Fonctionnement didactique du milieu culturel et familial dans la régulation des apprentissages scolaires en mathématiques.

Florence Esmenjaud-Genestoux

N° d'ordre : 2234

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE BORDEAUX I

ECOLE DOCTORALE DE **MATHEMATIQUES - INFORMATIQUE**

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR

SPECIALITE : Didactique des Mathématiques

Par

Florence **ESMENJAUD - GENESTOUX**

-o0o-

Fonctionnement didactique du milieu culturel et familial dans la régulation des apprentissages scolaires en mathématiques.

-o0o-

Thèse soutenue le 9 octobre 2000

Après avis de :	M.	Yves **CHEVALLARD**	**Rapporteurs**
	M.	André **ROUCHIER**	
	Mme	Maria-Luisa **SHUBAUER-LEONI**	

Devant la Commision d'examen formée de : MM.

G. **BROUSSEAU**	Professeur émérite Bordeaux 1	**Directeur de thèse**
Y. **CHEVALLARD**	Professeur IUFM Aix-Marseille	
P. **CLANCHE**	Professeur Bordeaux 2	
J. **ESTERLE**	Professeur Bordeaux 1	**Président de jury**
A. **ROUCHIER**	Professeur IUFM Aquitaine	**Rapporteur de jury**
M.L. **SHUBAUER-LEONI**	Professeur Université de Genève	

2000

Remerciements

Cet espace est traditionnellement consacré à l'expression de la reconnaissance envers les personnes qui ont marqué la thèse de leur empreinte. Il m'offre aussi l'occasion de rendre hommage à deux institutions qui ont fortement compté pour moi.

Le LADIST et le COREM ont oeuvré longtemps pour la diffusion et la transmission des savoirs et connaissances mathématiques et didactiques. A mon arrivée, ils m'ont entraînée dans leur sillage stimulant. Lieux de références et de ressources, d'échanges et de coopérations, leur fonctionnement permettait aux novices de s'intégrer très tôt à l'action collective, aux côtés de chercheurs et de praticiens expérimentés et renommés. Ces instruments pour la Recherche ne permettaient pas seulement de déployer un large éventail de potentialités et d'expertises, ils faisaient vivre une culture spécifique commune qui soutenait les projets, au delà des seules possibilités isolées de leurs auteurs. Aussi j'adresse toute mon admiration et ma gratitude envers ceux qui ont inventé, impulsé, réalisé et entretenu des conditions de travail aussi exceptionnelles et qui m'ont fait par là bénéficier des fruits de tant d'années de pugnacité fertile.

Je remercie tout particulièrement Marie-Hélène Salin et Denise Greslard-Nedelec pour la qualité des rencontres et de l'archivage à l'école Jules Michelet, mais aussi Manette Poirson et l'ensemble des enseignants pour leur collaboration précieuse. J'espère ne pas décevoir la confiance qu'ils m'ont chacune et chacun témoigné en mettant à ma disposition données, observations et réflexions dont la thèse s'est amplement nourrie.

Je suis très reconnaissante au Professeur Jean Esterle d'avoir, malgré ses occupations nombreuses, accepté de présider le jury de cette thèse.

Je remercie vivement Pierre Clanché, Directeur du laboratoire de Didactique et d'Anthropologie des Enseignements des Sciences et des Techniques, pour l'appui logistique qu'il a accordé à ce travail. La chaleureuse convivialité que les membres du DAEST ont manifesté à mon égard a sans aucun doute contribué à soutenir mes efforts pour mener à bien cette thèse.

J'adresse à René Berthelot de cordiaux remerciements pour s'être prêté avec bienveillance à une première lecture. Ses indications constructives m'ont permis de réduire les méandres qui rendaient malaisé l'accès aux idées que j'exposais.

Je dois également beaucoup à André Rouchier, qui avec patience et minutie, m'a aidée à éclaircir et à reformuler avec plus de rigueur les derniers chapitres de cette thèse.

J'exprime ma profonde gratitude à Maria-Luisa Schubauer-Leoni et à Yves Chevallard, qui sans préalablement me connaître ont accepté de rapporter cette thèse.

Et je sais grée à chacun d'entre eux de m'avoir ouvert les portes de la communauté des didacticiens des mathématiques avec une grande simplicité et un enthousiasme qui m'ont émue.

Les mots me manquent pour témoigner à sa juste valeur du rôle que Guy Brousseau a joué dans cette entreprise. Il a accueilli d'emblée un sujet hasardeux et dirigé la thèse jusqu'aux aspects les plus modestes de la facture. Sans ménager sa disponibilité, il a accompagné la recherche par un foisonnement d'idées, qui sous une apparente fantaisie me dévoilaient progressivement une sérieuse stratification d'exigences épistémologiques, théoriques et empiriques, pour moi des plus fécondes. Son ouverture d'esprit et son immense sagacité des phénomènes didactiques ont permis de rapprocher des faits souvent perçus comme étrangers et de rendre dignes mes préoccupations pour les actes didactiques domestiques. Je le remercie profondément de m'avoir transmis des instruments théoriques aussi ingénieux qu'humanistes.

Je n'aurais vraisemblablement pas entrepris une telle démarche sans une rencontre fructueuse avec Francine Jaulin-Mannoni. Sa connaissance fine des dysfonctionnements des apprentissages logico-mathématiques, ses contributions théoriques et pratiques pour les atténuer et sa déontologie des régulations, ont développé mon intérêt pour un accompagnement spécifique des élèves en difficultés en mathématiques. Un tel projet exigeait une réflexion plus poussée en direction des contenus d'enseignement, qui m'a conduite à reprendre le chemin de l'Université. Mais l'estime que j'éprouve pour son oeuvre m'a aidé tout au long du parcours à renoncer aux trop faciles et méprisables critiques stériles que les diverses communautés se renvoient souvent les unes aux autres. L'idée d'une possible coopération entre les institutions didactiques m'a été soufflée par mon expérience du terrain, puisque j'ai eu la chance de rencontrer de tous côtés des acteurs de bonne volonté avec des domaines de compétence complémentaires. Ils ont, à leur manière, contribué à l'élaboration de cette thèse.

Enfin, hors des institutions officielles, dans l'intimité de la sphère privée, nombreux sont ceux qui, petits ou grands et issus de tous horizons, m'ont donné confiance, chaleur et courage au moment opportun. Leur soutien quotidien ou ponctuel a été décisif pour que ce travail aboutisse. Cette page n'est guère le lieu adéquat pour les énumérer, qu'ils ne se sentent pas pour autant oubliés.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

I L'objet de la thèse

1 Le rôle des parents dans l'apprentissage des mathématiques

C'est principalement au système scolaire, qu'il incombe de transmettre les savoirs mathématiques considérés comme nécessaires aux futurs citoyens. La société s'est progressivement dotée d'institutions diversifiées pour réaliser son projet éducatif.

Mais loin des experts, au domicile des élèves, circulent des représentations et des connaissances de nature mathématique. Le soir, lorsqu'il faut faire un exercice, donner une explication, rectifier une erreur ou vérifier que les tables de multiplication sont sues ; ou encore lorsqu'en fin de trimestre il faut interpréter un bulletin et décider d'éventuelles mesures d'appui, des parents et des enfants communiquent à propos des mathématiques et de leur apprentissage.
Les pratiques familiales influent, dans une certaine mesure, l'apprentissage scolaire des mathématiques. Chez soi, chaque fois que l'on manie des nombres, un calcul, des mesures, de la monnaie, que l'on déduit un fait non directement perceptible, que l'on bute sur un problème nouveau, une certaine épistémologie familiale s'exprime et se diffuse.

- Dans telle maison, la recherche d'une solution optimale est valorisée ; plusieurs possibles sont couramment envisagés et discutés ; un fait inexpliqué appelle une interprétation rationnelle.
- Dans celle d'à côté, chaque question ne correspond qu'à une seule réponse juste et ses habitants considèrent qu'il n'est possible d'y répondre que si la solution a déjà été enseignée.
- Dans telle autre, toute réaction parentale aux événements est perçue comme autoritaire et aléatoire par les enfants ; aucune prévision autre qu'une hasardeuse devinette n'est envisageable ; la conviction n'est pas distinguée du fol espoir en sa bonne fortune.

Comment les parents (si dissemblables soient-ils) gèrent-ils le suivi de la scolarité de leurs enfants dans le domaine des mathématiques ?

- Quelles tâches leur sont-elles déléguées ?
- Comment les injonctions officielles et générales « aidez vos enfants à réussir ! » s'actualisent-elles en mathématiques ?
- Quelles représentations les parents mobilisent-ils pour choisir telle ou telle aide à l'apprentissage : un logiciel ou des cours particuliers, une rééducation orthophonique ou un suivi psychothérapeutique ?
- Quels conseils et quels instruments leur apporte-t-on ?

Le « parent moyen » ne peut s'improviser professeur, mais lui offre-t-on un autre modèle d'accompagnement des apprentissages dans notre culture ?

Cette thèse se propose d'étudier les fonctions didactiques familiales[1], en vue :

[1] Nous considérerons, dans la présente étude, que « la famille » est une microcommunauté, qui filtre les rapports sociaux et culturels de l'élève. Dans cet environnement proche et familier, l'enfant expérimente ses

- de préciser les effets de l'accompagnement familial, culturel et social de la scolarité sur les rapports aux savoirs mathématiques des élèves ;
- d'éventuellement modifier ces pratiques d'accompagnement pour favoriser l'évolution de ces rapports aux savoirs.

2 Les régulations pour maintenir les conditions ordinaires

Nous appréhenderons le rôle des familles dans l'enseignement des mathématiques comme celui d'un régulateur. En général, l'essentiel des actions d'enseignement est assuré par des professionnels, tandis que les parents interviennent :

- soit globalement pour contrôler que tout se déroule convenablement ;
- soit ponctuellement lorsqu'une difficulté se présente. Il leur revient alors, de choisir le traitement le plus approprié (pour éventuellement le confier à d'autres), et de vérifier, dans la durée, l'opportunité de ce choix.

Nos analyses porteront sur :

- les comportements et décisions des familles à l'occasion des « moments critiques » de l'apprentissage des mathématiques (une difficulté, une erreur, un échec, etc.) ;
- et sur les phénomènes qui les provoquent ou qui en résultent.

Elles feront référence à une théorisation des interactions de régulation intra et interinstitutionnelles[2].

Un intérêt particulier sera porté à la dialectique entre fonctionnement ordinaire et traitement des irrégularités. Et lorsque qu'une modification partielle et locale sera évoquée, nous nous référerons explicitement à un « écosystème principal » (souvent peu perceptible, ou oublié car il semble aller de soi), ainsi qu'aux conditions de son maintien. Par exemple, nous nous interrogerons sur le caractère pertinent et nécessaire des processus qui tendent à détourner les parents des activités banales de l'apprentissage de leurs enfants.

II Parti pris de méthode

1 Prise en compte du contenu : le calcul

Beaucoup de travaux se sont intéressés au traitement des difficultés scolaires ou au rôle des parents dans ce domaine.
Les mathématiques ont une place particulière dans la scolarité et dans la société. Porteuse des intentions sélectives du système actuel d'enseignement, elles interviennent (ou sont réputées intervenir) massivement dans les réussites et les échecs scolaires. Leur puissante désidérabilité sociale est à l'origine de nombreux types de remédiation. Ces constats généraux sont fréquemment pris en considération dans l'interprétation des différents comportements. Mais les

---

découvertes et ses premiers apprentissages cognitifs ; il reçoit et construit un certain nombre de représentations et de connaissances, qui seront en partie mobilisées dans l'apprentissage des mathématiques. Les parents sont responsables de l'éducation de leurs enfants durant toute la scolarité obligatoire. C'est en ce sens que nous évoquerons les familles des élèves, en nous nous intéressant à leur fonction sociale et non aux liens de filiation. Certains des processus que nous étudierons pourraient aussi bien concerner les éducateurs-relais ou les grandes soeurs, parfois plus engagés que les parents dans le suivi des devoirs scolaires ou encore l'entourage d'un étudiant plus âgé, qui échange avec ses pairs et sa communauté culturelle à propos de ses études supérieures. Nous n'attribuerons (du moins intentionnellement) pas de connotation particulière aux mots « parents » et « familles » comme l'étudie Glasman (92), mais les traiterons dans cette recherche comme presque synonymes.

[2] Souvent nous traiterons de la famille comme d'une institution à laquelle l'enfant est assujetti (c'est à dire qu'il reconnaît un intérêt commun et une fonction à cette communauté, adhère à ses rituels, sa culture, ses coutumes et ses règles, etc.).

problématiques de recherche choisies pour appréhender les dysfonctionnements de l'enseignement ou de l'apprentissage s'éloignent le plus souvent des contenus, même si les résultats serviront probablement de référence aux futures actions régulatrices.
Les institutions d'appui développent par conséquent, à propos des difficultés en mathématiques, des cultures singulières diverses, dans lesquelles les savoirs mathématiques interviennent relativement peu. La culture courante n'est d'aucun secours pour les assister en cas de besoin, car les mathématiques y sont rarement présentes sous une forme non ésotérique.

Nous prenons ici le parti de choisir un angle d'approche des questions, qui fasse apparaître de manière significative le rôle et l'importance des connaissances en jeu et permette d'envisager des améliorations des rapports entre parents, enfants et école, à propos des apprentissages en mathématiques. Aussi nous nous référerons à la science qui étudie les conditions spécifiques de la diffusion et de la transmission de ces savoirs.

Il est indispensable, dans une recherche en Didactique des Mathématiques, de pouvoir rapporter les opinions émises et les prises de décision aux savoirs particuliers concernés. Or tous les savoirs ne s'impliquent pas de la même manière dans les diagnostics d'échecs. Nous centrerons nos analyses sur un même objet d'enseignement, suffisamment vaste, qui occasionne un grand nombre de difficultés chez les élèves et qui, en raison de son importance sociale, donne lieu fréquemment à des corrections dans et hors l'école.

La thèse portera donc sur l'enseignement du calcul, pris dans la globalité de son cursus[3], c'est à dire incluant les premiers apprentissages du nombre, la résolution de problèmes, les algorithmes opératoires écrits, le calcul mental, et s'intéressera plus particulièrement à l'apprentissage des tables de multiplication : un domaine traditionnellement dévolu à l'étude à la maison.

2 Approche systémique, la Théorie des Situations Didactiques

Nous appréhenderons la complexité des processus en jeu, selon une approche systémique[4], en étudiant des interactions entre institutions et entre leurs membres. De sorte que c'est essentiellement à la Théorie des Situations Didactiques que notre recherche fera appel, pour caractériser les connaissances qui se manifestent dans les décisions des sujets, et pour préciser le rôle de ces connaissances dans les interactions que nous retiendrons comme didactiques. Il ne s'agira donc pas d'une étude des élèves, des parents ou des institutions, ni même des trois pôles réunis, mais d'une étude des situations de régulations didactiques (ainsi que des communications qui les accompagnent).

---

[3] Nous limitons notre étude à la période de scolarité obligatoire, c'est à dire principalement aux enseignements de l'école primaire et du collège. Les différentes filières au delà des classes de secondes ont des objectifs distincts en ce qui concerne les savoirs mathématiques, et leurs diverses fonctions soulèvent d'autres questions spécifiques.

[4] « A les confronter avec la biologie, où cette règle est largement admise, il semble que les sciences du comportement soient restées fondées, dans une large mesure, sur une conception monadique de l'individu et sur la vénérable méthode qui consiste à isoler les variables. C'est tout particulièrement évident quand l'objet de l'étude est un trouble du comportement (psychopathologie), la recherche portera sur la *nature* de cet état, et en un sens plus large, sur la *nature* de l'esprit humain. Si l'on repousse les limites de cette recherche pour y inclure les effets du comportement étudié sur autrui, les réactions d'autrui à ce comportement, et le contexte où tout ceci se déroule, l'accent se déplace de la monade artificiellement isolée à la *relation* qui existe entre les différentes parties d'un système plus vaste. L'observateur du comportement humain passe alors d'une étude de l'esprit par inférence à une étude fondée sur l'observation d'une relation dans ses manifestations ».
Watslawick (1972) p 15.

3 Le choix de l'étendue du domaine étudié

Il pourrait être tentant d'envisager, en premier lieu, une typologie des pratiques parentales existantes, relativement à l'enseignement des mathématiques. Les instruments de la sociologie, de l'anthropologie ou des diverses psychologies seraient probablement efficaces pour un tel projet. Une perspective holistique pourrait même encourager à croiser les bénéfices de chaque approche.

Mais comme nous visons une modification de ces pratiques, nous pensons que l'utilité pragmatique d'un tel inventaire ne serait pas à la hauteur de son ampleur. Une description, si exhaustive soit-elle, ne constitue pas pour autant un instrument d'action pertinent pour réguler un processus.

Une description peut être inopérante, elle peut aussi ne pas être inoffensive. La diffusion d'un catalogue de styles éducatifs parentaux relatifs aux mathématiques attirerait l'attention des acteurs sur une grande variété de variables, qui ne sont pas toutes manipulables. Et une complexification non fonctionnelle des conduites risquerait de déstabiliser fortement l'ensemble du système.

Notre étude des interactions ne se limite pas aux seules relations entre les familles et l'école. Nous voulons prendre en compte les effets que provoquent en retour les interventions périphériques sur l'enseignement et sur tous ceux qui aident les élèves (et leurs familles). Les médias et les chercheurs participent également à ce phénomène.

Cette recherche ne visera pas non plus à reconstituer des genèses individuelles d'échec ou des réussites exemplaires, mais au contraire à dégager des phénomènes relativement indépendants de l'histoire personnelle des sujets et qui sont reproductibles sous certaines conditions, qu'il nous faudra déterminer.

4 Quelles méthodes pour " découper " la contingence ?

Nous assumerons donc une réduction réfléchie de la contingence.

Nos observables empiriques seront des comportements effectifs, dans un cadre institutionnel donné, et dont nous ne retiendrons que les éléments pertinents pour interpréter les interactions du système en termes de connaissances mathématiques. Ces découpages théoriques devront présenter la caractéristique de fonctionner de manière quasi indépendante en ce qui concerne la dimension didactique. Ils permettront ainsi d'extraire nos objets d'étude sous divers aspects et de réintégrer les conclusions de ces études partielles dans l'étude du système global. Une modélisation d'une situation didactique « de base » (relative aux connaissances), puis transposée dans les différentes institutions considérées, permettra de comparer les effets des différents environnements et les possibilités de coopération.

Soulignons que ce choix méthodologique présente par contre un inconvénient au moment de l'exposition des idées. Le didactique est partout présent dans les événements cités, mais reste la plupart du temps invisible, car non habituellement identifié (sauf peut-être lorsque les faits se déroulent dans le cadre d'une classe). La didactique n'est pas suffisamment présente dans la culture, pour que soit laissé à la charge du lecteur le découpage (didactique / non didactique) entre des objets intimement mêlés. Il nous faudra donc sans cesse (afin de prévenir au mieux les faux procès) préciser ce nous traitons et pourquoi, et rappeler que nous ne nions pas pour autant l'importance d'autres aspects non étudiés !

III Plan de l'étude

Cette thèse se compose de neuf chapitres, qui s'organisent selon trois orientations successives :

Les deux premiers chapitres tentent d'identifier une fonction d'accompagnement didactique des apprentissages scolaires en mathématiques ; part qui revient à l'entourage proche des élèves et en particulier à leur famille. Le chapitre un propose une modélisation des différents assujettissements. Le chapitre deux le complète par une expérimentation qui permet l'observation de l'activité didactique des parents de collégiens.

Le troisième chapitre vise à la fois à élargir le champ de l'analyse des phénomènes, tout en filtrant les éléments significatifs d'un système didactique. Les interactions entre l'école et les familles au sujet des enseignements mathématiques de la scolarité obligatoire s'insèrent en effet dans une organisation contractuelle qui définit et répartit les responsabilités des protagonistes et des institutions. Les négociations qui en découlent et les coopérations (ponctuelles ou durables) nécessitent que des connaissances soient partagées ou à défaut que certaines représentations soient diffusées. Ce chapitre soulève un certain nombre de questions à propos de ces représentations, il relève les caractères paradoxaux qu'elles engendrent dans les actions et les communications entre institutions, puis écarte finalement ces variables sensibles du champ de l'étude didactique.

C'est vers les « aménagements de milieux » que le quatrième chapitre ancre résolument cette recherche. Car il est des cas où une instrumentalisation permet d'économiser la circulation des connaissances trop pointues : les pratiques sociales (et les actions d'enseignement) utilisent un certain nombre de dispositifs, qui déchargent partiellement l'activité mathématique des acteurs. Le chapitre quatre présente une modélisation en réseau des institutions qui transmettent à l'ensemble des citoyens les savoirs mathématiques jugées indispensables et régulent cette formation obligatoire. Un second dispositif expérimental permet de suivre le fonctionnement de ce réseau à partir d'une même famille. Une monographie, établie sur trois années scolaires, décrit les interactions de cette famille avec plusieurs écoles élémentaires et avec un appui extérieur qui soutient les apprentissage mathématiques de ses deux enfants.

Le cinquième chapitre explore les partages et les renvois de responsabilités didactiques à l'intérieur du réseau d'institutions scolaires, familiale et d'appui. Il met à jour combien les décisions effectives portent sur des connaissances insuffisantes en regard des ambitions affichées dans les négociations. Il permet d'appréhender comment des régulations successives finissent pas rompre des équilibres essentiels, comment les bonnes volontés peuvent donner lieu à des effets néfastes, comment les acteurs s'épuisent dans un enchevêtrement inextricable de contraintes.

Le chapitre six étudie, toujours à partir de ce même cas clinique, les phénomènes liés à l'attribution d'échec en mathématiques. Il montre que les enseignants et les parents ne restent pas insensibles aux représentations diffusées par les spécialistes qui revendiquent le traitement des dysfonctionnements des apprentissages et que ces représentations perturbent les fonctionnements didactiques ordinaires.

Le chapitre sept marque un tournant dans la thèse, il la focalise sur l'étude d'un objet de savoir déterminé : les tables de multiplication. Cette étude spécifique permet de comprendre localement comment est perçu dans les institutions le rôle des milieux didactiques et quelles transformations les transactions sociales leur font subir. Elle met à jour la dédidactification d'un secteur de l'enseignement des mathématiques, délaissé des spécialistes et exposé aux pressions de la culture courante.

Le huitième chapitre développe un modèle intégrateur des principaux éléments précédemment identifiés comme significatifs de régulations et accessibles aux institutions didactiques. Le processus de « mathématisation / démathématisation » modélise des modifications de milieux et de situations didactiques. En cela, il peut fournir aux institutions concernées des indices pour les choisir, les adapter ou en concevoir de nouveaux et faciliter donc la conversion de leurs intentions en moyens de décisions didactiques. Une application de ce modèle à la réalisation des devoirs à la maison, permet de proposer des alternatives didactiques à la disparité des connaissances mathématiques des familles qui suivent la scolarité de leurs jeunes enfants. Les situations qui visent une familiarisation des élèves avec certaines connaissances mathématiques fondamentales, pourraient alors bénéficier des progrès de l'ingénierie didactique (jusque-là prioritairement consacrés aux situations qui introduisent les notions nouvelles).

Le neuvième et dernier chapitre avance les premiers éléments d'une théorisation de ces aménagements. En particulier, il introduit la notion « d'assortiment didactique » pour répondre aux questions que soulèvent l'apprentissage et la familiarisation par tous les élèves des savoirs mathématiques contenus dans la table de multiplication. Mais cette étude se veut le paradigme d'une analyse plus générale et fondamentale ; celle qui concerne les transformations que les institutions didactiques gagnent à faire provisoirement subir aux organisations axiomatiques des savoirs. Elles portent en effet la charge d'optimiser les équilibres des transpositions didactiques entre connaissances et savoirs, entre questions et théorèmes, entre démonstrations et algorithmes.

IV Les apports principaux de la thèse

La thèse rapproche les questions de nature microdidactique (modélisées pour des savoirs déterminés, dans des conditions très épurées) qui fournissent les éléments de base des analyses, des questions de nature macrodidactique (portant sur le fonctionnement effectif complexe des institutions sociales qui transmettent les savoirs mathématiques) qui combinent des contraintes très diverses. Elle montre comment les secondes conditionnent les premières et où les premières ont des chances de résoudre certains aspects des secondes.

Elle met en évidence que les moyens didactiques mis actuellement à la disposition des parents sont inadaptés (soit parce qu'ils reproduisent des outils professionnels trop sophistiqués, soit parce qu'ils se réfèrent à des représentations courantes et non fonctionnelles des savoirs) et que les tâches qui leur sont confiées sont souvent excessives.

Plus largement, elle montre comment le rôle que joue l'instrument technique est minimisé ou négligé dans l'acte didactique, alors que sont survalorisées les interactions entre les personnes (y compris lorsqu'elles disposent de très peu de connaissances mathématiques et didactiques).

Elle repère le détournement d'objets culturels à des fins d'enseignement, y compris chez les enseignants et chez les professionnels du traitement des échecs scolaires et en analyse les effets. En particulier, elle rend visible certaines modifications importantes (voire des détériorations) des équilibres transpositifs, à l'occasion des coopérations didactiques entre institutions.

Elle montre l'intérêt de disposer d'un patrimoine commun d'objets techniques dont les assortiments seraient la base théorique. Car, plus sûrement que les injonctions, les situations qui circulent d'une institution à l'autre du réseau véhiculent les conditions didactiques et soutiennent les comportements.

La thèse contribue à la constitution de cadres techniques utiles aux négociations et aux coopérations avec une population non spécialiste des Mathématiques et de leur Didactique.

Chapitre 1

La fonction d'accompagnement didactique

I L'enseignement des mathématiques : quels rôles des parents ?

1 La culture attribue-t-elle aux parents un rôle particulier dans la transmission des mathématiques ?

a) Instruction et éducation

- D'une part, notre société reconnaît aux parents le droit de choisir les institutions éducatives, d'accompagner les actions qu'elles mènent auprès de leurs enfants, et d'intervenir lorsqu'une difficulté se présente.
- D'autre part, un enseignement démocratique doit préserver l'idée qu'il peut fonctionner sans recourir aux savoirs de l'environnement de l'élève.

Concilier ces deux grands principes durant la scolarité obligatoire, reviendrait, semble-t-il dans le contexte actuel, à considérer :

- que les parents sont fondées à interagir avec le système d'enseignement ;
- mais qu'il n'est pas souhaitable que leur action concerne les contenus disciplinaires.

Il serait alors préférable, pour limiter l'effet des disparités, de guider en priorité l'attention des familles (et de ceux qui éventuellement les soutiennent dans leurs fonctions) vers des questions éducatives plus larges, supposées mieux partagées et plus accessibles.

Ainsi, l'organisation sociale n'attribuerait aux familles des élèves aucun rôle particulier et spécifique à propos des mathématiques, mais une fonction de régulation très générale.
Cette conception du partage éducatif s'exprime souvent de la manière suivante :

- la part d'instruction (la transmission des savoirs, et donc des mathématiques) serait à la charge de l'école ;
- le reste de l'éducation (socialisation, civisme, « compétences transversales », etc.) se répartirait entre les familles et l'école.

b) Le contrôle des acquisitions et le suivi des jeunes élèves

Cette répartition dichotomique et concise des rôles entre institutions éducatives peut être utile dans certaines circonstances. Mais nous la considérons comme inadéquate, dès lors qu'il s'agit d'approcher les interactions familiales avec les apprentissages scolaires dans le cadre d'obligations réciproques. Deux raisons motivent notre position.

La première est que l'instruction scolaire ne se réduit pas aux leçons dispensées en classe. En contractant si fortement la dimension temporelle, la répartition précédente masque deux phases essentielles qui nécessitent des communications entre parents et professeurs à propos des contenus d'enseignement : le contrôle des acquisitions et l'étude personnelle des élèves.

- Le contrôle des acquisitions est indispensable de part et d'autres pour apprécier tout processus de transmission des savoirs. Il est bien sûr possible de faire réciter des savoirs et effectuer des exercices dans des lieux différents, de manière relativement indépendante (nous laissons de côté, pour l'instant, les questions relatives aux différents assujettissements didactiques). En revanche, dès que les décisions engendrées par ces différents contrôles (pour un même objet d'apprentissage) sont prises en compte, ils ne peuvent plus se concevoir comme isolables. Parents, institution scolaire et pouvoirs publics sont conjointement engagés, in fine, dans l'évaluation de ce que l'élève a appris. Ils doivent être en mesure de communiquer entre eux et donc disposer d'un minimum d'éléments communs.

- Un long processus d'enseignement inclut, en général, l'organisation d'un programme d'étude personnelle, que l'élève exécute « en privé ». En effet, les apprentissages complexes nécessitent plusieurs phases d'appropriations et d'entraînement. Les devoirs prolongent le guidage des apprentissages, sans augmenter le temps de face à face entre le professeur et l'élève (nous différons, pour l'instant, les questions relatives aux modalités de cette étude). D'autres communications sont nécessaires entre le professeur et la famille de l'élève pour définir, négocier l'étude (et pour évaluer ses effets). Ces communications se renouvellent et évoluent tout au long de la scolarité.

La seconde raison qui nous fait rejeter ce modèle trop réducteur de la répartition des rôles éducatifs, est qu'un principe tient rarement compte des aspects pragmatiques, auxquels pourtant toute application effective se heurte. Nous préférons distinguer ce qui relève :

- de la finalité (vers laquelle il s'agit de tendre progressivement) ;
- des conditions de la réalisation.

Ainsi, nous pondérerons de la manière suivante le rôle des parents dans les apprentissages scolaires :

1) Contrôle de certaines des acquisitions de leur enfant.

L'évaluation scolaire est un outil de travail pour le professeur et un repère objectivé pour les institutions. Mais les parents, s'ils doivent être en mesure de réagir avant qu'il ne soit trop tard, ont aussi besoin de pouvoir disposer d'indices (avec une précision adaptée à leur rôle).
Rendre visibles aux parents certains travaux scolaires (accompagnés d'un commentaire, chiffré ou non, de la part du professeur) est un moyen de les tenir au courant des avancées ou des difficultés rencontrées par leur enfant lors des apprentissages. Un certain nombre de connaissances communes est donc nécessaire pour que ces informations puissent se transmettre de manière intelligible, s'interpréter de manière pertinente et se traduire en actions adaptées.

2) L'accompagnement de l'étude personnelle de leur jeune enfant.

Il est tout à fait prévisible que dans une famille, parents et enfants communiquent ensemble à propos de leurs connaissances mutuelles (il est d'ailleurs souhaitable que les connaissances se diffusent et servent en dehors de l'école !). Actuellement, un certain consensus se développe, qui attribue un rôle bénéfique à l'intérêt que la famille porte au développement cognitif de leurs enfants, jusque dans le domaine scolaire (surtout aux débuts de la scolarité). Il paraît donc raisonnable d'organiser certaines interactions familiales à propos des apprentissages et d'associer d'une certaine manière les parents à l'étude personnelle des jeunes élèves pour les savoirs scolaires élémentaires.

La question primordiale est de déterminer justement quelles seraient les formes les plus adaptées, pour que l'institution scolaire, les enseignants, les parents et les élèves communiquent ensemble à propos des apprentissages en mathématiques, sans perturber les tâches assignées à chacun d'eux et si possible pour ajuster les actions avant que ne se déclenchent conflits ou échecs.
Tenter de répondre à cette question, soulève immédiatement un très grand nombre de problèmes à résoudre, tant les imbrications des contraintes sont serrées. Une difficulté supplémentaire tient au fait que le système d'interactions à prendre en compte ne se limite pas à l'institution scolaire et aux familles des élèves.

c) Le contexte social et culturel de la scolarité

Les conditions et les pratiques culturelles évoluent avec la société. La part de responsabilité des uns et des autres, dans l'organisation sociale de la transmission des savoirs est un équilibre

à construire, à entretenir et à réadapter. Car le partage éducatif entre l'école et les parents ne repose pas seulement sur les données stables que nous évoquions plus haut.
A notre époque :

- l'école n'a plus le monopole de la diffusion des savoirs ;
- les pédagogies et les didactiques ont modifié la transmission scolaire : les connaissances personnelles des élèves sont plus fortement sollicitées dans l'école ;
- tandis qu'à l'extérieur de l'école, la régulation familiale des apprentissages s'est développée, banalisée.

Notre culture, du moins en apparence, tente de rapprocher les citoyens de la circulation des savoirs. Le fonctionnement économique de notre société sollicite le brassage d'informations dans toutes sortes d'institutions, y compris en direction des enfants. Il devient envisageable et tentant d'inclure d'autres institutions au projet d'enseignement, y compris d'y associer les parents (dont le niveau d'instruction a globalement augmenté en France). Des savoirs (et des discours à leur propos) pénètrent donc la vie familiale par d'autres voies que l'école et interfèrent avec le suivi des acquisitions et des apprentissages. Des connaissances scolaires cohabitent avec des connaissances non scolaires dans les familles. Le rôle des parents devient plus complexe et en même temps plus périlleux qu'autrefois (les appuis envisageables sont nombreux, divers et concurrents ; les marquages sociaux de ces appuis disponibles sont inégaux ; les enjeux financiers et professionnels sont importants ; etc.).

La place des savoirs mathématiques, réduite dans la culture commune, mais importante dans les décisions d'orientation scolaire rend probablement les interactions encore plus difficiles et leurs conséquences encore plus graves, que pour d'autres disciplines.

d) Discussion

Devant l'ampleur des problèmes soulevés, il convient de se demander :

- si l'accompagnement familial des élèves est ou non une dimension significative en regard de l'enseignement des mathématiques, puisque les parents n'interviennent finalement que de manière ponctuelle, périodique, locale et terminale ;
- si la dimension didactique est ou non significative en regard de l'accompagnement familial des apprentissages, puisque la part spécifique des mathématiques est probablement réduite et intimement mêlée à beaucoup d'autres dimensions éducatives.

Bien des sceptiques pourraient douter de l'opportunité de théoriser les fonctions didactiques des parents des élèves :

- En quoi la faible teneur mathématique des connaissances qui circulent dans la culture commune, et en particulier dans les familles, concernerait les didacticiens ?
- En quoi la Didactique des Mathématiques serait à même d'éclairer l'épineuse question des relations entre l'école et les familles, question dans laquelle les enjeux sociaux, politiques, institutionnels, économiques ou relationnels semblent prédominants ?

Du point de vue de la recherche, ces interrogations renvoient à des choix méthodologiques :

- Est-il ou non possible d'approcher l'impact des familles sur l'enseignement des mathématiques par des théories non spécifiques de ces savoirs ?
- Est-il vain ou utile de s'attacher à mettre en relief la spécificité mathématique des régulations familiales ?

La recherche doit-elle s'organiser autour :

- d'une étude générale des régulations des familles sur le système éducatif (en particulier en mathématiques),

- ou de l'étude des voies de transmission d'un savoir mathématique (en particulier celle du suivi des apprentissages par les parents) ?

Les communautés scientifiques n'ont pas, encore aujourd'hui, tranché les débats théoriques qui les animent :

- Le didactique se déduirait-il du pédagogique ?
- Le pédagogique serait-il une extension du didactique ?
- Les deux aspects seraient-ils indépendants et complémentaires ?
- Existerait-il une didactique générale, dont les didactiques des disciplines seraient des applications ?
- Les didactiques des disciplines ne seraient-elles pas (par définition) engendrées à partir des seuls savoirs spécifiques ?

Deux conceptions théoriques des régulations de l'enseignement s'affrontent :

- La première postule qu'il est possible de contrôler les processus ou les faits particuliers par des méthodes, qui transcendent les savoirs enseignés. Les questions relatives aux contenus seraient plongées dans des conditions plus générales et se juxtaposeraient, de manière relativement indépendante, aux autres questions.

Adopter de manière extrême cette position dans la société, conduirait à ne concevoir les régulations d'ordre didactique qu'en fin de course, lorsque les autres types de problèmes seraient résolus (seuls quelques spécialistes s'y confronteraient, dans quelques cas hors du commun, qui mériteraient une investigation pointue). Il est indéniable qu'une telle conception offre beaucoup d'avantages. Elle permet entre autres de considérablement simplifier les interventions et les communications. Les conséquences pragmatiques et économiques sont telles qu'elle pourrait presque se prétendre une nécessité sociale.

Selon ce paradigme, il suffirait donc de définir un moyen général de régulation et d'organiser sa mise à disposition pour l'ensemble des parents d'élèves.

- La deuxième conception prétend que le spécifique est soumis à des lois qui ne sont pas toujours contenues dans les lois générales. Certains faits tiendraient au savoir mobilisé et ne pourraient être appréhendés ou traités que relativement au contenu enseigné. Ainsi, il existerait des phénomènes spécifiques, par exemple de l'enseignement de l'algèbre ou de celui de la géométrie.

Pousser cette position à l'extrême pour organiser les dispositifs de la transmission des savoirs, conduirait à considérer que les difficultés mathématiques des élèves ne pourraient être résorbées que de manière singulière et locale. Une telle conception remettrait en question le fonctionnement de toutes les institutions qui se répartissent les charges d'enseignement et des aides à l'apprentissage. Elle conduirait à des choix draconiens et extrêmement coûteux en matière de formation mathématique. L'environnement proche des élèves (familial et autre) devrait être, soit radicalement écarté des apprentissages, soit formé de manière intensive.

Nous prenons acte de l'existence de ces débats épistémologiques. Notre étude ne se donne pas pour objectif de tenter de les clore. La nature de son argumentation ne le permettrait d'ailleurs pas, puisqu'au contraire, nous faisons ici le pari de la seconde position, en nous référant d'emblée à la Théorie des Situations Didactiques pour aborder notre sujet

2 Les théories didactiques identifient-elles une fonction parentale dans la transmission des mathématiques ?

a) L'identification d'une dimension didactique dans les pratiques familiales

D'après une définition de la Théorie des Situations[1], toute interaction présente une composante didactique, dès lors que se manifeste une intention de modifier des connaissances mathématiques.

Ainsi lorsque un parent discute avec son enfant à propos de ses réussites et de ses erreurs sur un savoir mathématique particulier (par exemple sur un cahier de classe ou durant la réalisation des devoirs à la maison), nous pourrons dans bien des cas reconnaître l'épisode comme didactique et l'analyser dans ce cadre théorique[2]. A fortiori, si le parent tente une explication ou un questionnement.

b) Les parents et la transmission des savoirs

La Didactique des Mathématiques a-t-elle déjà identifié un rôle pour les familles des élèves dans la transmission scolaire des savoirs ?

Deux secteurs de recherche fondamentale situent les connaissances mathématiques des parents (ou à défaut, l'idée qu'ils se font des mathématiques) parmi les conditions préliminaires des phénomènes qu'ils étudient :

- Un minimum de références communes (qui fait partie de la culture courante) conditionne l'évolution des connaissances, des rapports au savoirs et des rapports à l'apprentissage des élèves.

G. Brousseau évoque, dans de nombreux travaux, l'environnement familial des élèves. Il introduit ses effets au coeur des conditions didactiques générales de la classe :

« Pour pouvoir se dérouler, l'activité d'enseignement va être elle-même assujettie à des institutions plus vastes. Par exemple, les stratégies didactiques utilisables ne peuvent pas être contradictoires avec les stratégies qui servent de support culturel [...] aux familles des élèves »[3].

« Le professeur est [...] conduit à expliciter auprès des élèves une méthode de production de la réponse : comment répondre à l'aide des connaissances antérieures, comment comprendre, construire une connaissance nouvelle, comment "appliquer" les leçons antérieures, reconnaître les questions, comment apprendre, deviner, résoudre ... Il se réfère ainsi à un fonctionnement implicite des mathématiques ou à un modèle [...] construit pour l'usage qui en est fait : résoudre les conflits du contrat didactique. Cette "épistémologie" du professeur (à usage professionnel) doit aussi être en fait celle de l'élève et de ses parents. Elle doit être présente dans la culture pour permettre aux justifications de fonctionner et d'être reçues » [4].

---

[1] Un fait didactique est « un projet le plus souvent social de faire approprier à un sujet un savoir constitué ou en voie de constitution. Ce projet se manifestera par un contrôle et une modification intentionnelle des relations de l'élève avec son milieu. Seuls les phénomènes relatifs à un tel projet et qui réuniront les deux propriétés suivantes, seront dans le champ de la didactique :

> d'une part, le phénomène ne saurait être compris sans qu'on fasse intervenir la spécificité du savoir
> d'autre part, il ne saurait être traité sans sortir du domaine de ce savoir. » Brousseau (1978).

[2] Y. Chevallard dénonce le repliement des études de didactique sur la classe et rappelle « le temps de travail personnel de l'élève, hors la classe, est un facteur important de la réussite en classe : on le sait depuis qu'il y a des élèves, et des parents d'élèves » ; Chevallard (1994, p 316).

[3] Brousseau (1992), p 105.

[4] Brousseau (1998), p 65 (extrait de *Fondement et méthodes de la didactique des mathématiques,* 1986 a).

- La transposition scolaire répond à un écart entre connaissances mathématiques de la culture courante (parents) et culture savante (mathématiciens) ; l'écosystème doit pouvoir maintenir une certaine tension.
D'après Y. Chevallard, « le problème premier qui doit être résolu pour que le système d'enseignement existe, c'est à dire pour que l'enseignement soit possible, est celui de la compatibilité du système avec son environnement ». Il repère le savoir des parents des élèves comme l'une des contraintes de la transposition didactique : « D'une part le savoir enseigné [...] doit être vu, par les "savants" eux-mêmes, comme suffisamment proche du savoir savant [...]. D'autre part, et dans le même temps, le savoir enseigné doit apparaître suffisamment éloigné du savoir des "parents" (ou du moins de ces fractions de classes qui dans telle formation sociale donnée, tiennent le haut du pavé en matière d'éducation), c'est à dire du savoir banalisé dans la société (et banalisé notamment par l'école !) » [5].

Que ce soit au niveau de la classe ou de la société, les théoriciens pointent, essentiellement, le rôle des parents dans les différentes négociations des enseignements :

entre le professeur et les élèves,

entre les institutions didactiques et les institutions non didactiques.

Les communications afférentes aux négociations mettent en jeux des connaissances communes, mais aussi des connaissances qui ne sont pas partagées.

c) Les connaissances des familles et l'enseignement des mathématiques

D'autres travaux de Didactique mettent en évidence les effets des connaissances des parents sur certains éléments de l'organisation sociale de la transmission scolaire des mathématiques :

- Le savoir des parents influe sur la détermination des contenus des réformes [6].
- Les parents sont les destinateurs potentiels des attributions d'échec [7].
- Les négociations des contrats didactiques dans les « classes faibles », avec des élèves issus de familles socioculturellement défavorisées, sont contraints par les représentations des enseignants et des familles des élèves. Les phases d'institutionnalisation des connaissances et d'étude personnelle des élèves deviennent des variables explicatives essentielles pour interpréter les processus de transmission des savoirs dans les conditions citées [8].
- L'arrière-plan familial du contrat didactique, défini par « l'épistémologie » des familles (le style d'éducation et surtout le système de valeurs qui oriente ces pratiques éducatives) a un effet significatif sur la sensibilité des élèves à l'égard du contrat didactique, indépendamment de l'arrière-plan scolaire. Bien que fortement liée au niveau scolaire, la sensibilité au contrat conditionne en partie les performances en mathématiques ; plus fortement encore que les connaissances de l'élève, lorsque la situation de production de réponse est inhabituelle [9].

d) Discussion

Nous souhaitons préserver, dans nos analyses, des caractères que nous tenons pour essentiels, mais qui sont souvent délaissés par les approches non didactiques :

- le rôle des contenus d'enseignement dans les diverses interactions ;
- la dimension culturelle de l'enseignement ;
- la distinction entre les situations effectives (réalisées avec les connaissances et les conceptions des acteurs) et celles qui sont annoncées (d'après les fonctions qu'elles

---

[5] Chevallard, Johsua (1991), pp. 24 - 26.

[6] Chevallard, Johsua (1991), pp. 27 - 28.

[7] Chevallard (1988a), p 12.

[8] Perrin Glorian M.-J. (1993).

[9] Sarrazy (1996), pp. 567-568.

remplissent dans les institutions), celles qui sont prévues (d'après les intentions de celui qui les conduira) et celles qui sont décrites (d'après l'idée que se font les observateurs ou les acteurs).

La Théorie des Champs Conceptuels s'est centrée sur les apprentissages et ses dimensions cognitives, langagières et épistémologiques. Elle permettrait d'analyser finement les liens entre conceptions, savoirs, situations et langages, alternativement dans un cadre familial et dans un cadre scolaire. Les comparaisons feraient probablement apparaître d'importants écarts. En revanche, les aspects institutionnels, sociaux et culturels des enseignements interviennent relativement peu dans les modèles et nous ne pourrions, à l'aide de ces instruments, étudier plus avant les interactions didactiques entre le système d'enseignement et les familles des élèves.

Dans la Théorie Anthropologique, la dimension institutionnelle est au contraire privilégiée. Les élèves y sont définis comme une articulation de différents assujettissements ; ils forgent leurs rapports à l'école et aux savoirs en partie dans l'institution familiale. Ces filtres conceptuels :

- permettraient d'approcher les effets des pratiques familiales sur l'enseignement, à travers les rapports aux savoirs privés de l'élève ;
- retiennent dans leurs mailles des variables qui nous intéressent, en particulier « la société laïque » dans les négociations scolaires[10] ;
- font explicitement apparaître la famille comme une institution didactique potentielle, quoique fugitive [11].

Mais cette théorie nous semble surtout adaptée aux descriptions des rapports qui sont en jeu. Or, nous souhaitons observer directement des interactions familiales effectives sur des contenus mathématiques. Pour y parvenir, il nous faudra sans doute concevoir les dispositifs qui les susciteront. Car les précédentes recherches (quelque soit leur champ d'origine) n'apportent guère d'éléments précis, pour éclairer ce qui se passe effectivement lorsqu'un parent accompagne la réalisation des devoirs de son enfant. Jusqu'à présent, la Théorie Anthropologique évoque les apprentissages en famille surtout pour illustrer de manière pittoresque[12] la généralité des modèles qu'elle construit.

La Théorie des Situations :

- ne précise guère quels rôles didactiques elle attribue aux familles ;
- ne l'inclut jamais dans les modèles ;
- ne distingue pas l'enseignement et l'accompagnement des apprentissages ;
- ne distingue pas non plus structurellement les régulations, du fonctionnement principal de l'enseignement.

Nous retiendrons toutefois cette théorie didactique pour étudier les questions relatives à la régulation familiale des apprentissages scolaires. Car elle présente l'avantage :

- de modéliser des fonctions, indépendamment des institutions (au sens social ou sociologique du terme) ; ses concepts ne sont donc pas réservés à l'analyse d'une leçon conduite par un enseignant ;
- d'insister sur les aspects dialectiques des phénomènes et d'inscrire les analyses dans leur contexte spécifique (connaissances disponibles, contraintes, etc.), ce qui la rend particulièrement adaptée à l'étude des régulations.

---

[10] Chevallard, Johsua (1991), p 24.
[11] Chevallard (1992) ; in Brun (1996); p 171.
[12] Comme par exemple dans Chevallard (1992), les évocations méridionales à propos de l'objet d'apprentissage : « fixer un hameçon ».

Nous tenterons, par conséquent dans un premier temps, d'analyser les situations d'accompagnement des apprentissages mathématiques scolaires dans les familles, avec les moyens théoriques disponibles dans la Théorie des Situations.
Puis nous les modéliserons de manière plus spécifique, s'il s'impose de les distinguer des situations d'enseignement (paragraphe 2 du présent chapitre).
Enfin, nous confronterons ces modèles à la contingence, pour en éprouver expérimentalement la pertinence (choix et discussion méthodologiques dans le paragraphe 3 de ce chapitre, réalisation et analyses au chapitre suivant).

II Modélisation de la fonction d'accompagnement

1 Précautions préliminaires : intérêts et limites des modélisations

Pour appréhender les phénomènes complexes de la transmission des connaissances, nous faisons appel à différents modèles de la Théorie des Situations Didactiques.
Ces modèles ne prétendent décrire ni « la » réalité[13], ni même une petite partie de celle-ci. Ils sont utilisés à des fins heuristiques et fonctionnelles. Ils découpent le réel perçu (« une réalité objective » pour l'observateur qui utilise la modélisation) afin de mettre en évidence certaines relations, jugées par lui pertinentes pour une certaine étude théorique.
Cette forme de questionnement de la contingence privilégie les fonctions (non les états ou les individus) et leur ergonomie, tout en respectant et préservant l'intentionnalité didactique qui les fondent.
Des termes sont donc préalablement définis (ce qui paraît indispensable à l'élaboration et la communication des idées), mais ils ne désignent pas pour autant des objets fixes. Ils sont, au contraire, le support de concepts relatifs, dynamiques et intentionnels.
C'est la raison qui rend leur usage si délicat à transmettre et en même temps si puissant. Très généraux, les modèles s'adaptent ainsi à des observations diverses et mettent en évidence des phénomènes, des similitudes ou des distinctions qui n'apparaissent pas « naturellement ».
Ces mots sont issus du vocabulaire courant, ce qui constitue à la fois l'avantage et l'inconvénient de dénoter un sens très général et naïf.
Dans le texte de la thèse, nous emploierons parfois, nous aussi, les mêmes termes sous deux statuts bien distincts.

- Dans les présentations ou les articulations générales, ils se présenteront sous leur sens commun.
- Mais lors des différentes analyses théoriques, nous en userons dans le sens défini par la Théorie des Situations, ils désigneront alors des concepts didactiques et présenteront ce caractère modélisant.

Afin de mieux les identifier, ils seront notés en caractère gras, lorsqu'ils seront pour la première fois employés sous ce statut scientifique. Par la suite, nous utiliserons, dans la mesure du possible, seulement un sigle, pour mieux marquer leur statut.

2 Les partenaires et les conditions d'un projet didactique

Le modèle de base est une situation S (E, P, c). Nous ne rappelons pas ici sa définition détaillée[14], mais évoquons seulement quelques éléments qui nous seront utiles.

---

[13] « L'invention (la construction) des réalités scientifiques, sociales, individuelles et idéologiques [est le] résultat de l'inéluctable besoin d'approcher la réalité supposée indépendante, "là-bas", à partir d'hypothèses de base que nous considérons comme des propriétés objectives de la réalité réelle, alors qu'elles ne sont en fait que les conséquences de la manière dont nous *recherchons* la réalité » ; Watslawick (1988), p 10.

[14] Brousseau (1988a), pp. 313-315.

a) Les positions didactiques

Nous caractérisons un épisode didactique par l'évolution d'un certain système :
une **situation S** dans laquelle il est possible d'identifier une intention d'enseigner un contenu mathématiques **c** (une **connaissance** ou un groupement de connaissances mathématiques).
E est la position de l'**élève** ; **P** est la position du **professeur** (E et P ne modélisent pas des sujets, mais des fonctions, c'est à dire des rôles didactiques dans S).
P porte le projet d'enseigner c à E.
E peut désigner un enfant ou un adulte, dans le cadre scolaire ou non, un individu isolé ou un groupe, etc. P peut désigner un enseignant, une institution scolaire, mais aussi un parent, un rééducateur etc.
S est une monade théorique, c'est à dire que E, P et les décisions par lesquelles c se manifeste, ne peuvent être considérés indépendamment des uns et des autres. Les faits observés ne sont pas interprétés comme des états in abstracto, mais comme les effets des différentes relations entre E, P et c dans le cadre de référence [15] S.
Tout épisode didactique analysé est évidemment plongé dans une situation réelle plus vaste, dont nous ne retenons que quelques composantes sociales, psychologiques, matérielles etc. jugées signifiantes pour notre projet d'étude. C'est le concept de **milieu**[16] qui désigne le système antagoniste de l'acteur (E ou P) considéré, dans la situation choisie comme référence.

Remarquons qu'il est essentiel pour une étude didactique de définir des critères intrinsèques d'identification, tout particulièrement lorsqu'elle concerne des interactions non scolaires (la culture a tendance à ne reconnaître comme didactique, que les conditions habituelles qui accompagnent l'activité didactique scolaire).
Par exemple, dans certaines recherches conduites sur les interactions cognitives entre des mères et de jeunes enfants (moins de 6 ans) les épisodes « mathématiques » sont identifiés :

- soit à partir de critères culturels (par exemple, les partenaires utilisent un jeu éducatif du commerce dit « logique » et la situation est qualifiée de même, sans qu'une analyse, ni du jeu, ni de la manière dont il est utilisé, ne soit rendue visible pour le lecteur[17]) ;
- soit à partir de critères linguistiques (par exemple, si les interlocuteurs prononcent des « mots mathématiques », l'interaction est dite de nature mathématique[18]).

Or, l'activité n'est déterminée ni par le matériel manipulé, ni par les mots prononcés à son occasion. Des mots, qui appartiennent à la fois au vocabulaire mathématique et au vocabulaire courant, peuvent être utilisés dans une activité dont le caractère n'est ni didactique, ni même mathématique. Par exemple, les questions et les réponses, dans un jeu de reconnaissance de formes et de langage, peuvent contenir le terme « triangle », aussi bien que « voiture » ou « biberon », sans qu'une connaissance mathématique soit mobilisée.
Inversement, un épisode significatif peut se manifester sans l'usage de jeux ou de mots culturellement identifiés comme liés aux mathématiques : un rire peut constituer l'indice qu'une variable, jusque là ignorée, est soudainement prise en compte par le sujet lors d'une rétroaction. Seul l'élargissement du cadre de référence permettra de distinguer si ce rire témoigne d'une surprise cognitive mêlée de plaisir (une nouvelle maîtrise projetée) ou d'une

---

[15] « Un phénomène demeure incompréhensible tant que le champ d'observation n'est pas suffisamment large pour que soit inclus le contexte dans lequel ledit phénomène se produit » ; Watslawick et al. (1972), p 15.
[16] Fregona (1994, pp. 1-9) rappelle l'existence d'un débat encore ouvert dans la communauté française de Didactique à propos de ce concept spécifique de la Théorie des Situations. Le modèle le plus couramment partagé en Sciences Humaines est celui du triangle pédagogique (enseignant, élève, savoir).
[17] Par exemple, Cuisinier (1994).
[18] Par exemple Anderson (1997).

autre raison (une maladresse dans la manipulation du matériel, une grimace du partenaire, etc.) [19].

b) Les conditions didactiques

E et P sont tous deux assujettis à un environnement socialement structuré : une **institution I**, qui abrite le projet didactique.

I peut désigner une institution :

au sens social du terme (un établissement scolaire, un centre de rééducation ,etc.) ;

ou au sens anthropologique ou sociologique (une famille, une association de quartier) ;

ou encore un système particulier, défini par les besoins de l'étude, selon un certain découpage temporel et conceptuel, en général un projet didactique précis (une phase de recherche individuelle dans la classe ou un temps d'étude à la maison, l'ensemble des classes d'un même niveau dans le curriculum scolaire, etc.).

I est caractérisée par une culture, des légitimités, des contraintes et par un **répertoire**[20] (vocabulaire, connaissances et **savoirs** mathématiques et didactiques).

Les connaissance et les savoirs se distinguent par leur statut culturel ou institutionnel.

Le savoir est une forme institutionnalisée, formalisée et déclarative de connaissances. Son rôle est de faciliter la diffusion de connaissances (en les décontextualisant, les dépersonnalisant ou en les rendant conformes à une théorie existante, etc.).

La distinction savoir/connaissance est relative à une institution ou à une époque donnée. Le phénomène de transformation des connaissances et des savoirs entre les institutions est appelé **transposition didactique**[21].

E et P disposent chacun d'un répertoire personnel, qui coïncident en partie avec le répertoire institutionnel de I.

Les obligations réciproques de P et E dans S, réunies sous le concept de **contrat didactique**[22], sont fixées par I et par P. Pour des raisons proprement didactiques, elles ne peuvent pas

---

[19] Par exemple, un enfant (3 ans) dénombre les noix que sa mère aligne devant lui. A chaque étape, elle ajoute une noix à la collection. L'enfant, tranquille, s'installe dans le confort de la maîtrise de la tâche. Il sait dénombrer, il se sent sûr, il aime montrer cette performance. Soudain, sa mère cache la nouvelle collection qu'elle vient de constituer selon le même processus itératif (manifestation d'une intention didactique). L'enfant ne peut plus dénombrer. Il reste un instant surpris, puis réalise qu'il peut prévoir le nombre de noix cachées. Il rit, puis répète « Je sais ! Je sais ! ». Il a mobilisé la connaissance de la suite numérique (cette fois dans une situation où le milieu matériel n'est qu'évoqué), mais il a également compris son intérêt (la suite prouvera qu'effectivement il avait trouvé la bonne réponse et qu'il est désormais capable d'anticiper dans certaines conditions).

[20] Dans cette thèse, nous utiliserons souvent le mot « répertoire » pour désigner un groupement de connaissances. Nous l'emploierons dans un sens courant pour évoquer les connaissances mathématiques disponibles d'un sujet, et plus largement les idées qu'il se fait au sujet des mathématiques, de leurs usages et de leur enseignement (sens dérivé du *répertoire d'un théâtre*, qui désigne l'ensemble des pièces ou des oeuvres que l'on y reprend plus ou moins régulièrement, que les artistes ont l'habitude d'interpréter). Nous en userons comme d'un objet conceptuel, déterminé (découpé) par la situation considérée, qu'elle soit restreinte ou très générale. Nous parlerons ainsi du répertoire de connaissances d'un sujet, dans lequel il « pioche » pour exécuter une tâche, résoudre une situation, remplir une fonction, exercer une pratique, etc. Le répertoire exprime alors les compétences qui permettent au sujet de réaliser la performance que nous observons. Nous l'emploierons aussi pour exprimer des conditions ; par exemple, pour communiquer et se comprendre, il faut disposer d'un répertoire commun. Enfin, nous l'utiliserons dans son acception théorique, c'est à dire en correspondance avec une institution, une position ou un assujettissement didactique et contenant des connaissances et des savoirs mathématiques, des conceptions, des termes, des tournures, des étiquettes, des gestes, des conventions, des occasion d'emploi, des situations... De manière générale, nous employons le terme de répertoire pour désigner une agrégation fonctionnelle de moyens de reconnaissances et de décisions, dans une situation donnée (l'objet est un découpage conceptuel déterminé par la situation considérée).

[21] Chevallard (1985).

[22] Brousseau (1998), p 61 (extrait de *Fondement et méthodes de la didactique des mathématiques,* 1986 a).

toujours être explicites pour E. Elles ne sont non plus stables, mais vouées à évoluer par ruptures successives, tout au long de l'enseignement (notamment pour permettre à celui-ci de s'achever).
E peut être demandeur de formation, mais il ne l'est pas systématiquement (en particulier durant la scolarité obligatoire).
Il peut ignorer totalement l'existence de c, qui pourtant pourrait lui être utile (selon l'avis de P ou de I) et qui va lui être enseignée.
Pour que E puisse souhaiter apprendre c (ou accepter le projet de P de lui enseigner c), E doit s'en faire à l'avance une certaine idée (plus ou moins conforme, puisque justement il ne l'a pas encore apprise). C'est sur la base de cette impression[23] et des impressions qu'il se fait de l'apprentissage de c, que le projet didactique se négocie.
En particulier P a besoin de s'appuyer sur les premières impressions de E pour lui faire dévolution[24] du projet de l'apprentissage de c.

3 Quelles tâches sont assignées à l'étude de l'élève et à l'accompagnement de ces apprentissages scolaires ?

a) L'action d'accompagnement se distingue-t-elle d'une action d'enseignement ?

Si nous considérons a priori le même modèle S (E, P, c) pour l'enseignement et l'accompagnement, pour un élève donné et pour un apprentissage donné (E et c fixés), les variations concernent le milieu de la situation (ce qui est donné en classe et donné en devoirs) et le répertoire de P (de l'enseignant et de l'accompagnateur).

Nous n'avons pas trouvé de texte officiel (ou de portée professionnelle) qui établisse des critères pour distinguer les exercices qui nécessitent la présence d'un professeur qualifié aux côtés de l'élève et ceux qui peuvent être confiés à son étude personnelle[25] .

Sarrazy (1995) propose une synthèse détaillée sur la notion de contrat didactique.

[23] Impression : Forme de connaissance élémentaire, immédiate et vague que l'on a d'un objet, d'un événement (Petit Robert). La communauté des didacticiens a eu besoin de distinguer les « conceptions » des « connaissances » : elles jouent le même rôle dans une situation, mais les premières ne correspondent pas directement aux savoirs mathématiques (elles sont erronées, leur domaine de validité est plus réduit, etc.). Nous aurons besoin tout au long de cette thèse de désigner une autre forme de « connaissance » (non mathématiques), qui est mobilisée par les acteurs dans certaines situations (non didactiques) et enclenche certains processus qui nous intéressent, mais qui ne correspondent pas directement à des savoirs (non mathématiques). Il est d'usage d'employer le mot « représentation » pour désigner cette forme. Or ce terme est fortement polysémique pour la Recherche (*Représentations*, Revue Educations, n° 10, 1996). Nous convenons donc d'employer « représentation » pour désigner les formes qui sont diffusées, culturellement ou collectivement partagées et « impression » pour désigner la forme personnelle correspondante, utilisée par l'acteur pour prendre une décision. Nous aurons encore l'occasion de préciser nos distinctions.

[24] Les théories de l'apprentissage mettent plutôt l'accent sur la motivation de l'apprenant et sur les raisons (le plus souvent extrinsèques aux contenus) de son ancrage (par exemple affectif ou relationnel) ou au contraire de son absence ou déni (couramment appelé « blocage »). La théorie des situations introduit le mot de dévolution pour désigner un « geste » professionnel qui appartient à la panoplie de P. Un enseignant ne peut contraindre un élève à s'impliquer cognitivement dans un apprentissage, mais il peut organiser des conditions qui favorisent cette entrée. Certaines conditions didactiques sont reproductibles, qui sans garantir un effet, augmentent les chances d'y parvenir. Ce sont bien de ces conditions modélisées que nous parlons ici (et non pas des conditions effectives, bien plus nombreuses et mêlées, bien moins reproductibles aussi, tant elles tiennent à des concours de circonstances et à des éléments infimes). Pour une définition plus théorique et plus détaillée de ce concept, nous renvoyons à Brousseau (1986a).

[25] Il semble au contraire que dans certains cas, les rétroactions de l'accompagnement de l'étude servent de régulateur officieux pour la conduite des enseignements. Ainsi certains enseignants reconnaissent modifier leurs critères de choix de ce qui peut ou non se donner à faire « à la maison », lorsqu'ils assurent eux-mêmes cette étude, ou lorsqu'en tant que parents ils aident leurs propres enfants à faire leurs devoirs. Nous avons

Nous nous sommes donc tournée du côté des institutions officiellement chargées d'accompagner les devoirs des élèves (tantôt disposant des savoirs du corps enseignant, tantôt non) ; pensant que la professionnalisation de tâches, jusqu'alors domestiques, rendrait nécessaire l'explicitation des différences entre enseignement et accompagnement.
Mais il n'est pas non plus facile de trier :

- pour un même répertoire d'enseignant (P fixé) : ce qui diffère lorsqu'il décide en tant que professeur du contenu des devoirs et lorsqu'il accompagne leur réalisation par l'élève ;
- pour un même milieu (devoir fixé) : ce qui diffère lorsque l'accompagnateur est reconnu comme enseignant (études dirigées) ou est reconnu comme un animateur (études surveillées, aide aux devoirs périscolaire, aide des parents).

La différence d'assujettissement semble s'effacer derrière la permanence des acteurs (un enseignant et un élève devant un exercice de mathématiques).
La différence de répertoire semble s'effacer derrière le contexte « d'aide aux devoirs » (un accompagnateur et un élève devant un devoir en mathématiques).

Bien des chercheurs (souvent dans le champ de la Sociologie de l'Education) relèvent que les définitions qui sont données de l'accompagnement des devoirs hors école, par des animateurs (Charte nationale de l'accompagnement scolaire d'octobre 1992[26]) et dans l'école sont très proches[27]. Ni les institutions (études dirigées, surveillées et périscolaires), ni les lieux, ni la qualification des intervenants (certains enseignants interviennent dans le périscolaire), ni les supports (il arrive qu'un exercice soit commencé en classe avec l'enseignant et terminé à la maison en guise de devoir) ne fournissent donc à première vue d'indices permettant de différencier les actions d'accompagnement de celles d'enseignement.

Chauveau et Rogovas-Chauveau (1996)[28], qui s'adressent aux acteurs du périscolaire, afin justement de préciser leur spécificité, prennent appui sur une répartition du temps :

- « l'apprentissage strictement scolaire », est celui qui se déroule dans les locaux et dans les horaires scolaires ;
- « l'apprentissage périscolaire », est « le temps du travail personnel, le temps de l'activité scolaire après l'école, le temps consacré à revoir, réviser, consolider, exercer, compléter, enrichir, ce qui a été étudié ou plus ou moins bien acquis à l'école ».

Ces actions se distinguent-elles précisément de celles de l'enseignant ?
Les mots choisis traduisent-ils les caractéristiques de l'accompagnateur ?
« Revoir et réviser » dénotent une reprise (sans que soit nié le fait qu'elle ait aussi lieu au sein de l'école).
« Consolider » dénote les difficultés inhérentes de l'apprentissage (sans que soit distingué si elles sont ordinaires ou non, spécifique de certains élèves ou non, ni si leur régulation est partagée avec l'école ou renvoyée à l'extérieur).

---

chaque fois observé qu'ils rectifiaient alors dans le sens d'une moindre quantité et d'une moindre complexité. Ces professionnels ne disposaient donc pas de critères fiables de décision.

[26] Charte signée le 7 octobre 1992 par les Ministère d'état, Ministère de l'Education nationale de la jeunesse et des sports et Ministère de la Solidarité de la Santé et de la Protection sociale, le FAS et les partenaires du milieu associatif et de l'Education.

[27] Par exemple Chauveau et Rogovas-Chauveau (1996). Les travaux de Glasman ou Dannequin font apparaître les effets que ces analogies de définitions évasives provoquent.

[28] L'article « Redéfinir l'accompagnement scolaire » est extrait d'une revue destinée aux professionnels du périscolaire, coéditée par le FAS et le CNDP, avec le soutien de ministère de l'Education nationale, du ministère de la Jeunesse et des Sports, du ministère de l'Aménagement du territoire, de la Ville et de l'Intégration.

« Exercer » dénote une régularité, une intensité, une persévérance pour des activités semblables et répétées.
« Compléter et enrichir » suggèrent des prolongements, des apports originaux (sans que soit précisés s'ils s'effectuent ou non sur des connaissances exigibles).
Tous ces verbes peuvent s'appliquer tant aux activités organisées par le professeur qu'à celles de l'élève durant l'étude et donner lieu à diverses interprétations, car ils réfèrent au langage courant (utilisé pour la communication entre les chercheurs et les acteurs de terrain).
Trop allusifs, ils ne peuvent convenir pour une définition dans une recherche.
Sont-ils adaptés à la situation effective de laquelle ils sont extraits ? Tout se passe comme si la communication des distinctions misait sur une compréhension raisonnable des partages didactiques et sur une traduction mesurée des indications fournies pour délimiter les actions qui régulent ce qui a été « plus ou moins bien acquis ».

b) Apprendre une leçon et effectuer un exercice d'application

Nous allons donc fixer a priori que les tâches confiées à l'étude consistent :

- à « apprendre » une leçon qui a été enseignée (expliquée) en classe ;
- à effectuer des exercices « d'application », c'est à dire des exercices pour lesquels une stratégie de résolution a déjà été enseignée (qui mobilise les connaissances en lien avec les savoirs établis) et qui ont déjà été rencontrés sous une forme analogue, effectués et identifiés en classe ;
- à se familiariser (s'entraîner) avec certaines connaissances déjà acquises, mais qui ont besoin d'être très assurées, car elles sont fondamentales (pour la cité ou pour l'avancement de l'enseignement).

Mais ces tâches traditionnelles correspondent-elles aux attentes d'aujourd'hui ? Peuvent-elles être annoncées sous cette forme aux partenaires éducatifs ?
La culture didactique commune est-elle si stable entre les diverses institutions qu'il ne soit pas nécessaire d'apporter de précision ?
Quelles sont les avantages d'une marge d'incertitude, quels en sont les effets indésirables ?

c) Organiser et contrôler l'exécution des devoirs

De même, du côté du parent, il est banal de dire que leur rôle est d'organiser, surveiller, contrôler, faciliter l'exécution de ces tâches.
Mais chacun peut associer aux mêmes expressions employées :

* des moyens différents :
  - faire apprendre, c'est faire comprendre ou faire répéter ;
  - faire réciter, c'est respecter l'ordre fourni ou favoriser une organisation personnelle ou culturelle ;
* des actions différentes :
  - aider , c'est encourager ou montrer ou stimuler ;
  - surveiller, c'est interroger ou menacer ou diagnostiquer ;
  - vérifier, c'est valider ou évaluer ou corriger[29] ou expliquer ;
* des indices différents :
  - résoudre, c'est lire des consignes et les exécuter ou prendre le temps de chercher une solution ;
  - savoir faire, c'est savoir reproduire ou savoir inventer ...

Des abus d'interprétations existent bien sûr dans les deux institutions.

---

[29] Une représentation simpliste, mais répandue, de l'aide à l'apprentissage consiste à faire disparaître (en « corrigeant ») systématiquement toutes les erreurs, pour ne laisser visible ou audible que ce qui est correct.

Par exemple :

- certains parents (qui disposent des connaissances et du temps suffisants) se transforment en enseignants à domicile[30], car le seul modèle didactique proposé dans la culture semble être l'imitation de l'enseignement ;

- certains enseignants exigent que les élèves fassent seuls chez eux, avant la leçon, les « activités préparatoires » consignées dans les manuels scolaires[31] (c'est à dire des questions extrêmement ouvertes, sans recours direct ni dans la situation elle-même, ni dans le corps du texte qui suit)[32].

Faut-il renvoyer dos à dos les acteurs abusifs ? Faut-il n'interpréter les reproches mutuels qu'en terme de « malentendu » ou de « dialogue impossible »?
Nous nous intéresserons aux conditions de fonctionnement de chaque rôle, en nous demandant si celles qui permettent un fonctionnement ordinaire sont ou non entretenues.

4 La situation didactique d'accompagnement

a) Similitudes et différences de l'enseignement et de l'accompagnement

C'est justement lorsque les mots, trop naturalisés dans les usages, ne permettent pas de détacher les distinctions fines que les modèles jouent pleinement leur rôle heuristique.
Un accompagnateur des devoirs des élèves (parent ou autre) occupe-t-il une des positions didactiques connues : P ou peut-être E ?
Quels sont les assujettissements de l'accompagnateur ?

---

[30] Les travaux qui dénoncent ce risque ne sont ni récents, ni isolés : Durning (1995, p 4) cite J. Beillerot qui s'interrogeait déjà en 1982, dans son ouvrage *La société pédagogique*, sur l'opportunité de transformer tout parent en enseignant.

[31] Le manuel est considéré comme l'objet faisant transition entre l'école et la maison. Il exporte une culture didactique scolaire vers l'institution familiale. Mais il est également soumis aux lois de l'édition. Les chapitres d'un manuel réifient le découpage des leçons qui est à la mode du moment. Les ouvrages contemporains présente le plus souvent la structure suivante :

- « activités de découverte »,
- texte développé des savoirs visés (accompagné d'illustrations, d'exemples, de démonstrations),
- résumé « à retenir »,
- exercices (souvent ordonnés par le degré de difficulté, explicitement gradués ou non),
- problèmes de recherche, ou de synthèse, prolongements divers.

Cette organisation ne laisse pas apparaître les modalités de conduite des séquences et les répertoires qui leur sont associés. Les activités dites de découverte sont en général des situations ouvertes (glanées dans le corpus de tests ou de situations adidactiques, puis adaptées). Par leurs caractères didactiques particuliers (connaissances non institutionnalisées, forme de résolution à faible idonéité, enjeu externe pour « écarter » certaines connotations ou pour amorcer la dévolution), elles n'ont pas l'apparence habituelle des exercices scolaires. Bien souvent, elle apparaissent simplement comme des activités « ludiques » (un critère apprécié dans l'univers de l'accompagnement scolaire). Mais elles sont souvent arrachées au milieu qui permettait, à leur origine, des interventions sophistiquées (questionnement clinique ou inclusion dans une situation didactique appropriée) ou encore des rétroactions matérielles (qui ne peuvent pas être substituées dans l'activité « papier-crayon » par l'évocation de ce milieu). Dénaturées, ces situations reposent sur la capacité de l'enseignant à conduire les découvertes (ce qui est en général hors de portée de tous les parents).

[32] Nous avons eu l'occasion de l'observer auprès de nombreux élèves reconnus en échec. Plusieurs enseignants nous ont également signalé cette pratique (chez leurs collègues). De manière plus générale, beaucoup de chercheurs signalent « l'ampleur démesurée du travail exigé des enfants et la sollicitation qu'elle impose aux parents » (P. Meirieu, in Dubet 1997, p 89) ; « En fait, les frontières entre le scolaire et le non scolaire sont devenues beaucoup plus floues [...] en matière d'aide aux devoirs » (B. Charlot, ibidem, p 65) ; « Les pères, surtout les mères, se "professionnalisent", suivant les programmes, achetant des revues spécialisées » (F. Dubet, ibidem, p 21).

Même s'il se place aux côtés de l'élève, apparemment dans une position similaire puisqu'il s'essaye à résoudre lui aussi le problème posé par l'enseignant (et n'est pas toujours sûr de savoir le résoudre), il n'est pas soumis à l'apprentissage[33].
Même s'il se place apparemment dans une position similaire au professeur, puisqu'il tient en main la solution du problème que l'élève doit résoudre devant lui, il n'est pas seul décideur du contenu de ses interventions (à commencer par le choix du problème). Il est fortement contraint par la production (juste ou fausse) d'une réponse de l'élève, dans des délais impartis par d'autres[34]. Ce n'est pas lui qui décidera en dernier ressort si la réponse (même mathématiquement correcte) est idoine (conforme aux usages de l'institution).
Et s'il n'a d'autre ressource que de fournir lui-même la solution à l'élève, à quoi reconnaît-on qu'il a remplit sa fonction d'accompagnateur ?
Quand à l'élève, il doit conjuguer deux assujettissements didactiques. La réponse qu'il donne au problème doit satisfaire à deux systèmes d'exigences qui ne manient pas forcément le même répertoire de connaissances.

b) Discussion

Toutes ces différences sont-elles significatives au point de nécessiter de nouveaux modèles ?
Il est probable que les idées qui circulent couramment sur l'accompagnement des devoirs fassent référence au rôle de P. Mais comme les répertoires des parents ne correspondent pas à ce poste, assimiler les deux types de fonctionnement ne peut qu'être source de distorsion entre les partenaires[35], de dépréciation des professionnels et de déceptions des bonnes volontés. Ne pas discriminer entre les deux fonctions dépouille chacune des institutions de ses ressources habituelles.
Il est évident que toutes les familles ne disposent pas des mêmes connaissances. Mais lorsque les milieux socioculturels se rapprochent, ainsi que le niveau d'étude dans la formation initiale, l'illusion n'est elle pas trop forte ?

La distinction est-elle seulement quantitative ?
Dans le cas où le parent est lui même enseignant, il ne mobilise pas le même répertoire pour accompagner ses enfants et pour enseigner à une classe. La dimension affective n'est évidemment pas semblable dans les deux cas, mais elle n'est pas seule en cause.
Il est vrai que certaines tâches sont rendues possibles, d'un point de vue professionnel, grâce à une mise à distance et une patience calculées et entretenues. Elles deviennent presque impossibles dans un environnement amical ou familier, dès que les investissements relationnel et émotionnel sont trop forts (ce problème ne se pose pas que dans l'enseignement).
Mais d'un point de vue strictement didactique, les conditions sont différentes :
- le professeur de la classe bénéficie d'une certaine mémoire de l'histoire didactique collective et individuelle, le parent bénéficie d'une autre mémoire de l'histoire didactique, plus privée, mais plus longue, moins contextualisée ;

---

[33] Rien n'empêche bien sûr qu'il se place dans une position auto-didactique et apprenne de ses interactions avec la situation ; mais celle-ci n'est pas intentionnellement organisée pour modifier ses connaissances, dans le cadre d'un contrat didactique.
[34] L'enseignant est bien sûr également soumis à certaines normes et aux programmes. Mais dans le cadre qui lui est fixé, il choisi les situations, l'ordre de présentation, le rythme de ses interventions. L'accompagnateur est moins contraint dans la forme et les finalités générales, mais il l'est beaucoup plus localement par le milieu de la situation qui est imposée.
[35] Y. Chevallard dénonce les effets de ne pas maintenir une distance suffisante entre les répertoires des enseignants et des parents : « Un écart inadéquat conduirait à mettre en cause la légitimité du projet d'enseignement, en en dégradant la valeur - les enseignants ne faisant plus alors que ce que les "parents" pourraient tout aussi bien faire eux-mêmes si seulement ils prenaient le temps de le faire ! »
Chevallard (1991), pp. 24-26.

- les exigences et les attentes du professeur de la classe sont en partie portées par l'institution (obligation, norme de qualification scolaires etc.), alors que les exigences du parent sont plus personnelles et en même temps très standardisées.
Le professeur et l'accompagnateur (même enseignant de métier) ne peuvent s'appuyer sur les mêmes indices et les mêmes légitimités ; leurs moyens d'action diffèrent. Par exemple, le professeur a la possibilité d'interagir collectivement avec la classe, alors que l'accompagnateur ne peut interagir que directement avec chaque élève (même s'ils sont plusieurs dans une même salle, et même s'il ont un devoir similaire).
Nous postulons donc que les répertoires du professeur et de l'accompagnateur diffèrent.

c) La structuration du milieu de l'accompagnement

Nous désignons par A la nouvelle posture didactique de l'accompagnateur des apprentissages scolaires de E.
Pour classer les différents types de rapports propres à une situation d'accompagnement d'un enseignement, nous nous sommes inspirée de diverses structurations de milieux didactiques existant dans la Théorie des Situations[36]. Ces modèles inclusifs décrivent les différents rôles du professeur et de l'élève dans le système d'enseignement, de manière à les présenter chacun comme un comportement réflexif relativement au précédent. Chaque situation devient le milieu de la situation de rang supérieur.
Nous avons centré les indices sur la situation didactique de l'institution d'accompagnement.
$M_{n+1} = S_n$ est un système d'interactions entre M_n, E_n et A_n.

M_{-3}		milieu matériel	
M_{-2}	S_{-3}	situation objective	résolution d'exercice mémorisation de leçon
M_{-1}	S_{-2}	situation d'action (résolutions)	les devoirs[37]
M_0	S_{-1}	situation d'apprentissage	étude personnelle de l'élève
M_1	S_0	situation didactique d'accompagnement des apprentissages	séquence d'aide aux devoirs
M_2	S_1	situation d'accompagnement de la scolarité	rôle didactique des parents de l'élève

L'élève E est modélisé selon un emboîtement d'assujettissements.
Au niveau i, le sujet « se regarde » agir au niveau (i - 1) et, en tant qu'acteur du niveau i, il est susceptible de modifier sa posture de niveau (i - 1) dans une prochaine situation analogue.

[36] Brousseau (1986 b et 1988 a) ; Margolinas et Steinbring (1993) et Margolinas (1995).

[37] Nous distinguons M_{-3} le texte des exercices à résoudre, ou le texte du savoir à apprendre, éventuellement d'autres éléments matériels que l'élève doit réunir (des jetons, du papier millimétré, etc.) ;
M_{-2} les exercices à résoudre (ou l'apprentissage du texte du savoir) dans le cadre d'un certain contrat (par exemple une idonéité à respecter) et M_{-1} le devoir que le professeur donne à effectuer : apprendre à propos des résolutions d'exercices et du texte du savoir (éventuellement avec des reprises de la situation précédente, l'élève peut avoir besoin de faire plusieurs essais pour arriver à une réponse juste, puis conforme, puis reproductible et contrôlable, puis fluide et familière, etc.).

	l'élève :		assujetti :	pour l'observateur :
E_{-2}	agissant	résout l'exercice mémorise le savoir	à l'action (résultat juste)	observable
E_{-1}	apprenant	apprend des rétroactions (modifie ses conceptions)	à l'apprentissage (réponse juste)	donne lieu à des hypothèses
E_0		interagit avec l'accompagnateur	à un double contrat didactique (réponse idoine pour le professeur et satisfaisante pour l'accompagnateur)	observable interagit avec l'accompagnateur
E_1	réflexif	étudie (assimile et rend familière des connaissances)	au métier d'élève (réussite scolaire)	communique avec l'accompagnateur
E_2	futur citoyen	remplit ses obligations scolaires[38]	contrat social d'éducation	peut répondre à un questionnement extérieur

L'élève superpose deux assujettissements : celui de l'enseignement et celui de l'accompagnement.

Nous appelons A le parent-accompagnateur (en tant que fonction, indépendamment de l'identité ou du statut de la personne[39]). Nous ne considérons le rôle de ce modèle A que lorsqu'un indice didactique est identifié, lorsque l'accompagnateur vise une modification de certains rapports de l'élève avec une des situations précédemment citées (c'est à dire au moins à l'un des niveaux du modèle)[40].

---

38 Nous distinguons E_{-2} qui résout l'exercice, E_{-1} qui apprend à propos de cet exercice (éventuellement résolu par un autre), E_1 qui intègre cet apprentissage à l'étude du savoir correspondant (éventuellement en faisant des impasses ou des extra non prévus par le professeur), E_2 qui s'acquitte de son devoir envers le professeur (éventuellement formellement et sans rien n'avoir appris, ou d'une manière qui n'est pas recevable par le professeur bien qu'il ait étudié avec conscience et honnêteté).

39 Le parent peut être l'accompagnateur de l'institution familiale, mais ce poste peut être partiellement assuré par un autre membre du cercle familial : soeur ou frère, grand-parent, ami etc. ou encore être confié à un intervenant extérieur. Nous verrons que tous les niveaux didactiques ne peuvent pas se déléguer de manière uniforme. Certains chercheurs ou acteurs de terrain comprennent ou s'offusquent qu'un parent se fasse représenter dans l'école par l'aînée des enfants. Il conviendrait de distinguer plus précisément dans le vocabulaire utilisé pour communiquer, les différents assujettissements de l'accompagnateur d'études. Il en est de même pour le rôle que doit jouer l'animateur périscolaire. Les débats sur l'opportunité ou non de relayer les familles traitent souvent « du rôle de parent d'élève », sans préciser qu'il en existe plusieurs, qui ne peuvent pas tous se déléguer, y compris pour le suivi des apprentissages scolaires.

40 Remarquons que cette définition rejette de notre analyse le cas d'une simple écoute ou d'interactions bienveillantes qui seraient totalement dénuées d'intentions didactiques (sans référence à un rapport aux savoirs, et à leur apprentissage). Pourtant, il est indéniable que de telles attitudes familiales puissent favoriser les apprentissages mathématiques des élèves. Nous plaçons cette catégorie d'interactions familiales parmi les conditions d'un milieu qui serait autodidactique pour l'enfant. Ce dernier utiliserait le milieu (sans intention) pour formuler ses connaissances, les affermir, les tester sous son propre contrôle ... Nous pensons que ce cas de figure est assez rare, car les interactions intentionnellement bienveillantes, qui ne font pas référence explicitement à un contenu de savoir, s'appuient souvent sur des impressions, qui elles font référence aux savoirs mathématiques ou aux efforts que nécessite tout apprentissage.

Si nous considérons les interactions de A avec chacun des milieux du modèle, nous obtenons quatre types de rapports susceptibles de commander ses régulations didactiques :

1) ses rapports personnels aux mathématiques (M_{-3}) ;

2) ses rapports aux interactions de l'élève face aux mathématiques (M_0) ;

3) ses rapports à l'apprentissage scolaire de l'élève en mathématiques (M_1) ;

4) ses rapports à l'enseignement dispensé à l'élève en mathématiques (M_2).

Pour réguler, l'accompagnateur peut agir sur chacun de ces quatre milieux.
Mais les moyens dont il dispose pour modifier les actions de E à chacun des niveaux ne sont pas équivalents :

1) il peut observer E_{-2};
2) il peut évoquer E_{-1} (par inférences hypothétiques);
3) il peut interagir avec E_0 ;
4) il peut communiquer avec E_1.

Pour anticiper une amélioration de ses propres actions, il peut mettre en confrontation les données qu'il recueille et mesurer les écarts :

- entre ce que fait E_{-2} et dit E_0 ;
- entre le résultat de sa communication avec E_0 et l'action future de E_1 ;
- entre ce qu'il avait prévu de faire ou de dire à la suite de l'observation de E_{-2} et ce qu'il a fait en interagissant avec E_0.

d) Le parent devant un problème mathématique

Le milieu M_{-2} est constitué par l'énoncé d'un exercice ou du texte d'un savoir (milieu matériel M_{-3}) accompagné d'un projet didactique externe : il s'agit de le résoudre ou de l'apprendre pour répondre aux exigences de l'institution scolaire.
Face à M_{-3}, le parent-accompagnateur peut chercher à se positionner personnellement, engager ses connaissances pour tenter de résoudre le problème, de comprendre le savoir. Aucune institution didactique ne l'y contraint. Il en porte seul la responsabilité.
Le rapport aux mathématiques est, pour l'adulte en général, un rapport ancien et très enfoui. Il adopte donc une position semblable à celle de E (mais la situation n'est pas pour lui didactique ; elle renvoie à une position connue passée) qui peut être douloureuse pour le parent :

- à vivre personnellement ;
- à exposer devant son enfant ;
- à exposer publiquement, devant des personnes qui lui sont étrangères.

Relativement au problème, le parent est dans la même position que l'enfant (évidemment pas, relativement aux autres milieux). Il peut devenir un concurrent devant la résolution. Il peut produire une réponse juste, fausse ou pas de réponse (peut être des résultats partiels). Son répertoire scolaire porte les traces du temps t - n (les programmes, les modes de transmission, le vocabulaire, les contrats etc.) qui sont éventuellement différentes du répertoire scolaire du temps présent t. Il peut ou non être commun ou proche de celui d'autres adultes de sa génération (parents ou enseignants). Il a peut-être été partiellement remplacé entre temps par un autre répertoire, emprunté à son institution professionnelle (marquant certaines transpositions et en effaçant d'autres).

Notre modèle délaisse de la même façon le cas où le parent jugerait les rapports que l'enfant entretient avec le problème à résoudre, ses apprentissages ou même sa scolarité, sans aucune intention didactique (nous n'en concluons pas non plus pour autant qu'un jugement émis intentionnellement ou non, explicitement ou non, n'aura aucun impact sur les rapports de l'enfant avec les mathématiques).

Remarquons que l'accompagnateur n'est en général pas seul au moment de la confrontation directe avec l'exercice, que le temps de résolution est de ce fait fortement limité et qu'il n'a pas choisi le milieu M_{-2} (contrairement à P1[41]). C'est pourquoi nous avons inclus cette position dans le modèle (d'ordinaire détachée de la situation didactique en ce qui concerne le professeur) : c'est un moment de l'accompagnement souvent identifié par l'enfant.
Nous appelons A_{-1} : l'accompagnateur dans une position directe avec le milieu M_{-3} (qu'il n'a pas choisi et qu'il ne peut modifier)

e) Le parent et la résolution du problème par l'enfant

Le milieu M_0 est constitué par les réponses, les questions, les hésitations, les erreurs, le rapport aux savoirs mathématiques de l'élève, ainsi que les savoirs scolaires déjà enseignés à l'élève qui permettent une solution idoine (éventuellement différente de la solution spontanée du parent).
L'élève peut rencontrer des difficultés de manière très locale (pour cette résolution précise) ou de manière fréquente et pour laquelle des hypothèses de dysfonctionnement ont été émises par le parent ou par l'extérieur (l'enseignant, un spécialiste consulté, un ouvrage, etc.).
« Derrière » l'élève E_0 avec lequel l'accompagnateur interagit, E_{-2} peut avoir agi sans que E_{-1} soit dans le projet d'apprendre quelque chose du résultat de cette action. Le sujet apprenant, E_{-1}, est en principe intéressé par la connaissance qui lui permet de gagner à tous les coups. Il modifie les positions de l'acteur E_{-2}, quitte à perdre certaines « parties »[42] pour élaborer une stratégie de résolution. Un élève en échec cherche au contraire souvent à éviter les situations incertaines pour lui. Il se place alors préférentiellement dans une position E_{-2} qui lui permet de reproduire les mêmes réussites en écartant les déstabilisations, même si elles conduisent à un apprentissage.
Après une erreur, l'accompagnateur peut corriger la réponse de l'élève E_0 (son répertoire supplée au répertoire de contrôle de E_{-1}).
Mais il peut aussi intervenir avant ou après la production d'une réponse par l'élève, en agissant sur : - le milieu objectif : il enrichit le milieu M_{-3} par l'apport d'objets matériels, de schémas, de vocabulaire, etc. (il facilite l'action de E_{-2}) ;

- le répertoire de E_{-2} : il fournit un algorithme (ou il montre la solution) qui résout l'exercice (mais que E_{-1} ne pourra peut-être pas contrôler) ;
- le contrôle de E_{-1} : il interagit avec E_0 et lui désigne le lieu de l'erreur, il suggère une cause présumée de celle-ci ;
- le répertoire de E_{-1} : il explique, il propose une phase d'exercices systématiques sur un point précis ;
- la situation d'apprentissage S_{-1} : il propose un enjeu, impose un temps limité, provoque des déstabilisations par un questionnement de type clinique destiné à éprouver la sûreté de la réponse de l'élève, fait dévolution du contrôle de la validité, etc.

Selon que l'intervention se situe avant ou après les essais de l'élève, selon qu'elle se reproduise plusieurs fois, d'autres milieux objectifs seront choisis par A, qui prend alors une position P dans la situation S_0. Mais A_0 est contraint de revenir au projet initial M_{-2} imposé par le professeur. Il peut juste l'évoquer ou encore laisser à E le soin de le résoudre sous son propre contrôle (étude personnelle), après avoir bénéficié des interactions dans S_0 (sur M_{-3} ou sur d'autres milieux objectifs plus ou moins semblables).

---

41 Le professeur qui prépare sa leçon en privé, peut se placer devant le milieu M5 avec son répertoire personnel. Puis, lorsqu'il le considère du point de vue de la transmission, le répertoire devient didactique et sa position devient celle de P_1.
42 Nous faisons référence au vocabulaire de la Théorie des jeux, habituel dans la Théorie des Situations. Voir par exemple Brousseau (1998), pp. 82-85.

Nous appelons A_0 l'acteur de ces interactions (au niveau de la situation didactique de l'accompagnement). Remarquons que, contrairement au professeur, l'accompagnateur ne peut guère aménager de temps de réflexion avant de prendre ses décisions, il ne peut prévoir (comme peut le faire P_{-1}) de situation a priori (concevoir un milieu et un « scénario » didactique qui poursuit une finalité plus large que l'objectif présent), son rôle est de réguler localement.
E_0 de l'institution d'accompagnement ne peut se départir complètement de ses assujettissements scolaires, il remplit deux contrats (remarquons que les situations ne sont pas symétriques, l'assujettissement de l'accompagnement se manifeste probablement moins dans la classe).
L'accompagnateur n'a le plus souvent pas accès à ce qui se produit en classe (il ne peut communiquer avec le répertoire du niveau 0 de l'institution d'enseignement).
L'assujettissement de A_0 n'est en principe que transitoire, car l'accompagnement (niveau S_1) vise à terme une étude autonome de E (E_1 dirige seul son étude S_{-1}).
C'est ce niveau d'intervention qui peut être confié (sous le contrôle de A_1) à un intervenant extérieur, à une institution spécialisée dans l'accompagnement des apprentissages.
Un accompagnateur professionnel ne gère pas le niveau -1 tout à fait de la même façon qu'un parent, car il est assujetti à une institution, qui fixe un rapport institutionnel avec le savoir mathématique : il est entendu ou non que le professionnel doit être capable de résoudre tous les devoirs confiés aux élèves. Par contre, il ne gère pas les niveaux suivants. D'autres assujettissements les remplacent (l'élève est un « client » de l'institution d'accompagnement).

f) L'accompagnateur et la situation d'enseignement

Au niveau S_1, l'accompagnateur prend une tierce position dans le système d'enseignement S (E, P, c), il peut chercher à modifier, à améliorer :

- l'impression que se fait E du rôle d'élève qui est attendu de lui, et son « épistémologie » qui interprète les contrats didactiques (d'enseignement, avec l'enseignant)[43] ;
- les conditions de la situation scolaire (éventuellement un changement de classe ou d'établissement[44]) ;
- les interactions de E aux niveaux inférieurs du modèle en décidant d'un appui extérieur (il se fait remplacer au niveau 0).

Nous appelons A_1 ce rôle du parent-accompagnateur.
L'assujettissement au niveau S_1 se prolonge durant la scolarité de E, au moins jusqu'à sa majorité (pour le contrôle des acquisitions de E et des conditions de son apprentissage). Il ne peut être confié à une autre personne (sauf en cas de tutelle). Durant la scolarité obligatoire, aucun parent ne peut se soustraire à cet assujettissement (même s'il décide de ne pas scolariser son enfant) : tout citoyen est lié avec l'état par un contrat social.

[43] Les aspects relationnels entre l'élève et l'enseignant sont bien mis en évidence comme une dimension importante pour la réussite des interactions en classe. Mais les bonnes relations ne tiennent pas qu'aux personnes, ils sont régis par les assujettissements. Nous pensons qu'établir une épistémologie compatible avec celle qui est attendue par l'institution est aussi un moyen de réguler les interactions de classe, même si les personnes ont peu à échanger entre elles (ni l'élève, ni le professeur ne se sont « choisis »).
[44] Nous considérons toujours la « lame » didactique des actions du parent, mais il est évident que d'autres dimensions interviennent et pèsent lourd dans les décisions effectives.

g) L'accompagnement didactique en présence d'un tiers

Nous introduisons un cinquième rapport : celui que le parent entretient avec la situation métadidactique globale. Nous modélisons cette position par A_2.
C'est une position réflexive par rapport à la fonction d'accompagnateur des apprentissages scolaires. C'est à ce niveau que le parent communique à propos de son rôle, que la littérature spécialisée pour parents le contacte, que le formateur en éducation familiale le touche.
C'est aussi à ce niveau que le chercheur l'interroge et puisque nous envisageons d'observer en direct des interactions familiales, il nous faut prévoir un niveau d'analyse qui distingue :

- dans les commentaires de l'interviewé, la part qui est due à ce qu'il pense devoir dire à l'interviewer ;
- dans les observations de l'acteur, la part qui est due aux effets de l'observateur dans la situation.

Ce niveau du modèle pourrait constituer l'indice zéro d'une situation didactique de formation parentale. La situation S2 constitue donc le milieu de l'intervenant-formateur.
Elle serait conçue comme transitoire, et devrait viser à terme un accompagnement autonome par la famille (niveau S_{-1}).

h) Synthèse

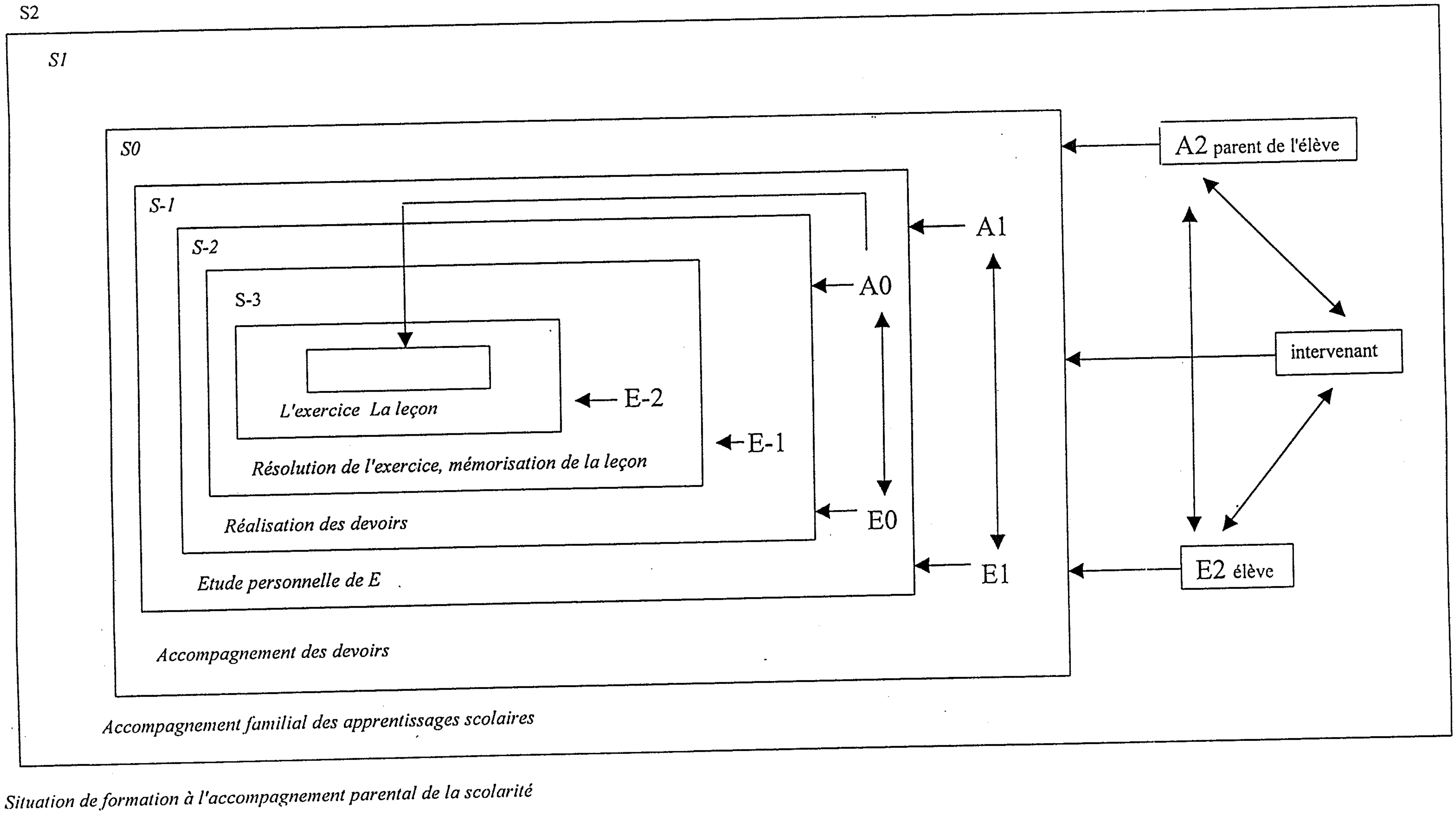
Nous résumons l'emboîtement des situations par le schéma (Fig. 1) présenté page ci-contre.
Les différents assujettissements du parent-accompagnateur sont rassemblés dans le tableau suivant :

A_{-1}	devant le problème à résoudre (M_{-3})	il décide de telle méthode, de tel calcul, avec son propre répertoire mathématique (scolaire, professionnel)	assujetti à la réponse juste
A_0	devant la résolution de l'enfant, ses hésitations, ses erreurs, ses questions (M_0)	il décide de laisser l'enfant chercher ou de lui fournir un indice, d'expliquer avec son répertoire didactique	assujetti à la résolution effectuée (contrat scolaire)
A_1	devant la situation d'accompagnement (M_1)	il décide d'acheter un manuel d'exercices corrigés, de chercher un intervenant qui donne des cours particuliers	assujetti à la réussite scolaire de l'enfant
A_2	en présence d'un tiers (présent ou évoqué)	il montre ce qu'il sait faire pour accompagner, il essaye de se conformer aux attentes extérieures ou prépare des arguments pour défendre la position qu'il a choisi d'adopter	assujetti à la réussite de l' accompagnement familial

Nous dirons, lorsqu'un parent exécute les devoirs à la place de E sans manifester aucune intention didactique à l'égard de E, qu'il n'est pas dans une position didactique A_0.
Par contre, si nous pouvons identifier la marque de l'assujettissement A_1 (le parent n'a pas résolu le problème M_{-3} seulement pour lui-même, parce qu'il était par exemple intrigué par l'énoncé ; mais aussi par ce que ce problème était un devoir M_{-2} exigé par l'institution scolaire), nous considérerons que le parent est en position d'accompagnateur de la scolarité de son enfant. Cette réaction aux devoirs peut-être exceptionnelle (ce soir-là, l'enfant était trop fatigué, le devoir était particulièrement difficile, etc.) ou fréquente (le parent a une manière de concevoir son rôle d'accompagnateur qui est inadaptée aux attentes de l'institution scolaire, ou bien il ne dispose d'aucun répertoire didactique permettant de faire face au cas où l'élève ne parviendrait pas seul à réaliser ses devoirs).

Figure 1

Structuration des milieux de l'accompagnement



L'interprétation des comportements parentaux exige donc, pour être pertinente avec ce modèle, de collecter un certain nombre d'informations, sur une durée minimale (il n'est pas toujours possible de trancher à partir d'un seul état).
Nous interpréterons le cas d'un parent qui se place dans une position proche de l'élève de la manière suivante (étant entendu qu'un parent ne peut se soustraire à l'assujettissement de niveau 1).

Le parent peut chercher à résoudre au niveau -1 et ne pas se placer dans une position didactique au niveau 0 ; c'est à dire qu'il interagit « d'égal à égal » avec E qui se trouve alors seul responsable de la réalisation de son devoir. Les commentaires ou questions du parent (non motivées par une intention didactique, mais par la situation de résolution par le parent) sont pour lui un complément du milieu de E_{-1} (qui le complexifie).

Mais cette attitude du parent peut n'être que fictive ; le parent n'est alors pas dupe (l'élève pas toujours non plus) du fait que son action modifie celle de E. Il peut espérer que ses interactions (mêmes naïves) agisse sur le répertoire de connaissances de E (par exemple en lui donnant l'occasion de s'affermir). Dans ce cas, nous identifions une stratégie didactique, c'est la manière dont A_0 gère la situation S_0 qui nous fournira des indices sur la nature du répertoire du parent (connaissances didactiques pour réguler les effets produits sur E ou simples impressions qui ne peuvent contrôler la situation au niveau 0).

Un parent qui n'interviendrait jamais dans la réalisation des devoirs en mathématiques (pas de position A_0) et n'interviendrait jamais dans le suivi des acquisitions (parce qu'il laisse ce rôle A_1 à son conjoint par exemple), a tout de même l'occasion de jouer un rôle (même ténu) dans l'accompagnement didactique de la scolarité de son enfant (A_2) en marquant un intérêt, en l'encourageant pour ses efforts (sans se sentir impliqué dans le contenu) et en aménageant les conditions de l'étude personnelle de E en mathématiques (en prévoyant un moment dans l'emploi du temps de la vie familiale pour que son enfant réalise ses devoirs de mathématiques, etc.).

5 Le répertoire de l'accompagnement didactique

a) Un répertoire pour prendre des décisions didactiques

Qu'est ce qui permet au parent de penser que son enfant a appris sa leçon de mathématiques ?
Que faire quand il ne la sait pas suffisamment ?
Que dire quand il se trompe ?
Bien que, comme dans toute situation effective, la composante didactique soit imbriquée dans un ensemble d'anticipations, d'observations, de décisions, de régulations pédagogiques, relationnelles, sociales, etc., un certain répertoire didactique (même élémentaire) est nécessaire au parent-accompagnateur pour prendre ses décisions (se taire, poser une question, choisir un exemple, etc.).

b) Trois tensions et un milieu

L'accompagnateur A doit prendre en considération des éléments relatifs :

- aux contenus mathématiques ;
- aux capacités de l'élève ;
- au projet scolaire.

Ses décisions sont soumises à trois types de contraintes :

- la validité mathématique ;
- les intérêts de l'enfant ;
- les exigences scolaires.

En considérant artificiellement les cas limites où l'une de ces trois tensions viendrait occulter les deux autres, nous obtenons trois caricatures d'accompagnement et pouvons envisager leurs dérives respectives :

- le « résolveur de problème » (A veut tellement préserver la justesse mathématique, qu'il « oublie » la transmission des connaissances et s'implique personnellement dans la réalisation du devoir) ;
- le « défenseur de l'enfant » (A cherche tellement à faciliter l'apprentissage, qu'il « oublie » que certains désagréments sont inhérents à la position E et renforce les réticences « naturelles » à accepter les dévolutions hasardeuses) ;
- le « gardien des institutions » (A défend tellement au pied de la lettre les exigences formelles de l'institution scolaire, qu'il « oublie » de ménager les conditions qui permettent à E de se tromper et d'apprendre, et réduit le rapport aux savoirs à une dimension utilitariste).

De la même manière, en considérant les cas où deux tensions équivalentes négligeraient la troisième, nous obtenons trois autres caricatures et leurs abus respectifs :

- le « stimulateur » (A cherche tellement à développer les connaissances mathématiques de E, qu'il « oublie » les exigences sociales et scolaires de l'enseignement et déprécie le fait de s'y référer) ;
- le répertoire de l'« éducateur » (A cherche tellement à améliorer les compétences « transversales » et les méthodes de travail de E, qu'il « oublie » de les actualiser sur chaque contenu et dispense un accompagnement didactique fictif) ;
- le répertoire de l'« entraîneur » (A cherche tellement à améliorer les performances scolaires de E en mathématiques, qu'il « oublie » que les connaissances ne sont pas contenues dans les présentations idoines du savoir et que E doit se les approprier).

Dans ces cas de figure, le risque est que A laisse peu de place aux interactions de E avec le milieu didactique (soit pour éviter de le fausser, soit pour éviter à E de s'y confronter, soit pour éviter de le remettre en question).

La situation didactique objective S_{-3} pourrait, si elle était conçue à cette fin, soulager en partie l'accompagnateur de ces trois tensions :

- en contenant les solutions des questions, en maintenant les questions proches du savoir ;
- en étant adapté au répertoire de l'élève, en permettant plusieurs essais et des rétroactions, qui ne font pas intervenir l'autorité d'un tiers ;
- en indiquant, avec les solutions, les formes de présentation qui sont attendues, en maintenant une certaine marge de manoeuvre pour l'apprentissage.

III Méthodes expérimentales

1 Les positionnements généraux de la recherche

Une précédente recherche, Genestoux (1995), a permis de constituer un corpus d'observations directes d'interactions didactiques familiales, qui n'a jusqu'à présent pas été entièrement exploité et que nous nous proposons maintenant de dépouiller à l'aide de ce nouveau modèle.

Ce corpus nous sert donc, dans la présente recherche, de pré-expérimentation pour mettre à l'épreuve notre modélisation (qui supportera peut-être les protocoles expérimentaux futurs[45]).

[45] Nous dirons que le modèle précédent n'est qu'un E-modèle. Pour que la modélisation soit complète, il faudrait déterminer un T-modèle, falsifiable c'est à dire articulé avec des possibilités de réponses expérimentales, puis procéder à des expériences pour le valider. Notre E-modèle est seulement heuristique, notre démarche a été en réalité dialectique entre concepts et observations (en partie antérieures à cette recherche). Nous avons présenté le modèle sous la forme la plus achevée. Le chapitre suivant expose les dernières analyses du corpus initial que ce E-modèle a finalement permis. Seuls la pertinence (le E-modèle

En effet, il s'agit de vérifier que chacun des niveaux distingués correspond bien à un répertoire de connaissances différent. Les propriétés heuristiques du modèle seront également testées. Ces distinctions permettent-elles de faire apparaître des phénomènes nouveaux ?
Mais avant de présenter le dispositif qui a permis le recueil des données, il convient de revenir sur les choix méthodologiques de la recherche en cours.

a) Décrire et interagir

L'entourage proche de l'élève, le plus souvent sa famille, a vraisemblablement un rôle didactique à jouer dans le projet de transmettre des savoirs mathématiques à tous les citoyens.
Une première analyse, sous le contrôle des théories didactiques, a permis de dégager quelques fibres qui tissent cette fonction dans l'organisation sociale. Mais la lente délimitation d'un objet scientifique ne fait que commencer.
Les chapitres suivant vont tenter d'insérer les interactions didactiques familiales parmi les objets d'étude de la communauté des Didacticiens des Mathématiques. Nous cherchons pour cela à découper dans l'observable un système de contraintes et de nécessités qui permette une relative autonomie théorique. Après les premières adaptations empiriques, les validations logiques et théoriques, il faudrait encore soumettre nos conjectures à l'expérience.
Or chaque événement que nous rencontrons est englué dans sa gangue culturelle ; il fait aussi le plus souvent l'objet d'explications exogènes. Chaque nouvel apport retarde considérablement la progression de l'ensemble.
De plus, notre contribution à la compréhension des phénomènes liés à la fonction didactique familiale s'organise autour de finalités pragmatiques (qui visent à permettre des prévisions, des régulations préventives et des améliorations).
Pour ces deux raisons, nos dispositifs expérimentaux (nous en bâtirons deux dans cette thèse) ne peuvent qu'être alourdis de complexité et les données que nous recueillerons lors de cette recherche seront peu commodes encore à traiter d'un point de vue statistique.
C'est pourquoi nous avons choisi de borner nos investigations aux premiers degrés de la théorisation.
La thèse ne contiendra par conséquent ni l'intégralité des traitements que nous avons envisagés pour les matériaux de nos observations ; ni les hypothèses nulles et les systèmes de preuve qui sont habituels dans une communauté scientifique. Les confrontations à la contingence ont ici pour fonction de dialectiser la recherche théorique, de déterminer les observables de base (pertinents relativement à nos conjectures principales) et d'écarter certaines pistes trop coûteuses ou hasardeuses pour de futures recherches.

b) Observer les pratiques courantes

En choisissant le cadre explicatif de la Didactique, nous avons d'emblée annoncé que nous appréhenderons la fonction didactique des familles comme un régulateur dans un système social plus vaste, qui transmet des savoirs mathématiques.
Nous pensons que les pratiques quotidiennes et répétées des familles expriment plus durablement leur épistémologie que les interventions ponctuelles et les réactions isolées.
Cette présomption complique considérablement l'approche empirique. Comment pénétrer la vie privée des familles pour observer des actions fréquentes, mais probablement furtives, et qui sont prétextes à tant de discours médiatisés que l'effet d'un observateur ne peut raisonnablement être tenu pour négligeable ?

---

prend en compte des éléments significatifs) et l'adéquation pour répondre à un certain nombre de questions sont traitées ici. La consistance et la compatibilité théoriques (contradiction avec la logique et la théorie), la validité, la fiabilité et la prédictibilté ne seront pas abordées ici. Le vocabulaire (E-modèle et T-modèle) fait référence aux interventions de G. Brousseau à l'Université d'été de La Rochelle, 1998 (à paraître).

D'autres chercheurs ont contourné ces empêchements.
Pour pouvoir disposer d'indicateurs objectifs et pratiques, ils ont référé les objets de leur étude aux institutions sociales[46]. Chaque institution (qu'elle soit scolaire, d'accompagnement ou d'appui) délimite une fonction dans le système d'enseignement et les entrées / sorties peuvent se comptabiliser[47].
Mais ce choix méthodologique présente à nos yeux deux inconvénients majeurs pour approcher les phénomènes qui nous occupent :

D'une part, nous estimons que la pertinence pragmatique des résultats pâtit de trop de réductions.

D'autre part, les indices retenus ne filtrent que certaines des régulations didactiques des parents : celles qui consistent à changer son enfant d'établissement, à choisir un soutien, à accepter ou non l'orientation proposée par l'école ...
Nous qualifierons ces pratiques d'« extraordinaires » parce qu'elles se produisent de manière erratique au cours de la scolarité[48]. Elles sont peut-être dues à des comportements familiaux prégnants du point de vue des savoirs mathématiques. Mais nous supposons, alors, que les effets se manifestent aussi très probablement sur les actions régulières de la famille.

- La première critique rejoint les constats que d'autres didacticiens ont déjà pu faire ; ce type de méthodes fait subir des distorsions significatives aux faits didactiques (ce qui s'observe dans les classes diffère sensiblement des données standardisées dont dispose l'institution scolaire). Les théories de la Didactique s'efforcent de comprendre, sans les confondre, les phénomènes d'apprentissage et d'enseignement, ainsi que les traitements institutionnels et sociaux qui en sont faits.
- La seconde critique n'est pas uniquement théorique, elle engage les conséquences des diffusions. Nous pressentons que produire des déclarations à propos du rôle des parents des élèves, qui seraient trop générales et détachées de leurs contraintes effectives, conduit à condamner à plus ou moins long terme les régulations didactiques de proximité[49]. Il nous faudra, dans la thèse, apporter des éléments pour qu'une semblable conjecture soit un jour démontrable. Mais comment préserver l'ordinaire, si seules les décisions extrêmes paraissent dignes d'être remarquées ? Comment constituer un répertoire commun pour les partenaires de l'éducation, si des injonctions vidées de leur raison d'être (les apprentissages) peuvent

[46] Certains travaux repèrent par exemple les réussites et les échecs à partir de données officielles (examens, notes trimestrielles, redoublements, filière, côte de l'établissement ...). Mais ils ne peuvent atteindre ainsi ce qui se joue effectivement en situation, car les indicateurs terminaux ne constituent qu'une partie des indices des partenaires et n'expliquent pas comment le processus se déroule.
[47] Il n'est pas toujours si facile de les interpréter. Des conclusions contradictoires peuvent être déduites des mêmes données, selon la manière dont elle sont traitées. Par exemple à propos du choix des parents de l'enseignement public ou privé : A. Léger (1997) et le dossier de la DEP (1996) ; Economie et statistique INSEE ; 3 n° 293.
[48] Par exemple, même si les parents « zappent » entre l'enseignement public et privé, une fois l'inscription effectuée, l'enseignement des mathématiques se poursuit, les pratiques quotidiennes s'adaptent et un nouveau rythme s'installe dans la durée.
[49] Qui pourrait empêcher un parent de rêver que son enfant vive sa scolarité « comme les autres » et une fois que ce droit est acquis, de rêver qu'il la vive « mieux que les autres » ? Quels sont les enseignants, qui en position de parent, n'ont pas un jour ou l'autre essayé de mettre à profit leur proximité avec le système pour éviter le pire ? Nous voulons croire qu'il est possible d'éviter de renforcer encore la « culture de crise » qui se développe entre les partenaires de la transmission des savoirs. L'attitude qui consiste à dénoncer auprès du public les comportements de « consommateur d'école » des parents, contribue à les entretenir, du seul fait que l'information a élargi le champ des éventualités. Le seul mépris devient alors, du moins nous semble-t-il, un bien faible rempart. Si une explication scientifique ne garantit pas les effets néfastes, elle peut peut-être économiser quelques excès.

s'exprimer à l'encontre des familles, sans que soit respecté l'écosystème[50] qui fait vivre les actions ?
Remarquons que les entrées / sorties fournies par les institutions, bénéficient d'emblée des références culturelles communes pour être compris. Disposer ainsi de la base interprétative la mieux partagée dans une société est un avantage qui n'est nullement négligeable dans un contexte de débat contradictoire, où il est opportun de pouvoir argumenter au bon moment, pour convaincre ou se justifier. Or, il semble que les travaux faisant état des pratiques familiales ou des effets de ces pratiques sur la réussite scolaire sont particulièrement sujets aux pressions idéologiques, politiques, économiques et institutionnelles.
Nous soupçonnons que certaines recherches, qui mettent en scène les parents et l'école, ont une fonction plus rhétorique qu'instrumentale dans la gestion de notre société. Nous tenterons de nous préserver de ses effets éventuels, lorsque nous récolterons des données. L'exemple suivant étaye notre point de vue.

c) Les effets des motivations exogènes

L'attention que porte actuellement la noosphère aux familles des élèves, ne serait-elle pas à comprendre essentiellement comme un message adressé à d'autres interlocuteurs ?

Rapportons les résultats d'une enquête réalisée en 1993[51], par convention passée avec la DEP[52] et qui a pour objet d'étudier les différences de pratiques éducatives familiales au niveau du collège.
Nous remarquons que, comme souvent, les entretiens concernent uniquement des familles de couches socio-économiquement moyennes et populaires (les couches supérieures ne sont pas interrogées).
Les auteurs relatent consciencieusement les étapes de ce choix :
Cette recherche fait suite à une première analyse de questionnaires (en 1989), qui avait montré « une forte homogénéité en matière de comportements de loisirs et de pratiques culturelles parmi les enfants de milieux défavorisés, <u>quels que soient leurs résultats scolaires</u>. Ces pratiques restant par ailleurs régulièrement éloignées de celles des enfants de cadres. Ce constat a interrogé les responsables de la DEP sur les conditions de production de réussite scolaire en milieu défavorisé . On pourrait supposer qu'à l'intérieur d'une même catégorie sociale, les orientations culturelles des familles et les comportements propres en matière des enfants <u>ont peu d'influence sur la réussite scolaire</u> de ceux-ci. On pourrait avancer également que les variables pertinentes par rapport à la réussite et à l'échec scolaire n'ont pas été prises en compte dans les questionnements utilisés. La demande formulée à l'INRP par la DEP a <u>retenu cette seconde possibilité</u> » [53] .
Ainsi, cette enquête qualitative a été commanditée en « visant la mise en évidence de variables non prises en compte ou peu explorées [...] qui pourraient avoir une incidence sur la réussite scolaire en milieu populaire » [54] .
Nous pouvons imaginer que l'interprétation en terme de non incidence aurait dérangé à plus d'un titre. Car une « explication familiale » des résultats scolaires des élèves issus de milieux défavorisés présente quelques avantages et justifie de nombreuses actions (et sous-emplois). Il apparaît préférable de chercher, hors du champ d'action scolaire, les moyens de faire réussir

[50] Nous emploierons dans la thèse ce terme systémique de manière courante. La terminologie de la Théorie Anthropologique de Chevallard apporterait vraisemblablement plus de rigueur et de spécificité. Nous n'en ferons toutefois pas usage car elle ne nous est pas suffisamment familière.
[51] R. Boyer, M. Delclaux (1995).
[52] Direction de l'Evaluation et de la Prospective du Ministère de l'Education nationale.
[53] Boyer, Delclaux (1995) ; pp. 143-144. C'est nous qui soulignons.
[54] Ibidem, p 144.

tous les enfants (la prise en compte des données didactiques a peu de place dans un tel paradigme).
L'enquête se voulait dans la lignée des travaux qui dénoncent une division ternaire trop englobante en terme de catégories sociales[55]. Mais elle justifie l'analyse dialectique à partir de deux catégories « socialement contrastées » : couches moyennes et populaires[56]. Apparemment, la présence des familles dites aisées ne se justifient pas (les comportements étaient « éloignés » et il est peu courant d'associer « échec scolaire » et « classes sociales supérieures »[57]).
Ces éléments nous laissent à penser qu'il ne s'agissait pas stricto sensu d'étudier « les pratiques familiales d'accompagnement à la scolarité », mais plutôt d'exhiber des « variables ». Les matériaux fournis par l'enquête (par ailleurs intéressants du point de vue des représentations) ne sont guère de nature à permettre de modifier effectivement les pratiques (familiales ou scolaires).

d) Se centrer sur les assujettissements scolaires

La démocratisation d'autres sources de connaissances intellectuelles que l'école fournit des occasions et des moyens variés, de nature et de niveau très différents, pour associer l'environnement culturel aux missions de l'instruction scolaire. Certaines actions tentent de modifier les rapports aux savoirs et aux apprentissages qu'entretiennent les familles, en vue d'influencer en retour les dispositions des élèves. L'exemple le plus connu des initiatives de ce type concerne la mobilisation générale autour de la lecture. Mais en mathématiques, la vie sociale, culturelle ou médiatique offre relativement peu l'occasion de mettre en scène ou de faire fonctionner les connaissances[58].

La constitution d'un environnement cognitif pour les enfants, plus large que le cadre scolaire, est-elle sensible aux différences qui existent entre les contenus d'apprentissage ?
Peut-on facilement transposer ce qui est entrepris dans un domaine pour l'adapter à un autre ?
Sur quels supports engager les actions ?
L'action des familles peut-elle, doit-elle, être indépendante de celle de l'école[59] ?
Et que faire dans les cas, où l'apprentissage des mathématiques est justement l'occasion de difficultés ou/et de souffrances pour l'enfant (ou pour les parents) ?
Autant de questions qu'il nous semble encore prématuré d'aborder. Les questions « techniques » que soulèvent les interactions des familles avec les savoirs enseignés méritent d'être soigneusement étudiées. Nous estimons comme un bon préalable de les étudier dans le cadre des transactions avec l'enseignement.

e) Se référer aux exercices scolaires

De même nous ne nous réfèrerons pas d'emblée aux supports d'apprentissages diffusés par l'édition parascolaire.

---

[55] Ibidem, introduction, pp. 9-13.
[56] Plusieurs recherches en sociologie démontrent que la catégorie « classe socialement défavorisée » ne se révèle pas une variable pertinente pour représenter un comportement homogène de l'accompagnement scolaire (Glasman (1994), Charlot et al. (1992), etc.). Nous n'avons pas trouvé, dans les documents que nous avons consultés, de prise de position équivalente pour les classes dites moyennes.
[57] Il existe pourtant des échecs en mathématiques dans cette portion de la population. Mais ils sont analysés au cas par cas, sans que la dimension sociale apparaisse comme significative. Ce sont d'autres variables qui sont prises en considération (présence ou absence du père, stratégie d'excellence, etc.).
[58] Genestoux (1996 et 1997).
[59] Brousseau (1997) énumère un certain nombre de contraintes à prendre en considération pour orienter les options des interventions.

Une analyse de la variété des milieux didactiques qui sont par ce biais proposés aux familles constituerait une étape préliminaire supplémentaire pour une étude.
Ces milieux didactiques sont-ils adaptés à leur fonction ? Respectent-ils les rôles différents de l'enseignement et de l'accompagnement ? Ne sont-il pas trop sophistiqués ? Les difficultés épistémologiques sont-elles repérées (par les parents qui les utilisent et par ceux qui les écrivent) ?

Le modèle que nous utilisons distingue les situations d'accompagnement selon que les activités sont exigées par l'école (M_{-3} imposé à l'accompagnateur) ou choisies par lui[60].
Les décisions des familles ne procèdent pas des mêmes intentions dans un cas comme dans l'autre[61]. Les supports ne sont donc pas seuls en cause : un travail prescrit par les enseignants pendant les congés d'été (certains passages dans la classe supérieure sont négociés de la sorte dans l'enseignement privé qui recommande tel ou tel éditeur) ne correspond pas à la catégorie « devoirs de vacances », mais à celle des « devoirs » à exécuter pendant les vacances[62].

Nous nous intéresserons donc en priorité aux interactions didactiques incluses dans les obligations scolaires et gérées par le système d'enseignement (les partenaires ne peuvent se soustraire à une coopération sur quelques objets, ces objets sont choisis selon des critères dont le parent n'a pas toujours connaissance).
La contingence nous fera sans doute rencontrer d'autres formes.

---

60 Nous n'avons pas pu prendre pleinement connaissance de travaux de sociologie qui traitent de la question des devoirs de vacances comme : Harris Cooper The effets of summer vacation on achievement test scores : a narrative and meta analytic review, review of educational research, automne 96, vol 66 n° 3, signalé dans la revue Sciences Humaines n° 72 (mai 1997) ou comme J.P. Labrousse, Christine Leroy-Audoin et B. Suchaut « Premier juillet : l'école est-elle réellement finie ? », relevés dans Sciences Humaines n° 87 (oct. 1998). La première recherche (une synthèse de 39 études) « montre que le niveau scolaire décline au cours des vacances scolaires. Cet effet est plus important en mathématiques qu'en lecture et plus sensible chez les enfants issus des classes défavorisées que chez ceux des classes moyennes ». La seconde est un important dispositif d'évaluation, mis en place sur plusieurs années par un collège, pour comparer les acquis scolaires avant et après les grandes vacances : « Toutes disciplines confondues, les élèves maintiennent leurs connaissances pendant l'été, la tendance étant même à une légère amélioration du niveau à la rentrée suivante (surtout pour les élèves faibles qui ont travaillé pendant les vacances) ». Des chercheurs ont poursuivi cette recherche en enquêtant sur les modalités des devoirs de vacances : « Si les parents sont plus nombreux que les enfants à souhaiter le travail d'été, 78 % des élèves s'y livrent tout de même. [...] Les enfant des milieux les plus favorisés - qui obtiennent déjà de bonnes notes à la fin de l'année scolaire - sont ceux qui améliorent le plus leurs performance. [...] La pratique des cours particuliers (10% des cas), des cahiers de vacances (61%), des logiciels éducatifs (15%) s'avère pratiquement sans effet. L'intervention des parents n'est pas non plus un facteur d'efficacité ». Ces travaux ont-ils distingué les contenus des différents supports ? Comment les chercheurs ont-ils estimé dans les réponses ce qui relevait des représentations et ce qui relevait des faits effectifs ? Se sont-ils interrogés sur la signification que prenaient ces activités pour les élèves, pour les enseignants et pour les parents ? Ont-ils étudié la compatibilité des évaluations et des questions dans les domaines scolaires et périscolaires ? A qui et à quoi ces travaux sont-ils destinés ?

61 Elles sont même d'une certaine façon antagonistes : les premières prennent le parti de l'institution scolaire, les secondes conduisent souvent à reconnaître une déficience du système. Certains parents manient bien ces différences pour conjuguer les deux formes de leurs interventions auprès des élèves, d'autres moins (ils comprennent toute coopération comme un moyen de contrôler ce que fait l'enseignant dans la classe). D. Glasman soulève la même question à propos des actions périscolaires, voir l'avant-propos de Dannequin (1992), p 18.

62 L'analogie des dénominations n'est très probablement pas fortuite. Choppin (1992, p 69) repère l'invention des cahiers de vacances par Magnard en 1933 ; mais il considère que cette initiative florissante est en germe lorsque Vuibert lance le nouveau principe des annales d'examen en 1885.

2 Les occasions d'interactions familiales avec le savoir mathématique

a) Les conditions de visibilité pour la recherche

Notre modèle permet-il d'appréhender toutes les fonctions didactiques des parents[63] ?
Nous l'avons organisé autour des actions sur un milieu didactique (chargé d'intentions par l'institution scolaire). Il convient de re-examiner ce premier choix. Pour distinguer les niveaux 1 et 0 du modèle, la réalisation des devoirs est-elle une situation suffisante ? D'autres types d'interactions n'apporteraient-elles pas d'autres éclairages sur les contraintes qui pèsent sur le système que nous cherchons à définir ?

L'institution scolaire a développé des temps d'échange institutionnels entre les parents et les enseignants pour favoriser la circulation d'informations et pour une participation commune aux instances de décision. Non seulement ces communications concernent assez peu les contenus scolaires, mais elles n'offrent aucune possibilité d'action. Nous soupçonnons, au contraire, qu'elles mobilisent surtout les impressions que se font les partenaires au sujet des rôles des uns et des autres[64]. Il nous faudra éprouver ces présomptions. Le dernier niveau du modèle permet de sonder les accompagnateurs sur leur rôle et sur ce qu'ils pensent de ce qui est attendu d'eux.
Mais pour observer les pratiques didactiques familiales effectives, et compte tenu des limitations que nous venons d'évoquer, nous envisageons deux types d'occasion :

- les interventions familiales qui font suite à la communication des notes et des appréciations du travail de l'enfant ;
- celles qui concernent les « devoirs du soir » ou encore « devoirs à la maison ».

Nous allons discuter les avantages et les limites de ces deux situations, relativement à notre projet.

b) Les notes et appréciations

L'institution scolaire informe les parents sur l'état d'avancement des apprentissages de leur enfant. L'organisation de cette information soulève des questions d'ordre didactique.
Pour fournir un avis (notes, appréciations individualisées ou standard) et des éléments de comparaison (classement, notes maximum et minimum dans la classe[65]), diverses formes ont

---

[63] Les chercheurs du Groupe de Recherche en Education et Action Sociale de Paris approchent les pratiques familiales par « la méthode de récits de pratiques [...], mode de recueil de "petits faits" de la vie ordinaire centré sur l'expérience du sujet ». Mais leur problématique ne permet pas de saisir les obligations sociales du contrat d'enseignement. Les déclarations sont globalisantes et les interprétations orientent la compréhension des faits vers des critères psychologiques ou circonstanciels, sans mettre les déclarations en correspondance avec les contenus scolaires et les niveaux de classe. Kohn et al. (1994).

[64] Certaines recherches interprètent des corrélations observées entre pratiques familiales et résultats scolaires des élèves, en prenant comme indice de l'implication des familles : l'adhésion des parents aux associations de parents d'élèves et leur participation comme délégués. C'est le cas, par exemple, de Gaziel et Warnet (1996). Mais après publication de résultats de ce type, les interprétations circulent et sont diversement utilisées par les institutions, parfois de manière contradictoire :

- un usage « utilitariste » des instances de représentation est reproché aux parents, qui sont accusés d'être des consommateurs d'école,
- l'intérêt de s'intéresser à ces instances est mis en avant, en détournant l'argumentation des enjeux d'origine. En 1997, l'Inspection académique de la Gironde rédige comme suit le document explicatif pour les Elections des Représentants des Parents d'Elèves au Conseil d'Ecole, destiné à préciser la procédure de vote par correspondance : « Parents, <u>vous voulez que votre enfant réussisse en classe</u>. <u>Intéressez-vous</u> à la vie de son école. Votez pour l'élection de vos représentants dans les conseils d'Ecole » (c'est nous qui soulignons).

[65] La distribution des notes dans la classe serait plus pertinente, mais ces éléments statistiques ne font pas partie de la culture courante entre professeurs et parents.

vu le jour, qui s'adaptaient aux pratiques sociales et professionnelles du moment[66] (cérémonie de remise de prix, bulletin, carnet de correspondance, livret scolaire, carnet de liaison, référentiel de compétences, livret d'évaluation, etc.). Il ne s'agit pas seulement de fixer un nom et de définir la présentation optimale. Chaque modification essaye le plus souvent de corriger les effets néfastes du précédent système, tout en se heurtant aux mêmes contraintes. Nous ne relèverons que celles qui présentent une dimension didactique.

Plus le contrôle est formel et détaché des contenus, plus les difficultés des élèves sont repérées tardivement et risquent de s'aggraver. La délégation du contrôle est donc source d'inquiétude et de conflits pour les familles.

Par ailleurs, un contrôle efficace ne peut se passer d'une certaine maîtrise : l'interprétation et la correction non adaptées des erreurs augmentent le risque de cristalliser en échecs des difficultés qui pourraient être autrement normalement régulées. Il n'est donc pas souhaitable que le détail du contrôle repose sur des non spécialistes (des mathématiques, et de leur transmission).

Améliorer le partenariat social et didactique de la transmission des savoirs consiste à trouver comment mieux soustraire la correction des erreurs[67] à l'influence des parents (et des autres non spécialistes), sans les couper pour autant du contrôle et du suivi des acquisitions.

Dans les foyers, la réception de ces informations évaluatives offre une occasion (pas toujours saisie) de mise au point. Mais il est probable dans les cas où elle se produit, que les parents et les enfants rencontrent toutes les difficultés qu'il y a à communiquer à propos des aléas de l'apprentissage[68] (inquiétude, déception, impuissance, impatience, espoirs, ambition, exigences, etc.). Il arrive aussi que ces interactions génèrent des épisodes didactiques. Elle est initiée par des impressions diverses[69] ; et repose sur la traduction des données reçues (souvent les erreurs) en questionnements et en exercices.

---

[66] Le souci officiel d'informer les parents n'est pas récent : le « cahier de devoirs mensuels » a été rendu obligatoire par l'arrêté du 18 janvier 1887. Il s'est complété d'un « cahier de roulement » (13 janvier 1895), puis s'est mué en « cahier de composition » (13 janvier 1898).

[67] Remarquons que contrôler la pertinence d'un appui, est une tâche plus complexe encore que contrôler des acquisitions. Le contrôle des acquisitions porte sur une succession d'états (par exemple l'estimation de la valeur d'une note relativement à une note moyenne de classe), tandis que le contrôle de l'appui (le plus souvent placé sous la responsabilité des familles) porte sur un processus d'évolution (par exemple l'interprétation d'une progression relativement à une progression normalisée ou à d'autres progressions potentielles impulsées par d'autres appuis).

[68] Les professionnels les rencontrent aussi. Ils disposent de quelques moyens déontologiques et techniques pour les surmonter, les contourner ou laisser croire qu'ils peuvent s'y soustraire.

[69] Sarrazy (1996, pp. 713-717) s'est intéressé aux fonction sociale, didactique et pédagogique des appréciations du maître, pour évaluer et négocier les formes du travail scolaire. Il distingue trois profils types :

- L'appréciation du bon élève est caractérisée par les qualificatifs « sérieux » et « travailleur ». Les maîtres honorent les efforts réalisés et leur conseils sont minimes (moins bavarder, etc.).

- L'appréciation de l'élève faible le fait apparaître « comme un élève paresseux qui n'apprend pas ses leçons et qui ne fait pas ses devoirs . [...] Aussi contradictoire que cela puisse paraître, on ne lui demande pas de participer davantage alors qu'on lui reproche d'autre part de ne pas s'investir. [...] Pour l'élève faible, tout se passe comme s'il était inutile de le conseiller afin qu'il améliore sa situation scolaire. Les quelques conseils qu'on leur adresse sont très évasifs : on leur demande de réagir, de faire des efforts, de ne pas se décourager ... mais sans autres explications ou rarement comme "travailler pendant les vacances" ».

- L'appréciation de l'élève moyen contient explicitement des conseils relatifs au comportement scolaire : « l'élève doit travailler plus régulièrement (/tous les soirs une petite dictée et lire beaucoup à la maison/ précise un enseignant). [...] Tout se passe comme si les maîtres, incertains de la réussite de ces élèves, ne prenaient pas de risque quant au pronostic relatif à leur réussite : ils leur demandent toujours de faire mieux, de progresser en se conformant aux exigences prescrites [...]. En fin d'année, lorsque la décision de passage dans la classe supérieure est arrêtée, tout semble "s'arranger" et les appréciations des élèves moyens ont tendance à devenir plus flatteuses » (C'est nous qui avons souligné).

Nous pouvons reconnaître, dans ce corpus, trois types de message qui sont adressé aux parents des élèves :

Nous craignons que ce type d'occasion contienne une faible concentration d'interactions didactiques (relativement à l'ensemble des interactions). La lecture des notes et des appréciations est plus à considérer comme un moment diagnostique.
De plus, d'un point de vue méthodologique, il serait extrêmement difficile de pouvoir assister « en direct » à de tels moments.
Mais une autre raison nous fait écarter ce type d'occasion : même si nous l'organisions, les erreurs sanctionnées par l'institution scolaire rendraient les circonstances périlleuses pour les acteurs. Il est raisonnable de considérer, à ce stade de la recherche, des conditions plus tempérées. Nous serons mieux armée ensuite pour trier les variables qui restent pour nous significatives quelque soit le cas de figure.

c) Les devoirs du soir

Les devoirs écrits sont aujourd'hui en principe interdits à l'école primaire[70].
Il est courant de dire que les parents font pression sur les enseignants pour qu'ils en donnent tout de même (la quantité de travail donné à faire la maison constituerait pour beaucoup de parents un indice pour apprécier la qualité de son professionnalisme [71]).
Ce phénomène n'est pas isolé :

- certains parents sont demandeurs d'une étude dirigée à l'école ;
- certains parents font pression sur les actions périscolaires pour qu'elles organisent une aide aux devoirs[72].

Sont-ce les mêmes parents ? Certains demandent-ils à être relayés parce qu'ils ne peuvent suivre ce que d'autres peuvent assumer ? Ou bien, se rendent-ils compte, après les avoir expressément demandés, que la nature des devoirs les rend impossibles à gérer au sein de la famille ? Ou bien encore est-ce parce qu'ils tiennent à certaine quantité de travail pour leur enfant, sans en assumer eux-mêmes les conséquences ? Ne serait-ce pas aussi parce qu'ils sentent que les enseignants accueilleront positivement ces revendications (dans un climat tendu, il est bon de trouver des terrains d'entente) ?
Quels sont les véritables choix des parents concernant l'accompagnement des devoirs du soir (tous les parents disposent-ils des mêmes choix et prennent-ils les mêmes décisions) ?
Nous ne sommes pas en mesure de répondre maintenant à ces questions, mais nous doutons fort que les enseignants donnent des devoirs du soir pour accéder au désir des parents (même si pour eux, l'argument est commode). Nous nous intéresserons ici à la fonctionnalité de ces devoirs en tant que prolongement du temps didactique et moyen de maintenir les familles au courant (de ce qui s'étudie en classe, de ce qui est attendu des élèves et de ce que leur enfant réalise). Nous l'étudions en tant que coopération didactique entre deux institutions, pour un apprentissage de c donné : S (E, P, c) et S (E, A, c).

- si l'enfant a de bons résultats scolaires, il s'agit de féliciter la famille pour l'inciter à persister,
- si l'enfant a de mauvais résultats, il s'agit de faire glisser la responsabilité de l'échec pronostiqué sur le « manque de travail » (essentiellement hors de la classe, dans laquelle tout effort semble déjà devenu vain, et qui concerne donc le temps de l'étude et du soutien),
- si l'enfant a des résultats moyens, il s'agit de mobiliser autant l'enfant que sa famille (qui partage avec l'école les responsabilités de la réussite ou de l'échec).

[70] La circulaire du 29 décembre 1956, relative à la suppression des devoirs à la maison, est toujours en vigueur.
[71] Quelques représentations sociales à propos du métier d'enseignant : Si l'enseignant demande beaucoup aux enfant, c'est qu'il ne rechigne pas à corriger leurs productions, c'est qu'il les fait beaucoup travailler, c'est qu'il exige d'eux des efforts soutenus, c'est qu'il les forme à l'effort, c'est un bon enseignant qui maintient sa classe à un haut niveau. Par contre, si l'enseignant donne peu, il est laxiste et paresseux (lui qui a déjà tant de vacances et si peu d'heures de cours). Ces représentations font référence à la quantité (chacun évalue le beaucoup ou le peu) ; il est fréquent de remplacer une compréhension intrinsèque par un indice perceptif.
[72] Voir par exemple le chapitre « Offres, demandes et ruses » dans Glasman (1992b), pp. 121- 140.

3 La méthode et le premier dispositif retenus

a) Choix de l'observation clinique

D'une part, l'usage des questionnaires, utile pour éclairer les positions subjectives des acteurs (E_2 et A_2), n'est pas l'instrument le mieux adapté pour décrire leurs actions (E_{-2} ; A_{-1} ; A_0 ; A_1).

En effet :

- de manière générale, le discours à propos d'une action est plus stéréotypé, normalisé ou idéalisé que sa réalisation ;

- de manière spécifique, les actions sont guidées par des connaissances (conceptions, impressions), mais les formulations sollicitent plutôt les savoirs (et les représentations, surtout dans un contexte où le vocabulaire habituel est essentiellement culturel, et occulte la dimension didactique).

Le sondage de la contingence par simples questionnaires paraît donc particulièrement limité et en tout cas très insuffisant pour étudier les pratiques didactiques d'accompagnement.

D'autre part, comme souvent en Didactique des Mathématiques, les questions que nous soulevons concernent le fonctionnement d'un vaste système qui met en jeu un grand nombre de conditions et de variables. L'état d'avancement de nos recherches rend pratiquement impossible l'élaboration de plans expérimentaux classiques directs (qui devraient avoir des dimensions énormes). L'observation clinique est encore la seule méthode adaptée aux objets et aux relations qui nous intéressent.

b) Les objectifs pour la recherche

1) Permettre des observations directes et des interventions directes avec les parents-accompagnateurs des apprentissages scolaires, ainsi que des comparaisons avec les déclarations des acteurs.

Le dispositif éprouvé dans Genestoux (1995) l'a permis. Il réunit plusieurs binômes (deux membres d'une même famille : un parent, un élève), qui sont confrontés à un « devoir » de mathématiques, puis débattent collectivement de l'accompagnement des apprentissages en mathématiques (une séance d'environ 90 min.).

Devant les difficultés que nous avons rencontré pour convaincre les institutions sociales existantes d'abriter notre expérimentation[73], nous avons décidé de concevoir une institution fictive le temps de l'expérience. Le devoir est par conséquent lui aussi fictif (mais se présente sous une forme standard, propre à mobiliser un rapport familier dans les familles). Nous n'avons pas déterminé a priori de public- cible, la participation était volontaire.

Pour fonctionner de façon satisfaisante, ce dispositif devait respecter l'éthique (utilité pour les parents), s'inscrire dans un projet social, être une institution crédible pour les parents et les enfants. Il devait concilier des objectifs communs entre le chercheur et les acteurs. Cet aspect a été étudié à part et avant d'éprouver les possibilités qu'il offrait à la recherche. Cela nous a d'ailleurs fourni une première idée des contraintes qui pèsent sur notre objet d'étude.

2) Préciser les variables.

Certaines des variables qui figurent dans nos modèles et dans les hypothèses que nous envisageons d'examiner sont « concrètement significatives » (c'est à dire que leurs valeurs seront fournies par une analyse de la contingence). Mais ces variables sont encore insuffisamment définies. Pour envisager dans l'avenir des modèles et des assertions expérimentalement falsifiables nous devons préalablement établir une correspondance signifiante entre nos référents théoriques et des observables objectifs et raisonnables.

---

[73] Genestoux (1995), pp. 63-67.

Si l'approche théorique a permis d'inventorier les possibilités d'intervention parentale et de prévoir quelques phénomènes, elle est insuffisante encore pour hiérarchiser les questions de façon pratique. Tous les rapports sont en logiquement envisageables, mais certains sont peut-être peu accessibles à cause d'enjeux particuliers (par exemple le rapport personnel des parents aux mathématiques).
La pré-expérimentation servira à contredire éventuellement l'extension du modèle ou à ajouter des éléments qui n'avaient pas été prévus. C'est pourquoi le dispositif met en scène l'ensemble d'interactions le plus complet possible (il concerne tous les niveaux du modèle ; le devoir présente les caractères d'un problème et non d'un exercice ; le niveau de scolarité est volontairement fixé au collège, maillon réputé le plus problématique de la scolarité obligatoire pour les questions qui nous occupent).

3) Formuler des hypothèses et orienter les recherches futures.

Les faits contingents révèlent des effets ou présagent des possibles qui n'ont pas toujours été prévus a priori. Ils renforcent (ou infirment) les présomptions, suggèrent des hiérarchies entre questions et provoquent d'éventuels nouveaux questionnements. L'argumentation clinique joue par là un grand rôle dans le tri des questions, car elle éclaire le chercheur sur le pari qu'il fait de choisir les bons appuis de son étude. Elle présente un risque (celui d'écarter des hypothèses intéressantes, pour la simple raison qu'elle n'apparaissent pas pertinentes dans l'unique expérience réalisée), mais constitue cependant le seul moyen, à la fois économique et empirique, d'explorer les secteurs nouveaux.

c) La dimension didactique de l'expérimentation

La rencontre avec les élèves et leurs parents était aussi conçue, à son origine, comme une occasion de faire évoluer les rapports qu'entretiennent les parents avec l'accompagnement en mathématiques de leurs collégiens.
Nous tenons à préciser que ce dispositif expérimental de formation ne présente ni les caractères d'une situation reproductible, ni même un rendement suffisant pour présenter un intérêt didactique au delà des deux premières mises en oeuvre (nous avons conduit deux séances en 1995, avec des participants différents). Du strict point de vue de la recherche, il serait également inutilement coûteux de le reconduire sous cette forme.

d) Les objectifs explicités aux participants

Certains objectifs étaient communicables d'emblée aux participants (l'intérêt pour l'accompagnement familial, la spécificité des contenus mathématiques, la priorité donnée à la position d'accompagnateur qu'occupe le parent, et non pas ses connaissances personnelles).
D'autres ne l'ont été qu'à son terme : la distinction entre accompagnement et enseignement, la réhabilitation des fonctions didactiques de l'accompagnateur parental dans des conditions raisonnables.

e) Les objectifs implicites

Le caractère fictif (et éphémère) de l'institution, nous a entre autres conduit à présenter la rencontre non pas comme une expérimentation de formation, mais comme une expérimentation de recherche. Au cours de la séance, certains parents sont entrés dans un contrat de formation, comme les conditions le favorisaient. A son terme, l'éventualité d'une seconde réunion aux objectifs didactiques cette fois explicites a été évoquée dans le questionnaire, ce qui permettait aux participants de re-situer ce qui venait de se dérouler dans cette perspective didactique (et au chercheur de tester l'appétence des participants pour ce type d'intervention).
D'autres objectifs sont restés inexprimés. Certains écarts entre les observés et les déclarations, certaines identifications de conceptions erronées, la validité de certaines réponses n'ont pas été mentionnés lors des échanges.

Chapitre 2

Un devoir d'algèbre au collège : des parents « aident » leurs enfants

I Le parent devant un problème de mathématiques

1 Hypothèses

Le niveau S_{-2} est celui des sujets confrontés au problème, avec leurs propres connaissances mathématiques et nous nous attendons à observer des différences sensibles d'un individu à l'autre.
Du côté des élèves, notre dispositif n'apportera probablement guère d'informations nouvelles.
Du côté des parents, nous faisons quelques hypothèses pour lesquelles nous cherchons des éléments de confirmation ou d'infirmation :

H1 Malgré un certain degré d'acculturation mathématique dans le groupe des parents (personnes scolarisées en France au delà de 16 ans et qui possèdent des diplômes professionnels) et malgré le fait que le problème corresponde aux savoirs qui leur ont déjà été enseignés (scolarité obligatoire), leur répertoire ne permet pas de résoudre à tous coups ce qui est exigé de leurs enfants.
H2 Une part importante des erreurs observables peut être identifiée et localisée a priori dans la résolution, car les lieux et les conceptions erronées potentielles sont semblables pour tous les partenaires, qu'ils soient élèves ou parents.
H3 Des divergences de culture mathématique émergent entre les résolutions du groupe des parents et celles du groupe des enfants, indépendamment de la validité des solutions.

2 Dispositif expérimental

a) Nos choix éthiques et théoriques (variables)

Nous avons choisi de placer les parents devant un problème de mathématiques à résoudre, afin d'observer les manifestations de leurs connaissances mathématiques effectives.
Nous n'ignorons pas le caractère déstabilisant d'une situation de résolution.
Les conditions du dispositif peuvent renforcer ce caractère (mise en oeuvre collective, absence de cadre social de référence : cette situation est non familière, nouvelle, unique, insolite et artificielle). Afin d'éviter trop de réticences (à l'amorce de la séance et durant la recherche de solution)[1], nous avons :

- centré le contrat avec les participants au niveau zéro de notre modèle : il s'agit explicitement pour les participants adultes d'accompagner la résolution d'un élève (et non pas de montrer ses propres aptitudes à résoudre) ; en déplaçant l'enjeu (la résolution du parent est un moyen et non le but à atteindre) nous concilions l'objectif de l'expérimentation et une condition sécurisante pour les observés (la présence de leur enfant gêne les parents d'une certaine façon, mais leur offre une position de repli) ;
- placé sous la responsabilité de l'intervenant[2] le soin de maintenir un climat non menaçant. Il dispose pour cela de deux moyens d'actions liés aux savoirs de Didactique (ce qui permet d'en diffuser certains[3]) :
  - rapporter les faits particuliers (présents et passés) à la situation dans laquelle ils se sont produits ;

---

[1] Remarquons que la réticence de l'élève et celle du parent n'ont pas des conséquences symétriques pour l'expérimentation. Un accompagnateur rencontre la réticence de l'élève (sa tâche en est rendue plus difficile), mais l'adulte réticent n'est pas tenu de se placer dans la position de l'accompagnateur.
[2] Nous assurions le triple rôle de concepteur du dispositif, d'expérimentateur et d'intervenant. Notre dispositif n'est pas conçu de manière à pouvoir contrôler cet aspect essentiel du déroulement de l'expérience (nous n'avons pas filmé les deux séquences pour ne pas renforcer le caractère insolite et déstabilisant de la situation).
[3] Diffuser n'est pas transmettre. Mais les interactions qui explicitent des « solutions » font circuler les savoirs et les occasions de s'en servir. Les impressions des interlocuteurs s'en trouvent modifiées (pas toujours les connaissances).

- mettre les connaissances mathématiques et les conditions de leur diffusion au centre des débats (en mettant les individus à distance), en particulier justifier par des mécanismes généraux, mais spécifiques de la fonction et de la position didactiques des acteurs, les événements et pratiques scolaires qui seront par eux évoqués.

Il est à noter que cet intervenant est limité pour intervenir lorsqu'un parent produit une erreur, car le rapport à la vérité est intimement lié aux conditions sociales de son établissement et aux différents rapports aux savoirs. Il est en charge de gérer au mieux l'implication des parents dans un système de contraintes et d'opportunités didactiques et sociales.

b) Les conditions et le déroulement de l'expérimentation (protocole)

* La résolution est anonyme (chaque participant est désigné par un numéro, qui permet au chercheur de retrouver les 2 membres d'une même famille[4]) et collective (réponse du binôme).

* Le texte de l'exercice mathématique est projeté au rétroprojecteur le temps d'une première lecture. Les participants sont préalablement informés qu'ils en disposeront une nouvelle fois (et sans limitation) pour le résoudre.

* Durant cette première tentative de résolution (rencontre avec l'énoncé et évocation de solutions ou de modes de résolution), chaque partenaire du binôme familial est physiquement isolé de l'autre (pour mieux mobiliser le rapport de A_{-1} au problème M_{-3})[5].

* Puis les partenaires d'un même binôme se rassemblent. Ils organisent leurs rôles respectifs pour la coopération demandée (une résolution par l'enfant, accompagné par son parent).

En favorisant l'observation de l'accompagnement, nous réduisons le recueil des données[6] qui concernent la résolution individuelle du parent (par contre, nous évitons que le parent se sente publiquement acculé à une résolution personnelle).

* Lors de la phase de résolution, les participants sont informés qu'ils peuvent interpeller l'intervenant s'ils en ressentent le besoin.

* Un débat collectif suit la résolution par les binômes[7].

c) Le problème (milieu M_{-3})

Nous avons extrait l'exercice d'un manuel scolaire de 4ème (Deledicq, Lassave, Missenard, Cedic, 1983), au chapitre « Equations et inéquations ».

L'algèbre nous semble être un terrain approprié pour qu'apparaissent d'éventuelles différences entre les solutions que produisent les familles et celles attendues par l'enseignant dans la classe (des débats peuvent en résulter entre enfants et parents). Le choix du niveau (4ème) est guidé par la position médiane qu'il occupe dans le collège (dans chaque groupe, les 4 niveaux sont susceptibles d'être représentés).

---

4 Le tirage des numéros par les participants est aléatoire, hors du contrôle de l'intervenant. Pour exposer les résultats expérimentaux nous avons ensuite attribué un même code aux paires correspondant aux binômes. Ces précautions sont à la fois d'ordre déontologique et méthodologique : elles offrent une garantie pour les participants et aident artificiellement le chercheur à prendre de la distance avec la contingence (l'intervenant est non seulement momentanément proche des quelques personnes qui se prêtent à l'expérience, mais il a pu les réunir grâce à un certain degré de proximité qui se maintient après la recherche). Le détail du recrutement des participants se trouve dans Genestoux (1995), pp. 63-67.

5 Puisque la situation S_{-3} est fictive, M_{-3} et M_{-2} tendent à se confondre, d'autant qu'aucun matériel particulier n'est mis à la disposition des participants.

6 Nous avons proposé des feuilles de papier à chaque participant dès la projection de l'énoncé. Toutes les productions écrites durant la séquence ont été ramassées (sans que cela soit préalablement annoncé). Nous avons ainsi pu garder trace de certaines résolutions individuelles des parents.

7 L'intégralité du déroulement est restituée dans Genestoux (1995), pp. 52-62.

ENONCE

Trois petits verres p remplissent un grand verre V. Il faut huit verres V et un petit verre p pour remplir la bouteille B d'un litre. Quelle est la contenance des verres p et V ?

SOLUTIONS :
p = B / 25 = 1 / 25 = 0,04 l = 4 cl
V = B / 25 = 3 / 25 = 0,12 l = 12 cl

DIFFICULTES A PRIORI DU PROBLEME

- La réponse comprend deux résultats (résolution en plusieurs étapes).
- Idonéité de l'interprétation de l'énoncé : pour l'enseignant, il s'agit d'un problème algébrique (dont les inconnues et leurs notations sont indiquées dans l'énoncé), mais il est possible de le percevoir et de le traiter de manière arithmétique ou de l'identifier comme étant un problème de numération avec changement de base (la difficulté consistera à préciser, dans chaque cas, l'unité choisie).
- L'exercice porte sur des capacités, or les volumes et liquides sont conservés (au sens piagétien) relativement tardivement ; les représentations, images mentales ou verbales que l'on peut en avoir, sont moins évidentes que pour les longueurs.
- Les nombres ne sont pas tous familiers : écritures fractionnaires (1 / 25 et 3 / 25) ou décimales dont la partie entière est zéro (0,04 et 0,12).
- Les opérations sont atypiques par rapport aux algorithmes de base connus des élèves (présence de zéros, entier multiplié par une fraction ayant 1 pour numérateur , statut particulier du 1).

COMMENTAIRES A PROPOS DES INTERPRETATIONS NON ALGEBRIQUES DU PROBLEME : Les élèves, comme leurs parents, ont un passé scolaire.
Peu de choses sont à modifier dans l'énoncé, pour le placer dans l'environnement arithmétique de l'école primaire :
« Trois petits verres remplissent un grand verre. Il faut huit grands verres et un petit verre pour remplir une bouteille d'un litre. Quelle est la contenance des verres ? ».
Il se peut que certains élèves et parents ne relèvent pas les indices de l'environnement algébrique (nouveau contrat didactique) et proposent une résolution de type arithmétique.

3 Etude a priori des résolutions

Une étude a priori des résolutions envisageables permet de mieux identifier les caractères arithmétique ou algébrique des productions des binômes.

Le champ de l'arithmétique :
Ce problème se prête facilement à un traitement arithmétique, c'est à dire :

- constituée d'une suite finie d'étapes ;
- caractérisée chacune par une seule opération arithmétique dans N ou dans Q et dont les arguments sont, soit donnés par l'énoncé, soit résultats d'une étape précédente ;
- chaque résultat devant être définissable dans le vocabulaire de la mesure, le dernier étant l'objet demandé dans l'énoncé (la contenance des verres).

Dans le cas présent, la distinction entre les éléments du problème est formulable de manière simple : il y a plusieurs catégories de verres, les petits et les grands. Les désignations littérales des inconnues renvoient peut-être à des termes usuels et encore plus discriminants (pot et vase). Tous les résultats intermédiaires se formulent aisément.
Nombre de petits verres pour remplir 8 grands verres : 8 X 3 = 24

Nombre de petits verres pour remplir une bouteille :	24 + 1 = 25
Contenance de la bouteille :	1 l = 10 dl = 100 cl
Contenance en centilitre d'un petit verre :	100 : 25 = 4
Contenance en centilitre d'un grand verre :	3 X 4 = 12

Le champ des changements d'unités :

Les inconnues peuvent être comprises comme des unités.

La connaissance des fractions, telle qu'elle est couramment enseignée, fournit une conception fine du traitement des unités intermédiaires (fractionnement d'une unité principale).

La résolution consiste alors à choisir cette unité principale et à établir les différents rapports entre ces unités.

L'arithme

Bien avant l'invention par les Arabes de l'algèbre (c'est à dire le traitement des expressions par transformations et équilibrages, qui commence son essor au VIIème siècle), Diophante (dans Les Arithmétiques au IIIème siècle) [8] introduit le mot « arithme » pour désigner l'unité principale par rapport à laquelle seront calculées toutes les autres (comme multiple ou fraction de l'arithme). Il ne s 'agit pas encore de lui accorder un statut opératoire, mais de fournir (c'est un premier pas dans l'évolution) une désignation permettant un discours sur elle[9].

Les genèses épistémologiques (historique, génétique, didactique) du raisonnement algébrique :

- Au cours du raisonnement arithmétique, la pensée doit préalablement choisir « en privé » les objets et les opérations qui en seront les éléments. Ce choix est en partie déterminé par l'ordre de possibilité canonique de traitement (il faut une seule opération par étape, pouvoir désigner ce qu'on calcule, etc.).

- Mais en pratique, c'est la dernière étape formelle (c'est à dire l'obtention du résultat final) qui est le meilleur pilote de la résolution privée. Tout s'organise autour d'une idée : concevoir les données comme des informations sur ce que l'on cherche. A partir de là, il suffit de savoir exprimer les relations avec l'inconnue principale pour trouver toutes les autres et déterminer ainsi le point de départ et l'ordre de la résolution rédigée.

- Si le résolveur ne dispose pas d'une formulation ou d'une représentation de cet objet non encore connu, mais qu'il recherche, il a peu de prise sur son raisonnement. En cas de réussite, il est plus difficile pour lui d'identifier le rôle essentiel que joue cet objet. La reproduction fiable de ce type de raisonnement n'est pas assurée pour lui.

---

[8] Nous nous référons à l'ouvrage de Dahan-Dalmedico et Pfeiffer (1986), pp. 77-83. Les Pythagoriciens considéraient l'arithmétique comme une théorie des nombres sans méthode fixe, requérant de l'esprit et une sorte de divination intuitive. Diophante innove en présentant ses problèmes pratiques d'abord selon une formulation abstraite, les données numériques n'étant spécifiées qu'après. L'inconnue, appelée « nombre », est définie comme une multiplicité indéterminée d'unités, les valeurs pouvant être entières ou rationnelles. Le nombre des inconnues peut aller jusqu'à six. Il les désigne comme « la première, la deuxième, la plus petite ... » ou bien exprime toutes les inconnues en fonction de l'une d'entre elles : l'arithme. Il introduit quelques abréviations systématiques, mais conserve la forme classique du discours continu (par exemple « trouver deux nombres dont la somme et le produit forment des nombres donnés », en supposant que la différence est deux arithmes). Les lettres (initiales ou finales des mots) ne sont pas l'objet de manipulations algébriques. Ce stade d'évolution, appelé l'algèbre syncopée, est intermédiaire entre une forme purement rhétorique (et en référence avec les constructions géométriques) et la forme symbolique algébrique (fixée au XVII, qui permettra d'envisager des nombres irrationnels ou négatifs).

[9] Pendant la Renaissance, le savoir algébrique s'enrichit en occident, particulièrement en Italie et en Allemagne. La découverte en 1464 des Arithmétiques de Diophante ranime l'intérêt de « l'art de la chose » (ars ri et census). L'école allemande d'algébristes (La Coss) introduit les caractères cossiques pour répondre aux besoins d'abréviations des notations. Le terme arabe qui désigne l'inconnue signifie chose. Le Moyen - Age chrétien choisit rex, radix, causa (en italien cosa, en allemand coss).

- S'il n'existe pas de terme officiel, la transmission des moyens de résolution est a fortiori difficile pour une institution didactique. Si une solution ne peut être qu'exhibée dans sa forme achevée, elle paraît ne pouvoir être construite que par un cerveau particulièrement doué.

- Par contre si elle est nommée, la chose désignée se met à exister collectivement. Même si elle n'a pas de statut formel ou didactique, elle peut être évoquée ; une initiation à la résolution est rendue possible.

- La « méthode des fausses positions » est une méthode transmissible. Elle permet de contourner de manière arithmétiquement acceptable certaines configurations mathématiques qui constitueraient sinon des obstacles (par exemple celle qui correspond à la recherche de l'antécédent d'une fonction affine).

Voici ce que pourrait être une résolution de ce type :

> « Quand je transvase une bouteille dans 8 grands verres, il me reste un petit verre. Si je prenais 3 bouteilles, je trouverais un nombre entier de grands verres : $3 \times 8 + 1$.
> Si 25 grands verres remplissent 3 bouteilles, un grand verre remplit $3/25^{\text{ème}}$ de bouteille ».

Il est peu probable qu'elle apparaisse dans la séance, car cette méthode n'est depuis longtemps plus enseignée et qui n'a plus de statut culturel (les connaissances algébriques rendent son intérêt obsolète).

- Dans le raisonnement algébrique, le statut de l'inconnue permet une manipulation syntaxique. Les égalités ne sont pas orientées (comme elles le sont en arithmétique, du calcul vers le résultat). L'ordre de résolution n'est pas décisif pour la rédaction. L'écriture peut suivre l'ordre induit par l'énoncé, puis être formellement modifiée en fonction des besoins de la résolution. Mais le choix de l'arithme reste tout autant ouvert qu'en arithmétique. L'ergonomie de la résolution algébrique repose sur un choix judicieux des inconnues et des transformations.

- Pour l'élève, ce choix n'est pas complètement algorithmisé. La question : « Qu'est ce que tu cherches ? » est un moyen didactique de mettre l'élève implicitement sur la voie du choix de l'arithme.

<u>Le choix de l'arithme :</u>

- Le bon choix est celui de l'unité la plus petite : p.

Exprimer d'abord V, puis B en fonction de p (en coordonnant deux relations entre les unités), réduit la structure du problème à celle de la linéarité. Il est alors facile de fournir une réponse par un raisonnement arithmétique en effectuant une division.

$V = 3\,p$ et $B = 8\,V + p = 24\,p + p = 25\,p$.[10]

Selon le champ de résolution utilisé, les solutions sont :

- des fractions (1/25 et 3/25) dans le champ algébrique (B ne joue pas le rôle d'une inconnue, mais prend la valeur 1) ;
- des valeurs entières en centilitres (4 et 12) dans le champ arithmétique (par conversion d'unités usuelles, c'est la valeur 100 cl qui est choisie pour la contenance de B) ;
- des valeurs décimales en litres (0, 04 et 0,12) dans le champ arithmétique (la valeur 1 l est conservée pour la contenance de B)[11].

- Si V est choisi comme arithme, alors $p = 1/3\ V$ et $B = 8 \times V + V/3$

[10] Nous avons choisi ici une présentation de type algébrique, mais il est facile de la traduire sous une forme arithmétique.

[11] D'autres valeurs seraient mathématiquement possibles en choisissant d'autres unités usuelles, mais elles sont peu probables dans ce contexte : 0,4 dl ; 40 ml ; 0, 004 dal ; 40 cm^3 ...

Ce choix fait apparaître d'emblée des nombres fractionnaires, donc des opérations sur ces nombres moins familiers que les entiers.

- Le champ algébrique fait apparaître l'équation : $1 = (24/3 + 1/3)\,V$.
- Mais dans le champ arithmétique, l'effectuation des divisions pose problème, puisque les quotients ne sont pas décimaux.

« Il faut 8 grands verres et encore un tiers de grand verre pour remplir la bouteille » ne mène pas à une solution directe. Il est envisageable, bien que la formulation en soit abstraite, de calculer le nombre de tiers de verre (25) pour remplir la bouteille, puis d'user de la Règle de trois pour trouver la valeur d'un verre :
« Si 25 tiers de verre font 100 centilitres, un tiers fera cent vingt-cinquième de centilitre et donc 3 tiers (un verre) fera trois cents vingt-cinquième de centilitre ».

- Si B est choisi comme arithme, il est bien plus difficile de résoudre le problème de manière arithmétique, car dans le cas d'une somme de deux quantités inconnues il n'existe pas d'opération élémentaire qui fournit directement le résultat.

L'égalité $8V + p = B$ est source de blocage dans la résolution, car ni p ni V ne sont connus. La méthode des fausses positions prendrait ici tout son sens. En choisissant des valeurs simples (par exemple $p = 2$ cl et $V = 6$ cl), il serait possible de traiter la somme « dans le bon sens » ($8 \times 6 + 2 = 50$), puis d'utiliser le fait que les résultats (résultat obtenu : 50 cl et résultat donné : 100 cl) sont dans le même rapport que les valeur de p (valeur choisie : 2 et valeur cherchée).
« La valeur de p est donc à 2, ce que 100 est à 50, c'est à dire son double : 4 cl ».
Par contre, la résolution algébrique mène à un système de deux équations à deux inconnues.
Les moyens de le résoudre (par substitution de l'une dans l'autre ou par combinaisons linéaire) ne sont enseignés qu'en classe de 3ème.
Remarquons que l'arithme le plus simple est induit par l'ordre chronologique de l'énoncé (p figure en premier dans le texte). Un énoncé qui commencerait par : « Un grand verre V contient 3 petits verres p ... » montrerait donc probablement un taux de réussite plus bas que le précédent. Les personnes, qui décideraient de l'arithme en fonction de l'ordre de présentation, rencontreraient de plus grandes difficultés dans le cas du deuxième énoncé (le risque d'erreur serait plus élevé). Tandis que ceux, qui décideraient de l'arithme en fonction de raisons intrinsèquement mathématiques, ne percevraient peut-être pas de modification (le risque serait équivalent).
En conclusion :
La partie la plus délicate de la résolution est la coordination des deux relations de l'énoncé.
Le choix de l'arithme :

- est déterminant pour une résolution arithmétique simple ;
- est déterminant pour une résolution algébrique, si l'élève ne dispose pas d'un répertoire algébrique adapté (classe antérieures à la 3ème) ;
- n'est plus déterminant pour un élève de 3ème qui maîtrise les connaissances qui lui sont enseignées.

4 La contingence expérimentale

<u>Remarque</u> : Pour la présentation des observations, nous avons fait le choix de ne pas mettre en relief les éléments qui sont perçus par l'intervenant, mais qui ne correspondent pas aux variables didactiques retenues pour les analyses (comme par exemple l'âge des participants, leur sexe ou leur niveau socioprofessionnel et culturel ; ces précisions n'ont volontairement pas été demandées dans les questionnaires). Pour ces raisons, nos analyses mettent en scène « le parent » ou « l'élève » de manière neutre (nous nous attachons à décrire des rôles), même si les

citations font parfois apparaître d'autres informations contingentes[12]. Pour plus de clarté, nous fournirons tout de même globalement quelques informations de ce type en présentant les échantillons.
L'expérimentation a porté sur 11 binômes (répartis dans deux groupes), dont voici la composition par niveau de classe des élèves :

	groupe 1 (5 binômes)	groupe 2 (6 binômes)
6ème	3	0
5ème	0	2
4ème	1	3
3ème	1	1

Les groupes comprenaient :

- des hommes, des femmes, des filles et des garçons ;
- des élèves qui étaient scolarisés dans des établissements publics ou privés ;
- des parents de milieux socioprofessionnels différents (cadres supérieurs, employés) ;

mais d'autres catégories ont été intentionnellement non représentées (parents professeurs ou de bas niveau de qualification, parents ou enfants maîtrisant difficilement la langue française).

Il est important de souligner que :

- toutes les familles du groupe 1 habitaient le même quartier ;
- les enfants du groupe 2 étaient tous scolarisés dans le même établissement privé renommé, les parents ne se connaissaient pas tous spécialement, mais se sont « reconnus ».

Nous avons pris appui sur ces deux critères contingents pour constituer les deux groupes, afin de ménager (surtout pour les adultes) une « base de sécurité » minimum.

Remarques :

- deux pères et neuf mères ont participés ;
- il s'est avéré que tous les enfant reconnus comme étant en difficulté étaient accompagnés de leur mère ;
- les deux seules personnes qui se sont désistées à la dernière minute sont des hommes, leurs épouses ne les ont pas remplacés.

Nous n'excluons pas que ces faits puissent être en relation avec des phénomènes culturels, sociaux ou psychologiques (représentations de l'accompagnement familial en mathématiques, répartition du temps entre adultes, etc.). Nous n'excluons pas non plus qu'ils soient à rapprocher des conditions de l'expérimentation (résolution collective d'un problème en présence des enfants). Mais nous pouvons aussi interpréter la répartition des rôles d'accompagnateur au sein d'une même famille tout simplement en terme de disponibilité. Ainsi l'accompagnateur habituel pour les mathématiques ne serait pas interchangeable. Dans le deuxième groupe, ce sont les mères qui le plus souvent voiturent leurs enfants pour les accompagner chaque semaine dans l'institution qui assure un appui. Il est évident que ces

[12] Nous avons fait en particulier le choix de ne pas conserver l'orthographe des productions écrites, car les informations qu'elle transmet ne constituent souvent pas des indices didactiques. Toutefois, tout comme d'autres caractéristiques, nous ne nions pas qu'elles influent l'observateur des faits. L'intervenant n'en n'a pas eu connaissance lors des mises en oeuvre. Nous voulons souligner à cette occasion, que certaines réponses n'ont pas toujours respecté l'accord grammatical des genres, peut-être influencées par la neutralité des questions. Certaines phrases commencent par des termes génériques masculin (mon enfant), puis continuent de manière plus personnelles et contextualisée (ma fille). Leurs auteurs ne semblent nullement troublés par ce côtoiement ; ils distinguent eux-mêmes les assujettissements : ils parlent de leur enfant et de l'élève générique (tout comme ils parlent de leur rôle d'accompagnateur « en général » et des adaptations locales pour chacun de leur enfant).

contacts « privilégient » le rôle de ces dernières d'une manière toute pragmatique. La participation d'un seul des parents nous indique probablement qui, dans la famille, se sent le plus en charge d'assurer de manière courante le suivi des devoirs en mathématiques.

5 Les résultats expérimentaux

Les questionnaires sont consignés en annexe 2-1. Un résumé du déroulement général des séances et les résolutions de chaque binôme (accompagnées d'une analyse) figurent en annexe 2-2.

a) Les réussites et les échecs

Nous avons rassemblé les binômes des deux groupes.

N° binôme	réussite et ensemble de sol.	choix de l'arithme	classe de l'élève	travail commun	déroulement inféré
1	-	v	6ème	x	
2	+ N	p	6ème	x	
3	+ N	p	6ème	x	
4	+ N	p	3ème		P i → E +
5	+ D	p	4ème		E i → P +
6	+ Q	p	4ème		E - → P +
7	+ N	p	5ème	x	
8	-	v → algèb	3ème		P i → E -
9	+ Q	p et B	4ème		E i → P +
10	+ Q	p	4ème	x	
11	i (inachevé)	p ‖ p	5ème		Pi ‖ E i

La 5ème colonne indique que nous n'avons pas toujours pu distinguer de résolution individuelle.

La dernière colonne code une évolution sensible (et seulement probable) dans le déroulement de la résolution : E i → P + signifie par exemple que l'élève a proposé une solution incomplète, puis que le parent l'a convaincu d'adopter son résultat (juste). La double barre indique des réponses indépendantes (deux résolutions non suivies d'échange).

Il n'est pas facile de repérer sur chaque feuillet remis par les binômes la part de chaque partenaire (nous avons essayé au travers des écritures, de la nature des résultats et des conceptions et à la lumière des différents commentaires d'interpréter un déroulement probable ; il est présenté pour chacun des 11 binômes en annexe 2-2).

b) Les indices des résolutions algébriques et arithmétiques :

Nous avons essayé d'identifier les deux cultures de résolutions de problèmes dans chaque production. Ces deux cultures se mêlent parfois pour un même résolveur, a fortiori lors des interactions et des mises en commun.

Les réponses (nature des nombres : entier, décimal ou fractionnaire ; accompagné ou non d'une unité ; ordre des résultats dans la réponse : p et V ou V et p) fournissent un premier indice de la culture de référence. Les voici :

binôme 1	12,5 cl et 4,16 cl
binôme 2	4 cl et 12 cl
binôme 3	4 cl et 12 cl
binôme 4	12 cl et 4 cl
binôme 5	0,04 l et 0,12 l
binôme 6	1/25 et 3/25
binôme 7	4 cl et 12 cl
binôme 8	2/15 et 43/15
binôme 9	1/25 de B et 3/25 de B
binôme 10	1/25 l et (1/25) x 3
binôme 11	-

D'autres indices ont guidé nos interprétations, en voici quelques uns :

1 V = 3 x p est une écriture qui emprunte des symboles (le signe d'égalité) et des formes algébriques (l'usage de lettres), mais qui dénote une conception de type arithmétique, car :

- les lettres ne sont pas syntaxiquement traités comme des nombres (inconnus), mais désignent des quantités non encore connues (exprimées par une unité) ;
- le chiffre 1 ne désigne pas le coefficient de l'inconnue V, mais le nombre d'unités V ;
- le signe de multiplication dénote un produit entre un nombre « abstrait » (3 fois) et un nombre « concret » (qui serait écrit de manière plus conforme : 1 p).

Le tableau suivant rend compte des résolutions (inférées) selon qu'elles sont de nature arithmétique ou/et algébrique ; qu'elles ont ou non utilisé un système d'unités (contextuel ou standard) ; ainsi que des réussites.

	P 1	E 1	P 2	E 2	P 3	E 3	P 4	E 4	P 5	E 5	P 6	E 6	P 7	E 7	P 8	E 8	P 9	E 9	P 10	E 10	P 11	E 11
arithm	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0
algéb.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1
unité contex	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
unité standa	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
réussi	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0

Remarque :
D'après le tableau constitué par nos inférences, le changement de résolution pour un même sujet s'effectuerait toujours ici dans le sens arithmétique → algèbre.

c) Les résolutions « individuelles » des parents

PARENT 4

Le parent transcrit le texte de manière algébrique en suivant l'ordre du texte :
3p = V   B = 8 x V + p
Lorsqu'il exprime les unités usuelles (1 l = 100 cl), il rétablit un ordre arithmétique : l'égalité B = 8 x V + p devient 8V + p = 1 l = 100 cl.

Il ne poursuit pas sa résolution individuelle : l'équation (unité exprimée) n'est pas résolue ; une vérification est évoquée de manière hypothétique et la solution est renvoyée au binôme[13] (« Vérif : Si ... voir autre feuille ! »).

PARENT 5

Le parent pense à une résolution algébrique : il écrit 2 équations « iconiques » (des icônes remplacent les inconnues).
L'unité usuelle fournie par l'énoncé (1 litre) figure dans l'équation, mais ne joue pas de rôle apparent (modification algébrique des écritures). Par contre, l'unité réapparaît au sein d'un calcul : p = 1 l : 25 p , en même temps qu'une double flèche.
Peut-être est-ce là le signe qu'une explication s'est produite lors de la mise en commun (le lieu où l'élève est bloqué). Le retour aux unités serait alors un indice relatif au répertoire didactique du parent. Mais la répétition du symbole p reste inexpliqué par cette hypothèse.
L'écriture incorrecte est peut-être la trace que p est encore partiellement perçu comme une unité (par symétrie entre 1 l et 25 p). Le recours aux unités pourrait importer l'univers arithmétique (sans contrôle de compatibilité des deux modes de résolution), dans lequel la place de l'unité est liée aux rôle des valeurs (nombres concrets et abstraits) dans les opérations.
Malgré un début de résolution algébrique, la forme arithmétique l'emporte et la solution est établie dans le cadre arithmétique : une division et une solution décimale (avec unité) est fournie, après l'expression fractionnaire :
p = 1/25 ; effectuation de 100 : 25 ; réponse p = 0,04 l.

PARENT 6

Il est difficile de reconstituer exactement la démarche du parent n° 6.
Sous une représentation schématique (qui est peut-être tracée de la main de l'élève), le parent obtient l'équation B = 1 litre = 25 p (l'unité est rappelée*)*. La résolution est de nature algébrique avec coordination de la relation (pas de substitution directe). V est à la fois le nom, le symbole algébrique et l'icône du contenant.
Tout se passe comme si depuis sa scolarité, ce parent avait confusément conservé en mémoire différents schèmes de calcul sur les nombres rationnels et les inverses, sans qu'il puisse exercer de contrôle intrinsèque à ces savoirs.

- La fraction 1 / 25 provoque l'effectuation d'une division, mais c'est 25 : 1 qui est posé. Le quotient est écrit avec deux virgules : le contrôle de l'algorithme ou de l'ordre de grandeur est hésitant.
- Le diviseur 1 n'est pas l'occasion d'un contrôle sémantique (par contre il est peut-être associé à des hésitations dues aux propriétés particulières des nombres 1 et 0).
- La division est fausse. Au cours de l'algorithme, le diviseur problématique est plusieurs fois rencontré. 2 : 1 provoque des hésitations (1 est corrigé en 2), mais pour 5 : 1, le quotient trouvé est 4 (reste égal au diviseur).
- Un quotient égal au dividende semble être pour le résolveur une solution inacceptable, contrairement au quotient 24,99 ... . Nous faisons l'hypothèse que le résolveur cherche alors une valeur arrondie (mais différente) du quotient, pour soulager les calculs suivants et qu'il pense à 25, puis par analogie (25 ; 25/1 ; 1/25), il décide de conserver sa première écriture fractionnaire, plus concise (1 / 25). Ce choix (ergonomique) redresse involontairement du même coup la validité de la réponse.

[13] Dans le binôme n° 4, l'élève est en classe de 3ème.

Le produit d'un entier (3) et d'un rationnel (1 / 25) est calculable, le résultat est cette fois directement conservé sous sa forme fractionnaire (3 / 25). Les réponses ne mentionnent plus d'unité.
Quelques lignes supplémentaires trahissent peut-être des tentatives avortées de rétablir des cohérences entre les conceptions[14].
Ainsi, sur la feuille devenue commune, le parent écrit :
B = 1 litre = 25 p *(correcte)*
p = 24, 999 ... *(incorrecte, à partir du résultat de l'élève)*
ou 1/25 *(correcte, « traduction » en fonction du résultat du parent)*
V = 25 x 24,9999 ... *(incorrecte, pour maintenir le lien avec le résultat de l'élève)*
V = 25 x 1/25 *(incorrecte, mais recours à la solution du parent)*
V = 3/25 *(correcte, par un rétablissement invisible).*

PARENT 7

Le parent n° 7 commence directement par deux équations (l'unité est exprimée) :
8V + 1 p = B = 1 l   et   3 p = 1 V.
La répétition de la première équation témoigne peut-être d'un temps de recherche infructueux (tout comme le signe d'égalité isolé qui semble marquer l'impasse que constituent les deux inconnues).
Puis le parent coordonne les deux relations et fait le bon choix de l'arithme (p). Il résout de manière arithmétique (unités usuelles). Comme pour le parent n° 5, p joue un rôle d'unité, il est indûment répété dans l'égalité. De même l'écriture incorrecte : 4 cl = x 3 est peut-être due à une collision entre les résolutions arithmétique et algébrique ; comme si la présence de l'unité ponctuait la résolution et balisait le chemin à suivre à l'aide du recours au sens.
En effet, l'écriture est un milieu heuristique pour le résolveur ; sous un statut de brouillon, elle n'est pas soumise à une syntaxe rigoureuse.
Mais elle peut être aussi comprise comme une collision entre le répertoire du résolveur et celui de l'accompagnateur, qui superpose plusieurs écritures non contemporaines, pendant que durent les explications.
Les calculs intermédiaires sont corrects et la résolution se poursuit sur le mode arithmétique (un calcul à chaque étape, rappel de l'unité). Comme le parent n° 2, il utilise peut-être une présentation correspondant aux normes instituées durant sa scolarité et il privilégie les nombres entiers par un changement d'unité de mesure.

PARENT 8

Le parent n° 8 résume le texte de l'énoncé (abréviations, flèches) puis reformule par écrit les données et la question qui lui est posée : « Il faut 8 verres V et un p pour 1 b 1 L Quelle est la contenance des verres p et V ? ».
Le mode de réduction qu'il utilise nous fournit quelques indices : il semble que ce parent manie plus volontiers des phrases que des expressions mathématisées.
Parmi les symboles littéraux, un « un » écrit en toutes lettres renvoie plus à un article (p a un statut d'unité) qu'à un nombre ; les lettres V et p désignent donc probablement des noms plus que des valeurs numériques ; quand au b il ne respecte même plus la graphie de majuscule et renvoie à l'objet bouteille.
Le parent n° 8 choisit le litre comme arithme et obtient un système à deux inconnues (d'où peut-être le x et y[15]).

---

[14] Nous faisons l'hypothèse qu'en raison de la proximité des résultats, l'un serait vu comme une approximation décimale de l'autre (comme 24, 98 serait arrondi à 25). Ces interprétations font référence aux calculs (division erronée) et non seulement aux écritures décimales ou fractionnaires des valeurs numériques (24,9 ... étant une écriture du réel 25).

La résolution ne figure pas sur la feuille du parent. Peut-être celui-ci ne disposait pas d'une méthode pour résoudre ou peut-être ne s'est-il pas senti concerné personnellement par cette résolution (l'identification lui suffisait).

PARENT 9

Le parent n° 9 réalise un schéma, qui coordonne les deux relations et reformule les questions de manière condensée (la disposition spatiale n'est pas toujours significative d'un ordre temporel).
Le champ mobilisé est celui de l'arithmétique. Les étapes du raisonnement sont succinctement rédigées : « On sait que 1 V = 3 p dans la bouteille il y a donc 24 p + 1 p donc 25 p ».
Le parent n° 9 recourt aux unités contextuelles : « p = 1 / 3 de V ou 1 / 25 de B donc V 3 / 25 de B » ; « B = 25 entiers ou p ».

6 Conclusions

Les données ne permettent pas de conclure (hypothèse H3) que les parents utilisent plus volontiers l'arithmétique que l'algèbre ou que les parents utilisent plus volontiers l'arithmétique que ne le font leurs enfants [16].
Les données ne permettent pas non plus de conclure que l'utilisation d'un système d'unités (pratique dépréciée dans la culture mathématique professionnelle contemporaine) favorise une réponse juste[17].
Par contre, l'expérimentation ne contredit pas l'hypothèse H1 : les parents, même lorsqu'ils sont considérés comme relativement cultivés, n'ont pas de connaissances mathématiques aussi solides que le laisseraient probablement entendre leurs diplômes.
Nous pouvons facilement interpréter ce fait d'un point de vue fonctionnel : le répertoire des savoirs et connaissances mathématiques de ces parents est peu sollicité et donc peu mobilisé. Les prises de décisions utilisent des conceptions antérieures à l'enseignement reçu.
Conséquences : Si les connaissances mathématiques des parents sont peu fiables (car peu activées), la vérification des réponses des élèves pour leurs devoirs ne peut reposer sur le répertoire des parents.
Plusieurs solutions sont à envisager : ne pas organiser de réponse au domicile des élèves (suppression des devoirs) ; empêcher le parent de vérifier la réponse de l'élève (décourager l'implication du parent ou détourner son intervention de vérification ou encore substituer un autre vérificateur) ; inclure les solutions dans le milieu M_{-2} (mais pas dans M_{-3}).

L'hypothèse H2 semble aussi confirmée : l'étude a priori (qui n'était pas spécifique des élèves ou des parents) a permis d'interpréter les réponses (la plus part des erreurs produites étaient envisagées).

---

[15] Nous ne distinguons pas qui du parent ou de l'élève utilise en premier l'usage de ces inconnues standardisées. Il est également possible qu'ils aient chacun progressé dans le même sens et saisi conjointement les emblèmes d'une résolution de ce type.

[16] Parmi les parents : 10/11 et parmi les élèves : 8/11 utilisent l'arithmétique, mais 5 solutions sont communes. 3/6 des enfants utilisent « seuls » l'arithmétique.

[17] Parmi les réponses justes : 4 recours collectifs et 3 individuels aux unités usuelles ; 1 recours collectif aux unités contextuelles ; 1 rejet collectif des unités. Parmi les réponses fausses : 1 recours collectif aux unités usuelles ; 1 recours individuel aux unités contextuelles ; 1 sans recours aux unités. L'abandon (parent) qui n'a pas donné lieu à une réponse avait eu recours aux unités usuelles. Les 4 non réponses individuelles n'ont pas recouru aux unités.

II Le parent devant la résolution de son enfant

1 Hypothèses

Le niveau S_0 est celui de l'accompagnement de la résolution.
C'est le niveau d'action probablement le moins connu et le moins directement observé.
De manière générale, nous attendons du dispositif qu'il nous renseigne sur l'opportunité de reconnaître (ou non) une dimension didactique dans les interactions (en particulier une distinction de répertoire pour A_{-1} et A_0). Que recouvre la pratique d'accompagnement parentale à la résolution d'un problème mathématique ? Des encouragements, des bribes de solutions, des jugements ou bien un observateur peut-il identifier des intentions didactiques, des aménagements locaux de milieu, des questionnements dirigés ?
Les moyens didactiques dont dispose le parent-accompagnateur pour guider la résolution de son enfant sont-ils particuliers, pour chaque famille ? Ou bien existe-t-il une forme de culture didactique commune ?
Quels observables distinguent un répertoire didactique d'un répertoire de connaissances mathématiques ?
Ce répertoire « didactique » ne serait-il pas plutôt une juxtaposition de connaissances mathématiques et de connaissances pédagogiques ou méthodologiques générales ?
Disposer préalablement d'une réponse personnelle influe-t-il sur la phase d'accompagnement ?
Comment réagit l'accompagnateur lorsque l'élève ne produit rien (pas de résultat, pas d'amorce de stratégie, pas de question) ?
Quels sont les effets conjugués d'une absence de solution chez l'élève et chez son accompagnateur ?
Nous retiendrons en particulier les hypothèses suivantes :
H1 : Le silence de l'élève est un indicateur négatif pour l'accompagnateur (une rétroaction qu'il redoute).
H2 : La stratégie didactique est fonction à la fois de la possibilité (ou non) pour l'accompagnateur de fournir lui-même une réponse et de la production (ou non) d'une réponse par l'élève (l'assujettissement dans S_0 exige qu'une réponse soit produite).

2 Dispositif expérimental

Le dispositif prévoit quatre occasions d'approcher la situation S_0 :

- une observation directe (les actions sont organisées effectivement), mais qui présente une faiblesse puisque l'intervenant ne peut (en circulant entre les binômes tel un enseignant dans une classe durant une résolution individuelle) que recueillir ainsi bien peu d'éléments exploitables pour la recherche (mais qui lui seront utiles pour conduire le débat) ;
- une observation indirecte par l'analyse a posteriori des productions écrites ; elle est la source principale de recueil et justifie à elle seule presque toute la lourdeur du dispositif ;
- un questionnaire dont la passation s'intercale entre le moment où l'accompagnateur prend connaissance du contenu du problème (ébauche une solution ou un pronostic sur ses chances de le résoudre) et la phase d'interaction avec l'élève (S_0) ;
- une phase de débat collective durant laquelle l'intervenant peut orienter dans quelques directions ou aménager les conditions de récits spontanés (là encore le recueil est fugace, l'intervenant a pris quelques notes mais le chercheur ne dispose pas de l'ensemble des déclarations).

Remarquons que d'autres éléments (autres questionnaires) peuvent venir encore compléter ces sources de données, pour peu que les recoupements attestent d'une bonne fiabilité.

Les questionnaires sont adaptés à la position des enquêtés (A, E) et remplissent deux fonctions :

- pour la recherche, ils collectent des données contextualisées à propos des intentions de l'accompagnateur (et des attentes de l'accompagné) ;
- pour la situation S_2, ils jouent un rôle temporisateur entre la découverte du problème et les actions didactiques du parent (qui se trouve à la fois personnellement devant le milieu -2 et quasi publiquement devant les milieux -1, 0 et 1). Nous espérons qu'ils réduisent l'impulsivité de A_{-1} (et de E_{-2}) et facilite l'anticipation de A_0.

3 Analyse a priori des interactions didactiques familiales

a) Les comportements des partenaires

Il convient de ne pas négliger les effets connus provoqués par la présence d'un observateur. Il se pourrait en effet qu'un binôme lise le contrat comme l'exigence de produire un « bel » accompagnement. En privilégiant une forme particulière qui capterait toute son attention, il pourrait ne pas se rendre compte « à chaud » qu'un des résultats est faux, alors que son répertoire le permettrait en privé.

Inversement une certaine exaspération entre les parents et les enfants (tout en restant dans des proportions raisonnables) constitue un indice que le dispositif fonctionne et préserve des interactions authentiques[18].

Concernant les partenaires du même binôme, nous envisageons les comportements suivants :

- l'élève veut mettre l'accompagnateur à distance, soit pour ne pas être vu en train de chercher (d'hésiter, d'essayer et donc peut-être de se tromper), soit pour ne pas entendre trop tôt la réponse ou des explications (il veut trouver seul, ne fait pas confiance à l'idonéité des réponses ou des explications), soit parce qu'il n'est pas d'accord avec la réponse déjà proposée par l'accompagnateur (justesse, stratégie, argumentation de preuve, idonéité) ;
- l'élève veut au contraire obtenir de l'accompagnateur des renseignements précis (éventuellement la bonne réponse) ;
- l'accompagnateur « amateur » (non professionnel) évoque ses anciens souvenirs scolaires à l'occasion de la situation didactisée (relativement inhabituelle dans sa vie quotidienne), ce qui ravive deux positions : celle de l'élève devant un problème (qui doit fournir la solution et qui est jugé sur la base de sa réponse) et celle du professeur (position qu'il n'a pas vécue). Il essaye de s'inscrire dans la situation d'accompagnement selon l'un des deux modes ou selon des deux simultanément (ce qui provoque probablement des contradictions).

Face au problème, l'accompagnateur peut être tendu par la production d'une solution puis, lorsqu'il en a une, être pressé de la valider. Il peut rencontrer des difficultés à s'adapter à celle de son enfant si elle diffère trop. Ces réactions spontanées (non médiées par une formation professionnelle), dénotent que la dévolution du problème a été bien reçue (mais pas la position d'accompagnateur).

Face à la résolution de l'élève, l'accompagnateur peut être tendu par la production de l'élève. Il peut aussi chercher à « montrer » son rôle d'accompagnateur, selon l'idée qu'il se fait de ce rôle.

b) Les représentations figuratives et schématiques du problème

La représentation figurative ou schématique des problèmes mathématiques est devenu un moyen pédagogique courant. Son emploi professionnel est relativement récent et reste du domaine privé (les rapports entre la représentation et l'objet représenté ne sont pas fixés par des règles précises).

---

[18] C'est d'ailleurs ce qui a été observé, Genestoux (1995), p 68.

La plus souvent pour l'enseignant (a fortiori pour le novice en position didactique), la représentation est un moyen ostensif. Celui qui l'expose à l'élève, croit « donner à voir » la solution.
Cet usage didactique des graphiques échoue la plupart du temps, car pour les gérer, il faut que l'élève puisse disposer de la solution ou d'une méthode quasi algébrique (c'est à dire qu'il lui faut raisonner sur une quantité inconnue, comme par exemple concevoir de tracer un segment de longueur « quelconque »).
L'exécution d'une représentation dictée par autrui n'a donc guère d'intérêt explicatif, sauf peut-être pour celui qui en perçoit préalablement la signification, c'est à dire qui conçoit déjà les relations représentées. Par contre, les dessins et schémas peuvent posséder une valeur heuristique dès lors qu'on les produit soi-même.

Nous nous attendons à ce que les schémas et dessins jouent un grand rôle dans les interactions didactiques entre les parents et les enfants (d'autant que la situation s'y prête : en groupe, les dialogues verbaux seront probablement limités pour ne pas trop assourdir les voisins ; un schéma à montrer est aussi une réponse facile à fournir à l'animateur du débat).
Il nous faudra distinguer :

- un niveau de représentation des objets ;
- un niveau de représentation des relations.

De manière générale, ces représentations (figuratives ou schématiques) peuvent être :

- efficaces (modèle utilisable pour éprouver un raisonnement) ;
- seulement pertinentes (représentant correctement les objets et les relations) ;
- seulement significatives (en rapport avec la réalité).

Elles permettant ou non un contrôle de l'algorithme.

L'analyse a priori fait donc surgir d'autres présomptions pour lesquelles nous souhaitons obtenir des rétroactions empiriques.
H3 : La production de schémas (quelqu'en soit l'auteur) joue une fonction importante pour l'accompagnateur (il tend à la favoriser).

4 Les résultats expérimentaux

a) Les indicateurs de l'accompagnateur

Pour l'accompagnateur, le temps de silence et l'inactivité apparente de l'élève sont des indicateurs qui l'incitent à intervenir (H1 semble confirmée).

* Lors du débat (groupe 1), le parent n° 2 raconte que son enfant « n'avait rien compris depuis le début ». Mais comme il ne pouvait pas le « laisser mariner plus longtemps », il lui a « expliqué ». D'autres parents hochent le tête avec approbation, ils partagent l'idée qu'une recherche improductive qui se prolonge est « pesante pour l'enfant ».

* Le même thème est apparu lors du débat du second groupe. Le parent n° 9 raconte : « Mon enfant n'a pas su, je lui ai expliqué et il a à peu près compris. Je crois qu'il aurait eu besoin de plus de temps ». Puis il explique qu'il a été impatient de donner sa solution et combien il a été étonné et fier d'avoir su faire ce problème.
- Le parent n° 10 intervient : « On est bien obligé, à la fin, de dire quand même la solution ! ».
Après quelques diversions, le parent n° 7 ramène le débat sur ce thème et confirme qu'il était lui aussi impatient de dire sa solution à son enfant.

* Ce même parent n° 7 écrit dans le questionnaire : « Après un instant assez long de silence de mon enfant [*indice pour l'accompagnateur*] j'ai commencé à effectuer mon raisonnement sans lui [A_{-1}]. J'ai résolu le problème et toujours devant son apathie [*impatience*

et déception de l'accompagnateur A_0, qui se traduit par une expression péjorative[19]], j'ai commencé à lui expliquer [*ostension d'une solution*]. Il a alors réagit [*rétroaction pour A_0*] en me disant qu'il aurait fait différemment [*l'élève semble être sur la défensive*] ».

A contrario, l'activité de l'élève est un indicateur qui incite l'accompagnateur à s'effacer.

* Le parent n° 8 écrit : « Ma fille a commencé à écrire, elle avait l'air sûre d'elle, j'ai attendu qu'elle ait fini pour qu'elle m'explique ce qu'elle avait fait ».

Dans le débat (groupe 2), il confirme publiquement qu'il n'a pas cherché à intervenir, en voyant que son enfant résolvait seul et vite le problème ; bien au contraire c'est ce dernier qui lui a expliqué la manière de résoudre.

* Le parent n° 4 exprime mieux encore le processus : « Après avoir transcrit les données du problème, j'ai constaté que mon enfant savait résoudre le pb donc je l'ai laissée calculer et vérifier son résultat seule. Je n'ai pas eu besoin de faire une recherche en commun ».

L'intervention de l'accompagnateur est donc bien ici lié aux besoins que manifeste l'élève ; si ceux-ci ne s'expriment pas, le parent semble soulagé.

* L'élève n° 4 partage la même vision des choses : « Ma mère, voyant que j'y arrivais, a suivi mon raisonnement ».

* Lors du débat (groupe 1), le parent n° 4 précise encore qu'ils ont commencé à résoudre chacun de leur côté, mais qu'il « s'est vite fait dépasser » et complète : « Je ne fais pas pareil avec mes deux enfants. [élève n° 4] est grande, elle se débrouille ! Je peux lui faire confiance ».

Si nous supposons que l'ostension de sa réponse est la principale explication envisageable par l'accompagnateur, il est possible d'interpréter tant son calme que son exaspération par l'obligation de conduire l'élève à une réponse :

- si l'élève la produit seul, il peut essayer de troquer son désir de réussir le problème par le désir de réussir à l'écouter (ou il est soulagé de n'avoir rien à produire lui-même) ;
- si l'élève se rallie progressivement à sa réponse, exposée par morceaux, il établit un compromis entre deux tensions ;
- si l'élève ne produit pas de réponse et ne comprend pas sa réponse (ne peut pas partager le même répertoire ni de ce fait reconnaître une validité à ce que l'accompagnateur montre), l'accompagnateur perd la partie avec sa seule et unique carte gagnante. Il n'a plus rien à montrer, plus rien en réserve.

Dans le cas où l'accompagnateur n'aurait pas de réponse, seule « l'activité » de l'élève (qui secrète des matériaux verbaux ou graphiques) lui donne l'occasion d'interagir et éventuellement de les mener conjointement au but.

A côté des indicateurs de l'action, nous avons relevé dans les réponses des questionnaires d'autres types d'indices, plus vagues, qui s'apparenteraient plutôt à des raisons à fournir en cas de non réussite, mais qui étaient déjà mobilisés avant la résolution :

* le parent n° 10 estime que son enfant saura résoudre le problème « si elle prend la peine de réfléchir et ne se braque pas » ;

* le parent n° 6 estime que son enfant saura résoudre « à condition de ne pas s'angoisser ».

Nous rattachons ces déclarations (qui se présentent sous forme interprétative et qui ne sont pas traduites en terme d'indices observables) aux hypothèses H1 et H4.

Si l'élève ne « montre » pas qu'il ne s'angoisse pas ou ne se braque pas (en particulier en exprimant rapidement une piste de recherche), son apparente inactivité provoquera

[19] Lors de la phase débat, le même phénomène est apparu. Il raconte sa coopération didactique et emploie des mots désobligeants à propos de son enfant : « une lueur d'intelligence ».

probablement des réactions de la part de l'accompagnateur. Si l'élève n'est pas en mesure de produire seul une réponse (du moins si l'accompagnateur le craint), il est probable que l'accompagnateur sente peser plus fort sur ses épaules son assujettissement à la réalisation du devoir. Nous reviendrons sur les deux cas 6 et 10. Ils nous fourniront des informations plus précises sur les enjeux entre E_0 et A_0 au niveau de l'action didactique.

b) Les moyens de l'accompagnateur

Reprenons le tableau précédent :

N° binôme	réussite et ensemble de sol.	choix de l'arithme	classe de l'enfant	travail commun	déroulement inféré
1	-	v	6ème	x	
2	+N	p	6ème	x	
3	+N	p	6ème	x	
4	+N	p	3ème		P i → E +
5	+D	p	4ème		E i → P +
6	+Q	p	4ème		E - → P +
7	+N	p	5ème	x	
8	-	v→algèb	3ème		P i → E -
9	+Q	p et B	4ème		E i → P +
10	+Q	p	4ème	x	
11	i (inachevé)	p ‖ p	5ème		Pi ‖ E i

Nous avons identifié des corrections d'erreur :

* par le parent n° 6 ;
* par le parent n° 9 ;
* et par le parent n° 3 [20].

Les trois erreurs des élèves concernaient l' « oubli » du petit verre supplémentaire pour remplir la bouteille. Simple erreur de lecture de l'énoncé ? Nous reviendrons plus en détail sur ce point, à propos du binôme n° 1 (dans lequel le parent ne l'a pas corrigé).

Pour 6 binômes (1, 2, 3, 7, 9, 10), il semble que l'accompagnateur montre sa solution (en étayant plus ou moins), avant que l'élève ne puisse produire lui-même une réponse.
Pour 4 binômes (4, 5, 6, 8), une phase de résolution individuelle a précédé la mise en commun, durant laquelle c'est le partenaire qui a une solution a proposer qui « l'emporte » (l'élève pour les binômes 4 et 8 ; le parent pour les binômes 5 et 6).
Mais nous restons prudente sur ces constats, car les inférences sont relativement hasardeuses (et cumulent les incertitudes d'interprétation).
Dans le binôme 11, il n'y a pas eu de mise en commun, nous y reviendrons.

Seuls deux accompagnateurs (2 / 11, ou plutôt 2 / 10 puisque le parent n° 11 n'a pas participé à la situation S_0) n'ont pas recouru à des schémas : les parents n° 4 et n° 7.

Dans le binôme 4 (élève de 3ème), le parent a suivi la résolution de l'élève (système d'équations) sans intervenir.

Sur la feuille du parent n° 7, les solutions encadrées et une flèche paraissent les seules traces didactiques. Mais il n'est pas exclu que d'autres écritures aient une fonction

[20] Nous n'avons pas su reconstituer l'intégralité du déroulement de la résolution pour ce binôme. L'élève et le parent mentionnent une correction (sans en indiquer le lieu), mais il nous semble que cette correction ne se justifiait pas et que la disqualification de la réponse de l'élève jouait un rôle pour l'accompagnateur. Nous détaillerons plus loin.

d'explication (par exemple la progression : 1 l = 1000 ml = 10 dl = 100 cl) ; elles peuvent aussi avoir été indispensables à l'accompagnateur pour baliser de manière sûre son exposé (l'élève a regardé son parent résoudre et attendait la réponse).
L'hypothèse H5 semble donc plausible. Encore faut-il tenir compte du fait que la modalité principale de recueil des données (trace écrites) défavoriserait fortement les autres formes d'interactions didactiques (en particulier orales).

Nous avons procédé à une rapide analyse de l'usage des schémas.

1) <u>Solution graphique algébrique</u>

La construction (par le sujet) d'une représentation graphique des relations et de leur coordination est une aide à la résolution, car elle est moins linéaire et donc moins décisive qu'un discours. Le raisonnement peut s'échafauder au fur et à mesure (en commençant dans n'importe quel ordre, en particulier celui de l'énoncé.

* Par exemple, il est possible de tracer un segment, puis de concevoir qu'il faut le partager en 8, et enfin, d'envisager un rajout. C'est ce que nous reconnaissons dans le binôme n° 3 (il a été rayé).

Le dessin exerce une rétroaction spatiale, qui peut conduire au choix le plus judicieux de l'arithme, car il est plus facile de reporter que de partager.

* L'élève n° 11 dessine d'abord les récipients sans trop d'anticipation. Puis tout en traçant, il prend en compte de nouvelles relations. Il recommence sa représentation en anticipant cette fois l'espace nécessaire : la bouteille est assez grande pour contenir les 25 petits verres. La représentation figurative des relations d'inclusion est fonctionnelle, elle permet, si besoin, un comptage des unités.

2) <u>Solution graphique arithmétique</u>

L'ordre arithmétique est plus exigeant. Il faut pouvoir structurer le schéma avant de le tracer ; il n'est qu'une illustration des étapes du raisonnement.

* C'est l'usage qu'en fait le parent n° 3.

L'élève n° 3 écrit les relations de manière algébrique, avec des dessins. Il a mis le problème en équation comme en algèbre, ce qui aurait pu le conduire au résultat. Mais il choisit une autre voie : le mode graphique. Il est fortement probable que ce détour ait été conseillé par l'accompagnateur lui-même (marque de sa culture pédagogique). Nous pensons que la disqualification du schéma algébrique est une occasion de resserrer les interactions autour de la piste suivie par l'accompagnateur. Car le parent n° 3, de son côté, raisonne de manière arithmétique : il cherche le premier calcul (en privé, l'élève ne le voit pas) et exhibe finalement la solution par le graphique (choix de p comme arithme).
Le fait que le 24 n'apparaisse pas sur la feuille est significatif du statut arithmétique du schéma (le dernier p, qui était représenté à part, n'apparaît plus dans la représentation globalisée, le calcul n'est qu'une justification a posteriori).
Bien sûr, il n'est pas exclu que les différents liens aient été exprimés oralement. Mais la coordination des relations et le report de l'une dans l'autre qui permettent de trouver (mettre 3p dans V), semblent du même coup ne jouer qu'un rôle fugace et local. Il ne peut être identifiés par l'élève comme le futur moyen de résoudre. La seule trace qui demeure sur la feuille est graphique. Elle semble désigner la méthode à suivre (bien que le graphique ne génère pas en lui-même de solution).
C'est le choix judicieux de l'arithme (effectué par le parent) qui permet de dépasser l'obstacle de l'application affine. Le dessin n'est qu'un support, utile à l'accompagnateur pour communiquer sa propre solution. Ce n'est pas un milieu didactique (qui permettrait des rétroactions et donc une construction par l'élève).

L'aide didactique apportée par les schémas n'est donc pas garantie. Les schémas ne sont pas toujours utilisés par l'accompagnateur au profit de l'élève et de l'apprentissage.

c) Aide factice et accompagnement factice

Revenons sur le cas des binômes n° 6 et n° 10. Les accompagnateurs avaient déclaré avant la résolution commune que leur stratégie dépendrait de l'attitude de l'élève. Cette précision nous avait alerté sur les enjeux de la situation S_0.

Si nous reprenons les réussites des deux binômes n° 6 et n° 10 (deux réponses correctes, résultats fractionnaires) et les niveaux de classe des élèves (4ème), nous inférons que pour ce qui est de la séance effective, les craintes que l'élève s'angoisse (ou se braque) semblent avoir été finalement levées.

- Mais en regardant plus en détail les résolutions, il apparaît que ni le répertoire du parent n° 6, ni celui de l'élève n° 6, n'ont pu réguler les erreurs (nombreuses, fondamentales, mais qui ont pourtant abouti à une réponse juste). Tous deux interprètent les écarts de résultats, qui apparaissent entre les résolutions et entre les explications, comme le fait de méthodes, de raisonnements, de formes de présentations différentes ; c'est à dire avec un répertoire généraliste, qui ne permet pas de confrontations de pertinence et de validité.
- L'élève n° 10 bénéficie de l'impatience de son accompagnateur, qui dispose d'assez de connaissances mathématiques pour résoudre seul le problème : l'élève donne l'impression d'attendre qu'arrive une réponse (il n'a pas à prendre la peine de réfléchir !). Mais il en pâtit également, car la réponse produite par le parent est vraisemblablement hors de sa portée. Il n'est pas sûr qu'il puisse se l'approprier s'il devait l'exporter en classe.

Le dispositif expérimental se révèle donc très productif.

Sans la résolution effective conjointe d'un problème et sans la prise en compte de la dimension mathématique et didactique de la situation, l'interprétation des réponses aux questionnaires de ces deux binômes aurait été plutôt favorable : un accompagnement familial assumé et serein, qui serait efficace en mathématiques (puisque l'élève obtient de bons résultats).

- Sans la mise en correspondance des 6 questionnaires, il aurait été difficile de reconstituer les situations familiales n° 6 et n° 10 (nous y reviendrons dans le paragraphe suivant).
- Sans l'examen précis des feuilles de résolution, nous n'aurions pas identifié toutes les erreurs produites par le binôme n° 6 et nous n'aurions pas perçu l'écart des conceptions des partenaires du binôme n° 10.

Malgré son caractère ponctuel, l'expérimentation a aussi permis de faire apparaître des conditions moins contextualisées du fonctionnement ordinaire de ces deux familles.

- Il est rare qu'une succession d'erreurs aboutisse à une réponse juste. Le parent n° 6 ne s'attendait pas à une telle réussite : « Chacun nous avons fait notre exercice de notre côté. Puis nous avons comparé, amusant ! Même résultat, mais pas les mêmes méthodes. Pour une fois je m'en suis sorti » ; l'élève n° 6 de son côté ne semble pas s'être rendu compte des risques qu'il avait frôlé : « On rigolait et on s'est expliqué nos raisonnements » ; il a fait appel à l'aide de son parent « parce qu'elle faisait plus simple que moi »;
- Quant au parent n° 10, il exprime qu'au contraire il n'est pas assuré de s'en sortir aussi bien à tous les coups : « Quelques fois les choses se passent plus mal ! ».

Ainsi :

- pour le parent, qui n'est pas confiant dans sa capacité à produire lui même une solution, la situation d'accompagnement est très incertaine, la coopération entre E et A est essentielle à la réussite du projet de S_{-1} (résoudre le problème) ;

- pour le parent, qui n'a d'autre ressource que de dire sa solution, la situation d'accompagnement est très incertaine, la participation de E est essentielle à la réussite du projet S_0 (amener E à une réponse).

Tout se passe comme si, contraints d'accompagner le travail de l'élève en mathématiques, le parent qui ne dispose pas des connaissances mathématiques nécessaires, tout comme le parent qui ne dispose pas des connaissances didactiques nécessaires étaient tous deux dépendants du bon vouloir de l'élève à s'impliquer, à entrer dans le contrat didactique.

Heureusement pour ces deux familles, le cas critique ne se produit pas très souvent :

- l'élève n° 6 paraît maintenir suffisamment son parent à distance des contenus[21] pour ne pas être trop entravé par les erreurs qu'ils produisent chacun et ne peuvent mutuellement corriger ; l'aide parentale factice ne porte donc pas trop à conséquence ;

- le parent n° 10 paraît en savoir assez pour ne pas souffler de solutions erronées à l'élève ; l'accompagnement parental factice n'engendre donc pas trop de dégâts.

Nous verrons plus loin que l'élève n° 1 n'a pas cette chance : lui aussi est reconnu en difficulté, il possède un parent qui s'active pour lui expliquer avant même qu'il ne se soit confronté au problème. Mais le parent n°1 connaît mal les mathématiques ...

d) Que faire si on ne sait pas résoudre ?

Dans la famille n° 11, les recours extérieurs pour accompagner les apprentissages en mathématiques sont nombreux et hiérarchisés : l'élève (6ème) est suivi à la fois par un professeur de mathématiques et par un étudiant (qui suit à domicile l'exécution de tous ses devoirs, deux soirs par semaine)[22].

Le parent n° 11 déclare suivre son enfant en mathématiques, mais juste en vérifiant que le travail est fait (sans regarder précisément le contenu). C'est en se fiant aux notes[23], qu'il estime que son enfant est en difficulté. A la maison, il n'intervient jamais dans le travail mathématique[24], car celui-ci est, dit-il, source de « conflits ».

L'accompagnateur (A_1) contrôle que l'élève a effectué ses devoirs et suit régulièrement les résultats que l'institution scolaire lui transmet, mais il délègue les autres responsabilités (A_0) à d'autres institutions.

---

[21] L'élève déclare « c'était " exceptionnel" que ma mère m'aide ». Il estime pour sa part que la séance ne modifiera en rien son travail à la maison. Il affirme (sans le modérer) que, selon lui, les parents ne doivent pas intervenir dans le travail en mathématiques. Il ne souhaite pas que ses parents réfléchissent avec lui sur la manière de l'aider à réfléchir (même si dans le contexte de résolution, il avait déclaré avoir eu recours à cette aide). Il distingue très clairement l'accompagnement familial (pour lui non souhaitable) des autres formes d'accompagnement (pour lui souhaitable). L'échelle qu'il propose des contrats est particulièrement régulière, de la plus forte à la moindre distance didactique : l'efficacité de l'aide décroît selon que ses parents
1) ne s'en mêleraient pas, 2) le laisseraient résoudre tout seul et lui diraient à la fin si c'est juste ou faux, 3) l'écouteraient et signaleraient les erreurs sans corriger, 4) chercheraient avec lui, 5) lui expliqueraient leur manière de résoudre, 6) feraient l'exercice à sa place. Notre dernière proposition (« comprendraient que ce n'est pas facile d'être un élève ») a fait l'objet d'hésitations, de corrections que nous pouvons difficilement décrypter (5 ou 6 ou 7 ou éliminé par radiation).

[22] Par ailleurs, nous avons appris que l'élève n° 11 se faisait aider « de temps en temps par une amie qui habite Paris et à laquelle il téléphone ». Dans son questionnaire, il ne mentionne que cette amie et annonce un rythme hebdomadaire pour cette aide.

[23] Seul cet indice a été choisi, dans la liste ouverte de 3 propositions (notes, avis de l'enfant, avis du professeur, autre).

[24] Les observations et les commentaires de l'élève confirment le caractère habituel de ce comportement.

Fidèle à son habitude[25], le parent marque une forte distance avec le contenu mathématique durant toute la séance. Tout en participant au déroulement et en se prêtant volontiers aux questionnaires ou au débat collectif, il déclare qu'il n'a « pas envie de faire l'effort [de résoudre le problème proposé], car il s'agit de maths » (position A_{-1}). Suite à la première lecture de l'énoncé, il écrit qu'il ne saura pas le résoudre et qu'il ignore si son enfant le saura.
Effectivement, le parent n'a joué aucun rôle didactique[26] durant la résolution du problème. Pourtant il ne s'est pas montré indifférent. Il a marqué sa présence aux côtés de son enfant et son intérêt pour les efforts fournis. L'enfant n'a pu achever sa résolution. Il ne paraissait pas affecté d'en porter seul la responsabilité. La situation d'accompagnement non didactique était, apparemment pour lui, familière.

Le parent n° 11 n'a pas vraiment choisit cette modalité de l'accompagnement et ne l'assume pas complètement.

- En effet, il regrette de ne pas avoir lui-même bénéficié d'une aide familiale[27] et estime que pour le travail en mathématiques, les parents doivent aider.
- Pourtant, il ne souhaite pas saisir d'autres occasions de se réunir avec d'autres parents pour travailler dans cet esprit de coopération avec l'enfant. Il pense d'ailleurs que cette séance n'aura aucun effet sur son comportement futur[28].

Sa distance avec le contenu mathématique ne semble donc pas seulement liée aux difficultés de son enfant (par précautions ou à cause de la complexité de l'aide), mais aux siennes (répertoire de connaissances insuffisant ou/et rapport aux savoirs mathématiques plutôt négatif).

Les productions écrites du parent n° 11 sont intéressantes : elles attestent le caractère contradictoire de son apparente indifférence didactique. La résolution du problème, qui avait pourtant été farouchement refusée et annoncée depuis longtemps comme telle, a malgré tout été ébauchée par ce parent. Tout en haut de sa feuille presque vierge (qui avait été refusée lors de la distribution, mais imposée par l'intervenant), un résultat isolé, écrit tout petit, témoigne d'un calcul mental pertinent.
Nous y voyons l'indice que si d'autres conditions étaient trouvées, le comportement de cet adulte à première vue réticent pourrait changer. Car sa mise à distance n'est pas l'effet d'un principe, mais plutôt d'une attitude de défense ... ou tout simplement de grande prudence ! [29].

---

[25] Pour ce parent, le contrat de la séance était clairement de « faire comme à la maison ». Peut-être cette obligation a-t-elle freiné ses interventions à chaud, peut-être l'a-t-il regretté. Le lendemain de la séance, il a déploré auprès de l'intervenant : « les autres parents n'ont pas joué le jeu ! ».

[26] Rappelons que notre définition stipule une intention de modifier le répertoire mathématique de E.

[27] La réponse du parent prend d'un coup un accent très intime et dramatique, dénotant des implications affectives fortes : « Père décédé dès mon plus jeune âge. Mère travaillant toute la journée → aucune aide possible ». Au cours des entretiens préliminaires (cités p 60), le parent a également parlé de son rapport particulièrement douloureux au mathématiques.

[28] L'élève pense lui aussi que cette expérience ne changera rien au fonctionnement familial, tout en estimant qu' « en mathématiques, les parents doivent rassurer, encourager et aider ». Il souhaite pourtant que ses parents réfléchissent avec lui sur la manière de l'aider à réussir en mathématiques. Il série l'efficacité des aides parentales comme suit : 1) ses parents le laisseraient résoudre tout seul et lui diraient à la fin, si c'est juste ou faux ; 2) ses parents l'écouteraient et signaleraient les erreurs sans les corriger ; 3) ses parents lui expliqueraient leur manière de résoudre. C'est à dire qu'il n'attend guère plus que ce qui se passe déjà de manière générale, mais aimerait que la vérification s'actualise sur le contenu et lui fournisse des indices de validité (sans forcément inclure des interventions en cas d'erreur).

[29] Ce parent ne gardait pas un souvenir négatif de cette expérience et nous pensons qu'il en a retiré plus qu'il ne l'a annoncé. En effet, le lendemain il a répété qu'il ne se sentait pas motivé pour suivre une formation de ce type, mais, a-t-il souligné : « c'était très intéressant de voir comment faisaient les autres parents ! ».

e) Résoudre devant l'élève

Le parent n° 2 est sûr de lui, il annonce pouvoir, dès la première lecture de l'énoncé, résoudre le problème.

Une seule feuille a été utilisée par ce binôme. Seul l'adulte écrit, sa solution est correcte.

Le récit du parent n° 2 le situe d'emblée dans la position de l'accompagnateur A_0 : le milieu évoqué est celui de la résolution par l'élève, l'enfant générique et le sujet épistémologique sont mis en retrait. Le déroulement de la résolution ressemble à un algorithme de type méthodologique :

« 1) L'enfant n'avait rien compris à l'énoncé »	*(indice pour l'accompagnateur)*
« 2) L'aide a réalisé un schéma »	*(moyen d'agir pour l'accompagnateur : ostension d'une solution sous une forme reconnue comme didactique)*
« 3) Recherche d'un nombre dans le texte »	
« 4) Puis résoudre le problème en utilisant les nombres trouvés »	*(algorithme proposable à l'enfant en vue d'une dévolution future).*

L'élève n° 2 semble habitué à cette forme d'accompagnement. Il l'accepte comme telle et ne ressent pas de gêne à décrire avec réalisme les étapes de cette pratique familiale (mêmes indices, mêmes réactions didactiques) :

« Papa m'a expliqué, j'ai compris. Il m'a fait des schémas. Il m'a demandé ce qu'on pouvait faire. Je lui ai dit et comme c'était faux, il a tout fait en expliquant ».

Il déclare avoir demandé de l'aide à son parent : « parce que je n'ai rien compris » et de manière générale, il préfère se « faire aider pour mieux comprendre ».

L'aide semble ici comprise comme un apport de techniques, sans tralala pédagogique. Tant que le répertoire du parent le permet, tant que l'enfant réinvesti pour son propre compte les connaissances que son parent tient à sa disposition en cas de besoin, et tant que l'écart entre les répertoires n'est pas trop important (ce qui n'était pas le cas dans la famille n° 10), l'accompagnement ainsi conçu peut être relativement efficace du point de vue scolaire.

f) Les connaissances mathématiques ne suffisent pas

Mais les connaissances mathématiques personnelles ne suffisent pas toujours pour le projet d'accompagnement didactique (même dans le cas où l'élève arrive à suivre le raisonnement du parent-accompagnateur). Dans les deux groupes, le débat a fait apparaître la question de l'incompatibilité des solutions proposées par les parents (pourtant mathématiquement justes) avec celles acceptées par les enseignants. L'idonéité des réponses et des résolutions, mais aussi la liste des théorèmes institutionnalisés et donc officiellement utilisables en classe par l'élève sont souvent inconnues des parents.

Par exemple le parent n° 3 raconte : « L'autre jour, je lui ai expliqué un problème avec des triangles. Mais ma solution était trop compliquée, trop abstraite. Je ne m'en suis rendu compte qu'après, en voyant la correction sur le cahier. Le professeur, c'est son métier, il sait faire et il connaît les enfants, moi je ne suis pas bien au courant de ce qu'il fait et de comment il fait. Mon aide n'a servi à rien. D'ailleurs [l'élève n° 3] n'a même pas voulu montrer la solution à son prof ! Heureusement, il a bien compris les explications données en classe, je n'ai pas eu à intervenir à nouveau[30] ».

g) Les connaissances pédagogiques ne suffisent pas

[30] Dans le questionnaire, ce parent nous informe qu'il est fils d'instituteur.

Les connaissances pédagogiques ne remplacent pas les connaissances mathématiques de l'accompagnateur, lorsque qu'il s'agit de guider un élève qui ne peut produire de solution.
C'est ce que nous révèle le cas du binôme n° 1 (il n'y a pas eu de résolution conjointe comme dans le binôme n° 6).

Tout ce que nous avons recueilli (observations et déclarations) à propos du parent n° 1 témoigne de son intérêt pour le travail mathématique de son enfant. Il investit très fortement la dimension pédagogique des interactions ; ses connaissances mathématiques sont manifestement peu nombreuses et peu fiables[31]. Le parent n° 1 en convient[32] et l'assume. Il ne considère pas que ce soit indispensable pour pouvoir accompagner efficacement son enfant[33]. Même s'il trouve le problème difficile, il se déclare prêt à regarder avec l'enfant ce qu'ils peuvent faire pour le résoudre (il envisage qu'« avec plus de temps », il saura trouver une solution).

Une des deux feuilles contient de nombreux schémas et traces d'explications (redondances, mots soulignés, schémas entourés, etc.). L'autre est décorée de nombreux petits personnages (sans rapport avec les mathématiques).
Comme dans le binôme n° 10, l'élève se dit en difficulté : « je n'arrive pas à faire bon nombre de problème » ; « je préfère me faire aider car j'ai envie de réussir dans la vie et de ne pas être trop handicapée à cause de cette matière ». Son attitude en retrait incite son parent à ne pas le laisser chercher seul longtemps : « Maman et moi avons travaillé tout de suite ensemble, avec nos schémas <u>ou</u> plutôt nos dessins. Il me faut tellement de temps pour analyser un texte que nous avons travaillées tout de suite ensemble [34] ». De son côté, le parent estime que la séance a été pénible pour l'enfant. Nous avons vu lors du débat collectif, que les justifications psychologiques et pathologiques (« Elle a fait de la dyscalculie étant petite ») sont maniées avec dextérité par cette famille.
Tout porte donc à penser que le parent a guidé la solution de l'élève (l'écriture de ce dernier figure à différents endroits sur la feuille commune, mais la décoration minutieuse de la seconde feuille a sans doute nécessité du temps).
Le problème est résolu comme une application linéaire, seuls les multiples sont représentés dans les schémas : V correspond à trois p et B à huit V.
Nous pouvons envisager différents niveaux d'explication de cette erreur[35].

- Explications extrinsèques : une mauvaise « lecture » de l'énoncé, une déstabilisation, une distraction.

Mais, dans le cas du parent n° 1, nous doutons de telles interprétations[36].

---

[31] Il déclare, après projection de l'énoncé du problème (d'algèbre), qu'il le trouve difficile et qu'il aurait préféré « la géométrie et l'algèbre ». La solution qu'il produit (et fournit à l'élève) est fausse. Lors de l'exposé public de sa solution, il ne manifeste aucune prise de conscience des erreurs qu'il a produites. Il interprète comme des méthodes différentes, mais correctes, les écarts entre résultats justes et résultats faux. Nous retrouvons-là le même type d'argumentation non pertinente que dans le binôme n° 6. L'intervenant a tiré (lâchement) parti de ces confusions pour ne pas confronter cette famille à des rétroactions déstabilisantes, il ne disposait pas des conditions suffisantes pour qu'elle en tire finalement bénéfice (le parent était trop assuré, l'élève trop fragile, le temps était trop court, l'enfant et d'autres personnes assistaient aux discussions, etc.).

[32] Il annonce dans le questionnaire 3 qu'il aurait aimé, étant élève, être aidé pour ses « difficultés de raisonnement dans l'abstraction mathématique ».

[33] Il ne minimise pas, comme certains parents l'ont fait, ses capacités à corriger les exercices et à aider à les résoudre. Lors du débat (groupe 1), il évoque facilement son « horreur des maths ».

[34] Nous remarquons que l'élève a souligné la conjonction de coordination d'un double trait. Peut-être avons nous un peu trop vite interprété les traces semblables sur la feuille de résolution comme étant des marques didactiques du parent. Peut-être que l'élève a si bien intégré les distinctions plusieurs fois expliquées entre schémas et dessins (culture méthodologique), qu'il les transporte dans ses propres commentaires ...

[35] Commise aussi, nous l'avons dit, par d'autres élèves.

[36] Elles sont courantes, elle correspondent à des représentations largement diffusées et partagées.

En effet, cette personne maîtrise parfaitement la lecture et la langue française, ne manifeste aucune nervosité, s'implique fortement dans son rôle d'accompagnateur et n'a pas remis en question sa solution, même après l'exposé public de la solution correcte.

- Explication intrinsèque au répertoire mathématique : absence de conception d'une relation autre que la linéarité.

Les élèves qui ont produit cette même erreur (ou ceux qui n'ont pas eu le temps de la produire) ne disposent probablement pas encore (surtout les plus jeunes de 6ème) d'une conceptualisation claire ou stabilisée de l'application affine. La conception linéaire est sans doute plus ancienne et plus accessible, elle fournit plus facilement une réponse que la notion qui est mise en jeu dans ce problème.

Mais dans le cas du parent n° 1, nous proposons encore une autre éventualité.

- Explication intrinsèque au répertoire didactique :

L'élève n° 1 (en 6ème et faisant probablement référence de manière prégnante à une conception de linéarité) représente 8 contenants (de manière figurative, avec un niveau de liquide). Mais coordonnant peut-être mal les rôles des deux variables en jeu, il nomme ces contenants : B (7 fois de suite).

Peut-être que le parent, occupé par cette correction (liée à la compréhension du problème) « oublie » la nature du lien entre les données (fugitivement perçue à la lecture de l'énoncé, mais non immédiatement interprétée en termes d'objectifs didactique) . L'erreur ne serait alors pas directement due à un manque de connaissances de la part de l'accompagnateur, mais à leur fragilité : la charge attentionnelle serait telle qu'elle inhiberait les moyens de contrôle habituels du parent.

Cette éventuelle « absorption » de répertoire ne s'est pas produite n'importe où.

Il est plus difficile de concevoir de « remonter » à partir d'un unique résultat, pour trouver deux inconnues que pour une seule. Une relation affine complexifie la recherche de l'antécédent. Elle nécessite en particulier de coordonner avant tout calcul les deux relations de l'énoncé (alors dans le cas contraire, deux étapes simples se succèdent).

Il est probable que dans le sens arithmétique ordinaire (ou recherche d'une image), ce parent concevrait très bien la somme (certains des élèves aussi). Mais si il a en tête une division pour résoudre, celle-ci fait obstacle à la prise en compte de la somme et renvoie à une conception linéaire, plus en accord avec l'intuition.

Un second élément renforce ce type de réduction d'énoncé. Le parent fait référence à un découpage standard d'une résolution de problème (modèle méthodologique) qui comporte quatre étapes (avec éventuellement des boucles itératives) :

- lecture de l'énoncé et traduction qui fait sens ;
- choix de l'opération appropriée ;
- effectuation ;
- rédaction de la réponse.

La structuration de son commentaire écrit (questionnaire 2) suit en effet ce type de déroulement :

« Mise sur "orbite" car [élève n° 1] partait dans le vague, obsédée par la question : je dois faire telle ou telle opération. <u>D'elle même,</u> elle a fait des dessins. Ensuite on a fait <u>ensemble</u> un raisonnement par rapport aux dessins. Je la "guide " en permanence. Pas de problème pour la technique de la division, mais le processus de résolution du problème a été difficile à déterminer pour [élève n° 1] (et moi aussi ...) » (les guillemets et les mots soulignés sont de l'auteur).

Nous identifions une régulation de l'accompagnateur qui identifie un comportement inadéquat de l'élève (il se précipite sur un choix opératoire, sans prendre le temps de relier ses décisions au sens de l'énoncé) ; puis une phase de raisonnement, schéma à l'appui ; une phase d'effectuation (une unique opération, pour chaque étape).

Représentation de l'aide à la résolution de problème :

Le problème comporte un énoncé, un texte comprenant une question, qu'il convient de décoder et analyser pour pouvoir déduire la bonne opération à effectuer afin d'obtenir le résultat.

Les différentes étapes d'une résolution seraient donc, de manière chronologique et linéaire :

- la lecture de l'énoncé (l'erreur du parent pourrait être interprétée en terme de mauvaise lecture) ;
- la représentation figurative ou mieux, schématique de l'énoncé ;
- la recherche de l'opération (traduire certains indices du textes en terme d'opération) ;
- l'effectuation de l'opération (qui exige une maîtrise des algorithmes) ;
- la rédaction de la phrase réponse.

Les dessins (les schémas) jouent dans cette idéologie les rôles essentiels :

- moyen d'accéder au sens du texte (aide pédagogique considérée comme communicable) ;
- instrument de preuve de la compréhension de l'élève exigible par l'accompagnateur (telle une lecture à haute voix, qui prouve que l'on sait lire en lecture silencieuse) ;
- moyen ostensif pour l'accompagnateur du sens (caché) de l'énoncé ;
- un support pour les explication de l'accompagnateur ou les questions et les réponses de l'élève.

Cette troisième explication est spéculative. Elle présente un avantage pragmatique certain : l'intervenant a préféré parier que, préoccupé par son rôle d'accompagnateur, ce parent avait lâché sa vigilance épistémologique au sujet du raisonnement mathématique lui-même. En pointant le lieu de l'erreur, peut-être que l'acteur se serait rendu compte, seul (avec son répertoire), de sa bévue et en aurait gêné (y compris dans un contexte de formation plus intime que le dispositif le permettait). Il ne nous paraît pas judicieux d'interpréter toutes les erreurs comme des lacunes[37]. Il n'est pas si facile de manier deux champs conjointement, les connaissances doivent être à toute épreuve. Les promoteurs de la liberté pédagogique critiquent parfois les manuels et les ingénieries didactiques, trop contraignants selon eux. Les didacticiens considèrent souvent qu'un guide, a priori conçu, n'empêche pas d'improviser, mais constitue des points d'accroches utiles lorsque les coordinations sont trop complexes.

Nous ferons donc l'hypothèse que cette erreur traduit des connaissances mathématiques instables, car non suffisamment familières pour l'usage qui en est fait, dans les conditions présentes. D'autres arguments plaident pour une inadéquation des connaissances disponibles avec la situation.

La résolution ne contient pas de trace de traitement algébrique, ou plutôt nous observons une utilisation arithmétique de l'algèbre : dans l'expression B = 1 l, B n'est qu'un relais, un nom. L'écriture « 1 verre V = 3 verres p » résume l'énoncé, mais n'est pas manipulé comme une équation.

Il n'y a pas report de la première relation dans la seconde (remplacement de V par 3p).

Les instruments graphiques ne sont que des descripteurs figuratifs, sémantiques ou formels (signe =), ils ne provoquent pas de rétroaction (comme aurait pu le faire une représentation inclusive des relations comme ceux de l'élève n° 11).

[37] Les observations régulières et tournantes du COREM sont riches d'enseignements qui invitent à la modération interprétative au sujet des erreurs produites par les enseignants au cours des leçons. M.H. Salin effectue actuellement des travaux sur ce thème.

Le parent n° 1 est peut-être plus épanoui que le parent n° 11, mais il paraît moins raisonnable : ses ambitions dépassent de beaucoup les possibilités de son répertoire mathématique et didactique ; son savoir pédagogique, son enthousiasme et sa patience ne compensent pas l'incapacité dans laquelle il se trouve de contrôler les productions des interactions (et rien ne semble lui permettre d'en prendre conscience pour ajuster ses décisions).

h) Résoudre est une chose, contrôler les interactions en est une autre

Pour tenter d'éprouver à nouveau une distinction entre :

- un répertoire personnel de connaissances mathématiques, qui permet de résoudre seul un problème ;
- et un répertoire didactique qui permet de conduire une situation, dont le but est d'augmenter ou d'entraîner les connaissances d'un élève ;

nous allons réexaminer le cas du binôme n° 6 à la lumière des contraintes de la situation S_0.

La traduction et la résolution algébrique du problème effectuées par le parent n° 6 sont correctes (les solutions sont écrites sous forme fractionnaire).

Mais l'élève n° 6 élabore de son côté une piste de recherche fort différente : il calcule (ou produit directement) le huitième d'un litre (conception erronée de la structure affine du problème) et s'acharne à vérifier son résultat (écriture décimale).

Le parent n° 6 a pu corriger cette erreur, mais l'écart devient probablement trop grand entre ce qu'il pourrait contrôler s'il était seul et ce qu'il peut identifier et coordonner dans la situation S_0. Un effet d'accumulation des notions mathématiques en jeu (en particulier fraction et division dans les décimaux) importées probablement de manière indépendante par les deux résolveurs (il y a donc apparition pour chacun d'eux de redondances, d'éléments non pertinents ou inutiles, d'incompatibilité peut-être), augmente les occasions d'erreurs et déstabilise les répertoires de contrôle (conceptions erronées, algorithmes mal assurés).

La mise en commun de résolutions indépendantes apparaît donc comme un distracteur important pour l'accompagnateur, un élargissement conséquent du champ qu'il doit contrôler, une ouverture des questions et des explications. Pour fonctionner en situation didactique, le répertoire de connaissances mathématiques doit être à toute épreuve.

5 Conclusions

Donner la (sa) solution apparaît pour l'accompagnateur comme une fin inéluctable, mais qu'il convient de réussir à retarder. L'adoption commune d'une réponse (même fausse) semble jouer un rôle de sémaphore pour les assujettis à la réalisation des devoirs.

L'accompagnateur paraît lutter contre quatre tensions :

- s'il dispose d'une solution, la dire au plus vite (certains parents ont manifesté une certaine fierté à être parvenu à un résultat (position A_{-1}) ;
- « retenir » sa solution (position A_0) ;
- ne pas laisser trop longtemps l'élève dans l'errance (interprétée comme pénible pour lui, mais probablement difficile aussi pour A_0) ;
- ne pas céder à l'élève qui manifeste son besoin d'obtenir un indice (encore faut-il pouvoir en fournir un) ou la réponse (ce serait fausser le contrat).

Laisser peu de temps à l'élève, l'orienter vers la (sa) piste de recherche, dévoiler trop et trop vite son issue, peuvent être interprétés de différentes manières. Nous laisserons de côté les nombreuses et connues explications (pour nous) extrinsèques.

Nous considérons que :

- les deux premières tensions correspondent aux positions A_{-1} et A_0, elles tiennent aux possibilités des répertoires mathématique et didactique de l'accompagnateur ;
- les deux autres correspondent à sa position didactique dans la situation 0.

Nous pourrions à juste titre considérer que le répertoire didactique des parents est en général trop pauvre pour qu'il puisse envisager plusieurs moyens de résoudre ou interpréter d'autres pistes que la sienne[38].
Mais quels moyens s'offrent à celui qui souhaiterait augmenter les répertoires mathématique et didactique des parents ?
Le cas des parents qui ne disposent même pas des moyens de produire seuls la solution est encore plus critique : sans réponse, ils sont à la merci de l'élève, ne peuvent vérifier la réponse qu'il fournit, encore moins le guider dans sa recherche.

Quelle pourraient être alors la nature de leurs interactions d'accompagnement ?
Les moyens généralistes (en particulier méthodologiques) qui ne peuvent être coordonnés avec la situation effective (le problème posé, les erreurs produites, les impasses à dépasser) s'avèrent impuissants à dénouer les tensions précédentes.
Quelle serait une culture didactique pratique, qui se populariserait facilement et serait commune aux institutions qui accompagnent l'étude personnelle des élèves ?

Certains travaux se sont intéressés au tutorat entre élèves ou aux actions des intervenants périscolaires[39]. Il semblent que les auteurs oscillent entre valorisation des efforts entrepris (au risque d'entretenir des illusions sur l'efficacité des interactions) et disqualification des pratiques de ceux qui croient naïvement imiter le modèle professoral sans jamais l'atteindre.
Nous doutons d'ailleurs que tous les accompagnateurs (adultes et enfants) croient vraiment qu'ils ont une chance d'imiter un professeur (même s'il ne disposent que de ce modèle).
Notre dispositif montre qu'effectivement certains sont inconscients de l'écart qui existe entre ce qu'ils croient réaliser et ce qu'ils font, mais aussi que beaucoup sont coincés dans un contrat qu'ils ne peuvent pas toujours remplir.

Faut-il alors conclure qu'il est vain d'impliquer les familles dans le suivi des devoirs ?
Nous proposons une autre explication du comportement de l'accompagnateur qui consiste à guider trop fortement l'élève, au point de résoudre à sa place.
Une explication moins descriptive et plus fonctionnelle des faits serait : ce comportement est un moyen pour lui de réduire l'incertitude didactique, de concentrer le champ des questions et des réponses sur le domaine que son répertoire peut espérer contrôler.

Serait-il envisageable de soulager l'accompagnateur de cette fermeture didactique ? De concevoir des conditions qui ne lui laisseraient pas la charge (et d'en côtoyer les risques) de clore la situation par sa réponse (qui peut ne pas être productible ou ne pas être valide) ? La première tension serait alors en partie réduite : l'issue serait octroyée d'office, la solution ne serait pas l'objet de tant d'enjeux personnels[40].
Les trois autres tensions tiennent à la possibilité ou non pour l'accompagnateur, de convertir ses observations en moyens didactiques pour relancer (ou tout simplement amorcer) la recherche par l'élève.
Notre dispositif ne permettait pas de collecter les questionnements des accompagnateurs, nous y voyons là un défaut important, la dimension verbale des interactions est probablement importante.

---

[38] Nous même avons rencontré des difficultés à interpréter certaines des traces recueillies !
[39] Par exemple Finkelstein et Ducros (1989) ou Sicot et Payet (1996).
[40] Il reste une part irréductible, car la reconstruction personnelle de cette solution modifie la perception de l'acteur : il peut citer la solution, mais il peut aussi y adhérer et se l'approprier à nouveau comme personnelle.

Mais il nous a donné l'occasion d'analyser l'utilisation des schémas : certains sont des milieux didactiques ou auto-didactiques, d'autres ne sont que des supports pour interagir (monter une solution, appuyer une explication). Par contre, il semble que dans tous les cas, ils soulagent l'accompagnateur, ils lui fournissent une occasion et un lieu d'échange, ils rompent le silence et l'inactivité.
Serait-il envisageable de concevoir d'autres moyens plus adaptés pour remplir cette fonction ?
Est-il possible d'inclure dans la panoplie de l'accompagnateur, en plus de la solution, des occasions d'interactions, un générateur de questions, des supports d'interactions, afin qu'il ne porte pas seul la responsabilité de produire (avec son répertoire) les antidotes didactiques de l'impatience, la mesquinerie et la faiblesse humaines ou tout simplement les moyens d'aménager pour l'élève les conditions d'un apprentissage (c'est à dire résistant aux efforts à fournir pour y parvenir) ?
N'est-ce pas finalement le lot de tout projet didactique que de trouver des compromis entre incertitude et sécurité, entre entropie et stabilité, entre prise de risque et balisage ?

Remarquons que des quatre tensions que nous avons citées (p 76), les parents ont surtout exprimé les trois premières. C'est l'attitude de certains élèves qui a mis en évidence la quatrième (ainsi que l'analyse, classique en didactique, des positions et des assujettissements).
Nous nous interrogeons sur cette distinction : est-ce parce que l'accompagnateur ne peut dire, devant l'élève qu'il est d'une certaine façon contraint par son comportement (un élément du contrat didactique qui ne peut être explicité, puisqu'il est un paradoxe de cette fonction) ou parce que l'autre revers de l'équilibre (à savoir ne pas laisser l'élève dans l'errance) absorbe toute les communications du niveau 2 ?
Il est à remarquer que les parents ont toujours associé le caractère pénible de l'inactivité qui se prolonge avec le ressenti de l'enfant. Même le parent n° 10, qui s'est rebiffé contre ce type d'explication, n'a pas frontalement exprimé qu'elle était aussi pénible pour l'adulte (il a seulement évoqué l'issue : dire finalement la réponse).
Les assujettissements de l'accompagnateur ne se limiteraient donc pas à ceux que nous avons décrits pour l'action didactique ?
L'examen des niveaux supérieurs nous fournira des éléments de réponse.

III Les parents et l'accompagnement des apprentissages scolaires

1 Hypothèses

Nous avons voulu confronter les intentions et les déclarations des familles avec ce qui pouvait se réaliser effectivement. L'observation directe d'interactions effectives était donc indispensable à notre projet, mais il nous fallait conjointement collecter les récits des acteurs.
Les hypothèses qui concernent le niveau S_1 de l'accompagnement familial de la scolarité des élèves en mathématiques portent donc essentiellement sur d'éventuels écarts entre :

- ce qui est publiquement annoncé par A_2 ;
- ce qui est prévu ou perçu par A_1 ;
- ce qui est réalisé par A_0 .

H1 : L'accompagnateur se sent obligé d'annoncer plus que ce qu'il est conscient de pouvoir faire (la situation de communication introduit de nouvelles contraintes).
H2 : L'accompagnateur croit pouvoir faire mieux que ce qu'il peut effectivement réaliser (le répertoire estimé par A_1 ne coïncide pas avec son répertoire effectif).
H3 : Les conflits entre parents et enfants sont en partie conditionné par ce qui se passe dans les niveaux didactiques inférieurs :

- si E_{-2} et A_{-1} sont en mesure de produire une même solution, la dimension didactique intervient peu dans les relations entre protagonistes, car les engagements institutionnels seront tenus (pour E et A) ;

- sinon, les tensions dues aux assujettissements didactiques (en particulier si les répertoires de E et de A ne non pas adaptés aux exigences de l'institution scolaire), aggravent les relations.

Nous espérons également collecter des informations sur le suivi de la scolarité en mathématiques. Qui sont les éventuels autres accompagnateurs des apprentissages mathématiques ? Pour quelles raisons les élèves et leurs parents font-ils appel à des personnes extérieures ?

2 Dispositif expérimental

a) Les familles des collégiens

Nous avions précédemment identifié Genestoux (1995) que les conditions de l'école primaire et celles du collège ne permettaient pas les mêmes échanges entre enseignants et parents d'élèves et que la plus ou moins grande proximité entre ces deux partenaires influait sur les régulations didactiques dans les deux institutions (scolaire et familiale)[41]. C'est pourquoi le dispositif expérimental s'adressait à une population de collégiens. Nous avions volontairement choisi les conditions qui se révélaient les moins propices pour éprouver une intervention sur l'implication didactique des familles, et le niveau du curriculum le plus conflictuel pour observer les interactions en familles au sujet des mathématiques[42].

b) Les questionnaires 1 et 3

Deux autres questionnaires (eux aussi adaptés aux deux positions A et E, avec des items correspondants) recueillent, entre autres[43], les impressions des participants sur l'accompagnement (familial ou non) des apprentissages en mathématiques :

- leurs intentions et leurs attentes ;
- ce qu'ils disent faire effectivement.

Le premier questionnaire, rempli avant la phase didactique (les membres d'une même famille sont alors dispersés dans la salle), concernent l'accompagnement des apprentissages scolaires en mathématiques de manière générale.

Le troisième et dernier questionnaire, rempli après la résolution du problème et le débat (les binômes sont reconstitués) sondent les participants sur la situation S_2 qui vient de se dérouler. Une certaine redondance des questions offre l'occasion de croiser les réponses avec ce qui était répondu au début de la séance.

3 Analyse a priori

Nous ne rapporterons pas ici les analyses a priori qui concernent la conduite de la situation S_2 par l'intervenant et ses indices de régulations, car la présente recherche ne s'intéresse pas directement aux institutions de formation parentale. La mise en oeuvre du dispositif la rendait pourtant nécessaire.

---

[41] Genestoux (1995), pp. 28-29 et 37-43.

[42] Genestoux (1995), pp. 63-67.

[43] La recherche précédente citée a été l'occasion de comparer, pour une même famille, les pronostics de difficultés des élèves, ressentis par les enfant et émis par les parents. Elle met en évidence :

- une appréciation plus pessimiste des parents,
- les désaccords de pronostics intra-familiaux coïncident avec le cas des élèves les plus en difficulté (peu d'accord entre les impressions, les interprétations, les inférence) ; Genestoux (1995) , pp. 77-83.

4 Les résultats expérimentaux

a) Les idées que se font les parents et les élèves de l'aide à la maison en mathématiques

En ce qui concerne le rôle des parents dans le travail scolaire mathématique de leur enfant[44], voici les réponses au questionnaire 3 :

	parents			élèves		
	groupe 1	groupe 2	**total**	groupe 1	groupe 2	**total**
aider	5	4	**9**	5	3	**8**
encourager	3	5	**8**	4	4	**8**
rassurer	3	3	**6**	1	4	**5**
surveiller	2	2	**4**	1	2	**3**
ne pas intervenir	0	0	**0**	0	2	**2**

Il semble que les collégiens et leurs parents soient globalement d'accord sur l'aide et les encouragements à apporter en famille aux apprentissages scolaires en mathématiques.
Lorsque les élèves se sentent en difficultés, ils attendent de leurs parents qu'ils les rassurent[45].
Des différences légères apparaissent entre les deux groupes : le groupe 2 est celui des élèves déclarés en difficulté et celui où les parents ont le plus parlé de leurs propres difficultés en mathématiques. Mais il est étonnant que les élèves les plus en difficultés (groupe 2) sont ceux qui tiennent le plus leurs parents à distance du contenu (les deux élèves qui répondent « ne pas intervenir » sont les n° 6 et 7, nous y reviendrons).
Nous allons analyser plus finement ce que déclarent les uns et les autres.

b) Ce que les élèves demandent en situation

Pour ce qui est de la demande d'aide contextualisée par le problème, il existe par contre une importante différences entre les deux échantillons :

- dans le 1er groupe, 4 élèves sur 5 ont demandée une aide, alors même que 3 d'entre eux se déclaraient capables de faire l'exercice ;
- dans le 2ème groupe, seul un élève sur 6 (pourtant tous déclarés en difficulté) a prévu de demander de l'aide.

Le tableau suivant résume les déclarations des élèves (leur sentiment sur la difficulté du problème posé, leur estimation concernant la réussite de leur parent, la leur, et leur prévision concernant une demande d'aide).

---

[44] Nous avions convenu de parler de l'enfant qui était présent ce jour-là.

[45] Nous avons vérifié au cas par cas, que ce choix « rassurer » coïncidait avec une aide extérieure ou le sentiment d'être en difficulté. Dans le groupe 1, l'élève n° 5 se sent en difficulté, il ne déclare pas être suivi par un professeur, mais nous avons nous même assuré auprès de lui des appuis ponctuels dans l'année. Dans le groupe 2, l'élève n° 6, qui n'a pas choisi cette proposition, ne se sent pas en difficulté et même s'il a bénéficié un temps d'un appui extérieur, il l'a interrompu depuis, car il n'en ressentait plus expressément le besoin.
L'élève n° 10 déclare être en difficulté et être aidé. Il n'a pas choisi la proposition « rassurer ». Mais, après la résolution du problème, il raconte : « Comme je bloquais toujours, ma maman m'est venue en aide et heureusement ! ». Nous reproduisons la ponctuation et le soulignement, qui marquent vraisemblablement que l'aide a été appréciée avec soulagement. Le verbe « bloquer » dénote une dimension émotionnelle. L'adverbe « toujours » insiste sur une durée excessive du sentiment d'impuissance. La familiarité enfantine (l'élève a 14 ans), avec laquelle il qualifie son parent, est un argument supplémentaire pour classer cette réponse dans la même catégorie que le terme « rassurer ».

groupe 1				
binôme	**problème trouvé**	**parent saura**	**élève se sent cap**	**aide prévue**
1	difficile	oui	non	oui
2	?	oui	non	oui
3	?	oui	oui	oui
4	facile	**?**	oui	non
5	?	**?**	non	oui
groupe 2				
6	facile	non	oui	non
7	difficile	non	oui	non
8	?	**oui**	oui	non
9	?	?	non	oui
10	?	non	oui	non
11	difficile	?	oui	non

L'élève n° 4 trouve le problème facile et doute que son parent sache le résoudre, il ne prévoit pas de demander de l'aide.
Les autres élèves du groupe 1 (sauf le n° 5) sont persuadés que leur parent saura résoudre le problème.
Dans le groupe 2, seul le n° 8 pense que son parent saura résoudre le problème, mais celui-ci n'intervient jamais, d'ordinaire, pour l'accompagner en mathématiques. L'élève pense pouvoir résoudre lui-même le problème, il ne prévoit pas de demander de l'aide.
L'élève n° 9 est le seul du groupe 2 à se sentir incapable de résoudre le problème demandé, il est aussi le seul a prévoir une aide.

Nous allons examiner plus en détail le cas des élèves n° 5 et n° 9 :
Tous les deux se disent en difficulté, ne savent pas quoi penser de la difficulté du problème posé, mais déclarent d'emblée qu'ils n'arriveront pas à le résoudre (le premier annonce savoir d'habitude résoudre ses exercices de mathématiques ; le second aurait trouvé plus facile un problème de géométrie). Ils ne savent pas si leur parents sauront, eux, le résoudre, mais ils décident de faire appel à leur aide.
Le parent n° 5 suit irrégulièrement le travail en mathématique (c'est plutôt son conjoint qui s'en occupe). Le parent n° 9 n'intervient jamais en mathématiques, il fait accompagner son enfant par un professeur et un étudiant.
Mais tous les deux, bien que n'ayant pas eu le temps de se faire une idée de la difficulté du problème, se déclarent confiants : leur enfant saura résoudre, eux même y arriveront probablement.

Nous pouvons interpréter ces constats de la manière suivante :
- l'élève ne demande une aide, que s'il sent son parent compétent ;
- s'il est en difficulté et s'il sait par expérience que son parent ne comprendra pas ses difficultés, il ne demandera pas son aide.

On ne peut pas conclure pour autant que ces élèves ne souhaiterait pas avoir un autre type d'aide.

c) Les élèves parlent de l'accompagnement en mathématiques

A la question ouverte (non contextualisée) : "Si tu pouvais choisir de te faire aider ou de ne pas te faire aider, que choisirais-tu ?", tous les élèves, sans exception, ont répondu positivement[46]. Leur demande concerne un apport en lien avec le contenu et les exigences institutionnelles, qui viendrait compléter les interventions scolaires habituelles, plutôt de manière ponctuelle et à la demande :

- « Lorsque j'ai des problèmes à comprendre la leçon ou l'exercice, il est souvent utile qu'il y ait quelqu'un pour savoir nous aider un peu » ;
- « me faire aider sur certains points où je ne me sens pas très à l'aise » ;
- « me faire aider, mais quand j'en aurais besoin ».

Cette aide fait référence à :

- un répertoire mathématique (« je choisirais quelqu'un de très fort en maths », ou « qui se débrouille pas trop mal pour certains exercices », « car on n'est jamais excellent en maths ») ;
- un répertoire didactique (« je choisirais de me faire aider si cela pouvait me faire avoir de meilleures notes », « pour bien comprendre ce que l'on me demande et ce que je dois faire », « quelqu'un pour savoir nous aider »).

Se faire aider oui, mais par une personne :

- qui connaît les mathématiques ;
- qui sait transmettre ce qu'elle sait ;
- et qui connaît les usages scolaires.

A travers leurs formulations, ces réponses rendent compte des différents assujettissements de l'élève. Selon les circonstances, il semble que l'élève mette tel ou tel en relief dans l'appréciation de ses obligations (et inhibe provisoirement tel ou tel).
Nous retrouvons ainsi :

- l'élève réflexif (E_1), qui gère sa scolarité (d'un point de vue institutionnel, mais sans oublier la dimension affective et les conditions générales de dévolution) :

« j'ai envie de réussir dans la vie et ne pas être trop handicapée à cause de cette matière » ;
« si cela pouvait me faire avoir de meilleures notes » ;
« pour me comprendre et m'intéresser » ;

- l'élève (E_0), qui remplit le contrat didactique local (du moins, la lecture qu'il en fait) :

« me faire aider plutôt que de revenir au collège sans exercice » ;
« pour bien comprendre ce que l'on me demande et ce que je dois faire » ;

- l'élève apprenant (E_{-1}), qui engage ses connaissances :

« pour mieux comprendre ».

---

[46] Voici l'intégralité des réponses :
(1) Je préfère me faire aider car j'ai envie de réussir dans la vie et ne pas être trop handicapée à cause de cette matière.
(2) Je choisirais de me faire aider pour mieux comprendre.
(3) Je choisirais de me faire aider plutôt que de revenir au collège sans exercice.
(4) Lorsque j'ai des problèmes à comprendre la leçon ou l'exercice, il est souvent utile qu'il y ait quelqu'un pour savoir nous aider un peu.
(5) Je choisirais de plutôt demander à une ou un camarade de la classe qui se débrouille pas trop mal pour certains exercices.
(6) Je choisirais de me faire aider car on n'est jamais excellent en maths (du moins pour ma part...).
(7) Je choisirais de me faire aider sur certains points où je ne me sens pas très à l'aise.
(8) Je choisirais de me faire aider, mais quand j'en aurais besoin *(« mais une fois par semaine » avait été écrit puis rayé).*
(9) Je choisirais quelqu'un de très fort en maths pour bien comprendre ce que l'on me demande et ce que je dois faire.
(10) Je choisirais de me faire aider si cela pouvait me faire avoir de meilleures notes.
(11) Je choisirais de me faire aider pour me comprendre et m'intéresser.

d) Les élèves parlent de l'accompagnement familial

Nous avons demandé aux élèves de classer[47] plusieurs postures d'accompagnement parental en fonction de l'efficacité qu'ils accordaient à cette aide[48].

Si les élèves pouvaient choisir, voici comment ils souhaiteraient être accompagnés :

les parents chercheraient avec eux,
les laisseraient résoudre seuls et diraient à la fin si c'est juste ou faux,
les écouteraient et signaleraient les erreurs sans les corriger
et enfin seulement, leur expliqueraient leur propre manière de résoudre.

	choix 1	**choix 2**	**choix 3**	**choix 4**	total (11)
chercher	4	1	0	5	10
laisser	3	3	3	0	9
écouter	1	4	1	2	8
expliquer	1	2	3	2	8
total (11)	9	10	7	9	

Ainsi, les collégiens préféreraient plutôt une coopération avec leurs parents sur le mode de l'expertise-ressource :

- les parents ne joueraient pas le rôle d'un professeur-bis, qui manifesterait des exigences et des intentions cachées ;

- mais joueraient le rôle de l'expert que l'on peut consulter si besoin (pour obtenir un contrôle sur la validité, une correction d'erreur ou une explication), après avoir eu le temps de se confronter librement à la recherche de solution.

Peu d'élèves expriment le besoin de tenir les parents à distance de leur travail en mathématiques :

- L'élève n° 2 place « mes parents ne s'en mêleraient pas » en seconde position, juste après « m'expliqueraient leur manière de résoudre ».

Nous pensons pouvoir expliquer ce saut de responsabilité comme la traduction naïve du caractère ponctuel de l'aide parentale sur demande. S'il rencontre des difficultés, il attend une explication de la part de ses parents (c'est ce qui s'est passé lors de la séance, et le parent a guidé entièrement la résolution), sinon, il préfère se débrouiller seul.

- Mis à part le cas des élèves n° 6 et 7 (que nous détaillons ci-dessous), cette proposition de mise à l'écart des parents est repoussée par tous les autres élèves au delà du 4ème choix.

Revenons sur le cas des deux élèves qui déclarent (questionnaire 3) que les parents n'ont pas à intervenir dans le travail en mathématiques :

[47] Une erreur de frappe s'est glissée dans le questionnaire 2. Nous proposions 7 phrases à ordonner en les « numérotant de 1 à 6 ». 6 élèves sur 11 ont respecté cette consigne (les n° 2, 6, 8, 9, 10, 11). Les phrases éliminées ont été, respectivement, celles qui correspondent aux verbes : écouter, comprendre, comprendre, se mêler, comprendre et faire. La proposition « Tes parents comprendraient que ce n'est pas facile d'être un élèves » est donc souvent rejeté, peut-être par ce que cette posture n'est pas considérée comme une aide efficace, peut-être par ce qu'elle paraît évidente ou au contraire irréaliste.

[48] Notons que 10 élèves sur 11 ont placé, en dernière position, la proposition qui transgresse le contrat officiel (si un parent faisait l'exercice à la place de l'élève, ce serait qualifié de tricherie par le maître). Seul l'élève n° 9 l'a placée en première position. Il décline régulièrement l'efficacité de l'aide apportée, selon qu'elle lui laisse plus de responsabilité personnelle (position inversée de l'élève n° 6).

- L'élève n° 7 (5ème) choisit conjointement toutes les propositions de l'item, ce qui est suffisamment contradictoire pour que nous ne tenions pas vraiment compte de cette réponse. Les autres réponses qu'il fournit sont beaucoup moins catégoriques :

- dans le questionnaire 2, il place la proposition « tes parents ne s'en mêleraient pas » seulement en 4ème position[49] ;

- il déclare à l'issue du questionnaire 3 souhaiter que ses parents réfléchissent avec lui sur la manière de l'aider à réussir en mathématiques.

Nous avons déjà rencontré les oppositions de cet élève.

- L'élève n° 6 (4ème) adopte une position beaucoup plus cohérente. Il est habitué à se passer de l'aide familiale. Les réponses ordonnées, qu'il fournit dans le questionnaire 2, forment une progression très régulière : l'aide parentale efficace est, selon lui, celle qui est la moins impliquée dans le contenu mathématique[50].

Nous avons également déjà parlé de la famille n° 6 , pour laquelle la mise à distance du parent par l'élève apparaît un choix raisonnable, compte tenu des répertoires de chacun.

Rappelons que dans les deux cas, en situation de résolution, les deux élèves se sont fait aider et ne se sont pas vraiment plaints de l'implication du parent[51].

Rappelons également, qu'aucun de ces deux épisodes (assez singuliers) n'est déductible des déclarations !

En résumé, et de manière globale, il semble raisonnable de penser qu'un élève attend de sa famille, qu'elle :

- se montre intéressée et encourageante vis à vis de son travail en mathématiques ;
- adopte une attitude compréhensive (et sécurisante si besoin) ;
- assure une aide « technique » si possible ;
- renonce à intervenir dans le contenu, si elle ne maîtrise pas les répertoires mathématiques et didactiques correspondants.

e) Le rythme du suivi familial en mathématiques

En ce qui concerne précisément le travail en mathématiques, les parents interrogés déclarent qu'ils assurent :

	groupe 1 (5)	groupe 2 (6)	total (11)
un suivi régulier	0	0	0
un suivi irrégulier	5	3	8
aucun suivi	0	3	3

L'accompagnement familial, en mathématiques au collège, apparaît donc comme une pratique non régulière.

Dans le groupe 1, tous les parents s'impliquent dans le suivi mathématique.

Alors que dans groupe 2, la moitié des parents affirme ne jamais suivre le travail en mathématiques.

49 Après : 1) « ils te laisseraient résoudre seul et diraient si c'est juste ou faux » ; 2) « ils chercheraient avec toi » et 3) « ils comprendraient que ce n'est pas facile d'être un élève ».

50 Réponse (en commençant par ce qui serait pour lui une vraie aide et en finissant par ce qui serait l'aide la plus inefficace) : 1) mes parents ne s'en mêleraient pas ; 2) mes parents me laisseraient résoudre tout seul et me diraient à la fin, si c'est juste ou faux ; 3) mes parents m'écouteraient et signaleraient les erreurs sans les corriger ; 4) mes parents chercheraient avec moi ; 5) mes parents m'expliqueraient leur manière de résoudre ; 6) mes parents feraient l'exercice à ma place.

51 Elève n° 6 : « On a rigolé et on s'est expliqué nos raisonnements », mon parent « faisait plus simple que moi ». Elève n° 7 : J'ai demandé de l'aide « parce qu'il me faut du temps et que ma mère est très rapide ».

f) Les accompagnateurs en mathématiques

Voici, d'après les réponses recueillies, les caractéristiques des accompagnateurs en mathématiques :

		groupe 1		groupe 2		total
		parents (5)	élèves (5)	parents (6)	élèves (6)	(22)
aide familiale[52]	père	3	4	0	1	8
	mère	3	2	3	0	8
	fratrie	0	1	0	1	2
aide profession-nelle	professeur	0	0	2	2	4
	étudiant	1	1	0	0	2
	prof. et étu.	0	0	2	0	2
autre	copain	0	1	0	2	3
	adulte ami	0	0	0	1	1

Il n'est guère surprenant que la gamme d'accompagnateurs proposée par les collégiens soit plus large que celle des parents.
Peut-être que ces derniers :

- négligent l'aide apportée par les pairs ;
- sont tenus à l'écart de l'entraide entre adolescents.

Nous constatons, sans ici chercher à l'expliquer, que les élèves signalent moins de professeurs et d'étudiants que leurs parents.
Dans tous les cas, nous soupçonnons que l'aide effective est plus nombreuse que celle annoncée :

- d'une part parce que les informations dans une même famille se complètent plus qu'elles ne se recoupent ;
- d'autre part parce que nous disposons par ailleurs d'autres informations qui n'ont pas été écrites dans les questionnaires.

D'après ce qui précède, nous pensons que les élèves sollicitent toutes les ressources de leur environnement proche (parents, fratrie, copain, ami de la famille) en fonction des répertoires mathématiques et didactiques[53].

g) Les indicateurs de difficultés d'apprentissage pour les élèves et leurs parents

	parents											élèves										
binôme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
notes	x		x	x	x		x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
partenaire	x	x	x	x		x		x	x	x		x				x		x			(p)	
professeur			x			x	x	x					x	x			x					

L'élève n° 10 fait confiance à l'avis de son père (qui n'est pas le parent présent durant l'expérimentation).

[52] Nous avons conjugué les déclaration personnelles des enquêtés avec les noms qu'ils nous mentionnaient.

[53] Ce qui n'exclut pas que les conditions temporelles, matérielles, les affinités relationnelles, les opportunités, etc. interviennent très probablement également.

en fonction :	parents	élèves
des notes	8	11
de ce que dit le partenaire de l'accompagnement (A / E)	8	4
du professeur	4	3

Ainsi tous les élèves se réfèrent aux notes pour estimer s'ils sont ou non en difficulté en mathématiques, les parents sont légèrement moins unanimes.
Les parents se construisent un avis personnel en fonction de ce que leur dit leur enfant (nous pensons que la situation d'accompagnement fournit des occasions d'éprouver les seuls commentaires décontextualisés).
Les élèves tiennent de leur côté peu compte de l'avis des parents.
L'avis du professeur (indépendamment des notes) apparaît de moindre importance (mais il est relativement rare que le professeur relève un avis qui ne correspond pas aux notes).
Ces constats apparaissent bien raisonnables, compte tenu des assujettissements de chacun :

- l'élève doit s'adapter à la conformité de l'institution didactique (peu connue des parents) ;
- le parent doit réguler localement en fonction de son enfant.

h) Les intentions a priori des parents

En situation d'accompagnement, 9 parents sur 11 déclarent qu'ils prévoient de dire à leur enfant : « Je ne sais pas si je vais pouvoir t'aider, on va regarder ensemble »[54].
Cette proposition est médiane dans le questionnaire. Le fait, qu'elle ait été quasi uniformément choisie, ne reflète pas la grande diversité des comportements observés (et le caractère plutôt dirigiste des interventions parentales, quelque soit leur répertoire).
Mais aucun parent ne semble refuser, par avance, d'accorder son aide à son enfant (même le parent n° 11).
Aucun parent ne choisit a priori (et sous le regard d'un tiers) les propositions extrêmes (lui accordant soit une position basse, soit une position haute).
Remarquons que nous avons, dans bien des cas (et en dehors des expérimentations), entendu des formules similaires dans quelques familles[55], mais les conditions étaient alors différentes (y compris pour l'action, la situation artificielle de l'expérimentation ménage du temps et laisse entendre un secours extérieur de la part de l'intervenant).
Les deux parents, qui n'ont pas été comptés dans cette catégorie, mettent l'accent sur le fait que l'élève est le premier responsable de son travail :

- le parent n° 7 complète la réponse majoritairement choisie en cochant également « Essaie tout seul, c'est ton travail » ;
- le parent n° 3 coche et complète : « Essaie tout seul, c'est <u>d'abord</u> ton travail et après la démarche est de retourner au cours et à d'autres exercices déjà résolus (avec succès si possible) et de tenter d'expliquer avec des notions que je pense acquises par ma fille (il arrive que je surestime ces notions) »[56].

---

[54] Voici le libellé intégral du questionnaire : « Si réellement votre enfant vous demandait de l'aider à faire cet exercice, donné par son professeur comme devoir à la maison, que lui diriez-vous ? ».
Nota bene : Une erreur d'impression s'est glissée dans le texte fourni aux parents (« vous demandait de <u>vous</u> aider à faire »). Aucun participant n'a relevé cet incident, il ne nous apparaît pas qu'il puisse modifier nos interprétations des réponses.
[55] Les professionnels ne sont pas totalement épargnés par cette remarque, il est essentiel de pouvoir rapporter ce qui se dit au contexte dans lequel il se produit.
[56] Nous avons souligné le mot qui a été intentionnellement rajouté dans l'item par le parent.

i) Pouvoir aider, c'est d'abord savoir faire

Ce parent n° 3 est aussi le seul à être en mesure de fournir d'emblée (mentalement, durant la première projection de l'énoncé) une réponse au problème.
Il est ainsi dégagé de l'assujettissement A_{-1}, peut se projeter dans la situation S_0 et dans un contrat didactique qui vise la résolution par l'élève.

Les intentions hors contexte (énoncées de manière générale) expriment des restrictions concernant le(s) répertoire(s) :
Le parent n° 9 est le seul à déclarer qu'il fait réciter les leçons. Il déprécie cette fonction qu'il présente seulement comme un pis-aller : « même si je ne peux l'aider à l'écrit ».
Certains parents précisent qu'ils aident leur enfant « dans la mesure du possible » ou « si possible », ou encore qu'il est difficile pour eux d'aider[57].
C'est le cas des parents n° 5, 6 et 11 :

- qui considèrent tous trois que les parents (en général) doivent aider leurs enfants ;
- mais qui de leur côté, n'aident pas, assurent plutôt un soutien moral et vérifient ou surveillent, « sans intervenir au niveau résultat ».

Nous avons déjà parlé du répertoire mathématique plutôt fragile des parents n° 6 et n°11 :

- le parent n° 11 dit qu'il n'a « pas envie de faire l'effort [de résoudre], car il s'agit de maths » (et effectivement, il s'est tenu à l'écart des deux assujettissements A_{-1} et A_0) ;
- les parents n° 5 et 6 ont été surpris et ravis de constater qu'ils avaient finalement été capables de résoudre le problème[58].

Ainsi, nous pouvons penser qu'en face de l'énoncé, chaque parent est avant tout soucieux de produire une réponse. Tant qu'il n'est pas sûr d'en disposer, il ne peut s'engager à aider.

j) Ce qui est projeté / ce qui est effectif

Pour les « petites » classes, les binômes ont d'emblée résolu en coopération (en réalité plutôt guidée par le parent) ; alors que les binômes des élèves plus âgés ont aménagé une phase de recherche individuelle (un élève de 5ème, trois de 4ème et les deux de 3ème).
Le groupe était manifestement hétérogène du point de vue de l'âge des enfants. Il était prévisible (y compris par les participants) qu'un jeune élève soit dérouté par les deux inconnues de l'énoncé et qu'il se rapproche de son parent pour explorer le problème (même si l'intervenant n'avait pas annoncé lors de la séance que le problème était issu d'un manuel de 4ème, le contexte social pouvait induire de tels comportements).

Conformément aux représentations diffusées dans notre culture, l'aide parentale s'est donc exercée d'emblée plus fortement pour les plus jeunes. Mais nous avons vu qu'une fois la mise en commun effectuée, ce sont probablement d'autres contraintes que l'âge qui déterminent les issues et l'importance des interventions du parent : la possibilité ou non pour l'accompagnateur de fournir une solution (son répertoire mathématique) et la production ou non d'une réponse par l'élève (qui entraînera ou non la mobilisation d'un répertoire didactique).

k) Un cas de convergence des intentions et des possibilités

1) Le contrat ordinaire annoncé

[57] Le parent n° 6 coche « rassurer, encourager, surveiller » et écrit en face du terme « aider » non coché : « c'est difficile pour moi ! ». Ce terme « aider » est d'ailleurs le seul à avoir suscité des annotations complémentaires.

[58] Le parent n° 5 déclare : « J'avais un peu envie de résoudre toute seule pour savoir si j'en était capable » (ses réponses sont justes). Le parent n° 6 déclare : « Pour une fois je m'en suis sorti » (ses réponses sont justes, mais d'importantes erreurs sont restées sans correction).

Dans la famille 6, le parent déclare ne jamais intervenir en mathématiques[59] et juste vérifier la réalisation, tout en assurant un soutien moral (plus qu'une aide technique).
L'élève (4ème) est jugé par le parent comme étant modérément en difficulté : « ça dépend des moments ». Aucun appui extérieur n'est déclaré[60].
Les indices du parent ne sont pas les notes, mais les propos du professeur et surtout de l'élève (« j'ai tout à fait confiance en ce que me dit ma fille qui même est souvent trop consciencieuse »).
Le parent pense que son enfant se sent en difficulté en maths, il précise : « en permanence, de même pour les autres matières ».
L'élève ne se dit pas en difficulté. S'il pouvait choisir, il souhaiterait se « faire aider car on ai jamais exellent en Math (du moins pour [sa] part ...) » [61].

2) Le contrat effectif contextualisé

Après la première lecture de l'énoncé, le parent trouve le problème facile, il pense savoir le résoudre et que son enfant saura lui aussi « à condition de ne pas s'engoisser ». Pour sa part, il déclare ne pas avoir trouvé encore de solution, mais disposer d'une idée du raisonnement à suivre.
Il raconte ainsi la phase de résolution : « Chacun nous avons fait notre exercise de notre côté. Puis nous avons comparé. Amusant ! Même résultat, mais pas les mêmes méthodes. Pour une fois je m'en suis sorti ».
La situation de résolution conjointe est manifestement inhabituelle pour cette famille. Le parent a trouvé que la séance s'était bien passée[62], il précise : « très sympa, amusant, intéressant d'écouter les autres ». Il pense que cette expérience aura un effet positif et serait prêt à recommencer si autre occasion se présentait. Selon lui, les parents devraient « rassurer[63], encourager et surveiller » le travail en mathématiques.
Le verbe aider n'est pas coché, mais le parent précise à côté « difficile pour moi ! ... », montrant par là, qu'un autre répertoire serait à son avis nécessaire.
L'élève traduit également le caractère pour lui insolite (mais non déplaisant) de la résolution :

- « on a rigolait et on s'est expliqué nos résonnements »
- cette expérience ne changera rien « car c'était "exeptionnel" que ma mère m'aide »
- il pense que les parents « ne doivent pas intervenir dans le travail[64] »
- il ne souhaite pas que ses parents réfléchissent sur la manière d'aider à réussir en mathématiques.

Ainsi d'ordinaire, une certaine étanchéité est maintenue (en partie par l'élève) entre la maison et le collège pour le contenu mathématique. Le parent suit l'apprentissage et la scolarité, mais sans intervenir dans le contenu (peut-être en est-il de même avec l'orthographe). Cette famille se présente sous un aspect tout à fait ordinaire, aucun stigmate ne la désigne comme étant dans une situation particulière, vis à vis de la transmission des savoirs par l'enseignement

---

[59] Le parent précise: « oui [je suis le travail], sans intervenir sur le résultat ».
[60] L'enfant avait été suivi un temps par l'intervenant, mais d'un commun accord l'appui a été interrompu (résultats relativement satisfaisants, confiance en soi retrouvée, besoin de retrouver de l'autonomie). L'élève signale de son côté une aide ponctuelle (« de temps en temps , mais pas souvent ») « au collège par un copain ».
[61] Pour l'étude de ce cas, nous respecterons ponctuellement l'orthographe, car elle éclaire en partie la situation.
[62] Il a d'ailleurs rayé la mention « sans plus » qui modérait l'appréciation dans le questionnaire. L'élève a eu le même comportement.
[63] Lors du débat, le parent a publiquement annoncé à son enfant : « tu as vraiment besoin d'être rassurée ! ».
[64] L'élève annonce, lors du débat collectif, avoir exprès choisi une autre manière de résoudre que son parent. Le parent complète alors : « Souvent le prof fait différemment de ce que j'aurais fait, mais d'après ma fille, c'est toujours le professeur qui a raison ! ».

obligatoire[65]. Il est clair qu'inciter ce parent à s'impliquer intimement dans les devoirs déstabiliserait l'homéostasie[66] didactique des apprentissages scolaires de son enfant en mathématiques. L'encourager tout de même, en ne lui fournissant que des moyens généraux (des « méthodes ») pour réguler ce qui sera engendré par les interactions, tiendrait de la supercherie éducative. Interpréter la distance en terme de relations conflictuelles entre parents et adolescents serait abusif. Critiquer la réserve du parent en terme d'indifférence serait injuste. Combien de familles sont en réalité dans une situation similaire pour ce qui est des savoirs mathématiques ?

I) Un cas de divergence des intentions et des possibilités

1) Le contrat ordinaire annoncé

Dans la famille n° 10, le parent déclare suivre (irrégulièrement) son enfant et l'aider à faire ses exercices en mathématiques.

Selon lui, l'élève est « en difficulté » (il pense même que son enfant « se sent en échec »).

Le rôle des parents, d'après lui, est de « rassurer encourager et aider ». Il reconnaît que « cela dépend des enfants mais dans tous les cas il faut encourager ».

2) Le contrat effectif contextualisé

Même lorsqu'il trouve le problème « facile » (et sait le résoudre), ce parent prévoit que son enfant risque de ne pas réussir. Il évoque deux raisons :

- ne pas prendre la peine de réfléchir
- se braquer[67].

Les interactions qu'il prévoit sont formulés comme des ordres : « Réfléchis ! Fais des dessins si tu ne comprends pas visualise l'exercice. Ecris ! ».

Durant le débat collectif, il s'exprime également de manière tranchée. « On est bien obligé, à la fin, de dire quand même la solution ! » s'exclame-t-il lorsque les autres parents semblent s'excuser de leur impatience à fournir leur solution. Et lorsque son enfant révèle : « Moi, je préfère demander aux copines, car elles me donnent tout de suite la solution ! », le parent manifeste de l'étonnement et réplique immédiatement d'un ton acide : « C'est très instructif ce soir ! ». Quelques instants plus tard, il n'hésitera pas à dévaloriser publiquement (et plusieurs fois) son enfant : « c'était pourtant facile » ; « Avoue que c'était facile ! ».

Ses déclarations bienveillantes et générales ne s'actualisent donc pas vraiment lorsqu'il se trouve sous les contraintes de l'accompagnement effectif.

Il semble que les termes « rassurer, encourager » soient plus une manière de parler, de communiquer, et qu'ils ne correspondent pas à des prises d'indices (qui lui feraient comprendre la situation autrement [68]) et à des décisions (qui influenceraient ses régulations).

En situation S_0 tout se passe comme si le parent était pressé de conclure.

S'il estime que son enfant est en difficulté en mathématiques, il tend vraisemblablement à penser que le laisser chercher trop longtemps ne servirait à rien.

---

[65] Tout au plus, sachant que l'élève est scolarisé dans un établissement privé de grand renom, et observant chez les deux partenaires du binôme certains signes d'aisance, tant matérielle que conviviale, nous pourrions facilement envisager que cette famille appartienne à une catégorie socioculturelle dite favorisée.

[66] « L'homéostasie est le processus de régulation en oeuvre dans les systèmes vivants. C'est un processus qui maintient constant l'état général de l'organisme et l'état de ses nombreux sous-systèmes composants [...] en dépit des perturbations extérieures » ; Durand (1979, pp. 20-21). « Etat stable ou constance d'un système, état qui est en général maintenu grâce à des mécanismes de rétroaction négative » ; Watslawick et al. (1972, p 144).

[67] Précisément le parent a écrit à côté de l'item « vous pensez que votre enfant saura résoudre » : « si elle prend la peine de réfléchir et si elle ne se braque pas ».

[68] Watslawick et al. (1972) repère deux accusations typiques lorsqu'il y a désaccord sur la manière de ponctuer les faits entre deux partenaires : la mauvaise volonté et la déraison pp. 93-94.

Il prévoit bien de le mettre sur la voie, en lui suggérant des conseils méthodologiques (réflexion, évocation, schémas), mais très rapidement, il prend l'initiative : « Je vais t'aider ».
Il réagit comme s'il sentait que ses moyens didactiques étaient limités, comme s'il se faisait peu d'illusion sur l'efficacité de phrases générales qu'il ne peut mieux préciser dans le contexte (schématiser quoi ? comment le faire découvrir sans être obligé de dire finalement la solution ?). Nous pensons qu'il a fait l'expérience que ce type de fonctionnement n'offrait que peu de chance de débloquer la situation. Probablement, c'est l'ostension de la solution qui permet le mieux de réduire l'incertitude des deux partenaires. Le parent raconte clairement ce qui s'est passé à chaud : « Comme à la maison (*fonctionnement habituel*). Mais comme il fallait faire vite car j'aime bien aller au bout des choses, je suis allée un peu plus vite (*conscience de laisser trop peu de temps, le mot vite est répété et fait référence à deux contraintes de A*) dans l'accompagnement du raisonnement ».
Est-ce parce que cette personne n'a pas connu d'aide de la part de ses propres parents ? Elle était « en pension et se faisait aider par ses copines ». Peut-être lui fournissaient-elles tout de suite la solution ...
En tout état de cause, ce parent ne dispose vraisemblablement pas du répertoire didactique qui lui permettrait d'intervenir autrement avec son enfant, et il en a conscience.

Son intervention dans l'étude personnelle en mathématiques n'apparaît guère bénéfique pour un élève qui se déclare en difficulté.
Effectivement, en situation, nous observons que celui-ci déprécie a priori ses capacités à résoudre : « Je n'ai pas pu le résoudre si vite », dit-il après la projection de l'énoncé ; il hésite à s'engager dans une réponse (il coche le oui et le non pour la question « penses-tu savoir le résoudre ») et choisit l'item « c'est un problème de maths et les maths, c'est pas mon fort ».
L'examen de la feuille commune de résolution fournit peu d'espoir qu'il ait eu l'occasion de s'approprier la solution montrée par son parent. Et nous pouvons craindre qu'il utilise à mauvais escient l'impulsivité de son accompagnateur, car tout porte à penser qu'il ne peut, comme l'élève n° 2, tirer profit de la situation pour ajuster ses connaissances et son rapport à l'apprentissage. Les écarts de répertoires sont sans doute trop importants dans cette famille pour que l'ostension puisse servir de moyen de communiquer des connaissances.
L'élève déclare de manière générale : [je choisirais] « de me faire aider si cela pouvait me faire avoir de meilleurs notes ». Il semble apprécier que son parent lui apporte du secours : « Comme je bloquais toujours, ma maman m'est venue en aide et <u>heureusement</u> ! ».
Mais n'y a-t-il aucun risque à choisir ainsi d'un côté le verdict final de l'institution (les notes) et de l'autre la dimension personnelle fortement psychologique (le blocage, l'aide de maman), sans que les savoirs ou l'apprentissage ne soient jamais évoqués ? Entre l'enfant qui gère sa scolarité et éprouve ses émotions, et l'élève qui apprend les mathématiques, quel vocabulaire commun ? Comment se manifestent pour lui les différents assujettissements de l'élève (E_2, E_0 et E_{-1}) ? Ce « choix », d'aplatir à ce point le métier de l'élève est-il spontané dans cette famille ou commode d'une certaine façon ?

L'élève n° 10 a répondu dans le questionnaire 3 (après la résolution) : « pour le travail en mathématiques, les parents doivent surveiller et aider ». Il n'a donc pas relevé la dimension qui lui a semblé si essentielle quelques minutes auparavant.
Est-ce parce qu'il ne relie pas le réconfort parental au contenu disciplinaire (et donc aux efforts spécifiques qu'il faut fournir pour apprendre ces savoirs) ?
Est-ce parce qu'il pense que les autres élèves n'en n'ont pas besoin comme lui ?
Est-ce parce que :

- se faire aider, c'est se laisser conduire (il n'y aurait donc pas besoin d'être rassuré)
- rassurer ou encourager ce n'est pas fournir la solution (et ce ne serait pas une aide) ?

Nous pouvons relire l'épisode conflictuel de la famille n° 10 relaté plus haut lors du débat :

- le parent et l'élève semblent d'accord pour défendre l'idée que quelque soit le temps passé, la réalisation de la phase d'accompagnement se termine toujours de la même façon : celui qui aide fournit à l'autre la réponse ;
- le désaccord se manifeste sur la nature de l'assujettissement de celui qui effectue l'ostension.

L'élève préférerait qu'une copine l'aide, parce très probablement :

- celle-ci ne se placerait pas en position d'accompagnateur, elle ne retarderait pas artificiellement la solution ;
- elle fournirait une réponse qui s'approprierait plus facilement et serait réutilisable dans le cadre de sa classe (que celle du parent).

Il est envisageable que le parent vive lui aussi cet accompagnement comme une contrainte (ce qui expliquerait sa hâte de le voir conclu), et qu'il supporte mal que son enfant :

- lui reproche publiquement de fournir des efforts pour rien (il n'en retire aucun bénéfice) ;
- ne partage pas avec lui la résolution, au moins sur les problèmes faciles (il aurait pu faire lui aussi un effort, au moins reconnaître qu'il aurait pu).

La situation d'accompagnement parental de l'étude est donc, sous cette forme, inadaptée aux membres de cette famille : elle rend l'élève dépendant de son parent, et le parent dépendant de son enfant, parce que leurs répertoires ne leur permettent pas de réaliser ce qui est attendu d'eux.

Il est compréhensible des conflits s'expriment alors. Sont-ils essentiellement dus aux personnes, aux assujettissements ou aux contraintes de la situations ?

Les assujettissements sont obligatoires, il est long et aléatoire de modifier les personnes. Les conditions, par contre, peuvent être étudiées et sont peut-être modifiables.

m) Les spécifications institutionnelles des fonctions d'accompagnement

Nous avons vu que les réponses entre les deux groupes 1 et 2 présentent des différences :

- dans le premier, l'aide apparaît très familiale (la seule aide extérieure mentionnée est de type périscolaire, par un étudiant) ;
- dans le second, l'aide apparaît presque uniquement extérieure à la famille[69].

Dans le groupe 2, les familles cumulent les caractéristiques spécifiques suivantes :

- ils se disent moins impliqués dans le contenu mathématique que les autres parents ;
- ils font appel à l'aide d'adultes extérieurs à la famille ;
- ils font appel à l'aide d'un professeur ;
- ils recourent simultanément à différentes formes d'aide.

Nous distinguons, à part, le cas du double appui professionnel, car il semble refléter non pas une simple accumulation, mais une distinction des rôles de l'accompagnement.

En effet, l'une des réponses fait apparaître une toute petite distinction lexicale, qui marque selon nous deux statuts distincts :

- le professeur est rencontré « une <u>fois</u> par semaine »

(nous traduisons par : un cours particulier) ;

- l'étudiant est rencontré « deux <u>soirs</u> par semaine »

[69] Les enfants du groupe 2 ont signalé des aide amicales et fraternelles. Mais contrairement à l'autre groupe, ni les parents, ni les enfants ne mentionnent de membre de la famille, à l'exception de l'enfant n°10. Celui-ci signale des aides diverses (par « quelqu'un de la famille, un copain ou un autre professeur , ça dépend »). Pour tenter, dans cette information globale, d'identifier s'il s'agissait plutôt d'un frère ou d'un parent, nous avons rapproché cette déclaration du fait que l'élève n° 10 déclarait se sentir en difficulté en mathématiques d'après ses notes et d'après ce que son père lui en disait. Nous avons donc inféré que des interventions didactiques paternelles se manifestaient à l'occasion du contrôle de résultats scolaires non satisfaisants.

(nous traduisons par : plutôt pour les devoirs du soir, peut-être sans spécificité disciplinaire particulière).

n) Diverses interprétations à propos de l'éloignement du contenu que manifestent certains parents

Ainsi, le recours à une aide extérieure paraît lié avec un accompagnement familial éloigné du contenu mathématique. Nous pouvons avancer plusieurs hypothèses pour interpréter ce constat[70].

- Les parents qui ont (eu) recours à une aide extérieure professionnelle, minimisent dans leurs réponses l'aide « domestique » qu'ils apportent eux-mêmes (peut-être sous l'effet du même phénomène qui ferait que les parents négligent l'aide apportée entre élèves).
- Les parents qui ne sont pas disponibles pour suivre eux-mêmes le travail mathématique de leur enfant, font appel à un ou plusieurs professionnels pour y pallier (peut-être en distinguant différents statuts d'accompagnement, à l'image du partage entre institutions qu'organise la société).
- Lorsque un parent (l'autre ne pouvant assurer de relais) se sent depuis longtemps incapable d'intervenir à propos des mathématiques, l'élève se projette dans ce rapport négatif au savoir. Ses comportements aggravent les difficultés ordinaires de l'apprentissage (qui s'additionnent peut-être à d'autres difficultés spécifiques), au point qu'un diagnostic d'échec s'établisse (soit à l'école, soit à la maison) et un appui soit institutionnalisé.
- L'aide familiale est plus difficile si l'élève est en difficulté. Car les erreurs qu'il produit découragent ou déconcertent l'accompagnateur et les explications courantes sont insuffisantes pour améliorer les performances.
- Comme l'élève est confié à un spécialiste, les parents estiment qu'ils n'ont plus besoin de se confronter au suivi, et que seul un contrôle global reste à leur charge.
- Sensibles à certaines représentations diffusées, certains parents s'éloignent de l'action d'accompagnement, a fortiori si l'élève est déclaré en difficulté.

Ces assertions ne s'excluent pas mutuellement, des phénomènes « en boule de neige » pourraient les combiner.

o) Les exigences institutionnelles perçues par les parents

Revenons sur les réponses des parents pour le questionnaire 3. Il les interroge sur ce qu'ils perçoivent des exigences institutionnelles et sociales. Selon eux, pour le travail en mathématiques, « les parents doivent » :

	groupe 1 (5)	**groupe 2** (6)	**total** (11)
aider	5 [71]	4 [72]	9
encourager	3	5	8
rassurer	3	3	6
surveiller	2	2	4
ne pas intervenir	0	0	0

Nous remarquons une certaine disqualification du rôle de surveillance (jugé peut-être insuffisant, démodé ou médiocre). Mais nous pouvons douter que ce rôle soit effectivement

[70] Ce constat est relatif aux cas étudiés. L'approche clinique casuistique n'a en effet pas l'ambition de dégager des lois générales. Toutefois ce résultat présente un intérêt pour l'orientation des recherches futures.

[71] Le parent n° 5 n'a pas coché la case, mais a inscrit « si possible » à côté du verbe aider. Nous avons interprété cette mention comme la marque d'une attente perçue, mais non considérée comme exigible. C'est pourquoi nous avons comptabilisé cette réponse.

[72] De même, nous avons comptabilisé la réponse du parent n° 6 qui n'a pas coché, mais a complété « difficile pour moi ! ... ».

délaissé des familles. Toute intervention d'aide suppose un minimum de contrôle local de l'effectuation du travail et de la validité des résultats (ne pas pouvoir établir soi-même cette validité, n'exclut pas la vérification que la réponse est en conformité avec une norme).
Nous remarquons également qu'aucun parent n'a soutenu que les parents n'avaient pas à intervenir dans le contenu mathématique (même ceux qui déclarent qu'ils se comportent de la sorte, et le justifient en faisant référence à leurs connaissances mathématiques).

p) Le contrat annoncé par les parents

Revenons à ce premier questionnaire. En ce qui concerne leur propre contrat familial ordinaire, les parents déclarent :

aider leur enfant à faire les exercices[73]	5
apporter plutôt un soutien moral, qu'une aide technique	5
vérifier juste que le travail est fait (sans regarder précisément ce qu'il contient)	3
corriger les exercices que leur montre leur enfant	2
faire réciter les leçons	1

Les réponses reflètent globalement les résultats précédents :

- les réponses les plus fréquentes concernent autant l'aide que le soutien moral ;
- par contre, les tâches classiquement confiées aux familles (faire réciter, surveiller ; vérifier) sont peu citées.

Nous constatons que la correction est n'est pas dissociée de l'aide (dans les deux réponses).

5 Conclusions

Les trois hypothèses n'ont pas rencontré de contradiction.

- L'accompagnateur paraît se sentir obligé d'annoncer qu'il devrait pouvoir aider son enfant quelque soit la situation ; il s'excuse lorsqu'il n'y parvient pas.
- Encouragé par des raisons et des moyens qui sont extrinsèques à l'enseignement des mathématiques, il tend à croire que son intervention est toujours utile à l'apprentissage de son enfant, même dans les cas où ses connaissances mathématiques et didactiques ne sont pas adaptées à la situation.
- Certaines altercations familiales peuvent s'expliquer par l'analyse des conditions (en particuliers des répertoires et des contrats) dans lesquelles les assujettissements de l'accompagnement didactique s'exercent.

IV Conclusions générales

Il est possible d'identifier de manière empirique un répertoire didactique pour l'accompagnateur (lui-même sous le contrôle d'un répertoire de connaissances mathématiques).
Malgré le fait que le devoir fictif de l'expérimentation était un problème relativement ouvert[74] (surtout pour les élèves les plus jeunes), nous pensons pouvoir conclure que ni l'établissement de la solution du devoir, ni le choix des questions et des supports d'interactions ne peuvent être raisonnablement laissés à la charge d'un répertoire ordinaire de citoyen, et donc à celui d'un accompagnateur familial.

[73] Le parent n° 3 précise : la planification du travail pendant les vacances scolaires.

[74] Ce choix était intentionnel et fonction de la recherche : il augmentait l'entropie du système pour offrir l'occasion de mieux observer les contraintes de la situation d'accompagnement. Les conditions choisies étaient donc les plus défavorables pour les assujettis, elles rendaient plus difficile la résolution par le parent et la conduite didactique de l'accompagnement, dans la mesure où elles favorisaient la collision de deux cultures arithmétique et algébrique. Un tel choix serait probablement inadapté à un projet de formation parentale.

Avant de conclure sur les conséquences de ce constat (ou d'entreprendre de l'établir par des moyens de preuve plus fiables), il convient d'étudier soigneusement les homéostasies possibles entre répertoire, responsabilités et milieu didactiques.
S'il est difficile d'augmenter les répertoires des parents, il est en revanche envisageable d'intervenir sur :

- le milieu de la situation didactique d'accompagnement (comprenant le devoir, mais aussi d'autres éléments utiles à l'accompagnateur) ;
- le contrat didactique de cette situation d'accompagnement (qui fixe les responsabilités des chaque partenaire relativement à l'objectif de l'étude de l'élève).

Catégoriser les répertoires ne présente un intérêt pragmatique que si des caractères de milieux et de contrats peuvent être mis en correspondance, en vue de rétablir les équilibres didactiques.
Si le parent n° 1 se place en « défenseur de son enfant », si le parent n° 2 se place en « résolveur » du problème, si le parent n° 10 se place en « gardien des institutions », quels aménagements leur permettraient de résister aux tensions qui les décentrent ?
Nous nous proposons d'étudier dans les chapitres suivants les répertoires, les contrats et les milieux de l'étude, afin d'examiner si des moyens existent pour améliorer l'ergonomie des actions didactiques de ce prolongement de l'enseignement.

Les résultats expérimentaux ont mis en évidence les effets d'une autre dimension de l'accompagnement des apprentissages par les parents : les répertoires de négociations.
Il n'est pas sans conséquence que les parents évoquent :

- si peu les vérifications, la surveillance, la récitation des leçons, alors même que ce sont les rôles qui sont couramment associés à leurs fonctions généralistes ;
- et si massivement une « aide » (c'est à dire selon eux un apport d'explications pour accompagner l'élève vers une résolution qu'il ne pourrait établir seul), alors même qu'ils sentent que, dans leur cas (avec leur répertoire), ce n'est guère possible de l'envisager.

D'où proviennent ces représentations ambitieuses de leur rôle de parent d'élève ?
Pourquoi les tâches essentielles de vérification des apprentissages ne sont-elles pas communiquées ?
L'objet du chapitre suivant est de mieux comprendre ce qui se joue dans les négociations entre les institutions qui participent à la transmission du répertoire mathématique commun à l'ensemble des citoyens.

Chapitre 3

L'écosystème de la transmission des savoirs

I La répartition des responsabilités didactiques

1 Première formalisation de la coopération didactique

a) Les partenaires d'un projet didactique

Dans le modèle de base de la Théorie des Situations (S), P est porteur de l'intentionnalité didactique de I en direction de E.
Mais souvent, le projet didactique, bien que mis en oeuvre par I, a été décidé par une autre institution I'(par exemple, une instance qui organise la transmission des savoirs dans une société, l'école qui propose pour l'élève un appui de type périscolaire ou rééducatif, un parent qui impose à son enfant des cours particuliers).
Pour étudier les négociations des apprentissages, il devient donc nécessaire d'agrandir le champ de référence et de considérer un système d'interactions plus vaste que celui où les actions didactiques s'effectuent.
Pour un projet didactique donné, I et I' manifestent chacune et /ou partagent des attentes, des exigences et des responsabilités. En général, leurs répertoires sont différents, leurs contraintes également.

b) La diffusion de savoirs

Supposons un « expert-mathématicien », qui disposant d'un répertoire de connaissances mathématiques, a développé, par son expérience et sa pratique (professionnelle ou non) une certaine habilité dans leur maniement.
Un « client » s'adresse à lui pour obtenir un élément de savoir dont il a besoin, mais qu'il ne sait pas produire lui-même directement avec son propre répertoire.
Dans le « contrat d'expertise »[1], le client a la charge de déterminer lui-même la question qu'il pose à l'expert. Il doit donc avoir une idée sur la nature et la forme de la réponse qu'il attend, ainsi que sur l'usage qu'il fera de celle-ci[2].
L'expert porte la responsabilité de la validité de la réponse qu'il fournit. Sa position d'expert légitime sa réponse aux yeux du client.
D'autres contrats régissent la diffusion de savoirs. Par exemple :

- s'il est demandé à l'expert de citer la source ou d'apporter une preuve de ce qu'il affirme ou exécute ;
- ou si la réponse attendue n'est pas un savoir isolé, mais un ensemble organisé de savoirs liés à une même question, comme dans l'exposé d'un conférencier.

Mais tous les contrats de diffusion de savoirs possèdent la même caractéristique : ils ne prescrivent pas d'enseigner au récepteur de la réponse, les moyens de produire lui-même, à terme, les réponses aux questions qu'il se pose. Le client demeure tributaire de l'expert, tant qu'il ne dispose pas des connaissances permettant d'opérer un choix pertinent[3].

---

[1] G. Brousseau, *La Théorie des Situations Didactiques*, Montréal 1977, à paraître. Remarque : le terme de contrat n'est pas ici employé par G. Brousseau dans le sens habituel à la Théorie des Situations. Il s'agit de modéliser un ensemble de responsabilités sous une forme générale et dans une situation de référence beaucoup plus large (comme par exemple un contrat social). Mais ce modèle peut également rendre compte de moments fugaces dans un déroulement didactique.

[2] Conformément au vocabulaire que nous avons précédemment fixé, nous dirons que cette idée est constituée de connaissances, de conceptions et d'impressions diverses. Nous identifions les connaissances en référence aux savoirs mathématiques, les conceptions en référence aux savoirs de la Didactiques (elles se rattachent aux connaissances mathématiques, mais ne sont pas toujours valides). Nous appelons « impression » les scories de cet affinage conceptuel.

[3] Remarquons qu'il n'est pas exclu que le récepteur apprenne par lui-même, ou par d'autres moyens, les connaissances diffusées. Le contrat précise que l'apprentissage n'est pas le but de la situation de diffusion, que

Les contrats de diffusion de savoirs ne sont pas des contrats d'enseignement.

* Lorsqu'un parent et son enfant coopèrent pour effectuer un devoir prescrit durant l'étude, il arrive que l'enfant lise cette situation didactique[4] avec un contrat d'expertise et attribue à l'adulte le rôle de l'expert.
L'élève (qui ne se sent pas assujetti à l'apprentissage à ce niveau d'interaction) attend de l'accompagnateur qu'il fournisse « la réponse juste » qui lui manque pour exécuter la tâche (effectuer le devoir)[5].
Dans la situation S, si E dépouille la situation d'accompagnement de son étude de toute intentionnalité didactique, il prive A des moyens habituels de lui faire dévolution de l'intention d'apprendre la connaissance qui permet d'établir la solution du problème imposé par le professeur.

* Inversement, il arrive que le parent conçoive l'aide à apporter à son enfant selon un contrat d'expertise (peut-être parce que c'est l'idée qu'il se fait de la transmission des savoirs).
Si l'accompagnateur se sent suffisamment expert pour accepter de jouer ce rôle, il fournit toutes les réponses à l'élève[6].
Du même coup dans S, A prive E des moyens didactiques habituels qui l'auraient aidé à augmenter son répertoire. En effet, un expert laisse toute la responsabilité didactique à la charge de son client, qui se trouve en position d'autodidacte devant l'exposé des solutions.

* Si E et P lisent tous deux la situation selon ce même contrat de diffusion, aucun enseignement[7] n'est théoriquement possible (malgré une communication chargée en informations mathématiques). En réalité, nous pensons qu'il est rare qu'aucune intention didactique ne soit mobilisée entre un parent et son enfant, ne serait-ce qu'en raison de la dissymétrie qu'introduit notre culture dans toutes relations adultes-enfants ; le rendement didactique de la situation n'est alors pas nul, quoique très faible (mais il peut avoir un effet négatif sur E).

c) La transmission de connaissances

Lorsqu'un expert est en position P (et par conséquent enseigne), la logique de son discours et de ses actions doit correspondre à une certaine genèse de l'apprentissage (en plus des conditions propres à la diffusion d'informations). P doit non seulement tenir compte du répertoire de E pour qu'il donne un sens aux communications, mais il doit aménager la forme de ses messages pour que E puisse un jour faire un usage indépendant des connaissances qui se sont transmises. E n'est plus un simple acquéreur de savoir, mais devient à la fois l'acteur d'un apprentissage et l'assujetti de l'institution didactique I.

---

l'émetteur ne porte aucune autre responsabilité que celle d'être compréhensible et d'apporter une réponse adéquate.

[4] Le modèle que l'observateur (ou un des acteurs) emploie pour décrypter le réel perçu est indépendant et éventuellement différent de la perception des différents acteurs. Nous faisons référence au modèle didactique de l'accompagnement familial précédemment présenté : S_0.

[5] Il est probable que c'est ce qui se produit souvent entre pairs. Bien que certains élèves aient pleinement conscience de l'intérêt pour l'apprentissage d'adopter une position didactique et parviennent plus ou moins avec leur répertoire à se glisser dans la position P. Le chapitre précédent a permis d'observer le comportement de l'élève n° 10, qui interprète l'aide probablement sous cette forme.

[6] Le parent n° 2 de l'expérimentation précédente semblait interpréter la situation d'accompagnement sous cette forme contractuelle.

[7] L'apprentissage, lui, est envisageable au cours de cette rencontre « fortuite » avec la connaissance, surtout si la même rencontre est renouvelée fréquemment. Mais sans intention ni d'apprendre, ni d'enseigner, nous ne définissons pas la situation comme didactique.

Le répertoire de P n'est pas uniquement un répertoire d'expert. Il contient, outre des connaissances mathématiques, d'autres connaissances liées à la transmission des mathématiques et à l'institution I qui organise cette transmission et à laquelle il est assujetti.
L'institution scolaire entretient un corpus de « savoirs scolaires » réorganisés à des fins d'enseignement et de « savoirs professionnels », qu'elle met à la disposition des enseignants. Une transposition (spécifique à la transmission) différencie des statuts de savoir qui sont différents du point de vue didactique :

- les théorèmes (les énoncés mathématiques donnés comme savoir) ;
- les questions, les problèmes, les exercices (les situations didactiques qui mettent en scène les énoncés mathématiques qui seront dérivés des premiers).

Les répertoires des institutions productrices des savoirs et de celles qui les enseignent sont donc fonctionnellement distincts.

Les conditions qui permettent les communications diffèrent selon la nature du contrat ; elles sont plus exigeantes pour la transmission que pour la diffusion.
Pour transmettre c, P doit décider à certains moments d'enseigner des connaissances annexes, intermédiaires ou provisoires, qui non pas été explicitement demandées par E, mais qui sont utiles à l'avancement du projet didactique. Par exemple, pour organiser des séquences, P doit être en mesure d'établir des liaisons hiérarchiques entre connaissances, ou entre connaissances et situations ; pour interpréter et évaluer les réponses et les comportements de E, il est préférable que P puisse reconnaître une ou plusieurs conceptions liées à un même savoir.
Nous dirons que les décisions de P sont, soit à justification extrinsèque à la transmission, soit à justification intrinsèque.
Les connaissances didactiques relatives aux décisions extrinsèques sont relativement diffusées dans la culture ; chacun en retire une certaine impression. Mais pour augmenter ses chances d'être comprise, une large diffusion force le caractère général des informations. Les simples impressions (non contrôlées par des connaissances) tendent donc à confondre abusivement ces informations didactiques extrinsèques avec des connaissances pédagogiques (le rôle du contenu est invisible) ou mathématiques (la transposition n'est pas perçue ou les écarts entre connaissances sont interprétés péjorativement).
Par contre, les connaissances didactiques relatives aux décisions intrinsèques de P sont souvent totalement ignorées des institutions non didactiques (qui n'en ont pas besoin). Les décisions intrinsèques risquent par conséquent d'apparaître à E (ou toute institution extérieure à I) comme des détours inutiles ou des digressions du projet d'enseignement. Elles nécessitent d'être négociées.

Tout parent s'attend en général à ce que son enfant apprenne au cours de sa scolarité, l'usage de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division. Les représentations des apprentissages mathématiques qui circulent dans la culture s'adaptent plus ou moins à la négociation des projets didactiques.

- Une modalité courante de représentation s'appuie sur la maîtrise projetée de tâches visibles : l'effectuation des différents algorithmes des opérations. Ce type de représentation laisse peu de place à la reconnaissance des situations dans lesquelles les opérations permettent de résoudre des questions. Il aplatit l'apprentissage sur la transmission de techniques.
- Une autre modalité consiste à référer aux pratiques et aux objets habituellement déployés : manipulation de bûchettes, écriture des opérations, calcul oral, tables de résultats à mémoriser, problèmes à résoudre. Un tel éventail reflète une certaine diversité des activités scolaires, et permet une communication plus dialectique de l'enseignement du calcul (entre algorithme et compréhension).

- Les mots empruntés à la terminologie du professionnel sont également des véhicules privilégiés de représentations. La formulation contractée « les quatre opérations » peut renforcer une conception erronée, qui attribue à chacune un statut cognitif indépendant et à peu près équivalent à celui de chacun des trois autres.
Certains parents imaginent que les quatre opérations sont successivement enseignées. Ils interprètent à tort comme des retours en arrière dans la progression, les reprises indispensables à la réorganisation des connaissances antérieures.
Mais les parents ne sont pas les seuls à uniformiser la difficulté cognitive des opérations arithmétiques. Certains professionnels, tendus vers des distinctions très contrastées du point de vue psychanalytique (et tenus à des assujettissements divers, parfois contradictoires), « oublient » de communiquer (ou pire de prendre en compte) dans l'interprétation des erreurs, la complexité non uniforme des algorithmes et des concepts en jeu.

d) Une coopération didactique entre l'école et les parents des élèves

Un répertoire commun devient inévitable lorsque deux institutions doivent coopérer pour des actions didactiques.
Plus leurs répertoires didactiques sont éloignés et plus fréquentes sont les coopérations, plus forte est la tension des assujettissements des partenaires.
La transposition didactique est un moyen de réduire cette tension. Elle rapproche les répertoires des deux institutions, en créant des connaissances plus accessibles et plus susceptibles de devenir communes.
Le moyen le moins coûteux (qui fait l'économie d'interactions fortement didactiques) consiste à diffuser ces savoirs transposés. Mais si les répertoires sont très éloignés, les impressions que cette transaction génère peuvent être plus nombreuses que les vraies modifications de connaissances.
La coopération entre l'institution qui enseigne et celle qui accompagne l'étude personnelle de l'élève nécessite qu'un minimum de connaissances circule d'une institution à l'autre. Un compromis est donc choisi, en général entre :

- des situations (les devoirs) qui importent des connaissances mathématiques dans les familles des élèves (ainsi que des connaissances didactiques qui ne sont pas toujours visibles) ;
- des représentations qui sont diffusées pour permettre de négocier l'accompagnement.

Nous utiliserons le concept de noosphère[8] pour exprimer le niveau de diffusion des représentations qui jouent un rôle dans les négociations sociales entre l'institution scolaire, les instances de décisions de la société et plus généralement entre tous les partenaires de l'enseignement obligatoire des mathématiques.

2 L'organisation sociale de la répartition éducative

Ces compromis ne sont pas prédéterminés. Les choix et les décisions évoluent.
Afin de mieux comprendre ce qui pèsent actuellement sur les partages de responsabilités didactiques entre l'école et les parents des élèves, nous avons procédé au recensement des éléments qui étaient susceptibles de figurer dans un éventuel sous-système de contraintes.

Nous avons choisi de les présenter en évoquant l'évolution historique et sociologique du partage de la transmission des savoirs.
Cette organisation offre à nos yeux deux avantages.

---

[8] Terme introduit en didactique par Y. Chevallard pour désigner l'instance de négociations entre système d'enseignement et société, celle où « l'on pense » le fonctionnement didactique ; Chevallard et Johsua (1991), pp. 24-25.

- Son caractère évolutif restitue une dynamique qui nous paraît bien adaptée à une étude projetée des régulations de ce système.

- Sa structure, fondée sur les partages de responsabilités, correspond aux analyses des actions et des intentions des acteurs ou des institutions à travers leurs fonctions et leurs assujettissements.

Il n'est pas envisageable de rapporter ici l'intégralité de l'histoire du système d'enseignement ni celle du concept moderne de parent (ou d'enfant). L'exposé suivant n'est pas non plus un résumé qui synthétise fidèlement une suite chronologique.
Cette succincte reconstruction est une mise en perspective selon nos présupposés théoriques et méthodologiques. Elle a pour triple fonction :

- de pointer les partenaires impliqués dans l'organisation sociale de la transmission des mathématiques pour l'ensemble des citoyens ;
- d'extraire les « fibres » didactiques qui tressent la fonction didactique de ces partenaires (qui ne sont guère détachables de manière empirique de leurs nombreuses autres activités éducatives) ;
- de souligner l'émergence ou la mise en relief de tel ou tel aspect idéologique ou institutionnel qui laisse des traces dans les comportements d'aujourd'hui.

Nous reprendrons ensuite nos analyses des interactions entre ces différents éléments, à l'aide des concepts de la Didactique.

a) L'ambition éducative

1) Les communautés et les connaissances

L'ambition éducative est étroitement liée aux questions d'influence. Le patrimoine culturel de l'humanité se transmet et se développe (parfois aussi régresse, si des pans importants de savoirs se sont perdus ou ont délibérément été détruits). Mais tous les individus d'une même génération n'ont pas toujours l'occasion d'accéder de manière uniforme à tous les savoirs existants (indépendamment de leur capacité à se les approprier). Chaque communauté (familiale, régionale, politique, linguistique, idéologique, confessionnelle, etc.) trie, parmi les connaissances disponibles dans sa culture, celles qui seront mises à la disposition des uns ou des autres, celles qui seront enseignées ou réservées à certains.
Cette distribution des connaissances :

- organise la diversification des fonctions utiles à la pérennité collective ;
- canalise la répartition intérieure du pouvoir ;
- et régit les rapports avec l'extérieur.

L'éducation permet de faire intégrer des normes communes et de limiter l'influence d'autres communautés.
Deux conceptions politiques de la transmission des connaissances se côtoient déjà dans l'antiquité.

- A Rome, le préceptorat est un moyen pour les familles puissantes de transmettre à leurs descendants l'usage des connaissances qui confèrent des privilèges.
- Tandis que c'est au nom d'un intérêt général, que tous les jeunes Spartiates sont retirés de leurs familles pour être formés aux métiers (essentiellement militaires) dont la cité a besoin.

2) Les institutions scolaires

En France, les premières formes collectives généralisée d'enseignement apparaissent au Moyen Age.

- Charlemagne crée un organisme d'état, spécifique de l'enseignement, dans le but d'instruire des clercs capables d'administrer l'empire. Il élabore un programme scolaire et met en place un réseau d'écoles (qui n'est pas destiné à l'ensemble de la population).
- Le clergé revendique la formation de l'esprit des enfants. Il enseigne à cette époque surtout le catéchisme et quelques rudiments de lecture et d'écriture à partir des textes religieux.
- Dans les villes en plein développement du XIII^{ème} siècle, les commerçants ouvrent des écoles professionnelles indépendantes, pour dispenser les éléments de calcul nécessaires à leur corporation.

A plusieurs reprises au cours de l'histoire, l'état et diverses communautés (professionnelles ou confessionnelles) se disputent ou partagent le droit d'éduquer.
Mais ni les uns ni les autres n'ont vraiment intérêt à pousser l'instruction plus loin que le mode de vie ne le nécessite. Pendant des siècles, seuls les élites et les quelques professionnels qui leur sont attachés (secrétaires, comptables, etc.) peuvent prétendre accéder aux savoirs.

3) La pression du développement économique

Sous l'effet d'à-coups successifs et souvent contraires, une plus large diffusion des savoirs s'impose progressivement comme condition indispensable de l'évolution de la société. A la fin de l'ancien régime, et principalement sous l'autorité de congrégations religieuses, un plus grand nombre de personnes apprennent à lire, puis à écrire, puis à chiffrer. Compter n'est encore que le stade ultime et facultatif de l'enseignement courant.
Au XVIII^{ème} siècle, l'état crée de nouvelles institutions spécialisées dans l'enseignement des sciences (alors négligé en faveur du latin dans la formation des élites) pour former les techniciens et les ingénieurs dont il a besoin ; elles préfigurent les prestigieuses Grandes Ecoles françaises.

b) L'instruction publique

1) L'égalité des droits

Les idées révolutionnaires modifient profondément les conceptions de l'enseignement. Condorcet, en avance sur son temps, prône dès 1792 une instruction publique, laïque et gratuite. Les citoyens deviendraient ainsi plus responsables que les anciens sujets du roi, s'ils usaient des savoirs essentiels : lire, écrire et compter (et cultivaient aussi bien leur raisonnement que leur mémoire). Mais ces projets sont de courte durée, Napoléon remet vite l'enseignement aux mains des prêtres.
Pourtant, un changement dans les mentalités est amorcé. La laïcité, l'obligation, la gratuité et la méritocratie scolaires sont instaurées par les lois Ferry de 1881 et 1882. Les principes d'autonomie de l'individu (libre et capable de jugement) et de neutralité sociale de l'enseignement sont réaffirmés.
Le contrat républicain d'enseignement établit les mêmes droits et devoirs pour tous :

- l'état met les savoirs à la disposition des citoyens (qui selon leurs capacités individuelles, pourront plus ou moins tirer profit de cette instruction) ;
- les citoyens sont dans l'obligation de mettre certaines de leurs connaissances au service de la société.

Cette organisation institutionnelle et sociale n'engage pas pour autant l'égalité des « chances de réussite ». L'institution scolaire est essentiellement tenue d'assurer l'uniformité de son enseignement. Celle-ci doit donc être visible et crédible. En conséquence, son fonctionnement administratif se veut insensible aux disparités (sociales, régionales, individuelles, communautaires, etc.) et la professionnalisation du métier d'enseignant s'effectue sur des domaines censés rester socialement neutre : les savoirs.

2) Les savoirs

L'éducation forme les consciences et développe les capacités d'adaptation à la société. Tandis que l'instruction subsume les connaissances des communautés et transmet des savoirs, c'est à dire des connaissances objectives (en particulier celles que produit la science), légitimées par la vérité ou l'utilité.

Les savoirs sont partagés par identification à un sujet épistémique, supposé indépendant des assujettissements sociaux.

L'instruction publique organise l'enseignement de savoirs, choisis au nom d'un intérêt général, sous l'effet d'une décision extérieure à ceux qui en bénéficient.

Pour fonctionner, elle doit pouvoir satisfaire à deux tendances opposées :

- un intérêt immédiat et privé (de l'individu ou d'une communauté) ;
- et un intérêt collectif, projeté vers l'avenir.

3) Les responsabilités scolaires des familles

A la fin du XIX^{ème} siècle, plusieurs institutions (scolaires, familiales, religieuses, etc.) continuent à partager l'éducation des enfants.

L'instruction s'effectue quasi entièrement sous la responsabilité de l'école, qui organise aussi le temps d'étude des élèves, de manière précise et circonscrite. Le savoir des parents n'apparaît pas comme légitime au sein du dispositif d'enseignement. Une présentation dogmatique des savoirs et leur récitation formelle sollicitent peu les connaissances personnelles et privées.

Seul la réussite ou l'échec terminal est renvoyé aux familles. La cause semble alors plutôt générale et des mesures extra-scolaires (et non relatives à l'instruction) sont prises, par exemple en direction du comportement ou de la santé. Par contre, si le problème apparaît électivement en mathématiques, les parents les plus riches peuvent faire donner des cours particuliers par un professeur ou un étudiant (qui est spécialiste de sa discipline et ne fait guère autre chose que ce qui est enseigné en classe).

c) L'éducation nationale

1) Les pédagogies

Au début du XX^{ème} siècle, le « courant de l'école nouvelle » s'oppose aux vieilles formes de transmission et déprécie l'exposé magistral et exclusif des savoirs. Les « méthodes actives » font au contraire une large place à l'expérience, à la manipulation et à la découverte. L'autonomie de l'enfant et l'individualisation des apprentissages sont recherchés et valorisés.

Les innovations se succèdent sur le « terrain » et des recherches plus théoriques en pédagogie ouvrent la voie de ce qui deviendra, autour des années 70, les sciences de l'éducation. Les études sur l'apprentissage bénéficient des apports des psychologies et de leurs différents courants (béhavioriste, constructiviste, psychanalytique, cognitiviste, etc.). Ces travaux mettent en évidence certains facteurs personnels de l'appropriation des connaissances (la motivation, le développement des structures de pensée, l'appétence, les styles cognitifs, etc.).

Les avancées pédagogiques sont tantôt centrées sur la relation enseignant-enseigné, tantôt centrées sur l'apprenant.

- La promotion de la non-directivité est suivie de celle de la médiation. L'importance attribuée au langage et à la dimension sociale de l'apprentissage encourage d'autres formes d'organisation scolaire non frontales. Les bienfaits accordés au travail de groupe ébranlent un peu le vieil idéal du préceptorat.

- La pédagogie par objectifs, les heuristiques de problem-solving, l'approche informationnelle, le conflit socio-cognitif, la méta-cognition, la différenciation, etc., rénovent et complexifient les pratiques enseignantes.
La conduite des séquences d'enseignement exige, en effet, de plus en plus de connaissances de la part du professeur. Mais ces nouveaux savoirs professionnels se juxtaposent avec les savoirs disciplinaires plutôt qu'ils ne s'étayent mutuellement. Car en mettant essentiellement l'accent sur les modalités de la transmission, les pédagogies tendent à laisser dans l'ombre les spécificités des contenus. Une fracture culturelle se creuse entre spécialistes des mathématiques et spécialistes de l'enseignement. Et celui qui a en charge la transmission des savoirs mathématiques, doit se former dans deux directions qui apparaissent comme complémentaires mais indépendantes.

2) La démocratisation

La formation des maîtres, tiraillée entre communautés savantes, est aussi un argument politique. Sous la III$^{\text{ème}}$ République, le monde du travail est relativement séparé de celui de l'école. Le développement économique a besoin d'une main d'oeuvre nombreuse et non forcément qualifiée. A cette époque, l'école est plutôt accusée par certaines familles, de soustraire les enfants au travail (qualifié de précoce, mais rémunérateur). Le projet professionnel s'élabore souvent dans le cercle communautaire qui familiarise avec le métier. Et la carrière dépend surtout de la capacité de l'individu à s'adapter à l'entreprise, une fois qu'il y est entré (sans avoir toujours été soumis à des conditions liées à sa scolarité).
Après-guerre et particulièrement à partir des années 60, l'embauche sélectionne sur la base des diplômes scolaires. L'argument évoqué est que le développement économique nécessite plus d'adaptabilité et d'abstraction de la part des professionnels qu'autrefois[9]. La durée de la scolarité obligatoire augmente, les attentes vis à vis du système éducatif s'intensifient.
La démocratisation de l'enseignement se développe avec la loi de 1975 et l'instauration du collège unique. La population scolaire devient plus nombreuse et socialement plus hétérogène qu'auparavant.

3) Les échecs scolaires et les institutions d'appui

La perception collective des difficultés d'apprentissage subit elle aussi des transformations profondes. Jusqu'à présent, les erreurs des élèves demeuraient circonscrites à l'institution d'enseignement et ne relevaient que du domaine privé. Mais depuis que la réussite professionnelle (et sociale) dépend étroitement de la réussite scolaire, la non obtention des diplômes convoités prend figure d'un échec.
Dans un contexte de récession économique où le chômage est important, les espoirs déçus sont particulièrement exacerbés. La société a intérêt à maintenir les jeunes le plus longtemps possible. dans le système scolaire et à la charge financière de leurs parents. Elle doit aussi lutter contre les accusations lancées contre son école et prouver qu'elle aménage des solutions pour ceux qui sont déclarés en échec scolaire.
Les inadéquations appellent des réponses institutionnelles pédagogiques, médicales ou sociales (éventuellement d'autres), selon les ressources disponibles à un moment donné. Diverses institutions d'appui sont donc progressivement créées dans des contextes économiques, politiques, idéologiques différents. Elles ont pour fonction de consolider les rôles éducatifs de l'école et des familles, soit dans l'institution scolaire, soit à l'extérieur. La répartition des

[9] En réalité les entreprises n'hésitent pas à former elles-mêmes leurs employés, pour se maintenir à la pointe du progrès, et malgré les qualifications des ouvriers, de nombreuses usines ferment leurs portes. La « sélection » opérée à l'embauche n'est qu'une permutation des places, relativement indépendante des connaissances effectives et des espérées, dont on ignore, le plus souvent, la nature exacte.

compétences et des responsabilités ne présente pas seulement un aspect technique, elle est l'objet de rapports de force et d'enjeux importants.

4) Le métier de parent

Progressivement, des fonctions traditionnellement attribuées aux familles se professionnalisent. De nouvelles représentations de tâches, jusqu'alors domestiques, émergent des discours savants. Des médecins, psychologues ou psychanalystes[10] adressent, via les médias, des conseils éducatifs pour les parents aisés et cultivés en quête de perfectionnements. Le statut de l'enfant a évolué : revendiqué par les adultes comme un droit, il devient l'objet de projections diverses. Il focalise les ambitions et les exigences de ses parents.
Par la diversification des moyens médiatiques et par les professionnels qui s'en font le relais, le phénomène s'étend progressivement à toutes les couches sociales.
Il devient fréquent d'affirmer, qu'une vie équilibrée et stimulante influe positivement sur le développement affectif et cognitif des très jeunes enfants et qu'elle constitue le pré-recquis d'un épanouissement harmonieux personnel et scolaire. A l'inverse, l'échec est massivement expliqué par des carences dans les interactions familiales.
Un « métier de parent » se dessine et remet en question les pratiques ancestrales.
Une presse spécialisée s'engouffre dans ce nouveau créneau de l'information et de la formation parentale. L'impact de la vie familiale sur la scolarité des enfants plus âgés devient l'occasion de recherches et de publications. Des débats se développent entre professionnels et usagers sur des thèmes qui empruntent des connotations scolaires comme :

- le respect des bio-rythmes dans les emplois du temps (principalement le calendrier des vacances) ;
- la téléphagie et les difficultés d'attention en classe ;
- la fréquence et l'intensité des activités de loisirs et la fatigue à l'école ;
- la scoliose et le poids du cartable ...

d) Les grandes réformes de l'enseignement des mathématiques

Alternativement, les régulations de l'enseignement tendent :

- à privilégier les moyens généraux de transmission des connaissances ;
- à mettre l'accent sur le choix des contenus à transmettre.

Deux grandes réformes prennent les savoirs mathématiques comme appui ou alibi. Mais leurs motivations diffèrent fortement.

1) Renouveler les pratiques sociales : le système unifié des poids et mesures

La Constitution veut promouvoir en 1793 la culture scientifique « universelle » comme symbole de l'idéal égalitaire. Le gouvernement révolutionnaire fait appel aux savants de l'époque pour remanier les contenus scolaires. Il recourt à des notions mathématiques pour ancrer de nouvelles habitudes sociales, y compris dans les pratiques populaires[11]. L'usage des nombres décimaux aura ainsi mis plus de deux siècles à se vulgariser[12]. Enseigner, à tous, le système métrique[13] est un moyen d'unifier enfin les unités de poids et de mesures dans le pays

---

[10] Les divers canaux médiatiques permettent une communication étendue et interactive : B. Bettelheim (1973) publie en France « Dialogues avec les mères » d'après l'enregistrement des discussions qu'il animait à Chicago entre 1948 et 1952 ; « Conseils aux parents » de D. W. Winnicott est édité en France en 1995, mais relate des conférences radiophoniques diffusées à la BBC entre 1939 et 1962. En France, F. Dolto animait des émissions radiophoniques sur Europe 1(1969) et France Inter (1976). Selon Durning (1995, p 28), la diffusion massive de conseils éducatifs auprès des mères remonterait aux années 20.

[11] En 1795, la loi du 18 germinal an III institue le système métrique décimal.

[12] Brousseau (1998), p 130.

[13] La loi rend le système métrique obligatoire en France à partir du premier janvier 1840.

et de simplifier considérablement les échanges commerciaux. Le système décimal (sauf pour la mesure du temps) survit aux changements de régime et aux tentatives de restaurer les anciens emblèmes.

2) Renouveler l'enseignement : les mathématiques modernes

Le mouvement éducatif révolutionnaire se voulait tourné vers la vie sociale ; celui « des mathématiques modernes » à la fin des années 60 est essentiellement à vocation scolaire. Il a pour objet la réduction et la modification d'une transposition didactique devenue trop éloignée des savoirs des mathématiciens-chercheurs. Sa justification s'appuie sur la récente et spectaculaire remise en ordre axiomatique des savoirs et sur leur unification en une seule mathématique. Pour la première fois, un tel débat de spécialistes (mathématiciens et responsables de l'enseignement) est porté sur la place publique : la société et les parents sont pris à témoin. A l'origine, le projet est indépendant des nouveaux courants pédagogiques. Mais il s'en rapproche rapidement pour convaincre plus sûrement les opposants à la réforme, en faisant converger les forces et les intérêts. Selon les cibles, tel ou tel argument est avancé, même si leur conjonction est contradictoire. La modernité est par dessus tout mise en avant : la science du XX$^{\text{ème}}$ est triomphante et il semble primordial de préparer les enfants aux adaptations que le monde scientifique et technique futur exigera d'eux. L'enseignement du latin est accusé d'être socialement discriminant ; la sélection scolaire devrait, au dire de certains, s'appuyer plutôt sur celui des mathématiques.

3) La Didactique des Mathématiques

Après tant d'emphases et de convictions déployées, les résultats ne paraissent pas aussi concluants que les novateurs l'avaient annoncés.
Une contre-réforme suit en 1980. Non pour améliorer ce qui était déjà entrepris, mais comme souvent, pour le critiquer de manière rhétorique et tout modifier (même ce qui était positif) pour n'hériter de rien.
Les analyses théorique et empiriques des effets de la grande réforme contribuent au développement d'une nouvelle science : la didactique des mathématiques. Celle-ci étudie les conditions de transmission des savoirs spécifiques et plus largement, les phénomènes liés aux diffusions de savoirs dans les institutions sociales et humaines. En particulier, elle pose les premiers fondements d'une ingénierie, qui permet de renouveler le corpus de situations d'enseignement (leçons, problèmes, exercices, etc.) en tenant compte de certaines exigences et contraintes de nature épistémologique, institutionnelle, sociale ...

e) La médicalisation et la socialisation des échecs scolaires

1) La psychologie et la psychanalyse

Au début du siècle, une tendance plus pédagogique de l'intégration des déficients mentaux riposte aux anciennes conceptions éducatives des médecins aliénistes. Des classes de perfectionnement apparaissent dès 1909 ; leurs élèves sont recrutés à la suite d'un dépistage, sur la base du fameux QI [14]. Le principe se généralise à partir de 1950.
Parallèlement, des établissements spécialisés continuent à se créer hors des limites de l'école. Ce réseau se développe sous l'initiative des parents (surtout issus de milieux aisés) qui, lorsque

[14] En 1904, le ministère de l'Instruction publique confie à A. Binet la mission d' « étudier les mesures à prendre pour assurer les bénéfices de l'instruction des enfants anormaux ». Une première version du test « Echelle métrique d'intelligence » est élaborée avec son collaborateur T. Simon ; Binet, Simon (1907).

leurs enfants sont rejetés par l'institution scolaire, rejoignent de puissantes associations[15]. Des instituts médico-pédagogiques permettent ainsi de répondre aux besoins d'enfants atteints de handicaps les plus divers et de degré de gravité variable.
Dans les années 70, le courant psychanalytique place le développement psychoaffectif au premier plan des préoccupations éducatives. Les C.M.P.P., puis les G.A.P.P. (au sein de l'appareil scolaire) répondent à une nouvelle demande sociale, qui s'exprime aux confins du champ éducatif et du champ médico-psychologique. Un soutien thérapeutique propose d'atténuer les frustrations nées de la compétition ou de l'autorité scolaires. Des activités plus ou moins en lien avec les savoirs enseignés à l'école sont proposées pour que l'enfant puisse restaurer la confiance en soi et l'image narcissique qu'un apprentissage douloureux avait menacées.

2) Le périscolaire

Un autre secteur, celui du travail social, évolue dans le sens d'une plus grande prise en charge éducative des enfants d'âge scolaire.
Dans les années 60-70, les animateurs sociaux et les éducateurs culturels organisent des actions d'alphabétisation pour favoriser l'intégration professionnelle et sociale des adultes immigrés et de leurs familles. Les bouleversements économiques et la montée du chômage fragilisent ce projet. D'autres types de besoins apparaissent, qui orientent une adaptation des missions de l'action sociale.
Divers travaux en sociologie[16] modifient les regards portés sur le fonctionnement des institutions d'enseignement. Celles-ci maintiennent leurs engagements démocratiques malgré les accusations. Mais pour en affermir la visibilité, elles encouragent des mesures sociales et extra-scolaires de soutien.
Une aide périscolaire doit désormais pouvoir pallier aux carences socioculturelles rencontrées par certains enfants durant leur scolarité. Depuis les années 80, les acteurs du secteur social, ainsi que de nombreuses associations de bénévoles, s'occupent donc de l'accompagnement scolaire des enfants. Cet accompagnement s'inscrit en relais des familles, quelques fois à leur domicile, le plus souvent de manière collective, constituant ce que certains appellent le « tiers-lieu » éducatif[17]. Ses formes restent imprécises[18] et s'adressent aux milieux les plus défavorisés (une catégorie plus large que celle de l'immigration). Les travailleurs sociaux sont supposés mieux connaître ce public que ne le peuvent les enseignants. Ils sont chargés d'établir des passerelles entre les familles et l'école (particulièrement dans le cadre des Z.E.P. où le partenariat avec les familles est vivement encouragé).

3) L'orthophonie

Dans la brèche ouverte par les conflits récurrents entre organicistes et analystes, l'orthophonie connaît un essor considérable depuis 1960. Cette nouvelle profession légitime, sous un statut d'auxiliaire médical, une aide aux difficultés persistantes de l'apprentissage. Des interventions qui veulent concilier les aspects thérapeutiques et pédagogiques se pérennisent à l'intérieur du corps médical, indépendamment des évolutions interprétatives.

---

[15] Notamment, dans les années 1945 et 1960, et avec le soutien de l'UNAPEI: Union nationale des amis et parents de l'enfance inadaptée ; d'après Guyot (1985) pp. 51-52.
[16] Comme par exemple, la théorie de la reproduction de P. Bourdieu et J.P.Passeron (1970) ou celle de R. Boudon (1973) sur l'inégalité des chances.
[17] Voir par exemple la plaidoirie de G. COQ (1995) pour un tiers lieu éducatif, pp. 227-239.
[18] Les activités éducatives périscolaires (AEPS) sont multiples, elles concernent diverses actions d'ordre culturel, sportif ou de loisir, mais aussi d'ordre scolaire et dont les dénominations varient : soutien, aide, accompagnement ou entraide scolaire, aide aux devoirs, permanence devoirs, ou encore rattrapage scolaire ; d'après Glasman (1992b), p 14.

La nomenclature professionnelle mentionne parmi les troubles à traiter : la dyscalculie[19]. Une rééducation peut donc être prescrite par le médecin de famille. Elle s'inscrit, selon les courants d'influence, dans le cadre du logico-mathématique ou dans celui d'une thérapie du langage mathématique.
L'orthophonie occupe une position charnière dans la médicalisation des marges du système d'enseignement. Ce processus peut être compris comme une autre forme de démocratisation sociale de l'aide scolaire, puisque les actes sont remboursés par la Sécurité sociale.

4) Les neurosciences

L'emprise que les théories psychanalytiques exerçaient sur les diagnostics des difficultés de l'apprentissage, se desserre sous la montée en puissance des sciences cognitives durant les années 80. Celles-ci réactualisent ou posent d'autres types de questions sur l'hérédité ou les pathologies neurologiques. Des syndromes spécifiés (acalculie, anarithmétrie, alexie et agraphie des nombres[20]) suggèrent aux neuro-scientifiques de nouvelles interprétations des troubles de l'apprentissage. La recherche de localisations cérébrales spécifiques du calcul et du raisonnement semble rendue possible grâce aux récents progrès technologiques de l'imagerie médicale. Des hypothèses biologiques [21] fourniront peut-être encore de nouvelles pistes pour étayer la vision médicale des dysfonctionnements en mathématiques.
Comme en Belgique, au Canada ou aux Etats-Unis, quelques unités médico-éducatives spécifiques des troubles de l'apprentissage se développent en France [22]. Mais en pratique, c'est essentiellement le cas de la dyslexie qui est massivement évoqué ; la dyscalculie n'est souvent encore que citée dans des listes non exhaustives, qui paraissent préfigurer les extensions possibles de ce type d'actions.

5) Le statut social de l'échec scolaire

Il n'est pas étonnant qu'une certaine incertitude plane sur les frontières nosographiques. Le diagnostic, destiné à orienter l'élève vers tel ou tel type d'institution d'appui, n'est pas aussi aisé qu'il n'y paraît[23].
De nos jours, deux facteurs individuels de contre-performance scolaire sont officiellement désignés :

- les aptitudes personnelles de l'apprenant ;
- les conditions socioculturelles dans lesquelles il se développe.

Mais le statut de « malade » est socialement et matériellement plus enviable que celui de « défavorisé économique » (souvent associé à la délinquance potentielle[24]). Dans notre culture,

---

[19] Voir, à ce propos, le point de vue de F. Jaulin-Mannoni (1993) sur l'adéquation des textes législatifs (et des désignations officielles des troubles) aux des faits cliniques et F. Jaulin-Mannoni (1999), p 179.

[20] Pour une synthèse à propos des recherches sur la dyscalculie, nous nous sommes référées à Raysse et al. (1997). L'union professionnelle des logopèdes francophones de Belgique propose également une synthèse récente sur l'évaluation des troubles d'apprentissage en mathématiques, Dessailly (1999).

[21] La dyslexie serait due, selon certains scientifiques, à des particularités anatomiques du cerveau. D'autres pistes de recherche privilégient des facteurs d'ordre hormonal (dus à l'impact du stress de la mère durant la grossesse). Les récents travaux en génétique laissent espérer d'autres explications encore du phénomène (d'après l'article « Un cerveau extra-ordinaire » de la revue Sciences et Avenir n° 621).

[22] Un rapport de 1997, établit par le Dr Castagnera de C.H.U. de Bordeaux, fait état de 11 centres de dépistage en France et de 9 unités de soins éducatifs et pédagogiques.

[23] En témoignent la fréquence d'apparition de la difficile question du diagnostic dans les articles relatant les pratiques des psychologues scolaires. Voir par exemple Blanchet, Raffier et Voyazopoulos (1995), congrès « Intelligences, scolarité et réussites », association française des psychologues scolaires.

[24] Pour une analyse des représentations et de leur rôle dans la structuration sociale des pratiques dans le processus de médicalisation de la marginalité sociale et culturelle des enfants des classes populaires, voir Gateaux-Mennecier (1996).

l'approche scientifique et médicale du handicap désamorce la culpabilité et la honte qu'il peut provoquer. La médicalisation des difficultés scolaires constitue, par conséquent, une alternative à l'humiliation d'un certain marquage social[25].

f) L'implication des parents dans la scolarité

1) Les mesures en direction des parents

Les problématiques de recherche évoluent. Elles étaient tendues depuis les années 60 vers l'identification de causes d'échec scolaire. Après les théories qui attribuaient les difficultés à des facteurs de personnalité ou de facultés cognitives, après celles qui les ont imputé à un handicap culturel, après la dénonciation des inégalités entre élèves induites par le fonctionnement du système scolaire, de nouvelles approches font jour qui mettent l'accent sur les interactions famille-école.

Un nouveau champ de recherche se constitue : l'éducation familiale[26]. Des mesures éducatives sont envisagées, mais cette fois, en direction des parents des élèves ou des futurs élèves.

Les chercheurs francophones de ces dernières décennies re-visitent des thèmes déjà anciens[27] dans les travaux anglo-saxons : les liens entre réussite scolaire et milieu familial ; l'attitude des parents envers la scolarité ; les relations enseignants et parents ; l'implication familiale dans le travail scolaire ...

Depuis, de nombreuses actions en direction des familles ont été expérimentées aux USA. Mais les évaluations de ces dispositifs ne sont guère encourageantes[28]. Le constat principal qui s'en dégage est que, lorsqu'une amélioration est tentée, ce sont toujours les mêmes classes sociales qui s'adaptent le mieux et tirent parti des nouvelles dispositions. En particulier, l'ouverture de l'école aux parents avantagerait les familles des classes supérieures et défavoriserait celles qui ont un rapport problématique avec l'école.

En France, très peu d'actions d'éducation familiale sont institutionnalisées en tant que telles. Lorsque les recherches font état d'observations directes de comportements éducatifs parentaux, elles concernent :

- soit l'éducation de manière très générale (ou dans des domaines très éloignés de notre sujet comme par exemple celui de la santé) ;
- soit des interactions cognitives entre mères et très jeunes enfants (en âge préscolaire).

Les études francophones en lien avec la scolarité s'appuient plutôt sur des enquêtes. La plupart d'entre elles mettent en avant la dynamique émotive de l'intérêt des parents pour les tâches scolaires. Certaines soulignent les effets interactifs[29] dans la famille : en effet, la réussite ou l'échec de l'enfant rétroagit sur l'implication de ses parents et détermine en partie leur confiance ou au contraire leur réticence future, par exemple vis à vis d'un entretien avec un professeur.

---

[25] Guyot (1985, p 48) fait état d'une première articulation établie entre délinquance et débilité légère lors d'un congrès international de psychiatrie infantile en France en 1937 , qui légitime les interactions entre secteur de l'aide sociale et psychiatrie.

[26] Ce champ pluridisciplinaire traite des questions de l'activité parentale d'éducation et de l'éducation familiale (ou encore de la formation parentale) ; le premier congrès international d'éducation familiale s'est tenu à Mons en Belgique en 1986.

[27] Dès 1950, d'après Montandon (1994), p 203.

[28] Ibidem, p 199.

[29] Comme Durning (1995), p 124.

2) Les réticences

Certains évoquent les réticences françaises envers l'éducation familiale, « malgré une demande et une pratique sociale en fort développement ». Elles seraient conséquentes à la politique familiariste du régime de Vichy ou aux affrontements traditionnels entre les familles longtemps sous la coupe du clergé et les militants de l'école républicaine[30].

D'autres dénoncent le risque de surstimulation des enfants, de scolarisation de la vie familiale et plus globalement de « pédagogisation » de la société[31].

D'autres encore appellent à une certaine prudence dans la lecture et l'utilisation des travaux de recherche qui n'établissent que des corrélations. Des interprétations trop naïves, rapides ou partisanes, qui suggèrent ou concluent l'existence de liens de type causal, « peuvent conduire à penser qu'il suffirait que les parents adoptent certains comportements pour que tout aille pour le mieux dans la scolarité de leurs enfants, ou dans l'organisation des établissements » [32].

3) Les transactions

Pourtant, il n'est pas non plus possible de tenir complètement les parents à l'écart de l'enseignement, ni de laisser libre cours à des pratiques qui, à terme, déstabiliseraient le fonctionnement du système scolaire.

Dans la société de la fin du siècle, l'individualisation est promue et entretenue par l'organisation nucléaire des familles, les idéologies en vogue et l'économie de marché. Les « vieilles » institutions républicaines sont fragilisées par ces nouvelles règles du jeu ; elles perdent de leur prestige et de leur autorité. La personne semble partout prévaloir sur le citoyen et entend exercer ses droits de regard sur les fonctionnements des institutions.

Les usagers du système d'enseignement sont « informés » par de multiples canaux de diffusion. Les contacts entre parents et enseignants sont vivement encouragés. A l'école, comme dans la vie, les parents sont tentés de se placer en défenseurs des intérêts individuels de leur enfant et de la promotion de sa réussite[33]. L'institution et ses professionnels répondent en essayant de maintenir des conditions souvent inconciliables. Les excès que génèrent ces positions occasionnent de nombreux embarras[34].

« Les parents » sont désignés, de loin, tantôt comme les coupables, tantôt comme les victimes de ces conflits. Ce recours explicatif est commode dans les communications, car l'expression est fréquemment employée comme si elle définissait une catégorie de la population, dont il serait possible de se tenir à l'écart dès lors que l'on parle en professionnel.

4) L'imbrication de l'éducation et de l'instruction

La scolarité tient une grande place dans la vie quotidienne des foyers[35]. Chaque parent, à sa manière et selon ses moyens, est conduit à s'intéresser aux études de ses enfants et à user des multiples services d'experts destinés à l'aider ou l'orienter dans sa tâche. Le marché du

---

30 Comme Durning (1995), pp. 7-12.

31 Ces phénomènes étudiés par Beillerot (1982) sont cités par d'autres chercheurs, comme par exemple Charlot (1997), pp. 65-66.

32 Comme Montandon (1994), p 205.

33 Les parents enseignants n'y échappent pas. Ils appartiennent à la « minorité choisissante » de parents qui scolarisent leurs enfants dans un autre établissement que la carte scolaire le prévoit. Economie et statistiques n° 293 - 1996-3 INSEE, p 23.

34 L'ouvrage de Montandon et Perrenoud (1994) fait référence en la matière. Le thème est partout repris, tant dans les recherches, que sur le terrain.

35 Voir par exemple l'article « Ce que l'école fait aux familles : inventaire » de Perrenoud, in Montandon Perrenoud (1994), pp. 77-143.

parascolaire se développe rapidement depuis les années 80[36], amplifiant encore la demande[37]. Le recours aux cours particuliers n'est plus limité aux classes aisées[38]. Le poids des enjeux scolaires s'étend jusqu'aux activités de loisirs[39] : les jeux, les livres et revues, les stages, les clubs etc. n'hésitent pas à se vanter d'une dimension éducative ou pédagogique, qui serait utile à la réussite des enfants.

Réciproquement, l'expérience et les connaissances personnelles tiennent une place importante dans la vie scolaire. Les cultures familiales et médiatiques sont mobilisées en classe, jusque dans le déroulement des leçons.

Ainsi, les rôles éducatifs des parents et des enseignants ne sont plus aussi distincts qu'auparavant. L'évolution du contrat social d'enseignement vers des exigences de plus en plus éducatives et l'essor de l'intérêt pédagogique pour le versant personnel de l'élève ont brouillé le traditionnel partage école-familles.

II Les négociations contractuelles des enseignements

1 L'évolution du contrat de référence pour l'enseignement

a) Les institutions en présence

Nous poursuivons la modélisation de la coopération didactique (ébauchée dans le premier paragraphe) en considérant trois institutions concernées par un même projet d'enseignement.
I est l'institution qui exécute le projet.
I' est celle qui décide du projet.
I'' est une institution, à laquelle E est assujetti, mais qui entretient plus de proximité avec E que I' (par exemple une sous-communauté de I').
E est donc assujetti à la fois à I, I' et I''.
I'' nourrit ses propres ambitions éducatives en direction de E. Elle veille à ce que les intérêts plus collectifs de I' et de I n'infirment pas ses intérêts.
Le contrat didactique établit les obligations de P et E, certaines d'entre elles sont placées sous la responsabilité collective de I et de I''.
Une partie des responsabilités relatives au projet didactique est renvoyée (comme cause ou comme charge) par I à I'' ; d'autres tendent à être reprise à I par I''.
Les impressions personnelles et les représentations culturelles (diffusées ou non à cette intention) médiatisent et régissent les négociations, les coopérations et les contrôles mutuels.

b) Le contrat d'utilisation des connaissances

Le « contrat d'utilisation des connaissances »[40] charge P de la responsabilité de communiquer, en même temps qu'un savoir C, un champ d'applications dans lequel ce savoir est supposé jouer un rôle (alors que lors d'une diffusion d'informations, la responsabilité d'interprétation et d'usage revient complètement à l'informé).

---

[36] C'est à dire les ouvrages, qui ne sont pas des manuels scolaires, mais proposent une aide facultative à l'apprentissage : guides, mémentos, cahiers d'entraînement ou de vacances ...
[37] Se reporter à Colin et Coridan (1996), p 11.
[38] Au sujet des cours particuliers, se référer à l'ouvrage de Glasman (1994).
[39] Voir par exemple Glasman (1996).
[40] G. Brousseau, *La Théorie des Situations Didactiques*, Montréal 1977, à paraître.

Si I'' demande que soit transmis C dont elle a besoin, c'est à dire si I''est (ou se croit) à l'origine du projet d'enseigner C, alors l'enseignement de C peut s'organiser selon ce contrat faiblement didactique.
Car I'', en faisant localement fonctionner le savoir C, porte en grande partie la motivation de son apprentissage. Même si l'usage en est très spécifique et peu transférable, il fait vivre des représentations de la future utilisation de C dans I'', et par conséquent des représentations de son utilité et de l'intérêt d'en disposer.

Le contrat d'utilisation des connaissances modélise les conditions didactiques de l'époque antérieure à l'instauration de la scolarité obligatoire. Mais il permet aussi d'analyser les conditions didactiques de certains savoirs mathématiques, très anciens et très stables.
Par exemple, le nom et l'écriture des nombres peuvent être transmises selon ce contrat, sans recevoir trop d'objections et de contradictions de la part des parents des élèves. Car de nombreuses communautés (en particulier professionnelles) en développent depuis longtemps différents usages et des représentations sont largement partagées. Ce qui ne veut pas dire, bien évidemment, que toutes les communautés disposent, pour autant, du même répertoire relativement à ces savoirs.
L'acte de compter intervient dans bien des situations[41]. Mais il existe un élément commun à toutes, reconnaissable par tous les parents et très tôt imité par les enfants : la « comptine numérique » (une suite ordonnée orale de noms d'entiers naturels).
Les suites : 1, 2, 3, 4 ;
10, 20, 30, 40, 50 ;
et même celle que produit un enfant de 2 ans et demi qui joue à cache-cache avec ses grands cousins : 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 8, ... 20, 12, ... 9, « quarantedouze » !
sont facilement associées au comptage.
Souvent, les parents n'attendent pas que l'initiation scolaire commence pour intégrer leurs enfants à ces pratiques sociales. Une culture familiale du comptage (médiatisée par des comptines à doigts, des albums, des situations familières et ritualisées) cohabite avec la culture scolaire, sans que d'énormes difficultés surgissent de ce double assujettissement.
Pourtant, les négociations ne sont pas pour autant totalement inexistantes. Pour que l'enseignement s'effectue convenablement (par exemple pour que les élèves soient capables de construire une collection équipotente à une autre donnée) :
- les enfants et leurs familles devront accepter que ces deux cultures diffèrent ;
- les enseignants devront veiller à prendre en charge beaucoup d'autres apprentissages, si l'enfant ne les acquière pas « spontanément » (c'est à dire lors de ses interactions privées, le plus souvent dans le foyer familial). Ces enseignements s'effectueront selon d'autres contrats didactiques, car ils sont peu reconnus (par exemple ceux liés à l'énumération[42]).

c) Le contrat d'instruction

Plaçons-nous maintenant dans le cadre du contrat social d'enseignement obligatoire et appelons :
I : l'école (au sens générique),
I' : la société,
I'' : la famille de l'élève.

[41] Brousseau (1995).
[42] J. Briand (1999) étudie l'énumération : une connaissance nécessaire aux apprentissages pré-numériques et numériques, qui n'est pas convertie en savoir mathématique et qui échappe de ce fait à un enseignement institutionnalisé.

L'enseignement ne concerne plus seulement des connaissances dont l'usage par I'' est immédiat, mais des savoirs prescrits de l'extérieur (par I') et supposés n'être qu'ultérieurement utiles à E (qui sont peut-être inutiles dans I'').
Le contrat didactique est différent du précédent.
Le « contrat d'instruction »[43] charge P, en plus des responsabilités déjà mentionnées, d'indiquer comment un savoir peut être appris et appliqué.
Il y a là, un nouveau transfert de responsabilité de E vers P.
P propose une série d'exercices gradués, qui est supposée éviter à E (et à I'') d'assurer seul la conversion des savoirs en connaissances (c'est à dire, de faire fonctionner le savoir dans des cas particuliers).
L'organisation du temps d'étude privé de l'élève fait partie de ce programme, il est la charge de l'enseignant.
Mais comme E n'est pas demandeur a priori de l'enseignement de C, P doit, en outre, organiser la dévolution de l'intention d'apprendre C. La dévolution s'effectue sur la base de représentations, qui doivent être diffusées en direction de E et éventuellement de I''.

L'enseignement de la proportionnalité n'est pas attendu et reçu par les parents de la même manière que celui des opérations élémentaires. Des emblèmes (la Règle de trois, un tableau de proportionnalité) désignent d'une manière condensée tout un ensemble de connaissances mal maîtrisées par grand nombre d'adultes (certains gardent encore de cet apprentissage un souvenir douloureux, aigri, culpabilisé). Sauf peut-être lorsque les parents disposent d'une expertise de ces savoirs (ou de connaissances locales dérivées, souvent très fiables, mais fortement algorithmisées et contextualisées), les enfants ne les rencontrent au début de l'apprentissage que dans le cadre scolaire. Ce n'est que bien plus tard, qu'ils seront en mesure de les reconnaître, sans indication extérieure dans des contextes non mathématiques (dans un exercice de physique par exemple) ou non scolaires (en modifiant d'eux-mêmes les quantités d'une recette lors de la confection effective d'un plat).

d) Le contrat d'éducation

Nous pouvons modéliser l'enseignement de la fin du XIX$^{\text{ème}}$ siècle au début du XX$^{\text{ème}}$, à l'aide du « contrat d'instruction ». Mais aujourd'hui, l'enseignement s'organise autour d'une autre répartition des responsabilités. En particulier, I' exige de la part de I qu'elle prenne à sa charge le résultat de son action sur E.
Dans le contrat précédent, P met à la disposition de E un moyen formel d'instruction. Mais ce programme est une fiction de l'apprentissage. Il constitue un pari de la part de P (de I et de I'), qui peut fort bien ne pas aboutir, seul, à une véritable transmission de connaissances. Par exemple, en situation de résoudre un problème mathématique, E peut ne pas reconnaître les connaissances déductibles du savoir qu'il a pourtant appris[44].
Dans le « contrat d'éducation »[45], E n'est plus seulement estimé comme un sujet épistémique, mais il est considéré dans sa globalité d'apprenant. P doit indiquer à E comment apprendre,

---

[43] G. Brousseau, *La Théorie des Situations Didactiques*, Montréal 1977, à paraître.

[44] Dans une telle situation, certaines décisions dépendent de causes locales et ne nécessitent pas de rationalisation immédiate (c'est à dire une interprétation des causes en raisons, en reliant ses actions à des savoirs). Mais d'autres décisions dépendent de connaissances (soit directement, si elles correspondent à des savoirs procéduraux, soit indirectement et plus difficilement, si elles correspondent à des savoirs déclaratifs).
Cette différence de régime d'utilisation des savoirs et des connaissances est culturellement invisible et rarement prise en compte dans l'évaluation de la complexité d'une tâche ou de l'efficacité d'un enseignement. Pourtant, l'histoire de la constitution des savoirs scientifiques témoigne de la lenteur du processus de généralisation qui relie plusieurs connaissances en un seul et même savoir. Sur la distinction connaissance / savoir, voir Rouchier (1996).

[45] G. Brousseau, *La Théorie des Situations Didactiques*, Montréal 1977, à paraître.

mais il doit aussi tout mettre en oeuvre pour qu'il apprenne effectivement. Eventuellement, il doit proposer d'autres moyens d'apprendre plus adaptés à la situation (pas seulement adaptés au répertoire effectif de E, mais aussi à la complexité des tâches présentes et futures, aux exigences et contraintes qui pèsent et pèseront sur l'usage de ces connaissances etc.).
P doit organiser successivement toutes les dévolutions de l'apprentissage[46].
Par exemple, E doit être progressivement placé dans des conditions telles, qu'il découvre et accepte :

- qu'il porte une responsabilité cognitive en produisant une réponse (que P n'attend pas de lui, sauf dans un contrat très particulier, qu'il réponde au hasard, mais au contraire qu'il engage ses connaissances) ;
- qu'il existe une causalité entre ses décisions et le résultat de son action (qu'il n'est pas seulement en interaction avec P, mais avec un milieu « indépendant »[47] de P et de S) ;
- qu'une anticipation lui est nécessaire, pour passer de la position de celui qui se contente d'agir sur le milieu (éventuellement toujours de la même manière) et subit les rétroactions que ce milieu lui renvoie (il perd ou gagne, comme à un jeu de hasard), à celle de celui qui apprend quelque chose de ces rétroactions et cherche à améliorer « son score » en modifiant ses actions en fonction de certains paramètres.

S'astreindre avec sérieux et application à apprendre à tracer des chiffres pour savoir plus tard écrire et lire les « grands nombres qu'utilisent les grandes personnes » , est porté par la culture et l'utilité sociale (ce qui ne veut pas dire que tous les enfants s'y conforment facilement, mais ils partagent ces représentations). Mais accepter d'étudier les principes de la « numération égyptienne », de poser un algorithme « per gelosia »[48], et de se lancer dans « la course à vingt »[49], demandent, de la part des élèves et de leurs parents, des représentations didactiques différentes, qui ne sont plus portées ni par les pratiques sociales, ni par les traditions scolaires[50]. Des négociations, parfois locales (une école, un enseignant) ou temporaires (une réforme[51], un niveau d'enseignement), vont à l'encontre des habitudes et des représentations courantes. Elles exigent des communications spécifiques en direction des familles.

---

[46] L'ingénierie didactique s'est en partie développée pour assister le répertoire des enseignants assujetti à un contrat d'éducation. Dans une situation adidactique, le milieu assure un relais lors des dévolutions, il soulage le rôle de P aux niveaux les plus profonds (au sens de la structuration didactique des milieux) de l'action de E.

[47] Les concepts de situation didactique et adidactiques distinguent des positions différentes de E dans la situation d'enseignement. Cette dialectique positionnelle est le moyen dont dispose P de faire avancer l'enseignement, pour que E puisse, à terme, se passer des conditions didactiques et interagir seul avec des milieux non didactiquement aménagés.

[48] L'algorithme per gelosia a été proposé par G. Brousseau (1973) en remplacement de notre algorithme traditionnel de multiplication. En effet ses travaux prouvaient que l'apprentissage de per gelosia était bien plus court et plus fiable que l'autre. Pourtant cette proposition est restée sans succès. L'inertie culturelle est plus forte que la rationalité scientifique. Outre celle rattachée au centre d'observation de l'enseignement des mathématiques, peu d'écoles enseignent sans doute cette technique, mais par contre elle figure à titre d'exercice dans certains manuels scolaires qui se veulent innovants.

[49] Brousseau (1998), pp. 25-27.

[50] Les traditions scolaires permettent à certaines représentations de perdurer, même si l'utilité sociale des savoirs correspondants est obsolète. Par exemple, l'usage scolaire des anciennes règles à calcul ou des tables numériques, maintenant disparu, s'est maintenu quelques temps, alors que les calculatrices étaient couramment utilisées dans la vie professionnelle. De nombreux exercices , considérés comme didactiquement intéressants parce qu'ils faisaient fonctionner les savoirs logarithmiques, non pas été facilement abandonnées, bien que nécessitant le recours de ces instruments culturels et donc l'apprentissage de leur emploi.

[51] Voir l'analyse d'Y. Chevallard sur les savoirs scolaires, introduits par la réforme des mathématiques modernes, au sujet des opérations arithmétiques. La notion d'opérateur permettait de remettre à distance le « savoir des parents », pour satisfaire les contraintes de la transposition didactique, que l'usure des savoirs avait érodé, Chevallard et Johsua (1991, pp. 27-28).

Le temps d'étude privé de l'élève ne peut être organisé sous cette forme contractuelle fortement didactique. Car celle-ci exige des interactions fréquentes et soutenues et donc un répertoire de connaissances et de situations bien plus riche en savoirs que la précédente forme. Même si les productions des élèves pourront ensuite donner lieu, dans la classe, à de nouvelles stratégies didactiques variées, l'étude demeure un programme formel que l'enseignant délègue. A moins que ne soit déléguée à une autre institution la charge de le faire fonctionner sous un autre contrat, l'élève l'exécute sous sa propre responsabilité.

e) Contrat nominal et contrat effectif

Diverses communautés I'' peuvent développer des rapports à c différents et les contrats didactiques qui permettent a priori de transmettre c à « moindre coût » sont de nature différente. Choisir tel ou tel contrat dans l'échelle didactique précédemment citée, favorise donc plus ou moins une hétérogénéité des responsabilités didactiques dévolues aux élèves (la part que leur laissent I et I'').

L'enseignement des propriétés des nombres entiers et décimaux contenues dans notre système de numération de position peut être attendu et reconnu par certains parents. Mais il peut aussi totalement être ignoré par d'autres. Ces derniers l'interpréteront peut-être comme une transgression du contrat didactique. En effet, puisqu'il est possible d'exécuter les algorithmes usuels des opérations, sans même comprendre comment ils amènent au résultat correct, pourquoi faudrait-il consacrer tant de temps à cet enseignement des propriétés ?

Or, le système d'enseignement attend de la part de tous les élèves qu'ils acceptent les dévolutions relatives à cet apprentissage qui fait partie du programme.

Pour certains élèves, la communauté familiale encourage et fonctionnalise les efforts entrepris et du même coup, décharge en partie l'enseignant de certaines de ses responsabilités et peut-être lui laisse croire qu'il a rempli seul son contrat.

Si l'enseignant en charge des dévolutions (contrat d'éducation) ne les organise pas (contrat d'instruction), tout en se croyant quitte de cette obligation puisqu'une partie de la classe a acquis les connaissances visées, les autres élèves portent seuls la responsabilité de leurs difficultés. L'absence de dévolution reste implicite ; les attentes didactiques ne sont visibles qu'aux « initiés » (et satisfaites en privée). Ainsi le contrat d'éducation qui aurait été le plus approprié à la réussite de ces élèves (dont la famille ne joue pas le rôle de P) n'est pas effectivement engagé. L'échec n'est plus partagé, il repose de manière socialement invisible sur la seule responsabilité des élèves (et de leurs parents).

L'excessive médiatisation à propos de « l'hétérogénéité » des élèves tait les calculs d'ergonomie didactique des formes contractuelles[52] (certains contrats sont plus coûteux que d'autres en terme de temps, de connaissances, de formation, etc.).

Ne pas prendre en compte toutes ces distinctions biaise fortement les comparaisons (par exemple avant ou après 1975 ; entre quartiers chics ou de banlieue ; entre établissements privés ou publics).

f) Un sous-système de la situation d'accompagnement

L'analyse des interactions didactiques d'accompagnement de l'étude avait mis en évidence les homéostasies entre répertoire de A, situation S_{-2} et responsabilités didactiques de E et A.

La nature du contrat d'accompagnement décidé ou « choisi » par l'accompagnateur et l'élève conditionne en partie le contrat didactique de la situation didactique S_0.

Nos analyses des régulations tiendront compte de ce sous-système (répertoires, milieux, contrats). Il représente le champ d'intervention envisageable pour l'ingénierie didactique.

---

52 Si, au sein de la situation didactique, le contrat didactique ne peut être totalement explicite, le contrat social qui définit les responsabilités des partenaires éducatifs peut l'être (la situation n'est pas didactique à ce niveau).

Définir des critères plus objectifs pour organiser les conditions des coopérations didactiques entre E, P et A, ne résoudra pas l'ensemble des problèmes qui posent les relations entre l'école et les parents. Tout comme l'ingénierie didactique ne résout pas tous les problèmes de l'enseignement. Mais si des variables, des indices, des choix adéquats étaient trouvées ou étaient calculables, des solutions techniques pourraient relayer le répertoire des acteurs. Les attentes pourraient être plus réalistes et les moyens de les satisfaire mieux organisés. La répartition des tâches didactiques pourrait mieux s'adapter aux répertoires des acteurs. Pourtant la question des négociations demeure.

2 Les contrats d'accompagnement

a) L'accompagnateur des apprentissages scolaires en mathématiques

Nous allons maintenant reprendre nos modèles de l'accompagnement de l'étude personnelle des élèves.

Soit A un accompagnateur de E, il est lié à I par l'intermédiaire du contrat d'étude de E.

A peut éventuellement mobiliser certains rapports scolaires qui sont familiers à E dans I, par exemple le rapport à certains objets didactiques qu'il transporte depuis I :

- l'exercice, la leçon, le questionnement didactique ;
- la vérification des résultats produits, la correction ...

Mais une culture institutionnelle propre se développe dans l'institution d'accompagnement.

En particulier, nous pouvons distinguer la répartition des responsabilités entre E et A (dans une situation d'accompagnement donnée) pour satisfaire aux exigences de I.

Nous définirons plusieurs contrats spécifiques de l'accompagnement, en fonction des responsabilités que A et E assument.

Ces formes de contrat coïncident plus ou moins à des institutions (au sens social du terme), qui se sont spécialisées pour telle ou telle fonction de l'accompagnement des apprentissages scolaires.

b) Le contrat de vérification

Un surveillant qui constaterait uniquement que les tâches préconisées par le professeur sont réalisées ou non, ne manifesterait aucune intention didactique.

Par contre, s'il se prononce sur la justesse de la réalisation tout en contrôlant que le travail est effectué (ou en faisant réciter les leçons), il rencontre le répertoire de E. Il communique avec lui à propos de connaissances et modifie, par conséquent, le milieu de E dans la situation.

L'interaction didactique peut être ténue (un verdict rapide), mais elle exerce malgré tout une rétroaction (l'élève peut décider de ne pas en tenir compte et rendre son devoir tel quel, sans le reprendre, bien qu'il ait entendu que sa solution n'était pas valide).

Nous n'examinerons pas ici toutes les variations envisageables. Il serait d'ailleurs impossible de les trier a priori, sans avoir accès aux conditions dans lesquelles les décisions sont prises (l'enfant peut estimer que le verdict a peu de chance de se révéler exact, etc.).

Nous dirons que le « vérificateur »[53] contrôle l'exécution des devoirs, et vérifie au moins sa pertinence.

Il n'a besoin pour cela que de disposer de la solution de l'exercice (ou du texte du savoir), il n'est pas tenu de savoir les produire lui-même.

L'absence de réponse de E ou la différence de ce qu'il produit avec ce qui est attendu (en référence à ce dont il dispose) est pour le poste de vérificateur un accident, auquel il faut faire face, même si le seul moyen didactique à disposition est la répétition des exigences.

---

[53] Rappelons qu'il s'agit bien de la modélisation d'une fonction didactique, et non pas d'une fonction sociale (professionnelle ou non) ou encore moins d'une personne.

Par exemple, faire réciter les tables de multiplication dans l'ordre donné par l'institution scolaire et vérifier chaque réponse (si besoin avec la table à la main) est une tâche de vérification.
Cette partie du suivi scolaire des élèves est depuis longtemps traditionnellement renvoyée aux familles des élèves ou à des institutions-relais (facultatives, souvent présentées comme palliatives). C'est le cas de l'étude du soir assurée par un surveillant (qui n'est souvent pas un enseignant, mais un étudiant).
Les justifications officielles de ce type d'institutions sont :

- le plus souvent extrinsèques aux savoirs (manque de disponibilité des familles, logement bruyant et exigu, etc.) ;
- ou au contraire liées aux savoirs supposés des parents (niveau culturel jugé insuffisant).

L'institution qui abrite cette fonction didactique restreinte, établit en général un autre contrat éducatif, plus large, plus ouvert que le contrat didactique. Des activités diverses sont prévues, qui n'ont pas de lien direct avec les savoirs scolaires, mais qui sont supposées contribuer à une amélioration générale, qui à son tour aura des répercussions sur les apprentissages. Ce sont ces activités non didactiques, qui sont le plus souvent annoncées comme essentielles par ces institutions d'accompagnement.
L'opinion publique n'accorde pas au rôle de vérificateur de compétence didactique particulière. Toutefois, la professionnalisation des interventions de vérificateur soulève la question des connaissances minimales requises pour vérifier l'idonéité de ce qui est produit par les élèves (par écrit ou oralement), relativement aux attentes scolaires. Suivant ce que l'enseignant assigne aux devoirs du soir, la nature des situations modifie le répertoire qui serait nécessaire à la vérification.
Remarquons également que les discours sur les inégalités de l'aide familiale ou sur l'autonomie des élèves peuvent tour à tour justifier ou au contraire faire disparaître ces activités sociales de vérification.

c) Le contrat de répétition

Les tâches du « poste de répétiteur » sont les suivantes :

- faire exécuter correctement les exercices proposés par l'institution scolaire, en proposer d'autres semblables (puisés par exemple dans un manuel parascolaire et choisis par analogie), en établir la validité, corriger les erreurs d'exécution, s'assurer de l'apprentissage des techniques nécessaires à la résolution ;
- faire exécuter correctement des problèmes (qui nécessitent l'usage de connaissances et de savoirs) ;
- fournir des explications (c'est-à-dire des commentaires sur les savoirs) ;
- produire un champ d'exemples et de contre-exemples de problèmes équivalents (du point de vue des connaissances), s'assurer de l'apprentissage de ces savoirs.

Ces différentes tâches sont hiérarchisées du point de vue des compétences qu'elles requièrent de la part du répétiteur.
Sous un contrat de répétition, le répétiteur peut dans certaines conditions[54] se placer en position P (avec des objectifs didactiques propres, une responsabilité locale, des exigences spécifiques, un contrat didactique dans lequel toutes les attentes ne seront pas explicitables).
Le répétiteur est supposé savoir résoudre lui-même les exercices et problèmes qu'il propose.

[54] Les situations didactiques sont très courtes, circonscrites à quelques connaissances. Ce sont les objectifs de l'accompagnement qui assurent la cohésion de l'ensemble des interactions de l'accompagnateur et non l'enchaînement de ces mini situations d'enseignement.

L'erreur est pour l'accompagnateur-répétiteur un matériau, un support d'interaction. Elle lui fournit à la fois l'occasion et la justification de ses interventions didactiques, mais l'apparition des erreurs se doit de décroître dans le temps.
Si aucune erreur n'était produite, le répétiteur n'aurait pas à intervenir (il cherche donc les questions, les connaissances qui les feront surgir) ; mais si les erreurs persistent, c'est l'adéquation de sa fonction qui pourrait être remise en cause (il cherche donc à réduire les occasions d'erreur dans un domaine qu'il délimite).

Les « cours particuliers » (ou les séances collectives des entreprises de soutien scolaire) correspondent généralement aux caractères de la répétition (même si d'autres représentations, considérées comme plus nobles sont annoncées au moment de remporter l'adhésion du client).
Les postes de vérificateur et de répétiteur ne sont plus, du point de vue social, aussi distingués qu'autrefois (assuré par un surveillant, respectivement par un professeur). Les parents soucieux des notes, reconnaissent à l'accompagnateur-répétiteur la qualité d'être « du métier » (c'est à dire de bien connaître les enjeux scolaires).

Les accompagnements sous contrat de vérification et de répétition sont synchronisées avec la chronogénèse instituée par l'institution scolaire.
Les situation d'accompagnement suivantes marquent un nouveau palier : il s'agit de chercher les causes des erreurs les plus fréquentes et persistantes (dans l'institution scolaire), et non plus les raisons des erreurs immédiatement constatées (dans l'institution d'accompagnement).

d) Le contrat de remédiation

Le « poste de remédiateur » comprend les fonctions suivantes :

- répertorier les connaissances absentes, manquantes, mal acquises ou mal comprises ;
- anticiper des projets d'apprentissage ;
- hiérarchiser les erreurs, identifier et ne conserver que celles qui jouent un rôle fondamental pour la suite des apprentissages ou pour la certification scolaire ;
- formuler des hypothèses à propos de ces erreurs (constatées et prévisibles), en fonction de conceptions, du développement cognitif et de l'apprentissage ;
- ré-enseigner, réorganiser les anciennes connaissances isolées, les plonger dans de nouvelles perspectives d'utilisation.

Le remédiateur est souvent en position P, mais pas uniquement :

- lors des phases diagnostiques (qui dans certains cas couvrent un champ très vaste de compétences), il ne nourrit pas toujours d'intention didactique[55] ;
- lorsqu'il établit des liens avec ce qui est demandé à l'élève dans sa classe, il s'assujettit en tant qu'accompagnateur à l'institution scolaire (position A).

Les situations didactiques peuvent se dérouler sur plusieurs séances. Une même séance peut alterner plusieurs situations didactiques différentes, sur des connaissances différentes. L'organisation et l'enchaînement des situations didactiques sont construits à partir des progrès de l'élève et des filiations entre connaissances. Leur légitimité est plus individuelle que culturelle et sociale (comme l'est la légitimité scolaire).
Le remédiateur respecte pourtant un certain degré de proximité avec la transmission scolaire des savoirs. Par exemple, il fait explicitement référence à la leçon du jour, au répertoire officiel.

[55] Chez certains professionnels qui travaillent sous une légitimité médicale, il arrive que le domaine mathématique n'intervienne que dans la phase diagnostique. Les activités avec l'enfant n'ont parfois plus de lien avec les savoirs, le rééducateur ne vise pas à modifier son répertoire de connaissances mathématiques, mais à intervenir sur des capacités plus générales, dont il espère des retombées sur les apprentissages scolaires.

Ou bien il marque au contraire explicitement une certaine distance avec le monde scolaire (jugé provisoirement comme une source de perturbations), mais obtient des informations par d'autres canaux (les parents, l'institution scolaire, des ouvrages de référence, etc.) qui lui fournissent des points de repères. Les résultats et les réponses scolaires de l'élève sont mis en relation avec le contenu des épreuves (certes il a eu la moyenne à son contrôle, mais il avait peu l'occasion de faire des erreurs révélatrices d'une conception erronée ; l'obstacle repéré laisse présager de mauvais résultats pour la suite de la scolarité, si rien ne vient modifier ces conceptions).
Pour le remédiateur, l'erreur devient un indice essentiel qui le guide pour déterminer les pistes de travail.
Le plus souvent, c'est au remédiateur de déterminer la durée de la remédiation. En règle générale, elle est conçue comme une phase intensive d'accompagnement, mais qui demeure transitoire.
Le contrat de remédiation relève d'une autre forme de responsabilité en regard des connaissances et des savoirs. La référence n'est plus systématiquement la collection des savoirs ordonnée par l'institution scolaire et des choix didactiques s'imposent (en particulier des équilibres spécifiques entre topogénèse et chronogénèse, éventuellement différents de ceux choisis par l'institution scolaire du moment).
Chaque chronogénèse est relative aux institutions (mathématiques, scolaires, de remédiation) et évolue dans le temps, elle est porteuse d'attentions particulières pour des objets emblématiques. Pour une réorganisation de connaissances anciennes, une problématique peut jouer un rôle plus important que la construction théorique des connaissances visées. Les choix dépendront également des fréquences d'emploi durant la scolarité, des conséquences sur les résultats scolaires, de l'importance accordée par l'école à certaines catégories de savoirs (relations et hiérarchies entre les apprentissages). Dans certains cas, l'absence de savoir de référence crée des formes particulières d'interprétation des erreurs par les enseignants ou les remédiateurs. Ainsi, les connaissances géométriques ou les stratégies algébriques de mise en facteur seront plus facilement traduites en terme de capacités personnelles des élèves qu'en terme d'apprentissage. Il semble que dans la mythologie des professeurs, certains types de problèmes révèlent mieux que d'autres qui de la mémoire, qui du sérieux dans l'étude, qui de l'astuce ... Il semble que dans la mythologie des rééducateurs, certaines erreurs traduisent plus que d'autres des difficultés spatiales ou logiques.
Les professionnels qui exercent sous une légitimité médicale (en particulier les orthophonistes) participent à la transmission des savoirs mathématiques au nom de ces interprétations des erreurs. Mais il est rare qu'ils se sentent investis d'un rôle d'accompagnement des apprentissages scolaires. Les assujettissements scolaires semblent au contraire pouvoir être évités dès lors que ne sont pas rencontrés les milieux de l'étude personnelle des élèves. Une intervention « directe » sur le répertoire de E_{-1} peut laisser penser en effet, que le rôle de l'orthophoniste est totalement indépendant du contrat social d'enseignement. Pourtant, c'est souvent (mais pas toujours) dans ce cadre contractuel, que la prise en charge est négociée avec les parents des élèves (mais aussi à des niveaux d'instances plus collectives). Sans l'importance accordée socialement au rôle des mathématiques, il est vraisemblable que la dénomination « dyscalculie » n'aurait pas connu le succès qu'elle connaît aujourd'hui. Lorsque nous considérerons que ces institutions médicalisées interviennent (en position A) dans le système que nous étudions, c'est en prenant en considération les quelques fibres didactiques de leurs multiples fonctions et de leur répertoire professionnel. Nous ne sous-entendons bien sûr pas que toute intervention effective de leur part est (ou devrait être) de nature didactique, ni que leur fonction est entièrement d'accompagner les apprentissages scolaires en mathématiques !
Du point de vue qui nous occupe, A fait le pari que les modifications de répertoire de E_{-1} qu'il impulse, seront suffisantes pour que l'étude personnelle puisse être prise en charge par la seule

responsabilité de E. P et A ne coopèrent sur aucune situation didactique. Par contre, les deux institutions communiquent, échangent des représentations, et même des indications docimologiques. De quel répertoire commun disposent-elles ? En quoi la responsabilité de P est-elle déchargée par l'intervention de A ? De quoi l'intervention de P décharge la responsabilité de A ?

e) Le contrat orthodidactique

Le didacticien identifie d'autres phénomènes. Il prend en considération tout le système de transmission des connaissances et des savoirs (et pas seulement les savoirs eux-mêmes et leur apprentissage par un sujet). Bien qu'aucune institution sociale ne prévoit un accompagnement des apprentissages sous un tel contrat, nous en esquissons les contours.

Le « poste d'orthodidacticien » prendrait en compte, en plus des connaissances et des savoirs, les méta-connaissances mathématiques, les effets des contrats didactiques, les modes d'enseignements, l'épistémologie de l'apprentissage etc.

Il chercherait à réguler le système didactique particulier auquel l'élève est multi-assujetti (non seulement en référence à des normes, et à des fonctionnements institutionnels nominaux). Il viserait une nouvelle homéostasie plus globale (non seulement en agissant sur le répertoire de E, mais sur les conditions de ses apprentissages, sur les interactions des éléments du système et non sur un ou même sur chaque élément).

Il pourrait, en particulier, concevoir des milieux et des situations exportables dans l'environnement familial de l'élève. Ils auraient pour fonction d'aménager de manière plus adaptée les conditions de son étude et de le soulager (provisoirement, en attendant que son répertoire le rende autonome) d'une partie de la responsabilité d'établir des liens entre ses assujettissements scolaires et ceux de l'appui.

3 Les représentations : intérêts et limites

a) Des représentations pour économiser les connaissances ?

Lorsque plusieurs partenaires sont engagés dans un même projet didactique, ils communiquent des moyens d'action (des savoirs, des situations, des indices de contrôle) et des conditions de coopération (négociation contractuelle). L'analyse en terme de contrat d'enseignement et d'accompagnement a mis en évidence l'importance de diffuser des représentations dans ces négociations : l'acculturation est rarement suffisante entre deux institutions, les interprétations, les décisions et les contrôles se règlent sur des impressions, en l'absence de connaissances.

Il serait vain de chercher à classer les bonnes et les mauvaises représentations. Car leur adéquation locale n'est que relative (en fonction des répertoires, des milieux et des contrats).

Il serait donc dangereux d'associer des types de représentations à des éléments isolés des situations (aux élèves, aux famille, aux savoirs etc.). Mais il reste que dans des conditions identifiées, les représentations présentent des propriétés différentes. Elles sont plus ou moins utiles à l'enseignement, à l'apprentissage, et à l'accompagnement de celui-ci. Elles donnent plus ou moins prises aux dérapages des non-connaisseurs ou au contraire, offrent plus ou moins de possibilités d'interprétations positives, dont on pourra se saisir pour négocier collectivement ou individuellement des régulations.

L'étude des représentations didactiques diffusées en direction des parents des élèves peut donc s'avérer une piste prédictive pour comprendre et productive pour réguler les conditions du partage de la transmission des savoirs. Nous sommes donc en droit de nous demander si agir sur les représentations des familles ne serait pas plus économique qu'agir sur leurs connaissances.

b) Un objet didactique labile

Peut-on dire que « la botte » soit une connaissance de l'Italie ? C'est un mot qui appartient au répertoire du connaisseur comme de l'amateur. Cette métaphore imagée fournit une certaine idée de la forme du pays ; elle est peu opératoire dans un grand nombre de situations, mais peut servir d'indice pour le reconnaître sur une carte d'Europe. L'entrée dans un contrat didactique peut tenir à ce type d'impression vague (parfois même fausse). L'apprenant doit pouvoir se faire à l'avance une certaine idée minimale de la connaissance qui va lui être enseignée et des moyens qu'il a de l'apprendre. Elle lui permet d'accepter la fiction (provisoire) qu'il partage ce que propose le professeur.

Pour le didacticien qui étudie les processus reproductibles de diffusion et de transmission des savoirs, la prise en compte de ce préalable singulier n'est utile, que dans la mesure où elle intervient dans la négociation et dans l'entrée de la dévolution. Les théories didactiques actuelles ne permettent pas (mais elles ne s'en donnent pas non plus l'objectif) de modéliser ces formes imprécises et fugaces, ces sortes de conceptions (justes ou fausses) à propos de l'apprentissage d'une connaissance. Il est d'usage de les nommer « représentations » sans préciser en quoi elles se distingueraient des connaissances ou des conceptions (qui elles, sont définies dans la Théorie des Situations comme moyens de décision), sans préciser non plus si elles désignent une impression très personnelle ou des formes plus collectives et standardisées, véhiculées par la culture sociale ou institutionnelle.

c) Une forme courante pour les négociations

Mais pour étudier les négociations (en dehors des actions didactiques) entre les partenaires de l'enseignement, nous avons besoin de disposer de deux expressions pour distinguer :

- les formes individuelles, que nous avons décidé de nommer, selon une expression courante « impressions », et dont la formalisation ne s'impose guère en l'état actuel de la recherche (une fois enclenché, le contrat didactique se modifie et sollicite les connaissances et les conceptions mathématiques opérationnelles des élèves et des accompagnateurs) ;
- les formes collectives, parfois intentionnellement diffusées, pour lesquelles nous conservons l'expression « représentation », conformément aux usages courants des Sciences Humaines.

Une écriture chiffrée (fut-elle un simple numéro) peut appeler une certaine idée des chiffres, de l'écriture des nombres et par là, des mathématiques. La B.D. ou la publicité usent souvent de cet artifice iconique : le tableau noir chargé de chiffres évoque irrésistiblement « le cours de mathématiques », surtout s'ils sont accompagnés de quelques radicaux ou autres symboles exotiques.

Le mot « numération » peut jouer le rôle d'emblème linguistique pour les premiers enseignements mathématiques. Tous ceux qui le prononcent ou l'entendent n'y associent pas toujours des connaissances précises. Un parent qui apprend que son fils a eu 12 en numération, peut reconnaître un domaine mathématique, sans être capable d'imaginer trois questions à poser pour vérifier lui-même l'état des connaissances dans ce domaine.

Le terme « équations » peut devenir pour certains synonyme de casse-tête superflu réservé aux savants, l'expression « problèmes de robinets » véhicule la même idée, mais de manière plus désuète.

Dans la thèse, nous aurons recours à cette terminologie (impressions et représentations) dès lors que nous évoquerons les idées (non toujours pertinentes ou valides) correspondant à des savoirs didactiques ou des savoirs périphériques à la Didactique (tout en étant non mathématiques, puisque pour eux, le vocabulaire est déjà fixé), c'est à dire à propos des apprentissages, des interprétations d'erreurs en mathématiques, ou des usages de ces savoirs mathématiques ...

Un même mot peut désigner pour l'un une connaissance, pour l'autre une conception, une simple impression, ou encore une représentation partagée (qui n'est d'ailleurs pas toujours vide de sens, car certaines associations sont pertinentes). C'est l'usage qui nous tiendra lieu de distinction dans la situation considérée.

d) Une utilité relative aux contrats

Distinguer différents types de contrats didactiques met en évidence que la consommation de représentations culturelles et institutionnelles croît en fonction du degré de responsabilité de l'institution qui transmet des connaissances.
Une stratégie de diffusion de savoirs peut fonctionner sur la base de l'autorité que confère l'expertise ou sur celle de l'attrait que suscite la nouveauté (d'où la fréquente recherche du scoop par les médias). Par contre les stratégies de transmission (qui exigent une entrée dans l'institution didactique) nécessitent bien plus de représentations pour faire accepter les assujettissements correspondants.
Remarquons que l'acceptation de la dévolution, ne réclame pas forcément des représentations très sophistiquées. Des représentations fixes et sommaires des savoirs et de l'apprentissage peuvent favoriser les relations didactiques. Un rapport familial au savoir très figé, mais respectueux de l'école, peut permettre une réussite scolaire (que ce soit dans une modeste communauté d'étrangers immigrés ou dans une caste aisée et conservatrice).

e) Des représentations non toujours utiles

Les médias jouent un rôle particulièrement important en ce qui concerne la diffusion de représentations. Leur impact sur les parents est manifeste :

- leur puissance d'émission permet de toucher rapidement un grand nombre de personnes et leurs moyens techniques sont importants (ce qui n'est pas le cas de l'école, ni même de la noosphère) ;
- l'aura, qui leur est attachée, augmente leur pouvoir de séduction et d'autorité, qui sont les moyens rhétoriques les plus performants pour persuader les non-connaisseurs (l'obtention de la conviction par des procédés cognitifs et rationnels est bien plus coûteuse).

Mais les représentations en matière scolaire, mathématique, pédagogique ou didactique qui sont diffusées via les médias ne sont souvent pas au service des apprentissages. Elles répondent à d'autres sorte de contraintes.
L'école ne bénéficie pas actuellement d'une image médiatique positive.
L'extérieur de l'école apparaît au contraire plus riche de nouveautés, de progrès et d'attraits.
Les pédagogies « appréciées » (du moins qui apparaissent comme telles dans les représentations) des médias et de leur public sont celles qui « ouvrent » l'école sur la vie, la société, la cité, la culture ...
La nécessité d'un milieu didactique, (volontairement manipulé pour enrichir ou au contraire canaliser les interactions, selon une finalité didactique) est le plus souvent méconnue ou ignorée. Les représentations prêtent au contraire souvent des vertus pédagogiques et didactiques à toute mise en contact avec une image du savoir. Victimes ou vecteurs d'un empirisme excessif, ceux qui diffusent ces représentations, ne sont jamais directement confrontés aux conséquences de leur action. Les musées et les salons d'exposition bénéficient de la caution pédagogique que les visites scolaires semblent leur accorder (qui se rajoute au pactole que constitue l'argent de poche d'une volée d'élèves en sortie). Les parents d'élèves sont les premières cibles de l'utilisation mercantile de ce mouvement qui tend à confondre « sorties pédagogiques » et ersatz éducatifs.
En classe de mathématiques elles restent rares, aussi nous ne nous attarderons pas sur ce sujet.
Nous relevons seulement le processus de contamination par les représentations, qui telle une

mode, induit de nouveaux « besoins » chez ceux qui les suivent, puis la discrimination collective de ceux qui persistent à les ignorer.

f) Quelques objets scolaires transitionnels

Pour se conformer aux orientations ministérielles, l'école doit montrer qu'elle s'ouvre aux parents et travaille en partenariat avec eux.

A l'école maternelle, les familles peuvent être associées aux activités didactiques par d'autres biais que le savoir. Par exemple, elles peuvent collecter du matériel courant pour la fabrication d'objets dans la classe. Les enseignants engagent une situation mathématique à partir de ce support matériel (une sériation, une correspondance terme à terme ...). Ces objets peuvent être montrés et même pour certains offerts comme des cadeaux. Ils constituent un lien entre le travail scolaire des élèves et les parents, éventuellement un support d'échanges.

En primaire, les parents sont toujours associés à la vie de l'école, mais pour des activités qui font peu référence aux contenus disciplinaires. Le suivi scolaire devient souvent plus ingrat en mathématiques.

Au collège, l'accord des familles avec les savoirs paraît si inaccessible, que les noms des disciplines ne figurent souvent plus dans les communications entre parents et enseignants ou autres représentant de l'institution scolaire. Ce sont des objets relativement mineurs qui sont alors cités : les parents sont invités à participer à l'organisation du cartable, à l'usage du cahier de textes ou à la tenue des classeurs. Ces symboles transitionnels du métier d'élève portent une part importante des représentations de la coopération entre l'école et la maison.

g) Les diffusions de représentations et leurs effets

La négociation, comme toute communication, s'appuie sur des représentations préexistantes ou spécialement diffusées à cette intention. Mais l'ergonomie des coopérations n'est pas la même que celle de la diffusion.

Il est commode d'adapter la répartition des tâches aux consignes que l'interlocuteur peut d'emblée traduire en décisions ; l'autonomie des acteurs est préservée. Mais à plus long terme les actions indépendantes s'avèrent souvent peu compatibles et la réussite conjointe est menacée. Les partenaires doivent pouvoir chacun mesurer l'enjeu commun.

Confier aux familles seulement des tâches répétitives et jugées subalternes par les enseignants (la récitation des leçons, l'exécution des algorithmes, etc.) présente un double risque :

- celui d'amputer le temps scolaire du temps de réinvestissement des anciennes connaissances (l'enseignant considérant que ce travail est fait ailleurs, malgré toutes les inégalités qu'il connaît ou imagine) ;
- celui de donner aux parents une image très réductrice de la discipline enseignée (seules les familles les plus cultivées sauront la compléter).

4 Une analyse de l'échec de la réforme des « mathématiques modernes »

Avant de recenser les représentations de la coopération école-familles qui se diffusent actuellement dans diverses institutions, nous exploitons le modèle pour analyser la coopération qui était prévue par la réforme des années soixante-dix et qui provoque encore de nos jours bien des polémiques.

a) Des connaissances pour entretenir les représentations diffusées

Lorsqu'un problème est résolu de diverses manières, la solution qui se communique le mieux (le plus rapidement, le plus durablement, le plus largement), n'est pas toujours la meilleure (ni même parmi celles qui sont appropriées). Les lois de la diffusion sociale diffèrent des lois de l'optimalisation théorique ou technique. Même s'il est excellent, tout moyen pédagogique n'est pas toujours adopté par les enseignants, ni par les parents. Les causes du succès ou de l'échec d'une réforme de l'enseignement ne sont pas toutes intrinsèques.

La réforme de 70 a échoué pour des raisons qui tiennent sans doute à des processus didactiques inadéquats (mais qui étaient probablement perfectibles), mais aussi et peut être surtout à cause de l'importance qu'avaient prise les représentations sociales et professionnelles[56] dans l'acceptation à court et à long terme du projet.
Au moment d'imposer la réforme, plusieurs communautés ont brandi des représentations mathématiques et didactiques nouvelles.
La formation de l'homme de demain devait permettre son adaptation aux futures technologies. La maîtrise des sciences apparaissait essentielle pour l'avenir.
Bien qu'excessivement emphatiques, ces représentations étaient à la fois favorables aux mathématiques et au rôle social de leur enseignement. Les parents ont été largement associés à ce déploiement de représentations positives.
Toutes les conditions propices avaient semble-t-il été réunies, pour que ce nouvel enseignement soit accepté, encouragé de toutes parts.

Mais les diverses institutions (scolaires, mathématiques, de formation) qui avaient appuyé la réforme, ne disposaient pas tout à la fois des connaissances et des moyens pour que ces représentations perdurent dans le fonctionnement (ou laissent la place à d'autres, plus fonctionnelles et compatibles).
Les représentations avaient été diffusées sous la pression de l'argumentation rhétorique.
L'effet d'accumulation avait fait naître des contradictions internes, qui n'étaient mises en évidence qu'au cours de la mise en application. Et dès que les premiers problèmes se sont présentés, personne n'était réellement en mesure de défendre les choix qui avaient été imposés avec brio.
Les trop fraîches pratiques des enseignants, malgré les efforts fournis en matière de formation, étaient extrêmement vulnérables aux effets Diénes ou aux glissements métadidactiques[57].
Peu de familles (et de professionnels de l'aide) pouvaient accompagner cet apprentissage (suivre les progrès, rectifier une erreur, etc.). Ils ne pouvaient que constater les résultats et s'inquiéter, critiquer s'ils n'étaient pas satisfaisants.
Comme les promesses avaient été extraordinaires, les dysfonctionnements ont parus excessifs et inacceptables. Les déceptions étaient à la hauteur des espoirs investis[58].

---

[56] Voir par exemple l'analyse par Brousseau (1989c) des effets de l'innovation. sur les pratiques didactiques.
[57] Voir Brousseau (1998), p 66. Ces phénomènes ont été mis en évidence grâce aux analyses des effets de la réforme. Les promoteurs ne bénéficiaient pas des mêmes moyens prédictifs qu'aujourd'hui. Des mises en garde avaient toutefois été avancée, dès les premières réflexions, pour éviter ces effets, qui sans être modélisés et nommés par la didactique, étaient déjà connus des spécialistes.
[58] Trente ans après, les ouvrages pour les parents d'aujourd'hui citent encore avec plus ou moins de rancoeur et de pertinence les effets de la réforme. Citons deux exemples récents : « Cette réforme, dans les années 60, visait à introduire les structures (groupes, anneaux, corps, espaces vectoriels ...) dès l'enseignement secondaire. Quoi qu'on pense d'elle, on ne peut nier que -outre un débat intéressant sur le plan intellectuel -, elle a représenté un spectaculaire mouvement de société, un traumatisme national » Nordon (1999, p 70). « Depuis le XVIII ème siècle, l'enseignement de cette discipline oscille entre deux pôles : transmettre aux citoyens en herbe les maths de la vie de tous les jours (le calcul, les mesures ...) ou former des scientifiques. C'est cette deuxième tendance qui l'a emporté dans les années soixante-dix avec la fameuse réforme des maths modernes. Son but était d'unifier l'enseignement de la maternelle jusqu'à l'université, bref de mieux former les enfants dès le départ, et par conséquent d'augmenter leur niveau. Ce fut un pari raté, puisque bon nombre d'écoliers n'ont pas réussi à s'adapter et se sont transformés en ennemis jurés de cette discipline devenue incompréhensible pour eux. Un échec ressenti d'autant plus durement qu'à la même époque, les maths ont été érigés (sic) en impitoyable outils de sélection ! » ; « C'est pourquoi la réforme des maths modernes, inspirée par ce courant formaliste, a fini par être abandonnée dans les années quatre-vingt. Pourtant, l'on peut se

La dépréciation, puis la médisance ne se heurtaient plus assez au répondant des promoteurs et des utilisateurs. Dès lors, la seule issue sociale était une rupture drastique avec le projet.

b) L'ambiguïté des messages noosphériens envoyés aux familles

Revenons sur les représentations diffusées au cours de la mise en place de la réforme, à propos du rôle des parents dans l'enseignement des mathématiques.
Pour les analyser, nous nous appuyons sur quelques interviews publiées dans une revue en 1971[59], dont nous citons les passages relatifs au rôle des familles.

A.Lichnérowicz, professeur au Collège de France : « Pour la masse des enfants, il y a plutôt moins de discrimination sociale : Papa ne sait plus faire les devoirs de la même façon, cela a son importance. Nous avons fait une expérience très intéressante à Lyon. En 6ème : le samedi après-midi, on a donné aux parents une initiation rapide avec des exercices sur le tas, etc. ; j'ai pu voir travailler à la même table un chauffeur de taxi lyonnais, un ingénieur de contrôle et un jeune vendeur de magasin ; l'ingénieur ne dominait pas, je les ai vus au bout de 4 mois, 5 mois de travail, il y avait des discussions d'un ton parfaitement sain. »

A. Revuz, directeur de l'I.R.E.M. de Paris : « On a dit par exemple que les mathématiques modernes allaient remplacer le latin. Bien sûr, elles le peuvent. Tout dépend de la manière dont on les enseigne. Mais je crois qu'au contraire il y a une chance de démocratisation, qui ne va peut-être pas durer longtemps ; c'est, qu'à l'heure actuelle, tous les enfants ne peuvent plus s'adresser à leurs parents pour comprendre ce qu'on leur dit. Je ne sais pas si cela améliore le niveau des uns mais cela supprime le rattrapage du milieu familial. »

J. Beauvais, inspecteur départemental de l'E.N. : « Un des avantages de l'introduction de ces nouvelles modalités d'activités mathématiques à l'école élémentaire c'est - je vais utiliser un néologisme affreux - de déverbaliser l'enseignement du calcul. Au lieu de le fonder sur un support souvent fragile chez les enfants défavorisés [...], le passage à l'écriture, dominant en ce qui concerne les mathématiques modernes, peut constituer un avantage. »

N. Picard, chargée de recherche à l'I.N.R.P. : « Mes expériences ont montré que, si on laisse faire les enfants, quelles que soient les origines sociales, ils s'y prennent de la même façon. [...] Dans l'enseignement « traditionnel », tout est conçu suivant les modes de pensée d'adultes, il n'est pas étonnant que les enfants qui entendent parler leurs parents parce que ces parents sont des gens « cultivés » s'adaptent mieux à cet enseignement et donc y réussissent mieux. De plus, cet enseignement nouveau que nous voudrions essayer de mettre en place ne doit pas être un enseignement de type verbal, mais un enseignement qui s'appuie sur des expériences des enfants. Ainsi, un handicap lié à une déficience du langage due au milieu dont l'enfant est issu est un handicap qui disparaît. ».

Le rôle attendu de la part des parents apparaît très contradictoire.

- D'un côté des efforts sans précédents ont été menés pour « former » les parents.

De savants mathématiciens se déplacent pour observer des parents faire des mathématiques scolaires (une durée de formation d'au moins 5 mois est suggérée, trois exemples sont cités : trois pères de familles aux professions socialement contrastées).

---

demander s'il n'en reste pas des traces, quand on demande aux enfants d'appliquer des règles sans les comprendre ! ». Mayo (1999, pp. 10-11 et p 23). Les représentations ont pour propriété de fournir des fantômes modulables en fonction du discours (par exemple bien que les parents d'aujourd'hui étaient les enfants d'alors, les catégories semblent se conserver au cours du temps et cumuler leur expériences).

[59] L'école et la nation, n° 195, janvier 1971.

L'information n'est pas anodine, elle véhicule des connotations sociales, politiques et psychanalytiques, qui s'inscrivent dans les courants de pensée, non seulement des lecteurs de la revue, mais plus largement de l'époque.

- D'un autre côté, la mise à distance des savoirs des parents et de l'enseignement apparaît comme un gage de démocratisation de ce dernier.

L'idée, que l'enseignement des mathématiques puisse contribuer à une plus grande égalité des chances pour les élèves, paraît aujourd'hui anachronique. Elle était en 70 le fer de lance politique de la réforme, puisqu'elle proposait une alternative à la traditionnelle sélection scolaire par le latin, qualifiée de socialement discriminante.

Les analyses de Jacques Beauvais et de Nicole Picard, font implicitement écho aux recherches en linguistique et en sociologie de l'éducation qui associent les différences de compétences langagières scolaires des élèves (et leur réussite scolaire) aux différences socioculturelles des familles. Si c'est parce que l'enseignement des mathématiques modernes sollicite plus l'écrit et « déverbalise » l'enseignement du calcul, qu'il atténue les différences culturelles des élèves, alors, le même raisonnement permet d'attribuer aux mathématiques des qualités sélectives socialement plus neutre que celles du latin. La classique opposition entre scientifiques et littéraires se profile derrière celle de l'écrit et de l'oral, de l'action et du langage[60].

c) La diffusion de représentations est insuffisante pour modifier les pratiques parentales

Les parents devraient donc faire l'effort de s'initier aux mathématiques modernes, pour ne surtout pas intervenir dans l'apprentissage de leurs enfants ?

Cette déclaration, apparemment paradoxale, traduit peut-être un espoir implicite de la part de l'institution scolaire. Celui que les parents, mieux informés des difficultés didactiques que posent l'enseignement des savoirs élémentaires, confient aux enseignants le soin de choisir la manière d'y parvenir et n'interfèrent pas inconsidérément dans le processus.

Une autre hypothèse pourrait aussi expliquer les décisions du système éducatif et l'argumentation noosphérienne. Telle la remise à zéro d'un compteur qu'on ne pourrait arrêter, la modification des programmes d'enseignement, en rompant avec les savoirs traditionnels, permettrait d'organiser une ignorance provisoire, mais commune, des parents. Face à l'enseignement des nouvelles mathématiques, les enfants et les parents seraient ainsi remis sur un pied d'égalité sociale, puisqu'a priori vierges de tout savoir extérieur.

Bien sûr, aucun des interlocuteurs, interrogés par le journaliste, n'ignore que ce qui est avancé-là ne peut être « que partiellement et très provisoirement vrai parce qu'un certain nombre d'ingénieurs, cadres, techniciens ont déjà reçu cet enseignement ou bien sont capables de s'y adapter [61] ».

Il s'agit bien plus de proposer de nouvelles représentations, que d'annoncer une modification effective du partage entre l'école, les familles et les institutions d'appui[62].

---

[60] Actuellement les représentations mobilisées comme argumentation sont inverses. C'est par l'intensification de l'enseignement du français, que les écarts de réussite en mathématiques (base de la sélection) pourraient être réduits. L'aide en mathématiques, en particulier auprès des élèves issus de milieux défavorisés, emprunte aux littéraires et aux linguistes leur expérience, en prétendant que les difficultés rencontrées en arithmétiques sont essentiellement dues aux lacunes des élèves relativement à la langue écrite. C'est en travaillant la lecture de la consigne, que l'on aiderait à la résolution de problèmes.

[61] Citation p 16 de la revue *L'école et la nation*, n° 195, janvier 1971.

[62] D'ailleurs, le dossier sur les maths modernes, que cette revue propose sur une soixantaine de pages, débute par une réaction critique aux arguments invoqués par les promoteurs sur la démocratisation de l'enseignement. La publicité suivante, extraite de l'article d'introduction, illustre les doutes de son rédacteur, quant à la mise en application des idées avancées , compte tenu du fonctionnement économique et social qui s'empresse déjà d'exploiter l'opportunité : « Parents d'élèves, [...] Vos enfants sont cette année en prise avec les nouveaux programmes [...]. Alors ... ne les laissez-pas s'enliser. Confiez-les à une équipe de professeurs spécialisés : Math Secours (institut reconnu par l'Education nationale) ».

Les formations organisées en direction des parents étaient ponctuelles, limitées et n'offraient guère d'espoirs de résultats en matière de transmission de connaissances mathématiques, car il était déjà évident que la formation des enseignants serait, elle-même, très difficile.
Ces tentatives ne relevaient donc pas d'une intention didactique, mais plutôt d'une volonté de modifier leurs représentations. Elles s'organisaient sur le mode de la diffusion de connaissances, mais pas de la transmission.
En changeant les savoirs scolaires de référence, on évitait l'aide familiale directe (mais pas les recours extérieurs). Et l'on privait les parents, du même coup, de leurs moyens de contrôle habituels. Tout le contrôle des acquisitions était de ce fait délégué à l'école. Les relations entre l'école et les parents devaient tout miser sur la confiance des uns et la réussite des autres. Ce qui représente un partage à la fois excessivement coûteux en force de persuasion et d'autorité, et particulièrement fragile aux rétroactions avec le milieu extérieur qui n'est pas soumis aux mêmes lois.

III Les diffusions de représentations

Le rôle que doivent jouer les familles pour accompagner la scolarité des élèves est diversement représenté selon les institutions. Nous proposons d'inventorier celles qui sont les plus courantes, issues du monde médical (et véhiculée par la presse), issues du secteur périscolaire (reflet des appels d'offre et des interventions de terrain) et issues des instances officielles du système d'enseignement (diffusées par les moyens de communications internes de l'Education nationale).

1 Les représentations de l'accompagnement familial dans les institutions d'appui

a) La culture de l'appui médicalisé

1) L'interprétation de l'erreur

Lorsqu'une recherche met en évidence un facteur explicatif d'échec, il devient envisageable (d'un point de vue scientifique et social) de créer une institution d'appui qui agit spécifiquement sur ce facteur. Les pratiques de cette éventuelle nouvelle institution réifient le facteur expérimentalement mis en évidence.
Elles fournissent à d'autres recherches en prolongement :
- des motivations (des questions, des présomptions, etc.) ;
- des matériaux (comptes-rendus ou statistiques de fréquentation et de résultats, etc.).

Ce phénomène en boule de neige modifie l'état des résultats de recherche (et par conséquent le répertoire des spécialistes et des experts) et les représentations sociales.
Une structure telle qu'un C.M.P.P. permet des interventions directes sur des liens qui peuvent exister entre le psychisme et l'apprentissage.
Elle importe du secteur médical, des modalités et des conditions différentes de celles qui sont habituelles aux actions d'enseignement : anamnèse et bilans préalables, relations duelles, séances à caractère confidentiel, etc.
Des psychologues, des psychiatres, des psychanalystes et des pédagogues travaillent conjointement (des réunions de synthèse, par exemple, les réunissent périodiquement) et partagent les mêmes assujettissements.
Une culture commune (une expérience, des savoirs, des représentations, etc.) s'instaure dans l'institution. Par-là, se développe l'usage institutionnel (fonctionnel, conventionnel, conjoncturel, bienséant, etc.) des interprétations de nature psychanalytique des échecs en mathématiques.

- Des interprétations d'ordre général sont appliquées au cas des mathématiques, par exemple à propos de l'inappétence intellectuelle : analogie entre la nourriture et la connaissance, lien entre curiosité intellectuelle et curiosité sexuelle[63] ...

- Le savoir mathématique est associé au pouvoir paternel et à l'autorité de la loi[64] et certaines difficultés dans cette matière sont interprétées au moyen de ce filtre.

- Des spécifications émergent par l'association systématisée de certains savoirs mathématiques et de concepts psychanalytiques : le zéro et l'infini (angoisse du vide ou de l'inconnu, mystère de la vie et de la mort), la soustraction (peur de la castration), la division (conflit oedipien), les nombres décimaux et les fractions (fantasme de morcellement)[65] ...

2) Une interprétation qui n'est pas détachée de l'usage social et scolaire des savoirs

Remarquons que les savoirs mathématiques ainsi désignés :

- interviennent fréquemment dans les diagnostics d'échec (leur apprentissage est source d'erreurs massives et persistantes, leur accès semble culturellement aisé, les professionnels croient maîtriser leur transmission) ;
- portent un nom polysémique dans différentes « cultures » (mathématique, sociale ou générale) qui se prête bien aux interprétations exogènes.

L'addition semble peu sujette aux interprétations de ce type, peut-être parce qu'elle ne donne pas lieu à autant d'erreurs[66] ou peut-être parce que les associations phonétiques ou sémantiques ne génèrent pas d'effets néfastes.

Les nombres transcendants ne figurent pas non plus dans l'inventaire, pourtant leur qualificatifs évoquent bien des questions philosophiques troublantes. Mais si le nombre Pi est présent dès l'école primaire, dans les formules du calcul du périmètre d'un cercle, sa connaissance mathématique ne fait pas l'objet d'une épreuve importante dans les évaluations de performances scolaires ou psychométriques.

Les mises en relation des concepts mathématiques et des concepts utilisés en psychothérapie sont donc à considérer plus comme des outils praxéologiques (répondants à certains besoins contextualisés) que comme une correspondance absolue entre deux domaines de savoirs objectivés.

3) L'exportation de représentations

Or, lorsque par exemple, Weyl-Kailey[67] titre un de ses chapitres « Les porteurs de fantasmes », en parlant de certaines notions mathématiques, c'est sous la forme de vérités et non d'interprétations fonctionnelles, qu'elle les diffuse auprès des enseignants ou des parents[68].

---

[63] Par exemple dans Cordié (1993).

[64] Par exemple voir Nimier (1988) ou Mannoni P. (1984).

[65] Par exemple voir Weyl-Kailey (1985).

[66] Ou alors c'est la latéralité qui est mise en cause pour expliquer les erreurs d'écriture ou d'effectuation de l'algorithme. Voir par exemple Koppel (1976), p 6.

[67] Weyl-Kailey (1985).

[68] L'éditeur dans la présentation de l'ouvrage, ne s'adresse pas directement aux parents-lecteurs, mais sans doute plutôt, bien que cela ne soit pas précisé, aux professionnels chargés de remédier aux difficultés des enfants. Par contre, dans les quelques 23 lignes qui figurent au dos de la couverture, les parents sont cités deux fois : « Elle propose en effet une explication psychologique cohérente et sensible du blocage devant cette matière aujourd'hui survalorisée (par les parents en particulier) » ; « Les parents dont les enfants se vivent en situation d'échec ou se sentent chassés du paradis mathématiques verront que la porte peut s'entrouvrir (et que ce n'est pas en accablant un enfant qu'on l'aide !) ». Les parents sont donc mis en scène dans le triple rôle :

- des accusés, en tant qu'initiateurs de conditions défavorables dénoncées par l'auteur,
- des bénéficiaires, en tant que clients potentiels des appuis s'inspirant des propositions de l'auteur,
- des arguments contextuels qui motivent la publication et la lecture de l'ouvrage (le rôle des parents dans la scolarité est un phénomène d'actualité suffisamment problématique et médiatisé pour qu'il figure en bonne place dans l'accroche).

En rapprochant certains éléments de la sphère familiale et certains éléments de l'apprentissage des mathématiques, elle donne à voir l'image simplifiée des moyens dont dispose le psychopédagogue, pour intervenir sur une situation d'échec scolaire.

4) Eloigner les parents de l'intervention directe

Même si ces savoirs étaient adaptés à telle ou telle pratique institutionnelle d'aide à l'apprentissage, ils ne sont pas pour autant transposables au fonctionnement ordinaire de la scolarité. Et dans le cas des conceptions psychanalytiques de l'aide, les représentations diffusées éloigneraient plutôt les parents de tout accompagnement des apprentissages en mathématiques :

- si les erreurs sont perçues comme les symptômes d'un déséquilibre psychique ou relationnel, en provoquer remet intimement en question, intimide celui qui ne saurait pas les décoder, et inquiète les protagonistes les plus concernés, c'est à dire la famille proche ;
- s'il convient de contourner ses symptômes pour que les choses puissent s'améliorer, travailler avec ses enfants (qui produisent inévitablement un jour ou l'autre des erreurs) devient nuisible, peut-être dangereux, en tous cas très risqué ;
- si des raisons de nature psychologique, suffisamment floues et répandues peuvent être avancées[69] et socialement acceptées, il devient opportun d'utiliser de nouvelles variables explicatives pour se légitimer d'éviter de se confronter à des tâches jugées rébarbatives ou pénibles. Il devient plus confortable, à court terme, d'interpréter et de diagnostiquer (tout en en laissant à d'autres la responsabilité d'intervenir) que de s'engager dans une activité régulière et impliquante. Seulement, lorsque les représentations taisent les aléas ordinaires, pour ne transmettre que les cas pathologiques, cette forme d'accompagnement parental risque, dans la durée, de devenir un contrôle anxiogène : « Cette disposition possède une face plus sombre : "Si je trouve que l'enfant ne correspond pas à ce que je viens de lire, de suite il y a de l'angoisse. " [...] L'atrophie des anciennes traditions et l'érosion des anciens modèles d'homme laissent moins la place à un nouveau modèle qu'à un ensemble de prescriptions d'autant plus crédibles qu'elles sont certifiées par des experts »[70].

Ce qui est énoncé ici d'un point de vue général, s'actualise tout particulièrement en mathématiques :

- par laquelle s'établit la réussite ou l'échec scolaire ;
- pour laquelle des concepts savants sont déployés pour interpréter les difficultés (y compris l'angoisse générée sur et par les parents).

5) Action psychothérapeutique et action didactique

De telles représentations, non seulement détournent les parents d'un suivi ordinaire de l'apprentissage des mathématiques en les enjoignant de s'en remettre aux spécialistes dès la moindre difficulté rendue inquiétante[71], mais elles sont également inopérantes pour l'action didactique.

---

[69] F. Dubet (1996) rapporte l'usage d'une culture psychothérapeutique dans les rapports des classes sociales moyennes avec l'école. Selon lui, cette culture fournit aux parents des raisons et des moyens d'argumenter à la fois pour l'épanouissement personnel et pour la performance. Deux attentes vis à vis du système scolaire qui sont pourtant susceptibles de s'opposer. L'usage de cette culture (des représentations de la psychologie) apparaît essentiellement rhétorique : F. Dubet insiste sur la distinction entre le recours au langage psychologique (gratifiant) et le recours à l'aide psychologique (douloureux) ; pp. 111-114 .

[70] Dubet (1996), p 112.

[71] Evidemment le vocabulaire cité est familier aux professionnels et ne présente pas pour eux de connotation négative ou d'étrangeté. Les représentations diffusées ne prétendent pas permettre aux parents (ni aux autres accompagnants non formés à la psychologie) de remplir un rôle de psychopédagogue (le professionnel dispose d'autres savoirs, qu'il peut convertir en moyens d'action). Par contre elles servent à négocier la participation de ces institutions médicales dans l'organisation sociale de la transmission des savoirs.

Des parents qui ne seraient ni découragés, ni déjà enclins à se défausser, et qui souhaiteraient s'instruire, pour améliorer l'aide qu'il apportent à leurs enfants en mathématiques, ne gagneraient pas beaucoup du point de vue de l'action (à moins de viser une intervention thérapeutique), à acquérir les savoirs de cette institution d'appui. Un parent, psychologue de profession par exemple, ne pourrait utiliser ces interprétations au moment d'apporter une aide didactique[72] à son enfant.

En effet, l'interprétation est un acte essentiel pour le psychologue (puisqu'il produit les matériaux mêmes de son intervention), mais non pour celui qui transmet les savoirs. Les répertoires relatifs au diagnostic d'erreur diffèrent de ceux relatifs à l'action d'y remédier par les connaissances[73].

Donnons l'exemple de la variable « sexe », qui semble primordiale dans l'interprétation psychologique des dysfonctionnements (familiaux et scolaires), mais qui est inefficace dans l'acte d'instruction, car elle n'est guère manipulable. Promouvoir cette variable dans le champ des pratiques familiales est inutile, mais aussi inhibitif[74].

Etablir un lien entre le rapport aux mathématiques et l'un des deux parents complique toutes les activités parentales (qu'elles soient dues au père lui-même ou au contraire à la mère).

D'autre part, notre société est telle que dans une grande partie des foyers bi-parentaux :

- seul le père se sent de taille à faire des mathématiques ;
- le père est le plus souvent absent à l'heure des devoirs.

Ces conditions sont sans aucun doute fort regrettables, mais elles sont fort répandues. Le cas des foyers monoparentaux est encore plus délicat (mais constitue en contrepartie une cible idéale pour avancer une interprétation psychologique des difficultés).

Il est peut-être des cas particuliers graves qui justifieraient qu'une intervention contraire aux pratiques sociales habituelles soit menée. Dans ce cas, il faut, en la proposant, aménager les conditions (tant matérielles, qu'en terme de motivation et de représentations) pour qu'elle puisse se réaliser. Mais il ne semble pas pertinent d'étendre ce type d'indice aux contrôle et suivi ordinaires de la scolarité par les familles.

6) Du contrôle au dépistage

Le rôle des parents apparaît moins fondamental dans les théories cognitivistes que dans celles de la psychanalyse. Toutefois, l'autorité médicale est parfois sollicitée pour répandre dans l'institution familiale des représentations, qui vont à l'encontre d'une culture d'accompagnement ordinaire de l'apprentissage.

Une revue destinée aux familles[75] fait le point, à la rentrée scolaire, des différents appuis existants pour aider à l'apprentissage des mathématiques. Un médecin interviewé propose une définition de la dyscalculie :

---

[72] Rappelons que l'aide didactique se définit par l'intention de modifier les connaissances. L'absence de jugement négatif sur les difficultés est bien entendu une autre forme d'aide non négligeable.

[73] Les psychopédagogues manient ces deux types de répertoires, mais souvent, seul le premier apparaît spécifique de leur profession et digne d'être détaillé. Par exemple dans le livre de L. Kailey déjà cité, les récits de rééducation sont résumés de manière à mettre en relief les compétences relatives au diagnostic, tandis que les explications d'ordre didactique faites aux enfants sont évoquées par des paraphrases générales.

[74] J'ai eu l'occasion d'observer combien fréquemment et lors des tous premiers instants de leur prise de contact avec un rééducateur, les parents mettent en avant leur vie conjugale pour parler de leur enfant en difficulté en mathématiques : soit sur le ton d'une soumission culturelle qui en appelle au moins à la commisération, soit sur celui de la défensive qui signale d'emblée que ce type d'argument ne sera pas reçu. Contrairement à d'autres idées reçues (sur l'intelligence et son hérédité, sur les mathématiques et les filles, sur les liens entre quantité de travail fourni et résultats, etc.), cet argument n'est plus jamais réapparu dans les conversations ultérieures, dès lors qu'une neutralité indifférente a été affichée à sa première occurrence par le rééducateur.

[75] Profession Parents (octobre 1993) dossier : « Tous bons en maths ! Du CP au BAC » (c'est nous qui soulignons).

« La dyscalculie c'est quoi ?
Réponse du neuropsychologue : Chez de jeunes enfants, il s'agit d'une difficulté à acquérir les mécanismes de base de la numération ou des opérations, commente le professeur Gérard, neuropsychologue à l'hôpital Robert Debré à Paris. Ce trouble ne peut s'expliquer ni par un déficit intellectuel, ni par un trouble majeur sur le plan psychologique. Ce qui veut dire que les cas de dyscalculie pure sont extrêmement rares. Voici quelques signes qui peuvent éveiller votre attention : votre enfant, face à un problème, ne sait quelle opération utiliser (addition, soustraction, etc.). Il a des difficultés à manier les systèmes de conversion (les heures en minutes, les minutes en secondes, par exemple), ou encore il commence par la colonne de gauche quand il doit faire une addition. »
Ainsi des erreurs banales à tout début d'apprentissage mathématique révéleraient les symptômes d'une maladie extrêmement rare[76]. Les parents sont invités à exercer leur vigilance pour la reconnaître (il n'y a apparemment pas moyen de la prévenir) ou à accepter le conseil qui leur serait éventuellement donné en cas de doute, de consulter un neuropsychologue.
A titre de comparaison, donnons un court extrait d'un article destiné cette fois aux orthophonistes puisque publié dans une revue professionnelle[77]. L'auteur énonce quelques indices diagnostiques :
« Les atteintes cérébrales organiques de l'hémisphère droit, responsable de l'appréhension de l'espace péricorporel : [...] dès les premiers apprentissages, apparaissent des difficultés pour écrire, placer les chiffres dans l'ordre, des difficultés à poser correctement les opérations, les retenues [...].
Les troubles praxiques : [...] difficultés pour mémoriser la décomposition des 20 premiers nombres, les produits habituels ».
Le vocabulaire n'est plus le même, mais il est tout autant difficile de discerner les difficultés citées, d'avec les erreurs habituelles des élèves. Les éléments de comparaison, qui permettent d'estimer la gravité ou la spécificité des erreurs en les croisant avec d'autres données (fréquence, persistance, etc.), ne sont toujours pas visibles.

Ces représentations reflètent une répartition hiérarchique : à certains, la responsabilité du diagnostic et de la prescription ; à d'autres, celle des actions adaptées. Ce partage optimise peut-être, dans le monde médical, une gestion institutionnelle des répertoires ; mais il s'adapte mal à l'intervention des parents. En détournant l'attention de ceux-ci vers le dépistage de difficultés particulières, ces représentations entravent la régulation effective ; elles rapprochent l'accompagnement des apprentissages (surveiller la réalisation des devoirs et guider l'élève) d'un pseudo-diagnostic (surveiller l'apparition des erreurs et identifier leur nature et leur fréquence).

b) La culture périscolaire de l'accompagnement

1) La référence ludique

Les animateurs périscolaires ne visent pas à sophistiquer l'enseignement, mais à offrir à l'étude les conditions nécessaires à sa double vocation cognitive et culturelle.
Pour mieux se démarquer de l'école, les animateurs affichent le caractère facultatif et volontaire de la présence de l'enfant à l'aide aux devoirs. Cette représentation est paradoxale, car l'élève est contraint, tout comme l'accompagnateur par la réalisation obligatoire des

---

[76] Là encore, il ne s'agit pas de diffuser de véritables savoirs, mais essentiellement des représentations. Le néophyte ainsi éclairé n'est guère armé pour établir lui-même un diagnostic et nous ne pensons pas que l'auteur en soit dupe.
[77] Kervot (1987) dans la revue *Rééducation orthophonique*.

devoirs. Elle ne peut donc être mobilisée dans la situation didactique S_0 (et encore moins se transposer à l'accompagnement des devoirs en famille). Car c'est justement pour soutenir l'obligation scolaire que ces mesures sociales ont été décidées.
Pour résister à cette contradiction, la mise en avant d'un aspect « ludique » joue un rôle essentiel dans les négociations. L'emblème active, par effet de repoussoir, l'autre face des apprentissages (effort, persévérance, rigueur, sérieux, contrainte de l'évaluation, etc.) en l'attribuant à la culture scolaire. Et l'institution scolaire doit à son tour lutter contre ces représentations négatives et arborer elle aussi un certain « plaisir d'apprendre », bien qu'elle ne puisse s'affranchir de la contrainte d'obligation, du contrôle, des corrections, des validations et de l'étalonnage des réponses des élèves.
L'animateur périscolaire, en position A, peut-il lui-même exploiter la dimension ludique des apprentissages ? De quel répertoire et de quels moyens didactiques dispose-t-il pour y parvenir ? Ce qualificatif attractif n'est-il pas le cache-misère des tâches qui ne peuvent se négocier autrement ?

2) Le similiscolaire

Contrairement à ce qui pourrait se déduire des missions du secteur périscolaire, le modèle de référence des actions didactiques est celui de l'enseignement[78]. Ainsi la bonne volonté des intervenants, ainsi qu'un niveau culturel ordinaire, ne sont pas toujours suffisants pour respecter les engagements pris.
L'évolution du recrutement des animateurs montre que le niveau d'exigence augmente en matière de formation. Les associations recherchent des « bénévoles » et des « jeunes » à la recherche d'un premier emploi, mais ceux-ci sont particulièrement appréciés s'ils sont :

- enseignants à la retraite (possédant donc la fois la qualification, l'expérience, la disponibilité, mais plus le statut de professionnel) ;
- étudiants en I.U.F.M. (les refusés à l'examen d'entrée alimentent sensiblement la cohorte de jeunes qui « s'intéressent à l'aide aux devoirs » et qui acceptent volontiers les contrats peu rémunérateurs que créent les associations) ;
- jeunes diplômés issus « du quartier » (personnifiant la réussite scolaire populaire[79]).

Les niveaux de qualification des intervenants sont exhibés comme gage de sérieux en direction des parents et des autorités locales. Des formations spécifiques s'organisent. L'accompagnement des devoirs des élèves tend donc à se professionnaliser[80], ce qui bien entendu laisse entendre aux parents qu'il y a, aussi dans leur cas, matière à se former.

3) La place accordée aux mathématiques dans les représentations des activités périscolaires

Qu'en est-il pour les mathématiques, domaine où la demande (des élèves et des familles) devrait être forte[81] et où la formation initiale courante des intervenants est a priori peu développée ?
Nous avons consulté un certain nombre d'ouvrages relatifs à l'aide périscolaire, afin d'évaluer la place qui était accordée aux savoirs mathématiques dans les représentations qui étaient diffusées. Nous rapporterons ici seulement trois exemples, pour lesquels nous avons utilisé deux indicateurs très simples.

- Parmi les activités énumérées, quelle proportion mobilise des connaissances mathématiques ?

[78] Voir par exemple l'évaluation Réseaux-Solidarité-Ecole de Sicot et Payet (1996) ou encore Glasman (1993).
[79] Voir Dannequin (1992), pp. 89-90.
[80] Voir Dannequin (1992) p 100 ; pp. 162-165 ou encore Glasman (1993).
[81] Voir par exemple Dannequin (1992) p 37 ; 92 ; 117 ; 136 ; 150 ou Genestoux (1995) , pp. 63-65.

- Lorsque les formations des intervenants sont données à voir, quel est leur niveau en mathématique ?

* En inventoriant sommairement le lexique du paragraphe intitulé « les activités proposées » de l'un des ouvrage de référence[82], il est apparu que s'il est très souvent fait mention de l' « aide aux devoirs », « aide au travail scolaire » ou « aide scolaire » (18 occurrences), les contenus disciplinaires ne sont quasiment pas nommés, à l'exception toutefois de la lecture/écriture (41 occurrences, en élargissant le champ sémantique)[83]. Le mot « mathématiques » n'apparaît pas. Certains noms d'ateliers [84] ou de matériels suggèrent des activités pouvant éventuellement présenter un caractère scientifique :

- l'informatique (évoquée 6 fois)[85] ;
- les « jeux éducatifs » (3 occurrences)[86].

* Sur plus de 130 pages, le GPLI [87] fait le point des recherches en cours sur les actions périscolaires et apporte des élément de réflexions, des outils et supports techniques. Le thème de la lecture fait l'objet d'un chapitre spécifique [88], d'autres articles lui sont encore consacrés, mais sont classés dans des rubriques plus générales, alors que deux pages seulement sont consacrées aux mathématiques [89].

* Un court reportage sur une association bordelaise[90] constitue le dernier corpus de données auquel nous nous référerons ici. Au cours de cet article, quelques renseignements sont fournis qui concernent tantôt la fonction ou le statut des animateurs dans l'association, tantôt sur leur expérience professionnelle, tantôt leur formation initiale. A cette occasion plusieurs disciplines universitaires sont citées. Le choix effectué par l'auteur de l'article peut s'interpréter de différentes manières : peut-être a-t-il voulu mettre en avant les qualifications des personnes (dans ce cas, la liste des savoirs et des professions est exhaustive), peut-être n'exprime-t-il plutôt que les savoirs universitaires ou professionnels significatifs d'une culture locale ou institutionnelle. En tous cas, aucun savoir scientifique ne figure dans l'énumération[91].

---

82 Dannequin (1992) pp. 73-79.

83 En effet, le mot "lecture" est relevé 15 fois. D'autres mots ont été retenus comme sémantiquement associés : "livre" (9 fois), "bibliothèque"(8), "lecteur"(1), "conteur" (2), "histoire" racontée (2), "langage" (1), "écriture" (2), "l'écrit" (1).

84 Les autres activités sont ainsi dénommées : ludothèque, Scrabble, théâtre, vidéo, ateliers d'expression, danse, sport, mini-basket, judo, athlétisme, patinoire, piscine, chorale, dessin, peinture, graphisme, collage, marionnettes, travaux manuels, bricolage, découverte des plantes, des animaux, de l'environnement, sorties, boum.

85 "informatique","ordinateur", "ateliers d'informatique", "salle informatique", "faire de l'informatique" et "logiciel ELMO" (qui est un logiciel d'apprentissage de l'orthographe).

86 Egalement mentionnés de manière générale. Seuls deux qualificatifs assurent un lien formel d'ordre mathématique ou logique : « suites logiques », « jeux d'échecs ».

87 "Pour une meilleure réussite scolaire, guide des actions d'accompagnement" n° 8 hors série, publication du G.P.L.I. (Groupe permanent de lutte contre l'illettrisme), 1988.

88 " La lecture au centre des préoccupations" , chapitre III, pp. 65- 84.

89 " La mathématique en question" , B. Gueritte-Hess orthophoniste, rééducatrice en psychomotricité, pp. 38-39.

90 Le PARI / CALK, association bordelaise; pp. 25-47 dans Dannequin (1992).

91 Nous rapportons ici les passages relatifs aux savoirs enseignés en université : "Alain, nanti d'une licence de **psychosociologie**, d'un diplôme d'éducateur spécialisé, féru de psychanalyse (courant lacanien)" ; "Michèle a enseigné pendant 4 ans la **philosophie**, expérience qui lui a permis d'aborder sur le fond la question de la relation et de la transmission du savoir" ; "équipe composée de personnes d'origines variées : de niveau bac moins 4 à **bac plus 4**" ; "Olivier, l'objecteur, étudiant en maîtrise de **psychologie des enfants**" , "David, objecteur, licence de **philo**" ; "Jean-Christophe, objecteur, étudiant en **psychologie**" , "Maïté a été professeur de **français** durant 10 ans". Nous remarquons de plus, l'accent est tantôt porté sur l'expérience professionnelle (a enseigné, a été professeur) sans que l'on sache quel est le diplôme correspondant à cette fonction, tantôt sur le diplôme (licence, maîtrise...) sans qu'il soit précisé toujours si il y a eu une expérience professionnelle s'y

Cette absence nous a intriguée et nous avons recherché d'autres occurrences dans l'article. Les mathématiques ne sont mentionnées qu'une seule fois. Ce sont les actions entreprises qui les mettent en scène : « Pour répondre aux demandes des élèves : Claude, vacataire, le spécialiste des maths ». Nous ne saurons rien de plus de Claude, si ce n'est qu'il semble préposé à cette tâche précise. L'auteur n'a employé ce terme de « spécialiste » que dans son cas[92].

Cette courte analyse des représentations qui sont diffusées à propos des activités périscolaires[93] nous fournit donc les éléments suivants.

Dans le discours :

- la présence, même minime, de connaissances mathématiques est mise en valeur (rareté et représentation d'efficacité ?) ;
- tandis que leur absence peut être dignement légitimée (l'essentiel n'est pas là).

Les actions spécifiques des mathématiques :

- existent (il y a demande) ;
- mais ne sont pas décrites (des commentaires remplacent les descriptions) ;
- ni même citées, sauf si un spécialiste providentiel accepte de s'en charger.

Tout se passe comme si la culture périscolaire :

- entretenait l'idée que l'idéal de l'accompagnement est une transplantation d'une forme d'enseignement dans des conditions non scolaires (volontariat, absence de contrainte, dimension ludique) ;
- acceptait l'idée de ne jamais atteindre cet idéal, puisque les répertoires des intervenants ne le permettent pas.

4) D'une pratique domestique à un professionnalisme de l'accompagnement

De manière plus accentuée encore que pour les parents (sans doute due à la dimension professionnelle), la position d'accompagnateur est assimilée à celle d'un professeur et certaines fonctions (le contrôle par récitation, la vérification des réponses, la surveillance) ne sont pas citées car probablement dépréciées. Ce modèle de sous-enseignement ne permet pas aux différents acteurs (animateurs non enseignants, animateurs-enseignants, enseignants non animateurs) d'établir des coopérations stables, puisqu'il ne distingue ni les fonctions des partenaires de la coopération, ni les répertoires correspondants.

Ne laisser voir que des changements de statut a pour conséquence de diluer les répertoires : savoirs et représentations se confondent. Les premiers semblent aussi accessibles que les seconds ; les seconds aussi efficaces que les premiers.

---

rapportant. Dans d'autres cas, le niveau est défini (bac plus 4) sans allusion à un contenu disciplinaire précis. Ce qui nous paraît signifiant, c'est la mise en relation des éléments d'information fournis avec une spécificité de l'intervenant explicitement exprimée. Ainsi, Maïté propose un projet en direction des "enfants qui refusaient l'écriture" ; pour un élève particulièrement en difficulté, une aide personnalisée est envisagée avec Olivier ; les enfants vont "travailler avec un plasticien et un musicien engagés dans le projet" (l'article indéfini semble indiquer qu'un professionnel extérieur à l'équipe est ponctuellement sollicité et probablement rémunéré).

[92] Nous avons rencontré cette même association à l'occasion d'une précédente recherche (Genestoux 1995, pp. 63-67). Un entretien avec le coordinateur des actions au niveau collège m'a permis de poser directement la question de l'aide en mathématiques. Celui-ci a expliqué que l'année passée, il y avait « un étudiant scientifique » (sic). A ma demande, il a précisé qu'il suivait des études de biologie, et qu'ainsi, une forme de spécialisation s'était instaurée pour les mathématiques. Mais que cette année, en l'absence de cette personne, la polyvalence des intervenants était la règle. Il a complété ce descriptif en signalant que parallèlement à l'aide aux devoirs collective, des cours individuels étaient organisés le mercredi et que dans ce cadre, la demande en mathématiques était très forte. Les cours individuels du mercredi sont toujours assurés par les mêmes intervenants que les autres jours de classe.

[93] Nous distinguons a priori les activités effectives des discours à leur propos, car nous ne disposons pas d'observations directes permettant de les comparer.

Des phénomènes relativement analogues ont été constatés en ce qui concerne la lente professionnalisation des métiers de la petite enfance. Les rapports entre parents et enfants ont été profondément imprégnés d'une certaine culture hygiéniste ou psychologisante[94]. Les connaissances correspondantes se sont-elles effectivement transmises ? Le vocabulaire emprunté à la psychologie ou à la psychanalyse ne remplace pas les connaissances au moment des décisions. La transposition de ces savoirs en direction d'un grand nombre de professionnels a-t-elle été suffisamment aménagée pour remplir les fonctions qui étaient envisagées ?

L'accompagnement des apprentissages, qu'il soit familial ou professionnel tend donc vers un substitut de l'enseignement. Ces représentations ne sont pas sans intérêt du point de vue économique. Il devient plus facile de vendre un ouvrage parascolaire ou un logiciel, si l'acheteur croit pouvoir prendre de l'avance sur l'enseignement, le prolonger ou en réguler ses effets. Et plus le parent ressent un profond décalage entre ses actions et l'idéal qu'on lui soumet, plus il sera la proie des coups de filets publicitaires.

2 Les représentations de l'accompagnement familial dans l'institution scolaire

a) L'appel à l'implication des parents

Fut un temps durant lequel les parents étaient essentiellement chargés d'assurer la présence régulière de leurs enfants à l'école[95].

Puis une complémentarité éducative de plus en plus étroite entre l'école et les familles fut encouragée[96].

Aujourd'hui, l'implication active des parents, jusque dans la régulation des difficultés d'apprentissage de leur enfant, est présentée comme nécessaire à la réussite scolaire, y compris au collège.

L'idée que les parents doivent intervenir au niveau des contenus d'apprentissage, n'a pas toujours été soutenue par la noosphère. Au contraire, d'autres époques vantaient ceux, qui grâce à l'école, leur talents et leur ténacité, avaient dépassé le niveau culturel et professionnel des générations précédentes. Aujourd'hui ce discours n'est pas été complètement abandonné (il soutient en particulier la représentation d'un enseignement démocratique). Les protagonistes se confrontent par conséquent parfois à des déclarations fortement contradictoires.

---

[94] « Dans les familles actuelles les parents sont d'un côté poussés à considérer les relations affectives avec les enfants dans une optique quasi professionnalisée [...] d'un autre ils sont poussés à envisager tout ce qui est instrumental, par exemple la scolarisation, avec une anxiété typique d'un investissement affectif. Ces deux tendances n'ont fait que redoubler l'intérêt accordé à l'enfant dans la famille » ; Montandon (1994) p 28.

[95] « Les parents n'envoient souvent pas leurs enfants à l'école, parce qu'ils pensent que c'est inutile. Cette impression est justifiée parfois par l'absence totale de liaison entre le travail fait à l'école et la vie concrète du pays. Mais elle est le résultat de l'ignorance par beaucoup de paysans de l'intérêt des valeurs culturelles et même de la formation technique. Nécessité de traiter des problèmes de l'école rurale dans tous les journaux régionaux et professionnels agricoles, vulgariser les expériences existantes par le film, la radio, etc. Insister sur l'idée qu'un paysan instruit et formé techniquement gagne plus d'argent que celui qui a reçu seulement une formation empirique dans le cadre de l'entreprise familiale. Vulgariser par brochures avec illustrations, photographies, etc. ». Paragraphe : « Propagande en faveur de l'enseignement à la campagne » , extrait du projet Langevin - Wallon, établi en 1944 par la commission ministérielle d'étude pour la réforme de l'enseignement (J.O. du 10-11-44).

[96] « Le sens préconisé pour la coopération famille-école a changé. Si dans les années 60 on demandait aux parents d'apporter un encouragement aux apprentissages scolaires de leurs enfants, si dans les années 70 il était vaguement question d'une complémentarité réciproque entre la famille et l'école, dans les années 80 on recommande aux enseignants d'établir une collaboration étroite avec les familles afin de [...] susciter l'engagement des parents dans les affaires de l'école et les activités scolaires de leurs enfants ». Macbeth (1984) cité par Montandon (1994), p 33.

Le principe d'implication familiale s'affirme aujourd'hui en contrepoint d'un autre discours (mais qui lui, ne s'exprime pas en direction des parents). Celui-ci professe que l'échec scolaire s'explique en partie par la démission ou l'incapacité parentale.
Les déclarations des uns et des autres changent radicalement d'argumentaire selon l'interlocuteur. Sans code éthique précis et dans un contexte où la « transparence » paraît à la fois indispensable et sans limitation, de telles prises de position deviennent probablement vite intenables ; mais leur compatibilité semble laissée à l'appréciation de chacun.

b) Une représentation qui ne précise pas les moyens de la réaliser

Nous considérerons ici que cet appel à l'implication parentale est à comprendre comme une diffusion de représentation.

- L'idée est fortement mobilisée dans les communications entre les institutions.
- Mais elle ne semble correspondre qu'à très peu de connaissances dans chaque institution et encore moins à des aménagements didactiques.

Si les effets de l'implication parentale dans le périscolaire sont encore sujet à débat [97], c'est en partie probablement à cause des imprécisions qui planent sur ses modalités. Les évaluations des actions en direction des familles traduisent surtout le désarroi des acteurs qui ont à porter seuls la responsabilité des décisions techniques : les essais sont erratiques et le volet « familles » du projet a très rarement été réalisé comme il avait été annoncé[98].
Dans l'école, les effets du partenariat avec les parents ne sont pas mieux cernés. Leurs aspects favorables et défavorables ne pourront pas être clairement établis tant que cette « participation » reste à ce point imprécise[99]. Les pratiques des parents sont aussi diverses,

---

[97] Citons à titre d'exemple seulement deux positions contraires :
Dannequin (1992, p 126) : « L'ensemble des expériences semble bien prouver que l'impact des actions de soutien est fortement augmenté (ou au contraire amoindri) selon les rapports que les intervenant ont pu avoir avec la famille »,
Sicot (1996) : « C'est sur le site où les parents sont le moins impliqués que l'accompagnement se déroule le mieux et que les effets positifs sont les plus notables ».

[98] Voir par exemple les constats exposés par Dannequin (1992) :
« La participation des parents et leur reconnaissance, en tant que partenaires éducatifs à part entière dans les structures mises en place dans et autour de l'école, reste toujours l'un des points faibles des actions entreprises », p 122. « Bien que le travail avec et en direction des familles ait été l'un des objectifs mis en avant par la plupart des groupes, plusieurs sites reconnaissent que, dans ce domaine, beaucoup reste à faire : même si les parents manifestent bien plus d'intérêt que prévu pour la scolarité de leurs enfants, quels points de repères et quels outils leur donner pour leur permettre d'exercer une aide efficace ? La tentation est grande de vouloir "aller plus vite" , "parer au plus pressé" en soutenant les enfants sans chercher vraiment à mobiliser les parents. Mais les résultats obtenus semblent alors plus fragiles », p 125. « Les modalités du travail avec les parents restent à trouver.[...] Du côté des organisateurs, travailleurs sociaux, éducateurs ..., on a parfois constaté, avec une certaine surprise, que les parents n'étaient pas si "absents" qu'on l'imaginait et que, si les enfants étaient en échec, cela ne venait pas forcément d'une "carence" ou d'un "désintérêt familial. Les parents cherchaient à faire quelque chose, mais ne savaient pas toujours comment s'y prendre.[...] L'implication de certains parents fait tâche d'huile et entraîne l'arrivée d'autres familles. Trouver les moyens de répondre à leur attente constitue désormais l'un des axes prioritaires des actions futures », p 132.

[99] Voir par exemple une synthèse de Terrail (1997) : « La mobilisation familiale toutefois n'induit pas d'effet mécanique : selon ses modalités pratiques, le soutien des parents est en fait très inégalement corrélé à la réussite scolaire. [...] L'intervention parentale est d'autant moins efficace qu'elle affecte l'autonomie de l'enfant dans son activité scolaire ». J.P. Terrail décline les variables de moins en moins corrélées avec la réussite (pour des élèves de 5ème) : le dialogue, le suivi des résultats, l'aide fréquente à la maison, la vérification fréquente du cahier de textes. Pour les collégiens de 3ème, la corrélation avec la réussite est nulle ou négative dès que l'intervention parentale affecte l'activité de l'élève (aider aux devoirs, payer des cours particuliers). Il ne précise pas en quoi consiste cette « aide aux devoirs » ; pp. 100-101.

nous l'avons vu dans le chapitre précédent, que leur interprétation du rôle d'accompagnateur[100] (interprétation qui n'est pas toujours adaptée à leurs répertoires).

c) Approcher le discours que la noosphère destine aux parents

Les magazines grand-public traitent tous plus ou moins, et de manière saisonnière, de la question du suivi scolaire par les parents. Les lois de l'édition les conduit à brasser les mots d'ordre à la mode (réussite, aide, information, transparence et implication parentale). Les représentations y sont en général surabondantes, immodérées et peu significatives des attentes annoncées par le système d'enseignement en matière d'accompagnement familial.

Les textes officiels, quant à eux, s'adressent essentiellement aux institutions socialement constituées. Le vocabulaire employé, la concision des textes (dus à leur fonction) s'adaptent mal à une diffusion large et directe en direction des parents.

Aussi, nous avons choisi d'approcher le discours de la noosphère à partir de textes intermédiaires que sont les publications de l'ONISEP[101]. Nous avons retenu deux documents :

- Le premier est une épaisse revue vendue en kiosque[102] ;
- Le second est un abrégé du premier : une courte brochure distribuée gratuitement à chaque élève de sixième à la rentrée 1996, afin de présenter aux parents la rénovation des collèges[103].

d) Quelques ingrédients du message noosphérien

1) Aide

Les deux documents de l'ONISEP cités transmettent très explicitement l'idée que l'institution scolaire attendrait une participation très importante de la part des familles dans la scolarité et dans les apprentissages disciplinaires.

Il y est affirmé qu'une aide (si ce n'est plusieurs) est indispensable à la réussite scolaire[104]. L'autonomie des élèves est souhaitée, visée (elle figure comme objectif), mais ne semble jamais suffisante pour s'exercer pleinement. Ainsi un enseignement ordinaire ne suffirait pas ; un complément personnalisé sous forme d'assistance s'imposerait systématiquement à l'intérieur comme à l'extérieur de l'école. Des dispositifs sont prévus au sein de l'établissement : « *[les études dirigées] sont obligatoires pour tous les élèves, au moins en début d'année ...* » ; « *En études, votre enfant va acquérir des méthodes de travail, bénéficier d'une aide pour faire ses devoirs* » ; « *Dans le cadre de l'aide aux devoirs, il s'agit de soutenir les élèves dans leur travail personnel* »[105].

2) Relais familial

Mais cette aide apparaît insuffisante, elle doit être relayée par les parents. Le vocabulaire employé est absolument similaire :

---

[100] Voir Boyer et Delclaux (1995) ; Glasman (1994) ; Kohn et al. (1994) ; Montandon et Perrenoud (1994).

[101] Office national d'information sur les enseignements et les professions ; Ministère de l'Education nationale de l'Enseignement supérieur et de la Recherche.

[102] « De la sixième au BAC Spécial parents, comment aider vos enfants à réussir » dossier juillet 1996.

[103] « La sixième et après » Mini-guide 1996-1997. Le dépliant contient un bon de commande pour acquérir la revue précédente. Nous ferons référence éventuellement aux modifications apportées en 1999 dans « Le guide des parents d'élèves pour la sixième - découvrez, avec votre enfant, le monde du collège » ; *ONISEP* ; rentrée 99 (le collège des années 2000).

[104] Dans le dépliant de septembre 1996 le mot aide (ou l'adjectif aidé) est répété 9 fois. Dans le dépliant de septembre 1999, il figure également 9 fois.

[105] « La sixième et après » Mini-guide 1996-1997.

« Mais, en aucune façon, [les études dirigées] vous dispensent de suivre régulièrement le soir le travail scolaire de votre enfant » ; « Mais ce n'est pas parce que les enfants vont aux études qu'ils n'ont plus de travail à la maison. Les parents doivent continuer à suivre les travail régulièrement » ; « Aider votre enfant à acquérir des méthodes de travail n'est pas du seul ressort des professeurs. A la maison, c'est à vous de prendre le relais : décortiquer le texte à apprendre avec votre enfant, l'aider à en extraire l'essentiel, vérifier par des questions qu'il a bien compris ...[...] Jeter un coup d'oeil chaque soir [dans le cahier de textes] vous permettra de prodiguer des conseils sur la gestion du temps et l'étalement des efforts sur la semaine » [106].

3) Votre enfant

Pour présenter les apprentissages en mathématiques, le « *travail personnel des élèves en classe, en étude ou à la maison est essentiel* »[107] mais il n'est pas facile d'identifier quelles sont les responsabilités des partenaires[108]. Ce qui se passe en classe (qui représente donc seulement une information pour les parents) n'est pas distingué de ce qui doit être « relayé » à la maison (et exigera d'eux des connaissances pour prendre des décisions).
Bien au contraire, l'ambiguïté est d'emblée introduite par l'expression « votre enfant », qui interpelle la dimension privée et familiale et détache l'élève de l'univers scolaire. Aucun moyen ou indice d'action n'est indiqué aux parents ; les conseils restent généraux et irréalistes ; seul le caractère « essentiel » de l'apprentissage « personnel » de l'élève (qui apparaît en fait surtout le produit d'une activité familiale) est mis en avant[109].

---

[106] « La sixième et après » Mini-guide 1996-1997. La revue « De la sixième au BAC » est plus complète : « Et vous ? Aider votre enfant à acquérir des méthodes de travail n'est pas du seul ressort des professeurs. A la maison, c'est à vous de prendre le relais : décortiquer le texte à apprendre avec votre enfant, l'aider à en extraire l'essentiel, vérifier par des questions qu'il a bien compris ... réciter mot à mot n'est pas nécessaire (à l'exception de l'apprentissage d'un poème). Tout comprendre est essentiel. votre enfant ne retiendra bien que ce qu'il aura bien compris », p 53 . « [...] Prodiguer des conseils sur la gestion du temps et l'étalement des efforts sur la semaine : quelle matière exige la plus grande quantité de travail [...] Mais votre rôle ne se limite pas à baliser l'organisation du travail à la maison. Aiguiser la curiosité de votre enfant est tout aussi primordial.», p 49.

[107] « La sixième et après » Mini-guide 1996-1997.

[108] D'autres documents, contemporains mais plus internes à l'institution, présentent une formule très similaire. Ainsi le programme de sixième (1996) : « Le travail personnel des élèves en classe, en étude ou à la maison, est essentiel à leur formation. Il a des fonctions diversifiées :
* La résolution d'exercices d'entraînement, combinée avec l'étude du cours, permet aux élèves d'affermir leurs connaissances de base et de les mettre en oeuvre sur des exemples simples ;
* les travaux individuels de rédaction sont nécessaires au développement des capacités d'expression écrite et de la maîtrise de la langue ;
* les devoirs de contrôle, courts et peu nombreux, permettent de vérifier les acquis des élèves ».

Les trois paragraphes ne renvoient manifestement pas à l'énumération des trois assujettissements.
Celui du cycle central (5ème-4ème) reprend les mêmes termes, dans un ordre différent et sans structuration : « Le travail personnel des élèves en classe, en étude ou à la maison est essentiel à leur formation. Les devoirs de contrôle sont d'abord destinés à vérifier les compétences exigibles. Les autres travaux peuvent avoir des objectifs beaucoup plus larges et prendre des formes très diverses. En particulier, les travaux individuels de rédaction concourent efficacement à la maîtrise de la langue, à la mémorisation des savoirs et savoir-faire et au développement des capacités de raisonnement. La régularité d'un travail extérieur à la classe est importante pour les apprentissages. En outre, la correction individuelle du travail d'un élève est une façon de reconnaître la qualité de ce travail et de permettre à son auteur de l'améliorer, donc de progresser ». Les passages cités sont extraits du document publié par le CNDP, *Nouveaux programmes du collège* 1996, p 20 et 42.

[109] Dans le document de septembre 1999, la répartition est suggérée au moins de manière générale : « L'important est de ne surtout pas chercher à essayer de remplacer les professeurs ou de faire ses devoirs à sa place. Vous lui serez plus utile en supervisant son travail, en lui apprenant à gérer son temps ... et tout simplement en vous intéressant à ce qu'il fait ». Le parent d'élève est manifestement tenu plus à distance des contenus. Nous noterons le qualificatif « superviser » pour éviter de citer la surveillance et la vérification.

4) Lutte contre l'inquiétude

Parallèlement à cet appel à l'implication, l'inquiétude des parents est citée de manière appuyée[110].

Les documents consultés ne permettent pas de discerner :

- si cette inquiétude est considérée comme indépendante de l'implication (il faudrait à la fois impliquer les parents et réduire leur inquiétude) ;
- si l'implication demandée dans l'accompagnement scolaire est une réponse, un « traitement » d'une inquiétude préalablement constatée chez les familles.

Mais l'inquiétude ne serait-elle pas aussi entretenue par les exigences d'une implication irréaliste ? La place importante accordée dans le discours à l'inquiétude (voire à l'angoisse) et la manière de traiter ce thème n'orientent-ils pas la communication vers des ornières ?

Le parent-lecteur est directement confronté avec son inquiétude ou celle qui lui est attribuée. La prévention n'est accompagnée d'aucune explication, justification, condition, ni d'aucun moyen de la réduire[111].

5) Humour

En prétendant rassurer les parents, le message devient ridiculement lénifiant et infantilisant (les parents sont assimilés aux enfants)[112]. L'humour de mauvais aloi est impuissant contre l'inquiétude :

« *L'entrée en 6ème marque un tournant pour votre enfant ... et pour vous. Cela signifie, pour lui, arriver chez "les grands". De quoi rendre fébriles les enfants et les parents. [...] La rentrée : un grand moment d'excitation ou d'appréhension pour les élèves mais aussi ... pour les parents. Rassurez-vous, la journée de la rentrée s'est sans doute déroulée toute en douceur pour votre enfant. [...] Si les "petits 6ème" font l'objet de toutes les attentions, les parents ne sont pas pour autant négligés. [...] Assistez à cette réunion. A l'instar de votre enfant, c'est l'occasion de faire vos premiers pas au collège* »[113].

6) Transparence

En prétendant compléter les informations, le message suggère des soupçons sur les enfants et sur le fonctionnement du système scolaire. La surenchère de préventions est aussi source d'inquiétude.

« *Tous les élèves de 6ème passent des tests d'évaluation [...] Pas de quoi paniquer : ce sont des exercices non notés* »[114] (serait-il plus légitime de « paniquer » pour les devoirs notés ?).

« *Au vu des résultats de l'évaluation de 1995 [...] en mathématiques, un grand nombre d'élèves ont des difficultés dans les exercices d'analyse. En calcul les trois quart des élèves ont au moins les compétences de base [...]. En géométrie, sur dix élèves, quatre ne connaissent pas ou ne savent pas tracer des figures simples (compétences de base)* »[115].

---

[110] Terrail (1997) affirme qu'en matière de scolarité, « les parents sont passés de l'intérêt à l'attention, puis à la préoccupation, enfin à l'inquiétude » ; p 94. Les indices pour mesurer cette évolution semblent être : l'aide au travail scolaire, les contacts suivis avec les enseignants, le recours aux cours particuliers, les punitions en cas de mauvais résultats et les récompenses.

[111] Il est peu probable qu'un conseil ou une injonction de ce type présente des effets positifs. En effet, les recherches effectuées sur les campagnes de prévention montrent que, dénoncer les effets négatifs d'une conduite, ne la décourage, que si l'on mentionne une solution efficace. Au contraire, si seul le danger est évoqué, le message renforce la conduite. Résultats rapportés par Monteil (1989), p 131.

[112] Le ton impulsé par ce document n'oriente-t-il pas les communications effectives entre les partenaires ? Nous avons eu l'occasion d'observer des chefs d'établissement scolaire qui utilisaient cette forme pour « réguler » les questions délicates ou les tracas quotidiens avec les parents des élèves. Le climat instauré devient vite explosif.

[113] « La sixième et après » Mini-guide 1996-1997.

[114] « La sixième et après » Mini-guide 1996-1997.

[115] « De la sixième au BAC Spécial parents, comment aider vos enfants à réussir » dossier juillet 1996 ; p 49.

Les évaluations ne sont certes pas notées, mais leurs résultats n'apparaissent pas très bons, surtout s'ils sont mis en relation avec une « réussite » recherchée « pour tous » ...
Comment interpréter ces données ? Que penser des exigences, des modes d'évaluations et de l'efficacité de l'enseignement et de ses protagonistes (les élèves, les familles, les enseignants) ? Le document ne fournit pas les clefs des informations qu'il diffuse.

7) Services extérieurs

La diffusion officielle concourt par contre à la propagation d'autres représentations. Car comme toutes les autres revues, le dossier-rentrée publié par l'ONISEP fait place à des publicités payantes. Le contraste est parfois étonnant. Ainsi, mêlé au discours institutionnel qui appelle les parents à s'impliquer, une école privée susurre habilement : « *Pédagogie sérieuse et motivante, études personnalisées et dirigées par des professeurs, encadrement rigoureux, la différence par les langues, l'équilibre par le sport, l'épanouissement par la créativité, vie familiale, excellente éducation, réussite scolaire. Une prise en charge pédagogique et familiale totale. L'assurance études pour les parents !* ».

IV Les caractères paradoxaux de la coopération scolaire

1 Aider plus les élèves en s'appuyant sur le concours des parents

Pour soulager l'élève du poids de ses éventuels échecs, le contrat d'éducation a augmenté la responsabilité didactique de l'institution scolaire dans la transmission des savoirs (le contrat s'est fortement didactifié). Cette charge didactique semble se répartir sur un ensemble d'institutions, qui ne possèdent pas le même répertoire.
En même temps que l'école affirme aider les élèves pour maintenir une égalité des chances pour tous, la fonction didactique demandée aux familles augmente. Les communications ont modifié la nature du contrat d'accompagnement par les familles. Les répertoires des familles ont peu l'occasion de se développer, les représentations diffusées pour les négociations ne peuvent servir pour les actions. Une transposition des savoirs a-t-elle été aménagée pour maintenir les équilibres ?

2 Et pourquoi pas des devoirs en maternelle ?

Les devoirs du soir ne sont pas une pratique courante en maternelle. Peut-être existe-t-il des pressions pour qu'ils le deviennent un jour :

- les parents souhaitant préparer de plus en plus tôt leurs enfants à la compétition scolaire ;
- les enseignants de maternelles désirant affirmer leur professionnalisme auprès de leurs collègues ou des parents.

Nous relèverons simplement un fait observé dans une classe de Petite Section de Gironde, en 1996. L'enseignant en début d'année élabore un cahier de mathématiques destiné à établir un lien entre l'enseignement dispensé et les pratiques familiales[116]. En voici la page introductive :

[116] Les Orientations pour l'Ecole Maternelle de 1986 insistaient sur la complémentarité éducative de l'école et de la famille : « De nombreux travaux scientifiques, ou destinés au grand public, ont souligné l'importance des premières années de la vie dans le devenir des individus, et mis en évidence les effets bénéfiques d'une action éducative, conduite dès le plus jeune âge en complément de l'éducation donnée dans la famille. [...] Pour son développement, il est bon de mettre l'enfant en contact avec ce qui ne lui est pas familier : le rôle de l'école est complémentaire de celui de la famille ». Les Programme de l'école maternelle de 1995 encouragent le partenariat : « Si les ruptures ont leur intérêt et peuvent être bénéfiques, le jeune enfant a besoin de cohérence. Il est indispensable que l'école maternelle soit ouverte aux familles et entretienne avec elle des relations de confiance ».

« Dans ce cahier, vous trouverez un aperçu des exercices faits en classe dans le domaine de l'initiation aux mathématiques. L'objectif, pour l'année scolaire, est de faire acquérir les chiffres de 1 à 6. Il n'est pas souhaitable d'anticiper cet apprentissage à la maison ni d'aller au-delà. Par contre, vous pouvez suivre ou compléter, si vous le désirez, les exercices faits en classe par d'autres que vous pouvez trouver dans les revues spécialisées pour les enfants de 2 à 4 ans. Les enfants porteront leur cahier à la maison de temps en temps mais le rapporteront aussitôt afin de ne pas retarder sa mise à jour. Je vous demande de bien vouloir le recouvrir[117] *d'un papier transparent ou de le plastifier. »*
A la fin de l'année, le cahier est toujours presque vide, une seule page est occupée par des étiquettes découpées, coloriées et collées. La feuille est consacrée au nombre 3 : une main comprenant 3 doigts levés, le chiffre 3, le domino « double - trois » et la face 3 d'un dé.

Nous n'avons pu nous entretenir avec l'enseignant. Pourquoi a-t-il pris cette initiative ? Qu'est ce qui l'a conduit à l'interrompre aussi précocement ?
Par contre, nous avons pu recueillir les commentaires de certains parents, ironiques ou critiques, étonnés ou déçus par cette image qui leur était envoyée. Ils l'interprétaient :
- soit comme une représentation du travail effectué en classe (peu de choses en mathématiques cette année, l'enseignant n'a pas pu « boucler » le programme) ;
- soit comme une représentation des relations entre école et parents (finalement l'enseignant n'a pas cru bon de nous maintenir au courant de ce qu'il faisait en classe en mathématiques, pourquoi ?) ;
- soit comme une représentation du rôle d'accompagnateur qui leur était dévolu (ah bon, il faut acheter des cahiers d'activités dans le commerce et les faire remplir à la maison ? C'est l'enseignant qui l'a dit).
L'entropie produite par la circulation de ce document a-t-elle apporté une amélioration à quelque niveau que ce soit (représentations des apprentissages mathématiques, climat relationnel entre les partenaires, rendement didactique) ? Est-il raisonnable d'encourager, au nom de l'innovation et des ressources personnelles de chacun de telles initiatives hasardeuses ? Qui en contrôle les effets ? Ce qui se diffuse à l'extérieur de l'école est-il mieux adapté ?

3 « Avec un peu d'attention, beaucoup de jeux et surtout pas de panique »

Lorsque la revue gratuite de la Caisse d'Allocation familiale[118] donne ces conseils aux parents, ce sont des responsabilités d'un poste de répétiteur qu'elle leur prête :
« Il est absolument indispensable de bien s'assurer que votre enfant n'applique pas de recettes qu'il ne comprend pas et ce, dès la maternelle. Beaucoup d'élèves manquent le train de la numération, tout simplement parce qu'ils confondent chiffres et nombres, les premiers étant les caractères qui servent à écrire les seconds. Pour enlever cette confusion, il faut faire un parallèle avec les vingt-six lettres de l'alphabet qui servent à écrire tous les mots de la langue française et les chiffres qui permettent d'écrire un nombre illimité de " nombres" ».

Par rééducateur interposé, le journaliste tente donc d'augmenter le répertoire d'accompagnateur des parents allocataires, en diffusant des connaissances mathématiques. Mais très vite, c'est vers le diagnostic des difficultés qu'il dirige leur attention : « *Si vous sentez que votre enfant prend les nombres pour des signes sans signification, commencez par vérifier le sens des neuf premiers uniquement avec l'aide de vos doigts et des siens. Faites*

---

117 Le mot est souligné dans le texte original, il est sans doute destiné à mettre en relief la demande impérative faite aux familles.
118 *Vies de famille, le journal de votre Caisse d'Allocations familiales* ; CAF de la Gironde bimestriel 69ème année février 1997 n°2, pp. 26-27 : « Apprivoiser les mathématiques », un article qui s'inspire de propos de Michèle Bacquet « orthophoniste spécialisée dans la rééducation du langage mathématique ».

des séries successives en ordre croissant et décroissant, habituez-le à acquérir de la rapidité, à mémoriser sans passer par le pointage des doigts. [...] Pour l'aider, assurez-vous en premier qu'il comprend bien les notions de base : "Qu'est-ce que c'est pour toi une somme ? Et un ensemble ?" Trop d'élèves buttent sur ces exercices parce qu'ils ne comprennent pas le sens des mots de l'énoncé. Pour vous assurer qu'il a bien compris, même si le résultat de ses opérations ou de son problème est juste, demandez-lui d'expliquer comment il y est arrivé : "Pourquoi as-tu écrit cette solution ? Pourquoi as-tu choisi cette opération ?" [...] C'est en dialoguant avec lui que vous saurez s'il a compris ou s'il répète des mécanismes vides de sens pour lui ».

L'article fait place à des suggestions de situation didactique, pour « préparer ou rattraper » ce qui se fait à l'école (c'est à dire justement ce que l'enseignant, certes bien paradoxalement, demandait plus haut d'éviter) : « *Voici un jeu simple et astucieux pour préparer ou rattraper le chemin de la numération. Prenez un certain nombre de petites voitures de deux couleurs (jouets, voitures découpées dans du papier ...). Sur une grande feuille, représentez un parking avec plusieurs places dessinées. Demandez à votre enfant de ranger toutes les voitures, une par une, dans le parking. Y a-t-il assez de places ? Reste-t-il des places libres ? Vous pouvez aussi lui suggérer de placer les voitures rouges ensemble sur la même ligne, d'aller chercher une roue de secours (rond découpé dans du papier) uniquement pour les voitures vertes, en faisant un seul voyage* ».
Les parents sauront-ils décoder ces quelques lignes pour identifier les variables didactiques ? Auront-ils plus de précisions s'ils achètent l'ouvrage dont l'article fait la promotion commerciale ? Nous reviendrons sur les effets des transpositions successives que cette situation a subis. Pour l'instant nous nous contentons de pointer les ambitions d'un contrat de remédiation.
Ne souhaitant vraisemblablement pas accabler l'enfant d'avoir manqué le train de la numération, ne voulant pas non plus augmenter la panique de ses parents, le rééducateur propose une explication pour tous ces « ennuis » : « *" A l'école, explique Michelle Bacquet, on complique les choses en voulant les rendre simple. [...] Les parents doivent traduire ce qui a été mal entendu en classe". Avec un enfant, c'est plus facile qu'avec trente !* ».
Ainsi le parent est encouragé (il n'a pas toute une classe à conduire) à réparer ce que l'enseignant est soupçonné d'avoir manqué (contrat d'éducation qui régit les responsabilités entre P et E). Le jeu « simple et astucieux » compensera-t-il à la fois le répertoire des parents et les situations scolaires qui « compliquent » ?

4 Aider sans empiéter et comprendre sans intervenir

Les partenaires de la transmission peuvent-ils coopérer sereinement dans un tel contexte ?
Sans moyen didactique et contrat adaptés à leur répertoire, il sont placés sous une « double contrainte »[119] :

- les parents doivent intervenir à tous les maillons de la scolarité (aider), sans empiéter sur le champ professionnel des enseignants (sans enseigner) ;
- les professeurs doivent impliquer les parents (les associer), tout en défendant leur professionnalisme (sans les intégrer)[120].

[119] L'expression renvoie à Watslawick (72), p 211. D'autres auteurs, comme Glasman (1994, p 229) exposent ce phénomène en ces termes.
[120] Terrail (1997) mentionne que le périscolaire ne peut se soustraire aux réexplications, mais qu'elles sont doublement « corsetées », par la volonté de ne pas empiéter sur le terrain de l'école et par les compétences inégales des animateurs dans les disciplines scolaires, p 150.

5 Réhabiliter le plus faible par des louanges ou des flatteries

Toute répartition de responsabilité entre plusieurs institutions s'accompagne d'une complexification (ne serait-ce par les communications qu'elle exige).
Répartir la transmission des savoirs entre différentes institutions suppose la circulation de représentations, de connaissances et de situations, adaptées à chacune d'entre elles, y compris à celles qui possèdent le répertoire le plus pauvre.
Quelle culture didactique commune et digne existe entre ces institutions ?
En l'absence de moyens adaptés aux actions, ce sont les communications de représentations élogieuses qui tentent de maintenir les tensions que provoquent la désorganisation des assujettissements. De manière récurrente, à chaque nouvelle entrée sur scène de nouveaux accompagnateurs, il s'agit de négocier les partages :

- en réhabilitant dans leurs distinctions ceux qui disposent du répertoire le plus « cher » à acquérir ;
- en flattant d'autant plus les autres.

En bout de chaîne, le discours noosphérien enjoint les familles « d'aider » les élèves et de ne pas abandonner leurs prérogatives aux autres accompagnateurs (professionnels ou institutionnels). Mais il est vraisemblable que cette même noosphère ne croie guère à l'efficacité de cette aide.

6 « Il n'enseigne pas : il aide ! »

L'anecdote suivante rapporte une observation. Au delà de ses particularités, nous lui attribuons une valeur d'indice de ce que les conditions de négociations et de décisions ne peuvent plus maintenir les conditions d'une répartition raisonnable des responsabilités didactiques.
Des enseignants, délégués de parents et représentants de la municipalité sont réunis autour d'une même table, ils siègent au conseil d'école[121].

- Aucun enseignant ne veut se charger de réparer l'ordinateur de l'école qui est en panne. Ils évoquent les savoirs spécialisés nécessaires et arguent du risque trop important qu'une maladresse ferait courir si les informations stockées sur le disque dur se perdaient.
- Une extrême minutie et une prudence ostentatoire règlent les échanges qui concernent les activités sportives (les responsabilités en cas d'accident sont des thèmes médiatiques ; chaque participant, pour des raisons différentes, reste vigilant dans le débat).
- Aucune réaction n'est observée dans l'assemblée lorsqu'il est annoncé qu'un des trois groupes « résolution de problème » des classes de CM2 est animé par l'aide-éducateur qui était initialement prévu pour organiser la BCD[122].

Nous avons eu l'occasion de demander des précisions sur cette organisation. Nous rapportons les réponses telles qu'elles nous ont été données au cours de la même réunion.

- L'aide-éducateur est « qualifié, puisque titulaire d'une licence » (il s'agit d'un licencié d'anglais, conformément au « profil littéraire » demandé pour le poste prévu).
- Les groupes sont « dédoublés », l'aide-éducateur est par conséquent « sous la responsabilité de l'enseignant » (bien que seul, dans une autre classe, devant une quinzaine d'élèves).
- Le groupe qui lui est confié est « de préférence, celui des moyens » (à l'image de la répartition des classes dans une école, en fonction de l'expérience des enseignants).
- Cet aide-éducateur « n'enseigne pas, puisqu'il aide seulement ».

[121] L'observation concerne une école primaire de Gironde, en 1998.
[122] Dénomination des emplois-jeunes dans L'Education nationale.

Probablement pour que cette discussion gênante puisse se clore rapidement, un enseignant, pourtant d'ordinaire[123] très discret, s'est enflammé comme excédé : « Mais enfin, vous savez bien qu'il n'est pas besoin d'être une lumière pour aider ! D'ailleurs, vous parents (il prend à parti une partie de l'assemblée), vous le faites bien ! ».
Nous ne savons pas ce qu'en ont pensé les parents présents, ni l'aide-éducateur qui assistait lui aussi à cette réunion.

V Conclusions

Ce chapitre avait pour fonction de mieux comprendre les négociations contractuelles des enseignements.
Des communications sont indispensables aux partenaires du projet didactique. Certains pensent qu'elles doivent refléter plutôt les différences des assujettissements de l'enseignement et de l'accompagnement, au risque d'opposer l'obligation scolaire et le plaisir du jeux. D'autres les orientent plutôt vers les similitudes du partenariat, au risque d'affaiblir les ambitions des enseignants ou de rendre celles des accompagnateurs excessives. Nombreux sont ceux qui cumulent les risques des deux points de vue.
Plus problématique encore est la question de la participation des familles dans le processus des apprentissages. Certains estiment que les parents doivent être tenus à l'écart de toute action didactique, au risque de supprimer tout contrôle direct, toute occasion de régulation locale, toute activité mathématique en dehors de l'école. D'autres considèrent que des activités didactiques prescrites doivent être maintenues durant l'étude personnelle des élèves, au risque de ré-introduire les inégalités familiales et culturelles au sein du dispositif d'enseignement. Dans ce cas, l'habitude consiste à canaliser les actions d'accompagnement vers des méthodes de plus en plus générales ou diagnostiques ou encore de n'exposer aux interventions parentales que des contenus supposés de plus en plus simples, en abaissant l'âge des enfants concernés.

Le mot « aide » tire vraisemblablement son succès de ce qu'il permet de contourner toutes ces alternatives binaires lors des communications. Plus il reste imprécis, mieux il remplit cette fonction : il dénote à la fois une coopération sur un même objet (non défini) et une distinction (non définie) de moyens d'intervention. Malheureusement cette imprécision se révèle inopérante pour l'action des assujettis concernés. Les institutions sociales qui portent la charge de cet accompagnement (ou qui la revendiquent) interprètent ce terme différemment, et pour des raisons qui ne tiennent pas uniquement à la dimension didactique des interventions. La conjonction des représentations qui sont diffusées en direction des partenaires présente alors un fort caractère paradoxal.
Toutefois le paradoxe peut être levé dès lors que ne sont plus seulement pris en compte les seules connaissances des sujets, mais aussi les conditions des actions, c'est à dire les diverses responsabilités réparties et les aménagement des milieux et des situations.
Préciser les contrats didactiques de l'accompagnement des apprentissages scolaires et les relier à des répertoires de savoirs mathématiques et didactiques est un premier pas pour une détermination raisonnée des partages didactiques entre les institutions. Sans connaissance permettant de satisfaire au contrat fixé, le décalage entre ce qui est promis ou attendu ne peut que se creuser avec ce qui est effectivement réalisable, dans la mesure où les termes des négociations rejettent ou déprécient les formes didactiques les plus proches des savoirs, comme les vérifications de résultats ou d'énoncés mathématiques. L'ingénierie didactique permet des formes plus sophistiquées de situations, dont une partie des savoirs didactiques n'est pas à la charge de l'utilisateur. C'est dans cette direction que nous orientons désormais cette recherche.

[123] Nous avons assisté durant deux ans aux conseils d'école de cet établissement.

Chapitre 4
Les régulations de la transmission des mathématiques

I L'aménagement de milieux

1 Soulager les connaissances individuelles

a) Quatre registres de connaissances

Ce sont nos connaissances qui nous permettent d'anticiper, de déterminer plusieurs possibles, de décider de manière pertinente, d'agir sur notre milieu et de le contrôler.
Dans une société qui permet et organise les diffusions de savoirs, nous distinguons quatre formes de connaissances :

- les connaissances individuelles, qui sont les ressources propres à chacun ;
- les connaissance collectives (par exemple dans une classe, une entreprise, une institution), qui sont contextualisées et partagées même si elles ne sont pas entièrement maîtrisées par chaque individu[1] ; elles sont le produit d'un prédécoupage d'un champ plus vaste de connaissances et de représentations fréquemment utiles ou nécessaires dans l'institution ;
- les savoirs, qui sont des connaissances décontextualisées, dépersonnalisées, destinées à des diffusions larges dans de nombreuses institutions et sur une échelle de temps qui dépasse les générations ;
- les outils[2], qui permettent de résoudre une classe de problèmes tout en soulageant l'utilisateur d'un certain nombre de connaissances[3] ; ils sont eux aussi destinés aux larges diffusions, pour des tâches courantes, répandues ou fréquentes.

Une table à poussière, un abaque à jetons, un boulier, des bâtons de Neper, des réglettes de Genaille, une calculette sont des objets techniques qui contiennent des connaissances invisibles et que l'usager peut ignorer. Pour que l'usage d'un outil puisse se développer, il ne suffit pas de le concevoir et de le produire, il faut aussi diffuser les moyens et les conditions de son emploi, les effets attendus, les risques encourus[4] ... L'emploi pertinent de l'outil est plus complexe que le seul maniement de l'instrument matériel. L'usage contrôlé d'une calculatrice électronique n'est pas réductible à la pression de quelques touches.

[1] Ainsi constate-t-on des écarts entre ce qu'on sait faire seul ou seulement dans certaines conditions ou seulement collectivement. Les parents sous-estiment souvent le rôle que joue le fonctionnement d'une classe dans l'apprentissage de leur enfant. La culture leur renvoie plutôt une représentation cumulative d'individualités (qui se supportent et se socialisent) qui laisse entendre qu'il serait préférable d'être seul avec l'enseignant.

[2] Nous employons le mot « outil » en le distinguant d'un simple moyen (utilisé de manière opportuniste pour résoudre un problème local) et d'un instrument (choisi régulièrement en vue de résoudre une catégorie de problèmes). Ici, l'outil est l'objet qui est spécialement conçu et construit par une institution, pour un usage précis. Si l'utilisation effective de l'outil lui échappe, du moins l'usage reste sous le contrôle d'un certain rapport institutionnel : l'institution d'origine peut reconnaître ou non l'adéquation de l'utilisation, l'utilisateur peut plus ou moins faire sien ce rapport d'idonéité et user de l'outil comme toutes sortes d'instruments.

[3] « Nombre de connaissances que nous "côtoyons" chaque jour [...] sont en effet produites à l'aide des mathématiques. Elles sont le fruit de modélisations mathématiques. En ce sens, comme la plupart des "objets" - objets matériels ou objets de savoir - produits aujourd'hui, elles "incorporent" des mathématiques ; mais au niveau de la pratique sociale où nous rencontrons ces objets, ces mathématiques "cristallisées" dans les objets sont généralement devenues presque entièrement invisibles » ; Chevallard (1990, p 6).

[4] Ces communications nécessitent au moins un répertoire lexical, qui est attaché à l'outil, sans y être contenu.

b) Les milieux non didactiques

Un algorithme, une méthode (par exemple la Règle de trois ou « le produit en croix ») sont également des outils[5]. Nous dirons que ce sont des milieux aménagés par les savoirs ou encore des moyeux[6].

Les milieux didactiques sont souvent destinés à ébranler les connaissances d'un sujet (en vue de favoriser chez lui un apprentissage nouveau). Au contraire, les milieux aménagés ont pour fonction de réduire la responsabilité cognitive de l'utilisateur lors d'un raisonnement ou d'un calcul fréquents. Certains y verront une économie de temps, un gain de fiabilité par rapport à un ensemble de méthodes. D'autres ne sauraient envisager d'autres moyens de résolution.

L'importation en Europe d'une écriture des nombres qui utilise les propriétés décimales de la numération a permis aussi l'écriture des opérations, leur simplification et donc une plus large diffusion de ces pratiques de calcul, aujourd'hui devenues usuelles[7]. De nos jours, de nombreux adultes savent effectuer une division sans pour autant associer un sens à chaque étape de l'algorithme ; la disposition spatiale et les ostensifs verbaux organisent et contrôlent en partie son effectuation. La « preuve par neuf » (abusivement dénommée puisqu'elle n'est qu'un moyen de contrôle partiel) dépasse souvent la compréhension de l'usager.

c) Les milieux didactiques

C'est par l'intermédiaire de ses actions sur des situations que P peut espérer modifier les connaissances de E (et ses rapports aux savoirs et à leur apprentissage). Les situations sont ses instruments didactiques d'action et de régulation. Il est entendu que seuls le fonctionnement et le déroulement effectif d'un dispositif d'enseignement produisent un effet, mais un scénario et une mise en scène peuvent être prévus, décrits in abstracto et éventuellement se communiquer. En particulier, les situations adidactiques (ou souvent plus modestement certaines phases adidactiques insérées dans une situation didactique) soulagent la conduite de P (les rétroactions du milieu permettent un relais).

d) Le vocabulaire des moyens didactiques

1) Situations

La Théorie des Situations didactiques dénomme par « situation » deux objets conceptuels différents[8] :

1) l'environnement de E mis en oeuvre et manipulé par P, qui la considère comme un moyen, un instrument, un outil professionnel ;

---

[5] M. Bosch (1994) a étudié les instruments sémiotiques de la proportionnalité (systèmes articulés d'objets écrits oraux ou gestuels qui règlent les usages des savoirs dans les institutions).

[6] Nous emprunterons ici à G. Chauvat (1997) le terme de moyeu, qu'il définit comme un ensemble de dispositifs et d'ostensifs qui représente à la fois le lieu et le moyen de l'action effective. Pour effectuer une opération, plusieurs moyeux culturels (ou didactiques, comme étape au cours de l'enseignement) ont été aménagés. Certains éléments peuvent être mobiles (dans le boulier ou la table à jetons par exemple) ou non (écriture, qui peut en partie disparaître comme sur une table à poussière). L'effectuation « à la plume » mobilise des connaissances parmi lesquelles une certaine disposition de traces, qui maintient certaines informations sous une forme matérielle (fixes ne veut pas pour autant dire permanents, certains éléments peuvent changer de statut en étant rayés). Le moyeu met des savoirs (la décomposition décimale des nombres) à la disposition de l'actant, qui n'a pas besoin de tous les comprendre. Par contre, d'autres informations restent à la charge de l'utilisateur (par exemple l'enregistrement d'une retenue, qui peut être plus ou moins guidée par un ostensif verbal et gestuel).

[7] La mutation est lente et progressive, abacistes et algoristes se côtoient encore durant toute la Renaissance. Voir par exemple, au sujet de l'évolution de l'algorithme de division, Guiet (1996).

[8] G. Brousseau, *La Théorie des Situations Didactiques*, Montréal 1977, à paraître.

2) l'environnement tout entier, P y compris.

Dans les deux cas, le terme désigne une construction théorique traduisant une ou plusieurs nécessités, déduites du savoir à enseigner et du fonctionnement minimal de E.
Nous avions jusqu'à présent surtout employé le sens 2, c'est à dire la modélisation qui est utilisée par un chercheur ou par un observateur pour distinguer sa propre réalité de celle des actants.
La modélisation au sens 1 lui permet d'analyser toutes les formes inertes qui servent à enseigner (exercices, leçons, etc.) et leurs conditions d'emploi ; qu'elles soient ou non le produit d'une ingénierie contrôlée par les savoirs de la Didactique.

Les deux sens du concept de situation désignent :

- des situations fictives (ce que l'enseignant prévoit de réaliser, ce que l'observateur connaît a priori de ce qu'il s'apprête à observer) ;
- des situations effectives (le texte d'un exercice publié dans un manuel, le déroulement d'une séquence d'enseignement).

2) Conduite et milieu

Les moyens d'enseignement sont soit conçus par P, soit disponibles dans I (la culture de I facilite son accès), soit importées d'une autre institution, avec ou sans transposition particulière.
Appelons « fiche didactique » le document qui consigne, en principe, les informations jugées nécessaires à sa réalisation, et qui tient lieu de canal de communication.

Nous appelons ici Milieu , la partie de cette fiche qui est suffisamment décrite avec précision ou matérialisable pour que sa mise en oeuvre exige peu de décisions non prévues de la part de l'utilisateur. Le milieu est un système de contraintes (prescriptions d'objets concrets, de formulations, de modes de validation, etc.), destinées à guider les interactions avec le système (E - milieu de E). Certaines s'expriment comme des procédures algorithmisées, d'autres ne sont que des balises précises.

Nous appelons ici Conduite, la partie du déroulement décrit (a priori envisagée et prévue par le concepteur), qui n'est qu'évoquée et donc requiert un certain répertoire didactique de la part de l'utilisateur (pour envisager des possibles, décider, contrôler, etc.).

Selon leur degré de précisions[9], les éléments d'une fiche didactique s'apparentent au milieu fixé ou aux principes de conduite guidée. Ils concernent :

- les caractéristiques épistémologiques, les usages et les fonctions didactiques du matériel concret ;
- les conditions de réalisation, leurs justifications ;
- la formulation des consignes, les répertoires de vocabulaire utilisés par les élèves et par l'enseignant (lors des explications, de l'institutionnalisation, etc.) ;
- le déroulement prévu (l'ordre chronologique, les durées des différentes phases et les indices de passage de l'une à l'autre, etc.) ;
- les variables et les indices utiles aux régulations ...

Remarque : Une réalisation effective ne peut entièrement être prévue, ni décrite de manière exhaustive. Tout fonctionnement a besoin d'être entretenu (l'homéostasie n'est pas un état, mais un mouvement centré autour de points d'équilibre). Par conséquent, tout caractère

[9] Notre modèle est encore mal déterminé car il reste très relatif.

d'effectivité entraîne des régulations. Les situations prévues et effectives ne peuvent parfaitement coïncider (de facto et non seulement pour cause d'imperfection).

2 Diffusion de situations entre institutions didactiques

a) La diffusion d'une situation

Lors d'une réalisation effective de la situation :

- le milieu effectif est généralement constitué conformément à ce qui explicité dans le projet initial (la comparaison renvoie des rétroactions relativement fortes)[10] ;
- par contre, la conduite effective, qui s'effectue sous la responsabilité de P, peut s'écarter considérablement de la conduite imaginée par le concepteur (les rétroactions permettant à P de réguler in situ sont faibles).

Une conduite présente donc des caractères de reproductibilité beaucoup plus hasardeux qu'un milieu[11].

Lorsqu'une institution d'ingénierie conçoit et produit une situation, elle la décrit et la diffuse (le plus souvent, sous la forme d'un texte écrit). Nous nous intéressons au devenir de cet objet technique.
En accédant à ces informations, diverses institutions didactiques peuvent décider de l'utiliser afin d'enseigner le savoir correspondant à cette situation.
L'« institution-mère » n'anticipe qu'en partie les futures utilisations de l'objet qu'elle a produit. Se pose donc la question des conditions de transmission d'une situation didactique par une institution en direction d'une autre[12] (la diffusion pouvant s'effectuer en chaîne, entraînant des transpositions successives).

Remarque : Une recherche en Didactique peut donner lieu à différentes formes d'une même situation, selon les phases de fabrication.

Concevoir une situation in abstracto, c'est créer un modèle à partir d'une connaissance à enseigner, constitué d'un problème soluble par cette connaissance et d'un certain nombre de variables (sensibles, cognitives, didactiques), qui interviennent dans la recherche de solutions du problème. La situation in abstracto n'est qu'un ensemble d'éléments théoriques. Sa production clôt la première phase de conception.

Puis, il s'agit d'élaborer à partir de ce modèle un objet technique : une situation fondamentale, destinée à permettre effectivement un enseignement. Des contraintes, autres que les seules conditions mathématiques sont alors envisagées. Par exemple le temps, les propriétés physiques des milieux matériels, les répertoires (des élèves et du professeur) sont pris en compte et associés au processus théorique. L'ingénieur didacticien envisage divers « habillages », différents contrats, et les compare entre eux. Il trie parmi toutes les réalisations projetées, celles qui sont rejetées, celles qui sont retenues, en fonction de critères techniques et économiques, des compatibilités entre répertoires, de la progression didactique, etc.
En particulier, cette deuxième phase de conception doit prendre en compte les contraintes professionnelles et institutionnelles nominales.

---

[10] A moins bien sûr que le déroulement effectif ait conduit P à décider de modifier son projet de réaliser cette situation précise.

[11] Nous avons utilisé ces distinctions pour désigner d'une part le gain de formalisation qu'apporte la Didactique des Mathématiques à la praxéologie de l'enseignement, et d'autre part ce qu'elle ne peut pas encore et ce qu'elle ne pourra jamais garantir. Bien que n'utilisant pas ces formulations, d'autres travaux traitent en détail de ces questions : par exemple Artigue (1984), Perrin - Glorian M.-J. (1993).

[12] Une même personne peut éventuellement produire et conduire une situation, mais alors les deux actions se déroulent sous des assujettissements différents.

Pour finir de la mettre au point et éventuellement la perfectionner, l'ingénieur fait fonctionner plusieurs situations expérimentales. A la différence de la précédente (qui reste fictive), une situation expérimentale s'adapte aux conditions effectives (milieu matériel, temps). Les réalisations montrent comment la situation fonctionne dans des conditions particulières et quelles contraintes pèsent alors sur elles. Le plus souvent, quelques valeurs des variables didactiques sont choisies et fixées a priori par l'ingénieur, mais l'intervenant d'une situation expérimentale garde en charge une conduite lourde, en particulier pour réguler des événements imprévus ou dont les causes avaient été négligées en première estimation. Le chercheur partage d'ailleurs souvent la responsabilité de la conduite avec l'intervenant et fait appel à un répertoire de régulations plus vaste que ce dernier.

Une situation de développement est destinée à être diffusée (peut-être commercialisée), reproduite de nombreuses fois, dans des conditions moins favorables que celles de la recherche expérimentale. Sa conduite doit être beaucoup moins sophistiquée du point de vue de l'utilisateur ; choix qui exige en retour plus de sophistication technique de la part du constructeur (le milieu doit être aménagé pour soulager la conduite).
Ainsi l'élaboration théorique détermine une situation in abstracto, la prise en considérations des conditions de mise en oeuvre la modifie lors de chaque situation expérimentale, d'autres modifications spécifiques sont nécessaires pour permettre une utilisation « ordinaire » dans les classes (en la transformant en situation de développement).

b) La diffusion en vue d'une utilisation

La communication d'une situation didactique peut remplir plusieurs fonctions :

- faire circuler et fonctionner des savoirs didactiques dans une institution (par exemple de chercheurs ou de formation d'enseignants, etc.), sans qu'il y ait intention de réaliser la situation ;
- donner une illustration de ce que l'ingénierie didactique produit, pour introduire de nouveaux concepts, un vocabulaire spécifique, en vue de diffuser ou d'enseigner des savoirs didactiques ;
- donner à voir des savoirs didactiques pour introduire, modifier, enrichir des représentations de ces savoirs (sans intention de les enseigner) ...

Nous considérons ici le cas où une institution communique une situation à une institution didactique (P ou A), dans le but de lui fournir des outils pour l'enseignement (ou l'accompagnement de l'apprentissage) d'une notion mathématique (la situation est transmise dans le but d'être utilisée).
Remarque 1 : Cet outil est également un moyen de transmettre des savoirs didactiques à P (ou à A). Certaines explicitations (des variables, des indices) peuvent permettre d'engendrer des régulations dans de futures situations effectives. La diffusion d'une situation est une occasion de modifier le répertoire didactique du récepteur. Comme pour toute diffusion de savoir, différents types de contrats peuvent modéliser les obligations réciproques des institutions en présence : contrat d'émission, de communication, d'expertise, de production, d'information, d'utilisation des connaissances ... [13] La qualité de diffusion, son efficacité et ses effets diffèrent d'un contrat à l'autre. Pour un contrat d'utilisation des connaissances, l'institution émettrice a en charge d'expliciter l'emploi et l'utilité des connaissances qu'elle propose, elle fournit alors un champ d'applications et propose un milieu de fonctionnement. Par contre, le contrat d'information garantit la nouveauté et la validité de son message, sans porter de responsabilité quant à ses effets dans l'institution réceptrice. L'émetteur « vend » simplement son message à un acheteur, dont il doit avant tout chercher l'assentiment.

[13] G. Brousseau, *La Théorie des Situations Didactiques*, Montréal 1977, à paraître.

c) Les conditions et les effets des communication de situations

Lorsque l'institution émettrice souhaite assumer sa part de responsabilité relativement à la pertinence de l'utilisation qui sera faite de la situation didactique qu'elle diffuse (ou de l'adéquation ou de l'idonéité de cette utilisation), elle doit en général modifier celle-ci de manière spécifique à chaque type d'institution. En effet, les conditions de reproduction diffèrent et dépendent en particulier des répertoires didactiques et mathématiques des récepteurs (elles dépendent aussi des contrats didactiques[14]).

Lorsque les répertoires des deux institutions communiquantes sont suffisamment proches, même si les implicites sont nombreux, ils ne génèrent pas pour autant beaucoup d'ambiguïtés. La conduite des situations, qui s'appuient sur un répertoire supposé commun (parfois à tort) de pratiques professionnelles, sont décrites de manière elliptique. Les cultures institutionnelles (en particulier les cultures orales, moins identifiables, à la fois mystérieusement perpétuées et fluctuantes) véhiculent des représentations et entretiennent des connaissances indispensables au maintient du bon fonctionnement de l'institution. Ces conditions et connaissances président probablement en partie aux prises de décisions professionnelles (a priori et in situ) dans les conduites et les régulations des situations. Elles sont rarement explicitées et existent parfois même sans être identifiées par les assujettis. Le milieu peut également n'être que sommaire, peut-être parce que les intentions didactiques paraissent transparentes et conditionner d'office l'usage du matériel ou des règles de jeu, ou peut-être parce que les conséquences pragmatiques du choix de tel ou tel matériel sont a priori négligées par l'institution qui la diffuse.

Par contre, lorsque les répertoires sont nettement dissemblables, toute omission est susceptible de provoquer des déformations didactiques importantes. Une surcharge d'informations spécialisées (explicitation des tenants et aboutissants, justifications des choix de conceptions, etc.) peut également nuire à l'efficacité. Une saturation attentionnelle (un trop grand nombre de facteurs à prendre conjointement en compte) peut dénaturer la conduite en obscurcissant les directions essentielles à viser. Des savoirs intégrateurs seraient alors indispensables pour optimiser à nouveau le dispositif plus complexe. Ou encore, des exigences trop fortes (à la limite des connaissances couramment disponibles), peuvent décourager le conducteur et l'amener à rejeter la situation, ou pire à la modifier inconsidérément.

Les analyses de pratiques enseignantes[15] insistent particulièrement sur la dimension personnelle des intentions et des prises de décisions. Cet aspect joue évidemment un rôle dans l'interprétation d'un texte descriptif de situation. Mais à partir d'une même fiche, apparaissent régulièrement les mêmes phénomènes d'interprétation de consignes lacunaires et de modification des actions prévues. Il est pertinent, dans une perspective de transmission reproductible, de chercher à les éclairer par des conditions plus générales qu'une réaction historique ou individuelle. C'est ce à quoi s'attache certains didacticiens [16].

---

[14] Passer d'un contrat officiel d'instruction à un contrat officiel d'éducation (ou vice versa), introduit des différences de pratiques qui ne sont pas perçues dans la société (le métier est le même), mais qui bouleversent l'adéquation des répertoires didactiques habituels. De même, l'enseignant qui accompagne les apprentissages de son enfant ou d'autres élèves ne dispose pas des mêmes appuis et des mêmes recours pour les dévolutions, pour convaincre ...

[15] Citons par exemple Beillerot et al. (1989).

[16] On pourra par exemple comparer, sur ce point, les différentes approches (didactiques et non didactiques) d'une séquence d'enseignement, consignées dans l'ouvrage dirigé par Blanchard-Laville (1997). En particulier, l'analyse de M.H. Salin (pp. 31-57) rend compte de la fonction didactique de l'enseignant (position P anonyme et interchangeable au sein d'une même institution), alors que celle de C. Blanchard-Laville et al. (pp. 217-257) rend compte de la personne de l'enseignant, du niveau inconscient de ses agissements, des relations qu'il établit entre le savoir et la question de ses origines, de l'ambivalence de ses désirs, etc.. C'est à dire des phénomènes, supposé universellement identifiables, mais qui apparaissent diversement chez les individus et ne peuvent

d) Variables didactiques

Avant de produire une situation (a fortiori avant de la communiquer), un concepteur identifie des variables liées au savoir à enseigner. Cette activité dépend du répertoire du concepteur. Ainsi, plusieurs institutions sont susceptibles (a priori ou a posteriori) de relever des variables différentes (pertinentes ou non) pour une même situation.

Une variable peut être :

- une variable X (au sens de la logique) pour laquelle il existe différentes valeurs (que l'on peut ou non fixer) ;
- une variable X(t) (au sens de la physique), fonction du temps, qui représente une grandeur variant au cours de la situation.

Rappelons qu'une variable didactique est une variable :

- sensible (qui agit sur la réussite ou l'échec) ;
- cognitive (en relation avec des connaissances) ;
- manipulable (dont les valeurs peuvent être volontairement fixées).

Par exemple, la taille des nombres dans un énoncé de problème est une variable didactique au sens de la logique. L'incertitude volontairement maintenue, ou au contraire l'apport d'informations (de la part du professeur ou du milieu), sont des variables didactiques temporelles.

e) Variables ou paramètres didactiques

Le concepteur d'une situation destinée à l'enseignement d'un savoir identifie un certains nombre de variables didactiques (au sens précédent, ce qui ne sous-entend pas qu'il recourt à des savoirs de la Didactique des Mathématiques).

Puis le concepteur opère un choix : certaines des variables seront paramétrées, « bloquées » à des valeurs qu'il juge adéquates (par rapport au projet d'enseignement et relatif à l'institution dans laquelle s'effectue l'enseignement), tandis que d'autres demeureront sous la responsabilité de l'utilisateur de la situation. Ce dernier doit décider des valeurs (selon certaines successions, fréquences, durées, variété, etc.) en fonction de ses objectifs, des réussites ou des échecs. Ce sont ses connaissances (mathématiques, didactiques, pédagogiques, psychologiques, etc. ou à défaut les représentations qu'ils s'en fait) qui le guident dans ses choix.

Les valeurs x peuvent être :

1- fixées une fois pour toute (pour toute occurrence de réalisation de la situation) ;

2- fixées pour chaque occurrence de réalisation de la situation, en prévoyant plusieurs occurrences avec des valeurs différentes ;

3- fixées différemment (mais simultanément) pour chacun des acteurs de la situation, ou chaque groupe d'élèves (la classe résout plusieurs problèmes de même type, mais avec des valeurs différentes, soit directement, soit « par procuration ») ;

4- successivement fixées au cours du déroulement de la même situation (soit délibérément, soit erratiquement) ;

5- laissées libres dans un ensemble de valeurs donné ;

6- laissées libres, au choix de chaque acteur, dans un ensemble de valeurs donné ;

7- laissées libres.

---

et interchangeable au sein d'une même institution), alors que celle de C. Blanchard-Laville et al. (pp. 217-257) rend compte de la personne de l'enseignant, du niveau inconscient de ses agissements, des relations qu'il établit entre le savoir et la question de ses origines, de l'ambivalence de ses désirs, etc.. C'est à dire des phénomènes, supposé universellement identifiables, mais qui apparaissent diversement chez les individus et ne peuvent donner lieu qu'à des aménagements isolés, personnels et locaux. « Chacun de nous étant enseignant(e) par ailleurs, a pu, dans ce cadre groupal, à la fois « se reconnaître » dans l'enseignante observée et bénéficier du recul nécessaire pour analyser les ressemblances et les différences, autrement dit pour élaborer son contre-transfert à l'intérieur de cette dynamique identificatoire ».

Soit par exemple un exercice qui consiste à effectuer plusieurs multiplications à la suite pour s'entraîner.
Un énoncé détermine un ordre de présentation, il fixe les valeurs numériques (cas 4).
Un fichier d'exercices (non numérotés) fixe les valeurs, sans déterminer d'ordre (cas 4 ou cas 5 si la taille du fichier est telle que toutes les fiches ne peuvent être proposées durant la séquence).
Un manuel, qui laisserait à l'utilisateur le soin d'inventer les questions, mais qui conseillerait de restreindre le choix des facteurs à des nombres de deux chiffres non nuls, ferait partiellement dévolution de la gestion des variables numériques (cas 6).
Un accompagnateur qui suggérerait à l'élève d'effectuer un certain nombre de multiplication par jour, sans apporter d'autre précision, laisserait totalement libre les variables numériques (cas 7).

Remarque : Le statut de variable dépend du point de vue de l'institution et de la position dans l'institution :

Dans le cas 1, la variable préalablement identifiée par le concepteur, n'apparaît pas en tant que variable pour l'utilisateur de la situation (P ou A), mais elle peut être perçue potentiellement comme telle. Elle n'est pas variable pour l'acteur (E) de la situation.

Dans les cas 2 et 3, le statut de paramètre est visible si plusieurs occurrences de la même situation sont réalisées (ou si un temps de mise en commun des résultats des différents groupes est organisé).

Dans les cas 1, 2, 3, 4 et 5, le concepteur porte la responsabilité des conséquences de ses choix.

Dans le cas 6, il fait porter la responsabilité à l'utilisateur, il peut ou non organiser la dévolution de ce choix des valeurs pertinentes et optimales.

Dans le cas 7, il s'en remet au hasard, ou fait confiance aux pratiques institutionnelles habituelles ou ignore les conséquences de telle ou telle valeur.

3 Des milieux pour l'étude et son accompagnement

a) Un objet technique cristallise des connaissances

Nous avons éprouvé les limitations des diffusions de représentations en direction des parents des élèves. Nécessaires aux négociations, elles ne remplacent pas les connaissances mathématiques et didactiques lors des interactions.
Lorsque le devoir renferme un savoir-faire didactique (même invisible pour certains), et si l'accompagnateur suit scrupuleusement l'exécution qui en était prévue, il peut dans une certaine mesure accompagner « en aveugle » l'élève dans une situation pertinente du point de vue des savoirs mathématiques et adaptée à leur apprentissage. La conduite « plus ouverte » d'une situation (c'est à dire qui repose peu sur un milieu, et beaucoup sur le répertoire de l'utilisateur) requiert évidemment un grand nombre de connaissances didactiques pour être satisfaisante du point de vue de l'apprentissage et de la validité des connaissances mathématiques échangées. Il n'est donc pas assuré que ses effets soient finalement meilleurs pour les élèves qu'un exercice bien conçu.

b) Suivre les évolutions des contrats d'enseignement et d'accompagnement

Autrefois, les institutions didactiques étaient moins nombreuses et diversifiées qu'aujourd'hui, les ambitions éducatives plus modestes et les répertoires familiaux, pour un type d'école donné étaient moins hétérogènes. Le principe classique de l'exercice « d'application » était

relativement bien adapté à l'étude personnelle de l'élève telle qu'elle était comprise à l'époque (encore fallait-il aménager le contenu de cet exercice).
Actuellement, chaque institution diffuse des représentations du rôle d'accompagnateur des apprentissages qui lui sont adaptées (au détriment parfois du système global de transmission des savoirs). Il existe peu de cohésion entre les nombreuses déclarations qui circulent à propos du rôle des parents des élèves :

- les rôles qui sont attribués par chaque institution sont différents, mais requièrent pratiquement toujours un trop grand répertoire de connaissances pour pouvoir être réalistes ;
- il est a fortiori inconcevable de pouvoir les cumuler pour satisfaire à toutes les attentes (diagnostique pour les uns, ludique mais scolaire pour les autres, systématique et régulier sur tous les domaines, sans pour autant empiéter sur les attributions de l'école, etc.) ;
- les représentations suivent les courants idéologiques et subissent des pressions diverses, elles se modifient bien plus rapidement que la fonction familiale qu'elles prétendent décrire (relativement stable, même si elle varie en fonction des contrats).

L'évolution des contrats d'accompagnement par les familles, dans le sens d'un renforcement de leurs responsabilités didactiques est vraisemblablement à comprendre :

- d'une part comme l'effet d'une surenchère de communications mal contrôlées ;
- d'autre part comme l'effet d'une méconnaissance des phénomènes didactiques, en particulier par l'ignorance du rôle joué par le milieu (le rôle du répertoire est survalorisé).

Car il nous semble que plus les contraintes rendent difficiles les solutions à apporter, plus les intentions affichées s'écartent des possibilités effectives et moins le rôle du milieu est mis en relief. Il semble qu'au contraire le système de contraintes (au sens scientifique) qu'il représente soit traduit dans les communications non comme un guide facilitateur, mais comme une contrainte qui entrave la liberté d'action (sens courant), une violence coercitive ou une béquille débilitante[17].

c) Deux pistes d'étude

Par conséquent, nous orienterons notre recherche dans deux directions :

- vers la compréhension des phénomènes qui entravent la négociation d'un recours aux milieux aménagés ;
- vers l'étude des aménagement de milieux.

Il semble que la Didactique pourrait apporter sa contribution aux organisations sociales de la transmission des savoirs, y compris pour améliorer les actions qui accompagnent les apprentissages scolaires personnels des élèves et surtout lorsque peu de connaissances sont disponibles dans la culture. Il faudrait pour cela développer une technologie des aménagements didactiques. Mais il faudrait également qu'elle soit en mesure de convaincre, de communiquer l'intérêt de ses recherches et de transmettre le répertoire de connaissances et de représentations qui en ferait vivre les résultats.

[17] Choppin (1992) analyse les représentations attachées au manuel scolaire : il serait réducteur, conservateur ou suspect pour les uns ; il rendrait plus disponible, serait le fruit de l'expérience, garantirait l'égalité des chances pour les autres, pp. 109-124.

Tout en restant attentive aux effets des représentations, nous poursuivons l'étude des partages didactiques (entre enseignement, étude personnelle de E et accompagnement des apprentissages scolaires) en nous restreignant aux éléments sur lesquels les savoirs de la Didactique ont prise : le système (répertoire, contrat, milieu). Il s'agit d'accroître notre compréhension des phénomènes, des besoins, des contraintes, des coûts et des calculs ergonomiques.

Mais auparavant, pour illustrer le nouveau vocabulaire introduit, nous présentons trois courts exemples. Dans chacune des situations didactiques qui suivent, nous identifions comment certaines variables didactiques sont réparties entre :

- la responsabilité du concepteur (ou du diffuseur) ;
- la responsabilité de celui qui la conduira.

4 Trois exemples de la répartition entre milieu / conduite

a) Le bracelet de perles : une situation d'enseignement

Le bracelet de perles est une situation destinée à l'institution scolaire (cycle des apprentissages premiers) [18] ; elle a été produite par une ingénierie didactique qui a fortement chargé le milieu de propriétés didactiques.

Il s'agit de faire réaliser aux élèves un bracelet de perles (selon certaines régularités numériques et logiques). Cette activité, fréquente en maternelle, présente des occasions diverses d'apprentissages (motricité fine, langage, reproduction de séries, etc.) ; le résultat de l'activité est un objet attrayant que l'enfant peut offrir chez lui, il constitue donc un élément important (descriptible en termes d'apprentissages scolaires) pour les communications entre l'école et les familles.
L'originalité de la situation didactique que nous présentons ici est d'associer à cette activité à finalité externe (aux mathématiques) une autre activité, qui fait apparaître les connaissances mathématiques comme moyens de décision et de prévision, moyens eux-mêmes contrôlables tant par l'acteur que par la communauté à laquelle il appartient.
En effet, ce sont les élèves qui constituent, à l'avance, tout le matériel nécessaire à la fabrication et qui distribuent les perles à chacun d'eux. Pour organiser cette tâche complexe, les connaissances du nombre sont décisives.
Cette situation présente un caractère didactique puisque l'enseignant manipule les variables en fonction de ses intentions d'enseignement (tout autre serait de confier la tâche « brute » aux élèves et de les observer[19]).

---

[18] « Fabrication d'un bracelet en perles » (pp. 6-18). Situation extraite de « Situations didactiques pour l'apprentissage des nombres naturels », G. Brousseau et R. Foucaud (1992).

[19] Un enfant du même âge qui bricolerait un bracelet chez lui, se confronterait à un milieu non didactifié, extrêmement riche en potentialités. Mais il est probable qu'il mette en oeuvre peu de connaissances mathématiques. Car sans consigne qui contraint à l'anticipation, il suivrait vraisemblablement une logique de l'action en prenant les perles une à une au fur et à mesure. Il choisirait la composition du bracelet en fonction de ce qu'il maîtrise (peut-être selon des critères esthétiques, mais plus faiblement organisé d'un point de vue logique que ce qu'impose une consigne justement destinée à étendre son domaine de maîtrise). Cette position n'est pas contradictoire avec le constat que certains enfants explorent d'eux-mêmes leur univers cognitif ou avec la reconnaissance que le jeu (libre) est au moins autant indispensable à l'équilibre des enfants que les activités dirigées. Dans le contexte de la rééducation, une activité semblable mais qui aurait pour fonction d'établir un diagnostic à propos des compétences de l'enfant, ne pourrait pas non plus être décrite comme une situation didactique. Les gestes des enfants ne sont plus interprétables en terme de réponse (même si l'observateur est rarement « neutre » et si les réactions de l'observé traduisent des efforts de décodage de ses intentions). Les actions de l'enfant ne seraient pas reprises officiellement, reconsidérées du point de vue des

Nous identifions les éléments du milieu didactique à l'aide de la classification proposée plus haut [20].

La fiche didactique précise la consigne, telle qu'elle doit être formulée aux élèves : *« L'institutrice communique les informations utiles : "Pour ce bracelet, il vous faudra : 3 perles allongées, 6 perles à facettes, 8 perles rondes" »*[21].
La forme des perles ne constitue pas une variable didactique forte (bien que la différenciation perceptive des différentes collections joue un rôle dans la compréhension de la consigne et dans la réussite de l'action). Par contre les nombres de perles est une variable importante dans la situation. Les valeurs sont ici fixées **(cas 1)** et prescrites (l'analyse détaillée des difficultés est relative à ces valeurs dans le document, pour le niveau de classe prévu).

Dans la classe, plusieurs groupes d'élèves sont constitués. Il s'agit de prévoir le matériel pour chacun de ces groupes (leur taille est plus réduite que celle de la classe entière, la partition est telle qu'elle fournit des valeurs voisines mais non égales pour chaque groupe **(cas 5)**). La non communication de l'effectif du groupe constitue une contrainte didactique forte. Le document explicite ces choix : *« Les groupes comprennent des nombres d'élèves différents, mais l'institutrice prend soin de ne jamais utiliser ces nombres dans ses déclarations avec les enfants »* [22].
L'enseignant confie donc aux élèves des tâches semblables, mais avec des objets et des valeurs numériques différentes **(cas 3)** *: aller chercher, en une seule fois, toutes les perles (d'une catégorie) nécessaires et suffisantes, afin de les distribuer aux camarades de son groupe* [23] :

les perles rondes (8 chacun)
les perles à facettes (6 chacun)
les perles allongées (3 chacun).

Les autres élèves sont chargés d'aller chercher, dans les mêmes conditions, le reste du matériel (pots de yaourts pour transporter les perles : trois dans chaque groupe, les fils de pêche : un par élève ...).
De façon simultanée, chaque élève est confronté directement à un seul problème, mais il côtoie celui de ses camarades et peut éventuellement y participer [24].

« Pour une section de Grands, les perles sont offertes aux enfants d'une seule couleur ou de quelques couleurs en harmonie et l'activité s'arrête là. Pour un C.P., les perles sont présentées en boîtes assorties et laissées être distribuées au hasard **(cas 7)**. *Quand les bracelets sont enfilés, l'institutrice montre le sien aux couleurs harmonieuses. Les enfants le*

---

savoirs, identifiées comme une connaissance à reproduire dans des situations analogues : elles ne donneraient pas lieu à un apprentissage conscientisé (soit l'enfant ne sait pas, soit il savait avant, soit il ne sait pas qu'il sait).

[20] Les citations sont entre guillemets et écrites en italique. Les descriptions (des résumés de la fiche didactique) sont en italique. Les commentaires en caractères normaux. Les références à la classification en caractères gras.

[21] p 7 du document cité.

[22] Ibidem p 8 et 9.

[23] La consigne est précisée : "Il faut apporter le lot d'objets en une seule fois. En cas d'erreur, il faut tout reprendre et recommencer", p 9.

[24] " Si chaque auteur a la possibilité de juger lui-même le résultat de son action, les autres le lui soulignent fréquemment. Beaucoup, venant apporter leur livraison sur les tables en profitent pour vérifier l'avancement de leur propre matériel distribué par d'autres et se plaignent des insuffisances et des lenteurs qu'ils croient constater. [...] En fait, ces plaignants rendent un peu plus difficile l'exécution du projet en provoquant des distribution incomplètes, erratiques, des comptages interrompus" p 12.

plus beau que le leur quelquefois très bariolé. L'institutrice propose alors d'échanger les perles entre eux après avoir choisi chacun sa couleur préférée.
Il faut choisir sa couleur ; vérifier son bracelet pour savoir quelle(s) sorte(s) de perles manque dans la couleur choisie ; en faire part aux autres, en disant "je voudrais (3) perles (bleues) (à facettes), j'en ai .. " » [25].
Le choix par l'enfant de la couleur (**cas 6**) ne présente pas à première vue de composante didactique. Il remplit plutôt une fonction pédagogique pour renforcer l'implication dans l'activité. Pourtant, laisser le choix, fait dévolution d'une analyse de la complexité de la tâche : tel enfant choisira sa couleur préférée (argument conatif), tel autre se déterminera en fonction des différentes difficultés que posera son choix (argument cognitif). Peut-être choisira-t-il la couleur qui exigera le moins de transactions (celle qui est la plus représentée sur son bracelet), peut-être préférera-t-il se lancer dans une aventure plus risquée, en toute connaissance de cause.
Le nombre de perles de l'échange est laissé à l'appréciation de l'enfant (plus ou moins d'échanges selon les nombres choisis). Celui-ci est toutefois borné par les contraintes initiales : $8 + 6 + 3 = 17$ perles par bracelet **(cas 6)**.
Par contre la fiche ne contient pas d'indication précise concernant le nombre de couleurs de perles **(cas 7)**. La valeur de cette variable didactique, contrainte par le milieu (des boîtes assorties) est laissée à l'appréciation de l'enseignant, sans que les conséquences du choix soient mentionnées. Plus il y a de couleurs, plus le choix est ouvert pour l'enfant (petites collections unicolores dont il n'apparaît pas facilement qu'une d'elles puisse être prépondérante), plus les échanges se multiplient dans la classe (ouverture de conduite pour le professeur).

b) Deux jeux informatiques : l'un pour apprendre à l'école, l'autre pour jouer chez soi

Nous proposons une courte comparaison de deux situations d'énumération informatisées[26] : les jeux des barques[27] et le pique-nique des lapins[28] qui s'adressent aussi à de tous jeunes enfants (classes maternelles à C.P. pour le premier ; 4-5 ans pour le second).
La première est destinée à l'institution scolaire, elle a été produite par l'ingénierie didactique. La seconde est destinée à l'institution familiale, sa conception n'a été que très partiellement contrôlée par des savoirs de la Didactique (les concepteurs ont bénéficié d'une partie de l'expérience technique qui s'est constituée lors des travaux d'ingénierie précédents[29]).
Elles ont en commun de présenter à l'écran une collection, l'enfant doit constituer une collection équipotente à celle de référence.

* Jeu Barques : Des lapins (collection de référence) veulent embarquer sur des barques (contexte sémantique), l'enfant doit prévoir une barque pour chaque lapin (collection équipotente) ou pour plusieurs lapins (correspondance un pour plusieurs). Il clique pour faire apparaître chaque barque. Selon les scénarios, il embarque immédiatement un ou plusieurs lapins (manipulation virtuelle avec la souris) ou seulement lorsqu'il estime avoir terminé l'ensemble de barques (et validé sa réponse). L'embarcation peut être ou non automatiquement réalisée par l'ordinateur.

---

[25] Ibidem p 14.
[26] Une comparaison plus conséquente est proposée en annexe.
[27] Logiciel ANOUS.
[28] Logiciel ADIBOU.
[29] Le logiciel A NOUS a été conçu par des didacticiens et expérimenté au COREM, afin de s'insérer dans une progression scolaire. Ce travail d'ingénierie s'inscrivait dans un cadre de recherches bien plus général (qui portait notamment sur la situation fondamentale de l'usage du nombre). Certains membres de la première équipe d'ANOUS ont participé par la suite à la conception d'ADIBOU. Ils ont donc pu bénéficier de résultats théoriques, empiriques et techniques issus de ces recherches.

* Jeu pique-nique des lapins : Des lapins (collection de référence) veulent pique-niquer (contexte sémantique), l'enfant doit prévoir une carotte pour chaque lapin (collection équipotente). Il clique pour faire apparaître chaque carotte. Lorsqu'il estime avoir terminé, il valide sa réponse. Chaque carotte est automatiquement mise en correspondance avec un lapin (par déplacement).

Le cardinal de la collection de référence est une variable essentielle pour les tâches d'énumération. Ses valeurs ont été, selon les logiciels, fixées ou laissées libres (tout en restant bornées par le milieu). La gestion est facilitée dans le cas d'une utilisation familiale.

Pour chaque nouvelle occurrence du jeu du pique-nique des lapins, un nouveau nombre de lapins est automatiquement fixé **(cas 2)** pour chacun des 3 niveaux de difficulté choisi **(cas 5)** :

un nombre entre 2 et 4 pour le premier niveau ;
un nombre entre 3 et 8 pour le second niveau ;
un nombre entre 3 et 7 pour le troisième niveau (on remarquera que la progression annoncée en terme de difficulté n'est pas effective pour cette variable).

Dans le jeu Barques, le professeur peut déterminer à l'avance une fourchette de valeurs comprises entre 1 et 21 **(cas 5)**. Chaque occurrence présente à l'écran un nombre différent d'objets, borné par le choix du professeur **(cas 2)**. Eventuellement le professeur peut ne choisir qu'une seule valeur **(cas 5)**.

c) Le jeu du parking : du cabinet de rééducation au salon familial

Une orthophoniste [30] propose des idées aux parents pour qu'ils puissent aider leurs enfants lorsqu'ils sont en difficulté en mathématiques :

> Voici un exemple de jeu qui ne demande aucun matériel sophistiqué, seulement un certain nombre de petites voitures de marques et de couleurs différentes. Sur une feuille, représentez un parking avec autant de places que vous le souhaitez. Vous pouvez proposer de ranger toutes les voitures en précisant "une seule voiture par place de parking ". Y a-t-il *assez* ou *trop* de places et sinon, que faire ? Ajouter d'autres parkings ? Supprimer des places ? Vous pouvez aussi demander à votre enfant de mettre ensemble *toutes* les voitures rouges, vertes ou jaunes, c'est-à-dire les classer par couleur et ensuite par marque. Pourquoi ne pas mettre au garage 1 voiture ou *quelques-unes* ? Dans un coin de la pièce, il peut aussi aller chercher des roues de secours pour un petit nombre de voitures regroupées - 3, 4, 5 ou 6 - mais, attention, il n'a droit qu'à un seul voyage et chaque voiture ne doit recevoir qu'une et seule roue. Vous pouvez encore inventer ensemble des règles d'un troc varié : 2 Ferrari pour une Peugeot, 3 rouges pour une verte, etc. Enfin, interrogez votre enfant : toutes les Renault en jeu sont-elles des voitures? Et toutes les voitures sont-elles des Renault ?

Un article consacré à l'aide en mathématiques ("Apprivoiser les mathématiques")[31] diffuse plus largement encore cette situation. Nous l'avions déjà présentée dans le chapitre précédent, mais nous la rappelons :

[30] Bacquet (1996), p 117.
[31] Extrait de la revue *Vie de Famille, le journal de la caisse d'allocations familiales de la Gironde* 69ème année, février 1997 - n°2.

Voici un jeu simple et astucieux pour préparer ou rattraper le chemin de la numération. Prenez un certain nombre de petites voitures de deux couleurs (jouets, voitures découpées dans du papier ...). Sur une grande feuille, représentez un parking avec plusieurs places dessinées. Demandez à votre enfant de ranger toutes les voitures, une par une, dans le parking. Y a-t-il assez de places ? Reste-t-il des places libres ? Vous pouvez aussi lui suggérer de placer les voitures rouges ensemble sur la même ligne, d'aller chercher une roue de secours (ronds découpés dans du papier) uniquement pour les voitures vertes, en faisant un seul voyage.

Nous avons cherché à comprendre comment s'est effectué la transposition de cette « fiche didactique » entre une institution d'amateurs éclairés (un ouvrage destiné aux parents qui s'intéressent particulièrement au suivi des élèves en mathématiques) et une institution très vaste (les allocataires de prestations sociales) qui ne demande pas a priori à s'informer sur ce thème.
Dans un premier temps, nous avons cherché à convertir la version la plus détaillée (celle du livre) dans un langage plus professionnel. Puis nous avons analysé et comparé les deux textes ci-dessus.

Connaissances nécessaires ou visées :

*** Connaissances de type logique :**

- correspondance terme à terme de plusieurs collections déplaçables (voitures, roues, éventuellement doigts) ou non (places) ;
- conservation du nombre ;
- transitivité de l'équipotence (registre de l'action) ;
- classification selon différents critères ;
- inclusion (rapport du tout et des parties) ;
- comparaison de 2 collections (places et voitures ou roues de secours et voitures vertes) et compensations qualitatives des différences.

*** Connaissances numériques :**

- dénombrement de collections (de cardinal compris entre 3 et 6 éléments) déplaçables ou non ;
- utilisation du nombre pour réaliser une collection équipotente (les roues) lorsque la collection de référence n'est plus visible au moment de la réalisation ;
- utilisation du nombre pour désigner et comparer les cardinaux de collections.

Comportements attendus chez E :

- mémorisation des éléments (différenciés) ou représentations mentales organisées à partir des dispositions spatiales des places permettant de réaliser les collections équipotentes sans l'usage du nombre ;
- correspondance terme à terme des éléments de la collection totale ou de sous-collections avec les doigts ;
- dénombrement soit de la totalité, soit d'une partition ;
- désignation orale du cardinal total ou des cardinaux des parties ("3 et puis 2"). De toutes petites collections (de 1 à 3 éléments) peuvent être estimées globalement ;
- addition des cardinaux de la partition (par exemple dans le cas de deux groupes de voitures vertes bien spatialement séparées, une main conserve le 3, l'autre le 2, la somme est obtenue en re-dénombrant la totalité des doigts levés ou encore le 2 s'ajoute par surcomptage au 3 déjà conservé au moyen des doigts) ;
- utilisation de propriétés numériques pour calculer mentalement des sommes de nombres (complémentaires, passage à 5) ou résultats mémorisés de tables d'additions.

Variables didactiques des 2 situations proposées :
- le cardinal de la collection de voitures ;
- le cardinal de la collection des places de parking ;
- la disposition spatiale des places de parking ;
- les diverses partitions possibles de la collection de voitures (organisation spatiale, nombre de critères, taille des sous collections) ;
- formulation de la consigne ;
- anticipation ou constat, matériel caché ou non ;
- emplacement des collections (distance entre les deux lieux) ;
- répartition des rôles (enfant et adulte).

Analyse des textes présentés :
Nous ne trouvons dans le livre aucune indication concernant la taille des collections (si ce n'est pour les sous collections : {3,4,5,6}). Mais les variables sont suggérées : « un certain nombre » ; « de marques et de couleurs différentes » ; « autant de places que vous le souhaitez ». Trois couleurs sont citées explicitement.

Dans l'article, si le nombre de voitures reste une variable suggérée (« un certain nombre »), les autres variables ont disparu :

- un seul (au lieu de 2) critère de partition est proposé, comportant deux couleurs seulement (au lieu de trois conseillées précédemment) ce qui modifie les déductions de type logique (si la voiture n'est pas rouge, elle ne peut être que verte), évite la coordination de critères croisés et réduit la complexité logique et numérique ;
- le nombre de places de parking n'est plus mentionné.

L'importance attribuée au matériel est beaucoup plus marquée dans l'article que dans le livre (« jouets, voitures découpées dans du papier ...» ; « une grande feuille » ; « ronds découpés dans du papier »). Sans doute le souci d'apporter des conseils « concrets » et accessibles a-t-il joué pour ces modifications, mais en négligeant la hiérarchie didactique (l'habillage de la situation est privilégié par rapport à la dimension cognitive).

Le texte du livre suggère implicitement (usage des caractères en italique) de porter attention au vocabulaire (assez, trop, toutes, quelques unes). La profession de l'auteur et sa spécialisation de « rééducation du langage mathématique » peuvent expliquer cette (légère) insistance, elle apparaît sans doute légitime au lecteur. En taisant la dialectique entre langage et conceptualisation, la fiche pourrait laisser entendre que c'est le langage qui est la clef du problème.

Une consigne s'est modifiée d'une fiche à l'autre :

1) « aller chercher des roues de secours pour un petit nombre de voitures regroupées, mais, attention, il n'a droit qu'à un seul voyage et chaque voiture ne doit recevoir qu'une et seule roue » ;

2) « placer les voitures rouges ensemble sur la même ligne, aller chercher une roue de secours uniquement pour les voitures vertes, en faisant un seul voyage ».

Dans le premier cas :

- le regroupement de voitures (la nature de la collection considérée) n'est pas précisé, ce qui laisse à l'adulte le choix des valeurs de ces variables (éventuellement il créera des leurres perceptifs) ;
- le ton (« mais, attention ») marque implicitement un enjeu (une anticipation) ;

- la consigne dénote (pour qui sait la reconnaître) une correspondance terme à terme (« une et une seule »).

Dans le deuxième cas :

- une tâche restreinte et plus fermée est proposée (la collection est déterminée en compréhension) ;
- mais la trace de l'enjeu (« en faisant un seul voyage ») n'est plus aussi significative ;
- et la correspondantes terme à terme n'est plus suggérée (l'accent porte sur la différenciation des couleurs « uniquement pour les voitures vertes » ou sur la disposition « ensemble sur une même ligne »).

Ainsi, la première consigne comporte des indices didactiques (pour les accompagnateurs initiés) et une stratégie de base pour l'enfant.
La seconde n'est plus qu'une description incomplète de tâches qui ne permet plus de réguler l'action effective de l'enfant. En outre, elle complexifie la tâche de l'enfant puisqu'une stratégie de base n'est plus proposée ; la collection de rouge en ligne est un distracteur (surtout pour qui ne maîtrise ni ce qui est demandé, ni l'inclusion). Si les voitures vertes sont éparpillées, l'entropie cognitive est encore plus forte.
Rien dans les deux textes ne permet d'identifier qu'une anticipation de l'enfant est essentielle. Seuls la manipulation et le constat semblent être attendus (mais ceux-ci n'aurons pas les mêmes vertus cognitives).

La première fiche mentionne différents questionnements (que faire ? Ajouter d'autres parkings ? Supprimer des places ?), ils laissent entendre (pour qui le reconnaît) que c'est la comparaison de deux collections qui est visée et qu'une réversibilité de pensée est sollicitée. Mais que penser de la distinction des termes « places » et « parking » ?
La référence aux épreuves piagétiennes sur l'inclusion transparaît à la fin du texte, sans que soient mentionnés ni cet auteur, ni son objet d'étude, ni l'objectif du questionnement, ni la manière de le mener.
Même constat pour les échanges (« troc ») basés sur diverses équivalences (2 pour 1, 3 pour 1) et selon deux critères. La diversité prônée à juste titre ailleurs, devient ici un piège pour le naïf de bonne volonté : et pourquoi pas deux rouges pour une Renault (la Renault rouge vaut combien ?) ou (en respectant la partition) deux rouges pour cinq jaunes, ce qui introduirait une proportion bien trop complexe ?

Que retient un parent (non averti du développement des connaissances) de tels conseils ludiques ? Quels rapports familiaux se tisseront autour de ces questionnements faussement cliniques ? Quels rapports aux mathématiques se construiront au travers de ces activités chez les enfants et les parents ? Quelle est la fonction de tels textes ?
Et si cet exemple n'avait pour but que d'égayer la vitrine du cabinet de rééducation (où l'on comprend les mathématiques en jouant aux petites voitures), peut-on assurer qu'il n'aura aucun d'effet négatif ?
Nous pouvons prévoir différentes dérives :

- la situation risque de devenir un objet d'enseignement (glissement métacognitif) ;
- le parent risque de s'acharner contre les erreurs de son enfant ou au contraire d'abandonner toute velléité d'interagir : rien n'est prévu pour modifier la situation, le questionnement (ou pour contrôler tout simplement sa pertinence par rapport aux attentes) ;
- les impressions (à défaut des connaissances) risquent d'aggraver le rapport de l'enfant aux mathématiques (ces conseils s'adressent aux parents d'enfants suspectés de difficulté), le rapport familial à la difficulté de l'enfant (pourtant c'était si simple et il ne sait même pas le faire), le rapport familial à l'enseignement des mathématiques (ce n'est que ça ?) et le rapport

familial à l'école (maintenant que je le sais, je vais dire à la maîtresse comment elle devrait enseigner de manière plus simple et ludique).

II Des répertoires pour chaque assujettissement

Nous reprenons notre étude des communications entre institutions :

- pour distinguer les répertoires de l'action didactique de ceux des négociations ;
- pour comprendre comment les institutions partagent les tâches didactiques, comment elles coopèrent et se communiquent les moyens et les résultats de cette coopération.

En fin de chapitre nous présenterons un nouveau dispositif expérimental pour observer ces communications et ces partages.

1 Expliquer les conditions de négociations et de communications entre institutions didactiques

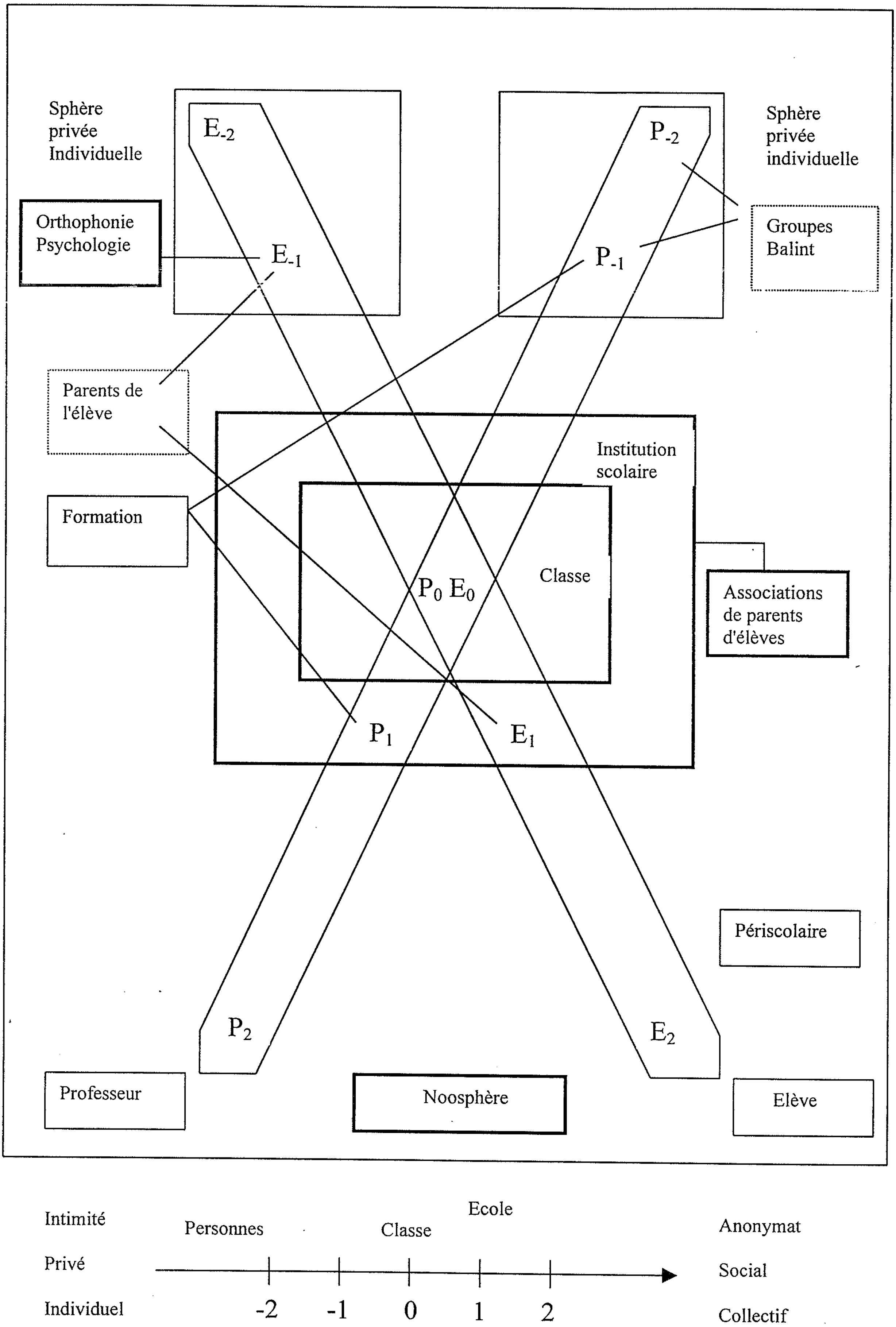
Nous modélisons les sujets par une superposition d'assujettissements aux différentes communautés (institutions) auxquelles ils appartiennent. Etre membre d'une communauté suppose la reconnaissance d'un intérêt commun à défendre et l'adhésion à des coutumes, à des règles ; être assujetti à une institution qui a trait avec les savoirs mathématiques suppose un certain répertoire à partager avec les membres de cette institution.
Des interactions peuvent avoir lieu au sein d'une institution ou bien entre deux institutions différentes. C'est le cas lorsque parents d'élève et professeur se rencontrent.
La question qui se pose au chercheur est d'organiser a priori un découpage du sensible qui traduit des distinctions théoriques et permet une compréhension nouvelle des phénomènes qu'il observe. Nous cherchons à identifier les négociations et caractériser différents rapports aux savoirs mathématiques et à leur apprentissage selon les institutions.
La structuration habituelle des assujettissements dans la Théorie des Situations est centrée sur l'action didactique dans une même institution, elle n'est donc pas adéquate à ce projet.
Il apparaît pertinent par exemple de pouvoir pour un même élève distinguer le répertoire qu'il peut partager avec sa classe de celui qui est seulement commun avec les élèves de l'école ou encore différencier la recherche d'une solution mathématique en fonction de caractéristiques environnantes (dans sa classe, en études, à la maison , etc.).

2 Les assujettissements de E et P

Nous proposons d'établir une liste d'assujettissements standard d'un élève et d'un enseignant, en les considérant dans un premier temps de manière indépendante.
Nous les ordonnons selon un axe communauté/ intimité, en centrant les indices par rapport à la classe (institution commune, assujettissement principal).
La figure ci-contre (Fig. 2) synthétise ce modèle.

Figure 2

Les assujettissements de l'enseignant et de l'élève



Nous discuterons plus tard de la compatibilité de ce modèle avec les structurations précédentes (en particulier celle de la situation d'accompagnement).
Pour illustrer l'exposé, nous appelons Nicolas Martin (un élève de C.P.) et Valérie Dupont (son enseignante) les deux acteurs. Les désignations de ces personnages diffèrent selon les différents niveaux considérés.

a) Nicolas, un élève de C.P.

* **E $_2$** modélise « un élève », en tant qu'être social et futur citoyen. Comme tous les enfants en âge d'être scolarisé, celui-ci est assujetti à des devoirs civiques d'éducation.
C'est de lui que parlent les médias ou les études sociologiques. C'est à lui que sont destinés les manuels scolaires. C'est à lui que s'adressent les cahiers de vacances, c'est lui que visent les actions périscolaires. L'institution de référence est donc large : l'Ecole dans la société. Le répertoire mathématique associé est issu des savoirs scolaires, des programmes et des savoirs culturels en général. Le rapport au savoir correspondant (variable selon les époques, les pays) est influencé par les savoirs pédagogiques et didactiques en vigueur, mais aussi par la culture. La durée de l'assujettissement est celle de la scolarité toute entière.
* **E $_1$** modélise l'élève de telle école en particulier (l'assujettissement est plus fortement contextualisé). Celui-ci est dénommé « N. Martin, élève de C.P., chez Madame Dupont ».
C'est à lui que s'adressent le directeur de l'école, le personnel administratif ou de service, ainsi que les enseignants qui ne l'ont pas (ou plus ou pas encore) dans leur classe. C'est à lui que sont proposés l'étude du soir, le soutien scolaire organisé dans l'école (et au collège : les salles de permanence et le C.D.I.). C'est à lui que la maîtresse-de-la-classe-d'à-côté donne un exercice, en attendant qu'un autre instituteur vienne remplacer le maître malade. L'institution référence est ici l'établissement scolaire, la durée de l'assujettissement est de l'ordre de 3 à 5 ans (moins si l'élève change d'établissement, plus s'il est amené à redoubler une classe). Le répertoire associé est propre à l'école. En ce qui concerne les mathématiques, il peut, dans certains établissements, différer relativement peu du répertoire précédent (niveau 2), mais il peut être très spécifique, dans le cas par exemple, où les enseignants organisent collectivement des progressions, fixent un vocabulaire pour telle ou telle notion mathématique. Le rapport au savoir est imprégné de l'état d'esprit véhiculé par l'école, il peut prendre des formes très variées selon qu'il s'agit d'une petite école rurale ou d'un établissement élitiste de centre ville ou encore pour une même population scolaire, selon le niveau d'enseignement (primaire ou secondaire).
* **E $_0$** modélise l'élève dans sa classe ou plutôt l'élève de sa classe, car même en sortie de classe ou simplement en présence de quelques condisciples, il partage une même histoire didactique commune. Il est tout simplement appelé « Nicolas » (éventuellement s'il y a deux Nicolas dans la classe : Nicolas M.). Le répertoire mathématique est très fortement contextualisé, personnalisé, temporalisé. Il comporte bien sûr les savoirs institutionnalisés dans la classe (sous une forme particulière à la classe, qui ne dépend pas seulement de l'enseignant ou des élèves, mais des interactions et des événements passés) mais aussi toutes les connaissances, les stratégies, les erreurs rendues publiques dans la classe. Cet assujettissement dure en général une année scolaire.
Un élève qui change de classe ou d'école en cours d'année scolaire, ne peut plus faire appel à ces répertoires particuliers.
* **E $_{-1}$** modélise l'élève dans sa sphère familiale, il est « Nico, qui cette année est dans la classe de Valérie ». C'est E $_{-1}$ qui récite ses leçons le soir à ses parents. Le répertoire contient tout ce qui fait l'histoire familiale de l'élève E $_2$: les différentes performances selon les années, les enseignants, les établissements ou les événements familiaux qui ont rythmé la scolarité, mais il comprend également ce qui est évoqué (ou qui transparaît de manière non verbale) de la

scolarité des autres membres de la famille. L'assujettissement dure aussi longtemps que dure la scolarité.
* **E** $_{-2}$ modélise l'enfant qui, dans sa sphère privée personnelle, mobilise ses connaissances mathématiques. C'est E $_{-2}$ qui cherche la solution d'un problème, avant de l'exposer à autrui. Son rapport au savoir lui est personnel, tissé dans son histoire particulière. Son répertoire se construit et évolue au rythme de son développement ontogénétique et des enseignements reçus, au cours des interactions spontanées et des apprentissages. L'assujettissement dure toute l'existence de l'individu : bien avant la scolarisation et au delà. E $_{-2}$ pourrait s'appeler « le moi mathématicien » (pour ne considérer que la part relative aux connaissances mathématiques) de Nicolas. E $_{-2}$ est évidemment présent dans chaque situation, quelle que soit les institutions auxquelles il est assujetti. Mais les assujettissements construisent et modifient le rapport au savoir personnel, il semble donc important de ne pas l'isoler comme un objet indépendant, mais de le considérer comme un des niveaux de l'analyse.

D'autres niveaux plus extrêmes pourraient concerner :
- un assujettissement d'un ordre encore plus général, qui n'aurait de lien avec les mathématiques que par l'intermédiaire de la culture ;
- un niveau encore plus intime de l'être cognitif et/ou psychanalytique (peut-être inconscient).

Mais la nature de notre recherche nous conduit à limiter le modèle aux 5 niveaux précédents. D'une part parce qu'il s'agit d'enfants se développant dans la société française contemporaine où l'enseignement est obligatoire (un enfant même non scolarisé doit suivre un enseignement, le caractère didactique des interactions n'est donc pas absent). Et d'autre part parce que les communications et les interactions didactiques n'ont pas de prise directe sur le dernier niveau (même si elles ne peuvent éviter de le rencontrer).

b) Valérie Dupont la maîtresse du C.P.

* **P** $_2$ modélise le professionnel de l'enseignement. Dans la société, il est un représentant de sa profession et de l'institution scolaire. Cet assujettissement dure tout au long de l'activité professionnelle et même dans une certaine manière au delà, lorsque l'enseignant est par exemple retraité.
* **P** $_1$ concerne l'enseignant rattaché à son établissement : « Madame Dupont, enseignante de C.P. à l'école J. Ferry ». C'est elle qui s'exprime en conseil d'école, en conseil des maîtres, qui dialogue avec ses collègues. Le répertoire commun est propre à l'école. Au collège, la spécificité des enseignements introduit des différences de répertoires à ce niveau. Le répertoire mobilisable en conseil de classe, lorsque toutes les disciplines sont représentées n'est plus le même que celui des seuls professeurs de mathématiques de l'établissement ; les connaissances mathématiques évoquées seront d'une autre nature. L'assujettissement dure le temps de l'affectation à un établissement, il se modifie en partie avec les changements d'équipes.
* **P** $_0$ modélise l'enseignant avec sa classe ou une partie de ses élèves. A l'école élémentaire, les élèves l'appelle : « maîtresse ». Un répertoire fortement contextualisé (qu'il partage en partie avec E $_0$) est disponible, les connaissances non encore converties en savoirs peuvent être mobilisées en évoquant les situations qui les ont produites. Le caractère instantané et direct des interventions en classe différencie fortement le répertoire des connaissances manipulées par l'enseignant en situation d'enseignement, du répertoire du niveau suivant (-1) plus largement constitué de savoirs acquis, mais non encore totalement convertis en connaissances familières. L'assujettissement est en général d'une année scolaire (sauf s'il s'agit par exemple d'un remplacement).
* **P** $_{-1}$ modélise l'enseignant dans sa sphère privée professionnelle, il s'agit de l'enseignant qui prépare sa leçon, qui corrige les cahiers en dehors des heures de cours, de celui suit un stage

de formation continue. Il se dénomme « Valérie Dupont » et se définit par son parcours professionnel (ses diplômes, son expérience).
* **P** $_{-2}$ modélise « Valérie » en tant qu'individu face aux connaissances mathématiques, mais non en position professionnelle. Lorsque dans un stage de formation, l'enseignant est en position d'apprenant, certaines connaissances du répertoire de niveau -2 (ne figurant pas dans le répertoire de niveau -1) seront utilisées pour résoudre un problème. C'est également P $_{-2}$ qui calcule au restaurant la part qu'il revient à chacun des convives de payer. La vie quotidienne ne mobilise pas le même répertoire de connaissances, de stratégies de résolution que le cadre scolaire.
De manière symétrique, des niveaux P $_{3}$ et P $_{-3}$ peuvent être évoqués.
Notre modélisation, volontairement référée sur les échanges professionnels didactiques, respectant l'intimité personnelle et l'identité sociale des individus n'en tiendra pas compte.
Il s'agit bien d'un choix épistémologique et déontologique.

c) Nicolas apprend à compter

Prenons pour exemple les connaissances du comptage et du nombre, pour mettre en évidence les distinctions de répertoires.
La maîtresse de Nicolas a donné pour devoir du soir un exercice, dans lequel il s'agit de trouver le cardinal d'une collection relativement grande, dessinée et organisée en sous collections.
Dans sa chambre après l'école, **E** $_{-2}$ dénombre chaque collection, écrit en ligne l'addition correspondante aux cardinaux trouvés et compte sur ses doigts pour déterminer la somme de ces nombres. Il écrit son résultat numérique. Le nombre trouvé est juste relativement à l'opération, mais il ne correspond pas au cardinal de la collection : une erreur d'énumération s'est glissée au moment du comptage. Nicolas ne cherche pas à confirmer son résultat par un nouveau dénombrement de contrôle.
Puis **E** $_{-1}$ expose son travail, dans la cuisine, à sa mère qui veut vérifier que les devoirs sont faits correctement. **E** $_{-1}$ emploie indifféremment les mots "nombre", "chiffre" ou "numéro" sans que les distinctions ne soient relevées. La question d'une vérification du comptage n'a pas été évoquée, par contre la présentation du travail est jugée malpropre par la mère qui lui demande de recopier sa solution sur une nouvelle page du cahier de brouillon.
Le lendemain matin, dans la cour avant la sonnerie, **E** $_{1}$ entend ses copains de classe évoquer la manière de pointer et de marquer chaque dessin (« comme on a fait hier ») pour ne pas en oublier et ne pas recompter deux fois le même.
Dans la classe, **E** $_{0}$ vérifie sa réponse avant de lever le doigt. Il recalcule la sômme, mais cette fois en plaçant discrètement sa main sous la table pour compter sur ses doigts à l'abri des regards. Il trouve le même résultat. Lorsqu'il pense aussi à vérifier son comptage, il n'en a plus le temps. Interrogé, il formule sa réponse (fausse). Il suit distraitement, fortement déçu, la correction de l'exercice au tableau par un camarade. Celui-ci ne dénombre pas réellement : il tient son cahier à la main, mais énonce rapidement de mémoire les termes de la somme. **E** $_{0}$ recopie la solution officielle sur son cahier du jour. L'idée qu'il pourrait se convaincre lui-même de cette réponse lui est sorti de la tête, il souligne la date avec soin.
Après la cantine, **E** $_{-2}$ cherche les 7 erreurs d'un jeu sur un magazine. Celui ci porte la mention « destiné aux enfants de 3 à 5 ans ». Même s'il est vexé quand on lui fait remarquer, Nicolas préfère choisir les journaux de « petits » parce que les connaissances des élèves **(répertoire de niveau 2)** sont souvent surévaluées dans ce type d'ouvrage parascolaire et les jeux destinés aux enfants de son âge sont trop difficiles pour lui procurer la détente recherchée dans le jeu. Nicolas paraît tracassé, il observe un court moment le jeu annoté et se lève pour le montrer à l'animatrice chargée du « coin calme » : « Tu peux m'aider ? Je n'en trouve que 6 ! ». Celle-ci observe **(répertoire de niveau -2)** en silence la page du journal, puis récite tout haut la suite

des nombres jusqu'à 7 en pointant ostensiblement chaque petite croix tracée (**répertoire de niveau 2**) et conclut avec condescendance : « Mais non, tu vois bien, tu en as trouvé 7 ». Elle sait que Nicolas est en C.P., dans la « petite » classe, mais elle ignore ce que devraient être précisément les connaissances d'un élève de cet âge. La mauvaise performance de Nicolas, en regard de la mention du journal et de l'apparente facilité de la tâche lui laissent penser que Nicolas est en difficulté d'apprentissage. Le cadre périscolaire l'incite à intervenir sous une forme didactique (**institution niveau 1**). L'ostension lui apparaît la meilleure méthode d'explication. Elle insiste auprès de Nicolas pour qu'il répète ses gestes afin de lui témoigner sa compréhension. Nicolas (**E_1**) tout rouge, s'exécute, mais décide de plus demander de l'aide publiquement à cette animatrice. Il sait quand même compter jusqu'à 7, on a tous le droit de se tromper tout de même !

Valérie (**P_{-1}**) prépare sa leçon du lendemain sur l'addition. Elle consulte plusieurs manuels et griffonne (**P_{-2}**) les solutions de plusieurs exercices pour les choisir (**P_{-1}**) en fonction de certaines variables (taille des nombres, nombre de termes).
En classe (**P_0**), devant le nombre d'erreurs, elle improvise un nouvel exercice de comptage et découvre au fur et à mesure de la résolution par les élèves, les difficultés spécifiques que pose la gestion didactique de cette situation ouverte. Soit ses questions apparaissent si simples qu'aucun élève ne se trompe (et le bruit s'installe), soit elles sont manifestement trop complexes pour la majorité. Elle espère communiquer à propos de cette tâche. Mais plus elle interroge les élèves, moins ils peuvent verbaliser leurs stratégies d'action encore implicites ; ils font des gestes, chacun renchérit et apporte un détail personnel ; elle ne peut rien en extraire pour sa leçon sur l'addition. Elle soupçonne que l'organisation spatiale des signes à dénombrer joue un grand rôle, mais ne peut l'analyser de manière à décider rapidement d'un choix de questions approprié. Elle termine (**P_0**) sa leçon par des sommes simples qui lui permettent de refermer la séquence de manière sûre. Elle prévoit d'analyser plus tard (**P_{-1}**) ce qui s'est produit dans le temps trop bref des interactions dans la classe.
A la récréation, **P_1** décrit à sa collègue ce qui s'est passé. Celle-ci se plaint de l'hyperactivité des élèves. Elle vient de voir une émission sur ce sujet (R_2), le phénomène est important aux U.S.A.. Si au moins les parents ne laissaient pas les enfants regarder autant la télé, ils seraient plus attentifs en classe. **P_1** évoque la disposition des signes à énumérer, il lui semble bien qu'elle trouverait-là matière à mieux comprendre ce qui s'est passé. Sa collègue lui conseille deux pistes (R_2) : elle a entendu parler d'outils de remédiation cognitive qui développent la perception spatiale, mais les orthophonistes sont probablement aussi bien placées pour donner des informations sur le sujet, beaucoup d'élèves souffrent de troubles spatiotemporels de nos jours.
A la sortie des classes, Valérie Dupont (**P_1**) félicite Nicolas devant sa mère : l'écriture et la présentation de son travail se sont améliorées depuis leur dernière entrevue. **P_{-1}** pense qu'elle ne pourra pas communiquer à Madame Martin son inquiétude au sujet de Nicolas : il s'implique peu dans la recherche mathématique, après une seule tentative, il renonce à trouver et cherche à deviner au travers d'indices, la réponse attendue. Ce constat est à son avis trop technique et pessimiste pour être entendu par un parent d'élève, a fortiori lorsque l'élève est écoute l'entretien. Elle préfère mettre l'accent sur les points positifs : « Nicolas est très sage en classe, il s'applique bien », même si cette représentation du rapport au savoir l'entrave dans son projet didactique de dévolution. La « rigueur » attachée traditionnellement aux mathématiques (**répertoire de niveau 2**) est comprise par la majorité des parents comme étant antinomique avec le risque d'erreur et les essais. P_2 ne peut défendre son point de vue sans soulever des résistances et de la méfiance. Tout compte fait, elle apprécie aussi les cahiers bien tenus et pense qu'il est suffisant d'instaurer en classe la pratique de recherche de solution sur

un brouillon. Tant pis si les familles gardent leurs illusions sur ce qu'elle attend d'un travail mathématique.

3 Discussion

La complexification des modèles n'est pas toujours un gain théorique et pratique. Lorsqu'un chercheur utilise ou conçoit un modèle, il le choisit et l'adapte en fonction des objets qu'il étudie.
La première structuration des milieux didactiques (Brousseau 1986a) met en évidence les niveaux que P ne peut pas directement atteindre mais qu'il organise par l'intermédiaire d'une situation (niveaux appelés « non didactiques »). La conduite d'une situation adidactique n'est pas une pratique habituelle dans l'enseignement (P récolte des indices, mais fournit très peu d'informations aux élèves). Son analyse didactique exige de distinguer différents répertoires et enjeux. Le modèle introduit un nouveau vocabulaire et met ainsi en relief certains liens, qui jusqu'ici échappaient à la conscience ou à la communication dans les institutions qui s'intéressent aux phénomènes de transmission des savoirs et des connaissances mathématiques. Le petit nombre de niveaux de ce premier modèle peut être compris comme un état transitoire d'inachèvement ou de maturation conceptuelle, mais aussi comme une ergonomie spécifique[32].

Les modèles, qui sont par la suite publiés, répondent probablement à d'autres fonctions. Ils précisent, complètent, prolongent certaines facettes, soit pour en réguler l'usage (ou prévenir des interprétations abusives[33]), soit pour étudier d'autres objets, soit pour présenter l'instrument lui-même et débattre de sa consistance dans la théorie d'origine[34].
Un cumul non raisonné de toutes les spécifications qui ont été précédemment conçues, sur un unique modèle, ne présenterait guère d'intérêt : sa puissance d'explication de la complexité ne serait de toute manière pas exhaustive et l'instrument deviendrait de plus en plus lourd à manier au fil du temps[35].

C'est pourquoi nous avons confondu les deux derniers niveaux du précédent modèle qui structure les milieux pour l'accompagnement de l'étude. Le modèle de référence considère pourtant le sujet hypothétique, l'acteur objectif de la situation objective. Outre la dimension de projection psychique et cognitive de ce niveau, utile pour interpréter les actions de l'élève agissant, la distinction de E_{-3} apporte un élément important pour l'ingénierie des situations adidactiques.
Le mode d'organisation du milieu de l'action qui consiste à personnifier différentes vues d'un même problème ou différentes conceptions d'une même notion offre des possibilités d'interactions très riches et productive de sauts conceptuels. A l'occasion de la mise en oeuvre

---

[32] Pour attirer l'attention, par exemple, sur les conversions entre connaissances et savoirs dans une classe ; phénomène qui ne peut pas être mis en évidence par les théories psychologiques de l'apprentissage.
[33] La diffusion quasi simultanée d'un modèle plus général (Brousseau 1986 b) tend à confirmer l'hypothèse d'une première centration particulière du modèle sur certains aspects, plutôt que celle d'une évolution du dit concept.
La localisation institutionnelle (école d'été de didactique) de la seconde diffusion constitue un autre indice qu'il s'agit plutôt d'une régulation interne, dans la communauté la plus proche des utilisateurs potentiels, au sujet d'un concept sans doute en cours d'élaboration, mais non limité à ce qui en avait été montré jusque là.
[34] Par exemple Margolinas C. (1995).
[35] Par exemple, le caractère symétrique du modèle, s'il relève plus d'un souci esthétique que des nécessités logiques peut conduire à des surcharges inutiles. Quoiqu'il soulage en retour le répertoire qui organise la rétention et donc son emploi. La double satisfaction qui en découle joue également un rôle dans le succès d'une diffusion.

du second dispositif expérimental, certaines situations feront d'ailleurs appel à cette « prosopopée scénique »[36].
Mais pour l'étude des devoirs à la maison, nous avons considéré qu'il n'était pas avantageux de prendre en compte ce dernier niveau. Ce qui ne veut pas dire que nous le négligeons, au contraire. Dans un exercice, l'acteur objectif « effectue des actions non seulement formulables simplement, mais aussi culturellement repérées, répertoriées et qui sont supposées connues de l'élève puisqu'elles doivent lui être communiquées »[37] ; « La description de ce qu'il fait est culturelle et contient ce qui est institutionnalisé et codifié dans l'institution où il vit »[38]. Dans le cas de figure qui nous intéresse, ce niveau n'est plus une variable de la situation, il devient un paramètre préalablement déterminé.

Pour ce qui est de ce nouveau modèle des assujettissements pour les négociations et communications entre institutions didactiques, il convient également de vérifier sa compatibilité avec l'état des savoirs de la Théorie des Situations. Les comparaisons offrent une occasion de rectifier a priori certains de ses éléments.

4 Les interactions entre trois partenaires didactiques : P, E et A

Reprenons l'axe des abscisses du modèle (selon le degré d'intimité ou de communauté des rapports aux savoirs).
Et considérons les rôles P, E et A.
C'est au niveau -2 que les effets des impressions personnelles vont se manifester.
Si nous appelons R_{-2} le répertoire de chaque fonction, l'indiciation n'est a priori pas contradictoire avec les niveaux -2 de l'action des sujets (-1 pour A[39]), soit pour l'enseignement, soit pour l'accompagnement : il s'agit des connaissances et des conceptions personnelles, les moyens individuels de décision de chacun.
Le niveau -1 regroupe les actions professionnelles qui s'exécutent en privé : préparation des leçons par P et réalisation des devoirs par E.
Si nous appelons R_{-1} les répertoires de ce niveau, l'indiciation n'est pas contradictoire pour P, ni pour E qui est l'élève apprenant dans les deux modèles de l'action didactique.
Le niveau 1 est celui des communications professionnelles pour P et A ; mais aussi celui des actions d'accompagnement des apprentissages scolaires (soit de manière domestique par la famille ou l'entourage proche, soit de manière professionnelle), c'est à dire de l'étude institutionnalisée.
Le niveau 2 est le niveau où se diffusent les représentations culturelles et institutionnelles (leurs effets se manifestent au niveau 1).
Les niveaux -2 et 2 apportent donc des éléments explicatifs, ils élargissent le champ de référence.
Le système que nous étudions : les négociations locales entre les acteurs, s'actualise au niveau 1, les effets se propagent aux deux niveaux d'actions didactiques : 0 et -1.
Au delà des métaphores sur la transparence ou l'opacité des enveloppes que constituent les assujettissements, il est probable que la proximité des indices traduisent une proximité de répertoire qui facilite les communications entre sujets et les décisions chez un même sujet.

---

36 Se reporter par exemple à l'annexe 6-2.
37 Brousseau 1986b).
38 Brousseau Centeno (1991), p 194 .
39 Il serait probablement plus judicieux d'aligner les indices pour chaque fonction : A -1 serait remplacé par A-2 -il n'y aurait pas de A-1, sauf dans le cas d'une profession qui reconnaîtrait un répertoire didactique pour ce rôle).

5 Les parents et les enseignants communiquent entre eux

a) Les répertoires des accompagnateurs

La composition des répertoires R_{-2} à R_2 diffère selon la formation de A.
Dans notre modèle, c'est R_{-1} qui est le répertoire professionnel (mathématique et didactique).
Pour un grand nombre d'animateurs périscolaires, comme pour un grand nombre de parents, ce répertoire est le répertoire personnel R_{-2}. Il n'y a pas d'assujettissement spécifique pour le niveau -1 (soit la dimension professionnelle ne spécifie pas les connaissances mathématiques et didactiques, soit les connaissances personnelles tiennent lieu de répertoire pour l'action didactique).
Par contre, le répertoire R_1 de communication est vraisemblablement différent pour les accompagnateurs professionnels et pour les parents. En effet des diffusions de représentations institutionnelles compensent l'absence de savoirs par d'autres formes, qui si elles ne permettent pas de modifier les actions, modifient sensiblement les discours. Les parents ne bénéficient que des larges diffusions de représentations culturelles, ils n'appartiennent pas à une institution d'accompagnateurs. Même si la noosphère diffuse des représentations spécialement à l'intention des parents des élèves, elles sont en général partagées par l'ensemble des professionnels qui accompagnent les apprentissages scolaires.
La différence des répertoires R_1 ne tient pas qu'aux diffusions de représentations. Un rééducateur du secteur médical, tout comme un animateur du secteur social bénéficient de savoirs professionnels qui ne sont pas partagés par les enseignants (et réciproquement). Les communications entre P et A dépendent des représentations que chaque institution diffuse à propos de l'autre : P se fait une idée du métier de A et réciproquement, leurs savoirs contrôlent plus ou moins ces impressions. Tandis que le parent peut très rarement bénéficier de ses savoirs professionnels pour communiquer avec l'enseignant (ce qui ne veut pas dire qu'ils ne les mobilise pas pour interpréter et décider à d'autres niveaux).

b) Les répertoires du parent de l'élève

Pour le parent, les répertoires R_{-2} et R_{-1} sont donc semblables et les répertoires R_1 et R_2 le sont également (de manière standard, nous ne considérons pas le cas d'un parent qui serait professionnel de la transmission des savoirs ou partenaire de l'organisation sociale de cette transmission).
Il est vraisemblable qu'en l'absence de connaissances et de savoirs mathématiques et didactiques, le répertoire R_{-1} contienne beaucoup d'impressions et de conceptions inadaptées et que le répertoire R_1 contienne beaucoup de représentations culturelles. Les écarts de répertoire pour l'action et les communications peuvent être très grands et indiscernables pour le sujet. En effet, ni le contrôle qu'exercent ses connaissances sur les impressions et représentations, ni le contrôle qu'exerce l'assujettissement professionnel sur la communication à propos des actions ne peuvent se développer.

c) L'élève de P et l'enfant de A

Lorsque parent et enseignant se rencontrent pour parler d'un élève, les positions ne sont pas symétriques : P_1 parle en professionnel, A_1 dispose de peu de moyens pour parler en parent d'élève[40]. Le répertoire commun (niveau 2) est celui des représentations (nous l'avons vu, pas toujours conçues de manière à favoriser les échanges didactiques).

---

[40] En guise d'illustration, nous donnerons un exemple non didactique mais fréquent dans les écoles maternelles. Le parent A_1 déclare qu'il souhaite scolariser son enfant de 2 ans, il en appelle aux textes qui le prévoient, à la condition qu'il soit propre (condition de fonctionnement institutionnel). En cas de litige, A_2 peut argumenter sur le bénéfice de la dimension collective sur le développement du sens social et la maturation

Lorsque P_1 actualise son discours, il évoque les interactions avec l'élève E_0 de son institution didactique : répertoire R_0.
A1 évoque lui aussi les interactions avec l'élève E_0 de son institution didactique, mais il ne s'agit pas du même assujettissement (accompagnement de l'étude). Le répertoire de E est tantôt R_1, tantôt R_{-1}. Les écarts entre savoirs formels (parfois ils appartiennent au répertoire de E de manière seulement fictive) et connaissances (conceptions) en cours d'élaboration peuvent être grands. Le répertoire de A est justement moins adapté à cette difficulté que le serait celui de P (s'il l'enseignant était en position d'accompagnateur). Le parent navigue de manière parfois bien incertaine entre les niveaux -2 et 2. Sa tâche en est considérablement compliquée lorsqu'il communique avec P, qui dispose d'un répertoire institutionnel pour rétrécir l'écart. Par contre, confronté à l'imprévu, sur un point qui n'est pas assumé par son institution I, il est probable que l'enseignant se trouve dans le même cas de figure (il y est alors beaucoup moins préparé que le parent !). Certains parents, professionnellement familier avec d'autres communications professionnelles, vont acquérir une certaine maîtrise concernant l'étanchéité des niveaux -2 et 2. Tous leurs échanges masqueront les aléas privés, pour ne laisser apparaître que ce qui est traductible avec le répertoire R_2 commun ou à défaut, les seule représentations (non actualisées) de R_2. Il est alors probable que l'enseignant soit irrité de cette apparente expertise qui traduit si peu les aléas de l'action didactique, car il se doit, lui, d'en rendre compte.

6 Une analyse de l'inflation des institutions qui accompagnent la réalisation des devoirs

Avant d'utiliser ce modèle sur des interactions effectives entre enseignants et parents, nous avons cherché à l'éprouver sur un milieu moins complexe.
Il nous a aidé à extraire une lame didactique (contrat et répertoire) des négociations officielles entre l'enseignement et les formes collectives de l'accompagnement de l'étude des élèves (malgré le nombre de participants, ce sont celles qui correspondent le mieux aux assujettissements des parents). Le corpus que nous traitons ici est constitué d'instructions ministérielles et de circulaires, qui seront compris comme des communications pour négocier ou pour réguler les partages de responsabilités. Ils introduisent des formes nouvelles ou cherchent à maintenir des conditions de fonctionnement, voire à les défendre, si elles risquent d'être menacées. Chaque point sensible est accompagné d'arguments destinés à justifier ou à convaincre. Nous suivons la chronologie de ces textes.
Cette analyse n'est pas une description exhaustive des contraintes qui pèsent sur les dispositifs mis en place par la société pour accompagner l'étude des élèves. Elle ne prétend pas non plus apporter des preuves (nous ne nous en sommes pas donné les moyens). Elle a pour fonction d'éprouver par un enchaînement de raisonnements la compréhension d'une évolution, en considérant les faits du point de vue du sous système (répertoire, contrat, milieu).
La figure 3 synthétise les différentes institutions de l'étude que nous présentons maintenant.

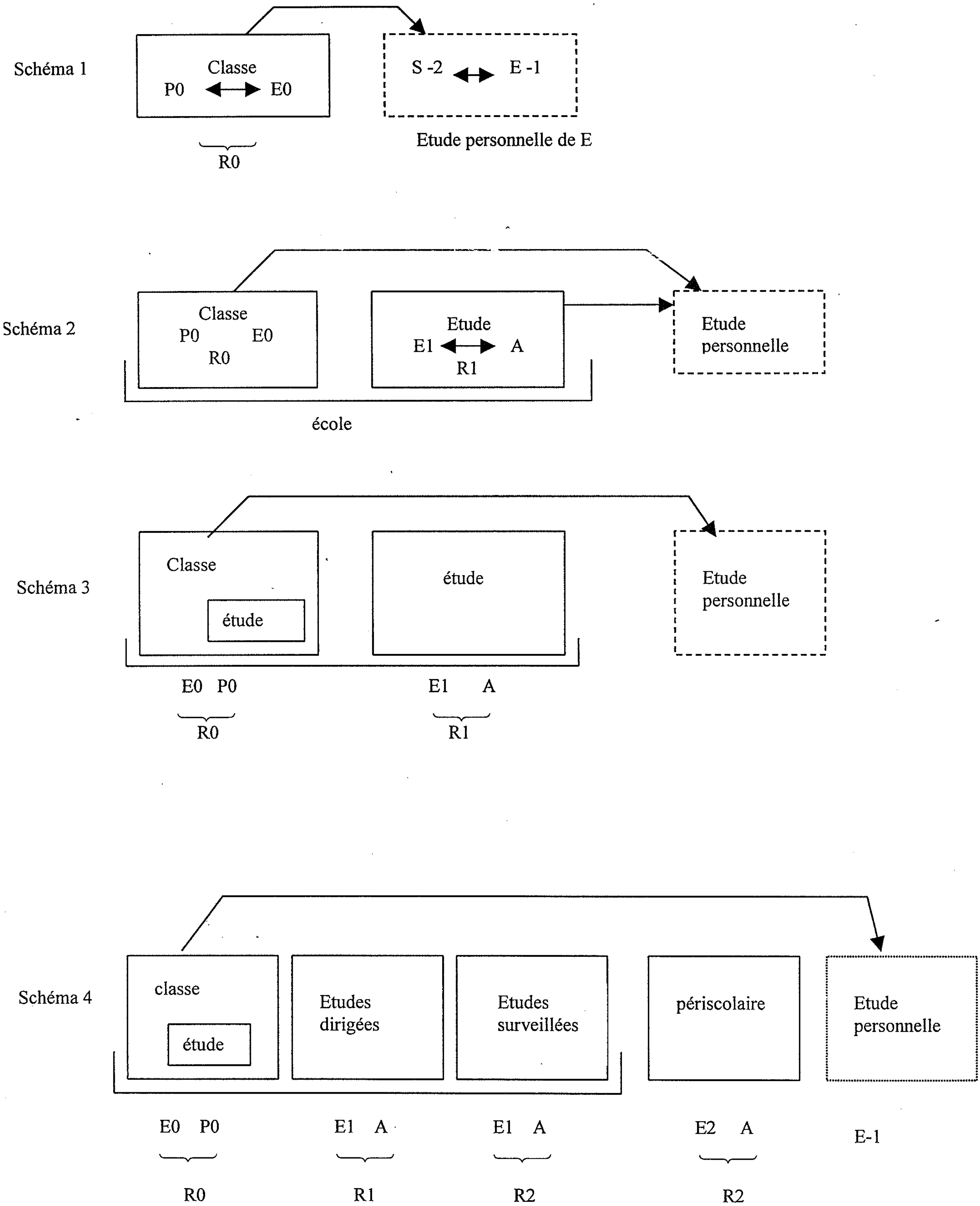
a) L'étude personnelle de l'élève : une institution fictive

Pour allonger l'assujettissement scolaire, un temps d'étude personnelle S_{-1} est prévu par P (schéma 1, Fig. 3 ci-contre).
P_{-1} aménage la situation S_{-2} (les devoirs). Il dispose d'un répertoire R_{-1} et de milieux aménagés (recueils d'exercices) pour satisfaire à ces attributions, qui font partie de sa profession. Un contrat d'étude fixe les responsabilités de E et de P.

psychique. A-2 prétendra que l'enfant en a envie, qu'il est jaloux de sa grande soeur qui va à l'école, qu'il a besoin de se sentir grand par rapport au petit frère qui vient de naître, qu'il pleure parce qu'on lui a dit que les grands allait à l'école ...

Figure 3

Les institutions de l'étude



E_{-2} interagit avec le milieu S_{-3} , sur un domaine de savoirs qu'il connaît (son répertoire lui permet de décider). E_{-1} apprend dans la situation S_{-2} (en particulier lors des rétroactions différées, durant la correction faite par P ; mais la régularité des situations et des rétroactions importent dans S_{-2} un rapport à l'apprentissage que E peut mobiliser seul).
L'étude est une institution didactique fictive, entièrement sous le contrôle du répertoire de P.

b) L'institution « études »

Une institution réelle (schéma 2, Fig. 3) réifie cette institution fictive, le soir après la classe, dans les locaux scolaires, sous la surveillance de l'enseignant.
La circulaire du 20 février 1903[41] et l'arrêté du 26 juillet 1905 régissent les conditions matérielles de l'étude (modalités horaires et contractuelles[42]). La légitimité est essentiellement de nature économique, les frontières avec l'enseignement sont strictes : « interdiction de transformer ces études en classes ».
Cette institution crée l'assujettissement de l'accompagnateur de l'étude personnelle des élèves.
Le contrat d'accompagnement est minimal (vérification), le répertoire maximal : celui de P[43].
L'élève E_1 et l'accompagnateur P_1 peuvent communiquer avec le répertoire de connaissances communes R_1 de l'institution didactique, éventuellement même bénéficier de la mémoire didactique de la classe R_0 si le surveillant d'étude est l'enseignant habituel de l'élève.
L'étude personnelle est obligatoire, mais l'étude surveillée est facultative pour les élèves.
Le rôle de I'' devient en partie visible car l'accompagnateur remplace certaine de ses fonctions : il surveille que E réalise ses devoirs, il vérifie ses réponses, mais il peut aussi soutenir ses efforts (en ménageant des conditions matérielles favorables) et les exhorter en cas de défaillance ; il prolonge l'assujettissement scolaire par une présence humaine et un environnement incitatif.
L'assujettissement de l'élève est légèrement différent du précédent : il doit concilier deux contrats : celui qui le lie à P (obligatoire pour E_{-1}) et celui qui le lie à l'accompagnateur P_1 (facultatif). A petite échelle (une école de quelques classes comportant quelques maîtres, dans un environnement didactique stable), les répertoires communs R_1 et R_0 sont très proches (seuls les contrats changent).

c) Les effets du fonctionnement propre de l'institution

En se développant, les études surveillées :

- se heurtent à une pénurie de personnel volontaire, les textes prévoient le recrutement de personnes qui ne sont pas des enseignants[44] ;
- accroissent le champ d'intervention.

---

41 Nous n'avons pu dater précisément les premières études surveillées. L'arrêté du 18 janvier 1887 mentionne déjà « Les trente heures de classe par semaine (non compris le temps que les élèves peuvent consacrer , soit à leur domicile, soit dans les études surveillées, à la préparation des devoirs et des leçons) ... ».

42 « Etudes fixées après la récréation qui suit la classe du soir ; durée : une heure au moins , deux heures au plus », « personnel libre de participer ou non aux études », « admission gratuite des élèves qui en font la demande, lorsque la commune peut assurer les frais des études ».

43 « L'étude surveillée ne doit jamais être une classe supplémentaire et comporter un enseignement. Le maître doit uniquement donner aux élèves, s'il est nécessaire, des indications et des conseils pour la préparation des devoirs et l'étude des leçons » ; « Le Service des études est facultatif pour les maîtres de l'école [...] Chaque maître surveille en étude, avant tout autres, les élèves de sa propre classe ». Ces extraits sont relevés dans l'exposé des prescriptions réglementaires de Guillemoteau et Mayeu (1952) qui rassemble les arrêtés du 18 janvier 1887, du 26 juillet 1905 et du 8 juillet 1951, l'ordonnance du 17 mai 1945, ainsi qu'un exemple de règlement départemental des études surveillées, adopté le 19 mai 1927, révisé le 12 octobre 1946.

44 Les textes prévoient le recrutement de personnes extérieures à l'école si le nombre de maîtres volontaires est insuffisant. Il ne nous a pas toujours été possible de distinguer dans les remaniements de textes les dates de chacun d'eux.

La culture de l'institution d'accompagnement se développe et s'oriente vers d'autres objets que l'étude personnelle : « Les études surveillées ont pour objet de garder et de guider dans leur travail individuel les élèves, qui après la classe, restent à l'école. Elles comprendront selon les possibilités et en rapport avec l'âge des élèves, des exercices physiques, des promenades, des lectures récréatives, des séances de cinéma, des visites de monuments ou de musées, etc. En aucun cas elles ne doivent comporter des exercices scolaires collectifs qui les transformeraient en classes supplémentaires »[45].
Un répertoire propre se constitue, les communications entre E_1 et son accompagnateur sont moins concentrées en interactions didactiques. L'assujettissement A se distingue progressivement de celui de P[46].
L'élève E_1 et l'accompagnateur A peuvent communiquer sur la base des savoirs officiels R_1 de l'institution didactique, mais leur répertoire commun comporte d'autant peu de connaissances non encore institutionnalisées que le répertoire de l'accompagnateur A s'écarte de celui de P.
Les communications entre P et A bénéficient d'un répertoire professionnel commun, tant que A est un enseignant.

En théorie, P_{-1} a moins besoin d'organiser le milieu S_{-2} puisque l'élève (ou I'') n'est plus seul dans la mesure où A vérifie son travail et lui indique éventuellement le lieu de ses erreurs. Mais tout porte à croire[47] que la généralisation a sensiblement modifié les répertoires des accompagnateurs des études surveillées. Leur négociation repose vraisemblablement sur la base d'un répertoire spécifique pour l'étude, qui s'est empiriquement constitué grâce à la stabilité des méthodes d'enseignement. Ce répertoire est aussi partagé de manière fictive avec les familles.
Un nouveau métier se profile, mais il n'est encore qu'officieux. Aucun répertoire professionnel ne lui est attaché, mis à part un répertoire de représentations culturelles. Les communications entre P et A ne bénéficient progressivement plus d'un répertoire professionnel, elles reposent sur ce répertoire culturel. Tant que les milieux aménagés pour l'étude circulent entre P et A, tant que le contrat d'accompagnement se limite à la vérification, l'absence de répertoire didactique de A est en grand partie compensée.
L'algorithmisation des conduites d'accompagnement (la répétition, la récitation des leçons, l'exécution d'exercices d'application semblables) constitue une culture didactique commune minimale (communicable aux familles). Mais un phénomène en boucle peut contaminer les partenaires : le suivi des devoirs effectué par un professionnel de l'enseignement lui offrait l'occasion de réguler de manière invisible les apprentissages de E. En confiant ce rôle à un accompagnateur non enseignant, la tâche change de nature, mais ce changement ne peut être

---

[45] Article premier du règlement départemental des études surveillées - Conseil départemental de l'enseignement primaire de la Seine - 1946, Guillemoteau et Mayeu (1952).

[46] Le règlement départemental de la Seine (1946) prévoyait dans son article 5 : « Lorsqu'un roulement est établi entre les maîtres, chacun de ceux-ci peut toujours garder ses propres élèves aux heures de l'étude surveillée et dans les conditions du présent règlement, les soirs où il n'est pas normalement de service ; mais dans ce cas, ce service bénévole n'entraîne aucune rémunération d'aucune sorte ». Les distinctions entre P et A ne semblent encore guère reconnues.

[47] Guillemoteau et Mayeu (1952) détaillent la rémunération des surveillants d'études, en fonction du nombre d'élèves et des modalités de recrutement en fonction du nombre de maîtres volontaires. Par contre, alors qu'ils évoquent de manière symétrique le cas où il y aurait plus de demandes que d'offres (un roulement serait alors instauré, le Directeur devrait céder sa place s'il n'est pas lui même chargé de cours), des textes plus récents ne le mentionnent plus. Cette éventualité a-t-elle toujours été fictive ou non ? Nous ne pouvons répondre, mais les communications du 8 juillet 1951 et du 25 février 1986 (et les suivantes) diffèrent sur ce point. Le texte de 1986 souligne : « Le recours à d'autres personnels devra rester exceptionnel » et précise « Le niveau de formation des responsables de l'encadrement des études, s'ils ne sont pas enseignants. Il est souhaitable que ce niveau soit au moins celui du baccalauréat ». Nous pouvons donc conclure à une évolution vers un recrutement de plus en plus hétérogène.

repéré (l'assujettissement est semblable), d'autant que le milieu maintient une partie des conditions. Le vocabulaire ne se diversifie pas, les moyens de régulations demeurent invisibles, les attentes continuent à s'aligner sur le rôle de l'enseignant. Les partenaires s'habituent à l'idée qu'accompagner ne requiert pas autant de compétence que l'enseignement. Les accompagnateurs finissent par se sentir capables de jouer le même rôle que leurs collègues diplômés (ils leur faut bien assumer la fiction sur laquelle repose leur recrutement). Lorsque des difficultés apparaissent, aucun moyen ne permet de les communiquer. Rien ne permet d'identifier ce qui pourrait réguler le partage des responsabilités. Seuls les discours rendent sensibles la fiction, les milieux qui la font vivre sont ignorés.

Théoriquement, P_{-1} devrait de nouveau charger le milieu S_{-3} d'intentions et de connaissances didactiques. Les savoirs professionnels qui permettent de concevoir des devoirs adaptés existent-ils toujours dans l'institution scolaire ? Ce qui ne se voit pas, ne peut se dire et ne sert plus survit-il ? En tout état de cause, les conditions ne paraissent pas de nature à pouvoir ajuster les équilibres didactiques. Et il est fort probable qu'ils se rompent dès lors que le contrat d'enseignement augmente les responsabilités didactiques de P. Car la fiction ne peut alors que s'éloigner de la réalité :

- pour que le rôle de A ne se soit pas dévalorisé (ainsi que les usagers de ce service), l'idée d'une similitude de répertoire avec P est entretenue dans les discours ;
- le contrat d'accompagnement (les attentes, les promesses) continue à s'aligner sur le contrat d'enseignement ;
- par contre les savoirs permettant de compenser en aménageant les milieux deviennent insuffisants ou peut-être même ont décliné.

d) L'apprentissage et l'enseignement

En contrepartie, P ne se sent-il pas d'une certaine façon dégagé de certaines obligations ?
Si la fiction entretient l'idée qu'un prolongement didactique s'exerce ailleurs, si P n'organise plus intentionnellement le milieu de l'étude, si les savoirs qui lui permettraient de se rendre compte de l'écart probable qui existe entre ce qui est déclaré et ce qui peut être réalisé disparaissent, comment pourrait-il en être autrement ?
Les instructions générales du 1er octobre 1946 rappellent certaines des responsabilités de l'enseignant :
« Il convient de réserver une fraction notable de chaque heure de classe au contrôle et à la mise en oeuvre directe des notions acquises (récitation de leçons, recherche d'exercices, correction des devoirs), donc de limiter la durée des " cours" proprement dit, c'est à dire de la présentation de notions nouvelles. Il ne peut être fixé à cet égard de règle précise ; l'essentiel est que le temps consacré aux "exercices" ne soit pas excessivement réduit [...] Une initiation au travail scolaire, sous ses formes variées, s'impose ; le maître ne doit pas juger indigne de lui de la diriger ; au contraire il y portera toute son attention. Il ne se contentera pas de donner globalement quelques conseils [...] L'élève ne sait pas , au moins dans les débuts, utiliser ce qu'il a appris; il ne sait pas aborder l'étude d'une question, résoudre un problème, présenter une solution lorsqu'il en a découvert les éléments. Là encore un véritable apprentissage s'impose, tout le long de la scolarité secondaire.[...] Le maître doit considérer que la direction de cet apprentissage est une part essentielle de sa mission. [...] Dans un tel travail, le rôle du professeur reste dominant, et l'enfant, si active que soit sa contribution, ne se trouve pas vraiment livré à ses seules ressources [...] Il faut bien reconnaître que, quelles que soient les précautions prises à cet égard, la recherche et la mise en forme d'une solution de problème constitue fréquemment un exercice déroutant et parfois rebutant pour les enfants, même normalement doué et travailleurs [...] C'est pourquoi, surtout dans les débuts, [...] on procédera en classe, à une étude préparatoire méthodiquement construite [...] la recherche

dirigée par le maître sera poussée plus ou moins loin selon les circonstances. Grâce à un échange régulier des copies - devoir neuf de l'élève et annotations marginales du maître sur le devoir précédent - l'élève sentira l'action de son maître se prolonger en sa faveur au delà des heures de classe. [...] L'élève doit sortir de classe en ayant compris et rentrer en classe en ayant appris ».

Nous avons souligné les éléments d'une argumentation étoffée, à la mesure sans doute des dérives qui veulent être évitées.

Le texte fait appel à la raison et aux règles fixées (verbe devoir, « mission »).

Il illustre le rôle de P (succession de verbes, vocabulaire précis), explicite les appuis matériels de ce rôle (« échange régulier »), insiste sur les responsabilités (l'enseignant adapte « selon les circonstances », l'enfant « même normalement doué » « ne sait pas »).

Les formes déductives (« donc », « c'est pourquoi ») et les expressions flatteuses pour les compétences que le travail exige (un véritable apprentissage », « rôle dominant », « méthodiquement construite », « son maître ») nous indique la fonction de cette communication : il s'agit bien d'une négociation.

Mais nous voyons apparaître en contrepoint des arguments d'une autre nature :

- le législateur semble s'excuser, il fournit à P une ligne de conduite institutionnelle pour lutter contre des critiques extérieures (« Il faut bien reconnaître que, quelles que soient les précautions prises à cet égard ») ;

- il montre qu'il n'ignore ni le contenu de ces critiques, ni les tentations de déléguer certaines prérogatives (« la mise en forme d'une solution de problème constitue fréquemment un exercice déroutant et parfois rebutant pour les enfants, même normalement doué et travailleurs »), et suggère des solutions compatibles avec l'institution (« surtout dans les débuts, [...] on procédera en classe, à une étude préparatoire méthodiquement construite [...] la recherche dirigée par le maître sera poussée plus ou moins loin selon les circonstances »).

Ce long exposé tend à rendre plus digne cette mission didactique : faire apprendre les élèves.

Une inflation de l'étude qui réduirait sa valeur didactique pourrait fort bien expliquer l'apparition de tels messages dans l'institution scolaire et dans la noosphère.

L'apprentissage des leçons est donc réaffirmé comme faisant partie de l'enseignement.

Le même phénomène s'observe dix ans plus tard, de manière plus drastique.

Le contexte social a changé, la noosphère doit négocier en tenant compte de représentations défavorables qui proviennent entre autres des communautés médicales.

La circulaire du 29 décembre 1956 interdit les devoirs du soir à l'école primaire.

Le même vocabulaire est toujours employé :

« Des *devoirs* continueront d'être donnés. Il convient de noter que le mot *devoir* doit être entendu dans sa définition courante. Le « devoir » se distingue de « l'exercice » [...] celui-ci permet de s'assurer sur le champ si une leçon a été comprise. [...] Ces devoirs qu'on ne fera plus *hors de la classe*, c'est *pendant la classe* qu'ils seront faits [...] sous le contrôle actif et vigilant du maître. Ces devoirs, que l'on fait désormais en classe, seront corrigés en classe. [...] La correction d'un devoir, pour être éducative, doit suivre immédiatement son exécution »[48].

[48] L'arrêté ministériel du 12 août 1957 (classe de sixième) marque également le rôle de l'enseignant dans l'accompagnement des apprentissages : « Dans les commentaires qui précèdent il n'a pas paru utile de rappeler les recommandations déjà faites au sujet des *devoirs* donnés aux élèves et, en particulier, celles qui concernent la nécessité bien évidente, surtout lorsqu'il s'agit des années d'initiation, d'une " période d'apprentissage" , au cours de laquelle, à l'occasion de chaque devoir, on doit procéder *en classe*, à une étude préparatoire [...] la recherche dirigée par le maître étant poussée plus ou moins loin selon les circonstances ».

Ainsi, apparaissent les éléments du contrat d'accompagnement qui recueillent un répertoire mathématique et didactique : la vérification pertinente et idoine, la rectification immédiate des erreurs, et les interventions didactiques afférentes.
De nouveaux équilibres didactiques semblent se dessiner : la conduite de la situation par l'intervenant (sous le contrôle de son répertoire) est privilégié sur l'aménagement du milieu (peut-être parce que ces savoirs se sont perdus, peut-être parce qu'ils ne peuvent se négocier, peut-être parce qu'ils sont ignorés ou péjorés).
Un cahier de devoirs est prévu pour communiquer aux familles l'avancement des apprentissages[49] (mais les régulations en sont fortement différées).
Le schéma 3 (Fig. 3) représente trois institutions d'étude.

e) Le développement d'une culture non didactique de l'accompagnement

Dans le même temps, est négocié le maintien des études surveillées, qui paraissent menacées par les nouveaux équilibres : « Mais exonéré de l'exécution des devoirs, les études sont-elles destinées à devenir de simples garderies ? S'y résigner serait, malgré leur rôle social, les condamner à brève échéance. Il faut donc qu'elles conservent leur fonction éducative et que, sans être indispensable à l'instruction des enfants, le temps que ceux-ci y passeront ne soit pas, et même ne semble pas du temps perdu » [50].
De nouvelles représentation de ce temps postscolaire doivent être proposées pour que perdure l'institution : « Les études du soir, rappelons-le, si elles n'ont rien d'obligatoire, correspondent à une nécessité sociale. Travail extérieur de la mère, conditions médiocres de logement, autant de justification du maintien et du développement des études [...] Elle aura pour objet essentiel l'étude des leçons [...] C'est à ces occupations que sera employée la première partie de l'étude du soir. Le reste en sera consacré soit à des occupations individuelles, soit à des occupations collectives. En ce qui concerne les premières, nous n'en voyons guère de plus profitable que <u>la lecture d'un livre de bibliothèque, d'un livre récréatif et attrayant, capable d'intéresser des enfants tout en contribuant à son éducation.</u> [...] en un mot, toutes les activités susceptibles de contribuer <u>au développement de l'habileté manuelle, de l'attention, du goût et de la réflexion</u> [sont cités entre autres : travaux à l'aiguille, le bricol-bois, projection de films, chorale, décoration de la classe] Ainsi comprises, ces études contribueront à <u>faire aimer l'école, à la rendre pour les enfants plus vivante et plus aimable</u> ».

f) L'importation dans la classe d'un répertoire faiblement didactique

Il est néanmoins douteux que la réinsertion de ce temps d'étude, qui consomme le temps de face à face de E et P, perdure sous sa forme « courante ».
Car le lot des contradictions ne cesse probablement d'augmenter[51] :
- dans l'institution I, les études surveillées perdurent ;
- le répertoire de A s'écarte vraisemblablement de celui de P ;

[49] « Il est indispensable de réunir dans un même cahier - le cahier de devoir du jour - les services écrits de la journée. Ce cahier, une fois terminé, sera communiqué aux familles, qui seront ainsi tenues au courant du travail de leur enfant, de ses progrès, de ses faiblesses ... » (circulaire du 29 12 56).
[50] Circulaire du 29 décembre 1956, application de l'arrêté du 23 novembre 1956.
[51] En témoigne la circulaire de 17 décembre 1964 : « Mon attention a été appelée sur le travail des élèves à la maison ou en étude [...] Le silence [des] textes en ce qui concerne le cours préparatoire où cette question ne semblait pas pouvoir se poser y a encouragé la pratique des devoirs à la maison qui venait précisément d'être supprimés dans les classes supérieures. Je tiens à préciser que l'interdiction formelle de donner des travaux écrits à exécuter hors de la classe s'applique également aux élèves des cours préparatoires et vise, d'une façon plus générale, l'ensemble des élèves de l'école primaire ».

- E et P doivent marquer une rupture de fonctionnement didactique, alors même que les indicateurs visibles de l'accompagnement (acteurs, lieu, temps) sont impuissants à distinguer les contrats ;

- un moyen commode pour négocier consiste à importer dans la classe les représentations faiblement didactiques qui constituent le répertoire commun de l'étude.

Récapitulons les assujettissements d'un élève :

- dans sa classe, durant la phase d'enseignement (contrat d'enseignement), il communique avec P, sur la base des connaissances communes à la classe R_0 ;

- chez lui (contrat d'étude avec P), il est assujetti à son étude personnelle (mais sans milieu autre que les leçons) ;

- durant les études surveillées (contrat d'accompagnement avec A), il communique avec A, sur la base (le plus souvent fictive) d'un répertoire officiel de savoirs scolaires R_2 ;

- durant les études dirigées (contrat d'accompagnement avec A), il communique sur la base du répertoire de P_1 (R_1)[52].

Que se passe-t-il dans la classe entre E et P, durant la phase d'apprentissage des leçons, qui est maintenant identifiée comme une phase détachable ?

Quel contrat ou plutôt quels contrats régissent leurs responsabilités : un contrat d'enseignement ou d'accompagnement ?

Quel répertoire permet leurs interactions : répertoire de la classe ou représentations communes de l'étude ?

Quels milieux (choisis par P) sont les supports de ces interactions : des milieux habituels pour l'enseignement, des milieux S_{-2} (qui seraient spécialement conçus, parce que non donnés à l'étude personnelle) ou d'autres milieux (permettant à P et E de distinguer cette phase ou de la négocier) ? Ces milieux ne seraient-ils pas d'autant moins aménagés (du point de vue didactique) que :

- le répertoire de P peut être considéré comme suffisant ;

- la fonction de ce milieu est plus métadidactique que didactique ?

Les représentations R_2 que brassent les négociations deviennent de plus en plus hétérogènes.

De nouveau, les équilibres didactiques doivent s'ajuster, les moyens minimaux qui faisaient fonctionner les institutions sont dépréciés, mais ne sont pas remplacés.

La circulaire du 15 octobre 1962 (classe du cycle d'observation : sixième et cinquième) introduit un nouveau paramètre : le caractère rebutant pour l'élève[53].

« Les instructions générales insistent à juste titre sur le caractère déroutant et souvent rebutant que présente pour un jeune élève un exercice de recherche de problème et de mise en forme de sa solution [...] Son étude logique, voire son analyse grammaticale, sera faite en classe [...] La tâche qui reste à accomplir par l'élève peut paraître modeste, elle est à son niveau et est efficace car elle le fait progresser ; il n'en est pas de même lorsqu'on propose des devoirs

---

52 La première partie de l'étude du soir a « pour objet essentiel l'étude des leçons. Le maître surveillant s'assurera que le texte de la leçon est compris. Au besoin des interrogations orales rapides, des interrogations par procédé La Martinière procéderont et appellerons les explications nécessaires » (circulaire du 29 12 56).

53 Celle de 1956 justifiait l'interdiction des devoirs essentiellement par des raisons médicales. Mais la dernière phrase laisse entrevoir des arguments socioculturels et psychologiques : « Des études récentes sur les problèmes relatifs du travail scolaire dans ses rapports avec la santé des enfants ont mis en évidence l'excès de travail écrit généralement exigé des élèves. En effet, le développement normal physiologique et intellectuel d'un enfant de moins de onze ans s'accommode mal d'une journée de travail trop longue. Six heures de classe bien employées constituent un maximum au-delà duquel un supplément de travail soutenu ne peut qu'apporter une fatigue préjudiciable à la santé physique et à l'équilibre nerveux des enfants. Enfin, le travail écrit, fait hors de la classe, hors de la présence du maître et dans des conditions matérielles et psychologiques souvent mauvaises, ne présente qu'un intérêt limité ».

analogues à ceux déjà longuement rencontrés dans les années de " cours moyen" et ce procédé est à déconseiller fermement ».

g) L'apprentissage et l'accompagnement

Le début des années 80 voient apparaître les Zones d'Education Prioritaire et les Actions Educatives PériScolaires[54].

Un métier officialise le rôle A (celui de I'' est encore plus visible). Il devient acceptable par tous qu'un intervenant extérieur puisse accompagner les devoirs des élèves, sans appartenir au corps des enseignants, sans plus bénéficier de la caution de l'école. Plus rien ne contient l'écart des répertoires de A et P. Seules les représentations véhiculent la culture scolaire commune. Les dispositifs périscolaires se développent rapidement (les populations cibles sont plus étendues, le champ des niveaux scolaires également). E_2 et A n'ont en commun que quelques savoirs formels et des représentations. Ils manient probablement chacun beaucoup de conceptions et d'impressions (parce que les « bons » élèves vont peu à l'aide aux devoirs, et parce que A n'est ni un enseignant, ni un expert en mathématiques.

Les situations utilisées sont-elles de nature à compenser ces deux répertoires, surtout si le répertoire professionnel de A_{-1} l'encourage à choisir des situations plus ouvertes, pour utiliser des outils méthodologiques variés ?

Le schéma 4 (Fig. 3) représente cinq institutions d'étude.

h) Les régulations internes dans l'institution scolaire

Pendant ce temps perdurent toutes les autres formes d'accompagnement dans l'école, avec des répertoires différents. Les négociations des territoires d'interventions se font encore plus complexes.

En 1986[55], une circulaire précise, sur près de 70 lignes, les deux formes « d'aide au travail des élèves » qui existent dans le cadre scolaire : études surveillées ou dirigées[56].

Les objectifs sont définis en termes généraux (compétences transversales)[57].

La généralisation des études est souhaitée[58], en même temps qu'une évolution de leur rôle : « la fonction éducative des études complète progressivement leur rôle d'accueil, d'abord prédominant, et les moments consacrés à la mise en forme des travaux et au contrôle des acquisitions y prennent une place croissante ».

Dans cet éventail des accompagnements, l'institution famille peut tenir une place à part entière.

---

[54] Mises en place à la suite de la circulaire n° 1-82 du 10 juin 1982 du ministère de la Solidarité nationale et du ministère de l'Education nationale.

[55] Circulaire n° 86-083 du 25 février 1986 pour les école, collèges et lycées.

[56] « Les études surveillées sont assimilables à la garde des enfants en dehors des heures scolaires, [...] organisées et financées par la commune ou par une association. [...] Les études dirigées sont des activités complémentaires de l'enseignement, [...] l'encadrement [...] devra être assuré par les instituteurs de l'école. Le recours à d'autres personnels devra rester exceptionnel et n'être retenu que si ces enseignants n'assumaient pas cette mission . [...] Il est souhaitable que le niveau de formation des responsables de l'encadrement des études, s'ils ne sont pas enseignants, soit au moins celui du baccalauréat ».

[57] « La réussite des élèves dépend en grande partie de leur capacité à organiser leur travail personnel et à en maîtriser les méthodes. aussi convient-il d'apporter la plus grande attention du développement de cette capacité dans le cadre des cours comme dans celui des activités qui les prolongent. Les études répondent à cet objectif, en contribuant à mettre en oeuvre une pédagogie de la réussite, notamment pour les enfants dont l'environnement éducatif ne réunit plus les conditions les plus favorables ».

[58] « Dès la présente année scolaire, des études devront être mises en place partout où les possibilités existent. Il conviendra de les développer de façon substantielle à partir de la rentrée prochaine. »

Les représentations sont encore plus hétérogènes et ambitieuses. La question du bon diagnostic pèse plus lourd pour les enseignants et les familles : en cas de « difficulté », quelle « aide » choisir ?

L'existence de chaque niveau semble menacée par les possibilités qu'offre le niveau supérieur. Les communications s'adaptent et promettent sans compter. Ce qui menace en retour le niveau supérieur, qui a besoin de négocier la richesse (et le coût) de son répertoire. Le texte de 1994 qui défend la cause des études dirigées dans le cadre scolaire, semble comme contraint de préciser qu'elles « ne remettent pas en cause les activité organisées dans le cadre des contrats d'aménagement du temps de l'enfant (C.A.T.E.) ou des contrats de ville, ni les activités auxquelles les élèves pourraient participer en dehors du temps scolaire à la demande des familles, dans le cadre des études surveillées organisées par les municipalités ou les associations de parents d'élèves et de l'accompagnement scolaire assuré par le milieu associatif »[59].
En bout de chaîne, le discours noosphérien enjoint les familles de ne pas dévoluer toutes leurs fonctions didactiques aux institutions d'accompagnement : « Mais ce n'est pas parce que les enfants vont aux études qu'ils n'ont plus de travail à la maison. Les parents doivent continuer à suivre le travail régulièrement »[60].

L'accompagnement des apprentissages scolaires :
- qui consistait à l'origine en des tâches très restreintes menées par un enseignant ;
- qui devant l'ampleur de la demande, s'est exporté de l'école avec un cahier des charges de plus en plus étoffé, en même temps que le recrutement baissait les exigences de formation (personnel non enseignant) ;
- est devenu aujourd'hui dans les représentations la forme d'aide la plus ouverte, la moins précise, avec le répertoire le moins contrôlé.

III Modèle des partages didactiques entre institutions

Nous présentons, dans ce paragraphe, les éléments que nous avons retenus pour structurer le rôle des institutions didactiques auxquelles l'école et les familles des élèves peuvent recourir et les types de communications entre institutions.

1 Le fonctionnement institutionnel général

a) Le fonctionnement nominal et le fonctionnement effectif

Soit un système S en relation avec l'extérieur.
Un fonctionnement nominal définit a priori les règles et les limites de son action.
Mais tout n'est pas prévisible dans la réalité, et des accidents surviennent.
Le fonctionnement effectif du système S exige une certaine adaptation aux irrégularités les plus « petites » et les plus fréquentes. Certains écarts apparaissent donc entre le fonctionnement effectif observé et le fonctionnement nominal déclaré.

b) La régulation des écarts

Lorsque des événements se présentent à S, certains réalisent les règles nominales, d'autres non. Mais parmi les événements « imprévus » par les règles, certains sont malgré tout régulés par adaptation du système S :

[59] Circulaire n° 94 - 226 du 6 septembre 1994.
[60] « La sixième et après » Mini-guide 1996-1997.

- soit par « assimilation » (les règles sont légèrement et ponctuellement ajustées puis appliquées) ;

- soit par « accommodation » (les règles initiales ne sont pas modifiées, mais des règles nouvelles sont ajoutées pour traiter localement une catégorie plus grande d'événements).

S rencontre aussi des cas qu'il ne peut pas traiter (ni par ses règles d'action, ni par adaptation de ces règles). Sur ces événements, il y a rupture de fonctionnement.
Chaque type de fonctionnement détermine des limites d'action et donc des ruptures d'intervention.

c) Un fonctionnement ordinaire

En général, seuls ceux qui connaissent le système S sont en mesure de distinguer les deux fonctionnements (nominal et effectif).
Car si les caractéristiques du fonctionnement nominal se diffusent facilement, il n'en est pas de même pour le fonctionnement effectif (qui fluctue avec le contexte). Les références officielles (donc universellement communes), qui sont utilisées pour citer l'action de S, concernent uniquement le fonctionnement nominal.

Par conséquent, lorsque les résultats de l'action (effective) de S sont publiquement relatés, le risque existe :

- que tout écart soit systématiquement compris comme une transgression et que toute rupture régulière soit jugée comme inévitable (ce qui est tentant lorsque l'on porte une responsabilité dans le maintien du fonctionnement nominal) ;

- que S soit accusé de dysfonctionnement à propos de tout écart non régulé et que tout traitement exceptionnel soit considéré comme potentiellement reproductible (ce qui est bien plus facile lorsqu'aucune responsabilité n'est engagée dans le système).

Ces positions tendancieuses sont liées aux « principes » suivants :

- « tout doit être strictement conforme à ce qui est annoncé » (référence au seul fonctionnement nominal) ;

- « rien n'est vraiment prévisible car la nature impose ses lois » (le fonctionnement nominal est minime).

Réduire ces interprétations extrêmes demande de diffuser largement d'autres types d'informations, en complément du règlement et des faits stricto sensu.

Nous appelons fonctionnement ordinaire le fonctionnement qui inclut le fonctionnement nominal et la régulation des écarts non prévus mais considérés par S comme « normaux ».

Seul le fonctionnement effectif est observable, les deux autres sont des fictions, des constructions sociales ou théoriques, qui présentent chacune un intérêt :

- le fonctionnement nominal est facilement communicable, en particulier à l'extérieur de S ;

- le fonctionnement ordinaire constitue une référence pour ceux qui sont concernés par la bonne marche du système, car il serait impropre et dangereux de considérer une marge d'action nulle ou non bornée.

d) Schéma d'ensemble

Pour chaque système considéré, nous distinguons :

- un fonctionnement nominal (fictif, officiel) et une rupture nominale pour des événements réguliers et non réguliers ;

- un fonctionnement ordinaire (conçu en fonction de choix) et un fonctionnement extraordinaire pour des événements normaux (réguliers ou non) et exceptionnels ;

- un fonctionnement effectif et une rupture effective pour les événements traités et non traités.

e) La différenciation institutionnelle et le réseau des régulations

Si certaines irrégularités sont très rares et de peu de conséquences, il peut être commode et légitime pour S, de les tenir pour négligeables dans le fonctionnement ordinaire.

Si certaines irrégularités sont fréquentes, mais demandent une adaptation de S relativement lourde, il peut être plus ergonomique de créer un nouveau système S':

- soit qui remplace S (il s'agit de trouver un équilibre différent entre les règles et les adaptations possibles, soit un nouveau fonctionnement ordinaire) ;

- soit qui complète S, maintenu tel quel (et qui sera soulagé du traitement de ces régulations pesantes).

Le traitement de l' « extraordinaire » fréquent est inclus alors dans le nouveau fonctionnement nominal de S'. S' ne considère pas cet événement comme une irrégularité, mais comme ordinaire et prévu dans ses attributions.

Un système S' peut aussi avoir pour fonction de traiter tous ou certains événements que S rejette. Ce qui dans S est non régulier et non ordinaire, devient régulier ou ordinaire pour S'.

Nous appelons :

- régulation interne (à S) les corrections (par assimilation ou accommodation) décidées et appliquées par le système S ;

- régulation externe (à S) les ruptures dans le fonctionnement, qui renvoient les actions de correction à un autre système S'.

Des liens hiérarchisés s'établissent alors entre les deux systèmes S et S' : un partage non symétrique des actions, une différenciation des rôles qui s'exprime par une spécialisation, une chronologie dans les interventions ... Nous parlons alors de réseau.

Les raisons de maintenir le traitement d'une catégorie d'écarts dans les attributions de S, ou de les renvoyer à un autre système peuvent être « logiques », mais elles sont aussi essentiellement économiques. Elles dépendent de la fréquence des écarts, de la gravité de leurs conséquences, de leurs coûts de correction dans S et dans S' et des moyens respectifs des deux systèmes. Mais des contraintes pèsent sur le fonctionnement de l'ensemble du réseau :

- alourdir le répertoire de S peut le rendre incapable de ne plus traiter rapidement aucun cas ;

- augmenter inconsidérément le nombre de S' (différencier récursivement les types de corrections) diluent les responsabilités.

Les renvois (ou non renvois) sont les principaux objets de litiges entre institutions. Ce sont ces processus de régulations internes et externes entre institutions que nous étudions sous le terme partage inter-institutionnel.

2 Le fonctionnement des institutions didactiques

Nous considérons maintenant des systèmes didactiques (situation ou institution), dont la fonction est de modifier le répertoire de connaissances mathématiques de certains assujettis.

a) Erreur

Soit un écart, constaté par une institution didactique I, entre le résultat effectif d'une action et un résultat « attendu », en fonction d'intentions, de connaissances et de normes.

Nous appelons erreur un écart régulé par I (soit par assimilation, soit par accommodation de la situation).

Une erreur est un événement (didactique) identifié par un certain système de reconnaissance, elle est relative à ce système.

Une erreur peut concerner la réponse à une question, un résultat, mais aussi un comportement, une attitude relative au savoir ou à l'apprentissage, éventuellement fortuit pour l'enseignant.

b) Le risque d'erreur est inhérent à l'acte didactique

Plaçons nous dans le cas très général, où P a l'intention de transmettre une connaissance c à E.

Pour que les actions ou les déclarations de E puisse, après enseignement, témoigner d'une acquisition effective de c, il faut que E ait l'occasion de décider par lui-même d'utiliser c de façon pertinente, adaptée et idoine.

Par conséquent, les apprentissages sont indissociables de temps d'incertitude (due à une liberté de choix). L'enseignement manipule cette incertitude pour permettre et évaluer les apprentissages. C'est essentiellement[61] lors des résolutions de problèmes que ces conditions peuvent être réunies : P organise donc des questions que E devra se poser pour progresser. Ces questions engendrent inévitablement un certain risque d'erreur pour E.

Du point de vue de la transmission des savoirs, l'erreur n'est ni une fatalité, ni une faute, mais une nécessité de l'acte d'apprendre.

c) L'enseignement manipule et transforme certaines erreurs en connaissances

L'enseignement consiste (en partie) à convertir des occasions d'erreurs et des erreurs personnelles et impromptues en événements cognitifs et culturels. Il s'agit pour P d'effacer partiellement l'historicité des erreurs effectives dans les souvenirs de E et de la remplacer par des réponses idoines ou des conditions pertinentes en les officialisant (ou en institutionnalisant des savoirs).

L'enseignement collectif permet cette conversion de manière relativement plus dense qu'une succession d'actions individuelles. Un enseignant peut faire progresser l'état des connaissances d'une classe, en manipulant non pas l'intégralité de chaque aventure isolée et particulière, mais une fiction épistémologique commune (que chaque élève ait ou non produit lui-même ces erreurs caractéristiques).

Par contre, l'intervention duelle peut permettre de mieux s'approcher du cheminement effectif d'un sujet et des conceptions qu'il mobilise (toutefois le caractère hypothétique et fictif du rapprochement demeure).

d) Une culture institutionnelle favorable aux essais et un rapport institutionnel aux erreurs

Il se peut que E prenne d'emblée, à sa charge et d'un point de vue cognitif, les questions qui lui sont posées (et qu'il ne se contente pas de se positionner par rapport aux autres assujettis ou de sacrifier seulement au rituel institutionnel).

Pour que E entre dans le jeu de l'apprentissage, il doit pouvoir assumer le risque de se tromper. Le contexte le favorise plus ou moins.

---

[61] Nous n'excluons pas pour autant d'autres modalités d'évaluation plus fermées, comme la récitation de formules ou les application d'algorithmes. En général, la connaissance est nécessaire pour mémoriser et utiliser, de façon pertinente et durable, les textes qui l'expriment.

Lorsqu'il y a transmission de savoirs, les institutions concernées : I (qui enseigne), I' (qui décide de la transmission) et I'' (communauté de proximité de E enseigné) se répartissent (inégalement) entre elles la charge des conditions qui la permettent.
Dans le contrat d'instruction, E et I'' portent une part non négligeable des responsabilités. Dans le contrat d'éducation, c'est principalement à P qu'il revient de ménager les conditions de l'apprentissage de E. P fait dévolution à E des responsabilités de son apprentissage, ponctuellement et progressivement[62].
P mobilise donc, à certains moments opportuns, une certaine culture (plus ou moins fortement) favorable aux essais, aux tentatives et donc aux erreurs possibles.
Toute institution didactique développe sa culture de l'apprentissage, elle est liée aux formes de contrat d'enseignement et d'accompagnement.
Cette culture de l'apprentissage est entretenue, encouragée, ou contrariée, par chacune des autres institutions (didactiques ou non) à laquelle E est assujetti.
Par exemple, une institution d'appui à l'apprentissage peut développer (en particulier parce qu'elle n'est pas en charge de la certification des savoirs acquis) un rapport institutionnel aux erreurs différent de celui de la culture scolaire. Ces cultures peuvent se compléter harmonieusement ou devenir quasi incompatibles.

e) La lecture de l'erreur et sa traduction en terme de décision didactique

Selon les attentes, une même réponse peut être ou non identifiée comme un écart. Une même erreur identifiée peut aussi être diversement interprétée. Une erreur est communément comprise comme la preuve d'une absence de compétence (liée ou non aux connaissances qui auraient permis la réponse attendue). Certains savoirs (liés ou non aux mathématiques) peuvent fournir d'autres types d'explication de son apparition.
Les savoirs de la didactique proposent des interprétations d'un grand nombre d'erreurs qui font le plus souvent appel à des variables manipulables en position P et qui suggèrent donc des décisions didactiques (réalisables ou non, selon les conditions). En particulier, la Théorie des Situations rapporte l'interprétation d'une erreur mathématique à la situation dans laquelle elle se produit (dans un cadre institutionnel, dans la durée d'un enseignement, etc.).

f) La gestion didactique des erreurs

Toutes les formes d'erreur ne sont évidemment pas équivalentes du point de vue de c et de son apprentissage, il revient à P de les identifier.
Certaines erreurs sont prévues par P, d'autres pas.
Certaines sont considérées comme significatives du point de vue de l'apprentissage ou de l'enseignement de c, d'autres pas.
Certaines erreurs sont intentionnellement « provoquées » par P, parce qu'elles sont caractéristiques du saut conceptuel qu'il vise en enseignant c, d'autres pas.
Certaines sont associées par P à un traitement didactique, d'autres pas.

La finalité de l'enseignement est de réduire les productions d'erreur des élèves, mais ce n'est pas l'objectif de chaque situation didactique. Le rôle de P n'est pas d'éliminer à tout prix toutes les causes d'erreurs, mais de les trier en fonction des répertoires et des projets d'enseignement (de c et au delà) et d'apporter un traitement adapté à chaque catégorie.
Nous regroupons ces actions prévisibles sous le terme de gestion didactique des erreurs. Cette fonction de P est particulièrement mal identifiée par les autres institutions, car elle est peu lisible à l'extérieur de I.

---

62 Toute situation didactique vise à plus ou moins long terme un fonctionnement autonome de E ; la fin de l'enseignement est contenue dans celui-ci.

Une gestion des erreurs est plus ou moins pertinente et efficace, relativement au projet didactique.

g) Un échec : une externalisation de la régulation

Nous appelons « échec » un écart que l'institution I déclare ne pas pouvoir réguler.
Elle résulte d'une succession d'identifications d'erreurs jugées :

- significatives pour l'apprentissage ;
- non intentionnellement provoquées (ni par E, ni par P) ;
- non correctibles par un traitement didactique approprié dans le cadre institutionnel considéré [63].

L'échec est relatif à une institution I, il est un point de rupture des interventions de I, il dépasse le seuil fixé des erreurs manipulables et transformables en connaissances par I.
Les erreurs, décisives pour I d'une attribution d'échec, peuvent éventuellement être régulées par une autre institution, pour laquelle elles deviennent des erreurs ordinaires (à moins qu'un nouvel échec ne soit encore déclaré).

3 Le réseau didactique institutionnel

a) La lecture culturelle et institutionnelle des échecs

Des critères nominaux d'attribution d'échec existent dans I. Mais les caractères ordinaires d'attribution d'échec varient. En fonction des projets, des conceptions, des conditions (temporelles ou autres) dans lesquelles les actions possibles sont appréciées, les échecs effectifs ne sont pas tous déterminés à partir de signes équivalents. Un très grand nombre de facteurs généraux et particuliers interviennent donc (chaque représentant de I peut être considéré comme un système de décision). Toutefois les projets institutionnels et les conceptions relatifs à l'enseignement et à l'apprentissage sont pour une grande part culturels. Les projets personnels s'appuient sur des représentations sociales. Les connaissances sont identifiables dans la mesure où elles peuvent se rattacher à des savoirs. Ce sont essentiellement ces dimensions non strictement individuelles que nous prenons ici en compte pour les modélisations suivantes.

b) Spécification institutionnelle

Les régulations internes de l'institution scolaire ne permettent pas toujours de réduire rapidement ou efficacement des difficultés pourtant fréquemment rencontrées durant la scolarité obligatoire. Ces difficultés pourraient être réputées normales et leur traitement pourrait s'inscrire dans un fonctionnement didactique ordinaire.
Mais il est tentant de renoncer à se référer au caractère circonstancié (et souvent au caractère didactique) des résultats et de chercher une explication plus générale des apparitions de ces erreurs. Ainsi, pour des raisons d'ergonomie, certaines corrections fréquentes et identifiées comme étant de même nature, donnent lieu à de nouveaux types de traitements (adaptations institutionnelles) et dans certains cas, à de nouvelles institutions.
Toutes sortes de savoirs proposent des lectures des erreurs des élèves, et certains suggèrent des moyens d'action autres que didactiques. Les institutions définissent leurs pratiques en référence à quelques uns des savoirs qui leur sont disponibles. Elles doivent maintenir leur identité (et donc leur existence), souvent en marquant une différence avec les autres

[63] Le modèle d'attribution d'échec que propose Y. Chevallard (1988a) est incomparablement plus précis. Il nous paraît adapté aux descriptions et aux débats des négociations entre institutions sociales. Nous avons préféré ici un instrument plus simple à manier, relatif mais dynamique, pour traduire les décisions et les actions.

institutions. Elles centrent le traitement (didactique et non didactique) des difficultés sur les éléments sur lesquels il leur sera possible d'intervenir et diffusent des représentations qui sont favorables à leur fonctionnement.

c) Institution principale et d'appui

Nous nous proposons d'étudier les réseaux didactiques utilisables (et utilisés) par les familles des élèves, pour réguler les écarts qu'ils constatent dans les apprentissages en mathématiques. Nous n'évoquerons pas les questions relatives à la structure du réseau nominal (dans laquelle les régulations n'apparaissent pas) et aux fonctionnements réguliers de chaque institution, ni aux institutions qui contrôlent ces fonctionnements (ce sont d'autres niveaux de régulation institutionnelle auxquels les parents ont rarement affaire[64]).

Mais nous nous intéresserons aux régulations internes et externes, aux raisons invoquées de renvoyer les actions didactiques d'une institution à l'autre et aux conditions du partage entre les institutions que les familles des élèves consultent (les institutions interviennent sur les enfants, à la demande ou avec l'accord des parents).

Nous ne poursuivrons pas ici l'étude des institutions qui interviennent directement sur les parents (formation parentale), bien que ces formes institutionnelles appartiennent aussi au réseau de régulation de la transmission des savoirs mathématiques.

Nous distinguons :

- une institution principale d'enseignement I, qui manipule un certain nombre d'erreurs produites par E ;
- une ou plusieurs institutions d'appui I_{Ai} qui corrigent celles qui donnent lieu à un diagnostic d'échec. Diagnostic effectué soit par I, soit par une autre institution (par exemple I '', une communauté de proximité de E).

Cette institution principale I peut désigner par exemple le fonctionnement ordinaire d'une classe et I' une activité de soutien dans cette même classe .

Ou encore, I désigne le cursus ordinaire d'un système scolaire et les I_{Ai} des dispositifs didactiques spécifiques, inclus dans des interventions qui n'ont pas toujours pour finalité l'enseignement des savoirs. Ils ont été mis en place par les institutions d'enseignement, d'actions sociales ou médicales, pour faire face aux changements de la société, et résoudre les problèmes nouveaux qui se posent à la formation des citoyens.

Selon les cas, I_{Ai} propose une aide :

- centrée sur les savoirs à transmettre ;
- ciblée sur une catégorie sociale de la population scolaire (les difficultés scolaires y sont souvent identifiées en termes culturels, comportementaux ou conjoncturels) ;
- à caractère médical, paramédical ou psychologique (un diagnostic clinique précède la remédiation , qui peut être fonctionnellement très localisée ou au contraire beaucoup plus globale).

[64] Nous avons pris le parti d'introduire notre étude des régulations de difficultés et d'échec à partir des erreurs de E. C'est le point de vue du fonctionnement ordinaire et des acteurs des situations didactiques. Mais lorsque les conditions de fonctionnement sont en cause, c'est un changement (ou une correction) du système qui doit être prévu et décidé, à l'extérieur de ce système. Les systèmes didactiques sont contrôlés par d'autres institutions (non didactiques) qui définissent les modalités (les conditions, les flux d'élèves, les répertoires de E), les recrutements (les répertoires de P), les programmes (les savoirs à transmettre) ...

d) Institutions d'accompagnement

Parmi les institutions d'appui à l'enseignement, certaines sont chargées de la prévention des échecs fortement probables, ou tout simplement d'accompagner, de conforter le fonctionnement ordinaire de l'institution principale.

Nous les nommons des institutions d'accompagnement et les distinguons des précédentes, par le fait que l'entrée dans l'institution n'est pas précédée d'un diagnostic d'échec. Généralement l'assujettissement y est beaucoup plus long que pour une institution d'appui.

Ces classifications sont en relation avec les contrats didactiques d'accompagnement de l'enseignement. Ce ne sont pas des catégories d'institutions sociales réelles : une même institution (sociale ou sociologique) peut abriter différents types d'enseignements d'accompagnements et d'appuis.

L'institution familiale ou périscolaire ou encore les études surveillées qui accompagnent la scolarité en proposant une aide durable et régulière à l'effectuation des devoirs seront ici le plus souvent qualifiées d'institutions d'accompagnement (en général sous un contrat de vérification).

Par contre, des études dirigées, une rééducation de dyscalculie, une aide massive et ponctuelle d'un parent « qui s 'y connaît », ou un groupe de soutien aux élèves en difficulté, fût-il en milieu périscolaire, seront ici plutôt qualifiées d'institutions d'appui (en général sous un contrat de répétition et de remédiation).

Ces catégories sont également relatives aux définitions des ruptures et donc des erreurs et des échecs.

Certaines familles considèrent que 12/20 est une note moyenne qui laisse présager des difficultés futures, d'autres sont fières de ce qui leur apparaît comme une réussite. Certains (parents ou enseignants) n'envisagent l'accompagnement ordinaire de la scolarité sous un contrat de répétition que dans le secondaire, d'autres y recourent systématiquement dès le C.P. Dans ce dernier cas, les familles qui ne pourraient pas l'assumer seraient soit qualifiées d'incapables, soit contraintes de faire appel à une institution d'accompagnement professionnalisé, même en l'absence de difficulté particulière.

e) Institutions périphériques

Nous complétons le réseau institutionnel ainsi obtenu (une institution principale, et des institutions d'accompagnement et d'appui) par des institutions périphériques.

Nous désignons par là les institutions non didactiques, mais qui participent au fonctionnement global de l'enseignement en diffusant des représentations.

Par exemple, un enfant, qui réussit sa scolarité de manière satisfaisante et qui n'est assisté de personne pour son travail scolaire, est toujours assujetti à d'autres institutions que l'école (la famille et diverses communautés plus ou moins proches, par exemple : les copains, l'animation culturelle, la santé publique ...). Sans que celles-ci n'assurent de relais didactique proprement dit, l'enfant et son entourage sont sensibles aux rapports aux savoirs et à l'apprentissage que ces institutions manifestent indirectement.

Ces institutions périphériques jouent donc un rôle médiat sur l'enseignement et les apprentissages et sont parfois des candidats potentiels aux fonctions d'appui, dans le cas où des difficultés surviendraient.

Un réseau évolue dans le temps en fonction des besoins de formation, des moyens (savoirs disponibles, conditions économiques), des opportunités, etc.

f) Le contrepoids des échecs

Il est encore un autre type d'institutions qui intervient dans le système, mais que nous n'étudierons pas dans cette recherche.

Des institutions se développent par le même processus discriminatoire que les institutions d'appui. Elles se définissent en référence à une catégorie d'élèves : ceux qui réussissent « mieux » que les autres.
Du point de vue médical il s'agit, bien souvent tout autant, d'apporter un appui à ceux qui, différents de la normalité sociale, souffrent et s'adaptent difficilement.
Mais la réification institutionnelle d'une forme particulière de « réussite » modifie sensiblement les représentations et les interactions inter-institutionnelles.
Les institutions d'enseignement et les dispositifs périscolaires pour surdoués[65] relèvent de cette classification théorique. Les établissements bien cotés, certaines options connues pour faciliter l'accès aux filières prestigieuses, participent à ce mouvement de contrepoids social des diagnostics d'échec.

IV Second dispositif expérimental

1 Le choix de la méthode

De simples entretiens avec les acteurs ne nous paraissaient pas suffisants pour saisir les contraintes qui pèsent sur les différents maillons du réseau didactique. Le poids des représentations, les situations de double-contrainte, les effets de généralisation qu'un discours introduit nous ont convaincu de l'intérêt de pouvoir observer les décisions dans leur contexte. Aussi nous avons conçu un second dispositif expérimental, permettant des observations cliniques multiples et des possibilités d'interventions pour une seule et même famille d'élèves.

2 Le choix du cas pour notre recherche

Parmi différentes familles confrontées aux difficultés en mathématiques d'un de leurs enfants, nous retenons le cas de la famille Pujol[66], car il constitue une occasion favorable d'observer de manière clinique le fonctionnement du partage didactique institutionnel.

a) Une famille qui prend à coeur son « métier de parents »

La famille Pujol utilise aisément les différentes possibilités que propose la société actuelle en matière d'enseignement et d'aide aux apprentissages :

- choisir les établissements scolaires et « zapper » entre l'offre publique et privée ;
- bénéficier des larges diffusion d'informations sur le fonctionnement du système éducatif et sur les méthodes pédagogiques ;
- se procurer des revues spécialisée, des ouvrages parascolaires, du matériel éducatif ;
- recourir à des appuis didactiques externes à l'école.

Fière du rôle dont la société l'investit, elle entend se charger elle-même de l'accompagnement des apprentissages, en suivant les conseils adressés aux parents.

b) Des difficultés avérées

Noëlle, l'aînée de la famille Pujol rencontre des difficultés dans ses apprentissages.
L'établissement scolaire officialise un échec et fait des propositions pour y remédier.
Mais un appui s'établit contre l'avis prononcé, à l'initiative des parents et à l'extérieur de l'école.

---

65 Par exemple, dans la revue n° 6 de l'UNESCO intitulée « Etudes sur l'enseignement des mathématiques », 4 articles (sur 11) abordent ces questions : Les camps de mathématiques, Les compétitions et Olympiades de mathématiques, Les olympiades mathématiques nationales au Viet Nam, Education des enfants doués pour les mathématiques en Hongrie.
66 Il s'agit évidemment de noms et prénoms factices, pour faciliter l'exposé tout en préservant l'identité de ces personnes.

c) Une centration sur les mathématiques

Ce sont les difficultés en mathématiques qui sont identifiées, d'une part par les enseignants, d'autre part par les parents Pujol comme justifiant des mesures d'appui.
La famille sollicite directement l'intervention d'un professionnel, pour un traitement spécifique, centré sur les connaissances mathématiques.
De manière générale, chez les Pujol, les pratiques d'accompagnement de la scolarité s'actualisent fortement en mathématiques :

- les modalités de l'enseignement des mathématiques sont un des critères retenus pour sélectionner les écoles (ce n'est pas le seul critère) ;
- madame Pujol s'intéresse de près à l'apprentissage des mathématiques, elle se procure des jeux et expérimente des situations spécifiques avec ses filles ; monsieur Pujol est moins disponible et moins intéressé par les aspects pédagogiques, mais c'est lui, dans la famille, qui pratique le calcul avec le plus de succès et entraîne les enfants pour l'apprentissage des tables de multiplication ;
- le seul accompagnement extérieur à l'école et à la famille (pour Noëlle, puis plus tard pour sa soeur Laura), concerne explicitement les apprentissages mathématiques.

d) Une bonne visibilité des pratiques institutionnelles

L'étude de ce cas présente des caractères rarement réunis, qui rendent les conditions propices à une monographie fouillée.

- Au moment de la prise de contact, nous entretenions déjà, au titre de chercheur en didactique, des relations suivies avec les enseignants de l'école des enfants Pujol. Les contacts sont donc facilités et ne sont pas exclusivement liés au cas des Pujol (ce qui permet des décontextualisations et des comparaisons plus aisées).

- Cette école est l'école Jules Michelet de Talence, rattachée au COREM : le centre d'observation pour le recherche sur l'enseignement des mathématiques[67].

Les archives et le fonctionnement très spécifiques de ce centre[68] fournissent des informations précises, fiables, permettant de confronter une part importante des déclarations des protagonistes :

- sur le fonctionnement didactique général de l'institution scolaire ;
- sur le fonctionnement didactique particulier des classes de Noëlle et de Laura ;

---

[67] A ce jour, aucun texte ne présente de façon complète et détaillée les particularités de ce dispositif institutionnel. Le lecteur pourra se référer à :

- Théorie des Situations Didactiques (Brousseau 1998 ; pp. 359-364) dans lequel le programme COREM est présenté succinctement sous sa forme initiale.
- Vingt ans de didactique des mathématiques en France (ouvrage coordonné par M. Artigue, R. Gras, C. Laborde et al. ; 1994), dans lequel A. Rouchier retrace la création du COREM (pp. 152-153).
- Variations sur une leçon de mathématiques (ouvrage coordonné sous la direction de Blanchard-Laville ; 1997) dans lequel une équipe pluridisciplinaire présente le fonctionnement du système dans les années 90, pp. 22-27.
- Il existe quelques textes plus détaillés (à visée administrative ou concernant un thème de recherche ou de formation particulier) sous forme polycopiée, aujourd'hui inaccessibles.

Entre l'origine du centre (1971) et sa fermeture (1999), les conditions se sont légèrement modifiées. Pour cette raison, il sera apporté, ponctuellement et au fur et à mesure, les précisions nécessaires à la compréhension des observations, dans leur contexte temporel effectif.

[68] Outre l'archivage ordinaire des travaux des élèves et des préparations des enseignants, outre les occasions de communication directe avec l'équipe éducative de l'école, nous avons pu bénéficier d'observations, soit directes, soit filmées de leurs pratiques ordinaires (dans la classe des enfants Pujol ou dans d'autres), sur une durée qui dépasse le temps de l'expérimentation.

- sur les comportements et résultats scolaires de ces deux élèves en mathématiques.

- Nous avons l'opportunité de pouvoir établir avec la famille Pujol des relations durables, sous une autre légitimité que celle de la seule recherche : puisque nous sommes (par l'effet de coïncidences fortuites, indépendantes de la recherche en cours) l'intervenant extérieur contacté par madame Pujol [69].
Deux contrat se superposent donc : celui de l'appui et celui de la recherche (plus large que le précédent). Les inconvénients que cela occasionne pour la recherche nous paraissent avoir été largement compensés par les avantages, mais ils existent. La durabilité des contacts n'est bien sûr pas garantie par ce double assujettissement, mais les moyens de les entretenir sont plus nombreux. Les deux légitimités sont hiérarchisées dans le sens où l'appui est à tout moment prioritaire sur la recherche.

En répondant positivement aux attentes des parents (apporter un soutien en mathématiques à Noëlle), nous bénéficions d'une implication particulière de leur part, puisqu'ils sont, dès l'origine, demandeurs d'une amélioration.

- En jouant nous-même le rôle de l'institution d'appui :
- il nous est possible d'accéder directement aux difficultés rencontrées par les enfants Pujol (et de comparer éventuellement les différents diagnostics et déclarations des autres institutions à leur propos) ;
- nous avons plus facilement accès aux connaissances mathématiques effectives des parents de Noëlle et de son entourage proche ;
- nous sommes mandatée pour modifier les connaissances et les rapports aux savoirs de Noëlle (puis de Laura) ;
- nous avons les moyens d'expérimenter des situations en direction de l'institution familiale, et d'estimer leur impact sur les connaissances des enfants.

Le fonctionnement de l'appui est une variable du système qui devient contrôlable et manipulable par l'expérimentateur.

Pour éviter d'introduire trop d'ambiguïtés dans l'exposé, nous objectiverons par la suite le triple rapport que nous entretenons avec la situation ici présentée en distinguant :
- le présentateur des faits ;
- le didacticien du centre de recherche C.O.R.E.M. avec lequel les enseignants de l'école s'entretiennent dans le cadre de cette recherche ;
- l'intervenant d'appui auprès des enfants Pujol, choisi par leurs parents.

Ces trois substantifs désignent en l'occurrence la même personne[70].

e) Un partage didactique entre trois institutions

Sur la période de 28 mois [71] que dure le dispositif d'observation clinique, la famille Pujol ne cumule pas les institutions d'appui [72]. Elle préfère au contraire réguler les apprentissages de

[69] Deux contrat se superposent : celui de l'appui et celui de la recherche (plus large que le précédent). Les inconvénients que cela occasionne pour la recherche nous paraissent avoir été largement compensés par les avantages, mais ils existent. La durabilité des contacts n'est bien sûr pas garantie par ce double assujettissement, mais les moyens de les entretenir sont plus nombreux.

[70] L'auteur maintient dans son texte l'usage courant du « nous », qui implique le lecteur et celui du « nous » académique, qui renvoie à la communauté du chercheur.

[71] De février 97 à juin 99.

leurs enfants en les changeant d'école. Nous analyserons les phénomènes qui résultent de ce type de comportement, souvent médiatisé et décrié.
Mais de fait, ce choix familial n'augmente pas le nombre de liaisons contemporaines entre les institutions du réseau. Dans le cas Pujol, le partage didactique concerne donc seulement trois institutions didactiques : l'école, la famille et un appui extérieur.
L'étude de ce cas constitue par conséquent une configuration relativement élémentaire, qui convient à une première élaboration de modèles d'analyse des interactions entre institutions didactiques.

f) Des difficultés ordinaires, des conditions particulières

L'échec de Noëlle n'est pas dû à de graves troubles ou dysfonctionnements. Au contraire, les erreurs qu'elle produit sont persistantes, mais relativement fréquentes sur l'ensemble de la population scolaire (il en sera de même pour les difficultés rencontrées par Laura).
Nos observations présentent donc une forte probabilité d'être significatives pour des cas « ordinaires » d'échecs en mathématiques.

Par contre :

- l'histoire didactique de Noëlle est particulièrement heurtée, elle présente de multiples ruptures temporelles et épistémologiques ;
- son passé didactique rassemble en effet une diversité de « cultures » pédagogiques et didactiques peu commune (autogestion de la progression, pédagogies actives, enseignement frontal classique, situations adidactiques ...).

Ces faits nous laissent penser que les réactions des membres de cette famille exprimeront ou révéleront, mieux que d'autres, les éventuels effets du partage didactique institutionnel, d'une part et des diffusions de représentations au sujet des mathématiques et de leur apprentissage, d'autre part.

3 Plusieurs corpus imbriqués

En raison de la lourdeur du dispositif, de sa longue durée et de ses opportunités diverses, nous n'avons pas mis en place les mêmes instruments de recueil des données pour l'intégralité de l'expérimentation.

a) Le premier appui de Noëlle

Le premier appui de Noëlle se déroule sur 4 mois (de mars jusqu'aux vacances d'été) et durant 14 séances, à raison d'environ une séance hebdomadaire.
Nous avons filmé chacune des séances (à l'exception de la première). Chacune d'elle a fait l'objet de préparations a priori et d'analyses a posteriori.
L'ensemble constitue un certain corpus.

b) L'appui de Laura

Un second appui est également demandé par la famille en janvier suivant, mais pour Laura, la cadette des Pujol. L'intervenant a conduit 6 séances, sur une période de 2 mois (environ une séance hebdomadaire).
Cet appui n'a pas donné lieu à un recueil particulier pour la recherche. Il s'est déroulé au contraire selon une pratique plus standard.

---

[72] D'autres familles diversifient les appuis. Nous avons vu, par exemple, le cas du binôme n° 11 (partie expérimentale de la partie A) qui, recourt régulièrement et simultanément à au moins trois interventions extérieures à l'école et à la famille, pour accompagner les apprentissages en mathématiques.

Cet épisode nous a permis de comparer les deux fonctionnements (pour l'intervenant, l'école et pour la famille). L'observation des négociations (y compris de l'arrêt) a donc été, dans ce cas, dégagée d'une part essentielle de l'assujettissement de la recherche.
Il a en outre maintenu le contact avec la famille, nous avons ainsi pu mesure l'impact à plus long terme des interventions précédentes sur tous les partenaires du réseau observé.

c) Le deuxième appui de Noëlle

Le travail d'appui avec Noëlle s'est poursuivi, après 19 mois d'interruption, sur 17 séances et sur une durée de 6 mois (de janvier à juin). Les enfants avaient entre temps changé d'école, nous ne bénéficions donc plus des mêmes conditions d'observation.
Le suivi des apprentissages de Noëlle constitue un autre corpus, qui contient le précédent. Les séances de ce deuxième appui n'ont pas été filmées, elles n'ont pas non plus fait l'objet d'études aussi fouillées que celles du début de l'expérimentations (le corpus préalablement constitué nous semblait suffisant pour la recherche). Outre les notes que l'intervenant prenait des séances (nous disposons aussi de ce type d'informations pour l'appui de Laura), des évaluations ou observations ont été prévues pour mesurer les effets des interventions et éprouver les déclarations des partenaires[73].

d) Trois corpus

L'intégralité des données de l'expérimentation constitue un corpus qui contient les deux précédents. Nous numéroterons les corpus selon l'ordre de l'inclusion.

- Le premier corpus porte sur une durée de 28 mois ; il concerne le système complet (la famille Pujol, quatre écoles, trois appuis) ; il contient un grand nombre de déclarations diverses. Il correspond aux analyses des interactions entre les institutions d'un réseau didactique (chapitre 5).
- Le second corpus porte sur une durée de 4 mois (mars- juin), il concerne uniquement Noëlle, sa famille, l'école 3, le premier appui sur cette période. Il contient une forte densité d'observations didactiques contextualisées. Il correspond aux analyses de l'attribution d'échec et des régulations qui en découlent (chapitre 6).
- Le troisième corpus porte sur une durée de 28 mois, il concerne le sous-système (Noëlle, sa famille, deux écoles, deux appuis). Hétérogène pour les modalités de recueil, il restaure une unité sémantique et apporte une dimension plus longitudinale à l'observation des régulations des apprentissages. Il correspond aux analyses du partage didactique des apprentissages mathématiques (chapitre 8).

e) Précaution méthodologique

Pour trier nos objets d'étude dans la complexité de la contingence recueillie par ce dispositif (les interactions d'une famille de deux enfants scolarisées, sur une durée 28 mois, avec 4 écoles primaires) plusieurs modélisations nous ont été nécessaires. Certaines d'entre elles conserveront un statut local de construction heuristique (produite au fur et à mesure des besoins d'une étude). Même si nous nous sommes efforcée de les rendre cohérentes, pertinentes, non contradictoires entre elles et les plus consistantes possible, elles ne présentent pas toujours les caractères d'un modèle qui pourrait tel quel être mis à l'épreuve par des expériences ou des confrontations expérimentales. Pourtant, pour simplifier leur désignation et pour faciliter le repérage du lecteur, nous les nommerons « modèles » dans l'exposé ou dans les titres.

---

[73] Afin d'être en mesure de comparer les déclarations de madame Pujol à des observations directes, nous avons réalisé deux séances (filmées) avec Noëlle, l'intervenant et madame Pujol.

4 L'organisation et l'exposé des différents niveaux d'interventions et d'analyses

a) Les différents niveaux de décisions

Nous serons amenée dans les chapitres suivants à exposer des descriptions et des commentaires de natures diverses (hypothèses et confrontations aux informations disponibles, projets d'actions et discussion de ces projets, analyses didactiques générales, analyse des phénomènes de régulations, etc.). Nos analyses seront associées aux avancées théoriques de nos conjectures. De ce fait, les traitements des corpus ne seront pas réunis sous un seul chapitre. Pour en faciliter la lecture, nous présentons préalablement la structure du milieu sur lequel portent les études[74]. Il s'agit de distinguer les faits et les analyses, les objets et les moyens du discours, malgré les imbrications temporelles. Pour chacune des actions rapportée, il convient de différencier les assujettissements de l'acteur qui l'a produite. Nous considérerons ainsi quatre niveaux. Chacun d'eux fait l'objet d'un type d'exposé, qui comporte ses règles de présentation et son répertoire d'argumentation.

b) Niveau 1 : l'action didactique

Le premier niveau est celui de l'action didactique. La situation peut être conduite par l'intervenant qui accompagne les apprentissages ou par un enseignant ou encore un parent. L'action didactique de P ou A se déroule dans différentes institutions (scolaire, appui ou famille), qui nécessite un certain nombre de conditions non didactiques pour exister. P et A sont partie intégrante de la situation, ils ne peuvent se soustraire à son déroulement, ils sont soumis à ses contraintes et assujettis aux obligations de leur contrat didactique. En particulier, lorsqu'ils régulent l'apprentissage de E, P et a ont peu de temps pour recueillir des indices, vérifier leurs hypothèses et prendre ses décisions[75] ; ils ont également besoin pour interagir avec E de collecter au fur et à mesure des informations sur ses connaissances (une part d'évaluation est contenue dans les interactions).

c) Niveau 2 : l'analyse, par l'intervenant, des différentes actions didactiques

Le deuxième niveau que nous décrirons est la situation que conduit l'intervenant (réflexive par rapport au premier niveau)[76]. L'intervenant qui pilote ses actions d'appui, détermine à moyen terme les situations qu'il va conduire en position A ou P (son contrat d'accompagnement est maximal, même s'il est officiellement négocié sous une forme repérable par les parents Pujol). Ses décisions tiennent compte des obligations ordinaires de l'appui, mais au moment où l'intervenant les prend, il n'est pas soumis au contrat didactique.
Pour définir son projet (qui n'est pas exclusivement didactique), il a besoin de recueillir des informations sur les difficultés passées de Noëlle. Il s'entretient avec les enseignants et avec la famille. Il a besoin de mobiliser un capital de confiance et certaines représentations du rôle qu'il va jouer.

---

[74] Nous appliquons la méthode habituelle utilisée en Théorie des Situations.

[75] Bien sûr, l'enseignant, le parent ou l'intervenant peuvent formuler des hypothèses avant l'action, ou revenir a posteriori sur les indices de décision dont ils ont conscience. Les conditions sont alors autres, et les répertoires de décisions disponibles le sont également. Un projet a priori ne peut tout prévoir, mais il peut aussi reposer sur des savoirs qui ne sont pas directement convertibles en décisions rapides. Une raison, produite après l'action, intègre des données qui ne sont pas toujours perceptibles ou prises en compte dans le feu de l'action, mais aussi tait des indices qui restent implicites, mais qui ont été saisis dans les conditions particulières de l'action.

[76] La Théorie des Situations distingue les répertoires et les assujettissements de ces deux premiers niveaux (par exemple les modèles de P sont indicés de manière à identifier le professeur qui enseigne et celui qui prépare sa leçon).

Pour analyser les résultats des actions d'enseignement (dispensées dans la classe de l'élève), de l'accompagnement par la famille et de l'appui qu'il assure lui-même, pour saisir l'organisation de ces actions non simultanées mais interdépendantes, il lui est indispensable de consigner les faits dans leur déroulement chronologique.
L'intervenant formule ensuite des hypothèses[77] pour réguler certaines de ces actions, soit rétrospectivement, soit par anticipation d'actions futures. Il décide et établit un nouveau partage didactique entre l'institution principale, la famille et l'appui. Il négocie sa coopération avec l'école et il organise des dévolutions de son partage avec la famille.

d) Niveau 3 : l'analyse, par le didacticien, des deux niveaux précédents

Nous considérons un deuxième niveau d'analyse qui est celui de l'analyse didactique. Contrairement à l'intervenant, le didacticien n'est pas assujetti à l'action didactique, il peut l'analyser, bien après qu'elle ait eu lieu, sur la base d'enregistrements ou de transcriptions. Son exposé n'est pas tenu de se soumettre à la chronologie des faits. Au contraire, il est le plus souvent organisé selon des catégories qui lui sont spécifiques. Le didacticien relève des indices, identifie des phénomènes didactiques et structure son exposé en les hiérarchisant.

e) Niveau 4 : le chercheur expose ses analyses sur l'objet d'étude

Dans le cas présent, l'étude porte sur les phénomènes liés aux régulations et aux partages didactiques, en particulier avec la famille des élèves. Ce sont donc à propos de ceux-là[78], que le chercheur confronte les faits contingents et les modélisations. Il est amené à envisager d'autres possibles, à trier les données en fonction de sa recherche et à justifier ses choix et déclarations.

5 Quelques précision relatives au dispositif

a) Le diagnostic de l'intervenant

D'ordinaire, une institution d'appui qui n'est pas intégrée dans le dispositif scolaire, ne perçoit de l'institution principale que ce qui est donné à voir aux parents [79] : notes, cahier et copies annotées de l'élève, programmes officiels, etc. Elle utilise en général, pour établir ses propres comparaisons et son propre diagnostic, une batterie standardisée de tests étalonnés.
Mais dans le cas présent, l'intervenant dispose d'informations rares par l'intermédiaire des archives du C.O.R.E.M. (programme détaillé du travail quotidien effectué en classe de mathématique et productions de tous les élèves ; comptes-rendus des enseignants ; vidéos de certaines séances, ainsi que les analyses immédiates des chercheurs qui assistaient à l'observation, etc.).
Dans ces conditions particulières, nous avons choisi de privilégier un type de diagnostic objectivable qui tire profit de ces données. Les connaissances de Noëlle, au moment où démarre l'appui, seront estimées relativement à sa classe (détail du travail effectué et attendu, situation de Noëlle par rapport aux élèves de sa classe, programme des enseignants), à son établissement (deux classes de C.E.2) et à au niveau C.E.2 en général (résultats de l'évaluation nationale). Cette décision n'exclut pas qu'au cours des séances, l'intervenant évalue quelques connaissances spécifiques pour réguler son action.

[77] Comme au niveau précédent, il peut par avance ou a posteriori argumenter ses choix (il n'est alors plus tout à fait dans les mêmes conditions que dans celles de son action).
[78] D'autres analyses auraient pu être menées à partir des mêmes matériaux collectés.
[79] Ce qui ne veut pas dire bien sûr qu'il les interprète de la même façon.

b) La fin des interventions d'appui

Pour des raisons qui tiennent en partie à la recherche, l'intervenant est resté peu directif relativement à l'arrêt des trois appuis. Tout en exposant son avis, il a explicitement confié les décisions finales à la famille Pujol (il ne s'agissait que d'une position de principe, car dans les faits, ces décisions lui reviennent de toutes manières). De même, l'intervenant n'a pas particulièrement appuyé telle ou telle décision auprès des enseignants, car un des objets de l'observation concernait justement les négociations et les partages de responsabilité entre institutions. Une institution d'appui effective (une institution au sens social) n'aurait probablement pas agit de même.

c) Les lieux des différents appuis

La toute première séance d'appui (avec Noëlle) s'est déroulée chez l'intervenant. Puis, pour des raisons propres à la recherche, nous avons décidé de bénéficier de la logistique du C.O.R.E.M. (pour faciliter le recueil vidéoscopé des séances). Cette requête n'a pas exigé de la part de cette institution d'adaptation particulière, car elle relève de ses attributions régulières. Par contre, il nous a fallu négocier avec l'institution-école la localisation de cet appui individuel non institutionnalisé. Car le C.O.R.E.M. est situé dans l'enceinte de l'établissement, même s'il est un peu en retrait des bâtiments scolaires et les séances avaient lieu, un jour d'école, dans le temps périscolaire de la mi-journée. Cette organisation extra-ordinaire risquait en effet de mettre en péril des équilibres propres à l'école[80]. C'est au titre de la recherche (et non sous un statut privé) que l'accord avec l'école a été rendu possible et ce pour 13 séances[81].

Toutes les rencontres[82] de l'intervenant avec madame Pujol ont eu lieu à l'extérieur de l'établissement scolaire et du centre de recherche, conformément aux pratiques habituelles des cours particuliers (local professionnel extérieur[83]).

Il aurait été possible, pour l'appui de Laura, que l'intervenant officie dans les locaux du C.O.R.E.M. (comme pour Noëlle), car les enseignants avaient intégré ce type de fonctionnement (nous avons appris par madame Pujol, que les enseignants lui avaient directement proposé cette éventualité, information qui va dans le même sens d'une bonne acceptation). Mais nous n'avons pas, à ce moment-là, choisi de renouveler cette formule lourde. Nous avons estimé que le corpus d'ores et déjà constitué permettait des analyses suffisantes pour notre étude des phénomènes de partage entre l'école et l'appui. Le deuxième appui de Noëlle (qui n'était alors plus élève de l'école Michelet) s'est déroulé dans les conditions ordinaires (sans contact entre institution principale et institution d'appui).

---

80 Elle risquait également d'avoir des conséquences sur les homéostasies psychiques de la famille Pujol, en particulier pour Noëlle. Ce risque n'a pas été évalué de la même façon par le psychologue de l'école et les chercheurs du COREM et les conclusions des deux parties n'étaient pas toutes compatibles. Les chercheurs en charge de cette recherche, assument donc seuls la responsabilité de cette décision.

81 Madame Pujol a probablement imaginé d'autres raisons. Il était visible pour elle que nous entretenions de bonnes relations avec l'ensemble des enseignants, puisqu'en accompagnant ses enfants à l'école, elle nous a croisée plusieurs fois dans les locaux. Nous ne pouvions pas formuler explicitement la double nature du contrat qui nous liait, nous n'avons donc pas pris le risque de lui poser des questions sur sa perception de nos engagements. Par contre, il va sans dire que, tant à titre d'intervenant que de chercheur, nous avons veillé à ce que ni l'appui, ni la scolarité des deux enfants, ni les membres de la famille, ni le fonctionnement ordinaire de l'école, ne soient pas perturbés par cette organisation (provisoire en regard des interactions entre les Pujol et l'intervenant, les Pujol et l'école et entre le chercheur et le COREM).

82 Mis à part quelques rencontres fortuites dans les couloirs de l'école, à l'occasion des trajets aux heures d'ouverture ou de fermeture.

83 Y compris pour les séances filmées. Nous avons choisi de déplacer les appareils pour ces occasions.

d) A propos de l'exploitation des matériaux recueillis

Le champ de recueil étant très vaste, nous ne rapporterons qu'une partie de ce dont nous avons pu prendre connaissance durant ces observations[84]. Nous ne traiterons pas non plus la totalité des données sur un même régime : certaines resteront à l'état brut, d'autres seront analysées plus ou moins profondément.

Ce second dispositif expérimental (tout comme le premier) devait nous permettre de rencontrer de nouvelles questions. Notre recherche ne s'est pas centrée sur le traitement didactique des difficultés des élèves, aussi nous ne détaillerons pas le déroulement de l'appui de Noëlle (bien que nous disposons de matériaux qui le permettraient). Pour que le dispositif puisse fonctionner, il nous a fallu résoudre un certain nombre de questions praxéologiques. La réalisation ne prétend être une référence dans le domaine. Elle n'est pas non plus à comprendre comme l'occurrence d'un protocole de recherche, destiné à éprouver des hypothèses concernant la transmission de certains savoirs mathématiques. La détermination des séances a été initiée par la contingence. C'est au contraire la nature des observations qui a décidé a posteriori de l'exploitation des données (en particulier pour la dernière partie de cette thèse qui concerne l'apprentissage des tables de multiplication).

Toutefois, le cadre scientifique de cette recherche nous conduirait à rendre compte au lecteur de l'intégralité des données recueillies. Les analyses portent tantôt sur des documents écrits, tantôt sur des films, tantôt sur des fiches de préparation, tantôt sur des notes prises sur le vif par l'intervenant[85]. La collecte de l'ensemble (en particulier les transcriptions des vidéos) dépasserait ce qu'une thèse peut contenir, même en annexe. Nous avons donc du effectuer un tri, qui n'est qu'un compromis. Les bandes originales sont archivées au C.O.R.E.M.

[84] Par exemple, le fonctionnement ordinaire du COREM nous fournissait des informations sur les pratiques des enseignants, sur le climat dans l'école Michelet, etc.

[85] En particulier pour les entretiens directs ou téléphoniques avec madame Pujol ou avec les différents protagonistes de l'école.

Chapitre 5

Une famille et l'apprentissage des mathématiques

I Présentation de la famille Pujol

1 La famille Pujol et l'offre institutionnelle

Monsieur et madame Pujol habitent une banlieue relativement aisée de Bordeaux. Ils tiennent ensemble un commerce (hôtellerie).
Leurs filles, Noëlle et Laura, sont respectivement âgées de 8 et 6 ans [1].
L'aînée est scolarisée en CE2, la cadette en CP (admise par passage anticipé). Elles vont toutes deux dans une école publique qui n'est pas celle prévue par la carte scolaire. Le domicile de la famille est situé dans une commune avoisinante.

Monsieur et madame Pujol choisissent méticuleusement les établissements scolaires avant de décider d'une inscription. Régulièrement, ils s'informent, communiquent avec d'autres parents, rencontrent la direction, visitent les locaux, s'impliquent dans la vie de l'école et les associations de parents d'élèves.
Ils n'hésitent pas à déplacer leurs enfants chaque fois qu'ils pensent avoir trouvé une école mieux adaptée à leurs attentes.

L'année précédente, la famille vivait dans une autre région. Elle adhérait avec enthousiasme aux méthodes pédagogiques de type Freinet qui se pratiquaient dans l'école (privée) des deux petites filles.
Mais après avoir déménagé au printemps, il s'avère impossible pour les parents de retrouver l'équivalent de cette « école nouvelle ». A la suite de nombreuses recherches et d'essais infructueux, ils jettent finalement leur dévolu sur l'établissement (privé) qui leur semble se distinguer le mieux des autres. Des activités d'éveil originales et variées ainsi qu'une organisation particulière des emplois-du-temps entretiennent en effet une certaine réputation « d'école différente » qui les attire. L'enseignement disciplinaire se révèle, selon eux, plutôt traditionnel et décevant. Les deux enfants y terminent l'année scolaire (cette expérience dure 4 mois), mais en septembre, les parents Pujol préfèrent mettre Noëlle et Laura dans une école publique, éloignée de leur domicile, mais qui est rattachée à un centre de recherche. Ils pensent avoir ainsi déniché une « école pilote » qui leur apportera peut-être enfin satisfaction.

A la fin du premier trimestre, les enseignants signalent au R.A.S.E.D.[2] les difficultés de Noëlle avec les mathématiques. Les parents doivent rencontrer prochainement le psychologue scolaire, afin qu'il leur présente la synthèse des différents bilans effectués.
Mais avant même que cet entretien n'ait lieu, l'idée d'un nouveau changement a d'ores et déjà germé. Madame Pujol prend rendez-vous et visite une école privée dans sa commune. A cette occasion, elle évoque avec le directeur les difficultés de sa fille aînée. Ce dernier lui communique le nom d'une personne qu'il recommande pour les soutiens individuels en mathématiques.

Au moment où commence l'étude, la famille Pujol sollicite cet intervenant afin qu'il assure, en dehors de l'école, un appui en mathématiques auprès de Noëlle.

Finalement, le déplacement des enfants n'aura pas lieu comme prévu, mais un an plus tard (et dans un autre établissement privé que celui qui était envisagé, et qui n'est pas non plus situé sur le lieu de résidence).

---

[1] Au moment où nous les rencontrons, Noëlle a 8 ans et 8 mois et Laura 6 ans et 1 mois.
[2] Réseau d'aide spécialisée aux élèves en difficulté.

2 Le recours de la famille Pujol à un appui extérieur en mathématiques

a) Le premier appui de Noëlle

Le premiers recours à un appui extérieur en mathématiques est, nous l'avons vu, totalement à l'initiative de la famille. Il est précédé d'un dépistage institutionnel, mais il est conseillé par un autre établissement scolaire, sollicité en vue d'une prochaine inscription.
L'appui est immédiatement instauré, dès le premier contact téléphonique entre madame Pujol et l'intervenant fin février 1997. Il dure 4 mois.

D'un commun accord et même si il est entendu que toutes les difficultés ne sont pas encore résorbées, cet appui est suspendu, car Noëlle reprend confiance dans ses capacités mathématiques, ses résultats s'améliorent et l'été arrive.
Lorsque Noëlle entre en CM1, ses parents attendent les résultats du premier trimestre pour décider ou non d'une reprise. De leur côté, les enseignants (en relation avec leurs collèges de l'année passée) suggèrent, en vain depuis la rentrée, que cet appui soit reconduit et poursuivi.

b) L'appui de Laura

Début janvier 98, lorsque madame Pujol fait de nouveau appel à l'intervenant, c'est pour aider Laura, qui est maintenant en CE1. Lorsqu'elle informe les enseignants de sa décision, ils sont d'abord étonnés par cette démarche. Pour eux, Laura n'est pas en difficulté au point de nécessiter des cours particuliers. C'est une élève qui participe bien en classe de mathématiques et ses performances quotidiennes sont satisfaisantes, particulièrement en calcul mental. Mais les résultats de fin de trimestre s'avèrent plus bas que ceux qui étaient pronostiqués. Les enseignants paraissent finalement se rallier à la décision d'appui externe (l'intervenant conduit 6 séances, sur une période de 2 mois).
En mars, Laura ne maîtrise pas encore toutes les notions exigibles à son niveau, mais bien d'autres élèves dans la classe rencontrent les mêmes difficultés et les activités didactiques programmées continuent de mobiliser les connaissances visées. Faut-il suspendre l'appui externe ? Faut-il le poursuivre ? La famille est perplexe (les enseignants également). Finalement, monsieur et madame Pujol annoncent à leur fille qu'elle ne peut mener de front le soutien en mathématique et les compétitions de natation. Ils lui demandent de se prononcer : Laura choisit la piscine.

c) Nouvelle rupture scolaire

En fin d'année scolaire, Noëlle passe sans problème en classe de CM2 (sans recours à une aide extérieure). Mais les enseignants de Laura conseillent le maintien en CE1. Ils invoquent une immaturité générale[3] et des résultats globalement trop faibles. Les parents acceptent ce redoublement, mais déplorent qu'il éloigne Laura de ses camarades de classe[4]. La conjonction de cet événement et de l'imminente entrée en 6ème de Noëlle (qui va aussi provoquer des ruptures dans les relations amicales) ravive la quête de monsieur et madame Pujol pour une solution scolaire mieux adaptée à leur mode de vie et à leurs aspirations.

---

[3] Laura est née en janvier, elle est parmi les plus jeunes de sa classe. Elle est entrée en C.P. avec « un an d'avance ».

[4] Ce type d'argument « ne pas séparer les camarades de classe » est employé de manière paradoxale par la famille Pujol, puisqu'il s'agit de changer une nouvelle fois d'établissement. Il appartient à la panoplie courante de justifications psychologisantes qu'emploient certains parents pour tenter de contrer les propositions de redoublement. De même, « l'enfant sera beaucoup plus grand que les autres et cela va le gêner », alors que les parents évoquent rarement l'argument inverse dans le cas d'un passage anticipé ; ou encore « l'enfant le sentira comme un échec », alors qu'ils taisent leur propre perception des événements et ses répercussions sur la perception de l'enfant. Remarquons que ces arguments circulent aussi dans le milieu professionnel.

En septembre 98, Noëlle (en CM2) et Laura (en CE1) sont inscrites dans une école privée qui jouxte le collège qui lui est associé. L'établissement regroupe ainsi les trois premiers degrés scolaires (maternelle, primaire et collège) dans un même lieu. Les parents sont donc assurés que leurs filles ne seront pas encore séparées de leurs nouvelles camarades et que les trajets école-maison resteront pratiques durant quelques années[5].

d) Le deuxième appui de Noëlle

C'est en janvier suivant (1999), après avoir reçu le bulletin du premier trimestre et passé les fêtes, que Madame Pujol reprend contact avec l'intervenant au sujet de Noëlle. Le travail d'appui se poursuit donc après 19 mois d'interruption, sur une durée de 6 mois (jusqu'en juin 99). Le passage en 6ème est décidé par le conseil des maîtres sans aucune hésitation, car il constate une nette amélioration de la compréhension en fin d'année et les résultats du troisième trimestre sont satisfaisants.
Laura passe en CE2, ses résultats sont moyens : ils correspondent aux normes, mais sont jugés décevants relativement au redoublement.

3 Le réseau d'institutions utilisé par la famille Pujol

La description des entrées et des sorties institutionnelles, que nous venons de relater fournit une image des comportements sociaux de cette famille vis à vis de l'école. Mais elle laisse dans l'ombre les événements qui ont conduit à ces passages, et les articulations de ces décisions avec les pratiques d'accompagnement ordinaires des parents Pujol.

a) Restrictions concernant l'usage du modèle du réseau didactique

Il convient de souligner un certain nombre de limitations à la modélisation que nous venons de proposer.

- Chaque famille n'utilise qu'une petite partie du réseau didactique instauré par la société pour organiser et réguler les transmission des savoirs mathématiques de leurs enfants.
- Le réseau didactique, auquel une famille fait appel, évolue en fonction de l'âge des enfants, de leurs difficultés scolaires, des échéances d'orientation, des possibilités financières, du répertoire familial, de la disponibilité temporelle, des proximités géographiques, des ressources amicales etc. Des solutions très différentes peuvent être envisagées, dans une même famille pour chaque enfant (des établissement d'enseignement et des recours extérieurs distincts pour chacun d'eux).
- La liste et les fonctionnements nominaux des institutions sollicitées ne décrivent que très partiellement les comportements des familles face au réseau institutionnel disponible.
- L'ordre et la nature des décisions de régulation des familles font jouer des rôles différents aux éléments institutionnels d'un même réseau. Ce n'est donc pas la description du réseau utilisé qui fournit des indications sur les comportements didactiques des parents, mais bien l'usage qu'ils en font.

Il s'agit maintenant, à partir des épisodes collectés, de construire une image des interactions de la famille Pujol avec le réseau didactique.

b) Une succession d'institutions principales

L'institution principale du réseau didactique de la famille Pujol est, en raison de l'âge des enfants, une école primaire (nous considérerons, dans le cas présent, que les enfants sont scolarisées au même endroit, en ne distinguant pas la maternelle de l'élémentaire).
Mais elle change au cours de temps, puisque les parents Pujol choisissent successivement différents établissements.

---

[5] Rappelons que l'école n'est pas proche de leur habitation.

A chaque instant, une seule institution joue cette fonction d'enseignement. Une passation complète du rôle s'effectue à chaque déplacement des enfants.
Les propos recueillis, réorganisés par école, fournissent des indications du rapport des Pujol à l'institution scolaire et quelques indices éducatifs, pédagogiques ou didactiques qui guident les choix de cette famille.

1 L'école 1

Entre septembre 1991 et mars 1996.
Noëlle commence sa scolarité à l'école 1 : les classes maternelles, le Cours Préparatoire et les premiers mois du Cours Elémentaire 1.
De même Laura (scolarisée depuis septembre 94) suit une Petite Section et commence une Moyenne Section (une classe à double niveau, qui comporte des élèves de Grande Section).
L'école 1 est une école privée.

C'est « une école nouvelle dans toute sa splendeur »[6], nous dit madame Pujol.
« Les enfants travaillent à leur rythme, à partir des fiches Freinet. A [l'école 1], il n'y a pas de notes et je trouve ça très bien. Là bas, ils ont compris le rythme des enfants. Noëlle, en mathématiques, a énormément manipulé à [l'école 1]. En éducation nouvelle, ils ne mettent le doigt sur la multiplication qu'en fin de CE2, début de CM1, et la soustraction aussi. Ils n'apprennent la soustraction qu'après la multiplication, car elle est plus difficile ».

Toujours en contact avec des amis parents d'élèves, madame Pujol se tient au courant des projets pédagogiques proposés à l'école 1. Elle en parle avec enthousiasme, même deux ans[7] après son départ de la région :
« C'est toujours formidable ! Ils ont fait un séjour en Allemagne et ils ont préparé le parcours avec les enfants. Tout ce qu'ils font est très adapté aux enfants. Par exemple quand les enseignants sentent que les enfants sont un peu fatigués ou énervés, ils leur donnent des mandalas[8] à colorier ».
Trois ans après son départ[9], elle prévoit encore de retourner dans cette école, à l'occasion de conférences organisées durant un long week-end férié de printemps.

2 L'école 2

Par suite d'un déménagement en mars 1996, les enfants doivent quitter l'école 1.
Désormais fixée dans la région bordelaise, madame Pujol fait le tour de quelques écoles, qu'elle trouve « très classiques ».
Mais l'école 2 la séduit par son environnement verdoyant et les activités-nature proposées dans les heures scolaires ; elle décide d'y inscrire Noëlle et Laura.
L'école 2 est une école privée, rattachée à la direction diocésaine, mais qui se définit plus par ses spécificités pédagogiques que confessionnelles.

Noëlle y termine son CE1 (les 4 mois de fin d'année).
Laura, elle, est finalement inscrite en Grande Section pour plusieurs raisons concomitantes :
- la classe de Grande Section de l'école 2 comporte très peu d'enfants ;

[6] Dans ce chapitre, les mots, expressions ou phrases cités, placés entre guillemets, sont extraits des différentes conversations recueillies durant 28 mois. Certaines de ces conversations sont objectivement retranscrites d'après des enregistrements, d'autres sont reconstruites d'après des notes prises en directes.
[7] Avril 1998.
[8] Les mandalas (images organisées autour d'un point central) sont des exercices dits de recentrage, issus des travaux de neuro-pédagogie, ils sont par exemple cités dans Trocmé-Fabre (1987), p 138 et 145.
[9] Mai 1999.

- tandis que la classe de Moyens, groupée avec celle des Petits, est nettement plus chargée ;

- Laura est née en début d'année civile (janvier), l'écart d'âge avec les plus jeunes des Grandes Sections est de ce fait jugé négligeable.

Mais madame Pujol est relativement vite déçue de son choix :

« C'est parce que j'avais appris qu'une des classes correspondait avec une classe de [l'école 1], que j'avais pris contact avec [l'école 2]. Mais je me suis rendue compte par la suite que ce n'était en fait qu'une initiative personnelle d'une des maîtresses. D'autres enseignants, eux aussi, auraient eu la volonté d'enseigner différemment, mais l'école n'en fournissait pas les moyens ! Dans cette école [2], ils n'ont pas du tout le même état d'esprit qu'à [l'école 1]. Les enseignements sont très classiques. Les activités pédagogiques ne sont pas vraiment intégrées aux enseignements des mathématiques et du français, elles sont rajoutées, elles sont à côté ».

Alors que l'école 1 lui paraissait « ouverte à tous », elle ressent que le public qui fréquente l'école 2 est essentiellement « composé d'élèves en difficulté, plutôt violents, probablement en rupture avec l'enseignement traditionnel ».

Les enseignants n'emportent pas tous non plus tous son adhésion, elle en rend le chef d'établissement responsable : « La maîtresse de Laura était exécrable. Proche de la retraite, elle n'était pas faite pour enseigner aux petits. Vous vous rendez compte, elle ne fêtait même pas les anniversaires des enfants ! Elle ne les laissait pratiquement pas dessiner. Un directeur qui s'entoure de ce type d'enseignants ne m'inspire pas grande confiance ».

La réputation de l'école dépend aussi de la réussite de chaque élève : « Je suis restée en contact avec une amie qui avait ses enfants dans [l'école 2], au même moment que moi, mais qui les y a laissés . Elle m'a confié que son aîné, après 4 années de primaire à [l'école 2], présentait de grosses lacunes lorsqu'il a changé d'école en CM2[10]. Bien sûr c'est peut-être un cas particulier, mais ... Je connais d'autres parents qui ont retirés leurs enfants, parce qu'ils n'étaient pas satisfaits de cet enseignement. Moi, je n'ai pas accroché à cette école ! ».

3 L'école 3

L'école 3 est une école publique d'un statut singulier puisqu'elle est rattachée au C.O.R.E.M : le centre d'observation pour la recherche sur l'enseignement des mathématiques. Au moment où la famille contacte l'intervenant (février 1997), elle tient, dans le réseau didactique, le rôle d'institution principale.

Les enfants y restent deux années scolaires complètes : de septembre 96 à juin 98 :

- Noëlle en CE2 et CM1 ;
- Laura en CP et en CE1 (première année).

Madame Pujol justifie son choix de la manière suivante :
« Dans cette école, les enseignants ont un projet, ils travaillent en équipe. L'école publique de [la commune voisine, qui n'est pas non plus celle de son domicile] : on m'en a parlé ... mais il n'y a pas d'équipe pédagogique. Et ça c'est très important, que les enseignants parlent le même langage ! » (mars 97).

[10] Ce type d'argument (jugement de l'école d'après les résultats obtenus par quelques élèves) est repris plus tard par madame Pujol, lorsqu'elle quitte l'école 3. Des enseignants de l'école 3 jugent, de leur côté, que l'école 2 n'a pas bonne réputation, mais nous ne connaissons pas les raisons de cette opinion.

Mais il est probable que d'autres facteurs l'aient également convaincue, car elle utilise quelque fois les expressions « école pilote » ou « école expérimentale » pour la désigner (bien que l'école 3 n'utilise jamais ce type de dénomination).

Les raisons invoquées (indirectement), susceptibles de justifier le déplacement des enfants, sont plutôt de type éducatif :

« Dans [l'école 3], dans la cour, ... enfin je trouve qu'on ne parle pas assez avec les enfants du respect des autres [11] » (fév 97).

« Il y a aussi le non respect des autres, que certains parents n'apprennent pas et les maîtres ne peuvent pas tout faire ... Noëlle était très choquée au départ en arrivant à [l'école 3]. C'est la jungle ! Et puis il y a un problème de langage. Noëlle voulait inviter une camarade à la maison, mais la maman ne parlait pas français, c'est une petite coréenne, son amie, je crois. C'est une richesse [12] aussi, mais ça prend beaucoup de temps » (mars 97).

Quelques satisfactions d'ordre didactique sont relevées (qui semblent en partie liées à la réussite des enfants) :
« Je trouve que les enseignants de [l'école 3] font bien pour le CP. Ils font bien passer les maths, ils font bien les passages. Ils font progresser sans brusquer les enfants. Laura n'a aucun problème. Enfin, pour l'instant ! On ne sait jamais ce qui peut arriver. Mais ça se passe très bien pour l'instant » (avril 97).

Mais madame Pujol émet aussi des critiques qui concernent la quantité de travail et les progressions des enseignements :
« Et puis il y a trop de travail, c'est un frein à l'ouverture[13]. C'est très important pour moi cette idée d'ouverture » (fév 97).
« Je m'inquiète, parce que Laura va commencer la multiplication[14], c'est très tôt je trouve, mais il paraît que c'est le programme de l'Education Nationale ! Commencer la multiplication, alors que plein de choses ne sont pas encore acquises ... » (janv 98, c'est à dire au moment ou madame Pujol identifie des difficultés).

4 Une école potentielle (3')

En février 97, madame Pujol pensait inscrire les enfants dans l'école 3' (c'est le directeur de cette école 3' qui lui a communiqué le nom de l'intervenant d'appui).

L'école 3' est une école confessionnelle privée sous contrat. Elle est située sur la commune de résidence des Pujol.
Madame Pujol précise : « Je ne suis pas catho, même si j'ai moi-même été à l'école catholique. Je suis plutôt pour l'école publique, malheureusement elle a peu de moyens ».

Voici comment elle explique, que cette école ait attiré son attention :

---

[11] Nous rapportons-là les raisons données par madame Pujol, mais n'avons découvert sur ce point aucun élément pouvant justifier cette position.

[12] L'école est située dans un quartier relativement populaire, non isolé des quartiers universitaires de la ville. Le directeur dénombre un grand nombre de nationalités dans l'école.

[13] De manière générale, madame Pujol semble considérer toute contrainte scolaire comme une entrave à la liberté individuelle et à l'ouverture sur la vie sociale. D'un point de vue épistémologique, les contraintes de l'apprentissage (entraînement, respect des conventions, etc.) sont également perçues comme des entraves à la découverte spontanée et au plaisir qui devrait naturellement en découler.

[14] Madame Pujol évoque le niveau du C.E.1 (que suit Laura). Par contre elle ne mentionne pas la progression très spécifique de l'école relative à l'enseignement de la multiplication, en particulier celui de l'algorithme « per gelosia » (Brousseau 1973 et Brousseau 1985).

« Le privé est plus ouvert sur l'extérieur, ils ont des projets pédagogiques, ils font des sorties, par exemple l'exposition sur les nombres à Cap Sciences, sur les quais [15]. C'est pour ça que j'ai pris rendez-vous avec cette école : le directeur me semble dynamique, ouvert. Les enseignants de [l'école 3'] ont suivi une formation avec madame Guerritte-Hess[16] au sujet des mathématiques ».
« J'ai fait ma petite enquête à la sortie de [l'école 3'], j'ai parlé un peu avec les parents ... Oh avec un père de famille qui n'est pas particulièrement accroché à la pédagogie ! Mais j'ai été attirée, c'est vrai, par certains aspects, des valeurs de la vie qui se perdent à l'heure actuelle[17], qui s'apprennent de moins en moins à l'école. Nous parents, nous attachons de l'importance à certaines choses, qui ne sont pas toujours la préoccupation des enseignants, alors on se retrouve en dilemme avec l'école et l'enfant en profite, on n'a plus l'autorité pour ... Ce sont de petites choses, mais qui ont leur importance : une bonne tenue devant la table pour bien écrire, un cahier propre, former les lettres comme il faut[18] ... Je sais, les maîtresses sont débordées ... mais c'est important dans la vie. Par contre, je suis gênée par la classification des enfants qui vont dans ce genre d'école, la classification en rapport avec l'argent[19]. Mais mes filles vont à l'animation de quartier, elles côtoient aussi d'autres enfants. Et puis la proximité de l'école est tentante, le psychologue [R.A.S.E.D. de l'école 3] m'avait parlé des trajets[20] ... Noëlle a encore 2 ans à faire en primaire, mais j'ai aussi sa soeur, qui a encore 4 ans à passer. Je ne me vois pas aller à deux endroits trop éloignés[21]. J'hésite encore. Je suis en pleine période de questionnement. Le directeur de [l'école 3] m'a bien prévenue que c'était une pédagogie classique. Je dois lui donner une réponse dans quelques jours » (mars 97).

Monsieur et madame Pujol ont finalement décidé de ne pas inscrire leurs filles à l'école 3' et de les maintenir à l 'école 3 une année supplémentaire[22].

5 L'école 4

Après l'annonce du redoublement de Laura et devant le prochain passage au collège de Noëlle, il est de nouveau question pour la famille d'un changement d'établissement.

---

15 A Bordeaux, un ancien entrepôt portuaire sur les quais de la Garonne a été transformé en musée d'exposition à caractère scientifique. Chaque année, Cap Sciences propose une exposition thématique. Une d'entre elles a été consacrée aux mathématiques : *Mille et un chiffres* (20 novembre 1996 au 6 avril 1997), comité scientifique F. Dress (univ. Bordeaux 1).

16 B. Guerritte-Hess, ancienne formatrice du G.E.P.A.L.M., assure des formations à propos de l'enseignement des mathématiques, dans le cadre des ARPEC (associations régionales pour la promotion de l'enseignement catholique). Elle est l'auteur de plusieurs ouvrages de rééducation mathématique.

17 D'ordinaire, madame Pujol préfère se référer aux valeurs de modernité et d'épanouissement. Essaye-t-elle plusieurs types d'argumentation ? A-t-elle conscience des contradictions qui surgissent entre toutes ses attentes ? Est-elle influençable au point de suivre la dernière argumentation entendue ? Ses raisons suivent-elles d'autres mobiles implicites et contextualisés ? Nous avons souvent relevé dans ses propos des traces qui pourraient être attribuées à une empreinte de tel ou tel protagoniste (y compris de l'intervenant). Dans cette étude, nous réunissons tous ces éléments douteux et labiles sous le terme de « représentations ».

18 Dans le classeur de Noëlle (école 3) nous pouvons relever en septembre 96 une graphie maladroite, tout particulièrement pour les chiffres 2 et 9. A partir de janvier 97, l'écriture s'améliore nettement.

19 Madame Pujol ne cache pas qu'elle choisit souvent les écoles « qui ont les moyens ». Ce qui n'est pas tout à fait la même chose que d'évoquer les revenus de ceux qui fréquentent les dites-écoles.

20 Lors des entretiens avec le psychologue scolaire, Noëlle se plaignait de maux de tête qu'elle attribuait aux longs trajets pour aller ou revenir de l'école. Madame Pujol n'a finalement pas tenu compte de cet aspect, car aucune des 3 écoles qu'elle a choisies dans la région bordelaise n'a été proche de son domicile.

21 Cet argument est reformulé l'année suivante à propos de l'inscription dans l'école 4.

22 Les parents Pujol n'ont apparemment jamais formulé, même dans l'école, de lien entre ce maintien (ou le départ différé) et l'appui par l'intervenant. En janvier 99, ils n'y ont pas non plus fait allusion. L'intégralité des raisons de changement exprimées est ici rapportée (ce qui ne sous-entend pas que ce facteur n'ait joué aucun rôle).

L'école 4 (confessionnelle privée sous contrat), se trouve à peu près autant éloignée de leur domicile que l'école 3, puisque les deux écoles sont situées dans le même quartier.
L'établissement regroupe une école primaire et un collège.

Noëlle est inscrite (septembre 98) en CM2, Laura en CE1 (deuxième année).

Pour justifier son choix, madame Pujol expose des arguments de même nature que les précédents :

« J'hésite pour l'an prochain. Mon grand souci c'est de trouver un collège pour l'année d'après, venir jusqu'ici c'est loin. Je ne tiens pas à tout prix les mettre dans le privé, parce que je ne trouve pas intéressant de faire passer les valeurs de citoyenneté et de relations sociales par les idées de la religion. Ce qui compte pour moi, c'est le suivi de l'enfant et l'ouverture sur le monde » (avril 98).

« La maîtresse de Noëlle est une nouvelle maîtresse dans l'école, elle utilise des méthodes de manipulation avec des pailles pour expliquer le principe de la virgule[23] et elle connaît le G.E.P.A.L.M.. J'ai aussi discuté avec une jeune fille de 24 ans, qui est à l'I.U.F.M. et qui fait un stage à l'école. En fait, elle m'a dit que l'I.U.F.M. ne propose pas ces formations sur les mathématiques[24]. C'est bien dommage ! En fait, il faut que les enseignants fassent personnellement la démarche[25]. Je trouve que c'est louable de leur part ! » (janv 99).

« J'ai changé Noëlle d'école cette année, parce qu'elle ira dans le collège au même endroit. Pour qu'elle se fasse des copains[26] et qu'elle les garde jusqu'en 3ème. Je me sens bien plus tranquille maintenant que je sais que ça va durer. D'ailleurs, j'ai une amie, qui avait ses enfants à [l'école 3], elle était aussi assez perturbée par cette école et elle les a changés en octobre. Le directeur de [l'école 3] a reconnu que peut-être ils étaient un peu trop axés sur les mathématiques dans cette école et qu'ils laissaient peut-être un peu tomber d'autres matières importantes[27]. Et puis j'ai une autre amie. Sa fille est passée en 6ème à [collège public du secteur de l'école 3]. Mais elle a eu beaucoup de mal à s'adapter. Pendant 6 mois ça a été très dur, les parents ont dû beaucoup l'aider à se faire à ces méthodes, à apprendre par coeur et tout ça. Le par coeur, ils le font en 6ème, c'est comme ça, mais les enfants doivent s'y habituer avant[28]. Dans [l'école 4], ils ont beaucoup axé sur le sport[29]. Bon ... c'est important aussi sans doute ! » (janvier 99).

---

[23] Madame Pujol et cette enseignante font très probablement référence à une situation présentée lors d'une formation animée par B. Guéritte-Hess. Nous avons nous même suivi un stage analogue, mais dans le cadre du GEPALM. Bernadette Guéritte utilisait, entre autre, de longues pailles (à boire) pour travailler la numération décimale avec les élèves : c'est un matériel facilement disponible, peu coûteux, léger, qui permet des découpages en dix et même cent morceaux. Au delà de ces propriétés physiques, l'objet lui-même évoque chez les enfants le plaisir et les vacances. Le moment où B. Guéritte exhibe dans la classe une paille coupée en cent morceaux et reconstituée par collage constitue un temps fort du spectacle. Il n'est guère étonnant que les pailles deviennent ainsi l'emblème distinctif de la situation, pour les élèves, pour les stagiaires, pour les enseignants et pour les parents qui en entendent parler.

[24] Madame Pujol semble séduite par les formations complémentaires courtes (des cessions d'environ 30 heures) et identifiables (par un patronyme, une méthode, un organisme). Tandis que les formations générales officielles et anonymes de l'IUFM paraissent la décevoir.

[25] Madame Pujol semble opposer les organismes de formation et hiérarchiser les mérites personnels des enseignants, mais elle ne distingue pas nettement la formation continue de la formation professionnelle de base.

[26] Nous avons déjà relevé ce type de paradoxe qui consiste à déplacer l'enfant de son école « pour » qu'il puisse établir des relations durables avec ses pairs.

[27] Nous rapportons les propos de madame Pujol. Ils ne sont pas confirmés sous cette forme par le directeur. L'école rattachée au COREM fait l'objet chaque année d'une évaluation des résultats obtenus dans chaque disciplines et qu'ils sont considérés comme satisfaisants dans les instances académiques.

[28] Madame Pujol apporte-là un argument contradictoire avec sa recherche constante d'un enseignement « différent » et son rejet des pratiques scolaires « classiques ». En particulier, nous le verrons plus loin, cette

« Dans cette école [4], ils ont une bonne connaissance des enfants, ils arrivent à bien les cerner. A [l'école 3] j'ai été choquée de voir que les maîtresses semblaient ne pas bien connaître Laura[30]. Alors que là (école 4), à la réunion pour les parents, j'ai entendu le même langage que moi, et ça m'a fait plaisir[31]. Une maîtresse disait : "Si un enfant n'a pas compris la première fois, je me dis que c'est à moi de m'adapter et je réexplique d'une autre manière". Si elle l'a dit, je me dis qu'elle doit le faire ! On ne dit pas des choses comme ça en l'air tout de même ! [32] » (janvier 99).

« Pour Laura, ça va beaucoup mieux. Elle refait un CE1 et elle en avait globalement besoin, elle avait presque un an d'avance. Cette année, elle est plus sûre, plus mûre. C'est aussi pour ça que je l'ai changée d'école, parce que ce redoublement, elle ne l'a pas facilement accepté et sans changement elle l'aurait très mal vécu [33] » (janvier 99).

II L'accompagnement ordinaire des apprentissages mathématiques chez les Pujol

Dans quelle mesure les indices de la famille pour réguler les apprentissages sont-ils liés aux contenus et aux erreurs mathématiques ?
Sur quels objets didactiques ces événements s'actualisent-ils ?
Quelles connaissances mathématiques circulent dans cette famille et quelle épistémologie régit les interactions ?
Les décisions des uns et des autres sont-elles pertinentes du point de vue de la transmission des savoirs et des apprentissages ?
Les comportements de cette famille et des différentes écoles sont-ils excessivement singuliers ou au contraire relèvent-ils en partie de phénomènes didactiques prévisibles ?

Dans ce deuxième paragraphe, nous analysons comment les parents Pujol :

- suivent, contrôlent et régulent (en interne) les apprentissages mathématiques de leurs deux filles ;
- répartissent les tâches didactiques (enseignement, accompagnement) entre eux et les écoles qu'ils sollicitent.

---

référence à l'entraînement des connaissances acquises ne correspond pas avec son rapport à l'apprentissage et avec ses propres pratiques familiales. Cette raison apportée est nettement un effet rhétorique de justification, ce n'est pas une explication directe de son départ.

29 Si chaque école doit à tout prix être distinguée par un trait caractéristique (la spécialité de l'école 4, c'est le sport ; celle de l'école 3 c'est l'enseignement des mathématiques), pourquoi la spécialité « sport » ne serait pas tout autant susceptible que la spécialité « mathématiques » de « laisser un peu tomber » les autres matières importantes ?

30 Le fonctionnement spécifique du COREM repose en partie sur le travail d'équipe au sein de l'école. Chaque classe est conduite par trois enseignants. Peut-être est-ce là la source du reproche que formule madame Pujol. Nous avons, pour notre part, observé que les enfants Pujol faisaient au contraire l'objet de nombreuses discussions entre les enseignants.

31 Il semble que la distinction qu'établit madame Pujol entre les deux écoles se situe plutôt à ce niveau-là, que celui de la simple « connaissance » des enfants par les maîtres. La connivence entre les membres de la famille et les acteurs scolaires semblent essentielle pour madame Pujol. Elle en recherche les indices et entretient avec beaucoup d'énergie des relations plutôt de type communautaire (relation de proximité et sur la base de valeurs communes, d'intérêts à défendre) que de type professionnel (relation de délégation et sur la base de fonctions bien distinctes).

32 Madame Pujol évoque ici l'éventuel décalage qui peut exister entre le fonctionnement nominal et le fonctionnement effectif, entre la représentation annoncée et la réalité, elle en a donc conscience, même si elle exprime sa conviction dans les déclarations citées, sans en expliciter les indices.

33 Le changement d'établissement n'est pas présenté par madame Pujol comme une alternative au redoublement, mais comme une condition propice à son bon déroulement. Ce sont des argument de type psycho-relationnels qui sont avancés, au détriment de la continuité pédagogique et didactique.

Nous nous appuierons parfois sur les observations plus précises du deuxième ou du troisième corpus.

1 L'accompagnement des apprentissages scolaires

La famille Pujol est très attachée au suivi des apprentissages et ne le confie à aucune autre institution d'accompagnement.

a) La famille Pujol et le suivi des progrès scolaires

Les parents de Noëlle et Laura se tiennent informés de la vie scolaire. Dans l'école 3, madame Pujol (déléguée de parents d'élèves) participe régulièrement aux réunions prévues par l'école et les classes de leurs deux filles, et s'y investit[34].
Elle suit aussi de près les résultats scolaires, tout comme son conjoint. Les mathématiques tiennent une place importante dans la famille.

Une anecdote à propos du cahier de notes qui circule entre l'école et la famille, montre que leur intérêt semble même dépasser dans certains cas ce que l'école attend d'eux.

> Certains des résultats quotidiens, consignés dans un cahier, fournissent aux parents une image de l'avancement des apprentissages. Chaque mois, ce cahier est emporté à la maison et doit être visé. En cinq mois, madame a signé cinq fois, monsieur une fois.
>
> Dans les marges de septembre et d'octobre, bien que ce ne soit pas prévu à cet effet, madame Pujol écrit ses remarques :
>
> - « Noëlle à effectivement des difficultés de rapidité et de compréhension. Nous avons toute l'année pour l'aider à apprécier les mathématique » ;
> - « Il manque encore un peu de compréhension de la part de Noëlle. Mais elle à l'air de bien s'adapter à cette nouvelle méthode ».
>
> L'enseignant s'est offusqué[35] de l'attitude déplacée de ces parents qui avaient osé écrire dans le cahier au lieu de signer simplement. Monsieur et madame Pujol se sont finalement adaptés aux us et coutumes[36] de cette école et ont renoncé à utiliser cet espace commun pour communiquer leur perception des apprentissages.

Mais cet épisode nous apprend, outre que madame Pujol écrit en faisant des fautes d'orthographes qui persistent d'un mois à l'autre[37], qu'elle défend comme un caractère ordinaire l'idée qu'un apprentissage est parfois irrégulier.
Elle ne dramatise pas ces difficultés en mathématiques et semble confiante dans l'issue favorable des efforts entrepris par Noëlle et les enseignants[38].

---

[34] Le directeur de l'école le confirme : « Elle est très présente en réunion, elle prend facilement la parole, elle parle beaucoup du rapport de l'école à l'extérieur ».

[35] L'intervenant a été pris à parti, en février 97, sur ce micro-événement : l'enseignant considérait qu'il était typique de l'ensemble des comportements de la famille Pujol et révélateur de leurs abus vis à vis de l'institution scolaire.

[36] Dans certaines écoles les parents, et même les élèves, sont invités à « apprécier » le travail en fin de mois. Il est envisageable que les écoles 1 et 2 aient suggéré ces pratiques aux parents Pujol.

[37] Nous avons observé, alors qu'ont été évoquées par les enseignants toutes sortes d'hypothèses savantes sur les causes des difficultés de Noëlle en français, jamais les faibles connaissances de sa mère n'ont été citées comme telle devant l'intervenant ou le chercheur (elles ont pourtant fait, au sein de l'équipe, l'objet de moquerie, comme pour canaliser la forte rancune qui s'accumulait au cours des interactions avec la famille). Concernant les mathématiques, il est beaucoup plus difficile de percevoir l'état des connaissances des adultes : les communications de la vie quotidiennement ne les font pas facilement apparaître.

Madame Pujol avance différentes explications (rapidité, compréhension, appétence), mais elle évoque aussi les conditions peu propices dans lesquelles l'apprentissage se déroule (adaptation à la nouveauté).
Nous remarquons également une allusion à la coopération école-famille (nous) pour la réussite de la transmission des savoirs.

b) La famille Pujol et les évaluations scolaires

Madame Pujol tient à ce que ses enfants considèrent les évaluations comme des moments ordinaires dans l'apprentissage.
Pour apprécier les conditions effectives de passation, elle dialogue avec ses enfants et avec les enseignants, elle visite aussi la classe. Elle se fait ainsi une idée du climat institutionnel et des conditions matérielles qui entourent les épreuves.

« Le temps des évaluations, Noëlle le vit très bien. Elle en parle peu, comme d'une chose normale. Enfin ça l'embête bien un peu, mais ... Oui, c'est cela, elle en parle plutôt comme d'une chose qui l'embête que comme quelque chose de stressant. C'est normal, il y a évaluation tous les jours, sur une semaine ! D'ailleurs, je n'ai même pas senti que c'était une semaine de contrôle !
Elle n'en parle pas tellement ; après, non plus. Pourtant elle est du genre à s'exprimer !
J'ai demandé à la maîtresse comment ça se passait, si Noëlle en parlait beaucoup dans la classe, si c'était un moment très particulier ... Non. Il y a dans la classe des éléments qui restent affichés sur les murs, et les enfants peuvent utiliser ces moyens pour s'aider » (avril 97).

Le fait que les enfants disposent de certains répertoires de connaissances (affichés au mur) pour répondre, semble constituer pour elle un indice que les conditions ne sont pas défavorables.
La fonction des évaluations (pour l'enseignement, pour la scolarité ou pour les parents) n'apparaît guère dans les propos de famille Pujol.
C'est l'aspect relationnel et émotionnel qui constitue l'essentiel de ses préoccupations et de ses régulations dans ce domaine.
Les souvenirs de sa propre scolarité, mais aussi une certaine image culturelle et des interprétations psychologiques de l'environnement scolaire qui sont diffusées au grand public, alimentent chez elle une certaine crainte que les enseignants abusent de leurs pouvoirs et essayent de piéger les élèves, au lieu de les évaluer avec honnêteté[39].

- « La maîtresse m'a dit que peut-être Noëlle cherchait la complication, que ça pouvait peut-être expliquer ses résultats. Moi j'étais comme ça petite, je ne répondais pas, souvent parce que je me disais "Non, ça ne peut pas être ça, ce ne peut pas être ce que je pense, c'est trop simple !". La maîtresse me disait que certains enfants croient que l'on va les piéger à l'école,

---

[38] Rappelons que le fonctionnement du COREM implique que l'enseignement pour chaque classe soit assuré par une équipe. Noëlle a donc trois enseignants (dont un assure le rôle principal et effectue l'horaire le plus conséquent).

[39] Cet exemple des perceptions des parents ou des médias du fonctionnement scolaire peut s'expliquer en terme de fonctionnement nominal, ordinaire et effectif. Confondre ce qui est officiellement prévu avec ce qui va se produire effectivement, peut conduire à pointer seulement (comme argument) les événements extraordinaires en « oubliant » de les rapporter au nombre d'événements réguliers. Ces pratiques d'effet d'annonce (dans les médias ou dans une utilisation malveillante ou négligente des résultats de recherche) ébranlent (sous couvert d'une fausse transparence) le fonctionnement ordinaire. Le simple fait de placer l'événement (dont il est juste qu'il soit rendu compte, dans certaines conditions) par rapport à tel ou tel fonctionnement, fait basculer l'information, soit du côté de ce qui est utile aux régulations, soit du côté de ce qui entrave les régulations.

que l'école ça doit être difficile et ils croient qu'on cherche toujours à leur tendre des pièges[40]. Elle m'a dit que Noëlle était restée parfois complètement paumée devant sa feuille, en début d'année, même lorsqu'on lui avait fourni les explications la veille. Mais elle a dépassé ça maintenant ! Elle demande, elle a confiance. La relation s'est installée entre elle et les enseignants.
En CP, par contre, il faudra que je demande mieux : en CP, c'est le directeur qui les a fait passer ! ».
- *C'était peut-être un arrangement ponctuel entre les enseignants*[41] ...
- « Non, je crois que c'est toujours le directeur (*ton d'assurance)*. Peut-être pour donner un ton plus cérémonieux ... pour les préparer pour les examens ... Pourtant je trouve qu'ils ont tout le temps ! On n'a pas besoin de les stresser ! La réunion de parents en CP était déjà pas mal animée et je n'ai pas fait préciser ... mais il faudra que je demande à [prénom du directeur] ... » (avril 97).

La mère de Noëlle envisage le stress essentiellement généré par le climat scolaire.
Elle l'interprète parfois à tort (comme le montre l'exemple : la présence du directeur incarnerait pour elle, dans ce contexte, une autorité symbolique solennelle et négative [42]).

Sa référence principale en matière d'évaluations est le fonctionnement de la première école des enfants :

« A [l'école 1], il n'y a pas de notes et je trouve ça très bien. Ils fonctionnaient par auto-évaluation, ils utilisaient les fiches Freinet, il n'y avait pas de notation, juste une appréciation en fin de trimestre, c'était une autre démarche. Les enseignants surveillaient quand même ce que faisaient les enfants ! Ils avaient l'œil et si quelque chose n'avançait pas suffisamment, ils rectifiaient, ils aidaient » (avril 97).

Madame Pujol évoque les régulations internes de l'école 1 (« ils avaient l'oeil, ils rectifiaient »). Sa confiance en la fiabilité de ce système dépend étroitement de sa confiance dans les pratiques des enseignants. Sinon, comment être sûr qu'ils « verront » les difficultés, qu'ils les rectifieront à bon escient, et préviendront à temps les familles ? Comment être sûr que les régulations seront équitables pour les élèves et harmonieuses entre les enseignants ?
Les modalités des évaluations posent un grand nombre de questions, les équilibres ne sont pas faciles à définir, ni à maintenir. Mais le système ainsi défendu par la famille Pujol est plus adapté à la transmission au sein d'une petite communauté, selon un contrat d'utilisation de connaissances (conditions dans lesquelles l'' peut exercer des contrôles à l'aide de ses propres connaissances), qu'un contrat d'instruction à l'échelle d'une société (qui aménage des contrôles formels, qui pallient l'absence des connaissances chez les utilisateurs).

---

40 Il est toujours difficile de trier ce que le locuteur prend ou non à son compte lorsqu'il cite un tiers. Madame Pujol répète-t-elle ce que les enseignants lui disent ou leur attribuent-elle ce qu'elle pense ? Notre interprétation tient compte de la permanence de certains argument durant les 28 mois de l'observation. C'est la présence de cette culture de l'évaluation, dans les interactions professeurs-parents, qui retient notre attention (peu importe ici qu'elle se manifeste par l'un ou l'autre des protagonistes).

41 Effectivement, le directeur nous a confirmé après coup qu'il s'agissait d'une organisation occasionnelle. Rappelons une certaine interchangeabilité institutionnelle des rôles dans l'école en fonction des disponibilités et des obligations dues aux recherches. Le directeur est ainsi amené à intervenir régulièrement auprès de tous les élèves, qui de ce fait, le connaissent bien.

42 C'est d'ailleurs l'unique fois qu'elle distingue cette fonction dans les attributions du directeur. Elle s'entretient avec lui en usant d'une certaine familiarité, comme en témoigne l'usage du prénom, mais qui s'apparente avec une absence de convention.

c) La famille Pujol et les erreurs

Les parents Pujol s'intéressent aux résultats de leurs enfants, mais pour eux les notes ne sont pas les indicateurs principaux des régulations :

> « Les évaluations, on ne peut pas les garder. Alors je les photocopie toujours. Eh bien ... si je prends celles du deuxième trimestre, c'est le plus frais ... (*madame Pujol feuillette*) j'ai revu avec Noëlle les erreurs qu'elle avait fait, comme je fais à chaque fois. Vous savez, nous ne sommes pas des parents qui stressons à propos des notes ou tout ça, mais j'aime bien reprendre avec elle ce qu'elle a fait. Pour nous le principal, c'est qu'elle ait compris. De toute façon Noëlle aime bien me montrer ce qu'elle a fait, surtout ce qui a bien marché ! Elle aime bien qu'on regarde ensemble » (avril 97).

Les parents ne se contentent donc pas de prendre connaissance, à un instant donné, des résultats et des appréciations, mais ils les comparent dans le temps (en gardant trace des précédents) et pénètrent régulièrement les questions et les réponses, en présence de l'enfant.
Ils ménagent, à l'occasion des erreurs, de mini-situations didactiques.

> Au cours du dialogue précédemment rapporté (avril 97) entre l'intervenant et madame Pujol, cette dernière propose spontanément un exemple précis (il y a peu de doute qu'elle fasse référence à une ancienne situation effective, car le ton qu'elle emploie est rapide et assuré) :
> *(Il s'agit d'un exercice donnée au cours de l'évaluation du premier trimestre : "Ecrire le nombre qui suit 5 299". La réponse de Noëlle était : 5 100)*
> « Par exemple 5 299, là, je lui ai dit : "On décompose. 299 : après c'est 300, donc 5 299, ...? " Et comme ça, elle arrive à retrouver ».

Madame Pujol ne donne pas directement la solution à l'enfant, mais les moyens dont elle dispose pour lui faire dire sont sommaires (mais courants) : ostension d'une partie de la solution et maïeutique sur l'autre partie non problématique. Ici, l'effet Topaze est très intense.

Par contre elle développe un rapport à l'erreur qui présente une certaine finesse :

> - Si elle n'a pas fait attention le jour de l'évaluation ... bon ...(elle hausse les épaules pour signifier que ce n'est pas primordial pour elle). Dans la mesure où elle ne le vit pas comme un stress ! Mais ce que je veux, surtout, c'est qu'elle ait compris son erreur
> - *Comment réagit-elle lorsque vous pointez des erreurs qu'elle a produit en contrôle, alors qu'elle sait pourtant trouver la bonne réponse ? Elle est déçue, elle est vexée, elle reste indifférente* [43] *?*
> - (*Madame Pujol recherche dans ses souvenirs*) « Elle est parfois irritée quand j'explique et qu'elle a compris (*ton ironique*), sinon ... Je lui ai demandé, je crois, dans certains cas, pourquoi elle n'avait pas répondu. Elle m'a dit qu'elle ne savait pas pourquoi (*ton léger*) ... (*Madame Pujol réfléchit*) Je me suis aussi posé la question : les évaluations, il ne faut pas non plus les banaliser trop ... ».
> - *Justement, est ce que Noëlle vous parle de ce qu'elle n'a pas fait pendant l'évaluation ? Est ce que vous en parlez ?*
> - « Oui. C'est vrai, des fois elle n'a pas répondu ... ou elle a fait faux ... (*son ton est hésitant et dubitatif, comme si elle n'avait pas encore bien réfléchi à cette question*). Pour le dernier problème avec la monnaie (*elle retrouve la page, il s'agit de calculer le montant en francs*

[43] Les questions (écrites en caractères italiques) sont posées par l'intervenant (février 97).

d'un grand nombre de billets et de pièces de monnaie dessinés), quand j'ai vu toutes ces additions (*Noëlle a posé une longue somme de 20 termes*), j'ai demandé : "Tu n'as pas pensé à une autre méthode ? Tu calcules comme au début de l'année et tu n'utilises pas ce que tu as appris ! ". Je lui ai montré (*elle pointe sur la photocopie les billets identiques*) "Tu vois les billets, il y en a combien ? Sept, tu pouvais faire 500 fois 7". Elle a découvert qu'elle pouvait utiliser la multiplication. Oui, elle a admis qu'elle aurait pu utiliser la multiplication. »
- *Elle a compris ... ?*
- « Oui ! (*ton d'abord vif, puis temps de réflexion*) Bien que ... je ne sais pas si elle l'a utilisé depuis ... » (avril 97).

Les commentaires de madame Pujol laissent apparaître un répertoire d'accompagnateur potentiellement fourni en connaissances pédagogiques :

- pour l'élève, veiller à ce qu'il utilise les méthodes les plus économiques, réemploie le jour de l'évaluation les nouvelles connaissances qui lui ont été enseignées, transfère une connaissance d'un contexte connu dans un nouveau ;
- pour l'accompagnateur, veiller à ce que l'aspect relationnel de l'accompagnement soit satisfaisant, le stress n'influe pas négativement sur les performances, les performances soient bien distinguées des compétences, les attentes relativement aux performances soient marquées auprès de l'enfant sans que les exigences deviennent excessives, le réinvestissement autonome d'une connaissance soit vérifié après avoir été réactivée par l'accompagnateur.

Son accompagnement présente un certain nombre de caractères que nous pourrions rapprocher de la tendance (caricaturale) présentée dans le chapitre 1 sous l'expression « défenseur de l'enfant » :

- la dimension émotionnelle de l'apprentissage est fortement présente et prise en compte (« stressons », « stress », « j'aime bien », « Elle aime bien », « me montrer », « ensemble », « surtout ce qui a bien marché », « irritée ») ;
- les aspects scolaires formels et institutionnels (réussir le jour de l'évaluation pour officialiser ses connaissances) sont en retrait par rapport à l'idée d'un développement cognitif de l'enfant (« ce que je veux surtout c'est qu'elle ait compris son erreur », « elle a découvert »).

La dimension sociale des enseignements est peu présente dans les déclarations et les évaluations y sont exclusivement rapportées à leur dimension formative.
La culture de l'erreur qu'elle fait vivre dans sa famille permet-elle d'éviter que les performances des enfants soient fréquemment sous-évaluées ?
Madame Pujol s'interroge sur les éventuelles conséquences de « trop » les banaliser. Elle en a donc pris conscience, mais sur quelles représentations positives peut-elle s'appuyer pour maintenir le cap, sans infirmer ses principes éducatifs ?

Le contenu mathématique n'est pas délaissé. Il est partout présent dans les déclarations de madame Pujol. Mais comment établir des liens entre les savoirs pédagogiques généraux et les savoirs mathématiques dont il est question ?
Lorsqu'elle cite des indices pour conduire une situation d'accompagnement didactique, ils sont plutôt de nature :

- empirique : « comme ça elle arrive à retrouver », « je lui ai montré » ;
- formel : « elle a admis » ;
- ou généraliste : « elle n'a pas fait attention », « tu n'as pas pensé », « je ne sais pas si elle l'a utilisé depuis ».

Le répertoire mathématique et didactique disponible lui permet-il de traduire ses intentions (relatives à ses représentations du rôle d'accompagnateur) en actions ou même en conditions favorables à l'apprentissage ?

En résumé, nous pouvons caractériser les régulations parentales des Pujol par le fait qu'elles cherchent à organiser les apprentissages et les enseignements de manière à ce qu'ils soient facilités pour leurs enfants.
Eviter les désagréments (plus que les échecs) semble être le fil rouge.
Remarquons également que madame Pujol marque son intérêt pour sa fonction d'accompagnateur. Elle aime parler de ses interventions didactiques, elle paraît ouverte aux remises en question de ses décisions passées. Lors de ce dialogue avec l'intervenant, elle s'est spontanément placée en position de formée : elle interprète la communication comme une occasion de parfaire ses connaissances d'accompagnateur.

2 Les attentes de l'école vis à vis de la famille

Il est rare de disposer de traces écrites des attentes didactiques que les enseignants adressent aux parents, car, la plupart du temps, elles sont communiquées oralement.
Or, de part son statut particulier, l'école 3 informe régulièrement les parents d'élèves des options qui sont choisies pour l'enseignement des mathématiques, en lien avec le COREM.
Nous reproduisons ici les attentes de l'école 3 (contemporaines du moment où la famille Pujol y scolarise ses enfants).

a) Les attentes officialisées

Les enseignants de l'école 3 distribuent chaque trimestre un document aux parents « afin de [leur] permettre de suivre le travail de [leurs] enfants, de mieux comprendre la progression suivie ».
Ce texte de trois pages explique la culture de l'école concernant les apprentissages et les enseignements :
« *En mathématiques, on s'efforce de présenter aux élèves des « situations » c'est à dire des problèmes effectifs et matériels à résoudre. Les solutions ne leur sont pas montrées directement. Chaque élève est ainsi conduit, en utilisant des connaissances déjà acquises, à imaginer et essayer des solutions satisfaisantes qui, confrontées à celles des autres, aux questions de l'enseignants, permettent d'élaborer des connaissances nouvelles. Au cours de ce processus marqué par le plaisir de la découverte, les savoirs se construisent peu à peu* ».

Il met en garde les parents qui voudraient intervenir maladroitement :
« *Pour ne pas gâcher ce plaisir et pour que les découvertes restent un moyen de se poser de nouvelles questions, il est indispensable qu'en dehors de la classe les informations données à l'enfant ne lui présentent pas des techniques de façon prématurée* ».

Il s'agit donc d'un document destiné à diffuser des représentations (locales) utiles aux enseignements spécifiques, à instaurer un contrat de coopération didactique entre l'école et les familles et à délimiter les connaissances concernées par ce partage didactique.
Mais nous remarquons, qu'à à la fin du document, une rubrique « *Pour aider votre enfant* » est spécialement ménagée :

« *Quand vous recevrez les classeurs ou cahiers et que vous constaterez quelques difficultés, vous pouvez, si vous le désirez, reprendre avec votre enfant ces exercices. Nous sommes aussi à votre disposition pour parler de ces difficultés et trouver avec vous les solutions les mieux adaptées à votre enfant.*

Vous pouvez aussi faire avec vos enfants tous les jeux de société qui utilisent le comptage, les nombres et le raisonnement.
Il est aussi fortement utile de vérifier l'apprentissage personnel des tables. Il faut qu'elles soient régulièrement revues pour être parfaitement connues » (équipe CE2 ; septembre 96).

Il s'agit ici de canaliser les interventions parentales sur les apprentissages de manière à :
- rendre ordinaires les « quelques » difficultés que chacun ne manquera apparemment pas de rencontrer ;
- de marquer le caractère facultatif (si vous le désirez) des interventions familiales ;
- de renvoyer au dialogue, pour partager avec l'enseignant, la responsabilité de définir la pertinence des régulations ;
- de limiter les activités didactiques familiales sur des reprises d'exercices et sur des jeux de société.

Toutefois, nous remarquons qu'un paragraphe spécifique est réservé à l'apprentissage des tables et que le ton devient plus directif (« fortement utile », « il faut », « régulièrement revues », « parfaitement connues »).
Alors que le processus des apprentissages scolaires était annoncé comme « marqué par le plaisir de la découverte », celui des tables, confié à l'étude personnelle, surveillée par les parents, apparaît nécessaire et plus sérieux.
Signalons qu'il est placé sous un contrat de vérification.

b) Le fonctionnement effectif

Alors qu'en septembre, les attentes concernant l'investissement familial dans l'apprentissage des tables sont explicitées, il semble que ni les rappels de cette exigence, ni « la culture » qui permettrait d'entretenir cet effort continu ne sont prévus en direction des familles.

En avril, après les vacances de Pâques, madame Pujol laisse la responsabilité de l'entraînement des tables à sa fille Noëlle :
« Pendant les vacances, j'ai bien demandé ce qu'il y avait à faire. J'ai demandé si la maîtresse n'avait pas demandé de réviser les tables de multiplication, mais ... (*elle hoche la tête pour signifier que sa fille a répondu par la négative, puis elle hausse les épaule en soupirant*) ».

L'enseignant considérait peut-être que ces révisions allaient de soi et n'a rien précisé à leur sujet.
Peut-être les a-t-il rappelées à la classe, mais sous une forme qui n'a pas marqué Noëlle.
Peut-être que Noëlle était dûment informée des révisions attendues, mais a minimisé les exigences, profitant du contrat familial dans lequel c'est à l'enfant autonome de prendre l'initiative. Ce qui en l'occurrence, représente une lourde responsabilité pour un élève qui rencontre déjà des difficultés et qui se trouve dans un environnement familial qui ne valorise que les activités de découverte et le jeu.
Plusieurs événements vont dans le sens de cette dernière interprétation[44], en particulier, comme nous le verrons, la manière dont l'appui de Laura s'est terminé.

Dans un tel cas de figure, comment améliorer la passation didactique lorsqu'elle est difficile pour une famille ? Vaut-il mieux modifier la communication de ce qui est attendu, le répertoire de connaissances ou les conditions de réalisation ?

---

[44] Ce qui n'exclut nullement les autres.

c) Les attentes implicites

Un court épisode met à jour que certains apprentissages sont renvoyés aux familles, sans que cela leur soit préalablement explicité.
Un enseignant de Noëlle en CM1 s'entretient avec l'intervenant (mai 98) :

> « Je donne un peu d'entraînement à faire à la maison : des multiplications et des divisions ou sur les nombres sexagésimaux, mais jamais d'exercices sur la proportionnalité ou la géométrie. Dans le cas de Noëlle, le travail que je demande à faire à la maison est toujours fait, je l'ai vérifié. On sent qu'il y a, dans la famille de Noëlle, un accompagnement sûr. Pour réviser les tables, je demande aux élèves de se faire des cartes. Il n'y a pas de problème avec Noëlle, elle s'est faite elle-même ses cartons (alors que certains se le font faire).
> Elle a voulu emporter chez elle la feuille sur les heures (mal réussie). J'ai demandé à sa mère de venir pour en parler. La lecture de l'heure, de 5 en 5 et aussi les quarts et les demis, 1/4 d'heure avant ou après l'heure ; déterminer les durées ; jongler avec les unités, tout ça c'est du domaine culturel, ça devrait s'apprendre dans la vie de famille !
> Ce qu'on peut faire en 2 secondes, en 2 minutes, en 2 heures : ce sont des notions concrètes. J'ai demandé à la mère de Noëlle de lui faire estimer la durée d'une tâche. Elle était étonnée, elle ne le fait jamais. Et je lui ai dit : "Vous arrivez à ignorer l'heure à ce point-là ? !"
> Elle m'a même demandé ce que ça voulait dire « sexagésimaux » !
> Moi, ma grand-mère le faisait avec moi, elle me faisait toujours regarder la pendule. Et avec mes enfants je l'ai toujours fait : on calcule sur le programme-télé la durée d'une émission ... Noëlle a une montre flambant neuve, elle ne la regarde même pas ! Qu'une heure faisait 60 minutes, elle ne le savait pas du tout ! Ou alors par coeur, comme on sait un numéro de téléphone et ça n'avait pas de sens. Bien sûr, tout ce qui est opératoire, on le fera à l'école ! »

Nous identifions plusieurs points :

- certains savoirs mathématiques sont, d'après cet enseignant, réservés aux apprentissages scolaires et sous sa propre conduite (proportionnalité, géométrie et «tout ce qui est opératoire ») ; d'autres sont enseignés en classe, puis en partie entraînés à la maison (multiplications, divisions, calculs avec les nombres sexagésimaux) ; d'autres enfin sont utilisés en classe, mais « enseignés » à la maison (pratique du système de mesure du temps et lecture des instruments de mesure usuels : les montres à cadran ou à affichage numérique, etc.) ;
- l'enseignant se contredit au sujet des critères de partage : jongler avec les unités/tout se qui est opératoire ou encore savoir par coeur qu'une heure fait 30 minutes/donner du sens au changement d'unité ;
- l'enseignant se réfère à ce qui se passait dans sa propre famille pour définir ce qu'il attend des parents en général (répertoire de P_{-2}) ;
- l'enseignant suggère quelques idées de situations, mais la conduite de celles-ci exige encore plus de connaissances que celles qui doivent être transmises ;
- l'enseignant identifie l'ignorance du parent, mais résiste à comprendre que cette personne, qui accompagne si bien la scolarité de ses enfants, ne puisse pas disposer des connaissances qu'il exige lui de ses élèves (madame Pujol ignore ce que veut dire « sexagésimaux »[45]) ;

[45] Remarquons que madame Pujol ose le demander, ce qui ne serait pas le cas de tous les parents. Connaître le nom savant des savoirs n'est pas indispensable pour utiliser des connaissances. Mais nous avons pu observer les connaissances de madame Pujol en situation d'action. Alors qu'elle se mettait d'accord avec l'intervenant sur l'heure de la prochaine séance, elle s'est trompé dans la conversion entre deux systèmes de mesure du temps (ni elle ni sa fille n'ont rectifié l'erreur commise) :
Mme Pujol : Alors c'est entendu, nous viendrons à 11 h.
Noëlle : 11 heures ?! Onze heures du soir ???

- l'enseignant pense réguler les difficultés des élèves dans ce domaine, en demandant à aux parents de les faire travailler à la maison (contrat de remédiation, organisation de la progression).

La régulation s'accompagne donc ici, d'un glissement de responsabilité didactique, d'une institution vers une autre au répertoire plus réduit.

3 La famille Pujol et les connaissances mathématiques

a) Les situations ludiques

L'école 3 ne donne pas de devoirs à faire à la maison en mathématiques. Nous ignorons si l'école 2 en donnait, il est probable que l'école 1 n'en donnait pas, ni en CP, ni en CE1.
Nous avons vu que madame Pujol improvisait des mini-situations didactiques lorsqu'elle prenait connaissance des résultats et des erreurs de ses filles.
Mais ce ne sont pas là les seules activités didactiques dans la famille.
En l'absence de support d'apprentissage fourni par l'institution scolaire, la famille s'en procure :

> - *Vous faites souvent des exercices de maths avec Noëlle ?*
> - « Nous faisons des exercices ensemble. Oh ! De temps en temps ! J'ai commandé des jeux éducatifs dans un catalogue de vente par correspondance : "La Planète"[46] ... quelque chose comme ça ou ... "Bien-joué[47]". J'ai pris un jeu pour l'orthographe et la grammaire, vous connaissez « le Tartarinodrome » ou l'autre, pour les plus jeunes : « le Scargouli »? J'ai aussi cherché l'équivalent pour les mathématiques. Mais je ne l'ai pas encore reçu[48], je l'attends. C'est pour apprendre les tables de multiplication, je vous le montrerai. Je pense que si le support ne vient pas de moi, si il vient de l'extérieur, si c'est sous forme de jeu ... » (avril 97).

La mère de Noëlle et Laura recourt de préférence à des situations non scolaires et choisit un jeu éducatif comme d'autres un manuel d'exercices parascolaires.
Il s'agit pour elle, d'accompagner les apprentissages scolaires (ici les tables de multiplication) de manière ludique.

Mais madame Pujol invente également des situations didactiques très ouvertes :

> - *Racontez moi comment vous faites pour travailler en mathématiques avec Noëlle ?*
> - « Eh bien, par exemple pour rendre la monnaie, on a joué à la marchande. En plus chez nous, il y a une caisse, ce n'est pas un problème ! Je lui ai donc donné des pièces et des billets, on l'a fait en vrai. Mais ... je devais la contrarier par rapport à la méthode de sa classe, je pense, parce que ça n'a pas bien marché ! Elle était perdue, pour des choses pourtant tout à fait banales ».
> - *Racontez comment ça s'est passé. Vous lui aviez donné des pièces et des billets ...*
> - « Je lui ai donné toute la monnaie et j'ai dit "je suis le marchand". On avait disposé des objets avec des prix notés sur des étiquettes et je lui ai demandé de venir m'acheter des choses. Bon

---

Mme Pujol (ton excédé et assuré) : Mais non Noëlle ! Voyons, si c'était onze heures du soir j'aurais dit 22 h !
Noëlle : Ah oui !

[46] Catalogue de vente par correspondance « Planète découverte, un monde de jeux pas comme les autres pour les 7 à 14 ans ». Eveil & jeux.

[47] Catalogue de vente par correspondance « Bien joué, le catalogue astucieux pour les enfant ».

[48] Il s'agit du jeu *Les dés du géant,* selectionné par Eveil &Jeux.

alors : "Bonjour madame !" (*prise à son jeu, elle mime involontairement un ton de théâtre enfantin, mais soudain elle s'interrompt et reprend un ton plus adapté à la conversation*) ... Enfin , vous voyez ! On a joué quoi ! J'essayais de composer les chiffres. Par exemple : 3 F 50. Elle donnait pile la quantité de pièces, ça allait bien. Mais lorsqu'elle faisait le marchand, je faisais exprès de payer avec une grosse pièce, par exemple pour un objet à 6 F 50, je donnais 10 F. Et là ... je me suis rendu compte que c'était très difficile à expliquer ! J'ai dit que c'était une soustraction, qu'il fallait arriver à 10 F et j'ai demandé : "Il te manque combien" ? Alors je me suis lancée dans les explications : 50 centimes c'est un demi franc. Mais elle ne savait pas que 6 F50 et 50 c, ça faisait 7 F. J'ai même comparé avec 5 pièces de 10 c, mais... Après, depuis 7, ça allait tout seul, mais les centimes, elle n'y arrivait pas. Et les enfants ne savent pas dire "ça, j'ai pas appris" ... !
J'ai expliqué à Noëlle que le commerçant, même s'il ne le fait pas exprès, pourrait se tromper et qu'il faut prévoir, avant de payer, combien il nous sera rendu, pour le vérifier.
Après j'ai passé aux nombres non composés, avec les petites pièces. On a acheté de tous petits objets (des bonbons) et on a joué avec les centimes, ça allait mieux. L'aide en mathématiques, c'est très spécial et difficile !
On est allé pour de vrai dans une bonbonnerie, un magasin où il n'y avait que des bonbons ... il y en avait partout ! Je leur ai donné un franc, ce n'est pas beaucoup ... On a cherché ensemble ce qu'on pouvait acheter avec un franc. Les enfants ont découvert qu'avec un franc, on ne pouvait pas tout s'offrir ! On est resté 15 à 20 minutes dans le magasin, le marchand était occupé ... Elles sont quand même sorties avec des bonbons chacune. Il faudra recommencer de temps en temps, ce n'est pas en une fois ... » (avril 97).

Tout ceci indique que madame Pujol s'implique fortement pour créer un environnement propice aux apprentissages mathématiques, mais de manière irrégulière dans le temps (une importante séance est suivie d'une longue période d'inactivité).
Pour elle, l'aspect ludique, la manipulation concrète et la référence à la vie (économique) pratique sont les éléments essentiels.
Elle se heurte aux aspects didactiques (Quelles valeurs numériques ? Quelles explications ?) et en a tout à fait conscience. Mais en choisissant ce type de situations, elle ne peut s'appuyer sur les rétroactions du milieu qu'elle utilise et porte seule toute la charge de la transmission didactique (si, elle choisissait un cahier de vacances ou un manuel d'exercices, le milieu canaliserait au moins les questions, fournirait peut-être des réponses et des explications, un vocabulaire, etc.).
Mais justement elle ne conçoit pas que son rôle, même en mathématiques, puisse se borner à celui d'un « vérificateur » des apprentissages (trop classique dans sa mythologie, trop misérable dans notre société).
Elle conçoit son accompagnement de telle manière qu'il corresponde :

- à un contrat de répétiteur : puisqu'elle essaye de reprendre des exercices de même type que ce qui est proposé en classe ou durant les évaluations ;
- à un contrat de remédiateur, puisqu'elle espère par ses interventions autonomes, en créant ses situations, réguler les apprentissages, qui ne se construisent pas ou mal en classe.

A défaut d'un autre modèle de référence, elle cherche donc à imiter les pratiques des enseignants ou des spécialistes en psychopédagogie : lorsque l'enfant est rebuté par les aspects scolaires, lorsqu'il a du mal à comprendre les notions, elle le fait manipuler des objets concrets, ludiques ou familiers.
Malheureusement, les connaissances mathématiques et didactiques de madame Pujol ne lui permettent guère de tirer profit des situations très ouvertes qu'elle conçoit, lourdes à conduire puisqu'elles laissent surgir en même temps toutes les complexités conceptuelles et matérielles (et socioculturelles) et qui diluent les occasions didactiques dans de longues tâches subalternes.

Malheureusement, les indices de régulation de madame Pujol n'encouragent guère non plus à persévérer (ni pour l'accompagnateur, ni pour l'enfant) : l'éventuelle incompatibilité entre les techniques qu'elle montre et les enseignements scolaires, la première incompréhension des enfants, la concurrence fraternelle, l'investissement que demande ces situations très ouvertes ou « extraordinaires » et les interprétations psychologiques des événements qu'elles produisent, semblent des prétextes vite saisis pour quitter l'action au profit des commentaires.

b) Le partage des rôles entre parents

Chaque parent dispose d'un répertoire d'accompagnement et de plages horaires de disponibilité. Dans la famille Pujol, le père et la mère se répartissent les tâches :

« Moi, j'étais en difficulté en mathématiques et c'est vrai que ça ne m'a pas empêchée de réussir ma vie professionnelle. Mais les tables de multiplication, c'était épouvantable de les faire rentrer ! Par contre, mon mari a une mémoire d'éléphant pour les chiffres ! » (février 97).

- *Est ce que votre mari fait aussi des mathématiques avec les enfants ?*
- « Oui, ça arrive, malheureusement très épisodiquement parce qu'il a peu de temps. Quand il le fait, ça se passe très bien, parce qu'il passe toujours par le jeu. Tout naturellement par le jeu, sans se forcer. Et ça passe très bien ! Mais c'est trop par bribe, c'est trop peu ».
- *Et les tables de multiplications ? Comment ça se passe, je sais que c'est un peu votre bête noire ...*
- « Si j'aborde la multiplication, c'est une contrainte ... ».
- *Pour vous ?*
- « Pour Noëlle ! Car elle est en difficulté! Je n'ai pas beaucoup de temps ... je ne prends pas le temps peut-être ... » (avril 97).

Monsieur Pujol intervient donc lui aussi, mais sur des contenus apparemment plus scolaires et plus fermés (l'apprentissage des répertoires numériques) qui rebutent madame Pujol.
Ses références semblent moins axées que celles de son épouse sur les savoirs en pédagogie.
Mais il ne paraît pas négliger pour autant les enjeux qui nourrissent l'investissement et la motivation de ses filles :

« C'est vrai qu'il fait ça par jeu, c'est un plaisir pour lui. Moi, ce qui m'intéresse c'est plutôt l'aspect ... par l'attention que l'on porte ... diriger l'enfant pour qu'il produise sa propre solution. En ce moment Noëlle apprend la table de 8 avec son père et ça va bien. Elle est comme son père, elle est très joueuse. Si elle se butte sur quelque chose, il suffit souvent de lui présenter comme un jeu, de le transformer en défi. Il la chronomètre. Elle sait celle de 9 par cœur, mieux que moi presque ! » (janvier 98).

Lorsque toute la famille est attablée pour le repas, les parents organisent des temps didactiques très courts, mais apparemment gais, puisque même la petite Laura[49] a envie de participer :

« A table, de temps en temps je demande comme ça : "4 fois 3 !?" Mais c'est souvent la petite qui répond et ... elle tombe juste des fois !!! Oui, les tables, c'est difficile de les apprendre » (avril 97).

Ces pratiques sont familières dans la famille. Deux ans plus tard, Noëlle les évoque spontanément à nouveau :

[49] Laura est à cette période scolarisée en CP. Elle n'a donc pas encore reçu d'enseignement à ce sujet.

« Papa nous les demande souvent à table. Il dit : " Bonjour 3 plus 3 ? " ou " Comment ça va 4 fois 6 ? ", des trucs comme ça ! » (mai 99).

Mais elle parle aussi d'autres types d'interventions didactiques avec lui :

« Pour les divisions, j'ai eu du mal, mais maintenant ça va : papa m'a expliqué qu'il fallait se faire des repères » (janvier 99).
« Les tables ? Mon père va se faire un plaisir de me les faire travailler ! » (janvier 99).
« Je les ai révisées avec papa avant de me coucher. Il m'a appris quelque chose de marrant avec la table de 9 :
" C'est un petit garçon qui va à l'école, la maîtresse l'interroge sur la table de 9.

pour 1 fois 9	il fait	**0** faute	**9**	:	09
pour 2 fois 9	il fait	**1** faute	**8**	:	18
pour 3 fois 9	il fait	**2** fautes	**7**	:	27
pour 4 fois 9	il fait	**3** fautes	**6**	:	36
pour 5 fois 9	il fait	**4** fautes	**5**	:	45
pour 6 fois 9	il fait	**5** fautes	**4**	:	54
pour 7 fois 9	il fait	**6** faute	**3**	:	63
pour 8 fois 9	il fait	**7** faute	**2**	:	72
pour 9 fois 9	il fait	**8** fautes	**1**	:	81
pour 10 fois 9	il fait	**9** fautes	**0**	:	90

Ils ne les a pas beaucoup révisées ! La maîtresse l'a vu qui demandait à son voisin. Elle lui met un zéro. Et l'élève dit : si je comprend bien, si pour 9 fautes j'ai zéro, pour 8 fautes : j'ai un 1, pour 7 fautes : j'ai un 2 ... (Noëlle remonte la colonne au fur et à mesure) ... alors j'ai 9 ! " ». (février 99)[50].

Le partage didactique dans la famille Pujol pourrait se résumer de la manière suivante.

- Le parent porteur de savoirs mathématiques (monsieur Pujol) participe à l'accompagnement de l'apprentissage, mais il y consacre peu de temps, son intervention semble se limiter aux apprentissages d'algorithmes ou de répertoires.

Pour organiser ces activités didactiques (courtes mais répétées), il ménage des conditions (chronomètre, question à brûle-pourpoint, enjeu et défi) qui favorisent plutôt les réponses rapides et formelles.
Il apparaît dans la famille comme un expert en mathématiques, à qui il est possible de demander de vérifier un résultat ou de fournir un résultat.

- L'autre parent (madame Pujol) se charge d'organiser l'ensemble de l'accompagnement. Malgré un répertoire mathématique réduit (dont il a conscience), il aménage ponctuellement de longues situations didactiques ouvertes, dans l'espoir de faire découvrir à l'enfant le sens des connaissances mathématiques.

Il apparaît dans la famille comme l'expert en pédagogie, qui peut choisir les situations d'apprentissage (les jeux ; les écoles) et les réguler (expliquer ce qui n'est pas compris ; détecter les points faibles et apporter des modifications).

[50] La comptine n'est évidemment guère utilisable pour retrouver rapidement un résultat, mais elle véhicule sur le mode humoristique des représentations scolaires de l'apprentissage des tables : les litanies, l'interrogation, la notation, la triche et l'astuce du plus jeune, qui par un raisonnement, détourne la situation défavorable à son avantage.

c) Les jeux des enfants

Les jeux entre enfants sont également cités par madame Pujol. Ils semblent constituer pour elle à la fois des éléments utiles pour les apprentissage mathématiques et un recueil d'indices pour les régulations. L'extrait ci-dessous date d'une rencontre entre l'intervenant et madame Pujol (sans la présence de Noëlle), après cinq séances d'appui.

« Noëlle m'a même dit qu'elle avait compris les problèmes donnés à l'école et que maintenant elle adorait ça et même qu'elle inventait des problèmes ! Avec Laura, elles jouent à l'école et Noëlle invente des problèmes ».
- *Est ce qu'elle sait inventer des problèmes adaptés au niveau de Laura ?*
- « Je ne sais pas si Laura sait répondre. C'était du genre : "J'ai 30 salades, j'en mange ...". Vous savez, j'entends des bribes en passant, mais je ne m'arrête pas pour écouter ! Bien que ... je me méfie un peu, Noëlle a parfois tendance à s'imposer et il ne faudrait pas que Laura ... Mais elles jouent bien toutes les deux ! Des fois c'est Noëlle qui fait la maîtresse, des fois c'est Laura. Elles miment les maîtresses. Je retrouve plein de manières de dire, ... comme ça on sait beaucoup de choses sur ce qui se passe à l'école (*rires*) !! Elles jouaient à l'école depuis longtemps déjà, mais elles faisaient surtout de l'écriture, parfois des dictées. Cette fois, c'était bien des problèmes de mathématiques ! » (avril 97).

III Les Pujol et les régulations des difficultés

Après avoir décrit les régulations ordinaires de la famille Pujol, il est temps maintenant d'analyser les régulations extraordinaires (non ordinaires).
Nous en relevons de deux sortes :

- celles qui consistent à recourir à un appui extérieur ;
- celles qui consistent à changer les enfants d'école.

Quels rôles les parents Pujol font-ils jouer aux institutions didactiques ?
Pour répondre à cette question (qui concerne l'usage du réseau didactique par cette famille), il nous faut préalablement comprendre le processus qui conduit les parents à ne plus exercer de régulations internes, mais à recourir à une régulation externe.

1 Les régulations internes et externes par la famille Pujol : l'appui de Laura

Le « besoin » d'appui de Laura (nous dirons, avec notre terminologie propre : l'attribution d'échec) est entièrement diagnostiqué par la famille Pujol, car les enseignants ne signalent à ce moment-là aucune difficulté (ni aux parents, ni à l'intervenant à l'occasion de la première prise de contact).
Cet épisode (janvier 98, mars 98) constitue donc un bon candidat pour relever les indices qui commandent les régulations familiales, en particuliers ceux qui déterminent les régulations internes et externes (appel à une institution d'appui).

a) L'attribution d'échec de Laura par sa famille

1 Les raisons données par madame Pujol

Madame Pujol se sent tout à fait tranquille pour sa fille cadette, lorsque débute l'observation (ses préoccupations sont tournées vers les difficultés d'apprentissages de Noëlle).
En effet, les enseignants lui communiquent, tout au long du premier trimestre 97, des avis positifs sur le comportement et les connaissances de Laura (en classe de CE1).
Mais en décembre, les résultats de fin de trimestre ne coïncident pas avec ces premiers avis.

Madame Pujol raconte en employant des termes très extrêmes : « *Ça allait très bien en CP. Cette année, elle participe bien en classe et la maîtresse est subjuguée par son calcul mental. Mais c'est la grosse surprise de la fin de trimestre, elle est en bas de l'échelle en maths !* ».

Au mois de janvier, dès le jour de la rentrée des vacances de Noël, la mère de Laura contacte l'intervenant :
« *Je ne vous ai pas appelée pour Noëlle : je me suis dit que ça irait peut-être mieux et je me donnais le premier trimestre pour voir l'évolution. En effet, elle a eu l'air de s'y mettre et cette année, elle-même se sent mieux en maths. Je vous appelle pour Laura* » (janvier 98).
Profite-t-elle d'un « rendez-vous » déjà prévu pour l'aînée ?
Le rendez-vous n'était pas encore fixé, mais il est envisageable que l'appui préalable de Noëlle ait joué un rôle important dans cette décision :

- madame Pujol connaît déjà l'intervenant, la prise de contact en est facilitée ;
- l'expérience antérieure d'un appui extérieur constitue pour la famille une sorte d'empreinte ou une réalité préalable qui, sans conditionner l'avenir, agrandit le répertoire des choix possibles et des solutions éprouvées ;
- madame Pujol évoque des rivalités fraternelles qui pourraient introduire des jalousies, (même à propos d'un cours de mathématiques) : « *Je me demande si elle l'a fait exprès, pour qu'on s'intéresse à elle, pour faire comme Noëlle* » (janvier 98).

La suite de nos observations (après l'appui de Laura) confirmera cette dernière supposition :

Lorsque madame Pujol amène Noëlle dans l'institution d'appui (entre janvier et juin 99), Laura les accompagne quelques fois. Elle essaye alors toujours de pénétrer dans la salle, elle aime jouer avec matériel qui s'y trouve. Un jour, son attitude est tellement ostentatoire (elle entre la première, en portant d'un air décidé le cartable de sa soeur), que l'intervenant relève le fait avec humour. La mère des deux enfants sourit d'un air gêné : « Oui, Laura se plaint que ce soit toujours Noëlle qui vienne chez vous ! Je lui ai rappelé que c'est elle qui avait à l'époque décidé d'arrêter ».

2 Les événements qui ont précédé cette décision, une interprétation des indices

Madame Pujol s'est rendue compte à la maison, dans des activités de la vie courante, que Laura rencontrait des difficultés avec les connaissances mathématiques : « *Je me dis qu'elle doit avoir des difficultés pour retranscrire des chiffres noir sur blanc*[51]. *Parce que l'autre jour, pendant les vacances, elle a voulu appeler un copain au téléphone. Il y avait 92 dans le numéro et elle m'a demandé : "comment ça se dit déjà ?"* » (janvier 98).

Elle met en correspondance ces observations avec les erreurs relevées au cours des évaluations scolaires : « *A la dictée de nombres, elle a fait tout faux* » (janvier 98).

Elle décide de conduire des activités didactiques durant les vacances (contrat de répétition) : « *J'ai travaillé avec elle pendant les vacances et elle a des difficultés : par exemple des choses toutes simples comme écrire 70 ou 95, ce n'est pas acquis. Et puis pour trouver le nombre qui vient avant et celui qui vient après* » (janvier 98).

Elle se rend compte que Laura rencontre des difficultés pour réinvestir seule cette aide : « *Si on est là, elle comprend très vite ! Alors que seule, elle est perdue* » (janvier 98).
Les décisions didactiques qu'elle est susceptible de prendre (vraisemblablement de monter la solution) sont alors épuisées, elle n'envisage plus d'autres interventions : « *Mais moi, je me sens désarmée pour l'aider : c'est tellement bénin et à la fois si compliqué à expliquer !* » (janvier 98).

[51] Madame Pujol mêle volontiers le vocabulaire spécifique avec des expressions courantes.

Elle évoque les paradoxes du partage didactique entre l'école et les familles : « *Si je l'aide, je vais aller contre ce qu'ils apprennent. Je comprends, les maîtresses me l'ont dit, elles essayent que les parents n'expliquent pas d'une autre manière. Mais c'est difficile pour les parents de s'apercevoir que ça ne marche pas bien en mathématiques, car il n'y a que du travail de lecture à la maison !* » (janvier 98).

Elle anticipe de nouvelles difficultés qui vont bientôt se surajouter : « *Mais je m'inquiète, parce qu'ils vont commencer la multiplication, c'est très tôt je trouve, mais il paraît que c'est le programme de l'Education nationale ! Commencer la multiplication alors que plein de choses ne sont pas encore acquises ...* » (janvier 98).

Cette crainte des apprentissages liés à la multiplication est sans doute très en relation avec ce qu'a vécu son aînée (et sans doute elle-même aussi), elle fait écho avec des remarques concernant les diverses écoles :

« *En éducation nouvelle, ils ne mettent le doigt sur la multiplication qu'en fin de CE2, début de CM1, et la soustraction aussi. Ils n'apprennent la soustraction qu'après la multiplication, car elle est plus difficile* » (mars 97).

« *A [l'école 2], c'était très dur ! Noëlle ne comprenait pas cette méthode, c'était le système traditionnel. Elle arrivait de [l'école 1], elle n'avait pas encore appris la multiplication. Et elle est arrivée dans cette école, ne sachant pas, alors que tout le monde devait savoir ses tables. C'était très difficile à vivre. j'ai dû expliquer aux enseignantes qu'elle n'avait encore jamais vu cette opération. Elles étaient offusquées qu'en CE1 on ne sache pas ses tables !* » (avril 97).

Comme il est prévu d'ordinaire dans l'école, elle se tourne vers les enseignants : « *J'ai rendez-vous cette semaine avec les maîtresses pour avoir leur avis sur ses difficultés* » (janvier 98).

Mais sa perception de la réalité diverge de celle des enseignants : « *La maîtresse a dit : "Quand elle n'est pas intéressée par les maths, Laura prend un bouquin". Mais moi je me demande si ce n'est pas justement parce qu'elle a des difficultés qu'elle se désintéresse* » (janvier 98).

Ainsi, la famille interprète les erreurs de Laura comme étant la preuve qu'une régulation est souhaitable. Dans le même temps, elle ne reconnaît aucun signe qui lui laisse penser que des régulations s'exercent en interne dans la classe.

Elle essaye alors de l'assurer elle-même, mais comme les erreurs persistent et qu'elle se sent démunie pour y remédier, elle fait appel à l'intervenant.

3 La position des enseignants

Les enseignants, nous l'avons dit, sont étonnés de la décision de madame Pujol de faire donner à Laura des cours individuels en mathématiques.

Ils sont, eux aussi, surpris par les résultats de fin d'année, mais pour eux cet événement ne constitue pas l'indice qu'une régulation externe s'impose : d'autres élèves rencontrent les mêmes difficultés, produisent des erreurs qu'ils connaissent bien. La poursuite des enseignements permettra vraisemblablement qu'un grand nombre de ces erreurs disparaissent progressivement. Ces erreurs font partie de leur fonctionnement ordinaire.

Alors que pour la famille Pujol, elles sont des écarts qui apparaissent entre ce qu'elle peut observer et ce qu'elle attend (les pratiques sociales usuelles). Les enseignements relatifs à ces connaissances ont eu lieu (point de vue nominal). La famille peut donc penser que les acquisitions par les élèves devraient suivre.

Les enseignants ne sont pas dans une position favorable pour faire vivre leur culture des erreurs, car :

- les résultats des évaluations (qui sont le moyen officiel de mesurer les connaissances et de les communiquer aux familles) ne correspondent pas aux pronostics oraux qu'ils avaient communiqués ;

- l'appui est déjà entériné[52], la famille les place devant le fait accompli et ils n'ont aucun pouvoir pour contrer cette décision d'appui externe.

Ils coopèrent finalement de bon gré, en communiquant à l'intervenant les difficultés (ordinaires) qu'ils ont pu observer et en le tenant au courant des avancées et des reculs qu'ils constatent dans l'évolution des apprentissages.

Il semble qu'ils se rallient d'autant plus volontiers à la décision d'appui imposée :

- qu'ils ont déjà connaissance de certaines difficultés de Laura ;
- qu'ils entretiennent une certaine confiance avec l'intervenant ;
- que cet appui externe les décharge en partie de leurs responsabilités didactiques (en particulier de la réussite de cette élève, maintenant déclarée en échec, alors que la réussite est souvent implicitement considérée comme garantie par le contrat d'éducation).

Le pari didactique (enseigner des connaissances, sans être sûr que la transmission sera effective) se répartit sur deux institutions professionnelles, il est par conséquent allégé pour l'institution principale.

L'incertitude qui est attachée aux décisions didactiques des enseignants est de moindre conséquence :

- les régulations internes dans l'institution principale peuvent être moins nombreuses, puisque le fonctionnement peut se rapprocher du fonctionnement nominal ;
- l'opportunité de régulations externes à l'institution principale est décidée en dehors de la responsabilité de cette dernière.

b) Décider de la fin de l'appui

Après cinq séances, madame Pujol se pose la question de la durée de l'appui.

Celui-ci n'a pas significativement modifié l'état des choses en 5 semaines (courant février).

Laura comprend mieux où sont les points délicats de la numération, mais ne maîtrise pas encore toutes les connaissances qui lui permettront de résoudre à tous coups toutes les questions qui lui sont posées en CE1. Elle produit donc encore des erreurs et sur le même type d'exercices identifié au moment du diagnostic.

La famille a pris seule l'initiative de cet appui extérieur, et continue de porter seule l'opportunité de le prolonger (ni l'institution principale, ni l'institution d'appui n'ont trouvé d'indices flagrant pour légitimer ce choix).

1 Le nouveau statut de Laura

En l'occurrence, l'appui de Laura est une sorte de modalité de confort pour un accompagnement ordinaire. Il soulage, nous l'avons dit l'institution principale d'un certain nombre de ses attributions de régulation, mais il soulage également la famille et peut-être même aussi Laura.

Car le statut d'élève en échec peut dans certaines conditions présenter quelques avantages :

- les dévolutions sont en général moindres (dans le contexte psychologisant de l'entourage familial, scolaire et culturel de Laura) ;
- le contrat d'appui prend à sa charge, dans le cas présent, d'aménager les milieux didactiques pour organiser et faciliter les dévolutions de l'élève.

---

[52] Qui plus est avec une personne qu'ils connaissent, et qui appartient à l'institution COREM.

De plus, les erreurs de Laura ne se distinguant pas significativement de celles des autres élèves de sa classe et l'appui chez l'intervenant étant présenté dans sa famille comme un moment agréable et intéressant, elle souffre peu de cette nouvelle condition d'élève en échec.

2 La position de l'intervenant

L'intervenant n'est pas dans une position institutionnelle habituelle (il ne cherche pas à entretenir sa clientèle, à prolonger les remédiations, etc.). Il explique à madame Pujol le pour et le contre de poursuivre l'appui et lui laisse la responsabilité de décider.
Ses arguments (adaptés au répertoire du récepteur) s'articulent sur une dialectique des régulations internes et externes :

- le statut d'échec dramatise les difficultés (les met en scène), mais offre plus d'occasions favorables de les corriger (le répertoire de l'appui est plus étendu, le temps didactique est allongé) ;
- l'ordinaire laisse le détail des difficultés dans la pénombre des actions, dilue les occasions de les corriger, mais offre un contexte plus satisfaisant pour les partenaires de la transmission des savoirs (qui n'ont pas à infirmer leur rôle en cas de succès et en particulier l'élève lui-même).

De son côté, l'intervenant continue à proposer à Laura des situations :

- qui présentent une dimension ludique (mise en scène, matériel plaisant) ;
- qui font fonctionner les connaissances en cours de construction ;
- qui par leurs rétroactions, place Laura en position d'éprouver ses conceptions, de recommencer plusieurs fois, de rejeter celles qui ne sont pas adéquates.

Mais pour poursuivre ce travail, l'intervenant a impérativement besoin que la famille (le commanditaire) adhère au projet. Il essaye (en diffusant des représentations) de faire vivre dans la famille une culture de l'erreur plus adaptée (qui laisse une marge temporelle d'apprentissage, avant d'évaluer l'ensemble des connaissances). Mais les doutes persistants de madame Pujol montrent que ces conditions ne sont pas assurées.

3 Un compromis

Madame Pujol prend le temps de réfléchir et une 6ème séance est programmée.
Elle rencontre à nouveau les enseignants, qui ne peuvent pas non plus décider à sa place et restent évasifs : bien sûr Laura fait encore des erreurs, mais l'enseignement n'est pas terminé, elle n'est pas parmi les meilleurs de la classe, mais pas non plus parmi les derniers, il y aura des occasions de reprises de ces connaissances ...
Devant l'incertitude grandissante de la mère de Laura, l'intervenant propose un compromis :

- les séances sont suspendues ;
- à la fin du deuxième trimestre, tous les partenaires referont le point pour décider ou non d'une reprise ;
- entre temps, Laura doit tout mettre en oeuvre pour réguler elle-même ses apprentissages.

Madame Pujol semble être fortement soulagée par cette proposition. Mais déjà, elle se demande comment elle va aider sa fille. L'intervenant organise les conditions de cet accompagnement.

4 Encore des hésitations

Deux semaines plus tard, l'intervenant reçoit un courrier de madame Pujol :

« Madame, J'ai jugé bon de vous faire parvenir les photocopies des derniers exercices de Laura. Il me paraît évident qu'elle n'a pas encore assimilé les additions et je trouve étonnant que ses maîtresses ne s'en inquiètent[53] pas plus que cela. Qu'en pensez-vous ? De notre côté nous allons travailler les jeux de nombre un peu plus souvent pour la familiariser encore plus avec les chiffres. Je vous remercie de votre attention. Bien à vous. » (mars 98).

Madame Pujol doute donc encore. Elle persiste à prendre à sa charge l'interprétation des résultats de sa fille et lorsque son avis ne coïncide pas avec les réactions des enseignants, elle en arrive à remettre en cause leur compétence professionnelle.
L'intervenant reprend point par point les éléments exprimés et les recadre dans un contexte scolaire ordinaire, il espère ainsi actualiser sur des exemples précis, la culture des erreurs qu'il vise à établir dans la famille Pujol.

En réalité, les fiches d'exercices que madame Pujol envoie à l'intervenant ne sont pas toutes récentes : deux datant du mois de novembre et deux de la fin février[54].
En novembre, un très grand nombre de ratures traduit beaucoup d'hésitations dans les réponses. Les ratures sont concentrées sur les exercices comportant des erreurs : un exercice de calcul rapide (8 questions) est entièrement juste et ne contient qu'une seule rature.

Les erreurs concernent essentiellement :
- la transcription écrite des nombres naturels, lorsqu'elle ne coïncide pas avec la numération orale : par exemple : « 618 » pour 78 (soixante) ; « 827 » pour 87 (vingt) ; « 810 » pour 800 (cent) ;
- les propriétés de la numération de position (décomposition d'un entier naturel, trouver le prédécesseur et le successeur d'un nombre naturel).

Laura ne produit pas systématiquement d'erreur sur ces questions, et lorsqu'elle se trompe, c'est à l'occasion des points critiques. Ces erreurs correspondent tout à fait au diagnostic qui avait été posé au mois de janvier. Mais il est difficile, pour madame Pujol, de cerner ces points critiques, surtout pour l'écriture des nombres qui lui paraît élémentaire.

En février, sur 8 additions, seules trois sont justes, mais les erreurs sont d'une autre nature qu'au trimestre précédent. En effet c'est la technique de la retenue qui est mal maîtrisée. Par contre ses premières conceptions ont évolué. Laura fait aussi des erreurs dans la copie des énoncés, même si le résultat est juste, la réponse est fausse.

D'autres perturbations apparaissent en lien avec ce qu'elle ne maîtrise pas encore : 300 + 4 + 200 est probablement reconnu comme la forme 300 + 40 + 2 et Laura répond, sans poser l'opération : 342. Ou encore, au lieu de compter de 10 en 10, elle compte de 100 en 100.
Ainsi, l'image que fournissent ses exercices est conforme à l'état des apprentissages de Laura établi 15 jours auparavant. Mais madame Pujol ne peut pas apprécier toutes ces distinctions, le rythme de ses rétroactions n'est pas en phase avec celui des enseignants (qui suivent au jour le jour et dans le même temps se donnent une durée de transmission beaucoup plus longue que madame Pujol imagine, elle qui perçoit des apprentissages isolés et cumulables).

Les savoirs visés ne sont pas encore fixés, des conceptions erronées apparaissent encore dans les cas critiques. Toutefois, une amélioration est sensible pour le professionnel.
D'autre part les enseignants disposent d'une foule d'indices observés en classe. Ce système d'évaluation est complémentaire de celui dont la famille a connaissance. Cela peut expliquer un

---

[53] Sic.
[54] Il est vraisemblable que le cahier de l'enfant ne revienne pas fréquemment à la maison et que madame Pujol ait voulu dire qu'elle venait d'en prendre connaissance.

certain décalage entre les évaluations écrites et la confiance qu'a l'enseignant sur la capacité de l'élève à progresser.

5 La reprise des régulations internes

Mais madame Pujol, a tout de même repris son rôle d'accompagnateur :

> « J'ai demandé à Laura si elle était d'accord pour qu'on en fasse un peu ensemble.
> Je lui ai dit "Qu'est ce que tu en penses si on s'amusait à en faire ?"
> Elle a répondu : "Ben oui, pourquoi pas !".
> Tous les soirs on en fait 10 minutes : les chiffres d'avant et d'après et une dictée de nombres.
> Et quand elle fait l'effort de réfléchir, elle y arrive. Je sens qu'elle comprend.

Nous retrouvons une pratique d'accompagnement avec un contrat de répétition.
Ici, même si les exigences sont peu marquées, la régularité de l'intervention parentale constitue une aide pour l'enfant, car elle n'est pas seule devant l'effort.
Remarquons que :
- madame Pujol exprime, pour une fois, cette dimension de l'apprentissage peut valorisée dans les discours psychopédagogiques actuels ;
- qu'elle en parle sous une forme peu flatteuse pour Laura (quand elle fait l'effort de réfléchir).

Il est probable que madame Pujol relèverait de manière négative une telle remarque de la part d'un enseignant.
Nous faisons l'hypothèse que :
- en situation, madame Pujol (en position A_0, milieu de l'action d'accompagnement) avait besoin des efforts de Laura pour réussir son projet d'accompagnement ;
- elle ne dispose pas d'un répertoire adapté pour ce cas de figure (ses lectures ne lui fournissent pas de mots pour parler des efforts à fournir, même si le contexte est motivant, même si le but est envié) ;
- elle a donc saisi, pour communiquer (répertoire R_2) et trouver une complicité (position A_2, milieu de l'accompagnant devant un tiers) les expressions disponibles dans la culture courante (qu'elle qualifierait de manière péjorative de « classique » en position de parent d'élève A_1).

Il est probable que les connaissances de madame Pujol lui permette de vérifier et de corriger les réponses de Laura dans les exercices décrits.
Il n'est pas sûr qu'elle sache choisir les variables numériques pour entraîner sa fille sur les points critiques. Il est donc envisageable :
- que ces efforts conjugués n'aient que peu d'impact sur les résultats futurs (si elle choisit fréquemment ou uniquement des valeurs qui rendent l'exercice facile) ;
- ou au contraire, que la situation d'accompagnement devienne ingérable si madame Pujol choisi (peut-être involontairement) fréquemment ou uniquement les valeurs critiques.

En effet, nous retrouvons dans la suite du récit un élément qui explique la régulation externe : lorsque les erreurs persistent, madame Pujol dispose de peu de moyens pour réguler la situation d'apprentissage et elle est tentée de passer le relais.

> « J'essaye de la faire compter en arrière, par exemple à partir du chiffre 525, mais il y a toujours un blocage au passage ... Alors je lui ai demandé si elle voulait revenir chez vous [c'est à dire chez l'intervenant] » (mars 98).

Nous constatons que madame Pujol a saisi les indications de l'intervenant concernant le point critique de cet exercice (le fameux passage d'un rang à l'autre). Elle l'identifie, mais ne sait pas pour autant résoudre le problème que cela lui pose en tant qu'accompagnateur.
Nous constatons aussi que madame Pujol demande à sa fille de décider.
L'enfant peut-il prendre une telle décision sur des critères didactiques pertinents ?
Il faut déjà savoir beaucoup, pour savoir qu'on ne sait pas.
Il faut pouvoir disposer d'un certain nombre de représentations (relatives aux savoirs qui seraient nécessaires, à l'apprentissage de ces savoirs et à l'aide à cet apprentissage).
Il faut savoir lire le contrat didactique (repérer les exigences didactiques qui ne peuvent être satisfaites).
Sans ces conditions, la demande d'aide est dictée par des raisons extrinsèques (autorité, séduction, peur de décevoir, etc.).
Pour quelles raisons madame Pujol renvoie-t-elle cette décision à sa fille, dont le répertoire est (a priori) plus réduit ? Serait-ce par idéologie pédagogique (en référence à l'autonomie de l'enfant ou de l'apprenant) ou pour soulager une charge trop lourde (non seulement du point de vue psychique, psychosocial, mais aussi cognitif) ? Le succès de cette idéologie ne tiendrait-il pas d'ailleurs au cumul de ces charges évoquées ?

Madame Pujol dévoile alors une autre condition, indépendante de l'apprentissage, mais qui prime pour l'enfant :

« Et elle a répondu : "Non, je n'ai pas envie d'y retourner." Remarquez, qu'il y a un autre challenge : elle veut faire de la natation et je lui ai dit qu'on ne pouvait pas tout faire en même temps. Donc j'attends. Je ne sais pas si c'est un manque de maturité ou un manque d'envie ... » (mars 98).

6 La décision finale

La décision finale est donc, semble-t-il, prise par Laura qui préfère aller à la piscine que suivre des leçons de mathématiques[55]. Ce pouvoir de décision des enfants dans la famille Pujol n'est qu'apparent. Nous avons observé d'autres comportements familiaux, dans d'autres circonstances[56].
Madame Pujol essaye-t-elle de masquer une décision négative ? Les leçons lui coûtent cher, occasionnent des déplacements. Peut-être n'ose-t-elle pas l'avouer à l'intervenant.
Peut-être n'ose-t-elle pas montrer qu'elle revient sur sa première décision.
Peut-être, comme nous l'avons dit, se décharge-t-elle de sa mission de régulation, bien plus délicate que prévue et devenue trop lourde.

---

[55] Qui lui en voudrait ? Sinon ceux qui ont « besoin » de constater des progrès en mathématiques ?

[56] En mars 97, au moment où débute l'appui de Noëlle (entre la seconde et la troisième séance) et où un accord est trouvé (nous nous en sommes expliqué) pour que les séances se déroulent sur le lieu et le temps scolaire (ce qui simplifie la tâche de madame Pujol), un cas de figure similaire se produit. L'intervenant demande si Noëlle a raconté comment s'était passé la première séance filmée, Madame Pujol lui répond : « *Noëlle n'en pas beaucoup parlé, pas négativement en tout cas. Elle m'a répondu "ben oui" et ne s'est pas étalée. Je l'ai laissé ne rien me dire. Quand elle le voudra elle le fera, si elle fait des découvertes ... Ce qui l'embêtait c'était le repas, elle ne voulait pas manger avec les C.P. Mais je lui ai dit "Tu as des difficultés en mathématiques, oui ou non ? Tu peux faire des efforts sur les conditions, c'est quand même pas si ...!!! Moi j'en fais pour essayer de trouver une solution. J'ai trouvé quelqu'un. On en a assez parlé ! Cette solution des cours sur place, ça arrange tout le monde. Mais ça allait très bien en fait, c'est juste histoire de râler !* ».

La raison fournie par sa fille aurait pu la faire douter de la pertinence de cette décision. Madame Pujol aurait pu chercher un autre avis, plus expérimenté. Mais c'est à l'institution au répertoire le plus faible qu'elle délègue ce qu'elle n'a pas réussi.

Le mois suivant, madame Pujol et ses deux filles rencontrent fortuitement l'intervenant dans la cour de l'école. La mère essaye désespérément de faire répondre Noëlle et Laura aux questions que pose l'intervenant, mais elles restent laconiques. Elle répond donc elle-même :

> Madame Pujol : « Laura a encore des problèmes avec la soustraction, les nombres entre 60 et 100, ça va beaucoup mieux, sauf pour aller en arrière. Je lui ai encore demandé si elle voulait revenir vous voir, parce que c'est quand même une chance à lui donner, mais elle a toujours répondu "non". »
> Laura : « Je veux aller à la piscine ! »
> Madame Pujol : « Oui, elle a dit qu'elle pouvait se débrouiller, on ne peut pas toujours faire appel à quelqu'un de l'extérieur ! » (avril 98).

Que penser de ces revirements successifs de l'argumentation ?
Sont-ils uniquement révélateurs d'une situation psychosociale inconfortable ? Ou traduisent-ils l'incertitude devant une alternative didactique, qui doit trancher entre régulation ordinaire et régulation externe ?

2 Choisir une autre école pour réguler les apprentissages

Lors de la première et succincte présentation de la famille Pujol, elle est apparue comme experte dans le choix des établissements scolaires.
Nous avons relaté quelques uns des indices (d'ordre éducatif) à partir desquels les écoles de Noëlle et de Laura sont choisies, puis rejetées par leurs parents.
Comment ces faits s'articulent-ils avec les faits didactiques ?
Après avoir décrit les régulations ordinaires de la famille Pujol, après avoir vu comment les régulations externes y sont décidées, analysons l'usage qu'elle fait du réseau didactique.

a) Le choix de l'école

1 Changer d'école

De nombreuses familles font appel, durant 8 années, au même groupe primaire.
Certaines familles développent des stratégies complexes pour s'assurer que leur enfant soit inscrit dans tel établissement et pas dans un autre (par exemple en soumettant, longtemps à l'avance, la localisation de leur domicile ou le choix des enseignements optionnels à la réalisation de ce projet).
Certaines familles, en raison d'une forte mobilité professionnelle, inscrivent leurs enfants successivement dans plusieurs écoles.
Mais ces usages du réseau disponible est tout autre que celui de la famille Pujol.

2 Réguler l'enseignement que reçoivent les enfants en choisissant l'école

Cette famille présente la caractéristique de choisir une nouvelle école pour réguler l'enseignement dispensé à leurs enfants par la précédente.
Notre système scolaire actuel est organisé de telles façons, qu'un parent
- ne peut choisir l'enseignant qui enseigne à son enfant,
- mais peut décider dans quel établissement le scolariser.

Les représentations médiatisées du « métier de parent » encouragent un tel choix. La programmation raisonnée du parcours scolaire des enfants (dans laquelle la détermination de l'école est désignée comme un point crucial) est même la marque du parent compétent et suffisamment bien informé.

Il n'est pas étonnant dans ces conditions, que ce soit à l'extrémité supérieure du réseau didactique que les régulations de certains parents se manifestent.

Ainsi, lorsque les parents Pujol constatent des écarts trop grands avec leurs attentes, ils cherchent une nouvelle institution principale, c'est à dire qu'ils subtilisent entièrement le système incriminé, pour le remplacer par un autre différent (soit l'ampleur maximum de l'adaptation)[57].

Tout se passe comme si ils espéraient constituer un répertoire (difficile à acquérir, donc méritoire), qui permette de comparer les enseignements dispensés dans les différentes écoles (chaque école ayant une spécialité qu'il faudrait découvrir) et surtout de réguler les effets (supposés) de tel ou tel en en combinant les caractéristiques, en différenciant les apprentissages des enfants et les parcours scolaires en fonction de leurs motivations et de leur rythme.

Ce rapport à l'école reflète peut-être une certaine culture d'entreprises et de services (qui constitue le milieu professionnel des Pujol), considérée par beaucoup comme digne et stimulante par les concurrences qu'elle crée.

Mais il s'inspire aussi peut-être de certains modèles socio-psycho-pédagogiques, en transposant à l'échelle du parent-accompagnateur le même type de variables explicatives, utilisées cette fois comme variable de commande sur le système éducatif.

3 Les emblèmes distinctifs

Mais comment comparer des établissements du premier degré[58], alors que les parents ne peuvent se faire qu'une image partielle de leur diversité ou de leur similitude ?

Les réputations se font de bouche à oreille entre parents (à propos d'un échec ou d'une réussite) ou via les rumeurs locales. Les jugements s'établissent sur la base d'indices supposés être pertinents pour les apprentissages (bien plus pour les aspects éducatifs, que ceux relatifs aux savoirs).

Même si les fonctionnements nominaux sont semblables (enseigner les savoirs mathématiques consignés dans les programmes), les parents Pujol sont sensibles aux différents fonctionnements ordinaires des 4 écoles du réseau qu'ils sollicitent.

Ils sélectionnent l'établissement sur la base d'emblèmes pédagogiques et didactiques visibles pour eux.

Chaque école est identifiée, presque personnifiée par un type d'enseignement et par des situations prototypiques d'apprentissage.

Dans l'école 1, les enfants manipulent. Le fait qu'il existe une progression didactique spécifique, libérée des contraintes des programmes, semble être interprétée par les Pujol comme une preuve que le rythme naturel des enfants est bien respecté.

Dans l'école 2, l'enseignement est qualifié de classique et de traditionnel (ce qui dans le contexte, est plutôt péjoratif pour la famille).

L'école 3'présente apparemment peu d'indices distinctifs. Mais madame Pujol peut au moins dire que les enseignants ont suivi une formation en mathématiques indépendante du cursus officiel et penser que les quelques sorties annoncées attestent leur intérêt pour la culture et le monde non scolaires (ce qu'elle nomme une ouverture).

Dans l'école 4, on apprend les décimaux avec des pailles.

---

[57] Dans l'industrie moderne destinée à la grande diffusion, l'échange standard est présenté comme le procédé de « réparation » le plus rentable pour le producteur, le plus facile pour les prestataires de services, ainsi que pour l'utilisateur (bien que très coûteux pour lui).

[58] A notre connaissance, les magazines ne publient pas encore le palmarès des écoles primaires.

Mais de l'enseignement des mathématiques de l'école 3, apparemment madame Pujol n'a que peu à dire[59].

b) Les conséquences didactiques pour les apprentissages

1 L'école : le lieu des enseignements

Madame Pujol relève qu'un changement d'institution scolaire peut occasionner pour les familles des trajets plus ou moins longs, des coûts différents et des ruptures relationnelles. Mais ce ne sont pas là les seuls risques encourus.

Une école n'est pas simplement un lieu de socialisation, comme de nombreuses diffusions le laissent entendre aux parents « branchés ».

Si les seules variables qui différenciaient les enseignements étaient celles du sociologue, de l'économiste ou du psychologue, si les connaissances mathématiques étaient partout « les mêmes » et les situations également interchangeables, il serait curieux que changer d'école puisse avoir autant de conséquences sur les réussites qu'on le dit[60] !

Mettre exclusivement ces dimensions en avant, sous prétexte qu'elles sont celles qui intéressent le plus (?) la société ou les parents, masque toutes les autres.

Peut-être qu'évoquer les enseignements, dans une communication sur l'école, est considéré comme inutile, car déjà bien connu et trop ordinaires pour être digne d'intérêt.

Peut-être que le maintien des conditions qui permettent ces enseignements est considéré comme une évidence universelle ou au contraire comme inhérente à chaque leçon.

Pourtant, la difficulté de maintenir les équilibres entre savoirs et connaissances ou entre situations didactiques et adidactiques est un objet de recherche et une préoccupation (peut-être implicite) des professionnels. Ces équilibres sont délicats à établir, à définir et à transmettre. La médiatisation de l'innovation et la promotion à titre commerciale de « méthodes » pédagogiques constitue un obstacle à la régulation didactique professionnelle, sociale, culturelle et donc familiale.

2 La lecture du contrat didactique

Les enfants Pujol ont connu et vécu différentes cultures pédagogiques et didactiques. Pour eux, les écoles ne sont pas simplement réduites aux emblèmes qui les décrivent dans leur famille.

Ils ne pourraient sans doute pas clairement formuler les différences, mais ils doivent à chaque changement ajuster leur lecture du contrat didactique : qu'est ce qui est à leur charge, que doivent-ils faire pour apprendre, sur quoi seront-ils évalués ?

---

[59] Pour remplir sa fonction, le C.O.R.E.M. doit maintenir dans l'école 3 des conditions de fonctionnement ordinaire ; il veille à demeurer très discret vis à vis de l'extérieur (les parents, les établissements voisins et tout type de médias). L'école 3 n'est pas (comme le souhaiteraient peut-être les parents Pujol) une école expérimentale chargée de promouvoir telle ou telle méthode pédagogique. Au contraire, elle doit être conforme aux attentes ordinaires des institutions et des familles.

D'autre part, madame Pujol apprend dès le premier contact, que l'intervenant fréquente l'école 3. Ce fait doit être pris en considération lorsque les données qu'il recueille sur les différentes écoles sont comparées (madame Pujol a peu de raison de lui communiquer des informations « générales » sur l'école 3). Mais une anecdote renforce notre interprétation : c'est en 1999 que madame Pujol loue les caractéristiques didactiques de l'école 3. A ce moment-là, ses enfants n'y sont plus scolarisées, mais elle apprend par ses anciennes relations, que le fonctionnement de l'école relatif au centre de recherche va s'arrêter. Apparemment, ce regain d'intérêt repose sur ce qui est pour elle un indice important : « l'Education nationale ne retient pas le projet ». Ce mode de représentation, qui attache plus d'importance au caractère innovant, qu'aux autres caractères, crée un paradoxe pour la pérennité des actions efficaces : dès qu'elles ont fait leurs preuves et sont intégrées au fonctionnement ordinaire, elles perdent aussitôt leur intérêt !

[60] Sauf dans le cas où ces variables seraient décisives.

En caricaturant les formes d'enseignement des mathématiques à la manière Pujol, sur la base de représentations des pédagogies actives, des enseignements frontaux et des situations adidactiques, nous obtiendrions un inventaire tel que :

faire des mathématiques, c'est :

A l'école 1 : manipuler du matériel concret ;
essayer, tâtonner sans honte ;
partir à la découverte sans avoir peur de ne pas avoir d'indication ;
faire des propositions, prendre des initiatives, s'organiser ;
remplir des fiches, individuellement et à son rythme.

A l'école 2 : apprendre des textes du Savoir et des règles d'action ;
appliquer ces règles dans des exercices semblables et progressifs ;
être interrogé, noté ;
être capable de se suivre une consigne ;
ne plus compter sur ses doigts.

A l'école 3 : se confronter à un problème jamais rencontré ;
coopérer à plusieurs pour tendre vers un but précis, mais sans savoir comment
s'engager sur une réponse ;
rendre compte publiquement de sa recherche ;
être en mesure de formuler des arguments en faveur de sa solution.

Nous pouvons douter que les mots pour décrire les éléments du contrat didactique appartiennent au même répertoire dans chaque classe.
Les objets de savoir sont-ils également identifiés par le même vocabulaire ?
A la fin de l'enseignement (dont le rythme diffère dans chaque école), ils seront institutionnalisés en référence aux mêmes savoirs mathématiques. Mais le sont-ils en cours d'apprentissage, entre le CP et le CE2 ?

3 Réguler les discordances de contrats

Lorsque les difficultés d'adaptations sont telles que le découragement ou la panique risquent d'apparaître, les parents sont-ils en mesure, à la maison, d'expliciter ce qui provoque les troubles des deux élèves ?
Si les discordances de contrat sont interprétées négativement à la maison (relativement à celui très particulier de l'école 1), les enfants vont-ils résister à cette péjoration qui les protège en les mettant à distance des difficultés inhérentes à tout apprentissage ? Ou bien vont-ils tendre vers l'accentuation du discrédit de cette école, qui n'est décidément pas celle que l'on recherchait ?
Les enseignants ne seront-ils pas tentés eux aussi d'interpréter des comportements, pour eux trop différents de leurs attentes, comme des difficultés propres à l'enfant ?

4 Permuter les institutions didactiques ?

Les institutions didactiques présentent une spécificité : elles ont besoin pour fonctionner que les élèves (et leur entourage) disposent de repères suffisamment stables pour accepter l'aventure de l'apprentissage, pour supporter l'incertitude du savoir en construction ou en déconstruction.
Le répertoire commun à la classe doit être suffisamment partagé par chaque élève pour qu'il puisse s'insérer dans la gestion collective des connaissances, des erreurs et des ruptures de contrat. Les élèves doivent connaître les règles minima qui régissent l'évaluation de leur travail pour être en mesure de « jouer le jeu », de montrer ce qu'ils ont compris et demander lorsqu'ils ne comprennent pas. Ces règles ne sont pas toutes explicitables d'un point de vue didactique, c'est la culture de la classe qui porte les implicites et rend collectivement acceptable le fait justement qu'elle ne puissent pas être explicitées. Si un élève est isolé de cette culture, les

transactions didactiques deviennent injustes, a fortiori si son entourage ne l'encourage pas à la partager.
Le professeur régule un grand nombre de ces malentendus didactiques à l'aide de la mémoire didactique de la classe. Mais lorsqu'il y a changement de classe, la mémoire s'efface.
Les ajustements sont principalement à la charge de l'élève, car le professeur doit réguler en aveugle, sur la base de représentations de ce qui a précédé.
Ce qui est difficile (mais culturel et partagé comme ordinaire) d'un niveau à l'autre au sein d'un établissement (à chaque rentrée) ou entre établissements semblables, devient extrêmement difficile dans le cas de la famille Pujol.

5 Les rétroactions de ce type de régulations parentales

Les parents Pujol se sentent en partie. responsables de la détermination de l'institution principale. Ils portent la charge de s'informer, de décider, mais aussi de se tromper.
Une unique décision doit être prise à un moment donné, même s'ils pensent qu'ils pourront, plus tard, réviser leur position et prendre d'autres décisions.
Les décisions de régulations dépendent des connaissances (informations sur le système et capacité d'analyser les constats, de prévoir des effets) et des représentations.
Or, il est probable que :

- les anticipations du résultat de leur choix soient peu fiables (les informations concernant le fonctionnement ordinaire et effectif des enseignements sont très partielles) ;
- la stabilité de leur choix soient peu assurée (sur une durée de quelques mois et sans mémoire didactique, il n'est guère possible de corriger de manière efficace et durable, les erreurs qui se sont produites dans le système didactique précédent ; les indices d'évolution positive seront donc de moins en moins visibles).

Ce procédé de régulation parentale, d'un point de vue didactique, a non seulement peu de chance d'aboutir à un état homéostatique satisfaisant, mais il réduit à chaque modification, les possibilités de régulations internes du système principal.

3 Les représentations scolaires des Pujol

a) Augmenter les occasions de rencontre

Suffit-il d'augmenter les communications entre les parents et l'école pour améliorer les coopérations éducatives ?

La référence de madame Pujol (répertoire R_{-2}) en matière de communication scolaire est l'école 1. Celle-ci réunit fréquemment parents et enseignants, pour maintenir une culture commune de l'apprentissage, qui soit favorable à son fonctionnement spécifique (elle organise des expositions, invite des conférenciers, ouvre des classes à l'observation des visiteurs, etc.).
Madame Pujol est friande des manifestations à la fois festives et éducatives. Elle participe quand elle peut aux journées portes-ouvertes, et se rend encore, trois ans après son départ, à un colloque. Elle hésite sur l'achat d'une cassette-vidéo, mais commande immédiatement les actes et propose autour d'elle, avec une certaine générosité militante, de les prêter dès qu'ils seront parus. Car elle aime partager son enthousiasme et ses trouvailles. Sur ses conseils, une maîtresse de Noëlle (de l'école 4) et son conjoint font le voyage pour assister à un cours de mathématiques au collège (associé à l'école 1), ouvert pour l'occasion aux parents et aux visiteurs. « *Ils ont trouvé ça prodigieux !* » raconte madame Pujol avec satisfaction.
Bien qu'apparemment peu attachée aux valeurs religieuses, elle se dirige souvent vers l'offre scolaire privée. Elle apprécie d'y retrouver les éléments diffusés par les médias, peut être parce qu'elle pense pouvoir, grâce à un apport d'informations, exercer un certain contrôle au moins sur ces indicateurs.

L'école 3 diffuse aussi des représentations en direction des parents, et les adapte aux demandes des Pujol :

« Madame Pujol est venue me parler à 17 h. Ca devait être rapide, mais en fait, elle est restée jusqu'à 18 h 30. J'ai insisté sur ce qu'est le rôle d'une école. L'école, c'est le lieu des apprentissages. Le temps scolaire ne couvre pas toute la vie des enfants, ils ont du temps devant eux pour découvrir le monde ! Et puis on peut éveiller leur esprit et leur curiosité à l'intérieur même de l'école. Je lui ai dit qu'il n'était pas possible d'expliquer tout ce qui se passait à l'école dans le détail du quotidien. On ne peut pas tout expliciter. La mère a répondu "Oui, on ne sait pas ; Noëlle ne sait pas dire ce qu'elle a fait". J'ai répondu que ce n'était pas facile, en effet, pour un enfant, de parler de tout ça. Les enfants sont dans l'action, c'est leur vie de tous les jours. Et puis, ils ont besoin d'avoir leur monde à eux ! » (Le directeur de l'école 3 ; février 97).

Mais ces propos ne convainquent ni n'apaisent cette mère d'élève. La famille et l'école ont beau entreprendre tout ce qui leur est possible de faire chacune de leur côté, le désir d'information de madame Pujol n'est jamais rassasié.
Pourquoi l'enseignement dispensé à l'école 3 ne la séduit-elle plus ?
Pourtant cette école (choisie en partie pour cette raison) est rattachée depuis près de trente ans à un centre de recherche unique au monde, elle bénéficie des travaux des didacticiens pour l'enseignement des mathématiques. Bon nombre des produits scolaires diffusés dans les librairies spécialisées s'inspirent des ingénieries produites au COREM, mais madame Pujol en ignore tout. Son répertoire ne peut distinguer les informations diffusées par l'école d'avec les annonces publicitaires et les effets de scoop[61].
Augmenter encore les mêmes représentations ne ferait qu'aggraver le phénomène. La culture de la coopération didactique ne passe pas par ce type de diffusion[62].

b) Augmenter l'implication des parents

La coopération école-famille est-elle facilitée par l'implication des parents ?
Toutes les conditions nominales sont ici réunies et les comportements des partenaires paraissent exemplaires.

- L'école 3 organise quatre réunions dans l'année, pour informer les parents de la progression trimestrielle en mathématique et distribue même des documents préparatoires quelques jours avant ces réunions et à tous les parents[63].

---

61 Les établissements de « remise à niveau » sont les plus prompts à surenchérir. Leurs promesses pédagogiques et didactiques surpassent tout ce qu'une école ordinaire peut proposer. Mais sur des durées aussi limitées et pour un fonctionnement aussi opaque, les rétroactions ont peu d'influence.

62 Les autres coopérations éducatives apparemment non plus. Bien informés, les Pujol ne respectent guère le règlement. Madame Pujol dit attacher de l'importance aux aspects sécuritaires, mais néglige les mesures de sécurité. Le directeur essaye en vain de la convaincre que certains moments seulement sont réservés aux parents : « *Je n'arrive pas à la mettre à la porte de l'école. J'exige des enfants qu'ils partent à cinq heures. Il y a aussi deux autres mamans qui restent toujours plus tard le soir. Mais, elle, c'est vraiment particulier, ce n'est pas pour parler avec les parents* » ; « *Quand elle est là, elle reste un long moment avec ses filles dans l'école. Elle discute, elle va dans le couloir, elle rentre dans la classe ... Elle est chez elle ! Je lui dis que dans les autres écoles, le portail est fermé, que l'école est fermée aux parents, par vigilance. Mais dans ces cas-là, elle me dit tout de suite qu'elle apprécie de pouvoir venir ici !* ».

63 « Afin de vous permettre de suivre le travail de vos enfants, de mieux comprendre la progression suivie, nous avons choisi de vous donner des informations lors de réunions régulières [...]. Pour rendre ces informations plus efficaces, nous avons entrepris de les rédiger et de vous les faire parvenir avant les réunions. Bien entendu, ceci ne remplace pas les contacts individuels que vous pouvez toujours avoir avec les équipes enseignantes. » ; extrait du document « Informations en début d'année pour les parents » diffusé par l'équipe du niveau CE2, reproduit en annexe 5-1.

- Madame Pujol tient son rôle de parent délégué.

- Les enseignants sont conciliants et accueillants, ils l'invitent à dialoguer dans la classe, chaque fois qu'elle le demande.

- Madame Pujol s'intéresse aux activités régulières, vient voir dans les classes les travaux des enfants, ne se limite pas aux notes comme d'autres parents (qui sont critiqués, pour cette attitude jugée réductionniste), et montre un intérêt pour la transmission des savoirs[64].

Mais cette énergie dépensée de part et d'autre reste vaine.

- Madame Pujol reproche à cette école de ne pas assez expliquer ce qui est entrepris au sein de l'école et les raisons de ces actions[65]. Elle perçoit, ce que l'école appellerait de la réserve, plutôt comme une protection excessive et injuste, car elle s'investit beaucoup pour que des relations conviviales se créent[66]. La distance maintenue finit par introduire chez elle un doute, puis des soupçons[67]. Comme si persuadée qu'une institution scolaire pourrait avoir des choses à cacher, elle croyait mieux se prémunir en la sollicitant plus souvent et établissant avec elle des relations de proximité de plus en plus intime.

- Les enseignants reprochent à madame Pujol ses sollicitations intempestives qui déséquilibrent les règles habituelles d'échange entre les enseignants et les parents. Leur plus gros reproche semble être : *« Ce sont des parents qui choisissent, qui choisissent l'école ! »*. Mais leurs critiques expriment combien ils ressentent bafouées leurs responsabilités pédagogiques et leurs décisions[68]. Ils tentent, individuellement, de se défendre contre

---

[64] Madame Pujol se tient très informée de ce qui se passe en classe, peut-être plus encore que de ce que Noëlle fait en classe. Elle donne souvent l'impression que ses filles sont pour elle des « messagers » qui lui fournissent occasion et prétexte d'apprendre ce qui existe derrière les coulisses, là où elle n'a pas accès en tant que parent. Nous empruntons là l'expression de Perrenoud (1994, pp. 45-76). Le go-between ne véhicule pas que des informations relationnelles, individuelles ou officielles, il est aussi témoin de comportements pédagogiques et didactiques en lien avec les savoirs.

[65] *« Je suis persuadée que [l'école 3] est une bonne école. J'ai parlé avec le directeur. Il m'a dit qu'ils n'expliquaient peut être pas assez ce qui se passait dans l'école »*. Sachant les bonnes relations que l'intervenant entretient avec l'école 3, madame Pujol ne critique jamais directement les enseignants devant lui. Elle s'efforce toujours, au contraire, de fournir des raisons qui paraissent acceptables.

[66] *« C'est vrai, qu'on ne sait pas ! Les enseignants ne veulent pas s'étaler sur leur travail ... Je pose des questions, mais pas de questions insidieuses ! On veut apprendre, tout simplement » (mars 97).*

[67] Un jour que l'institution d'appui marquait sa distance avec l'institution principale pour assurer les conditions de son propre fonctionnement, madame Pujol a saisi l'occasion et a confié : *« Et puis les enseignants me disent : "Elle n'a pas écouté", quand je leur dis que Noëlle n'a pas compris ! »* (mars 97). Une autre fois (circonstances similaires), c'est sous le couvert d'une communauté qu'elle s'exprime : *« Nous parents, nous ne disons pas tout aux enseignants de ce que nous rapportent nos enfant. Dans certains cas, c'est très gênant ! » (février 97).* Nous observons que ces deux remarques s'inscrivent dans les premières négociations de l'appui.

[68] Une grande amertume se dégage des propos des enseignants, les incompatibilités que ces communications mettent à jour leur pèsent : *« La mère de Noëlle trouve que les choses sont imposées aux enfants. Quand ils apportent quelque chose de la maison, elle trouve dommage qu'on ne l'exploite pas de suite en classe » ; « La mère était déçue, car elle croyait qu'à [l'école 3] on faisait une pédagogie particulière. Qu'il y ait des règles dans la classe, ça la choque. Il y a eu un jour une punition collective, j'ai eu droit à toute une page sur le cahier ! » ; « Elle veut toujours nous donner des idées pour l'éveil ! » ; « Elle voudrait que les enfants apprennent à leur rythme et qu'ils travaillent selon leur motivation personnelle : si on a envie de faire des maths, on fait des maths, si on a envie de faire de la poésie, on fait de la poésie. A la limite, que les enfants fassent un exposé sur n'importe quoi ! » ; « Noëlle a demandé qu'on apprenne en classe une poésie qu'elle aimait ; elle doit avoir l'impression que les nôtres ne sont pas bien » ; « Même en éveil, la famille ne coopère pas. Pour la géologie, j'ai été submergée de cailloux, mais Noëlle n'a rien apporté, c'était pourtant facile ! Et pour l'opération-croissant, elle n'a rien acheté, elle a dit que papa et maman n'en n'avaient pas besoin ! » ; « On a travaillé sur les aliments et elle est la seule à n'avoir pas apporté d'étiquettes. Pourtant, ses parents étant dans la restauration ... les aliments c'était bien en lien avec la maison ! » ; « En réunion de parents, elle s'investit beaucoup, elle est déléguée. Elle a beaucoup choqué en parlant de connivence entre les enseignants*

l'avalanche de questions et de demandes, ils essayent de limiter le temps qui leur semble raisonnable d'y consacrer[69]. Mais lorsque la coupe est pleine, ils recourent aux arguments qui leur paraissent les plus commodes pour justifier un refus de manière professionnelle. Comme s'ils étaient persuadés qu'une forte implication des parents dans la vie scolaire des enfants cachait une curiosité obsessionnelle ou un pervers désir de toute puissance [70]. Alors que dans un cadre thérapeutique, ces interprétations pourraient donner lieu à des interventions efficaces, elles éclairent ici négativement les comportements familiaux. Ces représentations servent d'exutoire aux tensions, mais ne suggèrent aucune décision. Au contraire, au nom de la protection de l'enfant, elles incitent à taire ce qui se passe en classe et à demander plus d'informations sur la vie privée des élèves[71].
Ces ponctuations des communications[72] ne permettent plus de régulation adaptée d'un côté comme de l'autre, et sur des points d'échanges pourtant ordinaires entre une école et des parents d'élèves. Pire, chaque élément nouveau vient s'ajouter comme un indice, en renforçant l'idée négative que se fait chaque partie à propos de l'autre[73].

c) Les négociations de la coopération

Lorsque les enseignants s'expriment avec rancoeur : « *Ce sont des parents qui veulent se faire bien voir des enseignants. Ils veulent montrer qu'ils s'intéressent, mais en fait, ils n'ont pas beaucoup de temps à la maison pour leurs enfants* » (mars 97) ils marquent que les conditions de la coopération ne sont plus assurées. Le recours aux représentations suggérées par

---

et les enfants. Une autre mère a repris : "De la confiance ... certes. Mais pas de la connivence !" » (mars 97).
Un an après, au moment où madame Pujol pense à son prochain départ, la plaie n'est pas encore refermée, les négociations essentielles ne peuvent toujours pas se réaliser sereinement : *« Pendant la réunion avec les parents, elle a fait une intervention publique sur les punitions injustes. Je me sens personnellement visé, parce que je venais justement de donner une punition à Noëlle, mais elle sait très bien pourquoi je l'ai punie ! Elle va se faire virer des parents d'élèves ! Elle monopolise la parole et c'est pour parler de son cas personnel » ; « Tiens, tu sais que la mère veut toujours la changer d'école ? C'est toujours la même chose ! Soit disant pour se rapprocher du collège, pour que Noëlle se fasse des copains qui seront dans la même sixième. Ce qui à mon avis est un mauvais argument, mais je lui ai dit que c'était à elle de décider, même si je pensais que c'était ni très adapté, ni souhaitable ».*

69 *« Il faut la stopper, une demi-heure pour s'entretenir avec les parents c'est suffisant ! ».*

70 *« Elle est quand même moins envahissante qu'au début » ; « Il est important de la rassurer tout en la maintenant à l'extérieur » ; « Je crois que la maman aimerait bien qu'on établisse des relations particulières avec sa fille, que l'enseignant la chouchoute » ; « Je crois que la mère voudrait se mettre à la place des enseignants, alors elle met les enseignants à la place des mamans » ; « La mère joue les séductrices par rapport à nous » ; « C'est le plaisir d'être dans l'école ! Elle se sent un peu instit ».*

71 *« Le père aurait aimé être instit., nous a dit Noëlle » ; « On ne l'a jamais vu ! Il est très effacé » ; « Par contre, elle nous a tous invités dans sa piscine ! » ; « Noëlle a dit qu'elle avait mal à la tête à cause des trajets. Evidemment ils habitent loin. Elle a dit qu'elle préférerait une école plus près de chez elle, mais que ses parents cherchent la même chose que [l'école1] » ; « Noëlle est très autonome. C'est elle qui prend en charge sa petite sœur pour les vêtements, car la mère est prise dès le matin avec les clients de l'hôtel. Quand elles arrivent en retard, c'est souvent à cause des clients ».*

72 Nous faisons ici référence au troisième axiome de la théorie de la communication proposée par Watslawick et al. (72) : « La nature d'une relation dépend de la ponctuation des séquences de communication entre les partenaires » (p 57). Un désaccord de ponctuation entraîne chacun à croire, non seulement que son comportement est la seule réponse adaptée au message qu'il reçoit, mais surtout que l'interlocuteur est à l'origine du conflit. Un observateur qui interpréterait cette interaction oscillatoire en considérant lui aussi qu'elle comporte un commencement, serait amené à prendre le parti de l'un contre l'autre.

73 « La question n'est pas de savoir si la ponctuation de la séquence de communication est dans l'ensemble bonne ou mauvaise. C'est en effet une évidence indiscutable que la ponctuation *structure* les faits de comportement, et qu'elle est donc essentielle à la poursuite d'une interaction. du point de vue culturel, nous avons en commun beaucoup de conventions de ponctuation. Elles ne sont ni plus ni moins exactes que d'autres manières de ponctuer les mêmes faits, mais elles servent à structurer des séquences d'interaction à la fois banales et importantes » ; pp. 53-54, Watslawick et al. (72).

l'institution ou d'autres voies (répertoires R_1 et R_2) ne leur sont d'aucun secours pour les négocier.
Le rapport de madame Pujol rend les frontières entre l'environnement scolaire et l'environnement privé très perméables (les répertoires des niveaux 2 et -2 s'imbriquent fortement[74]). Elle fait illusion lors des conversations, mais ses connaissances ne lui permettent pas de remplir les responsabilités dont elle souhaiterait se charger.
Les enseignants attendent autre chose (en particulier qu'elle se charge de l'entraînement des tables de multiplication), mais il semble qu'ils ne puissent pas le communiquer en étant entendus. Leur répertoire R_{-1} ne leur permettent pas de réguler la situation par des actions professionnelles. Ils semblent se fier à ce qui leur est dit sur les parents en général (ce qu'ils devraient faire et pourquoi ils ne le font pas), ce qui les incitent à demander plus à ceux qu'ils soupçonnent de ne pas savoir.
Cette double contrainte à laquelle les partenaires sont soumis correspond à un vide en terme de connaissances institutionnelles (collectives). Les acteurs sont à la fois livrés aux influences les plus exogènes et doivent trouver seuls des solutions locales, avec leurs connaissances personnelles. Les enseignants devraient se monter techniciens polyvalents et hautement qualifiés dans tous les secteurs de l'éducation. Les parents-accompagnateurs des apprentissages devraient être des « professionnels » à la maison et des néophytes dans les couloirs de l'école.

d) L'accompagnement des apprentissages

Madame Pujol est une autodidacte en pédagogie. Elle parle volontiers des pratiques professionnelles dont elle a connaissances, par des lectures, des discussions ou des visites. Elle s'y intéresse pour ce qu'elles lui apportent personnellement et pas uniquement pour mieux savoir apprécier le travail effectué auprès de ses enfants et choisir une « bonne » école. Elle croit pouvoir en discuter avec les enseignants comme le ferait une collègue (ce qui détériore rapidement les relations), comme elle espère mettre à profit ses découvertes en situation d'accompagnement.
Madame Pujol ne s'est pas comportée autrement durant les séances d'appui[75] (les sources de conflit étaient moindres). L'intervenant a lui-même consacré beaucoup de temps à répondre aux questions innombrables de madame Pujol[76], qui semble, dans ces moments-là, n'être

[74] Dès le premier contact téléphonique avec l'intervenant, et en apprenant sa proximité institutionnelle avec l'école 3, madame Pujol imagine que l'aide en mathématiques puisse se dérouler sur place. Elle voit que les questions de transport et d'horaires en seraient facilitées. Les éventuelles contre indications qu'elle évoque sont d'ordre personnel : il faut éviter que les séances soient gênantes ou troublantes pour Noëlle. Les rapports entre l'école et l'appui ne lui apparaissent nullement problématiques, puisque tout le monde se connaît. Pour elle, ces institutions ne sont que des lieux, dans lesquels des individus décident. D'ailleurs, elle propose d'emblée de demander elle-même au directeur, parce qu'elle « le connaît bien ».

[75] Il n'était pas rare que madame Pujol arrive dans l'institution d'appui avec ses deux filles et s'installe pour discuter jusqu'à ce qu'elle soit mise poliment dehors. Pendant que parlaient les adultes, les enfants n'hésitaient pas, sans en demander la permission, à ouvrir les boîtes de matériel posées sur des rayonnages, défaire et reconstruire les oeufs gigognes, etc. (leurs gestes étaient posés et tout à fait respectueux). Pour la famille Pujol, un lieu éducatif semble être à la disposition des regards, des manipulations et des questions à brûle-pourpoint, comme le serait un magasin ou plutôt une exposition. Pour eux, la journée portes-ouvertes est permanente. Ce comportement institutionnellement inadapté n'est pas l'effet d'une forme de familiarité. Dès la première rencontre, au domicile de l'intervenant, les enfants ont de la même manière « visité » chacune leur tour les toilettes, joué du piano et sorti le hamster de sa cage, sous le regard bienveillant de leur mère (à moins que cela constituait une sorte de test du seuil d'acceptation de l'intervenant ...).

[76] Même si madame Pujol était au courant de notre position de chercheur au C.O.R.E.M., nos rencontres étaient systématiquement régies par un contrat d'appui didactique, et jamais sous celui d'un entretien pour la recherche. D'autres familles ressentent le besoin à tel ou tel moment de discuter plus longuement, mais il est rare qu'elles demandent autant.

contrainte par aucun horaire précis[77]. Avec une certaine innocence, elle lui déclare, un jour après 60 minutes de dépassement sur l'horaire prévu : « *Vous voyez, c'est ce genre de discussion que j'ai avec vous, que j'aimerais avoir avec les enseignants* ». Et c'est tout aussi naïvement (et bien maladroitement vis à vis de l'école !) qu'elle lui dévoile qu'elle aime jouer les experts (même si elle sent qu'un répertoire spécifique lui serait utile) :

La première séance d'appui se déroule en présence de madame Pujol (à la demande de sa fille). Voici le commentaire qu'elle fait à l'intervenant, la semaine suivante : « Noëlle, en sortant l'autre jour de chez vous, m'a dit qu'elle avait beaucoup aimé ! Elle a parfaitement bien compris que ça n'avait rien à voir avec l'école. Votre technique d'être complètement à l'écoute de ce que dit ou fait l'enfant, c'est très intéressant. Ca a l'air très simple quand on le regarde ... Cette idée de chercher des choses précises en mathématiques ... Evidemment ... il faut s'y connaître ! Mais ça donne envie de le faire soi-même ! J'ai beaucoup appris ! » (mars 97).

Peut-on lui faire reproche de concevoir qu'il suffit de connaître les mathématiques et de regarder comment s'y prennent les professionnels pour savoir à son tour transmettre ces savoirs ?

e) Persistance

Une grande partie du vocabulaire ne joue dans le répertoire de madame Pujol qu'une fonction rhétorique. Tout au long des 28 mois de la recherche, nous avons reconnu dans sa bouche des mots glanés ici et là (y compris dans l'institution d'appui). Mais ses connaissances (ses comportements) ont évolué beaucoup moins vite que son discours ... lequel n'a que très peu changé, en comparaison des efforts investis.

Il est sûr que les difficultés scolaires de Noëlle et de Laura ne peuvent pas être attribuées à une démission de leurs parents. Il est vraisemblable que l'hyper-implication de leur mère dans les affaires scolaires influe fortement sur la nature des régulations de ces difficultés (en particulier en les externalisant).

Mais ces constats ne nous apprennent rien sur les moyens de rétablir un équilibre, à la fois pour les apprentissages de Noëlle et de Laura et pour le partage des tâches didactiques en fonction des attributions (contrats) et des compétences (répertoires).

[77] Elle était par contre très souvent en retard, soit pour un rendez-vous, soit pour amener ses filles à la séance d'appui, soit pour les récupérer à l'issue de la séance. Le retard est un reproche qui revient fréquemment dans les déclarations des enseignants.

Chapitre 6

Les erreurs de Noëlle conduisent à une attribution d'échec

I Un diagnostic d'échec pour traiter de difficultés ordinaires

Une double attribution d'échec est émise pour Noëlle, à la fois par sa famille (demande d'une régulation extérieure pour l'accompagner dans ses apprentissages) et par l'institution scolaire (recours au diagnostic du RASED).
Afin de comprendre l'origine cognitive[1] des décisions des acteurs, il est nécessaire de repérer les éléments critiques du processus d'externalisation des régulations et d'identifier les questions que les diagnostics soulèvent. Pour cela, une étude détaillée des comportements de Noëlle relativement aux différentes notions mathématiques[2] est indispensable.
Nous pouvons reconstituer une grande partie des faits didactiques, grâce aux récits des protagonistes et aux documents qui nous ont été fournis[3]. Ces données sont hétérogènes, par leur nature (quantitative ou qualitative), par leur source et par leur fiabilité (relative à des contraintes propres qui sont inégales). Il est nécessaire de les objectiver en les confrontant entre elles et en les interprétant par rapport à des sources plus générales (par exemple un échantillon national)[4]. La coordination de ces éléments est conduite par des considérations propres à la Didactique des Mathématiques.

1 L'histoire d'une déclaration d'échec en mathématiques

Que s'est-il passé depuis l'arrivée de Noëlle dans l'école 3 ? Nous relevons dans leur ordre chronologique les faits qui balisent le passage entre des difficultés considérées comme ordinaires et l'attribution d'un échec (des erreurs qui ne peuvent plus être régulées dans les conditions de l'institution).

a) Les premiers jours de la rentrée

Noëlle est nouvelle dans l'école[5]. Elle entre en classe de CE2.
Les premières séances de mathématiques (du 03 09 au 12 09) sont essentiellement consacrées aux rappels des savoirs numériques enseignés aux niveaux antérieurs :
- calcul écrit (addition, soustraction et multiplication) et vocabulaire associé ;
- calcul mental (ajouter et retrancher 1 ou 2, compléments à 10, parité, doubles) ;
- lecture, écriture, ordre des nombres entiers inférieurs à 1000 ;

---

[1] Il est probable que d'autres facteurs aient joué un rôle dans ces deux attributions d'échec, en particulier les tensions qui se sont établies entre la famille et l'équipe pédagogique. Un climat qui encourage peu de coopérations, mais surtout des soupçons est plus propice qu'un autre aux renvois mutuels de responsabilités et aux solutions externes (une négociation pour l'intervention d'une tierce personne).
[2] Cette étude a également servi de base au plan de l'intervention d'appui.
[3] Nous remercions, avec beaucoup de gratitude, toute l'équipe de l'école Jules Michelet, pour avoir communiqué toutes ces informations. Nous disposons du corpus suivant :
- les productions de Noëlle : son classeur de mathématiques qui contient tous les exercices et tous les problèmes qu'elle a résolus au cours de l'année et les copies de Noëlle aux épreuves sommatives qui lui ont été proposées ;
- les mêmes productions pour chacun des élèves du même niveau dans son école (2 classes de CE2).
- le classeur des préparations et des comptes-rendus tenu par les enseignants ;
- la progression suivie et le bilan de la classe (document de l'école) ;
- le récit des enseignants de Noëlle, du directeur et du psychologue scolaire.

[4] L'importance que nous avons ici accordé à cette objectivation correspond également au peu d'informations que cette thèse apportera au lecteur concernant les indices recueillis lors des séances d'appui. Les investigations de ce chapitre (la nature des questions posées et la manière d'y répondre) portant sur des données écrites objectives reflètent celles qui ont été menées à partir des films (plus difficiles à objectiver). La double analyse d'un film concernant une séquence de la classe présentée au paragraphe III joue également un rôle d'objectivation pour le lecteur de nos interprétations des séances d'appui.
[5] Nous n'avons aucune précision concernant les informations qui transitent de l'école 2 à l'école 3, par l'intermédiaire de la famille.

- résolution de problèmes (économie de procédures, présentation idoine, rédaction d'énoncés).

La pratique des opérations est, pour les élèves, l'occasion de réorganiser leurs connaissances relatives à la numération de position.

> Pour la première séance d'exercice, trois opérations en lignes sont proposées aux élèves : une addition, une soustraction et une multiplication.
> Sur son cahier, Noëlle recopie d'abord les questions sous cette forme :
>
> ```
>         4   6
>     +       8
>     +   2   6   9
>   -----------------
>         9   6   5
>       - 7   2   4
>   -----------------
>         5   8
>     x   4   2
>   -------------
> ```
>
> Elle barre le tout (peut-être parce qu'elle s'est rendu compte d'elle même que la disposition était inutilisable pour effectuer les calculs, ou peut-être parce que l'enseignant est intervenu) et réécrit seulement l'addition. La disposition des chiffres est autre, mais également incorrecte :
>
> ```
>           4   6
>     +         8
>     +         2   6   9
> ```
>
> Avant qu'elle ne soit effectuée, l'enseignant réécrit correctement l'opération et mentionne les rangs au dessus de chaque chiffre. Le calcul, écrit de la main de Noëlle, est juste ; les autres opérations ne sont pas effectuées.

Ce premier jour, Noëlle montre donc des erreurs inattendues en début de CE2.

Les enseignants pensent peut-être qu'elle est fortement troublée par la rentrée dans un nouvel environnement scolaire. Ils espèrent vraisemblablement que leurs indications raviveront chez Noëlle quelques connaissances encore mal fixées, sur les rapports entre numération et algorithmes écrits.

Mais les jours suivants, les erreurs d'écriture chiffrée sont encore nombreuses. Pour écrire les nombres supérieurs à 69, Noëlle hésite[6] et maîtrise mal son incertitude puisque 70 % de ses réponses sont fausses. Ses erreurs :

- portent sur les irrégularités de la numération orale française

(elle écrit « 382 » pour 392, « 714 » pour 791, « 6617 » puis « 6917 » pour 677, alors que les écritures de 84, de 87 et de 896 sont correctes) ;

- ou concernent les zéros

(elle écrit « 10000 » pour 1 000, « 438 » pour 4038, alors que 709 est convenablement retranscrit).

Les enseignants soupçonnent alors une importante et persistante incompréhension de la numération.

---

[6] Nous disons que Noëlle hésite lorsqu'elle écrit puis barre un ou plusieurs résultats. Nous disons qu'elle se trompe lorsqu 'elle fournit une réponse fausse.

Les difficultés de Noëlle se manifestent aussi dans d'autres domaines mathématiques :

Cinq problèmes (un additif, deux soustractif et deux multiplicatifs) sont résolus par Noëlle en additionnant systématiquement les données.

La pratique du calcul mental ne lui est pas familière. Elle connaît mal les doubles, se trompe dans des calculs très simples (ajout ou retrait de un). Ses comportements déroutent les enseignants : elle choisit systématiquement des procédures de dénombrement (en utilisant ses doigts) et n'utilise pas toujours le surcomptage (les deux collections sont dénombrées un à un, même pour cinq et si possible séparées sur chacune des mains).

b) L'évaluation nationale

Après ces quelques jours de révisions, tous les élèves de CE2 passent les épreuves d'évaluation nationale (du 12 09 au 19 09).

Le score global obtenu par Noëlle en mathématiques à cette évaluation nationale est de 33 réussites pour 67 questions (soit un taux de réussite de 49,3 %).
Plus de 80 % des élèves de sa classe obtiennent, en mathématiques, un résultat plus élevé qu'elle[7].
Ses réussites et ses échecs se répartissent sur les différents champs mathématiques de la manière suivante (le score le plus bas concerne les travaux numériques) :

travaux géométriques	6 réussites sur 12	(50 %)
mesures	10 réussites sur 16	(63 %)
travaux numériques	11 réussites sur 28	(39 %)
résolution de problème à données numériques	6 réussites sur 11	(55 %).

Le score en français est de 39 réussites sur 78 (soit un taux de 50 %).
Les scores partiels montrent que la rubrique « compréhension » est très faiblement réussie et que les performances dans la rubrique « le temps et l'espace » (non comptabilisées dans le score global) sont nulles (0 réussite sur 4 questions).

compréhension	8 réussites sur 23
connaissance du code	20 réussites sur 38
production de texte	11 réussites sur 17.

Ces faibles performances confirment la première opinion des enseignants.

c) Avant les vacances de Toussaint

Après la passation de ces épreuves, les activités mathématiques de la classe s'articulent autour de la transcription entre registre oral, registre écrit et registre concret (utilisation de matériel en base dix) et des relations additives entre quantités. Les objectifs d'enseignement concernent la désignation des nombres allant jusqu'à plusieurs milliers, les relations logiques entre addition et soustraction, le sens de la « retenue » (utilisées dans les algorithmes) en lien avec les propriétés de la numération décimale. L'algorithme de la soustraction, puis de la multiplication sont systématiquement travaillés, ainsi que les répertoires multiplicatifs de 2, 5 et 3.

[7] Les estimations sont établies sur la base des données du document-bilan cours élémentaire deuxième année 96-97 école Michelet, p 46. Le pourcentage est calculé à partir de la fonction de répartition des résultats de la classe (26 élèves).

Les enseignants s'interrogent sur les raisons des difficultés générales de Noëlle. Son parcours scolaire mouvementé n'aurait-il pas conduit à un enseignement lacunaire ? Ils comptent sur la reprise et les réorganisations de connaissances anciennes de ce début de trimestre pour y remédier. Mais Noëlle continue de produire un grand nombre d'erreurs.

d) Fin du premier trimestre

Après les vacances de Toussaint, même si l'entraînement au calcul rapide se poursuit (tables de multiplication de 4 et 6), le travail mathématique porte essentiellement sur la mesure des longueurs (usage d'un étalon, système d'étalons, puis unités canoniques, calcul d'écarts).

Au fil des activités didactiques, les régulations apportées par les enseignants ne modifient pas sensiblement les résultats de Noëlle, et ce dans l'ensemble des domaines mathématiques.
D'un jour à l'autre, Noëlle semble oublier ce qui a été institutionnalisé. Elle ne réinvesti pas ses réussites locales récentes. Le domaine le plus flagrant est celui des tables de multiplication. Même les tables de 2 et 5, habituellement connues des élèves sont pour elle cause d'erreurs ou de non réponses[8].

Fin novembre, l'étude des grands nombres (inférieurs à 10 000) remobilisent les connaissances de la numération. L'usage de la monnaie est travaillé, d'abord en lien avec du matériel concret, puis sous forme d'exercices (décomposer et recomposer une somme). Le mois de décembre est consacré aux exercices de synthèse.

Les enseignants doutent maintenant des capacités intellectuelles et mnésiques de Noëlle. Ils s'interrogent sur les possibilités, pour eux, d'améliorer ses résultats et signalent son cas au psychologue scolaire[9].
Ils l'informent que Noëlle ne manifeste ni rejet, ni opposition face aux activités d'apprentissage et que son comportement avec les autres enfants est bon. Ils précisent qu'elle a tendance à se faire oublier pendant la classe et qu'elle recherche une relation plus individuelle avec les adultes en arrivant à l'école ou le soir avant de repartir (c'est à dire en dehors des temps d'enseignement). Ils insistent sur les difficultés que Noëlle manifeste en mathématiques, principalement en numération. Ils constatent qu'elle fait des efforts, mais observent qu'elle a peur de se tromper, qu'elle se « bloque », et adopte des comportements d'inhibition.
Le psychologue propose un bilan complet pour évaluer les moyens d'aider Noëlle.

e) Les contrôles de décembre

En fin de trimestre, les connaissances des élèves sont évaluées.

[8] Le contrôle du 08 11 montre par exemple que Noëlle ne sait répondre pour 2 x 9 et 9 x 5 ; elle répond 18 pour 6 x 2 (12 pour 3 x 6), 5 pour 3 x 2, 20 pour 5 x 7 et 5 x 8.

[9] Le résumé que nous proposons se réfère à la fiche de liaison que les enseignants ont remise au RASED ; elle est reproduite en annexe 6-1.

Noëlle obtient une moyenne en mathématiques de 14,5 / 20 (72,5 % de réussite) pour ce premier trimestre. Elle se situe en tête du dernier tiers de sa classe [10].
Ses notes sur les différents champs mathématiques sont les suivantes (avec une note optimum en résolution de problèmes) :

mesure-géométrie	13,5 sur 20	(75 %)
numération	12,5 sur 20	(62 %)
techniques opératoires	10 sur 20	(50 %)
situations problèmes	20 sur 20	(100 %)

En français, sa moyenne est de 13,5 sur 20 (35 % des élèves ont une note inférieure ou égale à elle).

Ces résultats à l'évaluation de fin de trimestre surprennent beaucoup les enseignants : ils sont en effet bien meilleurs que ce qu'ils anticipaient.
Après avoir vérifié la fiabilité de ces résultats, ils remettent en question leurs doutes : ce constat de réussite suggère qu'ils peuvent agir pour que les résultats de Noëlle s'améliorent. Les vacances de fin d'année obligent à différer les interventions.

f) Début du deuxième trimestre

En janvier, la pratique des opérations se poursuit, ainsi que l'étude de leurs rôles pour résoudre des problèmes. Le répertoire multiplicatif s'agrandit (table de 7). Un nouvel outil de calcul est institutionnalisé : les parenthèses.
En février, les séances sur l'usage de la monnaie reprennent, mais cette fois sur le thème de « rendre la monnaie ». L'apprentissage des différentes tables est complété par celles de 8 et 9.

Noëlle ne sait pas encore ses tables (05/20 au contrôle du 17 01[11]). Dans son classeur de mathématiques, les résultats sont irréguliers [12].

Noëlle rencontre le psychologue scolaire durant trois séances. Celui-ci rassure les enseignants en attestant que les capacités de l'enfant sont normales, que Noëlle a des potentialités d'apprentissage et que sa personnalité est bien structurée. Il annonce qu'il présentera sa synthèse à la famille, après les vacances d'hiver, le 24 février.
Le 20 février, les élèves rentrent de vacances. Le 21 au soir, madame Pujol contacte l'intervenant.

g) Madame Pujol prend contact avec l'intervenant

« *Ma fille Noëlle a des difficultés en mathématiques. [...] Noëlle a changé d'école plusieurs fois cette année, ce qui n'arrange rien. Elle a des migraines tous les matins, mais qui cessent pendant les vacances. J'ai eu votre nom par le directeur de [l'école 3'] parce que justement j'envisage de la changer encore l'an prochain. En fait, je ne sais pas bien ... Je n'ai pas encore pris ma décision. Mais pour les mathématiques, il faut faire tout de suite quelque*

---

10 Les résultats sont estimés à partir de la fonction de répartition des notes (en mathématiques) des 26 élèves de la classe ; la moyenne est de 15,57 (écart type 2,53) ; 8 élèves ont une moyenne inférieure à Noëlle (31 %), 3 égale à Noëlle (11 %), 15 supérieure à Noëlle (58 %) ; Bilan Michelet p 51.

11 Elle répond 21 pour 2 x 7 et 30 pour 5 x 7. Nous observons 13 non réponses sur 20 questions.

12 Les appréciations sont : « 3 justes » (sur 11 questions) ; « assez bien » (14/20) ; « vu » (pas de réponse au problème, la correction est recopiée proprement) ; « moyen » ; « bien » (3 justes sur 5 questions) ; « comment as-tu trouvé ce résultat ? pas compris ! où est la correction ? » ; « d'où cela sort ? » (réponse juste, mais non idoine) ; non réponse au premier problème, résolution adéquate avec une erreur de calcul au second problème ; « moyen » (une résolution correcte et deux non réponses) ; 2 justes sur 3 (exercices sur la monnaie).

chose ! Noëlle n'a jamais été suivie en orthophonie. Oh, je pense que quand les enfants ont des difficultés d'ordre neurologique, c'est toujours à cause d'un problème psychologique ! Pour Noëlle, c'est le déclic avec la numérotation qui n'a pas encore eu lieu, le déclic en numérologie. Pourtant nous avons un commerce, nous rendons la monnaie, elle nous voit faire ... Je ne sais pas pourquoi elle a des difficultés en mathématiques, elle a pourtant des potentiels. C'est une enfant qui ne supporte pas de ne pas réussir. Son père aime les maths, il est imbattable en calcul mental. C'est peut-être ça qui l'écrase ... Nous avons d'ailleurs rendez-vous, lundi, avec le psychologue de l'école pour un bilan, pour déterminer l'origine du blocage ».

Les parents de Noëlle ont pris au sérieux le signal d'alarme des enseignants. Ils pensent une nouvelle fois la changer d'école, mais l'espoir d'une amélioration directe s'est émoussé. D'autant que la nouvelle école contactée suggère elle aussi un appui externe (selon des modalités différentes). La proposition de l'école 3' répond à d'autres conditions de visibilité (elle ne dispose que des informations fournies par madame Pujol) et bien évidemment aussi d'autres enjeux. Nous-mêmes n'avons aucun indice supplémentaire pour l'interpréter plus précisément[13].

Nous observons dans le monologue de madame Pujol[14] qu'un grand nombre d'explication de difficultés sont évoquées (changement d'école, symptômes psychosomatiques, causes d'origine neurologiques ou psychiques, conditions cognitives et conatives des apprentissages, étanchéité des connaissances scolaires avec le bon sens commun et les pratiques courantes). Aucune de ces explications ne peut être convertie par l'accompagnateur familial en régulations didactiques ordinaires.

h) Le choix d'une institution d'appui

En prenant à coeur son rôle de décision, madame Pujol semble suivre à la lettre les conseils médiatiques, elle se positionne comme devant établir elle-même un diagnostic (suffisamment solide pour pouvoir éprouver et éventuellement contrer celui des professionnels).

De ce fait, elle se place en quelques sortes en concurrence avec l'institution qui est habilitée pour remplir ce rôle dans l'organisation de la scolarité. D'ailleurs les parents Pujol se substituent à l'expert (qui dispose d'un répertoire de savoirs et non de seules représentations pour interpréter les faits), puisqu'ils prennent toutes leurs dispositions avant de recueillir son avis. Avis qu'ils contestent par la suite ou dont ils s'attribuent la primauté :

« *J'ai parlé à Noëlle d'une aide en mathématiques, pour qu'elle puisse mieux comprendre et apprendre ses tables de multiplication. Elle m'a dit "Je veux bien, mais il faut que ça soit quelqu'un que je connaisse". Ma fille est très observatrice, il se peut qu'elle vous reconnaisse*[15]. *C'est peut-être parce qu'elle a souvent changé d'établissement, le psychologue l'a trouvée très réservée ; il nous a dit qu'elle ne s'était pas livrée tout de suite, qu'il avait fallu attendre plusieurs séances. A la maison, Noëlle est très expansive, elle prend souvent la*

---

[13] L'intervenant n'a aucune raison a priori de mettre en doute la conscience professionnelle du directeur de l'école 3' (qu'il connaît par ailleurs, mais qu'il n'a pas cherché à contacter afin de ne pas complexifier encore le dispositif). Les réponses des deux écoles paraissent légitimes. A ce jour, il n'existe aucun critère décisif pour trancher. Toute institution du réseau est confrontée à de tels choix de régulations externes, même si les conditions et les répertoires diffèrent.

[14] La précision des notes de l'intervenant, pour un premier et impromptu contact téléphonique (avant tout projet expérimental) témoigne en lui-même du flot argumentaire de madame Pujol (l'intervenant a finalement décidé en direct de fixer par écrit quelques uns des nombreux éléments qui lui parvenait). Ces informations ont été fournies spontanément, sans questionnement dirigé. Cette première impression a été décisive pour la suite des événements concernant un dispositif lié à la recherche ; ce cas s'est ensuite révélé le choix optimal parmi les autres éventualités émises ou tentées.

[15] Madame Pujol apprend à ce moment-là que l'intervenant est affilié au COREM et est amené à observer régulièrement les classes de l'école 3.

parole, il faut même lui demander de laisser un peut parler les autres. Quand elle est invitée chez des gens, on me dit toujours qu'elle a été adorable, pourtant à la maison ... ! Nous sommes arrivés en retard, l'entretien avec le psychologue a été écourté. Ca ne m'a pas beaucoup apporté par rapport à ce que je savais déjà. On n'est pas allé très loin, il y avait une certaine retenue » (28 fév 97).

2 Les connaissances de Noëlle et les normes scolaires

L'histoire de cet échec met en relief combien les frontières entre régulations internes et externes sont labiles. Faute de disposer de savoirs scientifiques et de contrats précis pour gérer les partages de responsabilité entre les institutions du réseau, soumis à des pressions exogènes, les acteurs précipitent leurs décisions, avec des instruments mal adaptés aux aléas de la transmission des connaissances. Outre la charge des diagnostics, les institutions leur confient également celle des négociations des résultats, sans constituer de répertoire collectif (les effets des représentations d'origine diverse pèsent donc à chaque étape).
Tant l'intervenant que le chercheur ont eu besoin de construire leur propre avis. Nous rapportons maintenant l'essentiel des investigations qui ont porté sur les données écrites, archivées par le C.O.R.E.M.

a) L'échec de Noëlle est-il électif ou général[16] ?

Est-il justifié de « privilégier » le secteur des savoirs mathématiques sur lequel Noëlle rencontrerait, plus qu'ailleurs, d'importantes difficultés ?
Nous avons cherché à évaluer l'impact des représentations exogènes sur les décisions de la famille et des enseignants de Noëlle (il nous est impossible de le faire pour les protagonistes moins atteignables par le dispositif : psychologue scolaire, école 3').
L'aide à mettre en place pour Noëlle doit-elle concerner plutôt les comportements scolaires généraux ou plutôt les mathématiques ?
Pour accepter le rôle de régulation qui lui est demandé, l'intervenant doit pouvoir évaluer ses propres possibilités de transformer les signes d'échec en erreurs rectifiables.

1) Les difficultés de Noëlle se manifestent-elles seulement en mathématiques ?

L'évaluation nationale de C.E.2 est l'instrument le plus général pour comparer la position de cette élève, dans un vaste échantillon[17], en français et en mathématiques.
Les résultats de Noëlle se situent de la manière suivante dans la fonction de répartition des réponses de l'échantillon national :

[16] Nous qualifions un échec d'électif lorsque l'élève échoue de manière prononcée sur certains domaines, alors que ses résultats sont corrects dans d'autres. Nous le qualifions de spécifique lorsque les comportements ou les réponses de l'élève s'écartent sensiblement de celles des autres élèves et peuvent être résumés par un même schème ou une explication qui caractérise cet élève. En références aux travaux sur les échecs électifs, de Brousseau (1986) pp. 174-195.
[17] Source : Dossier n° 79 d'Education et formations, Evaluation CE2 - 6ème Résultats nationaux septembre 1996 ; Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche ; Direction de l'évaluation et de la prospective. Selon les objets sur lesquels portent les statistiques, l'échantillon national est de 3 719, de 3 612 ou de 3 606 élèves ; document DEP, p 16.

	taux de réussite de Noëlle	taux moyen national	écart	écart type	écart / écart type	% de la population ayant un résultat inférieur à Noëlle[18]
Mathématiques	49,3 %	67,0 % [19]	- 17,7	17,1	- 1,04	15 %
Français	50, 0 %	64,4 % [20]	- 14,4	15,2	- 0,95	17 %

Les estimations statistiques fournissent le constat suivant :

- seulement 15 % des élèves de C.E.2 auraient un résultat inférieur à celui de Noëlle, pour les mathématiques ;
- seulement 17 % des élèves de C.E.2 auraient un résultat inférieur à celui de Noëlle, pour le français [21].

Comment pourrions-nous alors expliquer que ni les enseignants, ni les parents n'évoquent un échec général ?
Se pourrait-il que les comparaisons, effectuées cette fois dans son école, modifient la perception de sa position (ce pourrait, par exemple, être le cas, si les résultats des élèves de son école, à ce test national, étaient tous très bas, particulièrement en français) ?
Au contraire, les données confirment les résultats précédents :

- seulement 13 % des élèves de C.E.2 de son école ont un résultat plus faible que Noëlle en mathématiques ;
- 16 % des élèves de C.E.2 de son école ont un résultat plus faible que Noëlle en français[22].

---

[18] Dans l'hypothèse d'une distribution normale.
[19] Score moyen à l'échelon national en mathématiques : 44,9 réussites pour 67 items.
[20] Score moyen à l'échelon national en français : 50,2 réussites pour 78 items.
[21] Rien n'indique dans le document de la DEP consulté, que les distributions des effectifs sur les pourcentages de réussites suivent une loi normale. L'estimation est calculée sur la base de deux distributions normales, de moyennes respectives 67,0 et 64,4, d 'écarts types respectifs 17,1 et 15,2 (p 16 du document cité). Vraisemblablement, les distributions présentent une allure dissymétrique classique dans ce genre de statistiques (intermédiaire entre la courbe d'apprentissage et la courbe en cloche de Gauss). Les courbes étant plus étalées vers les valeurs inférieures à la moyenne, les effectifs de la population ayant un score inférieur à celui de Noëlle sont probablement légèrement supérieurs aux valeurs trouvées. Il est regrettable que ces rapports d'évaluations nationales contiennent si peu de renseignements statistiques. La distribution des effectifs de l'ensemble de l'échantillon sur l'ensemble des exercices et sur les groupes de questions seraient utiles à l'utilisation de ce corpus (dont le recueil exige tant d'efforts conjugués). En son absence, la qualité de l'exploitation scientifique des données est réduite, tandis que le risque d'utilisations abusives des résultats s'accroît.
[22] Source : Bilan 1996-1997 cours élémentaire 2ème année. Ecole Jules Michelet Talence.
D'après les histogrammes fournis par l'école, à partir du logiciel Casimir : 4 % des élèves ont un score en mathématiques inférieur à 30, 18 % ont (comme Noëlle) un score compris entre 30 et 40. Etant donné que le score de Noëlle est 33, nous avons estimé à 4 + 18/2 = 13 le pourcentage d'élèves ayant obtenu un score inférieur à celui de Noëlle. En français, 5 % des élèves ont un score inférieur à 30, 12 % ont (comme Noëlle) un score compris entre 30 et 40. Etant donné que le score de Noëlle est 39, nous avons estimé à 16 le pourcentage d'élèves ayant obtenu un score inférieur à celui de Noëlle ; document-bilan pp. 45-46. A ce propos, nous pouvons regretter que le document, que l'Inspection Académique a fourni au directeur de l'école concernant les taux de réussite de son établissement, est inutilisable du point de vue de la recherche :

Nous pouvons donc conclure qu'en ce début d'année scolaire :

- d'une part, les résultats de Noëlle sont faibles dans les deux disciplines évaluées ;
- d'autre part, ses performances ne diffèrent guère en mathématiques et en français.

2) Un appui en mathématique serait-il profitable à Noëlle ?

Si rien dans ses résultats n'atteste que les difficultés de cette élève soient liées aux mathématiques, il serait tentant d'intervenir directement à un niveau plus général.

Doit-on, par conséquent, exclure toute idée d'intervention didactique en pareil cas ? Trois types d'argumentation laissent penser qu'il serait dommage de la priver d'un tel levier :

- Il n'est pas vain d'espérer améliorer un comportement scolaire en impulsant des progrès dans un secteur, même si les difficultés sont générales.
- L'hypothèse qu'une remédiation doit exclusivement porter sur les causes des difficultés est discutable.
- La demande des Pujol concerne prioritairement l'apprentissage des mathématiques.

Une orientation plus psychologique d'une aide aux difficultés scolaires ne semble pas être facilement acceptée par la famille. Or toute aide apportée à un enfant, qu'elle soit scolaire ou non, doit au préalable recueillir l'adhésion parentale[23].

Aussi, l'opportunité d'une intervention didactique auprès de Noëlle ne peut être remise en cause uniquement parce que le constat d'échec est général.

Les investigations se poursuivent, elles porteront désormais, exclusivement sur le domaine mathématique.

b) L'échec de Noëlle est-il accidentel ?

La présentation que font les enseignants et les parents de Noëlle en février, ne correspond pas exactement à sa position objective du mois de septembre.

Le constat de difficulté massives mesuré par les évaluations nationales ne serait-il pas conjoncturel ?

Il conviendrait d'analyser plus avant le rôle que la noosphère fait jouer à cette évaluation nationale. Il est officiellement déclaré[24] : « En premier lieu, cette opération vise à améliorer la connaissance individuelle des élèves en dotant les enseignants de protocoles standardisés [... ils] peuvent repérer en début d'année scolaire, les points forts et les points faibles de leurs élèves puis mettre en place des stratégies pédagogiques appropriées ; en second lieu, cette opération permet d'établir des références nationale [...] contenant les principales variables socio-

---

- les effectifs indiqués (35 élèves) ne correspondent ni à ceux d'une des classes (26, 27 et 9) ni à celui de l'ensemble des élèves de CE2 de l'école (62) ;
- les nombres indiqués d'items des différents champs ne coïncident pas avec ceux des épreuves (70, 15, 20, 23, 12 pour 67, 12, 16, 28, 11) ;
- aucun paramètre de dispersion ne figure dans le document, qui permettrait d'apprécier la marge d'estimation des résultats fournis (scores globaux, scores moyens et pourcentages).

[23] Les conditions effectives n'ont pas permis au psychologue scolaire de négocier sereinement ses conclusions, puisqu'à l'entretien, les parents ont annoncé d'emblée leur décision de faire appel à un intervenant extérieur (quoique l'affiliation au COREM qui s'est a posteriori révélé, rendait peu discernable aux parents le caractère d'extériorité vis à vis de l'institution scolaire). D'après nos données, les conclusions initiales auraient été un appui en mathématiques, bien plus « extérieur » encore, dans la mesure où une meilleure étanchéité aurait, de fait, été maintenu entre l'école, l'appui et les parents. Cette condition d'étanchéité nous a été présenté par le psychologue scolaire, comme le levier optimal de régulation, dans les conditions pragmatiques effectives de la configuration de cet échec.

[24] Dossier n°79 DEP, p 10.

démographiques »[25]. La dimension collective de la classe permettant une régulation interne de l'enseignement disparaît derrière la dimension individuelle des élèves qui appelle les régulations locales et externes. Le traitement du rapport qui existe entre la réussite d'une classe (ou d'un établissement) et la réussite au niveau national et les décisions didactiques qu'il y a lieu de prendre pour l'ensemble des élèves sont moins faciles à établir qu'il n'y paraît ; et bien moins reconnus comme nécessaires par la culture actuelle (qui incite aux régulations externes) que le traitement des rapports qui existent entre la réussite d'un élève et celle des autres. L'usage qui est fait de ces évaluations, d'après ce que nous avons pu très ponctuellement et localement observer avec notre dispositif[26], laisse entendre que les précautions annoncées sont essentiellement des voeux pieux.
Il est en tout cas fortement probable que ce premier « diagnostic » ait beaucoup orienté l'appréciation des enseignants de Noëlle.

1) Les performances de Noëlle en mathématiques reflètent-elles ses compétences ou d'autres facteurs ?

En premier lieu, il est pertinent de se demander (a fortiori en ayant pris connaissance des résultats en mathématiques bien meilleurs à la fin du trimestre), si les faibles performances enregistrées en septembre ne seraient pas dues aux circonstances au cours desquelles elles ont été mesurées.
Il est envisageable que cette élève puisse avoir été troublée par ce type inhabituel d'épreuves.
Le passé didactique heurté et discordant de Noëlle et le fait qu'elle se trouvait, justement au moment de l'épreuve, depuis peu dans un nouvel environnement scolaire ne pourraient que renforcer un tel trouble.
Cette présomption peut-elle être démentie ou au contraire raffermie à l'aide des données ?
Si des indicateurs factuels existent, ils seront d'un grand secours pour confronter de manière identique les performances de décembre avec les connaissances évaluées. Ainsi, les deux images de l'état des connaissances de Noëlle, servant de base à une analyse de leur éventuelle évolution, seront homogènes au moins de ce point de vue.

2) Le taux de non-réponse

Le taux de non-réponse est un indicateur intéressant pour tenter de répondre à ces questions, car l'abstention est, parmi les réponses possibles pour un examiné, probablement celle qui est

[25] Dans les deux documents consultés au sujet de cette évaluation nationale de 1996, le mot « aide » est souvent utilisé, mais jamais à l'encontre le l'interlocuteur lui-même. En direction des enseignants (Présentation des protocoles), il s'agit de leur permettre d'aider les élèves (et de rendre compte aux familles des résultats du constat). En direction des instances de décision, il s'agit d'aider les enseignants à identifier les connaissances des élèves, d'aider à l'animation pédagogique et à la formation (initiale et continue). Les précautions sont aussi fonction de l'interlocuteur. Les enseignants doivent éviter de confondre l'épreuve avec « une norme », « un noyau dur du programme », « un examen », « une épreuve qui aurait pour objet de classer les élèves ou les écoles ». Les formateurs et inspecteurs doivent éviter de confondre les conseils et pistes fournies pour les items mal réussis avec des modèles pédagogiques à suivre, les administrateurs et les chercheurs doivent éviter d'utiliser l'ensemble chronologique des évaluations pour une étude longitudinale. Les dérives d'ordre docimologique, psychologique ou sociologique semblent prévues, mais la traduction des résultats de cette évaluation « formative » en indices didactiques semble aller de soi.

[26] En CM2, l'enseignant de Noëlle (école 4) proposera en avril 1999 les items 2, 18, 32 (très légèrement modifiés) de l'évaluation nationale de 6ème (de l'année en cours) au titre d'évaluation des connaissances du second trimestre. L'outil « d'évaluation diagnostique et formative » pour l'enseignant a été détourné en instrument d'évaluation sommative pour les élèves (niveau de classe inférieur). Qui sait si cette passation n'est pas également conçue comme un instrument de négociation avec les familles (vos enfants ont réussi des épreuves d'entrée en 6ème) et comme une préparation aux futures épreuves officielles (quelques mois plus tard) pour qu'elles donnent une image favorable du travail pédagogique effectué dans l'établissement (qui regroupe école primaire et collège) ?

la plus dépendante de sa lecture du contrat didactique (en particulier si les élèves sont incités à répondre au plus de questions possibles, comme c'est le cas pour le protocole de l'évaluation nationale et pour de nombreuses épreuves d'évaluations sommatives).
Noëlle répond-t-elle à toutes les questions qui lui sont posées ?
Sur les 69 items de mathématiques, le code « 0 » figure 13 fois dans le relevé des réponses de Noëlle. Son taux de non-réponse est donc de 18,8 %. Il est significativement plus élevé (au seuil de 5 %) que chez les autres élèves[27].

3) Non-réponse et abstention

Ce premier constat est important, mais il ne permet toutefois pas encore d'interprétation précise :

- le code « 0 » est attribué à l'absence de réponse, mais aussi aux tentatives avortées de réponses et aux réponses incomplètes (peut-être par manque de temps) ;
- les véritables abstentions peuvent traduire un doute (l'examiné n'est pas sûr de sa réponse, il décide de ne pas la donner à voir), une ignorance (l'examiné ne sait quoi répondre, il ne répond rien), ou encore un refus de répondre.

Un même code correspond donc à divers comportements.

4) Les non-réponses de Noëlle

Pour lever le premier type d'ambiguïté, il est nécessaire d'atteindre le contenu des réponses. Le corpus recueilli dans le cas de Noëlle le permet.
Sur les 13 réponses codées par un zéro :

- 10 sont des abstentions ;
- l'une porte une infime trace de tentative : un trait minuscule (item 30) ;
- une autre porte la trace reconnaissable d'une tentative de réponse : le début d'une écriture numérique (item 37) ;
- la treizième est une réponse (item 60).

5) Qu'est ce qu'une réponse et une non-réponse ?

Est ce l'enseignant qui a mal respecté le protocole de correction pour l'item 60 ?
Les items 57 à 60 concernent un problème qui met en scène la vie courante : les recettes de desserts. Pour le premier item (57), Noëlle répond juste. Mais pour les trois suivants, il semble qu'elle « décroche » du contrat didactique et réponde, non plus en fonction du contexte scolaire, mais selon une expérience personnelle et familiale : les deux expressions qu'elle fournit au correcteur pour les items 58 et 60 désignent bien des desserts (oeufs en neige et tarte Tatin[28]), mais ne figurent nullement dans la liste proposée par l'énoncé[29].
Pour l'item 58, le correcteur a codé « 9 ». Après une absence de réponse (item 59), il rencontre à nouveau (item 60) ce cas de figure et code cette fois : « 0 ».
Le protocole prévoyait : code 9 : autre réponse (que la réponse juste) ;

---

[27] Les pourcentages d'absence de réponse pour chacun des items permettent de calculer le taux national moyen d'abstention sur l'ensemble des items (non directement fourni par la DEP) : 7,4 % (voir annexe 6-5). Le test de comparaison entre un pourcentage observé et un pourcentage théorique permet de conclure que la différence entre 18,8 % (Noëlle) et 7,4 % (échantillon national) est bien significative pour un échantillon de taille 69 (nombre de questions).

[28] Les deux réponses de Noëlle sont textuellement : « des au nège » et « une tartatin ».

[29] Les questions étaient :
« On a cassé 8 oeufs, quel dessert prépare-t-on ? » (item 59), la réponse « oeufs en neige » est pertinente (mais non adéquate) ; « Pour quel dessert faut-il autant de farine que de beurre ? », dans un contexte de la vie courante, la question est incongrue ; « Sans farine, quel dessert peut-on quand même préparer ? », la réponse « tarte Tatin » n'est plus pertinente, l'expérience culinaire de Noëlle ne lui permet pas d'éviter cette « erreur ».

code 0 : absence de réponse.

La répétition du décrochage de contrat a probablement contribué à ce que le correcteur fasse passer ce type de réponse non prévue du côté de la non-réponse.
Nous ne modifierons donc pas le score de non-réponse de Noëlle qui se situe entre 12 et 14.

6) Doute, ignorance, refus ou manque de temps ?

Dans le cas de Noëlle, le taux de non-réponse est trop faible pour accréditer l'hypothèse d'un refus de répondre à l'évaluation (même localement sur un laps de temps). Les questions sur lesquelles elle s'abstient de répondre ne se ressemblent pas, à première vue, selon un caractère qui rendrait compréhensible un rejet particulier.
Nous ne retiendrons pas non plus l'hypothèse du manque de temps, car (mis à part l'item 37 en calcul mental) nous n'avons pas identifié de manifestation de ce phénomène (comme par exemple un grand nombre de réponses incomplètes).
Par contre, il nous faut trouver un moyen de discriminer l'absence de réponse par ignorance et la manifestation d'un trouble.
La comparaison d'avec les comportements de l'échantillon national permet d'objectiver les observations portant sur un seul élève.

- Il se pourrait que Noëlle s'abstienne de répondre surtout sur les questions les plus « incertaines » (les items sur lesquels l'ensemble des élèves s'abstient le plus). Dans cas, il serait raisonnable d'attribuer le fort pourcentage de non-réponse de Noëlle à de l'ignorance ou au doute.
- Par contre, si les non-réponses de Noëlle étaient distribuées, de manière indifférenciée, sur les items « incertains » et sur les items « sûrs » pour l'ensemble des élèves (ou mieux si elle s'abstenait de répondre plus particulièrement sur des items « sûrs »), alors son comportement serait nettement différent de celui des autres élèves et l'hypothèse du trouble serait plausible.

Le tableau des non-réponses (annexe 6-5) permet de ranger les items par ordre croissant de leur taux d'abstention (t).
Nous répartissons les items selon deux catégories :

- les items « sûrs » si $t \leq 13$;
- les items « incertains » si $t > 13$ [30].

[30] La comparaison des effectifs, par le test du Khi 2, exige que le nombre de classes ne dépasse pas 2 (effectif total = 13, les effectifs des classes doivent être supérieurs à 5). La colonne 3 du tableau cumule les taux d'abstentions : elle indique le nombre d'abstentions observés pour 100 élèves ayant répondu aux items déjà répertoriés.

	nombre d'abstentions pour Noëlle	nombre d'abstentions pour un échantillon de 100 élèves	valeur théorique du nombre d'abstentions
ensemble des items « sûrs »	13	297	7,57
ensemble des items « incertains »	0	213	5,42
total	13	510	13

Le comportement de Noëlle diffère significativement de celui des autres élèves[31] :

- elle tend à ne pas répondre aux questions les plus « sûres » pour les autres ;
- elle tend à répondre aux questions les plus « incertaines » pour les autres.

Mais ce comportement n'est pas permanent : Noëlle répond sans exception à toutes les questions de l'évaluation de décembre.

Il semble donc que Noëlle soit ponctuellement troublée en septembre, pour répondre aux questions de l'évaluation nationale en mathématiques et que les résultats obtenus sous-évaluent ses connaissances effectives.

c) L'échec de Noëlle est-il spécifique ?

Des difficultés dans différents domaines disciplinaires n'excluent pas une certaine spécificité des erreurs dans un domaine donné.

Le traitement des données de la D.E.P. ne permet pas de comparer les résultats de Noëlle avec ceux d'autres élèves en échec. Mais il est possible, d'extraire de nouvelles informations sur les réussites et les échecs de Noëlle, à partir du corpus dont nous disposons.

1) Noëlle a-t-elle une manière particulière d'échouer en mathématiques ?

Le même type de comparaison des réponses peut être repris avec la difficulté effective des questions (les taux d'échec et de réussite observés sur l'échantillon national).

Lorsque Noëlle se trompe, est ce plutôt sur les mêmes questions que les autres ou selon une manière qui lui serait particulière ? De même lorsqu'elle réussit ?

Ces deux questions sont elles logiquement complémentaires (c'est à dire redondantes) ou appellent-elles des interprétations différenciées ?

2) L'engagement dans la réponse

Puisque le taux d'abstention est comptabilisé à part, l'échec et la réussite d'un item ne contiennent pas toute l'information le concernant.

Supposons deux profils de comportement d'élève (en admettant une certaine stabilité durant l'épreuve) :

- Le premier engage une responsabilité dans sa réponse ; en cas de doute, il choisit de s'abstenir. Son échec traduit donc une conception inadaptée (ou une erreur de calcul, de copie etc.) et sa réussite une conception adaptée, sans que l'effet du hasard pondère abusivement les scores. Quant à la part de doute, elle est contenue dans l'abstention.

---

[31] $\chi^2 = (13-7{,}57)^2 \ / \ 7{,}57 + (0-5{,}42)^2 \ / \ 5{,}42 = 6{,}13 > 3{,}84$; significatif pour un Khi ^{2} à un degré de liberté. Toutefois, les effectifs théoriques restent proches de la limite d'emploi du test, ce qui exige une certaine prudence dans l'interprétation des résultats.

- Le second ne s'abstient que lorsqu'il n'a rien à proposer ; il répond même s'il doute ou s'il est persuadé à l'avance que sa réponse ne convient pas. Son échec et sa réussite traduisent bien plus que ce qu'ils sont supposés mesurer et contiennent toute la part de doute.

Comme le taux d'abstention de Noëlle est important, il est raisonnable de penser qu'elle ne s'engage dans une réponse que lorsqu'elle estime (à tort ou à raison) qu'elle sait.
Ses scores de réussite et d'échec seraient donc des images (de ses connaissances et difficultés effectives) déformées par sa perception : ils ne comptabilisent pas les éventuelles réponses justes et fausses qui restent non exprimées parce que Noëlle n'en est pas sûre (soit parce que ses conceptions ne sont pas assurées, soit parce qu'elle est troublée[32]).
Comparer ses réussites et ses échecs avec ceux des autres élèves, est un moyen d'estimer plus objectivement leur qualité (par exemple une réussite « facile » n'entraîne pas les mêmes interprétations qu'une réussite « difficile »).

3) Les réussites de Noëlle au test national

Comparer ses réussites avec celles des autres élèves, est un moyen d'estimer plus objectivement l'étendue de ses connaissances (en « comblant » par inférence, à partir de la dépendance hiérarchique des connaissances, les creux éventuellement laissés par sa perception).
Le taux d'échec de Noëlle ne mesure pas seulement des erreurs, il traduit également l'étendue des questions sur lesquelles elle s'aventure. Comparer ses échecs avec ceux des autres est par conséquent un moyen d'estimer si sa représentation des difficultés diffère ou non des autres élèves[33].
En répartissant les réussites selon 4 classes (annexe 6-4), la réussite de Noëlle apparaît comme irrégulière :

- sur les questions très faciles, elle réussit mieux que les autres ;
- elle réussit des questions jugées très difficiles par les autres ;
- elle échoue sur des questions jugées faciles.

Mais les écarts constatés entre les comportements de Noëlle et ceux des autres élèves ne sont pas statistiquement significatifs.

4) Conséquences pour les régulations

Pourtant, il est envisageable de penser qu'un comportement inattendu, s'il se maintient dans le temps, puisse localement perturber les diagnostics et les régulations ordinaires.
Un premier diagnostic résiste souvent aux confrontations ultérieures, même si les faits le contredisent[34] :

- si l'élève échoue sur des questions que l'on juge a priori faciles, la tendance habituelle est de prévoir des difficultés importantes chez cet élève ;
- mais si l'élève réussit ensuite sur des questions a priori jugées difficiles, c'est la fiabilité de la réponse fournie qui risque d'être remise en doute (l'enfant peut être accusé d'étourderie ou soupçonné de tricher par exemple).

Inversement :

---

[32] Il est probable que les deux phénomènes se renforcent mutuellement : le trouble accentue les effets de l'incohérence cognitive, l'incertitude cognitive détermine les lieux où se manifeste le trouble.

[33] Une interprétation plus fine des résultats exigerait une analyse des liens entre abstention, réussite et échec pour l'ensemble de l'échantillon.

[34] P. Watzlawick rapporte des interprétations intéressantes de ce phénomène. Il étudie avec ses collaborateurs les conséquences de cette propension humaine à attribuer des causes aux événements (la pensée causale) dans *L'invention de la réalité* (1988), plus particulièrement dans la deuxième partie de l'ouvrage (effet ou cause, les prédictions qui se vérifient d'elles mêmes, être sain dans un environnement malade).

- si l'élève réussit sur des questions a priori jugées difficiles, la tendance habituelle est de penser que cet élève ne rencontre pas de difficulté ;

- mais si l'élève échoue ensuite sur des questions que l'on juge a priori faciles, c'est sa bonne foi ou les conditions qui sont remis en cause (par exemple l'enfant peut-être soupçonné de se braquer, de mimer abusivement l'ignorance, ou encore les interprétations des faits se dirigent vers la recherche de l'événement qui pourrait ponctuellement perturber l'enfant).

Dans les deux cas, le risque de conflit ou de régulation externe est amplifié ; et la fréquence des situations d'apprentissage, proposées comme régulation interne, qui sont inadaptées aux connaissances effectives, s'accroît.

5) Les difficultés de Noëlle sont-elles uniformément réparties sur les différents champs mathématiques ?

L'hypothèse qu'il existerait des causes spécifiques aux difficultés de Noëlle n'est toujours pas rejetée, d'autant plus que :

- d'une part ses performances sur les questions de mathématiques ne paraissent pas bien refléter ses connaissances ;
- d'autre part les modèles habituels de prédiction des erreurs ne semblent pas bien appropriés à son cas.

Mais l'analyse des résultats de l'évaluation nationale, cette fois par champs mathématiques, ne laisse pas supposer de lieu de prédilection des erreurs.

septembre	**Travaux géométriques**	**Mesures**	**Travaux numériques**	**Résolution de problèmes à données numériques**
Noëlle	50 %	62,5 %	54,54 %	49,25 %
échantillon national (N = 3 612)	77,5 %	59,1 %	68,3 %	63,4 %
écart type	17,7	20,5	19,9	23,5

Les écarts de Noëlle avec les moyennes nationales ne diffèrent pas significativement selon les champs mathématiques[35] ; ses difficultés sont à peu près réparties comme celles des autres élèves, sur l'ensemble des savoirs.

Il n'est pas exclu qu'une intervention d'appui didactique ponctuel s'avère profitable pour que des progrès locaux enracinent un éventuel redressement général et lui permettent de perdurer.

3 Les réponses de Noëlle dans leur contexte didactique

La question maintenant pour l'intervenant est précisément de déterminer le domaine de ses interventions. Des difficultés en géométrie ou en numération ne présentent pas des risques équivalents pour les apprentissages futurs. Tandis que la forte dépendance des connaissances du calcul rendent les incompréhensions persistantes plus critiques du point de vue de la prédiction des réussites et des échecs.

Il convient également, dans l'estimation des chances de remédier à cet échec, de tenir compte des attitudes de Noëlle vis à vis des savoirs et des apprentissages scolaires. L'appui doit lui permettre d'accroître son répertoire de connaissances, mais aussi de modifier sa lecture du contrat didactique, son épistémologie, ses pratiques d'études, etc. Or c'est justement sur la numération que ses erreurs inquiètent, à tort ou à raison, les enseignants et les parents.

[35] $\chi^2 = \Sigma\,(Vt - Vo)^2 / Vt \cong 4{,}74$; alors que le seuil est de 7,82.

Pour ces deux raisons, nous procédons à une investigation plus fouillée des réponses de Noëlle en ce qui concerne les apprentissages des nombres et du calcul, en nous interrogeons sur les points suivants.

Les erreurs de Noëlle :

sont elles spécifiques de certaines connaissances ?

sont elles dépendantes d'une lecture particulière du contrat didactique ?

sont-elles relatives à des apprentissages contemporains ou anciens ?

sont elles liées à des connaissances qui exigent un entraînement personnel ?

Les annotations, corrections, appréciations des enseignants :

comportent-elles des indices d'exigences, de régulations ?

sont-elles relatives à des apprentissages contemporains ou anciens ?

sont elles liées à des connaissances qui exigent un entraînement personnel ?

Pour organiser le compte-rendu des réponses de Noëlle et des commentaires didactiques de ses enseignants, nous les avons regroupés (travail de classe et évaluations diverses), puis nous les avons classées par secteurs de connaissances mathématiques (rangés par importance décroissante du point de vue de l'« hérédité » entre les apprentissages).

En CE2, l'énumération et le comptage ne font plus l'objet d'exercices spécifiques, ces connaissances sont supposées acquises et disponibles pour des tâches complexes. Nous n'avons pas relevé d'occasion, dans les documents cités, d'éprouver les connaissances de Noëlle dans ces domaines (nous avons déjà rapporté les commentaires des enseignants sur les comportements de comptage en début d'année).

a) Ecriture des chiffres

Les chiffres sont connus de Noëlle. La calligraphie du chiffre 9 est malhabile, celle du 2 est irrégulière (mais elles se rétablissent à partir du mois de janvier). Il est envisageable qu'une certaine confusion entre les chiffres 2 et 9 perturbe (légèrement) la lecture, la copie et la relecture après écriture des nombres. Nous pensons qu'il ne s'agissait, dans le cas de Noëlle, que de séquelles d'anciens apprentissages, susceptibles de resurgir dans les moments critiques.

b) Ecriture et dénomination des nombres naturels

Les erreurs d'écriture (sous la dictée) concernent encore en fin de premier trimestre :

- soit les zéros intercalaires (mais de manière non systématique),

par exemple « 5 007 » est écrit pour 570 ; « 6 608 » pour 6 068, alors que dans le même exercice les écritures de 1 020, 7 802 sont correctes[36] ;

- soit les nombres compris entre 70 et 99 (là encore de manière non systématique),

par exemple « 715 » est écrit pour 75 alors que l'écriture de 347 est correcte [37] (il est probable que 715 le serait aussi) ; « 4 875 » est écrit pour 4 895, mais l'écriture de 475 est correcte[38].

Ces erreurs d'écriture sont intimement liées :

- d'une part aux propriétés d'une numération de position ;
- d'autre part aux irrégularités de la langue française ;

qui compliquent les transcriptions entre l'écriture chiffrée (base dix régulière) et la désignation nominale (mots portant les traces de groupements divers et irréguliers : unitaire, décimal, vingésimal, par addition ou multiplication).

[36] Dictée de nombres du contrôle de décembre.

[37] Items 45 et 46 de l'évaluation nationale.

[38] Contrôle de décembre.

Les rares[39] erreurs relevées dans l'écriture littérale des nombres (au delà de l'orthographe [40]) dénotent également des connaissances fragmentaires en numération, comme par exemple les césures inadéquates et fluctuantes dans les écritures (successives dans un même exercice) : « sissan cinze » (pour 615) et « deux senuite » (pour 208)[41].

L'usage (objet social non mathématique) veut que dans l'écriture chiffrée des nombres supérieurs à 999, des espaces soient ménagés entre les différentes classes de 3 chiffres, pour faciliter la lecture. Noëlle n'utilise pas cette convention lorsqu'elle écrit ses réponses [42] (nous observons quelques irrégularités dans les espacements entre chiffres, mais qui nous semblent plus aléatoires que significatives). Par contre, l'examen des erreurs produites par Noëlle révèle qu'elle peut être fortement gênée à la lecture d'un nombre écrit avec une césure spatiale.
Jusqu'en décembre, l'enseignant et les élèves manipulent presque uniquement des nombres inférieurs à 9 999. L'écriture avec espace ne s'impose pas comme une nécessité de communication (les nombres sont identifiables sans).
Le 25 novembre, une somme contient le nombre 45745 (ainsi écrit), Noëlle le traite de la même manière que les autres, bien que par trois fois elle décale les chiffres de la même addition (voir plus loin l'analyse de ce type d'erreur) :

	8	7	6	
4	5	7	4	5
			1	9

Elle positionne 45 745 comme devrait l'être 4 574.
Par contre, un peu plus tard, l'introduction du nombre 18 549 (ainsi écrit) provoque une erreur : Noëlle a considéré qu'il s'agissait de deux nombres : 18 et 549 (comme si dans l'espace ménagé le signe + manquait). A l'occasion d'événements impromptus Noëlle semble peu en mesure de réguler les perturbations de manière efficace.

c) Transcriptions entre collection concrète, écriture et désignation orale des quantités

Les enseignants signalent des difficultés qui laissent penser que les transcriptions ne sont pas aisées : « *J'ai pensé qu'elle n'avait pas bien construit la numération. Elle ne savait pas les unités, les dizaines, les centaines. Elle disait évasivement : "Ah oui ... quand j'étais à [école 1] ... ah oui, je crois qu'on en avait parlé"* ».
Le 26 septembre, Noëlle ne répond à aucune des questions concernant la décomposition et la recomposition d'un entier naturel en sommes en utilisant la numération de position. Est ce par ce qu'elle identifie mal les consignes ? Elle désigne simplement le rang de chaque chiffre des nombres, sans que l'on puisse deviner si elle exécute ou non un algorithme qui présente pour elle une signification.

d) Ordre et suites de nombres naturels

Il est difficile d'apprécier les difficultés que rencontre Noëlle pour ranger des nombres :

---

[39] Dans le corpus dont nous disposons, seul un item de l'évaluation nationale met en scène ce type de connaissance.
[40] L'orthographe des noms de nombres n'était d'ailleurs pas retenue comme un critère, dans l'évaluation nationale des connaissances mathématiques de CE2 de cette année-là.
[41] Items 43 et 44 de l'épreuve nationale.
[42] Les enseignants ne l'utilisent pas toujours non plus dans les textes d'exercices, même après l'introduction des grands nombres (cf exo n°10 et 12). Dans le document-bilan de l'école, la convention d'écriture n'est pas non plus utilisée (communication interne). Nous n'avons trouvé à ce sujet aucune trace d'institutionnalisation dans le programme nominal de cette classe et Noëlle se heurte à ces irrégularités impromptues et implicites. Il semble que cet usage social ne soit pas toujours perçu comme une variable et un objet d'enseignement, de la part des enseignants. Nous renvoyons à l'étude de M.H. Salin sur les conventions d'écriture des grands nombres dans Blanchard-Laville et al. (1997), pp. 31-57.

- Maîtrise-t-elle les coordinations logiques qu'exige de sérier cinq ou six nombres connus ?
- Maîtrise-t-elle l'usage des signes conventionnels ?

Les exercices utilisent ces connaissances supposées disponibles en CE2 pour travailler l'ordre sur de « grands » entiers (de l'ordre du millier ou plus) et les réponses de Noëlle sont telles, que nous n'avons pas pu débrouiller ce qui relevait des nombres eux-mêmes ou de la tâche.

Il est par contre certain que Noëlle s'est heurtée durant tout le premier trimestre à des difficultés dans ce domaine, mais qu'elle a pu en maîtriser quelques unes avant la fin de l'année civile. Voici deux rangements numériques qu'elle propose en début d'année scolaire :

84 ; 615 ; 617 ; 4 038 ; 749 ; 392 ; 3 261 ; 896 ; 802 ; 896 ; 1 000 (le 06 09).

1 002 ; 1 020 ; 725 ; 752 ; 725 ; 4 825 ; 4 825 ; 999 ; 9 000 (le 27 09).

Les répétitions d'un même nombre laissent penser à des comparaisons partielles deux à deux (le nombre serait tantôt compris comme « petit », tantôt comme « grand ») ; certains nombres sont rangés dans un ordre qui correspondrait à leurs deux derniers chiffres, mais ces deux hypothèses expliquent mal l'ensemble des réponses de Noëlle.

Le 21 novembre (sans qu'il y ait apparemment eu d'enseignement intermédiaire), le rangement est juste (4 123 ; 6 092 ; 6 395 ; 7 103 ; 8 304 ; 9 562 [43]). Par contre, dans le même exercice elle écrit : 1 242 > 1 453 et 7 956 < 6 548 (et 3 999 < 4 002).

Au contrôle de décembre, le rangement est correct : 9 376 ; 9 367 ; 6 739 ; 6 379 ; 5 018 ; 4 681 ; 973.

Par contre, les passages au rang supérieur restent nettement problématiques pour Noëlle, même à la fin du premier trimestre :

Voici comment elle complète cette suite[44] : 174 - 179 - 184 - « 189 - 194 - 199 - 104 - 109 - 114 ».

Pour répondre 194, Noëlle a d'abord écrit 190, puis elle a rectifié. De même avant d'écrire 114, elle écrit 104. Mais elle n'a pas su éviter l'erreur du passage à la centaine supérieure (104 au lieu de 204).

Nous faisons l'hypothèse que Noëlle évoque la numération orale seulement sur une partie du nombre (les dizaines et les unités) ; ses résultats locaux ne sont pas coordonnés avec l'ensemble des données à traiter.

Dans le même exercice, pour la deuxième suite, les erreurs sont encore plus fréquentes et de diverse nature : 2 563 - 2 573 - 2 583 - « 2 593 - 3 503 - 3 513 - 3 522 - 3 532 - 3 541 ».

Nous les interprétons de la manière suivante : après 93 ; anticipation d'un passage mais il est reporté au millier ; puis des erreurs qui laissent penser que c'est un comptage un à un (sans contrôle formel possible) qui établit les réponses.

Les exercices faisant intervenir le prédécesseur et successeur d'un entier naturel confirment que les erreurs se produisent sur les passages d'un rang à l'autre[45].

Il semble que Noëlle exerce son contrôle sur la base d'une familiarité numérique, plus que sur des propriétés formelles généralisables (peut-être par ailleurs mobilisables). Son répertoire de grande familiarité paraît ne contenir que les nombres inférieurs à 100, elle pourrait partiellement contrôler les nombres inférieurs à 9 999, mais au delà, les contrôles lui seraient quasi impossibles.

[43] Tous les nombres proposés possèdent 4 chiffres.

[44] Contrôle de décembre. La réponse de Noëlle est citée entre guillemets.

[45] Sur les 7 questions de ce type au contrôle de décembre, 4 réponses sont fausses. Tous les nombres de l'énoncé se terminent par le chiffre 9 ou 0 (passage), à l'exception de 3 798, mais qui est traité par Noëlle comme s'il s'agissait de 3 799 (successeur : 37100, puis 3710). Dans le classeur de classe nous dénombrons quatre exercices de ce type de septembre à décembre, les erreurs sont toutes de même nature.

e) L'addition, sommes, comparaison de sommes

A son arrivée, seule l'addition semble reconnue par Noëlle comme moyen de résoudre un problème (le 09 09, Noëlle répond invariablement par une somme aux cinq problèmes lui sont proposés). Lors de la première séance de calcul (le 05 09), Noëlle n'effectue que l'addition (46 + 8 + 269), elle délaisse la soustraction (965 - 724) et la multiplication (58 x 42). Nous avons déjà rapporté ses erreurs de positionnement des chiffres et nous reviendrons sur ce point.

Différents items de l'évaluation nationale évaluent les connaissances des élèves concernant les algorithmes des opérations. Dans l'exercice 15, seules les deux additions (l'une écrite en ligne, l'autre posée en colonne) sont effectuées (résultats justes). L'addition à trous, la soustraction et les deux multiplications ne sont pas effectuées.
Noëlle résout par une somme les deux problèmes de l'exercice 22 (ce qui est adéquat pour le premier item, mais pas pour le second qui appelait une différence). Il en est de même pour l'exercice 25 (adéquat pour le premier item, mais pas au second qui appelait un produit).
Les estimations d'ordre de grandeur de sommes (exercice 17) ne sont pas réussies : 102 + 94 est associée à 500 , 407 + 508 à 700. Il semble que Noëlle ait relié les résultats en se fiant plutôt à des proximités spatiales (ses traits sont quasi horizontaux) et sa réponse juste (338 + 475 à 800) peut être comprise comme l'effet de ce « théorème » exogène, indépendant de la connaissance visée.
De même les réponses à l'exercice 21 semblent liées à une mauvaise lecture du contrat didactique. Il s'agit d'ordonner trois sommes sans les effectuer en leur attribuant un signe distinctif (une croix pour la plus grande, un rond pour la plus petite). Noëlle a placé les deux signes aux deux extrémités de la liste (comme s'il s'agissait de déterminer un sens à l'ordre proposé, plutôt que de déterminer un ordre dans une liste aléatoirement distribuée). Le premier signe est correctement placé. Le second (mal placé) pourrait correspondre à cette déduction hypothétique.

Toutefois, nous relevons que seuls certains des items des exercices 15 à 22 sont répertoriés comme testant des « compétences qu'il semble indispensables de maîtriser en début de cycle 3 »[46]. Sur ceux qui se rapportent à l'addition (item 29, 32, 33, 35, 36), Noëlle obtient tout de même un score partiel de 3 réussites sur 4, avec 1 non réponse.

f) La soustraction, différence

Les enseignants doutent que la soustraction ait déjà été enseignée à Noëlle avant qu'elle arrive à l'école 3 : « *Elle a eu tellement de mal au début avec la soustraction ! Elle ne l'avait encore jamais vue, elle l'a découvert ici. Elle a pris du retard* ».
Plusieurs fois madame Pujol s'est inquiété de l'enseignement de la soustraction et de la multiplication, qu'elle estimait trop précoce, même s'ils étaient prescrits par les programmes.
Il est donc envisageable que l'école 1 (la référence pour le famille Pujol) repousse ces enseignements au delà de la classe de CE1 (et diffuse auprès des familles des justifications de cette décision didactique).
Par contre, cette hypothèse est peu probable concernant l'école 2. Comme Noëlle n'y est restée que quatre mois, il est possible que les perturbations causées par les différents changements aient occulté dans sa mémoire ces enseignements (qui sont vraisemblablement déjà commencés au moment où elle arrive à l'école 2, en mars).

---

[46] Document de présentation de l'évaluation 96, p 4.

L'apprentissage de la soustraction se déroule donc ce premier trimestre 96-97 dans des conditions probablement déstabilisantes pour Noëlle. Les premiers jeux de la boîte[47] commencent le 19 septembre.
Le 04 10, Noëlle doit inventer une question pour l'énoncé suivant : « Dans un bus, il y a 50 places. Seulement 45 de ces places sont occupées ». Noëlle répond « 50 - 45 = 95 il reste 95 plase ». Nous faisons l'hypothèse d'une cohabitation durant quelques temps de conceptions inadéquates (de type additif, avec des collections évoquées disjointes) et d'une lecture du contrat didactique concurrente (d'après un certain nombre d'indices, elle pense devoir écrire une « soustraction » et l'évocation d'un « reste »). Si la notion de complément lié à une inclusion n'est apparemment pas maîtrisée, la notion d'écart semble également assez floue pour elle comme en témoigne sa réponse quelques temps plus tard[48] : Noëlle doit de nouveau résoudre cinq problèmes (un additif, deux soustractifs et deux multiplicatifs). Nous ne pouvons estimer si elle bénéficie ou non d'une aide de l'enseignant, toujours est-il que tous les calculs sont corrects et sans rature. Toutefois quelques indices laissent planer un doute sur sa compréhension cognitive de la tâche :

- à côté de chaque réponse, l'élève écrit comme une procédure algorithmisée (est-ce une aide personnalisée, une consigne de contrôle ou une maladresse de Noëlle qui distinguerait mal dans les propos de l'enseignant ce qui relève d'une institutionnalisation ou non ?) : « plus grand » lorsqu'il s'agit d'une somme ou d'un produit et « plus petit » lorsqu'il s'agit d'une différence ;
- à deux reprises, sur deux feuilles contiguës, Noëlle écrit la phrase réponse : « Ii[49] est plus cher de 71 F d'écart. »

Il est difficile de conclure à un aboutissement d'une compréhension de la soustraction à l'issue du premier trimestre :

- Le 03 décembre, au contrôle, Noëlle résout correctement les trois problèmes proposés (un soustractif, un additif et un multiplicatif). Pourtant, les énoncés sont similaires et contiennent peu d'indices linguistiques :

problème 1 : « Dans une école, il y a 269 élèves. Il y a 147 filles. Combien y-a-t-il de garçons dans cette école ? »
problème 2 : « Dans une école, il y a 138 filles et 156 garçons. Combien y-a-t-il d'élèves dans cette école ? »

- le 16 décembre, en classe, Noëlle est confrontée à trois problèmes (additif, soustractif et multiplicatif). Ce jour-là, Noëlle ne fournit aucune réponse.

La consigne est certes peu conforme au contrat didactique habituel : dans les trois énoncés, les valeurs numériques sont effacées, l'élève doit les déduire d'après avoir associé à chacun l'une des trois écritures (additive, soustractive et multiplicative) proposées.

Il est probable que le temps didactique consacré à la soustraction (en dehors de l'effectuation de l'algorithme) ait été insuffisant pour que Noëlle puisse fixer ses connaissances de manière à dépasser toutes les aspérités des nouveautés.

---

47 Il s'agit d'une progression issue de l'ingénierie didactique propre à l'école 3 pour enseigner le sens de la soustraction.
48 L'exercice n'est pas daté, mais il s'intercale entre ceux du 22 10 et du 08 11.
49 Sur les 8 fois que Noëlle écrit ce jour-là le pronom « Il », elle place 6 fois un i minuscule après le I majuscule. Une seule écriture est correcte au 3ème rang. Le dernier est correctement écrit, mais entièrement en minuscules. A partir du 16 décembre (occurrence suivante), cette erreur n'est plus jamais produite.

g) La disposition des chiffres dans l'algorithme de l'addition et de la soustraction

Il semble que Noëlle, en arrivant en CE2, n'établit de lien entre l'écriture décimale des nombres et la disposition des chiffres dans les algorithmes d'addition. Celle-ci lui apparaîtrait donc comme une simple convention à mémoriser.

Voici les faits sur lesquels nous appuyons cette hypothèse. Nous ne rappelons pas l'épisode du 05 septembre, première séance de calcul.

Le 01 octobre (page suivante du classeur[50]) trois additions sont apparemment d'emblée posées de manière idoine, y compris 9 + 394 + 41 (nous ne pouvons estimer l'aide apportée par l'enseignant).

Mais dès le 03 octobre, une addition est de nouveau mal posée (que l'enseignant ne corrige pas, nous verrons plus loin dans quelles circonstances).

Le 07 octobre, Noëlle pose correctement 7 opérations (additions et soustractions), sauf lors d'un essai (privé) qui est vite abandonné (avant de tirer le trait horizontal) :

1	0	0	0
9	9	9	

Le 08 octobre, des analogies locales des chiffres semblent encore favoriser la résurgence de conduite erronée. Elle écrit (et effectue) à deux reprises :

3	6	
3	4	9
	4	9

L'enseignant corrige l'erreur de manière techniciste : « aligne » écrit-il en entourant les chiffres concernés.

Puis les erreurs de ce type se font plus rares : nous en relevons une le 10 octobre, deux le 14 octobre, puis trois le 25 novembre (sur un total de 21 additions et soustractions) .

L'enseignant marque plus fortement (feignant l'indignation : « oh ! ») les exigences du contrat didactique.

Nous ne comptons plus qu'une dernière récidive isolée (pas de date) jusqu'en février (sur 24 additions et soustractions).

Cet épisode nous renseigne également sur l'évolution des apprentissages de Noëlle (ils sont bien identifiables, mais les anciennes conceptions réapparaissent à plusieurs reprises avant que Noëlle puise les contrôler et les rejeter durablement).

h) La réversibilité des opérations et le statut de vérification

Nous avions rencontré le 03 octobre une réponse erronée (une addition mal posée) qui n'était pas corrigée par l'enseignant (qui écrit au contraire : « très bien » dans la marge).

Il est temps de relater l'épisode tel que nous l'interprétons.

Cette somme erronée est calculée sous un statut didactique particulier : il s'agit de vérifier le résultat de la soustraction demandée dans l'exercice.

[50] Les activités du 06, 09, 10, 26, 27 ont porté sur d'autres domaines (numération, résolution de problème, activités liées au jeu de la boîte). Rappelons la semaine occupée par les évaluations nationales.

	5	2	3	3
-		3	4	2
	4	8	9	1

	1	3	4	2	
+		4	8	9	1
		5	2	3	3

Comme les trois termes correspondent bien à la réponse juste (même s'ils ne peuvent être obtenus par l'opération ainsi posée), la disposition a sans doute échappée à la vigilance de l'enseignant qui circule parmi les élèves pour contrôler les résultats et fournir des explications.
Mais nous constatons à cette occasion que le contrat de vérification n'est pas investi par Noëlle. Elle effectue ici les gestes vides d'un rituel, sans que nous puissions deviner si elle pourrait en comprendre la signification logico-mathématique (opération inverse) et scolaire (intérêt de savoir vérifier ses résultats).
Son comportement est-il significatif de difficultés cognitives ou d'un désengagement ?
Le lendemain (04 octobre) Noëlle calcule 1304 - 903 (après deux ratures, le résultat est juste 401), puis pose comme une « preuve » : 1304 + 903 et « trouve » le résultat concluant 1304.
Même chose avec 5623 - 87, mais cette fois la somme a pour « résultat » 87, puis 5623.
Enfin, pour « vérifier » 3897 - 2897, elle pose 3897 + 2897, mais cette fois calcule effectivement et obtient 6794 (résultat dont elle ne peut rien conclure).

Ce jour-là le subterfuge est officiellement identifié. L'enseignant entoure les additions, ponctue de points d'interrogation et commente « tu n'as pas compris comment on vérifiait une soustraction ! ».
Les jours suivants, l'addition choisie est pertinente pour éprouver le résultat d'une soustraction.
Tout n'est pas simple pour autant, car le 10 octobre, après avoir réussi deux soustractions (résultats justes), elle fait des erreurs de copie dans la première addition-vérification et dispose mal la seconde (478 + 3831, chiffres alignés à gauche ; résultat calculé chiffre à chiffre « juste » : 8611 ; elle n'obtient évidemment pas le nombre attendu).
L'enseignant décide d'apprécier tout de même positivement les efforts (« très bien ») tout en indiquant le statut des réponses (« avec aide »).

A partir de ce jour, plus aucune soustraction n'est accompagnée d'une addition-vérification.
Nous n'avons pas trouvé dans le classeur de la classe (tenu par les enseignants) d'information concernant le statut didactique de cette vérification, ni les exigences qui lui sont attachées. Par contre, l'examen de quelques classeurs d'autres élèves a montré que certains la pratiquaient systématiquement tout au long de l'année. A notre demande, l'un des enseignants a confirmé que l'exigence de vérifier son résultat en posant l'addition n'est formulée qu'en début d'année de CE2, puis laissé à la charge de l'élève (avec, d'ordinaire, quelques rappels en cas d'oubli, mais nous n'en avons relevé aucune trace dans le cas de Noëlle).

i) L'effectuation des algorithmes d'addition et de soustraction

Les séances de calcul du mois d'octobre semblent avoir été laborieuses. Ce sont les premières soustractions du classeur.
Le 07 10, les multiples ratures témoignent des accidents qui ont ponctué le calcul des différences :
8307 - 7940 et 5824 - 4735.

- Il semble que la présence du chiffre zéro perturbe l'effectuation des deux algorithmes :

les configurations (dans les additions et les soustractions) : $\begin{array}{cc} 0 & 7 \\ 4 & 0 \end{array}$

sont suivies de ratures : 0 ou 7 ? 4 ou 0 ?

- Mais les retenues sont aussi une source plus générale d'erreurs.

L'enseignant rappelle la signification des retenues (« 14 - 5 = ? 12 - 4 = ? ») et l'encourage : « refait l'opération, c'est mieux ! tu vas y arriver ».

Le jour suivant (08 octobre), c'est pour une somme (36 + 349 + 42) que Noëlle propose successivement pas moins de sept résultats :
738 (en ne disposant pas correctement), puis 415, 494, 414, 374, 324 (le terme 42 est remplacé par 44 ou par 49), puis 426 (réponse correcte : 427).
Les deux autres additions sont correctes dès la première effectuation[51], mais l'ensemble de la page est (comme le 04 et le 07 octobre) un capharnaüm dans lequel il est difficile de se repérer.
Il semble que les incidents de parcours entament fortement la fiabilité de l'ensemble des calculs, comme si Noëlle résistait mal à un effort soutenu dans des conditions critiques.

Le 14 octobre, Noëlle doit calculer 312 - 248.
Elle effectue la somme dans les deux premières colonnes et termine par la différence.

$$\begin{array}{rr} & 312 \\ - & 248 \\ \hline & \mathbf{160} \end{array}$$

qui devient après corrections

$$\begin{array}{rccc} & 3 & {}^{2}1 & {}^{1}2 \\ - & 2 & {}_{1}4 & 8 \\ \hline & 1 & \mathbf{8} & \mathbf{0} \end{array}$$

8 pour aller à 2, ce n'est pas possible, une « retenue » est mise « en haut et en bas »
8 et 12 : 20, le zéro est « posé », 2 est « retenu »
4 + 1 + 1 + 2 = 8
2 ôté de 3 : 1.

Au dessus de la deuxième opération, l'enseignant signale : « tu as fait une addition ».

Au troisième essai Noëlle écrit avant l'effectuation correcte :

$$\begin{array}{rccc} & 3 & {}^{1}1 & {}^{1}2 \\ - & {}_{1}2 & {}_{1}4 & 8 \\ \hline & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{20} \end{array}$$

Le jour suivant 677 - 399 et 835 - 458 contiennent encore des hésitations, mais plus circonscrites :

$$\begin{array}{rccc} & 6 & {}^{1}7 & {}^{1}7 \\ - & {}_{1}3 & {}_{1}9 & 9 \\ \hline & \mathbf{3} & 7 & 8 \end{array}$$

le 3 (non prise en compte de la retenue) est corrigé en 2

$$\begin{array}{rccc} & 8 & {}^{1}3 & {}^{1}5 \\ - & {}_{1}4 & {}_{1}2 & 8 \\ \hline & \mathbf{2} & \mathbf{0} & 7 \end{array}$$

le 2 (erreur de calcul) est barré, la soustraction est reposée.

[51] 653 + 49 et 804 + 70 + 38. Nous ne savons pas si Noëlle a été aidée, mais les opérations sont spatialement mêlées aux essais de la première, ce qui semble indiquer que non.

La même erreur apparaît à la séance suivante, elle est rectifiée.

	1	4	$^{1}8$	$^{1}7$
-		3	$_{1}7$	9
	1	1	0	8

Tandis que 3476 - 380 est juste d'emblée, sans rature (malgré le zéro, le nombre inégal de chiffres, les retenues et le cas particulier ici en cause : 4 - (3 +1). Les quatre autres opérations (3 additions et une multiplications) sont justes, écrites proprement. L'enseignant félicite : « très bien ».
Mais le 25 novembre (probablement moins guidé), outre une erreur de position déjà mentionnée, un « oubli » de retenue resurgit (même configuration : 4 - (3 + 1)) :

	8	7	4	$^{1}5$
-		2	3	9
	8	5	1	6

Et la séance suivante, une erreur d'une autre nature apparaît :
1248 - 520 est posée par Noëlle :

		5	$^{1}2$	0
-	1	2	4	8
	1	**3**	8	**8**

L'inversion bien sûr saute aux yeux, mais nous retrouvons les problèmes posés par la présence d'un zéro (ou d'un chiffre « absent ») et le report de la retenue « oublié ».
Ce jour-là, seule une soustraction (845 - 433, qui n'exige pas de retenue) et une multiplication (418 x 36) sont justes.
43 + 1834 + 2839 + 45 (bien posée) comporte une erreur de calcul.

Le jour du contrôle de décembre, une opération[52] sur trois est correcte.
Tous les chiffres sont bien disposés (même 736 + 4 874 + 8).
Une seule des deux soustractions est inversée (332 - 6 395 ; alors que 4 771 - 928 est correctement posée).
La technique de la retenue dans les soustractions est quasi correcte (sauf en fin de course).

	3	3	2
6	3	9	5
7	(8)	3	7

4	7	7	1
	9	2	8
5	8	4	3

Remarquons que dans le problème réussi, la soustraction ne comportait pas de retenue (269 - 147).

j) Connaissance des tables

Huit contrôles mesurent les connaissances de Noëlle concernant les produits élémentaires.

[52] Nous ne considérons ici que les additions et les soustractions.

date	titre	non rép	note / 20	appréciation
18 - 10	x 2 x 5	16	1	Il faut savoir les tables de x par coeur !
25 - 10	x 3 x 2 x 5	8	5	Très insuffisant. Il faut apprendre les tables par coeur
08 - 11	x 4 x 2 x 3 x 5	3	10	Tu oublies au fur et à mesure que tu apprends ? TB pour la table de 4. Mais et les autres ?
28 - 11	x 6 x 2 x 3 x 4 x 5	11	8	Insuffisant.
13 - 12	x 2 x 3 x 4 x 5 x 6	9	7	Très insuffisant.
17 - 12	x 2 x 3 x 4 x 5 x 6	8	9	Insuffisant.
17 - 01	x 7 x 2 x 3 x 4 x 5 x 6	13	5	Allez courage ! Je suis sûre que tu as appris tes tables ! Il faut que tu me le montres !
25 - 02	toutes les tables x	8	11	Insuffisant mais c'est mieux. Continue à les apprendre, tu vas y arriver.

Le nombre de non réponses est très important. Nous avons classé les erreurs :

- Noëlle effectue la somme :

2 x 8 = 10 ; 3 x 3 = 6 ; 3 x 2 = 5 ; 400 x 4 = 800

- « proximité » dans les tables :

3 x 2 = 4 ; 7 x 2 = 12 ; 4 x 8 = 24 ; 3 x 6 = 12 ; 7 x 3 = 14 ; 6 x 2 = 18 ; 5 x 7 = 25 ; 7 x 4 = 14 (puis corrigé en 24) ; 5 x 80 = 350 ; 5 x 40 = 250 ; 5 x 7 = 30 ; 2 x 7 = 21

- similitudes entre nombres ou conjonctions d'accidents

4 x 2 = 20 (4 x 5) ; 5 x 8 = 20 (40); 4 x 7 = 18 (28) ; 9 x 2 = 17 (18) ; 5 x 7 = 20 (5 x 4)
3 x 9 = 12 (3 x 4 , 2 x 6).

Il est flagrant de constater que chaque résultat est considéré de manière indépendante, sans coordination ni ordre de grandeur.

Nous avons vu tout au long de ces analyses que de nombreuses erreurs étaient commandées par ses conceptions de la numération et de ses propriétés. Les conséquences s'en font sentir sur les produits simples. Jusqu'au 8 novembre, toutes les questions (au cours des contrôles du répertoire multiplicatif) qui mettent en scène ces connaissances sont échouées :
50 x 2 ; 2 x 100 ; 5 x 10 ; 50 x 1 ; 2 x 200 ; 500 x 0 ne reçoivent aucune réponse, comme si Noëlle n'avait pas appris ou retenu ces résultats (au même titre que 9 x 2 qu'elle ne connaît pas ou 9 x 9 qu'elle connaît).

De même 3 x 1 = 3 ; 2 x 4 = 4 ; 0 x 5 = 5 semblent répondus par proximité dans la table, sans qu'un contrôle formel ou sémantique vienne alerter Noëlle.

A partir du 8 novembre, seuls trois accidents de ce type apparaissent : 100 x 4 (non réponse, le 28 11) ; 0 x 10 = 10 (le 13 12) et 700 x 5 = 3005 (le 25 02), tandis que sont corrects :
4 x 1 ; 10 x 4 ; 10 x 6 ; 1 x 6 ; 0 x 900 ; 10 x 2 ; 200 x 10 ; 0 x 100 ; 10 x 7 ; 7 x 0 ; 0 x 100 ; 10 x 900.

Le 17 01, alors que la table de 7 est évaluée, seuls les produits « évidents » par 1 ou 0 (à une puissance de 10 près) présentent une réponse (juste) de Noëlle ; elle se risque pour 7 x 5 , 2 x 7 (mais la réponse est fausse) ; toutes les autres questions n'obtiennent pas de réponse.

k) Calcul mental

Nous disposons bien sûr de peu de traces écrites des réponses de Noëlle dans ce domaine. L'exercice 16 de l'évaluation nationale concernait le calcul mental[53] . Noëlle répond juste pour 18 + 9, mais ne répond pas pour 5 + 5 + 8 + 6[54] . Elle essaye de répondre à la soustraction

[53] Le protocole prévoit une passation de 20 seconde pour chaque opération, ce qui permet de répondre en posant mentalement le calcul, sans utiliser de technique spécifique au calcul mental (par exemple 20 + 9 - 2 ou 18 + 10 - 1). Nous ne pouvons bien sûr pas estimer quelle procédure Noëlle a utilisé.

[54] Le protocole mentionnait de ne pas marquer de pause en énonçant les quatre nombres.

32 - 3 (franchissement de la dizaine), mais échoue et écrit « 2 » (chiffre des dizaines ?). Elle ne donne aucune réponse pour 10 + 9 - 5 et 21 x 2. Par contre, l'épreuve de calcul rapide du contrôle de décembre est entièrement juste[55].

l) La multiplication, produits, algorithmes

Pour ne pas excessivement surcharger l'exposé de cette partie diagnostique, nous ne rapporterons pas ici l'intégralité du dépouillement des erreurs pour les multiplications (deux algorithmes sont successivement institutionnalisés durant le premier trimestre dans l'école 3).
De manière générale, la multiplication est un objet d'enseignement dont elle partage l'avancement avec la classe. Bien qu'il soit plus récent, il semble qu'elle l'ait acquis plus rapidement que la soustraction. Elle ne s'en sert tout de même pas encore comme outil de résolution, puisque dans un problème du contrôle de décembre (concernant la monnaie), elle ne l'a pas utilisé, au profit de longues sommes (de 5 à 7 termes identiques)[56].

Concernant les algorithmes, nous retrouvons un très grand nombre d'erreurs variées (souvent prévisibles, parfois inattendues mais éphémères). Les erreurs se corrigent progressivement, selon un profil semblable :

- une accumulation sur la zone sensible, très diversifiée, les erreurs « significatives » persistent (identifiées par les savoirs de la Didactique comme liées à la compréhension des connaissances en jeu),
- un ralentissement des erreurs sur cette zone, des phases d'accalmie durant laquelle les erreurs ne se produisent plus, ou ne resurgissent que dans les moments critiques (lorsqu'une surcharge de nouveauté, de coordinations ou de fatigue vient perturber le contrôle),
- une disparition complète.

Les savoirs de la numération, le raisonnement sur les liens logiques des opérations et l'ordre de grandeur des nombres ne sont pas suffisamment mobilisés ou fiables pour pouvoir exercer des rétroactions sur les réponses les plus absurdes.

4 Conclusions

a) Les difficultés et les comportements de Noëlle vis à vis des apprentissages mathématiques

Il est fort possible qu'un temps d'adaptation (au type de questions posées, aux conditions dans lesquelles les réponses s'effectuent, etc.) ait été nécessaire à Noëlle pour que ses performances reflètent mieux ses connaissances au cours du trimestre.
Mais il demeure que ses résultats progressent très irrégulièrement : tantôt conformes, tantôt déroutants par leur complexité et leur caractère insolite. Les erreurs identifiées et corrigées par l'enseignant disparaissent, mais sont remplacées par (ou rendent visibles) d'autres erreurs (parfois plus déroutantes encore).
Noëlle ne coordonne pas facilement ses connaissances pour éviter les erreurs, elle ne peut guère s'appuyer sur un rapport à l'apprentissage qui favorise la vérification des réponses et l'emmagasinage des connaissances. Nous observons une certaine franchise dans ses réponses. A l'extrême, celle-ci pourrait être perçue comme une sorte d'impudeur cognitive qui en laissant voir des réponses absurdes, la dessert aux yeux des enseignants. De même, elle n'hésite pas à rendre un exercice sans réponse (plutôt que d'écrire n'importe quoi pour sauver la face).

---

[55] L'épreuve contenait 5 calcul additifs (12 + 15 + 23 ; 15 + 3 ; 50 + 25 + 50 ; 39 + 6 ; 4 + 5 + 2 + 6 + 3 + 7 + 5 + 8) et 5 calculs multiplicatifs (20 x 70 ; 50 x 50 ; 3 x 9 ; 6 x 2 ; 7 x 5).
[56] Voir le commentaire de madame pujol au chapitre 5-II-1-c

Si ce comportement était plus mesuré, il serait apprécié des enseignants, mais en l'occurrence, il devient plutôt irritant, car il peut être interprété comme une indifférence vis à vis de son travail (et des efforts investis chez l'enseignant).

b) Les conséquences de ces erreurs et comportements sur les diagnostics et régulations

Noëlle est nouvelle dans l'école, mais elle a été scolarisée dans d'autres établissements de l'agglomération bordelaise. Il est possible que les enseignants aient été plus critiques à son arrivée, que lorsque son intégration dans l'école est totale.
Mais il demeure que dans une telle configuration de l'apprentissage, les diagnostics sont rendus difficiles et inquiétants, les décisions de régulation sont délicates (par quel bout commencer ?), les résultats décevants et à la longue décourageants.
Des remarques comme « tu ne sais plus compter ! » ; « et le report de la retenue ? » dénotent le dépassement d'un seuil d'acceptation. Ces critiques alternent avec : « félicitations » , « c'est mieux encore quelques efforts » , « des petites erreurs auraient pu être évitées (alors que rien n'est juste le 21-10) », qui au contraire traduisent la bienveillance, la patience et la confiance dans une issue didactique favorable.

Les raisons d'attribution d'échec (recours à une régulation externe) diffèrent pour les enseignants et les parents :

- Pour les parents, il n'est pas ordinaire que les erreurs persistent, malgré les efforts entrepris pour accompagner les apprentissages (surveiller l'évolution des résultats, intervenir sur les erreurs visibles, faire vivre à la maison les connaissances mathématiques, choisir avec soin les modes de transmission des savoirs), si les régulations ordinaires ne suffisent plus, ils cherchent une régulation externe à leur portée.
- Pour les enseignants, il n'y a rien que de très ordinaire que d'avoir dans la classe un élève plus faible que les autres. La question qui se pose pour eux est surtout d'estimer les possibilités de régulation interne et externe et les chances d'obtenir une amélioration.

c) Bilan didactique

La nature et le statut des questions expliquent des écarts de performances entre les activités quotidiennes et les évaluations. Les contrats didactiques diffèrent, l'élève identifie mieux dans le cadre d'une évaluation ce qui est attendu de lui et ses réponses portent sur des savoirs institutionnalisés mieux identifiables que les connaissances seulement officialisées dans la classe. Il est vraisemblable que l'importance accordée au rôle diagnostic de l'évaluation nationale ait influencé prématurément l'appréciation des enseignants.
Mais il demeure qu'il faut regarder à la loupe les apprentissages scolaires ordinaires de Noëlle pour percevoir des avancées. Car ses erreurs erratiques labiles et bizarres provoquent d'emblée l'impression qu'elle recule de manière persistante. Pourtant, les causes principales d'erreurs sont reconnaissables à l'aide des savoirs didactiques et se dissolvent au fur et à mesure des officialisations de connaissances dans la classe, des reprises et des contrôles locaux de l'enseignant qui connaît chacun de ses élèves.
Dans le cas de Noëlle, les conditions sont très défavorables à cette régulation latente :

- la mémoire didactique de l'enseignant est régulièrement effacée par les ruptures d'établissement, la position de diagnostic est au contraire rendue plus fréquente ;
- Noëlle doit à chaque changement d'école reconstruire des repères didactiques et mathématiques, elle ne peut identifier ce qu'elle sait, ni le communiquer, ni reconnaître dans les connaissances qu'elle apprend le lien avec celles plus anciennes qu'elle avait rencontrées ailleurs ;
- la famille ne facilite pas le ciment entre ces cultures didactiques, elle lui impose une succession très hétérogène de culture (amplitude maximum de régulation en agissant sur

l'école et en cherchant la plus atypique possible), elle intervient en ajoutant la sienne (peu fiable en connaissances mathématiques), elle entretient un rapport de concurrence entre les écoles et les enseignants (en se référant toujours à l'école 1, et en oubliant qu'entre temps Noëlle grandit et que les exigences ne sont plus de même nature pour un élève de C.E.2).
En particulier la culture familiale à l'apprentissage déprécie l'entraînement, les reprises, les algorithmes, l'abstraction intellectuelle en valorisant la découverte, le tâtonnement, la concrétisation ludique.
Dès l'école 1, des difficultés se sont fait sentir. Il est possible que les effets de cette culture épistémologique de la famille et de l'école 1 se soient conjugués pour renforcer, dans les régulations, les comportements de Noëlle[57]. Il est vraisemblable que l'électivité des deux attributions d'échec en mathématiques (ou quatre si nous comptons celles des écoles 1 et 3') provienne en partie des représentations plus nombreuses (plus que des connaissances) et donc des négociations possibles au sujet des causes d'erreurs et des régulations envisageables (traitement social, spécificité des écoles). Mais elle s'explique aussi par l'espérance d'amélioration : les connaissances mathématiques de Noëlle sont manifestement insuffisantes, ses conceptions dans des domaines-clefs pour la poursuite des apprentissages scolaires sont erronées et pourtant Noëlle est susceptible de les modifier. Comment l'aider à y parvenir, est une autre question.

II Une évolution dans la lecture des erreurs

1 Le processus qui conduit à l'externalisation des régulations

a) Les régulations didactiques internes

Soit une institution didactique I et une situation didactique S conduite dans I. Les régulation de P (ou A) se définissent et se légitiment à partir :

- du maintien des conditions de fonctionnement (soit générales, soit particulières) ;
- de l'adaptation (dans certaines limites) du fonctionnement de la situation aux irrégularités et à la nouveauté.

Elles dépendent :

- des connaissances relatives aux stratégies d'actions de P (ou A) et E (par exemple des modèles formels de l'apprentissage, des lieux d'erreurs envisagés) ;
- des connaissances relatives aux actions elles-mêmes ;
- des conditions de ces actions (par exemple du temps disponible).

Considérons que le déroulement d'une situation S aboutisse à un échec et restreignons-le au cas où P décide que certaines erreurs ne peuvent être régulées dans S[58] :

---

[57] « Si cette action corrective s'avère insuffisante, alors, en faisant *plus de la même chose*, on arrivera peut-être au résultat souhaité », P. Watslawick et al. (1975), p 49. Pour corriger une déviation (maintenir un équilibre interne), il est tentant de lui appliquer son contraire (rétroaction négative). Lorsque c'est la structure du système qui doit être modifiée, le passage d'un état à l'autre (changement 1) est non seulement inopérant, mais « la tentative d'opérer un changement 1 aggrave considérablement le problème qu'elle est censée résoudre, ou bien elle *constitue* en fait ce problème » p 56.

[58] Bien d'autres modifications pourraient concerner I, P et c. Un système éducatif qui déploie de nouvelles institutions d'appui, qui réduit les programmes, qui décide de former les enseignants, exerce d'autres régulations qui influent sensiblement sur les attributions d'échec. Considérer l'échec seulement comme une incapacité de E est soit l'effet d'une représentation sociale (qui préserve le réseau d'institutions), soit l'effet de la position P qui lorsqu'il ne peut envisager de modifier S (il ne peut modifier ni I ni c) n'a d'autre solution (sauf à menacer son propre fonctionnement). La réalité est bien plus complexe que notre modèle, d'autres dimensions non didactiques interviennent dans les appréciations, les choix, les négociations, les réalisations et ces choix ne sont pas unilatéraux (l'enseignant vérifie et augmente ses connaissances pour interpréter plus

- P peut organiser une nouvelle situation S' qui vise à corriger des erreurs de même type que celles qui sont à l'origine de l'échec dans S, mais qui seront considérées cette fois comme des difficultés surmontables. S' engage un nouveau projet didactique, un autre fonctionnement, d'autres connaissances. Dans ce cas, P exerce une régulation interne dans I.

- P peut estimer que le nombre ou l'importance des erreurs, mais aussi d'autres facteurs conjoints (la rapidité ou la lenteur d'évolution du répertoire de E, la fiabilité ou la labilité des nouvelles acquisitions, l'importance relative de c pour la suite des apprentissages, etc.) ne lui rendent plus possible l'organisation des régulations internes dans l'institution I (sauf à menacer les conditions de fonctionnement ordinaire).

b) Phases diagnostiques

Cette estimation peut être soudaine, mais elle demande en général un certain temps, durant lequel P observe les erreurs de E comme si elles étaient des symptômes potentiels, susceptibles d'orienter plus sûrement ses décisions.

P peut aussi organiser des phases non didactiques qui ont pour fonction d'établir un diagnostic : il aménage des questions (et un milieu) qui favorisent l'apparition d'un certain type d'erreur, il « provoque » donc un certain type de réponses pour observer la présence ou non d'une certaine connaissance c. P peut éventuellement en déduire des « causes » et des « traitements » d'erreur (le plus souvent hypothétiques).

c) Le renvoi des régulations didactiques

Si P estime qu'une régulation des erreurs est à la portée d'une autre institution I_A, il propose que la résolution de l'échec soit pris en charge par I_A . IL externalise la régulation didactique et la renvoie à I_A. Ces décisions s'effectuent sur la base de connaissances, de savoirs ou de simples impressions (impulsées par des représentations diffusées). P se convainc que le répertoire de I_A pourra peut-être résoudre le problème de la transmission à E de c.

Eventuellement, P ne peut rattacher à son constat d'échec à aucun savoir, aucun type d'intervention ou aucune institution susceptible de le relayer. Il annonce son impossibilité de transmettre c à E, en évoquant peut-être des interprétations diverses, mais sans proposer de solution. Dans ce cas, la décision est renvoyée aux institutions partenaires du projet didactique (en particulier les parents de E).

2 Les informations fournies par le psychologue scolaire

C'est à l'aide de ce modèle que nous avons analysé les décisions des enseignants de Noëlle et de sa famille. Le diagnostic du psychologue scolaire est d'une autre nature. Etablies à partir de tests et d'entretiens avec Noëlle et ses deux parents, ses décisions ne comportent pas de composante didactique (aucune intervention portant sur les connaissances de Noëlle n'a été organisée[59]).

Nous ne pouvons pas considérer pour autant que le signalement au RASED et l'avis qu'il prononce sont totalement détachés du système didactique que nous étudions. Certains éléments de cet avis s'inscrivent dans l'exposé des raisons que madame Pujol et les enseignants fournissent à l'intervenant.

---

sûrement la situation S avant de déclarer un « échec », il évalue les ressources environnantes, etc.). Parfois, un événement exogène qui redonne courage ou espoir modifie radicalement la perception de la situation sans que ni les conditions ni les connaissances n'aient été modifiées.

[59] Ce qui apparaît tout à fait normal, compte tenu de l'actuel fonctionnement de cette institution (les possibilités d'interventions d'un rééducateur spécialisé, à dominante rééducative ou pédagogique, sont rares en CE2 , le cas de Noëlle ne se présente pas comme d'une grande gravité, d'autres ressources semblent mobilisables).

Nous résumons ici les informations que le psychologue scolaire et le directeur de l'école 3 ont transmis au chercheur. Elles ne sont en aucun cas à comprendre comme un rapport émis par le RASED à un intervenant extérieur, mais comme le fruit d'un entretien entre membres du COREM, au moment où le dispositif de recherche s'est décidé (avant que l'intervenant ne rencontre Noëlle pour la première fois).

- Personnalité bien structurée, malgré une certaine rigidité.
- Mauvais niveau de langage (en particulier un score verbal faible au test de Wisk).
- Des capacités d'abstraction, de représentation et des repères spatio-temporels satisfaisants.
- Démission devant l'obstacle. Besoin constant d'être encouragée. Désarçonnée par les questions.

Nous rendons compte également de quelques éléments (que nous avons reformulés) qui nous paraissent significatifs des échanges qui se sont déroulés au sein de l'équipe de l'école 3, au sujet de Noëlle (des questions, des points litigieux, des raisons invoquées, etc.).
Nous ne sous-entendons bien sûr pas que tous aient été directement transmis en ces termes par le psychologue aux enseignants. Nous n'excluons pas non plus les effets mutuels des interactions et des représentations : certains éléments peuvent être compris comme des réactions du psychologue à des préoccupations qui lui sont externes (exprimées ou supposées, de la part des enseignants, des parents, du chercheur, de l'intervenant, etc.).

- Un rapport de la famille à l'école très particulier : d'une part la mère se place en position d'enseignant ; d'autre part elle recherche l'idéal et l'exceptionnel.
- Un rapport mère-fille très imbriqué. Une mère qui vampirise sa fille. Une fille qui s'identifie à l'image maternelle en s'intéressant trop aux autres dans la classe et en critiquant.
- Un désir constant de la part de cette mère de maîtriser la scolarité de sa fille, de garder un regard permanent sur elle et de tout savoir.
- Des rapports compliqués dans le couple (une femme toute puissante, un homme effacé, mal à l'aise).
- Un père qui n'autorise pas sa fille à échouer.
- Des rivalités entre soeurs.
- Une vie quotidienne difficile pour Noëlle. Des parents peu disponibles, et qui attendent autre chose de l'école que ce qu'elle peut apporter aux élèves.
- Une confusion des lieux et des fonctions pour Noëlle : le domicile est en même temps l'entreprise professionnelle des parents, l'école est confondue avec un temps de spectacles et de jeux, « et en même temps la maison : c'est l'école et l'école : c'est la maison ».
- Un rapport inadéquat de Noëlle à l'école : « Noëlle me disait : " On me pose toujours des questions où je ne sais pas répondre. Même dans la cour, on me pose des questions que je n'ai pas appris". Elle se réfugie dans l'imaginaire. Elle se présente comme persécutée. Elle m'a quand même dit " l'école, c'est pour apprendre ce qu'on ne sait pas" ».

Le psychologue scolaire a émis un avis très réservé vis à vis du dispositif expérimental choisi et du cas retenu. Le fait que l'appui se déroule dans les locaux scolaires, avec un intervenant proche de l'école et en lien avec les parents, présentait selon lui le risque d'augmenter la double emprise de cette mère sur sa fille et sur sa scolarité.

3 Les régulations par les enseignants de Noëlle

a) Le recueil de données

Durant la phase de mise en place du dispositif expérimental (enregistrement des séances du premier appui), nous avons également eu l'occasion de nous entretenir avec les trois enseignants de Noëlle et le directeur de l'école (le 19 03 97).

L'entretien s'est déroulé en deux temps :

- présentation de la recherche et négociations relatives au dispositif retenu (en particulier concernant le lieu de l'appui)[60] ;
- présentation par les enseignants des connaissances et difficultés de Noëlle en classe de mathématiques.

Ce récit non formalisé les a conduit à retracer l'évolution de leurs observations et de leur compréhension des difficultés de Noëlle depuis le début de l'année scolaire.

Nous avons pris note de ces informations (dans la double position de chercheur et d'intervenant), tout en interagissant avec eux (posant des questions, demandant des précisions).

Nous nous sommes par la suite intéressée à ce corpus (qui respecte autant que possible les formulations), parce qu'il nous paraît significatif à la fois :

- d'une reconstruction raisonnée du processus didactique qui conduit à l'attribution d'échec dans une institution principale (les enseignants réorganisent les étapes qu'ils jugent a posteriori signifiantes, et les transmettent à celui qui régulera les difficultés qu'ils signalent, comme dans une course de relais) ;
- d'une prise d'informations d'une institution d'appui (l'intervenant a déjà rencontré Noëlle durant trois séances, il s'est fait une première idée des difficultés et des causes, il a l'occasion de combler certaines incertitudes en posant des questions) ;
- d'une régulation institutionnelle dans l'école, en la personne du directeur (qui s'informe en même temps du fonctionnement de la classe de Noëlle et des pratiques des enseignants et peut soit intervenir directement, soit anticiper des actions futures).

Nous avons donc repris la première transcription, en y insérant divers commentaires.

Nous distinguons les niveaux des déclarations :

niveau 1 : la situation initiale, c'est à dire le récit par les enseignants ;

niveau 2 : la compréhension de la situation par l'intervenant (qui les écoute, prend des notes en résumant certains passages et intervient en posant des questions) ;

niveau 3 et 4 : l'analyse didactique de ces deux niveaux à l'aide de la Théorie des Situations (les interventions de l'intervenant sont inférées à partir des réponses des enseignants) et l'interprétation de ces observations, en terme de diagnostic d'échec et de partage entre les institutions du réseau didactique.

Le compte rendu ne distingue pas qui, parmi les trois enseignants présents, énonce telle ou telle phrase (les guillemets indiquent le changement d'interlocuteur).

b) Le récit des décisions et son analyse

Les enseignants racontent qu'ils ont d'abord été étonnés de la nature des erreurs produites par Noëlle à son arrivée dans l'école. Puis qu'ils se sont inquiétés.

[60] A cette occasion, dès que la discussion s'est ouverte, les enseignants ont longuement exprimé leur ressentiment envers le comportement de madame Pujol. Nous avons eu le sentiment que le signalement d'échec était à comprendre aussi comme un appel de l'équipe en direction d'un médiateur professionnel. Cette régulation interne (non didactique) joue un rôle important, elle restabilise les conditions des prises de décision.

« Au début, j'étais très étonnée. Elle n'arrivait pas à ajouter un ; et enlever un : n'en parlons pas ! Elle comptait sur ses doigts, et je me demande même si elle avait la référence des cinq doigts de la main. »
« Je m'affolais au début avec Noëlle, j'étais très inquiète pour la numération. »
« J'étais très inquiète : en arrivant, elle comptait 2 + 2 en levant deux doigts à chaque main et en les dénombrant avec le nez. »
Les enseignants observent des écarts avec ce qu'ils attendaient a priori de cette nouvelle élève. Leur récit fait apparaître plusieurs étapes d'interprétation.

Première étape

Leur première hypothèse est que c'est l'enseignement dispensé dans les écoles précédentes qui est en cause :
« Comme Noëlle venait de [l'école 2] qui n'a pas une réputation excellente, j'ai pensé qu'elle n'avait pas bien construit la numération ».
Les enseignants pensent que Noëlle n'a pas pu bénéficier de l'ensemble des enseignements prévus par les programmes.
Les souvenirs de l'élève sont peu fiables et ni les enseignants, ni l'intervenant n'ont les moyens de les vérifier. Mais nous observons que c'est le rôle de P (dans l'autre institution) qui est remis en cause, pour préserver a priori le fonctionnement de E comme étant ordinaire.
« Elle a eu tellement de mal au début avec la soustraction ! Elle ne l'avait encore jamais vue, elle l'a découvert ici. Elle a pris du retard. Elle ne savait pas les unités, dizaines, centaines non plus. Elle disait évasivement : "Ah oui ... quand j'étais à [école 1] ... ah oui, je crois qu'on en avait parlé" ».
En début d'année, l'espoir de pouvoir modifier et rétablir les conditions de l'apprentissage de Noëlle semble animer les enseignants : leur répertoire de décisions didactiques est largement fourni, ils peuvent puiser dedans à volonté, ils ont du temps devant eux. Noëlle dans ce cas de figure n'est nullement soupçonnée, au contraire, elle peut être considérée comme victime de circonstances fâcheuses.
Au fil des activités didactiques, les régulations apportées par les enseignants ne modifient pas sensiblement les productions de Noëlle, et ce dans des domaines mathématiques variés.
« Je lui ai dit : "Tu as la comptine, tu as la bande[61], tu vois tu rajoutes un ...". Mais elle ne retenait rien. Lorsque l'on faisait une manipulation, pour reporter l'étalon au cours d'un mesurage par exemple, du jour au lendemain elle ne se souvenait plus de rien ».
Petit à petit le récit des enseignants déborde le cadre des mathématiques que l'intervenant avait fixé, comme s'il suivait l'élargissement de leurs investigations :
« Elle a des difficultés à retenir les tables de multiplication, les poésies aussi. Même la table de 2, elle a eu du mal. Et les doubles ! Pour lui faire comprendre que 6 + 6 c'était 6 x 2 ou que 2 fois 5 c'était comme les deux mains ... Oui, dès les premières tables elle a eu du mal. Elle n'avait aucune organisation, même quand elle réussissait quelque chose, elle était incapable de le réinvestir. En éveil également, si il y a un mot à mémoriser, elle ne le sait pas. Par contre une anecdote, ça oui, elle la retient ! En orthographe, elle peut faire 3 fautes dans un seul mot. Au début on s'est dit, elle n'apprend pas ».
« Pourtant elle n'est pas dysorthographique ! Lorsqu'elle recopie quelque chose, elle ne se trompe pas ».

---

61 Ce que les enseignants appelle « la bande numérique » est une représentation de la suite des premiers nombres naturels, affichée dans la classe et qui permet aux élèves et à l'enseignant de se référer publiquement aux propriétés ordinales (est avant, suit, etc.), de dénombrer des écarts ou des sommes ou encore de retrouver l'écriture d'un nombre dont le rang est connu de manière orale.

La encore, la première hypothèse concerne un fonctionnement ordinaire (elle n'apprend pas), mais probablement les régulations ordinaires (rappel des exigences) ne suffisent pas à modifier les comportements de l'élève.

Deuxième étape

La recherche des causes de difficultés change d'orientation. Des objets de savoir (la numération), des glissements successifs s'effectuent en direction des (supposées) capacités génériques du sujet : l'apprentissage de ces savoirs, puis l'acte de mémorisation de manière plus générale. Les hypothèses sont maintenues au niveau le plus général, jusqu'aux aspects les plus extrêmes (la pathologie). Il semble que ce mode exploratoire (du particulier au général) ne permette pas de retour dialectique sur les situations d'enseignement. Le contexte des erreurs est progressivement abandonné dans l'interprétation. Les variables didactiques disparaissent du champs de conscience, alors qu'elles pourraient soutenir des projets spécifiques de correction internes.
Nous faisons l'hypothèse que ce rabattement sur les capacités du sujet survient lorsque la source de tentatives didactiques se tarie, P se sent investi du devoir de repérer tous types de difficultés, d'en identifier les causes pour les signaler « à temps » aux responsables (hiérarchie institutionnelle et famille) et de les orienter vers les spécialistes concernés (les services sociaux, les services médicaux, les services psychopédagogiques, etc.). Ce changement de position (didactique/diagnostique) devient une manière de renouveler l'appréhension des faits, de ne pas rester inactif, impuissant, ou découragé (ni à ses yeux, ni à ceux des autres). Les variables de type socioculturel (par exemple le niveau d'étude des parents) ne paraissent pas avoir été évoquées à ce moment là pour le diagnostic.

Troisième étape

La recherche de cause change à nouveau d'orientation. C'est maintenant la validité des indices observables qui est mise en doute. Les performances de Noëlle ne reflètent peut-être pas ses connaissances. Les comportements ne sont plus rapportés aux objets d'enseignement. La régulation paraît hors de portée de l'institution didactique.
« Mais quand elle est en position d'être interrogée, elle perd tous ses moyens. Elle m'a dit "Je ne peux pas y arriver parce que je change toujours d'école". »
Nous pouvons interpréter de différentes manières cette déclaration que nous rapporte un des enseignants (pour Noëlle : une sorte de résilience[62] didactique, un prétexte commode ou la reprise ce qui se dit dans sa famille ; pour l'enseignant : une interprétation dans un sens qui lui convient, quitte à déformer ou amplifier légèrement les propos de Noëlle pour conforter sa propre hypothèse). Dans les faits, l'histoire familiale est évoquée.

Quatrième étape

Est ce par l'effet des associations ? Dans le même temps, les enseignants nous informent que les apprentissages problématiques sont confiés aux parents, et que des soupçons pèsent sur eux : **« Sa mère, qui prend tant de temps pour nous parler, en consacre très peu à sa**

[62] Le terme de résilience (concept de physique) est actuellement adopté en Sciences Humaines pour désigner la disposition d'un sujet à résister aux fortes situations de stress (notamment en manifestant une certaine habileté à demander du soutien au bon moment et à la bonne personne). Ce concept est attribué à l'américain E. Werner.

fille. Elle nous a dit qu'ils la faisait réciter pendant les repas. On lui a expliqué comment il fallait lui faire apprendre une poésie. »
C'est donc au sujet du partage didactique que le diagnostic fait appel à la dimension familiale (à ses comportements didactiques, mais pas à ses connaissances mathématiques). L'institution principale réactive une négociation avec l'institution relais. Mais la régulation ne consiste pas à rappeler les clauses passées, elle modifie la nature du contrat de l'étude (faire réciter Noëlle ne suffit pas, il faut qu'elle apprenne à s'organiser). Elle augmente la responsabilité de l'accompagnateur, plutôt que de rectifier le milieu. Tout se passe comme s'il était entendu que ces apprentissages s'effectueraient essentiellement durant l'étude (une gestion temporelle de l'enseignement des tables qui prévoirait des tâches en sous-traitance). Plutôt que l'organisation d'une coopération aménagée, il semble qu'il s'agisse d'un renvoi de responsabilité d'une institution dans une autre. L'institution principale vérifie bien qu'un contrat est rempli, rectifie bien l'action du sous-système dans le cas contraire (et éventuellement diagnostique les causes du désengagement), à la différence que le système ne serait plus l'étude de l'élève (son implication, ses actions), mais l'accompagnement de l'apprentissage par son entourage. Dans un tel processus, devant les difficultés rencontrées, il est demandé à l'accompagnateur d'y consacrer plus de temps (mais pour satisfaire aux attentes, plus de connaissances lui sont aussi nécessaires).
Au delà des suppositions, nous relevons les faits suivants :

- Le renforcement de la coopération avec la famille intervient comme une régulation des apprentissages de l'élève, au moment où l'enseignant ne sait plus comment faire pour que Noëlle apprenne (il passe le relais aux parents, en expliquant « comment faire »).

- Cette coopération s'établit sur l'apprentissage des tables. Ce projet peut semble raisonnable du point de vue de la culture commune (et du fonctionnement ordinaire de l'enseignement), mais en contradiction avec les conditions locales supposées (trop peu de temps serait consacré à l'étude, sous une forme inadaptée, en un lieu et à un moment inadéquats).

Les résultats de Noëlle à l'évaluation de fin de trimestre provoquent la surprise chez les enseignants.

« Et au premier trimestre : miracle !! Elle a eu 14,5 / 20. Ca veut dire qu'elle retient quand même quelque chose ! »
Cette rétroaction occasionne une réorganisation des interprétations des difficultés.

- En premier lieu, les enseignants s'assurent que les résultats sont fiables[63]. L'hypothèse d'une falsification volontaire (copiage) est écartée :

« J'ai pensé qu'elle avait copié, mais non, là où elle était placée, c'était impossible. »
« Non, elle ne triche pas. »

- Puis ils marquent l'ambiguïté de leurs position : ces résultats surgissent juste après le signalement de difficultés qu'ils ont fait au R.A.S.E.D. Les arguments vont être difficiles à trouver (pour justifier cette décision, tant en interne, qu'auprès de la famille).

« J'ai même eu une attitude négative devant [le psychologue scolaire] : j'étais déçue de ces résultats des évaluations. »

[63] Relevons à cette occasion, que toute institution régirait de même (un parent éprouve la véracité de ce que disent leurs enfants, un psychologue prend garde de masquer certaines informations pour ne pas introduire de biais dans la passation des tests, un chercheur critique les faits avant de les établir en son nom). Nous rapportons cette vérification au fonctionnement ordinaire de l'institution scolaire. Les enseignants portent la responsabilité de garantir les conditions de production des données qu'ils donnent à voir, et à partir desquelles des comparaisons seront faites, des décisions seront prises.

- Une explication plus large est trouvée (pour que les déclarations ne soient pas en contradiction). Des représentations de savoirs métacognitifs servent d'argumentation (les concepts sont utilisés comme des objets, alors qu'ils ne sont que des modèles) :
« ... Oui, on dirait qu'elle retient à long terme ».

Les enseignants évoquent leurs propres souvenir d'élèves, lorsqu'ils étaient évalués.
Nous ne rapportons pas toutes ces diversions qui témoignent d'une certaine émotion. Nous l'interprétons comme le signe qu'un diagnostic (mais aussi les décisions de régulations et les négociations qui en découlent) représente un pari parfois éprouvant.
« Mais elle était malade pour les contrôles. Sa mère m'avait prévenue qu'elle ne viendrait peut-être pas. Elle est venue, mais elle ne voulait pas rentrer dans la classe. Comme [le psychologue scolaire] nous l'avait dit, je l'ai rassurée. Et ... elle a réussi ! »

L'intervenant revient sur les signes précédemment choisis pour diagnostiquer les difficultés, il veut à son tour vérifier si les dernières évaluations traduisent une modification effective des connaissances de Noëlle. Les faits sont reconnus :
« Non, sa mère nous a dit qu'elle n'avait plus de migraines. Maintenant elle fait beaucoup moins de fautes à ses dictées. La dernière, elle n'en a fait qu'une ».
Mais l'émotion passée, le premier diagnostic d'échec reprend ses droits. Bien que des signes pourraient laisser penser que l'apprentissage de Noëlle s'améliore, les enseignants restent sur une impression de difficultés. Le registre psychologique est sollicité cette fois pour atténuer l'impact des indices positifs concernants les résultats de Noëlle.
« Noëlle n'extériorise pas l'échec, mais la réussite non plus ! ».
« Ah si ! La réussite, elle l'extériorise ! ».
Suit un long inventaire de petits détails contextualisés qui évoque l'intensité et la permanence des problèmes que soulève la coopération éducative (les punitions, le rythme des enfants, les réunion collective de parents). Il nous semble que le recours aux représentations issues de la psychologie (ou du moins des savoirs qui ne sont pas mobilisées en tant que connaissances pour une prise de décisions) incite à cet épanchement sans rétroaction. Nous constatons que la dimension didactique disparaît des déclarations, les possibilités de régulations ne sont plus évoquées. Le chercheur a laissé s'exprimer les enseignants, mais l'intervenant récolte peu d'indices utilisables. Par contre, il prend la mesure des discordances dans le réseau. Dans ce climat de concurrence et de conflit, défendre le point de vue de l'institution principale ou de l'institution d'accompagnement semble revenir à prendre parti contre l'autre. Même si les composantes didactiques sont de faible intensité, ces représentations des rôles conditionnent les partages effectifs et enveniment les communications. Si toutes les prises de décisions étaient contaminées et détournées de la sorte par de tels indices, l'action didactique ne pourrait plus s'exercer.
L'intervenant cherche un terrain commun :
- « Je reviens sur un point qui m'intrigue : l'arrivée de Noëlle semble être marquée par de grosses difficultés. Aux premières évaluations, surprise de tout le monde et après vous ne racontez plus. Comment ça se passe maintenant en mathématiques ? ».
- « Il y a des améliorations. C'est cahin-caha, mais elle est en progrès. Elle fait moins de fautes, quand on l'interroge sur les tables, mais elle n'a jamais la moyenne ».
L'enseignant consulte son carnet de notes.
Son geste tend à accréditer qu'il ne transmettait-là qu'une impression et qu'il éprouve le besoin de vérifier de manière plus fiable ses déclarations. Il les atténue d'abord indirectement :
- « [Le psychologue scolaire] nous a dit qu'elle avait toutes les capacités, qu'il fallait lui faire confiance. Et du coup, ça va mieux ! ».

Une régulation interne a défendu le fonctionnement ordinaire de l'école. L'intervention du psychologue a permis de détourner les enseignants de la préoccupation d'établir un diagnostic et a réactivé les espoirs d'amélioration. Mais elle a vraisemblablement aussi contribué à réconforter l'équipe des enseignants (une condition indispensable pour que cette amélioration s'actualise).

« ... Ah si, elle a eu 11 à la dernière interrogation ! Elle connaît la table qui vient d'être apprise ».

Noëlle fait donc des progrès.

Le directeur rappelle la culture spécifique de l'école en ce qui concerne l'apprentissage des tables (autre forme de régulation interne dans l'institution) *:* **« Est-ce-que vous ne pourriez pas, au lieu du contrat ordinaire, lui demander, avec [un élève] pour qu'elle ne soit pas la seule, d'apprendre quelques résultats des tables, trois seulement. Elle aurait une semaines ou deux pour apprendre ces trois produits et elle serait interrogée seulement sur ceux-là. On l'a déjà fait ! »**

La régulation consiste à adapter le milieu de l'étude (focalisation des exigences) pour soulager les répertoires des tâches qui peuvent être a priori organisées (pour l'élève, mais aussi pour l'accompagnateur : la situation est imposée et adaptée ; pour le professeur, l'organisation des dévolutions est prévue et adaptée). Nous observons que ce fonctionnement (ordinaire pour cette école) est remplacé par le fonctionnement courant. Nous observons également que cette organisation spécifique des apprentissages rencontre aussi des résistances locales de la part des enseignants. La nature des arguments qu'ils emploient remet selon nous en question les « équilibres » qui avaient été trouvés entre contraintes psychopédagogiques et didactiques.

« Je ne pense pas, ça va la singulariser, avec un statut inférieur ».

« Ce n'est pas une question de compétence, mais si elle n'y arrive pas ... » (maintien des exigences dans l'institution).

« Mais elle y arrive ! [Elève précédemment nommé] par contre, non, il ne progresse pas ».

Le directeur interroge les enseignants sur leurs pratiques pour enseigner les contenus des tables, il rappelle ce qui se faisait autrefois dans l'école et annonce qu'il va regarder ça de près :

Les enseignants disent construire la table de Pythagore, la présenter ordonnée aux élèves, mais les interroger dans le désordre.

Le directeur les fait préciser pour identifier les valeurs des variables didactiques qu'ils choisissent : **« La table est écrite de manière ordonnée, les enfants ont le droit de répondre dans l'ordre qu'ils veulent »**.

Les enseignants disent demander explicitement aux élèves d'apprendre dans le désordre, ou plutôt, rectifient-il, **« d'apprendre comme ils veulent, mais ils sont prévenus qu'ils seront interrogés dans le désordre. »**

Le directeur évoque les résultats qui sont déjà mémorisés dès le CP et le CE1 (les doubles, les carrés). Il identifie que ces situations ne se sont pas transmises entre enseignants au sein de l'institution.

Les enseignants nient de la tête : **« Ils ont oublié ! Ils ne savent pas grand chose en arrivant. Il faut tout reprendre. »**

Ils expliquent qu'ils commencent par les tables de 2 et 5, puis 3 et 4 avant Noël et qu'il ont **« tout vu à la fin du deuxième trimestre ».**

Le directeur reconnaît le processus courant, il mesure la perte des acquis de l'institution.

Le directeur insiste encore : **« Si ! Ils les savaient en sortant du CE1 ! Nous l'avions mesuré ».**

Le directeur rappelle (ou informe) que des fréquences étaient attribuées à chaque produit[64].
Les enseignants assurent qu'ils **« font attention à bien varier les nombres ».**
« Ce que vous faites, c'est classique. C'est un cas d'obsolescence, ce qui se faisait au CE1 a disparu. »
Le directeur explicite son constat et rappelle : **« Chaque enfant avait un contrat ; il choisissait trois produits qu'il ne connaissait pas et il devait les apprendre, il avait un délai précis. Le jour de l'évaluation, les produits étaient différents pour chaque enfant ».**
Les enseignants résistent encore : **« On est trop loin maintenant. »**
L'intervenant en profite pour demander comment Noëlle se comporte en situation de recherche d'une solution mathématique.
« Elle se met en retrait. Elle a peur, ça se voit à son visage triste ».
« Elle ne prend pas de risque ».
« Ce qui est positif, c'est que malgré toutes ses difficultés, elle fait des efforts, elle n'a jamais fait de blocage ».
« On a réussi à la mettre en confiance ».
Devant ces réponses très générales, il demande des détails.
« Il y a eu blocage sur les grands nombres. Je me souviens d'un exercice, ce n'était pas un contrôle. Il fallait écrire le nombre d'avant et le nombre d'après. C'était ... 40 000, elle a juste écrit le 4 et puis c'est tout. Je passais dans les allées et je l'ai vue. "Eh alors ? Tu ne sais plus ? Pourtant le +1, tu le sais". Elle paniquait ».
Nous observons que la situation est évoquée avec des variables didactiques, mais que l'interprétation de l'enseignant (elle paniquait) l'éloigne des régulations (le cantonne dans des diagnostics pour lesquels son répertoire de savoirs et ses conditions de fonctionnement sont peu adaptés, ce qui l'incite à chercher une régulation externe).
Le directeur fait préciser l'exercice. Les protagonistes découvrent qu'il ne s'agissait pas de 40 000, mais d'un nombre dont le seul chiffre des unités était égal à zéro. Puis il fait remarquer que tous les nombres demandés dans cet exercice se terminent par zéro, ce qui est une variable très particulière.
L'attention portée en priorité aux comportements de Noëlle inhibe chez les enseignants la reconnaissance des variables didactiques de la situation.
Les enseignantes expliquent qu'il s'agissait là des seules difficultés qui restaient à traiter (dans la classe, pas spécialement pour Noëlle).
Après s'être justifié, l'enseignant oriente différemment la conversation. Il revient sur l'objet principal de la rencontre. Il détourne l'attention des protagonistes des recherches de causes qui tiennent à la situation (sous sa responsabilité), vers l'élève en échec et la régulation externe. Il s'adresse à l'intervenant : **« C'est bien que tu interviennes avec une enfant comme ça. C'est bien qu'elle puisse reprendre ce qu'elle ne comprend pas bien. Il faut sans doute construire la numération ».**
Ce retour aux situations d'échec le conduit à retrouver les indices qu'il puisait dans ses observations :
« Pour poser les opérations, c'est pareil : elle ne les alignait pas ».
« Il faut souvent lui donner un coup de pouce, mais sans lui donner la solution ».
Les contraintes des régulations didactiques (aider sans tout dire) s'expriment spontanément (c'est un collègue qui renchérit) à l'évocation de la scène.
« Mais lorsque Timothée lui a soufflé la réponse, elle nous l'a dit ! Elle ne triche pas ».

[64] Cette culture de la transmission des tables n'a jamais été écrite. Elle s'est constituée au fur et à mesure des observations, des ajustements, des intégrations de résultats de recherche, mais n'a jamais fait l'objet d'une recherche ou d'une rédaction spécifique. L'enjeu semblait vraisemblablement trop faible en regard du travail que cela aurait demandé à cette époque.

Le souvenir d'une « fausse aide » resurgit dans ce contexte, avec elle l'importance de pouvoir assurer la fiabilité de ses observations concernant les réponses.
Les enseignants ont confiance dans les réponses de Noëlle.
Le chercheur demande à l'équipe l'autorisation de consulter dès à présent les documents scolaires qui serviront d'archives au COREM.
« Ca va être dur d'apprécier le classeur, tu ne vas pas voir grand chose, beaucoup de choses ne sont pas écrites ».
Cette mise à distance traduit la fragilité de l'institution scolaire face au regard extérieur et néophyte. Les traces peuvent en effet être diversement interprétées et porter facilement préjudice. L'organisation du COREM avait pour rôle de réguler ces effets. Elle a ici pleinement remplit sa fonction pour permettre que le recueil de données s'effectue dans de bonnes conditions.
« Toute la classe a du mal avec le calcul mental, ils comptent beaucoup sur les doigts, enfin une partie de la classe maîtrise bien, mais l'autre pas ».
Une fois que les difficultés de Noëlle sont officialisées (et renvoyées à l'intervenant), l'enseignant n'a plus « besoin » de justifier l'écart avec les autres élèves. Il révèle alors que, concernant les tables, les difficultés sont fréquentes, réparties sur un grand nombre d'élèves et que ses régulations « extraordinaires sont internes pour les autres élèves (alors que dans le cas de Noëlle, sa mémoire ou sa famille semblaient de bonnes explications).
L*'intervenant en profite pour se renseigner au sujet des exigences officielles dans la classe (ce qui a été transmis à Noëlle et les éléments sur lesquels portent la comparaison).*
« On demande de savoir par coeur les compléments à 10. Au début on accepte les doigts, mais après il faut le savoir par coeur, sans réfléchir. »
Il est vraisemblable que l'enseignant « oublie » ici le contexte de l'entretien, car le partage avec l'intervenant est maintenant défini. Il s'adresse à ses collègues, afin de contrôler qu'il rapporte une position collective et il tente de rassembler toutes les observations dont ils disposent individuellement : **« On le voit, hein, qu'ils ne maîtrisent pas le calcul mental. On le voit dans les leçons sur la mesure, et aussi pour la monnaie, en fait tout ce qui a trait aux chiffres ».**
« Mais la difficulté ce sont les additions dans les multiplications à plusieurs nombres. »
Le directeur intervient à nouveau pour mobiliser une culture moins évaluative des apprentissages, qui laisse une marge de régulations latentes (ce que nous appelons la culture de l'ordinaire).
« C'est normal en CE2, ce n'est pas encore un objet de savoir. »
Cette culture n'est apparemment pas largement partagée :
« Je pense qu'à la fin du CE2, ils ne doivent pas faire d'erreur dans les multiplications. »
L'enseignant se réfère à un indice nominal de déclaration d'échec. Cette déclaration entraîne un constat pessimiste et une proposition de régulation qui consiste à supprimer le lieu des erreurs.
« Il y a de plus en plus d'erreurs ce trimestre. »
« Il faudrait peut-être arrêter les multiplications ».
Un collègue réagit à cette proposition extrémale en proposant la réaction inverse : **« Non ! Il ne faut pas arrêter, il faut au contraire y passer du temps ! ».**
« Mais ils se démobilisent. C'est la fatigue du trimestre. Les erreurs ... ils s'en fichent ... » (interprétation qui ne conduit à aucune décision positive)
« Ils croient qu'ils savent et ils relâchent leur vigilance. C'est signe qu'ils se sentent plus à l'aise. » (interprétation fonctionnelle qui permet de retrouver de l'énergie pour continuer).

c) Un complément informatif

Pour compléter les données concernant le diagnostic des enseignants, nous ajouterons le fait suivant.

Avant l'entretien que nous relatons ici, nous avions informé ces enseignants, que nous suivrions Noëlle de manière individuelle pour ses difficultés en mathématiques, à des fins de recherche (dont le thème, à ce stade, leur était peu précisément formulé). Ils ont à cette occasion manifesté une certaine surprise : « Ah bon ? Des difficultés, elle en a ; mais dans la classe, il y en a d'autres qui le sont bien plus que Noëlle ! ».
Nous pouvons interpréter de deux manières leur réaction :

- ou bien dans le cadre du COREM en correspondance avec l'idée qu'ils se faisaient alors de la recherche (s'il s'agissait de travailler avec un élève en difficulté, Noëlle ne leur semblait pas être le cas le plus significatif[65]) ;
- ou bien dans le cadre du partage au sein du réseau didactique (le signalement en direction du RASED, bien qu'axé sur les mathématiques, ne sous-entendait pas obligatoirement qu'ils préconisaient un appui extérieur de nature didactique ; leur démarche relevait peut-être même d'un autre objectif comme par exemple partager avec un professionnel les difficultés qu'ils rencontraient avec cette famille, les mathématiques n'étant alors un argument acceptable pour la négociation).

Si cette deuxième hypothèse était fondée, la concrétisation de l'attribution d'échec (que constitue l'intervention d'appui) serait à comprendre comme un facteur aggravant de la tendance observée plus haut à retenir des interprétations qui éloignent de l'action et donc des régulations directes. Comme si, au sein d'un réseau, l'entrée en jeu d'un nouveau « partenaire » déchargeait/dépossédait les autres joueurs de leur propre jeu au lieu de compléter les actions en cours.

III Noëlle en classe, analyse d'un enseignant

1 Le recueil de données

Afin de suivre dans leur contexte les interprétations des comportements de Noëlle par ses enseignants, nous avons exploité les archives du C.O.R.E.M. de la manière suivante. Une leçon de mathématiques[66] dans la classe de Noëlle a été observée [67]. Nous avons nous même assisté à cette leçon (en régie, pour ne pas troubler Noëlle par notre présence). Ce jour-là, un des enseignants nous a interpellée : « En régie, vous avez dû bien voir les changements de Noëlle ! Quand elle se ferme, ça se lit sur son visage ». Plus tard, nous avons revisionné le film en présence de cet enseignant (qui n'était pas le conducteur de la leçon filmée, mais qui l'avait directement observée) ; il a accepté de réagir à l'image en nous transmettant ses interprétations[68].
Le récit qui suit distingue deux niveaux d'interactions : ce qui se passe à l'image est encadré (résumé en italique), l'enseignant qui conduit la leçon est désigné par la lettre P, les prénoms des élèves ont été modifiés ; les commentaires de l'enseignant-observateur sont en caractères normaux, nos questions sont transcrites avec une autre police de caractère.

---

[65] Les travaux de G. Brousseau sur les échecs électifs constituent un pan important de la culture du COREM.
[66] Le 26 05 97.
[67] L'observation s'inscrivait dans le cadre du fonctionnement ordinaire du COREM, la séance a donc été filmée puis collectivement commentée par les observateurs (enseignants et chercheurs). Nous avons bénéficié d'un aménagement particulier, pour que Noëlle soit le plus souvent possible dans le champ de la caméra (sans qu'elle puisse s'en douter). Soulignons que cette observation a aussi été l'occasion de régulations internes au sujet de l'utilisation de la fiche didactique par cet enseignant : sa conduite de la situation modifiait sensiblement les conditions didactiques initiales (en particulier le rôle accordé au matériel). Deux des enseignants de Noëlle étaient relativement nouveaux dans l'école 3 et encore peu familiarisés avec son fonctionnement particulier en mathématiques. Le directeur a décidé de venir en classe travailler avec une partie des élèves sur les partages, pour montrer aux enseignants comment conduire cette situation.
[68] Nous le remercions particulièrement pour sa coopération.

2 L'entretien

a) Les comportements de Noëlle

- Ce que j'aimerais, c'est recueillir votre regard d'enseignant ; bon là ça sera le tien ! ... par rapport à ce qui s'est passé ... et en même temps faire le lien avec ce que vous avez l'habitude de voir en classe. Parce que là c'est une image très ponctuelle.

Un problème a été résolu il y a quelques jours par les élèves de la classe. L'enseignant (P) nomme ceux « qui ont bien compris » et pour lesquels il donne un autre problème de partage à résoudre, pendant que les autres suivront la correction avec lui (Noëlle fait partie de ce deuxième groupe).

P : Maintenant, dans ceux que j'ai nommés, si contrairement à ce que moi j'ai pensé, ils ne se sentent pas très très l'aise, eh bien ils peuvent écouter la correction. Ce n'est pas une obligation de faire le partage que je vais vous proposer maintenant ! Bon alors j'écris le partage pour ceux qui se sentent à l'aise.

P écrit le texte du nouveau problème au tableau. Noëlle écoute patiemment, elle fait tourner son appareil dentaire dans sa bouche ce qui lui donne une apparence peu flatteuse.

P : Et je vous demande votre estimation. On a vu ce que c'était une estimation. Qui me le rappelle ?

Noëlle lève immédiatement le doigt d'un air sûr. Son voisin Boris (nommé dans le groupe de ceux qui se sentent à l'aise) lève ensuite la main, d'un geste nonchalant et félin (il sait prendre un air angélique et séducteur). C'est lui qui est interrogé. Noëlle maîtrise sa déception, elle est peu perceptible.

Boris : C'est ce qu'on pense.

P : C'est ce qu'on pense ... c'est : quelle est la part de chacun ; comme ça, « à première vue ». C'est ce qu'on pense. Alors c'est pas ... ce n'est pas un nombre très précis ! C'est « à peu près ». D'accord ?

Un élève : Ca veut dire « au hasard ».

P : Ah ... Ce n'est pas tout à fait au hasard, c'est ce qu'on pense être le plus près du résultat. Alors ceux que j'ai nommés, vous levez le doigt que je vous donne une feuille.

P circule dans la classe, Boris arbore son statut avec fierté.

P : Bon, les autres[69]. On en avait combien ? 331 cubes à partager entre 4 enfants, j'ai mis 331 cubes là-dedans. *Une table, à côté du tableau est aménagée pour la manipulation du matériel : une panière contenant 33 barres de 10 cubes chacune et 1 cube isolé.*

- Elle a levé le doigt. Il n'est pas évident qu'elle aurait pu répondre. Ca lui arrive. Oui, ça lui est arrivé. Même se déplacer au tableau pour dire ... et en être incapable ... parce que ... Ce n'est pas parce qu'elle ne sait pas l'exprimer, c'est parce qu'elle ne sait pas ! Le mot l'a interpellée : « estimation », ça lui a rappelé quelque chose, mais elle aurait très bien pu ne rien pouvoir en dire.

Elle regarde beaucoup ce qui se passe ! Tu vois, quand on a dit : « les autres », elle s'est retournée. Quand on donne des feuilles : elle regarde qui aura la feuille et qui ne l'aura pas. Elle est très soucieuse de ce qui se passe autour d'elle. Elle cherche des points de comparaison, tu vois ?

- Tu es d'accord pour que je passe un peu, là ? *(défilement rapide de l'image)*.

- Oui, mais tu vois que quand [P] désigne un autre enfant[70], on voit qu'elle dégage sa main[71]. Disons qu'elle aime être sollicitée, elle aurait bien aimé que ce soit elle.

---

69 Près de 4 minutes se sont écoulées depuis le début de la leçon.

70 P envoie deux élèves au tableau pour écrire les résultats et sortir le matériel de la panière.

71 Effectivement, à ce moment-là Noëlle change la position de ses mains. Nous ne pensons pas qu'elle tente de lever le doigt, puisque l'enseignant désigne d'emblée les deux élèves par leur prénom.

- Elle a été beaucoup sollicitée dans la leçon.
- Oui oui, nous on est très ... On essaye de garder l'équilibre entre sa demande et ce qui est gérable au niveau de la classe. Que ce ne soit pas toujours Noëlle.
- C'est tellement important que vous avez été amenés entre vous à parler de ça ?
- On en a parlé un peu oui, parce qu'on l'a déplacée. Elle était au milieu de la classe à une période ... en plein milieu ! Et c'en était gênant. C'est pour ça qu'elle a atterri sur le côté, parce qu'elle était omniprésente. Quand on se range, pour aller n'importe où, à la piscine ou en récréation, elle est la première. Donc on sait ...! Tu vois, je m'étonnais qu'elle n'ait pas levé le doigt plus que ça, mais on voit bien que la main a bougé. Donc, là, au niveau de la consigne, elle a suivi.
On la voit bouger, on va voir le moment où elle est complètement ... enfin presque debout ...

P : Tu en as donné 20, donc elle écrit 20 à chacun, elle en a distribué combien ?
Noëlle ne lève pas le doigt.
Un élève : 80, parce que 20 et 20 ça fait 40, parce que 2 et 2 ça fait 4 ...
L'enseignant intervient pour décourager cette justification additive.
Un élève : 4 fois 20.
Un élève : Et si il y avait 30 enfants ?
P (rires) : S'il y avait 30 enfants, on ne ferait peut-être plus les colonnes ! Mais qu'est ce qu'on pourrait écrire ?
Les élèves répondent de manière désordonnée. Noëlle fournit la réponse (« 30 multiplié par 20 »), mais personne ne l'entend.
P : 20 fois 30 ou 30 fois 20. Et combien il en reste là dans le panier ?
Un élève : 80.
P : 80 ? (*l'enseignant montre l'intérieur de la corbeille*) Tu penses qu'il en reste 80 ?
P : (avec la classe) Non !!! Alors il m'en reste combien ?
Boris (qui sort le nez de sa feuille dès qu'il perçoit un doute chez les élèves ou une question de l'enseignant) : Elle en a distribué 80 !
P (sur un ton indulgent et admiratif) : Elle en a distribué 80 ! Boris fait deux choses à la fois !
Boris rit, puis se ravise, fronce le sourcil d'un air concentré en observant sa feuille.
P : Elle en a distribué 80, mais ... Thibault ?
Thibault : Elle en ...
P : Combien il en reste ? Oh je ne te demande pas quelle est l'opération que tu fais, je ne te demande pas de calculer pour le moment !
Thibault : Je prend 331 et je fais moins 80.
P : Mais bien sûr, on fait une soustraction ! Hein ? On fait 331 moins 80, puisqu'elle les a sorti de son panier (*l'enseignant montre à nouveau la corbeille et mime un retrait*), c'est bien une soustraction !
L'enseignant corrige une erreur dans l'opération écrite au tableau, puis s'adresse à la seconde élève (Natacha) : Tu peux en donner, peut-être cette fois ... un peu plus !
En silence, Natacha sort lentement une barre de 10. Noëlle regarde avec insistance l'enseignant qui est à ce moment-là situé à ses côtés, puis comme s'il l'y avait autorisée se soulève de sa chaise pour mieux regarder la manipulation[72].
La manipulation continue, mais Natacha n'augmente que de 10 la part de chacun. P attendait manifestement une quantité plus grande, plus proche de l'estimation et qui ne ralentisse pas autant le déroulement de la leçon, mais il ne l'exprime pas directement.

- On voit qu'elle n'est pas prête à donner une réponse, là. Elle suit comme ça, mais elle est ...
Ah, là elle suit complètement.

P : Quelle réflexion on pourrait faire ?

[72] Noëlle est placée au deuxième rang, sur le côté de la salle.

Un élève : Elle aurait pu mettre 30 directement.
Un autre élève : A la place de 10, elle aurait pu mettre 50.
P approuve cette dernière suggestion. Longuement et oralement, il justifie de substituer la précédente réponse par la nouvelle. Le nombre de valeurs en jeu augmente considérablement (quatre nombres à chaque distribution). Noëlle tripote ses cheveux et son nez. Sans retenue, elle enfonce longuement son index dans ses narines, puis lèche son doigt. Peu d'élèves paraissent d'emblée convaincus par le changement. Les deux élèves qui sont chargés de la manipulation et des calculs au tableau hésitent sur ce qu'ils doivent conserver et modifier. Noëlle regarde autour d'elle, d'un air interrogateur.

Mais là ça la dépasse, tu vois ? Elle entend plein de nombres ... pourquoi plus un que l'autre ... Elle écoute, mais elle est perdue dans les nombres. Et quand on va revenir à la manip, elle va regarder, mais les nombres n'évoquent rien pour elle. Elle a besoin du matériel. Là elle suit avec le matériel. Là elle suit bien. Chaque fois qu'elle a accès au matériel, elle est vraiment dedans.

P fait effacer la précédente distribution et compléter les parts en désignant précisément ce qu'il attend. Noëlle se lève plusieurs fois pour regarder ce qui se passe sur la table de manipulation.
P : Dis Noëlle, elle en a distribué combien en tout ?
Noëlle (à peine audible, la tête tournée vers l'enseignant) : Elle en a distribué 200.
P : Elle en a distribué 200, oui et comment tu as fait ?
Noëlle (toujours de dos) : 4 fois 50.
P : 4 fois 50 !

- Donc elle a anticipé !
- Elle parle vraiment à P je crois, et elle a dit juste apparemment.
- Oui, oui. C'est à dire qu'elle a en tête quand même, l'algorithme de ce qui va se passer, donc elle a pu anticiper sur la suite.

b) L'épisode du « quarante-dix »

- Alors là, tu vas me dire ce que tu en penses.

Deux étapes suivantes (la part de chacun était de 70, il restait 51 ; 10 sont de nouveau distribués à chacun).
P : Elle en a distribué combien ?
Noëlle lève le doigt, elle est interrogée.
Noëlle : Quarante-dix[73].
P (qui n'a pas bien entendu) : Elle en a distribué 40 ?
Noëlle ne contredit pas, elle sourit d'un air crispé.

(pas de réaction, retour sur la séquence)
- Est-ce-que tu entends qu'elle dit 40 ?
- Quarante-dix ?! Je n'avais jamais vu un truc comme ça !
- Tu entends « quarante-dix » ?
- Oh oui.

P : Comment tu as fait pour trouver 40 ?
Noëlle : Ben ...
P : Tu as bien fait d'une manière ou d'une autre ? !!!
Rires dans la classe et rire de Noëlle.

---

[73] C'est du moins ce que nous entendons à la vidéo. L'enseignant observateur le découvre également. Dans le déroulement de la leçon cette réponse est passée inaperçue (mais elle explique le trouble de Noëlle). Peut-être est-ce une contraction entre 70 (l'ancienne part), 80 (la nouvelle), 10 (le nouvel apport pour chaque part), 40 (le nombre attendu : la nouvelle quantité distribuée).

Un élève : Elle a fait 40 + 40 + 40 + 40. *Un autre élève* : 4 fois 10 ! *P* : Hein, Noëlle ? C'est bien 4 fois 10 que tu avais fait ? *Un élève* : Mais non ! Elle avait fait peut-être ... Là il y avait soixante ... *P* (ton irrité) : Oh tu n'es pas là où il faut !

- P ne le reprend pas son « quarante-dix » , il lui demande de parler sur le 40, mais comme ce n'est pas ce qu'elle a dit ...
- Qu'est ce que c'est que ce « quarante-dix » ... ?
- Il me semble, hein ?
- Ah oui. Elle mélange deux questions, ce que l'on a distribué et ce qui reste, elle est déstabilisée là.
- Ben oui parce qu'on lui demande ... elle entend bien que P reprend quelque chose qu'elle n'a pas dit. Puis tout le monde croit reconnaître ce qu'elle a fait.
- Qu'est ce que c'est ce « quarante-dix » ... ? Ah ! Ou alors ... tu vois, peut-être c'est ... oui, c'est une façon de transcrire, enfin de dire oralement le 40 fois 10, elle donne les nombres sans mettre de signe entre les deux[74].
- Possible, mais alors du coup ça ne correspond pas à ce qu'on attend, donc elle ne sait plus quoi dire.
- De tout façon la question est ambiguë. Enfin P pose 2 questions en même temps[75] : combien il en a distribué, combien il reste ? Elle, elle sait quelle opération, enfin, elle ne sait pas l'opération, mais elle sait quels nombres elle va écrire : 40 et 10. C'est ça son « quarante-dix »[76].

Le jeu des questions-réponses se poursuit. *P* : Ah Julie elle sait, c'est bien Julie ! Parce que Julie a manqué trois séances. *Boris mime les compliments (super prononce-t-il) et des applaudissements (qu'il adresse directement à Julie). Noëlle se ferme. Elle joue avec son appareil dentaire et regarde autour d'elle. Une phase de calcul mental collectif commence (3 minutes). Noëlle n'y participe pas. P pose maintenant ses questions au groupe classe sans désigner d'interlocuteur et sans organiser la prise de parole, certains élèves répondent spontanément. Noëlle ne prononce rien, elle regarde devant elle, ses mains tapotent nerveusement la table. A côté d'elle, Boris s'absorbe ostensiblement dans son problème d'un air assuré et inspiré. Mais au bout de quelques instants, il se met à gesticuler.*

- Mais là, tu vois elle décroche parce qu'elle ne fait pas quelque chose, on n'a pas tenu compte, on n'a pas repris ...
- Mais si puisqu'on l'interroge ...
- Oui mais là, regarde, elle n'y est plus parce qu'elle était sur quelque chose et on a l'impression que ..., parce qu'on n'a pas exploité ce qu'elle voulait dire, on a l'impression qu'elle ... suit moins. Elle a été déstabilisée.

---

[74] La formulation de l'enseignant « confond » à ce moment-là aussi les différents rôles des nombres en jeu. Nous avons vu qu'un des élèves proposait aussi une explication (40 + 40 + 40 + 40) qui était pertinente du point de vue des nombres (40 est une part, 4 est un nombre de parts), mais non valide du point de vue de la situation (et inadéquate pour expliquer la réponse de Noëlle). L'absence de vocabulaire permettant de différencier les variables pèse sur les déclarations des protagonistes.

[75] L'observateur prend cette fois en considération une partie du milieu de Noëlle pour analyser sa réponse.

[76] L'interprétation de l'observateur diffère de la nôtre, mais les conséquences pragmatiques de cette deuxième interprétation des faits s'en rapprochent (tandis que la première interprétation, isolée du contexte, posait a priori une lacune de la part de Noëlle). L'enseignant a fait évoluer sa compréhension en conservant certains éléments (deux nombres 40 et 10, sans lien exprimé), dans le premier cas, le lien était conçu comme non valide (« elle mélange, elle est destabilisée », c'est la compréhension de E qui est en cause), dans le second, comme valide (les questions renvoient cette fois à la responsabilité de P).

Là c'est bizarre quand même, parce qu'elle ne peux pas donner cette réponse-là. Deux à chacun ... pour 4 ! Par contre elle a pu faire ... Tout à l'heure, combien c'était ? 50 fois 40 ? 50 fois 4[77] ?
- 4 fois 50.
- ... Mais avec le support du matériel ! Tout à l'heure ! Alors que là elle est dans une anticipation qui n'est pas matérielle,
Moi, je trouve que la classe participe beaucoup, on entend quand même beaucoup d'enfants participer et elle n'est pas dans le coup, là. A la fin, tu vois, Alors ... qu'est ce qui est en jeu là ? Est ce que c'est le temps que ça a mis, elle a perdu le fil ou est ce qu'il y a quelque chose qu'elle n'a pas pu faire au milieu et elle a perdu les pédales ? Tu vois, elle se met la tête dans les mains[78].

P : Dites, vous allez m'écrire sur ce petit bout de papier, combien chacun aura reçu de cubes.

- C'est ce qui va la sauver ! Là, je ne sais pas ce qu'elle va écrire, mais le fait de redevenir active ... Sinon, je pense qu'elle serait complètement ...

c) La triche

Noëlle écrit rapidement sa réponse (« Chacun aura 82 cubes, il reste 3 cubes », réponse correcte). Boris compare son résultat avec son voisin de devant, il semble satisfait. Noëlle retourne sa feuille contre la table. *Un enseignant-observateur passe dans les rangs. Noëlle lui montre volontiers sa réponse.*

- Tu vois ? La réponse, elle l'écrit vite, hein ?
- Oui.
- Je ne suis pas sûre qu'elle décroche.
- Tu les avais gardés les papiers ? Oui ? C'était la bonne réponse, oui ?
- Elle avait écrit « 82 à chacun, il en reste 3 ».

P passe à son tour dans le rang et demande à lire la réponse de Noëlle. *Noëlle montre sa feuille et ajoute spontanément avec un sourire (qui dénote progressivement une certaine gène, puisque Noëlle s'incline comme si elle voulait disparaître sous sa table) :* Je n'ai pas calculé, je m'en suis souvenu de la dernière fois. *P à Noëlle (à titre privé, sur un ton moqueur et chaleureux, mais de manière suffisamment audible pour la classe) :* C'est de la triche ! *Le sourire de Noëlle se crispe, puis elle semble s'évader ailleurs. Boris fait le clown avec une adroite discrétion, puis il baille. Une longue intervention privée retient P auprès d'un élève. Noëlle se balance sur sa chaise.*

- Pourquoi c'est de la triche ?
- Alors, d'après ce que j'ai pu reconstituer, parce qu'on ne comprend pas très bien, il me semble ..., on va le reécouter, il me semble qu'elle dit « je n'ai pas calculé parce que je m 'en suis souvenu ».
- Mais ... de quelle ... souvenu de quelle ?

---

[77] De nouveau, les réponses numériques sont prises comme des indices d'interprétations du comportement de Noëlle, mais pas comme des éléments de la situation : le contrôle du sens de la situation ne s'exerce pas sur le diagnostic (l'observateur comprend la situation de partage, ses connaissances pourraient fort bien éviter cette proposition « 50 fois 40 »). Le répertoire du diagnostic inhibe celui des mathématiques.

[78] En effet, ses deux mains inactives qui étaient posées sur la table se sont progressivement jointes, puis les coudes se sont levés lentement, enfin, les deux poings se sont glissés sous les deux joues de Noëlle, un seconde tout au plus avant l'annonce de P. Immédiatement les mains ont saisi la trousse pour y chercher un stylo. Nous n'interprétons pas ce geste comme un signe de destabilisation, tout au plus d'ennui, vite maîtrisé par un comportement appliqué et une posture scolaire adaptée.

- Eh ben ... ils l'ont dit !
- La réponse a été donnée, oui ...
- Ils l'ont dit tout de même, tout ça !
- La réponse a été donnée donc elle n'a pas ...
- Tous les nombres ont été donnés, ils ont manipulés, donc ils l'ont vu. Elle a les cubes devant elle.
- Le total a été donné ?
- Le total, pas complètement, mais le reste, ils ont calculé longuement que 11 moins 8, ça faisait 3. Je pense que quand elle parle de ce calcul, c'est le calcul du reste. Je pense qu'elle a calculé la part : 82 et ...
- Elle a pu [compter] au fur et à mesure.
- ... et le reste, elle a mis juste, mais je pense qu'elle a dit : « je l'ai ... ». Comme un autre enfant, un peu plus haut, avait dit aussi « je le vois ... » et P avait dit « Ah oui, tu le vois, mais si on le voit pas ... ? ».
- Oui, c'est pas personnel, c'est ...[79]
- Il me semble que c'est sur ce registre-là. Tu vas me dire *(retour arrière de la bande vidéo).*
- Oui, elle dit « je me suis souvenu » et avant qu'est-ce-qu'elle dit ? Tu arrives à comprendre ? « J'ai pas ... » ? *(retour arrière de la bande vidéo)*. C'est ça : « j'ai pas calculé ». C'est sa stratégie à elle quoi, elle a fait comme ça.
- Il y en a beaucoup sans doute !
- Bien sûr, bien sûr !
- C'est surtout sa stratégie de le dire. C'est à dire que les autres ont mis « 3 », on ne leur a rien demandé ; mais elle, elle a éprouvé le besoin de dire en plus : « j'ai pas calculé ».
Est ce que ... puisqu'on parle de tricherie, est ce que tout au début ...Quand je vous avais vus en début d'année, vous aviez l'air d'accord tous les trois, dans la toute première réunion, pour dire qu'elle ne trichait pas. C'est à dire que ces espèces d'écarts qu'il y avait entre ses résultats, vous ne saviez plus trop les attribuer à quoi. Peut être au fait de mémoire à long terme ou court terme, mais vous disiez : « ben non, quand elle a juste, elle ne triche pas ». Et puis, plusieurs mois après, j'ai cru comprendre que c'était changé ça. Est ce que tu peux me dire un peu ?
- On la sent ... Elle nous paraissait complètement honnête, on ne voyait pas de coup d'oeil à droite ou à gauche, et quand elle ne savait pas quelque chose, elle ne produisait pas, elle ne cherchait pas à obtenir un résultat. Elle était à ce moment là, sur la rangée du milieu, en bout. Et là, nous on intervenait tu vois ? Moi je me revois en observation[80] sur la soustraction qu'elle ne savait pas du tout faire. Elle n'acceptait pas le fait de ne pas savoir, en mesure aussi.
- C'est à dire ... elle n'acceptait pas de savoir ... ? Elle ne donnait pas de réponse ... ?
- Elle ne donnait pas de réponse ...
- Elle assumait le fait qu'elle ne donne pas de réponse ... ?
- Et éventuellement elle demandait de l'aide. Ou explicitement ou par son comportement. On voyait qu'elle était décomposée et par ses attitudes, on comprenait ... qu'elle avait besoin d'aide.

[79] Remarquons l'incursion de ce qualificatif, comme opposé à la vie de classe. Aucun vocabulaire ne semble disponible ou communicable pour parler des conditions collectives de la transmission scolaire.
[80] Dans l'école Jules Michelet, les enseignants se relayaient pour s'observer mutuellement. Ils pouvaient ainsi fournir des informations utiles à leurs collègues (sur les travaux de groupes ou individuels). Mais cette pratique avait aussi pour fonction à la fois de professionnaliser la prise de notes et de banaliser l'observation. Le changement de position par roulement maintenait des conditions déontologiques satisfaisantes.

- Et ça, ça a changé ?
- Et ça, ça a changé. Mais alors pour repérer le moment ... C'est [prénom d'un collègue] qui a dit un jour : « elle ... ». C'est à dire qu'elle s'est mise à raturer, il y a eu une période de raturage et ... bon, nous on voyait les ratures à la fin, quand on ramassait les cahiers. Et on s'est rendu compte qu'elle raturait ... Plus en français, tu vois, sur l'orthographe... Bon. Elle avait parfois le stylo bleu quand il fallait avoir le stylo vert ! Et puis là où ça a été extrêmement flagrant, c'est quand il y a eu cette histoire de bonbon.
- Ah oui ...
- Pour avoir le bonbon, là, alors là c'était ...
- Redis-moi, parce que j'en ai vaguement entendu parler, mais ça n'était pas adressé à moi, c'était juste avant la réunion ...
- [Prénom du même collègue] a parlé d'un bonbon, c'était en dictée ou en auto-dictée, enfin sur un exercice d'orthographe, je sais plus exactement lequel. Du vendredi. Où il a dit « les enfants qui n'auront pas du tout de faute à la dictée ou à l'auto-dictée, auront un bonbon. Et là, Noëlle n'avait pas de faute, enfin elle n'avait apparemment pas de faute, en fait elle avait ... il y avait plusieurs mots raturés et il y avait des fautes oubliées. Donc elle n'avait même pas vu ses fautes.
- Ah oui, c'est à dire que vous leur faites faire l'exercice, puis vous faites une auto-correction ...
- Ca peut être une auto-correction, ça peut être une correction collective ...
- Donc elle avait des fautes, qu'elle avait laissées parce qu'elle n'avait pas vues. Donc elle, elle avait l'impression de ne pas en avoir fait, alors qu'elle en avait fait.
- Oui, mais elle en avait aussi ... il y avait ... [Prénom du même collègue], là, il a vraiment eu un doute parce qu'il y avait vraiment des ratures sur des mots difficiles, donc elle a dû corriger pour avoir le bonbon. Là il y avait un enjeu. Et là, ça a été vraiment flagrant.
- Il y en a beaucoup dans la classe qui font ça ? Je ne sais pas, ça ne doit pas être la seule !
- Ah oui, oh il y a des trucs incroyables, y a ... y a ... Y a un enfant qui a changé la pointe de son ... il avait un stylo avec un bouchon vert au bout et dedans il y avait de l'encre bleue.
- Le jour des bonbon ou ... ?
- Non, non, très tôt en début d'année. Quelques enfants qu'on a coincés là en flagrant délit.
- Donc il y a certains enfants ...
- Noëlle c'était ... non, on ne peut pas dire qu'elle trichait au début. Je crois qu'il y a quelque chose qui a changé là, l'enjeu ... l'envie de réussir ...
- Elle a peut-être vu que d'autres trichaient , je ne sais pas ...
- Ou elle s'est sentie en difficulté ...
- Ca peut contaminer ...
- Non, il y a une classe, tu vois, où je vois très bien l'enfant. Alors là on a fait un vrai scandale quand on l'a découvert ! Dans la classe de Noëlle, il n'y a pas eu de scandale, ... bon il y a quelques enfants qu'on a repérés, alors on est un peu plus vigilant ou alors on passe comme ça, pour vérifier ou alors on en arrive à demander aux voisins de surveiller éventuellement. Mais ... c'est plus une pression personnelle qu'elle s'est faite que ... tu vois, par rapport à l'enjeu, par rapport au droit à l'erreur ... Nous, notre discours c'est qu'on a le droit de se tromper, que tout le monde se trompe, et que l'essentiel c'est de voir ses fautes pour les corriger, pour ne plus les refaire après. On ne pénalise pas ...
- Cette histoire de bonbon là dedans ...
- Mais là, c'était [Prénom du même collègue] ... Ce n'est pas le genre de l'école. Je ne sais pas d'où il a sorti ça, [Prénom du même collègue] ; je ne sais pas d'où c'est venu. Il l'a fait 3 fois, et je crois que là, il arrête un peu.
- Oui, ça a des effets pervers ...

- Il l'a fait 3 fois...
- Avec d'autres aussi, j'imagine qu'il n'y a pas que Noëlle.
- Oui oui. Bon, il y a eu des enfants pour lesquels c'est ... ils sont capables de fournir un effort ponctuel tu vois, à cette occasion-là ... de ne pas se laisser aller ... parce que, quand c'est 10 mots qu'ils ont appris à la maison, pour les redonner le lendemain, c'est pas [un si gros effort[81]] ... Et il y a une enfant, tu vois, qui est dyslexique, qui sait qu'elle a ce problème en orthographe. Et donc elle est capable là, de faire l'effort et de réussir avec cet enjeu-là, avec toutes ses difficultés en orthographe.
- En étant dyslexique ?
- Oui, oui. Elle est reprise en orthophonie là complètement.
- Vous n'avez pas dit à l'orthophoniste de donner des bonbons pour soigner la dyslexie ? ! *(Rires qui ne sont pas partagés)*.
- Bon mais il y a aussi la prise en charge, c'est vrai, qui doit jouer ... Le fait que l'on reconnaît ses difficultés et tout ça. Mais pour passer carrément d'une note très très faible ... qu'elle a encore ! Parce que encore ce matin en contrôle de maths elle a ... et en orthographe, bon elle a changé des lettres, enfin elle est dyslexique quand même ... elle a plein de choses. Pour un exercice d'orthographe ponctuel de 10 mots, avec le bonbon, ça a marché.
- C'est possible, mais je suis étonnée. Je ne suis pas spécialiste de la dyslexie, mais justement si c'est un trouble fonctionnel ...
- Alors, je vais te dire ...
- Comment la seule motivation ...
- ... oui ...
- ... peut avoir un résultat aussi spectaculaire et qui n'est pas durable, puisque tu dis, le jour d'après elle a encore des difficultés ?
- Pour cette enfant, l'indication c'était une aide psychologique, que les parents ont refusée et comme on s'était rendu compte qu'elle avait ce problème-là aussi, elle a passé un bilan chez une orthophoniste qui a décelé ce trouble. Cette enfant elle a des troubles de latéralisation bien sûr, de mémoire visuelle, de ... enfin tu vois, plein plein de choses. Donc elle a ce soutien d'orthophonie, mais c'est vrai que l'indication première c'était un soutien psychologique.
- Et les parents n'ont pas accepté cette prise en charge ?
- Non, pas du tout.
- Ils ont préféré le voir du point de vue fonctionnel.
- Parce qu'il paraît que la psychologie ça fait 2, 3 ou 4 ans que c'est suggéré, ça a toujours été refusé. Mais enfin, l'enjeu de ... on n'imagine pas ! Moi, j'ai jamais fonctionné ni au bonbon, ni au bon point ... je suis incapable ... Ca a eu un effet quand même ... bon, je sais pas lequel, mais ...

d) Les enseignants et les famille des élèves

Donc elle est capable de tricher dans une occasion comme ça, pour avoir quelque chose. Et puis je pense aussi ... bon, elle trichait avant ça. Donc l'enjeu, la pression de la famille, enfin je pense que la réussite, les « très bien » sur le cahier ...
- Tu sens ça ? Que la maman, ou le papa ... je ne sais pas si tu as beaucoup affaire au papa.
- On l'a vu une fois, oui, pas trop.
- Est- ce que tu sens que, par exemple les « très bien », c'est un enjeu pour la maman ? Elle l'a manifesté ?
- ...

[81] Nous ne sommes pas sûre de la transcription (un effort, un exploit, « la mer à boire » ???). Le ton marque nettement que l'enseignant considère que la tâche demandée aux élèves est tout à fait accessible.

- Elle le peut le faire sans en parler ... Je te demande ça parce que des fois dans certaines familles on sent que ça prend beaucoup d'importance.
- Oui, il y a des enfants qui le disent. Elle non, c'est vrai qu'on ne peut pas dire qu'elle ... Enfin, on sent qu'il y a un regard sur le travail quand même. Puisqu'il y a ces annotations sur le cahier de ... Je ne sais pas ... j'ai du mal à imaginer le temps qui est passé sur le travail. Tu vois, quand on fait signer les cahiers et en retour on a quand même des écrits ... Ils auraient pu regarder très vite ... Tu sais qu'on a découvert que la mère est très dysorthographique. Oui, parce que pour la sortie de classe on a demandé des recommandations particulières ... sur un texte de 6-7 lignes ... Oui ... Parce qu'oralement elle s'exprime très très bien ... on avait l'impression qu'elle maîtrisait bien ... mais ... Bon. On a découvert ça, récemment, là. ... Alors est-ce qu'elle s'en rend compte, la mère ? Est-ce qu'elle a des exigences par rapport à sa fille, qu'elle n'a pas avec elle-même ... ? Enfin, je ne sais pas trop, mais il y a quelque chose, là de ... d'un peu troublant.
- Ou est-ce-qu'elle veut que sa fille ...
- ... y arrive mieux qu'elle !
- ... ne vive pas ce qu'elle vit.
- Ah oui ! Parce que ce qu'elle nous avait montré jusqu'à maintenant ... Dans les petits mots, on n'avait pas vu ça.
- Elle vous en parle la maman ? Elle a fait des commentaires par rapport à ces petits mots ? Elle s'est rendu compte que les autres ne le faisaient pas ? Que ce n'était pas ce qu'on attendait d'elle ? Ou est-ce-que non, vous recevez ça, il n'y a aucun lieu pour ...
- Ben écoute, non. Elle nous rend les feuilles, on regarde si c'est signé. Et puis moi je pense qu'entre nous, on doit faire un peu des commentaires. On doit dire « Vas voir ce qu'il y a sur le cahier de Noëlle ». Et puis il n'y a que là qu'il y a quelque chose. Donc je ne pense pas que Noëlle n'a pas senti ...
- Tu crois qu'elle peut le voir ça ? Parce que quand vous en parlez, elle est là Noëlle ?
- Ben oui. On passe voir les cahiers, tu vois ? Les enfants ouvrent les cahiers, on regarde si c'est signé, pas signé, et si il y a quelque chose d'écrit c'est vrai qu'on regarde et si une collègue est dans la classe, on lui dit « Ben vas regarder sur le cahier ce qui est écrit... ».
- Bah, en même temps, si c'est écrit c'est bien pour communiquer, donc ça peut ne pas être perçu ...
- ... négativement, ou avec un jugement, oui.
- Si la maman écrit aux enseignants, c'est bien légitime que les enseignants entre eux, prennent connaissance de ce qu'on leur dit.
- Oui, ça peut être ça. Mais est-ce qu'elle sent qu'elle est différente des autres à ce moment-là ? Je ne sais pas. En plus ce n'est pas régulier.

e) Noëlle et les autres élèves

Retour à la vidéo.
- Elle a souvent des mimiques comme ça ?
- Depuis qu'elle a son appareil.
- Avec son appareil, oui. Ca doit la gêner ...
- Oh ! C'est un jeu ! On voit vraiment dans ses mouvements, quand elle s'approche de l'activité, quand elle prend du recul, quand elle se cache ...
- En même temps, elle suit ! Elle a une attitude comme ça, mais tout de suite elle réagit.

Longue phase en maïeutique.
P : Et le numéro 1 il en a reçu ? 82 ! Et le numéro 2 il en a reçu ? Et le numéro 3 ?
Noëlle répond avec la classe : 82, 82 ... Boris s'ennuie, il pianote sur la table avec ses doigts. Le long discours de P se poursuit.

- Parce que Boris qui est à côté, lui aussi il fait des tas de mimiques, ce n'est pas le même style, mais ... il en fait beaucoup.
- Il va très très mal, c'est un excellent élève, il veut être : physicien-chercheur ! Quand un gamin de 9 ans te dis ça !
- Tu vois, il a aussi des gestes d'impatience.
- Si tu voyais l'écriture qu'il a, il va très mal, très très mal, de plus en plus mal.
Au niveau comportement, Noëlle, c'est correct. Tu vois, par rapport à cette Delphine qui est devant là, qui accapare aussi, qui accapare.
- Sauf que là ... ça fait quand même depuis le début de l'heure [82] qu'ils ont très peu de chose à écrire ...
- Ca bouge un peu. Oui.

P : Boris ! Tu as fini toi ? Viens nous montrer !
Boris se lève en faisant une moue mi-satisfaite, mi-irritée.
P (à la classe) : Boris va faire une méthode ! Tout le monde ne la comprendra peut-être pas, mais vous essayez !
Boris se trompe au tableau, mais il rétablit et reprend habilement les expressions de P. Noëlle ne suit pas l'intégralité de cette longue intervention, elle tourne souvent la tête pour observer dans la classe. D'autres élèves manifestent de la fatigue, de la déconcentration.
P : Alors 82 ça fait combien ? Y en a qui peuvent essayer de le calculer. Je vois que Leïla le fait, c'est très bien !
Noëlle tourne la tête.

- Tu vois quand on dit le nom d'un enfant.
- Oui, oui, elle réagit !
- ... il faut absolument qu'elle sache ce qui se passe.
- Ca prouve qu'elle est dans la classe. Les autres aussi ont des mimiques un peu ...
- Oui, oui, oui.
- Même, on nous filmerait nous ...
- Bien sûr ! Non c'est son appareil, mais ça bon, c'est ... Non par contre, ce ne sont pas les mimiques, mais je trouve que ces gestes correspondent bien à ce qu'elle ...

Boris se trompe encore et se rattrape à nouveau. Noëlle baille.
P : Ouf ! C'est la même chose ? Oui ! On a eu de la chance, heureusement. Ca veut dire qu'elle est bien cette méthode, elle marche !
Boris retourne à sa place. P annonce un second partage (867 par 5), il distribue des feuilles et des stylos feutres. Une courte altercation oppose Noëlle et Boris un instant. Noëlle fait de grands gestes, Boris communique plus avec des mimiques faciales.

- Tu vois, cette façon quand même. Ca fait penser à l'attitude qu'elle a eu dans le groupe quand il y a eu le partage à faire ensemble, où elle a quand même des gestes très démonstratifs, très ... Le mot « agressif » est au-delà de tout, mais ... Avec beaucoup d'insistance quand même. Et alors devant ça, même Boris qui est un enfant fort, il finit par plier[83], hein ? Elle a une autorité comme ça sur les autres.

---

[82] Depuis le début de la leçon, il s'est écoulé 20 minutes avant que l'enseignant ne demande d'écrire un résultat. Le second problème de partage a été posé 30 minutes après le début.
[83] Nous n'avons pas observé de signe qui exprimerait cette attitude chez Boris.

Noëlle a tout juste commencé sa résolution, elle regarde la classe, comme pour trouver un indice pour poursuivre.
P : J'en vois qui ont l'air d'être un peu embarrassés ! Qui se sent embarrassé ?
Noëlle lève immédiatement le doigt. D'autres élèves également[84].
P nomme chaque élève du petit groupe qu'il constitue sur le champ : Noëlle, Delphine, Natacha ! Adeline ? Oui, tu ne te sens pas bien aussi ? Allez, viens ! Julie, bien sûr ! (*ton de bienvenue*) Toi aussi, allez ! Laissez vos feuilles à la table, vous irez écrire quand vous en aurez besoin. Il y en a d'autres qui avaient des problèmes ... des difficultés ? *(un élève se manifeste)* Ben, tu viens !
Les élèves se massent autour de la table basse où est posée une corbeille contenant 86 barres de 10 cubes et 7 cubes.

- Elle n'a pas honte.
- Non et quand on demande en fin de séquence : « Qui n'a pas compris ? » elle le dit.
- Ce n'est quand même pas l'attitude d'un enfant qui triche, ça.
- Oui, elle reconnaît qu'elle a des difficultés, elle le reconnaît. Il y a un enfant qui triche énormément et je ne sais pas du tout quoi dire à cet enfant. Il réussit bien à l'école, mais il a besoin de tricher. Je ne connais pas très bien la pathologie du trichage ...
- La pathologie du trichage !
- Ben, je ne sais pas trop parce que c'est ..., tu sais c'est comme les enfants qui volent, comme les enfants qui ... pourquoi ? Enfin quel est l'enjeu de ça ?

3 Analyse de l'entretien

a) Doubles contraintes

Tout est communication selon P. Watslawick[85]. Mais que se passe-t-il lorsque tout événement et son contraire sont immanquablement interprétés de la même manière[86] ? Que Noëlle lève ou non le doigt pour répondre, une interprétation psychologique du fait confirme son statut d'élève en difficulté, de même pour sa participation, l'intérêt qu'elle porte à la manipulation ou les erreurs qu'elle rature sur son cahier. Les indices ordinaires d'une gestion collective d'une classe sont ici tous retranscrits en prises d'indices comme pour un diagnostic psychologique des comportements[87]. Se lever (se mettre presque debout) pour voir la manipulation collective (sans commentaire verbal ou perturbé par un lexique inadapté) serait plus à comprendre

[84] Depuis le moment où P a annoncé un nouveau partage, 10 minutes se sont écoulées, durant lesquelles il a distribué les feuilles pour résoudre, demandé une estimation du quotient et laissé les élèves chercher une solution. Noëlle a recopié le texte (ce qui n'était pas demandé et a été plusieurs fois rappelé dans la classe, lorsque l'enseignant observait qu'un élève s'y employait). Elle a rencontré des problèmes pour tracer son tableau (nombre de séparation égal au nombre de cases souhaité, intervention de P qui amorce le numérotage des cases sans le terminer, confusion entre le diviseur présent : 5 et le précédent : 4). Elle commence à « attribuer » 10 à chacun. Son rythme est très lent, elle ne semble pas disposer d'une stratégie sûre de résolution. Dès que la possibilité de se faire aider (de se déplacer, de se rassembler) est officialisée (après presque 40 minutes d'inaction et d'écoute), Noëlle la demande, avec sept autres élèves.

[85] Watzlawick et al. (1972), p 45.

[86] « Quoique fasse le patient dans cette situation, il se trouvera en présence d'une réponse paradoxale. S'il remarque qu'il ne voit pas d'amélioration, on lui, dira que cela tient à ses résistances, mais que c'est une bonne chose parce que cela fourni l'occasion de mieux comprendre son problème. S'il dit qu'il pense constater une amélioration, on lui dira qu'il résiste au nouveau traitement, en tentant la "fuite dans la santé", avant que son problème n'ait été analysé » ; Watslawick et al. (1972), Exemples de doubles contraintes thérapeutiques, pp. 247-257.

[87] Il est vrai que notre propre attitude aurait pu conditionner ce type de réponses, mais il nous semble que nous avons plusieurs fois essayé de minimiser cette interprétation possible de nos attentes. Si nous avons rapporté si longuement cet entretien, c'est pour communiquer au lecteur le contexte de nos observations.

comme un fait inquiétant (pourtant ce comportement permet à Noëlle de répondre aux questions qui lui sont posées). Tandis que ne pas demander la parole (alors que le débit didactique est très lent depuis longtemps) serait tout simplement le signe que la connaissance qui permet de répondre n'est pas disponible. Même une réponse correcte est suspecte : « elle a en tête quand même, l'algorithme de ce qui va se passer » ; ce qui, en langage décodé (comme nous le verrons plus précisément au chapitre suivant) peut vouloir infirmer sa capacité à comprendre le sens de ce qui se passe.

b) Des manifestations non singulières

Les réactions de cet enseignant expérimenté et compétent ne nous paraissent nullement un fait singulier. Au delà de cette séquence filmée, de la famille Pujol, de l'école, nous trouvons dans ses commentaires les traces des représentations que nous avons jusqu'ici identifiées (toutes les déclarations ne sont probablement pas dictées par des connaissances).

L'épisode collectif de la tricherie révèle combien les enseignants se trouvent conduits à s'empêtrer dans des suppositions ambivalentes et non compatibles. Que l'élève corrige (rature) ses erreurs, ou ne les rature pas (ne les voit pas), son comportement est sujet à engendrer un doute. Ni les comportements ordinaires d'une classe (la culture du stylo vert), ni le contexte social (négociation des résultats, enjeux de la notation), ni l'enjeu local (le bonbon) ne sont pris en compte par les interprétations en terme de « pression personnelle par rapport au droit à l'erreur ».

c) Incompatibilités praxéologiques

Or un enseignant qui soupçonne un élève de tricher n'est pas seulement un adulte qui met en doute l'honnêteté d'un enfant, ni un éducateur qui relève des indices comportementaux, c'est un système didactique qui n'a plus de rétroaction lui permettant de se réguler. La vérité, la pertinence dans un système didactique ne peuvent être simplement gérées selon les règles sociales, morales ou des savoirs exogènes qui ne sont pas spécifiques de la transmission des mathématiques.

Il en est de même pour le rôle du milieu matériel dans la classe. Cet instrument professionnel ne peut devenir, indépendamment de la situation, le lieu d'une prise d'indice du comportement non didactique d'un sujet, sans perdre sa fonctionnalité première. Dans un cas (diagnostic), les conditions doivent permettre de saisir les comportements, en les influençant le moins possible par des circonstances particulières. Alors que dans une situation didactique, il s'agit de modifier les connaissances du sujet, en organisant des conditions très particulières en rapport avec une certaine connaissance.

d) Stimuler les efforts

Nous observons :

- que la pression (excessive) supposée des familles est un argument standard dont il est toujours possible de s'armer lorsque les arguments viennent à manquer ;
- que c'est encore à propos du soutien aux « efforts » à fournir qu'il s'exprime (ne pas « se laisser aller ») ;
- et à propos du travail d'étude (devoirs du soir).

Les exigences (10 mots à apprendre pour le lendemain) apparaissent bien difficiles à négocier dans un climat où tout comportement d'élève (dans les deux institutions concernées) est susceptible de devenir l'indice qu'il est « destabilisé ».

e) Faire accepter les régulations externes

L'évocation d'une « prise en charge » extérieure (médicale) illustre les aléas des négociations sociales et locales des régulations. C'est le terme médical (ici « dyslexie ») qui devient la manière commune de désigner les difficultés, y compris pour faire accepter à la famille un diagnostic (indication à caractère psychologique). L'important semble être la « reconnaissance » des difficulté (peut importe lesquelles) et du statut d'élève en échec, qui justifie les régulations externes et le report des responsabilités sur d'autres instances. Le répertoire commun des communications entre les institutions contient donc plutôt le lexique des irrégularités, des exceptions, des pathologies. Car plus la connotation sera valorisée, plus forte sera la représentation (plus grand l'écart avec l'ordinaire), plus facile sera ensuite la négociation de l'externalisation des solutions à trouver. Nous observons également à au niveau plus local comment certaines expressions (le « regard » de la mère sur le travail de l'élève) tombent à point nommé, non pour réguler la situation, mais pour justifier une régulation externe. Pourtant, l'indice introduit un fort paradoxe dans le réseau didactique. Car aucune coopération didactique n'est possible entre parents et enseignants sans quelques regards sur l'avancement des apprentissages.

f) La fille et la mère

Et que penser de la dysorthographie diagnostiquée en direction des parents ? Pourquoi l'école ne peut-elle pas simplement se sentir fière d'apporter aux élèves les savoirs dont ils ne disposent pas chez eux ? Pourquoi un parent peut-il être accusé d'émettre, au sujet des apprentissages scolaires (obligatoires), des attentes vis à vis de ses enfants (et de l'école) « qu'il n'a pas envers lui même » ? Pourquoi « y arriver mieux » que ses parents serait, dans l'école, source de trouble ou de conflit, si ce n'est parce que certains thérapeutes l'ont diffusé comme « cause d'échec scolaire »[88] ?

g) Plus de la même chose

L'enseignant-observateur relève des faits « troublants ». Mais ne serait-ce pas plutôt le système de contraintes dans lequel il est plongé qui serait la source de ce trouble ? Les représentations psychosociales des difficultés d'apprentissage qui ne sont pas convertibles en connaissances et en décisions apportent-elles une aide à l'enseignement ou soutiennent-elles, sans modifier profondément les comportements courants, une culture des régulations externes ?

Faut-il, parce que les comportements pédagogiques ne se modifient pas facilement (épisode du bonbon, qui finit pas introduire le doute chez ceux qui n'en avait pas l'usage), en déduire que la formation doit encore augmenter ce type de répertoire ? Peut-on juxtaposer les savoirs professionnels sans en étudier la compatibilité [89] ?

h) « Oubli » des indices didactiques

L'épisode du « quarante-dix » soulève de nouvelles questions plus préoccupantes. En attirant l'attention des enseignants sur des variables non didactiques n'affaiblit-on pas leurs moyens

---

88 « Nous savons, nous analystes, que les pères, bien qu'ils défendent farouchement, tolèrent mal d'être « dépassés » par leurs propres enfants. Cette ambivalence ressortit à un complexe de castration mal résolu » ; Cordié (1993, p 43).

89 Develay suggère : « Ainsi peut-on songer à deux groupes d'analyse de la pratique [enseignante] : l'un à dimension didactique, l'autre à dimension éthique. [...] De tels groupes évidemment ne devraient pas être conduits par des didacticiens ou par des psychologues peu attentifs à cette dimension. L'animation en reviendrait à des psychologues avertis de la relation objectale que constitue la relation à un savoir donné ou à des didacticiens attentifs aux projections et aux transferts » ; M. Develay (1996). Comme souvent, la pluridisciplinarité affichée ne nous paraît guère symétrique à l'égard des savoirs de la Didactique (il est demandé plus aux didacticiens de s'intéresser à la Psychanalyse, qu'aux psychanalystes d'utiliser des concepts de la Didactique). Entre autres, nous citerons Gayet (1995), p 160 : « Si l'on s'en tient aux principes cognitifs de la pédagogie schizoïde, on ne peut aborder la relation pédagogique que par son aspect *le plus désincarné et le plus technique* : la didactique, c'est à dire l'ensemble des procédés qui, pour une discipline donnée, permettent de transmettre *au mieux* un savoir » (c'est nous qui soulignons).

ordinaires de régulation interne ? L'indice est tenu dans ce court épisode, qui de plus est fortement dépendant de notre interprétation. Aucune rétroaction « objective » ne nous permet d'en éprouver la pertinence (la qualité de l'enregistrement laisse planer un certain doute). C'est pourquoi nous présenterons un dernier extrait de cet entretien avec l'enseignant de Noëlle.

4 Concevoir une aide

a) Un groupe d'élèves en difficulté

Nous avions laissé Noëlle dans sa classe, rejoindre avec sept autres élèves en difficulté la table de manipulation.

Les élèves se massent autour de la table basse où est posée une corbeille contenant 86 barres de 10 cubes et 7 cubes. *P* : C'est à vous de travailler ! Allez ! (*les élèves plongent tous en même temps dans la corbeille, provoquant des bousculades*) Si tout le monde met ses mains dedans, ça ne va pas ! Allez ! Si tu casses, en plus ! Moi qui avais mis des barres de 10 pour aller plus vite ! Accroupissez-vous plutôt, et par exemple ... qui va venir là ? *Noëlle lève le doigt.* *P :* Tiens, regarde Noëlle ! Mets-toi-là. Et puis vous, vous allez décider combien vous devez en donner à chacun et Noëlle va les prendre et les disposer.

b) Une décision didactique malencontreuse

P a donc partagé les tâches de manière à confier à Noëlle la manipulation du matériel et aux autres (de manière collective) le soin de « décider ». Aucune anticipation des élèves n'est organisée par P. Sa décision dénote une forte conception empiriste.

Le fait de considérer la manipulation comme un lot de consolation pour des élèves en souffrance n'est pas seulement une compréhension personnelle de la part de cet enseignant. Cette conception est partagée, relayée par d'autres représentations et connaissances. La suite du récit montre comment certains savoirs professionnels entrent en collision.

c) Une tentative de régulation

Après l'observation de cette séance (26 05 97), le directeur de l'école est intervenu auprès de l'équipe pour mobiliser à nouveau les connaissances permettant une conduite plus appropriée de la situation.

Lors de l'entretien (06 06 97), l'enseignant-observateur du film raconte :

- Alors là, le directeur l'a mal vécu ça, qu'elle ait été désignée pour distribuer. [...] On savait qu'on faisait le film pour Noëlle ... à ce moment-là, P a pensé que ça pouvait être bien, que ça pouvait aider Noëlle. D'un autre côté je ne suis pas sûre que si on n'avait pas été filmé, on n'aurait pas choisi Noëlle quand même.
- Oui parce qu'elle demande ...
- Elle demande ! On ne la force pas du tout ! Elle demande, elle adore ça. Et puis on sollicite quand même les enfants un petit peu en difficulté qui ont besoin du matériel et elle aurait tout à fait pu choisir Noëlle en dehors du fait qu'on soit filmé.
- Il est venu dans la classe le directeur le lendemain ? Pour faire un petit groupe ...
- Dans la classe ? Oui. Mais je n'y était pas. Il n'a pas remarqué les mêmes choses que nous. C'est à dire que nous on pensait que certains enfants étaient en difficultés par rapport au concept de partage, par rapport à la numération, à la taille des nombres ... Et lui n'a repéré que des difficultés de soustractions, de techniques opératoires, tu vois ? Il a vu ça. Nous on reste persuadés que c'est au delà de ça ... c'est pas seulement technique.
- Vous trois ?

- Oh oui. C'est vrai qu'elle existent ces erreurs de soustraction ! Mais un enfant qui enlève un grand nombre d'un petit nombre, ça veut quand même dire que ... dans le sens ... c'est au delà de l'algorithme.

Quelques élèves proposent « 100 chacun ». *Noëlle constitue un groupe de 10 barres de 10 (la manipulation est relativement longue et délicate : les barres sont fragiles et se détruisent au fur et à mesure). P se désigne pour l'assister (en reconstruisant les barres). Noëlle reçoit les barres solidifiées à les pose sur la table.* *P :* Combien d'enfants ? *Un élève :* 5. *P :* Donc il faut combien de paquets ? *Un élève :* 5. *P :* Combien à chacun ? *Un élève :* 100. *P :* Est ce que vous pouvez écrire quelque chose ? *Un élève :* 100. *Un élève :* 100 fois 5. *P :* Et combien il en reste ? Allez me l'écrire, combien il en reste !

- Donc là, elle manipule, mais elle n'anticipe pas grand chose, hein ?
- Mumm. Mais ça, ça doit lui plaire, tu vois ? D'avoir un rôle comme ça qui la distingue un petit peu des autres.
- Ca ne lui permet pas de comprendre vraiment.
- Moi je ne suis pas persuadée que le matériel les aide à .... Je trouve que ça vaut le coup en validation, mais ils ne peuvent pas ... tu vois ... utiliser le matériel et passer ... à quelque chose d'écrit ...

d) Des cultures professionnelles dysharmonieuses

Les réponses ne peuvent donc être attribuées à des circonstances éphémères (le contexte de l'observation), à des ignorances (le principe de conduite est rappelé), à des décisions précipitées (à chaud dans l'action) et le fait est maintenant établi : les manipulations sont ici conçues comme une appui pédagogique. Or cette conception que défend ici l'enseignant (apparement partagée dans l'équipe) n'est pas compatible avec une régulation didactique (qui vise l'anticipation du résultat de l'action en mobilisant des connaissances). Les connaissances didactiques collectives de l'école n'ont pas permis ce jour-là de négocier une conduite pertinente de cette phase de la situation.

Nos observations montrent que malheureusement les connaissances didactiques effectives et mobilisables dans l'action sont souvent en deçà de ce qui serait nominalement prévisible[90]. Nous avons tenté de comprendre quelles contraintes non didactiques pesaient sur les régulations didactiques[91], y compris sur celles des professionnels. L'analyse systémique nous paraît la plus adaptée à rendre compte de ces contraintes et à expliquer pourquoi les savoirs

90 L'intervenant n'a pas échappé au phénomène, il s'est lui aussi heurté aux collisions entre culture didactique et pédagogique, entre fonctionnement principal et de régulation, et aux spécificités des savoirs que ne précisent pas les représentations générales. Nous le verrons plus loin.

91 Bien d'autres chercheurs s'attèlent à cette entreprise, en utilisant des moyens plus puissants et de manière plus fouillés, comme par exemple B. Sarrazy (1999) qui s'intéresse aux conditions didactiques et non didactiques de la dévolution, selon une approche anthropologique et didactique des situations d'enseignement. Nous ne faisons ici qu'esquisser certains de nos constats ou pistes de compréhension.

didactiques, tout en en réduisant les effets, ne les évite pas mieux au cours de l'action didactique.

VI L'ergonomie des décisions selon les institutions

1 Les communications et les actions didactiques

a) Les personnes

La plupart du temps, un constat d'échec est difficilement vécu par les deux parties : l'une porte tout le poids d'une étiquette qui est attachée à sa personne, l'autre entérine son impuissance à traiter ce qui auparavant étaient vu comme des difficultés relevant de sa compétence. La lecture des faits demeure souvent linéaire et causale, elle se réfère aux personnes plus facilement qu'aux conditions. Ainsi parle-t-on des « élèves en échec », oubliant à ses côtés un professeur et des parents inquiets ou déçus ou découragés ou impuissants, et des évaluations, des programmes, des exercices, des questions ...

b) Les lacunes des répertoires

Il est courant de considérer les difficultés comme relevant d'un manque de compétence. Cette manière de penser n'est pas sans conséquences sur la communication et les contextes relationnels. Tout diagnostic crée une réalité tangible sur laquelle de futures hypothèses chercheront à s'appuyer, repérer un déficit induit des effets sur les comportements[92]. Or déclarer un échec offre malheureusement l'occasion, par les effets cités plus haut, de discriminations et de mises en accusations. Lorsque les communications évitent le conflit, c'est souvent parce qu'elles reposent sur un consensus de collusion qui désigne un tiers (le plus souvent : le partenaire absent ou une institution « lointaine ») comme « responsable » des difficultés. Les savoirs de la Psychologie nécessitent tout autant que les autres des transpositions et des aménagements pour les adapter aux institutions d'enseignement (l'écart est énorme entre formulation de savoirs et utilisation de connaissances dans l'action).

c) Les décisions à chaud

Ce ne sont pas les savoirs fraîchement appris et de manière formelle qui sont les instruments de nos réactions à vif, mais nos connaissances familières. Les décisions à chaud, sont les plus difficiles à maîtriser. Et si un répertoire ne nous permet pas de résoudre rapidement le problème qui surgit inopinément, nous changeons fréquemment de cadre interprétatif. Le recours aux représentations psycho-affectives dans une situation didactique focalise sur la dimension individuelle, sans éclairer les conditions rectifiables de l'apprentissage (en particulier le rôle joué par le milieu). Mais il est commode s'il ne conduit pas à des décisions impliquantes.

d) Les déceptions

C'est lorsque l'on ne voit plus comment se rendre utile que l'on a tendance à accuser celui que l'on est chargé d'aider. La réalité des apprentissages est tantôt enthousiasmante, tantôt déroutante. L'obligation scolaire rencontre plus que tout autre les différences individuelles,

---

[92] « Certains diagnostics ne définissent pas un état pathologique, mais le créent plutôt. Le processus acquiert sa propre logique et ni le patient, ni les autres personnes impliquées dans la construction de cette réalité ne peuvent plus la contrôler. Cet état rend nécessaire l'existence d'institutions dans lesquelles on peut le traiter. L'environnement de l'institution crée l'impuissance et la depersonnalisation du patient qui a leur tour confirment réflexivement l'exactitude du diagnostic » ; Watslawick (1988), p 77.

mais doit les conjuguer avec une égalité de droits[93]. Or les moyens de réaliser un projet didactique et de le maintenir dans des conditions adaptées ne bénéficient pas du même soutien culturel, que ceux de maintenir des relations policées.

e) S'autoriser

Aussi dans les négociations et les communications des difficultés, c'est encore le répertoire psycho-affectif qui est saisi en renfort lorsqu'aucune explication d'ordre didactique n'est disponible. Un exemple banal consiste à expliquer que : l'enfant « ne s'est pas autorisé » à répondre contre l'autorité du maître. Pourtant les enseignants savent combien les enfants s'autorisent par ailleurs des comportements difficiles à vivre en classe, et les psychologues savent bien, en entretien clinique, jouer sur les contre-propositions pour évaluer le degré d'assurance des réponses des enfants. Au stade final de l'acquisition, l'enfant ne se laisse plus troubler par des leurres et proteste avec assurance aux suggestions trompeuses. Mais il est plus rare que le ton de conviction d'un élève soit relevé comme un indice par un enseignant. Les mêmes savoirs ne sont pas utilisés pour les mêmes fonctions dans les différentes institutions.

f) Le jeu sans fin

Le recours à des représentations psychanalytiques présente, en particulier dans le cadre de l'apprentissage, le risque de se placer dans un jeu sans fin. Si toute réponse « aberrante » est comprise comme une défense, s'il est entendu qu'un symptôme doit être contourné, le milieu est aménagé de manière à ne plus offrir d'occasion de progresser, la difficulté persiste et renforce le processus : la prédiction de régression, de persévération, de résistance se réalise[94] et légitime le diagnostic qui conduit à une régulation externe.

g) Dire

La manière de dire les choses doit s'adapter aux répertoires et aux situations. Un message remplit une fonction au delà de l'information qu'il apporte (il comporte un contenu informatif et une manière dont on doit l'entendre[95]). Ceux qui diffusent des savoirs dans une institution (pourtant réputés valides et efficaces dans une autre) ne prennent pas toujours en charge les effets négatifs qu'ils risquent de provoquer. Parfois ils n'anticipent pas la manière dont ces savoirs seront entendus et utilisés ; parfois la diffusion joue un tout autre rôle que ce qui apparaît de prime abord.

h) La diffusion à grande échelle

D. Winnicott, insoupçonnable de ne pas connaître les savoirs psychanalytiques, peut s'exprimer avec un vocabulaire courant lorsqu'il s'adresse à un large public : « A écouter les descriptions que les mères font sur leur manières de gérer les enfants à la maison, <u>on constate avec étonnement qu'en définitive il est impossible de leur donner des conseils</u>. On est bien <u>forcé</u>

[93] « On croit fonder l'égalité en matière de droits civiques et plus largement de droits de l'homme sur une égalité constatée de leurs capacités. C'est une confusion dangereuse et erronée. Dangereuse car l'inégalité des capacités est si manifeste que l'association entre capacité et droits risque fort au contraire de suggérer l'idée que tous les hommes ne sont pas capables d'exercer les mêmes droits. [...] Une erreur car l'égalité des droits civiques a d'autres fondements que l'égalité des capacités [...] Tous les hommes ont les mêmes droits dans les sociétés qui en ont décidé ainsi [...]. Ce choix démocratique est donc parfaitement compatible avec l'acceptation sans réticence du fait qu'existe entre les hommes non seulement des différences "qualitatives" mais encore des inégalités dans les niveaux de leurs capacités. Chacun d'ailleurs en est fondamentalement persuadé, le reconnaît volontiers en privé à propos des gens qu'il connaît, et règle ses conduites sociales en fonction des capacités inégales de ses contemporains. Mais le discours public des hommes politiques, des sociologues et des psychologues de l'éducation, des organisations de parents d'élèves et d'enseignants, en fait abstraction ou même soutient éloquemment la thèse de l'égalité de fait » ; Reuchlin (1991), p 290.

[94] Watslawick et al. (1972) et Watslawick (1988).

[95] Watslawick et al. (1972), pp. 49-52.

d'admettre que, dans des conditions similaires, on aurait fait la même chose, voire pire. [...]Après coup toutefois, les parents parlent de ce qui s'est passé et s'interrogent. Ils s'aperçoivent qu'ils n'ont pas une idée très claire de ce qu'ils ont fait et qu'ils éprouvent une grande confusion. Dans ces moments-là, ils se sentent coupables et s'en remettent aveuglément à quiconque leur parlera avec autorité et leur donnera des directives [...]Certaines conférences radiophoniques destinées aux parents sous-entendent clairement des principes tels que : "Vous devez aimer vos enfants ; si vous ne les aimez pas, il en souffrira et vous ferez de lui un délinquant." Ou : "Vous devez allaiter votre nourrisson et y trouver du plaisir. Il faut que ce soit la chose la plus importante de votre vie." [...] Tout cela est très facile à dire. En réalité, exprimées de cette façon, ces formules à l'emporte pièce ont parfois des effets déplorables. [...] J'ajouterais qu'à la radio il n'est pas possible d'aborder les anomalies graves [...] A quoi servirait-il de dire aux gens qui ont des difficultés qu'ils sont malades ? [...]On risque de les bouleverser inutilement en leur donnant le sentiment qu'ils sont malades sans leur fournir la thérapie appropriée. La plupart des conseils dispensés par voie radiophonique sont susceptibles de provoquer des troubles »[96].

i) Convaincre

Lorsque Gayet (1995) s'adresse aux enseignants (et aux parents), pour « parler, à propos de la pédagogie, des choses qui allaient sans dire, des choses qui se disaient rarement tout autant que des choses qui n'allaient pas parce qu'on ne les disaient pas », il dit lutter contre le « non-dit » et « le dialogue de sourds institutionnalisé »[97]. Mais il défend aussi l'idée qu'une « relation pédagogique ne saurait être totalement l'objet d'une investigation scientifique » et que « sans aller comme le préconisent certains, jusqu'à demander que tout maître ait entrepris une psychanalyse personnelle, on peut au moins souhaiter de sa part une interrogation approfondie »[98]. Or la négociation de ces formes particulières de régulations exige des représentations adéquates chez les différents partenaires éducatifs. L'auteur gagne alors à s'exprimer avec un certain vocabulaire : « C'est parce que beaucoup d'enseignants ignorent le caractère transférentiel de la relation pédagogique qu'ils ne parviennent pas à la maîtriser, qu'ils renoncent à parler à cause d'une vague honte, de leurs difficultés relationnelles, qu'ils s'enferment dans leur classe en supportant très mal que s'y glisse un regard étranger [...] Une psychanalyse bien gérée se doit de contrôler rigoureusement tous ces processus en les verbalisant, en les démontrant et en les évacuant »[99].

j) Dilution des responsabilités

La multiplicité des appuis envisageables réduit d'autant, dans chaque institution didactique, le découragement face aux résultats décevants en regard des efforts fournis. Mais elle permet aussi « d'atteindre insidieusement à l'anonymat ultime ». « Des décisions vitales sont prises sans que personne s'en sente pleinement responsable », l'organisation en réseau conduit à une « dilution des responsabilités » de chaque institution [100]. C'est pourquoi les conditions du fonctionnement principal doivent être volontairement maintenues pour compenser ces effets.
M. Balint, qui inventa un modèle de régulation psychanalytique pour la pratique médicale, ne taisait pas le souci qu'il avait de préserver la pratique des omnipraticiens : « Notre premier souci est celui de la maladie. Certains médecins l'oublient et pensent que leur tâche immédiate est de découvrir le conflit originel. Jamais auparavant on n'a essayé aussi souvent que de nos jours de réaliser le tour de force psychologique, véritable violation de la vie privée du patient.

[96] Winnicott (1995), pp. 19-22.
[97] Gayet (1995), pp. 9-10.
[98] Ibidem, p 200.
[99] Ibidem, pp. 182-183.
[100] Nous empruntons ces expressions à M. Balint (1960) ; nouvelle édit. 1968, p 87 et p 105.

La psychanalyse, en particulier, a mis à la disposition de certaines professions (médecins, psychologues, travailleurs sociaux) des méthodes dont on n'avait même pas l'idée. [...] Si nos conclusions diagnostiques ont gagné en précision, nous ne semblons guère nous préoccuper davantage des souffrances que nos méthodes de diagnostic peuvent infliger au patient. Il est évident qu'un spécialiste ou un psychologue "testeur" peuvent s'abandonner plus librement qu'un omnipraticien à cette belle indifférence des diagnosticiens. Le patient n'est pas leur patient, il ne leur a été adressé que pour un examen ; lorsque l'examen est terminé il est renvoyé. Malheureusement, l'omnipraticien est celui qui le recueille toujours en dernier ; le patient est son patient et il est bien obligé de le prendre en charge. [...] Les véritables risques sont cependant plus considérables. La psychanalyse nous a enseigné non seulement à observer et interpréter correctement les détails minimes, mais également à utiliser notre habileté et notre connaissance avec une certaine assurance et même une certaine audace. Nous autres psychanalystes pouvons le faire car premièrement, le transfert du patient est surtout notre allié et, deuxièmement, nous restons pendant de longues périodes en contact psychologique très étroit avec lui. Que quelque chose de fâcheux menace de se produire et nous sommes en mesure de le remarquer et d'intervenir en cas d'urgence. Un certain nombre de personnes ont acquis une habileté de diagnostic et de connaissances considérables par l'étude assidue de la littérature psychanalytique, mais elles devraient se souvenir que les conditions d'un bref entretien psychiatrique, psychologique, ou social sont entièrement différentes [...] La seule chose qu'il ne doit jamais oublier c'est qu'il est un médecin de famille et non un psychiatre amateur ».

k) Communiquer en vue de coopérer

Une simple information ne permet pas de gérer les méfiances, les croyances des uns et des autres. « Plus une relation est spontanée et saine, et plus l'aspect « relation » de la communication passe à l'arrière-plan. Inversement, des relations "malades" se caractérisent par un débat incessant sur la nature de la relation, et le "contenu" de la communication finit par perdre toute importance »[101]. Dans le cas où la communication vise une coopération et donc un enjeu commun, les éléments utiles à la réussite des actions doivent pouvoir s'échanger sans dépendre excessivement des aspects relationnels.

2 Les erreurs de gestion didactique

a) Erreurs de types 1 et 2

Il s'agit de comparer les régulations des acteurs en position P, pour toute institution du réseau didactique. Soit une situation (P, E, c) dans une institution didactique I.

Face à une erreur produite par E (que la mobilisation de c aurait évité), P identifie certains indices de la situation S et décide des actions qui lui paraissent les plus adaptées pour transmettre c à E. Ses connaissances mathématiques et didactiques déterminent un éventail de choix, que nous réduisons ici à deux éventualités : régulation interne ou externe (attribution d'échec).

Il n'existe pas d'algorithme permettant de décider à coup sûr d'un choix optimal ni même d'un choix adéquat. Nous considérons maintenant le cas où P décide d'une régulation pertinente (qui tient compte de certains éléments de la situation), mais non adéquate à la transmission de c (qui ne permet pas de résoudre le problème que pose la production d'erreur de E dans S). Nous l'appellerons erreur de régulation[102].

---

[101] Watslawick et al. (1972), p 50.

[102] L'erreur se manifeste le plus souvent après coup, mais peut aussi ne pas se révéler à P. Plusieurs observateurs peuvent avoir des avis différents sur la même situation. Tous les moyens de convaincre (argumentation scientifique, autorité, séduction, loi du plus grand nombre, etc.) existent dans la pratique. Il faut

Comme nous avons considéré la décision de P sous la forme d'une variable booléenne, nous pouvons envisager deux types statistiques d'erreur :

- Type 1 (fait négatif faux) : une régulation interne est décidée, alors qu'une régulation externe aurait été préférable (E ou la classe ne réussit pas ce qui lui est proposé, E ne comprend pas mieux l'explication de P, E n'a pas les moyens de tirer profit de la réaction de P à son erreur, etc.) ; la situation aurait nécessité d'autres décisions, un aménagement spécifique, un changement d'institution.
- Type 2 (fait positif faux) : une régulation externe est décidée, alors qu'une régulation interne été préférable (E ou la classe aurait été capable de résoudre la situation sans modification de celle-ci ; P a sous-estimé les connaissances, les chances de réussite ou la capacité de E à s'adapter seul à la situation et lui a proposé une « aide » inutile).

b) Les conséquences des erreurs de gestion didactique

Ces erreurs sont nuisibles pour E :

- De fréquentes erreurs de type 1 réduisent les occasions pour E d'apprendre, engendrent inutilement le découragement de P et de E, provoquent à plus ou moins long terme une erreur de type 2 : E risque fort d'être déclaré en échec, même si ses connaissances étaient, au départ, adaptées aux exigences ordinaires de I.
- Des erreurs de type 2 infléchissent inutilement les représentations que P et E se font des connaissances de E. Car un soupçon, même démenti par la suite, crée une réalité, tant pour P que pour E. Même dans le cas où celle-ci se révèle après coup inutile, il n'est pas anodin d'avoir été, même pour un temps court, identifié comme étant en difficulté.

Une erreur de gestion didactique n'a pas les mêmes conséquences pour le fonctionnement de l'institution I selon qu'elle est de tel ou tel type :

- l'erreur de type 1 est dans certains cas rattrapable dans le cadre du fonctionnement ordinaire, que P en soit ou non conscient ;
- l'erreur de type 2 freine inutilement le déroulement de l'action principale dans I (ou l'arrête définitivement).

c) Gérer la marge d'erreur des diagnostics dans le réseau didactique

Tout diagnostic de difficulté ou d'échec présente une marge d'erreur.

Les répertoires des institutions la contrôle plus ou moins explicitement (normes professionnelles, critères commun de décision, etc.). Nous nous intéressons à ces marges d'erreur, et en rapportons les risques aux institutions dans laquelle les erreurs se produisent.

Les risques d'erreur sont-ils équivalents dans chaque institution du réseau ou bien diffèrent-ils selon qu'il s'agit d'un institution principale ou d'une institution d'appui ?

3 Les effets des spécifications

a) Une analogie avec la pratique médicale (et ses limites)

Nous avons emprunté cette modélisation systémique à D. Rosenhan[103], qui analyse les répartitions de responsabilité dans les diagnostic médicaux, en particulier en psychiatrie. Avant que nous l'appliquions au réseau didactique, nous résumons ses conclusions (résultats expérimentalement confirmés).

L'alternative fixée dans son cas est : sain/malade.

---

donc comprendre cette déclaration comme une modélisation de faits observés, elle même soumise aux mêmes phénomènes et non pas comme une vérité in abstracto.

103 "Etre sain dans un environnement malade", D. Rosenhan, in Watslawick (1988), pp. 133-160.

Pour le médecin généraliste, il vaut mieux se tromper par excès de prudence et risquer de diagnostiquer abusivement une maladie, plutôt que de laisser un malade non soigné. L'erreur de type 2 est préférée à celle de type 1.

Le spécialiste des pathologies sévères réagit de la même manière : il s'agit pour lui de ne pas risquer de passer à côté d'un cas grave relevant de sa compétence. Toutefois, dans le cas de la psychiatrie, un diagnostic entraîne des conséquences existentielles, juridiques et sociales graves pour ceux qu'ils marquent (ainsi que pour tout l'entourage).

Il serait donc souhaitable dans ce sous-système de pouvoir limiter les erreurs de type 2 plus que d'ordinaire.

L'expérience de D. Rosenhan montre qu'une modification des enjeux inverse la tendance habituelle des diagnostics : le prestige de réaliser des diagnostics exacts (en lien avec la réputation de l'établissement) limite les erreurs de second type.

Nous ne construirons pas ici de modèle expérimental pour tester les déclarations qui suivent. Nous nous contentons d'user de ces résultats en les exportant dans le réseau didactique et en inférant des conséquences probables des observations dont nous disposons.

Mais il convient avant toute chose de ne pas confondre l'apparition d'une erreur dans une institution didactique et un symptôme pathologique[104]. Certaines représentations nous y incitent, elles renforcent la tendance « préscientifique » qui consiste à croire qu'un phénomène est expliqué par le mot qui l'exprime (ce que G.Bachelard nomme un obstacle épistémologique verbal[105]).

Le système d'enseignement ne fonctionne pas sur le même régime que le système médical occidental, plutôt conçu pour intervenir en cas de maladie, moins pour maintenir un état de bonne santé (indéfinissable avec son répertoire).

b) Similitudes des institutions du réseau

Considérons, dans le réseau didactique, une institution I quelconque.

Nous l'avons fait observer, l'erreur de E fait non seulement partie de son fonctionnement ordinaire, mais elle est potentiellement indispensable au processus d'apprentissage.

Dans I, P produit inévitablement des faits, qui apparaissent comme des erreurs de type 1 (P ne peut limiter ses questions au seul domaine maîtrisé par les connaissances de E). Ces « erreurs » provoquées sont gérées selon une économie qui appartient au fonctionnement ordinaire de I (par exemple dans une classe, elles doivent se répartir à peu près uniformément sur les élèves et rester en nombre limité). La seule production d'erreur de E n'est pas un indice de régulation pour P. Pour un E donné, P régule ses actions en fonction d'une progression dans les réponses de E (en lien avec la difficulté qu'il attribue à ses questions, avec ses intentions, avec les propriétés didactiques de la situation, etc.).

Il convient donc de bien distinguer l'apparition de l'erreur de E et l'apparition de l'erreur de régulation de P (les positions de E et P ne sont pas équivalentes dans la situation considérée).

Nous n'évoquons maintenant que des erreurs de P au sens où nous l'avons défini plus haut (régulation inadaptée à la transmission de c).

c) Différences entre institution principale et institutions d'appui

Jusqu'ici, notre analyse ne présumait pas de la spécification de I, nous considérons maintenant :

---

104 C'est là une des raisons qui nous ont conduit à modifier la terminologie que nous avions employé dans Genestoux (1995) : « logique de l'orthodoxie » et « logique de la pathologie ». Les expressions (y compris le terme banalisé de « logique ») étaient bien trop fortement connotées pour remplir leur fonction modélisante. Elles étaient de plus sémantiquement dissymétriques. C'est pourquoi nous avons finalement retenu les termes « internes » et « externes ».

105 Bachelard (1977), pp. 73-82.

- I l'institution principale du réseau didactique ;
- I_A une institution d'appui (éventuellement plusieurs).

La régulation externe détermine l'intervention d'une nouvelle institution (éventuellement une autre institution d'appui) et donc une communication entre les deux institutions.

Remarquons que les positions des institutions, dans le réseau didactique, ne sont pas équivalentes[106]. Nous considérons :

- la sortie du sous-système principal I ;
- l'entrée dans le sous-système d'appui I_A ;
- la sortie du sous-système d'appui I_A .

Soit échec dans I pressenti ou attribué, un sous-système d'appui professionnel I_A est sollicité pour réguler les apprentissages de E.

d) L'entrée dans l'institution d'appui

I_A établit son propre diagnostic (éventuellement, elle fait sien le diagnostic d'échec qui motive la sollicitation) pour décider si elle accepte ou non E comme assujetti didactique.

Cette acceptation s'apparente au cas médical précédemment cité : il est probable que I_A ait plus intérêt à essayer d'aider E (éventuellement de manière abusive), que de faillir à sa fonction de régulation.

Le point de vue économique soutient cette hypothèse, même dans le cas d'un organisme subventionné : le nombre de sollicitations et le nombre d'acceptations établissent la visibilité de son utilité.

Nous considérerons donc comme crédible la déclaration suivante :

D1 : *A l'entrée du sous-système I_A les erreurs de type 1 sont préférables à celles de type 2.*

Il s'en déduit que :

D2 : *Du point de vue de I_A , les erreurs de type 2 que pourrait produire I sont moins graves que celles de type 1.*

e) La sortie de l'institution principale

Lorsque I ne dispose pas des conditions suffisantes pour corriger les erreurs de E, elle déclare l'échec et le réseau permet un nouveau relais didactique, assuré par I_A.

Supposons le cas où I dispose des moyens de corriger ces erreurs de manière interne, mais décide (pour différentes raisons) qu'une régulation externe s'impose ou encore doute suffisamment de son diagnostic pour solliciter un avis extérieur (erreur de type 2).

Une occasion de rectifier, dans le réseau, cette erreur de diagnostic est offerte par le diagnostic de I_A. Les erreurs de type 2 produites par I augmentent les occasions de diagnostic pour I_A .

Du point de vue de I_A, ce sont ses occasions de réguler le fonctionnement du réseau qui augmentent : que I se soit ou non trompé sur E, qu'elle accepte ou non même de suivre E, soit parce qu'elle identifie l'erreur de diagnostic de I, soit en considérent que la régulation relève de son répertoire (elle se trompe à son tour, mais ne s'aperçoit ni de son erreur de type 1, ni de l'erreur de type 2 de I).

Supposons au contraire le cas où I ne détecte pas que E pourrait bénéficier de l'appui spécifique de I_A. I_A perd une occasion d'intervenir dans le réseau, mais elle ne s'en rend compte qu'en pointant une erreur de type 1 de I.

Dans les faits, I_A ne peut que croire I ou la prendre en flagrant délit d'erreur 1 ou 2 (I ne peut alors se défendre facilement). Tandis que I, s'il est le premier prescripteur, ne peut que

[106] Dans la pratique, la concurrence entre établissements scolaires et les diverses possibilités qui permettent de changer d'école rapprochent la position de I de celle des I_A .

rarement accuser I_A d'erreur (puisqu'il ne serait en mesure de n'identifier que des erreur de type 2 : I_A refuse de traiter d'un cas qui lui est adressé).

f) L'institution d'accompagnement familial

Examinons le cas où I_A n'est pas une institution d'appui professionnelle, mais désigne les parents de l'élève.
Le diagnostic effectué par I_A n'a plus la même valeur de crédibilité dans le réseau.
Des parents qui voient (ou croient voir) injustement leur enfant déclaré en échec (erreur de type 2 de la part de I) devront, pour invalider celui de I, fournir d'autres diagnostics contraires, effectués par des appuis professionnels. Situation qui ne leur est pas favorable si D1 est vraie.
Par contre l'erreur de type 1 (de la part de I) ne leur cause pas grand préjudice dans la mesure où ils peuvent décider eux-mêmes d'un appui extérieur (qui si D1 est vraie, leur sera facilement accordé). Pour les parents, le risque d'attribution d'échec par I, qu'il soit ou non adéquat, présente à peu près les mêmes conséquences.
D3 : *Du point de vue des parents d'un élève, les erreurs de type 1 que pourrait produire I sont moins graves que celles de type 2.*

g) La sortie de l'institution d'appui

Considérons maintenant la sortie des sous-systèmes, dans un premier temps sans les distinguer.
Si I a intérêt à conserver son rôle, les sorties non motivées (erreur de type 2) sont à éviter.
Par contre, si I a intérêt à se débarrasser d'une charge, elles sont tentantes.

Si une institution de régulation existe dans le réseau, I peut considérer comme légitime de faire confirmer l'adéquation de son intervention par un double diagnostic, dans le cas où la passation (motivée ou non) est conjointement décidée, sa charge est réduite.
D4 : *Les propriétés des erreurs de type 2 pour I et de type 1 pour I_A se conjuguent à la passation.*

Si une institution d'appui trouve trop lourde la mission qu'elle a accepté (de manière adéquate ou non : erreur de type 1), son diagnostic d'échec (adéquat ou non : erreur de type 2) fait vivre la même culture de régulation qui prélude à son existence.
D5 : *Les erreurs de type 2, en sortie des sous-systèmes, se cumulent en chaîne d'une institution à l'autre.*
Il s'en suit que :
D6 : *Pour le fonctionnement principal, les erreurs de type 2 sont à long terme fatales.*

h) L'ergonomie du réseau

Nous pouvons conclure de ces raisonnements que les intérêt des sous-systèmes et du système lui-même ne sont pas toujours compatibles et que pour un système donné, l'ergonomie à l'entrée et à la sortie ne sont pas toujours les mêmes.
Certains enjeux modifient les tendances des sous-systèmes à « privilégier » les erreurs de type 1 par rapport à celles de type 2. Il serait pourtant souhaitable de les limiter à tous les niveaux.
A grande échelle, il serait préférable de considérer en premier lieu que les événements sous leur forme banale et les traiter de manière habituelle, plutôt que de prévoir systématiquement des complications et prescrire des interventions lourdes aux conséquences importantes (l'échec rendu tangible pas la mise en place d'une régulation externe, comporte un coût important, légitime quand il existe un réel besoin, mais qui devient exagéré si ce n'est pas le cas).
Les spécialistes des traitements de l'échec scolaire ont des raisons légitimes d'examiner a priori, systématiquement et avec minutie tous les aspects de la question avant de conclure à une éventuelle non prise en charge.
Mais les « généralistes » de l'enseignement ont des raisons légitimes de dédramatiser les difficultés d'apprentissage et d'user de régulations ordinaires. S'il ne sont ni spécialistes des

pathologies neurologiques, des troubles psychiques ou des problèmes sociaux, ils sont formés pour transmettre un savoir culturel à la presque totalité de la population et leur expérience dans ce domaine est irremplaçable. Les accuser d'ignorance, même sur un ton condescendant, c'est négliger ce qui fait leur spécificité et qui ne pourra pas être assuré autrement, malgré la multiplicité des soutiens extérieurs. Si derrière chaque notion mathématique, les mathématiciens, les didacticiens ou la noosphère font peser sur l'enseignant la menace d'une exigence, d'une difficulté, d'un reproche ou d'un jugement mal connus de lui. Il en est de même, si l'enseignant craint de voir un problème lourd derrière chaque élève, il ne peut plus gérer sa classe, pire, il va dérégler son système d'enseignement et provoquer des échecs, selon l'effet Pygmalion, ou de la loi de la prédiction qui se réalise.

V Une issue pour Noëlle

1 L'appui de Noëlle

Nous relatons maintenant les grandes lignes du suivi des apprentissages de Noëlle et le dénouement concernant la famille Pujol.

a) Les situations de l'appui

Pour enrayer l'échec de manière durable, l'intervenant a choisi des situations qui faisaient fonctionner le sens des changements d'unités. Elles ont réorganisé les anciennes connaissances et réadapté les conceptions au sujet de la numération décimale. Ces situations ont aussi été choisies en vue de prévenir les principaux obstacles connus sur le sens de la multiplication et de la division (les enseignements en cours et à venir). Nous présentons en annexe 6-2 un résumé des fiches de préparation des séances, qui rapportent les intentions a priori de l'intervenant[107].
Mais il a aussi conduit parallèlement des situations qui visaient à développer chez Noëlle un répertoire de formules additives et multiplicatives connues directement avec fiabilité. La mise en mémoire de ces résultats avait pour fonction de dégager les capacités attentionnelles et cognitives nécessaires à Noëlle pour aborder les nouveaux concepts ; la familiarité numérique lui permettant une certaine souplesse dans la recherche de solutions et certains contrôles rapides des essais et des réponses.

b) Les conclusions sur les difficultés d'apprentissage de Noëlle

L'observation directe des comportements de Noëlle en séance d'appui a complété et confirmé les conclusions de l'analyse détaillée de ses réponses scolaires du premier trimestre. Aussi nous ne les reprendrons pas. Selon nous, les difficultés rencontrées par Noëlle ne laissent pas soupçonner de « pathologie » particulière concernant les apprentissages des mathématiques. Les erreurs qu'elle produit sont connues des didacticiens, fréquentes chez un grand nombre d'élèves, surtout au début des apprentissages. Il reste que l'intervenant a dû adapter ses régulations aux particularités relevées plus haut (parfois en étant confronté à des dilemmes comparables à ceux des enseignants).
Nous avons retrouvé chez Noëlle (qui ne vit pas dans un environnement économiquement défavorisé) beaucoup de caractéristiques repérées par M.J. Perrin (1993) dans sa recherche à propos des « classes faibles »[108]. Lorsque Noëlle était soutenue par des aménagements

[107] Chaque fiche ne constitue pas l'intégralité d'une séance, d'autres phases étaient été prévues pour dialoguer avec Noëlle sur ce qu'elle apprenait en classe. Le réalisation diffère de ces intentions a priori. Ce qui concerne l'apprentissage des répertoires numériques est consigné à part, nous en rendons compte plus loin.
[108] M.J. Perrin Glorian (1993, pp. 39-46) répertorie : erreurs persistantes et qui resurgissent, rigidité de point de vue qui se perpétue d'une question à l'autre (malgré un changement de consigne), algorithmes qui ne prennent en compte qu'une partie de l'information, insuffisance de situations de référence, absence de procédure de vérification, persistance de jouer un autre jeu que celui qui est attendu, nombreuses non-réponses,

didactiques adaptés à son répertoire, elle a montré qu'elle était capable de se familiariser avec des connaissances, puis de les utiliser comme instruments de contrôle pour de nouvelles acquisitions, d'utiliser les rétroactions pour vérifier ses nouvelles stratégies, de tenter des avancées sur des domaines nouveaux en demandant un contrôle extérieur pour éprouver ses hypothèses, etc.[109]. Mais de manière générale, elle ne prenait pas spontanément seule en charge les réorganisations cognitives et didactiques que l'apprentissage requiert. La capitalisation de ses connaissances était donc lente. Il était nécessaire d'en partager longtemps avec elle la responsabilité (tant que chaque connaissance n'était pas arrivée à un certain degré de familiarité).

c) Une année ordinaire

Après un appui de 4 mois[110], Noëlle a retrouvé un statut d'élève ordinaire durant toute l'année scolaire suivante (C.M.1). Certes toutes les difficultés n'avaient pas disparu. Mais les enseignants de Noëlle[111] les ont régulés de manière interne[112]. Les parents (soulagés d'une part de la recherche d'améliorations) ont manifesté plus de confiance dans le réseau d'interventions didactiques[113].

Durant cette phase de rémission, l'intervenant a interféré au minimum avec l'institution principale. La désignation d'échec précédente laissait encore des traces fraîches dans les représentations des protagonistes, il convenait de ne pas les réactiver inutilement et de laisser une nouvelle homéostasie s'installer[114]. En effet, en début d'année les enseignants (ceux de

---

manque d'assurance, difficile réinvestissement des connaissances (en particulier à la maison), réticence à s'engager dans un processus long, lassitude précoce au cours de la recherche de solution, manque d'entraînement, peu de mémorisation de résultats intermédiaires.

[109] Soulignons que nous retrouvons aussi dans l'énumération de M.J. Perrin Glorian d'autres éléments communs avec le diagnostic que les enseignants avaient porté sur Noëlle : phases collectives difficiles, recherche d'une relation avec l'adulte. Nous ne relayerons pas ces interprétations, d'une part parce que les éléments dont nous disposons ne nous permettent pas de les conclure (la nature des commentaires des enseignants de Noëlle nous conduirait plutôt à prendre un certain recul vis à vis de ces déclarations que nous jugeons standardisées) et surtout d'autre part parce que nos observations nous confirment dans l'idée que les comportements de Noëlle relèvent plus d'une sensibilité particulière aux éléments de la situation cognitive et sociale que d'un tempérament général qui lui serait propre. Les malentendus conduisent à une détérioration des communications qui se résolvent en général plus facilement lorsqu'un adulte est en mesure d'arbitrer (l'enseignant porte la responsabilité de réguler le climat relationnel dans la classe et de faire avancer la compréhension du savoir et de la situation). Durant les séances d'appui, nous avons pu relier les expressions « négatives » de Noëlle à des conditions didactiques délicates pour elles (notamment lorsque l'intervenant maîtrisait mal la démathématisation de ses régulations). L'analyse de la leçon en classe (26 05 97, relaté plus haut) nous en convainc de même en ce qui concerne l'enseignant.

[110] Le 29 04 97 (CE2, deux mois après le début de l'appui), les enseignants confirment : « On la sent mieux, elle se cache moins, elle a moins peur de se tromper, elle n'a plus l'air triste qu'elle avait. C'est une bonne chose de l'avoir prise en individuel, rien que ça, ça lui a permis de retrouver confiance en elle » ; « En séance elle ne se sert plus de ses doigts systématiquement. Il y en a beaucoup dans cette classe qui se servent de leurs doigts, pourtant on leur a appris des moyens ! On va reprendre d'ailleurs un de ces jours le calcul mental, ça fait longtemps que l'on n'en a pas fait » ; « C'est bizarre, quand on fait une interrogation écrite, je mets la table à apprendre, par exemple la table de 6 et je rajoute des produits des tables qu'ils connaissent déjà, celle de 2 ou 5. Et bien, elle va savoir à peu près la table de 6, mais elle a oublié les autres ».

[111] L'équipe était plus homogène du point de vue de la culture institutionnelle, elle maniait les répertoires et les instruments collectifs de l'école avec plus de dextérité. Elle était aussi en grande partie déchargée d'expliquer les irrégularités des réponses de Noëlle.

[112] Voir en annexe 6-1 un extrait d'entretien qui relate leur point de vue.

[113] Le changement d'école n'a pas eu lieu vers l'école 3'. Comme nous l'avons dit, ce comportement a seulement été différé d'un an.

[114] De même en ce qui concerne la famille. Même si nous avions fait le pari que les observations pour la recherche ne nuiraient pas à cette élève, et si nous estimons l'avoir tenu, nous reconnaissons que le dispositif

CE2 et de CM1) profitaient des rencontres au C.O.R.E.M. pour évoquer avec l'intervenant une reprise de l'appui (qui n'était pas sollicitée par la famille), puis les demandes se sont estompées. Le passage en CM2 (changement d'école) n'a pas soulevé de débats, du moins à notre connaissance[115].

Durant 19 mois, les régulations internes de l'institution principale ont donc permis à Noëlle de poursuivre les réorganisations de connaissances, tout en menant de nouveaux acquis. Il n'est pas assuré que la poursuite de l'appui aurait accéléré les progrès. Il est vraisemblable en revanche qu'un professionnel de l'appui aurait tenté de convaincre les protagonistes de son maintien (il n'aurait pas rencontré beaucoup de résistance ni du côté de la famille, ni du côté des enseignants).

d) Le second appui

En CM2, l'introduction des nombres décimaux a de nouveau fragilisé l'édifice naissant. Lorsque l'appui a repris, une culture didactique commune était mobilisable chez Noëlle et chez ses parents. Il a fourni l'occasion de préparer un nouveau rapport à l'apprentissage pour Noëlle, en référence à des situations moins ludiques, en prévision de l'entrée au collège[116].

2 Epilogue

a) Des connaissances plus fiables

Les résultats de CM2[117] attestent d'un certain répertoire de connaissances du calcul élémentaire relativement solide et durable sur l'ensemble des entiers naturels (voir annexe 6-3. Les « nouvelles » connaissances (au sujet de la multiplication et de la division) ont pu bénéficier d'un répertoire de formules numériques familières d'une compréhension suffisante pour ne pas développer trop de fausses conceptions sur des durées trop longues. Ainsi ces connaissances ont été plus rapidement « acquises », bien qu'elles soient plus complexes. Il faudra encore probablement du temps à Noëlle pour assurer ses fragiles connaissances des nombres décimaux, des fractions et de la proportionnalité.

b) Une collégienne plus autonome

Le passage en 6 ème a été décidé sans réserve. La dernière fois que nous avons rencontré madame Pujol et sa fille (dernière séance d'appui durant l'année scolaire de CM2), elles ont toutes deux manifesté de la confiance pour la suite de la scolarité et l'entrée au collège. Elles

---

expérimental a beaucoup sollicité madame Pujol. L'interruption de tous contacts durant 6 mois et la rémission de 19 mois pour Noëlle nous paraît témoigner de l'innocuité de l'entreprise.

115 Toutefois, nous avons constaté a posteriori que les résultats du dernier trimestre dont nous avons eu connaissance étaient bas (alors que les contrôles des deux premiers trimestres attestaient un maintien des performances dans les normes acceptables ; les difficultés semblaient compensées par des efforts conjoints pour les dépasser). Voir annexe 6-3.

116 Noëlle a longtemps manifesté des regrets quant aux situations avec mise en scène (jeux du bingo et de la banque). L'intervenant a ponctuellement répondu à ses demandes, mais a imposé d'autres modalités plus conformes aux pratiques scolaires de CM2 et du collège. Les nouvelles négociations se sont organisées sur le principe précédent : aménagement de milieux et représentations en direction de la famille. Ce contrat a été accepté, puis il a totalement remplacé le précédent (qui est devenu comme un souvenir heureux mais d'un autre âge). Il n'est pas totalement exclu que cette modification ait joué un rôle dans la dernière phase du dispositif (pas de rappel de l'intervenant pour un appui en classe de 6ème), mais nous estimons cette éventualité comme peu probable.

117 Le niveau des épreuves ne permet pas de comparer directement les notes dans les deux écoles, mais nous prendrons le point de vue habituel dans les pratiques d'appui qui consiste à aplanir les disparités locales en uniformisant les niveaux scolaires des classes et des établissements.

ont évoqué sans excès une éventuelle nouvelle sollicitation auprès de l'intervenant en cas de difficulté. Mais toute l'année de 6 ème s'est déroulée sans que cela se soit produit[118].

3 Une piste pour une étude didactique spécifique

a) Des motivations empiriques pour une étude du partage de l'apprentissage des tables

Entre les écoles et la famille Pujol, l'apprentissage des tables de multiplication apparaît comme un point faible de la négociation didactique :

- une coopération est demandée par les écoles ;
- la mère des enfants souhaite s'impliquer, mais sur d'autres domaines d'apprentissages mathématiques ;
- les attentes des institutions s'expriment parfois difficilement ;
- les efforts à fournir paraissent insurmontables aux membres de la famille Pujol ;
- des conflits de cultures didactiques se manifestent à ce sujet chez les enseignants (le fonctionnement instauré par l'école 3 apparaît menacé par celui que les nouveaux enseignants importent de l'extérieur ; ce dernier se substitue aux pratiques en usage, présente moins d'avantages didactiques, mais résiste aux régulations exercées par l'école 3).

Le répertoire de produits élémentaires apparaît donc de manière empirique comme intéressant pour l'étude :

- du partage didactique entre l'enseignement, l'étude personnelle et l'accompagnement familial de cette étude ;
- des phénomènes liés aux renvois de responsabilités didactiques entre institutions du réseau, et aux écarts qui se creusent entre ce qui est négocié et ce qui peut se réaliser.

b) L'exploitation des corpus expérimentaux

Le second dispositif expérimental devait permettre de collecter des informations à propos des partages didactiques entre institutions. Il a entre autre fourni l'occasion d'observer celui qui concerne les tables :

- dans l'institution principale ;
- dans l'institution familiale ;
- dans l'institution d'appui.

C'est de ce point de vue que le troisième corpus sera exploité dans cette thèse (et pour préciser le rôle des connaissances dans les phénomènes que nous étudierons, nous aurons recours au second corpus, plus précis pour les institutions principales et d'appui).

Nous quittons maintenant l'histoire particulière de Noëlle pour étudier de manière générale le partage didactique annoncé. Lorsque des questions spécifiques se dégageront, nous reviendrons interroger la contingence, à l'aide des données que ce dispositif a recueillies.

---

[118] Il est évident que nous ne pouvons pas affirmer que Noëlle a par conséquent résolu toutes les difficultés qu'elle rencontrait jusqu'ici. Plusieurs éventualités pourraient être évoquées (en particulier la recherche d'un autre intervenant d'appui). Nous avons tenté au mois de novembre 1999 de reprendre contact, par courrier, en demandant les résultats de l'évaluation nationale, au titre de recueil de donnée significative pour nos recherches). Ce courrier est resté sans réponse. Mais compte tenu de ce que nous connaissons maintenant de la famille Pujol, nous ne pouvons pas tirer de nouvelle information de cette réaction.

Chapitre 7

La table de multiplication : un processus de dédidactification de l'enseignement par la culture courante

I Présentation de l'étude sur les tables de multiplication

1 Projet d'étude

a) Des motivations raisonnées

Au delà des singularités de nos corpus, la table de multiplication (en relation avec l'apprentissage du calcul écrit et mental) apparaît a priori un bon candidat pour une première étude des coopérations didactiques entre l'école et les familles :

- la constitution d'un répertoire de résultats connus directement semble bien convenir à ce type de coopération ;
- l'apprentissage débute au cours élémentaire, mais se prolonge jusqu'au collège ;
- la coopération est donc d'envergure, elle donne lieu longtemps à de larges négociations ;
- l'apprentissage est réputé incontournable (pour les algorithmes de multiplication et de division), mais il est pourtant déprécié (il apparaît peu intéressant du point de vue mathématique et pédagogique).

Le présent chapitre a pour fonction d'éclairer les phénomènes du point de vue spécifique des savoirs. L'enjeu des chapitres suivants est de monter que cette étude des produits élémentaires, bien qu'elle porte sur un ensemble de savoirs bien délimité et de taille modeste (ce qui la facilite), présente un intérêt paradigmatique et permet de répondre à des questions didactiques d'ordre plus général (et d'en soulever de nouvelles).

b) Les raisons de rejeter les autres éventualités

Avant d'adopter le choix qui semble s'imposer, examinons les autres possibles. Pour que le choix soit pertinent et rende compte d'une part de réalité, il doit :

- jouer un rôle non négligeable pour l'enseignement obligatoire des mathématiques,
- apparaître fréquemment et massivement durant l'étude personnelle des élèves.

Lorsque l'importance d'un savoir est officialisée par le contrat social d'enseignement, alors la réussite de son apprentissage est un objectif prioritaire commun aux partenaires, tout appui extérieur peut se légitimer par la gravité des conséquences qu'occasionnerait un échec, et il existe un répertoire culturel commun pour les négociations.

- La <u>géométrie</u> est présentée au public comme l'emblème du raisonnement mathématique. Nous ne retenons pas ce choix pour deux raisons :

  - Cette image des mathématiques joue le rôle, selon nous, d'une fiction scientifique, d'un mythe destiné à entretenir un certain type de rapport culturel aux mathématiques. La géométrie scolaire se donne à voir sous les traits d'un savoir ancien, rigoureux et achevé, devenu presque intemporel, alors que les savoirs géométriques ont été triés, transposés, réorganisés profondément pour devenir les objets d'enseignement actuels. L'étude singulière de cette représentation composée et souvent implicite bénéficierait vraisemblablement d'une première compréhension des phénomènes de négociation plus standard.
  - D'autre part, son enseignement ménage officiellement peu d'interactions dans les familles (les parents ne se voient pas confier de tâche identifiée en ce qui concerne l'apprentissage de la géométrie, sauf ce qui apparaît comme le moins spécifique c'est à dire la

surveillance ou l'accompagnement de l'apprentissage « par coeur » des définitions et théorèmes)[1].

- L'enseignement de l'algèbre donne lieu à de nombreux phénomènes de confrontations culturelles et scolaires. Il est historiquement porteur du changement de statut entre l'enseignement primaire et secondaire et actuellement sujet à des transpositions didactiques mal maîtrisées[2]. Mais la coopération avec les familles n'est pas non plus spécifiquement négociée, il n'est pas retenu pour une première étude.

- L'enseignement du calcul semble plus approprié à notre projet. Apprendre à lire, écrire et compter caractérise la scolarité obligatoire. L'apprentissage du calcul est l'occasion d'un grand nombre de difficultés chez les élèves. Les savoirs qui le composent sont couramment perçus comme simples et ne découragent pas les aides hors de l'école.
Comme cet objet d'enseignement est trop vaste pour être systématiquement étudié dans le cadre que nous nous sommes fixé, nous le réduisons aux premiers apprentissages du nombre et du calcul (numérations, propriétés des structures numériques, algorithmes opératoires écrits, calcul mental, etc.), afin que la coopération reste la plus large possible. Dans ce champ restreint du calcul élémentaire, tous les apprentissages ne correspondent pas à nos critères de choix :

- Un objectif « phare » de l'enseignement actuel, telle « la résolution de problème », ne saurait convenir car vraisemblablement seul un petit nombre de parents partagent les représentations des enseignants et de la noosphère à ce sujet. L'institution scolaire tient relativement les parents à l'écart de cet enseignement.

- Les connaissances mathématiques qui sont nécessaires à la maîtrise des pratiques sociales (l'usage de la monnaie[3], les mesurages courants, la mesure du temps, les représentations conventionnelles et usuelles de l'espace ...) sont partiellement seulement placés sous la responsabilité de l'école. Les modes de transmissions non scolaires et les formations professionnelles jouent fort probablement un rôle essentiel. De plus, des caractères d'ordre physique et sociaux importants viennent se surajouter aux caractères didactiques, nous pensons par conséquent que ce domaine s'adapte mal à une première étude. Par contre, il pourra peut-être bénéficier de certaines de ses applications.

- Les tous premiers apprentissages du nombres (comptine numérique ou écriture des chiffres) ont attiré notre attention, car ils donnent lieu à une forme de coopération non médiée par les devoirs. Certains apprentissages sont effectués en famille ; il existe dans notre culture tout un répertoire de jeux de doigts et de comptines enfantines, qui s'est considérablement enrichi par le développement de l'édition destinée à la jeunesse. Nous l'évoquerons au fil de la recherche, mais nous ne retiendrons pas ce choix qui nous éloigne par trop des assujettissements scolaires, pour nous prioritaires.

[1] Les institutions d'appui médicalisé sont attentives toutefois aux résultats des élèves en difficulté en géométrie, car il existe dans ces institutions une culture du rapport à l'espace (qui diffère très sensiblement des savoirs mathématiques et des savoirs didactiques). Une certaine négociation dans le réseau est donc envisageable sur ce domaine de savoirs mathématiques.

[2] Voir la thèse de D. Woilez, à paraître.

[3] L'usage de la monnaie a été ces dernières années un objet scolaire relativement peu investi par les enseignants depuis la réforme (parfois même au prise avec des « tabous » pédagogiques). Mais il redevient à l'ordre du jour à l'occasion du « passage à l'euro » prévu en 2002.

2 Discussion méthodologique

a) Les limites des questionnaires

La voie expérimentale la plus classique en Sciences Humaines consiste à substituer aux acteurs effectifs une population suffisamment représentative, pour restreindre la contingence aux interactions du chercheur avec un nombre raisonnable d'individus. Or nous n'avons pas enquêté auprès d'un groupe de professeurs et de parents au sujet de l'apprentissage des tables de multiplication. Cela peut surprendre.

Nous en avions l'intention[4], la recherche n'en était alors qu'à ses prémices. Nos deux dispositifs expérimentaux contrôlent une partie des déclarations des protagonistes au sujet des partages qui nous intéressent. Pour cette raison, ils sont lourds, peu productifs d'un point de vue statistique et donc insuffisants pour la présente étude. Mais ils permettent d'estimer de façon relativement fiable[5] que :

- Les déclarations véhiculent facilement des représentations (l'interlocuteur communique surtout l'idée qu'il se fait de ce que devrait être son rôle et celui des autres).
- Les déclarations laissent peu apparaître les connaissances (soit pour masquer leur absence, soit parce qu'elles n'apparaissent pas suffisamment intéressantes pour être citées).
- Les différentes institutions émettent mutuellement des déclarations qui ne coïncident pas toujours entre elles.
- Les déclarations d'un sujet reflétent mal ce que nous observons de ses actions effectives (l'interlocuteur estime difficilement l'écart qui existe entre son intention et ce qu'il réalise).
- Les sujets relatent souvent une version déformée (toujours relativement à nos observations directes) des actions qui se déroulent dans les autres institutions que la leur.
- Certaines déclarations ne sont a priori pas réalistes (par exemple, il n'est pas raisonnable de renvoyer de manière générale aux parents, ce que l'ensemble des enseignants a des difficultés à gérer), mais sont le reflet de discours identifiables dans diverses communications inter-institutionnelles.
- Beaucoup de bonnes intentions sont affirmées avec emphase (il nous paraît fortement douteux qu'elles puissent représenter avec fidélité des actions que nous ne pouvons pas observer, et dont nous connaissons par ailleurs la complexité[6]).

Il nous paraît maintenant essentiel de tenir compte de ces perturbations, tant au moment de la conception d'un questionnaire (nature des questions et conditions de passation), qu'à celui de l'analyse des réponses. Faute d'être en mesure de proposer un dispositif qui, à faible coût, atténue les effets de la double contrainte dans laquelle les idéologies et les institutions plongent les acteurs, nous avons provisoirement délaissé les méthodes qui les interrogent directement.

b) Une analyse à partir de documents

Dans cet univers difficile à objectiver, les publications nous ont paru les moyens d'approches les plus stables. En effet, ces textes fournissent au chercheur des informations qui sont indépendantes de ses conditions de recueil (en revanche, une bonne connaissance du contexte dans lequel elles se diffusent constituera un élément important pour interpréter les enquêtes

[4] Un premier test de questionnaire a été diffusé durant l'école d'été de Didactique des mathématiques en août 1997. Trop long et mal décanté, il a découragé les enquêtés. Les faibles effectifs des réponses ne nous ont pas fourni les matériaux escomptés.

[5] Les constats issus de nos deux dispositifs convergent ce point.

[6] Le degré d'emphase est plutôt pour nous un indice, soit de l'écart qui existe entre la déclaration et l'action effective, soit des contraintes qui pèsent sur la déclaration.

futures). Ce type de contingence permet un premier degré de validation de certaines conjectures. Nous utiliserons des documents[7] qui servent à la communication :

- des visées de l'enseignement ;
- des régulations de l'enseignement ;
- des moyens d'enseignement et d'accompagnement.

Afin de saisir les évolutions et les transpositions, nous les avons choisis de manière à rendre compte d'époques différentes et du fonctionnement d'institutions diverses.

Remarque : Les documents qui servent de support aux analyses de ce chapitre ne sont pas considérés de manière singulière et comme significatifs en eux-mêmes. Les ouvrages sont au contraire retenus comme trace des idées de leurs temps (pratiques sociales et didactiques, savoirs pédagogiques, courants idéologiques), nous considérons que d'autres textes et d'autres auteurs, auraient conduits aux mêmes analyses et questions.

c) Avancer dans la compréhension des phénomènes

Nous espérons de cette étude spécifique des avancées dans deux directions :

- Quel est l'écosystème de la transmission des produits élémentaires ?

Comment est-elle négociée ? Quelle idée se font les partenaires de leur rôle (respectif et de celui des autres) ? Existe-t-il des représentations communes ? Quels écarts sont observables entre ce que font (ou ce que pourraient faire) les partenaires et ce qu'ils disent projeter de faire ? Que nous apprennent ces écarts sur les conditions effectives et sur les améliorations à envisager ?

- De quels moyens didactiques disposent chacun des partenaires pour réaliser leurs intentions ? Quelles sont les responsabilités didactiques qui restent à la charge de leur répertoire individuel de connaissances ?

A présent que notre étude est engagée plus avant, nous estimons que les écarts qui s'observent entre les opinions des enquêtés sur l'apprentissage des produits, ce qu'ils croient devoir en dire, et ce qu'ils réalisent effectivement, concernent essentiellement les efforts à fournir dans le long terme. Pour apprendre, il faut se donner de la peine, pour enseigner et accompagner également. De lourds investissements (en temps, en énergie, en conviction, en ténacité devant les difficultés, etc.) sont nécessaires pour que l'élève puisse restituer les produits élémentaires de manière immédiate et sûre. Même s'ils sont répartis sur tous ceux qui soutiennent le projet, ils ne peuvent se dissoudre sous un habillage ludique. La communication peut user de cet artifice en laissant entendre que l'accès sera facilité. Mais l'entraînement de longue haleine nécessite d'autres moyens adaptés. Nous serons donc particulièrement attentive sur ce point.

d) Différer l'établissement de preuves pour amorcer une ingénierie didactique spécifique

A ce stade de la réflexion, nous estimons qu'il serait prématuré de prétendre apporter des éléments décisifs pour les négociation avec les familles ou pour intervenir à propos de leur accompagnement de l'apprentissage des produits élémentaires. Pourtant des conjectures pourraient peut-être à l'issue de l'étude déjà faire l'objet d'une validation expérimentale complète. Toutefois, les conclusions partielles présentent un risque, celui d'encourager des corrections susceptibles de déstabiliser l'homéostasie du système (que gagnerait-on par exemple à prouver qu'un nombre significatif d'enseignants délaissent aux parents la transmission des produits élémentaires si nous ne sommes pas en mesure de fournir les moyens adaptés et négociables de satisfaire à leurs responsabilités dans un contrat fortement didactique ? Que gagnerait-on à prouver que telle ou telle catégorie de parents dispose dans ce domaine d'un répertoire plus adéquat que d'autres pour accompagner les apprentissages personnels, si nous ne sommes pas en mesure d'aménager les situations et les milieux de

[7] La liste de ces documents figure en annexe 7-2.

manière à réguler ces écarts ? Et si ces deux hypothèses étaient rejetées par une expérience, la compréhension des phénomènes et l'amélioration des conditions ne seraient pas pour autant inutiles pour prévenir d'éventuelles futures dérives).
Aussi nous différons l'établissement de preuves par des méthodes statistiques, au profit des questions d'ingénieries que pose la transposition en direction de l'institution didactique familiale (nous ne pourrons pas non plus utiliser notre second dispositif expérimental pour optimiser une ingénierie, car celui-ci a été réalisé en préalable à la détermination de cette étude). Toutefois, nous bornerons nos investigations générales en préservant les indices dont nous avons de bonnes raisons de penser qu'ils sont significatifs. Précaution qui devrait ultérieurement faciliter les réponses théoriques et expérimentales. La finalité de cette recherche est de contribuer à la négociation et à l'aménagement du partage didactique entre plusieurs institutions. Dans une telle perspective, les preuves scientifiques jouent un rôle important (même si elles ne sont pas toujours décisives).

e) Identifier les objets pertinents pour la suite de l'étude

L'étude de documents écrits joue un autre rôle dans notre recherche. Elle nous permet de recueillir une « manière de parler » d'un contenu d'enseignement mathématique (des termes, des organisations, des statuts, des présences et des absences, etc.). Un manuel contient des connaissances et des indices qui guident ou suggèrent des situations et des régulations didactiques, en vue de futures réalisations effectives. Les anciens auteurs de manuels ne théorisaient probablement pas toujours cette diffusion en direction d'une institution didactique. Mais dès lors que nous soupçonnons qu'un savoir-faire professionnel tend à disparaître sous des influences diverses, il devient utile de le formaliser, afin que les institutions puissent un jour les faire circuler en tant que savoirs. Pour traiter des questions qui concernent la coopération didactique entre enseignement et accompagnement des apprentissages, il nous faudra fixer un lexique suffisant pour communiquer à propos des formes et des fonctions de ces objets de diffusion (paragraphe 7-4).

3 Plan d'étude

Nous suivrons un cheminement (souvent utilisé dans cette thèse) qui consiste à élargir le champ de l'étude, puis à le restreindre progressivement en fonction du tri conceptuel que nous opérons.

- Dans un premier temps, nous nous intéresserons à l'écosystème de la transmission. Sans approfondir toutes les dimensions, nous chercherons à repérer dans quelles conditions l'apprentissage du calcul mental élémentaire (parmi lequel figure la table de multiplication) se négocie dans des institutions plus vastes que celles qui abritent les acteurs que sont les enseignants et les accompagnateurs. Nous avons choisis, pour cet aperçu, de nous référer à deux documents, selon nous représentatifs :
  - de la formation des enseignants ;
  - des débats entre deux communautés (qui n'enseignent pas le calcul élémentaire, mais qui s'en préoccupent) : les mathématiciens et les psychologues.

Ces trois institutions nous paraissent porteuses des courants qui influent directement sur les partenaires de la transmission et sur les manuels. Nous espérons recueillir dans le paragraphe suivant (paragraphe 7-2) des données qui éclairent les négociations locales des acteurs (les représentations qui les facilitent ou les entravent) et retracent le contexte institutionnel et idéologique dans lequel ils exercent.

- Puis nous nous intéresserons à l'évolution nominale de l'enseignement des produits élémentaires (paragraphe 7-3). Nous nous référerons aux programmes et instructions officielles, pour analyser les éventuelles modifications de contrat (nominaux) d'enseignement. Nous établirons un parallèle entre cette évolution, les conditions des négociations et l'organisation sociale du réseau des institutions didactiques (paragraphe 7-5). Le corpus expérimental (second dispositif) nous permettra un certain contrôle des déclarations relatives aux pratiques d'enseignement.

- Enfin nous nous intéresserons aux moyens didactiques eux-mêmes (paragraphes 7-5 ; 8-2 et 8-4), qui conditionnent en partie les possibilités d'actions. Nous serons attentive aux transpositions qui s'exercent sur les documents destinés aux familles : le faible répertoire de l'accompagnateur est-il pris en compte et comment ? A quel contrat d'accompagnement correspondent-ils ? La transposition est-elle contrôlée par des savoirs d'ordre mathématique et didactique ?

- Notre corpus expérimental nous permettra d'analyser dans le détail des savoirs et des situations les traces des phénomènes que nous aurons relevés, du côté de l'institution principale et du côté de l'accompagnement familial (paragraphes 7-5 et 8-3).

4 Un guide pour interroger la contingence

Nous livrons de manière succincte les représentations au sujet de l'apprentissage du calcul qui ont guidé a priori cette étude. Nous indiquons les questions qu'elles nous ont suggéré.

a) La récitation

La récitation collective et scandée constitue l'un des principaux symboles attachés à l'enseignement traditionnel (sans doute antérieur à l'école républicaine). Dans cette imagerie scolaire, la ritournelle monocorde des tables égrenées tient une place de choix[8].

Actuellement, la récitation est vraisemblablement la représentation pédagogique la mieux partagée dans notre culture.

L'institution scolaire entretient, tout au long de la scolarité obligatoire, un rapport officiel pour « le savoir par cœur », notamment pour l'apprentissage des règles et des théorèmes [9]; la récitation est une forme commode pour les évaluer rapidement. Cette forme est aussi adaptée à la vérification de l'apprentissage lorsque le répertoire de l'accompagnateur est minimal, ainsi, sa pratique perdure dans la plupart des foyers[10].

Ne serait-elle pas pour cette raison la forme scolaire la plus dépréciée par les praticiens et les innovateurs en pédagogie ? En tout état de cause, même si quelques théories de l'apprentissage tentent aujourd'hui de la réhabiliter, cette activité est souvent publiquement présentée sous des aspects dérisoires et ridicules (tels les inévitables associations avec le perroquet et l'automathe[11]).

b) Les exercices et la vie pratique

L'usage généralisé du système décimal a donné lieu, à partir du XIX^ème siècle, à une forte transposition didactique[12] et à une importante collection d'exercices.

---

[8] Les oeuvres historiques, littéraires ou cinématographiques se plaisent à décrire à travers le temps cette ancienne pratique scolaire. Par son caractère lancinant, elle se prête bien aux caricatures, aux variations poétiques et aux illustrations sonores.

[9] Voir Chevallard (1988a), p 61.

[10] Les ouvrages que nous avons consultés témoignent des efforts investis pour inverser cette tendance (accent porté sur des modalités visuelles d'encodage ou attention attirée sur le sens de la multiplication). Leur nombre constitue selon nous une validation suffisamment convaincante :

- soit du fait que la récitation des tables dans l'ordre est une pratique fréquente dans les familles (impulsée ou non par les parents),

- soit du fait qu'il est fréquent de considérer qu'il en est ainsi. Pour la suite de notre recherche, des investigations plus précises ne s'imposaient pas.

[11] L'expression est empruntée à S. Baruk, elle a depuis 1973 fait florès.

[12] « Les efforts de vulgarisation [des décimaux] ont été facilités par le choix du système métrique. La générosité des intentions révolutionnaires a conduit à enseigner les « mécanismes » indépendamment des

Longuement pratiqué en classe, ce type de problèmes standardisés (essentiellement à propos des mesures, et s'inscrivant dans un contexte domestique ou professionnel[13]) était aussi confié à l'étude personnelle. Il entraînait les connaissances de manière régulière et fréquente, lorsque le calcul humain (écrit et mental) était indispensable à la vie quotidienne et professionnelle[14].
Les programmes de 1970 ont profondément modifié l'enseignement du calcul. Mais les efforts fournis (et les représentations qui les accompagnaient), pour promouvoir la compréhension et le contrôle des algorithmes par des savoirs théoriques, se sont soldés par la dépréciation des précédentes techniques didactiques. La Psychologie génétique (en privilégiant le raisonnement logique) et les Mathématiques dites modernes (en mettant l'accent sur les structures et propriétés numériques) ont jeté l'anathème sur la répétition et négligé les particularités locales. La résolution fréquente et standard d'exercices a été accusée de réduire l'activité de l'élève à une exécution automatique et dépourvue de sens (tandis que l'utilité sociale directe du calcul s'est réduite ou a été écartée de l'univers mathématique scolaire)[15].
La terminologie scolaire distingue aujourd'hui les « exercices d'application » et les « problèmes », terme plus ou moins réservé aux situations beaucoup plus ouvertes. Comment, privé de son prestige, la pratique de l'exercice survit-elle dans les institutions didactiques ? Dans les représentations, elle est associée à l'étude, aux cours de rattrapage et à l'accompagnement dans les familles (le manuel d'exercices étant l'objet-type de l'édition parascolaire). Les conditions initiales de cette forme d'étude (une longue familiarisation préalable avec le professeur) se sont-elles perpétuées ?

c) Algorithme et raisonnement

Un très grand nombre de représentations de l'enseignement des mathématiques (issues ou non du monde scolaire) traduisent la dualité algorithme / raisonnement comme une opposition, dont seul le second terme serait digne d'intérêt intellectuel. L'algorithme, l'exercice (standard et répété) et le calcul sont trois emblèmes solidaires par leur connotation négative.
Ecoutons par exemple S. Lang, mathématicien, qui propose des conférences sur les mathématiques dans les musées et les établissements scolaires : « Quand je parle de maths, je pense à de vraies, de belles maths comme les aiment ceux qui les inventent et y consacrent leur vie. C'est fort différent de ce que vous lisez dans vos livres de classe. Pour nous, mathématiciens, les maths scolaires, c'est souvent triste, pas intéressant, on ne voit pas le bout. C'est une série de recettes techniques qu'il faut apprendre sans jamais savoir où ça mène »[16].

---

justifications mathématiques (il fallait réussir en trois ans à donner tout ce qui était essentiel pour le citoyen) » ; Brousseau (1998), p 130 (extrait de *Fondements et méthodes de la didactique,* 1986a).

[13] Les objets d'enseignement ne s'alignent pas rigoureusement sur les besoins des pratiques sociales, mais répondent aussi à des contraintes institutionnelles et didactiques internes. En témoignent par exemple les exercices de conversions, qui survivent dans l'environnement scolaire (alors que justement la simplification du système de mesures ne les rend plus aussi indispensables). Ils peuvent être perçus comme les traces des traditions arithmétiques ancestrales (et de leur inertie), comme une occasion commode d'occuper, d'évaluer ou de moraliser les élèves, ou encore comme un moyen de réactiver durant quelques années les notions de numération décimale enseignées au tout début de l'école primaire. B. Sarrazy (1996) regroupe ces phénomènes sous le terme « effet Barrême », pp. 53-56.

[14] Une inspectrice générale des Salles d'asile s'adresse en 1878 aux élèves (c'est du moins la forme rhétorique qu'elle choisit dans la partie introductive de son manuel, pour mettre en scène l'environnement social de l'enseignement) : « Toutes les opérations du ménage de votre mère, aussi bien que celles du commerce et de l'industrie, vous fournissent de nombreux problèmes à résoudre. Vos travaux de classe, vos jeux même, vous en fournissent aussi. L'arithmétique n'est point une science de pur passe-temps, de combinaison sans but, elle est au contraire liée intimement à tous nos intérêts. Il n'y a pas de bonne administration quand on ne sait pas compter, la prospérité de nos affaires, le bien-être, la considération de notre vie en dépendent ». Extrait d'un manuel d'arithmétique, cité par G. Poujol (Origines du problème), p 29, in Bacquet et al. (1993).

[15] Voir à ce sujet l'étude de B. Sarrazy (1996, pp. 52-81) sur l'historique de la pratique scolaire du problème.

[16] Lang (1984), p 5.

Pour D. Nordon, mathématicien également et qui s'intéresse aux larges diffusions du plaisir de pratiquer les mathématiques (ouvrages pour adultes et pour enfants), « l'arithmétique utilitaire ne fait pas partie des mathématiques ; vérifier sa monnaie chez un commerçant n'est pas s'intéresser aux nombres, mais à l'argent »[17].
La « rééducation » mathématiques (et dans une moindre mesure le périscolaire) amplifient tout particulièrement cette dichotomie algorithme / raisonnement en la généralisant au partage entre les institutions du réseau. Lorsqu'elle communique en direction de la société (et des familles), elle attribue le plus souvent les représentations négatives (les algorithmes) aux pratiques scolaires, ce qui péjore l'enseignement et ses régulations internes, en se réservant les positives (le raisonnement)[18].
Le rééducateur comme le conférencier savent pourtant, autant que l'enseignant, que quelques séances ne peuvent à elles seules engendrer la familiarité des connaissances nécessaire à l'activité mathématique et à la satisfaction que cette maîtrise procure (la familiarité doit donc s'entraîner, mais ... ailleurs).

d) L'entraînement

L'entraînement (et ses métaphores hygiénistes ou sportives) est associé dans les représentations au calcul (tout particulièrement au calcul mental). Qu'en est-il des pratiques effectives ?
Cette culture du calcul avait autrefois ses hérauts : les calculateurs prodiges[19]. Mais elle existait aussi sous une forme plus commune et ordinaire, dans laquelle l'entraînement était à la fois nécessaire et méritoire[20].

---

17 Nordon (1999), p 81.

18 Par exemple M. Bacquet, rééducatrice en CMPP : « Or, quand un élève ne sait pas résoudre un problème, savez-vous ce qu'on lui propose ? Eh bien, on lui en donne un deuxième, un troisième, un quatrième : bref, tout un tas de problèmes identiques, et on conseille même aux parents de continuer la série le soir à la maison. Et si, en fin d'année, ce gavage répétitif se révèle inefficace, on décide un redoublement, soit encore une année avec toujours plus de problème identiques, avec les mêmes commentaires faits par le même maître. [...] Gavage et répétition ne servent à rien, la seule vraie "solution" consistant à expliciter clairement la structure qui sous-tend les problèmes à chaque nouveau thème et de faire les liens qui s'imposent entre les différents énoncés d'un thème commun » ; Bacquet (1996) p 39. Nous avons précédemment cité une situation ouverte (le jeu du parking) qu'elle propose en substitution des abus qu'elle dénonce.
Ou D. Sadeck-Khalil orthophoniste : « Lorsqu'on nous conduit un enfant pour dysorthographie, nous savons tous qu'il ne suffit pas de lui faire faire des dictées pour lui donner une orthographe acceptable. [...] Et multiplier les problèmes, même par séries, ne fait pas comprendre le raisonnement arithmétique à un enfant qui n'y est pas parvenu. Dictée, conversations, exercices d'audition ou problèmes se passent sur le plan de l'application d'une acquisition et constituent une vérification ou un exercice de pratique. Nous n'aurions pas de raison d'être si nous ne faisions autre chose et autrement. Autrement même que d'expliquer le langage par du langage, l'arithmétique par des explications arithmétiques, etc. Dans ce cas, nous ne serions là que pour combler les lacunes éducatives ou pédagogiques, et tel n'est pas notre rôle ». Quelques pages plus loin, et au seul sujet de la pratique de rééducation, les propos sont plus dialectiques : « Une remarque reste à faire : l'enfant peut avoir très bien compris tout cela et ne pas employer correctement l'article dans la parole spontanée ou en rédigeant. Le dosage des exercices explicatifs et des exercices d'entraînement doit être bien fait pour avoir un emploi aisé de l'article ». Sadeck-Khalil (1997), chapitre 7 « Langage et arithmétique » p 87, chapitre 8 « langage et mathématique » p 117.

19 La publication d'ouvrages (*L'homme qui prenait sa femme pour un chapeau*) ou la diffusion de films cinématographiques (*Rain Man*) ont fait connaître les autistes-calculateurs au grand public. Il semble que ce soient ces figures qui remplacent actuellement les mystérieux calculateurs de jadis dans l'imaginaire des rancuniers de l'enseignement du calcul mental (la rapidité n'étant plus, à l'heure des ordinateurs, sujette à l'émerveillement). Nous avons plusieurs fois entendu à propos d'élèves qui avaient des difficultés pour calculer de tête : « ça vaut mieux que d'être autiste ! ». La littérature savante est plus modérée, mais suggère des représentations de même nature. J. Nimier (1988, p 38) rapporte les propos suivants de Lebovici-Benoît, à propos des calculateurs de calendriers : « Ces mathématiciens de génie qui ont perdu leur aptitude au calcul lorsqu'ils se sont réellement interessés aux mathématiques, l'intérêt pour le calcul mental présentant même

L'électronique rend obsolète une partie de l'immense patrimoine culturel du calcul humain.
Mais parce qu'elle propose une alternative aux efforts à accomplir pour calculer rapidement et efficacement, elle transforme radicalement les représentations de l'utilité de tout apprentissage du calcul, particulièrement de l'intérêt de disposer de répertoires numériques mentaux.

e) La résolution de problème

En réaction aux excès du formalisme de la réforme et aux dérives d'abandon par les enseignants de certaines pratiques du calcul numérique (pourtant dénoncés dès le début de la mise en place), les programmes des années 80 préconisent le retour au « concret et au pratique ». Cette orientation entraîne un renouveau d'intérêt, chez les enseignants, pour les mesures et pour les calculs, mais qui s'exprime sous d'autres formes.
Les « situations-problèmes » doivent permettre aux élèves de construire du sens.
Un enseignement méthodologique à la résolution de problème doit permettre aux enseignants de développer les connaissances des élèves[21].
Problèmes absurdes ou incomplets, informations utiles ou non, il semble de plus en plus évident pour ceux qui accompagnent les élèves en dehors de l'école, que leurs difficultés proviennent d'une mauvaise lecture de l'énoncé ou d'un rejet de l'activité elle-même (anxiété ou résistance salutaire[22]). Dans les deux cas, la cause est rejetée hors du champs des mathématiques (vraisemblablement pour pouvoir intervenir dans un domaine qui est mieux maîtrisé par celui qui diagnostique). Les régulations externes se négocient à l'aide d'un vocabulaire ambigu (fortement polysémique) et des éléments facilement identifiables (le texte à lire, l'écriture de la réponse, un schéma explicatif, etc.).
Remarquons que si le terme « exercice » est déprécié par l'univers rééducatif, le terme « problème » est survalorisé dans les diagnostics comme cause même du trouble (mais des critères permettant au rééducateur de classer les deux types d'activité apparaissent très rarement dans les ouvrages que nous avons consultés). Si une interaction didactique est prévue dans l'institution d'appui, le rééducateur ne peut éviter de faire lui aussi résoudre des « problèmes » et de faire répéter des « exercices » pour les rendre familiers. La culture institutionnelle de l'appui doit alors, pour dépasser le paradoxe que ses communications introduisent, faire vivre d'autres expressions qui ne sont pas aussi négativement connotées (des « activités », des « questions », des « exercices non scolaires »).

f) La mémoire

Depuis les années 80-90, des ouvrages se référant aux sciences cognitives et à la métacognition réhabilitent le rôle de la mémoire dans les apprentissages. Des outils d'apprentissage se

---

chez les sujets normaux tous les signes d'un hyperinvestissement dont l'origine n'a évidemment jamais été étudié chez ceux qui ne sont pas réputés être des malades mentaux ». Voir aussi Brauner (1978, pp. 205-220).

[20] « Il faut détruire le mythe des calculateurs prodiges. Il y a dans chaque individu un Inaudi qui s'ignore. les procédés de calcul sont nombreux et à la portée de tous. On objecte qu'il faut être doué, avoir de la mémoire, pour bien compter. Bien sûr, certains sujets ont des dispositions particulières. Mais est-ce raisonnable de penser qu'il n'y en a de par le monde que quelques uns en la matière ? [...] Ils sont devenus ce qu'ils sont à force de travail et de persévérance. [...] Cet ouvrage contient [...] les soi-disant secrets qui sont tous des règles de pure mathématique, que beaucoup de gens retrouveront comme de vieilles connaissances. L'auteur [...] croit pouvoir attester que cette gymnastique est salutaire pour le corps et l'esprit, quelle conserve la santé, et dans son cas la rétablit, fait oublier les misères de la vie quotidienne, conditionne la bonne humeur, et même le sommeil », Portal (1970), pp. 9-10.

[21] Nous nous référons à l'étude approfondie de l'apprentissage à la résolution de problème dans Sarrazy (1996).

[22] L'épisode de « l'âge du capitaine » que S. Baruk a médiatisé (en le déformant) a beaucoup contribué à répandre l'idée que l'école pose aux élèves des questions ridicules. F. Dolto (qui comme Piaget était issue d'une famille bourgeoise qui ne considérait pas la scolarisation comme indispensable à l'instruction et l'érudition) aimait à dire que s'ennuyer à l'école était un signe d'intelligence.

diffusent, qui diversifient la présentation des contenus scolaires[23]. Certains auteurs remettent de nouveau en question l'enseignement du calcul, non plus au nom d'une maturation des structures opératoires logiques, mais de leur inadéquation avec les limites de la biologie cérébrale humaine[24].

g) Les tables : un objet culturel

L'apprentissage du répertoire des produits élémentaires bénéficie :

- de milieux aménagés (supports des interactions et instruments de contrôle) : les tables ;
- d'éléments de conduite pour la situation d'accompagnement (des représentations de l'apprentissage), dont les plus populaires sont encore la répétition et la récitation.

La constitution de ce répertoire (apprentissage de E) ne serait-il pas compris comme relevant plus d'une capacité (mémoire) et d'une volonté (efforts de l'entraînement) individuelles que d'une coopération didactique entre un professeur et une classe ?
Du professeur ou de l'élève, qui porte l'essentiel des responsabilités didactiques ? Quelle est la nature du contrat d'enseignement ?
Le milieu de l'étude personnelle est-il adapté aux intentions didactiques du professeur concernant les savoirs qu'il transmet ?
L'enseignement ne serait-elle pas même considérée comme faiblement didactique, ne requérant que des actes privés et personnels, pouvant facilement se dérouler en dehors du contrôle de l'école (qui deviendrait plus un prérecquis pour le professeur, qu'un objet d'enseignement) ?
N'y aurait-il pas renvoi de responsabilité didactique à l'extérieur de l'institution principale ?
Qui parmi les partenaires didactiques (P, E et I'') porte aujourd'hui l'essentiel des motivations de l'apprentissage et de l'encouragement des efforts ?

II Les négociations de l'apprentissage du calcul

1 Une image du calcul et de son enseignement dans la formation des enseignants

Le premier document que nous analysons est un chapitre extrait de l'ouvrage de référence : « Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeurs des écoles »[25].

[23] Par exemple A. Geninet (1994) propose de présenter la table de multiplication sous la forme d'une fleur « pour préserver la notion de plaisir dans [l'] apprentissage ». L'auteur se réfère aux propriétés des mandalas, compositions artistiques réactualisées par la neuropédagogie, pour « abandonner le sens construit verticalement, oublier l'enchaînement linéaire du "par coeur" ». Chaque pétale permet de « briser les liens établis dans l'ensemble initial pour créer des "sous-ensembles" autonomes par la création de liens originaux (ces liens peuvent aussi bien être spatiaux que temporels), en associant 3 nombres qui ne l'étaient pas nécessairement, donc globaliser à l'horizontale », pp. 7-12. Ce milieu accorde donc plus d'importance à la dimension spatiale qu'une simple liste, tout en renfermant les mêmes informations (produits de 1 à 10). Il est diffusé auprès d'un plus large public (avec moins de détails) dans Geninet (1998).

[24] « Nul ne contestera que les mathématiques sont une activité extraordinairement difficile. J'attribue cette difficulté à l'architecture de notre cerveau, largement inadaptée aux longues chaînes de raisonnements symboliques. Enfants, nous rencontrons déjà d'importantes difficultés à apprendre la table de multiplication ou les algorithmes de calcul à plusieurs chiffres. ; « Puisque les tables arithmétiques et les algorithmes de calcul sont , d'une certaine façon, contre nature, je crois que nous devrions nous interroger sérieusement sur l'opportunité de les inculquer de force à nos enfants. car nous disposons aujourd'hui d'une alternative : la calculatrice électronique, omniprésente, peu coûteuse et infaillible. [...] Je pense que l'usage raisonné de la calculatrice, en libérant l'enfant des aspects fastidieux et mécaniques du calcul, peut lui permettre de se concentrer sur le sens.» ; Dehaene (1997), pp. 150-151.

[25] R. Charnay et M. Mante (1996), tome 2, chapitre 4, pp. 111-116.

Ce chapitre a pour titre : « Généralités sur l'apprentissage du calcul », il se compose de trois parties :

- Une courte introduction cite des concepts théoriques de la Didactique des Mathématiques (que nous n'évoquerons pas ici).
- Quelques « activités initiales », accompagnées de leurs corrigés mettent en scène le calcul et la position (fictive) des étudiants-futurs-enseignants devant les exercices proposés.
- Des « apports théoriques » proposent (en réponse à l'opposition classique « calcul mental / calcul écrit ») une classification à partir des dénominations : « calcul automatisé » et « calcul réfléchi ».

Ce texte est intégralement reproduit en annexe 7-1.

a) L'habileté humaine en compétition avec la calculatrice?

Les activités fictives qui sont présentées à l'étudiant-lecteur, nous permettent d'observer les représentations qui sont volontairement mobilisées par l'auteur-formateur, pour répondre a priori à ce qui risque de surgir inopinément dans une situation didactique effective.

Le titre nous annonce « l'apprentissage du calcul » et quasi immédiatement, la calculatrice entre en scène (dès les premiers exercices et leur corrigé). Cette évocation draine avec elle une comparaison des performances de l'homme et de la machine ; les commentaires tiennent plutôt du jugement de valeur que de l'information mathématique, technique ou didactique.
Nous listons ces représentations dans leur ordre d'apparition :

- paresse (« pratique paresseuse », être « tenté ») ;
- rapidité (« la plus rapide ») ;
- fiabilité (« la plus fiable », « le plus sûr ») ;
- astuce (« un moyen adapté à chaque cas », « nécessite de leur part une réflexion », « imaginer une procédure originale») ;
- adresse (« être fort ») ;
- effort (« essayer », « calculs difficiles à réaliser », « automatismes parfois difficiles à gérer », « dépasse les possibilités ») ;
- gain de facilité (« le plus simple », « se substitue », « son usage évite le recours »).

Que pouvons-nous tirer de cette observation, indépendamment des auteurs et du contexte de formation professionnelle ?
Une certaine gêne se manifeste dans l'instauration du contrat. Tous ces jugements sont orientés dans la même direction : il s'agit de réagir contre un usage de la calculatrice, qui ne correspond pas aux caractères d'idonéité fixés dans l'institution didactique. Comme si les enseignants devaient défendre leur pratique contre la culture extérieure, sans disposer d'argument adapté. Comme s'ils devaient, sans appui intrinsèque, faire vivre l'idée que certains calculs peuvent être directement effectués par l'homme (ce qui justifie leur enseignement), tandis que d'autres mériteraient légitimement la substitution par le calcul électronique.
Les acteurs disposent-ils d'indices mathématiques ou contextuels pour décider quels calculs sont dans quelle catégorie ? Il est évident que les quelques exemples fournis ici sont plus de nature à amorcer une discussion, qu'à répondre définitivement.
Les calculs « 364,25 x 84,7 » et « 2 432 - 578 » [26] sont déclarés faisables sans machine, mais aucune méthode n'est suggérée (alors que pour les autres exemples, le corrigé en fait apparaître). Tout se passe comme si il était peu important de laisser l'étudiant devant ce mystère. Comme si l'essentiel était de présenter les capacités calculatoires visées par

[26] Une erreur d'impression dans l'ouvrage a modifié la nature de la question : 432 - 578 ; mais la correction correspond bien à 2 432 - 578.

l'institution et surtout de transmettre les arguments qui défendront la dimension noble de cet enseignement : la réflexion humaine.

Le fait que cet apprentissage repose sur le mépris d'une facilité honteuse et décidée de l'extérieure, est-il inévitable ? Demeure-t-il sans conséquence ?
L'incertitude, dans laquelle le futur enseignant est maintenu, ne provoque-t-elle pas, à terme, un relâchement de vigilance ?
Maintenir vivace la culture mathématique et épistémologique nécessaire au fonctionnement des institutions didactiques ne nécessite-il pas des efforts d'explicitation à chaque niveaux ?
Des d'indices nous laissent entendre que ces questions ne sont pas tranchées dans l'institution. Car l'étudiant, qui reviendrait sur les activités corrigées, de manière à saisir ce qui aurait pu lui échapper d'un premier jet, n'y trouverait pas d'élément pour distinguer ce qui est digne ou non d'effectuer à la calculatrice : le corrigé n'est pas opératoire.
En effet, nous relevons que les réponses sont :

- « pour 364,25 x 84,7 , beaucoup ont sans doute <u>été tentés</u> de prendre la calculatrice (c'est en effet ici le moyen le plus simple et le plus sûr) » ;
- « pour 2 432 - 578, sauf à être fort en calcul mental, <u>mieux vaut poser</u> l'opération ou utiliser la calculatrice »[27].

Et non pas :

- « pour 364,25 x 84,7 , sauf à être exceptionnellement fort en calcul mental, <u>mieux vaut poser</u> l'opération ou même utiliser la calculatrice (c'est en effet ici le moyen le plus rapide et le plus sûr) » ;
- « pour 2 432 - 578, mieux vaut poser l'opération (c'est un moyen plus simple et plus sûr pour celui qui n'est pas très entraîné au calcul mental) ; beaucoup d'entre vous, ont même sans doute <u>été tentés</u> de prendre la calculatrice ».

Dans le corrigé, la tentation abusive et l'ergonomie raisonnable sont par moment confondues.

b) Dichotomie et péjoration

L'analyse de la suite du chapitre (« Apports théoriques ») nous apporte des éléments qui vont dans le même sens de justification externe. Les critères de choix dans l'institution, relatifs à l'intégration de la calculatrice dans le cours de mathématiques, apparaissent faiblement didactiques (le débat s'articule autour de la thématique tradition / modernité). Et les déclarations semblent surtout énumérer l'ensemble de contraintes dues aux compromis de la négociation sociale.
Comme pour réhabiliter l'enseignement du calcul écrit, qui serait menacé par les pratiques sociales modernes, les auteurs soulignent qu'il « nécessite <u>aussi</u> une activité mentale »[28].
Ils proposent une nouvelle classification aux étudiants, mais les catégories « calcul automatisé et calcul réfléchi », en évitant la dissymétrie dénoncée plus haut, en formalisent une autre :

- Elles mettent le raisonnement sur un piédestal idéologique (« [il y a] calcul réfléchi, chaque fois que nous avons à <u>élaborer une procédure</u> spécifique [ou ...] des <u>décisions personnelle</u> » ; « exécuter de façon <u>purement</u> mentale » ; « l'élève a <u>pris conscience</u> que la multiplication est commutative »).
- Cette mise en valeur se paye d'une mise en retrait de ce qui est encore présenté en opposition (« Il y a calcul automatisé chaque fois que nous faisons <u>simplement</u> appel à un résultat déjà mémorisé (pour le calcul de 4 x 6, nous savons que le résultat est 24 <u>sans avoir à réfléchir</u>) ou que <u>nous nous limitons</u> à exécuter un algorithme [...] Dans tous les cas, nous agissons en quelque sorte <u>par réflexe</u> »).

---

[27] C'est nous qui soulignons.
[28] C'est nous qui soulignons.

Les mots employés sont des métaphores dangereuses, qui frappent les esprits au moins autant que la mise en garde, discrète et bien modeste en regard des risques et de l'énergie qu'elle sous-entend : « N'oublions pas cependant que [le réflexe] a nécessité un apprentissage et, qu'avant d'être automatisé, ces calculs nous ont demandé pas mal de réflexion ».

Une présentation en tableau de la classification renforce le caractère dichotomique et accentue encore la concision des arguments (et donc le poids des mots employés) :

- « le calcul automatisé nécessite peu d'effort, car exécuté par réflexe », il « s'apparente à un exercice routinier : il suffit d'exécuter une procédure connue » ;
- « le calcul réfléchi s'apparente d'avantage à la résolution de problèmes : il faut d'abord imaginer une procédure possible ».

Même s'il est acceptable et entendu qu'une telle liste est partielle (le contexte de la synthèse oblige à taire les aspects les plus courants ou les moins fondamentaux), nous observons que le coût de l'apprentissage est occulté au profit du coût à l'exécution. Nous y voyons l'indice d'une position bien plus générale, dans laquelle les arguments de l'utilisation l'emportent sur tous les autres, et qui tend à évacuer non seulement les questions de coût, mais de l'apprentissage lui-même.
Est-ce parce que l'action de l'élève (le but de l'enseignement) est plus visible que celle du professeur (les moyens de réaliser ce but) ou parce que l'école serait déchargée de la phase préalable à l'action (le professeur fait agir les élèves et évalue leurs différences de performances) ?

Nous relevons également que les éléments, qui sont communs à l'effectuation d'un calcul ou à la résolution d'un problème, sont éludés. Pourtant, imaginer une procédure à la fois plus économique et exécutable de façon efficace ne peut être détaché de l'estimation des moyens dont on dispose (les résultats mis en mémoire, les supports matériels). Le calcul mental et la résolution de problème procèdent tous deux de cette dialectique. L'enseignement vise également à une résolution routinière de certains problème-type. Et ce que certains nomment « l'apprentissage à la résolution de problème » fournit des procédures standard (ils deviennent des algorithmes dans la mesure où le contrat didactique n'introduit pas de rupture).

Bien sûr les auteurs n'en ignorent rien. L'explication de ces restrictions par omission est fort probablement à rechercher du côté des contraintes de la communication : dans l'obligation de protéger l'enseignement du calcul élémentaire du recours systématique à la calculatrice, le discours dépouille le calcul mental de ses appuis pratiques (en les chargeant de représentations péjoratives).
Les catégories conceptuelles, que propose ce texte de formation, sont-elles opérantes dans la pratique des enseignants ? Ne risquent-elles pas de devenir pour l'enseignant des représentations qui lui serviraient à distinguer dans l'action, deux pratiques du calcul, qui seraient indépendantes ; ou pire, des indices pour trier les élèves qui utiliseraient l'une ou l'autre, de manière privilégiée (les élèves à procédures réfléchies et les élèves à procédures automatisées) ?

c) Le patrimoine culturel et l'appropriation personnelle

Tout porte à penser que des contraintes externes aux mathématiques pèsent très fortement sur l'enseignement du calcul. En témoigne la présence d'une dimension « personnelle » (ou « impersonnelle ») des connaissances, comme étant l'une des « caractéristiques des deux types de calcul ». Et l'importance de cette variable est telle, qu'elle justifie qu'une ligne y soit

consacrée dans le tableau : « Le calcul automatisé est impersonnel, il est conduit de la même façon par tous les individus » ; « Le calcul réfléchi est très personnalisé. Le même calcul peut être réalisé de plusieurs manières selon les individus, notamment en fonction de leurs connaissances sur les nombres et les opérations ».
Cet indice est ténu dans ce document. Nous nous contenterons pour l'instant de le pointer et de rattacher ce vocabulaire (personnel/impersonnel) au répertoire de négociation entre les diverses institutions.

Repérons également que lorsque cette distinction se manifeste, certains gestes professionnels sont comme évoqués en filigrane : le relevé de procédures et d'erreurs, dans la classe, par le professeur, l'évaluation des connaissances des élèves, la comparaison des performances, le diagnostic des difficultés. Car cette ligne du tableau est la seule à mettre en scène « les individus ». Dans quelle mesure ces représentations et évocations influent sur la future conduite d'un professeur ? Et dans quelle mesure ces représentations et évocations jouent un rôle dans la communication des partages de responsabilité didactiques ?
D'autres distinctions auraient été pertinentes dans un contexte de formation didactique :

- la distinction culturel/personnel (savoir/connaissance) ;
- la distinction des contrats d'enseignement qui permettent ou non de transmettre un savoir (qui peut être énoncé, comme un théorème ou une méthode) et d'engendrer une pratique des connaissances (qui peut devenir familière et contrôlable, mais qui ne peut être algorithmisée et qui est difficilement descriptible parce que complexe).

Mais le répertoire que ces distinctions mobilisent, s'il est utile à l'intérieur de l'institution didactique, est moins universel que le précédent. Il semble donc que la priorité ait été donné dans ce texte à la communication entre institutions concernées, à moins que celle-ci s'impose, au détriment de la communication interne.

d) L'habillage ludique : un adjuvant énergétique ?

Tout enseignant qui transmet la pratique du calcul a besoin de mobiliser des résultats et des algorithmes mémorisés. Alors que ce texte n'a rien d'une accroche publicitaire ou d'une demande de financement, il fait appel aux mêmes formulations que le para et le périscolaire :
« La répétition est un facteur qui n'est pas à négliger, surtout si elle s'inscrit dans un contexte motivant, comme par exemple dans le cadre de jeux ». Cette intrusion de représentations mérite selon nous un arrêt sur image :

- il est question de l'apprentissage des tables ;
- cet apprentissage est considéré comme nécessaire à l'enseignement du calcul (« pour pouvoir exécuter un calcul sans machine, il est indispensable de pouvoir disposer immédiatement de certains résultats ») ;
- cet apprentissage est reconnu comme nécessitant des efforts (« cette mémorisation ne s'effectue pas sans difficulté et la simple répétition (ou récitation) n'y suffit pas ») ;
- la motivation de l'élève est probablement sous-entendue par les auteurs pour la réussite de toute entreprise didactique (non uniquement à propos du calcul) ;
- l'ouvrage diffuse toutes sortes de situations didactiques (dans les autres chapitres), qui peuvent prendre une apparence de jeux.

Ainsi, les expressions citées, chargées de connotations psychologiques et ludiques, apparaissent seulement, dans cet extrait, à propos de l'apprentissage par répétition, celui qui est considéré comme le plus pénible et dénué d'intérêt.
Elles apparaissent comme un adjuvant énergétique pour la dévolution ; ou plutôt les dévolutions, celles du formateur qui encourage les futurs professeurs à ne pas négliger cet aspect de l'enseignement, celle de l'enseignant qui encourage les élèves à fournir les efforts nécessaires et peut-être aussi les parents à accompagner en famille cet apprentissage.

Le répertoire mobilisé s'adapte particulièrement :

- au renvoi de responsabilité externe ;
- à une communication en direction de l'institution familiale.

Le jeu n'est-il pas essentiellement du domaine familial ? La motivation ne se développe-t-elle pas individuellement en dehors des contraintes qu'impose la vie scolaire ?

e) La vie sociale contre la vie scolaire ?

Le recours systématique à la calculatrice, rappelons-nous, a été le premier obstacle que le formateur prévoyait de rencontrer. Les auteurs développent tout un argumentaire de nature non didactique (usure du temps, idées et pratiques qui circulent à l'extérieur de l'école) pour justifier la présence, à l'école, d'un appareil, qui est pourtant accusé de rendre paresseux : « Les algorithmes écrits de calcul ont longtemps constitué un objectif primordial de l'école primaire. La diffusion de l'outil calculatrice en réduit considérablement l'intérêt [...] La calculatrice est aujourd'hui banalisé : dans la vie courante, au collège ou au lycée, dans la vie professionnelle [...] L'école ne peut rester à l'écart de ce phénomène ».
Comme si, contraintes de vanter la modernité, les déclarations laissaient entendre que la vie sociale imposait inévitablement son évolution à l'école.
La pratique sociale du calcul écrit et mental serait-elle la seule justification de l'enseignement du calcul ? Ou bien serait-elle le seul élément recevable (ou considéré comme tel) dans la négociation sociale d'un « savoir de base » ?

Nous avons relevé précédemment le phénomène, qui consiste à trouver des arguments externes, lorsque les éléments à convoquer n'ont pas de dignité intrinsèque communicable. S'ils sont hors du champ de contrôle de l'institution concernée, plus rien ne jugule les éventuels excès.
Nous retrouvons cet effet rhétorique, lorsqu'il s'agit de justifier, auprès des futurs enseignants, l'utilisation didactique de la calculatrice. C'est alors un concept théorique qui porte les représentations : « La calculatrice constitue, dans beaucoup d'activités, une variable didactique décisive ».
Il est essentiel de remarquer qu'un des auteurs de l'ouvrage a par ailleurs présenté des séances de calcul dans lesquelles la calculatrice jouait le rôle d'un milieu didactique (qui exerce des rétroactions didactiques)[29]. L'article, qui s'adresse aux professionnels (les enseignants), ne fait pas figurer l'expression « variable didactique » (le concept fonctionne implicitement). Par contre, il est bien précisé aux futurs utilisateurs que : « ce n'est pas la calculatrice qui a permis aux élèves de construire cette nouvelle connaissance [...] elle n'a été qu'un outil de calcul, avec ses commodités »[30].
Nous interpréterons donc l'intrusion lexicale (perméabilité du répertoire du chercheur scientifique-formateur), comme étant relative à cette situation de communication des responsabilités didactiques. Peut-être s'agit-il de hisser un outil culturel au titre d'outil pédagogique honorable (la nécessité sociale ne semble pas être, à elle seule, un critère suffisant) et d'ancrer son usage dans une culture disciplinaire (l'ergonomie pratique ne semble pas être une raison suffisante pour s'intégrer dans l'activité scientifique). Peut-être s'agit-il de signifier qu'un même objet, peut jouer des rôles instrumentaux différents, selon qu'il se trouve ou non dans une institution didactique. Peut-être s'agit-il d'affirmer, par quelques connotations relatives aux répertoires, que les pratiques didactiques sont différentes, pour un même objet d'enseignement (le calcul), selon qu'elles sont conduites ou non par des professionnels de l'enseignement.

---

[29] Charnay (1993-1994) diffusé par la revue Grand N.
[30] Ibidem, p 30.

Peut-être enfin, l'argument scientifique s'inscrit-il en contrepoint du second argument, de type psychopédagogique : « Si la charge mentale de travail due aux calculs est trop importante, certains élèves peuvent perdre le fil de leur raisonnement ou même renoncer à utiliser tel calcul, jugé par eux trop difficile ».

Ainsi, l'enseignant doit :

- enseigner le calcul que beaucoup considèrent comme inutile, en intégrant ce qui apparaît le principal ennemi ;
- lutter contre la facilité du monde moderne, sans couper les élèves du progrès technologique et tout en leur évitant de se confronter à la difficulté.

Pour tenter de concilier les contraintes, une situation didactique est proposée (voir article cité), dans laquelle :

- le calcul humain est rendu impossible (le problème est choisi pour que les connaissances permettant de le résoudre ne soient pas disponibles), pour justifier le recours à la machine (mais la réponse ne peut être contrôlée par les connaissances des élèves, la validité est portée par le prestige, le merveilleux, l'autorité ou la fréquence d'apparition dans la classe) ;
- la présence de la machine est vécue comme une occasion offerte à tous les élèves d'accéder aux savoirs ... que la machine remplace avantageusement (et qui de ce fait ne sont enviés que par ceux qui se font déjà une représentation de l'utilité de ces savoirs).

Il semble que ce soit à la fois l'incompatibilité des arguments qui circulent entre les institutions (véhiculés par des représentations inadéquates ou des expressions polysémiques) et la pauvreté du répertoire didactique commun (qui limite les justifications intrinsèques) qui placent de manière récurrente (dans chaque institution du réseau de la transmission des savoirs) les différents acteurs sous une double contrainte.
La fiction épistémologique sur laquelle repose la négociation de la transmission du calcul est-elle adaptée au partage des responsabilités didactiques et aux répertoires mobilisables ? Les exigences des communications ne modifieraient-elles pas les moyens d'enseigner, au détriment du contenu lui-même ?

2 Une image du calcul mental dans une communauté de mathématiciens

Observons maintenant comment, à l'extérieur des institutions didactiques, des institutions dites savantes communiquaient à propos du calcul et de son apprentissage, avant la réforme des mathématiques et à la massification du calcul électronique.
Nous nous référons à un ouvrage de vulgarisation contrôlée (collection Que-Sais-Je aux Presses Universitaires de France). Il s'agit d'une présentation du calcul mental par le mathématicien R. Taton en 1953.

a) Défendre sans y croire

A plusieurs reprises, l'utilité sociale du calcul mental est affirmée, l'argument semble déjà s'insérer dans un plaidoyer pour soutenir son enseignement .
Quelques exemples contextualisés confirment que le calcul mental est d'usage familier dans la pratique scientifique[31]. L'intérêt du calcul mental est rapidement évoqué pour l'élève ou l'étudiant. Mais l'auteur apparaît peu convaincu lui-même, de l'utilité du calcul dans la vie

[31] « L'ingénieur qui veut évaluer rapidement la résistance d'un conducteur ou le poids d'un édifice » (p 7) ; « De même l'ingénieur ou le technicien, qui avant d'aborder une étude précise, désire avoir, en quelques instants, l'ordre de grandeur » (p 10).

courante. Malgré ses incantations répétées[32], il reconnaît qu' « il est incontestable que le calcul écrit classique voit son domaine d'action se rétrécir chaque jour »[33]. Il ne peut d'ailleurs que citer à chaque fois le même exemple de la vie ordinaire [34], celui de l' « acheteur qui veut vérifier sur-le-champ le montant de sa note »[35].

Une certaine graduation se manifeste, lorsque l'auteur expose ses exemples dans l'ordre suivant, comme pour arracher la conviction du lecteur : le client, l'ingénieur ou le technicien, puis « Il n'est pas jusqu'au chercheur - voire même le mathématicien - ». La progression semble suivre une hiérarchie de valeurs qui déprécierait la pratique (ordinaire et technique) au profit de la science « pure ». L'apparition de cette hiérarchisation dans le discours nous intéresse à deux titres.

D'une part, parce que cette représentation est collectivement partagée, parfois même entretenue dans les cultures institutionnelles et elle ne peut pas rester sans effet sur l'enseignement du calcul et des mathématiques en général, sur les pratiques scolaires d'orientation, de diagnostic, etc.

D'autre part parce qu'il nous semble que cette représentation ne resurgit pas de manière aléatoire, mais signale des noeuds de la situation paradoxale que nous étudions. Dans le cas présent, l'auteur n'est pas dans une position didactique, il n'est donc pas soumis aux mêmes contraintes qu'un enseignant ; mais il les rencontre par le biais de l'argumentation.

Comment communiquer, à l'extérieur d'une institution, une utilité intrinsèque des connaissances ? Une représentation minimale du rôle que jouent ces connaissances est nécessaire. Les métiers de la transmission des savoirs scientifiques disposent-ils d'une culture spécifique et d'outils fiables pour aménager les situations où les nécessités pragmatiques heurtent les représentations courantes ? Ou bien les assujettis doivent-ils individuellement gérer ce paradoxe institutionnel ?

Il peut paraître disproportionné d'évoquer la pratique du mathématicien professionnel pour soutenir l'enseignement du calcul mental à l'école élémentaire. Mais peut-être est-ce la représentation, qui a paru optimum à l'auteur : il était contraint de chercher un appui à son discours qui soit non seulement pertinent (accepté des connaisseurs) et accessible (aux néophytes), mais aussi qui porte une marque d'intérêt propre à susciter l'envie (comme le rêve, le plaisir, la facilité, etc.). Le prestige que la société accorde au mathématicien peut sembler justement l'argument le mieux choisi pour relever le défi (faire rêver avec le calcul mental[36], prétendre faciliter la tâche du calculateur qui se sent plus à l'aise avec un support-papier ou

---

32 « Dans la vie courante, le calcul mental intervient aussi de façon constante » (p 5) ; « L'intérêt de enseignement est évident [...] il le prépare à la vie courante où de tels problèmes se posent constamment » (p 10).

33 Ibidem, p 10.

34 Il semble que ce soit l'unique représentation communément mobilisée de l'usage social du calcul mental. Parmi tous les documents que nous avons consultés, seul Ermel (1978, p15) explicite que l'évolution des pratiques marchandes rend le calcul mental moins adapté à la situation de paiement. Cette représentation « universelle » commune est donc de plus en plus fictive, menacée par l'électronisation de tous les maillons de la négociation commerciale, le conditionnement des produits et empaquetage, l'affichage des informations (codes barres), les moyens de paiement, la dimension des échanges (nombre des articles achetés, taille des magasins, diversification du personnel commercial, dépersonnalisation des relations, etc.).

35 p 7 et « Le client qui veut vérifier sa note » (p 10) ; « Une personne qui fait ses achats, chez un commerçant, une ménagère qui fait son marché, ne disposent pas en général de la possibilité de vérifier par écrit le montant de leurs notes » (p 42).

36 La référence aux « calculateurs prodiges » ou aux animaux « calculateurs » dans ce type d'ouvrage, relève selon-nous de ce procédé.

faire éprouver du plaisir à ceux qui n'y connaissent rien , ne s'obtient pas facilement en peu de temps et rien qu'avec des mots).

b) Compromis d'une coopération

Un auteur n'émet pas seulement des informations (même dans le genre documentaire), il situe son sujet par rapport aux courants de pensées et aux débats de son époque. Nous avons interprété cet ouvrage comme un message, qui devrait obtenir conjointement la caution de deux communautés : celle des mathématiciens (qui seraient les garants des savoirs) et celle des psychologues (qui seraient les garants de l'appropriation des connaissances par les sujets). Si tel était le cas, chaque communauté devrait pouvoir retrouver quelques éléments emblématiques de son répertoire respectif.

La préface du livre affiche la volonté de synthétiser les différents aspects du calcul. Elle rassemble des questions qui ne relèvent pas seulement des mathématiques : « cette démarche originale de la pensée humaine, sa technique et ses applications de tous ordres, ses fondements psychologiques et sa pédagogie », et propose de présenter « des sujets de réflexions susceptibles d'intéresser aussi bien les psychologues que les éducateurs ».

Dans ce type de coopération (que nous considérons ici de manière fictive à partir des arguments du document, quitte à dépasser les intentions de l'auteur ou à anticiper sur les idéologies qui soutiennent postérieurement certains aspects), tout se passe comme si les oppositions raisonnement / algorithme et intelligence / mémoire, pouvaient concilier les deux partis. Comme si chacun pouvait, sans trop déranger l'autre, convoiter le monopole du contrôle d'une des faces nobles (le raisonnement et l'intelligence). Chacun pouvant en outre se placer en défenseur du rôle (un peu méprisé) que joue l'autre face, et cela d'autant mieux que ni l'un, ni l'autre, n'en assure directement la responsabilité.

L'art du raisonnement se réfère aux Mathématiques, certes il utilise aussi des algorithmes.

L'intelligence se réfère à la Psychologie, certes elle utilise aussi la mémoire.

Mais si l'algorithme est mal maîtrisé, c'est peut-être parce qu'il a été mal mémorisé par le sujet.

Et si la mémoire est insuffisante, c'est peut-être parce que les algorithmes ont été enseignés au mauvais moment.

Relevons dans les deux phrases suivantes, les indices qui vont dans le sens de l'hypothèse d'un compromis inter-institutionnel :

« Ce libre choix entre plusieurs méthodes également logiques permet à chaque calculateur d'adopter les procédés qui lui semblent les mieux adaptés aux possibilités et aux habitudes de son esprit. Nous remarquerons enfin - fait que confirme l'observation psychologique - que ce serait une grave erreur que de confondre le calcul avec l'arithmétique théorique » [37].

- Un accord semble déjà réalisé : les mathématiques théoriques ne doivent pas être confondues avec les mathématiques pratiques et appliquées (y compris pour les tests de dépistages).

- Une complicité semble possible : Le raisonnement mathématique qui consiste à décider entre plusieurs méthodes est suffisamment vaste et intéressant pour être étudié en multidisciplinarité.

[37] Ibidem, p 9.

- Des concessions semblent pouvoir être accordées : L'étude des possibilités individuelles (habitudes, mais aussi capacités logiques et mnésiques, potentialités d'adaptation et de résistance à la difficulté) ne semblent pas convoitées par la communauté mathématique[38].

Nous avons étendu à l'ensemble de l'ouvrage cette fiction (une communication entre deux parrains de l'enseignement du calcul, qui se mettraient d'accord à partir des positions épistémologiques citées plus haut). Cette interprétation permet de recueillir un certain nombre d'indices de l'incompatibilité des contraintes qui découleraient de ces positions, dès lors qu'il s'agit d'enseigner le calcul mental.

c) Le dire et le faire

R. Taton annonce : « mathématiques et calcul sont deux disciplines différentes »[39].
Mais pour parler du calcul mental, il cite les références mathématiques et historiques de la plupart des méthodes qu'il donne à voir (à moins qu'il ne donne à voir que celles qui peuvent s'inscrire dans cette généalogie prestigieuse) : « [le] mathématicien italien Luca Pacioli [...] la qualifie de "plus fantaisiste et ingénieuse qu'aucune autre" et l'admire comme " belle, subtile et fort bien trouvée " » [40].
Dans les paragraphes qui concernent l'addition et la multiplication, la présentation de méthodes générales est largement privilégiée. Alors que l'introduction de l'ouvrage annonçait une distinction entre les procédures du calcul mental de celle du calcul écrit, et que les dernières pages rappellent que « les opérations mentales ont en effet leurs méthodes propres et ne doivent être calquées sur le calcul écrit »[41], le corps du texte ne développe pas particulièrement ce point de vue : « L'addition par calcul mental diffère assez peu du procédé classique par voie écrite »[42]. Juste quelques rares opportunités numériques sont relevées (quelques lignes avant le résumé final, et sous un statut d'informations annexes)[43].
L'uniformité des nombres semble également être la règle pour effectuer mentalement des produits : « la méthode générale la mieux adaptée à l'esprit du calcul mental : [...] la méthode du produit en croix, appelée souvent la méthode de Fourier, du nom du grand mathématicien du début de XIX^éme^ siècle Joseph Fourier »[44]. Seuls les produit par 5, 9 ou 11 sont particularisés par les propriétés de la numération décimale[45].

d) L'incompatibilité de certaines positions épistémologiques

Selon ce point de vue, l'apprentissage des tables est présenté comme le premier obstacle à franchir (à moins que ce ne soit le premier rituel initiatique à accomplir) : « Afin de pouvoir opérer ainsi, <u>il suffit</u> de savoir multiplier mentalement un entier quelconque par un nombre de un chiffre »[46].
Et l'auteur n'en cache pas le coût : « Si jusqu'au XVIII^ème^ siècle, le calcul avec jetons a été employé dans tous <u>les milieux non intellectuels</u>, de préférence au « calcul à la plume », la table

---

[38] Les opportunités numériques du calcul mental non plus, ce qui a permis le glissement des stratégies adaptées à des conditions et des répertoires (standardisés) vers des types de raisonnement (des méthodes indépendantes des nombres) et des préférences individuelles (« personnelles »).
[39] Ibidem, p 126.
[40] Ibidem, p 19.
[41] Ibidem, p 119.
[42] Ibidem, p 11.
[43] « Signalons que l'emploi de procédés particuliers permet d'accélérer certaines additions. Soit par exemple à additionner quarante trois et trente huit » (p 14).
[44] Ibidem, p 19.
[45] M. Portal (1970) défend encore, en arrière-garde, un calcul opportuniste qui utilise les propriétés des nombres (son ouvrage propose 46 configurations dans le chapitre « multiplication »).
[46] Ibidem, p 17.

de multiplication en porte à coup sûr partiellement la responsabilité »[47] ou encore : « En Occident, la nouvelle numération ne se répandit que très lentement. La diversité des formes des chiffres et la nécessité d'étudier la table de multiplication détournèrent longtemps les calculateurs de la pratique de l'algorithme »[48].
Ainsi, semble-t-il dire, de tous temps l'apprentissage du calcul et particulièrement la mémorisation de la table exigent des efforts que tous ne sont pas disposés à fournir. Il ne semble guère affecté que la dextérité en calcul mental doive se payer de difficultés (qui discrimineraient peut-être les apprenants) ou de bonnes vieilles méthodes d'apprentissage rébarbatives et sans lustre. Et c'est sans état d'âme qu'il reconnaît que « L'apprentissage des tables a constitué pendant très longtemps un exercice de mémoire dont la complexité et l'inintérêt immédiat rebutaient la plupart des élèves »[49].

L'auteur, qui sait par ailleurs flatter la communauté des psychologues, manifeste ici le détachement de celui qui ne s'enthousiasme pas pour les mêmes centres d'intérêt. Une de ses remarques peut faire penser qu'il a conscience que de tels propos peuvent choquer. Car c'est en marquant une certaine connivence (que permet une acculturation commune) qu'il aborde le sujet délicat : « Multiplier mentalement deux nombres de un chiffre est un exercice auquel chacun d'entre nous a été familiarisé dès l'école primaire par l'étude de la table de multiplication. Cet exercice de mémoire, si difficile pour certains élèves, est absolument indispensable à la mise en oeuvre du procédé classique de multiplication par voie écrite. Grâce à de nombreuses répétitions, la connaissance de cette table finit presque toujours par devenir machinale »[50].

e) Le bout de la chaîne des responsabilités

Pour prendre en charge ces ambiguïtés, pour articuler les mathématiques et la pédagogie, pour insérer l'apprentissage du calcul mental dans celui des mathématiques, l'auteur s'en remet au corps enseignant.

- Il chante avec louanges : « Fort heureusement, de nombreux éducateurs se sont efforcés de faciliter cet effort [...] ils ont su "rattacher cette étude au courant des intérêts matériels", au jeu et à l'attrait qui "doivent être le pivot de toute éducation" »[51].
- Il énonce tous les éléments à prendre en compte : « En premier lieu, le maître devra insister sur l'intérêt pratique de cette étude ; s'il réussit à en persuader les élèves, ceux-ci feront plus volontiers l'effort indispensable, n'ayant plus l'impression de travailler en pure perte. En second lieu, le maître devra s'efforcer de faciliter cette étude en suivant une progression rationnelle et en s'aidant de méthodes concrètes ou de procédés imagés »[52].
- Mais il ne traduit pas ces décisions en termes de connaissances mathématiques :
    - Le « jeu et l'attrait » pour persuader les élèves sont apparemment à chercher en dehors des mathématiques, puisqu'il propose au lecteur les références d'une « table de multiplication en vers, illustrée »[53].
    - C'est avec une conviction qui ne s'encombre pas de détails qu'il affirme : « Conduites avec adresse [les séances de calcul mental] peuvent susciter une émulation très active et un intérêt soutenu »[54]. Ou encore : « des exercices préparés et choisis avec

[47] Ibidem, pp. 16-17.
[48] Ibidem, pp. 94-95.
[49] Ibidem, p 120.
[50] Ibidem, p 16.
[51] Ibidem, p 121.
[52] Ibidem, p 121.
[53] Ibidem, p 121.
[54] Ibidem, p 123.

de multiplication en porte à coup sûr partiellement la responsabilité »[47] ou encore : « En Occident, la nouvelle numération ne se répandit que très lentement. La diversité des formes des chiffres et la nécessité d'étudier la table de multiplication détournèrent longtemps les calculateurs de la pratique de l'algorithme »[48].
Ainsi, semble-t-il dire, de tous temps l'apprentissage du calcul et particulièrement la mémorisation de la table exigent des efforts que tous ne sont pas disposés à fournir. Il ne semble guère affecté que la dextérité en calcul mental doive se payer de difficultés (qui discrimineraient peut-être les apprenants) ou de bonnes vieilles méthodes d'apprentissage rébarbatives et sans lustre. Et c'est sans état d'âme qu'il reconnaît que « L'apprentissage des tables a constitué pendant très longtemps un exercice de mémoire dont la complexité et l'inintérêt immédiat rebutaient la plupart des élèves »[49].

L'auteur, qui sait par ailleurs flatter la communauté des psychologues, manifeste ici le détachement de celui qui ne s'enthousiasme pas pour les mêmes centres d'intérêt. Une de ses remarques peut faire penser qu'il a conscience que de tels propos peuvent choquer. Car c'est en marquant une certaine connivence (que permet une acculturation commune) qu'il aborde le sujet délicat : « Multiplier mentalement deux nombres de un chiffre est un exercice auquel chacun d'entre nous a été familiarisé dès l'école primaire par l'étude de la table de multiplication. Cet exercice de mémoire, si difficile pour certains élèves, est absolument indispensable à la mise en oeuvre du procédé classique de multiplication par voie écrite. Grâce à de nombreuses répétitions, la connaissance de cette table finit presque toujours par devenir machinale »[50].

e) Le bout de la chaîne des responsabilités

Pour prendre en charge ces ambiguïtés, pour articuler les mathématiques et la pédagogie, pour insérer l'apprentissage du calcul mental dans celui des mathématiques, l'auteur s'en remet au corps enseignant.

- Il chante avec louanges : « Fort heureusement, de nombreux éducateurs se sont efforcés de faciliter cet effort [...] ils ont su "rattacher cette étude au courant des intérêts matériels", au jeu et à l'attrait qui "doivent être le pivot de toute éducation" »[51].

- Il énonce tous les éléments à prendre en compte : « En premier lieu, le maître devra insister sur l'intérêt pratique de cette étude ; s'il réussit à en persuader les élèves, ceux-ci feront plus volontiers l'effort indispensable, n'ayant plus l'impression de travailler en pure perte. En second lieu, le maître devra s'efforcer de faciliter cette étude en suivant une progression rationnelle et en s'aidant de méthodes concrètes ou de procédés imagés »[52].

- Mais il ne traduit pas ces décisions en termes de connaissances mathématiques :

  - Le « jeu et l'attrait » pour persuader les élèves sont apparemment à chercher en dehors des mathématiques, puisqu'il propose au lecteur les références d'une « table de multiplication en vers, illustrée »[53].

  - C'est avec une conviction qui ne s'encombre pas de détails qu'il affirme : « Conduites avec adresse [les séances de calcul mental] peuvent susciter une émulation très active et un intérêt soutenu »[54]. Ou encore : « des exercices préparés et choisis avec

---

[47] Ibidem, pp. 16-17.
[48] Ibidem, pp. 94-95.
[49] Ibidem, p 120.
[50] Ibidem, p 16.
[51] Ibidem, p 121.
[52] Ibidem, p 121.
[53] Ibidem, p 121.
[54] Ibidem, p 123.

discernement peuvent exciter une vive émulation des élèves »[55]. Tandis qu'il n'hésite pas à présenter longuement le procédé La Martinière (allant jusqu'à citer le chiffon[56]).

- C'est encore sans suggérer d'indices qu'il met en garde : « Le calcul mental doit être enseigné méthodiquement car l'improvisation est encore plus dangereuse dans ce domaine que dans certaines autres disciplines. [...] Le maître doit réfléchir à l'avance à la structure et à l'enchaînement des méthodes qu'il doit enseigner ; il préparera avec soin un choix d'exercices, parfaitement adapté à la gradation des difficultés et à la diversité des application »[57]. Ou encore : « Une très grande prudence est nécessaire, la multiplication mentale dépassant vite les possibilités d'un élève moyen ; de ce fait les cas particuliers élémentaires joueront un rôle essentiel dans les exercices »[58].

L'injonction finale devient bien paradoxale dans un tel contexte épistémologique, puisqu'elle s'énonce encore par la voix du mathématicien professionnel (dont l'institution néglige justement de cautionner ce qui serait à protéger) : « En arithmétique, deux points importent : reconnaître quelles opérations on doit faire, c'est à dire, au fond, faire comprendre les définition, puis savoir faire correctement les opérations : le premier point est affaire d'intelligence ; le second de routine, ou pour parler mieux, d'habitude. Ne méprisez point cette routine-là [59] ».

f) Quelle diffusion de savoirs à propos du calcul mental ?

Quelles connaissances spécifiques pour l'apprentissage ou l'enseignement du calcul mental, quelles connaissances du calcul mental lui-même figurent dans l'ouvrage pour que les éducateurs intéressés puissent trouver matière à réflexion ?

Relevons dans un premier temps quelques faits.

1- R. Taton annonce un premier exemple numérique[60] (4 342 + 3 234) « d'où seront exclues les difficulté de report » et pour lequel il propose de « suivre le déroulement -d'ailleurs très simple - de l'opération, [et de détailler] celle-ci à la façon d'un calculateur mental débutant qui énoncerait à voie basse la suite des calculs qu'il effectue ».

2- Immédiatement après le développement de la procédure, il commente : « Si le lecteur trouve quelque difficulté à traiter lui-même cet exemple par voie mentale, il devra, avant de le reprendre, s'entraîner sur des additions de deux nombres de deux, puis de trois chiffres, en évitant bien entendu tout report dans cette première étape ».

3- Quelques lignes plus loin, l'auteur insiste : « Au delà un entraînement sérieux est nécessaire, à moins d'être spécialement doué »[61] ; et encore : « En fait, par cette méthode, un calculateur peu exercé ne doit pas nourrir de buts trop ambitieux [62] ».

4- R. Taton fournit des références : « Pour montrer l'intérêt de cette méthode, signalons qu'elle est employée par presque tous les calculateurs rapides. Dans son petit

---

[55] Ibidem, p 118.

[56] Ibidem, p 123. Nous avons relevé l'usage du procédé La Martinière conseillé, la même année par les instructions officielles, pour les études du soir. Il s'agit d'un aménagement de la vérification collective rapide, qui s'adapte bien à l'entraînement du calcul et à l'accompagnement collectif de l'apprentissage des leçons.

[57] Ibidem, p 123.

[58] Ibidem, pp. 124-125.

[59] Ibidem, p 119, citation du mathématicien J. Tannery, rapportée par Taton.

[60] Exemple de la page 12. Nous ne pouvons soupçonner l'auteur d'avoir choisi cet exemple au hasard. Il présente les données sous une forme littérale (pour ne pas s'éloigner, dit-il des conditions orales). L'écriture chiffrée met mieux en évidence les redondances des valeurs, à la fois simples (car elles sont toutes inférieures à 5) et troublantes (certaines combinaisons se répètent : 4 + 3 et 4 + 2, mais pas toutes).

[61] Ibidem, p 13.

[62] Ibidem, p 18.

ouvrage *Le calcul rapide facile pour tous*, Inaudi lui fait une place de choix et la désigne sous le nom de « méthode générale de la multiplication sans produits partiels ». Comme la plupart des calculateurs rapides, il l'utilise d'une façon qui n'est pas à la portée de tous »[63]. Ou encore : « Mais il faut être très exercé pour ne pas passer plus de temps à rechercher ces transformations qu'à effectuer la multiplication de la façon classique ; aussi n'encourageons-nous pas un calculateur novice à suivre cette méthode »[64].

5- La supériorité du savoir est régulièrement marquée : « Nous supposerons simplement une connaissance très élémentaire de la Théorie de ces opérations »[65].

Le lecteur qui n'est pas familiarisé avec les mathématiques, est d'emblée informé (par la préface) que ce livre n'est pas un manuel. Toutefois, il peut croire, en le parcourant, que le texte lui permettra, grâce aux nombreuses illustrations et exemples, d'approfondir ses connaissances dans le domaine du calcul mental.

Mais dès le premier exemple, il se heurte à un autre projet. A peine l'auteur a-t-il développé la solution, qu'il marque immédiatement un doute quant à la capacité d'une partie de son public à partager avec lui ce répertoire de connaissances mathématiques. Ce qui est annoncé comme étant le plus facile, est associé à ce qui apparaît un énorme effort et c'est la théorie du don qui est évoquée comme alternative à l'entraînement. Le novice acharné qui poursuit pourtant le dessein de se former en passant outre cette première épreuve, n'est pas quitte. Son incompétence a priori supposée est régulièrement convoquée, y compris par personne interposée.

Cette communication présente donc un fort caractère d'ambiguïté (l'indice et l'ordre se contredisent[66]) si nous la situons dans un contrat (même faiblement) didactique. Est-ce une mise en scène pour amorcer la dévolution d'un apprentissage ou pour décourager l'apprenti paresseux ? Si tel était le contrat que l'auteur passait avec son lecteur, il serait de nature à décourager tous les modestes ignorants qui croiraient qu'une main leur est tendue.

Mais elle se comprend tout autrement dans une communauté qui partage un répertoire minimum (très rapidement, la faisabilité des exemples que l'auteur propose n'est plus pour lui une préoccupation). Si ce discours est placé sous un contrat de diffusion (qui n'engage pour l'émetteur d'autre responsabilité que de garantir la validité et les sources de ses déclarations), il prend l'apparence d'une mise en garde d'expert. Celui-ci signale à ceux qui n'en mesureraient pas bien les conséquences, que toute ambition relative au calcul mental exige des connaissances et de l'acharnement et qu'il serait ridicule voire dangereux de prétendre y accéder avec facilité.

L'apprentissage du calcul mental est affaire de mémoire, d'effort et d'entraînement, il ne peut se passer de l'adhésion du postulant.

L'auteur avait bien annoncé qu'il existait déjà « un assez grand nombre de manuels élémentaires », et « d'autres ouvrages, plus savants, [qui en] ont étudié les aspects psychologiques et pédagogiques »[67]. Mais lui, s'intéresse à « la variété des méthodes, l'importance des applications théoriques et la structure épistémologique de cette forme si intéressante de calcul ». Il puisse, dans son patrimoine, les racines théoriques de cette discipline, pour la reconnaître comme sienne et être en mesure de la vanter. Les prodigieuses curiosités ou les illustres exemples tirés de l'histoire sont de nature à séduire l'amateur éclairé, à impressionner le futile visiteur.

---

[63] Ibidem, p 22.
[64] Ibidem, p 23.
[65] Ibidem, p 11.
[66] Watslawick et al. (1972, pp. 49-52). Le contenu digital du message indique un calcul à effectuer, tandis que le message analogie signifie « vous n'y arriverez pas, vous devez vous entraîner ».
[67] Préface.

Un autre épisode à retenu notre attention. Selon l'éclairage sous lequel il est placé, il peut se comprendre comme l'histoire où le voyageur perdu se voit détailler les uns après les autres les itinéraires qui ne mènent pas là où il voudrait se rendre ; ou bien comme l'effet rhétorique d'un habile conférencier. Celui-ci chercherait l'assentiment de son public (non engagé avec lui dans un contrat didactique) avec la complicité de quelques adeptes ou initiés, qui reconnaissent (grâce à leurs connaissances) une dimension humoristique dans les effets de surprise.
Voici les étapes de cet épisode[68] :

1- R. Taton annonce qu'il va présenter : « L'antique méthode égyptienne [... qui] pourra rendre quelques services dans certains cas particuliers ».

2- Avant de l'exposer, il commente : « Cette méthode revient à considérer le multiplicateur comme une somme de puissance de 2, c'est à dire, somme toute, à écrire ce nombre dans le système binaire (de base 2), à la façon des machines mathématiques électroniques modernes ».

3- Les nombres sont choisis : « Soit par exemple à multiplier 37 par 11 ».

4- Le traitement numérique n'a plus rien d'antique (il est formulé avec les concepts modernes ci-dessus), ni même de pratique puisque R. Taton explique en guise de conclusion : « C'est ainsi que l'exemple choisi pour l'explication ne devrait pas être traité ainsi, car multiplier un nombre par 11, c'est ajouter ce nombre à son produit par 10 [...] Il est manifeste que ce procédé est ici beaucoup plus rapide que la méthode égyptienne ».

L'organisation du discours (qui fait découvrir à rebrousse-poil l'ergonomie de la méthode) semble permettre une escapade à travers les âges, qui permet à la fois de rallier certains des interlocuteurs (grâce à Piaget, certaines connaissances mathématiques pénètrent le champ de la psychologie génétique) et de raccrocher l'attention des autres grâce aux emblèmes mathématiques de l'époque.
Est-ce un clin d'oeil complice vers ceux qui partagent une certaine tradition ésotérique ?
Ou bien devons-nous voir-là, la manifestation d'une communication déformée par des exigences excessives et des conditions minimalistes : convaincre celui qui ne soupçonne même pas, informer celui qui ne demande rien, coopérer avec celui qui partage si peu ...

III L'évolution de l'enseignement des produits élémentaires

Les savoirs contenus dans la table de multiplication sont bien sûr stabilisés dans le temps. Par contre l'analyse des textes officiels met en évidence une évolution du rapport institutionnel à ces savoirs. Les contrats qui régissent sa transmission, en accordant plus ou moins de responsabilités à P ou E se sont ils modifiés ?

1 Les exigences officielles de l'institution scolaire

Nous utilisons le modèle classique en Théorie des Situations qui structure les milieux d'une situation d'enseignement[69] pour trier les répertoires qui surgissent dans les formulations officielles relatives aux programmes de l'enseignement primaire :

- le répertoire de E_{-1} (situation de l'apprentissage) ;
- le répertoire de E_0 et P_0 (situation didactique) ;
- le répertoire de P_1 (situation de projet didactique) ;
- le répertoire de P_3 (situation noosphérienne de la négociation des enseignements).

Mais nous indiquerons ici simplement quel partenaire didactique porte l'essentiel des responsabilités.

[68] Ibidem, pp. 18-19.
[69] Classification de Margolinas (1995).

a) Savoirs entraînés en classe / savoirs exposés

Les programmes de 1885 (et les instructions de 1887) mentionnent : « Etude de la table de multiplication ». L'expression marque le rôle du professeur, elle énonce une déclaration sur l'activité didactique de P (niveau 1).

Les arrêtés ministériels de 1923, 1945, 1956 et 1957 ponctuent simplement : « table de multiplication »[70], parmi la liste des autres savoirs du calcul et de l'arithmétique (qui constituent alors la part essentielle de l'enseignement des mathématiques au cours élémentaire). Les moyens mis en oeuvre par P (qui font fonctionner les produits élémentaires) sont nommés (« petits problèmes oraux ou écrits portant sur des objets usuels ») mais ils sont rattachés à l'usage et la pratique du calcul.

La transmission des savoirs n'est plus explicitement associée à une tâche spécifique de l'enseignant. De ce fait, elle n'apparaît plus comme un chapitre à part entière (comprenant cours, problèmes et exercices), mais comme isolable du calcul entraîné dans la classe. Tout est en place pour qu'une vérification que les exigences sont satisfaites par E (éventuellement par simple récitation à l'identique) puisse se détacher de l'évaluation des connaissances qui motivent leur exposition (utilisation idoine dans des situations plus ou moins complexes).

Comme de plus, l'apprentissage des produits élémentaires par les élèves apparaît comme un préalable à l'enseignement de l'algorithme écrit de la multiplication écrite, une autre coupure semble possible entre ce qui se déroule en classe et durant l'étude (personnelle ou accompagnée, puisque les études surveillées se développent). En réalité, dès le cours préparatoire, les élèves de cette époque manient déjà les quatre opérations arithmétiques élémentaires sur un petit répertoire de résultats (organisé autour des valeurs 2, 3 et 4 en 1921, autour de 2 et 5 à partir de 1945)[71]. Une certaine continuité reliait les pratiques écrites et orales des opérations et les apprentissages de certains résultats.

b) Savoirs exposés / savoirs reconstruits

Un renversement radical apparaît dans le programme de 1970, qui relègue le calcul mental en dernière position de la liste des objectifs de l'enseignement. La table n'est plus citée dans cette liste. Le discours officiel s'est déplacé : l'objet principal n'est pas le savoir, mais son apprentissage. En réaction à des formes dogmatiques de la transmission, l'attention du lecteur est orientée vers le travail personnel (de P et E) à partir des produits : « Aux tables traditionnelles, on préférera les tables de Pythagore construites par les élèves avec des nombres divers (sans oublier les lignes et colonnes qui comprennent 0 ou 1). La construction de telles tables facilite l'apprentissage et la mémorisation de sommes et de produits indispensables au calcul. On construira notamment des tables de multiplication dans lesquelles les nombres qui sont placés en lignes et colonnes sont ordonnés de 0 à 9. [...] Les techniques usuelles concernant les opérations doivent être parfaitement connues. Elles seront d'autant mieux acquises que les enfants, au lieu de les apprendre de façon purement mécanique, les auront

---

[70] Programmes et instructions officielles du 23 février 1923, arrêté du 17 octobre 1945, du 23 novembre 1956 et du 12 août 1957 pour le cours élémentaire (7-9 ans).

[71] En 1886, Pauline Kergomar, réformatrice de l'école maternelle, déplore dans son ouvrage : « L'éducation maternelle dans l'école » : « Dans les meilleurs écoles, on fait les deux ou trois premières opérations sur l'ardoise et quelques petits problèmes ; mais le calcul mental, le seul qui dû être pratiqué, est totalement négligé. [...] L'enfant aime à compter. Mais il aime à compter en palpant les objets [...] Cela me dépasse que les directrices n'aient pas fait ou fait faire des provisions de cailloux (le matériel primitif de l'humanité), de glands, de fruits de l'églantier, de pois, de fèves, de haricots. Je ne comprends pas d'avantage qu'elles n'aient pas fait appliquer chaque jour par les enfants les notions de calcul [...] Vingt fois par jour, on peut les faire compter ». Il s'agissait à cette époque des élèves de 5 à 7 ans, les programmes d'alors prévoyaient l'enseignement des quatre opérations sur les nombres de deux chiffres. J. Bolon (1999-2000) propose une synthèse de l'évolution des enseignements mathématiques à l'école maternelle, depuis 1886 jusqu'à nos jours.

découvertes par eux-mêmes comme synthèses d'expériences effectivement réalisées, nombreuses et variées ».

Les exigences sont semblables, mais les moyens de parvenir à les enseigner sont modifiés.

Les algorithmes, qui s'exécutent de manière mécanique, ne doivent plus uniquement s'apprendre de même.

L'entraînement, qui répète les mêmes conditions d'usage, doit être précédé d'une phase de découvertes et d'expériences variées.

L'organisation des produits (en tableau) apporte sa contribution à la mémorisation, qui n'apparaît plus seulement dépendante de la répétition.

P est en charge de concevoir les milieux qui provoqueront les apprentissages de E[72]. Mais comme le texte est elliptique sur les pratiques habituelles (peut-être supposées se perpétuer d'elles-mêmes) et condense les étapes entre l'amorce et le résultat final de l'apprentissage (l'entraînement n'apparaît plus), les descriptions semblent contradictoires pour celui qui ne distinguerait pas l'objet d'enseignement de son apprentissage.

c) Un apprentissage renvoyé aux compétences méthodologiques de l'élève

Les programmes de 1985 mentionnent à nouveau la table : « Construction, utilisation et mémorisation de la table de multiplication »[73]. Les verbes renvoient cette fois à des situations d'apprentissage pour E (niveau -1). Le rôle de P n'est que sous-entendu.

La premier verbe évoque assez bien une situation conduite par P (qu'elle soit didactique ou adidactique et renvoie au répertoire de P ou au milieu qu'il conçoit). Mais par quels canaux sont transmis à P les caractères des situations (les variables du milieu « tableau à double entrée ») ? Quelle culture didactique peut sous forme d'ingénierie ou de répertoire collectif soulager P dans ses responsabilités ?

Le second verbe laisse penser que E est guidé par P, avant de pouvoir prendre seul ses décisions sous sa propre responsabilité. Mais sa place dans la formulation, après un verbe qui concerne l'organisation en table, laisse aussi penser que l'utilisation se rapporte essentiellement à ce milieu culturel, plus qu'aux savoirs qu'elle contient.

Quant au troisième verbe (qui pâtit du même effet syntaxique), il pourrait correspondre à une action qui se déroule entièrement dans une autre institution didactique (dans laquelle P n'exerce plus directement, mais par l'intermédiaire de la dévolution de ses intentions et du milieu aménagé) : celle de l'étude personnelle.

En 1991, un document diffusé par le CNDP et l'éditeur Hachette[74] présente, aux parents et aux enseignants, la nouvelle politique pour l'école (niveau noosphérien). La table de multiplication ne figure pas dans la « liste des compétences mathématiques »[75]. Elle est pourtant présente dans le document, mais par l'effet d'une recomposition de la présentation, nous le retrouvons dans le chapitre « Compétences transversales », paragraphe « Compétences méthodologiques », sous-paragraphe « Mémoire » :

---

[72] Voir les situations proposées dans Brousseau (1985), pp. 110-113.

[73] Arrêté du 15 mai 1985 (cité p 106 du document diffusé par le CNDP en 1991).

[74] Ce document se réfère aux programmes de 1985 et à la loi d'orientation de 1989. Il met à la disposition des membres de la communauté éducative (enseignants et parents) les éléments de la coopération. préconisée : « établir, notamment avec les parents, de véritables contrats éducatifs, qui en fassent les partenaires à part entière, conscients de leur rôle et totalement informés » (p 19).

[75] « [L'élève du cycle 2] connaîtra notamment les décompositions additives des nombres jusqu'à 20, et saura les utiliser pour effectuer mentalement des additions », mais l'équivalent pour les produits ne figure pas ; [L'élève du cycle 3 devra] réaliser certaines multiplications de tête » (p 55).

« Comme au cycle des apprentissages premiers, l'élève [du cycle 2] exerce de façon permanente sa mémoire. Par exemple il sera capable de mémoriser : des textes courts, notamment des poèmes, des chansons, des mélodies ...; la graphie des mots courant et quelques tables de multiplication (notamment par 2 et 5) ».

Ainsi la coupure entre mémorisation des produits élémentaires et leur utilisation se confirme. L'abaissement du statut didactique de cet enseignement se confirme également ; son apprentissage apparaît :

- placé essentiellement sous la responsabilité de E (en terme de compétence) ;
- extractible du champ mathématique (au nom de la transversalité) ;
- réparti sur une durée plus longue (par l'effet du changement d'organisation des cycles qui sépare les deux anciens cours élémentaires).

L'apprentissage de la table se poursuit probablement (bien qu'il ne soit plus nommé) au cycle suivant : « L'élève [du cycle 3] doit pouvoir mobiliser, lorsque la situation le nécessite, les connaissances de base qu'il aura mémorisées. Il est donc nécessaire que ses capacités de mémorisation soient développées. C'est ainsi, par exemple, qu'il devra être capable de retenir aussi bien un poème que des termes de vocabulaire ou des résultats significatifs ».[76]
Le degré des exigences apparaît de ce fait s'être considérablement réduit.

Par le jeu du découpage éditorial, un autre élément apparaît détachable et attribuable à la responsabilité de E (et des institutions qui l'accompagnent): la motivation de l'apprentissage (tous savoirs confondus). Le paragraphe « Attitude », sous-paragraphe « Désir de connaître et envie d'apprendre » complète : l'élève du cycle 1 « prend conscience du pouvoir que donne le savoir [...] accepte des activités contraignantes pour acquérir des savoirs nouveaux » ; Au cycle 2, « l'enfant a découvert le pouvoir que confèrent les apprentissages et la satisfaction qui en découle »[77].

Le document publié par le CNDP en 1995 rétablit une place pour les tables dans les compétences disciplinaires, mais présente toujours les caractéristiques citées plus haut :

- les tables figurent dans les rubriques méthodologiques (mêmes termes, mêmes restrictions)[78] ;
- les exigences pour les sommes et les produits ne sont pas symétriques (le document détaille moins pour les produits) ;
- tous les produits de l'ensemble C n'apparaissent plus avec les mêmes attentes (marquées pour les tables de 2 et 5, en tant qu'amorce, mais très évasives pour le reste) [79].

d) Un éco-milieu pour d'autres savoirs menacés

Le B.O. n° 7 du 26 août 1999 présente aux enseignants un projet de documents d'application des programmes de l'école élémentaire, en vue d'une concertation collective. Dans ce document, la table de multiplication réapparaît à plusieurs reprises (et avec des détails qui contrastent avec les usages précédents) :

---

[76] Ibidem, p 34.
[77] Ibidem, p 32.
[78] Ibidem, p 89 pour la mémoire et p 86 pour le désir de connaître. La reproduction à l'identique de ces rubriques, dans un intervalle de 4 ans (et malgré un changement ministériel politiquement significatif) nous informe sur la stabilité « culturelle » (extérieure aux programmes) des représentations liées à l'apprentissage des tables.
[79] « Table d'addition : construction, utilisation, mémorisation. Approche des techniques opératoires de la soustraction et de la multiplication, de la table de multiplication » (p 48).

- Au cycle 2 : « Table d'addition : utilisation, mémorisation. Les tables de multiplication par 2, 5 et 10 ».
- « L'apprentissage des tables de multiplication est progressif sur les deux cycles. Seules les tables de 2, 5 et de 10 sont mémorisées en fin de cycle 2, mais l'élève dispose des autres tables pour effectuer une multiplication[80] ».
- Au cycle 3 : « Connaître les tables de multiplication [...] Effectuer mentalement [...] une division exacte issue des tables de multiplication [81] ».
« Calcul mental exact : [...] tables de multiplication ; division exacte issue des tables de multiplication[82] ».
- « Apprendre à faire une division est un travail formel qui n'éclaire pas le sens de cette opération et qui par ailleurs prend beaucoup de temps. D'autres part, même si l'élève parvient à acquérir cette technique, celle-ci est vite oubliée [...] C'est pourquoi à seule fin de mieux mémoriser le rôle de chaque élément, on proposera encore la disposition classique, mais en restant dans le champ de la table de multiplication liée au diviseur (si on divise par 6, le dividende ne dépassera pas 60) [...] La division exacte dans l'ensemble des nombres entiers sera également vue comme opération réciproque de la multiplication[83] ».

La restriction des exigences, l'accent porté sur la mémorisation, l'absence de traduction en terme de tâche pour l'enseignant sont entérinés dans ce texte récent. Le regain d'intérêt porté aux tables de multiplication semble étroitement lié à la survie d'un autre enseignement, celui de l'algorithme de division, puisque « l'existence des calculettes oblige à [le] reconsidérer globalement »[84]. Le texte place à nouveau les tables au niveau didactique, mais cette fois dans un rôle de milieu et non plus d'objet d'enseignement.
Soulignons que ce dernier document est une communication interne à l'institution scolaire. Il est frappant de constater combien les contraintes les plus externes (celles des représentations sociales) pèsent lourd dans la diffusion.

2 Différentes expressions des négociations et des compromis

Nous avons recherché dans les manuels les expressions des exigences, à la fois pour observer les appuis utilisés par les négociations, confirmer l'évolution à la baisse des exigences que nous avons précédemment relevée et finalement confronter cette évolution aux moyens de la négocier. L'exposé n'est pas organisé en fonction des manuels, mais des articulations de l'analyse (en respectant si possible l'ordre chronologique).

a) La dignité des mathématiques appliquées et des instruments techniques

Un journal « d'éducation et d'enseignement pratique » de 1867[85], Le Moniteur des écoles, propose à ses lecteurs adultes, des sujets d'examens et des cours de « pédagogie et sciences usuelles », selon un rythme bi-mensuel. Dans la rubrique arithmétique, une série de trois leçons sur la multiplication commence.

Les premières exigences didactiques se recommandent d'un élément du patrimoine des mathématiciens : « La multiplication de deux nombres quelconques dépendant, comme nous le

[80] Ibidem, p 16.
[81] Ibidem, p 18.
[82] Ibidem, p 19.
[83] Ibidem, pp. 19-20.
[84] Ibidem, p 18 (c'est nous qui soulignons).
[85] Ce document est assez particulier dans notre corpus : il ne s'agit pas d'un manuel scolaire et il est antérieur aux lois scolaires de Jules Ferry. Nous l'avons retenu parce qu'il traduit une culture pratique et technique du calcul, tout en se référant aux savoirs mathématiques savants. Il présente toutes les caractéristiques didactiques d'un manuel (il renferme des leçons et des exercices).

verrons plus loin, de celle de deux nombres d'un seul chiffre, il est indispensable de connaître par coeur les produits des neuf premiers nombres multipliés deux à deux. Tous ces produits sont contenus dans la table suivante, appelée Table de multiplication ou de Pythagore »[86].
La Table de Pythagore n'est pas seulement un abaque (un objet technique), elles est aussi un instrument mathématique, qui par exemple en étant associé à une méthode (crible d'Eratosthène), permet de déterminer une liste de nombres premiers. La Table de multiplication bénéficie de ces connotations favorables (elle est couronnée d'une majuscule).

Cette citation n'est pas simplement honorifique, le professeur (fictivement mis en scène par la leçon) accorde bien à ce tableau à double entrée un statut la fois théorique et technique. Les contrôles qu'il permet sont acceptés comme preuve par l'institution : « La table de multiplication peut aussi servir à démontrer *[la commutativité[87]]*, car si l'on prend 4 dans l'entrée horizontale et 3 dans l'entrée verticale ou réciproquement on trouve toujours le même produit »[88].
Toutefois, il ne faut s'y tromper, le professeur n'acceptera pas l'usage de l'abaque dans la pratique de l'élève (position didactique du lecteur). Car lorsque le mot « table » est rencontré dans un raisonnement mathématique, c'est aux savoirs que l'expression réfère, et non à l'instrument matériel[89] : « Remarque : Si 5 fois 7 unités font 35 unités, il est clair que 5 fois 7 dizaines font 35 dizaines ; 5 fois 7 centaines font 35 centaines, etc. Avec la table de multiplication on peut donc avoir les produits des unités, des dizaines, des centaines, etc. d'un nombre par un seul chiffre »[90].

Et si le professeur présente ensuite à l'élève le « principe de construction » de la Table de Pythagore[91], c'est pour illustrer (telle une application technique) la définition qu'il a préalablement donnée à la multiplication (« une addition abrégée »[92]). Cette explication est donc un prétexte didactique. En réalité, un simple usager n'a pas besoin de connaître les principes de la fabrication de l'instrument qu'il utilise. Et le contrat didactique ne prévoit pas que l'élève soit un simple usager !
De même, lorsque l'usage de l'abaque a été plus haut soigneusement détaillé[93], l'exemple numérique qui le suivait n'était pas l'argument d'un démonstrateur qui fait la promotion de son outil, mais l'argument d'une institution didactique qui négocie son enseignement et l'apprentissage de l'élève : « Cet exemple montre combien il est facile de faire une

[86] Le Moniteur, p 60 (leçon 1).
[87] Par commodité dans le chapitre, nous utilisons dans nos commentaires la terminologie actuelle des savoirs mathématiques.
[88] Le Moniteur, p 77 (leçon 2). Nous observons la disparition de la majuscule (usage scolaire).
[89] Comme dans la citation précédente, le substantif « table », sans majuscule apposée, indique un nom commun scolaire qui étiquette les produits élémentaires.
[90] Le Moniteur, p 61.
[91] « Construction de la Table de Pythagore : On écrit les 9 premiers nombres sur une même ligne horizontale, ce qui donne les produits des 9 premiers nombres multipliés par 1. On ajoute chacun de ces nombres à lui-même, et l'on écrit les résultats sur une seconde ligne horizontale composée par conséquent de 2 fois chacun des 9 premiers nombres ou de leurs produits par 2. On ajoute chacun des nombres de la seconde ligne à son correspondant de la première et l'on a la troisième, qui contient évidemment les produits des 9 premiers nombres par 3. En ajoutant de même à chacun des nombres de la troisième ligne son correspondant de la première, on a la quatrième ligne, et ainsi de suite jusqu'à la neuvième ligne, qu'on obtient en ajoutant à chacun des nombres de la huitième son correspondant de la première. La première ligne horizontale et la première ligne verticale sont les lignes d'entrée ». Le Moniteur (pp. 60-61).
[92] Le Moniteur, p 60.
[93] « Pour se servir de cette table, on prend le multiplicande dans l'entrée horizontale et le multiplicateur dans l'entrée verticale ; pénétrant ensuite dans la table, on trouve le produit à la rencontre des lignes correspondant au multiplicande et au multiplicateur », Le Moniteur, p 61.

multiplication du premier cas[94] ». En évoquant et en vantant les propriétés de l'abaque, le professeur justifie l'apprentissage des formules en mobilisant les représentations d'un recours facilitateur. Il apparaît encore plus pratique de pouvoir disposer mentalement directement des savoirs que l'objet technique permet de retrouver.

Dans cette culture épistémologique, l'intérêt des savoirs n'est pas infirmé par l'existence des produits de la technologie qui en découle. Bien au contraire, car ils permettent de construire (et de maîtriser) un instrument important, car d'une grande portée.

D'ailleurs, cette première leçon d'arithmétique ne se termine pas sans avoir concilié le point de vue de l'utilisateur des savoirs et celui du théoricien : « La théorie est donc conforme à la règle pratique ». La transposition entre institutions (vie quotidienne, pratiques professionnelles, activité scolaire, production savante) n'est pas méprisée. Le professeur (en position haute non menacée[95]) privilégie, dans sa communication, la position de celui qui s'adresse à l'expert de la transmission. Ainsi la négociation du contrat d'instruction (fortement didactique) entre I et I' peut mobiliser chez I'' un rapport au savoir qui pourrait justifier à lui seul un contrat d'utilisation des connaissances (faiblement didactique). L'enseignement bénéficie de cet appui (des représentations suffisamment fortes pour motiver l'apprentissage), mais aussi des situations et des moyens didactiques qui permettent d'organiser (au delà de ce qu'imagine I'') cet apprentissage.

b) L'utilité sociale et didactique se conjuguent

Jusqu'au début XX$^{\text{ème}}$ siècle, l'usage du calcul tient une place essentielle dans la société et l'école organise son entraînement.

Un manuel de 1889[96] témoigne, dans sa préface, de la primauté de cet argumentaire utilitaire pour la négociation de l'enseignement des mathématiques : « Le premier volume [...] renferme *surtout* la pratique du calcul ; celui-ci joint la théorie et la pratique. [...] Les exercices et les problèmes sont *multipliés*, et nous les avons choisis *exclusivement* parmi ceux qui se rapportent *à la vie usuelle, au commerce, à l'industrie, aux arts et à l'agriculture* » (les caractères italiques sont d'origine, ils renvoient à une Instruction spéciale Ministérielle sur l'application des programmes de l'enseignement primaire).

Les exigences didactiques sont étroitement liées aux nécessités d'une pratique aisée du calcul (quelle soit scolaire et non). Les produits élémentaires sont considérés pour eux-mêmes, de manière extérieure aux sujets. Ils s'imposent tout simplement à l'apprentissage et à l'enseignement pour assurer immédiateté et sûreté des décisions. Les exigences s'expriment impérativement :

1889 : « <u>On doit pouvoir énoncer immédiatement</u> de pareils <u>produits</u> » [97] .

L'algorithme (qui ne mobilise momentanément plus le sens) n'est pas non plus déprécié. Au contraire, il acquiert une dignité dans l'aide pratique qu'il apporte : « Lorsqu'il se trouve des zéros entre les chiffres significatifs du multiplicateur, on opère <u>sans avoir égard</u> à ces zéros, <u>seulement on a pris soin de placer</u> le premier chiffre de chaque produit partiel <u>au rang convenable</u> »[98] .

---

[94] Premier cas : produit de deux nombres à un seul chiffre.

[95] Ce vocabulaire se réfère à Watslawick et al. (1972, pp. 66-67).

[96] Nouvelle arithmétique. Cet ouvrage ne mentionne pas sa date de parution. Nous savons qu'elle est postérieure à 1889 et antérieure à 1923 (nouveaux programmes). Compte tenu de la préface et du titre, nous estimons que cet ouvrage est paru en 1889 ou peu de temps après (les instructions officielles de 1887 précisent les programmes de l'enseignement primaire). Par la suite, nous indiquerons la date de 1889.

[97] Nouvelle arithmétique (1889), p 33.

[98] Nouvelle arithmétique, p 37.

c) Une culture des nombres et des particularités

L'ouvrage de Rousselin (1891) s'adresse aux professeurs. Il finalise et justifie l'enseignement du calcul par la pratique humaine (qu'elle soit mentale et rapide ou bien écrite et contrôlable dans les cas complexes). Il organise l'ordre d'introduction des savoirs à partir des décisions du calculateur, décisions « reposant sur la connaissance des divers modes de composition de chaque nombre »[99].

Ainsi, les premières leçons présentent séparément chaque nombre (de 2 à 100) en identifiant au fur et à mesure ses propriétés additives et multiplicatives (pp. 36-98).

Par exemple le nombre 10 est associé à 15 décompositions, dont 3 fois 3 et 1, 2 fois 4 et 2[100].

Chaque nombre inférieur à 20 donne lieu à un entraînement particulier (étalé dans le temps, avec des répétitions explicites[101]). Par exemple pour le nombre 14, l'auteur propose 18 exercices et problèmes, soit mettant en jeu différentes formulations (« Compter par 14 unités à la fois ; recommencer en disant 2 fois 14 font 28 [...] ; recommencer en disant 20 fois 14 font 280 »), soit utilisant des occasions opportunistes (« D'aujourd'hui en huit quelle sera la date. Nous sommes le 7 »[102]), soit associé à des notions mathématiques complexes (faisant intervenir bénéfice et prix de revient)[103].

Les opérations arithmétiques ne sont présentées à l'enseignant qu'après cette image d'une longue familiarisation numérique[104].

Ce processus présente deux caractères qui nous ont intéressée.

D'une part, il modifie la représentation qui est attribuée habituellement à l'apprentissage en blocs de tous les produits élémentaires (aucun tableau ne rassemble les résultats). L'apprentissage personnel de E fait mention comme dans les autres manuels de la table, mais cet apprentissage n'apparaît pas isolé de l'enseignement du calcul. Il n'est pas non plus présenté au professeur comme la condition sine qua non pour effectuer une multiplication (puisqu'il est entériné depuis longtemps dans l'étude des nombres). L'auteur rappelle d'ailleurs de manière très anodine dans le déroulement de son cours (enseignement de l'algorithme de multiplication[105]) : « Nous admettrons que les élèves connaissent à fond la table de multiplication jusqu'à 9 fois 9 ». Cette communication reflète une culture didactique qui rend ordinaire le long travail conjoint, fait de fictions, de reprises et de réorganisations.

D'autre part, l'entraînement n'est pas tu, et il se déroule sous la responsabilité du professeur. L'auteur suggère les positions de E puis de P en présentant le matériel de manipulation : « Ses jeux l'ont amené plus d'une fois à observer lui-même certaines de ces compositions et décompositions, et, pour lui faire étudier méthodiquement celles qui sont utiles il n'est pas nécessaire d'employer un matériel coûteux et encombrant »[106].

L'élargissement du répertoire des élèves (au delà d'un minimum imposé) est présenté comme une émulation collective dans la classe, le professeur peut en tirer fierté. L'auteur complète l'exigence de connaître « à fond » les produits d'un autre commentaire qui engage tous les partenaires didactiques : « Il serait souhaitable que tous connussent les résultats de cette table étendue jusqu'à 20 fois 20 ou du moins jusqu'à 10 fois 20. Nous apprendrons d'ailleurs à

---

[99] Rousselin (1891), p 2.

[100] Rousselin (1891), p 54.

[101] Par exemple, p 45, l'auteur propose une récapitulation au sujet des cinq premiers nombres naturels : deux pages d'exercices gradués sont prévues à cet effet et une recommandation particulière conseille de reprendre, avant de poursuivre l'étude, certains exercices déjà rencontrés (leurs numéros sont consignés avec précisions).

[102] Le contexte social (en huit) n'est ni tu, ni compris comme nuisible.

[103] Rousselin (1891), p 67. La constitution et l'entraînement du répertoire n'est donc pas cantonné à l'apprentissage des jeunes élèves, sur une courte durée.

[104] La nature des exercices exige que le professeur recompose ses leçons, il s'agit d'une fiction et non d'une progression à suivre à la lettre.

[105] Rousselin (1891), p 163. La phrase ne ressort pas du corps du texte.

[106] Rousselin (1891), p 2.

trouver facilement les produits qu'elle contient et nous pensons que les élèves arriveront ainsi à l'apprendre sans s'en douter »[107].

C'est au cours d'un exercice[108] (sous un autre statut) que ces dernières attentes s'expriment : les élèves sont invités à calculer des produits tels que 12 x 9 F ; 9 x 14 F etc., puis 9 x 12 l ; 14 x 9 g etc. ; enfin, il leur est demandé (cette fois sous leur responsabilité) d' « apprendre par coeur la table de multiplication des 19 premiers nombres par les 9 premiers nombres ».

d) La réduction des horaires d'enseignement du calcul

Les instructions officielles de 1923 présente une nouveauté : les horaires destinés à l'enseignement du calcul sont réduits dans les classes :

« *L'ancien horaire prévoyait "pour l'arithmétique et les exercices qui s'y rattachent", trois quarts d'heure ou une heure par jour de classe. Nous n'avons guère modifié ces proportions, puisque nous prévoyons : Au cours préparatoire, deux heures et demie par semaine, soit en moyenne une demi-heure par jour de classe ; Au cours élémentaire, trois heures et demie par semaine, soit en moyenne plus de quarante minutes par jour de classe ; Au cours moyen, quatre heures et demie par semaine, soit en moyenne plus de cinquante minutes par jour de classe* ».

Les arguments de la négociation (nous les avons soulignés) sont faibles, la modification est présentée comme minime.

Par contre, la seconde nouvelle est présentée avec beaucoup plus de force, elle introduit de nouveaux équilibres didactiques dans l'enseignement : « *Ainsi est consacrée la méthode qui consiste, au cours préparatoire, comme à l'école maternelle, à placer entre les mains des enfants des objets (boutons, graines, bûchettes, etc.) qu'ils ont à grouper, séparer, combiner de diverses manières pour se rendre compte, par les yeux et par la main, de la signification réelle des calculs les plus simples. Partout l'opération manuelle précède l'opération arithmétique ; l'expression du langage courant précède l'expression du langage mathématique* ».

L'argumentation est emphatique, la communication est riche en énumération d'objets matériels et en succession de verbes d'actions (représentations fonctionnelles pour une modification des pratiques).

Ce texte apporte une troisième information : un rappel ou une rectification, que nous comprenons comme une régulation, vraisemblablement en lien avec la nouvelle précédente, car cette pratique est coûteuse en temps (peut-être est-elle aussi en lien avec le développement de l'étude surveillée ?[109]). Le législateur réaffirme que le savoir s'entraîne en classe, l'argumentation en appelle à la raison : « *Calculer rapidement et exactement, tel est l'objectif principal de l'enseignement mathématique à l'école primaire.[...] Les exercices de calcul mental ne sauraient être trop fréquents ; en particulier, aucune classe d'arithmétique ne devrait s'écouler sans que des exercices de calcul mental aient été proposés aux élèves* ».

Mais comme pour emporter la conviction dans les moments difficiles, le mérite est honoré : « *C'est peut-être dans l'enseignement mathématique que nos instituteurs ont remporté jusqu'à présent leurs succès les plus incontestés. Ils ne doivent pas s'en contenter. De*

---

107 Rousselin (1891), pp. 163-164.

108 Rousselin (1891), pp. 166-167. Soit tardivement dans le processus.

109 Nous n'avons pu explorer plus avant cette hypothèse. Nous avons remarqué que les programmes en dessin précisent ce qui doit être « fait en classe » et ce qui peut être fait « hors de la classe » : dessin libre, « notamment illustration des devoirs ». La liste de matériel qui suit cette précision : « crayons pastels, aquarelle, etc. » ne serait-elle pas à mettre en relation avec les activités ludiques, éducatives et attractives de l'étude du soir ?

nouveaux progrès seront accomplis si l'on s'efforce de rendre cet enseignement de plus en plus concret et de plus en plus pratique ».
Il s'agit bien de trouver un équilibre entre deux contraintes didactiques (transmettre le sens et l'algorithme)[110].

e) Un enseignement disparaît des programmes

En 1923, un enseignement du calcul disparaît des programmes du cours supérieur. Bien qu'en marge de notre champ d'étude, nous nous sommes intéressée aux justifications qui étaient fournies aux enseignants. Elles apparaissent uniquement externes (sociales et psychologiques), et comme imposées par une large négociation. A défaut d'obtenir l'adhésion du professeur, un ton plus confidentiel (interne dans l'institution didactique) semble chercher la complicité de l'expert en mathématiques, comme si une certaine culture de la diffusion des savoirs se sentait bafouée dans sa mission et tentait alors de se rapprocher de l'institution qui produit les savoirs (et comme si les deux référence n'étaient pas toujours compatibles) : « *Mais voici maintenant un changement plus marqué, une suppression qui provoquera peut-être des regrets chez certains maîtres. Le programme du cours supérieur ignorera désormais l'étude des nombres premiers, les caractères de divisibilité, le plus grand commun diviseur, en un mot tout ce qui est arithmétique pure. Faut-il le déplorer ? Evidemment ces questions font la joie de quiconque a du goût pour les mathématiques. Elles continueront à faire la joie de ceux qui, à l'école normale, poursuivront leurs études. Mais dans nos école élémentaires, pour des enfants qui n'ont pas treize ans, pouvons nous, en toute tranquillité, laisser subsister des enseignement de luxe ? Des voeux unanimes, répétés, réclamaient des programmes allégés et pratiques. Un sacrifice a paru nécessaire. Il faut bien se résigner à ce qu'on a souhaité et exigé. Qui serait assez insensé pour réclamer l'inscription au programme de tout ce qui est la fleur des disciplines variées ? Les mathématiques ont bien d'autres chapitres aussi élégants ; l'histoire, la philosophie, les lettres, les sciences de la nature, l'astronomie, n'offriraient-elles pas, sans fin, des chapitres rivalisant de charme avec les nombres premiers ? Mais hélas; l'art est long et les années sont brèves* »[111].?

f) Une ergonomie propre aux systèmes didactiques

Vingt ans plus tard, probablement en vue de réguler encore les pratiques d'enseignement, les instructions officielles de 1945 ménagent un paragraphe explicatif particulier pour le « calcul mental et rapide », ainsi qu'un autre pour les « tables ». Malgré le dédoublement (qui fait apparaître chaque objet dans un titre), les deux paragraphes entremêlent les actions du professeur (et n'incitent pas à une séparation en deux institutions didactiques).
Le premier insiste sur la trifonctionalité de l'entraînement, qui développe la capacité mnésique de traitement, qui diversifie les raisonnements et qui fait « savoir des résultats : table d'addition, de soustraction et de multiplication ».
Le second met en valeur les décisions d'ordre didactique du professeur (qui s'écartent de l'organisation culturelle et non didactique) : « Il appartient au maître de choisir l'ordre et les moyens qui lui apparaîtront les meilleurs pour [faire que les élèves sachent les tables de multiplication], soit en respectant l'ordre des nombres, soit en étudiant d'abord les tables les plus simples (en raison de l'écriture décimales). Par exemple : 2, 5, 10 (déjà appris au cours préparatoire) ; 3 et 6 ; 4 et 8 ; 9 ; 7 ».

---

110 J. Kuntzmann (1976, p 138) souligne que les instructions de 1925 (2 septembre) « insistent sur l'intimité avec les nombres et sur le mécanisme mais pas (comme on le ferait aujourd'hui) sur les propriétés des opérations ». Il semble donc que des régulations pour défendre les équilibres se soient prolongées sur plusieurs années, mais de manière rapprochée.
111 Instructions officielles , 1923, pp. 63-64.

Ce sera apparemment là un dernier vestige officiel du rôle didactique de l'enseignant pour transmettre les produits élémentaires aux élèves.

g) Des indicateurs des exigences et des efforts

Nous avons repris l'ouvrage de Taton (1953) pour tenter de représenter l'importance accordée à l'entraînement. Sur la base d'un simple dénombrement lexical[112], nous obtenons le tableau suivant (nous avons placé entre parenthèses les fréquences par page) :

	"table"	"effort"	"entraînement"
chapitre 1 : Nature et importance du calcul mental (pp. 7-10)	**4 (1,3)**	2 (0,6)	0
chapitre 2 : La technique du calcul mental arithmétique : addition (pp. 11-14)	1 (0,3)	**6 (2)**	**4 (1,3)**
soustraction (pp. 14-16)	0	0	0
multiplication (pp. 16-26)	**13 (1,3)**	2 (0,2)	7 (0,7)
division (pp. 28-34)	0	1 (0,2)	2 (0,3)
extraction de racine carrée (pp. 34-41)	0	0	1 (0,1)

Le premier chapitre est une présentation, il n'est pas étonnant que les actions didactiques (entraînement) ne s'expriment pas. C'est le mot « table » qui est le plus employé (phase de négociation). Apparaissent dans l'ordre : « utilise les tables », « s'interdire la consultation de telles tables », « par consultation mentale d'une table connue par coeur », « la nécessité de connaître les tables ».

Le plan du second chapitre permet de facilement comparer les trois catégories, en distinguant les opérations arithmétiques :

- C'est l'addition qui est largement en tête des efforts à fournir (puis la multiplication et la division). Cette inversion par rapport à la complexité des opérations (ordre croissant selon les cinq dernières lignes du tableau) laisse penser que cette représentation s'adresse aux partenaires de la scolarité élémentaire[113] : E porterait des responsabilités pour les sommes[114].
- L'entraînement est présent cette fois dans toutes les colonnes. La encore, l'intensité de la représentation ne suit pas les opérations, mais peut-être la pratique scolaire. C'est toujours l'addition qui est tête de l'entraînement selon les fréquences. Mais le nombre de répétitions d'un même mot, tout comme le nombre de pages consacré à un sujet donnent pour un même ouvrage une autre impression d'insistance et de mise en relief ; elle se manifeste beaucoup plus fort pour les produits.

---

[112] Nous avons retenu trois catégories : le mot « table » (comme représentant du répertoire de résultats connus directement) ; le mot « effort » (comme représentant des responsabilités de E) et regroupé dans la troisième catégorie : « entraînement » et les formes conjuguées des deux verbes « entraîner » et « exercer » (comme représentant du rôle de P).

[113] D'autres répertoires sont évoqués dans l'ouvrages : ceux des calculateurs prodiges. Ils connaîtraient tous les produits de deux nombres à deux chiffres (p 22), les premières puissances de tous les nombres inférieurs à 100 (p 37) et les logarithmes à cinq décimales de tous les entiers inférieurs à 150 (p 41). R. Taton évoque aussi un abaque, établi par J. Blater en 1876 et qui rassemble, jusqu'à 20 000, tous les produits de deux facteurs ayant jusqu'à cinq chiffres (p 23). Ces répertoires apparaissent démesurés pour le calculateur ordinaire, ils reflètent mieux les difficultés rencontrées dans l'ensemble des opérations.

[114] Dans le paragraphe, l'auteur évoque surtout les sommes de nombres à plusieurs chiffres (jusqu'à 4), qui déborde du programme scolaire. Nous pensons tout de même que cette pratique peut servir à l'auteur de représentant des efforts de mémoire et du développement de la mémoire « vive » de travail qui sont visés par l'enseignement primaire.

- La table n'est citée qu'une seule fois pour l'addition, mais 13 fois pour la multiplication (fréquences de 0,3 et 1,3). L'importance accordée au milieu de l'étude personnelle semble désigner l'intensité de la coopération didactique dans le réseau. Ainsi les sommes élémentaires exigeraient de gros efforts aux jeunes élèves, mais qui s'entraîneraient surtout en classe avec le professeur. Tandis que les efforts à fournir pour les produits seraient eux aussi importants, mais répartis sur tous les partenaires (la table circule d'une institution à l'autre).
Remarquons que la soustraction et la division sont considérées par le mathématicien comme des opérations réciproques, ne nécessitant pas d'abaque spécifique (à moins que ce ne soit aussi le reflet des négociations sociales ; les transactions plus locales d'une table de soustraction ne s'exprimeraient pas ici).
Il convient de rester très prudent sur ce type d'interprétation, car cet indicateur reste grossier (et sa validité n'est pas testée), mais il offre rapidement une image simplifiée d'un texte et permet de la comparer avec d'autres.

h) Des visées essentiellement scolaires

Au moment de la réforme des mathématiques modernes, l'environnement technologique n'est plus comparable. Avec lui, la visibilité de l'utilité des connaissances mathématiques et les attentes de la société se sont modifiées. La motivation de l'apprentissage des produits est désormais essentiellement scolaire.
La famille de l'élève est mise à distance des apprentissages, il s'agit de rompre avec l'ancienne culture scolaire du calcul et peut-être aussi avec les pratiques devenues courantes pour l'accompagnement (l'apprentissage par répétition). Les exigences relatives aux produits élémentaires ne s'expriment plus à l'extérieur de l'école, le professeur est donc seul pour les porter dans l'institution didactique.
Un milieu (les tableaux à double entrée) qui le seconde dans la construction et la mémorisation du savoir était annoncé par les programmes. Mais, du moins dans le manuel que nous avons consulté, il apparaît bien insuffisant pour modifier la nature de l'étude personnelle, car si la table de référence n'est pas canonique[115], le professeur fictif déclare tout de même : « Il faut apprendre par coeur la table de multiplication que tu trouveras au début de ce livre »[116].
Dans la préface, les auteurs s'expliquent : « Les tables d'addition et de multiplication dont la connaissance parfaite reste aussi impérative prennent la forme nouvelle de tableaux à deux entrées ». Ils annoncent leur intention de participer à cette réforme, mais ils marquent qu'un vrai changement exigerait une adaptation du répertoire de connaissances dans l'institution :
« La réforme de la grammaire [...] s'est mise très lentement en place. On peut souhaiter - et nous souhaitons - que la réforme du calcul soit plus rapide bien que peut-être, plus difficile. Nous avons voulu mettre entre les mains de nos collègues et au service des enfants un livre qui fasse la liaison entre le calcul tel qu'on le pratiquait et l'activité mathématique telle qu'on la conçoit désormais ».
D'autres éléments, pourtant désignés comme essentiels par les auteurs (pour l'entraînement des connaissances) ne figurent pas dans l'ouvrage : « Est-il besoin de dire que le calcul mental doit garder la place importante qu'il a toujours eu. Il ne nous a pas été possible pour des raisons de mise en page d'indiquer à la fin de chaque leçon quelques uns de ces exercices que les nouveaux programmes désignent sous le nom de "grilles" eu de "machines". Mais nous nous permettons de préciser à nos Collègues qu'il nous paraît indispensable de donner très souvent aux élèves [...] de tels exercices qui doivent les conduire à une maîtrise totale du calcul ».

---

115 Elle comprend en colonne, les facteurs : 3, 7, 2, 9, 5, 1, 10, 4, 0, 8, 6 et en ligne : 7, 3, 5, 8, 1, 10, 4, 2, 9, 6. Une reproduction figure à la fin de ce mémoire (après la table des matières).
116 Jacques et Marchand (1971), p 63.

Les pressions noosphériennes et économiques conduisent le diffuseur de situations didactiques à renvoyer au professeur la charge de maintenir la cohérence des nouveaux choix didactiques qui sont imposés. Les exigences de l'entraînement s'expriment, mais il semble que les moyens de le mettre en oeuvre fassent défaut. L'apprentissage des tables s'éloigne de l'enseignement de la Mathématique.

i) Glissements métadidactiques

Par glissements métadidactiques successifs, le contrat d'enseignement change d'objectifs.

- Première étape : Du savoir à enseigner aux moyens d'apprentissage (mémorisation).

Lorsqu'un objet d'étude paraît aussi transparent, élémentaire et accessible à tous que les tables, la réussite ou l'échec de l'apprentissage n'est attribuable qu'au savoir faire de l'élève, ses méthodes de travail ou sa bonne volonté. Les évaluations traduisent des états, plus qu'une dynamique ; la présence (ou l'absence) des résultats en mémoire s'explique facilement en terme de propriétés générales attribuées à l'élève (rétention ou oubli, volonté ou paresse, capacité ou manque de concentration, etc.). Si les performance d'un élève à propos de l'utilisation des résultats des tables ne sont pas à la hauteur des attentes institutionnelles, l'école va avoir tendance à rechercher, ailleurs que dans la transmission des produits élémentaires, les causes d'erreurs commises par l'élève.

Les commentaires officiels de 1977 (cours moyen) mettent en avant les capacités individuelles des élèves (répertoire de E au niveau -1) : « L'objectif du calcul mental est que <u>les enfants soient capables</u> d'effectuer toute une gamme de calculs [...] <u>Un enfant doit pouvoir</u> rendre compte de <u>sa</u> démarche [...] <u>Chaque enfant</u> pourra <u>choisir</u> les procédures qui <u>lui</u> paraissent les plus adaptées <u>pour lui</u> » [117].

- Deuxième étape : Des moyens d'apprentissage (mémorisation) aux capacités personnelles (mémoire).

Puisque les savoirs mathématiques et didactiques s'en désintéressent[118], les outils méthodologiques (détachés des savoirs) prennent avantageusement le relais pour moderniser l'étude personnelle et l'accompagnement. Pour organiser une tâche aussi simple que la mise en mémoire de quelques résultats, le répertoire didactique de P ne peut être soupçonné d'être insuffisant, la responsabilité de P ne peut être mise en cause. Si l'école ne voit plus comment améliorer les résultats de l'élève en calcul, il diagnostique un échec. Il fait appel à une autre institution pour prendre en charge d'une manière encore plus générale la correction (ce peut être d'abord en direction des parents ou du périscolaire, puis des aides paramédicales, ce peut-être au nom de l'inattention, de l'hyperactivité, de la fatigue, du peu de motivation, ou d'une déficience de la mémoire). A ce stade de diagnostic, apporter des précisions à propos de l'entraînement effectif des répertoires numériques dans la classe, de la fréquence de rencontre et de réemploi des produits paraît complètement inutile, négligeable pour l'interprétation des faits. Tout le monde ne reçoit-il pas en la matière le même enseignement ? Les institutions d'appui ne choisiront probablement pas d'entraîner les élèves dans ce domaine (de plus leurs modalités de fonctionnement ne le permettent guère).

---

[117] La dimension personnelle des procédures se confirme, au détriment de méthodes adaptés aux conditions du calcul. L'attention portée d'un côté à l'apprenant, de désintérêt de l'autre côté pour les spécificités des nombres expliquent pourquoi le « calcul automatisé » est aujourd'hui qualifié d' « impersonnel » et le « calcul réfléchi est qualifié de « personnel » (alors qu'à l'âge d'or du calcul mental, les méthodes et techniques étaient présentées comme totalement indépendantes des individus ; l'habileté à les manier étaient conditionnée par l'entraînement).

[118] C. Lethielleux (1992, p 17) dénonce le déclin des pratiques de calcul mental depuis la réforme de 70, et la disparition durant cette période des moyens d'enseignements (exercices).

j) Des régulations externalisées

Ainsi, du projet d'enseigner à tous un savoir, le système de transmission glisse vers le projet de rétablir chez certains élèves (qu'il faut repérer) les conditions d'une « bonne » mémorisation. Comme s'il s'agissait essentiellement de définir ce qui pourrait être le terreau propice à un apprentissage qui va de soi, et non pas de déterminer une genèse didactique de son développement et d'aménager des milieux, pour mieux y parvenir.
P devient l'organisateur « pédagogique » de l'apprentissage des produits, en recourant soit aux milieux aménagés par la culture, soit aux outils méthodologiques diffusés dans l'institution scolaire (hors du contrôle spécifique des savoirs à transmettre). L'organisation de l'étude est dédidactifiée, et l'apprentissage placé sous la responsabilité de l'élève (et de ses accompagnateurs dont le rôle devient plus fortement didactique). En cas de difficulté, ce n'est plus l'enseignement du professeur qui est remis en cause, mais les capacités ou les motivations de l'élève.

Une brochure publiée par l'I.R.E.M. de Clermont-Ferrand en 1994[119] défend l'idée d'un « catalogue d'exercices à traiter mentalement ». Mais la négociation interne (dans l'institution didactique) de cet entraînement inspiré « du calcul mental traditionnel » apparaît plutôt difficile. Les auteurs, « pour justifier ce type d'exercices qui peut sembler quelque peu à contre-courant des modes pédagogiques actuelles », choisissent de rapporter une anecdote qui se veut convaincante. La fable évite l'expression des exigences, mais elle personnifie sous le spectre de l'échec les risques encourus en s'y dérobant : « *Lors d'une enquête auprès d'élèves de sixième, nous avons eu l'occasion d'interviewer un élève en situation d'échec en mathématiques. Celui-ci, très lucidement, nous a expliqué les sources de ses difficultés : à l'école primaire, il n'a pas appris par coeur ses tables de multiplications. [...] Nous pensons, ainsi, que pour alléger la mémoire de travail en résolution de problème, il est bon que l'élève dispose en mémoire de connaissances ou de procédures élémentaires, lui permettant de procéder rapidement. La table de multiplication est bien utile pour faire des divisions !* ».

Nous relevons que :

- l'idée d'une phase de mémorisation indépendante et préalable (sources des difficultés) s'impose comme une évidence ;
- la non appropriation est renvoyée à l'enfant (« il n'a pas appris » ; « ses » tables) ;
- l'utilité des produits est rappelée avec son contexte pratique du calcul (rapidité, fiabilité, insertion dans l'algorithme de division) ;
- c'est en ponctuant la chute de la fable avec humour (et non sur un ton moralisateur), que l'auteur essaye de faire coïncider cette nécessité didactique (non exprimable) avec la culture du moment.

k) Comparaison des expressions des exigences

Nous avons renouvelé notre tentative de représenter l'importance de l'entraînement, cette fois sur un ouvrage récent. Il s'agit de Lethielleux (1992) : Le calcul mental au cycle des apprentissages fondamentaux (C.P., C.E.1). Le comptage porte sur les pages 12 à 30[120]. Nous obtenons le tableau suivant (nous avons également placé entre parenthèses les fréquences par page) :

[119] *Calcul mental Automatismes*, Caney J. et al. (1994), p 1.
[120] Par souci de ne pas augmenter les biais d'un instrument peu fiable, nous n'avons pas inclu l'avant-propos qui ne contenait aucun des mots choisis (mais en le comparant avec le document de Taton, ce permier constat est déjà significatif). Les pages suivantes décrivent les progressions et les exercices.

"table"	"effort"	"entraînement"
9 (0,5)	2 (0,1)	9 (0,5)

Dans ce document didactique (destiné aux enseignants) qui milite activement pour le calcul mental, nous observons que le terme « effort » est très peu employé (« effort d'attention » p 12 et « effort de mémorisation » p 18).
Les deux autres termes figurent selon une même fréquence, mais qui est plus faible que dans l'ouvrage (pourtant non didactique) de R. Taton.
Cet enseignement du calcul mental s'inscrit dans l'objectif plus général « d'acquérir le sens des opérations ». Il est, dit l'auteur, « considéré comme un moment tout à fait ludique par de nombreux élèves de l'école élémentaire » et un domaine sur lequel « avec un entraînement régulier, les élèves progressent tous »[121]. En marge de ces arguments communicables, car partagés, l'auteur semble s'excuser (à propos du mot « table ») d'employer une « terminologie un peu ancienne, mais pratique »[122].

Nous avons procédé de même pour le chapitre précédemment cité de Charnay et Mante (1996) (p 111 à 116) :

"table"	"effort"	"entraînement"
6 (1,2)	2 (0,4)	0

Rappelons que ce texte s'adresse aux futurs enseignants. Le moins que l'on puisse dire est que l'image lexicale (selon nos indicateurs) n'accorde pas grande importance au rôle du professeur en ce qui concerne l'entraînement du calcul.
Les deux occurrences du mot « effort » sont : « le calcul automatisé nécessite <u>peu</u> d'effort » et « l'effort de l'élève <u>devraient être en priorité centré sur le raisonnement</u> ». Ainsi seul le mot « table » porte les exigences concernant les répertoires. Les efforts qu'ils exigent ne semblent pas pouvoir être communiqués.
Nous avons vu que le vocabulaire des négociations se modifiait au fil des années. Nous avons donc procédé à deux autres comptages en tenant compte de ce changement de lexique. Nous obtenons :

"charge mentale"	"mémorisation"[123]
3 (0,6)	17 (3,4)

Le vocabulaire des Sciences Cognitives permet d'exprimer (sans évoquer d'effort !) les opérations de « stockage », de « rappel » et de « récupération » en mémoire ; mais ne permet plus de communiquer les gestes d'enseignement qui permette cette transmission de savoirs directs. La responsabilité de cette mise en mémoire (ainsi que la charge mentale) apparaît de ce fait concentrée sur l'élève (et son entourage).

3 Conclusions

L'équilibre entre plusieurs contraintes ne se laisse pas facilement communiquer : les distinguer incite à les opposer ; réguler l'une, incite à négliger l'autre. Pour l'apprentissage et pour l'enseignement du calcul, les dualités de représentations ne manquent pas :

- homme / machine ;

---

[121] Lethielleux (1992), p 22.
[122] Lethielleux (1992), p 24.
[123] Nous l'avons regroupé avec toutes les formes du verbe mémoriser et le substantif « mémoire ».

- individuel / culturel ;
- apprentissage / pratique ;
- psychologique / mathématique ;
- raisonnement / algorithme.

Les efforts et l'entraînement de longue haleine sont entachées de représentations dépréciatives (autorité arbitraire, mécanisation de l'être humain). L'enseignement du calcul aurait bien besoin de pouvoir justifier de manière intrinsèque et cohérente la négociation des apprentissages qui lui sont indispensables. Comment représenter cette utilité didactique interne à l'entourage de l'élève ? Un enseignement du calcul élémentaire sous contrat d'éducation nécessite nous l'avons dit une plus forte densité de représentations qu'un contrat d'utilisation de connaissances (fut une époque où accéder aux savoirs du calcul était un privilège envié) ou d'instruction (au début du siècle encore, le calcul était visiblement indispensable à tous les citoyens).

Dans ces négociations sociales, les communautés savantes portent leur part de responsabilité. C'est à elles de défendre ce qui est nécessaire, mais ne se voit pas (et devient donc un point fragile dans la transmission). Les média en répercutant surtout les opinions générales, ont profondément modifié les rapports de force qui existaient entre le savoir scientifique et son enseignement et entre les institutions d'enseignement et leur public[124].

Or entre les répertoires des professionnels et des parents, « un écart inadéquat conduirait à mettre en cause la légitimité du projet d'enseignement, en en dégradant la valeur - les enseignants ne faisant plus alors que ce que les "parents" pourraient tout aussi bien faire eux-mêmes si seulement ils prenaient le temps de le faire ! » [125]. Les difficultés à communiquer vers l'extérieur laissent donc peser des doutes sur les conditions de survie des connaissances à l'intérieur des institutions didactiques, toutefois il convient de bien distinguer ces deux types de négociations. Les savoirs didactiques permettant d'aménager les conditions de transmission des produits élémentaires perdurent-ils là où ils sont nécessaires ou tendent-ils à disparaître avec leur communicabilité ? Les institutions continuent-elles (sans le dire) à organiser cette transmission, contre le modernisme et les cultures savantes ? Ou bien ces savoirs ne reposeraient-ils plus que sur des individus (et donc sur leurs répertoires mathématiques et didactiques personnels) : professeurs « tenaces », élèves « doués », « dociles » ou « lucides » et parents « cultivés » ou « d'arrière-garde » ? Et combien de temps un tel fonctionnement pourrait-il perdurer ? La répartition naïve des rôles[126] qui consiste à confier aux professionnels la transmission du sens des concepts et aux accompagnateurs l'entraînement des connaissances reste-elle sans effet sur les pratiques scolaires ?

D'un contrat officiel d'instruction (qui indique par un programme formel comment apprendre), l'enseignement des produits pourrait régresser vers un simple contrat d'utilisation de connaissances : un contrat faiblement didactique dans lequel l'institution qui transmet n'a pas la charge d'organiser l'étude.

Si c'était le cas :

---

124 L'évolution n'est pas récente, citons par exemple J. Kuntzmann (1976, p 11) : « Notre société, d'une part se précipite sur tous les « gadgets », d'autre part méprise la technique qui les a produits. C'est une inconséquence qui retentit douloureusement au niveau de l'enseignement ».

125 Chevallard (1991 a), pp. 24-26.

126 Elle s'apparente à celle qui consiste à répartir les rôles des élèves dans les coopérations d'apprentissage comme nous l'avons rencontré au chapitre précédent, c'est à dire : certains dictent aux autres les actions à accomplir. Les théorisations des situations de communications semblent impuissantes à lutter contre cette conception naïve (et si vivante dans notre société) dès lors qu'un écosystème didactique (culture institutionnelle, représentations adaptées, milieux aménagés, connaissances collectives, etc.) ne relaye pas les savoirs au cours des actions.

- l'étude des produits ne serait plus prise en charge par l'école, seule demeurerait l'exigence de résultats ;

- l'apprentissage serait intégralement renvoyé dans l'institution familiale (et non plus partagé), qui porterait la motivation de ses efforts et l'organisation des moyens d'apprendre.

Or il n'y a pas eu en direction de cette institution familiale de diffusion de techniques qui modifieraient les répertoires didactiques, mais seulement des échanges de représentations (ou peut-être des connaissances non didactiques). La table de multiplication est le seul objet commun de la coopération entre les professionnels et les parents. Ces moyens permettent-ils à eux seuls de remplacer le rôle didactique qui était autrefois confié aux professeurs ?

IV Formalisation des objets didactiques en jeu

1 Les objets de base

a) Les connaissances effectives et fictives, les savoirs

Pour enseigner, P a besoin de s'informer sur les connaissances de E, en vue de les évaluer et de les modifier. Il observe E qui cherche à maîtriser son rapport avec un milieu, qui s'adapte à ses contraintes. Et il interprète ces actions de E comme le résultat de décisions, comme des manifestations de connaissances (« connaissances effectives », identifiables empiriquement). Mais pour distinguer plus finement ses futures observations, P peut au préalable inférer des « connaissances fictives » de la situation elle-même (en la considérant indépendamment de l'acteur, c'est à dire à partir du jeu, en évoquant seulement les différents rôles).

Une connaissance (ou une conception) fictive (pour un observateur ou non en position P) est un moyen nominal de résolution (souvent standardisé, identifié par une institution), qui est associé à une classe de situations. Ces connaissances didactiques sont plus facilement disponibles pour P si elles existent sous forme de savoirs (formalisables, communicables et donc susceptibles de circuler et de se transmettre).

b) Le milieu didactique pour enseigner

La détermination du milieu (l'ensemble objectivé des conditions didactiques fixé a priori pour une situation future à conduire) est un moyen pour P de conditionner à terme les actions de E, sans trop conditionner localement les décisions de ce dernier. Le milieu restreint de manière artificielle, volontaire et sous une légitimité didactique, le champ d'action de E. L'objectif de cette restriction cognitive et culturelle est de canaliser l'action de E vers une direction que P privilégie :

- par exemple vers la prise en compte de l'inadéquation de ses anciennes connaissances pour résoudre un nouveau problème (pour que E adapte ses connaissances, ou bien soit préparé à la nécessité d'apprendre une connaissance nouvelle) ;

- par exemple vers une question précise et précisée (pour que E « montre » qu'il connaît la réponse attendue ou bien « montre » qu'il n'a pas identifié la connaissance visée en mobilisant d'autres conceptions).

Certaines situations circulent dans les institutions didactiques, plus ou moins reproductibles et fiables.

c) Les collections de formules

Nous avons jusqu'à présent défini une connaissance (respectivement une situation) comme isolée des autres. Mais pour décrire ou étudier des situations didactiques au sein d'institutions et des gestions didactiques de processus longs, nous avons besoin de désigner des agrégats (un ensemble de savoirs ou d'exercices, etc.). Dans le cas qui nous occupe ici (la transmission des produits élémentaires), nous désignerons tous ces agrégats sous une expression commune : des collections de formules mathématiques (produites par une institution sociale ou un individu, sous forme ou non de textes). Par exemple une formule peut être :

- un théorème identifié dans une théorie mathématique formalisée ;
- une question (selon un statut didactique) pour P et E ;
- une réponse (éventuellement non valide) construite par E pour résoudre certaines situations.

Remarques :

La polysémie du vocabulaire didactique nous a conduit à choisir comme hyperonyme le terme « formule » que nous pensons un peu moins connoté du point de vue scolaire que celui d'énoncé ou de théorème (nous ne l'employons pas ici dans le sens précisé en Logique).

Les termes mathématiques (*théorème, algorithme, propriété, définition*) sont relatifs à une théorie et à une institution ; ils constituent souvent une sorte de fiction (selon laquelle il existerait une institution primitive, productrice de savoirs, qui donnerait naissance à un réservoir lexical dont le statut serait absolu).

Les termes : *lemme, corollaire, conséquence, réciproque* sont relatifs à une organisation des savoirs. Ils sont le produit d'une transposition officielle qui établit et distingue ainsi différentes positions épistémologique et didactiques.

Certains termes sont employés de manière relative par rapport à position E (le vocabulaire de la classe) ou bien à la position P (vocabulaire du professeur ou de l'analyse didactique).

Les termes utilisés dans les manuels désignent des potentialités didactiques, disponibles dans l'environnement de P (ils ne deviennent des objets didactiques que si P les choisit).

Un même mot peut jouer plusieurs rôles (par exemple : *« En exercice, vous démontrerez le théorème »*).

d) Registre, répertoire et registre répertorié

L'activité didactique crée et modifie diverses collections de formules. Pour enseigner une notion, P rassemble des savoirs et des situations. Une transposition didactique est nécessaire entre les institutions, pour adapter les savoirs à leurs utilisations et à leur diffusion (et particulièrement ici à leur enseignement).

Une collection de formules est constituée autour d'une intention, organisée autour d'un usage. Afin de pouvoir considérer les changements entre collections de formules, nous évoquerons tantôt :

- une collection amorphe de formules (c'est à dire une collection provisoirement dépourvue d'organisation ou bien telle que son organisation d'origine ne soit pas prise en compte), nous l'appellerons : registre[127] ;
- des moyens d'organiser un registre (par exemple pour faciliter son usage ou le rendre plus fiable), nous les appellerons : répertoire (plusieurs répertoires peuvent organiser un même registre ; le contenu d'un répertoire peut être considéré comme un registre ;
- un registre organisé par un répertoire, nous l'appellerons : registre répertorié.

Les modes d'organisation d'un registre sont divers :

---

[127] Nous nous référons aux définitions du Littré. Registre : « Livre où l'on écrit les actes, les affaires de chaque jour ». Répertoire : « Inventaire, table, recueil où les matières sont rangées dans un ordre qui les rend faciles à trouver. Un registre sans répertoire n'est pas commode ». Malgré notre souci de lever les ambiguités de vocabulaire, nous employons un terme qui est défini sous un autre sens dans la communauté des didacticiens. R. Duval (1996) utilise le mot « registre » à propos de notions (représentations sémiotiques) que nous espérons suffisament éloignées des nôtres pour que la polysémie ne gêne pas le lecteur.

- un simple étiquetage (les éléments sont amorphes, mais les « écritures » sont organisées) ; celui-ci permet d'établir un inventaire des formules que le registre contient et de les retrouver plus facilement ;

- un classement ou une hiérarchisation des formules du registre selon des critères de similitude externes ou selon des propriétés internes ; le répertoire contient alors des connaissances et des savoirs permettant d'identifier, de nommer, peut-être d'établir sur les formules du registre des classements, des comparaison, des mises en relation, etc. ;

- un système générateur, qui permet d'étendre le registre (nous parlerons alors de répertoire étendu), par exemple en effectuant des calculs pour obtenir de nouveaux résultats à partir des formules d'un registre.

Remarque : L'usage de la langue tend le plus souvent à confondre sous un même terme, le résultat d'une transformation et le moyen qui a permis cette transformation. Nous userons de même fréquemment du mot « répertoire » (conformément aux usages qui en étaient faits jusqu'à présent dans la Théorie des Situations) pour désigner l'ensemble constitué du registre et du répertoire qui l'organise (c'est à dire le registre répertorié).
Par contre nous pensons qu'une distinction entre les trois objets est féconde lorsqu'il s'agit de décrire ou d'analyser les constructions (et déconstruction) de collections de formules à des fins didactiques.

2 La préparation didactique d'un processus d'enseignement

a) Décomplexification d'un objet à enseigner

Pour enseigner une notion mathématique $\mathcal{N}$, P « découpe dans le Savoir » (constitué de registres répertoriés par les institutions productrices et par les institutions didactiques) une certaine collection de formules.
Il identifie un éventail d'applications typiques de $\mathcal{N}$ et donc une collection de situations qui mettent en scène $\mathcal{N}$ selon ses différents aspects (en faisant varier les conditions d'emploi de manière à ce que les savoirs décisifs et déterminants de la stratégie gagnante soient ceux qu'il a retenus).
Il envisage ainsi un premier registre, qui est le plus souvent excessivement vaste et éventuellement même infini.
Le problème (de nature didactique) qui se pose alors à P est :

- de réduire le registre qu'il va transmettre à une taille raisonnable ;

- d'en organiser un découpage judicieux (base d'une topogénèse et d'une chronogénèse de l'enseignement) ;

- d'organiser les transitions, les recollements, les reprises et les réorganisations suffisantes à un apprentissage.

Pour préparer le processus d'enseignement $\mathcal{N}$, P constitue de nouveaux registres répertoriés (qu'il organise à l'aide de son propre répertoire didactique) :

- un cours (un registre répertorié d'énoncés et d'illustrations) ;

- une suite de problèmes et d'exercices, classés en fonction d'une échelle d'intention didactique (présentation, apprentissage, fixation, révision, etc.), c'est à dire un registre répertorié de situations didactiques.

P transforme ces registres répertoriés en petites unités ordonnées chronologiquement pour ses leçons. Les formules initialement retenues sont donc recomposées, redistribuées dans de nouvelles collections, en fonction d'intentions didactiques.

b) Adaptation d'un objet d'enseignement aux attentes institutionnelles et aux capacités d'apprentissage

Pour cela, P se réfère à l'usage de la notion $\mathcal{N}$ dans les institutions qui demandent sa transmission. Il en dégage un registre de tâches exigibles, que les élèves devront maîtriser à l'issue de l'enseignement. Pour aménager les conditions propices à la diffusion, la communication, à la dévolution et à l'apprentissage des formules du registre, P prévoit pour chacune une certaine densité de fréquentation avec les élèves :

- des répétitions (pour que certains savoirs deviennent sûrs et familiers pour les élèves) ;
- des effets de surprise (une rencontre impromptue et unique ou fugace pour maintenir la vigilance des élèves ou pour rendre une présentation plus marquante sur le mode théâtral) ;
- des activations (pour que les élèves reconnaissent et pratiquent des situations de référence dans lesquelles les savoirs transmis sont opérants) ;
- des co-présences de savoirs ou de techniques qui serviront à l'établissement d'un même résultat (ou qui au contraire gagnent à être bien distingués malgré des similitudes perturbatrices) ...

Tous ces aménagements sont destinés à favoriser l'apparition, chez E, de répertoires[128] de connaissances, qui lui permettent de dominer les tâches exigibles.

Le registre des savoirs que P prévoit de transmettre correspond aux formules institutionnalisées par P (le minimum requis). Ce registre peut être désigné, évalué, il est nominalement commun à la classe. Mais pour que E puisse activer ces savoirs, il a besoin d'un certain répertoire qui tout en étant prévu par P, est beaucoup moins visible et explicitable pour E et pour les divers partenaires de l'organisation sociale de la transmission de ces savoirs. Certaines des connaissances du répertoire prévu sont identifiables par P comme des savoirs. Ils peuvent donc aussi faire l'objet d'un enseignement (et devenir ainsi d'autres formules pour d'autres registres à répertorier[129]) : des connaissances mobilisables dans des techniques de résolution, dans des raisonnements, dans des questionnements didactiques relatifs à $\mathcal{N}$, des connaissances permettant d'identifier et de reconnaître des occasions d'emploi de $\mathcal{N}$, de contrôler le sens, la validité des actions ...

3 Les contraintes et les équilibres du choix d'un processus

a) Les registres transmis

Plusieurs registres, répertoires et registres répertoriés sont envisageables pour organiser l'enseignement d'une même notion. Dans des limites temporelles inextensibles et lorsqu'un registre minimum est imposé, l'ensemble des choix possibles de processus est borné, mais non déterminé.

Le registre maximal (qui contiendrait toutes les réponses à toutes les questions) est généralement bien trop cher à l'apprentissage et à l'usage (si le registre est très vaste, le coût de la recherche d'information pertinente devient trop important).

Il est alors préférable de hiérarchiser les savoirs selon qu'ils seront plus ou moins fréquemment rencontrés, fondamentaux ou complexes. Certains savoirs devront nécessairement être directement connus des élèves, d'autres pourront n'être qu'engendrées si besoin, par un système générateur (donc appartenir à un répertoire étendu).

---

[128] Les connaissances d'un sujet ne se présentent pas à lui comme une accumulation désordonnée. Pour être mobilisables, elles sont étiquetées, identifiées, organisées, en partie engendrées, en partie contrôlées par d'autres connaissances dans un répertoire.

[129] Notre terminologie est relative à un projet didactique. Les savoirs ne se répartissent pas in abstracto entre registres et répertoires.

Le registre à transmettre est alors plus petit, mais un système générateur coûte en général plus cher à l'apprentissage, que les formules qu'il permet de produire.
Une optimisation de l'enseignement conduirait à choisir les registres et les répertoires les plus économiques à l'apprentissage, qui d'une part s'équilibreraient pour optimiser le coût de l'usage et d'autre part engendreraient le plus de possibilités et de fiabilités d'usage.

Le coût à l'apprentissage et la fiabilité d'usage sont des dimensions déjà explorées par les didacticiens ou les psychologues. Quels critères permettraient de comparer entre eux les registres et les répertoires ? Quelles réorganisations (plus ou moins locales) des formules (produites par les activités des diverses institutions) produisent quels effets didactiques ? Quels registre et répertoire viser pour E ? Quels registre et répertoire prévoir pour P ?

Les choix didactiques dépendent des conditions futures d'usage. Si on admet le recours fréquent à la calculatrice pour effectuer les opérations arithmétiques, les savoirs à transmettre peuvent concerner en priorité le contrôle de cet usage mécanisé. Mais il est aussi un autre équilibre à maintenir, qui concerne les conséquences à long terme de tel ou tel choix didactique : certains savoirs, peu utiles en apparence à un moment donné, font vivre un certain rapport aux connaissances qui se révélera fort opportun plus tard pour introduire un nouvel apprentissage. La pratique du calcul mental peut apparaître désuète à l'ère de la calculatrice, mais elle offre l'occasion de faire vivre chez les élèves :

- une culture mathématique de transformations et de contrôles numériques (dont l'enseignement de l'algèbre tirera profit) ;
- une culture didactique de questions ouvertes appelant des réponses non algorithmisées (trouver la bonne transformation) qui préfigure l'une des formes d'activité visées par l'enseignement des mathématiques.

b) Les attentes institutionnelles

D'autres types d'aménagements permettent d'améliorer le coût de la transmission d'un registre qui satisfait aux attentes institutionnelles : l'aménagement des pratiques institutionnelles elles-mêmes, car les différents algorithmes opératoires n'exigent pas nécessairement le même nombre de formules. L'algorithme dit « à la russe » n'utilise que des multiples de 2. La méthode dite « multiplication complémentaire », en ramenant un produit à des multiplications portant uniquement sur des nombres inférieurs à 5, permet de limiter le registre à 10 formules (les tables de 2 à 5)[130]. Mais ces méthodes deviennent vite coûteuses en temps d'exécution pour les grandes valeurs.
A registre égal, les algorithmes n'exigent pas nécessairement non plus les mêmes répertoires. Dans l'algorithme de la multiplication couramment pratiqué en France (appelé « à l'italienne »), le processus de report de retenues et le positionnement des résultats partiels (décalage à chaque ligne) freinent les vérifications au cours de l'action (E doit prendre en compte une sous-boucle dans sa totalité). Cet algorithme exige donc que les formules soient très fiables, directement fournies. Par contre, la technique « per gelosia » permet des aller-retour avec la mémoire pour retrouver les formules et les vérifier, sans briser pour autant l'élaboration du

[130] La propriété utilisée est : $ab = 10\,[a - (10 - b)] + (10 - a)\,(10 - b)$. E. Fourrey (1920, p 21) l'appelle « multiplication manuelle ». R. Taton (1953, p 25) relève que malgré un certain regain de notoriété au début du XIX^{ème} siècle, la « multiplication complémentaire » semble avoir disparu de l'usage courant. M. Portal (1970, p 20) et J Kuntzmann (1987, p 12) la font revivre pour allécher l'apprenti calculateur. Y. Chevallard (1989, p 27) évoque le caractère culturellement exotique, pour le mathématicien occidental, de ce calcul digital « palestinien » où l'outil sémiotique essentiel est coporel. Il cite E. Lucas qui recommandait en 1892 « ce joli procédé » aux maîtres d'école. Que ce soit à titre récréatif ou de méthode, les statuts et qualificatifs sont, on le voit, très diversifiés pour cet algorithme.

résultat final. Cet algorithme est donc plus adapté aux usagers qui peinent à fournir rapidement toutes les formules.
Ce mode de régulation sociale, qui consiste à aménager les milieux des pratiques, rencontre malheureusement peu d'écho dans notre société[131]. Il paraît préférable d'intervenir individuellement sur chaque sujet (désignés en échec). Nombreuses sont les idéologies qui l'encouragent et la société marchande s'est organisée dans ce sens.

4 Exemple de chronogénèses

Avant de poursuivre, nous illustrons cet inventaire de terminologies et d'objets didactiques, par une comparaison de plusieurs processus d'enseignement de la multiplication.

a) L'organisation classique

Le sens de la multiplication et celui de l'algorithme sont enseignés séparément et dans un ordre convenu. L'algorithme est enseigné aux élèves, avant qu'ils ne rencontrent des problèmes multiplicatifs. Pour ne pas trop retarder la confrontation avec le sens, la technique s'établit progressivement. D'abord de manière rituelle sur de « petits » produits familiers, puis sur des ensembles de nombres plus étendus (les variables des problèmes posés s'adaptent à ce qui est institutionnalisé). Pour contrôler la complexité, l'enseignant introduit successivement des sous-algorithmes (qui font intervenir le nombre de chiffres des multiplicandes, des multiplicateurs, les retenues, l'apparition des zéros, etc.). Chaque institutionnalisation remplace (ou complète) une technique par une autre plus performante et plus générale. Ce processus présente l'inconvénient de couper la technique de la compréhension (les contrôles de l'algorithme sont formels).

b) L'organisation d'inspiration constructiviste

Pour tenter de pallier à ce défaut, une autre forme d'organisation s'est développée, qui renverse l'ordre de présentation jusqu'ici convenu. Une situation de type multiplicatif est proposée aux élèves alors qu'ils ne disposent pas encore du savoir permettant de résoudre[132].
Par exemple, il s'agit de trouver le nombre total de cases d'un tableau quadrillé rectangulaire entièrement ou partiellement visible, sans pouvoir effectuer la (ou les) multiplication (s)[133].
Les élèves élaborent diverses stratégies : dénombrement un par un, groupements réguliers ou non, faisant appel ou non à la numération décimale ou à la disposition spatiale, donnant lieu à une écriture additive du nombre cherché ... Une stratégie fréquente consiste à regrouper les cases deux par deux. Par le jeu des variables didactiques, plusieurs variantes de cette situation fondamentale sont proposées successivement, pour faire apparaître diverses méthodes, pour les formuler, pour les perfectionner jusqu'à l'algorithme canonique.

---

[131] Ainsi G. Brousseau (1973) a démontré scientifiquement les performances de l'algorithme « per gelosia » : plus fiable et plus rapide à enseigner. Adopter collectivement ce moyeu dans les pratiques sociales, aurait réduit considérablement le nombre d'élèves en difficulté d'apprentissage (d'une part par ce que pour effectuer des multiplications, les élèves auraient produit moins d'erreurs, d'autre part parce que le temps didactique dégagé par cet enseignement aurait pu être consacré à d'autres objets de savoir, sans pour autant diminuer les exigences scolaires et sociales, ni le domaine de maîtrise des élèves). Ce projet social aurait boulversé certaines références culturelles, il n'a pas vu le jour. Par contre, localement, l'école Michelet a pu intégrer avec succès cet algorithme dans son curriculum. Même en comptant le temps d'enseigner l'algorithme usuel (il n'était pas question d'éloigner les élèves du patrimoine culturel), le processus demeurait satisfaisant (les résultats des élèves de Michelet ont de tout temps été contrôlés, de manière à ce que l'institution COREM puisse établir la preuve de son inocuité ; ces vérifications ont toujours confirmé que tous les enseignements y était au moins autant performants qu'ailleurs, et meilleurs sur certains points).
[132] Brousseau (1978a).
[133] Brousseau (1985), p 42.

c) L'organisation qui s'appuie sur des résultats expérimentaux et les théories de la Didactique

Les dispositifs expérimentaux ont montré que, dans le cas précédent l'enseignant gère une situation fort complexe dans laquelle :

- la méthode qui consiste à grouper deux par deux persiste durablement (elle utilise uniquement les doubles et s'apparente à l'algorithme « à la russe », mais s'éloigne de l'algorithme officiel visé) ;
- de nombreuses stratégies naissent et disparaissent au cours des séances ; elles sont difficilement identifiables (par l'enseignant, par les autres élèves, et par l'acteur lui-même), elles sont aussi souvent incomplètes, parfois intéressantes d'un point de vue didactique mais difficilement exploitables par toutes les classes.

Seules des institutionnalisations (ou des officialisations provisoires) permettent de rallier les conceptions personnelles à des savoirs collectivement gérables et fonctionnels. Le processus consiste donc à articuler dialectiquement des ruptures de contrat (gérées par des justifications ergonomiques, c'est à dire en fonction de la maîtrise des répertoires par les élèves et par des justifications sociales et culturelles). Des phases didactiques alternent avec quelques situations par adaptation (qui mettent en scènes les connaissances nécessaires et facilitent la dévolution des questions épistémologiques en jeu). Plusieurs algorithmes autonomes peuvent ainsi coexister, pour un temps, dans la classe[134].
Mais la découverte par les élèves est longue et coûteuse (elle nécessite un exposé qui décontextualise les différentes procédures). Ce processus offre peu les occasions de vérifier les comportements des élèves. Peu de temps est laissé à l'entraînement de la pratique de l'algorithme usuel. Quelques actualisations seulement sont effectivement réalisées par chaque élève. Ce processus avait été conçu pour aboutir à l'institutionnalisation de l'algorithme « per gelosia ». Mais dans le cas où c'est finalement l'algorithme canonique qui est imposé (qui requiert un répertoire de contrôle formel plus puissant), ce processus didactique est-il « meilleur » (du point de vue de l'ergonomie de la transmission) que le processus classique ? Ce dernier présente l'avantage, en insérant les sous algorithmes dans la méthode générale finale, de dégager beaucoup plus de temps pour une pratique fréquente et régulière, dans différents contextes numériques (l'entraînement de techniques remplace en partie le contrôle par les connaissances).

5 Les tables

Nous n'avons pas jusqu'ici (ou très peu) utilisé la dénomination très courante du répertoire des produits élémentaires (le registre répertorié par l'ordre des entiers naturels) : la table de multiplication. Nous récapitulons maintenant les différents objets et différentes fonctions rencontrés.

a) Un étiquetage du registre

La « table » est une désignation unique, courte et commode pour étiqueter un grand nombre de collections de formules (sommes, produits ou différences élémentaires), quelques soient les choix qui préludent à la composition des registres (selon les époques ou les institutions). La formulation est restée stable de génération en génération, de réforme en contre-réforme.
L'expression joue un rôle important dans les communications, qu'elles soient internes (dans une institution) ou externes (entre différentes institutions) car elle constitue une économie langagière appréciable et fait partie du vocabulaire courant commun. Nous la trouvons par conséquent dans les programmes scolaires et instructions officielles, dans les sommaires des ouvrages, dans les consignes et dans les conversations entre les acteurs.

[134] Brousseau (1985), pp. 98-101.

b) Un répertoire organisé

Chaque table est une organisation particulière du registre, en vue de le communiquer dans une institution.

Cette organisation peut être dénuée d'intention didactique (un ordre d'énonciation ou une disposition spatiale est fixé aléatoirement ou au contraire répond à des critères par exemple d'ordre matériel : réduire au maximum l'espace nécessaire sur une page de papier). Elle peut aussi correspondre à une intention plus ou moins fortement didactique[135].

L'ordonnancement suivant l'ordre des entiers naturels est une organisation mathématique, facilement identifiable dans la culture. Un tel répertoire permet par exemple de vérifier d'un coup d'oeil l'exhaustivité des formules qui composent une table, ou d'organiser mentalement leur citation orale, sans support matériel.

c) Un abaque

Une table, matériellement représentée sur un support permanent devient un abaque (un milieu concrètement aménagé). Chaque institution lui attribue ou non un statut (instrument technique, professionnel ou d'une portée sociale ; référence culturelle, théorique, historique, etc.).

Les propriétés de l'abaque diffèrent selon sa taille et le répertoire choisi pour organiser les formules qui le composent :

- une présentation langagière des formules facilite l'énonciation verbale (et détermine une convention de formulations, uniforme et mieux partagée), tandis que des symboles réduisent la taille de l'écriture (mais exigent, pour être lus à haute voix, que soient appris les formulations idoines correspondantes) ;
- une présentation en tableau numérique à double entrée permet plusieurs utilisations, lecture en ligne ou en colonne ou encore à partir des cases elles-mêmes.

d) Des usages didactiques d'un abaque

Les institutions didactiques luttent contre l'intrusion non contrôlée des abaques disponibles dans la culture courante et la vie pratique, parce que leur enseignement vise justement à affranchir les élèves de cette dépendance matérielle (comme vis à vis des doigts ou plus récemment de la calculatrice). Ainsi Condorcet conseille-t-il aux instituteurs de son époque, en parlant de leurs élèves : « On ne leur donnera point cette table toute formée ; parce qu'il est beaucoup plus important de fortifier par l'exercice leur intelligence et leur mémoire, que de leur indiquer les moyens de s'épargner la peine de s'en servir »[136].

Nous avons déjà cité des exemples dans lesquels l'enseignant associe l'abaque à son projet d'enseignement, sous son contrôle (géré par le contrat didactique) et pour une fonction didactique précise. Par exemple lors de la phase de dévolution de l'apprentissage (les possibilités qu'offre l'abaque justifient l'intérêt que porte l'institution aux savoirs qu'il contient et représente le bénéfice futur que procurera l'apprentissage des formules : utilité, rapidité, commodité ou étendue d'un champ de problèmes solubles).

e) Des milieux pour l'apprentissage

Nous nous intéressons surtout à cette dernière fonction : les tables-milieux aménagés pour l'étude de l'élève, qui transitent de l'institution principale à l'institution d'accompagnement.

---

[135] Deux types de contraintes peuvent se combiner, comme nous le verrons plus loin avec un exemple tiré du Brestau (1933, p 29). Choppin (1992) raconte les imbrications des contraintes économiques avec les présentations pédagogiques dans l'histoire des manuels scolaires : réductions des budgets accordés par l'état, pénuries d'après-guerre, fracture des cultures scolaires populaires ou bourgeoises, séduction des prescripteurs, ou techniques d'impression influent les choix de l'éditeur.

[136] Condorcet - Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité (1799-posthume) in Coutel et al. (1988), p 145.

Le pluriel est l'indice linguistique de cette utilisation didactique : la table finale est découpée en plusieurs tables, qui représentent une suite d'apprentissages successifs.
Les tables assurent pour les accompagnateurs un double rôle de support interactif et de représentations (des attentes, des exigences, des efforts à fournir, de l'idonéité des réponses, des modalités d'évaluation), elles transmettent des situations didactiques aux institutions qui ne possèdent pas a priori le répertoire didactique qui permettrait d'en concevoir et d'en conduire d'autres. Leurs propriétés organisent (avec une plus ou moins bonne ergonomie didactique) les actions de l'élève et éventuellement celles d'un accompagnateur en fournissant :

- un ordre progressif (graduation des difficultés) ;
- un découpage de l'apprentissage ;
- un moyen d'engendrer des questions « sèches » (dont les réponses ont une forte probabilité d'être proches du savoir), mais pas de questions « ouvertes » (dont les réponses ont une forte probabilité de correspondre aux connaissances visées) ;
- les solutions aux questions.

L'utilisation est figée, elle s'adapte mal à l'entraînement ou à l'entretien régulier des formules les plus difficiles à acquérir (par réactivations mémorielles isolées ou sélectives).

V Les conséquences sur l'aménagement du milieu

Sous une dénomination permanente durant plus d'un siècle, nous constatons plusieurs évolutions. La première concerne l'objet de l'apprentissage.

1 Savoir la table et non plus connaître des produits

a) Quelques formules

Alors que les objets de l'enseignement (et de l'apprentissage) étaient clairement identifiés jusqu'au début du siècle (chacune des formules est concevable en dehors de la table qui la renferme), progressivement c'est l'apprentissage du répertoire qui est attendu de l'étude personnelle. Dans les formulations, l'organisation du registre prévaut sur son contenu :

1867 : « Il est indispensable de connaître par coeur les <u>produits</u> des neuf premiers nombres multipliés deux à deux . Tous ces produits sont <u>contenus</u> dans la table suivante, appelée Table de multiplication ou de Pythagore »[137].
1889 : « On doit pouvoir énoncer immédiatement de pareils <u>produits</u>. Ils sont tous <u>renfermés</u> dans la table de multiplication »[138].
Dans le Brestau (1933), l'introduction de nouvelles formules témoigne également de la distinction des objets. Le manuel s'adresse aux élèves du cours moyen pour qui le registre est complété : « Il est bon de savoir par coeur non seulement les <u>produits</u> des 9 premiers nombres, mais ceux des 12 et même des 15 premiers nombres »[139]. En nous observons à cette occasion, que dans l'institution principale, les formules ne sont pas prisonnières du répertoire qui les organise et les désigne pour l'étude. Car l'ouvrage les présente en 5 listes, séparées entre elles par des lignes horizontales (qui rappellent les différentes tables), mais qui sont réparties en quinconce. Chaque liste contient moins de résultats que la précédente de manière à économiser l'espace de la page[140] et, nous y reviendrons plus longuement, pour économiser probablement aussi l'apprentissage, car la taille du registre est de ce fait ramenée à 15 au lieu de 25.

---

[137] Le Moniteur, p 60 (leçon 1).
[138] Nouvelle Arithmétique, p 33.
[139] Bresteau, p 29.
[140] La typogragie est aussi économe, puisque les derniers produits sont représentés par des triplets de nombres.

b) Une liste

Nous faisons l'hypothèse que cette concrétisation au dos des cahiers et cette forme langagière sont en relation avec la négociation sociale de la transmission de ces savoirs et le partage qui s'effectue entre temps d'enseignement et temps d'étude personnelle (dévolution progressive en direction de la sphère privée de l'élève, sur la base de la répétition et du stockage en mémoire).
Il est probable qu'il y ait eu progressivement, dans la culture courante, un glissement vers une représentation naïve de ce qui se passait à l'école, et que les objets de l'apprentissage se soient confondus avec son organisation et son étiquette dans les institutions d'accompagnement.
Puis, lorsque certains objectifs de l'enseignement du calcul ont été restaurés après la réforme, il est possible que les instruments professionnels qui leurs étaient précédemment attachés aient fait défaut dans l'institution scolaire. Peut-être ne restait-il alors à disposition qu'une didactique très pauvre, perpétuée par les pratiques domestiques et institutionnelles de l'accompagnement (plus stables que celles de l'enseignement).
Cette hypothèse expliquerait que l'étude des formules, qui aurait été conçue de manière à ce que l'organisation didactique soit contenue dans le milieu (mais invisible), ait bénéficiée de moins en moins des savoirs didactiques ; puis à son tour son enseignement. La pression des communications entre institutions et la négligence d'une culture institutionnelle fortement didactique sur cet objet (ainsi que le désengagement des institutions productrices des savoirs) auraient conduit les pratiques des enseignants à une évolution sur le mode culturel et à la disparition partielle du patrimoine didactique concernant la transmission des produits élémentaires.

c) Des méthodes

Voici deux formulations d'aujourd'hui (1992), l'une pour les enseignants, l'autre pour les élèves :
« Un des premiers objectifs, pour le calcul écrit et pour le calcul mental, est que les élèves mémorisent les tables d'opérations »[141] .
« C'est facile d'apprendre à réciter les tables de multiplication »[142] .

Dans la présentation de son manuel de CE1, R. Brissiaud (1992) défend l'enseignement des formules. Pour le négocier, il compare deux formulations de la table en les faisant apparaître comme deux méthodes pédagogiques : « Une table comme celle de 3 se mémorisait toujours sous la forme "3 fois 1, 3 fois 2, [...] etc.". C'est cette forme, et non "1 fois 3, 2 fois 3, [...] etc.", que la tradition pédagogique avait retenue et qui s'est transmise de génération en génération [...] J'essaierai de montrer que cette sorte de table favorise mieux que l'autre la mémorisation du répertoire multiplicatif. Ce choix est en quelque sorte un "tour de main pédagogique" que la tradition avait aujourd'hui pérennisé. Une objection possible à cet usage des tables est cependant la suivante : et si l'on n'utilisait ni l'une, ni l'autre sorte de tables, la mémorisation ne se ferait-elle pas aussi bien ? J'avancerai donc quelques arguments en faveur de l'usage pédagogique des tables de multiplication : il favorise vraisemblablement mieux la mémorisation que d'autres pratiques pédagogiques où les résultats ne sont pas organisés sous cette forme »[143] .

[141] Lethielleux (1992), p 21.
[142] Brissiaud (1992), p 89.
[143] Brissiaud et al. (1992), p 34. Brissiaud (1994), dans un tout autre contexte puisqu'il s'agit d'un colloque de chercheurs, négocie différemment cet intérêt pour le rôle des tables dans les pratiques d'enseignement. Il appelle la communauté des didacticiens et celle des psychologues à se pencher sur ce « "phénomène didactique" [...] attesté sur une période de plus de 100 ans ».

2 L'augmentation du registre, le flottement des formulations

Nous allons maintenant étudier plus spécifiquement l'évolution de la taille des registres et des lexiques qui correspondent aux répertoires.

a) Le produit de deux nombres entiers

Dans le manuel de 1867, chaque facteur d'un produit est particularisé (le multiplicateur est un nombre abstrait, tandis que produit et multiplicande mesurent une même grandeur). La commutativité[144] de la multiplication n'est évoquée que dans la deuxième leçon[145].
Dans la Nouvelle Arithmétique (1889), cette propriété est aussi relativement tardivement énoncée, mais elle concerne des produits comportant un nombre quelconque de facteurs, ce qui contribue à uniformiser le rôle de chacun d'eux[146].
Tandis que dans le manuel de 1933, l'exemple introductif du sens de la multiplication est d'emblée choisi en vue d'un renversement sémantique (« Dans un verger il y a 4 rangées de 7 arbres chacune ») et la commutativité suit de très près la définition (« on peut dire aussi que le verger contient 7 rangées de 4 arbres ») [147].

b) Un statut didactique implicite

Que ce soit dès le commencement du processus ou un plus tard, la commutativité est présentée aux élèves comme fortement attachée à l'usage pratique dans les calculs, elle sert de moyen de « preuve » (vérification des opérations écrites) ou d'économie du calcul mental[148]. Cet esprit pratique d'économie est probablement étendu à l'apprentissage du registre. D'emblée, le professeur (implicitement dans les manuels que nous avons consultés) réduit le nombre de formules à étudier. Nous l'avons observé, plus haut, pour l'introduction des multiples de 11 à 15 (Brestau 1933).
Les traditions scolaires bien antérieures (qui se situent dans la même culture pratique et épistémologique) explicitaient cette réduction :

- Condorcet déclare : « On exercera les Elèves sur la multiplication aussi longtemps qu'il sera nécessaire, pour les familiariser avec les trente-six produits de nombres simples dont ils doivent se souvenir, pour exécuter promptement cette opération [149] ».
- Un abaque triangulaire de la même époque [150] comporte 78 produits (multiples élémentaires des 12 premiers nombres), c'est à dire 45 produits pour les 9 premiers entiers naturels (et si l'on considère que les produits triviaux par 1 sont des index pour faciliter la lecture de l'abaque, il reste 36 formules à apprendre).

---

[144] Nous utilisons ici de manière uniforme cette désignation mathématique, bien que le terme soit anachronique pour les anciens manuels. Nous avons recours ici à un étiquetage « universel » que l'institution productrice de savoirs mathématiques nous fournit (elle réorganise au fur et à mesure le patrimoine de savoirs) pour reconnaître comme une même notion, des aspects différents (et donc des noms), effets d'évolution et de transpositions.
[145] Le Moniteur, p 77.
[146] Nouvelle Arithmétique, p 39.
[147] Bresteau, p 28.
[148] Le Moniteur (p 77) ; Nouvelle Arithmétique (pp. 39-41) ; Brestau (pp. 28-29).
[149] Condorcet - Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité (1799-posthume) in Coutel et al. (1988), p 145. Dans le corps du manuel, il explicite aux élèves, sans hésiter à se répéter : « Vous saurez maintenant multiplier un nombre d'un seul chiffre, par un autre, sans aucune opération nouvelle, pourvu que vous ayez formé et retenu les valeurs des produits de [suit une liste de forme triangulaire]. En effet, vous n'avez pas besoin de retenir séparément le produit de 2 par 3, si vous connaissez celui de 3 par 2, qui est la même chose ; et ainsi de suite : vous n'aurez donc que 36 produits à former d'avance et à retenir », p 69.
[150] Table triangulaire de 1793, reproduite dans D. Guedj (1996), p 63. Une reproduction figure à la fin de la thèse (après la table des matières).

c) Une loi de composition commutative sur les entiers naturels

La réforme de 70 met au premier plan les structures numériques et les propriétés des opérations. « a multiplié par b » est dit équivalent à « b multiplié par a » par commutativité, tandis que la formulation « a fois b » (non sémantiquement symétrique) est déconseillée dans les classes[151]. La pratique scolaire rétablit le tableau à double entrée : modèle mathématique dont la taille et l'ordre sont modulables par le professeur au gré des activités didactiques. Les produits par 1, 0, 10, 100, etc. qui font l'objet de réinvestissement d'anciennes connaissances de la numération et du sens de la multiplication sont probablement intégrés dans ces tableaux, conjointement avec les autres formules[152].

Le répertoire culturel (liste ordonnée) résiste à ces nouvelles pratiques (probablement aussi les formulations)[153]. Le support qui est confié à l'apprentissage personnel des élèves cumule les conséquences de cette cohabitation : dans le manuel de Jacques et Marchand (1971), la table désignée pour l'apprentissage (consignée en page de garde du manuel) n'est pas canonique et contient 110 produits (donc 50 sont répétés)[154].

d) L'une des quatre opérations

Depuis la contre-réforme, l'enseignement des structures est mis en retrait, mais les propriétés des opérations continuent de prédominer[155]. La culture du calcul mental qui faisait vivre les particularités locales des nombres disparaît, tandis qu'une représentation piagétienne « du » nombre perdure chez les enseignants. Les symboles opératoires et les pratiques algébriques ont été en partie transposés dans la culture courante. Les grandeurs et l'usage des unités n'ont plus vraiment de statut en classe de mathématiques.

e) Une organisation « barbare » ?

Durant longtemps, les professeurs ont manié plusieurs lexiques :

- le vocabulaire mathématique (multiplicande, produit, facteur) ;
- la syntaxe des écritures symboliques[156] ;
- la lecture orale de ces écritures [157] ;
- la mélopée arithmétique de la table qui suit les règles de conjugaison[158].

Puis il est probable qu'il y ait eu superposition, confusion, puis contraction de ces différents lexiques, au fur et à mesure des communications entre institutions[159].

---

[151] D'après Brissiaud et al. (1992), présentation.

[152] On trouvera dans Brousseau (1985, p 109) des éléments qui soutiennent cette hypothèse.

[153] Textes officiels de 1970 : « Aux tables traditionnelles, on préfèrera les tables de Pythagore construites par les élèves avec des nombres divers (<u>sans oublier les lignes et colonnes qui comprennent 0 ou 1</u>).[...] On construira notamment des tables de multiplication dans lesquelles les nombres qui sont placés en lignes et colonnes sont <u>ordonnés de 0 à 9</u> ».

[154] Citée p 344 et reproduite à la fin de la thèse (après la table des matières). Elle comprend en colonne, les facteurs : 3, 7, 2, 9, 5, 1, **10**, 4, **0**, 8, 6 et en ligne : 7, 3, 5, 8, 1, **10**, 4, 2, 9, 6.

[155] L'importance accordée au « choix opératoire », tant dans l'institution scolaire que dans les institutions d'appui ne serait-elle pas aussi à comprendre dans cette évolution épistémologique qui a uniformisé les dénominations, les écritures et les moyens d'apprentissages des « quatre opérations arithmétiques » ?

[156] « Le signe de la multiplication est x (multiplié par). On place ce signe entre les facteurs: le multiplicande à gauche et le multiplicateur à droite. Le signe x est quelque fois remplacé par un point (.) qu'on énonce de la même manière » ; Nouvelle Arithmétique, p 33.

[157] « Exemple 12 x 3 = 36 ou 12 . 3 = 36. On lit : 12 *multiplié par* 3 égale 36 » ; Nouvelle Arithmétique, p 33.

[158] Chacune des 9 cases contient une liste de 10 énoncés ordonnés : « 1 fois 0 fait 0, 1 fois 1 fait 1 ... 1 fois 9 fait 9 » jusqu'à « 9 fois 0 font 0 ... 9 fois 9 font 81 » ; Nouvelle Arithmétique, p 34.

[159] Une ancienne déformation s'était déjà produite, pour les sommes élémentaires : « 2 et 3 sont 5 » s'est transformé en « 2 et 3 font 5 ». La similitude des anciens caractères typographiques des lettres explique probablement en partie cette mutation. Mais il n'est pas sûr qu'elle soit la seule cause. Si Condorcet détaille sur plusieurs pages de son manuel d'arithmétique (observation A(c), pp. 104-113 dans Courtel 1988) le statut

En déplaçant les responsabilités didactiques de l'apprentissage, en négligeant le contrôle des professionnels sur l'étude, en diversifiant les institutions d'accompagnement (qui ne prenaient en charge que la mémorisation d'une liste), les écritures et les formulations ont évolué selon des règles d'économie qui ont échappé aux régulations par les savoirs.
Le vocable « est multiplié par » tend à être remplacé par « fois », bien plus court à l'oral ; les symboles x et = tendent à être utilisés comme des transcriptions abrégées des expressions langagières.
Aujourd'hui, différentes formulations et écritures coexistent, y compris dans l'institution scolaire, sans qu'il y ait eu consensus à ce sujet. Le vocabulaire utilisé en classe avec les élèves n'est plus uniquement celui qui est proche du savoir (cours dogmatique, institutionnalisations). Les pratiques actuelles tendent à faire s'exprimer les élèves, y compris entre eux. Les écarts de formulations sont donc importants. Les imbrications lexicales n'ont pas été standardisées de manière à simplifier la communication externes, ni à transmettre les distinctions utiles aux professionnels. Les décisions s'effectuent localement, ce qui crée de fortes disparités dans le réseau didactique :

- Les programmes ne précisent pas la taille du registre. Nous avons relevé chez Kuntzmann (1987, p 9) : 100 formules ($0 \leq n \leq 9$; $0 \leq m \leq 9$) ; chez Lethielleux (1992, p 86) : 80 formules ($0 \leq n \leq 10$; $2 \leq m \leq 9$) ; chez Brissiaud (1992) : 80 formules ($3 \leq n \leq 10$; $1 \leq m \leq 10$) ; chez Caney (1994, p 11) : 90 formules ($0 \leq n \leq 9$; $1 \leq m \leq 9$) ; chez Geninet (1994, p 19) : 81 formules ($2 \leq n \leq 10$; $2 \leq m \leq 10$).

- Brissiaud (1992) prend le parti de réduire volontairement le lexique. Il conserve une unique formulation : « fois », en correspondance avec la lecture du signe x. Il souhaite ainsi favoriser le stockage en mémoire des élèves et les interactions verbales dans la classe (organisation des apprentissages basée sur la commutativité, un rôle privilégié accordé au nombre cinq et une structuration spatiale des tables) [160]. Pour illustrer ses choix, il propose un exemple de communication en classe entre enseignant et élèves. Le mot « multiplié » n'est cité que par le professeur (consignes et questions), le mot « fois » n'est cité que par l'élève (réponse)[161]. Cette répartition du vocabulaire entre les deux positions didactiques apparaît fortuite dans l'exemple (alors que c'est la plus probable compte tenu des usages courants) ; les conditions de l'usage pertinent de ce répertoire « commun » ne sont pas explicitées (seules les intentions et les justifications de l'auteur le sont). Ce choix d'un répertoire unique (6 fois 2, 6 fois 3 ...) conduit à trouver un aménagement très particulier pour soulager les manipulations matérielles rendues mal commodes (un « nombre de fois » constant, alors que varie le cardinal de chaque collection). Le manuel et les enseignants deviennent quasiment tributaires d'une représentation des quantités sur un boulier. Cette « contrainte » n'est pas explicitée.

- C. Lethielleux (1992) maintient la formulation canonique : « multiplié par », en accord avec l'écriture[162]. Elle écarte la formulation précédemment privilégiée et organise son évitement (mais le tient sous silence) en conseillant des formulations à propos de la distributivité qui nous paraissent relativement lourdes à employer : « la somme du double et du

---

mathématique de l'identité, c'est probablement pour tenter de dépasser quelque obstacle cognitif que renforcent les conceptions courantes d'un calcul orienté.

[160] Brissiaud et al. (1992), livre du maître, pp. 32- 37.

[161] « Le mot "multiplié" sert donc à dire la nature du calcul qui doit être fait (il faut faire une multiplication), et le mot "fois" à décrire la procédure de calcul [...] Grâce à l'usage du mot "fois" l'enfant peut exprimer qu'il a su adapter sa procédure de calcul au cas particulier des nombres. [...] Distinguer deux niveaux de langue, l'un (le mot "multiplié") pour désigner l'objet mathématique qui est étudié et l'autre (le mot "fois") pour désigner une façon d'opérer sur cet objet, c'est donc se donner le langage nécessaire pour communiquer avec les enfants sur les propriétés de cet objet mathématique qu'est la multiplication » ; p 33.

[162] Ibidem, p 85.

nombre » ou encore « sommer cinq fois le nombre n, c'est le sommer 3 fois puis 2 fois »[163]. Pour étudier la « table □ x 3 », elle propose « en préalable [de] compter de 3 en 3 [164] » tout en conseillant dans le même exercice : « il peut être utile de matérialiser des collections correspondant à ces écritures : 5 x 3 peut être illustré par 3 tas de 5 objets identiques »[165]. Cette rupture n'est pas explicitée.

- Plusieurs présentations coexistent[166] dans le mini-dépliant Infopoche (Nathan) *Les tables de multiplication et addition.* Peut-être est-ce au nom de la pluralité des informations que le document perd le caractère synthétique habituel et fonctionnel d'un aide-mémoire.

3 La surcharge didactique pour l'accompagnateur

a) 85 formules de plus en un siècle

La Table de Pythagore (citée dans le manuel de 1867) contient 81 formules. Les premières tables imprimées au dos des cahiers contenaient 90 formules, puis elles ont été complétées par les multiples de 10[167]. De la Révolution des Lumières à aujourd'hui, les tables fournissent une toute autre représentation du volume d'informations à retenir, puisqu'elles sont passée de 36 à 110, voire à 121 formules (si l'on considère la table de zéro).

Pour faciliter la communication, le registre a été étendu (le répertoire est de plus en plus conforme aux représentations courantes d'une organisation par la numération décimale[168]). L'ergonomie du partage didactique a pris le dessus sur celle de l'apprentissage. Le répertoire est devenu d'autant plus imposant que son apprentissage n'apparaît plus motivé et repose sur la seule mémorisation durant l'étude. Est-il si sûr que le gain apporté d'un côté (rapidité et facilité des règles du partage, prolongement du temps de face à face didactique pour les autres

---

[163] Une formulation telle que « 5 tas de n, c'est 3 tas de n et 2 tas de n » éviterait le terme « fois » qui s'inverse avec l'écriture, tout en rétablissant un ordre d'énonciation pratique, fluide et courant.

[164] Ce type d'exercice est classique. Rousselin (1891) le propose très tôt et très progressivement aux élèves, sur un matériel concret et usuel. Le rôle joué par les unités est essentiel. Par exemple, p 43 : il s'agit de compter des pièces « par pièces de 5 F ». Un comptage de 100 F produit une suite de nombres qui se rapproche de la table de 5 (non encore institutionnalisée), tandis qu'un comptage de 101 F fait fonctionner l'ajoût de 5 sans rencontrer les mêmes résultats. La formulation est explicite et unique (« on dit 1 F, 6 F, etc. »). La leçon suivante (p 46), la formulation « fois » est institutionnalisée, les exercices alternent les deux formulations (ex n° 190 : « compter 120 jetons par 6 jetons » ; ex n° 191 : « recommencer en disant : 2 fois 6 jetons font 12 jetons, 3 fois, etc. »). Ces exercices ne sont donc pas directement liés aux répertoires de l'étude, ils font fonctionner des connaissances additives et des formulations, bien avant l'enseignement des produits. Remarquons à cette occasion le soin apporté par cet auteur à la communication des coordinations entre les différents objets de savoirs en jeu : dans l'exercice n° 190, la consigne précise « il est commode d'ajouter 4 jetons et 2 jetons ou bien 2 jetons et 4 jetons ». Ce conseil est autant précieux pour les manipulations scolaires, domestiques et professionnelles que pour le calcul mental.

[165] Ibidem, p 86.

[166] Une « Table de Pythagore » (tableau à 121 cases correspondant aux facteurs de 0 à 10) et « Les tables de multiplication » (16 listes constituées des 10 premiers multiples de 1 à 16). L'ensemble permet de consacrer aux produits 5 feuillets du dépliants (pp. 7-11). La place manque pour la dernière table (à cause du code barre), elle contient les formules allant de 16 x 2 à 16 x 9 (élimination des produits triviaux). Les carrés sont repérés à l'encre rouge dans les deux présentations, le choix de l'éditeur ne permet pas de présenter les carrés des nombres supérieurs à 10 (de 11 à 16). Une reproduction figure en fin de thèse (après la table des matières).

[167] Pour la première fois les textes officiels de 1999 (B.O. n° 7 du 26 août) les font apparaître comme une table : (Au cycle 2) « Les tables de multiplication par 2, 5 et <u>10</u> » et « L'apprentissage des tables de multiplication est progressif sur les deux cycles. Seules les tables de 2, 5 et de <u>10</u> sont mémorisées en fin de cycle 2 ».

[168] Nous avons observé un phénomène analogue dans les « abécédaires numériques », ces albums imagés pour tous petits, sensés leur apprendre les chiffres et les nombres. Outre la confusion, maintenant ordinaire, entre les mots « chiffre » et « nombre », il est fréquent que le répertoire choisi contienne le 10 en queue de liste (parfois aussi le zéro en tête de liste). La conception sous-jacente des auteurs semble être le théorème implicite (faux) suivant : « les chiffres sont les 10 premiers nombres ». Nous reviendrons sur ces albums au chapitre suivant.

enseignements dans l'institution principale) compense de l'autre, la surcharge que cette organisation impose aux élèves et à leurs familles ?

b) Donner envie ... mais

Quelques acharnés défendent encore la pratique du calcul mental. J. Kuntzmann (1987) diffuse des représentations positives au goût du jour[169]. Il a su mettre en synergie les emblèmes de notre époque (jogging, gym douce, confiance en soi et découverte de soi, etc.) avec les éléments de sa négociation (entraînement, entretien mnésique, aisance, développement des stratégies opportunistes). Il marque l'indépendance de son propos vis à vis d'autres champs disciplinaires, en fixant un vocabulaire qu'il puise dans une culture scientifique courante (l'informatique). Par un habile redressement des oppositions (ordinateur/informatique), il représente la dimension algorithmisée du calcul par la « technique » (connotation moderne et enviée, puisque associée au maniement de l'ordinateur) et sa dimension raisonnée par le « cerveau » (connotation humaniste). Ce parti-pris lexical simplifié et accessible laisse tout l'espace de la communication au contenu (et non à la forme).
Mais une fois la dévolution amorcée, l'amateur doit payer de sa personne avant de pouvoir entrer sous le chapiteau du calcul mental : il doit mémoriser les tables. L'auteur a bien prévu qu'un amateur de 10 ans aurait besoin de s'exercer sur ces formules (« Voici quelques exercices pour bien remettre les tables en mémoire. Il ne s'agit pas encore de calcul proprement dit »).
Seulement les exercices qu'il propose sont surtout des tests pour s'évaluer, à partir de la totalité du registre. Certaines questions réorganisent les anciennes connaissances en bousculant le répertoire classique[170]. Les autres invitent à se fabriquer un « joli » escalier, un « joli » serpent, qui ne sont que des suggestions d'enchaînements de calculs, dont les valeurs sont laissées à l'appréciation de l'apprenant (ou de son entraîneur).
Pourtant le soin que l'auteur apporte à ses exemples et à son exposé ne laisse pas de doute. Il ne se contentera pas de partager le plaisir qu'il promet, car il prend en charge l'aménagement des milieux qu'il propose. Il prévoit même des générateurs de questions (les plaques minéralogiques des voitures) pour s'exercer partout[171]. Mais pour l'apprentissage des tables, l'élève doit s'organiser seul (et le décalage apparaît d'autant plus).
La réaction de J. Kuntzmann n'est pas isolée.
Caney et al. (1994) suggèrent des séances régulières de 10 questions chronométrées (des situations préconstruites pour les enseignants). Il s'agit d'entraîner en classe le répertoire de calcul mental qui sera utile aux collégiens pour apprendre les mathématiques (algèbre,

---

[169] « L'homme moderne tend à devenir de plus en plus dépendant de son environnement. Il se déplace en voiture, monte en ascenseur, confie sa comptabilité à l'ordinateur. Il se met ainsi à la merci d'un incident technique, par exemple une panne de courant qui le laisserait aussi désarmé qu'un nouveau-né. C'est une sécurité pour l'homme moderne de garder malgré tout le progrès technique au milieu duquel il vit, une certaine « rusticité » qui lui permet en cas de besoin ou pour son plaisir de se passer de telle ou telle machinerie dont il se sert habituellement ou de contrôler les résultats qu'elle donne ».

[170] Par exemple exercice 2, p 9 : « Citer un nombre de deux chiffres qui ne figure pas dans la table de multiplication ».

[171] Ibidem p 12-14. Le calculateur est en charge de la validité de sa réponse, mais il s'agit d'entraînement après acquisition des formules. Tout autre doit être la situation de l'apprentisssage. L'ingéniosité commerciale moderne permet de vendre un « jeu » comme le *Math Spin* (1999). Celui-ci vante aussi sa maniabilité « il peut se jouer n'importe où : à la maison, en voiture ou en avion » pour « apprendre les tables de multiplication en s'amusant ». Composé de plusieurs roues numérotées qui tournent autour d'un même axe, il s'agit d'afficher les signes partinents (comme 3 x 4 = 12). Mais le milieu ne prend pas en charge la validation de la réponse : la notice contient une table de Pythagore (à 121 cases) et conseille « nous recommandons la présence d'un adulte ou d'une autre personne plus âgée capable d'agir en tant qu'arbitre ». Le seul attrait du jeu réside dans la manipulation des roues magnétiques (qui ménage un temps de réponse, malheureusement vraissemblablement plus long que nécessaire).

géométrie, proportionnalité, vitesse, etc.). Mais pour ceux qui ne connaissent pas encore les formules de base, les questions de « révision des tables » jouent aussi plus le rôle de tests que d'exercices d'entraînement. La grille une fois corrigée en classe est confiée aux élèves pour qu'ils « puissent s'entraîner chez eux ». L'organisation de l'apprentissage reste à leur charge (et à ce niveau, le registre est aussi intégralement donné). Seule la durée (dégressive) soutient les intentions didactiques (contrer la stratégie qui consiste à réciter toute la table pour énoncer une formule). Seul le score soutient la motivation de l'élève qui doit « étudier pour réussir » [172].

4 Noëlle connaît mal les formules

Nous avons rapporté dans le chapitre 6 les déclarations des enseignants de Noëlle. Ils soulignaient que Noëlle mémorisait mal les formules et déploraient que la famille ne s'en occupait pas assez[173]. Les exigences étaient rappelées à l'occasion des contrôles sommatifs[174], mais ne donnaient pas lieu à des aménagements didactiques[175]. Les effets cumulés des difficultés de compréhension des concepts mathématiques (propriétés de la numération décimale, sens des opérations arithmétiques) et d'un répertoire numérique de formules très réduit n'étaient pas relevés par les enseignants (tandis qu'ils établissaient des liens avec les erreurs produites dans les algorithmes de calcul).

a) Les rencontres de Noëlle avec les formules

Nous avons cherché à représenter les rencontres effectives de Noëlle avec chaque formule dans l'institution principale. Pour ce faire, nous avons relevé les occurrences durant les contrôles[176]. Rappelons que la table de 7 est contrôlée à partir du 17 janvier et celle de 8 à partir du 25 février.
Une analyse montre que des formules difficiles à acquérir sont peu demandées (moins de 4 fois en près de 5 mois) et sur une durée très courte (par exemple 6 x 9 n'a été demandée qu'entre le 28 novembre et le 17 décembre ; 8 x 9 n'a jamais été testée)[177].
Les occurrences durant les évaluations sont bien sûr insuffisantes pour établir une densité de fréquentation. Il aurait fallu être en mesure de collecter les occurrences à l'oral, ce qui n'a pas été possible. Nous avons donc seulement complété les effectifs à partir des exercices écrits de la même période[178], et ce pour deux formules (8 x 9 et 7 x 8) que Noëlle semble ne pas connaître[179].

Dans les séances de calcul (opérations), la formule 7 x 8 apparaît 3 fois (entre début décembre et début mars, dans les produits : 359 x 306 ; 638 x 257 ; 67 x 4538). Les réponses

---

[172] Ibidem, pp. 1-11. Une seule page est consacrée à ces révisions.
[173] Ils soulignent aussi, nous l'avons dit, combien la classe entière rencontre des difficultés en calcul mental.
[174] *« J'ai parlé à Noëlle d'une aide en mathématiques, pour qu'elle puisse mieux comprendre et apprendre ses tables de multiplication. Elle m'a dit "Je veux bien, mais il faut que ça soit quelqu'un que je connais »*, ; voir chapitre 7.
[175] Nous avons vu dans le chapitre 7 que l'institution principale avait remobilisé une certaine culture didactique de la régulation interne à ce sujet. Nous n'avons pu déceler si l'intervention du directeur (19 03 97) auprès de l'équipe avait produit des effets significatifs sur les pratiques concernant les formules.
[176] D'après les archives de la classe, les contrôles portant spécifiquement sur les tables ont tous eu lieu avant le début mars, date où l'appui a commencé. Notre étude porte donc sur ces 8 contrôles. Nous n'avons pas exploré de ce point de vue les contrôles de fin de trimestre.
[177] Voir en annexe 7-3.
[178] Il est évident que les élèves ont continué à rencontrer les formules dans les exercices jusqu'en juin. Notre étude est bornée au mois de mars, période qui couvre les exigences marquées pour l'apprentissage de toutes les tables.
[179] 8 x 9 , nous l'avons dit, ne lui a pas été demandée, tandis que 7 x 8 a été demandé deux fois de suite (le 17 janvier sous la forme 7x 8 et le 25 février sous la forme 8 x 7 ; Noëlle n'avait fourni aucune réponse).

sont correctes (et sans rature) dans les trois cas (l'image de l'évaluation ne reflète peut-être pas ses connaissances effectives, ou bien ce sont les conditions durant lesquelles les exercices sont effectuées en classe qui permettent des réponses, y compris par une aide extérieure).

Le classeur de résolution de problèmes et d'exercices contient deux occurrences de 7 x 8 (la réponse est juste dans 367 x 18 , effectuée le 21 octobre ; par contre le 21 janvier Noëlle a effectué une somme pour résoudre le problème multiplicatif : 237 places à 8 F l'une, sa contre performance n'est donc pas concluante pour la formule attendue).

En résumé, nous pouvons affirmer que l'occasion de rencontrer 7 x 8 apparaît dans les écrits scolaires de Noëlle seulement 7 fois entre septembre et début mars, toutes tâches confondues[180].

Pour 8 x 9 le bilan est plus accablant : une seule opération (48 x 394) durant les séances de calcul la met en scène (Noëlle répond 78) et aucun exercice ou problème n'offre d'occasion de la rencontrer. Elle n'est donc apparue qu'une seule fois dans les écrits de classe, toutes tâches confondues[181].

Pour ces deux formules, nous pouvons donc déduire que durant cette période de l'année, l'institution principale a laissé les élèves et leur famille quasiment seuls responsables de l'apprentissage et de l'entraînement et même du maintien d'une certaine pression d'exigence à leur sujet. Dans ces conditions, se soustraire à cette responsabilité apparaît a posteriori peu grave (le préjudice est minime) en regard des efforts qu'il faudrait fournir pour l'assumer.

b) Un exemple qui n'apparaît pas isolé

A titre de comparaison, nous avons effectué quelques relevés d'occurrences dans les exercices du manuel de C. Lethielleux (favorable à l'entraînement du calcul). Il s'agit du manuel de CE1 (début de l'apprentissage des tables de 7 à 9).

La progression se répartit sur 5 périodes[182]. La mémorisation commence en période 2 pour la table de 2, période 3 pour les tables de 3, 4 et 5 ; toutes les autres tables (6, 7, 8 et 9) commencent en période 4[183]. Le calcul réfléchi commence dès la période 2 pour les tables de 3, 4 et 5 (avant la mémorisation), mais pour les tables de 6, 7, 8 et 9 le calcul réfléchi est synchrone avec la mémorisation (et avec de nouvelles pratiques de calcul réfléchi : divisions sur l'univers précédent). Le temps réservé aux formules les plus difficiles est par conséquent très réduit.

Mais la densité des questions ne s'accentue pas dès lors que débutent les exigences, pour rattraper le temps perdu ou compenser la difficulté : 2 x 3 est rencontré 19 fois, tandis que 7 x 8 n'est rencontré que 5 fois[184]. Les occasions de rencontrer les formules difficiles ne se présentent pas non plus après l'institutionnalisation de théorèmes qui permettent d'étendre le champ de calcul réfléchi : ce sont les nombres inférieurs à 50 qui sont choisis de manière privilégiée[185]. Les problèmes oraux mettent aussi plutôt en scène des produits déjà familiers[186].

---

180 L'évaluation nationale et celle du premier trimestre ne la rencontraient pas (ce qui apparaît légitime compte tenu des dates). La formule 7 x 8 est demandée deux fois le 10 mars à l'occasion de la seconde évaluation trimestrielle : question sèche (Noëlle ne répond pas) et incluse dans 428 x 357 (Noëlle effectue 3834 x 1915 en recopiant les valeurs de 3834 - 1915 ...).

181 La formule n'apparaît dans aucune des deux premières évaluations trimestrielles. Elle apparaît dans la troisième (en juin) : calcul en ligne de 692 x 8 (Noëlle répond juste).

182 Ibidem, p 63.

183 Dans Brissiaud (1992), le processus comprend 4 périodes : multiples de 2 et de 5 ; multiples de 3 et de 4 ; structuration des tables de 3 à 5 à partir des repères 5 et 10 (3 pages) ; construction des tables de 6 à 10 (deux pages).

184 Nous avons dénombré les occurrences de la page 85 à la page 94 (soit pour 21 exercices ; nous n'avons pas inclus les questions portant sur les divisions, mais inclus les problèmes oraux de multiplications).

185 Toujours sur le même corpus, nous avons comptabilisé les nombres supérieurs à 10. Par ordre décroissant d'occurrences nous obtenons la liste suivante : 11 (17) ; 12 (14) ; 20 (14) ; 15 (10) ; 21 (7) ; 40 (7) ; 19 (5) ; 30

5 Conclusions

Cette étude montre que la transmission de savoirs aussi connus que le sont les produits élémentaires ne résiste pas sans dommage aux évolutions théoriques, idéologiques, praxéologiques et culturelles. La transparence didactique des tables n'est qu'une fiction culturelle qui a permis de répartir l'enseignement de ces savoirs sur plusieurs institutions, sans prendre garde aux répertoires des accompagnateurs. Or si une récitation de la table était une situation d'étude adaptée à une forme de partage qui prévoyait un apprentissage et un entraînement organisés par l'école et dans l'école, elle devient insuffisante à soutenir un apprentissage complet dans les familles.

Dans l'institution principale, les risques d'une dédidactification de cet enseignement paraissent aujourd'hui sérieux. Les représentations créent non seulement des obstacles aux actions effectives, mais elles déforment aussi les contrats et modifient les milieux didactiques au point qu'ils ne sont plus adéquats aux fonctions pour lesquelles ils avaient été conçus. La transmission repose donc essentiellement sur la capacité des répertoires individuels à rectifier les situations et à adapter les contrats de manière pertinente. Tout est en place pour que les efforts non visibles s'épuisent et que les connaissances non valorisées se dissolvent dans chaque institution du réseau didactique.

(4) ; 13 (3) ; 18 (3) ; 23 (3). Avec deux occurrences : 22 ; 14 ; 50 ; 100. Une seule occurrence : 16 ; 17 ; 24 ; 31 ; 34 ; 41 ; 60 ; 80 ; 90. Ce sont donc les « petits » produits qui bénéficient de l'élargissement du champ de calcul.

[186] Nous avons relevé 16 formules dans les 18 problèmes oraux (p 93 et 94) : dans 11 d'entre elles l'un des facteurs est inférieur à 5 ; les 5 autres sont : 6 x 7 ; 6 x 8 (2 fois) ; 6 x 9 (2 fois) ; 8 x 8 et 10 x 12.

Chapitre 8
Mathématisation et démathématisation des milieux didactiques

III REDIDACTIFIER L'ENSEIGNEMENT DES PRODUITS ELEMENTAIRES POUR NOELLE 385

IV QUELQUES MILIEUX POUR APPRENDRE EN FAMILLE 396

I Formalisations

1 Motivations pour une modélisation

a) Un modèle intégrateur

A ce stade de la recherche apparaît la nécessité de trouver un modèle intégrateur des régulations didactiques (autant au niveau du rôle de P qu'à celui des grands systèmes que sont les institutions et la synchronisation de leurs rôles dans la société). Il s'agit de synthétiser les réflexions et les résultats précédents pour faire progresser notre problématique. Cette phase est également essentielle à la future détermination de variables concrètement significatives permettant des tests d'hypothèses et à l'établissement de preuves scientifiques, qui pourraient prolonger cette recherche exploratoire.

b) Objet de la modélisation

A chaque étape de nos analyses, nous avons mis en relief le rôle joué par les milieux didactiques. Or, un très grand nombre de transformations de ces milieux sont envisageables. Notre objectif n'est pas d'en établir l'inventaire, mais de modéliser les possibilités effectives pour les simplifier en fournissant une idée de leurs conséquences. Il s'agit de trouver une représentation de la prévision didactique, qui soit fonctionnelle et commode.

c) Convertir des intentions et des décisions en actions sur des milieux

Nous espérons pouvoir traduire les fonctionnements et phénomènes didactiques les plus significatifs des régulations et des partages entre institutions par une objectivation en termes de transformations (volontaires ou non) des milieux, en fonction de la « quantité de mathématiques » dont une institution a besoin à chaque instant. Des indices (parfois fugitifs et que d'autres modélisations ne prennent pas en compte) sont en effet nécessaires à la gestion des conditions informationnelles en termes de savoirs et aux régulations des rapports des institutions avec des milieux en fonction de répertoires effectifs (pour des communications) ou visés (par une institution didactique).

d) Antécédents et commentaires

Le terme « mathématisation », lorsqu'il ne décrit pas une modélisation de phénomènes à l'aide des savoirs mathématiques[1], a déjà été employé à des fins descriptives pour exprimer la « quantité » de mathématiques identifiable dans des textes, dans des réponses ou des actions de sujets[2]. G. Brousseau introduit en 1970[3] une acception plus dynamique de l'expression, en évoquant le « processus de mathématisation ». C'est ainsi que depuis ses débuts, la Théorie des Situations associe la mathématisation à des interventions exercées par des institutions didactiques sur des milieux et des situations (même si le vocabulaire de l'époque ne l'exprimait pas sous cette forme).

M. Bahra (1995) défend la « re-mathématisation » pour l'enseignement d'un secteur qui a été depuis longtemps fortement aménagé pour faciliter l'emploi usuel dans la vie pratique : la

---

[1] Y. Chevallard (1989, p 54) insiste sur la dimension dialectique de la distinction entre mathématique et mathématisé. De même, s'il distingue les emplois intra- et extra-mathématiques des modélisations, c'est pour ensuite réduire « les oppositions traditionnelles entre mathématiques et applications des mathématiques » par un même schéma général. Ce point de vue permet de rapprocher, par un même vocabulaire, diverses institutions qui utilisent des mathématiques.

[2] Le terme « mathématisation » a d'autres usages. Par exemple J. Kuntzmann (1976, pp. 37-52) évoque « les phases de la mathématisation », en référence au développement de la pensée mathématique lors de l'éducation d'un sujet. Il parle aussi de la mathématisation des activités humaines au fil de l'évolution des sciences et des techniques.

[3] G. Brousseau (1972).

numération orale. Les enfants rencontrent en effet précocement la suite des dénominations orales des nombres entiers, sans que des connaissances mathématiques y soient toujours attachées (les pratiques courantes tendent vers l'installation de techniques qui «démathématisent » les actions des usagers[4]). Or l'enseignement de la numération (qui se poursuit jusqu'en classe de 4ème) exigerait au contraire que ces connaissances puissent être mobilisées pour contrôler un certain nombre de décisions (le choix d'unités pour exprimer des mesures ou encore l'explication d'un procédé de calcul, etc.). M. Bahra suggère donc un enseignement plus dialectique pour la numération orale, qui rompt avec l'ordre habituellement retenu pour l'introduction et l'utilisation d'une notion mathématique[5]. Sa thèse propose une ingénierie spécifique pour maintenir la relation didactique, sans que ne « se bloque » ce processus de mathématisation. Ses conclusions rejoignent nos préoccupations à propos de la table de multiplication (un autre secteur fortement mathématisé par les pratiques sociales) : « la Table de Pythagore n'est introduite que comme un objet d'apprentissage formel et répétitif. Aucun usage mathématique ne la justifie et ne permet de l'étudier ni de la re-mathématiser. Il en résulte des différences importantes de réussite des élèves entre l'usage restreint, disons canonique, des tables (limité aux nombres d'un chiffre) et leur usage "étendu" à des nombres plus grands »[6].
Nous reprendrons donc cette terminologie (en la réservant aussi aux phénomènes propres aux systèmes didactiques), même si elle a jusqu'ici résisté aux tentatives de modélisations, vraisemblablement pour des raisons qui tiennent à son caractère local et relatif, mais peut-être aussi pour des raisons moins rationnelles qui tiennent aux représentations que les mots véhiculent.

e) Le caractère relatif du concept

Un enseignant travaille dans un univers où les mathématiques dont il s'occupe sont déjà faites ; c'est à la promotion de l'activité mathématique des élèves qu'il s'intéresse. Or cette activité apparaît déterminée par la fraction d'incertitude qu'un sujet réduit par lui-même. L'enseignant doit donc surveiller l'origine des apports mathématiques dans les situations qu'il propose et conduit[7]. Il augmente l'opportunité d'activité mathématique des élèves par une démathématisation locale de leur milieu didactique ; tout en maintenant une certaine mathématisation globale de ce milieu, afin que l'activité attendue ne devienne pas insurmontable (les élèves ne maîtrisent pas encore tous les aspects de la notion enseignée).

---

[4] « Notons que la démathématisation n'est pas mauvaise en soi : il est admis en mathématiques d'utiliser des résultats réputés bons dans la communauté des mathématiciens sans avoir à établir une nouvelle fois leur validité ou les mettre en doute chaque fois. Souvent il est plus utile ou même indispensable de mémoriser des procédés, des théorèmes ou des résultats déjà établis, que de devoir, chaque fois qu'on veut les utiliser, rechercher le cheminement de leur découverte ou de leur invention. » ; Bahra (1995, p 7).

[5] Les notions mathématiques sont souvent introduites selon un ordre qui va de la présentation, aux définitions, aux propriétés puis aux applications. « Ensuite, la familiarité avec leurs conditions d'emploi conduit peut-être les élèves à un usage "dé-mathématisé" de ces propriétés. L'habitude se substitue à la démonstration mathématique dans le contrôle des propriétés et des algorithmes [...] C'est le processus de dé-mathématisation » ; Bahra 1995, p 382)

[6] Bahra (1995), p 383.

[7] L'enseignant organise une situation dans laquelle :

- une connaissance c doit être mise en oeuvre pour obtenir un certain « résultat » ;
- cette connaissance c n'apparaît pas d'emblée ;
- des possibilités d'évolution relativement à c sont ménagées. Le résultat peut être obtenu grâce aux interventions du professeur, de l'élève ou de l'un de ses condisciples, ou encore grâce à un moyen ou une référence disponibles dans le milieu matériel.

f) Une communication pragmatique

Le processus de mathématisation/démathématisation présente, selon nous, une portée pragmatique[8] intéressante pour les représentations, les communications et les coopérations didactiques. Car il induit des comportements. Il relie l'intervention de l'institution (le « geste » didactique), le savoir spécifique (mathématique) et le produit de cette intervention qui conditionne les actions des assujettis. Il paraît combler la fracture qui se creuse parfois entre des savoirs figés et les moyens de les transmettre.

D'autre part, un même radical (associé ou non à un préfixe) nous paraît a priori de nature à préserver une certaine « neutralité » lexicale, fort utile pour la recherche des équilibres. Nous avons en effet relevé combien les doubles dénominations induisaient des dichotomies, puis des dépréciations pour l'un des pôles.

Cette seconde qualité prêtée au modèle est cependant bien fragile, car ce sont essentiellement les usages qui introduisent des connotations négatives. Or nous relevons que la « forme positive » (mathématisation) est beaucoup plus fréquente que la forme « privative » (démathématisation) dans les textes dont nous avons pris connaissance[9]. Aussi, compte tenu des représentations courantes et de l'aura des mathématiques dans la société, compte tenu des représentations beaucoup moins répandues des nécessités didactiques, nous jugeons préférable de nous expliquer plus encore sur l'emploi de cette terminologie.

g) Avertissement

Les transformations de nature didactique sont très variées, suivant leur fonction et l'objet sur lequel elles portent (textes, activités, situations, répertoires). Leur intérêt dépend de la position institutionnelle de l'utilisateur ou de l'observateur de ces transformations.

Nous nous intéressons ici à une classification en « mathématisation » et « démathématisation » qui soit utile du point de vue de l'enseignement. Ces termes sont pour nous des termes de travail.

Cette limitation apparaît pourtant compatible avec d'autres points de vue : Un *problème* « réel », mathématique, physique, social etc. peut être dit *mathématisé* lorsque ses éléments pertinents peuvent être interprétés par les termes d'une théorie mathématique de telle manière que les raisonnements et les calculs dans cette théorie fournissent une réponse (partiellement) adéquate à ce problème. L'activité qui produit cette *mathématisation* est de nature mathématique ; son résultat ne sera reconnu comme mathématique que si les raisonnements et les calculs ont conduit à la construction d'objets, d'énoncés ou de formules *nouvelles* dans le corps des mathématiques.

Pour les producteurs de mathématiques, les mathématiques vivantes sont celles qui sont en cours de construction ou encore à construire. Les savoirs mathématiques qui se diffusent dans

---

[8] Les théorisations de l'apprentissage mettent souvent en avant les dimension syntaxiques et sémantiques de la communications. L'idée que « la communication affecte le comportement, et c'est là son aspect pragmatique » est beaucoup moins développée et comme circonscrite à des champs très particuliers. D. Durand (1979) dans sa synthèse sur les approches systémiques résume les contributions de l'école Palo Alto et rapporte comme suit trois sortes de paradoxes : « les paradoxes logiques bien connus des logiciens ou des mathématiciens ; les paradoxes sémantiques dans lesquels c'est le sens qui fait problème ; les paradoxes pragmatiques, ceux qu'ont à traiter les psychologues ou thérapeutes, dans des cas de schizophrénie par exemple » (p 46). Nous préférons la déclaration plus ouverte citée par P. Watslawick (1972, p 16) : « à beaucoup d'égard , il est vrai de dire que la syntaxe, c'est de la logique mathématique, la sémantique, de la philosophie ou de la philosophie des sciences, et la pragmatique de la psychologie, mais en fait ces domaines ne sont pas entièrment distincts ». Et nous souscrivons à l'idée que s'il « est possible d'établir une séparation conceptuelle entre ces trois domaines, ils sont néanmoins interdépendants ».

[9] Nous relevons par exemple : G. Brousseau (1994, p 55) qui évoque, à propos de la contribution d'Y. Chevallard sur l'algébrisation de l'analyse ou l'arithmétisation de l'algèbre, la « démathématisation des activités mathématiques ». Il ne s'agit pas dans ce cas de gestes didactiques de l'enseignant, mais d'un remplacement par un sujet ou une institution d'une pratique mathématique par une autre, plus automatique et plus éloignée du sens que la première.

les diverses institutions sociales sont donc, pour les mathématiciens de l'institution d'origine, un produit momentanément fini qui ne se présente plus à eux comme un objet de recherche. Alors que pour les institutions didactiques, les savoirs culturels sont à recontextualiser, repersonnaliser, reproblématiser, etc. Il n'est donc pas étonnant que deux institutions, aux deux extrémités d'une transposition, ne se représentent pas « les mathématiques » sous le même angle : elles n'en font pas le même usage. Lorsqu'un milieu est aménagé, les connaissances « cristallisées », qui ont été introduites par le concepteur, ne sont plus à la charge de l'utilisateur. Celui qui sait les mathématiques épargne à d'autres d'avoir à les connaître comme lui ; celui qui utilise les mathématiques dans un but précis épargne aux autres d'avoir à connaître cet usage particulier. De ce point du vue, et même si l'expression paraît de prime abord paradoxale, nous considérerons que le mathématicien *démathématise* l'activité de ses collègues ou concitoyens sur un secteur, en leur épargnant un certain nombre de problèmes à résoudre, puisqu'ils peuvent désormais bénéficier de résultats acquis, validés par une communauté compétente et collectés sous forme de patrimoine culturel (ou institutionnel).

2 Modèle général de la mathématisation/démathématisation

a) Le schéma de base de la transmission

Soient deux institutions I_1 et I_2 telles que : I_1 veuille transmettre à I_2 une connaissance c ou quelques usages de c. Nous considérons que le projet concerne tout un répertoire associé à c, qui contient le vocabulaire permettant les identifications et les communications à propos de c, des connaissances (relatives à des savoirs et à des situations) permettant d'établir c, de faire fonctionner et de contrôler l'usage de c.
I_1 dispose d'un tel répertoire que nous désignerons par R_1 . On peut raisonnablement supposer que R_1 est adéquat pour résoudre toutes les situations que I_1 propose à I_2.

b) Reproduction ou transposition

I_1 peut tenter de transmettre intégralement à I_2 son répertoire R_1 (reproduction à l'identique) associé à c. Mais soit parce que ce n'est pas envisageable (les conditions ne sont pas réunies), soit par ce que ce n'est pas souhaitable (les conditions d'emploi seront différentes[10] dans I_2), I_1 peut ne transmettre à I_2 qu'un répertoire R_2, plus réduit que le sien, mais adapté à la fonction à laquelle I_2 le destine.

c) Mathématisation et démathématisation

L'économie que procure le remplacement de R_1 par R_2 aboutit en général à restreindre pour I_2 les possibilités d'usage et de contrôle de c. Elle doit donc s'accompagner d'autres actions : des aménagements des milieux que I_2 rencontre, de manière à ce qu'il puisse agir avec pertinence, adéquation et selon une ergonomie raisonnable, en mobilisant « sa » connaissance de c (R_2).

<u>Définitions</u> : Soit une situation S, qui rend la mise en oeuvre d'une connaissance c nécessaire pour obtenir un résultat déterminé, dans laquelle un sujet est en présence de son antagoniste : un milieu M.
Si le milieu M est tel que le sujet peut obtenir ce résultat sans développer une activité relativement à c, alors nous dirons que <u>l'activité du sujet est démathématisée relativement à c dans S</u>.
En général cette démathématisation de l'activité est obtenue dans S par le report sur M de la responsabilité de fournir c, nous dirons alors que <u>le milieu est mathématisé dans S pour le sujet</u>

---

10 Par exemple la fréquence d'utilisation sera moins importante ou les conditions d'emploi seront plus circonscrites.

relativement à c (M comprend un dispositif, une autre institution ou un autre sujet qui assure la mise en oeuvre adéquate de c).
Dans une situation donnée et pour un résultat fixé, nous considérerons qu'une mathématisation du milieu compense une démathématisation de l'activité d'un sujet.

d) Un exemple de mathématisation et de démathématisation de situation didactique

Nous allons montrer sur un exemple l'usage que nous ferons de ce modèle, en incluant la situation dans un cadre temporel et institutionnel.
Examinons le cas d'un élève E à qui un enseignant P demande : « que vaut 6 fois 7 ? ».

a. Si P n'a rien enseigné à E sur la multiplication, E ne peut résoudre la situation, même s'il dispose de temps ou de papier.

b. Si P enseigne à E le sens de 6 fois 7[11], il augmente le répertoire de E. E ne peut résoudre que s'il dispose de temps pour accéder à son répertoire et établir le résultat avec sa pensée, son langage, ses doigts ; mais la tâche reste énorme (milieu démathématisé). Si P fournit à E des jetons en nombre suffisant, E est soulagé dans sa tâche. Le milieu matériel apparaît comme un milieu mathématisé, car il contient le cardinal total. A l'aide de son répertoire, E peut résoudre la situation en dénombrant les éléments d'une seule collection intermédiaire qu'il aura préalablement constituée.

c. Si P enseigne à E l'addition, il augmente encore le répertoire de E (qui contient peut être quelques résultats directs). E peut éviter le comptage global un à un en effectuant une (longue) somme, qui structure la tâche en sous-tâches plus accessibles car de taille réduite (deux mains suffisent aux surcomptages ou la connaissance du double de 7 simplifie la première étape du calcul mental). Si P fournit à E un boulier (avec son mode d'emploi[12]), il le soulage encore dans sa tâche. En mettant à sa disposition certaines propriétés de la numération décimale, il mathématise ainsi le milieu de E.

d. Si P enseigne à E l'algorithme écrit de l'addition ou de la multiplication, il augmente encore le répertoire de E. Si P fournit à E de quoi écrire, il allège sa tâche. Le moyeu de l'algorithme mathématise le milieu de E en fixant les nombres en jeu (il décharge la mémoire et structure la tâche en distinguant spatialement sur la feuille de papier le nombre, la taille et le rôle des données et des résultats numériques).

e. Si P enseigne à E un étayage, il augmente encore le répertoire de E. En lui accordant le temps suffisant pour mobiliser différents répertoires (formules et étayages), P mathématise le milieu de E, car il aménage les conditions de ce recours (un essai peut être rectifié si besoin par la mise en relation de différentes connaissances mathématiques ; cette mise en relation est plus ou moins complexe en fonction des nombres et des répertoires disponibles). Mais en même temps généralement, il démathématise le milieu de E de tout autre recours possible (dénombrement ou écriture) pour privilégier le raisonnement attendu.

f. Si P restreint beaucoup le temps de réponse, un autre répertoire plus algorithmisé encore est nécessaire à E. E doit préalablement connaître le résultat (table) pour répondre directement. Le savoir est entièrement contenu dans le répertoire de l'élève, le milieu de la situation ne le porte plus, la réponse de E se détache du contexte. Un glissement s'est effectué de la responsabilité de P (qui adapte à l'aide de connaissances mathématiques les conditions de réponse aux moyens de connaissance dont dispose E) vers celle de E.

e) Les grands écarts entre répertoires

Lorsque R_1 et R_2 sont très différents, les conditions de maîtrise de l'usage de c peuvent devenir très différentes pour I_1 et pour I_2. Une forte mathématisation permet d'organiser la

[11] Nous entendons par là : le cardinal d'une collection composée de six parties disjointes et équipotentes de cardinal 7.
[12] En réalité tout instrument exige un temps d'apprentissage pour maîtriser le maniement.

transposition didactique entre des institutions qui présentent de grands écarts de répertoires. Dans ce cas, les conditions d'emploi de c sont mieux précisées et l'incertitude d'obtention d'un résultat est plus réduite pour I_2 que pour I_1 (les procédures sont partiellement algorithmisées pour I_2).

3 Les finalités de la mathématisation

La transmission de c et du répertoire qui lui est attaché peut répondre à différentes finalités :

- l'action sur un certain milieu M ;
- l'insertion de l'usage de c dans d'autres apprentissages.

a) Répertoire adapté à un usage

Dans le premier cas, le répertoire peut correspondre seulement aux conditions maintenues par M. Une étape ultime de réduction de répertoire est une démathématisation complète de l'action de I_2 relativement à c (ou une <u>mathématisation complète du milieu M relativement à c</u>). L'action sur M devient un algorithme relativement à c (un procédé qui permet d'établir sûrement un résultat déterminé, par un nombre fini de pas exécutables dans les conditions fixées[13]). Comme par exemple la lecture d'un abaque qui contient des résultats indispensables pour résoudre un champ de situations (c permet de les établir, mais l'utilisateur n'a pas besoin de mobiliser c pour utiliser l'abaque).

b) Répertoire adapté à d'autres apprentissages

Soit I_1 = P et I_2 = E dans une institution didactique. Soit R_2 le répertoire visé par P pour E[14] .
P doit pouvoir construire R_2 par un procédé d'apprentissage à partir des connaissances de E (imitation, définition, etc.). Le processus de mathématisation/démathématisation permet de construire des milieux sur lesquels l'usage de c est plus ou moins contextualisé.
P engage c dans (au moins) une situation « de référence » et donne quitus de son usage par des institutionnalisations. Il communique à E :

- des représentations didactiques (l'idée que peut se faire E de c et de son apprentissage, au moment où débute l'enseignement et les dévolutions) ;
- des formulations ;
- des questions dans lesquelles c apparaît ;
- les réponses qu'elles appellent.

<u>L'objectif de l'enseignement de c est que E puisse accomplir certaines actions comme s'il avait toutes les connaissances de contrôle de c</u> (alors qu'il ne dispose que d'un répertoire réduit R_2). Mais comme l'institution didactique ne vise pas à terme une activité complètement algorithmisée de E, et comme P a besoin en cours de processus de vérifier les effets de son enseignement, P prévoit aussi des problèmes garants de la compréhension de c, c'est à dire des situations dans lesquelles le milieu est localement démathématisé, sur des connaissances contenues dans R_2.

c) L'alternative didactique

En cas de difficultés et d'erreurs de E, pour réguler l'équilibre didactique général de la transposition de c (concernant les répertoires et les milieux), P est placé devant une alternative :

---

13 Ceci ne veut pas dire qu'il n'y a pas du tout de mathématique en jeu dans l'action sur M. La reconnaissance de l'occasion d'appliquer l'algorithme est aussi de nature mathématique. La mathématisation de M n'est « complète » que relativement à une connaissance c donnée.

14 Toutes les connaissances de E ne sont pas produites par un enseignement et P ne peut pas directement manipuler les connaissances de E. Mais il peut prévoir des milieux et ajuster des conditions, en constatant, mesurant et analysant des écarts entre des comportements observés et attendus. Notre étude se réfère à ces gestes didactiques et non à la réalité des sujets.

- Soit il tente d'augmenter les connaissances de E ; il transmet plus de « compréhension » pour qu'un nouveau répertoire permette à E de mieux contrôler l'usage de c ; en cas d'erreur il explique[15] ; il démathématise le milieu didactique « autour de c » ; il renforce le répertoire en connaissances mathématiques.

- Soit il mathématise le milieu « autour de c » sans augmenter le répertoire de E (le milieu est encore démathématisé relativement à c pour que c reste partiellement sous la responsabilité de E) ; il réduit la charge cognitive de E, afin qu'il puisse plus facilement reconnaître c et contrôler ses décisions ; il transmet plus de « comportement » ; en cas d'erreur il corrige l'erreur au plus près et dans les mêmes conditions ; il renforce par la pratique la familiarité de E avec les connaissances dont il dispose déjà [16].

Ce nouveau milieu est didactique (temporaire) s'il vise à augmenter la familiarité de c, mais si la modification est durable, le milieu n'est plus didactique pour l'apprentissage de c, les exigences de transmission sont réduites par rapport au projet initial.

Nous posons qu'entre expliquer ou entraîner (transmettre de la compréhension ou du comportement, démathématiser ou mathématiser les milieux didactiques) aucun choix n'est exclusivement meilleur que l'autre. Il nous apparaît plus raisonnable de chercher à expliciter l'ergonomie de cette alternative en fonction des conditions didactiques (ou imposées aux institutions didactiques).

4 Les régulations didactiques

a) Les corrections des erreurs

A ce niveau de présentation du modèle théorique, il nous paraît possible de proposer un tableau qui montre comment des décisions de régulation des apprentissages peuvent être converties en moyens. Ces moyens sont bien entendu des situations didactiques.

[15] B. Monpondi (1995) modélise l'explication didactique.

[16] J. Portugais (1995, p 171) propose une alternative similaire. Son modèle des approches stratégiques du travail de l'erreur en contexte didactique distingue un contrôle du sens (G, lié aux aspects sémantiques et numériques) et un contrôle des actes (F, lié aux aspects syntaxiques et numéraux). « G vise le contrôle conceptuel sur l'activité mathématique » ; « F repose sur la volonté (fiction ?) d'éradiquer l'erreur ; F nécessite un changement de comportement et renforce l'apprentissage des règles ». Bien que l'auteur insiste sur la bipolarité d'un continuum de ces approches, il ne soulève pas la question des équilibres entre les attracteurs (qui ne se pose bien sûr pas de la même manière en formation professionnelle et dans la pratique d'enseignement). Il nous semble relever une légère dissymétrie des connotations lexicales (de même lorsqu'il compare l'approche d'institutionnalisation primitive et l'approche par remédiation) qui pourrait laisser penser que l'un serait préférable à l'autre (pp. 172-175). Pour notre part, nous avons souhaité un modèle le plus neutre et symétrique possible, afin de ne pas biaiser la recherche d'équilibre. J. Portugais souligne des liens entre stratégie (F / G), durée d'utilisation et gravité de l'erreur (p 227). Identifier ces liaisons rejoint nos préoccupations de comprendre les indices et les conséquences des décisions didactiques de régulation.
Nous retrouvons aussi l'alternative chez Perrin (1993, p 80) : « La question qui nous paraît fondamentale quand on se préoccupe de l'enseignement aux élèves en difficulté est donc celle de l'équilibre entre les pôles apparemment contradictoires du sens et des automatismes ».

réaction de régulation à l'initiative de P	milieu de E	moyen didactique mis en oeuvre par P
signaler une erreur[17]	mathématisé	rétroaction
corriger une erreur	mathématisé	ostension du résultat
montrer un bon comportement	mathématisé	ostension d'algorithme et entraînement
enseigner un comportement	démathématisé	situation d'action (nouvelles connaissances activées)
montrer le contrôle du comportement	mathématisé	institutionnalisation d'algorithme et entraînement (le répertoire précédent devient le registre visé)
enseigner le contrôle du comportement	démathématisé	situation de validation (nouvelles connaissances activées)
montrer comment contrôler les connaissances	mathématisé	institutionnalisation de savoirs et entraînement (le répertoire précédent devient le registre visé)
enseigner comment contrôler les connaissances	démathématisé	situation de preuve (nouvelles connaissances activées)

b) Le réseau institutionnel des régulations

Nous nous intéressons aux termes de l'alternative didactique (formulée en 3-c) dans les configurations interinstitutionnelles suivantes (dans chacun de ces cas, l'institution I_1 nourrit une intention en direction de l'institution I_2 relative à des connaissances et des savoirs mathématiques) :

institution I_1 (intention)	institution I_2 (cible)	mathématiser le milieu de I_2	transmettre de nouvelles connaissances
décideurs de l'organisation sociale	citoyen	aménagement de milieux (d'usage)	diffusion et transmission de savoirs
institutions productives de savoirs mathématiques et didactiques	enseignant	diffusion de situations didactiques	formation professionnelle
professeur ou accompagnateur de l'étude personnelle de l'élève	élève	comportement familiarité entraînement	compréhension réflexion recherche de solution

[17] Un logiciel peut être programmé de manière à signaler simplement l'inadéquation de la réponse, sans fournir d'autre indication que ce signal. Il est souvent beaucoup plus illusoire de penser qu'un acteur peut limiter son intervention à ce seul signal. La communication non verbale n'est pas si facile à contrôler. Le contrat didactique de base qui régit toute situation didactique complique bien plus encore le phénomène : les positions E et P ne peuvent être ignorées des acteurs, notamment de celui qui est en position E. L'ingénierie didactique propose une solution à ce problème de transmission : rendre le milieu capable d'exercer une rétroaction (cognitive) « neutre » (au plan relationnel). C'est un aménagement des conditions qui démathématise la conduite de P.

L'alternative est choisie en fonction de l'intérêt pour une institution cible (un sujet ou une institution sociale) d'apprendre des connaissances mathématiques.
Soit une institution I qui rencontre fréquemment des irrégularités qu'un savoir c (dont elle ne dispose pas) permettraient de résoudre.
Dans certains cas l'augmentation du répertoire de I est avantageux. Toutefois, il peut arriver que c soit :

- trop « théorique » (la transposition serait importante) ;
- trop coûteux à acquérir pour chaque assujetti de I, à entretenir ou mettre en oeuvre dans les conditions ordinaires de fonctionnement de I ;
- mal adapté à l'usage que I pourrait en faire.

Alors un autre type de solution peut être envisagé, qui consiste à créer une institution intermédiaire. Cette nouvelle institution qui dispose de c dans son répertoire, mathématise la régulation par I des irrégularités rencontrées et donc démathématise l'action de I (relativement à c).

c) Dédidactification d'une situation

Soit une situation didactique au sens 1 (voir chapitre 4-I-1-d, p 148).
Définition : A propriétés didactiques égales, nous dirons d'une situation S_1 qu'elle est didactifiée par rapport à une autre situation S_2, lorsque il y a report de connaissances didactiques de la conduite[18] de S_1 sur le milieu de S_2.
Didactifier une situation d'enseignement permet de renforcer son efficacité (par un milieu à haute technicité didactique qui bloque les variables didactiques principales à certaines valeurs adéquates), tout en soulageant localement la conduite effective.
Une situation adidactique est une situation fortement didactifiée, insérée dans une situation didactique (l'enseignant conduit l'ensemble, mais durant la phase adidactique, le milieu le seconde pour les rétroactions aux réponses des élèves).
Dans l'institution principale d'enseignement, l'enseignant demeure responsable de l'opportunité du choix des situations qu'il propose, il doit rester en mesure de contrôler l'adéquation de ses décisions avec ses connaissances didactiques.

Appliquons ce schéma au rapport de deux situations dont l'une est mise en oeuvre dans l'institution principale d'enseignement et l'autre dans l'institution de l'étude personnelle de l'élève. Didactifier une situation d'accompagnement permet d'optimiser localement la conduite de l'accompagnateur en faisant l'économie d'une transmission de connaissances didactiques. Car l'accompagnateur est assujetti à la réalisation des devoirs et ne porte pas la responsabilité de choisir l'opportunité de cette situation (il n'a donc pas besoin de disposer de ces connaissances mathématiques et didactiques).

d) Les délégations dans le réseau

Nous distinguons entre les institutions trois types de délégation :

- Une délégation de la tâche didactique.

Exemple 1 : Dans un contrat d'instruction, P confie à E un devoir à réaliser durant le temps d'étude personnelle ; il lui fournit un milieu mathématisé pour entraîner des connaissances déjà connues (adapté au répertoire effectif de E).
Exemple 2 : L'institution principale confie à une institution d'accompagnement une situation didactifiée sous un contrat de vérification[19] (A est alors un exécuteur d'intentions qui sont contenues dans le milieu de E, il est seulement en charge de vérifier la justesse de la réalisation par E, il n'est pas en charge d'enseignement).

- Une délégation d'intention didactique.

[18] Se reporter à la définition donnée de la conduite d'une situation (chapitre 4-I-, p 149).
[19] Se reporter à la définition des contrats d'accompagnement (chapitre 3, pp. 116-120).

Exemple 1: Dans un contrat d'utilisation de connaissances, P charge E de comprendre et d'apprendre ce qui lui est transmis.
Exemple 2 : L'institution principale confie des régulations à une institution d'accompagnement qui nécessitent un contrat de répétition[20] (A fait faire à E des exercices semblables à ceux qui sont donnés par P).

- Une délégation de responsabilité didactique.

Exemple 1 : L'institution principale confie à une institution d'appui le soin de réguler certaines erreurs selon un contrat de remédiation[21] (régulations externes).

Ces trois types de délégation forment une progression, qui s'accompagne d'une augmentation à chaque pas du répertoire de conduite nécessaire pour assumer les responsabilités qui sont déléguées.

<u>Remarque 1</u> : Dans une institution fortement didactique, la délégation de responsabilité en direction de E s'accompagne d'une dévolution, de l'organisation d'un milieu adéquat et d'un contrôle (la délégation est momentanée).
<u>Remarque 2</u> : Le modèle de régulation institutionnel qui semble aujourd'hui prévaloir consiste à organiser sur la base de représentations incertaines un certain fonctionnement, sans prévoir les aménagements qui permettraient de mener à bien le projet, et à penser qu'il sera toujours temps après de le réguler avec d'autres institutions spécifiques.
<u>Remarque 3</u> : Lorsqu'une institution <u>renvoie</u> à une autre une responsabilité dont elle était en charge (modification de la nature du contrat) sans que les conditions soient adaptées (situations adéquates et connaissances suffisantes), il est peu probable que la délégation s'accompagne d'une amélioration.

II L'accompagnement familial de l'apprentissage des formules

1 Usage du modèle dans le cas des interactions familiales

Nous nous proposons d'utiliser le modèle pour analyser les moyens dont disposent les familles pour rendre l'apprentissage des produits élémentaires à la fois agréable et efficace.
Le contexte socio-économique incite les parents à prendre de l'avance sur la scolarité et leur laisse penser qu'il répond mieux que l'école aux « besoins » de l'apprentissage : de manière plus ludique et avec des techniques plus modernes. Dès les premières années de la vie, les apprentissage numériques sont portés très tôt par le désir de faire comme les « grands ». L'enseignement, mais aussi l'accompagnement parental, bénéficient de nombreuses représentations favorables (même si elles sont parfois douteuses[22]). Nos traditions, aujourd'hui relayées par l'innovation éditoriale, offrent des milieux agrémentés (plus ou moins réussis), qui prolongent les tendres interactions familiales par un certain plaisir culturel (même s'il n'est pas

[20] Se reporter à la définition des contrats d'accompagnement (chapitre 3, pp. 116-120).
[21] Se reporter à la définition des contrats d'accompagnement (chapitre 3, pp. 116-120).
[22] Certains travaux américains (publiés en 1992) portant sur des nourrissons de 4 à 5 mois sont cités par Deahene (1997, pp. 47-71) et Houdé (1998). Mais ils ont aussi attendri la presse grand-public. Dans un article de 1998 (« Sont-ils nés avec la bosse des maths ? »), le journaliste *d'Enfant Magazine* présente aux parents les résultats de K. Wyn. Son invité-interlocuteur R. Brissiaud tempère les déclarations trop intempestives et paraît bien raisonnable de ne suggérer des conseils aux parents que pour les grands de 2 à 3 ans. « Les enfants qui savent le plus rapidement "dire une quantité" sont ceux à qui leur mère parle beaucoup et utilise le comptage dans différents contextes en mettant bien l'accent sur ce qu'elle souhaite lui faire comprendre ». L'article se termine par un encart qui vante les mérites de *L'album à calculer* (un manuel destiné aux enseignants). Les illustrations, les pages à rabats sans textes, le titre même séduiront vraisemblablement les parents désireux de bien faire pour que leur enfant soit un de ces premiers à « dire une quantité ». Brissiaud (1988) et Brissiaud (1999-2000), articles destinés aux enseignants sur le même thème du comptage et du calcul, dénoncent les méfaits des diffusions médiatiques des résultats de recherche, mais n'évoquent pas la compatibilité des actions de l'institution principale avec celles des familles.

toujours cognitif). Mais qu'en est-il pour les tables de multiplications ? Comment la transposition en direction des institutions d'accompagnement est-elle contrôlée ? Qui porte la pertinence et la validité des savoirs mathématiques et didactiques dans les situations prévues et effectives ?
Dans ce paragraphe, nos analyses porteront sur des conseils qui sont relativement couramment diffusés en direction des parents (nous les avons groupées selon trois « cultures » de partages didactiques). Puis dans le paragraphe suivant, nous nous intéresserons à l'analyse de milieux destinés aux interactions en famille (conçus comme des situations d'accompagnement à conduite plus ou moins précisées).

2 La culture du fonctionnement principal

a) Apprendre avant de faire

Une conception « béhavioriste » présente le processus d'apprentissage comme cumulatif et décomposable en éléments. L'apprentissage des formules pourrait se concevoir en trois phases indépendantes : une présentation formelle, une mémorisation isolable de la signification et des autres savoirs et un apprentissage de l'usage (et du contrôle). Chaque phase serait susceptible de se décomposer en plusieurs sous-phases qui se juxtaposeraient, se succéderaient sans rupture ni restructuration.

b) Guider la mémorisation d'un registre répertorié

Pendant la phase de mémorisation des formules, leur fonction est encore placée sous la responsabilité de P (E ne la prend à sa charge que durant la phase suivante « d'application »).
La « culture du fonctionnement principal » prévoit une forte organisation en amont des actions (les milieux jouent un rôle plus important que les conduites). La régulation est commandée par ces milieux prédéterminés, elle mise sur un répertoire générique supposé de E et sur la familiarisation avec ce répertoire. L'étude personnelle de E prolonge l'action principale de P. Les régulations de l'apprentissage portent sur les exigences (elles les rappellent ou les restreignent). Leur régularité et leur proximité compensent leur maigre marge de manoeuvre (les exercices quotidiens renouvellent les milieux de l'étude et permet de les adapter).
Mais lorsque le temps de préparation didactique de l'étude est invisible, l'action de P semble se limiter au contrôle des résultats de l'étude personnelle de E.

c) L'accompagnement traditionnel

La récitation minimise la modalité de questionnement, soulage l'évaluation par A et la restitution par E. Pour une table donnée, le principe de conduite pour E ou A est simple[23], facilement transmissible et dédidactifié. La conversion du savoir en connaissances (mathématisation de l'action de E) n'est pas contenue dans la situation, en particulier la mise en correspondance d'une partie du registre avec la résolution d'un problème donné[24]. L'unicité de la situation (une même conduite, un seul milieu) ne permet aucune adaptation ou variété[25]. Des appuis « ludiques » exogènes paraissent indispensables.

---

[23] La table génère une suite de questions sèches avec solution. L'un des facteurs reste fixe, tandis que l'autre suit l'ordre numérique.

[24] Un produit à effectuer, mais aussi une décomposition en produits judicieux, une justification ou une organisation des résultats du répertoire avec d'autres savoirs numériques, comme la parité, la divisiblité, etc.

[25] Eventuellement en faisant réciter dans l'autre sens, l'élève doit coordonner deux tâches cognitives de difficulté inégale : la détermination d'un rang en le déduisant du dernier énoncé et le rappel des formules qui requiert un degré de familiarité supérieur

d) Réciter la table dans l'ordre

Nous avons vu en fin du chapitre précédent que la principale difficulté pointée chez les jeunes collégiens par les enseignants (outre la méconnaissance) était la stratégie de récitation partielle d'une table pour fournir une seule formule. Les tables sont des milieux disjoints complètement mathématisés et E peut satisfaire à la consigne (réciter les formules) en mobilisant peu de connaissance (action démathématisée) :

- il peut apprendre séparément deux formules a x b et b x a (considérer le fait qu'elles fournissent la même valeur comme une condition périphérique de la situation, un peu comme « 6 fois 8 : 48 » rime, tandis que « 3 x 9 : 27 » ne rime pas)[26] ;

- certaines formules sont « indépendantes » : 5 x 1 ne doit rien à 4 x 9 (il en est de même pour 2 x 6 et 3 x 4 qui ne sont pas dans les mêmes tables), tandis que d'autres sont au contraire attachées dans une chaîne insécable de stimuli ;

- l'alternance des 0 et 5 de la table de 5 est un atout local supplémentaire pour un apprentissage sériel (de manière précoce, la récitation est aisée), mais si les propriétés des nombres ne fournissent aucun repère, les « réponses » ne sont plus attachées à leur « question » respective, mais seulement à leur rang dans une liste.

Ainsi, le répertoire qui structure le rappel mnésique paraît se constituer en obstacle lorsque les conditions sont modifiées (l'ampleur du double décodage perturbe la mémoire de travail, surtout si elle est déjà mobilisée pour effectuer une autre tâche comme l'effectuation d'une opération). Même si P lutte contre ce comportement dans la classe, le renvoi à l'étude personnelle (sans modification des milieux et des situations d'étude), puis aux régulations externes ne peut que renforcer cet obstacle[27].

e) Blanche-Neige

Voici quelques principes de conduite d'accompagnement diffusés en direction des parents[28]. En réaction contre la trop forte démathématisation de l'action de E, c'est la conduite de l'accompagnateur qui est redidactifiée (délégation d'intentions d'établir des liens mathématiques entre les formules) :

« Veillez à ce qu'il ne prenne pas l'habitude de compter sur ses doigts. Si l'enfant ne peut s'en passer, faites lui revoir ses tables. [...] Les tables enthousiasment rarement les enfants, mais leur mémorisation est indispensable et il existe des manières plus intelligentes et intéressantes de les apprendre que les manières traditionnelles [...] "Je me souviens de l'air, mais j'ai oublié les paroles". Cette blague date de l'époque où, pour apprendre par coeur, les élèves chantaient en choeur les tables, " bonne" vieille méthode provisoirement efficace pour quelques élèves, mais peu performante si l'on en juge par le nombre d'adultes qui, non seulement ont oublié de larges pans des tables de multiplication, mais ne savent pas reconstituer rapidement et rationnellement les morceaux perdus. Aujourd'hui on ne chante plus les tables en choeur, mais les livres scolaires ne fournissent pas toujours une structuration visuelle suffisante, s'en remettant trop à l'apprentissage à la maison, que les parents, faute d'information, font par l'oreille et non par l'oeil. [...] [Voici une comptine] empruntée au délicieux poète Jean Tardieu (ici, par accident, fort médiocrement inspiré) :

La princesse Blancheneige,

---

26 Rappelons-nous certaines réponses de Noëlle qui laissaient entendre qu'elle apprenait une liste sans coordonnerentre eux les éléments (nombreuses erreurs de proximité). En évaluation, elle produisait des erreurs sur les formules réputées les plus familières au même titre que sur les autres : 2 x 8 = 10 ou 5 x 10 resté sans réponse.

27 « La suradaptation du "savoir" à la solution d'une situation particulière n'est pas nécessairement un facteur favorable à la solution d'une situation nouvelle. Une différenciation trop forte, une dépendance trop grande par rapport aux "connaissances" directes et l'évolution devient impossible. Le premier savoir fait obstacle. Certains de ces obstacles sont inévitables et constitutifs du savoir, d'autres sont le résultat d'un surinvestissement didactique » ; Brousseau (1998, p 75).

28 Guillaume et Le Tirilly (1993), pp. 122-125.

Chez les 7 nains qui la protègent,
Lave, nettoie, époussette,
7 fois 1, 7 [...].

Bien que le style " cucul-gnangnan " ne soit pas plus souhaitable en mathématiques qu'en n'importe quel autre domaine, on peut, si on y tient vraiment, utiliser un procédé auditif de ce genre comme distraction, après que l'enfant a compris et retenu la structuration des tables, mais surtout pas avant comme moyen d'apprentissage. [...] 7 x 9 = 63 n'est pas une suite de sons plus ou moins chantants et poétiques, mais une suite structurée qu'il faut voir ainsi :
7 x 9 = 7 + 7 +7 + 7 +7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 63
ou encore : 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 63
ou encore : 28 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 63, etc. Pour apprendre la table, le meilleur moyen est de commencer à photographier mentalement et en silence les nombres décomposés comme ci-dessus. »

L'auteur :

- marque des exigences sur chaque formule (même s'il désigne l'ensemble par l'expression courante) ;
- relie certaines formules entre elles (ici 7 x 9 et 7 x 4) ;
- distingue les répertoires de l'apprentissage de ceux qui réorganisent après coup des savoirs connus (le poème).

C'est en ce sens que nous considérons qu'il ne perd pas de vue le projet principal de l'enseignement. Mais c'est sur la modalité de l'encodage (supposé responsable de l'obstacle précédemment cité) qu'il négocie le rôle de l'accompagnateur, sans transmettre les connaissances qui lui permettent de trier ses décisions, sans les prescrire non plus. Les variables didactiques sont seulement suggérées, la validité, la pertinence et la commodité de ces liens sont à la charge du répertoire de l'accompagnateur. Nous ne présumerons pas ici du caractère réaliste ou non de ses conseils, mais nous observons que l'accompagnement familial s'inscrit comme une régulation de l'enseignement (les livres scolaires ne sont pas adaptés) et non des apprentissages de l'élève. Le rôle du milieu (le manuel qui transite de l'institution principale à l'institution d'accompagnement, mais aussi le milieu potentiel qui pourrait avantageusement le remplacer) est déprécié au profit de la conduite, c'est en direction du répertoire des parents (qui ne seraient seulement pas assez informés) que s'exerce la diffusion.

3 La culture de la régulation

a) Apprendre à apprendre

L'art de la mémoire s'enracine dans l'antique rhétorique, mais ces illustres savoirs sont peu utiles pour l'apprentissage de formules si semblables les unes aux autres[29]. Le poète et l'humoriste jouent sur la familiarité, l'étrangeté et les différences phonétiques[30] qui peuvent ponctuellement rendre service à l'apprentissage d'un tout petit nombre de résultats récalcitrants[31]. Mais le principal problème de l'apprenant consiste à distinguer chacune des formules sans ajouter d'information superflue qui alourdirait le déstockage impromptu. La numération décimale et la morphologie humaine donnent partiellement lieu à toutes sortes de mises en scènes d'écriture[32] ou de manipulation de doigts[33]. Elles peuvent attiser une certaine

---

[29] A. Lieury (1993), *La mémoire - Du cerveau à l'école,* présente la célèbre méthode « des lieux » et la définition de l'acalculie (p 11-12), mais ne fournit ni information ni conseil relativement à l'apprentissage des tables.

[30] « 2 fois 3 : cerise ; 4 fois 4 : chaise ; 5 fois 5 : vin de singe ... » ; Pef (1986), *Le livre de nattes.*

[31] Il peut être très efficace et durable pour telle personne d'imaginer deux sympathiques serpents multicolores pour évoquer la réponse numérique correcte de 7 x 8. L'investissement affectif et la spontanéité de l'association rendent ce type d'appui peu généralisable individuellement et peu reproductible collectivement.

[32] Monsieur Pujol en avait proposé un à sa fille Noëlle (chapitre 5).

[33] Par exemple dans Kuntzmann (1987) p 12.

curiosité pour les particularités (qui contrairement à la chanson de Blanche neige sont intrinsèques aux mathématiques), mais ne peuvent raisonnablement devenir un moyen d'apprendre, ni même de contrôler rapidement une réponse.
Une conception « métacognitive » développe l'idée que des capacités générales et transférables gouverneraient un grand nombre de capacités particulières. Les apprentissages seraient facilités par des techniques de mémorisation, par renforcements ou par ajustement des supports d'évocations.

b) Montrer comment répertorier le registre à mémoriser

Ainsi la mémorisation devient à son tour l'objet d'un enseignement et d'un apprentissage.
La « culture de la régulation » mise sur une évolution des répertoires qui contrôlent la connaissance visée. L'organisation préalable est générale, c'est au cours de l'action didactique que P puis A portent l'actualisation sur c et c'est au cours de l'apprentissage que A puis E portent les spécificités de la mémorisation de c. La régression des répertoires offre aux interactions une grande étendue de manoeuvre. De manière fictive, P, E et A sont conduits à considérer que quelque soient ces répertoires, la connaissance c initialement visée demeure bien identifiée et la même pour eux. Les changements successifs de répertoires commandent les interactions et les régulations. Les répertoires emboîtés s'ancrent plus ou moins sur les contenus disciplinaires (appuis sémantiques, concrets, schématisés, symboliques, imagés, verbaux, par assonances, temporels, spatiaux, etc.), ils sont plus ou moins mathématisés, plus ou moins contrôlés par P et A. Un appuis de nature mathématique[34] offre une alternative didactique à la répétition, il mathématise le contrôle de E sur son déstockage mémoriel (en transmettant de la compréhension). Mais P ou A peuvent aussi conserver (ou croire le faire) la mathématisation initiale et miser sur un méta-répertoire. La métacognition dispose d'atouts qui sont de nature à séduire les structures d'accompagnement scolaire (soit qui interviennent directement auprès des enfants, soit qui se proposent de former les parents) : elle renouvelle les pratiques sans recourir semble-t-il aux contenus[35] ; elle engendre une forme de proximité qui s'accommode avec la complicité de l'appui et apporte des éléments favorables aux larges négociations[36].

c) Le « geste de mémorisation »

Peut-être parce qu'elles apparaissent concises et universelles, les tables sont souvent utilisées comme terrain de mise en place de ces méthodes de mémorisation. Voici quelques conseils dans la lignée métacognitive : « *Exemple d'un apprentissage par coeur : la table de multiplication : Premièrement l'apprenant se place en situation de perception avec le projet d'évoquer [...] soit il entend la succession : sept fois un sept, sept fois deux quatorze [...] avec le projet d'en dupliquer un écho intérieur ; soit il regarde la table imprimée au dos de son cahier [...] avec le projet d'en fabriquer une photocopie mentale. Deuxièmement [...],*

---

[34] Par exemple, afin d'éviter de confondre $7 \times 8 = 56$ et $6 \times 9 = 54$, il est possible de considérer les deux rectangles de dimensions (7,8) et (6,9). « Découper » un petit rectangle (largeur 1 et longueur 8) dans la longueur du premier rectangle et constater qu'il est trop grand pour être « recollé » dans l'autre sens sur le second permet de conclure que $7 \times 8 > 6 \times 9$ (il faudrait un rectangle de largeur 1 et de longueur 6). Le coût cognitif de ce type de contrôle est bien sûr coûteux, il ne pourrait pas servir à l'apprentissage des formules. Mais il est généralisable en géométrie : l'aire d'un rectangle de dimension $(n , n + 1)$ est supérieure de 2 unités à l'aire du rectangle $(n - 1 , n + 2)$; et en algèbre : $(n - 1) \times (n + 2) = n \times n + 2 n - n - 2 = n \times n + n - 2 = n \times (n + 1) - 2$.

[35] Ce qui voudrait dire qu'il n'est pas nécessaire de compléter qualitativement les répertoires de savoirs pour une discipline donnée, la transposition initiale serait suffisante.

[36] Une association qui soutient les travaux d'A. de La Garanderie propose aux familles des cycles d'aide scolaire personnalisée. L'originalité et la fantaisie sont mis en avant pour se démarquer des représentations scolaires : « *Et c'est parce que les nombres avaient la forme de gâteaux en chocolat que Johan a appris les tables de multiplications : il pouvait les manger mentalement à chaque bonne réponse* » ; revue des adhérants *La Lettre*, n° 77, mars-avril 1997, Initiative & Formation.

invitons l'élève à s'entraîner à réciter, c'est à dire à s'imaginer dans une situation où il aura besoin de ce qu'il apprend. [...]. Nous avons bien souvent rencontré des élèves qui savaient leurs tables, mais qui ne savaient pas faire autre chose que les réciter [...] On pourrait leur proposer d'étendre leur projet de réutilisation à plusieurs objectifs »[37].
Dans cet extrait, le projet principal de connaître chaque formule a disparu, tout comme la spécificité mathématique[38]. La mémorisation est (provisoirement) coupée de tout autre projet d'enseignement. Seule la restitution du répertoire est visée. La suite du projet (« on pourrait » éventuellement) s'inscrit dans le processus en terme de régulations de régulations.

4 La culture des conditions

a) C'est en faisant qu'on apprend

Une conception « constructiviste » modélise l'apprentissage comme une suite d'étapes, au cours desquelles le sujet construit ses connaissances par équilibration, en interagissant avec son environnement. L'apprentissage se développerait pourvu que l'environnement soit suffisamment propice. Lorsque la compréhension est arrivée à maturité, le sujet serait en mesure de retenir sans trop de difficulté tout ce qu'il peut rétablir à partir de raisonnements. Ces fondements piagétiens se complètent souvent d'une médiation culturelle (surtout langagière, selon les théories de Vygotsky).

b) Aménager la construction d'un répertoire qui contrôle le registre à mémoriser

La « culture des conditions » ménage des rencontres porteuses de sens. P démathématise très tôt les situations pour que E soit en mesure de porter la responsabilité des connaissances qu'il mobilise. E explore les régularités et construit un répertoire suffisamment performant pour engendrer chaque formule[39]. La phase de mémorisation peut être conçue sous la responsabilité de P ou renvoyée à E en fin de processus. P peut contrôler ou non qu'un seuil minimal de rencontre est atteint pour chaque formule (ce seuil peut être diversifié ou non selon les formules). Si P mise essentiellement sur la variété des rencontres, il tend à réduire les fréquences et à les uniformiser sur le registre. Si dans l'institution principale E ne se trouve que rarement dans une situation qui lui permette (en soulageant son répertoire par des mathématisations pour lui identifiées) d'entraîner ses connaissances des formules (en particulier les plus difficiles), ni d'en percevoir l'enjeu (les régularités des questions ne sont pas assez prévisibles), il est probable que la phase finale de mémorisation soit portée par des intentions didactiques extérieures à la classe (par A) ou escamotée (si A se réfère à la même culture et estime que l'institution principale remplit son rôle).

c) Très vite il compose sa propre table

Dans un ouvrage de vulgarisation mathématique pour adultes datant de 1963, les auteurs sont conduits à évoquer la réforme de l'enseignement (ici aux Etats Unis)[40] : « *Le travail scolaire que les enfants doivent faire à la maison plonge dans la perplexité un nombre sans cesse grandissant de parents ; des bambins qui hier encore ne balbutiaient que des monosyllabes, jonglent avec des mots effrayants pour les adultes, et ne parlent que d'ensembles, d'intersections, de commutativité, d'associativité. [...] Une jeune élève de la maternelle découvre avec ravissement l'univers magique des nombres grâce à un jeu de barres colorées dont les dimensions sont calculées en fonction du nombre à représenter. D'entrée de jeu les*

---

[37] Chich et al. (1991), p 69.
[38] Soulignons que tout en se référant aux mêmes théories de l'apprentissage, d'autres comme A. Geninet (1994 et 1998) ou A. Taurisson (1993, pp. 255-257) maintiennent une dimension mathématique.
[39] Par exemple l'ouvrage publié en 1960 par le ministère belge de l'Instruction Publique : *Pensée calculatrice et calcul pensé*.
[40] Bergamini D. (1963), appendice pp. 193-196.

jeunes sont amenés à étudier les structures mathématiques - le "pourquoi" plutôt que le "comment". La méthode d'enseignement dite de la "découverte" constitue un élément fondamental des nouveaux programmes [...] Par des questions socratiques, on induit l'élève à mettre au point des règles de calcul - on part du principe que toute énigme intellectuelle est amusante, ce qui permet d'apprendre mieux et plus vite. [...] Les spécialistes proclament que nous avons sous-estimé l'aptitude de nos enfants à assimiler les abstractions. [...] Une représentation visuelle des nombres : Grâce à cet "axe de coordonnées" l'enfant découvre certaines corrélations entre les nombres. [...] Très vite il se compose sa propre table de multiplication ; il utilise la ligne inférieure et compte le nombre de "bonds" d'une certaine longueur qu'il faut effectuer pour arriver à un nombre donné. »

Dans ce passage :

- La table apparaît comme un objet social sans grand intérêt pour l'enseignement (il fait partie du patrimoine culturel, mais n'a pas un haut statut scolaire) ;
- chaque élève doit pouvoir, à terme, disposer des éléments qui la constituent (ils ne sont pas nommés, ce ne sont pas des entités, mais des actualisations particulières d'une opération) ;
- mais il paraît essentiel que l'enfant reconstruise ce savoir avec ses connaissances, qu'il revive la genèse de cet objet. La mémorisation n'est pas évoquée. Seul un gain de temps (très vite) est mis en avant (l'étude personnelle n'apparaît donc plus indispensable). L'auteur ne s'engage pas sur ces dernières déclarations, il se retranche derrière les « spécialistes » de l'apprentissage.

d) Organiser les environnements propices

Les savoirs de la Didactique attirent l'attention sur les rapports qui existent entre une connaissance observée et le dispositif qui permet de la mobiliser[41], ils cherchent à optimiser les milieux « naturels » (trop fortement démathématisés) ou culturels (souvent trop mathématisés). Ils soulignent à la fois l'importance d'un fonctionnement autonome des élèves (milieu localement démathématisé), mais aussi la nécessité des institutionnalisations qui transmettent les « connaissances canoniquement constituées [...] intelligibles pour les autres, partagées, conformes à la volonté didactique de la société, [...] dont l'intérêt est garanti par l'histoire et par la culture »[42]. Or l'entraînement de ces répertoires canoniques n'a pas fait l'objet d'ingénierie spécifique (encore moins celui qui se déroule à l'extérieur de l'institution principale d'enseignement). Les situations qui correspondent à ce projet (exercices) sont peu diffusées ou doivent être choisies dans des manuels qui ne se réfèrent pas aux mêmes fondements épistémologiques.

III Redidactifier l'enseignement des produits élémentaires pour Noëlle

1 Présentation

A l'occasion du (second) dispositif expérimental, l'intervenant s'est trouvé dans la position de devoir à la fois remathématiser l'action de Noëlle et réduire l'impact didactique des interventions directes de ses parents sur le processus d'apprentissage. Pour l'apprentissage des formules, il a préparé les séances d'appui à l'aide d'instruments praxéologiques relativement généraux. La réalisation de ces séances la directement confronté à un certain nombre de problèmes à résoudre de manière spécifique, dont :

[41] Que ce soit dans le secteur de la rééducation ou de l'enseignement, les dispositifs que Piaget et ses collaborateurs avaient conçus pour observer les connaissances et montrer un genèse de développement sont souvent confondus avec les situations qui ont vocation à les développer ou de les transmettre.

[42] G. Brousseau, *La Théorie des Situations Didactiques*, Montréal 1977, à paraître.

- l'harmonisation à chaque instant des décisions de régulations didactiques avec toutes les contraintes propres à un appui[43] ;

- l'harmonisation locale de certaines visées didactiques (portant sur des connaissances nouvelles ou peu sûres) avec une pratique de jeu (agréable seulement sur un domaine de familiarité) ;

- l'adaptation rapide des régulations didactiques avec chaque savoir et chaque état du répertoire de l'apprenant (concernant les répertoires numériques, les situations sont courtes et les connaissances fluctuantes).

Collecter les éléments de la réalisation par l'intervenant a été pour cette recherche un moyen de conserver des traces des points critiques de ces adaptations locales, instantanées et spécifiques de l'entraînement des répertoires numériques. Nous nous intéressons ici donc plus à ses « erreurs » de gestion a priori ou à l'inadéquations de certaines de ses régulations qu'à la réussite globale de l'appui. Toutes les perturbations observées ne présentent pas le même intérêt, seules certaines jugées typiques de phénomènes à la fois en lien avec notre problématique et non circonscrites aux conditions particulières du dispositif ont donné lieu aux avancées de formalisations et aux études que nous exposons dans cette thèse.

Le paragraphe suivant résume les présupposés didactiques généraux (position P), un second paragraphe présente le projet de l'institution d'appui (intentions de l'intervenant), un troisième rassemble les milieux et situations utilisées. Nous décrivons cette expérimentation à l'aide d'un vocabulaire que nous avons fixé a posteriori.

2 Les éléments didactiques concernant la mathématisation de l'apprentissage des formules

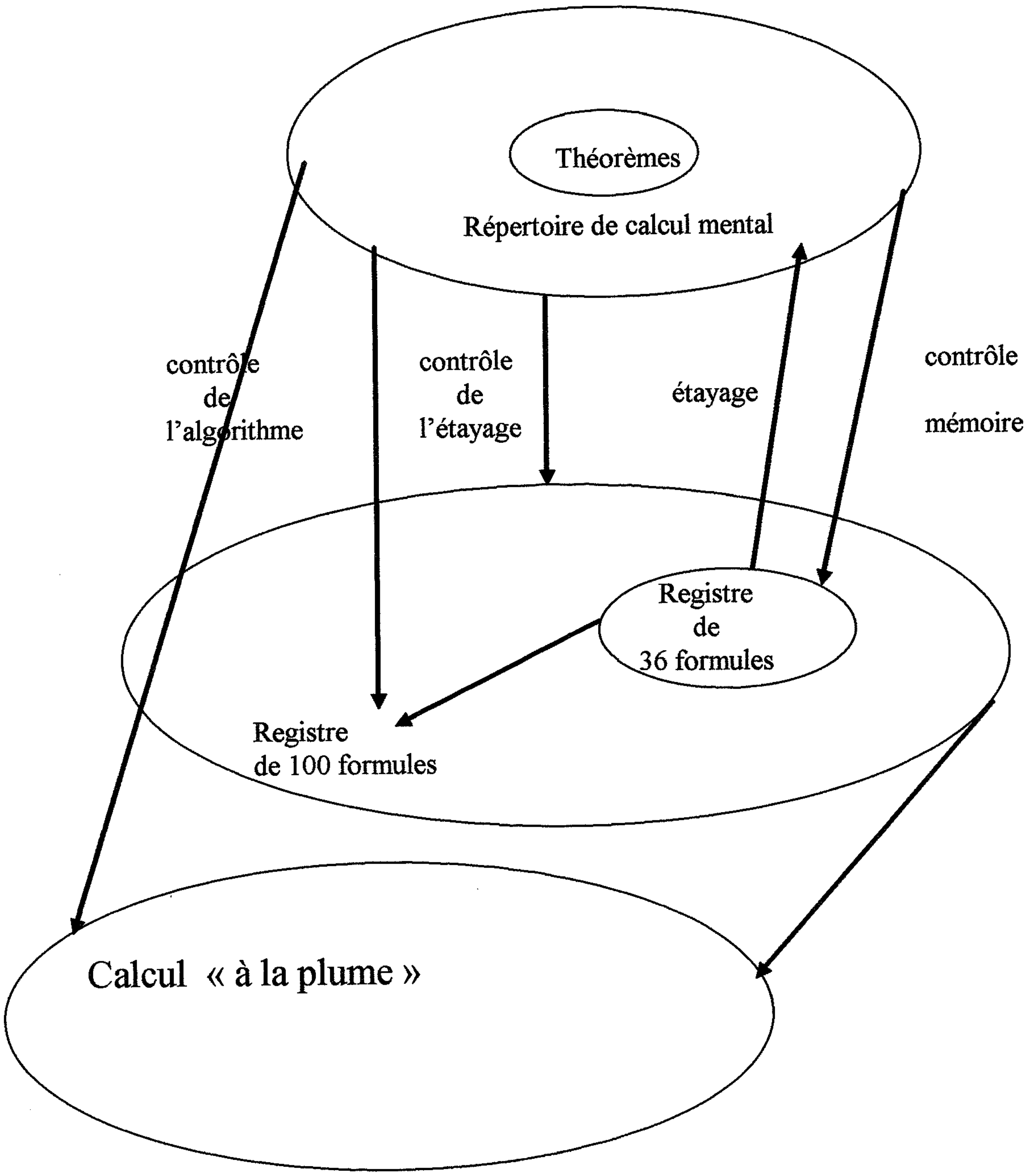
a) Transmettre des moyens de calcul

La perspective adoptée ne confiait ni au hasard, ni à une maturation naturelle, ni à un habitus culturel ce qui pouvait faire l'objet de décisions didactiques. L'apprentissage et l'entraînement des formules s'organisaient à partir des savoirs mathématiques et de leurs usages (et non de l'acte de mémorisation qu'ils requièrent). Il s'agissait de permettre au futur calculateur de construire des répertoires de moyens de calcul, adaptés aux conditions qu'il était amené à rencontrer dans diverses institutions[44]. La figure ci-contre (Fig. 4) schématise les différents répertoires.

[43] En particulier : une densité instantanée de difficultés de tous ordres qui est forte pour l'apprenant, un passé difficile (y compris pour l'entourage) qui est souvent réactivé au cours des décisions, des stratégies de défense vis à vis des situations déstabilisantes qui se sont développées et renforcées durant la période des difficultés.

[44] Nombreuses sont les catégories qui tentent de définir certaines particularités dans le domaine du calcul : calcul mental et calcul écrit, calcul automatisé et calcul réfléchi (Charnay et Mante , 1996, p 113), Pensée calculatrice et calcul pensé (manuel du Ministère de l'Instruction publique du Royaume de Belgique, 1960 ; Brissiaud, 1989), calcul rapide (Butlen et Pezard 1989), calcul rédigé ... Nous n'avons pas cherché à adapter notre étude à ces catégories qui répondent souvent à d'autres intentions et d'autres contraintes institutionnelles et historiques (formation, recherche, négociation, régulations, etc.).

Figure 4
Les répertoires du calcul



b) Détermination d'un registre de formules

Pour didactifier la situation de l'étude personnelle, P réduit à 36 le nombre de formules à mémoriser par E.
Pour remathématiser le calcul à la plume, P prévoit d'enseigner un répertoire de calcul mental. Ce répertoire a pour fonctions de contrôler le déstockage en mémoire des 36 formules et une partie de l'exécution des algorithmes écrits, d'établir par un raisonnement les résultats non directement fournis par le milieu ou non encore connus de E (P laisse à E la responsabilité de mobiliser certains théorèmes lorsque les conditions le nécessitent).
Au terme de l'apprentissage, tous les produits des dix premiers entiers naturels doivent être rapidement mobilisables et de manière sûre et fiable par E. La figure 4 résume l'empilement de répertoires.

c) Les étayages

Pour l'apprentissage des 36 formules, les questions « sèches » (qui marquent les exigences) n'ont qu'une portée limitée (milieux fortement mathématisés). Pour que E ne perde pas de vue les conditions d'emploi de ses connaissances, pour que les questions qui lui sont posées l'incitent à demeurer vigilant (d'un point de vue cognitif), P plonge le répertoire visé dans un univers plus vaste (milieu démathématisé). Il prévoit des situations qui auront pour objectif de mobiliser le répertoire de calcul mental de E et de le développer. En particulier, il vise à constituer un réseau de liens signifiants entre les formules du registre par des étayages mathématiques.
Par exemple : la formule 6 x 4 est liée à la formule 3 x 4 par l'étayage : 6 x 4 = 2 x (3 x 4).

<u>Remarque 1</u> : La transmission des étayages font l'objet d'un autre projet didactique (synchrone à celui de transmettre le registre de 36 formules), qui exige lui même de déterminer des registres et des répertoires pour les répertorier. Les deux projets établissent entre eux des dépendances et donc des ordres de successions. Nous ne les séparons ici artificiellement que pour les besoins de l'analyse.
<u>Remarque 2</u> : La pratique de l'étayage nécessite d'instaurer une certaine « culture » dans l'institution, mais elle rend visible et fait vivre un rapport aux connaissances à leur apprentissage qui sera utile sur d'autres domaines mathématiques.

d) Répertoire direct et répertoire étendu

Nous considérons que les réponses de E dépendent d'un certain empilement de répertoires de connaissances, et en particulier :

- d'un <u>répertoire direct</u>, constitué de formules directement connues (fournies par la mémoire) ;
- et d'un <u>répertoire étendu</u> , constitué des formules fournies par un raisonnement.

Au terme de l'apprentissage, les 36 formules au moins doivent figurer dans le répertoire direct.
Le répertoire étendu doit pouvoir remathématiser le contrôle sur le répertoire direct.

<u>Remarque</u> : Ce découpage en deux répertoires est relatif aux intentions didactiques et aux fonctionnements. Ni les savoirs, ni les performances du calculateur ne peuvent in abstracto être répartis selon ces deux catégories.

e) Conversion du statut didactique de l'étayage

L'étayage :

- peut être un appui à l'établissement d'une nouvelle formule (entrée de la formule dans le répertoire étendu) ;

- constitue une entrave à son apprentissage formel (entrée de la formule dans le répertoire direct) ;

- peut devenir un moyen de vérification une fois la mémorisation formelle engagée (maintien de la formule dans le répertoire étendu en étant associée à un étayage adapté).

Le projet didactique consiste donc à organiser des passages de formule d'un répertoire à l'autre. Les distinctions du rôle de l'étayage sont essentielles et doivent se traduire dans le contrat didactique par des ruptures de conditions et d'exigences.

Progressivement le recours à l'étayage devient puis reste privé. <u>En fin de processus, le rapport officiel aux formules se présente sous la forme d'un accès direct et uniformisé à des savoirs formels.</u>

3 Le projet d'appui

a) Les difficultés rencontrées par Noëlle avant l'appui

Au moment où l'appui a débuté :

- Noëlle (élève de CE2) connaissait insuffisamment les formules (par exemple 3 x 3 et 3 x 4). L'analyse de ses résultats scolaires a confirmé cet état des connaissances : une dizaine de produits seulement était mobilisable avec une relative fiabilité [45].

- Même si Noëlle en manifestait une certaine gêne, elle n'adhérait pas à la nécessité de pouvoir disposer directement de certains résultats numériques (elle considérait comme suffisant de savoir les rétablir à la demande).

- L'entourage proche de Noëlle ne se constituait pas (ou trop peu) en relais des attentes et des visées scolaires à ce sujet. Son père y consacrait peu de temps. Sa mère attendait des enseignants qu'ils laissent les élèves libres de choisir leurs propres méthodes et les conditions afférentes (y compris le recours aux doigts).

- Ni l'enfant ni ses parents ne manifestaient d'opposition franche au projet d'apprendre par coeur les produits élémentaires. Mais ils le vivaient comme une corvée imposée, dont l'intérêt leur échappait[46].

b) Les objectifs visés par l'institution d'appui

Les intentions de l'intervenant se répartissaient en trois volets :

- organiser l'apprentissage des formules qui n'étaient pas sues ;

- faire dévolution à Noëlle du projet de les maintenir à un niveau de familiarité suffisante ;

- établir les conditions d'une synergie familiale[47] durable sur cet objectif.

---

[45] D'après les contrôles scolaires précédants l'appui, nous avons constitué la liste des produits fiables (au moins deux réussites successives et non suivies d'erreur) pour Noëlle : 2 x 5 ; 3 x 6 ; 5 x 5 ; 5 x 6 ; 6 x 9 et probablement sûrs (une réussite non suivie d'erreur) : 2 x 3 ; 2 x 4 ; 4 x 9 ; 5 x 8. Les produits labiles (un échec suit une réussite) sont : 2 x 6 ; 2 x 7 ; 2 x 8 ; 3 x 4 ; 3 x 7 ; 3 x 9 ; 4 x 4 ; 4 x 6 ; 4 x 7 ; 4 x 8 ; 5 x 4 ; 5 x 9 ; 6 x 8. Les produits non connus (seulement des échecs) sont 2 x 2 ; 2 x 9 ; 3 x 3 ; 3 x 8 ; 5 x 3 ; 5 x 7 ; 6 x 6 ; 6 x 7 ; 7 x 7 ; 7 x 8 ; 7 x 9 ; 8 x 8 ; 9 x 9. Les multiples de 1 et 0 n'ont pas été ici comptabilisés, l'évolution de leur apprentissage figure dans le diagnostic de l'intervenant au chapitre 7. Pour plus de détails se reporter en annexe 7-3.

[46] Lorsque madame Pujol contacte l'intervenant pour la première fois (21 02 97), elle évoque des difficultés générales en numération et en calcul mental. Mais lorsqu'elle le rappelle plus tard pour préciser les modalités (28 02 97), elle exprime une demande particulière au sujet des tables de multiplication. Cette précision n'est pas liée à la première conversation avec l'intervenant (qui n'a pas abordé ce sujet avant la première rencontre avec Noëlle). Par contre, il n'est pas exclu qu'elle ait été soufflée par les enseignants (qui ont été entre temps informés par madame Pujol de cette décision d'appui). Il n'est pas exclu non plus que la demande émane directement de la famille de Noëlle qui semble submergée par l'ampleur de la tâche : se reporter au résumé de la première séance, annexe 8-4.

[47] L'intervenant n'a pas souhaité s'immiscer dans le partage au sein de la famille, en orientant différemment les rôles du père ou de la mère de Noëlle. D'une part il n'en avait guère les moyens (il n'a jamais rencontré

c) Les raisons évoquées en direction de la famille

Les programmes du cycle des approfondissements stipulent que les élèves doivent mémoriser les produits élémentaires de manière à pouvoir les mobiliser lorsque la situation le nécessite, en particulier dans les techniques opératoires. Le temps dont disposait l'intervenant était insuffisant pour qu'il assure seul cet objectif. En outre, un appui n'est que provisoire, Noëlle doit pouvoir envisager d'étudier ce qui lui est demandé, sans le secours d'une aide extérieure.

d) Les raisons professionnelles

L'entourage familial n'était pas en mesure de justifier auprès de Noëlle le renoncement de ses procédures primitives en passe de devenir trop coûteuses et risquées. Les représentations de l'activité mathématique auxquelles il faisait référence ne l'éclairaient pas sur l'intérêt d'une décontextualisation des connaissances et d'un entraînement régulier. Les astreintes que les enseignants organisaient étaient alors disqualifiées, interprétées comme des habitudes scolaires désuètes ou des abus de pouvoir sans fondement.
Or il fallait réunir des forces autour de Noëlle, pour qu'elle accepte de remplacer ce qui lui apparaissait comme un moyen d'établissement sûr et confortable par une production formelle hasardeuse. Sur une courte durée, l'intervenant a été proche à la fois de l'élève et de sa famille, ce qui l'a incité à tenter deux paris :

- accompagner Noëlle en lui faisant progressivement dévolution des responsabilités qui lui incombaient ;
- modifier les représentations des parents à ce sujet et provoquer des interactions familiales pour faire vivre un nouveau rapport à l'algorithme.

e) Etablir un contrat adéquat

L'intervenant a organisé le premier volet de l'appui en se référant à un contrat d'instruction. Ce contrat est particulièrement adapté à l'organisation d'une étude personnelle, mais inhabituel pour une institution d'appui[48].

f) Associer l'accompagnement familial

Il était indispensable d'enclencher la motivation de Noëlle, mais l'obtenir était encore insuffisant. Car le projet d'étude personnelle devait être viable sur le long terme, il devait s'articuler avec les pratiques scolaires et fonctionner de manière autonome (sans le recours de l'intervenant). C'est pourquoi l'intervenant avait besoin d'ancrer ce projet sur des représentations que la famille puisse partager avec les autres partenaires didactiques. Or un contrat d'instruction n'est que formellement négociable. Il ne pouvait directement fonctionner avec la famille Pujol si elle n'était pas demandeuse du savoir visé, et considérait en même temps que l'école n'existait que pour transmettre ce qui lui paraissait intéressant (en portant la responsabilité des résultats). Pour que le contrat s'enclenche, chaque partenaire devait pouvoir reconnaître ses intérêts et accepter une stratégie commune. L'intervenant avait donc prévu que les situations devaient contenir et maintenir la plupart des conditions nécessaires. Certaines organisaient les différentes dévolutions, d'autres circulaient entre l'appui et la maison de Noëlle, afin d'y transplanter les conditions favorables.

g) Les conséquences sur le travail de l'intervenant

L'intervenant s'est trouvé devant trois types de problèmes à résoudre :

---

monsieur Pujol), d'autre part il considérait qu'il n'en avait pas la légitimité. Les résultats de l'expérimentation n'ont pas remis en question cette position de principe.

[48] En temps ordinaire, c'est l'enseignant qui instaure le contrat d'étude avec l'élève. L'intervenant définit lui-même les modalités de cette étude pour différentes raisons qui tiennent au parcours scolaire heurté de Noëlle, à ses difficultés propres, à ses enseignants successifs, au rapport à l'apprentissage de sa famille, mais aussi à des représentations culturelles et professionnelles qui déprécient ce type d'apprentissage.

Pour convaincre Noëlle et sa famille, l'injonction d'apprendre et l'affirmation de l'utilité des savoirs n'étaient pas suffisantes, il devait puiser dans leurs répertoires existants les éléments d'une adhésion et se donner les moyens d'étendre le répertoire commun d'une coopération (négociations de l'étude personnelle).

Il devait optimiser ce qu'il donnait à apprendre à chaque séance, de manière à adapter le plus possible la tâche de E à son répertoire effectif, tout en provoquant une évolution (détermination des contenus de l'étude personnelle).

Il devait optimiser les moyens de l'apprendre, car alors Noëlle et sa famille n'étaient plus sous son contrôle. Les situations devaient donc être suffisamment fiables et robustes pour maintenir la validité des connaissances et l'énergie nécessaire à les entraîner (détermination des situations de l'étude personnelle).

L'intervenant a par conséquent essayé de concevoir des « jeux » (situations comprenant des phases adidactiques) :

- reconnaissables comme attrayants par les Pujol ;
- qui permettaient d'organiser deux conversions :
    - établissement à l'aide des doigts en établissement par calcul mental ;
    - réponse calculée en réponse directe ;
- qui associaient la famille (pour offrir une chance de modifier son rapport à ces savoirs[49]), sans exiger plus qu'un répertoire ordinaire, ni mettre en avant le rôle de l'accompagnateur. Toutes les activités d'appui menées avec Noëlle ne se prêtaient pas à une adaptation par un accompagnateur néophyte. Mais il était particulièrement essentiel que les bonnes volontés qui se manifestaient au sujet de l'apprentissage des formules ne s'évaporent pas dans des entreprises didactiques vaines et que les efforts qui étaient entrepris puissent apporter des progrès perceptibles, afin de les auto-entretenir.

h) Rééquilibrer les responsabilités relatives

Au fil des séances et pour cet objet particulier d'enseignement, l'intervenant a glissé d'une position P (institution principale fictive[50]) à une position A (institution d'accompagnement projetée[51]). Progressivement il a assujetti son action didactique à un fonctionnement scolaire nominal. Son action préfigurait alors un accompagnement familial qui s'effectuait sous un contrat de vérification.

Cet accompagnement est lui-même voué à une disparition progressive, car il est préférable qu'un élève prenne seul en charge certaines responsabilités autodidactiques et que le soutien de l'étude par l'entourage devienne progressivement plus symbolique[52]. Aussi l'intervenant ne visait pas l'implication des parents de Noëlle comme un but, mais comme une étape provisoire

---

[49] L'intervenant prévoit aussi une certaine « projection » de ce qui se passe dans l'institution d'appui à destination de la mère de Noëlle. En effet, il est probable que l'enfant soit fortement sollicitée, dès son retour à la maison, pour raconter le déroulement des séances. L'idée que madame Pujol s'en fera conditionnera non seulement la poursuite ou l'arrêt de l'appui, mais aussi une partie de ses propres interventions didactiques en direction de ses enfants. Il est vraisemblable que le matériel utilisé portera l'essentiel des représentations, il doit donc être choisi avec soin. L'intervenant ne peut bien entendu pas maîtriser ce qui transparaîtra des récits de Noëlle ou surgira dans les activités familiales. Mais il peut anticiper quelques usages possibles. Il peut délibérément mettre en avant certains éléments dans le but d'accroître les chances de réussite et fixer lui même certains autres pour réduire les effets négatifs (dans le cas où la situation serait maladroitement conduite à domicile.

[50] Niveau de l'action didactique, position indicée P_2, dans Margolinas, Steinbring (1993).

[51] Niveau de l'action didactique, position A_2 de notre modèle (chapitre 1).

[52] Nous avons dit que l'assujettissement du contrôle des acquisitions et du bon fonctionnement de la transmission était permanent durant la scolarité obligatoire, tandis que celui du suivi était provisoire. Les interventions directes (actions didactiques) peuvent progressivement faire place à des interventions indirectes (manifestation d'intérêt, encouragement des efforts engagés) qui ne nécessitent pas d'un répertoire de savoirs mathématiques supérieur à celui de l'élève.

et un moyen de restaurer certains équilibres. Il s'agissait d'organiser un glissement progressif des responsabilités de A vers E (qui préfigure le glissement de responsabilité de P vers E au fur et à mesure de l'enseignement d'un savoir). Cette régulation orthodidactique[53] apparaissait utile dans le cas des Pujol, puisque l'homéostasie familiale bloquait cette passation (Noëlle n'avait aucune raison de prendre à sa charge des responsabilités didactiques si elles devait les payer d'inconvénients : elle savait qu'elle serait relayée par une institution intermédiaire).

4 Les situations d'apprentissage et d'entraînement

a) Le domaine des dévolutions

De la séances n° 2 à n° 6, l'intervenant a organisé la dévolution de la mise en mémoire de certains résultats destinés à être produits directement. La dévolution portait sur les sommes élémentaires. Ce choix tenait à plusieurs raisons :

- la première séance (prise de contact et premier diagnostic) avait mis en scène les connaissances de Noëlle dans le champ des structures additives, l'intervenant avait souhaité maintenir une certaine continuité ;
- il était nécessaire, pour établir un contrat d'étude, d'intervenir sur un domaine de connaissances bien identifiées et relativement déjà maîtrisées ;
- pour pouvoir bénéficier pour l'apprentissage visé d'un rapport aux savoirs adapté, il fallait préalablement l'établir ; un autre objet qui présentait moins d'enjeu semblait préférable aux coups d'essais.

b) Le moteur didactique des dévolutions successives

Le processus de dévolution visait de progressivement détacher Noëlle et sa famille des seules motivations extrinsèques et les rapprocher des enjeux scolaires. Mais pour l'impulser il fallait établir des critères communicables. Le processus s'articulait autour des idées suivantes :

- enrichir la perception de la durée de l'apprentissage (entre deux évaluations qui mesurent le su et le non su) ;
- rendre sensible l'étape intermédiaire qui correspond au répertoire étendu par calcul mathématique (le résultat est identifié comme une formule qui peut être retrouvée) ;
- établir des distinctions entre phase d'évaluation et phase de fonctionnement de manière à augmenter le temps de fonctionnement ;
- modifier les conditions de production de réponse, de manière à faire avancer les exigences et modifier les enjeux d'un même apprentissage (condition 1 : l'étayage matériel est possible ; condition 2 : un étayage formel est exigé ; condition 3 : une réponse directe est exigée dans un temps trop court pour que l'étayage soit possible).

c) Le convertisseur de responsabilités didactiques

Noëlle avait besoin de doser ses efforts durant l'étude. Il s'agissait de lui fournir, en plus d'une progression d'étude, des situations qui permettent de moduler (partiellement) le niveau de complexité. Dans un premier temps, le réglage de la complexité était assuré par l'intervenant, mais il était montré, rendu explicite pour Noëlle. Puis l'intervenant faisait dévolution de cette décision. Ainsi E partageait avec P les risques encourus : si E réglait le milieu à un trop bas régime, l'entraînement restait inefficace, mais si E augmentait trop l'intensité, ses connaissances ne lui permettaient plus de satisfaire aux exigences. Ce petit domaine (contrôlé) de responsabilité didactique avait pour fonction de développer une autonomie d'étude.

[53] Se reporter à la définition des contrats d'accompagnement (chapitre 3, pp. 116-120).

d) Les situations et les milieux aménagés pour l'évaluation

Les situations et les milieux de l'évaluation étaient conçus de manière à simplifier une utilisation polyvalente. En particulier, un même principe d'évaluation a été adopté pour l'apprentissage des deux répertoire additif et multiplicatif.

1 L'évaluation-bilan

Une table de Pythagore muette (facilement reproductible en plusieurs exemplaires) générait et canalisait les questions (E ou A pointait « au hasard », case par case), repérait le domaine évalué (marquage des questions posées) et recueillait les réponses (écrites dans les cases au fur et à mesure).

Remarque 1 : Le moyeu assurait une répétition de toutes les formules qui n'étaient pas des carrés, mais ne permettait pas de valider les réponses.

Remarque 2 : Un régionnement par couleur permettait un maillage intermédiaire (canalisation plus fine du domaine à évaluer ou repérage plus précis des localisations des erreurs ou des incertitudes). Il correspondait aux sous-répertoires officiellement travaillés (et fournissait pour eux une désignation commode).

2 L'évaluation formative (niveau de connaissance pour chaque formule)

Trois niveaux de connaissance seulement étaient identifiés avec Noëlle (le vocabulaire employé est signalé avec les guillemets) :

- ce qui peut être fourni directement (« par coeur ») ;
- ce qui peut être retrouvé, par un étayage formel ou non (« par un calcul ») ;
- ce qui ne peut être produit dans les conditions demandées (pas de réponse).

Pour faciliter la dévolution, le niveau visé (première catégorie) était mis en scène (adjuvant ludique) de la manière suivante.

Lors de l'interrogation, Noëlle signalait à l'intervenant, qu'elle savait directement la formule, en agitant une petite girafe en plastique[54]. Par la suite, cette girafe est devenue un emblème convenu (dans des formulations orales ou sous forme d'icône dans les tableaux à trois colonnes qui recueillent les réponses par écrit).

Remarque 1 : Selon le contrat didactique, les catégories changent : une formule établie à l'aide des doigts peut être considérée étant dans l'une ou l'autre des deux dernières catégories.

Remarque 2 : Pour la situation d'évaluation à domicile, la situation était organisée différemment. Elle était fonctionnalisée pour la détermination d'un sous-registre à apprendre (catégorie 3) ou à entraîner (catégorie 2). Chaque formule correspondait à une carte double-face (écriture multiplicative / écriture canonique). Les cartes étaient réparties au fur et à mesure des réponses selon trois paquets, qui concrétisaient les trois catégories et déterminaient les milieux des situations à venir.

e) L'apprentissage et l'entraînement des formules

L'apprentissage et l'entraînement des formules s'effectuaient à partir des cartes décrites ci-dessus. Un paquet de cartes fonctionnait comme un moyeu didactique qui générait rapidement et de manière aléatoire des questions avec leur corrigé. Il permettait deux types de questions, selon la face choisie. Facilement transportable, de taille réduite, il minimisait la mise au travail, simplifiait son insertion répétée dans l'emploi du temps de l'enfant et de sa famille et soulageait ainsi une partie des efforts qu'exigent les répétitions. La tâche était minimale, le milieu (sous-répertoire de formules et d'étayages) supportait l'ergonomie de l'apprentissage.

[54] Voir en annexe 8-4 l'extrait de la seconde séance d'appui.

f) Les milieux et les situations

* Les jeux de cartes

Les cartes précédentes étaient utilisées avec différentes règles de jeu afin que les questions sèches s'insèrent dans des situations qui cumulaient d'autres enjeux ou conditions. Pour faciliter la communication, les règles faisaient référence à des jeux culturels connus : bataille, domino, etc. (voir annexe 8-1).

Remarque : Les règles les plus simples étaient les seules appréciées. L'ergonomie d'installation et de mise en oeuvre (matériel, durée, etc.) est essentielle pour favoriser une pratique régulière.

* les jeux de la piste

Une piste linéaire comportait 69 cases numérotées à partir de 1, elle était réalisée sur un support durable (la « piste orange » est un ruban tissé plastifié). Un pion par joueur (1 ou 2).

Le jeu s'apparentait à un jeu de l'Oie (déplacement d'un pion sur la piste, selon un nombre fixé de pas), mais la règle de jeu imposait d'anticiper la case d'arrivée[55] (le déplacement effectif jouait le rôle de validation de la réponse).

Remarque 1 : Plusieurs systèmes générateurs du nombre de pas ont été successivement présentés à Noëlle. Chacun, par ses propriétés physiques et attractives, renouvelait le jeu de la piste et l'adaptait aux intentions didactiques, à ses fonctions dans le projet d'apprentissage et aux institutions : un ou deux dés classiques ou modifiés[56], cartes[57], « bingo » de loto[58].

Remarque 2 : Ces jeux de déplacement étaient plus adaptés aux situations additives (l'un des termes représentait la position initiale, l'autre le déplacement, la somme pouvait être validée par la position finale du pion). Mais le jeu avait été adapté pour des situations multiplicatives (additions réitérées), de manière à conserver le même milieu de base (pour simplifier la communication et bénéficier du même investissement motivationnel)[59].

Remarque 3 : Comme pour le jeu précédent, seules les règles les plus simples ont été adoptées.

En particulier les enjeux relatifs aux prévisions avec comptage de points ont introduit dans la conduite trop de variables pour que la situation reste un jeu et que la famille puisse s'y impliquer sans effets néfastes. Pour qu'un tel fonctionnement présente un intérêt didactique dans le cadre familial, de nombreuses améliorations seraient encore à aménager.

Pour une description plus détaillée des différents jeux, nous renvoyons le lecteur aux notices descriptives qui ont été distribuées à Noëlle et sa famille (annexe 8-1) et au programme résumé des séances correspondantes à ce projet (annexe 8-2).

---

[55] Un cache était prévu pour masquer la piste aux yeux du joueur afin qu'il ne dénombre pas les cases ou cherche des indices à partir de leurs numéros. En séance d'appui, l'intervenant utilisait une ardoise sur laquelle il rappelait le nombre précédent (le premier terme de la somme), autant pour soulager la mémoire des protagonistes que pour permettre des diversions dans le déroulement, des explications intermédiaires, des essais, des corrections, etc. (la trace du second terme figurait sur le générateur de questions).

[56] Il est facile de coller des étiquettes sur les faces d'un dé, de manière à modifier les valeurs numériques (nous avons utilisé les chiffres plutôt que des constellations).

[57] Il s'agit de simples cartes sur lesquelles des nombres sont écrits, le paquet préalablement battu engendre un nombre de pas impromptu.

[58] Le bingo est constitué d'une urne sphérique, qui tourne autour d'un axe, grâce à une manivelle et permet de libérer, aléatoirement, l'une des boules numérotées qu'elle contient. Cet appareil est d'ordinaire utilisé pour le jeu du loto. Il présente l'avantage (outre son aspect ludique très apprécié !) de déterminer les valeurs susceptibles d'être tirées (il suffit de placer dans l'urne les boules choisies).

[59] L'ergonomie médiocre de cette adaptation n'a pas forcé son utilisation dans la famille Pujol. Il aurait en effet fallu beaucoup de constance et de respect pour le contrat d'étude pour s'y astreindre.

5 Conclusions sur les résultats de l'expérience

a) Noëlle et l'apprentissage des formules

Les progrès que nous avons mesurés ne sont pas spectaculaires, mais les performances de Noëlle sont devenues conformes aux constats ordinaires : en fin de CM2, Noëlle connaissait la plupart des formules[60], et prenait désormais en charge le maintien de ce répertoire, en étant soutenue par ses proches.

Par exemple le 27 janvier 1999 (première séance du second appui), Noëlle raconte : « Pour les tables, je me suis servi des cartons. Ca va. Mais la table de 9, 7 et 4, j'ai encore besoin de les revoir. Je mets toutes les cartes éparpillées sur la table et je pioche au hasard. Par exemple 4 x 9 : 36 ! ». Après un bilan rapide, l'intervenant lui conseille de réviser 16 cartes peu sûres, Noëlle commente : « D'accord ! Mon père va se faire un plaisir de me les faire travailler ».

Le 10 février 1999 c'est Noëlle qui rappelle spontanément à l'intervenant qu'elle a révisé les produits : « avec mon papa, avant de me coucher ». Ce jour-là, elle accroche encore pour 3 x 8. L'intervenant rappelle la pratique de l'étayage et évoque 3 x 4. Noëlle prend les devants : « Ah oui ! Parce que 4 et 4 ça fait 8 ! ». Le même jour madame Pujol raconte que c'est elle qui interroge Noëlle avec les cartes et que Laura (CE1) a demandé à participer. Madame Pujol a adapté la conduite de la situation : elle montre la carte à Laura avec un léger temps de décalage avant de poser oralement la question à sa soeur, la première qui répond a gagné.

Le 10 mars 1999, l'intervenant vérifie l'état du matériel que Noëlle apporte à chaque séance dans une petite valise spécifique. Il lui fait remarquer que son paquet est bien gros pour réviser, il retire des cartes très familières.

Le 23 mars 1999 Noëlle reconnaît en séance ne pas s'être suffisamment entraînée. Madame Pujol, en venant la rechercher, raconte que « toute la famille s'y est mise », et que maintenant Laura connaissait toutes les cartes.

Le 31 mars 1999 Noëlle énonce au cours d'un raisonnement « 2 x 6 : 14 » et annonce qu'elle ne connaît plus 6 x 7. Le 05 mai, Noëlle s'excuse en arrivant : elle a « oublié ses cartes à midi dans la corbeille à fruits ». Mais la séance suivante elle annonce avec fierté qu'elle a « tout » révisé (les deux répertoires de sommes et de produits sont travaillés conjointement).

b) L'utilisation des situations en famille

Les extraits précédemment cités montrent que l'intervenant a été de plusieurs fois conduit à rappeler que le travail ne portait ni sur « toutes » les cartes, ni sur « une table », mais selon un groupement personnalisé et adapté. La pratique de détermination d'un petit univers de formules, indépendant du répertoire axiomatique ne s'est donc pas instaurée facilement.

L'intervenant a pu observer madame Pujol « jouant » avec sa fille en utilisant les dispositifs dévolus (les séances du 03 05 97 et du 31 05 97 avaient été prévues avec la présence de la mère de Noëlle, elles ont été filmées avec leur accord conjoint). Ces séances ont permis de rectifier les consignes de conduite, ou de les ajuster (en en restreignant la complexité). Mais elles ont aussi permis de constater que la famille acceptait ces jeux qu'elle utilisait avec modération.

Les entretiens ont révélés que Noëlle avait initié quelques copines de classe au jeu de la piste orange. Elle jouait avec elles dans la cour de l'école les jours où elle transportait son matériel pour les séances.

---

[60] Le 26 05 99, 28 formules (questions sèches) ont été posées de manière impromptue à Noëlle (sans suivre l'organisation des tables). Une seule non réponse (dernière question) : 9 x 7. Deux hésitations contrôlées : 4 x 6 et 4 x 9 (rang 17 et 21). Un très léger temps de réflexion : 2 x 8 et 6 x 7 (rang 3 et 18). Les formules suivantes, déjà familières n'ont pas été testées ce jour-là : 2 x 2 ; 2 x 3 ; 2 x 4 ; 5 x 5 ; 5 x 6 ; 5 x 7 ; 5 x 8 ; 5 x 9.

Le rôle qu'a joué le bingo dans la famille Pujol illustre bien leur fascination pour tout ce qui représente une dimension ludique dans l'apprentissage. Les séances du premier appui ont largement bénéficié du plaisir que Noëlle manifestait à utiliser cet appareil. A l'occasion de l'appui décidé pour Laura, les deux filles et leur mère ont évoqué avec enthousiasme le bingo qu'elles s'étaient finalement procuré et dont elles se servaient pour jouer avec la piste à la maison (l'intervenant n'avait pas encouragé cette acquisition). Rien, dans leur déclaration spontanée, n'a laissé transparaître qu'elle avait compris et utilisé sa fonction didactique (réglage de la complexité en fonction des intentions). En revanche, les avantages motivationnels étaient mis en avant par madame Pujol et il semble que le jeu de la piste était essentiellement une bonne occasion de manipuler l'objet convoité[61]. L'intervenant a renouvelé ce jour-là les explications sur l'intérêt de pouvoir choisir les boules et sur le rôle de ces valeurs numériques.

c) Le répertoire de la famille

Malgré tous l'investissement de l'intervenant, les représentations et les connaissances de madame Pujol sont apparemment restées à peu près stables durant les 28 mois de l'observation, son répertoire didactique s'est vraisemblablement peu modifié. Son désir d'intervenir dans les apprentissages mathématiques de sa fille s'est toujours vivement manifesté. Ses comportements ont tout de même localement pu être régulés[62]. Les situations qui canalisaient ses interventions d'accompagnement semblent avoir contribué à une amélioration globale de l'homéostasie familiale.

d) Un autre équilibre didactique dans la famille

Les comportements de Noëlle vis à vis des apprentissages mathématiques ont évolués. Elle a progressivement manifesté plus de réserve vis à vis de la validité des déclarations mathématiques de sa famille. En cas de doute, elle préférait se référer à ce que les experts disaient (enseignant et intervenant)[63]. Cette mise à distance n'a apparemment pas entraîné de conflit, d'opposition ou de rejet (y compris dans les rapports non didactiques) entre Noëlle et sa mère. Elle constitue selon nous le meilleur atout pour les futurs apprentissages scolaires.

IV Quelques milieux pour apprendre en famille

Quittons la famille Pujol pour nous intéresser au matériel disponible dans le commerce et qui permet des interactions en famille au sujet des mathématiques.

En premier lieu nous analyserons deux milieux destinés à l'apprentissages des formules (l'un est un jeu de cartes, l'autre un album illustré).

Puis nous nous éloignerons provisoirement des assujettissements scolaires en nous tournant vers la littérature pour enfants qui concerne les premiers apprentissages du nombre et vers les représentations des mathématiques dans la culture des contes.

---

[61] Le jeu de la banque, qui ne pouvait être une situation d'étude dans l'institution familiale (voir annexe 6-2) est resté de même dans les mémoires. Les premières paroles de Noëlle et de sa mère à l'occasion des retrouvailles du second appui (janvier 1999) ont été pour demander de reprendre ce jeu en séance. Nous signalons au chapitre 6 que ces comportements se sont progressivement tempérés.

[62] Par exemple à la quatrième séance du second appui (17 février 1999), madame Pujol a « rappelé » à sa fille qu'elle avait une requête à présenter à l'intervenant et c'est Noëlle qui a demandé si sa mère pouvait assister à la séquence. Devant l'acceptation, madame Pujol s'est « excusée » de cette intrusion, « sa fille y tenait tant ! », mais cette demande n'a pas été renouvelée par la suite. Lorsque 15 jours plus tard l'intervenant a proposé à madame Pujol de rester, l'occasion a été rapidement saisie, mais ce fut la dernière fois. Devant l'instance de madame Pujol qui voulait savoir ce qu'elle pouvait faire à la maison pour aider sa fille, l'intervenant a proposé une dernière coopération (2 juin), le récit se trouve en annexe 8-5.

[63] Voir l'épisode relaté en annexe 8-5.

1 Un jeu pour apprendre et s'amuser avec les multiplications

a) Le poids du répertoire

Bien que le jeu *Cartatoto*[64] ait été primé au concours Lépine, il apparaît peu innovant. Au contraire, comme nous allons le voir, il s'adapte au plus près de ce que la culture courante permet de reconnaître.

Cartatoto est un jeu de cartes, dont chacune est le double support d'une seule formule (écriture multiplicative et écriture canonique sur chacune des faces des cartes[65]). Par exemple le recto indique « 3 x 4 », tandis que le verso indique « 12 ».

Les activités que l'on peut conduire à partir du jeu font toutes référence aux tables[66]. Alors que le milieu matériel aurait justement pu permettre de détacher le registre de son organisation culturelle, le constructeur maintient le répertoire habituel (chaque carte est « rattachée » à une seule table par un liseré de couleur). De même qu'un recto-verso aurait facilement rendu les questions et les réponses interchangeables (une conduite plus variée, un champ plus large de situations), c'est l'orientation la plus courante (fournir deux facteurs et demander le produit) qui est privilégiée :

- une seule face est nommée (« face des opérations visibles ») ;
- dans 8 activités proposées, c'est cette face-question qui est utilisée (l'autre face n'a qu'un statut de correction, de solution cachée[67]) ;
- les différentes écritures multiplicatives figurent sur le côté de la face correctrice (le milieu est fortement mathématisé, il contient toutes les réponses) ; sauf à prendre l'initiative de placer le doigt sur les informations demandées (démathématiser le milieu), cette face ne peut donc devenir une question qui masque une réponse[68].

b) La commutativité

La propriété de commutativité fait l'objet d'une activité à part entière[69]. Mais même dans cette activité, elle apparaît peu fonctionnalisée (c'est à dire qu'il n'est pas nécessaire de connaître la propriété pour réussir l'activité) :

- La notice propose une définition : « commutativité de la multiplication : a x b = b x a ou 2 x 3 = 3 x 2[70] ». Malgré une présentation littérale, la syntaxe algébrique n'est pas en jeu, tout comme la coordination n'a pas un statut de connecteur logique.
- Les commentaires mettent en avant la dimension sémiotique des écritures : « l'enfant doit chercher le chiffre le plus élevé placé après le signe "multiplié" ». Chaque facteur est

---

64 Jeu Cartatoto ; carta mundi ; Belgique ; Lunadis. Médaille d'Or au concours Lépine en 1996.

65 Nous n'avons pas recensé les occurrences de cette présentation connue, ni recherché son origine. Le principe est depuis longtemps utilisé à l'école Michelet (comme répertoire matériel provisoire et composable à volonté). Mais nous le trouvons également dans les travaux qui s'inscrivent dans la lignée de M. Montessori (par exemple Faure 1970). Des ouvrages plus récents l'utilisent également, par exemple Ermel, *Apprentissage numériques CP* (1991) ou encore Mayo (1999). L'intervenant a aussi utilisé un matériel semblable pour l'entraînement de Noëlle.

66 Nous relevons dans la notice : « Apprendre table par table » ; « Classer les cartes » (sous entendu par table) ; « L'enfant connaît sa table » ; « Mélanger les cartes d'une même table » ; « les onze cartes d'une même table » ; « conserver une table dans sa totalité » ; « toutes tables confondues ».

67 « L'enfant lit les opérations. Il répond puis retourne sa carte pour vérifier sa réponse ».

68 Pour l'activité « Divisions » : « l'enfant prend une carte au hasard » (supposons qu'il s'agisse de 5 x 3), « il lit l'opération, donne le résultat » (15), « Il retourne la carte et vérifie sa réponse » (sur le côté de la carte, il est écrit en petits caractères : « 3 x 5 * 5 x 3 »), « puis la pose, toujours face opération visible. A partir du résultat qu'il a vérifié, l'enfant doit trouver dans un temps imparti toutes les combinaisons possibles qui donnent ce résultat » (la notice ne précise pas le temps imparti pour cette tâche triviale).

69 « Bataille 4 - Plusieurs cartes d'une même table sont jouées en même temps. Travail sur la commutativité ».

70 La définition semble circonscrite à l'univers numérique des tables. Cette illustration ne peut que renforcer la confusion des conditions spécifiques du savoir en jeu et périphériques (particulières au milieu et à la situation).

masqué derrière « le » signe qui permet de l'écrire[71], son rôle est fusionné avec la position de ce signe (avant ou après le signe multiplié).

- Déjà présent dans le milieu (mathématisé), le théorème n'est pas placé sous la responsabilité de l'enfant.

- Les jeux de « bataille » auraient pu offrir l'occasion de mobiliser la commutativité au moment de comparer la valeur de plusieurs cartes. Mais le conseil apporté par la notice (c'est le seul exemple suggéré pour l'ensemble des activités) algorithmise énormément la tâche[72].

- Nulle part le concepteur suggère de réduire la taille du paquet de formules à apprendre à l'aide de ce théorème[73].

c) Réduire mais comment ?

Car la question qui se pose à l'utilisateur est bien celle de la réduction (et donc du choix) des paquets de cartes (une bataille à deux joueurs possédant chacun 55 cartes dure trop longtemps pour être souvent tentée). De manière générale, l'ergonomie du jeu est gâchée par le maintien du répertoire complet ; la surcharge de manipulation « stérile » du point de vue cognitif[74] est aussi énorme que celle de l'apprentissage. Il est vraisemblable que le constructeur ait lui-même été un instant confronté à cette question : son jeu comprend 110 cartes (et non 121). Il a peut-être éliminé la table de zéro parce que 11 cartes présentant toutes le même résultat sont apparues comme une incongruité (surtout lorsqu'elles sont réunies[75]). Peut-être le concepteur a-t-il aussi considéré pour la même raison que la table de zéro était la plus facile à apprendre[76]. L'emballage du jeu vante l'originalité ludique [77], mais les consignes tiennent plutôt de la prescription médicale ou de l'entraînement sportif [78]. L'accompagnateur des apprentissages pénibles est alléché : « Ce jeu permet aux enfants les plus réfractaires de mémoriser en observant les autres », mais c'est la compétition qui porte l'émulation (« Tournoi de vitesse »,

---

[71] L'usage du singulier dénote une conception courante qui résiste au cours de l'enseignement de l'algèbre. Dans l'expression littérale a x b, la valeur du nombre a est confondue avec le nombre de signe qui le désigne ; ainsi ce n'est probablement pas un hasard si l'exemple numérique ne met en jeu que des nombres à un seul chiffre.

[72] « Dans cette bataille, il faut donner le résultat le plus élevé. L'enfant doit classer les opérations. Par exemple 5 x 4 et 5 x 9. Les cartes posées appartiennent à une même table. Les premiers chiffres sont tous des 5. L'enfant doit chercher le chiffre le plus élevé placé après le signe "multiplié", ici 9 puis donner le résultat ». Mobiliser les formules est inutile pour gagner (et il n'est pas assuré qu'hors du contexte du jeu et des tables l'élève saura déduire des comparaisons de ce type). Et que se passe-t-il pour les cartes 5 x 4 et 9 x 5 qui ne sont pas de la même couleur et qui ne commencent pas par le même chiffre ? Le "travail sur la commutativité" prévu consiste peut être à dépasser cet obstacle, mais cette intention est bien cachée à l'accompagnateur.

[73] Par contre, réduire le jeu à 66 cartes, n'aurait sans doute pas permis un objet d'une taille suffisamment conséquente pour être vendu son prix. Le fabriquant n'hésite pas à vendre séparément les mêmes cartes, cette fois non découpées, imprimées sur de grandes fiches cartonnées pour un jeu de loto. Un autre fabriquant de cartes pour « apprendre » les tables de multiplication (l'éditeur Euro Dila) a optimisé le concept commercial : les tables de 8 et 9 constituent à elles seules un jeu de 60 cartes (sans recto et de la forme : « 7 x » et « 8 = » ; les 100 « questions » sont possibles mais seules les 20 réponses prévues sont disponibles).

[74] Toujours à propos de l'activité « divisions » :
- 6 cartes : une seule combinaison (pour les carrés de 1, 5, 7, 8, 9 et 10).
- 46 cartes : deux combinaisons par inversion des termes.
- 58 cartes comportent plus de deux combinaisons, parmi lesquels 10 cartes contenant un facteur nul. L'activité ne présente un intérêt que sur 44 % du paquet, 16 % (18 cartes) en supprimant les formules identiques par commutativité et les produits simples dont un facteur est 1 ou 10.

[75] Dans la table de 1 au contraire, chaque formule est différente.

[76] Pourtant, une erreur telle que 0 x 4 = 4 est très fréquente dans les classes primaires ; elle se rencontre au collège dans les détours des nouvelles procédures algébriques, et même subrepticement chez les adultes lorsque leur vigilance est attirée ailleurs. Voir Pascal (1980), p 20 et 21 et Brousseau (1973), p 17.

[77] « Apprendre et s'amuser avec les multiplications » ; « L'enfant utilise sa mémoire visuelle [...] en jouant » ; souligné en caractères gras sur la boîte du jeu.

[78] « Exercice à faire chaque jour, 2 à 5 minutes ».

« chronomètre en main », « L'enfant [...] développe sa rapidité »[79]). Les propriétés du milieu sont sous-exploitées[80]. Le jeu n'apporte aucun allégement de la lourde mémorisation.

2 *Un album pour mémoriser les tables*

Nous analysons maintenant un album, lui aussi destiné à aider à l'apprentissage des tables[81]. Nous l'avons choisi pour son caractère ostensiblement ludique (en librairie, il ne se trouve pas au rayon parascolaire, mais aux côtés des albums pour enfants). L'objet mathématique (les formules) semble être considéré comme suffisamment banal pour être traité avec fantaisie sans nécessiter le contrôle de spécialistes. Pourtant si la « bonification » n'est pas toujours efficace, elle n'est pas non plus toujours inoffensive comme nous allons le voir.

a) La négociation du contrat d'accompagnement

En tête de l'album, une courte note est adressée « aux parents et aux enseignants ». La formulation induit l'idée que la transmission se fait sur le même mode dans une institution comme dans l'autre ; toutefois l'éditeur ne se trompe pas d'interlocuteur[82]. Nous retrouvons, concentré dans les deux courtes phrases, le lexique des représentations médiatiques[83]. Il a peut-être pour fonction de valoriser le partenaire qui dispose du répertoire le plus réduit et à qui revient le rôle le plus ingrat. Ni les efforts, ni l'entraînement que l'apprentissage occasionnera ne sont cités et l'accompagnement familial des apprentissages semble placé sous un contrat de remédiation[84]. En revanche la calculatrice est étroitement associée au projet[85].

b) Une organisation en fonction des formes scolaires

Ce livre se démarque d'un ouvrage parascolaire par sa présentation (format, photographies détourées, couleurs vives) et par son statut commercial (rayon littérature-jeunesse). Mais il s'organise comme un manuel scolaire. En effet chaque chapitre (chaque leçon pourrait-on dire) correspond à une table[86] et se compose :

- de remarques diverses en lien avec les savoirs mathématiques et la vie non scolaire (l'équivalent des activités dites de découverte) ;
- de ce qu'il faut retenir : la table elle-même ;
- d'exercices.

c) La dimension esthétique

Cette ressemblance n'est que superficielle, car le traitement des écritures suit essentiellement des règles graphiques et artistiques et ne se réfère pas à une syntaxe mathématique. L'originalité créatrice se joue de la forme canonique.

La table des matières, sans doute pour être à la fois attrayante et lisible, mixe les symbolisations. Chaque « titre » se compose d'un nombre écrit en chiffres arabes, de deux

[79] Souligné en caractères gras sur la boîte du jeu.

[80] Par exemple pour la phase d'apprentissage : « Mélanger les cartes d'une même table pour les lire dans le désordre. En apprenant dans le désordre, l'enfant mémorisera et répondra plus rapidement » ; « Il recommence de la même façon, aussi souvent qu'il a un tas de mauvaises réponses » (le nombre et le champ de questions restent les mêmes).

[81] *Les tables de multiplication sans se tromper !* ; Nathan (1996).

[82] S'il cite les parents en première position, c'est bien parce qu'il s'adresse essentiellement à eux, comme le prouve la première phrase « Les Tables de multiplication sans se tromper propose à votre enfant ... ».

[83] « découvrir en s'amusant le principe de la multiplication » ; « non seulement mémoriser les tables de multiplication mais aussi à manipuler les nombres ».

[84] « Pour l'aider à mieux comprendre les nombres et leur manipulation, encouragez-le à répondre aux questions et à faire les petits tests proposés dans le livre » (c'est nous qui soulignons).

[85] « Dans chaque double page, un encadré "Test de la calculette" lui permet de découvrir le fonctionnement d'une machine à calculer » (la surenchère de formulation confond ici l'usage avec le fonctionnement de l'objet lui-même).

[86] Le sommaire fait état de 11 rubriques : les tables de 2 à 12.

symboles x et = et d'une représentation iconique attachée sémantiquement au nombre ou à l'habillage choisi par l'illustrateur. Il semble que les carrés n^2 soient considérés comme les meilleurs représentants de la table de n (caractères iconiques redondants)[87]. Remarquons le statut typographique particulier de l'égalité, qui peut renvoyer à une question ou bien tenir un rôle de ponctuation comme « : ».
Comme dans tout sommaire, le titre est suivi du numéro de la page qui lui correspond ; ce qui donne ici des expressions du type : « La table de cinq 16 ».

Pour chaque table de n, le terme n joue systématiquement le rôle du multiplicande dans l'iconographie et dans les formulations (la table de 5 met en scène une série colorée d'empreintes de mains à 5 doigts, « Tous ces objets vont par 5 »). Mais l'écriture de la table est systématiquement de la forme : i x n, pour i = 1 à 10 (n multiplicateur). Par contre, les index de haut de page se répondent comme par symétrie, des pages paires (n x) aux pages impaires (x n)[88].
Le rôle des photos dans l'ouvrage est multiple :

- Le plus souvent, elle est une représentation iconique d'une quantité : par exemple le triangle (figure géométrique) illustre le nombre trois (« Un triangle a trois côtés ») et un instrument de percussion métallique est photographié.
- Mais l'image n'a parfois aucune dimension cardinale, elle remplace pourtant l'un des facteurs dans les écritures multiplicatives (par renvoi sémantique à une déclaration numérique)[89].
- Dans d'autres cas, elle ne s'insère dans l'écriture formelle que pour l'égayer[90].

Nous relevons aussi un traitement littéraire des formulations[91]. Les énonciations entretiennent aussi la confusion entre cardinal et collection : « multiplie les pattes » (les insectes ont six pattes, représentation imagée et sémantique du groupement par 6).
Les auteurs utilisent le plus souvent des représentations culturelles des nombres [92], peut-être pour appuyer l'idée que les mathématiques nous entourent dans la vie de tous les jours et que leur apprentissage est utile. Mais c'est lorsqu'ils semblent à court d'idée, que nous observons des glissements langagiers et conceptuels[93].

---

87 Par exemple : table de 3 : « 3 x (un triangle) = »
table de 5 : « 5 x (cinq pinceaux) = »
table de 4 : « 4 x (un chat avec ses quatre pattes) = ».
Une configuration similaire est utilisée sur la couverture du livre, mais les « facteurs » sont inversés :
« (cinq pinceaux) x 5 = ».

88 Sauf pour la table de 2 (nous supposons qu'il s'agit d'une coquille d'impression) : (x 2) est répété. Les derniers feuillets conservent la symétrie des symboles : (11 x) et (x 12).

89 « Voici quatre activités que l'on fait généralement une fois par jour. Prendre un bain, s'habiller, déjeuner, lire. Si tu fais ces activités sept fois par semaine, combien de fois les feras-tu pendant plusieurs semaines ? ». Les questions sont libellées de la manière suivante : la photo-icône de l'activité, suivie du signe x, puis d'un nombre de semaines. Par exemple : « (une pile de vêtements surmontée de deux baskets) x 8 semaines = ? » doit se comprendre comme 7 x 8 = ? (la page qui fait face contient la réponse, puisque la table de 7 est énoncée).

90 Consigne : « Peux-tu deviner grâce à ces images combien de jours il y a eu [...] du froid ? » ; écriture avec pictogramme : « 2 x 7 (un bonnet de laine pour symboliser le froid) jours = ? ».

91 - Les associations phonétiques et étymologiques (triangle, triplet) sont les modalités d'un jeu polysémique entre langage naturel et langage mathématique.
- Certaines questions sont tournées comme une ritournelle poétique, qui comporte un titre : « Les patins. Il y a <u>2 x 2</u> roues sur chaque patin. Combien y a-t-il <u>de roues en tout</u> sur une paire de patins ? » (il est peu probable que la question se pose dans la réalité de compter les roues d'une paire de rollers en ligne, dont les quatre roues sont montées sur un même rail linéaire, comme le montre la photo illustrative).

92 « Il y a sept jours dans une semaine » ; « il y a onze joueurs dans une équipe de football » ; « il y a douze mois dans une année ».

93 « <u>Le nombre huit est utilisé</u> dans de nombreux jeux » ; « ce magicien <u>utilise le nombre neuf</u> dans ses tours » ; « voici des jeux <u>qui utilisent la table de dix</u> » (c'est nous qui soulignons).

d) Un lexique éclaté

Un définition introductive[94] énonce : « Multiplier, c'est compter par groupes de nombres » puis un encadré institutionnalise le vocabulaire et les notations : « On écrit les multiplications en utilisant des nombres et des symboles. 2 groupes de 3 tambourins font 6 . Ce symbole (x) veut dire "groupe de " ou "multiplié par ". Ce signe (=) signifie "font" ou "égalent". Ceci est la réponse, ou le produit ».
L'exemple proposé sous cet encadré n'allie justement pas des nombres et des symboles, mais des collections d'objets (ici des photos de tambourins). L'illustration de 2 x 3 est additive (chaque facteur est associé au cardinal d'une collection de même nature, représenté par une constellation standard) :

```
  □        □          □ □ □
□   □  +  □   □   =   □ □ □
```

Les répertoires lexicaux (significations, notation, prononciations, représentations et statuts scolaires) se percutent donc entre eux. Toutes les formulations sont doublées[95].

e) Les questions relatives aux produits

Les formules sont plutôt en retrait, elles gardent un statut de spécifications de savoirs plus généraux. Certaines questions (susceptibles d'être reprises en famille) les mobilisent comme des réponses à des exercices contextualisés qui leur donneraient du sens (l'établissement du résultat est antinomique de la production directe).
« Peux-tu compter ces chaussettes par groupes de deux ? » (table de 2)
« Combien de pommes y aurait-il dans trois groupes de douze ? » (table de 3)
« Ajoute ces craies de cire par groupe de cinq » (table de 5)
La première question incite au dénombrement (constat il y a 6 chaussettes), la troisième au comptage de 5 en 5 (5, 10, 15).
Seule la seconde induit une anticipation d'un produit (verbe au conditionnel, taille des nombres, la photo ne montre qu'un seul panier de 12 pommes), mais elle apparaît sans grande fonctionnalité[96]. Quant à l'univers magique et irrationnel qui sert si souvent d'agrément ludique aux mathématiques, il est aussi convoqué sans être contrôlé[97].
Parmi toutes ces questions, l'une se distingue : « Tu aurais dû rendre ce livre à la bibliothèque il y a deux semaines. Si on est le 28 novembre, à quelle date aurais-tu dû le rendre ? ». Ce saut cognitif est représentatif des pratiques naïves de questionnement :

- La lecture du calendrier est prise comme transparente (l'objet est culturel et son usage une pratique sociale).
- La distinction entre date et durée semble évidente (de plus, il est d'usage de parler de 15 jours pour désigner deux semaines).
- L'emploi du conditionnel, du « si » hypothétique et la question portant sur l'état initial finissent de plonger la connaissance attendue (2 x 7 = 14 ; 28 - 14 = 14) dans un contexte cognitif si complexe (le double rôle du nombre 14 comme résultat intermédiaire et final ne

---

[94] L'intitulé est : « Tout sur les multiplications ».
[95] Comme s'il sagissait de réconcilier les générations et se prémunir des critiques qui prétendent qu'un vocabulaire abscons est responsable de l'incompréhension (et donc des échecs).
[96] Les questions, contraintes par l'iconographie, perdent parfois tout bon sens : « A chaque pas, la coccinelle bouge ses 6 pattes. Combien de mouvements de pattes fait-elle en 9 pas ? » ; « S'il y a sept bandes de couleur dans un arc en ciel, combien y a-t-il de bandes dans 6 arcs en ciel ? ».
[97] « Si par magie, les 9 baguettes de cette page sont multipliées par 2, combien y en aura-t-il ? ». Dans ce cas, l'illusion est complète : la collection d'objets matériels (les baguettes), la représentation de cette collection (« de cette page ») et son cardinal (9) ont fusionné pour devenir multiplicande dans un produit. Il est vrai que l'épisode s'intitule : « tour de magie ». Probablement par association d'idée, l'auteur propose un carré magique. En faisant la somme des nombres en ligne, colonne ou diagonale, le lecteur trouvera le même résultat (sans avoir besoin de connaître le moindre produit).

facilite rien) qu'il est probable que le lecteur (s'il est en train d'apprendre ses tables) ne la reconnaîtra pas.

f) Les questions relatives aux tables

Nous trouvons dans l'album d'autres questions qui concernent cette fois l'apprentissage des tables.

Pour certaines tables (2, 5 et 10), la question est furtive, elle semble superflue : « Connais-tu la table de deux ? ». Un cache permet une interrogation (écrite dans l'ordre), puis une correction. Mais le fait que le volet se replie sur toutes les réponses à la fois n'est pas très ergonomique. Le volet est d'ailleurs bien symbolique puisqu'il est décoré de manière à ce qu'un dénombrement permette de répondre.

Un milieu plus élaboré (une carte « auto-correctrice ») est aménagé pour d'autres corrections. Pour les tables de 4, 6, 8 et 9, le questionnement s'apparente à un Q.C.M. (3 réponses proposées pour chaque formule). Une carte à fenêtres prédécoupées sélectionne les bonnes réponses (qui apparaissent dans les ouvertures si elle est correctement utilisée). Par contre, un mauvais positionnement de la carte produit une correction erronée, par exemple : 1 x 4 = 5 ; 2 x 4 = 16 ; 3 x 4 = 11 ... Chacun des 4 retournements de la carte est repéré par un liseré de couleur aux quatre bords. Le geste annoncé comme auto-correctif (référence implicite à l'autonomie) est en réalité peu fiable (la complexité est grande, l'inadéquation passe inaperçue). De plus, il paraît dévolu à l'adulte puisque seul celui-ci se voit expliquer son maniement[98] (il est probable qu'il revienne au parent d'expliquer la procédure de recouvrement des couleurs). La carte est un milieu mathématisé qui algorithmise la conduite.

Les tables de 3 et de 7 (vraisemblablement la moins aimée) ne comportent aucun système permettant une anticipation. C'est à l'enfant de cacher les réponses : « Cache les réponses et vérifie que tu connais la table de sept »[99]. Certaines consignes font intervenir la récitation à voix haute comme moyen d'apprentissage et moyen de vérification[100], il semble que le souci prépondérant de l'auteur soit la variété des formulations[101].

Remarquons que les tables de 11 et 12 n'ont pas le même statut, le contrat didactique est différent : il ne s'agit plus de savoir, mais de rencontrer[102].

g) Des jeux

« Voici un jeu pour t'entraîner aux tables de multiplication » annonce l'auteur. Le jeu[103] n'est pas auto-correctif, la validité des résultats (3 calculs pour un coup joué) est donc placée sous la responsabilité des joueurs ou d'un observateur extérieur ; le vérificateur ne pourra intervenir qu'au nom de son autorité (pas de validation intrinsèque).

---

98 La « note aux parents et aux enseignants » précise : « Dans les pages où cette carte est requise, posez-là sur la grille de nombres de telle sorte que les bordures de couleurs correspondent. Les produits de la table de multiplication apparaîtront alors dans les fenêtres ».

99 « Cache les réponses de la table de trois. Peux-tu les retrouver ? ».

100 « Dis tout haut la table de quatre » « Peux-tu dire tout haut la table de huit ? ».

101 De même, l'ouvrage contient deux représentations de forme différente du même répertoire de formules :

- « la roue des tables de multiplication » (en forme de cible, peut-être une allusion métaphorique)
- la table de Pythagore (qui s'appelle « Le tableau de multiplication »). Les propriétés (la commutativité) et le vocabulaire mathématiques se masquent derrière les propriétés spatiales de l'abaque et le vocabulaire courant : « On appelle la ligne rouge qui traverse le carré la diagonale. Regarde comme les deux moitiés du carré, de chaque côté de la diagonale, sont identiques » (constat à parti d'un milieu mathématisé).

102 « Suis les fils des ballons pour lire la table de onze » et « Saute les marches en disant la table de douze ».

103 Chaque joueur jette 2 dés, calcule la somme les 2 nombres tirés, rejette les dés, calcule la somme à nouveau, puis calcule le produit des 2 sommes précédentes. Il recouvre d'un jeton la pastille numérotée correspondante sur le tapis de jeu (53 pastilles de 4 à 144).

Il n'est pas non plus adapté à l'entraînement : il ne permet pas de rencontrer suffisamment fréquemment[104] les formules qui figurent dans plusieurs tables (12, 16, 18, 24) ou qui sont moins familières (54, 56, 63, 64, etc.). Par contre 17 multiples de 11 et de 12 (non exigés par l'institution scolaire) figurent sur les pastilles.
Nous ne détaillerons pas ici le rôle joué par l'utilisation de la calculatrice. L'épistémologie sous-jacente pourrait s'apparenter avec celle que Bachelard qualifie de « puérile et mondaine » [105].
De manière générale, il ressort que ce livre permet très peu d'interactions didactiques familiales, les activités proposées à l'enfant sont peu adéquates au projet d'entraîner les connaissances des formules, les situations peu ergonomiques, il est vraisemblable qu'à sa lecture les conceptions n'évoluent guère. Mais il est préjudiciable que certaines confusions soient renforcées par la consultation d'un ouvrage qui est sensé aider l'apprentissage (les références aux savoirs ne sont pas fiables, surtout pour les usages sémiotiques).

h) L'édition pour la jeunesse

Un responsable de projet, deux concepteurs graphiques, un responsable artistique, un directeur artistique, douze photographes et deux illustrateurs ont coopéré avec le directeur d'édition pour diffuser « Les tables de multiplications sans se tromper ! ». Aucune dimension scientifique ou didactique n'apparaît dans la nomenclature professionnelle. Le mode culturel est sensé rapprocher les savoirs d'avec le public, sans ingénierie de transposition.
Comment éviter dans ces conditions que des erreurs circulent entre les mains des parents et des enfants ou que de trop pauvres représentations soutiennent l'ignorance et la maladresse ? Lorsqu'en 1863, P.J. Hetzel crée « Le Magasin d'éducation et de récréation » pour diffuser les savoirs en direction d'une audience familiale, il bénéficie du soutien d'institutions savantes qui s'engagent à ses côtés[106]. En 1985, un groupement de six éditeurs (dont Nathan) crée l'association Savoir-Livre, qui propose quelques années plus tard de former les enseignants au maniement des manuels scolaires (en partenariat avec le ministère de l'éducation nationale)[107].
Il semble admis en effet que les nouveaux manuels « mettent en jeu des codifications nombreuses et complexes (typographie, couleurs, mise en page) dont la maîtrise ne va pas de soi, non seulement pour les élèves, mais aussi pour les enseignants [...] La complexité croissante des codes mis en oeuvre dans les manuels modernes, codes pourtant conçus comme des *facilitateurs pédagogiques*, peut se révéler pour certains élèves, si l'enseignant néglige d'effectuer les apprentissages méthodologiques nécessaires - ou s'il n'en a pas acquis les compétences requises pour y procéder - une source de difficultés bien plus qu'une aide à la compréhension et à l'appropriation des contenus éducatifs du manuel »[108].

---

104 Par exemple pour obtenir le nombre 81, 4 configurations de dés sont possibles (5+4 ; 6+3) x (5+4 ; 6+3). Pour obtenir le nombre 77, 6 sont possibles (1+6 ; 2+5 ; 3+4) x (5+6).

105 « Ame puérile et mondaine, animée par la curiosité naïve, frappée d'étonnement devant le moindre phénomène instrumenté, jouant à la Physique pour se distraire, pour avoir un prétexte à une attitude sérieuse, accueillant les occasions du collectionneur, passive jusque dans le bonheur de penser » ; Bachelard (1977), p 9.

106 Certains des ouvrages seront couronnés par les membres de l'Académie française. J. Verne s'associe au projet. La partie scientifique est supervisée par J. Macé, le fondateur de la Ligue française pour l'enseignement.

107 Choppin (1992) p 119.

108 C'est l'auteur qui souligne ; Choppin (1992) p 161.

Quelles instances permettent qu'aujourd'hui se conservent et se développent les moyens de mathématiser et démathématiser les milieux didactiques que sont les manuels et les ouvrages parascolaires pour l'étude des mathématiques ?

3 Développer des conceptions et des représentations mathématiques avec des histoires

a) Présentation

L'édition parascolaire est contrainte par des impératifs liés à l'enseignement (en particulier une certaine idonéité institutionnelle et des représentations chez les parents d'élèves). D'après les documents et matériels pédagogiques que nous avons consultés, les dimensions ludique et esthétique y apparaissent surtout comme un adjuvant, qui se juxtaposerait à des questions faiblement didactiques. Peut-être sont elles reconnaissables et séduisantes d'un premier abord, mais elles semblent peu efficaces pour compenser les efforts demandés et même dans certains cas, comme nous l'avons vu, elles se constituent en obstacle à la pertinence. Aussi avons nous exploré les milieux qui n'étaient pas soumis à ces critères, pour observer quel parti les auteurs et illustrateurs pour enfants pouvaient tirer des mathématiques et comment ils les combinaient avec les autres dimensions destinées à procurer du plaisir au lecteur. Nous avons à cet effet constitué une bibliographie spécifique à partir de la littérature pour la jeunesse (présentée en annexe 8-3). Même si tous les albums retenus ne sont pas explicitement répertoriés par les éditeurs comme faisant référence aux mathématiques, nous les avons considérés comme les supports potentiels d'interactions (plus ou moins faiblement) didactiques, dans l'environnement proche et non scolaire des jeunes élèves. Et nous avons cherché à analyser en quoi ces milieux incitaient (en les canalisant) ou décourageaient (par une trop grande complexité) certaines procédures et raisonnements mathématiques ou conduites didactiques.

b) Un classique : l'abécédaire numérique

La forme la plus courante que nous nommerons « abécédaire numérique », comprend :

- un texte plus ou moins réduit (éventuellement limité aux légendes des images) ;
- dans lequel l'écriture chiffrée est mise en évidence ;
- avec une iconographie établie en correspondance « terme à terme » avec cette écriture chiffrée (chaque image représente le nombre désigné par les signes contenus dans le texte) ;
- les paires (signes numériques, image) sont ordonnées (le plus souvent dans l'ordre croissant, mais parfois dans l'ordre inverse ; le plus souvent en respectant les successeurs ou prédécesseurs des 10 ou 11 premiers entiers naturels, mais parfois en introduisant des ruptures pour mentionner de « grands » nombres sans augmenter inconsidérément le nombre de pages).

L'abécédaire fait partie des classiques de l'édition, la culture l'associe aux premiers apprentissages des noms de nombres. Les grands éditeurs proposent régulièrement cet exercice de style aux artistes réputés. Mais bien peu de ces nombreuses versions illustrées renouvellent le genre : les confusions chiffre-nombre y sont malheureusement très fréquentes et le concept de nombre y est souvent peu fonctionnalisé[109]. Nous nous sommes surtout intéressée aux autres formes, plus raréfiées encore dans la masse d'ouvrages publiés pour les enfants. Nous présenterons ici seulement quelques commentaires (parfois un complément de description figure en annexe 8-3).

c) Une mise en scène du nombre sans contrôle ou insuffisamment aménagée

Dans certains albums, le numérique est utilisé pour accentuer certains effets littéraires ou graphiques : principalement pour instaurer un rythme ou renforcer le comique du récit. La situation suggère alors souvent une activité de dénombrement (aménagement d'une dévolution

[109] Nous avons évoqué cet écueil dans Genestoux (1996, p 72) et Genestoux (1997, p 27). D. Valentin (1999-2000) présente quelques-uns de ces « livres à compter », elle dénonce également la confusion chiffre-nombre.

implicite) : soit pour contrôler la validité du texte, soit pour s'aventurer sur un domaine qui apparaît balisé (borné par une réponse déjà annoncée ou limité par l'image).
Or l'illustration n'est pas toujours un milieu favorable au dénombrement :

Vraisemblablement sous le seul effet de la négligence, une discordance peut apparaître entre le texte et l'image[110]. Selon ses connaissances numériques (et selon les réactions de celui qui l'accompagne), l'enfant rétablira plus ou moins bien cette démathématisation impromptue et ambiguë. Il arrive quelques fois que la couleur citée n'est pas celle de l'image, l'enfant (souvent plus attentif que l'adulte) s'en rend compte immédiatement. Il nous paraît bien plus décourageant pour un jeune enfant de constater que le nombre cité ne correspond pas au cardinal de la collection représentée après avoir minutieusement dénombré, et très troublant de constater un décalage minime (une unité). A l'âge où l'énumération n'est pas encore assurée, le texte imprimé peut faire autorité sur le constat du pointage et les tentatives peuvent se succéder sans succès (et même aboutir à une fausse validation).

Nous avons rencontré d'autres milieux pertinents, attrayants et riches du point de vue du dénombrement[111], mais qui sont sous-aménagés pour encourager l'aboutissement des tentatives. Lorsque le cardinal dépasse la vingtaine, un feuillet transparent serait le bien venu, il permettrait un marquage au feutre effaçable qui n'abîmerait pas le livre, mais rendrait possible les essais, l'organisation et le calcul (par groupements, puis sommes ou produits) et permettrait de les renouveler, de les améliorer (au fur et à mesure que le cardinal de la collection impose des contraintes des plus en plus fortes et que les connaissances de l'enfant évoluent).

d) Représenter les grands nombres

Certains auteurs s'attellent au projet de représenter les entiers naturels peu familiers. Une simple représentation d'une collection n'est alors plus toujours possible. Ils se réfèrent parfois à leur dimension culturelle ou symbolique[112], mais plus souvent c'est l'analogie qui relaye la perception.

Des artifices graphiques conservent le sens : une loupe (dessinée) laisse entrevoir quelques unités du million de points qui forment une masse uniforme ; l'immensité d'un ciel étoilé évoque l'innombrable ; l'écriture d'un nombre remplit l'espace de la page [113].

Des ordres de grandeurs échelonnés permettent certaines comparaisons. L'origine choisie est le mètre (à l'échelle humaine) et de part et d'autre se déloient l'infiniment grand (la Terre 10^7 m ; la galaxie 10^{21} m ; l'univers $>10^{26}$ m) et l'infiniment petit (les bactéries 10^{-5} m ; les atomes 10^{-10} m ; les quarks $<10^{-17}$ m)[114].

Mais nous avons aussi trouvé des milieux plus mathématisés[115] dans lesquels l'illustration du ciel étoilé n'est pas uniquement une métaphore sémantique, mais permet des rétroactions :

- chaque collection est mesurable ;
- le dessin est organisé (lignes et colonnes régulières), il est standardisé et reproductible ;
- la page joue un rôle d'unité : tout au long du livre, les grands nombres d'étoiles sont exprimés en nombre de pages[116] ;

110 *Les oeufs mystérieux* (Luisa Ducla Soares et Manuela Barcelar ; éditions Zarafa 1994).
111 *Compter comme les Romains* (Arthur Geisert ; Circonflexe 1996) ; *Cache-cache cochons (*Arlene Dubanevich ; Ecole des loisirs 1984).
112 *Chiffres en friches* (Agnès Rosenstiehl ; Larousse 1979).
113 *Chiffres en friches* (Agnès Rosenstiehl ; Larousse 1979).
114 *Macro-micro, je mesure l'univers* (Michel Crozon ; Seuil 1992). Mais aussi dans le même esprit des photographies de « puissances de dix » dans Denis Guedj (1996) : 10^8 m - notre planète photographiée à 100 mille kilomètres ; 10^{-4} m - un grossissement de la peau humaine ...
115 *1000 milliers de millions* (David Schwartz, Steven Kellogg ; Circonflexe 1990).
116 Par exemple : « si ce livre contenait un million de petites étoiles, celle-ci rempliraient 70 pages ».

- le dénombrement est matériellement possible sur la page-unité, il exige une certaine précision et constance, mais sa complexité peut justement favoriser la mise en oeuvre d'une sous-organisation par exemple à l'aide du système décimal[117] ;

- toutes les déclarations (cardinal annoncé) sont vérifiables par un calcul ;

- en fin d'album la solution est détaillée[118]. Un certain nombre de questions sont reprises en fin d'ouvrage, avec le sérieux que mérite un lecteur curieux ou consciencieux. Elles introduisent la notion d'approximation (sans l'expliciter[119]).

Inversement, les nombres familiers servent de repères pour appréhender les grandes distances qui dépassent notre monde sensible : l'album « format à l'italienne » se renverse pour l'occasion et le lecteur découvre « dans la hauteur » des deux feuillets : le vol des oies sauvages (3 ou 4 kilomètres), celui du cumulo-nimbus (8 km), de l'avion à réaction (10 km), du ballon-sonde (45 km), de la navette spatiale (entre 200 à 400 km) ...[120]
Ainsi se constituent des répertoires numériques avec des appuis mutuels de familiarité.

e) Les connaissances des tout-petits

La lecture des histoires avec les très jeunes enfants fait souvent place aux disgressions et à une redoutable répétition qui ne les lassent jamais. Le rôle du milieu nous paraît alors très important pour canaliser les interactions porteuses et pour « résister » au temps.

Le jeu du caché - retrouvé est intemporel dans les familles (il est théorisé par le « fort-da » de Freud), il s'adapte particulièrement aux premiers dénombrements (même s'ils sont effectués par l'adulte qui raconte, l'enfant participe). Grâce à une animation matérielle (tirettes de carton, volets à soulever, etc.), le milieu détermine une partition de la collection représentée, dont les sous ensembles sont de cardinal accessible aux tout-petits. Il soutient donc le dénombrement partiel, accompagne et structure le dénombrement total, permet de varier la situation (le rythme des pauses, les derniers mots de chaque comptine) en modifiant l'ordre de dévoilement (ordre vicariant de l'énumération, commutativité de l'addition)[121].

La conceptualisation d'une collection à dénombrer est aussi une connaissance mathématique[122]. Elle participe à la conceptualisation du groupement et de l'unité, à la fois semblable et différenciable. Le livre peut devenir une invitation pragmatique à la collecte d'objets. Le milieu engendre donc d'autres milieux matériels (cette fois à éléments déplaçables) propices au recensement et au dénombrement[123].

Parcourir une suite ordonnée dans les deux sens fait partie de la panoplie du prénumérique. Certains milieux matériel astucieux permettent des mise en scènes attractives[124]. Par contre, nous n'avons pas rencontré d'album qui utilise la technique de recouvrement de

117 Comme nous l'avions suggéré plus haut, rendre possible un marquage serait bénéfique.

118 Sont cités le nombre de lignes et de colonnes, le résultat du produit (nombre d'étoiles sur une page). Puis le texte apporte plus de précisions pour soutenir le fil du raisonnement malgré plusieurs étapes enchaînées (nombre d'étoiles pour 7 pages, puis 70 pages).

119 Une page comprend 133 lignes de 108 étoiles, soit 100 548 (ce qui est plus que 100 000). Mais, afin de conserver sa fonction illustrative et esthétique, elle met en scène d'autres objets, par exemple une montgolfière (qui masque un certain nombre d'étoiles) et quelques étoiles plus grosses et brillantes, qui rompent le rythme si régulier du décor céleste. Le calcul précédent devient donc une approximation de la mesure, un modèle mathématique pour approcher le sensible lorsqu'il n'est pas facilement accessible (ici à cause de la taille du nombre).

120 *Plus haut, plus loin* (Pierre Bon et Jean Pierre Verdet ; Ecole des Loisirs 1999).

121 *1, 2, 3 ... Bébés* (Lionel Le Néouanic ; Seuil 1997).

122 Nous nous référons à la thèse de J. Briand (1993, p 17).

123 *Un tas de petites choses* (Momoaki Tomita ; Circonflexe 1990).

124 *Va t'en grand monstre vert !* (E. Emberley ; Ecole des Loisirs 1996).

feuillets transparents (si fréquente dans les documentaires pour tous jeunes) pour introduire l'aspect ordinal du nombre ou l'incrémentation[125].

f) Des histoires à raconter

Raconter à d'autres exige de capter leur attention, d'établir un rythme, de pimenter l'intrigue et de la contextualiser pour maintenir leur intérêt. Dans la tradition du conte, la même trame de récit ancestrale peut correspondre à toutes sortes de versions à des époques et dans des cultures différentes. Le conteur brode le fil conducteur avec son propre style, qui guide sans les déterminer les improvisations langagières et les actualisations de détails lors de la réalisation effective. Parfois la trame est de nature mathématique.

M. Ascher (1998) s'est intéressée aux histoires énigmatiques et mathématiques de la tradition orale. Elle identifie un très grand nombre de variantes de « l'histoire du passage du fleuve »[126], dont certaines seulement conservent une même structure logique[127].

D. Nordon propose une métaphore fantaisiste du nombre Aleph 0 : Pour pouvoir admirer la couleur authentique d'un caméléon, il faudrait le placer sur un autre caméléon ; qui lui même serait placé sur ... Le refrain ponctue sur le mode poétique : « Mais ce caméléon n'est pas de la couleur du caméléon : il est de la couleur du terrain sur lequel il se trouve. Rouge sur du sable rouge, gris sur de la pierre grise »[128].

Mais parfois c'est au contraire le traitement du conteur qui fait vivre cette dimension dans le récit (que d'autres versions laissent amorphe). L'itération s'accommode bien avec la narration. Une simple histoire à rebondissements peut introduire subrepticement la pluralité[129]. Progressivement introduite, elle est presque imperceptible durant les premiers pas. Qui aurait en effet l'idée de dénombrer les éléments d'un singleton ou d'une paire, si ce n'est un parent qui récite avec application la légende d'un imagier à compter ? Bien dosé, l'imaginaire médiatise avantageusement les difficultés de la vie émotionnelle. Ici l'auteur a su aussi l'utiliser pour bonifier les pratiques sociales qui se réfèrent aux mathématiques : les illustrations déclinent les usages pertinents et courants (parfois complexes) de l'écriture chiffrée. Quant au rôle du parent, il apparaît volontairement réduit et canalisé vers la dimension affective de l'interaction. C'est peut être une chance pour la dimension mathématique qui demeure en filigrane, à portée de ceux qui sauront la percevoir, à l'abri de l'exhibition forcenée et pédante de la rentabilité éducative[130].

En ce sens nous ne partageons pas la position de D. Valentin (1999-2000, p 103) qui considère (à propos des « livres à compter » en général) que « sans l'aide de l'adulte, l'enfant peut considérer la plupart de ces livres comme des albums à regarder, sans récit. [...] Pour en faire un livre d'apprentissage mathématique il faut que l'adulte propose lui-même des activités ». Les exemples ci-dessus suggèrent qu'un tel milieu peut devenir un antagoniste qui complète l'avancement des apprentissages scolaires : c'est au fur et à mesure que ses connaissances évoluent que l'enfant reconnaîtra dans un autre contexte ce qu'il a découvert à l'école. Il

---

[125] *Compter* (Premières découvertes n° 52, Gallimard) utilise les pages transparentes pour masquer certains éléments sémantiques, mais non pour augmenter ou diminuer la taille d'une collection ou pour tout autre jeu logico-mathématique.

[126] Il s'agit de passer le fleuve sur un esquif qui ne peut transporter tous les personnages concernés. Plusieurs traversées sont donc nécessaires ; mais des incompatibilités empèchent de laisser ensemble sur le rivage certains des voyageurs.

[127] Ce conte aurait circulé durant plus d'un millier d'années (Alcuin de York l'aurait proposé à Charlemagne) entre les amateurs de mathématiques et le folklore populaire, de l'Afrique à l'Occident ; Ascher (1998, pp. 136-145). Plus récemment, P. Corentin (1995) a illustré cette énigme pour les enfants.

[128] *A cheval sur mon caméléon* (Didier Nordon ; *La droite amoureuse du cercle* ; p 8 ; Autrement, Paris 1997).

[129] *Maman !* (Mario Ramos ; Ecole des loisirs 1999).

[130] Est ce l'éditeur qui a insisté pour que figure, au moins en dernière page, un récapitulatif qui met en correspondance les collections avec un cardinal ? Nous parions que la deuxième lecture par le parent sera plus directive, ce qui nous paraît dommageable.

n'apparaît guère souhaitable que les parents anticipent les enseignements et conduisent des situations didactiques à leur propos (D. Valentin s'interroge : « Mais lesquelles ? »). Les fonctions que cet auteur attribue à ces albums qui « poursui[ven]t un objectif d'apprentissage dans le cadre familial » sont d'ailleurs fortement contradictoires. Elle se réjouit : « Par chance, les éditeurs ne semblent pas encore les destiner à l'école ! », mais confie aux enseignants : « J'ai en effet l'espoir que vous les utiliserez un jour, avec les enfants qui vous tomberont sous la main » et encore plus précisément : « si ce livre me paraît bien difficile au cycle I, il y a sûrement des tas de choses à faire avec en CP ou en CE ». Certains des livres sont jugés comme ayant des « prétentions bien trop scolaires », d'autres très intéressants « qui laissent toute liberté d'utilisation ». Un lecteur mal intentionné pourrait y voir des conseils adressés aux parents-enseignants, qui eux, sauront éviter à la fois d'être de mauvais enseignants et de mauvais parents.

Les petits événements entendus, vécus collectivement et publiquement, alimentent notre rapport culturel au savoir. Nous terminerons cette exploration de milieux mathématisés par deux exemples tirés de la vie culturelle bordelaise. Ils traduisent les contrastes des représentations des mathématiques dans notre société[131] :

Parler du plaisir ...

Lors d'un colloque scientifique[132], un psychanalyste expose ses réflexions relatives au plaisir de penser. Et en quelques secondes, comme pour s'attirer la complicité de l'assemblée, il brosse le tableau stéréotypé d'un élève en classe devant un exercice de mathématiques, pour illustrer l'impossibilité et l'invraisemblance de ressentir un quelconque plaisir intellectuel dans les conditions contraignantes de l'appareil scolaire.

... et prendre plaisir

Devant un large public d'adultes et d'enfants, le conteur Nacer Khémir commence un spectacle qui se prolongera tard dans la soirée. Il a choisi un petit conte africain, pour mettre en bouche son auditoire. Au long du récit, des génies, toujours de plus en plus nombreux, interviennent de manière récursive. Petit à petit, les enfants découvrent les lois mathématiques de la progression et se piquent spontanément au jeu. Ils anticipent l'arrivée des génies annoncée par la formule rituelle qui ponctue le conte, et se dépêchent de calculer mentalement. C'est à celui qui pourra crier le plus fort le nombre prévu. Le conteur, tel un chef d'orchestre, impulse la régularité, mais ménage quelques ruptures qui suspendent un instant le plaisir, pour mieux le renouveler[133]. Le rire gagne l'assemblée lorsque les prévisions sont déjouées, l'obscurité et l'anonymat de la salle de spectacle protège les « victimes » de cette mise en scène. Lorsque l'histoire introductive se termine, chacun se réinstalle confortablement pour écouter la suite, en prêtant ses oreilles, maintenant grandes ouvertes. La maîtrise sur un petit univers qui échappe à la perception sensible, un pouvoir partagé et reproductible à volonté, a permis durant quelques instants de pénétrer de l'autre côté du spectacle.

---

[131] Ces représentations sont connues. Nous les retrouvons dans le répertoire constitué par J. Nimier à partir de réponses d'élèves (1976, p 115), d' enseignants (1988), de coupure de journaux (1988, p 73) et dans les relations parents - enfants (1988, p 89). Ce répertoire se réfère essentiellement aux modèles de la psychanalyse. S. Baruk (1993) a également dénoncé certaines représentations médiatiques des mathématiques. Ces travaux jouent un rôle dans la diffusion des représentations de l'apprentissage des mathématiques et de ses aléas, dans les communautés savantes ou auprès du grand public.

[132] Le cerveau et la pensée, organisé par Le Théâtre de la Science à Bordeaux en novembre 1997. Conférence : « Le plaisir de la pensée » Sophie de Mijolla-Mellor psychanalyste, professeur Université Paris 7

[133] Un enregistrement sur cassette existe de ce conte, mais cette forme figée ne permet pas à l'artiste d'adapter la progression à la réaction d'un public (il n'apparaît dans cette version qu'une seule rupture). Les « génies tout aussi transparents les uns que les autres » sont successivement : 5, 10, 20, 40, 80, 160, 320, <u>3 200</u>, 6 400, 12 800, 25 600, 51 200, puis si nombreux, que « cette fois-ci on n'a pas pu les compter ».

B. Cendrars propose une version littéraire de ce même conte qui montre que la manière de répertorier une histoire est indépendante de sa trame : le nombre est bien présent dans son récit, mais il n'invite plus à un rapport mathématisé [134].

4 Conclusions

Les qualités didactiques d'une situation font partie de son agrément. Il est vraisemblablement illusoire de penser que dans ce domaine, une simple juxtaposition de caractères (esthétiques ou ludiques d'un côté, mathématiques ou didactiques de l'autre) pourrait conduire à des améliorations. Cette étude fait apparaître que :

- la priorité accordée à des critères exogènes de présentation menace la pertinence de l'information elle-même (une certaine culture qui valoriserait uniquement la forme de présentation verrait disparaître progressivement les quelques éléments de savoir qui pouvaient initialement exercer un contrôle sur ce qui est produit) ;
- le placage superficiel d'ornements est impuissant à motiver une évolution des connaissances ;
- la conjugaison des qualités de tous ordres crée un milieu attractif et rétroactif propice aux dévolutions (il incite à une première implication qui conduit à un apprentissage).

Conclure à des apports pour l'ingénierie didactique en direction des institutions à faible répertoire exigerait bien entendu une étude plus approfondie des conjonctions heureuses ou malencontreuses, ainsi que des vérifications expérimentales d'une efficacité didactique qui est ici seulement présumée.

V La communication didactique conduit la transposition vers l'algorithmisation

Avant de formaliser nos conclusions sur les aménagements didactiques de l'étude personnelle des élèves et de son accompagnement, nous exposons maintenant un phénomène transpositif qui nous paraît à la fois expliquer la plupart des faits que nous avons précédemment relevés durant l'ensemble de cette recherche et composer une culture didactique commune aux institutions du réseau didactique (nous nous étions jusqu'ici plus souvent attachée à en distinguer les spécificités).

1 Evolution d'un répertoire de résolution de problème

a) Rencontrer un problème plusieurs fois

Considérons un sujet en position de devoir résoudre un problème qui se pose à lui. Il prend une suite de décisions en fonction des conditions successives de la situation et arrive à l'issue de la résolution (qui est ou non réussie). Considérons maintenant que le même problème se pose à lui à nouveau.

D'un certain point de vue, la seconde résolution est facilitée, car le sujet dispose désormais de quelques repères, de quelques décisions erratiques en mémoire.

Mais comme par conséquent il traite un plus grand nombre d'objets, l'incertitude portant sur les conditions effectives est augmentée (alors qu'elles sont identiques à celles qui avaient donné lieu aux prises de décisions antérieures). La seconde résolution est donc d'un autre point de vue moins aisée que la première. Le recours à la mémoire s'oppose à l'analyse

[134] Le nombre de génies était pour N. Khémir une variable, le nombre de guinnés n'est ici qu'un paramètre : les guinnés sont 150, 300, 500, 1000, puis ne sont plus comptés. La première valeur de la suite exclut une appropriation spontanée par le public, aucune anticipation n'est rendue possible. Ici, le sel du récit se manifeste à travers les mots : les guinnés possèdent mille-pattes et mille-bras ; mille z'yeux et mille-souffles ; mille-tarauds et mille-tarières ; dix-mille dents et cent-mille-mandibules.

directe, si le sujet n'est pas assuré de la pertinence et de la fiabilité des informations qu'il a subrepticement mémorisées.

b) Prévoir la résolution réitérée du même problème

Si le sujet est prévenu qu'il rencontrera plusieurs fois le même problème, il organise la mise en mémoire d'un certain nombre de décisions et de conditions dès la première rencontre. Une fois la réussite ou l'échec enregistré, il peut prendre une position réflexive sur des associations (conditions, prises de décisions, résultats) et différentes possibilités de variation de la situation. Toutes sortes d'hypothèses (qui ne sont rarement immédiatement vérifiables) s'ajoutent aux événements mémorisés pour constituer un répertoire de résolution du problème. Durant les prochaines résolutions, ces hypothèses économisent certaines analyses directes de conditions. Cette substitution de construction de décision par la mémorisation d'un triplet hypothétique est une forme d'algorithmisation. La rétroaction positive offre plus de chance au sujet de se construire un répertoire pertinent.

c) Dégager une solution-type

Dans la vie courante, chaque problème à résoudre est original, singulier, historique, donc en quelques sortes nouveau. Mais en situation didactique (qui organise un apprentissage), s'instaure un contrat de réitération. Les élèves sont avertis (de manière générale) que certains problèmes posés sont typiques et seront reposés à différentes reprises (sous des contrats didactiques différents). Or l'identification et la reconnaissance d'invariants pertinents font souvent partie des connaissances visées par P, et dans ce cas le contrat didactique s'oppose à ce qu'ils soient directement communiqués à E. Au cours de l'apprentissage, E ne peut prévoir jusqu'à quel point les problèmes successifs se ressembleront et différeront et extraire de manière sûre les décisions « génératrices » de ses expériences passées. Il est donc conduit à encombrer sa mémoire de faits dont il ne peut a priori pas trier l'importance. Mais si les conditions se maintiennent fixes un certain temps, et dès lors que E reconnaît un même problème, il remplace certaines décisions par une solution-type qui algorithmise la procédure en associant systématiquement un groupe de conditions à une méthode de résolution.

d) Décanter les conditions pertinentes

Un milieu qui a été déjà souvent rencontré, qui est identifié et reconnu, facilite l'extraction des décisions adéquates et le tri des conditions « périphériques » qui sont à négliger ; il devient un îlot de familiarité qui évite au sujet d'avoir à concevoir ses rapports avec un milieu plus vaste (pour lesquelles une analyse plus fine serait indispensable) ou plus réduit (pour lesquels une algorithmisation locale serait plus ergonomique) ; il lui permet localement de se satisfaire de conceptualisations très générales.

Dans une situation d'apprentissage (ou d'enseignement), le milieu peut jouer un rôle de mémoire des conditions qui complète la mémoire du sujet. Cette mémoire auxiliaire présente des défauts, car une situation ou un milieu ne peuvent éviter d'être une spécification, avec des caractères qui ne sont pas déterminants de la connaissance en jeu. Il est vraisemblable qu'un grand nombre d'erreurs tienne plus à la prise en compte de faux invariants qu'à une absence de connaissance. Les conceptions que E développe peuvent n'être que localement adéquates et le conduire tantôt à des décisions adaptées, tantôt à des décisions non pertinentes, sans qu'il puisse analyser en quoi elles le sont. E garde alors en mémoire des rapports avec un certain milieu qui ne sont pas résolutoires de problèmes plus généraux.

e) Répertorier les connaissance locales par d'autres connaissances

La rationalisation de la pensée passe par la distanciation d'avec les milieux et l'élaboration de connaissances plus générales, qui contrôlent les algorithmes locaux et les choisissent pour qu'ils soient adéquats aux conditions rencontrées de manière impromptue. Les milieux familiers servent d'appuis à la construction de ces nouvelles connaissances. Pour une même question, le sujet peut donc disposer de plusieurs répertoires de résolution, plus ou moins sûrs (correspondant à des conditions familières) ou puissants (moins contextualisés), qui se contrôlent les uns les autres[135] et structurent ses connaissances.

f) Institutionnaliser un théorème

Lorsqu'un même problème est fréquemment rencontré, les savoirs remplacent avantageusement les connaissances, car ils fournissent des moyens de résolution et de contrôle éprouvés (efficaces, rapides, fiables, ergonomiques). Lorsqu'un théorème est disponible pour un sujet, la résolution change pour lui de nature, il ne mobilise plus le même répertoire. Dès lors qu'il reconnaît les conditions d'application du théorème, il ne lui est plus indispensable de collecter des informations sur la situation particulière qu'il rencontre, car le théorème contient en détail toutes les décisions à prendre, il est plus économique à l'usage. Par contre, l'économie de recherche d'information s'accompagne d'une surcharge mémorielle, car le sujet doit stocker en mémoire le théorème et un étiquetage de ses conditions d'application. De plus, pour convertir le texte du savoir en connaissances fiables, un certain répertoire de savoirs de contrôle lui sont nécessaires. Un théorème est par conséquent coûteux à l'apprentissage[136].
Un théorème est une mathématisation de la résolution, il démathématise localement la prise de décision, pour la libérer de certains contrôles[137] et permettre de concentrer la vigilance sur d'autres contraintes de la situation globale. Il correspond à un renversement du statut d'une solution : un algorithme est institué comme objet de connaissance pour une classe de problèmes et non plus comme le moyen opportuniste de résoudre un problème particulier (démonstration). Conserver certaines connaissances comme réponses à des questions ou les convertir en théorèmes avec conditions d'application est un dilemme constitutif de l'activité scientifique, qui ne peut éviter une certaine remise en ordre périodique des connaissances (elle-même produit d'une activité mathématique) pour maintenir leur efficacité tandis que leur nombre augmente.

2 Les équilibres à préserver dans les institutions didactiques

a) Gérer l'évolution des répertoires

En général, l'enseignement devance l'évolution « spontanée » de cette rationalisation des modes de résolution en transmettant des savoirs. De même qu'une situation didactique est un modèle « simplifié » du monde environnant, un répertoire de savoirs est un modèle « simplifié » d'une organisation des connaissances d'un sujet : ils sont en partie mathématisés pour décharger les décisions de E de toutes les connaissances mathématiques qui seraient nécessaires. Ainsi lorsque P répertorie le registre des savoirs qu'il enseigne pour contrôler une résolution, il transmet aussi une certaine organisation entre les nouvelles connaissances et les

---

135 Un seul raisonnement général peut infirmer un enchaînement de petits résultats rapidement établis par des algorithmes ; des valeurs familières peuvent rapidement infirmer un raisonnement général hasardeux.

136 « L'enseignement d'une opération arithmétique est souvent essentiellement fondé sur la communication d'une procédure de calcul associée à un petit univers de problèmes qui est supposé en présenter le sens. [...] Habituellement les enseignants présentent les savoirs qu'ils veulent enseigner comme des réponses à des *questions*, peut être pour éviter le dogmatisme. Mais ils se focalisent habituellement sur l'enseignement des *réponses*, les questions n'étant là que pour les introduire ou les justifier. De plus, ces réponses sont rarement des relations ou des assertions qui pourraient garder un sens en étant isolées, ce sont essentiellement des procédures dont les questions introductives sont étroitement assujetties accompagner l'acquisition progressive. Détachés de leur contexte, les algorithmes deviennent des réponses acquises pour des questions à venir sur lesquelles on ne sait pas grand chose » ; Brousseau (1988a, pp. 326-327).

137 Nous évoquons-là un basculement de connaissances mathématiques d'un répertoire dans un autre. Même si un sujet, dans l'action, ne mobilise pas momentanément certaines connaissances, il peut en disposer par ailleurs et les mobiliser l'instant suivant, non plus en position de résoudre, mais de vérifier.

connaissances qui permettaient déjà de résoudre. La rencontre, la reconnaissance et l'expérience passée sont personnelles, mais elles peuvent se compléter d'expériences vécues par d'autres ou encore par des expériences fictives mais typiques des connaissances, suggérés par P pour effacer certaines particularités inopportunes et tirer bénéficier d'un patrimoine collectif. Des milieux familiers peuvent être prévus comme tels par un processus didactique (la fréquence de fréquentation est alors volontairement organisée) pour optimiser les appuis des futurs répertoires.

b) Ergonomie de la mathématisation pour une institution didactique

Pour concevoir un répertoire à transmettre en association avec des milieux didactiques, P doit prendre en compte un certain nombre de contraintes.

1) E a intérêt à ne connaître d'une situation que ce qui sert à la résolution et à son contrôle (l'algorithme de résolution seul est insuffisant).

2) Il existe plusieurs connaissances pour résoudre une même situation et la contrôler. Une connaissance commande une méthode de résolution et chacune est caractérisée par :

- un répertoire d'établissement ;
- un répertoire d'exécution ;
- un répertoire de contrôle ;
- un coût d'apprentissage ;
- un coût d'exécution ;
- un coût de contrôle.

3) Ces éléments ne sont pas indépendants entre eux.

- Plus le répertoire de E est réduit, plus le coût de l'exécution augmente avec la complexité (succession et enchevêtrement d'un grand nombre de procédures algorithmisées).
- Pour augmenter un champ de résolution, P doit augmenter le répertoire d'établissement et de contrôle.
- L'entraînement (la familiarité d'usage sur un milieu mathématisé) fait baisser le coût d'exécution (ne fait plus dépendre l'obtention du résultat du répertoire d'établissement) mais augmente le temps et donc le coût de l'apprentissage.

4) P doit en outre tenir compte des enseignements antérieurs à c (susceptibles d'alimenter le répertoire) et à venir (susceptibles d'utiliser ce répertoire), de l'ordre de ces enseignements et des fréquences de rencontre.

5) Les équilibres d'apprentissage ne sont pas toujours semblables aux équilibres d'usage. Pour l'usage, il n'y a intérêt à passer d'un répertoire coûteux à l'apprentissage à un répertoire moins coûteux (transmission d'algorithme), tant que le coût d'exécution de la tâche reste bas (la généralisation de plusieurs algorithmes est avantageux : un algorithme plus puissant est transmis d'emblée ou remplace les précédents). Mais pour l'apprentissage, il est des cas où une généralisation n'est pas souhaitable, car chaque sous algorithme mobilise un répertoire moins vaste, qui peut devenir familier permettre de juger les solutions produites ou d'apprécier le risque encouru ou encore le préjudice que cause l'impossibilité de produire un résultat. Plusieurs petits algorithmes « folklorisés » (faible coût cognitif à l'exécution) sont parfois préférables à un algorithme unique, performant mais moins bien contrôlé.

c) L'intérêt et les limites de l'algorithmisation

Si le répertoire de I_2 permet la « lecture » d'un algorithme (sa mémorisation et la reconnaissance des conditions qui lui sont attachées), alors sa transmission est possible. Mais si le répertoire de I_2 permet la production de cet algorithme en présence des conditions (reconnues ou apprises), alors la mémorisation de l'algorithme devient inutile, ainsi que sa communication (le résultat sera établi chaque fois).

Pour l'usage, un algorithme peut suffire à I_2 à condition qu'il ne porte pas la responsabilité de l'adéquation de l'algorithme à la tâche demandée (les institutions qui transmettent l'algorithme, légitiment cette transmission, organisent la répartition des fonctions et des responsabilités restent garantes de ces conditions). Par contre, si c'est un usage autonome qui est visé, un autre répertoire est nécessaire (moyens d'élaborer des stratégies en fonction de variations des conditions, syntaxe de l'établissement de solution, etc.), c'est alors l'organisation de ces savoirs qui est garantie par les institutions didactiques et prescriptrices.

3 les équilibres à préserver entre les institutions

a) Le rejet d'une réponse valide dans une institution didactique

Il arrive parfois qu'une institution didactique I rejette une réponse valide du point de vue du savoir mathématique, parce que toutes les conditions de production de cette réponse ne sont pas satisfaites (la réponse n'est pas idoine). Parfois ce rejet n'est pas accepté par les autres institutions parce qu'elles ne prennent pas en compte ces conditions. Par exemple les parents de l'élève (ou un mathématicien) peuvent considérer que la solution est juste, sans attendre une justification de sa production. Or pour l'institution I, la justification d'une réponse est souvent l'indice (pas toujours fiable) que l'élève est en mesure de reproduire la réponse à la demande (ses connaissances sont alors certifiées, son assujettissement didactique arrive à son terme pour ces connaissances). Parfois I n'est pas en mesure d'expliciter à l'élève et son entourage les raisons de son rejet, parce qu'elle ne peut trier elle-même toutes conditions de la situation (elle refuse une solution qu'elle considère comme non conforme, alors que les conditions pertinentes sont toutes prises en compte ; seules des particularités non signifiantes pour les savoirs diffèrent).

b) Un paradoxe de l'explication

Lorsqu'une institution I interagit avec E, elle recherche dans le répertoire de E ce qui va permettre de minimiser la communication et l'apprentissage. I se rend maître du champ de situations qu'elle propose à E, pour le limiter (souvent implicitement). I mathématise le milieu pour économiser la transmission de répertoire. Parfois E (ou son entourage) croit qu'il dispose de connaissances plus générales, qui permettent de résoudre un champ beaucoup plus vaste de situations (E ne dispose pas des limites d'application, ni des moyens de le contrôler de ce qu'il a appris). Parfois I le laisse croire. Parfois I croit sincèrement aussi qu'il en est ainsi. Par exemple, I croit qu'elle « aide » E par ses explications, en fournissant trop tôt et à moindre coût (pour I et provisoirement pour E) les moyens algorithmisés de répondre à certaines questions (ce qui entravera plus tard ou ailleurs un projet didactique plus ambitieux). Que cette « supercherie » soit volontaire (rendue possible dans le brouhaha des communications et des surenchères dans un réseau d'institutions insuffisamment contrôlé) ou bien qu'elle soit involontaire (provoquée par des conceptions fausses ou des surcharges didactiques), son effet est pernicieux. Le processus intoxique, de régulation en régulation, le fonctionnement principal de la transmission des savoirs[138]. Une institution laisse penser qu'elle a transmis une connaissance, alors qu'elle n'a transmis qu'un comportement attaché à des conditions d'emploi invisibles. L'aide didactique est paradoxale : la réduction de l'incertitude de décision dans une situation (solution dans des conditions particulières) s'accompagne d'une plus grande entropie

[138] Le phénomène de leurre collectif serait renforcé par la nécessité d'évaluer ce qui a été transmis. Si l'imprécision de cette mesure est soumise au même phénomène qui néglige les conditions et la mathématisation, elle augmente les sources de malentendus. L'effet serait particulièrement sensible lorsque la transmission du savoir paraît transparente. Dans le cas des tables de multiplication, si l'école comme la famille négligent que les formules ont été transmises à l'élève dans des conditions très particulières (récitation d'une table), comme l'institution ne prend pas particulièrement en charge les transpositions successives de classes en classes (comme pour des savoirs complexes : division, nombres décimaux ou rationnels, etc. qui même si elles ne sont pas optimisées ont le mérite d'être au moins visibles), chaque année l'enseignant rappelle les exigences, évalue et renvoie les responsabilités aux autres institutions. Plus le temps s'écoule, plus la régulation s'éloigne des moyens de satisfaire aux attentes.

de la situation suivante (conditions différentes, reconnaissances d'invariants, renforcement de la mémoire des conditions particulières à l'occasion de l'aide).

c) Un pari

Dans une situation didactique S (I_1, I_2, M), I_1 engage une sorte de pari en décidant de l'opportunité d'une régulation, il estime que le répertoire (inféré) de I_2 est soit :

- suffisant pour maîtriser un très grand nombre des conditions de M (les irrégularités qu'il observe peuvent s'expliquer par des particularités très provisoires, conjoncturelles et rares) ;
- insuffisant pour maîtriser les conditions présentes M (ou un grand nombre de conditions que I_2 sera pourtant amené à rencontrer).

A l'entrée d'une institution, le premier pari sur le répertoire de I_2 détermine souvent les grandes lignes des régulations internes futures, mais selon qu'il s'agit d'une institution principale ou d'appui, les risques que ce pari fait courir à l'institution sont différents.
Pour l'institution principale, le temps est compté[139] ; pour l'institution d'appui, la mesure du répertoire est sous contrôle. Le pari du « grand » (respectivement du « petit ») répertoire de E est donc plus raisonnable pour l'institution principale (respectivement d'appui). Les abus (erreur d'estimation à moindre risque) consistent à sous-estimer le répertoire de E (respectivement à surestimer le temps nécessaire) pour remplir les principaux engagements de temps (respectivement de mesurage du répertoire) difficilement négociables s'ils n'étaient pas satisfaits.
Une certaine « culture » institutionnelle est nécessaire pour soutenir les moments difficiles de la conduite de I_1, pour reconnaître les efforts qu'il fourni et les entretenir jusqu'au terme de la mission. La culture du fonctionnement principal entretient la prudence, la préparation minutieuse des conditions, la stabilité (ses rétroactions sont lentes, ses effets se diffusent à grande échelle). La culture des régulations entretient l'initiative, la recherche de solutions nouvelles et parfois très locales, la souplesse (ses rétroactions sont rapides et ses effets relativement limités). Ni l'une ni l'autre n'évite les inconvénients, les malentendus, les vaines illusions et les effets en retour sur les apprenants (selon ce qu'ils perçoivent des attentes à leur encontre et de leur capacité à les satisfaire).

---

139 M.J. Perrin (1992) s'est intéressée dans le détail aux négociations du contrat didactique et aux marges de manoeuvre du maître, plus particulièrement aux choix didactiques globaux et à la gestion a priori des séances. La « gestion à chaud » (les régulations) relèvent selon son hypothèse « d'avantage de l'habitus professionnel, qui gouverne sans doute aussi une partie des choix globaux et de la gestion prévue a priori » (p 401). Dans les choix, la contrainte temporelle est mise en relief : « quand la marge de manoeuvre laissée aux élèves dans l'avancée du cours est faible (enseignement traditionnel cours-exercices), le professeur garde le contrôle sur le cours qui est de sa seule responsabilité et sur l'avancée du temps didactique, mais il est incertain de ce que les élèves ont compris du cours et de ce qu'ils vont pouvoir appliquer, il a besoin de s'assurer que les élèves suivent. Si la marge de manoeuvre laissée aux élèves est grande, l'incertitude du professeur sur l'avancée du temps didactique, l'émergence des connaissances visées et la gestion de la classe, dont il reste cependant responsable, s'accroît [...] Pour réduire cette incertitude, la tentation est grande pour le professeur de dire aux élèves ce qu'il faut faire, ce qu'on attend. Il le fait parfois sans même s'en rendre compte, surtout dans le cas d'élèves en difficulté. Il est alors fréquent que le professeur fasse de petites interventions, mineures en apparence, mais qui peuvent changer la nature du problème pour les élèves, pour réduire le temps, faire terminer la résolution dans la séance ». Selon M.J. Perrin, « cette incertitude est gérée en référence aux contraintes institutionnelles et aussi aux convictions, aux représentations du professeur sur la manière d'apprendre, notamment en ce qui concerne le *statut de l'erreur* et la *continuité des apprentissages* » (pp. 401-402). Il nous semble que ces représentations ne sont pas uniquement soutenues par des conceptions ou une économie personnelle mais trouvent un écho dans la « culture » de l'institution principale, elle même différentes selon l'ordinaire rencontré (par exemple en ZEP ou non). Selon nous, les risques de déséquilibre existent également si l'institution principale adopte une « culture des régulations » sans l'adapter à ses respnsabilités.

d) L'homéostasie locale dans le réseau didactique

Pour économiser le temps d'apprentissage, toute institution didactique tire donc avantage (à court terme) à transmettre des théorèmes sans le répertoire qui pourrait contrôler les conditions de ses applications. L'émiettement des projets didactiques (dans le temps et par des institutions différentes) favorise par conséquent la mathématisation des milieux (pour conserver localement la validité des actions démathématisées des élèves), même si ce choix se constitue plus tard (ou ailleurs) en obstacle didactique. Les répertoires de conduite ne contiennent souvent pas les savoirs qui permettraient de contrôler ces décisions didactiques locales.

e) L'homéostasie globale dans le réseau didactique

Ces choix didactiques ne sont pas tous laissés à l'appréciation de ceux qui conduisent les situations. Une organisation générale des curriculum peut conduire à imposer des choix peu ergonomiques à l'ensemble du dispositif d'enseignement, avec des rythmes de rétroactions très lents et des moyens de régulations très lourds à mettre en oeuvre. Une résolution qui était adaptée à une forme de contrat, à certains répertoires, à un certain réseau d'institutions peut s'avérer inadéquate dans d'autres configurations. La prise en compte des conditions (rôle du milieu) qui accompagnent la mobilisation des connaissances est indispensable pour que les responsabilités puissent localement s'assumer sans se diluer, pour que les choix concernant les répertoires et les milieux soient collectivement compatibles, pour que le système d'enseignement soit en mesure de gérer les « erreurs » qu'il est amené à engendrer (dans les réponses des élèves ou dans les connaissances transmises) en les reliant avec les conditions qui leur donnent du sens et de la pertinence.

f) Le déni du processus de mathématisation/démathématisation

L'absence de perception des conditions entre les institutions peut s'expliquer par toutes sortes de raisons susceptibles de se cumuler (fiction nécessaire d'une autonomie de fonctionnement, manque de visibilité des autres fonctionnements, absence de diffusion de représentations, raisons intrapersonnelles ou anthropocentriques, etc.). Dans les faits, un certain équilibre de transposition est trouvé dans chaque institution (en partie imposé, en partie contraint de manière diffuse, en partie décidé sur des critères qui ne sont pas toujours pertinents). Mais les négociations peuvent entretenir deux croyances :

- « tout serait dans le milieu » (n'importe qui ou presque serait sensé conduire des situations préconçues pour un enseignement) ;
- « tout serait dans la conduite » (tout milieu, y compris puisé dans la culture courante, serait exploitable pour transmettre des connaissances, dès lors qu'il existe une intention et un répertoire les contenant).

Il semble qu'un déni[140] des conditions et des actions volontaires les concernant (mathématisation/démathématisation) s'observe à tous les niveaux de l'organisation sociale de l'enseignement obligatoire des savoirs mathématiques. Ce déni collectif expliquerait que le rôle du milieu soit déprécié par rapport à la conduite, que l'acquisition du répertoire nécessaire à cette conduite soit négligé et que la transposition qui gère l'un et l'autre ne soit pas négociable. Si cette hypothèse se confirmait, un renforcement des communications serait vain pour convaincre de la nécessité de modifier les milieux (et de préserver les savoirs qui le

[140] Le rejet présuppose une reconnaissance de ce qui est rejeté. Le déni ne porte plus sur la valeur de vérité de la communication mais nie la réalité même de sa source. « Si l'on fait de la confirmation ou du rejet [... d'une communication] les équivalents en logique formelle de vérité ou de fausseté, le déni correspondrait alors au concept d'indécidabilité » ; Watslawick et al. (1972), p 86. Ces auteurs relient le déni de soi à une imperméabilité aux perceptions interpersonnelles. L'un des interlocuteur n'enregistrerait pas le point de vue de l'autre (qui ne verrait pas que son point de vue n'a pas été et peut-être ne peut pas être enregistré), parce qu'il le ressent comme peu flatteur pour lui, ou parce qu'il n'est pas conforme à son propre système de valeur (pp. 89-91).

permettent). Pour modifier les comportements et les représentations, la communication pragmatique via les milieux et les situations nous paraît une voie intéressante [141]. Elle ne sera bénéfique que si la formation didactique des professionnels du réseau se développe[142] en même temps que se diffusent des milieux d'étude adaptés à certaines remathématisations des apprentissages et des situations d'accompagnement à faible conduite didactique (pour l'entourage proche des élèves).

VI Les instruments de la coopération didactique pour l'étude personnelle des élèves

1 L'évolution de la dédidactification de l'apprentissage des tables

a) Glissement des conditions d'action vers un discours sur

A la suite des réactions du constructivisme, l'évolution des contrats d'enseignement a remplacé une communication scolastique des savoirs (contrôlés par les institutions productrices) par une communication de situations (insuffisamment contrôlée). Alors qu'il s'agissait auparavant d'éviter à tout prix l'apparition des erreurs (connotée de manière négative), les théories de l'apprentissage et les théories didactiques se sont efforcées de les objectiver (en conceptions). L'erreur pouvait dès lors se concevoir comme un moyen d'enseigner. Le professeur, en plaçant les élèves devant un problème qu'ils ne savaient pas résoudre (plus fortement démathématisé), organisait un tremplin cognitif et social pour dépasser ces conceptions et développer de nouvelles connaissances.

---

141 « Si l'on veut influencer le comportement de quelqu'un, il n'y a essentiellement que deux manières d'y parvenir. La première consiste à persuader cette personne de se comporter autrement. [...] La seconde méthode [...] consiste à l'inciter à se comporter comme il le fait déjà » ; Watslawick et al. (1972, p 240). Dans le cadre thérapeutique, cette technique de la prescription de symptôme cherche à synthétiser les constats établis par les pratiques de la psychothérapie d'inspiration psychanalytique et celles de la thérapie des comportements. Dans le cadre didactique, l'alternative de mathématisation / démathématisation, qui mise sur le milieu ou sur le répertoire, intégre la dimension pragmatique de la communication. Diffuser des situations et des milieux aménagés sont des communications didactiques pragmatiques qui modifient les comportements sans directement modifier les répertoires. Ces comportements sont susceptibles de modifier à leur tour les répertoires, car ils ouvrent l'accès à des expériences nouvelles, ils confrontent à des conditions. « Si l'on impose une action à quelqu'un - si on lui ordonne un comportement - on peut lui faire expérimenter et lui faire saisir certains aspects de la réalité qu'on n'aurait pas pu lui communiquer si l'on s'était contenté de descriptions ou d'explications verbales, digitales ou analytiques » ; Watslawick (1980, p 137).

142 Nous interprétons l'intervention de Brousseau (1988a, p 322) comme une régulation au sein de la conmmunauté des Didacticiens. S'il rappelle après plusieurs années que le milieu n'est pas seulement « source ou image du jeu de chaque acteur », mais une nécessité du contrat didactique, c'est que ce concept apparaît difficilement communicable (a fortiori en direction du terrain des interventions didactiques). Il est souvent confondu avec l'environnement (inévitable, mais annexe) ou avec le milieu matériel dont dispose objectivement l'élève. L'un comme l'autre ne font souvent pas (ou plus) l'objet d'interrogation de nature didactique dans les institutions, ils sont supportés, acceptés, négligés de manière globale. Le statut de concept (un savoir dans une institution « savante ») permet en principe de diffuser plus efficacement la fonction et l'intérêt de ce qui n'est pas directement appréhendable. Dans le même texte, G. Brousseau (1988a, p 324) souligne : « Le sens des connaissances [...] est en fait constitué par l'ensemble des régulations d'actions dans lesquelles ces connaissances entrent. Mais l'apprentissage de ces régulations semble beaucoup plus coûteux (voire impossible) à obtenir par la communication de savoirs que comme production du sujet lui-même sous sa responsabilité par adaptation. Cette orientation a conduit à opposer, parfois de façon factice et excessive, des "situations d'enseignement" où l'enseignant apporte toutes les informations et ne délègue aucune responsabilité, et des "situations d'apprentissage" où il se passe l'inverse ». Un rabattement semble donc s'effectuer dans les communications (et les conceptions) entre maîtrise des conditions et choix de situations (algorithmisation de la conduite). Le maintien et le développement des répertoires didactiques qui permettent l'équilibre entre mathématisation et démathématisation du milieu de E auraient été négligés au profit de la diffusion de tel ou tel « type » de situation (sans les moyens de les doser et de les utiliser à bon escient).

Mais en présentant l'évitement des erreurs comme une construction de la connaissance (et non plus comme un moyen implicite), l'erreur-moyen est devenu dans les pratiques l'erreur-objet. Certains théoriciens et praticiens de l'enseignement et plus encore de l'appui (pour mieux se démarquer des représentations « classiques » de l'enseignement) ont développé une pédagogie basée sur la correction des erreurs. L'intérêt porté à ces conceptions, le vocabulaire qui leur était attaché, les efforts de formation qu'il a fallu fournir pour les appréhender, les innovations auxquelles elles ont donné lieu ont développé tout un arsenal de concepts et de mots que les professionnels ont voulu faire fonctionner, montrer, partager. La diffusion des noms de savoirs est plus aisée que celle des connaissances, celle des connaissances est plus aisée que celle de leurs conditions d'emploi. Les communications entre les institutions ont changé[143]. Mais les moyens d'enseigner ont évolué beaucoup moins vite. Les savoirs qui nourrissent les décisions d'indices spécifiques des contenus mathématiques (d'accompagner les alternatives et l'aménagement de milieux didactiques) ne se sont pas diffusés aussi vite que les représentations générales. La responsabilité relative aux savoirs des élèves et de leur entourage augmente par conséquent de manière invisible, alors même que (et justement pour cette raison) toute l'organisation sociale multiplie les appuis, et les communications d'intentions. Les situations sont choisies pour la « liberté » de conduite qu'elle semblent préserver[144], ou bien sont conçues dans l'ignorance des variables didactiques.

b) Les répertoires emboîtés

Lorsqu'une transmission de savoirs est organisée, le répertoire prévu (le gain de savoirs annoncé et promis) contient en principe les connaissances suffisantes pour résoudre les situations qui seront fréquemment rencontrées (négociation du contrat). Le registre correspondant (que P va répertorier) ne contient souvent pas toutes les connaissances qui sont mobilisées en situation par E (répertoire qui organise et contrôle les connaissances transmises du registre), mais contient souvent plus que ce qu'imagine un néophyte (qui se réfère au texte des savoirs et non aux répertoires de conditions d'application et de contrôle). Plus le contrat est didactique (plus P porte de responsabilités) et plus la taille de ce registre à transmettre augmente (il se rapproche des répertoires nécessaires pour les prises de décisions effectives). Les processus d'enseignement emboîtent des registres successifs : pour E un répertoire de connaissances devenu familier devient un petit univers sur lequel de nouveaux savoirs se construisent, P démathématise les milieux pour faire apparaître de nouvelles connaissances (ou de nouveaux besoins de savoirs) dans les répertoires des élèves, qui deviendront des cibles (de nouveaux registres). En même temps qu'il fait progresser les nouvelles acquisitions, P porte encore la responsabilité de suivre les anciens apprentissages jusqu'à ce que E les maîtrise (fin de l'enseignement, les savoirs ne sont plus des objets institutionnels). Mais les conditions qui permettent que s'exerce et survive cette responsabilité sont encore plus invisibles que les autres. Dès que l'institutionnalisation a lieu, la fiction qui consiste à confondre les exigences avec les objectifs d'enseignement masque la responsabilité de P (autre que la certification) sur le suivi des anciennes connaissances (en particulier leur entraînement). Les nouveaux registres ont tendance à évincer les précédents.

143 Un changement lexical est insuffisant pour modifier les effets pragmatiques des communications. Remplacer le mot « faute » par le mot « erreur » n'a pas automatiquement enrayé les jugements négatifs des protagonistes. Les appréciations continuent de se dévoiler par tous les éléments non verbaux du message et finissent à l'usage par connoter aussi les nouvelles expressions.

144 A responsabilité didactique égale, une situation plus didactifiée qu'une autre algorithmise quelques décisions pour libérer momentanément la conduite de certains contrôles, mais ne remplace pas le répertoire qui permet de choisir et de réguler de manière opportune cette situation. Ce sont les contrats qui définissent les responsabilités et non les situations qui les rétrécissent ou les favorisent.

c) Conséquences sur les institutions didactiques

Lorsqu'un sujet en position P dispose de peu de moyens didactiques, il suit le savoir mathématique de près (où l'idée qu'il s'en fait). Il répertorie le registre qu'il transmet quasiment comme l'institution productrice peut le suggérer (cette dernière contrôle alors commodément la transmission) ou comme la culture lui transmet (le contrôle est latent, plus indirect, plus dilué, à rétroactions lentes).
Par contre s'il dispose de connaissances lui permettant de démathématiser et de mathématiser les situations qu'il propose en fonction d'intentions didactiques, la transposition peut conduire les processus d'enseignement à provisoirement s'écarter des répertoires qui organisent les savoirs soit dans l'institution qui les produit, soit pour certains usages dans la société (le contrôle sur l'activité des institutions didactiques devient spécifique).
Lorsqu'un sujet en position A dispose de peu de connaissances mathématiques et didactiques, il suit de près le devoir (placé sous contrôle de P). Mais si des représentations lui laissent croire qu'il peut et doit s'éloigner de ce devoir prévu, il est probable que l'équilibre M'/R' soit profondément déstabilisé.

d) L'organisation de l'étude des élèves

L'organisation de l'étude personnelle de l'élève est un processus d'apprentissage fictif. Un équilibre milieu M / répertoire R peut-être a priori élaboré, mais la réalisation effective est hors de portée des régulations directes de P (elle l'est de celles de A). Devant l'alternative didactique :

- P peut miser sur M ; il transmet du comportement durant l'étude (M contraint les actions de E et les canalise vers la cible d'apprentissage) ;
- P peut miser sur R ; il espère que les connaissances vont se développer même si les moyens de construire des situations qui permettent cette mathématisation de l'action de E sans une conduite fortement didactique sont faibles. L'efficacité de l'étude repose donc sur les capacités de l'élève à apprendre dans des conditions mal adaptées ou sur les ressources didactiques de l'accompagnateur.

e) La dédidactification

Lorsque un très large spectre de savoirs très spécialisés se développe, les synthèses, les contrôles et les harmonisations sont complexes. Lorsqu'il devient coûteux d'ajuster un grand nombre de répertoires institutionnels avec l'avancée des savoirs, une solution consiste à agrandir le réseau d'institutions. Ce choix conduit à un éclatement des fonctions (une spécialisation), à une augmentation des communications et des négociations et à une dilution des responsabilités. L'apprentissage de formules numériques, présenté comme un enjeu didactique de faible envergure est renvoyé à l'étude (milieu mathématisé une fois pour toute) conduite par des répertoires moins mathématiques et didactiques que ceux l'enseignement. Le premier obstacle rencontré et le plus perceptible est celui des négociations et des communications d'intentions et de situations. Le milieu a donc été aménagé en priorité pour réguler ces difficultés. Entièrement mathématisé, le milieu des tables n'est plus qu'un savoir cristallisé sous une forme achevée qui n'exige plus de suivi de la part des communautés mathématiques. Les situations (et surtout les communications) sont contrôlées par des communautés qui ne s'interrogent pas sur le milieu lui-même ; l'ergonomie didactique ne fait pas l'objet d'une prise en charge savante et collective. La succession des régulations non didactiques a lentement érodé l'équilibre de la transposition.

2 Formalisation de la dédidactification de l'accompagnement de l'étude des élèves

Considérons l'intention didactique de transmettre c à E.
Soit une situation S (P, E, M, c) dans l'institution principale ;

une situation S' (E, M', c) dans l'institution d'étude[145] ;
une situation S'' (A, E, S', c) dans l'institution d'accompagnement[146].

a) Choix de M et M' : responsabilité de P

P porte la responsabilité de découper un champ de l'usage de c, il mathématise M et M' (milieux didactiques) par rapport à l'environnement « naturel » de c pour E.
M correspond à un répertoire R projeté de E (fonctionnement principal).
Mais M' doit être plus mathématisé, il doit correspondre à un répertoire R' plus proche du répertoire effectif de E, car P ne pourra pas directement réguler (à chaud, en fonction des réactions de E) la situation S'. Ce que la conduite de P peut réguler dans S doit être relayé dans S' par M'.
Dans S, P peut plus ou moins démathématiser M pour transmettre du comportement ou de la compréhension et développer R.
Dans S', le répertoire R' est supposé fixe. E porte la responsabilité de son apprentissage, il développe la familiarité avec des connaissances c déjà institutionnalisées, mais il ne peut porter la responsabilité de développer R' (même si effectivement certains élève tireront parti de la situation S' ou S'' pour augmenter leur répertoire).
Dans S, P fait dévolution à E, sous son contrôle, d'une partie mathématique nouvelle (en l'occurrence de reconnaître les conditions de l'usage de c, ce qui suppose une part de recherche) ; mais dans S', se serait prendre le risque que des conceptions non souhaitées se développent.
Dans S', E porte la responsabilité de son apprentissage (mobiliser c de manière adéquate, autant de fois qu'il le faut pour obtenir des rétroactions positives) ; P maintient avec M' des conditions adaptées à c et porte la validation des réponses de E.

b) Choix de S et S' : responsabilité de P

A chaque instant, M ou M' sont les antagonistes de E. Au cours de la situation, ces milieux se modifient (ils incluent les rétroactions aux réponses de E, la découverte progressive des intentions didactiques cachées, etc.). Nous parlerons du milieu pour modéliser les actions instantanées de E, ce qu'il perçoit de la situation dans laquelle il est plongé ; nous parlerons de situation pour modéliser un processus temporel qui évolue et qui contient toutes les intentions didactiques de P, mêmes celles que E ne perçoit pas.
P porte des responsabilités en regard du savoir qu'il transmet : la validité de ce qu'il donne à voir et la détermination des registres effectifs pour une situation donnée (découpage en unités d'apprentissage). Nous symbolisons par $M \leftrightarrow R$ (ou $M' \leftrightarrow R'$) cette mise en correspondance (préalable au déroulement effectif) qui correspond à un usage adéquat (relativement à une institution).
Mais P porte également des responsabilités en regard de la transmission de ce savoir (définies par le contrat d'enseignement qui répartie les responsabilités avec E). P détermine par l'intermédiaire de M, du contrat didactique et d'un déroulement (c'est à dire par une situation projetée) des occasions et des fréquences d'usage. Les ruptures de contrat, les modifications de milieux (mathématisation, démathématisation) prévues par S ou régulées (conduite) déterminent des variations d'ergonomie des répertoires effectifs de E. La marge de manoeuvre de P est plus grande et plus rapide dans S (possibilité de réguler) que dans S'. La détermination préalable de S' présente donc plus de conséquences que celle de S. Elle gagne à bénéficier de savoirs didactiques, d'une culture de fonctionnement principal.
En particulier en ce qui concerne l'opportunité de l'usage de c :

---

[145] Lorsque P la détermine, S' correspond au niveau S_{-3} (le devoir) du modèle vu au chapitre 1 (figure 1). La réalisation effective par E correspond au niveau S_{-1} (l'étude personnelle).
[146] La réalisation effective de S'' correspond au niveau S_0 (situation d'accompagnement des devoirs) du modèle vu au chapitre 1 (figure 1).

- la démathématisation de M fait glisser les responsabilité d'adéquation de c vers E ;

- si pour des raisons de lecture de contrat didactique ou de répertoire de connaissances et de conceptions, les réponses de E s'écartent trop de ce qui était attendu, P est en mesure de rectifier la pertinence de la réponse dans S, mais pas dans S';

- une plus forte mathématisation de M' permet donc de canaliser les réponses probables de E en direction de c.

P porte la responsabilité de déterminer M' ↔ R' pour que la pertinence de l'usage de c ne soit pas à la charge de E (par exemple E est prévenu que l'exercice porte sur telle notion). Ce choix préalable de M' augmente la probabilité de rencontre de E avec c, ce qui est bénéfique pour l'apprentissage et l'entraînement.

Dans S', E porte la responsabilité de son apprentissage de c. Il accepte la dévolution de ce projet d'apprentissage ou d'entraînement, il réitère ses efforts autant de fois que les rétroactions de ses réponses sont négatives (soit pour des raisons de validité par rapport au savoir, soit pour des raisons de dextérité ou d'idonéité par rapport aux attendus de l'institution).

P dose l'évolution des contraintes de S ou S' en fonction d'une évolution fictive de R ou R' (ce qui exige des savoirs didactiques et non plus seulement mathématiques, pour prévoir une progression).

c) Les alternatives de P

Dans l'institution principale, P est placé devant des alternatives didactiques (transmettre du comportement ou de la compréhension) préalablement et en situation.

Mais pour l'étude :

- le comportement est transmis par l'intermédiaire de l'action de E : la situation S' doit organiser cette action en la canalisant vers c (M' mathématisé pour c) ;

- la compréhension n'est portée que par R' : S' doit donc organiser un fonctionnement non visible pour E (M' démathématisé pour le répertoire qui contrôle l'usage de c).

La situation S' est fortement didactifiée. Alors que S peut être ponctuellement dédidactifiée (situation adidactique), tout en restant incluse dans une autre situation fortement didactifiée.

Lorsqu'une situation d'enseignement est faiblement didactique, c'est E qui porte la charge de la progression didactique (le dosage des contraintes en fonction de l'évolution du répertoire).

d) Le rôle de A

A porte la responsabilité du bon fonctionnement de S'.

Lorsque la détermination M' ↔ R' est adéquate à l'usage de c dans l'institution principale, et adaptée au répertoire effectif de E, les réponses de E sont pertinentes et s'écartent peu du savoir.

Lorsque la détermination de S' est adéquate au comportement attendu dans l'institution principale et adaptée aux capacités effectives de E d'accepter la dévolution de l'étude, les efforts de E pour se familiariser avec c dans les conditions prévus permettent une évolution de son répertoire.

Du point de vue du savoir, S' fonctionne « seule ». A vérifie et constate que le fonctionnement est conforme, il peut réguler l'implication de E. Son rôle est faiblement didactique (contrat de vérification) dans la mesure où S' maintient des conditions raisonnables, mais demande bien d'autres répertoires et d'autres appuis (non didactiques) ! Les conditions didactiques raisonnables facilitent tout de même son action dans la mesure où S' réduit les occasions d'erreurs pour E (en les canalisant) et réduit l'incertitude et les erreurs de A vis à vis de c et de la transmission de c.

e) Les questions et les solutions

S' génère des questions et des réponses.

Pour que S' soit efficace pour l'apprentissage, la question ne doit pas contenir la solution de la question, par contre, pour que E puise éventuellement se corriger, il faut que S' contienne la solution juste (valide et idoine).
Le milieu M' peut être rétroactif (ne serait-ce qu'en prévoyant un cache amovible, dont le maniement est placé sous la responsabilité de E).
A ne porte pas la responsabilité de l'adéquation des questions posées à E, ni de la validité des réponses de E. A peut servir d'intermédiaire :

- il vérifie que E « joue le jeu » et ne dénature pas le fonctionnement prévu (en recopiant la solution sans la produire avec son répertoire), sa présence prolonge le contrôle de P mais aussi soutient les efforts nécessaires pour résister à la facilité ;
- il dispose seul de la solution (qui n'est pas dans M' mais dans S') et vérifie sa concordance avec la réponse de E.

Ce rôle permet un meilleur apprentissage de E dans la mesure où il raccourcit le temps de la rétroaction (exercée par P, de retour dans l'institution principale) et permet plusieurs occurrences de S' (augmente la fréquentation avec c et le nombre d'essais validés).

f) L'étude personnelle des formules

Dans le cas du répertoire en tables, la taille de M' s'est considérablement augmentée et s'est écartée de l'ergonomie d'apprentissage.). Le déni, le rejet ou la négligence du rôle du milieu et de la transposition (adéquation M'↔ R') conduisent :

- à confondre le savoir (les formules) avec les statuts didactiques que sont les questions et les réponses (elles sont associées dans un même lieu, qui est plus un abaque qu'un milieu didactique) : M' est complètement mathématisé ;
- à négliger le travail didactique de celui qui conduit la situation (rôle de P et rôle de A confondus) ; S' est dédidactifiée.

L'apprentissage du nouveau (validité), l'entraînement du déjà connu (dextérité) et l'évaluation (sans intention de modifier le répertoire) de ce qui est exigé ne sont plus distingués dans la situation ; seule la conduite est sensée en porter les marques et les adaptations spécifiques.
La mémorisation des formules doit être remathématisée, sans surcharger le rôle de l'accompagnateur.
La figure ci-contre (Fig. 5) résume le partage de responsabilités didactiques.

3 Conclusions sur l'accompagnement de l'étude des élèves

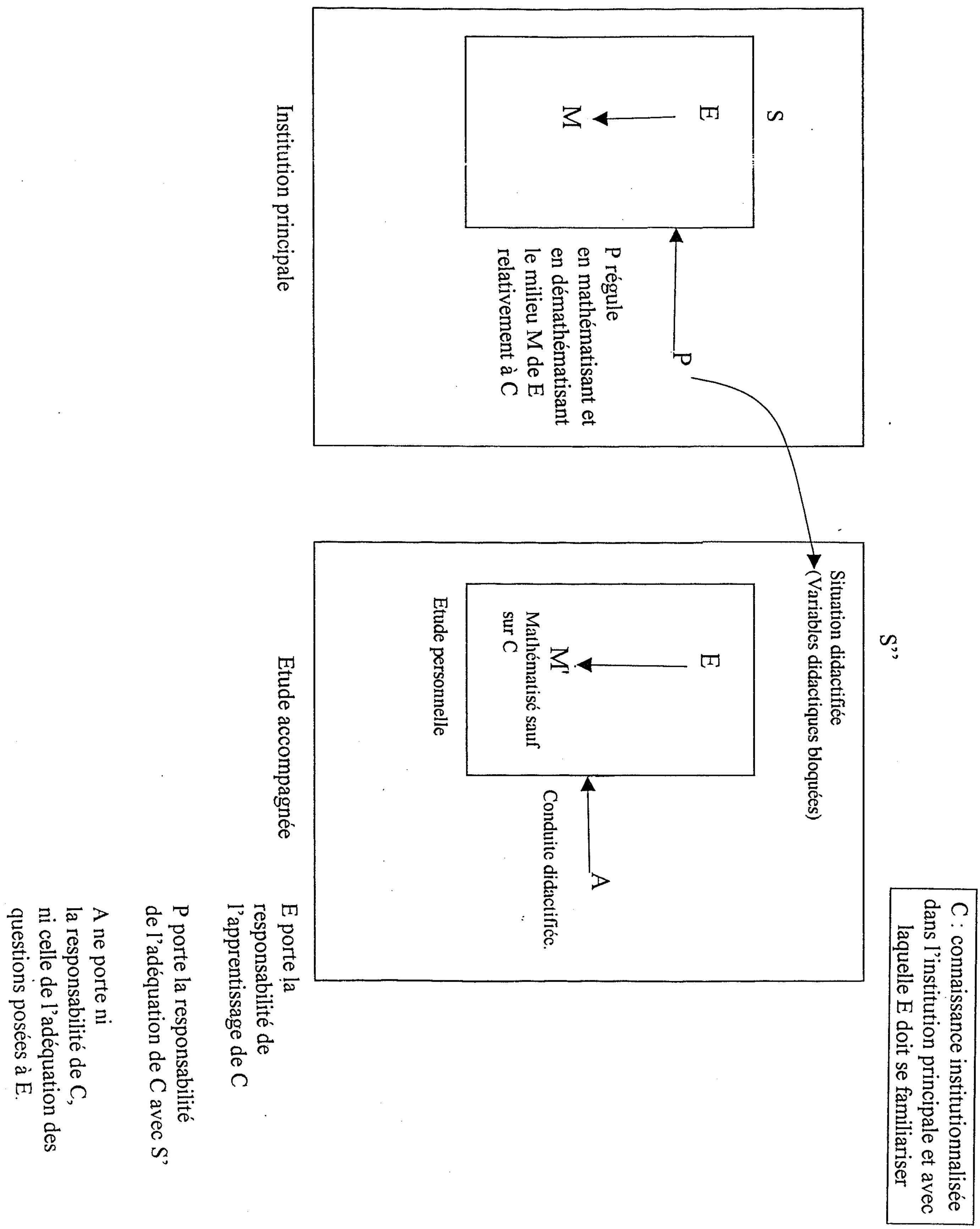
a) La diffusion de situations à grande échelle

Le transfert de responsabilités didactiques s'effectue entre concepteur et utilisateur de situation par le biais de l'équilibre conduite/milieu, c'est à dire par la mathématisation du milieu et la didactification de la situation. De manière générale, il est possible d'améliorer la fiabilité de la reproductibilité d'une situation (rendre plus fiable la conduite) en précisant les conditions et en les justifiant, c'est à dire en développant les connaissances didactiques de l'utilisateur et en lui faisant dévolution de certains contrôles explicités (transmettre de la compréhension). Lorsque le répertoire de l'institution destinatrice (qui contrôle sa conduite) peut être modifié par l'institution émettrice (ou par une institution qui lui est liée), c'est à dire lorsque des connaissances supplémentaires peuvent se transmettre, il peut devenir avantageux de remplacer certaines fermetures du milieu par une conduite plus responsable (qui permettra plus de régulations adaptées et de lutter contre l'obsolescence[147]).

[147] Les régulations et les préventions diffusées en direction des professeurs dans Bousseau (1989, pp. 62-68) nous paraissent particulièrement d'actualité.

Figure 5

Didactification des situations pour l'étude personnelle des élèves



Mais les occasions de modifier l'ensemble des répertoires des familles des élèves sont rares ; les représentations sont surabondantes, tantôt labiles, tantôt fortement résistantes. Il convient donc d'augmenter le rôle joué par les différents milieux, de manière à réduire les aléas du déroulement. Il est raisonnable qu'un outil destiné à un usage standardisé, courant, fréquent, banalisé ne permette pas une grande liberté d'utilisation :

- il tend à devenir spécifique d'un usage, pour que son ergonomie puisse être optimum ;
- il tend à réduire de manière optimum les risques d'une mauvaise utilisation[148].

b) Régulation pragmatique

La régulation de l'enseignement par la société passe par l'aménagement et l'entretien d'un répertoire didactique commun (concepts savants et populaires relatifs à l'apprentissage et aux savoirs). Ce répertoire est aujourd'hui à la fois très augmenté par rapport à ce qu'il était autrefois, et de moins en moins adapté aux régulations préventives. En effet, il se décentre de la formation de l'ensemble des citoyens, et se focalise sur le repérage des difficultés individuelles, sans nourrir conjointement des représentations communes qui laissent place aux aléas et efforts « ordinaires » de l'apprentissage et de l'enseignement[149].

Certes, la circulation des connaissances passe par le développement cognitif des sujets et par la médiation culturelle d'une communauté. Mais elle nécessite également un patrimoine d'objets et d'aménagements, qui sont les supports matériels et intellectuels des diverses interactions. Ces instruments culturels assurent une forme de stabilité, mais ils doivent aussi pouvoir s'adapter à certaines évolutions (dans certaines conditions, ils constituent un frein à l'amélioration[150]). Les techniques susceptibles de produire ou d'ajuster la complexité de ces instruments culturels aux usagers sont actuellement négligées, dépréciées ou non identifiées[151]. Le renouvellement du « fond » didactique commun (institution principale, d'accompagnement et d'appui) est une des voies possibles pour réagir à la dénégation de la transposition et aux trop fortes régressions induites par les régulations locales successives (communications pragmatiques qui modifient les comportements).

c) Un stock d'exercices

La communication entre les enseignants et les familles ne peut concerner l'exposé des savoirs, et encore moins les questions problématisées qui le justifient (qui nécessiterait un répertoire de connaissances commun trop important). Par contre, les exercices jouent un rôle important dans les interactions entre les parents et l'institution scolaire, parce qu'ils sont le lieu où se manifestent visiblement les compétences des élèves et où les savoirs visés sont identifiés. C'est

---

148 Par exemple, nous l'avons dit, en prévoyant des questions fermées qui appellent un type de réponses (proches du savoir) plus favorables aux interactions faiblement didactiques : si l'élève ne fait que répéter qu'il ne comprend rien, ou s'il ne réagit pas, s'il ne sait ni quoi dire, ni quoi faire, ou s'il élargit considérablement le champ de la première question, il devient beaucoup plus difficile de l'aider. Le tutorat entre élèves se heurte particulièrement à cette impasse.

149 Par exemple : la dimension collective des obstacles épistémologiques ou didactiques s'efface derrière l'historicité et la particularisation des erreurs, qui surgissent malgré le souci de parfaire la performance, l'efficacité et la réussite ; le discours s'éloigne de la réalité des actions possibles ; le recours quasi systématique à l'externalisation des corrections (au nom d'une spécialisation des interventions) prive l'institution d'enseignement des occasions de rectifier localement les déséquilibres, avant qu'ils ne soient perçus comme des dysfonctionnements.

150 Par exemple la société française préfère « soigner » les enfants qui rencontrent des difficultés avec la numération, plutôt que d'appeler nonante-trois ce qu'elle a l'habitude de nommer quatre-vingt-treize ; ou encore conserver les anciens algorithmes écrits pour la multiplication et la division, et diminuer les exigences d'enseignement en misant sur un usage contrôlé des machines à calculer par les élèves.

151 Si la société confie uniquement la circulation des connaissances aux médias (en tenant à distance les communautés savantes et les experts qui pourraient en contrôler la pertinence), l'opinion générale l'emporte sur les savoirs et modifie profondément les « rapports de force » entre les professionnels et le public, à l'avantage de ces derniers.

donc à leur propos qu'apparaissent les divergences et les convergences de culture didactique. La reconnaissance d'un stock d'exercices nous paraît par conséquent l'instrument central des coopérations entre institutions didactiques.

d) De nouvelles pistes d'études didactiques

Notre hypothèse principale concernait la prédétermination de milieux spécifiques d'un savoir, aménagés pour soulager l'étude personnelle des élèves et la conduite des situations d'accompagnement, tout en maintenant l'activité de l'élève à un degré de mathématisation raisonnable (en fonction de son répertoire). Ces contraintes déterminent un cahier des charges qui ne peut être que spécifique des savoirs à transmettre et des conditions de la transmission. Elles soulèvent donc des questions d'ingénierie didactiques à la fois différentes et étroitement liées à celles qui sont habituelles (en direction des dispositifs d'enseignements scolaires).

Il s'agit entre autre de déterminer des clôtures cognitives de quelques savoirs, qui permettent un grand nombre de recouvrements judicieux pour en favoriser la familiarisation, sans en émietter les propriétés ou les fonctions. Ces milieux didactiques seraient globalement mathématisés, mais spécifiquement et localement démathématisés. Ils deviendraient des instruments techniques exportables, pour suppléer à la transmission de la technologie qui en permet la constitution.

Chapitre 9

Les assortiments didactiques

I Formules, théorèmes, algorithmes et tables de multiplication

1 Introduction

Ce dernier chapitre est l'occasion de nous interroger sur le statut mathématique des formules, sur l'opportunité de remathématiser ponctuellement leur usage dans les institutions didactiques et sur les moyens d'y parvenir. Plus généralement, les définitions, algorithmes et théorèmes ont pour fonction de soulager l'activité ultérieure des mathématiciens, mais dans quelle mesure l'enseignement gagne-t-il à reproduire cette hiérarchisation ? S'agit-il d'introduire un nouveau savoir dont les élèves auront à se servir ou de « produire » des connaissances avec ce qu'ils savent déjà ?

a) Unifier les formalisations

La position suggérée par Brousseau (1972) à propos de ses travaux sur les entiers naturels nous paraît particulièrement s'adapter au cas qui nous intéresse. Elle consiste à homogénéiser à l'aide de langages formels et de la théorie des modèles, les différentes études didactiques locales, afin de faciliter leur placement dans un corpus de portée plus générale, et d'améliorer la circulation des résultats didactiques au sein des communautés scientifiques.

b) Quel statut mathématique pour 3 x 4 = 12 ?

Dans le cas de la transmission des formules, un appui intrinsèque apparaît nécessaire pour rapprocher les disparités de transpositions très fortes et pour tenir la fausse familiarité culturelle à distance.
Ainsi 3 x 4 = 12 peut être considérée comme une formule vraie dans un certain langage[1] (dans lequel 3 x 4 = 11 serait une formule fausse). Un langage formel permettrait de décrire et d'analyser les connaissances et les conceptions qui figurent dans les manuels, fiches didactiques, matériels parascolaires et de loisirs, ainsi que les réponses dans toutes les institutions didactiques du réseau. Cette potentialité d'homogénéisation rapprocheraient ces analyses des autres apports de la Didactique et une identification théorique plus précise des formules permettraient une remathématisation et une redidactification de ce secteur d'apprentissage et d'enseignement

<u>Remarque</u> : Pour représenter l'usage didactique et effectif des formules, le langage doit faire intervenir la complexité de l'écriture et la familiarité des termes, c'est à dire doit être un langage pondéré. Le mode de pondération des produits simples peut être une fréquence de rencontre, une vitesse de réponse, une pondération institutionnelle (le régime qui est imposé par P) ou encore une catégorisation (produits familiers, calculables mentalement, calculables par écrit, non calculable dans les conditions imposées).

[1] « Considérons que l'ensemble des formules sans variables, de la forme "axb=c" où "a", "b" et "c" sont les écritures décimales des naturels, constitue les formules atomiques d'un langage mathématique L. Donnons à ces formules leur signification habituelle dans (IN, +, x) ; certaines sont vraies, d'autres sont fausses.
L'ensemble des règles qui permet d'associer à tout couple (a,b) une écriture c de L telle que "axb=c" soit vraie dans IN, est une règle de production : le calcul du produit ou multiplication. Il est fait appel dans cette règle à une suite de formules de L : par exemple il est fait appel dans le calcul de 347 x 28 à la formule "8x7=56", à la formule "8x4=32" etc. Considérons la suite de ces formules figurant dans le calcul, comme les antécédents d'une règle de déduction D dont le conséquent serait "axb=c". D s'appuie sur le procédé (ici métalinguistique) de la "multiplication ", pour associer à un n-uplet de formules de L une autre formule de L. Evidemment D fournit un procédé de décision sur tout L et est donc aussi un algorithme. La règle pourrait s'appliquer à des formules fausses. Elle donnerait alors d'autres formules généralement fausses dans IN. L'ensemble des formules auxquelles il est envisageable de faire appel avec une certaine "règle " D sera comparable à un système d'axiomes ; on pourra vérifier si <A , D > engendre bien les formules vraies de L, et rechercher d'autres systèmes formels équivalents ou non. » ; Brousseau (1973, pp. 373-374).

c) Nouvelles perspectives didactiques

Le présupposé théorique qui interprète l'apprentissage des produits élémentaires comme une activité mathématique (alors que les habitudes culturelles l'identifient plutôt comme une mémorisation) n'est pas uniquement la traduction savante de pratiques d'enseignement déjà connues. Cette perspective permet d'envisager d'autres formes d'enseignement, elle ouvre donc de nouvelles potentialités didactiques (dont il faudrait mesurer les propriétés).

Par exemple, le procédé qui consiste à énoncer une formule fausse, pourrait apparaître contraire aux lois générales de l'apprentissage. Mais selon un autre point de vue, l'établissement de la valeur de vérité des énoncés fait partie de l'activité scientifique. Enseigner uniquement des énoncés justes aux élèves, occulte la phase d'établissement de la validité de ces énoncés. Il serait envisageable de leur présenter toutes sortes d'énoncés, accompagnés de méthodes déductives, qui permettent d'en rejeter quelques uns comme faux[2].

Par exemple : « l'égalité 5 874 x 96 = 536 908 ne peut être vraie car 4 x 6 = 24, le produit est donc un nombre dont le dernier chiffre est 4 ».

d) Paradigme

Cette recherche concerne un objet de savoir relativement réduit (les produits élémentaires), mais elle soulève des questions théoriques très générales, qui se posent pour des organisations bien plus complexes.

En particulier celle des liens qui existent entre :

- l'objectif officiel d'un enseignement, par exemple il s'agirait d'un registre de formules exigibles ;
- les moyens didactiques, par exemple des registres répertoriés ayant des propriétés didactiques différentes ;
- et le résultat de cet enseignement, par exemple les performances des élèves dans certaines conditions.

L'étude de l'enseignement du calcul mental peut être vu comme un paradigme des études didactiques. En effet, nous y rencontrons des problèmes relevant de la gestion de l'enseignement d'une théorie mathématique et particulièrement les questions des adaptations qui s'imposent en fonction des capacités d'apprentissage des institutions enseignées. A partir d'une simple formule, nous rencontrons les équilibres didactiques et leurs conséquences, que ce soit dans la classe, dans le curriculum ou dans un réseau d'institutions didactiques.

2 L'enseignement des formules en tant qu'éléments d'une théorie mathématique

La discussion précédente ouvre donc sur une question.

Actuellement 3 x 4 = 12 est utilisé comme un énoncé de nature algorithmique, qui correspond à une interprétation scolaire traditionnelle des formules. La question que nous souhaitons étudier consiste à savoir si 3 x 4 = 12 peut apparaître dans l'institution didactique comme un théorème.

a) La relativité des statuts dans l'institution didactique

P peut limiter les rencontres de E avec les connaissances et les savoirs, de manière à ce que les énoncés qu'il vise à transmettre puissent tous être établis par un même algorithme. Il peut alors institutionnaliser cet algorithme et ces énoncés primaires et organiser des conditions qui font

[2] Les questionnaires à choix multiples sont seulement des moyens d'évaluation, tout autre est une pratique d'apprentissage qui institutionnalise les instruments mathématiques des débats.

fonctionner ces éléments. Dans I, dès que E dispose à la fois des énoncés primaires et de la méthode (valides), il peut par un calcul satisfaire aux exigences du contrat didactique.
Mais P peut aussi au contraire faire en sorte qu'un algorithme (dont le domaine d'application est large), devienne dans I un théorème (la réponse est une démonstration dans I). P enseigne les axiomes, les étapes et les articulations des décisions, il aménage les conditions pour que E établisse la démonstration, par un raisonnement sous sa propre responsabilité (sans utiliser l'algorithme plus universel). Le répertoire de connaissances qui permet l'exercice de cette responsabilité est plus coûteux à transmettre que dans le cas précédent (dans lequel c'est P et I qui maintiennent certaines conditions d'emploi).

Remarque : Seule une prise en compte des conditions didactiques permet de distinguer le calcul de la démonstration (dans les deux cas, les réponses justes sont identiques ou mathématiquement équivalentes).

b) Remathématisation de l'activité des élèves concernant les formules

Nous pouvons alors envisager l'enseignement des produits élémentaires, non comme la transmission d'une collection d'algorithmes, mais comme celle d'une théorie mathématique, comprenant des axiomes (éventuellement surabondants) et des théorèmes (des méthodes institutionnalisées). Certaines situations seront prévues pour que les réponses de E (formules) apparaissent comme le fruit de raisonnements et soient produites par des démonstrations. C'est à dire que E devra reconnaître des conditions d'emploi de théorèmes (en particulier reconnaître les spécificités des nombres en jeu) et choisir un étayage adéquat.

Par exemple :
$3 \times 4 = 12$ peut être établi avec les formules primaires $3 \times 2 = 6$; $2 \times 2 = 4$ et $6 \times 2 = 12$, ainsi que deux théorèmes généraux (substitution et associativité de la multiplication)
$3 \times 4 = 3 \times (2 \times 2) = (3 \times 2) \times 2 = 6 \times 2 = 12$
La démonstration n'est pas unique et dépend des formules primaires considérées.
$3 \times 4 = 12$ peut être établi avec les formules $1 \times 4 = 4$; $2 \times 4 = 8$; $2 + 1 = 3$ et $8 + 4 = 12$ ainsi que la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition :
$3 \times 4 = (2 + 1) \times 4 = 2 \times 4 + 1 \times 4 = 8 + 4 = 12$.

c) Différents répertoires de résolution

Nous avons précédemment distingué chez E :

- un répertoire direct qui correspond à des théorèmes ;
- un répertoire étendu qui correspond à des énoncés potentiels, démontrables à l'aide d'un ensemble de théorèmes (parmi lesquels ne figurent pas que des formules) et à l'aide de raisonnement contrôlés par des connaissances plus générales.

Dans une situation S donnée, E identifie les conditions de production de sa réponse et détermine :

- s'il cite un théorème (il mobilise une formule du répertoire direct) ;
- s'il démontre un résultat « nouveau » (la formule n'est pas directement accessible comme tel par sa mémoire, il se peut qu'il reconnaisse avoir déjà produit une telle démonstration dans des conditions analogues, mais il est contraint de « raisonner » pour retrouver toutes les étapes intermédiaires) ;
- s'il contrôle l'adéquation d'une réponse directement fournie par un théorème et reconstruisant (éventuellement seulement partiellement) certains éléments de la démonstration (il mobilise la même formule successivement dans les deux répertoires).

Disposer de la formule mémorisée « démathématise » ses décisions, l'étayer « mathématise » son activité. L'objectif final du processus consiste à rendre possible, pour chaque formule, ces deux rapports à une situation. E porte la responsabilité de choisir le rapport adéquat, l'alternative n'est pas déterminée par son milieu. En cours de processus, c'est le milieu choisi par P qui privilégie l'une ou l'autre décision (P demande une formule non encore mémorisée qui doit donc être établie, P restreint le temps de réponse, etc.).

d) Différentes familiarités avec les connaissances

P n'a pas accès directement aux répertoires de E. Pour organiser les situations qui favorisent leur apparition et leur évolution, il a besoin d'un système :

- qui représente les « états de connaissance » de E ;
- qui lui permette de distinguer les conditions d'emploi et les fonctions des connaissances qu'il enseigne ;
- qui lui permette de classer ses décisions et ses régulations didactiques en fonction de ces conditions ;
- et par conséquent de ranger des situations dans des progressions didactiques selon un ordre d'acquisition.

Un système trop grossier tel que « su / non su » ne convient pas (la valeur « non su » ne détermine pas de régulation didactique). Mais avec un système trop fin, le calcul des décisions de P deviendrait prohibitif.
Dans les deux répertoires direct et étendu, nous distinguons des familiarités différentes pour les formules :

- dans le répertoire direct, certaines formules sont moins fiables que d'autres et nécessiteraient plus particulièrement un retour réflexif pour contrôler la réponse émise directement ;
- dans le répertoire étendu, certaines formules sont plus rapidement établies que d'autres, parce qu'elles sont déjà identifiées et prennent systématiquement appui sur un même étayage bien adapté qui lui est associé.

Ces différences correspondent à des remplacements plus ou moins complets de résolutions par des procédures plus algorithmisées, puis suffisamment associées à des conditions connues pour devenir une connaissance à mémoriser (le passage entre analyse des conditions et résultat n'est plus intégralement parcouru).

e) Quelques fonctions didactiques de l'étayage

Nous avons appelé étayages les instruments qui permettent à E l'insertion de formules dans le répertoire étendu. $3 \times 4 = 6 \times 2 = 12$ est un étayage de la formule 3×4.

Il s'agit essentiellement d'étayages syntaxiques, qui détachent (en partie et temporairement) la réalisation de son sens (démathématisation de l'action en mathématisant le répertoire d'usage). Ce recours au formel présente une diversité de rapports et donc une souplesse d'utilisation adaptée aux calculs complexes. Tandis que les étayages sémantiques facilitent plutôt les débuts des apprentissages numériques en donnant du sens aux nombres (mathématisation de l'action en démathématisant le répertoire d'usage). Ils restent utiles comme instrument de contrôle après une réalisation hasardeuse ou lors des ruptures d'actions algorithmisées [3].

---

[3] Les représentations des quantités par des collections intermédiaires sont coûteuses pour les produits. Des dispositions favorables de signes (constellations usuelles, référence à l'organisation décimale du boulier, etc.) sont des milieux mathématisés : la reconnaissance d'une « bonne forme » ou « gestalt » remplace un dénombrement ; elle étend légèrement l'appréhension quasi-instantanée du cardinal, qui est limitée à 4 ou 5 lorsque la disposition est linéaire d'après Fischer (1991, pp. 235 - 258). Toutefois, Fischer (1981, pp. 292-293) relève des réponses d'élèves qui modèrent le rôle que jouent ces perceptions de forme dans la dénomination des premiers nombres.

Remarque : La formule 2 x 5 apparaît comme une sorte de fondement des étayages, car elle utilise et illustre les propriétés du système décimal de numération, tout en concernant trois nombres très familiers.

Durant les phases de mémorisation formelle, P doit tenir la pratique de l'étayage à distance. L'étayage est une entrave à l'acquisition d'une réponse directe, car il mobilise le répertoire étendu dès que des conditions familières de production sont reconnues (tandis qu'au début de l'apprentissage, le théorème est encore un savoir nouveau et d'utilisation moins fiable).

En dehors de ces phases de mémorisation, la pratique de l'étayage est pour P un moteur didactique. Elle engendre du non encore appris et permet en même temps de faire fonctionner à « différents régimes de familiarité » des connaissances déjà rencontrées (l'étayage est un convertisseur de familiarité des formules). Pour E, elle offre des occasions de réactiver les deux répertoires.
Nous faisons l'hypothèse qu'une formule non étayée devient plus difficilement une connaissance (un instrument de décision, une formule primaire choisie pour établir ou étayer d'autres formules). Mais une formule qui demanderait un temps trop long de production, quelque soit l'étayage, gagnerait tout de même à être directement mémorisée. Une forte fréquence de rencontre précéderait alors la recherche d'étayages. La formule serait étayée après avoir été utilisée comme algorithme, pour s'insérer dans un réseau signifiant de connaissances mathématiques.

De plus la pratique de l'étayage offre à P l'occasion de marquer l'utilité des formules et de maintenir les exigences institutionnelles qui s'y rapportent. L'étayage est collectivement un moyen de communication rapide d'anciens objets d'étude et de débats.

Selon la situation (et selon la formule), l'étayage change donc de statut didactique :
- moyen d'établir une nouvelle formule (soit de manière privée, par un raisonnement ; soit de manière officielle, par une démonstration) ;
- facilité au moment de fournir à nouveau une formule récemment rencontrée ou en cours d'apprentissage (soit par une méthode personnelle ; soit par une méthode-type institutionnalisée ; soit par association systématique mémorisée ; de manière autonome ou sous des formes précisée, exigées) ;
- moyen de vérification après la production directe d'une formule connue (privé ou publique) ;
- argument, une preuve dans l'institution didactique (en référant à un théorème).

Les différents statuts de l'étayage correspondent à des contrats didactiques et des mathématisations différentes des milieux.

3 Un théorème répartit « gain » et « charge » sur E et P

a) Questions d'ergonomie

Le répertoire « table de multiplication » est le répertoire visé par le fonctionnement nominal de l'institution didactique. Il représente le gain apporté par l'enseignement dans les négociations du projet didactique (il a intérêt à être le plus grand possible).
Du point de vue mathématique, toute formule est un générateur possible.
Du point de vue de l'apprentissage, toute formule est mémorisable en vue d'être citée.
Le problème didactique consiste à établir un équilibre entre le direct et le construit (l'étayé) pour optimiser la rapidité obtenue par algorithmisation, tout en préservant la fiabilité que procure un contrôle par des connaissances. L'institutionnalisation d'une méthode, l'étiquetage

d'un procédé d'engendrement, sont des algorithmisations qui démathématisent l'activité de E. Lorsque les conditions nécessitent une production directe, l'activité de E est démathématisée plus encore.

La culture de l'étayage fait vivre un rapport au savoir de contrôle et entretient un répertoire de connaissances (de théorèmes et d'étayages) pour assurer un emploi pertinent des formules-théorèmes. Mais à l'usage, le direct est préférable, sauf dans quelques cas très précis où l'étayage est presque aussi rapide, mais maintient en éveil l'activité mathématique du calculateur : les multiples de 1 et 0 et la permutation des facteurs par commutativité.
Il devient donc préférable, même pour l'usage, de réduire le nombre de formules à mémoriser.
Ainsi le répertoire « table » peut-être dérépertorié (extraction du registre), réduit (extraction de parties engendrées par des théorèmes), puis re-répertorié pour l'enseignement des formules (qui doit prévoir parallèlement l'enseignement des théorèmes).
Cette manipulation didactique n'est pas négociée avec l'extérieur (le gain final reste inchangé, les « détours » de l'apprentissage sont l'affaire des spécialistes, pas des utilisateurs ou prescripteurs).
La négociation locale (entre P et E) porte sur des sous-collections de formules. Les exigences, visibles de E, gagnent à porter sur un registre le plus petit possible :

- du point de vue de la négociation, le registre correspondant est une représentation de l'effort à fournir ;
- du point de vue de l'action, l'effort effectif se concentre sur un champ plus réduit, il gagne en efficacité, les formules désignées comme à seront plus sûres, plus fiables, mieux entraînées.

Les théorèmes que P a « extrait » du répertoire final (dont il porte la responsabilité de l'usage adéquat, y compris dans son activité didactique) permettent de remathématiser localement les milieux qu'il fournit comme antagoniste à E : il restreint les conditions aux possibilités du répertoire de E.
Par exemple, si E n'a pas appris 3 x 0, P s'arrange pour que la situation ne l'exige pas ou pour que le milieu apporte l'information (pas d'opération comme 23 x 50, ou bien une situation comprenant du matériel à manipuler : le cas critique ne sera pas concrètement rencontré, ou bien encore mise à disposition d'un abaque sélectif : la carte 3 x 0 est disponible, mais pas celles qui correspondent aux formules visées).
Lorsque le théorème sera transmis à E, cette mathématisation (souvent invisible pour E) n'aura plus lieu d'être : l'usage du théorème sera désormais sous la responsabilité de E.
Les formules seront alors produites aussi bien que s'il les avait mémorisées. L'effort d'apprentissage du théorème s'ajoute effectivement à ceux consacrés aux formules, mais sa représentation n'est pas alourdie, car elle est répartie sur d'autres gains d'apprentissage (le théorème offre un large champ d'utilisations visibles).
La tension didactique est en partie portée par une fiction, entretenue par les négociations sociales : cette fiction consiste à négliger l'écart qui existe entre ce que E maîtrise effectivement (visible seulement par les spécialistes) et ce qui lui a été enseigné (visible par tous). Cet écart peut être mis à profit pour les régulations latentes, les reprises, tout en maintenant la mobilisation de E ou de son entourage (qui attend de savoir qu'il sait). Mais ce fonctionnement effectif (non négociable) exige que P ne soit lui-même pas dupe de cette fiction et qu'il dose judicieusement les partages de responsabilités avec E. Tant que la complexité n'excède pas les capacités supposées de E (et le temps disponible), P a intérêt à augmenter le répertoire d'étayages qui mathématise le rapport de E aux formules.

b) L'intérêt d'un théorème pour le professeur ou l'élève

Un théorème peut être profitable à P ou à E. Considérons par exemple le théorème de commutativité.

- P peut maintenir des questions de type a x b et b x a, en nombre approximativement égal. Le théorème est alors fonctionnel pour E : en disposer lui permet d'augmenter le nombre de ses réussites, tout en faisant l'économie de mémoriser des formules. Ce sont des occasions offertes par P à E de se représenter l'utilité du théorème et d'éprouver son efficacité. Ils sont aussi des occasions de se représenter et d'éprouver l'inconvénient de ne pas en disposer. Le théorème devient une connaissance utile et enviable pour E.

- P peut rétrécir le champ de ses questions en se référant à un registre réduit grâce au théorème. Cette réduction se présente comme un allégement de sa tâche. Seuls certaines formules du registre complet seront fréquentées, alors que les exigences portent sur son intégralité. P fait alors crédit de l'utilisation pertinente du théorème par E. Mais ce théorème n'est pas visiblement utile à E pour résoudre les questions. E peut considérer que la mise en mémoire de toutes les formules est nécessaire (toutes ne seront pas évaluées, mais il ne peut déterminer à l'avance lesquelles), il peut réciter le théorème comme un savoir et ne pas l'utiliser comme connaissance pour organiser son apprentissage du répertoire. Le théorème peut lui sembler une exigence formelle, institutionnelle, sans qu'il l'interprète en potentialités dans ses actions, sans qu'il en lise la fonction dans le contrat didactique.

Ces deux positions sont extrémales. Il est raisonnable de concevoir un basculement durant le processus :

- un premier temps durant lequel P démathématise ses assortiments relativement au théorème, pour que E le pratique ;

- puis lorsque l'usage est suffisamment bien identifié par la classe, un second temps durant lequel le théorème sert à aussi à simplifier l'organisation de P.

En fin de processus, le répertoire officiel coïncide avec le répertoire visé. La révision et le contrôle des connaissances portent sur des assortiments qui ne sont plus mathématisés par P, et dont les solutions optima sont à la charge de E. Le contrôle s'étend donc non seulement aux formules du registre transmis, mais au répertoire que l'élève met en oeuvre pour organiser ses réponses (rapidité, fiabilité, optimalité, etc.).

<u>Remarque</u> : Symétriser le rôle des facteurs n'est pas toujours l'effet d'une compréhension même implicite et intuitive de la commutativité : certains enfants savent que 3 x 4 « c'est pareil » que 4 x 3, mais ne peuvent rien conclure quant à 257 x 45 et 45 x 257 qui ne figurent pas dans les tables. Mais conserver dans le registre à mémoriser toutes les formules ne conduit pas non plus systématiquement à une compréhension de la commutativité. C'est l'usage du théorème par le sujet, mobilisé de sa propre initiative et lorsque la situation le nécessite qui garantit son apprentissage.

Nous ne considérons pas que cette remarque constitue un argument en défaveur de la réduction du registre des formules exigées à l'aide de théorèmes. L'institutionnalisation des propriétés des opérations n'apparaît que tard dans le curriculum[4]. Mais leur compréhension se

[4] L'expression « commutativité » ne figure pas dans les programmes actuels de l'école primaire ni du collège (seule la distributivité est cité au sujet de l'enseignement de l'algèbre). Le programme de 4ème de 1996 précise : « Toute étude théorique des propriétés des opérations est exclue. Les élèves ont la pratique de la multiplication des nombres positifs en écriture décimale ou fractionnaire. En s'appuyant sur ces connaissances, les opérations seront étendues au cas des nombres relatifs. Les justifications pourront être limitées à l'observation de l'extension des tables de multiplication ou à la généralisation de règles provenant de l'addition de nombres (par exemple 3 x (-2) = (-2) + (-2) + (-2) = - 6), en admettant les résultats dans les autres cas ». Nous avons par contre relevé les expressions : « techniques opératoires », « la maîtrise des quatre opérations sur les décimaux » , « l'apprentissage des règles opératoires », « maîtriser les règles d'écriture d'expressions

construit et se pratique à l'école primaire. Des occasions s'offrent aux élèves de construire des modèles implicites et des connaissances formulables, entre les déclarations locales sous la responsabilité de l'élève, celles qui sont communes à la classe sous la responsabilité de l'enseignant et le savoir formellement démontré.

c) Apprendre c'est aussi oublier

Progressivement le recours à l'étayage devient et reste privé. Le rapport officiel aux formules se présente en fin de processus sous la forme d'un accès direct et uniformisé à des savoirs formels. Car après l'apprentissage, il est souhaitable d'oublier l'organisation qui l'a permis. L'échafaudage didactique (le répertoire de l'apprentissage) doit pouvoir s'effacer derrière une organisation axiomatique des savoirs[5]. Alors que certains milieux d'apprentissage ont été mathématisés, les conditions d'usage des formules doivent évoluer in fine vers le formalisme, de manière à ce que l'élève décontextualise ses connaissances, « oublie » l'aventure des recherches originales et détache ses connaissances de la démarche didactique qui était subordonnée à sa compréhension.

Les premières formules apprises directement n'ont plus lieu de se distinguer de celles qu'elles étayaient, le répertoire officiel n'a plus lieu de s'écarter d'un répertoire d'usage consensuel.

II Eléments pour une théorisation de l'enseignement d'un ensemble d'énoncés mathématiques

1 Introduction

2 Quelques constats apportés par l'expérimentation

a) Les décisions didactiques locales de l'intervenant

Le second dispositif expérimental n'avait pas été conçu pour tester les décisions didactiques de l'intervenant[6], aussi nous n'avons pas présenté la réalisation des séances d'appui. En revanche, l'analyse a posteriori des milieux choisis et des conduites effectives a permis d'en pointer les faiblesses et de les re-situer précisément dans leur contexte (c'était là un des objectifs d'un recueil aussi complet des données). Les points critiques correspondent aux résultats plus généraux qui ont été fournis par les études précédemment exposées.

b) Le répertoire didactique de l'intervenant inhibé par d'autres variables

Même si globalement son intervention a rétabli les équilibres qu'il visait, certaines de ses décisions se sont révélées dans le déroulement relativement peu efficaces, voire parfois malencontreuses dans les régulations « à chaud ». Son répertoire s'est donc révélé inadéquat à certaines anticipations didactiques (ses décisions étaient prises dans des conditions ordinaires aux pratiques, c'est à dire souvent dans l'urgence et selon des critères qui ne sont pas tous d'ordre didactique).

---

littérales ». Ce vocabulaire paraît inadapté pour satisfaire aux orientations prévues : « les mathématiques participent à l'enrichissement de la langue par les élèves, en particulier par la pratique de l'argumentation », « Il convient d'être attentif au langage et aux significations diverses d'un même mot. Le vocabulaire et les notations ne doivent pas être fixés d'emblée, mais introduits au cours du traitement d'une question, en fonction de leur utilité », « faire admettre la nécessité d'un langage précis, en évitant que cette exigence soit ressentie comme arbitraire ».

[5] La Table de Pythagore est une organisation axiomatique commode pour le maintien en mémoire des formules du registre R lorsqu'elles sont déjà individuellement connues.

[6] Nous détaillons les objectifs du second dispositif expérimental au chapitre 4.

L'ensemble du corpus fait apparaître que l'intervenant a « spontanément »[7] relativement sous-estimé l'importance des préparations didactiques pour ce processus particulier (tandis que d'autres séances sur le sens des concepts ont été préparées avec plus de méticulosité, en se référant à d'autres travaux de Didactique). Ces faits sont vraisemblablement à mettre en relation avec le phénomène plus général de dédidactification de l'étude des formules. Puisqu'elle ne bénéficiait pour l'intervenant d'aucun statut mathématique et didactique particulier, il lui semblait que quelques réflexions générales suffiraient pour prendre ses décisions didactiques en fonction d'autres impératifs (rapport aux savoirs de Noëlle, rapport à l'étude et à l'apprentissage, sens des concepts, etc.). Il a estimé pourvoir faire l'économie d'une analyse détaillée de chaque formule ; et misé sur son propre répertoire pour réguler la conduite des situations qu'il proposait (« culture de la régulation »), sans s'assurer le concours de milieux didactiques adéquats.

Afin de rendre compte ici rapidement de ces observations furtives et pointues, nous avons choisi de nous référer exclusivement à la seconde séance d'appui, car elle est représentative de ce type de perturbations. Il s'agissait de la première séquence filmée, et du démarrage du processus de dévolution de l'apprentissage des formules[8]. Des conditions défavorables se sont combinées ce jour-là qui déstabilisaient les deux interlocuteurs (Noëlle et l'intervenant). L'intervenant a souhaité maintenir en priorité un bon climat relationnel (qui s'était bien engagé la séance précédente et dont il avait besoin pour toute la durée de l'appui) ; la relation didactique a été bien sur aussi maintenue, mais un peu au détriment de la transmission des connaissances mathématiques.

c) L'impact de l'organisation en tables

Nous attribuons ce fléchissement local de la densité didactique à l'organisation du répertoire de l'intervenant. Ses fiches de préparation révèlent combien l'organisation en tables commandait encore les choix a priori (la détermination de ses registres et la manière de les répertorier). Il en est de même pour les réactions à chaud.
Le répertoire additif déterminé par l'intervenant comme à mémoriser contenait 43 formules, réparties en 6 sous-registres disjoints R_i[9].

[7] Durant cette phase expérimentale, notre recherche n'était pas encore focalisée sur l'entraînement des élèves à partir des tables de multiplications. Ce sont au contraire les dysfonctionnements et les irrégularités rencontrés qui ont conduit à des études plus spécifiques, afin de déterminer s'ils étaient dus aux circonstances singulières ou pouvaient correspondre à des phénomènes de nature didactique.

[8] La complexité de l'emboîtement des contrats (inhabituel dans le cadre d'un appui), le frottement des cultures de la régulation et du fonctionnement principal expliquent en grande partie que ce démarrage ait été difficile. Par la suite, l'intervenant mieux trié la nature des contraintes (d'où les distinctions que nous avons formalisé dans cette thèse), il a pu harmoniser les alternatives.

[9] R_1 = { 1+1 ; 2+1 ; 3+1 ; 4+1; 5+1; 6+1; 7+1; 8+1; 9+1 ; 10+1 ; 10+2 ; 10+3 ; 10+4 ; 10+5 ; 10+6 ; 10+6 ; 10+7 ; 10+9 ; 10+10 } (19 formules).
R_2 = { 2+2 ; 3+2 ; 4+2 ; 5+2 ; 6+2 ; 7+2 } (6 formules).
R_3 = { 2+8 ; 3+7 ; 4+6 ; 5+5} (4 formules).
R_4 = { 3+3 ; 4+4 ; 6+6 ; 7+7 ; 8+8 ; 9+9 } (6 formules).
R_5 = { 4+3 ; 5+3 ; 6+3 ; 5+4} (4 formules).
R_6 = { 8+4 ; 7+5 ; 8+5 ; 8+6} (4 formules).
Le premier saut dans les exigences concerne R_3 qui rassemble les décompositions de 10. Ces premières exigences ont une taille raisonnable : 3 formules (P prévoit que le répertoire de E contient déjà 5 + 5) et présentent un intérêt fondamental pour l'utilisation des propriétés décimales dans le calcul mental.
R_4 est conçu comme une réorganisation de formules déjà partiellement connues, sous l'étiquette « les doubles » (un sorte de palier cognitif, qui plonge les formules de R_3 dans un univers d'entraînement plus vaste, sans trop augmenter la charge des efforts).

Nous pouvons incriminer deux de ses hypothèses :

- Sa fiche de préparation mentionnait chaque formule sous la forme a + b, où a ≥ b. Ce choix n'était pas arbitraire. Pour contrarier la stratégie de surcomptage (mental ou avec l'aide des doigts), l'intervenant avait prévu ses questions de manière à ce que ce soit le plus grand terme de la somme qui figure systématiquement en seconde position. De cette décision préalable, une hypothèse s'est dégagée (appelons-la A) : **le registre comprend des formules « faciles » (a + b, où a ≥ b) et des formules « difficiles » (a + b, où b > a)**. Ce critère s'est détaché de toute condition didactique, il répertoriait implicitement le registre et se superposait avec la partition des R_i. D'après l'analyse de la transcription, la plupart des décisions au cours de la séquence n°2 ont été vraisemblablement commandées par l'hypothèse A.

- D'autre part, l'intervenant avait constitué R_1 selon l'hypothèse (appelons-la B) : **les formules 10 + n sont accessibles dès lors qu'un élève donne sens à la numération décimale**. R_1 devenait donc pour l'intervenant un lieu de test pour certaines connaissances de la numération (les questions signifiantes étant plongées dans un ensemble plus vaste contenant des questions considérées comme triviales de la forme n+1)[10].

Par conséquent :

- les phases didactiques (pour dépasser la procédure primitive) devaient éviter les formules de R_1 et R_2 (d'après A) ;

- les phases diagnostiques devaient privilégier certaines de R_1 (d'après B).

Or l'intervenant inclut son observation des comportements (recueil pour le diagnostic) dans les activités qu'il propose à Noëlle. Ses interactions mêlent étroitement les deux projets dans le déroulement de la séance.. Les incompatibilités apparaissent lorsque ses capacités attentionnelles sont saturées et ne permettent plus la distinction des deux phases. En particulier lorsqu'il perçoit que la situation devient pénible pour Noëlle et qu'il doit maintenir un milieu mathématisé raisonnable en l'ajustant question par question, réponse par réponse. Croyant remathématiser le milieu pour faciliter la tâche de Noëlle, il recourt aux formules qu'il croit plus faciles (en « remontant dans les tables » sur R_1 et R_2) et sollicite celles qu'il avait prévu d'écarter. Cherchant des appuis pour redémathématiser le milieu de manière adaptée aux connaissances effectives de Noëlle (pour relancer son activité sur un domaine qu'elle connaît), il est amené à évaluer son répertoire. Mais en testant, il retombe immanquablement sur les mêmes formules de R_1. L'oscillation de l'alternative est si serrée[11], que Noëlle n'est plus interrogée que sur un domaine où le comptage sur les doigts est possible et invisible, aucun enseignement ne peut émerger. L'intervenant a durant quelques instants « oublié » qu'il visait la mise en mémoire de formules en vue de les produire directement. Il recueille ainsi une trop maigre liste (relativement inquiétante) pour pouvoir bâtir ses questions en fonction d'elle. Au lieu de rester dans l'univers du calcul mental, il rejoint Noëlle dans celui de la manipulation et

---

Remarque : Les sommes 9 + 2, 8 + 3, 7 + 4, 6 + 5 ne sont pas exigées au niveau de la production directe, mais sont identifiées comme calculables (répertoire étendu) à partir des doubles, de même pour 9 + 3, 9 + 4, 9 + 5, 9 + 6, 9 + 7, 9 + 8, à partir des formules n + 10 (n + (n + 1) = (n + n) + 1 ; n + (n - 1) = (n + n) - 1 ; n + 9 = (n + 10) - 1).

[10] Rappelons que l'intervenant n'avait vu Noëlle qu'une seule fois, il n'avait pas encore pris connaissance de ses travaux de classe et que la principale indication fournie par les enseignants et de la famille concernait les connaissances de la numération.

[11] A chaud il est impossible de prendre le recul nécessaire et les contre-régulations s'emballent vite : chaque décision par son inadéquation renvoie des rétroactions négatives ou inadéquate qui incitent à enchaîner sur une décision opposée. Une question trop facile appelle une réponse correcte, qui incite une question difficile, qui appelle une réponse fausse ...

du comptage deux à deux. Remarquons toutefois que ces interactions n'ont pas été totalement inutiles pour l'appui[12].

d) Découpage du registre de produits

Nous exposons rapidement les sous-registres R_i de produits élémentaires choisis par l'intervenant (la commutativité est d'emblée utilisée pour réduire le nombre de formules à retenir) :

$R_1 = \{ 2 \times 2 , 2 \times 3 , 2 \times 4 , 2 \times 5 , 2 \times 6 , 2 \times 7 , 2 \times 8 , 2 \times 9 \}$ (8 formules).
$R_2 = \{ 3 \times 5 , 4 \times 5 , 5 \times 5 , 5 \times 6 , 5 \times 7 , 5 \times 8, 5 \times 9 \}$ (7 formules).
$R_3 = \{ 3 \times 3 , 3 \times 4 , 3 \times 6 , 3 \times 7 , 3 \times 8 , 3 \times 9 \}$ (6 formules).
$R_4 = \{ 4 \times 4 , 6 \times 6 , 7 \times 7 , 8 \times 8, 9 \times 9 \}$ (5 formules).
$R_5 = \{ 4 \times 6 , 4 \times 7 , 4 \times 8 , 4 \times 9 , 6 \times 7 , 6 \times 8 , 6 \times 9 , 7 \times 8 , 8 \times 9 \}$ (9 formules).
$R_6 = \{ 7 \times 9 \}$ (1 formule).

La clôture formelle était prévue de manière tardive avec R_7, afin de laisser à Noëlle le temps de consolider ses conceptions de la multiplication et de la numération décimale :
$R_7 = \{ 1 \times 1 , 1 \times 2 , 1 \times 3 , 1 \times 4 , 1 \times 5 , 1 \times 6 , 1 \times 7 , 1 \times 8 , 1 \times 9 , 1 \times 10 , 2 \times 10 , 3 \times 10 , 4 \times 10 , 5 \times 10 , 6 \times 10 , 7 \times 10 , 8 \times 10 , 9 \times 10 , 10 \times 10 \}$ (19 formules).

Ce répertoire s'organisait autour deux autres idées :

- un démarrage lent (R_1 mobilisait sous une autre forme, des formules du répertoire de sommes ; l'intervenant supposait que la taille relativement importante de R_1 et R_2 serait compensée par le fait que certaines des formules étaient probablement déjà connues de Noëlle) ;
- des étayages essentiellement conçus à partir des doubles et des triples (par associativité).

Remarques :

* R_3 correspond à la table de 3.
* R_4 fait vivre l'étiquetage : « carré ».
* R_6 est extrêmement réduit. Il découle du choix a priori de privilégier les étayages de formules à termes pairs. Sa formule peut être étayée par distributivité (70 - 7) en même temps que les autres multiples de 9 (rencontrés dans les autres registres).
* Les disparités de taille ne sont pas excessivement gênantes, tant que les autres variables (cognitives et temporelles) ne sont pas non plus régulièrement réparties et permettent de compenser les écarts de complexité à l'apprentissage de chaque registre. R_6 indique de loin à Noëlle que l'issue se rapproche (bientôt, il ne restera plus qu'une seule formule à retenir).

Remarque : Ce ne sont pas les propriétés mathématiques qui déterminent les registres : les 36 formules retenues sont bien sûr établissables à l'aide de théorèmes (par additions répétées et décomposition de chaque nombre en unités). Ce sont les organisations sociales et didactiques qui aménagent les milieux en fonction des besoins et des moyens disponibles.

Remarque : Dans d'autres conditions (calcul mental intensif), il s'avérerait avantageux (pour augmenter la rapidité et recourir à des algorithmes locaux plus ergonomiques) d'augmenter au contraire le nombre de formules mémorisées (nous avons rencontré des exemples de tels registres dans le chapitre 7).

[12] En s'intéressant aux procédures (qui l'intriguent : comptage mental un à un pour des sommes simples comme 4 + 10, ou lorsque l'écart est grand : comptage de deux en deux), puis aux erreurs et aux difficultés, l'intervenant dialogue avec Noëlle, faisant vivre un climat dans lequel l'erreur n'est pas sanctionnée.

Remarque : Même à conditions d'usage égales, le critère taille est insuffisant pour comparer l'ergonomie didactique de deux registres. Nous avons vu au chapitre 7 que l'adaptation du répertoire à une large communication pouvait conduire à une augmentation du registre.

3 Individualiser chaque énoncé

Une des difficultés de gestion et de conduite rencontrées par l'intervenant était donc de re-individualiser chaque formule que son répertoire mathématique et les usages culturels tendaient à uniformiser. Une étude s'imposerait donc, qui consiste à recenser toutes les caractéristiques et à les cataloguer pour que ces résultats ne soient pas de manière récurrente à la charge de chaque individu mais deviennent progressivement un savoir didactique[13], perfectible et transmissible. Nous ne ferons ici qu'amorcer ce travail.

a) Conceptions

L'écriture a x b est trompeuse : elle correspond à des pratiques qui étaient autrefois très codifiées, mais qui ne sont plus aujourd'hui conventionnelles dans l'institution principale d'enseignement. Nous distinguons au moins deux « conceptions » (deux manières de comprendre) une formule-produit :

- Une conception « arithmétique » se réfère à une somme dont tous les termes sont égaux, elle est orientée et correspond à l'énonciation verbale « a fois b » (nous noterons a f b).

3 f 4 (qui correspond à l'écriture canonique 4 x 3) signifie : 4 + 4 + 4.

Lorsque une situation concrétise cette conception par du matériel, la distinction des rôles des facteurs est indispensable et fait intervenir la notion de grandeur (une mesure et une unité).

- Une conception « algébrique » algorithmise la conception précédente à l'aide d'un ensemble de théorèmes, elle uniformise le concept de nombre et le rôle des facteurs. C'est le point du vue adopté dans l'écriture (une autre forme d'algorithmisation de la pensée, qui par la médiation de signes tient le sens à distance[14]).

Un sujet ou une institution se réfèrent à l'une ou aux deux conceptions, les distinguent ou les confondent, ou encore remplacent l'une par l'autre (pour des raisons qui tiennent au développement génétique, aux fondements épistémologiques, aux pratiques institutionnelles ou à une intention didactique)[15]. Pour chaque conception, des conventions d'écriture et de formulations peuvent être collectivement fixées ou au contraire laissées flottantes. Il est vraisemblable que si un flottement de vocabulaire perdure dans une institution, la compréhension des distinctions se perde progressivement dans les institutions environnantes par les effets de communications. Par contre, toutes les institutions n'ont pas besoin des mêmes distinctions, il est donc préférable de prévoir ces usages et de fixer les termes de manière à ce qu'ils soient adaptés et compatibles.

---

13 Nous ne sous-entendons pas que ces connaissances n'existent pas déjà ! Parmi les ouvrages du calcul que nous avons consultés, nous avons repéré des exemples particulièrement astucieux. Ils ne tiennent très vraisemblablement pas à des décisions aléatoires, mais celles-ci restent implicites pour le lecteur. L'auteur (ou la culture de l'institution de référence) semble même accréditer la conception selon laquelle un choix n'est qu'une actualisation parmi une infinité de possibilité formelles (dénégation des spécificités locales des nombres et des aménagements qui facilitent l'exposé des savoirs mathématiques).

14 « L'écrit introduit entre les individus et leurs pratiques une mise à distance qui permet de mieux les contrôler. Les activités d'écriture constituent également des sphères d'activité nécessitant, du fait de leur complexification, le recours à des systèmes d'autocontrôle », M. Alcorta (1997, p 35). L'auteur se réfère à la théorie vygotskienne, pour repenser les capacités d'écrit (en particulier la pratique du brouillon) à la lumière d'une médiation par des instruments psychologiques.

15 La disymétrisation des opérations est de règle dans l'arithmétique élémentaire où l'un des termes reste une grandeur tandis que l'autre devient un élément (scalaire) opérant sur cette grandeur (dédoublement de loi qui permet de traiter un semi-groupe ou un groupe comme un semi-groupe ou un groupe à opérateur). D. Woillez, dans sa thèse (à paraître) explique les avantages ergonomiques de cette pratiques.

b) Les doubles

Les doubles (a + a), les multiples de 2 (2 x a ou a f 2), les nombres de paires (a x 2 ou 2 f a) sont mathématiquement équivalents, mais différents du point de vue épistémologique.
Les doubles sont rencontrés et enseignés bien avant les produits. Mais reconnaître dans 7 x 2 (2 f 7) [a fortiori pour 2 x 7 (7 f 2)], l'ancienne connaissance 7 + 7 = 14 relève d'un saut cognitif non négligeable. Pour certains élèves et dans certaines conditions[16], les deux répertoires restent étanches : chaque réponse est encore conditionnée par sa forme : 7 + 7 peut appeler une réponse juste et 2 fois 7 rester sans réponse (la connaissance n'est pas décontextualisée).
La mise à disposition, par le langage, d'une expression comme « le double de » est une aide considérable[17] à la permutation des étiquetages qui répertorient le registre des doubles en le situant dans un champ additif ou multiplicatif (« le double c'est 2 fois »). L'expression « le triple de » est moins usité, quadruple et quintuple sont plutôt rares. L'attribution de noms spécifiques ou l'engendrement par adjonction d'un suffixe est donc ici relativement limitée dans la langue française[18], ce qui explique le succès d'une formulation comme « la table de » qui est commode à employer et indicée (et renvoie donc la désignation au système numérique).
Mais l'expression « le double de » ne joue pas uniquement un rôle d'étiquetage du savoir. Il présente la caractéristique de provoquer un renversement de l'ordre d'énonciation, ce qui correspond du point de vue didactique à un retournement du questionnement (comme un exercice à trou). Il met en jeu un méta langage, il mobilise un nouvel univers, encore formel et dont la fonction didactique peut rester implicite pour l'élève (qui n'anticipe pas encore l'usage qu'il pourra en faire dans les étayages).

c) Le choix de l'opérateur

Même si en calcul mental la notion de grandeur n'apparaît pas systématiquement, même si les propriétés mathématiques rendent les décompositions équivalentes (conception algébrique), l'usage tend à distinguer les facteurs. Penser[19] 7 f 13 comme 10 f 7 et 3 f 7 n'a pas la même ergonomie que de le penser comme 4 f 13 et 3 f 13.
En position de multiplicateur, 7 devient un objet, une unité que l'on compte, c'est à dire que l'on reporte pour mesurer. Faire apparaître un opérateur (un multiplicateur, un nombre « abstrait ») établit un rapport entre ce qui est mesuré (un nombre « concret ») et l'unité utilisée.
Si une institution didactique vise que E admette, apprenne, comprenne que a x b = b x a ; elle peut décider qu'une seule formule sera institutionnalisée et transmise. Comment décider, le moment propice, laquelle des deux ? Il peut exister des préférences individuelles, mais il paraît peu raisonnable de tenir compte de ces disparités. Certaines préférences correspondent peut-être à une genèse génétique ou épistémologique (empiriquement identifiable), nous n'avons pas eu connaissance de tels travaux. Les conditions institutionnelles influent probablement en partie sur d'éventuelles préférences (ce qui a été fréquemment rencontré, institutionnalisé, exigé,

---

[16] Pour un élève qui n'établirait pas encore de lien cognitif assuré, sa sensibilité au contrat didactique devient le moyen essentiel d'adapter sa réponse à la situation. Les conditions de l'interrogation deviennent une variable importante pour l'interprétation des événements observés.
[17] L'emploi correct de l'expression est tributaire d'une structuration cognitive, nous ne participerons pas ici au débat qui concerne l'antériorité ou la dépendance mutuelle du langage et de cette structuration.
[18] Pour les fractions, des aménagements linguistiques ont été trouvés : les irrégularités du langage courant (demi, tiers, quart) laissent vite place à un engendrement pratique (suffixe ième).
[19] Le passage à l'écriture élude plus facilement la distinction (si la conception est disponible), tout comme le calcul à la plume gomme les disparités des nombres. En déchargeant le calculateur d'optimiser son répertoire de connaissances pour opérer mentalement, les traces sur le papier peuvent solliciter d'autres répertoires plus formels.

testé, etc.), sans oublier les conditions de la situation dans laquelle la préférence s'exprime. Toutefois l'analyse de chaque formule permet de soupçonner a priori certaines différences ergonomiques (qu'il faudrait vérifier par une confrontation à la contingence).

Par exemple 6 + 6 + 6 + 6 + 6 et 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 ne sont pas équivalents du point de vue du calcul mental, le groupement deux à deux des termes facilite la tâche dans la seconde formule (numération décimale). Il est donc a priori probable que 6 f 5 soit préférée à 5 f 6.
Le facteur 5 serait ainsi choisi comme multiplicande de manière privilégiée.

4 f 9 apparaît beaucoup plus appréhendable (sans calcul) que 9 f 4 : à cause du différent degré d'abstraction des rôles des facteurs, choisir de manière générale comme multiplicateur le nombre le plus petit facilite la représentation semi figurative, dans laquelle le cardinal (multiplicande) est symbolisé par son écriture (algorithmisation familière). Le passage à l'écriture d'une somme joue ce rôle, et il est plus commode d'écrire (ou de citer) une somme de 4 termes que de 9.

Pour d'autres raisons, il est possible que 8 f 7 soit préféré à 7 f 8 :
- les grandes tailles des deux facteurs n'incitent pas à la décomposition additive, mais le langage introduit aussi un ordre d'énonciation ;
- la différence de familiarité des facteurs est marquée (8 est pair, 7 est premier) ;
- le jeu du langage permet un étayage : 8 f 7 est le double de 4 f 7 .

L'évocation mentale privée n'utilise bien sûr pas toujours une verbalisation intérieure, mais la dimension langagière joue un rôle essentiel dans les communications interpersonnelles.

d) Le un et le zéro

0 et 1 ne sont pas des nombres comme les autres pour les jeunes enfants. Une clôture cohérente prolonge les propriétés des opérations sur ces deux nombres, mais le statut cognitif est différent d'avec les autres entiers naturels .
Le multiplicande 1 peut être compris comme une décomposition d'unités : 4 f 1 = 1 + 1 + 1 +1. Mais le multiplicateur 1 reste un peu mystérieux, en raison de son statut épistémologique (une fois, ce n'est pas plusieurs fois).
Le multiplicande 0 est formellement compréhensible (dès lors qu'une conception d'un cardinal nul est mobilisable, l'expression « rien » joue ce rôle d'étiquetage) : 4 f 0 = 0 + 0 + 0 + 0.
Mais le multiplicateur 0 est plus problématique. Il apporte une contradiction supplémentaire puisqu'il s'agit de citer un cardinal absent pour exprimer l'idée qu'il ne sera pas considéré (0 f 4)[20]. Il est de plus peu fréquent puisque l'algorithme de multiplication à la plume escamote cette rencontre[21].
La formalisation et l'acculturation sont des aides culturelles à la maîtrise individuelle de ces questions épistémologiques. Mais il est en revanche illusoire de penser qu'une présentation édulcorée des savoirs suffit au dépassement des obstacles. En particulier, il ne suffit pas d'apprendre la table de 1 et de 0 (organisation achevée) pour uniformiser les connaissances sur l'ensemble des entiers naturels et mobiliser à bon escient les énoncés correspondants. L'uniformisation de l'apprentissage (en tables que l'on récite) est probablement une fausse économie didactique tout particulièrement pour ces deux facteurs ; un contrôle mathématisé paraît préférable (il faudrait mesurer expérimentalement les différences de coûts didactiques).

---

[20] D. Pascal (1980, p 97) a étudié le comportement de conservation informationnelle dans les transformations algébriques.

[21] On calcule avec 0 dans 304 x 8 mais pas 314 x 80. En pratique non plus, personne ne pense jamais à multiplier par zéro.

e) Complexité des nombres et des formules

Nous avons catégorisé les premiers nombres naturels selon un degré de familiarité :

1, 2, 3 sont des nombres très familiers : le cardinal est globalement perçu (par subitizing[22]) et le rythme binaire ou ternaire est facilement discernable, ce qui rend les représentations mentales figuratives ou énumératives directement appréhendables ; ils sont souvent rencontrés dans la culture (avant la scolarisation) et dans des exemples et des manipulations dans le cadre de la classe ;

4 joue un rôle intermédiaire, car il n'est plus toujours saisissable globalement (certaines configurations aident plus ou moins), mais il reste « à portée » et il est souvent rencontré en classe ;

5 est une sorte de pivot perceptif et culturel (configuration des doigts, moitié de 10, base de la structure numérique), il est très souvent rencontré et choisi comme repère cognitif ou comme une base sensible ;

6 joue un rôle intermédiaire (par le rapprochement possible avec le pivot précédent, dont il est le successeur immédiat) ;

7, 8, 9 sont des « grands » nombres, peu accessibles par les sens ou les représentations concrètes, moins souvent rencontrés que les précédents (à cause du temps qu'exigent les manipulations, les représentations de collections intermédiaires de signes), ils marquent l'entrée dans un univers de signes formels et de calculs.

Cette répartition correspond à des ruptures cognitives, mais celles-ci s'estompent au cours de l'apprentissage car le savoir (c'est une de ses fonctions) homogénéise les connaissances des nombres. Ces catégories nous paraissent donc pertinentes seulement en relation avec un déroulement didactique et non in abstracto.

La catégorisation des premiers nombres nous conduirait[23] à répartir les formules dans 6 catégories de difficulté supposée croissante :

---

[22] Fischer (1991).

[23] Cette catégorisation n'est que spéculative. Fischer, Pluvinage (1988) distinguent a priori deux niveaux de difficulté pour les formules selon que les facteurs sont ou non tous deux inférieurs ou égaux à 5. Il s'agit de différencier et comparer des formules à l'aide de la mesure des Temps de Réponse (variable Arctg (t-0,5) où t est le temps de réponse) et d'une analyse factorielle de correspondances. Les variables (items correspondant aux quatre opérations élémentaires, correctes ou non) nous permettent difficilement de convertir ses résultats en terme de facilité d'apprentissage des formules. Les formules vraisemblablement les plus familières comme 5 x 2 et 2 x 3 sont rencontrées sous des items justes, tandis que 6 x 7 ou 9 x 6 sous des items faux (respectivement 32 et 55). Les deux « erreurs » sont semblables chiffre à chiffre, mais éloignées du point de vue de l'ordre de grandeur des nombres ; les conséquences sont selon nous différentes selon que le résultat est recalculé ou estimé à partir d'une formule mémorisée. Pour les sommes, l'analyse ne fait pas non plus toujours apparaître les résultats mémorisés. Les auteurs s'étonnent de trouver les formules 5+4 et 6+5 du côté des égalités simples (bien que portant sur de « grands » nombres), tandis que 1+3 apparaît plus complexe ; ils n'évoquent pas leur proximité avec le double de 5. Ou encore les auteurs supposent que 7+2 devrait être proche de 5+4 en raison de la proximité immédiate de 10, ce qui sous-entendrait que la connaissance des compléments à 10 soit uniforme (5+5 serait connu au même titre que 7+3). La distinction connaissances déclaratives (par coeur) ou procédurales semble s'appliquer aux opérations (multiplication et soustractions), sans distinction à l'intérieur des catégories retenues (à l'exception des doubles qui sont identifiés comme particuliers).
D'autre part, Coquin-Viennot (1979, p 8) s'est intéressée aux difficultés d'apprentissage des produits élémentaires. Elle distingue 3 zones (dont l'une contient les multiples de zéro), établies à partir des erreurs des élèves. 7 x 7 apparaît dans la zone des produits moyens, 8 x 8 dans celle des produits difficiles. Les pourcentages d'erreur pour les produits moyens restent toutefois très différents selon que les élèves sont « forts » ou « faibles » (respectivement 1,3 % et 23 %). Cette répartition gagnerait donc vraisemblablement à être encore affinée.

a et b sont non nuls et différentes de 1 ; pour simplifier nous réduisons avec le théorème de commutativité les registres cités (nous n'écrirons que les formules dans lesquelles b $\geq$ a).

catégorie 1 : Pour des raisons cognitives et culturelles, nous mettons à part le produit 2 x 5 = 10 dont une représentation est très courante, très précocement sollicitée (avant la scolarisation, sans référence à la multiplication) et immédiatement concrétisée (deux mains, 10 doigts).

$C_1 = \{2 \times 5\}$.

catégorie 2 : a et b très familiers (strictement inférieurs à 5), le produit reste proche d'une « quantité sensible » (inférieur à 10) et maniable du point de vue des représentations.

$C_2 = \{2 \times 2, 2 \times 3, 2 \times 4, 3 \times 3\}$.

catégorie 3 : a et b inférieurs à 6 ; si l'un des facteurs se rapproche de 5 (4,5 ou 6), l'autre reste très familier (inférieur à 5).

$C_3 = \{2 \times 6, 3 \times 4, 3 \times 5, 4 \times 4, 4 \times 5, 5 \times 5\}$.

catégorie 4 : a inférieur ou égal à 5 ; b strictement supérieur à 5.

$C_4 = \{2 \times 7, 2 \times 8, 2 \times 9, 3 \times 6, 3 \times 7, 3 \times 8, 3 \times 9, 4 \times 6, 4 \times 7, 4 \times 8, 4 \times 9, 5 \times 6, 5 \times 7, 5 \times 8, 5 \times 9\}$.

catégorie 5 : a = b ; a strictement supérieur à 5 (« grands carrés »).

$C_5 = \{6 \times 6, 7 \times 7, 8 \times 8, 9 \times 9\}$.

catégorie 6 : a $\neq$ b ; a et b strictement supérieurs à 5 (« grands produits »).

$C_6 = \{6 \times 7, 6 \times 8, 6 \times 9, 7 \times 8, 7 \times 9, 8 \times 9\}$.

Ces catégories dessinent a priori des univers de plus ou moins grande familiarité :
Les produits « très faciles » (catégories 1 et 2) forment rapidement un univers familier qui permet :

- soit d'introduire une nouveauté (par exemple un type d'étayage) : l'effort est concentré sur cette nouveauté, elle peut s'actualiser sur un univers neutre du point de vue de la complexité cognitive ;
- soit d'instaurer des phases de repos cognitif, conditions qui permettent de maintenir un effort global.

Les produits « moyens » (catégories 3 et 4) sont un univers d'accessibilité courante.
Les produits « difficiles » (catégories 5 et 6), même lorsqu'ils sont connus, requièrent encore longtemps des efforts importants et doivent être régulièrement réactivés. Ils sont un univers de conquête. L'action didactique peut compenser cette complexité en augmentant de manière très marquée la fréquence de fréquentation et en augmentant le réseau d'étayages.
Si la familiarité d'un sujet avec une formule était seulement liée avec une durée d'apprentissage (induit par l'ordre de présentation des savoirs), il suffirait d'organiser la mémorisation selon l'ordre inverse de ces catégories (si elles étaient confirmées expérimentalement). Mais la mémorisation n'est probablement pas tant détachée du contenu mathématique que les pratiques de partage didactique le laissent croire.

4 La dimension temporelle de l'enseignement

L'intervenant qui avait pourtant senti la nécessité d'étoffer la représentation temporelle de l'apprentissage pour Noëlle et sa famille, s'est trouvé lui-même devant la difficulté de distinguer les différentes phases de son enseignement. Elles se succédant et se chevauchent très rapidement au cours d'une seule séance, bien plus vite dans le cas du calcul mental que pour les autres enseignements (par exemple la situation de la banque s'étalait sur plusieurs séances).
Nous nous intéressons aux modifications de milieux didactiques qui seront présentés aux élèves avant la forme canonique des savoirs dans leur organisation achevée. Nous avons besoin de

distinguer dans le temps par quelles mathématisations et démathématisations locales P accompagne l'intégration des formules dans le répertoire de E.
La « culture des conditions », tout particulièrement en ce qui concerne les répertoires numériques, doit résister aux représentations qui aplatissent la question sèche (milieu complètement démathématisé, E ne dispose que de ses ressources propres) sur la réponse finale (milieu complètement mathématisé, E dispose de la table). Il apparaît donc nécessaire de disposer d'un lexique adapté aux distinctions que nous souhaitons préserver. L'introduction des modélisations ne vise pas à renommer en termes savant des termes courants (pour les réhabiliter), mais à rétablir des équilibres menacés par des conceptions non didactiques et des usages sociaux qui taisent les indices de ces équilibres (les communications de négociations rétrécissent le répertoire commun). Disposer d'un mot pour désigner la prise en compte d'une idée, permet de la représenter, de communiquer ses fonctions, et peut-être d'engendrer une activité à son sujet.

a) Deux répertoires pour E

Pour distinguer deux modalités d'usage des formules par un sujet, nous utilisons un vocabulaire qui réfère au modèle mathématique (système générateur d'énoncés et énoncés) :

un répertoire direct (domaine de familiarité et d'usage fréquent)

un répertoire étendu (domaine du potentiel et de l'usage occasionnel).

Cette distinction (qui ne correspond nullement à des observations expérimentales) réfère à la plus ou moins grande mathématisation de l'activité de E :

une mise en mémoire pour algorithmiser l'emploi,

un raisonnement pour établir et contrôler.

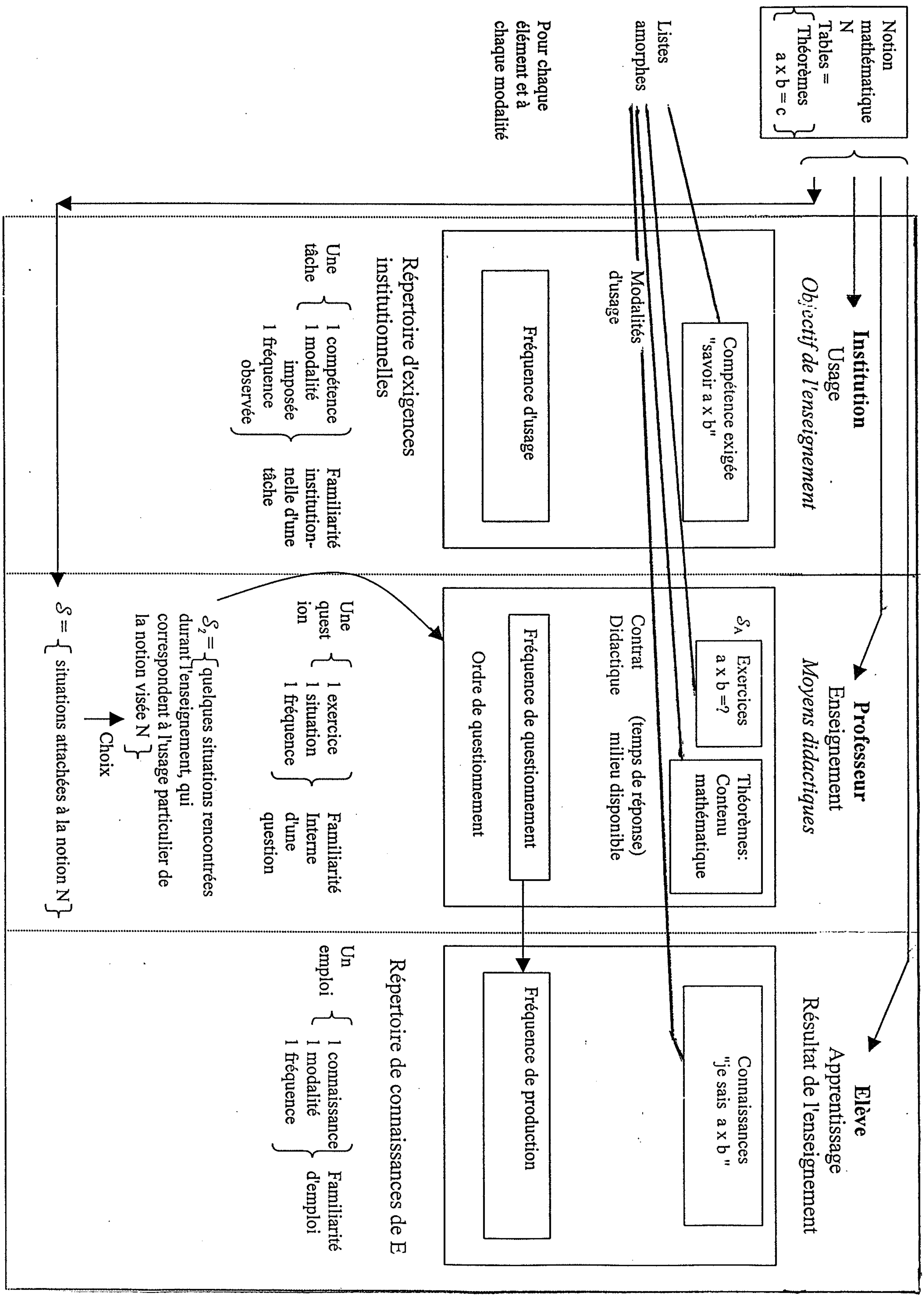
P cherche à maintenir les formules dans les deux répertoires. Ce sont les conditions d'usage qui déterminent l'économie de tel ou tel répertoire.
Le répertoire étendu est une représentation de la durée didactique de l'enseignement (qui prolonge la responsabilité de P dans la transmission des formules) et de l'activité mathématique de E (qui mobilise des connaissances et pas seulement des traces mémorielles).
Le répertoire direct est une représentation de l'avancement didactique du projet : des savoirs glissent de la responsabilité de P à celle de E (qui peut les convertir en connaissances).
Mais nous considérerons leur développement simultanément (et non successivement), afin d'éviter d'instaurer des ruptures brutales de responsabilités didactiques entre P et E (qui se propagent aux institutions principales et d'accompagnement). Séparer de manière abrupte un temps de mémorisation puis d'application (comme attribuer in abstracto des caractères aux situations didactiques en terme de problème puis d'exercices), fait obstacle à la prise en charge didactique des apprentissages et de l'entraînement des connaissances.

b) Trois sortes de répertoires en interaction

Nous avions fixé au chapitre 7 un vocabulaire pour marquer la transformation de répertoires de savoirs ou de situations en fonction des intentions didactiques (l'état transitoire amorphe étant appelé registre). Nous l'utilisons pour uniformiser la désignation de trois catégories de répertoires en interactions, que P doit conjuguer (Fig. 6 ci-contre).

Figure 6

Trois catégories de répertoires en interaction dans la classe



- La première catégorie contient ce que dont P dispose pour prévoir un enseignement (en particulier grâce aux patrimoine des institutions)[24]. Les répertoires de cette catégorie sont éventuellement des moyens didactiques fictifs, mais aussi des organisations par d'autres institutions.

- La deuxième catégorie regroupe les moyens effectifs des interactions didactiques (produits lors de la préparation ou improvisés durant les régulations à chaud).
Les répertoires de cette catégorie correspondent aux choix contextualisés de P, qu'ils soient visibles ou non par E, interprétables ou non par les institutions partenaires du projet didactique, enjeux ou non des négociations.

- La troisième catégorie concerne les connaissances de E (effectif ou générique), que P veut modifier et qu'il évalue.
Au cours d'une leçon, nous pouvons considérer des collections de formules dans les trois catégories, amorphes ou associées à des modalités et des fréquences de rencontre ou à un ordre d'apparition, selon les besoins de l'analyse. Ce classement correspond au traitement des formules par les institutions et par les sujets.

Remarque 1 : L'uniformisation lexicale ne doit pas occulter les spécificités : une formule de la première catégorie est mathématiquement juste, il n'en est pas toujours de même dans la troisième catégorie. P peut répertorier des savoirs ou des questions, mais n'atteint pas directement le répertoire de l'élève. Le terme « connaissance » n'est qu'un concept. Le terme générique de formule ne doit pas nous masquer les différences qui existent entre un énoncé et la manifestation de ce qui est identifié par une institution comme étant la connaissance de cet énoncé.
Remarque 2 : Etant donné une formule, par exemple 6 x 5 = 30. Selon les institutions qui l'utilisent ou les fonctions qu'elle remplit dans la situation, nous serons amenée à désigner cette formule (ou certains de ses éléments) de différentes manières. En voici quelques unes :

	désignation mathématique	**intention didactique (fonction)**	**vocabulaire utilisé dans la classe**
6 x 5	écriture multiplicative	question, exercice	un produit
30	écriture canonique	résultat, réponse	un résultat
6 x 5 = 30 30 = 6 x 5	une (même) égalité	deux énoncés, deux déclarations	un produit et son résultat une décomposition
5 x 5 + 5	écriture non canonique	un étayage	une explication, une preuve

Remarque 3 : Le vocabulaire-élève (le lexique commun dans la classe) s'attache à l'objet, il est détaché des intentions didactiques (et doit dans la mesure du possible en éliminer les traces).
Le vocabulaire du professeur s'attache aux intentions didactiques et aux caractères cognitifs ; lorsqu'il diffère de celui des élèves, le professeur n'a pas à en faire état devant eux (phénomène de perméabilité didactique).

---

[24] Des textes qui fixent les exigences institutionnelles (par exemple un programme qui indique les grandes lignes des contenus à enseigner), mais également des usages, des attendus (par exemple dans les classes de niveau supérieur), des statuts, des fréquences d'emploi, etc. dont P se fait des représentations à partir d'indices plus ou moins objectivés. Des textes qui consignent les savoirs mathématiques, organisés selon les besoins de l'institution qui les produit (les formules seront équivalentes pour un même savoir, mais les formulations, les statuts, l'ordonnancement seront différents selon les époques et selon les institutions). Des textes qui collectent des situations didactiques (exercices scolaires dans un manuel, documents issus des travaux en didactique, etc.), mais aussi des communications lors de stages de formation continue, des échanges entre collègues, ainsi que toutes sortes d'informations issues de sources diverses qui complètent ce corpus (par exemple des organisations spécifiques d'une conception pédagogique ou d'un courant idéologique, etc.).

c) Les répertoires officiels

Une lecture naïve des actions didactiques les confond avec l'exposé de ce qui est officiellement attendu de E. Nous appelons R_F le registre final visé (indépendamment de sa forme de présentation).

Une lecture moins naïve prend en compte un déroulement temporel et des reprises, des recouvrements nécessaires à l'apprentissage. Nous appelons R_O (t) le registre répertorié officiel au temps t[25], il contient les formules que les élèves rencontreront durant la séquence[26] (il sert de référence commune dans l'institution didactique, sa réalisation entre dans la mémoire didactique de l'institution).

Le processus d'enseignement consiste à enchaîner dans le temps une série adéquate de R_O (t).

La fin officielle du processus (t_F) est caractérisée par $\cup$ (R_O (t)) pour $t < t_F \supset R_F$

La fin effective du processus (t_E) est caractérisée par le dernier R_O (t_E)[27].

d) Les évolutions de répertoires

Toute situation didactique exige qu'une marge soit ménagée entre les potentialités présumées de E, les attentes affichées, et ce qui se produit effectivement. Cette latitude entre la fiction (les paris des uns et des autres) et l'officialisé (la base commune des négociations) permet à E de s'adapter « à discrétion » et à P de réguler de manière latente les écarts signifiants.

Nous appelons R_e (t) le répertoire « effectif » (mesuré) d'un élève au temps t[28].

R_e(t) d'élève contient quelques formules de R_F (éventuellement aucune ou toutes).

Les répertoires évoluent irrégulièrement dans le temps : des formules sont apprises ou oubliées.

Une séance d'enseignement au temps t vise à transmettre les formules de R_O (t) à E, de manière à ce que R_e (t + n) les contienne (une certaine durée, variable pour chaque élève).

La fin du processus projetée par P est caractérisée par le fait qu'à partir d'un temps t_P, R_e (t) contient R_F (souvent $t_F < t_P$, P prévoit une marge temporelle pour que l'acquisition des dernières formules rencontrées soit effective).

Des réactivations sont encore souvent rendues nécessaires au delà de ce temps t_P pour que le répertoire effectif de l'élève se maintienne (pour lutter contre l'oubli), mais elles ne nécessitent pas d'être aussi fréquentes que pendant le temps d'enseignement (en particulier pour les formules de niveau a). Elles sont le plus souvent dévolues aux élèves[29].

---

25 Nous considérons le temps didactique comme une grandeur discrète (pour simplifier le modèle, nous prendrons comme unité, le temps d'une séquence d'enseignement, mais dans le cas d'un appui, un maillage plus fin est nécessaire, phase par phase).

26 Ces formules sont ordonnées, placées dans des questions, éventuellement répétées.

27 Eventuellement $t_E < t_F$ par manque de temps, mais alors il y a rupture de contrat didactique : tous les savoirs annoncés et prévus n'ont pas été exposés aux élèves. Pour couvrir tous les savoirs exigibles, les restrictions s'effectuent sur le nombre de R_O (t) et sur les situations qui les animent (il peut être demandé d'apprendre et de s'entraîner durant l'étude personnelle).

28 Pour une classe, il faudrait définir un modèle de détermination d'un R_E (t) répertoire « effectif » de la classe au temps t, fonction des R_e (t) (par exemple l'intersection commune au delà d'un seuil minimal fixé).

29 Les exigences d'apprentissage ne sont répétées, il est admis (fiction institutionnelle) que toutes les formules sont désormais exigibles et connues de « tous ». Les formules ne sont plus des objets de savoirs institutionnels sensibles (Chevallard 1988, pp. 68-71). Le répertoire désensibilisé devient une condition pertinente de la réussite des situations futures, sans plus faire l'objet d'une intervention de la part de P (la condition est à la charge entière de E). Une attribution d'échec peut se référer à un rapport institutionnel officiel et évaluer comme « gravement inadéquat » le rapport d'un élève à ce répertoire. Pour l'institution, les formules deviennent des savoirs « latents », « la question de l'adéquation ne peut plus [...] être posée en termes d'évaluation. Mais le problème de l 'idonéité [...] demeure, et est alors entièrement à la charge du sujet dans le cadre de son rapport à l'institution » ; sans qu'un signal d'alarme puisse permettre des régulations internes ou de la part de l'accompagnateur.

Pour certains élèves, R_e (t_E) ne contient pas toutes les formules du registre R_F ; si l'apprentissage des formules continue, il n'est plus sous la responsabilité de P (soit sous celle de E, durant son étude personnelle, soit sous celle d'un accompagnateur A).
Nous avons tenté de schématiser les évolutions de répertoires (voir Fig. 7 ci-contre).

e) Les intentions didactiques implicites

R_O (t) représente donc les intentions didactiques de P explicitées pour E. Mais il n'est pas le seul moyen didactique dont dispose P pour faire progresser les apprentissages. Les intentions affichées sont souvent plus « ambitieuses » que ce qui est effectivement réalisé, tandis que d'autres intentions didactiques gagnent à rester pour un temps implicites. Certaines formules sont désignées comme l'objectif de la séance, d'autres sont des objectifs à plus long terme (par exemple des résultats de calculs, qui sont des connaissances de niveau f).
Ces intentions ne sont pas directement interprétables par E (ou par d'autres institutions), elles visent à tisser le répertoire qui permettra de manier le registre visé.
De même que nous distinguons les exigences affichées et les intentions implicites, nous avons besoin d'un mot qui distingue le répertoire officiel R_O (t) et les moyens mis en oeuvre par P pour réaliser toutes ses intentions didactiques.

Figure 7

L' avancement des répertoires dans la classe

R_0 répertoire officiel — Partie moyenne du graphique : régulations didactiques au moyen de A(t)

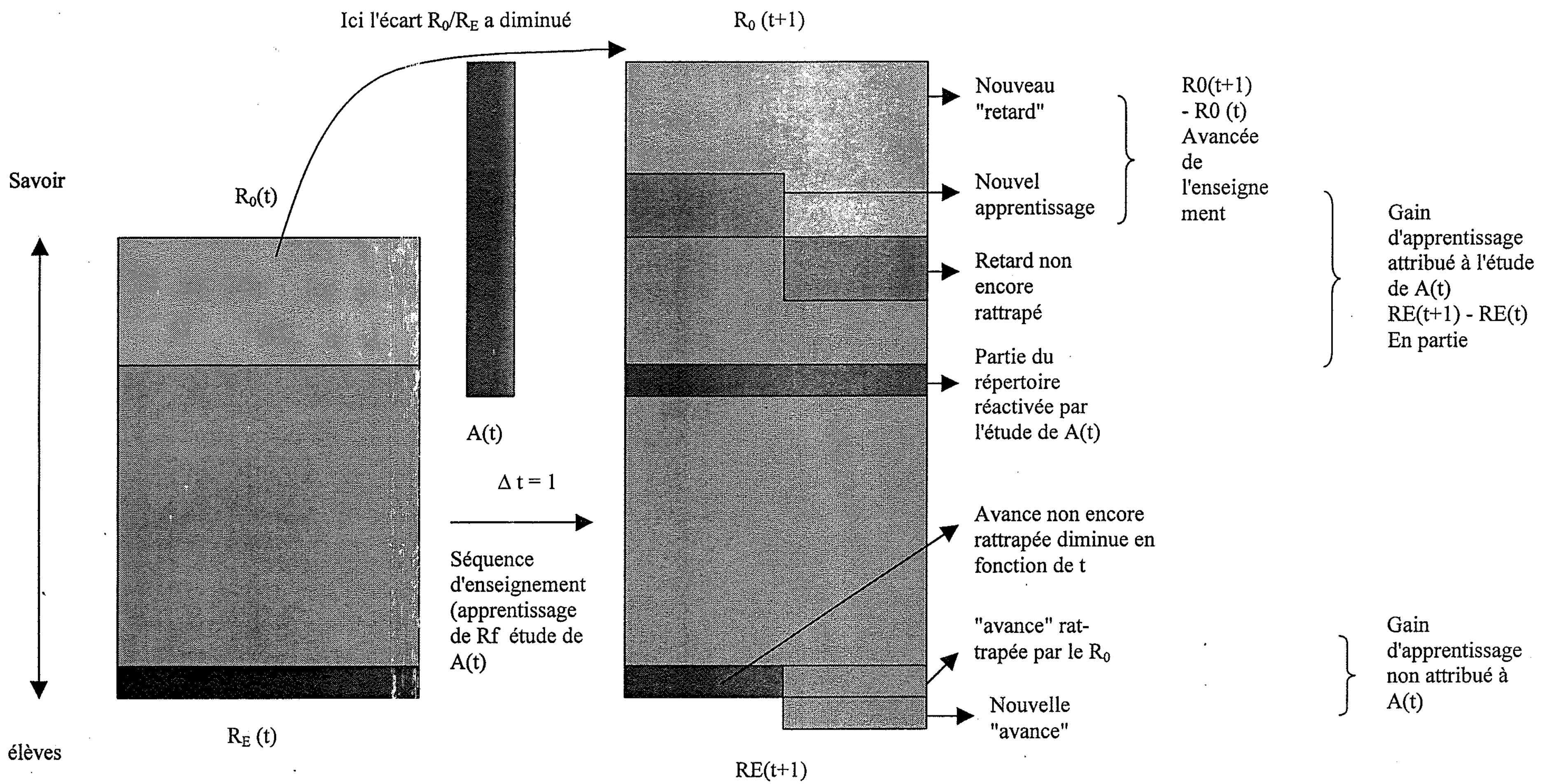
R_E répertoire effectif — Partie basse du graphique peu de possibilités d'intervenir

Partie haute du graphique

Répertoire de la classe validé comme idoine (les bonnes formules au bon niveau

"avance de la classe /aux attentes officielles apprentissages spontanés ou extérieurs

"retard" de la classe / aux attentes officielles, décalage entre l'intention et l'effectif



III Les assortiments didactiques

1 Introduction

a) Finalités de l'étude

Il s'agit à terme de formaliser la conversion des intentions didactiques (enseigner une formule ou un petit registre de formules) en moyens de les réaliser (aménagement des conditions, c'est à dire détermination de milieux et de situations), dans la perspective d'une optimisation de cette conversion, et en particulier celle qui concerne l'organisation de l'étude personnelle des élèves.
En Théorie des Situations, il est habituel de considérer les situations in abstracto[30] de manière isolée. Nous nous intéressons ici aux collections de situations (qui induisent un ordre, des relations entre éléments, plusieurs connaissances mises en oeuvre, des intentions didactiques relatives à ces collections de connaissances). Ces collections peuvent présenter des propriétés diverses (qui se distinguent des propriétés de chaque élément qui la compose).
Pour cela, nous proposons d'introduire dans la terminologie théorique un nouveau terme : « assortiment didactique ». La conceptualisation de l'objet qu'il désigne ne sera pas ici établie. Nous nous limiterons à une présentation de l'intérêt qu'un tel concept, s'il était pertinent dans la Théorie des Situations, pourrait selon nous offrir à l'ingénierie qui s'en inspire.
Cette formulation se veut de portée suffisamment générale pour uniformiser plusieurs spécifications de nature didactique, et en même temps suffisamment technique pour désigner des <u>collections</u> qui renvoient à <u>une même intention didactique</u> (relative à une collection de connaissances), et qui correspondent <u>à une unité de temps didactique</u> (susceptibles d'être présentées au cours d'une même séquence didactique).

b) L'objet de l'étude : l'entraînement des formules

Cette première tentative de formalisation porte sur la transmission de formules (type a x b = c). Nous ne ferons qu'évoquer les processus qui organisent l'ensemble de cette transmission, pour nous attacher essentiellement aux articulations et aux spécificités des différentes phases. Nous cherchons en effet à distinguer l'introduction des nouvelles formules de leur entraînement.
Nous avons développé l'idée qu'un partage didactique qui consiste à enseigner « le nouveau » à l'école et à apprendre et s'entraîner (sans remathématisation) à la maison ne présente qu'en apparence des avantages pour l'organisation sociale. La répétition joue certainement un rôle dans la familiarité avec les savoirs, mais son rendement didactique est très faible si elle n'est pas aménagée. La séparation institutionnelle des apprentissages et de l'enseignement des formules a lentement conduit à une sévère détérioration d'équilibres généraux essentiels (qui se manifestent entre autre par le fait que 3 x 4 = 12 est aujourd'hui conçu comme une phrase à mémoriser, et non plus comme un énoncé mathématique dont les spécialistes sont les garants).

c) Un contexte didactique stable : les exercices

Aussi cette étude s'attache particulièrement à la description, la comparaison et l'amélioration de l'ergonomie didactique de certains milieux et situations :

- utilisés par P pour entraîner les formules, les réactiver dans le long terme ;
- dévolus à l'étude personnelle de E ;
- utilisables dans un appui, pour un élève dont le répertoire serait éloigné des attentes officielles.

[30] Le terme a été précisé au chapitre 4. Il distingue les ébauches théoriques des produits techniques de l'ingénierie qui prennent en compte un grand nombre de caractères des réalisations effectives.

Ces situations à « contexte didactique stable » sont couramment appelées des exercices :

- elles font fonctionner des formules déjà institutionnalisées (aucune nouvelle connaissance n'est indispensable à leur effectuation) ;
- elles soutiennent la fréquentation des élèves avec les formules en vue d'une plus grande aisance et fiabilité (elles ne visent pas essentiellement une généralisation, une étendue du champ d'application des connaissances, mais une familiarité d'usage dans des conditions et avec des instruments connus).

Pour simplifier l'étude, nous considérons des énoncés de type « a x b = ? » correspondant à la formule a x b = c.

d) Expliciter les choix d'exercices en fonction des intentions didactiques

L'observation des suites d'énoncés d'exercices dans les manuels n'apporte pas toujours d'information sur les connaissances visées et encore plus rarement sur les intentions de l'auteur du manuel concernant ces groupements et ordonnancements. Souvent il s'agit de collections singulières (une question par énoncé, un exercice par catégorie) et les professeurs choisissent et ordonnent eux-mêmes les exercices qu'ils puisent dans différents manuels.
Il s'agit ici d'expliciter les propriétés didactiques des collections et de leur ordonnancement interne et de suites de collections.

2 Première définition pour les assortiments didactiques

a) Première définition

Définition 1 : Dans le contexte de cette étude, nous appelons *assortiment didactique* $\mathcal{A}$ une collection de formules, qui sont potentiellement reliées entre elles par des relations de nature logique, mathématique ou didactique, qui sont spécifiquement et effectivement rassemblées dans une perspective didactique précise et pour une unité de temps didactique.

b) Exemples de liens entre formules

propriétés des opérations

additions répétées (distinction des rôles des facteurs)

3 f 2 = 2 + 2 + 2

commutativité de la multiplication (pour privilégier une orientation)

5 f 6 = 6 f 5 = (5 + 5) + (5 + 5) + (5 + 5) = 10 + 10 + 10

décomposition multiplicative et associativité de la multiplication

4 f 60 = 2 f (2 f 60)

décomposition additive et distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

7 f 2 = 5 f 2 + 2 f 2

4 f 7 = 3 f 7 + 7

propriétés de la numération décimale

passage à 10

13 f 9 = 10 f 9 + 3 f 9

passage à 5

7 f 2 = 5 f 2 + 2 f 2

passage à 50 (en relation avec l'usage de 100 ou de 25)

3 f 70 = 3 f 50 + 3 f 20

décomposition unités et dizaines

6 f 24 = 6 f 20 + 6 f 4

propriétés d'un facteur

double ; triple
4 f 8 *c'est le double du double de 8*
6 f 5 *c'est le triple de* 2 f 5 (ici plus facile que *le double de* 3 f 5 à cause du nombre 10)
moitié, quart
50 f 8 *c'est la moitié de* 100 f 8

« trucs » spécifiques

le truc des grands pairs *(fois 5, c'est "la moitié de" fois 10)*
8 f 5 = 4 f 10
le truc des grands impairs (*j'intercale l'opérateur de 5 entre deux nombres pairs que je divise par deux, je multiplie par 10 les deux résultats, j'intercale le résultat de la formule en ajoutant 5*)
7 f 5 *est entre* 30 *et* 40 : 35
le truc des multiples de 9 (*fois neuf c'est celui qui est avant fois dix*)
9 f 3 = 10 f 3 - 3

« trucs » généraux

« fois n divisé par n »
50 f 6, *c'est* (50 f 2) f (6 *divisé par* 2) = 100 f 3
suite des carrés $(n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1$
6 au carré c'est 5 au carré + 2 f 5 + 1 = 25 + 10 + 1

c) Remarques et définition d'une molécule

La constitution des collections de formules s'appuie sur la reconnaissance de liens mathématiques. Mais les théorèmes généraux sont des générateurs trop puissants : ils ne permettent pas de petites agrégations « closes » de formules (un fonctionnement interne). Les théorèmes opportunistes (propriétés des nombres et pas des opérations) sont plus fonctionnels pour déterminer les groupements. C'est le critère de fermeture qui pose le plus de problème didactique. La construction des assortiments didactiques requiert par conséquent des connaissances didactiques, pour trier les liens les plus adaptés au projet didactique et éventuellement établir certaines clôtures (cognitives ou relatives à des chronogénèses et des topogénèses).

* L'étayage par l'addition répétée n'est ergonomique que pour des petits nombres, la distributivité ne l'est que pour des résultats proches (juste avant ou juste après selon l'un des facteurs) ou avec des appuis déjà folklorisés (par exemple décomposition additive faisant apparaître 5).

* Les étayages établissent des dépendances à propos de l'ordre de l'apprentissage ; certaines formules doivent être préalablement connues et familières pour être insérés dans un raisonnement, tout particulièrement dans le sens d'une décomposition en deux facteurs qui exige un renversement (par exemple 4 = 2 x 2).

* Les propriétés ne sont pas toujours démontrées, ni même nommées aux élèves. Elles fonctionnent alors à un niveau implicite, sur la base de représentations.

Remarque : La dénomination des modes d'étayages pose un certain nombre de questions que nous n'avons pas ici prises en charge. Nos dénominations sont un repérage naïf pour le lecteur, elles ne conviendraient pas dans une classe.

Nous avons ici exploré les étayages à partir de leur mode de production, mais il est aussi fructueux de les considérer à partir d'une même formule.
Par exemple, soit la formule F : 6 x 5 = 30.

étayage 1 : F = 2 x (3 x 5) formules primaires mobilisées : 2x3 , 3x5 , 2x1 , 2x5.
étayage 2 : F = 3 x (2 x 5) formules primaires mobilisées : 3x2 , 2x5 , 3x10.
étayage 3 : F = (6 : 2) x (2 x 5) formules primaires mobilisées : 3x2 , 2x5, 3x10.
étayage 4 : F = 5 x 6 formules primaires mobilisées : 5x6
étayage 5 : F = (10 x 5) - (4 x 5) formules primaires mobilisées : 10x5 , 4x5.
étayage 6 : F = (7 x 5) - 5 ...

Définition : Une « molécule » désigne une collection de liens mathématiques qu'une formule entretient avec d'autres.

Une molécule est également un découpage didactique. Elle se distingue de l'assortiment par le fait :

- que ses éléments ne sont pas de même nature, il s'agit d'étayages et non de formules ;
- qu'elle est relative à une formule et non à une unité de temps didactique.

d) Contenu et familiarité d'un assortiment

Selon un vocabulaire précédemment fixé, nous pouvons considérer pour un assortiment $\mathcal{A}$ trois types de collections de formules :

- la liste amorphe des formules qui le composent (un registre que nous appellerons le contenu mathématique $\mathcal{A}_C$ de l'assortiment) ;
- une collection composée des formules et d'une certaine distribution de leurs occurrences (nous parlerons de familiarité interne $\mathcal{A}_F$ de l'assortiment) ;
- une collection structurée qui précise, en plus de leurs fréquences, un ordre d'apparition et détermine par conséquent une progression, des proximités et des écarts entre des questions (c'est cette dernière forme que nous désignons sous le terme d'assortiment $\mathcal{A}$).

e) Fonctions didactiques de l'assortiment au sens 1

Pour P : $\mathcal{A}$ est un micro-milieu didactique, chargé en intentionnalités didactiques ;

$\mathcal{A}_C$ permet de comparer des tailles d'assortiments ou de faire abstraction du répertoire qui le répertorie ;

$\mathcal{A}_F$ permet de distinguer des fréquentations différentes selon les formules (que le répertoire culturel ou axiomatique uniformise) ;

$\mathcal{A}$ (t) permet d'actualiser ou de réguler des situations « générales » (une même conduite, des spécifications selon les connaissances et l'évolution des répertoires).

Ces assortiments didactiques peuvent être conçus par P (préparés a priori ou élaborés « à chaud »), ou encore produits par une ingénierie, collectés par des institutions.

f) Exemple d'assortiment didactique pour P

En reprenant l'exemple précédent concernant la formule F : 6 x 5 = 30.
Un assortiment pour entraîner F serait :
$\mathcal{A}$ = < 3 x 2, 2 x 5, 3 x 10, F, 2 x 3, 3 x 5, 2 x 1, 2 x 5, F, 3 x 2, 2 x 5 , 3 x 10, F >
correspondant aux étayages successifs 2, 1 et 3 (selon un ordre de familiarité présumée avec les formules et les théorèmes :
étayage 2 : F = 3 x (2 x 5) les formules mobilisées sont faciles (catégorie 2), le produit par 10 est simple (numération décimale) ;
étayage 1 : F = 2 x (3 x 5) 3x5 est une formule moyenne (catégorie 3), l'étayage introduit le calcul de 2 x 15 ;
étayage 3 : F = (6 : 2) x (2 x 5) les formules mobilisées sont très faciles (catégorie 2), mais l'étayage fait intervenir la « moitié de », le « double de » et une compensation (2/2 = 1).

A cet assortiment correspondent :

$\mathcal{A}_C = \{ F, 2 \times 3 , 3 \times 2, 3 \times 10 , 2 \times 5 , 3 \times 5, 2 \times 1 \}$

$\mathcal{A}_F = \{ F (3) , 2 \times 3 (1) , 3 \times 2 (2), 3 \times 10 (2) , 2 \times 5 (3) , 3 \times 5 (1)\}$.

3 Seconde définition pour les assortiments didactiques

a) Seconde définition

Lors de la mise en oeuvre didactique, le milieu de P est inséré dans une situation (associé à une conduite). Certaines des intentions de P ne sont alors plus visibles pour E (en particulier les formules visées ne sont plus dans le milieu de E).
Dans le contexte de calcul mental que nous nous sommes fixé, les consignes sont simples et communes à toutes les questions d'un même assortiment, le rythme d'effectuation est relativement rapide afin de privilégier l'aspect pratique.
Si nous considérons une conduite didactique minimale (cas des exercices), nous pouvons considérer une bijection entre formules et énoncés de base (a x b = ?).

Définition 2 : Un assortiment didactique est une suite ordonnée d'exercices, réunis selon une même intention didactique, réalisables dans une unité de temps didactique.

Conventions de formulations :

* Nous appelons « exercice » une occurrence proposée à E à un instant t (si la même question est posée plusieurs fois à E, nous posons par convention qu'il s'agit de plusieurs exercices).

* Nous utiliserons : « énoncé » pour un élément du registre amorphe ($\mathcal{A}_C$) ; « exercice » pour un élément de l'assortiment projeté ($\mathcal{A}_F$) et « question » pour un élément de la réalisation ($\mathcal{A}$).
Un énoncé correspond à une solution (une formule), une question appelle une réponse, un exercice est associé à un ensemble de réponses et d'erreurs possibles.

* Nous aurons recours, si nécessaire, aux distinctions habituelles entre un exercice projeté, effectué ou « vécu » par l'élève. En effet, le terme usuel ne distingue pas ces différentes positions par rapport à la réalisation didactique :

1) le projet d'exercice (l'exercice est choisi pour assurer une fonction dans l'enseignement et dans l'apprentissage projeté ; il est alors caractérisé par sa place et son rang dans la réalisation, il constitue une occurrence d'un énoncé théorique),

2) la réalisation effective de l'exercice,

3) la perception par l'élève de l'exercice réalisé[31].

b) Fonctions didactiques de l'assortiment au sens 2

Selon le sens 2, un assortiment $\mathcal{A}$ est pour E une situation didactique, elle est interprétée à l'aide d'un contrat didactique et mise en oeuvre dans une situation didactique plus vaste.

---

[31] Par exemple :

- pour la leçon de géométrie, le professeur prévoit de faire effectuer tous les exercices, dans l'ordre, de la page 23 de son manuel ; il compte pouvoir s'y référer plus tard, car il les considère comme des applications d'un même problème-type, auquel il donne un statut de connaissance officielle dans la classe (une partie du cours est traitée dans ces exercices) ;
- seuls les trois premiers exercices sont effectivement résolus dans la classe ;
- tel élève ne leur accorde qu'un statut d'exercice passé, une actualisation historique et contextualisée du théorème qui a permis l'établissement du résultat, un épisode non marquant pour l'institutionnalisation de celui-ci (sa « lecture » des exercices dépend de l'environnement sémantique et cognitif, de sa sensibilité au contrat didactique).

L'assortiment didactique (sens 2) se distingue de l'exercice (au sens courant du terme) dans la mesure où il est relatif à une intention didactique (explicitable) de P et à un état d'avancement du processus, alors que l'exercice se réfère à une réalisation par l'élève.

L'assortiment est un modèle, l'exercice est un objet institutionnel à plusieurs dimensions (par exemple l'orthographe de la réponse rédigée sera prise en compte par le correcteur, la lisibilité de l'énoncé sera remarquée par l'utilisateur, etc.), mais l'assortiment n'est pas non plus une « projection » didactique de l'exercice.

Pour ajuster ces unités à son projet, P peut accumuler plusieurs exercices (« vous ferez pour demain les exercices 2, 3 et 10 du chapitre ») ; ou encore modifier un exercice (« dans l'exercice 45, vous sauterez la question 3 »).

Un même exercice peut mobiliser des connaissances annexes au projet de P, ou au contraire, P doit réunir plusieurs exercices pour mobiliser les connaissances qu'il vise, mais E ne percevra pas forcément un lien entre eux (le contrat didactique général laisse entendre plutôt une juxtaposition d'exigences ; E peut prévoir de s'avancer dans son travail et de répartir ses devoirs sur plusieurs jours ou encore de choisir de commencer par l'énoncé qui lui paraît le plus simple ou au contraire le plus ardu).

Il est vraisemblable d'ailleurs que cette composition d'unités entretienne d'une part une certaine pratique chez les enseignants (qui disposent de plusieurs manuels et piochent des exercices par-ci par-là) et d'autre part chez les auteurs d'ouvrages (qui semblent déchargés d'établir des progressions, de respecter des fréquences, des équilibres entre « compréhension » et « comportement ») : P porte la responsabilité de l'ordre et des fréquences, sans disposer d'indications pour le guider (pour l'entraînement, il devra par exemple rassembler les quelques exercices présentés dans chaque manuel, mais effectuer un choix sélectif parmi les activités de découvertes proposées).

Par contre l'assortiment coïncide avec l'exercice conçu par P pour une intention donnée, à un moment donné (en fonction des formules déjà institutionnalisées et de celles qui sont immédiatement visées).

Les deux sens d'assortiments sont complémentaires, mais il n'y a pas de correspondance directe dans une situation didactique entre l'assortiment de P et celui de E : l'assortiment au sens 1 montre toute l'intention didactique (il est un instrument professionnel), alors que l'assortiment au sens 2 cache intentionnellement les connaissances visées (il est un objet pour l'apprentissage).

Par exemple si $\mathcal{A}_C$ de P est { F, 2 x 3 , 3 x 2, 3 x 10 , 2 x 5 , 3 x 5, 2 x 1 }; $\mathcal{A}_C$ de E est { 2 x 3 , 3 x 2, 3 x 10 , 2 x 5 , 3 x 5, 2 x 1 } pour une première rencontre avec F (P construit les étayages avec les formules primaires que E fournit), ou { F } s'il est demandé à E de trouver des étayages pour F avec les formules qu'il connaît déjà.

c) Exemple d'assortiment didactique pour E

$\mathcal{A}$ = < 5 x 5 ; 7 x 2 ; 7 x 5 ; 9 x 2 ; 8 x 5 ; 4 x 5 ; 8 x 5 > est un assortiment de 7 exercices qui correspond à la consigne : « Calculer ces produits à l'aide de formules connues » (Chaque nouvelle formule établie devient susceptible de servir pour les produits suivants).

Le contenu mathématique de l'assortiment correspondant pour P contient 11 formules :

{ **2 x 2** ; **2 x 5** ; **3 x 5** ; 5 x 5 ; 7 x 2 ; 7 x 5 ; 9 x 2 ; 8 x 5 ; 4 x 5 ; 5 x 4 ; 5 x 2 }.

Nous reviendrons sur cet exemple.

4 Etude de deux assortiments extraits de manuels

Nous allons dans un premier temps analyser deux assortiments existants, afin d'identifier les éléments qui les structurent. Nous avons choisi deux énoncés d'exercice dans un processus classique de l'enseignement du calcul.

a) Premier exemple

Le premier exemple est extrait d'un manuel du début du siècle que nous avons déjà cité : La Nouvelle Arithmétique de C. Legrand.[32] :

« *Pour multiplier un nombre de deux chiffres par un nombre d'un seul chiffre, on multiplie les dizaines, puis les unités et l'on ajoute les deux produits*.

Exemple : *64* x *7* = *60* x *7* + *4* x *7* = *420* + *28* = *448.*

Multipliez de même :

1°	*12* x *4*	*5°*	*64* x *6*	*9°*	*96* x *6*
2°	*15* x *5*	*6°*	*56* x *9*	*10°*	*98* x *7*
3°	*18* x *8*	*7°*	*72* x *5*	*11°*	*55* x *8*
4°	*24* x *7*	*8°*	*85* x *4*	*12°*	*87* x *5* ».

Cet énoncé correspond à une phase du processus dans laquelle l'intégralité du registre de formules est déjà institutionnalisé. Il participe à l'entretien mnésique de ces savoirs (l'institution didactique en partage la responsabilité avec l'élève). Il ne peut être un énoncé pour l'étude, car il figure dans la rubrique « calcul mental » [33].

Les mêmes opérations pourraient être proposées par écrit (il est encore aujourd'hui courant de calculer cette catégorie de produits « en ligne », sans poser l'opération). Mais le fait que tous les calculs intermédiaires soient uniquement portés en mémoire (et non pas soulagés par un moyeu écrit), modifie la nature de la tâche. L'ordre attendu des actions (dizaines puis unités) est précisé[34], il inverse celui de l'algorithme écrit (pour suivre l'énonciation décimale orale et un ordre décroissant de l'ordre de grandeur pour soutenir une approximation progressive [35]).

L'énoncé s'organise autour d'une méthode générale, qui peut être par la suite souvent employée. Sur la base d'une consigne unique, 12 exercices actualisent certaines formules, en les insérant dans une chaîne complexe. La réussite nécessite donc que les connaissances soient suffisamment sûres.

Une succincte étude de la complexité d'une procédure-type (annexe 9-1) met à jour quelques variables de complexité et valeurs critiques (caractéristiques des sauts cognitifs),

---

[32] Exercice n° 269 page 49, de la Nouvelle Arithmétique (C. Legrand).

[33] Le contrat didactique du calcul mental diffère de celui du calcul par écrit, ainsi que la conduite des situations (doser le temps laissé pour répondre, fournir immédiatement la correction, expliciter ce qui était attendu). La mise en scène d'une séance de calcul mental (à la charge de P) préfigure un rythme et des décisions pour un calcul privé (sous la seule responsabilité du calculateur). La pratique régulière du calcul mental en classe participe à la dévolution du calcul mental privé, dans la mesure où elle développe et entretient le registre nécessaire, mais représente aussi l'aisance (un gain ergonomique) et l'utilité (au moins qu'institutionnelle) du calcul de tête, au sein d'une résolution complexe.

[34] Les procédures mentales effectives sont probablement différentes pour chacun d'entre nous et dépendent aussi des valeurs numériques ou des circonstances. L'exemple représente donc plutôt une fiction collective vers laquelle chacun peut se rallier. Il résume une procédure-type : 64 x 7 = **60 x 7** + **4 x 7** = 420 + 28 = 448 ; les deux formules sont parallèlement traitées, alors que dans le déroulement temporel effectif, elles sont successivement rappelée à la mémoire et leur traitement s'intercale avec d'autres actions. Par exemple : 64 x 7 : 60 ; 6 ; **6 f 7 : 42** ; 420 ; **4 f 7 : 28** ; 448.

[35] L'ordre de grandeur est établi en premier, puis il est complété par des termes correctifs.

indépendamment des questions posées. Par exemple si l'on désigne ainsi les chiffres d'une formule et des calculs intermédiaires : $\alpha\,\beta \times \chi$; $\alpha \times \chi \rightarrow \delta\varepsilon$ dizaines ; $\beta \times \chi \rightarrow \phi\gamma$ unités.

- la valeur $\alpha = 1$ réduit la tâche de rappel des formules et soulage la mémoire temporelle ;
- $\delta = 0$ ou $\phi = 0$ soulage la mémoire temporelle et réduit les recompositions à des juxtapositions ;
- par contre si aucun chiffre n'est nul ou si les données (α, β, χ) sont strictement supérieures à 5, la complexité est augmentée ;
- certaines répétitions peuvent être facilitatrices (par exemple $\varepsilon = \phi$, leur somme est un double, mais chaque chiffre figure dans des nombres distincts) ou troublantes (par exemple $\delta = \varepsilon$, qui ne distinguent plus les rangs : ce qui doit être traité ou conservé en mémoire temporaire).

Pour cet énoncé, il est envisageable de considérer :

- un assortiment pour E de 12 exercices :

$\mathcal{A}_1$ = < 12 x 4 ; 15 x 5 ; 18 x 8 ; 24 x 7 ; 64 x 6 ; 56 x 9 ; 72 x 5 ; 85 x 4 ; 96 x 6 ; 98 x 7 ; 55 x 8 ; 87 x 5 >

- un assortiment pour P de formules (le registre $\mathcal{A}_{C\,2}$ contient 19 formules distinctes, l'assortiment $\mathcal{A}_2$ en contient 24) :

$\mathcal{A}_2$ = <1 x 4 ; 2 x 4 ; 1 x 5 ; 5 x 5 ; 1 x 8 ; 8 x 8 ; 2 x 7 ; 4 x 7 ; 6 x 6 ; 4 x 6 ; 5 x 9 ; 6 x 9 ; 7 x 5 ; 2 x 5 ; 8 x 4 ; 5 x 4 ; 9 x 6 ; 6 x 6 ; 9 x 7 ; 8 x 7 ; 5 x 8 ; 5 x 8 , 8 x 5 ; 7 x 5 >.

$\mathcal{A}_{F\,2}$ contient des répétitions : 5 x 8 (3 fois) ; 6 x 6 (2 fois) ; 7 x 5 (2 fois) ; 6 x 9 (2 fois), donc certaines avec une inversion (par commutativité) : 5 x 8 (2 fois) et 8 x 5 ; 6 x 9 et 9 x 6.

A partir du classement présenté plus haut, nous pouvons catégoriser les 19 formules de $\mathcal{A}_{C\,2}$ et obtenons les proportions suivantes :

catégorie 1 et 2 : 1 x 4 ; 2 x 4 ; 1 x 5 ; 1 x 8 ; 2 x 5	5/19
catégorie 3 : 5 x 5 ; 5 x 4	2/19
catégorie 4 : 2 x 7 ; 4 x 7 ; 4 x 6 ; 5 x 9 ; 7 x 5 ; 8 x 4 ; 5 x 8	7/19
catégorie 5 : 8 x 8 ; 6 x 6	2/19
catégorie 6 : 9 x 6 ; 9 x 7 ; 8 x 7	3/19

Soit en se limitant à 3 catégories : 5/19 faciles (1-2) ; 9/19 moyens (3-4) ; 5/19 difficiles (5-6).

L'ordre d'entrée des formules mobilisées par $\mathcal{A}_2$ correspond à une certaine progression dans la complexité. Une même gestion semble régir à la fois le contenu de $\mathcal{A}_2$ et le déroulement global de la réalisation de $\mathcal{A}_1$. En effet, nous relevons un principe organisateur commun :

- démarrage facilité ;
- progression dans laquelle un seul élément nouveau est introduit à chaque pas ;
- pic de difficulté au moment où le calculateur est bien échauffé ;
- détente des exigences et maintient du rythme de croisière visé.

Nous avons remarqué que les articulations de cette organisation coïncidaient dans $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$. Examinons maintenant chaque formule du point de vue de l'ordre de ses facteurs (rôles de a et b). Même si dans le manuel la présentation des énoncés-produits s'effectue par l'intermédiaire d'une écriture qui présente des règles d'énonciation (a x b se lit « a multiplié par b », a est l'opéré et b l'opérateur), nous avons estimé comme fortement probable que dans le contexte du calcul mental la consigne orale était donnée sous la forme : « a fois b » (qui inverse le rôle de a et b). Aussi nous analyserons chaque formule a x b comme a f b.

ex	formules	ordre des facteurs	calcul
1°	1 x 4 et 2 x 4	**1 f 4** et 2 f 4	40 et 48 (ni retenue, ni difficulté d'énonciation, simple juxtaposition verbale)
2°	1 x 5 et 5 x 5	**1 f 5** et 5 f 5	50 et 75 (difficulté pour ajouter les dizaines : 5 + 2)
3°	1 x 8 et 8 x 8	**1 f 8** et 8 f 8	80 et 144 (difficulté de la numération orale et grands nombres : 8 + 6)
4°	2 x 7 et 4 x 7	**2 f 7** et **4 f 7**	140 et 168 (centaine, ajout de dizaines simple : 4 + 2)
5°	6 x 6 et 4 x 6	6 f 6 et **4 f 6**	360 et 384
6°	5 x 9 et 6 x 9	**5 f 9** et **6 f 9**	450 et 504 (proximité par inversion 45 et 54, ajout des dizaines simple 5 + 5 mais retenue et passage aux centaines)
7°	7 x 5 et 2 x 5	**7 f 5** et **2 f 5**	350 et 360 (ajout de 10)
8°	8 x 4 et 5 x 4	**8 f 4** et **5 f 4**	320 et 340 (inversion 8 x 4 et 5 x 4, le reste est facile : 2 + 2)
9°	9 x 6 et 6 x 6	**9 f 6** et 6 f 6	540 et 576 (difficulté de la numération orale)
10°	9 x 7 et 8 x 7	**9 f 7** et **8 f 7**	630 et 686 (la somme est plus difficile : 3 + 5)
11°	5 x 8 et 5 x 8	**5 f 8** et 5 f 8	400 et 440 (pause, pas d'unité, pas d'ajout de dizaine, simple juxtaposition)
12°	8 x 5 et 7 x 5	**8 f 5** et **7 f 8**	400 et 435 (dernier produit repris et juxtaposition).

En considérant l'ordre des facteurs, nous retrouvons 4 phases dans le déroulement :
phase 1 (mise en place d'un nouvel algorithme en prenant appui sur l'univers folklorisé, questions 1 à 3)

- des carrés (une seule information numérique pour soulager la mémoire de travail) couplés avec un produit simple ;
- tous les 1 sont en position d'opérateur (c'est le sens qui est sollicité, pas le formalisme).

phase 2 (récupération de cet apprentissage pour activer l'univers de conquête)

- des carrés (une seule information numérique pour soulager la mémoire de travail) couplés avec un produit simple ;
- produits moyens combinés entre eux : 2 x 7 et 4 x 7 ; 6 x 6 et 4 x 6 ; 5 x 9 et 6 x 9 (questions 4°, 5° et 6°), le facteur 7 est accompagné d'un opérateur pair (double, puis double du double), de même pour le facteur 6, le facteur 9 est accompagné des opérateurs 5 puis 6, les deux formules se suivent dans la table de 9 ;
- une petite pause dans les exigences pour reprendre son souffle : 7 x 5 ; 2 x 5 (question 7°) désordre dans la table, mais 5 est en position d'opéré, ajout de 10 (facilités combinées) ;
- de nouveau, des produits moyens pour soutenir le rythme : 8 x 4 ; 5 x 4, inversion par rapport à l'ordre probablement préféré (4 fois) (question 8°) ;
- un carré avec un produit plus difficile : 9 x 6 et 6 x 6 , inversion par rapport à l'ordre probablement préféré (question 9°).

phase 3 (un pic de difficulté, question 10°)

9 x 7 et 8 x 7 , laisse une possibilité d'étayage par le triple et le double (difficultés combinées).

phase 4 (confirmation de la nouvelle acquisition en faisant décroître la difficulté)

Remarques : Il est envisageable de formaliser des catégories de difficultés pour l'algorithme et pour les éléments de calcul (sommes et produits). Une modélisation de la gestion de la complexité au sein d'un assortiment (en fonction de l'avancement d'un enseignement) peut objectiver les analyses, suggérer des améliorations du choix et l'ordre et du rythme des exercices, valider expérimentalement des conjectures d'ergonomie (gestion didactique des erreurs les plus probables, gestion des réussites).
Une explicitation des variables de complexité permettrait une régulation didactique par modification « à chaud » des questions de l'assortiment (suppression, ajout, intercalation ou permutation) pour aménager une pause lorsqu'une récupération des forces s'impose ou un pic lorsque l'attention s'émousse ou encore pour ménager des paliers supplémentaires lorsque le saut est mal adapté au répertoire d'un élève. Ainsi au lieu de réduire les exigences en direction d'un élève jugé trop faible, une alternative didactique consisterait à adapter l'assortiment à son répertoire (mathématiser le milieu de E).

Pour notre part, nous nous bornerons à cette rapide analyse :
Le profil de complexité ne garantit pas qu'il sera vécu comme tel par les élèves. Mais il fournit, dans la classe, une représentation collective de l'entraînement et de sa dignité. En effet, l'insertion d'un pic de difficulté dans un environnement moins exigeant, met en scène l'effort comme un événement ordinaire, mais identifié comme difficile et nécessitant des conditions particulières.

- L'élève qui réussit toutes les questions, sauf cette performance particulière, est un calculateur honorable.
- Celui qui avec effort ne réussit que quelques questions (a priori prédictibles par P) a eu l'occasion de participer comme les autres et de tenir sa place dans le tournoi collectif.
- Celui qui aurait eu besoin d'un peu plus de temps pour satisfaire aux exigences a eu l'occasion de se confronter aux difficultés, d'expérimenter, tout simplement de fonctionner ; la phase finale est pour lui une nouvelle chance qui lui est offerte de se rallier au peloton (ce qu'une organisation ascendante de difficulté ne permet pas, puisqu'elle exclut au fur et à mesure ce que retiennent les tamis successifs).

b) Deuxième exemple

Le second énoncé que nous analyserons (de manière plus rapide) est extrait du manuel de R. Joly de 1956 pour le cours moyen[36] :
« *Peut être avez-vous remarqué que 37* x *3 = 111. Par conséquent, imaginez et vérifiez quel sera le produit de : 37* x *6 ; 37* x *9, 37* x *12, 37* x *15, 37* x *18, 37* x *21, 37* x *24, 37* x *27* ».

Ce second énoncé est également organisé autour d'une nouvelle procédure. Mais ici la procédure est surtout un prétexte didactique : elle identifie une particularité numérique et l'exploite localement, fournissant une occasion de calculer sur un petit domaine et de faire vivre le calcul opportuniste. La méthode sera probablement abandonnée par la suite (à moins que l'amateur d'adresse calculatoire ne se souvienne de cette rencontre pittoresque).

L'assortiment fait fonctionner 8 formules : les multiples non triviaux de 3, mais sous la forme renversée : 6 = 3 x 2 ; 9 = 3 x 3 ; ...; 27 = 3 x 9.
La difficulté de cet énoncé est bien moindre de celle du précédent. Les formules sont certes insérées dans un calcul, mais qui ne nécessite ni d'autres rappels, ni plusieurs rappels successifs, ni de calculs intermédiaires (produit par 111). Par contre, il nécessite de décomposer le second facteur du produit, pour faire apparaître le diviseur 3. Il fait donc

[36] Joly R. (1956), n° 403 p 61.

intervenir des rapports (combien de fois 3 est-il contenu dans 15). L'assortiment plonge les formules dans un environnement numérique plus étendu que celui des tables, il force leur reconnaissance sous une forme inhabituelle.
Il peut être proposé aux élèves relativement tôt dans l'apprentissage (peu de complexité, formules proches du point de vue de la culture : même table).
L'assortiment contient 6 exercices. La taille apparaît suffisante pour la découverte et l'application d'une méthode locale et simple. Lorsque le raisonnement original est trouvé sur de petits produits, la suite de l'effectuation est algorithmisée et réactive à peu de frais cognitif les produits moins familiers. Cet assortiment utilise des formule directes comme des formules primaires dans le répertoire étendu

Toutefois, nous remarquons que l'ordre des exercices (qui suit l'ordre du second facteur) n'est pas favorable à une action mathématisée de l'élève. La régularité du questionnement modifie les règles du jeu de la situation : lorsque l'élève a compris ce qui était attendu et anticipe la question suivante, il n'a plus besoin de solliciter les formules pour répondre, il lui suffit d'ajouter 111 au résultat précédent (le milieu est trop mathématisé).
Pour qu'un moment de calcul complice soit ménagé (qui favorise un investissement collectif et cognitif d'un champ numérique), la gestion de la complexité ne peut simplement suivre l'organisation axiomatique des savoirs, elle doit tenir compte d'autres facteurs propres aux organisations psychosociales et cognitives.

5 Généralités sur les assortiments

a) Objets associés à un assortiment $\mathcal{A}$

* liste des formules présentes dans $\mathcal{A}$ ($\mathcal{A}_C$ contenu mathématique) ;
* fonction de $\mathcal{A}$ (relative à l'intention didactique), sa place dans un processus ;
* formules et théorèmes (ou les éléments activés des molécules) agissant dans $\mathcal{A}$;
* connaissances d'étiquetage qui agissent dans $\mathcal{A}$ (qui engendrent plusieurs étayages : une formule devient alors un moyen de calcul[37]) ;
* diversité de $\mathcal{A}$: nombre de molécules utilisées ;
* champ de $\mathcal{A}$: c'est à dire la liste des assortiments « futurs » dans lesquels des éléments de $\mathcal{A}$ interviennent ;
* nombre d'exercices effectifs relatifs à un même énoncé (et fréquence d'un énoncé) dans $\mathcal{A}$;
* « redondance » de $\mathcal{A}$: nombre d'exercices effectifs / nombre d'énoncés.

b) Les caractères des assortiments

Les assortiments doivent respecter les potentialités d'apprentissage des élèves (contraintes d'ordre ontogénique) et la transmissibilité didactique (contraintes d'ordre didactique).
La composition des assortiments doit être idoine au projet didactique et adéquate à l'usage futur.
Remarque : Ces catégories interagissent entre elles : les différents statuts scolaires des connaissances correspondent à une genèse collective présumée qui doit à la fois contenir les genèses effectives individuelles (ou permettre un ralliement optimisé) et à la fois provoquer des

[37] Par exemple 4 f 3 = 2 f (2 f 3) renvoie à l'étiquetage « *4 fois c'est le double du double* » et permet d'engendrer des étayages « nouveaux » pour 4 f n. Ou encore 4 f 3 = 3 f 4 renvoie à une propriété des formules qui permet d'engendrer b f a dès lors que a f b est connue.

sauts épistémologiques (le patrimoine culturel mathématique constitue un raccourci du développement individuel de nombreuses générations).

c) Une liste de limitations

Un assortiment est limité par :

- le nombre total d'exercices ;
- le nombre de répétitions d'une même formule (directe ou étayée) ;
- le nombre d'étayages nécessaires (variété) ;
- la proportion nouveau / ancien (relatif à l'avancement de l'enseignement) ;
- la proportion facile / difficile (relatif à la complexité des procédures) ;
- la proportion appui interne / apport externe (relatif à une intention didactique).

Remarque 1 : Pour augmenter dans un processus la fréquence de rencontre d'une formule donnée, il est possible de jouer sur la répétition au sein d'un même assortiment, ou de faire se recouvrir plusieurs assortiments (étalement).

Remarque 2 : Dans un assortiment, les formules ne sont pas seulement directement liées entre elles par des liens de nature mathématique, mais aussi par des liens d'apprentissage, par une proximité relative à un méthode (elles utilisent le même étayage ou sont engendrées par le même procédé). Ces coprésences didactiquement signifiantes sont aussi des appuis pour la mémorisation et l'identification des intentions (contrat didactique).

d) La taille de l'assortiment

Lorsque l'assortiment est bâti avec un même procédé, nous pouvons estimer à 4 le nombre minimum de questions analogues qui sont nécessaires à la dévolution de ce procédé :

- première question : rencontre avec le procédé ;
- deuxième question : reconnaissance d'une méthode ;
- troisième question : essais de réemploi ;
- quatrième question : confirmation ou rectification après rétroaction.

Mais nous pouvons estimer également que 4 questions seront insuffisantes pour apprendre (en vue de mémoriser) une formule ou un étayage.

Nous considérerons a priori qu'une taille raisonnable serait d'une dizaine d'exercices (un registre comprenant par exemple : 5 formules visés dont deux répétés ; 3 formules réactivés dans les mêmes molécules ; 2 formules étrangères aux molécules pour créer un « bruit »).

e) Le rapport nouveauté / ancienneté

Dans le temps d'apprentissage, les rapports entre nombre de formules connues, nombre de formules nouvelles à apprendre et nombre de formules rencontrées ont leur importance.

Ces proportions doivent respecter les contraintes suivantes :

- pas trop de nouveauté à la fois,
- suffisamment de répétition des nouveautés,
- plongement dans un déjà connu.

En effet, si E rencontre les nouvelles connaissances trop rarement par rapport à celles qu'il connaît déjà, il n'apprendra pas. Si E les rencontre trop fréquemment (et donc si les occasions de les rattacher à ce qu'il connaît déjà se raréfient), E apprend mais ne saura pas les intégrer aux anciennes connaissances. Les apprentissages seront morcelés, indépendants et difficilement réinvestis. Les nouvelles formules doivent donc être plongées dans un environnement à la fois sémantique et fonctionnel, dont la taille est adaptée.

6 Construction d'assortiment hors processus

a) Premier exemple

Considérons le double projet de :

- rencontrer 5 formules nouvelles : 4 x 5 ; 5 x 5 ; 8 x 5 ; 7 x 2 ; 7 x 5 ;
- réactiver 3 formules connues : 2 x 2 ; 2 x 5 ; 3 x 5 pour les insérer dans un raisonnement.

Pour E, l'assortiment d'exercices (ordonnés) est < 5 x 5 ; 7 x 2 ; 7 x 5 ; 9 x 2 ; 8 x 5 ; 4 x 5 ; 8 x 5 > qui correspond à la consigne : « Calculer ces produits à l'aide de formules connues » (Chaque nouvelle formule établie devient susceptible de servir pour les produits suivants).
Pour P, l'assortiment (registre)de formules activées est : { **2 x 2** ; **2 x 5** ; **3 x 5** ; 8 x 5 ; 4 x 5 ; 5 x 5 ; 7 x 2 ; 7 x 5 ; 5 x 4 ; 5 x 2 ; 9 x 2 }.

Réalisation :
5 x 5 = **2 x 5** + **3 x 5** = 10 + 15
La démonstration est reconnue comme pratique (elle deviendra plus tard un étayage utilisable comme contrôle de la formule 5 x 5).
La méthode est immédiatement réinvestie pour le résultat suivant.
7 x 2 = **2 x 2** + 5 x 2 = 4 + 10
La démonstration est reconnue comme pratique (elle deviendra plus tard un étayage utilisable comme contrôle de la formule 7 x 2) ; la commutativité est sollicitée pour une formule connue.
7 x 5 = **2 x 5** + 5 x 5 = 10 + 25
La démonstration est reconnue comme pratique (elle deviendra plus tard un étayage utilisable comme contrôle de la formule 7 x 5) ; la nouvelle formule 5 x 5 est réactivée cette fois comme formule primaire, elle est reconnue, identifiée (niveau e, avec un étayage attaché à sa production).
9 x 2 = 7 x 2 + **2 x 2** = 14 + 4 = 18
La formule reste au niveau f, elle ne sera réactivée que plus tard dans un autre assortiment.
8 x 5 = 5 x 5 + **3 x 5** = 25 + 15
La démonstration est peu pratique (à cause de la retenue), mais elle fait fonctionner une troisième fois la nouvelle formule 5 x 5 et l'insère dans un calcul plus complexe. Ce mode d'établissement ne sera pas officialisé comme étayage de 8 x 5 (mais peu rester dans la mémoire de l'élève à titre privé).
4 x 5 = **2 x 5** + **2 x 5** = 10 + 10
L'étayage est conservé, la formule est immédiatement réactivée.
8 x 5 = le double de 4 x 5 = le double de 20
mais aussi 8 x 5 = 7 x 5 + 5 = 35 + 5
Les deux étayages peuvent être comparés du point de vue ergonomique (éventuellement avec 25 + 15), l'un d'eux peut être institutionnalisé pour produire la formule 8 x 5 lorsqu'elle sera à nouveau rencontrée (le niveau d est officiellement visé).

L'assortiment mobilise a priori :
2 x 2 2 fois
2 x 5 5 fois (sous deux formes)
3 x 5 2 fois
8 x 5 2 fois
4 x 5 2 fois (sous deux formes)
5 x 5 3 fois
7 x 2 2 fois
7 x 5 2 fois

Remarque : Le déroulement effectif de la résolution peut modifier cette prévision. P décidera d'autant plus librement de refermer la situation en recentrant ses interventions sur les conclusions prévues ou d'y inclure certains nouveaux éléments s'il dispose au préalable de cette analyse.

b) Deuxième exemple

Il s'agit d'entraîner une formule apprise directement : 7 f 8.
Voici plusieurs étayages possibles (quelques éléments de la molécule) :
7 f 8 = 8 f 7 = 2 f (4 f 7) = 2 f 28 (retenue, mais utilise la formulation des doubles)
7 f 8 = 8 f 7 = 4 f (2 f 7) = 4 f 14 = 4 f 4 + 4 f 10 = 16 + 40 (long)
7 f 8 = 6 f 8 + 8 = 48 + 8 (somme complexe)
7 f 8 = 8 f 7 = 7 f 7 + 7 = 49 + 7 (somme complexe, mais procédure utile : ajouter 9)
7 f 8 = 4 f 8 + 3 f 8 = 32 + 24 (pas de retenue, mais insertion d'une formule additive peu familière : 7 = 4 + 3)
7 f 8 = 2 f 8 + 5 f 8 = 16 + 40 (pas de retenue, insertion d'une formule additive familière : passage à 5, formules faciles, aide de la numération)

liens non logiques :
6 x 9 = 54 est proche 56 = 7 x 8 par le résultat (ni par les tables, ni par les étayages)

Parmi ces différents étayages, nous en avons retenu deux :
7 f 8 = 2 f (4 f 7) = 2 f 28 et 7 x 8 = 7 x 7 + 7 = 49 + 7 = 50 + 6.
en raison de l'intérêt du processus d'engendrement (et de la relative simplicité de mise en oeuvre).

Le premier étayage mobilise le répertoire additif des doubles (univers de familiarité), mais pour être en mesure de dépasser le problème occasionné par la retenue, le théorème doit être préalablement bien rodé (pour éviter les cumuls de difficulté).

assortiment 1 (7 exercices)

24 et 24 ?	48	pas de retenue, doubles familiers	
21 et 21 ?	42	même domaine	identification d'une régularité (théorème)
28 et 28 ?	56	saut : retenue	
8 et 8	16	sollicitation formelle comme appui	
28 et 28 ?	56	insertion dans le calcul visé	identification d'un étayage
23 et 23 ?	46	pause cognitive, domaine proche	
28 et 28	56	répétition de l'étayage visé	

Cet assortiment mobilise aussi un répertoire additif, il fait fonctionner le théorème « ajout de 9 » (mais pas de formule directe).

assortiment 2 (7 exercices)

7 et 10 ?	17	aide de la numération orale
7 et 9 ?	16	identification d'un théorème (+ 9)
4 et 9 ?	13	fonctionnement du théorème sans appui (et met le 17 = 8 + 9 à distance)
9 et 7 ?	16	répétition et inversion
39 et 7 ?	46	répétition et insertion
49 et 7 ?	56	étayage visé
29 et 7 ?	36	fonctionnement du théorème
49 et 7 ?	56	répétition et identification d'un étayage

49 et 7 ?	56	répétition et identification d'un étayage

Cet assortiment utilise l'étiquetage « double » et un répertoire multiplicatif (6 formules directes mobilisées).

<u>assortiment 3 (9 exercices)</u>

le double de 8 ?	16	répertoire direct
le double de 4 ?	8	répertoire direct, identification du type de question (double de)
le double de 4 f 3 ?	24	(pas de retenue), insertion dans un raisonnement
le double de 4 f 5 ?	40	même type de raisonnement sur un domaine familier
le double de 2 f 7 ?	28	formule visée pour l'étayage (appui)
le double de 4 f 7 ?	56	étayage visé, cumul des difficultés
le double de 7 ?	14	pause cognitive, formule visée pour l'étayage (appui)
le double de 2 f 7 ?	28	répétition de l'appui (identification)
le double de 4 f 7 ?	56	répétition, identification du but (7, 14, 28, 56)

Cet assortiment entraîne la formule visée (3 occurrences) avec le second étayage.

<u>assortiment 4 (11 exercices)</u>

8 f 7 ?	56	formel
7 f 7 ?	49	formel (identification de la répétition du facteur 7)
8 f 7 ?	56	répétition, identification de la formule visée et d'une intention d'étayage
7 f 3 ?	21	pause, qui reste dans le champ du facteur 7
8 f 3 ?	24	rupture, la régularité porte sur le facteur 3, mais résultats proches dans la « table » (+ 3)
7 f 2 ?	14	pause, qui reste dans le champ du facteur 7
8 f 2 ?	16	identification du lien (les questions vont deux par deux)
7 f 5 ?	35	anticipation de la question suivante
8 f 5 ?	40	visibilité accrue (numération décimale) du type de lien (ajout de 5)
7 f 7 ?	49	application
8 f 7 ?	56	étayage visé (le + 7 identifié et calcul par le théorème + 9)

Cet assortiment entraîne la formule visée (4 occurrences) en le plongeant dans un univers sémantique perturbateur.

<u>assortiment 5 (9 exercices)</u>

7 f 8 ?	56	formel
6 f 9 ?	54	formel, proximité de résultats
5 f 10 ?	50	pause cognitive, identification d'une régularité (cinquante)
8 f 7 ?	56	répétition, inversion
5 f 11 ?	55	insertion d'un calcul simple (même champ pour le résultat)
7 f 8 ?	56	répétition (3)
9 f 6 ?	54	répétition (2), proximité identifiée comme source de confusion
10 f 5 ?	50	maintien de la vigilance
7 f 8 ?	56	renforcement de l'exigence, répétition (4)

Cet assortiment fait fonctionner le moyen de calcul « 8 fois c'est 2 fois 4 fois ».

<u>assortiment 6 (8 exercices)</u>

4 f 3 ?	12
8 f 3 ?	24
4 f 2 ?	8
8 f 2 ?	16
4 f 7 ?	28

4 f 5 ?	20
8 f 5 ?	40
4 f 6 ?	24
8 f 6 ?	48
4 f 7 ?	28
8 f 7 ?	56

IV Les processus

1 Introduction

Les questions de dépendances didactiques posent de nombreux problèmes difficiles à résoudre. M.P. Franchi-Zanettacchi (1978) propose une méthodologie d'étude des dépendances faisant intervenir des matrices de progression. Celles-ci permettent des prévisions de corrélations de réussites d'élèves, puis des vérifications expérimentales ciblées. Il serait envisageable de l'adapter au cas des processus d'assortiments. Mais nous ne ferons ici qu'esquisser les enchaînements d'assortiments qui font avancer un contrat didactique.

2 Les intentions didactiques dans un processus

a) Les responsabilités

Nous avons cherché à établir une liste de responsabilités concernant la résolution d'une situation :
1 déterminer le contexte ou reconnaître le contexte donné qui appelle une certaine décision ;
2 adapter une décision à un contexte (choix dans un éventail de possibles, réponse) ;
3 contrôler la validité de la réponse par un raisonnement (connaissances) ;
4 algorithmiser la décision en associant une connaissance au triplet (conditions, décision, contrôle) ;
5 contrôler l'emploi de l'algorithme devenu savoir par un raisonnement (savoirs convertis en connaissances) ;
6 maintenir dans un répertoire les conversions savoir-connaissance, pour utiliser le nouveau triplet (conditions, algorithme, contrôle) comme moyens de décision.

b) La répartition des responsabilités

Ces responsabilités peuvent être portées par E ou P ; nous les considérons comme totalement ordonnées (pour assurer la responsabilité n, il faut assurer conjointement la responsabilité n-1). Durant la période didactique, l'institution prend en charge la détermination des milieux antagonistes de l'apprenant ; à l'issue de l'enseignement c'est au sujet d'assumer l'usage qu'il fait des savoirs pour agir sur le monde environnant. L'action didactique fait glisser les responsabilités de P vers E, soit par simple injonction (expression des exigences), soit progressivement par dévolution (exigences accompagnées d'aménagement des conditions didactiques pour les rendre plus favorables). Les savoirs dont dispose l'institution guident cette détermination de conditions particulières. Au fur et à mesure de la transmission, des connaissances et des savoirs, les éléments du milieu qu'ils sont en mesure de contrôler passent à charge de l'élève (glissement de théorèmes du milieu vers le répertoire du sujet).

c) Sept niveaux de familiarité pour les connaissances

En considérant des situations qui correspondent à des glissements successifs, nous obtenons sept « niveaux »[38] de familiarité avec les formules. Nous les avons rangés dans l'ordre inverse d'une progression didactique (en partant de l'état final visé).

a - Le niveau de la maîtrise

E porte toutes les responsabilités (1, 2, 3, 4, 5, 6).
A ce niveau, la connaissance est mobilisable à volonté, de manière rapide et fiable, quelque soit la situation. Elle peut être justifiée si besoin. Elle est très familière, naturalisée, folklorisée, elle ne nécessite plus d'effort.
Le calculateur aguerri contrôle de manière performante et durable toutes les formules à ce niveau de maîtrise (a). Il utilise de lui-même ses connaissances pour effectuer, estimer, contrôler différents calculs complexes : par exemple pour décomposer plusieurs nombres en vue de factoriser une expression algébrique (attentes institutionnelles du collège), ou dans un magasin pour trouver de tête un encadrement en francs d'une somme d'argent exprimée en euros ou vis versa (attentes civiques). L'objectif terminal de l'enseignement du registre est atteint. L'apprentissage est aussi quasiment arrivé à son terme, car l'usage est devenu suffisamment fonctionnel pour être fréquent, il suffit à réactiver et à entretenir seul la rétention[39].

b - Le niveau de l'expertise

E porte les responsabilités 1, 2, 3, 4, 5 ; P porte la responsabilité 6.
La connaissance est choisie et mobilisée sans hésitation, avec fiabilité. Elle est re-contextualisable dans une tâche de niveau supérieur (elle est suffisamment assurée pour permettre d'établir d'autres formules). Son intégration dans un système générateur plus vaste suppose une formalisation et une accommodation.
Un élève capable de fournir des réponses dans un ordre imposé par l'extérieur et inattendu de lui connaît les formules correspondantes à ce niveau d'expertise (b). Une réactivation (volontaire) régulière peut être encore nécessaire pour les entretenir (à charge de E, P ou A).

c - Le niveau de l'aptitude

E porte les responsabilités 1, 2, 3, 4 ; P porte les responsabilités 5, 6.
La connaissance est connue directement (et sûre pour E). Elle est mobilisable juste pour elle-même, contextualisée dans une situation de référence. La solution est fournie correctement sans aide, sans temps de recours. C'est une connaissance appliquée (par assimilation locale).

---

[38] Malgré le terme « niveau », cette classification ne dessine pas une genèse obligée. Nous considérons que certains des niveaux peuvent ne pas être atteints ou être volontairement évités (soit par le sujet, soit par les institutions didactiques). Cette classification n'est pas non plus un modèle explicatif ou diagnostique. D'autres classifications en psychologie ou en didactique peuvent localement converger. Mais nous n'étudions pas les éventuelles compatibilités. Sans qu'il y ait bien évidemment concordance absolue des modèles (tous deux issus de perspectives constructivistes mais sur des domaines bien différents), nous trouvons certains points communs avec l'évolution que propose J. Habermas (1986, pp. 180-181) pour un « fondement en raison des stades moraux selon une logique de développement ». En effet, il distingue 6 stades du jugement moral qui coïncident avec (dans l'ordre d'évolution) : des interactions guidées par l'autorité (sanction/récompense), une coopération guidée par des intérêts, une prise en compte d'une dimension conventionnelle (obligation/inclination) qui fait place au rôle social (arbitraire supra-individuel) puis à l'intégration de normes (légitimité collective), enfin la référence à un système de règles pour l'examen de ces normes (principe) puis un système de règles pour l'examen des principes (méthode de justification des normes).

[39] A moins que son utilité n'existe plus, l'usage se fait alors de plus en plus rare, le répertoire se désagrège (mais son réapprentissage ne s'impose plus).

Le niveau de l'aptitude (c) se mesure par une interrogation prévue et non troublante. La tâche de rappel n'a alors pas de spécificité autre que didactique (par exemple l'élève s'est préparé à réciter, dans l'ordre, la table de 4). Satisfaire aux exigences de ce contrat didactique, ne signifie pas que la connaissance des formules soit adaptée à l'effectuation des algorithmes[40] ou à l'établissement de résultats originaux.

d - Le niveau de la production auto-contrôlée

E porte les responsabilités 1, 2, 3 ; P porte les responsabilités 4, 5, 6.
La connaissance peut être mobilisée (à l'occasion ou non d'une autre tâche), seulement si les conditions permettent un temps de réflexion (pour tenter une réponse qui est ensuite vérifiée mentalement de manière formelle ou du moins sans recours à un matériel visible). La formule est identifiée comme à savoir (une connaissance explicitée qui permet la dévolution d'un projet d'apprentissage), elle est assez rapidement rétablie par un même procédé devenu habituel.

e - Le niveau de la production

E porte les responsabilités 1, 2 ; P porte les responsabilités 3, 4, 5, 6.
La solution est produite en même temps que le rappel de la connaissance (la situation de référence est mobilisée et revécue, ce qui nécessite une certaine durée). Elles est reconnue comme effectivement établissable par un procédé connu, mais non contrôlé et sans projet d'apprentissage. C'est une connaissance objet d'étude.

f - Le niveau de la construction

E porte la responsabilité 1 ; P porte les responsabilités 2, 3, 4, 5, 6.
L'établissement de la solution est l'objet même de l'activité. L'expérience de cette situation vécue (même réussie) n'est exportable qu'en tant qu'action : E est éventuellement capable de la reproduire (peut-être avec des procédés différents), mais il ne sait pas qu'il connaît, il n'identifie ni projet d'apprentissage, ni même une connaissance.

g - Le niveau d'exécution d'une tâche

P porte toutes les responsabilités (1, 2, 3, 4, 5, 6).
E exécute la tâche demandée par P, mais la signification didactique de celle-ci lui échappe. Ce que E produit (qui n'est pas pour lui une solution, mais seulement une réponse à P[41]) est totalement contextualisé, inscrit dans la relation didactique et non exportable. Le résultat n'est reproductible que si les conditions sont identiques (il n'y a pas reconnaissance de la situation par l'élève, peut-être reconnaissance de la question, mais ce sont les contraintes de la situation didactique qui le conduisent aux mêmes conclusions). C'est une connaissance implicite (utilisée dans l'action[42]), entièrement prise en charge dans le discours et dans l'action didactique par P[43] (il n'y a pas d'apprentissage).

<u>Remarque :</u> Les niveaux a et g bornent le projet didactique.

---

[40] L'algorithme usuel de la multiplication exige, pour une effectuation fiable, un répertoire de connaissance de niveau b, tandis que pour l'algorithme « per gelosia » le niveau c est suffisant.

[41] Laquelle est interprétable comme une solution d'un « autre jeu didactique » (se reporter à la structuration emboîtée des situations).

[42] Par exemple un jeune élève effectue 3 + 3 + 3 de la même manière que si on lui avait demandé 2 + 3 + 3.

[43] P peut croire que la situation qu'il propose fait fonctionner une connaissance qu'il reconnaît, qu'en l'exposant après l'action, elle sera une révélation de ce que E a découvert par lui - même, alors que la réponse n'a de lien avec la connaissance que par effet Jourdain.

3 Particularités didactiques des assortiments

A partir d'une liste d'étayages possibles pour quelques formules données, nous obtenons une « maquette logique » d'assortiment, dont les formules sont liées par un réseau de liens suffisamment dense pour permettre des contrôles mathématiques internes. Ce registre n'est qu'une maquette, dans la mesure où beaucoup d'autres décisions didactiques sont encore indispensables pour définir une taille, un ordre, des fréquences et toutes sortes de conditions didactiques (aménager un rythme, des pauses, des diversions, etc.).

a) Une maquette pour établir du nouveau

Un assortiment qui correspond à l'intention d'introduire une nouvelle formule dans le répertoire étendu (avant un apprentissage formel), se construit autour d'un même procédé d'établissement. Il permet une première rencontre avec la formule, comme le résultat d'un raisonnement original à partir d'autres formules déjà connues.

Premier principe : Pour construire du nouveau, il faut le faire fonctionner sur du déjà familier.
Ainsi lorsqu'une formule F est établie à l'aide d'un procédé p et des formules F_i , p et F_i doivent être familiers.
Il est envisageable d'inclure dans l'assortiment une remobilisation préalable plus ou moins « sèche » (ou peu coûteuse d'un point de vue cognitif) des F_i.

Remarque 1 : Il n'est pas si facile de se détacher de l'organisation culturelle et axiomatique d'un ordre croissant. Une telle pratique demanderait une « niche écologique » dans laquelle la culture didactique serait entretenue.
Remarque 2 : Les liens entre formules déterminent une succession d'apprentissages. Pour construire telle formule avec tel étayage, il faut disposer préalablement de l'étayage et de telles et telles formules primaires suffisamment familiers pour être utilisés dans un raisonnement.
Remarque 3 : Les formules et les étayages alternent leur rôle dans les assortiments : faire fonctionner une même formule à l'aide d'étayages connus ; établir un nouvel étayage sur un univers de formules connues. Ainsi certains assortiments entraînent plutôt un étayage, d'autres plutôt des formules, même si pour chaque assortiment étayages et formules cohabitent.
Remarque 4 : Une séance effective d'enseignement tresse en réalité plusieurs projets et donc plusieurs assortiments. P peut décider de combiner dans un même assortiment plusieurs de ses intentions didactiques (sur des notions connexes, mais différentes).

b) Une maquette pour entraîner du « déjà appris »

Les formules directes permettent d'établir des résultats qui n'ont pas vocation à être retenus comme des formules. C'est alors l'utilité des formules qui est mise en perspective pour E (c'est une représentation de l'usage du répertoire qui est en cours d'acquisition et qui justifie son enseignement).

Par exemple : Les calculs de type x 10, x 100, ...
Plusieurs traitements de ces calculs peuvent s'envisager :
- le zéro est traité à part, ce qui a pour conséquence de rendre le calcul indépendant de l'ordre du produit et d'augmenter le champ d'application

7 x 800 = (7 x 8) *puis on « rajoute deux zéros »*
90 x 80 = (9 x 8) *puis on « rajoute deux zéros »* ;

- mais le calcul peut aussi s'appuyer sur une formulation d'unités (et dans ce cas l'orientation de la formule joue un rôle)

5 f 50 = 5 f 5 *dizaines = 25 dizaines = 250.*
50 f 5 *ne peut pas facilement être traité sur ce mode : 5 dizaines de fois 5*

Ce deuxième traitement est sémantiquement plus simple que le premier, mais il ne fonctionne bien que si 10 (100, etc.) est en position d'opéré.
Par contre, le « gain » de formalisme du premier traitement , en écartant le sens du calcul par un algorithme, crée des zones numériques plus accidentelles : lorsqu'un zéro apparaît dans la formule primaire.
*L'algorithme [*50 x 200 = (5 x 2) *« et j'ajoute trois zéros »] rencontre : 10 ... ai-je ou non déjà ajouté un premier zéro ? ??*
Alors que la deuxième méthode n'est pas affectée par les particularités des formules :
8 f 500 : 8 f 5 *centaines : 40 centaines : 4000.*

Remarque : L'un ou l'autre traitement est inégalement complexe selon les conditions du calcul.
Par écrit, il est simple de compléter par des zéros (soit en les traitant à part, soit en traduisant l'unité). L'évocation auditive ou verbale (faisant appel à la numération parlée) ou l'énonciation du résultat rencontre d'autres irrégularités :
4 milliers est plus simple à transcrire en unités que 40 centaines
4 « et trois zéros » est plus simple à énoncer que 40 « et deux zéros ».

Deuxième principe : Pour entraîner, il faut moduler le niveau de difficulté.
Ainsi dans un assortiment, le niveau de difficulté cognitive n'est pas constant (avec le même procédé). Les particularités numériques deviennent des variables didactiques décisives pour l'organisation séquentielle interne.

Remarque 1 : Certains étayages sont peu ergonomiques pour l'établissement, mais peuvent devenir productif après l'apprentissage, pour utiliser ce qui est appris :
5 x *5* = *5* x *3* + *5* x *2* est une décomposition qui présente peu d'intérêt pour construire la formule, mais qui permet d'activer deux autres formules et l'étayage par distributivité (ainsi que des sommes directes et renversées : 5 = 3 + 2 ; 15 + 10), c'est à dire de plonger ces 3 formules très familières dans un contexte plus vaste et accidenté.

c) L'avancement des leçons

A chaque séquence (à l'instant t), un répertoire officiel R_o (t) est explicité, mais c'est l'assortiment $\mathcal{A}$ (t) qui modifie chaque R_E (t) en R_E (t+1).

Le point de vue de l'apprentissage des élèves

Le critère d'efficacité maximum pour $\mathcal{A}$ (t) pourrait être : R_E (t+1) = R_E (t) U R_o (t) (la totalité des intentions est acquise (au niveau requis) au cours de la séquence).
Mais ce critère absolu soutient l'idéologie d'un apprentissage pas à pas, un découpage du registre en assortiments disjoints ne permet pas de réorganisation des savoirs anciens. Une progression conçue selon ce critère serait lente et peu efficace à long terme (oublis).

Le point de vue de l'enseignement d'un savoir

Une nouvelle efficacité de $\mathcal{A}$ (t) peut être déterminée par rapport à R_F (et non pas par rapport aux élèves). Selon ce deuxième point de vue, le critère d'optimisation pourrait être

$\mathcal{A}$ (t) = R_o (t+1). C'est le cas de l'apprentissage table par table. Le caractère d'idonéité au projet d'ensemble prime ici sur le caractère d'adéquation. Un assortiment fictif (déterminé uniquement à partir de R_F) peut avoir une très faible efficacité sur les répertoires effectifs de la classe.

4 Une progression d'assortiments pour améliorer la familiarisation avec une formule

P vise parallèlement la progression du répertoire direct et du répertoire étendu (et des théorèmes qui permettent les étayages ou engendrent des formules).
Les répertoires augmentent par l'insertion de nouveaux résultats :

- extension du répertoire direct par adjonction d'une nouvelle formule à mémoriser (qui y accède sans étayage, par exemple 7 x 7) ;
- extension du répertoire étendu par prolongement du temps de calcul mental (de nouveaux résultats sont établis par raisonnement ; tous les résultats intermédiaires n'accèdent au statut de formules) ;
-extension du répertoire étendu par augmentation des potentialités de calcul mental (de nouveaux résultats peuvent être établis parce que le nombre de méthodes de calcul ou de théorèmes utilisables (convertissables en connaissances) a augmenté (théorèmes-formules ou autres).

Ou encore les répertoires augmentent par passages d'une formule de l'un dans l'autre :

- une formule du répertoire étendu devient par familiarité une formule directe (soit par ce qu'elle est très souvent fréquentée, soit parce qu'elle a été associée à un même étayage efficace qui a été compacté par mémorisation) ;
- une formule du répertoire direct engendre une méthode de calcul (par exemple par commutativité généralisée ou par le renversement « double de »).

En reprenant les 5 niveaux correspondants à une phase d'apprentissage pour E, nous obtenons le tableau suivant :

1	formule rencontrée	construction	niveau f
2	formule reconnue	production	niveau e
3	formule systématiquement étayée	production autocontrôlée	niveau d
4	formule directe (théorème cité)	aptitude	niveau c
5	formule-théorème utilisable	expertise	niveau b

RE : répertoire étendu ; RD : répertoire direct ; état 1 (en colonne) vers état 2 (en ligne).

		RE1			RD1	
		1	2	3	4	5
	2	reconnaissance	activation	étayage	étayage	étayage
RE2	3	étiquetée par un étayage	identification (choix) d'un étayage particulier	activation	choix d'étayage contrôle	choix d'étayage contrôle
	4	mémorisation	mémorisation	familiarisation	activation	activation
RD2	5		familiarisation	familiarisation	familiarisation	activation

V Conclusions

Les questions que soulèvent l'accompagnement des apprentissages scolaires par les familles nous ont permis de rencontrer celles que pose la familiarisation avec les connaissances. Plus augmente une population concernée par des savoirs, eux-aussi amenés à proliférer en se complexifiant et se spécialisant, plus forte est la nécessité de réorganiser ces savoirs, par des théorèmes puissants et fédérateurs. Toutefois, cette réorganisation du patrimoine culturel ne peut complètement gommer toutes les étapes épistémologiques que l'humanité a franchi au cours du temps. Les institutions didactiques ne gagnent pas à effacer définitivement des conceptions locales ou plus primitives, car elles restent des îlots d'accès aux savoirs plus sophistiqués. Une société ne gagne pas non plus à réduire le nombre de strates culturelles qui facilitent la compréhension, les échanges, les communications et certains modes de contrôles entre utilisateurs et producteurs de savoirs ou de techniques. La conversion de savoir en connaissance (et réciproquement) se pose encore avec plus d'acuité lorsque les transpositions figent en algorithmes des savoirs fréquemment utilisés. L'organisation didactique de l'entraînement des élèves relativement aux connaissances mathématiques rencontre la recherche d'un équilibre entre ces conversions, entre familiarité et potentialités d'engendrement de nouveauté. Car les répertoires de connaissances et de savoirs se complètent mutuellement, sans que les uns puissent totalement remplacer les autres.

Ainsi l'idée naïve qui consiste à considérer que plus un savoir est présent dans la culture, plus facile sera la coopération entre institutions didactiques différenciées se heurte à un paradoxe. La mathématisation qui facilite les communications et les usages rend plus difficile la conversion en connaissances et donc complexifie le travail didactique (qui doit remathématiser les actions des sujets et donc très localement et très provisoirement démathématiser les milieux de manière adaptée). La table de multiplication nous offre une illustration exemplaire de ce phénomène.

L'hypothèse selon laquelle « transmettre des comportements aux accompagnateurs de l'étude personnelle des jeunes élèves est plus efficace que de leur transmettre des représentations (et des connaissances méthodologiques générales) et plus rapide que de leur transmettre des connaissances mathématiques et didactiques » reste à encore prouver.

Cette première exploration ne permet pas de conclure que les assortiments didactiques (conçus pour la familiarisation avec des formules numériques) puissent se généraliser à tous les savoirs mathématiques. Cette recherche n'a pas non plus permis d'interroger la pertinence de ce concept, ni sa compatibilité avec la Théorie des Situations Didactiques (consistance).
Toutefois, les assortiments didactiques tels que nous les avons définis paraissent d'ors et déjà adaptés à trois projets didactiques de la formation mathématique du futur citoyen :

- entretenir des capacités de calcul adaptées aux pratiques actuelles (en particulier un certain contrôle du calcul assisté par les calculatrices) ;
- préparer la prochaine mutation monétaire (« passage à l'euro ») en constituant de nouveaux répertoires de références directement connues et d'algorithmes propres à faciliter les conversions, les estimations ou les comparaisons ;
- familiariser précocement avec certains outils statistiques.

Les savoirs mathématiques qui sous-tendent ces pratiques sociales nécessitent en effet pour être maîtrisés une pratique régulière, répétée et ciblée. Une progression raisonnée d'exercices d'entraînement ne peut s'extraire de la culture courante, elle nécessite des savoirs didactiques complexes qui sont à promouvoir dans les différentes instances de l'organisation sociale de la diffusion des mathématiques.

CONCLUSIONS GENERALES

Nous nous étions donné pour projet initial :
- d'approcher les interventions familiales qui accompagnent les apprentissages mathématiques de la scolarité obligatoire (et non seulement ce que les protagonistes en disent) ;
- d'en extraire les fibres de nature didactique (c'est à dire relative à la fois à des connaissances mathématiques et à des intentions à leurs sujet) ;
- et de les analyser en tant que régulateur des apprentissages scolaires.

Il convient maintenant de synthétiser les principales étapes de la thèse qui conduisent à une réponse didactique en terme d'aménagements de milieux pour l'étude des élèves, lorsqu'un entraînement régulier et fréquent s'impose en dehors de l'école. Ces situations peuvent inclure, lorsque l'enfant est jeune, des interactions avec des accompagnateurs non enseignants, mais désireux de partager avec lui une certaine pratique des mathématiques, afin de faire vivre le projet de l'apprendre et d'entretenir les efforts nécessaires.

__première étape :__

D'une part, les résultats empiriques ont mis en évidence la nécessité de distinguer, pour un sujet donné, la position du résolveur de problème de celle de l'accompagnateur de la résolution. Il s'avère qu'un parent susceptible de construire seul une réponse correcte à un exercice posé au collège, peut se trouver en posture délicate pour impulser ou relancer l'activité mathématique de son enfant. Lors des résolutions collectives observées, certaines erreurs ont troublé les accompagnateurs, ainsi que la diversité des réponses qui sont apparues, sans avoir toujours pu être reconnues, partagées ou adaptées aux attentes scolaires. Ce phénomène est à rapprocher de certains résultats issus de l'observation des pratiques d'enseignement. D'un point de vue méthodologique, il est probable que les conditions extrêmes de l'accompagnement familial rendent plus visibles et explicables que chez les professionnels certains effets des contraintes qui pèsent sur la position didactique, lors des régulations « à chaud ».

D'autre part, les représentations que les parents de collégiens se font du rôle qu'ils devraient assumer (en particulier en se référant à la position de l'enseignant et en interprétant « l'aide à apporter à leur enfant » comme des explications et des connaissances nouvelles) ne sont ni en relation avec leurs connaissances mathématiques et didactiques effectives, ni avec celles qu'ils s'attribuent eux-mêmes. Ainsi, même un parent qui reconnaît ne pas être suffisamment armé en mathématiques pour résoudre le devoir de son enfant s'aventure à l'« aider » si celui-ci le lui demande. Il n'est alors pas toujours en mesure d'estimer les dégâts que ses interventions occasionnent (par exemple en adoptant une réponse fausse ou en rejetant des tentatives correctes, parfois « encouragé » mal à propos par des principes généraux de nature méthodologique ou psychopédagogique).

Une observation prolongée des interventions didactiques dans une famille comportant deux enfants scolarisées en primaire confirme ces premiers résultats.

Cette étude clinique des coopérations didactiques entre école et parents éclaire les effets nocifs que produisent sur les apprentissages en mathématiques certaines représentations diffusées par les médias, alors même qu'elles visent de mieux informer les partenaires éducatifs. Ces représentations sont issues d'origines diverses (noosphère, institutions d'appui médicalisé, vulgarisation de recherches en sociologie de l'éducation ...), elles ne sont pas coordonnées entre elles et peuvent être incompatibles. Détachées des variables mathématiques et didactiques, elles perturbent les diagnostics des enseignants et des parents, et suscitent des comportements aberrants et générateurs d'échec, comme par exemple le changement fréquent d'établissement scolaire en vue de rectifier l'enseignement reçu.

La coopération didactique entre l'école et les parents exige des références communes (en particulier de ses enjeux : l'intérêt d'apprendre un savoir et le risque encouru de l'ignorer). Mais l'exemple de la réforme des années 70 montre qu'il est insuffisant pour modifier les comportements des familles de seulement diffuser pour elles de nouvelles représentations des mathématiques et de leur apprentissage, fussent-elles enthousiastes et positives. Le « cas Pujol » montre également comment ces représentations des mathématiques, a priori bénéfiques, peuvent devenir une entrave au fonctionnement des institutions didactiques lorsqu'elles ne s'adaptent pas à l'évolution du statut des connaissances durant les enseignements. En effet, un procédé de résolution est souvent amené à se perfectionner (par exemple, se référer à des collections concrètes peut constituer pour un temps une avancée cognitive, mais devient plus tard une limitation).

En matière de partage didactique, il s'avère prudent de bien distinguer les négociations (qui doivent emporter la conviction des partenaires) des actions elles-mêmes (dont la réussite, dans la durée, dépendra des moyens disponibles). Plusieurs études font apparaître une inflation des communications « élogieuses » d'autant plus fortes qu'elles concernent la transmission de savoirs indispensables mais pourtant négligés (par les producteurs de mathématiques, les théoriciens des apprentissages, les formateurs, les praticiens de la remédiation, les animateurs du périscolaire ...). Aujourd'hui, un écart significatif se creuse entre les discours et les actions possibles et le vocabulaire utilisé prête souvent à confusion.

<u>deuxième étape :</u>

Une modélisation des **fonctions didactiques de l'accompagnement** étend la portée de la Théorie des Situations, en intégrant au modèle de la structuration des milieux les assujettissements d'institutions didactiques non scolaires, mais qui participent à la transmission des savoirs mathématiques utiles à la cité. Ce modèle précise les assujettissements dont les parents des élèves ne peuvent s'affranchir et ceux qu'ils peuvent répartir entre leurs proches ou déléguer à des professionnels. Il distingue le suivi des acquisitions (assujettissement durable), des régulations occasionnelles des difficultés et du rôle transitoire de l'accompagnateur d'étude hors du temps scolaire, tant que le jeune élève ne l'assume pas encore seul. Afin de mieux définir les conditions de ces interactions d'accompagnement, la thèse identifie quatre types de contrats didactiques et les met en correspondance avec des répertoires de connaissances mathématiques et didactiques. Seul le « contrat de vérification » convient à une participation ordinaire et non discriminante des familles, mais cette forme s'est fortement dévaluée aux yeux des partenaires au cours de l'évolution des savoirs sur les apprentissages.

Une étude des **régulations**, en distinguant les régulations internes et externes, précise certaines spécificités des institutions principales et des institutions d'appui et fait apparaître le risque d'estimer l'efficacité des unes en se référant à la « culture » qui est propre aux autres.

En se spécialisant, le réseau d'institutions didactiques a dilué les responsabilités de chacune vis à vis de la réussite globale des coopérations. L'actuelle organisation conduit à une externalisation abusive des corrections, qui les détachent des savoirs et des questions à l'occasion desquels apparaissent les erreurs.

Les conditions sont actuellement réunies pour que, trop tendus vers des diagnostics non directement convertibles en gestes didactiques, les partenaires délaissent les actions de régulations locales et de proximité. De même, tout concourt pour que se rétrécisse la durée durant laquelle le professeur (ou l'accompagnateur) maintient des conditions favorables d'étude, qui ne concentrent pas en même temps tous les aléas de l'apprentissage. L'aide à l'apprentissage consisterait au contraire à doser les décisions à charge de l'élève, et à progressivement composer les sources d'incertitude cognitive, avant d'évaluer les acquis.

L'enseignement du calcul subit de plein fouet les effets des phénomènes citées plus haut.

L'évolution technologique modifie la visibilité de ses enjeux d'apprentissage et fragilise la négociation de son enseignement.

Le « sens » et la « compréhension » sont survalorisés (souvent seulement de manière rhétorique) par rapport à la familiarisation avec des algorithmes.

Les savoirs sont en apparence largement partagés dans la société, et la mise sur le marché de connaissances professionnelles laisse croire que les connaissances didactiques des parents à propos du calcul élémentaire pourraient s'approcher de plus en plus de celles des enseignants.

Ainsi, il est empiriquement constaté, à propos de la constitution de répertoires numériques, que l'environnement familial d'un élève peut être à la fois soupçonné d'être une cause de ses difficultés, et choisi par les enseignants pour y remédier. Ces derniers suggèrent alors de conduire des situations didactiques complexes, en vue d'obtenir à la maison ce qu'eux-mêmes n'obtiennent pas dans la classe.

Or ce partage des responsabilités entre les institutions ou le renvoi didactique de certains objets déclassés ou réputés courants dans les pratiques sociales ne s'accompagnent d'aucun aménagement des conditions didactiques de leur réalisation (soit en terme d'apport de connaissances, soit en terme de milieux et de situations adaptées). Les moyens mis à la disposition des familles (matériel parascolaire, jeux éducatifs, albums, etc.) se veulent attrayants, mais ne présentent qu'un très faible rendement didactique.

Ainsi s'amorce un **processus de dédidactification** par la culture courante de l'entraînement au calcul et de la maîtrise des tables de multiplications. Le processus est amplifié par la mise en place ostensible des aides aux élèves dit en difficulté, qui augmente les communications et les partenaires non spécialistes. Finalement cette didactique appauvrie est réintroduite dans les pratiques scolaires elles-mêmes et tend à effacer les anciens gestes professionnels de l'enseignement.

troisième étape :

Une étude des instructions officielles concernant **l'enseignement des produits élémentaires contenus dans la table de multiplication** montre que les formulations évoluent, pouvant se traduire comme un glissement de responsabilités didactiques des enseignants vers les élèves et leur entourage.

La table met en relief certaines propriétés mathématiques des produits et met d'autres particularités en retrait. Cette structuration joue différentes fonctions dans les institutions, elle soulage notamment la communication. Mais elle n'est guère adaptée à un apprentissage qui vise une pratique rapide et fiable du calcul. L'apprentissage des produits élémentaires s'avère aujourd'hui plus coûteux qu'autrefois pour l'élève et son accompagnateur. D'une part, parce que le nombre d'informations à retenir s'est considérablement augmenté. D'autre part, parce que l'organisation locale des apprentissages, qui s'exprimait dans l'école par des exercices fréquents et ciblés et faisait vivre chaque produit en situation mathématique, disparaît des manuels. Par conséquent, cette organisation didactique tend vraisemblablement aussi à disparaître des pratiques des enseignants. Une connaissance permettant de réciter toute une table ne se transforme pas directement en une familiarité avec chacun des produits qui soit suffisante pour s'insérer dans des décisions complexes de calculs et de raisonnements. Or cette conversion n'est pas signalée aux partenaires comme un acte didactique. Au contraire, la « mémorisation » du répertoire fait souvent référence aux capacités individuelles des élèves et se donne à voir à la fois comme détachable des contenus disciplinaires et directement réinjectable dans les pratiques.

Le processus dit de « mathématisation/démathématisation » permet de caractériser, à l'intérieur d'une situation donnée, une répartition volontaire et organisée des connaissances mathématiques entre un professeur et un élève. Une situation didactique crée une potentialité mathématique. Pour la résoudre, l'élève se confronte à un certain milieu didactique, choisi par le professeur. La valeur didactique de la situation dépend de la quantité d'activité mathématique qu'elle provoque effectivement chez l'élève et de l'intérêt de cette activité pour ses futures acquisitions. Le rôle du professeur consiste à optimiser cette valeur en intervenant sur le milieu de la situation. Il peut engager lui-même des connaissances mathématiques dans le milieu si la situation s'avérait trop ambitieuse (il démathématise partiellement la part de l'élève pour qu'elle soit en mesure de s'exprimer effectivement). Il peut aussi laisser au contraire plus de responsabilités à l'élève si la situation générait trop d'activité de peu d'intérêt (il remathématise alors l'activité de l'élève en le confrontant à un milieu plus conforme à une situation « réelle », c'est à dire non didactique). Ce double mouvement est indispensable aux institutions didactiques, mais il est pourtant rarement reconnu, tant les savoirs définitifs et leurs organisations savantes et sociales servent de référence.

C'est pourquoi un nouvel outil conceptuel est avancé pour grouper temporairement quelques savoirs (ou quelques questions) autour d'une même intention didactique, dans le but de tisser des liens signifiants entre eux. Cette notion conduit à la création « **d'assortiments didactiques** », qui répondent aux contraintes professionnelles dans le cas des répertoires de formules numériques (ils distinguent et articulent les répertoires didactiques des enseignants avec ceux des élèves et des accompagnateurs, contrôlent la quantité de mathématique qui sera présente dans le milieu et celle qui reste à charge de l'élève durant l'étude).

La thèse éprouve avec succès la mise en place, pour une famille, d'un appui didactique qui vise à remathématiser l'activité d'une élève déclarée en difficulté, tout en limitant les effets indésirables des interventions de ses parents. Par un choix de situations et de milieux didactiques, une amélioration durable des résultats en mathématiques a été apportée, alors que les comportements de cette élève étaient manifestement exacerbés par des relations maternelles perturbatrices. En particulier et malgré une épistémologie familiale défavorable, un répertoire de produits élémentaires a pu être transmis à cette élève, ainsi que les conditions de son maintien par une mise en responsabilité autonome de l'étude. Pourtant, les interactions à propos de ces savoirs n'ont pas été proscrites dans l'environnement proche. Au contraire, l'appui en a organisé les conditions par des situations adéquates, de manière à renouveler avec efficacité les énergies disponibles pour ce projet de longue haleine. La fiabilité des connaissances a été obtenue par conversions successives d'un établissement concret du résultat (à l'aide des doigts), en un étayage calculé mentalement, puis en un moyen de contrôle après production directe de la formule. Ces responsabilités ont été progressivement dévolues à l'élève, c'est à dire accompagnées de modifications locales de situations, pour faciliter la passation sans rien ôter de l'implication cognitive qu'elle demandait. Ces résultats montrent qu'il est parfois plus facile de communiquer certaines situations ou exercices familiers (et donc des comportements) que des théories sur les connaissances qu'elles développent et la façon de les acquérir.

La thèse soulève donc la question du renouvellement du patrimoine didactique dans la culture courante. Celui-ci passe par le développement d'une ingénierie de médiateurs didactiques largement diffusables en dehors de l'école. Un nouveau fond commun d'exercices d'entraînements apparaît utile aux coopérations entre les institutions partenaires de l'enseignement obligatoire des mathématiques. Sans chercher à augmenter la compétence didactique des accompagnateurs, il est possible de concevoir des moyens matériels qui ne tendent pas à supprimer systématiquement leurs interventions, mais seulement à leur déléguer quelques situations (à propos de quelques savoirs scolaires choisis) dont la conduite serait compatible avec leurs possibilités et le fonctionnement de l'institution d'enseignement.

BIBLIOGRAPHIE

ADDA J. (1988), Erreurs provoquées par les représentations, *Actes de la 39ème rencontre de la C.I.E.A.M 1987*, Sherbroocke, Canada, pp 53-63.
ADDA J. (1994), L'autoréférence dans le système éducatif et les effets pervers des évaluations, *Actes de la 45ème rencontre de la C.I.E.A.M 1993*, Cagliari, Italie, pp 77-80.
ALCORTA M. (1997), *Pratiques de brouillons et activités d'écritures (le rôle d'un instrument psychologique dans le développement des capacités d'écrit des élèves)*, Thèse, Université Bordeaux 2.
AMIRAULT C., CHERET M. (1978), *Etude de divers moyens de détection des enfants en difficultés électives en mlathématiques par l'intermédiaire de l'institution scolaire en vue d'analyses statistiques* (monographies de 2 enfants en difficulté - fascicule IV), Mémoire de capacité d'orthophonie (sous la direction de G. Brousseau), Université Bordeaux 1.
ANDERSON A. (1997), *Families and Mathématics : A Study of Parent-Child Interactions*, Journal for Research in Mathematics Education, vol 28, n° 4, pp 484-511.
APERY, CAVEING, DESCLES et al. (1982), *Penser les mathématiques*, Seuil, Paris.
ARIES P. (1973), *L'enfant et la vie familiale sous l'Ancien Régime*, Seuil, Paris.
ARSAC G. (1992), *Initiation au raisonnement déductif au collège*, Presses Universitaires de Lyon.
ARSAC G. et al. (1995), *Différents types de savoirs et leurs articulations*, La Pensée Sauvage, Grenoble.
ARTIGUE M. (1984), *Contribution à l'étude de la reproductibilité des situations didactiques- Divers travaux de mathématiques et de didactique des mathématiques*, Thèse d'état, Université de Paris 7.
ARTIGUE M. (1990), Epistémologie et didactique, *Recherche en Didactique des Mathématiques* vol. 10/2-3, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 241-286.
ARTIGUE M. (1992), Mathématiques : les leçons d'une crise, *Sciences et Vie*, numéro hors série : "Sciences à l'école, les raisons du malaise", n° 180, sept.92, pp 46-59.
ASCHER M. (1998), *Mathématiques d'ailleurs (nombres, formes et jeux dans les sociétés traditionnelles)*, Seuil, Paris.
ASTOLFI J.-P. (1992), *L'école pour apprendre*, ESF, Paris.
ASTOLFI J.-P. (1997), *L'erreur, un outil pour enseigner*, ESF, Paris.
AUTHIER M., LEVY P. (1992), *Les arbres de la connaissances*, La Découverte, Paris.
BACHELARD G.(1989), *La formation de l'esprit sientifique* ;Librairie philosophique J.Vrin.
BACQUET M. (1996), *Les maths sans problèmes ou comment éviter d'en dégouter son écolier*, Calmann-Lévy, Paris.
BACQUET M., GUERITTE-HESS B. (1982), *Le nombre et la numération*, Papyrus, Paris.
BACQUET M., POUJOL G., SOULIE M., DECOUR C., GUERITTE-HESS B. (1993), *Le tour du problème*, Papyrus, Paris.
BAHRA M. (1995), *Problèmes de Didactique de la Numération - Echecs et succès de la remathématisation*, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1.
BALACHEFF N. (1982), Preuve et démonstration en mathématiques au collège, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 3/3, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 261-304.
BALINT M. (1960), *Le médecin, son malade et la maladie*, Payot, Paris.
BANWITIYA Y. (1993), *L'ingénierie du sens en mathématique : la division dans N, Q et D à l'école primaire*, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1.
BARATAUD D. (1988), Mathématiques et rééducation, *Les cahiers de Beaumont*, n° 42, pp 24-26.
BARATAUD D. (1992), La rééducation à l'école ne peut être que cognitive ?, *Les cahiers de Beaumont*, sept. 92, pp 11-115.
BARNIER G. (1996), Interactions de guidage entre pairs, *Educations*, juin-oct 96, pp 44-47.
BARTH B.M. (1987), *L'apprentissage de l'abstraction*, Retz, Paris.
BARTH B.M. (1993), *Le savoir en construction*, Retz, Paris.
BARUK S. (1973), *Echec et maths*, Seuil, Paris.
BARUK S. (1977), *Fabrice ou l'école des mathématiques*, Seuil, Paris.
BARUK S. (1979), Echec et maths, *Record*, mars 79, pp 28-29.
BARUK S. (1985), *L'age du capitaine*, Seuil, Paris.

BARUK S. (1988), Topo-logiques, in F. DOLTO (eds), *Quelques pas sur le chemin*, Seuil, pp 116-141.
BARUK S. (1988a), Mathématiques : le pourquoi et le comment, *Sciences et Vie,* numéro spécial "L'enfant et l'échec scolaire", n° 164, sept.88, pp 37-42.
BARUK S. (1992), Des mots et des maths, *Le Monde,* 18 nov. 92.
BARUK S. (1992a), Fini le trop-math-isme, *Psychologies,* déc.92, pp 48-50.
BARUK S. (1993), *C'est à dire,* Seuil, Paris.
BARUK S. (1995), Entre intelligence et intelligibilité, la question du sens en mathématiques, in BLANCHET, RAFFIER, VOYAZOPOULOS (eds), *Intelligences, scolarité et réussites,* Association française des psychologues scolaires, La Pensée Sauvage, pp 15 - 27.
BARUK S. (2000), Pédagogie : les aventures de Claude, *Les cahiers de Science & Vie,* n° 55, février, pp 66-70.
BEAUVAIS J. (1976), Problèmes posés par l'enseignement des mathématiques, *Mathématique et langage III*, Rééducation orthophonique, vol. 14, n° 87, Paris, pp 41 - 57.
BEDNARZ N., GARNIER C. (1989), *Construction des savoirs : obstacles et conflits* (colloque international obstacle épistémologique et conflit socio-cognitif), CIRADE, agence d'ARC, Ottawa.
BEHAR J.C., GARIN C. (1994), *Dictionnaire des idées reçues sur l'école*, Syros.
BEILLEROT J. (1982), *La société pédagogique. Action pédagogique et contrôle social*, PUF, Paris.
BEILLEROT J., BLANCHARD-LAVILLE C., BOUILLET A. et al. (1989), *Savoirs et rapports au savoir*, Editions Universitaires, Paris.
BERDOT P., BLANCHARD-LAVILLE C. (1985), Ce que Jocelyne nous a appris ou du "jeu" au "je" en mathématique, *Pratique des mots*, n° 53, pp 23-30.
BERDOT P., BLANCHARD-LAVILLE C., MERCIER A. (1987), Quelques éléments méthodiques et théoriques issus de l'analyse de suivis individuels d'élèves en échec en mathématiques, *Actes du colloque de Sèvres mai 1987,* La Pensée sauvage, Grenoble.
BERDOT P., BLANCHARD-LAVILLE C., MERCIER A. (1988), Quelques éléments méthodologiques et théoriques issus de l'analyse de suivis individuels d'élèves en échec en mathématiques, in G. VERGNAUD, G. BROUSSEAU, M. HULIN, GRECO Didactique, CNRS eds), *Didactique et acquisitions des connaissances scientifiques* (actes du colloque de Sèvres 87), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 325-337.
BERGAMINI D. (1963), *Les mathématiques*, LIFE.
BERGES J., ISPANOVIC-RADOJKOVIC V., MELJAC C. (1982), Dyspraxiques, figuratif et sémiotique, *Neuropsychiatrie de l'Enfance*, n° 30 (12), pp 657-670.
BERNARD A. (1995), Actions de tutelle et communication en classe (mathématiques et sciences, *Repères*, n° 12), pp 105-118.
BERROCQ-IRIGOIN M., DUPUCH M.-A.,FRUCHARD C. (1977), *Etude de divers moyens de détection des enfants en difficultés électives en mlathématiques par l'intermédiaire de l'institution scolaire en vue d'analyses statistiques* (élaboration d'un questionnaire et analyse statistique - fascicule I), Mémoire de capacité d'orthophonie (sous la direction de G. Brousseau), Université Bordeaux 1.
BERROCQ-IRIGOIN M., DUPUCH M.-A.,FRUCHARD C. (1977 a), *Etude de divers moyens de détection des enfants en difficultés électives en mlathématiques par l'intermédiaire de l'institution scolaire en vue d'analyses statistiques* (monographie d'enfant en difficulté élective en mathématiques, analyse clinique d'une rééducation- fascicule III), Mémoire de capacité d'orthophonie (sous la direction de G. Brousseau), Université Bordeaux 1.
BERTE A. (1988), Explication de quelques erreurs, *Actes de la 39ème rencontre de la C.I.E.A.M 1987 (commision internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques)*, Sherbroocke, Canada, pp 225-234.
BERTE A. (1993), *Mathématique dynamique*, Nathan, Paris.
BERTE A. (1996), *Mathématique du collège au lycée*, Nathan, Paris.
BETTELHEIM B. (1973), *Dialogues avec les mères (la première tâche : éduquer les parents)*, Robert Laffont, Paris.
BETTELHEIM B., ZELAN K. (1983), *La lecture et l'enfant*, Robert Laffont, Paris.
BEZILLE H. (1996), Les représentations en questions, *Educations*, n° 10 déc. 96, pp 12-15.
BIDEAUD J., MELJAC C., FISCHER J.-P. (1991), *Les chemins du nombre,* Presses Universitaires, Lille.

* *Biennale de l'éducation et de la formation*, Débats sur les recherches et innovations, Paris-Sorbonne 9-12 avril 1994.
BIGARD A. (1978), *Mathématiques, échec et sélection*, Cédic, Paris.
BINET A., SIMON T. (1907), *Les enfants anormaux. Guide pour l'admission des enfants anormaux dans les classes de perfectionnement*, Armand Colin, Paris.
BKOUCHE R., CHARLOT B., ROUCHE N. (1991), *Faire des mathématiques : le plaisir du sens*, Armand Colin, Paris.
BLANCHARD F., CASAGRANDE E., Mc CULLOCH P. (1994), *Echec scolaire Nouvelles perspectives systémiques*, ESF, Paris.
BLANCHARD-LAVILLE C. (1982), Des manifestations du transfert et du contre-transfert en situation d'enseignement des mathématiques, *Seconde école d'été de Didactique des Mathématiques*, pp 163-164.
BLANCHARD-LAVILLE C. (1987), Questions à la didactique des mathématiques, *Revue Française de Pédagogie*, n° 89, pp 63-70.
BLANCHARD-LAVILLE C. et al. (1997), *Variation sur une leçon de mathématiques*, L'Harmattan, Paris.
BLANCHET S. (1991), D'une forme ré-éducative centrée sur l'objet scolaire, *L'ERRE* (revue de la fédération nationale des associations de rééducateurs de l'éducation nationale), juin 1991, pp 14-19.
BLANCHET G., RAFFIERJ., VOYAZOPOULOS R. (1995), *Intelligences, scolarité et réussites*, La Pensée Sauvage, Grenoble.
BLOCH I. (1986), *Un essai d'expérience didactique : l'enseignement des mathématiques à l'école expérimentale de Bonneuil sur Marne*, Cahier de Didactique des Mathématiques n° 32, IREM de Paris 7.
BLUM C., Rééducation orthophonique des enfants dycalculiques, *Orthophonie et apprentissages scolaires*, pp 158-168.
BOLL M. (1941), *Le mystère des nombres et des formes*, Larousse, Paris.
BOLON J. (1999-2000), Mathématiques à l'école maternelle - des conceptions ont varié, , *Grand N spécial maternelle, tome 1*, IREM de Grenoble, Université J. Fourier Grenoble 1, pp 7-17.
BOREL-MAISONNY S. (1966), *Langage oral et écrit* (tome I : Pédagogie des notions de base), Delachaux et Niestlé ; Neuchatel.
BOSCH I CASABO M. (1994), Les instruments du travail mathématique : le cas de la proportionnalité, in Artigues et al., *Vingt ans de didactique des mathématiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 303-312.
BOUDON R. (1973), *L'inégalité des chances*, Armand Colin, Paris.
BOULE F. (1996), Regard sur le calcul mental, *Grand N*, n° 58, pp 39-52.
BOULE F. (1997), *Le calcul mental à l'école (histoire, expérimentation, propositions)*, IREM de Bourgogne.
BOURDIEU P., PASSERON J.C. (1970), *La reproduction*, Editions de Minuit, Paris.
BOURGAIN M. (1991), *Ensemble faison reculer l'échec scolaire*, Chronique sociale, Lyon.
BOUVEAU P. (1995), Zoom sur un dispositif à géométrie variable , *16 heures 30*, n° 7, sept 95, FAS-CNDP.
BOUVEAU P. (1996), Les ZEP, un continent à la dérive ?, *Hommes et Migrations*,1201, pp 6-11.
BOYER R. (1994), Quelques conditions sociales et familiales de réussite scolaire en milieu populaire, *Biennale de l'éducation et de la formation*, Paris.
BOYER R., DELCLAUX M. (1995), *Des familles face au collège*, INRP, Paris.
BRAUNER A., BRAUNER F., *L'expression psychotique chez l'enfant*, PUF, Paris.
BRENNER R. (1987), Quand le psychiatre se penche sur les difficultés en calcul des enfants à l'école primaire, *Le quotidien du médecin*, n° 3 937, 14 oct..
BRIAND J. (1985), *Situations didactiques et logiciels d'enseignement*, mémoire de DEA, Université de Bordeaux 1.
BRIAND J. (1990), Conditions didactiques d'élaboration d'un didacticiel, *Actes du séminaire de micro-informatique en éducation*, Montréal.
BRIAND J. (1993), *L'énumération dans le mesurage des collections, un dysfonctionnement dans la transposition didactique*, Thèse, Université de Bordeaux 1.

BRIAND J. (1999), Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques - Etude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dan, s le domaine pré-numérique, *Recherche en Didactique des Mathématiques* vol. 19, n°1, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 41-76.
BRISSIAUD R. (1988) Compter à l'école maternelle ? Oui, mais ..., *Grand N* , n° 43, pp 5-20.
BRISSIAU R. (1989), *Comment les enfants apprennent à calculer*, Retz, Paris.
BRISSIAUD R. (1994), Penser l'usage du mot « fois » et l'interaction oral/écrit lors de l'apprentissage initial de la multiplication, in Artigues et al., *Vingt ans de didactique des mathématiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 195-202.
BRISSIAUD R. (1995), Langage et acquisition de connaissances numériques, in *Mathématiques et Langages*, Actes du congrès de l'ANCP, Hachette, pp 59-75.
BRISSIAUD R. (1996), La didactique et l'échec en mathématiques, *Educations*, janv. fév. 96, pp 45-48.
BRISSIAUD R. (1999-2000), Calculer et compter de la petite section à la grande section, *Grand N spécial maternelle, tome 1*, IREM de Grenoble, Université J. Fourier Grenoble 1, pp 37-47.
BROCCOLICHI S. (1987), Réduire l'échec en maths ? Echanges et obstacles, *Société française*, n° 25, pp 10-20.
BROUSSEAU G. (1972), Processus de mathématisation, in *La Mathématique à l'école élémentaire*, APMEP, Paris, pp 428 - 457.
BROUSSEAU G. (1972a), La division euclidienne, in *La Mathématique à l'école élémentaire*, APMEP, Paris, pp 267-278.
BROUSSEAU G. (1973), Peut-on améliorer le calcul des produits de nombres naturels ?, *Actes du VIème congrès international des Sciences de l'Education* , Université de Paris 9, EPI, pp 364-378.
BROUSSEAU G. (1973a), L'apprentissage des opérations dans les naturels, *Cahier de l'Enseignement Elémentaire*, vol 13, IREM de Bordeaux.
BROUSSEAU G. (1974), Recherches sur l'enseignement du calcul numérique, *Cahier de l'Enseignement Elémentaire*, vol 15, IREM de Bordeaux.
BROUSSEAU G. (1978), L'observation des activités didactiques, *Revue Française de Pédagogie*, n° 45, pp 130-140.
BROUSSEAU G. (1978a), Etude locale des processus d'acquisition en situation scolaire, *Cahier de l'Enseignement Elémentaire*, vol 18, IREM de Bordeaux, pp 7-21.
BROUSSEAU G. (1979), *Evaluation et théorie de l'apprentissage en situations scolaires*, Conférence Campinas (non publié).
BROUSSEAU G. (1980), Problèmes de l'enseignement des décimaux, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 1 (1), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 11-59.
BROUSSEAU G. (1980a), L'échec et le contrat, *Recherches*, n° 41, pp 177-182.
BROUSSEAU G. (1981), Problèmes de didactique des décimaux, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 2 (1), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 37-127.
BROUSSEAU G. (1981a), Les échecs électifs en mathématiques dans l'enseignement élémentaire, *Revue de laryngologie*, 101 (3/4), pp 107-131.
BROUSSEAU G. (1981b), *Le cas de Gaël*, IREM de Bordeaux.
BROUSSEAU G. (1983), Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 4 (2), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 165-198.
BROUSSEAU G. (1985), *La multiplication au CE1*, publication de l'IREM de Bordeaux.
BROUSSEAU G. (1985a), *La division à l'école élémentaire*, publication de l'IREM de Bordeaux.
BROUSSEAU G. (1986), *La théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*, Thèse d'état, Université de Bordeaux 1.
BROUSSEAU G. (1986a), Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 7/2, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 33-115.
BROUSSEAU G. (1986b), La relation didactique : le milieu, *Actes de la 4ème école d'été de didactique des mathématiques*, IREM de Paris 7, pp 54-68.
BROUSSEAU G. (1986c), Le jeu et l'enseignement des mathématiques, *Actes du 59ème congrès de l'AGIEM*, Bordeaux.

BROUSSEAU N. (1987), *La mesure en cours moyen 1*, IREM de Bordeaux.
BROUSSEAU G. (1987a), Représentation et didactique du sens de la division, *Didactique et acquisition des connaissances scientifiques* - Actes du colloque de Sèvres 1987, La Pensée sauvage, Grenoble, pp 47-64.
BROUSSEAU G. (1988), Les différents rôles du maître, *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*, 2/23, pp 14-24.
BROUSSEAU G. (1988a), Le contrat didactique : le milieu, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 9/3, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 309-336.
BROUSSEAU G. (1988b), Représentation et didactique du sens de la division, in G. VERGNAUD, G. BROUSSEAU, M. HULIN (eds), *Didactique et acquisition des connaissances scientifiques (Actes du colloque de Sèvres, 1987)*, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 47-64.
BROUSSEAU G. (1989), Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques, in N. BEDNARDS, C. GARNIER (eds.), *Construction des savoirs - Obstacles et conflits*, CIRADE, Montréal, pp 41-63.
BROUSSEAU G. (1989a), Obstacles épistémologiques, conflits socio-cognitifs et ingéniérie didactique, in N. BEDNARDS, C. GARNIER (eds.), *Construction des savoirs - Obstacles et conflits*, CIRADE, Montréal, pp 277-285.
BROUSSEAU G. (1989b), Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 4/2, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 165-198.
BROUSSEAU G. (1989c), Utilité et intérêt de la didactique pour un professeur de collège, *Petit x*, n° 21, pp 47-68.
BROUSSEAU G. (1991), *L'enjeu dans une situation didactique*, conférence du 12 mars 1991 au stage de Cahors (retranscription J.L. Oyallon), pp 147-163.
BROUSSEAU G. (1992), Modélisation informatique dans la gestion des processus didactiques, *Didactique et technologies cognitives en mathématiques, séminaires 1991-1992*, Université J. Fourier, Grenoble, DidaTech , Laboratoire de structures discrètes et de didactique, CNRS IMAG, pp 99-115.
BROUSSEAU G. (1994), Perspectives pour la didactique des mathématiques, in M. ARTIGUE et col. (eds), *Vingt ans de didactiques des mathématiques en France*, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 51-66.
BROUSSEAU G. (1995), Les mathématiques à l'école, *Bulletin APMEP*, n° 400, pp 831-850.
BROUSSEAU G. (1995a), La recherche en didactique des mathématiques, *Animation et Education*, n° 125, pp 8-10.
BROUSSEAU G. (1995b), L'enseignant dans la théorie des situations didactiques, in R. NOIRFALISE, M.-J. PERRIN-GLORIAN (eds) , *Actes de la VIIIème école d'été de didactique des mathématiques*, IREM de Clermont-Ferrand, *pp* 3-46.
BROUSSEAU G. (1995c), Promenade avec Thalès de la Maternelle à l'Université, *Autour de Thalès*, Commission Inter IREM Premier cycle, pp 87-124.
BROUSSEAU G. (1995d), Didactiques des Sciences et formation des professeurs, Conférence pléniaire d'ouverture du "premier colloque régional des pays francophones d'Asie du Sud Est : "Didactique des disciplines scientifiques et formation des enseignants" (Fév. 95) de HCM ville.
BROUSSEAU G. (1996), Echecs électifs et contrat didactique, *JDI Journal des Instituteurs*, dossier « Nul en maths ? », n° 3, Nathan, pp 61-65.
BROUSSEAU G. (1997), Eviter les échecs prématurés : quelles conditions ? quelles actions ? quelles limites ? , in APFEE *Mathématiques de base pour tous*, ALEAS, Lyon, pp 33-46.
BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble.
BROUSSEAU G. (2000), La dé-transposition de connaissances scolaires, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 20 (1), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 7-40.
BROUSSEAU G., BROUSSEAU N. (1987), *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*, publication de l'IREM de Bordeaux.
BROUSSEAU G., CENTENO J. (1991), Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 11(2/3), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 167-210.

BROUSSEAU G., FOUCAUD R. (1992), *Situations didactiques pour l'apprentissage des nombres naturels*, IREM de Bordeaux.
BROUSSEAU G., RATIER G. (1965), *Les mathématiques du C. P.*, Dunod, Paris.
BRUN J., CONNE F., CORDEY P. A., et al. (1994), Erreurs systématiques et schèmes-algorithmes, in M. ARTIGUE, R. GRAS, C. LABORDE, P. TAVIGNOT (eds), *Vingt ans de Didactique des Mathématiques en France*, La Pensée Sauvage, Paris, pp 203-209.
BRUN J. (1996), *Didactique des mathématiques,* Delachaux et Niestlé, Paris/Lausane.
BUTLEN D., PEZARD M. (1989), Calcul mental, calcul rapide, IREM Paris 7, brochure 78.
BUTLEN D., PEZARD M. (1996), Rapports entre habilité calculatoire et prise de sens dans la résolution de problèmes numériques-Etude d'un exemple : impact d'une pratique régulière de calcul mental sur les procédures et performances des élèves de l'école élémentaire, *cahier de DIDIREM,* n° 27, Université de Paris 7.
BUZAN T. (1984), *Une tête bien faite*, Les Editions d'Organisation, Paris.
CADIOU M., DUSSAU J. (deuxième édition remise à jour 1994-1996) , *Education, les textes officiels de A à Z* , Armand Colin, Paris.
CANEY J., PUYMAGES M.P., BEAUFRERE C., et al. (1994), *Calcul mental et automatismes*, IREM de Clermont-Ferrand, Université Blaise Pascal.
CASTAGNERA L. (1997), *Les troubles de développement du langage oral et écrit chez l'enfant- une des grandes causes de l'illettrisme*, document de synthèse envoyé sur le réseau Internet aux Premier Ministre, Ministre de l'Education nationale, de la Recherche et de la Technologie et Ministre des affaires Sociales et de l'Emploi.
CASTEL N. (1993), *Votre enfant et les maths*, Le livre de poche, Paris.
CENTENO J. (1986), Une formation et information des maîtres capables de redonner le goût de faire des mathématiques, *Actes de la 38ème rencontre de la C.I.E.A.M,* Southampton, pp 221-225,.
CHANGEUX J.P., CONNES A. (1992), *Matière à pensée*, Odile Jacob, Paris.
CHARLOT B. (1997), *Du rapport au savoir, éléments pour une théorie*, Economica, Paris.
CHARLOT B., BAUTIER E., ROCHEX J.-Y. (1992), *Ecole et savoir dans les banlieues...et ailleurs,* Armand Colin, Paris.
CHARNAY R. (1993), Un exemple d'utilisation des calculatrices au CE1, *Grand N, n°*54, pp 27-30.
CHARNAY R. (1996), Pourquoi ? Réflexions sur les nouveaux programmes, *Grand N*, n°59, pp 71-75.
CHATEAU F. (1978), *Etude de divers moyens de détection des enfants en difficultés électives en mathématiques par l'intermédiaire de l'institution scolaire en vue d'analyses statistiques* (analyse statistique comparée et étude longitudinale - fascicule III), Mémoire de capacité d'orthophonie (sous la direction de G. Brousseau), Université Bordeaux 1.
CHAUVAT G. (1997), *Etude didactique pour la réalisation et l'utilisation d'un logiciel de représentations graphiques cartésiennes des relations binaires entre réels dans l'enseignement des mathématiques des DUT industriels*, Thèse Université d'Orléans.
CHAUVEAU G (1988), Comprendre la (non)réussite scolaire, *Pour une meilleur réussite scolaire - guide des actions d'accompagnement* ; 8 hors série, publication du G.P.L.I., pp 13-17.
CHAUVEAU G (1988a), Le rôle des facteurs éducatifs : des recherches nouvelles sur l'échec et la réussite scolaire, *Pour une meilleur réussite scolaire - guide des actions d'accompagnement* ; n° 8 hors série, publication du G.P.L.I., pp 18-21.
CHAUVEAU G (1988b), L'éducation et le développement de l'intelligence, *Pour une meilleur réussite scolaire - guide des actions d'accompagnement* ; n° 8 hors série, publication du G.P.L.I., pp 31-37.
CHAUVEAU G., ROGOVAS CHAUVEAU E. (1992), Relations école, familles populaires et réussite au CP, *Revue Française de Pédagogie*, n°100, pp 5-18.
CHAUVEAU G., ROGOVAS CHAUVEAU E. (1996), Redéfinir l'accompagnement scolaire, *16 heures 30*, n° 9, juin 96 , FAS-CNDP.
CHEVALLARD Y. (1985), *La transposition didactique - du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage, Grenoble.
CHEVALLARD Y. (1988), Esquisse d'une théorie formelle du didactique, in C. LABORDE (eds) *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*, Grenoble, pp 97-106.

CHEVALLARD Y. (1988a), *Notes sur la question de l'échec scolaire*, publication de l'IREM de Marseille, n° 13.
CHEVALLARD Y. (1989), Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège, *Petit x*, n° 19, pp 43-72.
CHEVALLARD Y. (1990), Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège, *Petit x*, n° 23, pp 5-38.
CHEVALLARD Y. (1991), Concepts fondamentaux de la didactique : les perspectives apportées par une approche anthropologique (suite), *Actes de l'école d'été de didactique des mathématiques*, pp 160-163.
CHEVALLARD Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 12 (1), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 73-112.
CHEVALLARD Y. (1992a), Pour en finir avec une certaine phobie culturelle, *Sciences & Vie*, numéro hors série "Sciences à l'école, les raisons du malaise", n° 180, 09. 92, pp 60-69.
CHEVALLARD Y. (1994), Nouveaux objets, nouveaux problèmes en didactique des mathématiques, in M. ARTIGUE et col. (eds), *Vingt ans de didactiques des mathématiques en France*, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 313-320.
CHEVALLARD Y. (1997), Familière et problématique, la figure du professeur, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 17 (3), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 17-54.
CHEVALLARD Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 19 (2), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 221-266.
CHEVALLARD Y., JOHSUA M.-A. (1991), *La transposition didactique - du savoir savant au savoir enseigné*, 2ème édition, La Pensée Sauvage, Grenoble.
CHICH J.P., JACQUET M., MERIAU N., VERNEYRE M. (1991), *Pratique pédagogique de la gestion mentale*, Retz, Paris.
CHOPPIN (1992), *Manuels scolaires : histoire et actualité*, Hachette, Paris.
CLANCHE P., DEBARBIEUX E., TESTANIERE J. (1994 - nouvelle réimpression 1999), *La Pédagogie Freinet. Mises à jour et* perspectives, Presses Universitaires de Bordeaux.
* *Code Soleil - Le livre des instituteurs*, 27 éd.SUDEL, Paris (1957).
* *Code Soleil - Le livre des instituteurs*, 32 éd.SUDEL, Paris (1962).
COLIN M., CORIDIAN C. (1996), *Les produits éducatifs parascolaires : une réponse à l'inquiétude des familles ?*, INRP, Paris.
COLLETTE J.P. (1973), *Histoire des mathématiques*, tomes1 et 2, Vuibert/ ERPI, Canada.
COMITI C., GRENIER D., MARGOLINAS C. (1995), Niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques, in G. ARSAC, J. GREA, D. GRENIER, A. THIBERGHIEN (eds), *Différents types de savoirs et leur articulation*, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 93-127.
COMEAU J., SALOMON A. (1994), Les relations école-famille : les difficultés d'une coopération, in P. DURNING, J.-P. Pourtois, *Education et famille*, De Boeck, Bruxelles, pp 206-217.
CONNE F. (1988), Comptage et écriture en ligne d'égalités numériques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 9 (1), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 71-116.
CONNE F. (1989), Invitation à une réflexion sur le rôle du langage dans l'enseignement des mathématiques, *Petit x*, n° 20, pp 67-83.
COQUIN - VIENNOT D. (1979), *Algorithmes et sous-algorithmes - étude du produit par la méthode à l'italienne*, mémoire de DEA, Université de Bordeaux 1.
COQUIN - VIENNOT D. (1985), Complexité mathématique et ordre d'acquisition : une hierarchie de conceptions à propos des relatifs, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 6 (2/3), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 133-192.
CORDIE A. (1993), *Les cancres n'existent pas*, Seuil.
COUTEL C., PICARD N., SCHUBRING G. (1988), *Condorcet - Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité*, Déledicq ACL édition, Paris.
CUISINIER F. (1994), Comportements éducatifs maternels, style cognitif et internalité de l'enfant, in P. DURNING, J.-P. Pourtois, *Education et famille*, De Boeck, Bruxelles, pp 45-57.
CUISINIER F. (1996), L'influence des tuteurs, *Educations*, juin-oct 96 , pp 33-36.
DAHAN-DAMENICO A., PEIFFER J. (1986), *Une histoire des mathématiques, routes et dédales*, Seuil, Paris.

DAMASIO A.-R. (1995), *L'erreur de Descartes : la raison des émotions*, Odile Jacob, Paris.
DANNEQUIN C. (1992), *L'enfant, l'école et le quartier : Les actions locales d'entraide scolaire*, L'Harmattan, Paris.
DANON-BOILEAU H. (1984), *Les études et l'échec de l'adolescence à l'âge adulte*, Payot.
DARTOIS C. (1996), Savoirs de base : de quoi s'agit-il ?, *Educations*, mars 96, pp 42-46.
* *Défense des enfants scolarisés*, brochure éditée par le comité de défense des enfants scolarisés 1978.
DEGOUYS J., POSTIC M. (1983), Les représentations des différents partenaires de la relation éducative à l'égard des mathématiques en sixième, *Revue Française de Pédagogie*, n° 62, pp 15-26.
DEHAENE S. (1990), Biologie de la pensée, revue *Autrement*, série Mutations, n° 117, pp 64-70.
DEHAENE S. (1997), *La bosse des maths*, Odile Jacob, Paris.
DE LA GARANDERIE A. (1982), *Pédagogie des moyens d'apprendre*, Le centurion, Paris.
DE LA GARANDERIE A. (1984), *Le dialogue pédagogique*, Le centurion, Paris.
DE LA GARANDERIE A. (1987), *Comprendre et imaginer*, Le centurion, Paris.
DE LA GARANDERIE A. (1987), *Les profils pédagogiques*, Le centurion, Paris.
DE LANDSHEERE V. (1992), *L'education et la formation*, PUF.
DELEDIC A. (1989), Les mathématiciens de la Révolution, Revue *Plot* n° 49, pp 20-28.
DELOCHE G., Acalculie et aphasie.
DELOCHE G., Méthodes d'évaluation des troubles du calcul et du traitement des nombres chez l'adulte cérébro-lésé.
DELOCHE G., SERON X., BERGEGO C. (1989), Traitement des nombres et calcul : données théoriques et perspectives thérapeutiques, *Annales de réadaptation et de médecine physique*, n° 32, pp 627-637.
DELOCHE G., SERON X., NOEL M.-P. (1991), Un transcodage des nombres chez l'enfant : la production des chiffres sous dictée, in J. BIDEAU, C. MELJAC, J.P. FISCHER (eds), *Les chemins du nombre* , Presses Universitaires, Lille, pp 302-327.
DENIS-PRINZHORN M., GRIZE J.-B. , La méthode clinique en pédagogie, Psychologie et épistémologie génétique, pp 319-325.
DE SINGLY F. (1992), *L'enquête et ses méthodes : le questionnaire*, Nathan, Paris.
DE SINGLY F. (1992), La famille : l'état des savoirs (Notes critiques), *Revue Française de Pédagogie*, n° 100, pp 137-139.
DE SINGLY F. (1995), Lire et réussir, in BLANCHET, RAFFIER, VOYAZOPOULOS (eds), *Intelligences, scolarité et réussites*, Association française des psychologues scolaires, La Pensée Sauvage, pp 79-87.
DESMET H., POURTOIS J-P. (1993), *Prédire, comprendre la trajectoire scolaire*, PUF.
DESPIN J.-P., BARTHOLY M.-C. (1983), *Les poissons rouges dans le perrier*, Criterion, Limoges.
DESSAILLY P. (1999), *L'évaluation des troubles d'apprentissage en mathématique (Reflets de conceptions et pratiques variées)*, Questions de logopédie, périodique n° 35, Union professionnelle des logopèdes francophones, Belgique.
DEVELAY M. (1996), Didactique et perspectives de formation, *Educations*, Janv-fév 96, pp 49-52.
DEVELAY M. (1997), Origines, malentendus et spécificités de la didactique, *Revue Française de Pédagogie*, n° 120, pp 59-66.
DIAZ V. (1988), L'école et la famille, *Pour une meilleur réussite scolaire - guide des actions d'accompagnement* ; n° 8 hors série, publication du G.P.L.I., pp 28-29.
DIEL P. (1976), *Education et rééducation*, Payot, Paris.
DIONNE J.-J. (1993), Une théorie constructiviste en orthopédagogie des mathématiques, *Actes de la 45ème rencontre de la C.I.E.A.M*, Cagliari, pp 136-142.
DOISE W., MUGNY G. (1981), *Le développement social de l'intelligence*, Inter éditions.
DOLLE J.-M., BELLANO D. (1989), *Ces enfants qui n'apprennent pas*, Centurion, Paris.
DOLTO F. (1986), *Enfances*, Seuil, Paris.
DOLTO F. (1989), *L'échec scolaire - Essai sur l'éducation*, Ergo Press, Paris.
DOMAN G. (1978), *J'apprends à lire à mon bébé*, Retz, Paris.
D'ORTOLI F., AMRAM M. (1990), *L'ecole avec F. Dolto, le rôle du désir dans l'education*, Hatier, Paris.

DOUADY R. (1993), *L'ingénierie didactique : un moyen pour l'enseignant d'organiser les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage*, cahier DIDIREM n° 19, Université Paris 7.
DUBET F., LAPEYRONNIE D. (1992), *Les quartiers d'exil*, Seuil, Paris.
DUBET F., MARTUCCELLI D. (1996), *A l'école- Sociologie de l'expérience scolaire*, Seuil, Paris.
DUBET F. et al. (1997), *Ecole, familles : le malentendu*, Textuel, Paris.
DUCORAIL J.-C. (1978), *Apprentissage des mécanismes opératoires au CP et au CE*, Université de Bordeaux 1, IREM de Bordeaux.
DUPIN J.J. , JOHSUA S. (1993), *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*, PUF, Paris.
DURAND D. (1979), *La systémique*, coll. Que sais-je , PUF, Paris.
DURNING P. (1996), Faut-il éduquer les parents ?, *Sciences Humaines*, n° 64, pp 10-15.
DURNING P., POURTOIS J.-P. (1994), *Education et famille*, De Boeck, Bruxelles.
DURNING P., POURTOIS J.-P. (1995), *Education familiale*, PUF, Paris.
DURUT-BELLAT M. (1997), Ecole : l'inégalité des parcours, *Sciences Humaines*, n° 72.
DUVAL R. (1996), Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ?, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 16 (3), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 349-382.
EKELAND I. (1984), *Le Calcul, l'Imprévu (les figures du temps de Kepler à Thom)*, Seuil.
* *En mathématiques ...peut mieux faire*, INRP (collectif), coll. Rencontres Pédagogiques, n° 12, 1986, Paris.
ERNY P., REE JEONG M. (1996), *Expérience de formation parentale et familiale*, L'Harmattan, Paris.
* Evaluation à l'entrée au CE2 (début du cycle des approfondissements) Français et mathématiques - Présentation (consignes de passation, consignes de codage, commentaires, relevé de réponses) ; Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche Direction de l'évaluation et de la prospective (1996).
* Evaluation CE2 - 6ème Résulats nationaux septembre 1996 ; dossier n° 79 d'Education et formations ; Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche Direction de l'évaluation et de la prospective.
FAUGUET J.-L. (1994), L'école et les styles de vie populaires, *Biennale de l'éducation et de la formation*, Paris.
FAYOL M. (1995), La notion d'erreur, éléments pour une approche cognitive, in BLANCHET, RAFFIER, VOYAZOPOULOS (eds), *Intelligences, scolarité et réussites*, Association française des psychologues scolaires, La Pensée Sauvage, pp 137-152.
FELOUZIS G. (1996), Evaluation et efficacité pédagogique des enseignants du secondaire, le cas des mathématiques, *Revue française de sociologie*, XXXVII, pp 77-105.
FEUERSTEIN R. (1992), *Pédagogie de la médiation* (PEI), Chronique sociale, Lyon.
FLAGEY D. (1972), Points de vue psychanalytiques sur l'inhibition intellectuelle de l'enfant, *Revue Française de Psychanalyse*, T XXXVI (5/6), pp 717-798.
FLAMANT C. (1995), *Retard de langage et structures logiques*, Mémoire de capacité d'orthophonie (sous la direction de S. Tinnes), Université de Bordeaux 1.
FINKELSTEIN D., DUCROS P. (1989), Un dispositif de lutte contre l'échec scolaire : l'enseignement par élèves-tuteurs, *Revue Française de pédagogie*, n° 88, pp 15-26.
FISCHER J.P. (1981), Développement et fonctions du comptage chez l'enfant de 3 à 6 ans, *Recherche en Didactique des Mathématiques,* vol. 2 (3), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 227-302.
FISCHER J.P. (1991), Le subitizing et la discontinuité après 3, in J. BIDEAUD et al. *Les chemins du* nombre, Presses Universitaires de Lille, pp 235-258.
FISCHER J.P., PLUVINAGE F. (1988), Complexité de compréhension et d'exécution des opérations arithmétiques élémentaires, *Recherche en Didactique des Mathématiques,* vol. 9 (2), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 133-154.
FRANCHI-ZANNETTACCI M.P. (1978), *La construction des séances d'activités d'enseignement en mathématiques*, mémoire de DEA, Université de Bordeaux 1.
FREGE G. (1969), *Les fondements de l'arithmétique*, Seuil, Paris.
FREGONA D. (1994), *Les figures planes comme milieu dans l'enseignement de la géométrie, interactions, contrats et transpositions didactiques*, Thèse Université Bordeaux 1.
GARDOU C. (1995), *La gestion mentale en question,* Eres.
GASQUET S. (1989), *Apprivoiser les maths*,Syros/Alternatives, Paris.
GASQUET S. (1991), *les mathématiques au lycée- clef pour une réussite*, ESF, Paris.

GASQUET S. (1997), *L'illusion mathématique (le malentendu des maths scolaires)*, Syros, Paris.
GATEAUX-MENNECIER J. (1996), Idéologie et structuration des pratiques sociales- l'exemple de l'enseignement spécial, *Educations*, n° 10 déc. 96, pp 27-33.
GAYET D. (1995), *Modèles éducatifs et relations pédagogiques,* Armand Colin.
GAZIEL H.-M., WARNET M.M. (1996), Atitudes et intérêts des parents à l'égard de l'école, *Sciences de l'éducation - Pour l'ère nouvelle*, vol. 29, n° 3, CERSE, Université de Caen, pp 77-101.
GENESTOUX F. (1995), *Quelle institution d'appui aux élèves en difficulté en mathématiques ? Etude des conditions spécifiques*, mémoire de D.E.A., Université de Bordeaux 1.
GENESTOUX F. (1996), Combien en reste-t-il ? Il suffit d'enlever !, *JDI Journal des Instituteurs*, dossier « Nul en maths ? », n° 3, nov.96, Nathan, pp 70-73.
GENESTOUX F. (1997), Pour la réussite de tous en mathématiques : des Coups de Pouce ?, in APFEE *Mathématiques de base pour tous*, ALEAS, Lyon, pp 19-31.
GENINET A. (1993), *La gestion mentale en mathématique (application de la 6ème à la 2de)*, Retz, Paris.
GERARD L. (1991), *L'enfant dysphasique*, Editions universitaires, Paris.
* *Gestion Mentale* tomes 1, 2, colloque d'Angers, Bayard, Paris (1991).
* *Gestion Mentale* tome 3, Revue d'études et de pratiques sur la vie mentale, Bayard, Paris (1992).
* *Gestion Mentale et recherche de sens*, actes du colloque international de gestion mentale, Nathan, Paris (1996).
GIBELLO B. (1984), *L'enfant à l'intelligence troublée*, Le Centurion, Paris.
GIRAUDET N. (1989), L'enfant dans son échec : sur le chemin des mathématiques, le détour par la rééducation, *L'ERRE*, n°5, pp 29-34.
GLASMAN D. (1990), Le virus du cours particulier, 50-51, *Le Monde de l'Education,09.* 90.
GLASMAN D. (1992), Parents ou familles : critique d'un vocabulaire générique, *Revue française de Pédagogie*, n° 100, pp 19-34.
GLASMAN D. (1992a), *L'école réinventée ? Le partenariat dans les zone d'éducation prioritaires*, L'Harmattan, Paris.
GLASMAN D. (1992b), *L'école hors l'école, soutien scolaire et quartiers*, ESF, Paris.
GLASMAN D. (1993), Une lecture du soutien scolaire hors école : soutien scolaire hors école et service public, *Société Française*, n° 45.
GLASMAN D. (1993a), Nouvelles pratiques scolaires et péri-scolaires de lutte contre l'exclusion, *Connexion*, 62.
GLASMAN D. (1994), Les familles « défavorisées » face à l'école, in P. DURNING, J.P. Pourtois, *Education et famille*, De Boeck, Bruxelles, pp 218-234.
GLASMAN D. (1995), Les avatars de l' « implication », *Cahiers Pédagogiques*, n° 339, dossier : Ecole et Familles : Quel partenariat ?, pp 13-14.
GLASMAN D. (1996), Accompagnement scolaire, espace intermédiaire par défaut ?, *16 heures 30*, n° 9, FAS-CNDP.
GLASMAN D., COLLONGES G. (1994), *Cours particuliers et construction sociale de la scolarité* CNDP-FAS, Paris.
GORDON T. (1981), *Enseignants efficaces*, Le jour, Canada.
GRANGER G.G. (1993), *La science et les sciences*, coll. Que Sais-Je, PUF, Paris.
GUIET J. (1995-1996) Une petite histoire de la division : de ses origines jusqu'à la méthode Galley, *Grand N*, n° 57 , pp 33-54.
GUIET J. (1995-1996a) Une petite histoire de la division : de la méthode Galley à la méthode actuelle, *Grand N*, n° 58 , pp 53-80.
GUILLAUME C., LE TIRILLY M. (1993), *J'aide mon enfant en maths*, Retz, Paris.
GUILLEMOTEAU R., MAYEUR P. (1952), *Les règlements scolaires - Guide théorique et pratique à l'usage des administrateurs et des membres de l'enseignement du premier degré*, CNDP, imprimerie nationale, Paris.
GUILLEMOTEAU R., MAYEUR P. (1970), *Traité de législation scolaire et universitaire - tome 3 Enseignement élémentaire et préélémentaire*, A. Colin, Paris.
GUILLERMARD R. (1995-1996), La calculatrice, quel usage « pertinent » ?, *Grand N*, n° 57, pp 55-57.
GUINET R. (1996), Logiciel de calcul mental, *Grand N*, n° 59.

GUITTEL G. (1975), *Histoire comparée des numérations écrites*, Flamarion, Paris.
GUY A. (1990), Aspects de l'échec scolaire, inhibition et refus de savoir, *L'ERRE*, sept. 90, pp 17-28.
GUYOT J.C. (1985), *L'échec scolaire, ça se soigne*, Privat, Toulouse.
HABERMAS J. (1986), *Morale et communication*, Flammarion, Paris.
HIGELE P., HOMMAGE G., PERRY E. (1991), *Ateliers de raisonnement logique*, livret du formateur, CAFOC de Nancy.
HOSTEIN B. (1977), Langues, langage et parole dans la vie des adolescents migrants, *Bulletin de psychologie*, 335 XXXI, pp 10-11.
HOUDE O. (1998), De la pensée du bébé à celle de l'enfant : l'exemple du nombre, *Sciences Humaines*, n° 87, pp 28-31.
HOUDE O., MIEVILLE D. (1994), *Pensée logico-mathématique*, PUF, paris.
IFRAH G. (1985), *Les chiffres ou l'histoire d'une grande invention*, Robert Laffont, Paris.
IFRAH G. (1994), *Histoire universelle des chiffres- L'intelligence des hommes racontée par les nombres et le calcul*, Robert Laffont, Paris.
IFRAH G. (1996), L'étoffe des zéros, *Le Nouvel Observateur*, 12-18 sept 1996.
JACOBI D. (1987), *Texres et images de la vulgarisation scientifique*, Peter Lang, Bern.
JACQUARD A. (1994), Ne les stressez pas ; *Le Nouvel Observateur*, 8-14 sept. 1994.
JACQUARD A. (1998), *L'équation du nénuphar, les plaisirs de la science*, Calmann-Lévy.
JAULIN-MANNONI F. (1965), *La rééducation du raisonnement mathématique*, Editions Sociales Françaises, Paris.
JAULIN-MANNONI F. (1965a), *Les quatre opérations, base des mathématiques*, ESF, Paris.
JAULIN-MANNONI F. (1966), *Rééducation pratique du calcul*, ESF, Paris.
JAULIN-MANNONI F. (1970), *Entrainement pré-mathématique progressif*, ESF, Paris.
JAULIN-MANNONI F. (1973), *Pédagogie des structures logiques élémentaires*, ESF,Paris.
JAULIN-MANNONI F. (1974), *L'apprentissage des sériations*, ESF, Paris.
JAULIN-MANNONI F. (1975), *Le Pourquoi en Mathématique*, ESF, Paris.
JAULIN-MANNONI F. (1977), En savoir asez pour savoir qu'on ne sait pas, *Rééducation orthophonique*, n° 93.
JAULIN-MANNONI F.(1980), L'échec, un signe de bonne santé ?, *Recherches*, n° 41, pp 175-176.
JAULIN-MANNONI F. (1990), *Ouvrage de Dame*, APECT, Paris.
JAULIN-MANNONI F. (1991), *Eléments de topo-linguistique*, APECT, Paris.
JAULIN-MANNONI F. (1992), *Le GEPALM, ses ses structures, son enseignement*, APECT, Paris.
JAULIN-MANNONI F. (1993), Dyscalculie ou difficultés d'organisation de la pensée, *Entretiens de Bichat d'orthophonie*, Expansion Scientifique Française, pp 196-207.
JAULIN-MANNONI F. (1994), *Au fil d'un regard sur l'Extrême Occident*, APECT, Paris.
JAULIN-MANNONI F. (1999), *La Sirène et le Dragon*, éditions APECT, Diffusion l'Harmattan, Paris.
JAULIN-MANNONI F. et al. (1977), *Recherche sur les fondements d'une pédagogie authentique*, rapport de recherche CORDES, microfiché au centre de documentation de sciences humanes du CNRS.
KAHN P. (1994), Quelques problèmes relatifs à la preuve en science et dans l'enseignement scientifique, in *L'alphabétisation scientifique et technique*, Actes des XVIèmes journées internationales sur la communication, l'éducation et la culture scientifiques et industrielles, 1994, A. Giordan, J.L. Martinand et D. Raichvarg éditeurs, pp 231-235.
KATEMBERA I. (1986), *Sur la résolution de problèmes de soustraction au cours élémentaire : étude du rôle de la grandeur des nombres et des différentes représentations de la soustraction en vue de l'élaboration des situations didactiques*, Thèse, Université de Bordeaux 1.
KELLERAHLS T., MONTANDON C. (1992), Les stratégies éducatives des familles, *Revue Française de Pédagogie*, n° 100, pp 124-125.
KERVOT J.-C. (1987), Les difficultés en mathématiques, diversité des troubles et diversité des traitements, *Rééducation orthophonique*, vol. 25, n° 149, pp 51-60.
KOHN R.C., ABDAT O., CALLU E. et al. (1994), Coopération familles-institutions éducatives, in P. DURNING, J.P. Pourtois, *Education et famille*, De Boeck, Bruxelles, pp 163-188.

KOPPEL H. (1976), *Difficultés en mathématiques*, éditions Papyrus, Paris.
KOPPEL H. (1976a), Anorexie-dyscalculie, *Mathématique et langage III*, Rééducation orthophonique, vol. 14, n° 87, pp 59 - 66.
KREISEL G., KRIVINE J.L. (1967), *Eléments de logique mathématique- Théorie des modèles*, Dunod, Paris.
KUNTZMANN J. (1976), *Evolution et étude critique des enseignements de mathématiques*, Cédic, Paris.
LABORDE C., CAPPONI B. (1994), Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 14, n° 12, La Pensée sauvage, Grenoble, pp 165-210.
LAFORTUNE L. (1992), *Dimension affective en mathématique*, Modulo, Canada.
* *L'alphabétisation scientifique et technique*, Actes des XVIèmes journées internationales sur la communication, l'éducation et la culture scientifiques et industrielles, A. Giordan, J.L. Martinand et D. Raichvarg éditeurs (1994).
LANGOUËT G., LEGER A. (1994), *Ecole publique ou Ecole privée ? Trajectoires et réussites* scolaires, Fabert, Paris.
LAUTREY J. (1980), *Classe sociale, milieu familial, intelligence*, PUF, Paris.
LAUTREY J. (1995), Les apports de la psychologie cognitive à la compréhension des différences en matière d'intelligence et de réussite scolaire, in BLANCHET, RAFFIER, VOYAZOPOULOS (eds), *Intelligences, scolarité et réussites*, Association française des psychologues scolaires, La Pensée Sauvage, Paris, pp 153-172.
* *L'échec scolaire - Doué ou non doué ?*, G.F.E.N., Editions sociales, Paris (1976).
* *L'école, les élèves, les parents* ; Enquête DEP, INSEE , 3, n° 293 (1996).
LEGAULT L. (1987), Les approches cognitives et affectives dans un enseignement curatif, *Actes de la 39ème rencontre de la CIEAEM*, éditions de l'Université de Sherbrooke, pp 273-274.
LEGAULT L. (1993), Logix, un jeu pour apprendre, un instrument pour évaluer, *Actes de la 45ème rencontre de la CIEAEM*, Cagliari, pp 255-258.
LEGER A. (1997), Les détours par l'enseignement privé, in J.P. TERAIL, *La scolarisation de la France. critique de l'état des lieux*, La Dispute/Snédit, Paris, pp 69 - 85.
* *Les cycles à l'école primaire* ; Ministère de l'éducation nationale de la jeunesse et des sports - Direction des écoles ; collection Une école pour l'enfant - des outils pour les maîtres ; CNDP ; Hachette (1991).
* *Le plan Langevin - Wallon ; la nationalisation de l'enseignement*, document édité par *L'école et la nation (1962)*.
LESTIEVENT P. (1992), L'indication en mathématiques : aide pédagogique adaptée ou rééducation ?, *Cahiers de Beaumont*, sept. 1992.
LETERRIER L. (1956), *Programmes Instructions Répartitions mensuelles et hebdomadaires*, Hachette.
LETERRIER L. (1966), *Programmes Instructions Répartitions mensuelles et hebdomadaires*, Hachette.
MALRIEU P. (1976), L'échec scolaire : une génèse complexe, in *L'échec scolaire - Doué ou non doué ?*, G.F.E.N., Editions sociales, pp 188-197.
MANNONI P. (1984), *Adolescents, parents et troubles scolaires*, ESF, Paris.
MARGOLINAS C. (1992), Eléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 12-1, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 113-158.
MARGOLINAS C. (1995), La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations, *Les débats de didactique des Mathématiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 89-102.
MARGOLINAS C. , STEINBRING H. (1993) Double analyse d'un épisode : cercle épistémologique et structuration du milieu, in Artigue M. et coll eds, *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, La Pensée Sauvage , Grenoble, pp 250-257.
* *Mathématiques de base pour tous ? Tous les enfants peuvent-ils connaître la réussite en mathématiques, en début de scolarité ?* (collectif), Association pour Favoriser une Ecole Efficace, Aléas, Lyon, 1997.

* *Mathématiques et langages* (collectif), Actes du congrès national de l'A.N.C.P. 1994, Hachette, Paris, 1995.
MATHEY-PIERRE C. (1997), Appréciations scolaires et orientation, *Educations*, janvier-février 97, pp 36-40.
MAUVY C. (1988), Les phases du jeu de la réussite : tout ne se joue pas pendant le temps de classe, *Pour une meilleur réussite scolaire - guide des actions d'accompagnement* ; n° 8 hors série, publication du G.P.L.I. , pp 22-24.
MAYO C. (1999), *Devenir bon en maths - y a pas de problème !*, Milan, Paris.
MELJAC C. (1979), *Décrire agir et compter : l'enfant et le dénombrement spontané*, PUF.
MENDES-FRANCE M. (1989), Du sucre dans les épinards, Revue *Plot* n° 49, pp 7-8.
MERCIER A. (1992), *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement -Un cas de calcul algébrique*, Thèse, Université de Bordeaux 1.
MERCIER A. (1995), La biographie didactique d'un élève et les contraintes temporelles de l'enseignement - Un cas en calcul algébrique, *Recherches en Didactique des Mathématiques,* vol. 15 (1), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 97-142.
MERIEU P. (1987), *Apprendre ... oui, mais comment ?*, ESF, Paris.
MERIEU P. (1992), *Les devoirs à la maison*, Syros.
MERTTENS R. (1995), *Teaching not Learning : Listenning to Parents and Empowering Children*, For the Learning of Mathematics, 15, 3, FLM Publishing Association, Vancouver, Brithish Columbia, Canada, pp 2-9.
MIGEOT-ALVARADO J. (1995), Les parents dans l'école (ou pourquoi ils ne participent pas assez), *Cahiers Pédagogiques*, n° 339, dossier : Ecole et Familles : Quel partenariat ?.
MILAUD N. (1980), *Le comportement des maîtres face aux erreurs des élèves,* mémoire de D.E.A, Université de Bordeaux 1.
MILLER A. (1983), *Le drame de l'enfant doué*, Puf, Paris.
MILLER A. (1984), *C'est pour ton bien (Racines de la violence dans l'éducation de l'enfant)*, Aubier, Paris.
MILLER A. (1986), *L'enfant sous terreur (l'ignorance de l'adulte et son prix)*, Aubier, Paris.
* *Moniteur des écoles* (1867) ; 4ème année, 20 novembre 1867, éd. André Guédon ; Paris.
MONTAGNER H. (1988), *L'enfant acteur de son développement*, Stock/Pernoud, Paris.
MONTANDON C. (1994), Les relations parents-enseignants dans l'école primaire - De quelques causes d'incompréhension mutuelle, in P. DURNING, J.P. Pourtois, *Education et famille*, De Boeck, Bruxelles, pp 189-205.
MONTANDON C., PERRENOUD P. (1994), *Entre parents et enseignants : un dialogue impossible ?*, Peter Lang, Berne.
MONTEIL J.-M. (1989), *Eduquer et former, perspectives psychosociales,* P.U. de Grenoble.
MONTEIL J.M. (1995), Contextes et performances scolaires, in BLANCHET, RAFFIER, VOYAZOPOULOS R. (eds), *Intelligences, scolarité et réussites,* Association française des psychologues scolaires, La Pensée Sauvage, pp 173-188.
MOPONDI B. (1995), Les explications en classe de mathématiques, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 15 (3), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 7-52.
MORAS F., MOLIA C. (1976), *Etude des échecs en mathématiques au niveau élémentaire à travers quelques articles relatifs à la dyscalculie*, Mémoire de capacité d'orthophonie (sous la direction de G. Brousseau), Université de Bordeaux 1.
MORRIS R. (1990), *Etudes sur l'enseignement des mathématiques,* vol 6, L'enseignement extrascolaire des mathématiques, Unesco, Paris.
MOSCONI N. (1986), De l'application de la psychanalyse à l'éducation, *Revue Française de Pédagogie*, n° 75, pp 73-79.
NIMIER J. (1976), *Mathématique et affectivité*, Stock/Pernoud, Paris.
NIMIER J. (1985), *Les maths, le français, les langues ...à quoi ça me sert ?*, Cedic/Nathan.
NIMIER J. (1988), *Les modes de relations aux mathématiques*, Méridiens Klinclsieck, Paris.
NIMIER J. (1992), A l'entre-deux des rêves et de la rationalité, *Sciences et Vie*, numéro hors série : "Sciences à l'école, les raisons du malaise", n° 180, sept. 1992, pp 70-74.
NOIRFALISE R. (1986), Attitude du maître et résultats scolaires en mathématiques, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 7 (3), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 75-112.

NOIRFALISE R., NOIRFALISE A. (1991), *L'éducabilité cognitive en question*, I.R.E.M. de Clermont-Ferrand.
NORDON D. (1993), *Les mathématiques pures n'existent pas*, Actes Sud, Arles.
NORDON D. (1999), *Deux et deux font-ils quatre ? - Sur la fragilité des mathématiques*, Pour la Science, Paris.
* *Nouveaux programmes du collège*, CNDP (1996).
* « Oedipe et neurones-psychanalyse et neurosciences : un duel ? » ; *Autrement*; série Mutations, n° 117, oct. 1990.
PASCAL D. (1980), *Le problème du zéro - L'économie de l'échec dans la classe et la production de l'erreur*, Mémoire de DEA de Didactique des Mathématiques, Universités de Bordeaux 1 et d'Aix-Marseille 2.
PAULOS J.A. (1989), *La peur des chiffres, l'illettrisme en mathématiques et ses conséquences*, Ergo press.
PAUTY M., PAUTY M. (1994), La décomposition de la lumière, une alphabétisation réussie depuis Newton ?, in *L'alphabétisation scientifique et technique*, Actes des XVIèmes journées internationales sur la communication, l'éducation et la culture scientifiques et industrielles, 1994, A. Giordan, J.L. Martinand et D. Raichvarg éditeurs, pp 361-366.
PAYET J.-P. (1997), Violence à l'école : les coulisses du procès, *Educations*, janv-fév 1997.
* *Pensée calculatrice et calcul pensé* (1960), Ministère de l'Instruction Publique enseignement primaire ; semaine d'information et de perfectionnement pédagogiques organisée en 1960 aux écoles normales de l'Etat à Laeken et à Arlon ; Belgique.
PERES J. (1987), *Construction d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle*, IREM, Université de Bordeaux 1.
PERESSINI D. (1997), *Parental Involvement in the Reform of Mathematics Education*, The Mathematics Teachter, vol 90, n° 6, pp 421-427.
PERRENOUD P. (1996), Didactique (s) : O.P.A. ou retour aux sources ?, *Educations*.
PERRET-CLERMONT A.-N. (1979), *La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale*, Peter Lang, Berne.
PERRET-VIONNET S., PERRET-CATIPOVIC M. (1991), Trouver le plaisir de penser : une manière d'aborder les difficultés d'apprentissage, *Le journal des psychologues*, n° 88, pp 11-14.
PERRIN GLORIAN M.-J. (1993), Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans le cadre des classes dites "faibles" , *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 13, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 5-118.
PERRIN GLORIAN M.-J. (1994), Théorie des situations didactiques : naissance, développement, perspectives, in Artigues et al., *Vingt ans de didactique des mathématiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 97-147.
PERRIN GLORIAN M.-J. (1995), Sens algorithmes et représentations symboliques, *Mathématiques et langages* (collectif) Actes du congrès national de l'A.N.C.P. 1994, Hachette, pp 33-58.
PERRON R. (1995), Les psychologues scolaires, pour quoi faire ? Quelques propositions subversives face à l'échec scolaire, in BLANCHET, RAFFIER, VOYAZOPOULOS (eds), *Intelligences, scolarité et réussites*, Association française des psychologues scolaires, La Pensée Sauvage, pp 105-121.
PERROT J., SI MOUSSA A. (1992), Réflexions sur la répartition des temps professionnels des enseignants des collèges, *Revue Française de Pédagogie*, n° 100, pp 59-69.
PIAGET J. (1947), *La psychologie de l'intelligence*, Armand . Colin, Paris.
PIAGET J. (1948), *Le langage et la pensée chez l'enfant*, Delachaux et Niestlé, Neuchâtel.
PIAGET J. (1970), *L'épistémologie génétique*, coll. Que sais-je, PUF, Paris.
PIAGET J. (1974), *Réussir et comprendre*, PUF, Paris.
PIAGET J. (1981), *Le possible et le nécessaire-L'élaboratin des possibles chez l'enfant*, PUF, Paris.
PIAGET J., INHELDER B. (1959), *La genèse des structures logiques élémentaires, classifications et sériations*, Delachaux et Niestlé, Neuchâtel.
PIAGET J., INHELDER B. (1966), *La psychologie de l'enfant*, coll. Que sais-je ?, PUF.
PIAGET J., INHELDER B., SZEMINSKA A. (1948), *La géométrie spontanée de l'enfant*, PUF, Paris.
PIAGET J., SZEMINSKA A. (1941), *La genèse du nombre chez l'enfant*, Delachaux et Niestlé, Neuchâtel.

PLAISANCE E. (1995), Echec et réussite à l'école, l'intelligence et l'évolution des problématiques en sociologie de l'éducation, in BLANCHET, RAFFIER, VOYAZOPOULOS (eds), *Intelligences, scolarité et réussites,* Association française des psychologues scolaires, La Pensée Sauvage, pp 29-43.
PLANCHON H (1990), *Activités cognitives et images mathématiques* ed. EAP, Issy-les-Moulineaux.
PLANCHON H., ROUX M.O. (1989), *Réapprendre les maths,* ESF, Paris.
POCZTAR J. (1989), *Analyse systèmique de l'éducation,* ESF.
PORTUGAIS J. (1995), *Didactique des mathématiques et formation des enseignants,* Peter Lang, Berne.
POURTOIS J.-P., DESMET H. (1989), L'éducation familiale (notes de synthèse), *Revue Française de Pédagogie,* n° 86, pp 69-102.
POURTOIS J.-P., DESMET H. (1991), Quelques déterminants familiaux de la trajectoire scolaire, *Revue Française de Pédagogie,* n° 96, pp 5-16.
POURTOIS J.-P., DESMET H. (1991 a), L'éducation parentale (notes de synthèse), *Revue Française de Pédagogie,* n° 96, pp 87-112.
* *Pour une meilleur réussite scolaire - guide des actions d'accompagnement* ; « En toutes lettres » n° 8 hors série, publication du G.P.L.I. (Groupe permanent de lutte contre l'illettrisme), 1988.
* *Programmes de l'école primaire* ; Ministère de l'éducation nationale - Direction des écoles ; collection Une école pour l'enfant - des outils pour les maîtres ; CNDP ; Savoir Lire (1995).
* *Quatre étapes pour une évaluation continue au C.P.,* Chantier Maths Inspection de la Gironde 1989 (nouvelle édition IREM de Bordeaux 1996).
RAISKY C., CAILLOT M. (1996), *Au delà des didactiques, la didactique - Débats autour de concepts fédérateurs,* De Boeck, Bruxelles.
RAYSSE P., KUMMER A., AUSSILLOUX C. (1997), Les dyscalculies : association aux troubles du langage et spécificité, *Neuropsychiatrie de l'Enfance et de l'Adolescence,* 45 (7-8), pp 377-383.
* *Représentations,* Revue Educations, n° 10, 1996.
REUCHLIN M. (1991), *Les différences individuelles à l'école,* PUF, Paris.
REZEAU P. (1993), *Petit dictionnaire des chiffres en toutes lettres,* Seuil, Paris.
RICHAR J.-F., ZAMANI M. (1995), Comment poser le problème du diagnostic cognitif à partir des modèles de résolution de problème ?, in BLANCHET, RAFFIER, VOYAZOPOULOS (eds), *Intelligences, scolarité et réussites,* Association française des psychologues scolaires, La Pensée Sauvage, Paris, pp 189-213.
ROCHEX J.-Y. (1994), Pourquoi certains élèves défavorisés réussissent-ils ?, *Sciences Humaines,* nov.
ROCHEX J.-Y. (1996), Rythmes scolaires : serpent de mer ou cheval de Troie ?, *Educations,* mars-mai 96.
ROGERS C. (1984), *Liberté pour apprendre ?,* Dunod, Paris.
ROGOVAS CHAUVEAU E. (1988), A la découverte de la lecture, *Pour une meilleur réussite scolaire - guide des actions d'accompagnement* ; n° 8 hors série, publication du G.P.L.I., pp 40-42
ROSENTHAL E. (1970), *Parents et enfants, comprenez les mathématiques,* Dunod, Paris.
ROSENTHAL R., Jacobson L. (1971), *Pygmalion à l'école,* Casterman, Paris.
ROUBERTOUX P. (1995), Et si l'intelligence était héréditaire ?, in BLANCHET, RAFFIER, VOYAZOPOULOS (eds), *Intelligences, scolarité et réussites,* Association française des psychologues scolaires, La Pensée Sauvage, Paris, pp 59-68.
ROUCHIER A. (1994), Naissance et développement de la didactique des mathématiques, in Artigues et al., *Vingt ans de didactique des mathématiques,* La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 148-160.
ROUCHIER A. (1996), Connaissances et savoirs dans le système didactique, *Recherche en Didactique des Mathématiques,* vol. 16 (2), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 177-196.
RUSSEL B. (1991), *Introduction à la philosophie des mathématiques,* Payot, Paris.
SACKS O. (1992), *L'homme qui prenait sa femme pour un chapeau,* Seuil, Paris.
SADEK-KHALIL D. (1976), Langage et mathématique, *Mathématique et langage III,* Rééducation orthophonique, vol. 14, n° 87, Paris, pp 19 - 39.

SADECK-KHALIL D. (1997), *Apport de la linguistique à la pédagogie (et apport de la pédagogie* à la *linguistique)*, Papyrus, Paris.
SALIN M.-H. (1976), *Le rôle de l'erreur dans l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire*, mémoire de DEA, Université de Bordeaux 1.
SANNER M. (1997), *Positionnement sur la notion d'obstacle* épisté, mologique, publication LADIST, Université Bordeaux 1.
SARRAZY B. (1995), Le contrat didactique, *Revue Française de Pédagogie,* n° 112, pp 85-118.
SARRAZY B. (1996), *La sensibilité au contrat didactique*, Thèse, Université Bordeaux 2.
SARRAZY B. (1996a), Le contrat didactique : un contrat impossible et pourtant ..., *JDI Journal des Instituteurs*, dossier « Nul en maths ? », n° 3, nov.96, Nathan, pp 66-69.
SARRAZY B. (1997), Sens et situations : Une mise en question de l'enseignement des stratégies méta-cognitives en mathématiques, *Recherche en Didactique des Mathématiques,* vol. 17 (2), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp135-166.
SARRAZY B. (1999), Didactique, formation et enseignement. Un essai de clarification épistémologique de leurs rapports, *IV Seminario internazionale di Didattica delle Matematica*, Sulmona, 23-24-25 avril 1999.
SEKSIG A. (1988), Au côté de l'école : un point de vue sur les actions de soutien scolaire, *Pour une meilleur réussite scolaire - guide des actions d'accompagnement* ; n° 8 hors série, publication du G.P.L.I. , pp 25-26.
SERVAJEAN N. (1976), Mathématique et langage, *Mathématique et langage III,* Rééducation orthophonique, vol. 14, n° 87, Paris, pp 81 - 87.
SICOT F. (1996), Les devoirs de famille de l'accompagnement scolaire, *16 heures 30,* n° 9, FAS-CNDP.
SICOT F., PAYET J.-P. (1996), *Evaluation Réseaux-Solidarité-Ecole 1996, les conditions sociales de définition des situations d'accompagnement scolaire* (étude commandée par le Ministère des Affaires sociales et le Fond d'action sociale), Université de Lyon 2.
SIMONIN J., WOLF E. (1992), Ecole et familles à la Réunion : un lien problématique, *Revue Française de Pédagogie*, n° 100, pp 35-46.
STEWMARK J.-K.(1990), Maths en famille, *Etudes sur l'enseignement des mathématiques,* vol. 6, Unesco, pp 131-135.
* *Sur les pistes de la mathématique en division moyenne*, Groupe de mathématique du Service de Recherche Pédagogique (sous la dir. de R. Hutin), Genève, 1991.
TATON R. (1953), *Le calcul mental*, coll. Que Sais-je n° 605, PUF, Paris.
TAURISSON A. (1990), *La réussite en mathématique à l'élémentaire*, ARC, Quebec.
TAURISSON A. (1993), *Pensée mathématique et gestion mentale*, Bayard, Paris.
TECHNER G. (1993), *Les ateliers de raisonnement logique,* Retz.
TESTU F. (1991), *Chronopsychologie et rythmes scolaires*, Masson, Paris.
TESTU J. (1995), Maîtrise de la tâche et variations périodiques de l'activité intellectuelle de l'élève, in BLANCHET, RAFFIER, VOYAZOPOULOS (eds), *Intelligences, scolarité et réussites,* Association française des psychologues scolaires, La Pensée Sauvage, pp 45-55.
TOBIAS S. (1980), *Le mythe des maths*, Etudes vivantes, Paris.
TOMATIS A. (1990), *Les troubles scolaires*, Presses Pocket,
TRIBALAT M. (1996), La réussite au BAC des jeunes d'origine étrangère, *Hommes et Migrations*, n° 1201, pp 35-42.
TROCME-FABRE H. (1987), *J'apprends donc je suis,* Les éditions d'organisation.
* Une calculatrice, pourquoi faire ?, *Revue de l'APMEP*, n° 348, 1985, pp 305-310.
VALENTIN D. (1992-1993), Livres à compter, *Grand N,* n° 52, pp 11-21.
VALENTIN D. (1996), Des enfants, des mains, des doigts ... et des livres à compter !, *Grand N,* n° 58, pp 9-15.
VALENTIN D. (1999-2000), Livres à compter, *Grand N spécial maternelle, tome 1,* IREM de Grenoble, Université J. Fourier Grenoble 1, pp 101-111.
VALENTIN D., GUILLERAULT M. (1994-1995) , Calculette et numération en CE1, *Grand N,* n° 55, pp 17-23.
VERGNAUD G. (1983), *L'enfant, la mathématique et la réalité,* Peter Lang, Berne.
VERGNAUD G. (1991), La théorie des champs conceptuels, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 10 (2-3), La Pensée Sauvage, Grenoble, pp 135-169.

VERGNAUD G. (1991a), Langage et pensée dans l'apprentissage des mathématiques, *Revue Française de Pédagogie*, n° 96, pp 79-86.
VERGNAUD G. et al. (1994), *Apprentissage et didactique, où en est-on ?*, Hachette, Paris.
VERGNIOUX A., CORNU L. (1992), *La didactique en question,* Hachette, Paris.
VERMEIL G. (1977), *La fatigue à l'école,* ESF, Paris.
VIGNAUD J.-M. (1994), Une tentative d'innovation télématique dans une école élémentaire, un analyseur des interactions entre les acteurs de l'école, *Biennale de l'éducation et de la formation,* Paris.
VINRICH G., TEULE-SENSACQ P. (1992), *Lire et comprendre des énoncés de problèmes, cycle des approfondissements* (8-11 ans), IREM de Bordeaux.
WARUSFEL A. (1961), *Les nombres et leurs mystères,* Seuil, Paris.
WATZLAWICK P. (1978), *la réalité de la réalité,* Seuil, Paris.
WATZLAWICK P. (1980), *Le langage du changement,* Seuil, Paris.
WATZLAWICK P. (1988), *L'invention de la réalité,* Seuil, Paris.
WATZLAWICK P. (1988a, sous la dir.), *Comment réussir à échouer*, Seuil, Paris.
WATZLAWICK P. (1991), *Les cheveux du baron de münchhausen,* Seuil, Paris.
WATZLAWICK P., HELMICK BEAVIN J., DON JACKSON D. (1972), *Une logique de la communication,* Seuil, Paris.
WATZLAWICK P., WEAKLAND J., FISCH R. (1975), *Changements,* Seuil, Paris.
WERMERSCH P. (1979), Analyse de la tâche et fonctionnement cognitif dans la programmation de l'enseignement, *bulletin de psychologie,* XXXIII, 343, pp 179-187.
WERMERSCH P. (1989), Expliciter l'expérience, *Education permanente*, 100-101.
WERMERSCH P. (1991), 'entretien d'explicitation, *Cahiers de Beaumont*, n° 52 bis-53.
VERMERSCH P. (1994), *L'entretien d'explicitation*, ESF, Paris.
WERMUS H. (1976), Essai de représentation de certaines activités cognitives à l'aide des prédicats avec composantes contextuelles, *Archives de Psychologie*, vol. XLIV, n° 171, Editions médecine et Hygiène, Genève, pp 205-221.
WERMUS H. (1978), Esquisse d'un modèle des activités cognitives, *Dialectica*, vol. 32, n° 3-4, Genève, 317-337.
WEYL-KAILEY L. (1985), *Victoire sur les maths*, Robert Laffont, Paris.
WILLER-GARIN O. (1995), La symbolique du nombre dans l'art, *Mathématiques et langages*, congrès de l'ANCP - mai 1994, Hachette, pp 124-129.
WOLF M. (1984), *La bosse des maths est-elle une maladie mentale ?*, La découverte, Paris.
YABUUTI K. (2000), *Une histoire des mathématiques chinoises*, Belin, Paris.
ZEROULOU Z. (1995), Variations familiales sur thème de réussite, *16 heures 30*, n° 7.

MANUELS et DOCUMENTS SCOLAIRES

BARUK S. (1997) ; *Comptes pour petits et grands, pour un apprentissage du nombre et de la numération fondé sur la langue et le sens*, Magnard, Paris.
BERNEY D., GUILLET N., HIRSIG F., SCHUBAUER R. (1993), *Les échanges - Activités mathématiques 3P-4P sur la notion d'équivalence, document pour le maître*, Groupe de mathématique du Service de Recherche Pédagogique, Genève.
BOULE F. (1989), *La construction des nombres-maternelle et CP*, Armand Colin.
BOULE F. (1994), *Jeux de calcul-cycle des apprentissages fondamentaux et des approfondissements*, Armand Colin.
BRESTEAU A. (1933) ; *Le calcul au certificat d'études primaires- classe de septième des lycées et collèges* ; Librairie Gedalge ; Paris.
BRISSIAUD R., CLERC P., OUZOULIAS A. (1992) ; *J'apprends les maths - CE1* ; Retz-diffusion Nathan, Paris.
BRISSIAUD R. , CLERC P., OUZOULIAS A. (1998) ; *L'album à calculer* (ouvrage scolaire, Grande Section matrenelle) ; Retz-diffusion Nathan, Paris.
BROUSSEAU G., RATIER G. (1965), *Les mathématiques du C. P.*, Dunod, Paris.
CAMOUS-FRUTIERE N., PERBOST P. (1987) ; *Calcul mental, calcul rapide* ; CRDP-CDDP Alpes Maritimes, Nice.
CHARNAY R., MANTE M., DOUAIRE J., VALENTIN D. (1996), *Préparation à l'épreuve de Mathématiques du concours de professeur des écoles,* tome 2, Hatier, Paris.
ERMEL (1978), *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire - cycle élémentaire,* tome 1, sous la direction de J. Colomb, INRP, SERMAP/OCDL.
ERMEL (1991), *Apprentissages numériques CP*, Hatier.
FAURE P. (1970), *La mathématique.*
DELEDICQ A., LASSAVE C, MISSENARD C. et D., (1983), *Faire des mathématiques,* 4ème , Cedic.
DENIERE J., DENIERE L. (1983, 1987), *La géométrie pour le plaisir- tome 1 et 2,* Dunkerque.
GENINET A. (1994) ; *Epistémologie et gestion mentale- Difficultés d'apprentissage des tables de multiplication* ; document Initiative & Formation Midi Pyrénées-Aquitaine, Toulouse.
GENINET A. (1998) ; *Mathématique 6ème Gestion mentale appliquée* ; Nathan, Paris.
GENINET A. (1998), *Mathématique 5ème/4ème Gestion mentale appliquée* ; Nathan, Paris.
JACQUES A., MARCHAND J. (1971) ; *Une année d'activité mathématique au C.E.* ; Editions M.D.J.
JOLY R. (1956), *L'arithmétique au cours moyen - classe de septième* ; Nathan, Paris.
KUNTZMANN J. (1987) ; *Calcul mental de 10 à 90 ans* ; IREM de Grenoble, Université scientifique technologique et médicale de Grenoble.
LEGRAND G. ; *Nouvelle arithmétique des écoles primaires* ; Ropert éd., Fontaines-sur-Saone (nous avons estimé sa date de parution aux années 1889).
LETHIELLEUX C. (1992) ; *Le calcul mental au cycle des apprentissages fondamentaux (CP, CE1)* tome 1, Armand Colin, Paris.
* *Moniteur des écoles* (1867) ; 4ème année, 20 novembre 1867, éd. André Guédon ; Paris.
* *Pensée calculatrice et calcul pensé* (1960), Ministère de l'Instruction Publique enseignement primaire ; semaine d'information et de perfectionnement pédagogiques organisée en 1960 aux écoles normales de l'Etat à Laeken et à Arlon ; Belgique.
PORTAL M. (1970), *Le calcul mental, ses secrets et ses applications* ; Aubanel.
* *Quatre étapes pour une évaluation continue au C.P.,* Chantier Maths Inspection de la Gironde 1989 (nouvelle édition IREM de Bordeaux 1996).
ROUSSELIN A. (1891), *Principes et exercices de calcul mental,* Paul Dupont éditeur, Paris.
* *Sur les pistes de la mathématique en division moyenne*, Groupe de mathématique du Service de Recherche Pédagogique (sous la dir. de R. Hutin), Genève, 1991.

Articles publiés dans des revues générales et grand-public

<u>articles ou dossier ordonnés par ordre chronologique (sans répertorier le nom d'auteur)</u> :

* dossier « Maths modernes », *L'école et la nation,* numéro spécial n° 195, janvier 1971.
* « Il était une fois les maths, les bons contes font les bons élèves », *Viva,* 1988, pp 16-19.
* « Pac-Man au secours de Freud », *Le Nouvel Observateur,* 17/23 janvier 1991.
* « Dyscalculie : 1 + 1 = 3 », *Psychologies,* mars 1991, pp 54-55.
* « Chercher, c'est bon pour nos neurones », *Le Monde de l'éducation,* n° 189, janv. 1992, pp 20-22.
* Dossier "Tous bons en maths !", *Profession parents,* oct. 1993, pp 51-60.
* « STELLA BARUK, l'étoile des maths » , entretien avec S. BARUK (propos recueillis par M.C. Jeanniot), *La Vie,* n° 2534, mars 1994, pp 72-73.
* Dossier « Comment mieux travailler à l'école », *Le Nouvel Observateur,* sept.1994, pp 8-19.
*« Le parti d'en rire », *Bonheur* (revue de la Caisse d'Allocations Familiales de la Gironde), oct. 1994.
*« Les bonnes méthodes », *Bonheur* (revue de la Caisse d'Allocations Familiales de la Gironde), oct. 1994.
*« Nouvelle sixième : en route vers l'inconnu ? », *La revue des parents* : *Pour l'enfant vers l'homme* (FCPE), sept. 1995, pp 28-29.
*« L'accompagnement scolaire connaît un véritable boum », *La revue des parents,* oct.1995, pp 8-9.
*« La bosse des maths existe-elle ? », *Bonheur* , 67ème année n° 6, déc. 1995, pp 6-7.
*« L'école gâche nos enfants », entretien avec F. DE CLOSETS (propos recueillis par M.L. De Léotard et D. Simonet), *L'express* , 21 mars 1996, pp 52-55.
*« L'orientation scolaire : pour choisir un avenir », *Vie de famille* (revue de la Caisse d'Allocations Familiales de la Gironde), 68ème année n° 3, avril 1996, pp 6-11.
* *Du désir d'apprendre* , revue Lire et savoir, Gallimard, n° 4, mai 1996.
* « A quoi servent les maths ? » , *Télérama,* n° 2422 , 12 juin 1996, pp 12-15.
* Dossier « Quelle école pour demain ? », *La revue des parents* , juin 1996, pp 11-20.
* *De la sixième au BAC, spécial parents : comment aider vos enfants à réussir,* ONISEP dossier juillet 1996.
* *La sixème et après,* ONISEP , mini guide, 1996-1997.
* « Les ZEP contre l'échec scolaire », *Vie de Famille,* sept.1996.
* Dossier « Coup de pouce anti-échec », *Vie de Famille,* pp 16-21.
* « Entrée en 6ème : accompagner l'enfant dans le changement », *La revue des parent,* sept. 1996.
* « Le pouvoir des psychologues », *L'Express* , 3-9 oct. 1996.
* « L'école sans l'école » , 138-142, *Avantages,* oct.1996.
* « Le collège se transforme », *Vie de Famille,* nov.1996, pp 6-7.
* « Les solutions pour faire remonter les notes », *Réponse à tout* , nov. 1996, pp 48-49.
* « Enseignement des sciences, la France prend du retard », *Sciences et Avenir* , fév. 1997, pp 26-27.
* « Apprivoisez les mathématiques », *Vies de famille,* 69ème année n° 2, fév. 1997, pp 26-27.
* « Six règles d'or pour se réconcillier avec les maths », *Bonheur,* n° 13, mars 1997, pp 38-42.
* « L'appréciation est une amorce de dialogue », *La revue des parents,* mars-avril 1997, pp 8-9.
* « Devoirs du soir, ce qu'il faut savoir », *Top famille,* n° 16 bis, Hachette presse, fév. 1998.

* « Comment les aider à réussir à l'école ? », *Vies de famille*, 70ème année n° 4, mai 1998, pp 30-31.
* « Les vacances antirouille », *La Poste et vous*, n° 5, juin 1998.
* « Sont-ils nés avec la bosse des maths ? », *Enfant Magazine* , août 1998, pp 76-79.
* « Accompagnez son entrée en sixième », *Vies de famille*, sept. 1998, pp 30-31.
* « Dyslexie : les malmenés de la lecture », *Sciences et Avenir*, n° 621, nov. 1998, pp 50-53.
* « Un cerveau extra-ordinaire », *Sciences et Avenir* , n° 621, nov. 1998, pp 54-56.
* « Les coups de pouce pour une bonne scolarité », *Vies de famille*, 71 an. n°1 , 01. 1999, pp 8-15.
* « Devoirs de vacances : entretenir ses connaissances pour préparer la rentrée », *La revue des Parents*, n° 304, mai-juin 1999, pp18-19.
* « Le guide des parents d'élèves pour la sixième - découvrez, avec votre enfant, le monde du collège », *ONISEP*, rentrée 99 (le collège des années 2000).
* « Partenaires extérieurs - Comment intervenir lorsque l'on est parent ? », *La revue des Parents*, n° 308, février 2000, p 10.
* « Un module créé autour des relations-profs (IUFM de Créteil) », *La revue des Parents*, n° 308, février 2000, p 14.

Annexe 2-1
Les questionnaires du premier dispositif expérimental

QUESTIONNAIRE 1 (Parent)

N° :

En ce qui concerne le travail en mathématiques de votre enfant :
(entourez la réponse choisie, vous pouvez entourer plusieurs réponses)

* Vous le suivez régulièrement
* Vous le suivez irrégulièrement
* Vous ne suivez jamais son travail en maths
* Vous faites suivre son travail en maths par une autre personne. Laquelle (un voisin, un professeur, un étudiant, aide aux devoirs ...) ?

Dans le cas où vous le suivez :

* vous faites réciter les leçons
* vous vérifiez juste que le travail est fait (sans regarder précisément ce qu'il contient)
* vous corrigez les exercices que vous montre votre enfant
* vous aidez votre enfant à faire les exercices
* il s'agit plutôt d'un soutien moral, que d'une aide technique
* autre (précisez)

Selon vous, votre enfant est :

* sans difficulté particulière en maths
* en difficulté en maths
* en échec en maths

Comment vous êtes-vous fait cette opinion ? Est-ce en fonction :

* des notes obtenues en maths
* de ce que vous dit votre enfant
* de ce que vous dit le professeur
* autre (précisez)

A votre avis, votre enfant :

* ne se sent pas en difficulté en maths
* se sent en difficulté en maths
* se sent en échec en maths

QUESTIONNAIRE 1 (Elève)

N° : âge: classe:

En mathématiques, tu te sens (entoure ta réponse):
* en difficulté
* en échec
* sans difficulté particulière

Tu t'en rends compte à cause de (entoure ta réponse, tu peux entourer plusieurs réponses) :

* tes notes
* ce que t'en disent tes parents
* ce que t'en dit ton professeur
* autre (précise)

Y a t-il quelqu'un qui t'aide en mathématiques ? oui non

Si oui, qui t'aide ? (un autre professeur, un copain, quelqu'un de ta famille, un voisin, ...)

Dans quel endroit est-ce qu'il t'aide ? (chez toi, chez lui, au collège...)

Quand t'aide-t-il ?
* tous les jours
* une fois par semaine
* seulement quand tu demandes
* autre :

Si tu pouvais choisir de te faire aider, ou de ne pas te faire aider, que choisirais-tu ? Explique.

QUESTIONNAIRE 2 (Parent)

Vous avez lu le texte de l'exercice, à première vue, il vous a semblé :

* facile
* difficile
* vous ne vous êtes pas encore fait d'idée

* Vous pensez que votre enfant saura le résoudre
* Vous pensez que votre enfant ne saura pas le résoudre
* Vous ne savez pas s'il saura le résoudre

Vous pensez savoir le résoudre vous-même : oui non

Si vous avez répondu non, vous avez plutôt pensé :

* "C'est un problème de maths et les maths, c'est pas mon fort".
* "Si ça avait été une autre sorte d'exercice mathématique (géométrie, arithmétique ...) ça aurait été plus facile pour moi". Précisez le domaine mathématique que vous auriez préféré :
* "D'habitude, je sais résoudre des exercices de maths, mais pour celui-là en particulier, je ne sais pas comment faire".
* autre :

Si vous avez répondu oui :

* Vous l'avez déjà résolu rapidement, de tête. Votre réponse :
* Vous ne l'avez pas encore résolu, mais vous vous sentez capable de le résoudre tout à l'heure.
* Vous avez une idée du raisonnement à suivre pour arriver à la solution, mais vous n'avez plus en tête les données précises du texte.

Dans un moment, vous allez revoir le texte et vous pourrez tenter de résoudre l'exercice (vous aurez du papier à cet effet). Si votre enfant vous demandait réellement de vous aider à faire cet exercice, donné par son professeur comme devoir à la maison, que lui diriez vous ?

* "Débrouille-toi tout seul, je n'ai pas le temps."
* "Essaie tout seul, c'est ton travail."
* "Je ne me sens pas capable de t'aider, fais-le tout seul."
* "Je ne me sens pas capable de t'aider, demande à .... "
* "Je ne sais pas si je vais pouvoir t'aider, on va regarder ensemble."
* " C'est facile, je vais t'expliquer !"
* "Comment, tu ne sais pas faire ça ? Mais qu'est ce qu'on t'apprend à l'école !"
* "Comment, tu ne sais pas faire ça ? Tu ne travailles pas assez sérieusement, je ne suis pas content de toi !"
* autre :

<u>QUESTIONNAIRE 2</u> (Elève)

Tu as lu le texte de l'exercice, à première vue, il t'a semblé :
* facile
* difficile
* tu ne sais pas quoi en penser

Penses-tu que tes parents sauraient le résoudre : oui non tu ne sais pas

Penses-tu savoir le résoudre toi même : oui non

Si tu as répondu non, tu as plutôt pensé :

* "C'est un problème de maths et les maths, c'est pas mon fort".
* "Si ça avait été une autre sorte d'exercice mathématique (géométrie, arithmétique ...) ça aurait été plus facile pour moi". Précise le domaine mathématique que tu aurais préféré :
* "D'habitude, je sais résoudre des exercices de maths, mais pour celui-là en particulier, je ne sais pas comment faire".
* autre :

Si tu as répondu oui :

* Tu l'as déjà résolu rapidement, de tête. Ta réponse :
* Tu ne l'as pas encore résolu, mais tu te sens capable de le résoudre tout à l'heure.
* Tu as une idée du raisonnement à suivre pour arriver à la solution, mais tu n'as plus en tête les données précises du texte.

Dans un moment, tu vas revoir le texte et tu pourras tenter de résoudre l'exercice (tu auras du papier pour écrire). Si ton professeur t'avait donné réellement cet exercice à faire à la maison, demanderais-tu de l'aide à tes parents ? oui non

Range ces phrases (en les numérotant de 1 à 6) en commençant par ce qui serait, pour toi, une vraie aide et en finissant par ce qui serait l'aide la plus inefficace (celle qui ne t'aide pas du tout !) :

☐ tes parents feraient l'exercice à ta place
☐ tes parents t'expliqueraient leur manière de résoudre
☐ tes parents comprendraient que ce n'est pas facile d'être un élève
☐ tes parents ne s'en mêleraient pas
☐ tes parents chercheraient avec toi
☐ tes parents te laisseraient résoudre tout seul et te diraient à la fin, si c'est juste ou faux

☐ tes parents t'écouteraient et signaleraient les erreurs sans les corriger.

QUESTIONNAIRE 3 (Parent)

Pour vous, cette séance : * s'est bien passée, sans plus
* était inutile
* était ennuyeuse, sans intérêt
* vous a apporté quelque chose
* était pénible
* autre :

Vous avez ressenti que pour votre enfant : * elle s'était bien passée, sans plus
* elle était inutile
* elle était ennuyeuse, sans intérêt
* elle lui a apporté quelque chose
* elle était pénible
* autre :

Que s'est-il passé lors du travail en commun ? Racontez :
Avez-vous fait appel à l'intervenant ? non oui
Qui a fait appel ? vous votre enfant
Pour quelles raisons ?
Selon vous, pour le travail en mathématiques, les parents doivent :
* rassurer
* encourager
* surveiller
* aider
* ne pas intervenir dans le travail
* autre :

Et vous-même, vous a-t-on aidé lorsque vous étiez élève ? oui non
Auriez-vous aimé que cela soit différent ? Expliquez :
Pensez vous que cette expérience aura : * un effet positif
* un effet négatif
* aucun effet

Seriez-vous prêt à vous réunir de temps en temps, avec d'autres parents, pour travailler dans cet esprit, si l'occasion vous en était donnée ? oui non

QUESTIONNAIRE 3 (Elève)

Pour toi, cette séance : * s'est bien passée, sans plus
* était inutile
* était ennuyeuse, sans intérêt
* t'a apporté quelque chose
* était pénible
* autre :

Que s'est-il passé lors du travail en commun ? Raconte :
Avez-vous fait appel à l'intervenant ? non oui
Qui a fait appel ? toi ton parent Pour quelles raisons ?
En ce qui concerne ton travail à la maison, est- ce que tu penses que cette expérience
* va changer quelque chose en mieux
* va changer quelque chose en pire
* ne changera rien

Selon toi, pour le travail en mathématiques, les parents doivent :
* rassurer
* encourager
* surveiller
* aider
* ne pas intervenir dans le travail
* autre :

Souhaiterais-tu que tes parents réfléchissent avec toi sur la manière de t'aider à réussir en mathématiques ?
oui non

Annexes 2-2

<u>Déroulement de la première séance (groupe 1)</u> [1]

- L'élève n° 3 expose sa solution, il raconte comment elle a été guidée par le parent : il avait d'abord fait un schéma, mais il est resté bloqué avec 8 V + p = B. C'est son parent qui lui a montré qu'un litre faisait 100 cl.
- Le parent n° 1 intervient pour signaler sa gêne lorsqu'il a dû poser le tableau de conversion devant son enfant. Il expose publiquement ce qu'il a obtenu « par une autre méthode », sa solution (fausse) correspond à 8 V = B. Il est sûr de son résultat, il n'envisage pas de contradiction avec ce qui vient d'être exposé.
- L'élève n° 3 manifeste sa surprise, il regarde autour de lui, personne ne réagit, il fait mine d'intervenir, il a visiblement repéré que la solution proposée par le parent n° 1 était fausse. Mais son parent l'empêche de parler ; en un instant l'enfant comprend la situation et accepte de bonne grâce de se taire.
- Le parent n° 4 prend la parole pour relater que dans son cas, c'est son enfant qui lui a expliqué le problème. Ils ont commencé ensemble chacun de leur côté, mais le parent « s'est vite fait dépasser ». Il a compris les explications de son enfant, qui « n'a pas utilisé des dessins » comme pour la famille 3, mais « des lettres ». Ils ont procédé ensemble à une vérification de la réponse.
- Le parent n° 5 s'est dit déçu : il aurait voulu travailler avec son enfant, mais celui-ci s'est « caché ». Il a donc finalement cherché de son côté. Son enfant a buté sur 25 p = B. Mais lui a trouvé p = 1/25 B ; il a eu du mal à effectuer la division 1 : 25. Il se déclare fier d'y être finalement parvenu.
- Le parent n° 2 raconte que son enfant n'avait rien compris depuis le début. Mais comme il ne pouvait pas le « laisser mariner plus longtemps », il lui a expliqué (d'autres parents hochent le tête avec approbation dans la salle, en particulier le parent n° 1). Une recherche improductive qui se prolonge est jugée « pesante pour l'enfant ».
- Le parent n° 4 précise : « Je ne fais pas pareil avec mes deux enfants. [élève n° 4] est grande, elle se débrouille ! Je peux lui faire confiance ».
- L'enfant n° 1 raconte que lorsque son parent lui explique à la maison, il ne sait pas refaire en classe ce qui lui a été montré.
- Le parent n° 1 commente : « Mon mari a fait un bac E, mais il n'a pas de patience, il crie facilement. On travaille bien toutes les deux [*binôme 1*]. J'aime bien ! ».

Ce parent a peu laissé parler son enfant. Il a justifié : « J'ai exactement la même façon de réfléchir ». En fin de séance, il a évoqué quelques différences.

- Le parent n° 3 raconte : « L'autre jour je lui ai expliqué un problème avec des triangles, mais ma solution était trop compliquée, trop abstraite, je ne m'en suis rendu compte qu'en voyant la correction du prof. Lui, c'est son métier, il sait faire et il connaît les enfants, moi je ne suis pas bien au courant de ce qu'il fait et de comment il fait. Et ça n'a servi à rien ! D'ailleurs [élève n° 3] n'a même pas voulu montrer la solution à son professeur ! Heureusement, il a compris en classe les explications que lui donnait son professeur.
- Le parent n° 1 montre une certaine expertise de parent d'élève : « [élève n°1] a horreur des maths, comme moi ! Elle a fait de la dyscalculie étant petite. Mais il n'y a rien à faire. On attend la [*classe de*] première ! La faire suivre par un professeur ne servirait à rien, il faudrait qu'il s'intéresse aux processus de pensée ».

---

[1] Nous avons reconstitué ces deux récits à l'aide de quelques notes prises de mémoire à l'issue de chaque séquence.

- Le parent n° 5 s'enquiert : une autre séance comme celle-ci est-elle prévue ? Il manifeste sa déception devant la réponse évasive et plutôt négative de l'intervenant. Le parent n° 1 se dit lui aussi déçu.

A l'issue de la séance, le parent n° 2, plutôt discret, s'anime, il déclare s'être intéressé et se tenir prêt à une autre expérience de ce genre. Mais en partant, son enfant (un bon élève de 6ème, dont le parent a publiquement relaté son échec au cours du débat) semblait très gêné de n'avoir pas su faire le problème ; l'intervenant lui révèle que cet énoncé était extrait d'un manuel de 4ème et qu'il était donc normal que les élèves les plus jeunes aient rencontré des difficultés pour le résoudre (il semble que cela ait suffit à rasséréner l'enfant).

<u>Déroulement de la seconde séance (groupe 2)</u>

- Le parent n° 9 se propose pour raconter : « Mon enfant n'a pas su, je lui ai expliqué et il a à peu près compris. Je crois qu'il aurait eu besoin de plus de temps ». Puis il explique qu'il a été impatient de donner sa solution et combien il a été étonné et fier d'avoir su faire ce problème.
- Le parent n° 10 renchérit : « Oui, moi aussi j'étais impatiente, mais je me suis retenue ».

Un peu plus loin dans le débat, il révèle qu'il a dit à son enfant que « c'était pourtant facile ». Plusieurs fois, publiquement, il se tourne vers son enfant en ponctuant : « Avoue que c'était facile ! ». Le débat continue. Le parent n° 10 intervient à nouveau « On est bien obligé, à la fin, de dire quand même la solution ! ».

- L'élève n° 10 s'expose : « Moi, je préfère demander aux copines, car elles me donnent tout de suite la solution ! ».
- Son parent (n° 10) regarde son enfant qui vient de parler. Il est étonné et dit d'un ton acide : « C'est très instructif ce soir ! ».
- Le parent n° 6 se dit également étonné d'avoir « su faire le problème ». Il raconte la coopération et se tourne vers son enfant pour lui dire (publiquement) : « Tu as vraiment besoin d'être rassurée, toi ! ».
- L'enfant n° 6, sur un ton provocateur, déclare qu'il a « , exprès, fait d'une autre manière ».

Dans son discours, il fait intervenir souvent le professeur, comme pour mettre son parent à distance, mais d'une manière qui sera acceptée par le groupe. Effectivement, le débat rebondit, il est relayé par les adultes sur le thème « le prof a toujours raison ». La parent n° 6 : « Souvent le prof fait différemment de ce que j'aurais fait, mais d'après ma fille, c'est toujours le professeur qui a raison ! ». Les élèves manifestent une certaine satisfaction ; les parents prennent un ton mi-ironique mi-approbateur : « Oui, de toutes façons, le prof a toujours raison ! ».

- Le parent n° 9 approuve tout particulièrement.
- Le parent n° 7 ramène le débat sur un thème précédent : il raconte la résolution commune et confirme qu'il était lui aussi impatient. Au cours de son récit, il emploie des mots désobligeants à propos de son enfant, comme : « une lueur d'intelligence ». Les autres parents semblent désapprouver cette conduite. L'enfant n° 7 sait se défendre, il reprend ironique que, d'habitude, son parent est encore plus impatient.
- Le parent n° 8 raconte que son enfant est habitué à faire ses devoirs seul depuis qu'il est en CE. Il a vu qu'il résolvait vite le problème, il n'a donc pas cherché à intervenir. Au contraire, c'est son enfant qui lui a expliqué la manière de résoudre.

Un résumé et une succincte analyse des résolutions des binômes
(inférences d'après les traces écrites recueillies et les questionnaires)

BINÔME 1

Feuilles communes (2) :

L'élève a tracé des dessins figuratifs (un niveau de liquide est dessiné huit fois), effectué les opérations, écrit les explications probablement données par le parent ; le parent a tracé des représentations schématiques et entouré, souligné certains éléments.

Le parent met l'accent sur la représentation des objets, mais pas sur celle des rapports entre les objets. Au début de la résolution, la relation V = 3 x p est représentée par « p p p » inscrit dans le dessin d'un verre V (il écrit aussi 3p formellement à côté) ; la suite n'est qu'une série de représentations juxtaposées, mais non composées. Les signes algébriques usuels + et = modifient le statut de la représentation, les icônes deviennent des conventions d'écriture et non plus des récipients qui peuvent se transvaser les uns dans les autres ; chaque écriture (entourée) devient une entité détachable.

Les p ne sont pas représentés dans les V, ni les V dans B.

Ceci nous incline à penser que la représentation est conçue comme point de départ de résolution (vraisemblablement plutôt idéologique, puisque elle ne permet pas de compter les « p » et comme le suggère la lecture des commentaires).

La résolution ne prévoit pas de vérification (qui aurait mis en évidence la non adéquation des solutions trouvées).

La difficulté de l'énoncé, qui présente une inhabituelle application affine (8 x V + p), est esquivée ou plus probablement non perçue. Le modèle, que le parent retient pour la résolution, est celui d'une application linéaire (8 x V), qui permet une recherche directe par division de l'antécédent de 100 (100 : 8).

Un tableau de conversion accompagne la solution ou plus probablement l'explication donnée à l'élève (représentation culturelle attachée à l'usage des unités de mesure en mathématiques).

Le choix de convertir 1 litre en centilitre (100) nous conforte dans notre interprétation :

- le centilitre est une unité usuelle pour les conditionnements des boissons,
- la conversion permet une division (quotient supérieur à 1), mais 10/8 aurait également convenu (la division est ébauchée puis rayée car le quotient trouvé commençait par 0,),
- le choix n'était pas de limiter l'ensemble de solutions aux entiers, puisque le résultat trouvé (réponse fausse) est un décimal : 12,5 (arrêt de l'algorithme lorsque le reste de la division est nul), la réponse est 12,5 cl pour V, puis en effectuant la division de 12,5 par 3 : 4,16 cl pour p (les deux décimales suivantes ont été écrites puis rayées, la réponse est une approximation décimale du quotient).

Les unités (cl) sont plusieurs fois soulignées, marquant un statut particulier accordé à cet élément de réponse, en rapport avec le point fort de l'explication parentale.

Commentaires du parent : « Travail en commun. Mise sur « orbite » car *(prénom de son enfant)* partait dans le vague, obsédée par la question : je vais faire telle ou telle opération. D'elle même, elle fait des dessins. Ensuite, on fait ensemble[2] un raisonnement par rapport aux dessins. Je la « guide » en permanence. Pas de problème pour la technique de la division mais le processus de résolution de problème. »

Commentaires de l'élève (6ème) : « Maman et moi avons travaillé tout de suite ensemble avec nos schémas ou plutôt dessins. Il me faut tellement de temps pour analyser un texte que nous avons travaillé tout de suite ensemble ».

[2] C'est le parent qui souligne.

Les deux commentaires (en accord) nous donnent un aperçu d'une représentations de l'aide à la résolution de problème, représentation massivement partagée dans la culture, en particulier celle des structures périscolaires ou de l'aide méthodologique).

BINÔME 2

Feuille commune :

(écriture du parent) Le parent représente concrètement les objets (la bouteille a une forme de bouteille de vin, avec bouchon et culot creux). L'icônes est à la fois le vase et l'inconnue (lettre écrite dans le dessin).Le dessin se substitue au symbole littéral, par un glissement sémiotique qui laisse penser que, de l'avis du parent, ce sera ainsi plus facile à comprendre pour l'élève.
Résolution graphique algébrique (2 équations de base ; substitution formelle avec crochets pour commenter la méthode de substitution ; ordre canonique de résolution ; la première égalité est le moyen de transformation).
Lorsque tout est exprimé en fonction de p, les unités deviennent inutiles (nombres seuls).
Pourtant, le « 1 litre » n'a jamais été oublié, la solution finale a une forme arithmétique.
L'usage des unités usuelles est inhabituel dans le registre algébrique, il provoque un saut de registre et de forme : le parent n'a pas écrit 1/25 , mais il choisit l'unité pour obtenir deux résultats entiers (100 cl est entouré, marquant le choix).
Le tableau de conversion est remplacé par une énumération classique d'équivalences :
1 litre = 10 dl = 100 cl = 1000 ml.
La présentation de la réponse est conforme aux écritures des années 60 : (nombre, unité) pour les « nombres concrets », suivi de l'opération, puis du « nombre abstrait », puis du résultat « concret » (prolongées par l'icône qui symbolise l'objet dont la capacité est calculée) :

1 l : 25 = 4 cl
4 cl x 3 = 12 cl.

Commentaires du parent :

« 1) L'enfant n'avait rien compris à l'énoncé
2) L'aide a réalisé un schéma
3) Recherche d'un nombre dans le texte
4) Puis résoudre le problème en utilisant les nombres trouvés »

Commentaires de l'élève (6ème) : « Papa m'a expliqué, j'ai compris. Il m'a fait des schémas. Il m'a demandé ce qu'on pouvait faire. Je lui ai dit et comme c'était faux, il a tout fait en expliquant ».

BINÔME 3

Feuille commune :

(écriture de l'élève, le parent guide probablement oralement)
Deux représentations schématiques (segments) font suite à une représentation figurative.
La première est inexplicablement rayée, bien que correcte (tous les éléments figurent).
La seconde effectue un saut épistémologique, puisque le verre p n'est plus distingué du reste : le segment représente globalement 25 p.
25p = (V x 8) + p est un résultat annoncé, puis justifié par l'esquisse non complète de chaque unité (p) sur le segment. Cette notation n'est qu'une explication a posteriori, qui ne permet pas un contrôle, comme le ferait une vraie représentation du problème (peut-être jugée trop élémentaire, indigne).

Nous faisons l'hypothèse que la tentative de l'élève (6ème) a été précocement interrompue, disqualifiée à mauvaise escient par le parent. Celui-ci, trop impatient d'imposer sa propre représentation du problème, aurait mal compris ce que son enfant tentait de lui communiquer[3].

Commentaires du parent :

«- Ma fille a posé l'exercice sous forme de schéma (avec une erreur).

- J'ai signalé l'erreur, elle l'a corrigée. *(Il n'indique pas laquelle et il est difficile d'identifier les traces)*

- Ma fille a posé un deuxième schéma plus abstrait, mais ce raisonnement était erroné et elle a vite compris qu'il ne menait à rien. *(Les pointillés représentent peut-être une différence non calculable)*

- En référence à un autre exercice j'ai indiqué qu'il s'agissait plutôt de multiplication que d'addition. *(Changement d'unité et globalisation)*

- Ma fille a posé la bonne formule et a résolu le calcul après la conversion du litre. »

Commentaires de l'élève (6ème) : L'élève confirme l'interprétation parentale des faits, sans pouvoir en préciser l'objet et ne modifie pas sa tactique : « J'ai fait le schéma, papa m'a montré quelque chose qui n'allait pas. J'ai hésité un peu puis je suis partie comme j'avais compris ».

Lors du débat, l'élève s'est spontanément proposé pour exposer leur résolution commune.

Il raconte qu'il avait fait un schéma, puis était « resté bloqué avec 8 V + p = B ». C'est son parent qui lui a « montré que 1 l ça faisait 100 cl ».

BINÔME 4

Parent :

Le parent transcrit le texte, sous une forme algébrique en suivant l'ordre du texte. L'usage de l'unité rétablit un ordre arithmétique pour l'égalité B = 8 x V + p , qui devient 8V + p = 1 l.

La résolution n'est qu'esquissée (changement d'unité usuelle). Un trait horizontal marque un arrêt du projet. Une phase vérification (forme hypothétique)est évoquée et renvoyée à l'autre feuille.

Commentaires du parent : « Après avoir transcrit les données du problème, j'ai constaté que mon enfant savait résoudre le pb donc je l'ai laissée calculer et vérifier son résultat seule. Je n'ai pas eu besoin de faire une recherche en commun. »

Lors du débat, le parent signale : « Je ne fais pas pareil avec mes deux enfants. [élève n° 4] est grande, elle se débrouille ! Je peux lui faire confiance ». Il raconte que dans son cas, c'est son enfant qui lui a expliqué le problème. Ils ont commencé ensemble chacun de leur côté, mais le parent « s'est vite fait dépasser ». Il a compris les explications de son enfant, qui « n'a pas utilisé des dessins » comme pour la famille 3, mais « des lettres ». Ils ont procédé ensemble à une vérification de la réponse.

Elève (3ème) :

L'élève transcrit dans l'ordre exact de l'énoncé, c'est un résumé du texte (qui comprend même la question). la résolution est arithmétique (calculs intermédiaires : 8 V = 3 x 8 = 24 p ou 4 x 3 = 12 cl , qui correspondent au nombre de verres p dans les 8 verres V ou à la contenance d'un grand verre).

p et V sont des unités intermédiaires (12 cl de V), p n'intervient pas dans le calcul, mais figure dans le résultat final (repère sémantique). L'élève effectue le bon choix pour l'arithme.

---

[3] Le parent a tout à fait conscience des différences de répertoires. Il écrit : « il arrive que je surestime [les] notions [acquises] ». Lors du débat, il raconte : « L'autre jour, je lui ai expliqué un problème avec des triangles, mais ma solution était trop compliquée, trop abstraite. Ca n'a servi à rien, d'ailleurs [l'enfant] n'a même pas voulu montrer la solution à son professeur. Heureusement, il a compris ses explications en classe. C'est en voyant la correction du professeur que je m'en suis rendu compte. Lui c'est son métier, il sait faire et il connaît les enfants. Moi je ne suis pas bien au courant de ce qu'il fait et de comment il fait ». Ce parent a reçu, en tant qu'élève, l'aide de son père, instituteur de métier.

Un changement d'unité (tableau de conversion) pour ramener la fraction de l'arithme (100/25) à un nombre entier. La réponse est exprimée unité p = 4 cl

L'élève vérifie (est-ce ou non induit par le parent ?), cette pratique de contrôle associée à la résolution permet de refaire le raisonnement arithmétique dans le bon sens (si ...).

42 p + p = 1 l *(unité exprimée)*

p = 100 / 25 *(solution rationnelle)*

p = 4 cl *(solution entière après conversion d'unités, un tableau est tracé)*

3 p = V

donc 4 x 3 = 12 cl de V *(calcul arithmétique, mais écriture algébrique inversée, d'où le rappel du sens relatif à V)*

L'élève présente l'algèbre comme une forme de résolution exigée au collège (une présentation qui remplace des chiffres par des lettres), mais qui n'apporterait guère d'avantage par rapport à l'arithmétique qui lui est familière.

Commentaires de l'élève : « J'ai rédigé le problème suivant une équation. Ma mère, voyant que j'y arrivais, a suivi mon raisonnement. Puis j'ai vérifié les résultats , en remplaçant les lettres par les chiffres trouvés ».

BINÔME 5

Elève (4ème) :

Les lettres sont utilisées comme des objets répartis spatialement (8 est deux lignes de 4).

Il traduit l 'énoncé en opération arithmétique 3 x p = V (unités intermédiaires :1 x p)

Il écrit deux équations et coordonne les relations : 3 x p = V 8 x V + 1 x p = B

8 x 3 x p + 1 x p = B. Le signe de multiplication disparaît progressivement. Devant 25 p = B, l'élève reste « bloqué »[4], peut-être est-ce la marque qu'il a « perdu » l'unité usuelle.

Commentaires de l'élève : « On a fait chacune notre problème, puis on a mis en commun les résultats (ce qu'on fait d'ailleurs le plus souvent à la maison) et on s'est expliqué l'une et l'autre au résultat ».

Parent :

Le parent travaille indépendamment de l'enfant (il aurait aimé travailler en commun, mais l'élève refuse et se cache[5]). Il résout de manière algébrique (2 équations graphiques).

La double flèche est probablement le signe de la mise en commun (l'endroit où l'élève est bloqué) et de la prise en main didactique par le parent. Il exprime les unités et la forme arithmétique l'emporte : p = 1 l : 25 p *(unités exprimées, V est considérée comme unité)*

p = 1 / 25 (*solution rationnelle algébrique, sans unité)*

p = 0,04 l *(résultat décimal, sans changement d'unité, la division est posée et effectuée[6])*

V = 3 x 0,04 V = 0,12 l.

Commentaires du parent : « Nous avons travaillé chacune de notre côté. Je regardais de temps en temps ce qu'elle faisait. J'avais un peu envie de résoudre le problème toute seule pour savoir si j'en étais capable ».

Lors du débat le parent avoue avoir eu du mal à effectuer la division (1 : 25), mais se déclare fier d'y être finalement parvenu.

---

[4] C'est ce qu'il raconte lors du débat collectif.

[5] Observation directe et commentaire lors du débat collectif.

[6] Lors du débat, le parent avoue avoir rencontré des difficultés pour effectuer la division, mais a constaté avec satisfaction qu'il « s'en était bien tiré ».

BINÔME 6

Elève (4ème) :

L'élève semble avoir procédé mentalement par essais (peut-être un raisonnement du type : moitié de 1 : 0,5 ; moitié de 0,5 : 0,25 ; moitié de 0,25 : 0,125). Le résultat est en tout cas insuffisamment assuré, puisqu'il éprouve le besoin de poser la somme des 8 termes (égaux à 0,125). Le résultat est vraisemblablement calculé (succession des zéros qui s'étend au chiffre des unités).

Une expression multiplicative (8 x 0,125) figure à deux reprises. Elle joue probablement deux rôles, sous deux statuts différents :

- résumé d'une preuve ou d'une hypothèse pour l'établissement du résultat numérique (écriture décimale de 1 / 8)
- relation mathématique (ici erronée) et sémantique (l'unité est exprimée) entre les éléments de l'énoncé (8 x 0,125 = 1 litre). La relation affine est remplacée par une relation de linéarité. Les tentatives de transcrire les liens entre p, V et B reflètent, selon nous, la collision de deux cultures :
  - le champ arithmétique conservant les grandeurs et les unités
  - le champ algébrique.

Les rôles d'unité et d'inconnue sont confondus :

- erreur rectifiée : 1 litre = 25 litre au lieu de 25 p
- une solution numérique (1 / 25) sans unité, ni référence à l'inconnue recherchée.

La division posée (12,5 : 3) est fausse (quotient 0,41015).

L'ordre de grandeur du quotient ne sert pas au contrôle à l'algorithme dans D (le premier chiffre 1 est couronné et provoque le quotient zéro).

Il est envisageable que les dernières décimales (015) soient obtenues comme la moitié de 30 (dividende et diviseur échangeraient leur rôle ?).

Une seconde feuille a été utilisée par l'élève[7]. Selon nous, il s'agirait d'effacer ce qui est progressivement devenu pour lui une résolution trop écartée de l'idonéité (statut de brouillon privé) en la substituant une autre plus présentable (statut de copie, pour un usage publique).

Elle contient :

- l'identification du binôme est cette fois soulignée (comme une présentation soignée),
- les errances de la phase de recherche sont invisibles,
- un résumé (après correction) synthétise les relations (de type affine et non linéaire) entre les éléments du problème,
- les questions sont représentées (sous forme algébrique)
- les solutions figurent sans les calculs qui les ont produits (ni les équations qui sont donc apparentées aux moyens de calcul),
- les unités sont exprimées comme dans une « phrase réponse » arithmétique (l'unité principale est la bouteille, dont on recherche des fractionnements, l'unité de mesure est le litre) p = 1 / 25 et V = 3 / 25 de la bouteille B.

Commentaires de l'élève : « On rigolait et on s'est expliqué nos raisonnements ».

Il complète : il a fait appel à l'aide de son parent « parce qu'elle faisait plus simple que moi ».

Parent :

Il est difficile de reconstituer la chronologie des résolutions individuelles et de la mise en commun (attribution des différentes traces). Les graphies de chiffres (en particulier du chiffre 2) laissent penser que les divisions des deux feuilles (parent et élève) n'ont peut-être pas été écrites par la même personne (dans ce cas ni l'un, ni l'autre n'en maîtriseraient les techniques).

---

[7] L'intervenant a dû insister auprès de l'enfant pour conserver toutes les traces intermédiaires.

Sous une représentation schématique (qui est peut-être tracée de la main de l'élève), le parent obtient l'équation B = 1 litre = 25 p (l'unité est rappelée). La résolution est de nature algébrique avec coordination de la relation (pas de substitution directe). V est à la fois le nom, le symbole algébrique et l'icône du contenant.
Tout se passe comme si ce parent avait confusément conservé en mémoire, depuis sa scolarité, différents schèmes de calcul sur les nombres rationnels et les inverses, sans qu'il puisse exercer de contrôle intrinsèque à ces savoirs :

- La fraction 1 / 25 provoque l'effectuation d'une division, mais c'est 25 : 1 qui est posée. Le quotient est écrit avec deux virgules : le contrôle de l'algorithme ou de l'ordre de grandeur est hésitant (24,9,9).

- Le diviseur 1 n'est pas l'occasion d'un contrôle sémantique (par contre il est peut-être associé à des hésitations dues aux propriétés particulières des nombres 1 et 0).

- La division est fausse. Au cours de l'algorithme, le diviseur problématique est plusieurs fois rencontré : hésitation pour 2 : 1 (1 est corrigé en 2), mais pour 5 : 1, le quotient trouvé est 4 (reste égal au diviseur).

- Un quotient égal au dividende semble être une solution inacceptable, contrairement au quotient 24,99 ... . Nous faisons l'hypothèse que le résolveur cherche alors une valeur arrondie (mais différente) du quotient, pour soulager les calculs suivants et qu'il pense à 25, puis par analogie (25 ; 25/1 ; 1/25), il décide de conserver sa première écriture fractionnaire (correcte), plus concise (1 / 25). Ce choix (ergonomique) redresse involontairement du même coup la validité de la réponse.

Le produit d'un entier (3) et d'un rationnel (1 / 25) est calculable, le résultat est cette fois directement conservé sous sa forme fractionnaire (3 / 25). La réponse ne mentionne pas d'unité.
Quelques lignes supplémentaires montrent peut-être des tentatives avortées de rétablir des cohérences entre les différentes conceptions des structures numériques (N, D, Q).
Sur la feuille devenue commune, le parent écrit :
B = 1 litre = 25 p *(correcte)*
p = 24, 999 ... *(incorrecte, à partir du résultat de l'élève)*
ou 1/25 *(correcte, « traduction » en fonction du résultat du parent)*
v = 25 x 24,9999 ... *(incorrecte, pour maintenir le lien avec le résultat de l'élève)*
v = 25 x 1/25 *(incorrecte, mais recours à la solution du parent)*
v = 3/25 *(correcte, par un rétablissement invisible).*
Commentaires du parent : « Chacun nous avons fait notre exercice de notre côté. Puis nous avons comparé, amusant ! Même résultat, mais pas les mêmes méthodes. Pour une fois je m'en suis sorti ».

BINÔME 7

Parent :
Il commence par écrire la seconde relation (l'unité est exprimée), un signe d'égalité isolé laisse penser qu'il a hésité (impasse constituée des deux inconnues), puis il écrit la première relation (V a un statut d'unité) et reproduit une nouvelle fois la première équation (prise en compte de la coordination des relations).
La résolution est arithmétique (calculs intermédiaires, présence permanente des unités), l'arithme est bien choisie.
100 cl /25 p : chaque nombre est associé à une grandeur avec unité.
4 cl = x 3 écriture incorrecte, lieu d'une explication ou justification (flèche).
L'écriture est un milieu heuristique pour le résolveur (statut de brouillon), elle n'est pas soumise à une syntaxe rigoureuse.

Comme celui du binôme 2, le parent utilise la présentation correspondant à sa scolarité et privilégie les nombres entiers par un changement d'unité de mesure.

Elève (5ème) :

Sur une première feuille, il prépare la réponse : « 1) p = ».

Aucune trace ne suggère qu'il y a eu recherche (un dessin dans un coin de feuille, laisse au contraire penser que l'élève a attendu).

Sur la seconde feuille, l'élève (analogie des graphies du chiffre 1 ?) a juste écrit les réponses.

Nous pensons que l'élève s'est contenté de recopier ce que le parent lui dictait :

- les résultats sur la feuille du parent sont encadrés,
- l'élève écrit 1 p (au lieu de p), qui est à la fois une explication (p remplace le contenu d'un verre p, c'est un p) et la trace du statut d'unité accordé aux inconnues (8V + 1 p).

Commentaires du parent : « Après un instant assez long de silence de mon enfant j'ai commencé à effectuer mon raisonnement sans lui. J'ai résolu le problème et toujours devant son apathie, j'ai commencé à lui expliquer. Il a alors réagit en me disant qu'il aurait fait différemment. Il a écouté mes explications et les as compris. Il a conclu en disant qu'il aurait aimé avoir plus de temps ».

Le parent ne précise pas si son enfant a parlé de manière générale et allusive (j'aurais fait différemment) ou s'il lui a expliqué une autre méthode.

La réaction de l'élève durant le débat (sur un ton provocateur : j'ai fait exprès une autre manière ») fait plutôt penser à une réaction de défense qui a peu à voir avec le contenu lui-même. Le commentaire suivant confirme que la relation entre eux est conflictuelle.

Commentaires de l'élève (5ème) : « Ma mère va trop vite. Je suis le contraire d'elle, mais quand j'en ai assez j'y arrive par n'importe quels moyens ».

BINÔME 8

Parent :

Le traitement de l'énoncé est quasi littéraire : un résumé, des abréviations littérales ou symboliques (flèche) « Il faut 8 verres V et un p pour 1 b 1 L quelle est la contenance des verres p et V ? ».

Le nombre et l'article un ne se distinguent pas, V et p sont des abréviations de noms (le b ne respecte même plus la graphie de majuscule et renvoie à l'objet bouteille).

Il fait référence à une culture arithmétique. Mais l'arithme choisie est le litre, la résolution débouche par conséquent sur un système à deux inconnues, d'où l'importation des notations canoniques pour les inconnues (x et y).

Le parent ne dispose-t-il plus de méthode pour poursuivre ? Ou l'identification du moyen de résolution le satisfait-il ? Ou bien encore est-ce-là une synthèse de la solution proposée par l'élève ?

Commentaires du parent : « J'ai posé le problème, j'avais une idée des schémas à dessiner pour visualiser le problème, il me paraissait simple. Ma fille a commencé à écrire, elle avait l'air sûre d'elle, j'ai attendu qu'elle ait fini pour qu'elle m'explique ce qu'elle avait fait ».

Elève (3ème) :

Un schéma (est-ce celui du parent ?) représente les relations entre les unités contextuelles (formes différentes, le rectangle est à la fois une unité et un groupement d'unités plus petites).

L'expression « 1 B » possède un double statut (sémantique, c'est une unité et syntaxique, c'est un terme algébrique).

Toutes les ratures à propos du chiffre 1 (faut-il garder l'unité sans écrire le nombre ou garder le nombre sans préciser l'unité ?) nous renseigne sur les hésitations entre les deux cultures : l'algèbre est choisie comme méthode de résolution, mais elle n'est pas maîtrisée.

Le répertoire algébrique n'est pas fiable, les conceptions sont fluctuantes ($x = 1x$; $0x = 0$).

Il semble qu'il y ait eu, en plus, une confusion due à une similitude des graphies de 1 et y.

Le signe de multiplication qui n'est pas obligatoire dans la syntaxe conduit aussi à des erreurs de substitutions :

y = 3x - y (devenu y = 3 x - 1) mais 8 y est remplacé par 8 + 3 x - 1 (le y est barré, car il est remplacé par 3x -1)

y = 3x et x = 2 / 15 conduit à y = 3 - 2/15.

Le calcul mental paraît lui aussi bien fragile :

- 15 est-il la somme (erronée) de 8 et 3 (8 et 5 : 13 et 8y + 3 x = (8 + 3) x ; le y disparaît) ou bien le produit de 8 et 3 (3 fois 5 : 15, confusion graphique 8 et 5 ou mémoire flanchante pour la table de 3) ?

- l'opération 15 x 3 est posée en bas de page.

La succession d'erreurs conduit à deux résultats faux, dont la complexité (deux fractions irréductibles 2 / 15 et 43 / 15) décourage fortement une éventuelle vérification (peut-être n'a-t-elle jamais été envisagée).

Commentaires de l'élève : « J'ai d'abord fait mon calcul et ma maman a fait son calcul. Moi j'ai fait compliqué et elle a regardé pour voir ce que j'avais fait. Elle a abandonné son idée et m'a aidé à chercher ».

BINÔME 9

Elève (4ème) :

L'élève représente les éléments isolément (trois schémas), la relation v = 3 p est représentée, mais la deuxième est incorrecte B = 8 V. Il ne choisit pas d'arithme. Il est plongé dans une impasse de laquelle il n'est pas aisé de sortir.

Une correction apparaît, impulsée par le parent :

3 x 8 = 24 + 1 = 25 (l'écriture fait apparaître l'élément manquant, mais elle est syntaxiquement incorrecte : l'égalité est conçue comme le signe annonciateur d'un résultat, même partiel).

L'élève poursuit par parenthésage (3p x 8 V) + 1 p : les unités sont collationnées, il ne s'agit toujours pas d'une coordination, la traduction des opérations d'addition et de multiplication ne relève pas d'une conception fiable, il a juste juxtaposé trois termes).

Dans un coin de la feuille tous les V et tous les 3 sont écrits. Peut-être l'élève a-t-il obtenu ou retrouvé le résultat 24 par dénombrement de trois en trois (ce qui serait un indice supplémentaire que le sens de la multiplication n'est pour lui pas solide).

V et B sont traitées (par le parent) comme des unités intermédiaires : p = 1/3 de V ou 1/25 de B. Il est très peu probable que l'élève ait compris ce qu'il a écrit.

Commentaires de l'élève : « J'ai travaillé de Mon côté pendant un moment, puis j'ai mis en commun avec ma mère ensuite. Et je l'ai écouté lorsqu'elle m'a expliqué ce qu'elle a fait ».

Parent :

Le parent réalise un schéma qui coordonne les deux relations. Le registre mobilisé est celui de l'arithmétique. Les étapes du raisonnement sont succinctement rédigées : « On sait que 1 V = 3 p dans la bouteille il y a donc 24 p + 1 p donc 25 p ». Il utilise les unités contextuelles : « p = 1 / 3 de V ou 1 / 25 de B donc V 3 / 25 de B » ; « B = 25 entiers ou p ».

Commentaires du parent : « Il a écouté mes explications et s'il avait eu plus de temps, il aurait fini par comprendre car il avait bien commencé ».

BINÔME 10

Feuille commune :

Nous pensons que l'écriture est celle de l'enfant, au début de la résolution, mais il est vraisemblable d'après les commentaires, que le parent l'ait très fortement guidé.

Le schéma est hétérogène : il contient les deux relations, mais seule la première est représentée, la seconde n'est qu'une écriture entre des icônes.

La présence constante de l'unité et le parenthèsage classe la résolution dans le registre arithmétique : (3 x p x 8) + (1 x p) = 1 litre B Les lettres, qui apparaissent dans les expressions, signifient plutôt un nom d'objet qu'une variable numérique.

La coordination (et la fin de la résolution) semble écrite de la main du parent impatient (l'élève n'arrivait probablement pas à suivre le raisonnement et le traduire par une écriture).

Les calculs ne sont qu'ébauchés (1/25 x 3). Pour le parent, la réponse s'en déduit facilement, mais il est vraisemblable qu'il n'en est pas de même pour l'élève (a-t-il identifié la réponse ?) : inversion des écritures (1/25 L = p, valeur de V sans unité, résultats fractionnaires sans doute inaccessibles pour qui représente comme plus haut ce qu'il entend d'une explication).

Commentaires du parent : « Réfléchis ! Fais des dessins si tu ne comprends pas visualise l'exercice. Ecris ! Je vais t'aider » ; « Comme à la maison. Mais comme il fallait faire vite car j'aime bien aller au bout des choses, je suis allée un peu plus vite dans l'accompagnement du raisonnement. Quelques fois les choses se passent plus mal ! ».

Commentaires de l'enfant : « Comme je bloquais toujours, ma maman m'est venue en aide et heureusement ! » ; « Je n'ai pas pu le résoudre si vite ».

BINÔME 11

Parent :

Dans un coin de sa feuille vierge, quelques traces (« 24 + p ») témoignent d'une recherche personnelle.

Commentaire du parent : « Comme à la maison je n'ai pas participé car conflits ».

Elève (6ème) :

L'élève n° 11 dessine les récipients, d'abord sans trop d'anticipation. Puis, tout en traçant, il prend en compte de nouvelles relations. Il recommence sa représentation, en anticipant cette fois l'espace nécessaire : la bouteille est assez grande pour contenir les 25 petits verres. La représentation figurative des relations d'inclusion est fonctionnelle, elle permet, si besoin, un comptage des unités.

Le système d'équations n'est pas résolu : « 3 p = 1 V 8 V + 1 p = 1 B ».

Plusieurs ratures indiquent diverses pistes de recherche :

- une ébauche de division posée (de dividende 10)
- « x = 8 V + p » (les équations en classe de 6ème n'ont qu'une seule inconnue)
- « 1 l = 8 V » (registre arithmétique, mis en défaut par les quantités non connues).

Commentaires de l'élève : « J'ai travaillé tout seul. Maman ne m'a pas aidé ».

Annexe 5-1
Informations pour les parents d'élèves diffusées en septembre 1996 par l'équipe du CE2 de l'école Jules Michelet

Ecole Elémentaire Jules Michelet
Talence

Informations en début d'année pour les parents

Afin de vous permettre de suivre le travail de vos enfants, de mieux comprendre la progression suivie, nous avons choisi de vous donner des informations lors de réunions régulières (début d'année et fin de trimestre). Pour rendre ces informations plus efficaces, nous avons entrepris de les rédiger et de vous les faire parvenir avant les réunions. Bien entendu, ceci ne remplace pas les contacts individuels que vous pouvez toujours avoir avec les équipes enseignantes.

Nous vous demandons de lire ces informations avant la réunion, afin que vous puissiez nous poser les questions qui nous permettront de répondre le mieux possible à votre souci de suivre le travail que nous ferons cette année avec votre enfant.

La partie écrite ne concerne généralement que les mathématiques du fait que nous n'utilisons pas avec les élèves de manuel scolaire pour cette matière et que l'apprentissage de certaines notions se fait dans des situations plus particulières dans le cadre du statut spécifique du groupe scolaire Michelet.

D'autre part, les enseignants de cette école se sont concertés pour répartir, lorsque ce n'est pas prévu de façon précise par les programmes officiels, les notions à aborder au cours des classes successives.Par exemple, les instructions fixent le programme pour le cycle 3, sans préciser ce qui sera traité au CE2, au CM1 puis au CM2. La concertation des enseignants a permis de décider ce qui sera fait chaque année et les objectifs de connaissances à atteindre. Ce qui permet un travail plus approfondi et un meilleur suivi d'une classe à l'autre.

En mathématique, on s'efforce de présenter aux élèves des " situations " c'est-à-dire des problèmes effectifs et matériels à résoudre. Les solutions ne leur sont pas montrées directement. Chaque élève est ainsi conduit, en utilisant des connaissances déjà acquises, à imaginer et essayer des solutions satisfaisantes qui, confrontées à celles des autres, aux questions de l'enseignant, permettent d'élaborer des connaissances nouvelles.

Au cours de ce processus marqué par le plaisir de la découverte, les savoirs se construisent peu à peu. Pour ne pas gâcher ce plaisir et pour que les découvertes restent un moyen de se poser de nouvelles questions, il est indispensable qu'en dehors de la classe les informations données à l'enfant ne lui présentent pas des techniques de façon prématurée. Les connaissances nouvelles sont ensuite identifiées, nommées, réutilisées et enfin exigées de tous les élèves de la classe.

De même en Français, les élèves sont amenés à isoler des faits, à dégager des règles, à les essayer dans des situations de vraies communications. Les notions sont reconnues, utilisées sans risque d'être vidées de leur sens.

Ce sont les objectifs des enseignants de cette école. Ils sont clairs, mais la pratique effective n'en est pas simplifiée pour autant. Il faut beaucoup de vigilance, de fréquents retours aux bases pour éviter que s'installe une cassure entre le sens et une pratique mécanique.

Progression 1er trimestre - Mathématique - CE2

I) Numération

Nous poursuivons l'étude des nombres jusqu'à 9 999:
- lecture et écriture de ces nombres en chiffres et lettres
- décomposition de ces nombres
- rangement en ordre croissant et décroissant

Des activités sur la monnaie seront effectuées à la fin du 1er trimestre. Elles permettent d'approfondir les connaissances des élèves sur la numération et de les aider à maîtriser des situations de la vie courante.

II) Techniques opératoires

Les élèves font régulièrement des opérations leur permettant de s'exercer aux différentes techniques apprises pour l'addition, la multiplication et la soustraction. Ils ont à leur disposition des fiches d'opérations de difficulté progressive. Ce travail est périodiquement évalué par les enseignants.

a) addition

Nous continuons à utiliser la technique acquise au CE1 de l'addition en colonne mais avec plus de deux nombres et avec des nombres plus grands.

b) multiplication

C'est la partie essentiel du travail du 1er trimestre. Ala fin du CE1, les élèves pratiquent la multiplication de la façon suivante:

43 x 27

40	3	
40 x 20 = 800	3 x 20 = 60	20
40 x 7 = 280	3 x 7 = 21	7

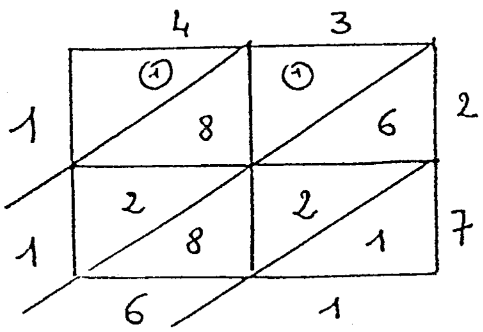
Puis ils posent l'addition:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\ 1} \\ 800 \\ +\ 280 \\ +\ 60 \\ +\ 21 \\ \hline 1\,161 \end{array}$$

Ceci correspond en fait à une opération mathématique que les élèves verront écrite quelques années plus tard sous la forme (40 + 3) x (20 + 7)

Le but du travail du CE2 est d'améliorer cette technique en repérant le rang d'ordre de chaque résultat partiel et d'introduire une nouvelle technique - les diagonales - qui permet de ne plus écrire les 0 et de faire directement l'addition pour obtenir le résultat. Voici la même multiplication effectuée de cette façon:

43 x 27



43 x 27 = 1 161

Cette technique dite "en tableau " ou plus exactement " per gélosia " est bien adaptée au niveau des élèves, ne comporte pas de retenues intermédiaires ce qui leur permet de contrôler leur calcul et de détecter rapidement les éventuelles erreurs. La technique plus classique dite " en colonne " ou " à l'italienne " sera présentée au CM1.
Il est primordial que cette progression soit respectée pour que chaque enfant parvienne dans de bonnes conditions à maîtriser la technique qui a été abordée en classe.

c) soustraction
Elle est posée avec le signe – (moins) et calculée avec des retenues:

83 - 27

$$\begin{array}{r} 83 \\ -\ 27 \\ \hline 56 \end{array}$$

III) Calcul mental
Nous consacrons quotidiennement 10mn à des séances de calcul mental et de calcul rapide. Au 1er trimestre, nous utiliserons beaucoup les tables d'addition et de multiplication, les techniques pour additionner " de tête ", le comptage par sauts croissants ou décroissants (de 2 en 2, de 5 en 5 etc...), et les compléments à la dizaine.

IV) Problèmes
L' activité entreprise au CE1 sur la résolution de problèmes sera poursuivie et élargie. Pour cela, nous ferons un travail particulier en liaison avec les activités de Français sur la lecture et la compréhension des énoncés de problèmes: quelle est la question posée, quels sont les renseignements donnés, quels sont les indices qui permettent de les repérer, comment faut-il les utiliser?

V) Mesure
Les élèves apprendront:
- à se servir du double-décimètre et à comprendre le système des unités de mesure
- à mesurer et tracer des segments
- à additionner des mesures de longueur

VI) Géométrie
Nous apprendrons à utiliser le compas.

POUR AIDER VOTRE ENFANT:

Quand vous recevez les classeurs ou cahiers et que vous constatez quelques difficultés, vous pouvez, si vous le désirez, reprendre avec votre enfant ces exercices. Nous sommes aussi à votre disposition pour parler de ces difficultés et trouver avec vous les solutions les mieux adaptées à votre enfant.
Vous pouvez aussi faire avec vos enfants tous les jeux de société qui utilisent le comptage, les nombres et le raisonnement.
Il est aussi souvent fort utile de vérifier l'apprentissage personnel des tables. Il faut qu'elles soient régulièrement revues pour être parfaitement connues.

L'équipe du CE2

Annexe 6-1

Fiche de liaison enseignants/RASED [1]

(les mots soulignés correspondent au contenu de la fiche, à la conjugaison des verbes près)

Comportements de l'enfant :

- l'enfant ne manifeste ni rejet, ni opposition face aux activités d'apprentissage
- les difficultés se manifestent en mathématiques, principalement en numération
- le comportement de l'enfant avec les autres enfants est bon
- l'enfant a tendance à se faire oublier pendant la classe
- l'enfant cherche une relation plus individuelle avec les adultes en arrivant ou le soir (c'est à dire en dehors des temps d'enseignement).

Dans le domaine des apprentissages :

- l'enfant fait des efforts
- comportement d'inhibition, l'enfant a peur de se tromper, fait un « blocage »
- les apprentissages semblent labiles et difficiles bien que remobilisables aux contrôles
- l'enfant justifie ses difficultés avec des arguments « familiaux »

Actions entreprises face aux difficultés de l'enfant au niveau de la classe :

- les maîtres la rassurent, la mettent en confiance

observations complémentaires : « des résultats surprenants par la difficulté de faire des apprentissages ».

****

Commentaires des enseignants de Noëlle, en fin d'année scolaire (après 3 mois d'appui)

Le 06 06 97 (entretien avec un enseignant de CE2) :

I : Et la maman ? Elle est un peu moins intrusive qu'au début d'année ?

- On la voit très peu, on l'a vue à la réunion de parents. Sa question souvent, à la maman, c'est : " Est-ce-que vous tenez compte de toutes les particularités des enfants ?" , " Est-ce-que vous en tenez compte, est-ce-que vous êtes capable d'en tenir compte ? ". Elle met ça en doute aussi .

I : C'est une manière de présenter un peu ...

- Oui ! " Est-ce-que vous avez repéré des enfants qui sont plus lents que d'autres ? " .

I : Sur la lenteur, alors ?

- Oui, sur la lenteur, sur les capacités ... enfin ... " Est-ce-que les maîtres sont capables de repérer ces particularités des enfants et qu'est-ce-qu'ils font pour gérer ça ? " Et son autre souci c'est ... Elle anticipe ... elle aurait souhaité avoir le programme de CM1.

I : Pour la faire travailler pendant les vacances ?

- Probablement.

I : Vous lui donnez ?

- Non.

I : Moi j'ai insisté pour que Noëlle prenne des vacances.

- On lui a dit que c'était la suite logique du CE2, on a donné une réponse quand même, mais ... on s'en est tiré comme ça. Mais tu vois c'est quand même une angoisse qu'elle exprime comme

[1] Les enseignants ont fourni des renseignements au psychologue scolaire, à une date antérieure au début de la recherche (appel de madame Pujol le 21 02 97). Nous disposons d'une fiche, qui nous a été remise par ce psychologue scolaire, écrite au crayon à papier et datée du 10 03 97. Nous supposons qu'il s'agit là d'une copie.

ça. Elle le reconnaît ça qu'elle est très embêtante parce que c'est l'aînée et que ça sera beaucoup moins compliqué pour la suivante.

Commentaires des enseignants de Noëlle, l'année suivante (durant l'interruption de l'appui)

Le 14 05 98 (entretien avec un enseignant de CM1) :

« L'autre jour, Noëlle a encore effectué une multiplication à la grecque *(per gelosia),* ce qui est très rare à cette période de l'année. Je leur laisse le choix, mais d'habitude en CM1, les élèves abandonnent progressivement cette méthode au profit de l'italienne *(algorithme usuel).* Elle était presque juste, juste une erreur de table. Sa mère n'écrit plus rien dans le cahier ; je la sens prête à communiquer positivement sur ce qu'on fait (par rapport à ce que les collègues nous avaient dit). Elle n'est pas venue pour pinailler, mais pour se renseigner, pour apprendre en fait. On n'a pas affaire à une enfant sotte ! Quand on la traite individuellement ça va, mais en traitement collectif, on la sent plus fragile. Elle prend la parole en classe, et en même temps, c'est une fuite perpétuelle, rien n'est jamais vraiment acquis. Au dernières évaluations, elle a eu 3/10 sur les heures, mais ce n'est pas représentatif. Je n'ai pointé aucune difficulté avec les tables : la division est juste, et la multiplication (faite à l'italienne) aussi. L'apprentissage de la division nous permet de réorganiser le sens de la numération, mais on ne redonne plus de nombre à décomposer en CM1, il faudrait voir ... En calcul rapide (c'était fait en temps limité, on chronomètre) elle a fait des additions au lieu des divisions[2], je ne sais pas si c'est une mauvaise lecture ou encore une fuite. Parce que si je demande dans la classe "quel est le double de 16 ?" tout de suite elle répond ! Ce matin on a travaillé la proportionnalité. Toute la classe est assez en difficulté pour gérer les deux ordres croissants. On a proposé à nouveau une situation de distribution arbitraire[3], mais en respectant l'ordre :

souris	3	6	9	12
graines	5	19	21	28

Noëlle a défendu l'idée que c'était équitable "parce qu'à chaque fois il y a plus de graines que de souris, donc tout va bien" !. On n'arrivait pas à lui faire comprendre, on n'arrivait pas à la sortir de ce schéma. Et ça la chiffonne quand elle voit que les autres comprennent et qu'elle reste bloquée ! Elle est revenue nous voir à la récré en disant : "je ne comprends toujours pas". En classe, [un collègue] a pris le temps tout concrétiser et elle a compris ; d'ailleurs ça a aussi permis d'aider les autres. Pour la division ... oui, elle l'a fait, elle a abouti. On va peut-être un petit peu vite pour elle. Dès que c'est nouveau, elle est fragile. Mais il suffit de peu pour la récupérer. Elle n'est plus du tout éteinte en maths. Elle propose des choses intéressantes. Elle a un certain sens pratique. Elle est très organisée dans la vie courante, pour tout ce qui est extérieur. En classe de neige par exemple, elle était nickel. Elle est tout à fait insérée dans la classe ».

[2] Elles étaient présentées en ligne. Par exemple 24 : 3 = (Noëlle a répondu 27). Toutes les multiplications en ligne sont effectuées de manière pertinente, mais toutes les divisions en ligne ont été calculées par des sommes.
[3] Les ingénieries qui sont à l'origine de ces questions figurent dans la thèse de E. Comin (à paraître).

Annexe 6-2

Les préparations des séances d'appui sur le sens des concepts

Nous proposons ici des extraits des fiches de préparations. Les consignes projetées sont écrites en italiques.

1 Les cartes

<u>séance 5 (le 04 04 97)</u>

La séance précédente avait montré que Noëlle utilisait seulement partiellement la décomposition décimale, avec semble-t-il un appui prépondérant (parfois inapproprié) sur la numération orale. Elle rencontrait des difficultés à coordonner son activité mentale pour effectuer de tête des sommes de nombres à un ou deux chiffres (ajout en premier lieu des dizaines, puis alternance de la prise en compte seule des unités de l'un au l'autre des deux nombres). L'observation de ses réponses laissait penser que l'aspect ordinal du nombre (la séquentialité, le comptage un à un, la compréhension analytique) était privilégié par rapport à l'aspect cardinal (la globalité, le groupement, la structure décimale). C'est donc ce dernier qu'il convenait de travailler, en continuant le travail sur la numération décimale, et évitant de faire référence à la numération parlée familière (procédure exclusivement verbale).

L'intervenant décide de conserver le matériel des groupements d'allumettes[1] (matériel évoqué ou servant de validation dans les cas critiques). Il introduit un jeu de cartes, construit en séance avec Noëlle, qui utilisera la décomposition des nombres en unités, dizaines et centaines, sans la convention usuelle d'écriture (ainsi la question de l'écriture des zéros ne se pose pas d'emblée et le milieu est relativement non familier).

* Sortir de la boîte par exemple 4 paquets de 100, 5 paquets de 10 et 2 allumettes isolées et écrire sur une carte : « 4 centaines ; 5 dizaines ; 2 unités » (les uns en dessous des autres sur 3 lignes ; durant toute la séance, seuls les nombres inférieurs à 999 seront employés). Puis proposer une écriture similaire sur une seconde carte. Demander à Noëlle de mettre sur la table le matériel correspondant. Alterner les rôles. Ainsi plusieurs cartes sont écrites (petit à petit, introduire des écritures où ne figurent pas les trois rangs ; de temps en temps inverser l'ordre de pose du matériel ou d'énonciation orale, avant d'écrire la carte dans l'ordre conventionnel pour observer si cela occasionne des perturbations, par la suite cette inversion ne sera plus provoquée).

* Choisir deux cartes. *Laquelle correspond au plus grand nombre d'allumettes ?* Suivant le degré de sûreté des réponses, valider ou non avec le matériel. Fabriquer encore quelques cartes (sans faire mettre la quantité correspondante) qui donnent lieu à des comparaisons. Les variables sont :

- le <u>caractère lacunaire</u> ou non des écritures
- la <u>présence répétée ou non des mêmes chiffres dans le nombre</u> (chaque chiffre identifie un rang de manière unique ou non)
- leurre pour la comparaison <u>: les différents chiffres ne sont pas tous sériés dans le même ordre et deux rangs seulement au lieu de trois</u> (253 < 718 ou 701 > 689)

* *Je voudrais écrire une carte qui correspond à 2 dizaines de plus que celle-là, qu'est ce que tu me proposes ?* De nouvelles cartes sont ainsi fabriquées. Variables :

---

[1] Un grand nombre de groupements de 10 allumettes (réunies par un élastique) et de 100 allumettes (10 paquets de 10 regroupés par un élastique) sont préfabriqués. Une boîte contient les trois types d'unités (allumettes isolées, paquets de 10 et paquets de 100). Le matériel est composable à volonté (les élastiques peuvent être ôtés ou mis).

les différents rangs, modifications sur un seul ou sur deux (dans ces cas, ajouts de 1 seulement à la fois), ajout ou retrait (de 1 à 9 et sans retenue), rang « vide ».
* *Cette fois, je choisis deux cartes, tu peux fabriquer la carte qui correspond à la somme ?* Quelques cartes sont fabriquées (pas de retenue).
* *Si je te donne ces 4 cartes-là, tu peux les ranger dans l'ordre ?* Le choix « croissant / décroissant » est dans un premier temps laissé à son initiative, puis formulé, puis 4 (ou plus) nouvelles cartes sont données à sérier dans le même ordre cette fois exigé, mais en complexifiant la tâche dans le choix des nombres. Puis, passer des cartes aux écritures conventionnelles. *Je choisis ces 3 cartes-là, mais tu vas d'abord écrire les nombres sur un papier et après tu les classeras* (toujours même ordre, donner 3 nombres dont l'écriture ne comporte pas de zéro, vérifier l'emploi des symboles d'inégalité). Recommencer l'exercice plusieurs fois en introduisant des zéros et en variant l'ordre de classement, les nombres sont écrits sans être nommés oralement.

séance 6 (le 18 04 97)
* *Voilà une carte* (2 centaines, 5 dizaines, 3 unités), *elle correspond à une quantité d'allumettes, mets-les. Voilà une autre carte* (3 centaines, 2 dizaines et 5 unités). *Moi je vais préparer la quantité et toi tu dois prévoir combien ça fera si on ajoute les deux quantités* (sans retenue, avec tous les rangs*). Je te donne la carte à remplir pour la somme* (préparer une carte à remplir avec les mots "centaines, dizaines et unités", si elle tarde à écrire, mettre les deux quantités sous un cache).
Et si je fais la somme entre ces deux quantités- là ? (garder la dernière carte fabriquée dans la main et prendre la carte "une dizaine"). De nouveau, la carte somme est gardée, et la quantité ajoutée avec une dizaine, jusqu'au passage de rang. Le matériel n'est utilisé que si les réponses ne sont pas fiables (toujours en anticipant la quantité cachée).
Prolongements : continuer en se contentant d'une réponse orale, sans fabriquer les cartes. Puis en écrivant un nombre sur une feuille et en demandant d'ajouter 10 de tête. Seuls les résultats sont écrits (on obtient une suite de nombres) jusqu'au passage de rang. Même chose avec + 100 (seulement un passage). Illustrer si besoin avec les allumettes, mais petit à petit évoquer plutôt les cartes. Poser quelques sommes oralement (24 + 10, 62 + 10, 3 + 10, 87 + 10, 72 + 10) puis avec les nombres 7, 8, 9, 60, 80 et faire remarquer que certains noms (17, 18, 19, 70, 90) portent la trace de cette somme avec 10 (*j'entends dix et sept dans dix-sept, mais dans treize, on ne l'entend pas, il faut le savoir que c'est 10 et 3, par contre ça se voit dans l'écriture)*. Lui demander d'en inventer un "bien difficile" et de l'expliquer, comme si elle était une maîtresse, avec des cartes.

séance 7 (le 25 04 97)
* *Je te montre plusieurs cartes* (les éparpiller sur la table), *nous en avions écrites toutes les deux quelques unes, tu vas peut-être les reconnaître et j'en ai ajouté d'autres. Je te demande de regrouper celles qui désignent la même quantité d'allumettes.*
Pour chaque paquet de cartes, écris le nombre correspondant (fournir plusieurs petits papiers pour que chaque résultat soit indépendant des autres et puisse être associé à différentes cartes).
Les 15 cartes sont : (6 c, 0 d, 8 u - 0 c, 60 d, 8 u - 5 c, 10 d, 8 u - 6 c, 8 u) ; (5 c, 6 d - 56 d - 5 c, 60 u) ; (5 c, 8 u - 8u, 50 d) ; (58 d, 9 u - 5 c, 8 d, 9 u) ; (5 c, 7 d, 8 u -50 d, 78 u) ; 5 c, 8 d, 5 u - 5 c, 9 d, 8 u.
Inventes-en d'autres (les différentes décompositions, à partir d'un nombre choisi et écrit, sont écrites sur une même feuille). L'intervenant guide la recherche en faisant formuler l'unité employée chaque fois qu'un nombre est donné et en suggérant les équivalences par conversion d'unités (les autres équivalences, par exemple par décomposition additive au sein d'une même unité, sont acceptées, mais non particulièrement gratifiées). Durant cette activité, ne pas mettre

l'accent sur la numération parlée, mais sur les écritures. Le recours au matériel est fonction de la sûreté des réponses.
* *On va continuer les additions, je te donne deux cartes et tu prévois sur une autre carte, la somme représentant la quantité totale* (alterner des sommes sans et avec retenue).
* *Je te donne deux cartes à comparer, laquelle représente la quantité la plus grande ?*
Ecris sur cette carte ce qu'il faudrait rajouter à la petite quantité pour obtenir la plus grande (pas de retenue).

<u>séance 8 (le 02 05 97)</u>
* *Si je te montre ça, comment tu peux l'écrire ?* (3 dizaines ; 2 dizaines et 1 unité ; 4 centaines; 4 centaines et 2 dizaines ; 2 centaines et 3 dizaines et 1 unité ; 2 centaines et 1 unité). Pour chaque quantité, les diverses formulations sont écrites au fur et à mesure sur une feuille de papier de telle manière que l'on puisse la découper ensuite ligne par ligne[2]. Les formulations sont :
- 3 dizaines ; 30 unités
- 2 dizaines 1 unité ; 21 unités
- 4 centaines ; 400 unités ; 40 dizaines
- 4 centaines et 2 dizaines ; 420 unités ; 42 dizaines
- 2 centaines 3 dizaines 1 unité ; 231 unités ; 23 dizaines 1 unité
- 2 centaines 1 unité ; 201 unités ; 20 dizaines 1 unité.

L'intervenant guide (il accepte mais n'écrit pas les autres décompositions additives du genre 2 dizaines et 1 dizaine : *c'est vrai, on pourrait décomposer comme ça, mais aujourd'hui, ce que je demande ce sont les décompositions où les mots « dizaine » ... ne figurent qu'une seule fois)* ou suggère *(tu as proposé cette écriture avec le mot « dizaine », est-ce que tu peux en trouver une autre avec seulement le mot « unité », et une autre en séparant les dizaines et les unités ?*). Deux cas seront évoqués : le non emploi d'un mot ou l'utilisation du zéro (intercalaire ou non). Par exemple : 3 dizaines zéro unité ; zéro centaine 3 dizaines zéro unité. Durant cette activité, ne pas mettre l'accent sur la numération parlée, mais sur les écritures. *Maintenant je découpe tout ça, je mélange bien tous ces morceaux de papier et je te demande de regrouper tous ceux qui vont ensemble parce qu'ils désignent le même nombre* (validation avec le matériel).

2 Les changements d'unités

a) Stéréognosie et jeu de rôles

<u>séance 9 (le 05 05 97)</u>
La séance précédente avait fait apparaître que la perception de « l'unité visible » perturbait les formulations équivalentes (unités non directement visibles) pour une quantité constante.
Ainsi la matérialisation qui constituait un appui sûr au stade précédent, ne jouait plus un rôle facilitateur et pire, rendait difficiles les validations matérielles. Les oscillations entre deux points de vue non coordonnés (centration sur le nombre, centration sur l'unité) indiquaient que Noëlle était en train de se construire un système opératoire de changement d'unités, mais qu'elle n'y était pas encore parvenue. Les situations proposées jusqu'alors ne lui avaient pas fourni les moyens de dépasser ce stade, la confusion paraissait au contraire s'accentuer.
La 9ème séance a pour fonction de restaurer des conditions qui permettent à Noëlle d'avoir confiance dans ses capacités à progresser en mathématiques (une séance non éprouvante et qui permet de conclure sur un certain équilibre).

---

[2] Ce type de milieu (papiers découpés devant l'enfant, déplacés et recomposés) est inspiré des pratiques de rééducation du GEPALM (créé par F. Jaulin-Mannoni).

Peut-être un apprentissage différé a-t-il eu lieu entre temps, la formulations des différentes étapes refermera (même si c'est provisoirement) la phase de découverte. Mais si la confusion est restée en l'état, il est alors bénéfique de passer d'une forme d'interaction plutôt constructiviste à une forme plutôt médiatisée. Si à l'issue de cette séance, la compréhension n'est pas améliorée, du moins le climat se sera-t-il allégé ; ce nouveau souffle sera nécessaire pour de nouvelles dévolutions dans une situation fondamentale a-didactique.
L'intervenant décide donc de revenir à une autre forme de perception : le toucher (plus intuitif et moins familier que la vue dans un cadre scolaire) afin de forcer la différenciation entre perception (pour un feed-bak efficace) et construction mentale de l'équivalence (non perturbée par la vision). De plus, la stéréognosie (une différenciation par le toucher[3]) s'inscrit facilement dans une situation ludique dont le caractère paraît indispensable à soutenir la motivation de Noëlle pendant cette phase de dépassement d'un double obstacle (obstacle épistémologique aggravé par le décalage entre la perception culturelle et familiale de la compréhension de la numération (c'est pourtant très "facile") et le niveau attendu d'une élève de CE2). Il s'agit d'obtenir à nouveau l'adhésion cognitive (et pas seulement relationnelle ou contractuelle) de Noëlle, de la replacer en situation de maîtrise pour que l'apprentissage puisse s'appuyer sur une confiance mutuelle (l'intervenant a lui aussi besoin de gratification pour nourrir sa propre motivation).
Une personnification des différentes conceptions permet de « dramatiser » (mettre en scène) les conflits cognitifs (ou socio-cognitifs en mettant l'adulte à distance), de verbaliser les différents types d'arguments (selon une méthode clinique, tantôt comme médiation en suggérant la connaissance visée, tantôt comme perturbations en émettant des contre-suggestions). L'intervenant espère ainsi soulager en partie Noëlle, lorsqu'elle reconnaîtra que ses conceptions premières étaient inadaptées (le sentiment d'être jugé ou simplement pris en défaut est toujours douloureux). Le jeu des personnages, gentiment moqués ou sympathiquement valorisé, peut aider à une identification positive des termes du contrat didactique (modifier sa compréhension de ce qui est attendu, au lieu d'interpréter la situation comme une succession de diagnostics).

b) La situation

le matériel : 4 ou 5 paquets de 10 et de 100 allumettes sont emballés individuellement dans du papier d'aluminium, pour renforcer la perception en terme d'unités "indépendantes" et pour mettre en échec la stratégie de rétablir par l'action (enlever les élastiques) les équivalences (c'est l'anticipation de l'action puis la réversibilité mentale qui sont visées).
Ce matériel est placé dans un grand sac poubelle. L'intervenant observe la manipulation du côté de l'ouverture. L'élève, placé à l'autre extrémité, enfile ses mains dans deux ouvertures spécialement découpées dans le fond du sac (il ne peut voir ce qu'il fait).

les personnages : 3 « collectionneurs » (exclusivité par rapport à l'unité choisie, comportement enfantin qui justifie les appétences et les comparaisons entre unités) :

- le petit Riquiqui qui ne collectionne que ce qui est petit : les allumettes (unité de référence, privilégiée, unité non composée), il aime en avoir beaucoup beaucoup,
- Hippo qui aime ce qui est grand, gros et rond et ce qui prend beaucoup de place (unité composée par groupement),
- le Malin-coquin qui collectionne ce qui lui reste parce que les autres n'en veulent pas (les dizaines, unités intermédiaires), il va dévoiler qu'il peut en avoir autant que les autres même si c'est moins gros, même si il y en a apparemment moins.

la situation :

[3] Cette activité s'inspire également des pratiques du GEPALM (voir par exemple Guéritte-Hesse, 1982, p 59).

Aujourd'hui, j'ai emballé des paquets de 10 et de 100 et on va voir si tu sais les reconnaître avec les mains, sans les voir. Je te les mets quand même une fois dans les mains avant de les cacher, tu penses que tu sauras ? L'intervenant déplie le grand sac-poubelle muni de deux trous percés dans le fond du sac, l'élève est placé de telle manière qu'il ne voit pas ce que l'intervenant fait pénétrer dans le sac par l'ouverture principale. L'intervenant donne à reconnaître de petites quantités (1 à 4) d'objets identiques (une seule unité). L'accent est porté sur l'association nombre-unité selon la perception, sans aucune transformation ou équivalence. Lorsque l'assurance est trouvée, les personnages sont progressivement introduits, l'élève est toujours en position de reconnaître des objets par stéréognosie.
Tiens, voilà le petit Riquiqui, tu sais celui-là il fait la collection de tout ce qui est petit (celui-ci arrive accompagné d'une boîte contenant 250 allumettes et un papier où ce nombre est inscrit, ainsi que l'unité ; le papier est camouflé sous les allumettes et ne sera montré que lorsque le nombre deviendra utile : l'ajout d'allumettes). *"Qu'est ce que tu touches Noëlle dans ce grand sac ?"* (l'intervenant fait parler le personnage resté visible sur la table et glisse des allumettes dans le sac). L'élève répond. "*Ah des allumettes ! Ca fait bien mon affaire : je les collectionne"*. L'intervenant reprend les allumettes et place des paquets de 10 dans le sac. Même question à l'élève. "*Oh ! 3 dizaines ! Ca serait bien pour moi de les avoir parce que si j'avais ces trois paquets, je pourrais les ouvrir et je trouverais dedans plein d'allumettes ! Ah ça me fait envie* ... L'intervenant se contente de suggérer une anticipation d'action et une équivalence qualitative, il reprend les dizaines et place des centaines. Même scénario. "*Ah ! des centaines, oh là là si je pouvais les ouvrir je trouverais dedans plein plein plein d'allumettes"*. L'intervenant propose à l'élève de changer de rôle avec lui, il met les mains dans le sac et donne la boîte de matériel à l'élève, ainsi que le personnage. L'intervenant retrouve sa voix habituelle et précise la consigne si celle-ci n'est pas devinée : à *toi de me donner des choses à reconnaître, c'est toi qui fait parler le petit Riquiqui.* Suivant ce que l'élève lui donne, l'intervenant s'adresse au personnage pour lui demander de prévoir combien il aurait d'allumettes si on lui donnait ce qui est dans le sac. *"Ce sont des allumettes, ça ferait ton affaire petit Riquiqui" ; "Ce sont des paquets de 10 (100), il y a (nombre) paquets de (nombre). Ah làlà ça serait bien pour toi si tu les avais, non ? Ca te ferait combien d'allumettes ?* Si les réponses de l'élève sont erronées, l'intervenant corrige le personnage en verbalisant l'action paquet par paquet :*"Ah non petit Riquiqui, tu te trompes, réfléchis avec moi. Si je te passes mes trois paquets de 100, tu vas ouvrir les paquets un par un, le premier paquet de 100, tu vas défaire le papier, tu vas trouver 100 allumettes dedans et puis tu vas faire pareil avec le deuxième ..."*. L'objectif est bien évidemment de faire formuler les anticipations par l'élève en le relançant par le jeu chaque fois qu'il est possible, en le relayant lorsqu'il se trouble. Soit l'intervenant donne une des quantités au personnage (sans dépasser 299 allumettes), soit il sort les mains du sac, marquant la fin de la séquence et donne la quantité de son choix en faisant anticiper l'élève-personnage (soit des allumettes isolées, soit des paquets s'il sent que cette validation est utile). Le nombre inscrit sur le papier est modifié par l'élève.
De nouveau les rôles sont échangés, le deuxième personnage fait son apparition avec une boîte contenant 2 paquets de 100. "*Tiens voilà Hippo, lui il aime tout ce qui est grand, gros et rond, il aime ce qui prend beaucoup de place" ;* (le personnage à l'élève)*"qu'est ce que tu touches Noëlle ?"* (il glisse dans le sac des dizaines). L'élève répond. *"Berk ! ça ne m'intéresse pas du tout, je ne collectionne que ce qui est gros"*. L'intervenant place des centaines, puis au tour suivant des unités. Avant de faire intervenir le troisième personnage, il lui donne un paquet de 100. *"Voilà le Malin-coquin, lui, il collectionne ce qui lui reste parce que les autres n'en veulent pas, il collectionne les dizaines.* le personnage est accompagné d'une boîte contenant 34 paquets de 10. Même scénario, le Malin-coquin est intéressé par tout : les paquets de 10 font sont affaire parce qu'il les collectionne, les paquets de 100 parce qu'il sait bien qu'en

défaisant le gros paquet, il va trouver "des" dizaines dedans et même les allumettes l'intéresse, car en les mettant de côté, il arrivera un jour à en avoir "assez" pour se fabriquer une dizaine. Changement de rôle lorsque l'intervenant a formulé de manière qualitative les équivalences. Il doit reconnaître ce que lui propose l'élève et demande au personnage d'anticiper le nombre de paquets de 10 (pour les allumettes seules, il fait anticiper le complément : ce qu'il lui faudrait encore pour fabriquer un paquet de 10). L'intervenant peut éventuellement proposer un dernier changement de rôle sous le cache (en laissant le personnage à la charge de l'élève et choisir ainsi ses propres valeurs à convertir. *Et maintenant les trois collectionneurs veulent savoir qui a la plus grande collection. Le petit Riquiqui déclare "moi ! c'est moi qui en ai le plus, regarde Noëlle !" ; Hippo se vante "non, c'est moi, je n'ai que des gros paquets, hein Noëlle ?".* L'élève est appelé à donner son avis. Débat (contre-propositions dans le cas d'une réponse juste, arguments corrects dans le cas d'une réponse fausse). Le troisième personnage entre dans la discussion. *"C'est moi qui en ai le plus, j'en ai 34 !".* Les autres personnages se moquent : *"J'en ai bien plus, j'en ai (nombre compris entre 250 et 299)"* ; *"J'ai des plus gros paquets".* De nouveau l'élève est interpellé pour qu'il donne son avis. Les personnages peuvent lui demander des explications, lui permettant ainsi de formuler ce qui n'est pas correct dans de tels arguments (*"Mais moi, je ne comprends pas Noëlle, j'en ai tellement, 250 c'est bien plus que 34 !" ou "Je ne comprends pas, les centaines c'est bien plus gros que les dizaines").* La séquence se termine sur un accord sur l'équivalence, soit par déductions intellectuelles (si l'évidence est flagrante), soit par la destruction de tous les groupements : toutes les quantités se représentent sous forme d'unités dont on calcule au fur et à mesure (par des sommes) la totalité. Exemple : *dans une centaines, il y a 10 dizaines*, on défait l'élastique et chaque paquet de 10 est défait pendant que l'on inscrit sur une feuille : + 10 .

3 Les échanges

a) Le rôle de l'unité

<u>séance 10 (le 16 05 97)</u>

Il s'agit à terme de relier l'écriture du nombre (signification des rangs des différents chiffres) aux quantités. L'intervenant soupçonne qu'au moment des premiers apprentissages de la numération écrite, Noëlle n'a pas eu besoin d'assurer son écriture en l'associant à une quantité et que ses erreurs persistantes ont été ensuite rationalisées comme un lieu d'incertitude, sur lequel les conceptions étaient inopérantes. Depuis, le sentiment de ne jamais savoir s'il faut ou non ajouter des zéros dans l'écriture ferait obstacle.

Noëlle n'a pas encore perçu la nécessité de désigner l'unité choisie lorsqu'elle communique un nombre (ce qui peut-être l'effet d'une non décentration : elle n'imagine pas que l'autre ne peut saisir cet implicite quand elle communique un nombre seul, mais qui est aussi en relation avec sa conception du rôle de l'unité dans l'expression numérique d'une quantité). En mathématiques, le rôle des unités est souvent traité comme subalterne. Les enseignants ne disposent pas des instruments théoriques nécessaires pour les traiter.

Plusieurs modèles de situations seraient nécessaires pour que Noëlle puisse dépasser cet obstacle qui la fait ajouter des quantités d'unités différentes (ou calculer des sommes de chiffres de rangs différents) :

- un modèle non didactique pour associer le nom de l'unité au nombre (qu'est ce qui oblige à dire l'unité ? Dans la précédente situation, si Noëlle ne précisait pas l'unité, il n'y avait pas d'autre feed-bak que l'intervenant) et pour associer un couple (nombre, unité) à une quantité ;
- un modèle didactique pour rechercher des transformations d'expressions à quantité constante, pour comparer des quantités différentes (homogènes et hétérogènes), pour écrire les

nombres, pour justifier l'ordre des unités (oral et écrit), pour effectuer les opérations (par exemple 7d 4u + 3c 5u).
La situation suivante ne remplit pas toutes ces conditions, mais elle utilise également le jeu de rôle (qui permet de passer rapidement du didactique au non didactique), elle met en scène des échanges d'objets différents (qui sont plus faciles que les transformations d'une même quantité composée, et des sommes sur les nombres (accompagnés d'unité) associés à ces quantités, elle exerce une rétroaction sur la nécessité de nommer l'unité. L'intervenant l'a adaptée du jeu de la banque de billes de Brousseau et Foucaud (1992, pp. 33-46).

b) La situation

le matériel : des pois chiches, des pions de bois, des boîtes de pellicules photo, des billes en quantité suffisante ; une pancarte "banque" et un tableau de change ; 3 poupées : Petit Riquiqui, Hippo, Malin-Coquin ; 4 corbeilles contenant chacune un avoir initial :

pour l'élève et Riquiqui :10 pois chiches ; 8 pions ; 6 jetons ; 4 boîtes ;
pour Hippo : 6 pois chiches, 12 pions, 4 jetons, 2 boîtes, 1 bille ;
pour Malin : 8 pions, 4 jetons, 3 boîtes, 2 billes.

Remarque : ces avoirs sont tous équivalents à 60 pois chiches.
4 listes indiquant le nom d'un des 4 personnages-collectionneurs et son avoir initial et comportant suffisamment de place libre pour tenir à jour le solde de cet avoir.
Du brouillon (pour les essais de prévision), des stylos.

les personnages : un banquier,
Petit Riquiqui qui collectionne ce qui est petit : les pions,
Hippo collectionne qui ce qui est gros : les boîtes,
Malin-coquin qui collectionne les jetons,
l'élève qui collectionne les billes.

la situation : jeu de rôle pour effectuer des échanges, permettant différentes écritures d'une quantité constante (par changements d'unités).
Un tableau des changes fixe les correspondances entre 5 unités :

U0 : pois chiche (unité de référence).
U1 : pion en bois
U2 : jeton
U3 : boîte
U4 : bille.

1 pion vaut 2 grains
1 jeton vaut 3 grains
1 boîte vaut 4 grains
1 bille vaut 10 grains

L'intervenant et l'élève assurent alternativement les rôles de ces 4 premiers personnages (le banquier et les trois personnages représentés par les poupées).
<u>But du jeu</u> : Chaque client dispose d'une corbeille contenant son avoir initial et effectue des échanges à la banque dans le but d'obtenir "ce qu'il veut" (augmenter sa propre collection).
Les collections finales sont de 6 billes, 30 pions, 15 boîtes et 20 jetons. A la fin du jeu, les collections sont comparées (conservation malgré des transformations d'écriture).
Le client doit présenter une prévision orale de son échange.
Forme de la prévision : "je voudrais échanger ... (nombre, unité) contre ... (nombre, unité)".
Lorsque cela est nécessaire, le banquier négocie sur la base des mises en correspondance effectives (matérielle et spatiale) des différents objets échangés. Si la prévision est exacte, l'échange est effectué, le solde de l'avoir est actualisé par le client devant le banquier. Si la prévision est incomplète ou erronée, le banquier explique pourquoi il ne peut satisfaire cet

échange (soit les informations sont incomplète, soit l'échange n'est pas équitable pour telle catégorie d'objets) et invite le client à revenir plus tard.
Ce jeu se déroule sur plusieurs séances. Il est rythmé par :
- les changements de rôles ;
- l'entrée progressive des personnages (soit les présences sont simultanées, soit elles sont successives ; lorsque l'un d'eux a terminé sa collection, il décide de ne plus aller à la banque ; l'ordre d'entrée est Riquiqui, Hippo et Malin) ;
- l'instauration d'une limitation de la règle d'échange (afin de mettre en échec les stratégies d'échanges intermédiaires systématiques, notamment par l'emploi de l'unité de référence, une nouvelle règle est instaurée en cours du jeu : *à partir de maintenant il y a une nouvelle loi dans le pays, on peut échanger les grains contre autre chose, mais on ne peut pas les changer contre ce que l'on collectionne, car le roi est très jaloux et grincheux, il n'aime pas du tout arranger les gens, il n'aime pas aider les collectionneurs.*
La contrainte temporelle introduite dans le jeu par l'intermédiaire des différents personnages qui ont besoin d'aller au guichet de la banque permet de réduire le temps de disponibilité pour favoriser les échanges de plusieurs objets groupés, ou de l'allonger pour permettre l'entraînement d'une nouvelle stratégie ou l'introduction d'une nouvelle complexité.

Au début du jeu, le rôle de banquier est assuré par l'intervenant, seul l'élève propose des échanges.
Tu viens avec moi dans ma fusée ? Hop, on est arrivé ! Dans ce pays, on paye avec des grains, mais aussi on peut faire des échanges directement, il y a une banque (l'intervenant pose son panneau devant lui) *pour ça, avec un banquier. Voilà une corbeille pour toi qui contient toutes sortes d'objets que tu peux échanger à la banque selon ce tableau de change. Est- ce que tu repères tous les objets de la corbeille ?* L'élève est invité à comparer les objets avec ce qui est écrit sur le tableau, aucune bille n'est présente dans sa corbeille. L'intervenant sort alors sa "caisse" (contenant toutes les sortes d'objets). *Les voilà les billes, elles sont jolies?! On va dire que tu collectionnes les billes et que tu dois en obtenir le plus possible par des échanges. Le but du jeu c'est d'augmenter le plus vite possible sa collection. Mais attention, pour pouvoir échanger à la banque, il faut prévoir son coup. Il faut bien expliquer au banquier ce que l'on veut échanger et contre quoi exactement on veut les échanger ; il faut lui dire "je voudrais échanger humhumhum contre humhumhum". D'accord ? Allez, tu réfléchis à ce que tu veux échanger.* Le brouillon est laissé à portée de main sans le signaler explicitement. Si l'élève est en difficulté au cours de sa recherche, le Petit Riquiqui (joué par l'intervenant) se mêle au jeu : il vient lui aussi augmenter sa collection (occasion de médiation didactique indirecte). Lorsque plusieurs clients sont susceptibles de venir à la banque, avant chaque échange, le banquier fait préalablement formuler le nom du client et la nature de sa collection.
Pour l'intervenant cette intervention doit permettre :
- d'aérer ou de nourrir le jeu ; l'alternance des clients crée des temps d'attente (réflexion, confrontation et pression temporelle) ; les temps de recherche personnelle sont mis à distance de la scène par l'intervention du deuxième personnage (sans grand enjeu cognitif pour que l'élève puisse se consacrer à sa recherche, avec des suggestions intéressantes si l'élève reste en panne), en résumé : de relancer l'intérêt de l'élève et de doser l'enjeu cognitif ;
- de suggérer indirectement d'autres stratégies (par exemple un groupement ou un échange sans intermédiaire) et d'observer si l'élève s'en saisit comme d'une information pertinente ou seulement anecdotique ;
- d'introduire de la complexité puisqu'il s'agit de confier plus tard ce deuxième rôle à l'élève pour provoquer une décentration.

Ce qui est visé :
- la mobilité de pensée, la décentration, la conservation d'une quantité (une valeur) malgré les changements d'unité et les transformations d'écriture ;
- l'association systématique du nombre et de l'unité (situation de type 1) ;
- les changements d'unité (situation de type 2 et 3) ;
- les groupements dans les échanges (pas un seul objet à la fois) ;
- les échanges portant sur des nombres relativement élevés (>10) ;
- les échanges sans intermédiaires ;
- les formulations complètes d'échanges : association de deux couples (nombre,unité).

Ce qui est attendu :

Pour la collection de billes (première collection) :
- échange d'un objet seulement à la fois (en particulier 10 grains contre une bille) puis progressivement des groupements : 5 pions, 2 boîtes et 1 pion, 2 jetons et 1 boîte ou 2 jetons et 2 boîtes contre une bille ;
- échanges intermédiaires en utilisant l'unité de référence ;
- plus de difficulté avec les jetons (3 grains).

Pour la collection de pions (c'est la deuxième collection que l'intervenant propose car il choisit de valoriser prioritairement les groupements afin d'employer la multiplication, avant les échanges directs. La réduction du temps est une contrainte pertinente durant cette phase de réinvestissement) :
10 grains contre 5 pions, 4 boîtes contre 8 pions, 6 jetons contre 9 pions (peut probable en une seule fois).

Pour la collection de boîtes (troisième collection) :
c'est à cette étape qu'il convient impérativement (sauf si elle l'a déjà été) d'instaurer la limitation des échanges afin de mettre en défaut une systématisation d'utilisation d'unité de référence.
6 grains contre 1 boîte et reste 2 grains, 1 bille contre 2 boîtes reste 2 grains, 12 pions contre 6 boîtes, 4 jetons contre 3 boîtes.

pour la collection de jetons (dernière collection) :
La première collection envisagée était : 5 grains, 7 pions, 3 boîtes, 2 billes. Les échanges prévus étaient alors : 5 grains contre 1 jeton reste 2 grains, 6 pions contre 4 jetons, 2 pions contre 1 jeton reste 1 grain, 2 billes contre 6 jetons reste 2 grains, 3 boîtes contre 4 jetons. Mais dans ce cas, il reste 3 grains impossibles à échanger contre un jeton. Une solution serait de convertir un jeton en 3 grains et de grouper les 6 grains pour les échanger contre 3 pions puis contre 2 jetons. Cette stratégie paraît bien trop complexe (elle a été conçue comme telle en cumulant les nombres impairs) à ce stade de connaissance, nous avons donc modifié la collection : 8 pions, 3 boîtes, 2 billes (l'absence de grains, permet de se libérer d'une partie de la contrainte des échanges de grains, sans pour autant renoncer aux échanges sans intermédiaires). Les échanges prévus sont : 3 boîtes contre 4 jetons, 1 bille et 1 pion contre 4 jetons, 2 billes et 2 pions contre 8 jetons, 3 pions contre 2 jetons, 6 pions contre 4 jetons.

séance 11 (le 22 05 97)

*On voyage un peu ? Viens dans ma fusée, on retourne dans le pays imaginaire de l'autre fois. Je te rappelle que c'est un pays où l'on peut échanger à la banque toutes sortes d'objets, voilà le tableau des changes et voilà ce que tu avais, tout est là : le panier et ton relevé bancaire. Le but est de compléter ta collection de billes, il faut que tu essayes d'en avoir le plus possible en faisant des échanges. Mais cette fois, tu vas devoir prévoir d'aller seulement 2 fois à la banque. On a atterri un peu loin de la banque et tu n'as que 2 tickets de bus pour aller à la banque, pas plus (*donner les tickets de bus et approcher les feuilles de

brouillon pour marquer une attente de prévision plus élaborée). *Je te laisse réfléchir un peu pour prévoir un échange qui te permettrait d'avoir beaucoup de nouvelles billes en deux fois. Quand tu es prête, tu compostes ton ticket ici (*désigner la perforatrice).
Dès que les deux passages à la banque ont eu lieu : *Oh là là, le temps passe, il faut revenir à Talence parce que j'avais prévu de faire d'autres choses en mathématiques avec toi, si on a le temps, on reviendra après ici pour continuer, je te trouverai d'autres tickets de bus.*
* Seconde phase (courte) *De combien de tickets de bus tu penses avoir besoin pour terminer ta collection de billes ?* (si ce nombre ne suffisait pas, en fournir encore, un par un sans marquer de réprobation, l'intérêt est juste de faire anticiper et de marquer le nombre d'échanges dans le but de les réduire, par contre si le nombre demandé est d'emblée excessif, déclarer que l'on n'en dispose pas plus de 3).

<u>gestion du jeu de la banque :</u>
- Arrivée du Petit Riquiqui (joué par l'intervenant) si la recherche pèse trop pour l'élève. L'intervenant suggère indirectement de nouvelles stratégies (en fonction des difficultés rencontrées). Soit l'élève s'en saisit (ou reprend confiance dans sa recherche), dans ce cas, Riquiqui s'efface, soit l'élève reste en retrait ou en difficulté et Riquiqui lui propose explicitement de l'aider.
- Quand l'élève a terminé sa collection (6 billes), l'intervenant lui annonce qu'il ne va plus à la banque, mais on lui demande d'assurer le rôle de Petit Riquiqui (anticipation de la poursuite du jeu, malgré cet arrêt partiel, puisque plusieurs personnages vont intervenir, ainsi la réussite n'est pas "sanctionnée" par la fin du jeu). Durant ce deuxième jeu, la limitation de la règle des changes intervient.
- Le deuxième personnage en réserve (Hippo) joue un rôle identique que précédemment.
- Chaque nouvelle partie (ou nouveau personnage) donne lieu à une anticipation du nombre de passages à la banque pour aboutir (nombre de tickets).

Annexe 6-3
Les résultats scolaires de Noëlle

CE2 (école 3)	trimestre 1	trimestre 2	trimestre 3
numération	12,5 / 20	04 / 10 « en baisse »	
opération et calcul rapide	05 / 10	08 / 10	
situations /problèmes	20 / 20	12 / 20	
géométrie	13,5 / 20	11 / 20	
Moyenne en mathématiques	14,5 / 20	11,5 / 20	13,5 / 20
Moyenne des classes de CE2 dans l'école (en mathématiques)	15,5 / 20	[1]	13,32 / 20[2]
appréciations	Résultats corrects en maths et en français. Noëlle a quelques difficultés pour apprendre et comprendre. Mais elle fait beaucoup d'efforts. Nous l'encourageons à continuer. Bonne participation orale.	Les résultats sont bons en français. C'est bien ! quelques difficultés persistent en maths surtout en numération. Mais Noëlle doit garder confiance en elle. Elle peut et va réussir. C'est sûr !	

[1] français : 13 / 20 ; histoire B ; géographie B ; biologie C ; technologie C ; éducation civique B
(A : très bien ; B : bien ; C : moyen ; D : insuffisant ; E : très insuffisant)
répartition relative à la classe (27 élèves) : 7 élèves ont une moyenne (maths) inférieure à Noëlle
3 égale
16 supérieure
répartition sur l'ensemble des CE2 de l'école (effectif 63) :
19 élèves ont une moyenne (maths) inférieure à Noëlle
3 égale
40 supérieure.

[2] moyenne de français : 13,5 / 20
en mathématiques, moyenne classe 12,7 (effectif de présents 26)
répartition relative à la classe : 14 élèves ont une moyenne (maths) inférieure à Noëlle
2 égale
9 supérieure
répartition sur l'ensemble des CE2 de l'école (effectif 62)
28 élèves ont une moyenne (maths) inférieure à Noëlle
7 égale
26 supérieure.

CM1 (école 3)	trimestre 1	trimestre 2	trimestre 3
numération	08 / 20	16/20	
opération et calcul rapide	12 / 20	05 / 10	1,5/10
situations /problèmes	08,5 / 20	07 / 20	06/20
géométrie		03 / 10	05/10
Moyenne en mathématiques	9,5 / 20	9,75/20	
Moyenne des classes de CM1 dans l'école (en mathématiques)	16,18[3]	14,33[4]	
appréciations	Les résultats de Noëlle sont insuffisants en mathématiques, surtout à cause de la numération, mais elle est pleine de bonne volonté, donc pas de découragement. De bons résultats en français	Noëlle a bien progressé en numération, opérations et c'est en progrès (plus lents bien sûr) en orthographe. Il faut continuer les efforts	

[3] expression écrite 16 / 20 ; orthographe 08,5 / 20 Noëlle progresse, il faut continuer ; conjugaison 06,5 / 10; grammaire 07 / 10 ; lecture B ; poésie A ; histoire 12,5 / 20 ; géographie C ; biologie 14,5 ; technologie 10 ; éduc civique 15 ; éduc artistique B

Dans la classe (en mathématiques) :	2 élèves ont une note inférieure
	2 égale
	21 supérieure.

[4] expression écrite 13,5 / 20 ; orthographe 07,5 / 20 ; conjugaison 04 / 10 ; grammaire 07,5 / 10 ; lecture B ; poésie A ; histoire 07,5 / 20 ; biologie 11,5 ; technologie 10 ; éduc civique 16

Dans la classe (en mathématiques) :	5 élèves ont une note inférieure
	2 égale
	18 supérieure.

CM2 (école 4)	trimestre 1	trimestre 2	trimestre 3
numération	04 / 10[5]	04 / 20 « à travailler en urgence encadrement + complément dans D »[6]	20 / 20[7]
opération et calcul rapide	10 / 20[8]	18 / 20[9]	12,5 / 20[10]
situations /problèmes	10 / 20	10 / 10	10,5 / 20
géométrie	15 / 20	20 / 20	17 / 20

(En fin de CM2, les notes de français sont : 7 / 10 en orthographe et 6,5 / 10 en grammaire).
Nous ne disposons pas des appréciations formulées par l'école 4.
Madame Pujol a envoyé à l'intervenant le courrier suivant, le 2 juillet (la dernière séance s'était déroulée le 23 juin 1999) avec les photocopies des épreuves du troisième trimestre :
« Vous trouverez ci-joint les dernières évaluations de Noëlle en mathématiques. Elle est assez satisfaite de son travail. Sa maîtresse à tout de même constaté une amélioration de da compréhension à partir du 3ème trimestre avec comme moyenne 15,5 et 16. Ce travail effectué avec vous étais vraiment nécessaire et efficace . Les règles de 3 pour elle ne sont pas encore acquisent mais le professeur en 6ème revient de toute façon dessus. Je vous souhaite de passer de bonnes vacances et à très bientôt à la rentrée tout au moins au téléphone »[11].
A ce jour, nous n'avons reçu aucune nouvelle depuis ce courrier.

---

[5] D'après la famille Pujol, les notes en « numération » ont brusquement chuté (de 19 à 08) lorsque les nombres décimaux ont été introduits. Cette baisse est à l'origine de la nouvelle demande d'appui.

[6] Nous ignorons si l'enseignant s'adressait aux parents, à l'intervenant (avec lequel il n'a eu aucun contact, mais dont il connaissait l'existence) ou s'il signalait ses propres priorités de régulation.

[7] Les questions étaient les suivantes : Placer 0,4 ; 0,8 ; 1,6 sur une graduation (prégraduée en dixièmes) - Dans le nombre 134,678 le chiffre des dizaines est ... ; dans le nombre 754,61 1 est le chiffre des ... - compare les nombres 52 381 et 9 875 ; 56 437 et 58 230 ; 8 263 et 8 236 ; 9 125 et 9 412 ; 38 279 et 38 540 ; 47 835 et 47 819 - QCM pour l'écriture chiffrée de nombres supérieurs à 10 000 à partir de l'écriture littérale.

[8] 10 / 12 pour les opérations dans N et 0 / 08 pour les opérations (toutes en ligne) dans D.

[9] Toutes les opérations sont posées en colonnes, dans N comme dans D (y compris 64,36 + 438 + 24,249 dont la consigne était écrite en ligne). La seule erreur concerne un zéro intercalaire dans le quotient décimal de 1234 : 4.

[10] Noëlle obtient 7,5 / 10 pour les opérations posées : une erreur de décalage (3 rangs au lieu de 2) dans un produit dont le multiplicateur contenait un zéro intercalaire ; deux erreurs « de virgule » dans une multiplication (alogorithme de la somme étendu au produit) et une division (l'écriture décimale du quotient comporte le même nombre de décimales que le dividende) comportant des termes décimaux (les deux facteurs du produit et le dividende) ; une seule erreur de formule dans 237,62 x 83,5 (probablement à cause de la surcharge cognitive : 5ème opération, 3ème ligne après 6 x 8 (juste) et 7 x 8 (juste) insérées dans des calculs complexes, elle trouve 187096 au lieu de 190096. Théorème implicite faux (généralisé dans N) : 72,16 x 10 = 72,160 et 1,6 x 1000 = 1,6000 - 841 x 0,01 est juste mais lorque les deux facteurs sont décimaux le même théorème implicite conduit à une erreur sur le décompte des décimales (129,6 x 0,01 = 12,96 ; 484,5 x 0,001 = 4,845) - l'enseignant n'a pas corrigé l'erreur : 9,8 x 100 = 9800. Quatre non-réponses pour des « additions à trou » dans D (12,6 + ... = 14).

[11] Nous avons conservé l'orthographe d'origine.

Annexe 6-4
Les réussites et les échecs de Noëlle (évaluation nationale 96)

Nous avons ordonné les questions selon leur pourcentage de réussite (respectivement d'échec) dans l'échantillon national. Les colonnes suivantes contiennent le cumul des réussites (respectivement des échecs) pour un échantillon de 100 élèves, puis pour Noëlle.
Les dernières colonnes fournissent le pourcentage de réussite (respectivement d'échec) accumulé à un rang donné par rapport à l'ensemble des questions pour l'échantillon, puis pour Noëlle, ainsi que leur différence.

rang	n° item	% réus. national	réussites Noëlle	Cumul réussite échantillon	cumul Noëlle	% pour l'échantillon	% pour Noëlle	différence
1	23	94,1	1	94,1	1	2,10044643	3,03030303	-0,9298566
2	3	93,7	0	187,8	1	4,19196429	3,03030303	1,16166126
3	47	93	1	280,8	2	6,26785714	6,06060606	0,20725108
4	11	90,4	1	371,2	3	8,28571429	9,09090909	-0,80519481
5	46	89,5	1	460,7	4	10,2834821	12,1212121	-1,83772998
6	19	88,4	1	549,1	5	12,2566964	15,1515152	-2,89481872
7	44	88,1	1	637,2	6	14,2232143	18,1818182	-3,9586039
8	1	87,1	1	724,3	7	16,1674107	21,2121212	-5,0447105
9	10	86,4	1	810,7	8	18,0959821	24,2424242	-6,1464421
10	45	86	0	896,7	8	20,015625	24,2424242	-4,22679924
11	18	83,2	0	979,9	8	21,8727679	24,2424242	-2,36965639
12	57	82,7	1	1062,6	9	23,71875	27,2727273	-3,55397727
13	58	81,4	0	1144	9	25,5357143	27,2727273	-1,73701299
14	33	81,3	0	1225,3	9	27,3504464	27,2727273	0,07771916
15	61	81,3	1	1306,6	10	29,1651786	30,3030303	-1,13785173
16	55	80,7	1	1387,3	11	30,9665179	33,3333333	-2,36681548
17	48	80,5	0	1467,8	11	32,7633929	33,3333333	-0,56994048
18	29	80,4	1	1548,2	12	34,5580357	36,3636364	-1,80560065
19	43	79,8	1	1628	13	36,3392857	39,3939394	-3,05465368
20	32	77,8	1	1705,8	14	38,0758929	42,4242424	-4,34834957
21	9	76,8	1	1782,6	15	39,7901786	45,4545455	-5,66436688
22	4	75,9	0	1858,5	15	41,484375	45,4545455	-3,97017045
23	68	75,7	1	1934,2	16	43,1741071	48,4848485	-5,31074134
24	8	75,5	1	2009,7	17	44,859375	51,5151515	-6,65577652
25	35	75,1	1	2084,8	18	46,5357143	54,5454545	-8,00974026
26	6	74,9	0	2159,7	18	48,2075893	54,5454545	-6,33786526
27	36	73,6	0	2233,3	18	49,8504464	54,5454545	-4,69500812
28	12	73	0	2306,3	18	51,4799107	54,5454545	-3,06554383
29	52	72,6	0	2378,9	18	53,1004464	54,5454545	-1,44500812
30	17	71,4	0	2450,3	18	54,6941964	54,5454545	0,14874188
31	60	71	0	2521,3	18	56,2790179	54,5454545	1,73356331
32	50	70,5	0	2591,8	18	57,8526786	54,5454545	3,30722403
33	63	69,8	1	2661,6	19	59,4107143	57,5757576	1,83495671
34	13	69,7	1	2731,3	20	60,9665179	60,6060606	0,36045725
35	7	69,3	0	2800,6	20	62,5133929	60,6060606	1,90733225
36	31	67,8	0	2868,4	20	64,0267857	60,6060606	3,42072511
37	38	65,9	0	2934,3	20	65,4977679	60,6060606	4,89170725
38	49	65,7	0	3000	20	66,9642857	60,6060606	6,35822511
39	51	65,2	1	3065,2	21	68,4196429	63,6363636	4,78327922
40	2	64,8	1	3130	22	69,8660714	66,6666667	3,19940476
41	37	64,1	0	3194,1	22	71,296875	66,6666667	4,63020833
42	56	63,8	0	3257,9	22	72,7209821	66,6666667	6,05431548

43	39	63,4	0	3321,3	22	74,1361607	66,6666667	7,46949405
44	5	61,8	0	3383,1	22	75,515625	66,6666667	8,84895833
45	26	61,8	1	3444,9	23	76,8950893	69,6969697	7,19811959
46	69	59,8	1	3504,7	24	78,2299107	72,7272727	5,50263799
47	40	56,9	0	3561,6	24	79,5	72,7272727	6,77272727
48	20	55,5	1	3617,1	25	80,7388393	75,7575758	4,98126353
49	16	54,4	1	3671,5	26	81,953125	78,7878788	3,16524621
50	15	53,9	1	3725,4	27	83,15625	81,8181818	1,33806818
51	41	52	0	3777,4	27	84,3169643	81,8181818	2,49878247
52	22	51,3	0	3828,7	27	85,4620536	81,8181818	3,64387175
53	25	50,6	1	3879,3	28	86,5915179	84,8484848	1,74303301
54	53	49,6	0	3928,9	28	87,6986607	84,8484848	2,85017587
55	62	49,1	1	3978	29	88,7946429	87,8787879	0,91585498
56	24	48,8	1	4026,8	30	89,8839286	90,9090909	-1,02516234
57	59	48,3	0	4075,1	30	90,9620536	90,9090909	0,05296266
58	34	47,7	0	4122,8	30	92,0267857	90,9090909	1,11769481
59	14	47,1	0	4169,9	30	93,078125	90,9090909	2,16903409
60	21	43,5	0	4213,4	30	94,0491071	90,9090909	3,14001623
61	54	43,3	1	4256,7	31	95,015625	93,9393939	1,07623106
62	30	41,3	0	4298	31	95,9375	93,9393939	1,99810606
63	27	40,2	1	4338,2	32	96,8348214	96,969697	-0,13487554
64	66	40,2	0	4378,4	32	97,7321429	96,969697	0,76244589
65	65	36,6	0	4415	32	98,5491071	96,969697	1,57941017
66	42	35	1	4450	33	99,3303571	100	-0,66964286
67	28	30	0	4480	33	100	100	0

taux réussite	échantillon (100)	Noëlle	valeur théorique
≥ 86,4 %	810	8	6
] 75,7 ; 86,4]	1124	8	8,3
] 59,8 ; 75,7]	1570	8	11,6
< 59,8 %	976	9	7,2
total	4480	33	33

rang	n° item	% échec national	échecs Noëlle	Cumul réussite échantillon	cumul Noëlle	% pour l'échantillon	% pour Noëlle	différence
1	28	54,9	1	54,9	1	3,0893028	5	-1,9106972
2	30	51,1	0	106	1	5,96477407	5	0,96477407
3	24	50,2	0	156,2	1	8,78960104	5	3,78960104
4	66	49,8	1	206	2	11,5919194	10	1,59191942
5	65	47,4	1	253,4	3	14,2591863	15	-0,74081369
6	42	47,4	0	300,8	3	16,9264532	15	1,92645321
7	54	47,3	0	348,1	3	19,588093	15	4,58809296
8	25	46,7	0	394,8	3	22,2159698	15	7,21596984
9	27	44,2	0	439	3	24,7031681	15	9,70316808
10	59	42,7	0	481,7	3	27,1059591	15	12,1059591
11	53	41,6	1	523,3	4	29,4468516	20	9,44685161
12	62	40,1	0	563,4	4	31,7033369	20	11,7033369
13	21	39,8	1	603,2	5	33,9429407	25	8,94294075
14	34	39,6	0	642,8	5	36,1712903	25	11,1712903
15	41	38,3	1	681,1	6	38,326487	30	8,32648697
16	40	37,2	1	718,3	7	40,419785	35	5,41978504
17	20	35,7	0	754	7	42,4286759	35	7,42867593
18	15	34,7	0	788,7	7	44,3812954	35	9,38129537
19	2	34,2	0	822,9	7	46,3057791	35	11,3057791

20	14	33,8	1	856,7	8	48,2077542	40	8,20775421
21	56	32,4	1	889,1	9	50,0309493	45	5,0309493
22	69	31,6	0	920,7	9	51,8091272	45	6,80912723
23	5	31,5	0	952,2	9	53,581678	45	8,58167801
24	51	30,7	0	982,9	9	55,3092116	45	10,3092116
25	26	30,5	0	1013,4	9	57,025491	45	12,025491
26	49	30,4	1	1043,8	10	58,7361432	50	8,73614315
27	7	28,2	0	1072	10	60,3229981	50	10,3229981
28	37	28	0	1100	10	61,8985988	50	11,8985988
29	63	27,4	0	1127,4	10	63,4404367	50	13,4404367
30	22	26,9	1	1154,3	11	64,9541388	55	9,95413877
31	17	26,8	1	1181,1	12	66,4622137	60	6,46221372
32	50	25,9	1	1207	13	67,9196444	65	2,91964436
33	39	25,4	0	1232,4	13	69,3489393	65	4,34893928
34	31	24	0	1256,4	13	70,6994542	65	5,69945417
35	12	23,8	1	1280,2	14	72,0387148	70	2,03871476
36	4	23,7	1	1303,9	15	73,3723482	75	-1,62765179
37	13	23,6	0	1327,5	15	74,7003545	75	-0,29964549
38	6	23,4	0	1350,9	15	76,0171065	75	1,01710652
39	38	23,1	0	1374	15	77,3169771	75	2,3169771
40	8	22,7	0	1396,7	15	78,5943391	75	3,59433909
41	52	21,8	0	1418,5	15	79,8210568	75	4,82105678
42	16	21,6	0	1440,1	15	81,0365202	75	6,03652017
43	68	21,6	0	1461,7	15	82,2519836	75	7,25198357
44	36	21	0	1482,7	15	83,4336841	75	8,43368409
45	9	20,9	0	1503,6	15	84,6097575	75	9,60975747
46	35	20,6	0	1524,2	15	85,7689494	75	10,7689494
47	48	18,3	1	1542,5	16	86,798717	80	6,79871701
48	32	18,1	0	1560,6	16	87,8172303	80	7,81723032
49	43	17,3	0	1577,9	16	88,7907265	80	8,79072646
50	29	17,1	0	1595	16	89,7529683	80	9,75296832
51	55	17	0	1612	16	90,709583	80	10,709583
52	60	16,6	0	1628,6	16	91,6436892	80	11,6436892
53	61	15,3	0	1643,9	16	92,5046424	80	12,5046424
54	57	15,1	0	1659	16	93,3543413	80	13,3543413
55	18	14,4	1	1673,4	17	94,1646503	85	9,16465027
56	58	14	1	1687,4	18	94,9524506	90	4,95245062
57	1	12,5	0	1699,9	18	95,6558438	90	5,65584379
58	33	11,7	0	1711,6	18	96,3142198	90	6,3142198
59	10	9,8	0	1721,4	18	96,86568	90	6,86568004
60	45	9,8	1	1731,2	19	97,4171403	95	2,41714028
61	11	8	0	1739,2	19	97,8673119	95	2,86731191
62	44	7,7	0	1746,9	19	98,3006021	95	3,3006021
63	19	7,2	0	1754,1	19	98,7057566	95	3,70575657
64	47	6,4	0	1760,5	19	99,0658939	95	4,06589387
65	3	5,9	1	1766,4	20	99,3978954	100	-0,60210455
66	46	5,8	0	1772,2	20	99,7242699	100	-0,27573012
67	23	4,9	0	1777,1	20	100	100	0

taux échec	échantillon (100)	Noëlle	valeur théorique
≥ 38,3 %	681	6	7,7
] 25,9 ; 38,3]	526	7	5,9
< 25,9 %	570	7	6,4
total	1777	20	20

Annexe 6-5
Le taux national moyen des non-réponses sur l'ensemble des items de l'évaluation nationale de 1996 (CE2)

Pour un échantillon de 100 élèves répondant aux 69 items (soit 6 900 réponses), le nombre des non réponses est 510, soit un taux de 7,4 % . Soit une population constituée de suites de 69 réponses (chaque suite étant composée de l'ensemble des réponses d'un élève), parmi lesquelles les non-réponses sont comptabilisées. Soit p la fréquence moyenne de non-réponses dans cette population (ici, p = 0,0739). Pour affirmer (avec un risque de (1 - ε)), qu'un échantillon est tiré au hasard dans la population parente, il faut que sa fréquence f appartienne à l'intervalle de confiance :

$[\, p - h\ \sqrt{p \times (1 - p) / n}\ ;\ p + h\ \sqrt{p \times (1 - p) / n}\,]$ où $h = 1{,}96$ pour $\varepsilon = 0{,}05$.

Comme le pourcentage d'abstentions de Noëlle est de 0,188 et n'appartient pas à l'intervalle de confiance [1,22 ; 13,56], il apparaît donc exceptionnellement élevé.

Nous avons écrit en caractère gras les 13 items pour lesquels Noëlle a obtenu le score « 0 » (non réponse). Les items sont ordonnés selon leur taux d'abstention national.

taux de non réponses	n° des items	nombre d'items cumulés	nombre d'abstentions sur les items cumulés pour 100 élèves
items « sûrs »			
0,4	1 - 3 - 4	3	1,2
0,6	47	4	1,8
1	2 - 23 - 24	7	4,8
1,2	48	8	6
1,6	11	9	7,6
1,7	**6**	10	9,3
1,8	8 - 17	12	12,9
2,2	57	13	15,1
2,3	9 - 55	15	19,7
2,4	18	16	22,1
2,5	**7** - 29	18	27,1
2,7	25 - 68	20	32,5
2,8	63	21	35,3
2,9	43	22	38,2
3,2	12	23	41,4
3,4	61	24	44,8
3,6	50	25	48,4
3,8	10 - 56	27	56
3,9	49	28	59,9
4,1	32 - 51	30	68,1
4,2	44 - 45	32	76,5
4,3	35	33	80,8
4,4	19	34	85,2

4,6	58	35	89,8
4,7	46	36	94,5
5,4	**36**	37	99,9
5,6	52	38	105,5
5,9	40	39	11,4
6,7	**5** - 13	41	124,8
7	**33**	42	131,8
7,6	**30**	43	139,4
7,7	26	44	147,1
7,9	**37**	45	155
8,2	**31**	46	163,2
8,6	69	47	171,8
8,8	53 - 20	49	189,4
9	**59**	50	198,4
9,4	54	51	207,8
9,7	41	52	217,5
10	66	53	227,5
10,8	62	54	238,3
11	**38**	55	249,3
11,2	**39**	56	260,5
11,4	15	57	271,9
12,4	**60**	58	284,3
12,7	**34**	59	297
items « incertains »			
15,1	28	60	312,1
15,6	27	61	327,7
15,9	64	62	343,6
16,7	21	63	360,3
17,8	42	64	378,1
19,1	14	65	397,2
21,8	22	66	419
24	16	67	443
30	65	68	473
37	67	68	510

Remarque : les items 64 et 67 codent des procédures de résolution, pour 69 items, il n'y a donc que 67 questions.

Annexe 7-1
Document cité :

« Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeurs des écoles »
R. Charnay et M. Mante (1996), tome 2, chapitre 4, 111-116.

Chapitre 4 Généralités sur l'apprentissage du calcul

Activités initiales*

ACTIVITÉ 1

Recensez les différents moyens et outils de calcul que vous utilisez habituellement.

ACTIVITÉ 2

Voici cinq calculs : 48×25 $60 + 18$ $36 \times 0{,}25$ $346{,}25 \times 84{,}72$ $432 - 578$

Indiquez comment vous effectueriez ce calcul.

ACTIVITÉ 3

a) Comment utiliser la calculatrice pour calculer 782×48, sans utiliser la touche $\times$?

b) Comment utiliser la calculatrice pour calculer $78\,256 \times 9\,513$?

(1) *"Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques"*, Grand N, n° 37, *IREM de Grenoble, 1986.*

** Corrigés des Activités en pp. 112 et suivantes.*

Corrigé de l'Activité 1

Voici quelques termes que vous avez pu utiliser pour caractériser ces moyens de calcul : calcul mental, algorithmes de calcul, techniques opératoires, tables, calculatrice, ordinateur, tableur, calcul approché, doigts, ... Vous trouverez dans les Apports théoriques une proposition de classification de ces différents aspects du calcul.

Corrigé de l'Activité 2

● Vous avez pu utiliser une calculatrice pour tous les calculs proposés (pratique "paresseuse" et pas forcément la plus rapide et la plus fiable dans tous les cas).

● Vous avez pu également chercher un moyen de calcul adapté à chaque cas :

– *pour 48 × 25*, certains ont pu poser l'opération en colonne comme d'autres ont pu essayer de traiter ce calcul mentalement de diverses manières, par exemple :

48×25, c'est comme $(48 : 4) \times 100$ parce que 25 c'est le quart de 100.

48×25, c'est $(48 \times 20) + (48 \times 5)$.

48 par 25, c'est $480 + 480 + 240$ (appui sur 48×10 et $25 = 10 + 10 + 10/2$).

– *pour 60 + 18*, certains ont peut-être entendu le résultat en prononçant le calcul (soixante plus dix-huit, c'est soixante dix-huit) !

– *pour 36 × 0,25*, avez-vous utilisé la calculatrice, posé l'opération ou calculé le quart de 36 (sachant que $0{,}25 = 1/4$) ?

– *pour 346,25 × 84,7*, beaucoup ont sans doute été tenté de prendre la calculatrice (c'est en effet ici le moyen le plus simple et le plus sûr).

– *pour 2 432 - 578*, sauf à être fort en calcul mental, mieux vaut poser l'opération ou utiliser la calculatrice.

Corrigé de l'Actvité 3

La calculatrice est un outil qui, pour des calculs difficiles à réaliser mentalement, se substitue au calcul posé écrit. Son usage évite le recours à des automatismes parfois difficiles à gérer. Mais, la calculatrice peut aussi être utilisée pour poser aux élèves des problèmes dont la résolution nécessite de leur part une réflexion.

a) Ainsi pour calculer 782×48, sans utiliser la touche x, plusieurs stratégies sont possibles, par exemple :

– ajouter sur la calculette quatre fois 7 820, puis huit fois 782,

– ajouter sur la calculette quatre fois 7 820 (la calculette affiche 31 280), puis deux fois 3 128,

– ajouter sur la calculette cinq fois 7 820, puis retrancher deux fois 782.

Chacune de ces stratégies met en œuvre des connaissances sur les nombres, sur les relations entre multiplication et addition, sur des propriétés de la multiplication (règle des 0, distributivité de la multiplication par rapport à l'addition ou la soustraction).

b) De même, dans le cas du produit $78\,256 \times 9\,513$, on constate que le calcul dépasse les possibilités de la machine (dans le cas d'un affichage à 8 chiffres). Mais il est possible, par exemple, de calculer $78\,256 \times 95$ puis $78\,256 \times 13$, et ensuite de chercher à additionner le premier résultat multiplié par 100 (soit 743 432 000) et le second (soit 1 017 328). Pour cela, on peut encore utiliser la calculatrice pour ajouter 743 432 et 1 017, puis obtenir la réponse cherchée en écrivant 328 à droite du résultat obtenu à l'écran. Là encore, il a fallu imaginer une procédure originale mettant en œuvre des propriétés de la multiplication.

Apports théoriques

1. Différents moyens pour calculer

La tradition de l'école primaire conduit à opposer calcul mental et écrit. Cette dichotomie est, en réalité, peu pertinente et ne permet pas de rendre compte de la diversité des procédures de calcul que les élèves doivent acquérir. D'une part, elle laisse de côté l'usage des calculatrices, aujourd'hui largement répandu ; d'autre part, elle méconnaît le fait qu'un calcul conduit par écrit (comme l'exécution d'un algorithme opératoire) nécessite aussi une activité mentale (rappel de résultats en mémoire, gestion des retenues, ...).
Une autre classification peut être proposée, illustrée par le tableau suivant :

	calcul automatisé résultats mémorisés algorithmes mémorisés	calcul réfléchi (ou calcul débrouillard)
calcul uniquement mental	cas 1	cas 4
calcul utilisant un support écrit	cas 2	cas 5
calcul utilisant une machine (boulier, calculatrice, ...)	cas 3	cas 6

Cette classification met en évidence, à côté de l'opposition classique entre calcul mental et calcul écrit, une distinction entre **calcul automatisé** et **calcul réfléchi**.

Il y a **calcul automatisé** chaque fois :
– que nous faisons simplement appel à un résultat déjà mémorisé (pour le calcul de 4 × 6, nous savons que le résultat est 24, sans avoir à réfléchir) ;
– ou que nous nous limitons à exécuter un algorithme lui aussi parfaitement mémorisé et valable quels que soient les nombres (pour le calcul de 426 - 248, nous pouvons poser l'opération en colonne, puis faire les calculs sans avoir à réfléchir).
Dans tous ces cas, nous agissons en quelque sorte par réflexe. N'oublions pas cependant que cela a nécessité un apprentissage et, qu'avant d'être automatisés, ces calculs nous ont demandé pas mal de réflexion.

Il y a, au contraire, **calcul réfléchi** chaque fois que nous avons à élaborer une procédure spécifique pour un calcul donné, chaque fois que nous devons prendre, pour cela, des décisions personnelles. Considérons les deux calculs suivants, à exécuter de façon purement mentale : *43 + 19* et *23 × 4*.

Pour 43 + 19, nous pouvons ajouter 40 et 10 d'une part, 3 et 9 d'autre part et ajouter ensuite les deux résultats partiels obtenus. Nous pouvons aussi ajouter d'abord 10 à 43, puis 9 à 53 ou encore ajouter 20 à 43, puis enlever 1, etc.

Pour 23 × 4, nous pouvons multiplier successivement 20 par 4 et 3 par 4, puis ajouter les deux résultats partiels. Nous pouvons aussi nous appuyer sur 25 × 4 (connu comme égal à 100) et enlever 8 à ce nombre ou encore doubler deux fois le nombre 23 (46, 92), en utilisant le fait que 4 = 2 × 2, etc.

Nous pouvons mettre en évidence quelques caractéristiques des deux types de calcul :

calcul automatisé	calcul réfléchi
Les deux types de calcul nécessitent de disposer de résultats mémorisés : les tables, d'autres résultats comme par exemple : 40 + 10 ; 25 × 4 ; 19 c'est 20 - 1 ; etc.	
Le calcul automatisé s'appuie sur des propriétés des nombres liées notamment à leur écriture en numération décimale et sur des propriétés des opérations, même si ces propriétés ne sont pas nécessairement visibles pour le calculateur (cf. chap. 4, tome 1 et chap. 5, tome 2).	Le calcul réfléchi s'appuie sur des propriétés des nombres liées notamment à leur écriture en numération décimale, à leurs relations entre eux (19 c'est 20 - 1 ; 4 c'est 2 × 2) et sur des propriétés des opérations que le calculateur décide de mobiliser : il les met en œuvre "en acte", de façon consciente (ce qui ne signifie pas pour autant qu'il est capable de les exprimer formellement).
Le calcul automatisé est impersonnel : il est conduit de la même façon par tous les individus.	Le calcul réfléchi est très personnalisé. Le même calcul peut être réalisé de plusieurs manières selon les individus, notamment en fonction de leurs connaissances sur les nombres et les opérations.
Le calcul automatisé nécessite peu d'effort, car exécuté par réflexe. Il peut être réalisé rapidement.	Pour un calcul réfléchi, la charge mentale de travail peut être importante... et le temps disponible plus important.
Le calcul automatisé s'apparente à un exercice routinier : il suffit d'exécuter une procédure connue.	Le calcul réfléchi s'apparente davantage à la résolution de problèmes : il faut d'abord imaginer une procédure possible.

Selon les individus, le moment d'apprentissage et la fréquentation qu'ils ont du calcul, un même calcul peut relever pour certains du calcul automatisé et pour d'autres du calcul réfléchi. Ajoutons que tout calcul automatisé a relevé, à un certain moment, du calcul réfléchi. Au CE1, la plupart des élèves savent que 5 + 3 est égal à 8. Mais au CP, avant de l'avoir mémorisé, beaucoup d'enfants l'ont d'abord résolu par des procédés divers : figuration de 5 et de 3 par des objets réels ou dessinés, comptage sur les doigts, surcomptage de 3 à partir de 6 (6, 7, 8), etc.

2. Résultats et procédures mémorisés (cas 1)

Pour exécuter un calcul sans machine, il est indispensable de pouvoir disposer immédiatement de certains résultats et/ou de certaines procédures. Cette mémorisation ne s'effectue pas sans difficulté et la simple répétition (ou récitation) n'y suffit pas. Citons simplement quelques facteurs favorables à la mémorisation :
– on mémorise mieux ce qui a du sens : mieux vaut donc travailler d'abord sur le sens des opérations (sur les problèmes qu'elles permettent de résoudre que sur la mémorisation des tables) ;
– les conditions de l'apprentissage retentissent sur les conditions de récupération en mémoire : combien d'enfants, pour retrouver 8 × 7, sont ainsi obligés de se réciter la table de 8 depuis le début parce qu'ils l'ont apprise de cette façon ;
– certains résultats sont plus faciles à mémoriser et constituent des points d'appui pour la suite de la mémorisation, comme par exemple : les doubles et les compléments à 10 (pour l'addition), les carrés, la table de 5 (pour la multiplication), etc. ;

– la connaissance de relations entre les résultats à mémoriser ou de propriétés réduit le coût de la mémorisation : l'élève qui a pris conscience que la multiplication est commutative (que si je sais 4 × 6, je sais aussi 6 × 4) diminue sensiblement le nombre de résultats à mémoriser, de même celui qui dispose des points d'appui déjà évoqués peut les exploiter (par exemple retrouver 5 + 6 à partir de 5 + 5), etc ;

– enfin, la répétition est un facteur qui n'est pas à négliger, surtout si elle s'inscrit dans un contexte motivant, comme par exemple dans le cadre de jeux

On trouvera, dans les ouvrages de la série ERMEL, à partir du CP, des activités structurées en vue de cet apprentissage.

3. Algorithmes opératoires et calculatrices (cas 2 et 3)

Les algorithmes écrits de calcul ont longtemps constitué un objectif primordial de l'école primaire. La diffusion de l'outil calculatrice en réduit considérablement l'intérêt. La calculatrice est aujourd'hui banalisée : dans la vie courante, au collège ou au lycée, dans la vie professionnelle, dès qu'un calcul ne peut être exécuté mentalement on a recours à cet instrument. L'école ne peut pas longtemps rester à l'écart de ce phénomène. D'une part, en apprenant aux élèves à utiliser correctement la calculatrice, d'autre part en révisant les exigences concernant les techniques opératoires (2).

Pour l'apprentissage des algorithmes écrits de calcul et les difficultés auxquelles ils donnent lieu, on se reportera aux chapitres de cet ouvrage consacrés aux différentes opérations : "Addition-soustraction" (chap. 5, tome 2) et "Multiplication-division" (chap. 4, tome 1).

Ajoutons une considération importante : la calculatrice constitue, dans beaucoup d'activités, une variable didactique décisive. Citons deux exemples :

– Lors de l'apprentissage d'une nouvelle opération, le élèves ne disposent évidemment pas encore de moyens de calcul mental ou écrit développés, notamment pour des nombres assez grands ; l'intérêt de la nouvelle opération s'en trouve grandement réduit. Le fait de pouvoir mettre à disposition des élèves, dès leur première rencontre avec une nouvelle notion, un outil de calcul performant permet de pallier cet inconvénient.

– Dans des problèmes un peu complexes, l'effort de l'élève devrait être en priorité centré sur le raisonnement. Si la charge mentale de travail due aux calculs est trop importante, certains élèves peuvent perdre le fil de leur raisonnement ou même renoncer à utiliser tel calcul, jugé par eux comme trop difficile. Là aussi, la mise à disposition de calculatrices permet de surmonter cette difficulté (cf. chap. 2, tome 1).

4. Divers aspects du calcul réfléchi (cas 4, 5 et 6)

Le calcul réfléchi peut être utilisé pour produire un résultat exact ou un résultat approché : on parle alors dans ce dernier cas de calcul approché.

4.1 Calcul réfléchi exact

Il est fondé sur trois types de connaissances :

– des résultats et procédures de base stockés en mémoire (tables, certains calculs comme "× 10", relations entre certains nombres, procédures fréquemment mobilisées) ;

(2) *Pour de plus amples développements sur ce sujet, voir le* n° 53 de la revue Grand N, *IREM de Grenoble, largement consacré à ce thème.*

– des connaissances relatives à la numération écrite (27 c'est 20 + 7 ou 2 dizaines et 7 unités) ou orale (dans "trois-cent vingt-sept", le "trois" des centaines est plus explicite qu'en numération écrite chiffrée) ;

– des connaissances relatives aux propriétés des opérations (souvent connues implicitement).

Il peut être conduit uniquement mentalement, ce qui occasionne souvent une charge mentale de travail importante qui peut être source d'erreurs (cf. chap. 1, tome 2).

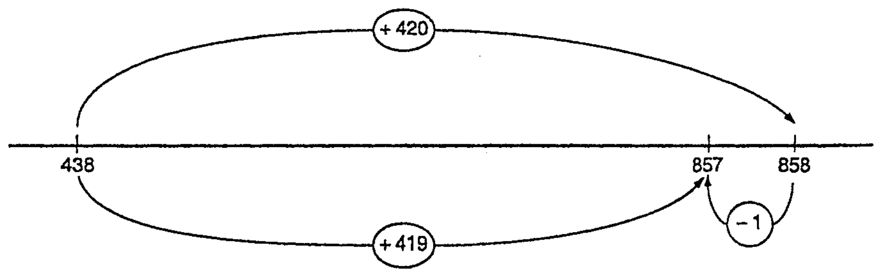
Il peut également s'accompagner de traces écrites : résultats partiels, supports pour la procédure mise en œuvre, ...

Exemples de traces écrites pour le calcul de *857 - 438* (élève de CE2) :

a) 800 - 400 = 400
57 - 30 = 27
27 - 8 = 19

857 - 438 = 419

b) Utilisation du support de la droite numérique (l'élève calcule l'écart entre 438 et 857) :



Enfin, comme nous l'avons vu à propos de l'Activité initiale 3, la calculatrice peut également être un support de calcul réfléchi.

4.2 Calcul approché

Il n'existe pas d'algorithme de calcul approché, puisque des décisions spécifiques sont à prendre pour chaque calcul en fonction des nombres donnés et de l'ordre de grandeur recherché. Tout calcul approché est donc un calcul réfléchi. Le calcul approché exige toutes les compétences mises en œuvre dans le calcul réfléchi, auxquelles il faut ajouter des compétences particulières :

– déterminer l'ordre de grandeur recherché, souvent en fonction du contexte de la situation dans laquelle le calcul est conduit (on ne cherchera pas le même ordre de grandeur pour *le prix d'un rôti de 3,625 kg à 98,50 F le kg et pour le prix de 4 256 l de mazout à 1,92 F le litre*) ;

– déterminer, en conséquence, les arrondis choisis pour les nombres en jeu (par exemple 3,5 et 100 dans le premier cas ; 4 000 et 2 dans le second), ces arrondis étant eux-mêmes fonction de l'ordre de grandeur recherché et des possibilités de calcul mental.

Annexe 7-2
Bibliographie du chapitre 7

Nous nous sommes référée aux textes officiels suivants :

1885	Arrêté ministériel du 27 juillet 1885.
1887	Instruction spéciale Ministérielle
1923	Instructions officielles du 23 février 1923.
1925	Instructions officielles du 2 septembre 1925.
1945	Arrêté du 17 octobre 1945.
1956	Arrêté du 23 novembre 1956.
1957	Arrêté du 12 août 1957.
1970	Arrêté du 2 janvier 1970.
1977	Commentaires officiels
1985	Arrêté du 15 mai 1985.
1989	Loi d'orientation du 10 juillet 1989.
1995	Arrêté du 22 février 1995.
1999	Projet ministériel (26 août) d'un document d'application des programmes de 1995.

En ce qui concerne les manuels et documents pour l'enseignement, nous citons[1] :

1867 *Le Moniteur des écoles* ; 4ème année, 20 novembre 1867, éd. André Guédon.

(1889[2]) **LEGRAND G.** ; *Nouvelle arithmétique des écoles primaires* ; Ropert éd., Fontaines-sur-Saone.

1891 **ROUSSELIN A.** ; *Principes et exercices de calcul mental appliqués aux nombres entiers et décimaux, aux fractions ordinaires, au système métrique, à toutes les questions usuelles d'arithmétique et à la mesure des surfaces et volumes géométriques* ; Paul Dupont éditeur, Paris.

1933 **BRESTEAU A.** ; *Le calcul au certificat d'études primaires- classe de septième des lycées et collèges* ; Librairie Gedalge ; Paris.

1953 **TATON R.** ; *Le calcul mental*, coll. Que Sais-je n° 605, PUF, Paris.

1970 **PORTAL M.** ; *Le calcul mental, ses secrets et ses applications* ; Aubanel.

1971 **JACQUES A, MARCHAND J.** ; *Une année d'activité mathématique au C.E.* ; Editions M.D.J.

1987 **KUNTZMANN J.** ; *Calcul mental de 10 à 90 ans* ; IREM de Grenoble, Université scientifique technologique et médicale de Grenoble.

1992 **BRISSIAUD R. , CLERC P., OUZOULIAS A.** ; *J'apprends les maths CE1;* Retz-diffusion Nathan.

1992 **LETHIELLEUX C.** ; *Le calcul mental au cycle des apprentissages fondamentaux (CP, CE1)* tome 1, Armand Colin, Paris.

1994 **CANEY J. et al.** ; *Calcul mental et automatismes ;* IREM de Clermont-Ferrand, Université Blaise Pascal.

1994 **GENINET A.** (1994) ; *Epistémologie et gestion mentale- Difficultés d'apprentissage des tables de multiplication* ; document Initiative & Formation Midi Pyrénées-Aquitaine, Toulouse.

1996 **CHARNAY R., MANTE M., DOUAIRE J., VALENTIN D.**, *Préparation à l'épreuve de Mathématiques du concours de professeur des écoles,* tome 2, Hatier, Paris.

[1] Une sélection plus rigoureuse aurait pu être effectuée à partir de critères précis : une époque donnée, un manuel très diffusé (nombre de ventes), un manuel ayant subi de nombreuses rééditions et remaniements, un maillage chronologique régulier ou relatif à des changements de programmes ou d'orientations ministérielles...

[2] Nous n'avons pu repérer la date exacte de parution de cet ouvrage ; d'après les informations dont nous disposons, il est postérieur au bulletin administratif du ministère de janvier 1889 et antérieur aux programmes qui le succèdent en 1923.

Annexe 7-3
Les formules rencontrées par Noëlle dans sa classe

Les questions effectives des contrôles et les réponses de Noëlle
Nous n'indiquons que les réponses erronées et soulignons les non réponses. Toutes les épreuves contiennent 20 questions.

Le 18-10 note : 01/20
2 x 8 = 10 ; 5 x 9 ; 50 x 2 ; 7 x 5 ; 2 x 100 ; 40 x 50 ; 6 x 2 ; 6 x 50 ; 8 x 5 ; 5 x 10 ; 60 x 20 ; 50 x 1 ; 2 x 30 ; 4 x 2 = 20 ; 50 x 50 ; 70 x 20 ; 9 x 2 ; 5 x 30 ; 2 x 200 ; 500 x 0.

Le 25-10 note : 05/20
3 x 7 ; 6 x 3 ; 10 x 3 ; 3 x 4 ; 3 x 2 = 4 ; 3 x 5 ; 3 x 1 = 1 ; 3 x 9 ; 3 x 3 = 6 ; 8 x 3 ; 2 x 6 ; 5 x 5 ; 8 x 5 ; 2 x 4 = 4 ; 7 x 2 = 12 ; 9 x 5 ; 0 x 5 = 5 ; 2 x 8 ; 7 x 5 ; 9 x 2.

Le 08-11 note 10/20
4 x 5 ; 4 x 8 = (24)[1] ; 4 x 1 ; 6 x 4 ; 10 x 4 ; 4 x 7 ; 2 x 4 ; 4 x 4 ; 4 x 3 ; 9 x 4 ; 2 x 5 ; 3 x 6 = 12 ; 5 x 8 = 20 ; 7 x 3 = 14 ; 2 x 9 ; 9 x 5 ; 6 x 2 = 18 ; 3 x 9 = 12 ; 5 x 7 = 20 ; 3 x 2 = 5.

Le 28-11 note : 08/20
6 x 5 ; 6 x 8 ; 2 x 6 ; 4 x 6 ; 10 x 6 ; 6 x 3 ; 6 x 9 ; 7 x 6 ; 6 x 6 ; 1 x 6 ; 50 x 3 ; 9 x 5 ; 100 x 4 ; 8 x 3 ; 20 x 9 ; 20 x 9 ; 4 x 3 ; 4 x 8 ; 5 x 7 = 25 ; 700 x 2 ; 0 x 900.

Le 13-12 note : 07/20
6 x 3 ; 7 x 4 = (14)[2] 24 ; 9 x 2 = 17 ; 5 x 5 ; 8 x 6 ; 2 x 7 ; 4 x 4 ; 5 x 9 ; 3 x 8 ; 6 x 9 ; 40 x 60 ; 5 x 80 = 350 ; 3 x 700 ; 60 x 70 ; 200 x 8 ; 90 x 30 ; 60 x 60 = (réponse fausse mais illisible) ; 5 x 200 ; 0 x 10 = (10)[3] ; 40 x 90.

Le 17-12 note : 09/20
7 x 4 = 18 ; 5 x 6 ; 3 x 8 ; 2 x 7 ; 6 x 9 ; 8 x 4 ; 9 x 3 ; 10 x 2 ; 9 x 5 ; 7 x 6 ; 30 x 20 ; 5 x 40 = 250 ; 60 x 60 ; 200 x 10 ; 70 x 30 ; 90 x 40 ; 20 x 50 ; 400 x 4 = 800 ; 0 x 100 ; 8 x 600.

Le 17-01 note : 05/20
5 x 7 = 30 ; 7 x 6 ; 2 x 7 = 21 ; 10 x 7 ; 7 x 8 ; 7 x 4 ; 7 x 7 ; 9 x 7 ; 3 x 7 ; 7 x 0 ; 60 x 4 ; 5 x 80 ; 30 x 90 ; 0 x 100 ; 40 x 40 ; 6 x 60 ; 50 x 5 ; 90 x 3 ; 80 x 60 ; 6 x 50.

Le 25-02 note : 11/20
5 x 9 ; 9 x 0 ; 8 x 7 ; 9 x 9 ; 5 x 6 ; 4 x 8 ; 3 x 7 ; 4 x 9 ; 6 x 7 ; 5 x 8 ; 8 x 80 ; 40 x 30 ; 200 x 5 ; 9 x 300 ; 40 x 50 ; 6 x 80 ; 10 x 900 ; 20 x 80 ; 40 x 40 ; 700 x 5.

***

Tous les produits (a x b x 10 ^{n}), ainsi que (b x a x 10 ^{n}) sont assimilés à a x b.
Nous avons conservé l'ordre d'apparition chronologique dans la classe.
L'ordre des exigences sur les tables était : 2, 5, 3, 4, 6, 7, 8 et 9.
Nous avons arbitrairement attribué au premier facteur des produits la valeur correspondant à l'une des tables officiellement travaillées durant la période donnée (par exemple 3 x 9 indique que ce produit, introduit le 25 octobre, correspond aux exigences sur la table de 3).

---

[1] Première réponse rayée. Rectifiée juste.
[2] Première réponse rayée. Rectifiée fausse.
[3] Première réponse rayée. Rectifiée juste.

Pour chaque formule demandée à une date précise, nous avons codé les réponses de Noëlle : 1 pour le réussite, 0 pour un échec (erreur ou non réponse).

Nous avons réparti ces produits en 4 catégories :

- Les produits connus ou appris : suite de 0 ou 1, mais dont les deux derniers termes au moins sont égaux à 1.

Par exemple : 2 x 5 (0,1,1,1,1).

- Les produits probablement connus : suite de termes nuls, dont le dernier terme est un 1.

- Les produits labiles : suite dans laquelle au moins une valeur 1 est suivie d'un 0.

Par exemple : 5 x 9 (1,0,0).

- Les produits non connus : suite dont tous les termes sont nuls.

Par exemple 5 x 7 (0,0,0,0,0,0).

Nous avons observé différemment l'évolution des produits dont b = 1 ou 0, en considérant qu'ils relevaient des connaissances de la numération et du sens de la multiplication.
Nous avons constitué les registres concernant les apprentissages de Noëlle au moment où débute l'appui (fin février-début mars) :

- produits connus (5) : 2 x 5 ; 3 x 6 ; 5 x 5 ; 5 x 6 ; 6 x 9.
- produits probablement connus (4) : 2 x 3 ; 2 x 4 ; 4 x 9 ; 5 x 8.
- produits labiles (13) : 2 x 6 ; 2 x 7 ; 2 x 8 ; 3 x 4 ; 3 x 7 ; 3 x 9 ; 4 x 4 ; 4 x 6 ; 4 x 7 ; 4 x 8 ; 5 x 4 ; 5 x 9 ; 6 x 8.
- produits non connus (14) : 2 x 2 ; 2 x 9 ; 3 x 3 ; 3 x 8 ; 5 x 3 ; 5 x 7 ; 6 x 6 ; 6 x 7 ; 7 x 7 ; 7 x 8 ; 7 x 9 ; 8 x 8 ; 9 x 9 ; 8 x 9 (le produit 8 x 9 n'a pas été testé).

Les apprentissages concernant les propriétés de la numération permettant de répondre aux questions du type a x 1 ; a x 0 et tous les produits composés à 10^n près ont vraisemblablement eu lieu entre le 25 octobre et le 8 novembre.

Les contrôles :

date	18-10	25-10	8-11	28-11	13-12	17-12	17-01	25-02
2 x 8	0	0			1			0
5 x 9	1	0	0	0	0	1		1
2 x 5	0		1		1	1		1
5 x 7	0	0	0	0			0	0
2 x 1	0					11		
5 x 4	0		1			0		1
2 x 6	0 0	1	0	1				
5 x 6	0			1		1	1	1
5 x 8	0	0	0		0		0	1
5 x 1	0 0							
2 x 3	0	0	0			1		
2 x 4	0	0	1					
5 x 5	0	1			1		1	
2 x 7	0	0		0	0	1	0	
2 x 9	0	0	0	0	0			
5 x 3	0	0		0				
2 x 2	0							
5 x 0	0	0						
3 x 7		1	0		0	0	0	1
3 x 6		0	0	1	1			
3 x 1		10						
3 x 4		0	1	0				1
3 x 9		1	0		0	0	00	0
3 x 3		0						
3 x 8		0		0	0	0		
4 x 8			1	0		0		1
4 x 1			11	0				
4 x 6			1	0	1		0	
4 x 7			1		0	0	0	
4 x 4			1		0	0	0	0
4 x 9			0		0	0		1
6 x 8				1	0	0	0	0
6 x 1				11				
6 x 9				1	1	1		
6 x 7				0	0	0	0	0
6 x 6				0	0	0	0	
0 x 9				1				1
0 x 1					1	1	1	
7 x 1							1	
7 x 8							0	0
7 x 7							0	
7 x 9							0	
7 x 0							1	
9 x 9								0
8 x 8								0
9 x 1								1

Formules rencontrées en classe durant les évaluations :
Ce tableau rend compte non plus des réponses de Noëlle, mais des rencontres des élèves avec les formules durant les évaluations. L'ordre des formules correspond à l'ordre d'introduction.

18-10	25-10	8-11	28-11	13-12	17-12	17-01	25-02		occurences
x	x			x			x	2 x 8	4
x	x	x	x	x	x		x	5 x 9	7
x		x		x	x		x	2 x 5	5
x	x	x	x			x	x	5 x 7	6
x		x			x		x	5 x 4	4
x x	x	x	x					2 x 6	5
x			x		x	x	x	5 x 6	5
x	x	x		x		x	x	5 x 8	6
x	x	x			x			2 x 3	4
x	x	x						2 x 4	3
x	x			x		x		5 x 5	4
x	x		x	x	x	x		2 x 7	6
x	x	x	x	x				2 x 9	5
x	x		x					5 x 3	3
x								2 x 2	1
	x	x		x	x	x	x	3 x 7	6
	x	x	x	x				3 x 6	4
	x	x	x				x	3 x 4	3
	x	x		x	x	xx	x	3 x 9	7
	x							3 x 3	1
	x		x	x	x			3 x 8	4
		x	x		x		x	4 x 8	4
		x	x	x		x		4 x 6	4
		x		x	x	x		4 x 7	4
		x		x	x	x	x	4 x 4	4
		x		x	x		x	4 x 9	4
			x	x	x	x	x	6 x 8	5
			x	x	x			6 x 9	3
			x	x	x	x	x	6 x 7	5
			x	x	x	x		6 x 6	4
						x	x	7 x 8	2
						x		7 x 7	1
						x		7 x 9	1
							x	9 x 9	1
							x	8 x 8	1
								8 x 9	0
x					xx			2 x 1	3
x x								5 x 1	2
x	x							5 x 0	2
	xx							3 x 1	2
		xx	x					4 x 1	3
			xx					6 x 1	2
			x				x	0 x 9	2
				x	x	x		0 x 1	3
						x		7 x 1	1
						x		7 x 0	1
							x	9 x 1	1

a) densité du contrôle

Les 8 contrôles se sont étalés sur la période allant du 18.10 au 25.02, soit durant 4,6 mois (140 jours).
densité = 8 / 4,6 = 1,7 contrôle par mois.

b) nombre de questions

20 questions par questionnaire
20 x 8 = 160 questions

c) champ de formules parcouru durant le contrôle

46 formules (sur 55)
La question 8 x 9 n'a pas été posée.
Parmi les 46 formules posées nous distinguerons 35 formules non triviales et 11 formules liées à la numération (qui sont dans l'ordre d'apparition : 2x1 ; 5x1 ; 5x0 ; 3x1 ; 4x1 ; 6x1 ; 0x9 ; 0x1 ; 7x1 ; 7x0 ; 9x1).

d) taux moyen de répétition pour chaque formule

taux réel	160 / 46 = 3,5
taux théorique	160 / 55 = 2,9

e) densité moyenne pour chaque formule

densité moyenne réelle 3,5 / 4,6 = 0,76 répétitions par mois

f) densité pour chaque formule

étalement : durée entre la dernière et la première occurrence
densité : nombre d'occurrences / étalement
Les formules ont été rangées par le nombre d'occurrences (en séparant les deux groupes de formules : non triviales et triviales).

g) Répartition des occurrences (dans le temps) pour une même formule

3 x 9 (densité 1, étalement maxi) :
2 x 4 (densité 1, moins d'étalement) :
8 x 8 (densité 1, une seule fois) :
pour l'apprentissage, l'étalement devrait croître avec la difficulté
pour le contrôle, un étalement court en début de processus devrait traduire une révision, un long étalement devrait raduire un objet d'enseignement
ici : les formules 7x8 ; 7x7 ; 7x9 ; 9x9 ; 8x8 ont un étalement très court
par contre 2 x 5 a un très long étalement

	occurrences	étalement	densité x_i
3 x 9	7	7	1
5 x 9	7	8	0,88
5 x 7	6	8	0,75
5 x 8	6	8	0,75
3 x 7	6	7	0,86
2 x 7	6	7	0,86
2 x 9	5	5	1
2 x 5	5	8	0,63
2 x 6	5	4	1,25
6 x 8	5	5	1
5 x 6	5	8	0,63
6 x 7	5	5	1
6 x 6	4	8	0,5
5 x 5	4	7	0,57
5 x 4	4	8	0,5
2 x 8	4	8	0,5
2 x 3	4	6	0,67
3 x 6	4	4	1
3 x 8	4	5	0,8
4 x 8	4	6	0,67
4 x 6	4	5	0,8
4 x 7	4	5	0,8
4 x 4	4	6	0,67
4 x 9	4	6	0,67
3 x 4	3	7	0,43
6 x 9	3	3	1
2 x 4	3	3	1
5 x 3	3	4	0,75
7 x 8	2	2	1
2 x 2	1	1	1
3 x 3	1	1	1
7 x 7	1	1	1
7 x 9	1	1	1
9 x 9	1	1	1
8 x 8	1	1	1
2 x 1	3	6	0,5
4 x 1	3	2	1,5
0 x 1	3	3	1
5 x 1	2	1	2
5 x 0	2	2	1
3 x 1	2	1	2
6 x 1	2	1	2
0 x 9	2	5	0,4
7 x 1	1	1	1
7 x 0	1	1	1
9 x 1	1	1	1

Nous ne conservons que les 36 formules non triviales.
Les 9 formules connues de Noëlle (ou probablement connues) sont codées par : 1
{2 x 5 ; 3 x 6 ; 5 x 5 ; 5 x 6 ; 6 x 9 } ∪ {2 x 3 ; 2 x 4 ; 4 x 9 ; 5 x 8}
Les 13 formules labiles sont codées par : 9
{2 x 6 ; 2 x 7 ; 2 x 8 ; 3 x 4 ; 3 x 7 ; 3 x 9 ; 4 x 4 ; 4 x 6 ; 4 x 7 ; 4 x 8 ; 5 x 4 ; 5 x 9 ; 6 x 8}
Les 14 formules « non connues » sont codées par : 0
{2 x 2 ; 2 x 9 ; 3 x 3 ; 3 x 8 ; 5 x 3 ; 5 x 7 ; 6 x 6 ; 6 x 7 ; 7 x 7 ; 7 x 8 ; 7 x 9 ; 8 x 8 ; 9 x 9 ; 8 x 9}

	occurrences	**étalement**	**densité**	**Noëlle**
3 x 9	7	7	1	9
5 x 9	7	8	0,88	9
5 x 7	6	8	0,75	0
5 x 8	6	8	0,75	1
3 x 7	6	7	0,86	9
2 x 7	6	7	0,86	9
2 x 9	5	5	1	0
2 x 5	5	8	0,63	1
2 x 6	5	4	1,25	9
6 x 8	5	5	1	9
5 x 6	5	8	0,63	1
6 x 7	5	5	1	0
6 x 6	4	8	0,5	0
5 x 5	4	7	0,57	1
5 x 4	4	8	0,5	9
2 x 8	4	8	0,5	9
2 x 3	4	6	0,67	1
3 x 6	4	4	1	1
3 x 8	4	5	0,8	0
4 x 8	4	6	0,67	9
4 x 6	4	5	0,8	9
4 x 7	4	5	0,8	9
4 x 4	4	6	0,67	9
4 x 9	4	6	0,67	1
3 x 4	3	7	0,43	9
6 x 9	3	3	1	1
2 x 4	3	3	1	1
5 x 3	3	4	0,75	0
7 x 8	2	2	1	0
2 x 2	1	1	1	0
3 x 3	1	1	1	0
7 x 7	1	1	1	0
7 x 9	1	1	1	0
9 x 9	1	1	1	0
8 x 8	1	1	1	0
8 x 9	**0**	**0**		**0**

Annexe 8-1
Les situations d'apprentissage et d'entraînement « à la maison »

Voici les documents transmis à la famille Pujol par l'intervenant. Nous les avons ici regroupés et structurés avec des titres ; les textes n'ont pas été distribués tous en même temps.

1 Présentation générale

Ces différents jeux permettent de développer :

- la connaissances des sommes et produits élémentaires et le calcul des sommes et produits à partir de résultats connus ;
- la fiabilité des réponses par des calculs vérificatoires
- la conviction des réponses ;
- l'abandon progressif des pratiques archaïques (modes de représentation concrète, notamment le comptage un à un sur les doigts).

En les pratiquant régulièrement, l'enfant améliore la rapidité, le contrôle et la confiance dans ses propres calculs.

Ces jeux sont l'occasion d'apprendre à distinguer **soi-même**, dans la mesure où cela est possible (il n'est pas toujours possible d'être conscient de son ignorance) :

ce qui est parfaitement connu ;
ce qui peut être retrouvé relativement facilement ;
ce qui doit être encore travaillé ;
et ce qui demande une aide ou une explication.

En ce sens, ils contribuent à l'**autonomie** de l'élève.

La **découverte** et **l'exploration** stimulent la motivation pour de nouveaux apprentissages. A cette fin, l'utilisation des différentes pistes, des dés ordinaires et le choix de la case de départ proposent un très grand nombres de sommes différentes.
Par contre, **le temps de l'apprentissage proprement dit, exige la rencontre fréquente avec les nouvelles connaissances**, sans distracteurs inutiles. Un dé "bricolé" permet de choisir la probabilité d'apparition des valeurs qui doivent être, à terme, mémorisées.

Il s'agit donc d'organiser selon les moments :

- des temps d'apprentissages (peu de nouvelles connaissances à la fois, fréquence d'emploi),
- des temps de re-investissement et d'entraînement de ces connaissances (pour fixer la mémoire à long terme) ;
- des temps d'intégration des nouvelles connaissances parmi ce qui était déjà connu ;
- des temps plus ouverts de découverte de ce qui n'est pas encore connu.

C'est en pratiquant le calcul mental qu'on le développe, c'est en le pratiquant souvent que l'on mémorise certains résultats utiles, c'est parce que l'on dispose <u>directement</u> de quelques résultats, que l'esprit est libéré pour complexifier les stratégies calculatoires.

Afin d'éviter les excès :
- Ceci est un jeu et doit le rester ! Tout usage coercitif doit être proscrit.
- L'apprentissage est une aventure risquée et laborieuse qui mérite pourtant d'être vécue, il est besoin parfois de l'encourager, de l'accompagner.
Comme une petite plante, toute connaissance demande soin, patience, régularité et un écosystème spécifique pour vivre.

2 Les jeux de cartes

1 Description et construction du matériel

Remarque : Nous décrivons ici le jeu pour la multiplication,
le même principe peut être utilisé pour l'addition.

Construire le jeu de cartes au fur et à mesure de l'apprentissage : sur une face d'une carte en carton mince écrire le nombre sous forme de produit (exemple : 4 x 3), sur l'autre le nombre-résultat (12). Utiliser une couleur pour écrire tous les recto et une autre couleur pour écrire tous les verso des cartes.

2 Remarques concernant le matériel

Le principe ici retenu est d'utiliser un matériel simple, "fabriqué maison" **avec** l'enfant. Sans prétention, à durée de vie limitée (comme l'apprentissage), il doit permettre, durant le temps nécessaire, une bonne appropriation par l'enfant (il l'a fait lui même avec des matériaux familiers, sous une forme qui lui est personnelle et qu'il apprécie : ses couleurs, ses idées ...). La présentation figée et académique d'un jeu standard ne permet pas en effet les mêmes usages. Tout support de travail (ces jeux sont une forme de travail !) présente ces caractéristiques : les cahiers sont bien tenus et respectés le temps de leur emploi, puis abandonnés, recyclés ... les brouillons sont soigneusement conservés le temps où il servent d'appui (ils sont alors d'une grande importance intellectuelle, même si leur aspect est rebutant pour les personnes extérieures), le matériel scolaire est parfois investit de sentiments qui ont provisoirement un intérêt particulier pour le propriétaire ... Lorsque la fonctionnalité des ces objets n'a plus lieu d'être, leur statut est brusquement modifié : très utiles un moment, ils deviennent inutiles et doivent être rejetés au profit d'autres, plus adaptés. C'est pourquoi ces jeux doivent être considérés comme des supports d'apprentissage : ni des oeuvres d'art extérieures (pourquoi pas l'oeuvre d'art de l'enfant, s'il le souhaite), ni des instruments rébarbatifs, ni des objets intouchables et éternels, ni des objets insignifiants que l'on réalise à la va-vite et que l'on jette après le premier usage. Ce ne sont pas les adultes qui doivent investir ce matériel (mais bien les enfants utilisateurs), par contre leur marque d'intérêt et leur participation sont des encouragements à employer ces jeux souvent.

3 Apprendre et évaluer

Pour vérifier **seul** où en est l'apprentissage des produits (évaluer ses connaissances et déterminer ce qui est à apprendre) :

Mélanger les cartes (les cartes présentent toutes la même face). Prendre le paquet de cartes dans sa main, lire la face visible de la carte du dessus, prévoir ce qui est écrit sur l'autre face. La vérification du résultat est immédiate en retournant la carte et ne demande pas d'aide extérieure. Puis passer à la carte suivante.

Les cartes mobiles permettent une interrogation dans le désordre, donc de reproduire certaines conditions d'usage de la mémoire durant l'effectuation des opérations.
Il est possible, au fur et à mesure de l'auto-évaluation, de trier les cartes en plusieurs tas : ce que je sais parfaitement, ce qui reste encore douteux pour moi, ce que je ne connais pas.
Il est possible de ne prendre que les cartes relatives à une ou quelques tables ou au contraire de réviser l'ensemble.

Travailler le sens "4 x 3 donne 12" est utile pour effectuer les multiplications, l'autre sens "12 c'est 4 x 3 ou 3 x 4 ou 6 x 2 ou 2 x 6" est utile pour effectuer les divisions. Même si de nos jours les calculettes sont de plus en plus utilisées par les élèves, la maîtrise de ces contenus de tables de multiplication est utile au collège entre autre pour effectuer des opérations portant sur des fractions (décomposer, simplifier, chercher une fraction équivalente, additionner, multiplier ...) et le calcul algébrique (factoriser, développer...).

Remarques :

* Les cartes sont fabriquées au fur et à mesure par l'enfant : toutes celles d'un même groupe de couleur à la fois seulement (ces couleurs servent de guide pour communiquer, mais elles ne figurent bien sûr pas sur les cartes elles-mêmes). L'apprentissage des produits nouveaux par contre, ne doit pas concerner plus de **3 produits à la fois** (soit 6 cartes maximum, correspondant à une même couleur). Au moment de la récitation **dans le désordre**, ceux-ci sont complétés par quelques produits déjà connus (une dizaine de cartes en tout pour s'auto-interroger dans les deux sens).
* Les différentes couleurs indiquent des proximités mathématiques entre les produits. Toutefois, l'objectif est bien d'établir de nombreux **liens numériques** entre les différents produits (même s'ils n'appartiennent pas au même groupe de couleur). Ces liens sont exprimés par l'enfant sous forme d'"explication" ou de preuve dans les jeux. Ils sont découverts **au cours de l'apprentissage** (et non pas seulement après), comme **appui** de la mémoire (et non pas comme substitut : il est plus performant de connaître par coeur chaque résultat plutôt que d'avoir besoin de le retrouver **à chaque emploi** ; par contre il est intéressant de savoir conforter sa mémoire par une vérification rapide à partir d'autres résultats).
* Il est important de réactiver **régulièrement** les produits déjà appris en jouant aux différents jeux. Afin qu'il soit efficace pour l'apprentissage, chaque jeu doit s'adapter à ce qui est en cours d'acquisition et ce qui est déjà connu. Pour cela, il est nécessaire de modifier les règles et le dé (ou de petites cartes destinées à tirer des nombres judicieusement choisis). Les cartes du jeu sont elles aussi choisies et renouvelées au fur et à mesure, en fonction de l'intérêt du moment. Jouer avec trop de cartes ou avec toutes les cartes connues, alourdirait le jeu et délayerait ses propriétés didactiques. Le groupement de cartes est constitué d'un "noyau" de même couleur (celui que l'on travaille, même si tout n'a pas encore été appris) complété par quelques autres cartes connues. Par contre, rien n'empêche de faire en famille ou entre amis une méga-partie avec la totalité des cartes, rien que pour le plaisir !

4 Progression pour les produits élémentaires

Les produits élémentaires sont généralement appris table par table, suivant un ordre croissant : table de 1, puis de 2, puis de 3 ... et ainsi de suite jusqu'à la table de 10. Nous allons ici organiser l'apprentissage selon un autre découpage et une autre progression.

Ordre d'apprentissage (et de fabrication des cartes-produits) :
15 cases **bleues** (produits par 2) : 8 résultats, souvent déjà connus en tant que "doubles"
13 cases **vertes** (produits par 5) : 7 résultats nouveaux
11 cases **rouges** (produits par 3) : 6 résultats nouveaux
5 cases **roses** (les carrés) : 5 résultats nouveaux
18 cases **oranges** (produits par 4, 6 et 8) : 9 résultats nouveaux
2 cases **marrons** : 1 résultat nouveau
36 cases **grises** (Produits considérés comme faciles, mais qui sont en réalité les plus éloignés du sens de la multiplication. Leur rôle est de clôre un système numérique. Leur intégralité dans le jeu de cartes n'est ni indispensable, ni même systématiquement souhaitable car ils sont nombreux. Il est inutile en particulier de fabriquer tous les produits obtenus en inversant l'ordre des termes, ceci permet de réduire leur nombre à 19, mais là encore, en fabriquer la totalité ne présente que peu d'intérêt).

5 Entraînement

Pour jouer **à plusieurs** à entretenir ses connaissances :

* jeu de bataille : avec la face "produit"des cartes dont on annonce **à haute voix** le résultat. Le joueur qui présente la carte correspondant au nombre le plus grand gagne et place les deux cartes sous son jeu. Les produits donnant le même résultat sont l'occasion de "bataille" : chaque joueur place une carte retournée sur les cartes précédentes, puis une nouvelle carte "produit" dessus qui permet de déterminer qui est le gagnant du coup joué. Le joueur qui n'a plus de carte, a perdu la partie.
La bataille est fermée si les cartes sont en paquet, avec obligation de ne prendre que la carte qui se présente au dessus (le paquet est dans la main du joueur, hors de la vue directe de chacun).
La bataille est ouverte si les cartes sont étalée devant le joueur qui les choisit au moment de jouer. Chaque joueur dispose ses cartes (faces "produit" visibles) sur une réglette afin que ses adversaires ne les voient pas (mais en restant sous leur contrôle pour qu'il ne puisse pas tourner ses cartes et voir le résultat). Les cartes gagnées sont placées sur la réglette.
Pour varier les jeux, on peut modifier la règle : c'est le plus petit nombre qui gagne.

* Les cartes étant étalées sur une table (toutes sur la même face), les joueurs choisissent à tour de rôle et très rapidement la carte qu'ils retournent en annonçant auparavant **à haute voix** ce qui est écrit de l'autre côté. Celui qui se trompe a un gage. Pour les dernières cartes (celles que personne ne choisit ...), obligation est faite d'en retourner une chacun son tour jusqu'à épuisement des cartes, même si le résultat est incertain.

* dominos : Chaque joueur reçoit 10 cartes sur la face "produit", il les dispose sur une réglette afin que ses adversaires ne les voient pas (mais en restant sous leur contrôle pour qu'il ne puisse pas tourner ses cartes et voir le résultat). Le principe du jeu est d'aligner (dans les deux sens) les cartes par association, comme dans le jeu ordinaire de domino (par exemple : "4 x **6**" peut être **suivi** de "**6** x 2"), dans ce cas les cartes "4 x 6" et "6 x 4" sont bien distinguées, et lorsque c'est possible, plusieurs cartes représentant le même nombre peuvent être disposées les unes sous les autres (par exemple "4 x 6" peut être placée **sous** "3 x 8" car dans les deux cas, il s'agit du nombre 24). Il y a donc plusieurs possibilités de placer ses cartes. **Dans tous les cas**, la carte peut être posée seulement si le résultat (la face cachée de la

carte) peut être **correctement annoncé à voix haute**. S'il y a erreur, la carte est replacée sur la réglette et le joueur pioche une carte supplémentaire. Si un joueur ne peut pas jouer lorsque c'est son tour, il pioche.

Pour tous ces jeux, il est possible de ne prendre que certaines cartes relatives à une ou quelques tables ou au contraire d'utiliser l'ensemble.

3 Les jeux de la piste orange

Un ou deux joueurs, dés, une piste, un cache, un ou deux pions.

<u>jeu de base:</u>
Le joueur place le pion sur la case de son choix. Il cache la piste (avec un carton par exemple ou une ardoise sur laquelle le numéro de la case est inscrit) puis tire le dé. Après avoir réfléchi, il annonce le numéro de la case où le pion doit se trouver après avoir avancé du nombre de cases indiqué par le dé. Le cache est ôté. Le joueur avance son pion et vérifie sa prévision.
Le jeu s'arrête lorsque le joueur prévoit que le pion dépasse la dernière case en bout de piste.

Les joueurs doivent toujours se mettre d'accord à propos des règles du jeu avant de commencer à jouer !

Tout l'intérêt du jeu réside dans **l'anticipation** du déplacement (mais un tout jeune enfant peut participer à une partie familiale en déplaçant simplement son pion). Les plus grands **expliquent tout haut** leur manière de prévoir la case d'arrivée (par exemple : 57 et 5 : je fais 57 et 3 : 60 et 2 : 62 ou encore 7 et 5 : 12, 50 et 12 : 62 ...). Le jeu peut donner l'occasion de trouver collectivement plusieurs justifications de la même prévision.

<u>variantes :</u> * Deux joueurs déplacent alternativement le même pion (pas de compétition).
* Deux joueurs font la course avec leur pion respectif (motivation ludique).
* Utiliser deux dés et avancer de la somme obtenue (2 à 12 cases).
* Utiliser une piste numérotée de 60 à 120 (ou d'autres valeurs).
* Deux joueurs à un contre un (enjeu supplémentaire portant sur la certitude de la prévision) : Si le second joueur estime que le premier s'est trompé, il frappe sur la table (il "contre"), le cache est enlevé et les joueurs vérifient la prévision.
- si la prévision contrée est exacte, le premier joueur gagne 2 points
- si la prévision contrée est fausse, le second joueur gagne 3 points
- si la prévision non contrée est exacte, le joueur gagne 1 point
- si la prévision non contrée est fausse, aucun point n'est marqué.

* Le second joueur peut taper un coup s'il doute (ou fait mine de douter pour éprouver la conviction du premier joueur) et deux coups s'il contre. Dans ce cas, le premier joueur doit justifier sa prévision (ou mettre en défaut le piège qui lui est tendu). Suivant les cas, il explique sa position et convaint, reconnait s'être trompé et modifie sa prévision ou surcontre (il maintient sa prévision contre l'avis de son adversaire). Les deux joueurs doivent être suffisamment experts pour profiter de ces joutes de vérité.

<u>Autres variantes</u> :

* Le dé possède une face non numérique (par exemple la face « 6 » est remplacée par une gommette de couleur) qui signale qu'à partir de ce moment, le pion est déplacé dans l'autre sens (le nombre de points est ôté du numéro de la case).

* Il est possible également d'utiliser cette règle de soustraction tout au long du jeu, avec un dé ordinaire.

* Sur une piste numérotée de 0 à 100, déplacer le pion sur la case portant comme numéro le produit des faces de deux dés. A chaque coup, le pion est replacé sur la case zéro de départ. Il est intéressant de varier les faces des dés en fonction du type de produits souhaité : produits de 1 à 36 avec des dés ordinaires, mais pour faire travailler plus particulièrement une table complète, il faut fabriquer d'autres dés (le nombre souhaité figure deux fois sur chaque dé et les 8 autres nombres sont répartis sur les autres faces des dés, par exemple pour travailler le 7, les dés sont 1-2-3-4-7-7 et 5-6-8-9-7-7). Dans ce jeu, la vérification s'obtient par somme répetée d'un des deux nombres tirés (par exemple : 4 x 6, déplacer le pion de 6 fois 4 cases ou bien de 4 fois 6 cases). Huit languettes de cartons de longueurs différentes (2 à 9 cases) peuvent servir d'étalon que l'on reporte autant de fois qu'il est nécessaire.

***

Nous avons reproduit les documents qui avaient été transmis à la famille de Noëlle durant le premier appui. Par la suite (appui de Laura et second appui de Noëlle), d'autres situations ont été suggérées oralement pour renouveler ce stock (les situations trop coûteuses de mise en oeuvre comme les enjeux liés aux étayages avec le jeu de piste n'étaient jamais reprises spontanément ; seule la bataille ou les retournements faisaient l'unanimité).
Nous rapportons ici deux conduites simples avec les cartes qui ont remporté l'adhésion et qui insèrent les formules dans des raisonnements de comparaison :

- la sériation (un joueur)
Choisir 3 à 5 cartes (face écriture multiplicative) et les ranger par ordre croissant (ou décroissant). La validation est immédiate par retournement de toutes les cartes.
Variantes : Les cartes ne sont pas simultanément dévoilées, chacune doit trouver sa place à partir de celles qui sont déjà placées.

- la pétanque (deux joueurs)
Chaque joueur reçoit deux cartes (deux « boules » pesantes qu'il tient dans le creux de chaque main de manière à ne voir, seul, que l'écriture multiplicative). Une dernière carte tient lieu de « cochonnet » (écriture multiplicative). Chaque joueur prend le temps de placer la carte qui « se rapproche le plus » du cochonnet. Validation par retournement des cartes posées.

Annexe 8-2

Le programme de l'appui concernant les formules numériques

Deuxième séance

- dévolution du projet de mémoriser les sommes, afin de pouvoir les produire un jour directement
- évaluation « fictive » du répertoire de Noëlle (l'objectif en effet n'est pas de l'évaluer précisément, mais de mettre à jour certaines de ses connaissances, mobilisables pour servir de tremplin à l'apprentissage des sommes),
- série de questions qui mobilisent une décomposition décimale et quelques formules repérées comme étant pour Noëlle au niveau de l'expertise (mise en scène de l'étayage formel et introduction de la consigne d'éviter de recourir aux doigts pour répondre).

Troisième séance

- introduction du jeu de la piste, en vue d'un double usage : en séance sous la conduite de l'intervenant et chez Noëlle sous sa propre conduite ou en coopération avec un tiers,
- explicitation du rôle de cette activité : articulation entre les apprentissages scolaires (exigences de connaître les tables, pratique du calcul mental) et l'entraînement à la maison (apprentissage des formules),
- explicitation de la variable constituée par le deuxième terme de la somme (pour faire varier la complexité du jeu et le registre travaillé) (épisode du bingo),
- mise en scène de la consigne d'anticipation de la case d'arrivée (le milieu ne doit servir qu'à la validation de la réponse et non au constat de la solution, même lorsque la situation sera auto-conduite),
- dévolution de l'évaluation des connaissances (mobilisation de l'épisode de la girafe),
- dévolution de l'apprentissage direct d'un petit groupe de formules identifiées comme non sues,
- pratique du jeu sous la conduite de l'intervenant.

Quatrième séance

- suivi de ce qui s'est passé à la maison,
- recours au jeu de la piste (sans bingo, mais avec des cartes) pour instaurer l'entraînement au calcul mental, sans utiliser les doigts,
- évaluation des connaissances directes (à partir de questions posées par l'intervenant) et détermination du sous-registre à travailler,

série de questions mettant en jeu une formule et une décomposition décimale

- deux parties du jeu de la piste avec bingo (entrecoupées d'autres activités),
- rappel des attentes concernant l'apprentissage du répertoire.

Cinquième séance

- suivi de ce qui s'est passé à la maison,
- introduction de la table de Pythagore muette, dévolution de l'organisation de l'apprentissage des sommes (distribution du matériel à emporter chez soi),
- cartes compléments à dix (séance 5)

Sixième séance

- suivi de ce qui s'est passé à la maison,
- explicitation de l'étayage « double plus 1 » ou « complément à dix plus 1 »
- une partie du jeu de la piste avec bingo, introduction de l'enjeu qui favorise l'explicitation d'un étayage (« demander une explication »),
- rappel des étayages travaillés et du projet d'apprentissage

Septième séance

- une partie du jeu de la piste avec le bingo, toujours avec la règle de l'étayage,
- démarrage de l'apprentissage des produits (les doubles et les produits par 5),
- identification de ce qui est su ou à apprendre (girafe),
- exigences marquées pour trois nouvelles formules, insérées dans un sous-répertoire déjà connu (explicitation de la méthode d'apprentissage),
- distribution du matériel et rappel des exigences.

Huitième séance

- explications concernant les étayages précédemment enseignés,
- suivi de l'apprentissage des produits
- illustration des produits par 5, à l'aide de dés (plusieurs faces 5), étayage des opérateurs pairs et impairs, de même étayage « double de ... »

Neuvième séance

- évaluation des deux premiers sous registres

Dixième séance

- suivi de l'apprentissage
- série de questions orales et écrites utilisant les sommes et des décompositions décimales
- série de questions utilisant les produits et des étayages connus (« double de ... »), à partir des faces de dés
- une partie du jeu de la piste (avec des dés modifiés), pour faire fonctionner des étayages de sommes,
- explicitation de la modification du dé

Onzième séance

- suivi de l'apprentissage, jeu de la piste avec produits
- exigences marquées pour un sous-répertoire à étudier (les cases rouges), distibution du matériel (piste, texte sur le choix des dés)

Douzième séance

- suivi de l'apprentissage des produits à partir des cartes (questions portant sur les décompositions en facteurs)
- problèmes avec consignes orales et matériel concrêt : Noëlle devait prévoir le nombre de jetons nécessaire et suffisant pour réaliser plusieurs lignes identiques (rectangle) ; ou au contraire, à partir d'un nombre total imposé, prévoir un nombre de lignes ou/et de colonnes.

Treizième séance

- exercice (jetons)
- évaluation du sous registre demandé (les rouges) et des précédentes formules
- série de questions orales faisant apparaître les produits connus et les multiples de 10
- rappel des étayages « double de ... » pour les opérateurs 4, 6 et 8
- évaluation à partir de la table muette et rappel des exigences

Quatorzième séance (dernière)

- bilan sur les produits, auto-interrogation à partir de la table muette.

Annexe 8-3
Albums et livres pour enfants

Nous avons cherché à rassembler une bibliographie des livres pour enfants faisant intervenir des connaissances mathématiques ou des représentations des mathématiques.
Nous avons distingué plusieurs types d'ouvrages :

1- Des ouvrages spécifiquement étiquetés comme liés aux mathématiques

a- ceux que les grandes maisons d'éditions proposent, présentent pour certains un intérêt relatif à ces savoirs ; pour d'autres leur qualité est essentiellement d'ordre esthétique (illustrations) mais leur intérêt mathématique (et cognitif) est très minime. Nous n'avons pas inclus ici les référence, pourtant proches, aux différentes mesures du temps, à l'histoire de l'astronomie concernant les calendriers et à la lecture de l'heure (elles pourraient constituer un corpus distinct relativement étoffé).
Nous avons suivi ces titres avec minutie, mais les très fréquentes nouvelles publications rendent rapidement les inventaires obsolètes (notre liste n'est donc probablement pas exhaustive sur ce secteur).

- D'autres éditeurs, essentiellement diffusés en grande surface, proposent un très grand nombre d'ouvrages très standard, éphémères et de qualité souvent médiocre (nous n'avons pas cherché à alourdir le corpus avec les titres de cette catégorie, seuls quelques uns figurent à titre indicatif).

2- Des ouvrages qui ne sont pas identifiés comme tels dans les catalogues ou par les détaillants (y compris ceux qui sont spécialisés dans la littérature jeunesse) et dont les titres ne contiennent pas d'indices relatifs aux mathématiques.
Nous y avons pourtant trouvé des éléments qui concernent les savoirs, les connaissances ou un rapport au savoirs de nature mathématique. Il est bien évidemment plus difficile de prétendre à une exhaustivité dans un domaine aussi vaste que celui de l'édition.
Nous avons décidé de citer un certain nombre d'ouvrages de qualité (ou présentant un intérêt pour la recherche) même s'ils étaient épuisés et donc difficilement disponibles (la longévité d'un album est très variable et parfois très courte).
Cette bibliographie présente un défaut technique certain : elle ne référencie chaque ouvrage que par un seul nom d'auteur (bien qu'il soit très souvent fait mention dans ce secteur d'un auteur et d'un illustrateur et bien que le rôle joué par le « milieu » tienne beaucoup aussi à la plastique de l'illustration). Les indications disponibles sur les ouvrages eux-mêmes étant non homogènes et pour nous insuffisament précises, nous avons pris arbitrairement le parti de ne citer que le premier, sans étendre plus avant les investigations qu'une collecte rigoureuse aurait exigée (certains ouvrages ne mentionnent aucun nom d'auteur ; les co-auteurs sont cités lorsque nous les avons pu les identifier). Nous avons par contre essayé de compléter les années de publication, livre par livre, puisque les catalogues les mentionnent très rarement. Par souci d'économie de reprographie, nous avons volontairement ommis de citer les collections, pour ne retenir que l'éditeur. Pour la même raison, lorsque plusieurs ouvrages du même auteur déclinaient le même « concept » éditorial sans que cette diversité apporte un plus pour la recherche, nous n'en avons mentionné qu'un seul (par exemple : ma maison carrée, ma maison triangle, ma maison rectangle, etc.). Cette liste constitue donc plutôt un repérage motivé, elle n'est pas une référence objective et exhaustive.

ALBUMS

ALFAENGER P. (1991), *Apprivoiser les nombres*, Epigones.
ALLEN J. (1992), *Un, deux, trois ... les nombres*, Albin Michel.
ANNO M. (1982), *Dix petits amis déménagent*, Ecole des loisirs.
ANNO M. (1990, 1991), *Jeux mathématiques* vol 1, vol 2, vol 3, Père Castor Flammarion.
ANNO M. et ANNO M. (1990), *Le pot magique*, Père Castor Flammarion.
ANNO M. (1994), *Les graines magiques*, Père Castor Flammarion.
ANNO M., NOZAKI A. (1991), *Jeux de chapeaux* , Père Castor Flammarion.
ANNO M., MORI T.(1991), *Le loup le crapaud et les 3 petits cochons*, Flammarion.
L'ardoise magique : les chiffres, Deux Coqs d'Or, 1998.
Atelier du savoir, les mathématiques, Magnard, 1999.
AUBELLE B. (1998), *Ma maison rectangle*, Mila.
AUDRY-ILJIC F. (1993), *A la découverte des chiffres*, Bayard.
BALLARD E. (1992), *J'apprends à compter*, Castermann.
BANKS K. (1998), *L'île à compter*, Gallimard.
BLAKE Q. (1983), *Un deux trois, Monsieur Pétunia*, Gallimard.
BLAKE Q. (1997), *Dix grenouilles*, Gallimard.
BODDIN H.(1997),*Un hippopotame, 3 petits cochons, 1,2,3 Compte avec tes doigts !*,Mila.
BOHDAL S., *1, 2, 3 C'est moi qui compte*, Nord Sud.
BON P. (1999), *Plus haut, plus loin*, Ecole des Loisirs.
BORDETTI E. (1990), *Les chiffres*, Bordas.
BOUCHER J. (1993), *Au pays des chiffres*, Larousse.
BORY J-F. (1994), *Dix-huit chameaux dans la vie des frères Sérendip*, Ecole des Loisirs.
BOSETTI E. (1990), *Les chiffres - les comptines de Filopats*, Bordas.
BUKIET S. (1987), *Les bons comptes font les bons amis*, L'observatoire.
BUTLER M. (1988), *Savez-vous compter les oeufs ?*, Nathan.
CALINO (1996), *1, 2, 3, millepattes*, Seuil.
CARTER D. (1987), *Combien y-a-t-il de petites bêtes dans la boîte ?*, Albin Michel.
CENDRARS B. (1921 - 1978), *Petits contes nègres pour les enfants des blancs*, Gallimard.
CERQUETTI-ABERKANE F. (1987), *Histoires de comptes*, Epigones.
CHALLONER J. (1993), *Les nombres* , (le petit chercheur) Bordas.
CHAIMEAU C. (1998), *Un deux trois, c'est à moi*, Albin Michel.
CHALMEAU C. (1999), *1, 2, 3, c'est moi*, Albin Michel.
CHICHERTER C.E. (1998), *Mademoiselle Moufflette apprend à compter*, Ecole des Loisirs.
CLEMSON W. et D. (1996), *Les tables de multiplication sans se tromper !*, Nathan.
COLOMAN M. (1998), *Un deux trois ... flûte !*, Mijade.
Compte avec nous. Mais attention à tes doigts !, Quatre fleuves, 1998.
Compter - Nathan (Images-images) 1991.
COUTTS L. (1998), *Jouons avec les nombres* (les ateliers de la récré) Hatier.
CORENTIN P. (1995), *L'ogre, le loup, la petite fille et le gâteau*, Ecole des loisirs.
COUSINS L. (1997), *Je compte avec Mimi*, Albin Michel.
DALE P. (1993), *Au lit, tous les dix !*, Père Castor Flammarion.
D'ALLENCE M. (1998), *Compte les moutons !*, Ecole des Loisirs.
DAUFRESNE M. (1997), *1 2 3 allons au bal*, Syros.
DE BOURGOIN P. (1994), *Où est le plus petit ?*, Calligram.
DE BOURGOIN P. (1995), *Où est le triangle ?*, Calligram.
DE BOURGOIN P. (1997), *Multiplicator le magicien*, Calligram.
DELAFOSSE C. (1993), *Compter*, Premières découvertes n° 52, Gallimard.
DIJS C. (1992), *Combien de doigts ?*, Ouest-France.
DIZIER P. (1982), *Compte à rebours*, Magnard.
DOUZOU O. (1997), *Comptes tout rond*, éditions du Rouergue.

DUBANEVICH A. (1984), *Cache-cache cochons*, Ecole des Loisirs.
DUNBAR J. (1990), *Dix petites souris*, Duculot.
DUNBAR J. (1994), *Les sept imbéciles*, Casterman.
ELZBIETA. (1996), *Qui ? Où ? Quoi ?*, Ecole des Loisirs.
EMBERLEY E. (1996), *Va t'en grand monstre vert !*, Ecole des Loisirs.
ENGLISH T. (1993), *Bonjour monsieur Serpolet*, Nathan.
Et si on jouait avec les chiffres ! (une introduction à l'addition, la soustraction, la multiplication et la division, tout en s'amusant), Chantecler, 1998.
EUGENE C. (1990), *La mouche de cuivre (jouer comme les enfants d'Athènes et de Rome)*, Hatier.
FECHNER A. (1997), *1, 2, 3, cherche, touche, compte*, Ravensburger.
FELIX M. (1992), *Histoire d'une petite souris qui découvre les chiffres*, Gallimard.
FOX D. (1999), *Si on comptait ?*, Soline.
FRENCH KOLLER J. (1999), *Un singe de trop*, Ecole des Loisirs.
FRERE A. (1992), *Douze voeux de Noël*, Nord-Sud.
GAG W. (1992), *Des chats par millions*, Circonflexe.
GALERON (1992), *Plus ou moins*, Premières découvertes n° 39, Gallimard.
GARDNER B. (1994), Van der Meer R., *Maths*, Seuil.
GARDNER B., Van der Meer R., WEEB S. (1998), *Mathemagie 3+*, Köneman.
GEDDES A. (1998), *Le jardin des fées, 1, 2, 3... comptez avec bébé*, éditions Hors Collection.
GEISERT A. (1996), *Compter comme les Romains (NUMERABILIA ROMANA UNO AD DUO MILA)*, Circonflexe.
GIBSON R. (1999), *Compter*, Usbone.
GIBSON R. (1999), *L'addition*, Usbone.
Le grand livre à fenêtres des dix petits lapins, Quatre fleuves, 1999.
GREE A. (1987), *Drôles d'additions*, Nathan.
GREGOIRE C. (1999), *Apollo est trop gourmand*, Magnard.
HAYES S. (1990), *La promenade des canards*, Ouest France.
HARMS D. (1996), *Premièrement deuxièmement*, Ecole des Loisirs.
HEINE H. (1981), *Un éléphant ça compte énormément*, Gallimard.
HEINE H. (1991), *Dix petites effrontées*, Gallimard.
HENDRA S. (1999), *Joue et découvre les chiffres-Dis-moi combien j'ai de petits*, Millepages.
HILL E. (1999), *Spot apprend à compter*, Nathan.
HOBAN T. (1996), *Des sous et des lettres*, Ecole des Loisirs.
HOLDER H. (1989), *Corbeaux, une chanson de nombres*, Duculot.
HUCHET C. (1981), *Vingt-deux ours*, L'école des Loisirs.
JOHNSON S.T. (1998), *La cité des nombres*, Circonflexe.
JUGE N. (1998), *Cinquième*, Ecole des Loisirs.
KINDERSLEY D. (1997), *Je joue avec les chiffres* (livre-puzzle), Hatier.
KITAMURA S. (1986), *Un mouton trop bien réveillé*, Flammarion.
LA PENTA M. (1999), *Compte avec les poissons* (livre-boulier), Gründ.
LEGER-CRESSON N. (2000), *Zéro + zéro*, Didier.
LE NOUANIC (1997), *1, 2, 3 ... Bébés*, Seuil.
LEPSKY I. (1985), *Albert*, Télédition SA Genève.
LE TOUZE A.I. (1998), *Un deux trois sommeil*, Actes Sud..
LOCKEROVA J. (1999), *Je sais reconnaître les nombres*, Gründ.
LOUCHARD A. (1998), *1, 2, 3 ... foot, je compte avec le foot*, Albin Michel.
LOUCHARD A. (1999), *Des milliards d'étoiles*, Thierry Magnier.
LOUIS C. (1996), *Le bouton*, La Joie de Lire.
LOWRYY L. (1990), *Compte les étoiles*, Ecole des Loisirs.
MAC KINNER D. (1992), *Combien ?*, Père Castor Flammarion.

MARSHALL R. (1984), *Jouons avec l'addition*, Hachette.
MASSIN (1993), *Jouons avec les chiffres*, Seuil.
MAZUREL C. (1998), *Dix chiens dans la vitrine*, Nord Sud.
Mes premiers chiffres, Casterman 1995.
MICKLETHWAIT L. (1994), *Je découvre les nombres dans l'art*, Bayard.
MIZELS J., PETTY K. (1998), *Je sais multiplier*, Seuil.
MOESSINGER Pierre (1992), *Le zéro d'Oxymoron*, Edition du Sorbier.
MURPHY C. (1997), *Les chiffres*, Albin Michel.
MURPHY C. (1995), *De un à dix*, Albin Michel.
NESBIT E. (1990), *Mélisande*, Gründ.
NIKLY M., *Cinq petits canards*, Nord Sud.
PACOVSKA K. (1990), *Jamais deux sans trois*[1], Seuil.
PARE R., *Pour jouer, lire et apprendre les chiffres*, La Courte Echelle.
PEF (1986), *Le livre de nattes*, Gallimard folio.
PINCZES E.J. (1995), *Charivari chez les fourmis*, Père castor Flammarion.
PLACE M.H. (1997), *Aide-moi à faire seul : les chiffres de Balthazard*, Hatier.
POMERANTZ (1985), *Un canard, un autre canard*, Ecole des Loisirs.
POTTER B. (1999), *Le livre à compter* (livre-boulier), Gallimard.
POWELL R. (1998), *1, 2, 3*, Deux Coqs d'Or.
PRAYEZ C. (1987) *Zéro*, Marc Bombaert éditeur.
PROYSEN A. (1992), *La chevrette qui savait compter jusqu'à 10*, Ecole des Loisirs.
QUESEMAND A., BERMAN L. (1989), *Bannibal ou l'histoire d'Albert*, Hachette.
RATHMANN P. (1999), *Au lit dans 10 minutes*, Ecole des Loisirs.
REES M. (1988), *Dix dans un lit*, Nathan.
RAMOS M. (1999) , *Maman !*, Ecole des loisirs.
RAND A. (1992), *Petit 1*, Circonflexe.
ROSENBERG A. (1991), *Je compte de 1 à 100 en m'amusant*, Deux Coqs d'Or.
ROSENSTIEHL A. (1979), *Chiffres en friche, le livre des nombres*, Larousse.
SCHWARTZ D., KELLOGG S. (1990), *1000 milliers de millions* - Circonflexe.
SCIESZKA J. (1997), *La malédiction des Maths*, Seuil.
SEDLETZKI P. (1998), *Petit triangle a trois ans*, L'école des Loisirs.
SILVESTER H. (1996), *Les chats jonglent avec les chiffres* , la Martinière.
STOLL WASH E. (1991), *1, 2, 3 ... Souris*, Gautier Languereau.
TOLSTOÏ A. (1998), *Le gros navet*, Père Castor Flammarion.
TOMITA M. (1990), *Un tas de petites choses*, Circonflexe.
Tout compter, Hatier 1995.
YOON S. (1999), *Compte avec Picolo (un livre qui gazouille)*, Quatre Fleuves.
VERDET J.P. (1993), *Plus haut, plus loin*, Ecole des Loisirs.
WORMELL C. (1994), *Un, deux, trois poussins*, La joie de Lire.
YOUNG E. (1995), *7 souris dans le noir*, Milan.

***

LIVRES pour enfants

ALBAUT C. (1997), *Comptines pour compter*, Actes Sud.
BACHARAN N., SIMONET D. (1998), *Le livre de Nemo*, Seuil.
ENZENSBERGER H. M. (1998), *Le démon des maths*, Seuil, Paris.
KARR L. (1999), *La longue marche des dindes*, Ecole des Loisirs.
MACÉ J. (1862), *L'arithmétique du grand-papa (histoire de deux petits marchands de pommes)*, Hetzel.

[1] Nous avons trouvé ce même album également sous le titre *Un, cinq, beaucoup*.

VERNON R. (1997), *Echec et ... maths*, Bayard.

***

Pour cette recherche, nous avons également consulté :

<u>REVUES DE VULGARISATION pour adultes :</u>
Voyage au pays des mathématiques ; *Le Courier de l'UNESCO* ; nov. 1989.
Naissance des nombres - Comptes et légendes ; *Le Courier de l'UNESCO* ; nov. 1993.
La Recherche, juillet-août 1995.
Les nombres ; *La Recherche*, août 1996.

<u>REVUES SCIENTIFIQUES pour enfants</u> :
* « Sciences-comment attraper le virus », et fiches « comment mémoriser les maths »; « comment prendre des notes en cours de maths »; « comment aborder un problème de maths » (fiches rédigées par A. Geninet), *Phosphore*, novembre 1994.
* « Les nombres » ; *Science et Vie Junior ;* oct. 1996.
* « La nouvelle monnaie de l'Europ : l'euro », *Images DOC,* n° 119 novembre 1998.
* « Fractions, tout un monde ! » ; *Sciences et vie junior* ; 81-87 ; mai 1999.
* *Cosinus* ; n° 1, 2, 3 et 4, novembre 1999 à mars 2000, éditions Faton.

<u>OUVRAGES pour adultes ou jeunes adultes sur l'activité ou la culture mathématique :</u>
BAIFANG L. (1995), *Le jeu du bâton chinois*, Seuil.
BOULANGER P. (1984), *La fête des petits matheux*, tomes 1 et 2, Belin.
BRECHT B. (1990), *La vie de Galilée*, L'Arche, Paris.
DELEDICQ A., DELEDICQ J.-C., CASIRO F. (1996), *Jeux &découvertes mathématiques*, ACL éditions.
FOURNIER J.L. (1993), *Arithmétique appliquée et impertinente*, Payot.
FOURREY E. (1920), *Récréations arithmétiques*, Vuibert, Paris.
GARDNER M. (1980), *La magie des paradoxes*, Pour le Science, Belin, Paris.
GARDNER M. (1981), *Math'festival*, Pour la Science, Belin, Paris.
GASQUET- MORE S. (1999), *Plus vite que son nombre (déchiffrer l'information)*, Seuil.
GUEDJ D. (1987), *La Méridienne*, Seghers.
GUEDJ D. (1988), *La Révolution des savants*, Gallimard, Paris.
GUEDJ D. (1996), *L'empire des nombres*, Gallimard, Paris.
GUEDJ D. (1998), *Le théorème du perroquet*, Seuil, Paris.
LUBCZANSKI J. (1985), *Les maths au jour le jour* ; Cédic-Nathan.
Méga casse-tête, Nathan, 1998.
NORDON D. (1997), *La droite amoureuse du cercle*, Autrement, Paris.
SALEM L., TESTARD F., SALEM C. (1990), *Les plus belles formules mathématiques*, InterEditions, Paris.
SHIMONY A. (1998), *Le trou dans le calendrier*, éd. Le Pommier-Fayard.
SMULLYAN R. (1998), *Les énigmes de Shéhérazade (ou comment une malicieuse princesse vient à bout de 200 questions de logique et de mathématiques),* Flammarion, Paris.

<u>DOCUMENTAIRES ET OUVRAGES PARASCOLAIRES :</u>
(Nous n'avons ici rapporté qu'une part infime de l'édition parascolaire).
ALPHANDARI Y. (1999), *A la découverte des hiéroglyphes*, Père Castor Flammarion.
BARUK S. (1992) ; *Dictionnaire de mathématiques élémentaires* ; Seuil.
BREHON N. J. (1998), *Du troc à l'euro,* Castor Poche, Flammarion.

CHAMBLAS J. (1984), *Préparation aux mathématiques- 4 ans,* SERMAP Hatier.
CROZON M. (1992), *Macro-micro, je mesure l'univers*, Seuil petit point.
CUSHMAN J. (1991), *Hasard ou probabilité ?,* Castor poche Flamarion.
DE FOUCHECOUR I. (1989), *1 pouce, 2 pieds, 3 mètres pour découvrir les mesures en révolution*, La cité des Sciences et de l'Industrie.
DEMARS F. (2000), *J'apprends à compter avec Pilon et Lalie - Méthode de calcul pour la maison*, Albin Michel, Paris.
DUFAYET P. (1994), *Maths pour les petits - activités de logique, les premiers nombres - spécial maternelles grande section*, Albin Michel.
ELLENBERGER M. (1993), *La machine à calculer de Blaise Pascal,* Nathan.
GRANDIOL B. (1989), *Un mètre, trois pieds, mille mesures,* Gallimard.
GRANDPIERRE D. (1985) ; *Le calcul mental c'est simple en s'amusant* ; Retz.
GUIDICELLI T. (1997), *Monde, Faits et Chiffres*, Les encyclopoches, Hachette.
HIBON M. (1995), *L'enfant et le nombre d'or,* Association de l'Abbaye de Boscodon, Crots.
JULIEN V. (1999), *Mathématiques et informatique*, Encyclopédie des jeunes, Larousse.
LANG S. (1984), *Serge Lang, des jeunes et des maths (un chercheur rencontre des collégiens)*, Belin, Paris.
* « La science arabe » ; *tdc textes et documents pour la classe* ; n° 686, décembre 1994, CNDP.
LEON R., RODRIGUEZ A. (1997) ; *Les cahiers complices* (20 activités parent-enfant en français et en mathématiques, CE2 8-9 ans) ; Hachette.
* *Les tables de multiplication et d'addition* ; 1998 ; Infopoche ; Nathan.
* *Le système métrique - la révolution des mesures ; tdc textes et documents pour la classe* ; n° 781, 1999, CNDP
LEWIS J. (1982), *La calculatrice de poche*, Hachette.
MEGRIER D. (1999) ; *En scène les mathématiques* ; Retz.
* « Mesurer » ; *tdc textes et documents pour la classe* ; n° 415, 28 mai 1986, CNDP.
* *Multiplications magiques* (7-8 ans ; encre invisible, gratte et la solution apparaît !) ; éditions Piccolia, Belgique (1998).
PEZENNEC J. (1997), *Les nombres, math un peu ma planète,* Gallimard.
PINCE R. (1998), *Copain des Sciences (le guide des scientifiques en herbe)*, Milan.
RIVAIS Y. (1996) ; *Diable !* (Progresser en Mathématiques 9-11 ans) ; Retz.
* « 7 x 2^{3936} lapins » ; *BT bibliothèque de travail,* n° 722, mars 1971.
VERDIER N. (1998), *A quoi servent les mathématiques ?*, Milan.
VERDIER N. (1999), *Le dico des sciences*, Milan.
VIGOUROUX J. (1998), *Une aventure mathématique, le théorème de Fermat*, BT, Publications de l'Ecole Moderne Française.
WEINICH A. (1996), *Jouer à compter en chinois*, Retz.

LOGICIELS EDUCATIFS :

* A NOUS LES NOMBRES (1et 2)
Suzy Gairin-Calvo, Joël Briand, Jean-Louis Oyallon, Guy Brousseau
Ensemble de logiciels pour l'aide à l'enseignement du nombre E.M.-C.E.édutil, copyright CAMIF-éditions PROFIL 1992.
* ADIBOU Je lis, je calcule ! (4-5 ans) CUC COKTEL.

CASSETTES VIDEO pour enfants :

* *Aime comme Math* - Arithmétique, Algèbre (Guedj D.), 1994, CNDP, France 3, Hatier.

CASSETTES AUDIO pour enfants :

* *Nacer Khémir raconte l'histoire du champs des génies*, éd. Didakhé.

<u>JEUX EDUCATIFS</u> :

* *Les dés du géant,* selectionné par Eveil &Jeux.

* *MATH SPIN,* Geospace International 1999.

* *Les multiplications de CARTATOTO,* Médaille d'or du concours LEPINE 1996.

* *Multiplication* tables de 8 et 9 (60 cartes), Gram'pop ; Euro dila 1999.

* Le kit *Calculus* ou l'arithmétique ludique (bâtons de Neper, abaque à jetons, réglettes de Genaille), Greco informatique, Talence. Matériel conçu et réalisé en lien avec l'exposition *Homo calculus,* par M. MOUYSSINAT et l'exposition *Mille et un chiffres,* Cap Sciences, à Bordeaux, comité scientifique du projet animé par F. DRESS, Université de Bordeaux 1 (du 20 novembre 1996 au 6 avril 1997).

<u>CASSETTES AUDIO</u> :

* *Apprendre à multiplier en chantant,* Chanteclerc.

* *Les tables en chantant,* Jimi Edelway.

* *Les tables de multiplication en chansons,* Ades 1995, MPO, le petit Menestrel, Jean Marc Dufour

* *Les tables de multiplication en musique* (grand prix SACEM de la chanson pour enfants), H. Cristiani, Musidisc distribution service (un livre-une cassette) Nathan.

***

Présentation de quelques albums

***Les oeufs mystérieux* (Luisa Ducla Soares et Manuela Barcelar ; éditions Zarafa 1994) :**
Cinq animaux organisent une fête et préparent un gâteau pantagruélique. Celui-ci se compose d'« une couche de maïs pour le poulet , une couche de poisson pour le crocodile, une couche de fruits des bois pour le perroquet, une couche de souris pour le serpent et pour couronner le tout, sept breloques, un marteau et vingt clous pour l'autruche ». Le numérique renforce l'humour du texte et structure le graphisme coloré de l'illustration (un immense et hétéroclite édifice à plusieurs étages). La situation encourage donc le jeune lecteur à dénombrer. Les cardinaux des collections sont adaptés à son domaine de maîtrise : 14 poissons, 9 ou 11 fruits (selon que l'on compte les cerises ou les grappes), 7 souris, 7 breloques, un marteau (les 73 grains de maïs sont plus difficiles à nombrer) et malheureusement ... 21 clous !

***Compter comme les Romains* (Arthur Geisert ; Circonflexe 1996) :**
Cet un album à compter rend vie aux chiffres romains. L'image est fidèle au texte : les pages contiennent effectivement L, C, D et même M petits cochons éparpillés. Mais sans aménagement, l'illustration devient une représentation sémantique inerte. Un feuillet tansparent serait le bien venu, il permettrait un marquage au feutre effaçable qui n'abîmerait pas le livre, mais rendrait possible les essais, les tentatives d'organisation (par groupements) et permettrait de les renouveler, de les améliorer (au fur et à mesure que le cardinal de la collection impose des contraintes des plus en plus fortes et que les connaissances de l'enfant évoluent).

***Cache-cache cochons* (Arlene Dubanevich ; Ecole des loisirs 1984) :**
Bien qu'il n'explicite aucune activité de dénombrement, la situation invite avec humour à s'y liver. Il s'agit en effet de suivre une immense partie de cache-cache dans laquelle la multitude s'affiche avec fantaisie (jusqu'à 67 cochons sur une page). L'illustrateur joue sur les ambiguités de représentations[2], ce qui augmente les possibles (ou les occasions de remettre en

[2] Par exemple un cochon se cache derrière un portrait, lequel représente trois cochons qui s'animent durant le jeu comme les personnages de l'histoire.

question ses décisions concernant le « découpage » de la collection à nombrer). Remarquons qu'en l'absence de consigne fermée, la richesse d'un milieu est beaucoup moins troublante : la prise de conscience des ambiguités traduit en elle-même une évolution des conceptions.

Chiffres en friches **(Agnès Rosenstiehl ; Larousse 1979) :**
Cet album se distingue des classiques abécédaires numériques :

- chiffres et nombres sont bien différenciés (sans que cela soit explicité comme un savoir), plusieurs écritures sont proposés[3] ;
- l'ouvrage couvre un champ numérique large[4] ;
- c'est la dimension culturelle des nombres qui est visée[5] .

Un long inventaire en fin d'ouvrage (classé selon les nombres) permet d'expliciter les choix de l'auteur- illustratrice[6] . Nous identifions dans cette liste plusieurs sources :

- la nature [7] : les 6 pattes de la fourmi, les 7 folioles d'une feuille de marronnier ;
- des modèles culturels et symboliques pour décrypter et simplifier les lois physiques : les 7 jours d'une semaine ; les 7 degrés de notre gamme musicale, les 7 couleurs de l'arc en ciel ;
- des aménagements pratiques pour une organisation sociale : le système décimal ou la douzaine de draps d'un trousseau ;
- des symboles et des emblèmes qui utilisent la familiarité numérique (les 12 travaux d'Hercule) ou au contraire son étrangeté devenue mystique ou mythique (les 7 péchés capitaux, les 7 filles de l'Ogre, etc.)[8] .

Les dernières illustrations ne pouvaient présenter directement des collections à grands cardinaux. Des artifices graphiques conservent le sens : un million de points forment une masse uniforme, mais une loupe (dessinée) permet d'en entrevoir quelques uns ; la dernière page représente l'immensité d'un ciel étoilé (mais les étoiles sont de taille inégale et ne se laissent pas facilement pointer), une plage aux innombrables grains de sable et l'océan, univers liquide et continu (coloration uniforme) ; l'écriture du nombre remplit l'espace de la page (1 000 000

---

[3] Chiffres « universels » (les chiffres arabes usuels), romains, arabes moderne et chinois.

[4] Les entiers compris entre 0 et 13, puis quelques représentants de classes organisées selon un repérage linguistique : cent, mille, million et enfin selon la taille de l'écriture (10^{24} écrit sans utiliser d'exposant).

[5] Les illustrations mêlent plusieurs collections équipotentes d'objets ou des symboles de collections (7 chemises brodées avec les initiales des jours de la semaine), mais le dénombrement n'est pas fonctionnalisé, c'est plutôt le répertoire culturel qui permet la reconnaissance du nombre choisi (la reconnaissance de la suite des jours induit le nombre 7).

[6] Par exemple pour « neuf : les neuf mois de développement de l'embryon humain ; les neuf planètes du système solaire ; les neuf muses pour inspirer les artistes : Clio, thalie, Erato, Euterpe, Polymnie, Calliope, Terpsichore, Uranie, Melpomène ».

[7] La culture platonicienne apprécie les manifestations de la beauté mathématique dans la spirale d'un coquillage ou la symétrie d'un flocon de neige (ces deux motifs rencontrent un grand succès dans les ouvrages de vulgarisation pour adultes).

[8] Le *Petit dictionnaire des chiffres en toutes lettres* (livre pour adultes) collecte sur le mode littéraire les expressions de la langue française qui contiennent des nombres qui « n'ont pas leur valeur arithmétique ». Nous avons consulté les pages qui concernent le nombre 7 (p 140 à 144) et regroupées la plupart de ces expressions en deux listes, selon qu'elle présentent ou non une dimension temporelle :

- les premières symbolisent la longévité (avoir 7 vies, jusqu'à la 7ème génération), les périodes de la vie humaine (l'âge de raison, de 7 à 77 ans), une certaine durée (7 ans de malheur quand on casse un miroir, répéter 7 fois une ritournelle sans respirer pour enlever un hoquet, tourner 7 fois sa langue dans sa bouche avant de parler ; avec quelques variantes littéraires qui conservent les multiples de 7 : « sept et sept fois » ; « sept fois, quatorze fois, vingt et une fois ») ;
- les secondes expriment des sentiments universels chantés, contés, prêchés, colportés comme le ravissement ou l'effroi (le 7ème ciel, les 7 péchés capitaux, les 7 merveilles du monde, le 7ème art, le trophée des 7 d'or, les bottes de 7 lieues qui permettent de se déplacer presque en dehors du temps).

L'abondance de ses expressions pourrait révéler une réaction culturelle qui consisterait à « faire vivre » un nombre aux propriétés mal connues (7 est le plus petit nombre premier non familier).

000 000 000 000 000 000), l'intensité de l'encre avec laquelle il est imprimé décroît (l'écriture s'estompe comme pour laisser place à l'infinitude). La page de garde est un dernier clin d'oeil culturel (approprié) : « sans fin ».

***1, 2, 3 ... Bébés* (Lionel Le Néouanic ; Seuil 1997) :**

Conforme à la tradition, chaque page du livre illustre une quantité numérique (nombres de 1 à 10). Mais ici, le dénombrement et les opérations élémentaires (ajouts, retraits d'éléments d'une collection) sont motivés par le jeu du caché - retrouvé. Une animation matérielle (tirettes de carton, volets à soulever, etc.) les fonctionnalise : l'enfant ou l'adulte peut moduler dans le temps et l'espace la découverte successive des éléments de chaque collection. Le milieu détermine donc une partition (chaque sous ensemble étant de cardinal inférieur ou égal à 6, le plus souvent inférieur ou égal à 3).

Page 1 : La manipulation de la queue de la baleine actionne l'apparition de son baleinau (1).

Page 2 : Un éléphant abrite un petit entre ses pattes, un second éléphanteau se cache derrière un buisson (1 + 1). Page 4 : Un petit toucan se niche sous l'aile de son parent, les trois autres dans le creux d'un arbre (1 + 3). Les pages suivantes masquent ou découvrent 1 + 1 + 3 lionceaux ; 1 + 1 + 2 + 2 crocodiles ; 1 + 3 + 3 castors ; 2 + 3 + 3 marcassins ; 1 + 2 + 2 + 4 souriceaux et enfin 1 + 1 + 1 + 1 + 6 poussins. Nous avons trouvé dommage que la décomposition du plus grand nombre soit aussi la plus pauvre du point de vue de la situation (une succession d'unités et le plus important cardinal des sous collections) ; 1 + 2 + 3 + 4 nous aurait semblé plus adapté à l'âge du lecteur et plus riche en variations.

***Un tas de petites choses* (Momoaki Tomita ; Circonflexe 1990) :**

Ce « catalogue d'objets hétéroclites du monde contemporain » rend hommage aux collectionneurs de petites trouvailles. Le texte se fait très discrêt, le dessin (réaliste et minutieux) est entièrement au service des objets et par là même ouvre une voie pour la conceptualisation du groupement. Tantôt trop petits pour être pointés (grains de riz), tantôt trop dissemblables pour être conçus comme des unités (insectes), toutes les planches n'appellent pas le numérique, certaines incitent plutôt à l'inventaire qui différencie. Mais toujours, plusieurs modes de partitions se dégagent (spatial, sémantique, lexical, d'usage ...). L'album invite le collectionneur à la collecte de menus objets courants (éléments déplaçables propices au recensement et au dénombrement).

***Va t'en grand monstre vert !* (E. Emberley ; Ecole des Loisirs 1996) :**

Cette histoire non numérique met en scène (par un jeu de pochoirs découpés) une petite suite ordonnée, qui se parcourt dans les deux sens. L'enfant peut, au gré de son bon vouloir, faire apparaître le grand monstre vert : d'abord deux yeux, puis le nez, la bouche, les oreilles et les cheveux ou le faire progressivement disparaître : les cheveux, les oreilles, la bouche, le nez et enfin les yeux.

***Maman !* (Mario Ramos ; Ecole des loisirs 1999) :**

L'histoire est simple : un petit enfant ouvre une à une les portes du couloir de son habitation. Dans chacune des pièces familières, il surprend des animaux insolites (dans la chambre : un énorme hippopotame ; dans les toilettes : deux lions ; sur le lit des parents : 3 girafes font des galipettes, etc.). A chaque page, il cherche sa mère et l'appelle au secours : maman ! C'est seulement à la dernière page, que la courte et hermétique rengaine se modifie : « Maman ! Il y a une araignée dans ma chambre ». La chute inattendue incite le lecteur à parcourir à nouveau les illustrations (Mais où donc a-t-il vu une araignée ? Elle existe effectivement, mais passe inaperçue à la première lecture).

Le deuxième regard est plus aiguisé, il se libère peu à peu de la sémantique et du supens pour se concentrer sur la progression numérique qui n'était pas perceptible durant les premières pages. Qui aurait en effet l'idée de compter « les » hippopotames dans la chambre, alors qu'il n'y en a qu'un, ou même les lions si grotesques dans ce contexte ? Plusieurs visites sont nécessaires pour découvrir que les illustrations renferment également toutes sortes de symboles numéraux.

La fantasque ménagerie n'enlève rien à aux fonctions de l'écriture chiffrée, qui n'est pas artificiellement plaquée dans l'histoire : Textes imprimés sur un livre ; faces de cubes pouvant être agencés de différentes façons au même titre que des lettres (bien que 10 apparaisse sur une des faces) ; numéro pour identifier une voiture de course (l'ordre d'arrivée ne correspondra éventuellement pas à cette étiquette) ; logo sur un flacon de parfumerie ; graduation sur le cadran de la pendule ; information pour quantifier (ici sur le couvercle d'une boîte de puzzle) ou pour repérer (la plaque sur la porte d'entrée signale le numéro de rue). L'exploration de la vie quotidienne est finement suggérée, pour retrouver ou compléter cet inventaire.

L'auteur a même tiré parti de l'espace (souvent inutile) des pages de garde, qui sont en effet couvertes de colonnes de nombres bien serrés et réguliers, aux chiffres sobres (de 1 à 1 540 pour la première couverture et de 1 541 à 2 970 pour la seconde) : une invitation discrète au plaisir de l'itération et au vertige des grands nombres.

L'ensemble constitue un milieu très organisé, riche de potentialités et propice aux découvertes en solitaire ou partagées.

Annexe 8-4
Première séance d'appui avec Noëlle 05 03 97 (extrait et résumé)

Madame Pujol arrive 40 minutes en avance, elle n'est plus sûre de l'heure, elle et sa fille vont faire un tour et reviennent à l'heure dite. Malgré ce qui était annoncé, la séparation semble difficile, Noëlle regarde sa mère d'un air perdu. L'intervenant propose à Noëlle de "garder sa maman". Noëlle acquiesce. Madame Pujol assiste donc à toute la séance. Elle est assise presque en face de sa fille (elle propose de se mettre à l'écart et l'intervenant insiste pour qu'elle s'installe à la même table, pour que sa présence soit effective, officielle et assumée). Pour détendre la tension de l'attente, l'intervenant ouvre une boîte de jetons et demande de choisir deux couleurs. Noëlle émet un petit rire en regardant sa mère.
... [activités avec matériel puis questions en relation avec les pratiques scolaires]
Noëlle effectue une addition qu'elle s'est choisie : 1248 + 356 (résultat juste).
L'intervenant observe que Noëlle produit les résultats intermédiaires (8+6 et 5+4) sur une durée relativement longue et qu'elle suit très discrètement des yeux ses doigts, qui restent parfaitement immobiles. Il l'interroge sur ses procédures, en proposant un éventail de modalités (il fournit délibéremment une évocation verbale en dernier).
I : *Je vais te donner des exemples de ce que font certains de mes élèves, tu me diras si tu fais pareil ou si c'est autre chose; [...] Certains autres se disent « huit plus six » et ils entendent leur voix qui dit « neuf, dix, onze, douze, treize, quatorze ».*
N. (ton convaincu): *Moi c'est comme ça que je fais.*
I : *Toi, tu te dis les nombres comme ça ? Et comment tu sais que tu as ajouté six ? Quand il faut ajouter 2 ou 3, c'est plutôt facile, mais six, c'est grand, on risque de se mélanger ...*
Est-ce la maîtresse accepte que l'on compte avec ses doigts ? Est-ce-que dans ta classe, il y en a qui le font ?
N. : *Oui. Moi je les bouge pas, pour pas que ça se voit.*
L'intervenant pose d'autres questions pour savoir comment les trois enseignants réagissent à ce propos et évaluer les conséquences pour un élève qui ne se cacherait pas pour se servir de ses doigts. Mais Noëlle ne répond pas directement, elle en profite pour exprimer ses préférences ou ses griefs envers tel ou tel. Il semble que la position officielle dépende des personnes. Noëlle précise uniquement qu'un des enseignants « accepte que les élèves en difficulté s'aident de leurs doigts ».
I : *Tu ne montres pas tes doigts parce que ça t'attirerait des ennuis ou parce que tu ne veux pas qu'on le sache ?*
N : *Je ne veux pas qu'on le sache.*
I : *Tu aimerais savoir compter autrement dans ta tête ?*
N : *Oui.*
I : *Eh bien voilà une idée ! On va y réfléchir toutes les deux à cette idée-là. On cherchera comment tu peux faire autrement. Tu connais des gens qui ne comptent pas sur leurs doigts ?*
N : *Maman !*
I (s'adressant à la mère de Noëlle) : *Vous ne comptez jamais sur vos doigts ? C'est vrai ?*
Madame Pujol (surprise d'être sollicitée) *: Heu ... des fois ça m'arrive, mais je me débrouille souvent autrement, ça dépend des chiffres* (le ton est détendu).
I (s'adressant à Noëlle) : *Tu le savais Noëlle que des fois ta maman se sert de ses doigts pour compter ?*(sur le ton de rétablir une pratique courante et acceptable).
I : *Non. Mais papa, il ne le fait jamais !*
Madame Pujol (ton marqué) : *Ca, c'est sûr !*
I : *Et dans ta classe, tu en connais des élèves qui ne comptent pas sur les doigts ?*
N : *Oui, il y en a.*

I : *Du moins ça ne se voit pas... Et ceux qui comptent sur leurs doigts sans le cacher, ce sont tous des élèves qui ont des difficultés ?*
N : *Non, pas tous.*
L'intervenant récapitule les différents cas pour détacher la pratique des doigts du statut d'élève en difficulté. Puis demande à Noëlle de lui montrer explicitement son comptage sur les doigts sur une opération précédemment effectuée par écrit (37 - 11 ; Noëlle avait répondu 28, l'intervenant n'avait pas encore commenté ce résultat).
I : *Pour une fois, Noëlle, est-ce-que tu veux bien me montrer comment tu comptes avec les doigts ? Pour que je comprenne bien comment tu fais pour calculer de tête ? Ce 7 moins 1, là, comment tu fais avec les doigts ? Montre-moi !*
Noëlle ouvre sa main gauche (le geste est franc et assumé) et lève deux doigts à droite.
I : *Tu fais toujours sept comme ça ou des fois tu places tes doigts autrement ?*
N : *Oui, c'est mon habitude, je mets toujours cinq là* (à gauche), *mais des fois, je fais aussi quatre et trois* (elle montre avec les doigts).
I : *Et ensuite, qu'est-ce-que tu fais ?*
N : *J'enlève le un* (sans effectuer de geste).
I : *Montre-moi avec les doigts.*
Noëlle esquisse le mouvement et devient soudain très rouge. Elle se cache la figure derrière les mains. Son émotion est vive. Elle marque un recul en s'éloignant de la table. Sa mère semble autant émue par cette réaction. Sans élever la voix, elle dit à sa fille que ce n'est pas grave de se tromper. L'intervenant marque l'événement comme un incident, une bévue sans conséquence qui n'a pas d'autre signification pour lui : il regarde Noëlle et tous les deux pouffent de rire quelques instants.
N (qui reprend contenance) : *J'ai fait « plus » !*
I : *Ca t'arrive souvent de faire « plus » au lieu de « moins » comme ça ?*
N (sérieuse et posée) : *Non.*
I : *Alors c'est un petit incident, ça. Tu connais encore d'autres opérations ?*
Sans parler, Noëlle trace le cadre d'une multiplication "per gelosia" (304 x 541). Pendant qu'elle prépare le quadrillage, l'intervenant lui demande si dans l'autre école elle avait eu le temps d'apprendre les multiplications.
I : *Oui, mais on ne les faisait pas comme ça. On faisait par exemple 12* x *12 (*elle pose la multiplication traditionnelle, rapidement, sans l'effectuer*) mais la maîtresse, elle a dit « au tableau, je ne veux pas ça ! »* (le ton est vif, contextualisé, tout en parlant elle barre la multiplication d'une grande croix). Noëlle effectue la multiplication per gelosia en commençant par les produits les plus simples : 4 x 1, 3 x 1, 3 x 5, 4 x 5, 0 x 1, 0 x 5, 0 x 4 et butte sur 4 x 4. Très rapidement, elle se crispe. Tendue, elle répète à mi-voix *« 4 fois 4 ... 12 ??? »*.
L'intervenant abrège ce trouble et lui donne la réponse, à mi-voix également, sans ajouter de commentaire. Soulagée, Noëlle poursuit, mais accroche à nouveau sur 4 x 3. L'intervenant répond sur le même ton complice (ils sont tous deux courbées sur la feuille).
I : *12. C'est là le 12. C'est 4 fois 3.*
Noëlle hésite pour lire tout haut le résultat.
N : *Seize mille quatre cents ... non ...*
L'intervenant propose d'écrire le résultat à côté du tableau, sur une même ligne. Noëlle le fait correctement, mais ne réussit pas pour autant à le lire.
N : *On n'a pas encore appris à lire les chiffres à six nombres*[1].
L'intervenant lit le nombre (164 464), atteste que l'opération est correctement effectuée et déclare la séance terminée.

[1] Exact : les nombres sont étudiés dans sa classe jusqu'à 10 000.

Comme il était prévu (45 minutes avec Noëlle, 15 minutes de discussion), il s'entretient avec madame Pujol. Dès que les adultes commencent leur discussion, Noëlle se lève de sa chaise. Elle explore les lieux : observe le hamster qui dort dans sa cage, tripote le piano, demande une poubelle pour son chewing-gum. Elle est détendue et fait même remarquer en riant qu'il y a deux pianos dans la pièce.
Madame Pujol : *On peut quand même faire des conclusions assez flagrantes : elle a un manque certain de confiance en elle ! Elle vérifie, elle recompte toujours ...*
L'intervenant explique que vérifier est très précieux en mathématiques, que ça fait partie intégrante du travail scientifique et que ce n'est pas en soi un signe d'hésitation. Il donne l'exemple de certains grands élèves de première ou de terminale, qui réussissaient sans difficulté dans les classes inférieures, et découvrent bien tard qu'il est souhaitable de contrôler au fur et à mesure leurs calculs. Il précise qu'une vérification mathématique n'est pas une simple relecture, mais un questionnement logique, une autre méthode de résolution, un ordre différent d'exécution.
I : *Par exemple, vous le savez bien, les commerçants recomptent les longues additions dans un sens, puis dans l'autre sens, pour avoir plus de chance de repérer les erreurs éventuelles.*
Madame Pujol écoute attentivement, elle semble convaincue. Mais elle reprend presque immédiatement : *On voit quand même des lacunes. Elle est en difficulté, elle n'a pas de sûreté. Elle a énormément manipulé à [école 1]. Elle est habituée à ça, elle se sert de ses doigts. Je trouve qu'on devrait laisser aux enfants le choix de leurs méthodes.*
L'intervenant évoque les automatismes, qui sont efficaces dans la mesure où ils nous sont familiers, l'aisance que procure une méthode connue. Il parle des connaissances premières qui font obstacles aux connaissances plus élaborée et qui deviennent pourtant indispensables pour résoudre d'autres types de problèmes, plus complexes. Il donne raison à un enseignement qui prend en charge cette dialectique pour faire progresser les élèves. De nouveau, madame Pujol acquiesce avec conviction. Elle paraît découvrir, sous de nouveaux aspects, des affirmations qu'elle a entendues et répétées. Elle donne à l'intervenant l'impression d'engranger de nouveaux arguments pour de prochaines discussions. Après un temps d'arrêt, elle demande (plutôt militante qu'agressive) : *Est-ce-que vous ne trouvez pas qu'il y a un âge pour se mettre en tête les chiffres, les multiplications et les divisions ? Que ce n'est qu'à un certain âge qu'il y a préconscience du chiffre ? Vous ne trouvez pas qu'on va trop vite ? L'enseignement n'a pas changé, moi j'ai appris les mathématiques de la même manière, dans le même genre d'école ! Mais si on positionnait les chiffres plus avec son corps ... et les nommer après ... En éducation nouvelle, ils mettent le doigt sur la multiplication en fin de CE2, début CM1 et la soustraction aussi. Ils apprennent la soustraction après la multiplication, car elle est plus difficile. Je suis restée en contact avec des parents qui ont leurs enfants dans la même classe que Noëlle. Ils l'ont appris bien après. Bien sûr, je ne peux pas certifier cette méthode totalement, car elle est partie avant la fin ... Moi, j'étais en difficulté en mathématiques et c'est vrai que ça ne m'a pas empêchée de réussir ma vie professionnelle. Les tables de multiplication, c'était épouvantable de les faire rentrer !*
L'intervenant modère l'importance à accorder aux différences entre établissements scolaires et entre méthodes pédagogiques, lorsqu'il s'agit d'apprécier les progrès scolaire d'un élève. Il rappelle que les exigences évoluent avec l'avancement dans le curriculum. Madame Pujol reconnaît que l'école 1 lui avait déjà signalé des difficultés de Noëlle en mathématiques. L'intervenant manifeste que le temps prévu est largement dépassé (de 20 minutes). Madame Pujol le remercie et conclue : *On n'a pas de point de repère, nous, parents. On n'a qu'une élève ... enfin ... une élève !!! ...On n'a qu'une enfant. Alors pour faire des synthèse et des comparaisons, ce n'est pas facile.*
I : *Ce n'est peut-être pas toujours souhaitable non plus !*
Madame Pujol : *Oui !* (avec un grand sourire) *Vous avez raison !*

2ème séance d'appui (extrait) : 13 03 97

I : *Alors, regarde ce qu'on va faire. Je vais prendre mon papier et on va demander* (I sort d'une boîte une petite girafe en plastique) *à la girafe de nous aider à repérer ce que tu sais par coeur, sans les doigts, en allant très vite. D'accord ?*

Parce que là, moi, j'ai vu plusieurs choses. J'ai vu :

quand je te dis 22, tout de suite tu me dis 1 ; ça tu l'as dit tout de suite,

quand je te dis 10, tu as calculé un petit moment de tête et tu as trouvé 13,

et quand je t'ai dit 6, alors là, c'était la grosse question compliquée[2]. *Pour moi aussi c'était compliqué, tu sais ? Moi j'aurais pris un papier pour le faire. Il y a des questions comme ça qui demandent plus de temps pour les faire* (Noëlle marque par son attitude qu'elle trouve le temps long, elle se replie).

Alors la girafe, on va lui demander de nous aider à trouver ce que tu sais par coeur. Moi je vais demander plein de petites sommes comme ça. (I cherche le regard de Noëlle). *Pas avec 23, hein ! ! ?* (tout petit sourire de Noëlle) *Et puis la girafe, tu la fais bouger quand tu sais par coeur, d'accord, Tu veux bien ?*

Alors par exemple, ... si je dis ... (ton improbable) *9 plus 7 ? Tu sais par coeur ça ?*

(Noëlle hésite sur l'interprétation de cette question, elle regarde I, comprend qu'il lui fait une blague et sourit plus franchement en faisant non de la tête).

I : *Alors la girafe ne me dit rien ! Et si je dis : 2 plus 1 ?*

(Noëlle saisit la girafe avec un sourire)

I : *Ah ! Tu sais par coeur ! Ca fait quoi ?*

N : *3.*

I : *Ca, tu sais par coeur. Et si je dis : 5 plus 1 ? Oh là, tu sais ! C'est quoi ?*

N : *6.*

I : *6. Et si je dis : 6 plus 8 ?*

N : *...?*

I : *Ah là, tu ne sais pas par coeur ! Et si je dis : 10 plus 3 ?*

N (après un temps) : *13.*

I : *Ah ! 13. Et si je dis : 3 plus 2 ?*

(Un temps de calcul relativement long se passe, la girafe reste en suspend, I la regarde avec une mimique dubitative, mais enjouée)

N : *5.*

I : *Celui-là n'est pas loin, il faut aller le chercher, mais il n'est pas loin ! 2 plus 2 ?*

N (d'emblée et assurée) : *4.*

I : *Ah, celui-là : très bien ! 4 plus 10 ?*

N : ......

I : *Oh, il est loin celui-là !*

N : *14.*

I : *14. Comment tu fais ?*

N (tête basse, voix imperceptible) : *Je compte dans ma tête.*

I : *Tu dis quoi ? Tu fais 11, 12, 13, 14 ? Tu les dis tous ?*

N : *Oui.*

I : *Alors là, ce n'est pas par coeur ! Tu le calcules mentalement, mais ce n'est pas par coeur. Faut pas faire bouger la girafe ! 1 plus 2 ?*

---

[2] Il s'agissait à différents moments de la première partie de la séance de :

compléter 22 pour obtenir 23

compléter 6 pour obtenir 23

répondre à la question 10 plus 3 (pour laquelle Noëlle a « récité » mentalement la suite 11, 12, 13).

N : *3.*
I : *Celui-là tu sais ! 27 plus 58 ?*
N : ... *???*
I (en riant) : *Ho !!!* (rires de Noëlle) *Oh non, là ça ne va pas hein ? 2 plus 4 ?*
N : ...
I : *Ah ?... non .*
N : *2 plus 4 ?* (I hoche la tête)
N : ... *6.*
I : *Oui. Mais là, ... ce n'est pas par coeur ! Il faut un petit temps. Avec un peu de temps tu y arrives, mais c'est pas du par coeur. 6 plus 2 ?*
N : ... *8.*
I : *6 plus 8 ?*
N : ...
I : *Pas par coeur. 3 plus 2 ?*
N : *5.*
I : *5 plus 3 ?*
N : ...
I : *Tu ne sais pas par coeur non plus.*
N (frappe la girafe avec énergie sur la table) : *8 !*
I (avec un sourire) : *Tu le calcules là ! 7 plus 2 ?*
N : ... *n ... neuf !*
I (amusé) : *Tu le calcules aussi !*

Annexe 8-5
Une coopération didactique avec madame Pujol

Depuis quelques séances, l'intervenant propose diverses situations qui mettent en jeu le classement des nombres décimaux. Les connaissances de Noëlle devient plus sûres et mieux contrôlables pour elle. Fin mai 1999, afin de réinvestir les découvertes de fin de séance et de mettre en scène la dévolution du dépassement de ses premières conceptions fausses[1] en utilisant les savoirs de la numération, l'intervenant suggère un exercice à faire à la maison. Il s'agit pour Noëlle, comme elle l'a déjà fait en séance, de choisir des nombres décimaux, de les inscrire chacun sur une petite feuille de papier, de tenter un classement en déplaçant ces feuilles, puis après vérification, de coller définitivement sa réponse dans son cahier.
Mais la séance suivante, ce travail n'est pas effectué. L'intervenant profite de la présence de madame Pujol pour le faire remarquer. Cette dernière marque de l'étonnement, elle ne semble pas avoir été tenue au courant[2] de ce devoir. Immédiatement elle pose des questions : « Elle avait quelque chose à faire sur les décimaux ? Qu'est ce que je peux faire pour aider ...? ».
Devant cette réaction, l'intervenant décide de s'assurer de sa coopération (transmission de comportement). Au cours de la semaine, madame Pujol appelle au téléphone pour décommander la séance prévue et la reporter plus tard[3], mais elle réaffirme encore sa volonté d'intervenir pour « aider » Noëlle. L'intervenant réitère également sa demande de coopération.

La consigne pour l'accompagnateur est ainsi formulée : « Vous écrivez des nombres décimaux sur de petits papiers isolés (des nombres avec une virgule et quelques entiers sans virgule) ; Noëlle doit les ranger dans l'ordre et les coller ; « Ne regardez pas ce qu'elle fait, j'ai besoin de savoir où elle en est et pour vous ce sera très difficile de ne pas intervenir et même de ne pas laisser transparaître votre appréciation, c'est pourquoi je vous demande de ne pas regarder ».
L'intervenant prévoit donc une situation d'accompagnement qui implique les connaissances mathématiques de l'accompagnateur(détermination du milieu), mais dédidactifie sa conduite.Le rôle de madame Pujol est canalisé vers l'accompagnement des efforts, l'encouragement à remplir ses engagements, la « banalisation » du réinvestissement des connaissances à la maison. Sa coopération est demandée pour marquer les exigences didactique et initier le travail.
Les ambiguités de la consigne sont volontaires, pour ne pas heurter d'éventuelles conceptions fausses. L'intervenant mise sur une démathématisation involontaire du milieu (si madame Pujol n'est pas en mesure d'anticiper des erreurs, elle ne mathématisera pas ses questions en fonction de critères particuliers qui soulagerait d'autant la tâche de Noëlle. Par contre l'exigence d'introduire des entiers est portée par l'intervenant (toujours dans le but de démathématiser le milieu de Noëlle).
Quinze jours plus tard, Noëlle arrive avec deux réponses (mais les papiers ne sont pas collés, elle porte son cahier avec précaution). Elle révèle qu'elle vient à l'instant de réaliser deux occurrences de la situation demandée ... dans la voiture (le collage n'a pas été possible dans ces conditions, mais bien évidemment sa mère a vu les choix de Noëlle et est intervenue).
A peine installée, Noëlle demande : « Dans 21,30, c'est bien 3 dixièmes ? ».
I : Oui.
N : « C'est bien ce que je croyais ! Parce que ma mère m'a dit 30 dixièmes. Je me doutais que ce n'était pas ça, mais je n'étais pas très sûre quand même ... Bon ! Alors je laisse mon

[1] Un exemple d'ancien classement « selon les dixièmes » : 7,3 < 3,5 < 12,7 < 1,8 < 2 < 4 < 24 < 39.
[2] Intentionnellement, l'intervenant n'avait pas répercuté la demande faite à Noëlle.
[3] Il n'est pas totalement exclu que l'exigence maintenue de ce devoir ait joué un rôle dans ce changement de programme qui différait la confrontation.

classement comme ça ! (Elle fait un geste pour indiquer qu'elle ne déplace pas le dernier papier).
Voici son premier classement (Noëlle choisit toujours préférentiellement l'ordre décroissant) : 26,7 ; 18,6 ; 15,6 ; 21,30.
Puis le deuxième : 3,51 ; 4,40 ; 2,33 ; 2,21.
Elle commente :
« Je n'ai pas tout classé (effectivement 5 papiers sont placé en tas, à l'écart). Le reste, j'ai bien essayé, mais je n'y suis pas arrivé. En fait, j'ai classé par rapport aux dixièmes, mais je n'ai pas regardé les grands nombres. Je ne sais pas lesquels sont plus importants des dixièmes ou des autres ... ».

Ainsi, la mère de Noëlle a déterminé deux milieux :
M1 : 11 ; 15,6 ; 21,30 ; 12 ; 26,7 ; 11,30 ; 13,20 ; 14 ; 18,6.
M 2 : 3,51 ; 4,40 ; 2,21 ; 2,33.
Elle a bien respecté la consigne : des nombres décimaux, avec une virgule et quelques entiers sans virgule.
Nous inférons que ses variables didactiques sont :

- la taille des nombres (entre 2 et 30) ; le champ numérique est très familier (ni nombres inférieurs à 1, ni nombres supérieurs à 100) ; ce « choix » (peut-être involontaire) apparaît plutôt adapté à une situation d'apprentissage (c'est une certaine mathématisation que de réduire le champ à un domaine propice aux contrôles implicites) ;
- le nombre de décimales : 0, 1 ou 2 ; ce choix semble lié aux usages de la vie pratique (notament à la monnaie, toutefois la présence d'écritures ne comprenant qu'une décimale montre que sa conception ne s'y limite pas) ; quatre écritures sur treize présentent des zéros non significatifs, ce qui serait une proportion bien forte pour une intention didactique (il est probable que pour madame Pujol les nombres et les écritures soient confondus).

Nous pensons que la restriction du nombre de décimales et que le seuil de proximité numérique relativement élevé correspondent plus au domaine de familiarité de l'accompagnateur qu'à une intention délibérée de rendre la tâche accessible pour l'élève.
Dans M1, la graduation de repérage semble être de l'ordre de l'unité, les décimales seraient ensuite « ajoutées » à des entiers (11 ; 15 ; 21 ; 12 ; 26 ; 11 ; 13 ; 14 ; 18). Un effort particulier s'est porté sur le « desordre » ; le principal rôle du concepteur est de ne pas fournir la solution dans la question. Il est vraisemblable que cet effort sature les autres contrôles (d'où peut être une restriction à la vingtaine). Le second milieu M2 (dont on peut penser qu'il a bénéficié d'une première expérience) est plus ramassé, comme si l'accompagnateur avait mobilisé une fonction essentielle des décimales : fournir des sous graduations. L'effort consacré au désordre serait tel (amplifié par la nouvelle contrainte) que les entiers (et les chiffres) sont choisis parmi les plus familiers, avec seulement deux décimales, et que le nombre de questions s'est réduit (de 9 à 4). La consigne (mêler avec quelques entiers) n'a plus été tenue.

Noëlle a compris qu'il s'agissait de deux classements indépendants. Mais elle les a aussi conçus a priori comme non compatibles (elle a été très étonnée que l'intervenant propose de classer M1 U M2 et qu'il insiste, même après qu'elle ait expliqué qu'ils étaient bien deux exercices différents). Les intervalles disjoints [2 , 5] et [11 , 30] ne nous semblent pas l'effet du hasard, mais des centrations du concepteur (unités / dizaines). La configuration homogène des écritures (4 chiffres) dans M2 renforce cette dichotomie conceptuelle.

Les nombres que Noëlle n'a « pas su » classer sont :

- les entiers (11, 12, 14),
- le nombre 11,30 (qui a même partie décimale qu'un des nombres déjà classés),

- le nombre 13,20 (qui aurait probablement être classé avec plus de persévérance, ou tout simplement plus de temps !).
Les deux classements correspondent au même « théorème en acte »[4] explicité par Noëlle : classer selon les dixièmes.

Il est probable que la mère ne maîtrise pas bien elle même la structure des décimaux, elle ne perçoit donc pas les obstacles à franchir : parties décimales ou entières identiques (seuls 11 et 11,30 ; 15,6 et 18,6 dans M1 ; 2,21 et 2,33 dans M2). La « simplicité » des milieux, qu'elle produit, traduit probablement plus une prudence personnelle (ne pas s'aventurer dans un domaine non maîtrisé) que de la prudence didactique (ne pas poser des questions trop difficiles).

Voici donc Noëlle devant ses papiers. Elle regarde l'intervenant d'un air interrogateur. Celui-ci s'absorbe dans ses notes et ne dit rien.
N : « ... je ne suis pas sûre ... alors dans l'auto j'ai dessiné les allumettes comme la dernière fois[5] ... »
Noëlle montre la page du cahier : un grand rectangle symbolise la boîte, dedans de multiples traits désordonnés représentent les allumettes. La représentation est très figurative, qualitative et non fonctionnelle. A côté, un autre rectangle plus petit, rempli de points, représente la boîte « des DMCU ».
N : « Là il y a les allumettes et là, les dixièmes, les centièmes et tout ça ... (d'un air gêné) ... je ne les ai pas écrit dans l'ordre ...
I : Si je comprends bien , le C ce sont les centièmes, le D les dixièmes ?
N : Oui, et le M les millièmes.
I : Et le U ?
N : Eh ben, les unités ! Il y en a là et là !
I : Ce dessin-là n'a pas dû beaucoup t'aider pour ranger les nombres ...
N : Bien sûr, je les ai dessinées là ! Mais après, comme on avait fait, pour vérifier. Maman m'a fait une proposition : classer d'abord par les entiers, mais j'ai voulu faire comme ça ... Finalement c'est juste ou pas ? J'aimerais bien le savoir ! ».
Noëlle montre une représentation des quantités sous les nombres classés :
« Pour 26,7 j'ai commencé à dessiner les allumettes (3), mais je me suis dit que ce n'était pas la peine de tout faire ! Alors j'ai écrit 26 et 7 dixièmes ».
De nouveau, l'intervenant fait valider par le matériel quelques comparaisons. Noëlle est prête à se passer de la mise scène ludique, mais elle tire bénéfice d'une rétroaction directe des quantités restantes : elle résoud seule le problème qui se posait à elle à son arrivée : « lesquels sont plus importants, les dixièmes ou les autres ? ». L'ensemble des nombres proposés par la mère de Noëlle est classé (au fur et à mesure que l'assurance se raffermissait, le matériel est délaissé au profit d'autres types de validation : anticipation des gestes, formulation des résultats des manipulations évoquées, calcul de l'écart par soustraction[6]). L'intervenant

[4] G. Vergnaud (1991).
[5] Antécédents pour Noëlle : Pour valider le classement proposé par Noëlle (qui n'a alors formulé aucun critère), l'intervenant a attribué chaque quantité numérique à un petit personnage de plastique, « chargé » d'aller chercher dans la boîtes aux allumettes son dû. Les personnages discutaient ensuite, deux par deux, pour déterminer qui avait reçu plus. Pour les départager, une correspondance terme à terme mettait en évidence les « restes ». Outre les dizaines et les centaines préfabriquées, la boîte contenait des dixièmes d'allumettes. Les centièmes ont été, à chaque manipulation, évoqués oralement et les gestes de préhension ont été mimés. Aucune autre sous unité n'intervenait dans la situation

[6] A cette occasion, en effectuant 14 - 13,20, Noëlle explique spontanément en se corrigeant immédiatement : « Ah, ça je le faisais tout le temps de me tromper quand il y a un zéro ». Résultat initial : 1,20.

introduit d'autres nombres à intercaler : 21,3 ; 21,7 et 26,3. Les questions que posent cette nouvelle consigne relancent la mise à l'épreuve des deux conceptions : l'ancienne, erronée qu'il faut rejeter et la nouvelle, fragile mais pour laquelle Noëlle construit une conviction.
Quelques exercices classiques sur feuille clôturent la séance.
Noëlle reconnait des questions semblables et raconte l'évaluation qui s'est déroulée les jours précédents : « Tiens, justement ! On a eu ça à l'évaluation, et je ne comprenais rien. Benjamin, il était devant moi et il disait tout haut toutes les réponses !! Mais moi, je ne l'écoutais pas : des fois qu'il dise des bêtises ... ! ».

Annexe 9-1

Etude de la complexité d'une procédure-type (ordinogramme)

(à quelques inversions ou variantes près)[1] :

- décomposition canonique du premier nombre (séparer les unités et les dizaines),

$\alpha\, \beta \times \chi \rightarrow \alpha\, 0 \times \chi$ et $\beta \times \chi$ (β et χ sont placés en mémoire temporaire)

- rappel d'une formule du registre

$\alpha \times \chi \rightarrow \delta\varepsilon$ dizaines

- recomposition du résultat (passage de δ du rang des dizaines à celui des centaines, éventuelle complication de la numération orale : pour $\delta = 7$, 8 ou 9)

$\delta\varepsilon 0$ (placé en mémoire temporaire, sans effacer β et χ)

- rappel d'une deuxième formule du registre

$\beta \times \chi \rightarrow \phi\gamma$ unités (éventuellement $\phi = 0$)

- décomposition de $\delta\varepsilon 0$ (rappel de la mémoire temporaire) et $\phi\gamma$

$\delta\varepsilon 0 \rightarrow \delta 00 + \varepsilon 0$

$\phi\gamma \rightarrow \phi 0 + \gamma$ ($\delta 00$ et γ sont placés en mémoire temporaire)

- somme (mobilisation d'un autre répertoire de résultats directs, retenue éventuelle)

$\varepsilon + \phi \rightarrow \eta$ (ou 1η)

- recomposition

$\delta 00 + \eta 0 + \gamma$ (ou $\delta + 1 \rightarrow \iota \rightarrow \iota 00 \rightarrow \iota 00 + \eta 0 + \gamma$)
éventuelle complication de la numération orale : pour $\iota = 7$, 8 ou 9, évitées si le passage se fait à partir de $\delta 00 + 100$)

- réponse : $\delta\eta\gamma$ (ou $\iota\eta\gamma$).

[1] $\alpha\ \beta\ \chi\ \delta\ \varepsilon\ \phi\ \gamma\ \eta\ \iota$ sont des chiffres.

TABLE DES MATIÈRES

Sommaire

Introduction

Chapitre 1
La fonction d'accompagnement didactique

Chapitre 2
Un devoir d'algèbre au collège : des parents « aident » leurs enfants

Chapitre 3
L'écosystème de la transmission des savoirs

Chapitre 4
Les régulations de la transmission des mathématiques

Chapitre 5
Une famille et l'apprentissage des mathématiques

I PRESENTATION DE LA FAMILLE PUJOL

II L'ACCOMPAGNEMENT ORDINAIRE DES APPRENTISSAGES MATHEMATIQUES CHEZ LES PUJOL **208**

Chapitre 9
Les assortiments didactiques

Conclusions générales

Bibliographie

Annexes

Table des figures

***

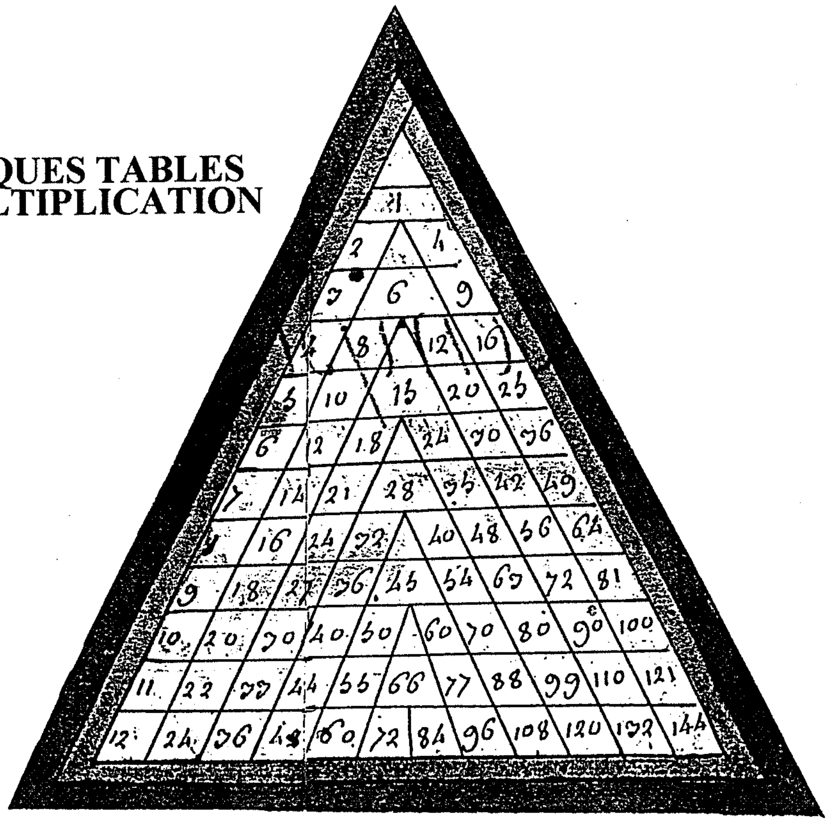
QUELQUES TABLES DE MULTIPLICATION

fin XIX^ème^-début XX^ème^

Les tables imprimées au dos des cahiers

TABLE DE MULTIPLICATION

1 fois 0 fait 0	4 fois 0 font 0	7 fois 0 font 0
1 — 1 — 1	4 — 1 — 4	7 — 1 — 7
1 — 2 — 2	4 — 2 — 8	7 — 2 — 14
1 — 3 — 3	4 — 3 — 12	7 — 3 — 21
1 — 4 — 4	4 — 4 — 16	7 — 4 — 28
1 — 5 — 5	4 — 5 — 20	7 — 5 — 35
1 — 6 — 6	4 — 6 — 24	7 — 6 — 42
1 — 7 — 7	4 — 7 — 28	7 — 7 — 49
1 — 8 — 8	4 — 8 — 32	7 — 8 — 56
1 — 9 — 9	4 — 9 — 36	7 — 9 — 63
2 fois 0 font 0	5 fois 0 font 0	8 fois 0 font 0
2 — 1 — 2	5 — 1 — 5	8 — 1 — 8
2 — 2 — 4	5 — 2 — 10	8 — 2 — 16
2 — 3 — 6	5 — 3 — 15	8 — 3 — 24
2 — 4 — 8	5 — 4 — 20	8 — 4 — 32
2 — 5 — 10	5 — 5 — 25	8 — 5 — 40
2 — 6 — 12	5 — 6 — 30	8 — 6 — 48
2 — 7 — 14	5 — 7 — 35	8 — 7 — 56
2 — 8 — 16	5 — 8 — 40	8 — 8 — 64
2 — 9 — 18	5 — 9 — 45	8 — 9 — 72
3 fois 0 font 0	6 fois 0 font 0	9 fois 0 font 0
3 — 1 — 3	6 — 1 — 6	9 — 1 — 9
3 — 2 — 6	6 — 2 — 12	9 — 2 — 18
3 — 3 — 9	6 — 3 — 18	9 — 3 — 27
3 — 4 — 12	6 — 4 — 24	9 — 4 — 36
3 — 5 — 15	6 — 5 — 30	9 — 5 — 45
3 — 6 — 18	6 — 6 — 36	9 — 6 — 54
3 — 7 — 21	6 — 7 — 42	9 — 7 — 63
3 — 8 — 24	6 — 8 — 48	9 — 8 — 72
3 — 9 — 27	6 — 9 — 54	9 — 9 — 81



Abaque triangulaire (**1793**)

×	3	7	2	9	5	1	10	4	0	8	6
7	21	49	14	63	35	7	70	28	0	56	42
3	9	21	6	27	15	3	30	12	0	24	18
5	15	35	10	45	25	5	50	20	0	40	30
8	24	56	16	72	40	8	80	32	0	64	48
1	3	7	2	9	5	1	10	4	0	8	6
10	30	70	20	90	50	10	100	40	0	80	60
4	12	28	8	36	20	4	40	16	0	32	24
2	6	14	4	18	10	2	20	8	0	16	12
9	27	63	18	81	45	9	90	36	0	72	54
6	18	42	12	54	30	6	60	24	0	48	36

Jacques A., Marchand J. (**1973**) ; *Une année d'activité au C.E.*

INFOPOCHE (Nathan 1997) *Les tables d'addition et de multiplication (Les résultats à connaître, une petite histoire de la numération).*

Table de Pythagore : multiplication

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	**0**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	**1**	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	**4**	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	**9**	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	**16**	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	**25**	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	**36**	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	**49**	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	**64**	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	**81**	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	**100**

Utiliser la table de multiplication
8 × 6 = 6 × 8 = 48
La diagonale de la table (nombres en rouge) indique le résultat de la multiplication du nombre par lui-même.

Les tables de multiplication

× 1

1 × 1 = 1
1 × 2 = 2 × 1 = 2
1 × 3 = 3 × 1 = 3
1 × 4 = 4 × 1 = 4
1 × 5 = 5 × 1 = 5
1 × 6 = 6 × 1 = 6
1 × 7 = 7 × 1 = 7
1 × 8 = 8 × 1 = 8
1 × 9 = 9 × 1 = 9
1 × 10 = 10 × 1 = 10

× 2

2 × 1 = 1 × 2 = 2
2 × 2 = 4
2 × 3 = 3 × 2 = 6
2 × 4 = 4 × 2 = 8
2 × 5 = 5 × 2 = 10
2 × 6 = 6 × 2 = 12
2 × 7 = 7 × 2 = 14
2 × 8 = 8 × 2 = 16
2 × 9 = 9 × 2 = 18
2 × 10 = 10 × 2 = 20

× 7

7 × 1 = 1 × 7 = 7
7 × 2 = 2 × 7 = 14
7 × 3 = 3 × 7 = 21
7 × 4 = 4 × 7 = 28
7 × 5 = 5 × 7 = 35
7 × 6 = 6 × 7 = 42
7 × 7 = 49
7 × 8 = 8 × 7 = 56
7 × 9 = 9 × 7 = 63
7 × 10 = 10 × 7 = 70

× 8

8 × 1 = 1 × 8 = 8
8 × 2 = 2 × 8 = 16
8 × 3 = 3 × 8 = 24
8 × 4 = 4 × 8 = 32
8 × 5 = 5 × 8 = 40
8 × 6 = 6 × 8 = 48
8 × 7 = 7 × 8 = 56
8 × 8 = 64
8 × 9 = 9 × 8 = 72
8 × 10 = 10 × 8 = 80

Les tables de multiplication

× 3

3 × 1 = 1 × 3 = 3
3 × 2 = 2 × 3 = 6
3 × 3 = 9
3 × 4 = 4 × 3 = 12
3 × 5 = 5 × 3 = 15
3 × 6 = 6 × 3 = 18
3 × 7 = 7 × 3 = 21
3 × 8 = 8 × 3 = 24
3 × 9 = 9 × 3 = 27
3 × 10 = 10 × 3 = 30

× 4

4 × 1 = 1 × 4 = 4
4 × 2 = 2 × 4 = 8
4 × 3 = 3 × 4 = 12
4 × 4 = 16
4 × 5 = 5 × 4 = 20
4 × 6 = 6 × 4 = 24
4 × 7 = 7 × 4 = 28
4 × 8 = 8 × 4 = 32
4 × 9 = 9 × 4 = 36
4 × 10 = 10 × 4 = 40

× 9

9 × 1 = 1 × 9 = 9
9 × 2 = 2 × 9 = 18
9 × 3 = 3 × 9 = 27
9 × 4 = 4 × 9 = 36
9 × 5 = 5 × 9 = 45
9 × 6 = 6 × 9 = 54
9 × 7 = 7 × 9 = 63
9 × 8 = 8 × 9 = 72
9 × 9 = 81
9 × 10 = 10 × 9 = 90

× 10

10 × 1 = 1 × 10 = 10
10 × 2 = 2 × 10 = 20
10 × 3 = 3 × 10 = 30
10 × 4 = 4 × 10 = 40
10 × 5 = 5 × 10 = 50
10 × 6 = 6 × 10 = 60
10 × 7 = 7 × 10 = 70
10 × 8 = 8 × 10 = 80
10 × 9 = 9 × 10 = 90
10 × 10 = 100

Les tables de multiplication

× 13

13 × 1 = 1 × 13 = 13
13 × 2 = 2 × 13 = 26
13 × 3 = 3 × 13 = 39
13 × 4 = 4 × 13 = 52
13 × 5 = 5 × 13 = 65
13 × 6 = 6 × 13 = 78
13 × 7 = 7 × 13 = 91
13 × 8 = 8 × 13 = 104
13 × 9 = 9 × 13 = 117
13 × 10 = 10 × 13 = 130

× 14

14 × 1 = 1 × 14 = 14
14 × 2 = 2 × 14 = 28
14 × 3 = 3 × 14 = 42
14 × 4 = 4 × 14 = 56
14 × 5 = 5 × 14 = 70
14 × 6 = 6 × 14 = 84
14 × 7 = 7 × 14 = 98
14 × 8 = 8 × 14 = 112
14 × 9 = 9 × 14 = 126
14 × 10 = 10 × 14 = 140

× 15

15 × 1 = 1 × 15 = 15
15 × 2 = 2 × 15 = 30
15 × 3 = 3 × 15 = 45
15 × 4 = 4 × 15 = 60
15 × 5 = 5 × 15 = 75
15 × 6 = 6 × 15 = 90
15 × 7 = 7 × 15 = 105
15 × 8 = 8 × 15 = 120
15 × 9 = 9 × 15 = 135
15 × 10 = 10 × 15 = 150

× 16

16 × 2 = 2 × 16 = 32
16 × 3 = 3 × 16 = 48
16 × 4 = 4 × 16 = 64
16 × 5 = 5 × 16 = 80
16 × 6 = 6 × 16 = 96
16 × 7 = 7 × 16 = 112
16 × 8 = 8 × 16 = 128
16 × 9 = 9 × 16 = 144

9 782091 815428

The didactical role of cultural and familial environments
in the adjustment of learning mathematics at school

This thesis concerns help received at home while mathematics are learned at school, but above all deals with the indiscriminate organization of the conditions pertaining to that help. The « didactical culture » shared in our society is less and less adapted to the corrections used for adjustment during compulsory education. Indeed, since it identifies individual difficulties and promotes early intervention outside the teaching institution, this culture transforms the « ordinary »hazards of learning into dysfunctions. Some attempts to improve the situation focus on information and communication between school and parents. But what is said is often far removed from what is actually done. « Exercises to do at home » play an important complementary role, in so far as they prolong intellectual activity begun in the classroom, into the home. They bring to the fore divergencies between what is taught, and what is understood, through inadequate results, and suggest all sorts of ways to correct them. Consequently homework is often accused of introducing differences between pupils, and perturbing teacher-pupil relationships. The thesis re-examines this conclusion by looking at other at ways of studying, ways better adapted to the didactical needs of institutions. To facilitate the circulation of the mathematical knowledge that is most often used, society has created cultural instruments. Some, however, have been diverted from their original functions, thus disrupting the didactical balance. The reciting of multiplication tables provides a paradigmatic example, where the didactical transposition does not accompagny the exercise. Metadidactical regressions of this sort have in effect slowly modified an age-old distribution of tasks among institutions, to where an important part of the teaching of sums is no longer didactical. Using the Theory of Didactical Situations, this thesis attempts to clarify these phenomena. It proposes a new concept, Didactical Assortments, specifically concerned with engineering situations for training and pratice, and for familiarizing pupils with the fundamentals of mathematical knowledge.

Key words : compulsory education, mathematics teaching, doing sums, algoritm, training-pratice, multiplication table, homework, familial help, negotation, adjustment, didactical situation, didactical setting, didactical contract, repertory, mathematization/ demathematization, didactical assortment.