUP-B RC-NS    | 2,12   | 1,90            | 2,00           | 5,28             | 4,61       | 2,27  | 2,08            | 2,27           | 4,56             | 4,19       | Max 2,70<br>Min 1,96  | Max 2,47<br>Min 1,82 | Max 2,51<br>Min 2,00 | Max 5,59<br>Min 3,68 | Max 5,20<br>Min 3,39 |
|                        | BFUP-F RC-NS    | 2,70   | 2,47            | 2,51           | 5,59             | 5,20       |   |                 |                |                  |            |   |                      |                      |                      |                      |
|                        | BFUP-B RC-WS    | 1,96   | 1,82            | 2,05           | 3,68             | 3,39       |   |                 |                |                  |            |   |                      |                      |                      |                      |
|                        | BFUP-F RC-WS    | 2,29   | 2,15            | 2,50           | 3,69             | 3,54       |   |                 |                |                  |            |   |                      |                      |                      |                      |
|                        | BFUP-B-NF RC-NS | 3,17   | 3,17            | 3,17           | 3,88             | 5,82       | -   | -               | -              | -                | -          | -   | -                    | -                    | -                    | -                    |
|                        | BFUP-F-OF RC-NS | 1,83   | 1,68            | 1,68           | 4,32             | 6,06       | -   | -               | -              | -                | -          | -   | -                    | -                    | -                    | -                    |

Tableau 3-36 Variabilité de la marge de sécurité des différents modèles testés

|                        | Modèle adapté aux poutren en I |                                  | AFGC-Sétra, 2002 Avec itération |                                  | AFGC-Sétra, 2002 Sans itération |                                  | Code Modèle 2010 ( <i>fib</i> , 2010a, 2010b) |                                  | RILEM 2003                     |                                  |
|------------------------|--------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|---|----------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|
|                        | Ecart-Type Rapport Exp/Théorie | Ecart Absolu Rapport Exp/Théorie | Ecart Type Rapport Exp/Théorie  | Ecart Absolu Rapport Exp/Théorie | Ecart Type Rapport Exp/Théorie  | Ecart Absolu Rapport Exp/Théorie | Ecart Type Rapport Exp/Théorie                | Ecart Absolu Rapport Exp/Théorie | Ecart Type Rapport Exp/Théorie | Ecart Absolu Rapport Exp/Théorie |
| Poutres Précontraintes | 0,33                           | 0,76                             | 0,29                            | 0,56                             | 0,47                            | 0,90                             | 0,70  | 1,88                             | 0,51                           | 1,39                             |
| Poutres armées         | 0,32                           | 0,74                             | 0,30                            | 0,66                             | 0,28                            | 0,51                             | 1,02  | 1,91                             | 0,87                           | 1,81                             |
|                        | 0,43                           | 1,29                             | 0,38                            | 1,11                             | 0,43                            | 1,05                             | 1,01  | 3,08                             | 0,78                           | 2,42                             |

L'écart moyen entre les prévisions des recommandations (AFGC-Sétra, 2002) avec et sans itération est égal à 12,6 % pour les poutres précontraintes (avec un maximum proche de 20 %) et 8,1 % pour les poutres armées en BFUP avec fibres métalliques (le maximum étant proche de 15 %). Il n'est pas étonnant que cet écart soit plus important pour les poutres précontraintes en raison de l'influence de l'inclinaison des bielles de compression influençant la participation des fibres et des éventuels étriers.

Les prescriptions du Code Modèle 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a, 2010b) et des recommandations (RILEM TC 162-TDF, 2003) vis-à-vis de l'effort tranchant ultime donnent des résultats relativement similaires. Ces prescriptions sont nettement plus éloignées des résultats expérimentaux que celles des recommandations (AFGC-Sétra, 2002) et du modèle adapté aux poutres en I ou en II même si c'est dans le sens de la sécurité. Ceci est essentiellement dû à l'ouverture de fissure prise en compte pour déterminer la contrainte résiduelle reprise par les fibres. Des ouvertures de fissure de 1,5 mm [dans le cas du Code Modèle 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a, 2010b)] ou 3,5 mm (dans le cas des recommandations RILEM), qui sont pertinentes dans le cas des BFM « classiques » (domaine d'application de ces deux modèles), sont importantes pour des matériaux comme les BFUP dont les longueurs de fibres sont comprises entre 12 et 20 mm et pour lesquels le comportement peut s'avérer écrouissant jusqu'à une ouverture inférieure à 0,5 mm. Toutefois, dans le cadre de cette étude expérimentale, ces ouvertures de fissure ne sont pas aberrantes en comparaison des ouvertures maximales des fissures d'effort tranchant mesurées à l'approche de la rupture de certaines poutres. En effet, pour la plupart des corps d'épreuve testés, malgré l'ouverture relativement importante de certaines fissures diagonales, la réserve de résistance a été non négligeable. Ceci s'explique par une contribution élevée de la structure qui s'ajoute à la participation directe des fibres et qui compense la diminution de cette contribution au fur et à mesure que les fissures diagonales s'ouvrent. Cette résistance importante de la structure vis-à-vis de l'effort tranchant s'explique par une hauteur relativement limitée des corps d'épreuves, un taux d'armatures important, la présence d'une table de compression et la présence des fibres qui notamment (Di Prisco et al, 2010) :

- augmentent le confinement vis-à-vis de l'engrènement,
- augmentent la résistance de la partie supérieure de la poutre assujettie à des efforts de compression et de cisaillement (résultante inclinée des contraintes de compression participant ainsi à la résistance vis-à-vis de l'effort tranchant),
- augmentent l'« effet de goujon » apporté par les armatures longitudinales.

La variabilité de la marge de sécurité des modèles (voir Tableau 3-36) est nettement plus importante pour les prévisions du Code Modèle 2010 dans sa version provisoire (*fib*, 2010a, 2010b) et des recommandations (RILEM TC 162-TDF, 2003) que pour les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) et le modèle adapté aux poutres en I ou en II.

Le modèle adapté aux poutres en I et en II donne des résultats similaires (en termes de sécurité moyenne et de variabilité de la marge de sécurité) aux recommandations (AFGC-Sétra, 2002). Néanmoins ce modèle se base sur une représentation plus fidèle du schéma de fissuration d'une poutre en BFUP avec une section en I. La principale limite de ce modèle réside dans la non-prise en compte de l'effet d'échelle. Il serait judicieux d'établir un coefficient permettant de prendre en compte un éventuel effet d'échelle et de l'affecter sur la contribution de la structure. En effet, par rapport au profil de fissure défini dans le modèle avec une ouverture de fissure égale à  $w_{max}$ , la contribution de la structure pourrait décroître avec la hauteur de la poutre. Au stade actuel, un meilleur ajustement de ce terme risquerait de ne pas être sûr pour des applications opérationnelles à des structures de hauteur d'âme importante (effet d'échelle) car les données de calibrage disponibles concernent surtout des

poutrelles testées en laboratoire. Toutefois, il est important de préciser que le terme « structure » adopté est relativement faible et reste très sécuritaire dans le cas des poutres de faible hauteur. Ainsi les faibles résistances données par ce terme « structure » expliquent que le modèle adapté aux poutres en I ou en II et les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) soient sécuritaires dans tous les cas étudiés ici. En effet, ce terme « structure » ne prend pas en compte notamment l'effet de goujon apporté par les armatures longitudinales ainsi que l'influence positive des fibres sur la résistance de la structure.

Concernant la synergie des fibres et d'éventuelles armatures transversales, l'hypothèse d'une plastification des étriers avant que l'ouverture de la fissure localisée dépasse  $w_{max}$  ne semble pas aberrante au vue des résultats expérimentaux obtenus lors des essais effort tranchant décrits dans ce chapitre (voir Figure 3-62 à Figure 3-64). Dans le cas des poutres armées, il a pu être vérifié que la plastification des épingles est intervenue pour un effort inférieur à celui correspondant à une ouverture maximale des fissures diagonales aux alentours de 0,2 mm ( $w_{max}$  pour les BFUP-B-B(2)). Néanmoins, cette hypothèse mériterait d'être validée dans le cas de poutres plus hautes avec un talon et une table de compression moins larges.

Dans le cas des poutres précontraintes (qui sont les plus représentatives des applications structurelles conçues en BFUP), le rapport *Exp/Prévision* minimal est égal à 1,36 pour les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) et 1,41 pour le modèle adapté aux poutres en I et en II. Afin d'évaluer cette marge de sécurité minimale, on peut la comparer à celle admise lors de la calibration de l'EC2 et de l'extension du BAEL/BPEL aux bétons à très hautes performances : rapport *Exp/Prévision* minimal égal à 1,27 (Toutlemonde et al., 2003). Les prévisions apportées par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) et par le modèle adapté aux poutres en I semblent donc raisonnablement sûres. Toutefois il est nécessaire de confronter ces modèles à un panel d'essais plus important. Le problème lié à l'absence quasi systématique de caractérisation du comportement en traction des BFUP lors des essais à l'effort tranchant sur poutres, pourrait être partiellement résolu en approximant la résistance post-fissuration en traction des BFUP testés à partir des données liées aux fibres et à la matrice cimentaire. Cette méthode a été abordée par Le Ha Thu lors de son stage de Master (Le, 2009). Cependant, ce travail qui se limite à une première approche et nécessite encore des développements, n'est pas présenté ici.

### 3.4.3 RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT : APPROCHE « CONTRAINTE – DEFORMATION »

Afin de conforter les prévisions de type réglementaire détaillées ci-avant, en bénéficiant de l'identification fine du comportement des BFUP, il est apparu utile de calculer le comportement des poutres testées, non seulement dans les états caractéristiques de l'ELS et de l'ELU, mais de façon continue lors de leur chargement. Une telle approche, menée d'abord de façon analytique, puis par le biais d'une discrétisation spatiale aux éléments finis, doit notamment permettre d'affiner la prévision réglementaire dans des situations géométriques complexes, une fois qu'elle a été validée dans la situation simple des poutres.

#### 3.4.3.1 APPROCHE ANALYTIQUE

##### **Démarche adoptée**

Contrairement aux approches « contrainte – ouverture de fissure » décrites ci-dessus, où l'on se place dans une démarche d'« analyse limite », la méthode décrite ci-dessous vise à obtenir

la courbe « effort – flèche » pour chaque corps d'épreuve ayant présenté une multi-fissuration fine et faiblement espacée pendant une partie de l'essai à l'effort tranchant.

L'approche développée ici (Atrach, 2011) est basée sur la méthode MCFT de (Vecchio et Collins, 1986). Elle est relativement similaire aux travaux de (Degen, 2009) qui ne considère pas une contribution additive du béton et des fibres. L'action des fibres est intégrée dans le terme « béton » ou « BFUP ». Le BFUP est considéré comme étant multifissurant. Ainsi son comportement en traction peut être modélisé par une loi « contrainte – déformation » (Chuang et Ulm, 2002 ; Sorelli et al., 2007a, 2007b ; Spasojevic, 2008). Néanmoins, le modèle de (Degen, 2009) utilise une loi « matériau » reliant la contrainte de cisaillement  $\tau$  à la déformation de cisaillement  $\gamma_{xy}$  qui a été validée à partir des résultats expérimentaux sur lesquels le modèle est testé. L'approche proposée ici (Atrach, 2011) fait appel uniquement à des lois « matériau » obtenues à partir d'essais de caractérisation et modifiées avec des facteurs correctifs issus de la littérature.

D'une manière similaire à la méthode MCFT, nous détaillerons les équations d'équilibre, les conditions géométriques ainsi que les lois « matériaux » à respecter.

Seule l'échelle « moyenne » est considérée. Les contraintes et les déformations prises en compte sont des contraintes et des déformations « moyennes » avec une longueur de base comprenant plusieurs fissures diagonales (voir Figure 1-63). L'obtention des équations d'équilibre et de compatibilité des déformations a été expliquée en détails dans le chapitre 1.

### **Equations d'équilibre**

A partir du cercle de Mohr présenté Figure 1-64 (c), la première équation d'équilibre faisant intervenir les contraintes moyennes est déduite :

$$(Equilibre-1) \quad \sigma_1 + \sigma_2 = \tau \cdot (\tan(\theta) + \cot \text{an}(\theta)), \text{ avec } \tau = \frac{V}{b(y) \cdot y_{plast}} = \frac{V}{b(y) \cdot j \cdot d}$$

La compression et la traction diagonale dans le béton transfèrent des efforts verticaux aux éventuels étriers (voir Figure 1-64 b) :

$$(Equilibre-2) \quad A_{st} \cdot \sigma_{sw} = (\sigma_2 \cdot \sin^2(\theta) - \sigma_1 \cdot \cos^2(\theta)) \times b_w \cdot s$$

A partir des équations (Equilibre-1) et (Equilibre-2) :

$$V = \frac{A_{st} \cdot \sigma_{sw}}{s} \cdot jd \cdot \cot \text{an}(\theta) + \sigma_1 \cdot b_w \cdot jd \cdot \cot \text{an}(\theta)$$

La résistance à l'effort tranchant est donc apportée par la résistance du BFUP à la traction et par la présence éventuelle d'armatures transversales.

### **Compatibilité des déformations**

A partir du cercle de Mohr présenté Figure 1-63, l'équation de compatibilité de déformation suivante est déduite :

$$(Compatibilité-1) \quad \tan^2(\theta) = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_2}{\varepsilon_y - \varepsilon_2}$$

L'autre équation de compatibilité est obtenue grâce au premier invariant du tenseur des déformations :

$$(Compatibilité-2) \quad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_x + \varepsilon_y$$

**Lois de comportement des matériaux**

- Loi de comportement du BFUP :

*Loi de comportement en compression :*

Le béton présent dans l'âme des poutres soumises à une sollicitation concomitante de flexion et d'effort tranchant, n'est pas seulement comprimé dans la direction principale n°2 mais il est également tendu dans la direction n°1 (voir Figure 1-64 a). Dans le cas des bétons ordinaires, un grand nombre d'études ont été réalisées de manière à apprécier l'évolution de la loi de comportement « contrainte-déformation » en compression en fonction de la déformation induite par une traction transversale (Kupfer et al., 1969 ; Vecchio et Collins, 1986 ; Belarbi et Hsu, 1995 ; Fehling et al., 2011). En ce qui concerne les BFUP, le nombre de résultats expérimentaux est nettement moins important (Fehling et al., 2008a ; D'Alessandro et al., 2010). Bien que les essais de (Fehling et al., 2008a) aient été effectués sur un BFUP avec un taux volumique de fibres métalliques faible ( $V_f = 1\%$ ), ceux-ci sont les plus aboutis que l'on puisse trouver dans la littérature. Ils sont donc utilisés pour cette étude. Le comportement en compression des BFUP considéré est présenté Figure 3-76. Le module ainsi que la résistance en compression sont affectés d'un coefficient nommé « fact<sub>2</sub> » qui varie selon la déformation transversale concomitante de traction (voir Figure 3-76b).

*Loi de comportement en traction :*

Une courbe de référence « contrainte – déformation » n'ayant pas été déterminée, en raison d'une identification de l'orientation réelle des fibres à partir de prismes sciés, entaillés et testés en flexion trois points, celle-ci est construite à partir des informations apportées par la courbe de référence « contrainte – ouverture de fissure » utilisée pour évaluer la résistance à l'effort tranchant des poutres à partir d'une approche « contrainte – ouverture de fissure » (voir section 3.4.2). La déformation correspondant à la localisation d'une fissure et donc à la fin du comportement multi-fissurant n'est pas connue à l'échelle de la structure, celle-ci ayant été identifiée à l'échelle du « matériau » à partir d'essais de flexion quatre points sur prismes moulés (uniquement pour le BFUP-B car lui seul a présenté un caractère multifissurant lors de cette caractérisation) : voir section 3.3.1.1. Il est donc difficile d'extrapoler une loi d'écrouissage en traction des BFUP, en particulier pour le BFUP-F. Une loi élastique parfaitement plastique a donc été choisie. La limite de linéarité  $f_{t-BFUP}$  est déterminée à partir de la loi « contrainte – ouverture de fissure » de référence utilisée dans la section précédente :

$$f_{t-BFUP} = \frac{1}{w_{\max}} \cdot \int_0^{w_{\max}} \sigma_{ref}(w) \cdot dw$$

Ainsi  $f_{t-BFUP}$  est égale à 9,6 MPa pour les BFUP-B-B(2) et 6,75 MPa pour le BFUP-F.

En l'absence de données spécifiques pour les BFUP, l'influence de l'état de contraintes biaxial sur le comportement en traction du BFUP n'est pas considérée. De plus, en première approximation, pour le béton, on considère que c'est la traction principale qui pilote (Torrenti, 1987).

Concernant la prise en compte de l'orientation réelle des fibres au sein des poutres, deux cas sont considérés. Le premier [ $K = K(\theta)$ ] considère l'orientation réelle des fibres, à travers un « facteur d'orientation » K identique à celui utilisé pour les calculs en « contrainte – ouverture de fissure » selon les recommandations (AFGC-Sétra, 2002). Il dépend donc de l'angle  $\theta$  des

bielles de compression avec l'axe de la poutre. Il est considéré affecter uniquement la contrainte de traction et non la capacité de déformation. Cela représente une hypothèse forte, mais inévitable en l'absence de données expérimentales de flexion quatre points selon les directions considérées. Le comportement en traction des BFUP considéré est présenté Figure 3-76a. Le second, ne prenant pas en compte l'influence de l'orientation réelle des fibres au sein de la structure [ $\forall \theta, K = 1$ ], permet d'identifier l'impact du coefficient K sur les résultats obtenus avec cette approche analytique.

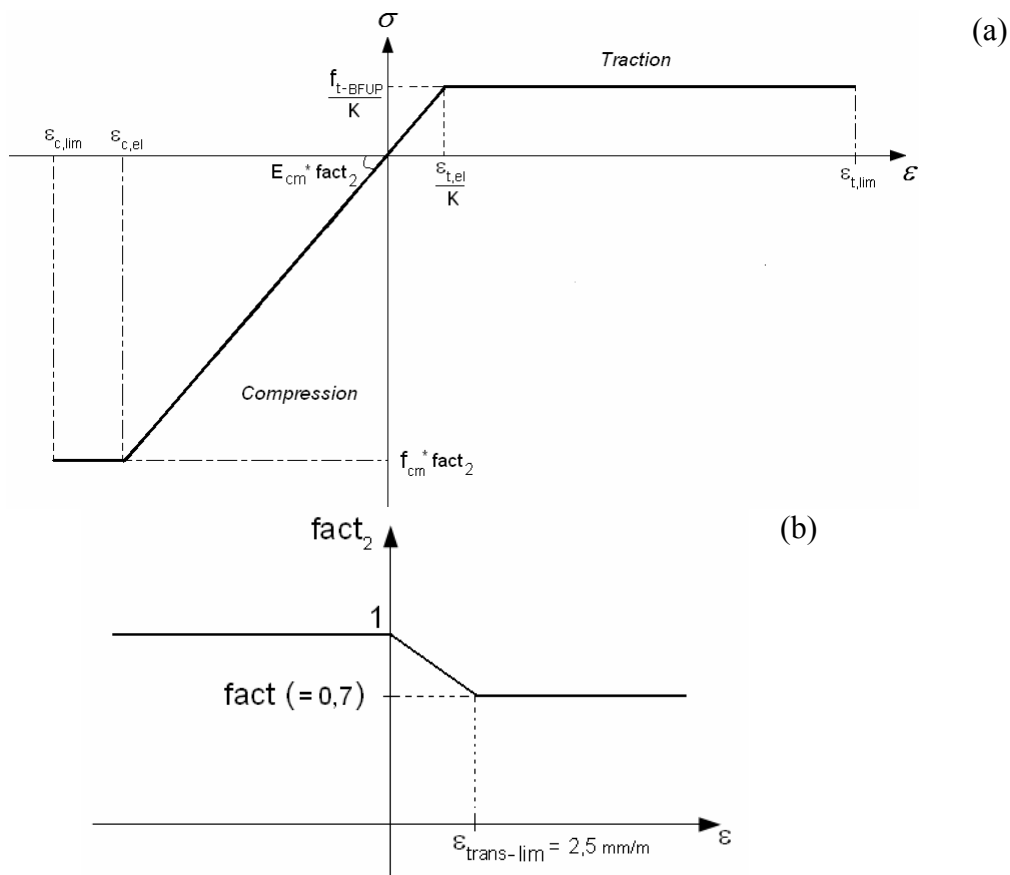


Figure 3-76 (a) Loi de comportement en compression et en traction des BFUP ; (b) évolution du coefficient « fact2 » (permettant de prendre en compte l'influence d'une traction transversale sur le comportement en compression du BFUP) en fonction de la déformation transversale

- Loi de comportement des armatures actives et passives :

Pour les armatures passives et actives, une loi élastique parfaitement plastique a été choisie. La limite d'élasticité  $f_{t-acier}$  est prise égale à :

$$f_{t-acier} = \frac{\sigma_{0,2\%} + \sigma_{rupture}}{2}$$

Ainsi  $f_{t-acier}$  est égale à 584 MPa pour les armatures passives longitudinales, 582 MPa pour les épingles et 1845 MPa pour les câbles de précontrainte. Les aciers passifs et actifs sont supposés parfaitement adhérents aux BFUP. Cette hypothèse est forte mais elle est cohérente avec une approche « contrainte – déformation » dont la validité est associée à une déformation ultime en traction du BFUP relativement modeste.



### Présentation des différentes étapes du calcul

On procède par discrétisation de la section de la poutre en plusieurs couches horizontales.

#### Étape 1 : calculs en flexion :

On cherche à obtenir le profil de déformation longitudinale  $\varepsilon_x$  sur toute la hauteur de la section pour reprendre l'effort normal  $N$  et le moment  $M$ .

Là encore, on se situe dans un état de contraintes bi-axial. L'influence de la déformation verticale sur la loi de comportement du BFUP dans la direction horizontale est prise en compte (voir Figure 3-77). Le module ainsi que la résistance en compression longitudinale sont affectés du coefficient « fact<sub>2</sub> » qui varie selon la déformation verticale  $\varepsilon_y$  (voir Figure 3-77b). La dépendance de la relation «  $\sigma_x - \varepsilon_x$  » vis-à-vis de la déformation verticale  $\varepsilon_y$  nécessite de mettre en place une première boucle dans un algorithme de calcul.

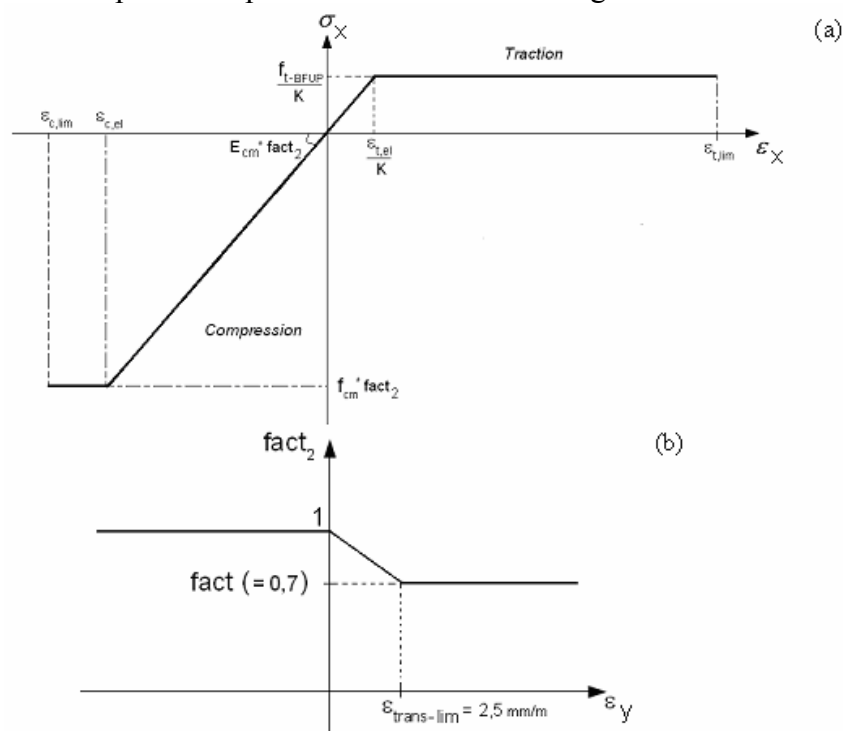


Figure 3-77 (a) Loi de comportement du BFUP utilisée pour déterminer le profil de déformation longitudinal sur toute la hauteur de la poutre ; (b) évolution du coefficient « fact<sub>2</sub> » (permettant de prendre en compte l'influence d'une éventuelle traction verticale sur le comportement en compression longitudinale du BFUP) en fonction de la déformation verticale  $\varepsilon_y$

Dans le cas du BFUP précontraint, la contrainte dans les torons dépend de la déformation longitudinale  $\varepsilon_x$ , de la déformation  $\varepsilon_{p, vide}$  de la précontrainte dans la poutre non chargée et de la déformation  $\varepsilon_{c, vide}$  du béton au niveau de l'acier de précontrainte considérée sous chargement nul (voir Figure 3-78).

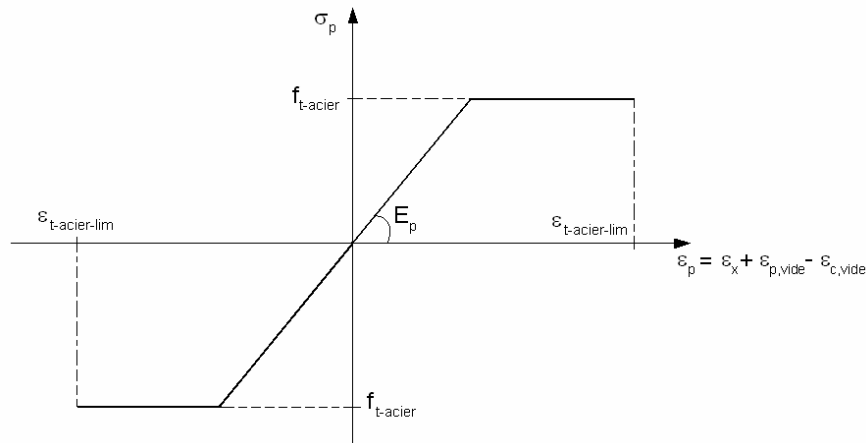


Figure 3-78 Loi de comportement des aciers de précontrainte utilisée pour le calcul en flexion

Dans le cas du BFUP armé, le bras de levier  $y_{plast}$  des efforts internes est obtenu en calculant la résultante de l'effort normal sur la hauteur comprimée  $F_c$ , et en écrivant que le moment est égal au bras de levier multiplié par cet effort :

$$M = F_c \times y_{plast}$$

Dans le cas du BFUP précontraint, le bras de levier  $y_{plast}$  des efforts internes est obtenu de la façon suivante :

- On calcule l'effort de précontrainte sous chargement nul (sans prendre en compte la surtension dans les armatures de précontrainte), soit  $P_0$  ainsi que le moment  $M_0$  apporté par cette même précontrainte :

$$P_0 = A_p \cdot E_p \cdot \varepsilon_{p,vide}$$

$$M_0 = P_0 \cdot e_0, \text{ avec } e_0 \text{ l'excentricité des câbles de précontrainte}$$

- On calcule la résultante de l'effort normal  $R$  sans prendre en compte la contrainte moyenne résultant de  $P_0$ , comme indiqué sur le schéma de la Figure 3-79.
- On obtient le bras de levier des efforts internes en écrivant que le moment total  $M = M_0 + M_{ext}$  est équilibré par cette force résultante multipliée par le bras de levier des efforts internes  $y_{plast}$  :

$$M = y_{plast} \times R$$

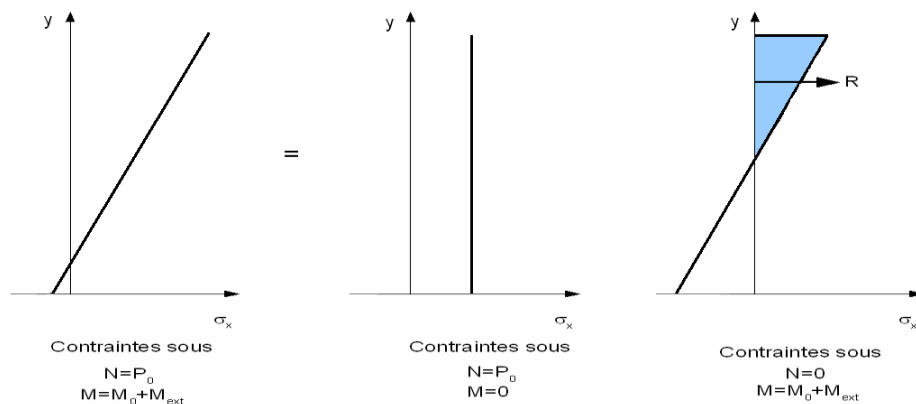


Figure 3-79 Calcul de la résultante de l'effort normal R

### Etape 2 : calculs vis-à-vis de l'effort tranchant

Pour chaque couche horizontale, on connaît la déformation longitudinale  $\varepsilon_x$  et on doit résoudre les équations suivantes :

$$(Equilibre-1) \quad \sigma_1 + \sigma_2 = \tau \cdot (\tan(\theta) + \cotan(\theta)), \text{ avec } \tau = \frac{V}{b(y) \cdot y_{plast}} = \frac{V}{b(y) \cdot j \cdot d}$$

$$(Equilibre-2) \quad A_{st} \cdot \sigma_{sw} = (\sigma_2 \cdot \sin^2(\theta) - \sigma_1 \cdot \cos^2(\theta)) \times b_w \cdot s$$

$$(Compatibilité-1) \quad \tan^2(\theta) = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_2}{\varepsilon_y - \varepsilon_2}$$

$$(Compatibilité-2) \quad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_x + \varepsilon_y$$

On a, à notre disposition, la loi de comportement du BFUP en compression et en traction qui nous permet de relier  $\sigma_1$  à  $\varepsilon_1$  et  $\sigma_2$  à  $\varepsilon_2$  (voir Figure 3-80). Le module ainsi que la résistance en compression (dans la direction principale de compression) sont affectés du coefficient « fact<sub>2</sub> » qui varie selon la déformation transversale de traction  $\varepsilon_1$  (voir Figure 3-80b).

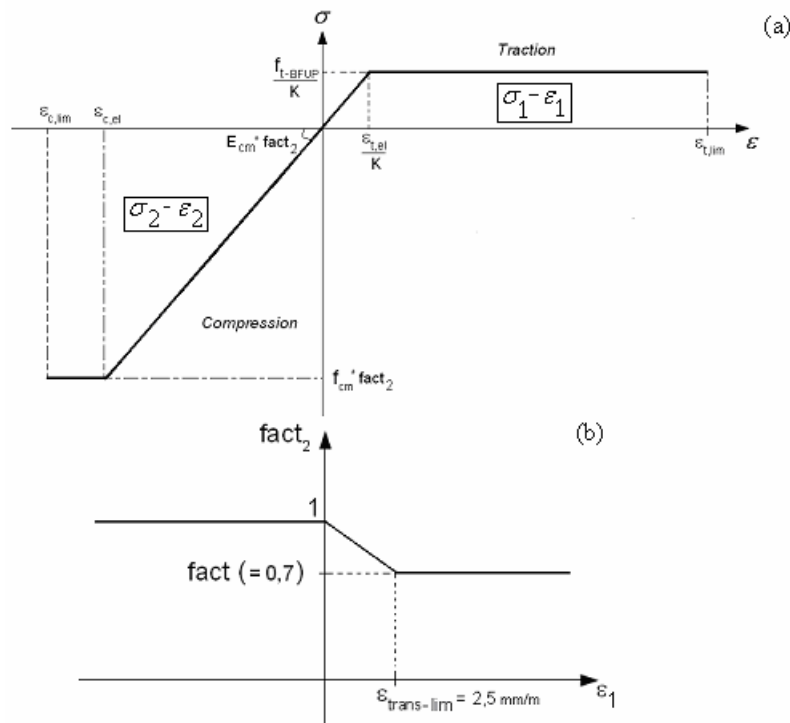


Figure 3-80 (a) Loi de comportement du BFUP permettant de relier  $\sigma_1$  à  $\varepsilon_1$  et  $\sigma_2$  à  $\varepsilon_2$ ; (b) évolution du coefficient « fact<sub>2</sub> » (permettant de prendre en compte l'influence d'une traction transversale sur le comportement en compression dans la direction principale de compression) en fonction de la déformation transversale  $\varepsilon_1$

La relation « contrainte – déformation » des épingles permet de relier  $\sigma_{sw}$  à  $\varepsilon_y$  (voir Figure 3-81).

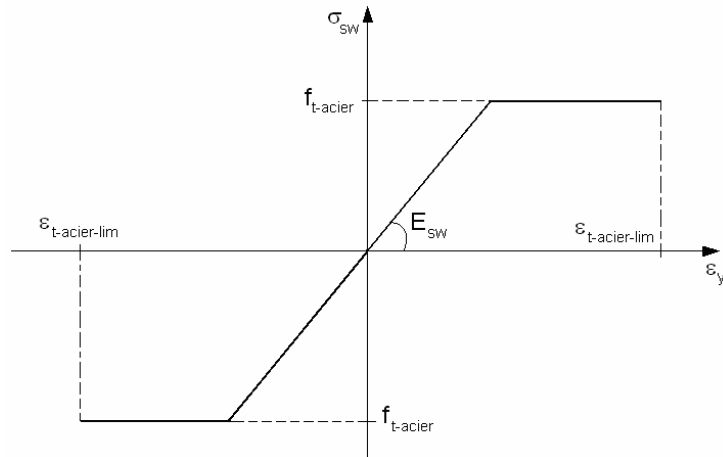


Figure 3-81 Loi de comportement des armatures transversales permettant de relier  $\sigma_{sw}$  et  $\varepsilon_y$

Au total, nous avons donc dix inconnues ( $\varepsilon_x, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_{sw}, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_y, \theta, \tau, y_{plast}$ ) et dix équations. Le problème est donc soluble.

### Calcul global

Afin de déterminer les valeurs de  $\varepsilon_x, \sigma_x, \sigma_1, \varepsilon_1, \sigma_2, \varepsilon_2, \sigma_{sw}, \varepsilon_y, \tau$  et  $\theta$  sur toute la hauteur de la section de la poutre (pour chaque couche horizontale) pour différentes valeurs de l'effort normal  $N$ , de l'effort tranchant  $V$  et du moment fléchissant  $M$ , un algorithme général a été développé (voir Figure 3-82).

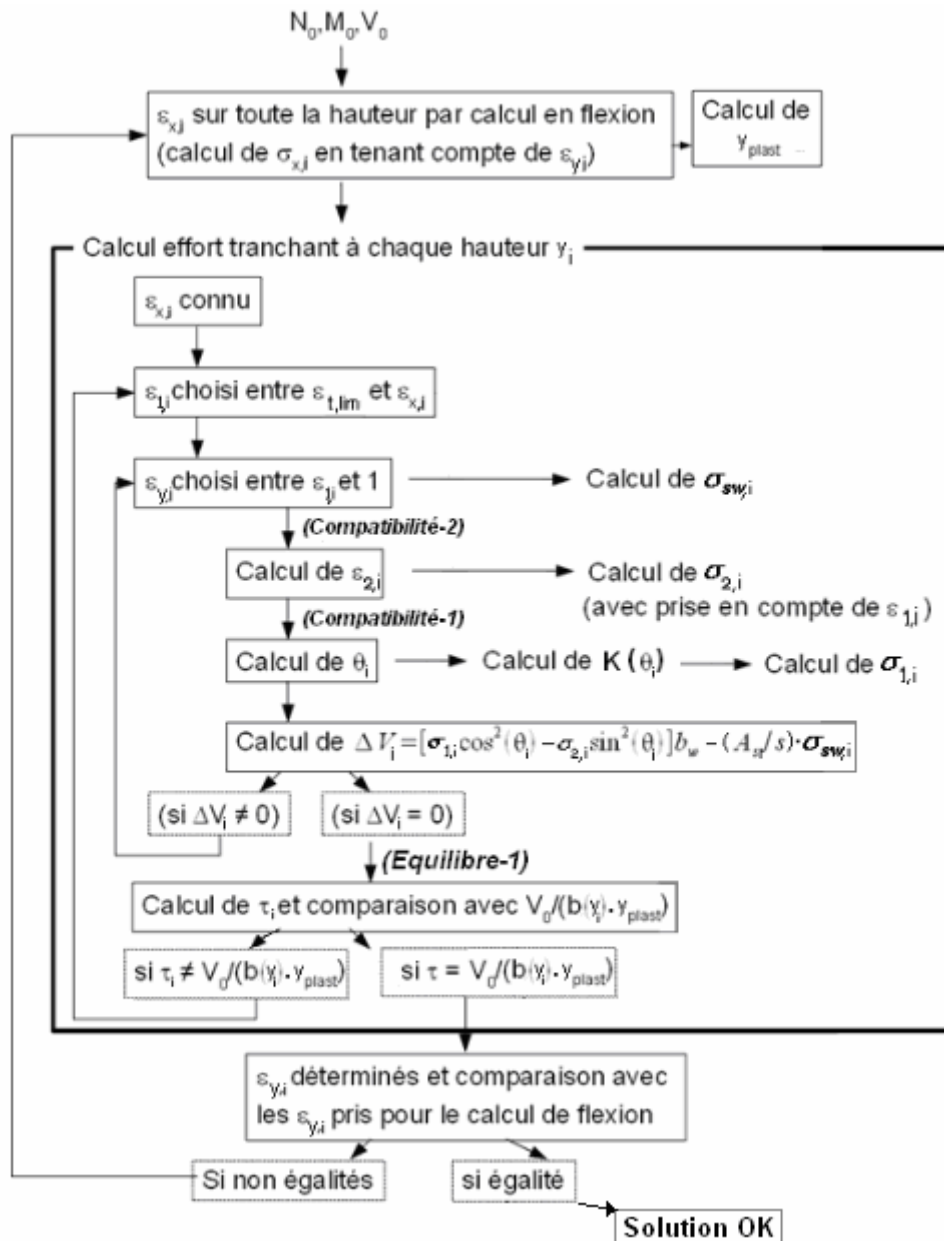


Figure 3-82 Approche « contrainte – déformation » : algorithme général de calcul

L'effort maximal est considéré correspondre à l'effort entraînant  $\varepsilon_1 = \varepsilon_{t,lim}$  pour l'une des couches horizontales de la section étudiée ou  $\varepsilon_2 = \varepsilon_{c,lim}$  ou une rupture en flexion  $M_0 > M_{résistant}$ .

**Calcul de la flèche**

La flèche au point d'abscisse x due au moment fléchissant et à l'effort tranchant s'exprime de la manière suivante :

$$v(x) = v(0) + \int_0^x (2 \cdot \gamma_{xy} + \alpha) \cdot dt, \text{ avec :}$$

- $v(x)$  : déplacement vertical au point d'abscisse x de la poutre
- $\gamma_{xy}$  : déformation de cisaillement au niveau du point considéré :  

$$\gamma_{xy} = 2 \cdot (\varepsilon_x - \varepsilon_2) \cdot \cot \text{an}(\theta) \text{ (voir Figure 1-63)}$$
- $\alpha$  : angle de rotation de la poutre au niveau du point considéré

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \int_0^t \varphi(l) \cdot dl, \text{ avec } \varphi \text{ la courbure}$$

Ainsi la flèche au centre de la poutre est obtenue à partir de l'équation suivante :

$$\text{flèche} = \int_0^{\frac{L}{2}} 2 \cdot \gamma_{xy} \cdot dt + \int_0^{\frac{L}{2}} \left( \int_0^t \varphi(u) \cdot du \right) \cdot dt$$

Pour pouvoir calculer la flèche au centre de la poutre, il faut disposer d'une distribution des valeurs de la courbure et de la déformation de cisaillement sur toute la longueur de la poutre. Une discrétisation longitudinale est alors effectuée avec la réalisation des calculs (à l'aide de l'algorithme développé) au niveau de chaque section considérée : dix sections réparties sur la moitié de la longueur de la poutre ont été choisies (voir Figure 3-83). La déformation de cisaillement  $\gamma_{xy-i}$  est prise égale à la moyenne des déformations de cisaillement obtenues sur l'ensemble de la hauteur de la section i.

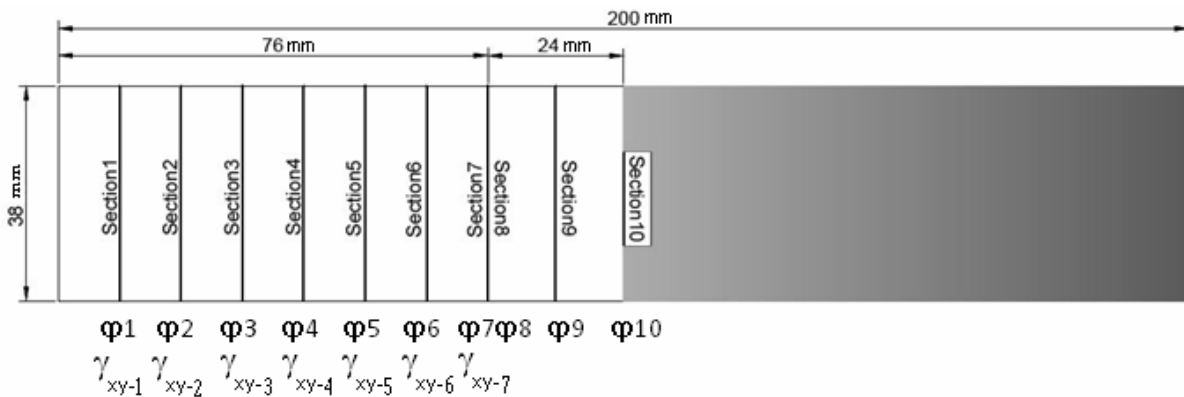


Figure 3-83 Discrétisation longitudinale de la poutre pour le calcul de la flèche au centre

**Comparaisons entre les résultats expérimentaux et les prévisions de l'approche analytique**

**Poutres précontraintes**

La comparaison des courbes « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentales avec celles obtenues à partir de l'approche « contrainte – déformation » est présentée de la Figure 3-85 à la Figure 3-88. Pour chaque poutre en BFUP précontraint, on rappelle que deux calculs sont réalisés. Le premier considère l'impact d'une orientation préférentielle des fibres dans certaines directions [ $K = K(\theta)$ ]. Le second, ne prenant pas en compte l'influence de

l'orientation réelle des fibres au sein de la structure  $[\forall \theta, K = 1]$ , permet d'identifier l'impact du coefficient  $K$  sur les résultats obtenus avec cette approche analytique.

Comme nous l'avons expliqué ci-dessus, la déformation correspondant à la localisation d'une fissure et donc à la fin du comportement multi-fissurant n'est pas connue à l'échelle de la structure. Trois déformations ultimes ont été considérées : 3 mm/m, 6 mm/m et 9 mm/m. La déformation de 6 mm/m correspond la capacité de déformation identifiée lors de la caractérisation en traction des BFUP-B-B(2) à partir des essais de flexion quatre points sur prismes moulés. Les efforts correspondant à l'atteinte d'une déformation principale  $\epsilon_1$  en traction égale à 3 mm/m, 6 mm/m et 9 mm/m sont déterminés en suivant l'évolution de cette déformation pour l'ensemble des points de chaque section considérée. Une interpolation est alors réalisée entre les dix incréments de calcul réalisés (voir Figure 3-84).

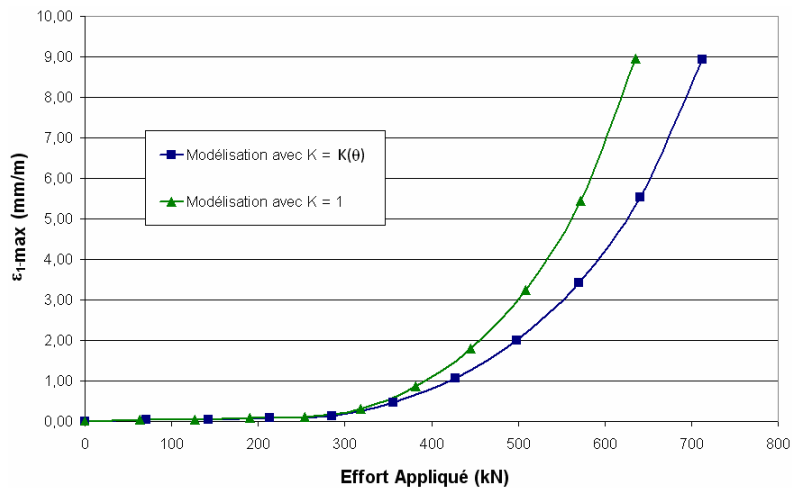


Figure 3-84 Evolution de la déformation principale de traction  $\epsilon_1$  maximale [au niveau de la transition entre l'âme et le gousset inférieur ( $y = 150$  mm) de la section n°7] en fonction de l'effort appliqué (Poutre BFUP-F-PC-NS)

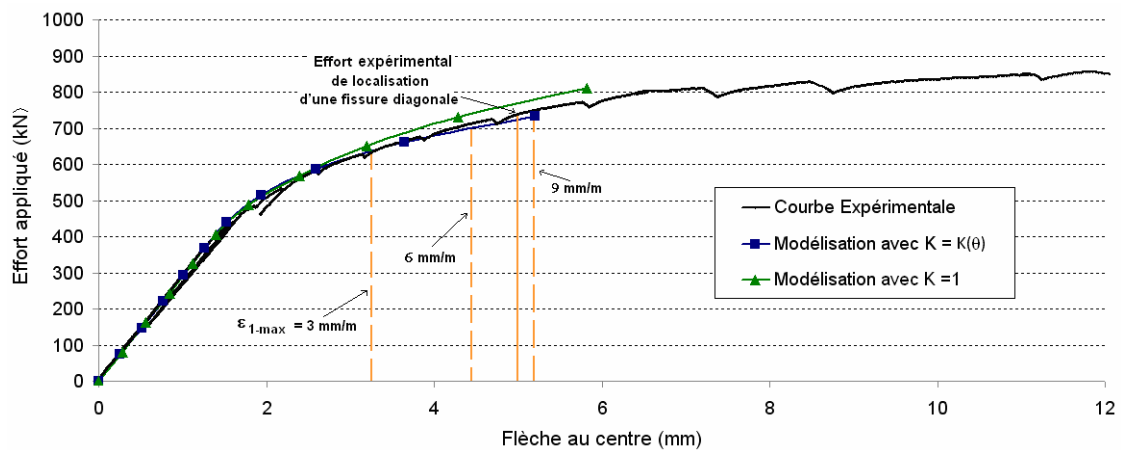


Figure 3-85 Poutre BFUP-B-PC-NS : comparaison de la courbe « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentale avec celles obtenues à partir de l'approche analytique

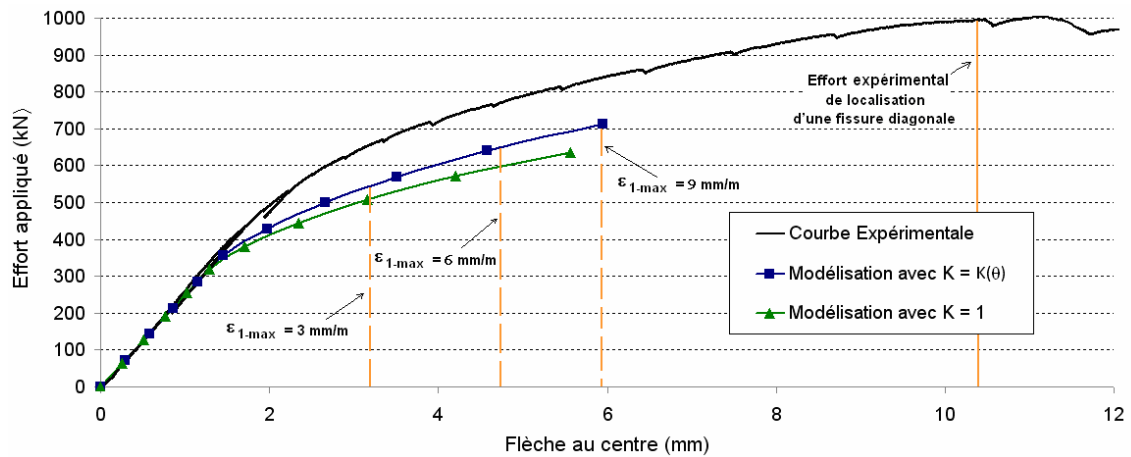


Figure 3-86 Poutre BFUP-F-PC-NS : comparaison de la courbe « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentale avec celles obtenues à partir de l’approche analytique

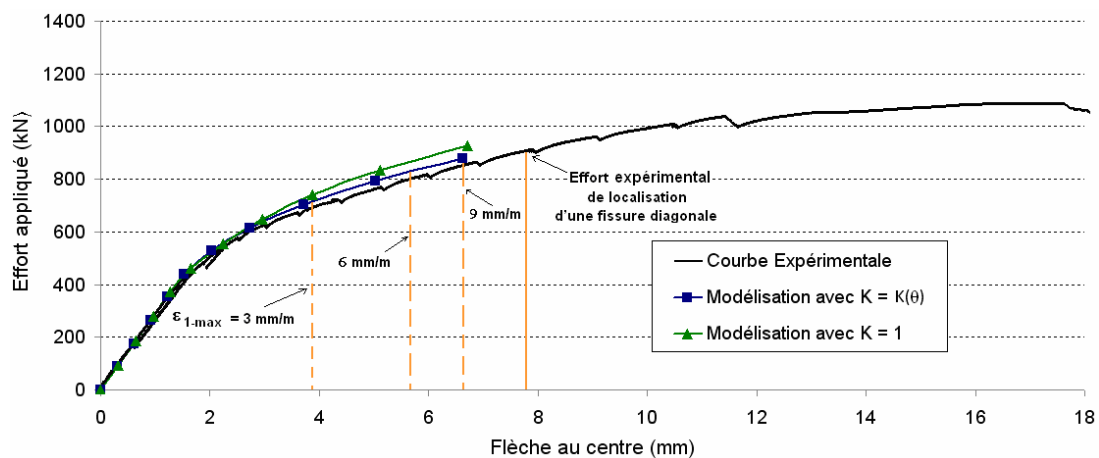


Figure 3-87 Poutre BFUP-B-PC-WS : comparaison de la courbe « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentale avec celles obtenues à partir de l’approche analytique

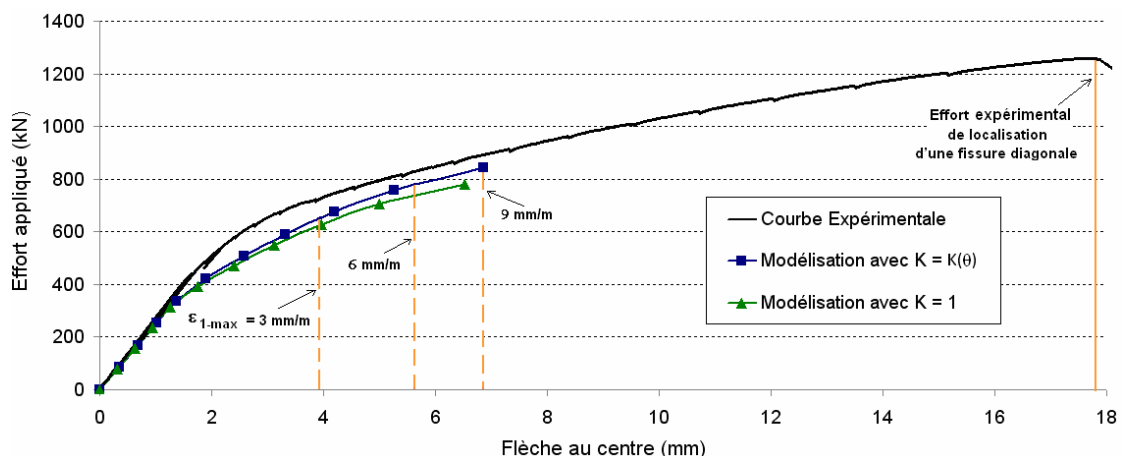


Figure 3-88 Poutre BFUP-F-PC-WS : comparaison de la courbes « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentale avec celles obtenues à partir de l’approche analytique

Pour les quatre cas étudiés, soit BFUP-B-PC-NS, BFUP-F-PC-NS, BFUP-B-PC-WS et BFUP-F-PC-WS, la transition entre l’âme et le gousset inférieur au niveau de la section 7 (voir Figure 3-83) est la zone critique. En effet, à cet endroit, les contraintes de cisaillement et les contraintes longitudinales de traction (dus à la flexion) sont maximales.



L'allure des différentes courbes montre que les résultats obtenus avec la modélisation proposée sont d'un même ordre de grandeur en termes d'effort et de flèche que ceux issus de l'expérimentation.

La méthode étant basée sur une approche « contrainte – déformation », on compare les efforts résistants obtenus à partir des différentes modélisations avec les efforts expérimentaux correspondant à la localisation d'une fissure diagonale (ces efforts sont indiqués sur chaque figure). En effet, une fois qu'une fissure critique s'est développée, une approche en « contrainte – déformation » n'est plus pertinente et la méthode proposée ne s'applique donc plus.

La méthode proposée est particulièrement conservatrice dans le cas du BFUP-F même en considérant une capacité de déformation en traction importante ( $\varepsilon_{1\text{-lim}} = 9 \text{ mm/m}$ ). Cela s'explique par des efforts expérimentaux de localisation d'une fissure diagonale particulièrement importants dans le cas du BFUP-F précontraint. En effet, l'orientation préférentielle des fibres au niveau de l'âme des poutres dans le sens vertical et l'apport des différents paramètres géométriques (faible hauteur, talons inférieurs et supérieurs larges) ont permis de retarder le développement d'une fissure critique.

Dans le cas du BFUP-F, la rigidité en flexion (liée à une surestimation de la courbure) est sûrement sous-estimée. En effet la loi de comportement en traction de référence a été déterminée à partir d'essais sur prismes prélevés uniquement dans l'âme des poutres. Or, vis-à-vis de la participation du BFUP au comportement en flexion de la poutre, c'est l'influence de l'orientation des fibres au niveau du talon inférieur (sûrement favorable) qui prédomine.

Dans le cas du BFUP-B, l'approche proposée est très proche des résultats expérimentaux. La rigidité en flexion est mieux prise en compte. La loi de comportement en traction de référence obtenue à partir des prismes sciés (et affectée du coefficient d'orientation) est sûrement relativement proche de celle caractérisant le BFUP (sollicité en traction longitudinale) se situant dans le talon inférieur des poutres.

La comparaison entre les calculs effectués en considérant  $K = K(\theta)$  et  $K = 1$  montre que l'écart entre ces deux approches grandit au fur et à mesure que l'effort croît et que les bielles de compression se réorientent. Au niveau de l'effort correspondant à l'atteinte d'une déformation principale de traction  $\varepsilon_1$  égale à  $9 \text{ mm/m}$ , l'écart relatif entre les deux calculs est en moyenne de l'ordre de  $10 \%$ .

### ***Poutres armées***

La comparaison des courbes « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentales avec celles obtenues à partir de l'approche « contrainte – déformation » est présentée de la Figure 3-90 à la Figure 3-93. Pour chaque poutre en BFUP (avec fibres métalliques) armé, deux calculs sont réalisés. Une démarche identique à celle appliquée dans le cas des poutres précontraintes est suivie. Ainsi les efforts correspondant à l'atteinte d'une déformation principale  $\varepsilon_1$  en traction égale à  $3 \text{ mm/m}$ ,  $6 \text{ mm/m}$  et  $9 \text{ mm/m}$  sont déterminés en suivant l'évolution de cette déformation pour l'ensemble des points de chaque section considérée. Une interpolation est alors réalisée entre les dix incréments de calcul réalisés (voir Figure 3-89).

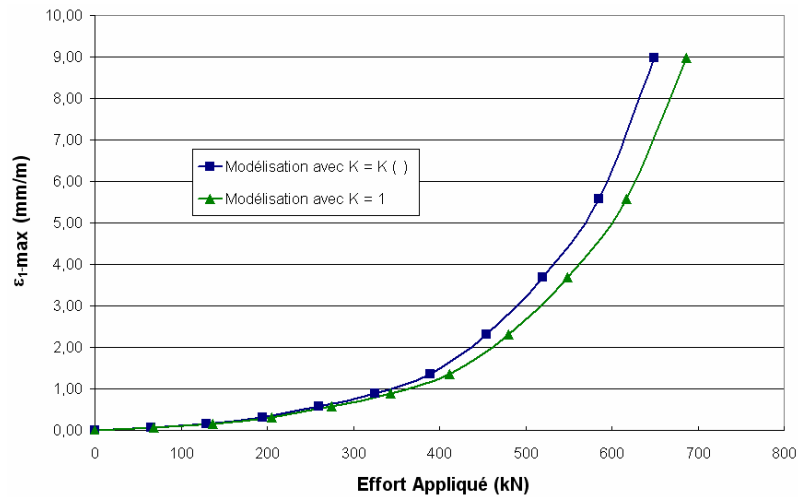


Figure 3-89 Evolution de la déformation principale de traction  $\epsilon_1$  maximale [au niveau de la transition entre l'âme et le gousset inférieur ( $y = 150$  mm) de la section n°7] en fonction de l'effort appliqué (Poutre BFUP-B-B(2)-RC-NS)

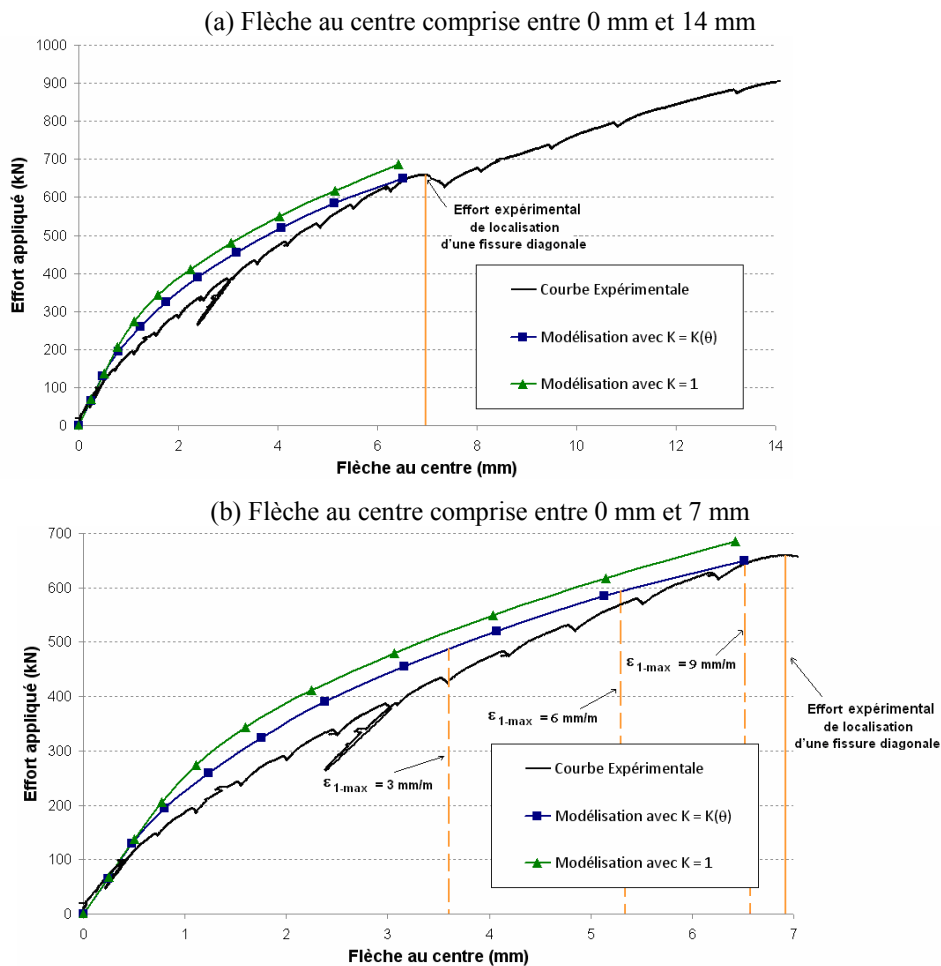


Figure 3-90 Poutre BFUP-B-RC-NS : comparaison de la courbe « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentale avec celles obtenues à partir de l'approche analytique : (a) flèche au centre comprise entre 0 et 14 mm ; (b) flèche au centre comprise entre 0 et 7 mm

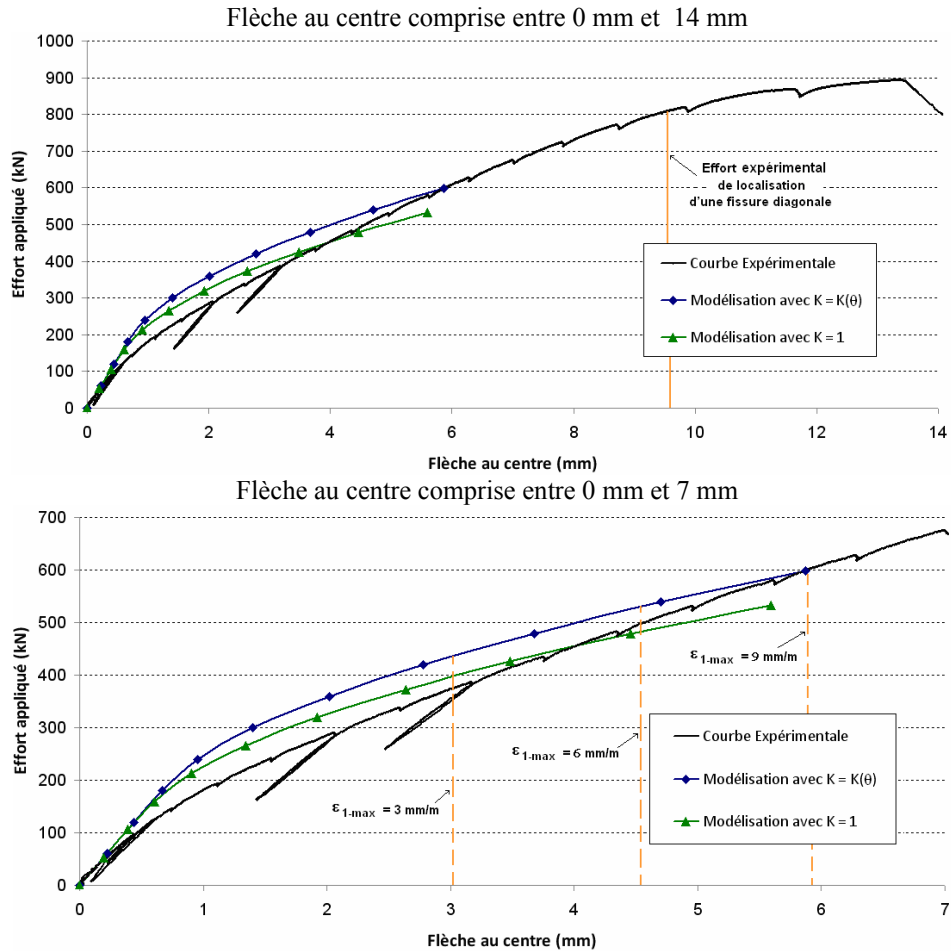


Figure 3-91 Poutre BFUP-F-RC-NS : comparaison de la courbe « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentales avec celles obtenues à partir de l'approche analytique : (a) flèche au centre comprise entre 0 et 14 mm ; (b) flèche au centre comprise entre 0 et 7 mm

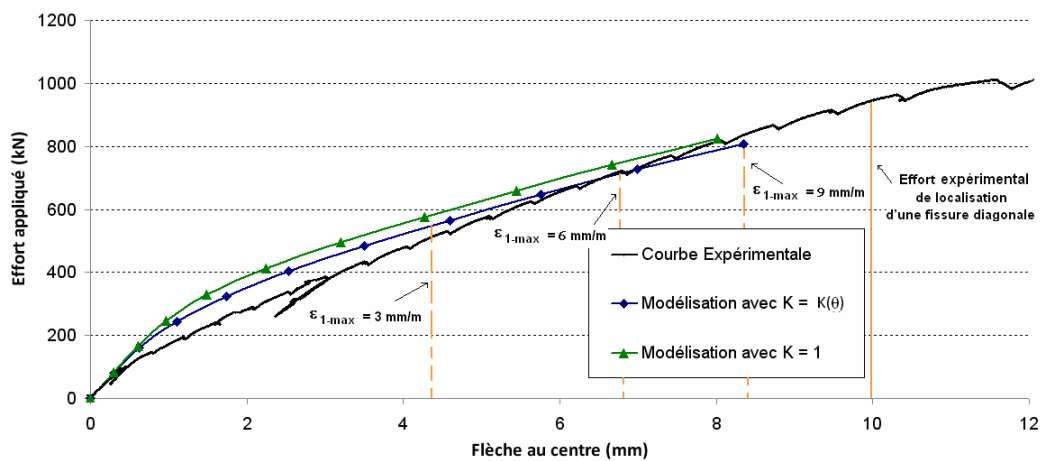


Figure 3-92 Poutre BFUP-B-RC-WS : comparaison de la courbe « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentales avec celles obtenues à partir de l'approche analytique

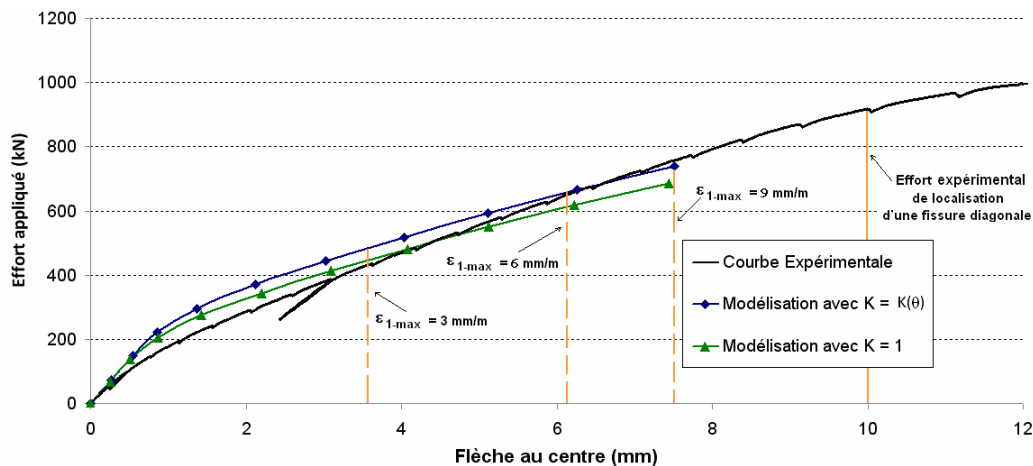


Figure 3-93 Poutre BFUP-F-RC-WS : comparaison de la courbe « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentales avec celles obtenues à partir de l’approche analytique

Comme pour les poutres en BFUP précontraint, la transition entre l’âme et le gousset inférieur au niveau de la section 7 (voir Figure 3-83) est la zone critique.

L’allure des différentes courbes montre que les résultats obtenus avec la modélisation proposée sont d’un même ordre de grandeur en termes d’effort et de flèche que ceux issus de l’expérimentation.

En termes d’efforts résistants, l’approche proposée est conservatrice dans la totalité des cas.

Contrairement au cas des poutres précontraintes, on ne constate pas un gros écart de rigidité en flexion entre la modélisation des poutres en BFUP-B et en BFUP-F. Cela pourrait s’expliquer par la prédominance des armatures passives dans le comportement en flexion. En effet, dans le cas du BFUP armé, les poutres testées sont fortement armées longitudinalement.

Comme pour les poutres précontraintes, la comparaison entre les calculs effectués en considérant  $K = K(\theta)$  et  $K = 1$  montre que l’écart entre ces deux approches grandit au fur et à mesure que l’effort croît et que les bielles de compression se réorientent. Au niveau de l’effort correspondant à l’atteinte d’une déformation principale de traction  $\varepsilon_1$  égale à 9 mm/m, l’écart relatif entre les deux calculs est en moyenne de l’ordre de 10 %.

Dans le cas du BFUP armé longitudinalement et transversalement, afin de mieux évaluer la « fidélité » de la modélisation proposée vis-à-vis des résultats expérimentaux, on a comparé l’évolution des contraintes à l’intérieur des épingles prédite par le modèle avec celle issue de l’expérimentation (des jauges ayant été collées sur certaines armatures transversales) : voir Figure 3-94 à Figure 3-97. L’incertitude sur la position réelle des jauges (normalement situées à mi-hauteur de l’âme) nous pousse à considérer deux points de comparaison : à mi-hauteur de l’âme ( $y = 220$  mm) et au niveau de la transition entre l’âme et le gousset inférieur ( $y = 150$  mm).

Le modèle semble traduire de manière satisfaisante l’évolution des contraintes à l’intérieur des épingles et donc l’évolution de l’inclinaison des bielles de compression. Le cas de la Figure 3-96 pourrait s’expliquer par l’existence d’une fissure inclinée plus ouverte au niveau de la section d’acier dont la jauge retranscrit la déformation. En effet, comme il a été vu dans la section 3.3.2.2, une ou plusieurs fissures peuvent commencer à s’ouvrir de manière plus prononcée que les autres avant qu’il y ait localisation d’une fissure critique à l’échelle de la structure. Au niveau de cette (ou de ces) fissure(s), le BFUP a donc probablement un comportement adoucissant. Toutefois il n’y a pas localisation de l’endommagement puisque d’autres fissures continuent à se créer dans l’âme, dans la portée d’effort tranchant.

Au niveau de la synergie de la contribution apportée par le BFUP et d'éventuelles armatures transversales à la résistance à l'effort tranchant, le modèle semble confirmer l'analyse qualitative de la section 3.3.2.2. Dans le cas d'un BFUP multi-fissurant, l'additivité des deux contributions est possible dans la mesure où la déformation correspondant à la fin du comportement écouissant du BFUP (dans la direction principale de traction) est compatible avec une déformation verticale supérieure à la déformation de plastification des armatures transversales.

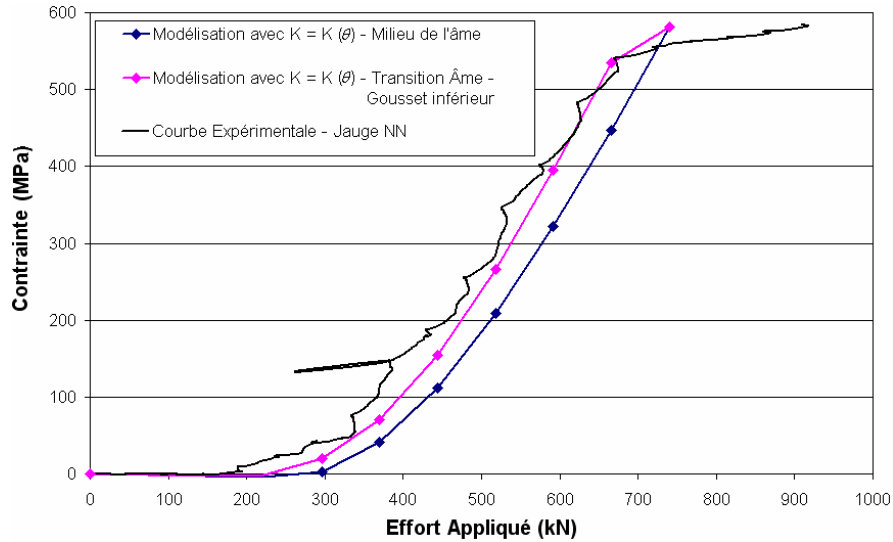


Figure 3-94 Poutre BFUP-F-RC-WS : comparaison de l'évolution des contraintes à l'intérieur des épingles (Jauge-NN) obtenue expérimentalement et issue de la modélisation avec une prise en compte de l'orientation des fibres [ $K = K(\theta)$ ]

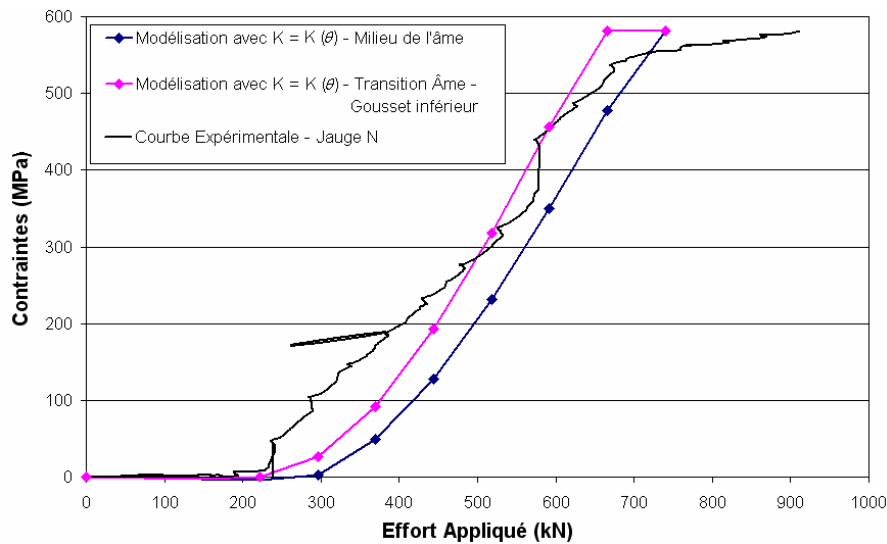


Figure 3-95 Poutre BFUP-F-RC-WS : comparaison de l'évolution des contraintes à l'intérieur des épingles (Jauge-N) obtenue expérimentalement et issue de la modélisation avec une prise en compte de l'orientation des fibres [ $K = K(\theta)$ ]

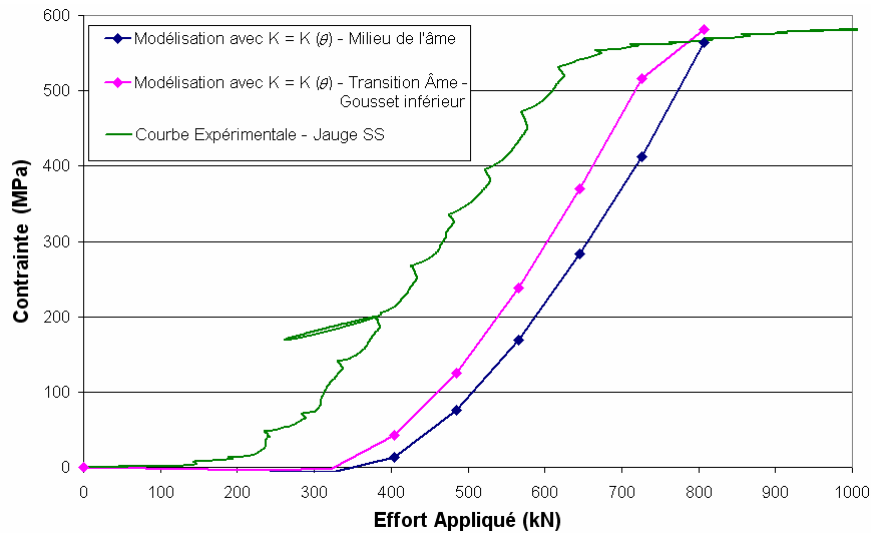


Figure 3-96 Poutre BFUP-B-RC-WS : comparaison de l'évolution des contraintes à l'intérieur des épingles (Jauge-SS) obtenue expérimentalement et issue de la modélisation avec une prise en compte de l'orientation des fibres [ $K = K(\theta)$ ]

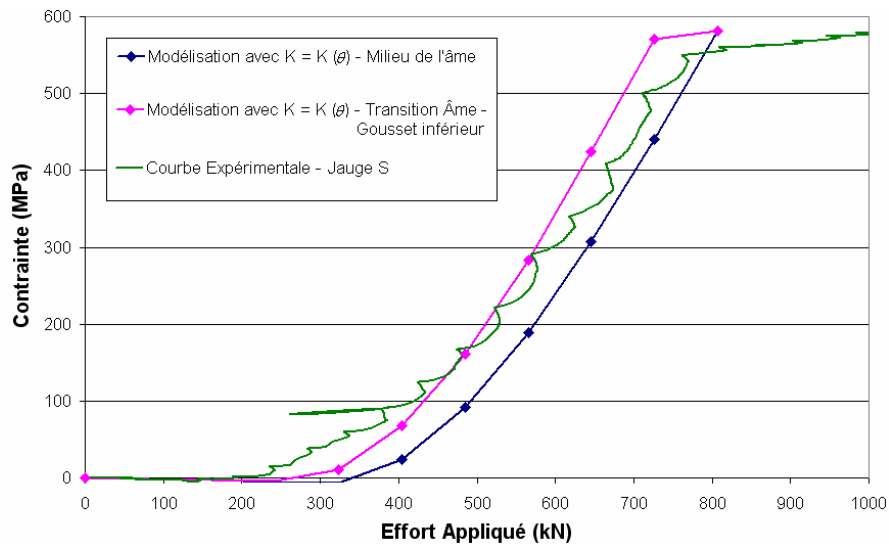


Figure 3-97 Poutre BFUP-B-RC-WS : comparaison de l'évolution des contraintes à l'intérieur des épingles (Jauge-S) obtenue expérimentalement et issue de la modélisation avec une prise en compte de l'orientation des fibres [ $K = K(\theta)$ ]

### **Synthèse**

La confrontation des prévisions du modèle analytique proposé avec les résultats expérimentaux décrits dans ce manuscrit permet de tirer certaines conclusions :

- En général, le modèle retracrit de manière relativement fidèle le comportement global des poutres.
- La pertinence de la prise en compte du coefficient d'orientation  $K$  a été confirmée.
- La transition entre l'âme et le gousset inférieur de la section 7 a été identifiée comme la zone critique avec le développement d'une déformation principale de traction  $\varepsilon_1$  maximale.
- La réorientation des bielles de compression au fur et à mesure que l'effort croît semble bien évaluer par le modèle.
- L'analyse qualitative de la section 3.3.2.2 vis-à-vis de la synergie de la contribution du BFUP et d'éventuelles armatures transversales à la résistance à l'effort tranchant a été confirmée

### **3.4.3.2 MODELISATION NUMERIQUE : APPROCHE CONTINUE**

Les poutres en BFUP étudiées précédemment ont été modélisées par éléments finis à l'aide d'un modèle continu. Les calculs ont été effectués à l'aide du module MCNL de CESAR-LCPC. Une loi de comportement élastoplastique basée sur le critère de Willam-Warnke à trois paramètres (Willam et Warnke, 1975) est utilisée. Cette loi a été introduite par (Ulm, 1994) dans le logiciel CESAR-LCPC. Une description détaillée est donnée en Annexe 8.

### **Paramètres de la modélisation**

Afin de faciliter le maillage, les aciers longitudinaux ont été modélisés par une section rectangulaire présentant une aire ainsi qu'une inertie de flexion identique à la section circulaire nominale. Cette simplification n'est pas pénalisante puisque les aciers ne sont pas soumis à des sollicitations de torsion. L'interface entre les aciers et le BFUP est considérée comme parfaitement adhérente. Cette hypothèse est forte mais elle est cohérente avec une approche en « contrainte – déformation » où la déformation du BFUP environnant reste limité. Dans un premier temps seules les poutres en BFUP (avec fibres métalliques) armé ou précontraint sans armatures transversales ont été modélisées, compte tenu des difficultés spécifiques de maillage des épingles.

Le maillage utilisé ainsi que les conditions aux limites et de chargement sont présentés Figure 3-98 et Figure 3-99 pour les poutres précontraintes et pour les poutres armées. Le maillage est le fruit d'un compromis entre une finesse propre à décrire correctement le comportement des corps d'épreuve et un temps de calcul raisonnable. Pour des raisons de symétrie, seule la moitié de la poutre est modélisée. Un calcul comparatif a été effectué afin d'évaluer les conséquences de la prise en compte de cette symétrie.

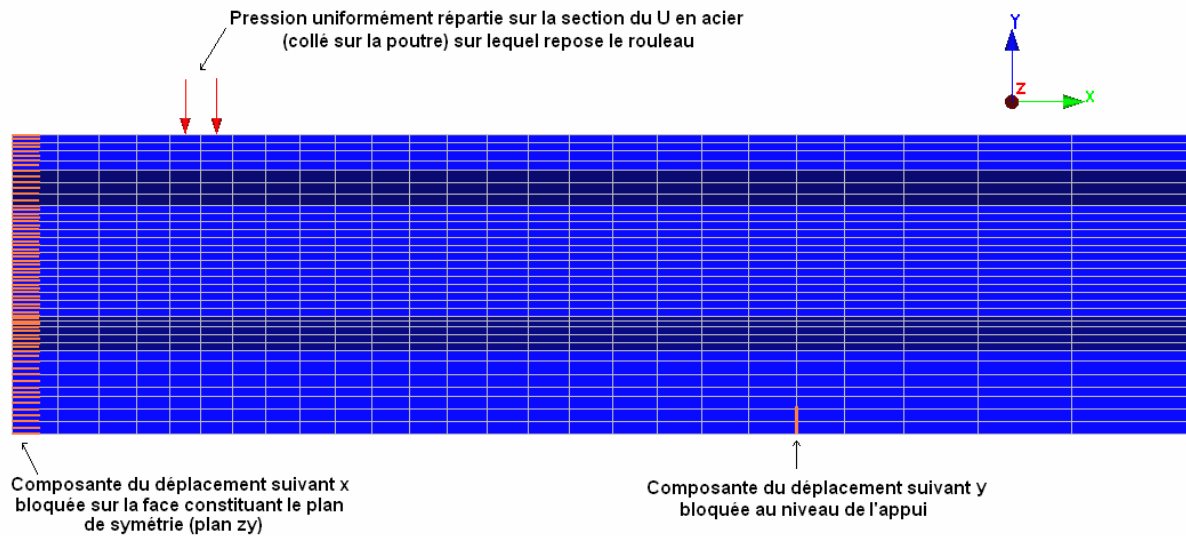


Figure 3-98 Conditions aux limites en déplacement et conditions de chargement pour les poutres armées et précontraintes : vue selon le plan (x,y)

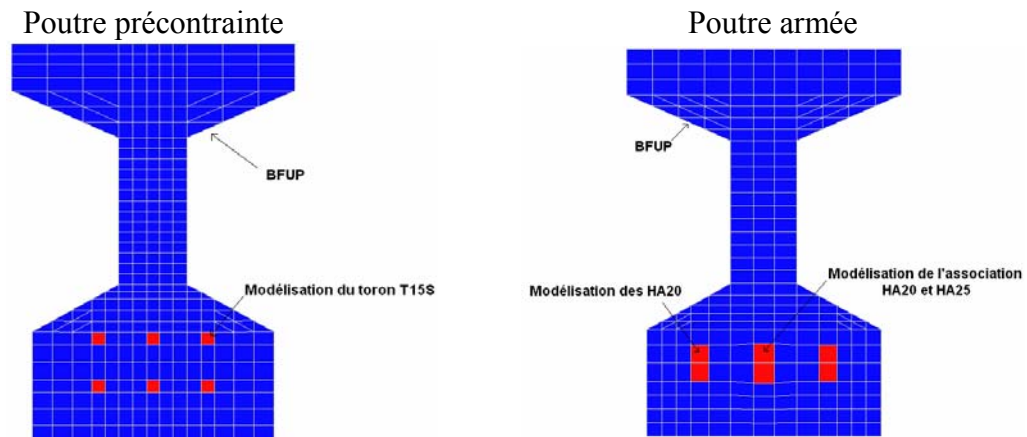


Figure 3-99 Section transversale des poutres modélisées [vue selon le plan (z,y)]

La prise en compte de la précontrainte s'est effectuée sous la forme de contraintes initiales dans les différents éléments volumiques constituant la poutre. Pour un élément volumique donné, la contrainte initiale est constante. Le profil de contrainte suivant la hauteur de la poutre (ordonnée  $y$ ) a donc été modélisé de façon discrète (voir Figure 3-100). La densité du maillage choisi permet toutefois d'obtenir une reproduction assez fidèle du profil théorique issu de la Résistance des Matériaux pour les poutres en BFUP-B-B(2) et BFUP-F. La tension initiale dans les torons est également prise en compte par l'intermédiaire de contraintes initiales dans les éléments volumiques représentant les câbles de précontrainte.



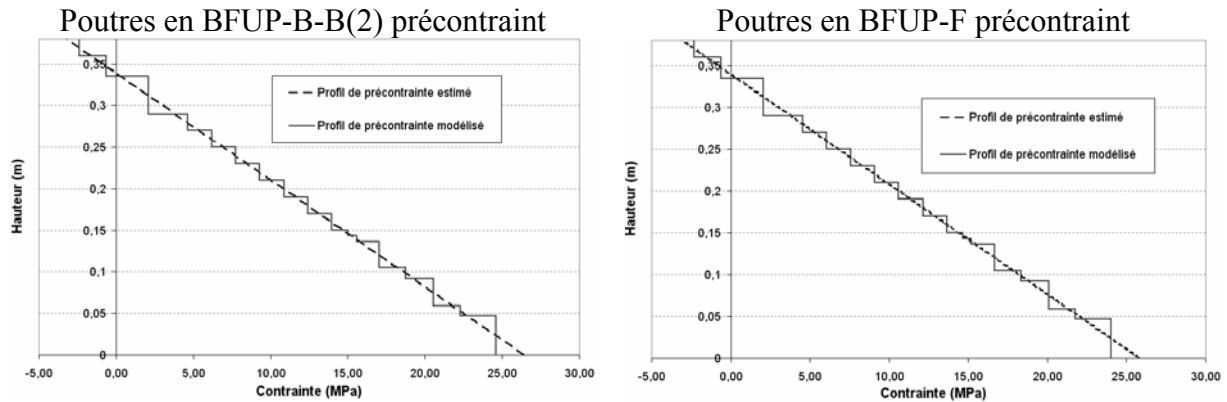


Figure 3-100 Profil de précontrainte estimé et modélisé pour les poutres en BFUP-B-B(2) et BFUP-F précontraints

Les caractéristiques mécaniques des BFUP prises en compte sont récapitulées dans le Tableau 3-37.

Concernant la loi de comportement en traction, une approche similaire à celle utilisée lors de la modélisation analytique est suivie. Une loi élastique parfaitement plastique a donc été choisie. La limite de linéarité  $f_{t-BFUP-EF}$  est déterminée à partir de la loi « contrainte – ouverture de fissure » de référence utilisée dans la section 3.4.2:

$$f_{t-BFUP-EF} = \frac{1}{w_{\max}} \cdot \int_0^{w_{\max}} \sigma_{ref}(w) \cdot dw$$

Ainsi  $f_{t-BFUP-EF}$  est égale à 9,6 MPa pour les BFUP-B-B(2) et 6,75 MPa pour le BFUP-F.

Une loi élastique parfaitement plastique avec  $f_{t-BFUP-EF}$  égale à 8 MPa a également été testée. L'impact de l'orientation réelle des fibres au sein des corps d'épreuve n'a pas été considéré. On rappelle que, dans les directions réalistes des bielles de compression, le coefficient d'orientation  $K$  est compris entre 0,92 et 0,99 pour les deux BFUP avec fibres métalliques.

Pour les armatures passives et actives, une loi élastique parfaitement plastique a été choisie en utilisant le critère de plasticité de Von Mises (voir Tableau 3-37). La limite d'élasticité  $f_{t-acier-EF}$  est prise égale à :

$$f_{t-acier-EF} = \frac{\sigma_{0,2\%} + \sigma_{rupture}}{2}$$

Ainsi  $f_{t-acier-EF}$  est égale à 584 MPa pour les armatures passives et 1845 MPa pour les câbles de précontrainte.

Tableau 3-37 Propriétés mécaniques des matériaux pris en compte dans la modélisation

|   |             |   |                  | BFUP-B-B(2) | BFUP-F | Armatures passives | Armatures actives |
|---|-------------|---|------------------|-------------|--------|--------------------|-------------------|
| Module d'Young (GPa)  |             |   |                  | 60,7        | 56,0   | 199,0              | 195,0             |
| Coefficient de Poisson  |             |   |                  | 0,220       | 0,185  | 0,300              | 0,300             |
| Résistance maximale en cisaillement simple (MPa)<br>( $f_{t-acier-EF} / \sqrt{3}$ )<br>(Critère de Von Mises) |             |   |                  | -           | -      | 337                | 1065              |
| Critère de William-Warnke   | Compression | Résistance en compression (MPa)               | $f_{c-BFUP-EF}$  | 202         | 205    | -                  |                   |
|   |             | Résistance en compression bi-axiale * (MPa)   | $f_{cb-BFUP-EF}$ | 232         | 236    |                    |                   |
|   | Traction    | Limite élastique (MPa)                        | $f_{t-BFUP-EF}$  | 9,60        | 6,75   |                    |                   |
|   |             |   |                  | 8,00        | 8,00   |                    |                   |
|   |             | Loi d'écroutissement (parfaitement plastique) | k                | 0           | 0      |                    |                   |
|   |             |   |                  | Zu          | 0      |                    |                   |
| Z0  | 0           | 0   |                  |             |        |                    |                   |

\* En l'absence de données spécifiques, une valeur de  $1,35*f_c$  a été considérée.

### Résultats de la modélisation

Au niveau de la confrontation des résultats expérimentaux avec les prévisions du modèle aux éléments finis, une approche similaire à celle utilisée pour le modèle analytique a été suivie. Ainsi trois déformations ultimes ont été considérées : 3 mm/m, 6 mm/m et 9 mm/m.

#### Poutres précontraintes

La comparaison des courbes « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentales avec celles issues des différentes modélisations Eléments Finis est présentée Figure 3-103 et Figure 3-104.

Les efforts correspondant à l'atteinte d'une déformation plastique en traction égale à 3 mm/m, 6 mm/m et 9 mm/m sont déterminés en suivant l'évolution de cette déformation pour les points identifiés par le modèle aux éléments finis comme étant les plus critiques de la poutre : voir Figure 3-101 et Figure 3-102, soit juste au dessus du gousset. Une interpolation est alors réalisée entre les différents incréments de calcul réalisés.

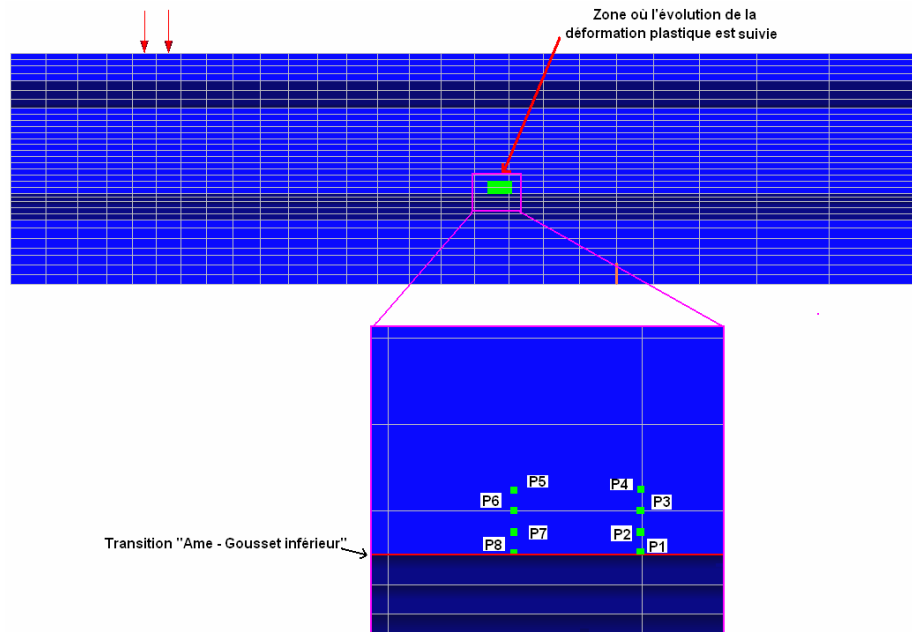


Figure 3-101 Zone d'étude de l'évolution de la norme de la déformation plastique au cours du chargement (poutres précontraintes)

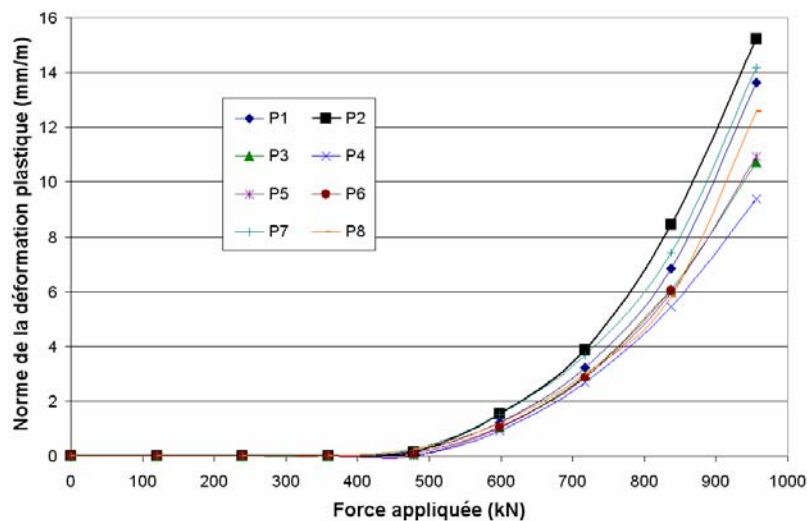


Figure 3-102 Evolution de la norme de la déformation plastique (dans la zone choisie) en fonction de l'effort appliqué (exemple de la poutre BFUP-B-PC-NS avec  $f_{t-BFUP-EF}$  égale à 8 MPa)

Pour la Figure 3-103 et la Figure 3-104, deux graphiques sont présentés. Ils décrivent les mêmes courbes prévisionnelles et expérimentales, mais le premier détaille les efforts correspondant à l'atteinte d'une déformation plastique en traction égale à 3 mm/m, 6 mm/m et 9 mm/m pour la modélisation avec  $f_{t-BFUP-EF}$  égale à 9,6 ou 6,75 MPa et le second détaille ceux de la prévision avec  $f_{t-BFUP-EF}$  égale à 8 MPa.

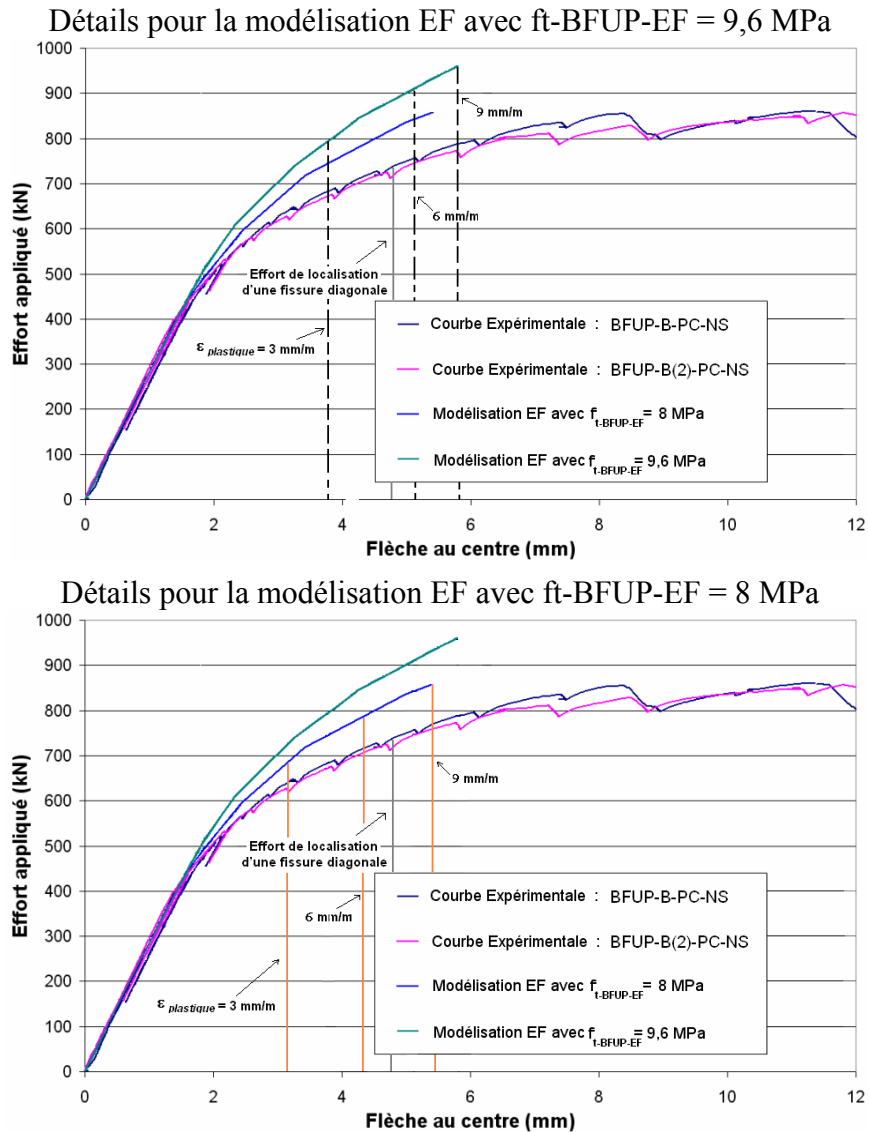


Figure 3-103 Poutre BFUP-B-B(2)-PC-NS : comparaison des courbes « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentales avec celles issues des différentes modélisations aux éléments finis

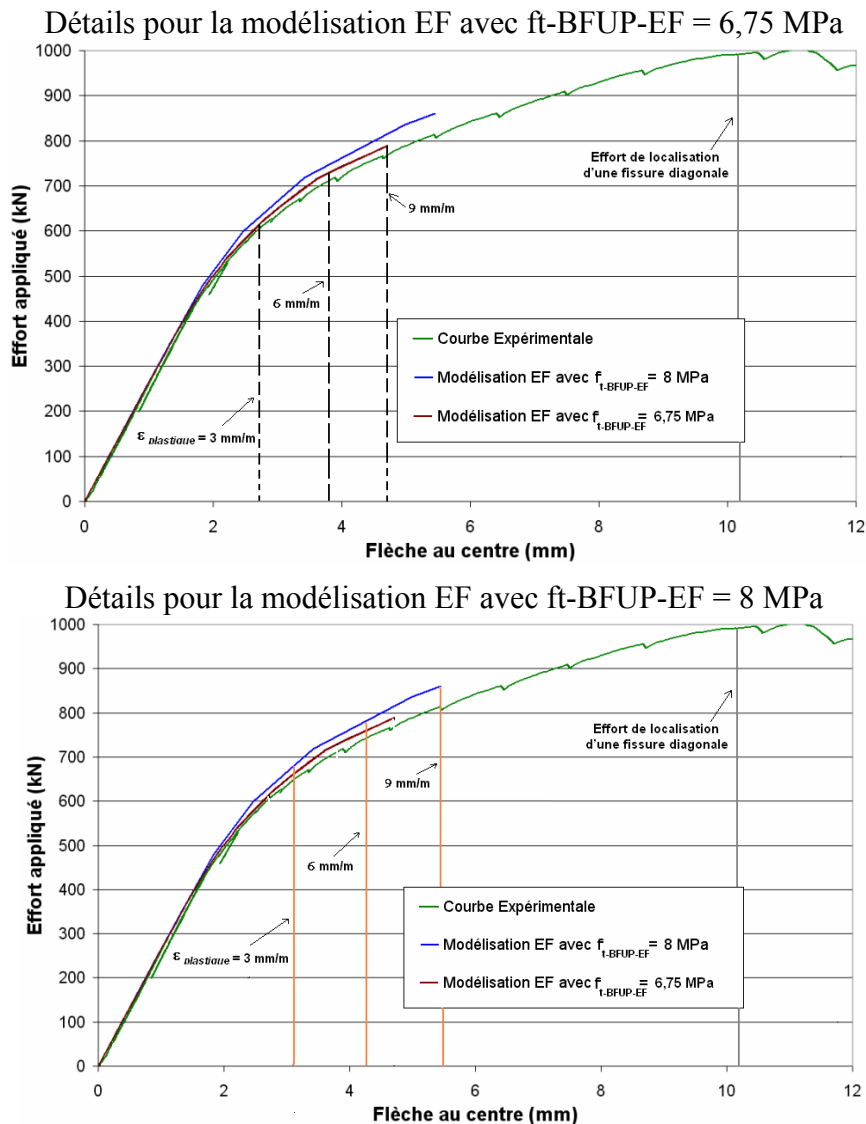


Figure 3-104 Poutre BFUP-F-PC-NS : comparaison de la courbe « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentale avec celles issues des différentes modélisations aux éléments finis

A titre d'exemple, les isovaleurs de la norme de la déformation plastique  $\epsilon_{plastique}$  sont représentées Figure 3-105 pour les poutres précontraintes avec  $f_{t-BFUP-EF}$  égale à 8 MPa, pour une valeur de l'effort appliqué égale à 598 kN, 718 kN et 837 kN.

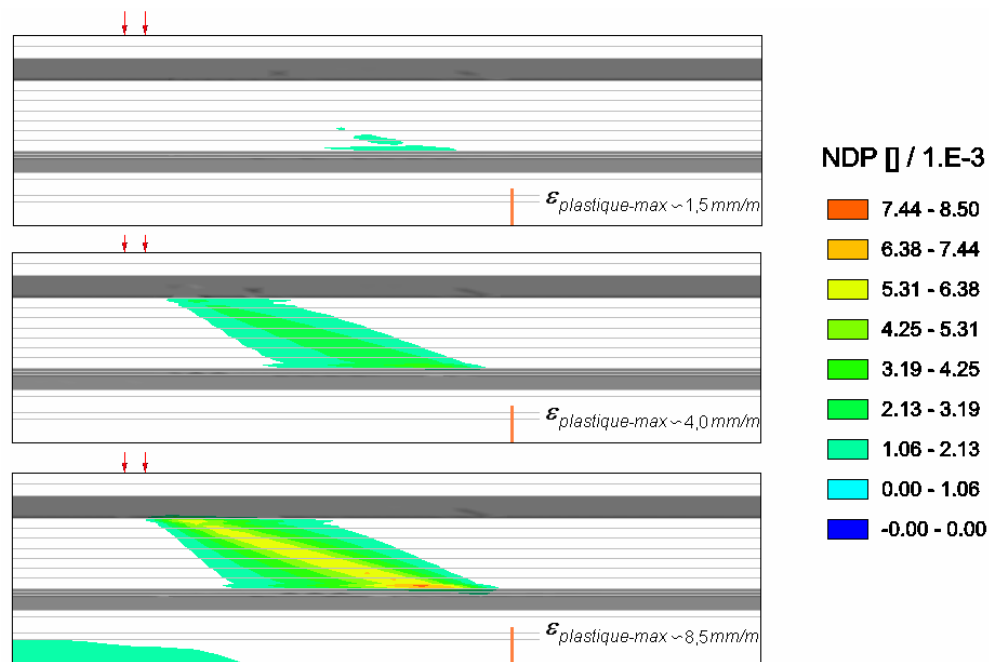


Figure 3-105 Isovaleurs de la norme de la déformation plastique eplastique pour la modélisation des poutres précontraintes avec  $f_t$ -BFUP-EF égale à 8 MPa

La modélisation aux éléments finis avec une approche continue (en « contrainte – déformation ») permet bien de retrouver une rupture par traction diagonale. La zone la plus critique semble se situer vers la zone de transition entre l’âme et le gousset inférieur des poutres. En effet, dans cette zone, la contrainte de cisaillement est maximale. Contrairement au modèle analytique, la section critique n’est pas celle située juste avant la zone d’application de l’effort. En effet, dans la modélisation analytique, l’existence d’une contrainte verticale de compression n’est pas prise en compte, or dans cette zone, cette contrainte existe, le principe de Saint Venant ne s’appliquant pas.

En termes de rigidité, l’écart est acceptable dans le cas de la poutre BFUP-F-PC-NS. Pour les corps d’épreuve précontraints BFUP-B-B(2)-PC-NS, la différence est plus importante. Celle-ci peut s’expliquer par une localisation d’une fissure diagonale expérimentale plus précoce dans le cas des poutres en BFUP-B-B(2). Une fois cette localisation atteinte, des mécanismes structuraux se rajoutent et ne sont pas correctement pris en compte par l’approche utilisée.

### ***Poutres armées***

La comparaison des courbes « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentales avec celles issues des différentes modélisations aux éléments finis est présentée Figure 3-108 et Figure 3-109 pour les poutres armées. Les efforts correspondant à l’atteinte d’une déformation plastique en traction égale à 3 mm/m, 6 mm/m et 9 mm/m sont déterminés en suivant l’évolution de cette déformation pour les points identifiés par le modèle aux éléments finis comme étant les plus critiques de la poutre : voir Figure 3-106 et Figure 3-107. Une interpolation est alors réalisée entre les différents incréments de calcul réalisés.

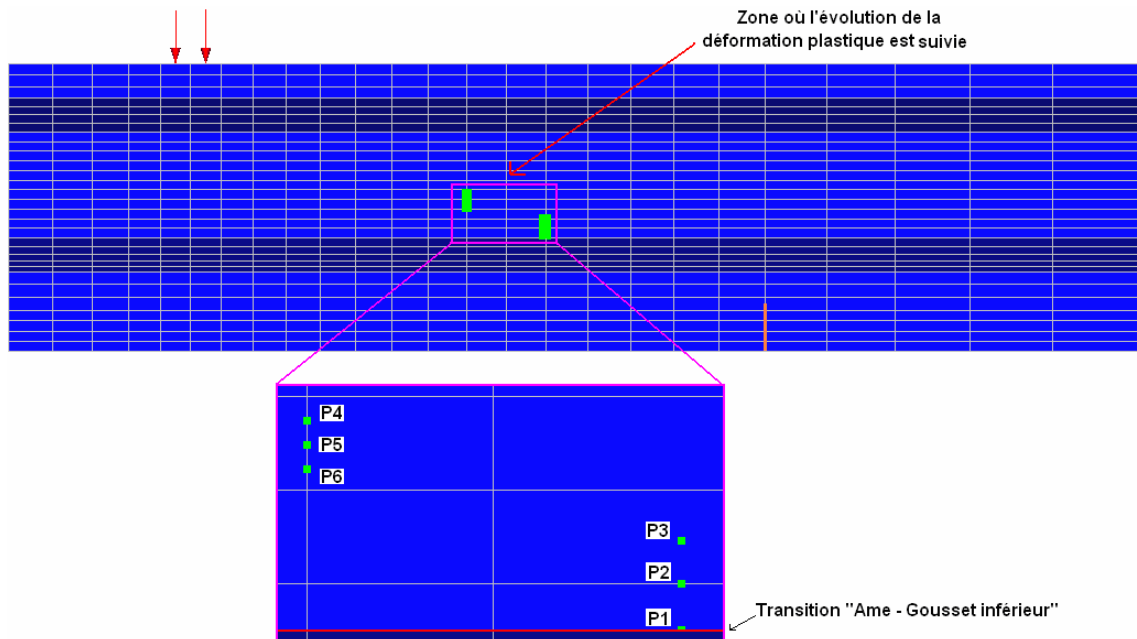


Figure 3-106 Zone d'étude de l'évolution de la norme de la déformation plastique au cours du chargement (poutres armées)

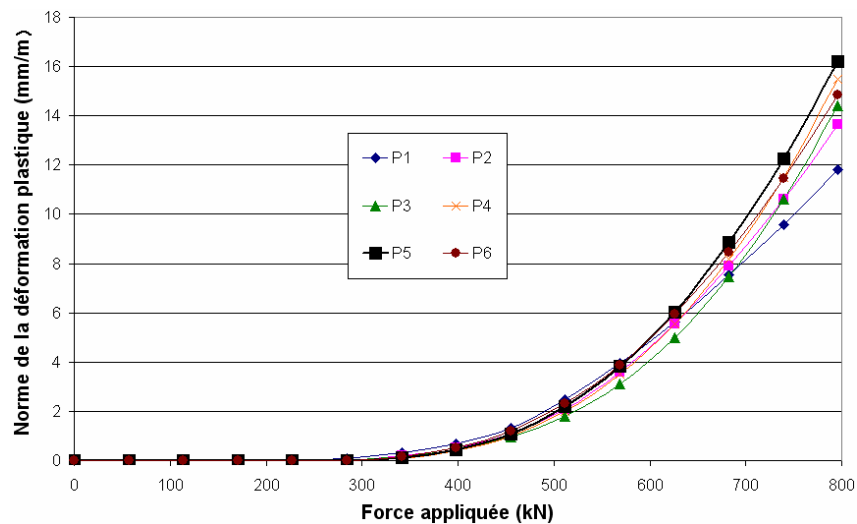


Figure 3-107 Evolution de la norme de la déformation plastique (dans la zone choisie) en fonction de l'effort appliqué (exemple de la poutre BFUP-B-RC-NS avec  $f_{t-BFUP-EF}$  égale à 8 MPa)

Pour la Figure 3-108 et la Figure 3-109, deux graphiques sont présentés. Ils décrivent les mêmes courbes prévisionnelles et expérimentales, mais le premier détaille les efforts correspondant à l'atteinte d'une déformation plastique en traction égale à 3 mm/m, 6 mm/m et 9 mm/m pour la modélisation avec  $f_{t-BFUP-EF}$  égale à 9,6 ou 6,75 MPa et le second détaille ceux de la prévision avec  $f_{t-BFUP-EF}$  égale à 8 MPa.

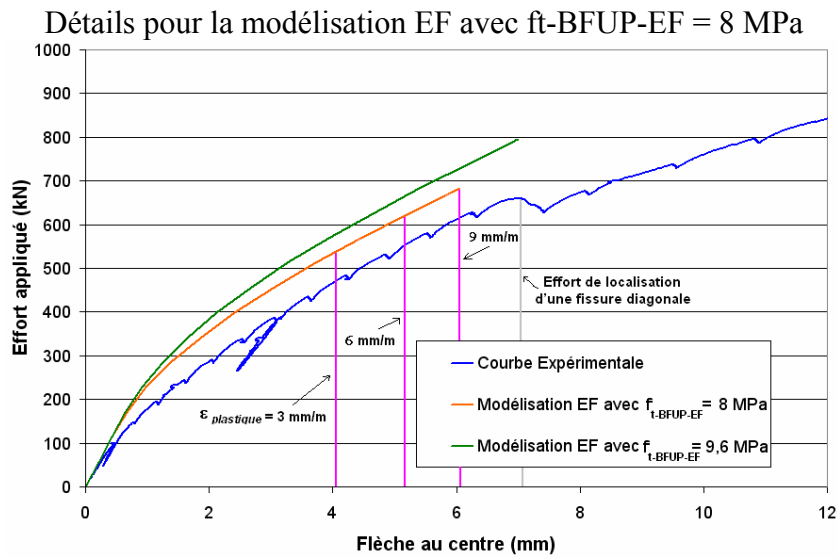
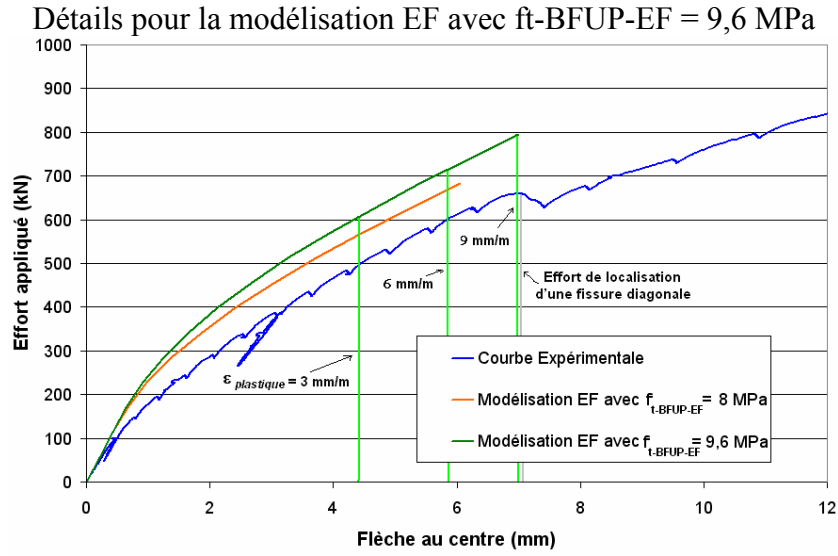


Figure 3-108 Poutre BFUP-B-RC-NS : comparaison de la courbe « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentale avec celles issues des différentes modélisations Eléments Finis



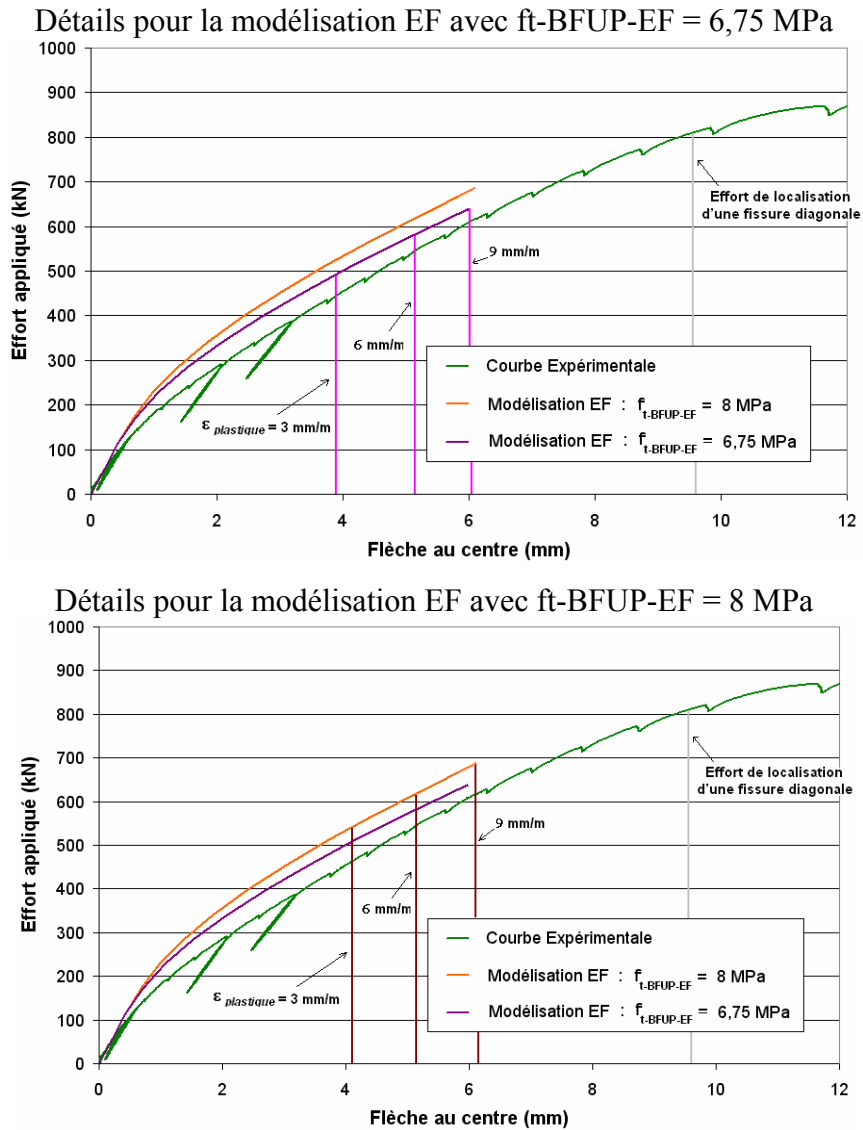


Figure 3-109 Poutre BFUP-F-RC-NS : comparaison de la courbe « Effort appliqué – Flèche au centre » expérimentale avec celles issues des différentes modélisations Eléments Finis

A titre d'exemple, les isovaleurs de la norme de la déformation plastique  $\epsilon_{plastique}$  sont représentées Figure 3-110 pour les poutres armées avec  $f_{t-BFUP-EF}$  égale à 8 MPa, pour une valeur de l'effort appliqué égale à 512 kN, 625 kN et 682 kN.

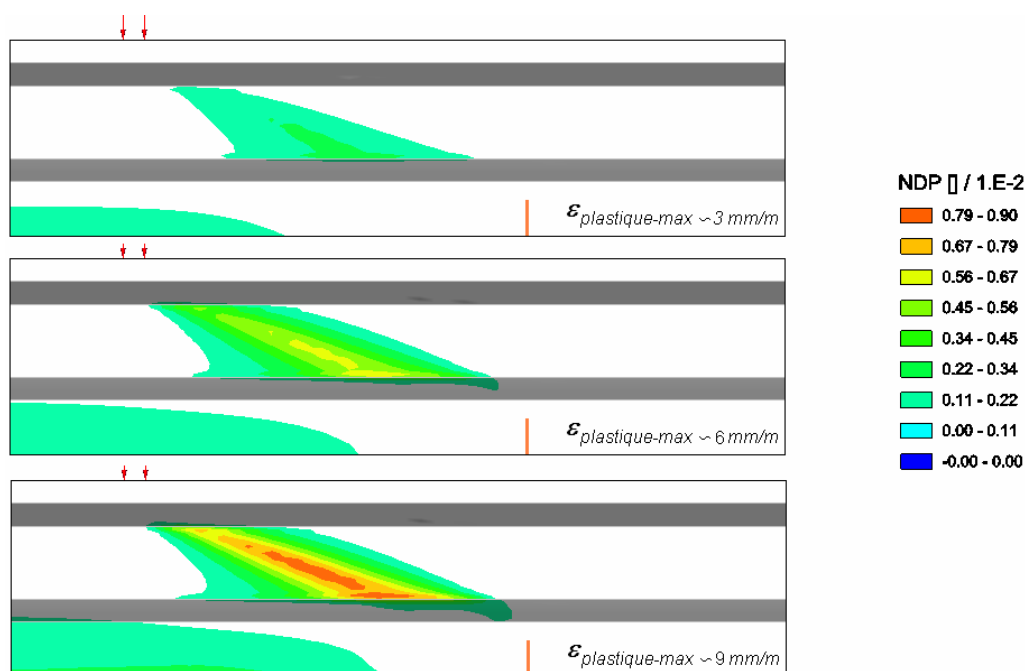


Figure 3-110 Isovaleurs de la norme de la déformation plastique  $\varepsilon_{\text{plastique}}$  pour la modélisation des poutres armées avec  $f_t\text{-BFUP-EF}$  égale à 8 MP

Comme pour les poutres précontraintes, la modélisation Eléments Finis avec une approche continue (en « contrainte – déformation ») permet de retrouver une rupture par traction diagonale. La zone la plus critique semble là encore se situer vers la zone de transition entre l'âme et le gousset inférieur des poutres.

En termes de rigidité, l'écart semble acceptable. Néanmoins les prévisions du modèle ne sont pas sécuritaires. Cette sous-estimation de la rigidité pourrait s'expliquer par l'hypothèse choisie d'une adhérence parfaite entre les armatures longitudinales et le BFUP, entraînant ainsi une sous-estimation des déformations dues au moment fléchissant.

La modélisation du comportement complexe et non linéaire des structures en BFUP, et en particulier des poutres testées, nécessite encore de poursuivre des analyses, notamment pour confirmer par des études de sensibilité l'influence des différents paramètres du calcul. Néanmoins ils peuvent dès à présent la possibilité de développer de telles approches prometteuses. Le travail expérimental et les données acquises grâce à la présente thèse constituent donc une base originale et importante.

### 3.5 Conclusions

L'étude de caractérisation du comportement mécanique des BFUP à l'échelle du matériau en prenant en compte l'orientation réelle des fibres au sein des poutres s'est avérée particulièrement importante. Ainsi on a pu constater l'interaction entre le matériau, la géométrie de la structure et le procédé de mise en œuvre du BFUP sur l'orientation des fibres. Pour le BFUP-B et le BFUP-F, la direction d'orientation préférentielle des fibres n'a pas été la même. Et dans le cas du BFUP-F-OF, l'orientation des fibres organiques semble avoir été isotrope.

Les méthodes d'analyse des essais de flexion quatre points détaillées dans le chapitre 2 ont été particulièrement utiles pour déterminer la contrainte limite de linéarité et pour évaluer l'influence de la structure (orientation réelle des fibres, influence d'une éventuelle précontrainte ou de la géométrie de la structure) sur le comportement en traction du BFUP qui peut être prépondérant pour la résistance à l'effort tranchant.

L'analyse des résultats obtenus lors des essais à l'effort à l'effort tranchant a également permis de montrer l'importance d'un autre paramètre influençant la résistance à l'effort tranchant que la contrainte post-fissuration en traction : la déformation correspondant à la localisation de la fissure et marquant la fin du comportement global « pseudo-plastique ».

Concernant la synergie d'éventuelles armatures transversales et du BFUP vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant, le suivi de la déformation de plusieurs épingles au cours des essais sur poutres armées longitudinalement et transversalement a permis de mettre en évidence, dans le cas d'un BFUP multi-fissurant, la démarche à adopter pour vérifier l'additivité des deux contributions. Cette dernière est possible si la déformation correspondant à la fin du comportement écrouissant (dans la direction principale de traction) est suffisante pour assurer une déformation verticale supérieure à la déformation de plastification des armatures transversales.

La réalisation de ces essais a également donné l'occasion d'acquérir un certain nombre d'informations sur l'apparition et le développement de la fissuration diagonale des poutres en BFUP. Ces informations, complétées avec celles que l'on peut trouver dans la littérature, ont été confrontées à différentes prédictions réglementaires. Cette confrontation des résultats a permis de montrer que l'expression de l'EC2 avec  $f_{ij}/1,85$  et  $f_c/3$  semble une option raisonnable pour la vérification de l'ELS au cisaillement sous combinaison de sollicitations fréquente (ELS « local »). Dans le cas de l'ELS « global » (vérification sous combinaison caractéristique), l'expression de l'EC2 avec  $f_{ij}/1,5$  et  $f_c/3$  pourrait être utilisée. Néanmoins, de par l'influence directe de l'orientation des fibres sur le développement de la fissuration (notamment la fissuration diagonale d'effort tranchant), et le faible nombre d'essais auxquels les prévisions de cette formulation ont été confrontées (avec l'absence de poutres de grande hauteur), il est nécessaire de réaliser des analyses supplémentaires afin de vérifier de manière rigoureuse la fidélité de cette expression.

Concernant la résistance à l'effort tranchant, deux types d'approche pour modéliser le comportement du BFUP ont été utilisées pour évaluer l'Etat Limite Ultime (ELU) : approche en « contrainte-déformation » ou « contrainte-ouverture de fissure ».

Pour l'approche en « contrainte – ouverture de fissure », différentes méthodes de calcul ont été testées afin de prédire la résistance ou le comportement de poutres soumises à des sollicitations concomitantes de flexion et d'effort tranchant. Les prévisions apportées par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) et par le modèle adapté aux poutres en I semblent

raisonnablement sûres. Toutefois il est nécessaire de confronter ces modèles à un panel d'essais plus important. Le problème lié à l'absence quasi systématique de caractérisation du comportement en traction des BFUP lors des essais à l'effort tranchant sur poutres, reste à résoudre.

Concernant le modèle analytique développé, utilisant une loi « contrainte – déformation » pour traduire le comportement en traction des BFUP, la comparaison des différentes courbes « Effort appliqué – Flèche au centre » ou éventuellement « Contraintes à l'intérieur des épingles – Effort appliqué » prédites et obtenues expérimentalement montre qu'il est possible de modéliser le comportement général des poutres en BFUP sous une sollicitation mixte Flexion-Effort tranchant à partir d'une approche « contrainte – déformation ». Ceci est partiellement confirmé par les résultats obtenus à partir de la modélisation aux éléments finis basée sur une approche continue.

En résumé, ce chapitre 3 contribue à mieux appréhender l'influence du comportement en traction des BFUP au niveau du fonctionnement de la structure grâce à :

- L'alimentation de la littérature avec onze essais de poutres documentés, caractérisés par :
  - une rupture par traction diagonale effective,
  - l'identification des états limites ELS et ELU,
  - la caractérisation complète des matériaux avec une identification de l'orientation réelle des fibres au sein des poutres à partir d'essais de flexion trois points entaillés : détermination d'une loi « contrainte – ouverture de fissure » de référence et de l'évolution du coefficient d'orientation  $K$  dans les différentes directions considérées,
  - la mise en évidence expérimentale de la plastification des épingles.
- La calibration avec un degré d'aboutissement variable des prévisions ELS à partir :
  - De la formule de l'Eurocode 2 avec  $f_{ij}/1,85$  et  $f_c/3$  pour l'ELS « fréquent »
  - De la formule de l'Eurocode 2 avec  $f_{ij}/1,5$  et  $f_c/3$  pour l'ELS « caractéristique ». Néanmoins il est nécessaire de confronter ces modèles à un panel d'essais plus important.
  - De l'approche en « contrainte – déformation ». L'extrapolation à d'autres cas, des résultats obtenus avec la modélisation des poutres décrites dans ce manuscrit, reste à étudier.
- La mise en évidence de l'additivité de la contribution du BFUP et d'éventuelles armatures transversales à partir :
  - De résultats expérimentaux associés à une analyse qualitative.
  - D'une analyse quantitative à l'aide du modèle analytique proposé et basé sur une approche « contrainte déformation ».
- La calibration avec un degré d'aboutissement variable des prévisions ELU, qui permettent de mettre en évidence l'importance de l'identification de l'évolution du coefficient d'orientation  $K$  dans la structure, à partir :
  - D'une approche basée sur l'analyse limite à partir de l'expression des recommandations (AFGC-Sétra, 2002), une modification de la contribution des fibres étant proposée.
  - D'une modélisation analytique basée sur une approche « contrainte – déformation » faisant appel uniquement à des lois « matériau » obtenues à

partir d'essais de caractérisation et modifiées avec des facteurs correctifs issus de la littérature.

- D'une modélisation aux éléments finis utilisant le critère de (Willam et Warnke, 1975) pour modéliser le comportement du BFUP.

# Conclusion Générale et Perspectives

Les Bétons Fibrés à Ultra hautes Performances (BFUP) se caractérisent par une résistance en compression bien supérieure à celle des BTHP actuellement couverts par la normalisation, une excellente durabilité et l'emploi d'un assez fort taux de fibres métalliques modifiant le recours habituel aux armatures. Grâce à ces propriétés mécaniques spécifiques, les BFUP permettent de concevoir des structures très allégées, économes en matière ... Afin d'assurer une conception sûre et efficace de ces structures, il est indispensable d'évaluer de manière précise les caractéristiques mécaniques des BFUP à l'échelle du matériau mais aussi à l'échelle de la structure.

Les BFUP sont notamment marqués par une résistance à la traction élevée. De plus, selon le pourcentage volumique et le(s) type(s) de fibres initialement prévu dans la formulation et l'orientation réelle des fibres dans la structure vis-à-vis des directions principales de traction, leur comportement en traction peut être adoucissant ou écrouissant (Behloul, 1996). Dans le premier cas, une approche utilisant une loi de comportement en traction « contrainte-ouverture de fissure » est adaptée pour évaluer correctement la résistance d'une structure. Dans le cas d'un comportement écrouissant, une approche utilisant une loi de comportement en traction « contrainte-déformation » paraît plus appropriée pour décrire le comportement de la structure.

Les deux comportements nécessitant une approche différente pour assurer la sécurité du dimensionnement, il est utile dans un premier temps de déterminer lequel va se mettre en place pour un BFUP et un élément structurel donné. Cette identification du comportement en traction du BFUP doit notamment prendre en compte l'orientation réelle des fibres à l'intérieur de la structure. Dans un second temps, il est nécessaire de développer des méthodes de calcul permettant de prédire le plus fidèlement possible la résistance ou le comportement de la structure vis-à-vis de la sollicitation considérée.

A partir de ce constat, une vaste action de recherche a été réalisée à l'IFSTTAR dans le double cadre d'une collaboration avec le TFHRC et de la mise à jour des recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP. Cette action de recherche avait pour objectif de contribuer à l'identification et à la prise en compte du comportement en traction des BFUP à l'échelle de la structure, en particulier vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant des poutres conçues avec ce type de matériau.

En premier lieu, un travail bibliographique a été réalisé. Il a tout d'abord mis en évidence que l'ensemble des structures en BFUP ont en commun une véritable modification du recours classique aux armatures passives notamment pour la résistance à l'effort tranchant (et donc vis-à-vis des contraintes principales de traction) qui est souvent uniquement assurée par le BFUP. On comprend alors l'importance de bien appréhender le comportement en traction à l'échelle de la structure de ces matériaux afin de concevoir de manière sûre et efficace. Les différentes méthodes de caractérisation du comportement en traction des BFM et plus particulièrement des BFUP ont donc été détaillées. Il a été mis en évidence les difficultés liées à l'utilisation d'éprouvettes entaillées. Outre la surestimation de résistance que l'on peut qualifier de « statistique » due au choix de la section de rupture, il n'est pas possible d'identifier certains paramètres caractérisant le comportement pseudo-écrouissant de certains BFUP. L'utilisation d'une éprouvette non-entaillée a été jugée plus pertinente pour

caractériser le comportement en traction d'un BFUP. Bien qu'un essai de traction directe soit à privilégier en raison du caractère direct et intrinsèque de l'information obtenue, celui-ci est relativement complexe à mettre en œuvre. L'essai de flexion quatre points sur éprouvette non-entaillée a donc été identifié comme pertinent dans le cadre d'une caractérisation du comportement en traction des BFUP. Néanmoins cet essai nécessite l'utilisation d'une analyse inverse dont les résultats sont dépendants des hypothèses prises en compte. Ces hypothèses peuvent entraîner un certain nombre d'artefacts sur la loi « contrainte-déformation » ou « contrainte-ouverture de fissure » déterminée. Il a donc été jugé utile de développer des méthodes de caractérisation à partir d'essais sur prismes non-entaillés permettant d'obtenir une loi « contrainte-déformation » (dans le cas d'un BFUP écrouissant) ou « contrainte-ouverture de fissure » (dans le cas d'un BFUP adoucissant) la plus réaliste possible.

Une méthode d'essais de traction directe mise au point dans le cadre d'une collaboration entre l'IFSTTAR et le TFHRC a permis d'obtenir des caractéristiques de référence (la sollicitation de traction étant directe) pour évaluer la pertinence de l'essai de flexion quatre points vis-à-vis d'une caractérisation du comportement en traction des BFUP.

L'essai de flexion quatre points sur éprouvette non-entaillée a été confirmé comme particulièrement intéressant en raison de la simplicité de sa mise en œuvre et de sa robustesse. Pour évaluer le caractère écrouissant ou adoucissant en traction du BFUP testé, des méthodes d'analyse, se basant notamment sur un relevé de fissures de chaque éprouvette, ont été mises au point. Celles-ci ont permis dans un premier temps, d'identifier le caractère écrouissant ou adoucissant en traction directe du BFUP testé puis d'obtenir selon le cas, une loi de comportement « contrainte – déformation » ou « contrainte – ouverture de fissure ». A chaque fois, deux analyses inverses ont été proposées :

- l'une utilisant la mesure de deux extensomètres placés en fibre inférieure de manière décalée,
- l'autre se basant sur la mesure de la flèche au centre, à partir de laquelle la déformation ou l'ouverture de fissure en face inférieure est estimée.

L'ensemble de ces méthodes ont été comparées aux résultats obtenus avec les essais de traction directe. Cette comparaison a permis de mettre en exergue la robustesse des méthodes d'analyse proposées notamment vis-à-vis de la cohérence de la discrimination écrouissant/adoucissant à partir du relevé de fissures sur chaque éprouvette.

Dans le cas des BFUP écrouissants en traction directe, il ressort une estimation d'autant plus fiable de la capacité résistante post-fissuration que l'on évite de recourir à des hypothèses simplificatrices non nécessaires. Dans le cas des BFUP adoucissants en traction directe, l'obtention d'une loi « contrainte – ouverture de fissure » à partir d'essais de flexion quatre points associée à une approche utilisant la mesure de l'ouverture de fissure semble efficace.

Des travaux visant à améliorer soit le processus de mise en œuvre des méthodes de caractérisation proposées soit la compréhension du comportement en traction des BFUP, restent à accomplir. Néanmoins, dans le cadre de la recherche, elles sont dès maintenant, particulièrement utiles pour évaluer le comportement en traction des BFUP à l'échelle du matériau et de la structure.

Parallèlement, les différents mécanismes intervenant dans le comportement à l'effort tranchant et l'évaluation du rôle que peuvent jouer les fibres au sein d'un béton fibré ordinaire ont été considérés dans le cadre d'une revue critique pour leur éventuelle extrapolation aux BFUP. Nous nous sommes ainsi aperçus que les essais de flexion menés sur des poutres en BFUP ou BTHP fibré conduisant à un mécanisme de ruine par effort tranchant avaient été très rarement associés à une caractérisation du comportement en traction du matériau cimentaire. A cela s'ajoute une absence systématique de l'identification de l'orientation réelle des fibres au sein de la structure. Or cette problématique est essentielle dans le cas des structures en



BFUP de par la rhéologie du matériau et la forme complexe des sections dimensionnées. A partir de ces considérations, il s'est avéré nécessaire de mener des essais de flexion conduisant à une rupture à l'effort tranchant de poutres en BFUP armé et/ou précontraint avec ou sans armatures transversales, associés à une caractérisation des propriétés mécaniques des différents matériaux utilisés, et à une identification de l'orientation réelle des fibres au sein des corps d'épreuve.

En accord avec ces conclusions, le cas du comportement des poutres à l'effort tranchant a été choisi pour évaluer l'influence du comportement en traction des BFUP sur la capacité portante des structures conçues avec ce type de matériaux. L'amélioration de la caractérisation du BFUP en traction doit en effet permettre de rendre plus efficace et plus fiable la prise en compte de la contribution du matériau dans le fonctionnement structurel, favorisant une valorisation rationnelle et sûre.

Un programme expérimental a donc été mis au point à l'IFSTTAR (ex LCPC) en liaison avec le groupe de travail de l'AFGC sur les BFUP, et en particulier dans le cadre d'un partenariat LCPC-Lafarge-Eiffage, afin notamment :

- de quantifier l'apport des fibres et d'éventuelles armatures transversales de manière à vérifier la synergie des deux renforcements vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant,
- et de caractériser le processus de fissuration d'une poutre en BFUP armé ou précontraint soumise à une sollicitation mixte Flexion-Tranchant afin d'en permettre la prévision.

Onze poutres en BFUP armé ou précontraint, avec ou sans armatures transversales et avec ou sans fibres (métalliques ou organiques) ont été testées sous une configuration de flexion conduisant à une rupture par effort tranchant.

La caractérisation concomitante du comportement mécanique des BFUP à l'échelle du matériau en prenant en compte l'orientation réelle des fibres au sein des poutres qui constitue une originalité de ce programme, s'est avérée particulièrement importante. Ainsi on a pu constater l'interaction entre le matériau, la géométrie de la structure et le procédé de mise en œuvre du BFUP sur l'orientation des fibres.

Les méthodes d'analyse des essais de flexion quatre points détaillées dans le chapitre 2 ont été particulièrement utiles pour évaluer l'influence de la structure (orientation réelle des fibres, influence d'une éventuelle précontrainte ou de la géométrie de la structure) sur les paramètres caractérisant le comportement en traction du BFUP, notamment la déformation correspondant à la localisation de la fissure et marquant la fin du comportement global « pseudo-plastique ». Concernant la synergie d'éventuelles armatures transversales et du BFUP vis-à-vis de la résistance à l'effort tranchant, le suivi de la déformation de plusieurs épingles au cours des essais sur poutres armées longitudinalement et transversalement a permis de mettre en évidence, dans le cas d'un BFUP multi-fissurant, que l'additivité des deux contributions était possible dans la mesure où la déformation correspondant à la fin du comportement écrouissant du BFUP (dans la direction principale de traction) était compatible avec une déformation verticale supérieure à la déformation de plastification des armatures transversales.

La réalisation de ces essais a fourni des résultats quantitatifs sur l'apparition et le développement de la fissuration diagonale des poutres en BFUP. Ces informations, complétées avec celles que l'on peut trouver dans la littérature, ont été confrontées à différentes prédictions réglementaires. Cette confrontation des résultats a permis de montrer que l'approche globale choisie ici, traitant le cas des poutres précontraintes et des poutres armées avec le même formalisme, est une option raisonnable pour la vérification de l'ELS au cisaillement sous combinaison de sollicitations fréquente (ELS « locale ») ou caractéristique.



Concernant la résistance à l'effort tranchant, deux types d'approche pour modéliser le comportement du BFUP ont été abordés : approche en « contrainte-déformation » ou « contrainte-ouverture de fissure ».

Pour l'approche en « contrainte – ouverture de fissure », différentes méthodes de calcul ont été testées afin de prédire la résistance ou le comportement de poutres soumises à des sollicitations concomitantes de flexion et d'effort tranchant. Les prévisions apportées par les recommandations (AFGC-Sétra, 2002) et par le modèle adapté aux poutres en I semblent raisonnablement sûres. Toutefois il est nécessaire de confronter ces modèles à un panel d'essais plus important.

Concernant le modèle analytique développé, utilisant une loi « contrainte – déformation » pour traduire le comportement en traction des BFUP, la comparaison des différentes courbes « Effort appliqué – Flèche au centre » ou éventuellement « Contraintes à l'intérieur des épingles – Effort appliqué » prédites et obtenues expérimentalement montre qu'il est possible de modéliser le comportement général des poutres en BFUP sous une sollicitation mixte Flexion-Effort tranchant à partir d'une approche « contrainte – déformation ». Ceci est partiellement confirmé par les résultats obtenus à partir de la modélisation aux éléments finis basée sur une approche continue.

Au total, au-delà d'une contribution expérimentale originale associée à deux programmes mettant en regard, pour deux BFUP industriels, caractérisation en traction directe et en flexion quatre points d'une part, comportement à l'effort tranchant de poutres et comportement local de prismes prélevés d'autre part, cette thèse a fourni des éléments d'orientation à l'actualisation des recommandations (AFGC-Sétra, 2002) sur les BFUP :

- pour la caractérisation du matériau en traction par flexion sur éprouvette non entaillée,
- pour les vérifications ELS et ELU sous sollicitations tangentes dues à l'effort tranchant.

Ce travail a ouvert des pistes prometteuses concernant la caractérisation des BFUP en traction directe sur prismes et l'utilisation de méthodes non linéaires continues pour la vérification des structures, pistes qui mériteraient d'être poursuivies pour généraliser l'emploi opérationnel de ces méthodes.

---

# Références

- AASHTO. 2010. *“AASHTO LRFD Bridge Design Specifications”*, Washington, D.C., American Association of State Highway and Transportation Officials.
- ACI 318-08. 2011. *“Structural Concrete Building code (ACI 318-08) and commentary”*, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 430.
- AFGC-Sétra. 2002. *“Bétons Fibrés à Ultra hautes Performances /Ultra High Performance Fibre-Reinforced Concretes”*, Interim Recommendations, Sétra, Bagnaux, 98 pages.
- AFREM. 1995. *“Recommandations sur les méthodes de dimensionnement, les essais de caractérisation, de convenance et de contrôle, Eléments de structures fonctionnant comme des poutres”*, actes du séminaire AFREM, Saint-Rémy-lès-Chevreuse, 6 décembre 1995, P. Rossi ed.
- Ahmad, S.H., Park, F., El-Dash, K. 1995. *“Web reinforcement effects on shear capacity of reinforced high strength concrete beams”*, Magazine of Concrete Research, Vol. 47 (172), pp. 227-233.
- Angelakos, D., Bentz, E. C., Collins, M. P. 2001. *“Effect of concrete strength and minimum stirrups on shear strength of large members”*, Journal of Structural Engineering, Vol. 98 (3), pp. 290–300.
- ASCE-ACI Committee 445 on Shear and Torsion. 1998. *“Recent approaches to shear design of structural concrete”*, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 124 (12), pp. 1375-1417.
- ASTM C1018. 1997. *“Standard Test Method for Flexural Toughness and First-Crack Strength of Fiber-Reinforced Concrete (Using Beam With Third-Point Loading)”*, American Society for Testing and Materials, Standard Practice, Philadelphia, PA.
- ASTM C1550. 2004. *“Standard test method for flexural toughness of fibre reinforced concrete (using a centrally loaded round panel)”*, American Society for Testing and Materials, Standard Practice, 9 pages.
- ASTM C1609. 2006. *“Standard test method for flexural performance of fiber-reinforced concrete (using beam with third-point loading)”*, American Society for Testing and Materials, Standard Practice, 8 pages.
- ASTM E8. 2009. *“Standard Test Method for Tension Testing of Metallic Materials”*, American Society for Testing and Materials, Standard Practice, Philadelphia, PA.
- Atrach, M. 2011. *“Analyse d’essais de flexion sous charge concentrée sur dalle gaufree en BFUP”*, Rapport de stage scientifique de 2<sup>ème</sup> année, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Encadrement de F. Baby et P. Marchand, 87 pages.

- Baby, F., Marchand, P. 2010. “*Contrainte de cisaillement limite à l’ELS*”, Groupe AFGC sur les BFUP (Sous-groupe « Calcul »), 3 Janvier, 7 pages.
- Baby, F., Billo, J., Renaud, J.C., Massotte, C., Marchand, P., Toutlemonde, F. 2010. “*Shear resistance of ultra high performance fibre-reinforced concrete I-beams*”, FraMCoS7, B.H. Oh et al. eds, Jeju (Korea), 23-28 May, pp. 1411-1417.
- Baby, F., Billo, J., Renaud, J.C., Massotte, C., Marchand, P., Toutlemonde, F. 2012. “*Ultimate Shear Strength of Ultra High Performance Fibre-Reinforced Concrete Beams*”, Hipermat, Kassel, Germany.
- BAEL 91. 1991. “*Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites*”, Fasc. 62 (Titre premier, section 1 du CCTG).
- BAEL 91 révisé 99. 1999. “*Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites*”, Fasc. 62 (Titre premier, section 1 du CCTG), avril.
- Barnett, S., Millard, S., Tyas, A., Schleyer, G. 2010. “*Blast tests of ultra high performance fibre reinforced concrete panels*”, ICE Construction Materials Journal, Vol. 33 (6), pp. 35-41.
- Batoz, J.F., Behloul, M. 2010. “*UHPFRC Development : Experience with Ductal® Over the Past Two Decades*”, Designing and Building with UHPFRC: State of the Art and Development, ISTE-Wiley, pp. 43-62.
- Batson, G., Jenkins, E., Spatney, R. 1972. “*Steel fibres as shear reinforcement in beams*”, ACI Journal, Vol. 69 (11), pp. 640-644.
- Bauman, T. 1968. “*Tests to study the dowel action of the bending tension reinforcement of reinforced concrete beams*”, in Technische Hochschule, Bericht n°77, Munich.
- Bayard, O. 2001. “*Fissuration des Bétons Fibrés à Ultra Hautes Performances : modélisation du matériau et technique expérimentale*”, XIXèmes Rencontres Universitaires du Génie Civil, COSS'2001, Lille, 3-4 Mai, 8 pages.
- Bažant, Z. P., Kim, I.-K. 1984. “*Size effect in shear failure of longitudinally reinforced beams*”, ACI Journal, Vol. 81 (5), pp. 456-468.
- Bažant, Z.P., Sun, H.H. 1987. “*Size effect in diagonal shear failure: Influence of aggregate size and stirrups*”, ACI Materials Journal, Vol. 84 (4), pp. 259-272.
- Bažant, Z. P., Kazemi, M. T. 1991. “*Size effect on diagonal shear failure of beams without stirrups*”, ACI Journal, Vol. 88 (3), pp. 268–276.
- Behloul, M. 1996. “*Analyse et modélisation du comportement d’un matériau à matrice cimentaire fibrée à ultra hautes performances*”, E.N.S. Cachan, thèse de doctorat, Cachan, France, Décembre, 182 pages.

- 
- Behloul, M., Adeline, R., Cheyrezy, M., Aitcin, P.C., Blais, P., Couture, M. 1999. “*Québec : un ouvrage d’art en béton de poudres réactives. La passerelle sur la rivière Magog à Sherbrooke*”, Revue Travaux No 751, Mars, 6 pages.
- Behloul, M., Lee, K., Etienne, D. 2004. “*Seonyu Ductal® footbridge*”, fib Symposium, 26-28 Avril, Avignon, France, 6 pages.
- Belarbi, A., Hsu, T. T. C. 1994. “*Constitutive laws of concrete in tension and reinforcing bars stiffened by concrete*”, ACI Structural Journal, Vol.91 (4), pp. 465-474.
- Belarbi, A., Hsu, T.T.C. 1995. “*Constitutive laws of softened concrete in biaxial tension-compression*”, ACI Structural Journal, Vol. 92 (5), pp. 562-573.
- Bentz, E.C., Collins, M.P. 2006. “*Development of the 2004 CSA A23.3 Shear Provisions for Reinforced Concrete*”, Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 33 (5), pp. 521-534.
- Bentz, E.C., Vecchio, F.J., Collins, M.P. 2006. “*The Simplified MCFT for Calculating the Shear Strength of Reinforced Concrete Elements*”, ACI Structural Journal, Vol. 103 (4), pp. 614-624.
- Bernardi, S. 2001. “*Contribution à l’étude de la fissuration et du comportement à l’effort tranchant d’éléments de structure en bétons de hautes performances munis d’armatures de hautes performances*”, Thèse de l’INSA Toulouse, Février, 187 pages.
- Bertram, G., Hegger, J. 2008. “*Shear carrying capacity of ultra-high performance concrete beams*”, Proceedings, 8th Int. Symp. on Utilization of High-Strength and High-Performance Concrete, Japan Concrete Institute, Tokyo, pp. 915-920.
- Bertram, G., Hegger, J. 2010. “*Pretensioned UHPC beams with and without openings*”, Proceedings of 3<sup>rd</sup> fib International Congress, Washington, USA.
- Bhal, N. S. 1968. “*Über den Einfluss der Balkenhöhe auf Schubtragfähigkeit von einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung*”, Dissertation, Universität Stuttgart.
- Bierwagen, D., Mcdonald, N. 2005. “*Ultra high performance concrete highway bridge*”, Proceedings Precast/Prestressed Concrete Institute National Bridge Conference, Palm Springs, California.
- Birelli, G., Chauvel, D., Dugat, J., Adeline, R., Bekaert, A.1998. “*Industrialisation du BPR. Utilisation dans les réfrigérants à courants croisés et premières règles de calcul*”, La technique française du Béton, AFPC-AFREM, XIII<sup>e</sup> congrès de la FIP, Amsterdam, pp. 203-213.
- Bolusset, D.1999. “*Essai de deux poutrelles précontraintes en BPR®*”, Rapport d’essai LCPC, Bouygues-TP, 15 pages.
- Boulay, C., Le Maou, F., Renwez, S., Sercombe, J., Toutlemonde, F. 1997. “*Caractérisation du comportement au choc d’un béton de poudres réactives grâce à des essais de traction directe*”, Rapport d’étude LCPC pour Bouygues D.S.
-

Boulay, C., Arca, A., Sananes, J., Tailhan, J.L., Rossi, P. 2003. “*Comportement mécanique d’un nouveau composite cimentaire à écrouissage positif. II/ Caractérisation du comportement en traction uniaxiale*”, Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées No 243, pp. 19-30.

Boulay, C., Rossi P., Tailhan, J.L. 2004. “*Uniaxial Tensile Test on a New Cement Composite Having a Hardening Behaviour*”, in di Prisco, M., R. Felicetti, and G.A. Plizzari, Eds., Fiber Reinforced Concretes – BEFIB 2004, Proceedings of the Sixth International RILEM Symposium, pp. 61-68.

BPEL 91. 1991. “*Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton précontraint suivant la méthode des états limites*”, Fasc, 62 (Titre premier, section 2 du CCTG).

BPEL 91 révisé 99. 1999. “*Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton précontraint suivant la méthode des états limites*”, Fasc, 62 (Titre premier, section 2 du CCTG), Avril 1999.

Bresler, B., Pister, K.S. 1958. “*Strength of concrete under combined stresses*”, ACI Journal Proceedings, Vol. 55 (9), pp. 321-345.

Brühwiler, E., Denarié, E., Habel, K. 2005. “*Ultra-High Performance Fibre Reinforced Concrete for advanced rehabilitation of bridges*”, Proceedings Fib symposium "Keep Concrete Attractive", Budapest, Hungary, 23-25 Mai, Eds. G.L. Balasz & A. Borosnyoi, pp. 951-956.

Brühwiler, E., Denarié, E. 2008. “*Rehabilitation of concrete structures using Ultra-High Performance Fibre Reinforced Concrete*”, Proceedings, Ultra High Performance Concrete (UHPC), Second International Symposium on UHPC, Kassel, Germany, pp. 895-902.

Calgaro, J.A., Virlogeux, M. 1994. “*Projet et construction des ponts – Analyse structurale des tabliers de ponts*”, 2<sup>ème</sup> Edition, Presses de l’ENPC.

CAN/CSA Standard A23.3-04, “*Design of Concrete Structures*”, Canadian Standards Association, Mississauga, ON, Canada, 214 pages.

Carbonell, G., Perchat, J. 2008. “*EC2 – Calcul des Structures en Béton*”, Note de Repérage Eurocode 2, Ginger Formation (CEBTP), Elancourt, France, 195 pages.

Casanova, P. 1995. “*Bétons renforcés de fibres métalliques : du matériau à la structure*”, Etudes et Recherches des LPC, OA20, LCPC.

Casanova, P., Rossi, P., Schaller, I. 1997. “*Can Steel Fibers Replace Transverse Reinforcement in Reinforced Concrete Beams ?*”, ACI Material Journal, Vol. 94 (5), pp. 341-354.

CEB, Comité Euro-International du Béton. 1988. “*Fatigue of concrete structures. State of the Art Report*”, Bulletin d’information du CEB No188, Contribution à la 26ème Session Plénière du CEB, Dubrovnik, Septembre, 1988.

- 
- CEB, Comité Euro-International du Béton. 1989. “*Design aspects of high strength concrete*”, Bulletin d’information du CEB No193, Session Plénière du CEB, Dubrovnik, Décembre, 1989.
- CEB, Comité Euro-International du Béton. 1991. “*CEB-FIP Model Code 1990*”, Bulletin d’information du CEB No 203, 204 et 205.
- CEB, Comité Euro-International du Béton. 1995. “*Ultimate limit state design models. A state-of-art report*”, Bulletin d’information du CEB No 223, Juin.
- CEN/TC 229 - PrEN 14651-5. 2003. “*Precast Concrete Products – Test method for metallic fibre concrete – Measuring the flexural tensile strength*”, European Standard, 15 pages.
- Chanut, S., Fabry, N., Leclerc, G., Marchand, P., Marchesse, D., De Matteis, D., Petel, A., Thibaux, T. 2007. “*Un cinquième pont routier français en BFUP : le triplement du pont Pinel à Rouen*”, Bulletin Ouvrages d’Art du Sétra No 56, Novembre, pp. 2-10.
- Chanvillard, G. 1993. “*Analyse expérimentale et modélisation micromécanique du comportement des fibres d’acier tréfilées, ancrées dans une matrice cimentaire*”, Etudes et Recherches des LPC, série ouvrages d’art, OA12.
- Chanvillard, G., Rigaud, S. 2003. “*Complete characterization of tensile properties of DUCTAL® UHPFRC according to the French recommendations*”, Proceedings of the Fourth International RILEM Workshop (HPFRCC4), pp. 21-34.
- Chanvillard, G. 2006. “*Méthode inverse appliquée au comportement des plaques en BFUP*”, Rapport PN MIKTI, France, 10 pages.
- Chen, W.F., Han, D.J. 1988. “*Plasticity for Structural Engineers*”, Springer-Verlag.
- Chuang, E., Ulm, F.J. 2002. “*Two-Phase Composite Model for High Performance Cementitious Composites*,” Journal of Engineering Mechanics, Vol. 128 (12), pp.1314-1323.
- Clément, J.L., Toutlemonde, F. 1999. “*Programme de qualification de la couverture BPR de la zone poudre ATPU - Bâtiment 258 – CADARACHE*”, Contrat LCPC-SGN/COGEMA n° 34207199, LCPC, mai-novembre.
- Collins, M.P., Mitchell, D. 1991. “*Prestressed Concrete Structures*”, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 766 pages.
- Collins, M.P., Mitchell, D., Adebar, P., Vecchio, F.J. 1996. “*A general shear design method*”, ACI Structural Journal, Vol. 93 (1), pp. 36-45.
- Craig, J.R. 1984. “*Design for shear and torsion in composite reinforced concrete beams with fibers*”, Proceedings Southeastern Conference on Theoretical and Applied Mechanics, pp. 476-482.
- Crane, C.K. 2010. “*Shear and Shear Friction of Ultra High Performance Concrete Bridge Girders*”, PhD Dissertation, Georgia Institute of Technology, 239 pages.
-



- D'Alessandro, K., Roberts-Wollmann, C., Cousins, T., Sotelino, E. 2010. "*Investigation of biaxial stress states of UHPC bridge girders through small panel testing and finite element analysis*", Designing and Building with UHPFRC: State of the Art and Development, ISTE-Wiley, pp. 619-637.
- Degen, B.E. 2009. "*Design and evaluation of a single-span bridge using ultra-high performance concrete*", Iowa State University, 147 pages.
- Dei Poli, S., Gambarova, P. G., Karakoc, C. 1987. "*Aggregate interlock role in RC thin-webbed beams in shear*", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.113 (1), pp.1-19.
- De Matteis, D., Novarin, M., Marchand, P., Fabry, N., Petel, A., Chanut, S. 2008. "*A fifth French bridge including UHPFRC components, the widening of the Pinel bridge, in Rouen (France)*", Ultra High Performance Concrete (UHPC), International Symposium on UHPC, Kassel, Germany, pp. 795-802.
- De Montaignac, R., Massicotte, B., Charron J.P. 2012. "*Design of SFRC structural elements: flexural behaviour Prediction*", Materials and Structures, Vol. 45 (4), pp. 623-636.
- Delauzun, O. Rogat, D., Boutillon, L., Linger, L., Clergue, C. 2010. "*Construction of the PS34 UHPFRC Bridge*", Designing and Building with UHPFRC: State of the Art and Development, ISTE-Wiley, pp. 138-147.
- Di Prisco, M., Gambarova, P.G. 1995. "*Comprehensive Model for Study of Shear in Thin-Webbed RC and PC Beams*", Journal of Structural Engineering, Vol. 121 (12), pp. 1822-1831.
- Di Prisco, M., Lamperti, M.G.L., Lapolla, S. 2010. "*Double-edge wedge splitting test: preliminary results*", Proceedings of the 7th int, conf, on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures (FRAMCOS), Jeju, Korea, pp. 1579-1586.
- Di Prisco, M., Plizzari, G., Vandewalle, L. 2010. "*MC2010: Overview on the shear provisions for FRC*", Proceeding of the workshop Shear and Punching Shear in RC and FRC Elements, Salo, Lake Garda, Italy, pp. 61-76.
- Dinh, H.H. 2009. "*Shear behavior of steel fiber reinforced concrete beams without stirrup reinforcement*", Doctoral Dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI, 285 pages.
- Dinh, H.H., Parra-Mointesinos, G.J., Wight, J. 2010. "*Shear Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams Without Stirrup Reinforcement*", ACI Structural Journal, Vol. 107 (5), pp. 597-606.
- Dinh, H.H., Parra-Mointesinos, G.J., Wight, J. 2011. "*Shear Strength Model for Steel Fiber Reinforced Concrete Beams without Stirrup Reinforcement*", Journal of Structural Engineering, Vol. 137 (10), pp. 1039-1051.

- 
- Duthinh, D., Carino, N.J. 1996. “*Shear design of high strength concrete beams: A review of the state-of-the-art*”, Building and Fire Research Laboratory, NIST, Gaithersburg, Maryland, USA, Octobre.
- Dwarakanath, H.V., and Nagaraj, T.S. 1991. “*Comparative Study of Predictions of Flexural Strength of Steel Fiber Concrete*,” ACI Structural Journal, Vol. 88 (6), pp.714-720.
- Elzanaty, A.H., Nilson, A.H., Slate, F.O. 1986. “*Shear capacity of reinforced concrete beams using high-strength concrete*”, ACI Journal Proceedings, Vol. 83 (3), pp. 290-296.
- EN 14651+A1. 2007. “*Méthode d'essai du béton de fibres métalliques - Mesurage de la résistance à la traction par flexion (limite de proportionnalité (LOP), résistance résiduelle)*”, Afnor, Paris, Décembre.
- Eurocode 2. 2005. “*Calcul des structures en béton et Document d'Application Nationale*”, P18-711-1, EN 1992-1-1, Afnor, Paris, Octobre.
- Fauchet, B. 1991. “*Analyse poroplastique des barrages en béton et de leurs foundations. Rôle de la pression interstitielle*”, Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- fédération internationale du béton (*fib*). 2010a. *fib Bulletin 55, Model Code 2010 – First complete draft, Volume 1*, 318 pages.
- fédération internationale du béton (*fib*). 2010b. *fib Bulletin 56, Model Code 2010 – First complete draft, Volume 2*, 312 pages.
- Fehling, E., Schmidt, M., Teichmann T., Bunje K., Bornemann, R., Middendorf, B. 2005. *Entwicklung, Dauerhaftigkeit und Berechnung - Ultrahochfester Beton (UHPC)*, Forschungsbericht DFG FE 497/1-1, Schriftreihe Baustoff- und Massivbau, Band 1, p.132, Kassel.
- Fehling, E., Roeder, F., Leutbecher, T., Stürwald, S. 2008a. “*Structural behavior of UHPC under biaxial loading*”, Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete, Kassel University Press, Kassel, Germany, pp. 569-576.
- Fehling, E., Schmidt, M., Bunje, K., Schreiber, W. 2008b. “*The Gärtnerplatzbrücke : Design of the First Hybrid UHPC-Steel Bridge across the River Fulda in Kassel, Germany*”, Proceedings, Ultra High Performance Concrete (UHPC), Second International Symposium on UHPC, Kassel, Germany, pp. 581-588.
- Fehling, E., Leutbecher, T., Roeder, F.K. 2011. “*Compression-Tension strength of reinforced and fiber-reinforced concrete*”, ACI Structural Journal, Vol. 108 (3), pp. 350-359.
- Fischer, G. & Li, V.C. 2007. “*Effect of fiber reinforcement on the response of structural members*”, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 74, 258–272.
- Frettlöhr, B., Reineck, K.H. 2010. “*Tests on scale effect of UHPFRC under bending and axial forces*”, Proceedings of 3rd fib International Congress, Washington, USA.
-



- 
- Foster, S.J., Voo, Y.L., Chong, K.T. 2006. "Analysis of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams Failing in Shear: Variable Engagement Model", Chapter 5 in Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, Eds. Lowes, L., and Filippou, F., ACI SP-237.
- Foster, S.J. 2010. "Design of FRC beams for shear using the VEM and the draft Model Code approach", Proceeding of the workshop Shear and Punching Shear in RC and FRC Elements, Salo, Lake Garda, Italy, pp. 195-210.
- Fouré, B. 1996. "Justification sous sollicitations tangentés", Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées, spécial XIX, Extension du domaine d'application des règlements de calcul BAEL/BPEL aux bétons à 80 MPa, LCPC, Paris, pp. 43-52.
- Fouré, B., Maouche, N. 1999. "Eurocode 2. Résistance à l'effort tranchant. Méthode des bielles d'inclinaison variable", Commande SETRA/CTOA, rapport CEBTP « QX », juin, pages.
- Fouré, B. 2000. "Calcul des ouvrages et réglementation. Révision de l'EC2 partie 1-1. Eléments d'étude", Marché SETRA-CEBTP 2000, rapport CEBTP, octobre, pages.
- Fouré, B. 2007. "Longueur caractéristique  $l_c$  et « tension stiffening »", Groupe AFGC sur les BFUP (Sous-groupe « Calcul »), 11 Octobre, 9 pages.
- Fouré, B. 2008. "Poinçonnement", Groupe AFGC sur les BFUP (Sous-groupe « Calcul »), 4 Décembre, 11 pages.
- Fouré, B. 2010. "BFUP : loi de comportement en compression", Groupe AFGC sur les BFUP (Sous-groupe « Calcul »), Note BFUP No 20, 22 Octobre, 36 pages.
- Frosch, R.J. 2000. "Behavior of Large-Scale Reinforced Concrete Beams with Minimum Shear Reinforcement", ACI Structural Journal, Vol. 97, pp. 814-820.
- Fujita, M., Sato, R., Matsumoto, K., Takaki, Y. 2003. "Size effect on shear strength of RC beams using HSC without shear reinforcement", Concrete Library International, JSCE, Vol. 41, pp. 113-128.
- Gabrielsson, H. 1993. "High performance concrete beams tested in shear. Comparison between the traditional approach and the modified compression field theory", Proceedings of the Third International Symposium on the Utilization of High Strength Concrete, Lillehammer, Norway, pp. 169-176.
- Gambarova, P.G. 1981. "On aggregate interlock mechanism in reinforced concrete plate with extensive cracking", IABSE Colloquium, Zurich, pp. 105 -134.
- Gowripalan, N., Gilbert, R.I. 2000. "Design guidelines for Ductal® prestressed concrete beams", Design guide, School of Civil and Environmental Engineering, The University of New South Wales, Sydney, Australia, 54 pages.
- Graybeal, B. 2006a. "Material Property Characterization of Ultra-High Performance Concrete," Federal Highway Administration, Report No, FHWA-HRT-06-103, August 2006, 97 pages.

- 
- Graybeal, B. 2006b. “*Structural Behavior of Ultra-High Performance Concrete Prestressed I-Girders*” Federal Highway Administration, Report No, FHWA-HRT-06-115, August 2006, p.104.
- Graybeal, B. 2006c. “*Practical Means for Determination of the Tensile Behavior of Ultra-High Performance Concrete*”, *Journal of ASTM International*, Vol. 3 (8), ASTM International, West Conshohocken, PA, 9 pages.
- Graybeal, B. 2010a. “*UHPC in the US Highway Infrastructure*”, Designing and Building with UHPFRC: State of the Art and Development, ISTE-Wiley, pp. 221-234.
- Graybeal, B. 2010b. “*Simultaneous Structural and Environmental Loading of an Ultra-High Performance Concrete Component*”, Report No, PB2010-110331, National Technical Information Service, Springfield, VA.
- Hajar, Z., Simon, A., Lecointre, D., Petitjean, J. 2004a. “*Design and Construction of the world first Ultra-High Performance Concrete road bridges*”, Ultra High Performance Concrete (UHPC), International Symposium on UHPC, Kassel, Germany, pp. 39-48.
- Hajar, Z., Simon, A., Thibaux, T., Wyniecki, P. 2004b. “*Construction of an Ultra-High-Performance Fibre-Reinforced Concrete thin-shell structure over the Millau Viaduct toll gates*”, *fib* Symposium, April 26-28, Avignon, France, 8 pages.
- Hajar, Z., Novarin, M., Simon, A., Thibaux, T., Chanut, S., Sale, R.G. 2010. “*ITE® beams, a cost-effective enduring alternative to filler-beams decks*”, Proceedings of 3<sup>rd</sup> *fib* International Congress, Washington, USA.
- Hallgren, M. 1994. “*Flexural and shear capacity of reinforced high-strength concrete beams without stirrups*”, licentiate thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, Department of Structural Engineering.
- Hanoteau, J., Behloul, M., Bayard, O., Resplendino, J., Bouteille, S., Boutonnet, L., Vildaer, S., Radiguet, B., Bernhard, S., Padovan, N. 2006. “*Le Ductal® : matériau d’avenir, le pont de Saint-Pierre la Cour*”, La Technique Française du Béton, *fib* Symposium, Naples, 8 pages.
- Harrouche, N. 1989. “*Formulation et comportement à la fissuration des bétons de fibres métalliques*”, Thèse de Docteur-Ingénieur de l’université de Paris VI.
- Hegger, J., Tuchlinshi, D., Kommer, B. 2004. “*Bond anchorage behavior and shear capacity of ultra high performance concrete beams*”, Proceedings, Ultra High Performance Concrete (UHPC), International Symposium on UHPC, Kassel, Germany, pp. 351-360.
- Hordijk, D.A., Reinhardt, H.W., Cornelissen, H.A.W. 1987. “*Fracture mechanics parameters of concrete from uniaxial tensile test as influenced by specimen length*”, C R International Conference on the Fracture of Concrete and Rocks, Shah et Swartz ed., Houston, Texas, pp. 138-149.
- Hsu, T. T. C. 1993. “*Unified theory of reinforced concrete*”, CRC Press, Boca Raton, Fla.
-

- 
- Iguro, M., Shioya, T., Nojiri, Y., and Akiyama, H. 1985. “*Experimental studies on shear strength of large reinforced concrete beams under uniformly distributed load*”, Concrete Library International of JSCE, No. 5 (translation from Proc., JSCE, No. 345/V-1, August 1984), pp. 137–146.
- Imam, M., Vandewalle, L., Mortelmans, F., Van Gemert, D. 1997. “*Shear Domain of Fibre-Reinforced High-Strength Concrete Beams*”, Elsevier Engineering Structures Journal, Vol. 19 (9), pp. 738-747.
- JCI-S-003-2005. 2005. “*Method of test for bending moment-curvature curve of fiber reinforced cementitious composites*,” Japan Concrete Institute Standard, 7 pages.
- Johnson, M.K., Ramirez, J.A. 1989. “*Minimum shear reinforcement in beams with higher strength concrete*”, ACI Structural Journal, Vol. 86 (4), pp. 378-382.
- JSCE. 2006. “*Recommendations for design and construction of Ultra High Strength Fiber Reinforced Concrete Structures (draft)*”, Japan Society of Civil Engineers, Guidelines for Concrete n°9, September, 106 pages.
- JSCE. 2008. “*Recommendations for design and construction of High Performance Fiber Reinforced Cement Composites with multiple fine cracks*”, Japan Society of Civil Engineers, Concrete Engineering Series 82, March, 112 pages.
- Jungwirth, J., Muttoni, A. 2004. “*Versuche zum Tragverhalten von ultra hochfestem Beton – Teil I Material*”, IS-BETON, Bericht 00.02.R3, Lausanne, 104 pages.
- Jungwirth, J., Muttoni, A. 2005. “*Versuche zum tragverhalten von ultra hochfestem beton-zusammenfassung*”, EPFL, IS-BETON Bericht 00,02, Lausanne, 31 pages.
- Jungwirth, J. 2006. “*Zum Tragverhalten von zugbeanspruchten Bauteilen aus Ultra Hochleistungs-Faserbeton*”, Thèse EPFL No 3429, Lausanne, 214 pages.
- Kabele, P. 2007. “*Multiscale framework for modeling of fracture in high performance fiber reinforced cementitious composites*”, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 74, pp. 194-209.
- Kachi, M.S., Fouré, B., Bouafia, Y., Muller, P. 2006. “*L’effort tranchant dans la modélisation du comportement jusqu’à la rupture des poutres en béton armé et précontraint*”, Revue européenne de Génie Civil, Vol. 10 (10), pp. 1235-1264.
- Kanakubo, T. 2006. “*Tensile characteristics evaluation Method for DFRCC*”, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol. 4 (1), pp. 3-17.
- Kanda, T. and Li, V.C. 1999. “*Effect of fiber strength and fiber-matrix interface on crack bridging in cement composites*”, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, pp. 290-299.
- Kani, G.N.J. 1964. “*The riddle of shear failure and its solution*”, ACI Journal Proceedings, Vol. 61 (4), pp. 441-468.
- Kani, G.N.J. 1966. “*Basic facts concerning shear failure*”, ACI Journal, Vol. 63 (6), pp.675-691.
-

- 
- Kani, G. N. J. 1967. "How safe are our large reinforced concrete beams?", ACI Journal, Vol. 64 (2), pp.128–141.
- Khaloo, A.R., Kim, N. 1997. "Influence of concrete and fiber characteristics on behaviour of steel fiber reinforced concrete under direct shear", ACI Material Journal, Vol. 94 (6), pp.592-601.
- Khuntia, M., Stojadinovic, B., Goel, S. 1999. "Shear strength of normal and high-strength fiber reinforced concrete beams without stirrups", ACI Structural Journal, Vol. 96 (2), pp. 282-90.
- Kim, J.K., Park, Y.D., Lee, S.G. 1993. "Shear strength of reinforced high strength concrete beams", Proceedings of the Third International Symposium on the Utilization of High Strength Concrete, Lillehammer, Norway, pp. 251-258.
- König, G., Grimm, R., Ramal, G. 1993. "Shear behavior of longitudinally reinforced concrete members of high strength concrete", Darmstadt Concrete, Vol. 8, pp. 27-42.
- Kordina, K., Blume, F. 1985. "Empirische Zusammenhänge zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit stabförmiger Stahlbetonelemente", Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Hafsl 364, Ernst & Sohn, Berlin, 52 pages.
- Kosa, K., and Naaman, A.E. 1990. "Corrosion of Steel Fiber Reinforced Concrete," ACI Materials Journal, Vol. 87 (1), pp. 27-37.
- Kotsovos, M.D. 1983. "Mechanisms of shear failure", Magazine of Concrete Research, Vol. 35 (123), pp. 99-106.
- Krauthammer, T. 1992. "Minimum shear reinforcement based on interface shear transfer", ACI Structural Journal, Vol. 89 (1), pp. 99-105.
- Kuchma, D., Végh, P., Simionopoulos, K., Stanik, B., Collins, M.P. 1997. "The influence of Concrete Strength, Distribution of Longitudinal Reinforcement, and Member Size, on the Shear Strength of Reinforced Concrete Beams", Concrete Tension and Size Effect, CEB Bulletin, Vol. 237, Lausanne, 258 pages.
- Kupfer, H., Hilsdorf, H.K., Rusch, H. 1969. "Behavior of concrete under biaxial stresses", ACI Journal Proceedings, Vol. 66 (8), pp. 656-667.
- Kupfer, H., Mang, R., Karavesyrouglou, M. 1983. "Failure of the shear-zone of RC and PC girders - An analysis with consideration of interlocking of cracks", (in German), Bauingenieur, 58, pp. 143-149.
- Kupfer, H., Bulicek, H. 1991. "Comparison of fixed and rotating crack models in shear design of slender concrete beams", Progress in Structural Engineering, D. E. Grierson, et al., eds., Kluwer, Dordrecht, The Netherlands, pp.129-138.
-

- 
- Kwak, Y.K., Eberhard, M.O., Kim, W.S., Kim, J. 2002. “*Shear strength of steel fiber-reinforced concrete beams without stirrups*”, ACI Structural Journal, Vol. 99 (4), pp. 530-538.
- Le, H.T. 2009. “*Comportement à l’effort tranchant des poutres en BFUP (Béton Fibré Ultra Performant) armé ou précontraint*”, Rapport de Stage de Master Recherche, Master Mécanique des Matériaux et des Structures (MMS), Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Encadrement de F. Baby, 86 pages.
- Leonhardt, F., Walther, R. 1962. “*Shear tests on beams with and without shear reinforcement*” (in German, *Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung*), Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 151, 83 pages.
- Leonhardt, F. 1964. “*Les mécanismes de rupture à l’effort tranchant des poutres en béton armé*”, Bulletin d’information du CEB No 41, Stuttgart, pp. 50-77.
- Leonhardt, F. 1971. “*Effort tranchant et torsion en béton précontraint*”, Annales de l’ITBTP, supplément au n°280, avril, série Béton précontraint No 73, pp. 1-27.
- Li, V.C., Leung C.K.Y. 1992. “*Steady-state and multiple cracking of short random fiber composites*”, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.118 (11), pp. 2246–2263.
- Li, V.C., Ward, R., Hamza, A.M. 1992. “*Steel and synthetic fibers as shear reinforcement*”, ACI Material Journal, Vol. 89 (5), pp. 499-508.
- Lim, T.Y., Paramasivam, P., Lee, S.L. 1987a. “*An analytical model for tensile behaviour of steel fiber concrete*”, ACI Materials Journal, Vol. 84 (4), pp. 286-298.
- Lim, T.Y., Paramasivam, P., Lee, S.L. 1987b. “*Shear and moment capacity of reinforced steel fibre concrete beams*”, Magazine of Concrete Research, Vol. 39 (140), pp. 148-160.
- Lim D.H., Oh, B.H. 1999. “*Experimental and theoretical investigation on the shear of steel fiber reinforced concrete beams*”, Engineering Structures, Vol. 21, pp. 937-944.
- Maalej, M. & Li, V.C. 1994a. “*Flexural strength of fibre cementitious composites*”, ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 6 (3), pp. 390-406.
- Maalej, M. & Li, V.C. 1994b. “*Flexural/Tensile Strength Ratio in Engineered Cementitious Composites*”, ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 6 (4), pp. 513-528.
- MacGregor, J.G. 1997. “*Reinforced concrete: mechanics and design*”, 3<sup>rd</sup> Edition, Prentice-Hall, Upper Saddle River, N.J, 938 pages.
- Mansur, M.A., Ong, K.C.G., Paramasivam, P. 1986. “*Shear strength of fibrous concrete beams without stirrups*”, Journal of Structural Engineering, Vol.112 (9), pp. 2066-2079.
- Marchand, P. 2007. “*Réflexion sur les contraintes de cisaillement à l’ELS*”, Groupe AFGC sur les BFUP (Sous-groupe « Calcul »), 11 Juillet, 3 pages.
-



- 
- Marchand, P. 2008. “*Réflexion sur le travail des fibres et des aciers passifs dans le BFUP*”, Groupe AFGC sur les BFUP (Sous-groupe « Calcul »), 9 Septembre, 28 pages.
- Marchand, P. 2010. “*Ultra High Performance Concrete and Sustainable Development: Synthesis of Available Data*”, Designing and Building with UHPFRC: State of the Art and Development, ISTE-Wiley, pp. 765-770.
- Markovic, I. 2006. “*High-Performance Hybrid-Fibre Concrete, Development and Utilisation*”, PhD Thesis, DUP Science, Delft University Press, the Netherlands, 211 pages.
- Marti, P., Pfyl, T., Sigrist, V., Ulaga, T. 1999. “*Harmonized test procedures for steel fibre-reinforced concrete*”, ACI Materials Journal, Novembre-Décembre 1999, pp. 676-685.
- Martinie, L., Rossi, P., Roussel, N. 2010. “*Rheology of fiber reinforced cementitious materials : classification and prediction* ”, Cement and Concrete Research, Vol. 40 (2), pp. 226-234.
- Massicotte, B., Vachon, D., Moffat, K. 2004. “*Comportement des dalles de ponts avec armature réduite et béton de fibres d’acier*”, Rapport EPM/GCS 2004-3, Département des genies civil, géologique et des mines, Ecole Polytechnique de Montreal.
- Massicotte, B. 2008. “*Calcul des éléments fléchis en béton renforcé de fibres*”, Journée technique Béton de Fibres Métalliques de l’EFB, Paris, France, 25 Juin, actes publiés par l’AFGC, pp. 16-24.
- Massicotte, B., Boucher-Proulx, G. 2010. “*Seismic retrofitting of bridge piers with UHPFRC*”, Designing and Building with UHPFRC: State of the Art and Development, ISTE-Wiley, pp. 531-540.
- Mazzacane, P., Ricciotti, R., Teply, F. 2010. “*The Passerelle des Anges Footbridge*”, Designing and Building with UHPFRC: State of the Art and Development, ISTE-Wiley, pp. 111-124.
- Millard, S. G., Johnson, R P. 1984. “*Shear transfer in cracked reinforced concrete*”, Magazine of Concrete Research, Vol. 37, pp. 3-15.
- Minelli, F. 2005. “*Plain and Fiber Reinforced Concrete Beams under Shear Loading: Structural Behavior and Design Aspects*”, Ph.D Thesis, Department of Civil Engineering, University of Brescia, Starrylink Editrice, Brescia, 430 pages.
- Minelli, F., Plizzari, G.A. 2006. “*Steel Fibers as Shear Reinforcement for Beams*”, Proceedings of The Second Fib Congress, Naples, Italy, abstract on page 282-283, full length paper available on accompanied CD, 12 pages.
- Minelli, F., Plizzari, G.A., Vecchio, F.J. 2007. “*Influence of steel fibers on full-scale RC beams under shear loading*”, Proceedings of the 6th int. conf. on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, Catania, Italy, pp. 1523-1531.
-

- 
- Minelli, F., Plizzari, G.A. 2010a. “*Fiber reinforced concrete characterization through round panel test – part I: experimental study*”, Proceedings of the 7th int, conf, on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures (FRAMCOS), Jeju, Korea, pp. 1451-1460.
- Minelli, F., Plizzari, G.A. 2010b. “*Fiber reinforced concrete characterization through round panel test – Part II: analytical and numerical study*”, Proceedings of the 7th int, conf, on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures (FRAMCOS), Jeju, Korea, pp. 1461-1468.
- Minelli, F., Plizzari, G.A. 2010c. “*Shear strength of FRC members with little or no shear reinforcement: a new analytical model*”, Proceeding of the workshop Shear and Punching Shear in RC and FRC Elements, Salo, Lake Garda, Italy, pp. 211-225.
- Minelli, F., Tiberti, G., Plizzari, G.A. 2010. “*Cracking in FRC R/C elements: a preliminary experimental study*”, 3<sup>rd</sup> fib International Congress, Washington D.C., available on CD, 12 pages.
- Moffat, K. 2001. “*Analyse de Dalles de Pont avec Armature Réduite et Béton de Fibres Métalliques*”, M.Sc.A. Thesis, Ecole Polytechnique de Montréal, 248 pages.
- Mörsch, E. 1908. “*Der Eisenbetonbau. Seine Theorie und Anwendung*”, Ed. Konrad Wittwer, Stuttgart.
- Mörsch, E. 1920. “*Der Eisenbetonbau-Seine Theorie und Anwendung (Reinforced concrete construction - Theory and application)*”, 5th Ed., Wittwer, Stuttgart, Vol. 1, Part 1.
- Mörsch, E. 1922. “*Der Eisenbetonbau-Seine Theorie und Anwendung*”, 5th Ed., Wittwer, Stuttgart, Vol. 1, Part 2.
- Mphonde, A., Frantz, G.C. 1984. “*Shear tests of high and low strength concrete beams*”, ACI journal, Vol. 81 (4), pp. 350-357.
- Mphonde, A. 1988. “*Aggregate interlock in high strength reinforced concrete beams*”, Proceedings Institute of Civil Engineering, Part 2, Vol. 85, September, pp. 397-413.
- Muttoni, A. 1989. “*The applicability of the theory of plasticity in the design of reinforced concrete*”, (in German, “*Die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton*”), Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht No 176, Birkhäuser Verlag, Basel-Stuttgart, 159 pages.
- Muttoni, A. 2003. “*Shear and punching strength of slabs without shear reinforcement*”, (in German : “*Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung*”), Beton und Stahlbetonbau, Vol. 98, pp. 74-84.
- Muttoni, A., Fernandez Ruiz, M. 2008. “*Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width*”, ACI Structural Journal, Vol.105 (2), pp. 163-172.

- 
- Muttoni, A., Fernandez Ruiz, M. 2010. “*Shear in slabs and beams: should they be treated in the same way ?*”, Proceeding of the workshop Shear and Punching Shear in RC and FRC Elements, Salo, Lake Garda, Italy, pp. 105-128.
- Naaman, A.E., Shah, S.P. 1976. “*Pull-out mechanism in steel fiber reinforced concrete*”, Journal of Structural Division ASCE, Vol. 102, pp. 1537-1548.
- Naaman, A.E., Najm, H. 1991. “*Bond-slip mechanism of steel fibers in concrete*”, ACI Materials Journal, Vol. 88 (2), pp. 135-145.
- Naaman, A.E., Namur, G., Alwan, J.M., Najm, H. 1991a. “*Fiber pullout and bond slip: Analytical study*”, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 117 (9), pp. 2769-2790.
- Naaman, A.E., Namur, G., Alwan, J.M., Najm, H. 1991b. “*Fiber pullout and bond slip: Experimental validation*”, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 117 (9), pp. 2791-2800.
- Naaman, A.E., Reinhardt, H.W., Fritz, C., Alwan, J. 1993. “*Non-linear analysis of RC beams using a SIFCON matrix*”, Materials and Structures, Vol. 26, pp. 522-531.
- Naaman, A.E., Reinhardt, H.W. 2006. “*Proposed classification of HRFRC composites based on their tensile response*”, Materials and Structures, Vol. 39, pp. 547-555.
- Nakamura, H., Higai, T. 1995. “*Evaluation of Shear Strength of RC Beam Section Based on Extended Modified Compression Field Theory*”, Concrete Library of Japan Society of Civil Engineers, No 25, pp. 93-105.
- Namur, G., Naaman, A.E., Clark, S.K. 1988. “*Analytical prediction of pullout behavior of steel fiber in cementitious matrices*”, Materials Research Society, Symposium Proceedings, Vol. 114, pp. 217-224.
- Narayanan, R., Darwish, I.Y.S. 1987. “*Use of steel fibers as shear reinforcement*”, ACI Structural Journal, Vol. 84 (3), pp. 216-226.
- Naudin, N., Toutlemonde, F. 1999. “*Essai sur Poutrelle BSI®*”, Rapport d'étude, EGI, n° 34209998, LCPC.
- Ngo, T., Mendis, P., Lam, P., Cavill, B. 2005. “*Performance of ultra-high strength concrete panels subjected to blast loading*”, The 2005 Science, Engineering and Technology Summit, Canberra, Australia.
- Nielsen, M.P. 1963. “*Yield condition for reinforced concrete shells in the membrane state*”, Non-classical Shell Problems (Eds. Olszack & Sawczuk), Proceedings IASS Symposium, Warsaw, Amsterdam, pp. 1030-1040.
- Nielsen, M.P. 1967. “*Om forskydningsarmering i jernbetonbjaelker –On shear reinforcement in reinforced concrete beams*”, Bygningsstatistiske Meddelelser, Vol. 38 (2), pp. 33-58.
- Noghabai, K. 2000. “*Beams of fibrous concrete in shear and bending: experimental and Model*”, Journal of Structural Engineering-ASCE, Vol. 126 (2), pp. 243-251.
-



- Nour, A., Massicotte, B., De Montaignac, R., Charron, J.P. 2011. “*Derivation of a crack opening deflection relationship for fibre reinforced concrete panels using a stochastic model: Application for predicting the flexural behaviour of round panels using stress crack opening diagrams*”, Cement and Concrete Research (2011), doi: 10.1016/j.cemconres.2011.05.003.
- Olesen, J. F. 2001. “*Fictitious Crack Propagation in Fiber-Reinforced Concrete Beams*”, Journal of Engineering Mechanics, Vol.127 (3), pp. 272-280.
- Ono, T. 2010. “*Application of Ultra-high-strength Fiber-reinforced Concrete for irrigation Channel Repair Works*”, Designing and Building with UHPFRC: State of the Art and Development, ISTE-Wiley, pp. 541-552.
- Ostergaard, L., Walter, R., Olesen, J. F. 2005. “*Method for Determination of Tensile Properties of Engineered Cementitious Composites (ECC)*”, Proceedings of ConMat'05, Vancouver, Canada.
- Pang, X.-B. D., Hsu, T. T. C. 1995. “*Behavior of reinforced concrete membrane elements in shear*”, ACI Structural Journal, Vol. 92 (6), pp. 665-679.
- Pang, X.-B. D., Hsu, T. T. C. 1996. “*Fixed-angle softened-truss model for reinforced concrete*”, ACI Structural Journal, Vol. 93 (2).
- Parant, E. 2003. “*Mécanisme d'endommagement et comportements mécaniques d'un composite cimentaire fibre multi-échelles sous sollicitations sévères : fatigue, choc, corrosion*”, Thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 3 Décembre 2003, 230 pages.
- Park, S.H., Kim, D.J., Ryu, G.S., Koh, K.T. 2012. “*Tensile behavior of Ultra High Performance Hybrid Fiber Reinforced Concrete*”, Cement & Concrete Composites, Vol. 34 (2), pp.172-184.
- Pedersen, C. 1996. “*New production processes, materials and calculation techniques for fiber reinforced concrete pipes*”, PhD thesis, Department of Structural Engineering and Materials, Technical University of Denmark, Series R, No14.
- Pereira, E.B., Fischer, G., Barros, J.A.O., Lepech, M. 2010. “*Crack formation and tensile stress-crack opening behavior of fiber reinforced cementitious composites (FRCC)*”, Proceedings of the 7th int, conf, on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures (FRAMCOS), Jeju, Korea, pp. 1638-1647.
- Qian, S., Li, V. C. 2007. “*Simplified inverse method for determining the tensile strain capacity of SHCCs*”, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol. 5(2), pp. 235-246.
- Qian, S., Li, V.C. 2008. “*Simplified inverse method for determining the tensile properties of SHCCs*”, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol. 6 (2), pp. 353-363.
- Rebentrost, M., Wight, G. 2010. “*Perspective on UHPCs from a Specialist Construction Company*”, Designing and Building with UHPFRC: State of the Art and Development, ISTE-Wiley, pp. 189-207.

- 
- Redaelli, D. 2009. *“Comportement et modélisation des éléments de structure en Béton Fibré à Ultra-Hautes Performances avec armatures passives”*, Thèse de Doctorat de l’EPFL, 288 pages.
- Reineck, K.H. 1982. *“Models for the design of reinforced and prestressed concrete members”*, CEB Bulletin, No 146, Paris, pp. 43-96.
- Reineck, K.H. 1989. *“Theoretical considerations and experimental evidence on web compression failures of high strength concrete beams”*, CEB Bulletin, No 193, Lausanne, Switzerland, pp. 61-73.
- Reineck, K.H. 1991 a. *“Model for structural concrete members without transverse reinforcement”*, IABSE Colloquium Structural Concrete, IABSE Rep., IABSE, Zurich, Vol. 62, pp. 643-648.
- Reineck, K.H. 1991 b. *“Model for structural concrete members with transverse reinforcement”*, IABSE Colloquium Structural Concrete, IABSE Rep., IABSE, Zurich, Vol. 62, pp. 481-488.
- Reineck, K.H. 1991 c. *“Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model”*, ACI Structural Journal, Vol. 88 (5), pp. 592-602.
- Resplendino, J., Bouteille, S., Delauzun, O., Maleco, E., Dumont, C., Cantrelle, P., Chanliaud, G., Clergue, C., Lingard, Y., Capra, A., Linger, L., Martin, J., Guilloud, M. 2007. *“Construction d’un passage supérieur sur l’autoroute A51 en caisson précontraint en BFUP”*, GC’2007, 21 et 22 Mars, Paris, 11 pages.
- Resplendino, J. 2010. *“Ultra High Performance Concrete: New AFGC Recommendations”*, Designing and Building with UHPFRC: State of the Art and Development, ISTE-Wiley, pp. 713-721.
- Rigaud, S., Chanvillard, G., Chen, J. J. 2011. *“Characterization of bending and tensile behaviors of ultra-high performance concrete containing glass fibers”*, Proceedings of High Performance Fiber Reinforced Cement Composites 6, Ann Arbor, MI, USA.
- RILEM TC 162-TDF. 2001. *“Test and design methods for steel fibre reinforced concrete - Uni-axial tension test for steel fibre reinforced concrete”*, Materials and Structures, Vol. 34, Janvier-Février, pp.3-6.
- RILEM TC162-TDF. 2002a. *“Test and Design Methods for Steel Fibre Reinforced Concrete”*, Materials and Structures, Vol. 35, Juin, pp. 262-278.
- RILEM TC162-TDF. 2002b. *“Test and Design Methods for Steel Fibre Reinforced Concrete: Recommendations: Bending test”*, Materials and Structures, Vol. 35, Novembre, pp. 579-582.
- RILEM TC 162-TDF. 2003. *“Test and design methods for steel fibre reinforced concrete;  $\sigma$ - $\varepsilon$  design method”*, Materials and Structures, Vol. 36, Octobre, pp. 560-567.
-

- 
- Richard, P., Cheyrezy, M. 1995. “*Composition of Reactive Powder Concretes*”, Cement and Concrete Research, Vol. 25 (7), pp. 1501-1511.
- Ritter, W. 1899. “*Die Bauweise Hennebique*”, Schweizerische Bauzeitung, Vol. 33 (7), Zurich, pp. 59-61.
- Robinson, J.R. 1962. “*Cours de béton armé. Tome I*”, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Robinson, J.R., Demorieux, J.M. 1977. “*Essais de modèles d'âme de poutres en double té*”, Annales de l'ITBTP, No 354, série Béton No 172, Octobre, pp. 77-95.
- Roller, J.J., Russel, H.G. 1990. “*Shear strength of high strength concrete beams with web reinforcement*”, ACI Structural Journal, Vol. 87 (2), pp. 191-198.
- Rossi, P., Van Mier, J.G.M., Toutlemonde, F., Le Maou, F., Boulay, C. 1994. “*Effect of loading rate on the strength of concrete subjected to uniaxial tension*”, Materials and Structures, Vol. 27, pp. 260-264.
- Rossi, P. 1998. “*Les bétons de fibres métalliques*”, Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées.
- Rossi, P., Arca A., Parant E., Fakhri P. 2005. “*Bending and compressive behaviors of a new cement composite*”, Cement and Concrete Research, Vol. 35, pp. 27-33.
- Russo, G., Puleri, G. 1997. “*Stirrups effectiveness in reinforced concrete beams under flexure and shear*”, ACI Structural Journal, Vol. 94 (3), pp. 227-238.
- Sato, R., Kawakane, H. 2008. “*A New Concept for the Early Age Shrinkage Effect on Diagonal Cracking Strength of Reinforced HSC Beams*”, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol. 6 (1), pp. 45-67.
- Sato, Y., Pansuk, W., Den Uijl, J.A., Walraven, J.C. 2008. “*Shear Capacity of high performance fiber reinforced concrete I-beams*”, 8th International Symposium on Utilization of High-Strength and High-Performance Concrete, pp. 369-376.
- Schaller, I. 1997. “*Résistance à l'effort tranchant de poutrelles en M50, M100C et en BPR®*”, Rapport d'essai LCPC, Projet BHP 2000.
- Schlaich, J., Schäfer, K., Jennewein, M. 1987. “*Toward a Consistent Design of Structural Concrete*”, PCI Journal, Vol. 32 (3), pp. 74-150.
- Sercombe, J. 1997. “*Modélisation du comportement du béton en dynamique rapide. Application au calcul des conteneurs à haute intégrité*”, Thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 18 décembre 1997. Publiée dans la collection études et recherches des LPC, série Ouvrages d'Art, OA 30, décembre 1998, 284 pages.
- Shah, S.P. 1988. “*Theoretical models for predicting the performance of fiber reinforced concrete*”, Journal of Ferrocement, Vol. 18 (3), pp. 263-284.

- 
- Sharma, A.K. 1986. “*Shear strength of steel fiber reinforced concrete beams*”, ACI Journal, Vol. 83 (4), pp. 624-628.
- Sigrist, V. 1995. “*On the deformation capacity of reinforced concrete girders, (German : Zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern)*”, Dissertation, IBK, ETH Zürich, Switzerland, 160 pages.
- Sigrist, V., Hackbarth, B. 2010a. “*Stress Field Analysis of Structural Concrete Beams*”, Proceedings, Third International fib Congress 2010 and Annual PCI Convention, Washington D.C., USA.
- Sigrist, V., Hackbarth, B. 2010b. “*A structured approach to the design and analysis of beams in shear*”, Proceeding of the workshop Shear and Punching Shear in RC and FRC Elements, Salo, Lake Garda, Italy, pp. 93-104.
- Sigrist, V. 2011. “*Generalized Stress Field Approach for Analysis of Beams in Shear*”, ACI Structural Journal, Vol. 108 (4), pp. 479-487.
- Simon, A. 2010. “*New AFGC Recommendations on UHPFRC: Chapter 1 – Mechanical Characteristics and Behavior of UHPFRC*”, Designing and Building with UHPFRC: State of the Art and Development, ISTE-Wiley, pp. 723-741.
- Sogabe, N., Yamanobe, S., Kono, T. 2008. “*Cyclic loading test of high-seismic-performance RC piers with ultra-high-strength fiber-reinforced concrete precast forms*”, 8<sup>th</sup> International Symposium on Utilization of High-strength and High-performance Concrete, 8HSC-HPC, Tokyo, Japan, Proc. Vol. 1, paper s1-3-4, pp. 445-450.
- Sorelli, G., Davilla, R., De Jesus, M., Ulm, F.J., Toutlemonde, F. 2007a. “*Optimal design of UHPC highway bridges based on crack criteria*”, 5<sup>th</sup> international conference on Concrete under severe conditions, CONSEC’07, Tours (France), 4-6 June, pp. 1085-1092.
- Sorelli, G., Ulm, F.J., Toutlemonde, F. 2007b. “*Fracture stability and Micromechanics of Strain Hardening Cementitious Composites*”, 6<sup>th</sup> international conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, FRAMCOS-6, Catania (Italy), 17-22 June, Carpinteri et al. (eds), Taylor&Francis, Vol. 3 High-Performance Concrete, Brick-Masonry and Environmental Aspects, pp. 1403-1411.
- Spasojević, A. 2008. “*Structural implications of ultra high performance fibre-reinforced concrete in bridge design*”, Thèse de l’EPFL No. 4051, Lausanne.
- Stang, H. 1991. “*Evaluation of properties of cementitious fiber composites materials*”, High Performance Fiber Reinforced Cement Composites, RILEM/ACI Workshop, Mainz, pp. 388-406.
- Stang, H., Olesen, J.F. 1998, “*On the interpretation of bending tests on FRC-materials*”, in Proceedings FRAMCOS-3, Vol,1, Fracture Mechanics of Concrete Structures, (H, Mihashi and K, Rokugo, Editors) Aedificatio Publishers (D-79104 Freiburg, Germany), pp. 511-520.
- Stiel, T., Karihaloo B., Fehling E. 2004. “*Effects of Casting Direction on the Mechanical*
-

- 
- properties of CARDIFRC*”, International Symposium on Ultra High Performance Concrete, Kassel, Germany, pp. 481-493.
- Swamy, R.N., Bahia, H.M. 1985. “*The effectiveness of steel fibers as shear reinforcement*”, ACI Concrete International, Vol. 7 (3), pp. 35-40.
- Swamy, R.N., Jones, R., Chiam, T.P. 1993. “*Influence of steel fibers on the shear resistance of lightweight concrete I-beams*”, ACI Structural Journal, Vol. 90 (1), pp.103-114.
- Tailhan, J.-L., Rossi, P., Parant, E. 2004. “*Inverse Numerical Approach to Determine the Uniaxial Tensile Behaviour of a Stress Hardening Cement Composite From Its Bending Behaviour*”, in di Prisco, M., R. Felicetti, and G.A. Plizzari, Eds., Fiber Reinforced Concretes – BEFIB 2004, Proceedings of the Sixth International RILEM Symposium, pp. 913-922.
- Tailhan, J.-L., Boulay, C., Rossi, P. 2012. “*Tensile and bending behaviour of a strain hardening cement-based composite : Experimental and numerical analysis*”, Cement & Concrete Composites, Vol. 34 (2), pp. 166-171.
- Tanaka, Y., Musha, H., Ohtake, A., Shimoyama, Y., Kaneko, O. 2002. “*Design and Construction of Sakata-Mirai Footbridge Using Reactive Powder Concrete*”, Proceedings of the 1st fib Congress, Vol.1, Session 1, pp.103-104.
- Tanaka, Y., Maekawa, K., Kameyama, Y., Ohtake, A., Musha, H., Watanabe, N. 2010. “*The Innovation and Application of UHPFRC Bridges in Japan*”, Designing and Building with UHPFRC: State of the Art and Development, ISTE-Wiley, pp. 149-187.
- Tassios, T.P., Yannopoulos, P.J. 1981. “*Etudes analytiques sur l’adhérence acier-béton et la fissuration du béton armé sous charges cycliques*”, Annales de l’ITBTP, Vol. 393, Série Théories et Méthodes de Calcul 242, pp. 46-60.
- Taylor, H.P.J. 1972. “*Shear strength of large beams*”, Journal of the Structural Division, ASCE, pp. 2473-2490.
- Thibaux, T. 2010. “*Using UHPFRC for structural reinforcement of buildings and civil works*”, Designing and Building with UHPFRC: State of the Art and Development, ISTE-Wiley, pp. 553-563.
- Thibaux, T. 2010. “*UHPFRC Development : The Experience of BSI® Applications*”, Designing and Building with UHPFRC: State of the Art and Development, ISTE-Wiley, pp. 63-76.
- Thürlimann, B., Bachmann, H., Kraus, R., Caflisch, R., Heimgartner, E. 1978. “*Shear tests on partially prestressed beams (Schubversuche an teilweise vorgespannten Balken)*”, Institut für Bautechnik ETH Zürich, Report No. 6504-2, 6504-5, 6504-6.
- Torrenti, J.M. 1987. “*Comportement multiaxial du béton : aspects expérimentaux et modélisation*”, Thèse de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- Toutlemonde, F. 1994. “*Résistance au choc des structures en béton. Du comportement du matériau au calcul des ouvrages*”, Thèse de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris,



---

16 Décembre 1994. Publiée en rapport de recherche du LPC, hors collection, juillet 1995. 348 pages.

Toutlemonde, F., Boulay, C., Sercombe, J., Le Maou, F., Renwez, S., Adeline, R. 1998. "Modelling of the impact performance of concrete containers for carrying radioactive materials", 2nd International Conference on Concrete under severe conditions : environment and loading, CONSEC'98, Tromsø, Norvège, 21-24 june, Proceedings edited by Gjorv, Sakai & Banthia, E&FN SPON, vol, III, pp.1665-1674.

Toutlemonde, T., Fouré, B., De Larrard, F. 2003. "Vérifications concernant la prise en compte réglementaire de certaines propriétés des bétons à hautes et très hautes performances", Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées No 246-247, pp. 73-100.

Toutlemonde, F. 2003. "Contribution à la connaissance et à la maîtrise de quelques non-linéarités du comportement mécanique des bétons et de leur effet sur le fonctionnement des structures, assortie de quelques réflexions méthodologiques", Habilitation à Diriger des Recherches de l'Université de Marne-la-Vallée, 90 pages.

Toutlemonde, F. 2004. "BHP, BTHP, BFM, BFUP...La révolution des bétons. Records et optimisations des performances mécaniques", "Béton et Architecture", Centenaire de l'ACI, Paris, 6-7 décembre, 6 pages.

Toutlemonde, F. 2007. "PN MIKTI. Expérimentation sur dalle nervurée en BFUP", LCPC, Rapport technique, 68 pages.

Toutlemonde, F. 2010. "UHPRFC (Ultra-High Performance Fiber-Reinforced Concrete). Implementation, mechanical behaviour and physical properties, design and potential protective applications", 1<sup>st</sup> Franco-American Symposium on Infrastructure Security, November 3-4, Troyes, France.

Toutlemonde, F., Resplendino, J. eds. 2010. "Designing and Building with UHPRFC: State of the Art and Development", ISTE-Wiley.

Tran, V.N.G., Bernard, E.S., Beasley, A.J. 2005. "Constitutive modelling of fibre reinforced shortcrete panels", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 131 (5), pp. 512-521.

Ulm, F. 1994. "Modélisation élastoplastique avec endommagement du béton de structures", Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Vecchio, F., Collins, M.P. 1982. "The Response of Reinforced Concrete to In-Place Shear and Normal Stresses", Pub. 82.03, Dept. of Civil Engineering, University of Toronto, 332 pages.

Vecchio, F., Collins, M.P. 1986. "The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear", ACI Structural Journal, Vol. 83 (), pp. 219-231.

Vernet, C., Moranville, M., Cheyrezy, M. 2000. "Ultra-high durability concretes. Chemistry and microstructure", proceedings of the International Conference on High Performance Concrete Workability, Strength, and Durability, The University of New South Wales, Sydney, Australia, 86 pages.

- Voo, J.Y.L., Foster, S.J. 2003. “*Variable Engagement Model for Fibre Reinforced Concrete in Tension*”, UNICIV Report R-420, School of Civil and Environmental Engineering, The University of New South Wales, Sydney, Australia, 86 pages.
- Voo, J.Y.L., Foster, S.J. 2004. “*Tensile Fracture of Fibre Reinforced Concrete: Variable Engagement Model*”, Sixth Rilem Symposium on Fibre Reinforced Concrete (FRC), Varenna, Italy, pp. 875-884.
- Voo, Y.L., Foster, S.J., Gilbert, R.I. 2006. “*Shear strength of fiber reinforced reactive powder concrete prestressed girders without stirrups*”, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol. 4 (1), pp. 123-132.
- Voo, Y.L., Poon, W.K., Foster, S.J. 2010. “*Shear Strength of Steel Fiber-Reinforced Ultrahigh-Performance Concrete Beams without Stirrups*”, Journal of Structural Engineering ASCE, Vol. 136 (11), pp.1393-1400.
- Walraven, J. C. 1981. “*Fundamental analysis of aggregate interlock*”, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 107 (11), pp. 2245-2270.
- Walraven, J. C., Mercks, P. 1983. “*The bearing capacity of prestressed hollow core slabs*”, Heron, Vol. 28 (3).
- Walraven, J., Lehwalter, N. 1994. “*Size effect in short beams loaded in shear*”, ACI Structural Journal, Vol. 91(5), pp. 585–593.
- Wille, K., Naaman A. E. 2010. “*Fracture energy of UHP-FRC under direct tensile loading*”, Proceedings of FRAMCOS-7, Jeju, South-Korea.
- Wille, K., Kim, D.J., Naaman, A.E. 2011. “*Strain-hardening UHP-FRC with low fiber contents*”, Materials and Structures, Vol, 44(3), pp. 583-598, 2011.
- Wille, K., Parra-Montesinos, G. 2012. “*Effect of beam size, casting method and support conditions on the flexural behavior of ultra-high performance fiber reinforced concrete*”, ACI Materials Journal, sous presses.
- Willam, K.J., Warnke, E.P. 1975. “*Constitutive model for the triaxial behavior of concrete*”, International Association of Bridge and Structural Engineers, Seminar on Concrete Structures subjected to triaxial stresses, paper III-1, Bergamo, Italy, IABSE Proceedings 19.
- Williams, M.S., Villemure, I., Sexsmith, R.G. 1997. “*Evaluation of seismic damage indices for concrete elements loaded in combined shear and flexure*”, ACI Structural Journal, Vol. 94 (3), pp. 315-322.
- Xia, J., Mackiea, K.R., Saleemb, M.A., Mirmiranb, A. 2011. “*Shear failure analysis on ultra-high performance concrete beams reinforced with high strength steel*”, Engineering Structures, Vol. 33, pp. 3597-3609.

---

Yamada, T., Krauthammer, T. 1997. “*Crack angle and strain compatibility for shear resistance in reinforced concrete panel structures*”, ACI Structural Journal, Vol. 94 (3), pp. 239-247.

Yoon, Y.S., Cook, W.D., Mitchell, D. 1996. “*Minimum shear reinforcement in normal, medium and high strength concrete beams*”, ACI Structural Journal, Vol. 93 (5), pp. 576-584.

Zerbino, R., Tobes, J.M., Bossio, M.E., Giaccio, G. 2012. “*On the orientation of fibres in structural members fabricated with self-compacting fibre reinforced concrete*”, Cement & Concrete Composites, Vol. 34 (2), pp. 191-200.

Zhang, J.P. 1994. “*Strength of cracked concrete: Part 1—Shear strength of conventional reinforced concrete beams, deep beams, corbels, and prestressed reinforced concrete beams without shear reinforcement*”, Report No. 311, Department of Structural Engineering, Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark.

Zhang, J.P. 1997. “*Diagonal Cracking and Shear Strength of Reinforced Concrete Beams*”, Magazine of Concrete Research, Vol. 49, No.178, pp. 55-65.

Zhang, J., Stang, H. 1998. “*Applications of stress crack width relationship in predicting the flexural behavior of fibre-reinforced concrete*”, Cement and Concrete Research, Vol. 28 (3), pp. 439-452.



Zhang, J., Leung, C.K.Y., Xu, S. 2010. “*Evaluation of fracture parameters of concrete from bending test*”, *Materials and Structures*, Vol. 43 (6), pp. 857–874.

Zhang, J., Ju, X. 2011. “*Investigation on stress-crack opening relationship of engineered cementitious composites using inverse approach*”, *Cement and Concrete Research*, Vol. 41, pp. 903-912.

Zink, K. 2000. “*Diagonal shear cracking in slender concrete beams*”, LACER No 5, University of Leipzig, pp. 305-332.

Zsutty, T.C. 1968. “*Beam shear strength prediction by analysis of existing data*”, *ACI Journal*, Vol. 65 (11), pp. 942-951.

# Annexes

***Annexe 1 Plans des plaques d'aluminium utilisées pour les essais de traction directe***

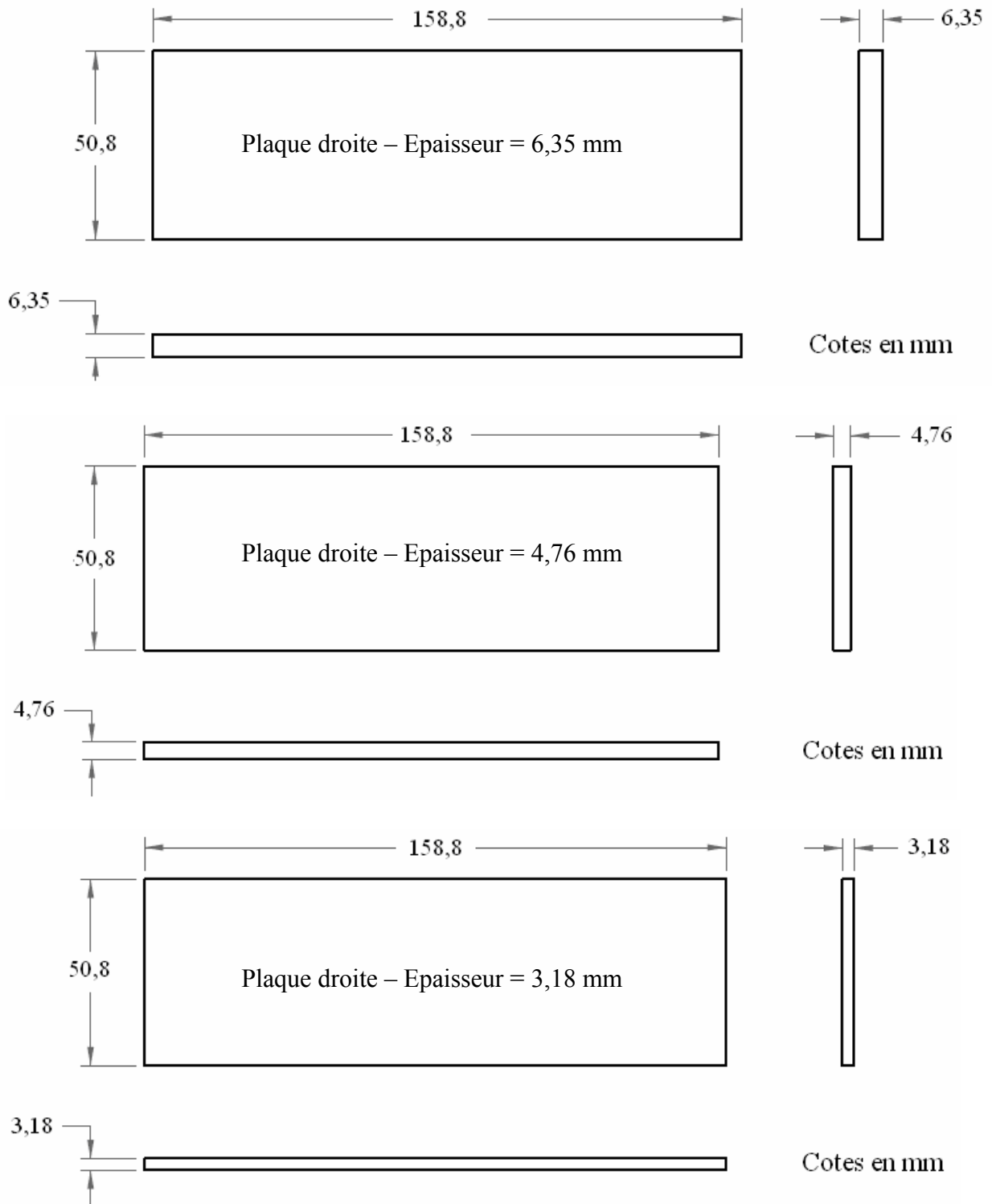


Figure 0-1 Plans des plaques d'aluminium (AU4G) utilisées pour les essais de traction directe : plaques droites. Prismes de dimensions 50,8mm\*50,8mm\*431,8mm.

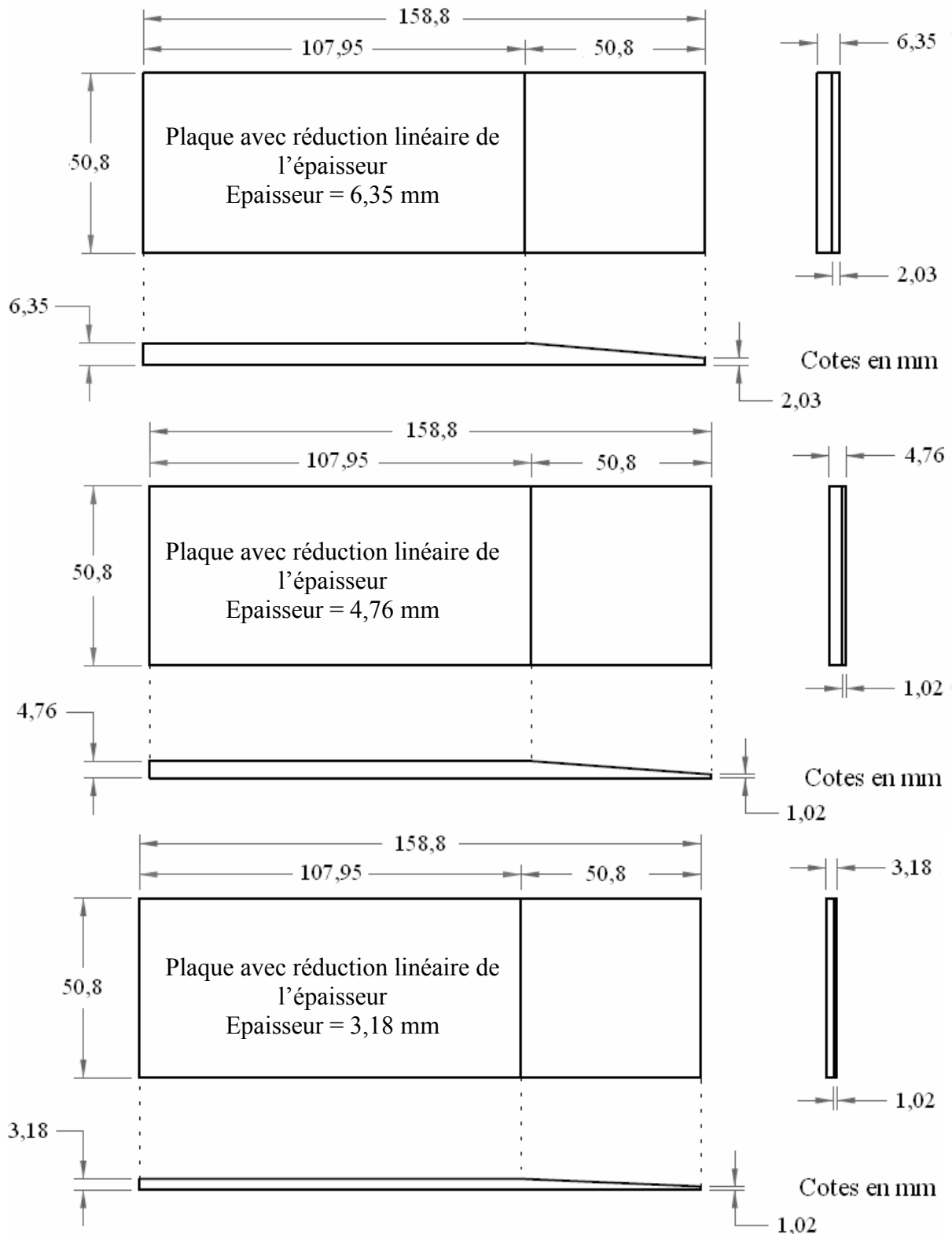


Figure 0-2 Plans des plaques d'aluminium (AU4G) utilisées pour les essais de traction directe : plaques droites avec une réduction linéaire de l'épaisseur. Prismes de dimensions 50,8mm\*50,8mm\*431,8mm.

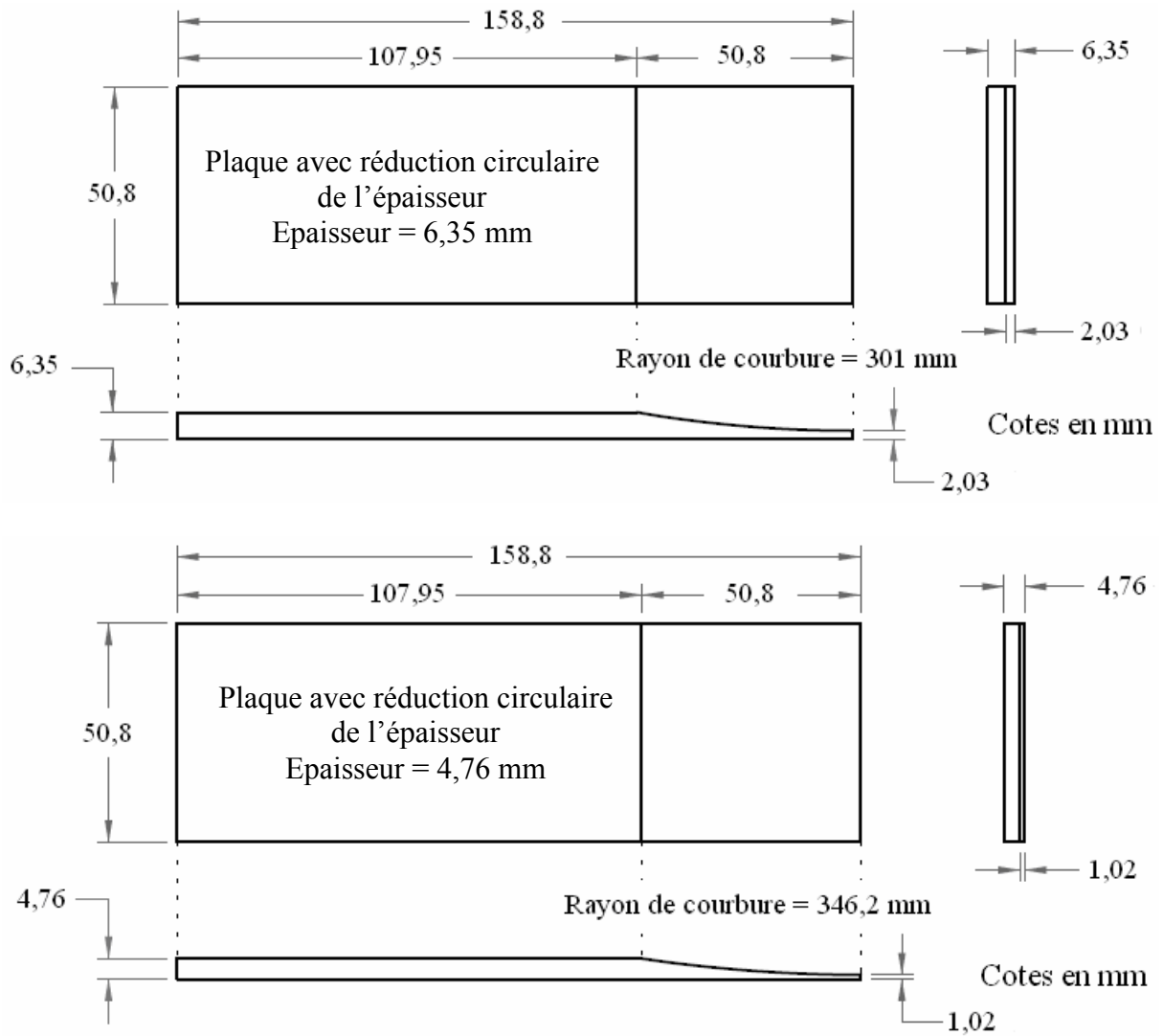


Figure 0-3 Plans des plaques d'aluminium (AU4G) utilisées pour les essais de traction directe : plaques droites avec une réduction circulaire de l'épaisseur. Prismes de dimensions 50,8mm\*50,8mm\*431,8mm.

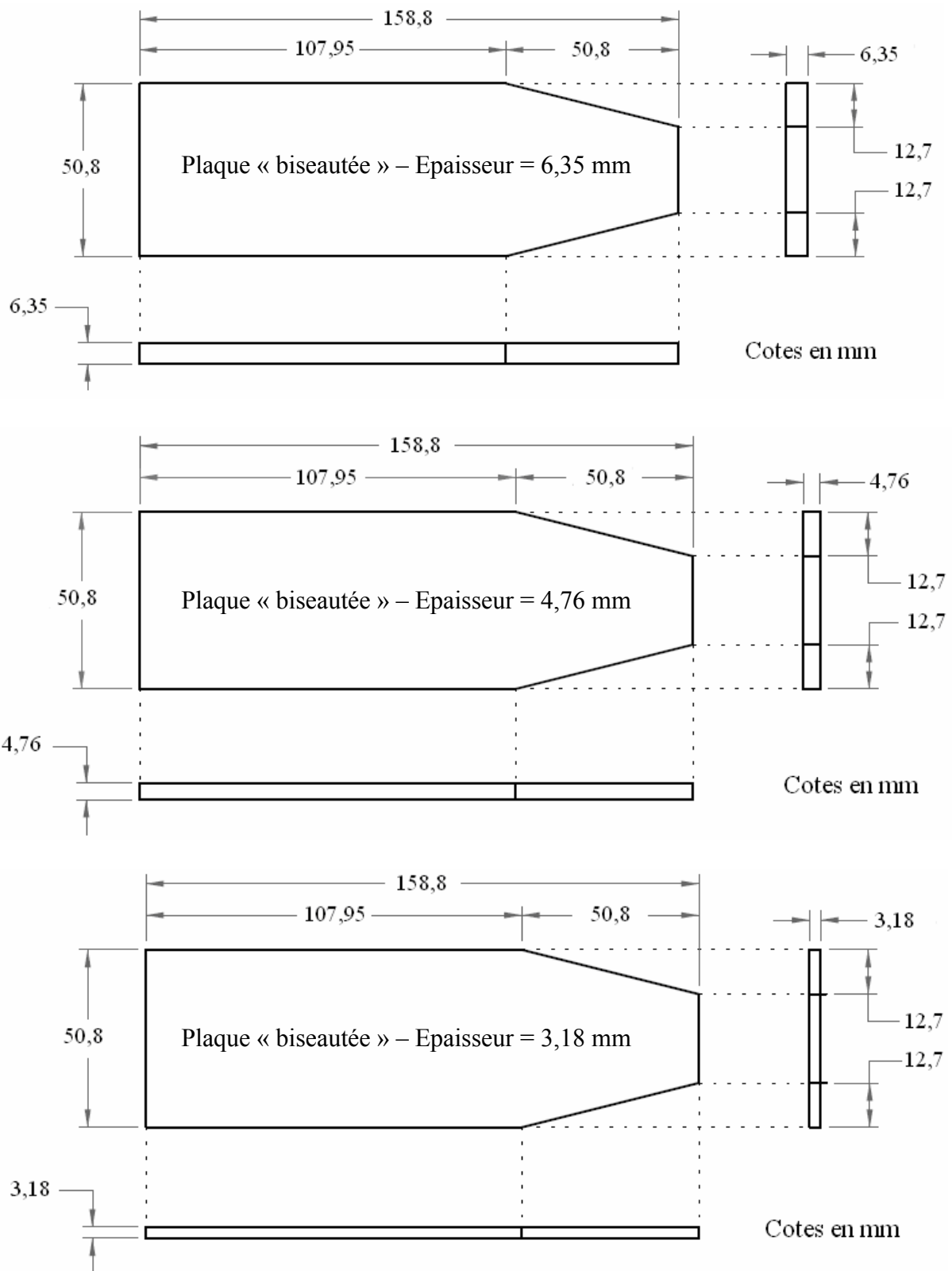


Figure 0-4 Plans des plaques d'aluminium (AU4G) utilisées pour les essais de traction directe : plaques « biseautées ». Prismes de dimensions 50,8mm\*50,8mm\*431,8mm.

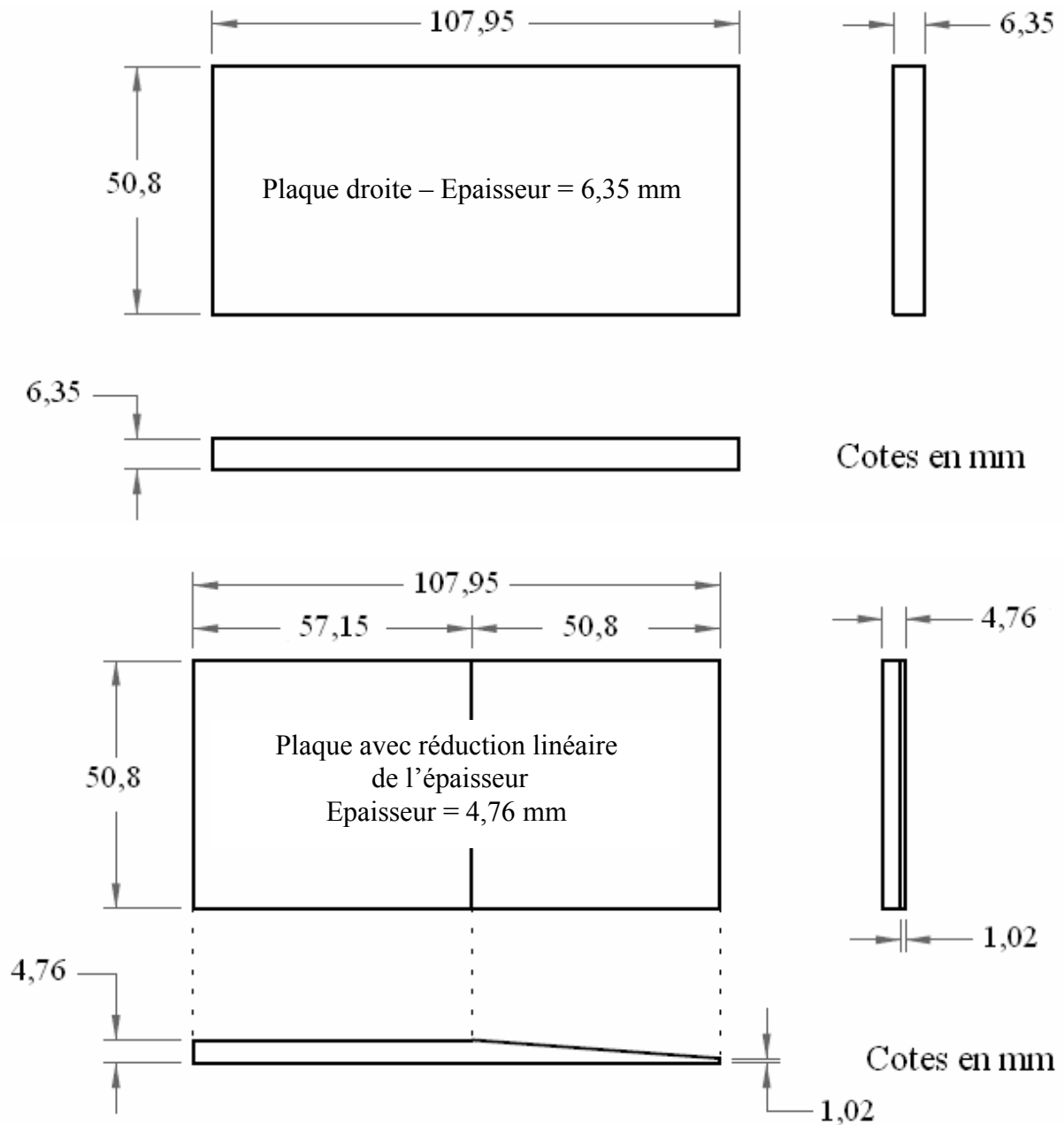


Figure 0-5 Plans des plaques d'aluminium (AU4G) utilisées pour les essais de traction directe  
: Prismes de dimensions 50,8mm\*50,8mm\*304,8mm.



***Annexe 2 Traction directe : Courbes “contrainte-déformation” et Relevé de fissures***

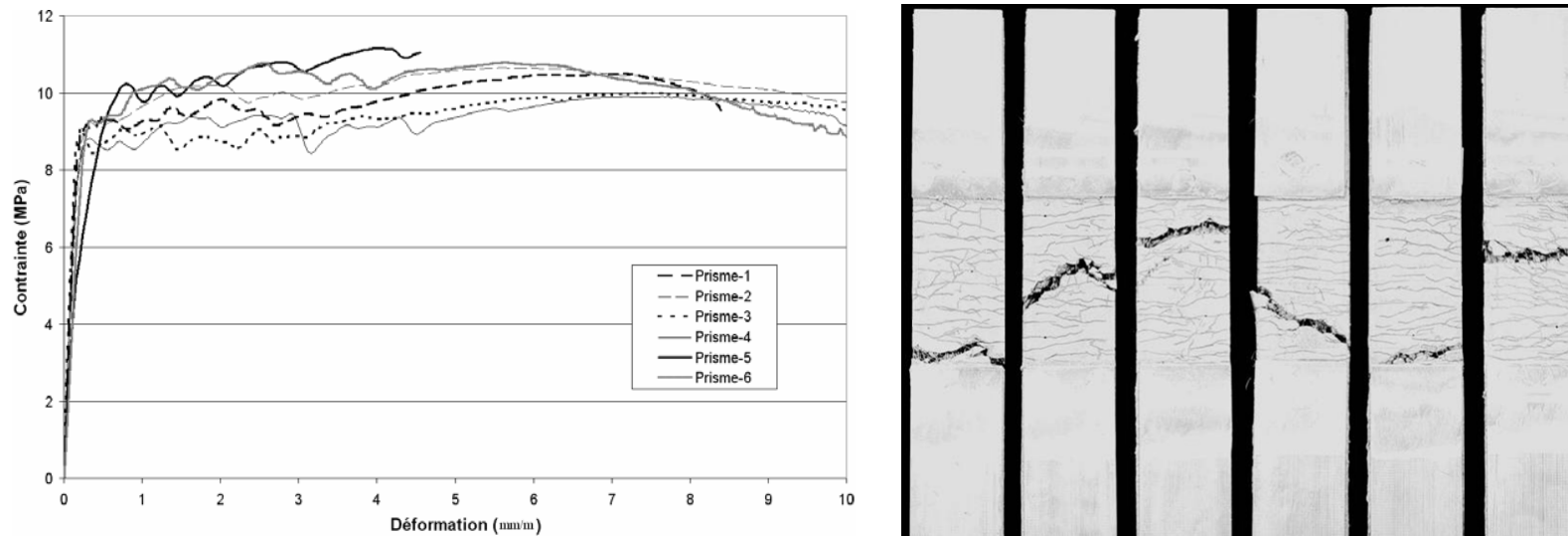


Figure 0-6 Groupe de prisms B2A\_5,1-30,5 : Courbes “contrainte-déformation” (à gauche) ; Relevé de fissures (à droite)

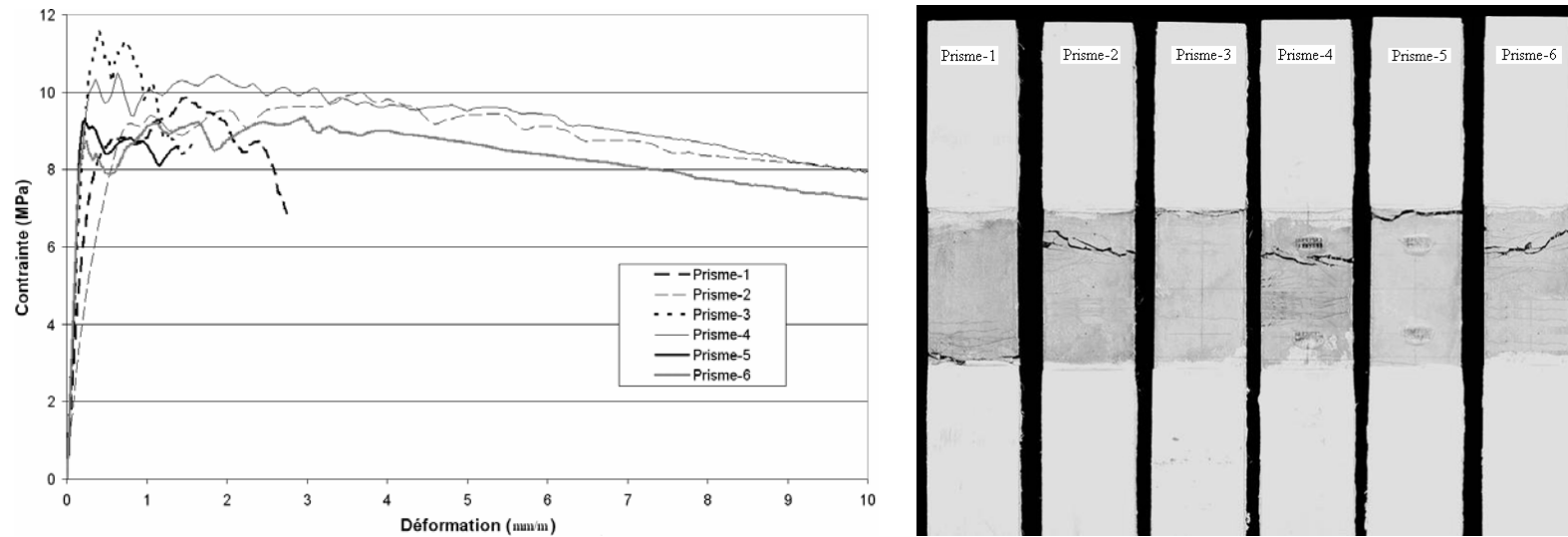


Figure 0-7 Groupe de prisms F1A\_5,1-30,5 : Courbes “contrainte-déformation” (à gauche) ; Relevé de fissures (à droite)

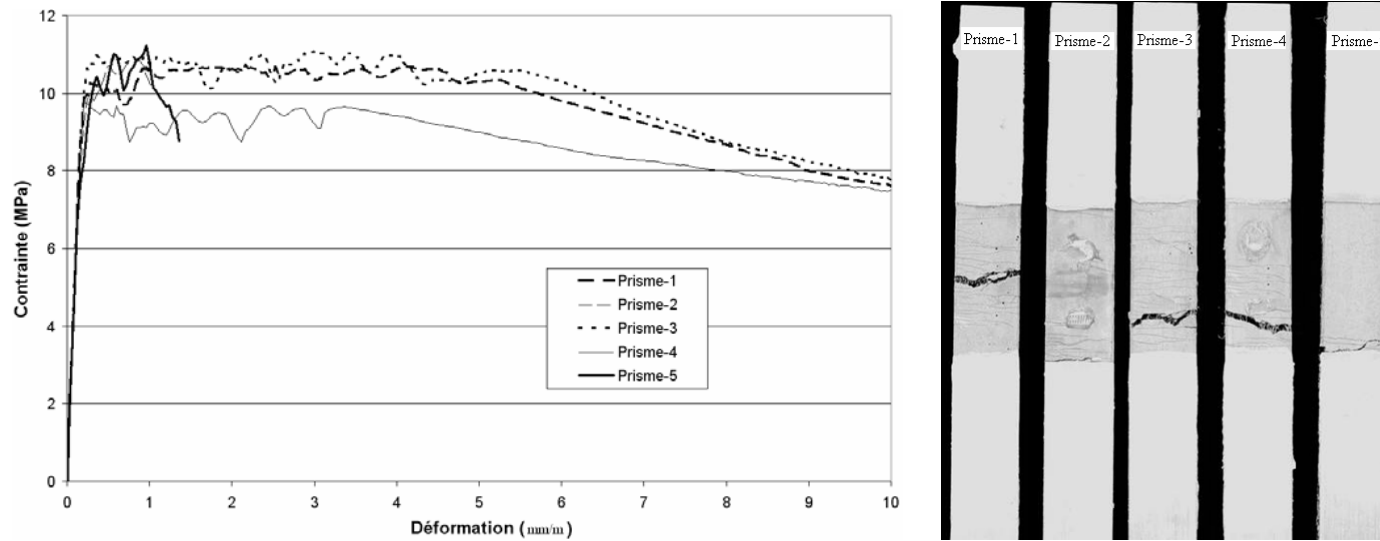


Figure 0-8 Groupe de prismes F1A\_5,1-43,2 : Courbes “contrainte-déformation” (à gauche) ; Relevé de fissures (à droite)

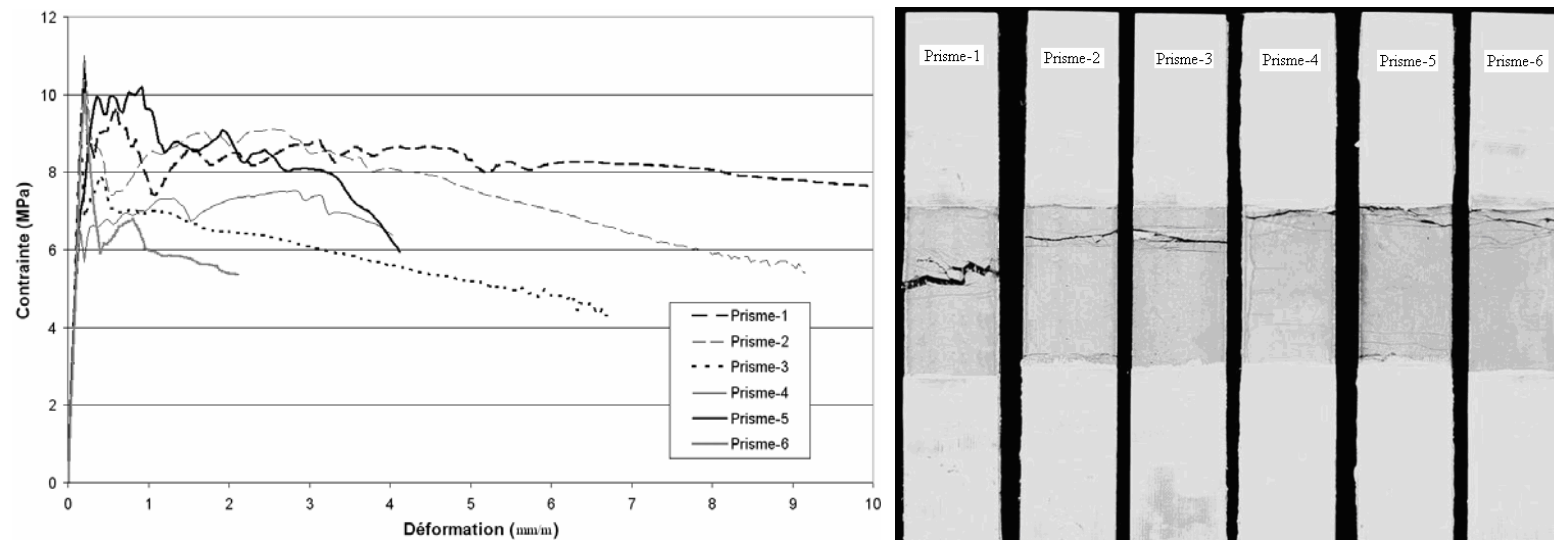


Figure 0-9 Groupe de prismes F1B\_5,1-30,5 : Courbes “contrainte-déformation” (à gauche) ; Relevé de fissures (à droite)

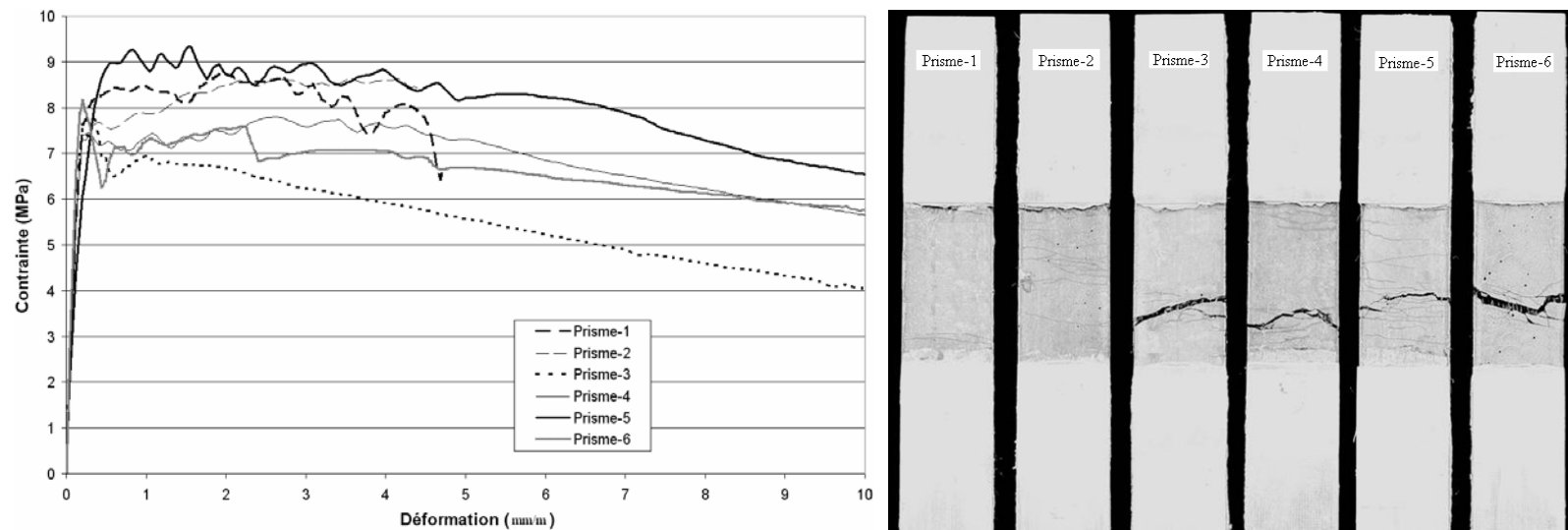


Figure 0-10 Groupe de prismes F2A\_5,1-30,5 : Courbes “contrainte-déformation” (à gauche) ; Relevé de fissures (à droite)

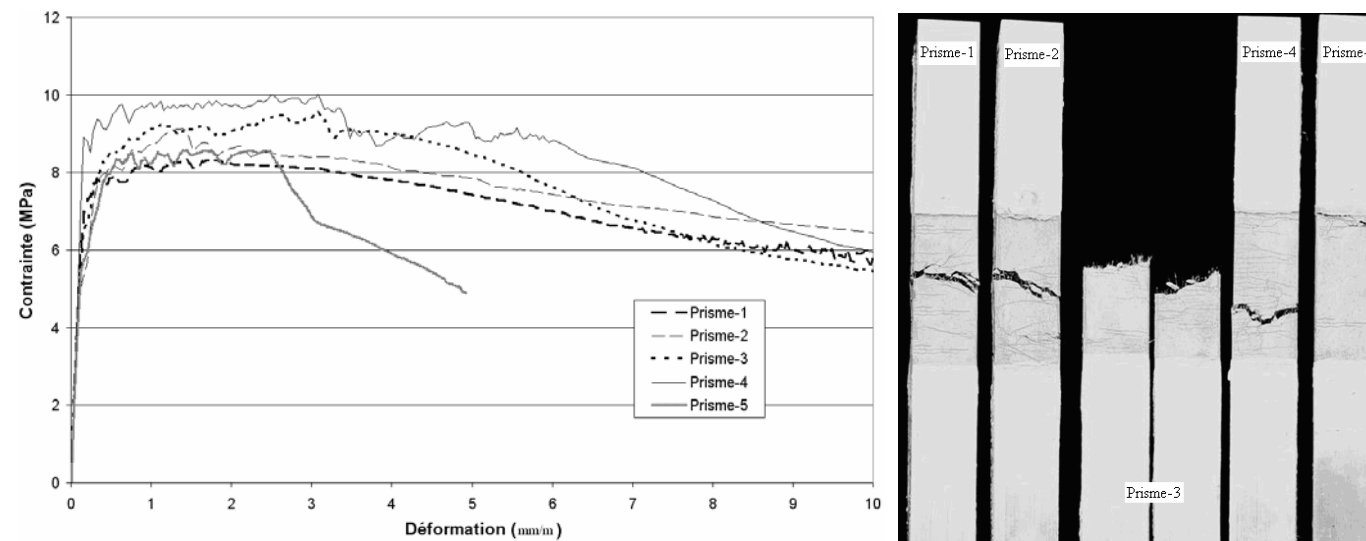


Figure 0-11 Groupe de prismes F2A\_5,1-43,2 : Courbes “contrainte-déformation” (à gauche) ; Relevé de fissures (à droite)

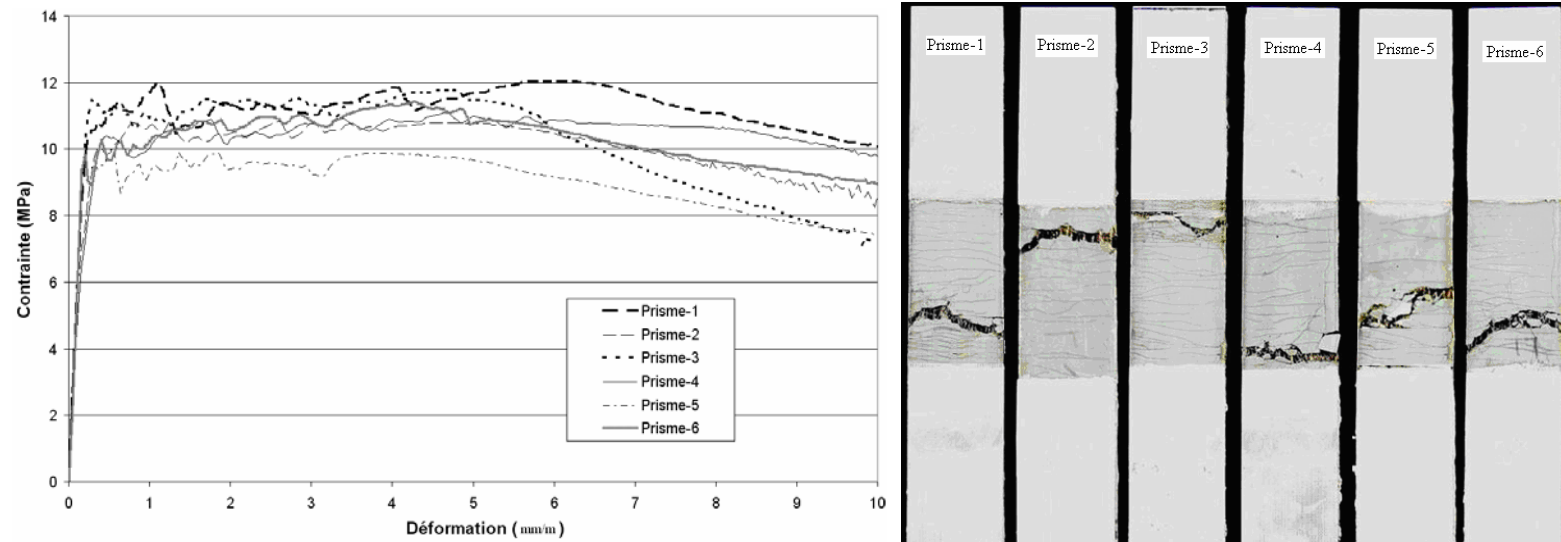


Figure 0-12 Groupe de prismes F1C\_5,1-30,5 Courbes “contrainte-déformation” (à gauche) ; Relevé de fissures (à droite)

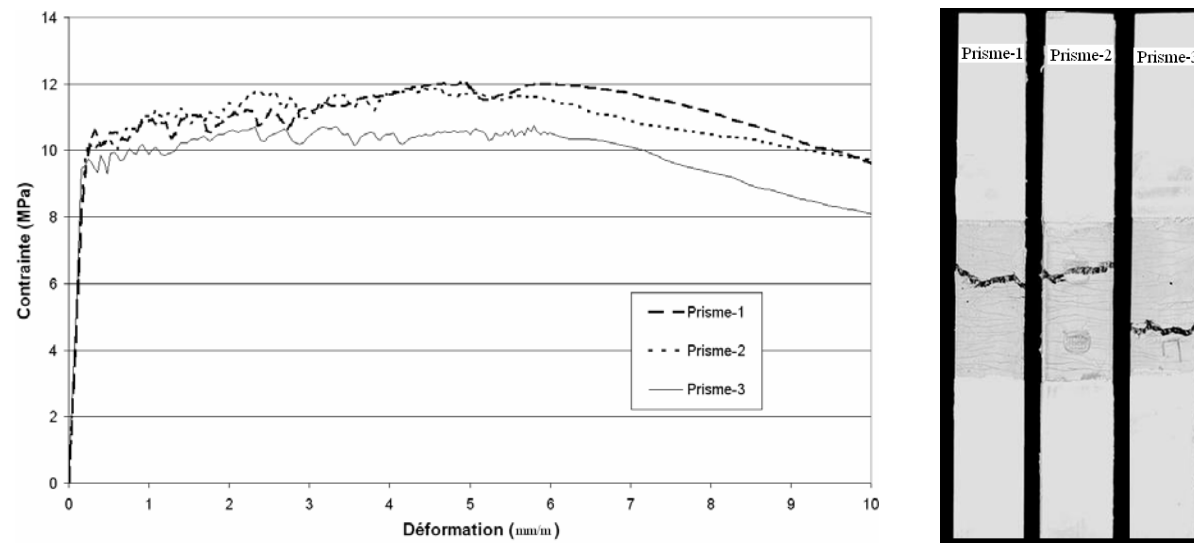


Figure 0-13 Courbes “contrainte-déformation” pour le groupe de prismes F1C\_5,1-43,2

***Annexe 3 Evaluation de l'erreur liée à la mesure de la déformation en face inférieure***

Lors de la mesure de la déformation en face inférieure des prismes soumis à une flexion quatre points, une approximation est commise sur la mesure de cette déformation. En effet, en-dehors de l'erreur due à l'excentricité des capteurs corrigée lors de l'analyse inverse, un effet géométrique lié à la courbure des corps d'épreuve et à la rigidité du montage des extensomètres entraîne une erreur sur l'évaluation de la déformation en face inférieure (voir Figure 0-14).

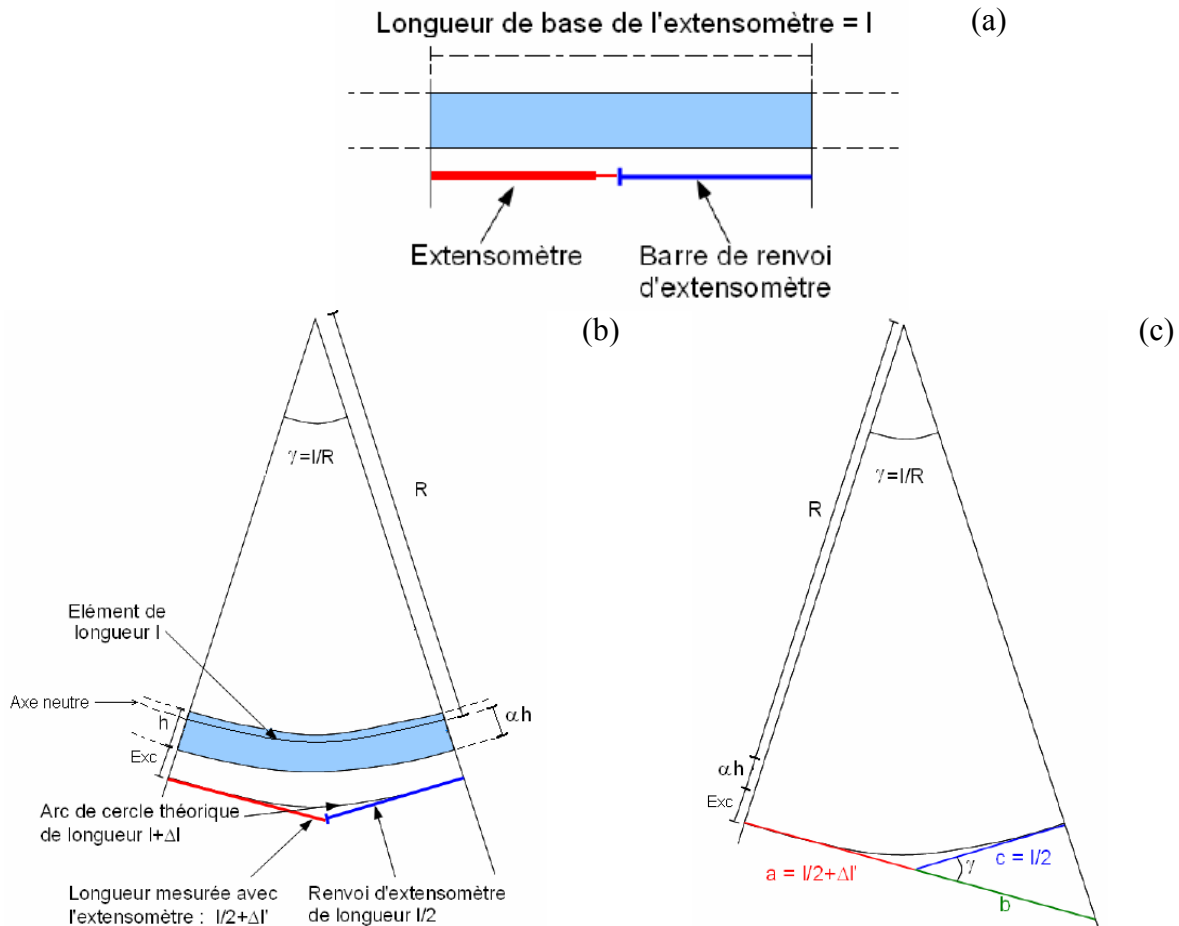


Figure 0-14 Erreur commise sur la mesure de la déformation en face inférieure liée à la courbure des corps d'épreuve et à la rigidité du montage des extensomètres (la barre de renvoi est supposée égale à la demi longueur de la base de mesure)

L'arc de cercle théorique s'exprime de la manière suivante (voir Figure 0-14b) :

$$l + \Delta l = \frac{l}{R} \cdot (R + \alpha \cdot h + Exc), \text{ d'où } \frac{\Delta l}{l} = \frac{\alpha \cdot h + Exc}{R} = \chi \cdot (\alpha \cdot h + Exc), \text{ avec } \chi \text{ la courbure}$$

Le déplacement mesuré par le LVDT  $\Delta l'$  est égal à (voir Figure 0-14c) :

$$\Delta l' = a - \frac{l}{2} \text{ avec } \tan \gamma = \frac{a + b}{R + \alpha \cdot h + Exc} \text{ et } b = \frac{l/2}{\cos \gamma}, \text{ d'où}$$

$$\Delta l' = (R + \alpha \cdot h + Exc) \cdot \tan\left(\frac{l}{R}\right) - \frac{l/2}{\cos\left(\frac{l}{R}\right)} - \frac{l}{2}$$

Ainsi, en effectuant un développement limité des fonctions  $\tan\left(\frac{l}{R}\right)$  et  $\cos^{-1}\left(\frac{l}{R}\right)$  :

$$\Delta l' = (R + \alpha \cdot h + Exc) \cdot \left( \frac{l}{R} + \frac{l^3}{3R^3} + o\left(\frac{l^3}{R^3}\right) \right) - \left(\frac{l}{2}\right) \cdot \left( 1 + \frac{l^2}{2R^2} + o\left(\frac{l^2}{R^2}\right) \right) - \frac{l}{2}$$

D'où, après simplification :

$$\frac{\Delta l'}{l} = \frac{\alpha \cdot h + Exc}{R} + \frac{l^2}{12R^2} + o\left(\frac{l^2}{R^2}\right)$$

L'erreur commise sur la mesure de la déformation est donc égale à :

$$\frac{\Delta l'}{l} - \frac{\Delta l}{l} = \frac{l^2}{12R^2} + o\left(\frac{l^2}{R^2}\right) = \frac{1}{12} \cdot \chi^2 \cdot l^2 + o(\chi^2 \cdot l^2)$$

$$\frac{\Delta l'}{l} - \frac{\Delta l}{l} = \frac{l^2}{12 \cdot (\alpha \cdot h + Exc)^2} \cdot \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + o\left(\frac{l^2}{(\alpha \cdot h + Exc)^2} \cdot \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2\right)$$

Ainsi il est possible d'établir une borne supérieure de l'erreur commise sur la mesure de la déformation :

$$\frac{\Delta l'}{l} - \frac{\Delta l}{l} \leq \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2, \text{ en prenant :}$$

- $\alpha \cdot h = \frac{h}{2}$ ,
- $l = 2 \cdot h$  (longueur de base de mesure maximale),
- $Exc = 0$  (excentrement nul des capteurs)

L'évolution de la borne supérieure de l'erreur commise sur la mesure de la déformation en face inférieure en fonction de cette même déformation est présentée Figure 0-15. L'écart relatif ne dépasse jamais 1,4 %. L'erreur peut donc être considérée comme négligeable.

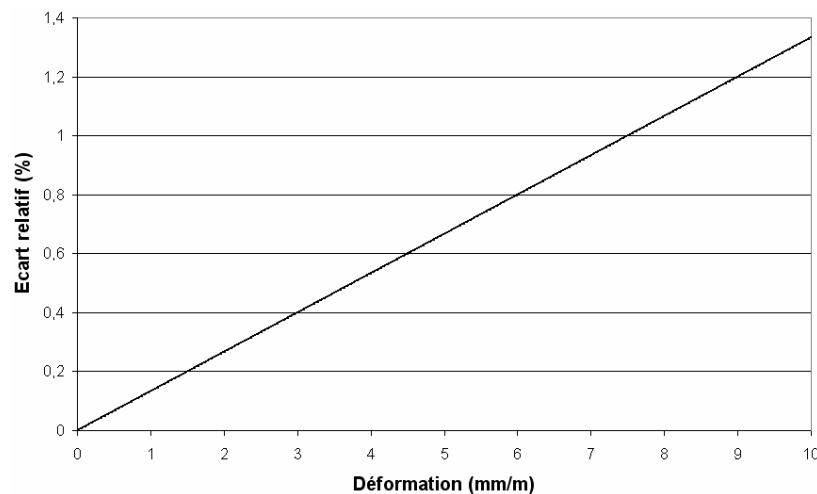


Figure 0-15 Evolution de la borne supérieure de l'erreur commise sur la mesure de la déformation en face inférieure liée à la courbure des corps d'épreuve et à la rigidité du montage des extensomètres



***Annexe 4 Pertes de précontrainte induites par la relaxation des torons***

Les pertes par relaxation sont estimées à partir de l'expression donnée par l'Eurocode 2 (partie 3.3.2) :

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 0,66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9,1\mu} \cdot \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}, \text{ avec :}$$

- $\Delta\sigma_{pr}$  valeur absolue des pertes de précontrainte par relaxation
- $\sigma_{pi}$  contrainte initiale
- $t$  est le temps après la mise en tension (en heures)
- $\mu = \frac{\sigma_{pi}}{f_{pk}}$  avec  $f_{pk}$  valeur caractéristique de la résistance en traction de l'acier de précontrainte. La valeur de 1918 MPa (issue d'essais de contrôle de production en usine sur le lot de torons utilisé) est retenue.
- $\rho_{1000}$  est la valeur de la perte par relaxation (en %), 1000 heures après la mise en tension, à une température moyenne de 20°C. Les aciers de précontrainte utilisés dans cette étude sont de Classe 2. Ainsi  $\rho_{1000}$  est pris égal à 2,5% [cette valeur est en accord avec le retour d'expérience de l'IFSTTAR (ex-LCPC)].

Pour le calcul de perte par relaxation, deux périodes sont considérées :

- Avant la mise en précontrainte
- Après la mise en précontrainte

#### ***Avant la mise en précontrainte (coupure des câbles)***

Avant la mise en précontrainte, pendant le processus d'hydratation, la température du BFUP s'élève. La relaxation des torons est accélérée par l'augmentation de température. Cette accélération est prise en compte à partir de l'approche décrite dans l'Eurocode 2 (partie 10.3.2.1). Au temps  $t$  de l'expression précédente, un temps équivalent  $t_{eq}$  est ajouté :

$$t_{eq} = \frac{1,14^{(T_{max}-20)}}{T_{max}-20} \cdot \sum_{i=1}^n (T_{(\Delta T_i)} - 20) \Delta t_i, \text{ avec :}$$

- $T_{(\Delta T_i)}$  est la température (en °C) pendant l'intervalle de temps  $\Delta t_i$ .
- $T_{max}$  est la température maximale (en °C).

L'évolution de la température à l'intérieur des poutres BFUP-B-PC-NS et BFUP-F-PC-NS est présentée en Figure 3-41.

Ainsi, avant la mise en précontrainte (correspondant à 24 heures pour la poutre BFUP-B-PC-NS et 47 heures pour la poutre BFUP-F-PC-NS), le temps  $t_{eq}$  à ajouter est égal à :

- Pour BFUP-B-PC-NS :  $t_{eq} = 184,7$  heures
- Pour BFUP-F-PC-NS :  $t_{eq} = 126,3$  heures

L'approche retenue dans le cadre de cette étude est identique à celle de la méthode simplifiée décrite dans l'Eurocode 2 (partie 5.10.6). Ainsi la valeur de perte par relaxation obtenue avec l'expression précédente est affectée d'un coefficient égal à 0,8. Dans le cas des BFUP ce facteur est conservatif compte tenu du fait qu'une bonne partie du retrait et du fluage s'effectue relativement rapidement en comparaison avec un béton « classique » et avec des valeurs de déformation importante dues au retrait.

Avant la mise en précontrainte, la perte par relaxation est donc égale à :

- Pour la poutre BFUP-B-PC-NS :

$$\frac{\Delta\sigma_{pr-avant-prec}}{\sigma_{pi}} = 0,66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9,1\mu} \cdot \left(\frac{t+t_{eq}}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5} \text{ d'où } \Delta\sigma_{pr-avant-prec} = 0,8*2,47 \text{ MPa,}$$

avec :

- $\sigma_{pi} = 1131 \text{ MPa}$
- $t = 24,2 \text{ heures}$
- $\mu = \frac{\sigma_{pi}}{f_{pk}}$  avec  $f_{pk} = 1918 \text{ MPa}$
- $\rho_{1000} = 2,5 \%$
- $t_{eq} = 184,7 \text{ heures}$

- Pour la poutre BFUP-F-PC-NS :

$$\frac{\Delta\sigma_{pr-avant-prec}}{\sigma_{pi}} = 0,66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9,1\mu} \cdot \left(\frac{t+t_{eq}}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5} \text{ d'où } \Delta\sigma_{pr-avant-prec} = 0,8*2,49 \text{ MPa,}$$

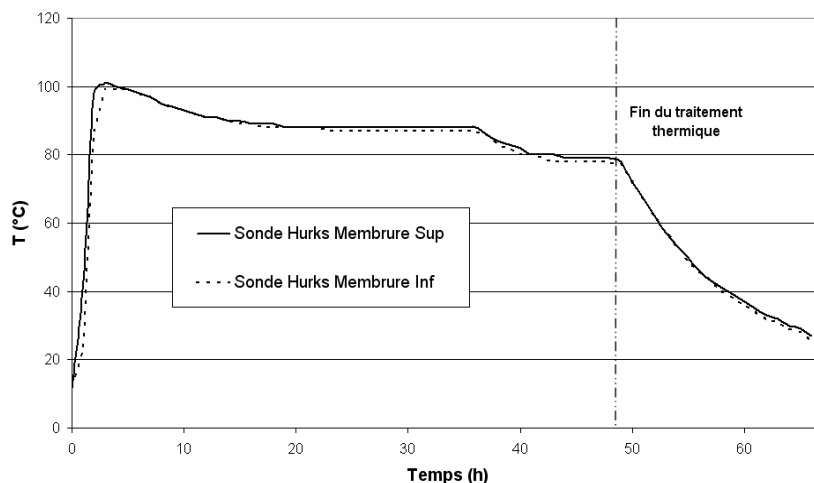
avec :

- $\sigma_{pi} = 1143 \text{ MPa}$
- $t = 46,9 \text{ heures}$
- $\mu = \frac{\sigma_{pi}}{f_{pk}}$  avec  $f_{pk} = 1918 \text{ MPa}$
- $\rho_{1000} = 2,5 \%$
- $t_{eq} = 126,3 \text{ heures}$

### **Après la mise en précontrainte**

Les corps d'épreuve en BFUP-F subissent un traitement thermique (90 °C à 100 % d'humidité pendant 48h) qui débute juste après la mise en précontrainte. La relaxation des torons est accélérée pendant ce traitement thermique. Cette accélération est prise en compte avec l'approche décrite précédemment.

L'évolution de la température à l'intérieur des poutres pendant le traitement thermique est présentée ci-dessous :



$\Delta t_i$  est pris égal à 0,01h au niveau de la montée en température puis 1h dans la suite du traitement thermique. Ainsi le temps  $t_{eq}$  à ajouter est égal à 1 630 996 heures (soit 186 années). Ce chiffre est important (en raison d'une température maximale élevée : 100°C) et difficile à exploiter de manière directe. L'Eurocode 2 précise que lorsque la température de l'acier dépasse 50 °C, une vérification particulière des pertes par relaxation est nécessaire. En l'absence de données spécifiques, une valeur finale recommandée par l'Eurocode 2 est choisie :  $t = 500\,000$  heures. Cela revient à considérer que toute la relaxation est effectuée après le traitement thermique.

Après la mise en précontrainte, la perte par relaxation est donc égale à :

- Pour la poutre BFUP-B-PC-NS :

$$\frac{\Delta\sigma_{pr-après-prec}}{\sigma_{pi-après-prec}} = 0,66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9,1\mu} \cdot \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5} \text{ d'où } \Delta\sigma_{pr-après-prec} = 0,8*3,4 \text{ MPa, avec :}$$

- $\sigma_{pi-après-prec} = \sigma_{pi} - E_p \cdot (\varepsilon_{avant-Précontrainte} + \varepsilon_{raccourcissement-élastique}) - \Delta\sigma_{pr-avant-prec}$  d'où :  
 $\sigma_{pi} = 979 \text{ MPa}$
- $E_p$  est le module des torons de précontrainte (égal à 195 GPa)
- $t = 6573$  heures est le temps entre la fabrication et l'essai
- $\mu = \frac{\sigma_{pi-après-prec}}{f_{pk}}$  avec  $f_{pk} = 1918 \text{ MPa}$
- $\rho_{1000} = 2,5 \%$

- Pour la poutre BFUP-F-PC-NS :

$$\frac{\Delta\sigma_{pr-après-prec}}{\sigma_{pi-après-prec}} = 0,66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9,1\mu} \cdot \left(\frac{t+t_{eq}}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5} \text{ d'où } \Delta\sigma_{pr-après-prec} = 0,8*17,8 \text{ MPa, avec :}$$

- $\sigma_{pi-après-prec} = \sigma_{pi} - E_p \cdot (\varepsilon_{avant-Précontrainte} + \varepsilon_{raccourcissement-élastique}) - \Delta\sigma_{pr-avant-prec}$  d'où :  
 $\sigma_{pi} = 1003 \text{ MPa}$
- $E_p$  est le module des torons de précontrainte (égal à 195 GPa)
- $t = 6927$  heures est le temps entre la fabrication et l'essai
- $\mu = \frac{\sigma_{pi-après-prec}}{f_{pk}}$  avec  $f_{pk} = 1918 \text{ MPa}$
- $\rho_{1000} = 2,5 \%$
- $t_{eq} = 500\,000 - 6927$  heures

L'écart important entre les deux corps d'épreuve précontraints vis-à-vis de la perte par relaxation s'explique par le traitement thermique appliqué aux poutres en BFUP-F.

Les pertes par relaxation représentent un faible pourcentage du total des pertes (inférieur à 10%). Ainsi les différentes hypothèses formulées pour le calcul des pertes par relaxation ont un impact limité.

***Annexe 5 Détermination expérimentale de l'effort de fissuration diagonale***

---

L'apparition des premières fissures diagonales dans la zone d'effort tranchant peut être détectée par les extensomètres placés à 45° ainsi que par les rosettes collées au centre de l'âme. Une information supplémentaire peut également être apportée par les jauges collées sur les étriers lorsque ceux-ci sont présents dans la poutre. De façon globale, la fissuration se traduit par un assouplissement plus ou moins important (suivant le nombre et l'ouverture des fissures créées) de la courbe « Effort-Flèche au centre ».

Dans le cas des poutres précontraintes, les premières fissures diagonales apparaissent avant les fissures verticales de flexion. Ainsi l'interprétation des différentes mesures expérimentales est relativement directe.

Dans le cas des poutres armées, les premières fissures de flexion précèdent en revanche les fissures diagonales. Ces premières fissures verticales se créent dans la zone de moment constant mais également dans la portée d'effort tranchant à proximité de la zone de moment constant. Ainsi ces fissures de flexion peuvent être interceptées par certains extensomètres à 45° et par les rosettes. L'identification de l'apparition de fissures diagonales est donc relativement complexe (Elzanaty et al, 1986 ; Sato et Kawakane, 2008). Il est alors nécessaire de recouper les informations apportées par les différentes mesures pour évaluer au mieux l'effort correspondant à l'apparition de fissures diagonales.

Cette détection à l'aide des mesures expérimentales peut enfin être comparée à une détection visuelle qui est discrète puisque le relevé de fissures est effectué uniquement durant les paliers d'effort.

### ***Corps d'épreuve précontraints***

Le traitement des données expérimentales visant à déterminer l'effort d'apparition des premières fissures diagonales est donné pour l'ensemble des poutres précontraintes.

#### ***Poutre BFUP-B-PC-NS***

La Figure 0-16a présente les déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué. Les informations apportées par ce graphique sont comparées à celles données par l'évolution des contraintes principales obtenues à partir des mesures des rosettes collées dans la portée d'effort tranchant (voir Figure 0-16b). Le principe d'exploitation des mesures « brutes » des rosettes est donné en Annexe 6.

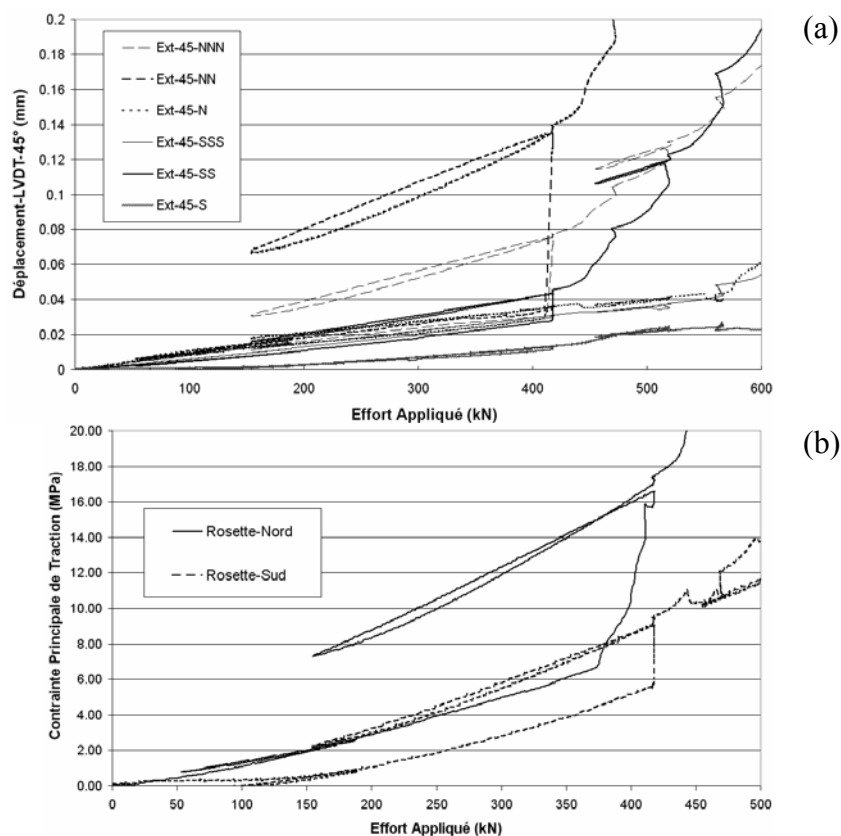


Figure 0-16 Poutre BFUP-B-PC-NS : (a) Déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud ; (b) Contraintes principales de traction obtenues à partir des mesures des rosettes en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud

Avant l'apparition des fissures diagonales, l'écart de pente entre les deux contraintes principales de traction peut s'expliquer par une légère différence dans l'axe de collage des deux rosettes qui ne suivent peut-être pas strictement l'axe de la poutre. En effet le positionnement des rosettes est toujours délicat (glissement sur l'épaisseur de colle...).

Il est important de noter que les mesures apportées par les rosettes ne sont plus exploitables lorsque celles-ci sont traversées par une fissure.

Pour chaque portée d'effort tranchant, le Tableau 0-1 récapitule les différentes valeurs d'efforts pour lesquelles l'apparition d'une non-linéarité marquée est observée. Ces valeurs sont comparées à celle correspondant à la détection visuelle d'une fissuration diagonale.

Tableau 0-1 Poutre BFUP-B-PC-NS : Effort correspondant à l'apparition de fissures diagonales selon différentes méthodes de détection des fissures

| Type de détection         | LVDTs-45°<br>Zone Nord | Rosette<br>Zone Nord | LVDTs-45°<br>Zone Sud | Rosette<br>Zone Sud | Détection<br>visuelle |
|---------------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|
| Effort correspondant (kN) | 412                    | 376                  | 418                   | 418                 | 420                   |

Le minimum des différentes valeurs présentées ci-dessus est retenu (376 kN) comme l'effort d'apparition d'une fissuration diagonale.

**Poutre BFUP-B(2)-PC-NS**

La Figure 0-17 présente les déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué ainsi que l'évolution des contraintes principales obtenues à partir des mesures des rosettes collées dans la portée d'effort tranchant.

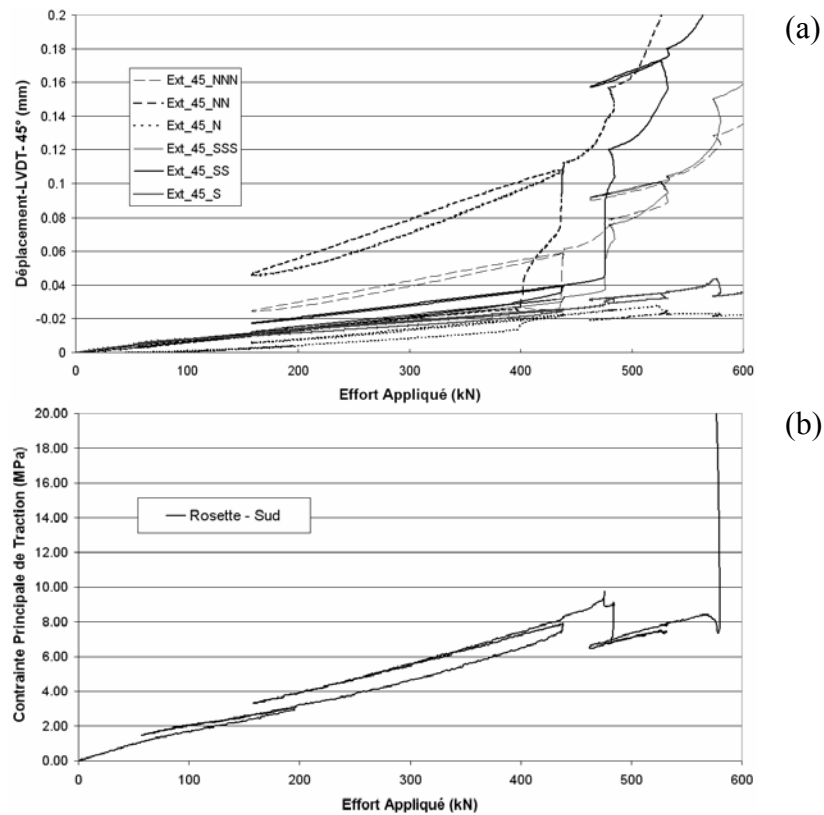


Figure 0-17 Poutre BFUP-B(2)-PC-NS : (a) Déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud ; (b) Contraintes principales de traction obtenues à partir des mesures de la rosette en fonction de l'effort total appliqué : portée d'effort tranchant Sud.

Le Tableau 0-2 récapitule les différentes valeurs d'efforts pour lesquelles l'apparition d'une non-linéarité marquée est observée ainsi que celle correspondant à la détection visuelle de l'apparition des premières fissures diagonales.

Tableau 0-2 Poutre BFUP-B(2)-PC-NS : Effort correspondant à l'apparition de fissures diagonales selon différentes méthodes de détection des fissures

| Type de détection         | LVDTs-45°<br>Zone Nord | Rosette<br>Zone Nord | LVDTs-45°<br>Zone Sud | Rosette<br>Zone Sud | Détection<br>visuelle |
|---------------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|
| Effort correspondant (kN) | 398                    | -                    | 438                   | 438                 | 440                   |

Le minimum des différentes valeurs présentées ci-dessus est retenu (398 kN) comme l'effort d'apparition d'une fissuration diagonale.



**Poutre BFUP-F-PC-NS**

La Figure 0-18 présente les déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué ainsi que l'évolution des contraintes principales obtenues à partir des mesures des rosettes collées dans la portée d'effort tranchant.

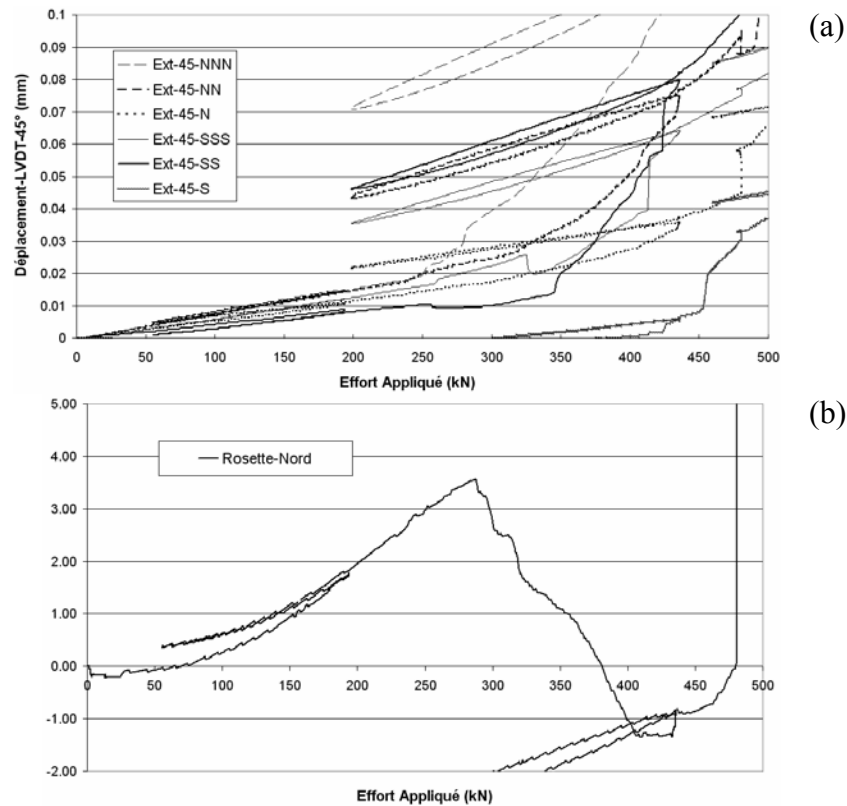


Figure 0-18 Poutre BFUP-F-PC-NS : (a) Déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud ; (b) Contraintes principales de traction obtenues à partir des mesures de la rosette en fonction de l'effort total appliqué : portée d'effort tranchant Nord.

Le Tableau 0-3 récapitule les différentes valeurs d'efforts pour lesquelles l'apparition d'une non-linéarité marquée est observée ainsi que celle correspondant à la détection visuelle de l'apparition des premières fissures diagonales.

Tableau 0-3 Poutre BFUP-F-PC-NS : Effort correspondant à l'apparition de fissures diagonales selon différentes méthodes de détection des fissures

| Type de détection         | LVDTs-45°<br>Zone Nord | Rosette<br>Zone Nord | LVDTs-45°<br>Zone Sud | Rosette<br>Zone Sud | Détection<br>visuelle |
|---------------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|
| Effort correspondant (kN) | 251                    | 258                  | 288                   | -                   | 440                   |

Le minimum des différentes valeurs présentées ci-dessus est retenu (251 kN) comme l'effort d'apparition d'une fissuration diagonale.

**Poutre BFUP-B(2)-PC-WS**

La Figure 0-19 présente les déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué ainsi que l'évolution des contraintes principales obtenues à partir des mesures des rosettes collées dans la portée d'effort tranchant.

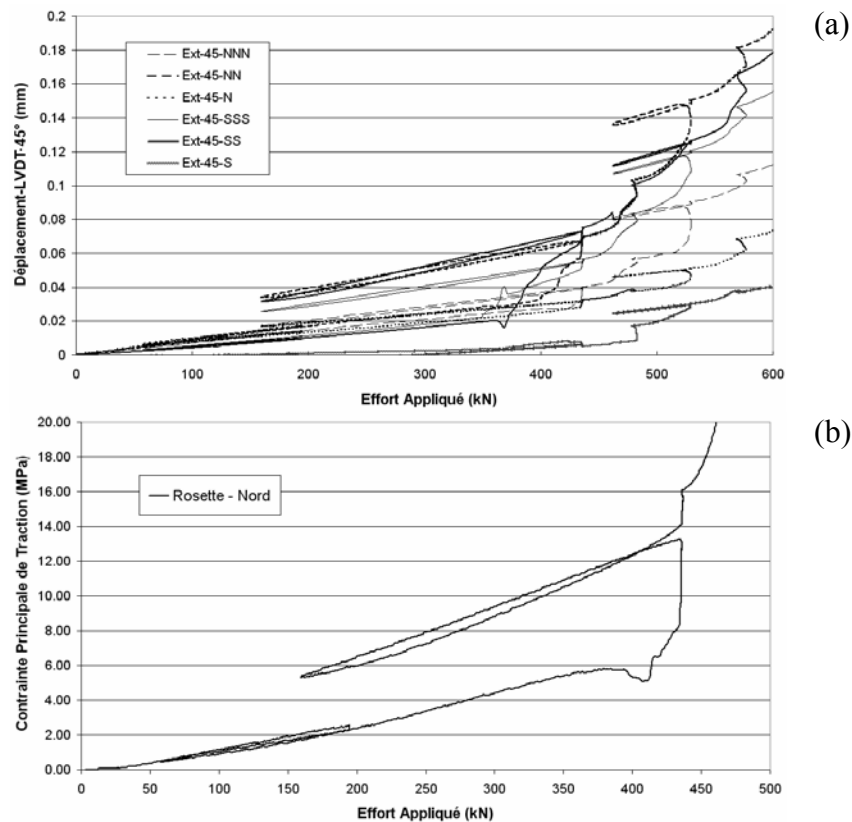


Figure 0-19 Poutre BFUP-B(2)-PC-WS : (a) Déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud ; (b) Contraintes principales de traction obtenues à partir des mesures de la rosette en fonction de l'effort total appliqué : portée d'effort tranchant Nord.

Le Tableau 0-4 récapitule les différentes valeurs d'efforts pour lesquelles l'apparition d'une non-linéarité marquée est observée ainsi que celle correspondant à la détection visuelle de l'apparition des premières fissures diagonales.

Tableau 0-4 Poutre BFUP-B(2)-PC-WS : Effort correspondant à l'apparition de fissures diagonales selon différentes méthodes de détection des fissures

| Type de détection         | LVDTs-45°<br>Zone Nord | Rosette<br>Zone Nord | LVDTs-45°<br>Zone Sud | Rosette<br>Zone Sud | Détection visuelle |
|---------------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|---------------------|--------------------|
| Effort correspondant (kN) | 374                    | 385                  | 352                   | -                   | 436                |

Le minimum des différentes valeurs présentées ci-dessus est retenu (352 kN) comme l'effort d'apparition d'une fissuration diagonale.

**Poutre BFUP-F-PC-WS**

La Figure 0-20 présente les déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué ainsi que l'évolution des contraintes principales obtenues à partir des mesures des rosettes collées dans la portée d'effort tranchant.

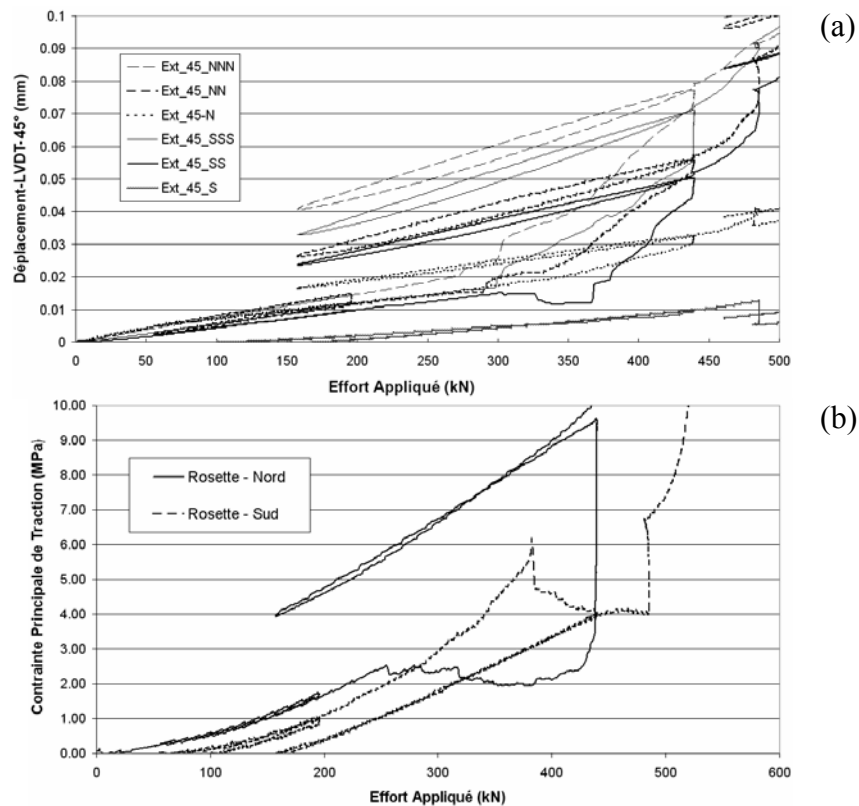


Figure 0-20 Poutre BFUP-F-PC-WS : (a) Déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud ; (b) Contraintes principales de traction obtenues à partir des mesures de la rosette en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud.

Le Tableau 0-5 récapitule les différentes valeurs d'efforts pour lesquelles l'apparition d'une non-linéarité marquée est observée ainsi que celle correspondant à la détection visuelle de l'apparition des premières fissures diagonales.

Tableau 0-5 Poutre BFUP-F-PC-WS : Effort correspondant à l'apparition de fissures diagonales selon différentes méthodes de détection des fissures

| Type de détection         | LVDTs-45°<br>Zone Nord | Rosette<br>Zone Nord | LVDTs-45°<br>Zone Sud | Rosette<br>Zone Sud | Détection visuelle |
|---------------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|---------------------|--------------------|
| Effort correspondant (kN) | 274                    | 255                  | 298                   | 374                 | 438                |

Le minimum des différentes valeurs présentées ci-dessus est retenu (255 kN) comme l'effort d'apparition d'une fissuration diagonale.

### Corps d'épreuve armés

Le traitement des données expérimentales visant à déterminer l'effort d'apparition des premières fissures diagonales est donné pour l'ensemble des poutres armées.

#### Poutre BFUP-B-RC-NS

La Figure 0-21 présente les déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué ainsi que l'évolution des contraintes principales obtenues à partir des mesures des rosettes collées dans la portée d'effort tranchant.

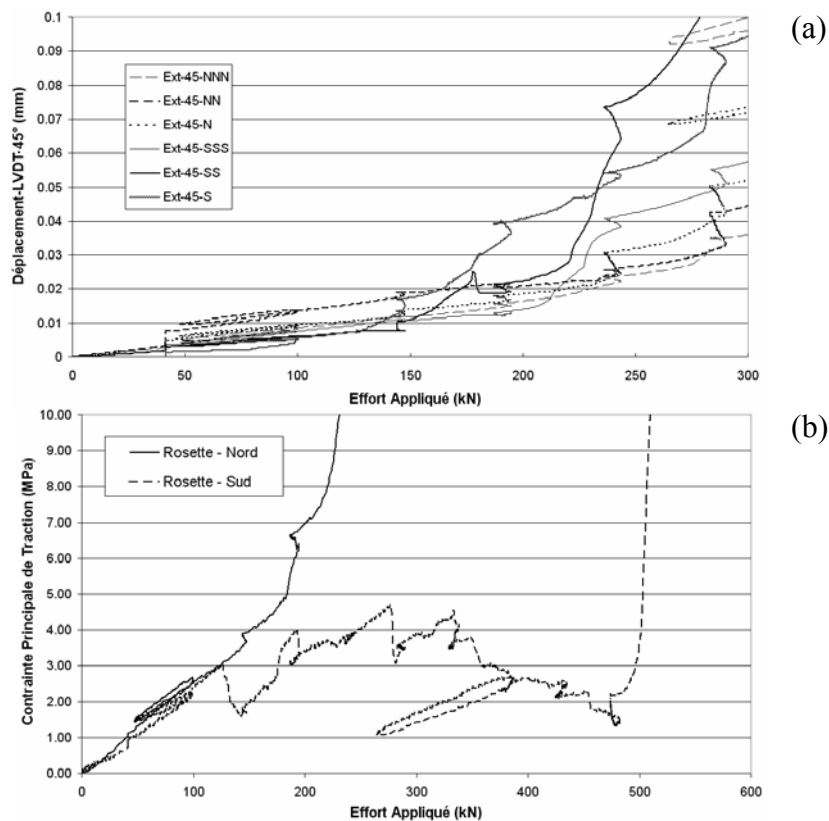


Figure 0-21 Poutre BFUP-B-RC-NS : (a) Déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud ; (b) Contraintes principales de traction obtenues à partir des mesures des rosettes en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud.

Les pertes de linéarité enregistrées par la rosette Sud ainsi que par les LVDTs vers 130 kN sont dues aux fissures verticales de flexion qui sont apparues dans les portées d'effort tranchant à proximité de la zone de moment constant. Afin d'éviter les perturbations apportées par ces fissures verticales, on s'intéresse à la perte de linéarité enregistrée par les deux extensomètres à 45° placés vers les appuis (Ext-45-NNN : côté Nord et Ext-45-SSS : côté Sud), donc loin de la zone de moment maximal. Ainsi l'extensomètre Ext-45-SSS permet de détecter l'apparition d'une fissure diagonale pour un effort égal à 194 kN. Cette apparition d'une fissure diagonale est également détectée par la rosette Sud qui se traduit par une chute de la contrainte principale de traction (dû au relâchement élastique).

La valeur de 194 kN est donc retenue comme l'effort d'apparition d'une fissuration diagonale. L'effort correspondant à la détection visuelle d'une première fissure diagonale est égal à 240 kN.

**Poutre BFUP-F-RC-NS**

La Figure 0-22 présente les déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué ainsi que l'évolution des contraintes principales obtenues à partir des mesures des rosettes collées dans la portée d'effort tranchant.

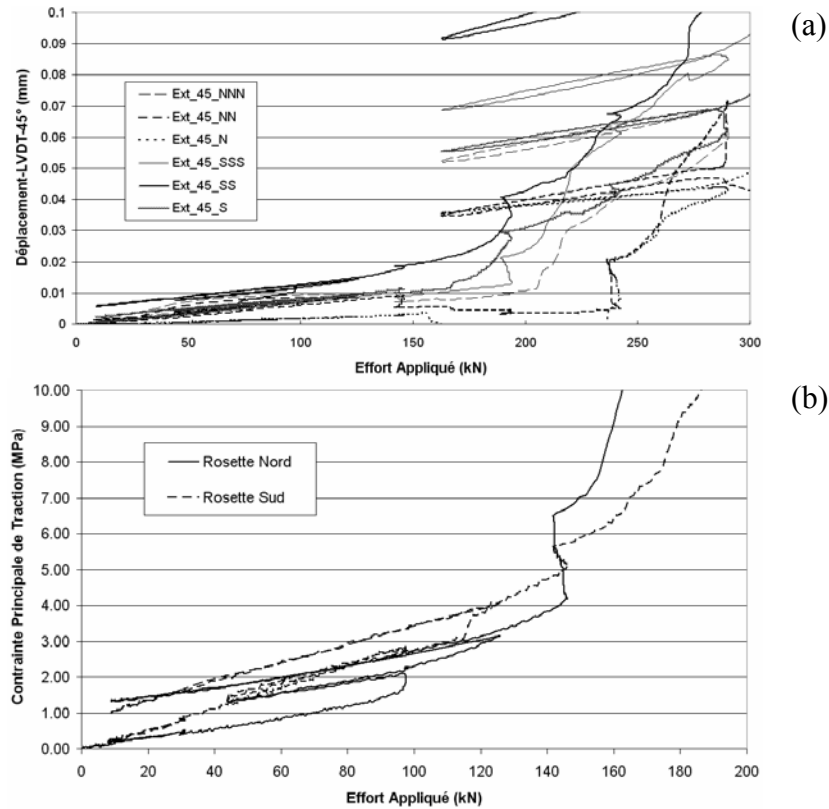


Figure 0-22 Poutre BFUP-F-RC-NS : (a) Déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud ; (b) Contraintes principales de traction obtenues à partir des mesures des rosettes en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud.

Les pertes de linéarité enregistrées par la rosette Nord ainsi que par les LVDTs vers 115 kN sont dues aux fissures verticales de flexion qui sont apparues dans les portées d'effort tranchant à proximité de la zone de moment constant.

On s'intéresse donc à la perte de linéarité enregistrée par les deux extensomètres à 45° placés vers les appuis (Ext-45-NNN : côté Nord et Ext-45-SSS : côté Sud). L'extensomètre Ext-45-NNN permet de détecter l'apparition d'une fissure diagonale pour un effort d'environ 180 kN. La valeur de 180 kN est donc retenue comme l'effort d'apparition d'une fissuration diagonale. L'effort correspondant à la détection visuelle d'une première fissure diagonale est égal à 240 kN.

### Poutre BFUP-B-RC-WS

La Figure 0-23 présente les déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué ainsi que l'évolution des contraintes principales obtenues à partir des mesures des rosettes collées dans la portée d'effort tranchant.

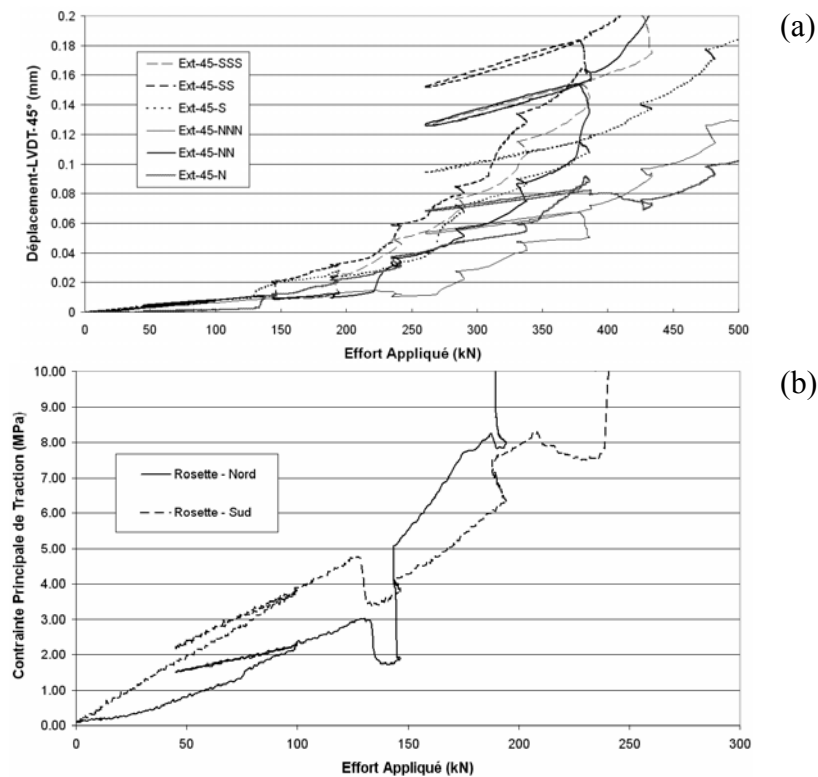


Figure 0-23 Poutre BFUP-B-RC-WS : (a) Déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud ; (b) Contraintes principales de traction obtenues à partir des mesures des rosettes en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud.

La même approche que celle décrite précédemment est adoptée. Les pertes de linéarité enregistrées par les deux rosettes ainsi que par les LVDTs vers 130 kN sont dues aux fissures verticales de flexion qui sont apparues dans les portées d'effort tranchant à proximité de la zone de moment constant. Ainsi on s'intéresse à la perte de linéarité enregistrée par les deux extensomètres à 45° placées vers les appuis (Ext-45-NNN : côté Nord et Ext-45-SSS : côté Sud). L'Extensomètre Ext-45-NNN permet de détecter l'apparition d'une fissure diagonale pour un effort égal à 192 kN. Cette apparition d'une fissure diagonale est également détectée par la rosette Sud.

La pertinence de la démarche est vérifiée en analysant les données apportées par les jauges collées sur les étriers côté Sud (voir Figure 0-24). La rupture de pente « Effort Total – Déformation » réellement effective pour l'un des étriers correspond à un chargement proche de 190 kN.

La valeur de 192 kN est donc retenue comme l'effort d'apparition d'une fissuration diagonale. L'effort correspondant à la détection visuelle d'une première fissure diagonale est égal à 240 kN.

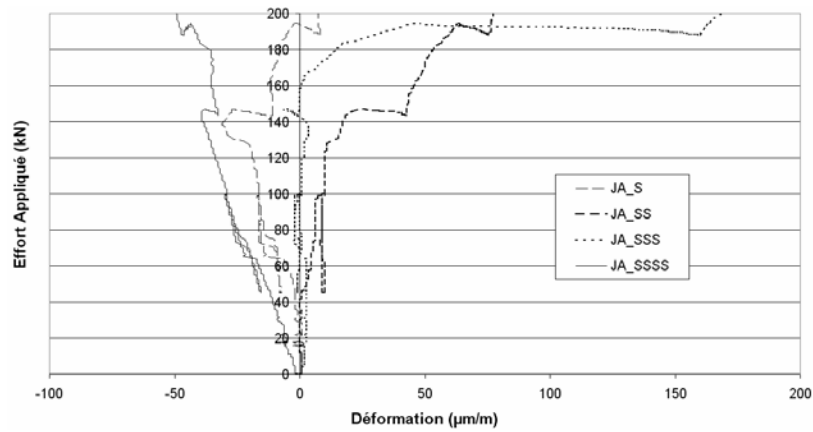


Figure 0-24 Poutre BFUP-B-RC-WS : Evolution des déformations mesurées par les jauges collées sur les étriers du côté Sud jusqu'à un chargement égal à 200 kN.

### Poutre BFUP-F-RC-WS

La Figure 0-25 présente les déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué ainsi que l'évolution des contraintes principales obtenues à partir des mesures des rosettes collées dans la portée d'effort tranchant.

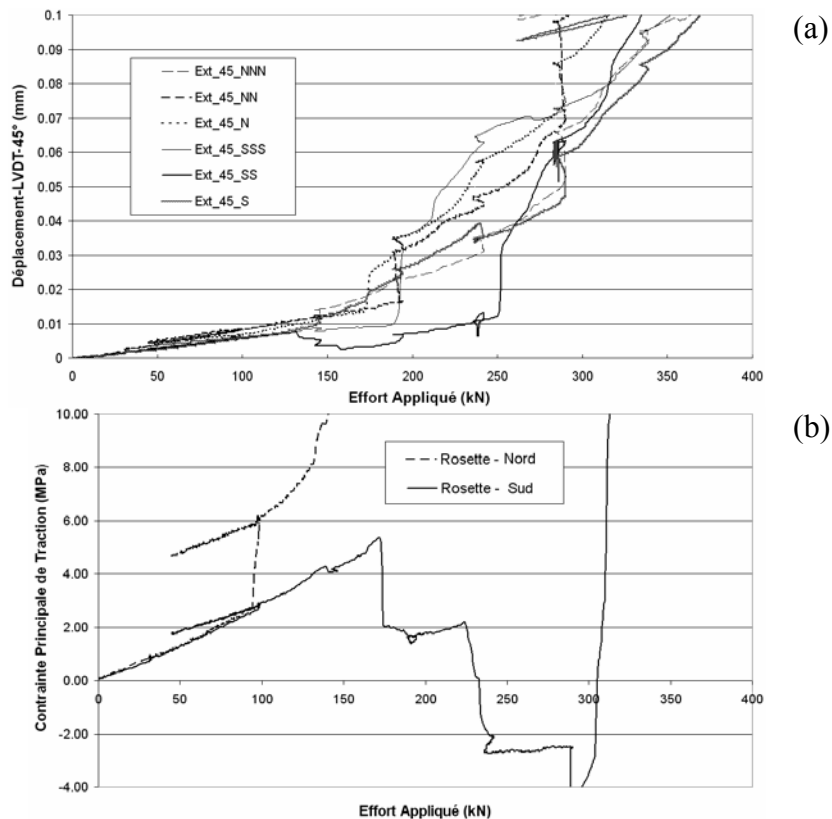


Figure 0-25 Poutre BFUP-F-RC-WS : (a) Déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud ; (b) Contraintes principales de traction obtenues à partir des mesures des rosettes en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud.

La perte de linéarité enregistrée par la rosette Nord vers 95 kN est due aux fissures verticales de flexion qui sont apparues dans les portées d'effort tranchant à proximité de la zone de moment constant. On s'intéresse alors à la perte de linéarité enregistrée par les deux extensomètres à 45° placés vers les appuis (Ext-45-NNN : côté Nord et Ext-45-SSS : côté Sud). L'extensomètre Ext-45-SSS permet de détecter l'apparition d'une fissure diagonale pour un effort d'environ de 180 kN. Cette apparition d'une fissure diagonale est également détectée par la rosette Sud qui se traduit par un relâchement élastique : le chargement correspondant est égal à 172 kN.

La pertinence de la démarche est vérifiée en analysant les données apportées par les jauges collées sur les étriers côté Sud (voir Figure 0-26). La rupture de pente « Effort Total – Déformation » réellement effective pour l'un des étriers correspond à un chargement proche de 180 kN.

L'effort correspondant à la détection visuelle d'une première fissure diagonale est égal à 192 kN.

La valeur de 180 kN est donc retenue comme l'effort d'apparition d'une fissuration diagonale.



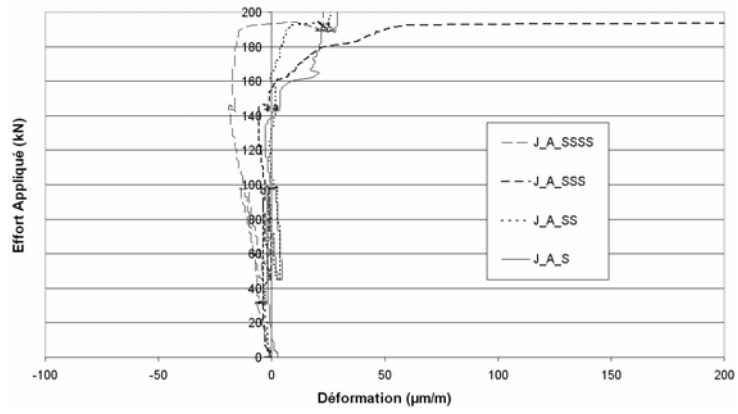


Figure 0-26 Poutre BFUP-F-RC-WS : Evolution des déformations mesurées par les jauges collées sur les étriers du côté Sud jusqu'à un chargement égal à 200 kN.

### Poutre BFUP-B-NF-RC-NS

La Figure 0-27 présente les déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué ainsi que l'évolution des contraintes principales obtenues à partir des mesures des rosettes collées dans la portée d'effort tranchant.

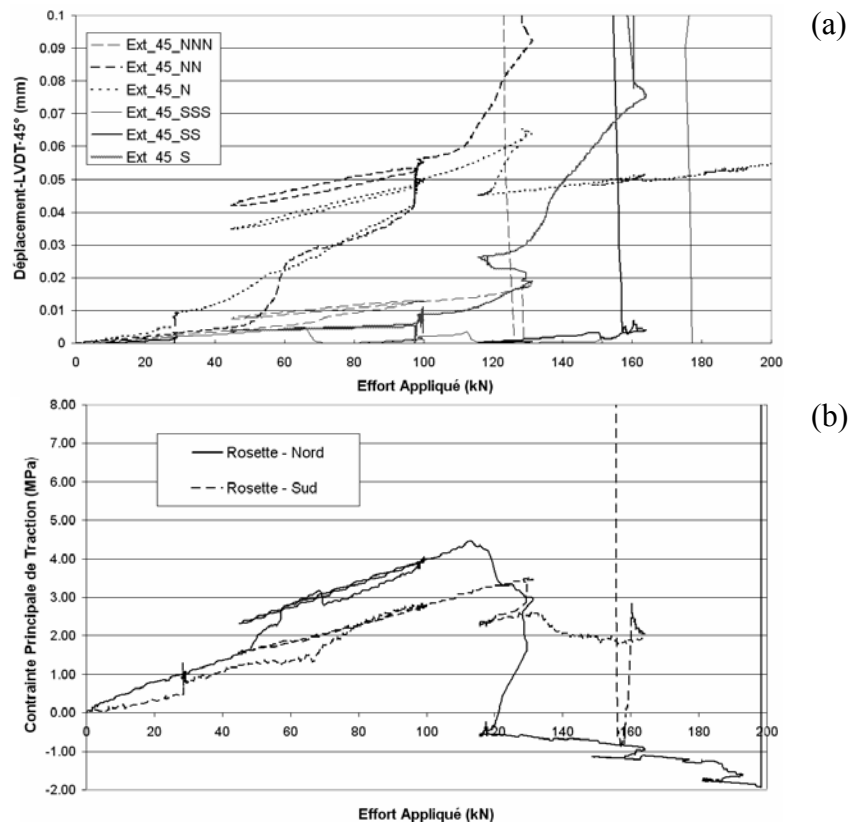


Figure 0-27 Poutre BFUP-B-NF-RC-NS : (a) Déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud ; (b) Contraintes principales de traction obtenues à partir des mesures des rosettes en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud.

Les pertes de linéarité enregistrées par la rosette Nord ainsi que par les LVDTs vers 50 kN sont dues aux fissures verticales de flexion qui sont apparues dans les portées d'effort tranchant à proximité de la zone de moment constant.

On s'intéresse donc à la perte de linéarité enregistrée par les deux extensomètres à 45° placées vers les appuis (Ext-45-NNN : côté Nord et Ext-45-SSS : côté Sud). L'extensomètre Ext-45-NNN permet de détecter l'apparition d'une fissure diagonale pour un effort d'environ 124 kN. Cette apparition d'une fissure diagonale est également détectée par la rosette Nord qui se traduit par un relâchement élastique.

La valeur de 124 kN est donc retenue comme l'effort d'apparition d'une fissuration diagonale. L'effort correspondant à la détection visuelle d'une première fissure diagonale est égal à 128 kN.

**Poutre BFUP-F-OF-RC-NS**

La Figure 0-28 présente les déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué ainsi que l'évolution des contraintes principales obtenues à partir des mesures des rosettes collées dans la portée d'effort tranchant.

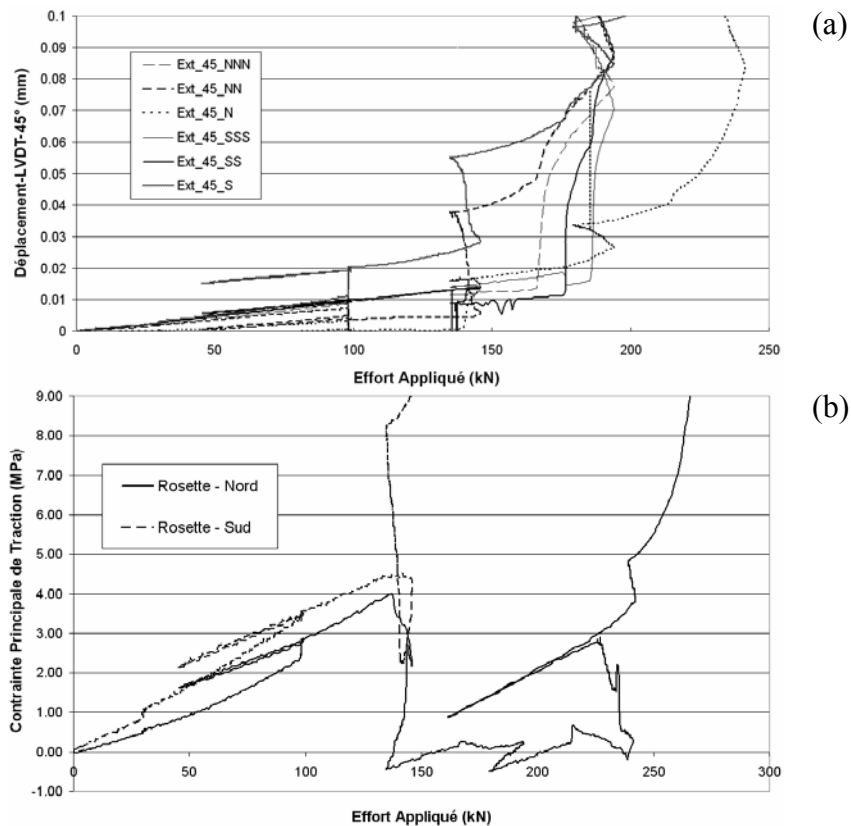


Figure 0-28 Poutre BFUP-F-OF-RC-NS : (a) Déplacements mesurés par les extensomètres placés à 45° en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud ; (b) Contraintes principales de traction obtenues à partir des mesures des rosettes en fonction de l'effort total appliqué : portées d'effort tranchant Nord et Sud.

Les pertes de linéarité enregistrées par la rosette Nord ainsi que par les LVDTs vers 100 kN sont dues aux fissures verticales de flexion qui sont apparues dans les portées d'effort tranchant à proximité de la zone de moment constant.

L'extensomètre Ext-45-NN permet de détecter l'apparition d'une fissure diagonale pour un effort proche de 140 kN. Cette apparition d'une fissure diagonale est également détectée par la rosette Nord qui se traduit par un relâchement élastique.

La valeur de 140 kN est donc retenue comme l'effort d'apparition d'une fissuration diagonale. L'effort correspondant à la détection visuelle d'une première fissure diagonale est égal à 144 kN.

***Annexe 6 Principe d'exploitation des mesures « brutes » des rosettes***

### Description générale des rosettes utilisées lors de l'étude expérimentale sur les poutres

Les rosettes utilisées lors de cette étude expérimentale sont constituées de trois jauges orientées dans trois directions différentes par rapport à l'axe de la poutre (Figure 0-29).

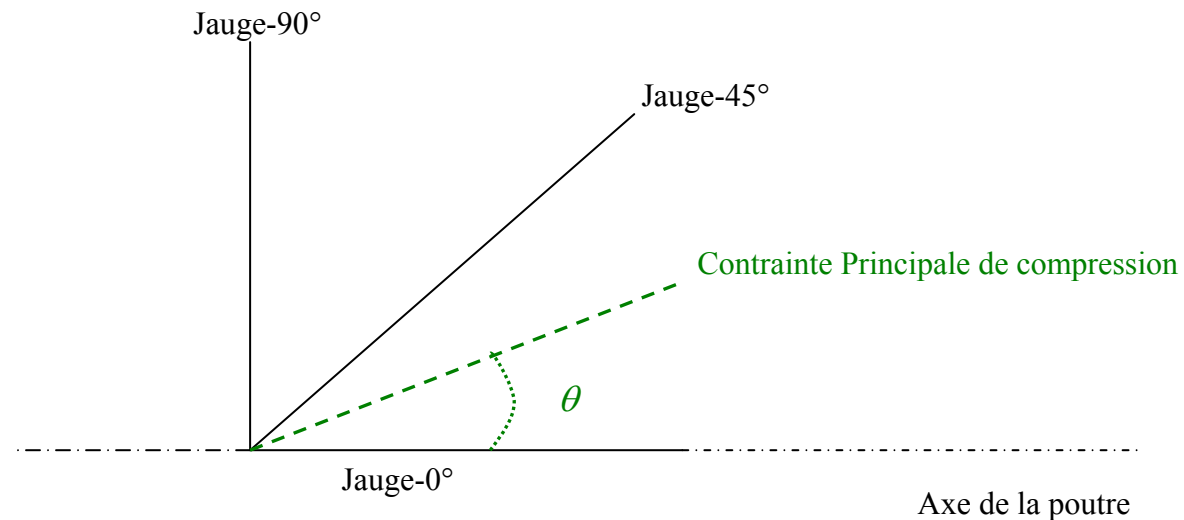


Figure 0-29 Schéma de la Rosette à 45°

### Prise en compte de l'effort normal initial pour les poutres précontraintes

Dans le cas des poutres précontraintes, les rosettes ayant été mises en place après la coupure des câbles et le zéro des capteurs étant réalisé avant le début de l'essai, les déformations enregistrées par les trois jauges ne prennent pas en compte l'effet de la précontrainte. Il est donc nécessaire de rajouter l'influence de cet effort axial supplémentaire sous forme de déformation initiale pour chaque direction considérée (0°, 45° et 90° par rapport à l'axe de la poutre).

En ce qui concerne les poutres précontraintes, les différentes hypothèses prises en compte sont détaillées ci-dessous :

Précontrainte initiale = 1,018 MN (BFUP-B) ; 1,019 MN (BFUP-B(2)) ; 1,026 MN (BFUP-F)

Pertes de précontrainte = 30,5 % (BFUP-BouB(2)) ; 32,8 % (BFUP-F)

Section nette = 584,13 cm<sup>2</sup>

Inertie nette = 980502,5 cm<sup>4</sup>

Distance Axe neutre – Fibre supérieure  $\nu = 19,62$  cm

Distance Axe neutre – Fibre inférieure  $\nu' = 18,38$  cm

Excentricité  $e_0 = 10,83$  cm

Distance Centre de la Rosette –Fibre inférieure = 22 cm

Ainsi la contrainte normale au niveau de l'axe de la rosette est égale à  $\sigma_x = -9,30$  MPa pour les poutres précontraintes en BFUP-B-B(2) et  $\sigma_x = -9,09$  MPa pour les poutres précontraintes en BFUP-F. La déformation correspondante s'exprime de la manière

suivante :  $\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$ .

Le tenseur des contraintes est de la forme  $\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Le BFUP est considéré comme un matériau élastique linéaire isotrope d'où :  $\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \cdot \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \cdot \text{tr} \boldsymbol{\sigma} \cdot \delta_{ij}$

Ainsi les déformations initiales à rajouter pour chaque direction sont les suivantes :

Pour la Jauge-0° :  $\varepsilon_{\text{jauge-0°-ini}} = \varepsilon_x$

Pour la Jauge-90° :  $\varepsilon_{\text{jauge-90°-ini}} = -\nu \cdot \varepsilon_x$

Pour la Jauge-45° :  $\varepsilon_{\text{jauge-45°-ini}} = {}^t X \cdot \underline{\underline{\varepsilon}} \cdot X = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_{\text{jauge-0°-ini}}^2 + \varepsilon_{\text{jauge-90°-ini}}^2)$  avec  $X = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Les caractéristiques du comportement élastique des différents matériaux sont rappelées dans le Tableau 0-6.

Tableau 0-6 Modules d'Young E et coefficient de poisson  $\nu$  (issus des essais de compression sur cylindres 11cm\*22cm)

| Poutres<br>BFUP-B-PC-NS<br>BFUP-B-RC-NS<br>BFUP-B-RC-WS | Poutres<br>BFUP-B(2)-PC-NS<br>BFUP-B(2)-RC-NS | Poutre<br>BFUP-B-NF<br>RC-NS | Poutres<br>BFUP-F-PC-NS<br>BFUP-F-PC-WS<br>BFUP-F-RC-NS<br>BFUP-F-RC-WS | Poutre<br>BFUP-F-OF<br>RC-NS |
|---|---|------------------------------|---|------------------------------|
| E = 60,7 GPa  | E = 60,8 GPa                                  | E = 58,6 GPa                 | E = 56,0 GPa  | E = 46,5 GPa                 |
| $\nu = 0,221$   | $\nu = 0,220$                                 | $\nu = 0,216$                | $\nu = 0,185$   | $\nu = 0,190$                |

### *Exploitation générale des mesures données par les rosettes*

Dans un premier temps, on détermine les paramètres ci-dessous :

$$d = \frac{\varepsilon_{\text{jauge-0°}} + \varepsilon_{\text{jauge-90°}}}{2}$$

$$r = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\varepsilon_{\text{jauge-0°}} - \varepsilon_{\text{jauge-45°}})^2 + (\varepsilon_{\text{jauge-45°}} - \varepsilon_{\text{jauge-90°}})^2}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \cdot \varepsilon_{\text{jauge-45°}} - \varepsilon_{\text{jauge-0°}} - \varepsilon_{\text{jauge-90°}}}{\varepsilon_{\text{jauge-0°}} - \varepsilon_{\text{jauge-90°}}}$$

$$\delta = \frac{E}{1-\nu} \cdot d$$

$$\rho = \frac{E}{1+\nu} \cdot r$$

Les déformations principales se calculent alors de la façon suivante :

$\varepsilon_1 = d + r$  : déformation principale de traction.

$\varepsilon_2 = d - r$  : déformation principale de compression.

Et les contraintes principales sont égales à :

$\sigma_1 = \delta + \rho$  : contrainte principale de traction.

$\sigma_2 = \delta - \rho$  : contrainte principale de compression.

Si  $\varepsilon_1 > d$  alors  $\theta$  est l'angle entre la Jauge-0° et la contrainte principale de traction.

Si  $\varepsilon_1 < d$  alors  $\theta$  est l'angle entre la Jauge-0° et la contrainte principale de compression.

Si  $\varepsilon_1 = d$  alors  $\theta$  est égal à 45°.

***Annexe 7 Essais à l'effort tranchant : ensemble des mesures réalisées***



Dans cette annexe, une grande partie des mesures réalisées lors des essais (autres que celles présentées au chapitre 3) sont détaillées. Pour chaque corps d'épreuve, trois graphiques sont présentés :

- Courbes « Effort appliqué – Flèche au centre », « Effort appliqué – Flèche sous le point Nord d'application de l'effort », « Effort appliqué – Flèche sous le point Sud d'application de l'effort ».
- Courbes « Déformations en section centrale – Effort appliqué ». Les déformations en section centrale sont obtenues à partir des capteurs Ext\_C\_H, Ext\_C\_M et Ext\_C\_B (voir Figure 3-9).
- Courbes « Déplacements-LVDTs-45° - Effort appliqué ». Au total, six capteurs de déplacement montés en extensomètres ont été mis en place sur l'âme (trois dans chaque portée d'effort tranchant) avec un angle de 45° par rapport à l'axe de la poutre (voir Figure 3-9).

Les déformations en section centrale sont obtenues à partir des capteurs Ext\_C\_H, Ext\_C\_M et Ext\_C\_B. Néanmoins, pour la mesure de la déformation en fibre supérieure et inférieure, les capteurs Ext\_C\_H et Ext\_C\_B étant décalées par rapport à la structure (écart de 2.2 cm), il est nécessaire de prendre en compte l'effet de cette excentricité.

Pour ces deux mesures, la correction des données brutes s'effectue en supposant un profil linéaire des déformations sur toute la hauteur de la section (voir Figure 0-30) :

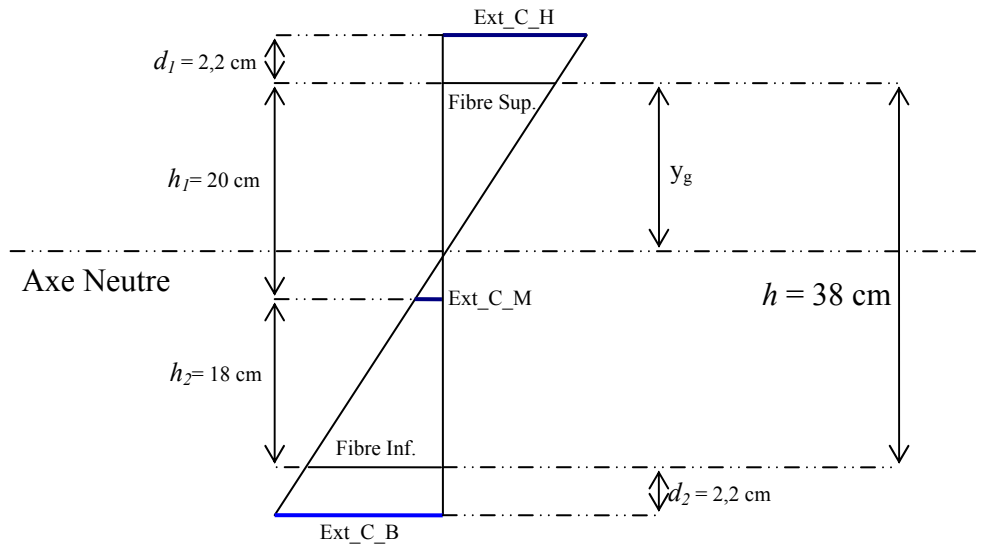


Figure 0-30 Profil supposé des déformations afin de prendre en compte l'influence de l'excentricité des capteurs sur la mesure de la déformation en fibre supérieure et inférieure

Ainsi les déformations en fibre supérieure  $\varepsilon_{FibreSup.}$  et en fibre inférieure  $\varepsilon_{FibreInf.}$  sont égales à :

$$\varepsilon_{FibreSup.} = \frac{y_g}{y_g + d_1} \cdot \varepsilon_{Ext\_C\_H}$$

$$\varepsilon_{FibreInf.} = \frac{h - y_g}{h - y_g + d_2} \cdot \varepsilon_{Ext\_C\_B}, \text{ avec } y_g = \frac{\varepsilon_{Ext\_C\_M} \cdot d_1 + \varepsilon_{Ext\_C\_H} \cdot (h - h_2)}{\varepsilon_{Ext\_C\_H} + \varepsilon_{Ext\_C\_M}}$$

## Corps d'épreuve précontraint

### Poutre BFUP-B-PC-NS

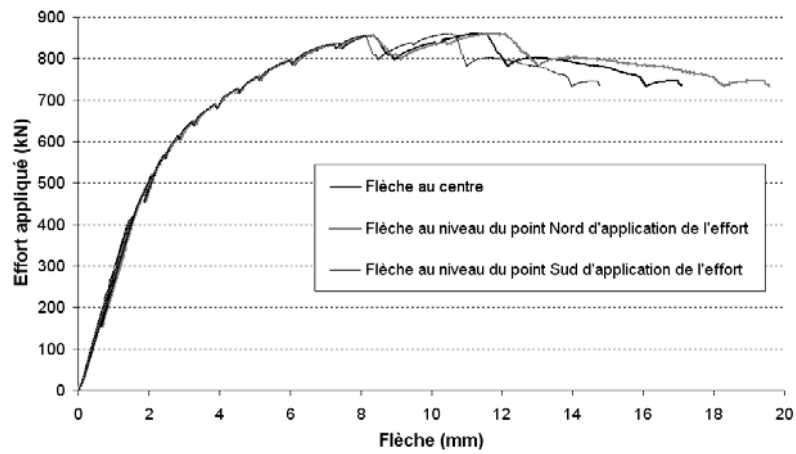


Figure 0-31 Poutre BFUP-B-PC-NS : Courbes « Effort appliqué – Flèche au centre et au niveau des points d'application de l'effort »

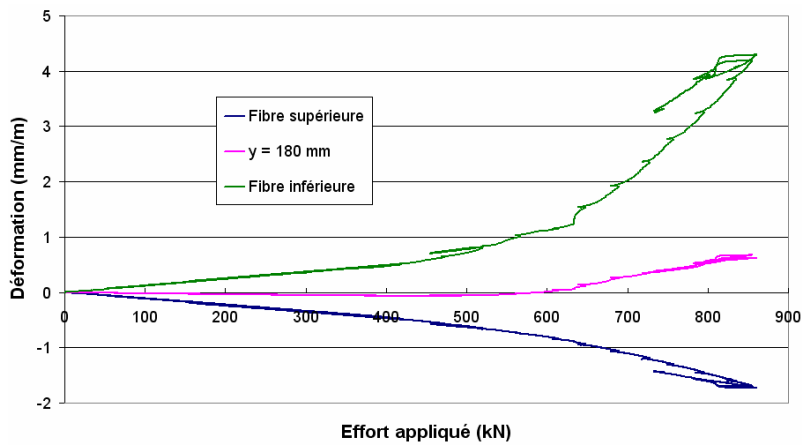


Figure 0-32 Poutre BFUP-B-PC-NS : Déformations en section centrale

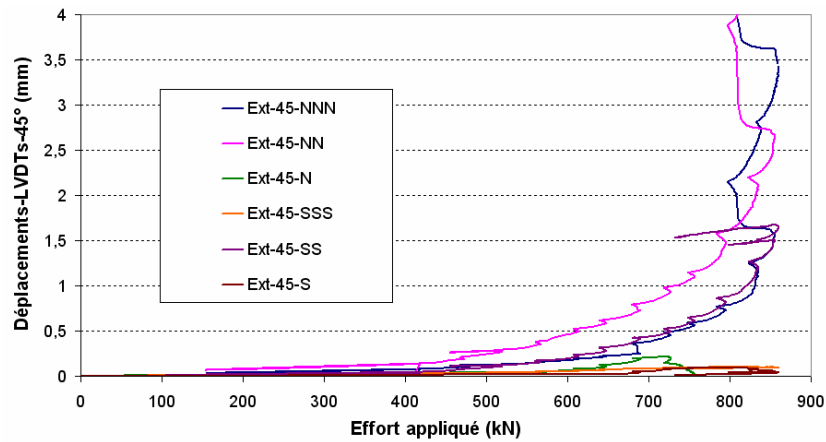


Figure 0-33 Poutre BFUP-B-PC-NS : Déplacements mesurés par les capteurs de déplacements montés en extensomètres et placés à 45° par rapport à l'axe de la poutre dans les deux portées d'effort tranchant

## Poutre BFUP-B(2)-PC-NS

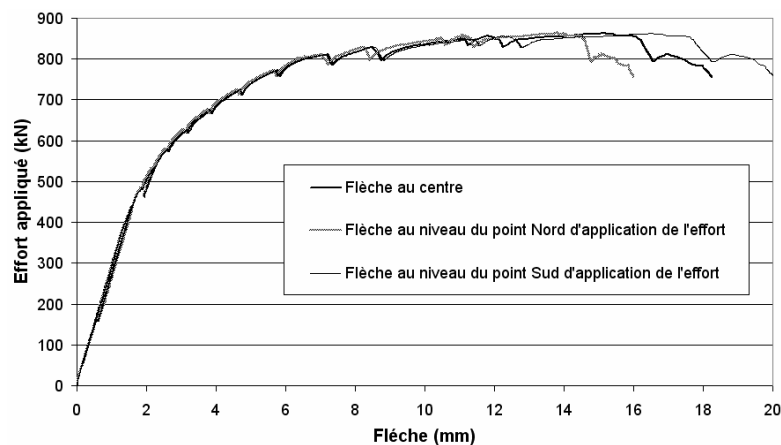


Figure 0-34 Poutre BFUP-B(2)-PC-NS : Courbes « Effort appliqué – Flèche au centre et au niveau des points d'application de l'effort »

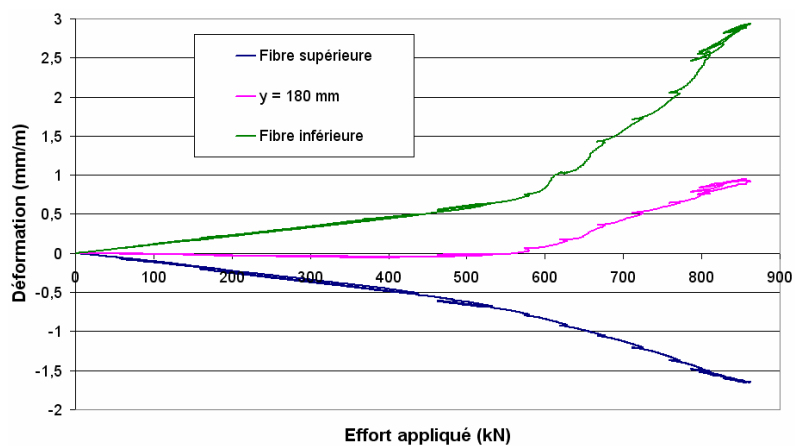


Figure 0-35 Poutre BFUP-B(2)-PC-NS : Déformations en section centrale

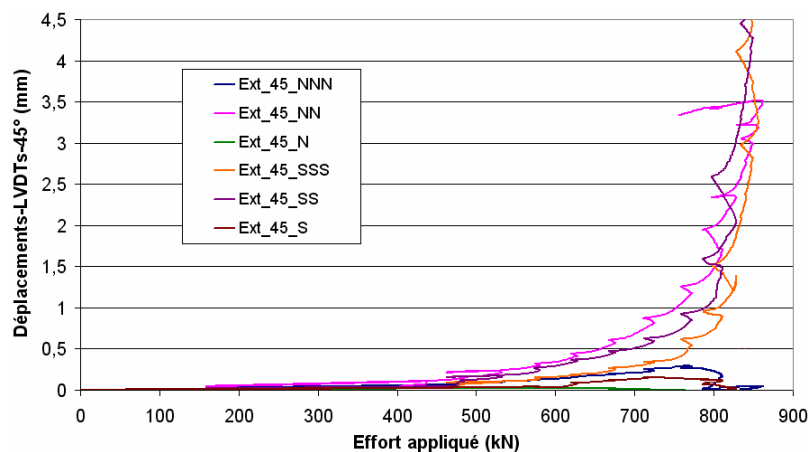


Figure 0-36 Poutre BFUP-B(2)-PC-NS : Déplacements mesurés par les capteurs de déplacements montés en extensomètres et placés à 45° par rapport à l'axe de la poutre dans les deux portées d'effort tranchant

## Poutre BFUP-F-PC-NS

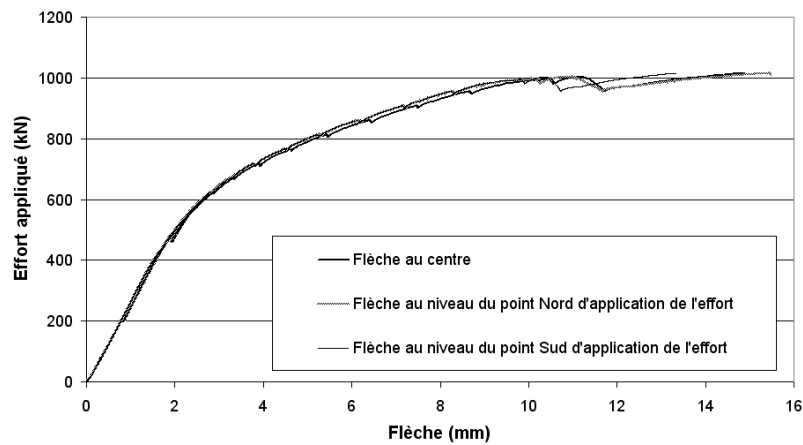


Figure 0-37 Poutre BFUP-F-PC-NS : Courbes « Effort appliqué – Flèche au centre et au niveau des points d'application de l'effort »

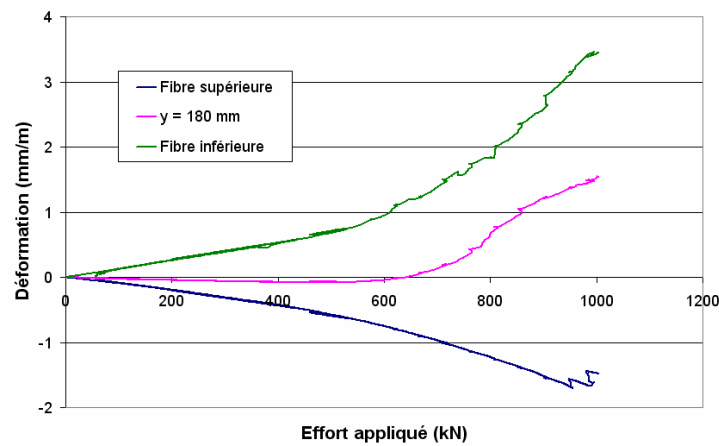


Figure 0-38 Poutre BFUP-F-PC-NS : Déformations en section centrale

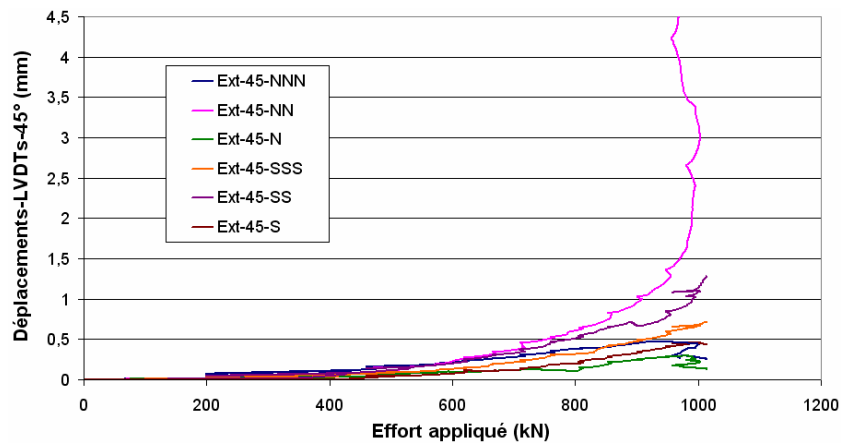


Figure 0-39 Poutre BFUP-F-PC-NS : Déplacements mesurés par les capteurs de déplacements montés en extensomètres et placés à 45° par rapport à l'axe de la poutre dans les deux portées d'effort tranchant

### Poutre BFUP-B(2)-PC-WS

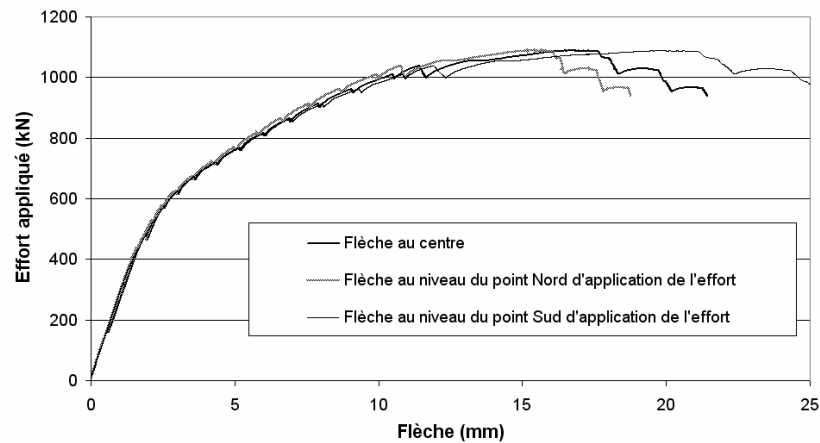


Figure 0-40 Poutre BFUP-B(2)-PC-WS : Courbes « Effort appliqué – Flèche au centre et au niveau des points d'application de l'effort »

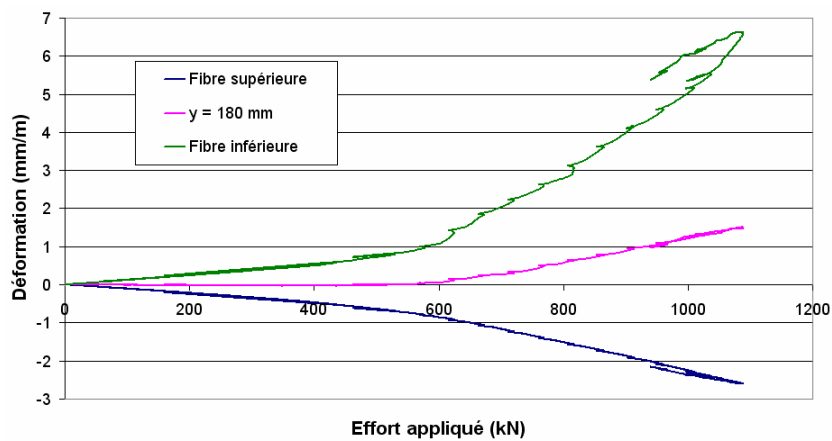


Figure 0-41 Poutre BFUP-B(2)-PC-WS : Déformations en section centrale

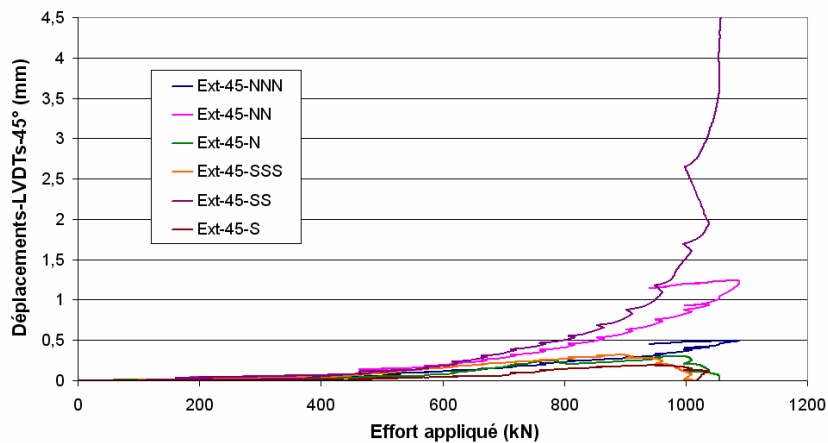


Figure 0-42 Poutre BFUP-B(2)-PC-WS : Déplacements mesurés par les capteurs de déplacements montés en extensomètres et placés à 45° par rapport à l'axe de la poutre dans les deux portées d'effort tranchant

## Poutre BFUP-F-PC-WS

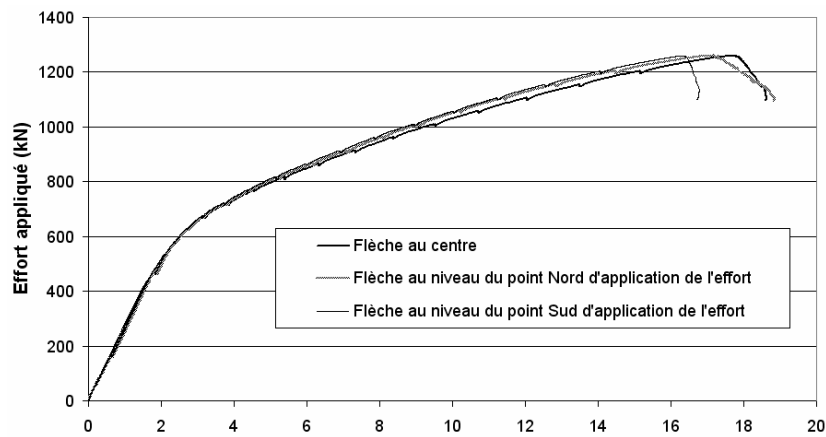


Figure 0-43 Poutre BFUP-F-PC-WS : Courbes « Effort appliqué – Flèche au centre et au niveau des points d'application de l'effort »

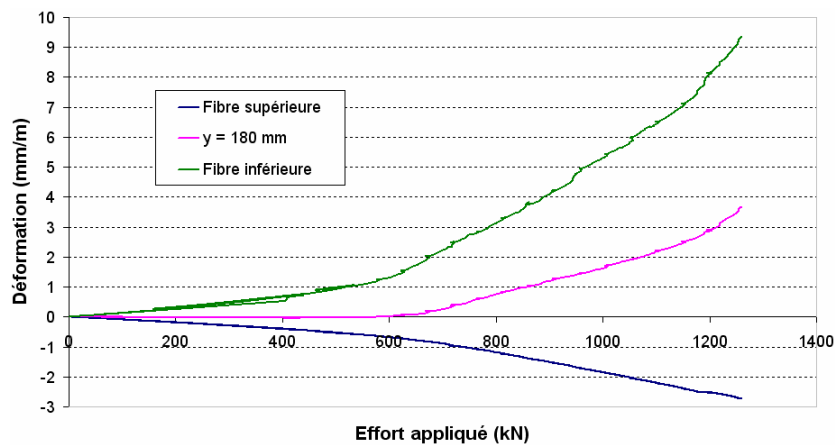


Figure 0-44 Poutre BFUP-F-PC-WS : Déformations en section centrale

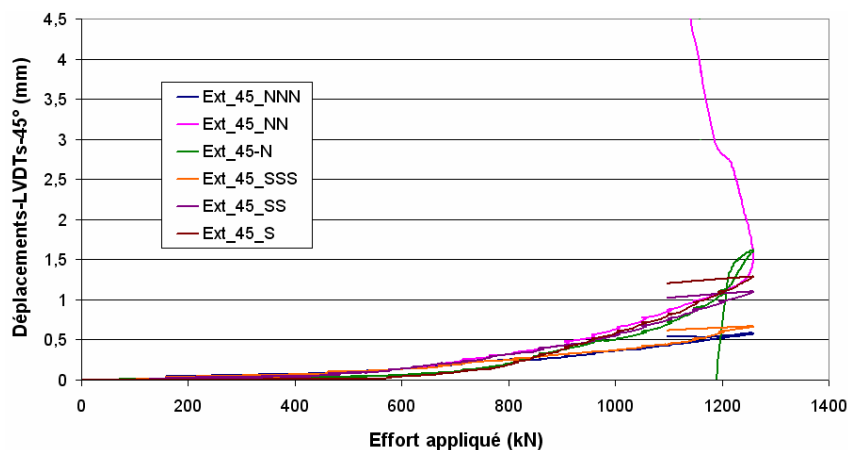


Figure 0-45 Poutre BFUP-F-PC-WS : Déplacements mesurés par les capteurs de déplacements montés en extensomètres et placés à 45° par rapport à l'axe de la poutre dans les deux portées d'effort tranchant

## Corps d'épreuve armés

### Poutre BFUP-B-RC-NS

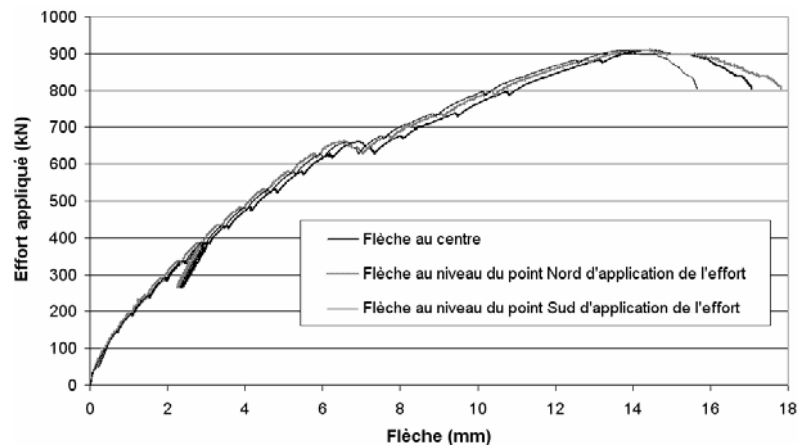


Figure 0-46 Poutre BFUP-B-RC-NS : Courbes « Effort appliqué – Flèche au centre et au niveau des points d'application de l'effort »

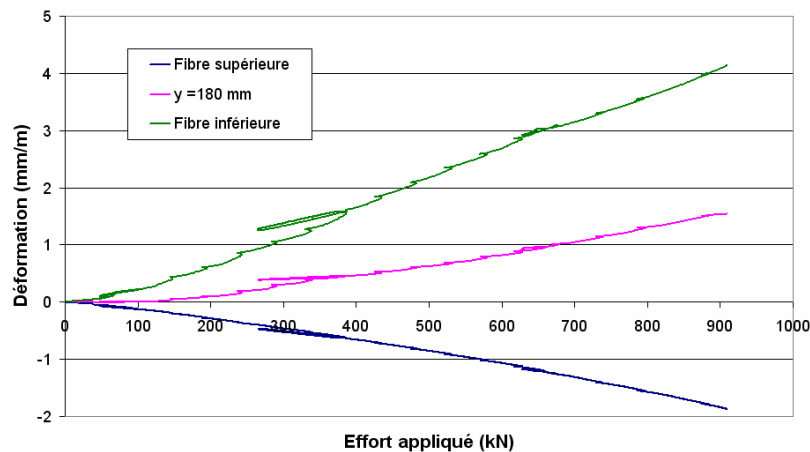


Figure 0-47 Poutre BFUP-B-RC-NS : Déformations en section centrale

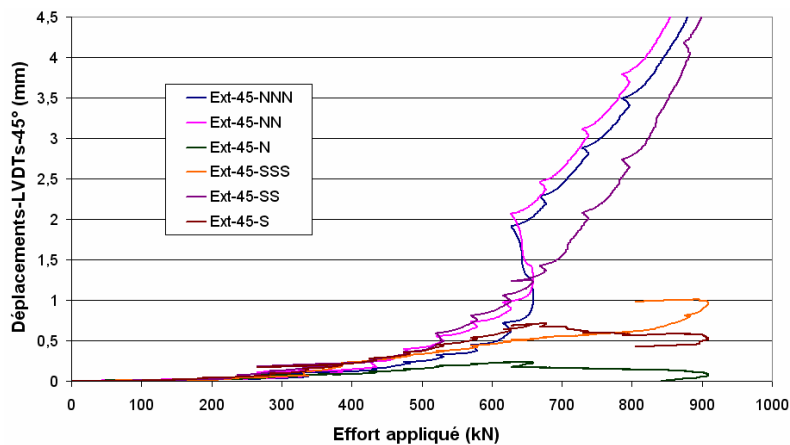


Figure 0-48 Poutre BFUP-B-RC-NS : Déplacements mesurés par les capteurs de déplacements montés en extensomètres et placés à 45° par rapport à l'axe de la poutre dans les deux portées d'effort tranchant

## Poutre BFUP-F-RC-NS

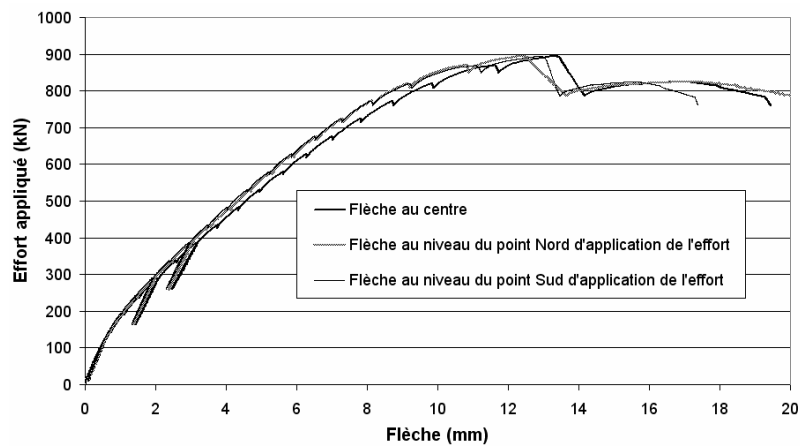


Figure 0-49 Poutre BFUP-F-RC-NS : Courbes « Effort appliqué – Flèche au centre et au niveau des points d'application de l'effort »

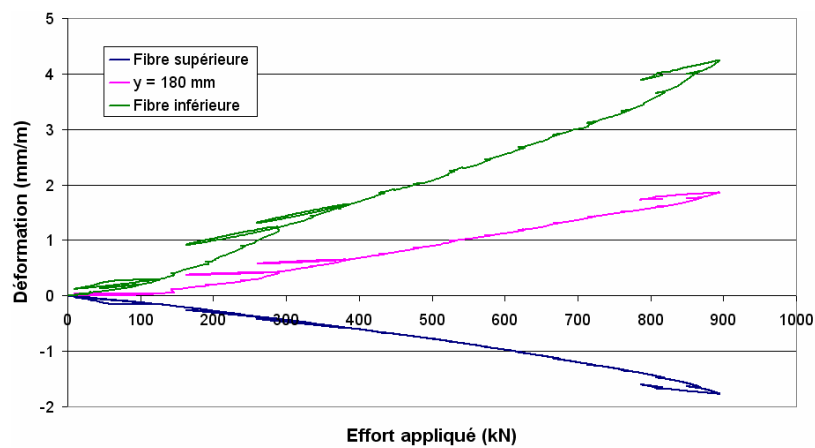


Figure 0-50 Poutre BFUP-F-RC-NS : Déformations en section centrale

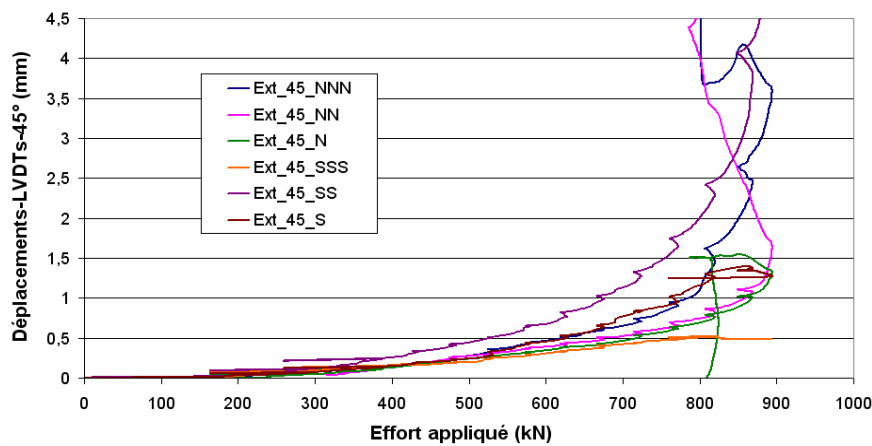


Figure 0-51 Poutre BFUP-F-RC-NS : Déplacements mesurés par les capteurs de déplacements montés en extensomètres et placés à 45° par rapport à l'axe de la poutre dans les deux portées d'effort tranchant



## Poutre BFUP-B-RC-WS

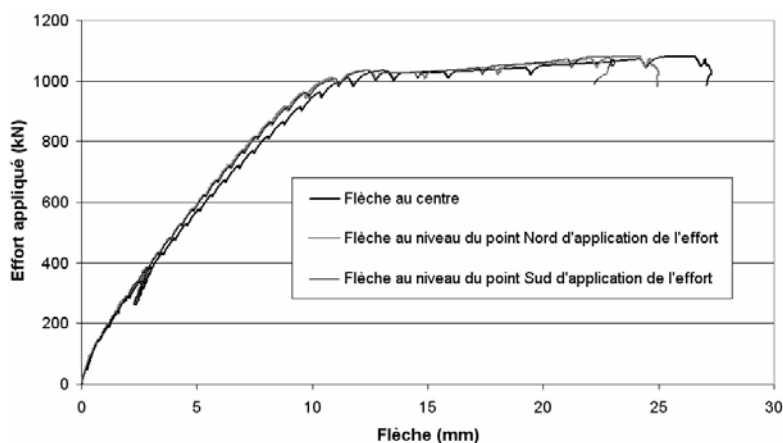


Figure 0-52 Poutre BFUP-B-RC-WS : Courbes « Effort appliqué – Flèche au centre et au niveau des points d'application de l'effort »

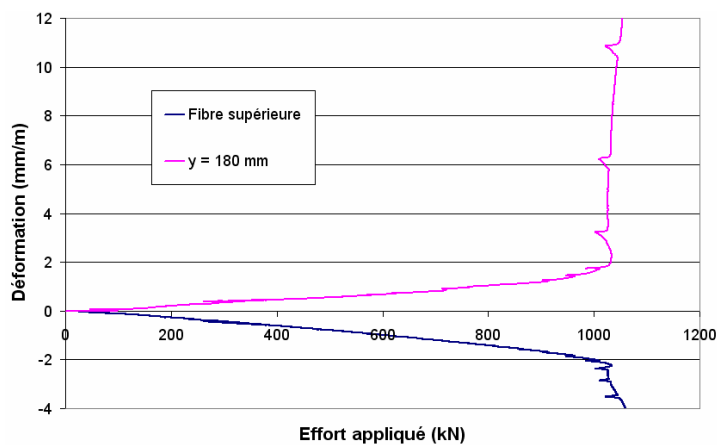


Figure 0-53 Poutre BFUP-B-RC-WS : Déformations en section centrale

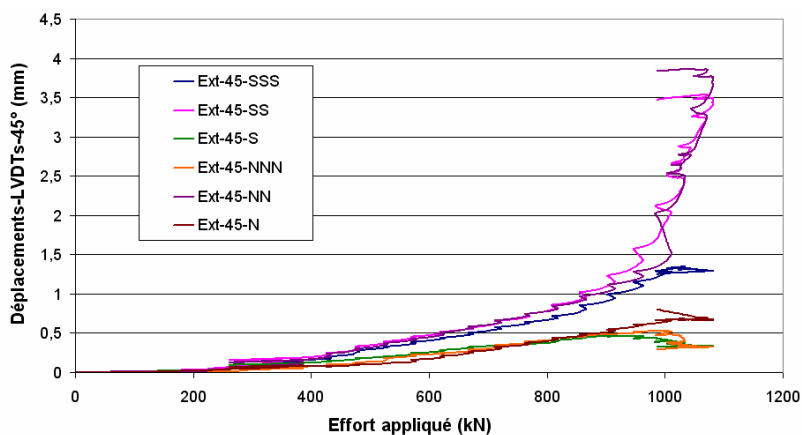


Figure 0-54 Poutre BFUP-B-RC-WS : Déplacements mesurés par les capteurs de déplacements montés en extensomètres et placés à 45° par rapport à l'axe de la poutre dans les deux portées d'effort tranchant

## Poutre BFUP-F-RC-WS

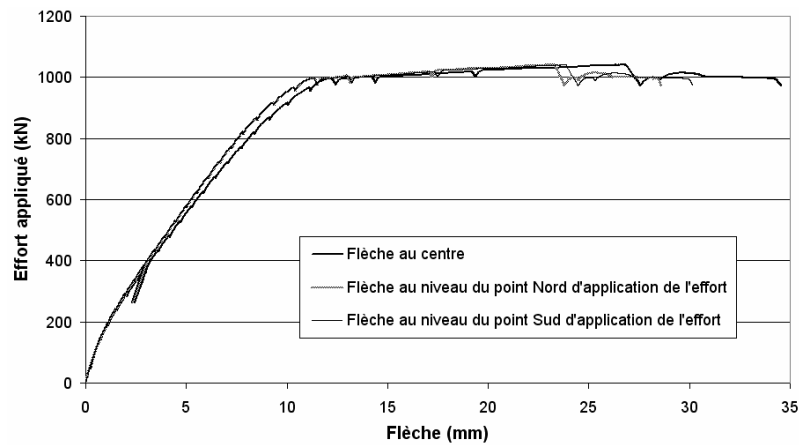


Figure 0-55 Poutre BFUP-F-RC-WS : Courbes « Effort appliqué – Flèche au centre et au niveau des points d'application de l'effort »

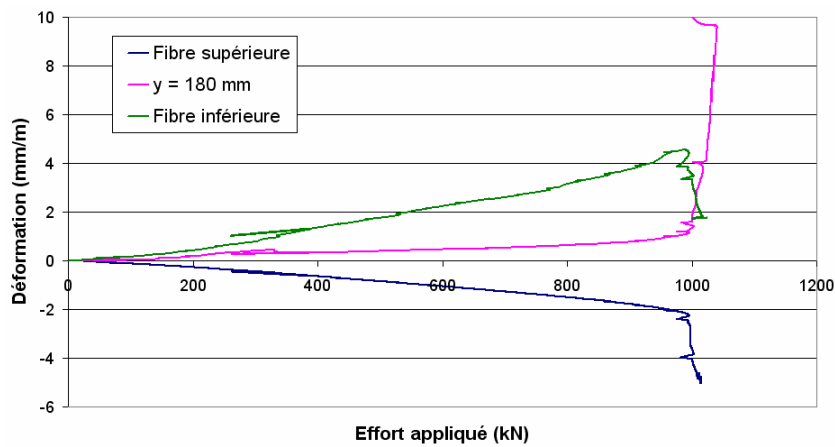


Figure 0-56 Poutre BFUP-F-RC-WS : Déformations en section centrale

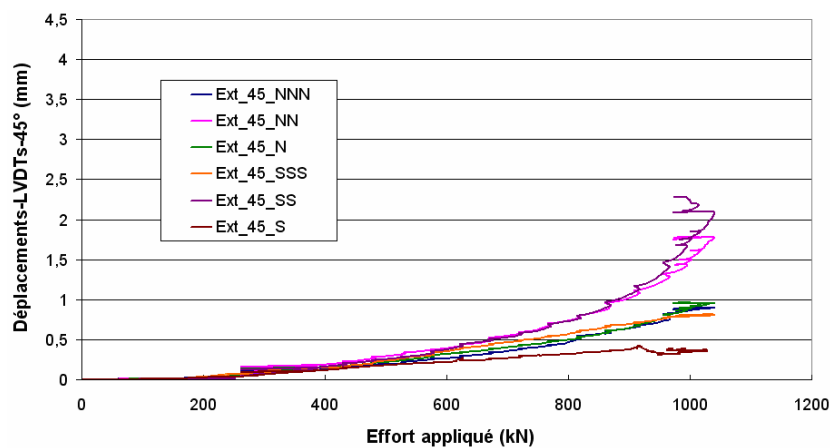


Figure 0-57 Poutre BFUP-F-RC-WS : Déplacements mesurés par les capteurs de déplacements montés en extensomètres et placés à 45° par rapport à l'axe de la poutre dans les deux portées d'effort tranchant

## Poutre BFUP-F-OF-RC-NS

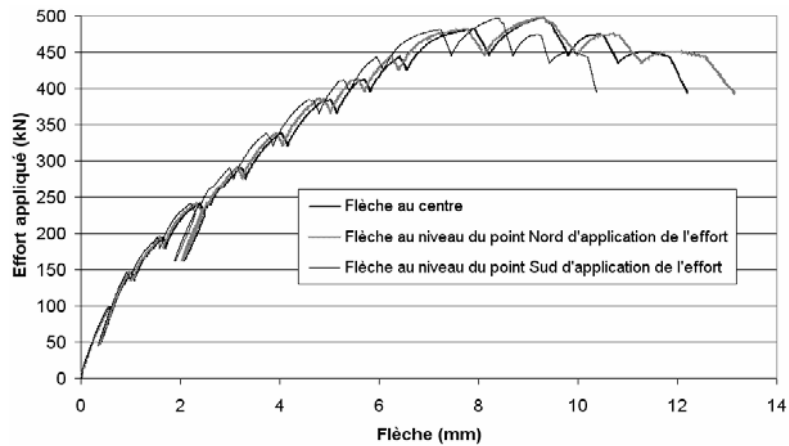


Figure 0-58 Poutre BFUP-F-OF-RC-NS : Courbes « Effort appliqué – Flèche au centre et au niveau des points d'application de l'effort »

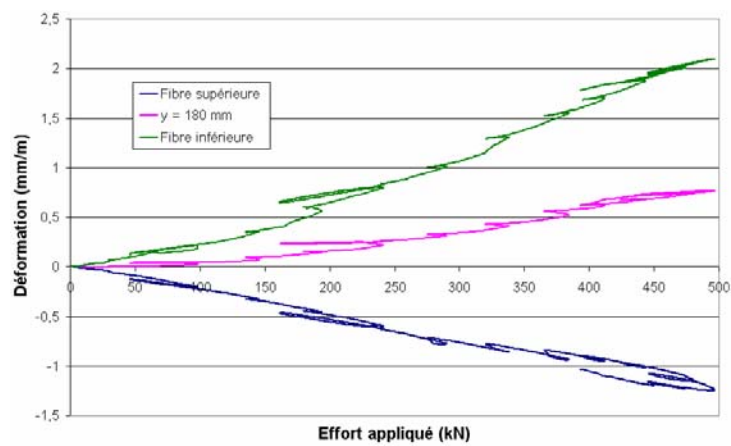


Figure 0-59 Poutre BFUP-F-OF-RC-NS : Déformations en section centrale

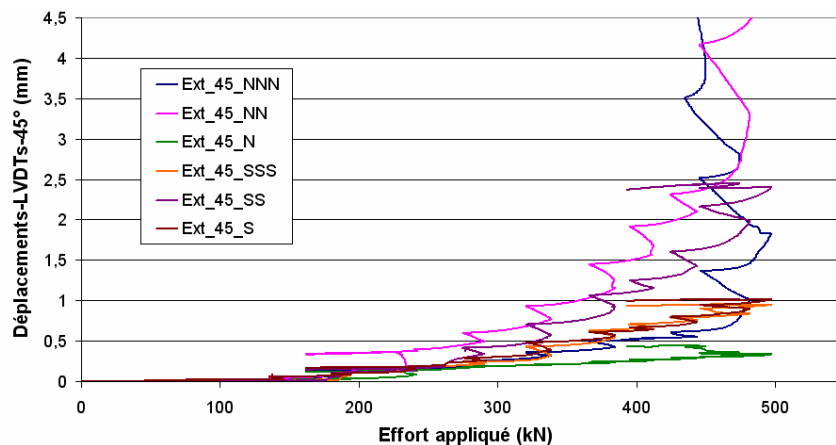


Figure 0-60 Poutre BFUP-F-OF-RC-NS : Déplacements mesurés par les capteurs de déplacements montés en extensomètres et placés à 45° par rapport à l'axe de la poutre dans les deux portées d'effort tranchant

## Poutre BFUP-B-NF-RC-NS

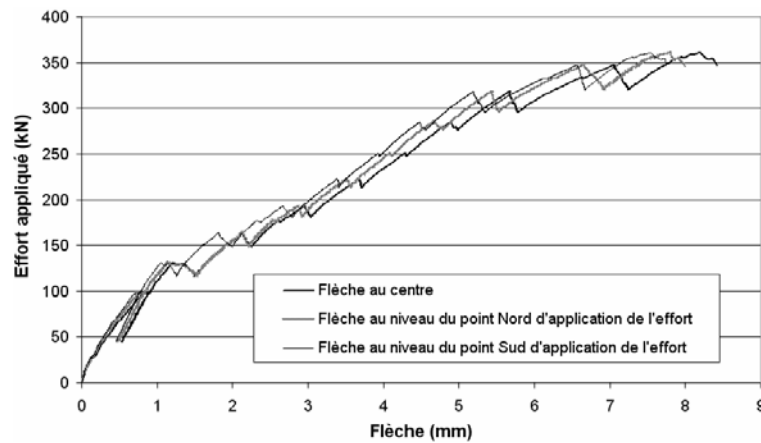


Figure 0-61 Poutre BFUP-B-NF-RC-NS : Courbes « Effort appliqué – Flèche au centre et au niveau des points d'application de l'effort »

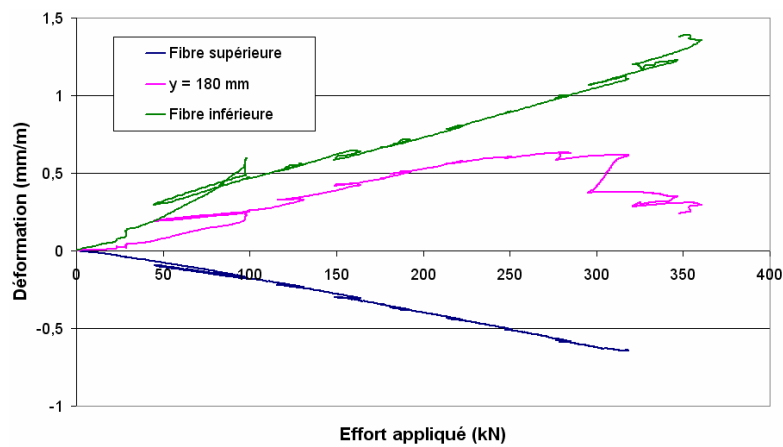


Figure 0-62 Poutre BFUP-B-NF-RC-NS : Déformations en section centrale

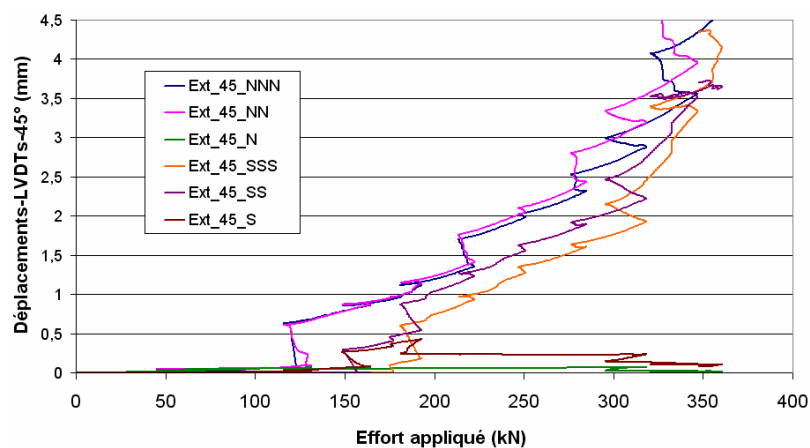


Figure 0-63 Poutre BFUP-B-NF-RC-NS : Déplacements mesurés par les capteurs de déplacements montés en extensomètres et placés à 45° par rapport à l'axe de la poutre dans les deux portées d'effort tranchant

***Annexe 8 Détails sur le critère de Willam-Warnke à trois paramètres***

### **Rappels et notations relatifs à la formulation des critères de plasticité**

D'une manière générale, tout critère de plasticité peut être formulé dans l'espace des contraintes comme une fonction des six composantes du tenseur des contraintes. Néanmoins, en règle générale, pour un matériau isotrope, une formulation équivalente dépendant des contraintes principales ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ) est préférée. Les contraintes principales pouvant être exprimées comme des fonctions des invariants du tenseur des contraintes  $p$ ,  $J_2$  et  $J_3$ , le critère de plasticité peut être défini comme une fonction de ces invariants ou de ceux associés à l'espace de Haigh-Westergaard (Chen et Han, 1988), c'est-à-dire  $p$ ,  $\tau$  et  $\theta$ . Ces différents invariants sont définis par :

$$\left\{ \begin{array}{l} p = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \\ J_2 = \frac{1}{2} \cdot \text{tr}(\mathbf{s} \cdot \mathbf{s}), \text{ avec } \mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - p\mathbf{1} \text{ (déviateur du tenseur des contraintes)} \\ J_3 = \frac{1}{3} \cdot \text{tr}(\mathbf{s} \cdot \mathbf{s} \cdot \mathbf{s}) \\ \tau = \sqrt{J_2} = \sqrt{\frac{1}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}} \\ \theta = \frac{1}{3} \cdot \arccos \cdot \left( \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{\tau^3} \right) \end{array} \right.$$

L'angle de Lode est compris entre  $0^\circ$  et  $60^\circ$ . L'essai de compression simple correspond ainsi à  $\theta = 60^\circ$  ( $\forall \sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) alors que  $\theta = 0^\circ$  correspond aux essais de traction simple ( $\forall \sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ).

Dans l'espace des contraintes principales, l'axe hydrostatique (ou trisectrice) est l'axe passant par l'origine et de vecteur directeur unitaire  $\mathbf{u} = (1/\sqrt{3})(1, 1, 1)$ , correspondant aux états de contraintes isotropes pour lesquels  $\boldsymbol{\sigma} = p\mathbf{1}$  et  $\tau = 0$ .

Un plan déviatorique est défini comme un plan orthogonal à l'axe hydrostatique. Les projections orthogonales des axes de coordonnées sur ce plan font un angle de  $60^\circ$  les uns par rapport aux autres. Dans le cas d'un matériau isotrope, les indices des axes (1, 2, 3) sont arbitraires. Par conséquent, la coupe déviatorique d'une surface représentant un critère isotrope doit avoir une triple symétrie.

### **Critère de Willam-Warnke à trois paramètres en plasticité parfaite**

Le critère de Willam-Warnke peut être considéré comme un critère de type Drucker-Prager adapté au béton dans le domaine des faibles confinements : la forme des méridiens dans le domaine des faibles pressions hydrostatiques (voir Figure 0-64) est approximée par une droite. Par rapport au critère de Drucker-Prager, la dissymétrie de comportement entre la traction et la compression est introduite en faisant dépendre le critère du troisième invariant du tenseur des contraintes  $J_3$ , par l'intermédiaire de l'angle de Lode  $\theta$ . Le critère s'écrit alors sous la forme suivante :

$$f(\sigma) = \tau + \delta(\theta) \cdot (\sigma - \rho_0), \text{ avec}$$

- $\delta$  le coefficient de frottement dont l'expression complète est la suivante :

$$\delta(\theta) = \frac{u+v}{w}, \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} u = 2 \cdot \delta_c \cdot (\delta_c^2 - \delta_t^2) \cdot \cos \theta \\ v = \delta_c \cdot (2\delta_c - \delta_t) \cdot \sqrt{4(\delta_c^2 - \delta_t^2) \cdot \cos^2(\theta) + 5\delta_t^2 - 4\delta_c \delta_t}, \text{ avec :} \\ w = 4(\delta_c^2 - \delta_t^2) \cdot \cos^2(\theta) + (\delta_c - 2\delta_t)^2 \end{array} \right.$$

- $\delta_c = \delta(60^\circ)$  : coefficient de frottement sur le méridien de compression,
- $\delta_t = \delta(0^\circ)$  : coefficient de frottement sur le méridien de traction.

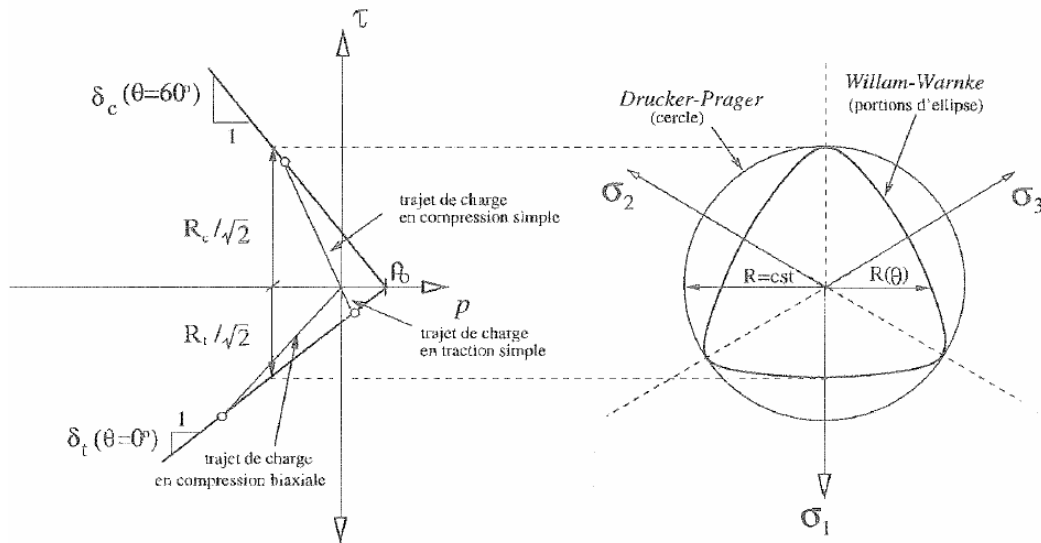


Figure 0-64 Comparaison des critères de plasticité de Drucker-Prager et de Willam-Warnke dans les demi-plans  $(p, \tau)$  du méridien de compression et de traction (à gauche) et dans une coupe déviatorique (à droite) (Fauchet, 1991)

Les principales différences entre le critère de Drucker-Prager (pour lequel le coefficient de frottement est constant et égal à  $\delta_c$ ) et celui de Willam-Warnke à trois paramètres sont illustrées sur la Figure 0-64 dans les demi-plans  $(p, \tau)$  des méridiens de compression et de traction et dans un plan déviatorique. Le domaine d'élasticité est ainsi un cône dont la section n'est plus circulaire. Dans un plan déviatorique, la section est représentée entre deux méridiens successifs, l'un en compression et l'autre en traction, sous la forme d'une portion d'ellipse.

Les trois paramètres du critère ( $\delta_c, \delta_t, \rho_0$ ) sont déterminés à partir des caractéristiques mécaniques du matériau : résistance en compression simple  $f_c$ , en traction simple  $f_t$  et en compression biaxiale  $f_{bc}$ , d'après les relations :

$$\begin{cases} f_c = \frac{3\delta_c}{\sqrt{3}-\delta_c} \cdot \rho_0 \text{ si } \delta_c \leq \sqrt{3}, \text{ sinon } f_c = \infty \\ f_t = \frac{3\delta_t}{\sqrt{3}+\delta_t} \cdot \rho_0 \\ f_{bc} = \frac{3\delta_t}{\sqrt{3}-2\delta_t} \cdot \rho_0 \text{ si } \delta_t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ sinon } f_c = \infty \end{cases}$$

Ces relations imposent les restrictions suivantes concernant les valeurs des paramètres  $\delta_c$  et  $\delta_t$ :

$$0 \leq \delta_c \leq \sqrt{3} \text{ et } 0 \leq \delta_t \leq \sqrt{3}/2$$

De plus, de manière à satisfaire la condition de convexité du critère, ces mêmes paramètres doivent également vérifier les inégalités suivantes :

$$\frac{1}{2}\delta_t \leq \delta_c \leq 2\delta_t$$

Ainsi, dans le cas limite où  $\delta_c = 2\delta_t$ , le domaine d'élasticité dans une coupe déviatorique devient un triangle inscrit dans le cercle du critère de Drucker-Prager (voir Figure 0-64).